

ISSN 0132-0173

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՍՑԼԱՄՐԱՆ
ЕРЕВАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ

1
1995



ԵՐԵՎԱՆ
ЕРЕВАН

Հանդեսը լուս է տեսնում տարի Յ անգամ
Հրատարակում է 1925 թ.-ից (1967 թ.-ից՝ պարբերաբար):

Журнал выходит 3 раза в год.
Издается с 1925 г. (с 1967 г. - периодически).

ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈԼԵԳԻԱ

ՏԵՐ-ԱՆՑՈՒՅՑԱՆ Վ. Մ. (գլխ. խմբագիր), ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ Ռ. Մ.
(գլխ. խմբագիր տեղակալ), ԸԱՐԱՄՔԵՅԱՆ Լ. Թ. (պատ. քարտուղար)

ԱՌԱԳԵԼՅԱՆ Ն. Հ., ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ Ա. Ա., ԲԱՋՅԱՆ Ս. Գ., ԲԵՑԼԵՐ-
ՅԱՆ Ն. Մ., ԴԱՆԻԵԼՅԱՆ Է. Ա., ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ Ի. Գ., ՀԱՐՈՒԹ-
ՅՈՒՆՅԱՆ Վ. Մ., ՀՈՎՍԵՓՅԱՆ Լ. Լ., ԸԱՀԱԿՅԱՆ Գ. Ա., ԶՈՒԲԱՐ-
ՅԱՆ Է. Վ., ՍԱՀԱԿՅԱՆ Գ. Ա., ՍԱՐԳՍՅԱՆ Հ. Հ., ՍԱՐԳՍՅԱՆ Վ. Ա.,
ՏՈՆՈՅՑԱՆ Ռ. Ն., ՓԱՓԱՋՅԱՆ Թ. Ա.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

ТЕР-АНТОНИЯН В.М. (гл. редактор), АРУТЮНИЯН Р.М. (зам. гл. ре-
дактора), ШАРАМБЕЯН Л. Т. (отв. секретарь)

ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ Ա.Ա., ԱՐԱԿԵԼՅԱՆ Ռ. Ա., ԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ Վ. Մ., ԲԱԼՅԱՆ
Հ. Ա., ԲԵЙԼԵՐՅԱՆ Ի. Մ., ԴԱՆԻԵԼՅԱՆ Է. Ա., ՕՍԻՊՅԱՆ Լ. Լ., ՊԱՊ-
ՅԱՆ Տ. Ա., ԾԼԿՅԱՆ Ի. Ս., ԾԱՐԿԻՍՅԱՆ Վ. Ս., ԾԱՐԿԻՍՅԱՆ Օ. Ա., ՏՈ-
ՆՈՅԱՆ Ռ. Ի., ԽԱՅՏՐՅԱՆ Ի. Ի., ՉՈՒԲԱՐՅԱՆ Է. Վ., ՇԱՀԲԱՐՅԱՆ Ռ. Լ.

Издательство Ереванского университета
«Ученые записки» ЕГУ, естественные науки, 1995 г.

Сдано в производство 5.04.1995 г. Подписано к печати 12.06.1996 г.
Формат 70x108 1/16. Офсетная печать. 7 печ. л=10.5 усл. п. л. Заказ 34.
Тираж 300.

Регистрационный номер 258.

Издательство Ереванского госуниверситета. Ереван, Ал. Манукяна 1.
Цех "Рогапринт" Ереванского госуниверситета. Ереван, Ал. Манукяна 1.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Հ.Վ. Բաղալյան, Վ.Մ. Եղիգարյան - Լ. ² (0,1) նորմայով Մյունցի համակարգի քազիբազման- դամների գործակիցների որոշ գումարների գնահատակամերի վերաբերյալ 3
Ա.Գ. Բաղդասարյան - Ապրիռական գնահատական ոճգույքը օպերատորների որոշ դասի համար: Դիրիխելի խնդիր 15
Պ.Ս. Գնորոյան - Մաժրանտերը թուլ-համարժեք G-շարժուն կոմպակտների դասում 19
Ս.Ս. Դավիդով - Բաժանների գործողությամբ տեղափոխելի բաշխման հանրահաշիվներ 23
Գ.Գ. Ղազարյան - Բեկլունդի մեջիունությունը և խմբային անալիզը մի ոչ գծային դիֆերեն- ցիալ հավասարման համար 30

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Վ.Ս. Սարգսյան, Բ.Պ. Գեղամյան, Գ.Ռ. Սարդարյան - Անկողոտրով շրջանային գլանային թաղանթի ձևի օպտիմալ նախագծումը սահմերի լարումների հաշվառումներ 35
Գ.Ռ. Սարդարյան - Անկողոտրով առանցքավիճակների գլանային թաղանթի հաշվարկը լայ- նական սահմերի դեֆորմացիաների հաշվառումով 40

ՖԻԶԻԿԱ

Գ.Գ. Հարությունյան, Ե.Ս. Հովհաննելյան, Վ.Վ. Պապոյան, Լ.Գ. Պետրոսյան - Նյութի հա- մաւեն թաշխումով ստատիկ կենտրոնամաշաքի կրոֆիգուրացիաները ձգողակա- մության ընդհանուրացված տեսության շրջանակներում 46
Խ.Գ. Այվազյան, Լ.Խ. Այվազյան - Բարձր ճնշման և բարձր ճնշման ժամանակ պայթյունների աղջեցությունը պոկերիենի կառուցվածքի վրա 54
Ժ.Հ. Նինոյան, Հ.Ս. Երիցյան, Ա.Հ. Գևորգյան, Հ.Հ. Մուրախյան - Բաց ալիքային վեկտորնե- րի մակերևույթով միջավայրից լուսի անդրադարձման դեպքում բնելացման հար- թորյան պտույտի ուժեղացումը 58

ՔԻՄԻԱ

Մ.Գ. Գևորգյան, Ս.Ծ. Թավրյան - Մարգագետնային սևամողերի կատալազային ակտիվութ- յան մասին 62
Լ.Ե. Պողոսյան, Ա.Խ. Ավագյան, Մ.Խ. Մինասյան - Անցումային մետաղների նոր կոմպլեքս միացությունների սինթեզը և ուսումնասիրությունը 68

ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Լ.Լ. Օսիպյան, Ի.Մ. Էլոյան - Կարտոֆիլի պաթոզն միկրօբոտամ Հայաստանի հանրապե- տությունում 74
Ե.Գ. Թավրովյան, Լ.Լ. Օսիպյան, Լ.Ս. Հակոբյան - Նյութեր Հայաստանի համրապետության քարանձավների և այլերի կնճսարամության վերաբերյալ (Բաղրադյում 1) 79
Զ.Հ. Արրանիմյան, Ի.Վ. Օսարգիյան - Ասպերգիլների քայլայիշ անոդիկության ուսումնա- սիրությունը «Պլաստապոլիմեր»: ԳԱԱՄ արտադրության որոշ պոլիմերային նյութերի վրա 83
Զ.Հ. Արրանիմյան, Ի.Վ. Էլոյան - Կարտոֆիլի զարգացման տարբեր փուլերում ոլոգոսֆերայի միկոէկրիստորոֆների որակական և քանակական կազմի դիմամիկա 88

ԱԾ Խ ԱՐՀԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆ

Ք.ՑՈՒ. Հակոբյան, Վ.Յու. Խալատով - Աշխարհագրական երևոյթների միջն փոխկապվածության զնամնատումը Հայաստանի հանրապետության ատլասների տվյալների հիմանվրա	100
--	-----

ՆԱՄԱԿ ԽՄԲԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ա.Մ. Սեղրակյան, Ռ.Ի. Բաղդասարյան - Ե-Բա-Ըս-Ը բարձր ջերմաստիճանային գերիադորողիչ կերամիկայի սինթեզումը NH₄Cl կապակցող նյութի առկայությամբ	105
Ա.Լ. Աքոյանց, Վ.Ս. Պողոսյան, Է.Ա. Աղաջանյան, Ի.Պ. Կասպարովա, Ռ.Մ. Հարությունյան - Սինթետիկ կառուցուկի արտադրության օդային ավագանի աղտոտիչների մոնիթորինգը	107

Г. В. БАДАЛЯН, В. М. ЕДИГАРЯН

**ОБ ОЦЕНКАХ НЕКОТОРЫХ СУММ ИЗ КОЭФФИЦИЕНТОВ
КВАЗИПОЛИНОМОВ ПО СИСТЕМЕ МЮНЦЦА В $L^2(0,1)$**

В работе для некоторых классов P_n многочленов $p_n(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^{\gamma_k}$, где

$0 = \gamma_0 < \gamma_1 < \dots, \gamma_{k+1} - \gamma_k \geq 1$, решается задача оценки величин вида

$$\sup_{p_n \in P_n} \left| \sum_{k=1}^l a_{s_k} b_{s_k}(l, n) \right|, \quad 1 \leq l \leq n$$

где $\{s_k\}_1^l \subset \{k\}_0^n, b_{s_k}(l, n)$ - наперед заданные, но не произвольные числа. Приведен явный вид экстремального многочлена из P_n . Рассмотрена связь с классическими задачами.

§ 1. Введение

В настоящей работе рассматриваются последовательности чисел

$$0 = \gamma_0 < \gamma_1 < \gamma_2 < \dots < \gamma_n < \dots, \gamma_{n+1} - \gamma_n \geq 1 \quad (1)$$

и квазиполиномы

$$p_n(x) = a_0 + a_1 x^{\gamma_1} + \dots + a_n x^{\gamma_n}, \quad (2)$$

т. с. полиномы по мюнццевской системе степеней $\{x^{\gamma_k}\}$.

Решаются две задачи, описания которых приводятся ниже.

Определение 1. Квазиполиномы (2) принадлежат семейству P_n , если они удовлетворяют условию

$$\|p_n\|_{L^2} = \left(\int_0^1 |p_n(x)|^2 dx \right)^{\frac{1}{2}} \leq 1. \quad (3)$$

Суть первой задачи заключается в том, что в отличие от задачи менделеевского типа, где ищется $\sup_{p_n \in P_n} |a_k|$ (см. [1-4]), здесь ищется

$$\sup_{p_n \in P_n} \left| \sum_{k=1}^l a_{s_k} b_{s_k}(l, n) \right|, \quad 1 \leq l \leq n, \quad (4)$$

где $\{s_k\}_1^l$ - произвольно выбранные числа из $0, 1, 2, \dots, n$, т. е. $\{s_k\}_1^l \subset \{v\}_0^n$, числа же $b_{s_k}(l, n)$ - заранее заданные, но не произвольные.

Выбор чисел $\{b_{s_k}(l, n)\}$ (конечно, для всего семейства P_n) обусловлен не только заботой получения точных результатов, но и охватом классических постановок.

Вторая задача - это задача типа первой, но только при дополнительном ограничении.

Определение 1'. Квазиполиномы (2) принадлежат семейству $P_n^*(s_1', s_2', \dots, s_l')$, если они удовлетворяют условию (3) и существует набор чисел $\{s_k'\}_1^l \subset \{v\}_0^n$, для которых

$$a_{s_1} = a_{s_2} = \dots = a_{s_l'} = 0, \{s_j\}_1^l \cap \{s_j'\}_1^l = \emptyset \quad (5)$$

Ставится та же задача нахождения

$$\sup_{P_n \in P_n^*} \left| \sum a_{s_k} b_{s_k}^*(l, n \setminus l') \right|, \quad (4')$$

где, как видно из (4'), заранее заданные числа $\hat{b}_{s_k}^*(l, n \setminus l')$ здесь другие. Их выбор также обусловлен тем, что, во-первых, и здесь получаются точные оценки с указанием экстремальных квазиполиномов и, во-вторых, что немаловажно, - как частное следствие при $l=1$, получается обобщение результата Л. Шварца на случай с дополнительным ограничением (5).

Более конкретно указанные задачи будут сформулированы перед началом их решения.

Общим в решениях поставленных выше задач является то, что строятся экстремальные квазиполиномы из системы Мюнгца, для которых достигаются (4) и (4') с (5).

Для первой задачи экстремальный квазиполином имеет представление

$$\hat{X}_n(x, \{s_j\}_1^l) = \hat{X}_n(x, s_1, s_2, \dots, s_l) = \frac{\hat{\kappa}_n(l)}{2\pi i} \int_C \prod_{v=0}^n \frac{\zeta - \gamma_v'}{\zeta + \gamma_v} \frac{x^{-\zeta} d\zeta}{\prod_{j=1}^l (\zeta - \gamma_{s_j}')}, \quad (6)$$

где $\gamma_v' = \gamma_v + 1, v = 1, 2, \dots, n$; простой контур C здесь и впредь охватывает окрестности точек $\{-\gamma_v\}_{v=0}^n$, но оставляет вне ограниченной им замкнутой области D точки γ_v' , где $C = \partial D$. Оказывается, что число $\hat{\kappa}_n(l)$ зависит только от $\{s_j\}_1^l$ и выбрано так, чтобы имело место

$$\|\hat{X}_n\|_{L^2} = \left\| \hat{X}_n(x, \{s_j\}_1^l) \right\|_{L^2(01)} = 1. \quad (3')$$

Отметим, что ввиду того, что $x \in [0, 1]$, мы в качестве контура можем взять бесконечную прямую $(\sigma - i\infty, \sigma + i\infty)$, где $0 < \sigma < 1$.

Построение $\hat{X}_n(x, \{s_j\}_1^l)$, нахождение других компонентов задач 1 и 2 начнем с нахождения $\hat{\kappa}_n(l)$.

Обозначим

$$A_{l, \mu}(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{x^{-\zeta} d\zeta}{\prod_{j=1}^l (\zeta + \gamma_{s_j}) \prod_{j=1}^\mu (-\zeta + \gamma_{s_j}')}, \quad x \in [0, 1] \quad 0 < \sigma < 1, \quad (7)$$

где $l \geq 1, 0 \leq \mu, \gamma_v' = \gamma_v + 1, \{\gamma_v\}$ определена в (1), и докажем предложение.

Теорема 1. Для определенной в (7) функции $A_{l,\mu}(x)$ справедливы утверждения

$$1) A_{l,\mu}(x) > 0, x \in [0, 1],$$

2) при фиксированном $x \in [0, 1]$ с увеличением l и μ функция $A_{l,\mu}(x)$ уменьшается.

Заметим сперва, что в (7) целые числа s_j принадлежат промежутку $[0, n]$, и не будет ограничением считать, что в (7) они расположены по возрастанию. Рассмотрим теперь функцию

$$\omega_l(x) = \omega_{l,1}(x, s_1, s_2, \dots, s_l) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{x^{-\zeta} d\zeta}{\prod_{j=1}^l (\zeta + \gamma_{s_j})}, \quad x \in [0, 1] \quad 0 < \sigma < 1. \quad (8)$$

Известно, что в промежутке $x \in [0, 1]$, $\omega_l(x) > 0$ (см. [5]), поэтому в силу условий $\gamma_{s_{j+1}} - \gamma_{s_j} \geq 1$ имеем $\gamma_{s_{j+1}} - \gamma_{s_j} - 1 \geq 0$, поэтому

$$\begin{aligned} \omega_{l-1}(x) - \omega_l(x) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{\zeta + \gamma_{s_l} - 1}{\prod_{j=1}^l (\zeta + \gamma_{s_j})} x^{-\zeta} d\zeta = \\ &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{\zeta + \gamma_{s_l} + \gamma_{s_l} - \gamma_{s_1} - 1}{\prod_{j=1}^l (\zeta + \gamma_{s_j})} x^{-\zeta} d\zeta = \\ &= \omega_{l,2}(x, s_2, s_3, \dots, s_l) + \delta \omega_{l,1}(x, s_1, s_2, \dots, s_l) > 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\delta = \gamma_{s_l} - \gamma_{s_1} - 1 \geq 0$.

Из последнего равенства согласно (8) получаем, что при $x \in [0, 1]$

$$\omega_{l-1}(x) - \omega_l(x) > 0.$$

Возвращаясь к доказательству теоремы 1, заметим, что при $x \in [0, 1]$

$$0 < \int_0^1 \omega_l(t) t^{\gamma_{s_1}} dt = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{x^{-\zeta + \gamma'_{s_1}}}{\prod_{j=1}^l (\zeta + \gamma_{s_j})(-\zeta + \gamma'_{s_1})} = x^{\gamma'_{s_1}} A_{l,1}(x) > 0. \quad (10)$$

Допустим, что $A_{l,\mu}(x) > 0, x \in [0, 1]$, тогда

$$\int_0^1 A_{l,\mu}(t) t^{\gamma'_{s_{\mu+1}}} dt = \frac{x^{\gamma'_{s_\mu}}}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{x^{-\zeta} d\zeta}{\prod_{j=1}^l (\zeta + \gamma_{s_j}) \prod_{j=1}^{\mu+1} (-\zeta + \gamma'_{s_j})} = x^{\gamma'_{s_{\mu+1}}} A_{l,\mu}(x) > 0. \quad (10')$$

Этим доказано, что в $x \in [0, 1]$ $A_{l,\mu+1}(x) > 0$.

Очевидно, что $A_{l,1}(1)$ также больше нуля, а поэтому и $A_{l,\mu}(x) \quad x \in [0, 1]$ согласно (10) также строго больше нуля в $x \in [0, 1]$ для любого μ , если только

$$\gamma_{s_1}, \gamma_{s_2}, \dots, \gamma_{s_\mu} \subset \{\gamma_v\}_0^n.$$

Первое утверждение теоремы доказано.

Для доказательства второго утверждения теоремы 1 легко заметить, что

$$\begin{aligned}
A_{l,\mu}(x) - A_{l,\mu+1}(x) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{-\zeta + \gamma'_{s_{\mu+1}} - 1}{\prod_{j=1}^l (\zeta + \gamma_{s_j}) \prod_{j=1}^{\mu+1} (-\zeta + \gamma'_{s_j})} x^{-\zeta} d\zeta = \\
&= \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{-\zeta + \gamma'_{s_1} + (\gamma'_{s_{\mu+1}} - \gamma'_{s_1}) - 1}{\prod_{j=1}^l (\zeta + \gamma_{s_j}) \prod_{j=1}^{\mu+1} (-\zeta + \gamma'_{s_j})} x^{-\zeta} d\zeta = A'_{l,\mu+1}(x) + \delta A_{l,\mu+1}(x),
\end{aligned}$$

где $\delta = \gamma'_{s,\mu+1} - \gamma'_{s_1} - 1 > 0$,

$$A'_{l,\mu+1}(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{x^{-\zeta} d\zeta}{\prod_{j=1}^l (\zeta + \gamma_{s_j}) \prod_{j=1}^{\mu+1} (-\zeta + \gamma'_{s_j})} > 0. \quad (10'')$$

Этим доказано, что в $x \in [0,1]$

$$A_{l,\mu}(x) - A_{l,\mu+1}(x) > 0. \quad (11)$$

Нетрудно заметить, что аналогичное неравенство получится и для

$$A_{l-1,\mu}(x) - A_{l,\mu}(x), \quad x \in [0,1]. \quad (11')$$

Второе утверждение теоремы 1 следует из (11) и (11').

Условимся теперь, число $\hat{\kappa}$, входящее в функцию $\hat{\chi}_n(x, \{s_i\}_1')$ (см.(6)), определить из равенства

$$\hat{\kappa}_n^2(l) = [A_{l,l}(1)]^{-1}, \quad l \geq 1, \quad (12)$$

т. е. из равенства

$$[\hat{\kappa}_n(l)]^{-2} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{d\zeta}{\prod_{j=1}^l (\zeta + \gamma_{s_j}) (-\zeta + \gamma'_{s_j})}, \quad 0 < \sigma < 1. \quad (12')$$

Как уже сказано, $b_{s_i}(l, n)$ определяются естественным образом по ходу изложения, но целесообразно их задавать заранее.

Обозначим

$$b_{s_i}(l, n) = \frac{\hat{\kappa}_n(l) \cdot R_{l,n}(\gamma'_{s_i})}{\prod_{j=1}^l (\gamma'_{s_i} + \gamma_{s_j})}, \quad (13)$$

где

$$R_{l,n}(\zeta) = \prod_{v=0}^n \frac{\zeta - \gamma'_v}{\zeta + \gamma_v} \quad (14)$$

Впредь будем считать, что числа $\hat{\kappa}_n(l)$ и $b_{s_i}(l, n)$, $i = 1, 2, \dots, l$, определены соответственно в (12), (12') и (13), (14).

§2. Решение первой задачи. Основная теорема

Теорема 2. Для определенной в (6) функции $\hat{\chi}_n(x, \{s_i\}_1')$ справедливы равенства

$$\int_0^1 x^{\gamma_k} \hat{\chi}_n \left(x, \{s_j\}'_1 \right) dx = \begin{cases} 0 & \text{если } k \notin \{s_i\}'_1, \\ b_{s_i}(l, n), \text{если } k = s_i, i = 1, 2, \dots, l, \end{cases} \quad (15)$$

если только $\hat{\chi}_n(l)$ и $b_{s_i}(l, n)$ определены соответственно из (12') и (13) с (14).

Доказательство. Разберем отдельно два возможных случая:

$$1) k \notin \{s_j\}'_1, \quad 2) k = s_i \in \{s_j\}'_1$$

Начнем с первого случая. Имеем

$$\int_0^1 x^{\gamma_k} \hat{\chi}_n \left(x, \{s_j\}'_1 \right) dx = \frac{\hat{\chi}_n}{2\pi i} \prod_{v=0}^n \frac{\zeta - \gamma'_v}{\zeta + \gamma_v} \cdot \frac{x^{-\zeta + \gamma'_k} \Big|_{x=0}}{\prod_{j=1}^l (\zeta - \gamma'_{s_j})(-\zeta + \gamma'_{s_j})}, \quad (16)$$

где контур $C=\partial D$ оставляет вне D точки $\gamma'_k = \gamma_k + 1$, $k = 0, 1, \dots, n$, но охватывает окрестности точек $-\gamma_v$, $v = 0, 1, \dots, n$, поэтому мы можем выбрать так, чтобы имели $\operatorname{Re} \zeta < 1$, и тогда $\lim_{\zeta \in C} x^{-\zeta + \gamma'_k} = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0+} x^{-\zeta + \gamma'_k} = 1$.

Следовательно, в правой части (15) под знаком контурного интеграла $x^{-\zeta + \gamma'_k} \Big|_{x=0}$ заменится на единицу. С другой стороны, нетрудно заметить, что там же произведение $\prod_{v=0}^n (\zeta - \gamma'_v)$ при $k \in \{s_j\}'_1$ полностью сокращается с находящимся в знаменателе произведением $\prod_{j=1}^l (\zeta - \gamma'_{s_j})(-\zeta + \gamma'_{s_j})$, и поэтому под знаком контурного интеграла останется отношение двух полиномов от ζ , где степень знаменателя, по крайней мере, на два выше степени числителя, и, кроме того, вне области \overline{D} с $C=\partial D$ знаменатель указанного выше отношения полиномов от ζ в нуль не обращается. В результате под контурным интегралом останется рациональная функция, которая в бесконечности стремится к нулю со скоростью не менее $O\left(\frac{1}{|\zeta|^2}\right)$, $\zeta \rightarrow \infty$ и имеет полюсы только в точках $0, -\gamma_1, -\gamma_2, \dots, -\gamma_n$ области D , и поэтому этот контурный интеграл равен нулю.

Этим равенство (13) теоремы 2 доказано.

Разберем теперь второй случай, т. е. случай, когда $k = s_i$, $s_i \in \{s_j\}'_1$. Нетрудно заметить, что на этот раз после произведения возможных сокращений под интегралом будем иметь

$$\prod_{v=0}^n \frac{\zeta - \gamma'_v}{\zeta + \gamma_v} \cdot \frac{1}{\prod_{j=1}^l (\zeta - \gamma'_{s_j})(-\zeta + \gamma'_{s_j})} = R_{l,n}(\zeta) \frac{1}{\prod_{j=1}^l (\zeta + \gamma'_{s_j})(-\zeta + \gamma'_{s_j})}, \quad (17)$$

где

$$R_{l,n}(\zeta) = \prod_{\substack{v=0 \\ v \notin \{s_j\}'_1}}^n \frac{\zeta - \gamma'_v}{\zeta + \gamma_v}. \quad (14)$$

По этой причине из (14) следует, что

$$\int_0^1 x^{\gamma_{s_j}} \hat{\chi}_n \left(x, \{s_j\}'_1 \right) dx = \hat{\kappa}_n(l) \prod_{\substack{\zeta = \gamma_{s_i} \\ \nu \in \{s_j\}'_1}}_{v=0} \frac{\zeta - \gamma'_v}{\zeta + \gamma_v} \frac{1}{(-\zeta + \gamma'_{s_i}) \prod_{j=1}^l (\zeta + \gamma_{s_j})} =$$

$$= \hat{\kappa}_n \prod_{\substack{\nu=0 \\ \nu \notin \{s_j\}'_1}}^n \frac{\gamma'_{s_i} - \gamma'_v}{\gamma'_{s_i} + \gamma_v} \frac{1}{\prod_{j=1}^l (\gamma'_{s_i} + \gamma_{s_j})} = b_{s_i}(l, n)$$

Теорема 2 доказана.

Теорема 3. Определенная в (16) функция $\hat{\chi}_n \left(x, \{s_j\}'_1 \right)$, где число $\hat{\kappa}_n(l)$ определено по (12) - (12''), - квазиполином из семейства ρ_n

Доказательство. То, что $\hat{\chi}_n \left(x, \{s_j\}'_1 \right)$ квазиполином из степеней

$\{x^\nu\}$, $\nu = 0, 1, 2, \dots$, следует из простого вычисления этой функции как сумма вычетов подынтегральной функции контурного интеграла (6).

Поэтому нам следует доказать только то, что она удовлетворяет также условию (3), т. е.

$$\|\hat{\chi}_n\|^2 = \left\| \hat{\chi}_n \left\{ s_j \right\}'_1 \right\|^2 = \int_0^1 \left| \hat{\chi}_n \left(x, \{s_j\}'_1 \right) \right|^2 dx = 1,$$

если только $\hat{\kappa}_n(l)$ определено по (12).

Имеем

$$\begin{aligned} \|\hat{\chi}_n\|^2 &= \int_0^1 \hat{\chi}_n \left(x, \{s_j\}'_1 \right) \hat{\chi}_n \left(x, \{s_j\}'_1 \right) dx = \\ &\quad \frac{\hat{\kappa}_n^2(l)}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} R_{l,n}(\zeta) \frac{d\zeta}{\prod_{j=1}^l (\zeta + \gamma_{s_j})} \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma'-i\infty}^{\sigma'+i\infty} R_{l,n}(z) \frac{x^{-\zeta+z+1}}{\prod_{j=1}^l (\zeta + \gamma_{s_j})(-\zeta - z + 1)} dz \end{aligned} \quad (18)$$

Согласно $0 < \sigma < \sigma' < \frac{1}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^{-\zeta-z+1} = 0, \text{ и из (17) получим}$$

$$\begin{aligned} \left\| \hat{\chi}_n \left(x, \{s_j\}'_1 \right) \right\|^2 &= \frac{\hat{\kappa}_n^2(l)}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} R_{l,n}(\zeta) \frac{d\zeta}{\prod_{j=1}^l (\zeta + \gamma_{s_j})} \times \\ &\quad \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} R_{l,n}(z) \frac{dz}{\prod_{j=1}^l (z + \gamma_{s_j})(-\zeta - z + 1)}, \end{aligned} \quad (18')$$

где $0 < \sigma < \sigma' < \frac{1}{2}$, $R_{l,n}(\zeta)$ определена в (14).

Это потому, что здесь также проходят примененные в теореме 2 доводы и выкладки.

Ввиду того, что во внутреннем интеграле первой части (18') $\operatorname{Re}(-\zeta - z + 1) > 0$, поэтому $\operatorname{Re}z < 1 - \operatorname{Re}\zeta$ и поэтому особая точка $z = 1 - \zeta$ находится справа от ли-

ции интегрирования $(\sigma' - i\infty, \sigma' + i\infty)$, этот интеграл, очевидно, равняется вычету подынтегральной рациональной функции в точке $z = 1 - \zeta$, т. е.

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma' - i\infty}^{\sigma' + i\infty} R_{l,n}(z) \frac{dz}{\prod_{j=1}^l (z + \gamma_{s_j})(-z + (1 - \zeta))} =$$

$$\text{Re } s_{z=1-\zeta} \frac{R_{l,n}(z)}{\prod_{j=1}^l (z + \gamma_{s_j})(z - (1 - \zeta))} = \frac{R_{l,n}(1 - \zeta)}{\prod_{j=1}^l (-\zeta + \gamma'_{s_j})} \quad (19)$$

Очевидно также, что

$$R_{l,n}(1 - \zeta) = \prod_{\substack{v=0 \\ v \notin \{s_j\}'}}^n \frac{1 - \zeta - \gamma'_v}{1 - \zeta + \gamma_v} = \prod_{\substack{v=0 \\ v \notin \{s_j\}'}}^n \frac{-\zeta - \gamma_v}{-\zeta + \gamma'_v} = \frac{1}{R_{l,n}(\zeta)} \quad (20)$$

Поэтому из (18) согласно (19) и (20) получаем

$$\int_0^1 \left| \hat{\chi}_n \left(x, \{s_j\}'_1 \right) \right|^2 dx = \frac{\hat{\kappa}_n^2(l)}{2\pi i} \int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} \frac{R_{l,n}(\zeta)}{\prod_{j=1}^l (\zeta + \gamma_{s_j})} \frac{d\zeta}{R_{l,n}(\zeta) \prod_{j=1}^l (-\zeta + \gamma'_{s_j})} =$$

$$= \frac{\hat{\kappa}_n^2(l)}{2\pi i} \int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} \frac{d\zeta}{\prod_{j=1}^l (\zeta + \gamma_{s_j})(-\zeta + \gamma'_{s_j})} \quad (18'')$$

Из (17'') согласно (II) получаем, что

$$\|\hat{\chi}_n\|^2 = \int_0^1 \left| \hat{\chi}_n \left(x, \{s_j\}'_1 \right) \right|^2 dx = 1 \quad (18'')$$

Теорема 3 доказана.

Теорема 4. Для любого квазиполинома $p_n(x)$ из семейства P_n справедливо равенство

$$\int_0^1 p_n(x) \hat{\chi}_n \left(x, \{s_j\}'_1 \right) dx = \sum_{j=1}^l a_{s_j} b_{s_j}(l, n), \quad (21)$$

где числа $b_{s_j}(l, n)$ определены в (13) с (14).

На самом деле согласно теореме 2 имеем

$$\int_0^1 p_n(x) \hat{\chi}_n \left(x, \{s_j\}'_1 \right) dx = \sum_{j=1}^l a_{s_j} \int_0^1 x^{s_j} \hat{\chi}_n \left(x, \{s_j\}'_1 \right) dx = \sum_{j=1}^l a_{s_j} b_{s_j}(l, n). \quad (21')$$

Теорема 4 доказана.

Из теорем 3 и 4 следует

Теорема 5 (основная). Для любого определенного в (2) квазиполинома $p_n(x)$ из семейства P_n справедливо неравенство

$$\left| \sum_{j=1}^l a_{s_j} b_{s_j}(l, n) \right| \leq \|p_n\| \|\hat{\chi}_n\| \leq 1 \quad (22)$$

Неравенство (22) превращается в равенство для

$$p_n(x) = \hat{\chi}_n \left(x, \{s_j\}'_1 \right) \in L^2(0, 1) \text{ и } \|\hat{\chi}_n\| = 1 \quad (23)$$

То, что утверждение теоремы 5 следует из теорем 3 и 4, очевидно. Однако интересно последнее утверждение теоремы проверить непосредственным вычислением значений нужных коэффициентов квазиполинома $\hat{\chi}_n(x, \{s_j\}_1')$

Их обозначим через $a'_{s_i}, i = 1, 2, \dots, l$.

Имеем

$$\begin{aligned} \hat{\chi}_n(x, \{s_j\}_1') &= \hat{\kappa}_n(l) \sum_{k=0}^n \operatorname{Re} s_{-\gamma_k} \frac{\zeta - \gamma'_v}{\zeta + \gamma_v} \frac{x^{-\zeta}}{\prod_{j=1}^l (\zeta - \gamma'_{s_j})} = \\ &= \hat{\kappa}_n \sum_{k=0}^n \operatorname{Re} s_{-\gamma_k} R_{l,n}(\zeta) \frac{x^{-\zeta}}{\prod_{j=1}^l (\zeta + \gamma_{s_j})} = \sum_{k=0}^n a'_{s_k} x^{\gamma_k} \end{aligned}$$

где $R_{l,n}(\zeta)$ определена в (14).

Это значит, что

$$a'_{s_i} = \hat{\kappa}_n(l) \operatorname{Re} s_{-\gamma_{s_i}} \frac{R_{l,n}(\zeta)}{\prod_{j=1, j \neq i}^l (\zeta + \gamma_{s_j})} = \hat{\kappa}_n(l) \frac{R_{l,n}(-\gamma_{s_i})}{\prod_{j=1, j \neq i}^l (-\gamma_{s_i} + \gamma_{s_j})} \quad (24)$$

Убедимся, что тогда $\left| \sum_{j=1}^l a'_{s_j} b_{s_j}(l, n) \right| = 1$.

На самом деле согласно (13) и (24)

$$a'_{s_i} b_{s_i}(l, n) = \hat{\kappa}_n^2(l) \frac{R_{l,n}(-\gamma_{s_i})}{\prod_{j=1, j \neq i}^l (-\gamma_{s_i} + \gamma_{s_j})} \frac{R_{l,n}(\gamma'_{s_i})}{\prod_{j=1, j \neq i}^l (\gamma'_{s_i} + \gamma_{s_j})}.$$

Заметим теперь, что

$$R_{l,n}(-\gamma_{s_i}) R_{l,n}(\gamma'_{s_i}) = \prod_{v=0}^n \frac{-\gamma'_{s_i} - \gamma'_v}{\gamma'_{s_i} + \gamma_v} \cdot \prod_{v=0, v \notin \{s_i\}_1'}^n \frac{\gamma'_{s_i} - \gamma'_v}{\gamma'_{s_i} + \gamma_v} = 1,$$

поэтому

$$\begin{aligned} a'_{s_i} b_{s_i}(l, n) &= \frac{\hat{\kappa}_n^2(l)}{\prod_{j=1}^l (-\gamma_{s_i} + \gamma_{s_j}) \prod_{j=1}^l (\gamma_{s_i} + \gamma_{s_j})} = \\ &= \hat{\kappa}_n^2(l) \operatorname{Re} s_{-\gamma_{s_i}} \frac{1}{\prod_{j=1}^l (\zeta + \gamma_{s_j}) (-\zeta + \gamma'_{s_i})}. \end{aligned} \quad (25)$$

Из равенства (25) следует, что

$$\sum_{j=1}^l a'_{s_j} b_{s_j}(l, n) = \hat{\kappa}_n^2(l) \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{d\zeta}{\prod_{v=1}^n (\zeta + \gamma_{s_i})(-\zeta + \gamma'_{s_j})}, \quad 0 < \sigma < 1.$$

Следовательно, согласно (12) получаем

$$\sum_{j=1}^l a'_{s_j} b_{s_j}(l, n) = 1. \quad (26)$$

Этим доказана не только достижимость равенства (22), но и указан экспериментальный квазиполином.

Приведем два простых следствия теоремы 5.

Следствие 5.1. Из теоремы 5 при $l=1$, $\{s_i\}'_1 = s_1$ следует справедливость равенства

$$\sup_{P_n \in P_n} |a_{s_1}| = \sqrt{\gamma_{s_1} + \gamma'_{s_1}} \prod_{\substack{v=0 \\ v \neq s_1}}^n \frac{\gamma'_{s_1} + \gamma_v}{|\gamma_{s_1} - \gamma_v|}. \quad (27)$$

На самом деле, в силу $l=1$ из (12) имеем

$$[\hat{\kappa}_n(1)]^{-2} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{d\zeta}{(\zeta + \gamma_{s_1})(-\zeta + \gamma'_{s_1})}, \quad 0 < \sigma < 1,$$

поэтому

$$\hat{\kappa}_n(1) = \sqrt{\gamma_{s_1} + \gamma'_{s_1}}. \quad (28)$$

Далее из (13) и (14) имеем

$$b_{s_1}(1, n) = \frac{\hat{\kappa}_n(1)}{\gamma'_{s_1} + \gamma_{s_1}} \prod_{\substack{v=0 \\ v \neq s_1}}^n \frac{\gamma_{s_1} - \gamma_v}{\gamma'_{s_1} + \gamma_v}. \quad (29)$$

Из (26) при $l=1$, $\{s_i\}'_1 = s_1$ согласно (29) следует справедливость равенства (27).

Следствие 5.1 совпадает с ранее известным результатом Л. Шварца (см.[3]).

Следствие 5.2. Пусть P'_n – подкласс P_n , когда коэффициент a_{s_1} при x^{s_1} любого квазиполинома этого подкласса равняется нулю. Тогда справедливо неравенство

$$\sup_{P_n \in P'_n} |a_{s_1}| \leq \sqrt{2(\gamma_{s_1} + \gamma'_{s_1})(\gamma_{s_1} + \gamma'_{s_2})(\gamma_{s_2} + \gamma'_{s_2})} \prod_{\substack{v=0 \\ v \neq s_1, s_2}}^n \frac{\gamma'_{s_1} + \gamma_v}{|\gamma_{s_1} - \gamma_v|} \quad (30)$$

На самом деле, согласно теореме 5 нам здесь следует исходить из неравенства

$$|a_{s_1} b_{s_1}(2, n) + a_{s_2} b_{s_2}(2, n)| = |a_{s_1} b_{s_1}(2, n)| \leq 1 \quad (31)$$

где

$$b_{s_1}(2, n) = \hat{\kappa}_n(2) \prod_{\substack{v=0 \\ v \neq s_1, s_2}}^n \frac{\gamma_{s_1} - \gamma_v}{\gamma'_{s_1} + \gamma_v}, \quad (32)$$

$$\hat{\kappa}_n(2) = \sqrt{2(\gamma_{s_1} + \gamma'_{s_1})(\gamma_{s_1} + \gamma'_{s_2})(\gamma_{s_2} + \gamma'_{s_2})} \quad (33)$$

В отличие от (27) неравенство, как это будет видно из приведенного в следующем параграфе решения второй задачи, где класс функций P_n^* определяется по определению 1', не обязано превратиться в равенство, хотя бы поэтому, что $P_n^* \subset P_n$ строго.

Именно этим и обусловлена правомерность постановки приведенной в начале статьи второй задачи, к точному решению которой мы и приходим.

§3. Решение второй задачи

Очевидно, что здесь также, как и в решении первой задачи, мы должны определить аналог $\hat{\kappa}_n(l)$ и $b_{s_1}(l, n)$, следовательно, и экстремальный квазиполином из класса P_n^* .

Проследив ход решения первой задачи убеждаемся, что искомый экстремальный квазиполином здесь имеет вид

$$\hat{\chi}_n\left(x, \left\{s_j\right\}'_1, \left\{s'_j\right\}'_1\right) = \frac{\hat{\kappa}_n(l, l')}{2\pi i} \int_C \prod_{v=0}^n \frac{\zeta - \gamma_v}{\zeta + \gamma_v} \frac{x^{-\zeta} d\zeta}{\prod_{j=1}^r (\zeta - \gamma'_{s_j})}, \quad (34)$$

где

$$\left\{s_j\right\}'_1, \left\{s'_j\right\}'_1 \subset \{v\}_0^n, \quad \left\{s_j\right\}'_1 \cap \left\{s'_j\right\}'_1 = \emptyset \quad (35)$$

1. Это значит, что основное различие заключается в том, что рациональные функции под знаком контурных интегралов (6) и (34) определяются соответственно как

$$R_{n,l}(\zeta) = \prod_{v=0}^n \frac{\zeta - \gamma'_v}{\zeta + \gamma_v} \frac{1}{\prod_{j=1}^r (\zeta - \gamma'_{s_j})} \quad \text{и} \quad R^{*}_{n,l'}(\zeta) = \prod_{\substack{v=0 \\ v \notin \left\{s'_j\right\}'_1}}^n \frac{\zeta - \gamma'_v}{\zeta + \gamma_v} \frac{1}{\prod_{j=1}^r (\zeta - \gamma'_{s_j})} \quad (36)$$

и равны $R^{*}_{n,l'}(\zeta)$, $v \notin \left\{s'_j\right\}'_1$.

2. $\hat{\kappa}_n(l)$ в (6) определяются согласно теореме 1 из равенства (12') и очевидно, что оно зависит только от $\left\{s_j\right\}'_1$, т. е. не зависит от $\left\{\gamma_j\right\}_0^n$ из (6) и $\left\{\gamma_v\right\}_0^n \setminus \left\{s'_j\right\}'_1$ из (34).

Это значит, что есть основание полагать

$$\hat{\kappa}_n(l, l') = \hat{\kappa}_n(l) = \left(\frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{d\zeta}{\prod_{j=1}^r (\zeta + \gamma_{s_j})(\zeta + \gamma'_{s_j})} \right)^{-1}, \quad 0 < \sigma < 1 \quad (12'')$$

Далее, проследив ход доказательства теоремы 2, убеждаемся, что она останется в силе, если определенные в (13) числа $b_{s_j}(l, n)$ заменить на $b_{s_j}^*(l, l', n)$, где

$$b_{s_j}^*(l, l', n) = \hat{\kappa}_n(l) \prod_{\substack{v=0 \\ v \notin \left\{s'_j\right\}'_1 \cup \left\{s_j\right\}'_1}}^n \frac{\zeta - \gamma'_v}{\zeta + \gamma_v} \frac{1}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^r (\zeta + \gamma'_{s_j})} \Bigg|_{\zeta = \gamma'_{s_i}} \quad (13)$$

Ниже приводим аналоги теорем 2-5 на случай второй задачи.

Очевидно, что они доказываются повторением всего хода доказательств теорем 2-5, и поэтому мы ограничимся только их формулировками.

Теорема 2. Для определенного в (34) квазиполинома $\hat{\chi}_n\left(x, \left\{s_j\right\}'_1, \left\{s'_j\right\}'_1\right)$

справедливы равенства

$$\int_0^1 x^{\gamma_k} \hat{\chi}_n\left(x, \left\{s_j\right\}'_1, \left\{s'_j\right\}'_1\right) dx = \begin{cases} 0, & \text{если } k \in \{v\}_0^n \setminus \left\{s_j\right\}'_1 \cup \left\{s'_j\right\}'_1, \\ b_{s_j}^*(l, l', n), & \text{если } k = s_i \in \left\{s_i\right\}'_1, \end{cases} \quad (37)$$

где $\hat{\kappa}_n(l, l') = \hat{\kappa}_n(l)$ и $b_{s_j}^*(l, l', n)$ определены соответственно в (12'') и (13').

Теорема 3'. Определенный в (34) $\hat{\chi}_n\left(x, \{s_j\}_1^l, \{s'_j\}_1^{l'}\right)$, где число $\hat{\kappa}_n(l, l') = \hat{\chi}_n(l)$ определено в (12''), является квазиполиномом из семейства P_n^* (определение 1').

