

## ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՍԱՍԱՐԱՆ

Վ. Բ. ՊԱԽԱԼՈՎ

ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՖԻԶԻԿԱՅԻ

**ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ**

ԼՐՈՂԱՏՈՐ ԱՇԽԱՏԱՆՔՆԵՐԻ

ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ԶԵՂՆԱՐԿ

Հաստատված է երաժշտականության  
ՀՀ կրթության և գիտության նախարարության կողմից  
որպես բարձրագույն ուսումնական հաստատությունների  
լարարատոր աշխատանքների ուսումնական ձեռնարկ

**ԵՐԵՎԱՆ**

**ԵՊՀ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ**

**2011**

ՀՏԴ 53 (07)  
ԳՄԴ 22.3 ց7  
Պ 140

Յրատարակության է Երաշխավորել  
ԵՊՀ ֆիզիկայի ֆակուլտետի խորհուրդը

### Գրախոսներ՝

Ֆիզ. մաթ. գիտ. դրկտոր, պրոֆեսոր և Վ. ՆԵՐԿԱՐԱՐՅԱՆ  
Ֆիզ. մաթ. գիտ. թեկնածու, դոցենտ Ա. Հ. ՄԱԿԱՐՅԱՆ

### ՊԱԽԱՌՈՎ Վ. Բ.

Պ 140 Ոչ գծային ֆիզիկայի ներածություն: Լաբորատոր  
աշխատանքների ուսումնական ձեռնարկ / Վ.Բ. Պա-  
խարյով. – Եր.: ԵՊՀ հրատ., 2011 թ., 72 էջ:

Վերջին տարիներին զարգանում է մի գիտություն,  
որը կապված է տարբեր բնագավառների ոչ գծային  
երևոյթների հետ: Այն առնչվում է ինչպես բնական գիտու-  
թյունների, այնպես էլ հումանիտար և նույնիսկ հասարա-  
կական գիտությունների հետ: Այն ունի մի շարք անվա-  
նումներ՝ ոչ գծային ֆիզիկա կամ դինամիկա, սիներգետի-  
կա և այլն:

Այդ բազմազանության մեջ անփոխարինելի է ներկա-  
յացվող լաբորատոր աշխատանքների դեռը, որը կրում է  
փորձարարական և համակարգչային մոդելավորման  
բնույթը: Սույն ձեռնարկի նպատակն է տարբեր գիտություն-  
ների խնդիրները ուսուարկել ոչ գծային ֆիզիկայի տե-  
սանկյունից:

Ձեռնարկը նախատեսված է «Ոչ գծային ֆիզիկա»  
առարկան ուսումնասիրողների գիտելիքների խորացման  
համար:

### ԵՊՀ Գրադարան

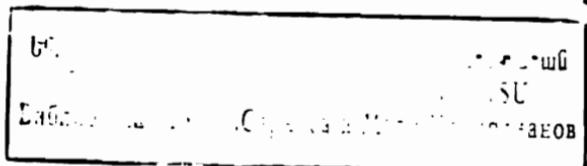


ՅԴ 53 (07)  
ՄԴ 22.3 ց7

SU0188299

ISBN 978-5-8084-1450-1

Ը ԵՊՀ հրատարակություն, 2011 թ.  
Ը Պախարյով Վ. Բ. 2011 թ



## ՆԵՐԱԾՈՒԹՅԱՌԻՆ

XX դարի երկրորդ կեսը նշանավորվեց ֆիզիկայի, ռադիոֆիզիկայի (և ոչ միայն) համար լուրջ զարգացումներով: Այդ կտրուկ փոփոխությունները առնչվում էին ինչպես բնական, այնպես էլ հումանիտար գիտությունների բնագավառներին: Արդյունքում զարգացավ նոր ուղղություն, որն այսօր մի շարք անվանումներ ունի՝ ոչ գծային ֆիզիկա, ոչ գծային դինամիկա, սիներգետիկա և այլն: Այն ներառում է այնպիսի ուղղություններ, ինչպիսիք են՝ բիֆուրկացիաները, քառար, տարօրինակ ատրակտորները, ֆրակտալները, պատկերների ծևավորումը, սոլիստոնները, կոմպլեքս համակարգերը և այլն:

Երևույթների այդ նոր և հսկայական բազմազանության ընկալման զորժում անփոխարինելի է ուսումնական լաբորատոր աշխատանքների դերը: Ոչ գծային ֆիզիկայի ասպարեզում այդ լաբորատոր աշխատանքների իրականացումը առանձնանում է հատկապես այն հանգամանքով, որ այստեղ, բացի ավանդական փորձարարական աշխատանքներից, զգալի տեղ են զբաղեցնում համակարգչային մոդելավորման հետ կապված աշխատանքները:

Սակայն, առկա մեծաքանակ տեսական դասագրքերի պայմաններում, լաբորատոր աշխատանքների համակարգված շարադրումը պարունակող գրքերը բացակայում են: Սույն ծեռնարկի նպատակն է լրացնել այդ բացը:

Այն կարող է օգտակար լինել բակալավրիատի ու մագիստրատուրայի ուսանողներին, ինչպես նաև բոլոր նրանց, ովքեր ցանկանում են ինքնակրթությամբ ստանալ ներածական գիտելիքներ ոչ գծային ֆիզիկայի մասին:

Չեռնարկում բերված լաբորատոր աշխատանքները կարելի է բաժանել երեք խմբի:

- Զուտ փորձարարական
- Միայն համակարգչային մոդելավորման կիրառմամբ
- Աշխատանքներ, որոնցում փորձարարական չափումները ուղեկցվում են համակարգչային մոդելավորմամբ:

Լաբորատոր աշխատանքներում անդրադարձ կա ոչ միայն ֆիզիկայի, ռադիոֆիզիկայի, այլ նաև քիմիայի, կենսաբանության հետ կապված հարցերին:

Ոչ գծային ֆիզիկայի բազմադիսցիպլինային բնույթն այն դարձնում է անհրաժեշտ դասընթաց ուսանողների մտահորիզոնը ընդարձակելու համար, ինչը խիստ կարևոր է հետագա մասնագիտական առաջընթացի համար:

Չեղնարկի համար իիմք են ծառայել Երևանի պետական համալսարարանի ֆիզիկայի ֆակուլտետի «Ոչ գծային ֆիզիկա» առարկայից հեղինակի կողմից լաբորատոր աշխատանքների կազմակերպելուն և անցկացումը:

Հեղինակն իր երախտագիտությունն է հայտնում <<ԳԱԱ ֆիզմաթ. բաժանմունքի վարիչ, ակադեմիկոս Յ. Ս. Չիլինգարյանին, օպտիկայի ամբիոնի վարիչ Ֆիզ-մաթ. գիտ. դոկտ. պրոֆեսոր Ռ. Ս. Հակոբյանին, օպտիկայի ամբիոնի պրոֆեսոր, Ֆիզ-մաթ. գիտ. դոկտ. Լ. Ս Ասլանյանին, ռադիոֆիզիկայի ֆակուլտետի ԳԲՀ ռադիոֆիզիկայի և հեռահաղորդակցության ամբիոնի պրոֆեսոր, Ֆիզ-մաթ. գիտ. դոկտ. Խ. Վ. Ներկարարյանին և ֆիզ-մաթ. գիտ. թեկնածու, դոցենտ Ա. Հ. Մակարյանին՝ ծեղնարկն ընթերցելու և արժեքավոր դիտողությունների համար:

## Աշխատանք 1

### ՓՈՒԱՅԻՆ ԴԻՄԱՏՎԱՐ

Աշխատանքի նպատակն է պարզ օրինակով ծանոթանալ դիմամիկ համակարգի նկարագրության որակական մեթոդներին:

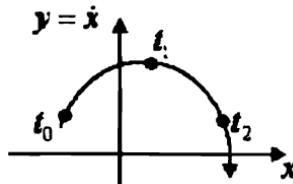
### ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ծարժման մասին առավել ամբողջական տեղեկություն, իհարկե, կարելի է ստանալ համակարգի վարքը նկարագրող հավասարման լուծումից: Սակայն միշտ չէ, որ այդպիսի լուծում հնարավոր է գտնել: Ուստի և առաջնահերթ են դառնում որակական նկարագրման մեթոդները:

Տատանման պատկերման համար, բացի  $x(t)$  կախվածությունից, կիրառում են **փուլային հարթության** մեթոդը: Համակարգի վիճակը նկարագրենք ( $\dot{x}, x$ ) առանցքներով հարթության վրա, որը կանվանենք փուլային (ազատության մեկից ավելի աստիճանների դեպքում ընդունված է անվանել փուլային տարածություն): Համակարգի վիճակը տվյալ պահին հարթության վրա նկարագրվում է կետով, որը ժամանակի ընթացքում տեղաշարժվում է գծելով, այսպես կոչված, փուլային հետագիծ (նկ.1):

Հարկ է նշել, որ տվյալ դեպքում ժամանակը խաղում է պարամետրի դեր և փուլային հետագիծը տրվում է  $y = y(x)$  կախվածությամբ:

Պարզության համար քննարկենք ազատության մեկ աստիճան ունեցող կրնսերվատիվ համակարգի՝ նյութական կետի, շարժումը կողորդինատից կախված ուժի ազդեցությամբ: Նյութական կետի դիրքն ամբողջությամբ նկարագրվում է մեկ  $x$  կոորդինատով, իսկ համակարգի մեխանիկական վիճակը՝ կետի դիրքով ( $x$ ) և արագու-



Նկ.1. Փուլային հետագիծ տեսքը:

թամբ ( $\dot{x} = y$ ): Պարզության համար ընդունենք, որ գանգվածը՝  $m = 1$ : Այդպիսի համակարգի շարժումը կարելի է նկարագրել Նյուտոնի օրենքով

$$\ddot{x} = f(x) \quad (1)$$

կամ առաջին կարգի երկու հավասարումների օգնությամբ

$$\frac{dx}{dt} = y, \quad \frac{dy}{dt} = f(x): \quad (2)$$

Փուլային հարթության վրա պատկերող կետի վարքը նկարագրող դիֆերենցիալ հավասարումն ունի հետևյալ տեսքը

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(x)}{y} \quad \text{կամ} \quad \frac{dy}{dx} = \varphi(x, y), \quad (3)$$

իսկ կետի շարժման արագությունը

$$v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = \sqrt{y^2 + [f(x)]^2} \quad (4)$$

Ընդգծենք, որ անհրաժեշտ է տարբերել նյութական կետի արագությունը և փուլային հարթության վրա պատկերող կետի շարժման արագությունը: Ինչպես երևում է (4) արտահայտությունից պատկերող կետի արագությունը միշտ տարբեր է 0-ից, բացի հավասարակշռության դիրքից ( $f(x) = 0$ ), որտեղ միաժամանակ

$$y = 0: \quad (5)$$

Ուստի, բոլոր այդ կետերը համապատասխանում են հավասարակշռության վիճակներին (մասնիկն անշարժ է մնում) և ընկած են փուլային հարթության արսցիսների առանցքի վրա:

Կոնսերվատիվ համակարգի դեպքում (3) հավասարումն ինտեգրվում է, քանի որ փոփոխականներն անջատվում են

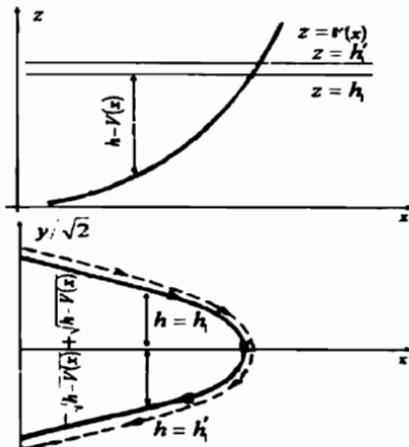
$$\frac{1}{2} y^2 + V(x) = h, \quad (6)$$

որտեղ  $V(x) = - \int_0^x f(\xi) d\xi$  և  $V'(x) = -f(x)$ , իսկ  $h$ -ը՝ ինտեգրման հաստատունն է: Տվյալ դեպքում (6)-ն արտահայտում է էներգիայի պահպանման օրենքը: Խսկապես,  $y^2/2 = mx^2/2$  ու կինետիկ էներ-

գիան է,  $V(x) = 0$ ՝ համակարգի պոտենցիալ էներգիան.  $h$ -ը՝ սկզբնական ( $x(t=0) = x_0, \dot{x}(t=0) = \dot{x}_0$ ) պայմաններից կախված հաստատուն (կուտակված լրիվ մեխանիկական էներգիան): Նկատնք հետևյալը. բոլոր այն արժեքներին՝  $x = \bar{x}_1, \bar{x}_2 \dots \bar{x}$ , (հատուկ կետերի արսցիսները), որտեղ  $f(\bar{x}_i) = 0$ , համապատասխանում են  $V'(\bar{x}_i) = 0$ : Հետևաբար, այդ արժեքները համապատասխանում են պոտենցիալ էներգիայի քստրեմալ արժեքներին, այսինքն՝ կամ մինիմումին, կամ մաքսիմումին, կամ շրջնան կետին: Կարելի է կատարել (6) հավասարման հատուկ կետերի դասակարգում՝ Ելեկով հատուկ կետերում պոտենցիալ էներգիայի վարքից: Մինչ այդ հարցին անցնելը՝ նկատենք նաև հետևյալը: (6) հավասարումը չի փոխվում  $y \rightarrow -y$  փոխարինման ժամանակ: Հետևաբար, բոլոր կորերը (փուլային հետագծերը) համաչափ են արսցիսների առանցքի նկատմամբ:

Նկատենք, եթե հայտնի է  $V(x)$  ֆունկցիայի տեսքը, ապա կարելի է նշել փուլային դիմանկարը կառուցելու պարզ ճանապարհ: Օգտվենք այսպես կոչված «էներգիայի հաշվեկշռի հարթությունից»  $z, x$ -կոորդինատական առանցքներով, որի վրա կառուցենք  $z = V(x)$  պոտենցիալ էներգիան (Ակ.2):

Բանի որ  $y^2/2 = h - V(x)$ , ապա  $h$ -ը տրված լինելու դեպքում՝ կինետիկ էներգիան կպատկերվի  $h - V(x)$  տարբերությամբ: Ինչպես ասվել էր, այն տիրույթում, որտեղ կինետիկ էներգիան բացասական է, շարժումն արգելված է: Փուլային դիմանկարը ստանալու



Ակ.2. Փուլային դիմանկարի կառուցումը «էներգիայի հաշվեկշռի հարթության» օգնութեամբ էներգիայի երկու տարբեր արժեքների դեպքում:

համար բավական է արմատ հանել  $h - V(x)$  մեջությունից և սեղադրել փուլային հարթության վրա ( $x$ -երի առանցքի նկատմամբ համաչափի). Նկատենք, որ  $v/\sqrt{2} = \pm\sqrt{h - V(x)}$  կրկնակի նշանը մեծ նշանակություն ունի համակարգի վարքի համար: Դրանով է պայմանավորված պարբերական լուծումների առկայությունը: Ծարժումը հետագի այդ հատվածով կարելի է գտնել արդեն քննարկված դասողությունների օգնությամբ: Փոփոխելով  $h$ -ը՝ կարելի է ստանալ այլ հետագի և:

Այժմ բերված մեթոդն օգտագործենք պարզ համակարգի վարք հավասարակշռության վիճակների շրջակայքում ուսումնասիրելու համար: Քննարկենք ներդաշնակ տատանումը նկարագրող

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (7)$$

հավասարումը: Ինչպես հայտնի է, այս հավասարմամբ կարող է նկարագրվել թե զսպանակին անրացված բերի, թե մաթեմատիկական ճուծանակի, թե տատանողական կոնտուրի տատանումները: Նման հավասարմամբ են նկարագրվում նաև մի շարք այլ համակարգեր, որոնց կանորադարնանք հետագայում: Նշանակենք  $y = \dot{x}$  և ներկայացնենք այն առաջին աստիճանի երկու հավասարումների համակարգի օգնությամբ

$$\dot{x} = y, \dot{y} = -\omega_0^2 x: \quad (7a)$$

Արտաքսելով ժամանակը՝ կստանանք փուլային հետագի հավասարումը

$$dy/dx = -\omega_0^2 x/y: \quad (8)$$

(8) հավասարման լուծումների բազմությունը կազմում են ինտեգրալ կորերի ընտանիք: Այն ինտեգրալ կորերը, որոնց վրա նշված է շարժման ուղղությունը, կոչվում են փուլային հետագեցք: (8) հավասարման ինտեգրումից հետո փուլային հետագի համար ստանում ենք

$$\frac{x^2}{W} + \frac{y^2}{W\omega_0^2} = 1 \quad (9)$$

Ո հաստատունը որոշվում է սկզբնական պայմաններից և իրենից ներկայացնում է համակարգին հաղորդված էներգիայի մեջությունը (հաստատուն արտադրիչի ճշտությամբ): Ինչպես տեսնում

Ենք (նկ.3), վերին կիսահարթությունում փուլային կետը կարող է շարժվել միայն ծախսից աջ, քանի որ  $x > 0$  և  $x$ -ը կարող է միայն աճել: Նման ձևով ստորին կիսահարթությունում սլաքը պետք է ուղղված լինի աջից ձախ:

Այստեղ նույնպես ճշգրիտ լուծումը կարելի է ստանալ ինտեգրմամբ: Եթե փուլային հետագծի տեսքը տրված է:  $\dot{x} = y(x)$ , ապա, անջատելով փոփոխականները, կստանանք

$$dt = dx / y(x) \quad (10)$$

և ինտեգրելուց հետո

$$t - t_0 = \int_{x_0}^x \frac{dx}{y(x)}: \quad (11)$$

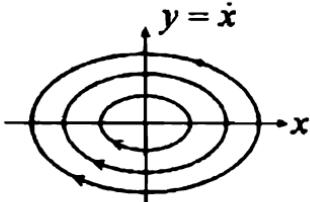
Տեղադրելով ներդաշնակ տատանակի փուլային հետագծի հավասարումը՝ (11)-ից կստանանք

$$T = 2 \int_{-\sqrt{W}}^{\sqrt{W}} \frac{dx}{\omega_0 \sqrt{W - x^2}} = \frac{2}{\omega_0} \arcsin \frac{x}{\sqrt{W}} \Big|_{-\sqrt{W}}^{\sqrt{W}} = \frac{2\pi}{\omega_0}. \quad (12)$$

Այսպիսով, ներդաշնակ տատանակի տատանման պարբերությունը (կամ փուլային կետի մեջ լրիվ պտույտ կատարելու ժամանակը) կախված չէ նրա սկզբնական էներգիայից ( $W$  -մեծությունից): Այս հատկությունը կոչվում է սինքրոնություն:

Փուլային հետագծերի համախումբը կոչվում է փուլային դիմանկար: Փուլային դիմանկարը հնարավորություն է ընծեռում ստանալ մի շարք կարևոր տվյալներ դիմանիկ համակարգի շարժման վերաբերյալ: Փուլային դիմանկարի մեջ հիարկե, պետք է նշովի նաև  $x = \dot{x} = 0$ , այսինքն՝ տատանակի հավասարակշռության վիճակը նկարագրող կետը: Ինչպես տեսնում ենք, ներդաշնակ տատանակի դեպքում այդպիսի կետը առանձնացված է և կոչվում է **կենտրոն**: Եղանակնելով՝ նշենք որ փուլային հարթության վրա փակ հետագծերի առկայությունը նշանակում է պարբերական շարժման գոյություն:

Վանող ուժով գծային համակարգի հավասարումը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով



Նկ. 3. Ներդաշնակ տատանման փուլային հետագիծը

$$\ddot{x} - \alpha^2 x = 0 : \quad (13)$$

Այսպիսի հավասարմանք, մասնավորապես, նկարագրվում է մաթեմատիկական ճոճանակի շարժումը վերին՝ անկայուն հավասարակշռության վիճակի շրջակայքում: Ինտեղրելով նախորդ դեպքի նման՝ ստանում ենք

$$y^2 - \alpha^2 x^2 = C : \quad (14)$$

Սա հիանդրությունների ընտանիքի հավասարումն է (տես նկ.4):  $C = 0$ -ն համապատասխանում է այդ ընտանիքի ասինպուտներին

$$y = \pm \alpha x , \quad (15)$$

որոնք անցնում են հավասարակշռության վիճակով.

