Я. И. ПЕРЕЛЬМАН

ВЕСЕЛЫЕ ЗАДАЧИ

Москва
АСТ • Астрель
ТРАНЗИТКНИГА
2003

УДК 51
ББК 22.1я92
П27

Научно-популярное издание

Занимательная наука

Я. И. Перельман
ВЕСЕЛЫЕ ЗАДАЧИ

Составитель *Ю. А. Данилов*
Редакторы *Е. О. Токарева, Е. А. Варшавская*
Художник *А. Л. Бондаренко*
Оформление обложки *дизайн-студии «Дикобраз»*

Подписано в печать 11.07.2003. Формат 84x108 1/32.
Гарнитура «Петербург». Усл. печ. л. 15,12. Тираж 8000 экз.
Заказ № 1309.

Общероссийский классификатор продукции ОК-005-93,
том 2; 953004 – литература научная и производственная
Санитарно-эпидемиологическое заключение
№ 77.99.10.953.П.000009.01.03 от 10.01.2003

ООО «Издательство Астрель»
143900, Московская обл., г. Балашиха, пр-т Ленина, д. 81

ООО «Издательство АСТ»
667000, Республика Тыва, г. Кызыл, ул. Кочетова, д 28
WWW.AST.RU
E-mail: astpub@aha.ru

ООО «Транзиткнига»
143900, Московская обл., г. Балашиха,
ш. Энтузиастов, д. 7/1

Отпечатано с готовых диапозитивов
на Книжной фабрике № 1 МППР России
144003, г Электросталь, Московской обл , ул Тевосяна, 25

Перельман Я. И.

П27 Веселые задачи / Я. И. Перельман. – М.: ООО «Издательство Астрель»: ООО «Издательство АСТ»: ООО «Транзиткнига», 2003. – 287,[1] с.: ил. – (Занимательная наука).

ISBN 5-17-020460-4 (ООО «Издательство АСТ»)
ISBN 5-271-07241-X (ООО «Издательство Астрель»)
ISBN 5-9578-0438-X (ООО «Транзиткнига»)

Две сотни увлекательных задач-головоломок признанного мастера занимательного жанра Я. И. Перельмана

УДК 51
ББК 22.1я92

ISBN 5-17-020460-4 (ООО «Издательство АСТ»)
ISBN 5-271-07241-X (ООО «Издательство Астрель»)
ISBN 5-9578-0438-X (ООО «Транзиткнига»)

ПЕРВАЯ СОТНЯ ГОЛОВОЛОМОК

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА

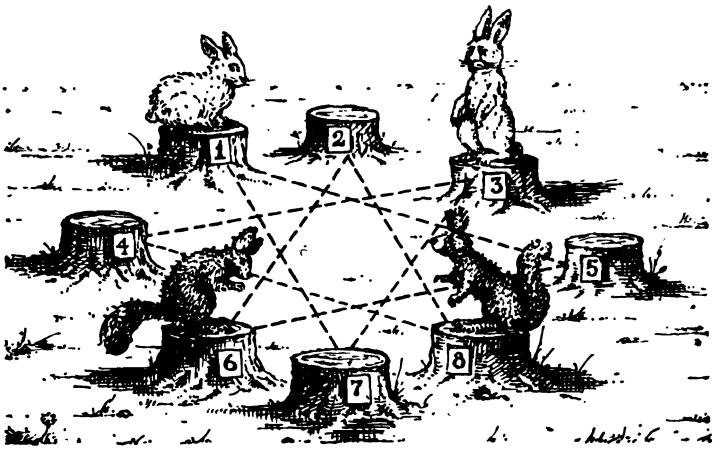
Цель этой книжечки – дать материал для приятной умственной гимнастики, для тренировки сообразительности и находчивости. Предназначенная пополнить досуг юных математиков, книжка содержит, однако, не только математические головоломки: наряду с задачами арифметическими и геометрическими, в сборнике представлены головоломки из области физики, мироведения и логики. Есть здесь и задачи, не примыкающие ни к какому учебному предмету, но все же полезные как упражнения, подготавливающие ум к более серьезной работе. Так, задачи на перестановки и размещения приучают к систематическим поискам решения, зрительные обманы способствуют развитию наблюдательности, развлечения с разрезыванием фигур и составлением силуэтов развивают геометрическое воображение.

На русском языке уже имеются сборники подобного типа. Появление еще одного было бы излишним, если бы составитель не стремился освежить традиционный материал несколькими десятками частью новых, придуманных им самим, частью малоизвестных задач, почерпнутых из иностранных источников. Задачи предполагают у читателя лишь элементарные познания и предназначены преимущественно тем, кому еще предстоит изучать математику.

Второе издание этой книги, вышедшее в 1919–1920 гг. в весьма большом числе экземпляров, было перепечатано с первого без существенных изменений.

Для третьего издания текст заново отредактирован и некоторые задачи, по различным соображениям, заменены другими.

Октябрь, 1924
Яков Перельман



Головоломные размещения и занимательные перестановки

1. БЕЛКИ И КРОЛИКИ

Перед вами восемь перенумерованных пней (рис. 1). На пнях 1 и 3 сидят кролики, на пнях 6 и 8 – белки. И белки, и кролики почему-то недовольны своими местами и хотят обменяться пнями: белки желают сидеть на местах кроликов, а кролики – на местах белок. Попасть на новое место они могут, прыгая с пня на пень по следующим правилам:

1) прыгать с пня на пень можно только по тем линиям, которые показаны на рисунке; каждый зверек может делать несколько прыжков кряду;

2) два зверька на одном пне поместиться не могут, поэтому прыгать можно только на свободный пень.

Имейте также в виду, что зверьки желают обменяться местами за наименьшее число прыжков. Впрочем, меньше чем 16 прыжками им не обойтись.

Как же они это сделают?

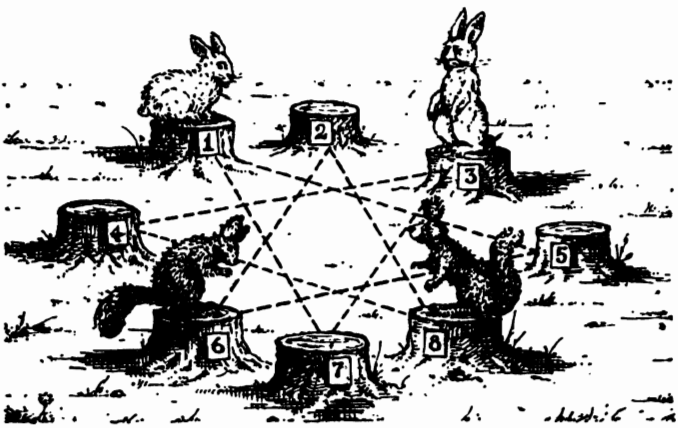


Рис. 1. *На полянке.*

2. ЧАЙНЫЙ СЕРВИЗ

Мне пришлось как-то целый вечер ждать поезд на маленькой станции. Не было ни книг, ни газет, ни собеседников, и я не знал, чем наполнить часы ожидания. К счастью, я вспомнил об одной занимательной задаче, которая незадолго до того попалась мне в иностранном журнале. Задача состояла в следующем.

Стол разграфлен на 6 квадратов, в каждом из которых, кроме одного, помещается какой-нибудь предмет. Я воспользовался чайной посудой и разместил по квадратам чашки, чайник и молочник, как показано на рис. 2.

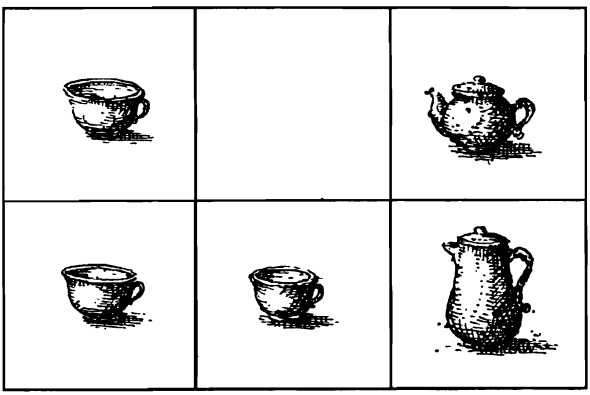


Рис. 2. *Стол, накрытый к чаю.*

Суть задачи в том, чтобы поменять местами чайник и молочник, передвигая предметы из одного квадрата в другой по определенным правилам, а именно:

1) предмет перемещать только в тот квадрат, который окажется свободным;

2) нельзя передвигать предметы по диагонали квадрата;

3) нельзя переносить один предмет поверх другого;

4) нельзя также помещать в квадрат более одного предмета, даже временно.

Эта задача имеет много решений, но интересно найти самое короткое, т. е. обменять местами чайник и молочник за наименьшее число ходов.

В поисках решения незаметно прошел вечер; я покидал станцию, так и не найдя кратчайшего решения.

Может быть, читатели найдут его? На всякий случай предупреждаю, что искомое наименьшее число ходов все же больше дюжины, хотя и меньше полутора дюжин.

3. АВТОМОБИЛЬНЫЙ ГАРАЖ

На нашем чертеже изображен план автомобильного гаража с помещениями для двенадцати автомобилей. Но помещение так неудобно, так мало, что у заведующего гаражом постоянно возникают затруднения. Вот одно из них. Предположим, что восемь автомобилей стоят так, как показано на рис. 3. Автомобили 1, 2, 3 и 4 необходимо поменять местами с автомобилями 5, 6, 7 и 8.

Как это сделать за наименьшее число переездов?

Надо заметить, что два автомобиля двигаться одновременно не могут и что в каждом отсеке гаража помещается только один автомобиль.

4. ТРИ ДОРОГИ

Три брата – Петр, Павел и Яков – получили невдалеке от их домов три участка земли, расположенные рядом. Каждый устроил на своем участке

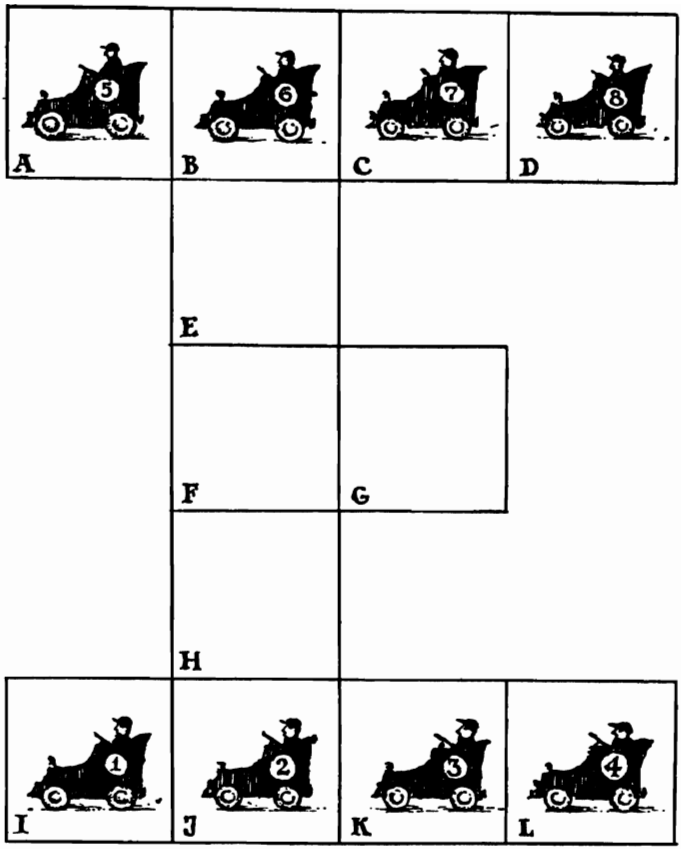


Рис. 3. *В гараже.*

огород. Как видно из рис. 4, дома Петра, Павла и Якова и отведенные братьям земельные участки расположены не совсем удобно.

Но братья не могли договориться об обмене. А так как кратчайшие пути к огородам пересекались, то между ними вскоре начались столкновения, перешедшие в ссоры. Желая прекратить распри, братья решили отыскать такие пути к своим участкам, чтобы не пересекать друг другу дороги.