Теорема 4'. Для любого квазиполинома p_n из семейства P_n^* справедливо равенство

$$\int_0^1 p_n(x) \hat{\chi}_n\left(x, \{s_j\}_1^l, \{s'_j\}_1^{l'}\right) dx = \sum_{j=1}^l a_{s_j} b_{s_j}^*(l, l', n),$$

где $b_{s_j}^*(l, l', n)$ определено в (13').

Теорема 5'. Для любого квазиполинома из семейства P_n^* справедливо неравенство

$$\left| \sum_{j=1}^l a_{s_j} b_{s_j}^*(l, l', n) \right| \leq \|P_n^*\| \left\| \hat{\chi}_n\left(x, \{s_j\}_1^l, \{s'_j\}_1^{l'}\right) \right\| \leq 1. \quad (22')$$

Неравенство (22') превращается в равенство, когда

$$P_n^*(x) = \hat{\chi}_n\left(x, \{s_j\}_1^l, \{s'_j\}_1^{l'}\right).$$

Приведем одно следствие теоремы 5', которое обобщает первое следствие и уточняет второе следствие теоремы 5.

Следствие 5' 1. Пусть квазиполином $p_n^*(x) \in P_n^*$, где $a_{s'_1} = a_{s'_2} = \dots = a_{s'_{l'}} = 0$,

тогда для любого $s_i \notin \{s'_j\}_1^{l'}$ справедливо достижимое неравенство

$$\left| a_{s_i} b_{s_i}^*\left(s_i, \{s'_j\}_1^{l'}, n\right) \right| \leq 1,$$

где $b_{s_i}^*\left(l = 1, \{s'_j\}_1^{l'}, n\right)$ определено в (13').

Легко заметить, что при пустоте $\{s'_j\}_1^{l'}$ согласно (22') неравенство (27') совпадает с неравенством (27), поэтому обобщает первое следствие теоремы 5. С другой стороны, неравенство (22) уточняет второе следствие той же теоремы 5, если заменить s_2 из второго следствия теоремы 5 на $s'_1 = \{s'_j\}_1^{l'} = \{s'_j\}_1^1$.

ЕГУ, ЕрПИ

Поступила 21.03.1994

ЛИТЕРАТУРА

1. Markoff A. Sur une question posée par Mendeleeff. - Bull Acad. de Saint-Peterburg, 1890, v. 52, p. 1-24.
2. Bernstein S. Lecons sur les propriétés extremales et la meilleure approximation des fonctions analitiques d'une variable réelle, Paris, Gauthier-Villars, 1926.
3. Schwartz L. Etude des sommes d'exponentielles. Paris, Hermann, 1959.
4. Бадалян Г. В., Едигарян В. М. Обобщение одной задачи Менделеева. - Уч. записки ЕГУ, 1988, № 1(167), с. 3-10.
5. Бадалян Г. В. Квазистепенной ряд и квазианалитические классы функций. М: Наука, 1990.

L'(0.1) ՆՈՐՄԱՅՈՎ ՄՅՈՒՆՑԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՔՎԱԶԻԲԱԶՄԱՆԴԱՄՆԵՐԻ

**ԳՈՐԾԱԿԻՑՆԵՐԻ ՈՐՈՇ
ԳՈՒՄԱՐՆԵՐԻ ԳՆԱՀԱՏԱԿԱՆՆԵՐԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ,**

Ա. մ փ ո փ ո ւ մ

Աշխատանքում $p_n(x) = \sum_{v=0}^n a_v x^{\gamma_v}$ բազմանդամների որոշակի P_n դասերի համար.

որտեղ $0 = \gamma_0 < \gamma_1 < \dots, \gamma_{k+1} - \gamma_k \geq 1$, դրվում և լուծվում է

$$\sup_{p_n \in P_n} \left| \sum_{k=1}^l a_{s_k} b_{s_k}(l, n) \right| \quad (1 \leq l \leq n) \text{ գումարների գնահատման խնդիրը, որտեղ}$$

$\{s_k\}'_1 \subset \{v\}_0^n, b_{s_k}(l, n)$ նախօրոք տրված, սակայն ոչ կամայական թվեր են: Բերվում է

եքստրեմալ բազմանդամի տեսքը:

Ցուց է տրվում կապը դասական խնդիրների հետ:

А. Г. БАГДАСАРЯН

АПРИОРНАЯ ОЦЕНКА ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА РЕГУЛЯРНЫХ ОПЕРАТОРОВ. ЗАДАЧА ТИПА ДИРИХЛЕ

В статье приводится априорная оценка для одного класса регулярных операторов, причем анизотропия оператора не зависит от анизотропии пространства, в котором он рассматривается. Предлагаемая оценка обобщает известные априорные оценки для эллиптических и полуэллиптических операторов.

Настоящая заметка посвящена получению априорной оценки для некоторого класса дифференциальных операторов с постоянными комплексными коэффициентами (содержащего, в частности, однородные эллиптические и обобщенно однородные полуэллиптические операторы), являющегося подклассом регулярных операторов (см. [1]). Причем рассматриваемый дифференциальный оператор действует в пространствах типа Соболева - Лиувилля (см. [2]), отвечающих некоторому вполне правильному многограннику, анизотропия которого не зависит от анизотропии рассматриваемого оператора.

В случае совпадения анизотропий приводимая оценка является обобщением соответствующих априорных оценок для эллиптических полуэллиптических дифференциальных операторов, рассматриваемых в классических (изотропных и анизотропных) пространствах Соболева - Лиувилля.

Будем пользоваться следующими обозначениями: R_n - n -мерное евклидово пространство, Z_n^+ - множество мультииндексов, т. е. векторов с целыми неотрицательными координатами. Если $\xi \in R_n, \alpha \in Z_n^+$, то положим

$$|\alpha| = \sum_{i=1}^n \alpha_i, \quad \xi^\alpha = \prod_{i=1}^n \xi_i^{\alpha_i}, \quad D^\alpha = D_1^{\alpha_1} \cdots D_n^{\alpha_n}.$$

Пусть N - вполне правильный многогранник (см. [3]) с вершинами $\alpha^0, \alpha^1, \dots, \alpha^n, \beta^1, \beta^2, \dots, \beta^N \in Z_n^+$, при этом вершина α^j находится на j -той координатной оси ($j=1, 2, \dots, n$), $\alpha^0 = (0, \dots, 0)$, $\alpha^0 = (0, \dots, 0)$ и вершины β^i ($i = 1, \dots, N$) находятся в $Z_{n-1}^+ \equiv Z_n^+|_{\alpha_n=0}$.

Многогранник N порождает функции

$$v(\xi) = \left(\xi_n^{2d} + \sum_{j=1}^{n-1} \xi^{2\alpha_j} + \sum_{i=1}^N \xi^{2\beta_i} \right)^{1/2}, \quad \mu(\xi) = \left[\left(1 + v^2(\xi) \right)^{\frac{1}{d}} - 1 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad d = |\alpha^n|. \quad (1)$$

Положим далее,

$$v'(\xi') = \left(\sum_{j=1}^{n-1} \xi^{2\alpha_j} + \sum_{i=1}^N \xi^{2\beta_i} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \mu'(\xi') = [v'(\xi')]^{\frac{1}{d}} \quad (2)$$

Рассмотрим наряду с N вполне правильный многогранник M с вершинами $\alpha^0, \delta^1, \delta^2, \dots, \delta^n, \gamma^1, \gamma^2, \dots, \gamma^M; |\gamma^i| = m$, где вершина $\delta^j (j = 1, 2, \dots, n)$ находится на j -той координатной оси и вершины γ^i находятся в $Z_{n-1}^i (i = 1, 2, \dots, M)$.

Аналогично (1), (2) определяются функции $\sigma, \lambda, \sigma', \lambda'$, отвечающие многограннику M .

Рассмотрим дифференциальный оператор $p(D)$ с постоянными комплексными коэффициентами и соответствующий ему многочлен $p(\xi)$:

$$P(D) = \sum_{\alpha \in [M]_m} a_\alpha D^\alpha, \quad P(\xi) = \sum_{\alpha \in [M]_m} a_\alpha \xi^\alpha, \quad \xi \in R_n \quad (3)$$

где M_n - множество некоординатных граней многогранника M .

Определение 1. Оператор $P(D)$ назовем регулярным, если для соответствующего многочлена $P(\xi)$ существует положительное число c такое, что

$$|P(\xi)| \geq c\sigma(\xi) \equiv c \left(\sum_{j=1}^n \xi^{2\delta_j} + \sum_{i=1}^M \xi^{2\gamma_i} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

Из неравенства (4) видно, что для фиксированного $\xi' \in R_{n-1}, \xi' \neq 0$ многочлен от (τ) $P(\xi', \tau)$ не имеет действительных корней.

Пусть $\tau_k^+(\xi'), k = 1, 2, \dots, m^+ \quad (\tau_k^-(\xi'), k = 1, 2, \dots, m^-)$ - корни многочлена $P(\xi', \tau)$ с положительной (отрицательной) минимой частью, причем $m^+ + m^- = m, m^+ \neq 0$.

Предположим, что для многочлена $P(\xi', \tau)$ с некоторыми положительными константами имеют неравенства

$$|\tau_k^\pm(\xi')| \leq c_1 \lambda'(\xi'), \quad |I_m \tau_k^\pm(\xi')| \geq c_2 \lambda'(\xi'), \quad (5)$$

$$|\xi^\alpha D^\alpha \tau_k^\pm(\xi')| \leq c_3 \lambda'(\xi'). \quad (6)$$

где $\alpha_i = 0, 1 \quad (i = 1, \dots, n), |\alpha| \leq n-1, \prod_{i=1}^{n-1} \xi_i \neq 0$.

Условиям (5), (6) удовлетворяют однородные эллиптические и обобщенно однородные полуэллиптические операторы. Нетрудно привести примеры более общих регулярных операторов, удовлетворяющих условиям (5), (6).

Пусть оператор $P(D)$ таков, что соответствующий многочлен $P(\xi)$ имеет вид

$$P(\xi) = P'(\xi') + \xi_n^{2m},$$

где $P'(\xi')$ - регулярный многочлен (в смысле определения 1) с действительными коэффициентами, $\xi' \in R_{n-1}$ и m - натуральное число. Легко убедиться, что условия (5), (6) выполнены.

Определим функциональные пространства типа H, B , в которых рассматриваются дифференциальный оператор и граничные значения.

Определение 2. Пусть $-\infty < s, r < \infty, 1 < p < \infty, S'$ - пространство медленно растущих распределений. Функции μ, λ определены выше. Положим,

$$H_p^{s,r}(\mu, \lambda; R_n) = \left\{ f \in S'; \|f\|_H = \left\| F^{-1} (1 + \mu^2)^{\frac{s}{2}} (1 + \lambda^2)^{\frac{r}{2}} Ff \right\|_{L_p(R_n)} < \infty \right\}$$

Положим далее, $H_p^{s,0}(\mu, \lambda; R_n) \equiv H_p^s(\mu; R_n)$.

Через $H_p^s(\mu; R_n^+)$ обозначим сужение пространства $H_p^s(\mu; R_n)$ на R_n^+ с нормой

$$\|f\| = \inf_{g/R_n^+ = f} \|g\|_{H_p^s(\mu; R_n)}$$

Определение 3. Пусть функция $\mu(\xi)$ определена в (1) и $1 < p < \infty$. Через $\Phi(\mu; R_n)$ обозначим множество систем функций $\{\varphi_k\}_{k=0}^\infty$, обладающих свойствами

а) $\varphi_k \in S(R_n)$, $(F\varphi_k)(\xi) \geq 0$, $k = 0, 1, \dots$;

б) $\text{supp } F\varphi_k \subset \{\xi \in R_n; 2^{k-1} \leq \mu(\xi) \leq 2^{k+1}\}$, $k = 1, 2, \dots$;

$\text{supp } F\varphi_0 \subset \{\xi \in R_n; \mu(\xi) \leq 2\}$;

в) $\sum_{k=0}^{\infty} (F\varphi_k)(\xi) = 1$, $\xi \in R_n$;

г) $\|F\varphi_k\|_{M_p} \leq c$, $k = 1, 2, \dots$; $c > 0$

Здесь S - класс Шварца, M_p - пространство мультиплексоров Фурье типа (p, p) .

В работе [3] приведен пример системы $\{\varphi_k\}_{k=0}^\infty$, удовлетворяющей условиям а) - г).

Определение 4. Пусть $-\infty < s < \infty$, $1 < p, q < \infty$, $\{\varphi_k\}_{k=0}^\infty \in \Phi(\mu; R_n)$

Положим,

$$B_{p,q}^s(\mu; R_n) = \left\{ f \in S'; \|f\|_B = \left(\sum_{k=0}^{\infty} 2^{k \cdot q} \|f * \varphi_k\|_{L_p(R_n)}^q \right)^{\frac{1}{q}} < \infty \right\}$$

Теорема. Пусть $P(D)$ - регулярный дифференциальный оператор с постоянными коэффициентами вида (3) и выполнены условия (5), (6). Пусть далее $1 < p < \infty$, $s = 0, 1, 2, \dots$. Тогда существует число $c > 0$ такое, что для всех

$u \in H_p^{s+m}(\mu; R_n^+)$

$$\begin{aligned} \|u\|_{H_p^{s+m}(\mu; R_n^+)} &\leq c \left(\|P\dot{u}\|_{H_p^{s+m+1-m}(\mu, \lambda; R_n^+)} + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=1}^{m+1} \left\| \frac{\partial^j u(x', 0)}{\partial x_n^j} \right\|_{B_{p,p}^{m+1+s-j-\frac{1}{p}}(\mu'; R_{n-1})} + \|u\|_{H_p^{s+m+1}(\mu; R_n^+)} \right) \end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Никольский С. М. Первая краевая задача для одного линейного уравнения. - ДАН СССР, 1962, т. 146, № 4, с. 767 - 769.
2. Багдасарян А. Г. Об интерполяции и следах функций из некоторых анизотропных функциональных пространств. - Изв. АН Арм. ССР, сер. мат., 1988, т. 23, № 4, 353 - 365.
3. Михайлов В. П. О поведении на бесконечности одного класса многочленов. - Тр. МИАН СССР, 1967 т. 91, с. 59 - 81.

Ա. Գ. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ

ԱՊՐԻՈՐԻԱԿԱՆ ԳՆԱՀԱՏԱԿԱՆ ՌԵԳՈՒԼՅԱՐ ՕՊԵՐԱՏՈՐՆԵՐԻ ՈՐՈՇ ԴԱԽԻ ՀԱՄԱՐ:ԴԻՐԻԽԼԵՒ ԽՆԴԻՐ

Ա. Ճ Վ Ի Փ Ո Ւ Մ

Հողվածում բերվում է ապրիորիական գնահատական ռեզուլյար օպերատորների որոշ դասի համար, ընդ որում դիֆերենցիալ օպերատորի անիզոտրոպությունը կախված չէ տարածության անիզոտրոպությունից, որում այն դիտարկվում է:

Դիրիխլեի խնդրի լուծումների ներկայացվող գնահատականը ընդհանրացնում է էլիպտիկ և կիսաէլիպտիկ օպերատորների համար համապատասխան գնահատական-ները:

. Математика

УДК 513.83

П.С. ГЕВОРКЯН

МАЖОРАНТЫ В КЛАССАХ СЛАБО-ЭКВИВАЛЕНТНЫХ *G*-ПОДВИЖНЫХ КОМПАКТОВ

Решается задача о существовании *G*-шнейповых мажорант для *G*-подвижных компактов, где *G*-компактная группа со счетной базой.

Вопрос о существовании шнейповых мажорант для подвижных компактов, поставленный Борсуком и Голштинским [1, проблема 6.6], был решен положительно Спижем [2]. Для любых компактов это не верно [1]. В настоящей статье этот вопрос решается для метризуемых *G*-пространств, где *G* - компактная группа со счетной базой.

Определение 1. *G*-пространство *Y* называется мажорантой для класса *G*-пространств *K*, если $sh_G X \leq sh_G Y$ для любого *G*-пространства *X* из *K*.

Определение 2. *G*-пространства *X* и *Y* назовем слабоэквивалентными, если существуют *G* - шнейповы морфизмы как из *X* в *Y*, так и из *Y* в *X*.

Класс слабой эквивалентности *G*-пространства *X* обозначим через *W(X)*.

Легко доказать

Предложение 1. Все *G*-пространства с неподвижными точками составляют в точности один класс слабой эквивалентности.

Предложение 2. Если для класса *G*-пространств *K* имеется мажоранта, то все *G*-пространства этого класса попарно слабо-эквивалентны.

Из этих предложений следует

Теорема 1. Если *G* нетривиальная группа, то в классе всех *G*-подвижных компактов нет мажорант.

Определение 3. Обратную последовательность *G*-пространств $\{X_k, \rho_{k,l}\}$ назовем канонической, если для любого $k \in N$ найдется такое эквивариантное отображение $r^{k,k+1}: X_k \rightarrow X_{k+1}$, что $\rho_{j,k+1} \circ r^{k,k+1} \underset{G}{\approx} \rho_{j,k}$, $1 \leq j < k$.

Предложение 3. Компактное метризуемое *G*-пространство *X* - подвижно тогда и только тогда, когда существует *G*-ассоциированная с *X* каноническая обратная *G*-*ANR* - последовательность.

Доказательство. Достаточность доказывается просто. Докажем необходимость условия. Пусть $ass_G X = \{X_k, \rho_{k,l}\}$ - *G*-подвижная *G*-*ANR*-последовательность. Для $k=1$ существует такое число $k_1, k_1 > 1$, которое удовлетворяет условию *G*-подвижности последовательности $\{X_k, \rho_{k,l}\}$. Далее, с помощью индукции для числа $k = k_i$ выбираем такое число $k_{i+1}, k_{i+1} > k_i$, что для любого другого числа $l, l > k_{i+1}$ существует эквивариантное отображение $r^{k_{i+1},l}: X_{k_{i+1}} \rightarrow X_l$ такое, что

$$\rho_{k_{i+1}} \circ r^{k_{i+1},l} \underset{G}{\approx} \rho_{k_i, k_{i+1}}.$$

Последовательность $\{X_{k_i}, \rho_{k_i, k_{i+1}}, i \geq 1\}$ канонична, и очевидно

$$ass_G X = \{X_{k_i}, \rho_{k_i, k_{i+1}}, i \geq 1\}.$$

Лемма 1. Пусть X - компактное метризуемое G -подвижное пространство. Существует такая G -ассоциированная с X обратная G -ANR-последовательность $\{X_k, \rho_{k,i}\}$, что $X_k \in W(X)$ для любого $k \in N$.

Доказательство. Пусть $\{X_k, \rho_{k,i}\}$ - G -ассоциированная с X каноническая G -ANR-последовательность (предложение 3). Докажем, что для любого $k \in N$ существует G -шнейповский морфизм $f: X_k \rightarrow X$.

Искомое $f = \{f_i, \varphi\}: X_k \rightarrow \{X_i, \rho_{i,j}, i \geq k\}$ определим формулами:

$\varphi(i) = k$; $f_i = \rho_{i,i+1} \circ r^{k,i+1}$, где $r^{k,i+1} = r^{k,i+1} \circ \dots \circ r^{k,k+1}$, а $r^{j,j+1}$ - эквивариантные отображения, фигурирующие в определении 3.

Лемма 2. Пусть G - компактная группа со счетной базой. Тогда существует такая счетная система M компактных G -ANR пространств, что любое компактное G -пространство $X \in K$ можно представить в виде предела обратной G -ANR-последовательности $\{X_k, \rho_{k,k+1}\}$, где каждое $X_k \in M$.

Доказательство последней леммы можно найти в работе [3].

Лемма 3. Пусть G - компактная группа со счетной базой. Тогда для любого класса G -подвижных попарно слабо-эквивалентных компактов имеется такая счетная система P компактных G -ANR - пространств из того же класса K , что любое G -пространство $X \in K$ можно представить в виде предела обратной G -ANR - последовательности $\{X_k, \rho_{k,k+1}\}$, где каждое $X_k \in P$.

Доказательство. Пусть M - счетная система, удовлетворяющая условию леммы 2, а $X \in K$. Тогда $X = \lim_{\leftarrow} \{X_k, \rho_{k,k+1}\}$, где $X_k \in M$ для $\forall k \in N$. Так как X G -подвижно, то согласно лемме 1 из обратной G -ANR-последовательности $\{X_k, \rho_{k,k+1}\}$ можно выбрать такую последовательность P_x , все пространства которой принадлежат классу $W(X) = K$. Положим $\tilde{P} = U\{P_x; X \in K\}$. Если из семейства \tilde{P} исключить все повторяющиеся объекты, то получим систему P , которая является подсистемой счетной системы M , а сама, стало быть, является счетной.

Лемма 4. (Аналог теоремы Брауна [4]). Пусть для обратной G -последовательности $\{X_k, \rho_{k,k+1}\}$ из компактов существуют такие семейства Q_k эквивариантных отображений из X_{k+1} в X_k , что для любого $\varepsilon > 0$ в Q_k найдется такое q , что $d(\rho_{k,k+1}, q) < \varepsilon$. Тогда имеется такая последовательность $\{q_{k,k+1}\}, q_{k,k+1} \in Q_k$, что $\lim_{\leftarrow} \{X_k, \rho_{k,k+1}\} = \lim_{\leftarrow} \{X_k, q_{k,k+1}\}$.

Доказательство. Требуемый эквивариантный гомеоморфизм $h: X = \lim_{\leftarrow} \{X_k, \rho_{k,k+1}\} \rightarrow \{X_k, q_{k,k+1}\}$ задается следующим образом:

$h(x) = (h_1(x), h_2(x), \dots)$, где $h_k = \lim_n q_{k,n} \circ \rho_{n,1}$. То, что таким образом определен-

ное отображение h является гомеоморфизмом, доказано Брауном [4]. Остается заметить, что оно будет и эквивариантным. А это следует из определения отображений h_k , $k \in N$.

Пусть K - некоторый класс G -подвижных попарно слабо-эквивалентных компактов, а $P = \{p_1, p_2, \dots\}$ - счетная система компактных G -ANR-пространств, удовлетворяющая утверждению леммы 3. Для произвольной пары (i, j) натуральных чисел рассмотрим множество $C_G(p_j, p_i)$ всех эквивариантных отображений из p_j в p_i . Очевидно, что $C_G(p_j, p_i) \neq \emptyset$ и является сепарабельным пространством (с компактно-открытой топологией). В пространстве $C_G(p_j, p_i)$ рассмотрим счетное всюду плотное подмножество $\Phi_{i,j} = \{\varphi_{i,j}^1, \varphi_{i,j}^2, \dots\}$. Не теряя общности, можно предполагать, что для любого $n \in N$ подпоследовательность $\{\varphi_{i,j}^n, \varphi_{i,j}^{n+1}, \dots\}$ тоже всюду плотна в пространстве $C_G(p_j, p_i)$.

Лемма 5. Пусть G - компактная группа со счетной базой. Тогда для любого G -пространства $X \in K$ существуют такие последовательности (n_1, n_2, \dots) и (m_1, m_2, \dots) натуральных чисел, что X эквиморфно пределу обратной G -ANR-последовательности $\{P_{n_k}, \varphi_{n_k, n_{k+1}}^{m_k}\}$, где $P_{n_k} \in P$, $\varphi_{n_k, n_{k+1}}^{m_k} \in C_G(P_{n_{k+1}}, P_{n_k})$ и для любого $k \in N$ $m_k \geq n_k$; $m_k \geq n_{k+1}$; $m_{k+1} \geq m_k + 2$.

Доказательство. Пусть $X \in K$. В силу леммы 3 $X = \lim_{\leftarrow} \{X_k, \rho_{k,k+1}\}$, где $X_k \in P = \{p_1, p_2, \dots\}$. Пусть (n_1, n_2, \dots) - такая последовательность натуральных чисел, что $X_k \in P_{n_k}$ для $\forall k \in N$. Согласно лемме 4 отображения $\rho_{k,k+1}: P_{n_{k+1}} \rightarrow p_{n_k}$ можно заменить "блужданиями" им отображениями $\varphi_{n_k, n_{k+1}}^{m_k}$ таким образом, что $\lim_{\leftarrow} \{P_{n_k}, \varphi_{n_k, n_{k+1}}^{m_k}\} \equiv_{\bar{G}} X$. Причем, можно добиться того, чтобы последовательность (m_1, m_2, \dots) удовлетворяла требуемым условиям. Для этого достаточно на каждом шагу отображение $\varphi_{n_k, n_{k+1}}^{m_k}$ выбрать из семейства $\{\varphi'_{n_k, n_{k+1}}, \varphi'^{l+1}_{n_k, n_{k+1}}, \dots\}$, где $l = \max\{n_k, n_{k+1} + 2\}$, а $k \geq 2$. При $k=1$ следует взять $l = \max\{n_k, n_{k+1}\}$.

Лемма 6. Пусть K - некоторый класс G -подвижных попарно слабо-эквивалентных компактов, где G - компактная группа со счетной базой. Тогда существует такая обратная G -ANR-последовательность $\{Y_k, q_{k,k+1}\}$, что

а) Y_k - некоторое дизъюнктное объединение первых k элементов семейства $P = \{p_1, p_2, \dots\}$, удовлетворяющего условиям леммы;

б) $q_{k,k+1}$ - эквивариантные ретракции;

в) каждое X из K является обратным пределом такой G -ANR-последовательности $\{X_k, \rho_{k,k+1}\}$, что $X_k = P_i \subset Y_k$ для некоторого $i \leq k$ и $\rho_{k,k+1} = q_{k,k+1} / X_{k+1}$ для любого $k \in N$.

Доказательство. Пусть $P = \{p_1, p_2, \dots\}$ - последовательность G -ANR-компактов, удовлетворяющая условиям леммы 3. Положим $Y_1 = P_1$. Для построения Y_2 рассмотрим эквивариантные отображения $i: p_1 \rightarrow p_1$; $\varphi_{1,1}^1: p_1 \rightarrow p_1$; $\varphi_{1,2}^1: p_2 \rightarrow p_1$, где $\varphi_{1,1}^1$ и $\varphi_{1,2}^1$ - первые элементы последовательностей $\Phi_{1,1}$ и $\Phi_{1,2}$ соответственно.

но, а i - тождественное отображение. Положим $Y_2 = P_1 \cup P_1 \cup P_2$, а $q_{1,2} = i \cup \varphi_{1,1}^1 \cup \varphi_{1,2}^1$. Далее, с помощью индукции построим G -пространство Y_n следующим образом: каждому G -пространству $P_i \in Y_{n-1}$ сопоставим G -пространство $Y_n(P_i) = P_i \cup \bigcup_1^n P_k$ и определим эквивариантное отображение $\tilde{\varphi}_i^{n-1}: Y_n(P_i) \rightarrow P_i$ приняв $\tilde{\varphi}_i^{n-1}|_{P_i} = i$ и $\tilde{\varphi}_i^{n-1}|_{P_k} = \varphi_{i,k}^{n-1}$. Теперь положим $Y_n = \bigcup \{Y_n(P_i); P_i \in Y_{n-1}\}$, а $q_{n-1,n}|_{Y_n(P_i)} = \tilde{\varphi}_i^{n-1}$. Утверждения а) и в) непосредственно следуют из построения последовательности $\{Y_n, q_{n,n+1}\}$. Докажем условие в). Пусть $X \in K$. В силу леммы 5 $X = \lim_{\leftarrow} \{P_{n_k}, \varphi_{n_k, n_{k+1}}^{m_k}\}$. Рассмотрим G -ANR-последовательность $\{X_k, \rho_{k,k+1}\}$, где $X_k = P_{n_k}$, $m_{i-1} < k < m_i$ ($i \in N, m_0 = 1$), а $\rho_{k,k+1} = \begin{cases} \varphi_{n_i, n_{i+1}}^{m_i}; & k = m_i, \\ i & ; k \neq m_i \end{cases}$. Очевидно, что $X_k \subset Y_k$ и $\rho_{k,k+1} = q_{k,k+1}|_{X_k}$ для $k \in N$.

Теорема 2. Пусть G - компактная группа со счетной базой. Тогда в любом классе слабо-эквивалентных G -подвижных компактов существует мажоранта.

Доказательство. Пусть K - некоторый класс слабо-эквивалентных G -подвижных компактов, а $\{Y_k, q_{k,k+1}\}$ - обратная G -ANR-последовательность, удовлетворяющая утверждениям а) - в) леммы 6. G -пространство $Y = \lim_{\leftarrow} \{Y_k, q_{k,k+1}\}$ подвижно в силу б) леммы. Докажем, что Y - мажоранта в классе K . Пусть $X \in K$. Пользуясь леммой 6 (в), представим $X = \lim_{\leftarrow} \{X_k, \rho_{k,k+1}\}$. Обратные G -ANR - последовательности $\{X_k, \rho_{k,k+1}\}$ и $\{Y_k, q_{k,k+1}\}$ удовлетворяют всем условиям леммы С из работы [3]. В силу этой леммы $sh_G X \leq sh_G Y$.

Следствие 1. Пусть G - компактная группа со счетной базой. Тогда в классе всех G -подвижных компактов с неподвижными точками существует мажоранта.

Насорно - Карабахский гос. университет

Поступила 11.07.1994

ЛИТЕРАТУРА

1. Borsuk K., Holsztynski W. Concerning the ordering of shapes of compacta. - Fund. Math., 1970, v. 68, p. 107 - 115.
2. Splez S. A majorant for the family of all movable shapes. - Bull. Acad. polon. Sci., 1973, v. 21, p. 615 - 620.
3. Геворкян П. С. Мажоранты для G -подвижных компактов. - УМН., 1989, т. 44, вып. 1, с. 191 - 192.
4. Brown M. Some applications of an approximation theorem for inverse limits. - Proc. AMS, 1960, v. 11, p. 478 - 483.

Պ. Ս. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

ՄԱԺՈՐԱՆՑՆԵՐԸ ԹՈՒՅՑ-ՀԱՄԱՐԺԵՔ G -ԾԱՐԺՈՒՆ ԿՈՄՊԱԿՏՆԵՐԻ ԴԱՍԻՒՄ

Ա. Մ Փ Ո Ւ Խ

Լուծվում է G -շարժունակության համար G -շելպային մաժորանտների գոյության խնդիրը, որտեղ G - ն բաշվելի բազայով կոմպակտ խումբ է:

С.С. ДАВИДОВ

КОММУТАТИВНЫЕ ДИСТРИБУТИВНЫЕ АЛГЕБРЫ С ДЕЛИМОЙ ОПЕРАЦИЕЙ

В монографии [1] описываются q -алгебры с нетривиальными сверхтождествами дистрибутивности. Бинарная алгебра $\langle Q, \Sigma \rangle$ называется q -алгеброй, если в Σ существует обратимая операция. В настоящей работе аналогичный результат доказывается для подпримо-неразложимых алгебр $\langle Q; \Sigma \rangle$ с делимой операцией.

Определение 1. Алгебра $\langle Q; \Sigma \rangle$ называется \forall -сократимой (лево-сократимой), если из $X(x, a) = X(x, b)$ для каждого $X \in \Sigma$ следует $a = b$ (из $X(x, a) = X(x, b)$ следует $a = b$). Алгебра называется \forall -сократимой (сократимой), если она лево- и право- \forall -сократима (лево- и право- сократима).

Очевидно, что каждая сократимая алгебра является \forall -сократимой.

Предложение 1. В каждой дистрибутивной идемпотентной алгебре выполняются сверхтождества

- (i) $X[x, Y(y, x)] = Y[X(x, y), x];$
- (ii) $X[Y(x, x), Y(y, z)] = X[x, Y(y, z)] = Y[X(x, y), X(x, z)];$
- (iii) $X[Y(y, z), x] = X[Y(y, z), Y(x, x)] = Y[X(y, x), X(z, x)].$

Доказательство. Очевидно.

Предложение 2. Дистрибутивная сократимая (\forall -сократимая) алгебра идемпотентна.

Доказательство. $X[x, X(x, x)] = X[X(x, x), X(x, x)]$ для любого $X \in \Sigma$, поэтому $X(x, x) = x$ для любого $X \in \Sigma$.

Предложение 3. Дистрибутивная алгебра $\langle Q; \Sigma \rangle$ с сократимой операцией $A \in \Sigma$ удовлетворяет равенству

$$X[A(x, y), A(z, x)] = A[X(x, z), X(y, x)] \quad (1)$$

для любого $X \in \Sigma$ и любых $x, y, z \in Q$.

Доказательство. Так как A сократимая операция, то она идемпотентна и для любого $X \in \Sigma$ будет удовлетворять равенству

$$A[X(x, z), x] = X[x, A(z, x)] \quad (2)$$

$$(A[X(x, z), x] = X[A(x, x), A(z, x)] = X[x, A(z, x)])$$

Далее,

$$\begin{aligned}
X[A(x, y), A(z, x)] &= A\{X[A(x, y), z], X[A(x, y), x]\} = \\
X\{A\{X[A(x, y), z], A(x, y)\}, A\{X[A(x, y), z], x\}\} &= \\
X\{X\{A(x, y), A[z, A(x, y)]\}, A\{X[A(x, y), z], x\}\} &= \\
X\{X\{A(x, y), A[z, A(x, y)]\}, X\{A[A(x, y), x], A(z, x)\}\} &= \\
X\{X\{A(x, y), A[A(z, x), A(z, y)]\}, A\{X[A(x, y), A(z, x)], X[x, A(z, x)]\}\} &= \\
X\{A\{X[A(x, y), A(z, x)], X[A(x, y), A(z, y)]\}, A\{X[A(x, y), A(z, x)], A[X(x, z), x]\}\} &= \\
X\{A\{X[A(x, y), A(z, x)], A[X(x, z), y]\}, A\{X[A(x, y), A(z, x)], A[X(x, z), x]\}\} &= \\
A\{X[A(x, y), A(z, x)], X\{A[X(x, z), y], A[X(x, z), x]\}\} &= \\
A\{X[A(x, y), A(z, x)], A[X(x, z), X(y, x)]\}.
\end{aligned}$$

Таким образом

$$X[A(x, y), A(z, x)] = A\{X[A(x, y), A(z, x)], A[X(x, z), X(y, x)]\}, \quad (3)$$

и поскольку A идемпотентная операция, то

$$X[A(x, y), A(z, x)] = A\{X[A(x, y), A(z, x)], X[A(x, y), A(z, x)]\}, \quad (4)$$

поэтому

$$\begin{aligned}
A\{X[A(x, y), A(z, x)], A[X(x, z), X(y, x)]\} &= \\
= A\{X[A(x, y), A(z, x)], X[A(x, y), A(z, x)]\}.
\end{aligned} \quad (5)$$

после сокращения получим

$$A[X(x, z), X(y, x)] = X[A(x, y), A(z, x)].$$

Следствие 1. Каждая сократимая дистрибутивная алгебра удовлетворяет сверхтождеству

$$X[Y(x, y), Y(z, x)] = Y[X(x, z), X(y, x)]. \quad (6)$$

Следствие 2. Каждая дистрибутивная \forall -сократимая алгебра $\langle Q; \Sigma \rangle$ удовлетворяет сверхтождеству (6).

Доказательство. Согласно предложению 2 алгебра $\langle Q; \Sigma \rangle$ будет идемпотентной, и в ней будут выполняться равенства (3), (4), (5) для всех $X, A \in \Sigma$, поэтому после сокращения получим (6).

Предложение 4. Каждая идемпотентная триабелевая алгебра - дистрибутивна. Доказательство. ([2], предложение 7).

Определение 2. Если $\langle Q; \Sigma \rangle$ - алгебра, $M \subseteq Q$, то через $S(M)$ обозначим подалгебру $\langle Q; \Sigma \rangle$, порожденную подмножеством M .

Теорема 1. Пусть $\langle Q; \Sigma \rangle$ дистрибутивная алгебра $M \subseteq Q, M \neq \emptyset$, и в $\langle Q; \Sigma \rangle$ выполняется котождество $X[Y(x_1, x_2), Y(x_3, x_4)] = Y[X(x_1, x_3), X(x_2, x_4)]$ для всех $x_1, x_2, x_3, x_4 \in M$. Тогда подалгебра $S(M)$ абелева.

Доказательство. [2, лемма 2].

Следствие 3. Пусть $\langle Q; \Sigma \rangle$ - дистрибутивная идемпотентная алгебра и $a, b, c \in Q$. Тогда $S(a, b, c)$ абелева тогда и только тогда, когда

$$X[Y(a, b), Y(c, a)] = Y[X(a, c), X(b, a)], X[Y(b, a), Y(c, b)] =$$

$$Y[X(b, c), X(a, b)], X[Y(c, a), Y(b, c)] = Y[X(c, b), X(a, c)]$$

для всех $X, Y \in \Sigma$.

Доказательство. Если $S(a, b, c)$ абелева, то ясно, что выполняются требуемые равенства. Обратно, пусть $x_1, x_2, x_3 \in \{a, b, c\}$. Нужно показать, что

$$X[Y(x_1, x_2), Y(x_3, x_4)] = Y[X(x_1, x_3), X(x_2, x_4)].$$

Если $x_2 = x_3$, доказывать нечего. Если $x_1 = x_4$, то утверждение следует из условия. В остальных случаях надо использовать предложение 1(ii,iii).

Теорема 2. Каждая дистрибутивная \forall -сократимая (сократимая) алгебра триабелева.

Доказательство. Согласно предложению 2 алгебра $\langle Q; \Sigma \rangle$ идемпотентна. Нужно показать, что для любых $a, b, c \in Q, S(a, b, c)$ -абелева подалгебра. Согласно следствию 2 $\langle Q; \Sigma \rangle$ удовлетворяет сверхтождеству (6), и поэтому согласно следствию 3 получим, что $S(a, b, c)$ абелева.

Следствие 4. Следующие условия эквивалентны для \forall -сократимой (сократимой) идемпотентной алгебры:

(i) $\langle Q; \Sigma \rangle$ - триабелева;

(ii) $\langle Q; \Sigma \rangle$ - дистрибутивна.

Доказательство. Следует из предложения 4 и теоремы 2.

Лемма 1. Пусть I - идеал алгебры $\langle Q; \Sigma \rangle$. Определим отношение r на $\langle Q; \Sigma \rangle$ следующим образом: $arb \Leftrightarrow a, b \in I$ или $a=b$. Тогда r - конгруэнция $\langle Q; \Sigma \rangle$.

Пусть

$$K(a, b) = \{x \in Q | X(a, x) = X(b, x), \forall x \in \Sigma\}.$$

Лемма 2. Пусть $\langle Q; \Sigma \rangle$ - коммутативная дистрибутивная алгебра и $K(a, b) \neq \emptyset$. Тогда $K(a, b)$ - идеал.

Доказательство. Пусть $c \in K(a, b)$ и $d \in Q$; надо показать, что $X(d, c) \in K(a, b)$ для любого $X \in \Sigma$. Имеем

$$\begin{aligned} X[a, Y(a, c)] &= X[a, Y(b, c)] = Y[X(a, b), X(a, c)] = \\ &= Y[X(b, a), X(b, c)] = X[b, Y(a, c)] = X[b, Y(b, c)], \end{aligned}$$

таким образом для любых $X, Y \in \Sigma$ имеем

$$X[a, Y(a, c)] = X[b, Y(b, c)]. \quad (7)$$

Далее,

$$\begin{aligned} Y[a, X(d, c)] &= X[Y(a, d), Y(a, c)] = Y\{X[a, Y(a, c)], X[d, Y(a, c)]\} = \\ &= Y\{X[b, Y(b, c)], X[d, Y(b, c)]\} = X[Y(b, d), Y(b, c)] = Y[b, X(d, c)]. \end{aligned}$$

Предложение 5. Пусть $\langle Q; \Sigma \rangle$ - подпрямо неразложимая коммутативная идемпотентная дистрибутивная алгебра. Тогда одно из следующих условий имеет место:

(i) $\langle Q; \Sigma \rangle$ \forall -сократимая алгебра;

(ii) $\langle Q; \Sigma \rangle$ содержит ноль z такой, что $H = \{a \in G / a \neq z\}$ подалгебра $\langle Q; \Sigma \rangle$ и $\langle H; \Sigma \rangle \forall$ -сократимая алгебра.

Доказательство. Мы можем предположить, что $\langle Q; \Sigma \rangle$ содержит, по крайней мере, два элемента. Тогда имеются $a, b \in Q$ такие, что $a \neq b$ и atb ($t = t_G$ - пересечение всех нетривиальных конгруэнций $\langle Q; \Sigma \rangle$, $t_G \neq \Delta_G$, так как $\langle Q; \Sigma \rangle$ подпримо неразложима). Предположим сначала, что $K = K(a, b) \neq \emptyset$. Согласно лемме 2 K - идеал. Если K содержит, по крайней мере, два элемента, то $r \neq \Delta_G$, где r - конгруэнция, соответствующая K в смысле леммы 1 (т.е. $crd \Leftrightarrow c = d$, или $c, d \in K$). В этом случае мы имеем $t \subseteq r$ (т.к. t - пересечение всех конгруэнций), $a, b \in K$ (т.к. $atb \Rightarrow arb \Rightarrow a, b \in K$), $a=b$ (т.к. $a, b \in K(a, b) \Rightarrow a=X(a, a)=X(b, a)=X(b, b)=b$), что есть противоречие. Следовательно, $K = \{z\}$ - одноэлементное множество и, т.к. K - идеал, то z будет нулем $\langle Q; \Sigma \rangle$. Пусть $c \in Q$, $c \neq z$, $X \in \Sigma$. Тогда $L_{c,x}$ - эндоморфизм

$$\langle Q; \Sigma \rangle \text{ (т.к.) } L_{c,x}[Y(x, y)] = X[c, Y(x, y)] = Y[X(c, x), X(c, y)] = Y[L_{c,x}(x), L_{c,x}(y)].$$

Предположим, что $L_{c,x}$ для всех $X \in \Sigma$ не являются инъекциями. Тогда можно определить конгруэнцию s следующим образом: $usv \Leftrightarrow L_{c,x}(u) = L_{c,x}(v)$, $\forall X \in \Sigma$. Покажем, что это конгруэнция, т. е. если $x \sim y, usv$, то $Y(x, u)sY(y, v)$ или $L_{c,x}[Y(x, u)] = L_{c,x}[Y(y, v)]$ для всех $X \in \Sigma$. Действительно,

$$\begin{aligned} L_{c,x}[Y(x, u)] &= X[c, Y(x, u)] = Y[X(c, x), X(c, u)] = \\ &= Y[X(c, y), X(c, v)] = X[c, Y(y, v)] = L_{c,x}[Y(y, v)], \end{aligned}$$

т. к. это верно для любых $X, Y \in \Sigma$, то s будет конгруэнцией. Причем s нетривиальна, т. к. все $L_{c,x}$ для $X \in \Sigma$ не являются инъекциями, поэтому $t \subseteq s \Rightarrow atb \Rightarrow asb$, т. е. $L_{c,x}(a) = L_{c,x}(b)$ для всех $X \in \Sigma$. Поэтому $X(c, a) = X(c, b)$ для всех $X \in \Sigma$, т. е. $c \in K(a, b)$ и $c=z$, что есть противоречие. Следовательно, хотя бы одно из отображений $L_{c,x}$ - инъекция, напр., пусть $L_{c,A}$ для $A \in \Sigma$ - инъекция. Тогда из соотношений $X(c, x) = X(c, y)$ для всех $X \in \Sigma$ следует, что $A(c, x) = A(c, y)$ или $L_{c,A}(x) = L_{c,A}(y)$, и т. к. $L_{c,A}$ - инъекция, то $x=y$. Таким образом получаем \forall -сократимость алгебры $\langle Q \setminus \{z\}, \Sigma \rangle$. Если же $K = \emptyset$, то, повторяя предыдущие рассуждения, начиная с определения s , мы получим \forall -сократимость алгебры $\langle Q; \Sigma \rangle$.