Հավասարակշռության վիճակը, որով անցնում են միայն երկու ինտեգրալ կորեր, կոչվում է **թամբ**. Ի՞նչ հետևություն կարելի է անել այս փուլային դիմանկարից: Դիտելով պատկերող կետի շարժումը՝ կարելի է համոզվել, որ որտեղ էլ լինի այն (բացի հատուկ կետից և  $y = -\alpha x$  ասինպուտից), ի վերջո, կիեռանա հավասարակշռության վիճակից. Ընդ որում, նրա շարժումը միշտ կինի ոչ պարբերական: Պատկերող կետի արագությունը զրո է դառնում միայն հատուկ կետում: Այսպիսով, եթե անզամ պատկերող կետը շարժվում է որևէ ինտեգրալ կորով, ակըսնապես հատուկ կետի ուղղությամբ, ապա, ի վերջո, այն կիայտնի հավասարակշռության վիճակից հեռու, բացի  $y = -\alpha x$  ասինպուտով շարժման դեպքից, այսինքն, նշված հավա-

սարակշռության վիճակն անկայուն է:

Իրական համակարգերում միշտ տեղի է ունենում էներգիայի կորուստ: Մեխանիկական համակարգերում առավել տարածված է "շփնան ուժի" գծային կախվածությունը արագությունից (ընդունված է այն անվանել մածուցիկ շփում): Մածուցիկ շփնան առկայությամբ գժային տատանակի ազատ տատանումները նկարագրվում են հետևյալ հավասարմաբ:

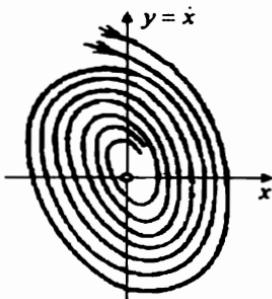
$$\ddot{x} + 2\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 . \quad (16)$$

որը համարժեք է հետևյալ երկու հավասարումների համակարգին

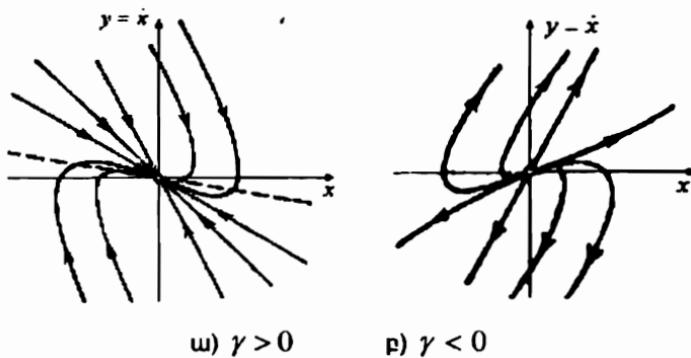
$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -2\gamma y - \omega_0^2 x \end{cases} \quad (17)$$

Ոչ բարդ, սակայն երկար ծևափոխությունների օգնությամբ կարելի է ցույց տալ, որ փոքր մարման դեպքում ( $\gamma^2 \ll \omega_0^2$ ) փուլային դիմանկարը հավաքվող պարույր է: Հավասարակշռության վիճակն այս դեպքում կոչվում է **կայուն կիզակետ** (տես նկ.5): Այսպիսի փուլային դիմանկարի տեսքից արդեն հետևում է, որ ցանկացած սկզբնական պայմանների դեպքում (բացի հավասարակշռության վիճակից) մեր դիսիպատիվ համակարգի շարժումը նարող տատանողական պրոցես է:

Փուլային հարթության վրա բոլոր պարույրներն ասիմպտոտորեն նույնականացնելու են կոորդինատների սկզբնակետին, ինչ պատկերող կետի շառավիդ վեկտորն անընդհատ նվազում է: Եթե  $\gamma^2 > \omega_0^2$ , ապա գծային տատանակի շարժումը լինում է ոչ պարբերական մարող (տես նկ.6):



Նկ. 5. Փոքր մարմանը գծային տատանակի փուլային դիմանկարը Հավասարակշռության վիճակը կայուն կիզակետ:



Նկ. 6. Ոչ պարբերական տատանումներ կատարող գծային տատանակի փուլային դիմանկարը Հավասարակշռության վիճակը հանգույց:  
ա) կայուն, բ) անկայուն

Այստեղից ակնհայտ է, որ  $\gamma < 0$  դեպքում համակարգի էներգիան ժամանակի ընթացքում աճում է: Դա հնարավոր է միայն, եթե համակարգում առկա է էներգիայի սեփական աղբյուր: Իհարկե, դա այլևս սովորական ինաստով շփում չէ, սակայն, քանի որ այն նկարագրվում է դիֆերենցիալ հավասարման նույն չ պարունակող գումարելիով, ինչ որ սովորական շփումը, ընդունված է  $\gamma < 0$  դեպքում օգտագործել "բացասական շփում" հասկացությունը:

Անփոփենք՝ թվարկելով հավասարակշռության վիճակները.

**1 ԿԵՆՍՐՈՒՄ:**  $\gamma = 0$ , այսինքն՝ մածուցիկ շփումը բացակայում է,  $\lambda_{1,2} = \pm i\omega_0$ :

**2. ԿԻՊԱԿԵՏԸ:**  $\omega_0 > \gamma > 0$ ,  $\lambda_{1,2} = -\gamma \pm i\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$  Կիպակետը կարող է լինել կայուն ( $\gamma > 0$ ) և անկայուն ( $\gamma < 0$ ):

**3. ՀԱՆԳՈՒՅԾ:**  $\omega_0 < \gamma$ ,  $\lambda_{1,2} = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$ ;  $\gamma > 0$ :

**4. ԱՋԱՏԵՐՎԱԾ ՀԱՆԳՈՒՅԾ:**  $\omega_0 = \gamma$ ,  $\lambda_{1,2} = -\gamma$ :

**5. ԹԱՄԲ:**  $\omega_0 < |\gamma|$ ,  $\lambda_{1,2} = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$ ;  $\gamma < 0$ :

Սա հավասարակշռության խիստ կարևոր տեսակ է, որը հանգեցնում է սոլիտոնի և քառսի:

### ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՍՆ ԸՆԹԱՑՔԸ

1. Հավաքել (17) մաթեմատիկական մոդելին համապատասխանող ծրագիր:
2. Կառուցել  $x(t)$ ,  $y(t)$  գրաֆիկները և  $y(x)$  փուլային դիմանկարը:
3. Փոփոխելով արաջարկված պարամետրերը ուսումնասիրել համապատասխան գրաֆիկների վարքը:
4. Պարզ էլեկտրոնային սինթայի օգնությամբ ստանալ փուլային դիմանկարը օսցիլոգրաֆի վրա (տես աշխ. 3 և 4):

## Աշխատանք 2

### «ԳԻՉԱՏԻՉ - ԶՈՒ» ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՄԱԹԵՄԱԹԻԿԱԿԱՆ ՄՈՂԵԼԱՎՈՐՈՒՄ

Աշխատանքի նպատակն է պարզագույն «Գիշատիչ-զու» համակարգի օրինակով ծանոթանալ մրցակցային հավասարումներին:

#### ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ինչպես հայտնի է, կենդանի էակների փոփոխության հարցում ընտրության կարևորագույն գաղափարին Դարվինը հանգել է արհեստական ընտրության մեթոդների ուսումնասիրնան ժամանակ: Բնության մեջ այդ ընտրության անալոգը նա գտել է Մալթուսի աշխատանքներին ծանոթանալուց հետո, ըստ որի բնական ընտրության պատճառ է մի կողմից կենդանի էակների թվի գերաճը, մյուս կողմից անկատար էակների հսկայական չափերի հասնող կոտորածը: Մեզ համար առավել կարևոր է այն հանգամանքը, որ 1798 թ. Մալթուսն արդեն օգտվում էր պարզ նարենատիկական մոդելից

$$\frac{dN}{dt} = \varepsilon N, \quad N = N_0 \exp(\varepsilon t), \quad (1)$$

որտեղ  $N$ -ը տվյալ տեսակի թվաքանակն է,  $\varepsilon$ -ը՝ աճի տեսակարար արագությունը,  $N_0$ -ն՝ տեսակի թվաքանակը ժամանակի սկզբնական պահին:

Այս տեսության բնական զարգացում էր հանդիսանում 1928-1929թ. Կոլտերայի կողմից առաջարկված «Գոյության կովի նարենատիկական տեսությունը», որի համար հիմք էին ծառայել միջերկուական ծովի շուկաներում գիշատիչ ձկների թվի տատանումները տարբեր տարիների ընթացքում: Ներկայումս այս նոյելը հիմք է հանդիսանում տեսական էկոլոգիայի և կյանքի էվոլյուցիայի տեսության համար:

Ենթադրենք, փակ արգելանոցում բնակվում են երկու տեսակներ գիշատիչներ և զոհեր: Զոհերը (օրինակ, նապաստակները, որոնց թիվը  $N_1(t)$  է) սնվում են բուսական կերով, որի քանակն անսպառ է, իսկ գիշատիչները (օրինակ, աղվեսներ, որոնց քանակը

$N_2(t)$  է) սրնվում են բացառապես զոհերով: Եթե արգելանոցում բնակվում են միայն զոհեր, ապա նրանց քանակը աճում է

$$N_1 = \varepsilon_1 N_1 : \quad (2)$$

$\varepsilon_1 > 0$ -ն աճի հաստատուն գործակիցն է: Արգելանոցում միայն գիշատիչների բնակվելու դեպքում նրանց քանակը նվազում է

$$N_2 = -\varepsilon_2 N_2 : \quad (3)$$

$\varepsilon_2 > 0$ -ն նվազման հաստատուն գործակիցն է: Երկու տեսակների համատեղ գոյակցության պայմաններում գիշատիչների քանակը կամի, իսկ զոհերինը՝ կնվազի այնքան ավելի արագ, որքան մեծ է նրանց հանդիպման հաճախությունը: Այսպիսով, տեսակների համատեղ գոյակցությունը կարելի է նկարագրել հավասարումների հետևյալ համակարգով

$$N_1 = N_1(\varepsilon_1 - \gamma_2 N_2) \quad (4a)$$

$$N_2 = -N_2(\varepsilon_2 - \gamma_1 N_1) : \quad (4b)$$

Նկատենք  $\gamma_1 \neq \gamma_2$ , քանի որ մեկ գիշատիչը կարող է ոչնչացնել մի քանի զոհի: Համակարգի դինամիկ հավասարակշռության վիճակին համապատասխանում է  $N_1 = N_2 = 0$ , ուստի

$$N_1^0 = \frac{\varepsilon_2}{\gamma_1}, \quad N_2^0 = \frac{\varepsilon_1}{\gamma_2} : \quad (5)$$

Ստացիոնար վիճակից փոքր շեղումների ( $n_i \ll N_i, i=1,2$ ) դեպքում

$$N_1(t) = N_1^0 + n_1(t), \quad (6a)$$

$$N_2(t) = N_2^0 + n_2(t) : \quad (6b)$$

Գծայնացնելուց հետո ստանում ենք

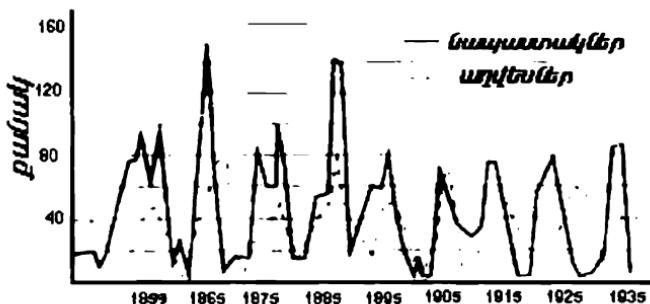
$$\dot{n}_1 = -\frac{\gamma_2}{\gamma_1} \varepsilon_2 n_2, \quad \dot{n}_2 = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \varepsilon_1 n_1 :$$

Որտեղից, դիֆերենցիով առաջին հավասարումն ըստ  $t$ -ի և, օգտվելով երկրորդից, ստանում ենք.

$$\ddot{n}_1 + \omega_0^2 n_1 = 0, \quad (7)$$

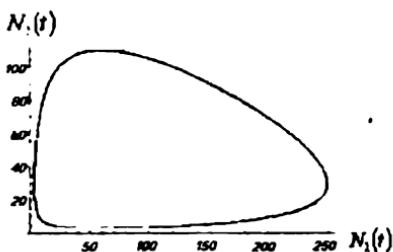
$$\text{որտեղ } \omega_0^2 = \varepsilon_1 \varepsilon_2 :$$

Ինչպես տեսնում ենք, գծայնացված դեպքում համակարգում տեղի են ունենում բնակեցվածությունների թվի ներդաշնակ տատանումներ:

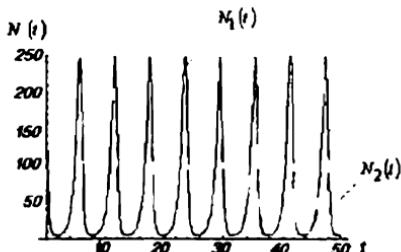


Նկ. 1 Թիկիիկ տատանումները գիշատիչ-զոհ համակարգում:

Առավել ընդհանուր դեպքում տատանումները պահպանվում են, սակայն նրանց ներդաշնակ բնույթը խախտվում է: Ստորև բերված նկ. 1-ում պատկերված են աղվեսների և նապաստակների քանակի ժամանակային կախվածությունը (Կանադայի հյուսիսում կատարված դիտումների արդյունքները 1845-1935թթ.):



Նկ.2 Գիշատիչ-զոհ համակարգի փուլային դիմանկարը.



Նկ.3.  $N_1(t)$  և  $N_2(t)$  մեծությունների ժամանակային կախվածությունները:

Դժվար չէ կառուցել (4) համակարգի փուլային դիմանկարը օգտվելով թվային մոդելավորումից: Նկ.2-ում պատկերված է գիշատիչների և զոհերի շրջանային փոփոխությունը պատկերող փուլային դիմանկարը. իսկ նկ. 3-ում՝ նրան համապատասխանող  $N_1(t)$  և  $N_2(t)$  կախվածությունները:

Նման մոդելը, սակայն հաշվի չի առնում, որ անգամ գիշատիչների բացակայության դեպքում զոհերի թիվը սահմանափակ տարածում չի կարող անսահման աճել: Երկու տեսակների աճի ինքնասհմանափակումը հաշվի առնող համակարգն ունի հետևյալ տեսքը

$$\begin{aligned}\dot{N}_1 &= N_1(\varepsilon_1 - \gamma_{11}N_1 - \gamma_{12}N_2) \\ \dot{N}_2 &= -N_2(\varepsilon_2 + \gamma_{22}N_2 - \gamma_{21}N_1)\end{aligned}\quad (8)$$

Ավելացված  $-\gamma_{11}N_1^2$  և  $-\gamma_{22}N_2^2$  գումարելիները հենց արտահայտում են ինքնասհմանափակման պրոցեսները՝ պայմանավորված կերի սահմանափակմաբ:

Քննարկված պարզագույն մոդելը կարելի է ընդհանրացնել տեսակների ավելի մեծ թիվ համար:  $n$ -տեսակների առկայությամբ հավասարումների համակարգը կունենա հետևյալ տեսքը

$$\frac{dN_r}{dt} = \varepsilon_r N_r + \frac{1}{\beta_r} \sum_{s=1}^n \alpha_{sr} N_s N_r: \quad (r=1,2,\dots,n)$$

Այստեղ  $N_r$ -ը  $r$ -րդ տեսակի քանակն է:  $\varepsilon_r$  գործակիցները պայմանավորում են  $r$ -րդ տեսակի վարքը մյուս տեսակների բացակայության դեպքում: Հանդիպումների բացակայության դեպքում բոլոր տեսակները ժամանակի ընթացքում կամ անհետանում են ( $\varepsilon_r < 0$ ), կամ նրանց թիվն անընդհատ աճում է ( $\varepsilon_r > 0$ ): Երկրորդ գումարելին բնութագրում է տեսակների փոխազդեցությունը: Ըստ Կոլտերայի՝  $\alpha_{sr} = -\alpha_{rs}$  Եթե  $\beta_r = 1$ , ապա մի տեսակի կենսազանգվածի նվազումը ճշգրիտ կիամակշռվեր մյուսի աճով:  $1/\beta_r$  դրական թիվը համարժեքության Կոլտերայի թիվն է, այնպես որ տեսակների միջև զույգ առ զույգ հանդիպումների դեպքում անհետացած (կամ ավելացած)  $s$ -րդ տեսակի քանակի հարաբերությունը  $r$ -րդ տեսակի ավելացածին (կամ կորցրածին) նույն ժամանակահատվածում հավասար է  $\beta_s^{-1}/\beta_r^{-1}$ . Երկու տեսակների առկայության դեպքում այս հավասարումը վերածվում է (8) համակարգին:

## ՕՐԳԱՆԻՉԱՍԻ ԽՍՈՒՏԱՅԻՆ ՈՒԺԵՐԸ

Նախորդ քննարկումը տարածենք քաղցկեղածին բջջների հետ օրգանիզմի ինունային համակարգի պայքարը նկարագրելու համար: Որպես փոփոխականներ հանդես են զալիվ չարորակ բջջների յ («զոհ») և լիմֆոցիտների x («գիշատիչ») թվերը: Հայտնի է, որ չարո-

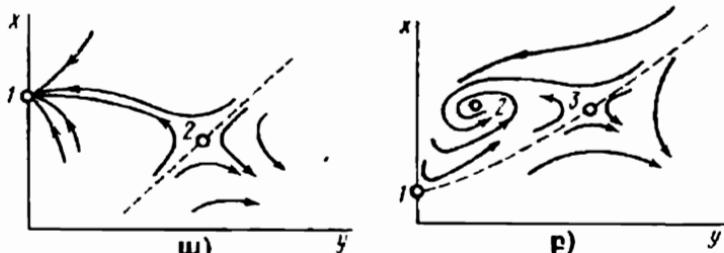
րակ նորագոյացությունների առկայությամբ լիմֆոցիտները սկզբնապես հայտնվում են մեծ քանակությամբ, իսկ ուռուցքի աճին զուգընթաց ինունային համակարգի ակտիվությունը նվազում է Այդ դեպքում փոխազդեցության մոդելը ներկայացվում է հետևյալ տեսքով

$$\frac{dx}{dt} = axy - bxy^2 - vx - \gamma xy + \chi, \quad (9a)$$

$$\frac{dy}{dt} = ay - \gamma xy. \quad (9b)$$

Ընդունում են, որ 1) ուռուցքի բջջների թիվն աճում է էքսպոնենցիալ օրենքով, 2) քաղցկեղային բջջների և լիմֆոցիտների փոխազդեցության ժամանակ ոչնչանում են երկուսն էլ, 3) լիմֆոցիտների բազմացման տեսակարար արագությունը  $\mu = ay^2 - by$  (փոքր յ-երի դեպքում լիմֆոցիտների աճը խթանվում է ուռուցքի կողմից, մեծի դեպքում արգելակվում): 4) Գոյություն ունի լիմֆոցիտների մշտական հոսք հաստատուն  $\chi$  արագությամբ և նրանց բնական վախճան՝ $-vx$  արագությամբ:

Եթե  $\chi$  հոսքը բավականաչափ մեծ է, ապա համակարգն ունի երկու հասուն կետ: Նրա փուլային դիմանկարը պատկերված է նկ 4-ում:



Նկ.4. Լիմֆոցիտների ( $x$ ) և չարորակ բջջների ( $y$ ) փոխազդեցությունը նկարագրող փուլային դիմանկարը: Ընդհատ գիծը համակարգի սեպարատորիսան է

ա) 1 - կայուն հանգույց 2 - թամբ, բ) 1 և 3 - թամբ, 2 - կայուն կիզակետ.