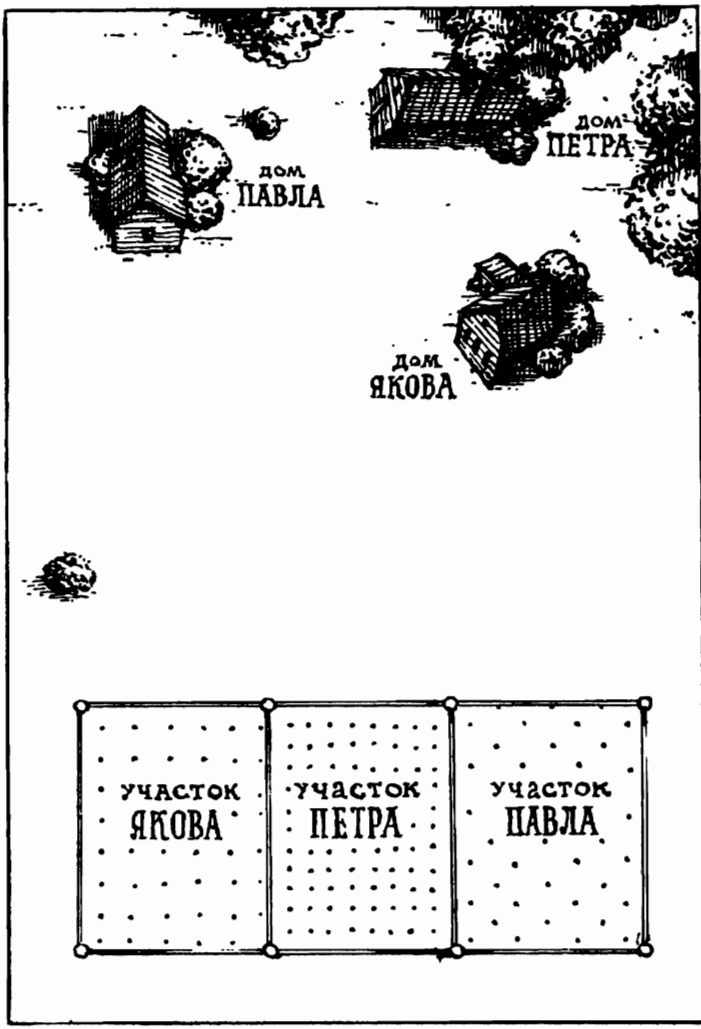


Рис. 4. *Три дома – три участка.*

После долгих поисков они нашли такие три пути и теперь ежедневно ходят на свои огороды, не встречаясь друг с другом.

Можете ли вы указать эти пути?

5. МУХА НА ЗАНАВЕСКЕ

На оконной занавеске с рисунком в клетку уселись 9 мух. Случайно они расположились так, что никакие две мухи не оказались в одном и том же ряду – ни прямом, ни косом (рис. 5).

Спустя несколько минут три мухи сменили места и переползли в соседние, незанятые клетки; остальные 6 не двигались. Но забавно: хотя три мухи перешли на другие места, все 9 снова оказались размещенными так, что никакая пара не находилась в одном прямом или косом ряду.

Можете ли вы сказать, какие три мухи и куда пересели?

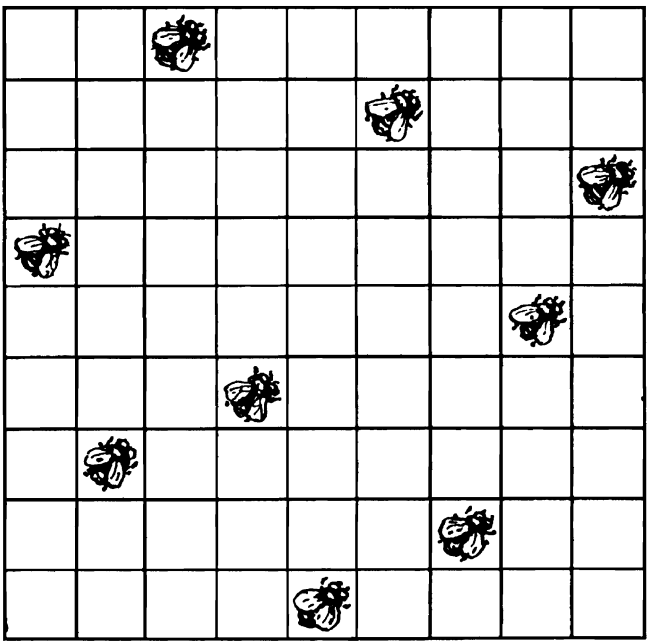


Рис. 5. *Мухи на занавеске.*

6. ДАЧНИКИ И КОРОВЫ

Вокруг озера расположены четыре дачи, а почти прямо на берегу – четыре коровника. Владельцы дач хотят соорудить сплошной забор так, чтобы озеро было закрыто от коров, но в то же время доступно для дачников, любящих купаться.

Исполнимо ли их желание? Если исполнимо, то как нужно построить забор, чтобы он имел наименьшую длину и, следовательно, обошелся возможно дешевле?

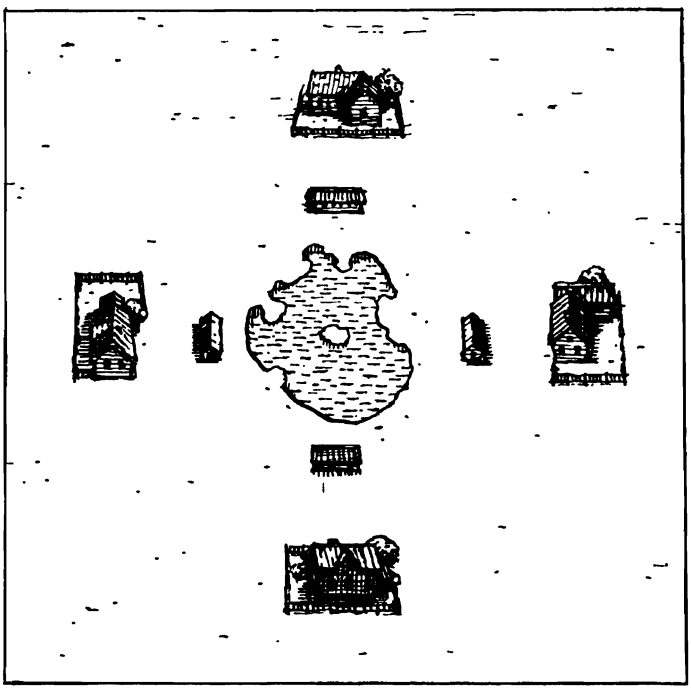


Рис. 6. *Дачники и коровы.*

7. ДЕСЯТЬ ДОМОВ

Некто желал построить 10 домов, соединенных между собой крепкими стенами. Стены должны тянуться пятью прямыми линиями, с четырьмя домами на каждой.

Приглашенный архитектор представил план, который вы видите здесь на рис. 7.

Этим планом заказчик остался недоволен: ведь при таком расположении можно подойти свободно к любому дому, а ему хотелось, чтобы если не все, то хоть один или два дома были защищены стенами от нападения извне. Архитектор вообразил, что нельзя удовлетворить этому условию, раз 10 домов должны быть расположены по 4 на каждой из пяти линий. Но заказчик настаивал на своем.

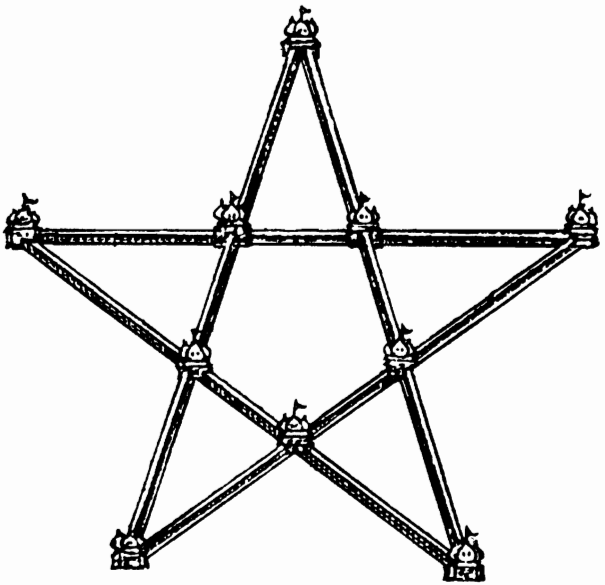


Рис. 7. *Дома и стены.*

Долго ломал архитектор голову над этой задачей и, наконец, решил ее.

Может быть, и вам посчастливится найти такое расположение 10 домов и 5 соединяющих их прямых стен, чтобы требуемое условие было выполнено.

8. ДЕРЕВЬЯ В САДУ

В саду росло 49 деревьев, и вы можете видеть на рис. 8, как они были расположены. Садовник нашел, что деревьев слишком много; он желал расчистить сад от лишних деревьев, чтобы удобнее было разбить цветники. Позвав работника, он дал ему такое распоряжение:

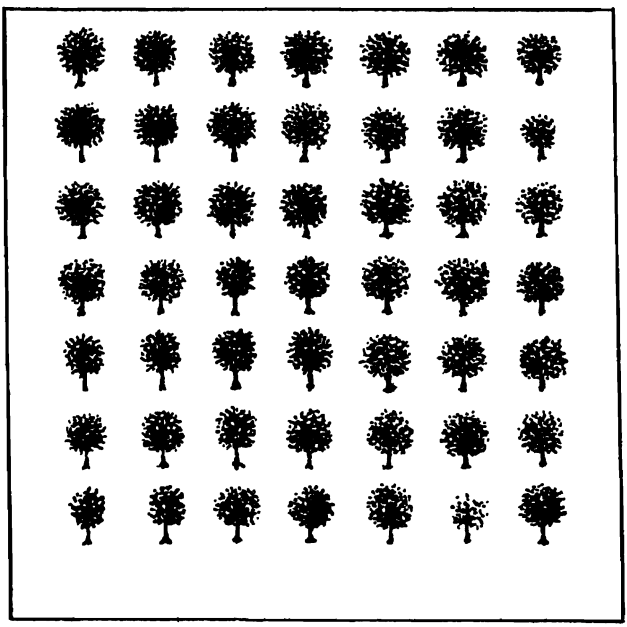


Рис. 8. *Сад до вырубки деревьев.*

– Оставь только 5 рядов деревьев, по 4 в каждом ряду. Остальные сруби и возьми себе на дрова.

Когда рубка кончилась, садовник вышел посмотреть работу. К его огорчению, сад был почти опустошен: вместо 20 деревьев работник оставил только 10, срубив 39 деревьев!

– Почему ты вырубил так много? Ведь тебе сказано было оставить 20 деревьев, – упрекал его садовник.

– Нет, не 20, мне сказано было оставить 5 рядов по 4 дерева в каждом. Я так и сделал – посмотрите.

И в самом деле, садовник с изумлением убедился, что оставшиеся на корню 10 деревьев образуют 5 рядов по 4 дерева в каждом. Приказание его было исполнено буквально, но вместо 29 деревьев работник вырубил 39.

Как он ухитрился это сделать?

9. БЕЛАЯ МЫШЬ

Все 13 мышей, окружающие кошку (рис. 9), обречены попасть ей на обед. Но кошка желает съесть их в определенном порядке: каждый раз она отсчитывает по кругу, в том направлении, в каком мыши глядят, 13-ю, и съедает ее.

С какой мыши она должна начать, чтобы белая оказалась съеденной последней?

10. ИЗ 18 СПИЧЕК

Из 18 спичек нетрудно сложить два четырехугольника так, чтобы один был вдвое больше другого по площади (рис. 10).

Рис. 9. *Кошка и мышки.*

Но сложите из тех же спичек два таких четырехугольника, чтобы один был в *три* раза больше другого по площади!

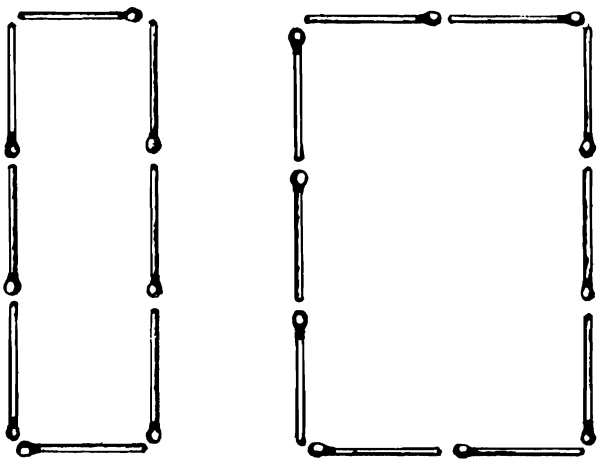


Рис. 10. *Спичечная геометрия.*

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 1 – 10

1. Ниже указан самый короткий способ обмена. Цифры показывают, с какого пня на какой надо прыгать (например, 1 – 5 означает, что белка прыгает с 1-го пня на 5-й). Всех прыжков понадобится 16, а именно:

1 – 5;
3 – 7, 7 – 1;
8 – 4, 4 – 3, 3 – 7;
6 – 2, 2 – 8, 8 – 4, 4 – 3;
5 – 6, 6 – 2, 2 – 8;
1 – 5, 5 – 6;
7 – 1.