Имеет место следующая теорема (Т. Керка [3], Theorem 2.6).

Теорема 3. Следующие условия эквивалентны для группоида $Q(A)$:

(i). $Q(A)$ - дистрибутивный делимый группоид;

(ii). Существует коммутативная лупа Муфанг $Q(\circ)$, и ее сюръективные эндоморфизмы f_A, g_A такие, что $f_A(a) \circ g_A(a) = a$, $a \circ f_A(a) \in N(Q(\circ))$ (ядро лупы $Q(\circ)$) и $A(a, b) = f_A(a) \circ g_A(b)$ для всех $a, b \in Q$.

Из доказательства этой теоремы нам понадобятся следующие соотношения:

$$A(x, y) = R_A x \circ L_A y, \quad x \circ y = A(h_A x, k_A y),$$

где $R_A x = R_{A,j}(x) = A(x, j)$, $L_A x = L_{A,j}(x) = A(j, x)$, j - фиксированный элемент Q , являющийся единицей лупы $Q(\circ)$. Так как R_A, L_A сюръекции, то существуют отображения $h_A, k_A: Q \rightarrow Q$ такие, что $R_A h_A = 1 = L_A k_A$ и $h_A(j) = j = k_A(j)$. Далее, обозначим $R_{x,j} = R_x, L_{x,j} = L_x$ для любого $X \in \Sigma$.

Предложение 6. Каждая дистрибутивная алгебра с одной делимой операцией A идемпотента.

Доказательство. Согласно дистрибутивности имеем

$$X[x, A(y, z)] = A[X(x, y), X(x, z)].$$

Возьмем $y=x$, получим $X[x, A(x, z)] = A[X(x, x), X(x, z)]$.

Далее, $X[x, A(x, z)] = X[A(x, x), A(x, z)] = A[x, X(x, z)]$, поэтому

$$A[x, X(x, z)] = A[X(x, x), X(x, z)].$$

Согласно теореме 3 имеем $R_A x \circ L_A X(x, z) = R_A X(x, x) \circ L_A X(x, z)$,

т. е. $R_A x = R_A X(x, x)$.

С другой стороны, имеем

$$A[X(x, y), z] = X[A(x, z), A(y, z)],$$

$$R_A X(x, y) \circ L_A z = X[R_A x \circ L_A z, R_A y \circ L_A z].$$

возвьмем $z=j$, получим

$$R_A X(x, y) = X(R_A x, R_A y).$$

Поэтому согласно (8) получим

$$R_A x = X(R_A x, R_A x),$$

и так как R_A - сюръекция, то вместо $R_A x$ можем взять x , будем иметь $x = X(x, x)$.

Лемма 3. Пусть $\langle Q; \Sigma \rangle$ - дистрибутивная алгебра с одной делимой операцией, тогда $R_X R_Y = R_Y R_X$, $L_X L_Y = L_Y L_X$, $R_X L_Y = L_Y R_X$ для любых $X, Y \in \Sigma$.

Доказательство. Согласно предложению 6 каждая операция $X \in \Sigma$ идемпотентна, поэтому

$$R_X R_Y x = X[Y(x, j), j] = Y[X(x, j), X(j, j)] = Y[X(x, j), j] = R_Y R_X x;$$

$$L_X L_Y x = X[j, Y(j, x)] = Y[X(j, j), X(j, x)] = Y[j, X(j, x)] = L_Y L_X x;$$

$$R_X L_Y x = X[Y(j, x), j] = Y[X(j, j), X(x, j)] = Y[j, X(x, j)] = L_Y R_X x.$$

Лемма 4. Пусть $\langle Q; \Sigma \rangle$ - дистрибутивная алгебра с одной делимой операцией $A \in \Sigma$, тогда соответствующая этой операции коммутативная лупа Муфанг $Q(\circ)$ удовлетворяет равенствам $R_X(x \circ y) = R_X x \circ R_X y$, $L_X(x \circ y) = L_X x \circ L_X y$ для всех $x, y \in Q$, $X \in \Sigma$.

Доказательство. $R_X(x \circ y) = X[A(h_A x, k_A y), j] = A[X(h_A x, j), X(k_A y, j)] =$

$$A[R_X h_A x, R_X k_A y] = R_A R_X h_A x \circ L_A R_X k_A y = R_X R_A h_A x \circ R_X L_A k_A y = R_X x \circ R_X y.$$

$$L_Y(x \circ y) = X[j, A(h_A x, k_A y)] = A[X(j, h_A x), X(j, k_A y)] = A[L_A h_A x, L_A k_A y] =$$

$$= R_A L_A h_A x \circ L_A L_A k_A y = L_A R_A h_A x \circ L_A L_A k_A y = L_A x \circ L_A y.$$

Предложение 7. Пусть $\langle Q; \Sigma \rangle$ - дистрибутивная алгебра с одной делимой операцией $A \in \Sigma$, удовлетворяющая равенству $X[A(x, y), A(z, x)] = A[X(x, z), X(y, x)]$ для любого $X \in \Sigma$ и любых $x, y, z \in Q$. Тогда все операции $X \in \Sigma$ связаны с коммутативной лупой Муфанг $Q(\circ)$, соответствующей операции A , следующим образом: $X(x, y) = R_X x \circ L_X y$.

Доказательство. Возьмем в равенстве

$$X[A(x, y), A(z, x)] = A[X(x, z), X(y, x)], \quad (9)$$

$x=j$. получим

$$\begin{aligned} X[A(j, y), A(z, j)] &= A[X(j, z), X(y, j)], \\ X[L_A y, R_A z] &= R_A X(j, z) \circ L_A X(y, j), \\ X(L_A y, R_A z) &= R_A L_X z \circ L_A R_X y, \\ X(L_A y, R_A z) &= R_X L_A y \circ L_X R_A z, \end{aligned}$$

т. к. R_A, L_A - сюръекции, то мы можем взять вместо $R_A z, L_A y$ соответственно z, y . Получим $X(x, y) = R_X y \circ L_X z$.

Лемма 5. В дистрибутивной алгебре $\langle Q; \Sigma \rangle$ с делимой операцией $A \in \Sigma$, удовлетворяющей равенству (9), выполняются равенства

$$R_X Y(x, y) = Y(R_X x, R_X y), \quad L_X Y(x, y) = Y(L_X x, L_X y)$$

для всех $X, Y \in \Sigma$ и $x, y \in Q$.

Доказательство.

$$R_X Y(x, y) = R_X (R_Y x \circ L_Y y) = R_X R_Y x \circ R_X L_Y y = R_Y R_X x \circ L_Y R_X y = Y(R_X x, R_X y);$$

$$L_X Y(x, y) = L_X (R_Y x \circ L_Y y) = L_X R_Y x \circ L_X L_Y y = R_Y L_X x \circ L_Y L_X y = Y(L_X x, L_X y).$$

Теорема 4. Следующие условия эквивалентны:

(i). $\langle Q; \Sigma \rangle$ - коммутативная дистрибутивная алгебра с делимой операцией $A \in \Sigma$, удовлетворяющая равенству (9);

(ii) Существует коммутативная лупа Муфанг $Q(\circ)$, и система ее эндоморфизмов $\{f_X\}$ такая, что $f_X f_Y = f_Y f_X$, $a = f_X a \circ f_X a$ и $X(a, b) = f_X a \circ f_X b$ для всех $a, b \in Q$ и $X, Y \in \Sigma$.

Доказательство. (i) \rightarrow (ii). Следует из предложений 6, 7 и лемм 3, 4, 5
(ii) \Rightarrow (i).

Коммутативность очевидна. Покажем дистрибутивность:

$$\begin{aligned} X[x, Y(y, z)] &= f_X x \circ f_X (f_Y y \circ f_Y z) = f_X (f_Y x \circ f_Y x) \circ f_X (f_Y y \circ f_Y z) = \\ &= (f_X f_Y x \circ f_X f_Y x) \circ (f_X f_Y y \circ f_X f_Y z) = \\ &= (f_X f_Y x \circ f_X f_Y y) \circ (f_X f_Y x \circ f_X f_Y z) = Y[X(x, y), X(x, z)], \end{aligned}$$

т.к. $f_X f_Y = f_Y f_X$ и $Q(\circ)$ - коммутативная лупа Муфанг. Аналогично показывается (9).

Теорема 5. Следующие условия эквивалентны:

(i). $\langle Q; \Sigma \rangle$ - подпрямо-неразложимая коммутативная дистрибутивная алгебра с делимой операцией;

(ii) Существует коммутативная лупа Муфанг $Q(\circ)$, и система ее гомоморфизмов $\{f_X\}$ такая, что $f_X f_Y = f_Y f_X$, $a = f_X a \circ f_X a$ и $X(a, b) = f_X a \circ f_X b$ для всех $a, b \in Q$ и $X, Y \in \Sigma$.

Доказательство. Рассмотрим подпрямо-неразложимую коммутативную дистрибутивную алгебру с одной делимой операцией. Согласно предложению 6 она идеалпотентна, согласно предложению 5 алгебра $\langle Q; \Sigma \rangle$ \forall -сократима (или $\langle Q \setminus \{\circ\}; \Sigma \rangle$ \forall -сократима), согласно теореме 2 она будет триабелевой, в частности

она удовлетворяет равенству (9), следовательно, для такой алгебры справедлива теорема 4.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мовсисян Ю. М. Сверхтождества и сверхмногообразия в алгебрах. Ереван: Изд-во ЕГУ, 1990, 232 с.
2. Мовсисян Ю. М., Давидов С. С. Об алгебрах со сверхтождествами дистрибутивности. - Межвузовский сб. научных трудов, Математика, Ереван, 1985, N 3, с. 5-26.
3. Kepka T. Distributive division groupoids,- Math. Nachr. 1979, v. 876 p. 103-107.

Ս. Ս. ԴԱՎԻԴՈՎ

ԲԱԺԱՆԵԼԻ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅԱՄԲ ՏԵՂԱՓՈԽԵԼԻ ԲԱՇԽԱԿԱՆ ՀԱՆՐԱՀԱԾԻՎՆԵՐ

Ա. մ փ ո փ ու մ

[1] մենագրությունում նկարագրվում են այնպիսի զ-հանրահաշիվներ, որոնք բավարարում են բաշխական գերնույնություններին: $\langle Q; \Sigma \rangle$ հանրահաշիվը կոչվում է զ-հանրահաշիվ, եթե Σ -ն ունի հակադարձուի գործողություն: Ներկայացված աշխատանքում համանման արդյունք է ապացուցվում բաժանելի գործողություն ունեցող ենթառությունը չվերլուծվող հանրահաշիվների համար:

Г.Г.КАЗАРЯН

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БЭКЛУНДА И ГРУППОВОЙ АНАЛИЗ ДЛЯ ОДНОГО НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ

В статье изучается нелинейное эволюционное уравнение, связанное с гиперболическими уравнениями, удовлетворяющими принципу Гюйгенса.

Проводится Пенлеве анализ, строится преобразование Бэклунда, с помощью группового анализа строятся также группы симметрий, относительно которых уравнение инвариантно.

В работе [1] доказано, что для уравнения

$$u_{tt} - u_{xx} + \sum_{i=1}^n u_{x_i x_i} + q(x)u = 0$$

выполняется принцип Гюйгенса тогда и только тогда, когда функция $q(x)$ удовлетворяет системе уравнений

$$\begin{aligned} q_{xx} + 3q^2 &= 0, \\ 3q_{xxxx} + 20qq_{xx} + 15q_x^2 &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

С первым уравнением связано известное уравнение Кортевега де Фриза

$$q_t = (q_{xx} + 3q^2)_x.$$

В работе [2] построено и изучено нелинейное эволюционное уравнение

$$q_t = \frac{13}{5}q_{xxxx} + 20qq_{xx} + 34q_x q_{xx} + 48q^2 q_x \quad (2)$$

связанное со вторым уравнением системы (1).

Правую часть уравнения (2) представим в виде

$$\frac{13}{5}[q_{xxxx} + 10qq_{xx} + 20q_x q_{xx} + 30q^2 q_x] - 6[qq_{xx} + 3q_x q_{xx} + 5q^2 q_x]. \quad (3)$$

Первое слагаемое непосредственно связано с третьим уравнением в иерархии уравнений Кортевега де Фриза, которое достаточно хорошо изучено [3]. Целью настоящей работы является изучение уравнения, связанного со вторым слагаемым в представлении (3).

$$q_t = qq_{xx} + 3q_x q_{xx} + 5q^2 q_x. \quad (4)$$

Проводится Пенлеве анализ и строится преобразование Бэклунда, т.е. преобразование между двумя решениями уравнения (4). Строятся также группы преобразований, относительно которых уравнение (4) инвариантно.

2. Анализ Пенлеве для уравнения (4) заключается в поиске общего решения уравнения (4) в окрестности многообразия

$$\Phi(t, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0 \quad (5)$$

в виде

$$q = \Phi^\alpha \sum_{v=0}^{\infty} q_v \Phi^v,$$

где $\Phi(t, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$, $q_v = q_v(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$ аналитические по (t, x) функции в окрестности многообразия (5). Подставив функцию $q(t, x)$ в уравнение (4), получим значения $\alpha : \alpha = -2$ и рекуррентные соотношения для определения коэффициентов q_v как функции от предыдущих коэффициентов:

$$\begin{aligned} \Phi^5 (v+1)(v-6)(v-10)q_v &= F(q_{v-1}, \dots, q_0, \Phi_t, \Phi_x, \Phi_{xx}, \dots), \\ v &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (6)$$

При этом резонансные значения (значения, для которых q_v невозможно определить из (6), равны $v = -1, 6, 10$, а $q_0 = -6\Phi_x^2$. С целью избежания громоздких вычислений для доказательства того, что уравнение (4) обладает свойством Пенлеве [4], преобразование Бэклунда будем искать в виде

$$q = -6 \frac{\Phi_x^2}{\Phi^2} + \frac{q_1}{\Phi} + q_2. \quad (7)$$

Подставляя функцию q в уравнение (4) и приравнивая коэффициенты при различных степенях Φ к нулю, после некоторых преобразований, получаем

$$\begin{aligned} q_0 &= -6\Phi_x^2, \quad q_1 = 6\Phi_{xx}, \\ q_2 &= \frac{3}{2} \frac{\Phi_{xxx}}{\Phi_x} - 2 \frac{\Phi_{xx}}{\Phi_{xx}} \end{aligned} \quad (8)$$

$$F_j(q_0, q_1, q_2, q_{0x}, q_{1x}, \dots) = 0, \quad j = 1, 2, 3, 4, 5, \quad (9)$$

где функции F_j зависят от q_0, q_1, q_2 и их производных, при этом F_5 имеет вид:

$$-q_{2x} + q_2 q_{2,xxx} + 3q_{2x} q_{2,xx} + 5q_2^2 q_{2,x} = 0. \quad (10)$$

Подставляя (8) в (9) и (10), получим пять уравнений (которые называются уравнениями Пенлеве-Бэклунда), зависящих только от производных функции Φ :

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial x} \{ \Phi, x \} = 0, \\
& \frac{\Phi_t}{\Phi_x} + 9 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \{ \Phi, x \} - 3 \{ \Phi, x \}^2 + 42 \frac{\Phi_{xx}}{\Phi_x} \frac{\partial}{\partial x} \{ \Phi, x \} = 0, \\
& 2 \frac{\Phi_{xt}}{\Phi_x} + \frac{\Phi_{xx}\Phi_t}{\Phi_x^2} - 9 \frac{\Phi_{xx}}{\Phi_x} \{ \Phi, x \}^2 + Q_1 \left[\frac{\partial}{\partial x} \{ \Phi, x \}, \frac{\partial}{\partial x} \{ \Phi, x \}^2, \dots, \frac{\Phi_t}{\Phi_x}, \left(\frac{\Phi_t}{\Phi_x} \right)_x, \dots \right] = 0, \\
& - 6 \frac{\Phi_{xxx}}{\Phi_x} + 18 \{ \Phi, x \}^3 + 27 \frac{\Phi_{xx}^2}{\Phi_x^2} \{ \Phi, x \}^2 + \\
& + Q_2 \left[\frac{\partial}{\partial x} \{ \Phi, x \}, \frac{\partial}{\partial x} \{ \Phi, x \}^2, \dots, \frac{\Phi_t}{\Phi_x}, \left(\frac{\Phi_t}{\Phi_x} \right)_x, \dots \right] = 0, \\
& 3 \frac{\Phi_t}{\Phi_x} \frac{\Phi_{xx}}{\Phi_x} \left[\{ \Phi, x \} + \frac{1}{2} \frac{\Phi_{xx}^2}{\Phi_x^2} \right] - 9 \frac{\Phi_{xx}}{\Phi_x} \{ \Phi, x \}^3 - \frac{9}{2} \frac{\Phi_{xx}^3}{\Phi_x^3} \{ \Phi, x \}^2 + \\
& + Q_3 \left[\frac{\partial}{\partial x} \{ \Phi, x \}, \frac{\partial}{\partial x} \{ \Phi, x \}^2, \dots, \frac{\Phi_t}{\Phi_x}, \left(\frac{\Phi_t}{\Phi_x} \right)_x, \dots \right] = 0,
\end{aligned}$$

где $\{ \Phi, x \} = \frac{\Phi_{xxx}}{\Phi_x} - \frac{3}{2} \frac{\Phi_{xx}^2}{\Phi_x^2}$ называется производной Шварца функции Φ [4], а Q_1, Q_2, Q_3 гладкие функции, такие, что $Q_j(0, 0, \dots, 0) = 0$ $j = 1, 2, 3$

Заметим, что последние три уравнения являются простыми следствиями первых двух, т.е. множество уравнений Пенлеве-Бэкунда состоит из следующих двух уравнений:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial x} \{ \Phi, x \} = 0, \\
& \frac{\Phi_t}{\Phi_x} = 3 \{ \Phi, x \}^2
\end{aligned} \tag{11}$$

В работе [1] показано, что множество решений системы (11) непусто и это значит, что с учетом уравнения (10) (7) действительно является преобразованием Бэкунда.

3. Проведем групповой анализ уравнения (4) [5]. Пусть G однопараметрическая группа преобразований в пространстве (t, x, \dot{q}) с инфинитезимальным оператором

$$X = \xi_1(t, x, q) \frac{\partial}{\partial t} + \xi_2(t, x, q) \frac{\partial}{\partial x} + \eta(t, x, q) \frac{\partial}{\partial q} \tag{12}$$

Известно [5], что для того чтобы уравнение (4) было инвариантным относительно группы G с инфинитезимальным оператором (12), необходимо и достаточно, чтобы

$$X F \Big|_{F=0} = 0, \tag{13}$$

где

$$F(t, x, q, q_t, q_x, q_{xx}, q_{xxx}) \equiv -q_t + q \cdot q_{xx} + 3q_x q_{xx} + 5q^2 q_x,$$

а

$$X = \xi_1 \frac{\partial}{\partial t} + \xi_2 \frac{\partial}{\partial x} + \eta \frac{\partial}{\partial q} + \zeta_1 \frac{\partial}{\partial q_t} + \zeta_2 \frac{\partial}{\partial q_x} + \zeta_{22} \frac{\partial}{\partial q_{xx}} + \zeta_{222} \frac{\partial}{\partial q_{xxx}} \quad (14)$$

инфинитесимальный оператор продолженной группы $\frac{G}{3}$. Уравнение (13) является определяющим уравнением [5] группы, при этом $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_{222}$ вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= \eta_t + \eta_q \cdot q_t - (\xi_{1t} + \xi_{1q} \cdot q_t) q_t - (\xi_{2t} + \xi_{2q} \cdot q_t) q_x, \\ \zeta_2 &= \eta_x + \eta_q \cdot q_x - (\xi_{1x} + \xi_{1q} \cdot q_x) q_t - (\xi_{2x} + \xi_{2q} \cdot q_x) q_x, \\ \zeta_{22} &= \zeta_{2x} + \zeta_{2q} \cdot q_{xx} - (\xi_{1x} + \xi_{1q} \cdot q_x) q_{xx} - (\xi_{2x} + \xi_{2q} \cdot q_x) q_{xxx}, \\ \zeta_{222} &= \zeta_{22x} + \zeta_{22q} \cdot q_{xxx} - (\xi_{1x} + \xi_{1q} \cdot q_x) q_{xxx} - (\xi_{2x} + \xi_{2q} \cdot q_x) q_{xxxx}. \end{aligned} \quad (15)$$

Определяющее уравнение (13) принимает вид

$$(q_{xxx} \cdot \eta + 10qq_x \cdot \eta + q\zeta_{222} + 3q_x\zeta_{22} + 3q_{xx}\zeta_2 + 5q^2\zeta_2 - \zeta_1) \Big|_{F=0} = 0. \quad (16)$$

Подставляя значения $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_{22}, \zeta_{222}$ из формулы (15) и приравнивая нулю коэффициенты при различных степенях производных функции q , получим

$$\begin{aligned} \xi_{1x} &= 0, & \xi_{1q} &= 0, & \xi_{2q} &= 0, \\ \eta - 3q \cdot \xi_{2x} + q \cdot \xi_{1t} &= 0, & 3q \cdot \eta_{xq} - 3q \cdot \xi_{2xx} + 3\eta_x &= 0, \\ 3q \cdot \eta_{qq} - 9\xi_{2x} + 3\xi_{1t} + 3\eta_q &= 0, \\ q \cdot \eta_{qqq} + 3\eta_{qq} &= 0, & 3q \cdot \eta_{xqq} + 6\eta_{xq} - 3\xi_{2xx} &= 0, \\ -q\xi_{2xxx} + 3\eta_{xx} + 10q \cdot \eta - 5q^2\xi_{2x} + 5q^2\xi_{1t} + 3q\eta_{xtq} + \xi_{2t} &= 0, \\ \eta_{xxx} + 5q^2 \cdot \eta_x - \eta_t &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Из уравнений (16) получаем

$$\xi_1 = 5\alpha x + \beta, \quad \xi_2 = \alpha x + \gamma, \quad \eta = -2\alpha q, \quad (18)$$

где α, β, γ – произвольные постоянные.

Таким образом уравнение (4) допускает три линейно независимых оператора

$$X_1 = \frac{\partial}{\partial t}, \quad X_2 = \frac{\partial}{\partial x}, \quad X_3 = 5t \frac{\partial}{\partial t} + x \frac{\partial}{\partial x} - 2q \frac{\partial}{\partial q}.$$

которые служат базисом алгебры Ли [5], т.к. коммутаторы базисных векторов удовлетворяют условиям

$$[X_1, X_2] = 0, \quad [X_1, X_3] = 5X_1, \quad [X_2, X_3] = X_2$$

Из теоремы Ли [5] следует, что соответствующие однопараметрические группы симметрий имеют вид

а) сдвиг по времени

$$G_0: (t, x, q) \rightarrow (t + a, x, q),$$

б) сдвиг по пространству

$$G_1: (t, x, q) \rightarrow (t, x + a, q),$$

в) растяжения

$$G_2: (t, x, q) \rightarrow (t \cdot e^{5a}, x \cdot e^a, q \cdot e^{-2a})$$

Кафедра прикладного анализа

Поступила 21.11.1992

ЛИТЕРАТУРА

1. Kazarian G.G., Oganesian A.O. – Contemp. Math. Anal., 1994, v.29, N5, P.64-73.
2. Kazarian G.G., Oganesian A.O. – Theory of Functions and applications, Collection of works Dedicated to the memory of M. M. Djrbashian. Yerevan, Louys, 1995 p. 83-86.
3. Додд Р., Эйлбек Дж. и др. Солитоны и нелинейные волновые уравнения. Academic Press Int., Москва, Мир, 1988.
4. Weiss J.- J. Math. Phys., June 1983, 24(6), p.1405-1417
5. Ибрагимов Н.Х. Группы преобразований в математической физике М.Наука, 1983.

Գ.Գ. ՂԱԶԱՐԵԱՆ

ԲԵԿԱՌԻՆԴԻ ԶԵՎԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆԸ ԵՎ ԽՄԲԱՑԻՆ ԱՆԱԼԻԶԸ ՄԻ ՈՉ
ԳԾԱՑԻՆ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ՀԱՎԱՍԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱՐ

Ա Մ Փ Ո Ւ Ւ

Աշխատանքում ուսումնավիրվում է երրորդ կարգի ոչ գծային հավասարում՝ կապված Հյուգենսի սկզբունքին բավարարող հիպերբոլական հավասարումների հետ:

Անց է կացվում Պենլեփի անալիզ, կառուցվում է Բնկունդի ձևափոխություն, խմբային անալիզի միջոցով կառուցվում են նաև սիմետրիաների խմբեր, որոնց նկատմամբ հավասարումն ինվարիանտ է:

M e x a n i k a

УДК 539.3

В. С. САРКИСЯН, Б. П. ГЕГАМЯН, Г.Р. САРДАРЯН

ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМЫ АНИЗОТРОПНЫХ КРУГОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С УЧЕТОМ СДВИГОВЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

В работе исследуется задача оптимизации формы анизотропных круговых цилиндрических оболочек с учетом поперечных сдвиговых напряжений. При конкретной численной реализации рассматривается однородная осесимметрическая ортотропная оболочка.

Рассмотрим задачу оптимизации формы однородных анизотропных круговых цилиндрических оболочек с учетом гипотезы уточненной теории оболочек С. А. Амбарцумяна [1].

Задача формулируется следующим образом: необходимо найти функцию $h(\alpha, \beta)$, описывающую распределение толщины оболочки, при которой минимизируется масса оболочки, при этом основная частота свободных колебаний оболочки принимает заданное значение ω_0 , а края оболочки $\alpha = 0$, $\alpha = 1$ оперты шарнирно:

$$T_1 = M_1 = S_1 = \dot{H}_1 = w = 0. \quad (1)$$

Свободные колебания анизотропной однородной цилиндрической оболочки переменной толщины описываются с помощью следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} L_{11}(C_{ij})[u] + L_{12}(C_{ij})[v] + L_{13}(C_{ij}, D_{ij})[w] + L_{14}(D_{ij})[\Phi_1] + \\ + L_{15}(D_{ij})[\Phi_2] + L_{16}[h, C_{ij}, D_{ij}, u, v, w, \Phi_1, \Phi_2] = -\rho_0 \omega^{-2} h u, \\ L_{21}(C_{ij})[u] + L_{22}(C_{ij})[v] + L_{23}(C_{ij}, D_{ij})[w] + L_{24}(D_{ij}, a_{ij})[\Phi_1] + \\ + L_{25}(D_{ij}, a_{ij})[\Phi_2] + L_{26}[h, C_{ij}, D_{ij}, u, v, w, \Phi_1, \Phi_2] = -\rho_0 \omega^{-2} h v, \\ L_{31}(C_{ij})[u] + L_{32}(C_{ij})[v] + L_{33}(C_{ij}, D_{ij})[w] + L_{34}(D_{ij}, a_{ij})[\Phi_1] + \\ + L_{35}(D_{ij}, a_{ij})[\Phi_2] + L_{36}(D_{ij}, a_{ij}, \Phi_1, \Phi_2)[h] = \rho_0 \omega^{-2} h w, \\ L_{41}(D_{ij})[u] + L_{42}(D_{ij})[v] + L_{43}(D_{ij})[w] + L_{44}(D_{ij}, a_{ij})[\Phi_1] + \\ + L_{45}(D_{ij}, a_{ij})[\Phi_2] + L_{46}[h, D_{ij}, u, v, w, \Phi_1, \Phi_2] = 0, \\ L_{51}(D_{ij})[u] + L_{52}(D_{ij})[v] + L_{53}(D_{ij})[w] + L_{54}(D_{ij}, a_{ij})[\Phi_1] + \end{aligned} \quad (2)$$

* Здесь и в дальнейшем приняты обозначения работ [1,3].

$$+L_{55}(D_{ij}, u_{ij})[\Phi_2] + L_{56}[h, D_{ij}, u, v, w, \Phi_1, \Phi_2] = 0,$$

где $\bar{\omega}$ - частота свободных колебаний оболочки, L - дифференциальные операторы.

Исходя из принципов вариационного исчисления [2], получаем систему из 11 нелинейных дифференциальных уравнений с 11-тью неизвестными $h, u, v, w, \Phi_1, \Phi_2, f_1, \dots, f_5$, где f_1, \dots, f_5 - неопределенные функции.

При конкретной численной реализации задачи рассматривается однородная осесимметричная ортотропная (когда главные оси анизотропии совпадают с главными геометрическими осями оболочки) оболочка, т.е. $B_{16} = B_{26} = 0$. В этом случае система дифференциальных уравнений разлагается на две независимые системы: в одну входят только $u, w, \Phi_1, h, f_1, f_3, f_4$, а в другую - функции v, Φ_2, h, f_2, f_5 .

Выпишем уравнения указанных систем для первой группы переменных:

$$\begin{aligned} B_{11} \frac{d}{d\alpha} \left(h \frac{du}{d\alpha} - \frac{kh^3 d^2 w}{12d\alpha^2} + \frac{kh^5 d\Phi_1}{120d\alpha} + \frac{kh^4 \Phi_1 dh}{48d\alpha} \right) + B_{12} \frac{d}{d\alpha} (khw) &= -\rho\omega^2 hu, \\ B_{12} kh \frac{du}{d\alpha} + B_{22} k^2 hw - \frac{1}{12a_{55}} \frac{d}{d\alpha} (h^3 \Phi_1) &= \rho\omega^2 hw, \\ B_{11} \left[\frac{k}{12d\alpha} \left(h^3 \frac{du}{d\alpha} \right) - \frac{1}{12d\alpha} \left(h^3 \frac{d^2 w}{d\alpha^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{120d\alpha} \left(h^5 \frac{d\Phi_1}{d\alpha} \right) + \frac{1}{48d\alpha} \left(h^4 \Phi_1 \frac{dh}{d\alpha} \right) \right] &= \frac{h^3 \Phi_1}{12a_{55}}, \\ B_{11} \frac{d}{d\alpha} \left(h \frac{df_1}{d\alpha} + \frac{kh^3}{12} \frac{df_4}{d\alpha} \right) - B_{12} \frac{d}{d\alpha} (khf_3) &= -\rho\omega^2 f_1, \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} B_{11} \left[\frac{k}{12} \frac{d^2}{d\alpha^2} \left(h^3 \frac{df_1}{d\alpha} \right) + \frac{1}{12} \frac{d^2}{d\alpha^2} \left(h^3 \frac{df_4}{d\alpha} \right) \right] - B_{12} kh \frac{df_1}{d\alpha} + B_{22} k^2 hf_3 &= \rho\omega^2 hf_3, \\ B_{11} \left[-\frac{kh^4}{48} \frac{dh}{d\alpha} \frac{df_1}{d\alpha} + \frac{k}{120} \frac{d}{d\alpha} \left(h^5 \frac{df_1}{d\alpha} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{120} \frac{d}{d\alpha} \left(h^5 \frac{df_4}{d\alpha} \right) - \frac{h^4 dh}{48d\alpha} \frac{df_4}{d\alpha} \right] &= \frac{h^3}{12a_{55}} \left(f_4 - \frac{df_3}{d\alpha} \right). \end{aligned} \tag{4}$$

В этом случае условие оптимальности принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} B_{11} \left(-\frac{du}{d\alpha} \frac{df_1}{d\alpha} + \frac{kh^2 d^2 w}{4d\alpha^2} \frac{df_1}{d\alpha} - \frac{kh^4}{48} \frac{d\Phi_1}{d\alpha} \frac{df_1}{d\alpha} + \frac{kh^4 \Phi_1}{48} \frac{d^2 f_1}{d\alpha^2} \right) - B_{12} kw \frac{df_1}{d\alpha} + \rho\omega^2 wf_1 + \\ + B_{12} k \frac{du}{d\alpha} f_3 + B_{22} k^2 wf_3 + \frac{h^2 \Phi_1 df_3}{4a_{55} d\alpha} - \rho\omega^2 wf_3 + \\ + B_{11} \left[-\frac{kh^2}{4} \frac{du}{d\alpha} \frac{df_4}{d\alpha} + \frac{h^2}{4} \frac{d^2 w}{d\alpha^2} \frac{df_4}{d\alpha} - \frac{h^4}{48} \frac{d\Phi_1}{d\alpha} \frac{df_4}{d\alpha} + \frac{h^4 \Phi_1}{48} \frac{d^2 f_4}{d\alpha^2} \right] - \end{aligned}$$

$$-\frac{h^2 \Phi_1}{4a_{55}} f_4 + 1 + \Lambda \frac{d^2 h}{d\alpha^2} = 0 , \quad (5)$$

где Λ - множитель Лагранжа, который определяется из изопериметрического ограничения

$$\int_0^1 \left(\frac{dh}{d\alpha} \right)^2 d\alpha \leq C_o , \quad (6)$$

$C_o = const$, заданное число.

Границные условия (1) в этом случае принимают следующий вид:

$$T_1 = B_{11} \left(h \frac{du}{d\alpha} - \frac{kh^3 d^2 w}{12d\alpha^2} + \frac{kh^5}{120} \frac{d\Phi_1}{d\alpha} + \frac{kh^4 \Phi_1}{48} \frac{dh}{d\alpha} \right) = 0 \text{ при } \alpha = 0, \alpha = 1,$$

$$M_1 = B_{11} \left(\frac{kh^3}{12} \frac{du}{d\alpha} - \frac{h^3}{12} \frac{d^2 w}{d\alpha^2} + \frac{h^5}{120} \frac{d\Phi_1}{d\alpha} + \frac{h^4 \Phi_1}{48} \frac{dh}{d\alpha} \right) = 0 \text{ при } \alpha = 0, \alpha = 1,$$

$$w(\alpha) = 0 \text{ при } \alpha = 0, \alpha = 1, \quad (7)$$

а функции f_1, f_3, f_4 удовлетворяют следующим граничным условиям:

$$\begin{aligned} h \frac{df_1}{d\alpha} + \frac{kh^3}{12} \frac{df_4}{d\alpha} &= 0 \text{ при } \alpha = 0, \alpha = 1, \\ \frac{kh^3}{12} \frac{df_1}{d\alpha} + \frac{h^3}{12} \frac{df_4}{d\alpha} &= 0 \text{ при } \alpha = 0, \alpha = 1, \\ \frac{h^5}{120} \left(k \frac{df_1}{d\alpha} + \frac{df_4}{d\alpha} \right) &= 0 \text{ при } \alpha = 0, \alpha = 1. \end{aligned} \quad (8)$$

Оказывается, что из краевой задачи (3) - (8) можно исключить функции w и f_3 .

$$\begin{aligned} w &= \left(\frac{h^2}{12a_{55}} \frac{d\Phi_1}{d\alpha} + \frac{h\Phi_1}{4a_{55}} \frac{dh}{d\alpha} - B_{12} k \frac{du}{d\alpha} \right) / (B_{22} k^2 - \rho \omega^2), \\ f_3 &= \left\{ B_{12} kh \frac{df_1}{d\alpha} - B_{11} \left[\frac{k}{12} \frac{d^2}{d\alpha^2} \left(h^3 \frac{df_1}{d\alpha} \right) + \frac{1}{12} \frac{d^2}{d\alpha^2} \left(h^3 \frac{df_4}{d\alpha} \right) \right] \right\} / (B_{22} hk^2 - \rho h \omega^2). \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, задача приводится к системе нелинейных уравнений относительно функций u, Φ_1, h, f_1, f_4 . Для интегрирования полученной краевой задачи применим метод малого параметра [3].

Искомые функции ищутся в следующем виде:

$$u = \sum_{i=0}^{\infty} u_i(\alpha) \varepsilon^i, \dots, f_4 = \sum_{i=0}^{\infty} f_{4i}(\alpha) \varepsilon^i , \quad (10)$$

где $0 < \varepsilon < 1$ - малый физический параметр. Подставляя (10) в полученную систему и уравнивая коэффициенты соответствующих степеней ε , получим рекуррентные системы линейных краевых задач.

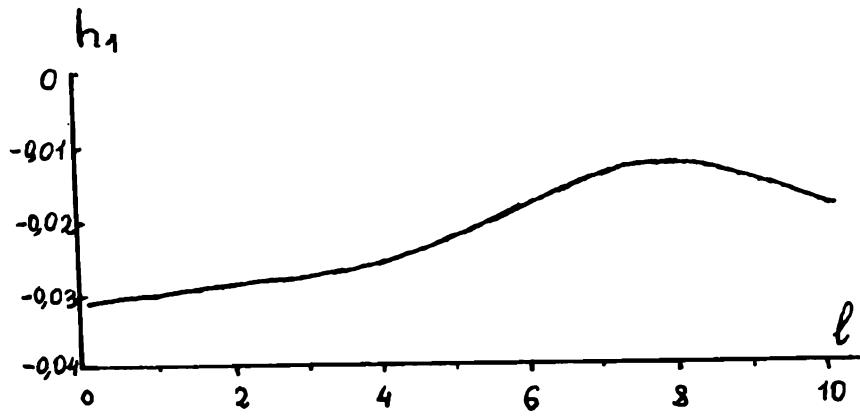


График функции h_1 , характеризующий оптимальное распределение толщины оболочки.

Решение первой краевой задачи рекуррентной системы имеет следующий вид:

$$u_0 = A \cos \frac{\pi \alpha}{l}, \quad \Phi_1^0 = B a_{55} \cos \frac{\pi \alpha}{l}, \quad f_1^0 = C \cos \frac{\pi \alpha}{l}, \quad f_4^0 = D \cos \frac{\pi \alpha}{l}, \quad (11)$$

где постоянные коэффициенты A и B (а также C и D) связаны между собой так, что определяют решение (11) с точностью множителя.

Полученные выражения (11) подставим во вторую краевую задачу. Таким образом, во второй задаче останутся только неизвестные $h_1, u_1, \Phi_1^1, f_1^1, f_4^1$. Для решения этой краевой задачи применяется конечно-разностный метод [4], с помощью которого система дифференциальных уравнений приводится к системе алгебраических уравнений.

С использованием симметричности оболочки в точке $\alpha = \frac{l}{2}$ полученная алгебраическая система для конкретного случая оболочки решена на ЭВМ. График функции h_1 , характеризующий оптимальное распределение толщины, приведен на рисунке при следующих параметрах:

$$\begin{aligned} E_1 &= 5,7 \cdot 10^{10} \text{ Па}, \quad E_2 = 1,4 \cdot 10^{10} \text{ Па}, \quad v_1 = 0,068 \\ G_{12} &= G_{13} = 5,75 \cdot 10^9 \text{ Па}, \quad G_{23} = 5,0 \cdot 10^9 \text{ Па}, \\ h_0 &= 0,001 \text{ м}, \quad R = 0,4 \text{ м}, \quad I = 0,2 \text{ м} \end{aligned} \quad (12)$$

и при $A = 1,2 \cdot 10^{-12}$, $B = 1$, $C = -1,7 \cdot 10^{-2}$, $D = 1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян С. А. Общая теория анизотропных оболочек. М.: Наука, 1974, 448 с.
2. Бавичук Н. В. Оптимизация форм упругих тел. М.: Наука, 1980, 256 с.
3. Саркисян В. С. Некоторые задачи математической теории упругости анизотропного тела. Ер.: Изд-во ЕГУ, 1976. 536 с.
4. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971, 552 с.

**ԱՆԻԶՈՏՐՈՊ ԾՐՁԱՆԱՑԻՆ ԳԼԱՆԱՑԻՆ ԹԱՂԱՆԹԻ ԶԵՎԻ
ՕՊՏԻՄԱԼ ՆԱԽԱԳԾՈՒՄԸ ՍԱՀՔԻ ԼԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՀԱԾՎԱՌՈՒՄՈՎ**

Ա. Մ Փ Ի Վ Ո Ւ Մ

Աշխատանքում հետազոտել ենք անիզոտրոպ շղանային գլանային թաղանթի օպտիմալության խնդիրը, հաշվի առնելով լայնական սահքի լարումները: Կոնկրետ թվային հաշվարկի դեպքում դիտարկվում է համասեռ օրթոտրոպ առանցքասիմետրիկ փակ շղանային գլանային թաղանթ:

Г. Р. САРДАРЯН

РАСЧЕТ АНИЗОТРОПНЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С УЧЕТОМ ПОПЕРЕЧНЫХ СДВИГОВЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

В работе исследуется напряженно-деформированное состояние однородной анизотропной осесимметричной замкнутой круговой цилиндрической оболочки при заданных граничных условиях и внешней нормальной нагрузке. Получено аналитическое решение поставленной задачи, произведен численный расчет и проведен сравнительный анализ классической и уточненной теорий.

Рассмотрим однородную анизотропную осесимметричную замкнутую круговую цилиндрическую оболочку, на поверхности которой действует внешняя нормальная нагрузка $Z(\alpha)$.

Предположим, что оболочка шарнирно оперта в двух краях $\alpha = 0, \alpha = 1$ [1]:

$$T_1 = S_1 = M_1 = H_1 = W = 0. \quad (1)$$

Следуя уточненной теории оболочек, учтем сдвиговые напряжения $\tau_{\alpha\gamma}, \tau_{\beta\gamma}$, заданные по следующему закону [1]:

$$\tau_{\alpha\gamma} = \frac{1}{2} \left(\frac{h^2}{4} - \gamma^2 \right) \varphi(\alpha), \quad \tau_{\beta\gamma} = \frac{1}{2} \left(\frac{h^2}{4} - \gamma^2 \right) \psi(\alpha), \quad (2)$$

где $\varphi(\alpha), \psi(\alpha)$ - искомые функции, h - толщина оболочки, α, β и γ - координатная система, связанная со срединной поверхностью недеформированной оболочки. Обозначим $\Phi_1 = a_{55}\varphi + a_{45}\psi, \Phi_2 = a_{44}\psi + a_{45}\varphi$, где a_{ij} - коэффициенты деформации материала.

Задача состоит в следующем - определить напряженно-деформированное состояние оболочки при учете (2).

