

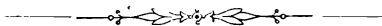
Д. Д. Галанинъ.

Леонтій Филипповичъ
МАГНИЦКІЙ
И ЕГО АРИѦМЕТИКА.

Вып. II. АриѦметика-политика, или гражданская.

Вып. III. АриѦметика-логистика.

Съ приложеніемъ нагляднаго пособія XVIII вѣка
АриѦметика-теорика, или зрительная,
сост. Василиемъ Кипріановымъ.



МОСКВА.

Типографія О. Л. Сомовой, Б. Никитская, близъ Кудрина. д. № 60.
1914.

Оглавленіе.

	Стр.
Ариометика Магницкаго	1
Содержаніе и планъ ариометики Магницкаго	22
Книга первая ариометики:	
Часть первая.—О числахъ цѣлыхъ	43
Повѣрка дѣйствій	63
Часть вторая ариометики.—О числахъ ломаныхъ или съ долями .	66
Часть третія. О правилахъ подобныхъ сирѣчь въ трехъ, пяти и въ семи перечняхъ въ цѣлыхъ и частныхъ числахъ	80
Часть четвертая.—О правилахъ фальшивыхъ или гадательныхъ . .	103
Часть пятая.—О прогрессии и радикахъ квадратныхъ и кубиче- скихъ	110
Книга вторая ариометики.	
1. Числа логистическія	138
2. Числа алгебраическія	143
3. Извлеченіе корней.	155
Часть вторая.—О геометрическихъ черезъ ариометику дѣйстви- щихъ.	159
Рѣшеніе квадратныхъ уравненій.	166
Тригонометрическія вычисленія	173
Часть третія.—Общее о земномъ размѣреніи и яже къ мореплаванію принадлежитъ.	181
Предѣленіе третіе	194
Заключеніе	198



Ариѣметика Магницкаго.

Какъ я уже говорилъ раньше, Магницкій написалъ свою ариѣметику до 1700 года. Это видно изъ того, что, пользуясь широтой и долготой полярной звѣзды, онъ вычисляетъ ее для этого года и называетъ годъ „преходящимъ лѣтомъ“. Указанная фраза стоитъ въ концѣ книги, слѣдовательно, сама книга написана имъ до 1700 года, а именно—въ періодъ отъ 1694—1700 года, послѣ окончанія курса въ Спасскихъ школахъ. Я думаю далѣе, что для написанія ариѣметики автору понадобилось довольно продолжительное время не только потому, что книга весьма объемиста, но и потому, что для ея написанія пришлось познакомиться съ разными математическими сочиненіями, а главное—обдумать многія подробности и найти наилучшую для нихъ формулировку.

Написавши свою ариѣметику, Магницкій черезъ Курбатова выхлопоталъ у Петра разрѣшеніе напечатать ее въ казенной типографіи. Печатаніе заняло также довольно долгое время. Можно думать, что печатаніе началось со 2-го февраля 1701 года и окончилось 1 января 1702 года; за это время авторъ получалъ кормовыя деньги по 5 алтынъ въ день, всего 49 р. 31 алтынъ и 4 деньги, въ полученіи чего сохранилась собственноручная записка Магницкаго въ дѣлахъ главнаго морского архива*). А такъ какъ книга могла печататься только въ московской типографіи, то необходимо, чтобы она печаталась при содѣйствіи Василя Кипріанова, который состоялъ начальникомъ типографіи гражданскихъ книгъ. Изданіе помѣчено 1703 годомъ.

Книга печаталась при помощи деревянныхъ досокъ, на которыхъ былъ вырѣзанъ текстъ, а потому возможно, что впослѣдствіи, ее допечатывали тѣми же досками, не упоминая новыхъ изданій. Собственно такое предположеніе дѣлаетъ г. Бобынинъ, и

*) Бобынинъ. 1888; 2-ая четв., стр. 208. Печарскій. Наука и литер. въ Рос. при Петрѣ Вел. II, стр. 270. Еселаго. Очеркъ истор. мор. кад. корпуса, стр. 17.

я считаю его весьма вѣроятнымъ. Если взять нѣсколько экземпляровъ ариометики и сравнить ихъ, то въ нѣкоторыхъ мѣстахъ видно, какъ отъ времени стерлись буквы, особенно цифры, получилось слегка окрашенное пятно, а это могло быть только тогда, когда печать была вырѣзана на доскѣ. Кромѣ того, сохранившіеся экземпляры носятъ характеръ неодинаковой четкости печати, какъ будто они были печатаемы одни раньше съ болѣе сохранившихся досокъ, а другіе позднѣе, когда доски уже порядочно износились.

Эти болѣе или менѣе установленныя данныя требуютъ нѣкотораго анализа. Изданіе книги помѣчено январемъ 1703 года, и потому можно думать, что она написана въ промежуткѣ отъ 2-го февраля 1701 г. до 1-го января 1702, а печаталась въ теченіе 1702 года. Однако, мнѣ кажется невозможнымъ, чтобы при самомъ усидчивомъ трудѣ можно было написать ариметику въ томъ объемѣ, какъ она есть, въ теченіе года, тѣмъ болѣе, что она писана славянскими буквами, что сильно замедляетъ работу. Кромѣ того, какъ увидимъ, стихотвореніе на гербъ писано, несомнѣнно, въ 1696 г. Поэтому всего естественнѣе предположить, что весь трудъ уже былъ законченъ къ 1701 му году. Этотъ же годъ и слѣдующій дошелъ на подготовленіе къ печати, которое также не могло быть выполнено скоро, ибо приходилось текстъ рѣзать на доскахъ, готовить рисунки, рѣзать на мѣди. Вотъ почему я увѣренъ, что указанное время отъ 1701—1702 года было временемъ не написанія, а печатанія книги.

Все это нельзя не поставить въ связь съ временемъ пріѣзда Фарварсона, указомъ Петра объ открытіи навигацкой школы и ариметикой Копіевского.

Если, какъ мы видѣли выше, Магницкаго нельзя считать важнымъ или вліятельнымъ человѣкомъ, если его знало въ Москвѣ лишь небольшое количество близкихъ ему людей, также мало вліятельныхъ, то вопросъ о печатаніи его сочиненія былъ совсѣмъ не такъ простъ, какъ это можетъ казаться. Чтобы добиться права напечатанія своего труда въ единственной правительственной типографіи, ему нужны были или сильные покровители или особое счастье. Вотъ это то счастье и улыбнулось ему, когда въ Москву пріѣхалъ Фарварсонъ, и пошли толки объ учрежденіи новой школы. Москвичи были, несомнѣнно, обижены какъ приглашеніемъ иноземныхъ учителей, такъ особенно книгой Копіевского. Чтобы показать, что и въ Москвѣ есть знающіе люди, они выдвинули Магницкаго и его сочиненіе. Я думаю, что всего болѣе объ этомъ старался Курбатовъ, который убѣдилъ Головина представить Петру не только важность, но и необходимость имѣть въ новой школѣ учебникъ не заграничнаго, а московскаго происхожденія. Но если все это такъ,

то трудъ Магницкаго долженъ быть извѣстнымъ хотя бы тому же Курбатову, такъ что и сама ариеметика должна была быть къ этому времени уже написанной. Быть-можетъ, это соображеніе является наиболѣе важнымъ при сужденіи о времени написанія ариеметики. Въ самомъ дѣлѣ, какъ бы хорошо ни зналъ Магницкаго хотя тотъ же Курбатовъ, пусть онъ считалъ бы его вполне способнымъ написать ариеметику, но если такой ариеметики нѣтъ, то нельзя о ней и говорить; нельзя печатать того, что еще не написано; поэтому совершенно неизвѣстно, какъ все это можетъ выйти, между тѣмъ какъ вся обстановка 1701 года говорить за какую-то особую слѣпшность работы: Магницкій живетъ въ домѣ Курбатова, какъ бы подъ его особымъ наблюденіемъ, очевидно, онъ усиленно работаетъ, и получаемое имъ вознагражденіе особенно ему необходимо. Очевидно, москвичи старались какъ можно скорѣе воздвигнуть свой московскій учебникъ вмѣсто учебника Копіевскаго и даже пытались составить на время другой краткій учебникъ ариеметики, боясь, что учебникъ Магницкаго не поспѣетъ во-время. Повторяю, все это только тогда получаетъ смыслъ, когда сочиненіе Магницкаго въ рукописи уже было извѣстно и одобрено ближайшими его сотрудниками. Быть-можетъ, оно было извѣстно и Брюсу, и онъ также поддержалъ ходатайство Головина о назначеніи Магницкаго въ число преподавателей новой школы.

Самымъ интереснымъ и важнымъ вопросомъ является вопросъ о томъ, какими источниками пользовался Магницкій при составленіи своей ариеметики. По этому вопросу въ литературѣ существуетъ мнѣніе г. Бобынина, которое я разсматриваю въ особомъ примѣчаніи. Самъ я думаю нѣсколько иначе. Въ основѣ моего мнѣнія лежитъ гипотеза, что математическія знанія въ Россіи главнымъ образомъ сохранялись и развивались среди торговыхъ людей.

Въ подтвержденіе этой гипотезы я приведу слѣдующее:

Въ своемъ завѣщаніи сыну Сильвестръ пишетъ, что онъ обучилъ многихъ принятыхъ имъ къ себѣ въ домъ дѣтей чтенію, письму, иконному мастерству... и *торговлѣ*. Что значитъ обучить торговлѣ? Если бы это было практическое обученіе въ лавочкѣ, какъ это практиковалось впослѣдствіи, то торговля не была бы поставлена въ одну строку съ чтеніемъ и письмомъ. Да у Сильвестра и не было такой лавочки, и онъ долженъ былъ бы отдавать своихъ питомцевъ въ обученіе другимъ людямъ; если бы это было такъ, то онъ, конечно, отмѣтилъ бы фактъ обученія торговлѣ этой подробностью.

Но такъ какъ этого нѣтъ, то отдѣльно стоящее слово „тор-

говля“ я объясняю именно обученіемъ ариѳметикѣ. Далѣе, въ существующихъ рукописяхъ XVII вѣка особенно подчеркивается необходимость знанія ариѳметики для торговли, и самъ Магницкій, говоря о необходимости ариѳметическихъ знаній, особенно подчеркиваетъ эту необходимость для торговли: „Ариѳметика обычайная, въ купецкихъ дѣлѣхъ случайная. Цѣну товаровъ обрѣтати и достойно ю исчисляти“.

Принимая эту гипотезу, я думаю далѣе, что Магницкій былъ близокъ къ купеческому званію, если и не происходилъ изъ купцовъ, а потому еще до поступленія въ школу онъ хорошо познакомился съ ариѳметикой по какой-либо рукописи. Въ этой рукописи, какъ это было принято въ то время, могло содержаться и землѣмѣріе, т.-е. геометрія. Слушая Лихуловъ, знакомясь со взглядомъ на міръ различныхъ ученыхъ и философовъ, онъ прикидывалъ свои новыя знанія къ математическимъ вопросамъ и отмѣчалъ тѣ подробности, которыя имѣютъ математическій характеръ.

Такъ, напримѣръ, разсуждая о деньгахъ, онъ говоритъ, что они были извѣстны еще во время Іакова: „Но во время патріарха Іакова видится уже, яко начаша чловѣцы на рудѣ, или реци на веществѣ печатати. Понеже бо въ бытіяхъ во главѣ 33, стихѣ 19 пишется: яко Іаковъ купилъ бяше часть села 100 агнцевъ, якоже о томъ святыи Стефанъ въ дѣяніи во главѣ 7, стихѣ 16, толкуеть. Зане пишетъ, яко купилъ есть цѣною сребра: понеже агнецъ, бяше денга такова напечатана образомъ агнца и вѣсомъ бяше велика. Такожде и во Іовѣ въ послѣдней главѣ, стихѣ 11, идѣже писано есть, яко сродницы іовли пришедше и кійждо ихъ даде ему, едину овцу, нѣціи же сіе толкують, яко сродницы его дали по единой великой денгѣ, на ней же бяше образъ овцы напечатанъ: сиче евреи толкують. Отнюду же римляне имянують, пекуніа, отъ пеку, си есть скотъ, имъ же назначены быша вся древнія денги. Зри о семь въ Плутархѣ, въ житіи Публикола и иныхъ авторовъ“ (стр. 23 на оборотѣ).

Все это, очевидно, пришло ему въ голову и было отмѣчено имъ еще въ Академіи, и потомъ вошло уже въ курсъ ариѳметики, какъ интересная и важная подробность.

Далѣе, я уже выше отмѣтилъ, что согласно установившемуся въ нѣкоторыхъ кругахъ русскаго образованнаго общества міросозерцанію, Магницкій стремился связать философію и науку съ текстомъ священнаго писанія и твореніями отповъ церкви, допуская при этомъ, что языкъ Библии есть языкъ символическій, и что наука, раскрывая тайны явленій, раскрываетъ намъ въ то же

время и истинный смысл текста. Провести эту идею через математическія обоснованія научныхъ знаній—вотъ та задача, которую поставилъ себѣ авторъ ариѳметики по окончаніи имъ курса школы. Для этой цѣли по окончаніи курса онъ досталъ возможные руководства изъ западныхъ учебниковъ и проштудировалъ ихъ, вырабатывая прочныя обоснованія для своего основного взгляда на философію и науку. Онъ говоритъ, что при составленіи своей книги онъ пользовался греческими, латинскими, нѣмецкими и итальянскими руководствами; въ другомъ мѣстѣ онъ добавляетъ къ этому перечню еще „старопреводныя славянскія“ и говоритъ, что все это ему было нужно для того, чтобы выбрать „чинъ и порядокъ“ изложенія, а также отмѣтить всѣ ихъ особенности: „странства“. Однако, знакомясь со всей этой обширной литературой, онъ подвергъ ее коренной переработкѣ и изложилъ свой курсъ по-своему:

„И мню азъ яко то имать быть, что самъ себѣ всякъ
можетъ учить.

Зане разумъ весь собранъ и чинъ природно русскій—
а не нѣмчинъ“.

Этотъ „природно-русскій разумъ“ могъ выразиться какъ въ томъ, что авторъ всю математику изложилъ по-своему, болѣе яснымъ и понятнымъ языкомъ для русскаго читателя, такъ и въ томъ, что его изложеніе согласно съ основами вѣрученія и не является чѣмъ-либо новымъ въ русской жизни, т.-е. оно не вводитъ новыхъ точекъ зрѣнія въ установившееся религіозно-нравственное міровоззрѣніе читателей.

Здѣсь нужно отмѣтить еще одну подробность. Авторъ называетъ славянскія рукописи „старопреводными“, какъ будто считая ихъ не самостоятельными сочиненіями, а переведенными съ иностранныхъ языковъ на славянскій. Между тѣмъ какъ въ изслѣдованіи г. Бобынина о томъ, что осталось отъ XVII вѣка, не указано, и какъ будто даже нѣтъ и слѣдовъ какого-либо перевода. Рукописи представляютъ собою изложеніе ариѳметики, въ которомъ замѣтно знакомство съ иностранной литературой, но нѣтъ перевода ни одного иностраннаго учебника. Почему Магницкій называетъ ихъ „старопреводными“? Для отвѣта на этотъ вопросъ надо обратить вниманіе, что онъ и свою книгу называетъ „преведенной съ разныхъ діалектовъ на славянскій языкъ“. Изъ этого сопоставленія ясно, что Магницкій русскія математическія рукописи не считалъ сочиненными русскими людьми, а такъ же, какъ и его книги, собранными изъ разныхъ иностранныхъ руководствъ. Рус-

скіе авторы не писали чего-либо своего, имъ принадлежащаго, по его мнѣнію, но перерабатывали лишь то, что содержится въ иностранной литературѣ, а такой способъ изложенія онъ не считаетъ сочиненіемъ, а переводомъ.

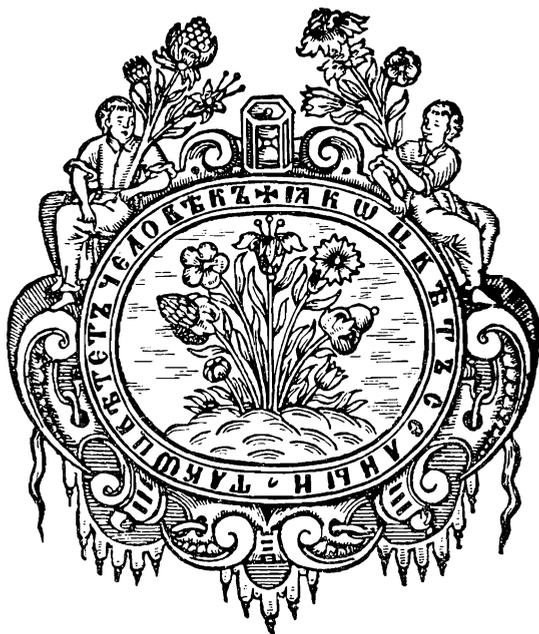
Среди этихъ иностранныхъ источниковъ наше вниманіе должно еще остановиться на греческихъ авторахъ. Какіе это авторы? Есть ли это авторы старо-греческіе, т. е. математики Элады, или позднѣйшіе? Позднѣйшихъ авторовъ, которые бы писали на греческомъ языкѣ, я не знаю; въ изслѣдованіяхъ встрѣчаются только римскіе писатели, какъ, на примѣръ, Маркъ Теренцій Варронъ, Марціанъ Капелла; и ихъ, я думаю, Магницкій считаетъ латинскими авторами, отличая тѣмъ отъ позднѣйшихъ итальянскихъ. Тогда подъ греческими авторами мы должны разумѣть старо-греческихъ, а среди нихъ будутъ Архимедъ, Пифагоръ, Платонъ; Эвклида Магницкій совершенно не звалъ.

Обо всемъ этомъ я сейчасъ скажу подробнѣе, но сначала нужно описать начало книги.

Книга открывается заглавнымъ листомъ, на которомъ написано: „Аріометика, сирѣчь наука числительная. Съ разныхъ діалектовъ на славянскій языкъ переведенная, и во едино собрана, и на двѣ книги раздѣлена. Нынѣ же повелѣніемъ благочестивѣйшаго великаго Государя нашего Царя и великаго Князя Петра Алексіевича всея великія и малыя, и бѣлыя Россіи самодержца: При благороднѣйшемъ великомъ Государѣ нашемъ Царевичѣ и великомъ Князѣ Алексіи Петровичѣ, въ богоспасаемомъ царствующемъ градѣ Москвѣ типографскимъ тисненіемъ ради обученія мудролюбивыхъ російскихъ отроковъ, и всякого чина и возраста людей на свѣтъ произведена, первое, въ лѣто отъ сотворенія міра 7211, отъ рожества же во плоти Бога слова 1703, индикта 11, мѣсяцы януарія“. Этотъ титулъ занимаетъ всю страницу, которая окружена рамкой; внизу въ этой рамкѣ довольно мелкими буквами напечатано: „Сочинися сія книга черезъ труды Леонтія Магницкаго“.

Изъ этого заглавія можно видѣть, что книга писалась и печаталась въ разное время. Она была сначала написана для какой-то иной цѣли, а потомъ по приказанію Государя напечатана для обученія отроковъ и другихъ людей.

На оборотной сторонѣ листа изображенъ цвѣточный кустъ, окруженный виньеткой со словами: „Тако цвѣтеть человекъ, яко цвѣтъ сельный“.



Подъ этимъ рисункомъ находится стихотвореніе.

„Прими юне премудрости цвѣты разумныхъ наукъ обтичая
верты *).
Ариметикѣ любезно учися, въ ней разныхъ правилъ и штукъ
придержися.
Ибо въ гражданствѣ къ дѣламъ есть потребно, лечити твой
умъ аще числитъ вредно.
Та пути въ небѣ, рѣшить и на мори, еще на войнѣ полезна
и въ поли.
Обще всѣмъ людямъ образъ **) даетъ знати, дабы исправно
въ размѣрахъ ступати.
О ней ты цвѣти какъ крѣнь благовонный, равно и къ инымъ
наукамъ будь хотный.

На этомъ рисункѣ и стихотвореніи необходимо остановиться,
такъ какъ и то и другое даютъ возможность нѣсколько проникнуть

*) Верты—обороты, извороты чего-либо; извилистыя дорожки сада.

**) Образъ — вещь подлинная. истинная или снимокъ съ нея, точное подражаніе ей, вещь примѣрная, служащая мѣриломъ для оцѣнки ей подобныхъ. (Словарь Даля).

Такимъ образомъ, здѣсь Магницкій хочетъ сказать, что ариметика даетъ подлинную сущность всѣхъ вещей, зная которую, люди могутъ рассчитывать и соображать свои поступки.

въ міросозерцаніе автора. Рисунокъ, очевидно, есть символъ; это цвѣты премудрости, той примудрости, которую предлагаетъ авторъ своимъ читателямъ. Эта премудрость служить основаніемъ всѣхъ „разумныхъ наукъ, т.-е. всего философскаго знанія, позволяя проникнуть въ его тончайшія извивы и подробности“. Она, т.-е. ариеметика, обнимаетъ всю жизнь человѣка какъ въ его практической дѣятельности, такъ и въ тѣхъ прикладныхъ знаніяхъ, каковы суть астрономія, военное и морское дѣло. Она даетъ знаніе сущности подлинныхъ вещей, а потому позволяетъ заранѣе опредѣлить необходимый образъ дѣйствія. Зная ее, человѣкъ цвѣтетъ, какъ „кринъ благовонный“, даже если онъ посвятитъ себя и другимъ областямъ знанія. Очевидно, что здѣсь, быть можетъ впервые, была высказана та мысль, которую впоследствии знаменитый русскій педагогъ и методистъ А. И. Гольденбергъ формулировалъ слѣдующими словами: „Обучаясь приемамъ вычисленія, дѣти ясно видятъ передъ собою цѣль, которой въ каждомъ должномъ случаѣ имъ предстоитъ достигнуть, отдають себѣ полный отчетъ въ тѣхъ средствахъ, при помощи которыхъ они могутъ самостоятельно достигнуть цѣли, и, пользуясь десятичнымъ счисленіемъ, пріучаются видѣть въ немъ *то тонкое и совершенное орудіе*, которое мы недостаточно цѣнимъ только потому, что оно такъ просто и намъ такъ привычно.

„Сознательное усвоеніе приемовъ вычисленія, обдуманное примѣненіе ариеметическихъ дѣйствій къ рѣшенію задачъ, увѣренность въ средствахъ, которыя всегда безошибочно приводятъ къ цѣли, должная оцѣнка этихъ средствъ и, наконецъ, неизмѣнное къ нимъ довѣріе—все это, по нашему крайнему разумѣнію, представляетъ драгоценныя стороны обученія дѣтей счетной мудрости. Къ тому же нельзя не признать, что умственные навыки, которые обученіе счисленію способно воспитать въ дѣтяхъ, имѣютъ значеніе не только въ примѣненіи къ тому простому матеріалу, который послужилъ почвой для развитія этихъ навыковъ, но сохраняютъ свою цѣнность и далеко за чертой, замыкающей умѣніе производить ариеметическія дѣйствія и способность прилагать ихъ“ *).

Я думаю, что подъ этими словами подписался бы и Магницкій, и именно это онъ хотѣлъ выразить своимъ букетомъ премудрости; и здѣсь слово „юне“ удивительно сближаетъ оба мнѣнія.

Слѣдующая страница книги занята „гербомъ“.

Далѣе слѣдующія 11 страницъ заняты „стихами на предложенный гербъ“. Стихи эти вначалѣ представляютъ акростихъ.

*) Гольденбергъ. Мет. нач. арием. Введен.

„На честный крестъ на государевъ гербъ до лица его царского и пресвѣтлаго величества царя и самодержца Петра Алексѣевича всея Россіи“. Акrostихъ доведенъ только до 10-ой страницы. Содержаніе стиховъ слѣдующее. Послѣ подробнаго описанія подлежащаго герба, которое занимаетъ 45 двойныхъ строкъ, слѣдуетъ:

„Онѣй архимедъ и пифагоръ, излиша яко воды отъ горъ.
Первіи быша снискатели, сицевыхъ наукъ писатели.
Равно бо водамъ изліяша многи науки въ міръ издаша.
Елицы же ихъ возпріяша, многу си пользу отъ нихъ взяша.
Сія же польза ко гражданству, треба каждому государству.
Въ древнихъ бо лѣтахъ цари грецки и нынѣшніе вси немѣцки.
Единако ее пріимають, и царство свое управляютъ.
Такожде и людей учатъ выну, въ жительство имѣтъ все по
чину.

Любить же мудрость и науки, чемъ богатство имъ придетъ
въ руки.

А иже людей обогатитъ, убо и царство распространитъ.
Грады укрѣпитъ и построитъ и всю землю си успокоитъ.
Ону волю мы въ тебѣ зряще и паче всѣхъ ты быти мняще.
Въ той же ревности есмы суще и нѣчто наукъ тѣхъ имуще.
Едину отъ всѣхъ тѣхъ избрахомъ, ариѣметику написахомъ.
Люботрудно ся въ ней подщавше, изъ многихъ разныхъ
книгъ собравше.

Изъ грецкихъ убо и латіскихъ, немѣцкихъ же и италійскихъ.
Чинъ и порядокъ избрахомъ въ достойныхъ мѣстахъ при-
плетахомъ.

Сличіемъ добрымъ и изряднымъ, еже мнится намъ быть
пріятнымъ.

Далѣе идетъ изложеніе содержанія книги, сначала ариѣметика
политика, а потомъ:

„И такъ кончися политика, а другая ихъ логіетика.
Полагается разнымъ чиномъ по валежащихъ намъ причинамъ.
Въ первыхъ должно да умъ словесный будетъ о твари всей
извѣстный.

И тѣмъ бога си познающъ и имя его величающъ.
Друга же причина есть съ того, что не инъ кто но богъ съ
тобою (т.-е. съ Петромъ).

Сотвори нынѣ въ наши лѣта, не бывшее отъ зданія свѣта.
Яко гдѣ въ малѣ не самый брегъ, обрѣлъ кораблямъ свобод-
ный бѣгъ.

И сіе зѣло есть пречудно, а врагамъ нашимъ велми грубно.

Но великимъ симъ корованомъ, въ болшій страхъ врагомъ и
поганомъ.

Да дасть богъ ходы зрѣти скоро благополучно и споро*).
Тѣмъ же аще мы умъ и не лѣпъ, и она дѣла зрѣти не слѣпъ.
Но елико въ немъ приплодилось, а паче что гдѣ пригодилось.
Отъ различныхъ книгъ и ученій и отъ наукъ небесныхъ
течений

Такъ же и изгеометрики къ сей наукѣ ариѳметики
Хошу приложить достойныхъ штукъ яко угодны отъ тѣхъ
наукъ

И хотяй быти морскій пловецъ наигаторъ ли или гребецъ.
Да зреть си пользу здѣ отъ части, отъ нихже восхотѣхъ
прикласти

Нынѣ бо и всякъ лучшій воинъ ону науку знать достоинъ
И узрѣвъ яко въ томъ есть плодъ много, внесохъ изъ мор-
скихъ книгъ что возмогъ

Яко да будетъ всѣмъ извѣстна, книга сія и у всѣхъ честна
Яже есть со исполненіемъ и довольнымъ объясненіемъ.
Елико мочно показати, просторѣчій же убѣжати.

Ни мудро бѣ ни просто учти, но какъ мочно толкъ получитьи.
И мню азъ яко то имать быть, что самъ себе всякъ можетъ
учить.

Зане разумъ весь собранъ и чинъ природнорусскій а не
немчинъ.

Склонность бо въ рѣчахъ зналъ. есть твердо и объяснилъ
весь толкъ усердно.

Тѣмже молимъ о самодержче къ чести богу ревный раздѣльче.
Да бы сей трудъ въ честь богу пріялъ, и въ пользу людямъ
въ міръ изліялъ.

О немъ же вѣрный рабъ твой тщился, понуждачи кто тру-
дился.

И имый о семъ дѣлѣ укасъ упокоивалъ на всякій часть.
И въ нуждахъ всему онъ помогалъ, ради всѣхъ пользы се
содѣлвалъ.

Тѣмже трудшійся убоги подлагаемъ главы подъ ноги.

*) Это мѣсто стихотворенія позволяетъ судить о времени его написанія. Здѣсь слово „поганомъ“, очевидно, относится къ туркамъ. А слова: „Яко гдѣ въ малѣ не самый брегъ“...—къ построению флота въ Воронежѣ; тогда фраза: „Да дасть богъ ходы зрѣти скоро“... показываетъ, что флотъ еще не былъ готовъ. Слѣдов., стихотвореніе написано или въ концѣ 1695 или въ началѣ 1696 года.

И желаемъ да будетъ сей трудъ, добръ пользоваться русскій
весь людъ.

Какъ я уже отмѣтилъ въ примѣчаніи, время написанія стихотворенія можно отнести къ 1696 году; изъ конца его видно, что авторъ думалъ тогда же поднести Петру свое твореніе съ просьбой о напечатаніи. Очевидно, что поѣздка Петра за границу, а потомъ суровыя казни стрѣльцовъ отодвинули этотъ проектъ, и онъ могъ осуществиться лишь въ 1701 году. Печатаемая книга въ томъ году, Магницкій помѣстилъ въ ней второе предисловіе, которое идетъ послѣ оглавленія и начинается словами: „трудолюбивому и мудролюбивому читателю о господѣ радоватися“. Что это предисловіе было написано позднѣе, и именно въ 1701 году, видно изъ слѣдующаго мѣста. Перечисляя заслуги Петра въ области народнаго образованія, авторъ говоритъ: „Положи свое царское повелѣніе, еже отеческая его училища возновити и изобилишими сокровищи обогатиши, въ нихъ же всякихъ словесныхъ наукъ есть довольно. И не токмо отроческаго и юношескаго сущихъ возраста повелѣи учити, но и лучши и нужнѣйши паче всего, еже священнаго чина не зѣло искусныхъ, повелѣи, безъ чего имъ не должно быти, вразумляти, яко да вѣдяще свой чинъ и должность, совершаютъ свое теченіе; якоже довлѣетъ“. Въ этомъ ясный намекъ на преобразование славяно-греческой академіи въ славяно-латинскую по указу Петра отъ 7 іюля 1701 года. Магницкій говоритъ: „отеческая его училища возновити“. Къ этому времени академія пришла въ полный упадокъ; у нея не было ни учителей, ни средствъ. Новая жизнь академіи началась хотя и немного раньше, съ Палладія Роговскаго, но она была упорядочена и узаконена только этимъ указомъ. Далѣе Магницкій пишетъ: „Повелѣи же и иныхъ ученій свободныхъ же училища поставити, въ нихъ же высокая ученія математическая и навигацкая, сіи есть науки счисленія, размѣренія, мореплаванія, крѣпости градовъ и иныхъ восточныхъ дѣлъ, повелѣи распространяти, и всякаго чина своего государства добровольно приходящихъ людей учити, довольствуя ихъ и питая своею государевою казною“.

Очевидно, что это говорится объ указѣ 14 января 1701 года объ открытіи навигацкой школы. Здѣсь любопытно то, что Магницкій называетъ эту школу—школой высокаго математическаго ученія и свободной. Слово свободной есть терминъ школьнаго знанія (*artes liberales*), который вошелъ въ употребленіе въ русской жизни съ XVI вѣка. Предметы славяно-латинской академіи составляли группу, которая, по западно-школьной терминологіи, предста-

вляла собою *trivium*; слѣдующая группа математическая, куда входили: ариеметика, геометрія, астрономія и музыка. Такой группы не было въ спасскихъ школахъ, и этотъ пробѣлъ до нѣкоторой степени восполнялся учрежденіемъ навигацкой школы, а потому терминъ „свободной“, употребленный здѣсь Магницкимъ, показываетъ, что онъ считалъ курсъ новой школы входящимъ въ тотъ курсъ общаго образованія, который соотвѣтствуетъ западному понятію образованнаго человѣка.

Такъ какъ оба эти указа падаютъ на 1701 г.: 14 января указъ о навигацкой школѣ и 7 іюля о славяно-латинской академіи, то нужно думать, что предисловіе написано позднѣе; но въ январѣ слѣдующаго 1702 года была прекращена выдача кормовыхъ денегъ Магницкому, слѣдовательно, предисловіе написано имъ было въ концѣ 1701 г. Эти указы царя, очевидно, вызвали въ обществѣ самые разнообразныя толки; среди московской интеллигенціи еще находилось много сторонниковъ того стараго уклада, которые думали, что главное назначеніе жизни человѣка есть спасеніе души, какъ это было формулировано когда-то Іоанномъ Вишенскимъ. Православная наука, говоритъ онъ, должна быть „оградой благочестія, препятствующей благочестивому помыслу выходить самоинѣнной душой изнутри православной мысли на дворъ за ограду, гдѣ звѣръ ереси живетъ и слабоумныхъ прельщаетъ и похищаетъ“. Онъ находитъ, что „лживая діалектика“ учитъ претворять бѣлое въ черное. Въ основѣ обученія, по его мнѣнію, должно лежать изученіе Евангелія и Апостола съ толкованіемъ простымъ, а не хитрымъ. „Не высокоумствуйте, братія, говорится въ одномъ памятникѣ, но въ смиреніи пребывайте... Если кто тебѣ скажетъ: знаешь ли философію,—ты ему отвѣчай: „еллгинскихъ борзостей не текохъ, ни риторскихъ астровомъ не читахъ, ни съ мудрыми философы въ бесѣдѣ не бывахъ,—учусь книгамъ благодатного закона, аще бы можно моя грѣшная душа отъ грѣха очистить“.

Обыкновенно историки, цитируя это мѣсто, указываютъ на крайнюю отсталость въ культурномъ отношеніи русскаго народа; но это едва ли вѣрно, особенно если мы припомнимъ, что геній Россіи—Л. Н. Толстой также говоритъ то же самое, хотя и другими словами. Очевидно, здѣсь не умственная и культурная отсталость, а особое міровоззрѣніе, опредѣленное философское обоснованіе жизни. Противъ этого философскаго обоснованія, въ защиту новаго теченія философской мысли и написалъ Магницкій свое второе предисловіе. Здѣсь онъ говоритъ, что, конечно, этотъ взглядъ имѣетъ свое значеніе. Нельзя отрицать, что Промыселъ Божій руководитъ жизнью человѣка, который является вѣнцомъ творенія; однако, нельзя ду-

мать, что вся гражданская жизнь не входит въ этотъ Божественный планъ: „гражданство узаконено, аще и естественнo, но такожде отъ Бога, обаче черезъ достойныя и мудрыя управляемо чeлoвѣки“. Но если гражданская жизнь узаконена Богомъ, то слѣдовательно, узаконены и тѣ „художества и науки“, которыя служатъ для украшенія души чeлoвѣка „по внѣшнему“, и „пріе-млемо съ добрымъ произволеніемъ“, являются помощниками тѣхъ внутреннихъ силъ, которыя ведутъ къ высшему идеалу, даютъ „нетлѣнныя“ сокровища, скрытыя въ религіозномъ созерцаніи и религіозной философіи. При этомъ онъ указываетъ и на то еще, что сами охранители чистоты религіозныхъ стремленій живутъ въ мірѣ и пользуются всѣми тѣми благами, которыя даетъ имъ научное знаніе. Практическая польза знанія съ наибольшей ясностью вытекаетъ изъ знанія науки счисленія. Эта наука „великая и трудная недоумѣнія ясно предлагаетъ“, что могутъ подтвердить всѣ тѣ, кто встрѣчается съ ней въ жизни, какъ-то: купцы, денежныхъ дѣлъ начальники, экономя, хранители царскихъ сокровищъ и врачи. Она нужна землеописателямъ, архитекторамъ, морскимъ и военнымъ. Чго было бы, говоритъ онъ, если бы люди не умѣли измѣрять время? „Воистину едва не сравнившеся безсловеснымъ пребывали быхомъ“. Но если такъ необходимо знаніе, то ясно, насколько почтенна и высока дѣятельность правительства, учреждающаго школы. Тотъ же мотивъ руководилъ и авторомъ при составленіи предлагаемой книги. Хотя люди и знаютъ „число и мѣру“, но по многимъ соображеніямъ онъ, авторъ, считаетъ полезнымъ собрать всю науку аріометику изъ разноязычныхъ книгъ и изложить ее „добрымъ чиномъ“, раздѣливши на двѣ книги.

„Въ первой яже именуется політика, вся гражданскія потребности купецкія убо и воинскія, и различныхъ чиновъ ради людей, многіе приклады, и образы положихомъ, пропорціи рудъ, и различныхъ царствъ, и временъ, разнство денегъ, и вѣсовъ, и мѣръ, и разливающихся вещей тѣготу, и ины многи образи. Яко да всякъ усердствуя, можетъ извѣстно во всякихъ случаяхъ недоумѣніе въ числахъ разрѣшити, насмотряся приличныхъ заданій, въ нашемъ собраніи. Въ другой именуемой логіетика, собрана и положена суть, яже къ геометріи, сіесть къ землемѣрью, и къ навигаціи, сіесть ко мореплаванію подлежатъ. И ради сея мореплаванія науки, объявихомъ отчасти о фигурѣ міра, сіесть земли и небесе, и о раздѣленіи ихъ, и о движеніи солнца, и о рожденіи луны, и о прочихъ тѣхъ приличныхъ, якоже во оглавленіи явлено есть или паче въ самомъ чинѣ аріометики. Ихъ же всѣхъ всякого чина чeлoвѣкомъ не потребно есть презирати, зане естественнo

украшаютъ внутреннѣй челоуѣка зѣло, и просвѣщаютъ умъ ко пріятію множайшихъ наукъ, и высочайшихъ, и отъ разсужденія видимаго зданія, является всемоущество божіе, и чудесная его неизслѣдимая и неопредѣленная премудрость, и отъ твари творецъ познаваеъ и удивляемъ паче бываетъ“.



Итакъ, вотъ конечный выводъ автора ариеметики: новое направление философской мысли, изученіе еллинскихъ борзостей не только не противорѣчитъ основной задачѣ жизни челоуѣка, но помогаетъ ей: „и отъ твари творецъ познаваемъ“. Познание творца есть конечная цѣль книгъ благодатнаго закона, а наука вообще и ариеметика въ частности служатъ пособіемъ къ этому познаванію. Такое примиреніе старой религіозной жизни съ новымъ научнымъ

направленіемъ является основнымъ убѣжденіемъ. Леонтія Магницкаго и составляетъ естественное развитие основного русскаго міровоззрѣнія съ его богоисканіемъ. Здѣсь западная наука и греческая философія не являются враждебными русской образованности, а входятъ въ нее, какъ мозаичные камни, дополняя, украшая самое эту образованность. Онѣ украшаютъ человѣка, дѣлаютъ его не просто вѣрующимъ, а убѣжденно вѣрующимъ, когда звѣрь ереси не можетъ похитить даже и тогда, когда вѣрующій неосторожно переступить за ограду, потому что разумъ, изошренный систематически мышленіемъ, не можетъ быть уловленъ въ сѣти „лживой діалектики“.

Теперь мы вернемся нѣсколько назадъ и посмотримъ на картину герба. Къ сожалѣнію, я совершенно не знаю, кѣмъ и какъ составлена эта картина. Представляетъ ли она продуктъ творчества самого Магницкаго или же заимствована имъ изъ какого-либо иностраннаго сочиненія. Сочиненіе русскаго герба съ изображеніемъ двухъ свѣтилъ математической мысли у грековъ, во всякомъ случаѣ, есть соединеніе московское, а не западное. Сама картина есть, несомнѣнно, аллегорія. Здѣсь подъ покровительствомъ креста государственная власть какъ бы вноситъ въ міръ математическія знанія. А всѣ эти знанія составляютъ развитіе идей, когда-то данныхъ Пифагоромъ и Архимедомъ. Послѣдній является въ костюмѣ араба, тогда какъ Пифагоръ напоминаетъ католическаго монаха. Здѣсь авторъ какъ будто хотѣлъ выразить, что греческая наука черезъ арабскую ученость вошла въ жизнь католическихъ монастырей, и мы знаемъ ее въ этой переработкѣ. Заслуга Пифагора есть введеніе чиселъ, у него линейка, циркуль, перо и чернильница; у Архимеда дѣлительный циркуль, клещи (законъ рычага) и прямой уголъ, въ рукахъ амилярныя сферы, а на развернутой хартіи алгебраическое умноженіе. По поводу этого умноженія надо замѣтить, что R есть изображеніе первой степени, а q —изображеніе второй степени, такъ что $2R \cdot 3R = 6R^2$, что авторъ изображаетъ $6q$; знакъ \div — есть минусъ. У Пифагора въ рукахъ вѣсы, внизу египетскій треугольникъ и какіе-то товары; около Архимеда земной шаръ съ кораблемъ на сѣверномъ полюсѣ. Я остановлю вниманіе читателя на томъ фактѣ, что въ изображеніи Архимеда видно глубокое и обстоятельное знакомство съ тѣми открытіями, которыя сдѣлалъ этотъ ученый грекъ. Представленіе земли въ видѣ шара, соединенное съ амилярными сферами, какъ бы указываетъ на то, что Архимедъ принималъ ученіе Аристарха Самоскаго о гелиоцентрическомъ строеніи міра; его законы рычага нашли себѣ мѣсто въ изображеніи клещей, а ученіе о пропорціо-

нальности—въ пропорціональномъ циркулѣ. Изображая въ „гербѣ“ этихъ двухъ ученыхъ грековъ, Магницкій въ стихотвореніи говорить, что они были первыми, кто далъ міру ученіе о числахъ. Въ этомъ утверженіи онъ слѣдуетъ за русскими рукописями XVII вѣка, которыя настойчиво указываютъ на тѣхъ же лицъ. Но у него есть и важное отличіе отъ рукописей, а именно—дѣленіе ариеметики какъ бы на двѣ части: „політика“ и „логіетка“. Оба эти слова Магницкій пишетъ черезъ „і“, считая ихъ, очевидно, не русскими, а греческими.

Однако, прежде, чѣмъ говорить объ этомъ раздѣленіи, продвинемся дальше въ описаніи самого сочиненія. Листъ, слѣдующій за вторымъ предисловіемъ, содержитъ общее заглавіе обѣихъ частей ариеметики, а передъ этимъ заглавіемъ вверху находится слѣдующая картина.



Это—храмъ мудрости, на фронтонѣ котораго написано по-еврейски слово Богъ. Эта надпись на еврейскомъ языкѣ какъ бы показываетъ, что мудрость русская не имѣетъ греческаго происхожденія: ея основаніе—религія, а не философія; библія, а не ученіе Аристотеля. На престолѣ сидитъ сама мудрость съ ключомъ, которымъ отпирается истинное познаніе міра и человѣка, познаніе всѣхъ вещей. На ступеняхъ трона написаны ариеметическія дѣйствія, —иного пути для познанія нѣтъ, только число открываетъ истинную сущность вещей, а эта сущность находится на колоннахъ храма: „аріеметика что дѣетъ, на столпахъ то все имѣетъ“. Здѣсь съ одной стороны: геометрія, стереометрія, астрономія, оптика—все это

приобрѣтается „тщатиемъ“; на другой: меркаторія, географія, фортификація, архитектура—это приобрѣтается ученіемъ.

Подъ этой картиной краснымъ шрифтомъ напечатано: „Ариѳметика практика или дѣятельная“, а потомъ уже черными буквами поставленъ вопросъ: „что есть ариѳметика?“

„Ариѳметика, или числительница, есть художество честное, независтное, и всѣмъ удобоповѣстное, многополезнѣйшее, и многохвальнѣйшее, отъ древнѣйшихъ же и новѣйшихъ, въ разные времена являвшихся изряднѣйшихъ ариѳметиковъ изобрѣтенное и изложенное“.

Такое опредѣленіе ариѳметики является впервые въ русской литературѣ. Математическія рукописи XVII вѣка опредѣляютъ ариѳметику какъ мудрость. Такъ, въ рукописи № 681 Румянцевскаго музея говорится: „Сія книга, глаголемая по гречески ариѳметика, а по нѣмецки алгоризма, а по русски цифирная счетная мудрость. Та мудрость едина изъ большихъ изъ семи мудростей. Начало мудростямъ: Грамматика, Геометрія, Астрономія, Музыка“.

Въ рукописи № 14 Императорской публичной бібліотеки говорится: „сія мудрость есть“... „Та мудрость едина изъ большихъ семи мудростей“.

Но то, что въ рукописяхъ называется „мудростью“, есть очевидно то, что на Западѣ именовалось *artes liberales*, къ числу которыхъ, какъ мы выше видѣли, Магницкій относитъ и ариѳметику. Такимъ образомъ, по сущности своего взгляда на ариѳметику Магницкій остается на почвѣ древнихъ рукописей, однако, онъ не даетъ того же опредѣленія. Онъ говоритъ: ариѳметика есть художество. Слово „художество“ очевидно, есть переводъ латинскаго *artes*, но выражаетъ новую мысль, это не „мудрость“, а „художество“. Слово художество въ словарѣ Даля пояснено: умѣніе, искусство на дѣлѣ *).

Это умѣніе онъ характеризуетъ, какъ честное и независтное; слово „честное“, по толкованію Даля,—такое, въ которомъ есть честь, достоинство, благородство, доблесть и правда; слово же „независтное“—такое, которое надѣляетъ всѣ вещи по равну, помногу, обильно, таровато **). Отсюда видно, что новое опредѣленіе, данное Магницкимъ, раскрываетъ передъ нами особый смыслъ, или, лучше сказать, устанавливаетъ особый взглядъ на ариѳметику.

*) Слово *artes significat virtutem vel facultatem quidlibet agendi, saepe fere agendi rationem = facultas, virtus. Facultas, ratio qua quid facimus.*

***) Даль. „Словарь живого великорусск. языка“. Срезневскій. „Словарь книж. рѣчи“.

Этотъ взглядъ съ особенной подробностью раскрывается имъ во второмъ предисловіи, гдѣ онъ говоритъ: „Сиде и сей потребнѣйшій и многополезнѣйшій свободнаго любомудрія плодъ прозябѣ его же всякъ человекъ и всякая вещь лишиться не можетъ, числительная глаголю, и мѣрительная наука, яже зѣло потребна есть въ человеческой жизни“. Соединяя въ одно всё здѣсь изложенное, можно сказать, что, по Магницкому, ариѳметика есть умѣніе правдиво и подробно разобратъ въ томъ, что содержитъ въ себѣ каждая вещь, какъ самый существенный признакъ; это—число и мѣра. Въ такомъ пониманіи предмета ариѳметики Магницкій, очевидно, слѣдуетъ Пифагору, или, лучше сказать, тому, что излагаетъ Аристотель подъ именемъ ученія Пифагора, такъ какъ трактатъ Геминіуса еще не былъ изданъ въ это время *).

Канторъ **) говоритъ, что пифагорейцы ставили два вопроса: сколько и какъ велико? При отвѣтѣ на эти вопросы они раздѣлялись: одни говорили, что множественность сама по себѣ (сколько) разсматривается въ ариѳметикѣ, множественность по отношенію къ другому (какъ велико)—въ музыкѣ. Другіе говорили, что покоящаяся величина есть предметъ геометріи, а движущаяся—сферики. Самые же вопросы явились слѣдствіемъ того, что, по Геминіусу, вся математика пифагорейцевъ распадалась на двѣ главныя части, изъ которыхъ одна занималась умственно осязаемымъ, а другая—чувственно осязаемымъ. Умственно осязаемое относилось къ ариѳметикѣ и геометріи, а чувственно осязаемое къ механикѣ, астрономіи, оптикѣ, геодезій, музыкѣ и логистикѣ“.

„Логистика есть тоже ариѳметика, разница между ними будетъ состоять въ томъ, что ариѳметика разсматриваетъ числовые образы сами по себѣ, а логистика по отношенію чувственнымъ предметамъ. Ариѳметика есть теоретическая, а логистика практическая наука. Ариѳметика есть то, что со временъ Гауса называется высшей ариѳметикой, или какъ ее опредѣляетъ Лежандръ—теоріей чиселъ. Логистика есть искусство счета“. Это же раздѣленіе было принято и Магницкимъ, но общая идея этого раздѣленія была нѣсколько иная. Онъ также раздѣляетъ ариѳметику на двѣ части: ариѳметика политика и ариѳметика логистика. „Ариѳметика политика или гражданская есть численіе сочиненное въ толикомъ удобномъ образѣ: якоі кійждо можетъ исчислити всякое исчисленіе, великое и малое, въ продажахъ и куплехъ, въ мѣрахъ же и вѣсахъ, и во

*) Трактатъ Геминіуса былъ изданъ только въ 1816 году.

**) Moritz Cantor „Vorlesungen über Geschichte der Math. T. I, стр. 145—146.

всякой цѣнѣ и во всякихъ денгахъ, во вся царства всего міра“. Изъ этого опредѣленія какъ будто слѣдуетъ, что „політика“ есть именно то, что пифагорейцы разумѣли подъ логистикой, т.-е. способъ и правила числовыхъ выкладокъ. Этому соответствуетъ и то, какъ онъ раздѣляетъ політику. Онъ говоритъ, что ариѳметика політика раздѣляется на пять частей: 1) О числахъ цѣлыхъ; 2) О числахъ ломаныхъ или съ долями; 3) О правилахъ подобныхъ въ трехъ, пяти и въ семи перечняхъ; 4) О правилахъ фальшивыхъ, еже есть гадательныхъ; 5) О правилахъ радикасовъ квадратныхъ и кубическихъ, къ геометріи принадлежащихъ.

„Ариѳметика логістика, не ко гражданству токмо, но и къ движенію небесныхъ круговъ принадлежащая“. Такъ онъ говоритъ въ самомъ началѣ своей книги, но, переходя къ изложенію самого ученія въ книгѣ второй, поясняетъ его такъ: „Ариѳметика логістика, яже свойственнѣе небесныхъ движеній ариѳметика глаголется. Логістика бо того ради нарицается, зане не имѣетъ подлежащихъ вещей наручныхъ, и въ гражданствѣ обносимыхъ, но словомъ токмо объясняетъ искомая, паче же къ движенію небесъ принадлежащая, чесо ради гречески и астрономская зовется: въ свойственныхъ бо небесодвижныхъ числѣхъ и чинѣ употребляется и пребываетъ, сирѣчь въ градусахъ, минутахъ секундахъ же, и прочихъ дробнѣйшихъ, въ няже вси обще древніи и нынѣшніи философи всякій кругъ, якоже небесный тако и земный раздѣленъ пріаша, якоже мы послѣдующе въ сидевыхъ, правила, яже о тѣхъ двою ради винъ предложити тшилися: первѣе, да ариѳметика чинѣ свой, и во всемъ потребный намъ, конецъ и совершеніе пріиметь, яко ариѳметика не токмо во гражданскихъ и наручныхъ намъ вещахъ, можетъ пребывать и дѣйствовать, но и въ тѣхъ яже токмо уму нашему подлежатъ якоже выше рѣхомъ. Второе же въ настоящая нынѣшняя времена есть потребнѣйшая паче въ нашемъ всероссійскомъ государствѣ быти, нежели въ предбывшая“.

Изъ этого мы видимъ, что подъ именемъ логистики Магницкій, очевидно, подразумѣваетъ то, что пифагорейцы называютъ сферикой.

Если мы теперь вновь вернемся къ опредѣленію ариѳметики, данному Магницкимъ, то его можно передать слѣдующими словами: ариѳметика есть умѣніе правильно и обстоятельно изслѣдовать вещи. При этомъ изслѣдованіи мы встрѣчаемся съ двоякаго рода вещами: однѣ изъ нихъ находятся вблизи насъ, доступны опыту и непосредственному изслѣдованію, какъ, на примѣръ, вѣсъ, цѣнность, длина и пр.; другія же не доступны намъ, ибо не имѣютъ „подлежащихъ вещей наручныхъ“, а потому самыя вещи могутъ быть только мыслимы „словомъ токмо объясняетъ искомая“. Первая со-

ставляет то, что называется политика, а вторая логистика. Первую мы могли бы назвать арифметикой именованных чиселъ, а вторую—отвлеченныхъ, или, лучше сказать, приложеніемъ алгебры къ геометріи и астрономіи. Самъ Магницкій, говоря о раздѣленіи арифметики логистики, называетъ ея первую часть: „первая есть о числѣ арифметики алгебраика реченныи, и арифметики логистики черезъ градусы и минуты дѣйствующія“. Чтобы понять, почему такъ настойчиво Магницкій говоритъ здѣсь о градусахъ и минутахъ, надо указать, что онъ имѣетъ въ виду особую 60-ричную систему, какъ это будетъ показано при разсмотрѣніи второй книги.

При такомъ представленіи числа и его значеніи какъ для изученія астрономіи и геометріи, такъ и всего того, что встрѣчается въ практической жизни, становится понятнымъ смыслъ той аллегоріи, которую онъ представилъ въ видѣ герба. Очевидно, что арифметика политика есть Пифагорово ученіе о числахъ, арифметика логистика есть то, что дано Архимедомъ, какъ дальнѣйшее развитіе тѣхъ же идей; но это Архимедово ученіе вошло въ науку не непосредственно, а черезъ обработку его арабами. Вотъ почему онъ думаетъ, что Архимедъ и Пифагоръ излили „яко воды отъ чаръ, были первые снискатели, сицевыхъ наукъ писатели“.

Кромѣ того, представляя число какъ нѣкоторую сущность вещи, напр., вѣса, длины цѣнности, Магницкій не представлялъ себѣ отвлеченнаго числа, какъ мы его понимаемъ въ настоящее время. Его число только число именованное, или предметное. Такое его пониманіе особенно отразилось на дробяхъ. Дробь онъ называетъ „число ломаное“ и опредѣляетъ такъ: „число ломаное ничіо же ино есть, токмо часть вещи (по нашему величины), числомъ объявленная, сирѣчь полтина есть, половина рубля, а пишется сице $\frac{1}{2}$ рубля, или $\frac{1}{4}$, или пятая часть— $\frac{1}{5}$, или двѣ пятыхъ части— $\frac{2}{5}$, и всякія вещи яковая либо часть, объявлена числомъ: то есть ломаное число“. Здѣсь, съ одной стороны, самое наименованіе показываетъ, что дробь Магницкій разсматривалъ какъ особый символъ, отличный отъ цѣлыхъ чиселъ и, какъ увидимъ впоследствии, требующій для себя особыхъ „предѣленій“; съ другой стороны, этотъ символъ именованный, ибо онъ мыслимъ только какъ часть какой либо величины, но не „самъ по себѣ“. Въ силу этого представленія дроби тѣ задачи, которыя мы въ настоящее время рѣшаемъ, въ курсѣ дроби, вводя понятіе объ отвлеченной единицѣ, Магницкій могъ рѣшать только особымъ искусственнымъ приѣмомъ. Такова, на примѣръ, слѣдующая задача: „Искательно есть число, ему

же еще приложится едина треть, и отъ сложеннаго вычтется едина шестая часть, останется 100“. Эту задачу мы помѣстили бы въ курсъ дробей, принимая искомое число за единицу, тогда $1 + \frac{1}{3} - \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{6}$ даетъ 100. Магницкій не могъ придумать этого приѣма. А потому для рѣшенія ея предлагаетъ особое, такъ называемое „фальшивое правило“. Онъ разсуждаетъ такъ: пусть это число будетъ 144, тогда треть его будетъ 48, сумма 192 и шестая часть суммы 32, когда мы вычтемъ изъ 192 число 32, получимъ 160, а надо 100; слѣдовательно, мы получили излишекъ 60. Возьмемъ теперь число 108, его третья часть будетъ 36, сумма 144, шестая часть суммы будетъ 24, вычтя, получимъ 120, а надо 100; мы получили излишекъ 20. Далѣе мы поступаемъ такъ: число 144 умножаемъ на вторую разность 20, находимъ 2880; второе предположеніе: число 108 умножаемъ на первую разность 60, получимъ 6480; изъ второго произведенія вычитаемъ первое 6480—2880=3600; это число 3600 дѣлимъ на разность 60—20=40, получимъ 90. Такое рѣшеніе имѣетъ теоретическое обоснованіе, какъ это показано у г. Бобынина, и которое я впоследствии разсмотрю. Здѣсь же я только указываю, что отсутствіе понятія объ отвлеченной единицѣ требовало особаго приѣма для рѣшенія тѣхъ задачъ, которыя въ настоящее время не представляютъ никакой трудности. Однако, здѣсь слѣдуетъ отмѣтить, что такое отсутствіе понятія не было исключительно у Магницкаго, а его не было вообще въ то время, когда жилъ Магницкій; его не было по крайней мѣрѣ въ Россіи почти въ теченіе всего XVIII-го вѣка. Къ этому вопросу объ отвлеченной единицѣ, замѣняющей цѣлое, или неизвѣстное x , относится и еще одна особенность въ ариметикѣ Магницкаго. Онъ разсматриваетъ рѣшеніе только квадратныхъ уравненій, совершенно опуская рѣшеніе уравненій первой степени. Причина этого, какъ я думаю, слѣдующая. Какъ извѣстно, всѣ задачи на уравненіе первой степени могутъ быть рѣшены ариметически; и это ихъ ариметическое рѣшеніе и дается отчасти какъ чисто ариметическое, отчасти по особымъ правиламъ „тройнымъ“, которыя остались еще и до сего времени. Такимъ образомъ, разсматривая число какъ результатъ измѣренія величинъ, авторъ не имѣлъ надобности вводить новый методъ для рѣшенія этихъ задачъ. Но когда въ геометріи онъ встрѣтился съ особыми соотношеніями величинъ, выражающихся въ квадратной зависимости, то ему пришлось прибѣгнуть къ новому методу рѣшенія. Для этого метода онъ разсматриваетъ алгебраическія дѣйствія надъ много-

членами и показываетъ, какъ можно вычислить ту числовую зависимость, гдѣ искомое входитъ во второй степени. При этомъ само рѣшеніе квадратнаго уравненія не выводится изъ свойства равенства, а разсматривается какъ особый способъ вычисленія.

Опять и здѣсь я думаю, что такой методъ изложенія не является индивидуальной особенностью автора ариѳметики, а слѣдствіемъ состоянія математическаго знанія въ его время.

Однако, если съ современной точки зрѣнія и можно гоставить въ упрекъ автору указанные дефекты, то въ то же время слѣдуетъ отмѣтить, что они же придаютъ особую стройность всему курсу, объединяя его около опредѣленнаго понятія о числѣ. Въ силу этого, когда вчитываешься въ содержаніе ариѳметики, это понятіе пріобрѣтаетъ особую выразительность, а весь курсъ представляется стройной философской системой, въ основѣ которой лежитъ изученіе величинъ, встрѣчающихся кккъ въ жизни, такъ и въ научныхъ дисциплинахъ, каковы геометрія и астрономія. Вотъ почему я думаю, что не даромъ Ломоносовъ называлъ ариѳметику Магницкаго „вратами учености“. Основы всѣхъ его физическихъ теорій выходили изъ тѣхъ вопросовъ, которые въ немъ возбудилъ Магницкій и которые онъ если и не разрѣшилъ, то отмѣтилъ правильный путь къ ихъ рѣшенію. А потому я считаю Магницкаго предшественникомъ Ломоносова, т.-е. тѣмъ, кто далъ ему возможность развернуть во всей полнотѣ основы научнаго естествознанія. Я сказалъ бы такъ: безъ Магницкаго мы не имѣли бы Ломоносова. Мировоззрѣніе послѣдняго создалъ не Вольфъ, а Магницкій.

Содержаніе и планъ ариѳметики Магницкаго.

При разсмотрѣніи содержанія и плана курса является очень важный вопросъ о томъ, въ какой связи онъ находился съ курсомъ рукописей XVII вѣка, съ одной стороны, а съ другой—на сколько на немъ отразились иностранные учебники. Что касается до первой связи, то она вполнѣ естественна не только потому, что авторъ былъ русскимъ по своему происхожденію и постоянно жилъ въ Москвѣ, но и потому, что свое первоначальное математическое образованіе, несомнѣнно, получилъ при помощи русскаго учителя и русскихъ учебниковъ. Въ силу этого можно сказать, что курсъ ариѳметики Магницкаго, тѣсно слитый по своей внутренней идеѣ съ русскими учебниками, представляетъ собою какъ

бы завершениe всего того популярнаго математическаго знанiя, которое было въ Россiи XVII вѣка, совершенно такъ же, какъ система математическаго образованiя академика Гурьева представляетъ собою завершениe педагогической математической мысли XVIII вѣка.

Что касается до заимствованiй изъ западныхъ учебниковъ, то здѣсь надо различать „заимствование“ и „знакомство“. Я совершенно несогласенъ съ г. Бобынинымъ въ томъ, что Магницкiй заимствовалъ что-либо изъ учебника Якова фонъ Шуере, и думаю, что все, приводимое уважаемымъ изслѣдователемъ, неубѣдительно; но въ то же время не могу отрицать значительнаго влiянiя западной литературы не только на разсматриваемый курсъ ариометики Магницкаго, но и на болѣе раннiя математическiя рукописи XVII вѣка. Скажу даже болѣе, мнѣ кажется, что, подобно современнымъ математикамъ, и наши предки воспитывались болѣе на иностранныхъ руководствахъ, чѣмъ были знакомы съ русскимъ изложенiемъ того или иного предмета. Этого не избѣжалъ и Магницкiй, а потому хотя въ его курсѣ и нельзя отыскать слѣдовъ того или иного изъ западныхъ учебниковъ, но общее влiянiе западной литературы несомнѣнно и весьма сильно.

Этого влiянiя не отрицаетъ и самъ Магницкiй, называя свою книгу „съ разныхъ дiалектовъ на славянскiй языкъ преведенной“, при чемъ указываетъ и эти дiалекты—греческiе авторы, латинскiе, нѣмецкiе и итальянскiе и говоритъ, что онъ собралъ изъ этихъ книгъ свою ариметику, „приплетохъ въ достойныхъ мѣстахъ елико же къ нимъ изобрѣтохъ“, и расположилъ все по чину. Изъ этого ясно, что весь трудъ автора представляетъ собою самостоятельное сочинениe, написанное по самымъ разнообразнымъ источникамъ. Эти источники мы въ общихъ чертахъ можемъ указать. Ихъ можно раздѣлить на двѣ категорiи: собственно математическiя и нематематическiя. Къ собственно математическимъ источникамъ относятся книги нѣмецкiя и итальянскiя; къ нематематическимъ—книги греческiя и латинскiя. Изъ греческихъ книгъ надо указать сочинениe Аристотеля, изъ котораго Магницкiй заимствовалъ какъ непосредственно ученiе о вселенной, такъ и ученiе Пифагора о числахъ; можно сказать даже больше,—что весь курсъ ариометики носитъ наиболѣе ясныя слѣды философи этого грека. Къ латинскимъ источникамъ относятся сочинениа Плиниа, Плутарха, Галена и др., на которыя онъ ссылается, напримѣръ, въ своей метрологiи. Къ сочинениамъ математическимъ могутъ относиться: Адамъ Ризе „*Rechnung nach der Länge auf Linien und Feder,*“ вышедшее въ 1550 году; энциклопедiя Гаспара Шотта, напечатанная

въ 1667 году; практическая ариѳметика Андрея Такета и, можетъ-быть, ариѳметика Якова фонъ-деръ Шуере; Валентинъ Менгзръ „Pratique pour brievement apprendre à ciffer“, вышедшій въ 1556 году. Можно думать, что онъ былъ знакомъ съ сочиненіями англійскаго физика Гильберта „De magnète magneticisque corporibus et de magno magnète tellure Physiologia nova“ (1600 г.) и ученаго патера Кирхера „Magnes sive de arte magnetica“ (1634 г.) *).

Повторяю, что нельзя отрицать сильнаго вліянія указанныхъ авторовъ на Магницкаго, но совершенно нельзя установить заимствованія. Все изложенное въ ариѳметикѣ было имъ усвоено, переработано и расположено по его собственному плану.

Что касается до связи съ рукописями, то я позволю себѣ въ соотвѣтственныхъ мѣстахъ указать эту связь, а теперь считаю необходимымъ остановиться на одномъ вопросѣ.

Надо замѣтить, что всѣ рукописи XVII вѣка пользуются такъ называемыми арабскими цифрами, въ силу чего, можно думать, что изображеніе чиселъ славянскими буквами уже въ XVII вѣкѣ оставалось только въ гражданскомъ мірѣ. Индѣйская или такъ называемая арабская система письменнаго счисленія, говоритъ г. Бобынинъ, со своимъ замѣчательнымъ принципомъ мѣста и нулемъ, оказывается, получила полное право гражданства во всѣхъ дошедшихъ до насъ математическихъ рукописяхъ XVII столѣтія. Ноль въ нихъ вслѣдствіе сходства своего начертанія съ буквою о называется, какъ и эта послѣдняя, *ономъ*. Слѣды прежняго употребленія древней греко-славянской системы встрѣчаются только въ древнѣйшихъ изъ нихъ, да и то въ такихъ слабо выраженныхъ формахъ, какъ поясненіе значенія арабскихъ цифръ соотвѣтствующими славянскими или встрѣчающіяся время отъ времени обозначенія данныхъ чиселъ славянскими цифрами однѣми или же вмѣстѣ съ арабскими. *Рукописи второй половины XVII столѣтія не содержатъ въ себѣ даже и этихъ незначительныхъ слѣдовъ* *).

Такимъ образомъ, къ концу XVII вѣка обозначеніе чиселъ славянскими буквами въ математическомъ сочиненіи становилось настолько устарѣлымъ, что самъ Магницкій едва ли даже зналъ, какъ большія числа писались по-славянски. А между тѣмъ „славянское сочиненіе, говоритъ г. Бобынинъ, замѣчательно по выра-

*) Всѣ эти источники указаны г. Бобынинымъ въ разныхъ мѣстахъ его труда „Очерки разв. физико-мат. знаній въ Россіи“.

**) Бобынинъ. „Очеркъ истор., физико-мат. наукъ въ Россіи“, вып. I, стр. 43.

ботанности и своеобразію системъ названій, употребляемыхъ имъ для обозначенія единицъ различныхъ разрядовъ. Такихъ системъ было двѣ. Первая изъ нихъ, называемая иногда *малымъ числомъ*, повидимому, не шла далѣе тысячъ милліоновъ. Единицы разрядовъ обозначались въ ней слѣдующимъ образомъ. Меньшія 10000—обыкновенными названіями: единица, десятокъ, сотня, тысяча. Для большихъ 10000 существовали названія *тма* или *тъма*, для обозначенія 100000 леодръ, легионъ для 1000000. Далѣе слѣдовали десятки, сотни и тысячи леодровъ“. Такимъ образомъ, мы видимъ, что въ старославянской нумераціи собственно не было классовъ, а только разряды, и каждый носилъ особое названіе, при чемъ наименованія милліонъ не было. Очевидно, что это была древнѣйшая система счета; впоследствии эта система расширилась, какъ бы раздѣлившись на классы, при чемъ каждый послѣдующій классъ включалъ все предыдущее какъ разряды. Такъ что *тъма* уже соответствовала милліону, легионъ—милліону милліоновъ и имѣлъ слѣдующіе разряды: единицы, десятки, сотни, тысячи, дес. тысячъ, сот. тысячъ, *тъма*, десятки *темъ*, сотни *темъ*, тысячи *темъ*, дес. тысячъ *темъ*, сот. тысячъ *темъ* легионовъ. За легионами шли леодры, и въ такомъ порядкѣ счисленіе доходило до 49 знаковъ. Въ нѣкоторыхъ рукописяхъ встрѣчаются дальнѣйшія продолженія, и слѣдующій классъ называется „воронъ“ или „вранъ“, это были единицы 49-го разряда. Очевидно, что Магницкій не звалъ этого счета и ввелъ новый по западному образцу, считая въ каждомъ классѣ по шести разрядовъ, а классы онъ назвалъ: милліоны, билліоны, триллионы и т. д. Система нумераціи много упростилась, но жаль, что не удержались старославянскія наименованія разрядовъ. Но любопытно, что и математическія рукописи не даютъ слѣдовъ преемственности системъ счисленія. Освободившись отъ обозначенія чиселъ буквами славянской азбуки, они не считали нужнымъ указывать, какъ въ прежнее время изображались буквами большія числа. Къ счастью, этотъ способъ сохранился въ нематематической рукописи XVII столѣтія, а именно, въ рукописной грамматикѣ (Румянц. музей № 953 въ собраніи рукописей В. М. Ундольскаго). Мы знаемъ, что тысячи отличались знакомъ \times , поставленнымъ передъ ними; въ указанной грамматикѣ даны слѣдующія обозначенія:

Тьмы $\textcircled{а}$, $\textcircled{в}$, $\textcircled{г}$, .

Ле- $\textcircled{\times а}$, $\textcircled{\times в}$, Леодры $\textcircled{\times а}$, $\textcircled{\times в}$, $\textcircled{\times г}$,

Очевидно, что не встрѣчаясь въ практической жизни съ числами большими тысячъ, математики утратили и ихъ обозначеніе.

Итакъ, не вина Магницкаго, что онъ не сохранилъ старославянскихъ классовъ. Въ его время, если они и встрѣчались, то, быть-можетъ, среди не математиковъ, а математики уже переходили къ новой системѣ нумераціи. Эта новая система нумераціи, которую вводилъ Магницкій, является какъ бы послѣдней новинкой его времени, а потому можно думать, что нашъ авторъ очень внимательно слѣдилъ за тѣмъ, что происходило на Западѣ въ области математическихъ ученій. Какъ я уже сказалъ выше, онъ называетъ высшіе классы: милліонъ, билліонъ, триллионъ. Эти наименованія имѣютъ свою довольно любопытную исторію. „Первымъ усовершенствованіемъ, внесеннымъ въ древніе и средневѣковые методы нумераціи, говоритъ Кэджори, было изобрѣтеніе итальянцами слова *millione* въ XIV ст. для обозначенія большой тысячи или 1000^2 . Это новое слово, повидимому, обозначало первоначально конкретную мѣру 10 боченковъ золота.

Слова *millione*, *nulla* или *sero* (*zero*) встрѣчаются первый разъ въ печати въ сочиненіи Пачіоли. Въ теченіе слѣдующихъ двухъ столѣтій употребленіе слова *millione* распространилось и въ другихъ европейскихъ странахъ; такъ, въ 1522 году Тонсталль говоритъ о его распространеніи въ Англіи, но считаетъ самое слово варварскимъ. Слова билліонъ, триллионъ и т. д. впервые встрѣчаются въ рукописномъ сочиненіи лонскаго врача Николая Шюке для обозначенія второй, третьей и т. д. степеней милліона. Въ печати они появились въ 1520 году въ сочиненіи Ла-Роша“*). Такимъ образомъ, можно было бы думать, что современный принципъ нумераціи былъ установленъ въ Европѣ еще въ XVI вѣкѣ; однако, нельзя смѣшивать первое появленіе чего-нибудь и распространеніе, т.-е. всеобщее знакомство съ новымъ открытіемъ. Такъ, новая нумерація была принята въ Англіи лишь въ 1687 году, а въ Германіи въ 1681, слѣдовательно, въ Россіи въ 1694, т.-е. одновременно съ другими народами.