2. Для удобства заменим чайную посуду цифрами. Тогда задача представится в таком виде: надо поменять местами предметы 2 и 5. Вот порядок, в каком их следует передвигать на свободный квадрат:

1		2
3	4	5

Рис. 11. *Задачи о перестановке чайной посуды.*

2, 5, 4, 2, 1, 3, 2, 4, 5, 1, 4, 2, 3, 4, 1, 5, 2.

Задача решается в 17 ходов; более короткого решения нет.

3. В таблице показаны по порядку все переезды, необходимые для того, чтобы помочь заведующему гаражом выйти из затруднительного положения. Цифры обозначают номера автомобилей, а буквы – соответствующие помещения. (6-С означает, что автомобиль 6 ставится в отделение С и т. п.)

Всех переездов понадобится 43. Вот они:

6-C	4-A	1-C	3-G
2-B	7-F	2-J	6-1
1-E	8-E	7-H	2-J
3-H	4-D	1-A	5-H
4-1	8-C	7-G	3-C
3-L	7-A	2-B	5-G
6-K	8-G	6-E	3-B
4-G	5-C	3-H	6-E
1-I	2-B	8-L	5-I
2-J	1-E	3-1	6-J
5-H	8-1	7-K	

4. Три непересекающихся пути показаны на рис. 12.

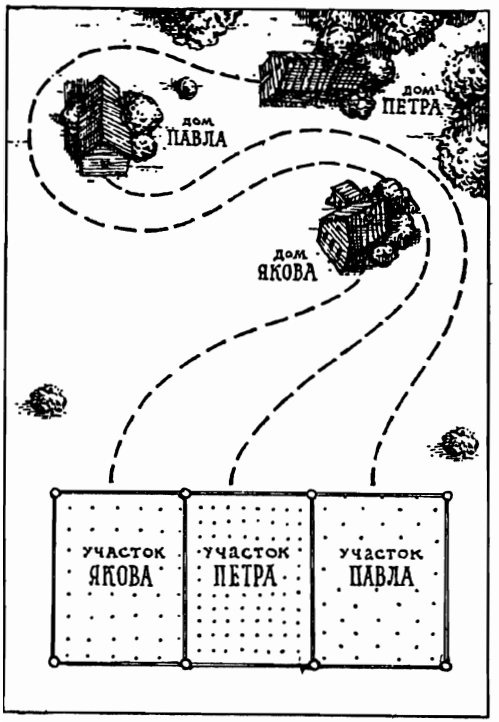


Рис. 12. *Три непересекающихся пути.*

И Петру, и Павлу приходится идти довольно извилистой дорогой – но зато братья избегают нежелательных встреч.

5. Стрелки на рис. 13 показывают, какие мухи переменили место и с каких клеток они пересели.

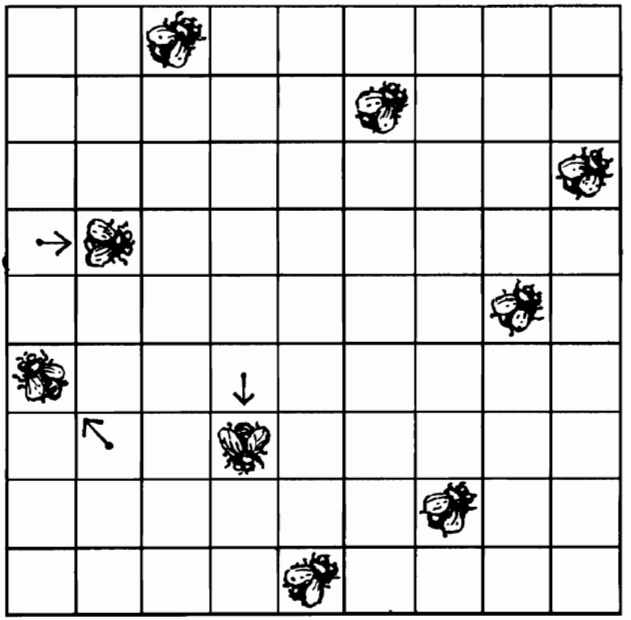


Рис. 13. *Мухи на занавеске (в новой позиции).*

6. Забор можно поставить двумя способами (рис. 14 а, б).

Забор, построенный по второму плану, короче и, следовательно, дешевле.

7. Вот единственное расположение, при котором 2 дома находятся в безопасности от нападения извне (рис. 15). Все 10 домов расположены здесь, как требовалось в задаче: по 4 на каждой из пяти прямых стен.

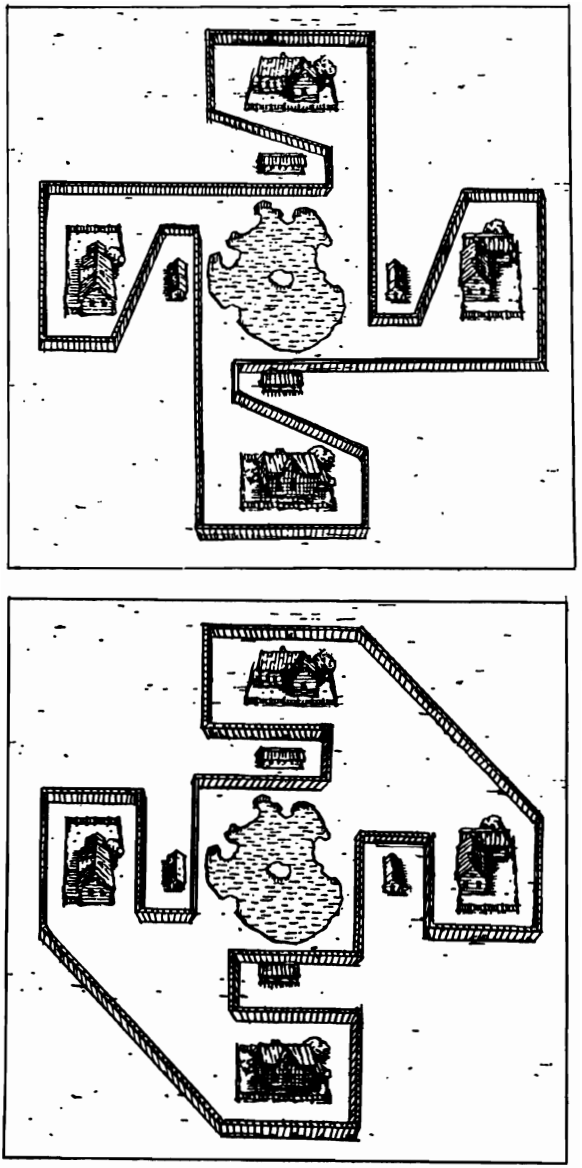


Рис. 14 а, б. *Как оградить озеро от коров.*

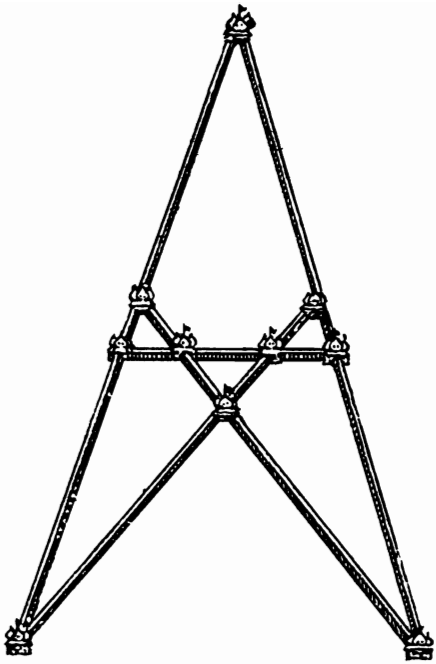


Рис. 15. *Дома и стены (два дома в безопасности).*

8. Деревья, оставшиеся несрубленными, расположены так, как показано на рисунке 16.

Как видите, они действительно образуют 5 прямых рядов, и в каждом ряду 4 дерева.

9. Кошка должна съесть первой ту мышь, которая находится у кончика ее хвоста (рис. 9).

Попробуйте, начав с этой мыши счет по часовой стрелке, зачеркивать каждую 13-ю мышь, и вы убедитесь, что белая мышь будет зачеркнута последней.

10. На рис. 17 показано, как надо сложить из 18 спичек два четырехугольника, чтобы один был *втрое* больше другого по площади. Второй четы-

Рис. 16. *Сад после вырубки деревьев.*

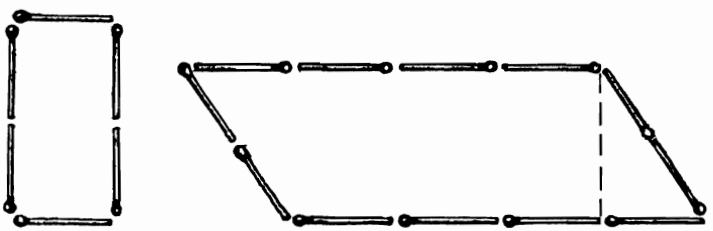


Рис. 17.

рехугольник является параллелограммом с высотой, равной $1^1/_2$ спичкам.

Площадь параллелограмма равна его основанию, умноженному на высоту. В основании нашего параллелограмма лежат 4 спички, высота же равна $1^1/_2$ спичкам; следовательно, площадь равна $4 \times 1^1/_2$, т. е. 6 таким квадратикам, каких в меньшем четырехугольнике 2. Итак, правый четырехугольник имеет площадь *втрое* большую, нежели левый.

Десять легких задач

11. БОЧКИ

В магазин доставили 6 бочек керосина. На рис. 18 обозначено, сколько ведер было в каждой бочке. В первый же день нашлось два покупателя; один купил целиком две бочки, другой – три, причем первый купил вдвое меньше керосина, чем второй. Так что не пришлось даже раскупоривать бочек.

Из 6 бочек на складе осталась всего одна. Которая?

Рис. 18. *Бочки с керосином.*

12. ДО ПОЛОВИНЫ

Бочка заполнена водой примерно наполовину. Но вы хотите узнать, точно ли до половины в ней налито воды. У вас нет ни палки, ни какого-либо другого инструмента для замера содержимого бочки. Втулки бочка не имеет.

Каким образом можно узнать, ровно ли наполовину заполнена бочка?

13. НЕВОЗМОЖНОЕ РАВЕНСТВО

Кстати, о полупустой бочке. Полупустая бочка – это ведь то же, что и полуполная. Но если половины равны, то должны быть равны и целые. Полупустая бочка равна полуполной – значит, пустая бочка должна равняться полной. Выходит, что пустой равен полному!

Почему получился такой несообразный вывод?

14. ЧИСЛО ВОЛОС

Как вы думаете: существуют ли на свете два человека с одинаковым числом волос? Вы можете ответить, что два совершенно лысых человека имеют волос поровну, потому что и у того, и у другого ноль волос. Это, если хотите, правильно.

Но я спрашиваю не о безволосых людях, а о таких, у которых на голове имеются густые волосы. Найдутся ли в мире два человека с совершенно одинаковым числом волос на голове? А может быть, двое таких людей отыщутся в Ленинграде или в Москве?

15. ЦЕНА ПЕРЕПЛЕТА

Книга в переплете стоит 2 руб. 50 коп. Книга на 2 руб. дороже переплета. Сколько стоит переплет?

16. ЦЕНА КНИГИ

Иванов приобретает все нужные ему книги у знакомого ему книготорговца со скидкой 20%. С 1 января цены всех книг повышены на 20%. Иванов решил, что он будет теперь платить за книги столько, сколько остальные покупатели платили до 1 января.

Прав ли он?

17. ГОЛОВЫ И НОГИ

На лугу паслись лошади под присмотром пастухов. Если бы вы пожелали узнать, сколько всех ног на лугу, то насчитали бы 82 ноги. А если бы пересчитали головы, то оказалось бы, что всех голов – лошадиных и человеческих – 26.

Сколько на лугу лошадей и сколько пастухов? Надо заметить, что ни безногих лошадей, ни калек-пастухов на лугу не было.

18. НА СЧЕТАХ

Вы, без сомнения, умеете считать на конторских счетах и понимаете, что отложить на них 25 руб. – задача очень легкая (рис. 19).