В такой постановке задачи уравнения равновесия получаются в следующем виде:

$$\begin{aligned} C_{11} \frac{d^2 u}{d\alpha^2} + C_{16} \frac{d^2 v}{d\alpha^2} - C_{11} \frac{kh^2}{12} \frac{d^3 w}{d\alpha^3} + \\ + C_{12} k \frac{dw}{d\alpha} + C_{11} \frac{kh^4}{120} \frac{d^2 \Phi_1}{d\alpha^2} + C_{16} \frac{5kh^4}{384} \frac{d^2 \Phi_2}{d\alpha^2} = 0, \\ C_{16} \frac{d^2 u}{d\alpha^2} + C_{66} \frac{d^2 v}{d\alpha^2} - C_{16} \frac{kh^2}{12} \frac{d^3 w}{d\alpha^3} + C_{26} k \frac{dw}{d\alpha} + C_{16} \frac{kh^4}{120} \frac{d^2 \Phi_1}{d\alpha^2} + \\ + C_{66} \frac{5kh^4}{384} \frac{d^2 \Phi_2}{d\alpha^2} + \frac{kh^3}{12p} (a_{55}\Phi_2 - a_{45}\Phi_1) = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& kC_{12} \frac{du}{d\alpha} + kC_{26} \frac{dv}{d\alpha} + k^2 C_{22} w + C_{26} \frac{3k^2 h^4}{640} \frac{d\Phi_2}{d\alpha} - \frac{h^3}{12p} \left(a_{44} \frac{d\Phi_1}{d\alpha} - a_{45} \frac{d\Phi_2}{d\alpha} \right) = Z, \\
& kC_{11} \frac{d^2 u}{d\alpha^2} + 2kC_{16} \frac{d^2 v}{d\alpha^2} - C_{11} \frac{d^3 w}{d\alpha^3} + C_{11} \frac{h^2}{10} \frac{d^2 \Phi_1}{d\alpha^2} + \\
& + C_{16} \frac{h^2}{10} \frac{d^2 \Phi_2}{d\alpha^2} + \frac{h}{p} (a_{45} \Phi_2 - a_{44} \Phi_1) = 0, \\
& kC_{16} \frac{d^2 u}{d\alpha^2} + 2kC_{66} \frac{d^2 v}{d\alpha^2} - C_{16} \frac{d^3 w}{d\alpha^3} + C_{16} \frac{h^2}{10} \frac{d^2 \Phi_1}{d\alpha^2} + \\
& + C_{66} \frac{h^2}{10} \frac{d^2 \Phi_2}{d\alpha^2} + \frac{h}{p} (a_{45} \Phi_1 - a_{55} \Phi_2) = 0,
\end{aligned} \tag{3}$$

где $p = a_{44}a_{55} - a_{45}^2$, k - кривизна оболочки, C_{ij} - коэффициенты жесткости материала.

Границные условия (1) принимают следующий вид:

$$\begin{aligned}
T_1 &= C_{11}P_1[u, w, \Phi_1] + C_{16}P_2[v, \Phi_2] = 0 \text{ при } \alpha = 0, \alpha = 1, \\
S_1 &= C_{16}P_1[u, w, \Phi_1] + C_{66}P_2[v, \Phi_2] = 0 \text{ при } \alpha = 0, \alpha = 1, \\
M_1 &= C_{11}P_3[u, w, \Phi_1] + C_{16}P_4[v, \Phi_2] = 0 \text{ при } \alpha = 0, \alpha = 1, \\
H_1 &= C_{16}P_3[u, w, \Phi_1] + C_{66}P_4[v, \Phi_2] = 0 \text{ при } \alpha = 0, \alpha = 1, \\
w(\alpha) &= 0 \text{ при } \alpha = 0, \alpha = 1,
\end{aligned} \tag{4}$$

где операторы P_i определяются по формулам

$$\begin{aligned}
P_1[u, w, \Phi_1] &= \frac{du}{d\alpha} + \frac{kh^4}{120} \frac{d\Phi_1}{d\alpha} - \frac{kh^2}{12} \frac{d^2 w}{d\alpha^2}, \\
P_2[v, \Phi_2] &= \frac{dv}{d\alpha} + \frac{5kh^4}{384} \frac{d\Phi_2}{d\alpha}, \\
P_3[u, w, \Phi_1] &= k \frac{du}{d\alpha} + \frac{h^2}{10} \frac{d\Phi_1}{d\alpha} - \frac{d^2 w}{d\alpha^2}, \\
P_4[v, \Phi_2] &= 2k \frac{dv}{d\alpha} + \frac{h^2}{10} \frac{d\Phi_2}{d\alpha}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Решение краевой задачи (3), (4) представим в виде тригонометрических рядов

$$\begin{aligned}
w &= \sum_{n=1}^{\infty} A_n^1 \sin \frac{\pi n \alpha}{1}, \quad u = \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2 \cos \frac{\pi n \alpha}{1}, \quad v = \sum_{n=1}^{\infty} A_n^3 \cos \frac{\pi n \alpha}{1}, \\
\Phi_1 &= \sum_{n=1}^{\infty} A_n^4 \cos \frac{\pi n \alpha}{1}, \quad \Phi_2 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n^5 \cos \frac{\pi n \alpha}{1}.
\end{aligned} \tag{6}$$

Нетрудно убедиться, что граничные условия (4) удовлетворяются.

Подставляя соответствующие выражения (6) в систему уравнений (3) и группируя во всех членах коэффициенты по функциям $\sin \frac{\pi n \alpha}{1}$, получаем систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов A_n^1, \dots, A_n^5 в рядах (6).

Полученная таким образом система имеет точное решение в следующем виде:

$$A_n^1 = \frac{z_n}{\Delta} (a_2 b_3 - a_3 b_2),$$

$$\begin{aligned}
A_n^4 &= \frac{\tilde{z}_n}{\Delta} (a_3 b_1 - a_1 b_3), \\
A_n^5 &= \frac{\tilde{z}_n}{\Delta} (a_1 b_2 - a_2 b_1), \\
A_n^3 &= \frac{1}{C_{11} k p_5^2} (p_7 A_n^1 + p_8 A_n^4 + p_9 A_n^5), \\
A_n^2 &= \frac{1}{C_{11} P_5} \left((C_{11} p_5^2 p_6 + C_{12} k) A_n^1 - C_{16} p_5 A_n^3 - C_{11} p_5 p_6 \frac{h^2}{10} A_n^4 - C_{16} p_5 \frac{5kh^4}{384} A_n^5 \right),
\end{aligned} \tag{7}$$

где

$$\Delta = a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2 - a_1 b_2 c_1 - a_1 b_3 c_2 - a_2 b_1 c_3,$$

$$a_1 = p_{10} p_7 - \frac{C_{12} C_{16} k p_5}{C_{11}} + C_{26} k p_5,$$

$$a_2 = p_{10} p_8 - \frac{a_{45} p_6 h}{p},$$

$$a_3 = p_{10} p_9 + \frac{5k^2 h^4}{384} p_{10} p_5^2 C_{16} + \frac{a_{55} p_6 h}{p},$$

$$b_1 = p_{11} p_7 - \frac{C_{12} C_{16} k^2 p_5}{C_{11}} + C_{16} p_5^3 (1 - kp_6),$$

$$b_2 = p_{11} p_8 - C_{16} \frac{h^2 p_5^2}{10} (1 - kp_6) + \frac{h a_{45}}{p},$$

$$b_3 = p_{11} p_9 + \frac{5h^4 p_5^2 k^2 C_{16}^2}{384 C_{11}} - \frac{h^2}{10} p_5^2 C_{66} - \frac{h a_{55}}{p},$$

$$c_1 = p_{12} p_7 - C_{12} p_5^2 p_6 k - \frac{C_{12}^2 k^2}{C_{11}} + C_{22} k^2,$$

$$c_2 = p_{12} p_8 + C_{12} p_5 p_6 k \frac{h^2}{10} + \frac{h^3 a_{44} p_5}{12 p}, \tag{8}$$

$$c_3 = p_{12} p_9 + \frac{5h^4 p_5 k^2 C_{16} C_{12}}{384 C_{11}} - C_{26} p_5 \frac{3k^2 h^4}{640} - \frac{h^3 a_{45} p_5}{12 p}.$$

$$p_5 = \frac{\pi n}{1}, \quad p_6 = \frac{k h^2}{12},$$

$$p_7 = C_{11} p_5^3 (1 - kp_6) - C_{12} k^2 p_5,$$

$$p_8 = -C_{11} \frac{h^2 p_5^2}{10} (1 - kp_6) - \frac{h a_{44}}{p},$$

$$p_9 = -C_{16} \frac{h^2 p_5^2}{10} \left(1 - \frac{25kp_6}{16} \right) + \frac{h a_{45}}{p},$$

$$p_{10} = \frac{C_{16}^2 - C_{11} C_{66}}{C_{11} C_{16} k}, \quad p_{11} = \frac{C_{16}^2 - 2C_{11} C_{66}}{C_{11} C_{16}}, \quad p_{12} = \frac{C_{16} C_{12} - C_{11} C_{26}}{C_{11} C_{16} p_5},$$

z_n - известные постоянные коэффициенты ряда $Z(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} z_n \sin \frac{n\pi\alpha}{l}$.

Для конкретных случаев проведены расчеты по формулам (6) - (8) на ЭВМ, а также сравнение уточненной и классической теорий.

Выберем следующие упруго-механические характеристики и геометрические параметры цилиндрической оболочки:

$$h=0,01 \text{ м}, R=0,21 \text{ м}, l=0,4 \text{ м},$$

$$\bar{\varphi} = 45^\circ, v_1 = 0,068, E_1 = 5,7 \cdot 10^{10} \text{ Па}, E_2 = 1,4 \cdot 10^{10} \text{ Па},$$

$$G_{12} = G_{13} = 5,75 \cdot 10^9 \text{ Па}, G_{23} = 5,0 \cdot 10^9 \text{ Па}.$$
(9)

При разных значениях угла $\bar{\varphi}$ между главными осями упругости материала и геометрическими осями конструкции получаются разные наборы коэффициентов жесткости конструкции [2]. Фиксируем одно из этих значений $\bar{\varphi} = \varphi_0 (0^\circ < \varphi_0 < 90^\circ)$. Тогда из системы (7) получим конкретные значения для коэффициентов $A_n^1, A_n^2, A_n^3, A_n^4, A_n^5$, а из выражения (6) определяются значения искомых функций $u(\alpha), v(\alpha), w(\alpha), \Phi_1(\alpha)$ и $\Phi_2(\alpha)$.

85°-2,7% 30°-12,02%

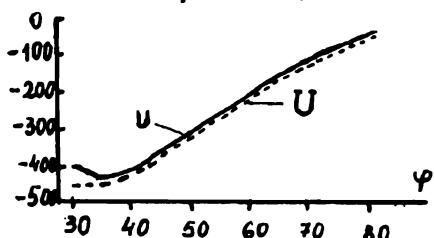


Рис. 1.

55°-0,44% 30°-9,37%

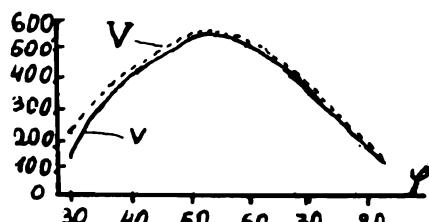


Рис. 2.

30°-10,26% 30°-10,26%

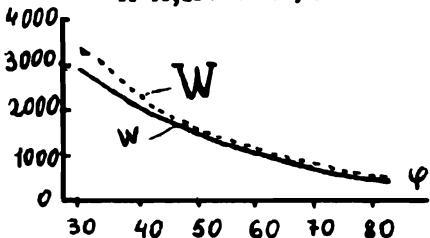


Рис. 3.

30°-10,26% 30°-10,26%

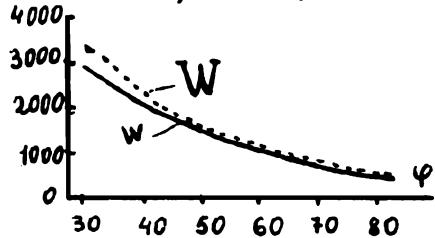


Рис. 4.

На рис. 1-4 приведены графики зависимостей максимальных значений функций u, v, w, Φ_1 и Φ_2 (а также функций U, V, W в классической теории - соответственно на рис. 1-3) от параметра $\bar{\varphi} \in [30^\circ, 85^\circ]$, так как при $\bar{\varphi} \leq 25^\circ$ для параметров (9) в случае классической постановки задачи получаются аномальные эффекты при числовых расчетах. В случае уточненной теории (когда учитываются сдвиговые напряжения) эти аномалии устраняются. (Выявление аномалии заключается в том, что функция прогиба $W(\alpha)$ меняет свой знак при фиксированной внешней нагрузке). Меняя значения некоторых параметров из (9), указанный аномальный эффект выявляем при других значениях $\bar{\varphi}$, иногда и во внутренних промежутках ($\bar{\varphi}_i, \bar{\varphi}_{i+1}$), $0^\circ < \bar{\varphi}_i < \bar{\varphi}_{i+1} < 90^\circ$. Напр., при значении параметров (9), уменьшая только

ко значение G_{12} , получаем такой эффект при $\bar{\varphi} = 45^\circ$. Максимальные значения по $\bar{\varphi}$ для разных функций получаются при разных значениях $\bar{\varphi}$ [2]. Наибольшие отклонения от классической теории для уточненной теории получаются соответственно для u, v и w - 12.02 %, 9.37 % и 10.26 %.

В дальнейшем $\bar{\varphi} = 45^\circ$

Меняя значение G_{13} в промежутке $[10^2, 10^{18}]$ при параметрах (9), получаем максимальные разности для функций u, v и w в случаях уточненной и классической теорий в процентных отношениях соответственно 7,5 %, 5,2 % и 39 %. При уменьшении G_{13} эти процентные отношения увеличиваются. Аналогичные ситуации получаются и при изменении значений G_{23} .

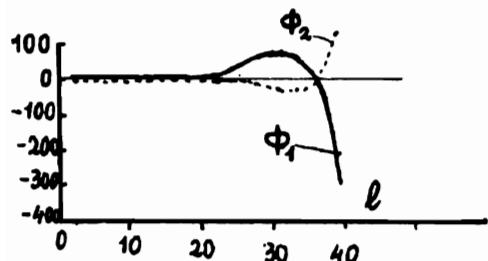


Рис. 5.

На рис.5 приведены графики функций $\Phi_1(\alpha)$ и $\Phi_2(\alpha)$ при значениях G_{12}, G_{13}, G_{23} из (9). При фиксированных G_{12}, G_{23} и при увеличении G_{13} функция $\Phi_1(\alpha)$ по модулю уменьшается, сохраняя свой вид (приблизительно, как на рис. 5), а функция $\Phi_2(\alpha)$ меняет свое поведение и изменяется как функция $\Phi_1(\alpha)$.

При $G_{13} \geq 5,75 \cdot 10^{12}$ Па изменения функций Φ_1 и Φ_2 незначительны. При уменьшении

значения G_{13} функции $\Phi_1(\alpha)$ и $\Phi_2(\alpha)$ по модулю увеличиваются, сохраняя свой вид, приведенный на рис. 5.

При фиксированных значениях G_{12} и G_{13} при увеличении G_{23} графики функций $\Phi_1(\alpha)$ и $\Phi_2(\alpha)$ получаются похожими на графики, приведенные на рис. 5, при $G_{23} \geq 5,75 \cdot 10^{12}$ Па эти функции меняются незначительно и приблизительно имеют вид графиков, приведенных на рис. 5 (Φ_2 почти симметрична Φ_1). При уменьшении G_{23} функция $\Phi_2(\alpha)$ меняет свое поведение, и обе функции Φ_1, Φ_2 уменьшаются.

Для параметров (9) при увеличении или уменьшении G_{12} функции $u(\alpha)$ и $w(\alpha)$ увеличиваются по модулю, а функция $v(\alpha)$ увеличивается или уменьшается по модулю соответственно G_{12} . При уменьшении G_{12} функции $\Phi_1(\alpha)$, $\Phi_2(\alpha)$ по модулю увеличиваются, а при увеличении – функция $\Phi_2(\alpha)$ меняет свое поведение (но здесь функция Φ_1 уменьшается быстрее, чем Φ_2). В таблице приведены наибольшие отклонения (в процентах) уточненной теории от классической теории для функций u, v и w при данном G_{12} :

G_{12} Па	u %	v %	w %
$5.7 \cdot 10^8$	8.17	6.18	18.71
$5.7 \cdot 10^9$	2.06	0.9	5.38
$5.7 \cdot 10^{10}$	1.0	1.12	9.34

При значениях параметров (9) значения функций u, v и w в случаях классической и уточненной теорий мало отличаются. При увеличении h разности этих функций в процентных отношениях увеличиваются, а максимальные значения модулей функций

$\Phi_1(\alpha)$ и $\Phi_2(\alpha)$ уменьшаются. Вышесделанные вычисления и сравнения результатов на основе классической и уточненной теорий показали, что, вообще говоря, имеет смысл вести учет поперечных сдвиговых напряжений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян С. А. Общая теория анизотропных оболочек. М.: Наука, 1974, 448 с.
2. Саркисян В. С. Некоторые задачи математической теории упругости анизотропного тела. Ер.: Изд-во ЕГУ, 1976, 536 с.

Գ. Ռ. ՍԱՐԴԱՐՅԱՆ

ԱՆԻՁՈՏՐՈՊ ԱՌԱՆՑՔԱՍԻՄԵՏՐԻԿ
ԳԼԱՆԱՑԻՆ ԹՍՎԱՆԹԻ ՀԱԾՎԱՐԿԸ ԼԱՑՆԱԿԱՆ ՍԱՀՔԻ
ԴԵՖՈՐՄԱՑԻԱՆԵՐԻ ՀԱԾՎԱՌՈՒԽՈՎ

Ա մ փ ռ փ ո ւ մ

Աշխատանքում հետազոտված է բամասեղ անիվուրոպ առանցքասիմետրիկ փակ շրջանային գլանային թաղանթի լարված-դեֆորմացիոն վիճակը տրված եղրային պայմանների և արտաքին նորմալ ուժի դեպքում, հաշվի առնելով լայնական սահմանագծում առաջանական լուծում, կատարված են թվային հաշվարկներ և համեմատական վերլուծություն դասական և ճշգրտված տեսությունների միջև:

Физика

УДК 530.12;531.51

Г. Г. АРУΤՅՈՆՅԱՆ, Е. С. ՕՂԱՆԵՍՅԱՆ, Վ. Վ. ՊԱՊՈՅԱՆ, Լ. Գ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

**СТАТИЧЕСКИЕ СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНЫЕ КОНФИГУРАЦИИ
С ОДНОРОДНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ВЕЩЕСТВА
В ОБОБЩЕННОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ ***

Для двух различных вариантов граничных условий в рамках обобщенной теории тяготения посчитаны интегральные параметры сферически-симметричных статических конфигураций.

1. Введение. Предсказание вариации G и связи ее с эволюцией Вселенной соответствует общей концепции Эрнста Маха, объясняющей инерциальные свойства тел действием всей удаленной материи во Вселенной. Основываясь на принципе Маха, можно заключить, что ускорение, сообщаемое пробной частице, должно зависеть не только от гравитационного воздействия фиксированных небесных тел, но также очень слабо от распределения вещества в непосредственной близости от этой частицы. Пусть пробная частица находится на расстоянии r от центра некоего тела массы m , тогда, с одной стороны, в соответствии с идеей Маха ускорение частицы из соображения размерности $a \sim mRc^2 / Mr^2$ (M - масса, R - радиус наблюдаемой части Вселенной), а с другой - она должна падать с ускорением $a \sim Gm/r^2$. Сравнение этих выражений [1] приводит к

$$\frac{GM}{c^2 R} \sim 1,$$

т. е. размеры наблюдаемой части Вселенной порядка ее гравитационного радиуса, и как будто реализуются условия, отвечающие ситуации внутри черной дыры. Это выражение можно интерпретировать как

$$\frac{1}{G(r)} \sim \sum_i \frac{m_i}{c^2 (r - r_i)},$$

и тогда сразу же возникает необходимость введения в теорию дальнодействующего скалярного поля $u(x^\mu)$, которое определяет значение G в данной точке и формирует распределением масс, причем для учета от удаленных масс необходимо, чтобы на больших расстояниях $u \sim 0(1/r)$.

Таким образом, одним из способов математического описания переменной гравитационной связи является введение скалярного поля в качестве дополнительной переменной гравитационного взаимодействия. Это можно делать разными способами. Мы в настоящей работе отдаем предпочтение обобщенной теории тяготения (ОТТ), которая так или иначе связана с именами Йордана, Бранса, Дикке [2-4], а также

* Работа частично выполнена за счет фонда Сороса RYGOOO.

Г. С. Саакяна и М. А. Мнацаканяна [5], которые использовали идею о переменности гравитационной постоянной для построения теоретических моделей статических космогонических объектов и в рамках ОТТ получили конфигурации, массы которых существенно превышают солнечную, а с ростом компактности могут принимать сколь угодно большие значения. Последние впервые обратили внимание на то, что, помимо свойственных ОТО граничных условий в центре конфигурации, когда все физические характеристики принимают конечные значения, уравнения ОТТ допускают также "сингулярные" начальные условия, причем один из таких вариантов предполагает сведение к нулю гравитационного притяжения в центре конфигурации (при конечном центральном давлении). В [5] продемонстрированы оригинальная и остроумная процедура интегрирования для внутренней области конфигурации и способ сшивки с внешним решением. Однако константа β_0 , входящая в известное решение Гекмана [2] в упомянутых расчетах, вслед за Йорданом считалась универсальной, не зависящей от центральной плотности звезды. Это привело к неточностям в условиях сшивки и вызвало необходимость повторного расчета статических центрально-симметричных моделей, что и выполнено в настоящей работе.

2. Формулировка краевой задачи. Таким образом в ОТТ метрику порождают не только вещественное и негравитационные поля, но также гравитационный скаляр y , который в свою очередь генерируется материей согласно

$$\nabla_\mu y^\mu = \frac{8\pi T}{3 - 2\zeta}$$

и на пространственной бесконечности

$$y \rightarrow y_0 = \frac{2(2 - \zeta)}{G_0(3 - 2\zeta)}$$

(∇_μ - символ ковариантного дифференцирования, ζ - безразмерная константа связи ОТТ).

Вид метрики выбирается следующим образом:

$$ds^2 = e^{2\nu(r)} c^2 dt^2 - e^{2\lambda(r)} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (1)$$

и формируется она в соответствии с

$$G_v^\mu = \frac{8\pi}{y} T_v^\mu + \left(\frac{\nabla_\mu y^\mu}{y} - \delta_v^\mu \frac{\nabla_\alpha y^\alpha}{y} \right) - \zeta \left(\frac{y^\mu y_\nu}{y^2} - \delta_v^\mu \frac{y^\alpha y_\alpha}{2y^2} \right), \quad (2)$$

откуда видно, что ОТТ - это эйнштейновская теория с дополнительным источником в виде безмассового скалярного поля [7]. Конкретный вид (2) в случае (1) можно представить в виде [7]

$$\begin{aligned} \left[\frac{y_1}{y} (r^2 y e^{\nu-\lambda}) \right]_1 &= -\frac{8\pi(\epsilon - 3P)}{c^2(3 - 2\zeta)} r^2 e^{\nu+\lambda}, \\ \left[\nu_1 (r^2 y e^{\nu-\lambda}) \right]_1 &= \frac{8\pi[\epsilon(2 - \zeta) + 3P(1 - \zeta)]}{c^2(3 - 2\zeta)} r^2 e^{\nu+\lambda}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\left[\frac{1}{r} \left(r^2 y e^{\nu-\lambda} \right) \right]_1 - y e^{\nu+\lambda} = \frac{8\pi [\varepsilon(\zeta-1) - \zeta P]}{c^2 (3-2\zeta)} r^2 e^{\nu+\lambda},$$

$$v_1 = -P_1 / (\varepsilon + P),$$

где $(\cdots)_1 = \frac{d}{dr}(\cdots)$, ε - плотность энергии, P - давление, которое, как обычно, предполагается идеальной жидкостью.

Заменяя (3) эквивалентной системой уравнений первого порядка, вводя обозначения $V(r)$ и $m(r)$ так, чтобы

$$y_1 = -\frac{V(r)}{r^2} e^{\lambda-\nu}, \quad (4)$$

$$V_1(r) = \frac{8\pi(\varepsilon - 3P)}{c^2(3-2\zeta)} r^2 e^{\nu+\lambda}, \quad (5)$$

$$v_1 = \frac{m(r)e^{\lambda-\nu}}{yr^2} = -\frac{P_1}{\varepsilon + P}, \quad (6)$$

$$m_1(r) = \frac{8\pi[\varepsilon(2-\zeta) + 3P(1-\zeta)]}{c^2(3-2\zeta)} r^2 e^{\nu+\lambda}, \quad (7)$$

$$\lambda_1 = \frac{8\pi e^{2\lambda} r [\varepsilon(1-\zeta) + P(3-2\zeta)]}{y(3-2\zeta)} - \frac{(m-V)}{yr^2} e^{\lambda-\nu} + \frac{V \left(m - \frac{\zeta}{2} V \right)}{yr^2} e^{2(\lambda-\nu)}. \quad (8)$$

Исчерпывающее решение внутренней задачи предусматривает задание условий в центре распределения масс ($r=0$), а также связку внутреннего и внешнего решений на поверхности ($r=r_s$), т. е. решение краевой задачи.

Для выполнения численного интегрирования системы (4) - (8) необходимо позаботиться о перенормировке неизвестных функций, чтобы иметь возможность начать счет от центра конфигурации. Перепишем с этой целью (4) - (8) в следующих обозначениях:

$$\begin{aligned} r &= r_c x, \quad y = y_c y_1(x), \quad V = V_c y_2(x), \\ v &= v_c + y_3(x), \quad m = m_c y_4(x), \\ \lambda &= \lambda_c + y_5(x), \quad y_6 = P/\varepsilon. \end{aligned}$$

В результате система уравнений сводится к виду

$$\frac{dy_1}{dx} = -\frac{y_2(x)}{x^2} e^{y_5-y_3} \quad (9)$$

$$\frac{dy_2}{dx} = 8\pi\alpha^2 e^{y_5+y_3} (1 - 3y_6) / (3 - 2\zeta). \quad (10)$$

$$\frac{dy_3}{dx} = \frac{y_4}{y_1} e^{y_5-y_3} / x^2, \quad (11)$$

$$\frac{dy_5}{dx} = \frac{8\pi\alpha e^{2y_5}}{y_1(3-2\zeta)} [(1-\zeta) + y_6(3-\zeta)] - \frac{e^{y_5-y_3}}{y_1 x^2} (y_4 - y_2) + \quad (12)$$

$$+ \frac{e^{2(y_5-y_3)}}{y_1^2 x^3} y_2 \left(y_4 - \frac{\zeta}{2} y_2 \right),$$

$$\frac{dy_4}{dx} = 8\pi\alpha^2 e^{y_5+y_3} [2 - \zeta + 3y_6(1-\zeta)] / (3 - 2\zeta), \quad (13)$$

$$\frac{dy_6}{dx} = -(1 + y_6) \frac{dy_3}{dx}, \quad (14)$$

если, конечно, с использованием произвола в выборе константы r_c потребовать выполнения соотношения

$$r_c^2 e^{2\lambda_c} \epsilon = y_c, \quad (15)$$

а также выбрать V_c и m_c соответствующим образом:

$$m_c = V_c = r_c y_c e^{y_c - \lambda_c}. \quad (16)$$

Заметим, что система уравнений записана для однопараметрического уравнения состояния вещества с однородным распределением материи ($\epsilon = const$). Вблизи центра конфигурации система уравнений (9)-(14) допускает следующие возможные типы поведения искомых функций:

а) "сингулярные" условия в центре

$$\begin{aligned} y_1(x) &= x^{-p}, \quad p = \frac{2}{\zeta} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\zeta}{2}} \right), \\ y_2(x) &= p + c_1 \frac{x^{n+3}}{n+3}, \quad c_1 = \frac{8\pi(1-3y_6(0))}{3-2\zeta}, \\ e^{y_3(x)} &= 1 + c_2 \frac{x^{n+3}}{(n+3)^2}, \quad c_2 = \frac{8\pi[2-\zeta+3y_6(0)(1-\zeta)]}{3-2\zeta}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} y_4(x) &= c_2 \frac{x^{n+3}}{n+3}, \quad n = 1 - p, \\ e^{y_5(x)} &= x^n, \end{aligned}$$

$$y_6(x) = y_6(0) - \frac{c_2}{(n+3)^2} (1 + y_6(0)) x^{n+3};$$

б) "несингулярные" условия в центре

$$y_1(x) = 1 - \frac{c_1}{6} x^2, \quad c_3 = \frac{8\pi[1 - \zeta + y_6(0)(3 - \zeta)]}{3 - 2\zeta},$$

$$y_2(x) = \frac{c_1}{3} x^3,$$

$$e^{y_3(x)} = 1 + \frac{c_2}{6} x^2,$$

$$y_4(x) = \frac{c_2}{3} x^3, \quad (18)$$

$$e^{y_5(x)} = 1 + \frac{x^2}{2} \left(\frac{c_1 - c_2}{3} + c_3 \right),$$

$$y_6(x) = y_6(0) - [1 + y_6(0)] \frac{c_2 x^2}{6}.$$

Необходимо отметить, что поведение (18) аналогично поведению соответствующих функций при решении задачи в ОТО, а условия (17) возможны лишь в рамках ОТТ.

При заданных ζ и $y_6(0) = \frac{P(0)}{\varepsilon}$ численное интегрирование системы следует вести от $x=0$ до границы $x = x_s$, определяемой из условия $P(x_s) = 0$ или эквивалентного условия

$$\left(\frac{dy_4}{dx} \Big/ \frac{dy_2}{dx} \right)_{\rho=0} = 2 - \zeta. \quad (19)$$

Сшивка на границе конфигурации осуществляется с внешним решением в виде

$$ds^2 = \left(\frac{\xi - 1}{\xi + 1} \right)^{\frac{1}{\eta}} dt^2 - \frac{(\xi^2 - 1)}{\left(\xi - \frac{1-a}{\eta} \right)^2} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (20)$$

$$y = y_o \left(\frac{\xi + 1}{\xi - 1} \right)^{\frac{a}{2\eta}}, \quad r = r_0 \eta \sqrt{\xi^2 - 1} \left(\frac{\xi + 1}{\xi - 1} \right)^{\frac{1-a}{2\eta}}$$

В результате интегрирования определяются $y_i(x)$ ($i = 1, 2, \dots, 6$) и их производные. Знание этих величин дает возможность определить a , η и ξ_s :

$$a = y_2(x_s)/y_4(x_s), \quad (21)$$

$$\eta = \sqrt{(a-1)^2 + a - \frac{1}{2}\zeta a^2}, \quad (22)$$

$$\xi_s = \left[1 - A_s \frac{a(1-a)}{\eta^2} \right] \left/ \left[\frac{1-a}{\eta} - \frac{a}{\eta} A_s \right] \right., \quad (23)$$

$$A_s = \left(y_1 \frac{dy_5}{dx} / \frac{dy_1}{dx} \right)_{x_s},$$

после чего вычисляются $y_c, V_c, m_c, v_c, \lambda_c, r_c, r_s = r_c x_s$. Остается только определить массу конфигурации. Один из способов определения массы конфигурации состоит в интегрировании от нуля до r_s комбинации исходных полевых уравнений, имеющей вид

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 e^{-\lambda} \frac{d}{dr} (e^\nu y) \right) = \frac{8\pi r^2 e^{\nu+\lambda} [3P(2-\zeta) + \varepsilon(1-\zeta)]}{3-2\zeta} \quad (24)$$

В итоге для массы конфигурации получается

$$M = \frac{1}{y_0(1-a)} \left\{ \frac{8\pi m_c}{3-2\zeta} \int_0^{x_s} x^2 e^{y_3+y_5} [3y_6(2-\zeta) + 1-\zeta] dx - pm_c \right\} = \quad (25)$$

$$= \frac{m_s}{y_0} = \frac{m_c y_4(x_s)}{y_0} = \frac{3-2\zeta}{2(2-\zeta)} m_c y_4(x_s).$$

3. Результаты численного интегрирования. На рис. 1 и 2 представлена зависимость параметра ξ_s внешнего решения (20) (удовлетворяющего, как известно, условию $\zeta > 1$) от $q_c = y_6(0) = \frac{P(0)}{\varepsilon}$. Причем на рис. 1 конфигурации рассчитаны с несингулярными начальными условиями, а на рис. 2 - модели с сингулярными начальными условиями. Четко проявляется то обстоятельство, что статические центрально-симметричные конфигурации с однородным распределением вещества существуют только для $y_6(0) \leq q_{\max}(\zeta)$

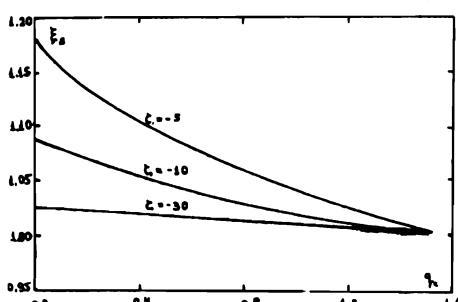


Рис. 1. Зависимость граничного значения параметра ξ_s , входящего во внешнее решение, от $q_c = \frac{P(0)}{\varepsilon}$ для различных значений ζ . Область определения параметра $\zeta \geq 1$, поэтому рассматриваемые центрально-симметричные статические конфигурации с однородным распределением вещества и несингулярными начальными условиями существуют лишь для $q_c \leq q_{\max}(\zeta)$. При стремлении $\zeta \rightarrow -\infty$ $q_{\max} \rightarrow \infty$.

Значение $q_{\max}(\zeta)$ тем больше, чем больше абсолютная величина ζ . Этот факт был обнаружен и в старых работах.

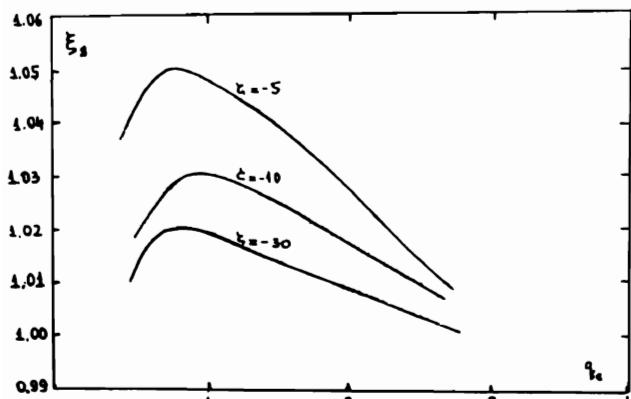


Рис. 2. Зависимость ξ_s от q_c для сингулярных начальных условий и различных значений параметра ζ . Область центральных давлений, в которой существуют статические сферически-симметричные конфигурации, значительно шире по сравнению с предыдущим случаем.

На рис. 3 изображена зависимость массы M конфигураций от параметра q_c . Здесь в отличие от упомянутых работ прослеживается четкое различие между $M(q_c)$, соответствующими сингулярным и несингулярным условиям в центре звезды. Кривые приводятся только для значений $\zeta = -30$ (как в прежних работах) и $\zeta = -1000$,

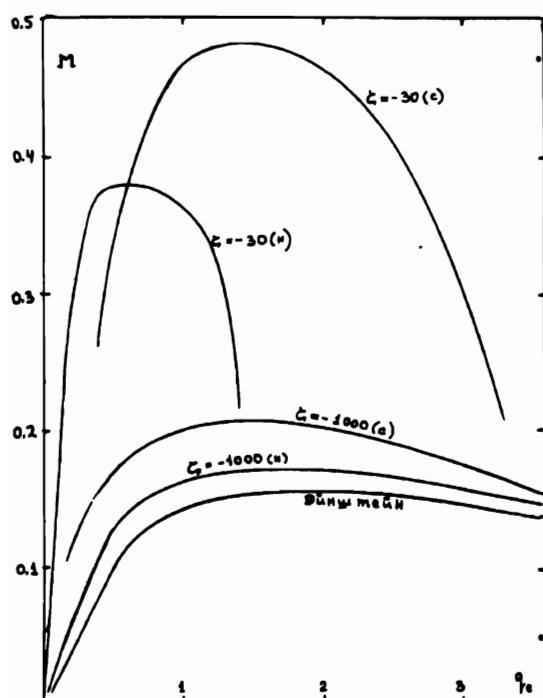


Рис. 3. Зависимость массы M статических сферически-симметричных конфигураций от q_c для сингулярных (значок (с)) и несингулярных (значок (и)) начальных условий и для различных значений параметра теории ζ . Представлена также кривая, посчитанная в эйнштейновском варианте теории ($\zeta = -\infty$). Естественно, что семейство моделей с $\zeta = -1000$ при несингулярных условиях в центре звезды очень близко ложится к предельному варианту.

причем очевидно, что $\zeta = -1000$ с несингулярными начальными условиями почти совпадает с эйнштейновским вариантом.

Авторы благодарны участникам семинара кафедры теоретической физики за обсуждения.

Кафедра теоретической физики

Поступила 23.09.1994

ЛИТЕРАТУРА

1. Sciama D. Mon. Not. Roy. - Astron. Soc., 1953, v. 113, p. 34.
2. Jordan P. Schwerkraft und Weltall-Vieweg and Sohn, Braunschweig: 1955.
3. Brans C., Dicke R. Phys. Rev., 1961, v. 124, p. 925.
4. Brans C., Phys. Rev., 1962, v. 125, p. 2194.
5. Саакян Г. С., Мнацаканян М. А., Астрофизика, 1969, v. 5, p. 555; 1968 v. 4, p. 567.
6. Salmona A., Phys. Rev., 1967, v. 154, p. 1218.
7. Арутюнян Г. Г., Папоян В. В., Препринт ОИЯИ, Р2-94-84. 1994.

Գ. Գ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ե. Ս. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ,
Վ. Վ. ՊԱՊՈՅԱՆ, Լ. Գ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

**ՆՅՈՒԹԻ ՀԱՄԱՍԵՌ ԲԱԾԽՈՒՄՈՎ ՍՏԱՏԻԿ ԿԵՆՏՐՈՆԱՀԱՄԱՉԱՓ
ԿՈՆՖԻԳՈՒՐԱՑԻԱՆԵՐԸ ԶԳՈՂԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ԸՆԴՀԱՆՐԱՑՎԱԾ
ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ԾՐՁԱՆԱԿՆԵՐՈՒՄ**

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Զգողականության ընդհանրացված տեսության շրջանակներում երկու տարրեր՝
սահմանային պայմանների դեպքում հաշվարկված են ստատիկ կենտրոնահամաչափ
կոնֆիգուրացիաների ինտեգրալ պարամետրերը:

Физика

УДК 541.64; 539.2; 532.58

Х. Г. АЙВАЗЯН, Л. Х. АЙВАЗЯН

**ВЛИЯНИЕ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ (ВД)
И ВЗРЫВА ПРИ ВД НА СТРУКТУРУ ПОЛИЭТИЛЕНОВ**

Деформация ПЭВП при одностороннем сжатии под высоким давлением на первоначальной стадии приводит к фазовому переходу кристаллической структуры из ромбической в монолитную сингонию с большей плотностью упаковки, хотя общая степень кристалличности и размера кристаллитов при этом уменьшается. Дальнейшее увеличение давления как в ПЭВП, так и в ПЭНП способствует резкому уменьшению степени кристалличности и размеров кристаллитов, а также появлению разупорядоченной гексагональной структуры.

В последние годы резко возрос интерес к изучению процессов, протекающих под действием высокого давления в сочетании с деформацией сдвига (ВД+ДС). Исследования показали, что при ВД+ДС в аппарате типа наковален Бриджмена твердофазные химические реакции идут с аномально высокими скоростями (вплоть до взрывных) [1-3]. В этой связи представляется интересным изучить физические изменения веществ, подвергнутых ВД+ДС.

В настоящей работе на аппарате типа наковален Бриджмена исследовали влияние высокого давления на структурные изменения пленок из ПЭНП марки 10803 -020 и ПЭВП марки 27785. Пленки изготавливали на лабораторном прессе. Полимер выдерживали при температуре на 5° выше температуры плавления в течение 10 мин, затем 10 мин прессовали под давлением 2,8 МПа при той же температуре. Образец медленно охлаждали до комнатной температуры без снятия давления. Из полученных пленок вырубали шайбы нужного диаметра.

Структуру в пленках ПЭНП и ПЭВП изучали методом рентгеноструктурного анализа. Съемки проводили на дифрактометре ДРОН -3 с ионизационной регистрацией и на аппарате УРС-60 в камере РКВ с фотографической регистрацией (излучение Cu K λ с Ni-фильтром).

Кристалличность оценивали путем выделения интенсивности рассеяния от кристаллической фазы из общей кривой рассеяния. Максимум кривой рассеяния от аморфной фазы располагали под углом 20°40', что в пересчете на межплоскостное расстояние составляет 4,25 Å. Размеры кристаллитов оценивали по формуле Шерпера.

Ориентация кристаллитов в изученных пленках ПЭВП и ПЭНП зависит в основном от методики приложения внешнего давления. Наложение внешнего давления в условиях расплющивания образца и его свободного вытекания из боковой области (схема наковален Бриджмена) приводит к сильной ориентации полимерных цепей. Центральная часть образца менее ориентирована, периферийная часть - больше. В центре наблюдается плоскостная текстура кристаллитов, полимерные цепи расположены в плоскости пленки. Край имеет аксиально-плоскостную текстуру кристаллитов. Наблюдается преимущественная ориентация полимерных цепей вдоль радиуса круга по направлению деформации пленки. Подробно эта текстура рассмотрена в работе [4].

Давление, ГПа	$\delta_{\text{исх}}/\delta^*$	Структура **	K, %	$a_{110}\cdot\text{\AA}^0$
ПЭВП				430
0	1	P	75	200
0,67	2	M	60	200
0,75	3,5	M	60	180
0,75 (взрыв)	12	M	55	
ПЭНП				
0	1	P	40	180
0,3	3	P	37	115
0,3 (взрыв)	20	P+Г	30	100
0,67	3	P+Г	34	100
2,5	6	P+Г	26	100

* Толщина образца.

**P - ромбическая, M - моноклинная, Г - гексагональная.

Структура, которая формируется в пленках, определяется величиной внешнего давления. Известно, что в процессе пластической деформации происходит разрушение исходной структуры и ее последующая кристаллизация. При этом степень кристалличности, размеры упорядоченных областей, а также кристаллография зависят от температуры среды с учетом тех тепловых эффектов, которыми сопровождается процесс деформации. Поскольку приложение внешнего давления способствует понижению сегментальной подвижности, что эквивалентно понижению температуры среды, деформация при этом сопровождается падением степени кристалличности как в ПЭВП, так и в ПЭНП.

При давлении 2,5 ГПа кристалличность К ПЭВП падает от исходного значения 75 до 52 %, а в ПЭНП - от 40 до 26 %. Существенно падают и размеры кристаллов a_{110} (см. таб.). В кристаллической структуре ПЭВП наблюдается фазовый переход из ромбической синголии в моноклинную. Такой фазовый переход при деформации образца под давлением был обнаружен в работе [4], однако расшифровка структуры не была проведена. Поскольку рентгенограммы образцов, полученных нами, достаточно информативны, появилась реальная возможность расшифровать эту структуру.