Послѣ этихъ предварительныхъ замѣчаній перейдемъ къ содержанию книги. Заглавіе книги я уже приводилъ. Послѣ заглавія на оборотѣ листа помѣщенъ рисунокъ, изображающій цвѣточный кустъ и подъ нимъ стихи. Слѣдующая страница занята гербомъ; эти двѣ страницы не нумерованы. Затѣмъ идетъ 18 и 306 нумерованныхъ страницъ. Первые изъ нихъ 18 заняты стихами „на предлежащій гербъ“, оглавленіемъ и обращеніемъ къ читателю.

*) Кэджори. „Исторія элем. мат.“, стр. 151, 152. Одесса, 1910.

На остальныхъ 306 изложенъ курсъ математики. Въ текстѣ, начиная съ 185 листа, содержатся 26 рисунковъ къ задачамъ и 74 геометрическихъ фигуры и чертежа. Книга напечатана церковно-славянскими буквами. Рисунки: гербъ, роза вѣтровъ и небесная сфера рѣзаны на мѣди Михаиломъ Карновскимъ. Всѣ прочіе рисунки и самый текстъ на деревянныхъ доскахъ. Содержаніе сочиненія можно представить въ слѣдующей схемѣ.

Книга первая арифметики полнѣйши.	Часть 1. О числахъ цѣлыхъ.	Предлѣнія. I. Нумераціо или счисленіе (2—4). II. Аудиціо или сложеніе (4—8). III. Субстракціо или вычитаніе (8—11). IV. Мультипликаціо еже есть умноженіе (11—16). V. Дивизио еже есть дѣленіе (17—23).
	Описаніе древнихъ вѣсовъ и монетъ и сравненіе ихъ съ нынѣшними (23) объ ассѣ (24—26). Объ оволѣ (26—27). О драхмѣ, сиклѣ, минѣ и талантѣ (27—30). О пропорціи рудъ (30—31). Наблюденіе о вѣсахъ купно же и мѣрахъ (32—34). О деньгахъ, вѣсахъ и мѣрахъ Московскаго государства и окрестныхъ нѣкоихъ (35—38). Сложеніе денегъ, мѣръ и вѣсовъ (38—40). О дѣленіи (40—41).	
	Часть 2. О числахъ ломанныхъ или съ до- лями.	Предлѣнія. I. Нумераціо или счисленіе (42—43). II. Пермутаціо или премѣненіе (44—46). III. Аббервіаціо или сокращеніе (47—48). IV. Аддиціо или сложеніе въ доляхъ (49—51). V. Субстракціо или вычитаніе въ доляхъ (52—55). VI. Мультипликаціо или умноженіе въ доляхъ (54—56). VII. Дивизио или дѣленіе въ доляхъ (56—59).
Часть 3. О правилахъ подобныхъ си- рѣчь въ трехъ, въ пяти и сед- ми перечняхъ въ цѣлыхъ и частныхъ чи- слахъ.	Предлѣнія. I. О правилахъ тройныхъ въ цѣлыхъ (30—63). II. О правилахъ тройныхъ въ доляхъ (64—68). III. О правилѣ тройномъ сократительномъ (69—70). IV. О правилѣ возвратительномъ (70—71). V. О правилѣ пятерномъ (71—75). VI. О правилѣ седмеричномъ (76). VII. О правилѣ соединенія (77—80).	

Книга первая ариметики и полтики.	Различныя и гражданству потребныя дѣйствія черезъ прешедшія части.	Статья	I. Тройная торговля (81—87).
		”	II. Тройная торговля о купляхъ и продажахъ (87—91).
		”	III. Тройная торговля въ товарныхъ овощахъ и съ вывѣскою (91—101).
		”	IV. О прикупѣхъ и о накладахъ или убыткахъ (101—105).
		”	V. Вопросная въ тройномъ правилѣ (106—113).
		”	VI. Вопросная же со времени (113—119).
		”	VII. Дѣловая въ тройномъ правилѣ (120—126).
		”	VIII. Торговая мѣновая въ тройномъ правилѣ (127—128).
		”	IX. Торговая складная дѣлительная (128—135).
		”	X. Торговая складная съ прикащики и съ людьми ихъ (135—157).
		”	XI. Торговая складная со времени (137—142).
		”	XII. Заимодавная о срочномъ времени (143—147).
Книга вторая ариметики.	Часть 4. О правилахъ фальшивыхъ или гадательныхъ.	Статья.	I. Фальшивыхъ правилъ.
		”	II. Фальшивыхъ правилъ.
		”	III. Фальшивыхъ правилъ торговая складная въ притяженіяхъ раздѣльная.
		”	IV. О утѣшныхъ нѣкоихъ дѣйствахъ черезъ ариметику употребляемыхъ.
Книга вторая ариметики.	Часть 5. О прогрессіи и радикахъ квадратныхъ и кубическихъ.	Предѣленія.	I. О прогрессіяхъ (179—175).
			II. О радикахъ квадратномъ (185—189). О прикладахъ, потребныхъ ко гражданству, яже черезъ извлеченіе квадрата творятся (189—204).
			III. О радикахъ кубичномъ (204—208).
Книга вторая ариметики.	Часть I. Ариметики алгебраики.	Предѣленія.	I. Дѣйствія и тройное правило (225—236).
			II. О извлеченіи радикаховъ биквадратнаго, сурсолида, зензикуба, бисурсолида, зензизенза отъ зенза.
			III. О ариметикѣ логистикѣ или астрономской (241—245).

Книга вторая ариеметикки.	<p>Часть 2. О геометрическихъ черезъ ариеметикку дѣйствуемыхъ</p>	<p>Предѣленія. I. Примѣры геометрическихъ дѣйствъ черезъ различный чинъ ариеметикки (246—251). II. Различныя дѣйства черезъ различный чинъ ариеметикки (252—269).</p>
	<p>Часть 3. Обще о земномъ размѣреніи и яже къ мореплаванію принадлежать.</p>	<p>Пр е д ѣ л е н і я . I. О полуденномъ колеси и линіи и возвышеніи поля и величествѣ дня (271—277). II. О величествѣ дня различныхъ мѣстъ и о раздѣленіи всего земноводнаго глобуса въ климаты (278—281). III. Описаніе вѣтровъ о раздѣленіи ихъ во оризонтѣ и именахъ въ различныхъ и колесѣхъ (282—299).</p>
<p>Толкованіе проблематъ навигацкихъ черезъ выше положенныя таблицы локсодромическія (300—до конца).</p>		

Разсматривая эту схему, мы видимъ, что все сочиненіе построено по очень стройному строго логическому плану. Въ основѣ его лежитъ дѣленіе на 2 книги: ариеметикки политики и ариеметикки логистики. Каждая изъ этихъ книгъ составляетъ часть одного цѣлага: изученія міра при помощи числа. Каждая книга въ свою очередь дѣлится на части, а каждая часть на „предѣленія“. Въ этомъ состоитъ основной скелетъ всего сочиненія; можно сказать, что это теоретическая часть ученія о числахъ во всемъ ихъ объемѣ. Кромѣ того, въ надлежащихъ мѣстахъ дѣлаются практическія приложенія усвоенной теоріи. Таковы суть ученіе о мѣрахъ и вѣсахъ послѣ ученія о числахъ цѣлыхъ и 12 статей на приложеніе тройныхъ правилъ. Къ такимъ же приложеніямъ слѣдуетъ отнести и всю 4-ую часть о правилахъ фальшивыхъ, такъ какъ въ ней идутъ не „предѣленія“, а также „статьи“. На это же, очевидно, указываетъ и самъ Магницкій, характеризуя въ стихотвореніи четвертую часть слѣдующими словами:

„А ради правилъ сихъ косвенныхъ, четвертой части при-
своенныхъ.

Вся фальшивая часть назвася, отъ нихъ же древле та издася.

Это не основныя, а „косвенныя“ правила, которыя выдѣлены въ особую часть потому, что излагаются во всѣхъ учебникахъ.

Далѣ авторъ говоритъ, что онъ ихъ переработалъ и изложилъ проще.

„Сей же части чинъ инъ изыскахъ, зѣло кратокъ и тутъ же вписохъ.

Еже отнати трудъ великій, хотящимъ разумъ взять толикій“. Согласно этимъ приложеніямъ, можно думать, что „арифметика“ представляетъ собою практической курсъ, который мы бы назвали „коммерческой арифметикой“. Но это едва ли бы совпало съ тѣмъ, какъ смотрѣлъ на свой трудъ самъ Магницкій. Онъ самъ писалъ общеобразовательный курсъ, какъ я уже говорилъ выше, а то, что въ этотъ общеобразовательный курсъ входятъ практическія задачи, зависитъ отъ того, что въ самой практикѣ скрываются общіе теоретическіе вопросы. Около Пифагора лежитъ товаръ не потому, что Пифагоръ купецъ, а потому, что въ товарахъ и торговлѣ скрыто познание вещей. Такъ и въ практической торговлѣ содержатся тѣ социальныя вопросы, которые можно изучать и изслѣдовать при помощи чиселъ, каковы, напр., вопросы о раздѣлѣ прибыли въ товариществѣ, о вознагражденіи служащихъ и участіи ихъ въ прибыли и т. п.

Въ этомъ отношеніи особенно интересно первое приложение о цѣнности денегъ и вѣсѣ, которыя я и разсмотрю здѣсь.

Собственно метрологія помѣщалась почти во всѣхъ рукописяхъ и всегда послѣ изложенія дѣйствій надъ цѣлыми числами, при чемъ въ ней, кромѣ мѣръ русскихъ, всегда удѣлялось большое вниманіе мѣрамъ иностраннымъ. Вотъ почему я думаю, что арифметическія рукописи пользовались особымъ вниманіемъ среди купцовъ, ибо вести торговлю съ иностранными купцами невозможно было безъ знанія ихъ вѣсовъ и мѣръ. Здѣсь встрѣчаются мѣры города Нюрнберга, земли французской, нѣмецкой, ливанской, Флоренціи, Венеціи и др. Такъ было въ рукописяхъ; у Магницкаго эта статья носитъ совершенно иной характеръ; это не есть справочная таблица разныхъ мѣръ и вѣсовъ, а скорѣе научная статья, дающая основанія для изученія этихъ мѣръ. Полное заглавіе статьи читается такъ: „Описание древнихъ вѣсовъ и монетъ еврейскихъ, греческихъ, римскихъ и сравненіе ихъ съ нынѣшними италіанскими, испанскими, французскими и голандскими и иныхъ земель: отъ многихъ авторовъ собрана и предложена здѣ ради пользы читателю“. Изъ этого заглавія видно, что предлагаемая статья не есть справочная таблица, а представляетъ собою изысканіе сравнительной цѣнности старыхъ и новыхъ денегъ. Она проникнута общей идеей, которая представляетъ собою научное обоснованіе всѣхъ дальнѣйшихъ заключеній. Вначалѣ онъ говоритъ, что первоначаль-

чально люди не имѣли монетъ съ обозначеніемъ ихъ цѣнности, но при обмѣнѣ товара на руду опредѣляли количество ея вѣсомъ. Однако, уже во времена патріарха Іакова стали на рудѣ класть изображеніе (печати), такъ, въ Библии сказано, что Іаковъ купилъ часть села и заплатилъ 100 агнецевъ; эти 100 агнецевъ, согласно толкованію св. Стефана, есть цѣна сребра, т.-е. это не животныя, а монеты съ изображеніемъ агнца. Точно такъ же и въ книгѣ Іова, гдѣ сказано, что родственники дали ему по овцѣ, можно думать, что это было не живогное, а денга съ изображеніемъ овцы. Отсюда, говорить онъ, римляне называютъ деньги „пекунія“, отъ пеку, си есть скотъ, потому что на деньгахъ были изображены разныя животныя. „Зри о семъ влутархѣ въ житіи публикола и иныхъ авторовъ“. Такимъ образомъ, Магницкій думаетъ, что введеніе монеты въ Римъ было ранѣе 450 г. до Р. Х., и что плата была производима не животными, а монетами съ ихъ изображеніемъ. Потомъ эти монеты замѣнились новыми, которыя получили наименованіе „асъ“. Переходя, такимъ образомъ, изъ области доисторической въ область историческую, онъ отмѣчаетъ этотъ переходъ новымъ заглавіемъ: „о ассѣ“, при чемъ въ словѣ „асъ“ пишеть два „с“ (as, assis) и считаетъ его основной единицей какъ цѣнности, такъ и вѣса. Само наименованіе „асъ“ онъ разсматриваетъ какъ совершенно новый и крупный поворотъ въ исторіи цѣнности. Въ то время, какъ прежде все разсчитывалось на цѣнность скота, и самыя монеты были приурочены къ этой цѣнности, теперь въ основѣ торговаго оборота лежитъ цѣнность металла мѣди. „Первый вѣсъ, и обычный бѣ ассъ, такъ начинается онъ свою статью объ ассѣ, иже именовася латинскимъ языкомъ, пондо, и пондіумъ, и той ассъ, вѣсомъ бѣ, яко нызѣ фунтъ мѣдный есть. Тѣмже нещуютъ, яко и имене его оттуду начало пріяти, си есть отъ мѣди: мѣдъ бо лагінски глаголется „есъ“ (aes, aeris). Такимъ образомъ, Магницкій думаетъ, что нѣкогда въ—человѣчествѣ совершился огромный культурный переворотъ, состоящій въ томъ, что металлъ занялъ новое весьма важное положеніе, сдѣлавшись единицей обмѣна. Однако, первоначально такой обмѣнъ былъ обусловленъ самой цѣнностью металла, а потому при обмѣнѣ его на товаръ устанавливалась равноцѣнность товара и мѣди, а потому мѣдъ отвѣшивалась, въ силу чего ассъ не былъ единицей цѣнности, а только единицей вѣса. „А потомъ егда начать умножатися купечество, и трудно быти, еже непрестанно вѣсити мѣдъ, и забавлятися во тцетныхъ онѣхъ трудѣхъ. Сего ради домыслишася, въ пользу себѣ, уже не вѣсомъ купечествовати и тяжкимъ зѣло веществомъ, но вмѣсто оныхъ вѣсовъ, начаша печатати малую часть нѣкую

мѣди, нѣкими изображеніи и назваше денгами купечествоваху ими многолегосіно паче, нежели вѣшаніемъ мѣди якоже бѣ. Образецъ же быти оныя денги круглѣ, и гладокъ, якоже и еще нѣгдѣ обрѣтается въ старинныхъ денгахъ, и оныя денги, цѣною быша дороже равнаго вѣса, якоже выше речено есть, и непрестанно умалышася денга величествомъ, а не цѣною, и не за великость почиташеся паче, но за изображеніе, еже напечатано бысть на денгѣ“. Здѣсь мы имѣемъ историческій фактъ: какъ извѣстно, въ Римѣ въ 268 г. вмѣстѣ съ выпускомъ серебряной монеты была уменьшена въ вѣсѣ мѣдная монета до $\frac{1}{3}$ прежняго вѣса, но цѣнность ея была оставлена прежняя; въ 217 г. до Р. Х. асъ былъ вновь уменьшенъ въ вѣсѣ до 1 прежней унціи, но сохранилъ свою цѣнность. Какъ извѣстно, московское правительство также производило подобныя операціи съ мѣдными деньгами. Въ силу ли оправданія этого, или въ силу историческихъ соображеній, но Магницкій добавляетъ: „и сей обычай зѣло есть полезный. якоже и донынѣ мнози содержатъ языци“. „И сего ради, продолжаетъ онъ, асѣ, или пондо, не баше къ тому фунтъ мѣди, или 12 унцій, или 1 унція, но малая денга мѣдная, и таковой цѣвѣ является во италіи унбаіохо, и въ китаехъ, чосы. Такжеде у голандцевъ полстуфера и полуоволь еврейскій (фѣла и выпѣ въ константинѣ градѣ употребляется у евреевъ, и у всѣхъ въ меншихъ дѣлахъ и именуется фѣла) и бѣ десятая часть динара или іуліа ітталійскаго или регала ишпанскаго, сотая часть дуката или скута ітталіанскаго“. Далѣе идетъ перечисленіе различныхъ монетъ и сравненіе ихъ съ асомъ. При этомъ онъ нѣсколько разъ указываетъ, что нынѣшнія денги многожды меньше суть прежнихъ, и непрестанно прибавляются или убавляются; такъ, „въ королевствахъ ишпанскихъ цѣна монеты мѣдная смущеніемъ времени толико прибавися, елико токмо трикратно къ сравненію руды была цѣнена, и отъ того учинися великій убытокъ тому государству“. Вслѣдствіе этого король Филиппъ IV „преразумнымъ совѣтомъ указалъ“ въ 1628 году, чтобы оная мѣдная денга имѣла только половинную цѣну (вмѣсто 8 мароведизовъ—4).

Покончивъ такимъ образомъ съ римскимъ вѣсомъ и единицей цѣнности, онъ переходитъ къ греческой единицѣ „оболь“ (*ὄβολος*), который пишетъ „оволь“, очевидно читая „β“ какъ, „в“... Онъ говоритъ, что оболь употреблялся греками и евреями; еврейскій оболь былъ равенъ 2 асамъ, а греческій (аѣинскій) меньше на $\frac{1}{5}$ часть.

Потомъ онъ переходитъ къ рассмотрѣнію денегъ серебряныхъ и золотыхъ, разсматривая отдѣльно сестерцію, мину, драхму, сиклу

и талантъ. Здѣсь онъ, между прочимъ, вновь повторяетъ, что аѳинскія денги быша дешевле еврейскихъ, такъ что, напр., за одну драхму еврейскую даютъ 2 драхмы аѳинскія; но этого нельзя сказать относительно сиклы (сикль евр. — *shekel*) и унці, которыя и по вѣсу и по цѣнѣ всегда были равны у всѣхъ народовъ. Шестая часть унціи называется солидъ, шелленгъ; 72 солида составляютъ либру, или 12 унцій; такимъ образомъ, солидъ равенъ полуунціи. Золото онъ считаетъ въ 12 разъ дороже серебра, „сирѣчь 1 золотникъ золота цѣнитъ 12 серебра“. Соответственно этому 12 сикловъ серебряныхъ составляютъ одинъ сикль золотой.

Установивши такимъ образомъ цѣнность еврейскихъ денегъ, Магницкій доказываетъ на основаніи обильныхъ ссылокъ изъ Библии, что цѣнность золота и серебра до Давида была та же, что и послѣ Давида. Въ заключеніе говоритъ слѣдующее: „Но ради лучшаго и удобнѣйшаго вышереченныхъ разумѣнія, о денгахъ и рудахъ, хотимъ предложить ниже сего таблицы (табл. 1-я прилаг.), въ нихъ же по чину, и по цѣнѣ вся выше писанная денги, будутъ порядкомъ знаменоватися явно, и всякія древнія вѣсы между собою кое сравненіе имутъ, такожде и нынѣшнему вѣку приискренное приуподобленіе вѣсомъ различныхъ обычаевъ и земель сирѣчь медическихъ (медицинскихъ) греческихъ, римскихъ и московскихъ. Общее вси къ единому предѣлу пропорцію имутъ: еже есть къ зернамъ ячминя, яже да будутъ равны и умѣренны величествомъ и совершенствомъ“ (табл. 1)*).

Установивъ такимъ образомъ нѣкоторое единство мѣры, Магницкій говоритъ далѣе, что, несмотря на то, что вѣсъ мѣнялся не только по разнымъ государствамъ (особенно у грековъ), но и въ одномъ и томъ же государствѣ съ теченіемъ времени, однако, медики благодаря этой общей мѣрѣ могли установить нѣкоторый постоянный вѣсъ на слѣдующемъ основаніи.

Если мы сравнимъ мѣры Цельза**) и Скрибонія***) съ мѣрами греческими, то увидимъ, что денарій римскій и драхма греческая

*) Въ Англіи въ 51 ст. статута Генриха III (1226) было указано, что англійское пенни, называемое стерлингомъ, должно вѣсить столько же, сколько 32 пшеничныхъ зерна, вѣзтыхъ въ срединѣ колоса, а 20 пенни должны составить унцію, 12 унцій—фунтъ, 8 фунтовъ—галенокъ вина, а 8 галенокъ—лондонскій бушель или $\frac{1}{8}$ часть четверти. (Кэджори, стр. 181).

**) Цельзъ (Авлъ Корнелій Celsus) римскій ученый эпохи Тиверія, скончавшійся въ правленіе Нерона, составилъ обширную энциклопедію (Artes), изъ которой сохранился только отдѣлъ о медицинѣ въ 8 книгахъ.

***) Скрибоній Ларгъ—римскій врачъ и писатель. Издалъ собраніе рецептовъ (271). Въ расположеніи ихъ исходитъ изъ порядка частей тѣла, начиная съ головы.

Первая

нція.	Блан-ка.	Секс-тансь	Ква-трино.	Гри-енсь.	Мара-веди-зись.	Квад-рансь.	Квин-кунзь.	Се-мизь.	Сеп-тунксь	Охава.	Десь.
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 ⁴ / ₁₈	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1 ² / ₁₅	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2 ¹ / ₅	1 ⁸ / ₁₅	1 ¹ / ₅	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1 ⁷ / ₁₀	1 ¹ / ₂	1 ¹ / ₄	1	1	1	1	1	1	1	1
3 ¹¹ / ₁₈	2	1 ²⁷ / ₃₂	1 ⁷ / ₁₆	1 ¹¹ / ₄₈	1	1	1	1	1	1	1
4	2 ⁴ / ₁₅	2	1 ² / ₃	1 ¹ / ₃	1 ² / ₁₅	1	1	1	1	1	1
5	2 ⁵ / ₆	2 ¹ / ₂	2 ¹ / ₁₂	1 ² / ₃	1 ³ / ₁₂	1 ¹ / ₄	1	1	1	1	1
6	3 ² / ₅	3	2 ¹ / ₂	2	1 ⁷ / ₁₀	1 ¹ / ₂	1 ¹ / ₃	1	1	1	1
7	3 ¹¹ / ₁₅	3 ¹ / ₂	2 ¹¹ / ₁₂	2 ¹ / ₃	1 ¹³ / ₁₅	1 ³ / ₄	1 ² / ₅	1 ¹ / ₆	1	1	1
7 ¹ / ₂	4 ¹ / ₄	3 ³ / ₄	3 ¹ / ₈	2 ¹ / ₂	2 ¹ / ₈	1 ⁷ / ₈	1 ¹ / ₂	1 ¹ / ₄	1 ¹ / ₄	1	1
8	4 ⁸ / ₁₅	4	3 ¹ / ₃	2 ² / ₃	2 ⁴ / ₁₅	2	1 ³ / ₅	1 ¹ / ₅	1 ¹ / ₇	1 ¹ / ₁₅	1
9	5 ¹ / ₁₀	4 ¹ / ₂	3 ³ / ₄	3	2 ¹¹ / ₂₀	2 ¹ / ₄	1 ⁴ / ₅	1 ¹ / ₂	1 ¹ / ₇	1 ¹ / ₅	1 ¹ / ₈
10	5 ² / ₃	5	4 ¹ / ₃	3 ¹ / ₃	2 ⁵ / ₆	2 ¹ / ₂	2	1 ² / ₃	1 ¹ / ₇	1 ¹ / ₃	1 ¹ / ₄
11	6 ⁷ / ₃₀	5 ¹ / ₂	4 ⁷ / ₁₂	3 ² / ₃	3 ⁷ / ₆₀	2 ²³ / ₄₀	2 ¹ / ₅	1 ⁵ / ₆	1 ⁴ / ₇	1 ⁷ / ₁₅	1 ³ / ₈
12	6 ⁴ / ₅	6	5	4	3 ² / ₅	3	2 ¹ / ₅	2	1 ⁵ / ₇	1 ³ / ₅	1 ¹ / ₂
15	8 ¹ / ₂	7 ¹ / ₂	6 ¹ / ₄	5	4 ¹ / ₄	3 ³ / ₄	3	2 ¹ / ₂	2 ¹ / ₇	2	1 ⁷ / ₈
20	11 ¹ / ₃	10	8 ¹ / ₃	6 ² / ₃	5 ² / ₃	5	4	3 ¹ / ₃	2 ⁶ / ₇	2 ² / ₅	2 ¹ / ₂
24	13 ¹ / ₅	12	10	8	6 ⁴ / ₅	6	4 ⁴ / ₅	4	3 ³ / ₇	3 ¹ / ₅	3
30	17	15	12 ¹ / ₂	10	8 ¹ / ₂	7 ¹ / ₂	6	5	4 ² / ₇	4	3 ³ / ₄
60	34	30	25	20	17	15	12	10	8 ⁴ / ₇	8	7 ¹ / ₂
120	68	60	50	40	34	30	24	20	17 ¹ / ₇	16	15
160	90 ² / ₃	80	65 ¹ / ₃	53 ¹ / ₃	45 ¹ / ₃	40	32	26 ² / ₃	22 ⁶ / ₇	21 ¹ / ₃	20
240	136	120	100	80	68	60	48	40	34 ² / ₇	32	30
480	272	240	200	160	136	120	96	80	68 ⁴ / ₇	64	60

таблица.

Дод-рансь.	Де-кунсь или Декс-трансь	Деуксь.	Ассь подобень блоху по-лустуфера Галанска.	Квартга се есть близъ чи-стого фунга регала или ефимка испанскаго.	Оволь аонейскій.	Оволь еврейскій или сту-феръ Голанскій два бл-оха.	Сестерця или кварталъ близъ четвертая часть ефимка испанскаго.	Потрегала половина драх-мы аонейская.	Драхма аонейская сребра ди-нарий аонейской сфимомъ ис-панскій сребряный единъ гулий.	Солдъ сребряный или секс-тула или шестая часть унци сребряный.	Драхма еврейская сребряная динарий еврейскій.
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 ¹ / ₉	1 ¹ / ₁₀	1 ¹ / ₁₁	1 ¹ / ₄	1 ¹ / ₃	1 ¹ / ₅	1 ¹ / ₄	1	1	1	1	1
1 ² / ₉	1 ¹ / ₅	1 ¹ / ₁₁	1 ¹ / ₄	1 ¹ / ₃	1 ¹ / ₅	1 ¹ / ₄	1	1	1	1	1
1 ¹ / ₃	1 ¹ / ₂	1 ¹ / ₄	1 ¹ / ₄	1	1 ¹ / ₂	1 ¹ / ₄	1	1	1	1	1
2 ² / ₉	2	1 ⁴ / ₁₁	1 ² / ₃	1 ¹ / ₃	1 ¹ / ₅	1 ¹ / ₅	1	1	1	1	1
2 ² / ₃	2 ² / ₅	2 ² / ₁₁	2	1 ³ / ₅	1 ¹ / ₅	1	1	1	1	1	1
3 ¹ / ₃	3	2 ⁸ / ₁₁	2 ¹ / ₂	2	1 ¹ / ₂	1 ¹ / ₄	1	1	1	1	1
6 ² / ₃	6	5 ⁵ / ₁₄	5	4	3	2 ¹ / ₂	2	1	1	1	1
13 ¹ / ₃	12	10 ¹⁰ / ₁₁	10	8	6	5	4	2	1	1	1
17 ⁷ / ₉	16	14 ⁶ / ₁₁	13 ¹ / ₃	10 ² / ₃	8	6 ² / ₃	5 ¹ / ₃	2 ² / ₃	1 ¹ / ₃	1	1
26 ² / ₃	24	21 ⁹ / ₁₁	20	16	12	10	8	4	2	1 ¹ / ₂	1
53 ¹ / ₃	48	43 ⁷ / ₁₁	40	32	24	20	16	8	4	3	2

имѣютъ $82\frac{6}{7}$ зерна; но у грековъ либра содержитъ 96 драхмъ, а римская либра 84 денарія. Теперь если мы возьмемъ греческій вѣсъ, то получимъ въ унціи 8 драхмъ, а если римскій, то 7 динаріевъ. Но Цельвій не хотѣлъ воспользоваться греческимъ вѣсомъ и принялъ за драхму 8-ю часть своей унціи, положивъ въ фунтѣ, какъ въ ассѣ, 12 унцій; такъ что его секстансъ ($\frac{1}{6}$ часть) немного больше половины скрупула (драхма=3 скрупула) и содержитъ $13\frac{5}{7}$ зерна. Производя этотъ расчетъ, онъ говоритъ, что греческіе и мавританскіе аптекари считаютъ въ скрупулѣ по 24 зерна: „Многи же иные медицы общему разуму послѣдуютъ, тако Плинусь и плутархъ и галенъ егда въ латину принесоша, сліяше драхму динарю, якоже ничимъ же разнити и вмѣниша за 8-ю часть унціи“. Все это разсужденіе оканчивается слѣдующимъ стихотвореніемъ:

„О древнѣйшихъ денгахъ и вѣсахъ и нынѣшнихъ купно
написахъ
По елику могохъ избрати и другъ къ другу ихъ прирав-
нати
Да негли кто и послѣдуетъ аще въ чесомъ ихъ востре-
буеть
Или поне древніи знаетъ и новыя къ нимъ прирав-
няеть
Мню бо яко зело удобно приравняти что будетъ сходно
И за то есть се удобіе яко въ зернахъ симъ подобіе“.

На изложенную статью Магницкаго какъ будто не было обращено должнаго вниманія, а между тѣмъ въ ней, помимо общей правдоподобной гипотезы^х о развитіи монетной и вѣсовой системы, я не нашелъ крупныхъ противорѣчій съ современными взглядами на этотъ предметъ, но пусть даже гипотеза Магницкаго останется ложной, пусть его вычисленія содержатъ крупныя погрѣшности, но за нимъ все-таки останется крупная научная заслуга привести въ общую систему цѣнность монетъ и вѣсовыя единицы древнихъ и современныхъ народовъ.

За статьей о сравненіи вѣсовъ и монетъ идетъ статья „О пропорціяхъ рудъ“, гдѣ авторъ даетъ двѣ таблицы: въ одной онъ даетъ размѣръ шаровъ изъ разныхъ веществъ при одномъ и томъ же ихъ вѣсѣ, а въ другой вѣсъ шаровъ при одномъ и томъ же объемѣ. Послѣдняя таблица (первая у Магницкаго) позволяетъ вычислить удѣльный вѣсъ веществъ, если принять за единицу вѣсъ золота. Я приведу ее въ томъ видѣ, какъ она дана Магниц-

*о др. г. и др. вѣсахъ
и монетахъ*

1/12

кимъ, поставивъ въ скобкахъ его удѣльный вѣсъ и современный, оба взятые по отношенію къ водѣ.

Злата разу- момъ тяго- сти есть то- гожде вели- чества къ	}	(Свинцу)	}	Якоже 100	{	65 (12,5) чист. 11, 4
		(Сребру)				56 (10,8) „ 10, 5
		(Мѣди)				50 (9,6) „ 8, 9
		(Олову)				42 (8,1) „ 7,37
		(Желѣзу)				41 ¹ / ₂ (8,0) „ 7,86
		(Мрамору)				15 ¹ / ₂ (Уд. вѣсъ золота я прин.
(Общему)	10 ² / ₃ 19,32).					
(каменю)						

Изъ этого видно, что разница въ уд. вѣсахъ очень невелика. Другая таблица слѣдующая:

Глобусу златому его же діаметръ есть 100 частей, тягостію равня- ется.	}	(Свинечный)	}	Его діаметръ есть тѣхъ же частей.	{	115
		(Сребряный)				121
		(Мѣдный)				126
		(Оловянный)				133
		(Желѣзный)				134
		(Мраморный)				186
(Каменный)	211					

Въ заключеніе показывается, какъ данному вѣсу золотого шара найти вѣсъ серебрянаго при одномъ и томъ же объемѣ; обратно, по данному объему золотого шара найти объемъ серебрянаго того же вѣса. Статья также оканчивается стихотвореніемъ.

Прочее читателю оставивъ снискателью

Да кійждо охотнѣйшій самъ будетъ работнѣйшій

И знаетъ черезъ подобство въ подобныхъ самъ изводство

Взимая готовый трудъ въ прикладѣхъ различныхъ рудъ

И творитъ вещи знати, сколь вѣсомъ могутъ брати.

За этой статьей идетъ „наблюденіе о вѣсахъ купно же и мѣ-

рахъ“, въ которой авторъ даетъ числовую зависимость между вѣсомъ и объемомъ жидкихъ и сыпучихъ тѣлъ, говоря, что при знаніи этой зависимости легко можно вычислить все разнообразіе мѣръ различныхъ временъ и различныхъ государствъ.

Далѣе идетъ статья „О вѣсахъ и мѣрахъ московскаго государства и окрестныхъ нѣкоихъ“. Мѣры московскаго государства я приведу въ тѣхъ таблицахъ, которыя даны Магницкимъ.

Мѣры денегъ.

Полушка.

1	Денга.						
2	1	Копейка.					
4	2	1	Алтынъ.				
12	6	3	1	Гривна.			
40	20	10	$3\frac{1}{3}$	1	Полполтины.		
100	50	25	$8\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{2}$	1	Полтина.	
200	100	50	$16\frac{1}{3}$	5	2	1	Рубль.
400	200	100	$33\frac{1}{3}$	10	4	2	1

Мѣры вѣса.

Золотникъ.

1	Осмуха.									
12	1	Четверть.								
24	2	1	Полфунта.							
48	4	2	1	Литръ.						
72	6	3	$1\frac{1}{2}$	1	Фунтъ.					
96	8	4	2	$1\frac{1}{3}$	1	Ансырь.				
128	$10\frac{2}{3}$	$5\frac{1}{3}$	$2\frac{2}{3}$	$17/9$	$11/3$	1	Четверть пуда.			
960	80	40	20	$13\frac{1}{3}$	10	$7\frac{1}{2}$	1	Полпуда.		
1920	160	80	40	$26\frac{2}{3}$	20	15	2	1	Пудъ.	
3840	320	160	80	$53\frac{1}{3}$	40	30	4	2	1	Берковецъ.
38400	3200	1600	800	$533\frac{1}{3}$	400	300	40	20	10	1

О мѣрѣ саженой и аршинной.			О мѣрѣ хлѣбной.		
Яко сажень имать. .	2	полусажени	Даетъ имѣть	12	четвертей
Полусажень имать. .					
Аршинъ имать. .	2	полуаршина	четверть. . .	8	четвериковъ
Полъар- шинъ имать					
Четверть имать. .	4	вершка	полосмина. .	2	четверика
А во ар- шинѣ	16	вершковъ			

О мѣрѣ винной.			О годѣ, мѣсяцахъ и дняхъ.		
Бочка	40	ведеръ	Годъ имѣть . .	12	мѣсяцевъ
Ведро					
Полведра	2	четверти	Седмица имѣть .	7	дней
Черверть					
Осмуха	2	кружки	Часъ имѣть . .	60	минуть
			А весь годъ имѣть	365¼	дней

Если мы сравнимъ эти мѣры съ тѣми, которыя помѣщены въ рукописяхъ XVII вѣка болѣе древней редакціи, то найдемъ измѣненія. Такъ:

Мѣры денегъ.

Рубль 10 гривенъ или 2 полтины.
Гривна 10 новгородокъ или 20 денегъ.
Новгородкъ 2 денги.
Алтынъ 6 денегъ.
Полтина 5 гривенъ.
Денга 2 полуденги.

Хлѣбныя мѣры.

Окопъ 4 чети.
Четвертокъ 2 чети.
Четь 2 мѣры или 2 осмины.
Осмина 2 полуосмины.
Мѣра 2 полумѣры.
Полмѣры 2 четверика.
Четверикъ 2 получетверика.

Мѣры вѣса.

Берковецъ или берковескъ 10 пудовъ.
Ансиръ старый 2½ малыхъ гривенъ или 128 золотниковъ.
Ансиръ нынѣшній 1 фунтъ или 96 золотниковъ.
Литръ малый 1¼ малыхъ гривенки или 72 золотника.
Малая гривенка 48 золотниковъ.
Полугривенка 24 золотника.
Четь гривенки 12 золотниковъ.
Фунтъ 1 большая гривенка или 2 малыхъ гривенки.
Ластъ 12 бочекъ или 72 пуда.
Бочка 6 пудовъ.

Мѣры длины.

Аршинъ 16 вершковъ.
Сажень 3 аршина.
Локоть $10\frac{2}{3}$ вершка.
2 аршина 3 локтя.

Переводъ „вѣсовъ въ денежный вѣсъ“.

Четверть воцаная 2880 рублей.
Берковескъ 2400 рублей.
Ансырь старый 8 рублей.
Ансырь нынѣшній 6 рублей.
Литра $4\frac{1}{2}$ руб.
Малая гривенка 3 рубля.
Полгривенки малыя $1\frac{1}{2}$ руб.
Четь гривенки малыя 25 алтынъ.
Золотникъ 2 алтына съ полу-денгой.

Изъ сравненія очевидно, что ко времени Магницкаго многія мѣры уже были утрачены, а вѣкоторыя получили иное раздѣленіе. Здѣсь любопытна связь между вѣсомъ и деньгами, которая даетъ какой-то намекъ на гипотезу Магницкаго о древности этой связи.

Кромѣ того, интересно и то, что древнія рукописи XVII вѣка приводятъ иностранныя мѣры „земли брабанскіе города Гандворна, города Норенборсхе, земли Остерлиньскія, Франскія, Флоренскія, Нѣмецкія, Венеискія, Ливонскія и Винецѣйскія“. Тогда какъ Магницкій приводитъ только „королевства польского, города Кракова, и ученіе галанскихъ и фляжскихъ денегъ мѣры и вѣсу, еже множае галанцы купецкія люди употребляютъ: яко во Амстердамѣ“.

Можно думать, что въ этомъ сокращеніи числа иностранныхъ государствъ есть практическая необходимость. Магницкій, предназначая свою книгу почти главнымъ образомъ для купцовъ, не могъ бы лишить ихъ очень важныхъ и цѣнныхъ указаній на метрическія соотношенія, но очевидно, что въ то время, когда онъ писалъ свою ариметику, такой необходимости не было, кромѣ тѣхъ государствъ, черезъ которыя главнымъ образомъ велась торговля. Послѣ изгнанія англичанъ въ 1644 году главнымъ торговымъ центромъ стала Голландія и особенно Амстердамъ; метрической системѣ этого государства авторъ и даетъ мѣсто въ своей книгѣ, да еще землѣ польской, черезъ которую шла сухопутная торговля. Но если Россія имѣла съ Голландіей оживленныя торговыя сношенія, если много голландцевъ жило въ странѣ и имѣло ответственное дѣло, какъ, напр., тульскіе оружейные заводы, то нѣтъ ничего невозможнаго, что въ рукахъ Магницкаго былъ и учебникъ Якова фонъ-Шуере, только странно, что онъ объ этомъ не упоминаетъ въ перечнѣ тѣхъ народностей, у кого онъ заимствовалъ свои свѣдѣнія.

Разсмотрѣвъ метрическія соотношенія древнія, русскія и

иностранныя, Магницкій переходитъ къ дѣйствіямъ надъ именованными числами. Подъ сложеніемъ и вычитаніемъ этихъ чиселъ онъ разумѣетъ то же, что и въ настоящее время, и производитъ эти дѣйствія надъ сложными именованными числами такъ же, какъ это дѣлаемъ и мы; но подъ умноженіемъ онъ разумѣетъ только раздробленіе: „Подобнѣ же и умноженіе не ино что, но въ мелкія части раздробленіе: и тоежде перечней количество бываетъ“.

„Дѣленіе же денежныхъ важныхъ и мѣрныхъ перечней, ничто же ино, но токмо преведеніе изъ дробныхъ частей въ великія, и цѣлыя. Сирѣчь изъ денегъ въ рубли, въ полтины, въ гривны и прочая“.

При разсмотрѣніи причинъ такой постановки вопроса слѣдуетъ обратить вниманіе на два обстоятельства: во 1) на то, что число въ представленіи Магницкаго есть характеристика вещи, т.-е. величины, ея свойство, то тогда оно можетъ быть только именованнымъ; во 2) онъ называетъ мелкія мѣры дробными; это наименованіе, очевидно, не случайно и является слѣдствіемъ того же представленія числа; но если это такъ, то очевидно, что наше умноженіе и дѣленіе составныхъ именованныхъ чиселъ будетъ умноженіемъ и дѣленіемъ дробей и должно быть отнесено къ курсу дробей, что и дѣлаетъ Магницкій. Въ этомъ опять онъ не расходится съ рукописями, а потому очевидно, что таково было ученіе о числѣ въ его время, и умноженіе и дѣленіе сложныхъ именованныхъ чиселъ не разсматривалось.

Въ заключеніе нужно упомянуть, что само дѣйствіе сложенія онъ располагаетъ такъ:

Берковцы.	Пуды.	Фунты.	Золотники.
12	9	26	36
37	7	19	24
25	5	15	53
76	2	21	17

Точно такъ же и вычитаніе:

	Рубли.	Полтины.	Гривны.	Алтыны.	Копейки.	Денги.
Заемны. . .	356	1	4	2	2	1
Платежны .	245	1	3	1	1	1
Остатокъ .	111	0	1	1	1	0
Повѣреніе .	356	1	4	2	2	1

Книга первая ариѳметики.

Часть первая о числахъ цѣлыхъ.

Первая часть книги первой распадается на 5 „предѣленій“. Названія этихъ опредѣленій даны авторомъ на трехъ языкахъ: греческомъ, латинскомъ и русскомъ въ слѣдующемъ видѣ:

1	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Συναρίθμησις} \\ \text{Σθμαρισμός} \\ \text{Υφειλμός *)} \\ \text{Πόλυπλασιασ-} \\ \text{μός} \\ \text{Διαίρεσις} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Numeratio.} \\ \text{Additio.} \\ \text{Subtractio.} \\ \text{Multiplicatio.} \\ \text{Divisio.} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Счисленіе.} \\ \text{Сложеніе.} \\ \text{Вычитаніе.} \\ \text{Умноженіе.} \\ \text{Дѣленіе.} \end{array} \right\}$
2			
3			
4			
5			

Трудно сказать, почему авторъ привелъ здѣсь, кромѣ латинскихъ, еще и греческія наименованія дѣйствій; но то же самое онъ сохранилъ и въ дробяхъ, очевидно, имѣя какую-либо опредѣленную цѣль. Латинскія наименованія уже давно вошли въ курсъ русской ариѳметики и встрѣчаются почти во всѣхъ рукописяхъ XVII вѣка. Это заимствованіе наименованій при существующихъ русскихъ наименованіяхъ ясно свидѣтельствуетъ, что составители ариѳметическихъ курсовъ не только не чуждались западныхъ учебниковъ, но, наоборотъ, какъ бы связывали свой курсъ съ ними, стремясь установить общую номенклатуру дѣйствій. Сами дѣйствія называются авторомъ „предѣленіями“. Такое названіе показываетъ, что онъ считалъ каждое дѣйствіе самостоятельнымъ, имѣющимъ свой особый смыслъ и особое производство. Объ этомъ я скажу подробнѣе при разсмотрѣніи умноженія, а сейчасъ слѣдуетъ сказать нѣсколько словъ о самомъ методѣ.

Методъ изложенія, принятый Магницкимъ, слѣдовалъ господствующимъ въ теченіе всего XVIII вѣка; такъ, уже въ концѣ вѣка, въ 1785 году, г. Аничковъ въ 3-мъ изданіи своей „Практической ариѳметики“ говоритъ: § 1. „Математическій способъ ученія есть поря-

*) Собственно вычитаніе *υφαιρέσις*.

докъ (по Магницкому „чинъ“), который математики употребляютъ въ своемъ ученіи. § 2. Сила сего порядка состоитъ въ томъ, чтобы отъ самыхъ легчайшихъ о вещахъ понятій начинать ученіе, и оттуда выводить подлежащія истины; а изъ сравненія сихъ истинъ между собою находятъ новыя предложенія. § 3. Такимъ образомъ, математики, чтобы соотвѣтствовать сему порядку, начинаютъ свое ученіе съ опредѣленій (Definitiones), которыя обыкновенно занимаютъ первое мѣсто во всякой наукѣ. Послѣ того даютъ знать, что есть *основаніе* (Axioma), *требованіе* (Postulatum), *теорема* (Theorema); *задача* (Problema); а къ нѣкоторымъ изъ сихъ предложеній, въ случаѣ надобности, присовокупляютъ *прибавленія* (Corollaria, vel Confestaria) и *примѣчанія* (Scholia); для увѣренія жъ и ясности предложеній сообщаютъ *доказательства* (Demonstrationes). § 4. Итакъ *опредѣленіе* (Definitio) есть ясное и полное понятіе, черезъ которое вещь отличается отъ другихъ, и изъ котораго выводится все прочее, что можно разумѣть объ оной вещи“*).

Изъ этого ясно, что основа курса — планъ сочиненія былъ угаданъ Магницкимъ, и вся дальнѣйшая работа позднѣйшихъ русскихъ педагоговъ состояла лишь въ улучшеніи и развитіи этого основного плана.

Согласно этому плану, Магницкій начинаетъ свое первое „предѣленіе“ такъ: „Нумераціо есть счисленіе еже совершенно вся числа рѣчію именовать, яже въ десяти знаменованіяхъ содержатся и изображаются сице: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Изъ нихъ девять назнаменовательны суть: послѣднее же 0 (еже цифрою или ничѣмъ именуется) егда убо (оно) едино стоитъ, тогда само по себѣ ничтоже значить. Егда же къ коему оныхъ знаменованій приложено будетъ, тогда умножаемъ въ десятеро, якоже предложено есть ниже сего“.

Прежде, чѣмъ приступить къ обсужденію этого опредѣленія, полезно отмѣтить, что Магницкій проводитъ рѣзкую границу между значащими цифрами, которыя онъ называетъ „знаменованіями“, и нулемъ, который онъ называетъ „цифрою“. Эта номенклатура также удержалась въ теченіе столѣтія, и въ той же ариметикѣ г. Аничкова мы читаемъ: „Чтожъ касается до перваго знака, называемаго нуль (Zerus vel Ciphra) оный никакого знаменованія не имѣетъ; будучи приданъ къ какимъ-нибудь знакамъ отъ правой руки, всегда увеличиваетъ оныя вдесятеро“. Здѣсь слово „знаменованіе“ замѣнилось въ опредѣленіи словомъ „знакъ“. Но впо-

*) Дмитрій Аничковъ. „Теоретическая и практическая ариметика“. Москва, 1785 г. „Предувѣдомленіе“, стр. 3.

слѣдствіи, очевидно, и это слово не удержалось и было замѣнено тѣмъ, чѣмъ ранѣе называли только ноль — „цифры“ *). Переходя теперь къ сущности опредѣленія, отмѣтимъ, что подъ понятіемъ „нумерація“ Магницкій разумѣеть умѣнье называть числа „именовать рѣчью“, но не писать, и этимъ ясно показываетъ, что въ его время особенное значеніе приобрѣтала не письменная, а устная нумерація, которую, я думаю, онъ устанавливалъ впервые, давая наименованіе классамъ миллионъ, билліонъ и т. д. и считая въ каждомъ классѣ по 6-ти разрядовъ. Что касается до письменной нумераціи, то я думаю, что умѣнье писать числа по-славянски буквами много облегчало переходъ къ цифровому ихъ изображенію. Здѣсь важно отмѣтить, что начертаніе чиселъ буквами представляетъ болѣе удобную систему счисленія, чѣмъ римская, тѣмъ болѣе, что она сохраняетъ принципъ мѣста: число, напримѣръ, 21 пишется по славянски кѧ, между тѣмъ какъ по-римски это будетъ XXI; число 156 по славянски рѧѢ. Этотъ принципъ мѣста, по-моему, задержалъ практическое введеніе цифровой системы, и для очень многихъ было не вполне ясно удобство новаго обозначенія чиселъ съ нулемъ: они не видѣли разницы въ изображеніи одними и тѣми же знаками сотенъ, десятковъ и единицъ, и имъ казалось даже удобнѣе изображать ихъ своимъ особымъ однимъ знакомъ. Я думаю, что такъ именно думалъ и самъ Магницкій, который славянское обозначеніе чиселъ озаглавилъ: „паки ино показаніе перетовое, составное и сочненное, предложено, такожде ради лучшаго понятія, во исчисленіи“.

Тогда какъ ниже приведенное имъ обозначеніе чиселъ римскими цифрами онъ называетъ: „Обявленіе числа школьного, ко увѣдѣнію хотящимъ“.

Первое заглавіе показываетъ, что новая система обозначенія какъ бы согласуется, почти тождественно, съ обычной жизненной практикой. А второе любопытно въ томъ отношеніи, что слово „школьное“, несомнѣнно, относится къ славяно-латинской академіи гдѣ господствовала римская числовая нумерація. Однако, какъ я уже говорилъ выше, среди математиковъ славянская нумерація совершенно утратилась, и Магницкій не считаетъ нужнымъ о ней говорить. Онъ даетъ лишь такую таблицу:

*) Въ сочиненіи Каджори „Исторія элементарной математики“ говорится что „Liber abaci“ Фибоначчи начинается: „девять индусскихъ знаковъ суть слѣдующіе: 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1; съ помощью этихъ знаковъ и знака 0, который называется по-арабски сифръ, можно написать какое угодно число. „Арабскій сифръ (сифръ—пустой) перешло въ латинскій Zephirum“ (стр. 125).

ā — 1; ÷ī — 12; řĭġ — 123 и т. д., доходя до числа 1234567890, которое обозначает по-славянски

ꙗсла милліона ꙗф ꙗѣ ꙗз (ŵġ*)).

Изъ этого обозначенія мы видимъ, что авторъ ариѳметики совершенно не былъ знакомъ со старославянскимъ обозначеніемъ чиселъ и наименованіемъ классовъ. Введеніе въ число слово „милліонъ“ **) показываетъ, что самая идея славянскаго обозначенія большихъ чиселъ уже была совершенно утрачена. Изъ отдѣла нумераціи отмѣтимъ еще слѣдующее: числа перваго десятка Магницкій называетъ „персты“ и говоритъ: „сіа изображенія отъ многихъ называются персты, и толико ихъ числомъ, елико и перстовъ есть по разумѣнію нѣкоторыхъ“. Полные десятки и сотни онъ называетъ „составы“, и говоритъ „сіа числа имяются составы, зане цифрю 0 всегда вдесятеро составляются“. Наконецъ, всѣ прочія числа онъ называетъ „сочиненія“ и говоритъ: „сіа числа сочиненія называются, понеже она изъ перстовъ и составовъ сочиняются“.

Приводя это раздѣленіе чиселъ, г. Бобынинъ говоритъ: „Въ этомъ отношеніи Ариѳметика Магницкаго стоитъ выше нашихъ современныхъ учебниковъ, авторы которыхъ не обращаютъ вниманія на пользу раздѣленія всѣхъ цѣлыхъ чиселъ на двѣ группы, соотвѣтствуя двумъ послѣднимъ видамъ Магницкаго. Что касается до перваго вида, то онъ является совершенно лишнимъ, такъ какъ составляющія ея числа принадлежатъ собственно ко второму виду“ ***).

Присоединяясь вполне къ этому мнѣнію уважаемаго изслѣдователя, я думаю, что въ педагогическомъ отношеніи разграниченіе Магницкаго имѣло бы очень большое и важное значеніе.

Послѣ того какъ изъ примѣровъ, приводимыхъ авторомъ, для читателя, по его мнѣнію, становится яснымъ изображеніе и наименованіе чиселъ, Магницкій въ стихахъ приводитъ очень важное дополненіе:

*) Г. Бобынинъ думаетъ, что это число взято имъ изъ ариѳметики Якова фонъ-Шуере, но изъ всей системы ясно видно, что оно явилось слѣдствіемъ способа ознакомленія учащихся со славянскимъ обозначеніемъ чиселъ.

**) Кэджори говоритъ (стр. 151), что слово *millione* введено итальянцами въ XIV стол. для наименованія 1000², встрѣчается въ первый разъ въ сочиненіи Пачіоли. Англійскій авторъ Тонсталь въ 1522 году говоритъ объ этомъ терминѣ, что онъ очень распространенъ въ Англии, но называетъ его „варварскимъ“.

***) Бобынинъ. Т. VII. 1888; 4 $\frac{33}{\text{четв.}}$ стр. 274.

Число есть безконечно, умомъ намъ недотечно
Или кто знаетъ конца кромѣ всѣхъ Бога творца
Нѣсть бо намъ опредѣлено, тѣмъ есть и бездѣльно
Множайшихъ чиселъ искати, и болше сей писати
Превосходной таблицы умовъ нашихъ границы
Наще кому треба, счисляти что внутрь неба
Довлѣетъ числа сего, и вѣщемъ всѣмъ міра сего.

Это высшее число является 25-мъ разрядомъ, который онъ называетъ „квадратиономъ“. Старыя рукописи, какъ мы видѣли, доходили до вдвое большаго числа разрядовъ: ихъ „вранъ“ былъ 50-мъ разрядомъ.

Предъленіе второе. „Аддицію или сложеніе есть, дву или многихъ числъ во едино собраніе, или во единъ переченьъ совокупленіе“. Здѣсь слово „перечень“, согласно словарю Даля, есть итогъ, сумма, выводъ сложенія. Однако, такое толкованіе не будетъ вполне совпадать съ тѣмъ, что самъ Магницкій понималъ подъ этимъ словомъ. Для него „перечень“ есть синонимъ „число“; такъ онъ говорить дальше: „егда убо случится тебѣ переченьъ съ перечнемъ сложити“. Если же мы будемъ понимать подъ словомъ „перечень“ число, то опредѣленіе, данное Магницкимъ, будетъ очень точнымъ. Оно выдѣляетъ сложеніе какъ дѣйствіе отъ соединенія. Такъ, напримѣръ, написавъ 2 п. 5 ф., мы собственно пишемъ сумму, но не дѣлаемъ сложенія, ибо не можемъ два „перечня“ выразить однимъ числомъ. А потому сложеніе какъ дѣйствіе именно и состоитъ въ томъ, что „дву или многихъ чиселъ во единъ переченьъ совокупленіе“. Послѣдующіе математики XVIII вѣка такъ именно и понимали это дѣйствіе. Въ ариметикѣ г. Аничкова глава вторая названа: „о числахъ одного роду“ и начинается двумя опредѣленіями: 1) „числа одного роду называются тѣ, которыя означаютъ подобныя части одного и тогожъ цѣлого числа“; опредѣленіе 2) „сложеніе есть такое дѣйствіе, черезъ которое двумъ или многимъ числамъ одного роду находится одно равное. Найденное такимъ образомъ число называется *сумма*“.

Г. Бобынинъ, рассматривая сложеніе въ ариметикѣ Магницкаго, говоритъ: сравненіе разсмотрѣнной статьи о сложеніи съ соответствующими статьями ариметическихъ рукописей XVII столѣтія обнаруживаетъ существованіе между ними весьма тѣсной генетической связи. *Прибавивъ къ изложенію рукописей опредѣленіе сложенія* и задачи и значительно увеличивъ число примѣровъ на отвлеченныя числа, Магницкій счелъ также нужнымъ распространить казавшееся ему краткимъ изложеніе рукописей.

Этимъ, однако, онъ ничего не выигралъ, такъ какъ его изложеніе столько же уступаетъ рукописямъ въ ясности, сколько и въ краткости*). Мнѣ кажется, что главная заслуга Магницкаго и состоитъ въ томъ, что онъ даетъ опредѣленіе, и въ этомъ онъ ставитъ свой учебникъ на большую высоту, чѣмъ это дѣлали рукописи. Мы видѣли, что методъ Магницкаго сохранился въ теченіе столѣтій, и учебникъ конца столѣтія вновь приводитъ то же, что далъ Магницкій, только въ болѣе развитомъ видѣ.

Г. Бобынинъ говоритъ далѣе: „Весьма краткую и удобную форму таблицы сложенія, употребляемую рукописями, онъ замѣнилъ собраніемъ таблицъ, составляемыхъ для каждаго изъ первыхъ 9 чиселъ порознь“. Та и другая изъ этихъ таблицъ очень интересны въ педагогическомъ отношеніи, и я позволю себѣ привести ихъ здѣсь. Вотъ таблица сложенія въ рукописяхъ.

*) Бобынинъ, стр. 276. Онъ говоритъ далѣе, что въ ар. Якова фонъ-Шуере существуетъ повѣрка сложенія цифрой 9 такъ же, какъ у Магницкаго, и въ этомъ находитъ заимствованіе; но дѣло въ томъ, что дальнѣйшія повѣрки, какъ утверждаетъ самъ г. Бобынинъ, не совпадаютъ. Тогда странно является и это заимствованіе, почему только повѣрка сложенія? Затѣмъ г. Бобынинъ указываетъ, что „примѣръ, приведенный у Шуере для объясненія правила сложенія вообще, взятъ Магницкимъ для той же цѣли въ случаѣ 3-хъ слагаемыхъ. Изъ 8 примѣровъ сложенія отвлеченныхъ чиселъ у Шуере первые 4 находятся и у Магницкаго, при чемъ въ послѣднемъ изъ нихъ послѣднее слагаемое поставлено на первомъ мѣстѣ. Наконецъ, у Шуере, какъ у Магницкаго дано 6 задачъ для примѣровъ сложенія именованныхъ чиселъ, *врочемъ, болѣе сложныхъ*“. На это я могу сказать, что подчеркнутое выраженіе сильно ослабляетъ послѣднее утвержденіе г. Бобынина. Что касается до заимствованія числовыхъ примѣровъ, то какъ-то странно для составителя учебника списывать примѣры, и можетъ ли *въ этомъ* быть заимствованіе? Я понимаю, что если бы Магницкій взялъ то же опредѣленіе сложенія, привелъ такое же объясненіе дѣйствія, изложеніе его или что-нибудь въ этомъ родѣ; но говорить о заимствованіи только на основаніи того, что одно и то же число примѣровъ, что встрѣчаются одинаковыя числа, мнѣ кажется невѣрнымъ. Во всякомъ случаѣ здѣсь можно только указать на знакомство съ руководствомъ фонъ-Шуере, но отнюдь не заимствованіе.

Граница изустная счетная къ большому разуму хотящему разумѣти благая и полезная.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
3	4	5	6	7	8	9	10	11		
4	5	6	7	8	9	10	11			
5	6	7	8	9	10	11				
6	7	8	9	10	11					
7	8	9	10	11						
8	9	10	11							
9	10	11								
10	11									

Въ этой таблицѣ я отмѣчу то, что она оканчивается числомъ 11 и имѣетъ форму, которая въ современныхъ учебникахъ приводится въ таблицѣ умноженія „Пифагора“. Таблица умноженія рукописей обыкновенно имѣетъ ту же форму.

Таблица сложенія въ ариметикѣ Магницкаго.

$\left. \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{matrix} \right\} 1$	$\left. \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \end{matrix} \right\}$	$\left. \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} \right\} 3$	$\left. \begin{matrix} 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{matrix} \right\}$	$\left. \begin{matrix} 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} \right\} 6$	$\left. \begin{matrix} 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \end{matrix} \right\}$
$\left. \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} \right\} 2$	$\left. \begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \end{matrix} \right\}$	$\left. \begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} \right\} 4$	$\left. \begin{matrix} 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \end{matrix} \right\}$	$\left. \begin{matrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} \right\} 7$	$\left. \begin{matrix} 14 \\ 15 \\ 16 \end{matrix} \right\}$
$\left. \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} \right\} 2$	$\left. \begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \end{matrix} \right\}$	$\left. \begin{matrix} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} \right\} 5$	$\left. \begin{matrix} 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \end{matrix} \right\}$	$\left. \begin{matrix} 8 \\ 9 \end{matrix} \right\} 8$	$\left. \begin{matrix} 16 \\ 17 \end{matrix} \right\}$
$\left. \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} \right\} 2$	$\left. \begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \end{matrix} \right\}$	$\left. \begin{matrix} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} \right\} 5$	$\left. \begin{matrix} 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \end{matrix} \right\}$	$\left. \begin{matrix} 9 \\ 10 \end{matrix} \right\} 9$	$\left. \begin{matrix} 18 \\ 19 \end{matrix} \right\}$

Я попрошу читателя запомнить эту форму, потому что по ней же составлена у Магницкаго и таблица умноженія. Я согласенъ, что форма таблицы рукописей удобнѣе этой; но въ то же время для меня очевидно и то, что новая форма у Магницкаго есть результатъ какихъ-то особыхъ основаній, очень важныхъ съ его точки зрѣнія, а не есть случайность. Вообще, несомнѣнно одно, что таблица рукописей и таблица Магницкаго имѣютъ разныя психологическія обоснованія, при чемъ послѣдняя вошла въ жизнь, и даже современные учебники приводятъ ее въ нѣсколько измененномъ видѣ, тогда какъ таблица рукописей забылась, хотя, повторяю, мнѣ она гораздо больше нравится, чѣмъ таблица Магницкаго.

Предъленіе третіе. „Субстракціо или вычитаніе есть, имже малое число изъ большаго вычитаемъ, и излишнее объявляемъ“.

Давши опредѣленіе, авторъ переходитъ къ выясненію способа производства дѣйствія, слѣдуя при этомъ тому педагогическому принципу, что начинать надо съ болѣе легкихъ примѣровъ. Въ силу этого онъ сначала разсматриваетъ вычитаніе двузначныхъ чиселъ, гдѣ цифры уменьшаемаго больше цифръ вычитаемаго, объясненное правило распространяетъ на многозначныя числа на числовыхъ примѣрахъ, потомъ переходитъ къ тому случаю, гдѣ нѣкоторые разряды въ вычитаемомъ больше соотвѣтственныхъ разрядовъ умень-

шаемаго, гдѣ опять даетъ въ поясненіе многозначные примѣры, вводя въ нихъ случай вычитанія изъ нуля. Потомъ говоритъ: „но егда будетъ перечень сидевъ $\frac{502}{43}$, тогда изъ 5 относится 1 къ 2, а гдѣ былъ цифрь, ту стави 9: якоже видиши

$$\begin{array}{r} \text{Сбоку находится примѣръ} \quad 491 \\ \phantom{\text{Сбоку находится примѣръ}} \quad 302 \\ \phantom{\text{Сбоку находится примѣръ}} \quad 43 \\ \hline \phantom{\text{Сбоку находится примѣръ}} \quad 459 \end{array}$$

Такъ онъ поясняетъ этотъ случай вычитанія. Далѣе идутъ 9 примѣровъ и 6 задачъ, „ины образцы ко гражданству надлежащія“. Сравнивая это изложеніе съ изложеніемъ рукописей, г. Бобынинъ говоритъ, что оно сходно съ позднѣйшими рукописями и отличается отъ древнѣйшихъ, гдѣ статья о вычитаніи содержитъ только одну задачу; но число этихъ задачъ увеличивается въ рукописяхъ болѣе поздней редакціи.

Предъленіе четвертое. „Умноженіе ость, имже что въ числахъ умножаемъ, или коликимъ вѣщемъ помножеству иныхъ вещей раздаемъ, и количество ихъ числомъ показуемъ“.

Это опредѣленіе г. Бобынинъ называетъ „столь же мало заслуживающимъ это названіе, какъ и въ случаѣ вычитанія“.

Въ послѣднемъ я съ нимъ совершенно несогласенъ: опредѣленіе вычитанія, по-моему, совершенно ясно; но что касается до умноженія, то здѣсь надо замѣтить, что это дѣйствіе вызывало въ прошломъ столь же много недоумѣнія, какъ и въ настоящее время. Въ 50-хъ годахъ XVIII вѣка Кургановъ, ученикъ Магницкаго, опредѣлялъ его такъ: „сіе дѣйствіе подаетъ способъ, какъ данное число вдвое или втрое, или по изволенію увеличить: то-есть такое число сыскать, которое бы даннаго числа во столько разъ было больше, сколько потребно“. Далѣе онъ говоритъ, что умноженіе „не что иное, какъ сокращенное сложеніе“ *). Но въ другомъ мѣстѣ, рассматривая дѣйствія надъ именованными числами, онъ указываетъ три возможности: 1) умноженіе именованнаго числа на отвлеченное, 2) умноженіе отвлеченнаго числа на именованное (примѣры умноженія цѣлаго числа на аликвотныя**) части множителя въ именованныхъ числахъ) и, наконецъ, 3) умноженіе именованнаго

*) Кургановъ. „Универсальная ариметика“ изд. 1757 г., стр. 21.

**) Аликвотная часть числа, говоритъ Кургановъ, есть, которая въ ономъ на цѣло или безъ остатка содержится; такъ, 8 вер. есть аликвотная часть аршина, потому что онаго точная $\frac{1}{2}$, т.-е. въ ономъ 2-жды содержится, по

числа на именованное (примѣры умноженія, когда оба именован-
ныя числа состоятъ въ разныхъ сортахъ)*).

Въ концѣ вѣка г. Аничковъ даетъ такое опредѣленіе умно-
женію: „Умноженіе (Multiplicatio) есть способъ изъ двухъ дан-
ныхъ чиселъ находить третье число такое, въ которомъ бы одно
изъ данныхъ чиселъ столько разъ содержалось, сколько единицъ
другое въ себѣ имѣетъ“ **). Не есть ли это выраженіе болѣе
позднимъ языкомъ той же мысли Магницкаго: „воликимъ вѣщемъ
по множеству иныхъ вещей раздаемъ: и количество ихъ числомъ
показуемъ“. Въ 1865 году вышли „Основанія ариеметики“ акаде-
мика Гурьева, гдѣ онъ даетъ такое опредѣленіе умноженію: „Умно-
женіе есть способъ находить величину, которая бы къ одной изъ
данныхъ, называемой множимой, такъ относилась, какъ другая,
называемая множителемъ, къ единицѣ“. Это опредѣленіе онъ со-
провождаетъ слѣдующимъ примѣчаніемъ: „Слово умноженіе соб-
ственно принадлежитъ токмо къ умноженію на цѣлыя числа, когда
сыскивается величина во столько разъ большая множимой, во
сколько множащее число больше единицы; но за недостаткомъ
приличнѣйшаго слова смыслъ онаго распространили и вообще къ
найденію величины, которая бы такъ относилась къ множимой,
какъ множащая къ единицѣ, и симъ образомъ, какъ то замѣчаетъ
великій Ньютонъ въ своей Универсальной Ариеметикѣ, умноженіе
можетъ быть произведено отвлеченными числами, но также и са-
мыми непрерывными величинами, какъ-то линіями, поверхностями,
движеніями тяжестей и пр.“ ***).

Если мы теперь соберемъ все вышеизложенное, то ясно, что
въ теченіе XVIII-го вѣка не только у насъ, но и на Западѣ су-
ществовало опредѣленное мнѣніе о томъ, что есть два умноженія:
умноженіе чиселъ и умноженіе величинъ. Теперь самъ Магницкій
не признавалъ за числами самостоятельнаго значенія и считалъ,
что числа есть свойство вещей (величинъ) и могутъ быть раз-
сматриваемы только съ этой точки зрѣнія, а потому и дѣйствія
надъ ними есть собственно дѣйствія надъ величинами ****). Соот-
вѣтственно этому онъ и говоритъ: „умноженіе есть имже что въ
числахъ умножимъ“, т.-е. произведеніе величинъ мы получаемъ

добно 2, 4, 6 дюйм. аликветная часть фута. А которая часть въ своемъ цѣ-
ломъ не на цѣло содержится, та аликвантная называется, какъ 5 верш. есть
аликвантная часть аршина.

*) Ibid., стр. 104, 107, 110.

***) Аничковъ, стр. 31.

****) Гурьевъ. Наука исчисл., кн. первая. Основанія арием., введен.

*****) Это ученіе съ особенной ясностью разработано въ ариеметикѣ Гурьева.

какъ произведеніе чисель, ихъ измѣряющихъ; сознавая же, что такое опредѣленіе ничего не даетъ, онъ прибавляетъ: „или какимъ вещемъ по множеству иныхъ вещей раздаемъ“, на примѣръ, плата рабочему и плата рабочимъ, путь въ единицу времени и путь въ данное время и тому подобное; говоря иначе, если каждая вещь т.-е. рабочій, часъ пути, содержитъ множество иныхъ вещей, напр., рублей, сажень и т. п., то въ отысканіи общаго числа: „и количество ихъ числомъ показуемъ“, есть умноженіе.

Далѣе мы видѣли, что почти каждый послѣдующій авторъ спѣшитъ въ самомъ опредѣленіи вставить наименованіе чисель, данныхъ для умноженія, и всѣ они очень согласно называли эти числа: множимое, множитель, произведеніе. Магницкій не спѣшитъ съ этими наименованіями; онъ приводитъ таблицу умноженія, показываетъ, какъ дѣлается умноженіе на пальцахъ и на числовомъ примѣрѣ и только тогда въ отдѣльномъ абзацѣ говоритъ: „подобаетъ же знати, яко во умноженіи кійждо перечень, свойственнымъ нарицается именемъ: верхній убо перечень, его же умножаете, нарицается *еличество*, а которымъ умножаети, нарицается *множитель*, третій же, отъ нихъ производимый, именуется *продуктъ* или *произведеніе*“.

Здѣсь надо отмѣтить, что ни въ сложеніи, ни въ вычитаніи онъ не даетъ наименованій даннымъ и получаемому числу. Поэтому нужно думать, что, говоря здѣсь о наименованіяхъ, онъ хотѣлъ рѣзко отдѣлить новое дѣйствіе отъ двухъ предыдущихъ, какъ бы показывая этимъ, что оно въ своемъ производствѣ имѣетъ совершенно инныя основы, чѣмъ тѣ, какія были въ сложеніи и вычитаніи. Въ рукописяхъ XVII вѣка, по словамъ г. Бобынина, числа, употребляемыя при умноженіи, не имѣли особыхъ названій и выражались описательно: множимое называлось „верхней строкой, которую умножаемъ“ и т. д.

Я говорилъ выше, что введеніе наименованій въ дѣйствіе умноженія какъ будто особенно подчеркиваетъ то, что оно есть особое дѣйствіе, не имѣющее ничего общаго со сложеніемъ. Въ сложеніи Магницкій не указываетъ никакихъ наименованій; въ вычитаніи онъ отмѣчаетъ: „обѣщанное“, „церковное“, что осталось „нашимъ роздано“. Эти указанія слѣдуютъ тексту задачи. Въ другой задачѣ онъ помѣчаетъ: „заемъ“, „платежъ“, „остатки“ и опять слѣдуетъ тексту задачи.