Կախված սկզբնական պայմաններից ինտեգրալ կորերը կամ գնում են կայուն 1 կետը, կամ հեռանում են անվերջություն ( $x \rightarrow 0, y \rightarrow 0$ ): Առաջին դեպքում մենք ունենք լրիվ առողջացում, երկրորդ դեպքում ուռուցքի անսահման աճ և լիմֆոցիտների նվազում: Առողջացման և հիվանդության տիրույթները բաժանված են

սեպարատորիստով, որն անցնում է 2 կետով: Ըստ փուլային դիմանկարի, հասկանայի է, որ ուռուցքի ձնշման համար երբեմն բարերար ազդեցություն կարող է ունենալ իմունային համակարգի կողմնակի խթանումը, որը սակայն արդյունավետ կարող է լինել միայն հիվանդության նախնական փուլում:

Պարամետրերի որոշ կոմբինացիաների դեպքում հնարավոր է այլ տարբերակ և եթե հայտնվում է երրորդ հաստուկ կետը, չ առանցքի վրայի 1 կետը դառնում է անհավասարակշիր և ինտեգրալ կորերը փաթաթվում են կայուն 2 կետին, իսկ 3 կետով անցնում է սեպարատորիստն Այս դեպքում լրիվ առողջացում չի դիտվում և մի շարք տատանումներից հետո օրգանիզմի իմունային ուժերի և չարորակ նորագոյացության միջև հաստատվում է հավասարակշիր վիճակ:

Այսպիսով, նույնիսկ պարզագույն մոդելը հնարավորություն է տալիս լուսաբանել ուռուցքի հետ օրգանիզմի պայքարի մի շարք հարցեր: Իհարկե, այն չի առաջարկում պայքարի արդյունավետ մեթոդներ, սակայն մոդելավորումը խթանում է այլ բնագավառում փորձարարական ուսումնասիրությունները: Այսպես, օրինակ, իմունային համակարգերի մոդելները հնարավորություն են տվել բացահայտել մի շարք սուր վարակիչ հիվանդությունների ընթացքի առանձնահատկությունները (օրինակ, մալարիա, թոքախտ) ճշտվել են մի շարք դեղամիջոցների ներարկման հետ կապված խնդիրները:

Այսպիսով, կենսաբանական կիմետիկան կարող է օգնել բժշկությանը հայտնաբերելու բուժման մեթոդների ռացիոնալ ստրատեգիան, քանի որ դեղի ազդեցությունը մաթեմատիկական լեզվով նշանակում է կենդանի օրգանիզմները բնութագրող պարամետրերի դեկապարում:

## ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑՅՈՒԹ

- Հավաքել (4) մաթեմատիկական մոդելին համապատասխանող ծրագիր
- Կառուցել  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$  գրաֆիկները և  $N_1(N_2)$  փուլային դիմանկարը:
- Փոփոխելով առաջարկված պարամետրերը ուսումնասիրել համապատասխան գրաֆիկների վարքը:
- $\gamma_{11}, \gamma_{22}$  գործակիցների տարբեր արժեքների դեպքում (8) համակարգի ուսումնասիրությամբ քննարկել համապատասխան գրաֆիկների փոփոխությունը սննդի պաշարի սահմանափակության հաշվառման պայմաններում:

## Աշխատանք 3

### ՎԻՆԻ ԿԱՄՐՁԱԿ: ԿԱՅՈՒՆ ՍԱՀՄԱՆԱՅԻՆ ՑԻԿՆ

Աշխատանքի նպատակն է Վինի կամրջակն օգտագործել այնպիսի ազդանշանի հետազոտման համար, որը սկսվում է անկայուն կիզակետում և ավարտվում կայուն սահմանային ցիկլում (Աշխ. 1): Ընդ որում, աշխատանքի ընթացքում ուսումնասիրվում էն ազդանշանի թե անցունային, թե կայուն փուլերը:

### ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Կայուն սահմանային ցիկլ ստանայու համար աշխատանքում որպես գեներատոր օգտագործվում է էլեկտրոնային շղթա. որը կոչվում է Վինի կամրջակ: Վինի կամրջակը հատուկ ուսումնասիրվում է տարրական էլեկտրոնիկայի դասընթացում, քանի որ այն ծևավորում է շատ ճշգրիտ և կայուն սինուլսութայլ տատանումներ: Այդ դասընթացում, սակայն, Վինի կամրջակի ոչգծայնությունը հազվադեպ է հիշատակվում և հետազոտվում:

Վինի կամրջակի ստեղծած տատանումներն ավտոնոն են, այսինքն հարկադրող ուժը հաստատուն է: Ստացված պարբերական շարժումը կոչվում է սահմանային ցիկլ և այն հետևանք է համակարգի ավտոնոմության և կորուստների նշանափոխության: Վինի կամրջակում օգտագործվում է դրական և բացասական հակադարձ կապերի ( $\text{P}4\text{C}$  և  $\text{R}4\text{C}$ ) հավասարակշռությունը կայուն սինուլսութային ազդանշան ստանայու համար (հիշեք ճայնագրիչում տուղոցի առաջցումը երբ միկրոֆոնը մոտիկ է գտնվում բարձրախոսին): Երբ շղթան նոր է միացված սննան աղբյուրին, դրական հակադարձ կապն ուժեղ է քան ոչ գծային բացասական հակադարձ կապը: Ակզբնական ցանկացած աղյուկ (լայն սպեկտրով), որը միշտ առկա է շղթայում, աճում է և համակարգը հեռանում է անկայուն կիզակետից. Քանի որ  $\text{R}4\text{C}$ -ի ոչ գծային դիմադրությունում (շիկացման լամպ կամ թերմիստորներ) տատանման լայնույթը մեծանում է, հո-

\*  $\text{P}4\text{C}$ -ն ելքային լարման որոշակի մասի վերադարձն է մուտք առանց փուլի փուլության (համակուլ), իսկ  $\text{R}4\text{C}$ -ն նոյնը, սակայն  $180^\circ$  փուլային շեղմամբ (հակակուլ):

սանքը նույնպես աճում է և, որպես հետևանք, ոչօժային դիմադրությամբ վերահսկվող բացասական հակադարձ կապն աճում է մինչև դուրսկան հակադարձ կապին համակշռելը: Եթե նրանք հավասարվում են, շղթան հասնում է սահմանային ցիկլի շեմին և սկսվում են պարբերական տատանումները:

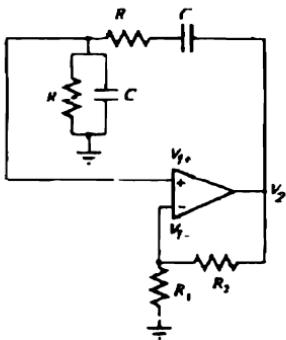
Վիճի կամրջակի շղթան հիմնականում աշխատում է շեմի շրջակայքում. և, այդ դեպքում, գեներատորի ելքային լարումը գրեթե իդեալական սինուսոիդալ տատանում է: Սահմանային ցիկլի փուլային դիմանկարը շրջանագիծ է: Վիճի կամրջակի ուրվագիծը պատկերը ներկայացված է նկ. 1-ում: Նկարում երանելունվ նշանակված է օպերացիոն ուժեղացուցիչը (ՕՌ), որն ունի երկու անկախ մուտքեր:

Ներկայացնենք իդեալական օպերացիոն ուժեղացուցիչի աշխատանքի վերաբերյալ որոշ տեղեկություններ:

1. Օպերացիոն ուժեղացուցիչը նշանակված են (+) և (-) նշաններով: ՕՌ-ի շրջող (հնվերտող) մուտքում բացասական (-) նշանը բեռայնությունը չէ: Դա նշանակում է, որ մուտքային և ելքային ազդանշանները շեղված են  $180^{\circ}$ -ով (հակափուլ): (+) նշանը համապատասխանում է փուլային շեղման բացակայությանը (համափուլ):

2. Չշղող և շրջող մուտքերի մեջ կապ գոյություն չունի: Իդեալական ՕՌ-ն ունի անվերջ մեծ մուտքային դիմադրություն:

3. Հաստատուն լայնույթով ելքային ազդանշան ստանալու համար չշղող և շրջող մուտքերի լարումները պետք է լինեն հավասար:



Նկ. 1. Վիճի կամրջակը որպես գեներատոր ( $\text{N} \times \text{N}$  և  $\text{P} \times \text{P}$ ):

Թի համարժեք սխեման բերված է նկար 2-ում:  $Z_1$  և  $Z_2$  դիմադրու-

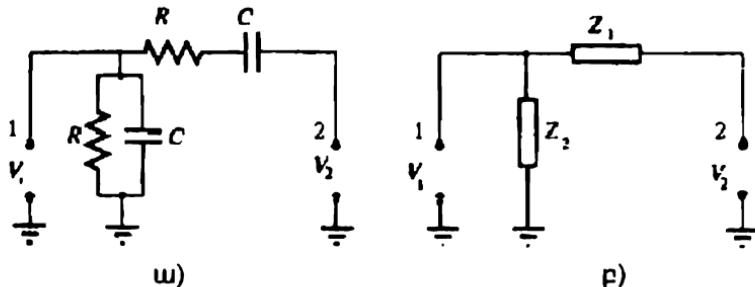
թյություն, կամ այն շատ փոքր է: Այդ կանոններից կարելի է հաշվել  $\text{R}_{\text{N}} \times \text{N}$  և  $\text{R}_{\text{P}} \times \text{P}$  մեծությունը:

Ամբողջ շղթայի գործողությունը հասկանալի դարձնելու համար նախ քննարկենք դրական և բացասական հակադարձ կապերն առանձին առանձին, այնուհետև միաժամանակյա աշխատանքի դեպքում:

Նկ. 1-ում դրական հակադարձ կապի ( $\text{N} \times \text{N}$ ) առանձնացված տիրու-

թունների կոնպլեքս դիմադրությունները ներկայացված են ուղղանկյան տեսքով:

Որոշենք ՕՌ-ի  $V_2$  ելքից փոփոխական ազդանշանի  $n^r$  մասն է վերադառնում  $V_1$  մուտքը: Բոլոր ազդանշանների լարումները չափվում են հողանցման 0 կետի նկատմամբ: Օպերացիոն ուժեղացուցչի 2 և 0 կետերի միջև  $V_2$  ելքային լարման առկայությամբ է պայմանավորված հոսանքը  $Z_1$  և  $Z_2$  կոնպլեքս դիմադրություններով:



Նկ.2. Դրական հակադարձ կապը (ա) և նրա համարժեք սխեման (բ):

Հաջորդաբար միացված  $Z_1$  և  $Z_2$  կոնպլեքս դիմադրություններով հոսանքի մեծությունը

$$I = \frac{V_2}{Z_1 + Z_2}, \quad (1)$$

որտեղ  $Z_1 = R - jX$ ,  $Z_2 = -jRX/(R - jX)$ , ունակության ռեակտիվ դիմադրությունը  $X = 1/\omega C = 1/2\pi\nu C$ ,  $j = \sqrt{-1}$  կերծ միավոր է,  $\nu$ -ն՝ փոփոխական ազդանշանի հաճախությունը: Փոփոխական ազդանշանի լարումը հողանցման և 1 ելքի միջև  $V_{1+} \equiv V_1$  է, այսինքն,  $V_1 = IZ_2$  և, վերջնականորեն,

$$V_1 = V_2 \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}: \quad (2)$$

$R$  և  $X$  նշանակումները հաշվի առնելով (2)-ը կգրենք հետևյալ տեսքով

$$V_1 = V_2 \frac{(-jRX)}{(R^2 - X^2) - j(3RX)}: \quad (3)$$

Հավասարումից անմիջապես երևում է, որ  $V_1$ -ը իր առավելագույն արժեքին հասնում է  $R = X$  դեպքում. Դրանում կարելի է համոզվել ածանցելով (3) հավասարումն ըստ  $X$ -ի և հավասարեցնելով ստացվածը գրոյի: Հետևաբար  $V_1$ -ի առավելագույն արժեքն է

$$V_1 = V_2/3, \quad (4)$$

ինչը ապահովում է առավելագույն  $\Delta\zeta$ : Դա նշանակում է, որ ելքային լարման  $1/3$  մասը տրվում է մուտքային սեղմակներին: Ներմուծենք  $\Delta\zeta$ -ի գործակիցը որպես  $V_2/V_1$ , հարաբերություն: Այդ դեպքում նախորդ քննարկումներից հետևում է, որ

$$V_2/V_{1+} = V_2/V_1 = 3:$$

Նկ. 1-ում ցույց է տրված, թե ինչպես է դրական հակադարձ կապը ապահոված գործող օպերացիոն ուժեղացուցչում: Եթե  $R = X$ , ապա ազդանշանի մեկ երրորդ մասը վերադառնում է հետ օպերացիոն ուժեղացուցչի չշրջող ( $\neq$ ) մուտքին:  $\Delta\zeta$ -ի գրոյականից տարբերվելու հետևանքով, ցանկացած փոքր ելքային ազդանշանի առկայության դեպքում  $O(1)-n$  արագ հասնում է հագեցնան: Օրինակ, ենթադրենք ելքային ազդանշանն ունի միավոր արժեք:  $\Delta\zeta$ -ի հետևանքով առաջին անգամ ազդանշանն ուժեղացվում է մինչև  $1 + 1/3$ , այսուհետև մինչև  $1,33 + 1,33/3$ , հետո  $1,77 + 1,77/3$  և այսպես մինչև հագեցնում: Հագեցումը տեղի ունի, քանի որ շղթան չի կարող լարումը բարձրացնել առավել քան օպերացիոն ուժեղացուցչի լարման սահմանային արժեքը:

Փորձում կարելի է որոշել նաև դրական հակադարձ կապի մուտքի և ելքի միջև եղած փուլային շեղումը: Կարելի է ասել, որ մուտքում և ելքում փուլային շեղման առկայության դեպքում  $\Delta\zeta$ -ն առաջացնում է ելքային ազդանշանի դեստրոկտիվ ինտերֆերենցիա: Բազմապատկերով (3)-ի համարից և հայտարարց հայտարարության մեջ կատարված համարությունը, և առանձնացնելով իրական ու կեղծ մասերը՝ կստանանք  $\Phi$  փուլային շեղումը

$$\operatorname{tg}\Phi = \frac{R^2 - X^2}{3RX}. \quad (5)$$

(5) հավասարումը ցույց է տալիս, որ եթե  $X$ -ը փոփոխվում է  $R$ -ի մերժակայքում, ապա  $V_2$  և  $V_1$ -ի միջև փուլային շեղումը փոքր

և և այն կարելի է անտեսել (հակադարձ կապը դրական է): ԴՀԿ-ի գործակիցը մնում է  $1/3$ , ինչպես կար նախկինում:

$$R = X = 1/\omega C = 1/2\pi\nu C$$

դեպքում  $\nu$  հաճախության համար ունենք

$$\nu = \frac{1}{2\pi R C} : \quad (6)$$

Մնացած բոլոր հաճախությունները ստեղծում են փուլային շեղում: Ծղրայում առկա աղմուկը կարող է ընդգրկել ռեզոնանսային հաճախություն: Այդ հաճախությունն արագորեն ուժեղացվում է մինչև հագեցման հասնելը: Ինչպես վերևում նշեցինք, ակուստիկական համակարգը պատահականորեն ուժեղացնելով սեփական աղմուկը, հասնում է հագեցման և ստեղծում սաստիկ սուլոց: Դա տեղի ունի միկրոֆոնի և բարձրախոսի ԴՀԿ-ի պատճառով, որը կարելի է դեկավարել փոփոխելով նրանց միջև եղած հեռավորությունը: Ինչ կարելի է անել, որպեսզի սահմանափակենք այդ «էլեկտրոնային աղետը»: ԴՀԿ-ն վերահսկելու համար Վինի գեներատորում օգտագործվում է ոչ զժային բացասական հակադարձ կապ (ԲՀԿ): Կամրջակի ԲՀԿ-ի հատվածը ցույց է տրված նկ. 3-ում: Ինչպես երևում է,  $V_2$  լարման համար կարող ենք գրել

$$V_2 = I(R_2 + R_1) : \quad (7)$$

ՕՌ-ի (-) մուտքի լարումը ներկայացնենք

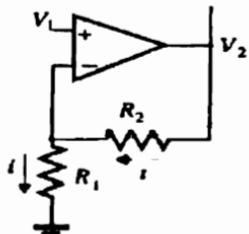
$$V_- = IR_1 \quad (8)$$

տեսքով:

Եթե  $V_- = V_+ = V_1$ , ապա ԲՀԿ-ի գործակիցը նշանակելով  $B = V_2/V_1$ , կստանանք

$$B = \frac{V_2}{V_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} : \quad (9)$$

Ցածր հաճախությունների համար հաճախ օգտագործվում է այնպիսի ՕՌ, որն ունի շատ մեծ ( $10^5$  և ավելի) ուժեղացում: ԲՀԿ-ն, արտահայտված  $B$ -ով, փոքրացնում է լրիվ ուժեղացումը մինչև



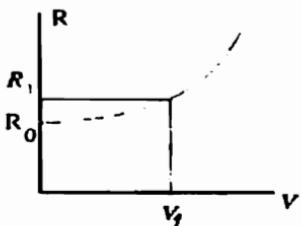
Նկ.3. Վինի կամրջակի բացասական հակադարձ կապի հատված

$V_{1+} = V_2 / B$  արժեքը. Այժմ լրիվ ուժեղացնան գործակիցը նշանակելով  $G$  տառով, կգրենք

$$G = V_{1+} / V_{1-} = B/3 \quad (10)$$

Որպեսզի լրիվ շղթայի ուժեղացումը հավասար լինի մեկի (կայուն ռեժիմ), պետք է որ  $B = 3$ , իսկ (9) հավասարման մեջ  $R_2 = 2R_1$ , ( $R_1 = 0,5R_2$ ): Եթե  $R_2 > 2R_1$ , ապա  $B > 3$  և լրիվ ուժեղացումը մեծ է մեկից: Եթե  $R_2 < 2R_1$ , ապա  $B < 3$ , և  $V_2$ -ում առկա ցանկացած մուտքային ազդանշան կծփոխ գրոյի: Հետևաբար,  $B<4$ -ի կրիտիկական արժեքը 3 է: Վիճի կամրջակի վիմենան ստեղծում է կայուն սինուսոիդալ տատանումներ՝ պահպանելով  $B<4$ -ի արժեքը: Եթե  $B = 3$ , ապա  $G = 1$ , ուրեմն համակարգը կայուն է:

Վիճի կամրջակը ոչ գծային շղթա է, քանի որ  $R_1$  դիմադրությունն



ունի ոչ գծային բնութագիր: Այսպիսի ոչ գծային դիմադրությունն այս աշխատանքում իրականացվում է շիկացնան լամպի միջոցով: Լամպի դիմադրությունն աճում է պոտենցիալների տարրերության մեծացման ժամանակ, ինչպես ցուց է տրված նկ.4-ում: Փոքր  $V$  լարման համար լամպի դիմադրությունը ներկայացվում է թեյլորի շարքի տեսքով

$$R_1(V) = R_0 + R'(0)V + \frac{1}{2!} R''(0)V^2 + \dots \quad (11)$$

Քանի որ  $V = 0$  շրջակայքում կորի թեքությունը հավասար է զրոյի, ուրեմն բավականին փոքր  $V$  -երի համար կարելի է գրել.

$$R_d = R_1 - R_0 = KV^2. \quad (12)$$

որտեղ  $K = R''(0)/2!$ , իսկ ավելի բարձր կարգի անդամները (11)-ում անտեսվել են:  $R_d$  -ն ներկայացնում է լամպի դիմամիկ կամ դիֆերենցիալ դիմադրությունը:  $R_0$  արժեքը լամպի դիմադրությունն է, եթե հոսանքը լամպում բացակայում է (չափվում չ փորձը կատարելուց առաջ):

## ՄԱՐՍԱՆ ԳՈՐԾԱԿՑԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ

$R_d$  դինամիկ դիմադրության փոփոխության արագությունը դեպավարվում է երկու մրցակից մեխանիզմներով

1. Կիրառված լարման հետևանքով լամպի տաքացում:
2. Շրջապատի ազդեցությամբ լամպի սառեցում (մինչև սենյակային ջերմաստիճան):

Ենթադրելով, որ  $R_d$ -ի փոփոխության արագությունը ժամանակի ընթացքում ուղիղ համեմատական է  $R_d$ -ին՝ կստանանք

$$\frac{dR_d}{dt} = -\frac{R_d}{\tau} + KV^2 \quad (13)$$

Աջ մասի առաջին անդամը հանապատասխանում է սառեցմանը և ունի բացասական նշան:  $\tau$  -ն սառեցման կամ ռելաքսացիայի ժամանակն է, այսինքն, այն ժամանակը, որի ընթացքում դիմադրությունը փոքրանում է  $e$  անգամ: Սառեցման (օրինակ շղան անջատելիս կամ  $R_2$  դիմադրությունը փոքրացնելիս) կամ տաքացման հետևանքով (13) բանաձևից հետևում է (միայն առաջին անդամի հաշվառմամբ)

$$R_d = R_i e^{-\frac{t}{\tau}} = R_i e^{-\gamma t} \quad (14)$$

որտեղ  $\gamma = 1/\tau$  -ն մարման գործակիցն է: Սարման առկայությամբ ելքային լարումը կներկայացվի հետևյալ տեսքով

$$V_2 = V_{2\max} e^{-\gamma t} \cos(\omega_0 t + \phi) \quad (15)$$

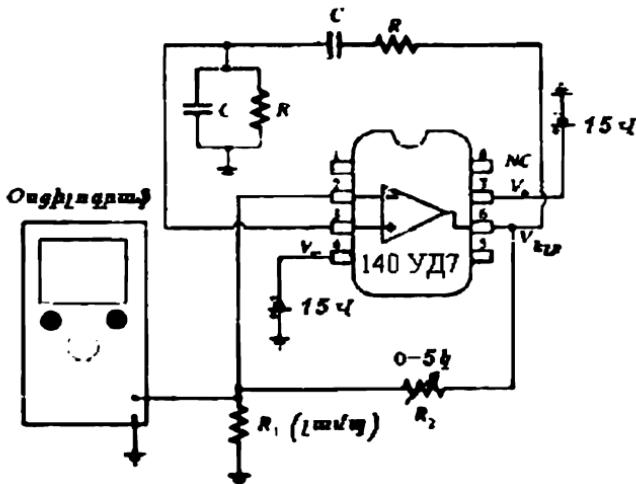
(13) բանաձևի աջ մասի երկրորդ ամուամը գրգռման պայմանն է, որը հետևում է (12) բանաձևից: Որպեսզի Վինի կամրջակը միանա, լամպի դիմադրության  $R_d$  արժեքը պետք է փոքր լինի  $0.5R_2$ -ից (ինչպես հետևում է (9) բանաձևից): Այդ դեպքում  $B > 3$  և, որպես հետևանք, լրիվ ուժեղացումը մեծ է մեկից ( $G > 1$ ): Քանի որ լամպի հոսանքը մեծանում է, դիմադրությունն աճում է և  $B$  -ն հասնում է 3 արժեքին: Այդ կետում շղան գրգռում է համարյա իդեալական սինուսիդային տատանումներ հաստատուն լայնույթով և հաճախությամբ: Եթե հոսանքը ինչ-որ պատահական պատճառով աճի, ապա լամպի դիմադրությունը ( $R_d$ ) կմեծանա,  $B$  -ի արժեքը 3-ից կփոքրա-

նաև ուժեղացումը կդառնա 1-ից փոքր, որի հետևանքով շղթան ինքնաբերաբար այնպես կշտկվի, որ կփոքրանա ելքային ազդանշանի արժեքը և  $B$ -ի արժեքը նորից կհասնի երեքի: Ընդհանրապես դիմադրության ջերմային ռելաքսացիայի ժամանակը ավելի մեծ է, քան ազատ տատանումների պարբերությունը: Եթե ռելաքսացիայի ժամանակը ավելի փոքր լիներ, քան պարբերությունը, ապա  $R_1$ -ի ցանկացած փոփոխություն կաղավաղեր ազդանշանը: Լամպի ռելաքսացիայի ժամանակը հիմնականում  $0.2 - 2.0$  վայրկյան տիրություն է, այնպես որ աշխատանքում ստացված տատանման պարբերությունը մոտ տասն անգամ փոքր է այդ ռելաքսացիայի ժամանակից: Դա նշանակում է, որ Վինի կամրջակը կարող է գրգռել հինգ հերցից բարձր հաճախությամբ սինուսոիդալ տատանում:

### ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔԸ

**Առաջարրանք1. Ստանալ սինուսոիդային տատանում (սահմանային ցիկլ):** Ծղթայում փոփոխություններ չնոցնել և գրանցել տվյալները, քանի որ դրանք օգտագործվելու են հաջորդ աշխատանքում:

1.1. Ծղթայի ամբողջական սխեման պատկերված է նկ 1.5-ում:



Նկ. 1.5 Վինի կամրջակի սխեման:

Որպես օպերացիոն ուժեղացուցիչ օգտագործվում է  $140\text{УД7}$ : Սննան համար ցանկալի է օգտագործել  $+15$  և  $-15\text{C}$  լարման երկու առանձին աղբյուրներ: Երկու դիմադրությունների և երկու ունակությունների արժեքները կրիտիկական չեն. բայց պետք է հավասար լինեն իրար: Փորձում ստացված հաճախությունը կլինի 5  $\angle$  –ից բարձր: Օրինակ կարելի է վերցնել  $R = 47 \text{ կՕմ}$  և  $C = 0,022 \text{ մկֆ}$ :

1.2.  $R_1$  դիմադրության համար օգտագործում են դիմադրությունների արկղ, որի միջոցով կարելի է ընտրել  $R_2$  դիմադրության ճշգրիտ արժեքը:

1.3. Թվային չափիչ սարքի միջոցով որոշել լամպի  $R_0$  սկզբնական դիմադրությունը.  $R_1$  դիմադրության դերում շատ լավ են աշխատում փոքր շիկացման լամպերը ( $12\text{C}$ ): Որոշել այն  $R_2$  արժեքը, որի դեպքում գեներատորը կիեռանա իր շեմից (կիզակետից):

1.4. Օգտագործել (6) հավասարումը. շղթայի ռեզոնանսային հաճախության արժեքը հաշվելու համար:

1.5. Միացնել շղթան:

1.6.  $R_1$ -ը ( $R_2 \approx 2R_0$ ) այնպես կարգավորեք, որ օսցիլոգրաֆի վրա դիտվի սինուսոիդային տատանում: Համոզվել, որ սինուսոիդ ստացվելու դեպքում  $2R_1 = R_2$ :

1.7. Ինչպիսի՞ն է  $R_2$ -ի կրիտիկական արժեքը: Հաշվել  $R_1$  -ը: Ինչպիսի՞ն է  $R_d$  դինամիկ դիմադրությունը, որտեղ  $R_d = R_1 - R_0$ :

1.8. Օսցիլոգրաֆի կամ հաճախաչափիչ օգնությամբ չափել սահմանային ցիկլին համապատասխանող հաճախության արժեքը և համեմատել (6) հավասարումից ստացված տեսական արժեքի հետ:

1.9. Օսցիլոգրաֆի վրա սինուսոիդայի տատանում ստացվելուց հետո անջատել սննան աղբյուրը:

1.10. Միացնել սխեման և հետևել սահմանային ցիկլին ծգոտող ազդանշանին:

1.11. Փորձել բացատրել անցումային պրոցեսը:

1.12. Կրկնել նույն քայլերը  $R_2$  -ի մեջ արժեքների համար:

## **Առաջադրանք 2. Ռելաքսացիայի ժամանակի որոշումը:**

2.1. Միացրել պիտեման և միացման ընթացքում հետևել անցումային տատանմանը. Չափել սահմանային տատանման մոդուլացման պարբերությունը և հաճախությունը:

2.2. Չափել ռելաքսացիայի ժամանակը: Դա մոտավորապես այն ժամանակն է, որի ընթացքում մոդուլացիայի լայնութը փոքրանում է սկզբնականի նկատմամբ  $e$  կամ  $\approx 3$  անգամ: Այս չափումները կարելի է կատարել միայն անցումային ռեժիմում:

2.3. Հարմարության համար օգտվել արտաքին ինպուլսային գեներատորից, կարգավորելով նրա հաճախությունը և շղթայի  $R_2$  դիմադրությունն այնպես, որ շղթան գտնվի շեմից ներքև և արտաքին ազդանշանի ազդեցության տակ առաջանան տատանումներ: Օսցիոգրաֆի օգնությամբ որոշել ռելաքսացիայի  $\tau$  ժամանակը:

## **Առաջադրանք 3. Լամպի ոչգծայնության որոշումը**

3.1. Շղթայից հանել լամպը:

3.2. Այն հաջորդաբար միացնել հաստատուն սնուցման լարման աղբյուրի և ամպերմետի հետ:

3.3 Լամպին գուցահեռ միացնել վոլտմետրը:

3.4. Գրանցել լամպով անցնող հոսանքի արժեքները սկսած  $0,05$  -ից մինչև  $1$  Վոլտ պոտենցիալների տարբերությունը: Որոշել  $R_d$  արժեքը:

3.5. Կառուցել  $R_s$  կախվածության գրաֆիկը  $V$ -ից:

3.6. Հաշվի առնել, որ (12) հավասարումը նախատեսված է փոքր լարումների համար: Որոշել  $K$ -ի արժեքը: Պահպանվու՞մ է արդյոք այդ կապը բաձր լարումների համար:

## Աշխատանք 4

### ՎԱՆ ՂԵՐ ՊՈՒԻ ՍԱՀՄԱՆԱՅԻՆ ՑԻԿԼ

Աշխատանքի նպատակն է ստանալ և ուսումնաժիրել Վան ղեր Պուի (ՎղՊ) հավասարմանը նկարագրվող սահմանային ցիկլը:

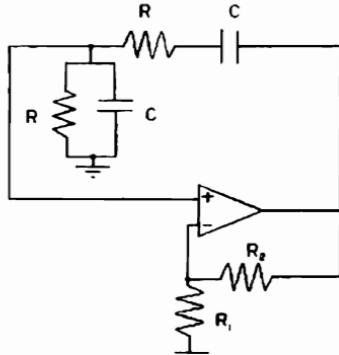
### ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Այս աշխատանքում օգտագործվում է Վինի նույն գեներատորը, որն օգտագործվել է աշխատանք 1-ում: Հարմարության համար սխեման կրկին բերված է նկար 1-ում:

Ինչպես ցույց է տրված աշխատանք 3-ում, կամրջակն առաջացնում է ինքնատատանումներ: Փուլային հարթության վրա փուլային կետն, այդ դեպքում, դուրս գալով կիզակետից հասնում է սահմանային ցիկլի, ինչը տվյալ դեպքում համապատասխանում է իդեալական սինուսիդայլ տատանման: Փորձի ընթացքում գրանցվող մեծությունը  $R_1$  դիմադրության վրա  $V'$  լարումն է (միջին քառակուսային արժեքները): Ինչպես հայտնի է, այդ լարման տատանումները նկարագրվում են հետևյալ դիֆերենցիալ հավասարմանք

$$\ddot{V}' + 2\gamma \dot{V}' + \omega^2 V' = f(t), \quad (1)$$

որտեղ  $\gamma$ -ն մարման գործակիցն է, իսկ  $f(t)$ -ն ներկայացնում է արտաքին աղմուկը: Հիշեցնենք, որ փոքր մարումների համար  $Q$  անշափ քանակական մեծությունը (բարորակությունը) սահմանվում է որպես կուտակված լրիվ էներգիայի և մեկ պարբերության ընթացքում էներգիայի կորստի հարաբերություն և, հեշտ է ցույց տալ, որ



Նկ. 1. Վինի կամրջակը  
որպես գեներատոր

այն տրվում է  $Q = \omega/2\gamma$  հարաբերությամբ: Հարմարության համար նշանակենք  $\Gamma = 1/Q$  և տեղադրենք (1) հավասարման մեջ

$$\ddot{V} + \Gamma \omega \dot{V} + \omega^2 V = f(r): \quad (2)$$

Վիճի կամրջակի նման շղաների դեպքում սահմանային ցիկլին մոտ գտնվելու համար  $\Gamma$  գործակիցը պետք է լինի նշանակուխ (տես (2) հավասարման լուծումը (աշխատանք 3, բանաձև (15))): Որպեսզի հասկանանք, թե ինչպես կարող է դա տեղի ունենալ, հիշենք, որ նախորդ փորձում (աշխ. 3) Վիճի կամրջակի սխեմայի լրիվ ուժեղացումը

$$G = B/3, \quad (3)$$

որտեղ բացասական հակադարձ կապի ( $B < 0$ ) Յ գործակիցը հավասար էր

$$B = \frac{R_1 + R_2}{R_1}: \quad (4)$$

Հիշենք նաև, որ փորձում  $B$ -ի արժեքը կախված էր շիկացման լամպի  $R_1$  ոչ գծային դիմադրությունից: Տատանումները սկսվում են, եթե  $B$ -ի արժեքը մի փոքր մեծ է  $3$ -ից: Հետևաբար  $G > 1$ : Այդ դեպքում  $\gamma < 0$ -ից,  $\Gamma < 0$ -ից և տատանումները կամեն քանի ոեր բավարարված է այդ պայմանը:  $R_1$  դիմադրությամբ հոսանքի աճին զուգընթաց  $B$ -ի արժեքը նվազում է: Արդյունքում  $G$ -ն նվազում է մինչև  $1$ -ից փոքր արժեք: Այդ դեպքում տատանումները մարում են այնքան ժամանակ, քանի ոեր  $\Gamma$  գործակիցը դրական է: Եթե  $\Gamma < 0$ , տատանումներն աճում են: Որպեսզի հաշվի առնենք  $\Gamma$ -ի նշանակուխ լինելը՝ գրենք այն հետևյալ տեսքով

$$\Gamma = -\beta \left( 1 - \frac{1}{G} \right) = -\beta \left( 1 - \frac{3}{B} \right), \quad (5)$$

որտեղ  $\beta$ -ն որևէ դրական հաստատուն է: Միավորելով (2) ը և (5)-ը՝ կստանանք

$$\ddot{V} - \beta \omega \left( 1 - \frac{3}{B} \right) \dot{V} + \omega^2 V = 0. \quad (6)$$

որտեղ արտաքին գրգռման անդամը բաց է թողնված ( $f(r) = 0$ ), քանի որ այդ անդամն անհրաժեշտ է միայն տատանումներ առա-

ջացնելու, այլ ոչ թե այն պահպանելու համար: Կարելի է ցույց տալ, որ (6) հավասարումը համարժեք է Վինի կամրջակի (2) հավասարմանը՝ գրված հետևյալ տեսքով

$$\ddot{V} + 9\omega(\alpha - \alpha_c)V + \omega^2 V = 0: \quad (7)$$

Որպեսզի ցույց տանք (6)-ի և (7)-ի համարժեքությունը, ընդունենք, որ

$$\alpha = 1/B, \alpha_c = 1/3, \beta = 3:$$

Տեղադրելով (4)-ը (6)-ի մեջ և նկատելով, որ շիկացման լամպի  $R_d$  դիմադրությունը հավասարակշռության վիճակում ( $dR_d/dt \approx 0$ ) որոշվում է աշխատանք 3-ի (12) և (13) բանաձևերից որպես

$$R_1 = R_0 + \tau KV^2, \quad (8)$$

կստանանք

$$\ddot{V} - 3\omega \left( 1 - \frac{3(R_0 + \tau KV^2)}{R_0 + R_2 + \tau KV^2} \right) \dot{V} + \omega^2 V = 0 \quad (9)$$

կամ

$$\ddot{V} - 3\omega \left( \frac{(R_2 - 2R_0 - 2\tau KV^2)}{R_0 + R_2 + \tau KV^2} \right) \dot{V} + \omega^2 V = 0 \quad (10)$$

Քանի որ  $R_2 > R_1, R_0 + R_2 \gg \tau KV^2$ , (10) հավասարումից կստանանք

$$\ddot{V} - 3\omega \left( \frac{(R_2 - 2R_0 - 2\tau KV^2)}{R_0 + R_2} \right) \dot{V} + \omega^2 V = 0 \quad (11)$$

(11) հավասարումը ՎոՊ-ի չնորմավորված հավասարումն է: Այս աշխատանքի նպատակն է փորձարարական ճանապարհով ուսումնասիրել ՎոՊ-ի հավասարումով նկարագրվող համակարգի վարքը:

### ԱՇԽԱՏԱՍԹԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔԸ

1. Աշխատանքում օգտագործվող սխեման պատկերված է նկ 2-ում: Այն նույնն է, ինչ որ աշխատանք 3-ում: Համոզվեք, որ օգտագործվում է նոյն շիկացման լամպը: Այն կազատի ծեզ  $R_0$ -ի,  $\tau$ -ի և  $K$ -ի նոր չափումներից:

2. Օգտագործել  $V = 1/2\pi RC$  բանաձը, բանաձը բանաձը շղթայի տատանման սեփական հաճախությունը որոշելու համար:

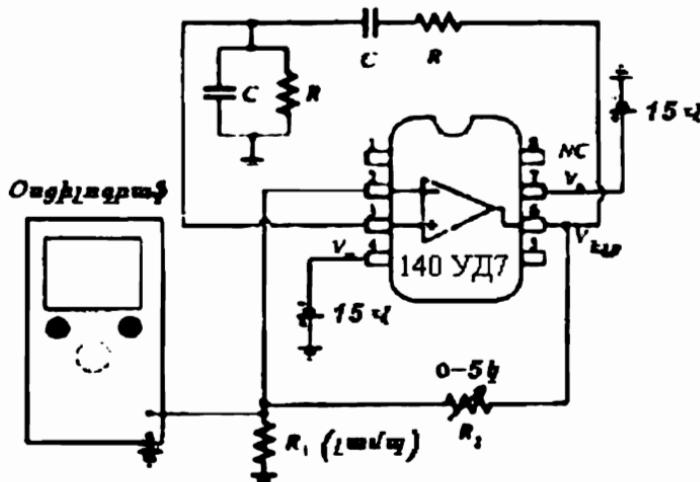
3. Սիացնել սխեման:

4. Ընտրել  $R_2 (R_2 \approx 2R_0)$ -ն այնպես, որ օսցիլոգրաֆի միջոցով գրանցվի սինուսոիդալ ազդանշան: Որոշել  $R_2$ -ի կրիտիկական արժեքը:

5. Տեղադրել  $R_2$ -ի արժեքը ճիշտ կրիտիկական արժեքին հավասար, օսցիլոգրաֆի միջոցով համոզվել սինուսոիդային ազդանշանի ի հայտ գալու մեջ: Չափել հաճախությունը և համեմատել տեսական արժեքի հետ:

6. Սահմանային ցիկլի գրանցումից հետո չափել  $R_2$ -ի և  $V$  լարման լայնությի արժեքները:

7. Մեծացրել  $R_2$ -ի արժեքը և կրկնել վերևի քայլերը:



Նկ. 2. Վիճի կամրջակի վրա հիմնված գեներատորի սկզբունքային սխեման:

**Առաջարանք 1.** Փուլային դիմանկարի և անցումային պրոցեսի ուսումնասիրությունը արտաքին ազդանշանի առկայությամբ:

1. Ունակության օգնությամբ արտաքրն իմպուլսային գեներատորը միացրել սխեմայի 3 – մուտքին:

2. Անջատելով օսկիլլացիան չ փոման լարումը և փոխարինելով այն արտաքին ինպուլսային գեներատորի լարումով (3-րդ մուտք՝ ունակությունից հետո)՝ ստանալ փուլային դիմանկարը:

3. Ընտրել  $R_2$  դիմադրության շեմայինից մեծ և փոքր արժեքները: Դիտել բացվող և փակվող պարույրները:

4. Չափել ռելաքսացիայի ժամանակները շեմից վերև և ներքև գտնվելու պահերին:

*Առաջադրանք 2. Մաթեմատիկական մոդելավորման կիրառում:*

Տեղադրել ծեր փորձարարական արժեքները թվային մոդելավորման ծրագրի մեջ և համեմատել ստացված փորձարարական արդյունքները (նարման Շ ժամանակը,  $V$  հաճախությունը) համակարգչի արդյունքների հետ:

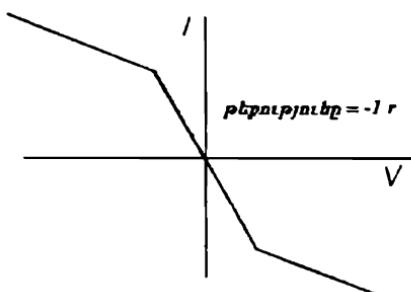
## Աշխատանք 5

### ԼՐՐԵՆՑԻ ԱՏՐԱԿՏՈՐ

Աշխատանքի նպատակն է ստանալ քառոսային ռեժիմ, որի փուլային դիմանկարը կրկնակի պարույրով տարօրինակ ատրակտոր է (Լորենցի ատրակտորի տիպի): Աշխատանքի ընթացքում ցույց է տրվում, որ անցումը քառոսային ռեժիմի իրականացվում է պարբերության կրկնապատկման կամ այսպես կոչված ֆեյզենբառումի սցենարով:

### ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Այս աշխատանքում օպերացիոն ուժեղացուցչի շղթան (ՕՌ)



Նկ. 1. Փորձում օգտագործվող օպերացիոն ուժեղացուցչով շղթայի վլոյտ-ամպերային բնութագիրը:

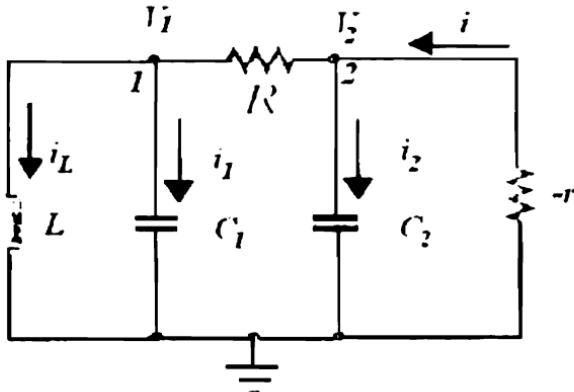
նաև գծային բնույթը պայմանավորում է համակարգի վարքի քառոսային դառնալը.

Օգտագործվող շղթայի համարժեք սխեման բերված է նկ 2-ում: Ստանանք համակարգի ժամանակային էվոլյուցիան նկարագրող հավասարումների համակարգը: Էլեկտրոնային համակարգերում հիմնական փոփոխականներն են ունակության լարումը և ինդուկտիվությամբ անցնող հոսանքը: Հավասարումները գրելիս օգտագործվում է Կիրխհոֆի առաջին կանոնը հոսանքների համար: Շղթան ունի երեք

օգտագործված և բացասական դիմաների (օրինակ՝ թունելային դիոդի) համեմատ կա, սակայն, որոշակի տարբերություն: Բացասական դիմաներությունն այստեղ նաև նաև գծային է և նրա վլոյտ-ամպերային բնութագիրը բերված է նկ.1-ում:

Ընորիկվ բացասական դիմաներության տեղի ունի տատանողական պրոցես, իսկ նաև

զիսավոր անկախ կոնտուրներ: Հետևաբար, այն ունի երեք ազատության աստիճան և հավասարումների համակարգը փակ լինելու համար պահանջվում է նվազագույնը երեք հավասարում:



Նկ. 2. Շղթայի համարժեք սխեման

Որպես շղթայի փոփոխականներ ընտրված են  $V_1$  (լարման անկումը  $C_1$ , կոնդենսատորի վրա),  $V_2$  (անկումը  $C_2$ -ի վրա) և  $i_L$  ( $L$  ինդուկտիվայանքը անցնող հոսանքը) մեջությունները: Համաձայն Կիրխոֆի առաջին կանոնի՝ երկրորդ հանգույց (Կետ 2) մտնող  $i$  հոսանքը պետք է հավասար լինի դուրս եկող հոսանքների գումարին: Արդյունքում

$$i = C_2 \frac{dV_2}{dt} + \frac{V_2 - V_1}{R}: \quad (1)$$

Ընդունելով, որ  $-r$  բացասական դիմադրությամբ անցնող հոսանքը որոշակի ֆունկցիա է 2 հանգույցային կետի լարումից, և տեղադրելով այն (1) հավասարման մեջ, կունենանք

$$\frac{dV_2}{dt} = \frac{V_1 - V_2}{C_2 R} + \frac{f(V_2)}{C_2}: \quad (2)$$

Նույն ձևով 1 հանգույցային կետի նկատմամբ կունենանք

$$\frac{V_2 - V_1}{R} = i_L + i_1: \quad (3)$$

Քանի որ  $q_1 = C_1 V_1$ ,  $i_1 = C_1 dV_1/dt$ , կարելի է գրել (3) հավասարումը հետևյալ կերպ

$$\frac{dV_1}{dt} = \frac{V_2 - V_1}{C_1 R} - \frac{i_L}{C_1} \quad (4)$$

Ծղբայի 3-րդ հավասարումը կգրենք այսպես

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{V_1}{L}. \quad (5)$$

Քանի որ  $V_1 = -L di_L/dt$ . Նշենք, որ հավասարումների համակարգը ամբողջական է, քանի որ ունենք երեք հավասարումներ երեք անհայտներով: Ստացվում է կապված երեք ոչգծային դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգ: Ինչպես հայտնի է ոչգծային ֆիզիկայի դասընթացից, նաև համակարգում պարամետրերի համապատասխան ընտրությամբ հնարավոր է ստանալ քառային ռեժիմ:

## ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔԸ

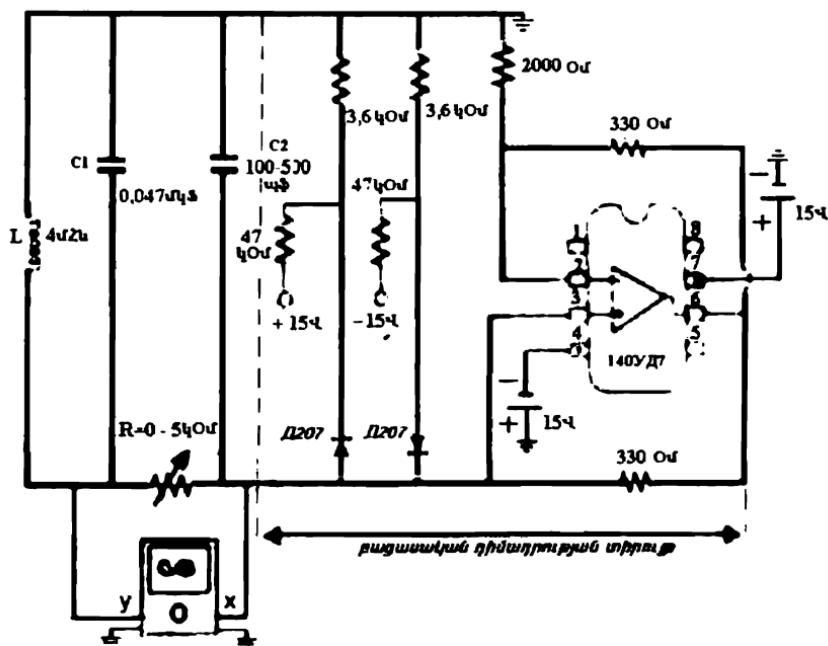
Աշխատանքի սկզբունքային սխեման պատկերված է նկ.3-ում: Ծղբայում առկա երկու դիոդները ստեղծում են բացասական դիմադրության կտոր առ կտոր գծային ֆունկցիան: Այդ դիոդները գործում են որպես անջատիչներ, որոնք բացվում են, երբ ուղիղ լարումը գերազանցում է ~0.5Վ: Երբ դիոդները բաց են, 3.6 կՕմ և 2 կՕմ դիմադրությունները դառնում են բացասական դիմադրության մաս: Որպես ինդուկտիվություն օգտագործված է սուենիդը: Այն պետք է ունենա փոքր ակտիվ դիմադրություն և 4 մէն ինդուկտիվություն: Որպես արտաքին  $R$  փոփոխական դիմադրություն օգտագործվում է 0-5 կՕմ դիմադրությունների արկղը: Ուսումնասիրվող ազդանշանը արտաքին փոփոխական դիմադրության երկու ծայրերում եղած լարումներն են և միացվում են օսցիլոգրաֆի  $x$  և  $y$  մուտքերին:

1. Սիացնել արտաքին դիմադրությունը և սննան աղբյուրները սխեմային:

2. Փուլային դիմանկարում տարօրինակ ատրակտորի կրկնակի գալարը տեսնելու համար օսցիլոգրաֆի  $x$  և  $y$  մուտքերին

միացնել  $R$  դիմադրության ծայրերը և անջատել օսկիլլորաֆի սեփական փոխան գեներատորը: Այդ մուտքերի լարումները հողակցման կետի նկատմամբ համապատասխանում են  $C_1$  և  $C_2$  կոնդենսատորների  $V_1$  և  $V_2$  լարումներին:

3. Դանդաղ փոփոխել  $R$  դիմադրության մեծությունը նրա առավելագույն արժեքից մինչև բացասական դիմադրության մոտ գտնվող կետը (մեր սխեմայում 2 կՕմ): Այդ տիրույթում փոլային դիմանկարը մեկ փակ զալարից վերածվում է կրկնակի, հետագա աճման դեպքում քառակի և այլն զալարների մինչև քառային ռեժիմի անցնելը: Այս շղթան շատ զգայուն է դիմադրության փոքր փոփոխությունների նկատմամբ: Անպես որ պետք է զգույշ հետազոտել կրիտիկական տիրույթը: Կրկնակի զալարի ի հայտ գալը հեշտ է դիտել  $R$  դիմադրության նույնը փոփոխման միջոցով:



Նկ.3. Լորենցի աստրակտոր սուանալու սկզբունքային սխեման

4. Երբ գտնվում եք կրկնակի գալարի տիրույթում, անջատել օսցիոգրաֆը  $x$  -  $y$  ռեժիմից և միացրնել միաճառագայթային ռեժիմին։ Այս ժամանակային գրաֆիկները համապատասխանաբար նկարագում են համակարգի քվազիպարբերական և քառսային վարքը։

5. Որոշել հաճախականությունների և լարումների փոփոխման տիրույթները։

6. Եթե ազդանշանը ծայնային հաճախությունների տիրույթում  $t$ , (100 -15000  $\text{deg}$ ), ուժեղացուցչի միջոցով միացնել ելքը բարձրախոսին և լսել քառսային ռեժիմին համապատասխանող աղմուկը։

7. Փորձել ստանալ նկ.1-ի ասիմետրիկ նասնակի խզված ֆունկցիան մեծացնելով կամ փոքրացնելով սննան աղբյուրների լարումներն առանձին-առանձին։

8. Էլեկտրոնային սպեկտրաանալիզատորի միջոցով ուսումնասիրել ելքային ազդանշանի սպեկտրը։ Համոզվել, որ տեղի ունի քառսի անցման պարբերության կրկնապատկման սցենարը։ Ստուգել քառսային ռեժիմում անընդհատ սպեկտրի առաջանալը։

## Աշխատանք 6

### Լոգիստական ԱՐՏԱՊԱՏԿԵՐՈՒՄ

Աշխատանքի նպատակն է ծանոթանալ դետերմինացված քառու անցման պարբերության կրկնապատկման սցենարին:

#### ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Բազմաթիվ համակարգերի էվոլյուցիան կարող է նկարագրվել առաջին աստիճանի սովորական  $n$  դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգով.

$$\frac{d}{dt} \vec{X}(t) = \vec{F}(\vec{X}, t), \quad (1)$$

որտեղ  $\vec{X}$ -ը  $n$  չափանի վեկտոր է  $R^n$  փուլային տարածությունում, իսկ  $\vec{F}$ -ը այդ տարածության վրա վեկտորական դաշտը:

Հենց այդպիսի տեսք ունեն տարբեր տատանակների վարքը նկարագրող հավասարումները: Այն դեպքերում, երբ հավասարումն ավելի բարձր կարգի է, համապատասխան նշանակումով այն կարելի է հանգեցնել առաջին կարգի մի քանի հավասարումների համակարգի: Նկատենք, որ դինամիկ համակարգի վարքի նկարագրությունը դիֆերենցիալ հավասարումների օգնությամբ միակը չէ: Մի շարք դեպքերում համակարգի դինամիկան նկարագրում են վերջավոր-տարբերական հավասարումների օգնությամբ.

$$\vec{X}(t_{n+1}) = F(\vec{X}(t_n)) \quad (2)$$

Կամ ավելի համառոտ  $\vec{X}_{n+1} = F(\vec{X}_n)$ :

Այսպիսի արտապատկերման օրինակ են բազմաթիվ խաղեր, որոնցում  $n$  վիճակից  $n+1$ -ին անցումը պայմանավորված է քայլով:

Համառոտ հիշեցնենք, թե ինչպես կարող է մեկ դիֆերենցիալ հավասարումով նկարագրվող համակարգում առաջանալ արտապատկերումը կամ դիսկրետ ժամանակը: Դիտարկենք հետևյալ հավասարումը

$$\frac{dx}{dt} = f(x):$$

Ըստ սահմանման՝

$$\frac{dx}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

ուստի և

$$x(t + \Delta t) - x(t) \approx \frac{dx}{dt} \cdot \Delta t,$$

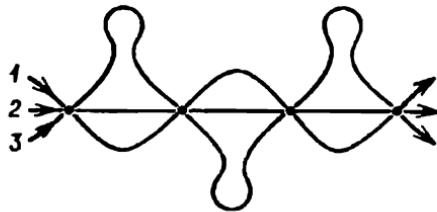
որտեղից էլ

$$x(t + \Delta t) = x(t) + f(x(t)) \cdot \Delta t$$

կամ

$$x_{k+1} \equiv f_1(x_k) :$$

Այսպիսով, դիֆերենցիալ հավասարմանք նկարագրվող հոսքը կարելի է հանգեցնել դիսկրետ ժամանակով ներկայացվող արտապատկերման: Եթե, սակայն, դինամիկ համակարգը նախապես տրված է արտապատկերմամբ, ապա միշտ չէ, որ կարելի է գտնել նրան համարժեք դիֆերենցիալ հավասարումները: Դա մասնավորապես պայմանավորված է հետևյալ հանգամանքով. Եթե տրված կետերով կարելի է տանել մեկ կոր, ապա կարելի է տանել նաև անվերջ թվով այլ կորեր: Որպես օրինակ, նկ. 1-ում բերված են երեք տարբեր կորեր, որոնք անցնելով միևնույն կետերով, ներկայացվում են տարբեր հավասարումներով:



Նկ. 1. 1,2,3 կորերը անցնելով նոյն կետերով կարող են բավարարել տարբեր հավասարումների:

Ոչզային ֆիզիկայում հաճախակի ուսումնասիրվում է

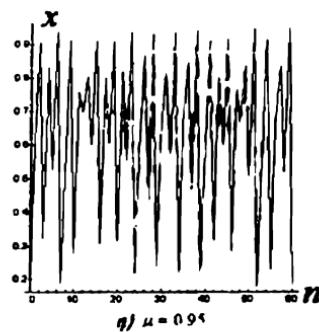
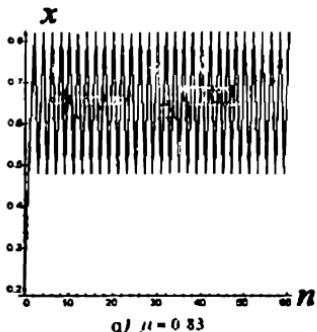
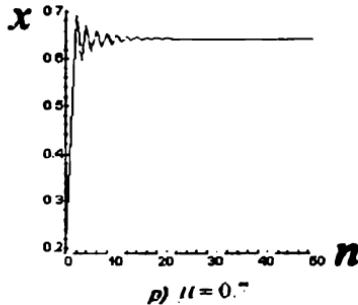
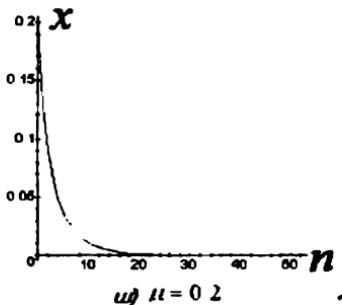
$$x_{n+1} = f(x_n) = rx_n - sx_n^2$$

տեսքի ոչ գծային միաչափ արտապատկերումներ: Այսպիսի հավասարմանք նկարագրվող համակարգի ակտառու օրինակ է հետևյալը: Պատկերացնենք, առանձնացված կղզի, որը բնակեցված է միջատ-

Ներով: Ամռանք նրանք ծվաղրում են, իսկ սերունդը հայտնվում է հաջորդ ամռանը: Տվյալ դեպքում որպես փոփոխական հանդես է գալիս ամռանք բնակեցվածության քանակը: Հավասարման առաջին անդամը նկարագրում է միջատների քանակի բնական աճը, իսկ երկրորդ անդամը նրանց թվի սահմանափակումը պայմանավորված սննդի պակասով: Անցնելով նորմավորված մեծություններ՝  $x_n \rightarrow (r/s)x_n$ , և վերանշանակելով  $r = 4\mu$ , ստանում ենք

$$x_{n+1} = 4\mu x_n(1 - x_n): \quad (3)$$

Այստեղ  $0 \leq \mu \leq 1$ : Այժմ խնդիրը հանգեցվում է այս հավասարման լուծման վարքի ուսումնասիրմանը: Մասնավորապես, հետաքրքրություն է ներկայացնում այդ լուծման կախվածությունը  $\mu$  պարամետրից: (3) հավասարման թվային լուծումը  $\mu$  պարամետրի տարրեր արժեքների դեպքում բերված է նկ.2-ում: Ակնառության համար հաջորդական լուծումները միացված են ուղիղներով:

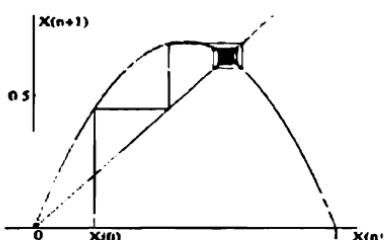


Նկ.2. Լոգիստական արտապատկերման (3) հավասարման լուծումը  $x_0 = 0.2$  սկզբնական պայմանի դեպքում

Ինչպես երևում է նկարից, սա պարամետրի փոփոխման դեպքում համակարգի վարքն էապես փոխվում է՝ կայունացված լուծման գրոյական արժեքից սկսած (Նկ.2ա) մինչև քառային վարք (Նկ.2ղ): Սասմավորապես, նկ.2բ-ում կարծ անցումային տիրույթից հետո բնակեցվածության թիվը հասնում է կայունացված արժեքի  $x^* = 0.642857\dots$ : Նկ.2գ-ում այդ արժեքները երկուսն են՝  $x_1^* = 0.479427\dots$  և  $x_2^* = 0.823603\dots$ : Դա նշանակում է, որ բնակեցվածությունը կրկնվում է երկու ցիկլից հետո: Վերջին դեպքում, ինչպես տեսնում ենք, համակարգի վարքը դառնում է քառային:

### ԵՐԿՐԱՉԱՓԱԿԱԾ ՄԵԿՆԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

( $x_n, x_{n+1}$ ) հարթության վրա միաչափ արտապակերման ուսումնասիրման դասական միջոցը գրաֆիկական եղանակն է՝  $x_{n+1} = f(x_n)$  ֆունկցիայի և նույնական  $x_{n+1} = x_n$  արտապատկերման գրաֆիկների միջոցով: Որպես այս մեթոդի ցուցադրման օրինակ քննարկենք ոչ գծային (3) արտապատկերումը: Հարթության վրա նախ պատկերենք  $y = 4\mu \cdot x \cdot (1-x)$  պարաբոլը, իսկ այնուհետև



Նկ.3. Լոգիստական արտապատկերման երկրաչափական ներկայացումը.

$$\mu = 0.7; x_0 = 0.2$$

$45^\circ$  ուղիղ գիծը, որը համապատասխանում է  $x_{n+1} = x_n$  արտապատկերմանը: Սկսենք, օրինակ,  $x_0 = 0.2$  արժեքից: Տեղադրենք այս արժեքը (3) հավասարման մեջ և որոշենք  $x_1 = f(x_0)$  արժեքը:

$x_1$  արժեքը երկրաչափորեն համապատասխանում է  $x_0 = 0.2$  կետում կամզնեցված ուղղահայցի և պարաբոլի հատման կետին: Հատման կետից կառուցենք

հորիզոնական ուղիղ մինչև  $45^\circ$  ուղիղի հետ հատվելը: Ստացված արժեքը կլինի սկզբնական արժեք նոր ցիկլի համար և այսպես շարունակ: Նկ.3-ում պատկերված դեպքի համար ստացվում է ֆիքսված կետ  $x_1^* = 0.642857\dots$ , որը համապատասխանում է  $x_1^* = f(x_1^*)$

արտապատկերմանը: Տվյալ դեպքում կարելի է ասել, որ ունենք ատրակտոր մեկ պարբերությամբ: Ինչպիսին էլ լինի սկզբնական  $x_0$  արժեքը, կստացվի միշտ նույն անշարժ  $x^*$  արժեքը: Նկ.4-ում պատկերված է լոգիստական արտապատկերումը  $\mu = 0.83$  դեպքում: Ինչպես երևում է նկարից, արտապատկերումը շատ արագ դուրս է գալիս երկպարբերական ռեժիմի (ուղղանկյան):

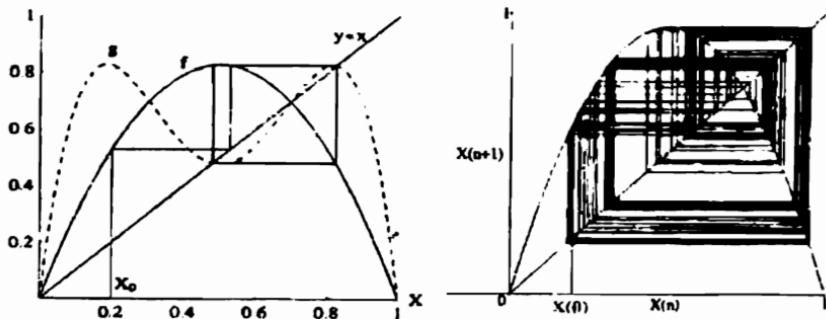
Այս իրավիճակը նարեմատիկորեն ներկայացվում է հետևյալ տեսքի արտապատկերմանը:

$$x_2^* = f(x_1^*); x_1^* = f(x_2^*) \quad (4)$$

Հեշտ է տեսնել, որ  $x_1^*, x_2^*$  կետերը հանդիսանում են

$$g(x) = f(f(x)) = f^2(x) \quad (5)$$

արտապատկերման անշարժ կետեր: Այդ արտապատկերումը նույնպես ներկայացված է նկ.4-ում ընդհատ գծով: Վերջապես, նկ.5-ում պատկերված է լոգիստական արտապատկերումը  $\mu = 0.95$  դեպքում:



**Նկ.4. Լոգիստական արտապատկերման երկրաչափական ներկայացումը.  $\mu = 0.83$ ;  $x_0 = 0.2$**

**Նկ.5. Լոգիստիկական արտապատկերման երկրաչափական ներկայացումը  $\mu = 0.95$ ;  $x_0 = 0.2$**

Ինչպես տեսնում ենք համակարգի վարքում չկան անշարժ կետեր և վարքը քառային է:

Այժմ գտնենք  $\mu$  պարամետրի այն արժեքները, որի դեպքում անշարժ կետերը կորցնում են իրենց կայունությունը: Նախ, անդրադառնանք միակ անշարժ կետին համապատասխանող արտապատկերմանը

$$x_1^* = 4\mu x_1^*(1 - x_1^*)$$

Համապատասխան լուծումները երկուսն են.  $x_1^* = 0$  և  $x_1^* = 1 - 1/4\mu$ : Պարզենք, թե այս լուծումներից յուրաքանչյուրը երբ է դադարում անշարժ կետ լինել. Դիտարկենք փոքր շեղում  $x_1^*$  անշարժ կետից

$$x_0 = x_1^* + \varepsilon$$

$x_1 = f(x_0)$  արտապատկերման համար: Վերածելով թեյլորի շարքի՝ ստանում ենք

$$x_1 = f(x_1^*) + \varepsilon (\partial f / \partial x_0)_{x_1^*}:$$

Այստեղից

$$|x_1 - x_1^*| = |x_0 - x_1^*| (\partial f / \partial x_0)_{x_1^*}: \quad (6)$$

(6) արտահայտությունից հետևում է, որ, եթե  $|(\partial f / \partial x_0)_{x_1^*}| < 1$ , ապա  $|x_1 - x_1^*| < |x_0 - x_1^*|$ . Ինչը նշանակում է, որ  $x_1^*$ -ը կայուն է: Դժվար չէ այս դատողություններով համոզվել, որ  $x_1^* = 0$  անշարժ կետը կորցնում է կայունությունը, եթե  $\mu_0 > 0,25$ : Նման ծևով համոզվում ենք, որ  $x_1^* = 1 - 1/4\mu$  անշարժ կետը կորցնում է իր կայունությունը, եթե  $\mu_1 > 0,75$ : Նման ճանապարհով կարելի է վերլուծել նաև (5) և ավելի բարձր կարգի արտապատկերումների անշարժ կետերի կայունության հարցը: Կտանանք հետևյալ աղյուսակը.

### Աղյուսակ 1

Ասրակտորի պարբերությունը	$\mu$ -ի արժեքը
$2^0 = 1$	$\mu_1 = 0,75$
$2^1 = 2$	$\mu_2 = 0,86237$
$2^2 = 4$	$\mu_3 = 0,88602$
$2^3 = 8$	$\mu_4 = 0,89218$
...	...
$2^\infty = \infty$	$\mu_\infty = 0,892486418\dots$

Նկ.6-ում պատկրված է ստացիոնար լուծումների կախվածությունը μ պարամետրից.

Բառի անցման այս սենարը կոչվում է պարբերության կրկնապատկման կամ ֆեյզենբառումի սենար: Կարելի է համոզվել, որ կրկնապատկման (կամ, ինչպես ընդունված է անվանել. բիֆուրկացայի) կետերին համապատասխանող և պարամետրի արժեքները բավարարում են հետևյալ առնչությանը

$$\delta = \lim_{\mu \rightarrow \mu_{-1}} \frac{\mu_1 - \mu_{-1}}{\mu_{-1} + \mu} = 4,6692016091029909\dots$$

Այս  $\delta$  հաստատումը կոչվում է ֆեյզենբառումի հաստատում:

Միայն արտապատկերման անշարժ կետի գոյության ու կայունության վերաբերյալ այսուղև քննարկված արդյունքները ճշմարիտ են ոչ միայն ցուցադրման համար քնտրված քառակուսային ֆունկցիայի, այլ նաև ավելի ընդհանուր արտապատկերումների համար:

### ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔԸ

1. Հավաքել (3) մաթեմատիկական մոդելին համապատասխանող ծրագիր:
2. Կառուցել  $x(n)$  կախվածությունը մ պարամետրի տարբեր արժեքների դեպքում:
3. Փոփոխելով առաջարկված պարամետրերը ուսումնասիրել համապատասխան գրաֆիկների վարքը:
4. Կառուցել  $x(n+1)$  կախվածությունը  $x(n)$ -ից մ պարամետրի տարբեր արժեքների դեպքում:
5. Կառուցել ստացիոնար լուծումների մ պարամետրից կախումը պատկերող դիագրամը.