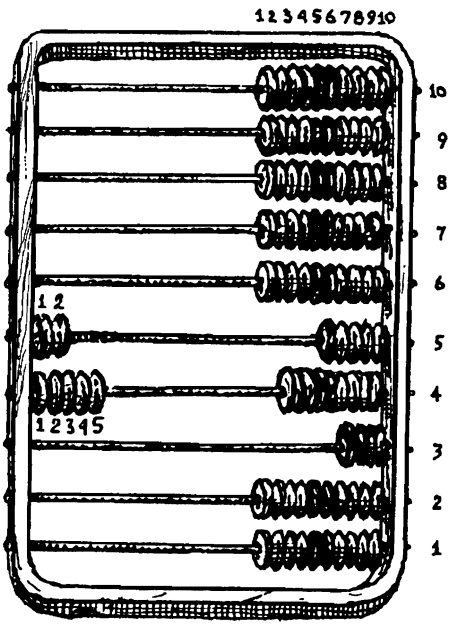


Рис. 19. *На конторских счетах отложено 25 семью косточками.*

Но задача станет более замысловатой, если вам поставят условие: сделать это так, чтобы отодвинуть не 7 косточек, а 25.

Попробуйте, в самом деле, показать на конторских счетах сумму в 25 руб., отложив ровно 25 косточек. Конечно, на практике так никогда не делается, но задача все же разрешима, и ответ довольно любопытен.

19. РЕДКАЯ МОНЕТА

Собирателю редкостей сообщили, что в Риме при раскопках найдена монета с надписью по-латыни:

53 год до Р. Х.

– Монета, конечно, поддельная, – ответил собиратель.

Как он узнал это, не видя ни самой монеты, ни даже ее изображения?

20. СПАРЖА

Одна женщина обыкновенно покупала у зеленщика спаржу большими пучками, каждый 40 см в окружности. Покупая, она мерила их, чтобы убедиться, что ее не обманывают. Но однажды у тор-

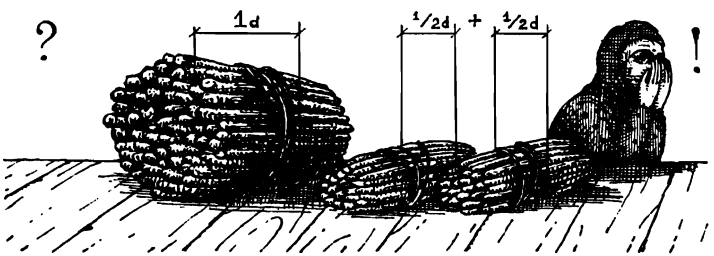


Рис. 20. *Как выгоднее покупать спаржу?*

говца не оказалось 40-сантиметрового пучка, и он предложил покупательнице за те же деньги два тонких пучка, каждый по 20 см в обхвате.

Женщина обмерила пучки и, убедившись, что обхват каждого действительно равен 20 см, заплатила зеленщику столько же, сколько платила раньше за один толстый пучок.

Она прогадала или выгадала на этой покупке?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 11 – 20

11. Первый покупатель купил 15-ведерную и 18-ведерную бочки. Второй – 16-ведерную, 19-ведерную и 31-ведерную.

В самом деле:

$$15 + 18 = 33$$
$$16 + 19 + 31 = 66,$$

т. е. второй покупатель приобрел вдвое больше керосина, чем первый.

Осталась непроданной 20-ведерная бочка. Это единственный возможный ответ. Другие сочетания не дают требуемого соотношения.

12. Самый простой способ – наклонить бочку так, чтобы вода дошла до края. Если при этом дно бочки немного обнажится, то значит, вода стояла ниже половины. Если дно окажется ниже уровня воды, значит, воды было налито больше, чем до половины. И наконец, если верхний край дна будет как раз на уровне воды, значит, бочка была наполнена ровно наполовину.

13. Полупустая бочка есть не половина пустой бочки, а такая бочка, одна половину которой пуста, а другая – полна. Мы же рассуждали так, как будто слово «полупустая» значит «половина пустой бочки», а слово «полуполная» – «половина

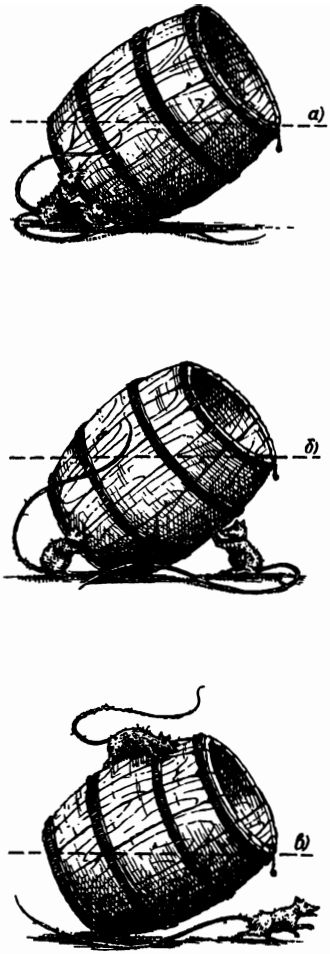


Рис. 21.
Сколько воды в бочке?

полной». Не удивительно, что при таком неправильном понимании мы пришли к неправильному выводу.

14. Прежде чем решать задачу, задайте себе вопрос: чего больше – людей на свете или волос на голове одного человека? Разумеется, людей на свете неизмеримо больше, чем волос на голове. У нас

их всего 150 – 200 тысяч, людей же на свете 1800 миллионов.*

А если так, то непременно должны существовать люди с одинаковым числом волос! И не только во всем мире, но даже в каждом многолюдном городе, насчитывающем больше 200 тысяч жителей. В Москве $1^1/_2$ миллиона* жителей, и, значит, десятки москвичей должны иметь одинаковое число волос. Ведь не может же быть полутора миллиона *различных целых чисел*, среди которых ни одно не оказалось бы больше 200 000.

15. Обычно, не подумав, отвечают:

– Переплет стоит 50 коп.

Но ведь тогда книга стоила бы 2 руб., т. е. была всего на 1 руб. 50 коп. дороже переплета!

Верный ответ такой: цена переплета – 25 коп., цена книги – 2 руб. 25 коп.

16. Иванов, как ни странно, и теперь будет платить меньше, чем остальные покупатели платили до 1 января. Он имеет 20%-ю скидку с цены, увеличенной на 20%; другими словами, скидку 20% от 120%, т. е. платить он будет за книгу не 100%, а всего лишь 96% прежней ее цены. Трехрублевую книгу приобретет не за 3 руб., а за 2 руб. 88 коп.

17. Если бы все 26 голов на лугу были человеческие, мы насчитали бы не 82 ноги, а только 52, т. е. на 30 ног меньше. От замены одного человека лошадью число всех ног увеличилось бы на 2. Значит, чтобы насчитать 82 ноги, надо произвести подобную замену 15 раз, тогда и найдутся недостающие 30 ног.

Итак, из 26 голов 15 принадлежало лошадям, а остальные 11 – людям.

18. 25 рублей можно отложить на счетах 25 косточками так, как показано на рис. 22.

---

*Данные относятся к 1924 г. – Прим. ред.

В самом деле, здесь отложено 20 руб. + 4 руб. + + 90 коп. + 10 коп. = 25 руб. При этом использовано 2 + 4 + 9 + 10 = 25 косточек.

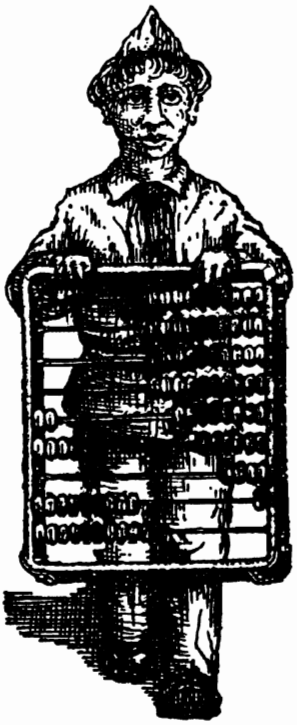


Рис. 22. *На конторских счетах 25 отложено двадцатью пятью косточками.*

19. Разве римляне, чеканя монету до Р. Х., могли знать, что через 53 года родится Христос?

20. Покупательница прогадала. Пучок с двойным обхватом заключает в себе не вдвое, а вчетверо больше спаржи, нежели тонкий (рис. 20).

Женщина должна была либо заплатить вдвое меньше, либо же потребовать не два, а четыре тонких пучка.

Десять задач потруднее

21. СКОЛЬКО ПРЯМОУГОЛЬНИКОВ

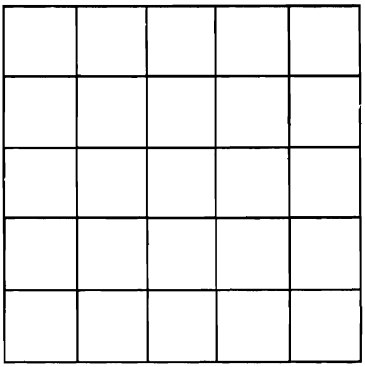


Рис. 23. *Квадрат, разделенный на квадраты.*

Сколько прямоугольников можете вы насчитать в этой фигуре (рис. 23)?

Не спешите с ответом. Обратите внимание на то, что спрашивается не о числе квадратов, а о числе прямоугольников – больших и малых, – какие только можно насчитать в этой фигуре.

22. РЕОМЮР И ЦЕЛЬСИЙ

Вы знаете, конечно, разницу между термометрами Реомюра и Цельсия (рис. 24)? Всегда ли градусы на термометре Реомюра больше, чем градусы на термометре Цельсия?

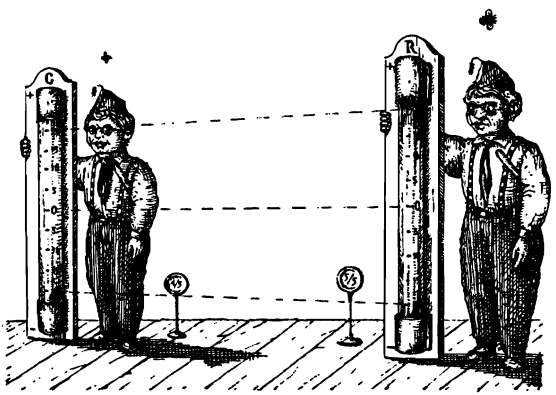


Рис. 24. *Термометры Реомюра и Цельсия.*

23. СТОЛЯР И ПЛОТНИКИ

Шесть плотников и столяр нанялись на работу. Плотники заработали по 20 руб., столяр же – на 3 руб. больше, чем заработал в среднем каждый из семерых.

Сколько заработал столяр?

24. ДЕВЯТЬ ЦИФР

Напишите по порядку девять цифр:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Вы можете, не меняя расположение цифр, вставить между ними знаки плюс и минус таким образом, чтобы в сумме получилось ровно 100. Нетрудно, например, вставив + и – шесть раз, получить 100 таким путем:

$$12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100$$

Если хотите вставить + и – только 4 раза, то тоже получите 100:

$$123 + 4 - 5 + 67 - 89 = 100$$

Попробуйте, однако, получить 100, пользуясь знаками + и – всего только три раза! Это гораздо труднее. И все же вполне возможно, надо только терпеливо искать решение.

25. КНИЖНЫЙ ЧЕРВЬ

В моем книжном шкафу стоят на полке сочинения Пушкина в 8 томах, том к тому. Приехав с дачи, я с досадой убедился, что летом книжный червь усердно сверлил моего Пушкина и успел прогрызть ход от первой страницы первого тома до последней страницы третьего.

Сколько всего страниц прогрыз червь, если в первом томе 700 страниц, во втором – 640, а в третьем – 670?

Рис. 25. *Собрание сочинений А.С. Пушкина в восьми томах и книжный червь.*

26. СЛОЖЕНИЕ И УМНОЖЕНИЕ

Вы, без сомнения, не раз уже обращали внимание на любопытную особенность равенств:

$$2 + 2 = 4$$
$$2 \times 2 = 4$$

Это единственный пример, когда сумма и произведение двух целых чисел (и притом равных) одинаковы.

Вам, однако, быть может, неизвестно, что существуют дробные числа (правда, не равные), обладающие тем же свойством:

$$3 + 1^1/_2 = 4^1/_2$$
$$3 \times 1^1/_2 = 4^1/_2$$

Попытайтесь подыскать другие примеры. Чтобы вы не думали, что поиски напрасны, скажу: таких чисел весьма и весьма много.

27. СТРЕЛЬБА НА ПАРОХОДЕ

Хороший стрелок стоит у одного борта парохода, а у противоположного помещена мишень. Пароход движется в направлении, показанном на рис. 26 длинной стрелкой.

Стрелок прицелился совершенно точно. Попадет ли он в цель?

Рис. 26. *Тир на палубе парохода.*

28. ПОД ВОДОЙ

На обыкновенных весах лежат: на одной чашке – булыжник, весящий ровно 2 кг, на другой – железная гиря в 2 кг. Я осторожно опустил весы под воду.

Остались ли чашки в равновесии?