Всеми этими помѣтками онъ какъ будто хочетъ сказать, что сложеніе и вычитаніе суть дѣйствія основныя, непосредственно вытекающія изъ обыденныхъ житейскихъ условій; но умноженіе есть построеніе ума человѣка, имѣющее особый смыслъ и особое

1	2								
2	4	3							
3	6	9	4						
4	8	12	16	5					
5	10	15	20	25	6				
6	12	18	24	30	36	7			
7	14	21	28	35	42	49	8		
8	16	24	32	40	48	56	64	9	
9	18	27	36	45	54	63	72	81	

Магницкій имѣлъ опредѣленную педагогическую идею, которая вошла въ жизнь и осталась до настоящаго времени. Современные учебники забыли таблицы рукописей, но предлагают пользоваться таблицей Магницкаго *). Къ таблицѣ умноженія у Магницкаго есть очень интересное дополненіе, которое потомъ забылось. Онъ приводитъ: „иный способъ, къ утвержденію таблицы, по перстомъ руч-

*) Г. Бобынинъ говоритъ, что „эту форму таблицы умноженія до мельчайшихъ и даже совершенно внѣшнихъ подробностей, въ родѣ, напр., вида скобокъ, мы находимъ у Якова ф.-деръ-Шуере“. „Только у послѣдняго, добавляетъ онъ, вмѣсто 10 берутся 12 первыхъ чиселъ“. Это добавленіе уничтожаетъ или ослабляетъ первоначальное утвержденіе г. изслѣдователя, т.-е. вопросъ о заимствованіи. Въ с. д. или переписывать сполна, или вводить новыя идеи. Если Магницкій взялъ только 10 чиселъ, то, значитъ, у него была своя идея, а не идея Шуере. Почему у Шуере 12 чиселъ? Очевидно, въ этихъ 12 числахъ была особая идея, которую не взялъ Магницкій, а слѣдовательно, не было и заимствованія. Но у Шуере нѣтъ таблицы сложенія того вида, который приведенъ Магницкимъ, а оба вида таблицъ Магницкаго имѣютъ очевидную связь. Слѣдовательно, нельзя утверждать заимствованіе, и надо сказать, что сходство случайное. Или, посмотрѣвъ на таблицу Шуере, если онъ имѣлъ у себя этотъ учебникъ, Магницкій воспользовался формой, но обработалъ эту форму, установивъ ее и для таблицы сложенія. Во всемъ этомъ можно установить знакомство, но ни въ какомъ случаѣ нельзя говорить о заимствованіи. Это тѣмъ болѣе имѣетъ мѣсто, что самъ г. Бобынинъ говоритъ далѣе: „Вообще нельзя не видѣть, что при составленіи этой статьи нашъ авторъ пользовался различными иностранными учебниками (?) въ гораздо большей степени, чѣмъ прежде. Но къ числу ихъ уже не принадлежатъ арифметика Якова фонтъ-деръ-Шуере.“

нымъ сиде“, и описываетъ его такъ: „аще хоцещи вѣдати колико будетъ 7-ю 7 и ты причти къ перстомъ лѣвья руки отъ правья 2, и станеть 7: такожды и къ перстомъ правья руки отъ лѣвья чобы стало 7 же: и сложи причтенные оные персты обоихъ рукъ по 2 и будутъ значити 40: достольныя же обоихъ рукъ, сирѣчь отъ правья 3, и отъ лѣвья 3: умножи ихъ между собою и будетъ 9, ихъ же приложи къ 40, и будетъ 7-ю 7: 49, тако и о прочихъ“. Этотъ способъ на „перстахъ“ оправдываетъ наименованіе первыхъ 9 чиселъ „персты“ и является отзвукомъ когда-то очень распространеннаго въ Россіи способа счета „пенызи и костьюми“. Въ русскихъ рукописяхъ есть замѣтка о томъ, какъ поступать, когда „прежписанныя изуствныя слова изъ памяти выдутъ, а умноженное число доведется вскорѣ вѣдати“. Для этого случая рекомендовалось слѣдующее. Положимъ намъ нужно найти 6×7 ; мы беремъ ихъ ариометическія дополненія 4 и 3 и ихъ перемножаемъ, получимъ 12, это будутъ единицы; десятки получаютъ вычитаніемъ одного дополненія изъ другого взятаго числа ($6-3$) или ($7-4$), получимъ 3; получимъ $30+12=42$. Это обыкновенно заключалось въ видѣ слѣдующей таблицы.

$$\begin{array}{r|l} 6 & 4 \\ 7 & 3 \\ \hline 4 & 2 \end{array}$$

Очевидно, что Магницкій усовершенствовалъ этотъ способъ, примѣнивъ его къ пальцамъ*).

Переходя теперь къ обзору изложенія и вывода правила умноженія цѣлыхъ чиселъ, нужно отмѣтить, что въ этомъ отношеніи

*) Г. Бобынинъ (Очеркъ ист. мат. зн. въ Росс. XVII столѣтія, вып. I, стр. 49) даетъ обоснованіе для этого счета $(10-a)(10-b) = (10-a-b) \cdot 10 + ab$, гдѣ a и b суть ариометич. дополненія данныхъ для умноженія чиселъ. По нѣкоторымъ даннымъ я думаю, что въ этомъ счетѣ сохранились слѣды пятеричной системы, тогда лучше дать иное объясненіе. Если мы число большее 5 представимъ въ видѣ $5+a$, а другое число $5+b$, то схема рукописей дастъ $\begin{array}{r|l} 5+a & 5-a \\ 5+b & 5-b \end{array}$; тогда число десятковъ всегда равно $a+b$, ибо $(5+a) - (5-b) = a+b$, а число единицъ будетъ $(5-a)(5-b)$, т.-е. произведеніе представится всегда въ видѣ $10(a+b) + (5-a)(5-b)$. Это же и даютъ пальцы: на одной рукѣ a загнутыхъ и $5-a$ незагнутыхъ; на другой b загнутыхъ, и $5-b$ незагнутыхъ. Складывая загнутые, мы получимъ $a+b$ — число десятковъ; пермножая незагнутые, находимъ $(5-a)(5-b)$ — число единицъ. Можно разсуждать и такъ: истинное произведеніе чиселъ будетъ $25 + 5(a+b) + ab$; произведеніе дополненій $25 - 5(a+b) + ab$. Первое произведеніе отличается отъ второго на $10(a+b)$. Слѣдовательно, если мы къ произведенію дополненій $(5-a)(5-b)$ придадимъ $(a+b) 10$, то получимъ искомое произведеніе.

авторъ ариѳметики обнаружилъ большой педагогическій талантъ. Онъ начинаетъ изложеніе съ простѣйшаго примѣра 34×2 , объясняя на немъ, какъ записывается умноженіе, и какъ оно дѣлается: потомъ переходитъ къ умноженію многозначнаго числа на однозначное и даетъ задачи. Послѣ онъ переходитъ къ способу умноженія на число двузначное 213×23 и опять подробно разсматриваетъ производство дѣйствія, даетъ на него рядъ примѣровъ и задачъ. Считая, что на этихъ примѣрахъ правило достаточно выяснено, онъ переходитъ къ тому случаю, когда двузначное число или оканчивается нулями или имѣетъ нули въ серединѣ. Потомъ переходитъ къ умноженію многозначнаго на многозначное. Разсмотрѣвъ во всей подробности умноженіе цѣлыхъ чиселъ, онъ говоритъ: „нѣци же умножаютъ страннымъ инымъ нѣкоимъ образомъ, си есть: верхняго перечня отъ правыя руки числа умножаютъ числами нижняго перечня отъ лѣвыя руки, якоже здѣ умножено есть“.

Слѣдуютъ два примѣра. Одинъ изъ нихъ слѣдующій.

$$\begin{array}{r} 481 \\ 399 \\ \hline 1443 \\ 4329 \\ 4329 \\ \hline 191919 \end{array}$$

Это указаніе на „ивъ образъ“ умноженія для насъ важно въ томъ отношеніи, что вопреки мнѣнію г. Бобынина о томъ, что авторъ при составленіи статьи „пользовался различными иностранными учебниками“, слѣдуетъ признать обратное. Какъ показано у г. Беллюстина*), въ иностранныхъ учебникахъ изыскивались

особые способы расположенія частныхъ произведеній: ихъ располагали и въ видѣ треугольника, и въ видѣ ромба и прочее. Способъ умноженія, данный Магницкимъ, принадлежитъ, по словамъ Беллюстина, Адаму Ризе (1492—1559); но это есть способъ и нашихъ рукописей, слѣдовательно, взятый не изъ сочиненія Ризе. Во второмъ способѣ не указанъ у Беллюстина авторъ, но его можно отнести къ способу Вендлера. Другихъ способовъ Магницкій не приводитъ: онъ ихъ или не зналъ или не считалъ настолько интересными, чтобы дать мѣсто въ ариѳметикѣ.

Въ обоихъ случаяхъ пользованіе, т.-е. подражаніе западнымъ учебникамъ отпадаетъ, и я думаю, что съ большой вѣроятностью здѣсь надо видѣть собственную разработку вопроса объ умноженіи самимъ Магницкимъ на основаніи того матеріала, который ему дали рукописи, т.-е. его основное изученіе ариѳметики. На это указываетъ и выдуманный имъ терминъ „еличество“, который пропалъ вмѣстѣ съ его курсомъ. Если это слово есть „величество“, то въ старославянскомъ значеніи оно употреблялось какъ „объемъ“, „величина“. Называя такъ множимое, Магницкій какъ будто хо-

*) Беллюстинъ. „Какъ постепенно дошли люди до настоящей ариѳметики“, стр. 71—93.

тѣль показать, что множитель не есть величина, т.-е. опять приближался къ идеѣ сложенія равныхъ слагаемыхъ, о чемъ уже ясно говоритъ его ученикъ Кургановъ.

Итакъ, анализируя изложене умноженія, мы видимъ, что въ немъ какъ бы перебиваются двѣ идеи: нахожденіе новой величины и сложеніе равныхъ слагаемыхъ. Обѣ эти идеи мы можемъ примирить, что, быть-можетъ, и хотѣлъ показать Магницкій въ своемъ опредѣленіи, если скажемъ, что въ умноженіи величинъ содержатся два процесса: умноженіе самихъ величинъ даетъ новую величину: линия на линію даетъ площадь; площадь на линію даетъ объемъ и т. п.; но измѣреніе или количество этой новой величины получается изъ произведенія чиселъ, измѣряющихъ данныя величины, а это умноженіе есть сложеніе равныхъ слагаемыхъ. „Умноженіе есть, имже что въ числахъ умножаемъ, или колѣкимъ вещемъ по множеству иныхъ вещей раздаемъ: *и количество ихъ числомъ показуемъ*“.

Предъленіе пятое. „Дѣленіе есть, имже большее число, или перечень, на равныя части меньшимъ раздѣляемъ, отъ нихъ же едину, числомъ же показуемъ“.

Ученикъ Магницкаго Кургановъ такъ опредѣляетъ это дѣйствіе: „дѣленіе учить, какъ такое число находить, которое показываетъ, сколько разъ одно данное число въ другомъ содержится, то-есть данное число по произволению на равныя части раздѣлить и величину каждой части показать“ *). Съ одной стороны это опредѣленіе въ своей второй части настолько тѣсно примыкаетъ къ опредѣленію Магницкаго, что является его дословнымъ повтореніемъ; но въ своей первой части оно вводитъ совершенно иной принципъ, и слово „то-есть“ совершенно неправильно.

Въ дальнѣйшемъ развитіи было дано большее значеніе именно первой части опредѣленія Курганова, и г. Аничковъ опредѣляетъ дѣленіе такъ: „дѣленіе есть способъ (не дѣйствіе) изъ данныхъ двухъ чиселъ находить третіе, въ которомъ бы столько содержалось единицъ, сколько разъ одно изъ данныхъ чиселъ содержится въ другомъ“.

Кургановъ говоритъ далѣе, что дѣленіе есть сокращенное вычитаніе, а г. Аничковъ даетъ теорему: „ежели дѣлитель на частное число будетъ умноженъ: то происшедшее изъ того произведеніе будетъ равно дѣленному числу“. Опредѣленіе Аничкова повторяетъ и Гурьевъ и также говоритъ, что дѣленіе есть способъ. Нельзя

*) Кургановъ, стр. 27.

сказать, чтобы и въ современныхъ курсахъ ариѳметики установился прочный взглядъ на дѣленіе*).

Итакъ, мы можемъ отмѣтить только, что первый печатный курсъ разсматривалъ дѣленіе какъ раздѣленіе на равныя части. Давни опредѣленіе, Магницкій говоритъ: „Въ первыхъ лѣпо есть знати, яко большій убо перечень, его же хощемъ дѣлити, нарицается *множество* или дѣлимый: а другой имже дѣлимъ, есть *дѣлитель*: третій же отъ тѣхъ дву происшедвій за черту, именуется *частный*, или квотусъ. Потомъ вѣдай, яко дѣлитель всегда полагается внизу подъ дѣлимымъ, подъ первое число отъ лѣвой руки,

36 дѣлимый	
2 дѣлитель.	

якоже здѣ зримо есть.

Но егда дѣлимого будутъ первыя числа меньше неже дѣлителя, и тогда полагается дѣлителя число, отъ лѣвыя руки, подъ другое дѣлимого, якоже здѣ

36	
4	

Далѣе, онъ излагаетъ тотъ способъ дѣленія, который былъ принятъ въ русской жизни въ теченіе XVII вѣка; но прежде чѣмъ перейти къ его разсмотрѣнію, остановимся на двухъ словахъ: „большее число или перечень“. Я уже говорилъ о значеніи слова перечень, что оно означало: итогъ, сумма; слово число, по толкованію Тала, означало количество. Можно думать поэтому, что въ своемъ опредѣленіи Магницкій хотѣлъ разграничить эти почятія, но я думаю, что это не такъ. Дѣло въ томъ, что числа, данныя для дѣленія, получили свое наименованіе уже къ рукописяхъ XVII вѣка. Здѣсь дѣлимое называлось „*большой перечень*“. Очевидно, что это именно наименованіе и имѣлъ въ виду Магницкій, говоря: „большее число или перечень“; для дѣлителя было наименованіе „*дѣловой перечень*“, а частное называлось „*жеребейный перечень*“, остатокъ — „остаточныя доли“. Сопоставляя эти наименованія съ опредѣленіемъ дѣленія у Магницкаго, мы можемъ видѣть, что авторъ перваго печатнаго курса ариѳметики слѣдовалъ основной идеѣ предшествующихъ ему курсовъ.

Что касается до правила производства дѣйствія, то Магницкій приводитъ 6 различныхъ способовъ дѣленія; но главный, на которомъ онъ особенно останавливается, ведетъ все объясненіе и пользуется имъ при всѣхъ дальнѣйшихъ вычисленіяхъ, есть тотъ, который содержится и въ рукописяхъ XVII вѣка. Г. Беллюстинъ указываетъ 16 способовъ дѣленія, употребляемыхъ въ Западной Европѣ, включая сюда и древніе арабскіе способы**), не считая

*) Галанивъ. „Введеніе въ метод. ариѳм.“, стр. 156.

**) Беллюстинъ, 98—116 стр.

способовъ, предложенныхъ въ теченіе XVIII вѣка. Отсюда видно, что современное правило производства дѣйствія установилось чрезвычайно поздно, почти въ XIX столѣтіи.

Наши рукописи XVII вѣка содержатъ описаніе трехъ способовъ производства этого дѣйствія, при чемъ наиболѣе употребляемый тотъ, который излагается Магницкимъ. Вотъ что говоритъ г. Бобынинъ:

„Изъ изложенныхъ Магницкимъ способовъ дѣленія въ нашихъ рукописяхъ и въ „Ариѳметикѣ“ Якова фонъ-деръ-Шуере, а также и вообще на Западѣ до самаго XVIII столѣтія употреблялся только первый, что не мѣшало, впрочемъ, составителямъ учебниковъ вводить въ свое изложеніе также и другіе“.

Отыскивая этотъ способъ въ западныхъ учебникахъ, мы не найдемъ тамъ его полного прототипа, но встрѣтимъ ту же идею*).

Изложеніе Магницкаго начинается съ самыхъ простыхъ примѣровъ $36:2$. Дѣлитель подписывается надъ дѣлимимъ, частное ставится сбоку и отдѣляется скобкой. Само дѣйствіе онъ объясняетъ такъ: „но и сіе вѣдай, яко не едину часть токмо, или двѣ, дѣлитель изъ дѣлимого выдѣляетъ, но и многія, якоже здѣ $36:18$ Творится же сиче: напиши прежде, по наукѣ вышеозначен-

ной перечни, дѣлимый и дѣлитель аще 36 и умстуй, коликожды
 2 }
 взять нижнихъ чиселъ изъ верхнихъ 3-хъ: и придетъ цѣлыхъ 1,
 и сіе 1 постави за чертою сиче 36 } 1
 2 }

И единожды 2 вычти изъ 3-хъ и 1 остался 1 и сей 1 постави надъ 3-мя: а 3 оно

нижнее 2 похѣрь сиче: $\overset{1}{36}$ } 1. Потомъ паки напиши дѣлителя
 $\underset{2}{2}$ }

подъ 6 коликожды можно нижнихъ чиселъ взять. И ум- $\overset{1}{36}$ } 18.
 стуй, изъ 16 верхнихъ, и придетъ 8 : и сіе 8 напиши $\underset{2}{2}$ }
 за чертою подлѣ 1, и будетъ 18, ежели на единъ жребій равный
 въ раздѣленіи пришло“.

Далѣе, онъ также подробно разбираетъ дѣленіе $130:3$, потомъ $420:4$, даетъ на это примѣры и переходитъ къ случаю двузначнаго дѣлителя. На этотъ случай даетъ 11 задачъ. Потомъ уже безъ объясненія даетъ примѣръ трехзначнаго дѣлителя и перехо-

*) Говоря такъ, я имѣлъ въ виду то, что указано у г. Беллюстина. Однако, въ курсѣ математики Христіана Вольфа „Compendium elementorum matheseos universalis“ изд. 1742 г. показанъ какъ разъ тотъ способъ, которымъ пользуется Магницкій.

дѣлѣнїи къ многозначнымъ. Остатки при дѣленїи всегда записываютъ въ частномъ въ видѣ дроби.

Здѣсь не мѣшаетъ указать на методическій приѣмъ автора. Онъ не многословенъ, но то, что онъ объясняетъ, то объясняетъ подробно и притомъ самое существенное. Такъ, въ дѣленїи онъ излагаетъ на простыхъ примѣрахъ, какъ надо производить дѣйствїе, и это излагаетъ со всей подробностью: дальше приводитъ только вычисленїя, разчитывая, что читатель самъ приложитъ къ нимъ приведенное выше объясненїе. Покончивши съ объясненїемъ основного способа дѣленїя и давши достаточное число примѣровъ на каждый случай, Магницкій приводитъ иные способы, при чемъ нѣкоторые безъ всякихъ поясненїй. Первый изъ нихъ онъ сопровождаетъ такимъ изложенїемъ: „Мнози убо дѣлятъ перечни сицевымъ образомъ: егда дѣлителемъ емлютъ, изъ чиселъ дѣлимаго, и написавши за чертою, умножаютъ имъ весь дѣлитель, и подписавше вычитанїемъ вычитаютъ изъ дѣлимаго; якоже здѣ“. Слѣдуютъ два примѣра, изъ которыхъ я дамъ одинъ. Нужно раздѣлить 5175 на 15.

6

$$\begin{array}{r} 3175 \\ 15 \\ 45 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3. \text{ Дѣлителя подписываютъ подъ дѣлимымъ, берутъ частное } 3, \text{ умножаютъ на } 15 \text{ и пишутъ внизу произведенїе } 45, \text{ вычитаютъ его изъ } 51 \text{ и остатокъ } 6 \text{ пишутъ сверху дѣлимаго. Теперь вновь подписываютъ дѣлителя подъ соотвѣтственными разрядами дѣлимаго такъ: } \end{array}$$

Дѣлятъ 67 на 15, получаютъ въ частномъ

1

и произведенїе подписываютъ подъ тѣми же разрядами: 6 и 0 вычитаютъ изъ 6 и 7 дѣлимаго, зачеркивая ихъ кромѣ 7 и дѣлителя 15. Подъ остаткомъ 75 вновь подписываютъ 15. Дѣлятъ 75 на 15, ставятъ въ частномъ 5 и подписываютъ произведенїе. Тогда, окончательно

$$\begin{array}{r} 3175 \\ 15 \\ 4505 \\ 11 \\ 67 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 345 \\ \\ \end{array}$$

Показавъ этотъ примѣръ, онъ говоритъ:

„И намъ видится, сицевымъ образомъ есть удобнѣйше, но тѣмъ

иже слабѣйши разумѣніе и тцаніе имуть: зане не толикаго есть домышленія, и остроты“.

Далѣе идутъ способы, которые я приведу въ томъ видѣ, какъ они написаны у Магницкаго (3).

„Нѣцѣи же паки инымъ образомъ дѣять, яко же здѣ

2

262

5175 дѣлимый. Иже на кѣ-

345 частный. 15-ти изъ 5175

1333 измедь.

11 дѣлитель

Вотъ и все объясненіе. Здѣсь только частное подписывается подъ дѣлимымъ, а въ остальномъ дѣйствіе производится такъ же, какъ и въ основномъ способѣ, излагаемомъ Магницкимъ.

Способъ 4-й „Инь образецъ дѣленія“ этотъ приемъ очень похожъ на способъ Барта въ XVIII вѣкѣ, на который указываетъ г. Беллюстинъ*), только у него не помѣчено почему-то частное. Отмѣчу еще, что хотя приемъ данъ безо всякихъ словесныхъ поясненій, но, какъ видитъ читатель, ходъ вычисленія соверш. ясенъ, благодаря добавочнымъ надписямъ: дѣлитель, вычитающій, остаточный.

Дѣлимый	77446392	27041	968
дѣлитель	2864		2864
Вычитающій	5728		
Остаточный	20166		
дѣлитель	2864		
	20048		
	11839		
дѣлитель	2864		
	11456		
	3832		
дѣлитель	2864		
	968.		

5) „Паки инъ образецъ дѣленія“ 11 } Этотъ способъ совершенно тождественъ со способомъ Вендлера педагога XVII вѣка, приведеннаго у г. Беллюстина**).

25515000	2319545	5
35		11
21		
105		
60		
50		
60		
5		

6) „Потомъ инъ изящнѣйшій образецъ дѣленія, зане на единомъ семь образцѣ, сугубое дѣйство, сирѣчь здѣленіемъ и повѣреніе: якоже явлено есть.

*) Беллюстинъ, стр. 99.
**) Ibid.

Этотъ примѣръ приведенъ у г. Беллюстина подѣ № 10 *), среди особыхъ примѣровъ производства дѣленія подѣ именемъ Магницкаго. Такимъ образомъ, если довѣрить этому показанію, то нужно думать, что это есть способъ, предложенный самимъ Магницкимъ.

Далѣе идутъ задачи „прикладны гражданскіе“ въ количествѣ 7 задачъ. Этимъ оканчивается первая часть о числахъ цѣлыхъ. Въ концѣ ея приложена уже рассмотрѣнная мною метрологическая система цѣнностей и вѣсовъ.

Мнѣ осталось рассмотреть повѣрку дѣйствій; но здѣсь можно сказать вообще о томъ, какъ Магницкій излагаетъ ученіе о числахъ цѣлыхъ. Мы видимъ, во-первыхъ, что онъ далеко не чуждался западныхъ учебниковъ, но изъ нихъ не можемъ указать ни на одинъ, которому бы онъ рабски слѣдовалъ. А отсюда можно считать несомнѣннымъ, что онъ тщательно переработалъ весь доступный ему матеріалъ и изложилъ его по-своему, введя, быть-можетъ, нѣкоторыя упрощенія въ вычисленіе, давши новыя и притомъ свои опредѣленія и поставивъ этимъ ариметику въ разрядъ точныхъ строго логическихъ наукъ. Онъ не даетъ доказательствъ, но эти доказательства съ его точки зрѣнія не были и нужны, такъ какъ каждое дѣйствіе у него есть способъ, т.-е. самостоятельная операція, которая содержитъ въ себѣ не изученіе свойствъ чиселъ, а изученіе свойствъ величинъ. Послѣдующіе математики-педагоги углубили и расширили основныя точки зрѣнія Магницкаго, но не нарушили его педагогической системы. Вотъ почему мы должны считать Магницкаго первымъ русскимъ методистомъ.

1736
56092
59843
678

5424
5424

1356

436

59843

}

882

Оставшее
вѣрно раз-
дѣлено.

Повѣрка дѣйствій.

Разсматривая рукописи XVII вѣка, г. Бобынинъ говоритъ: „Повѣрка сложенія, умноженія и дѣленія производилась посредствомъ числа 9. При этомъ всегда употребляется крестъ. При сложеніи остатокъ, полученный отъ вычитанія 9 изъ цифръ слагаемыхъ, помѣщался сверху креста, а такой же остатокъ, полученный отъ суммы, внизу креста. При умноженіи надъ крестомъ помѣщался остатокъ отъ множимаго, подѣ крестомъ—остатокъ отъ

*) Беллюстинъ, стр. 109.

множителя, съ одной стороны креста — остатокъ отъ произведенія первыхъ двухъ остатковъ, а съ другой стороны—остатокъ отъ повѣреннаго произведенія. При дѣленіи въ рукописяхъ болѣе древней редакціи крестъ совѣмъ не употребляется, и находимые остатки записывались въ одну строку, въ рукописяхъ же второй половины XVII столѣтія остатокъ отъ дѣлимаго помѣщался съ правой стороны креста, остатокъ отъ дѣлителя—сверху креста, остатокъ отъ частнаго—снизу и, наконецъ, остатокъ отъ произведенія двухъ послѣднихъ остатковъ, сложеннаго съ остаткомъ отъ дѣленія — съ лѣвой стороны креста. Что касается до вычитанія, то оно всегда повѣрялось посредствомъ сложенія остатка съ вычитаемымъ. Въ болѣе древнихъ рукописяхъ, кромѣ упомянутой уже повѣрки дѣленія числомъ 9, всегда излагался другой способъ, состоящій въ сложеніи остатка съ произведеніемъ дѣлителя на частное“ *).

„Что есть повѣреніе?“—спрашиваетъ Магницкій въ статьѣ о сложеніи и отвѣчаетъ:

„Повѣреніе ничто что есть, токмо свидѣтельство сложенія, аще истинно сложилъ безъ погрѣшенія, или въ чемъ погрѣшилъ: а повѣряется сице: изъ всѣхъ верхнихъ перечней порядкомъ вычитай по 9, оставшее же напиши особо. А потомъ вычти изъ изподняго перечня по 9 же: и что останется того смотри, толикое же число осталось, елико и отъ верхнихъ оставшее, и особно написанное. И потому знай, яко право и безъ погрѣшенія сло- 9873
женъ перечень. Аще же не будетъ согласенъ оста- 9837 3
токъ съ первымъ остаткомъ, убо не добръ сло- 17976 |—3—|
жилъ еси“ **).

37786

Что касается до этой повѣрки, которая намъ кажется очень трудной и во всякомъ случаѣ превышающей по степени трудности само дѣйствіе, то, я думаю, что оно имѣетъ историческое происхожденіе и осталось у Магницкаго по традиціи. Ее легко производить на счетахъ, а потому она и была въ большемъ употребленіи (это моя догадка) при дощаномъ счетѣ.

При вычитаніи, какъ мы видѣли со словъ г. Бобынина, употреблялась повѣрка сложеніемъ, Магницкій, очевидно, въ силу си-

*) Бобынинъ. „Очерки изъ истор. физ.-мат. знаній въ Россіи“, вып. 1, стр. 52—53.

**) Г. Бобынинъ, разбирая эту повѣрку, находитъ, что способъ ея, горизонтальная черта, которой отличается повѣрка Магницкаго отъ повѣрки рукопшсей, гдѣ стоитъ крестъ, одинаковъ со способомъ повѣрки у Шюере. Но эта одинаковость и кончается на сложеніи. При вычитаніи г. Бобынинъ не упоминаетъ о сходствѣ, а при умноженіи прямо говорить, что крестъ Магницкаго + совершенно не похожъ на крестъ Шюере ×.

стематичности вводитъ ее и въ этомъ случаѣ. Онъ гоноритъ: „Аще хощеша извѣститися, добръ ли вычиталъ, или погрѣшилъ; и ты сотвори сиче: перечень, изъ него же вычитаеша, сирѣчь большій, вычти по 9, и что во остаткахъ будетъ, то особно напиши, потомъ вычти нижній перечень вкупѣ, и другій, иже подъ чертою, по 9-ти же. И аще останется толико же, якоже и въ вышнѣмъ, убо добръ вычиталъ еси якоже сиче“.

245

Но сей часъ же приводитъ: „инъ образецъ повѣренія“, тотъ который приводится и въ рукописяхъ—словеніемъ вычитаемаго и остатка.

Повѣреніе умноженія Магницкій излагаетъ такъ: „Повѣреніе умноженія сиче творится: подобаетъ вышній перечень, иже есть сличество вычитати по 9: и что останется класти особно: Потомъ другій перечень, иже есть множитель, вычитати по 9-ти же: и то еже останется, съ первымъ остаткомъ множити: и что придетъ отъ того девятины отлагать же. А остатокъ особно записать, иже есть третій. Такжеже и произведеніе вычитати по 9: и остатокъ сей четвертый; аще съ треть-

365	---	5	3	сему
24	---		3	сог-
1460	---	6	3	ласно
730	---	30	3	убо
8760	---	30	3	добръ

емъ остаткомъ единокъ, убо добръ множилъ еси“. При дѣленіи Магницкій говоритъ: „Повѣреніе дѣленія извѣстное и лучшее есть, тѣхъ же переченьъ умноженіе“. Изъ этого краткаго замѣчанія ясно видно, что собственно весь вопросъ о повѣреніи имѣетъ чисто традиціонный характеръ. Самъ Магницкій въ своихъ примѣрахъ и задачахъ никогда не пользуется имъ, очевидно, считая, что вопросъ о повѣреніи имѣетъ не практической, а чисто теоретической смыслъ. Такъ и здѣсь, сказавъ столь важное положеніе, онъ не даетъ даже примѣра этого повѣренія, но добавляетъ къ нему: „паки ино повѣреніе сиче зри: дѣлимыи вычти по 9 и остатокъ напиши, потомъ и дѣлителя, и за чертою частного остатка, аще со остатками болшого си есть дѣлимого перечня сходны будутъ; убо добръ дѣлимъ“.

17
1353
4367 } 14
3211
32

Частного	5	
дѣлимого 4	---	4 согласно добръ дѣлилъ
дѣлитель 6	---	
	30	
отъ долей 1	---	
Всѣхъ 31 будетъ сирѣчь 4.		

стематичности вводитъ ее и въ этомъ случаѣ. Онъ гоноритъ: „Аще хоцеша извѣститися, добръ ли вычиталъ, или погрѣшилъ; и ты сотвори сиче: перечень, изъ него же вычитаеша, сирѣчь большій, вычи по 9, и что во остаткахъ будетъ, то особно напиши, потомъ вычи нижній перечень вкупѣ, и другій, иже подъ чертоку, по 9-ти же. И аще останется толико же, якоже и въ вышнѣмъ, убо добръ вычиталъ еси якоже сиче“ . 245

Но сейчасть же приводитъ: „инъ образецъ повѣренія“, тотъ который приводится и въ рукописяхъ—сло- 132 2
женіемъ вычитаемаго и остатка. 113 2.

Повѣреніе умноженія Магницкій излагаетъ такъ: „Повѣреніе умноженія сиче творится: подобаетъ вышній перечень, иже есть сличество вычитати по 9: и что останется класти особно: Потомъ другій перечень, иже есть множитель, вычитати по 9-ти же: и то еже останется, съ первымъ остаткомъ множити: и что придетъ отъ того девятины отлагать же. А остатокъ особно записать, иже есть третій. Такжеде и произведеніе вычитати по 9: и остатокъ сей четвертый; аще съ треть- 365 5
емъ остаткомъ единокъ, убо 24 — сиче 3 — 1 — 3 сему сог-
добръ множилъ еси“. При дѣ- 1460 — 1 — ласно убо
леніи Магницкій говоритъ: 730 — 6 —
„Повѣреніе дѣленія извѣст- 8760 — 30 — добръ есть.
ное и лучшее есть, тѣхъ же перечневъ умноженіе“. Изъ этого краткаго замѣчанія ясно видно, что собственно весь вопросъ о повѣреніи имѣетъ чисто традиціонный характеръ. Самъ Магницкій въ своихъ примѣрахъ и задачахъ никогда не пользуется имъ, очевидно, считая, что вопросъ о повѣреніи имѣетъ не практической, а чисто теоретической смыслъ. Такъ и здѣсь, сказавъ столь важное положеніе, онъ не даетъ даже примѣра этого повѣренія, но добавляетъ къ нему: „паки ино повѣреніе сиче зри: дѣлимый вычи по 9 и остатокъ напиши, потомъ и дѣлителя, и за чертоку частного остатка, аще со остатками болшого си есть дѣлимого перечня сходны будутъ; убо добръ дѣлимъ“.

17
1353
4367 } 14
3211
32

Частного
5
дѣлимого 4 — 4 согласно добръ дѣлилъ
дѣлитель 6
30
отъ долей 1
Всѣхъ 31 будетъ сирѣчь 4.

Чтобы понять значеніе этой таблицы, слѣдуетъ припомнить, что въ папирусѣ Ринда описанъ особый пріемъ для дробей, употребляемый у египтянъ. Они называли дробями только тѣ, у которыхъ числитель былъ единица; всякую другую дробь они представляли въ видѣ суммы дробей съ числителемъ, равнымъ единицѣ. Для этого у нихъ были таблицы, по которымъ всякую дробь можно было представить въ видѣ суммы дробей съ числителями, равными 1. Въ этихъ таблицахъ находились дроби съ числителемъ 2 и знаменателемъ ряда нечетныхъ чиселъ были разложены на подобныя суммы; такъ, на примѣръ:

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}; \quad \frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28} \text{ и т. д.}$$

Теперь, если мы возьмемъ дробь $\frac{5}{12}$, то ее можно представить въ видѣ $\frac{1+4}{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ *). Египтяне не писали знака +, а просто ставили слагаемыя дроби рядомъ. Этотъ же способъ остался и у грековъ, которые писали, напр., сумму $\frac{1}{2} + \frac{1}{26}$ въ видѣ $\sigma\chi\varsigma$. Дробь $\frac{2}{3}$ у египтянъ не разлагалась, а у грековъ для нея былъ особый знакъ ω . Тѣ дроби, на которыя разлагалась всякая дробь, Канторъ называетъ „Stammbrüche“, названіе, которое можно перевести „основныя дроби“. Такъ вотъ слѣды этихъ основныхъ дробей, мнѣ кажется, и содержатся въ этихъ чети, седмины, девятины и пр. Эти названія шли только до $\frac{1}{9}$, а дальше доли назывались „жеребьи“. Послѣднее наименованіе уже утрачено Магницкимъ, но зато онъ вводитъ десятины. Все это предположеніе находится въ связи съ гипотезой о восточномъ вліяніи на русскую жизнь, откуда къ намъ пришелъ „счетъ пѣвнннзи и костми“, и „дошанный счетъ“, какъ преобразование китайскаго „Сванъ-панъ“.

Теперь, съ другой стороны, мы имѣемъ очень своеобразное представленіе дробей у римлянъ. Вотъ что говоритъ г. Беллюстинъ: „Народъ серьезный, практическій, дѣловой, они предпочитали отвлеченному мышленію наглядность, и поэтому нѣтъ ничего естественнѣе въ ихъ положеніи, какъ замѣнить отвлеченныя доли подраздѣленіями употребительныхъ мѣръ. Они остановили свое вниманіе на мѣрѣ вѣса—фунтъ (ассъ, въ настоящее время аптекарскій фунтъ). Ассъ дѣлится на 12 частей — унцій. Изъ нихъ образуются всѣ

*) Moritz Cantor. Vorlesungen über Geschichte der Math. I. 1 стр. 25; см. также Беллюстинъ, стр. 133, 134.

дроби со знаменателемъ 12, т.-е. $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{12}$, $\frac{3}{12}$ и т. д.; при этомъ каждая изъ такихъ дроби выражается особеннымъ знакомъ и особеннымъ словомъ; любую дробную величину можно было выражать при помощи унцій; напр., вмѣсто того, чтобы сказать: „я прочиталъ $\frac{2}{15}$ книги“, говорили: „я прочиталъ 5 унцій книги“. Такимъ образомъ, фунтъ являлся и именованной единицей и въ то же время отвѣченной, такъ какъ его долями выражались всевозможныя дроби*).

Объ этомъ же говорить и Магницкій: „И той ассъ или пондо, си есть той фунтъ мѣди, римляне разсѣкоша на 12 частей, по чину дванадесяти мѣсяцевъ лѣта, якоже Канифаній пишетъ, и всякую изъ тѣхъ частей именоваша унцію, си есть единица, и та унція была дванадесятая часть фунта, или асса. А единъ секстансъ была шестая часть. Квадрансъ четвертая. Триенсъ третія“ и т. д. Все это онъ представляетъ въ видѣ слѣдующей таблицы.

Унція.	Секстансъ.	Квадрансъ.	Триенсъ.	Квинкунзъ.	Семизъ.	Соптунзъ.	Дось.	Додразъ.	Декстанзъ.	Доунсъ.	Ассъ.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Теперь, если мы сведемъ все изложенное въ одно, то увидимъ, что Магницкій, примыкая къ римскому представленію дроби, оставилъ „основныя дроби“ русской математики и въ своей статьѣ о нумераціи говорить: счисленіе въ доляхъ, якоже и въ цѣлхъ, *но со инымъ именованіемъ частнымъ*, сирѣчь едина половина $\frac{1}{2}$, или двѣ трети $\frac{2}{3}$ или три четверти $\frac{3}{4}$ и прочая зри въ таблицѣ“, а въ этой таблицѣ указанъ счетъ четвертями, пятинами и пр. до десятиныхъ, и она оканчивается вышеприведеннымъ указаніемъ. Въ этомъ указаніи легко видѣть, что всѣ приведенныя дроби сокращаются только на два, кромѣ третей, которыя сокращаются на 3. Какъ будто здѣсь содержится ясный намекъ на египетскія Stammbrüche и на греческую ω. Если мы теперь обратимъ вниманіе на слова „но со инымъ именованіемъ частнымъ“, и слову „частнымъ“ придадимъ смыслъ „исключительнаго“, „особеннаго“, то получимъ подтвержденіе высказаннаго предположенія.

*) Беллюстинъ, стр. 136.

Итакъ, я думаю, что составитель ариеметики, называя дроби особымъ терминомъ— „числа ломанья“, имѣлъ въ виду выдѣлить ихъ въ особый видъ чиселъ, изображаемыхъ тѣми же „знаменованіями“ (цифрами), но съ особымъ, имъ только принадлежащимъ смысломъ и значеніемъ.

Согласно такому взгляду на дроби, онъ особо говоритъ о дѣйствіяхъ надъ ними: „Число убо цѣлое содержитъ предѣленій пять: сіе же семь: ихъ же нарицанія сицевыхъ суть“. Эти наименованія дѣйствій онъ вновь приводитъ по-гречески, по-латыни и по-славянски. Я возьму только славянскія счисленіе, премѣненіе, сокращеніе, сложеніе, вычитаніе, умноженіе, дѣленіе. Къ этому онъ добавляетъ: „Аще нѣкая именования и таяжде аще въ цѣлыхъ суть, но особья въ дѣйствѣ различности имѣютъ, о нихъ же ясно узриши ниже“. Другими словами: эти особья числа имѣютъ и особый смыслъ и особья дѣйствія, хотя наименованія этихъ дѣйствій и одинаковы съ наименованіемъ дѣйствій цѣлыхъ чиселъ. Такимъ образомъ, курсъ дробей совершенно отрывается отъ курса чиселъ цѣлыхъ и имѣетъ въ своей основѣ новыя теоретическія положенія. Эти положенія состоятъ въ томъ, что ученіе о новыхъ числахъ имѣетъ не пять, а семь „предѣленій“, и первое изъ нихъ есть „счисленіе“. Въ древнихъ рукописяхъ ученіе о дробяхъ начиналось „статья численая о всякихъ доляхъ указъ“ и начиналась съ указанія письменнаго изображенія дроби и съ выясненія понятій числителя и знаменателя*). Въ Западной Европѣ, по словамъ г. Беллюстина, римская система дробей держалась вплоть до тѣхъ поръ, когда принесенная черезъ Испанію арабская—вѣрнѣе сказагъ, индусская—ариеметика стала вступать въ свои права и получила силу и перевѣсъ. Это относится къ XV—XVI вѣку по Р. Х. Въ эти вѣка ученіе о дробяхъ получаетъ настоящій обликъ, знакомый намъ теперь, и формируется приблизительно въ тѣ же отдѣлы, которые встрѣчаются въ нашихъ настоящихъ учебникахъ**). Зная это, становится понятной та точка зрѣнія, на которую становились рукописные учебники XVII вѣка. Магницкій сдѣлалъ шагъ впередъ; онъ выдѣлилъ это новое понятіе, далъ ему опредѣленіе и ввелъ особое дѣйствіе—„счисленіе“, примыкая этимъ къ старому представленію дроби. Нѣкоторые изслѣдователи упрекали его въ томъ, что онъ вводитъ дробь при дѣленіи, обозначая остатокъ въ

*) Бобынинъ. „Оч. ист. физ. мат. зн. въ Р.“, стр. 62.

**) Беллюстинъ, стр. 136, 137. Замѣчаніе автора объ индусскихъ числахъ, я думаю, можно уже считать отвергнутымъ; гораздо правильнѣе допустить собственное европейское происхожденіе цифръ.

частномъ въ видѣ дроби. Мнѣ кажется, что они ошибаются: это — не дробь, а особое условное изображеніе остатка.

Послѣдующіе педагоги смѣшали это представленіе остатка съ понятіемъ дроби; такъ, Кургановъ пишетъ: „Дробное число ни что иное, какъ часть единицы“. Здѣсь онъ вводитъ новое понятіе „отвлеченной единицы“; этимъ введеніемъ онъ собственно расширяетъ основную идею Магницкаго, но далѣе добавляетъ: „или всякій остатокъ по дѣленіи именуется“. Вслѣдствіе этого добавленія ясное понятіе дроби, данное Магницкимъ, уже спуталось; здѣсь, очевидно, Кургановъ дѣлаетъ какую-то уступку требованіямъ времени, вводя въ понятіе дроби новый признакъ — невыполненное дѣленіе. Для него самого этотъ признакъ не существенъ, даже идетъ вразрѣзъ съ его обычной мыслию, такъ какъ дальше онъ находитъ „доли отъ доли“. Здѣсь онъ говоритъ: „Понеже отъ раздѣленія единицы или какого-нибудь цѣлого на части происходятъ доли (значить, доли происходятъ не отъ дѣленія числа на число, а отъ дѣленія единицы или цѣлаго, что конечно не все равно), а ежели оныя доли еще раздѣлить на части, то такія части называютъ доли долей“ *). Здѣсь онъ вновь приближается къ Магницкому и развиваетъ его основную идею. Г. Аничковъ послѣ ученія о числахъ цѣлыхъ помѣщаетъ статьи о пропорціяхъ и прогрессіяхъ и только тогда переходитъ къ дробяхъ; онъ говоритъ: „Дробь или ломаное число (*membrus fractus*) есть часть цѣлаго или единицы, *которая какое-нибудь цѣлое, изъ известнаго числа частей состоящее, представляетъ*“. Немного ниже онъ говоритъ: „Происхожденіе дробей иные производятъ отъ дѣленія и называютъ дробь *частнымъ числомъ*“ **).

Изъ этого мы видимъ, во-1-хъ, что наименованіе дроби число ломаное сохранилось въ теченіе вѣка и представляетъ собою переводъ латинскаго термина *fractus*; во-2-хъ, что понятіе дроби какъ особаго числа „ломаное“ въ теченіе вѣка отдѣлилось отъ понятія „частнаго числа“, и разсматриваемый авторъ уже различаетъ вполне отчетливо оба эти понятія. Такимъ образомъ основная идея Магницкаго явилась въ дальнѣйшемъ развитіи методическаго и теоретическаго ученія ариметики той основой, исходя изъ которой всѣ послѣдующіе педагоги разсматривали дробь.

Представляя дробь какъ отдѣльный символъ, имѣющій свое „счисленіе“, Магницкій, естественно, долженъ былъ указать, какъ быть съ этимъ символомъ, когда онъ соединяется съ числомъ

*) Кургановъ, стр. 64.

***) Аничковъ, стр. 121.

цѣлымъ: „Подобнѣ и при цѣлыхъ тѣмъ же именемъ зовутся, яко два цѣлыхъ и три четверти $2\frac{3}{4}$ или три цѣлыхъ и двѣ трети $3\frac{2}{3}$: и прочая аще и въ не оконченная“. Далѣе онъ опредѣляетъ, что называется числителемъ и знаменателемъ дроби, и какъ дробь пишется; потомъ говоритъ: „Но при таковыхъ ломаныхъ числахъ, достойно да и вещь ея же части суть, сирѣчь рубль и фунтъ, или сажень, абіе означено будетъ, якоже $2\frac{1}{2}$ фунта, или рубля, и прочая“. Это дополненіе въ высшей степени важно; оно ясно показываетъ, что Магницкій разсматривалъ только именованныя числа и не представлялъ себѣ ни числа отдѣльно отъ „вещи“, ни отвлеченной единицы. Въ силу этого, какъ я уже говорилъ въ одной изъ предыдущихъ главъ, онъ долженъ былъ придумывать особые способы для рѣшенія тѣхъ задачъ, которыя въ настоящее время входятъ въ курсъ дробей. Представляя дробь какъ часть величины, онъ вновь указываетъ на способъ ея начертанія, и въ концѣ „предѣленія перваго“ говоритъ: „По томъ паки вѣдательно есть, яко части вещи полагаются надъ чертою, и чтобы числитель менше былъ знаменателя... Егда же числитель равенъ будетъ знаменателю, убо не суть части, но цѣлая вещь и число“.

Теперь, прежде чѣмъ переходить къ „предѣленію второму“, я позволю себѣ высказать нѣсколько собственныхъ соображеній по отношенію ко взгляду Магницкаго на число. Когда пифагорейцы спрашивали, сколько и какъ велико, то они дѣлили числа на двѣ категоріи, изъ которыхъ одна была тѣ числа, которыя мы называемъ именованными. Первые числа, отвѣчая на вопросъ сколько, представляли собой числовую мощность той или иной группы: 5 человекъ, 8 лошадей и пр.; вторыя числа давали размѣръ той или иной величины; но тѣ и другія представляли собой *непрерѣнно* и *обязательно* свойство вещей и не могли быть только числами безъ указанія того, къ чему онѣ относились. Такъ думалъ, мнѣ кажется, Магницкій. Теперь, въ области цѣлыхъ чиселъ, вопросъ „сколько“ былъ возможенъ для тѣхъ и другихъ чиселъ: 5 человекъ и 5 аршинъ какъ бы объединялись въ числѣ 5, и мы одинаково могли спросить и сколько людей въ комнатѣ, и сколько аршинъ въ длинѣ комнаты? Но когда мы переходимъ къ дробямъ, то между обоими группами чиселъ возникаетъ принципиальная разница. Единицы первыхъ чиселъ не могутъ дробиться, тогда какъ единицы вторыхъ дробленіе имѣютъ своимъ основнымъ свойствомъ. Здѣсь, отвѣчая на вопросъ сколько, мы должны дать особое толкованіе самому вопросу и *непрерѣнно* должны указать, сколько чего. Это

чего мы помѣщаемъ при отвѣтѣ на этотъ вопросъ въ видѣ знаменателя дроби и даемъ отвѣтъ съ указаніемъ этого знаменателя. Магницкій говоритъ, что при этомъ мы получаемъ особое число, и особенность этого числа тѣсно связана съ особенностями тѣхъ вещей, при которыхъ оно получается. Дроби выражаютъ особья свойства вещей, а потому для него необходимо не только указать на эти особья свойства, но и дать имъ формальныя опредѣленія. Вотъ почему онъ даетъ какъ особья опредѣленія этимъ свойствамъ, собираетъ ихъ въ одно мѣсто и разсматриваетъ сейчасъ же послѣ счисленія, ибо они составляютъ формальное условіе для введенія ихъ въ ариѳметику, обоснованіе того права, при которомъ мы пользуемся этими новыми числами.

„Предъленіе второе. Пермутацио или премѣненіе“. „Премѣненіе есть преложеніе частей въ цѣлая, такожде и цѣлыхъ въ частныя *) числа, сирѣчь въ ломаная“. Здѣсь очень интересно слово „преложеніе“. Прелогать, по толкованію Даля, значитъ перелогать, перекладывать, превращать, переводить на другой языкъ. Принимая это толкованіе, мы видимъ, что авторъ въ своемъ опредѣленіи хотѣлъ указать на то, что разсматриваемыя свойства вещей могутъ выражаться двумя рядами различныхъ символовъ: они могутъ быть даны и въ цѣлыхъ числахъ и въ ломаныхъ, и мы имѣемъ возможность переводить эти свойства съ одного ряда на другой. Этотъ переводъ можетъ быть совершаемъ на основаніи формальныхъ положеній (постулатовъ), число которыхъ 10: „видовъ же въ премѣненіи есть десять“.

- 1) Преобразование неправильной дроби въ смѣшанное число.
- 2) Представленіе цѣлаго въ видѣ дроби, на примѣръ, 15 фунтовъ есть $\frac{15}{40}$ пуда.
- 3) Представленіе смѣшаннаго числа въ видѣ неправильной дроби.

Я излагаю виды преобразованій своимъ языкомъ, а не языкомъ Магницкаго для краткости, и долженъ здѣсь отмѣтить тотъ особенный ходъ мысли автора, который сказывается въ этой послѣдовательности. Дробь не есть часть отвлеченной единицы, а часть именованной единицы, а потому если мы можемъ цѣлое представить какъ часть болѣе крупной единицы измѣренія, то очевидно, что, принявъ знаменателя за эту единицу измѣренія, мы можемъ и всякое смѣшанное число представить въ видѣ дроби.

Тамъ—во 2-мъ преобразованіи онъ даетъ именованный примѣръ; здѣсь—въ 3-мъ—отвлеченный. Очевидно, что между 2 и 3

*) Слово частныя значитъ особья.

содержится невысказанное предложение о возможности каждую единицу измѣренія дробить на какое угодно число равныхъ частей, и отвѣченный примѣръ молчаливо говорить, что онъ относится ко всякаго рода величинамъ и къ объему, и къ вѣсу, и къ стоимости.

4) „Часто случается писати и доли съ долями въ доляхъ“, напр., $7\frac{3}{4}$ фунта въ пудахъ; это будетъ $7\frac{3}{4}$ или $\frac{31}{40}$. Дѣйствию или,

вѣрнѣе, преобразование чисто формальное; оно есть свойство вещей и не можетъ имѣть вывода: такъ обращаются доли съ долями въ доли; оно одинаково для всѣхъ величинъ.

5, 6) Нахождение части цѣлаго. Правила, находящіяся надъ этими двумя нумерами, трудно раздѣлимы съ современной точки зрѣнія, но очевидно, что въ прежнее время они были различны. Въ 5 говорится: „прилучится нѣкогда въ ломаныхъ числахъ, и сицевыя доли, якоже аще дадеся кому изъ $\frac{3}{4}$ сие $\frac{2}{5}$ и желателью

есть, коликія части изъ цѣлыя оныя вещи дадутся ему“. Въ 6 сказано такъ: „паки аще случится, или треба будетъ, коликую убо часть изобрѣсти изъ ломаныхъ чиселъ: едину треть или двѣ пятинны, якоже кому желателью обрѣсти изъ единыя осмыя части двѣ пятинны“. Въ каждомъ номерѣ указано правило: перемноженіе числителей и знаменателей. Въ поясненіе къ этому правилу въ номерѣ 5 приведено такое разсужденіе: $\frac{3}{4}$ пуда будетъ

30 фунтовъ, а $\frac{2}{5}$ отъ 30 фунтовъ будетъ 12 фунтовъ, что составляетъ $\frac{12}{40}$ пуда; но $\frac{12}{40}$ мы получаемъ какъ произведеніе $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$, такъ какъ $\frac{12}{40}$ то же, что и $\frac{6}{20}$. Въ номерѣ 6 аналогичныя поясненія даны на аршинахъ и на золотникахъ.

7) „Аще хочещи вѣдати въ коликихъ либо частехъ, колико будетъ дробнѣйшихъ въ ня же она цѣлая вещь дѣлится, якоже въ $\frac{2}{5}$ рубля колико копеекъ будетъ? и ты умножи числителя 2, черезъ 100, елико рубль въ себѣ имѣеть, и будетъ 200, сие же раздѣли черезъ знаменателя 5. Толико придетъ копеекъ въ $\frac{2}{5}$ рубля. Такожде и въ фунтахъ.

8) Приведеніе двухъ дробей къ одному знаменателю, при

чемъ общимъ знаменателемъ всегда берется произведеніе знаменателей данныхъ дробей.

9) Приведеніе нѣсколькихъ дробей къ одному знаменателю, при чемъ общимъ знаменателемъ будетъ произведеніе знаменателей данныхъ дробей; этотъ знаменатель дѣлится потомъ на знаменателя каждой данной дроби, и на полученное частное умножается числитель.

10) Сравненіе величины долей „Аще ли восхощеши въ доляхъ узнати, кія доли болше; сія ли $\frac{2}{5}$; или сія $\frac{3}{7}$; *) и ты приложивъ къ числителемъ по 10 дѣли черезъ знаменатели и явятся которыя доли коликимъ другихъ привосходятъ“. Далѣе идетъ вычисленіе $\frac{20}{5} = 4$; $\frac{30}{7} = 4 \frac{2}{7}$; слѣдовательно, вторая доля больше.

Разсматривая теперь всѣ эти „премѣненія“, мы видимъ, что сюда вошло то, что мы въ настоящее время называемъ преобразованиемъ дробей, и что многіе математики начинаютъ считать также чисто формальнымъ и условнымъ. Вѣдь въ сущности принять равенство $\frac{ap}{bp} = \frac{a}{b}$ все равно, что принять безъ доказательства правило приведенія дробей къ одному знаменателю. Быть можетъ, Магницкій болѣе правъ, чѣмъ мы, относя къ условію и правила обращенія въ неправильную дробь, равно какъ и исключеніе цѣлаго изъ неправильной дроби. Вопросъ о нахожденіи части цѣлаго, т.-е. основной пунктъ умноженія на дробь, онъ считаетъ также условнымъ, какъ условно и приводимое имъ правило для сравненія величины дробей. Во всякомъ случаѣ, будемъ ли мы согласны или нѣтъ, но Магницкій подъ этими 10-ю условіями вводитъ дроби въ курсъ ариметики.

Предъленіе третіе. Аббревіаціо, или сокращеніе. Въ „предъленіи второмъ“ были изложены тѣ основные постулаты, на основаніи которыхъ дроби могутъ быть разсматриваемы; сокращеніе дробей Магницкій считаетъ дѣйствіемъ; онъ говоритъ: „сокращеніе есть, коликихъ перечневъ въ доляхъ уменьшеніе**),

*) ; есть знакъ вопроса.

**) Г. Беллюстинъ (Какъ постепенно люди дошли до настоящей ариметики, стр. 139) находитъ это выраженіе неправильнымъ. Онъ говоритъ: „Это выраженіе неправильно потому, что величина дроби при сокращеніи не уменьшается и, слѣдовательно, не уменьшается“... Но я смѣю думать, что г. Беллюстинъ неправильно понимаетъ само выраженіе „уменьшеніе въ доляхъ“. Это значитъ выраженіе той же дроби *меньшимъ числомъ долей*. Такое понятіе термина ясно слѣдуетъ изъ заключительныхъ словъ Магницкаго: „дро-

и тѣмъ уменьшеніемъ велика ясность смыслу нашему подается, зане великія перечни, елико аще возможно малѣйшими творить, якоже $\frac{1}{2} \frac{3}{8} \frac{4}{8}$ сокращаетъ. и творить тожде подобенство $\frac{1}{2}$

пропорція же, или подобенство тоежде, между оныхъ перечневъ неотмѣнно сохраняется“. Если мы это опредѣленіе сравнимъ съ современнымъ ученіемъ о дробяхъ, то увидимъ здѣсь очень интересныя точки соприкосновенія. Въ ариметикѣ г. Глаголева *) сказано. „Условіе. Двѣ дроби считаютъ равными, если произведеніе числителя первой на знаменателя 2-ой равно произведенію числителя 2-ой на знаменателя 1-ой. Такъ дробь $\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}$ если $ab_1 = a_1b$ “. Очевидно, въ обоихъ случаяхъ, т.-е. Магницкій и Глаголевъ считаютъ равенство дробей равенствомъ отношеній; но Магницкій указываетъ на сохраненіе „пропорціи“ или „подобенство“, т.-е. того, что знаменатель отношенія останется безъ измѣненія, тогда какъ г. Глаголевъ считаетъ въ основѣ равенство произведеній среднихъ и крайнихъ чиселъ пропорціи. Это соприкосновеніе идетъ дальше и глубже. Магницкій говоритъ, что дробь есть часть вещи числомъ объявленная; г. Глаголевъ, что дробь есть символъ, называемый числомъ. Очевидно, оба автора хотѣли выразить одну и ту же мысль, но разнымъ языкомъ и исходя изъ разныхъ основныхъ понятій. Г. Глаголевъ думаетъ, что дробь есть отвлеченный символъ, особый видъ отвлеченнаго числа. Магницкій считаетъ дробь числомъ именованнымъ **). Но, считая дробь числомъ пропорція же или подобенство тоежде, между оныхъ перечневъ неотмѣнно сохраняется“. Значитъ, авторъ имѣлъ въ виду сохраненіе величины дроби и говорить только о томъ, что ея величина выражена меньшими числами.

*) Глаголевъ „Курсъ теоретической ариметики“, стр. 130. Егоровъ „Методическая ариметика“, стр. 27.

**) Мнѣ кажется, что ученіе о дробяхъ было переработано Магницкимъ и изложено имъ совершенно оригинально. Къ сожалѣнію, я не могу этого подтвердить сопоставленіемъ его курса съ курсомъ западныхъ ученыхъ. Г. Бобынинъ, разсматривая „пред. втор.“, говоритъ: „Подобное соединеніе разсматриваемыхъ статей въ одну не встрѣчается въ арием. рук. XVII столѣтія... Что касается западно-европейской ариметики XVI и XVII столѣтія, то тамъ это соединеніе или совствъ не встрѣчается или же, если и встрѣчается, то въ менѣ развитыхъ формахъ. Такъ у Якова ф. дер. Шуере подъ рубрикой Reductio излагаются приведеніе дробей къ общему знаменателю, превращеніе и раздробленіе именованныхъ чиселъ, опредѣленіе отношеній между различными единицами одной и той же мѣры по данной зависимости между ними; у Андрея Текет'а также подъ рубрикой Reductio fractorum—сокращеніе дробей, приведеніе ихъ къ общему знаменателю, выраженіе дроби въ данныхъ доляхъ единицы, исключеніе цѣлаго числа изъ неправильной дроби и, наконецъ, выраженіе цѣлаго числа въ данныхъ доляхъ единицы“.

именованнымъ, зависящимъ отъ единицы измѣренія, Магницкій необходимо долженъ былъ ввести и особое дѣйствіе, позволяющее измѣнять эту единицу измѣренія и представлять дробь въ болѣе простомъ видѣ. Эта возможность перемѣны единицы измѣренія разсматривалась имъ какъ свойство отношенія или сохранения пропорціональности.

Въ силу этого весь вопросъ о сокращеніи дробей былъ чисто формальнымъ; это было особое дѣйствіе надъ дробями, а не преобразование дробей.

Въ силу такого взгляда на дробь онъ не даетъ какихъ-либо понятій и утверждаетъ чисто формально: „яко егда случится въ доляхъ быти перечнемъ сицевымъ $\frac{2304}{9216}$ и ты еще хочещи примѣчай яковымъ бы числомъ общимъ оба она перечня на цѣло раздѣлити, и кое число обрящещи, тѣмъ и дѣли оба вкупѣ“.

Далѣе идетъ послѣдовательное сокращеніе взятой дроби на 2, пока не получится несократимая дробь $\frac{1}{4}$.

Потомъ идутъ примѣры, въ которыхъ дроби сокращаются на 7; этотъ примѣръ я приведу цѣликомъ, чтобы показать и расположеніе дѣйствія.

$$\begin{array}{l} \frac{210}{420} \\ \frac{30}{60} \\ \frac{1}{30} \\ \hline \gamma \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \frac{30}{60} \\ \frac{1}{30} \end{array} \right. \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{l} \frac{2430}{3220} \\ \frac{3000}{33} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \frac{81}{108} \\ \frac{9}{3} \end{array} \right. \begin{array}{l} \frac{9}{12} \\ \frac{3}{4} \end{array} \cdot 3$$

„Изъ этого видно, что изложеніе Магницкаго, вопреки г. Бобынину, ближе подходит къ Андрею Текет’у, чѣмъ къ Шуере, но представляетъ собою такіа крупныя и основныя особенности, что нужно считать его совершенно самостоятельнымъ. Соединяя въ одно оба приведенныя мѣста, можно думать, что изъ Шуере Магницкій заимствовалъ идею именованной дроби, а изъ Текет’а идею распредѣленія свойствъ этой дроби и дѣйствій надъ ней. Г. Бобынинъ указываетъ, что примѣры, которыми пользовался Магницкій въ изложеніи случаевъ сокращенія $\left(\frac{2304}{9216} \text{ и } \frac{341}{418} \right)$, находятся у Шуере; а также и тѣ

11 примѣровъ для упражненій, которые даны Магницкимъ послѣ изложенія 2-го случая. Но заключеніе статьи о сокращеніи, по словамъ г. Бобынина, не содержится въ этомъ сочиненіи. Это собственно наиболѣе вѣское указаніе на то, что Магницкій имѣлъ подъ руками сочиненіе Шуере, если только тѣ же примѣры не находятся въ другихъ западныхъ учебникахъ“. Не отрицая возможности нахождения у Магницкаго учебника Шуере, я все-таки думаю, что идея именованной дроби принадлежитъ лично Магницкому, какъ непосредственное слѣдствіе ученія Пифагора, изложеннаго у Аристотеля. А потому думаю, что Магницкій все ученіе о дробяхъ изложилъ по-своему, введя въ него основнымъ положеніемъ то, что дробь есть особый числовой символъ, служащій для болѣе полнаго и глубокаго познания величинъ.

Изъ этихъ примѣровъ можно видѣть, что свойство дѣлимости чиселъ не было хорошо извѣстно автору, и онъ почему-то заставлялъ читателя упражняться въ дѣленіи на 7, на 3, на 30. Очевидно, въ этихъ примѣрахъ содержатся методическія указанія, ибо странно думать, что авторъ не видалъ возможности сокращенія дроби $\frac{210}{420}$ на 210, тогда какъ $\frac{30}{60}$ прямо сократилъ на 30. Опуская совершенно статью о дѣлимости, онъ въ то же время какъ будто требуетъ отъ читателя, чтобы онъ догадался, на что дѣлятся числитель и знаменатель дроби. Эту идею онъ выразилъ въ заключительномъ стихотвореніи.

Доли положи и смыслъ приложи
Числа искати, чѣмъ ихъ сокращати,
Сокративъ поставляй, чиномъ объявляй
Сего всѣмъ зрящимъ знати хотящимъ.

Ту же мысль онъ приводитъ и дальше, говоря: „Якоже когда не дозвоаешься, которымъ числомъ можно есть на цѣло дѣлити: яко ни на 2, ни на 3, ни на 4, и ни на прочая числа дозвоаешься еси дѣлити, якоже $\frac{341}{418}$ и тогда дѣли знаменатель числителемъ“... Далѣе идетъ способъ отысканія общаго наибольшаго дѣлителя при помощи послѣдовательнаго дѣленія и 11 примѣровъ на сокращеніе.

Заканчивая вопросъ о сокращеніи, Магницкій даетъ слѣдующее любопытное правило: „Егда случатся въ доляхъ единокая числа, якоже $\frac{222}{555}$, тогда сокращаются отъятіемъ всѣхъ, и токмо оставляеся едино сирѣчь $\frac{2}{5}$ такожде и цифры, елико ихъ есть, всѣ отлагаются, а числа въ доляхъ оставляются якоже $\frac{300}{400}$, а ту токмо есть $\frac{3}{4}$. Тако и о прочихъ“.

Предъленіе четвертое. „Сложеніе въ доляхъ есть таковое же, якоже и въ цѣлыхъ, обаче же имѣетъ свойственная своя правила, ихже подобаетъ знати“.

Здѣсь необходимо вспомнить, что такое сложеніе въ цѣлыхъ? Оно есть „дву или многихъ чиселъ во едино собраніе, или во единъ перечень совокупленіе“. Значитъ, и сложеніе дробей есть многихъ дробей во едино собраніе; и вотъ это собраніе требуетъ новаго правила, которое состоитъ въ приведеніи дробей къ одному зна-

менателю. Ясно, что въ силу этого нельзя къ сложенію дробей непосредственно примѣнить то, что содержится въ числахъ цѣлыхъ, а потому необходимо должно быть вставлено между ними особое условіе или постулатъ. Этотъ постулатъ данъ въ предѣленіи второмъ, подъ номеромъ 8 и 9; на это и ссылается Магницкій, рассматривая новое дѣйствіе. Итакъ, здѣсь ясно видна та логическая схема, въ которой построенъ курсъ, и та роль, какую играетъ въ этомъ курсѣ предѣленіе второе, т.-е. собраніе постулатовъ. Само дѣйствіе Магницкій располагаетъ въ слѣдующей схемѣ. Даны двѣ дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{2}$; ихъ надо сложить:

$$\begin{array}{r} 4 \text{ — } 1 \quad \diagdown \quad 3 \text{ — } 6 \\ \hline 8 \text{ — } 2 \quad \diagup \quad 4 \text{ — } 8 \end{array}$$

„Будетъ $\frac{4}{8} \text{ — } \frac{6}{8}$ сихъ числители сложи къ знаменателю $\frac{10}{8}$

сирѣчь $1 \frac{1}{4}$ толико пришло изъ сложенныхъ $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{4}$ “.

Далѣе, онъ указываетъ, что когда даны для сложенія числа смѣшанныя, то поступаютъ двояко: или складываютъ цѣлыя отдѣльно, а дроби отдѣльно, или же обращаютъ смѣшанное число въ неправильную дробь и складываютъ какъ дроби. Здѣсь интересно расположеніе вычисленій.

Надо сложить $6 \frac{3}{4}$ и $7 \frac{1}{8}$.

$$\begin{array}{r} 24 \text{ — } 4 \\ \hline 6 \frac{3}{4} \quad \diagdown \quad 7 \frac{1}{8} \\ \hline 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \quad 7 \\ \hline 32 \text{ — } 8 \end{array}$$

$$\frac{6}{7} \\ \hline 13$$

$$\frac{32}{8}$$

и будетъ всего $13 \frac{7}{8}$.

Надо отмѣтить, что за общій знаменатель всегда беретъ произведеніе знаменателей данныхъ дробей. Въ заключеніе своего объясненія онъ даетъ примѣръ сложенія доли долей и потомъ приводитъ 19 задачъ или примѣровъ.

Предѣленіе пятое. „Субстраціо или вычитаніе въ доляхъ“.

Чтобы выяснитъ, „какъ вычитаніе творится въ доляхъ, и что о немъ подобааетъ хранить“, Магницкій даетъ 6 положеній, изъ которыхъ первое: „впервыхъ подобааетъ вѣдати якоже въ цѣлыхъ да будутъ единныя доли, другихъ менши“.

Потомъ послѣдовательно идутъ: вычитаніе дробей съ одинаковыми знаменателями, вычитаніе смѣшанныхъ чиселъ, вычитаніе

дробей съ разными знаменателями, которое производится на основаніи 8 правила, случай, когда приходится занимать у цѣлыхъ единицу, и, наконецъ, вычитаніе доли долей. Въ заключеніе онъ говоритъ: „Повѣреніе же вычитанію есть сложеніе“. Статья оканчивается 60-ю числовыми примѣрами.

При рассмотрѣніи этого „предѣленія“ нельзя не обратить вниманія на его методологическую стройность: оно начинается съ самаго простѣйшаго случая и доходитъ до наиболѣе сложнаго. При изложеніи сложенія этотъ порядокъ былъ почему-то нарушенъ Магницкимъ, и онъ только въ 4-мъ положеніи говоритъ о дробяхъ съ одинаковымъ знаменателемъ; здѣсь же онъ начинаетъ съ этого случая.

Предѣленіе шестое. „Мультипликаціо и умноженіе въ доляхъ“. „Что въ семь предѣленіи достоинъ вѣдати?“ спрашиваетъ Магницкій и отвѣчаетъ: „въ первыхъ подобаетъ вѣдати яко во умноженіи нѣсть потреба да сравняеши доли къ единому знаменателю“. Такое начало отрываетъ правило умноженія отъ предыдущихъ правилъ и, пожалуй, даетъ основаніе къ тому, почему сложеніе начинается съ того случая, когда данныя дроби приходится приводить къ одному знаменателю. Какъ будто авторъ хотѣлъ сказать здѣсь, что умноженіе не слѣдуетъ смѣшивать со сложеніемъ, что это есть совершенно особое дѣйствіе. Чтобы подтвердить такую точку зрѣнія, онъ послѣ того приводитъ правило умноженія дроби на дробь и говоритъ: „отсюду можеши познати, яко сіе мультипликаціо ничто же ино есть, токмо оно о немже второго предѣленія въ пятомъ правилѣ напомнимухомъ, еже изъ колікія либо части, часть изобрѣсти и познати оныя цѣлыя вещи колікая часть есть“.

Такая ссылка какъ будто ясно показываетъ, что авторъ опредѣляетъ умноженіе исключительно какъ нахожденіе части цѣлаго. Въ такомъ пониманіи умноженіе не можетъ имѣть никакихъ точекъ опоры въ предыдущемъ и должно основываться на особомъ постулатѣ. Этотъ постулатъ авторъ и приводитъ въ предѣленіи 2-мъ, а теперь просто на него ссылается. А такъ какъ здѣсь идетъ рѣчь исключительно объ умноженіи дроби на дробь, то далѣе онъ и даетъ новое правило умноженія цѣлаго на дробь. Въ этомъ правилѣ онъ рекомендуетъ цѣлое представить въ видѣ дроби $10 \times \frac{3}{4}$

„и ты твори сице: напиши прежде на строку $\frac{10}{1} - \frac{3}{4}$ и множи 10 съ 3, а 1 съ 4-мя...“ Такой способъ умноженія вполнѣ подойдетъ къ первому случаю, т.-е. можно опереться на тотъ же постулатъ,

и въ то же время даетъ возможность установить новое правило умноженія цѣлаго числа на дробь.