На рис. 1 и 2 представлены дифрактограммы для ПЭНП и ПЭВП соответственно. Кривая 1 (рис.2) представляет собой дифрактограмму исходного ПЭВП с двумя рефлексами, соответствующими отражениям от плоскостей 110 и 200 в ромбической пространственной решетке с межплоскостными расстояниями 4,095 и 3,708 Å. Кривая 2 является дифрактограммой ПЭВП, деформированного при 0,67 ГПа. На этой кривой наблюдается пять рефлексов с межплоскостными расстояниями 4,53; 4,12; 3,87; 3,70 и 3,53 Å. Указанные межплоскостные расстояния не укладываются в известную моноклинную ячейку ПЭ [5]. Было проведено индицирование новой ячейки ПЭВП, при этом исходили из пожелания сохранить индексы (ориентацию осей) ромбической ячейки. В связи с этим рефлексы с близкими расстояниями d получили те же индексы, что и в ромбической ячейке. Рефлексам $d=4,12$ и $3,73$ Å приписывали индексы 110 и 200, а двум новым рефлексам с $d=4,53$ и $3,53$ Å - соответственно индексы 010 и 110. При расчете параметров элементарной ячейки было сделано предположение, что упаковка вдоль оси C не изменилась. Во всех известных структурах ПЭ период вдоль оси C вообще не меняется, меняются углы между осями от 90 до 107°, такая триклинная ячейка наблюдается в монокристаллах ПЭ [4]. Поскольку рефлексы с первой слоевой линии должны иметь $d \sim 2,54$ Å и меньше, а изменение углов между осями от 90 до 107° влияет на эту величину незначительно,

можно считать, что все наблюдаемые рефлексы - экваториальные. В результате для ПЭВП, закристаллизованного при деформации под большими давлениями, были получены следующие параметры элементарной ячейки. Моно: $a = 7,652 \text{ \AA}$, $b = 4,60 \text{ \AA}$, $c = 2,54 \text{ \AA}$, $A, \gamma = 100$, $n = 2$ (число полимерных цепей в элементарной ячейке), плотность кристаллитов $\rho = 1,074 \text{ g/cm}^3$. Эта кристаллографическая ячейка отличается от исходной ромбической ($a = 7,404 \text{ \AA}$, $b = 4,93 \text{ \AA}$, $c = 0,996 \text{ \AA}$) тем, что меняется угол между кристаллографическими осями a и b от 90° до 100° и уменьшается период вдоль оси C , соответственно уменьшается объем элементарной ячейки и растет плотность кристаллитов.

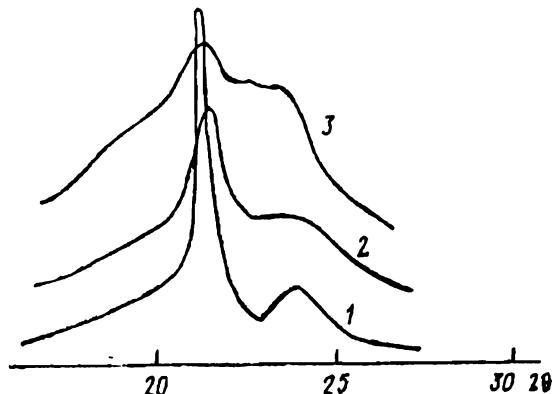


Рис. 1. Дифрактограммы исходного ПЭВП (1), а также образцов ПЭВП, деформированных при 0,6 (2) и 0,9 ГПа (3).

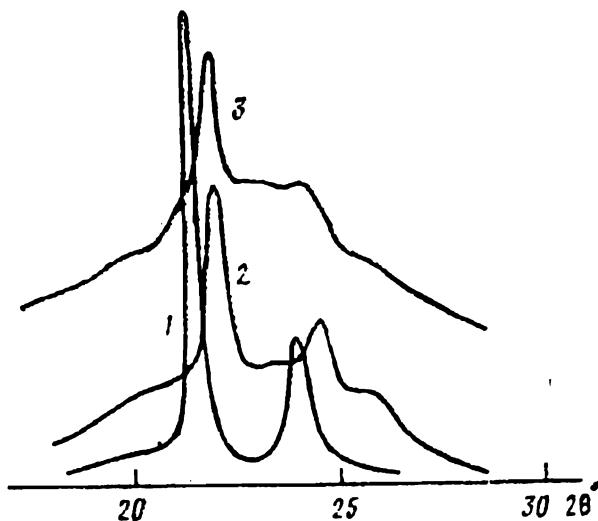


Рис. 1. Дифрактограммы исходного ПЭВП (1), а также образцов ПЭВП, деформированных при 0,3 (2) и 0,6 ГПа (3).

Таким образом, в ПЭВП при наложении внешнего давления происходит скольжение слоев полимерных цепей относительно друг друга, что приводит к формированию новой кристаллической структуры с большей плотностью упаковки. Это структура оказывается стабильной после снятия давления.

Рефлекс с межплоскостным расстоянием $3,87 \text{ \AA}$ не укладывается в новую ячейку. Интенсивность этого рефлекса увеличивается с повышением давления, в то время как интенсивность остальных рефлексов с ростом

Такое разное поведение интенсивности рефлексов дает основание отнести рефлекс с $d = 3,87 \text{ \AA}$ к другой структурной модификации. Характерно то, что этот новый рефлекс проявляется также и на рентгенограммах образцов ПЭНП, подвергнутых большим давлениям, хотя в ПЭНП нет фазового перехода из ромбической сингонии в моноклинную. Поскольку межплоскостное расстояние $d = 3,87 \text{ \AA}$ по своему положению находится между значениями $4,14 > 3,87 > 3,73$ можно предположить, что эта фаза имеет разупорядоченную гексагональную структуру.

Деформация ПЭВП при одноосном сжатии под давлением на первоначальной стадии приводит к фазовому переходу кристаллической структуры из ромбической в моноклинную сингонию с большой плотностью упаковки, хотя общая степень кристалличности и размеры кристаллитов при этом уменьшаются.

Дальнейшее повышение давления деформации как в ПЭВП, так и в ПЭНП приводит к резкому уменьшению степени кристалличности, уменьшению размеров кристаллитов и к появлению разупорядоченной гексагональной структуры.

Рассмотрим структуру образцов, в которых был инициирован взрыв высоким давлением. Из таблицы видно, что K и a_{110} меньше, чем в образцах, деформированных при тех же давлениях без взрыва. Полимерные цепи в пленках ориентированы, степень ориентации невелика, несмотря на очень большие величины деформации. В пленках нет круговой симметрии в ориентации, наоборот, ориентация кристаллитов в пленках имеет единое направление (аксиальная текстура с осью С). Два куска, вырезанные из одной пленки вдоль радиуса в двух взаимно перпендикулярных направлениях, имеют ориентации полимерных цепей, ортогональные друг другу. Это означает, что при взрыве происходит деформация случайно оставшегося между наковальнями участка полимера с образованием однонаправленной текстуры. Наблюдаемые изменения в ориентации и упорядоченности структуры свидетельствуют о том, что при взрыве происходит переориентация кусков полимера, случайно оставшихся между наковальнями Бриджмена.

Кафедра оптики

Поступила 4.11.1993

ЛИТЕРАТУРА

1. Ениколопян Н. С. Докл. АН СССР, 1985, т. 283, N 4, с. 897.
2. Ениколопян Н. С., Вольева В. Б., Хазарджян А. А., Ершов В. В. Докл. АН СССР, т. 292, N 5, с. 1165.
3. Ениколопян Н. С., Хазарджян А. А., Гаспарян Э. Э., Вольева В. Б. Докл. АН СССР, 1987, т. 294, N 5, с. 1151.
4. Герасимов В. И., Щванкин Д. Я. Высокомолек. соед. А., 1970, т. 12, N 9, с. 2136.
5. Seto I/Y. appl. Polimer Phys., 1968, v. 7 N 1, p 31.
6. Вундерлих Б. Физика макромолекул. М., 1976, 623 с.

Խ. Գ. ԱԹՎԱԶՑԱՆ, Լ. Խ. ԱԹՎԱԶՑԱՆ

ԲԱՐՁՐ ԺՆԵՄԱՆ ԵՎ ԲԱՐՁՐ ԺՆԵՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ ՊԱՅԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՊՈԼԻԷԹԻԼԵՆԻ ԿԱՌՈՒԹՎԱԾՔԻ ՎՐԱ

Ա. Մ Փ Ո Վ Ո Ւ

Բարձր խտության պոլիէթիլենի դեֆորմացիան բարձր ճնշումների տակ միանցքանի սեղման դեպքում առաջացնում է բյուրեղային կառուցվածքի ֆազային անցում ոռոքիկականից մոնոկլինային սինգոնիայի փաթեթավորման՝ բարձր խտությամբ, թեև ընդհանուր բյուրեղացման աստիճանը և բյուրեղիկների չափսերը փոքրանում են: Ծնշման հետագա բարձրացումը ինչպես բարձր խտության պոլիէթիլենի, այնպես նաև ցածր խտության պոլիէթիլենի դեպքում նպաստում է բյուրեղացման աստիճանի կտրուկ իշեցմանը, բյուրեղիկների չափսերի փոքրացմանը և ապա՝ կարգավորված հեքսագոնալ առաջացմանը:

Ж. О. НИНОЯН, О. С. ЕРИЦЯН,
А. А. ГЕВОРГЯН, И. М. МУРАДЯН

УСИЛЕНИЕ ПОВОРОТА ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ ПРИ ОТРАЖЕНИИ СВЕТА ОТ СРЕДЫ С ОТКРЫТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ВОЛНОВЫХ ВЕКТОРОВ

Рассмотрено усиление изменения азимута поляризации и стабилизация азимута поляризации при отражении света от среды с открытой поверхностью волновых векторов и проанализированы особенности усиления и стабилизации, связанные с открытым характером поверхности волновых векторов.

Введение. При прохождении света через пластинку имеют место усиление поворота плоскости поляризации и стабилизация азимута поляризации [1,2]. Эти эффекты проявляются когда нет эквивалентности разных направлений в плоскости фронта волны [3, 4]. Такая неэквивалентность имеет место также при наклонном падении на границу полупространства [5].

С другой стороны, как показано в [6], существует особый класс сред, у которых одна из наиболее основных оптических характеристик - поверхность волновых векторов - является не замкнутой поверхностью, как обычно, а открытой. Для этого разные диагональные компоненты диэлектрической или магнитной проницаемости должны иметь разные знаки, что может осуществляться как в немагнитных диэлектриках [7], так и в намагниченных ферромагнетиках вблизи ферромагнитного резонанса (подробнее см. [4]). В случае одноосных кристаллов - это однополостная или двухполостная гиперболоида. Такие среды обладают рядом особенностей в оптических свойствах, в частности, зависимостью коэффициента отражения от угла падения (напр., полное огражение может иметь место не с больших углов, как в обычных средах, а начиная с малых (с нуля) и кончая (пропадая) при больших углах). Так как усиление поворота плоскости поляризации является функцией коэффициентов отражения и прохождения, то представляет интерес изучение усиления при взаимодействии света с границами сред с открытой поверхностью волновых векторов. Такая задача рассмотрена в [4] в случае прохождения света через пластинку. В настоящей работе рассматривается усиление (и стабилизация) при отражении света от границы полупространства в случае наклонного падения.

2. Границная задача и коэффициент усиления. Рассмотрим отражение света от границы среды с компонентами тензора диэлектрической проницаемости, различными

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_1 > 0, \quad \epsilon_{zz} = \epsilon_3 < 0. \quad (1)$$

(Различием знаков у ϵ_1 и ϵ_3 , и обусловлен открытый характер поверхности волновых векторов [3,5]). Среда занимает область $z \geq 0$. Из области $z < 0$ на границу $z=0$ падает волна

$$\vec{E}(x, z, t) = \vec{E} \exp(i(k_x x + k_z z - \omega t)). \quad (2)$$

На рис. 1 представлена геометрия задачи. Гипербола и окружность - сечение поверхности волновых векторов плоскостью xz . Гипербола соответствует необыкновенной волне, окружность - обычной. Для коэффициента отражения необык-

новенной волны из условий непрерывности тангенциальных компонент полей получаем [4]

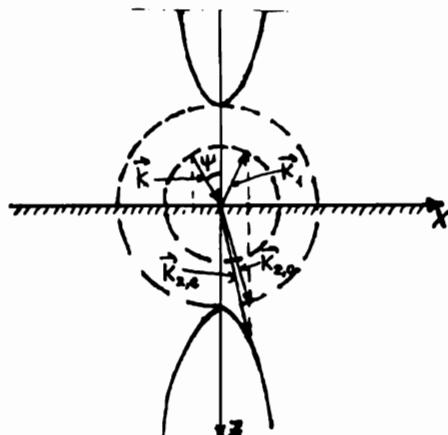


Рис. 1. Геометрия отражения на границе среды с открытой поверхностью волновых векторов: \vec{k} - волновой вектор падающей волны, \vec{k}_1 - волновой вектор отраженной волны, $\vec{k}_{2,0}$ - волновой вектор преломленной обычновенной волны, $\vec{k}_{2,e}$ - волновой вектор преломленной необыкновенной волны.

Для обыкновенной волны получаем

$$r_{\perp} = \frac{E_{1y}}{E_v} = \frac{\cos \psi - \sqrt{\epsilon_1 - \sin^2 \psi}}{\cos \psi + \sqrt{\epsilon_1 - \sin^2 \psi}}. \quad (4)$$

Азимуты поляризации будем отсчитывать от плоскости падения. Тогда для азимутов поляризации ϑ, ϑ_1 падающей и отраженной волн будем иметь

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} v_1 &= \frac{E_{1y}}{E_{1t}}, \operatorname{tg} v = \frac{E_v}{E_t}, \\ r_{\perp} \operatorname{tg} v_1 &= \frac{\sqrt{\epsilon_1 \left(1 + \frac{\sin^2 \psi}{|\epsilon_3|}\right)} - \epsilon_1 \cos \psi}{\sqrt{\epsilon_1 \left(1 + \frac{\sin^2 \psi}{|\epsilon_3|}\right)} + \epsilon_1 \cos \psi} \cdot \frac{\cos \psi + \sqrt{\epsilon_1 - \sin^2 \psi}}{\cos \psi - \sqrt{\epsilon_1 - \sin^2 \psi}} \operatorname{tg} \vartheta. \end{aligned} \quad (5)$$

и для коэффициента усиления получаем

$$f = \frac{dv_1}{dv} = k \frac{1 + \operatorname{tg}^2 v}{1 + k^2 \operatorname{tg}^2 v}, \quad (6)$$

где k - коэффициент при $\operatorname{tg} v$ в (5).

3. Анализ полученных выражений. Обсуждение. Ниже приводится ряд пар графиков, причем одна кривая в каждой паре соответствует среде с открытой поверхностью волновых векторов, другая - среде с замкнутой поверхностью волновых векторов.

На рис. 2 представлены зависимости коэффициентов отражения по амплитуде от угла падения. Сплошная кривая соответствует среде с открытой поверхностью волновых векторов ($\epsilon_1 = 2, \epsilon_3 = -2$), а штриховая кривая - среде с замкнутой поверхностью волновых векторов ($\epsilon_1 = 2, \epsilon_3 = 2,5$). Как видно из рис. 2, характер зависи-

$$r_{\parallel} = \frac{E_{1t}}{E_t} = - \frac{\sqrt{\epsilon_1 \left(1 + \frac{\sin^2 \psi}{|\epsilon_3|}\right)} - \epsilon_1 \cos \psi}{\sqrt{\epsilon_1 \left(1 + \frac{\sin^2 \psi}{|\epsilon_3|}\right)} + \epsilon_1 \cos \psi}. \quad (3)$$

где ψ - угол падения, E_t и E_{1t} - компоненты амплитуды полей падающей и отраженной волн, лежащие в плоскости падения. При этом направления \vec{t} и \vec{t}_1 выбраны так, чтобы $\vec{t}, \vec{j}, \vec{k}$, а также $\vec{t}_1, \vec{j}, \vec{k}$ составляли правую тройку; \vec{j} - орт оси y , \vec{k}, \vec{k}_1 - волновые векторы падающей и отраженной волн. Случаю замкнутой поверхности соответствует та же формула (3), в которой надо заменить $|\epsilon_3| \rightarrow -\epsilon_3, \epsilon_3 > 0$.

ности r_{11} от ψ в обоих случаях существенно не отличается, но кривые пересекают ось ψ в разных точках. В случае среды с открытой поверхностью волновых векторов это значение определяется из условия

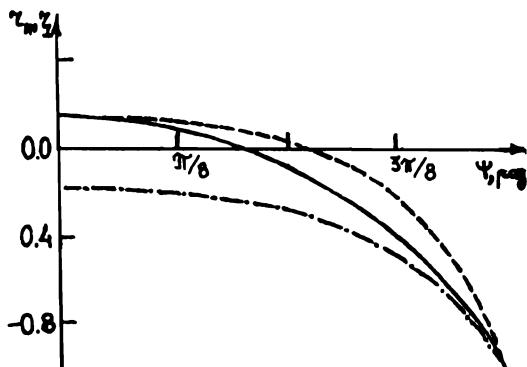


Рис. 2. Зависимость коэффициентов отражения по амплитуде от угла падения.

Штрих - пунктирная кривая представляет зависимость r_{11} от ψ .

На рис. 3 представлены зависимости коэффициентов усиления от азимута поляризации падающей волны при

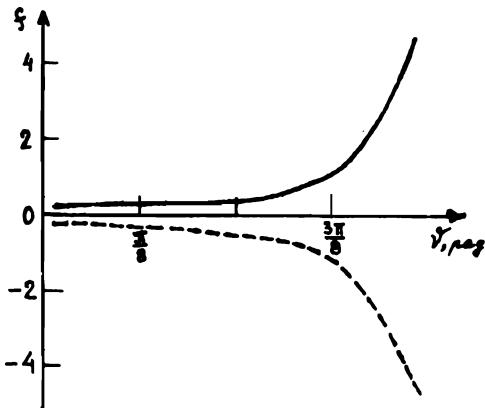


Рис. 3. Зависимость коэффициента усиления от азимута поляризации падающей волны.

является более чувствительным по отношению к изменениям параметров среды, чем коэффициенты отражения и прохождения. Наконец, на рис. 4 представлены зависимости $|f|_{\max}$ от ψ в рассматриваемых случаях открытой и замкнутой поверхности волновых векторов. $|f|_{\max}$ — это максимальное значение ψ при изменении ϑ от 0° до 90° .

Эти зависимости легко объяснимы, если иметь в виду следующее обстоятельство [8].

При $k \neq 0$ и $k \neq \infty$ из условия $df / d\vartheta = 0$ получаем те значения азимута ϑ при которых f имеет экстремальные значения:

$$\vartheta_{ext,2} = \pm m\pi; \pm(2m+1)\frac{\pi}{2}; m = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

Непосредственной подстановкой можно убедиться, что если $|k| > 1$, то f имеет

$$\sin \psi = \sqrt{\frac{|\epsilon_3|(\epsilon_1 - 1)}{|\epsilon_1||\epsilon_3| + 1}}, \quad (7)$$

а в другом случае — из условия

$$\sin \psi = \sqrt{\frac{\epsilon_3(\epsilon_1 - 1)}{\epsilon_1 \epsilon_3 - 1}}. \quad (8)$$

Отсюда видно, что данное пересечение в случае среды с открытой поверхностью волновых векторов происходит при меньшем значении ψ , чем в случае среды с замкнутой поверхностью волновых векторов.

Штрих - пунктирная кривая

соответствует среде с открытой поверхностью волновых векторов ($\epsilon_1 = 2, \epsilon_3 = -2$), а сплошная кривая соответствует среде с замкнутой поверхностью волновых векторов ($\epsilon_1 = 2, \epsilon_3 = 2,5$). Здесь уже имеется существенное отличие между соответствующими кривыми. Изменяется не только значение, но и знак коэффициента усиления (при фиксированном ϑ). Это еще

раз указывает на то, что параметр f , как отмечено в [8], действительно ветвистует в зависимости от ϑ . Следует отметить, что для открытой среды коэффициент усиления f имеет одинаковый знак для всех значений ϑ , в то время как для замкнутой среды знак коэффициента f меняется в зависимости от ϑ .

Следует отметить, что для открытой среды коэффициент усиления f имеет одинаковый знак для всех значений ϑ , в то время как для замкнутой среды знак коэффициента f меняется в зависимости от ϑ .

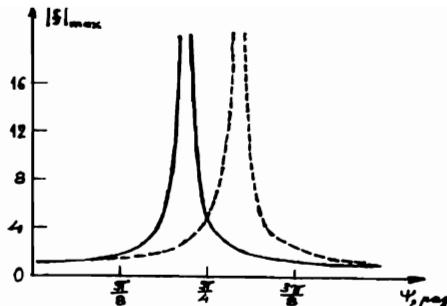


Рис. 4. Зависимость максимального усиления от угла падения.

при любом азимуте поляризации падающего света в отраженной волне отлична от нуля только компонента E_{1y} . Таким образом, при $k=0$ величина $\vartheta = \text{const} = 0$ (если ϑ отсчитывается от направления оси y , перпендикулярной к плоскости падения). Если же $k=\infty$ ($k=\infty$ при $\epsilon_1=1$), то среда опять работает стабилизатором азимута поляризации, но $\vartheta = \text{const} = \pi/2$, так как в этом случае отлична от нуля только компонента E_{1x} .

В нашем случае $|k| < 1$, так что $|f|_{\max} = 1/|k|$. А это означает, что значения ψ , при которых $|f|_{\max} \rightarrow \infty$, определяются из условий (7) и (8), и этим объясняются соответствующие отличия кривых зависимости $|f|_{\max}$ от ψ в случаях открытой и замкнутой поверхностей волновых векторов.

Кафедра общей физики

Поступила 26.07.1994

ЛИТЕРАТУРА

1. Запасский В. С. ЖПС, 1982, т. 37, с. 181-196.
2. Ерицян О. С. Изв. АН Арм ССР, Физика, 1986, т. 21, с. 12-17; Геворгян А. А., Гапапетян М. А., Ерицян О. С., Нипоян Ж. О. Изв. АН Арм ССР, Физика, 1987, т. 22, с. 101-105.
3. Ерицян О. С. Изв. АН Арм ССР, Физика, 1981, т. 16, с. 449-456.
4. Ерицян О. С. Оптика гиротропных сред и холестерических жидкких кристаллов. Ер., Изд-во Ашастан, 1988.
5. Свиташев К. К. Хасанов Т. Оптика и спектр., 1979, т. 46, с. 819.
6. Ерицян О. С. Кристаллография, 1978, т. 33, с. 461-464.
7. Брыксин В. В., Мирлин Д. Н., Решина И. И. ФТТ, 1973, т. 15, с. 1118.
8. Варданян Г. А., Геворгян А. А. и др. Уч. зап. ЕГУ, 1993, N 1, с. 26-39.

Ժ. Հ. ՆԻԽՈՅԱՆ, Հ. Ս. ԵՐԻՑՅԱՆ, Ա. Հ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ի. Մ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ
ԲԱՑ ԱԼԻՔԱՑԻՆ ՎԵԿՏՈՐՆԵՐԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒԹՅՈՎ ՄԻԶԱՎԱՑՈՒՑ
ԼՈՒՅՍԻ ԱՆԴՐԱԴԱՐՁՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ
ԲԵՎԵՌԱՑՄԱՆ ՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ՊՏՈՒՅՑԻ ՈՒԺԵՂԱՑՈՒՄԸ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Քննարկված է բևեռացման ազիմուտի փոփոխության ուժեղացման և բևեռացման ազիմուտի կայունացման հարցը, եթե լուսը անդրադառնում է բաց ալիքային վեկտորների մակերևույթով միջավայրից, և ուսումնասիրված են ուժեղացման և կայունացման առանձնահատկությունները կապված ալիքային վեկտորների մակերևույթի բաց լինելու հետ:

максимальное значение $|f|_{\max} = |k|$ при $\vartheta_{\max} = \pm m\pi$, а если $|k| < 1$, то $|f|_{\max} = 1/|k|$ при $\vartheta_{\max} = \pm(2m+1)\pi/2$. Если $k=0$ ($k=0$ при выполнении условия (7) в случае открытой поверхности волновых векторов и при условии (8) во втором случае), то среда работает стабилизатором азимута поляризации, так как при этих условиях, как следует из (3), $r_{11} = 0$, и

X и . м и я

УДК 541.127+516.215+631.4

М. Г. ГЕВОРКЯН, С. Ш. ЯВРЯН

О КАТАЛАЗНОЙ АКТИВНОСТИ ЛУГОВОГО ЧЕРНОЗЕМА

Изучена кинетика распада пероксида водорода в луговом черноземе в широкой области концентраций H_2O_2 в интервале температур 15-30° С. Показано, что скорость распада H_2O_2 в нестерильных и стерильных почвах с глубиной разреза увеличивается.

Известно, что в присутствии почвы H_2O_2 разлагается под катализитическим воздействием биологических и небиологических катализаторов, причем для инактивации биокатализаторов почву стерилизуют [1.2]. Однако при изучении каталической реакции горно-луговой почвы показано, что принятая в почвенной экзимологии методика не учитывает всех взаимодействий субстрата с почвой, в частности расхода H_2O_2 на окисление органического вещества ее. При этом стерилизация почвы является сложным физико-химическим процессом, ведущим к деструкции органических компонентов ее с образованием веществ, вызывающих дополнительный расход H_2O_2 , сопровождаемый образованием титруемых гидропероксидов и поглощением O_2 , искажающих данные о катализной активности почв [3].

Для установления относительной роли побочных процессов в катализной реакции почв необходимо изучить скорость расхода H_2O_2 в разных по типу почвах, отличающихся биологической активностью, а также составом. В этом смысле определенный интерес представляют лугово-черноземные почвы.

Лугово-черноземные почвы в отличие от степных черноземов формировались в условиях близкого залегания грунтовых вод с превалированием промывного режима [1]. По активности гидролитических ферментов они идентичны с черноземами, однако действие катализы своеобразно: с глубиной увеличивается объем O_2 , выделяющегося при взаимодействии H_2O_2 как с нестерильной, так и со стерильной почвами. Это объяснено действием в основном неорганических катализаторов, в частности соединений марганца, меди, железа, содержащихся в III и IV горизонтах сравнительно в большем количестве [1]. С целью выявления своеобразия воздействия этой почвы на скорость расхода H_2O_2 изучена кинетика взаимодействия двух образцов лугового чернозема с пероксидом водорода.

Исследование проведено на луговом черноземе Калининского (Медовка) и Гукасянского (Вартахпюр) районов. Применялись воздушно-сухие, просеянные через сито с диаметром отверстий 0,25 мм образцы почв. Для изучения кинетики реакции пользовались газометрическим методом Галстяна [2] с несколько видоизмененным реактором. Реактором служила плоскодонная колба с трехходовым краном, соединенным с измерительной burette. Навеска почвы (1г) помещалась в колбу, а раствор H_2O_2 нужной концентрации (5 мл) - в грушевидный сосуд. Реактор с реагентами на 15 минут помещался в водяной термостат с температурой t+0,05° С, находящийся на магнитной мешалке. После термостатирования сосуд с раствором H_2O_2 поворачивался на шлифе так, чтобы раствор выливался на почву. Этот момент считался началом реакции. Измерялся объем кислорода (в мл), выделившегося во времени за счет взаимодействия H_2O_2 с нестерильной и стерильной почвами.

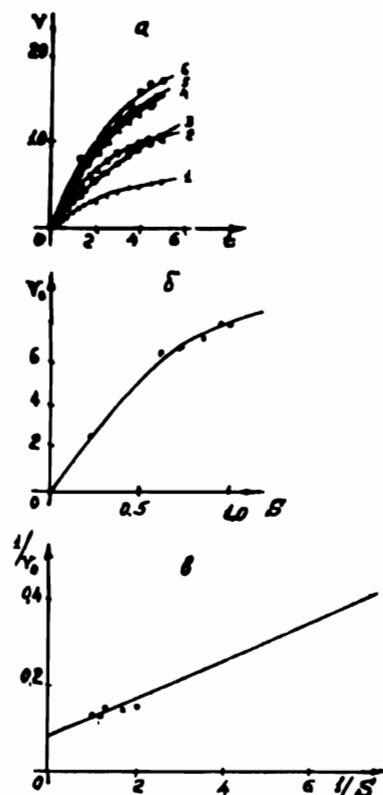
Объем реактора 220 мл, объем жидкости 5 мл. Установлено, что скорость изучаемой реакции растет по мере увеличения скорости перемешивания реакционной смеси до 500 об/мин, а затем она не меняется. Увеличение скорости реакции с перемешиванием указывает на диффузионный характер процесса. Чтобы исключить в дальнейшем определяющую роль диффузии на кинетику изучаемого процесса, реакцию проводили при перемешивании суспензии на магнитной мешалке со скоростью 500 об/мин.

В табл. 1 представлены кинетические данные объема выделившегося газа при различных концентрациях субстрата и температурах.

Приведенные в табл. 1 кинетические данные плавные. Однако не всегда наблюдается закономерное изменение скорости реакции с изменением этих параметров. Как видно из приведенных данных, скорость процесса при 15°C при увеличении концентрации H₂O₂ от 0,6 до 0,882 M растет, однако при [S]=1,6 она уменьшается, а при [S]=0,6 начальная скорость больше, чем при [S]=0,5 M, но начиная с 2 минут, I скорость становится меньше II. Аналогичная картина наблюдается и при других температурах. Оказалось также, что начальные скорости процесса при всех концентрациях субстрата при 30°C меньше, чем при 25°C.

Начальные скорости каталазной реакции I слоя лугово-черноземной почвы Гукасянского района (пашня) при 20°C с увеличением концентрации H₂O₂ закономерно увеличиваются (рис. 1), что позволило с применением различных видов линеаризации кинетических данных рассчитать значения постоянных уравнения Михэлиса-Ментен:

$$V_{\max} = 11,2 \frac{\text{мл} O_2}{\text{мин} \cdot \text{г}} \quad \text{и} \quad K_m = 0,51 M.$$



Однако для текущих скоростей эта закономерность не соблюдается (напр., кинетические данные при [H₂O₂] = 0,5 и 0,6 M). Для целинного образца этой же почвы кинетические кривые и I слоя указывают на отклонение кинетики от классических случаев.

Кинетические кривые каталазной реакции II и следующих слоев лугового чернозема Калининского района (табл. 2) при многих концентрациях субстрата и температурах имеют S-образный вид, в некоторых случаях на кинетической кривой появляются остановки, а иногда "скорость ферментативной реакции" оказывается отрицательной. При этой глубине, как и в верхнем слое, наблюдается незакономерное изменение скорости реакции с изменением концентрации субстрата и температуры (табл. 2).

Аналогичная картина наблюдается во II и последующих слоях лугово-черноземной почвы Гу-

Рис. 1. Кинетические данные каталазной реакции верхнего слоя лугово-черноземной почвы Гукасянского района ($t=20^{\circ}\text{C}$): а - кинетические кривые при различных $[\text{H}_2\text{O}_2]\text{M}$: 1 - 0,176; 2 - 0,5; 3 - 0,6; 4 - 0,8; 5 - 0,882; 6 - 1,0; б - зависимость начальной скорости от концентрации субстрата, в - линеаризация кинетических данных в координатах уравнения Лайнекера - Берка.

касянского района. На рис. 2 представлены кинетические данные выделения O₂ при каталитической реакции различных разрезов этой почвы при [S]=0,882 M, а также верхнего слоя при переменной концентрации субстрата. Как видно из рисунка 2 "а", изменение каталитической активности почв с глубиной незакономерное, при этом гладкие ки-

нетические кривые получаются только для I и II слоев, а в остальных случаях они проходят через максимумы или S-образцы.

Оказалось, что и для I слоя скорость каталазной реакции не находится в нормальной функциональной зависимости от концентрации H_2O_2 (кр. "б"): при $[H_2O_2] = 1$ она меньше, чем при $[H_2O_2] \leq 0,6 M$.

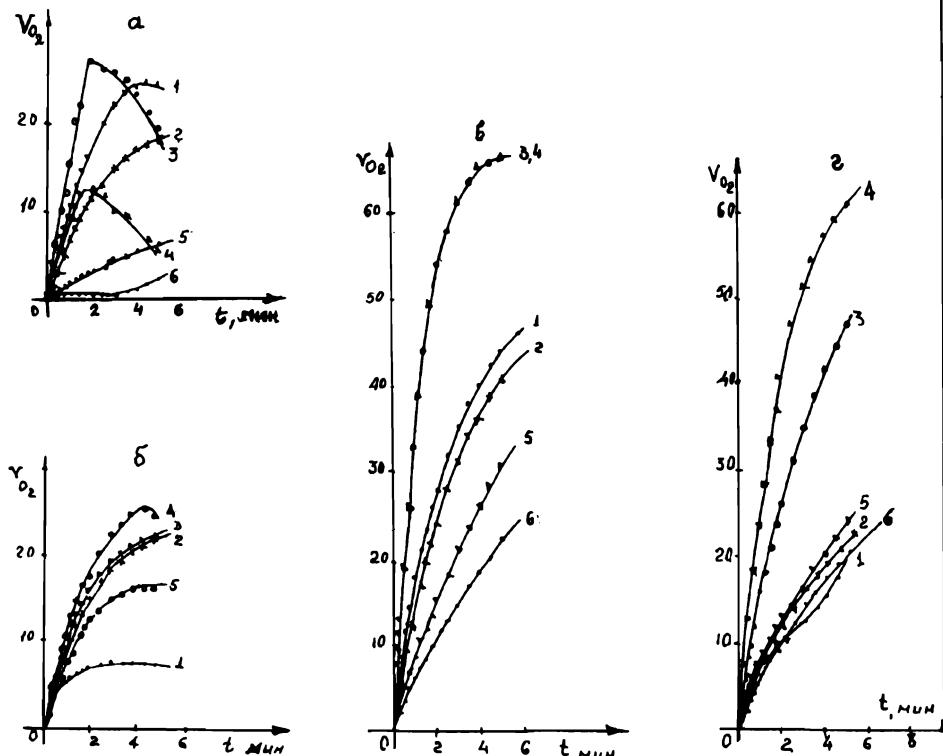


Рис. 2. Кинетические данные взаимодействия H_2O_2 с лугово-черноземной почвой Гукасянского района ($t=20^\circ C$): а - кинетические кривые каталазной реакции ($[H_2O_2]=0,882 M$) различных слоев почвы: 1 - 0 - 16; 2 - 16 - 32; 3 - 32 - 63; 4 - 63 - 90; 5 - 90 - 105; 6 - 105 - 125 см; б - кинетические кривые каталазной реакции верхнего слоя (0 - 16 см) при различных концентрациях $H_2O_2 M$: 1 - 0,176; 2 - 0,5; 3 - 0,6; 4 - 0,882; 5 - 1,0; в, г - кинетические кривые выделения O_2 при взаимодействии H_2O_2 с нестерильными (в) и стерильными (г) образцами различных слоев почв ($[H_2O_2]=0,882 M$), нумерация кривых соответствует кривым "а").

Незакономерное изменение скорости процесса от концентрации субстрата и температуры можно объяснить, принимая, что в данном случае, как и при взаимодействии H_2O_2 с горно-луговой почвой, помимо катализитического, происходит также некатализитический распад H_2O_2 - на окисление органического компонента почвы и продуктов ее деструкции, образующихся при стерилизации почвы [3].

Полученная в таких условиях скорость выделения O_2 , являясь суммой сложных процессов, не может количественно характеризовать каталазную активность почв.

Для выяснения относительной роли биологического и небиологического катализаторов в различных слоях исследуемых почв изучена скорость выделения O_2 при взаимодействии H_2O_2 с нестерильными и стерильными образцами почв (рис.2, кр. "в" и "г"). Из приведенных данных можно заключить, что скорость распада H_2O_2 в III и IV слоях почвы Гукасянского района обусловлена в основном действием небиологических катализаторов, а в I и II - биологического. Так как с глубиной концентрация ферментов и органического вещества падает [5-7], из полученных кинетических данных можно заключить также, что концентрация небиологических катализаторов наибольшая в III и IV слоях, причем их действие более эффективно, чем совместное действие биологического и небиологического катализаторов в I и II слоях.

Таблица 1

Кинетические данные катализной реакции окисления слоя пучевого чернозема Калининского района при различных концентрациях H_2O_2 и температурах

t°	$[H_2O_2], M$	Время, мин											
		0,25	0,50	0,75	1,0	1,25	1,50	1,75	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
15	0,6	1	1,4	1,9	2,3	2,6	3,0	3,55	3,8	4,6	5,2	6,0	6,6
	0,882	0,4	1,3	1,8	2,5	2,7	3,6	4,0	4,4	5,3	5,9	6,7	7,4
	1,60	1,4	1,9	2,4	3,0	3,4	3,7	4,0	4,7	5,3	5,9	6,4	6,8
	3,00	-	1,8	2,8	3,5	4,5	5,2	6,0	6,5	7,9	9,0	10,0	11,3
	3,50	2	3,1	4,3	5,3	6,5	7,4	8,1	9,0	10,6	12,1	13,5	14,9
	5,00	1,9	3,0	4,6	6,0	7,6	9,0	9,7	11,4	13,7	16,0	18,0	19,6
25	6,00	2,4	3,8	5,1	6,3	7,6	8,2	9,0	9,7	11,2	12,3	13,5	14,0
	0,60	0,9	2,4	3,2	3,9	4,4	5,0	5,9	6,8	8,0	9,2	10,4	11,0
	0,882	1,8	2,0	3,0	4,0	5,0	5,8	6,8	7,4	8,5	9,6	11,1	12,0
	1,60	2,5	3,9	5,3	6,6	8,0	9,1	11,1	11,3	13,1	15,3	17,1	18,8
	3,0	4,5	6,0	7,5	9,8	11,3	13,0	13,8	16,3	18,5	19,7	21,5	22,5
	3,5	4,5	6,7	8,8	10,7	11,9	13,6	14,9	16,0	18,3	20,9	22,3	23,7
30	5,0	5,0	7,5	9,2	11,1	13,0	14,5	15,8	16,8	17,9	20,7	22,5	23,8
	6,0	3,3	6,0	8,8	10,8	12,7	14,0	15,8	17,2	19,5	22,2	24,1	25,1
	0,60	0,5	1,3	2,1	2,8	3,6	4,2	4,9	5,5	6,6	7,8	8,8	9,6
	0,882	1,8	3,2	4,6	6,0	7,2	8,4	9,6	10,5	12,6	14,3	15,9	17,5
	1,60	2,8	3,5	4,5	5,8	6,7	7,5	8,3	9,1	10,3	11,8	13,8	14,8
	3,0	3,4	5,7	8,2	10,3	12,1	13,6	15,5	16,8	19,7	21,0	22,5	24,5
	3,5	4,0	6,6	9,0	11,3	13,2	15,1	17,0	18,5	21,3	23,7	25,6	27,4
	5,0	4,0	6,5	8,6	10,3	12,0	13,3	14,6	15,6	17,4	18,8	20,1	21,6
	6,0	4,5	7,7	10,1	12,4	14,1	15,4	16,5	18,7	19,0	19,0	22,5	23,3
												24,2	25,0

Таблица 2

Объем окисления гася O_2 (мл) при катализитической реакции гидролиза пускового чисто-тестового района при $20^\circ C$

[s], M	глубина разреза, см	Время, мин													
		0,25	0,50	0,75	1,0	1,25	1,50	1,75	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
0,176	15-29	-0,5	-0,2	0,1	0,1	0,2	0,4	0,5	0,7	1,0	1,2	1,6	1,8	2,0	2,2
	29-50	-0,1	0	0,1	0,2	0,4	0,5	0,6	0,8	1,1	1,2	1,4	1,5	1,6	1,6
	50-80	0	0,1	0,1	0,3	0,7	1,1	1,3	1,4	1,8	2,1	2,4	2,6	2,8	2,8
0,6	80-100	-0,5	0,1	0,7	0,9	1,5	2,0	2,2	2,7	2,9	3,1	3,4	3,5	3,5	3,5
	0-15	0,6	1,1	1,9	2,6	3,1	3,6	4,2	4,7	5,6	6,8	7,5	8,4	9,2	9,8
	15-29	0,6	1,1	1,8	2,3	2,7	3,1	3,8	4,2	5,2	5,8	6,5	7,1	7,3	7,7
0,882	29-50	0,7	1,0	1,3	1,8	2,3	2,8	3,2	3,8	4,9	5,9	6,9	7,7	8,5	9,2
	50-80	1,1	2,1	2,8	4,0	4,7	5,6	6,3	7,1	8,7	9,9	10,9	11,8	12,6	13,2
	80-100	2,8	4,2	5,2	6,1	7,2	7,8	8,7	9,5	10,4	11,6	11,3	11,6	11,7	12,4
3,5	0-15	2,0	2,6	3,4	4,0	4,7	3,4	6,0	6,7	7,8	8,7	19,8	10,6	11,9	12,1
	15-29	1,0	1,4	1,9	2,9	3,8	4,6	5,4	6,2	7,9	9,7	11,0	12,5	14,2	15,5
	29-50	1,2	2,4	2,8	3,0	3,1	3,3	3,4	3,6	3,9	4,2	4,5	4,8	5,4	5,4
3,5	50-80	0,5	1,6	2,0	3,1	3,8	4,4	4,7	5,2	6,2	7,1	7,7	8,4	9,1	9,7
	80-100	1,9	3,2	4,7	6,3	7,5	8,5	9,6	10,7	12,3	13,5	14,7	15,2	15,8	16,7
	0-15	2,6	4,3	5,5	6,8	8,2	9,1	10,2	11,0	12,5	13,8	15,0	15,9	16,6	17,7
3,5	15-29	1,7	3,3	5,0	7,2	9,5	11,4	13,7	16,7	21,5	26,0	30,2	34,9	39,0	41,8
	29-50	-1,4	-1,2	-0,7	0,3	1,1	2,2	3,3	3,4	5,7	7,4	9,2	10,9	12,3	12,2
	50-80	2,0	5,1	9,0	11,6	14,5	17,0	19,8	22,5	27,0	31,7	35,0	38,2	40,5	43,2
3,5	80-100	4,5	9,5	14,5	19,0	22,0	26,0	30,0	32,5	3,9	44,3	48,5	49,6	51,5	54,0

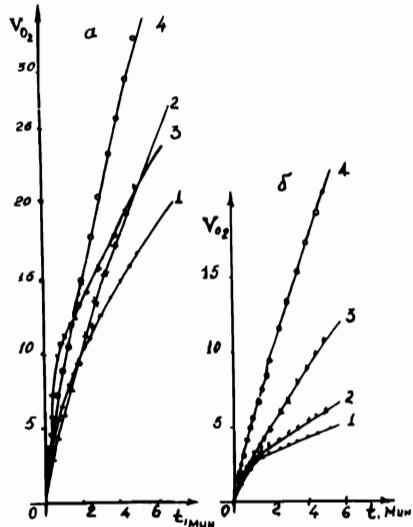


Рис. 3. Кинетические кривые выделения O_2 при взаимодействии H_2O_2 с нестерильными (а) и стерильными (б) образцами различных слоев лугово-черноземной почвы Калининского района ($[H_2O_2] = 0,882 M$, $t = 20$): 1 - 0 - 15; 2 - 15 - 29; 3 - 29 - 50; 4 - 50 - 80; 5 - 80 - 100 см.