29. КАК ЭТО СДЕЛАНО?

Вы видите здесь деревянный куб, составленный из двух кусков дерева (рис. 27). Верхняя половина куба имеет выступы, входящие в выемки нижней части. Обратите внимание на форму и расположение выступов и объясните: как ухитрился столяр соединить оба куска?

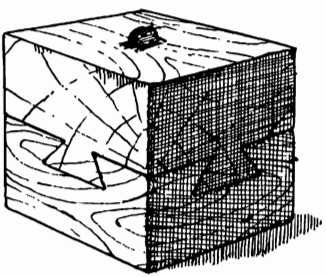


Рис. 27. *Хитроумное соединение в собранном виде.*

30. СКОРОСТЬ ПОЕЗДА

Вы сидите в вагоне железной дороги и хотели бы узнать, с какой скоростью он мчится. Можете ли вы определить скорость по стуку колес?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 21 – 30

21. Различно расположенных прямоугольников в этой фигуре можно насчитать 225.

22. Если речь идет о *градусах температуры*, то, конечно, градус Реомюра всегда больше градуса Цельсия – именно на $^1/_5$ долю; поэтому, если в вашей комнате по Реомюру 16 градусов, то по Цельсию – 20.

Но это вовсе не значит, что на той дощечке термометра, на которой нанесены деления (на «шкале»), длина градусов у термометра Реомюра всегда должна быть больше, чем у термометра Цельсия. Длина деления зависит от того, сколько ртути в шарике термометра, и от толщины трубки. Чем больше ртути в шарике и чем тоньше канал трубки, тем выше поднимается ртуть в трубке при нагревании и тем больше промежуток между делениями шкалы. В этом смысле «градус» может иметь самую разную длину, и вполне понятно, что в термометре Реомюра такой градус может быть и меньше градуса в термометре Цельсия.

23. Легко узнать, каков был *средний* заработок семерых плотников. Для этого нужно избыточные 3 руб. разделить поровну между 6 плотниками и к 20 руб. каждого прибавить полученные 50 коп. Вычислили средний заработок плотника.

Отсюда узнаем, что столяр заработал
20 руб. 50 коп. + 3 руб., т. е. 23 руб. 50 коп.

24. Вот каким способом можете вы получить 100 из ряда девяти цифр и трех знаков + и –:

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100$$

В самом деле:

$$\begin{aligned} 123 + 89 &= 212 \\ 45 + 67 &= 112 \\ 212 - 112 &= 100 \end{aligned}$$

Других решений задача не имеет. Впрочем, если у вас есть терпение, попытайтесь испробовать другие сочетания.

25. Казалось бы, надо просто сложить страницы трех томов – и задача решена. Но не спешите с решением. Обратите внимание на то, как стоят книги на полке и как расположены в них страницы.

Вы видите, что 1-я страница тома I примыкает к 640-й странице тома II, а последняя страница тома III находится рядом с первой страницей тома II.

И если червь проделал ход от 1-й страницы тома I до последней страницы тома III, то он прогрыз всего только 640 страниц среднего тома да еще 4 крышки переплета, не более.

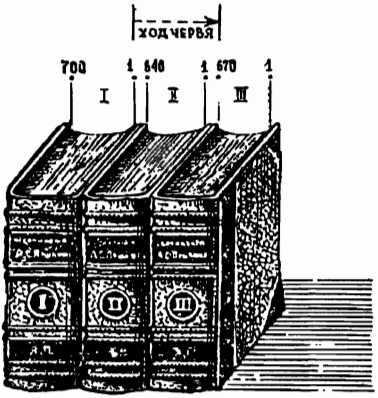


Рис. 28. *Сколько страниц и крышек переплета прогрыз книжный червь?*

26. Существует *бесчисленное множество* пар таких чисел. Вот несколько примеров:

$$4 + 1^1/_3 = 5^1/_3, \qquad 5 + 1^1/_4 = 6^1/_4,$$
$$4 \times 1^1/_3 = 5^1/_3; \qquad 5 \times 1^1/_4 = 6^1/_4;$$

$11 + 1{,}1 = 12{,}1$, $9 + 1^1/_8 = 10^1/_8$,
$11 \times 1{,}1 = 12{,}1$; $9 \times 1^1/_8 = 10^1/_8$;
$21 + 1^1/_{20} = 22^1/_{20}$, $101 + 1{,}01 = 102{,}01$,
$21 \times 1^1/_{20} = 22^1/_{20}$; $101 \times 1{,}01 = 102{,}01$.

27. Конечно, меткий стрелок попадет в цель – если только пароход движется равномерно по прямой линии. Такое движение парохода ничем не может повлиять на полет пули.

Другое дело, если бы в самый момент выстрела пароход внезапно остановился, или замедлил ход, или ускорил его, или изменил курс: тогда пуля могла бы и не попасть в цель.

28. Каждое тело, если погрузить его в воду, становится легче: оно «теряет» в своем весе столько, сколько весит вытесненная им вода. Зная этот закон (открытый Архимедом), мы без труда можем ответить на вопрос задачи.

Булыжник весом в 2 кг занимает больший объем, чем 2-килограммовая железная гиря, потому, что материал камня – гранит – легче железа. Значит, булыжник вытеснит больший объем воды, нежели гиря, и по закону Архимеда потеряет в воде больше веса, чем гиря. Следовательно, весы под водой наклонятся в сторону гири.

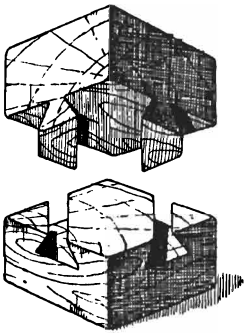


Рис. 29. *Хитроумное соединение в разобранном виде.*

29. Ларчик открывается очень просто, как видно из рис. 29. Все дело в том, что выступы и углубления идут не крестом, как невольно кажется при рассматривании куба, а параллельно, в косом направлении. Такие выступы очень легко вдвинуть в соответствующие выступы сбоку.

30. Вы заметили, конечно, что при езде в вагоне все время ощущаются мерные толчки: никакие рессоры не могут сделать их неощутимыми. Происходят эти толчки от того, что колеса слегка сотрясаются в местах соединения двух рельсов, и толчок передается всему вагону. Значит, стоит лишь вам сосчитать, сколько толчков в минуту испытывает вагон, и вы будете знать, сколько рельсов пробежал поезд. Теперь остается лишь умножить это число на длину рельса, и вы получите расстояние, проходимое поездом в одну минуту.

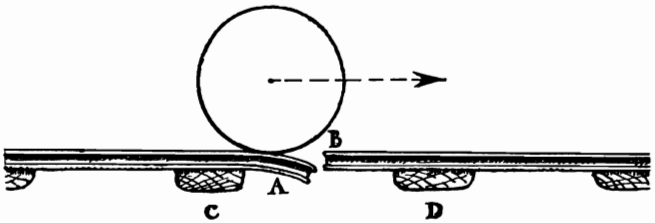


Рис. 30. *Что происходит на стыке рельсов.*

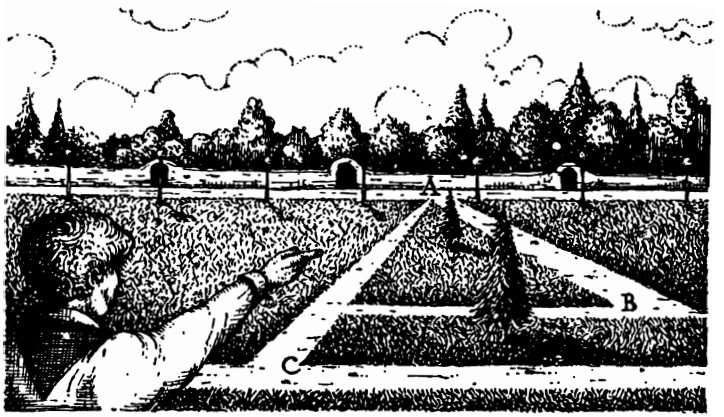
Обычная длина рельса – около $8^1/_2$ метра. Сосчитав с часами в руках число толчков в минуту, умножьте это число на $8^1/_2$, затем на 60 и разделите на 1000 – получится число километров, пробегаемое поездом в час:

$$\frac{(\text{число толчков}) \times 17 \times 60}{2 \times 1000} = \text{числу километров в час}$$

Так как

$$\frac{17 \times 60}{2 \times 1000} = \frac{1020}{2000} \approx \frac{1}{2},$$

то достаточно разделить на 2 число толчков в минуту, чтобы приблизительно узнать, сколько километров пробегает поезд в час.



Обманы зрения

31. ЗАГАДОЧНЫЙ РИСУНОК

Пока вы смотрите на эти две физиономии (рис. 31), держа книгу неподвижно, они не обнаруживают ничего необычайного. Но начните двигать книгу вправо и влево, не переставая смотреть на рисунки. Произойдет любопытная вещь: физиономии словно оживут – начнут двигать зрачками вправо и влево, при этом их рот и нос также не останутся неподвижными.

Отчего это происходит?

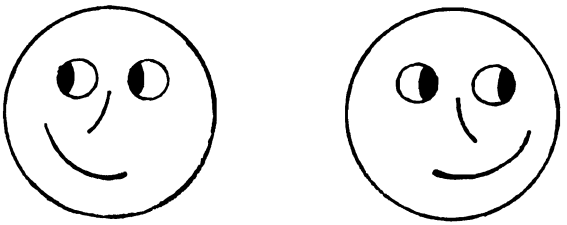


Рис. 31. *Живые портреты.*

32. ТРИ МОНЕТЫ

Положите рядом три монеты – одинаковые или разные. То, что я сейчас предложу вам сделать с ними, кажется с первого взгляда очень простым. Тем неожиданнее будет для вас то, что вы узнаете потом.

Итак, выдвиньте среднюю монету вниз настолько, чтобы между нею и каждой из оставшихся двух был промежуток, равный расстоянию между А и В (рис. 32).

Вы должны полагаться при этом только на свой глазомер и не прибегать к помощи линейки или циркуля. Большой точности от вас не требуется: если вы ошибетесь всего на 1 см, то задача будет считаться решенной вполне верно.

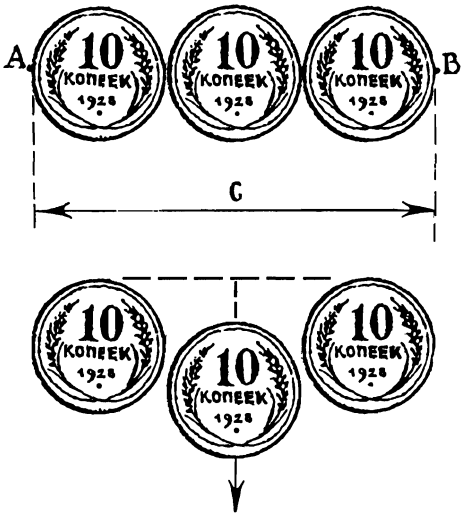


Рис. 32. *Проверьте ваш глазомер: решить эту задачу с тремя монетами не так просто, как кажется.*

33. ЧЕТЫРЕ ФИГУРЫ

Какая из этих четырех фигур самая большая и какая самая маленькая?

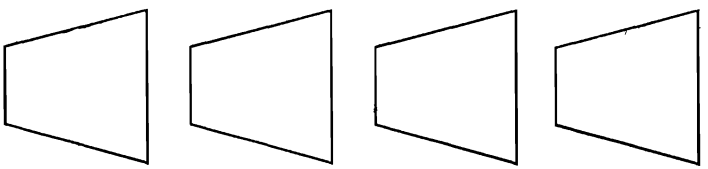


Рис. 33. *Какая из четырех фигур самая большая и какая – самая маленькая?*

Дайте ответ, полагаясь только на свой глазомер.

34. КТО ДЛИННЕЕ?

Вы видите здесь три черные фигуры (рис. 34). Ответьте на вопрос: если смерить их линейкой или циркулем, какая фигура окажется длиннее?