Разсмотрѣвъ умноженіе цѣлаго на дробь, онъ переходитъ къ умноженію смѣшаннаго числа на дробь, а потомъ переходитъ къ умноженію доли долей на примѣръ $\frac{2\frac{1}{2}}{5} \times \frac{1\frac{2}{5}}{10}$. Статья оканчивается

слѣдующими словами: „о различеніи сицевыхъ сугубствующихъ долей здѣ нѣсть мѣсто описати, но убо описано въ пятомъ правилѣ второго предѣленія. Здѣ хочу приложить многія приклады, показующія дѣйство ко извѣстнѣйшему настоящія науки вѣдѣнію“. Приложено 60 примѣровъ.

Предѣленіе седмое. „Дѣленіе въ доляхъ, якоже и въ цѣлыхъ, но свойственная имать правила, якоже здѣ послѣдуютъ. Яко два токмо перечня въ дѣленіи полагаются, и къ единому знаменателю не приводятся“. Правило дѣленія дается въ такомъ видѣ „что дѣлимое множится на обращеннаго дѣлителя, но впослѣдствіи указывается и современный способъ производства дѣйствія. Въ концѣ статьи дано 50 примѣровъ.

Книга третья о правилахъ подобныхъ, сирѣчь въ трехъ, пяти и въ семи перечняхъ въ цѣлыхъ и частныхъ числахъ.

Тройное правило занимало нѣкогда въ Европѣ самое почетное положеніе. „Въ англійскихъ, равно какъ во французскихъ и нѣмецкихъ ариметикахъ,“ говоритъ Кеджари, „появившихся въ теченіе XVI, XVII и XVIII вѣковъ, „тройное правило“ занимаетъ центральное положеніе; оно является главнымъ, наиболѣе полезнымъ и наиболѣе превосходнымъ правиломъ во всей ариметикѣ, ибо всѣ другія правила нуждаются въ немъ, оно же обходится безъ всѣхъ другихъ; по этой причинѣ, какъ говорятъ, и назвали его философы золотымъ правиломъ *). Русскія рукописи XVII вѣка зовутъ это правило „тою строкою тройною похвальною и лучшею строкою изъ всѣхъ иныхъ строкъ“, которую „философы зовутъ золотою строкою“ **).

*) Ф. Кеджари. „Ист. элем. мат.“, стр. 205.

**) Бобынинъ. Очер. по истор. разв. физ.-матем. зн. въ Россіи. Вып. 1, стр. 67.

Почему же это правило заняло такое высокое положеніе?

Что заставляет бережно хранить его въ настоящее время и вводить въ курсъ школьной ариѳметики?

Если мы будемъ говорить о томъ, что при очень несовершенномъ развитіи алгебры въ это время люди не имѣли возможности выработать общихъ методовъ для рѣшенія практическихъ жизненныхъ задачъ, то спрашивается, почему мы, знающіе эти методы, умѣющіе примѣнить ихъ къ самымъ интереснымъ задачамъ, оставили у себя „золотую строку“ и не можемъ съ ней разстаться?

Очевидно, что въ ней есть нѣчто жизненное; это есть методъ рѣшенія, который въ свое время былъ гениальнымъ открытіемъ, которое дало возможность приложить числа къ рѣшенію задачъ. Въ современномъ представленіи того отдѣла, который заканчиваетъ ариѳметику и носитъ названіе простого и сложнаго тройнаго правила, правила процентовъ, смѣшенія и т. д., въ этомъ представленіи переплелось двѣ идеи: методъ рѣшенія задачъ и свойства входящихъ сюда количествъ. Среди этихъ количествъ есть векселя, акціи, облигаціи, правила дѣлежа прибыли въ торговыхъ товариществахъ и т. п. Все это учатъ ребята въ 3-мъ классѣ какъ общеобразовательныя свѣдѣнія, необходимыя не только для практической жизни, но и для развитія ума. Въ настоящее время такое направленіе курса звучитъ какъ иронія, да и весь онъ остался лишь пережиткомъ старины, когда всѣ эти вопросы были полны глубокаго смысла и глубокаго значенія. Но среди всѣхъ этихъ безусловно лишнихъ и ненужныхъ подробностей есть одна черта очень жизненная: это—„тройное правило“, или „золотая строка“. Будемъ ли мы рѣшать задачи „методомъ приведенія къ единицѣ“ или „методомъ пропорцій“, мы все-таки напишемъ золотую строку и, исходя изъ этой записи, будемъ соображать, что и намъ нужно дѣлать.

Итакъ, я думаю, что совершенно напрасно позднѣйшіе изслѣдователи умаляютъ заслуги тѣхъ, кто далъ методъ золотой строки.

Переходя теперь къ Магницкому, мы видимъ, что онъ рѣзко отграничиваетъ методъ рѣшенія отъ содержанія задачъ. Вначалѣ онъ излагаетъ методъ, который разбивается на 7 предѣленій: 1) правило о трехъ перечняхъ въ цѣлыхъ, 2) правило о трехъ въ доляхъ, 3) правило о трехъ сократительное, 4) правило о трехъ возвратительное, 5) правило о пяти въ цѣлыхъ и доляхъ, 6) правило о семи также въ цѣлыхъ и доляхъ, 7) правило соединительное.

Если мы всмотримся въ эту программу, то увидимъ, что она

почти совпадаетъ съ современнымъ изложеніемъ этихъ правилъ въ учебникахъ; здѣсь только нѣтъ особой статьи „съ долями“, и, пожалуй, это есть дефектъ современной программы, которая относится къ дробямъ слишкомъ небрежно, считая ихъ какъ обобщенное число; но если, согласно Магницкому, признать дробь за особое число, „ломаное“, то, конечно, мы должны особо доказать справедливость правилъ и для этихъ особыхъ чиселъ. Затѣмъ, мы въ задачахъ смѣшиваемъ прямую и обратную пропорціональность, выясняя и ту и другую сразу на отдѣльныхъ примѣрахъ. Кто знаетъ, быть-можетъ, вся эта смѣсь правилъ, идей, практическихъ приложений вызываетъ въ умѣ ученика тотъ сумбуръ, который какъ-то считается неизбѣжнымъ при прохожденіи этого курса. Магницкій здѣсь, очевидно, думалъ иначе: онъ желалъ въ умѣ читателя каждое изъ этихъ правилъ установить особо и особо объяснить, а потому и далъ ихъ какъ рядъ особыхъ приемовъ.

Кромѣ того, здѣсь слѣдуетъ указать также и на то, что каждое изъ этихъ правилъ онъ зоветъ „предѣленіемъ“; тѣмъ же именемъ онъ называетъ и дѣйствія; слѣдовательно, съ его точки зрѣнія эти правила суть особыя дѣйствія, а среди этихъ дѣйствій есть дѣйствіе сократительное. Намъ, которые рѣшеніе задачи на тройное правило представляютъ въ видѣ дробной формулы и прилагаютъ къ этой формулѣ сократительное свойство дробей, кажется страннымъ такое изложеніе; но оно логически необходимо слѣдовало изъ той схемы, которая была принята авторомъ. Мы сейчасъ увидимъ, что онъ былъ чуждъ той дробной формѣ, какую употребляемъ мы, и я думаю, что въ практическомъ преподаваніи и онъ самъ пользовался сократительнымъ свойствомъ дробей, но теоретически не могъ его указать на томъ основаніи, что дробь и формула рѣшенія задачи на тройное правило съ его точки зрѣнія были совершенно разнородныя вещи.

Изложивъ методы рѣшеній, Магницкій въ особомъ приложеніи переходитъ къ ихъ приложенію, т.-е. рассматриваетъ свойство самихъ величинъ. Это приложеніе выведенныхъ правилъ онъ ведетъ съ тою же постепенностью, которою отличается весь его курсъ. Читатель нечувствительно переходитъ все къ болѣе и болѣе сложнымъ задачамъ, начиная съ самыхъ простыхъ. Разсмотримъ сначала болѣе подробно эти приложенія.

Статья первая. „Тройная торговля“. Здѣсь находится 28 задачъ, содержаніе которыхъ можно охарактеризовать: количество товара и стоимость его. Задачи идутъ съ постепенно осложняющимся вычисленіемъ; онѣ начинаются съ такой задачи: „якоже—бы кто купилъ 1 пудъ, далъ 2 рубля: что дати ему достойтъ за

8 пудъ.“ Здѣсь нужно обратить вниманіе на то, что взята единица вѣса, а это показываетъ, что идея приведенія къ единицѣ не была исполнѣнъ чужда Магницкому. Далѣе идутъ 8 задачъ съ совершенно такимъ же содержаніемъ, но болѣе сложными вычисленіями. Задача 9 мѣняетъ тему: „На 100 гривенъ и 15 копеекъ взялъ 1 ластъ ржи, а въ немъ 12 четвертей: колико достоинъ взяти на 2606 гривенъ и на 10 копеекъ ластовъ.“ Считаая эту новую тему какъ бы болѣе трудной, авторъ вновь переходитъ къ первой темѣ, но осложняетъ заданіе дробными данными, и, начиная съ задачи 17, вновь возвращается къ этой темѣ и даетъ вновь двѣ задачи. Подходя къ концу, авторъ молчаливо отмѣчаетъ, что въ заданіи можно опустить наименованіе мѣры и наименованіе стоимости; тогда задача получить общій видъ: „за $\frac{4}{5}$ далъ $\frac{5}{6}$ “; что достоинъ дати за $\frac{7}{9}$ “ (зад. 21) или: „купилъ $4\frac{1}{2}$ “, далъ $6\frac{2}{3}$ “: что достоинъ дати за $\frac{1}{2}$ изъ $5\frac{4}{5}$ “ (25). Но можно и еще болѣе обобщить задачу, если вмѣсто слово купилъ, поставить слова взялъ, и три послѣднихъ аадачи имѣютъ такое содержаніе: „половина взялъ $\frac{2}{3}$ изъ чего возметь $\frac{3}{4}$ своихъ $\frac{4}{5}$ “ (27).

Статья вторая. „Тройная торговая окупляхъ и продажахъ.“ Въ этомъ отдѣлѣ находится 6 задачъ однороднаго содержанія, но любопытенъ способъ ихъ рѣшенія, почти не отличающійся отъ современнаго; для примѣра приведу одну изъ задачъ.

3. Купилъ нѣкто 345 плитъ олова, а всякая плита по 21 пудъ и по $36\frac{1}{2}$ фунтовъ, цѣна же за пудъ по рублю съ полугривною и хочетъ вѣдати колико олова пудъ, и колико денегъ достоинъ платить за то олово; придетъ олова всего 7559 пудъ, и $32\frac{1}{2}$ фунтовъ было, а денегъ за него достоинъ платить 7937 рублей и 15 алтынъ, и $9\frac{1}{4}$ полуденегъ.

Изобрѣтается же сиче: прежде пуды премѣни въ фунты и въ 21 пудъ придетъ фунтовъ 840. и съ $36\frac{1}{2}$ фунтами, всего $876\frac{1}{2}$ фунтовъ будетъ, и черезъ оны фунты тройнымъ правиломъ твори глаголя: 1 плита даде $876\frac{1}{2}$ фунта: что дастъ 345 плитъ; придетъ

302392 $\frac{1}{2}$ фунта. Глаголи же потомъ: 40 фунтовъ даде 105 копеекъ: что даетъ 302392 $\frac{1}{2}$ фунта, придетъ 793780 $\frac{1}{10}$ копеекъ, премѣни же фунты въ пуды, а деньги въ рубли и во алтыны и будетъ всего олова 7559 пудъ, и 32 $\frac{1}{2}$ фунта, а денегъ всѣхъ за него платить достоинъ 7937 рублей, и 26 алтынъ, и 9 $\frac{1}{4}$ полу-денги.“

Далѣ идетъ само вычисленіе.

Статья третія. „Тройная торговля въ товарныхъ овощахъ и съ вывѣскою.“ Подъ такимъ заглавіемъ находятся 10 задачъ однороднаго содержанія, въ которыхъ дается вѣсъ товара съ тарой, вѣсъ тары. Я приведу вторую изъ нихъ въ видѣ образчика съ полнымъ расположеніемъ всѣхъ вычисленій.

2. Купилъ сосудъ шафрана, вѣсомъ 380 фунтовъ, вывѣски за судно 10 фунтовъ, а изъ шафрана вывѣски со 100 фунтовъ, по 20 фунтовъ, а платилъ за чистый, за 100 фунтовъ, по 112 рублей, а за нечистый шафранъ платилъ за фунтъ по 10 алтынъ, и по 4 денги, и вѣдати подобаетъ, колико было чистаго и нечистаго шафрана, и колико денегъ платилъ; придетъ нечистаго 74 фунта, а чистаго 296 фунтовъ, платилъ за чистый 331 $\frac{13}{25}$ рубля, а за нечистый платилъ 23 рубля 22 алтына 4 денги, и избрѣтается сице: прежде вычти изъ 380 за судно 10 фунтовъ, и останется 370 фунтовъ, потомъ глаголи: отъ 100 фунтовъ 20 фунтовъ нечистаго шафрана, колико будетъ изъ 370 фунтовъ; придетъ 74 фунта нечистаго и тоже вычти изъ 370 фунтовъ, останется 296 фунтовъ, толико было чистаго шафрана. Потомъ паки глаголи за 100 фунтовъ 112 рублей, что за 296 фунтовъ; придетъ 331 $\frac{52}{100}$ рубля, толико платилъ за чистый шафранъ. А потомъ паки глаголи: за единъ фунтъ нечистаго 10 алтынъ 4 денги: колико дать за 74 фунта; придетъ 473, денегъ.“ Далѣе идутъ вычисленія.

Статья четвертая. „О прикупѣхъ и о накладахъ или убыткахъ“. Въ этомъ отдѣлѣ находится 7 задачъ, изъ которыхъ я приведу вторую.

2. Купилъ сукно 46 $\frac{3}{4}$ аршина далъ 13 рублей 10 алтынъ 4 денги. А продалъ аршинъ 12 алтынъ по 1 денга, и хочетъ

вѣдати колико принялъ, или наложилъ. Придетъ: принялъ 3 рубля 24 алтына $4\frac{3}{4}$ денги. А обрѣтается сице: премѣнивъ 13 руб. 10 алт. 4 ден. въ денги, и придетъ 2664 денга, и 12 алт. 1 ден. будетъ 73 денги. И глаголи: 1 аршинъ даде 73 денги, что даетъ $46\frac{3}{4}$, придетъ $3412\frac{3}{4}$ денги, вычти изъ сего цѣну вею что даль за сукно, и останется $748\frac{3}{4}$ денги. Толико принято у того сукна“.

Всего статей у Магницкаго 12; но здѣсь я прерву ихъ детальное разсмотрѣнiе, чтобы возвратиться къ началу. Приходится прервать именно здѣсь, потому что дальѣ авторъ считаетъ лишнимъ давать какiя-либо словесныя поясненiя и приводитъ только вычисленiя.

Теперь, если мы всмотримся въ способы рѣшенiя приведенныхъ задачъ, то увидимъ въ каждой изъ нихъ золотую строку. Эта строка позволяетъ по измѣненiю одной величины судить объ измѣненiи другой. Собственно ходъ разсужденiя остался такой же, какъ и въ современномъ обученiи, но мы скрываемъ то мѣсто, гдѣ у Магницкаго выдвигается золотая строка. Мы говоримъ: если 1 аршинъ стоитъ 73 денги, то $46\frac{3}{4}$ аршина будутъ стоять въ $46\frac{3}{4}$ разъ болѣе. Эта фраза по существу есть пропорцiя, и если ее сказать вполне точно, то слѣдуетъ сказать такъ: $46\frac{3}{4}$ аршина болѣе одного аршина въ $46\frac{3}{4}$ раза, а такъ какъ количество товара и стоимость его суть величины прямо пропорцiональныя, то искомая стоимость $46\frac{3}{4}$ аршина будетъ болѣе 73 денегъ во столько же разъ, во сколько, $46\frac{3}{4}$ аршина болѣе одного аршина, т.-е. въ $46\frac{3}{4}$ раза. Итакъ, въ основѣ рѣшенiя задачи лежитъ функцiональная зависимость величинъ, на которую мы указываемъ, разсматривая задачу въ отдѣлѣ тройныхъ правилъ, и которую скрываемъ, помѣщая задачу въ курсѣ цѣлыхъ или дробныхъ чиселъ. Наши предки, очевидно, не могли относиться столь легко къ этому важному вопросу и съ особой настойчивостью подчеркнули важность именно этой функцiональной зависимости, а потому и относили всѣ подобныя задачи къ тому отдѣлу ариѳметики, который и занимается

разсмотрѣніемъ этой зависимости. Отсюда и возникаетъ тотъ важный вопросъ современной методики ариѳметики. Если вводить подобныя задачи въ курсъ начальныхъ дѣйствій, то надо вводить въ этотъ курсъ и понятіе о функціональной зависимости; тогда всѣ задачи на „тройныя правила“ становятся лишними, и весь этотъ отдѣлъ долженъ быть уничтоженъ. Если же его сохранить, то къ нему должно приурочить и всѣ тѣ задачи, которыя помѣщены въ курсѣ основныхъ ариѳметичныхъ дѣйствій. Если мы теперь всмотримся въ текстъ задачъ, приведенныхъ Магницкимъ, то, съ нашей точки зрѣнія, онѣ не нуждаются для своего рѣшенія въ особомъ правилѣ; это — задачи, которыя составители задачниковъ помѣщаютъ въ курсъ начальной школы. Однако, мы не можемъ отрицать, что для рѣшенія каждой изъ нихъ необходимо ясное понятіе о пропорціональности, и мнѣ кажется, что Магницкій былъ болѣе правъ съ методической точки зрѣнія, отнеся всѣ эти задачи въ особый отдѣлъ „тройныхъ правилъ“. Какъ мнѣ кажется, онъ совершенно ясно (и правильно) различалъ двѣ стороны вопроса: „15 аршинъ сукна стоятъ 30 рублей; что стоитъ одинъ аршинъ?“ Это — вопросъ дѣйствія дѣленія. Съ его точки зрѣнія дѣленіе и состоитъ именно въ томъ, чтобы по данной стоимости товара опредѣлить его цѣнность. Такія задачи онъ помѣщаетъ въ дѣленіи. Совершенно другой вопросъ: „15 аршинъ сукна стоятъ 30 рублей; сколько рублей будутъ стоить 7 аршинъ этого сукна?“ Это уже вопросъ функціональной зависимости, которая и формулировалась въ XVII вѣкѣ какъ „тройное правило“. Эту именно мысль авторъ ариѳметики развиваетъ въ своемъ предисловіи къ третьей части. Онъ говоритъ: „И тако въ настоящей сей части, можеша не зазорно, паче же похвально правила еже о трехъ (или инымъ числомъ) творити, зане якоже *пропорція* дому, или чертежъ, еже есть всего зданія видъ составляется различными орудіи. Тако и въ настоящей сей части *подобенство* и правила о трехъ и о прочихъ: составляются и зиждутся сущими въ преждерѣченныхъ частяхъ: сирѣчь аддиціемъ, субстракціемъ, мультипликаціемъ и дивизиѣмъ, якоже въ цѣлыхъ, тако и въ доляхъ, и пропорція или чертежъ дому полагается отъ художника прежде, а потомъ зиждется. Сице и пропорція настоящихъ правилъ *изображается прежде числами недѣйствительно*, якоже се 2 къ 4 имѣють сугубую пропорцію, и якоже два угла основашася: егда же третій положится, и тогда якоже четвертый уголъ изыскуется.“ Въ другомъ мѣстѣ онъ говоритъ: „Правило тройное есть, яко нѣкій уставъ о трехъ перечняхъ, ихже другъ къ другу подобіемъ учить изобрѣтати четвертый третьему подобный“.

Разсматривая это мѣсто, мы должны отмѣтить, что оно принадлежит автору ариѳметики и представляет собою не общее математическое представленіе, а личную мысль Магницкаго, построенную на фонѣ этого представленія. Въ томъ же предисловіи онъ говоритъ: „мнози многообразно ихъ употребляютъ, нѣціи убо пространно и многописьменно сія дѣйствуютъ, а иніи неясныя и трудныя образы подавше учениковъ въ дѣйствѣ погрѣшати сотворяютъ: мы же тѣмъ не послѣдующе елико возможно краткими и ясными, а паче и удобными къ поятію образы обявити потщимся“. Изъ этихъ словъ ясно видно, что авторъ остался недоволенъ существующими курсами и заново переработалъ всю схему изложенія, а для того, чтобы выполнить эту работу, ему необходимо было пересмотрѣть основу; этотъ же пересмотръ основъ и далъ именно то, что я хочу здѣсь разобрать.

При чтеніи текста приведенныхъ отрывковъ, надо замѣтить, что во время Магницкаго едва устанавливалась математическая терминологія, а потому подчеркнутыя мною слова „пропорціа“ и „подобенство“ нужно разсматривать не какъ математическіе термины, а какъ слова житейскаго обихода, уясняющія математическую мысль. Согласно толкованію Даля, слово пропорціа имѣетъ этотъ практической смыслъ и значить „соразмѣрность“, а если его написать „припорціа“ и произвести отъ глагола „припорить“, то оно будетъ значить „надлежащая мѣра“. Мнѣ кажется, что оба эти значенія и были именно тѣми, въ смыслѣ которыхъ Магницкій употреблялъ это слово „пропорціа“; но подъ словомъ отношеніе мы привыкли понимать отношеніе однородныхъ величинъ, тогда какъ Магницкій, мнѣ кажется, разумѣлъ подъ словомъ „подобіе“ отношеніе разнородныхъ величинъ, и тогда его терминъ ближе подходитъ къ современному „пропорціональность“. Давая такое толкованіе этимъ словамъ, конечно, надо принять во вниманіе и все то, что слѣдуетъ изъ этихъ понятій, тогда легко выясняется самый способъ мысли автора.

Въ поясненіе того, что такой именно смыслъ этихъ словъ, я приведу слѣдующее мѣсто ариѳметики:

„О пропорціяхъ рудъ. При сихъ прилично есть показати *пропорцію* рудъ, юже между себе имуть въ тягости и величествѣ, якоже предаша учительнѣйшіе мужіе, и къ злату вся иныя руды *приподобны черезъ ню же пропорцію* и другъ къ другу во всякомъ величествѣ всѣхъ рудъ *пропорціа* есть знатна (извѣстна) якоже есть пропорціа ядра златого, діаметръ тойжде единъ есть, яковъ и иныя руды, но тягости величества *есть якоже 100 злата къ 65 свинца есть подобенство*“.

Перейдемъ теперь къ тройнымъ правиламъ. При такомъ толкованіи словъ мнѣ кажется, что мысль Магницкаго можно передать такъ: подобно тому, какъ архитекторъ прежде чѣмъ строить зданіе, составляетъ планъ его, такъ и при рѣшеніи задачи надо составить планъ этого рѣшенія; составленіе этого плана основано какъ на нѣкоторомъ уставѣ, состоящемъ въ томъ, что въ силу зависимости данныхъ задачи: „якоже се 2(ое) къ 4(ому) имѣють сугубую пропорцію, (т. е. ихъ надлежащая мѣра будетъ соотвѣтствовать мѣрѣ 1(ого) и 3(яго) чиселъ) мы можемъ по подобію первого и второго отыскать четвертый подобный третьему*) и это подобіе совершенно аналогично, якоже 100 злата къ 65 свинца есть подобенство“.

Теперь, чтобы найти этотъ четвертый членъ, нужно составить схему.

Количество	Цѣна	Изобрѣтатель
1	20	3
фунтъ	алтынъ	фунты

„Подобаетъ вѣдати, говоритъ Магницкій, яко сіе тройное правило заключаетъ въ себѣ три перечня, первый убо иже отъ лѣвыя руки нарицается количество, зане различныя вещи, такожде и различнымъ числомъ полагается. А второй именуется цѣна, зане первое количество вещей подобится сему второму, или цѣною, или мѣною, или какою иною должностію. Третіе же называется изобрѣтатель, зане ново изобрѣтенъ, или по случаю, или по изволенію и положенъ. Или паки того ради изобрѣтатель, яко изобрѣтаетъ иный перечень подобный себѣ, таковымъ же подобіемъ, яковымъ и второй первому подобенъ есть“.

Если мы теперь вспомнимъ основной мотивъ герба, гдѣ около Пифагора лежали товары и деньги, то намъ станетъ ясно, что вся эта золотая строка есть способъ для рѣшенія практическихъ задачъ торговли. Вотъ почему и числа въ строкѣ получили такія названія, какъ количество и цѣна.

*) Какъ хочется сказать здѣсь, что 1-й относится ко 2 му какъ 3-ій къ 4-ому. Думалъ ли такъ Магницкій? Быть-можетъ, онъ при словесномъ изложеніи, особенно въ концѣ своей учительской дѣятельности, и говорилъ что-нибудь въ этомъ родѣ; но въ ариметикѣ этой идеи положительно нѣтъ. Кургановъ, ученикъ Магницкаго, въ срединѣ вѣка (1757 г.) вводитъ здѣсь понятіе о пропорціи, говоритъ, что здѣсь именно есть то, „что геометры называютъ *пропорцій*“; но въ то же время добавляетъ: „два первые числа пристойнѣе по пропорціи полагать за количество одного сорту“. Это добавленіе совершенно уничтожаетъ основную идею Магницкаго, а потому можно думать, что Магницкій былъ послѣднимъ, кто считалъ тройное правило за „золотую строку“.

Но въ этихъ названіяхъ въ объясненіи Магницкаго чувствуется символизмъ: количество—это все то, чѣмъ измѣняется товаръ: вѣсъ, длина, объемъ или, какъ онъ говоритъ, „различныя вещи“; цѣна это не одна стоимость, но и „мѣна“, т. е. равноцѣнность другого товара, или „какая иная должность“. Изъ этого видно, что свою золотую строку авторъ разсматриваетъ какъ схему, выражающую функциональную зависимость величинъ, входящихъ въ задачу. Онъ далѣе даетъ ясныя указанія, какъ составить эту схему: „знаменай, яко всегда начальный перечень съ третьимъ единого качества вещей полагается, количество же по случаю, якоже либо фунты, или аршины, или иныя какія мѣры: на обоихъ едины полагаются“. Не могу не замѣтить, что по существу мы остались вполнѣ на точкѣ зрѣнія Магницкаго, и если подписываемъ числа въ два столбца такъ, чтобы первый имѣлъ одно и то же наименованіе, то это совершенно не измѣняетъ сути дѣла. Для рѣшенія задачи мы пользуемся пропорціей, но Магницкій ею не пользовался и совершенно не вводилъ этого геометрическаго метода въ ариметику*), а потому ему необходимо было разсматривать золотую строку какъ самостоятельную схему. Онъ указываетъ далѣе, что эта схема имѣетъ опредѣленные свойства:

Основное свойство. Мы получимъ искомый четвертый, если произведеніе второго на третій раздѣлимъ на первый. Это общій методъ рѣшенія задачъ. Онъ поясняетъ это основное свойство такимъ примѣромъ: $1-20-3$; произведеніе $20 \cdot 3$ даетъ 60; раздѣленное на 1 даетъ 60; слѣдовательно, искомый четвертый есть 60; „и происшедъ подобный къ 3-мъ, якоже бо 20 къ 1 тако 60 къ 3-мъ, сирѣчь: за единъ бо дано 20 алтынъ, за 3 же по той же цѣнѣ придетъ 60 алтынъ, и прочихъ“. Установивъ это основное свойство, онъ даетъ слѣдствія:

1) Если первое количество равно единицѣ, то искомое находится какъ произведеніе второго на третіе.

2) Если второе равно 1, то искомое есть частное третьяго на первое.

3) Если третье равно 1, то искомое есть частное второго на первое.

4) Если въ какомъ-либо членѣ строки будетъ дано сложное именованное, то оно раздробляется въ меньшія мѣры, при чемъ наименованія перваго и третьяго всегда должны быть одинаковы.

*) См. пред. примѣчаніе. Кургановъ говоритъ: „что геометры называютъ пропорціей“; значить, ариметики не считали возможнымъ пользоваться этимъ геометрическимъ методомъ.

Золотая строка обладает еще другими очень важными свойствами, о которых я сейчас скажу, но предварительно отмѣчу слѣдующее. Если тройное правило есть „яко нѣкій уставъ“, то очевидно, что оно теоретически не имѣетъ никакой связи съ предыдущими отдѣлами. Эти отдѣлы суть орудія для построения здания, а само построение должно быть основано на новыхъ началахъ. Мы видѣли, что въ изложеніи дѣйствій надъ числами цѣлыми Магницкій даетъ рядъ опредѣленій; вновь даетъ ихъ для дробей, а потому онъ необходимо долженъ дать ихъ и для тройныхъ правилъ. Такихъ предѣленій въ золотой строкѣ онъ считаетъ 7: 1) Правило о трехъ перечняхъ въ цѣлыхъ; 2) Правило о трехъ въ доляхъ; 3) Правило о трехъ сократительное; 4) Правило о трехъ возвратительное; 5) Правило о пяти въ цѣлыхъ и доляхъ, 6) Правило о семи также въ цѣлыхъ и доляхъ; 7) Правило соединительное.

Изъ этихъ предѣленій мы не различаемъ первыхъ 4, но это происходитъ оттого, что мы не считаемъ дробь какъ особое число и молчаливо распространяемъ на дробныя числа всѣ тѣ свойства, какія имѣютъ числа цѣлыя; кромѣ того, предпославъ учению о тройномъ правилѣ понятіе о прямой и обратной пропорціональности, мы тѣмъ самымъ соединяемъ предѣленія 1-ое и 4-ое въ одно, а свойства пропорціи позволяютъ намъ не рассматривать отдѣльно предѣленія 3-го. Всѣхъ этихъ мотивовъ не имѣлъ Магницкій, а потому, естественно, въ его логической схемѣ каждый случай занялъ особое мѣсто. Предѣленія 5 и 6 имѣютъ, какъ увидимъ, у него болѣе серьезныя основанія, чѣмъ современное сложное тройное правило, а правило смѣшенія осталось и по сіе время какъ отдѣльный способъ для рѣшенія задачъ.

Предѣленіе второе. О правилѣ тройномъ въ доляхъ. Это предѣленіе Магницкій начинаетъ съ вопроса о томъ, будетъ ли схема рѣшенія въ доляхъ отличаться отъ схемы въ числахъ цѣлыхъ? На этотъ вопросъ онъ отвѣчаетъ согласно своему взгляду на дробное число: „не тако творится дондеже цѣлыя съ долями стоятъ въ перечняхъ, а не разрѣшены въ нижайшія доли, при нихъ же суть въ своей цѣлости“. При этомъ любопытно замѣчаніе, что когда задачи даются въ цѣлыхъ, то перечень можетъ быть данъ въ видѣ сложнаго именованнаго числа: 9 пудовъ 25 фунтовъ, тогда какъ въ дробяхъ онъ всегда будетъ содержать только одно число $9\frac{25}{40}$ пуда.

Это замѣчаніе еще разъ подтверждаетъ, что дробь есть особое число; по отношенію ко которому устанавливаются и особыя дѣйствія; такъ, въ первомъ случаѣ въ тройномъ правилѣ мы должны обратить пуды въ фунты, во второмъ мы рѣшаемъ задачу согласно

предѣленію второму. А для этого рѣшенія устанавливаются особые правила, которыхъ у Магницкаго приведено 13; но я позволю себѣ ихъ формулировать короче. Всѣ они основаны на свойствѣ золотой строки: значеніе четвертаго члена не измѣнится, если мы 1-ый и 2-ой или 1-ый и 3-ій увеличимъ въ одно и то же число разъ. Въ силу этого, если 2-ой или 3-ій члены будутъ дробными, то, умножая первый членъ на знаменателя, приводимъ строку къ числамъ цѣлымъ. Пусть, на примѣръ, дано $1 - \frac{2}{5} - 20$; мы эту строку замѣняемъ $5 - 2 - 20$. Точно такъ же обратно: строка $\frac{3}{5} - 1 - 4$ можетъ быть замѣнена строкой $3 - 5 - 4$. Это свойство онъ повѣряетъ вычисленіемъ примѣровъ, гдѣ дробь $\frac{2}{5}$, напр. пуда можетъ быть замѣнена 16 фунтами. Если случится, что первый членъ и второй будутъ дробными, то упрощеніе производится такъ: $\frac{3}{4} - \frac{5}{6} - 1$; $3 - \frac{5}{6} - 4$; $18 - 5 - 4$. Но если будутъ доли на 2-омъ и 3-мъ, тогда первый умножается на произведеніе знаменателей, напр., $2 - \frac{3}{8} - \frac{5}{6}$ будетъ $96 - 3 - 5$. Наконецъ, если будутъ дроби во всѣхъ числахъ, тогда „нестъ достойно прилагать знаменатели, но токмо единъ первый перечень преложи, яко да будетъ числитель внизу, а знаменатель на верху.... и умножай верхнія съ верхними всѣ въ разъ, также и нижнія съ нижними въ рядъ. Напр., $\frac{5}{3} - \frac{6}{7} - \frac{3}{4}$; $\frac{5 \cdot 6 \cdot 3}{3 \cdot 7 \cdot 4}$ получимъ $\frac{90}{84}$, что по сокращеніи дасть $1 \frac{1}{14}$.

Изъ этого свойства золотой строки непосредственно слѣдуетъ возможность сокращенія вычисленій, если соотвѣтственные числа дѣлятся на одно и то же число. Это и отмѣчаетъ Магницкій въ „предѣленіи третьемъ“, которое онъ озаглавливаетъ: „о правилѣ тройномъ сократительномъ черезъ него же аще кто восхощетъ вскорѣ дѣйствовать“.

Я думаю, что въ школьной практикѣ оба эти предѣленія сводились къ какому-нибудь болѣе простому способу вычисленій. Въ ариѳметикѣ Курганова еще осталось „тройное правило въ доляхъ“, но изложеніе уже потеряло всю сложность изложенія Магницкаго и привелось къ тому, что дано въ числахъ цѣлыхъ. Любопытно то, что Кургановъ вводитъ пропорцію, но для долей еще оставляетъ общее правило Магницкаго: „Тройное правило въ доляхъ,—

говорить онъ, — дѣлается подобно какъ въ цѣлыхъ числахъ, сперва надлежитъ $\frac{2}{5}$ умножить черезъ $\frac{1}{4}$, а произведеніе раздѣлить на $\frac{3}{4}$ (*).

Предѣленіе четвертое. О правилѣ возвратительномъ. Здѣсь разсматривается задача о числѣ рабочихъ и времени работы, для рѣшенія которой необходимо третій перечень поставить на первое мѣсто и рѣшать обычнымъ пріемомъ.

Я не буду отдѣльно разсматривать пятого и шестого „предѣленій“, такъ какъ въ нихъ нѣтъ ничего особеннаго. Но укажу на слѣдующее. Въ послѣднихъ статьяхъ, часть которыхъ мною выше приведена, содержится всего 134 задачи (крѣмъ задачъ на смѣшеніе статьи 13), оказывается заимствовано изъ рукописей XVII вѣка всего 69 задачъ. Въ этомъ фактѣ двѣ стороны: первая та, что большая половина задачъ заимствована; другая та, что она взята изъ русскихъ рукописей, а не изъ иностранныхъ сочиненій. Всмотриваясь въ это явленіе, мы должны сказать, что русская математическая литература въ разсматриваемое время имѣла сборникъ опредѣленныхъ темъ, которыя переходили отъ одного поколѣнія къ другому; эти темы дошли до нашихъ дней, и современные задачники можно смѣло обвинить въ заимствованіи не только съ существующихъ задачниковъ, но и съ того же Магницкаго. Чтобы убѣдиться въ этомъ, стоитъ только просмотрѣть текстъ задачъ. Я приведу примѣры на каждую статью.

Статья 5. Вопросная въ тройномъ правилѣ. „Восхогѣлъ вѣкто купити на завѣсъ матерію широтою $3\frac{1}{4}$, а долготою 8 аршинъ, потомъ на другую завѣсу восхогѣлъ купити ину матерію ся же широта токмо $\frac{3}{4}$ аршина, и хотя вѣдати долготу ся“. (2).

„Пятеро человекъ купили обще $1\frac{1}{4}$ пуда гвоздики, дали 15 рублей, а денегъ платили сидевымъ образомъ: первый далъ вполы при другомъ, а третій далъ вполы при первомъ, четвертый далъ вполы при другомъ, пятый далъ вполы при четвертомъ, и вѣдательно есть koliko которому по денгамъ взяти гвоздики?“ (12).

Статья 6. Вопросная же со времени: „Единъ человекъ вы-

*) Такъ дается рѣшеніе задачи: „ $\frac{3}{4}$ лота серебра стоитъ $\frac{1}{4}$ рубля, сколько подлежитъ дать за $\frac{2}{5}$ лота тогожъ серебра“.

петь кадъ пѣтя въ 14 дней, а со женою выпеть то же кадъ въ 10 дней, и вѣдательно есть въ koliko дней жена его особно выпеть то же кадъ“; (1).

6) „Единъ корабль пловяше моремъ отъ града въ иной градъ, на всякій часъ по 9 миль, и егда онъ отплы 45 миль, тогда другій корабль отъ того же мѣста поплы тѣмъ же путемъ, а на каждый часъ пловяше по 12 миль. Но хочу знати въ koliko часовъ постигнетъ сей корабль оногo, и въ колкихъ миляхъ“;

Статья 7. Дѣловая въ тройномъ правилѣ. „Два человекъ хотятъ 12 рублей дѣлить, чтобъ единому ихъ взять $\frac{2}{3}$, а другому $\frac{3}{4}$, и вѣдательно есть, koliko которому изъ тѣхъ 12 рублей достанется;

Эта задача, очевидно, требуетъ раздѣлить 12 рублей въ отношеніи $\frac{2}{3} : \frac{3}{4}$; она рѣшается Магницкимъ такъ:

$$\frac{12}{\frac{2}{3}} \left\{ \begin{array}{l} 8 \text{ то есть } \frac{2}{3} \\ \frac{24}{3} \end{array} \right. \quad \frac{12}{\frac{3}{4}} \left\{ \begin{array}{l} 9 \text{ то есть } \frac{3}{4} \\ \frac{36}{4} \end{array} \right.$$

Сложи

$$\frac{8}{9} \text{ — } \frac{12}{17} \text{ — } \frac{8}{8} = \frac{96}{17}$$

96 { 5 $\frac{11}{17}$ толико единому

$$\frac{17}{9} \text{ — } \frac{12}{9} \text{ — } \frac{9}{108}$$

46 { 6 $\frac{6}{17}$ толико другому.

Здѣсь я привелъ полное рѣшеніе, изъ котораго видно, что тройная строка здѣсь получаетъ особое значеніе, переходя почти въ область отвлеченныхъ чиселъ: 17 частей, изъ нихъ взято 9. Такое отвлеченіе вообще было свойственно Магницкому, и онъ, вѣроятно, при устномъ изложеніи такъ и показываетъ рѣшеніе этой задачи.

Въ этой статьѣ задачи, очевидно, должны итти въ порядкѣ нарастающей трудности; всего задачъ 14, изъ нихъ 9-я такая:

„Раздѣлиши на три статьи 300 рублей, первой статьи $\frac{1}{2}$ безъ 20 рублей, второй $\frac{1}{3}$ съ 10 рублями, третій $\frac{1}{4}$ безъ 15 рублей, и вѣдательно есть, koliko которой статьи достанетъ взять“;

Задача 13. „Раздѣлиши 4-мъ человекомъ по частно 3600 зо-

лотыхъ, первому взять $\frac{2}{9}$, другому $\frac{1}{6}$, третьему $\frac{3}{8}$, четвертому всё достальныя, и вѣдательно есть, по колику ихъ всякому достанеть взяти“;

Отсюда видно, что задачи на дроби представляли наибольшую трудность.

Статья 8. Торговая мѣновая въ тройномъ правилѣ. „Два человѣка мѣняются товары, одинъ даде 12 пудъ имбиря, цѣною по $2\frac{1}{2}$ -пуда по 380 копеекъ, а другій за весь имбирь даетъ сахаромъ по 9 денегъ фунтъ, и вѣдательно есть, колику за имбирь сахару достойтъ дать“;

Статья 9. Торговая складная и дѣлительная. „Три человѣка положили въ складъ денегъ 112 рублей, первый положилъ при другомъ въ семеро, а второй положилъ при третьемъ въ четверо, и приторговали 70 рублей, и вѣдательно есть, по колику который въ складъ денегъ положилъ и колику которому прибытка досталось“.

Разсматривая задачи послѣднихъ отдѣловъ, мы видимъ, что онѣ приближаются къ тому правилу, которое въ современныхъ ариметикахъ называется „правиломъ товарищества“. Типъ задачъ сохранился тотъ же и до настоящаго времени, да и современный способъ рѣшенія мало отличается отъ того, какъ эти задачи рѣшались Магницкій. По условіямъ времени, очевидно, что это былъ наиболѣе важный отдѣлъ задачъ въ практической ариметикѣ, а потому становится понятнымъ, почему Магницкій подходит къ нимъ такъ осторожно, выясняя предварительно, какъ мы бы назвали „пропорціональное дѣленіе“. Вотъ почему слѣдующія двѣ статьи имѣютъ очень важный бытовой характеръ.

Статья 10. „Торговая складная съ прикащики и съ людьми ихъ“. Здѣсь находится всего три задачи слѣдующаго содержанія:

1. Три человѣка положили денегъ въ купечество, изъ нихъ же первый положилъ 600 рублей, другій 700 рублей, третій 800 рублей, и примше прикащика съ 360 рублями, обѣщали ему на свои его денги купно и за работу дати $\frac{3}{8}$ изъ прибытка еже аще притяжетъ. Но прибытка притяжалъ онъ 720 рублей, и вѣдательно есть, колику которому прибытка на свои его денги досталось, и колику прикащикѣ за работу по обѣщанію ихъ дати.

3. Осмеро гостей, и пятеро ихъ прикащиковъ и трое ихъ работниковъ, сложили денегъ въ купечество 760 рублей 5 алтынъ, гости клали по одинаку между собой, прикащики же между собою по равну, а работники между собою по равну же, и притяжали

они тѣми денгами 352 рубли и 7 гривенъ, который прибыльокъ дѣлили сиче: яко прикащики при гостяхъ взяли въ помы, а работники взяли при прикащикахъ въ треть, и вѣдательно есть, по колику они прибылька взяли, и кто колико денегъ въ складъ положили?“

Я пропустилъ 2-ю задачу, такъ какъ содержаніе ея тождественно съ первой; но остальные двѣ имѣютъ любопытную бытовую сторону, и такъ какъ всѣ онѣ заимствованы изъ старыхъ рукописей, то, очевидно, что имѣютъ практическій жизненный характеръ, на который, можетъ-быть, было бы интересно обратить вниманіе историковъ.

Статья 11-я. „Торговая складная и со временемъ“. Въ этой статьѣ находятся 11 задачъ, изъ которыхъ первыя 5 заимствованы изъ рукописей, а послѣднія 6 или составлены Магницкимъ или взяты имъ откуда-нибудь. Первыя любопытны тѣмъ, что свое содержаніе сохранили до настоящаго времени.

1. „Два человѣка сложили въ купечество денегъ, единъ положилъ 10 рублевъ на семь мѣсяцевъ, а второй 12 рублевъ на 6 мѣсяцевъ. А приторговали они 8 рублевъ, и вѣдательно есть колику которому прибыли достались?“

Это задача современнаго учебника съ совершенно тѣмъ же методомъ рѣшенія:

$$\begin{array}{r}
 1) \quad \left. \begin{array}{l} 10 \text{ — } 7 \\ 12 \text{ — } 6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 70 \\ 72 \end{array} \\
 \hline
 142 \text{ — } 8 \text{ — } 70 \\
 \phantom{142 \text{ — } 8} 8 \\
 \hline
 13 \\
 244 \left\{ \begin{array}{l} 134 \\ 142 \end{array} \right. \text{первому.} \\
 360 \\
 142 \\
 \hline
 142 \text{ — } 8 \text{ — } 72 \\
 \phantom{142 \text{ — } 8} 8 \\
 \hline
 118 \\
 376 \left\{ \begin{array}{l} 8 \\ 142 \end{array} \right. \text{другому.} \\
 142
 \end{array}$$

Остальные 4 задачи имѣютъ тотъ же характеръ, лишь съ тою разницею, что въ нихъ неизвѣстенъ вкладъ какого-либо лица и его требуется опредѣлить по прибыли, доставшейся на его долю.

Задачи, предложенныя Магницкимъ, представляютъ не только собою дальнѣйшее развитіе основной идеи, но и новое содержаніе. Такъ, задача 6-я слѣдующая:

„Два человѣка сложили въ купечество 2000 рублей: первый положилъ на 4 мѣсяца нѣкое число денегъ, другой положилъ на

6 мѣсяцевъ неизвѣстное же число денегъ, и вѣдательно есть, koliko который положилъ?“

Такія задачи не встрѣчаются въ задачникахъ; но вотъ задача, сохранившаяся до нашего времени: „Нѣкій человекъ нанялъ работника на годъ, обѣщавъ ему дати 12 рублей и кафтанъ; но той по случаю работалъ 7 мѣсяцевъ восхоте отъйти, и прошаше достойныя платы съ кафтаномъ, онъ же даде ему по достоинству 5 рублей и кафтанъ, и вѣдательно есть: колікія цѣны оный кафтанъ баше?“ *)

Статья 12. „Заимодавная и о срочномъ времени“. Изъ 8-ми задачъ этой статьи 3 взяты Магницкимъ изъ рукописей, а остальные, какъ я уже говорилъ, или составлены имъ самимъ или взяты изъ какихъ-либо книгъ. Изъ примѣровъ предыдущей статьи и нѣкоторыхъ другихъ соображеній можно думать, что новыя темы задачъ появляются въ жизни человечества вообще довольно рѣдко, и то, что намъ кажется новымъ, есть въ большинствѣ случаевъ только забытое прошлое; въ силу этого я увѣренъ, что и среди задачъ, собранныхъ Магницкимъ, нѣтъ новыхъ, а только задачи, собранныя изъ разныхъ источниковъ; но и въ современныхъ задачникахъ нѣтъ новыхъ задачъ, а только тѣ, которыя можно найти у Магницкаго. Въ этомъ отношеніи задачи разсматриваемой статьи интересны въ двухъ отношеніяхъ: во-1-хъ, онѣ представляютъ собою задачи, которыя мы бы озаглавили „на уравненіе сроковъ платежей“. Такова, напр., задача 2-я: „Человекъ нѣкій долженъ заимодавцу нѣкому 4700 рублями, платиши ему той долгъ по три сроки, на первый срокъ въ 7 мѣсяцевъ 1200 рублей, на второй срокъ въ 9 мѣсяцевъ 1500 рублей, а на третій срокъ въ 11 мѣсяцъ 2000 рублей, и онъ хочеть заплатити весь въ единъ срокъ, и вѣдательно есть, въ колікое время всѣхъ сихъ общій единъ срокъ учинити?“ А вотъ задача 5-я, того же отдѣла: „На 100 рублей притяжалъ въ 12 мѣсяцевъ 5 рублей, вѣдательно есть, koliko на 360 рублей въ 8 мѣсяцевъ притяжалъ?“ А вотъ задача 8-я: „Далъ въ ростъ 600 гривенъ на 4 лѣта, и по тому же договору далъ ему еще 150 гривенъ, а взяли на всякій годъ росту по 6 $\frac{1}{4}$ гривны, и вѣдательно есть, koliko достойтъ на тѣ денги росту взять?“

Мы бы сказали, что двѣ послѣднія задачи „на правило процентовъ“; отчего этого правила нѣтъ у Магницкаго? Вотъ второй

*) Алгебранч. задачн. Шапошникова и Вальцева, стр. 130, задача № 287. Здѣсь плата за годъ 144 руб., а за 7 мѣс. 54 руб., все остальное то же.

вопросъ, возникающій въ связи съ разсмотрѣніемъ статьи 12-й. Мнѣ кажется, что этотъ вопросъ тѣсно связанъ съ вопросомъ о векселяхъ. Теперь принято думать, что вексель въ Россіи явился не вслѣдствіе условій денежнаго обращенія и потребностей торговли, а по волѣ законодателя. Древняя Россія стояла внѣ того торговаго движенія, которое породило вексель. Хотя Новгородъ и Псковъ имѣли оживленныя торговыя сношенія съ Ганзой, но торговля велась исключительно на наличныя; нѣмецкіе памятники (скры) прямо запрещаютъ торговать съ русскими въ кредитъ и вступать съ ними въ компанію. Впослѣдствіи, когда иностранные купцы водворились въ Москвѣ, въ Архангельскѣ и другихъ городахъ, то они могли для перевода денегъ прибѣгать къ векселямъ. Отъ нихъ вексель могъ быть заимствованъ Петромъ I, который въ виду неустройства почты и небезопасности дорогъ началъ переводить казенныя деньги изъ одного города въ другой посредствомъ векселей, при участіи купцовъ. Только при Петрѣ II правительство рѣшило распространять дѣйствіе вексельныхъ операцій на все купечество, и 16 мая 1729 г. былъ опубликованъ на русскомъ и нѣмецкомъ языкахъ вексельный уставъ, сочиненный „ради того, что въ европейскіхъ областяхъ вымышлено, вмѣсто перевозу денегъ изъ города въ городъ, а особливо изъ одного владѣнія въ другое, деньги переводить черезъ письма, названныя векселями, которыя отъ одного къ другому даются или посылаются, и такъ дѣйствительны есть, что почитаются наипаче заемнаго письма, и пріемяются такъ, какъ наличныя деньги“. Такимъ образомъ, можно считать, что до 1729 г. въ коммерческомъ оборотѣ были только особыя долговныя обязательства „кабала“, которыя отличались особою подвижностью и передаваемостью *). Но объ этой „кабалѣ“ также нѣтъ ничего въ задачахъ Магницкаго. Но зато у него разработаны, какъ видимъ, всякаго рода товарищества и срочные платежи, а въ эти платежи входитъ и ростъ, т.-е., понынѣшнему, „процентъ“. Сопоставляя все это, можно думать, что, несмотря на заявленіе автора о томъ, что его курсъ есть практически необходимый въ жизни для лицъ разныхъ профессій, этотъ курсъ на самомъ дѣлѣ есть теоретическій курсъ, въ который вошли лишь теоретическіе вопросы практической ариметики, оставшіеся какъ наслѣдіе старины. Подобно тому, какъ современный школьный курсъ, въ которомъ существуетъ и правило товарищества и правило учета векселей и всякія задачи на „акціи“, „облигаціи“ и т. п., остается лишь теоретическимъ курсомъ, оторваннымъ отъ жизни и нужнымъ лишь для школьнаго

*) Брокгаузъ и Эфронъ. Т. V, статья г. Яновскаго „Вексель“.

обихода, такъ и курсъ Магницкаго не является курсомъ „коммерческой ариеметики“, а теоретическимъ курсомъ, въ которомъ разсмотрѣна функціональная зависимость практическихъ, входящихъ въ торговлю величинъ.

Особое вниманіе въ этомъ курсѣ удѣлено задачамъ на смѣшеніе; этимъ задачамъ я посвящаю отдѣльную главу, ибо онѣ въ полной неприкосновенности прожили слишкомъ 200 лѣтъ.

Правило смѣшенія.

Это правило Магницкій называетъ „правиломъ соединенія“ и излагаетъ въ „предѣленіи седмомъ“. Въ современныхъ курсахъ оно называется „правиломъ смѣшенія 2-го рода“ и излагается совершенно такъ же, какъ его излагаетъ Магницкій. Но Магницкій считаетъ, что правило „соединенія“ есть особое свойство величинъ, и это особое свойство нуждается въ особомъ установленіи; мы же думаемъ, что рѣшеніе задачъ на смѣшеніе подчиняется общимъ законамъ дѣйствій и не нуждается въ какихъ-либо особыхъ дополнительныхъ опредѣленіяхъ.

„Предѣленіе седмое“ Магницкаго распадается на 11 пунктовъ; я позволю себѣ привести начальные пункты дословно.

„Что есть правило соединенія и къ чему есть потребно?“— спрашиваетъ Магницкій и отвѣчаетъ: „Правило соединительное того ради назвася, зане тѣмъ правиломъ изобрѣтается средняя цѣна дву вещей, отъ нихъ же едина вещь малыя цѣны, другая же вящшія цѣны, и изъ тѣхъ дву вещей по достоинству изволится кому взяти къ средней цѣнѣ, и соединити въ едину такову же мѣру, къ нему же и потребно есть сирѣчь, егда у нѣкогого челоувѣка были продажныя вина, и едино цѣною по 10 гривенъ ведро, другое же по 6 гривенъ, изволилося ему здѣлати изъ тѣхъ дву винъ, по части взявъ, едино третіе вино, ему же бы цѣна была по 7 гривенъ, и колікія части достоитъ изъ тѣхъ дву винъ взяти къ наполненію ведра третьяго вина цѣною въ 7 гривенъ сущаго“.

Остановимся немного здѣсь и обратимъ вниманіе на то, какъ ставить Магницкій задачу; эта постановка нѣсколько иная, чѣмъ теперь и, пожалуй, болѣе правильная: онъ не ищетъ, сколько ведеръ того и другого вина нужно взять для смѣси, а ищетъ, какую часть ведра нужно взять, чтобы составить ведро смѣси. Далѣе у него идетъ схема записи; этой схемѣ записи, очевидно, придавалось тогда очень большое значеніе, потому что онъ говоритъ дальше: „И къ сему правилу лѣпоствуетъ помнити, въ первыхъ яко не

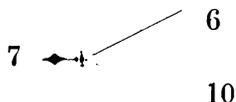
пишется сіе правило въ правыхъ линіяхъ, но въ косвенныхъ, якоже здѣ есть видѣти



И числа такоже писати достоить, якоже ту написано суть, и нарицаются сія числа лигатура, или цѣна вещей, изъ нихъ же смѣшеніе бываетъ, сирѣчь дву винъ, или дву иныхъ таковыхъ матерій, изъ нихъ же едина дражайшія цѣны, другая же меньшія, якоже выше речеся“.

Этимъ оканчивается пунктъ первый; въ немъ постановка задачи и ея запись; эта запись не только по формѣ не совпадаетъ съ записью золотой строки, но и имѣетъ новое наименованіе входящихъ въ нее чиселъ; эти числа называются *лигатурой*.

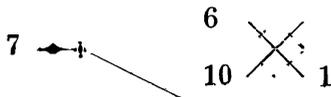
2. „Второе подобаетъ въ памяти имѣти оно число, или количество, по нему же оба вышеписанныя перечни мѣшаются, или ко оному числу достойно придаютъ отъ своихъ вещей части, и то число нарицается интендумъ, и пишется всегда отъ лѣвья руки всхожденіи дву оныхъ косвенныхъ линій сице 7:



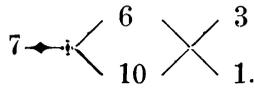
Зане въ таковую цѣну хошу изъ тѣхъ дву цѣнныхъ вещей по достойной части взяти въ таковую же мѣру по цѣною по 7“.

3. „Третіе же подобаетъ знати, яко сіе интендумъ или число чемъ хоцещи среднія цѣны вещь купити, всегда бываетъ среднее первыхъ цѣнъ сирѣчь, болшія цѣны дешевле, меньшія же дороже, якоже въ настоящемъ прикладѣ 7, есть меньше 10, болше же 6, аще должно всегда имѣти, а не превосходити болшія цѣны, ниже свизходити низше меньшія“.

4. „Четвертое, егда въ правилѣ семъ всѣ перечни поставиши, якоже выше указано, и тогда твори черезъ вычитаніе сице, малую цѣну вычти изъ интенда, сирѣчь 6 изъ 7, и останется 1, и то едино постави противъ болшія цѣны, сирѣчь противъ 10 на крестъ, якоже здѣ



Потомъ наки выти интентумъ изъ болшія цѣны, сирѣчь 7 изъ 10 и останется 3, еже постави противъ меншія цѣны, сирѣчь противъ 6, якоже здѣ



И о семь разумѣй, яко отъ дорогія вещи едина четверть въ смѣшеніи достойна, отъ дешевыя же три четверти и будетъ едина цѣлая вещь, достойная среднія цѣны сирѣчь 7, въ нюже цѣну желаніе было вещь купити“.

Таковъ ходъ рѣшенія задачъ на правило соединенія. Здѣсь я позволю себѣ обратить вниманіе читателя на ясность и точность языка, на указаніе мельчайшихъ подробностей въ разсмотрѣніи вопроса, и мы должны признать за Магницкимъ право быть первымъ русскимъ методистомъ по математикѣ. Въ подтвержденіе этого слѣдуетъ обратить вниманіе еще и на то, что авторъ отъ конкретнаго примѣра переходитъ къ обобщенію, давая такимъ образомъ не рѣшеніе индивидуальной задачи, а схему общаго сужденія для рѣшенія всѣхъ задачъ. Въ этомъ обобщеніи онъ доходитъ до понятія отвлеченной дроби, которая составляетъ часть цѣлаго. Хотя это понятіе не вошло и не могло войти, по условіямъ времени, въ теоретическій курсъ дробей, но изъ изученія тройныхъ правилъ учащійся какъ бы вновь приходилъ къ этому курсу, и у него возникало нѣкоторое новое понятіе, очень важное для послѣдующаго мышленія ученика.

Самъ Магницкій, по-моему, былъ очень близокъ къ современному представленію дроби какъ части отвлеченной единицы (цѣлаго), но онъ, быть-можетъ, не рѣшался построить курсъ на этомъ новомъ представленіи дроби, но на фактическихъ урокахъ, быть-можетъ, подробнѣе развивалъ новую точку зрѣнія и указывалъ примѣры для ея приложенія. Въ этомъ отношеніи особно любопытно одно мѣсто изъ предисловія къ пятой части курса, гдѣ онъ разсматриваетъ вопросъ объ извлеченіи кв. и куб. корня. Здѣсь— въ предисловіи онъ говоритъ между прочимъ, что алгебраическое ученіе завершаетъ курсъ ариометики; „или паче особно цѣлую ариометики науку черезъ алгебрумъ съ довольнымъ объясненіемъ собрати и разпространити имамы, за еже вся ариометики части чинно въ себѣ оному заключати“. Это мѣсто я понимаю такъ, что, по мнѣнію Магницкаго, можно было бы построить весь курсъ ариометики, исходя изъ тѣхъ обобщеній, какія даетъ алгебра, гдѣ разсматривается не именованное число, а отвлеченное.

Возвращаясь теперь къ изложенію правилъ смѣшенія, мы должны отмѣтить ходъ его мысли. Я изложилъ то, что является какъ общая схема рѣшенія всѣхъ задачъ; далѣе, въ слѣдующихъ пунктахъ: 5, 6, 7 и 8-мъ онъ даетъ приложеніе этой схемы къ задачамъ, въ которыхъ берется уже именованная единица, и находятся ея части. Далѣе онъ беретъ фунтъ серебра, но разсматриваетъ его какъ 96 золотниковъ; тогда части этого фунта, выраженные въ золотникахъ, требуютъ дополнительнаго рѣшенія; это рѣшеніе уже идетъ по тройному правилу. Задача слѣдующая.

„Паки аще случится кому имѣти штуку серебра вѣсомъ токмо единъ фунтъ, а была бы она двойного серебра: едино серебро имѣетъ пробу 11, а другое 14, и хотително есть да будетъ оная штука пробы 12, и коликому достоитъ въ той штукѣ быти лучшему серебру, и худшему и ты твори сице:

$$12 \begin{matrix} < 11 \\ < 14 \end{matrix} \begin{matrix} \times 2 \\ \times 1 \end{matrix} \text{ слож. } 3$$

И будетъ общее число 3, еже пиши на тройное правило сице:

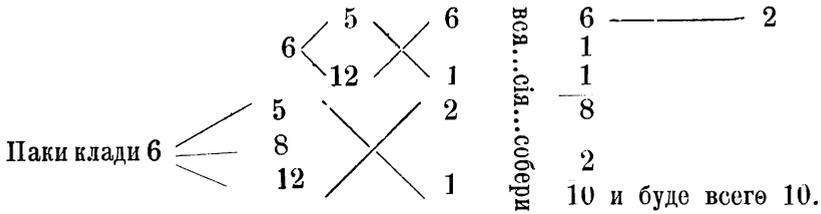
$$\begin{array}{r} 3 \text{ ————— } 96 \text{ ————— } 2 \\ \quad \quad \quad \underline{2} \\ \quad \quad \quad 192 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 \\ 192 \\ 33 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. \begin{array}{l} \\ 64 \text{ золотника.} \\ \end{array}$$

Паки такожде пиши.

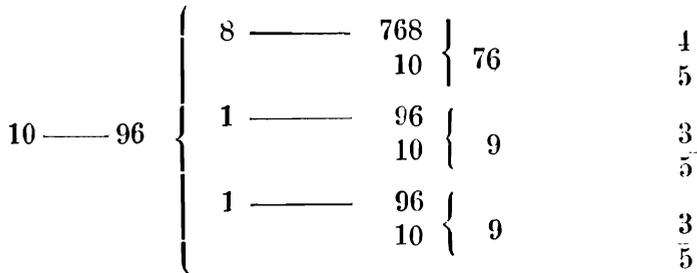
$$\begin{array}{r} 3 \text{ ————— } 96 \text{ ————— } 1 \\ \quad \quad \quad \underline{1} \\ \quad \quad \quad 96 \end{array} \quad \begin{array}{l} 96 \\ 33 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. \begin{array}{l} \\ 32 \text{ золотника.} \\ \end{array}$$

И будутъ въ серебрѣ 12 пробы, въ фунтѣ изъ пробы 11, 64 золотника, а изъ пробы 14, 32 золотника“.

Итакъ, рѣшеніе задачи на смѣшеніе состоитъ изъ двухъ схемъ: одна изъ нихъ есть схема собственно правила соединенія, а другая общая схема тройнаго правила. Первая схема имѣетъ дальнѣйшее развитіе: она прилагается къ соединенію не только двухъ, но многихъ вещей, и Магницкій даетъ ея приложеніе къ смѣси трехъ и четырехъ товаровъ. Такъ, въ пунктѣ 10 онъ говоритъ: „А когда случится мѣшати трои товары, изъ нихъ же сдѣлати четвертый по желаемой цѣнѣ и тогда единъ черечень малѣйшій дважды въ правилѣ полагается, якоже здѣ видимо есть



11. Зри же ради познанія предложенный прикладъ, яко имаше нѣкто троякъ шафранъ, турецкій по 5 гривенъ фунтъ, индійскій по 8 гривенъ, угорскій же по 12 гривенъ, и когда вышеназначенное собраніе 10 полагается и творится черезъ правило сице



Потолику достоить изъ всѣхъ трехъ шафрановъ въ единъ фунтъ, ему же достойная цѣна будетъ 6 гривенъ“.

Въ заключеніе я приведу одну задачу, рѣшеніе которой довольно любопытно.

„Нѣкій человекъ имяше штуку сребра съ мѣдію смѣшаннаго, и хотя увѣдати, коликая часть вмѣшана мѣди во ону штуку серебряную, изобрѣтоша сице: взя прежде нѣкую часть циркулемъ смаштапа, въ ней же части кубичной сребра обрѣтается единъ золотникъ, и оныхъ обрѣте въ долготу тая серебряныя штуки 44 части, въ ширину же 7 тѣхъ же частей, а въ толстоту 6 частей, и измѣривъ умножилъ долготу шириною, и пришло ему 308, и сіе множилъ толстотою, и пришло ему въ той штукѣ частей 1848, толико же и золотниковъ, зане одина часть кубковая имѣетъ золотникъ 1 и сего ради вѣрительно есть, яко и золотниковъ въ той штукѣ быть толикоже 1848, но егда онъ на вагу положивъ свѣсилъ ону штуку и обрѣтается въ ней тягости меньше, сирѣчь 1830, и есть разнства 18 : меньше по извѣшенію, нежели по измѣренію, и по пропорціи рудъ, яже въ первой части на 31 листъ между сребра и мѣди есть разнство 6 и симъ разнствомъ 6-ю дѣлилъ здѣшнее разнство 18, и пришло ему 3, еже умножилъ черезъ всю мѣдь пропорцію 50, и пришло 150, еже вычиталъ истягости яже по извѣшенію изъ 1830, и осталося 1680, еже дѣлилъ, на пропор-

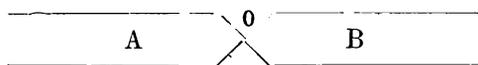
цію всю сребреную 56 и пришло ему 30, изъ разнства же вѣшенія съ размѣреніемъ когда его 18 дѣлили на 6 пришло 3 и сія есть пропорція въ той сребреной штукѣ, яко бы было мѣди 3, а сребра 30 . 33-хъ частей: сирѣчь $\frac{3}{33}$, или паче $\frac{1}{11}$, толико мѣди, а $\frac{30}{33}$ или паче $\frac{10}{11}$ есть сребра“.

Часть четвертая о правилахъ фальшивыхъ или гадательныхъ.

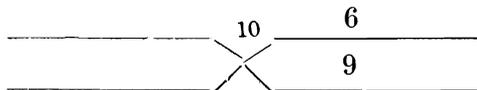
Магницкій дѣлитъ все свое сочиненіе на 2 книги, изъ которыхъ каждая содержитъ въ себѣ какъ бы особое знаніе: ариометики-практики и ариометики-логистики. Каждая книга подраздѣляется на части, изъ которыхъ каждая содержитъ замкнутое разсмотрѣніе нѣкотораго отдѣла. Таковы части: о числахъ цѣлыхъ, о числахъ ломаныхъ, о правилѣ тройномъ и т. д. Каждый такой замкнутый отдѣлъ распадается на предѣленія. Вотъ та логическая система, по которой расположено все то, что авторъ считалъ нужнымъ ввести въ курсъ ариометики. Исключеніе изъ этой системы и притомъ единственное представляетъ часть 4-ая, которая распадается не на „предѣленія“, а на „статьи“. Но статьями озаглавлены, какъ мы видѣли, тѣ приложенія тройныхъ правилъ, въ которыхъ разсмотрѣны свойства величинъ; поэтому является вопросъ о причинахъ такого дѣленія; если это есть самостоятельный отдѣлъ, то онъ долженъ содержать „предѣленія“; если это не самостоятельный отдѣлъ, а приложеніе предыдущихъ отдѣловъ, то почему онъ выдѣленъ въ особую часть? Мнѣ кажется, что если принять во вниманіе авторитетное мнѣніе г. Бобынина, что фальшивыя правила суть замаскированный способъ рѣшенія уравненій первой степени съ одной неизвѣстной, и если допустить, что въ своей основѣ таково же было и мнѣніе Магницкаго, то становится понятнымъ, почему онъ выдѣлилъ этотъ способъ какъ особый методъ для рѣшенія нѣкоторыхъ задачъ. Онъ не зналъ теоріи рѣшенія уравненій, а потому не могъ дать тѣхъ „предѣленій“, въ которыхъ нуждался этотъ новый приѣмъ, а потому онъ рассматриваетъ его только какъ „правило“, въ силу котораго при двухъ произвольныхъ положеніяхъ можно найти истинное числовое значеніе.

Правила ложныхъ положеній перешло въ средневѣковую Европу отъ арабовъ, а къ этимъ послѣднимъ, какъ можно думать, отъ

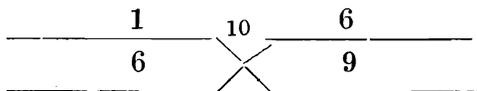
индусовъ. Индусское происхождение правила устанавливается на основаніи нѣкоторыхъ латинскихъ рукописей, находящихся въ парижской библіотекѣ, по которымъ оказывается, что посвященное этому правилу индусское сочиненіе переведено было на еврейскій языкъ въ половинѣ XII вѣка Авраамомъ бенъ-Эзра; съ еврейскаго оно было переведено на латинскій. Что касается до арабскихъ писателей, то у нихъ это правило получило самое обширное распространеніе и представляетъ собою любопытное поясненіе и называется „методъ чашекъ вѣсовъ“. Вотъ какъ оно излагается у Талкисъ Ибнъ Альбанн'а *).



и пусть 0 есть точка вращенія, а А и В чашки. У точки вращенія ставится данное число, а на чашкѣ пишется предполагаемое. Сочтя по условію задачи и сравнивъ результатъ съ даннымъ числомъ, мы находимъ ошибку; если полученное число больше даннаго, то ошибка пишется сверху, а если меньше даннаго, то снизу. Возьмемъ, напр., такую задачу **). Найти число, которое, будучи увеличено на $\frac{2}{3}$ самого себя и на 1, даетъ 10. Положимъ, что такое число 9, тогда $\frac{2}{3}$ его будетъ 6, и мы получимъ $9 + 6 + 1 = 16$, больше 10 на 6; все это записываемъ такъ:



Положимъ, что оно будетъ 6, тогда $\frac{2}{3}$ его будетъ 4, и мы получимъ $6 + 4 + 1 = 11$, больше на 1. Записываемъ такъ:



Теперь, чтобы найти число, умножаемъ 9 на 1 и 6 на 6; изъ большаго 36 вычитаемъ меньшее 9, получимъ 27 и дѣленіемъ на разность ошибокъ $6 - 1 = 5$ находимъ $\frac{27}{5} = 5 \frac{2}{5}$.

Въ западно-европейскихъ учебникахъ обычно излагались два правила: одно называлось *Regula falsi simplicis positionis*, а другое—*Regula falsi duplcis positionis*. Въ русскихъ руковод-

*) Бобынинъ. Очеркъ развитія мат. зн. въ Россіи. Вып. I. 1886 г. Стр. 90.

***) Колазатъ Бега Эддинъ (см. у Бобынина).

ствахъ конца XVIII вѣка и даже начала XIX обыкновенно излагались оба эти правила; такъ они излагаются у Курганова (1758), у Аничкова (1786), въ переводной ариметикѣ Безу (1806) и другихъ. Въ рукописяхъ XVII вѣка и у Магницкаго излагается только правило двухъ положеній. Такъ какъ позднѣйшее введеніе правила одного положенія вполнѣ объясняется тѣмъ, что русская математическая литература продолжала заимствовать у западныхъ учебниковъ, и позднѣйшіе авторы считали дефектомъ отсутствіе этого правила, то намъ интересно опредѣлить, почему рукописи и Магницкій имъ не пользовались.