Из приведенных данных видно, что в лугово-черноземных почвах, характеризующихся высоким содержанием неорганических катализаторов, скорость ферментативной реакции оказывается соизмеримой со скоростью процессов, не учитываемых в стандартных методах определения каталазной активности почв. Это приводит к искашению результатов и показывает необходимость разработки новых подходов для определения каталазной активности почв.

Кафедра физической и коллоидной химии

Поступила 29.03.1994

ЛИТЕРАТУРА

- Галстян А. Ш. Ферментативная активность почв Армении. Ер., 1974.
- Галстян А. Ш. Определение активности ферментов почв. Ер., 1978.
- Геворкян М. Г. Галстян А. Ш. Бейлерян Н. М. Влияние различных факторов на скорость разложения H_2O_2 почвой. - Уч. зап. ЕГУ, 1983, N 3, с. 80.
- Хазиев Ф. Х. Ферментативная активность почв. М., 1976.
- Burns R. G. Soil enzymology. - Sci Progress, 1977, v. 64, N254, p. 275.
- Ross D. Y., Roberts H. S. A study of activities of enzymes hydrolysing sucrose and starch and of oxygen uptake in a sequence of soils under tussock grasslands. - J. Soil Sci, 1968, v. 19, N 1, p. 186.
- Tabatabai M. A. Effects of trace elements on urease activity in soils. - Soil Biol. and Biochem., 1977, v. 9, N 1, p. 9.

Մ. Գ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ. Ս. Ը. ՑԱՎՐԵԱՆ

ՄԱՐԳԱԳԵՏՆԱԹԻՆ ՍԵՎԱՀՈՂԵՐԻ ԿԱՏԱԼԱԶԱԹԻՆ ԱԿՏԻՎՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա. Մ Փ Ո Ւ Մ

Ուսումնասիրված է մարգագետնային սևահողերի կատալազային ակտիվությունը $15-30^{\circ}C$ ջերմաստիճանային միշակայքում, ջրածնի պերօքսիդի կոնցենտրացիոն լայն տիրություն: Ցույց է տրված, որ ջրածնի պերօքսիդի քայլայման արագությունը ստերիլ և ոչ ստերիլ հողերում կտրվածքի խորությունից կախված մեծանում է, որը բացատրվում է նրանցում փոփոխական վալենտականության մետաղների իոնների վերականգնված ձևերի կոնցենտրացիաների աճով:

X и м и я

УДК 546.72+546.47+546.56+546.73+546.18

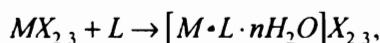
Л. Е. ПОГОСЯН, С. Н. АВАКЯН, М. Х. МИНАСЯНЦ

**СИНТЕЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ НОВЫХ КОМПЛЕКСНЫХ
СОЕДИНЕНИЙ ПЕРЕХОДНЫХ МЕТАЛЛОВ**

Получены комплексные соединения трифенил (3-фенил-1, 2-проподиенил) фосфоний бромида с некоторыми солями переходных металлов: CaCl_2 , CuCl_2 , ZnCl_2 , $\text{FeCl}_3 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$, CdCl_2 .

Синтезированные комплексы выделены и охарактеризованы физико-химическими методами анализа.

В продолжение исследований в области синтеза новых координационных соединений переходных металлов в настоящей работе в качестве лиганда (L) использован трифенил (3-фенил-1, 2-проподиенил) фосфоний бромида. Последний был введен в реакцию комплексообразования с хлоридами кобальта, меди, железа, цинка и йодидом кадмия. Реакцию проводили при нагревании ($30\text{-}40^\circ\text{C}$) эквимольных количеств исходных компонентов в этиловом спирте:



- I. $M=\text{Co(II)}$, $X=\text{Cl}$, $n=2$,
- II. $M=\text{Cu(II)}$, $X=\text{Cl}$, $n=2$,
- III. $M=\text{Zn(II)}$, $X=\text{Cl}$, $n=2$,
- IV. $M=\text{Fe(III)}$, $X=\text{Cl}$, $n=4$,
- V. $M=\text{Cd(II)}$, $X=\text{I}$, $n=2$.

Полученные комплексы представляют собой порошкообразные индивидуальные вещества с характерным для каждого материала цветом. Продукты реакции были выведены, очищены от исходных соединений благодаря их различной растворимости в эфире, толуоле и охарактеризованы физико-химическими методами анализа (табл. 1).

*Таблица 1
Комплексные соединения I-V*

Соединения	Найдено, %				Вычислено, %				Цвет
	C	H	Cl	Br	C	H	Cl	Br	
I	51,92	4,31	11,66	13,013	52,035	4,205	11,377	12,821	бирюзовый
II	51,80	3,99	11,05 ⁶	13,001	51,654	4,175	11,294	12,727	коричневый
III	51,31	4,42	11,17 ⁸	12,635	51,495	4,161	11,259	12,688	желтый
IV	47,04	3,97	10,02 ³	11,348	46,889	4,372	10,252	11,553	коричневый
V	37,41	3,42	-	-	37,727	3,048	-	-	темно-коричневый

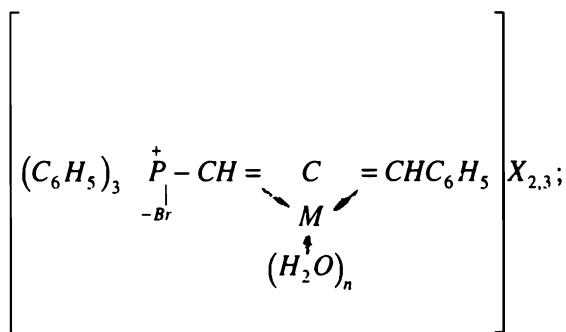
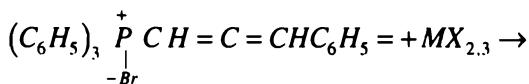
Предположительное строение полученных соединений I-V выявлено сопоставлением данных ИК-спектров исходного трифенил (3-фенил-1,2-проподиенил) фосфоний бромида и продуктов реакции (рис.1, табл. 2). Установлено, что в результате

комплексообразования частота колебаний двойных связей (-C=C=C-) смещена в низкочастотную область по сравнению с лигандом. Исходя из этого, можно предположить, что связь молекулы лиганда с атомом металла осуществляется через алленовую группу, а образование комплекса протекает по схеме

Таблица 2
Некоторые физико-химические характеристики полученных комплексных соединений и лиганды

Соединение	Плотность, g/cm^3	Молекул. объем, $\text{см}^3/\text{моль}$	Молярная электропроводность, $\text{Ом}^{-1}\text{см}^2\text{моль}^{-1}$	pH* водного раствора	Показатели преломления	Молекулярная рефракция
$\text{CoCl}_2 \text{C}_{27}\text{H}_{22}\text{PBr}2\text{H}_2\text{O}$	2,301	270,846	270	5,85	1,6800	102,354
$\text{CuCl}_2 \text{C}_{27}\text{H}_{22}\text{PBr}2\text{H}_2\text{O}$	2,055	305,513	265	5,90	1,6600	112,784
$\text{ZnCl}_2 \text{C}_{27}\text{H}_{22}\text{PBr}2\text{H}_2\text{O}$	1,946	323,620	295	5,70	1,6700	120,888
$\text{FeCl}_3 \text{C}_{27}\text{H}_{22}\text{PBr}4\text{H}_2\text{O}$	1,849	374,048	389	5,80	1,6900	142,968
$\text{CdI}_2 \text{C}_{27}\text{H}_{22}\text{PBr}2\text{H}_2\text{O}$	2,685	320,145	275	5,80	1,6600	118,186
$\text{C}_{27}\text{H}_{22}\text{PBr}$	1,203	380,173				

Примечание: * Концентрация растворов 0,001 моль/л.



$M=Co(II), Cu(II), Zn(II); X=Cl; n=2;$

$M=Fe(II); X=Cl; n=4;$

$M=Cd(II); X=I; n=2.$

В табл. 3 приведены результаты рентгеноанализа исследуемых комплексов и исходных веществ. По дифрактограммам определены углы отражения (θ°) для каждой линии и по формуле Вульф-Брегга рассчитаны межплоскостные расстояния ($d, \text{\AA}$), соответствующие линиям дифракторамм: $2d \sin \theta = n\lambda$, где n - порядок отражения, λ - длина падающего рентгеновского луча. Относительные интенсивности (I) оценены по 100 - бальной шкале.

На основании термографических исследований (рис. 2) установлено, что синтезированные соединения I-V при 120-130 $^\circ\text{C}$ подвергаются дегидратации, при 170-280 $^\circ\text{C}$ происходит разложение комплекса, а при 300-600 $^\circ\text{C}$ они превращаются в оксиды металлов. Это подтверждается также и данными элементно-химического анализа.

Водные растворы комплексов являются электролитами с близкими значениями pH (табл. 2). Необходимо отметить, что плотность исходных солей больше плотности продуктов реакции, а плотность последних больше плотности лиганда.

Интенсивность (I) и межплоскостные расстояния (d, Å) на дифрактометрах полулученных кристаллов исходных соединений

L		CoCl ₂		CuCl ₂ ·1,2H ₂ O		ZnCl ₂ ·L·2H ₂ O	
Θ°	d	I	Θ°	d	I	Θ°	d
6,37	6,93	20	7,63	5,78	100	6,77	13
7,29	6,07	12	7,95	5,55	10	5,39	5,55
7,83	5,65	28	9,25	4,79	19	8,92	7,68
8,41	5,26	27	9,56	4,63	16	9,55	4,64
9,37	4,73	27	10,40	4,26	21	10,66	4,16
9,70	4,56	90	10,59	4,19	28	11,30	3,93
10,00	4,43	100	11,06	4,01	36	12,33	3,60
10,70	4,14	56	12,14	3,65	24	12,82	3,47
11,20	3,96	42	14,96	2,98	29	13,90	3,20
11,70	3,79	51	15,68	2,84	40	14,31	3,11
12,41	3,58	57	16,51	2,71	27	15,89	2,81
12,83	3,46	46	17,25	2,59	17	16,33	2,73
13,33	3,33	35	17,72	2,52	31	19,89	2,26
14,33	3,11	25	19,06	2,35	43	20,15	2,23
14,91	2,99	44	20,16	2,23	17	20,56	2,19
17,04	2,62	14	21,15	2,13	35	21,04	2,14
17,87	2,50	8	25,79	1,77	63	21,35	2,11
19,12	2,35	8	29,80	1,54	35	21,75	2,07
CuCl ₂ ·2H ₂ O		CuCl ₂		CdI ₂ ·2H ₂ O		ZnCl ₂	
6,16	7,16	44	7,66	5,77	70	5,52	7,99
8,04	5,50	38	8,04	5,51	26	9,07	4,88
8,79	5,03	26	10,91	4,07	11	9,90	4,47
10,79	4,11	100	12,91	3,44	39	10,32	4,09
12,54	3,54	70	14,41	3,09	18	11,87	3,74
13,54	3,28	75	15,29	2,92	100	14,90	2,99
15,00	2,97	22	17,00	2,63	41	15,72	2,84
15,83	2,82	14	18,95	2,37	71	16,54	2,70
17,01	2,62	9	24,33	1,87	68	17,07	2,62
18,29	2,45	6	26,75	1,71	46	18,23	2,46

(О к о н ч а н и е м а б . и и у и ю . 3)

Cdl:	FeCl ₃ ; L4H ₂ O			FeCl ₃ ; 6H ₂ O		
	Θ°		d	Θ°		d
	1	1	1	1	1	1
6,46	6,84	100	5,41	8,16	3,7	3,39
13,01	3,42	40	6,52	6,78	21	4,62
13,74	3,24	28	7,40	5,97	57	5,09
15,84	2,82	28	8,01	5,52	41	5,82
19,73	2,28	12	9,65	4,59	81	6,49
20,48	2,20	28	9,83	4,50	64	6,79
21,27	2,12	4	10,18	4,35	61	7,39
22,36	2,02	2	10,42	4,25	100	7,93
23,38	1,94	28	11,09	4,00	96	8,43
25,28	1,80	2	11,82	3,75	88	9,32
26,69	1,70	4	12,19	3,64	44	2,19
34,16	1,37	2	13,71	3,24	55	2,04
42,35	1,14	2	15,74	2,83	68	1,94
63,89	0,85	2	16,68	2,68	91	1,75
			17,02	2,63	8	1,69
			17,80	2,51	12	1,63
						1,50
						3
						3

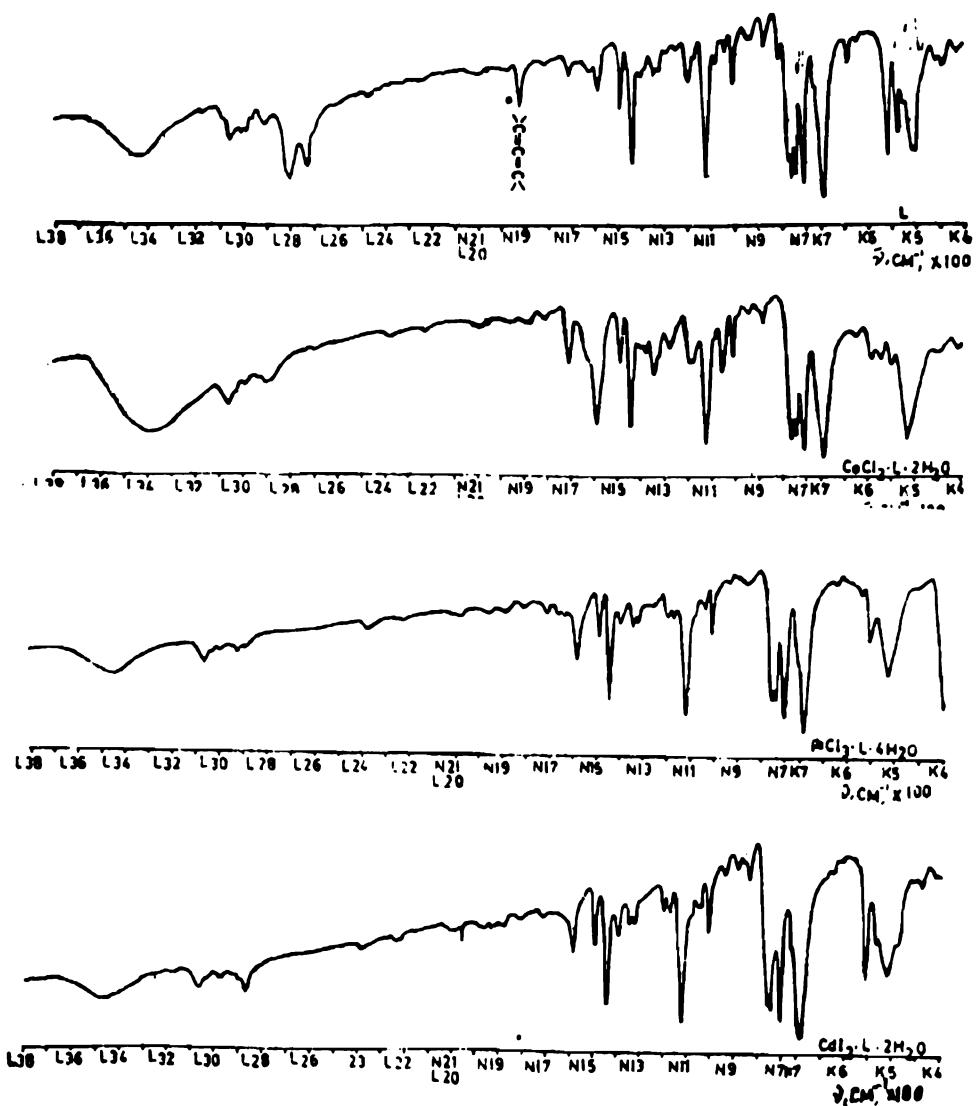


Рис. 1. ИК - спектры поглощения лиганда и комплексов.

Экспериментальная часть. Для установления индивидуальности соединений применяли рентгendifракционный метод порошка Дебая-Шеррера [1]. Дифрактограммы получали на дифрактометре "ДРОН-ЗМ" при медном излучении с никелевым фильтром. Элементно-химический анализ проводили согласно [2]. ИК - спектры записывали на спектрометре "UR-20". Плотности определяли капиллярным пикнометром в бензоле. Электропроводность измеряли реохордным мостом Р-38. Показатели преломления определяли рефрактометрическим методом [3].

Получение комплексов I-V. К насыщенному спиртовому раствору соли металла (0,02 моля) прибавляли по каплям спиртовый раствор лиганда (0,02 моля). Полученную смесь при непрерывном перемешивании нагревали при 30-40 °C в течение 30 мин. Образовавшийся осадок фильтровали, промывали спиртом, эфиром, толуолом, сушили в эксикаторе. Выходы 90-95 %.

Полученные соединения довольно устойчивы на воздухе и по внешнему виду отличаются от исходных веществ. Характеристики продуктов приведены в табл. 1-3.

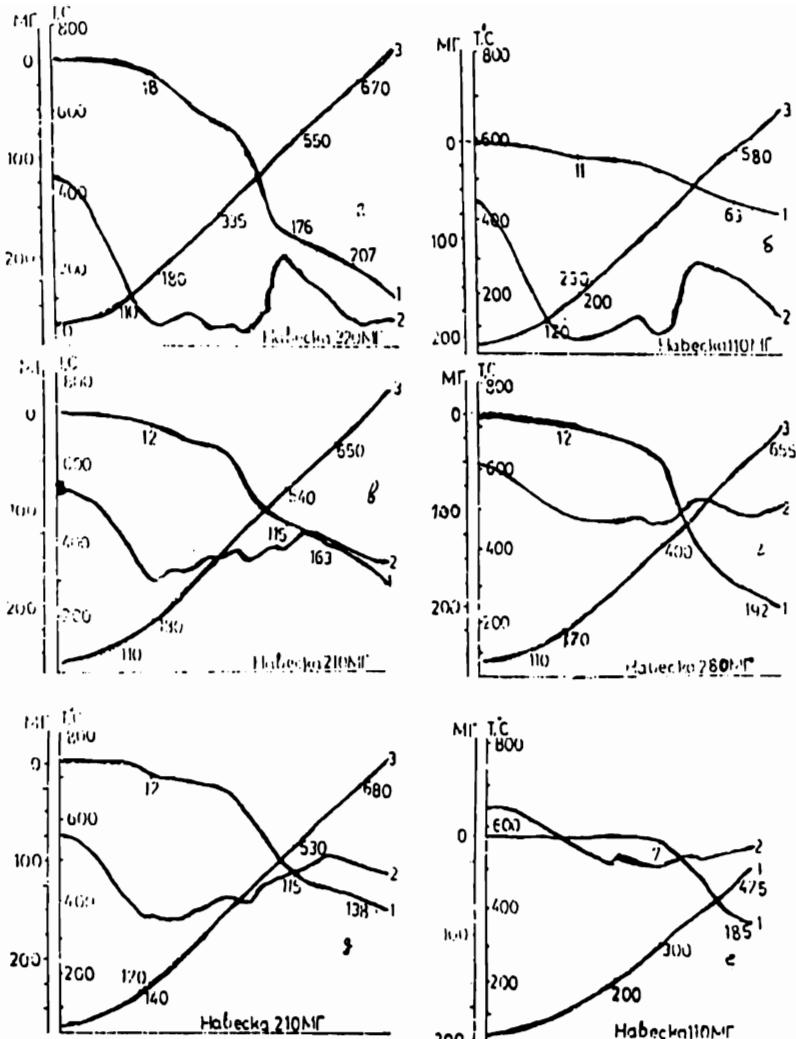


Рис. 2. Дериватограммы комплексов меди (а), железа (б), цинка (в), кадмия (г), кобальта (д) с трифенил (3-фенил-1, 2-проподиенил) фосфоний бромидом (е).

Кафедра неорганической химии, кафедра общей физики ЕГУ

Поступила 1.07.1994

ЛИТЕРАТУРА

- Липсон Г., Стилл Г. Интерпретация порошковых рентгенограмм. М.: Мир, 1972, с. 210.
- Климон В. А. Основные микрометоды анализа органических соединений. М.: Химия, 1967.
- Стройбер Р., Морзе С. Определение кристаллов под микроскопом. М.: Мир, 1974, с. 270.

Լ. Ե. ՊՈՂՈՍՅԱՆ, Ս. Ն. ԱՎԱԳՅԵԱՆ, Մ. Խ. ՄԻՒԱՍՅԱՆՑ

ԱՆՑՈՒՄԱՑԻՆ ՄԵՏԱԴՆԵՐԻ ՆՈՐ ԿՈՄՊԼԵՔՏ ՄԻԱՑՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ
ՄԻՆԹԵԶԸ ԵՎ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ա. Վ Փ Ո Ւ Մ

Սինթեզված են կրոպտի, պղնձի, ցիմկի, երկարի, կաղմիումի քլորիդների կոմպլեքսային միացությունները 3 ֆենիլ-1,2-պրոպոդինիլ ֆոսֆոնային բրոմիդի հետ։ Ֆենիկարբիմիական մեթոդներով բնութագրված են ստացված միացությունների որոշ հատկությունները։

Биология

УДК 582. 28

Л. Л. ОСИПЯН, И. М. ЭЛОЯН

**ПАТОГЕННАЯ МИКОБИОТА КАРТОФЕЛЯ
В РЕСПУБЛИКЕ АРМЕНИЯ**

Выявлено 13 видов патогенных грибов, в основном гифомицетов, из них первично поражающих картофель в период вегетации - 10 видов, а во время хранения клубней - 9 видов. Семь видов развиваются в оба периода. Среди выявленных грибов 3 паразита, остальные сапротрофы или факультативные паразиты, кроме этого постоянный контакт с почвой способствует эпифитному развитию многих типичных почвенных грибов на поверхности клубней и вторичному инфицированию некоторыми из них уже пораженных тканей. Высказывается предположение об ограничивающем действии алкалоида соланина и чаконина на развитие на картофеле многих широко распространенных фитотрофных патогенных грибов.

Картофель одна из ценнейших культур, широко возделываемых в Армении в основном в горном и среднегорном поясах с умеренным и влажным климатом. В последние годы границы культивирования картофеля заметно расширились, что связано с увеличением числа садово-огородных индивидуальных участков и приватизации земли.

Качество клубней картофеля зависит от многих факторов - сорта, природно-климатических условий, агротехники, фитопатологического состояния растения и особенно его клубней. Последний фактор влияет на качество клубней не только в период вегетации, но и в процессе их хранения. Среди множества причин фитопатологической порчи картофеля - бактериальные, вирусные, грибные возбудители болезней и вредители. Поскольку ущерб от грибных поражений чрезвычайно велик, их исследованию посвящено достаточно много работ [1, 2, 3 и мн. др.]. Ряд из них посвящен исследованию отдельных наиболее вредоносных заболеваний, напр., раку [4, 5], парше [6], фитофторе [7, 8].

В Армении специальных работ по составу микобиоты картофеля очень мало. Имеются работы по отдельным возбудителям: А. Бабаяна - по мучнистой росе [9], А. Бабаяна и др. - по поражаемости картофеля вертициллиумом [10], А. Бабаяна и С. Петросяна - об устойчивости картофеля к фитофторе [11], Тетеревниковой - Бабаян и др. приводится нахождение гриба *Plenodomus herbarum* на клубнях [12]. Известна работа А. Аргуманяна по болезням картофеля Степанаванского района [13]. Л. Осилян приводят данные по составу патогенных пероноспоровых и гифальных грибов, поражающих картофель не только в период вегетации, но и во время хранения клубней [14 - 15].

Настоящее исследование имеет целью обобщить все сведения по патогенной микобиоте *Solanum tuberosum*, накопившиеся к настоящему времени в Республике Армения и дать систематический анализ ее состава на видовом уровне. Это особенно важно сделать сейчас, когда в Республику ввозятся в большом количестве продукты, в том числе и картофель, без достаточно эффективного карантинного надзора и когда увеличивается производство картофеля в самой Республике. Импортированный картофель используется не только в качестве пищевого продукта, но и как посевной материал, который может стать источником новой инфекции.

На *Solanum tuberosum* за многие годы наблюдений в разных сельскохозяйственных зонах Республики выявлено 13 видов патогенных грибов. Из них 1 вид относится

к классу Oomycetes, 2 – Ascomycetes, 7 – Hymenomycetes (2 из семейства Moniliaceae, 3 – Dematiaceae, 2 – Tuberulariaceae). См. таблицу.

Распределение выявленных видов по образу жизни следующее: 3 вида являются паразитами (*Phytophthora infestans*, *Golovinomyces orontii*, *Cercospora concors*), остальные – сапрофаги или факультативные паразиты. Из паразитных только один облигатный вид - *G. orontii*. Что же касается *Ph. infestans*, то его образ жизни изменяется в зависимости от поражаемого грибом органа растения. Развиваясь на зеленых фотосинтезирующих листьях и клубнях картофеля, возбудитель фитофтороза в период вегетации проявляет себя паразитом, а в послевегетационное время переходит к сапротрофизму. Такой же цикл развития претерпевает пикнидиальный вид *Phoma solanicola*, поражающий сначала зеленые стебли, столоны, клубни, а затем в период хранения последних вызывает их сухую гниль. Факультативный паразитизм отмечается у *Alternaria solani*. Вид этот проявляется двумя формами. Одна форма сапротрофная, развивающаяся на клубнях и отмерших листьях, другая – факультативно паразитирует на живых листьях. Вторая форма до последнего времени идентифицировалась как *Macrosporium solani* Ell. et Mart. [15 - 19]. Основанием служило развитие гриба на вегетирующих листьях с образованием некротических пятен с концентричностью, свидетельствующей о некротрофном действии на ткани питающего растения, а также связь с иным телескопическим родом. Упразднение рода *Macrosporium* привело к формальному объединению этих видов, расширив таким образом морфо – физиологическую характеристику вида *Alternaria solani*.

По приуроченности к отдельным органам растения выявленные грибы распределяются следующим образом. Шесть видов вызывают поражение надземных и подземных органов, 3 из них – за счет диффузного распространения мицелия (*Verticillium albo-atrum*, *Fusarium solani* *Rhizoctonia solani*), а другие три – в результате многоочаговой инфекции (*Ph. infestans*, *A. solani*, *Phoma solanicola*). Из общего числа зарегистрированных видов патогенными грибами периода вегетации являются 10 - *Ph. infestans*, *G. orontii*, *V. albo-atrum*, *C. concors*, *A. solani*, *F. solani*, *F. oxysporum*, *S. sclerotiorum*, *Phoma solanicola*, *Rh. solani*. Типичных видов периода хранения зарегистрировано всего 9: *Ph. infestans*, *V. albo-atrum*, *V. lateritium*, *Torula convoluta*, *A. solani*, *F. solanicola*, *F. oxysporum*, *Phoma solanicola*, *Rhizoctonia solani*.

Как видно из приведенных примеров, 8 видов являются общими для периодов вегетации и хранения.

Видовое разнообразие возрастает с увеличением срока хранения клубней, когда на них поселяются сапротрофные в основном полифагные плесеньобразующие почвенные грибы – *Monilia candida*, *Botrytis cinerea*, *Aspergillus niger*, виды *Penicillium*, *Trichothecium roseum*, *Alternaria tenuissima* и др. Одни из них эпифитно развиваются на поверхности здоровых клубней, другие же поселяются на мертвых тканях, образовавшихся в результате развития первичной инфекции. Некоторые из них оккупируют ткани, пораженные определенными возбудителями. Напр., *Botrytis cinerea* появляются на мертвых тканях, погибших в результате поражения склеротинией. А виды *Fusarium* развиваются главным образом на клубнях предварительно пораженных возбудителями фитофтороза, парши обыкновенной. Таким образом, поражение клубней основными возбудителями гнилей часто влечет за собой вторичное инфицирование, что является результатом постоянного контакта клубней с почвой. Проникновение гриба в клубень в большинстве случаев связано с непременным наличием травмированной поверхности.

Возбудитель фитофтороза ботвы и клубней широко распространен во всех районах возделывания горно-степного и горно-лесного пояса Северо-Восточной Центральной и Южной Армении в пределах 500 - 2200 м н. ур. м. Вид *Cercospora concors* обычен для тех же поясов Северо-Восточной Армении. *Alternaria solani* типичен для всех северо-восточных районов и высокогорной части Центральной Армении. В отдельные годы в тех же районах массово развивается *Rhizoctonia*

Таксон гриба, класс, вид	Период развития, орган поражения		Симптом поражения
	вегетация	хранение	
Кл. Oomycetes 1. <i>Phytophthora infestans</i> et By.	листья, стебли	клубни	некроз листьев, побурение клубней
Кл. Ascomycetes 2. <i>Golovinomyces orontii</i> (cast.) Qel. 3. <i>Sclerotinia sclerotiorum</i> (Libi) et By.	листья стебли, клубни		мучнистый налет белая гниль со склероциями
Кл. Hypocreales 4. <i>Verticillium albo-atrum</i> Reinke et Berth. 5. <i>Verticillium lateritium</i> Berk. 6. <i>Torula convoluta</i> Harz. 7. <i>Cercospora concors</i> (casp.) Sacc. 8. <i>Alternaria solani</i> Sor. 9. <i>Fusarium solani</i> App. et Wr. 10. <i>Fusarium oxysporum</i>	листья, стебли	клубни	увядание ботвы, сухая гниль клубней
		клубни	кирично-красная плесень
		клубни	черная пятнистость клубней
	листья		пятнистость листьев
	листья	клубни	пятнистость листьев, сухая гниль клубней
	стебли	клубни	увядание ботвы, сухая гниль клубней
	стебли	клубни	сухая гниль
Кл. Coelomycetes 11. <i>Phoma solanicola</i> Pr. et Del. 12. <i>Plenodomus herbarum</i> Allesch.	столоны	клубни	сухая гниль клубней
		клубни	развитие пикnid
Кл. Agonomycetes 13. <i>Rhizoktonia solani</i> Kuehn.	стебли, корни, столоны	клубни	снежный войлочный налет стеблей, черные склероции на клубнях

solani. Относительно редко встречается ксерофитный гриб *Golovinomyces orontii*, отмеченный на листьях и побегах в Ахурянском, Эчмиадзинском районах и в Ереване. Единичная встречаемость отмечена у *Phoma solanicola*, *Plenodomus herbarum*, *Sclerotinia sclerotiorum*.¹

Краткая симптоматика поражений приведена в таблице.

Наблюдения показали, что позеленевшие клубни всегда остаются неинфицированными не только грибами, но и другими микроорганизмами. А при позеленении уже пораженного клубня развитие болезни останавливается. Этот наш вывод подтверждается наблюдениями Воловика [2], заметившего, что при сильном освещении, порядка 3000 - 4000 люксов, значительно уменьшается вредоносность заболе-

¹ Наблюдалось А. Г. Батикян в образце из картофелехранилища.

вания клубней фомозом при их хранении. Автор объясняет это позеленением клубней, предохраняющим их от проникновения возбудителя, а также от распространения гриба в ткани клубня.

При обобщении результатов таксономического анализа микобиоты *Solanum tuberosum* обращает на себя внимание относительная скучность видов паразитных грибов на вегетирующих органах, а также ограниченность видового состава первичных патогенных сапротрофов на клубнях. Для последних характерно развитие в период хранения строго определенного состава возбудителей первичной инфекции, нередко весьма вредоносных. В результате постоянного контакта клубней с почвой в условиях повышенной влажности в хранилищах возможно эпифитное развитие на поверхности клубня очень многих типично почвенных грибов. Некоторые из них способны участвовать во вторичном инфицировании тканей, уже пораженных основным возбудителем.

Относительную скучность первично патогенной микобиоты картофеля при благоприятствующих условиях – высокой питательности клубней и постоянного контакта с почвой – мы склонны объяснить содержанием в растении и особенно в клубнях алкалоидов соланина и чаконина. Увеличение их содержания в клубнях, выражающееся в позеленении последних, препятствует развитию грибов.

Кафедра ботаники

Поступила 22.12. 1993

ЛИТЕРАТУРА

1. Гипфнер К., Чак З. Заболевания и повреждения клубня картофеля. Будапешт, 1958.
2. Воловик А. С. Гнили клубня картофеля при хранении. М.: Колос, 1973.
3. Панкова К. В., Шнейдер Ю. И., Воловик А. С., Шмыгли В. А. Болезни картофеля. М.: 1980.
4. Харитонова З. М., Тарасова В. П. Рак картофеля. Л.: Колос, 1971.
5. Тарасова В. П. Рак картофеля. Л.: Колос, 1978.
6. Халеева Э. Н. Парша картофеля. Л., 1963.
7. Наумова Н. А. Фитофтора картофеля. Л., 1961.
8. Панкова К. В. Фитофтора картофеля. М.: Колос, 1972.
9. Бабаян А. А. Мучнистая роса на картофеле. - Сб. тр. по защите растений, Ереван, 1949, т. 2.
10. Бабаян А. А., Ованесян О. П., Ходжаян Е. А. Поражаемость картофеля вертициллиумом в условиях хлопковой зоны Арм. ССР. - Сб. трудов по защите растений Арм. НИИ тех. культур. 1949, N 2, с. 26 - 41.
11. Бабаян А. А., Петросян С. М. Устойчивость сортов картофеля к фитофторе и макроспориозу и влияние обработки семенных клубней цинебом. - В сб.: Материалы сессии Закавказского совета по координации НИ работ по защите растений. Баку, 1969.
12. Тетерянникова - Бабаян Д. Н. и др. Микофлора Армянской ССР, т. 6, ч. 1, Сферопсидальные грибы. Ереван, 1983.
13. Аргумян А. А. О болезнях картофеля в Степанаванском районе Арм. ССР. - Науч. тр. ЕГУ. Ер., 1956, т. 54, ч. 1.
14. Осипян Л. Л. Микофлора Армянской ССР, т. I. Пероноспоровые грибы. Ер., 1967.
15. Осипян Л. Л. Микофлора Армянской ССР, т. III. Гифальные грибы. Ер., 1975.
16. Хохряков М. К. Некоторые вопросы систематики грибов. - Тр. ВИЗР, 1951, в.3, с. 222-233.
17. Хохряков М. К. Применение экспериментальных методов в решении вопросов систематики грибов. - Бюллетень научно-технической информации Аз. НИИ защиты растений. Баку, 1960, с. 73 - 80.
18. Хохряков М. К., Потлячук В. И., Семенова А. Я., Элибекян М. А. Определитель болезней сельскохозяйственных культур. Л.: Колос, 1984.
19. Гордиенко В. И. О таксономии некоторых видов *Macrosporium*. - Микология и фитопатология, Ленинград, 1971, в. 3.

**ԿԱՐՏՈՖԻԼԻ ՊԱԹՈԳԵՆ ՄԻԿՈԲԻՈՏԱՆ ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ
ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅՈՒՆՈՒՄ**

Ա. մ փ ո փ ո ւ մ

Հայտնաբերված են պաթոգեն սմկերի 13 տեսակներ՝ հիմնականում հիֆոմիցենտրեր, որոնցից վեգետացիայի շրջանում կարտոֆիլի առաջնային աղտոտում հարուցող 10 տեսակներ և կարտոֆիլի պալարների պահպանման շրջանում ախտահարող սմկերի 9 տեսակներ: 7 տեսակներ զարգանում են նշված երկու շրջաններում: Բացահայտված սմկերից երեքը մակաբույժներ են, մնացածները՝ սապրոտրոֆներ կամ ֆակոլտատիվ մակաբույժներ: Հողի հետ մշտական շփումները նպաստում են կարտոֆիլի պալարների մակերեսին հողային բնորոշ սմկերի էպիֆիտային զարգացմանը և նրանց մի դրոշ մասի կողմից արդեն վարակված հյուսվածքների երկրորդային ախտահարմանը: Ենթադրություն է արվում կարտոֆիլի վրա լայնորեն տարածված շատ ֆիտոտրոֆ պաթոգեն սմկերի վրա սոլանին և չակոնին ալկալոիդների ունեցած սահմանափակող ազդեցության մասին:

Э. Г. ЯВРУЯН, Л. Л. ОСИПЯН, Л. А. АКОПЯН

МАТЕРИАЛЫ К ИЗУЧЕНИЮ БИОЛОГИИ ПЕЩЕР И ГРОТОВ РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ (СООБЩЕНИЕ 1)

С 1986г. к работе по изучению биологии и экологии рукокрылых Закавказья подключены исследования по определению состава видов, выявлению биологических и экологических особенностей микробиологических, ботанических и ряда зоологических объектов пещер и гротов республики. Настоящая работа является первой публикацией, отражающей комплексное обследование сообществ организмов пещер в условиях Армении. В статье приводится 60 видов и разновидностей грибов, водорослей, беспозвоночных. Все они описаны впервые для указанных условий обитания в Армении.

Краткое введение. Изучение сообществ организмов уникальных экологических систем пещер и гротов представляет значительный теоретический и практический интерес в связи со спецификой условий обитания и закономерностей формирования и функционирования комплекса и отдельных его компонентов. Работа по определению структурных группировок организмов указанных экосистем в условиях республики Армения проводится впервые. В настоящее сообщение включена часть видов организмов, выделенных в лабораторных условиях из проб почвы, грунта, воды, остатков растительного и животного происхождения и других субстратов. Пробы отобраны в процессе стационарного экспедиционного изучения. Все приведенные виды отмечены неоднократно.

Материал и методика. Работа проводилась с использованием микробиологических, микологических, зоологических, альгологических и гидробиологических методов. Рабочим материалом для исследований служили пробы и образцы почвы, грунта, различных пород, воды, ила, соколов со стен и потолков, разнообразных налетов и выделений, а также остатков растительного и животного происхождения. Применение большого числа методов определялось многообразием субстратов, включенных в анализ. Идентификация проводилась при прямом наблюдении материала, а также после получения чистых культур организмов.

При исследовании водных проб в большом количестве случаев применялся метод накопления.

В работе был использован микроскоп МБИ-6.

Основные методические приемы работы и идентификационные ключи приведены в соответствующих руководствах [1-11].

Результаты и обсуждение. В процессе работы, отраженной в настоящей статье, обследовано подвергался материал, привезенный из 15 пещер и гротов Армении, находящихся в Октемберянском, Ехегнадзорском, Иджеванском и других районах республики.

К распространенным обитателям водной среды в указанных выше местах сбора относятся беспозвоночные организмы с выраженной активностью захвата пищи. Это представители классов Peritrichia Stein., Polyhymenophora Jankowski, Rotifera Cuvier. Среди них в качестве наиболее часто встречающихся следует отметить следующие виды (приводятся внутри таксона в алфавитном порядке).

Класс Peritrichia Stein:

1. *Epistylis bimarginata* Nenninger,
2. *Vorticella hyalina* Banina,
3. *Vorticella extensa* Kahl.

Класс Polyhymenophora Jankowski:

1. *Euplotes affinis* Dujardin,
2. *Stentor roeseli* Ehrenberg,
3. *Stylonychia putrina* Stokes.

Класс Rotifera Cuvier:

1. *Euchlanis dilatata* Ehrenberg,
2. *Philodina flaviceps* Bryce.

При выявлении альгофлоры пещер и гротов были отмечены в качестве часто встречающихся следующие виды водорослей.

Отдел Cyanophyta

Класс Chroococcophyceae:

1. *Chlorogloea microcystoides* Geitl.

Класс Hormogoniophyceae:

1. *Tolipothrix calcarata* Schmidle-

- имеет отношение к известковому обмену.

Отдел Chlorophyta

Класс Chlorophyceae:

1. *Chlorococcum botryoides* Rab.,
2. *Chlorococcum infusionum* Menegh.,
3. *Chlorococcum olivaceum* Rab.,
4. *Prototheca moniliformis* Krüg.,
5. *Gongrosira incrustans* Schm.-

- активна по отношению к извести.

Класс Conjugatophyceae:

1. *Cosmarium moniliforme* (Turp.) Ralfs.

Отдел Bacillariophyta

Класс Centrophyceae:

1. *Cyclotella comta* (Ehr.) Kütz.

Класс Pennatophyceae:

1. *Cymbella affinis* Kütz
2. *Cymbella microcephala* Grun.

Чрезвычайно распространены в условиях пещер и гротов грибы - представители разных таксонов. К наиболее распространенным обитателям относятся следующие виды микроскопических грибов.

Класс Oomycetes:

1. *Achlya prolifera* De Bary,
2. *Rhizophlyctis Braunii* Alfr. Fischer,
3. *Saprolegnia monoica* Pringshaim,
4. *Saprolegnia torulosa* De Bary.

Класс Zygomycetes:

1. *Absidia coerulea* Bain.,
2. *Mortierella gracilis* Linnemann,
3. *Mortierella isabellina* Oudem.,
4. *Mortierella hygrophila* var. *minuta* Linnemann,
5. *Mortierella spinosa* var. *sterilis* (B. S. et B. R. Mehrotra) Milko comb. nov.,
6. *Mortierella strangulata* van Tiegh.,
7. *Mucor circinelloides* van Tiegh.,
8. *Mucor globosus* Fischer,
9. *Mucor hiemalis* Wehmer,

10. *Mucor mucedo* Fres. emend Bref..
11. *Mucor murorum* var. *bitabulatus* Pidopl.,
12. *Mucor plumbeus* Bonord.,
13. *Mucor racemosus* Fres.,
14. *Mucor silvaticus* Hagem.

Класс Deuteromycetes:

1. *Aspergillus flavus* Link.,
2. *Aspergillus niger* v. Tiegh.,
3. *Aspergillus wentii* Wehmer,
4. *Fusarium heterosporum* Nees,
5. *Fusarium merismoides* Corda,
6. *Fusarium moniliforme* v. *lactis* (Pir. et Rib.) Bilai comb. nov.,
7. *Fusarium nivale* v. *larvarum* (Fuck.) Bilai comb. nova,
8. *Fusarium solani* (Mart.) App. et Wr.,
9. *Fusarium solani* v. *argillaceum* (Fr.) Bilai comb. nov.,
10. *Fusarium sporotrichiella* v. *sporotrichoides* (Sherb.) Bilai,
11. *Geotrichum candidum* Link,
12. *Hormiscium antiginum* (Corda) Sacc.,
13. *Monilia sitophila* (Mont.) Sacc.,
14. *Penicillium claviforme* Bainier.,
15. *Penicillium clavigerum* Demclius,
16. *Penicillium corymbiferum* Westling,
17. *Penicillium cyclopium* Westling,
18. *Penicillium granulatum* Bainier,
19. *Penicillium martensii* Biourge,
20. *Torula lucifuga* Oudem.,
21. *Trichoderma lignorum* (Tode) Harz.,
22. *Trichoderma viride* Pers.,
23. *Verticillium candelabrum* Pers.

Как указывалось выше, в материал статьи включена лишь часть наиболее типичных обитателей пещер и гротов республики. В связи с ограничением объема изложения остальные виды будут приведены в следующих сообщениях. Среди культур, выделенных из проб различного характера, большое место занимают также актиномицеты, представленные весьма многообразно, есть представители дрожжей, но не очень многочисленные, много макроскопических грибов. Особым многообразием отличается бактериальная флора пещер и гротов. Среди выделенных штаммов большой интерес представляют чернильные, коричнево-черные, оранжевые, ярко-желтые кокки. Обстоятельного изучения заслуживает состав видов инфузорий, представленных в большом количестве. Выявленные представители сообществ организмов пещер и гротов будут поэтапно освещены в дальнейших сообщениях.