Նկ.6. Ստացիոնար լուծումների կախումը մ պարամետրից

## Աշխատանք 7

### ՇՐՋՎԱԾ ՏԱՏԱՆԱԿԻ ՀԱՐԿԱՊՐԱԿԱՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԸ

Աշխատանքի նպատակն է ծանոթանալ քառսային վարքի անցմանը պարզ մեխանիկական համակարգում:

#### ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Դինամիկ համակարգ ասելով հասկանում են ցանկացած բնույթի օբյեկտ, որի վարքը ժամանակի ընթացքում փոխվում է համաձայն որոշակի օրինաչափության, այսինքն էպուլուցիայի դետերմինացված օպերատորի ազդեցությամբ: Այսպիսով, դետերմինացված համակարգ հասկացությունը որոշակի իդեալականացնան հետևանք է, եթե անտեսվում են իրական ֆիզիկական համակարգում մշտական առկա պատահական գործուները: <Ետևաբար, դետերմինիստական մոտեցումը արդարացված է բոլոր այն դեպքերում, երբ պատահական ուժերի (ֆլուկտուացիաների) ազդեցությունը արհանարիելի հորեն փոքր է, և նրանց վիճակագրական բնութագրերը էական եեր չեն խաղում համակարգի վարքի բնութագրման ժամանակ: Դինամիկ համակարգերի լայն դասում առանձնահատուկ դեր են զբաղեցնում այն համակարգերը, որոնցում հնարավոր են տատանումներ (ճոճանակի տատանումները, էլեկտրական տատանումները LC կրոնտուրում, ակուստիկական տատանումները, բազմաբնույթ կենսառիթմերը և այլն):>

Միաչափ համակարգի վարքի նկարագրությունը կարող ենք ստանալ օգտվելով Լագրանժի հավասարումից

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = - \frac{\partial R}{\partial \theta}: \quad (1)$$

Այստեղ  $L = \dot{\theta}^2/2 - u(\theta)$  դինամիկ համակարգի Լագրանժի ֆունկցիան է,  $R = \Gamma \dot{\theta}^2/2$  դիսիպատիկ ֆունկցիան, որը հաշվի է առնում բոլոր հնարավոր կրորուստները ( $\Gamma$ -ն մարման գործակիցն է): <ամակարգի  $\theta = 0$  հավասարակշռության վիճակից փոքր շե-

ηπιά περιοδικό ηθωφόροι μέτρα  $u(\theta)$  αποτελεσματικά την εργασίαν λαρνάκης την περιοδική ζωή σας

$$u(\theta) = u(0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{u^{(n)}(0)}{n!} \theta^n : \quad (2)$$

Συγχρόνως  $u^{(n)}(0)/n! = \beta_{n-1}$ -ην: Λαρνάκη αρνητική, ηρθείτε σε πάγκο: Η λαρνάκη αποτελείται από μεταβαλλόμενη στάθμη  $\theta$  και σταθερή στάθμη  $\dot{\theta}$ . Η λαρνάκη αποτελείται από μεταβαλλόμενη στάθμη  $\theta$  και σταθερή στάθμη  $\dot{\theta}$ .

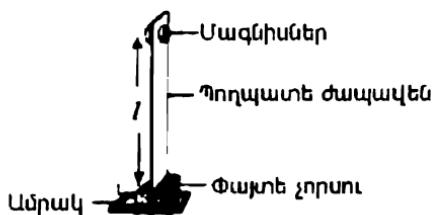
$$\ddot{\theta} + \gamma \dot{\theta} + \beta_1 \theta + \beta_2 \theta^2 + \beta_3 \theta^3 + \dots = 0 : \quad (3)$$

(3) Η λαρνάκη αποτελείται από μεταβαλλόμενη στάθμη  $\theta$  και σταθερή στάθμη  $\dot{\theta}$ . Η λαρνάκη αποτελείται από μεταβαλλόμενη στάθμη  $\theta$  και σταθερή στάθμη  $\dot{\theta}$ . Η λαρνάκη αποτελείται από μεταβαλλόμενη στάθμη  $\theta$  και σταθερή στάθμη  $\dot{\theta}$ .

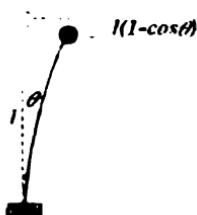
$$\ddot{\theta} + \gamma \dot{\theta} + \beta_1 \theta + \beta_2 \theta^2 + \beta_3 \theta^3 + \dots = F \cos \omega t . \quad (4)$$

Αναλύστε την λαρνάκη αποτελούμενη από μεταβαλλόμενη στάθμη  $\theta$  και σταθερή στάθμη  $\dot{\theta}$ . Εάν  $\beta_1 > 0$ , τότε  $\theta$  αποτελείται από μεταβαλλόμενη στάθμη  $\theta$  και σταθερή στάθμη  $\dot{\theta}$ . Η λαρνάκη αποτελείται από μεταβαλλόμενη στάθμη  $\theta$  και σταθερή στάθμη  $\dot{\theta}$ . Η λαρνάκη αποτελείται από μεταβαλλόμενη στάθμη  $\theta$  και σταθερή στάθμη  $\dot{\theta}$ . Η λαρνάκη αποτελείται από μεταβαλλόμενη στάθμη  $\theta$  και σταθερή στάθμη  $\dot{\theta}$ . Η λαρνάκη αποτελείται από μεταβαλλόμενη στάθμη  $\theta$  και σταθερή στάθμη  $\dot{\theta}$ .

Βασικά, η λαρνάκη αποτελείται από μεταβαλλόμενη στάθμη  $\theta$  και σταθερή στάθμη  $\dot{\theta}$ . Η λαρνάκη αποτελείται από μεταβαλλόμενη στάθμη  $\theta$  και σταθερή στάθμη  $\dot{\theta}$ . Η λαρνάκη αποτελείται από μεταβαλλόμενη στάθμη  $\theta$  και σταθερή στάθμη  $\dot{\theta}$ .



Σχ. 1. Στρογγυλό διπλανάκη  
αποτελεσματικό



Σχ. 2. Στρογγυλό διπλανάκη  
την αποτελεσματικότητα

Փոխազդեցության պոտենցիալ էներգիայի գրոյական մակարդակ ընտրենք հավասարակշռության դիրքը և համակարգը հանենք հավասարակշռության վիճակից (նկ. 2):

Քանի որ, բացի գրավիտացիոն պոտենցիալ էներգիայից, ճոճանակն ունի նաև պողպատե ժապավենի առածզական դեֆորմացիայով պայմանավորված պոտենցիալ էներգիա, կարող ենք գրել

$$V = \frac{k\theta^2}{2} - mgl(1 - \cos\theta), \quad (5)$$

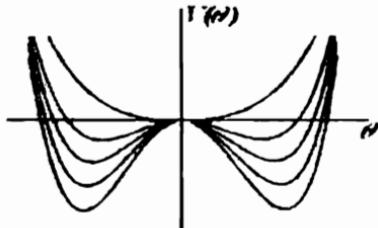
այսուղի  $V$ -ն համակարգի լրիվ պոտենցիալ էներգիան է, իսկ  $k$ -ն պողպատե ժապավենի կոշտությունը: Համարելով  $\theta$ -ն փոքր՝ վերածենք  $\cos\theta$ -ն թեյլորի շարքի

$$\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2} + \frac{\theta^4}{4}, \quad (6)$$

որտեղից պոտենցիալ էներգիայի համար կստանանք

$$V = \frac{1}{2}(k - mgl)\theta^2 + \frac{1}{24}mgl \cdot \theta^4. \quad (7)$$

Հեշտ է տեսնել, որ  $\theta^2$ -ու գործակիցը կարող է լինել ինչպես դրական, այնպես էլ բացասական:  $l$ -ի մեջությունից կախված պոտենցիալ էներգիայի տեսքը բերված է նկ. 3-ում:



Նկ. 3.  $V$ -ի կախվածությունը  $\theta$ -ից

Ինչպես տեսնում ենք,  $\theta = 0$  կետում գոյություն ունի պոտենցիալ էներգիայի լոկալ մաքսիմում, որը համապատասխանում է «քամբ» հավասարակշռության վիճակին:

Այժմ կարելի է ստանալ այսպիսի ճոճանակի տատանման հավասարումը: Գրենք Լագրանժի ֆունկցիան

$$L = \frac{ml^2\dot{\theta}^2}{2} - \frac{1}{2}(k - mgl)\theta^2 - \frac{mgl}{24}\theta^4 \quad (8)$$

և տեղադրենք այն Լագրանժի (1) հավասարման մեջ: Որոշակի գործողություններ կատարելուց հետո կստանանք.

$$ml^2\ddot{\theta} + 2\Gamma\dot{\theta}(k - mgl)\theta + \frac{1}{6}mgl\theta^3 = F \cos\omega t \quad (9)$$

Բաժամելով  $ml^2$ -ու վրա, վերջնականորեն ստանում ենք.

$$\ddot{\theta} + 2 \frac{\Gamma}{ml} \dot{\theta} + \left( \frac{k}{ml^2} - \frac{g}{l} \right) \theta + \frac{1}{6} \frac{g}{l} \theta^3 = f \cos \omega t \quad (10)$$

Դժվար չէ այս հավասարումը ներկայացնել առաջին աստիճանի հավասարումների համակարգի տեսքով

$$\left. \begin{aligned} \dot{\theta} &= y \\ \dot{y} &= -\frac{\Gamma}{ml} y - \left( \frac{k}{ml^2} - \frac{g}{l} \right) \theta - \frac{1}{6} \frac{g}{l} \theta^3 + f \cos \Phi \\ \dot{\Phi} &= \omega \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Պարզության համար նշանակենք

$$\alpha = \left( \frac{k}{ml^2} - \frac{g}{l} \right), \quad \gamma = \frac{\Gamma}{ml}, \quad \beta = \frac{1}{6} \frac{g}{l}.$$

Այսպիսով, անհրաժեշտ է ուսումնասիրել հավասարումների (11) համակարգի վարքը  $\alpha, \beta, \gamma, f$  պարամետրերի տարբեր արժեքների դեպքում:

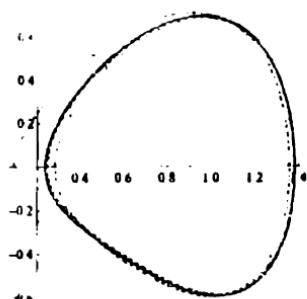
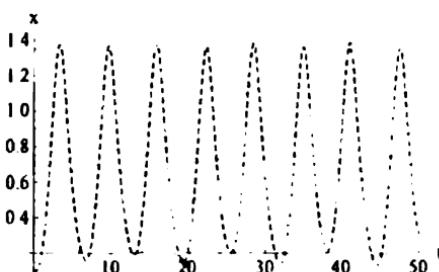
Ուսումնասիրման համար վերցնենք հետևյալ թվային արժեքները

$$\alpha = -1; \quad \gamma = 0,25; \quad \beta = 1; \quad \omega = 1$$

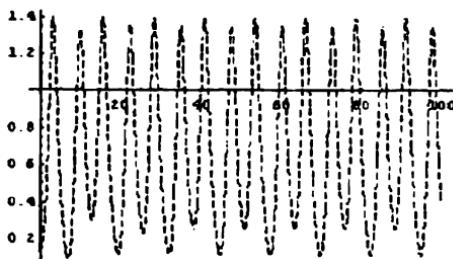
և հետևյալ սկզբնական պայմանները

$$\theta(0) = 0,09; \quad \dot{\theta}(0) = 0; \quad \Phi(0) = 0$$

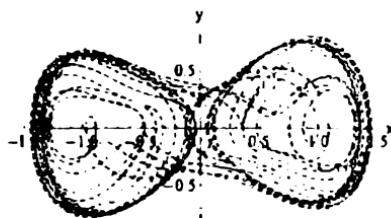
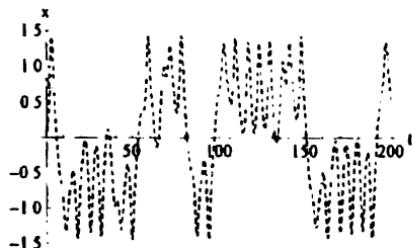
ա)  $f = 0,32$  - սահմանային ցիկլ



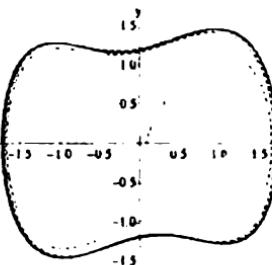
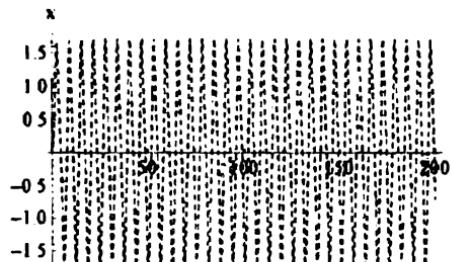
*բ)  $f = 0,34875$  - կրկնակի սահմանային ցիկլ*



*գ)  $f = 0,42$  - քառու:*



*դ)  $f = 0,85$  - անցում քառսային ռեժիմից կարգավորվածի*



### ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔԸ

1. Հավաքել (11) մաթեմատիկական մոդելին համապատասխանող ծրագիր:
2. Կառուցել  $x(t)$  կախվածությունը  $f$  պարամետրի տարրեր արժեքների դեպքում:
3. Փոփոխելով առաջարկված պարամետրերը ուսումնասիրել համապատասխան գրաֆիկների վարքը:
4. Մեկնաբանել ստացված արդյունքները:

## Աշխատանք 8

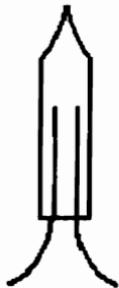
### ՈԵԼԱՔՍԱՑԻՈՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՍՏԱՑՈՒՄԸ ՆԵՇՆԱՑԻՆ ԼԱՄՊԻ ՄԻՋՈՑՈՎ

Աշխատանքի նպատակն է ուսումնասիրել հաստատուն լարման աղբյուրից, նեռնային լամպից և կոնդենսատորից բաղկացած շղթայում առաջացող ռելաքսացիոն տատանումները։ Աշխատանքում ռելաքսացիոն տատանումներ ստանալու համար օգտագործվում է նեռնային լամպի աշխատանքային որոշակի տիրույթում բացասական դիմադրության առաջացումը։

### ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Փուլային հարթության վրա կայուն պարբերական տատանումներին (որոնք առաջանում են ավտոնոմ (ժամանակից անկախ) ուժի ազդեցությամբ) համապատասխանող փուլային դիմանկարը կոչվում է սահնանային ցիկլ (Աշխ.1)։ Եթե համակարգը նկարագրող փոփոխսականը ժամանակի որոշակի փոքր ինտերվալում (պարբերության համեմատ) արագ է փոխվում, ապա ասում են, որ տատանակը կատարում է ռելաքսացիոն տատանումներ։

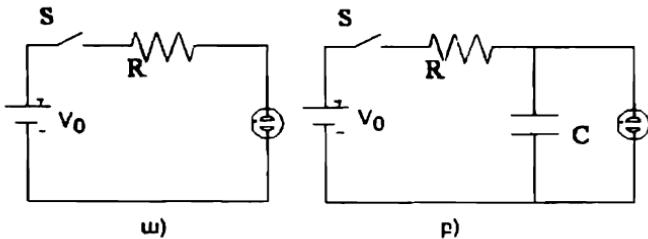
Նկ.1-ում պատկերված է նեռնային լամպի պարզագույն մոդելը՝ ~1.0 սմ երկարությամբ լամպը պարունակում է 2 էլեկտրոդ, որոնք հեռացված են իրարից ~2 մմ-ով և լցված ցածր ճնշման ներև զազով։ Էլեկտրական դաշտն էլեկտրոդների միջև արագացնում է լամպում ինչ-ինչ պատճառով առկա էլեկտրոններին և նեռնի իններին։ Եթե էլեկտրական դաշտը բավականաչափ մեծ է, ապա էլեկտրոնները ազատ կազմություն ունեն, որը բավարար է ատոմների և էլեկտրոնների հետ բախնան ժամանակ նոր էլեկտրոններ պոկելու համար։ Շրայական պրոցեսը շարունակվում է մինչև համակարգի հագեցման հասնելը։ Այսպիսով էլեկտրոնների միջև լարման որոշակի ցածր արժեքի դեպքում, երբ լամպը դեռ բռնկված չէ, լամպն ունենում է մեծ դիմադրություն։ Բռնկման կրի-



Նկ.1. Նեռնային լամպ։

տիկական լարման  $V_0$  արժեքի դեպքում, երկրորդային էլեկտրոնների առաջացման հաշվին լամպը դառնում է հաղորդիչ: Դա արտահայտվում է լամպի լուսարձակումով (մարմրող պարպում): Լուսարձակման ժամանակ, նրա լարումն ընկնում է ի հաշիվ հոսանքը սահմանափակող բեռի դիմադրության (նկ.2ա), որը միացված է լամպին հաջորդաբար: Հոսանքը սահմանափակող դիմադրությունը միացվում է այնպես, որ նրա մեծությունն ապահովի լամպի մարմրող պարպումը. Եթե դիմադրությունը ճիշտ է ընտրված, ապա լամպն անընդիատ լուսարձակում է, եթե դիմադրությունը շատ մեծ է այն մարում է: Եթե  $R$  դիմադրությունը շատ փոքր է, իսկ  $V_0$  լարումը՝ մեծ, ապա հոսանքը կարող է աճել մինչև լամպի շարքից դուրս գալը:

Աշխատանքում կիրառված նեոնային լամպի սխեման պատկերված է նկ.2բ-ում: Շղթան առաջացնում է ուղաքսացիոն տատանում ներ:

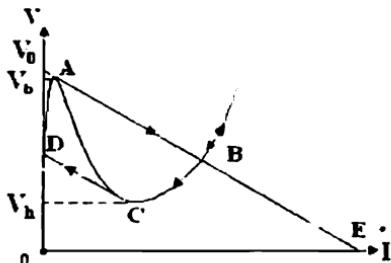


**Նկ. 2. Նեոնային լամպով շղթան՝ ա) առանց  $C$  կոնդենսատորի,  
բ) լամպին զուգահեռ միացված  $C$  կոնդենսատորով**

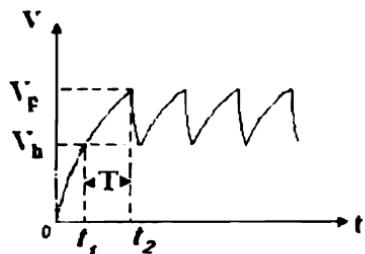
Կոնդենսատորի դանդաղ լիցքավորման պատճառը մեծ  $R$  դիմադրությունն է: Կոնդենսատորի թիթեղների վրա լարումը մեծանում է, մինչև լարումը լամպի թիթեղների վրա հասնում է  $V$  է բռնկման կրիտիկական լարմանը, և լամպը բացվում է: Այս պահից, եթե լամպը լուսարձակում է, նրա դիմադրությունը փոքրանում է, և կոնդենսատորը սկսում է լամպով արագ լիցքաթափվել: Եթե կոնդենսատորը լիցքաթափվում է, լամպի վրա լարումը փոքրանում է մինչև  $V_h$  հանգման լարումը ( $C$ -կետ), որը հավասարվում է այդ պահին կոնդենսատորի թիթեղների վրա եղած լարմանը: Այս պահից, եթե լամպը հանգում է, նրա դիմադրությունը կտրուկ աճում է: Կոնդենսատորը սկսում է լիցքավորվել և այնպիսով ստացվում է սահմանային ցիկլ (բնութագծի վրա հիսթերեզիս  $ABCDA, ABE$  - բեռի

գիծ): Նկ. 3-ում, երբ լարումը լամպում մեծանում է 0 կետից  $A$ , լամպով հոսանք համարյա չի անցնում:  $V_b$  (բռնկման) լարմանը հասնելիս լամպը բռնկվում է, և նրա դիմադրությունը՝ կտրուկ ընկնում, լամպը դառնում է հաղորդիչ:

Դիմադրության կտրուկ փոքրացումը բերում է լամպի հոսանքի կտրուկ աճի ( $A \rightarrow B$ ): Այնուհետև, կոնդենսատորի լիցքաթափան պատճառով ( $B \rightarrow C$ ) լարումը ընկնում է մինչև արժեքը, որը բերում է հոսանքի փոքրացմանը: Լիցքաթափումը կատարվում է շատ արագ, քանի որ բռնկված լամպի դիմադրությունը շատ փոքր է համեմատած արտաքին դիմադրության հետ: Կոնդենսատորի լարումը  $V_p$ -ին հավասարվելիս՝ լամպը հանգում է և հոսանքը՝ փոքրանում ( $C \rightarrow D$ ): Այսպիսով, ցիկլն ավարտվում է: Այդ պրոցեսն էապես կախված է արտաքին  $R$  դիմադրությունից (Նկ.3.  $ABE$  - բերի գիծ): Եթե  $R$ -ը փոքր է որոշակի կրիտիկական արժեքից, ապա տատանողական պրոցեսը դադարում է:



Նկ. 3. Լամպի վոլտ ամպերային բնութագիծը և բերի  $ABE$  գիծը:  
AC բացասական դիմադրության սիրությունը  $t$ :



Նկ.4. Լամպի լարման կախումը ժամանակից:

Նկ.4-ում ցույց է տրված լարման կախումը ժամանակից: Արտաքին դիմադրությունը ընտրված է այնպես, որ կոնդենսատորի