Чтобы выяснитъ это, укажемъ, когда достаточно одного предположенія для рѣшенія задачи, и когда необходимы два положенія. Всѣ задачи, рѣшаемыя этимъ методомъ, приводятся къ двумъ видамъ уравненій первой степени съ однимъ неизвѣстнымъ: или къ $ax=b$, или къ $ax+b=c$; первое изъ этихъ уравненій можетъ быть рѣшено при одномъ предположеніи, въ самомъ дѣлѣ: возьмемъ за x число m , и пусть $am=b_1$, тогда $\frac{x}{m} = \frac{b}{b_1}$, т.-е. искомое будетъ четвертымъ пропорціональнымъ къ m , b и b_1 . Второе уравненіе не можетъ быть приведено къ столь простому виду, такъ какъ мы въ данномъ случаѣ не можемъ перенести b въ лѣвую часть равенства, а потому, чтобы исключить его, должны сдѣлать два предположенія. Возьмемъ вмѣсто x числа m и n , и пусть $am+b=c_1$ и $an+b=c_2$, тогда $a(x-m)=c-c_1$; $c-c_1$ обозначимъ k (первая погрѣшность), а $(x-n)=c-c_2$; $c-c_2=k_1$ (вторая погрѣшность). Слѣдоват. $\frac{x-m}{x-n} = \frac{k}{k_1}$, откуда $k_1x - mk_1 = kx - nk$ и

$$x = \frac{mk_1 - nk}{k_1 - k}.$$

Изъ этого видно, что формула будетъ справедлива, когда k и k_1 будутъ одного знака, т.-е. когда $c > c_1$ и $c > c_2$; но если $c < c_1$,

а $c > c_2$, то въ числитель и знаменатель надо перемѣнить знакъ

и $x = \frac{mk_1 + nk}{k_1 + k}$. Теперь, если мы положимъ $c=0$, то c_1 и c_2 бу-

дутъ ошибками, т.-е. $c_1=k$ и $c_2=k_1$; тогда вторая формула будетъ годиться и для перваго случая, который мы можемъ представить въ видѣ $ax+b=0$. Въ силу этого, чтобы не осложнять методовъ рѣшенія, рукописи и Магницкій выбросили правило одного положенія.

Итакъ, въ основѣ мегодовъ Магницкаго лежатъ слѣдующія формулы

$$x = \frac{mk_1 - nk}{k_1 - k}; \quad x = \frac{-mk_1 + nk}{-k_1 + k}; \quad x = \frac{mk_1 + nk}{k_1 + k}.$$

и онъ говоритъ: „сіе правило раздѣляется на три: первое правило есть, егда первое и второе положеніе суть болше; второе правило, егда оба положенія суть менше; третіе же есть, егда едино положеніе есть болше, другое же менше“. Всѣ эти три возможности онъ разсматриваетъ на одномъ и томъ же примѣрѣ: „искательно есть число, ему же аще приложится едина треть, и отъ сложенія вычтется едина шестая часть, останется 100.“ *)

Разсмотрѣвъ такимъ образомъ какъ бы теоретически способы рѣшенія, онъ переходитъ къ ихъ практическимъ приложеніямъ въ видѣ 3 статей. Статья первая содержитъ 15 задачъ, изъ которыхъ 8 (1, 2, 4, 6, 8, 11, 12, 13) взяты изъ старыхъ рукописей; во второй статьѣ 8 задачъ, изъ нихъ 5 (1, 2, 6, 7, 8) взяты изъ рукописей; въ третей статьѣ 16 задачъ, изъ которыхъ 4 (2, 3, 4, 16) взяты изъ рукописей. Среди этихъ задачъ можно указать на нѣкоторыя, дожившія до настоящаго времени, но съ измѣненнымъ, болѣе жизненнымъ содержаніемъ; къ такимъ задачамъ относится слѣдующая: „Вопроси нѣкто учителя нѣкоего глаголя: повѣжды ми колико имаши учениковъ у себе въ училищи, понеже имамъ сына отдати во училище: и хошу увѣдати о числѣ учениковъ твоихъ. Учитель же отвѣщавъ рече ему: аще придетъ ми учениковъ толико же, елико имамъ, и полтолика, и четвертая часть еще же и твой сынъ, и тогда будетъ у мене учениковъ 100.“ Эта задача, быть-можетъ, составлена самимъ Магницкимъ вмѣсто извѣстной задачи на гусей.

Что касается до содержанія задачъ, какъ онѣ разбиты по статьямъ, то задачи первой статьи можно характеризовать приведенной задачей на учениковъ; но, кромѣ задачъ этого характера, здѣсь встрѣчаются задачи въ родѣ слѣдующей: „8) три человекъ хотяше дворъ купити совопрошаются о денгахъ сице: первый ко второму глаголетъ: даждь ми рече $\frac{3}{4}$ денегъ ихже имаши, и азъ единъ цѣну заплачу за дворъ, а другій къ третьему глаголетъ: даждь ми $\frac{2}{5}$ изъ твоихъ денегъ, и азъ единъ заплачу цѣну за дворъ, а третій къ первому глаголетъ: даждь ми $\frac{1}{3}$ изъ твоихъ денегъ, и азъ единъ заплачу цѣну за дворъ, а двору цѣна 100 рублей: и вѣдательно есть колико который имаше тогда денегъ?“

*) См. стр. 21.

Но здѣсь же встрѣчаются задачи въ родѣ слѣдующей: „Нѣкто мужъ благоговѣнъ вниде въ сиротопитательницу милостыню дати убогимъ, давъ же каждому ихъ по три пѣнызя, и усмотрѣ яко не достанетъ денегъ на три человѣка. Аще бы далъ имъ по два пѣнызя, и тогда бы осталось денегъ на четыре человѣка: и вѣдательно есть, колико бѣше убогихъ въ сиротопитательницѣ оной, такожде и денегъ колико у того мужа было, и по чему каждому отъ нихъ досталось?“

Задачи второй статьи можно характеризовать какъ задачи неопредѣленныя, хотя ихъ неопредѣленность Магницкимъ не указывается. Какъ примѣръ я приведу задачу 2: „Купилъ нѣкто на 80 алтынъ гусей, утятъ и чирковъ, гуся покупалъ по 2 алтына, утку по 1 алтыну, чирки же по 3 денги, а всѣхъ куплено 80 птицъ: и вѣдательно есть, колико которыхъ птицъ кушилъ?“ Задача имѣетъ 27 рѣшеній, но Магницкій беретъ только одно: гусей 15, утокъ 35, чирковъ 30.

Статья третья носить особое названіе: „торговая складная въ притяжаніяхъ раздѣльная“. Подъ это заглавіе подходят только первыя двѣ задачи; а потомъ содержаніе измѣняется, и, по-нашему, измѣнился бы и методъ рѣшенія. Какъ примѣръ я приведу 3 задачи.

1. Три человѣци сложили въ купчество денегъ, и елико первый отъ нихъ положилъ, а второй въ полтретья жеребья при немъ. А третій при другомъ $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$, а всѣхъ денегъ склали 32 рубли 3 алтына 2 денги, и притяжали тѣми денгами 3 рубли 30 алтынъ. И вѣдательно есть, колико который денегъ вскладъ положилъ, и изъ пробытка взялъ?“

4. Трие человѣци дѣлятъ между собою 239 рублевъ, отъ нихъ же елико первый возметъ: а другой при немъ возметъ втрое. А третій противъ обоихъ возметъ ниже 12-ю рублями, и вѣдательно есть, колико который изъ нихъ возметъ?“

10. Нѣкогда въ Константинолѣ градѣ 20 человѣкъ, мяхухся въ банѣ, въ нихже бяху христіане, турки же и евреи, а установлено имати за баню, съ турчина по полденгѣ, а съ христіанина по денгѣ, съ еврейна же по 3 денги. Но всѣхъ бывшихъ въ бани 20 человѣкъ, дали бяху обще отъ всѣхъ 20 денегъ. И вѣдательно есть, колико бяху христіанъ, турокъ же и евреевъ?“ Эта задача также неопредѣленная, но ея неопредѣленность уже отмѣчена авторомъ, и онъ даетъ такой отвѣтъ

придетъ	}	либо еврей 3, христіанъ 5, турокъ 12
		или еврей 1 христіанъ 15, турокъ 4
		или еврей 2 христіанъ 10, турокъ 8.

Эта задача не заимствована изъ старыхъ рукописей, но тѣмъ не менѣе представляетъ собою очень старую задачу. Первые неопредѣленные задачи, изъ тѣхъ, которыя дошли до насъ на латинскомъ языкѣ, содержатся въ сборникѣ Алкуины (VIII ст.) и выражается такъ: „100 шеффелей раздѣлить между мужчинами, женщинами и дѣтьми и дать при этомъ мужчинѣ по 3 шеффеля, женщинѣ по 2 и ребенку $\frac{1}{2}$ шеффеля?“ Очевидно, что задача

Магницкаго того же типа; быть-можетъ, даже и содержаніе ея можно отыскать въ какомъ-либо сборникѣ. Здѣсь нельзя не отмѣтить, что творческая фантазія составителей ужасно слаба: задача Алкуина живетъ до сихъ поръ и живетъ именно съ мужчинами, женщинами и дѣтьми; живетъ не только тема, но и самая форма темы. Совершенно справедливо говорить г. Беллюстинъ: „многое множество тѣхъ задачъ, которыми пополняются современные намъ сборники, идутъ изъ глубокой древности, пережили многія тысячелѣтія и терпѣливо переписываются однимъ составителемъ изъ другого“ *).

Послѣдняя статья четвертой книги озаглавлена: „о утѣшныхъ нѣкихъ дѣйствахъ черезъ ариметику употребляемыхъ“. По поводу этой статьи, прежде, чѣмъ переходить къ ея разбору, я позволю себѣ привести выдержку изъ „Исторіи элементарной математики“ Кэджори. „Въ англійскихъ и американскихъ изданіяхъ Дильворти (1784), говоритъ онъ, а также въ *Scholar's Arithmetic* Данила Адамса (седм. изд. 1812) мы находимъ любопытное собраніе „Вопросовъ для забавы и развлеченія. Мы всѣ слышали о фермерѣ, который, имѣя съ собой лисицу, гуся и гарнецъ зерна, захотѣлъ переправиться черезъ рѣку; но такъ какъ онъ могъ перевести одновременно только лисицу, или только гуся, или только зерно и боялся, что въ его отсутствіе лисица съѣстъ гуся или гусь зерно, то не зналъ, какъ ему быть. Кого не занимали задачи о томъ, какъ три ревнивыхъ мужа со своими женами должны были переплыть рѣку въ лодкѣ, въ которой помѣщались только двое, такъ, чтобы ни одна изъ трехъ женъ не осталась въ обществѣ одного или двухъ мужчинъ въ отсутствіе мужа. Кто не пытался помѣстить однозначныя числа внутри квадрата такъ, чтобы сумма всякихъ трехъ чиселъ, лежащихъ на одной линіи, равнялась 15? Никто изъ насъ, можетъ-быть, не подозрѣвалъ вначалѣ великой древности этихъ, повидимому, только - что появившихся порожденій фантазіи. Нѣкоторыя

*) Беллюстинъ. „Какъ постепенно дошли люди до настоящей ариметики“, стр. 184. Тамъ же и задачи Алкуина.

изъ этихъ загадокъ заимствованы Дильвортомъ изъ *Уинена* въ изданіи Керси. Керси отсылаетъ читателей къ Гаспару Баше де-Мезириаку (Gaspard Bachet de Mesiriac) и его маленькой книжкѣ „Problèmes plaisants et delectables qui se font par les nombres (Lyon 1624). Первая изъ этихъ загадокъ была извѣстна, вѣроятно, Карлу Великому, потому что мы находимъ ее въ книгѣ „Propositiones ad acuendos juvenes въ измѣненной версіи, въ которой говорится о волкѣ, козѣ и капустѣ“ *). Въ сборникѣ Баше де Мезириака помѣщена большая часть тѣхъ задачъ, какія встрѣчаемъ и сейчасъ въ сборникахъ этого рода, напр., о задуманныхъ числахъ, о работникѣ, котораго нанимаетъ хозяинъ съ условіемъ платить ему за рабочіе дни и вычитать за прогульные и т. п. **).

Имѣлъ ли у себя подъ руками Магницкій сборникъ Мезириака, сказать трудно, но, несомнѣнно, всѣ его задачи представляются взятыми откуда-нибудь; но всѣ онѣ имѣютъ хотя и однородный, но довольно любопытный характеръ. Вотъ, напр., задача 3 „Егда кто либо задастъ, въ который день что учинися, или учинено будетъ, и той да умножить число того дне черезъ 2 (числа же дней начинаются отъ недѣли первымъ числомъ и до субботы седмымъ) и къ произведенію приложи 5, и сіе множи черезъ 5, и потомъ черезъ 10, и что всего будетъ, то бы вѣдать, изъ него же должно вычитать 250, и по вычитаніи смотри что будетъ первый характеръ отъ лѣвья руки; той и день будетъ, якоже на прикладъ заданный день четвертокъ, его же есть 5.

5	число дня	
2		
— 10 —		
5		
— 15 —		
5	750	
— 75 —	250	вычти
	— 500 —	
10	и пришло въ остаткахъ первый ха-	
— 750 —	рактеръ 5, сирѣчь четвертокъ.	

*) Каджори, стр. 235.

**) Беллюстинъ, стр. 190.

Часть пятая о прогрессии и радикахъ квадратныхъ и кубическихъ.

Г. Бобынинъ, рассматривая трудъ Магницкаго, называетъ его „проводникомъ новыхъ знаній“ на томъ основаніи, что къ тому, что содержали въ себѣ рукописи XVII-го вѣка, онъ добавилъ новое алгебраическое ученіе. Это алгебраическое ученіе и начинается, по мнѣнію г. Бобынина, съ пятой части, т.-е. съ вопроса о прогрессіяхъ. Я вполне согласенъ съ уважаемымъ изслѣдователемъ въ томъ, что Магницкій является въ русской жизни выдающимся педагогомъ, который „многія странныя еще здѣ невиданныя приклады и образы якоже о разнствѣ рудъ, тако и иныхъ гражданскихъ обычаяхъ“ впервые сообщилъ русской публикѣ въ связномъ теоретическомъ построеніи. Онъ первый ввелъ и ученіе о прогрессіяхъ, которое заняло столь видное мѣсто въ ариметикѣ въ теченіе всего XVIII-го вѣка; оно пополнилось ученіемъ о пропорціи и получило значеніе основной главы ариметики, которую многіе авторы (напр., Аничковъ) излагали тотчасъ же вслѣдъ за ученіемъ о числахъ цѣлыхъ. Но я не согласенъ съ той мотивировкой, которую приводитъ г. Бобынинъ. Что касается до самой статьи, то меня интересуетъ вопросъ, почему Магницкій, признавъ за пятой частію своего труда алгебраическій характеръ: „въ настоящей же сей части, говоритъ онъ, яко бо изыявнѣйшей и вышней, изыщная и высшая правила, или паче рещи, особое ученіе алгебраикумъ нарицаемое предложить“, хотя, какъ онъ и говоритъ далѣе, ...„судихомъ оному ученію алгебра на иномъ мѣстѣ положену быти“. Зачѣмъ это нарушеніе общаго тона? Рѣшеніе этого вопроса, по-моему, можетъ быть только такое, что среди статей алгебраическаго содержанія, гдѣ числа, по его мнѣнію, могутъ быть только представляемы умомъ, выражены словомъ „не имѣютъ (характера) подлежащихъ вещей наручныхъ и въ гражданствѣ обносимыхъ“,—онъ не нашель мѣста для рассматриваемыхъ статей и помѣстилъ ихъ какъ дополнительные статьи къ первой, чисто ариометической, книгѣ.

Онъ говоритъ по этому поводу въ предисловіи къ этой части: „а паче же тако или инако не по мнозѣ времени Богу помогающу собранное (т.-е. алгебраическое ученіе) по силѣ нашей предложить любви вашей, здѣ же якоже обѣщавомся въ дополненіе многихъ, въ прешедшихъ частехъ различныхъ правилъ, и гражданскихъ числительныхъ потребъ паче же воинскихъ: полагаемъ о прогрес-

сіяхъ, или шествованіяхъ къ примноженію или уменьшенію чрезъ различныя пропорціи числъ и съ дѣйствами ихъ, такожде и о радикасахъ квадратныхъ и кубическихъ со многими и во гражданствѣ потребными же приклады“. Итакъ, вотъ мотивъ автора: разсматриваемыя статьи по своему содержанію относятся ко гражданству, т.-е. онѣ прилагаются къ именованнымъ числамъ, а потому, хотя и имѣютъ алгебраическій характеръ, но должны быть отнесены къ ариѳметикѣ.

Надо отмѣтить, что это соображеніе въ высшей степени важное, и важность его содержится именно въ томъ, „что“ заставило позднѣйшихъ авторовъ включить ученіе о прогрессіяхъ въ кругъ ариѳметическихъ вопросовъ.

Въ чемъ же состоитъ это „что“? Оно состоитъ, по моему мнѣнію, въ вопросѣ о пропорціи. Магницкій, какъ мы увидимъ, не различаетъ двухъ понятій: пропорція и прогрессія; не различаетъ онъ ихъ потому, что онъ самъ, какъ и русскіе учителя его времени, совершенно не были знакомы съ Эвклидомъ, а потому всѣ вопросы объ отношеніи и пропорціи были для нихъ чужды. Послѣдующіе математики второй половины XVIII-го вѣка вводили пропорціи, они были не только знакомы съ Эвклидомъ, но хорошо знали современный курсъ элементарной геометріи, но продолжали смѣшивать ученіе о прогрессіяхъ съ ученіемъ о пропорціяхъ, или, лучше сказать, подходили къ пропорціямъ, исходя изъ прогрессій. Первоначальникъ ихъ знаній, Магницкій, чувствовалъ, что въ излагаемомъ имъ ученіи о прогрессіяхъ есть новая точка зрѣнія на всѣ предшествующіе отдѣлы, но онъ не могъ вполне выяснитъ всѣ детали, даже не могъ выдѣлить изъ ученія о прогрессіи ученія о пропорціи. Онъ не зналъ геометріи Эвклида, а потому въ его математическомъ представленіи былъ пробѣлъ, который онъ самъ не могъ пополнить. При этомъ надо удивляться его математической прозорливости, состоящей въ томъ, что онъ отчетливо и ясно намѣчаетъ тѣ вопросы, которые должны быть разработаны его учениками.

Переходя теперь къ разсмотрѣнію содержанія пятой части, слѣдуетъ отмѣтить, что она содержитъ три статьи: ученіе о прогрессіяхъ, извлеченіе квадратныхъ корней и извлеченіе корней кубическихъ; эти статьи совершенно разнородны, хотя и вводятся въ ариѳметику какъ „предѣленія“, но эти предѣленія не связаны другъ съ другомъ и представляютъ собою дополнительные статьи.

Прогрессіи. Авторъ даетъ слѣдующее общее опредѣленіе прогрессій: „прогрессію есть пропорція, или подобенство числъ къ числамъ въ примноженіи или во уменьшеніи яковыхъ либо переч-

невъ“. Здѣсь надо обратить вниманіе на то, что Магницкій пишетъ „прогрессію“ и считаетъ это слово средняго рода: онъ пишетъ „ариометическое прогрессію“ и склоняетъ: „ариометического прогрессія“. Затѣмъ, онъ говоритъ: „прогрессію есть пропорція или подобенство“; я уже говорилъ, что слово пропорція на языкѣ Магницкаго не есть математическій терминъ, а слово общежитейскаго языка; здѣсь это слово связано со словомъ „подобенство“, т.-е. отношеніе, лучше сказать, зависимость. Принимая во вниманіе это значеніе словъ, можно передать опредѣленіе прогрессіи на современномъ языкѣ такъ: „прогрессія есть законъ составленія числового ряда, въ которомъ числа идутъ, или увеличиваясь или уменьшаясь“. Согласно этому опредѣленію онъ различаетъ три вида прогрессій: „ариометическое, геометрическое и армоническое“. Последняго рода онъ совершенно не приводитъ, говоря: „о армоническомъ же или мусікійскомъ нѣтъ треба намъ глаголати“*). Въ прочихъ двухъ прогрессіяхъ онъ различаетъ два закона построения въ каждой. Такъ онъ говоритъ: „ариометическое прогрессію или пропорція есть егда три или многая числа коеждо ихъ другъ отъ друга равное разнство, но разныя пропорціи имать, и сіе или одинакимъ пошествіемъ яко 2.4.6.8.10.12 или не одинакимъ, яко 2.4.5.7.8.10.11.13“. Оба эти числовые ряда при условіи, что 2-ой будетъ имѣть четное число членовъ, обладаютъ однимъ и тѣмъ же свойствомъ: сумма членовъ, равноудаленныхъ отъ начала и конца, равна суммѣ крайнихъ, а въ силу этого сумма членовъ того и другого ряда выразится одной и той же формулой. Однако, Магницкій не разсматриваетъ въ дальнѣйшемъ 2-го ряда, а ограничивается только первымъ. Теперь, въ опредѣленіи прогрессіи надо обратить вниманіе на выраженіе: „три или многія числа“. Въ этомъ я вижу приведеніе прогрессіи къ пропорціи, и любопытно то, что каждыя 4 числа того и другого ряда будутъ ариометически пропорціональны.

*) Какъ извѣстно, гармонической пропорціей называется слѣдующая пропорція $(a-b):(b-c)=a:c$. Если мы въ этой пропорціи возьмемъ произведеніе крайнихъ и среднихъ, то получимъ $ac-bc=ab-ac$ или $2ac=ab+bc$; дѣля всѣ члены равенства abc , находимъ $\frac{2}{b}=\frac{1}{c}+\frac{1}{a}$, откуда $\frac{1}{c}-\frac{1}{b}=\frac{1}{b}-\frac{1}{a}$. Итакъ, если члены конечнаго ряда, равноудаленные отъ начала и конца его, удовлетворяютъ этому соотношенію, то такой рядъ будетъ называться гармонической прогрессіей. Мнѣ кажется, что Магницкій имѣлъ въ виду именно эту пропорцію, которой, какъ извѣстно, удовлетворяютъ числа „совершеннаго аккорда“: тонъ, его терція и квинта. Въ силу этого очень древняго соотношенія саму прогрессію Магницкій называетъ „мусікійской“.

„Геометрическое прогрессіо или пропорція есть, егда три или многая числа, едину и туюжду между собою пропорцію, но разнства различныя имуть, и сіе или одинакимъ пошествіемъ, яко 2 . 4 . 8 . 16 . 32 . 64 . 128, или не одинакимъ, яко 2 . 4 . 6 . 12 . 18“. Если бы Магницкій при второмъ примѣрѣ присоединилъ еще членъ 36, тогда бы получился рядъ чисель, обладающій свойствомъ: произведеніе членовъ, равноудаленныхъ отъ начала и конца, равно произведенію крайнихъ членовъ, и каждыя четыре члены были бы геометрически пропорціональны. Но онъ этого не сдѣлалъ, а потому очевидно, что какъ во второмъ, такъ и въ первомъ случаѣ, т.-е. въ случаѣ прогрессіи арифметической, онъ этого не имѣлъ въ виду; тѣмъ не менѣе выраженіе „три или многая числа“ сохраняетъ возможность думать, что вопросъ о пропорціональности какъ бы напрашивался самъ собою, однако, авторъ его не замѣтилъ и не ввелъ въ разсмотрѣніе. Второй рядъ чисель составленъ такъ: u_1 , потомъ u_1q , далѣе $u_1q + \frac{u_1q}{2}$, потомъ $\left(u_1q + \frac{u_1q}{2}\right)q$ и т. д.; его можно изобразить еще такъ $u_1, u_1q, \frac{3u_1q}{2}, \frac{3u_1q^2}{2}, \frac{9u_1q^3}{4}, \frac{9u_1q^3}{4}$... Въ дальнѣйшемъ авторъ разсматриваетъ только 1 первый рядъ чисель.

Изъ изложеннаго мы видимъ, подъ какимъ угломъ зрѣнія Магницкій разсматривалъ вопросъ о прогрессіяхъ. При этомъ надо отмѣтить, что, характеризуя ту и другую прогрессію какъ два ряда чисель, изъ которыхъ одинъ имѣетъ „равное разнство, но разныя пропорціи“, а другой— „едину и туюжду между собою пропорцію, но разнства различныя“, онъ, очевидно, ясно себѣ представлялъ то, что мы въ настоящее время называемъ арифметическимъ и геометрическимъ отношеніями; но, представляя себѣ отношеніе, онъ имѣлъ въ виду исключительно только свойства членовъ прогрессіи, не обобщая этого понятія и не распространяя его далѣе. Кромѣ того, не умѣя рѣшать уравненія первой степени, т.-е. не зная той теоріи уравненій, которую мы имѣемъ въ настоящее время, и не умѣя обозначать число буквой, онъ не могъ выйти изъ числового ряда и показать законы составленія общаго числа и тѣхъ формулъ, которыя даютъ намъ возможность свести весь вопросъ только къ доказательству трехъ теоремъ. Въ силу всего этого, мнѣ кажется, что напрасно г. Бобынинъ упрекаетъ Магницкаго въ лишннихъ подробностяхъ. Эти подробности ему были необходимы, какъ необходимо было правило фальшивыхъ положеній, какъ необходима была вся детальная разработка рѣшенія задачъ на тройныя правила. Магницкій особенно подробно разсматриваетъ арио-

метическую прогрессію, и мы здѣсь видимъ, съ какой осторожностью онъ переходитъ отъ одного ея свойства къ другому.

Чтобы пояснить свою мысль, я позволю себѣ привести первыя 6 положеній объ ариѳметической прогрессіи, которыя выдѣлены въ особую нумерацію и считаются авторомъ особо важными. Вотъ они:

1. „Во ариѳметическомъ прогрессіи въ примножительномъ, егда къ первому числу приложиши разнство, тогда исполнится другое, егда же ко другому числу тожде разнство приложиши, тогда будетъ третіе число. А во умалителномъ прогрессіи аще вычтеши разнство отъ перваго числа, останется другое, а отъ другого третіе: и прочая“.

2. „Егда первый и послѣдній предѣлъ ариѳметическаго прогрессія сложиши во едино, и произведеніе (очевидно, описка) въ двѣ равныя части раздѣлиши, и сіе будетъ едино среднее пропорціо-нальное число“.

3. „Ариѳметическаго прогрессія примножительнаго, чрезъ другое и третіе число, первое познавается, егда разнство другого и третьяго вычтеши изъ другою. А умалительнаго оноо разнство ко другому числу прилагается“.

4. „Разнство перваго и другою числа толико же есть величествомъ, елико другою и третяго, такожде третяго и четвертаго“.

5. „Сего ариѳметическаго прогрессія, егда среднее пропорціо-нальное число въ двое полагается, тогда толико бываетъ, елико изъ сложенія перваго съ третимъ“.

6. Аще все число ариѳметическаго прогрессія желателно есть; *) тогда подобаетъ первый и послѣдній предѣлъ знати и числа ихъ и тому позвану [аще въ умножителномъ или умалителномъ прогрессіи] твори сице: „Здѣсь авторъ оставляетъ свою нумерацію и начинаетъ новую, какъ бы связывая ее со старой совершенно новымъ правиломъ. Онъ говоритъ далѣе: 1) Первый предѣлъ и послѣдній сложи, и то сложеніе умножи съ половиною всѣхъ предѣловъ, якоже есть ариѳметическое прогрессію“ и даетъ числовой примѣръ $n=14$; $u_1=5$; $u_{14}=44$ вычисляя по формулѣ $s_{14} = \frac{(u_1 + u_{14})1}{2}$.

Конечно, всѣхъ этихъ формулъ Магницкій не приводитъ; ихъ я ввелъ только для краткости изложенія. Теперь спрашивается, почему онъ такъ неожиданно разорвалъ свою нумерацію, помѣстивъ начало въ одномъ счетѣ и конецъ въ другомъ? Мнѣ кажется, что причиной этого было то, что первая нумерація относилась къ чле-

*) ; есть знакъ вопроса.

намъ ариѳметической пропорціи, а вторая къ членамъ прогрессіи. Не различая этихъ двухъ понятій или, лучше сказать, считая ученіе о пропорціи частью ученія о прогрессіи, онъ на числовыхъ примѣрахъ отмѣтилъ свойство ея средняго члена, не умѣя обобщить это свойство вообще для членовъ прогрессіи; онъ устанавливаетъ его только для первыхъ 4-хъ членовъ. Въ новой нумераціи онъ уже не выдѣляетъ теоретической части отъ практической: въ первыхъ 5 пунктахъ идутъ, какъ мы бы сказали, общія теоремы, а дальше 7 пунктовъ задачъ. Въ своей теоретической части онъ всегда беретъ одну и ту же прогрессію: 5 . 8 . 11 . 14 . 17 . 20 . 23 . 26 . 29 . 32 . 35 . 38 . 41 . 44 . и находитъ для нее: сумму членовъ въ 1 пунктѣ, во 2—послѣдній членъ, по первому и разности, въ 3 пунктѣ число членовъ по первому, послѣднему и разности. Въ пунктѣ 4 онъ беретъ новую прогрессію въ 12 членовъ, первый членъ равенъ 5, послѣдній 82, разность 7 и ищетъ первый членъ по даннымъ $u=12$, $u_{12}=82$ и $d=7$. Въ пунктѣ 5 онъ опять беретъ новую прогрессію, у которой $u_1=4$, $n=15$ и $u_{15}=35$ ищетъ разность. Здѣсь у него, очевидно, описка: онъ находитъ разность, дѣля 35 на 14; между тѣмъ какъ надо дѣлить на 14 разность $35-4$: онъ забылъ вычесть 4. Интересно было бы отвѣтить на вопросъ, что это случайный недосмотръ или незнаніе автора? По ходу всего изложенія ариѳметической прогрессіи я думаю, что это случайный недосмотръ автора, а не ошибка изложенія. Однако, нужно сказать, что, не умѣя обозначать буквами члены пропорціи, авторъ попалъ въ очень тяжелое положеніе: онъ не могъ ни вывести общихъ формулъ, ни выяснить свойствъ членовъ, а потому мнѣ думается, что, беря новыя прогрессіи, онъ былъ въ большемъ затрудненіи, какъ рѣшить для нихъ тѣ задачи, которыя уже были имъ рѣшены для взятыхъ прогрессій. Мнѣ кажется, что при составленіи этого отдѣла онъ бралъ опредѣленную числовую прогрессію и вычислялъ для нее сумму членовъ, число членовъ и т. д.; но когда прогрессія была новая, то ему необходимо было вновь продѣлать ту же работу. Это какъ будто сквозить и въ тѣхъ практическихъ задачахъ, которыя онъ даетъ дальше. Эти задачи я приведу.

1. Купецкій нѣкто человѣкъ имяше 14 чарокъ серебряныхъ, ихже каяждо превышаетъ тягостью по чину прогрессіи 4 лотами, а послѣдняя чарка вѣситъ 59 лотовъ, и вѣдателно есть, колико вся чарки лотовъ имуть?

Если бы мы стали рѣшать эту задачу, то сказали бы такъ: здѣсь намъ неизвѣстенъ первый членъ прогрессіи, который мы можемъ опредѣлить по формулѣ $u_{14} = u_1 + 13d$. Опредѣ-

дивъ его, мы вычисляемъ сумму по формулѣ $s_{13} = \frac{(u_1 + u_{13}) \cdot 14}{2}$ Магницкій рѣшаетъ эту задачу такъ: „число предѣловъ единымъ менше суть $\dot{-} 1$ (знакъ $\dot{-}$ значить минусъ; онъ хочетъ сказать, что число членовъ будетъ -1 , какъ это онъ указалъ въ пунктѣ 4 второй нумераціи) еже множи черезъ разство $4 \frac{4}{52}$ придетъ 52, еже вычти отъ 59, останется 7, еже меншіи предѣлъ есть, (формула очевидна, значить, въ пунктѣ 5 ошибка случайна) его же приложи къ болшему 59 и придетъ 66 и сіе умножи съ половиною предѣловъ съ 7-ю, и будетъ 462 елико есть во всѣхъ чаркахъ тягости лотовъ“. Рѣшеніе совершенно то же, какъ и у насъ; но здѣсь есть число 14 членовъ прогрессіи, а это число встрѣчалось и раньше, а это повтореніе наводитъ на мысль, что авторъ былъ связанъ числами, боялся взять иныя числа, и ему приходилось какъ будто каждый разъ придумывать одно и то же: онъ зналъ способъ вычисленія, но не умѣлъ вывести правила.

2. Нѣкій домовитый господинъ подрядилъ колодезника копать кладезь въ 9 сажень глубины, широтою же по ариометическому прогрессію, а общавъ ему за работу 10 рублей, и егда нача онъ копати обрѣтется силный ключъ въ 6 саженьяхъ, отъ него же довольно воды истекаетъ, и вѣдателно есть, колико достоить мастеру тому за работу взять?“

Формулировка этой задачи мнѣ неясна: въ ней непонятно выраженіе „широтою же по ариометическому прогрессію“. Можно было бы думать, что слово „широта“ выражаетъ собою увеличеніе платы по мѣрѣ углубленія, и тогда эта плата будетъ выростать по мѣрѣ углубленія въ ариометической прогрессіи. Однако, такое предположеніе должно быть оставлено, ибо ни въ словарѣ Даля, ни въ академическомъ словарѣ слово широта не имѣетъ подходящаго значенія: ея значеніе вездѣ соотвѣтствуетъ слову „ширина“, и намъ остается только допустить слово широта въ значеніи ширины; но тогда что же значить указанная фраза? Единственно возможное допущеніе будетъ то, что Магницкій представлялъ себѣ данный колодець расширяющимся къ визу, и это расширеніе шло въ ариометической прогрессіи, т.-е. колодець имѣлъ такой видъ: верхнее его отверстіе было въ 1 кв. саж., а нижнее въ 9 кв. саж., и число вынутыхъ кубовъ увеличивалось въ горизонтальномъ сѣченіи на 1 съ углубленіемъ на 1 сажень. Такому пониманію задачи соотвѣтствуетъ и ея рѣшеніе, которое онъ даетъ

въ слѣдующемъ видѣ: „Число предѣловъ или послѣдній предѣлъ есть 9, къ сему приложимъ первый 1 еже умножи половиною предѣловъ, сирѣчь на $4\frac{1}{2}$ и будетъ 45 сажень“. Согласно нашему толкованію, это значить, что колодезникъ подрядился вынуть 45 куб. сажень за 10 рублей. Но онъ встрѣтилъ воду на глубинѣ 6 саж., сколько же кубовъ онъ вынулъ? Магницкій говоритъ далѣе: „Потомъ иди черезъ то же правило прогрессіи въ шести мѣстѣхъ, придетъ 21, и твори черезъ правило тройное сице: 45 — 1000 — 21“. Очевидно, что полученныя числа будутъ пропорціональны, и мы получимъ отвѣгъ $466\frac{2}{3}$ копеекъ. Рѣшивъ такимъ образомъ эту задачу, онъ предлагаетъ слѣдующую: „Нѣкто колодезникъ подряженъ былъ кладезь копати въ 9 сажень глубиною, а обѣщано ему дать 10 рублей: онъ же обрѣте воду не докопавъ уреченныхъ 9 сажень, взя цѣну $466\frac{2}{3}$ копеекъ; и вѣдателно есть, въ коликихъ саженяхъ обрѣте онъ воду?“ Въ этой задачѣ онъ не говоритъ уже о ширинѣ колодца, считая, очевидно, его форму уже извѣстной. Рѣшаетъ эту задачу онъ такъ: сначала по тройному правилу $1000 - 45 - 466\frac{2}{3}$ опредѣляетъ число выкопанныхъ сажень; ихъ будетъ, очевидно, 21, и говоритъ: „потомъ поставь отъ единицы 1 2 3 4 5 6 и потому вскорѣ обрящещи до колікія сажени онъ копаль въ глубину“. Это рѣшеніе показываетъ, что онъ не умѣлъ опредѣлить число членовъ по данной суммѣ, первому числу и разности прогрессіи, не потому, чтобы не зналъ, какъ рѣшить получаемое здѣсь квадр. ур., а потому, что не могъ выразить алгебраически искомага соотношенія.

Для послѣдней задачи онъ беретъ далѣе еще примѣръ съ новыми числами: „Егда же 9 сажень колодезныя глубины за 9 рублей копати подряженъ былъ, но обрѣте токмо въ глубину за 4 рубли доволную воду и вѣдателно есть въ колікой сажени доволно обрѣтесе воды?“

Такая формулировка новой задачи ясно показываетъ, что авторъ предпологалъ, что читатель будетъ читать безъ пропусковъ, и то, что сказано раньше, не слѣдуетъ повторять вновь.

Послѣдняя задача въ этомъ отдѣлѣ слѣдующая: „Въ нѣкоей единой мельницѣ быша трои жерновы, и едины жерновы въ ношеденствіе могутъ смолоти 60 четвертей, а другіе въ толикое же время могутъ смолоти 54 четверти, третіи же въ толикое же время могутъ смолоти 48 четвертей и нѣкій человекъ даде жита 81 че-

тверть желая въ скорости оно смолоть и насыпа на всѣ три жерновы, и вѣдательно есть, въ колико часовъ оно жито можетъ смолотися и колико на всякіе жерновы достоинъ мельничу насыпати?“.

Геометрическая прогрессія. Начинается съ красной строки такого содержанія: „О прогрессію или пропорцію геометрическомъ како имѣ что употребляется“. Здѣсь слово „пропорція“ приближается уже къ математическому термину, что слѣдуетъ какъ изъ ранѣе разсмотрѣнныхъ опредѣленій ариѳметической и геометрической прогрессіи, въ которыхъ „разнство“ противоплагается „пропорціи“, такъ еще болѣе изъ слѣдующаго поясненія, примыкающаго непосредственно къ красной строкѣ: „идѣже достоинъ умствовати яко егда, два числа геометрическаго прогрессія, и едино другимъ раздѣляется, и произведенія бываетъ пропорція, или умножительное число, имже прогрессія возвышается или вознижается, егда же первое и третіе число между собою умножается и изъ произведенія извлечши радикасъ квадратный, и придетъ пропорціональное или среднее число“. Если мы теперь соединимъ всѣ эти „или“, которыя группируются около слова пропорція, то получимъ: прогрессія — пропорція — умножительное число. Изъ этого сопоставленія очевидно, что подъ словомъ „прогрессія“ Магницкій понималъ то, что мы въ настоящее время называемъ „знаменателемъ отношенія“, а подъ этимъ послѣднимъ онъ понималъ число, при помощи котораго составляется или образуется новая величина, т.е. нѣчто въ родѣ „общей мѣры“; въ этомъ смыслѣ у него сказано „о пропорціи рудь“.

Если мы теперь вышеприведенныя строки разобьемъ на двѣ части, изъ которыхъ во второй будетъ говориться о среднемъ геометрическомъ, то первая даетъ совершенно правильное опредѣленіе геометрической прогрессіи, которое можно было бы передать на современномъ языкѣ такъ: „если мы возьмемъ два какихъ-либо (сосѣднихъ) члена геометрической прогрессіи и раздѣлимъ одинъ на другой, то получимъ такое число (пропорціи), умножая на которое данный членъ прогрессіи, будемъ получать слѣдующій“. Очевидно далѣе, что авторъ не различаетъ возрастающей и убывающей прогрессій, но говоритъ такъ, что если полученное число будетъ больше 1, то мы будемъ получать возрастающіе члены, т.е. двигаться вправо, а если меньше 1, то убывающіе члены; сама же прогрессія остается одна и та же.

Въ настоящее время мы обозначаемъ буквами члены прогрессіи и выводимъ формулы для полученія любого члена $u_n = u_1 q^{n-1}$ и суммы всѣхъ ея членовъ $S_n = \frac{u_n q - u_1}{q - 1}$. Такихъ фор-

муль Магницкій не зналъ, и потому онъ долженъ былъ прибѣгать къ описательному приему въ вычисленіи. Онъ ставитъ себѣ рядъ задачъ, изъ которыхъ въ первой требуется найти сумму прогрессіи, имѣющей крайними членами (случится быть краемъ) 4 и 8748; знаменатель 3. Въ слѣдующей задачѣ ищетъ послѣдній членъ по даннымъ u_1 , s_n и q . Дальше отыскиваетъ u_1 при чемъ прогрессія вездѣ берется одна и та же. Всѣ эти задачи онъ рѣшаетъ по приведенной второй формулѣ. Эта формула есть уравненіе первой степени по отношенію къ каждому изъ своихъ членовъ, и легко догадаться арифметически, какъ вычислить каждый ея членъ, но когда мы возьмемъ первую формулу $u_n = u_1 q^{n-1}$, то по отношенію къ n получаемъ показательное уравненіе, а по отношенію къ q — уравненіе высшихъ степеней. Такія задачи не рѣшаются арифметически, и для Магницкаго онѣ представляли непреодолимую трудность. Чтобы опредѣлить n , онъ дѣлитъ u_n на q и считаетъ, сколько дѣленій возможно: 8748 можно 7 разъ раздѣлить на 4, слѣдовательно, говоритъ онъ, число членовъ будетъ 8. Но когда ему надо было опредѣлить q , то онъ дѣлаетъ нелѣпость: онъ дѣлитъ u_n на u_1 , получаетъ q^{n-1} равно 2187. Теперь, такъ какъ $n=8$, то онъ дѣлитъ 2187 на 7 и говоритъ, „что во остаткахъ будетъ, то есть и разнство“. Получается $312 \frac{3}{7}$: „остатокъ сирѣчь 3 есть разн-

ство въ семь прогрессіи“. Здѣсь слово „разнство“ употреблено несогласно съ установленной имъ терминологіей и какъ будто показываетъ, что въ данной задачѣ самъ авторъ не былъ увѣренъ въ себѣ и рѣшилъ ее по аналогіи съ арифметической прогрессіей, гдѣ $u_n = u_1 + d(n-1)$. Онъ вмѣсто вычисленія $u_n - u_1$ дѣлаетъ дѣленіе и думаетъ $u_n : u_1$, что q получился какъ остатокъ отъ дѣленія частнаго $\frac{u_n}{u_1}$ на $n-1$ *). Это неумѣніе рѣшить такую задачу приводитъ меня къ мысли, что Магницкій не былъ знакомъ съ сочиненіемъ Непера и не зналъ логарифмовъ. При такомъ предположеніи тѣмъ любопытнѣе становится рѣшеніе задачи, помѣщенной въ концѣ статьи о прогрессіяхъ. Задача слѣдующая: „Нѣкій человекъ продаде коня за 156 рублей, раскаявся же купецъ нача отдавати продавцу глаголя: яко нѣсть мнѣ лѣпо взяти сицеваго коня недостойнаго таковыя высокія цѣны: продавецъ же предложи

*) Эта ошибка возбуждаетъ довольно важный вопросъ: содержится ли она въ иностранныхъ руководствахъ, и какъ тамъ рѣшается этотъ вопросъ? Если и тамъ содержится та же ошибка, то, значитъ, во времена Магницкаго было труднымъ отысканіе показателя, несмотря на то, что были уже извѣстны логарифмы Непера. Если ея тамъ нѣтъ, то это показываетъ, что всѣ рѣшенія задачъ принадлежатъ лично Магницкому.

ему и ну куплю глаголя: аще ти мнится велика цѣна сему коню быти, убо купи только гвоздіе ихже сей конь имать въ подковахъ своихъ ногъ, коня же возми за тою куплею въ даръ себѣ. А гвоздей во всякомъ подковѣ по шести и за единъ гвоздь даждь ми едину полушку, за другой же двѣ полушки, а за третій копейку, и тако всѣ гвозди купи. Купецъ же видя столь малу цѣну и коня хотя въ даръ себѣ взяти, обѣщася тако цѣну ему платити, чая не больше 10 рублевъ за гвоздіе дати. И вѣдателно есть: коликимъ купецъ проторговался”⁴

Приводя эту задачу, г-нъ Бобынинъ говоритъ: *) приведенная задача, по всей вѣроятности, русскаго происхожденія. Какъ представляющая вариантъ извѣстной задачи о наградѣ изобрѣтателя шахматной доски, она должна быть отнесена къ числу тѣхъ многочисленныхъ вариантовъ этой задачи, которые находятся въ ариометическихъ рукописяхъ XVII ст. (напр., въ рукописи Румянцевскаго Музея изъ собранія Ундольскаго № 682). Если это такъ, то разсматриваемая задача могла быть или составлена самимъ Магницкимъ или же заимствована имъ изъ какой-нибудь рукописи“. Но если эта задача русскаго происхожденія, то рѣшеніе ея заслуживаетъ полнаго вниманія. Магницкій не даетъ всего вычисленія, но показываетъ методъ и приводитъ окончательный результатъ $4178703\frac{3}{4}$ копейки. Онъ составляетъ три ряда:

1.2.3.4.5.6.7.8 и прочая числа мѣсть,

1.2.4.8.16.32.64.128 геометрическое сугубое прогрессію.

0.1.2.3.4.5.6.7 знаменованіе.

Здѣсь мы встрѣчаемъ новое слово „знаменованіе“, которое по своему значенію есть показатель степени, въ которую надо возвысить 2, чтобы получить соотвѣтственно членъ прогрессіи. Потомъ онъ говоритъ: „и аще изъ сего единъ на десятое мѣсто прогрессіи обрѣщи желаемы, си есть число еже противъ 10 знаменательныхъ чисель стали имать: и ты твори сице: умножи число еже стоитъ противъ 5, си есть 32 квадратно, яко 32 съ 32, придетъ 1024, ихже раздѣли въ первый предѣль 1, и придетъ 1024, еже будетъ и единоедесятое мѣсто, противъ 10 знаменованій, потомъ обрѣтай 21 мѣсто, еже противъ 20-го числа знаменованій стоитъ, такожде умножая число 1024 само въ себе, придетъ 1048576, и раздѣли въ первое мѣсто, и будетъ то же въ 21 мѣстѣ, и сіе еще умножь 8 якоже четвертымъ мѣстомъ и въ первое такожде раздѣли, и придетъ то же, сирѣчь 8388608 къ 24 мѣсту, еже есть

*) Физ.-мат. наука въ наст. и прошл. Т. VIII, 1889 г. 1-ая четв. Стр. 35.

последній предѣлъ“. Далѣе отыскивается сумма по первому образцу. Обобщая это рѣшеніе, г. Бобынинъ даетъ формулу его

$$I_{2n+1} = aq^{2n} = \frac{aq^n \cdot aq^n}{a}. \text{ Заканчивая этимъ раз-}$$

смотрѣніе прогрессій, мы видимъ, что все ученіе о прогрессіяхъ отличается отъ современнаго только отсутствіемъ формулъ. Числовыя данныя задачъ требовали отъ автора особыхъ вычисленій, а потому каждая задача имѣла и индивидуальное рѣшеніе. Заслуга Магницкаго состояла, быть-можетъ, не только въ томъ, что онъ познакомилъ русскую публику съ ученіемъ о прогрессіяхъ, но и въ томъ, что само ученіе онъ переработалъ и возбудилъ рядъ вопросовъ въ этомъ направленіи. v)

Предъленіе второе. О радикахъ квадратномъ. Это предъленіе распадается на три части: на изложеніе правила извлеченія кв. корней, на геометрическія приложенія и на замѣтку о десятичныхъ дробяхъ... Г. Бобынинъ, рассматривая эту статью, говоритъ: „статья о квадратныхъ корняхъ не могла составить новость въ русской литературѣ, такъ какъ почти всегда излагалась въ XVII ст. въ рукописяхъ по землемѣрью. Но мы не находимъ ея въ ариометикахъ этой эпохи. Вслѣдствіе этого новостью единственно является сдѣланное Магницкимъ по примѣру иностранныхъ учебниковъ введеніе и въ свою „Ариметику“. Такъ же, какъ новинка по сравненію съ изложеніемъ землемѣрныхъ рукописей... можно указать на рассмотрѣніе геометрическаго значенія квадратнаго корня и квадрата и на изложеніе, кромѣ употребительнаго въ упомянутыхъ рукописяхъ способа извлеченія кв. корня, еще и другого, именно того, который употребляется и въ настоящее время“ *). По поводу этого замѣчанія я долженъ сказать, что вопросъ объ „иностранныхъ руководствахъ“ долженъ быть откинутъ, ибо вѣтъ такого руководства, которому бы слѣдовало въ своемъ изложеніи Магницкій, и, очевидно, не эта причина заставила его включить въ свой курсъ, и именно въ конецъ первой части, квадратные и кубичные корни. Этой причиной, какъ я уже говорилъ выше, была логическая необходимость построенія самаго курса. Вторая часть, „алгебрумъ“ именуемая, есть ученіе о числѣ отвлеченномъ, а первая—о числѣ именованномъ; корень есть число именованное, какъ то ясно слѣдуетъ изъ геометрическихъ приложеній; слѣдовательно, его мѣсто есть конецъ первой части. Такая точка зрѣнія Магницкаго ясно видна изъ замѣтки о десятичныхъ дробяхъ, равно и изъ самаго опредѣленія корня.

*) *ibid*, стр. 36.

„Что есть радикасъ квадратный“?—спрашиваетъ Магницкій, и отвѣчаетъ: „Радикасъ есть число яковыя либо четверобочныя и равномѣрныя фигуры или вещи единъ бокъ содержащее. И того ради радикасъ или корень именуется, зане отъ него вся пропорція всея алгебры начинается или раждается, и егда сіе число само въ себѣ множится, тогда произведеніе его нарицается число квадратное или четвертый радикасъ, зане всея равночетверобочныя сущія фигуры вся арія, или плоскость въ томъ произведеніи числами познавается, якоже егда радикасъ будетъ или единъ бокъ яковыя либо равномѣрныя фигуры 10 сажень, или стопъ, или съ другимъ равнымъ ему, и тогда производится геометрическое число, или квадратное, яко же сіе 10 множено съ 10, ихже произведеніе есть 100 еже есть число квадратное или всея оныя разномѣрныя фигуры во всей ареи равномѣрныхъ же яковыхъ либо мѣръ, якоже здѣ 10

10

100 еже есть во всей равномѣрной фигурѣ равномѣрныя же мѣры“.

Къ этому приложенъ чертежъ квадрата, сторона котораго раздѣлена на 10 равныхъ частей, а площадь на 100 равныхъ частей.

„Аще же вся такая арія дана будетъ къ познанію единого ея бока въ числахъ. И той бокъ искомый познается черезъ извлечение радикаса квадратнаго“. Итакъ, радикасъ квадратный есть бокъ площади, площадь же есть величина, измѣряемая единицей площадей, т.-е. число именованное, а слѣдовательно, и бокъ ея, т.-е. корень, есть также число именованное.

Перехода теперъ къ десятичнымъ дробямъ, мы видимъ здѣсь логическое пополненіе только-что изложеннаго. „Здѣе потребно есть, говорить Магницкій, кратко о иномъ чинѣ ариометики рещи, яже децималъ или десятная именуется, сирѣчь въ десятныхъ частяхъ, или въ сотыхъ, или въ тысячныхъ и множайше“. Отсюда видно, что десятичныя дроби составляютъ иной чинъ ариометики; это не дробь въ томъ смыслѣ, какъ она вошла въ курсъ ариометики, это нѣчто особое, необходимое исключительно для геометрическихъ вычисленій, т.-е. непосредственно примыкающее къ кв. корнямъ. „Понеже мнози сей чинъ“, продолжаетъ Магницкій, „пріемше употребляютъ всякихъ геометрическихъ фигуръ во исканіи количества линій и арей или суперфицій плоскихъ, и въ семъ чинѣ пріемлютъ десятныя части аще: всякій сажень геометрической или мѣра яже германски нарицается рута *) имать въ себѣ

*) См. это слово въ словарѣ Брокгауза. Присутствіе десятичныхъ дѣлений мѣръ длины въ Германіи показывается, что десятичная система не есть плодъ специально метрической, а была гораздо ея ранѣе.

10 стопъ или футовъ, стопа же 10 поль или пальцевъ, палець же 10 гранъ или зеренъ, зерно же 10 скрупуль или дробей. И тако во единой рутѣ исчисляется дробныхъ 1000 мѣрь, яже именуются скрупули“. Итакъ, этотъ особый чинъ ариометики еще не общепринятъ; онъ принятъ только многими и исключительно для потребностей геометрическихъ вычислений, но свойства этого чина тѣ же, что и обычныхъ дробей, только онъ можетъ примѣняться въ тѣхъ особыхъ случаяхъ, когда за единицу измѣренія мы возьмемъ дробящуюся на 10 частей, какова вѣмецкая рута. Эту послѣднюю мысль Магницкій поясняетъ такъ: „и егда сицевымъ чиномъ творится, значатся вся сія мѣры сугубыми признаки: сирѣчь въ линейныхъ количествахъ исканіи суть особныя признаки, иже значатъ десятныя части, уступающе по единому характеру сущаго количества числъ, въ суперфіціяхъ же плоскихъ по два, якоже послѣдовательно узриши ясно

Въ линейныхъ количествахъ сицевы суть признаки	{	<table style="border-collapse: collapse; margin: 0;"> <tr><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">рута</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">футы</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">2</td><td style="padding: 2px 5px;">поли</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">3</td><td style="padding: 2px 5px;">граны</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">4</td><td style="padding: 2px 5px;">скрупулы.</td></tr> </table>	0	рута	1	футы	2	поли	3	граны	4	скрупулы.
0	рута											
1	футы											
2	поли											
3	граны											
4	скрупулы.											
Въ суперфіціяхъ же плоскихъ сице .	{	<table style="border-collapse: collapse; margin: 0;"> <tr><td style="padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">руты</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">2</td><td style="padding: 2px 5px;">футы</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">4</td><td style="padding: 2px 5px;">поли</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">6</td><td style="padding: 2px 5px;">граны</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 5px;">8</td><td style="padding: 2px 5px;">скрупулы.</td></tr> </table>	0	руты	2	футы	4	поли	6	граны	8	скрупулы.
0	руты											
2	футы											
4	поли											
6	граны											
8	скрупулы.											

Въ линейныхъ количествахъ пишется: якоже обычно

ру	фу	поли	гра	скруп	200.000	[3	24	[0
82 .	3 .	9	3	8	только гранъ		только руть.	
только скрупуль или дробей								

Въ суперфіціяхъ же по два характера уступающе именованіе приѣмности.

ру	футы	поли	гра	скруп	35 .	97 .	43 .	54 .	62	[8	только есть скрупуль или дробей	
200.0000											[4	только есть поль.“

Далѣе онъ излагаетъ правила дѣйствій надъ десятичными дробями въ очень краткомъ видѣ безъ всякихъ примѣровъ.

Надо отмѣтить, что такая краткость изложенія и неясность хода всего разсужденія объясняется тѣмъ, что во время Магницкаго ученіе о десятичныхъ дробяхъ представляло собою новинку и имѣло значеніе лишь въ качествѣ приближенныхъ вычислений. Эту же цѣль ставитъ и Магницкій, показывая съ большой подробностью, какъ извлекается квадратный корень съ той или иной степенью точности въ десятичныхъ доляхъ. Такимъ образомъ, все объ-

ясненіе правила извлеченія какъ точныхъ кв. корней, такъ и приближенныхъ вполнѣ совпадаетъ съ современнымъ ученіемъ, и можно сказать, что это ученіе отъ временъ Магницкаго дошло до нашихъ дней въ совершенно неизмѣненномъ видѣ.

Здѣсь не безынтересна историческая справка о томъ, какъ вошли въ жизнь десятичныя дроби. „Около середины XII столѣтія Іоаннъ Севильскій для приближеннаго вычисленія квадратнаго корня приписываетъ къ числу 2 n нулей, находитъ кв. корень и принимаетъ его за числителя дроби, знаменателемъ которой служить 1 съ n нулями. Тѣмъ же методомъ пользовался и Карданъ. Однако, этотъ методъ, по словамъ историка Кэджори*), не получилъ всеобщаго распространенія, такъ какъ о немъ совершенно не упоминаетъ Cataldi († 1626 г.) въ сочиненіи, посвященномъ исключительно извлеченію корней. Orontius Finacus во Франціи и William Buckley († 1550) въ Англіи извлекали кв. корни такъ же, какъ и Карданъ.

Мы уже видѣли, что въ сочиненіи Магницкаго нахождение кв. корня съ данной степенью точности опредѣляется по методу Іоанна Севильскаго или Кардана. Зналъ ли онъ объ этихъ работахъ или пользовался позднѣйшими источниками? Во всякомъ случаѣ онъ не пользовался методомъ Orontius'a, такъ какъ этотъ послѣдній, приписавъ къ числу 6 нулей и найдя величину корня съ точностью до тысячныхъ долей, переводитъ далѣе эту точность по шестидесятитысячнымъ дѣленіямъ. Но, можетъ-быть, позднѣйшіе авторы дали Магницкому эту идею? Изобрѣтатель десятичныхъ дробей былъ Симонъ Стевинъ (1548—1620), который въ 1585 году издалъ книгу *La Disme*, содержащую только 7 страницъ, въ которой и были объяснены десятичныя дроби съ приложеніемъ къ нимъ всѣхъ дѣйствій ариметики. Онъ говорилъ восторженно не только о десятичныхъ дробяхъ, но также о десятичномъ дѣленіи мѣръ и вѣсовъ и полагалъ, что государства обязаны были установить такую систему мѣръ. *La Disme* было переведено на англійскій языкъ Ричардомъ Нортгономъ въ 1608 году. Послѣ Стевина десятичныя дроби употребляли Joost Bürgi, швейцарецъ, оставившій рукописное сочиненіе по ариметикѣ, написанное въ 1592 г.

Johann Hartmann Beyer въ 1603 году напечаталъ во Франкфуртѣ на Майнѣ *Logistica Decimalis*, но считалъ эти дроби своимъ собственнымъ изобрѣтеніемъ и, очевидно, не зналъ о предыдущихъ работахъ по этому вопросу. Таково было начало новаго ученія объ „иномъ чинѣ ариметики“.

Продолжая этотъ обзоръ, Кэджори говоритъ въ заключеніе:

*) Кэджори. „Исторія элемент. мат.“. Одесса. 1910. Стр. 159.

„Мы должны отнести къ первой четверти XVIII-го вѣка не только полную и окончательную побѣду десятичной точки*), но также и побѣду общеупотребительныхъ теперь способонъ производства дѣйствій дѣленія—извлеченія квадратнаго корня“**).

Послѣ такого авторитетнаго заявленія англійскаго историка мы можемъ сказать, что нашъ авторъ едва ли почерпнулъ свои знанія изъ какого-либо западнаго руководства по ариметикѣ, и должны думать, что его ученіе о десятичныхъ дробяхъ есть плодъ знакомства съ первоисточниками. Свой методъ отысканія приближеннаго значенія кв. корня онъ заимствовалъ или у Кардана, а еще вѣроятнѣе у Іоанна Севильскаго и поставилъ его въ концѣ статьи о кв. корняхъ какъ нѣчто, составляющее одно цѣлое съ этой статьей. Далѣе, авторъ нашелъ возможнымъ познакомить читателя съ „инымъ чиномъ ариметики“ и ввелъ дополнительную статью, позаимствовавъ ее у Беера или у Стевена, но переработавъ сообразно своему изложенію. На это обстоятельство указываетъ способъ написанія десятичныхъ дробей.

Стевинъ и Бееръ означаютъ цѣлую часть знакомъ 0, десятая доли 1, сотыя 2 и т. д. Они пишутъ 123, 4598 въ такомъ видѣ

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & \\ 123 & . & 4 & . & 5 & . & 9 & . & 8. \end{array}$$

Магницкій это число написалъ бы въ именованномъ видѣ

$$\begin{array}{cccccc} \text{рут} & \text{фут} & \text{цола} & \text{гран.} & \text{скуп.} & \\ 123 & . & 4 & . & 5 & . & 9 & . & 8 & \left[\begin{array}{l} 4. \end{array} \right. \end{array}$$

Эти точки между числами и поставленное сбоку [4 очень сближаютъ эти два обозначенія, но наименованія дѣлаютъ способъ Магницкаго какъ бы продолженіемъ идеи Стевина.

Я позволю себѣ здѣсь же сказать и объ извлеченіи корня кубическаго, что составляетъ уже „предписаніе третіе“, а потомъ скажу о геометрическомъ приложеніи какъ квадратныхъ, такъ и кубическихъ корней. Это „предѣленіе“ я изложу словами г. Бобынина.

„Кубичные корни, какъ и квадратные, не были новостью въ русской математической литературѣ. Хотя и гораздо рѣже, но они все-таки встрѣчаются въ рукописяхъ XVII столѣтія болѣе поздняго времени. Мы нашли ихъ, напр., въ заключеніи землемѣрной части рукописи Румянцевскаго Музея № 682 (изъ собранія Ундольскаго). Уступая кв. корнямъ въ распространеніи, они превосходили ихъ полнотою изложенія, что, можетъ-быть, слѣдуетъ разсматривать какъ косвенное свидѣтельство ихъ болѣе поздняго по-

*) У англичанъ цѣлая часть отъ десятичной отдѣляется точкой.

**) Кэджори, стр. 163.

явленія на русской почвѣ*). Дѣйствительно, въ то время, какъ при разсмотрѣннн кв. корней совсѣмъ не давалось понятія объ ихъ геометрическомъ значеніи, изложеніе куб. корней именно съ этого и начиналось, хотя бы и въ такой краткой формѣ, какъ „счетъ геометрическаго разума, сирѣчь корени осьмоугольного, еже есть въ длину и въ ширину и въ высоту и въ глубину ровного, яко сиче кубикъ“. Какъ и слѣдовало ожидать, въ виду непосредственнаго знакомства Магницкаго съ нѣкоторыми изъ иностранныхъ руководствъ, онъ знакомить своихъ читателей съ геометрическимъ значеніемъ куб. корня гораздо болѣе полнымъ образомъ, чѣмъ приведенная выписка. „Радиксъ кубичный“, говоритъ онъ, „есть якоже и квадратной едина фигуры страна, но кубичного корпуса сирѣчь шестеробочного нѣкоего тѣла треразмѣрнаго, еже долготу, широту и глубину имать равную, его же сиче единъ бокъ дается въ числахъ, ихже двое кратно само же ся умноживъ обрящещи сего всея толстоты количество яко же единъ бокъ есть числомъ 8, его же умноживъ квадратно и обрящещи 64, еже паки аще умножиши черезъ тоже 8 и будетъ 512, еже есть всего того корпуса или куба толстоты количество“. Все изложеніе иллюстрировано изображеніемъ куба. Приведя затѣмъ квадраты и кубы первыхъ десяти чиселъ, авторъ переходитъ къ извлеченію куб. корней изъ цѣлыхъ рациональныхъ чиселъ. Какъ и въ статьѣ о кв. корняхъ, Магницкій даетъ два приема появленія куб. корня изъ точныхъ кубовъ. Оба они основаны на тождествѣ $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, но отличаются отъ приѣма, даннаго въ рукописи Рум. Музея и также основаннаго на этой формулѣ. Замѣчательно, что послѣдній, несмотря на свое нахожденіе въ болѣе древней рукописи, гораздо ближе подходитъ къ современному, чѣмъ приѣмы Магницкаго. Первый изъ этихъ приѣмовъ Магницкаго впервые появился въ книгѣ Петра Апіона, напечатанной въ 1527 году въ Ингольштадтѣ. Онъ изложенъ у Магницкаго по обыкновенію на примѣрѣ и безъ всякаго доказательства слѣд. образомъ: „Аще дано будетъ ко извле-

*) Лично я думаю, что это сдва ли вѣрно. Недостатокъ изслѣдованій математич. знаній въ Россіи мѣшаетъ установить ту критическую точку зрѣнія, съ которой только и можно было бы устанавливать подобныя положенія. Я лично думаю, что вмѣстѣ съ торговлей въ Россію давно проникла и арабская математика, а, слѣд., и извлеченіе куб. корня. Рукописи не восходятъ далѣе XVII вѣка, но содержаніе ихъ показываетъ, что ни одна изъ нихъ не есть списокъ съ заграничныхъ западныхъ руководствъ, а потому нѣтъ ничего невѣроятнаго и въ томъ, что онѣ содержатъ на ряду съ западной и русскую литературу.

ченію кубичнаго радикаса сичевое число 627222016 и тогда начни отъ правыя руки къ лѣвой ставити точки черезъ два характера, сирѣчь съ перваго на четвертый, и тако до края, иже съ лѣвой

руки, якоже и въ квадратномъ сице: 627222016 и елико точекъ будетъ надъ всѣмъ перечнемъ или внизу, или вверху, толико во извлеченіи за черту и характеристикъ выдетъ сирѣчь аще три точки будетъ подъ перечнемъ, то три числа и за чертою будетъ, якоже ниже узриши и умствуй отъ лѣвыя руки до точки, сирѣчь въ 627 колико будетъ радикасъ кубичный и прискреное тѣмъ числамъ обрящещи въ вышеписанной таблицѣ 512, его же радикасъ есть 8 и сіе постави за чертою къ правой рукѣ, а 512 надъ 627.

627222016[8 и вычитай 512 изъ 627 и останется 115, потомъ ищи новаго дѣлителя, умножи радикасъ 8 квадратно будетъ 64 и ты оба сія 8 и 64 умножи черезъ 3 еже потребно есть ко извлеченію

13097	{	856
115		
627222016		
512		
5 192		8
25 24		8
960	8	64
600	3	192
125	24	
102125		85
6 21675		85
36 255		425
130050		680
9180		7225
13097016 216		3
		255
		21675

кубика яко же всегда тако содержится и новообрѣтенные знаменатели 192 и 24 стави, 192 прямо подъ 1152, а 24 подъ 192, уступая отъ лѣвыя руки по единому характеру, якоже видиши. Та же умствуй, колико мощно имѣти и въ 11-ти, придетъ 5 и сіе постави на лѣвой рукѣ противъ 192 и паки то 5 квадратно будетъ 25 еже постави на лѣвой же рукѣ противъ 24, потомъ множи 192 черезъ 5 будетъ 960 и 25 черезъ 24 будетъ 600, также взятое 5 множи кубически, будетъ 125, иже вся три перечня постави надъ чертою единъ подъ другій, уступая по единому характеру къ правой рукѣ якоже есть.

А потомъ сведи ихъ во единъ же перечень подъ черту, и будетъ 102125 и сіе вычти изъ 115222 останется 13097, а потомъ ищи иного дѣлителя сице: множи 85 квадратно придетъ 7225, то же множи обои 7225 и 85 черезъ 3 и будетъ 21675 и 255, ихже постави подъ 13097 что на верху единъ подъ другой уступивъ характеръ яко же выше и умствуй паки коликожды можно взять 2 изъ 13, придетъ 6, еже постави за чертою на лѣвой рукѣ противъ 21675, паки множи то же 6 квадратно будетъ 36 еже постави противъ 255 на лѣвой же рукѣ и множи 21675 черезъ 6 и 255

черезъ 36 и будетъ 130050 и 9180 паки множи 6 кубически бу-
детъ 216 которыя вся перечни стави единъ лодъ другимъ уступаая
яко же велие и сложи всё во едино и будетъ 13097016 ихже сице
вычтеша изверхняго придетъ на цѣль и есть сіе извлеченіе совер-
шенно имже изобрѣлъ радикасъ кубичный 856 изъ 627222016 и
вышелъ испѣло“. За этимъ изложеніемъ слѣдуетъ примѣненіе его
къ числу 492290459136.

Второй примѣръ Магницкаго примѣняется къ тѣмъ же число-
вымъ примѣрамъ, но безъ всякаго объясненія. „Въ зап.-евр. ли-
тературѣ“, говоритъ г. Бобынинъ, „этотъ примѣръ впервые появился
въ книгѣ Валентина Менгера въ 1556 году. Вотъ какъ онъ при-
веденъ у Магницкаго

627222016 { 856		8 — 64	
.		3 — 3	
512		24 — 192	
115222 . . .	125 —	25 — 5	
5 192 дѣлитель		120 — 960	
102125 . . .		48 — 600	
13097016		600 — 125	
		102125	
6 21675 дѣлитель		квадратно	
13097016		85 — 7225	
00000000		3 — 3	
	216 —	255 — 21675	
		36 — 6	
		1530 — 130050	
		765 — 9180	
		9180 — 216	
		13097016	

Приведа этотъ примѣръ, Магницкій переходитъ къ нахожденію
приближенныхъ числовыхъ значеній кубическихъ корней и даетъ
два способа. Первый изъ нихъ можетъ быть выраженъ формулой
 $\sqrt[3]{(a+b)^3+r} = (a+b) + \frac{r}{(a+b)^3 - a^3 + b(a+b)}$ *) и описывается
слѣдующими словами: „Егда же таковое число прилучится изъ
него же на цѣло или наравно извлеци невозможно и по извлече-
ніи цѣлыхъ останутся въ доляхъ, ихъ же количество подобаетъ
означити тако: егда творится извлеченіе по настоящей наукѣ, и
которыя числа послѣднее вычитаеши изъ перваго перечня и къ
тѣмъ числамъ перечень, что вышелъ за черту умноживъ всегда

*) Формула дана г. Бобынинымъ. Въ рукописи Р. М. иной способъ, ко-
торый можно подвести подъ такую формулу: $\frac{r}{3(a+b)^2}$

6-ю и приложивъ поставишь подъ остатки, якоже творилъ извлекая изъ 9265 и пришло ми 21 и 4 въ доляхъ и тѣ цѣлыя 21 множилъ черезъ 6 и пришло ми 126 ихже приложилъ къ 1261, имиже послѣднее вычиталъ изъ болшого перечня и пришло ми всего 1387 ихъ же подложилъ подъ 4 и есть $21 \frac{4}{1387}$, яко же послѣдуетъ.

Второй приѣмъ представляетъ собою обычный приѣмъ нахождения числового значенія куб. корня съ точностью до 0,01. Здѣсь любопытно только то, что въ вычисленіи $\sqrt[3]{25585}$ съ точностью до 0,01 Магницкій результатъ означаетъ 29.46, употребляя англійскій знакъ десятичной дроби. Однако, едва ли здѣсь можно искать какихъ-либо подражаній; мнѣ кажется, что какъ и прежде онъ отдѣлялъ руты отъ футовъ точкой, такъ и здѣсь онъ просто ставитъ точку, чтобы отдѣлить цѣлую часть отъ дробной. Въ окончательномъ отвѣтѣ онъ пишетъ $29 \frac{46}{100}$.