Особое внимание привлекает тот факт, что организмы пещерных и гротовых сообществ хорошо развиваются в смешанных культурах, образуя комплексы с высокой жизнеспособностью. При этом для микроскопических грибов, развивающихся в условиях пещер и гротов Армении, характерны следующие признаки: 1) частое образование артроспор и хламидоспор; 2) образование большого числа мицелиальных тяжей; 3) большое распространение коремиальных форм; 4) обильное развитие различных форм стерильного мицелия; 5) частое образование видоизмененных форм трудных для идентификации; 6) большая частота встречаемости мукоральных грибов, образование в пещерах так называемой "мукоровой" земли. Появление и наличие всех вышеуказанных признаков связано с выраженной спецификой среды обитания.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Билай В. И. Фузарии. Киев: Наукова думка, 1977.
2. Водоросли. Справочник (под ред. С. П. Вассера). Киев: Наукова думка, 1989.
3. Диатомовые водоросли СССР (ископаемые и современные), т. 1 (под ред. А. И. Прошкина - Лавренко). Л.: Наука, 1974.
4. Литвинов М. А. Определитель микроскопических грибов. Л.: Наука, 1967.
5. Методы экспериментальной микологии. Справочник (под. ред. Билай В. И.). Киев: Наукова думка, 1982.
6. Милько А. А. Определитель мукоральных грибов. Киев: Наукова думка, 1974.
7. Определитель низших растений (под общ. ред. Л. И. Курсанова), т. 1, 2. М.: Советская наука, 1953.
8. Пидопличко Н. М. Пенициллы (ключ для определения видов). Киев: Наукова думка, 1972.
9. Пидопличко Н. М., Милько А. А. Атлас мукоральных грибов. Киев: Наукова думка, 1971.
10. Фауна аэротенков (под ред. Кутикова Л. А.)Л.: Наука, 1984.
11. Ячевские А. А. и П. А. Определитель грибов. М. - Л.: 1931.

Ե. Գ. ԹԱՎՐՈՒԹԱՆ, Լ. Լ. ՕՍԻԳՅԱՆ, Լ. Ա. ՀԱԿՈԲՅԱՆ

ՆՅՈՒԹԵՐ ՀԱՑԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ
ՔԱՐԱՆՉԱՎՆԵՐԻ ԵՎ ԱՑՐԵՐԻ ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅԱՆ
ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ (ՀԱՂՈՐԴՈՒՄ 1)

Ա. մ փ ո փ ու մ

1986 թվականից Անդրկովկասի ձեռնաթևավորների կենսաբանության և էկոլոգիայի ուսումնասիրության վերաբերող աշխատանքին կցվեցին Հայաստանի քարանձավների և այրերի մանրէարենական, բուսական և մի շարք կենսաբանական օբյեկտների տեսակային կազմի, կենսաբանական և էկոլոգիական առանձնահատկությունների բացահայտմանը վերաբերող հետազոտությունները։ Ներկայացվող աշխատանքը հանդիսանում է հանրապետության պայմաններում քարանձավային օրգանիզմների ընկերակցությունների կոմպլեքսային հետազոտումն արտահայտող առաջին հայտարարությունը։ Հոդվածում բերված են սնկերի, ջրիմունների և անողնաշարավորների 60 տեսակներ և տարատեսակներ։ Բոլորը նկարագրված են Հայաստանում նշված բնակման պայմանների համար առաջին անգամ։

Биология

УДК 582.28:620.193.8

ДЖ. Г. АБРАМЯН, И. В. ШЛХАЗИЗЯН

**ИЗУЧЕНИЕ ДЕСТРУКТИВНОЙ АКТИВНОСТИ АСПЕРГИЛЛОВ
НА НЕКОТОРЫХ ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛАХ
ПРОИЗВОДСТВА НПО "ПЛАСТПОЛИМЕР"**

Воздействие разных наборов грибов, составленных из различных видов микромицетов, на некоторые твердые отходы производства НПО "Пластполимер" выявило деструктивную активность представителей различных систематических групп грибов. Наибольшую агрессивность и полисубстратность проявили виды рода *Aspergillus*.

Микромицеты почв являются основными и наиболее агрессивными агентами биоповреждений промышленных материалов, сырья, изделий. Они известны способностью легко адаптироваться в экстремальных условиях освоения антропогенных субстратов [1,2] благодаря быстрому росту мицелия, мощному и лабильному ферментному аппарату, экономическому обмену веществ и широкому распространению в биосфере [3].

В настоящее время процессы микродеструкции материалов рассматриваются на уровне процессов круговорота веществ в природе [4]. Как известно, мультифункциональная деятельность грибов приводит, с одной стороны, к нежелательному ущербу материальных ценностей, с другой - к естественному процессу деструкции, разложению устаревших материалов, вредных отходов.

В этой связи весьма перспективно использование микродеструкторов для утилизации промышленных отходов. На пути к осуществлению подобной задачи возникает необходимость глубокого исследования микродеструкторов, выявления наиболее агрессивных видов и их ассоциаций, жизнедеятельность которых на данной экоинише дает наиболее эффективные результаты.

Деструктивная возможность различных наборов грибов была опробирована нами на некоторых твердых отходах полимерных материалов производства НПО "Пластполимер", включающих в себя поливинилбутирад (ПВБ), поливиниловый спирт (ПВС), поливинилацетатную дисперсию (ПВАД), ацетилцеллюлозу (АЦ), винифлекс (ВФ), ацетат *Na* (АН).

Наборы грибов для проведения экспериментов первоначально были составлены из числа микромицетов, выделенных из почв Спитака (зона землетрясения), из почв близ территории завода поливинилацетата, а также из разрушающихся в естественных условиях полимерных материалов.

Целесообразность использования грибов, выявленных из почв Спитака, диктовалась тем, что проверка их агрессивных свойств дала эффективные результаты. А вероятность адаптации на испытуемых субстратах, выделенных с пораженных полимерных материалов микродеструкторов, не вызывала сомнений.

Обработанные водно-споровой суспензией смеси грибов 20-30 суточного возраста, испытуемые образцы материалов помещались в термостат, где устанавливали

лась температура 28°-30° С и относительная влажность воздуха 90-100% [5]. Экспозиция опыта 30-90 суток.

Воздействие разных наборов грибов, составленных из различных видов микромицетов, на образцы вышеуказанных материалов выявило деструктивную активность представителей различных систематических групп грибов. Обнаружены также виды грибов, не проявившие способность к функционированию на испытуемых субстратах. К их числу относятся *Alternaria alternata*, *Stemphylium botryosum*, *Penicillium canescens*, *Fusarium culmorum*, *Monilia koningii*, *Cladosporium brevi-compactum*. Между тем первые два вида с высокой частотой встречаются на пораженных полимерных материалах в естественных условиях, распространены они и в почвах, загрязненных выбросами завода поливиниллацетата, оказывающими отрицательное воздействие на качественный состав и общее физиологическое состояние микромицетов [6].

Следует предположить, что сопутствующие сообществу грибов в искусственных микоценозах виды оказались более агрессивными и подавили рост и развитие *Alternaria alternata* и *Stemphylium botryosum* [7].

Наибольшую агрессивность и полисубстратность проявили виды рода *Aspergillus*, в частности *A. ficuum* (с. *A. niger*) и *A. nidulans*. *Aspergillus ficuum* отмечен как типичный частый вид в почвах завода, где был зафиксирован весьма однообразный состав микробиоты. Воздействие сочетания *A. ficuum* и *A. nidulans* подвергло глубокой деструкции ацетат натрия, ацетилцеллюлозу. В [4] данные виды указаны как активные продуценты каталазы, пероксидазы, полифенолоксидазы.

Значительным изменениям (цвета, структуры, прочности) подверглись и остальные испытуемые образцы, на которых обнаружены спорулирующие колонии микодеструкторов.

Исходя из этого, были проведены серии экспериментов с включением в число тест-культур видов рода *Aspergillus* (*A. niger*, *A. flavus*, *A. ochraceus*, *A. terreus*).

Учитывая возможное взаимодействие тест-культур в смеси культур, испытания проводились несколькими наборами микромицетов, что позволило получить более достоверные результаты и выявить наиболее агрессивные культуры микромицетов.

I набор состоит из *A. niger*, *A. flavus*, *A. ochraceus*, *A. terreus*, *Penicillium granulatum*, *Trichoderma viride*, *Scopulariopsis brevicaulis*.

II набор - *A. ficuum*, *A. ochraceus*, *A. nidulans*, *Trichoderma viride*, *Myrothecium verrucaria*.

III набор - *A. niger*, *A. clavatus*, *A. nidulans*, *Acremonium strictum*, *Stysanus medius*.

IV набор - *A. niger*, *A. flavus*, *Penicillium canescens*, *Stemphylium botryosum*, *Trichoderma viride*.

Микологическое обследование пораженных объектов (по истечении 30 суток, затем 60 суток) подтвердило активное участие в корозионных процессах видов рода *Aspergillus*, которое определялось скоростью обрастания субстратов, споруляцией и вызванной их деятельностью деструкцией колонизированного субстрата, появлением пигментации, изменением структуры и его агрегатного состояния.

Колонизация инфицированных субстратов осуществлялась, в первую очередь, аспергиллами. Высокой частотой встречаемости отличались виды *A. niger*, *A. nidulans*, *A. ochraceus*, *A. flavus*, которые обнаруживались в сочетании с различными видами грибов. На ацетилцеллюлозе в основном адаптировались виды аспергиллов, причем сочетание *A. flavus* и *A. terreus* (табл. 1) выделено нами ранее из очагов поражения загрязненных в естественных условиях шести партий ацетилцеллюлозы, предназначенных для производства ацетатной ленты сигаретных фильтров [8]. Следует отметить также колонизацию винифлекса комплексом грибов *A. ochraceus*, *A. flavus* и *Myrothecium verrucaria*. Микоценоз с подобным сочетанием функционирующих грибов был обнаружен нами при постановке экспериментов на грибостойкость электроизоляционного материала из винифлекса [9].

*Микодеструкторы, функционирующие на твердых отходах полимеров производства НПО
"Пластполимер"*

Испытуемые материалы	Наборы	Виды микодеструкторов
АН	I. A. niger, A. flavus	
	II. A. nidulans, A. ficuum	
	III. A. nidulans, Penicillium brevi-compactum	
	IV. A. niger	
ПВБ	I. Scopulariopsis brevicaulis	
	II. A. ficuum, Trichoderma viride	
	III. A. niger, Acremonium strictum	
	IV. A. niger, Aflavus, Trichoderma viride	
АЦ	I. A. flavus, A. terreus	
	II. A. ficuum, A. nidulans, A. ochraceus, Trichoderma viride	
	III. A. nidulans, A. nidulans	
	IV. A. niger, Trichoderma viride	
ПВС	I. A. niger, A. flavus	
	II. A. nidulans, A. ficuum	
	III. A. nidulans, Acremonium strictum, Stysanus medius	
	IV. A. niger, A. flavus	
ПВАД	I. A. terreus, Scopulariopsis brevicaulis	
	II. A. nidulans, Trichoderma viride	
	III. A. nidulans, Penicillium brevi-compactum	
	IV. Penicillium canescens, Trichodenna viride	
ВФ	I. A. ochraceus, Trichoderma viride	
	II. A. ochraceus, A. flavus, Myrothecium verrucaria	
	III. A. nidulans, P. brevi-compactum, Acremonium strictum	
	IV. A. niger, Trichoderma viride	

Ассоциация грибов *A. niger* и *A. flavus*, адаптирующаяся на ПВС и совместно с *Trichoderma.viride* на ПВБ (из смеси грибов I и IV наборов), неоднократно встречалась ранее на качественно различных промышленных материалах, вызывая глубокие деструктивные процессы [9]. Визуально обнаруживаемые поражения испытуемых материалов наиболее рано отмечались при инфицировании II и III наборами грибов. В последний набор были включены виды *Stysanus medius* и *Acremonium strictum*, которые колонизировали ПВС и ПВБ в первых опытах без предварительного включения их в смесь культур, предназначенных для обработки. Как свидетельствуют данные (табл. I) оба гриба в сочетании с другими видами выявились на тех же субстратах.

Данные экспериментов, суммированные в таб. 2, показали, что наиболее доступным из испытуемых субстратов является поливиниловый спирт, с пораженных образцов которого после 60-90 суточного экспонирования идентифицировано 10 видов функционирующих микромицетов. На ПВС выявлено также развитие многокомпонентного сообщества микодеструкторов.

На отходах ацетата натрия обнаружено лишь 5 видов, однако окислительная деструкция, вызванная заселяющими их *A. nidulans*, *A. ficuum* и *A. flavus*, резко изменила их агрегатное состояние - из твердого в жидкое.

Таблица 2

Видовой состав ассоциаций микодеструкторов, функционирующих на отходах производства НПО "Пластполимер"

Испытуемые материалы	Наборы	Виды микодеструкторов
АН		1. <i>A. nidulans</i> , <i>P. brevi-compactum</i> 2. <i>A. niger</i> , <i>A. flavus</i> 3. <i>A. ficuum</i> , <i>P. brevi-compactum</i> 4. <i>A. nidulans</i> , <i>A. ficuum</i>
ПВБ		1. <i>A. ficuum</i> , <i>T. viride</i> , <i>C. brevi-compactum</i> 2. <i>A. ficuum</i> , <i>A. strictum</i> 3. <i>S. brevicaulis</i> 4. <i>A. ficuum</i> , <i>T. viride</i> 5. <i>A. niger</i> , <i>A. strictum</i> 6. <i>A. niger</i> , <i>A. flavus</i> , <i>T. viride</i>
АЦ		1. <i>A. nidulans</i> , <i>T. viride</i> 2. <i>A. ficuum</i> , <i>A. nidulans</i> 3. <i>A. flavus</i> , <i>Aterreus</i> 4. <i>A. ficuum</i> , <i>A. nidulans</i> , <i>A. ochraceus</i> , <i>T. viride</i> 5. <i>A. niger</i> , <i>A. nidulans</i> 6. <i>A. niger</i> , <i>T. viride</i>
ПВС		1. <i>A. niger</i> , <i>A. flavus</i> 2. <i>A. nidulans</i> , <i>A. ficuum</i> 3. <i>A. nidulans</i> , <i>A. strictum</i> , <i>S. medius</i> 4. <i>A. nidulans</i> , <i>A. fusidiooides</i> , <i>P. citrinum</i> , <i>S medius</i> , <i>A. ficuum</i> 5. <i>A. ficuum</i> , <i>A. clavatus</i> , <i>P. duclauxii</i>
ПВАД		1. <i>A. terreus</i> , <i>S. brevicaulis</i> 2. <i>A. nidulans</i> , <i>T. viride</i> 3. <i>A. nidulans</i> , <i>P. brevi-compactum</i> 4. <i>P. canescens</i> , <i>T. viride</i> 5. <i>A. ficuum</i> , <i>P. canescens</i>
БФ		1. <i>A. nidulans</i> , <i>A. strictum</i> , <i>T. viride</i> 2. <i>A. ficuum</i> , <i>P. brevi-compactum</i> 3. <i>A. ochraceus</i> , <i>T. viride</i> 4. <i>A. ochraceus</i> , <i>A. flavus</i> , <i>M. verrucaria</i> 5. <i>A. nidulans</i> , <i>A. strictum</i> , <i>P. brevi-compactum</i> 6. <i>A. niger</i> , <i>T. viride</i>

Вышеприведенные данные позволяют заключить, что сочетание сообщества грибов на труднодоступных неростовых субстратах не случайно, на данных экологических формируются функционально взаимосвязанные виды микодеструкторов.

Кафедра ботаники

Поступила 23.03. 1994

ЛИТЕРАТУРА

1. Андреюк Е. И., Билай В. И., Коваль Э. З., Козлова И. А.. Микробная коррозия и ее возбудители. Киев: Наук. думка, 1980, с. 288.
2. Билай В. И., Коваль Э. З. Рост грибов на углеводородах нефти. Киев: Наук. думка, 1980, с. 340.
3. Лугаускас Л. Ю., Микульскене А. И., Шляужене Д. Ю. Каталог микодеструкторов-биодеструкторов полимерных материалов. М.: Наука, 1987, с. 340
4. Коваль Э. З., Сидоренко Л. П. Микодеструкторы промышленных материалов. Киев: Наук. думка, 1989, с. 185.
5. Радионова М. С., Сергеев Л. В.. О методике испытаний оптических деталей и приборов на грибостойкость. - В кн.: Пробл. биол. повреждений и обрастваний материалов, изделий и сооружений. М.: Наука, 1972, с. 92-99.

6. Абрамян Дж. Г., Карапетян К. А. Влияние промышленных отходов некоторых предприятий Арм. ССР на микрофлору почв. - В сб.: Мат. УП конфер. по спор. раст. Ср. Азии и Казахстана: Тез. докл., Алма-Ата, 1984, с. 203.
7. Абрамян Дж. Г., Карапетян К. А. Совместимость видов микромицетов, используемых в наборах при испытании грибостойкости промышленных материалов.- В сб.: Мат. VI Закавказ. конфер. по спор. раст., Тбилиси, 1983, с. 45-46.
8. Абрамян Дж. Г., Карапетян К. А. Помехи, вызываемые микроорганизмами в процессе производства ацетатной ленты для сигаретных фильтров.- В сб.: Вопросы биологии. Ереван: ЕГУ, 1987, с. 98-106.
9. Абрамян Дж. Г. Микромицеты почв Арм. ССР и их деструктивная активность. - Автореферат на соискание докт. дисс., Ер.: 1990.

Զ. Հ. ԱԲՐԵՄԱՆՅԱՆ, Ի. Վ. ԾԱՀԱԶԻՔՅԱՆ

**ԱՍՊԵՐԳԻԼՆԵՐԻ ՔԱՅՔԱՅԻՉ ԱԿՏԻՎՈՒԹՅԱՆ
ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ «ՊԼԱՍՊՈԼԻՄԵՐ» ԳԱՄ
ԱՐՏԱԴՐՈՒԹՅԱՆ ՈՐՈՇ ՊՈԼԻՄԵՐԱՅԻՆ ՆՅՈՒԹԵՐԻ ՎՐԱ**

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Բացահայտվել է սմկերի տարբեր կարգաբանական խմբերի ներկայացուցչիների քայլքայիշ ազդեցությունը «Պլաստպոլիմեր» ԳԱՄ արտադրության որոշ նյութերի կարծր թափոնների վրա: Առավելապես ագրեսիվ են Aspergillus ցեղի տեսակները, որոնք հանդես են բերել նաև բազմաթիվ զյութերի վրա տեղակայվելու ունակությունները:

Биология

УДК 631.466.1 /479.25/

ДЖ. Г. АБРАМЯН, И. М. ЭЛОЯН

**ДИНАМИКА КОЛИЧЕСТВЕННОГО И КАЧЕСТВЕННОГО СОСТАВА
МИКОЭККРИСТОФОВ РИЗОСФЕРЫ КАРТОФЕЛЯ
В РАЗНЫЕ ПЕРИОДЫ ВЕГЕТАЦИИ**

Соответственно со спецификой выделительной системы корней в разные периоды вегетации картофеля имеют место сукцессии трофически связанных с ней комплексов микроэкрисотрофов ризосферы. Выявлены существенные изменения показателей процентного содержания пропагул доминирующих групп микроэкрисотрофов. Максимальный "rizosfernyy" эффект "обнаружен в конце вегетации исследуемого растения.

В ризосфере и ризоплане корневой системы высших растений концентрируется значительное количество грибов, здесь складываются специфические, весьма сложные взаимоотношения, процессы протекают более согласованно, чем в других частях почвы [1]. Решающая роль в развитии и укомплектовании ризосферных грибов принадлежит корневым выделениям, количество и качество которых зависит от вида растений, стадии их развития [2]. Соответственно со спецификой выделительной системы корней растений имеют место сукцессии трофически связанных с ней комплексов грибов - эккрисотрофов ризосферы и ризоплана.

В свою очередь на рост и развитие растений влияют прижизненные выделения самих микроэкрисотрофов, являющихся продуcentами ферментов, ауксинов и ауксиноподобных веществ, витаминов и др. [3-4]. С этой точки зрения изучение сезонных изменений количественного и качественного состава микробиоты ризосферы растений представляет большой практический интерес, поскольку дает возможность выявить виды грибов, способствующих органическому питанию корневой системы растений.

Вопросу изучения сезонной динамики почвенных грибов посвятил свои работы ряд исследователей [5-7]. Данные, полученные ими, весьма противоречивы, что следует связать с воздействием ряда факторов среды на распространение микромицетов почв в каждом конкретном почвенно-климатическом условии районов исследования [8-9].

Нами изучен видовой состав микроэкрисотрофов ризосферы корневой системы картофеля - ценной продовольственной, кормовой и технической культуры, известной содержанием гликоалкалоидов (соланин, чаконин) в ростках, бутонах, цветках, молодых листьях, а также в клубнях [10].

По мнению исследователей [10-11], ведущая роль в образовании алкалоидов принадлежит корневой системе, что, несомненно, должно сказать на видовом составе комплекса микроэкрисотрофов биологически деятельного слоя корней картофеля.

Установлено, что с высотой произрастания алкалоидность растений увеличивается, при этом оптимум наблюдается между 1500 и 2000 м над уровнем моря [11]. Исходя из этого, исследования проведены нами в указанных пределах высотных зон горно-степного пояса Армении: 1500 м над ур. м.

выщелоченный чернозем, многогумусный, рН=6,4-6,5; 2000м над ур. м - почвы каштановые, горные степные, карбонатные, малогумусные, рН= 6,9 - 7,1.

Микологическому анализу подверглись почвенные пробы, отобранные до посадки картофеля (картофельное поле), затем в фазе цветения и в конце вегетации исследуемой культуры. Выделения почвенных микромицетов проводились по методу М. А. Литвинова [12].

За период исследований из ризосферы и ризоплана культуры картофеля, а также контрольных почв выявлено 192 вида и форм грибов из 71 рода, относящихся к классам Zygomycetes, Plectomycetes, Rygromycetes, Coelomycetes, Hypomycetes.

Результаты микологических анализов показали, что весной, до посадки картофеля качественный состав грибов как в выщелоченных черноземах, так и в каштановых почвах, более разнообразен в картофельном поле, чем в контрольных почвах вне корневых систем [табл. 1].

Таблица 1

Количественный состав микоэктрисотрофов ризосферы картофеля в различные фазы вегетации и в разных типах почв горюч-стенного пояса.

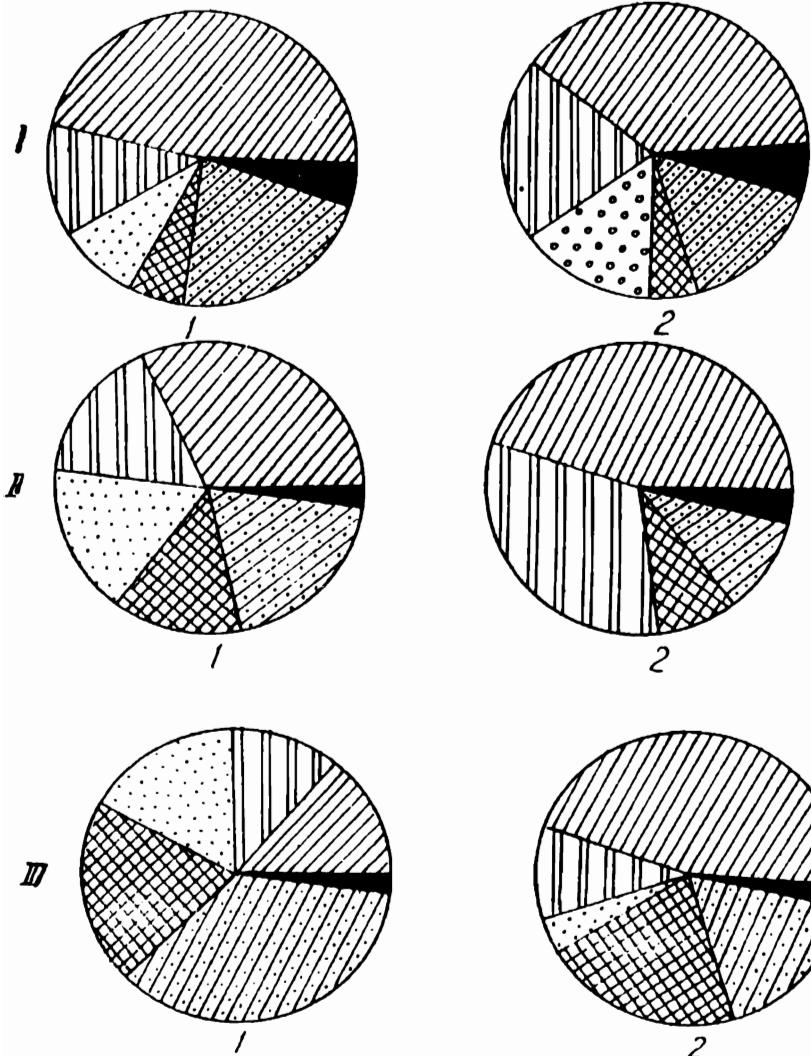
Место отбора почвенных проб	До посадки картофеля	Фаза цветения			Конец вегетации	
		Картоф. поле	K	P ₁	K	P ₁
Горный пояс чернозем	51	40	23	24	43	29
Высокогорный пояс, каштановые почвы	25	22	19	26	56	46

С развитием корневой системы исследуемой культуры в период цветения в ризосфере адаптируется сравнительно однообразный состав микоэктрисотрофов. Известно, что в указанный период, в связи с оттоком пластических веществ к репродуктивным органам, уменьшается количество корневых выделений [13]. На наш взгляд, немаловажную роль в формировании комплексов микоэктрисотрофов ризосферы картофеля играет также процесс синтеза алкалоидов, достигающий максимума именно в период цветения растений [11]. Вследствие чего в ризосфере данной культуры укомплектовывается однообразный видовой состав микробиоты сравнительно с качественным составом микробиоты контрольных почв, а также почв картофельного поля.

Максимальный "rizосферный эффект" обнаружен в конце вегетации. Почти вдвое (черноземные почвы) и даже втрое (каштановые почвы) увеличивается количество выявленных видов микоэктрисотрофов. Подобная же динамика обнаружена R. Dwivedi [14], исследовавшим микробиоту ризосферы и ризоплана 18 экзотических сортов картофеля. Им установлено, что число грибных пропагул снижается от стадии проростков до 60-го дня жизни растений. Затем постепенно возрастает и к концу вегетации наблюдается новый пик их численности.

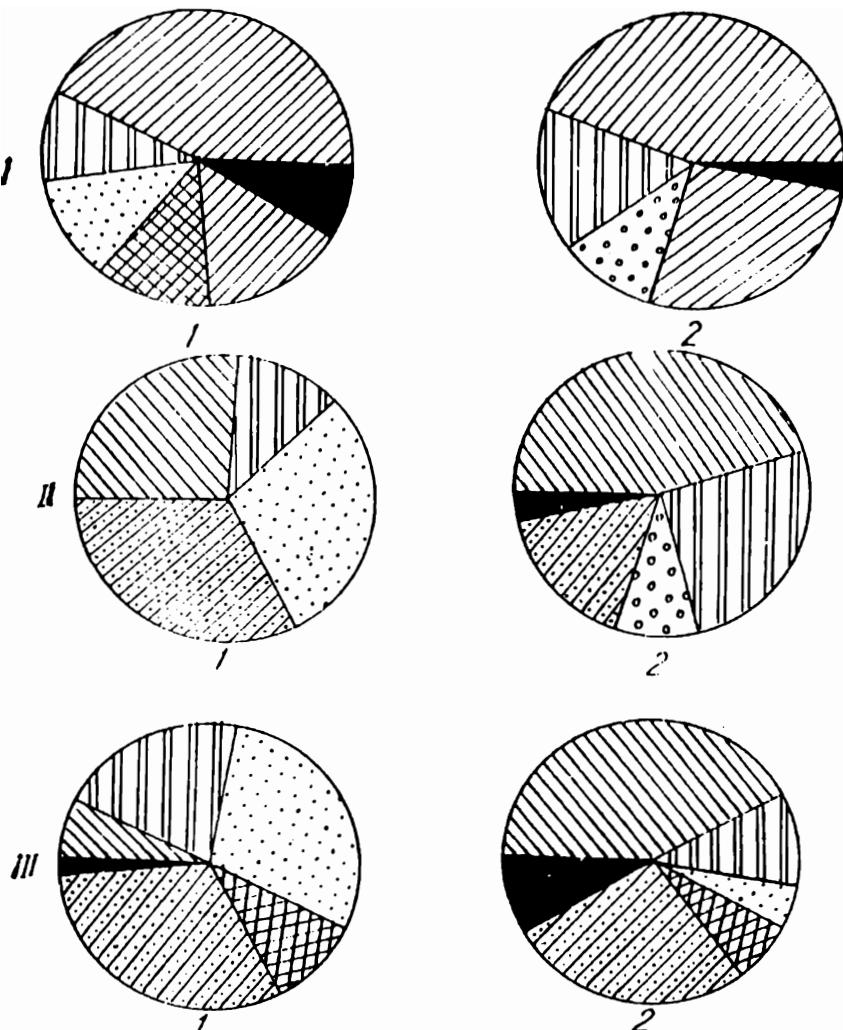
Как показали результаты исследований, в разные фазы вегетации картофеля в ризосфере формируется определенный качественный состав микробиоты (рис. 1. 2.). В течение развития растений происходят существенные изменения как в видовом составе микробиоты ризосферы, так и в представленности популяций видов микоэктрисотрофов.

Анализ процентного соотношения пропагул доминирующих родов и групп микромицетов показал, что до посадки картофеля в комплексе грибов обоих типов почв картофельного поля доминантными являются представители родов *Penicillium*, *Aspergillus*, *Fusarium* а также семейств светло- и темно-окрашенных микромицетов. В контрольных почвах, наряду с пенициллями и аспергиллами, обнаружено широкое распространение пропагул рода *Trichoderma*, составивших



Penicillium	Moniliaceae
Aspergillus	Dematiaceae
Fusarium	Trichoderma
прочие	

Рис. 1. Соотношение (в %) доминирующих групп грибов в черноземных почвах картофельного поля до посадки (I-I), в ризосфере картофеля в период цветения (II-I) и в конце вегетации (III-I). Контроль - I-III-2.



▨ Penicillium

▨ Aspergillus

▨ Fusarium

▨ Trichoderma

▨ Moniliaceae

▨ Dennatiaceae

■ прочие

Рис. 2 Соотношение / в % / доминирующих групп грибов в каштановых почвах картофельного поля до посадки / I-I /, в ризосфере картофеля в период цветения / II-I / и в конце вегетации / III-I /. Контроль - I-III-2.

весной в черноземных почвах 14,9 % всех изолятов грибов, в каштановых почвах - 10,5 %.

В период цветения исследуемой культуры в комплексе микоэккристофов ризосферы сравнительно с данными контрольных почв весьма высоко процентное содержание пропагул рода *Fusarium* и представителей семейства *Dematiaceae*. Частота встречаемости их заметно выше в высокогорном поясе. В почвах вне корневых систем несколько увеличилось содержание диаспор пенициллий и аспергиллов. Незначительное количество изолятов фузарий не составило определенного процента.

Микологические анализы, проведенные в конце вегетации картофеля, выявили существенные изменения показателей процентного соотношения пропагул доминирующих родов и групп грибов ризосферы. Основную массу микоэккристофов составили темноокрашенные гифомицеты (36 % - в горной зоне и 32 % - в высокогорной зоне горно-степного пояса). Здесь широко представлены виды родов *Alternaria*, *Stemphylium*, *Torula*, *Cladosporium* и др. Резко снизилось содержание пенициллий. Следует полагать, что корневые выделения картофеля оказали угнетающее воздействие на диаспоры рода *Penicillium*. Если в фазе цветения в черноземных почвах они составляли 32,5 % всех изолятов микоэккристофов, то в конце вегетации - лишь 14 %. В каштановых же почвах содержание их снизилось с 26 % до 6,6 % соответственно. В числе типичных частых видов пенициллий-эккристофов отмечены *P. nigricans*, *P. cyclopium*. В контрольных почвах содержание пенициллий не претерпело особых изменений.

Определенный процент составили пропагулы рода *Aspergillus*. Особо следует указать на изобилие диаспор вида *A. niger* в ризосферной почве. Высокий коэффициент встречаемости пропагул данного вида обнаружен нами также при исследовании микробиоты ризосферы *Papaver orientale L.* (представитель семейства Papaveraceae содержит алкалоид тебанин), где они составили 40 % всех изолятов микоэккристофов.

Заметно возросло процентное содержание диаспор фузарий. Обнаружено изобилие пропагул видов *Fusarium solani*, *F. solani* var. *argillaceum*, *F. sambucinum*, *F. gibbosum*.

Таким образом, "rizosferный эффект", обусловленный метаболической деятельностью корней, особенно четко вырисовывается в конце вегетации исследуемой культуры. Корневые выделения картофеля угнетающе действуют на диаспоры рода *Penicillium*, обычно составляющие основную массу микромицетов почв, в то же время благотворно влияют на распространение диаспор вида *A. niger*, представителей рода *Fusarium* и семейства *Dematiaceae*.

Кафедра ботаники

Поступила 25. 04. 1994

ЛИТЕРАТУРА

1. Зиягинцев Д.Г. Почвы и микроорганизмы. М.: Изд-во МГУ, 1987, 256 с.
2. Иванов П.И. Растительные выделения и их значение в жизни фитоценозов. М.: Изд-во Наука, 1973, с. 293.
3. Асанов Т., Наплекова Н.Н. Ауксины и ауксиноподобные вещества, синтезируемые целлюлозоразрушающими грибами. - В сб.: Об образовании физиологически активных веществ микроорганизмами. Новосибирск.: Изд-во Наука, 1975, с. 70-73.
4. Наплекова Н.Н., Астанов Т. Витаминообразующая способность целлюлозоразрушающих грибов. - В сб.: Образование физиологически активных веществ микроорганизмами. Новосибирск.: Изд-во Наука, 1975, с. 42-50.
5. Joschi I.J. Investigations into the soil mycoecology of Chambal ravines of India. II. Fungal communites in *Brassica campestris* crop fields and their seasonal succession. - Plant and soil, 1983., v.73, N2, p. 177-186.
6. Luke P. Fungi in the root regin of *parthenium hysterophorus* Linn. - Curs. Sci. (India), 1976, v. 45, N17, p. 631-632.
7. Saksena R.K., Sarboy A.K. Ecology of the soil fungi of Uttar pradesh I. Fungi in different soils at Allahabad. - Proc. nat. Inst. Sci. Ind., 1963, v. 29, N. 2, p. 207-224.
8. Joschi I.J. Effects of edaphic conditions and flowering periodon the rhizosphere mycoflora of *Adhatoda vasica*. - Acta soc. bot. pol., 1984, v. 53, N 1, p. 99-100.

9. Bohra A., Panwar K.S. Fungal population in rhizosphere of *Cicer arietinum* L. as influenced by soil salinity. - J. Curr. Biosci., 1986, v. 3, N 1, p. 27-30.
10. Плещков Б.П. Биохимия сельско-хозяйственных растений. М.: Агропромиздат, 1987, с. 491.
11. Муравьев Д.А. Фармакогнозия. М.: Медицина, 1981, с. 656.
12. Литвинов М.А. Методы изучения почвенных микроскопических грибов, Ленинград: Наука, 1969, с. 118.
13. Карапетян В.О., Карапетян К.А. О выделении аминокислот корнями растений. - ДАН Арм. ССР, т. XXXII, №3.
14. Dwivedi R. Fungi occurring in the rhizosphere and rhizoplane of some exotic potato varieties. - Proc. Nat. Acad. Sci. (India), 1984, V. 54, N 3, p. 194-198.

Զ. Հ. ԱՐՄԱՀԱՄՑԱՆ, Ի. Մ. ԷԼՈՅԱՆ

**ԿԱՐՏՈՖԻԼԻ ԶԱՐԳԱՑՄԱՆ ՏԱՐԲԵՐ ՓՈԽԵՐՈՒՄ ՌԻԶՈՍՖԵՐԱՅԻ
ՄԻԿՈՖԿՐԻՍՈՏՐՈՒԹՆԵՐԻ ՈՐԱԿԱԿԱՆ ԵՎ ՔԱՆԱԿԱԿԱՆ
ԿԱԶՄԻ ԴԻՆԱՄԻԿԱՆ**

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Կարտոֆիլի զարգացման տարբեր փուլերում արմատների արտաթորման համակարգի առանձնահատկություններին համապատասխան տեղի են ունենում միկոֆկրիսոտրոֆների գերակշռող խմբերի արողազուների տոկոսային ապրունակության ցուցանիշների էական փոփոխություններ: Մաքսիմալ «ոիզոսֆերային էֆեկտը» հայտնաբերված է ուսումնասիրվող բույսի վեգետացիայի ավարտման փուլում:

Г. П. СИМОНЯН

О НОВОЙ КАРТЕ НЕОТЕКТОНИКИ ТЕРРИТОРИИ АРМЕНИИ

В статье рассматриваются существующие неотектонические карты территории Армении и методические подходы их составления, а также методика составления новой карты: автором отмечается ее превосходство над прежними.

Неотектоника - это наука, изучающая структуры земной коры, созданные новейшими движениями и определяющие основные черты современного рельефа поверхности земли. Выявление и изучение таких структур имеет большое практическое значение для поисков залежей нефти и газа, на размещении которых новейшие движения оказывают нередко решающие влияния, для поисков россыпных месторождений и т. д. Синтезом всех данных о проявлении новейших движений являются карты новейшей тектоники, которыми пользуются при строительстве атомных и гидроэлектростанций и других инженерных сооружений, составлении карт сейсмического районирования, прогнозирования землетрясений и т. д.

Термин "новейшая тектоника" (вкратце "неотектоника") впервые применил С. С. Шульц в докладе на XVII сессии Международного геологического конгресса для обозначения тектонических процессов, создавших основные черты современного рельефа Тянь-Шаня. В 1948 г. В. А. Обручев предложил название "неотектоника" для нового раздела геологии, занимающегося изучением структур и движений земной коры, происходивших в конце третичного-четвертичного периода [1].

Изучение новейших движений ведется во многих странах, однако ведущее положение в развитии ее идеи и методике составления неотектонических карт занимал бывший Советский Союз. Уже в 1960 г. была составлена (под руководством Н. И. Николаева и С. С. Шульца) карта новейшей тектоники СССР 1:5000000 масштаба (новое издание - 1977 г.) [2]. В 1985 г. под руководством Н. И. Николаева была составлена (1:15000000) карта новейшей тектоники для всех континентов мира. На этих картах из-за мелкомасштабности показаны лишь относительно крупные морфо-тектонические элементы и даны суммарные амплитуды поднятий и опусканий. В 1962 г. в монографии [3] Н. И. Николаев изложил задачи и методы исследований этой науки и подвел итоги исследования в области неотектоники за послевоенный период. Малый Кавказ он отнес к областям интенсивных линейных поднятий с местными опусканиями. Отметим, что первоначально Н. И. Николаев в качестве новейших движений в основном рассматривал движения антропогенового, а в дальнейшем - неоген-антропогенового времени, и лишь для Кавказа нижний предел неотектонического этапа был принят со среднего миоцена.

В дальнейшем для отдельных крупных регионов и республик бывшего СССР были составлены мелко- и среднемасштабные карты новейшей тектоники, однако до сих пор отсутствует общепринятая легенда для составления этих карт. В частности, в 1971 г. была опубликована карта новейшей тектоники юга СССР масштаба 1:1000000 под редакцией Л. П. Полкановой [4], где территория Армении представлена С. П. Бальяном. На этой карте начало неотектонического этапа принято с олигоценового времени, т. е. часть олигоцена включается в неотектонический этап.

Что касается Малого Кавказа, то для его территории различными исследователями в разное время были составлены неотектонические карты, методика составления которых в значительной степени отличается друг от друга. Всеми исследователями в геологической истории Малого Кавказа выделяется неотектонический этап развития, охватывающий время от верхнего олигоцена до настоящего времени. Он делится на раннеорогенный и позднеорогенный подэтапы развития: продолжительность последнего около десяти миллионов лет и соответствует постсарматскому времени (плиоцен-антропоген).

Первая схема новейшей тектоники Малого Кавказа масштаба 1:1000000 была составлена Е. Е. Милановским [5]. На ней в зависимости от унаследованности новейших структур от более древнего геотектонического плана и интенсивности неотектонических движений выделено пять неотектонических зон и подзон, а также Куринский и Среднеараксинский межгорные прогибы. Показаны локальные структуры (поднятия, прогибы, мульды, грабены, вулканические щиты) без нумерации - участки неотектонических перестроек, границы неотектонических зон и подzon, главнейшие разломы, флексуры и некоторые крупные вулканы. В дополнении к этой схеме приводится схематическая карта амплитуд новейших тектонических движений того же масштаба с иллюстрацией в изолиниях опусканий и поднятий с интервалом 0,5 км. Фактически это было первое графическое изображение неотектонических движений Малого Кавказа. Однако, для полного отображения картины неотектонических движений Армении и практического использования было бы целесообразно свести эти две схемы в единую с указанием на них локальных структур. На составленной Милановским новой карте неотектонического районирования Кавказа масштаба 1:2500000 [6] на территории Армении выделены те же неотектонические зоны, их границы и номера и наиболее крупные неотектонические структуры. Кроме нее, отдельно составлена им карта амплитуд неотектонических движений в изобахах с выделением неотектонических зон. Следует отметить, что Е. Е. Милановский с 1952 г. отстаивал мнение о целесообразности выделения для Малого Кавказа в качестве новейших тектонических движений, происходивших, начиная с позднего Сармата или Мэотоса [6], т. к. в течение этого времени резко усиливаются темпы воздымания мегантиклинория Малого Кавказа, который превращается в горное сооружение, обладающее высокогорным рельефом.

Следующий вариант карты неотектоники Армении под названием "Схема новейшей тектоники и сейсмичности Армянской ССР и прилегающих частей Антикавказа" 1:500000 масштаба была составлена А. А. Габриеляном [7]. Пожалуй, это первая карта, которая почти целиком относится к территории Армении. На карте по интенсивности движений выделены три неотектонические зоны поднятий и опусканий, а также Куринская и Среднеараксинская зоны прогибания и локальные структуры в этих зонах. Кроме того, на ней показаны также разрывные нарушения, флексуры, соляные купола, вулканические конусы, фации и формации миоценовых молasses и верхнеплиоценовых - нижнечетвертичных озерных отложений и минеральные источники. По степени сейсмической активности выделены также три зоны и показаны границы сейсмических и неотектонических зон, карта безусловно представляет определенный научный и практический интерес с точки зрения связи сейсмичности с неотектоникой. Отметим лишь, что градация амплитуд поднятия и опускания дана схематически и не отражает истинной картины новейшего поднятия. Новая карта, составленная им же под названием "Карта новейшей тектоники Армянской ССР" масштаба 1:500000 в 1980 г. [8] в значительной степени отличается от первой. На ней выделены и показаны также основные структурные комплексы и этажи, фации и формации, орогенный магматизм, неотектонические структуры первого и второго порядка, разрывные структуры, структурно-геоморфологические элементы, сейсмодислокации, вулканические центры. Как видим, в отличие от первой на данной карте показано много тектонических и неотектонических элементов, отражающих строение и развитие структур на неотектоническом этапе.