\*  $ABE$  բերի գիծը որոշվում է  $V_0 = V + IR$  հավասարումով ( $V_0$ -ն սնման ադրյուի լարումն է,  $V(I)$ -ն լամպի  $OACB$  վոլտ-ամպերային բնութագիծը նկարագրող կախվածությունը): Բերի գծի և լամպի  $V(I)$  բնութագիրի հատման կետը կոչվում է աշխատանքային կետ:

լիցքավորման ժամանակը լինի շատ ավելի մեծ, քան լամպով լիցքաթափման ժամանակը: Լամպի  $V$  լարման կախումը ժամանակից կարելի է ներկայացնել հետևյալ արտահայտությամբ

$$V = V_0 \left(1 - e^{-t/(RC)}\right). \quad (1)$$

(1) բանաձևում  $V_0$ -ն աղբյուրի լարումն է: Այս բանաձևը կարող է օգտագործվել ռելաքսացիոն տատանման  $T$  պարբերությունը հաշվելիս:

Պարբերությունը՝  $T = t_2 - t_1$ , հաշվվում է լուծելով (1) հավասարումը  $V_h$  և  $V_p$  լարումների համար:

$$e^{-t_1/RC} = \frac{V_0 - V_h}{V_0}; \quad (2)$$

Նկատենք, որ  $t_1 = RC$ -ն կոնդենսատորի լիցքավորման ժամանակի հաստատումն է: Լոգարիթմելով երկու կողմերը գտնում ենք  $t_1$ -ի արժեքը.

$$t_1 = -RC \ln \left| \frac{V_0 - V_h}{V_0} \right|; \quad (3)$$

Նույն ձևով,  $t_2$ -ի համար կստանանք՝

$$t_2 = -RC \ln \left| \frac{V_0 - V_b}{V_0} \right|; \quad (4)$$

Եթե ենթադրենք, որ կոնդենսատորի լիցքավորման  $t_1$  ժամանակը զգալիորեն մեծ է լիցքաթափման  $t_2$  ժամանակից, քանի որ լիցքավորումն իրականացվում է  $R$  դիմադրությամբ, իսկ լիցքաթափումը՝ շատ անգամ փոքր դիմադրություն ունեցող լամպով: Այդ պատճառով կարելի է համարել, որ  $T \approx t_2 - t_1$ : Ուստի, պարբերության համար ստանում ենք

$$T = RC \ln \left| \frac{V_0 - V_h}{V_0 - V_b} \right|; \quad (5)$$

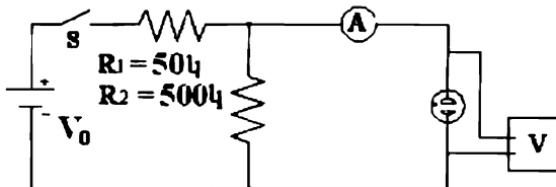
(5) արտահայտությունը ցույց է դարձնում պարագաների  $V_h$  և  $V_b$  լարումների դեպքում սննան աղբյուրի  $V_0$  լարումը մեծացնելիս

պարբերությունը փոքրանում է, իսկ հաճախությունը՝ համապատասխանաբար, աճում:

### ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔԸ

**ա)  $V_h$  և  $V_b$  սահմանային լարումների որոշումը:**

1. Հավաքել շղթան ըստ նկ.5-ի: Օգտագործվող նեռնային լամպերն ունեն տարրեր բռնկմակ լարումներ՝ ընկած 120-ից 170Վ սահմաններում և համապատասխան հանգման 50-ից 70 Վ: Հաստուն հոսանքի աղբյուրը ( $V_0$ ) տակս է առավելագույն լարում մինչև 200 Վ, դիմադրությունները 1 Վտ եզրությամբ:



նկ.5. Ծրագրային և  $V_b$ -ի որոշման համար:

2. Դանդաղորեն մեծացնել աղբյուրի լարումը և չափել  $V_b$  պոտենցիալը նեռնային լամպի բռնկման պահին:

3. Բռնկվելուց հետո, դանդաղորեն փոքրացնել աղբյուրի լարումը: Որոշել  $V_h$  լարումն այն պահին, երբ լամպը հանգում է: Կրկնել վերկի քայլերը 2 անգամ, ճշտության մեջ համոզվելու համար:

**բ) Լարում-հոսանք կախվածության գրաֆիկի ստացումը:**

1. Մեծացնել աղբյուրի լարումը մինչ լամպի բռնկվելը. նշել բռնկման  $V_b$  լարումը:

2. Մեծացնելով աղբյուրի լարումը միաժամանակ գրանցել հոսանքն ու լարումը լամպում: Տրված լարումը չպետք է գերազանցի 200 Վ:

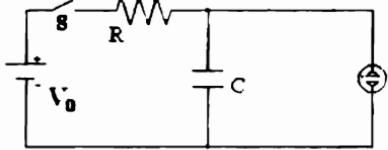
3. Դանդաղորեն փոքրացնելով աղբյուրի լարումը՝ որոշել  $V_h$  հանգման լարումը:

4. Կառուցել լարում-հոսանք կախվածության գրաֆիկը:

### գ) Ռեզարսացիոն տատանումներ:

1. Հավաքել շղթան ըստ նկ 6-ի. օգտագործելով  $R = 0.5 \text{ } \Omega\text{մ}$  և  $C = 0.47 \text{ } \mu\text{F}$  արժեքներով տարրեր և  $V_0$  (0-200  $\text{V}$ ) լարմամբ սննան առբյուլ:

2. Միացնել աղբյուրը և դանդաղորեն մեծացնել լարումը մինչև լամպի բռնկումը: Գրանցել հոսանքի աղբյուրի  $V_0$  լարման արժեքը:



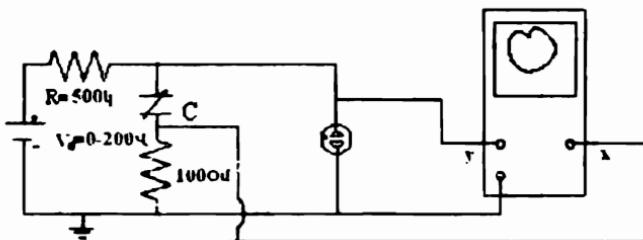
Նկ.6. Ռեզարսացիոն տատանումների գեներատորի սխեման

3. Վայրկենաչափի կամ օսիլոգրաֆի օգնությամբ չափել բռնկման պարբերությունը: Դուք կարող եք ընտրել  $C$ -ի և  $R$ -ի արժեքներն այնպես, որ պարբերությունը լինի փոքր, որպեսզի հեշտանա վայրկենաչափի օգնությամբ չափելը: Բարձր հաճախությունների դեպքում օգտվել օսիլոգրաֆից:

4. Օգտվելով (5) հավասարումից և իմանալով  $V_b$ ,  $V_h$  և  $V_0$  արժեքները՝ հաշվել պարբերությունը և համենատել փորձնական արդյունքների հետ:

### դ) Դիտել ռեզարսացիոն տատանումների փուլային դիմանկարը:

1. Հավաքել նկ.7-ի շղթան.



Նկ.7. Փուլային դիմանկարի ստացման սխեմա:

2. Մեծացնելով աղբյուրի  $V_0$  լարումը մինչև լամպի բռնկումը պարբերությունը հասցնել  $T=0.2\text{f}$ :

3. Միացնել օսիլոգրաֆի  $x-y$  մուտքերը արտաքին փուման ռեժիմում (ներքին փուման գեներատորի անջատված վիճակում) և դիտել փուլային դիմանկարը:

## Աշխատանք 9

### ԹՈՒՆԵԼԱՅԻՆ ԴԻՌՈՒ ԲԱՑԱՍԱԿԱՆ ԴԻՄԱԴՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

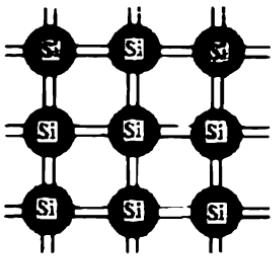
Աշխատանքի նպատակը թունելային դիրոջի վոլտ-ամպերային բնութագծի փորձարարական ստացումն է: Չնայած կիսահաղորդչային էլեմենտները սկզբնապես ստեղծված են եղել գծային տիրություն աշխատելու համար, սակայն նրանց բնորոշ է նաև ոչ գծայնությունը: Այս աշխատանքում ուսումնասիրվում է ամենահետաքրքիր ոչ գծային կիսահաղորդչային սարքերից մեկը՝ թունելային դիրոջ: Նրա վոլտ-ամպերային բնութագիծն ունի բացասական դիմադրության տիրություն: Համեմատության համար ստորև բերված է սովորական թունելային դիրոջների համառոտ նկարագրությունը:

ա) *թ-ռ տիպի կիսահաղորդչային դիրոջներ*. Սովորական կիսահաղորդչային դիրոջները (կիդ) պատրաստվում են սիլիցիումից կամ գերմանիումից, որոնք քառավալենտ են և արտաքին (վալենտական) թաղանթում ունեն 4 էլեկտրոն: Կիսահաղորդչիչների սեփական հաղորդականությունը մեծացնելու համար սիլիցիումի ատոմների որոշակի քանակությունը փոխարինվում է եռավալենտ կամ հնգավալենտ ատոմներով: Նման տիպի կիսահաղորդչիչներին անվանում են խառնուրդային:

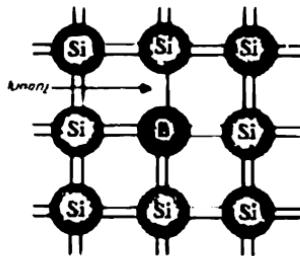
Ստորև ներկայացվող տեսական մասում բացատրվում է, թե ինչպես կարող են օգտագործվել այդ երկու խառնուրդային տարրերը երկու՝ *n* և *p* տիպի հաղորդականություն ունեցող կիսահաղորդչիչներ ստեղծելու համար:

Նկ.1-ը ներկայացնում է մաքուր կիսահաղորդչի ( $Si^{4+}$ ) ատոմային մոդելը:

Սիլիցիումի յուրաքանչյուր ատոմ արտաքին թաղանթում ունի չորս վալենտական էլեկտրոն, որոնք ապահովում են հարևան ատոմների հետ կովալենտ կապը: Նկ.1-ում յուրաքանչյուր ուղիղ գիծ պատկերում է այդ կապն ու կապված էլեկտրոնը: Եթե սիլիցիումի ատոմների ոչ մեծ տոկոսը փոխարինենք եռավալենտ խառնուրդային ատոմներով (ակցեպտորներով), օրինակ՝ բորով ( $B^{3+}$ ), կատեղծվի ազատ կապ (խորոշ):



**Նկ.1.** Աստոմները միացնող ուղիղ գծերը պատկերում են կովալենտ (կամ զույգելեկտրոն) կապը

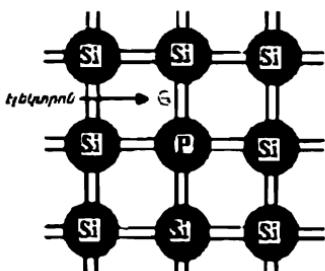


**Նկ.2.** Սիլիցիումին ավելացված բորի խառնուրդը առաջացնում է  $p$ -տիպի կիսահաղորդիչը

Եթե ունենք խոռոչ ստեղծող խառնուրդով կիսահաղորդիչ, ապա այն կոչվում է խոռոչային կամ  $p$ -տիպի:

Նկ.2-ում պատկերված է  $p$ -տիպի կիսահաղորդչի սխեմատիկ պատկերը: Խոռոչները կարող են գրադեցվել հարևան աստոմներից պոկված թափառող շարժում կատարող էլեկտրոնների կողմից: Արդյունքում ստեղծվում է այնպիսի տպավորություն, ասես բյուրեղում խոռոչն է շարժվում էլեկտրոնի հակառակ ուղղությամբ: Այդ պատճառով խոռոչների շարժումը համարվում է համարժեք դրական լիցքի շարժմանը:

Եթե  $Si$ -ում որպես խառնուրդ օգտագործված է ֆուֆորի (դոնոր)  $P^{5+}$  հնգավալենտ ատոմ, ապա առաջանում են ազատ էլեկտրոններ: Նկ.3-ում ցույց է տրված այդպիսի խառնուրդի օրինակը:  $p$ -տիպի կիսահաղորդիչներում, դրական խոռոչների նման, այդ ազատ էլեկտրոնները կարող են կիսահաղորդչի երկայնքով թափառող շարժում կատարել: Ազատ էլեկտրոններով կիսահաղորդիչը կոչվում է  $n$ -տիպի կիսահաղորդիչ:  $p$ -տիպի և  $n$ -տիպի կիսահաղորդչային նյութերի միացությունը կոչվում է դիոդ (Ակ.4): Ազատ էլեկտրոնները թափառող շարժում են կատարում  $n$ -ից դեպի  $p$



**Նկ.3.**  $Si$ -ին ավելացված ֆուֆորի խառնուրդը առաջացնում է  $n$ -տիպի կիսահաղորդիչը.

տիպի կիսահաղորդիչ և գրադեցնում են անցմանը մոտիկ գտնվող խոռոչները: Դա քչացնում է խոռոչների թիվը անցմանը մոտիկ

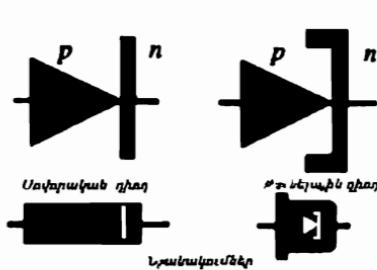
գտնվող տիրույթում ու, համապատասխանաբար, փոքրացնում է վերամիառվելու ընդունակ էլեկտրոնների թիվը:

Էլեկտրոնների տեղաշարժման պատճառով  $p$ -տիպի նյութի մաքուր (սեփական) լիցքը անցման շերտին մոտ դառնում է բացասական և այդ նույն պատճառով էլ  $n$ -տիպի նյութը անցմանը մոտ տիրույթում դառնում է դրական:

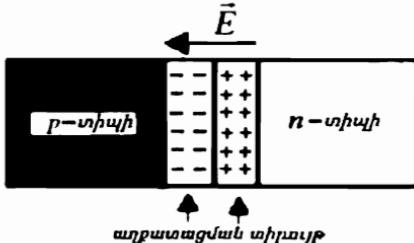
Դա առաջացնում է  $\bar{E}$  էլեկտրական դաշտ ինչպես ցույց է տրված նկ.4-ում:

Նկ.4-ից երևում է, որ այդ ստեղծված էլեկտրական դաշտի ուղղությունն այնպես է ազդում, որպեսզի խոչընդոտի էլեկտրոնների կամ խոռոչների հետագա շարժմանը անցնան

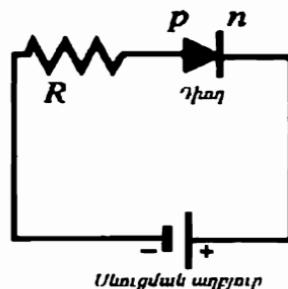
շերտով: Բանի որ անցնան տիրույթը և սեփական լիցքը շարունակում են աճել, էլեկտրական դաշտի լարվածությունը և պոտենցիալը մեծանում են: Էլեկտրական դաշտի լարվածությունը կածի այնքան, մինչև այն դադարեցնի անցումով էլեկտրոնների միգրացիան:  $Si$ -ի համար 0.74-ի կարգի պոտենցիալների տարրերությունը ( $Ge$ -ի համար 0.354) հանգեցնում է հավասարակշռության: Նկ.5-ում ցույց են տրված դիոդի և թունելային դիոդի սիմվոլիկ պատկերները: Դիոդի սլաքը ներկայացնում է  $p$ -տիպի նյութ (անող), իսկ ուղղաձիգ շերտը՝  $n$ -կատոդ: Դիոդի պայմանական նշանի սլաքի ուղղությունը համընկնում է նրանում հոսանքի ուղիղ ուղղության հետ:



Նկ.5. Դիոդի և թունելային դիոդի նշանակումը.

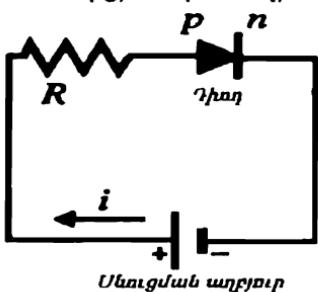


Նկ.4. Անցման տիրույթը ցույց է տալիս  $p - n$  դիոդի միացումը



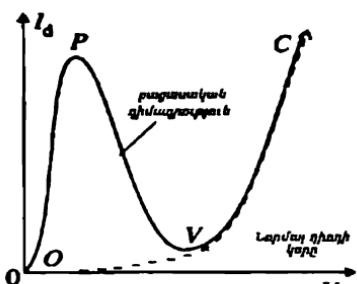
Նկ.6  $p - n$  դիոդը հակադարձ միացման դեպքում.

Եթե լարնան աղբյուրը սովորական դիոդին միացնենք այնպես, ինչպես նկ.6-ում է ցույց տրված. ապա լեկտրական արգելակող դաշտը դիոդային անցումով կածի: Դա կրերի անցնան տիրույթի մեծացնանք և ավելի կոժվարացնի այդ տիրույթով հոսանքի անցնանք: Այդպիսի դիոդային շղթան անվանում են հակադարձ միացնան շղթա: Հակադարձ միացնան դեպքում շղթայում հոսանք չկա (կան այն շատ փոքր է): Եթե սովորական դիոդը միացված է արտաքին աղբյուրին, ինչպես նկ.7-ում, ապա ասում են, որ իրականացված է ուղղի միացում: Ուղի միացնան դեպքում, եթե արտաքին լարումը բավականին մեծ է ( $Si$ -ի համար մեծ է  $0.74$ -ից,  $Ge$ -ի համար մեծ է  $0.35$  Վ-ից), ապա հաղթահարվում է անցնան ներքին պոտենցիալը:



Նկ.7.  $p - n$  դիոդը ուղի միացնան դեպքում:

### բ) Թունելային դիոդ



Նկ.8. Թունել-պիմ հոսանքի կախվածությունը պոտենցիալների ( $V_d$ ) տարբերությունից:

Անցնան շերտով լեկտրոնների և խոռոչների պահպանվող հոսքը կարող է ստեղծել համեմատաբար մեծ հոսանք արտաքին շղթայում:

Նկ.7-ի համար, եթե մարտկոցը փոխարինենք փոփոխական հոսանքի աղբյուրով, ապա ստացվում է բարախող հոսանք:

Հոսանքի ուղղումը սովորական դիոդների ամենակարևոր կիրառություններից մեկն է:

Չնայած թունելային դիոդները պատրաստված են սովորական դիոդների նման, բայց նրանք աշխատում են բոլորովին այլ ձևով և սովորաբար պատրաստում են  $Ge$ -ից ( $Si$ -ի փոխարեն): Սովորական դիոդներում խառնուրդի կոնցենտրացիան կազմում է  $10^{20}$  մ<sup>-3</sup>: Թունելային դիոդներում խառնուրդի կոնցենտրացիան  $10^4$  անգամ ավել է և հասնում է մինչև  $10^{24}$  մ<sup>-3</sup>. Մեծ կոնցենտրացիաները ավելի շատ խօռոչներ են առաջացնում,  $n$  և  $p$  տիպի կիսահաղորդիչներում: Խառնուրդն ավելացնելիս անցնան տիրույթը փոքրանում է:

Պահանջվող հոսանքը պահպանելու համար անհրաժեշտ է, որ փակող շերտը շատ անգամ փոքր լինի նորմալ դիոդի համեմատությամբ: Խառնուրդի ավելացումը բերում է անցնան գոտու փոքրացման  $10^{-6}$  -ից  $10^{-8}$  մ: Եթե անցնան տիրույթն այդքան փոքր է, ուղիղ ուղղությամբ հոսանքը առաջանում է այնպիսի էլեկտրոնների կողմից, որոնք ընդունակ են կատարել քվանտանեխանիկական թունելային անցում էներգետիկ արգելքի միջով: Նկ 8-ում հոծ գծով բերված է թ՛ղի միջով անցնող ( $I_d$ ) հոսանքի կախվածությունը պոտենցիալների ( $V_d$ ) տարրերությունից: Գրաֆիկի  $OPV$  տիրույթը նկարագրում է թունելային էֆեկտը: Կետագերով ցույց է տրված հոսանքի կախվածությունը պոտենցիալների տարրերությունից սովորական գերմանիումային դիոդի համար: Կորի բացասական թեքության  $P$  -ից  $V$  տիրույթը բացասական դիմադրության տիրույթն է: Տարբեր թունելային դիոդները տարբեր աշխատանքային բնութագրեր ունեն: Բայց վոլտամպերային բնութագծի որակական տեսքը համընկնում է (նկ 8):

## ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔԸ

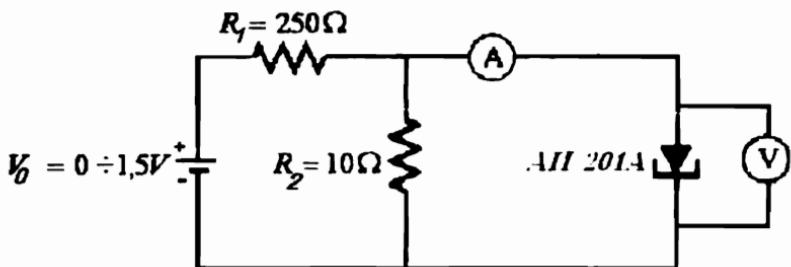
1. Նկ.9-ում տրված է թունելային դիոդի վոլտ-ամպերային բնութագծի ստացման սկզբունքային սխեման: Հավաքեք այդ շղթան: Այստեղ օգտագործվում է  $AH201A$  տիպի թղ:

2.  $V_0$  սննան աղբյուրի լարումը դանդաղ մեծացրեք միաժամանակ գրանցելով դիոդի պոտենցիալը և նրանով անցնող հոսանքը: Թ՛ղ-ն հեշտությամբ է շարքից դուրս գալիս, դրա համար պետք է ուշադիր լինել և հետևել չափող սարբերի ցուցմունքներին, որպեսզի չգերազանցվի հոսանքի հանձնարարված առավելագույն արժեքը:  $AH201A$  դիոդի համար այն 8 մԱ է:

3. Լարման մեծացմանը գուգընթաց դիոդով անցնող հոսանքը մեծանում է և հետազայում սկսում փոքրանալ: Դա համապատասխանում է բացասական դիմադրության տիրույթին:

4. Հարուսնակել մեծացնել սննան աղբյուրի լարումը այնքան ժամանակ, մինչև դիոդն անցնի դրական դիմադրության տիրույթը չգերազանցելով հոսանքի առավելագույն արժեքը:

5. Կառուցել  $I$ , -ի կախվածությունը  $V$ , -ից: Պարզել, թե ինչպիսի՞ն պետք է լինի բացասական դիմադրության միջին արժեքը (կորի թեքության անկյան տանգենսը թվապես հավասար է դիմադրությանը):



Ակ.9. Թունելային դիոդի վկատ-ամպերային բնութագծի ստացման սխեման:

6. Ո՞րն է  $R_1$  և  $R_2$  դիմադրությունների դերը: Գնահատել նրանց վրա լարման անկումները:

7. 10 Ω դիմադրությունը փոխարինեք 50 Ω-ով և կրկնեք չափումները: Բացատրել, թե ինչ է տեղի ունենում. Եթե գերազանցում են կրիտիկական լարումը: Հասնելով կրիտիկական լարման արժեքին սննան լարումը դանդաղ փորձացրել և հետևել չափող արժեքների կտրուկ թրիչքներին: Ուսումնասիրեք հիսթերզիսի երևոյթը: Ինչո՞ւ դիմադրության փոփոխությունը կարող է բերել հիսթերզիսի ընդհատման:

8. Թե՛ կորը նկարագրելով

$$I_D = A_1 V + A_2 V^2 + A_3 V^3$$

հավասարմանք՝ որոշեք  $A_1$ ,  $A_2$  և  $A_3$ , հաստատունների արժեքները:

9. Ենթադրելով, որ աշխատանքային կետը գտնվում է բացասական դիմադրության միջին մասում, հավասարումը կարող է ապրոքսիմացվել, ինչպես  $I = -aV + bV^3$ : Գտնել  $a$ -ի և  $b$ -ի արժեքները:

## Աշխատանք 10

### ԹԻՒՆԵԼԱՅԻՆ ԴԻՌՈՐՎ ԻՆՔՍԱԳՐԳՈՍԱՆ ԳԵՆԵՐԱՏՈՐ

Աշխատանքի նպատակն է ուսումնասիրել Վան դեր Պոլի (ՎդՊ) հավասարմանը նկարագրվող ինքնազրգուման գեներատորի աշխատանքը: Առանձնահատուկ ուշադրություն է դարձվում տատանումների ծեփի փոփոխության՝ կախված դեկավարվող պարամետրերից: Փորձի ընթացքում առավել հասկանալի կղարնան հետևյալ հասկացությունները՝ սահմանային ցիկլ՝ ինքնազրգություն տատանումներ, ռելաքսացիոն տատանումներ և այլն:

Այս աշխատանքը թույլ է տալիս նաև, փորձի արդյունքները համեմատել տեսության հետ:

#### ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Այստեղ օգտագործվում է աշխատանքում 9-ում նկարագրված փորձնական աշխատանքի սխեման: Նկ.1-ում բերված է թունելային դիոդի վոլտամպերային բնութագիծը ( $I - V$ ):

Աշխատանք 9-ում նկարագրված է, թե ինչպես ստանալ այդ կորը:  $I = f(V)$  կորի հավասարումը  $I_s, V_s$  աշխատանքային կետի շրջակայքում կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով

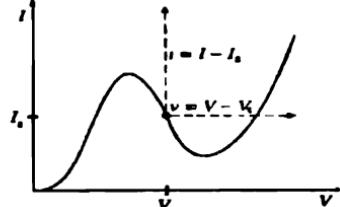
$$I = -aV + bV^3 \quad (1)$$

*ԱԻ201.4* դիոդի համար որոշել  $a$  և  $b$  արժեքները:

Օգտագործելով հոսանքների և լարումների համար Կիրլինֆի օրենքը՝ կարող եք ստանալ Վան դեր Պոլի հավասարումը (Աշխ. 4)

$$I' = -\left(\alpha - \beta V^2\right)V + \omega^2 V = 0, \quad (2)$$

$$\text{որտեղ } \alpha = \frac{1}{C} \left( a - \frac{1}{R} \right), \quad \beta = \frac{3b}{C} \quad \text{և} \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

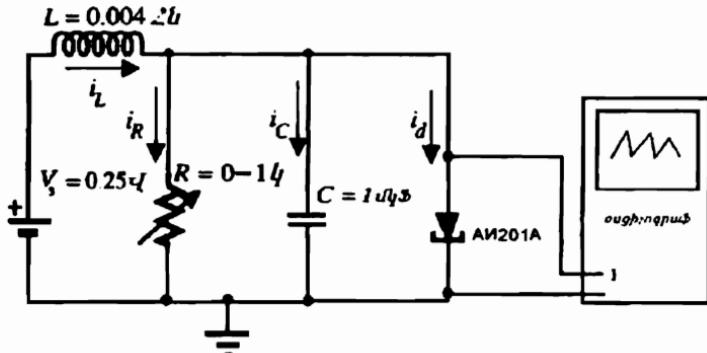


Նկ. 1. Թունելային դիոդի  $I - V$  վոլտ-ամպերային բնութագիծը:

$R$  դիմադրությունը փոփոխելով կարելի է պարզել այդ պարամետրի ազդեցությունը տատանումների ծնի վրա:

### ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔԸ

1. Հավաքել նկ 2 -ում բերված սխեմային համապատասխանող շղթան:



Նկ.2. ԳԵՆԵՐԱՏՈՐԻ ԱԿԳՐՈՒՆՔԱՅԻՆ ՍԽԵՄԱՆ

Թղ-ի հիման վրա իրականացված գեներատորում պարագիտային ունակությունները և ինդուկտիվությունները կարող են առաջացնել որոշ խնդիրներ, ուստի ցանկալի է օգտվել կարծ հաղորդալարերից: Աշխատանքում հարկավոր է հիմանալ թղ-ի *a* և *b* պարամետրերը: Ճշկրիտ չափումներ կատարելու համար փոփոխական  $R$  դիմադրության փոխարեն օգտագործեք դիմադրությունների արկդ:

2. Միացրել շղթան և ճշտեք աղբյուրի լարումը:  $R$ -ի արժեքը ընտրեք  $50\Omega$ :

3. Օսղիլոգրաֆի միջոցով որոշել տատանման հաճախությունը և համեմատել տեսական  $\nu = 1/2\pi\sqrt{LC}$  արժեքի հետ:

4. Դանդաղ փոքրացնելով  $R$ -ը հետևել տատանումների տեսքի փոփոխմանը:

5. Պարզել  $R$ -ի փոքրացման դեպքում, ինարավո՞ր է արդյոք կորը ապրոքսիմացնել սինուսոիդով:

6. Միմյանցից շատ տարբերվող  $R$ -ի 4 արժեքների համար պատկերել տատանումների տեսքը:

7. Պարզել  $R$ -ի ի՞նչ արժեքի դեպքում են վերանում տատանումները:

8  $R$ -ի կրիտիկականից մեծ արժեքների համար ստանալ տատանումները:  $R$ -ի արժեքը կտրուկ իջեցրեք մինչև կրիտիկականից շատ քիչ տարբերվող արժեք: Ինչպես կփոխվի տատանման տեսքը:

9 Փորձնական ստացված արդյունքները համեմատեք համակարգչային մոդելավորման միջոցով ստացվածի հետ:

#### **Դիտողություններ 1 կետի վերաբերյալ**

ա) Մնուցման աբյուրի լարումը պետք է հաստատուն պահպի  $V_s = 0,25$ Վ (ցանկալի է օգտագործել փոքր  $r$  ներքին դիմադրությամբ սնուցման աղբյուր):

բ) Ինդուկտիվությունը պետք է ունենա փոքր ակտիվ դիմադրություն, որպեսզի  $R$ -ի արժեքը ճիշտ որոշվի: Այսպես օրինակ, կարելի է օգտագործել 0,04 ՀԵՆՐԻ և 1,0 Օմ-ից փոքր դիմադրությամբ ինդուկտիվություն:

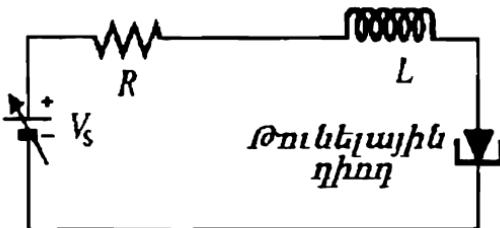
## Աշխատանք 11

### ՌԵԼԱՔՍԱՑԻՈՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՍՏԱՑՈՒՄ ԹԹՈՒՆԵԼԱՅԻՆ ԴԻՌՈՒ ՄԻՋՈՑՈՎ

Աշխատանքի նպատակն է ուսումնասիրել լարման աղբյուր, թղ, ինդուկտիվություն և դինադրություն պարունակող գեներատորի առաջացրած ռելաքսացիոն ինքնատատանումները և տատանումների տեսքից որոշել թղ բացասական դիմադրության տիրութը:

### ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

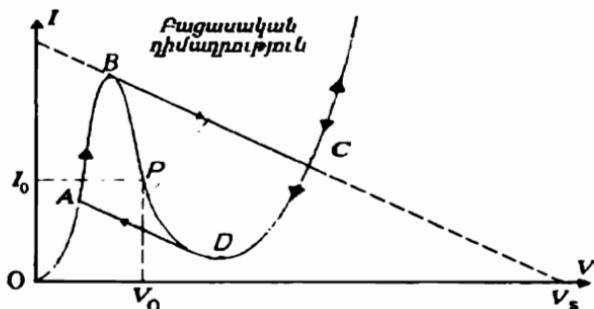
Ինքնատատանումների գեներատորները ոչ գժային համակարգեր են, որոնք սնվելով հաստատուն էներգիայի աղբյուրից կատարում են չնարող տատանումներ. Այդ տատանումները նկարագրվում են աշխատանք 10-ի (2) բանաձևով: Կախված  $\alpha$  և  $\beta$  գործակիցներից՝ տատանումներն ունենում են տարբեր բնույթ: Այն դեպքում, եթե  $\alpha >> \beta$ -ից, այդ տատանումները զգալիորեն տարբերվում են ներդաշնակից և բաժանվում են երկու տիրույթների՝ սահուն փոփոխության և կտրուկ թոփշըների: Այդպիսի տատանումները կոչվում են ռելաքսացիոն:



Նկ. 1. Ռելաքսացիոն տատանումների գեներատորի մինչմանական կառացումը

Նկ.1-ում բերված էլեկտրական շղթան օգտագործվում է ինքնամակածված տատանումների առաջացումը բացատրելու համար: Շղթայում պարամետրերը ընտրված են այնպես, որ նրա  $V_0$  աշխատանքային կետը գտնվի թունելային դիոդի բացասական դիմադրությամբ:

թան անկայուն տեղամասի մեջտեղում (նկ.2-ի  $P$  կետը): Եթե սմնան աղբյուրի լարումը, դանդաղ մեծացնել, հաստատուն հոսանքը աճում է այնքան ժամանակ, մինչև դիորդի միջով հոսանքը  $O$ -ից հասնի  $B$  կետին (նկ.2) ( $L$  ինդուկտիվության վրա պոտենցիալի անկումը կարելի է անտեսել, քանի որ նրա ակտիվ դիմադրությունը շատ փոքր է):



Նկ.2 Թունելային դիորդի վոլտ-ամպերային բնութագիծ

Եթե շարունակենք մեծացնել լարումը, դիորդ աշխատանքային  $B$  կետից թունելան կանցնի  $C$  կետ (այստեղ  $B$  և  $C$  կետերը գտնվում են բեռի գծի վրա): Եթե  $R$  դիմադրությունը մեծ է որոշակի արժեքից ( $BPD$  բացասական դիմադրության տիրուպին համապատասխանող), ապա տեղի է ունենում թունել  $B$ -ից  $C$  կետ: Այդ թունելը տեղի է ունենում շատ արագ և լարման անկումը ինդուկտիվության վրա արագ փոխում է նշանը:  $C$  կետում դիորդի լարումը փոփրանում է ինդուկտիվության վրա լարման փոփոխության չափով: Աշխատանքային կետը  $C$ -ից տեղակոխվում է  $D$ : Այդ կետում լա-

\* Բնորդ գիծը հաջորդական միացված դիորդի  $R$  դիմադրության և սմնան աղբյուրի դեպքում որոշվում է ըստ Կիրխհոֆի օրենքի. համաձայն հետևյալ բանաձևի

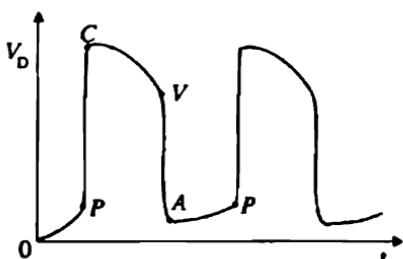
$$V = V_d + IR.$$

որտեղ  $V$ , - ո սմնան աղբյուրի,  $V_d$  - ո դիորդի լարումն է,  $I$  - ո ընդհանուր հոսանքը. Այդ ուղղի և դիորդի ստատիկի  $V_d(I)$  բնութագիրը հատման կետը որոշում է աշխատանքային կետը. Հաստատուն  $R$ -ի դեպքում, եթե փոխվում է սմնան լարումը  $BC$  ուղղղը մնում է ինքն իրեն զուգահեռ և աշխատանքային կետը տեղաշարժվում է դիորդի ստատիկ բնութագիր վրայով

բումը, մնալով մեծ  $V_0$ -ից. Կփոքրանա ինքնամակածման պատճառվ և թոշքածև կանցնի  $A$  կետ: Համանան պատճառվ ա կետը տեղափոխվում է  $B$  և պրոցեսը կրկնվում է: Այս որակական բացառության մեջ ենթադրվում է, որ ինդուկտիվությունն ունի բավականին մեծ արժեք որպեսզի հնարավոր լինի մեծ թոշք  $B$ -ից  $C$  և  $D$ -ից  $A$ :

Փոքր  $L$ -ի դեպքում հնարավոր է, որ համակարգն աշխատի բացասական դիմադրության տիրույթում: Այդ տիրույթում փոքր տատանումները սինուսոիդալ են:

Լարման կախումը ժամանակից ցույց է տրված նկ 3-ում: Կորը բնութագրում է լաբորատոր աշխատանքում ստացվող ռելաքսացիոն տատանումները:



**Նկ.3. Լարման կախումը ժամանակից ռելաքսացիոն տատանումների դեպքում.**

Հարկավոր է նշել, որ թղ-ի հիման վրա աշխատող շղթաները շատ մեծ դժվարությամբ են վերարտադրում նկարագրված տատանումները նոյն շղթայի պարագիտային (մակարության) ունակության և ինդուկտիվության պատճառվ: Դա բերում է մեծ դժվարությունների էլեկտրոնային շղթաներ նախագծողների համար:

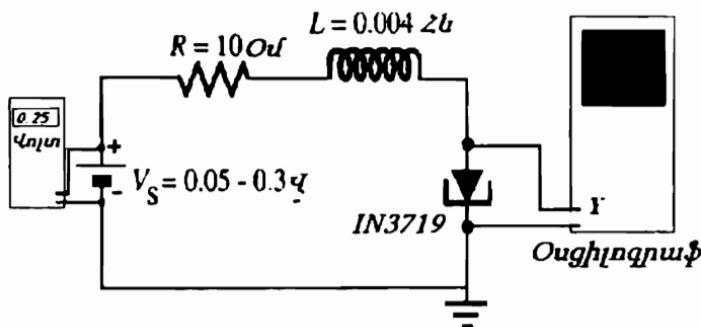
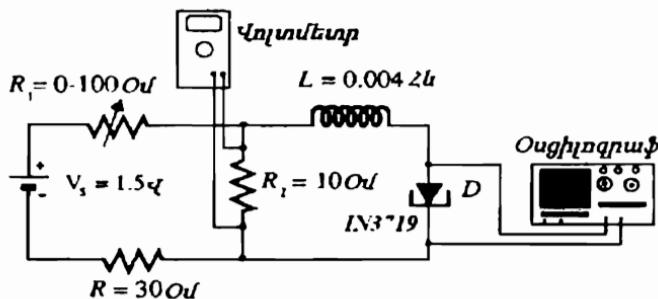
## ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՍ ԸՆԹԱՑՔԸ

Հավաքել նկ.4-ում կամ նկ 5-ում բերված սխեմաներից որևէ մեկին համապատասխանող շղթան: Եթե օգտագործվում է երկրորդ շղթան, ապա աղբյուրի լարումը պետք է պահել հաստատուն: Սխեմաներում կարող է աշխատել ցանկացած թղ, բայց խորհուրդ է տրվում օգտագործել **ԱՀ 2014**:

1. Եթե օգտագործվում է նկ.4-ի սխեման, ապա  $R$  փոփոխական դիմադրության կարգավորման միջոցով գտնել վոլտ-ամպերային բնութագծի բացասական դիմադրության տիրույթին համապատասխանող աշխատանքային կետը, որի դեպքում օսղիղոգրաֆի էկրանին կհայտնվի ռելաքսացիոն տատանումների նկ. 3-ին նման կորը:

2. Օսիլոգրաֆի օգնությամբ չափել տատանումների պարբռությունը:

3. Չափել լարման արժեքները  $A, P, V$  և  $C$  կետերում: Եթե կատարել եք աշխատանք 5-ը, համեմատեք այս արժեքները նրանում ստացված արժեքների հետ:



Նկ.5 Այլընտրանքային սինուս ռելաքսացիոն տատանումների գեներացիայի համար:

4. Անջատել ինդուկտիվությունը շղթայից: Բացատրել տեղի՝ են ունենում, արդյոք, ռելաքսացիոն տատանումներ:

## ՕԳՏԱԳՈՐԾՎԱԾ ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. L. U. Ալպանյան, Ռ. Ս. Հակոբյան, Յու. Ս. Չիլինգարյան: Ոչ գծային ֆիզիկայի ներածություն: ԵՊՀ իրատարակչություն: Երևան, 2006:
2. **Берже П., Помо И., Видаль К.** Порядок в хаосе. М.: Мир, 1991.
3. **L. Lam.** Introduction to nonlinear Physics. 1997
4. **R. H. Enns, G. C. Mc Guine.** Nonlinear Physics with mathematica for scientists and engineers 2001.
5. **H. D. I. Abarbanel, M. I. Rabinovich, M. M. Sushchik.** Introduction to nonlinear dynamics for physicists. Singapore. 1993.
6. **Заславский Г. М., Сагдеев Р. С.** Введение в нелинейную физику. М.: Наука, 1988.
7. **В. С. Анищенко.** Знакомство с нелинейной динамикой. М.: 2002
8. **В. С. Анищенко, Т. В. Вадивасова.** Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Изд -во Саратовского университета, 1999.
9. **В. С. Анищенко.** Сложные колебания в простых системах. М.: Наука, 1990.
10. **М. И Рабинович, Д. И. Трубецков.** Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 2003.
11. **H. Goldstein, Ch. Poole, J. Safko.** Classical mechanics. Third ed. Addition Wesley. Longman 2002.
12. **Е. Г. Пугачева, К. Н. Соловьевенко.** Самоорганизация социально-экономических систем. Иркутск, БГУЭП, 2003.
13. **Н. В. Карлов, Н. А. Кириченко.** Колебания, волны, структуры. М. Физматлит. 2003.

## ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Ներածություն .....	3
<b>Աշխատանք 1</b>	
Փուլային դիմանկար .....	5
<b>Աշխատանք 2</b>	
«Գիշատիչ-զոհ» համակարգի մաթեմատիկական մոդելավորում .....	13
<b>Աշխատանք 3</b>	
Վիճի կամրջակ: Կայուն սահմանային ցիկլ .....	19
<b>Աշխատանք 4</b>	
Վան դեր Պոլի սահմանային ցիկլ .....	29
<b>Աշխատանք 5</b>	
Լորենցի աստրակտոր .....	34
<b>Աշխատանք 6</b>	
Լոգիստական արտապատկերում .....	39
<b>Աշխատանք 7</b>	
Շրջված տատանակի հարկադրական տատանումները .....	46
<b>Աշխատանք 8</b>	
Ուլաքսացիոն տատանումների ստացում ներմային լամպի միջոցով .....	51
<b>Աշխատանք 9</b>	
Թունելային դիոդի բացասական դիմադրություն .....	57
<b>Աշխատանք 10</b>	
Թունելային դիոդով ինքնագրուման գեներատոր .....	63
<b>Աշխատանք 11</b>	
Ուլաքսացիոն տատանումների ստացումը թունելային դիոդով .....	66
Օգտագործված գրականության ցանկ .....	70