Вся эта мелкая подробность любопытна тѣмъ, что въ школьной практикѣ, очевидно, быстро отпали наименованія: руты, футы, цоли и прочее, а осталась точка, отдѣляющая цѣлую часть числа отъ дробной. Я склоненъ думать, что ученики Магницкаго также хорошо обращались съ десятичными дробями, какъ это дѣлаемъ и мы. Это обстоятельство важно потому, что первые годы XVIII-го вѣка какъ въ Зап. Евр., такъ и у насъ пошли на уясненіе удобства новаго способа вычисленій.

Заключеніемъ статьи объ извлеченіи куб. корня служитъ извлеченіе изъ дробей, за которымъ уже слѣдуютъ геометрическія приложенія. Авторъ ограничивается разсмотрѣніемъ только двухъ главныхъ случаевъ, когда дробь—точный кубъ и когда—неточный. Первый случай не представляетъ ничего особеннаго; что же касается до второго, то онъ пользуется правиломъ умноженія числителя на квадратъ знаменателя и извлекаетъ корень изъ полученнаго произведенія съ точностью до 1; найденный результатъ дѣлится на знаменателя. Такой приѣмъ не находится въ рукописяхъ.

Резюмируя теперь все изложенное, мы видимъ, что статья о квадрат. и куб. корняхъ изложена Магницкимъ съ исчерпывающей полнотой, и его ученики, очевидно, хорошо умѣли извлекать эти корни. Само изложеніе представляетъ собою крупный методическій вкладъ въ русскую математическую литературу.

Геометрическія приложенія. Въ методическомъ отношеніи эти геометрическія приложенія правилъ объ извлеченіи корня—едва ли не болѣе крупный шагъ впередъ, чѣмъ изложеніе правилъ объ извлеченіи корней. Современные методисты вновь приходятъ къ

той мысли, что геометрія должна быть связана съ ариметикою. И любопытно то, что мысль, основная идея современных методистовъ, почти совпадаетъ съ основной мыслью Магницкаго. Современный методистъ думаетъ, что число и дѣйствія надъ нимъ будутъ тѣмъ яснѣе для ребенка, чѣмъ конкретнѣе, ближе къ жизни будетъ содержаніе тѣхъ задачъ, какія предлагаются въ курсѣ ариметики. Магницкій озаглавливаетъ свои приложенія: „О прикладахъ потребныхъ къ гражданству, яже черезъ извлеченіе квадрата творятся“. Правда, что только это давало ему право считать корни принадлежащими ариметикѣ, а сама идея числа выходила изъ сложнаго философскаго построенія. Ариметическое число, съ его точки зрѣнія, можетъ быть только именованнымъ, и если кв. корень есть число, то это—число именованное, имѣющее жизненное, практическое значеніе. Какіе же практическіе вопросы сюда относятся? Магницкій даетъ 36 задачъ, изъ которыхъ первыя 4 занимаются вычисленіемъ стороны прямоугольнаго треугольника по двумъ другимъ на основаніи теоремы Пифагора. Прямоугольный треугольникъ въ этихъ задачахъ образуется стѣной зданія, приставленной къ ней лѣстницей и разстояніемъ между ихъ основаніями. Каждая задача снабжена рисункомъ, при чемъ умышленно или по недосмотру конецъ лѣстницы выступаетъ надъ башней; въ четвертой задачѣ вмѣсто башни взятъ колодезь, въ который опущена лѣстница, и требуется опредѣлить глубину колодца. Слѣдующія 12 задачъ посвящены вопросамъ, связаннымъ съ измѣреніемъ площадей квадрата и прямоугольника; эти задачи заимствуютъ свое содержаніе отъ построенія полковъ и армій въ квадратныя и прямоугольныя карре. Каждая изъ нихъ иллюстрирована подходящимъ рисункомъ. Площадь прямоугольника въ большинствѣ случаевъ опредѣляется, сколько разъ въ немъ содержится площадь квадрата.

На эти задачи слѣдуетъ обратить особое вниманіе въ методическомъ отношеніи. Представленіе площадей вообще трудно; эту трудность какъ будто очень ясно представлялъ себѣ Магницкій, а потому свой отдѣлъ о площадяхъ онъ начинаетъ съ разстановки людей на опредѣленномъ пространствѣ. Его первая задача слѣдующая: „Въ древняя лѣта вѣщій обычай имяху ополченія четвеространно и равномѣрно поставляти и въ такомъ обыкновеніи аще бы кто великій господинъ имѣя воинскихъ людей 50176 и восхотѣлъ бы вѣдати въ равномѣрномъ томъ устроеніи колико шеренгоу и по колику человекъ въ шеренгѣ?“ Площадь, заставленная людьми въ ихъ воинскомъ построеніи, даетъ идею не только массы, но и пространства, занятаго этими людьми; эта идея есть, наипростѣйшая для представленія площади. Установивъ представленіе площади на

наиболѣ простой задачѣ, онъ переходитъ къ болѣ сложной: „Нѣкто полный господинъ имяше ратныхъ людей 57122 человекъ, и хочетъ ихъ таковымъ строемъ поставити, яко да будетъ оно ополченіе двократно въ длину и единократно въ широту. И вѣдательно есть колико шеренгъ и во всякой шеренгѣ человекъ будетъ въ томъ воинствѣ?“ Очевидна связь этой задачи съ предыдущей: здѣсь сложены два квадрата, а потому, раздѣливъ площадь пополамъ, получимъ предыдущую задачу. Такъ осложняя мало-помалу условія задачи, онъ, очевидно, принужденъ измѣрять площади квадратами. Очевидно, что это есть методическій приемъ, на которомъ учащійся усваиваетъ понятіе о площади и ея измѣреніи. Въ дальнѣйшемъ онъ вновъ возвращается къ задачамъ на измѣреніе площадей прямоугольниковъ (25—32), выбирая содержаниемъ посадку деревьевъ въ саду, настилку пола камнемъ, размѣръ земельныхъ участковъ; но здѣсь измѣреніе площади дается какъ произведеніе основанія на высоту. Чтобы привести учащагося къ этому понятію, онъ отъ площадей переходитъ къ поверхностямъ и въ задачахъ 17 и 18 опредѣляетъ боковую поверхность конуса, который заданъ въ видѣ шатра. Въ задачѣ 17 дано: окружность основанія и производящая, а въ—18 діаметръ основанія и высота. Обѣ задачи рѣшаются по формулѣ $\frac{2\pi r \cdot a}{2}$, гдѣ r —радіусъ основанія, и a —производящая конуса. Въ первой окружность дана, дана производящая, и вся задача не представляетъ трудности; вторая задача не такъ проста. Въ рѣшеніи этой задачи есть, очевидно, описка, а потому я приведу ее цѣликомъ съ ея рѣшеніемъ *).

„Паки иный полковникъ повелѣ себѣ шатеръ соорудити, его же перпендикуляръ, сирѣчь высота, да будетъ 16 стопъ, внизу же діаметръ 24 стопы, и хочетъ взять крашенины ктому, ея же широта $1\frac{1}{2}$ аршина, а всякій аршинъ по 4 алтына. И вѣдательно есть колико аршинъ на сей шатеръ потребно взять и колико денегъ за ню платити, придетъ $377\frac{1}{7}$ аршина, а денегъ за крашенину 45 рублевъ 8 алтынъ $2\frac{5}{7}$ денги. А изобрѣтай сиче: множи квадратно 16 стопъ и придетъ 256, потомъ множи 12 копеекъ (очевидно, описка, числа 12 копеекъ въ задачѣ нѣтъ, и не въ духѣ Магницкаго ставить число безъ вычисленій, если оно не дано въ

*) Г. Бобынинъ думаетъ, что Магницкій далъ невѣрно рѣшеніе этой задачи, но очевидно, что это невѣрно; просто онъ допустилъ опечатку: вмѣсто 12 стопъ напечаталъ 12 копеекъ.

адачѣ; слѣдуетъ читать 12 стопъ), придетъ 144, ихже сложи во-едино 256 и 144 и будетъ 400, его же квадратный радикасъ есть 20, потомъ обрѣтай окруженіе шатра сице: 7 даде ми 22, что дастъ 24, и придетъ $75\frac{3}{7}$ стопъ (здѣсь авторъ принимаетъ $\pi = \frac{22}{7}$ и рассуждаетъ по тройному правилу: если діаметръ раздѣленъ на 7 частей, то въ окружности такихъ частей будетъ 22; какъ велика будетъ окружность, когда діаметръ 24 стопы?), еже умножи 20-ю что радикасомъ извлекль и придетъ $1508\frac{4}{7}$ его же половина будетъ $757\frac{2}{7}$ и сіе умножи паки черезъ 2 придетъ $1508\frac{4}{7}$ и сіе множи еще черезъ 3 и придетъ $4525\frac{5}{7}$ копейки, сирѣчь 45 рублевъ 8 алтынъ 2 денги и $\frac{5}{7}$ копейки“.

Далѣе идетъ вычисленіе и рисунокъ.

Неясность въ изложеніи конца рѣшенія этой задачи происходитъ отъ того, что совершенно аналогичное вычисленіе болѣе подробно изложено въ предыдущей задачѣ 17. Но все-таки мы бы сказали, что въ методическомъ отношеніи введеніе этихъ задачъ въ курсъ является не безупречнымъ: здѣсь вводятся новыя понятія: измѣреніе окружности, боковая поверхность конуса. Но какъ будто эти-то новыя понятія и заставили Магницкаго ввести здѣсь именно эти задачи. Въ первыхъ геометрическихъ задачахъ онъ измѣряетъ площадь прямоугольниковъ квадратомъ; здѣсь, вводя ширину сукна и стоимость аршина, онъ измѣряетъ поверхность конуса прямоугольникомъ. Очевидно, онъ думаетъ, что вопросъ о площадяхъ достаточно ясенъ, и можно перейти къ новому; это новое есть окружность круга. Къ этому онъ и переходитъ черезъ рассмотрѣнную задачу. Въ задачахъ 19 и 20 говорится „о колесахъ въ какихъ либо часѣхъ или во иныхъ машинахъ“, установленныхъ „едино противъ другого“. Въ нихъ по даннымъ числамъ оборотовъ двухъ колесъ и діаметру одного изъ нихъ (задача 19) или окружности (20) — опредѣляются діаметръ или окружность другого.

Далѣе идутъ задачи, о которыхъ слѣдуетъ сказать поподробнѣе въ виду тѣхъ нареканій, которыя дѣлаетъ г. Бобынинъ *). Задача

*) Физ.-мат. науки въ ихъ наст. и прошл. Т. VIII, 1889, 1-ая четв. стр. 40.

21 слѣдующая: „Егда же кто можаше во едину вервь, которая долготы 5 аршинъ связати 100 копій, и вѣдателно есть колико таковыхъ же копій возможно связати другою вервю, яже долготно есть $7\frac{1}{2}$ аршинъ“. Рѣшеніе задачи, очевидно, основано на пропорціональности объемовъ двухъ цилиндровъ съ одинаковыми высотами квадратамъ окружностей ихъ оснований *). Пусть объемы цилиндровъ будутъ v и v_1 , окружности оснований c и c_1 , тогда $v = \frac{c^2}{v_1} = \frac{c^2}{c_1^2}$. Въ задачѣ намъ дано число копій, что составляетъ объемъ v , даны c и c_1 ; слѣдовательно, искомое число копій будетъ $v_1 = \frac{vc_1^2}{c^2}$. Магницкій вычисляетъ задачу такъ: „умноживъ обои

верви квадратно и черезъ тройное правило твори якоже послѣдуетъ:

$$\begin{array}{r} 10 \quad 15 \quad \text{копій} \\ \frac{10}{100} \quad \frac{15}{75} \quad 100 \quad \text{—} \quad 100 \quad \text{—} \quad 225 \quad 22500 \left\{ \begin{array}{l} 100 \\ 100 \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} 22500 \\ 100 \end{array} \right\} 225 \text{ **).} \\ \frac{100}{225} \quad \frac{15}{225} \quad \frac{100}{22500} \end{array}$$

Насколько ясно такое рѣшеніе, я судить не берусь; но очевидно, что читатель долженъ былъ его такъ или иначе усвоить. Въ слѣдующей задачѣ сказано: „Егда паки 36 копій вдвое вервю обвязаны яже 9 стопъ долготы имать, и вѣдателно есть, когда ону вервь разспрострети во единъ рядъ всю ону долготу 9 стопъ, колико копій можно обвязати“; рѣшеніе дано очень кратко безъ вычисленій и состоитъ въ слѣдующемъ: „36 умножи квадратно будетъ 1296, еже раздѣли черезъ 9 придетъ искомое 144, якоже въ предварившихъ фигурахъ“. Если мы воспользуемся данной выше формулой, то $v=36$; $c=\frac{9}{2}$ и $c_1=9$; слѣдовательно, $v_1 = \frac{36 \cdot 9^2}{(\frac{9}{2})^2}$, что, очевидно, даетъ $\frac{36 \cdot 36}{9}$; но это ясно только изъ формулы, а когда

*) Такая зависимость легко выводится: пусть объемы будутъ V и V_1 , радиусы основанія r и r_1 , высоты h ; тогда $V = \pi r^2 h$; $V_1 = \pi r_1^2 h$; ихъ отношенія $\frac{V}{V_1} = \frac{r^2}{r_1^2}$ или $\frac{4\pi^2 r^2}{4\pi^2 r_1^2}$, т.-е. $\frac{c^2}{c_1^2}$.

**) Кстати въ этой задачѣ три опечатки: номеръ задачи напечатанъ 12 вмѣсто 21; въ умноженіи 15 на 15 пропущено 5, а именно: напечатано 15 15 7 ; въ умноженіи 225 на 100 произведеніе напечатано 52200. 15 225

ея нѣтъ, то можно ли рѣшить задачу подобнымъ вычисленіемъ? Конечно, этого нельзя дѣлать, когда мы будемъ разсуждать о формулахъ, которыхъ Магницкій не зналъ и по нимъ не рѣшалъ; онъ рѣшилъ „якоже въ предварившихъ фигурахъ“, т.-е. по тройному правилу, а въ этомъ правилѣ сказано, что если дается въ доляхъ первый перечень, то числитель оставляется, а знаменатель умножается или со вторымъ или съ третьимъ перечнемъ. Кромѣ того, первый и третій всегда должны быть однородны, слѣдовательно, если строка будетъ

$$\left(\frac{9}{2}\right)^2 - 36 - 9^2,$$

эту строку онъ замѣняетъ слѣдующей въ цѣлыхъ 9—36—36; рѣшая ее, мы и получимъ то, что говоритъ Магницкій.

Слѣдующая задача 23 замѣняетъ копыя мѣхомъ и содержитъ то же рѣшеніе, т.-е. ищется объемъ цилиндра при томъ же геометрическомъ соотношеніи. Болѣе любопытная задача 24: „Егда бы такія же два мѣха равныя долготы но не равныя широты были и въ единъ входило бы 4 четверти, а въ другій 9 четвертей: и егда оные оба мѣха распороты и единъ изъ обоихъ широкій здѣлать, потомъ вѣдателно есть колико въ той новый широкій мѣхъ всыпаться можетъ жита“. „Рѣшеніе Магницкимъ этой задачи“, говоритъ г. Бобынинъ, „можетъ быть выражено формулой

$$\pi h(r+r_1)^2 = v + v_1 + 2\sqrt{vv_1}.$$

Сама задача имѣетъ общую тему съ задачей 34. „Имяше нѣкто двѣ бочки, ихже каждая имѣ въ себѣ 80 галенковъ и егда тыя бочки разобравъ и собрати изъ обоихъ едину, вѣдателно есть, колико взимать та новая бочка въ себѣ галенковъ;“ Разница между этими задачами состоитъ только въ томъ, что во второй изъ нихъ $v = v_1$, и тогда $\pi h(r+r_1)^2 = 4v$. Эту именно разницу и отмѣчаетъ Магницкій, упрощая свои вычисленія. Задачу 24 онъ рѣшаетъ такъ: „обоихъ мѣру прежде сложи и будетъ 13, потомъ едину другимъ умножи притъ 36 и изъ сего извлецы квадратный радиксъ и вдвое положи, придетъ 12 и къ сему сложенное сирѣчь 13 приложи и будетъ 25 четвертей входитъ во оный новый мѣхъ“. Какъ видимъ, рѣшеніе точно слѣдуетъ формулѣ г. Бобынина. Задача 34 рѣшается такъ: „единныя бочки галенки, сирѣчь 80 умножи черезъ 4 и получиши искомое зане обоихъ бочакъ равное число галенковъ и того ради тако творится“.

Къ изложеннымъ задачамъ непосредственно примыкають 2 послѣднія задачи 35 и 36; задачи отъ 25 до 31 мы разсмотрѣли, такъ что намъ осталось указать содержаніе 32 и 33. Обѣ эти задачи имѣютъ въ виду пропорціональность площадей круговъ ква-

дратамъ ихъ окружностей или, точнѣе, квадратамъ временъ ихъ обхожденія при равномерномъ движеніи.

Что касается до геометрическихъ приложений куб. корня, то непосредственно къ нему примыкають 18 задачъ. Первые 10 посвящены исключительно многогранникамъ, остальные же 8—тѣламъ вращенія. Всѣ эти задачи помѣщены подъ общей нумераціей съ текстомъ объ извлеченіи куб. корня, такъ что первая изъ нихъ имѣетъ цифру 7 и состоитъ въ слѣдующемъ: „яко же вѣкій домовый господинъ имяше коробъ мучный въ немже вмѣщашеся 30 четвериковъ муки, величествомъ же той коробъ въ долготу 2 аршина: въ ширину $1\frac{1}{4}$ аршина, а въ высоту $1\frac{1}{2}$ аршина, и повелѣ инъ коробъ здѣлать который бы вмѣщаль 135 четвериковъ, и вѣдателно есть колико долготою, широтою и высокою подобаеть оному быти.“ Рѣшеніе Магницкимъ этой задачи, по словамъ г. Бобынина, можетъ быть выражено слѣдующей формулой

$$\sqrt[3]{a^3 \cdot \frac{m}{n}}; \sqrt[3]{b^3 \cdot \frac{m}{n}}; \sqrt[3]{c^3 \cdot \frac{m}{n}}$$

(гдѣ а, b, с суть измѣренія даннаго короба, n—объемъ его, а m—объемъ искомого)*). Сама по себѣ задача, очевидно, неопредѣленная, но, надо думать, что это происходитъ отъ неточности заданія. Слѣдующая задача формулирована такъ: „Такожде имаше нѣкто кучю жита на гумнѣ продолговатую и шатроватую, ея же долгота 32 верш., широта же 24 вершка, а высота 10 верш. и вѣдателно есть колико въ ней четвериковъ есть, который четверикъ кубическихъ имать 512 вершковъ.“ Эту задачу почему-то г. Бобынинъ считаетъ заимствованной „изъ неизвѣстныхъ математическихъ рукописей XVII вѣка или древнихъ иностранныхъ сочиненій“, тоже, несомнѣнно, неизвѣстныхъ. Я думаю, что съ тѣмъ же правомъ я могу утверждать, что задача предложена самимъ Магницкимъ.

Да и насколько важно, что та или иная фраза, то или иное вычисленіе находятся въ разныхъ книгахъ у разныхъ авторовъ. У каждаго автора учебника попадаются задачи иныхъ авторовъ, но мы никогда не говоримъ о томъ, что данный учебникъ не самостоятельный. По отношенію къ Магницкому весьма важно установить именно то, что этотъ учебникъ составленъ лично Магницкимъ и представляетъ плодъ его математическаго образованія. Въ этомъ отношеніи гораздо интереснѣе способы рѣшенія задачъ, имъ предложенные, чѣмъ самый текстъ задачи. Въ этомъ отношеніи

*) Въ текстѣ г. Бобынинъ ставитъ между корнями точку; но я думаю, что удобнѣе раздѣлить формулы знакомъ;

предложенный способ рѣшенія очень любопытенъ. Вотъ что говоритъ г. Бобынинъ: „вторую задачу можно разсматривать какъ имѣющую предметомъ опредѣленіе объема усѣченной непараллельно основанію треугольной призмы. Это же, я думаю, имѣлъ въ виду и Магницкій, приложивъ рисунокъ и указывая въ рѣшеніи на слѣдующее: „умствуй прежде въ широтѣ 24 вершкахъ на обѣ стороны скаты и острость тѣхъ скатовъ есть на 12 вершкахъ, высоту 10 вершковъ, убо и по долготѣ суть же скаты на 12 вершковъ“ *). Очевидно, что здѣсь Магницкій не гонится за точнымъ опредѣленіемъ вида этой кучи и отыскиваетъ ея приблизительный объемъ, представляя ее въ видѣ усѣченной призмы. Г. Бобынинъ говоритъ далѣе: „для опредѣленія объема этого тѣла Магницкій раздѣляетъ его двумя проведенными черезъ концы верхняго ребра сѣченіями, перпендикулярными къ боковымъ ребрамъ, на прямую треугольную призму и 2 четырехугольныя пирамиды. Объемъ первой опредѣляется имъ совершенно точно, какъ произведеніе площади основанія на боковое ребро. Что же касается до пирамидъ, имѣющихъ въ этомъ случаѣ основаніями прямоугольники, то объемъ ихъ опредѣляется ошибочно, какъ $\frac{1}{4}$ произведенія площади основанія на высоту. Вслѣдствіе этого получается результатъ (2400 куб. верш.), меньшій настоящаго“ *).

Слѣдующія двѣ задачи занимаются опредѣленіемъ діагоналей куба и прямоугольнаго параллелепипеда, производимымъ согласно съ формулой $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. Пятая задача въ главной части своего рѣшенія занимается вычисленіемъ объема рва „долготою 24 сажени, широтою кверху 6 саж., а внизу 5 саж., глубиною же 4 сажени“. Вычисленіе производится совершенно точно по формулѣ $\frac{ac}{2} (a+[b-d])$. Слѣдующія двѣ задачи занимаются опредѣленіемъ объема прямоугольнаго параллелепипеда (каменной стѣны), производимымъ въ первой для вычисленія стоимости кладки, а во второй— количества кирпича. Въ обѣихъ задачахъ объемъ опредѣляется какъ произведеніе трехъ измѣреній. Задачи 8-ая и 9-ая заняты раздѣленіемъ прямоугольнаго параллелепипеда на извѣстное число равныхъ или неравныхъ между собою кубовъ. Въ первой изъ нихъ

*) Вотъ текстъ: „и ты вычти отъ обохъ краевъ по 12 вершк. и всего останется долготы съ цѣлымъ верхомъ 8 вершк., ихже умножи высотой, сирѣчь черезъ 10 и придетъ 80 вершк. и сіе 80 паки множи черезъ половину вся широты черезъ 12 придетъ 960 вершк. паки возми единъ отъятый конецъ, его же долгота 12 верш., широта же 24, ихже половину долготы множи на половину широты, и будетъ 72 и сіе паки множи высотой, сирѣчь черезъ 10, придетъ 720 и сіе по другій конецъ положи вдвое и придетъ 1440, еже сложи съ тѣмъ, что срединѣ обрѣлъ, сирѣчь 960, и будетъ 2400 куб. вершк.“

кубъ дѣлится на 8 равномѣрныхъ кубовъ; вычисленіе совершенно точно можно изобразить формулой $\sqrt[3]{\frac{a^3}{8}}$.

Во второй данный прямоугольный параллелепипедъ дѣлится на 7 кубовъ пропорціонально числамъ $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}$. Рѣшеніе состоитъ въ вычисленіи объемовъ каждаго изъ этихъ кубовъ по правилу пропорціональнаго дѣленія и въ опредѣленія ихъ измѣреній по формулѣ $\sqrt[3]{v}$.

Здѣсь оканчивается первая книга, которая содержитъ все то, что необходимо знать каждому въ практической жизни; это то, что отмѣчено въ гербѣ символомъ Пифагора и составляетъ „аріметику практику“. Слѣдующая книга предназначена для особыхъ „счастливейшихъ“ людей, которые могутъ постигнуть отвлеченный счетъ. Здѣсь число конкретно: оно составляетъ сущность вещи и служитъ къ ея познанию; во второй книгѣ число абстрактно, оно не имѣетъ конкретнаго содержанія, а потому и все содержаніе становится труднымъ и малодоступнымъ. Я уже указывалъ выше, что въ предисловіи къ послѣдней части разсмотрѣннаго курса у Магницкаго есть любопытная фраза, которая какъ будто показываетъ, что онъ колебался, какъ построить свой курсъ, такъ ли, какъ онъ его изложилъ, или иначе, исходя изъ представленія отвлеченнаго числа. Онъ выбралъ первое, исходя, очевидно, изъ методическихъ соображеній, о которыхъ можно догадаться. Онъ думалъ, что дѣтямъ въ 13 лѣтъ, возрастъ, въ которомъ начиналось изученіе ариметики, трудно понять отвлеченное число; и въ этомъ педагогъ начала XVIII-го вѣка тѣсно соприкасается съ педагогами XX-го.

Книга вторая ариѳметики.

1. Числа логистическія.

Такъ озаглавливаетъ авторъ вторую часть своего труда. Въ самомъ началѣ своей ариѳметики, говоря о ея раздѣленіи на „аріѳметику практику“ и „аріѳметику логистику“, послѣднюю онъ опредѣляетъ такъ: „Аріѳметика логистика, не ко гражданству токмо, но и къ движенію небесныхъ круговъ принадлежащая“. Здѣсь въ предисловіи онъ развиваетъ эту свою мысль, говоря: „Аріѳметика логистика, яже свойственнѣе небесныхъ движеній аріѳметика глаголется. Логистика бо того ради нарицается, зане не имѣетъ подлежащихъ вещей наручныхъ и въ гражданствѣ обносимыхъ, но словомъ токмо объясняетъ искомая, паче же къ движенію небесъ принадлежащая, чесо ради гречески и астрономская зовется: въ свойственныхъ бо небесодвижныхъ числѣхъ и чинѣ употребляется и пребываетъ, сирѣчь въ градусахъ, минутахъ секундахъ же и прочихъ дробнѣишихъ, въ ня же обще древніи и нынѣшніи філософи всякій кругъ, якоже небесный тако земный раздѣлень пріяша“.

Итакъ, слово „логистика“ или „логістика“ имѣетъ двойное значеніе: съ одной стороны оно означаетъ отвлеченіе отъ наименованій, ибо „не имѣетъ подлежащихъ вещей наручныхъ, но словомъ токмо объясняетъ искомая“, а съ другой—она означаетъ астрономическія вычисленія. Что касается до этого послѣдняго наименованія, то о немъ я скажу подробнѣе нѣсколько дальше, а сейчасъ отмѣчу, что въ словарь „Encyclopédie méthodique“ изд. 1785 г. сказано, что латинскіе авторы давали наименованіе логистики той части ариѳметики, которая рассматривала шестидесятеричныя дроби, градусы, минуты, секунды *). Несомнѣнно, это именно имѣетъ въ виду и Магницкій, который, раздѣляя свою вторую книгу на три части, первую изъ нихъ озаглавливаетъ такъ: „Ихже первая есть о чинѣ аріѳметики алгебраика реченія, и аріѳметики логистики черезъ градусы и минуты дѣйствующія“. Отсюда можно заключить, что понятіе „логистика“ обнимаетъ собою два ученія:

*) Encyclopédie méthodique слово «logistique».

ученіе алгебраическое, гдѣ мы имѣемъ дѣло съ отвлеченными количествами, и ученіе логистическое, которое разсматриваетъ особья числа. Такъ какъ эти особья числа занимають въ изложеніи Магницкаго совершенно изолированное положеніе, хотя и составляютъ „третье предѣленіе“ первой части, и въ то же время они являются малознакомыми, то я ихъ и разсмотрю сейчасъ, чтобы болѣе къ нимъ не возвращаться. Что касается до происхожденія этихъ чиселъ, то несомнѣнно, что ими пользовались вавилоняне при своихъ вычисленіяхъ. При этомъ имѣются двѣ гипотезы: согласно одной (Канторъ) вавилоняне считали вначалѣ въ году 360 дней. Это привело къ раздѣленію окружности круга на 360 градусовъ, каждый изъ которыхъ представлялъ соотвѣтствующую суткамъ долю предполагаемаго годичнаго обращенія солнца вокругъ земли. Вѣроятно, они знали, что радіусъ можно разсматривать какъ хорду, соотвѣтствующую $\frac{1}{6}$ части окружности, содержащей такимъ образомъ 60 градусовъ. Когда понадобилась большая точность измѣренія, каждый градусъ былъ раздѣленъ на 60 равныхъ частей или минутъ. Такимъ путемъ и могло возникнуть шестидесятичное счисленіе*). Другіе (Кевачъ) говорятъ, что оно возникло какъ особый счетъ на пальцахъ, при которомъ принимаются во вниманіе суставы и сторона руки.

По отношенію къ первой гипотезѣ любопытно отмѣтить, что Магницкій замѣчаетъ: „Нѣцыи же математицы приѣмлютъ такожде раздѣлятися и времени, си есть день раздѣляется на 60 минутъ и прочая. А 60 дней составляютъ едину сексагену, и прочая“.

Но каково бы ни было происхожденіе шестидесятичной системы, она не утратилась и изъ Вавилоніи перешла въ Грецію, гдѣ геометръ Гипсиль пользовался имъ при извлеченіи кв. корней; такъ сохранился образчикъ, данный Θεοномъ $\sqrt{4500}^{\circ} = 67^{\circ} 41' 55''$. Въ средніе вѣка Фибоначи, рѣшая уравненіе $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$, далъ значеніе одного изъ его корней въ видѣ $x = 1^{\circ} 22' 7'' 4''' 33'''' 4^v 40^{vi}$, выразивъ его въ видѣ шестидесятичной дроби. Въ XVI вѣкѣ Orontius Finaeus, вычисляя $\sqrt{10}$, находитъ его въ видѣ десятичной дроби, но полученный результатъ спѣшитъ перевести въ шестидесятичную дробь и пишетъ его въ видѣ $3^{\circ} 9' 43'' 12'''$. Къ этому надо добавить, что Птоломей, который первый вычислилъ таблицу хордъ, дѣлилъ окружность на 360 частей, а діаметръ на 120 частей, каждую часть онъ дѣлилъ въ свою очередь на 60 частей; эти части по-латыни были названы *partes minutae primae*, раг-

*) Каджори, стр. 11.

tes minutae secundae и т. д., отсюда произошли наши названія: минуты, секунды, терціи и т. д. Отсюда видно, что дѣленіе окружности на 360 частей совпадало съ особымъ счетомъ по шестидесятеричной системѣ. Этотъ именно счетъ и рассматриваетъ Магницкій, называя его „логистическими числы“. Онъ говоритъ: „Въ семь мѣстѣ усмотрихомъ приличное еже логистическими числы и чиномъ аріометики дѣйство показати, сирѣчь: како въ градусахъ, минутахъ и секундахъ, и въ прочихъ колесъ сѣченіяхъ дѣйство и чинъ аріометика содержитъ“. Далѣе, онъ раздѣляетъ окружность на 360 градусовъ, градусъ на 60 минутъ первыхъ, минуту на 60 секундъ и прочая. Эти дѣленія идутъ довольно далеко, какъ это мы видѣли у европейскихъ математиковъ. Изъ градусовъ составляются высшія единицы, которыя называются „сексагены“ и точно такъ же различаются по порядку. Сексагена первая содержитъ 60 градусовъ, сексагена вторая содержитъ 60 первыхъ и т. д. Но въ этотъ стройный счетъ по шестидесятичной системѣ встрѣчается посторонній элементъ—„зодія“, которая содержитъ 30 градусовъ. Зодія обозначается особымъ знакомъ Z, а сексагены такъ: 1ae, 2ae, 3ae и т. д. Доли градуса всѣ называются минутами и обозначаются черточками. Установивъ эти обозначенія, Магницкій рассматриваетъ дѣйствія надъ этими числами, при чемъ сложеніе и вычитаніе дается для трехъ случаевъ: когда даны зодіи, когда даны сексагены и когда даны дни, мѣсяцы и годы. Въ этихъ правилахъ нѣтъ ничего новаго; вотъ, наприм., вычитаніе въ сексагенахъ:

$$\begin{array}{r}
 1ae . 0 . 1 . 11 . 111 \\
 34 . 24 . 26 . 36 . 48 \\
 8 . 9 . 10 . 11 . 12 \\
 \hline
 26 . 15 . 16 . 25 . 36
 \end{array}$$

Умноженіе представляетъ собою большую особенность: это есть алгебраическое умноженіе многочисловъ. Вотъ причина, почему логистическія числа помѣщены послѣ алгебраическихъ. Умноженіе сопровождается слѣдующимъ поясненіемъ: „По обыкновенному дѣйству пишется число болшее или изъ многихъ видовъ сложное, яко да будетъ умножаемъ перечень вышше, а множитель полагается внизу и которыя виды умножаются черезъ таковыя же виды, и тогда производятся виды сугубыя, сирѣчь, егда умножаеши минуты черезъ минуты бывають секунды, или секунды черезъ секунды бывають кварталы, или егда умножаеши секунды черезъ терціи, бывають въ произведеніи квинты и проч.“. Напримѣръ:

	I	II	III	IV	V	II	III	IV
	34	. 36	. 12	. 13	. 15	на 4	. 5	. 6
				4	. 5	. 6		
	3	. 27	. 37	. 13	. 29	. 30		
	2	. 53	. 1	. 1	. 6	. 15		
	2	. 18	. 24	. 48	53	. 0		
II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	
2	. 21	. 21	17	. 31	. 19	. 34	. 30	

Это умноженіе будетъ точно соответствовать алгебраическому умноженію двухъ многочленовъ, которые мы можемъ представить такъ:

$$(34 \cdot 60^{-1} + 36 \cdot 60^{-2} + 12 \cdot 60^{-3} + 13 \cdot 60^{-4} + 15 \cdot 60^{-5}) (4 \cdot 60^{-2} + 5 \cdot 60^{-3} + 6 \cdot 60^{-4}),$$

но при этомъ умноженіи нужно имѣть въ виду, что коэффициентъ, большій 60, понижаетъ степень; такъ, $34 \cdot 60^{-1} \cdot 4 \cdot 60^{-2}$ даетъ $136 \cdot 60^{-3}$; но 136 есть $2 \cdot 60 + 6$; слѣдов., $(2 \cdot 60 + 6) \cdot 60^{-3}$ будетъ

II

$2 \cdot 60^{-2} + 6 \cdot 60^{-3}$; $2 \cdot 60^{-2}$, или 2 остается высшимъ членомъ произведенія, $6 \cdot 60^{-3}$ соединяется съ вновь полученными и составитъ $21 \cdot 60^{-3}$.

Что касается до дѣленія, то оно производится двоякимъ образомъ: 1) всѣ числа какъ дѣлимаго, такъ и дѣлителя приводятся въ меньшія доли, при этомъ нѣтъ необходимости, чтобы эти доли были одинаковы у дѣлимаго и дѣлителя; дѣлимое можетъ быть дано въ терціяхъ, а дѣлитель въ секундахъ. По раздѣленіи частное вновь обращается въ сложное число.

2ae 1ae 0 I II III

Такъ, напр.: 18 . 5 . 9 . 12 . 17 . 16, что составляетъ 12508388236

1ae 0 I II

(собственно терцій) надо раздѣлить на 21 . 23 . 25 . 16 или 9156946 (собственно секундъ). По раздѣленіи мы получимъ 1366 минутъ,

0 I

или 22 . 46. Какъ узнать, какое наименованіе мы получимъ, Магницкій не выясняетъ. Объ этомъ можно догадаться, если разсматривать дѣленіе какъ дѣйствіе, обратное умноженію, тогда произведеніе минуты на секунду даетъ терцію; слѣдовательно, терціи, дѣленные на секунды, должны дать минуты.

Второй способъ дѣленія есть дѣленіе алгебраическихъ многочленовъ, расположенныхъ по нисходящимъ степенямъ 60. Для показанія этого способа у Магницкаго взять такой примѣръ:

го радикаса извлеченіе творити, и ты вся даная числа черезъ умноженіе въ послѣдній видъ приводи во едино именованіе либо въ минуты, или секунды, или въ терціи, и прочая.

2. И во извлеченіи радикаса именованія половинныя будутъ, якоже егда извлекаши имаши радикасъ изъ секстовъ, выдетъ радикасъ въ терціяхъ, или аще извлекаеши изъ квартыхъ, придетъ радикасъ въ секундахъ.

3. Егда же по извлеченіи явится радикасъ во единомъ коемлибо видѣ, и тогда потребно есть приводити въ вѣщныя виды, секунды въ минуты, а минуты въ градусы, и прочая, дѣленіемъ черезъ 60.

4. Далѣ даны 3 примѣра безъ подробныхъ вычисленій. Вотъ все о логистическихъ числахъ; сами эти числа болѣе нигдѣ не встрѣчаются. Тригонометрическія вычисленія сдѣланы уже по новѣйшему образцу, принимая радіусъ за 10000000, какъ это сдѣлано въ тригонометріи, напр., Гаспара Шотта (1677 г.). Корни извлекаются съ точностью до десятичныхъ дробей. Очевидно, что вся эта статья имѣетъ лишь чисто историческое значеніе; она попала въ курсъ только потому, что когда-то употреблялась и имѣла непосредственное жизненное значеніе; она встрѣчается въ руководствахъ, и Магницкій не счелъ себя въ правѣ опустить эту статью, тѣмъ болѣе, что теоретически она является удобнымъ дополненіемъ къ обзору алгебраическихъ количествъ. Находясь на границѣ отживающихся и нарождающихся понятій, Магницкій приводитъ тѣ и другія, какъ будто не зная, которымъ изъ нихъ отдать предпочтеніе: ему какъ бы жаль разстаться со старинной, но и въ новомъ онъ видитъ уже признаки господства.

2. Числа алгебраическія.

Что касается до чиселъ алгебраическихъ, то имъ посвящено „предѣленіе первое“ книги второй. Но прежде, чѣмъ разсматривать эти числа, полезно вернуться къ предисловію. Здѣсь авторъ говоритъ, что онъ написалъ книгу вторую, имѣя въ виду двоякую цѣль: во-первыхъ, для того, чтобы „аріометика чинъ свой, и во всемъ потребный намъ, конецъ и совершеніе приметъ“, а, во-вторыхъ, для того, что сообщаемыя имъ свѣдѣнія во 2-ой книгѣ необходимы особенно въ настоящее время для очень многихъ должностей, а особенно для мореплаванія.

Переходя же къ разсмотрѣнію алгебраическихъ количествъ, онъ говоритъ, что часть этого ученія, а именно прогрессіи, квадр. и куб. корни уже были имъ разсмотрѣны въ книгѣ первой. Это было сдѣлано потому, что полное алгебраическое ученіе является очень труднымъ и доступно только „тщаливѣйшимъ“, а не „общенародному человѣку“. Эта оговорка въ связи со множествомъ опечатокъ и неточностей какъ будто показываетъ, что вся вторая книга была написана наспѣхъ въ теченіе 1701—1702 года спеціально для навигацкой школы, по тѣмъ черновымъ наброскамъ, которые были заготовлены авторомъ для своего труда. Мы имѣемъ здѣсь какъ бы искусственное сведеніе черновыхъ записей, гдѣ съ блестящими и вполне отдѣланными и законченными статьями попадаются наскоро написанныя статьи, содержащія множество неточностей. Къ такимъ наскоро написаннымъ статьямъ относится и ученіе объ алгебраическихъ числахъ.

Это ученіе начинается опредѣленіемъ слова алгебра. „Алгебра же назвася отъ изобрѣтателя, геберъ нарицаемаго*), а италійски коссика отъ реченія косса, еже есть вещь“.

Кѣджори говоритъ, что такое производство слова алгебра отъ имени арабскаго ученаго Джабиръ-ибнъ-Афлагъ изъ Севильи, котораго называли Geber, неправильно, такъ какъ онъ жилъ на два вѣка позже Альхуаризми, у котораго впервые появилось это слово. Кѣджори говоритъ, что Алгебра Альхуаризми—первое сочиненіе, въ которомъ встрѣчается слово „алгебра“. Заглавіе этого труда—альджебръ дальмукабала. Буква уау означаетъ по-арабски союзъ „и“; аль—опредѣленный членъ. Арабы никогда не употребляли одного слова альжебръ, но всегда добавляли мукабала (масабелah), что означаетъ возстановленіе и противоположеніе. Подъ возстановленіемъ разумѣется перенесеніе отрицательныхъ членовъ въ другую часть уравненія; подъ противоположеніемъ — отбрасываніе отъ обѣихъ частей уравненія одинаковыхъ членовъ. Когда книга альджебръ уальмукабала Альхуаризми была переведена на латинскій языкъ, арабское заглавіе было сохранено, но съ теченіемъ времени второе слово было отброшено, а первое сохранилось въ формѣ алгебра. Здѣсь важно то, что арабы называли алгеброй, какъ видно изъ этого искусства рѣшенія уравненій; древніе же итальянскіе авторы давали ей названіе Regula rei et census, т.-е. правила корней и квадратовъ; корень у нихъ назы-

*) Quelques-uns pensent, que l'algèbre prend son nom de Geber, philosophe chimiste et mathématicien célèbre, que les arabes appellent Giabert et que l'on croit avoir été l'inventeur de cette science. Encyclop. Méthodiqu. m. algèbre.

вался *res*, а квадратъ *sensus*. „Итальянцы“, говоритъ Кэджори, „имѣли обыкновеніе называть неизвѣстное—вещью—*cosa*. Въ Германіи это слово было принято еще во времена Іоганна Видмана (XV вѣка) какъ названіе алгебра *Regel algobre oder Cosse*“. Мы видимъ отсюда, что Магницкій принялъ общераспространенную въ его время гипотезу о происхожденіи алгебры и примкнулъ къ старо-итальянской точкѣ зрѣнія на эту науку *Regula rei et sensus*. Въ отдѣлѣ объ алгебраической нумераціи онъ говоритъ:

Нумерацію или счисленіе алгебраики есть числа алгебраическая или коссика именованіями и характерами объявленная, отъ единицы коею либо пропорціею примножаемая, и въ не оконченное приходящая, и тою равною пропорціею еюже приискренное единицы самую оную превосходитъ ихже разстояніе отъ единицы числа естественнымъ порядкомъ поступающая показываютъ.

Алгебраическая нумерація, или счисленіе, есть алгебраическія числа, или коссика, т.-е. обозначенныя буквами и знаками величины, начинающіяся отъ единицы и увеличивающіяся до безконечности въ опредѣленной пропорціи, именно въ той равной пропорціи, въ какой ближайшее къ единицѣ число превосходитъ ее самое, разстояніе чиселъ отъ единицы опредѣляется въ порядкѣ естественнаго поступательнаго ихъ увеличенія.

Согласно этому опредѣленію алгебраическихъ чиселъ, это есть послѣдовательныя степени, образующіяся одна изъ другой по особому закону; это не степенныя количества, а какъ бы одни показатели степеней съ особымъ наименованіемъ для каждой. Такъ, первая степень всегда обозначается буквой *R* и называется бокъ или радикалъ; вторая степень обозначается двояко: $\sqrt{\quad}$ или буквой *q* и называется квадратъ или зензусъ; третья степень *se*, или *S*, называется кубусъ или кубикъ; 4-ая имѣетъ тройное обозначеніе $\sqrt[4]{\quad}$ или *qq* или *bq* и называется биквадратъ, квадрато квадратъ или зензизензу; 5-ая степень имѣетъ новый знакъ β и называется солидусъ или сурдесолидусъ. Дальнѣйшія степени представляютъ комбинаціи этихъ знаковъ и комбинаціи наименованій; такъ, напр., 8-я степень обозначается *qqq* и называется триквадратъ или зензизензезензусъ. Послѣдняя степень, приведенная Магницкимъ, 25-ая обозначена $\beta\beta$ и не имѣетъ наименованія; наименованія указаны только для первыхъ 12-ти степеней. Далѣе слѣдуютъ поясненія: „О пропорціи же и къ другъ другу ихъ сравненіи зри первѣе яко радикалъ есть или бокъ, или число, изъ него же прочая числа

происходятъ“. „Зензусъ или квадратъ бываетъ, когда радикасъ черезъ самого себѣ умножается“ и т. д.

Эти поясненія чрезвычайно важны, ибо они пріоткрываютъ законъ умноженія степеней, что необходимо при особыхъ знакахъ для этихъ степеней. Такъ, напр.: „Бисурсолидъ (7-ая) бываетъ, когда сензикубусъ умножается черезъ радикасъ, или квадратъ черезъ сурсолидусъ (5-ая) или кубусъ черезъ квадрата квадратъ“.

Такова нумерація или счисленіе алгебраическихъ чиселъ; но за счисленіемъ авторъ помѣщаетъ „знаменованіе“. Эту страницу я приведу полностью:

„Знаменованіе алгебраики ничто же ино есть токмо литеры гласныя полагаемыя за количество непознаное числъ, или о немже взысканіе есть. Такожде и согласныя полагаемыя за количества данныхъ числъ, или познанныхъ. Яко же:

Непознаная: А . АА . ААА . АААА . ААААА.

Р . ꝛ . се ꝛꝛ . β и прочая.

Познаная же: b . bb . bbb . bbbb . bbbbbb.

или даная Р ꝛ . се ꝛꝛ β и прочая.

Тое же знаменованіе инымъ образомъ сице;

$A_1 . A_2 . A_3 . A_4 .$

Р ꝛ се ꝛꝛ и прочая.

Такожде и о согласныхъ

$b_1 . b_2 . b_3 . b_4 .$

Р ꝛ се ꝛꝛ и прочая.

Егда же нѣкоторыя числа полагаются прежде: тогда знаменуютъ количество, еже пріимателно есть за числа коссика сі есть алгебраика яко въ прикладѣ будетъ число.

$$\text{Непознаное } 4A_3 + 5A_2 \div 15A_1$$

Читается сице: 4 куба. болше 4 квадраты. менше 15 радикасъ.

Или число даное сіестъ познаное

$$\text{яко } 5D_5 \div 3D_2 + 12D_1$$

Читается 5 сурсолиди. менши 3 квадраты. болше 12 радикасы“.

Вотъ и все; больше объ этихъ заимствованіяхъ авторъ нигдѣ не говоритъ и ими не пользуется.

Если мы теперъ обратимся къ иностранной литературѣ, то въ сочиненіи Каджори указаны нѣкоторыя обозначенія.

Cardano. Cubus p rebus aequalis 20..... $x^3 + 6x^2 = 20$.

Regiomontanus. 16 census et 2000 aquales 680 rebus т.-е.

$$16x^2 + 2000 = 680x$$

Vieta $1C - 8Q + 16N$ aequ. 40 т.-е. $x^3 - 8x^2 + 16x = 40$
 A cubus $+ 1B$ plano 3 in A aequari Z solido 20 или $x^3 + 3bx = 2c$.

Сравнивая эти обозначенія съ тѣми, которыя даны Магницкимъ, мы видимъ, что его знаменованія всего ближе къ Виета. Сочиненія Виеты, мало доступныя при его жизни, были изданы въ Лейденѣ Францомъ Шутеномъ въ 1646 году подъ заглавіемъ „Opera Vietae“. Какъ извѣстно, этотъ гениальный французъ совершенно какъ бы перестроилъ алгебраическое ученіе; онъ различалъ двѣ алгебры: *logistica numerosa* и *logistica speciosa*. Подъ первой онъ подразумѣвалъ старую числовую алгебру, а подъ второй новую буквенную. Но его главныя работы относятся къ рѣшенію уравненій. Теперь, если мы припомнимъ это, то можно думать, что Магницкій былъ знакомъ съ сочиненіемъ „Opera Vietae“ и заимствовалъ отсюда свои „знаменованія“. Тогда понятны его „непознанная“ и „познанная“ числа и его обозначеніе первыхъ черезъ А, а вторыхъ черезъ В, согласно 2-ой строки Виета. Но тогда непонятно, почему онъ такъ мало говоритъ объ уравненіяхъ и почему не пользуется главнымъ принципомъ Виеты—приведеніемъ. Вообще нужно сказать, что алгебраическое ученіе Магницкаго требуетъ особаго изслѣдованія лица болѣе, чѣмъ я, знающаго исторію математики, и я увѣренъ, что это изслѣдованіе откроетъ новые горизонты на историческомъ ходѣ развитія алгебры.

Таковы числа алгебраическія. Итакъ, Магницкій подъ именемъ „аріеметики логистики“ представляетъ себѣ ученіе о новыхъ отвлеченныхъ количествахъ, которыя распадаются на два вида: числа алгебраическія и числа логистическія. Оба эти вида чиселъ объединяются въ своихъ свойствахъ и дѣйствіяхъ, которыя можно съ ними произвести. Магницкій не называетъ здѣсь „предѣленіями“, какъ это онъ дѣлалъ раньше, но „видами“, хотя въ заголовкѣ ставитъ „прецѣленія“; но подъ этимъ словомъ онъ здѣсь подразумѣваетъ цѣлый отдѣлъ. Такъ „предѣленіе первое“ содержитъ всѣ преобразованія алгебраическихъ количествъ какъ цѣлыхъ, такъ и дробныхъ. Предѣленіе второе говоритъ объ извлеченіи корней, а предѣленіе третіе о числахъ логистическихъ. Дѣйствія же онъ называетъ „видами“: „Алгебра же назвася.. и содержится седмю виды яже суть“: счисленіе, знаменованіе, сложеніе, вычитаніе, умноженіе, дѣленіе и правило тройное. Наименованіе „виды“ я склоненъ отнести не къ случайной обмолвкѣ автора, а къ умышленному стремленію отгнать новое ученіе отъ прежде бывшаго; это есть *logistica speciosa*, наука о символахъ, надъ которыми производятся не дѣйствія, а лишь преобразованія. Что касается до

самого термина „видъ“, то въ словарѣ Срезневскаго сказано, что это слово употреблялось въ грамматикѣ и означало грамматическій терминъ *). Тогда становится понятнымъ, что подобно тому, какъ въ дробяхъ, въ число „предѣленій“ необходимо было включить премѣненіе и сокращеніе, такъ здѣсь необходимо было сказать о знаменованіи, и мнѣ хочется думать, что авторъ лишь по недостатку времени не развилъ этого отдѣла и не далъ болѣе современной алгебры. Быть-можетъ, на устныхъ бесѣдахъ съ учениками онъ больше говорилъ объ алгебрѣ Виета, и на урокахъ они подходили ближе къ современному строю, чѣмъ это можно было напечатать въ 1703 году. Перейдемъ теперь къ алгебраическимъ дѣйствіямъ.

Сложеніе состоитъ изъ правила приведенія подобныхъ членовъ: „Сложеніе бываетъ другъ другу подобныхъ въ знакахъ“, говоритъ Магницкій, „во единъ перечень сведеніе“. Здѣсь слово „знакъ“ не есть + или —, а значить то, что выше Магницкій называетъ „характеръ“. Употребленіе одного и того же слова „знакъ“ въ двухъ разныхъ смыслахъ много мѣшаетъ пониманію текста. При передачѣ я буду ставить въ скобкахъ слово характеръ тамъ, гдѣ слово знакъ означаетъ степенное количество. Показавши правило соединенія подобныхъ членовъ съ одинаковыми знаками, авторъ даетъ примѣръ сложенія многочленовъ, а потомъ переходитъ къ случаю, когда характеры разные, и говоритъ: „Егда же случится таковыя перечни слагати, которыя не суть единыхъ и тѣхъ же знаковъ (характеровъ), но инъ иного есть превосходительный, якоже 5 се съ 9q+5R, и тогда превосходительный въ должнемъ его мѣстѣ поставляется на преди сице: 5 се+9q+5R“ „Егда случится тебѣ слагати перечни не одинакихъ знаковъ, сирѣчь съ знаками + болше и - ÷ — менше; твори сице“: Здѣсь авторъ беретъ такой примѣръ

$$5q+ 7R \div - 6$$

$$9q \div - 12R + 7$$

$$8q+ 7R \div - 12.$$

$\frac{23q+ 12R \div - 11}{\div - 11}$ и говоритъ: „Аще сложиши два знака ÷ — 6 и 12 (тоже съ минусомъ) будетъ 18, изъ нихже должно есть вычести знакъ + сіестъ 7, и будетъ изъ трехъ въ сложеніи 11“. Здѣсь въ примѣрѣ написано совершенно правильно ÷ — 11, и очевидно, что авторъ не оговорилъ этого точно по то-

*) Словарь Срезневскаго. Слово видъ грам. терминъ: Послѣдующа же именовъ суть пять: роди, виды, начертанія, числа, паденія (Калайд. 169). Видъ же именъ дѣлится въ сія: въ первобытно и дѣйствено, и повѣстно и рододатно (т. ж. 169).

ропчивости изложенія, потому что далѣе онъ излагаетъ второй случай сложения $+7R+7R\dot{-}12$ сопровождаая изложеніе указаніемъ знаковъ.

Вычитаніе „также поставляется якоже и сложеніе, и вычитается по обычной ариѳметики, соблюдаемымъ знакомъ“. Въ приведенныхъ примѣрахъ показывается, что значить „сблюдаемымъ знакомъ“, но въ самомъ важномъ изъ нихъ содержатся опечатки настолько важныя, что по нему трудно судить о самомъ правилѣ. Даны слѣдующіе многочлены

$$\begin{array}{r} \text{Изъ } 9 \text{ се } + 5q \dot{-} 15R \dot{-} 6 \\ \text{вычти } 6 \text{ се } \dot{-} 9q + 6R + 8. \\ \hline \text{остается } 3 \text{ се } + 4q \dot{-} 21R \dot{-} 2. \end{array}$$

Результатъ не вѣренъ. Поясненіе, приложенное къ нему, не даетъ возможности исправить ошибки. Здѣсь сказано: „8 изъ 6 не можно есть вычитати, убо вычитай 6 изъ 8 и останется 2“. Согласно этому поясненію можно думать, что въ уменьшаемомъ должно стоять не -6 , а $+6$; но это можно замѣтить, лишь зная правило вычитанія. Далѣе: „у числь же $15R$ и у $6R$ суть различныя знаки $-$ (очевидно $-$) и $+$, и тогда долженствуетъ вычитаніе творити вмѣсто еже вычитати, 15 съ 6 сложити, и будетъ $\dot{-} 21R$ “. Здѣсь обращаетъ на себя вниманіе фраза: „вычитаніе творити вмѣсто еже вычитати“. Я склоненъ думать, что эта фраза представляетъ собой какъ бы заключеніе очень сложной логической мысли, которая сопровождала изложеніе автора, и если бы онъ имѣлъ болѣе времени и писалъ бы не такъ спѣшно, то при всей лаконичности своего языка онъ необходимо развилъ бы эту мысль, пояснивъ ее подходящими примѣрами. Здѣсь онъ бросилъ ее, какъ обрывокъ логическаго процесса, и этотъ обрывокъ, какъ нарочно, попалъ среди неправильныхъ дѣйствій, потому что дальше идетъ опять невѣрное дѣйствіе „А $9q$ изъ $5q$ не возможно вычести, и тогда вычитай 5 изъ 9 , и останется $4q$.“ Теперь, если придерживаться текста задачи, то при правилѣ: „вычитаніе творити вмѣсто еже вычитати“, мы должны получить $+ 14q$; если допустить, что вычитаемомъ ошибочно дано $- 9q$, тогда какъ надо $+ 9q$, тогда результатъ будетъ $- 4q$, а написано $+ 4q$. Очевидно, что здѣсь какая-то путаница, которая могла бы заставить насъ заподозрить автора въ незнавіи правила вычитанія многочленовъ; но всѣ дальнѣйшіе примѣры сдѣланы совершенно вѣрно, но даны безъ всякихъ поясненій.

Умноженіе. При умноженіи алгебраическихъ количествъ Магницкій рассматриваетъ двѣ операціи: умноженіе знаковъ и умно-

женіе степеней. Онъ говоритъ: „Егда умножаеши число умножаемое черезъ умножающее по общей наукѣ, и ты разумѣй первѣе, яко аще умножаеши знакъ $+$ болше черезъ $+$ болше или умножаеши знакъ $-$ менше черезъ $-$ менше, и тогда бываетъ знакъ $+$. Аще же умножаеши знакъ $+$ черезъ знакъ $-$ или $-$ черезъ $+$, и тогда бываетъ всегда знакъ $-$. Второе егда знакъ (характеръ) умножень черезъ таковой же знакъ (характеръ), и тогда бываетъ знакъ таковой, яковый обрящеши въ таблицѣ числъ алгебраическихъ: на прикладъ: когда умножается R черезъ R и тогда бываетъ q, и аще умножается q черезъ R, бываетъ се.“

Далѣ слѣдуютъ 8 примѣровъ возрастающей трудности на умноженіе многочленовъ, при чемъ подобные члены подписываются одни подъ другими и дѣлается ихъ приведеніе, какъ это дѣлается и въ современныхъ учебникахъ.

Дѣленіе. Приведа правило знаковъ и правило дѣленія степеней, Магницкій замѣчаетъ: „Яко же во умноженіи знаки (характеры) примножаются, такъ въ настоящихъ правилахъ дѣленія знаки умалются, якоже ниже явленное будетъ въ прикладѣхъ“. Далѣ въ 8 примѣрахъ нарастающей трудности данъ способъ дѣленія многочлена на многочленъ, при чемъ дѣлитель подписывается надъ дѣлимимъ, а частное пишется сбоку. Вотъ, напр., примѣръ 7

$$\begin{array}{r}
 \text{дѣлимое} \quad 20qq + 1ce \quad \div \quad 4q + 17k \quad \div \quad 6 \quad \left\{ \begin{array}{l} 5q + 4k + 3 \\ 4q \div 3k + 2 \\ 4q \div 3k + 2 \\ 4q \div 3k + 2 \end{array} \right. \\
 \text{дѣлитель} \quad 4q \div 3k \quad + \quad 2 \\
 \quad \quad \quad 4q \div 3k + 2 \\
 \quad \quad \quad 4q \div 3k + 2.
 \end{array}$$

Дроби. Послѣ разсмотрѣнія дѣйствій надъ цѣлыми многочленами Магницкій переходитъ къ дробямъ, при чемъ дроби разсматриваются имъ съ той же точки зрѣнія, какъ и въ ариметикѣ, но число основныхъ принциповъ здѣсь только 5.

1. Нумераціо бо есть, егда числа въ частехъ сущая обычно значатся, и именованіемъ нарицаются, якоже егда поставляется въ доляхъ 8 числъ 9-ти радикавовъ, яко $\frac{8}{9R}$.

2. Или 5 цѣлыхъ и три осмины квадратныхъ, яко $\frac{3}{58q}$.

• 3. Или три пятинны радикавовыхъ яко $\frac{3}{5R}$.

Эти три пункта относятся къ одночленнымъ дробямъ. Къ сожалѣнію, здѣсь или небрежность составителя или недосмотръ кор-

рекуры. Алгебраическіе символы во 2-мъ и 3-мъ пунктѣ неправильно помѣщены. Очевидно, по смыслу фразы слѣдовало написать $5 \frac{3}{8} q$ и $\frac{3}{5} R$; послѣднюю дробь можно было написать и такъ $\frac{3R}{8}$.

Такія неточности встрѣчаются и дальше въ изложеніи, дѣлая иногда выводъ совершенно непонятнымъ.

4. Или четыре квадратныхъ кубиковъ болше 5-ти радикасы, а менше 10-ги числа, въ доляхъ 4 квадратныхъ болше 5-ги, яко $\frac{4qce+5R-10}{4q+5}$.

5. Нотаціо или знаменованіе есть въ доляхъ якоже и въ цѣлыхъ, но токмо значать сугубое якоже числитель и знаменатель двократныя $\frac{5}{8} qq$ или знаменатель токмо, яко $\frac{100}{3q}$ и проч.

Въ этомъ сокращенномъ обзорѣ новыхъ математическихъ символовъ — алгебраическихъ дробей, авторъ пытался установить и ихъ „нумерацію“ и ихъ „знаменованіе“, совершенно такъ же, какъ онъ устанавливалъ выше то же самое для алгебраическихъ многочленовъ. Такая настойчивость въ разграниченіи этихъ терминовъ заставляетъ насъ сдѣлать попытку въ ея уясненіи. Оба термина въ своей раздѣльности появляются только въ алгебраическомъ курсѣ; когда авторъ говоритъ о числахъ, то онъ говоритъ только о счисленіи или нумераціи. „Нумераціо есть счисленіе, говоритъ онъ въ отдѣлѣ цѣлыхъ чиселъ, еже совершенно вся числа рѣчию именовати, яже въ десяти знаменованіяхъ или изображеніяхъ содержатся“. Здѣсь содержатся оба слова, но смыслъ ихъ совершенно ясенъ: „нумераціо“ есть выговариваніе чиселъ, а „знаменованіе“ — изображеніе чиселъ. Въ отдѣлѣ дробей онъ говоритъ: „Счисленіе въ доляхъ, якоже и въ цѣлыхъ, но со инымъ именованіемъ частнымъ“; это значитъ, что нумераціа въ доляхъ то же самое, что и нумераціа въ числахъ цѣлыхъ, т.-е. выговариваніе долей, къ чему подходитъ и добавленіе „но со инымъ именованіемъ“. Въ отдѣлѣ алгебры онъ вводитъ уже два понятія: „нумераціо“ и „знаменованіе“. Здѣсь, какъ мы видѣли, онъ даетъ новое опредѣленіе первому понятію, очевидно, отрываясь отъ вопроса о числахъ, вводя читателя въ совершенно новый кругъ идей; „нумераціо“ въ алгебрѣ есть величины, обозначенныя буквами и знаками (характерами). Это не есть уже выговариваніе, но обозначеніе; это символы, выражающіе понятіе. „Знаменованіе“ же есть какъ будто способъ отличить искомыя и данныя числа. Но это отличіе въ дальнѣйшемъ пропадаетъ, нигдѣ имъ авторъ не пользуется и ввелъ его, какъ я уже говорилъ, лишь для полноты изложенія. Теперь въ дробяхъ

онъ также различаетъ оба эти понятія, но различіе ихъ настолько туманно, что неволью кажется, какъ будто и самъ авторъ не могъ ихъ разгравичить.

Въ с. д. „нумераціо есть, егда числа въ частехъ суцая обычно значатся и именованіемъ нарицаются“; это напоминаетъ курсъ дробей въ числахъ, здѣсь какъ будто авторъ припомнилъ свое опредѣленіе дроби и повторилъ его; поясненіе не даетъ ничего новаго: „якоже егда поставляется въ доляхъ 8 число 9-ти радикасовъ“. При этомъ поясненіи даже неясно есть ли эта дробь $\frac{8R}{9}$ или $\frac{8}{9R}$; но само поясненіе опять какъ бы повторяетъ мысль числовой дроби: „сирѣчь едина половина $\frac{1}{2}$ или двѣ трети $\frac{2}{3}$ “.

Переходя къ знаменованію, онъ говоритъ: „нотаціо или знаменованіе въ доляхъ якоже и въ цѣлыхъ“, какихъ цѣлыхъ? чиселъ или многочленовъ? Слово „нотаціо“ французское „notation“ представляетъ собой наименованіе возможности изображать числа знаками caractères*). Но мнѣ кажется, что это мѣсто нельзя отнести къ числамъ, а если отнесемъ его къ многочленамъ, то получимъ, что авторъ имѣетъ въ виду разграниченіе извѣстныхъ и искомыхъ; и это какъ будто подтверждаетъ дальнѣйшая фраза: „но токмо значать сугубое якоже числитель и знаменатель“. Если бы здѣсь была поставлена точка, то я бы сказалъ, что въ алгебраическихъ дробяхъ Магницкій различаетъ два случая: когда неизвѣстное стоитъ въ числительѣ и когда оно стоитъ въ знаменательѣ; но своимъ примѣромъ онъ не даетъ этой возможности, ибо говоритъ: „двократное $\frac{5}{8}qq$ или знаменатель токмо $\frac{100}{3q}$ и прочая“. Введеніе здѣсь не буквъ Вьета, а старыхъ характеристикъ не даетъ возможности обобщить „знаменованіе“ дробей со знаменованіемъ цѣлыхъ алгебраическихъ многочленовъ.

Мнѣ кажется, что причиной такой неясности изложенія есть спѣшность работы. Отдѣлъ о дробяхъ Магницкій писалъ въ періодъ печатанія книги и физически не могъ отнестись къ нему съ должнымъ вниманіемъ. Эта спѣшность сквозить и дальше въ дѣйствіяхъ надъ дробями.

Такъ, въ примѣрахъ на сложеніе онъ пишетъ $\frac{2}{3R} + \frac{3}{4R} = \frac{5}{12}R$; но въ то же время $\frac{3}{4R} + \frac{2}{3R} = \frac{9q+8}{12R}$; здѣсь очевидно, что въ пер-

*) Notation—l'art de marquer les nombres par les caractères qui leur sont propres et de les distinguer par leurs figures. Enc. meth.

вомъ случаѣ онъ имѣлъ въ виду сумму $\frac{2}{3}R + \frac{3}{4}R$; а во второмъ $\frac{3R}{4} + \frac{2}{3R}$.

Двучленные дроби онъ приводитъ къ одному знаменателю и ведетъ всѣ вычисленія правильно какъ въ сложении, такъ и въ вычитаніи. При этомъ онъ даетъ наипростѣйшаго знаменателя и дѣлаетъ сокращенія, не указывая этихъ подробностей вычисленія. Вотъ любопытный примѣръ, который я передамъ по современному. Дано $\frac{15q+11R+8}{9q+3} - \frac{2}{3R+1}$. Приводя къ одному знаменателю, онъ замѣчаетъ, первый знаменатель дѣлится на второй, а потому умножаетъ числителя второй дроби только на 3. Тогда послѣ вычитанія получаемъ $\frac{15q+11R+2}{9R+3}$; но числитель полученной дроби дѣлится на $3R+1$ и онъ ее сокращаетъ и даетъ результатъ въ видѣ $\frac{5R+2}{3}$.

Что касается до умноженія, то вышеуказанные недочеты въ обозначеніи одночленныхъ дробей здѣсь пропадаютъ. Авторъ даетъ 4 слѣдующихъ примѣра: $\frac{2}{3}R$ на $\frac{3}{4}$ будетъ $\frac{1}{2}R$; $\frac{3}{4R}$ на $\frac{2}{3R}$ будетъ $\frac{1}{2q}$; $\frac{3R}{4}$ на $\frac{4}{5R}$ даетъ $\frac{3}{5}$; $\frac{5}{6}q$ на $\frac{6}{7}R$ будетъ $\frac{5}{7}q$. Какъ видитъ читатель, здѣсь все поставлено какъ слѣдуетъ. Потомъ идетъ умноженіе многочленныхъ дробей. Дѣленіе дробей разсматривается какъ дѣйствіе, обратное умноженію, и производится умноженіемъ на обращеннаго дѣлителя. Для поясненія производства дѣйствія приложены 12 примѣровъ, которые идутъ по возрастающей трудности. Подобно тому, какъ и въ умноженіи, сначала дается дѣленіе одночленной дроби на цѣлое число, потомъ на числовую дробь, потомъ дѣленіе одночленныхъ дробей и т. д., пока не доходитъ до сложнаго дѣленія многочленныхъ дробей. Въ этихъ послѣднихъ примѣрахъ наблюдается сокращеніе. Вотъ, на примѣръ, 10-ый примѣръ, какъ онъ данъ авторомъ:

„Аще раздѣлиши $\frac{6q \div 5R \div 4}{12q + 1R \div 6}$ чрезъ $\frac{2R+1}{3R \div 2}$ придетъ $\frac{3R \div 4}{4R + 3}$;

яко: $\frac{2R+1}{3R \div 2}$ дѣли $\frac{6q \div 5R \div 4}{12q + 9R}$ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{3R \div 4}{4R + 3} \text{ толико пришло} \\ \frac{1R \div 6}{1R \div 6} \text{ изъ раздѣленія.} \end{array} \right.$

$$\begin{array}{r}
2R + 1 \\
3R \div 4 \\
\hline
6q + 3R \\
\div 8R \div 4 \\
\hline
6q \div 5R \div 4
\end{array}
\quad \Bigg| \quad
\begin{array}{r}
6q \div 5R \div 4 \\
12q + 1R \div 6
\end{array}
\text{ толик}
\quad
\begin{array}{r}
3R \div 2 \\
4R + 3 \\
\hline
12q \div 8R \\
\div 9R \div 6 \\
\hline
12q + 1R \div 6 \\
\text{и } 3R \div 4 \\
\hline
4R + 3
\end{array}$$

Если мы всмотримся въ этотъ примѣръ, то увидимъ, что онъ сдѣланъ обратнымъ дѣйствіемъ: авторъ зналъ частное и, указавъ его, произвелъ повѣрку черезъ умноженіе частнаго на дѣлителя. Откровенно говоря, и я не знаю, какъ въ этихъ символахъ можно угадать, что $6q \div 5R \div 4 = (2R + 1)(3R \div 4)$. Всего вѣроятнѣе, такой результатъ былъ полученъ черезъ непосредственное дѣленіе, если только весь примѣръ и его результатъ не былъ взятъ изъ какого-либо иностраннаго руководства. Здѣсь слѣдуетъ обратить вниманіе, что въ числитель и знаменатель дроби находятся квадратные многочлены, которые могли быть даны гдѣ-нибудь подъ видомъ квадратныхъ уравненій, тогда авторъ могъ ихъ взять какъ распадающіеся на линейныхъ множителей. Въ дальнѣйшихъ примѣрахъ 11 и 12 нѣтъ уже этого случая: примѣръ 11 даетъ частное двухъ многочленовъ съ числовыми дробными коэффициентами, а послѣдній 12-й примѣръ рѣшенъ какъ произведеніе числителя дѣлимаго на знаменателя дѣлителя и также найденъ и знаменатель частнаго.

Но если такъ трудны были случаи дѣленія многочленныхъ дробей, то въ остальныхъ примѣрахъ читатель свободно могъ разобратся и, идя отъ болѣе простыхъ къ болѣе сложнымъ преобразованіямъ, онъ безъ большого труда могъ ознакомиться съ дѣленіемъ дроби на дроби.

Въ заключеніи „предѣленія перваго“ стоитъ „о правилѣ тройномъ“, но это правило здѣсь не рассматривается, а только указывается на то, что оно будетъ ясно изъ дальнѣйшаго: „за еже чину тройнаго правила достоить въ прикладѣхъ явлену быти, ихже разсуждая уразумѣши и правила“.

Такимъ образомъ, мы рассмотрѣли два „предѣленія“: предѣленіе 3-е—о шестидесятичной системѣ счисленія, и предѣленіе 1-ое—о числахъ алгебраическихъ; намъ остается рассмотреть еще предѣленіе 2-ое—объ извлеченіи корней.

3. Извлечение корней.