Вместе с тем на этой карте отсутствуют основные параметры, отражающие мериле неотектоники территории, т. е. амплитуды неотектонических движений. Карта исторического плана отражает историческое развитие неотектонических структур

без показа изобаз. А. А. Габриелян началом неотектонического этапа Малого Кавказа считает время заложения Среднеараксинской впадины, датируется оно возрастом накопления пестроцветной свиты (верхний олигоцен-нижний миоцен), границы распространения которой соответствуют контурам впадины [8].

Другой вариант карты неотектоники территории республики под названием "Карта неотектонических (последнемиоценовых) деформаций Армянской ССР и Нахичеванской АССР" масштаба 1:500000 был составлен С. П. Бальяном [9]. На карте абсолютные поднятия показаны в изолиниях с интервалом 200 м, а параллельно им различными знаками (крапами) - области развития донеогенового фундамента, сложенного палеозойскими, юрскими, меловыми и палеогеновыми породами. Показаны также области развития неоген-антропогеновых вулканогенных образований и обновленные разнонаправленные дизьюнктивные нарушения. Из легенд и содержания карты следует, что данная карта значительно отличается от подобных прежних карт - по методическому подходу и корреляции амплитуд неотектонических движений. Вместе с тем при составлении карты иногда учитывались палеогеографические особенности, потому и некоторые морфоструктурные элементы показаны не в современной их форме, а в палеогеографической, к примеру, Айриджинская впадина, расположенная между Гегамским и Варденисским поднятиями, на карте показана как поднятие. Видимо, исходя из этого же подхода амплитуды новейших поднятий показаны одинаковой величиной (2300 м), что совсем не допустимо. Кроме того, на карте не выделены неотектонические зоны, необходимые для полного представления картины неотектонического рисунка региона. Судя по назнанию карты, С. П. Бальян началом неотектонического этапа также считает постсарматское время.

Как было отмечено выше, в тектоническом развитии Малого Кавказа выделяется неотектонический этап развития, движениями которого обусловлено формирование современного высокогорного, сильно расчлененного рельефа Армении. Делится этап на раннеорогенный (верхний олигоцен-миоцен) и позднеорогенный (плиоцен-четвертичный) подэтапы. Морфоструктурные элементы в течение раннеорогенного подэтапа орографически представляли собой еще низкогорные или почти равнинные суши. В течение позднеорогенного подэтапа резко усиливаются темпы воздымания Малокавказского поднятия, которое превращается в горное сооружение с высокогорным рельефом.

В 1980 г. нами были составлены карты "новейших (олигоцен-антропогеновых) движений и градиентов Армянской ССР" масштаба 1:500000 [8], на которых изолиниями с интервалом соответственно через 250 м и 0,1 м показаны амплитуды суммарных неотектонических поднятий и градиенты в мм/год. На них показаны также главнейшие разрывные нарушения, активные в неоген-четвертичное время. Эти карты и послужили основой для составления новейшей тектоники территории Армении масштаба 1:500000 (см. карту), при ее составлении были использованы некоторые элементы вышеприведенных, а также мелкомасштабных неотектонических карт [2, 4 и др.], охватывающих обширные регионы территории бывшего Союза.

По методике составления и по содержанию она во многом отличается от опубликованных карт. Эта карта является многоэлементной, содержит как тектонические, так и неотектонические элементы и геоморфологические показатели, полученные в результате анализа составленных нами структурно-геоморфологических профилей. На карте показаны основные морфоструктурные элементы (поднятия и впадины первого и второго порядка, в том числе соляные купола и плиоцен-четвертичные вулканические аппараты). Показаны активно развивающиеся в неотектоническом этапе и выраженные в рельефе разновозрастные, разнонаправленные и разнотипные разрывные нарушения. Изобазами дана амплитуда неотектонических поднятий с интервалом через 500 м. Параллельно изобазам краппами показаны границы основных структурных комплексов и этажей, позволяющих судить, с одной стороны, о развитии этих структур в неотектоническом этапе, а с другой - на каком основании (фундаменте) развивались неотектонические структуры. На карте выделены три неотектонические зоны (которые в первом приближении соответствуют трем тектоническим зонам) и Среднеараксинский межгорный прогиб (см. карту): I - зона северо-восточного склона Малого Кавказа (сложенная нижнеальпийским геосинклиналь-

ным комплексом); II - Центрально-армянская зона интенсивно-дифференцированных сводо-глыбовых поднятий и впадин (сложенная преимущественно среднеальпийским геосинклинальным комплексом); III - Приараксинская зона умеренно-дифференцированных поднятий и впадин (сложенная преимущественно герцинским и верхнеальпийским гетерогенным миогеосинклинальным комплексом). На карте показаны номера неотектонических структур в пределах этих зон.

Новейшая структура первой зоны представляет относительно пологую моноклиналь с северо-восточным наклоном под углом 5-10°. В новейшем этапе эта структура испытывает умеренное устойчивое поднятие с максимальной амплитудой до 2500 м. В данной зоне наблюдается полное соответствие структурных элементов с формами рельефа, т. е. констатируется унаследованный тип развития новейших морфоструктурных форм по отношению к структурам альпийского геосинклинального этапа.

Вторая зона представляет собой сводоглыбовое поднятие Малого Кавказа с контрастным характером новейших движений. Характерная черта зоны - несоответствие рельефа и новейших структур, потому эти структуры являются обращенными (инверсионными) морфоструктурными формами рельефа. Новейшая структура этой зоны представляет сочетание довольно узких линейных и реже брахиформных поднятий значительной амплитуды, достигающей 2500-3000 м (а в Зангезурском блок-антеклинальном поднятии - до 4000 м) и смежных с ними впадин до 1000-1500 м, заполненных мощными неогеновыми и четвертичными отложениями. Отметим, что значительная роль в новейшей структуре зоны принадлежит продольным и поперечным разломам разного порядка, обусловившим ее складчато-глыбовое строение.

Третья Приараксинская зона умеренных дифференцированных поднятий и опусканий занимает северные и северо-восточные периферии Среднеараксинского Межгорного прогиба и характеризуется относительно меньшей амплитудой вертикальных движений, достигающей 2500 м. В данной зоне наблюдается как соответствие структурных элементов с морфоструктурными формами рельефа, так и их несоответствие.

На крайнем юго-западе территории Армении между массивом горы Арагац, горными сооружениями Малого Кавказа с севера и массивами Большого и Малого Араката и хребтом Армянский Пар с юга расположен Среднеараксинский межгорный прогиб, заложенный на рубеже олигоцена и миоцена, т. е. соответствующий началу орогенного этапа развития и геоантеклинального воздымания Малого Кавказа. Красноцветная лагунно-континентальная молассовая формация верхнего олигоцена-нижнего миоцена, являющаяся нижним горизонтом заполняющих прогиб молассовых отложений, трансгрессивно и несогласно перекрывает различные горизонты более древних отложений от среднего олигоцена до среднего и верхнего палеозоя включительно, ограничивая впадину в современных ее контурах. Равнинный рельеф прогиба осложнен многочисленными погребенными поднятиями и прогибами кавказского и антикавказского направления, разделенными разрывными нарушениями. Амплитуда новейших поднятий в прогибе колеблется в больших пределах - от первых сотен метров до 1000 м и более.

В конце отметим, что методику составления карты новейшей тектоники республики Армения масштаба 1:500000 можно использовать при составлении подобных карт соответствующих орогенных областей.



Карта новейшей тектоники Армении

Неотектонические структуры. А. Первого порядка: 1 - блоковые горст-поднятия и грабен-впадины; 2 - антикавказские поперечные поднятия; 3 - Антикавказские сквозные приразломные зоны; 4 - крупные тектоно-вулканические аппараты. Б. Второго порядка: 5 - неоген-четвертичные слабо выраженные в рельефе погребенные горстовые поднятия и грабен-впадины; 6 - четвертичные грабенообразные впадины; 7 - соляные купола; 8 - плиоцен-четвертичные вулканические аппараты. Разрывные структуры, активно действующие на неотектоническом этапе и выраженные в рельефе: 9 - глубинные разломы; 10 - региональные сбросы; 11 - взбросы и надвиги; 12 - сдвиги, взбросо-сдвиги. Амплитуда неотектонических поднятий: 13 - более 3000 м; 14 - 3000-2500 м; 15 - 2500-2000 м; 16 - 2000-1500 м; 17 - 1500-1000 м; 18 - 1000-500 м; 19 - до 500 м; 20 - номера неотектонических зон; 21 - номера неотектонических структур. Границы развития юророгенных структурных комплексов и этажей: 22 - байкальского метаморфического комплекса (Р-е); 23 - варисского многосинклинального комплекса (Д-Т); 24 - нижнеальпийского геосинклинального структурного этажа (И-К); 25 - среднеальпийского геосинклинального структурного этажа (К-Р); 26 - раннеорогенного молассового этажа (Р-Н); 27 - позднеорогенного молассового и вулканогенного этажа (Н-О). Название неотектонических зон и структур. I. Зона северо-восточного склона Малого Кавказа. Поднятия: 1 - Вирайоцкое; 2 - Миапорское; 3 - Капанское. Впадины: 4 - Иджеванская; 5 - Горисская. II. Зона центральноармянских интенсивно-дифференцированных сводо-глыбовых поднятий и впадин. Поднятия: 6 - Джавахетское; 7 - Базум-Халабское; 8 - Ширакское; 9 - Памбакское; 10 - Аргуни-Севансское; 11 - Цахкуниакское; 12 - Гегамское; 14 - Севансское; 15 - Зангезурское. Впадины: 16 - Верхнеахурянская; 17 - Дзорагетская; 18 - Памбак-Акстевская группа; 19 - Гюмрийская; 20 - Севанская; 21 - Среднеарпинская; 22 - Воротанская. III. Приараксинская зона умеренно-дифференцированных поднятий и впадин. Поднятия: 23 - Урц-Вайкское; 24 - Еранос-Ерахское; 25 - Спандарянское; 26 - Арагацкое; 27 - Талинское; 28 - Аниское. Впадины: 29 - Артенийская; 30 - Южноарагацская; 31 - Кацахская; 32 - Абовянская (Ереванская); 33 - Алаванская; 34 - Шагапская. IV. Среднеараксинский межгорный прогиб. Поднятия: 35 - Паракар-Норабацкое (Енгиджинское); 36 - Армавир-Каракертское; 37 - Мхчянское; 38 - Хорвирап-Аратское. Впадины: 39 - Нижнеахурянская; 40 - Акналичская; 41 - Масисская; 42 - Арташатская; 43 - Ерхская.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Обручен В. А. Избранные труды (в 6-и томах): Геологический очерк горной страны Наньшань. -Статьи по геологии и географии Центральной и Средней Азии. М.: Изд-во АН ССР, 1960, т. 2, 504 с.
2. Карта новейшей тектоники СССР, масштаб 1:5000000 (под ред. Н. И. Николаева и С. С. Шульца). М.: ГУГК, 1960 (новое изд., 1977).
3. Николаев Н. И. Неотектоника и ее выражение в структуре и рельефе территории СССР. М: Госгеотехиздат, 1962, 392 с.
4. Карта новейшей тектоники юга СССР, масштаб 1:1000000 (под ред. Л. П. Палкановой). М.: ГУГК, 1971.
5. Милаповский Е. Е. Новейшая тектоника Армянской ССР и прилегающих частей районов Закавказья. -В кн.: Геология Арм. ССР. Геоморфология. Ер.: Изд.-во АН Арм. ССР, т. 1, с. 430-473.
6. Милаповский Е. Е. Новейшая тектоника Кавказа. М.: Недра, 1968, 483 с.
7. Габриелян А. А. Новейшая тектоника и сейсмичность Армянской ССР и смежных частей Антикавказа. -Изв. АН Арм. ССР, 1963, N 4-5, с. 14-28 и 18-30.
8. Габриелян А. А., Саркисян О. А., Симонян Г. П. Сейсмотектоника Арм. ССР. Ер.: Изд-во ЕГУ, 1981, 270 с.
9. Балльян С. П. Структурная геоморфология Армянского нагорья и сопредельных областей. Ер.: Изд-во ЕГУ, 1969, 390 с.

Դ. Պ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ,

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՏԱՐԱԾՔԻ ՆԵՈՏԵԿՏՈՆԱԿԱՆ ՆՈՐ ՔԱՐՏԵԶԸ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում դիտարկվում են Հայաստանի հանրապետության տարածքի համար գոյություն ունեցող միջին մասշտաբի նեոտեկտոնական քարտեզների կազմման մեթոդական մոտեցման հարցերը և կանգ է առնվում հեղինակի կողմից նոր քարտեզի կազմման մեթոդի և նրա արժանիքների վրա:

География

УДК 551.4+528.9

К.Ю. АКОПЯН, В.Ю.ХАЛАТОВ

**ОЦЕНКА ВЗАИМОСВЯЗИ МЕЖДУ ГЕОГРАФИЧЕСКИМИ ЯВЛЕНИЯМИ
ПО ДАННЫМ АТЛАСОВ РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ**

В статье показано значение математических и картографических методов в развитии современной географии. В частности, на основе данных, взятых из опубликованных атласов Республики Армения, была оценена взаимосвязь между географическими явлениями. Полученные результаты показали, что во всех атласах переоценивается роль высотного фактора при картографировании географических явлений, что не способствует более активному использованию тематических карт и атласов в управленческих структурах республики.

В течение всей истории развития географии географические исследования имели описательный, познавательный характер. Однако в современных условиях для достоверных обоснований закономерностей процессов и явлений, разрешения сложных географических задач использование традиционных географических методов (сравнительно-географический, палеогеографический и др.) без математического обоснования результатов уже недостаточно.

Математические методы позволяют устанавливать зависимости между отдельными природными процессами и явлениями, обнаружить географические закономерности, систематизировать и классифицировать результаты исследований и на их основе проводить районирование территории, выделить основные и второстепенные факторы, влияющие на тот или иной процесс, определить сходства и различия между процессами взаимодействия в различных природных условиях, вероятностную зависимость между ними, строить их математические модели для составления географических прогнозов и т. д.

Математическая обработка цифрового материала в географических исследованиях необходима для проверки степени надежности и достоверности результатов, для корректного их обобщения, повышает точность исследований [1-4 и др.].

При этом не следует использовать сложные и трудоемкие математические методы в тех случаях, когда задача может быть решена более простыми методами. Помимо математических методов исследования, в настоящее время в географии широкое распространение получили и картографические, среди которых можно отметить визуальный метод, позволяющий получить общее представление об изучаемом объекте, графические методы (построение комплексных профилей и разрезов, графиков, эпюра, диаграмм, блок-диаграмм, метахронных диаграмм, сопоставление контуров анализируемых явлений на общей основе); графоаналитические методы (картометрия и морфометрия); предназначенные для измерения по картам координат, длин, углов, площадей, объемов, форм и вычисления различных относительных показателей и коэффициентов.

Для успешного изучения и количественной оценки взаимосвязей явлений наибольшие возможности предоставляют методы математической статистики (сопоставление средних арифметических, средних квадратических, коэффициентов вариации и т. д.), среди которых наиболее распространенным является корреляционный анализ карт разной тематики [5-9 и др.].

Корреляционный анализ позволяет установить тесноту связи между отдельными явлениями (или корреляцию), предвидеть, прогнозировать закономерности между э-

тими явлениями. Корреляционный анализ создает основу для более сложных видов анализа: регрессионного, дисперсионного, факторного и др. Регрессионный анализ в свою очередь является логическим продолжением корреляционного анализа, развивает и углубляет представление о корреляционной связи, способствуя описанию выявленной зависимости.

Исходя из вышесказанного, нами была поставлена цель оценить взаимосвязь между некоторыми явлениями, отраженными в атласах Республики Армения [10-14].

В частности, были использованы следующие карты различных масштабов и тематики: средней высоты снежного покрова и среднего числа дней в году со снежным покровом, средней температуры воздуха и средней температуры поверхности почвы (в апреле), солнечного сияния и средней годовой температуры воздуха, плотности населения и числа учащихся, густоты речной сети и горизонтального расчленения поверхности, твердого стока рек и глубины расчленения рельефа, суточного количества осадков за период с температурой воздуха ниже 0°C, запаса воды в снеге и наибольшей глубины промерзания почвы, а также среднего годового количества осадков, среднего годового стока и абсолютной высоты местности.

Ниже более подробно рассмотрим полученные результаты.

Для определения взаимосвязи между средней высотой снежного покрова и средним числом дней в году со снежным покровом данные были взяты с соответствующих карт масштаба 1:2000000 из [10]. Для этого была использована квадратная палетка с расстоянием между точками в 1 см. В результате были получены данные для 73 точек рассматриваемой территории. Составленный график указывал на прямолинейную связь между исследуемыми явлениями. Используя данные средних арифметических и средних квадратических отклонений, рассчитанных соответственно по формулам

$$M = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n}, \quad M = \frac{\sum_{i=1}^n b_i}{n}, \quad \sigma_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (a_i - M_a)^2}{n}}, \quad \sigma_b = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (b_i - M_b)^2}{n}} \quad \text{где } M -$$

средняя арифметическая, $\frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n}, \frac{\sum_{i=1}^n b_i}{n}$ - суммы всех выборочных данных, n - число

выборочных данных, $\sum_{i=1}^n (a_i - M_a)^2, \sum_{i=1}^n (b_i - M_b)^2$ - суммы квадратов отклонений каждой варианты от средней арифметической, σ_a, σ_b - средние квадратические отклонения, коэффициент парной корреляции (r) между рассматриваемыми явлениями вычислили по следующей формуле:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (a_i - M_a)(b_i - M_b)}{n \cdot \sigma_a \cdot \sigma_b}.$$

Приближенное значение средней квадратичной ошибки коэффициента корреляции подсчитали по формуле $m_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}}$. Окончательный результат получился рав-

ным $0,9 \pm 0,02$, что свидетельствует о сильной корреляционной зависимости между средней высотой снежного покрова и средним числом дней в году со снежным покровом.

Для определения взаимосвязи между средней температурой воздуха и средней температурой поверхности почвы (в апреле) данные были взяты с соответствующих карт масштаба 1:1500000 из [14]. Для этого была использована квадратная палетка с расстоянием между точками в 1,5 см. В результате были получены данные для 62 точек рассматриваемой территории. Составленный график указал на прямолинейную связь между исследуемыми явлениями. Окончательный результат получился

равным 1.0 ± 0.0 , что свидетельствует о функциональной связи между средней температурой воздуха и средней температурой поверхности почвы (в апреле).

Была предпринята попытка определить взаимосвязь между солнечным сиянием и средней годовой температурой воздуха. Данные были взяты с соответствующих карт масштаба 1:1500000 из [10]. Для этого была использована квадратная палетка с расстоянием между точками в 1,5 см. В результате были получены данные для 57 точек рассматриваемой территории. Однако большой разброс точек, их бессистемное расположение на графике свидетельствовали об отсутствии корреляционной связи между исследуемыми явлениями.

Для определения взаимосвязи между густотой речной сети и горизонтальным расчленением поверхности данные были взяты с соответствующих карт масштаба 1:1500000 из [14]. Для этого была использована квадратная палетка с расстоянием между точками в 1,5 см. В результате были получены данные для 62 точек рассматриваемой территории. Определив ранги значений каждой точки, вычислили ранговый коэффициент

$$\text{корреляции по формуле } \gamma = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n (p_{a_i} - p_{b_i})^2}{n^3 - n}, \text{ где } \gamma \text{ - ранговый коэффициент}$$

корреляции, n - число пар в выборке, $\sum_{i=1}^n (p_{a_i} - p_{b_i})^2$ - сумма квадрата разности рангов. Результат получился равным 0,3. Для определения взаимосвязи между твердым стоком рек и глубиной расчленения рельефа данные были взяты с соответствующих карт масштаба 1:1500000 из [14]. Для этого была использована квадратная палетка с расстоянием между точками в 1,5 см. В результате были получены данные для 62 точек рассматриваемой территории. Ранговый коэффициент корреляции получился равным 0,4.

Для определения взаимосвязи между плотностью населения и числом учащихся данные были взяты с соответствующих карт масштаба 1:1000000 из [10]. Для этого была использована квадратная палетка с расстоянием между точками в 2 см. В результате были получены данные для 74 точек рассматриваемой территории. Ранговый коэффициент корреляции получил равным (-0,2).

Для определения взаимосвязи между средним годовым количеством осадков, средним годовым стоком и абсолютной высотой местности данные были взяты с соответствующих карт масштаба 1:1000000 из [14]. Для этого была использована квадратная палетка с расстоянием между точками в 2 см. Коэффициент множественной корреляции вычислили по формуле

$$R_{abc} = \sqrt{\frac{r_{ab}^2 + r_{ac}^2 - 2r_{ab}r_{ac}r_{bc}}{1 - r_{bc}^2}}, \text{ где } R_{abc} \text{ - коэффициент множественной корреля-}$$

ции, r_{ab}, r_{ac}, r_{bc} - коэффициенты парной корреляции. Значения парных коэффициентов корреляции получились равными: между средним годовым количеством осадков и средним годовым речным стоком - 0,8; между средним годовым количеством осадков и абсолютной высотой местности 0,7; между средним годовым речным стоком и абсолютной высотой местности 0,8. Средняя квадратичная ошибка коэффициентов парной корреляции получилась равной 0,04; 0,06; 0,04 соответственно. Окончательное значение парных коэффициентов корреляции равно $0,8 \pm 0,04$; $0,7 \pm 0,06$; $0,8 \pm 0,04$ соответственно. Имея значения парных коэффициентов корреляции, определили коэффициент множественной корреляции, который получился равным 0,8, что свидетельствует о тесной связи между исследуемыми явлениями.

Для определения взаимосвязи между суточным количеством осадков за период с температурой воздуха ниже 0°C , запасом воды в снеге и наибольшей глубиной промерзания почвы данные были взяты с соответствующих карт масштаба 1:2000000 из [10]. Для этого была использована квадратная палетка с расстоянием между точками в 1 см. В результате были получены данные для 77 точек рассматриваемой

территории. Окончательные значения коэффициентов парной корреляции получились равными: между суточным количеством осадков за период с температурой воздуха ниже 0° С и запасом воды в снеге $0,8 \pm 0,04$; между суточным количеством осадков за период с температурой воздуха ниже 0° С и наибольшей глубиной промерзания почвы $0,7 \pm 0,06$; между запасом воды в снеге и наибольшей глубиной промерзания почвы $0,7 \pm 0,06$. Коэффициент множественной корреляции получился равным 0,8.

При сравнении карт разной тематики взаимосвязь всегда проявляется через соответствие картографических изображений. Если же картографические изображения не соответствуют друг другу, то взаимосвязи между исследуемыми явлениями быть не может. Однако если сравнить, напр., карты "Наибольшее число дней с суховеями" и "Продолжительность отопительного периода" или "Неблагоприятные погодные условия в период сева яровых культур" и "Атмосферное увлажнение" и др. из [14], замечаем значительное сходство в рисунке изолиний. Но легко себе представить, как мало связаны между собой эти явления. Это объясняется горным рельефом Армении; системы изолиний на картах в обобщенном виде повторяют изогипсы рельефа. Именно поэтому мы получили довольно высокие показатели корреляции, которые свидетельствовали о сильной связи между рассматриваемыми явлениями.

Используя соответствующие карты для определения взаимосвязи между средней температурой воздуха и средней температурой поверхности почвы (в апреле), мы заметили, что изолинии средней температуры воздуха и средней температуры поверхности почвы совпадают, повторяя очертания рельефа, т. е. получается, что температура поверхности почвы изменяется параллельно изменению температуры воздуха. Однако температура поверхности почвы также зависит от механического состава, водно-химических свойств почвы и др. факторов.

Следовательно, при составлении карт ландшафтно-экологических ситуаций и хозяйственной жизни горных территорий необходимо принимать во внимание не только роль рельефа, которая сильно переоценивается на всех картах опубликованных атласов Республики Армения, но и другие физико-географические закономерности, влияющие на распространение того или иного явления [15].

Таким образом, значения всех вычисленных нами коэффициентов корреляции (коэффициента парной корреляции, коэффициента множественной корреляции, рангового коэффициента корреляции; корреляционное отношение нами не было вычислено, так как все составленные графики указали на прямолинейную связь между рассматриваемыми явлениями) получились довольно высокими, что свидетельствует о тесной функциональной связи между исследуемыми явлениями. А это объясняется переоценкой роли рельефа при составлении карт разной тематики в опубликованных атласах Республики Армения. Последнее обстоятельство приводит к большим неточностям при картографировании географических явлений, что, в свою очередь, снижает достоверность полученных пространственных закономерностей и не способствует более активному использованию тематических карт и атласов в управленических структурах республики.

Кафедра физической географии и геоморфологии

Поступила 10.01. 1994 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Математические методы в географии. Под. ред. Архипова Ю. Р. Казань: Изд-во Казанского ун-та, 1976, 352 с.
2. Чертко Н. К. Математические методы в физической географии. Минск: Изд-во: Университетское, 1987, 151 с.
3. Самнер Г. Математика для географов. Пер. с англ. М.: Изд-во Прогресс, 1981, 296 с.
4. Матэр П. М. Компьютеры в географии. Практическое руководство. Пер. с англ. М.: Изд-во Прогресс, 1981, 211 с.
5. Черняков В. А. Основы математической статистики в географии. Владивосток, 1966, 210 с.
6. Черняков В. А. Концепция поля в современной картографии. Новосибирск: Наука, 1978, 149 с.
7. Бочаров М. К. Методы математической статистики в географии. М.: Мысль, 1971, 374 с.

8. Берлянт А. М. Картографический метод исследования природных явлений (практическое руководство). М.: Изд-во Моск. ун-та, 1971, 76 с.
9. Берлянт А. М. Картографический метод исследования. 2-е изд. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1988, 252 с.
10. Атлас Арм. ССР. Ер. - М.: Изд-во Арм. ССР - ГУГК, 1961, 111 с.
11. Географический атлас Арм. ССР. М.: ГУГК, 1976, 48 с.
12. Климатический атлас Арм. ССР. Ер., 1975.
13. Атлас природных условий и естественных ресурсов Республики Армения. Ер., 1990, 68 с.
14. Атлас сельского хозяйства Арм. ССР. М. - Ер.: ГУГК, 1984, 189 с.
15. Халитов В. Ю. Принципы составления и содержание среднемасштабной ландшафтной карты Армянского нагорья. - География и природные ресурсы, 1992, N 2, с. 138 - 143.

Ք. ՅՈՒ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Վ. ՅՈՒ. ԽԱԼԻՏՅՈՎ

**(ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԱՏԼԱՍՆԵՐԻ ՑՎՅԱԼՆԵՐԻ ՀԻՄԱՆ
ՎՐԱ) ԱԾԽԱՐՀԱԳՐԱԿԱՆ ԵՐԵՎՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԻՋԵՎ
ՓՈԽԿԱՊՎԱԾՈՒԹՅԱՆ ԳՆԱՀԱՏՈՒՄԸ**

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում ցույց է տրված մաթեմատիկական և քարտեզագրական մեթոդների հշանակությունը ժամանակակից աշխարհագրության զարգացման գործում: Մասնավորապես, հրապարակում եղած Հայաստանի Հանրապետության ատլասների տվյալների հիման վրա գնահատվել է փոխկապվածությունը աշխարհագրական երևույթների միջև: Ստացված արդյունքները ցույց տվեցին, որ բոլոր ատլասներում էլ գերազանցած տվյալը է բարձունքային գործոնի դերը երևույթների քարտեզագրման ժամանակ, ինչը չի նպաստում թեմատիկ քարտեզների և ատլասների էլ ավելի ակտիվ օգտագործմանը կառավարական մարմինների կողմից:

Ешишың ЖУРНАЛЫЗЫЛ · В РЕДАКЦИЮ

УДК 517.234.24

А. М. СЕДРАКЯН, Р. И. БАГДАСАРЯН

СИНТЕЗ Y-Ba-Cu-O ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КЕРАМИК С ДОБАВЛЕНИЕМ ЛЕГИРИУЮЩЕЙ ПРИМЕСИ NH₄Cl

Прорывом в области сверхпроводимости явилось открытие Беднорцом и Мюлером таких высокотемпературных сверхпроводников среди оксидов, которые испытывают сверхпроводящий переход при 35K[1]. Синтезированная в 1987 году система Y Ba₂Cu₃O_{7-x} [2,3], имеющая T_c выше 90 K, открывала перспективы для практического применения ВТСП.

Исходные оксидные материалы ВТСП легко плавятся, карбонизируются, гидратируются, они легко восстанавливаются при нагревании на воздухе, диссоциируют в вакууме [4]. Представляет большой интерес влияние условий приготовления на свойства (микротвердость, упругость, критические параметры и. т.д.) ВТСП образцов. В связи с этим внимание в основном уделяется созданию новых методов синтеза металлооксидных ВТСП материалов. Особенно большой интерес представляют свойства чистого и легированного сверхпроводящего купрата итрия и бария [5].

В настоящей работе предлагается синтез Y-Ba-Cu-O керамического образца введением в порошкообразную смесь легирующего элемента жидкого хлористого аммония. Как показывает эксперимент, эффект легирования достаточно воспроизведен, и жидкий NH₄Cl более эффективен для активирования твердофазных реагентов во время синтеза.

Образцы были приготовлены смешиванием химически чистых порошков Y₂O₃, BaCO₃ и Cu при соблюдении соотношения Y: Ba: Cu=1:2:3. Полученную шихту обжигали при 500 °C в течение 8 часов. После этого на порошкообразную смесь добавляли жидкий хлористый аммоний [NH₄Cl] и снова перетирали. Таким образом приготовлен ряд серий образцов, содержащих разные количества жидкого лиганда. Причем цилиндрические образцы получались под действием очень малых давлений, порядка 1 бар. Синтез проводили при температуре 920 °C.

Основные результаты и выводы. 1. Данные рентгеновского анализа свидетельствуют, что использование NH₄Cl в матрицах основных порошков приводит к значительной аморфизации исходных оксидов во время синтеза; причем аморфизация сильно зависит от количества применяемого лиганда. 2. В зависимости от количества жидкого аммония синтезированные образцы на системе Y-Ba-Cu-O имели разные параметры (наличие центров пининга, микротвердость, упругие свойства, плотность и т.д.). 3. Получаются более однородные поликристаллические образцы, чем синтезированные обычным методом [2]. Этот метод может быть применен и при синтезе образцов других систем металлокерамических ВТСП.

Кафедра общей физики

Поступило 20.09. 1994

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Bednorz J. G. Muller K. A. J. Phys. B. 1986, v. 64, p. 189.
2. Wu M. K. et al. Phys. Rev. Lett. 1987, v. 58, p. 908.
3. Tarascon J. M. et. al. Phys Rev., B, 1987, v. 35, p. 7115.
4. Грабой И. Э. и др., Итоги науки и техники. Химия твердого тела, М.: ВИНИТИ, 1988, т. 6.
5. Базуев Г. В., Кисанов Н. А. и др. Твердофазные синтез и свойства чистого и легированного сверхпроводящего купрата YBa₂Cu₃O_{7-x}. в сб. Проблемы ВТСП, информационные материалы, Свердловск, 1987, часть 1.

Ա. Մ. ՍԵՂՐԱԿՅԱՆ, Ռ. Ի. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ

Y-Ba-Cu-O ԲԱՐՁՐ ՋԵՄԱՍՏԻԾԱՆԱՑԻ ԳԵՐՀԱՂՈՐԴԻՉ ԿԵՐԱՄԻԿԱՑԻ
ՍԻՆԹԵԶՈՒՄԸ NH₄Cl ԿԱՊԱԽՈՂ ՆՅՈՒԹԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՄԲ

Ա. մ փ ո փ ո ւ մ

Աշխատանքում ցույց է տրված, որ մետաղօքսիդ գերհաղորդչների սինթեզումը հեղուկ ամոնիումի քլորիդի (NH₄Cl) առկայությամբ բերում է սկզբնական ելանյութերի խիստ ինքնահումոգենացման:

УДК 575. 24. 581. 15. 581. 3

А. Л. АТОЯНЦ, В. С. ПОГОСЯН, Э. А. АГАДЖАНЯН, И. П. КАСПАРОВА, Р. М. АРУТЮНЯН

МОНИТОРИНГ ЗАГРЯЗНИТЕЛЕЙ ВОЗДУШНОГО БАССЕЙНА ПРОИЗВОДСТВА СИНТЕТИЧЕСКОГО КАУЧУКА

Нами проведены периодические исследования мутагенной активности загрязнителей воздушного бассейна производства синтетического каучука в периоды до и после запуска рабочих цехов. Исследования проводили в четырех пунктах (два производственных цеха и два непроизводственных). С помощью данной тест-системы выявлено повышение частоты рецессивных и генетически неопределенных мутаций, а также некоторых морфо-физиологических изменений тычиночных волосков.

Обнаружено, что при действии цехов идет резкое повышение процента соматических мутаций. Рецессивные мутации превышают контрольный уровень в 3,5 раза, а генетически неопределенные - в 11,5 раз. В период остановки производственных цехов, частота соматических мутаций, по сравнению с периодом работы, снижается в 0,5-1,1 раз, но все же превышает уровень контроля в 1,5 раз. Исключение составляет цех хлоропрена, где в данный период частота мутаций превышает контроль в 2,5 раза. С удалением от источника загрязнения снижается частота соматических мутаций, достигая как при остановке, так и при действии цехов почти спонтанного уровня.

Наряду с мутационными изменениями в изучаемых пунктах наблюдаются и морфофициологические изменения, среди которых наиболее распространенными являются волоски с ветвлением и с задержанным ростом, состоящие из 1-12 клеток (карликовые). Такие волоски считаются невыжившими. Наиболее высокий процент невыживших волосков обнаружен при действии цехов в пункте производства каучука. Вышеуказанные изменения встречаются также в непроизводственных пунктах, находящихся от рабочих цехов на расстоянии 600 м в разных направлениях. Повышение процента разветвленных волосков особенно ярко выражено в производственных цехах хлоропрена и каучука при их работе. Отмечено также наличие волосков с клетками разных размеров (мелкие и гигантские). Картина резко меняется при месячной остановке производства, когда частота морфофициологических изменений снижается, но все же находится выше нормы.

Таким образом, мониторинг загрязнителей воздушного бассейна НПО "Наирит" показал, что при действии цехов частота соматических мутаций и морфофициологических изменений повышается, а при остановке снижается, но не доходит до спонтанного уровня.

Кафедра генетики и цитологии, проблемная лаборатория цитогенетики

Поступило 8.06. 1995

ЛИТЕРАТУРА

1. Погосян В. С., Агаджанян Э. А., Никогосян М. И., Авоян А. О., Аюни К. К., Хачатрян Н. К., Сапонджян Ж. А. Оценка мутагенной активности атмосферного воздуха на основе выявления соматических мутаций у традесканции - Гигиена и санитария, 1986, N 6.

2. Погосян В. С., Симонян Е. Г., Джигардяни Э. М., Арутюнян Р. М. Оценка генотоксического действия антропогенных факторов на растения в городских условиях. - Цитология и генетика, 1991, т. 25, № 1, с. 23-29.
3. Сперроу А. Х., Шейрер Л. А. Возникновение соматических мутаций у градесканиии под действием химических мутагенов ЭМС и ДБЭ и специфических загрязнителей атмосферы ОЗ, SO₂, NO₂, N₂O. Генетические последствия загрязнения окружающей среды. М., 1977, с. 50-62.

Ա. Լ. Աթոռման, Վ. Ս. Պողոսյան, Է. Ա. Աղաջանյան, Ի. Գ. Կասպարյան,
Ռ. Մ. Հարությունյան

ՍԻՆԹԵՏԻԿ ԿԱՌԵՉՈՒԿԻ ԱՐՏԱԴՐՈՒԹՅԱՆ ՕԴԱՑԻՆ ԱՎԱԶԱՆԻ ԱՂՏՈՏԻՉՆԵՐԻ ՄՈՆԻՏՈՐԻՆԳԸ

Ա. Մ Փ Ի Փ Ո Ւ Մ

«Նախրիտ» գիտա-արտադրական միավորման օդային ավազանի աղոտութչների մոնիտորինգը ցուց տվեց, որ արտադրամասերի գործունեության ժամանակ բարձրանում է սոմատիկ մուտացիաների և մոլիֆոֆիզիոլոգիական փոփոխությունների հաճախանականությունը: Մինչեւ արտադրամասերի աշխատանքի դադարի դեպքում այն իշնում է, սակայն չի հասնում սպոնտան մակարդակին:

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Г.В. Бадалян, В.М. Едигарян - Об оценках некоторых сумм из коэффициентов квазиполиномов по системе Мюнцца в $L^2(0,1)$	3
А.Г. Багдасарян - Априорная оценка для одного класса регулярных операторов. Задача типа Дирихле.....	15
П.С. Геворкян - Мажоранты в классах слабо-эквивалентных G-подвижных компактов	19
С.С. Давидян - Коммутативные дистрибутивные алгебры с делимой операцией	23
Г.Г. Казарян - Преобразование Беклунда и групповой анализ для одного нелинейного уравнения	30

МЕХАНИКА

В.С. Саркисян, Б.П. Гегамян, Г.Р. Сардарян - Оптимизация формы анизотропных круговых цилиндрических оболочек с учетом сдвиговых напряжений.....	35
Г.Р. Сардарян - Расчет анизотропных осесимметричных цилиндрических оболочек с учетом поперечных сдвиговых напряжений	40

ФИЗИКА

Г.Г. Арутюнян, Е.С. Оганесян, В.В. Папоян, Л.Г. Петросян - Статические сферически-симметричные конфигурации с однородным распределением вещества в обобщенной теории гравитации.....	46
Х.Г. Айвазян, Л.Х. Айвазян - Влияние высокого давления (ВД) и взрыва при ВД на структуру полизтиленов.....	54
Ж.О. Ниноян, О.С. Ерицян, А.А. Геворгян, И.М. Мурадян - Усиление поворота плоскости поляризации при отражении света от среды с открытой поверхностью волновых векторов	58

ХИМИЯ

М.Г. Геворкян, С.Ш. Янрян - О каталазной активности лугового чернозема	62
Л.Е. Погосян, С.Н. Авакян, М.Х. Минасян - Синтез и исследование новых комплексных соединений переходных металлов	68

БИОЛОГИЯ

Л.Л. Осипян, И.М. Элоян - Патогенная микробиота картофеля в республике Армения	74
Э.Г. Явруян, Л.Л. Осипян, Л.А. Акопян - Материалы к изучению биологии пещер и гротов республики Армения (сообщение 1).	79
Дж.Г. Абрамян, И.В. Шахазизян - Изучение деструктивной активности аспергиллов на некоторых полимерных материалах производства НПО "Пластполимер"	83
Дж.Г. Абрамян, И.М. Элоян - Динамика количественного и качественного состава микроэктокриотрофов ризосфера картофеля в разные периоды вегетации	88

ГЕОЛОГИЯ

Г.П. Симонян - О новой карте неотектоники территории Армении	94
--	----

ГЕОГРАФИЯ

К.Ю. Акопян, В.Ю. Халатов - Оценка взаимосвязи между географическими явлениями по данным атласов Республики Армения.....	100
---	-----

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

А.М. Седракян, Р.И. Багдасарян - Синтез Y-Ba-Cu-O высокотемпературных сверхпроводя- щих керамик с добавлением легирующей примеси NH_4Cl	105
А.Л. Атоянц, В.С. Погосян, Э.А. Агаджанян, И.П. Каспарова, Р.М. Арутюнян - Монито- ринг загрязнителей воздушного бассейна производства синтетического каучука	107

CONTENTS

MATHEMATICS

H.V. Badalyan, V.M. Edigarian - On the estimations of some sums from the coefficients of quatinoms in the systeme of Muntz in $L^2(0,1)$	3
A.G. Bagdasarian - A priori estimation for one class of regular operators. The Dirichlet type problem.	15
P.S. Gevorkian - The majorants in the classes of the wick-equivivalent G-mobile compacts.....	19
S.S. Davidov - Commutative distributive algebras with divisible operation	23
G.G. Kazarian - Bäclund transformation and group analysis for a nonlinear equation	30

MECHANICS

V.S. Sarkissian, B.P. Geghamian, G.K. Sardarian - The optimisation of the form of the anisotropic circular cylindrical covers with calculation of diametrical displaced tensions	35
G.K. Sardarian - Calculation of the anisotropic axix - symmetric cylindrical covers with estimation of diametrical displaced tensions	40

PHYSICS

G.G. Haroutunyan, E.G. Hovanesyan, V.V. Papoyan, L.G. Petrosian - Static spherical symmetric configurations with a homogeneous matter distribution in summarized theory of gravitation	46
Kh.G. Aivazian, L. Kh. Aivazian - Influence of high pressure (HP) and Explosion under HP at the structure of polyethylenes	54
J.H. Ninoyan, H.S. Eritsian, A.H. Gevorgian, J.H. Muradian - The reflection of light on boundary of media with open wave-vector surface the amplification of polarization plane rotation	58

CHEMISTRY

M.G. Gevorkian, S.Sh. Yavrian - The study of catalase reactions kinetics in meadow chernozem	62
L.E. Pogosian, S.N. Avakian, M.K. Minasiants - Synthesis and investigation of new composite combinations of transitional metals	68

BIOLOGY

L.I. Osipian, J.M. Eloyan - Pathogenic mycobiot of potato in Republic of Armenia	74
E.G. Yavruyan, L.L. Osipian, L.A. Akopian - Materials for investigation of biology of caves and grottos of republic of Armenia (report 1).....	79
Dj.H. Abrahamian, J.V. Shahazlizian - Study of destructive activity aspergillus of some polymere materials of "Plastpolymer" Manufacture.....	83
Dj.H. Abrahamian, J.M. Eloyan - Dynamics of qualitative and quantitative composition of micoekkrisotrophes of rhizosphere of potato at different periods of vegetation	88

GEOLOGY

G.P. Simonian - The new map of neotectonic territory of Armenia.....	94
--	----

GEOGRAPHY

Ch.Yu. Hakopian, V.Yu. Khalatov - Evaluation of correlation between geographic phenomena on the bases of data of atlases of Republica of Armenia	100
---	-----

LETTER TO THE EDITOR

A.M. Sedrakian, R.J. Baghdasarian - Synthesis of Y-Ba-Cu-O high temperature superconductors ceramics with addition of alloyed NH ₄ Cl admixture	105
A.L. Atoians, V.S. Pogosian, E.A. Agadjanian, J.P. Gasparova, B.M. Arutyunyan Monitoring of pollutants of air baisin of production of synthetic rubber	107