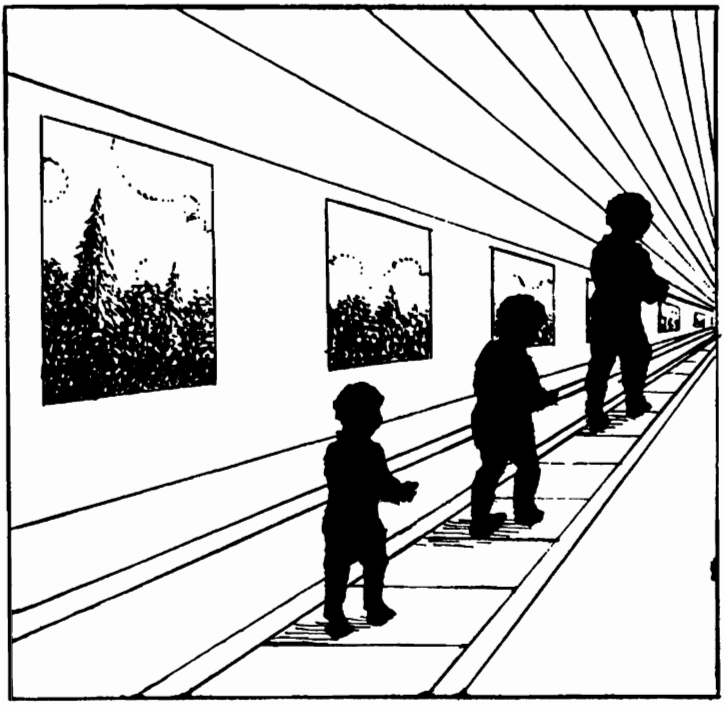


Рис. 34. *Какая фигура длиннее?*

Конечно, эту задачу очень легко решить, если проделать измерения на самом деле. Но попробуйте заранее, без измерения, сказать, какая фигура длиннее, и потом проверьте себя. Вас ожидает сюрприз.

35. ОКРУЖНОСТЬ ПАЛЬЦА

Как вы думаете: во сколько раз окружность вашего пальца, например среднего пальца руки, меньше окружности вашего запястья?

Попробуйте ответить на этот вопрос, а потом проверьте ответ бечевкой или полоской бумаги.

Могу заранее сказать, что вы будете немало смущены результатом проверки. Почему?

36. КРИВЫЕ НОГИ

Почему у этих двух человек такие кривые ноги?

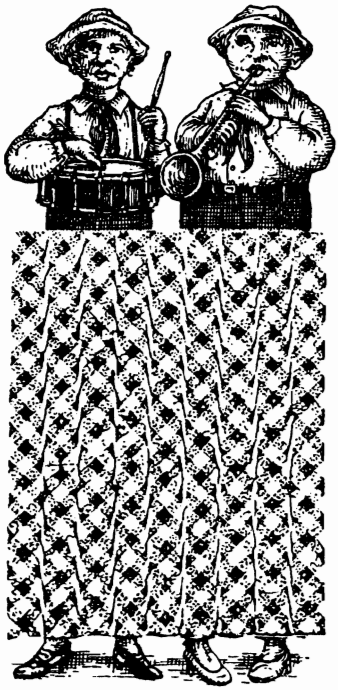


Рис. 35. *Два великана с кривыми ногами.*

37. НЕОЖИДАННОСТЬ

Закрыв один глаз, всматривайтесь другим в белый квадратик, нарисованный в верхней части рис. 36. Спустя десять или пятнадцать секунд вы заметите нечто совершенно неожиданное.

Что именно?

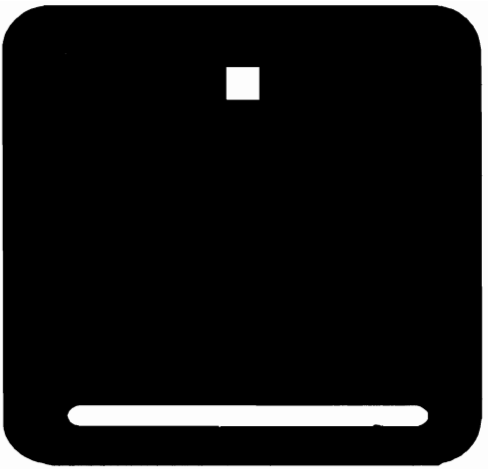


Рис. 36. *Черный квадрат с белым отверстием.*

38. ВОЗДУШНЫЙ ШАР

Фабричная труба на рис. 37 заслоняет часть каната, к которому привязан воздушный шар. Но

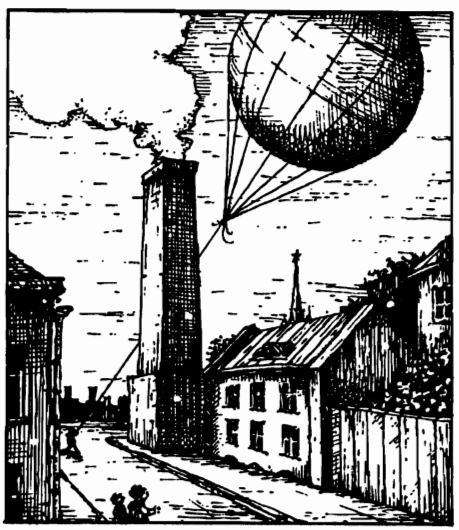


Рис. 37. *Воздушный шар на привязи.*

художник как будто ошибся: разве канат, расположенный справа от трубы, составляет продолжение каната слева? Исправьте рисунок.

39. КАКИЕ ЛИНИИ?

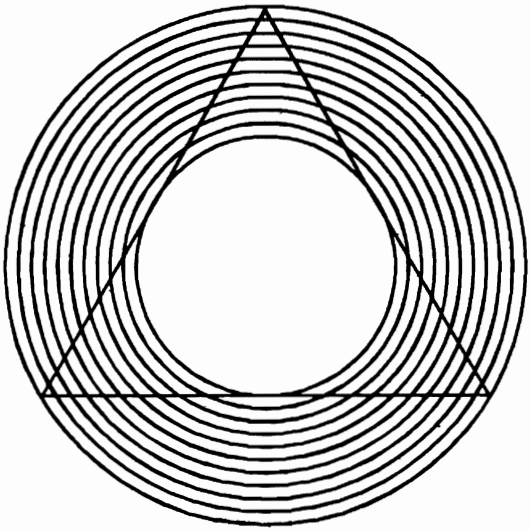


Рис. 38. *У треугольника выпуклые или вогнутые стороны?*

В какую сторону изогнуты линии этого треугольника?

40. ДОРОЖКИ САДА

Что длиннее: расстояние между точками А и С или между А и В (рис. 39)?

Сначала дайте ответ, потом измерьте.

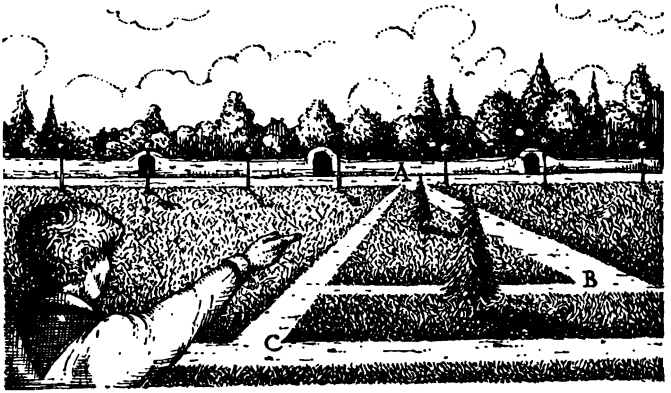


Рис. 39. *Какая из садовых дорожек длиннее?*

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 31 – 40

31. Зрачки на рисунке кажутся движущимися по той же причине, по которой оживают картины кинематографа. Когда мы смотрим на правый рисунок и затем быстро переводим взгляд на левый, то первое зрительное впечатление исчезает не сразу, а еще сохраняется на мгновение; в тот момент, когда оно исчезнет и заменится новым, нам, естественно, должно показаться, что зрачки на рисунке передвинулись от одного края глаза к другому.

32. Ваше решение, вероятно, было приблизительно таким (рис. 40).

Оно как будто вполне верно удовлетворяет условию задачи, не правда ли? Но попробуйте измерить расстояние циркулем – окажется, что вы ошиблись чуть ли не в полтора раза!

А вот правильное расположение монет, хотя на глаз оно кажется совсем неправильным (рис. 41).

Чем крупнее кружки, тем обман зрения поразительнее. Опыт хорошо удается и в том случае, если взять неодинаковые кружки.

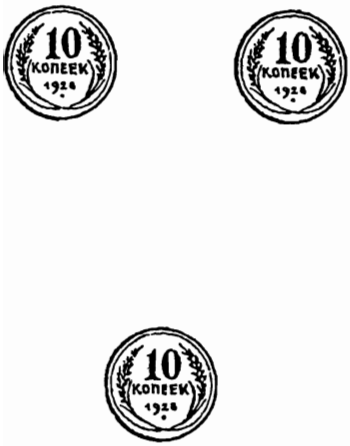


Рис. 40. *Кажущееся (неправильное) решение задачи с тремя монетами.*

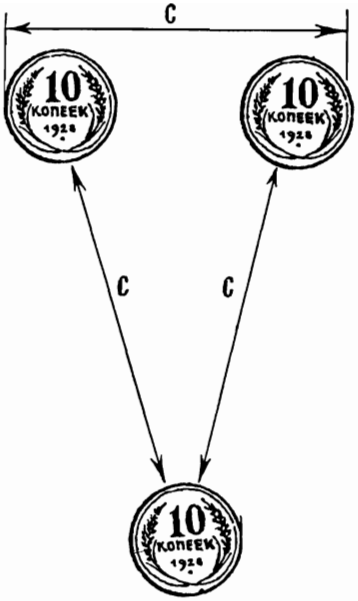


Рис. 41. *Правильное решение задачи с тремя монетами.*

33. Все четыре фигуры одинаковой величины, хотя нам и кажется, что они уменьшаются слева направо. В каждой паре правая фигура представляется меньше оттого, что левая расширяется по направлению к правой и словно охватывает ее.

34. Это интересный обман зрения: фигура человека, идущего впереди, имеет совершенно такую же длину, как и фигура последнего из идущих. Передний человек кажется нам великаном по

сравнению с задним только потому, что изображен вдалеке.

Мы привыкли к тому, что предметы с удалением уменьшаются; поэтому, видя вдали *неуменьшенную* человеческую фигуру, мы невольно заключаем (раз она кажется крупной даже на большом расстоянии), что это – человек исполинских размеров.

35. Результат проверки смутит вас потому, что обнаружит грубую ошибочность ответа. Вы, наверное, думали, что окружность пальца раз в 5 – 6 меньше окружности запястья. Между тем нетрудно убедиться, что окружность запястья всего лишь... в три раза больше пальца!

Отчего происходит такой обман зрения – трудно объяснить.

36. У этих людей ноги вовсе не кривые! Вы можете проверить их прямизну по линейке – все 8 линий идут совершенно прямо и параллельны между собой.

Проверку можно выполнить и без линейки: держите книгу на уровне глаз и смотрите вдоль линий ног, и вы ясно увидите, что ноги прямые.

Кажущаяся кривизна представляет собой любопытный обман зрения, который особенно усиливается, если смотреть на рисунок сбоку.

37. Неожиданное явление состоит в том, что через 10–15 сек нижняя белая полоса *совершенно пропадает* – на ее месте будет сплошной черный фон!

Спустя 1–2 сек полоса снова появится, затем вновь исчезнет, чтобы появиться опять, и т. д.

Это загадочное явление объясняется, вероятно, утомляемостью нашего глаза.

38. Рисунок сделан совершенно правильно. Приложите линейку к канату, и вы убедитесь, что

вопреки очевидности его части составляют продолжение одна другой.

39. Линии нисколько не изогнуты ни внутрь, ни наружу, а кажутся вогнутыми внутрь оттого, что их пересекают насквозь несколько дуг.

40. Как ни странно, AC = AB.

Десять затруднительных положений

41. ЖЕСТОКИЙ ЗАКОН

Жил некогда жестокий правитель, который не желал никого впускать в свои владения. У моста через пограничную реку был поставлен часовой, вооруженный с головы до ног, и ему было приказано спрашивать каждого путника:

– Зачем идешь?

Если путник говорил неправду, часовой обязан был схватить его и тут же повесить. Если же путник отвечал правду, ему и тогда не было спасения: часовой должен был немедленно утопить его в реке.

Таков был суровый закон жестокосердного правителя, и неудивительно, что никто не решался приблизиться к его владениям.

Но вот нашелся крестьянин, который, несмотря на это, спокойно подошел к охраняемому мосту у запретной границы.

– Зачем идешь? – сурово остановил его часовой, готовясь казнить смельчака, безрассудно идущего на верную гибель.

Но ответ был таков, что озадаченный часовой, строго исполняя жестокий закон, не мог ничего поделать с догадливым крестьянином.

Каков же был ответ?

42. МИЛОСТИВЫЙ ЗАКОН

В некотором государстве был такой обычай. Каждый преступник, осужденный на смерть, тянул перед казнью жребий, который давал ему надежду на спасение. В ящик опускали две бумажки: одну со словом *«жизнь»*, другую со словом *«смерть»*. Если осужденный вынимал первую бумажку, он получал помилование, если же имел несчастье вы-

нуть бумажку со словом *«смерть»*, приговор приводился в исполнение.