Отдѣлъ объ извлеченіи корней составляетъ „предѣленіе второе“ второй книги арифметики. Это предѣленіе авторъ начинаетъ со слѣдующаго заявленія: „Послѣдовательно есть въ семь мѣстѣ показати, како въ различныхъ радикасахъ извлеченіе бываетъ, и прежде всего достоинъ еще и не всю сію таблицу на памяти имѣти, или часто смотрѣти“. Эта таблица есть таблица послѣдовательныхъ степеней первыхъ 9-ти чиселъ до 12-ой степени. Въ этомъ началѣ методически интересна та подробность, что авторъ считаетъ возможнымъ знать эту таблицу на память. Правда, что онъ дѣлаетъ уступку, что можно знать ее не всю, даже можно ей пользоваться при вычисленіи—„часто смотрѣти“. Это мѣсто даетъ возможность сдѣлать предположеніе, что предѣлъ памяти самого автора не могъ осилить всей таблицы, но въ практикѣ московской жизни быть можетъ встрѣчались лица, могущія запомнить всю таблицу.

За таблицей степеней слѣдуетъ: „потомъ другую сію таблицу подобааетъ всю на памяти имѣти, и въ коемъждо радикасѣ своя его числа во умноженіи употреблять“. Эта таблица есть таблица биноміальныхъ коэффициентовъ послѣдовательныхъ степеней двучлена отъ 2-ой до 10-ой степени.

За этими таблицами идетъ слѣдующее: „О извлеченіи радикаса квадратнаго, здѣ оставляемъ, зане въ первыя книги пятой части довольно объ немъ объявлено. Такжеже и кубичнаго радикаса о извлеченіи пространно тамо речено есть двѣма образы, здѣ же хошу кратко предложить о извлеченіи двократнаго (4-ой степени) радикаса, и сурсолида (5-ой степени), и квадратокубичнаго и проч.“.

Что касается до самаго вычисленія числоваго значенія корня, то оно производится авторомъ по формулѣ, которую г. Бобынинъ приводитъ въ слѣдующемъ видѣ:

$$[(a+b+\dots)+1]^m = (a+b+\dots)^m + m(a+b+\dots)^{m-1} + \frac{m(m-1)}{1.2} (a+b+\dots)^{m-2} 1^2 + \dots *$$

но я бы написалъ ее нѣсколько иначе, а именно

$$[a+(b+c+\dots)]^m = a^m + ma^{m-1}(a+b+\dots) + \dots,$$

такъ какъ у автора нахожденіе перваго числоваго знака корня играетъ очень важную роль. У него разсмотрѣны способы извлеченія корней 4-ой, 5-ой, 6-ой, 7-ой и 8-ой степени, при чемъ всѣ они взяты для одного и того же числа 246. Такое однообразіе

*) Бобынинъ. 1889 г. № 2, стр. 118.

можесть имѣть методическій характеръ, потому что разбираться въ вычисленіи вообще довольно трудно; при степеняхъ же одного и того же числа эта работа облегчается, и читатель, производя вычисленія съ карандашомъ въ рукахъ, будетъ глубже вникать въ свойства числовыхъ биномовъ, если эти биномы относятся къ одному и тому же числу. Можно, конечно, предположить и то, что самъ авторъ нѣсколько затруднялся въ этихъ сложныхъ вычисленіяхъ и для облегченія ихъ взялъ степени одного и того же числа. Оба предположенія совершенно равноправны, но мнѣ кажется, что первые изъ нихъ гораздо вѣроятнѣе. Что касается до самыхъ вычисленій, то у Магницкаго разсмотрѣно болѣе подробно только извлеченіе корня 4-ой степени. Здѣсь онъ говоритъ: „Аще хоцещи или случится, когда извлекаши радикасъ биквадратный изъ перечня 3662186256 и ты положи точки якоже и въ кубичномъ извлеченіи, съ перваго характера черезъ три надъ пятый характеръ якоже 3662186256 и смотри въ вышеписанной таблицѣ биквадратныхъ числъ приближныхъ сего перечня, первымъ числамъ 36, и обрящещи 16, ихже вычти изъ 36, и останется 20, а тѣхъ же 16-ти радикасъ есть 2. Его же положи за чертою, и умножай его квадратно, и кубично, и радикасовое число, что за чертою множи, черезъ 4q, еже въ памятной таблицѣ, всѣхъ радикасовъ обрѣтено есть биквадрату свойственное, и будетъ 8“.

Здѣсь я позволю себѣ пояснить мысль автора современной формулой

$$[a+(b+c)]^4 = a^4 + 4a^3(b+c) + 6a^2(b+c)^2 + 4a(b+c)^3 + (b+c)^4.$$

Онъ нашель, что $a=2$; чтобы найти $b+c$, онъ долженъ возвести a въ третью степень и умножить на 4; но въ его первомъ остаткѣ 206218 будетъ только $4a^3b$, при чемъ $4a^3$ оканчивается тремя нулями, а слѣдов., произведеніе $4a^3$ или 32 будетъ содержаться лишь въ 206. Теперь онъ дальше говоритъ: „Квадратное же изъ радикаса 2, что за чертою произведенное 4, множе черезъ 6q памятныхъ же таблицы и будетъ 24. А потомъ кубичное число, что за чертою отъ 2 родилось 8 умножи черезъ третіе число памятныхъ же таблицы, еже есть черезъ 4се, и будетъ 32, и вся та числа постави въ рядъ подъ перечень уступая по характеру въ правой рукѣ, якоже явлено есть“. Если мы теперь развернемъ нашу формулу и отберемъ члены, содержащіе a , то получимъ

$$[a+(b+c)]^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + \dots$$

Это вычисленіе онъ поясняетъ слѣдующей таблицей, данной при записи извлеченія.

Числа памятных таблицы чрезъ	Радиксъ, что за чертой
4R 2 8	
6q 4 24	
4се 8 32	

Очевидно, что эта таблица есть приведенные три члена разложения, но записанные символически. Далѣе, опредѣливъ указаннымъ способомъ вторую цифру корня 4, онъ вычисляетъ:

другое число	4—32	произведенія	128
множи	16— 24	будутъ	384
	64— 8		512
Сюда прибавляется	4 ³	_____	256

и складывается, получимъ 171776, что и вычитается изъ остатка 206218. Точно такъ же находится и послѣдняя цифра корня, для вычисленія которой уже надо взять формулу

$$[(a+b)+c]^4 = (a+b)^4 + 4(a+b)^3c + 6(a+b)^2c^2 + 4(a+b)c^3 + c^4.$$

Само вычисленіе онъ располагаетъ такъ:

$$\begin{array}{r} 3 \\ 204442 \\ 3862186256 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 3 \\ 204442 \\ 3862186256 \end{array}} \right\} 246.$$

Другое число	4—32
множи	16— 24
	64— 8
<hr/>	
будетъ	128
	384
	512
— qq —	256
<hr/>	
	171776

Третье число	6—55296
множи	36— 3456
	216— 96
<hr/>	
будетъ	331776
	124416
	20736
— qq —	1296
<hr/>	
	344426256

Числа памятных таблицы чрезъ	Радиксъ, что за чертой.
4R 2 8	дѣлитель
6q 4 24	
4се 8 32	

А о другомъ дѣлитель твори также ихже стави подъ перечень и дѣли

4k 24 96
6q 576 3456
4се 13824 55296

другой дѣлитель.

Разсмотрѣвъ извлеченіе корня, Магницкій добавляетъ: „Таковымъ же образомъ бываетъ извлеченіе радикасовъ, аще и во мно-

жайшихъ пропорціяхъ, и сего ради судихомъ краткости виною прочая оставити, въ нихже хотящій да тщатся усерднѣйше. А въ доляхъ аще случится остатися нѣколикимъ числамъ, и къ нимъ де прилагаются цифровъ толико, елико есть дѣлимый радикасъ, якоже въ квадратномъ прилагается два цифра въ десятихъ частехъ. Въ кубичномъ три цифры, а въ двакратномъ четыре цифра, въ десятихъ же частехъ: а въ прочихъ радикасахъ такожде еликъ будетъ радикасъ, толико и цифровъ прилагается въ десятихъ частехъ, въ сотныхъ же всегда вдвое, а въ тысячныхъ въ трое и прочая“.

Часть вторая.

О геометрических черезъ арифметику дѣйствующихъ.

Вторая часть алгебраической ариеметики состоитъ изъ двухъ „предѣлений“, изъ которыхъ первое посвящено опредѣленію площадей плоскихъ фигуръ, а второе рѣшеніе уравненій, приложенію ихъ къ геометріи и вычисленію тригонометрическихъ функцій.

Что касается до геометрическихъ приложеній, то въ общемъ курсѣ ариеметики мы встрѣчаемся съ ними второй разъ. Объ этомъ авторъ говоритъ такъ: „Въ первомъ предѣленіи хожемъ нѣкая геометрическая дѣйства черезъ различный чинъ ариеметики въ примѣрахъ показати. А паче планометріи и солидометріи свойственная, сіестъ плоскости линиями опредѣленныя, или единого яко въ колеси, или тремя, яко въ треуголіяхъ, или четырма яко въ квадратѣхъ, и прочая; или въ корпусахъ яко въ сферахъ, въ конусахъ, въ цилиндрахъ и въ пирамидахъ, аще нѣкая сицевая и положена суть первыя книги въ пятой части: но здѣ потребнѣе ради ариеметического различного чина, имже вся дѣйствовати мощно предлагаемъ въ образъ“.

Я уже говорилъ ранѣе, что сочиненіе Магницкаго я рассматриваю какъ самоучитель по математикѣ, и выдержками изъ предисловія пытался доказать, что и самъ авторъ смотрѣлъ именно такъ на свой курсъ: „аще бо кто и безъ учителя творится въ ней обучителя“; „и мно азъ яко то иматъ быть, что самъ себѣ всякъ можетъ учить“. Но если это такъ, то въ расположеніи курса мы должны имѣть нѣкоторый методическій порядокъ, какъ бы такое расположеніе матеріала, при которомъ психологически онъ усваивается наилучшимъ образомъ. Если мы именно эту точку зрѣнія приложимъ къ рассматриваемому отдѣлу, то должны сказать, что раздробленіе геометрическихъ задачъ въ два центра имѣетъ огромное методическое значеніе, которое еще болѣе усиливается,

если мы обратимъ вниманіе на внѣшность изложенія. Въ пятой части первой книги даны рисунки башенъ съ приставленными къ нимъ лѣсницами, расположеніе полковъ, колодцы, кучи песку или ядеръ, шатры, бочки и т. п.; здѣсь даны чертежи геометрическихъ фигуръ. Тамъ опредѣляются стороны прямоугольнаго треугольника при помощи только вычисленія квадратнаго корня; здѣсь въ основѣ лежитъ рѣшеніе квадратныхъ уравненій; тамъ были площади простѣйшихъ фигуръ, здѣсь площади фигуръ болѣе сложныхъ. Методическая мысль автора становится вполне ясной: ему нужно ввести читателя въ кругъ геометрическихъ вопросовъ, которые онъ считаетъ не только болѣе трудными, но и болѣе отвлеченными, и вотъ для этого онъ сначала какъ бы намѣчаетъ ихъ, возбуждаетъ въ читателѣ рядъ вопросовъ, а потомъ вновь возвращается къ этому и излагаетъ рѣшеніе этихъ вопросовъ. Мнѣ кажется, что при разборѣ всего отдѣла необходимо установить именно эту точку зрѣнія, тогда становятся понятными всѣ своеобразности въ изложеніи. Изложеніе начинается вновь съ опредѣленія площади квадрата по его сторонамъ; но здѣсь уже дается чертежъ квадрата и сразу рѣшаются двѣ задачи: опредѣленіе площади по сторонамъ квадрата и стороны по площади. Затѣмъ авторъ переходитъ къ опредѣленію площади треугольника и говоритъ такъ: „Такожде егда случится въ треуголіи даннымъ бокомъ познати суперфицію, и бываетъ единъ данный бокъ черезъ другой данный умноженъ, и произведеніе раздѣлено черезъ 2, и иже по раздѣленіи явится, толико будетъ и суперфиція коегождо тѣхъ треуголій“. Далѣе дается чертежъ трехъ треугольниковъ: прямоугольнаго, остроугольнаго и тупоугольнаго, въ каждомъ изъ нихъ приведена высота и вычислена площадь. При этомъ надо отмѣтить, что всѣ треугольники имѣютъ одно и то же основаніе 9,4 и одинаковую высоту 4,6; но записаны эти числа довольно странно: въ первомъ написано основаніе 94 и высота 4.6; въ двухъ остальныхъ: основаніе 9:4 и высота 4:6; въ рѣшеніи произведеніе 9,4 на 4,6 записано въ видѣ 43.24, а по раздѣленіи на 2 записано 21:62.

Такая запись показываетъ, что здѣсь взяты не цѣлыя числа 94 и 46, а цѣлое съ дробью 9,4 и 4,8., произведеніе которыхъ даетъ 43, 24. Очевидно, что здѣсь впервые Магницкій вводитъ десятичныя дроби, но какъ ихъ обозначить, онъ затрудняется и ставитъ между цѣлымъ числомъ и дробью то точку, то двоеточіе. Здѣсь любопытно отмѣтить, что въ англійскихъ логарифмическихъ таблицахъ ставилась точка, въ Германіи была принята запятая. Но такое обозначеніе не было всеобщимъ и еще въ 1742 году въ „Compendium elementorum matheseos universae“ Христианъ

Вольфа*) десятичные дроби обозначались $5^{\circ}6'0''0'''$; это значило 5,600. Быть-можетъ, здѣсь интересно болѣе подробно остановиться на томъ, какъ Вольфъ выражаетъ длины. Онъ говоритъ, что для измѣренія длинъ берется шесть (Decempeda), который дѣлится на 10 равныхъ частей (pedes), каждая часть подраздѣляется въ свою очередь на 10 равныхъ частей (digitus), потомъ идетъ дѣленіе дальше (lineas). Окружность, говоритъ онъ далѣе, дѣлится на 360 частей; эта часть называется градусомъ; градусы дѣлятся на минуты, минуты на секунды и т. д. Потомъ говоритъ: „Градусъ обозначается ($^{\circ}$), что соотвѣтствуетъ Decempedae, минута ($'$) соотвѣтствуетъ pedes (футы). Напримѣръ, $3^{\circ}25'17''$ означаетъ 3 градуса, 25 минутъ, 17 секундъ; въ то же время $3^{\circ}2'4''$ означаетъ 3 Decempedas, 2 Pedes, 4 digitos. При измѣреніи площадей онъ говоритъ, что каждая изъ этихъ мѣръ будетъ содержать уже не 10 единицъ, а 100; поэтому число 119025 digiti нужно читать 11 decempedas 90 pedes 25 digitos.

Площадь прямоугольника онъ вычисляетъ такъ: $3^{\circ}45''$ одна сторона и $1^{\circ}2'3''$ другая. Тогда площадь будетъ по его вычисленію

$$\begin{array}{r} 3^{\circ}45'' \\ 1\ 2\ 3 \\ \hline 10\ 3\ 5 \\ 69\ 0 \\ 345 \\ \hline 4^{\circ}24'\ 35'' \end{array}$$

Если мы теперь сравнимъ изложеніе Вольфа и Магницкаго, то найдемъ у нихъ много общаго. Оба они начинаютъ измѣреніе площадей съ площади квадрата, потомъ переходятъ къ прямоугольнику, параллелограмму и т. д.; оба не даютъ доказательствъ своихъ вычисленій, а лишь показываютъ, какъ площадь найти въ числахъ. Но есть, конечно, и существенная разница: у Вольфа геометрія совершенно отдѣлена отъ ариѳметики и содержитъ нѣкоторыя тео-

*) У меня подъ руками женеваское изданіе, полное заглавіе котораго: „Compendium elementorum matheseos universae in usum studiosae juventutis adornatum a Christiano Wolffio“. Lausanne et Genève Sump. t. b. Mari-Michaelis Bousquet et sociorum MDCC XLII. Хр. Вольфъ (1679—1754) по времени жизни какъ бы совпадалъ съ Магницкимъ, и можно было бы думать, что послѣдній могъ заимствовать у него. Однако, первое сочиненіе Вольфа *Medicina mentis* появилось лишь въ 1703, когда ариѳметика уже была напечатана. Тѣмъ не менѣе можно найти много точекъ соприкосновенія у того и другого автора, особенно въ геометріи. Это интересно въ томъ отношеніи, что, очевидно, общій характеръ изложенія былъ одинъ и тотъ же. Между прочимъ, Вольфъ дѣлаетъ дѣленіе цѣлыхъ чиселъ совершенно такъ, какъ это принято у Магницкаго.

ремы и ихъ доказательства, чего у Магницкаго нѣтъ. Но приведенное вычисленіе Вольфа показываетъ, какъ трудно было въ XVIII вѣкѣ догадаться, какъ обозначать десятичную дробь. Вольфъ здѣсь, я бы сказалъ, хуже Магницкаго: у него не исчезли еще слѣды бывшей шестидесятичной системы въ обозначеніи; но любопытно то, что объясненіе десятичныхъ дробей совершенно почти одинаково у Магницкаго и Вольфа.

Такимъ образомъ, когда нашъ авторъ колеблется, какъ ему отдѣлить десятичную дробь отъ цѣлой части, и ставитъ то точку, то двоеточіе, то онъ все-таки идетъ далеко впереди своего вѣка, когда западные авторы сохраняли здѣсь еще старое обозначеніе шестидесятичной системы.

Что касается до формулировки самой теоремы о вычисленіи площади треугольника, то г. Бобынинъ обвиняетъ Магницкаго въ неточности, принимая слово „бокъ“ въ значеніи сторона треугольника.

Однако, такое пониманіе, быть-можетъ, не совсѣмъ правильно. Вотъ что сказано въ словарѣ Даля: „Бокъ—сторона предмета; у каждой вещи есть верхъ и низъ, остальные внѣшнія плоскости называются боками“.

Далѣе въ изложеніи смысла этого слова онъ приводитъ его геометрич. значеніе: „всякая прямая линія, составляющая часть очертанія плоскости: бокъ треугольника“. Теперь если мы примемъ во вниманіе слѣдующее: съ одной стороны, у насъ еще нѣтъ совершенно изслѣдованій по математическому языку; термины и слова, встрѣчающіеся хотя бы у Магницкаго, потому такъ и неясны, что мы совершенно не знаемъ, какъ наши предки выражали свои математическія понятія, и что они подразумѣвали подъ тѣмъ или инымъ словомъ; съ другой стороны, мы уже имѣли примѣры того, что ариометика часто однимъ и тѣмъ же словомъ выражаетъ совершенно разныя понятія. Вотъ почему, мнѣ кажется, и здѣсь слѣдуетъ принять, что подъ словомъ „бокъ“ авторъ подразумѣваетъ какъ основаніе треугольника, т.-е. его сторону, такъ и высоту треугольника, а не его боковую сторону. Опять повторяю, что я далеко не склоненъ считать, что въ сочиненіи Магницкаго установлена опредѣленная математическая терминологія, но все-таки думаю, что авторъ выбиралъ для своего изложенія наиболѣе подходящія слова, которыя въ послѣдствіи измѣнили свое значеніе. Такъ, можетъ-быть, „бокъ“ въ треугольникѣ означалъ его высоту. Но я готовъ согласиться и съ тѣмъ, что здѣсь у автора ариометики описка, какъ это часто случается въ его курсѣ. На это соображеніе наводитъ дальнѣйшая теорема о площади параллелограмма,

который онъ называетъ ромбомъ. Онъ говоритъ: „Также и о ромбоидѣхъ именуемыхъ, ниже сего положенныхъ, есть въ прикладахъ наблюдательно, яко аще дается который бокъ, и его перпендикуляръ, ихже между собою умноживъ обрящещи арею, или суперфицию коегождо ромбоида“. Теперь и неясно, что же новыя фигуры дають и новые элементы для опредѣленія площади, или просто въ треугольникѣ автору не пришло въ голову слово перпендикуляръ? А это очень и очень можетъ быть, потому что, говоря дальше о площади правильного пятиугольника, которая опредѣляется какъ 5 площадей треугольниковъ, онъ говоритъ: „и тогда творится по обычаю вышеписаннаго второго приклада (т.-е. площади треугольника) якоже здѣ данъ бокъ и перпендикуляръ“. Что же теперь: бокъ и перпендикуляръ одно и то же, или въ первомъ прикладѣ не подвернулось нужное слово?

Не менѣе любопытно и слѣдующее: какъ мы видѣли, параллелограммы авторъ называетъ ромбоидами, далѣе онъ говоритъ о трапеціи и называетъ ее параллелограммомъ, а неправильный 4-угольникъ—трапеціей. Площадь трапеціи опредѣляетъ какъ полусумму параллельныхъ сторонъ на высоту, но слова „высота“ не употребляетъ, а просто указываетъ по чертежу ея числовое значеніе. Площадь неправильнаго четырехугольника опредѣляется какъ сумма площадей двухъ треугольниковъ. Въ заключеніе онъ даетъ площадь треугольника по тремъ сторонамъ и вычисляетъ ее по формулѣ $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. Затѣмъ переходитъ къ опредѣленію площади круга, принимая $\pi = \frac{22}{7}$; онъ называетъ это Архи-

медовой пропорціей: „Въ колесѣхъ же пропорція Архимедова діаметра ко окруженію яко 7 (1, ко 22 (1, якоже въ первой книгѣ въ пятой части явлено есть“. Здѣсь обращаетъ на себя вниманіе точность опредѣленія и еще слѣдующее: что значать (1; такіе знаки въ текстѣ у него начинаются съ опредѣленія площади трапеціи, а въ вычисленіи—съ вычисленія площади „ромбоида“, при чемъ площадь отмѣчается (2; но иногда этотъ порядокъ нарушается: въ послѣднемъ примѣрѣ „ромбоида“ основаніе и высота отмѣчены (2 и (2, а площадь (4; въ пятиугольникѣ основаніе и высота треугольника отмѣчены (3 и (3, а окончательная площадь (6; въ вычисленіи площади треугольника по тремъ сторонамъ она отмѣчена (4. Въ настоящее время я не могу разрѣшить этотъ вопросъ, а потому указываю на него.

Отъ площадей прямолинейныхъ фигуръ онъ переходитъ къ площади круга и говоритъ: „егда бо умножиши циркумференцію или окруженіе черезъ діаметръ, и произведеніе раздѣлиши че-

резъ 4, и по раздѣленіи придетъ суперфиція“. По - нашему будетъ $\frac{2\pi R \cdot 2R}{4}$, т.-е. πR^2 .

Приведа вычисленіе площади круга и окружности при радиусѣ, равномъ 7. Магницкій замѣчаетъ: „или якоже пропорціи есть діаметръ къ циркуфераціи яко 7 къ 22, тако той же діаметръ къ суперфиціи яко 7 къ 77“. Г. Бобынинъ говоритъ, что послѣднее выраженіе ошибочно, но я не думаю этого: вѣдь если $\frac{2R}{2\pi R} = \frac{7}{22}$, то

$\frac{2R}{\pi R^2}$ при $R=7$ будетъ $\frac{2}{\pi R}$, или $\frac{22}{7 \cdot 7}$, или $\frac{2 \cdot 7}{22 \cdot 7}$, или $\frac{7}{77}$, что

вполнѣ совпадаетъ съ его данными: діаметръ 14, окружность 44, а площадь круга 154.

Прежде, чѣмъ разсматривать дальнѣйшія задачи, я отмѣчу еще здѣсь слѣдующія наименованія: субтенза есть хорда; семидіаметръ есть радиусъ; оба эти наименованія были въ общемъ употребленіи въ началѣ XVIII-го вѣка, такъ, они встрѣчаются въ геометріи Вольфа.

Задача 11 начинается съ замѣчанія, что хорда, равная радиусу, есть сторона правильнаго вписаннаго шестиугольника. Отмѣтивъ это, авторъ спрашиваетъ: „И вѣдателно есть колико суперфиція будетъ оныя шестероугольныя фігуры, въ томъ колеси описанныя, такожде и суперфиція оныя малыя частицы субтензого вс одѣленыя“. Послѣдній вопросъ онъ рѣшаетъ такъ: изъ площади круга вычитаетъ площадь шестероугольника и разность дѣлитъ на 6. Площадь же шестероугольника вычисляетъ, опредѣляя площадь треугольника по тремъ сторонамъ: „всѣхъ боковъ количество сложи будетъ 21, его же половина будетъ въ доляхъ $\frac{21}{2}$ изъ того

вычти кійждо бокъ и останется $\frac{7}{2}$, умножи кубично придетъ 343 *) и сіе паки множи черезъ $\frac{21}{2}$ и придетъ въ доляхъ $\frac{7203}{16}$.

Еже паки подобаеть множити черезъ 6 количество угловъ и придетъ въ доляхъ 259308 *) и сія извлѣцай квадратно будетъ $127 \frac{1}{4}$

суперфиція шестероугольныя фігуры“. Кромѣ отмѣченныхъ въ выноскѣ пропущенныхъ знаменателей, г. Бобынинъ указываетъ еще ошибку, что множитель 6 неправильно введенъ подъ корень. Однако, это недоразумѣніе, которое слѣдуетъ изъ текста, но самое вычис-

*) Здѣсь, очевидно, описка: пропущенъ знаменатель 8.

леніє сдѣлано правильно, именно: подкоренное количество $\frac{7203}{16}$

умножено на 36, и потомъ изъ произведенія извлечень корень.

Опредѣливъ площадь сегмента, вырѣзаемаго стороной правильного шестеругольника, авторъ переходитъ къ опредѣленію площади всякаго иного сегмента, если извѣстна его дуга; эту площадь онъ опредѣляетъ какъ произведеніе длины дуги на $\frac{1}{2}$ -радіуса. Далѣе онъ отмѣчаетъ: „пропорція якоже 14 къ 11, тако квадратъ діаметра къ суперficiи. Или якоже 88 къ 7 тако квадратъ циркумфераціи къ суперficiи колесе“.

Если же эти замѣчанія переведемъ на современный языкъ, то первое изъ нихъ даетъ $4r^2 : \pi r^2$ или, принимая $\pi = \frac{22}{7}$, получимъ $4 : \frac{22}{7} = 14 : 11$. Второе $4\pi^2 r^2 : \pi r^2 = 4\pi : 1$; подставляя π , получимъ $\frac{88}{7} : 1 = 88 : 7$.

Отдѣлъ о площади круга оканчивается замѣчаніемъ, что отношеніе площадей двухъ круговъ равно отношенію квадратовъ ихъ діаметровъ или равно квадрату отношенія діаметровъ.

Въ заключеніе предѣленія перваго авторъ даетъ вычисленіе размѣровъ земного шара, „косвенноугольнаго ромба“, цилиндра и конуса.

Вопросъ о размѣрахъ земного шара онъ считаетъ очень важнымъ и все вычисленіе заканчиваетъ такой таблицей.

	Миля града Бононіи.	Миля древнія римскія.
1 градусъ колесе великого	$64\frac{363}{1000}$	$81\frac{526}{1000}$
Діаметръ	$7379\frac{197}{1000}$	$9346\frac{986}{1000}$
Циркумференція или окруженіе	$23170\frac{680}{1000}$	$29349\frac{540}{1000}$
Поверхность всяя сферы	квадратныхъ 170981012	274329770
Солида или корпуленція, или толстота всяя сферы земли	миль кубичныхъ 210266749180	427359036916

Г. Бобынинъ въ своемъ изслѣдованіи, кратко приводя содержаніе этого отдѣла, замѣчаетъ: „Изъ статей разсматриваемаго „предѣленія“ совершенной новостью въ русской математической литературѣ своего времени были, можетъ-быть, опредѣленія площадей параллелограммовъ, правильныхъ многоульниковъ, сегментовъ круга, поверхности и объема земного шара, поверхностей и объемовъ пирамиды и конуса. Все остальное можно встрѣтить частію въ землемѣрныхъ рукописяхъ, частію въ сборникахъ математическаго содержанія XVII столѣтія. Какъ и нововведенія, сдѣланныя Магницкимъ, по отношенію къ нѣкоторымъ изъ этихъ знаковыхъ уже русскимъ статей, слѣдуетъ указать на употребленіе совершенно точныхъ пріемовъ, недоставившихъ древнимъ рукописямъ, иногда также и на ихъ сравнительное разнообразіе“. Вполнѣ довѣряя уважаемому изслѣдователю русской математической старины, я все же думаю, что онъ, быть-можетъ, слишкомъ умаляетъ математическія свѣдѣнія нашихъ предковъ. Если Магницкій шелъ уровень съ общимъ математическимъ образованіемъ Запада, а иногда и впереди его, то, быть-можетъ, и его предшественники не были столь отсталыми въ своихъ математическихъ знаніяхъ.

Рѣшеніе квадратныхъ уравненій.

Изложеніе рѣшенія квадратныхъ уравненій составляетъ „предѣленіе второе“ второй части ариметики логистики; оно озаглавлено такъ: „различныя дѣйствія черезъ различный чинъ ариметики“. Это заглавіе показываетъ, что авторъ имѣлъ въ виду не какое-либо новое ученіе о рѣшеніи уравненій, выведенное на основаніи свойствъ равенства, а лишь тѣ же ариметическія дѣйствія, приложенныя къ особому роду вычисленій. Чтобы яснѣе представить себѣ ходъ мысли автора при этомъ изложеніи, слѣдуетъ припомнить то, что можно найти изъ исторіи этого вопроса. Квадратныя уравненія умѣлъ рѣшать Діофантъ, но онъ всегда даетъ лишь одинъ изъ двухъ корней, даже въ томъ случаѣ, когда оба они положительны. Отрицательныхъ и ирраціональных рѣшеній онъ также не признаетъ. Затѣмъ Геронъ Александрійскій даетъ рѣшеніе уравненія $ax^2 + bx = c$, которое на современномъ языкѣ можно выразить формулой $x = \sqrt{ac + \left(\frac{b}{2}\right)^2} - \frac{b}{2}$. Хотя Магницкій при-

водитъ свое рѣшеніе именно къ этой формулѣ, однако, трудно думать, что онъ зналъ сочиненія этихъ математиковъ. Правда, со-

чиненія Диофонта были извѣстны арабамъ и отъ нихъ перешли въ Испанію, а изъ Испаніи, какъ думаютъ нѣкоторые изслѣдователи. въ Англію; но на континентѣ они были мало извѣстны.

Точно такъ же во времена Магницкаго были совершенно неизвѣстны въ Европѣ сочиненія индусовъ, у которыхъ теорія квадратнаго уравненія была разработана почти съ исчерпывающей полнотой. Гораздо вѣроятнѣе становится знакомство Магницкаго съ сочиненіемъ Кардана „*Ar's Magna sive de regulis Algebrae*“, а также возможно, что онъ зналъ и сочиненія Вьета, о которомъ я говорилъ выше. Поэтому очень интересно указать, какъ эти математики смотрѣли на отрицательные отвѣты. Карданъ въ своихъ сочиненіяхъ хотя и обращаетъ вниманіе на отрицательные корни, но называетъ ихъ фиктивными (положительные корни онъ называетъ дѣйствительными). Что касается до Вьета, то при рѣшеніи уравненій онъ постоянно прилагалъ принципъ приведенія; онъ приводитъ полныя квадратныя уравненія къ неполнымъ при помощи соотвѣтственно выбранной подстановки и въ этомъ вполнѣ расходится съ изложеніемъ Магницкаго, но онъ отвергаетъ всѣ корни, кромѣ положительныхъ, и здѣсь изложеніе Магницкаго съ нимъ совпадаетъ, при томъ такъ, что въ случаѣ положительныхъ корней сумма ихъ равна коэффициенту при x , что замѣчено Вьетомъ и на что указываетъ Магницкій.

Только положительные корни признаетъ и нѣмецкій коссистъ Рудольфъ, а его послѣдователь Стифель говоритъ, что отрицательныя числа есть „меньше чѣмъ ничто“ и называетъ ихъ „нелѣпыми числами“. Кэджори, у котораго я заимствую всѣ эти свѣдѣнія, говоритъ въ заключеніе: „Въ сущности только со середины XIX в. ученіе объ отрицательныхъ числахъ стало правильно объясняться въ школьныхъ руководствахъ по алгебрѣ. До XVII-го же столѣтія большинство великихъ европейскихъ алгебраистовъ не поднялись еще до высоты взглядовъ, встрѣчаемыхъ нами у индусовъ *).

Переходя теперь къ изложенію Магницкаго, мы встрѣчаемъ у него страницу изъ исторіи этого вопроса. Очевидно, что онъ не зналъ общей алгебраической формулы рѣшенія кв. уравненія, да это и трудно было ему сдѣлать, пользуясь символическимъ обозначеніемъ степеней неизвѣстнаго. Въ силу этого онъ рассматриваетъ три вида кв. уравненій, и для cadaго изъ нихъ даетъ особое рѣшеніе. Первый изъ нихъ будетъ $q + R = 0$; этотъ видъ соотвѣтствуетъ нашему $ax^2 + bx = c$; знакъ o вѣроятно есть буква o и обозначаетъ извѣстный членъ, который онъ называетъ „праздное

*) Кэджори, стр. 249.

число“. Второй видъ онъ выражаетъ формулой $q=R+o$, что соотвѣтствуетъ по-нашему $ax^2=bx+c$; здѣсь членъ bx долженъ перейти въ первую часть со знакомъ минусъ, и этотъ минусъ измѣняетъ форму рѣшенія, почему и выдѣленъ авторомъ въ особый видъ или, какъ авторъ называетъ, „особое правило“. Третій видъ уравненій онъ выражаетъ формулой $q+o=R$, т. е. $ax^2+c=bx$; это „правило“ отличается отъ перваго знакомъ при bx , а отъ втораго—знакомъ при c . Всѣ эти разновидности становятся понятны, если мы допустимъ, что авторъ не вводитъ отрицательныхъ членовъ, а потому и рѣшеніе каждаго вида будетъ содержать „особое правило“.

Однако, слѣдуетъ отмѣтить, что, разъясняя такъ вопросъ о рѣшеніи кв. уравненій, Магницкій знаетъ способъ перенесенія членовъ изъ одной части въ другую, вслѣдствіе чего каждый видъ кв. уравненія въ свою очередь подраздѣляется на 3 вида, объединенныхъ въ одномъ правилѣ рѣшенія, а именно:

- 1) $q+R=0$; $q=0 \div R$ и $o=q+R$ *).
- 2) $q=R+o$; $q \div o=R$; $R+o=q$.
- 3) $q+o=R$; $q=R \div o$; $R \div o=q$.

Въ этихъ подраздѣленіяхъ интересно отмѣтить, что авторъ считаетъ различными два вида $q+R=0$ и $o=q+R$. Какъ часто мы удивляемся, что ученики, получивъ равенство $6=x$, затрудняются сказать, что $x=6$. Изъ примѣра Магницкаго ясно, что въ этой перестановкѣ нѣтъ той простоты и очевидности, какую мы требуемъ отъ учениковъ, и что было время, когда и опытные мыслители не считали такую перестановку частей равенства очевидной.

Разсмотримъ теперь рѣшенія уравненій. Магницкій говоритъ относительно перваго вида: „Творится же сіе правило сице: первое, множи число праздное черезъ квадратъ: второе, множи половину радикаса само на ся: третіе, оны два произведенія сложи во едино: четвертое, изъ сложенія онаго извлецы радикасъ квадратъ: пятое, отъ радикаса квадрата вычти половину числа радикаса, и остатокъ раздѣли черезъ число квадрата и имѣти будещи простое число радикаса си есть 1 q “ **). Теперь, если мы въ этомъ правилѣ замѣнимъ слово „квадратъ“ коэффициентомъ при x^2 , а слово „радикасъ“—коэффициентъ при x , то получимъ формулу

*) Здѣсь въ текстѣ, очевидно, опечатка: второе подраздѣленіе дано въ видѣ $q=0+R$, которое не соотвѣтствуетъ „правилу“ рѣшенія.

**) Знаки преринанія поставлены по подлиннику. Очевидно, что : надо замѣнить ;

$$x = \frac{\sqrt{ac + \left(\frac{b}{2}\right)^2} - \frac{b}{2}}{a} \text{ которая точно соответствует формулѣ}$$

Герона Александрийскаго. Въ приведенномъ „прикладѣ“ взято уравненіе $q + 20R = 800$. Рѣшеніе этого уравненія близко подхо-

дитъ къ формулѣ $x = \sqrt{q + \frac{p^2}{4}} - \frac{p}{2}$; но очевидно, что это— недоразумѣніе, въ которое впалъ г. Бобынинъ, говоря, что приведенная формулировка Магницкаго неясна. Она, по-моему, совершенно ясна, тѣмъ болѣе, что, приводя самое уравненіе $q + R = 0$, Магницкій говоритъ: „первое егда едино есть, или многая $q +$ единымъ или многими радикасы равняются числу“. Здѣсь слово „многая“, поставленное при q , ясно показываетъ, что онъ имѣлъ въ виду общій случай, когда въ уравненіи не только R , но q имѣетъ коэффиціентъ.

При рѣшеніи второго вида онъ ссылается на первый и говоритъ: „и творится якоже и въ первомъ правилѣ, токмо послѣднее $\frac{1}{2}$ половина радикаса, не вычитается, но прилагается“. Оба примѣра, приведенные здѣсь, содержатъ коэффиціентъ при R нечетный, а потому подъ корнемъ приходится приводить къ одному знаменателю. Приведу рѣшеніе перваго примѣра. Взято уравненіе $q = R + 12$.

$$\begin{aligned} &\text{Полчисла } R \frac{1}{2} - \frac{4}{48} \\ &\text{множи черезъ } \frac{1}{2} \\ &\text{будеть } \frac{1}{4} - \frac{1}{49} \left\{ 7 \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{8} \text{ приложи } \frac{1}{2} R \\ &8 \text{ будетъ въ половинахъ} \\ &2 \text{ дѣли и будетъ} \\ &4 \text{ искомое число.} \end{aligned}$$

Что касается до третьяго вида уравненій, то Магницкій говоритъ: „Обретенное же число сего правила выходитъ сугубо, сиесть меньше и болше, а творится сице: возми произведеніе еже изъ умноженія само на ся половины радикаса, и не прилагай числу праздному якоже въ предварившихъ, вычитай отъ того и изъ остатка извлекай квадратно, и той радикасъ квадратъ аще приложиши къ половинѣ радикаса числа, тогда будетъ болшее число радикаса искомое, аще же вычитается отъ половины радикаса числа,

тогда будетъ меншее число радикаса“. Къ этому правилу приложено два примѣра: $q+75=20 R$ и $q+108=24 R$. Въ отвѣтъ въ обоихъ примѣрахъ дано два рѣшенія, въ первомъ 5 и 15, а во второмъ 6 и 36. Въ послѣднемъ примѣрѣ рѣшенія сложены и указано, что сумма ихъ равна коэффициенту при R .

Разсмотрѣнне послѣдняго случая, когда оба корня кв. уравненія всегда будутъ дѣйствительны и положительны, ясно показываетъ, что Магницкій зналъ два знака корня, зналъ, что кв. уравненіе вслѣдствіе этого имѣетъ два рѣшенія, и что ихъ сумма всегда равна коэффициенту при x ; но онъ не признавалъ ни отрицательныхъ, ни ирраціональныхъ, ни мнимыхъ рѣшеній, а потому и даетъ въ первыхъ „правилахъ“ только одно рѣшеніе.

Все это вмѣстѣ съ тѣмъ, что я говорилъ выше по вопросу о „знаменованіи“, сильно сближаетъ сочиненіе Магницкаго съ работами Вьета, и мнѣ кажется, что будущему изслѣдователю необходимо обратить вниманіе на сравненіе сочиненій этихъ авторовъ. Повторяю, что я думаю, какъ будто Магницкій является идейнымъ послѣдователемъ Вьета, у котораго онъ взялъ все то, что казалось ему совпадающимъ съ его міровоззрѣніемъ на число, но изложилъ это, какъ всю вторую книгу, очень сжато, можетъ-быть, по недостатку времени, а можетъ-быть, и потому, что многіе алгебраическіе вопросы казались ему очень неясными.

Разсмотрѣвъ рѣшеніе кв. уравненій, онъ даетъ „приклады“, въ которыхъ разсматриваются рѣшенія 6 задачъ. Первые двѣ задачи приводятся къ уравненію первой степени и рѣшаются обычнымъ способомъ; 3-я задача даетъ два примѣра на рѣшеніе кубическаго уравненія вида $ax^3=b$; $\frac{1}{8}$ се $\therefore 2000=6000$; 4-я и 5-я приводятся къ рѣшенію полныхъ квадратныхъ уравненій, и послѣдняя 6-я—рѣшеніе уравненія биквадратнаго; это рѣшеніе можно

выразить формулой $x = \sqrt{\frac{b \pm \sqrt{b^2 + ac}}{a}}$

Все изложеніе оканчивается слѣдующимъ замѣчаніемъ: „Доселѣ о простыхъ линіяхъ полагахомъ правило елико убо ради обрѣтенія линіи, множае же ради алгебраическаго чина, иже на количествахъ простыхъ линій явленъ да будетъ. Нынѣ же хоцемъ чрезъ той же чинъ алгебраики о нѣкоихъ обще линіяхъ, изъ нихъ же фигуры составляются, показати: паче же о правыхъ въ колеси елико мощно, купно же и правила, чрезъ нихъ же и таблицы синусовъ тангенсовъ и секансовъ сотворены суть, усерднѣйше покажемъ: и первое о треуголѣк“.

Чтобы понять это замѣчаніе, слѣдуетъ отмѣтить, что всѣ задачи на рѣшеніе уравненій авторъ выводитъ изъ разсмотрѣнія частей линіи. Такъ, напримѣръ, вотъ предпоследняя задача: „лінія раздѣлена на 4 части, составляющія геометрическую прогрессию, знаменатель которой равенъ 4. Если изъ произведенія первой и четвертой вычесть сумму второй и третьей, то въ остаткѣ получимъ 1500“. Эта связь линій съ уравненіями, очевидно, не случайная: она входитъ по мысли автора въ сущность вопроса объ уравненіяхъ или, говоря иначе: вся статья о рѣшеніи уравненій имѣетъ смыслъ и значеніе только въ приложеніи къ длинѣ линій. Но во всѣхъ вышеприведенныхъ задачахъ эта длина носитъ случайный характеръ, теперь авторъ переходитъ къ такимъ длинамъ, величина которыхъ опредѣляется геометрической формой фигуры, а это ему нужно для опредѣленія числовыхъ величинъ тригонометрическихъ функцій. Новый подотдѣлъ онъ озаглавливаетъ: „О различныхъ линіяхъ и фигурахъ сущихъ“ и разсматриваетъ здѣсь слѣдующія 13 задачъ.

1. Опредѣлить величину катетовъ равнобедреннаго прямоугольнаго треугольника, если его гипотенуза равна 7. Рѣшеніе этой задачи приводитъ къ формулѣ: катетъ равенъ $\sqrt{\frac{a^2}{2}}$; чтобы вычислить эту формулу, онъ уничтожаетъ ирраціональность знаменателя и получаетъ $\sqrt{\frac{2a^2}{2}}$; числителя вычисляетъ съ точностью до 0,1 и получаетъ отвѣтъ $4\frac{19}{20}$, гдѣ двадцатая доли получились отъ умноженія 0,1 на 2.

2. Въ прямоугольникѣ дано: квадратъ діагонали 505 и произведеніе сторонъ 228, опредѣлить его стороны. Рѣшеніе этой задачи довольно любопытно. Оно приводится къ двумъ уравненіямъ: $x^2 + y^2 = 505$ и $xy = 228$. Чтобы рѣшить ихъ, авторъ дѣлитъ первое на 4, а второе на 2; потомъ складываетъ ихъ и вычитаетъ, тогда по извлеченіи квадратнаго корня мы получимъ $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = \sqrt{\frac{505}{4} + 114}$ и $\frac{x}{2} - \frac{y}{2} = \sqrt{\frac{505}{4} - 114}$. Сумма этихъ корней дастъ x , а разность y . Такой методъ рѣшенія этой задачи показываетъ, что во всякомъ случаѣ Магницкій хорошо понималъ какъ квадратъ суммы и разности двухъ количествъ, такъ и свойства равенства.

Въ 3-й задачѣ есть, вѣроятно, описка: „Дана ареа вѣкаго

треуголія равноугольного (?) и разнство дву боковъ правый уголъ обьемлющихъ, познати вся три бока треуголія онаго его же арея 384 и разнство боковъ есть 8". Рѣшеніе задачи приводитъ къ уравненію $\frac{q+8R}{2} = 384$.

4. Даны сумма гипотенузы и катета прямоугольнаго треугольника 392 и другой катетъ 28, опредѣлить его стороны. Рѣшеніе задачи приводится къ уравненію $x^2 - 784 = (392 - x)^2$. Получивъ это уравненіе, которое онъ пишетъ такъ: $q - 784 = 153664 - 784R + q$, Магницкій упрощаетъ его, отбрасывая q , и рѣшаетъ какъ уравненіе первой степени.

5. По даннымъ тремъ сторонамъ прямоугольнаго треугольника (28, 27 и 17) опредѣлить отрѣзки гипотенузы, образованные опущеннымъ на нее изъ вершины прямого угла перпендикуляромъ. При рѣшеніи этой задачи указано два метода, изъ которыхъ первый по формулѣ $\frac{b^2}{c} = \frac{1}{2} \left[c - \frac{(a+b)(a-b)}{c} \right]$ приложенъ къ данной задачѣ, а другой по той же формулѣ, но въ упрощенномъ видѣ $\frac{b^2}{c} = \frac{c^2 - a^2 + b^2}{2c}$ къ треугольнику со сторонами 16, 15 и 9.

Перейдемъ теперь къ задачѣ 8, которая изложена г. Бобынинымъ слѣдующимъ образомъ: „Восьмая задача представляетъ единственный въ „Ариметикѣ“ Магницкаго примѣръ задачи, занимающейся простѣйшими видами многоугольныхъ чиселъ, именно треугольными и квадратными. Она состоитъ въ слѣдующемъ: „Аще будетъ число нѣкоего треуголія равно числу фигуры квадратныя, и радикасъ треуголія 3-мя единицами множае, нежели радикасъ квадрата. И вѣдательно есть, колицы будутъ оныхъ радикасы, и колики числа; придетъ радикасъ Δ 9, а квадрата радикасъ 6, число обоихъ есть 36“. Обозначимъ черезъ R радикасъ квадрата, а слѣдовательно, по условіямъ задачи, черезъ $R+3$ радикасъ треугольника и, найдя треугольное число по извѣстной формулѣ $\frac{n(n+1)}{2}$, авторъ составляетъ по данному въ задачѣ равенству треугольнаго и квадратнаго чиселъ уравненіе $\frac{1}{2} q + 2\frac{1}{2} R + 3 = 1 q$, гдѣ q есть R^2 “.

Послѣдняя 9-ая задача на треугольники формулирована Магницкимъ такъ: „Аще дано будетъ косвенное сичевое треуголіе ABC и вся его страны AB 45, AC 12 и CB 39 и вѣдательно есть о прочихъ послѣдовательныхъ дву линіяхъ правый уголъ соста-

вляющихъ сиесть CD и BD , колико каяждо ихъ таковыхъ же частей имать, придетъ CD 15, а другая BD 36“.

Послѣднія три задачи этого отдѣла занимаютъ вычисленіемъ линій въ окружности. Изъ нихъ первая вычисляетъ перпендикуляръ, опущенный изъ точки окружности на діаметръ по отрѣзкамъ діаметра, а также и величину хордъ, проведенныхъ изъ этой точки къ концамъ діаметра. Вторая задача состоитъ изъ трехъ частей. Въ первой вычисляется длина хорды по отрѣзкамъ перпендикулярнаго къ ней діаметра; въ двухъ другихъ одинъ изъ отрѣзковъ діаметра, по даннымъ: перпендикуляру, на него опущенному, и другому отрѣзку.

Послѣдняя 12-ая задача состоитъ въ вычисленіи дуги сектора по его площади и радіусу. Рѣшеніе этой задачи изложено такъ: „данную арею (площадь) дѣли черезъ данный семидіаметръ (радіусъ) и что выйдетъ множи черезъ 2 получиши искомое“.

Статья о геометрическихъ приложеніяхъ оканчивается такимъ заключеніемъ: „Такожде и о прочихъ подвязаніяхъ (хордахъ) въ колеси мощно есть домышлятися черезъ различныя правила, а егда шестая часть колеси подвязуется, и та подвязующая или субтенза не разнствуетъ въ количествѣ съ семидіаметромъ, но тожде количество имать. Якоже въ настоящей фигурѣ (которая приложена) яже всему зижденію синусовъ тангенсовъ и секансовъ есть за фундаментъ, семидіаметръ бо бываетъ субтенза 60 градусовъ, а поль его есть синусъ 30 градусовъ изъ сихъ хочу объявити прочая вся синусы черезъ послѣдующія проблематы“. Далѣе идетъ изложеніе тригонометріи.

Тригонометрическія вычисления.

Въ отдѣлѣ тригонометріи Магницкій размариваетъ тѣ теоремы, которыя даютъ возможность вычислять тригонометрическія функціи различныхъ угловъ. Изложеніе Магницкаго совершенно иное, чѣмъ современное, а именно, онъ пользуется болѣе хордами, чѣмъ тригонометрическими линіями, а потому я считаю необходимымъ дать предварительно въ очень краткомъ видѣ историческій очеркъ развитія тригонометріи.

Первыя основанія тригонометріи, по словамъ Θεона Александрійскаго, были положены Гиппархомъ изъ Ниневіи, который вычислилъ таблицу хордъ. Эти свѣдѣнія необходимы были древнимъ грекамъ для астрономическихъ вычисленій, а потому, естественно, такія вычисления, которыя сдѣлалъ Гиппархъ, не могли забыться,

но развивались и дополнялись послѣдующими математиками. Мы знаемъ только крупныя работы въ этой области, но само знаніе несомнѣнно развивалось, мало-по-малу пополняясь и углубляясь. Такъ, Клавдій Птоломей въ своемъ сочиненіи „Альмагестъ“ вычислилъ таблицу хордъ по методу, который, повидимому, принадлежалъ ему самому. Доказавъ такъ называемую птоломееву теорему о свойствѣ сторонъ вписаннаго въ кругъ четырехугольника, онъ показываетъ, какъ найти по хордамъ двухъ дугъ ихъ суммы и разности и по хордѣ какой-нибудь дуги ея половину. При этомъ вмѣсто нашего синуса онъ разсматриваетъ хорду двойной дуги. Такъ, въ его таблицѣ хорда $21'.21''.12'''$ соотвѣтствуетъ дугѣ $20^\circ 30'$. Хорда взята по шестидесятеричной системѣ, такъ какъ Птоломей, дѣля окружность на 360° , дѣлилъ діаметръ на 120 дѣленій, поэтому его радіусъ имѣлъ 60 дѣленій и хорда $21'.21''.12'''$, по нашему, будетъ $\frac{21}{60} + \frac{21}{60^2} + \frac{12}{60^3}$; если мы ее вычислимъ въ десятичныхъ доляхъ, то она приблизительно будетъ 0,35588, половина ея 0,17794 есть $\sin 10^\circ 15'$. Несмотря на то, что сочиненія Птолемея имѣютъ глубокую древность, но они долго оказывали свое вліяніе на европейскую математику, вотъ почему весьма важно отмѣтить нѣкоторую аналогію указаннаго способа вычисленій Птолемея и въ сочиненіи Магницкаго. Отъ грековъ мы перейдемъ къ индусамъ, которые точно такъ же дѣлили кругъ на 360° или 21600 минутъ. Принимая $\pi=3,1416$, мы изъ формулы $2\pi r=21600$ получимъ радіусъ 3438. Въ этомъ дѣленіи круга нужно указать, что Птоломей дѣлилъ діаметръ на 60-я части независимо отъ мѣры окружности, тогда какъ въ индусскомъ дѣленіи мѣра кривой и прямой одна и та же; но въ то же время они пользовались не полной хордой, а ея половиной. Въ силу этого, если мы примемъ синусъ прямого угла $\sinus\ Totus$ за радіусъ, т.-е. положимъ, что онъ равенъ 3438, то хорда дуги въ 60° будетъ также равна радіусу, т.-е. 3438, тогда синусъ угла въ 30° будетъ половина радіуса, т.-е. будетъ равенъ 1719. Замѣчая же, что $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$, мы можемъ вычислить $\sin 45^\circ$ по формулѣ $\sqrt{\frac{r^2}{2}}$, онъ будетъ 2431; а $\sin 60^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3r^2} = 2978$.

Изъ формулы $\sin vers 2a = 2 \sin^2 a$, получимъ возможность вычислять синусы половинныхъ угловъ. Такимъ образомъ были составлены таблицы въ интервалѣ $3^\circ 45'$. Такъ говоритъ Кэджори. Русскій переводчикъ добавитъ къ этому такое примѣчаніе: „Въ Сиддханта-Сиромани Бхаскара указываетъ на другой способъ вычисленія таблицы синусовъ для всѣхъ дугъ черезъ каждый гра-

дусъ. Онъ исходитъ изъ равенства $\sin 1^\circ = 60$ и пользуется вы-
раженіемъ для синуса суммы и разности въ такой формѣ:

$$\sin (a \pm b) = \frac{\sin a \cdot \cos b \pm \cos a \sin b}{r} \text{ и получаетъ равенство}$$

$$\sin (a \pm 1^\circ) = \left(\sin a - \frac{\sin a}{6569} \right) \pm \frac{10 \cos a}{573}.$$

Кэджори говоритъ далѣе, что калифъ Альмансуръ приобрѣлъ индусскую таблицу синусовъ въ 779 г., по всей вѣроятности заимствованную изъ Сиддханты Брахмагупты. Арабы называли эту таблицу Синдхинтъ, и она пользо-
вались у нихъ большимъ авторитетомъ *).

„Возрожденіемъ тригонометріи въ Германіи, говоритъ Кэджори, мы обязаны Иоганну Мюллеру, называемому обыкновенно Региомонтаномъ (1436—1476). Онъ учился у знаменитаго Георга Пурбаха, начавшаго переводить Альмагестъ; переводъ этотъ былъ законченъ Региомонтаномъ, который перевелъ также Аполлонія, Архимеда и Герона. вмѣсто раздѣленія радіуса на 3438 частей онъ принялъ раздѣленіе его на 600000 равныхъ частей и построилъ болѣе точную таблицу синусовъ. Позднѣе онъ раздѣлилъ радіусъ на 10000000 частей и вычислилъ таблицу тангенсовъ. Онъ написалъ трактатъ по тригонометріи, заключающій рѣшеніе плоскихъ и сферическихъ треугольниковъ. Форма, которую онъ придалъ этой наукѣ, сохранилась и до настоящаго времени“. Затѣмъ Ретикусъ вычислилъ подробныя таблицы тригонометрическихъ функцій черезъ $10''$; онъ первый построилъ прямоугольный треугольникъ и поставилъ тригонометрическія функціи въ непосредственную связь съ углами этого треугольника“ **).

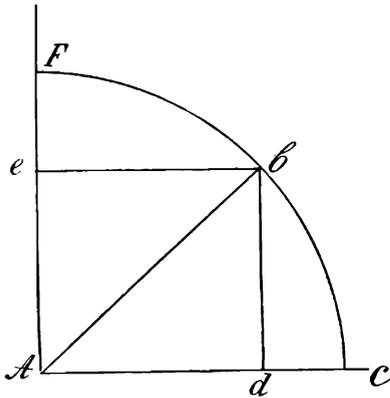
Мы подходимъ, такимъ образомъ, къ эпохѣ Магницкаго. Таблицы Ретикуса были изданы Валентиномъ Ото въ 1596 г., а потомъ вновь переизданы въ 1613 году. Въ этихъ таблицахъ радіусъ принятъ 1000000000000000. Въ изложеніи Магницкаго радіусъ принятъ 10000000. Вотъ почему мнѣ кажется особенно важнымъ подробно остановиться на изложеніи нашего автора, такъ какъ въ исторіи математики оно составляетъ не безынтересную подробность. Изложеніе состоитъ изъ „проблемъ“ числомъ 7 съ приложеніемъ ихъ къ рѣшенію задачъ.

Проблема 1. „Дану синусу правому дуги меншія четверти колесе, синусъ дополненія или комплементъ изобрѣсти. Правило: квадратъ синуса данаго вычти изъ квадрата радіуса или семидіа-метра, и оставшаго радиксъ будетъ синусъ комплементъ“. Эта

*) Стр. 131, 137.

**) Стр. 270.

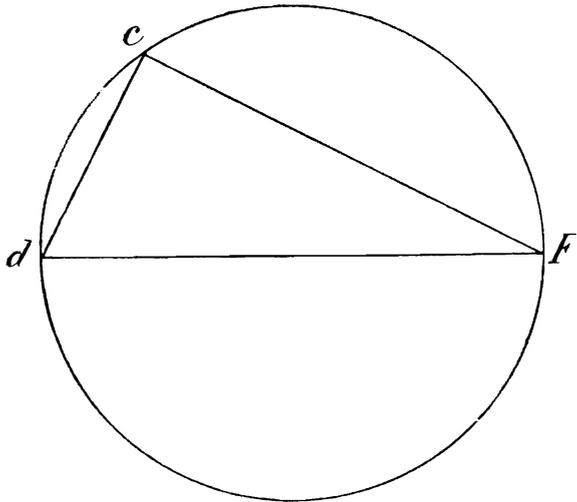
„проблема“ снабжена слѣдующ. чертеж. (черт. 1), изъ котораго видно, что



Черт. 1.

Магницкій тригонометрическія функции выводитъ изъ свойствъ катетовъ прямоугольнаго треугольника, считая синусъ дополнительнаго угла, какъ синусъ комплементъ даннаго, что еще яснѣе видно изъ „приклада“. Въ заключеніе онъ говоритъ: „Также еще дана будетъ субтенза дуги меншія полуколесе, возможно изобрѣсти субтензу къ дополненію полуколесе сиче: еще бо квадратъ субтензы DE вычтеша отъ квадрата діаметра DF и оставшее будетъ квадратъ субтензы EF (черт. 2).

Черт. 2).



Черт. 2.

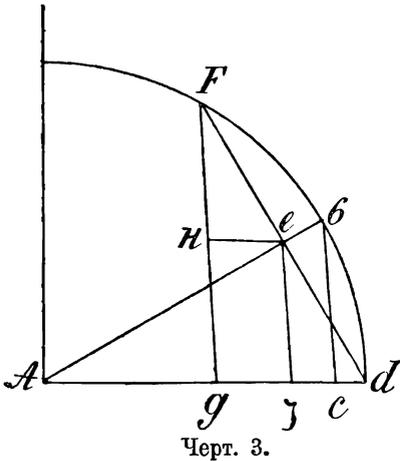
Проблема 2. „Дану сущу синусу правому дуги, купно съ синусомъ комплементомъ, синусъ дуги сугубыя изобрѣсти. Правило: синусъ правый дуги множи черезъ синусъ комплементъ, и произведение дѣли черезъ радіусъ, и возмеша половинный синусъ дуги сугубыя“.

$$\text{Т.-е. } \frac{\sin 2a}{2} = \frac{\sin a \cdot \cos a}{r} . \text{ Изъ приложеннаго „приклада“}$$

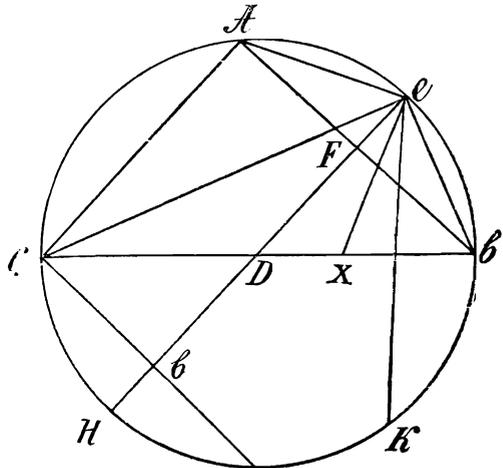
видно, какъ выводится эта формула. Опустивъ перпендикуляръ изъ

точки d на линію Ab и, продолживъ его до точки F , мы получимъ дугу двойного угла, которой синусъ будетъ Fg . Опустимъ изъ точки e перпендикуляръ на Ad и проведемъ $He \parallel Ad$, получимъ, что $Fg=2Hg$, ибо треугольники eJd и FHe равны. Этого построения Магницкій не даетъ, но, отмѣтивъ, что $ed=bc$ и $Ae=Ac$, беретъ пропорцію $\frac{Ab}{bc} = \frac{Ac}{eJ}$, изъ которой опредѣляетъ $eJ = \frac{bc \cdot Ac}{Ab}$, т.-е. $\frac{\sin 2a}{2} = \frac{\sin a \cdot \cos a}{r}$. Къ этому выводу онъ присоединяетъ другой:

„Такожде аще изволится кому черезъ субтензы творити, да творить сице: зане якоже DE радіусъ къ EC субтензѣ комплемента,



Черт. 3.



Черт. 4.

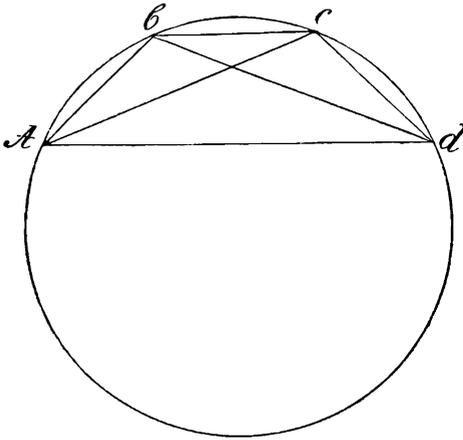
такъ EA даная субтенза, къ субтензѣ сугубыя дуги Ab “. Это понятно изъ подобія треугольниковъ CDe и Abe ; но странно, что для поясненія столь простаго соотношенія автору понадобился столь сложный чертежъ.

Проблема 3. „Дана субтенза дуги меншія полуколеси, купно съ субтензою сугубыя дуги, избрѣсти субтензу трегубыя дуги.

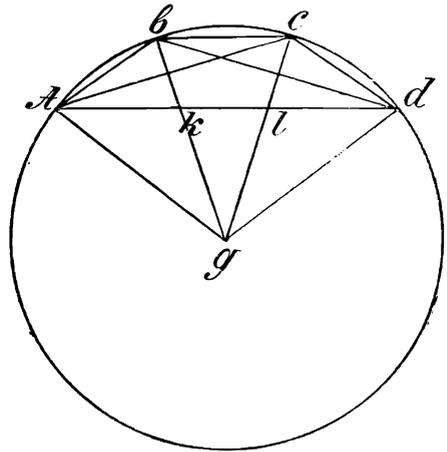
Правило: квадратъ субтензы простыя дуги вычти отъ квадрата субтензы сугубыя дуги, и остатокъ раздѣли черезъ субтензу простыя дуги, и придетъ по раздѣленіи субтенза трегубыя дуги“.

Т.-е. хорды $3a = \frac{(\text{хорда } 2a)^2 - (\text{хорд. } a)^2}{\text{хорд. } a}$. Что видно изъ чертежа,

гдѣ мы получаемъ равнобокую трапецію, и по теоремѣ Птолемея находимъ $AC \cdot bd = Ab \cdot Cd + bc \cdot Ad$; по Ad есть хорда $3a$, которая отсюда и опредѣляется. Этотъ выводъ данъ еще иначе, исхо-



Черт. 5.



Черт. 6.

дя изъ чертежа 6, гдѣ можно написать, что Ad, хорда $3a = \frac{\left(r - \frac{(\text{хорд. } a)^2}{r} \right)}{r} \text{ хорд. } a + 2 \text{ хорд. } a.$

Проблема 4. „Дана субтенза дуги меньшія полуколесе купно съ субтензою сугубыя и трегубыя дуги: субтензу пятерогубыя дуги изобрѣсти.

Правило: квадратъ субтензы сугубыя дуги вычти отъ квадрата субтензы трегубыя дуги: и остатокъ черезъ субтензу данную раздѣленный, будетъ субтенза пятерогубыя дуги“. Эта теорема можетъ быть выражена такой формулой:

$$\text{хорд. } 5a = \frac{(\text{хорд. } 3a)^2 - (\text{хорд. } 2a)^2}{\text{хорд. } a.}$$

Она легко выводится по теоремѣ Птолемея изъ чертежа.

Легко видѣть, что мы получаемъ такимъ образомъ общее правило, по которому можемъ опредѣлять и дальше: хорд. 7а, хорд. 9а и т. д.; на это указываетъ Магницкій въ особомъ „увѣщаніи“, приложенномъ къ рассматриваемой проблемѣ. Планъ автора совершенно ясенъ: зная это правило, мы всегда можемъ вычислить дуги кратныя данной; онъ даетъ правило опредѣленія дугъ нечетной кратности, но легко видѣть, что, зная формулу удвоенія, можно всегда вычислить и соотвѣтствующую четную кратность.

Въ этомъ вычисленіи есть одна особенность, на которую слѣдуетъ обратить вниманіе, а именно: вначалѣ авторъ исходитъ изъ свойствъ прямоугольнаго треугольника, какъ это было дано Региомontanомъ; но для вычисленія кратныхъ дугъ онъ, очевидно, пе-

реходить къ теоремѣ Птолемея, а я не знаю, было ли это условіемъ времени, слѣдствіемъ общаго положенія тригонометрической науки, или здѣсь авторъ ариѳметики слѣдовалъ своему особому плану?

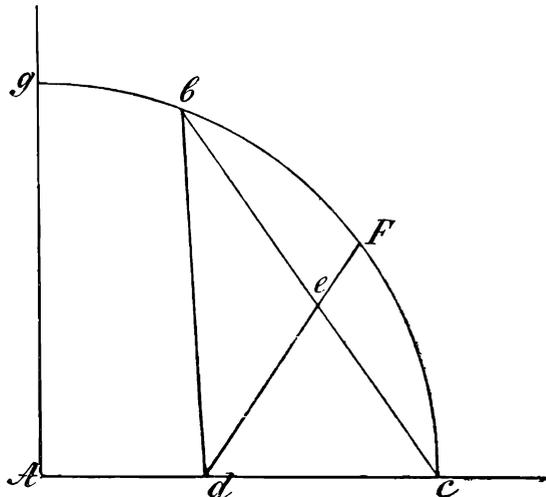
Какъ бы то ни было, но, давъ формулы для вычисленія дугъ кратныхъ, Магницкій переходитъ къ формуламъ для вычисленія дугъ дробныхъ.

Проблема 5. „Дану синусу дуги купно съ синусомъ комплементомъ: синусъ дуги половинныя изобрѣсти. Правило: „квадратъ синуса праваго даннаго дуги сложи съ квадратомъ синуса противнаго верзусъ именуемаго тояжде дуги, [который синусъ верзусъ обрящимъ вычитая синусъ комплементъ отъ радіуса] радикасъ суммы сихъ дву квадратовъ будетъ субтенза дуги даннаго, ея же половина будетъ синусъ дуги половинныя“.

Эту теорему можно выразить такой формулой, какъ это дѣлаетъ г. Бобынинъ, отъ котораго я заимствую всѣ вышеприведенныя формулы: $\sin \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 a + \sin \text{vers}^2 a}}{2}$.

Изъ чертежа ясенъ ея выводъ. Этотъ чертежъ г. Бобынинъ

считаетъ не совсѣмъ вѣрнымъ. Если не ошибаюсь, Магницкій строитъ его такъ: онъ беретъ дугу bc въ 30° и проводитъ ея синусъ bd , дѣлитъ дугу пополамъ и точку F соединяетъ съ d , тогда хорда be есть двойной синусъ угла въ 15° . Изъ треугольника bdc мы имѣемъ вышеприведенную формулу, ибо его катетъ dc есть $\sin \text{vers} a$. Точка же e не есть половина хорды, а эта половина получится, если мы соединимъ A и F . Зачѣмъ поставлена точка e , я не знаю, всего вѣроятнѣе, что это обычный недосмотръ автора.



Черт. 7.

Проблема 6 говоритъ о способѣ нахождения третьей части дуги; слѣдующая проблема 7 говоритъ о нахожденіи пятой части дуги. Оба приема совершенно одинаковы и состоятъ въ слѣдующемъ.

Пусть дана дуга въ 30° ; ея треть будетъ 10° . Ищемъ хорду дуги въ 10° , пусть она будетъ $\frac{1}{3}$ часть хорды дуги въ 30° , и по ней опредѣляемъ хорду дуги въ 30° . Мы сдѣлали ошибку, которую и опредѣляемъ. Потомъ дѣлаемъ новое произвольное предположеніе и вновь опредѣляемъ ошибку. Затѣмъ по способу фальшивыхъ правилъ вычисляемъ хорду истинной дуги въ 10° .

Въ заключеніе авторъ говорить: „И по симъ вышеописаннымъ седми проблематомъ можно есть вся правыя въ колеси линіи изобрѣсти и таблицы синусовъ реченныя созидати и черезъ пропорцію тройного правила такожде можно и иныхъ линій количество изобрѣтати, и тангенсовъ и секансовъ таблицы созидати, о нихъ же краткости ради кратко предложихъ, елико можно читателю тѣмъ вѣйшему, къ тѣхъ вижденію самому достигнути“.

Изъ этого добавленія мы видимъ, что Магницкій очень спѣшилъ съ окончаніемъ своего курса, вслѣдствіе чего онъ не только не могъ приложить таблицы синусовъ, но даже не отмѣтилъ о возможности вычисленія тангенсовъ. Причинъ для сокращенія курса набралось, конечно, весьма много, и, быть-можетъ, самая существенная изъ нихъ была та, что полнота изложенія увеличивала объемъ книги, а это влекло за собой и трудность печатанія и трудность обращенія. А такъ какъ излагаемые отдѣлы доступны лишь особо одареннымъ людямъ „тщаливѣйшимъ“, то увеличивать объемъ книги авторъ считалъ опаснымъ.

Намъ теперь жалко, что онъ не пренебрегъ нѣкоторыми неудобствами и не далъ всего того, что могъ; но эта жалость обусловливается не существомъ дѣла, а любопытствомъ, на какомъ уровнѣ стояла математическая образованность москвичей на рубежѣ XVIII вѣка. Полной картины намъ Магницкій не даетъ, но и то, что у него есть, все-таки ясно свидѣтельствуетъ, что математическія знанія въ московскомъ обществѣ не были ниже знаній западныхъ сосѣдей. И если въ Москвѣ не было сдѣлано какихъ-либо важныхъ открытій по математикѣ въ это время, то во всякомъ случаѣ методическая сторона была не ниже, если не выше, какъ она стояла на Западѣ. Не забудемъ, что въ общемъ мы очень мало знаемъ, что именно у насъ было, и мы должны съ особой благодарностью разсматривать трудъ Магницкаго, какъ единственный показатель высоты математическаго образованія.

Здѣсь оканчивается его математическая часть, и онъ переходитъ къ космографіи.

Часть третія.

Обще о земномъ размѣреніи и яже къ мореплаванію принадлежитъ.

Такъ озаглавилъ Магницкій свою послѣднюю часть общаго математическаго курса. Г. Бобынинъ въ своемъ изслѣдованіи называетъ эту часть: „Свѣдѣнія изъ астрономіи, геодезіи и навигаціи“. Оба эти заглавія можно привести рядомъ одно съ другимъ, ибо они взаимно пополняютъ одно другое и на разныхъ языкахъ высказываютъ одну и ту же мысль. Это есть послѣдніе заключительные штрихи всей долгой работы, то, къ чему приходитъ авторъ въ концѣ этой работы, для чего она была предпринята.

Вспомнимъ, что Магницкій писалъ не учебники, а книгу для чтенія; такая книга не могла имѣть содержаніемъ лишь математическій матеріалъ, а должна была быть философскимъ сочиненіемъ, въ которомъ путемъ изученія чиселъ изучается свойство вещей, открываются тайны мірозданія, а эти тайны содержатся въ изученіи неба. Итакъ: движеніе небесныхъ свѣтилъ, законы измѣненій на земной поверхности, условія и элементы соціальной жизни— вотъ то, что составляетъ главное содержаніе книги; все остальное есть лишь необходимая подготовительная ступень для этихъ главныхъ отдѣловъ. Послѣднимъ изъ нихъ есть астрономія, но въ то же время и самый важный отдѣлъ въ естественно-научной философіи. Можно думать, что астрономія была любимой наукой нашихъ наиболѣе отдаленныхъ предковъ или, лучше сказать, наиболѣе популярной наукой, какъ это можно видѣть по тѣмъ сравнительно обширнымъ слѣдамъ, какіе сохранились по настоящее время. Такъ, Кирикъ, ученый XII вѣка, вычисляетъ число дневныхъ часовъ, прошедшихъ отъ Адама, вычисляетъ пасхалии, т.-е. число, на которое придется Свѣтлое Хр. Воскресеніе; на все это ему нужны нѣкоторыя астрономическія свѣдѣнія. Въ сборникѣ XV вѣка, принадлежащемъ Синодальной бібліотекѣ (№ 316), 23 листа посвящены астрономіи, астрологіи, космографіи.

„Когда въ 1492 году“, говоритъ г. Бобынинъ, „окончился періодъ, для котораго существовали готовыя пасхальныя вычисленія, тогда между духовенствомъ нашлось достаточно лицъ, способныхъ продолжить ихъ далѣе на новые промежутки времени“ *).

„Въ XVII столѣтіи, говоритъ тотъ же авторъ, мы находимъ уже весьма обширную физико-математическую литературу, состоящую изъ рукописей, посвященныхъ ариметикѣ, геометріи, пасхалии, астрономіи и астрономическо-астрологическимъ свѣдѣніямъ и космографіи. Число лицъ, для которыхъ предназначалась эта литература, и которыя, слѣдовательно, посвящали свои досуги приобрѣтенію научныхъ знаній, должно было быть весьма значительнымъ. Многія изъ нихъ не ограничивались однимъ лишь обогащеніемъ знаніями, но частью по личнымъ вкусамъ, частью изъ-за средствъ существованія стремились передать ихъ другимъ, переходили къ пропагандѣ. При своихъ домахъ, на собственный страхъ и рискъ, безъ всякой поддержки съ чьей-либо стороны, можетъ-быть, даже подъ опасеніемъ преслѣдованія, открывали школы для передачи богатствъ своего знанія любознательной по природѣ или нуждѣ молодежи“ **).

Если все это такъ, скажу я отъ себя, то нѣтъ ничего удивительнаго въ томъ, что на рынкѣ у Спасскихъ воротъ любознательный читатель могъ всегда найти астрономическую рукопись; а съ другой стороны, несомнѣнно, что тотъ же любознательный читатель слѣдилъ за успѣхами этой науки на Западѣ, и для него ко времени Магницкаго не было закрыто ни ученіе Коперника, ни болѣе поздніе труды Гюйгенса и Ньютона. На прилагаемомъ снимкѣ ариметики Кипріанова мы видимъ очень похожія изображенія Коперника, Тихо-де-Брага и другихъ астрономовъ.

Вотъ почему изложеніе Магницкаго для насъ становится еще болѣе цѣннымъ. Мы вернемся къ предисловію всей второй части.

Здѣсь, послѣ того, какъ авторъ точно опредѣлилъ свое отношеніе къ тому, что онъ намѣренъ изложить ***) , онъ переходитъ къ опредѣленію астрономическихъ терминовъ, которые я приведу дословно, а въ концѣ предисловія даетъ картину амилярныхъ сферъ со слѣдующимъ поясненіемъ.

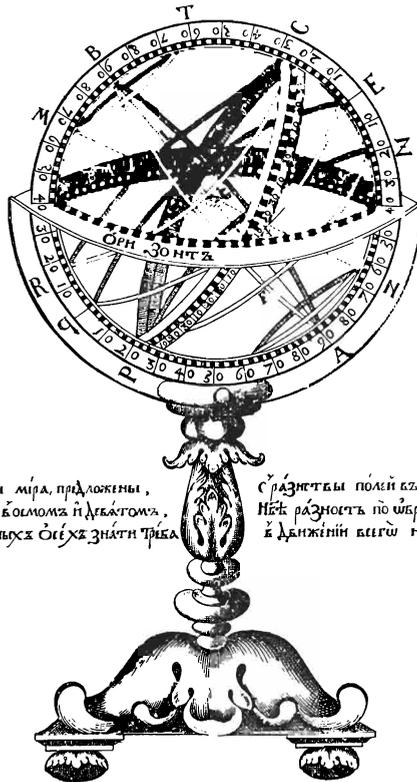
„Въ сей фигурѣ А есть поль міра и экватора, южный. А сѣверный поль есть В, и АВ аксисъ или ось преходящая черезъ кенгръ сферы, и АСВ оризонтъ, и АЕВQ есть полуденное, и EGQ есть экваторъ, и СGP зодіоческое, его же аксисъ или ось

*) Бобынинъ. Т. VII, стр. 35.

**) Бобынинъ. Стр. 36.

***) См. Вып. I, стр. 51—54.

есть MN, и CJR есть тропикъ рака, и LFP тропикъ козерога и TM колесо полярное арктикъ, и NO колесо полярное антарктикъ.



Сферы міра, предложены,
Зани болмова и дѣлѣномъ,
ѣ разныхъ сѣхъ знати треба
с разнѣты поимъ изображени
Нѣк разнѣсть по ширатсма
ѣ дѣлѣнии вѣгов нѣ к а о

Черт. 9.

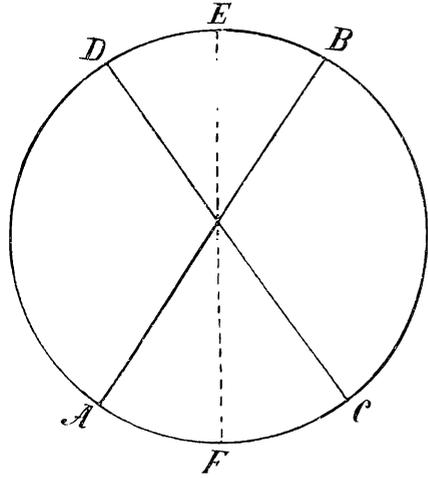
Поясъ же разженный или торрида есть, иже содержится внутри СЪРР. Благосмѣщенный же или температура сѣверный иже внутри СТМ. А южный внутри LNPO. Померзшій же или фригида сѣверный внутри ТМ и другій южный NAO. И коеждо колесъ аще великое или не великое раздѣляется на 360° градусы, и всякій градусъ на 60 минутъ, минута же на 60 секундъ и кійждо секундъ на 60 терцій, и тако даже до десяти кратъ предѣляются“.

Въ послѣднемъ замѣчаніи о дѣленіи окружности слышится отзвукъ 60-ричной системы, ибо практически едва ли можно было въ это время опредѣлять углы даже съ точностью секунды. Обо всѣхъ этихъ кругахъ Магницкій подробно говоритъ сначала въ предисловіи, а потомъ въ третьей части. Въ предисловіи онъ

опредѣляетъ сущность каждаго изъ этихъ сѣченій. Эти опредѣленія, на мой взглядъ, существенно важны, а потому я позволю привести ихъ полностью.

Основными координатами онъ считаетъ горизонтъ, меридіанъ, экваторъ и эклиптику и говоритъ: „эти колеса земли великія, сіестъ черезъ кентръ ея преходящія, между собою равныя, и въ равныя части другъ друга предѣляющія“. Меньшія же „колеса“, которыя черезъ центръ не проходятъ, суть: параллели и климатъ, два тропика, два полярные круга. Кромѣ того, необходимо еще знать: „колесо вертикальное или надглавное, два колора и колеса склоненія“. Эти координаты онъ опредѣляетъ такъ: „Оризонть есть колесо великое, недвижимое, еже не едино и тоезде вездѣ есть, но коемуждо мѣсту свойственное, отъ точки надглавная всюду равно разстоящее, опредѣляющее являемую намъ и не являемую часть міра и раздвояющее всю сферу міра, якоже полкружію убо надъ землею остатися, полкружію же подъ землею. Глаголется же оризонть того ради, зане оканчиваетъ и опредѣляетъ видѣніе, сіестъ раздѣляетъ видимую нами сущую верху земли половину міра, отъ таимья сущія ниже земли, и сего ради нарицають его кончителемъ, и колесо быти полкружія. Но раздѣляется оризонть двократно: есть бо правый и косвенный; и паки чувственный и словомъ зримый. Правый убо есть сферы правыя, оризонть глаголется, въ его же плоскости оба поля міра видимы суть, или плоскость его съ экваторомъ составляетъ правые углы сферическіе. Косвенный же оризонть есть: въ его же плоскости единъ полюсъ міра возносится выше, а другій снижается, или его же плоскость съ экваторомъ составляетъ не правыя углы, отнюду же и косвенный глаголется, и елико косвенни бываетъ, толико полюсъ возносится выше. Чувственный убо есть оризонть иже отъ нашего видѣнія описуемъ есть по окончанію зрѣнія; словомъ же зримый оризонть есть, иже даже до видѣнія недвижимыхъ звѣздъ сферы достизая и раздвояя весь міръ. Но чувственный не на всякой странѣ и градѣ, той же есть оризонть, но къ чувству убо, мало не на чотыреста стадій той же оризонть пребываетъ, яко и величествомъ дней, и климати и всѣмъ зримымъ тымъ же пребывати многшимъ же стадіямъ бывшимъ по премѣненію селенія, инъ оризонть бываетъ по климати разнствуя, и вся появляемая примѣняются, такожде и надглавная точка глаголемая арабски семіеъ, обще же зениеъ и противоположная той сущая подъ землею именуемая надиръ премѣняются досели о оризонтѣ. Пространнѣе же въ своемъ ему мѣстѣ рѣчемъ“. Это свое мѣсто есть „предѣленіе первое“ третьей части, гдѣ онъ говоритъ „о полуденномъ колесѣ“

и линіи, о возвышеніи поля и величествѣ дня“. Понятіе о „полуденномъ колесѣ“ или меридіанѣ онъ даетъ въ предисловіи вслѣдъ за приведеннымъ опредѣленіемъ горизонта, а въ „первомъ предѣленіи“ онъ показываетъ, какъ опредѣлить положеніе меридіана при помощи гномона. Это опредѣленіе положенія меридіана поясняется чертежомъ. Поставимъ въ центрѣ окружности гномонъ и будемъ наблюдать тѣнь при восходѣ солнца. Пусть точка восхода будетъ А, тогда тѣнь будетъ АВ. Потомъ при закатѣ солнца: пусть точка заката будетъ С, тогда тѣнь будетъ СD. Раздѣлимъ дугу АС пополамъ, и линія DE будетъ меридіанъ, у котораго D будетъ югъ, а E — сѣверъ. Далѣе онъ говоритъ, что вмѣсто точекъ восхода и захода солнца можно брать время близкое къ полудню и также раздѣлить дугу пополамъ.



Черт. 8.

Положеніе меридіана можетъ быть опредѣлено другими, но очень сложными способами. Простѣйшій же, кромѣ гномона, есть направленіе стрѣлки компаса. Здѣсь надо сдѣлать нѣкоторыя поясненія. Какъ извѣстно, разработка вопроса о склоненіи магнита была сдѣлана знаменитымъ англійскимъ физикомъ Вильгельмомъ Гильбертомъ (1540—1603) въ его знаменитомъ сочиненіи „De magnetе magneticisque corporibus et de magno magnetе tellure“, которое было напечатано въ Лондонѣ въ 1600 г. Здѣсь онъ говоритъ, что для объясненія склоненія и наклоненія магнитной стрѣлки необходимо разсматривать землю, какъ большой магнитъ. Полное собраніе его сочиненій было напечатано въ Амстердамѣ въ 1651 г. подъ заглавіемъ „De mundi nostri sublunaris philosophia nova“.

Въ своемъ изложеніи Магницкій ссылается на этого физика, онъ говоритъ: „Мнози о немъ („кумпасѣ“) философи писали яко зѣло не правильное (по различеству возвышенія поля) отъ равноотстоянія экваторнаго склоненія имать, и нѣци о томъ отчасти писаша яко гвилемъ философъ, иссаби, но довольнѣе тѣхъ гильбертъ физикъ въ пятой книгѣ своей яже о магнитѣ во главѣ 8 полагаетъ. Отнюдуже аенасій кирхеръ состави правило тригонометрическое къ изобрѣтенію склоненія оныя въ кумпасѣ намагни-

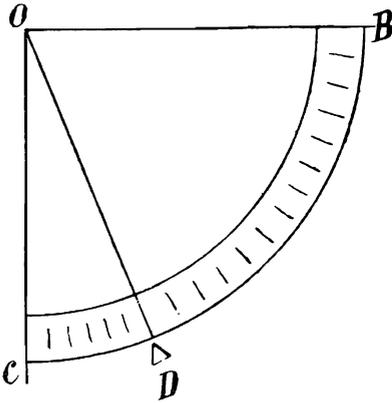
ченныя иглы“. Изъ этого мѣста, какъ будто, можно думать, что Магницкій, несомнѣнно, имѣлъ подъ руками сочиненія Гильберта, но не лондонское изданіе 1600 г., а амстердамское—1651 года. Что касается до Аванасія Кирхера (1602—1680), то это былъ ученый нѣмецъ, иезуитъ, много занимавшійся самыми разнообразными вопросами, среди которыхъ былъ и вопросъ о склоненіи магнитной стрѣлки. Для послѣдняго онъ далъ тригонометрическую формулу, по которой можно вычислить истинное направленіе меридіана, зная широту мѣста. Магницкій говоритъ объ этой формулѣ, но ее не приводитъ, а вмѣсто нея даетъ готовую таблицу, по которой можно опредѣлить направленіе меридіана.

Пусть, на примѣръ, широта будетъ 55° , то въ таблицѣ найдемъ $77^{\circ}17'$ къ востоку. Теперь, если мы возьмемъ компасъ, то стрѣлка укажетъ намъ не сѣверъ, а отклонится такъ, что точка востока будетъ лежать на $77^{\circ}17'$, слѣдовательно, направленіе меридіана будетъ отстоять отъ стрѣлки на $12^{\circ}45'$. Такимъ образомъ, мы можемъ опредѣлить долготу всякаго мѣста, имѣя таблицы и зная широту его. Магницкій въ то же время предостерегаетъ, что не всякій магнитъ годится для этой цѣли, и говоритъ, что „игла“ должна быть „правая“.

Опредѣленіе широты мѣста. Широту мѣста Магницкій называетъ „возвышеніемъ поля или полярныя точки“ и говоритъ, что оно показываетъ „разстояніе коего-либо мѣста отъ экватора“. Понятіе объ экваторѣ онъ даетъ во введеніи и опредѣляетъ его такъ: „Экваторъ есть большой кругъ, находящійся посерединѣ всей сферы и равноудаленный отъ обоихъ полюсовъ; онъ пересѣкается эклиптикой въ двухъ точкахъ, которыя называются по-славянски равноденственными, потому что, когда солнце бываетъ въ этихъ точкахъ, тогда на всей землѣ наступаетъ равноденствіе. Экваторъ движется непрестанно отъ востока къ западу вокругъ оси міра; вмѣстѣ съ нимъ движется и все небо отъ сѣвернаго до южнаго полюса“.

Я привелъ опредѣленіе экватора въ переводѣ, такъ какъ въ подлинникѣ многія слова не совсѣмъ понятны. Опредѣливъ экваторъ во введеніи, авторъ говоритъ, что широта мѣста отсчитывается отъ него къ югу и къ сѣверу по меридіану въ градусахъ и минутахъ, и что это число градусовъ точно соотвѣтствуетъ высотѣ полярной звѣзды надъ горизонтомъ даннаго мѣста. Эта высота полюса опредѣляется при помощи довольно сложныхъ инструментовъ, но ее можно весьма просто опредѣлить при помощи компаса и при помощи „регіума“.

Регіумъ состоитъ изъ сектора ОСВ, дуга котораго СВ содержитъ 90° . Въ центрѣ круга этого сектора подвѣшена гиря D.



Черт. 9.

Чтобы опредѣлить широту мѣста, направляютъ линію ОС по направленію къ полярной звѣздѣ, тогда дуга BD и будетъ широта мѣста. Магницкій говоритъ объ этомъ измѣреніи болѣе точно: „Въ концѣ хвоста меньшей урзы (малой медвѣдicy) второго величества“ находится звѣзда близкая къ сѣверному полюсу міра. Координаты этой звѣзды подъ знакомъ „близняты“ по долготѣ $24^\circ 26' 47''$, а по широтѣ „преходящаго лѣта 1700 года“ отъ эклиптики $65^\circ 59' 50''$.

Отъ оси міра звѣзда удалена на $37'$; она описываетъ кругъ около оси міра. Когда „близняты“ будутъ находиться надъ землей, посрединѣ горизонта, то звѣзда будетъ отстоять на $37'$ отъ полюса міра по направленію къ экватору, когда „близняты“ будутъ подъ землей, а посреди горизонта будетъ „стрѣлецъ“, тогда звѣзда будетъ отстоять на столько же къ сѣверу отъ полюса міра“. Такимъ образомъ, опредѣленіе широты по регіуму даетъ ошибку въ $37'$, которую надо исправить.

Кромѣ этого способа, авторъ указываетъ еще способъ опредѣленія широты при помощи того же инструмента по солнцу. Этотъ способъ онъ описываетъ такъ: „егда бо солнце бываетъ въ экваторѣ и придетъ на среду оризонта сіестъ въ полуденное колесо, идѣже творитъ самое полудне данаго ти мѣста, и тогда тій же вышешисанный инструментъ возьмь, и къ солнцу присмотрися наблюдай въ дугѣ того инструмента гирей указуемаго градуса, елико обрящиши толикихъ градусовъ есть и широта мѣста отъ экватора такожде есть и высота поля. А егда солнце склонится отъ экватора нѣсколько градусовъ или минутъ яже тогда обрѣтеномъ въ инструментѣ градусомъ (аще склоненіе будетъ къ сѣверу) прилагаются, сие же къ югу вычитаются. Склоненіе солнца изобрѣтай по мѣсяцамъ и числамъ въ послѣдующихъ таблицахъ. А къ высотѣ солнца видимой или коея либо звѣзды прилагай параллаксисъ, рефракцію же вычитай“. Къ этому приложены таблицы склоненія солнечнаго, составленныя отъ 1701—1728 года.

Третій способъ опредѣленія широты мѣста при помощи на-

клоненія магнитной стрѣлки, показанія которой должны быть исправлены по прилагаемой таблицѣ.

Далѣе идутъ таблицы для опредѣленія „широты востока и запада солнца“, таблица „рефракцій или преломленія лучей солнца, луны и звѣзд“ и, наконецъ, параллаксъ солнца. Этимъ оканчивается „предѣленіе первое“. Что касается до параллакса солнца, то Магницкій принималъ въ среднемъ разстояніи земли при высотѣ 0° въ $28''18'''$. Какъ извѣстно, Гиппархъ получилъ параллаксъ солнца въ $3'$; и эта величина его сохранилась до Кеплера; въ настоящее время параллаксъ солнца равенъ $8'',802$. Отсюда слѣдуетъ, что хотя параллаксъ Магницкаго и много неточенъ, но онъ данъ не по системѣ Птолемея, а по системѣ Коперника.

Теперь, прежде чѣмъ переходить къ „предѣленію второму“, намъ необходимо еще разъ вернуться къ введенію, гдѣ опредѣляются: эклиптика, колоры, „вертикальное колесо или надглавное“, колесо склоненія и пять поясовъ.

Эклиптику Магницкій опредѣляетъ слѣдующими словами: „эклиптика отъ нѣкоихъ въ глебусѣ земномъ оставляется, есть же колесо великое черезъ равноденственную экватора точку преходящее, изъ дву полярныхъ точекъ свойственныхъ ему описуемое, и нарицается путь солнца, по тому пути шествуетъ и не склоняется къ странамъ въ плоскости зодіаческаго, есть бо зодіаческое по нему же вси планеты ходъ свой совершаютъ, широтой по нѣкоихъ на 14° , а эклиптика или путь солнца посреде тѣхъ лежитъ, склоняющихся отъ экватора на обѣ страны по меридіану $23\frac{1}{2}$ градуса еже глаголется склоненіе эклиптики и отстоящими сими точками обращаяся ежедневно описуетъ колеса равноотстоящая меньшая, иже нарицаются тропики, къ нимъ бо солнце отъ экватора склоняся паки возвращается, и къ экватору приходитъ, свойственными же полями или полярными точками описуетъ еще два малѣйшая колеса, аже нарицаются полярная, отстоящая отъ поль міра толико же по меридіану, елико и тропики $23\frac{1}{2}$ градусовъ, и едино ихъ иже къ сѣверу глаголется арктикусъ, къ полудню же антарктикусъ“.

„Параллели же суть колеса меньшая экватору равноразстоящая, и отъ поль міра черезъ начала, середины и концы климатъ описуются и сія климаты окрестъ глебуса земного лежаще зоны, сирѣчь поясы глаголются, и степени знаменуютъ черезъ нихъ же солнцу склоняющуся къ экватору, день растеть, а отъ экватора отходящу отрастаетъ. Широта бо каждого климата взимается изъ

разнства полученнаго, имже день великій единого климата превышаетъ день приискреннаго ему другого“.

Это опредѣленіе климатовъ и составляетъ содержаніе „предѣленія второго“. Это „предѣленіе“ озаглавлено: „О величествѣ дня различныхъ мѣстъ и о раздѣленіи всего земноводнаго глебуса въ климаты“ и состоитъ изъ трехъ статей. Приведенное заглавіе относится собственно къ первой статьѣ; статья вторая озаглавлена: „Каталогъ сіестъ описаніе мѣстъ и градусовъ“, а третья почему-то не отдѣлена отъ второй, но въ оглавленіи имѣетъ отдѣльное заглавіе: „О изобрѣтеніи времени наводненія морского нѣкихъ поморскихъ мѣстъ“.

Что касается до первой статьи, то здѣсь Магницкій предварительно дѣлаетъ слѣдующее историческое указаніе, состоящее въ томъ, что многіе авторы раздѣляли землю на различное число климатовъ, такъ, Птоломей въ своей географіи находитъ 13 климатовъ; Прокль, Страбоній Алфрагонъ и Плиній раздѣляютъ сѣверное полушаріе на 20 и даже на 24 климата. „А мы здѣ,—говоритъ Магницкій,—разная раздѣленія тѣхъ краткости ради оставише предлагаемъ таблицу климатъ нынѣшнихъ философовъ, изданую накоторыхъ паралеляхъ коликое клима есть, и коликій величествомъ болшій день имать“. Эта таблица заканчиваетъ статью и содержитъ сѣверные климаты въ числѣ 20, изъ которыхъ первые 8 ограничиваются, начиная съ экватора, параллелями, разности наибольшихъ дней которыхъ равняются полчасу; слѣдующія 4 параллели съ разностью наибольшихъ дней въ часъ; слѣдующія 2—съ разностью въ 2 часа и, наконецъ, слѣдующія 6, расположенныя уже за полярнымъ кругомъ,—съ разностью 30 сутокъ.

Эти климаты не соотвѣтствуютъ тому, что разумѣется подъ этимъ словомъ въ настоящее время. То, что мы теперь понимаемъ подъ словомъ „климатъ“, Магницкій называетъ „поясомъ“ или „зоной“. Онъ говоритъ въ предисловіи: „Пять поясы суть въ появленіи всея сферовидности земли, ихъ же два суть близъ поль міра лежаще, отъ солнечнаго пришествія далечайше, и сего ради померзшіи глаголются, или ффригида, и не селенніи мраза ради. Другія же два близъ къ солнечному пришествію и сего ради глаголются благосмѣшанніи, или температа, прочій же преждереченныхъ пятый лежаще на самомъ солнечномъ пришествіи и нарицаются разженный, иже окрестъ равнителя на обѣ страны равно лежитъ“.

Вторая статья этого „предѣленія“ согласно своему заглавію содержитъ координаты 26 пунктовъ. Среди этихъ координатъ „едва

ли не впервые, говорить г. Бобынинъ, въ современной ему (Магницкому) ученой литературѣ, какъ русской, такъ и иностранной, появляются координаты главнѣйшихъ русскихъ городовъ: Москвы, Кіева, Архангельска и Астрахани“. Здѣсь г. Бобынинъ приводитъ двѣ очень интересныя таблицы, изъ которыхъ въ первой сравниваются координаты, данныя въ Рукописи Румянцевскаго Музея № 932 (XVII ст.) — литера А, данныя Магницкаго — литера В и новѣйшаго времени — литера С*).

Названіе пунктовъ.	Широта.			Долгота.	
	А	В	С	В	С
Архангельскъ . . .	—	65°30'	64°32'	66°40'	67°02'
Астрахань.	—	49°30'	46°21'	82°00'	76°11'
Кіевъ.	—	50°30'	50°27'	54°50'	58°40'
Москва	—	55°18'	55°45'	64°30'	65°43'
Ревель или Колывань.	60(?)50'	59°12'	59°25'	48°02'	52°56'
Рига	56°36'	56°52'	56°57'	47°18'	52°15'
Ругодевъ или Нарва.	—	59°06'	59°23'	52°00'	56°11'

} Эти два пункта по долготѣ болѣе близки, если считать ее отъ Ферро: первый 42°47', а второй 41°46'.

Въ другой таблицѣ, приведенной г. Бобынинымъ, даны: А—современныя координаты, В—по Магницкому, С—въ рукописи XV столѣтія (Мюнхенская бібліотека, № 11067) и въ D—въ сочиненіи Гаспара Шотта и Ришера, при чемъ А' долготы отъ Ферро и А''—отъ острова Файль.

Названіе пунктовъ.	Широта.				Долгота.			
	А	В	С	D	А'	А''	В	D
Алжиръ	36°47'	35°13'	—	32°30'	20°44'	31°13'	25°10'	22°00'
Александрія	31°12'	30°58'	31°00'	30°00'	47°31'	58°00'	57°40'	60°30'
Амстердамъ	52°22'	52°21'	—	52°26'	22°33'	33°02'	27°55'	26°30'
Гамбургъ	53°33'	53°42'	—	54°30'	27°38'	38°07'	33°04'	33°00'
Римъ	41°54'	41°54'	41°07'	41°56'	30°07'	40°36'	36°18'	36°30'

**)

*) Бобынинъ. „Физ.-мат. науки“. Т. VIII, ч. 2-я, стр. 137. Здѣсь даны долготы отъ Ферро и отъ Азорскихъ острововъ (островъ Файль 10°29' западн. долготы отъ Ферро). Я беру только эти послѣднія, какъ наиболѣе близкія къ Магницкому.

***) Въ этой таблицѣ я взялъ не всѣ пункты, приведенные у г. Бобынина, и измѣнилъ порядокъ, поставивъ современныя подъ буквой А.

Разсматривая приведенныя здѣсь таблицы, мы видимъ въ нихъ сравнительно большую точность координатъ Магницкаго не только относительно рукописи XV столѣтія, но и относительно сочиненій Шотта и Ришера, а самое главное—полное несовпаденіе цифръ. Отсюда ясно, что самыя таблицы были провѣрены Магницкимъ и составлены по инымъ болѣе новымъ источникамъ. На эти новѣйшіе къ его времени источники наводитъ и слѣдующее дополненіе, которое онъ дѣлаетъ въ концѣ разсматриваемой статьи: „А по долготѣ, подъ коликими градусы кое мѣсто лежитъ познаются по разнству часовъ. Зане аще во единомъ мѣстѣ уставлены будутъ добрыя часы съ солнечными, или паче рещи съ самымъ полудніемъ, а преѣхавъ на ино мѣсто обрящиши въ тѣхъ часахъ съ сличными разнство и онаго разнства полагается за единъ часъ 15 градусовъ, и за едину минуту часа 15 минутъ колесныхъ, градусы же и минуты земли полагаются мѣрою по разстоянію тѣхъ мѣстъ отъ экватора, якоже ниже въ локсодромическихъ таблицахъ можеша видѣти“. Эти таблицы въ числѣ 8 даны во второй статьѣ „предѣленія третьяго“, которая озаглавлена: „О таблицахъ локсодромическихъ черезъ нихъ же познается разстояніе мѣстъ и путь кораблеплаванія въ простыхъ и сферическихъ линіяхъ“. Само это примѣчаніе важно вотъ въ какомъ отношеніи. Какъ извѣстно, примѣненіе пружиннаго маятника*) къ часамъ было сдѣлано Гюйгенсомъ, и опредѣленіе долготъ по времени можно считать лишь послѣ работъ этого ученаго. Точно такъ же, какъ и о принятіи перваго меридіана отъ Ферро было сдѣлано на Парижскомъ конгрессѣ лишь въ 1634 г., при чемъ было принято ошибочно, что Ферро лежитъ на 20° западнѣе Парижа. Вычисленія долготъ, сдѣланныя Магницкимъ, какъ будто учитываютъ эту ошибку, а введеніе часовъ ясно показываетъ его знакомство съ самыми новѣйшими сочиненіями по астрономіи.

Что касается до статьи третьей о морскихъ приливахъ, то она начинается сейчасъ же за опредѣленіемъ долготъ, не отдѣляясь отъ этого опредѣленія даже красной строкой. Замѣчу кстати, что здѣсь вездѣ помѣчается 1701 г. Если для координатъ полярной звѣзды, какъ мы выше указали, взять 1700 годъ и назвать „преходящимъ лѣтомъ“, то здѣсь могъ быть годъ 1701, который почему-то поставленъ и въ началѣ сочиненія, въ концѣ нумераціи. Очевидно, это былъ годъ печатанія книги, какъ я говорилъ объ этомъ раньше. Тогда спѣшность печатанія можетъ объяснить и этотъ недостатокъ. Очевидно, статья прибавлена по старой за-

*) Изобрѣтенъ Гюйгенсомъ, но идея была впервые высказана Кукомъ.

мѣткѣ, и авторъ забылъ, что далъ ей особое заглавіе. Что касается до самой статьи, то ея главный интересъ сосредоточивается въ опредѣленіи новолунія, которое дается въ видѣ слѣдующаго правила: „Возми основаніе луны настоящаго года *) и къ нему приложи едино число (единицу), еже всегда прилагается. А потомъ отъ каждаго мѣсяца по единому числу, наченъ отъ марта до настоящаго, въ немъ же ищещи, приложи къ тѣмъ же числамъ и елико всѣхъ чиселъ соберется, вся оно вычти изъ цѣлыхъ чиселъ настоящаго мѣсяца и елико будетъ въ остаткѣ, въ толикомъ числѣ и рожденіе есть луны“. Напримѣръ, надо узнать день новолунія въ ноябрѣ 1701 года. Для того, чтобы рѣшить эту задачу, надо знать основаніе луны, это основаніе опредѣляется по золотому числу или „кругу луны“. Какъ опредѣлить это число, Магницкій не указываетъ, но просто даетъ его для 1701 года равнымъ 8 и говоритъ, что слѣдующій годъ оно будетъ 9 и т. д. до 19, когда вновь начнетъ повторяться тотъ же періодъ.

Опредѣленіе золотого числа было знакомо нашимъ предкамъ по вычисленію Пасхалии, и оно опредѣлялось такъ: къ номеру года прибавлялась 1 и эта сумма дѣлилась на 19; остатокъ при дѣленіи и былъ золотое число. Въ данномъ случаѣ это число будетъ 11; почему Магницкій считалъ его равнымъ 8, непонятно. Зная это число, можно по особымъ таблицамъ опредѣлить основаніе или возрастъ луны къ 1 марту. Эту таблицу Магницкій приводитъ **):

*) Основаніе луны правильнѣе было бы назвать основаніемъ года; это есть число, которое показываетъ возрастъ луны къ 1 марта.

**) Подобная таблица приведена въ сочиненіи Степанова „Новый стиль и православная Пасхалия“, стр. 46; но онѣ не совпадаютъ. Вотъ таблица Степанова.

Золотое число.	Основаніе.	Золотое число.	Основаніе.
1	8	10	17
2	19	11	28
3	0	12	9
4	11	13	20
5	22	14	1
6	3	15	12
7	14	16	23
8	25	17	4
9	6	18	15
		19	26

Таблица Степанова составлена для вычисленія Пасхалии, при чемъ годъ, предшеств. Р. І. Х., былъ взятъ за первый годъ цикла, такъ что 3-й годъ имѣетъ основаніе 0. У Магницкаго 0 нѣтъ, и первыя основанія совпадаютъ съ основаніями Степанова съ 7 года.

Кругъ луны.	Осно- ваніе.	Кругъ луны.	Осно- ваніе.	Кругъ луны.	Осно- ваніе.
1	14	7	20	13	26
2	25	8	1	14	7
3	6	9	12	15	18
4	17	10	23	16	29
5	28	11	4	17	11
6	9	12	15	18	22
				19	3

Теперь, если по этой таблицѣ отыщемъ основаніе для 8, то найдемъ 1, къ этой 1 надо прибавить по правилу еще 1 и еще 9 (отъ марта до ноября), получимъ 11, вычтемъ 11 изъ 30, найдемъ 19—день новолунія. Когда извѣстенъ день новолунія, то по особой таблицѣ, приводимой Магницкимъ, можно опредѣлить и часъ прилива, который онъ и указываетъ для Амстердама, Архангельска и др.

Указавъ возможность опредѣленія времени прилива, Магницкій далѣе даетъ правило для опредѣленія времени вступленія луны на меридіанъ или разстояніе луны отъ солнца въ часахъ и минутахъ.

Онъ говоритъ: „Если луна будетъ меньше 15 дней, то надо умножить дни луны на 4 и произведеніе раздѣлить на 5, и мы получимъ разстояніе луны отъ солнца въ часахъ и минутахъ; если луна будетъ больше 15 дней, то избытокъ надо удвоить и вычесть изъ возраста луны, остатокъ умножить на 4 и раздѣлить на 5, опять получимъ разстояніе луны въ часахъ и минутахъ. Полученное число можно перевести въ градусы, умножая возрастъ луны на 12° , т.-е. на приближенную величину углового разстоянія, на которое луна въ каждыя сутки отходитъ отъ солнца въ направленіи къ востоку.

Теперь, прежде чѣмъ разсматривать „предѣленіе третіе“, необходимо окончить введеніе. Здѣсь остались: колоры, вертикальный кругъ и склоненіе. „Колоры же суть не совершенная колеса, великая бо колеса черезъ поли міра описуемая и точки равноденственныя, въ нихъ же эклиптика экватора пресѣцаеть, но она колеса половинная часто намъ видима суть, зане преходятъ едино черезъ точки равноденственныя, якоже выше тѣхъ, другое же черезъ обоюдное далечайшее эклиптики отъ экватора склоненіе или черезъ начала зодій рака и козерога, и по сихъ колесъ предѣленію солнце

шествиѣмъ своимъ предѣляетъ весь кругъ лѣта на четыре части, весну, лѣто, осень и зиму“ *).

Вертикальное или надглавное колесо есть колесо великое черезъ зению или надглавную точку, и черезъ надиръ обитающихъ, изъ коея либо оризонтковыя точки, яко бы изъ поля описанное.

Колесо склоненія есть колесо великое черезъ поли экватора и черезъ кентръ звѣзды, или коея либо точки въ суперфиціи сферы небесныя или земныя описанное, но сіе есть самое колесо полуденное еже есть меридианъ, по тому бо счисляются градусы склоненія“.

Вотъ всѣ координаты, указанные Магницкимъ. Теперь перейдемъ къ разсмотрѣнію послѣдняго предѣленія:

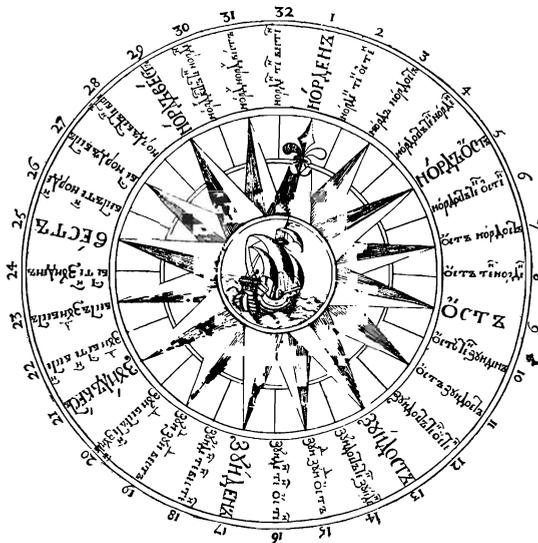
Предѣленіе третіе.

Это предѣленіе озаглавлено: „О описаніи вѣтровъ и раздѣленіи ихъ во оризонтѣ, и именахъ, и въ различныхъ ромбахъ и колесѣхъ о познаніи разстоянія мѣстъ черезъ локсодромическія таблицы“ и состоитъ изъ трехъ статей. Первая изъ нихъ озаглавлена: „о количествѣ вѣтровъ, и именахъ ихъ и раздѣленіи“. Содержаніе ея я передамъ своими словами, но прежде отмѣчу, что, какъ это видно изъ прилагаемаго рисунка, дѣленіе вѣтровъ есть не что иное, какъ дѣленіе горизонта. Авторъ говоритъ, что вѣтровъ очень много видовъ, но всѣ они раздѣляются на постоянные и непостоянные. Постояннымъ называется тотъ, который дуетъ въ теченіе двухъ и болѣе часовъ съ одной и той же стороны горизонта, а непостояннымъ—тотъ, который мѣняетъ свое направленіе. Кромѣ того, вѣтры бываютъ бурные, ведреные и тихіе. Нѣкоторые вѣтры называются земляными, потому что восходятъ отъ земли, особенно при восходѣ солнца. Въ это время земляныя пары и влажность поднимаются къ верху и „за разность горъ, холмовъ, рѣкъ, озеръ суть густіи вѣтри и не здраніи“ кромѣ того непостоянные. Морскіе же вѣтры постоянные и здоровые. Вѣтры обладаютъ многими „качествами и

*) Colures... suivant quelques auteurs vient de mot grec Κόλυρος, mutilus, truncus parce que dans les sphères artificielles on fait des entrailles de ces cercles, pour fixer, assembler et retenir les autres cercles; cependant Macrobe dit que ce nom vient de ce qu'ils ne sont pas tout le tour de la sphère. Nomen dedit imperfecta conversio; ambientes enim septentrionalē verticem poli, atque inde, in diversa diffusī, et se in summo intersectant et quinque parallelos in quaternas partes aequaliter dividunt; zodiacum ita intersectantes, ut unus eorum per arietem et libram, alter per cancrum atque capricornum meando decurat; sed australem verticem non pervenire creduntur (Som. Scip. 1, 15) Encycl. method. p. 357.

количеством“, но объ этомъ мы здѣсь не будемъ говорить, а укажемъ на постоянные вѣтры, которые называются „начальніи или главные“; ихъ нѣкоторые считаютъ 4, а другіе 8. Всѣхъ же вѣтровъ съ побочнымъ современные моряки считаютъ 32, и они отстоятъ другъ отъ друга на 15°, начиная съ сѣвера къ востоку.

Послѣ этихъ замѣчаній идетъ таблица вѣтровъ, въ которой названія ихъ даны на итальянскомъ, латинскомъ и славянскомъ языкахъ. Потомъ приложенъ слѣдующій рисунокъ.



Г. Бобынинъ говоритъ, что „благодаря дѣятельности Магницкаго наименованія вѣтровъ сильно очистились отъ латинской терминологіи“, и приводитъ для сравненія названія вѣтровъ на рукописи XVII вѣка.

Статья вторая этого предѣленія озаглавлена: „О таблицахъ локсодромическихъ черезъ нихъ же познавается разстояніе мѣстъ, и путь кораблеплаванія въ простыхъ и сферическихъ линіяхъ“. Здѣсь дается 8 таблицъ, которымъ авторъ придаетъ очень большое значеніе. По его мнѣнію, эти таблицы вполнѣ могутъ замѣнить тѣ сложныя вычисленія, которыми опредѣляется разстояніе мѣстъ на земной поверхности. „И мнится намъ, говорить онъ, яко добръ творяй ни малымъ чимъ погрѣшить въ познаніи разстояній мѣстъ“. Третія статья озаглавлена: „Толкованіе проблемъ навигацкихъ черезъ вышеизложенныя таблицы локсодромическія“. Въ этой статьѣ, послѣ вышеприведеннаго изясненія значенія локсодромическихъ таблицъ, авторъ знакомитъ читателя съ

„разнствомъ миль, коликимъ котораго государства миля разнятся со иной“. Для этого онъ составляетъ таблицу, въ которой первый столбецъ содержитъ числа, выражающія длину „всякаго градуса земного“ въ миляхъ, стадіяхъ или верстахъ, а второй столбецъ даетъ числа, содержащихся въ каждой милѣ „пассовъ геометрическихъ или сажень“. Изъ этой таблицы между прочимъ оказывается, что „россійскихъ старыхъ“ верстъ въ градусъ земномъ будетъ 80, а въ каждой такой верстѣ содержитсяъ 750 сажень.

Здѣсь нельзя не отмѣтить въ высшей степени важнаго значенія этой таблицы не только для современниковъ Магницкаго, но и для послѣдующихъ поколѣній, кто захотѣлъ бы сравнить единицы длины разныхъ государствъ. Выборъ земного градуса есть очень удачный способъ сравненія, въ силу котораго сама таблица пріобрѣтаетъ особую цѣнность. Кромѣ того, почему-то особое вниманіе автора привлекаютъ „Италійскія мили“, о которыхъ онъ говоритъ особо. Италійская миля имѣетъ 1000 пассовъ, каждый пассъ имѣетъ 5 стопъ (а греческій—6 стопъ); каждая стопа—12 унцій или 4 длани; длань—4 перста, а перстъ—4 зерна ячменныхъ; зерно же ячменное имѣетъ 6 власовъ верблюжьихъ („якоже глаголетъ кустій философъ“). Я думаю, что это замѣчаніе имѣетъ непосредственную связь съ тѣми таблицами, которыя приведены въ концѣ отдѣла о числахъ цѣлыхъ. Тамъ были единицы вѣса и цѣнности, а здѣсь единицы длины. Сравненіе длинъ можно было сдѣлать, лишь зная градусъ земли, а потому и сама таблица пришла въ концѣ книги.

Главный предметъ статьи есть разрѣшеніе „проблемъ навигацкихъ“, такихъ проблемъ разсмотрѣно 14. Эти задачи суть слѣдующія:

1) По данной разности широтъ двухъ мѣстъ, находящихся на одномъ и томъ же меридіанѣ, опредѣлить ихъ разстояніе въ миляхъ.

2) По данной разности долготъ двухъ мѣстъ, находящихся на экваторѣ, опредѣлить въ миляхъ разстояніе между ними.

3) Обратнo, по даннымъ въ миляхъ разстояніямъ двухъ мѣстъ, находящихся на одномъ и томъ же меридіанѣ или экваторѣ, опредѣлить разность ихъ широтъ или долготъ.

4) По даннымъ широтамъ двухъ мѣстъ и разности ихъ долготъ опредѣлить разстояніе между ними по долготѣ.

5) По данному въ миляхъ разстоянію двухъ мѣстъ на одной и той же параллели опредѣлить разность ихъ долготъ.

6) По даннымъ однороднымъ широтамъ двухъ мѣстъ, находя-

шихся подъ разными меридіанами, и румбу плаванія опредѣлить разность ихъ долготъ и длину пути въ миляхъ.

7) По даннымъ четверти косвеннаго румба и однороднымъ широтамъ двухъ мѣстъ опредѣлить разность ихъ долготъ и намѣченный путь.

8) По даннымъ широтамъ и разности долготъ двухъ мѣстъ опредѣлить румбъ и длину плаванія.

9) По даннымъ румбу и длинѣ пути и широтѣ одного изъ крайнихъ пунктовъ послѣдняго опредѣлить широту другого пункта и разность ихъ долготъ.

10) По даннымъ широтамъ двухъ мѣстъ и длинѣ пути, не совпадающаго съ меридіаномъ, опредѣлить румбъ плаванія и разность долготъ двухъ мѣстъ.

11) По даннымъ разности долготъ двухъ мѣстъ, широтѣ одного изъ нихъ и длинѣ пути опредѣлить широту другого мѣста и румбъ плаванія.

12) По даннымъ румбу плаванія, разности долготъ двухъ мѣстъ и широтѣ одного изъ нихъ опредѣлить широту другого и длину пути.

13) По даннымъ однороднымъ широтамъ двухъ мѣстъ или ихъ разности и румбу плаванія, который предложенъ „или порядкомъ, или по нашему новому разложенію“ опредѣлить („черезъ нашу таблицу четвертую локсодромическую“) разность долготъ и длину пути въ миляхъ.

14) По даннымъ однороднымъ широтамъ двухъ мѣстъ и румбу плаванія опредѣлить разстоянія между меридіанами какъ по параллели, отъ которой корабль отходитъ, такъ и по параллели, къ которой онъ приходитъ.

З а к л ю ч е н і е.

Трудъ Магницкаго оконченъ. Какъ видимъ, это есть энциклопедія естествознанія и математики; онъ возбуждаетъ въ умѣ массу вопросовъ, даетъ отвѣты на нѣкоторые изъ нихъ, а рѣшеніе другихъ требуетъ новыхъ изслѣдованій. Но эти вопросы есть, они поставлены Магницкимъ. Самый главный изъ этихъ вопросовъ есть вопросъ объ изученіи явленій природы при помощи числа и мѣры. Этотъ вопросъ всталъ передъ учениками Магницкаго во всемъ его объемѣ, и они дали ему сильное рѣшеніе. Мы знаемъ двухъ изъ его учениковъ. Одинъ изъ нихъ—міровой геній Михайло Ломоносовъ, изучая „ариѳметику“ Магницкаго, пришелъ къ новымъ физическимъ теоріямъ, къ новому взгляду на матерію и явленія природы. Несомнѣнно, что еще тамъ, въ Холмогорахъ, онъ думалъ о восходящихъ токахъ воздуха, о вѣтрахъ морскихъ и земныхъ и объ ихъ вліяніи на погоду. Онъ думалъ о движеніи земли, о планетахъ, о жизни на нихъ и объ ихъ движеніи; пространство, наполненное людьми, давало ему идею молекулярнаго строенія вещества, и движеніе молекулъ—идею о теплотѣ. То разнообразіе мысли, которое мы наблюдаемъ у Ломоносова, тотъ интересъ, который онъ проявлялъ къ самымъ разнообразнымъ вопросамъ, все это есть слѣдствіе учебника, который онъ называлъ „вратами учености“ и, какъ говорятъ его біографы, зналъ наизусть. Безъ Магницкаго мы не имѣли бы Ломоносова. Тѣсную связь между ними я думаю изслѣдовать въ монографіи о Ломоносовѣ, а теперь укажу на другого генія русской жизни—Ивана Ивановича Ползунова. Назвать его геніемъ кажется очень смѣлымъ съ моей стороны; но я думаю, что личность этого почти безвѣстнаго труженика далеко выше обычной среды обывденныхъ людей, и если бы онъ жилъ не на Уралѣ, а гдѣ-либо за границей, то мы бы помѣстили его имя въ учебники и считали бы его выдающимся человѣкомъ высоко культурной родины. Чтобы понять значеніе его личности, надо сказать нѣсколько словъ о развитіи паровыхъ машинъ въ Россіи.

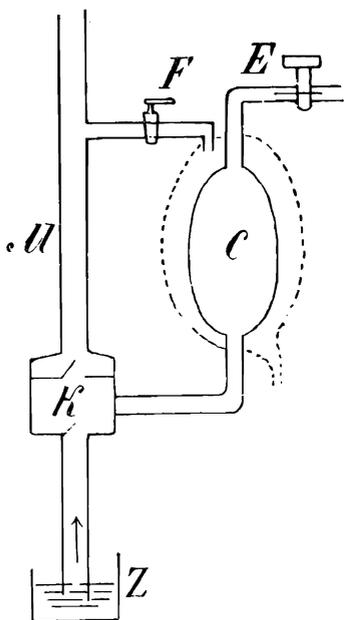


Рис. 1.

По свидѣтельству Кларка *), одна изъ первыхъ машинъ, устроенныхъ Савери, была выписана Петромъ изъ Англіи и была поставлена въ С.-Петербургѣ, въ Лѣтнемъ саду. Машина Савери состоитъ изъ сосуда С, наполненнаго водою; паръ изъ котла течетъ по трубкѣ Е и давитъ на воду въ сосудѣ С. Подъ давленіемъ этого пара вода подымается по трубѣ М. Когда вода выйдетъ, то кранъ Е закрываютъ и открываютъ кранъ F, по которому течетъ холодная вода въ кожухъ или оболочку, окружающую сосудъ С. Паръ въ сосудѣ сгущается въ жидкость, образуется низкое давленіе, и наружный воздухъ гонитъ воду изъ Z, которая вновь наполняетъ сосудъ С. Машина, находящаяся въ Лѣтнемъ саду, была такихъ размѣровъ, что сосудъ С вмѣщала одну бочку воды и опорожнялся 4 раза въ минуту. Вода подымалась на 29 футовъ и потомъ нагнеталась давленіемъ пара еще на 11 футовъ. Дѣйствіе этой машины въ Лѣтнемъ саду не имѣло никакого практическаго значенія и представляло собой простую забаву. Однако, умъ обывателя взглянулъ на эту забаву съ ея практической стороны, и двѣ усовершенствованныя машины были установлены въ баняхъ Трусова на Фонтанкѣ. Томасъ Савери изобрѣлъ свою машину въ 1698 году; но уже черезъ 10 лѣтъ она была вытѣснена окончательно въ Англіи новой машиной Ньюкомена и Коулея.

Эта новая машина появилась въ Россіи въ 1777 году; она была выписана изъ-за границы Екатериной II и поставлена для выкачиванія воды изъ канала Петра Великаго **). Такъ шло дѣло въ туманномъ Петербургѣ; но оно неожиданно перескакиваетъ на Уралъ, гдѣ въ 1763 году былъ поданъ полный проектъ паровой воздуходувной машины Иваномъ Ползуновымъ. Чтобы объяснить этотъ скачокъ новой идеи, указываютъ на то, что въ 1760 году вышла книга Шлаттера „Обстоятельное наставленіе рудному дѣлу“,

*) Горный Журналъ, 1826 г., т. X., стр. 63.

***) Брандтъ. „Исторія паровыхъ машинъ“. С.-Пб. 1892 г.

гдѣ было помѣщено описаніе машины Ньюкомена съ чертежами на 4 большихъ листахъ. Однако, въ поданной къ своему проекту запискѣ Ползуновъ говоритъ о своихъ самостоятельныхъ опытахъ и изслѣдованіяхъ; онъ опредѣлилъ вѣсъ воздуха, его давленіе и сдѣлалъ всѣ вычисленія, необходимыя для его машины. Такая ширина и глубина научнаго міропониманія могла явиться слѣдствіемъ серьезныхъ научныхъ знаній. Кто же былъ этотъ Ползуновъ? Какъ о всѣхъ великихъ людяхъ земли русской, біографическія свѣдѣнія о немъ ничтожно малы. Однако, мы можемъ сказать, что онъ родился въ 1730 году, въ Екатеринбургѣ, въ семьѣ солдата горной роты, учился въ мѣстной арифметической школѣ, гдѣ преподавались: арифметика, черченіе, геометрія, логарифмическія вычисленія; школа, очевидно, имѣла цѣлью подготовку низшихъ техниковъ*). Въ возрастѣ 14 лѣтъ онъ рабсталъ на заводѣ въ качествѣ механическаго ученика, а въ 1747 году переведенъ на Алтай и произведенъ въ „шихтмейстеры“. Намъ извѣстна еще одна небольшая подробность его жизни. Лютеранскій проповѣдникъ Лансманъ писалъ изъ Барнаула профессору Бекману въ 1764 году, что Ползуновъ имѣетъ много метеорологическихъ инструментовъ. Это письмо было за два года до его смерти. Онъ умеръ 16 мая 1766 года въ 7 часовъ вечера отъ сильнаго горлового кровотечения, а 23 мая помощники Ползунова впервые пустили его машину.

Такимъ образомъ, онъ не дождался полнаго торжества своего изобрѣтенія, а послѣ него уже некому было думать о его важности и необходимости. Когда имъ поданъ былъ проектъ и смѣта съ подробной и обоснованной объяснительной запиской, то горная канцелярія высказалась такъ: „похвальное намѣреніе приеменить за благо горная механика за ревность и совершенную охоту, тѣмъ болѣе, что не токмо въ здѣшнихъ нужныхъ заводахъ, но и во всей Россіи тотъ способъ пойтить и укрѣпиться можетъ, который несравненно съ нынѣшнемъ могъ быть полезену**). Проектъ Ползунова разсматривалъ самъ Шлаттеръ, который призналъ проектъ исполнимымъ и высказалъ слѣдующее: „Ползуновъ „достойнымъ похвалы искусствомъ такъ успѣлъ измѣнить ея (машины Ньюкомена) составъ, что машину его можно почесть новымъ изобрѣтеніемъ“. Говорятъ, что объ этомъ было доложено императрицѣ, что она приказала выдать изобрѣтателю 400 рубл. и выписать его въ Петербургъ для „большого въ механикѣ искусства“. Однако, канцелярія оставила это приказаніе императрицы безъ исполненія, оче-

*) Свѣдѣнія мною взяты изъ статьи г. Рюмина. (Ива, 1913 г., № 19).

***) Бумаги архива Алтайскаго горнаго правленія, журналъ канцеляріи, 25 апр. 1763 года.

видно потому, что самъ авторъ не дождался своего изобрѣтенія.

Вотъ, что мы знаемъ объ Иванѣ Ивановичѣ Ползуновѣ. Теперь разберемся немного въ томъ, что мы знаемъ. Очевидно, что петербургская машина Ньюкомена не могла играть никакой роли въ изобрѣтеніи Ползунова, такъ какъ она была поставлена много поздѣе. Едва ли на его изобрѣтеніе могла имѣть вліяніе книга Шлаттера: она вышла въ 1760 году, и чтобы ей добраться до Алтайскихъ заводовъ, необходимъ большой промежутокъ времени, а ужъ въ 1763 году Ползуновъ подалъ свой проектъ съ обстоятельной пояснительной запиской. Для его составления, для необходимыхъ опытовъ, для конструированія самой машины промежутокъ въ 3 года слишкомъ малъ. Но могли быть, конечно, иныя, неизвѣстные намъ пути. Могли быть въ Барнаулѣ англійскія сочиненія съ описаніемъ машины Ньюкомена хотя бы у того же пастора Лансмана, могли быть письма, частные слухи и т. п. Такъ что отрицать всякую связь между изобрѣтеніемъ Ползунова и Ньюкомена нельзя; но въ то же время нельзя съ увѣренностью и установить этой связи. Обѣ машины имѣютъ столь разныя основы, что общимъ для той и другой надо считать машину Савери. Объ этой машинѣ Ползуновъ могъ знать какъ по разсказамъ нерѣдкихъ путешественниковъ, могъ имѣть ея описаніе еще въ школѣ и уже самостоятельно придти къ основной идеѣ своей машины. Какую же связь имѣетъ Ползуновъ съ Леонтіемъ Магницкимъ? По всей видимости, сочиненіе Магницкаго было далеко распространено за предѣлами Москвы: Михаилъ Ломоносовъ имѣлъ его въ своей деревнѣ Денисовкѣ; но оно распространялось двумя путями: непосредственно какъ печатныя книги и рукописно съ особыми добавленіями, сообразно требованіямъ той или иной школы. Такъ, въ библиотекѣ извѣстнаго методиста С. И. Шохеръ-Троцкаго есть писаное сочиненіе кондуктора Алексѣя Борисова, помѣченное 1738 годомъ. Здѣсь первыя страницы переписаны изъ ариометики Магницкаго, т.-е. переписана вся его ариометическая часть, а потомъ идетъ уже совершенно новое изложеніе геометрии.

Это показываетъ, что въ первую половину XVIII-го вѣка ариометика Магницкаго имѣла широкое распространеніе, особенно по школамъ, и я думаю, что юный механикъ у себя въ Екатеринбургѣ читалъ въ большомъ вниманіи это сочиненіе и въ немъ находилъ источникъ для смѣлыхъ полетовъ своей фантазіи. Изучая свойства вещей, выраженныхъ числомъ, онъ приходилъ къ мысли какъ о вѣсѣ воздуха, такъ и о его давленіи. Упомянутіе пастора Лансмана о метеорологическихъ приборахъ прямо указы-

ваетъ намъ на послѣднія главы ариѳметики, которыя могли дать толчокъ именно въ этомъ направленіи, а его работы на заводѣ— какъ непосредственное изученіе свойствъ нагрѣтаго воздуха, а можетъ быть и пара, внушило ему идею устройства паровой машины.

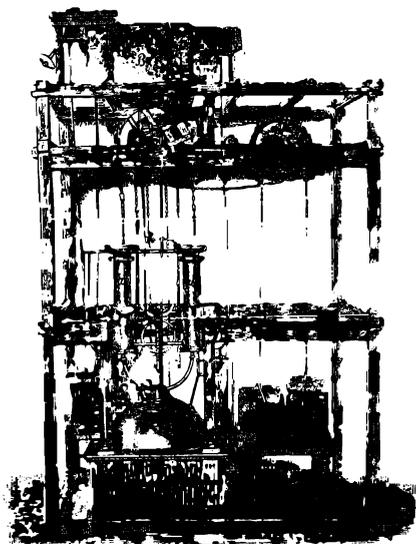


Рис. 2.

Рисунокъ его машины я позволю себѣ здѣсь привести: а и а суть два паровыхъ цилиндра, соединенныхъ между собою трубкой. Внизу паровой котель, а вверху бакъ съ водой. При помощи цѣпи штанги этихъ цилиндровъ приводятъ въ движеніе зубчатое колесо, которое въ свою очередь двигаетъ другое зубчатое колесо и подымаетъ верхнія доски мѣховъ, которыя опускаются собственнымъ вѣсомъ, давая непрерывную струю воздуха.

Машина Ползунова была поставлена на Змѣиногогорскомъ сереброплавильномъ заводѣ и дала очень хорошіе результаты; но проработала она лишь съ 4 августа по 10 ноября. Некому было позаботиться объ ея сохранности и починкѣ. Лишь 120 лѣтъ спустя профессоръ Войславъ обратилъ вниманіе ревизора Воейкова, что въ Барнаулѣ хранится модель машины, подобной Уаттовой, но построенной раньше и представляющей *куръезъ* въ томъ отношеніи, что эта машина немного отличается отъ воздухоудвнхъ машинъ настоящаго времени. Благодаря этому совершенно случайному обстоятельству, мы знаемъ объ этой машинѣ и можемъ разсказать ея устройство; но многого мы еще не знаемъ, что скрыто

въ архивахъ разныхъ казенныхъ учреждений. Какія же причины такого заброса нашей старины? По-моему, самая главная изъ нихъ та, что мы установили неправильную точку зрѣнія на нашу старину; мы не можемъ допустить крупнаго научнаго прогресса знаній въ Россіи въ періодъ хотя бы того же XVIII вѣка, и намъ кажется, что великіе люди нашей родины какъ-то одиноко торчатъ среди пустыни и полнаго невѣжества. Мы ищемъ связи съ Западомъ, ищемъ указаній на заимствованія и забываемъ то, что гени не рождаются среди некультурныхъ націй. Необходимо и обязательно должна быть почва, которая бы вырастила и вскормила генія, а такой почвой можетъ быть только культурная среда. Наличие такой среды мы и должны признать хотя бы въ томъ же XVIII вѣкѣ, а тогда необходимо и изслѣдовать эту среду. Михаилъ Ломоносовъ былъ сынъ крестьянина, Иванъ Ползуновъ—сынъ солдата горной роты. Не говоритъ ли это намъ о демократичности знанія и науки въ Россіи. Быть-можетъ, тамъ, вверху, среди богатыхъ и знатныхъ, мы немного найдемъ людей, движимыхъ любовью къ знанію, но ниже, въ средѣ трудящагося народа, мы найдемъ ихъ достаточно, чтобы сказать о культурности нашей родины.

Мое изслѣдованіе о Магницкомъ есть попытка изученія этой среды. Въ немъ много недостатковъ, изъ которыхъ главный состоитъ въ томъ, что я сознаю, какъ мало я знаю эпоху, когда жилъ Магницкій. Буду счастливъ, если критика освѣтитъ мои ошибки и увлеченія, а вмѣстѣ съ этимъ прольетъ свѣтъ и на то, что было въ Россіи въ это время, какъ жилъ русскій народъ, чѣмъ онъ интересовался и какъ рѣшалъ тѣ міровые вопросы, какими занимались наши западные сосѣды.

Сочиненіе Магницкаго, несомнѣнно, потребуетъ новаго изслѣдованія, ибо я не только свое, но и изслѣдованіе г. Бобынина не считаю исчерпывающимъ и думаю, что когда найдется авторъ, который захочетъ разобрать Ломоносова, какъ русскаго генія, то необходимо долженъ будетъ разобрать и Магницкаго, какъ его учителя.

Приложеніе.

Прилагаемая фототипія представляетъ снимокъ съ гравюры, напечатанной Василиемъ Кипріановымъ въ 1705 году. Гравюра представляетъ собою наглядное пособіе для изученія ариометики, она озаглавлена: „Новый способъ ариометики оеорики или зрительныя, сочиненъ вопросами ради удобнѣйшаго понятія“. Единственный экземпляръ этой гравюры находится въ Академіи Наукъ, Музей Петра I. Эта гравюра на мѣди на трехъ вмѣстѣ склеенныхъ листахъ размѣромъ 1 ар. 7 в. длины и 1 ар. 1 верш. ширины. Вверху находится Духъ Св. въ видѣ голубя, съ надписью кругомъ: „Духъ мудрости, Духъ разума“. Подъ нимъ въ лучахъ по-еврейски имя Бога, а ниже русскій двуглавый орелъ; на груди его Георгій Побѣдоносецъ, а въ когтяхъ вмѣстѣ съ державой и скипетромъ два моря, кругомъ буквы Б. М. П. Д. В. Г. Ц. И. В. К. П. А. В. В. М. Б. Р. С., т.-е. Божіей милостію пресвѣтлѣйшій, державнѣйшій великій Государь Царь и великій князь, Петръ Алексѣевичъ, всея великія, малыя, бѣлыя Россіи самодержецъ. Эта эмблема пояснена внизу гравюры, гдѣ въ овалахъ послѣдовательно написано:

Во первыхъ вверху во облацѣхъ изображеніе духа святого, отъ него же во благодати изліяется всякая премудрость чловѣкамъ.

Его же дарованіемъ самодержавнѣйшему нашему монарху изданы проблемы на гербъ его царского пресвѣтлѣйшаго величества.

Вначалѣ убо изображенныя на крылѣхъ орліихъ два моря, то знаменуютъ державы его пресвѣтлѣйшаго величества древлее.

Я же въ когтяхъ орліихъ, идѣже держава, сіе трудомъ полученное черезъ благодать сіяющаго надъ нимъ Бога, во еже побѣдою притяжа Азовское море.

А идѣже скипетръ и мечъ, ту знаменованіе его же пресвѣтлѣйшаго величества трудами притяженное море Балтійское или Варяжское.

Вся вышеизображенные четыре моря, орломъ содержимыя, его величества державы стяжанныя отъ всего земного глобуса, иже подь гербомъ изображень.

Справа и слѣва отъ герба находятся двѣ виньетки, въ которыхъ слѣдующія надписи: справа: „ариометика сія оеорика, также политика и логистика, въ началѣ бо отъ оныхъ издателей по ихъ же и черезъ нихъ писателей“; а слѣва: „но понеже Архимедъ и Пиаогоръ ону пустиша яко рѣки отъ горъ: за толикую пользу и благодать должно велію честь Богу воздать“.

Затѣмъ — фронтонъ, поддерживаемый 12 колоннами; на 4-хъ справа подписи: геометрія, стереометрія, асгрономія, оптика; слѣва: меркаторія, географія, фортификація, архитектура. У подножія каждой изъ этихъ колоннъ эмблематическія изображенія науки. На ближайшихъ къ центру колоннахъ: глобусъ съ ариометическими числами: „сими возлетаютъ“; циркуль: „до звѣздъ достигаютъ“. Между этими колоннами ариометика въ видѣ женщины, сидящей на тронѣ съ 5 ступенями, на которыхъ надписи: „счисленіе, сложеніе, вычитаніе, умноженіе и дѣленіе“.

Вверху и внизу фронтона стихи: „Нынѣ державнѣйшій сей монархъ тщаніемъ, ученіемъ се удоволилъ знаніемъ: ариометика дѣйствы наукъ отвергаетъ; внемли убо, то все на столпахъ изъясляетъ“. По сторонамъ, справа изображенія Пиаогора, Гиппарха, Птоломея и Коперника: „онимъ философомъ короны сплетены“. Слева: Архимеда царя Альфонскаго (Альфонса), Тихо-де-Браге и Фоцилида: „за ихъ же тщаніе въ наукахъ почтены“.

Посрединѣ листа таблицы находится вышеприведенное заглавіе, а ниже: „Ариометика есть сирѣчь числительная, сочинена въ толикомъ удобномъ образѣ, яко кійждо можетъ изчислити всяко изчисленіе веліе въ продажахъ и купляхъ, мѣрахъ и вѣсахъ, во всякой цѣнѣ и во всякихъ деньгахъ во вся царства всего міра; и служитъ еще во еже раздѣлити кому всякую вещь во многія части и доли раздѣляти въ товариществахъ, и вкратцѣ рещи: служить во еже изчислити всякое великое изчисленіе что либо аще помыслитъ человекъ. Въ колицы части предѣляется сія числительница? На четырь части. Си суть четыре части. Первая часть о числахъ цѣлыхъ. Вторая о числахъ ломаныхъ или частныхъ. Третія о числахъ подобныхъ, сирѣчь въ трехъ, въ пяти и въ семи перечныхъ цѣлыхъ и частныхъ числахъ, въ ней же о правилѣ фальшивомъ или ложномъ. Четвертая о числахъ начертанныхъ, которыя въ начертаніяхъ плоскихъ и толстыхъ геометрическихъ описуются. Часть первая имѣетъ предѣленій пять.

Первое о начертаніи письменъ, въ немже и нумераціо или численіе. Второе аддиціо или сложеніе. Третіе субстракціо или вычитаніе. Четвертое мультипликаціо или умноженіе. Пятое дивизіо или дѣленіе. Вторая часть придана децимальная, во всякихъ убо частныхъ числахъ случайная. Имѣетъ же оныхъ предѣленийъ пять. На сихъ бо двухъ частѣхъ и прочіи тіи двѣ части основаніе имѣютъ, имиже дѣйство разными образы въ тѣхъ частѣхъ опредѣлѣхъ бываетъ. Сего ради убо Господіе мои кратко ихъ предложихъ вамъ напередверіе прочимъ частемъ. И вы аще благо оныя вразумите можете или и прочіи тіи двѣ части съ трудолюбіемъ внимати и всяко число изчисляти“.

Послѣ этого какъ бы предисловія идетъ изложеніе правилъ ариометическихъ дѣйствій надъ числами цѣлыми и дробями. Я приведу здѣсь опредѣленіе дѣйствій. Предѣленіе первое занимаетъ первый вертикальной столбецъ. Здѣсь говорится о нумераціи: „Начертаніе и счисленіе есть обявляющая начертаніемъ девять числъ, ими же числятся всякій щеть. Въ дробяхъ подъ нумераціей идетъ „премѣніе“. Предѣленіе второе опредѣляетъ сложеніе: „сложеніе есть слагающее число съ числомъ и учитающее изъ тѣхъ числъ болшой перечень, еже нарицается собраніе. Предѣленіе третіе—вычитаніе. „Вычитаніе есть вычитающее изъ болшого малое число и остатокъ обявляющее, оно же пририцается разнство“. Предѣленіе четвертое—умноженіе. „Множеніе есть умножающее болшее меншимъ числомъ или равное равнымъ и умноженное число обявляющее, оно именуется произведеніе“. Предѣленіе пятое—дѣленіе. „Дѣленіе есть раздѣляющее болшее меншимъ числомъ, изчислившееся отъ раздѣленія малое обявляющее, кое называется выдѣленное или частное число“.

Внизу гравюры находится изображеніе кремля и планъ С.-Петербургa, около которыхъ помѣщено слѣдующее стихотвореніе:

1. Тѣмъ ти молю о самодержце
къ чести Богу ревный раделче.
2. Дабы трудъ сей въ честь Богу пріялъ
и ползу людямъ въ миръ изліялъ.
3. Тѣмъ убо трудшійся убогій
подлагаю главу подъ ноги.
4. И желаю да будетъ сей трудъ
добрѣ ползовать божій весь людъ.
5. Нынѣ же и всякъ лучшій воинъ
ону знать наукъ достоинъ.
6. Иже да поетъ Богу славу
и величитъ твою державу.

7. За толикую ползу и даръ
юже бо весь міръ нынѣ издалъ.
8. Мнѣ жъ милость твоя да прїидеть
и милостиво трудъ сей прїиметь.

Внизу подпись: „Сочинися въ царствующемъ градѣ Москвѣ
лѣта Господня 1705, черезъ труды Василя Кипріанова. Штико-
валь Ѳедоръ Никитинъ съ ученикомъ съ Маркомъ Петровымъ“.