У одного человека, живущего в этой стране, были враги, которые оклеветали его и добились, чтобы суд приговорил несчастного к смертной казни. Мало того, враги не желали оставить невинно осужденному ни малейшей возможности спастись. В ночь перед казнью они вытащили из ящика бумажку со словом *«жизнь»* и заменили ее бумажкой со словом *«смерть»*. Значит, какую бы бумажку ни вытянул осужденный, он не мог избегнуть смерти.

Так думали его враги. Но у него были друзья, которым стали известны козни врагов. Они успели предупредить осужденного, что в ящике оба жребия имеют надпись *«смерть»*. Друзья убеждали несчастного открыть перед судьями преступный подлог его врагов и настаивать на осмотре ящика с жребиями.

Но, к их изумлению, осужденный просил друзей хранить проделку врагов в строжайшей тайне и уверял, что тогда он будет наверняка спасен. Друзья приняли его за сумасшедшего...

Наутро осужденный, ничего не сказав судьям о заговоре своих врагов, тянул жребий и – был отпущен на свободу!

Как же ему удалось так благополучно выйти из, казалось бы, безнадежного положения?

43. УЧИТЕЛЬ И УЧЕНИК

То, что описано ниже, произошло, говорят, в Древней Греции. Учитель мудрости, софист Протагор, взялся обучить Квантла всем приемам адвокатского искусства. Между учителем и учеником было заключено условие, по которому ученик обязывался уплатить своему учителю вознаграждение тотчас же после того, как впервые обнаружатся его успехи, т. е. после первой же выигранной им тяжбы.

Квантл прошел уже полный курс обучения. Протагор ожидает платы, но ученик не торопится выступать на суде защитником. Как же быть? Протагор, наконец, решил взыскать с ученика долг по суду и подал на ученика в суд. Он рассуждал так: если дело будет им выиграно, то деньги должны быть взысканы на основании судебного приговора; если же тяжба будет им проиграна и, следовательно, выиграна его учеником, то деньги опять-таки должны быть уплачены Квантлом по уговору – платить после первой же выигранной учеником тяжбы.

Однако ученик, напротив, считал тяжбу Протагора совершенно безнадежной. Он, как видно, действительно кое-что перенял у своего учителя и рассуждал так: если его присудят к уплате, то он не должен платить по уговору – ведь он проиграл первую тяжбу; если же дело будет решено в его пользу, то он опять-таки не обязан платить – на основании судебного приговора.

Настал день суда. Судья был в большом затруднении. Однако после долгого размышления он нашел, наконец, выход – такой приговор, который, нисколько не нарушая условий соглашения между учителем и учеником, в то же время давал учителю возможность получить обусловленное вознаграждение.

Каков был приговор судьи?

44. НА БОЛОТЕ

Отряд французских солдат во время похода в Алжире очутился однажды в местности, совершенно лишенной растительности и притом с почвой настолько болотистой, что, хотя по ней и можно было ступать, сесть на нее было совершенно невозможно. Усталый отряд продвигался вперед в поисках подходящего места для привала, но на десятки верст простиралась все та же болотистая

почва. Как отдохнуть, если нет кругом ни единого сухого местечка и ничего такого, что можно было бы подложить или на что можно было бы сесть?

И все-таки одному солдату пришла в голову счастливая мысль, которая помогла отряду выйти из затруднительного положения. Солдаты уселись и отдохнули.

Как? Отгадайте!

45. ТРИ РАЗВЕДЧИКА

В не менее затруднительном положении оказались однажды трое пеших разведчиков, которым необходимо было перебраться на противоположный берег реки при отсутствии моста. Правда, на реке катались в челноке два мальчика, готовые помочь солдатам. Но челнок был так мал, что мог выдержать вес только одного солдата. Даже солдат и один мальчик не могли одновременно сесть в лодку без риска ее потопить. Плавать же солдаты совсем не умели.

Казалось бы, при таких условиях мог переправиться через реку только один солдат. Между тем все три разведчика вскоре благополучно очутились на противоположном берегу и возвратили лодку мальчикам. Как они это сделали?

46. СЛИШКОМ МНОГО ПРЕДКОВ

У меня есть отец и мать. У моего отца и у моей матери тоже, конечно, были отец и мать. Значит, восходя к 3-му поколению, я нахожу у себя 4 предков.

Каждый из моих двух дедов и каждая из моих двух бабушек также имели отца и мать. Следовательно, в 4-м поколении у меня 8 прямых предков. Восходя к 5-му, 6-му, 7-му и т. д. поколениям я на-

хожу, что число моих предков все возрастает и притом чрезвычайно заметно, именно:

Во 2-м поколении	2 предка
3 – " –	4 – " –
4 – " –	8 – " –
5 – " –	16 – " –
6 – " –	32 – " –
7 – " –	64 – " –
8 – " –	128 – " –
9 – " –	256 – " –
10 – " –	512 – " –
11 – " –	1024 – " –
12 – " –	2048 – " –
13 – " –	4096 – " –
14 – " –	8192 – " –
15 – " –	16 384 – " –
16 – " –	32 768 – " –
17 – " –	65 536 – " –
18 – " –	131 072 – " –
19 – " –	262 144 – " –
20 – " –	524 288 – " –

Вы видите, что 20 поколений назад у меня была уже целая армия прямых предков, больше полумиллиона. И с каждым предыдущим поколением это число удваивается.

Если считать, как обыкновенно принимается, по три поколения в столетие, то в начале нашей эры, 19 веков тому назад, на Земле должно было жить несметное количество моих предков: можно вычислить, что число их записывается 18 цифрами.

Чем дальше в глубь веков, тем число моих предков должно возрастать. В эпоху первых фараонов численность их должна была доходить до умопомрачительной величины. В каменный век, предшествовавший египетской истории, моим предкам было уже, вероятно, тесно на земном шаре.

Но ведь и у вас, читатель, было столько же прямых предков. Прибавьте их к моим и присоедините еще предков всех своих знакомых, да прибавьте еще предков всех вообще людей, живущих ныне на Земле, и вы легко вообразите, в какой страшной тесноте жили наши предки: ведь для них буквально не хватало места на земном шаре!

Не укажете ли вы им выход из этого затруднительного положения?

47. В ОЖИДАНИИ ТРАМВАЯ

Три брата, возвращаясь из театра домой, подошли к рельсам трамвая, чтобы вскочить в первый же вагон, который подойдет. Вагон не показывался, и старший брат предложил подождать.

– Чем стоять здесь и ждать, – ответил средний брат, – лучше пойдем вперед. Когда вагон догонит нас, тогда и вскочим; а тем временем часть пути будет уже за нами – скорее домой приедем.

– Если уж идти, – возразил младший брат, – то не вперед по движению, а в обратную сторону: тогда нам, конечно, скорее попадется встречный вагон, мы раньше и домой прибудем.

Так как братья не могли убедить друг друга, то каждый поступил по-своему: старший остался ожидать на месте, средний пошел вперед, младший – назад.

Кто из трех братьев раньше приехал домой? Кто из них поступил благоразумнее?

48. КУДА ДЕВАЛСЯ ГОСТЬ?

Можно ли посадить 11 гостей на 10 стульев так, чтобы на каждом стуле сидело по одному человеку? Вы думаете – нельзя? Нет, можно – надо толь-

ко умеючи взяться за дело.

Поступите так. Первого гостя посадите на первый стул. Затем попросите 11-го гостя сесть временно на тот же первый стул. Усадив этих двух гостей на первый стул, вы усаживаете:

3-го гостя на	2-й стул
4-го –"– –"–	3-й –"–
5-го –"– –"–	4-й –"–
6-го –"– –"–	5-й –"–
7-го –"– –"–	6-й –"–
8-го –"– –"–	7-й –"–
9-го –"– –"–	8-й –"–
10-го –"– –"–	9-й –"–

Как видите, остается свободным 10-й стул. На него вы и посадите 11-го гостя, который временно сидел на 1-м стуле.

Теперь вы счастливо вышли из затруднительного положения: у вас рассажены все 11 гостей на 10 стульях.

А все-таки, куда девался один гость?

49. БЕЗ ГИРЬ

Вам принесли на дом 10 кг сливочного масла. Вы желаете купить всего только 5 кг. У одного соседа нашлись весы с коромыслом, но гирь нет ни у вас, ни у разносчика и ни у одного из соседей. Можете ли вы без всяких гирь отвесить 5 кг от 10?

50. НА НЕВЕРНЫХ ВЕСАХ

Представьте себе, что когда вы догадались, наконец, как отвесить масло без гирь, входит ваш сосед, ссудивший вам весы, и сообщает, что весы его

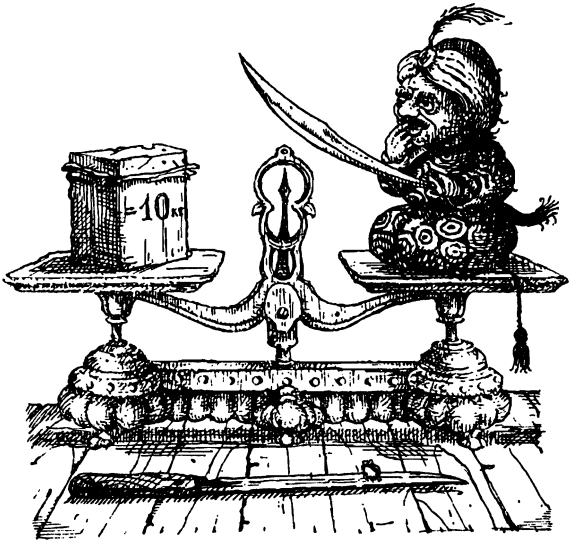


Рис. 42. *Взвешивание без гирь.*

очень ненадежны – на верность их полагаться нельзя.

Можете ли вы даже и на неверных весах, притом без гирь, отвесить правильно 5 кг от 10-килограммового куска?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 41 – 50

41. На вопрос часового: «Зачем идешь?» – крестьянин дал такой ответ:

– Иду, чтобы быть повешенным на этой виселице.

Такой ответ поставил часового в тупик. Что он должен сделать с крестьянином? Повесить? Но, значит, крестьянин сказал *правду*, за правдивый же ответ было приказано не вешать, а топить. Но и утопить нельзя: в таком случае крестьянин солгал, а за ложное показание предписывалось повесить.

Так часовой и не смог ничего поделать со сметливым крестьянином.

42. Вытаскивая жребий, осужденный поступил так: вынул одну бумажку из ящика и, никому не показывая, разорвал ее. Судьи, желая установить, что было написано на уничтоженной бумажке, извлекли из ящика оставшуюся бумажку со словом *«смерть»*. Следовательно, – рассуждали судьи, – на разорванной бумажке было написано *«жизнь»* (они ведь ничего не знали о заговоре).

Готовя невинно осужденному верную гибель, враги обеспечили ему спасение.

43. Приговор был таков: учителю в иске отказать, но предоставить ему право вторично возбудить дело на новом основании – именно на том, что ученик выиграл свою первую тяжбу. Эта *вторая* тяжба должна быть решена, бесспорно, уже в пользу учителя.

44. Солдаты сели... друг другу на колени! Выстроились по кругу и каждый сел на колени своего соседа. Вы думаете, что первому солдату пришлось все-таки сидеть на болоте? Ничуть – при групповом расположении вовсе и нет этого «первого» солдата: каждый опирается на колени своего соседа, и кольцо сидящих замыкается.

Если это представляется вам сомнительным, попробуйте с несколькими десятками товарищей сесть таким образом в кольцо. Вы сможете на деле убедиться, что изобретательный солдат действительно нашел выход из положения.

45. Пришлось сделать 6 следующих переправ:

1-я *переправа*. Оба мальчика подъезжают к противоположному берегу, и один из них привозит лодку к разведчикам (другой остается на том берегу).

2-я *переправа*. Мальчик, привезший лодку, остается на этом берегу, а в челнок садится первый солдат, который и переправляется на другой берег. Челнок возвращается с другим мальчиком.

3-я *переправа*. Оба мальчика переправляются через реку, один из них возвращается с челноком.

4-я *переправа*. Второй солдат переправляется на противоположный берег. Челнок возвращается с мальчиком.

5-я *переправа* – повторение 3-й.

6-я *переправа*. Третий солдат переправляется на противоположный берег. Челнок возвращается с мальчиком, и дети продолжают прерванное катание по реке.

Теперь все три солдата находятся на другом берегу.

46. Нелепый результат, который мы получили, исчисляя своих предков, объясняется тем, что нами упущено из виду одно весьма простое обстоятельство. Мы не приняли в расчет, что наши отдаленные предки могут быть и в кровном родстве между собой и, следовательно, иметь общих предков. Мой отец и моя мать, может, уже в 5-м или 6-м поколении назад имели общего деда, который, возможно, был и вашим предком, читатель. Это соображение разбивает все наши расчеты и уменьшает несметные полчища наших отдаленных предков до весьма скромной цифры, при которой не может быть и речи о тесноте.

47. Младший брат, пойдя назад по движению, увидел идущий навстречу вагон и вскочил в него. Когда этот вагон дошел до места, где ожидал старший брат, последний вскочил в него. Немного спустя тот же вагон догнал идущего впереди среднего брата и принял его. Все три брата очутились в одном и том же вагоне – и, конечно, приехали домой одновременно.

Однако благоразумнее всего поступил старший брат: спокойно ожидая на одном месте, он устал меньше других.

48. Исчезнувший гость – это *второй* гость, который был незаметно пропущен при распределении стульев: после 1-го и 11-го гостя мы сразу пе-

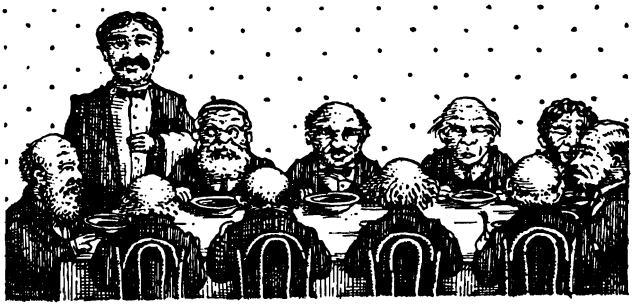


Рис. 43. *Куда девался исчезнувший гость?*

решли к 3-му и следующим, миновав 2-го. Оттого-то нам и удалось разместить 11 гостей на 10 стульях, по одному человеку на каждом.

49. Задача сводится в сущности к тому, чтобы разделить 10 кг масла на две равные по весу части. Положите на каждую чашку по бумажному листу и накладывайте на них масло до тех пор, пока 10 кг не распределятся поровну между ними. Ясно, что теперь на каждой чашке ровно 5 кг – если только весы правильны.

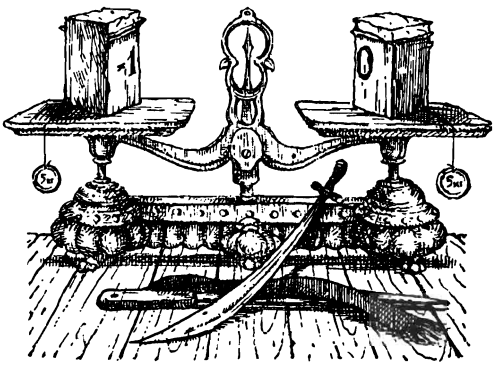


Рис. 44. *Как разделить поровну 10 кг масла на правильных весах?*

50. И на неверных весах можно достичь того же, но более сложным путем. Сначала надо разделить десять килограммов масла на две части так,

чтобы они были *приблизительно* (на глаз) равны. Затем берут одну из этих частей, кладут на чашку весов; на другую же чашку накладывают камешков или чего угодно до тех пор, пока чашки не будут уравновешены. Тогда снимают с чашки первую часть масла и вместо нее кладут вторую. Если окажется при этом, что чашки весов остаются на прежнем месте, то, значит, обе части масла равны, так как *заменяют одна другую по весу*. В таком случае, разумеется, каждая из них весит ровно 5 кг.

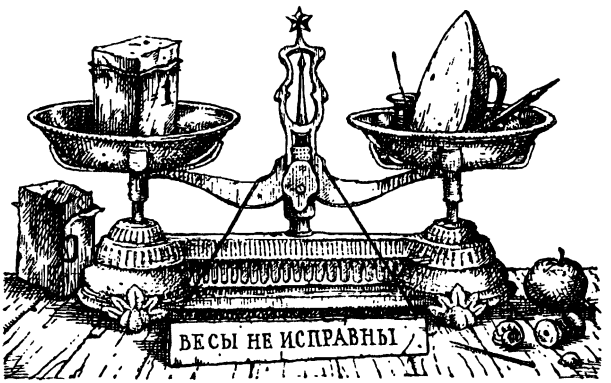
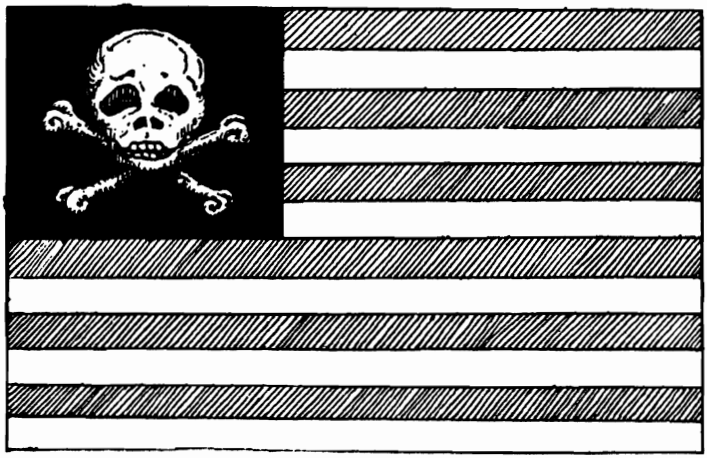


Рис. 45.

Если же чашки не будут на одном уровне, то надо от одного куска переложить немного масла на другой и повторять это до тех пор, пока обе порции не будут вполне заменять друг друга *на одной и той же чашке весов*.

Подобным же образом можно действовать и при неверных пружинных весах: перекладывать масло из одного пакета в другой до тех пор, пока оба пакета не будут оттягивать указатель весов до одной и той же черты (хотя эта черта, может, и не стояла против 5 кг).



Искусное разрезание и сшивание

51. ФЛАГ МОРСКИХ РАЗБОЙНИКОВ

Вы видите здесь флаг морских разбойников (рис. 46). Двенадцать продольных полос на нем обозначают, что в плену у пиратов находятся 12 человек. Когда удается захватить новых пленных, пираты подшивают к флагу соответствующее число новых полос. Напротив, при утрате каждого пленного они убирают одну полосу.

На этот раз пираты потеряли двух пленных и, следовательно, должны перешить флаг так, чтобы полос было не 12, а 10.

Можете ли вы указать простой способ разрезать флаг на две такие части, чтобы после сшивания их получился флаг с 10 полосами? При этом не должно пропасть ни клочка материи и флаг должен сохранить прямоугольную форму.

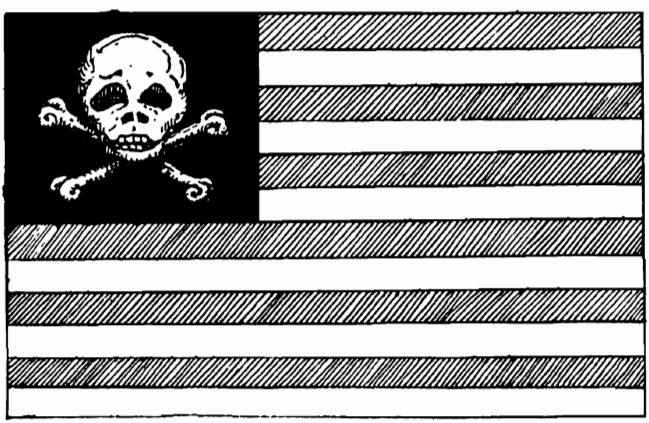


Рис. 46. *Пиратский флаг.*

52. КРАСНЫЙ КРЕСТ

У сестры милосердия имелся квадратный кусок красной материи, из которого нужно было сшить крест (рис. 47). Она хотела так перешить квадрат, чтобы использовать всю материю. После долгих поисков ей удалось разрезать квадрат на 4 куска, из которых она и сшила крест. В нем было всего два шва, каждый в виде прямой линии.

Попробуйте сделать то же самое из квадратного куска бумаги.

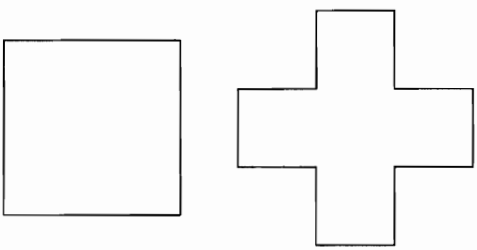


Рис. 47. *Красный крест из красного квадрата.*

53. ИЗ ЛОСКУТКОВ

У другой сестры милосердия были такие обрезки красной материи, какие изображены на рис. 48.

Сестра ухитрилась, не разрезав этих лоскутьев, сшить из них крест. Каким образом?

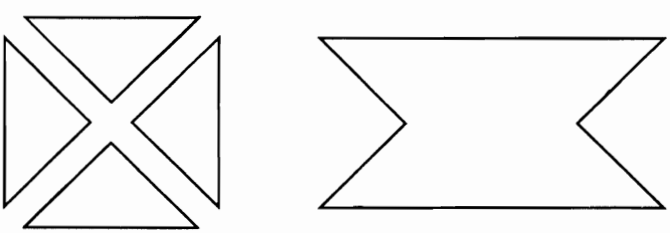


Рис. 48. *Красный крест из лоскутьев.*

54. ДВА КРЕСТА ИЗ ОДНОГО

У третьей сестры милосердия имелся готовый красный крест из материи, но он был чересчур велик, и она вырезала из него другой, поменьше.

Вырезав крест, сестра собрала обрезки – их оказалось всего 4 – и решила, что из них можно, не разрезая ни одного лоскутка, сшить еще один крест и притом точно такой же величины, как первый.

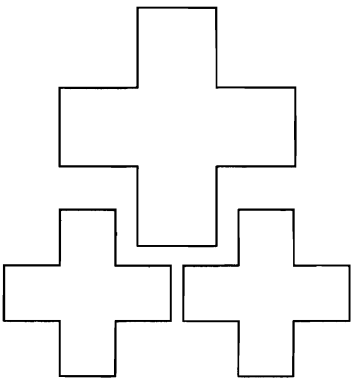


Рис. 49. *Два красных креста из одного большого.*

А значит, вместо одного креста у нее оказалось два поменьше одинаковой величины – один цельный, другой составной.

Можете ли вы показать, как сестра это сделала?

55. ЛУННЫЙ СЕРП

Рис. 50. *Лунный серп.*

Фигуру лунного серпа (рис. 50) требуется разделить на 6 частей, проведя всего только две прямые линии.

Как это сделать?

56. ДЕЛЕНИЕ ЗАПЯТОЙ

Вы видите здесь широкую «запятую» (рис. 51). Она построена очень просто: на прямой AB описан полукруг, а затем на каждой половине AB описаны полукруги – один вправо, другой влево.

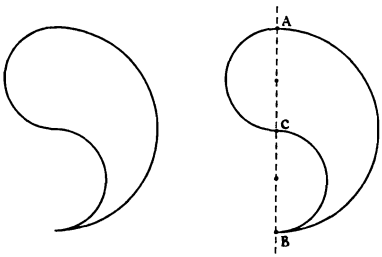


Рис. 51. *Деление «запятой» на две равные (по площади) части.*

Задача состоит в том, чтобы разрезать запятую одной кривой линией на две совершенно одинаковые части.

Фигура эта интересна еще и тем, что из двух таких фигур можно составить круг. Каким образом?

57. РАЗВЕРНУТЬ КУБ

Если вы разрежете картонный куб вдоль ребер так, чтобы его можно было разогнуть и положить всеми 6-ю квадратами на стол, то получите фигуру вроде трех следующих:

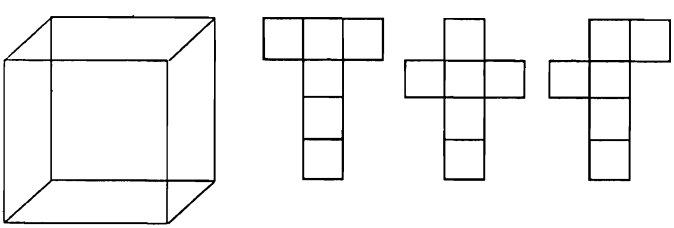


Рис. 52. *Куб и его развертки.*

Любопытно сосчитать: сколько *различных* фигур можно получить таким путем? Другими словами, сколькими способами можно развернуть куб на плоскости?

Предупреждаю нетерпеливого читателя, что различных фигур не менее двенадцати. Различными условимся считать две развертки, которые не совпадают при наложении друг с другом или одной из них с ее зеркальным отражением.

58. СОСТАВИТЬ КВАДРАТ

Можете ли вы составить квадрат из пяти кусков бумаги, показанных на рис. 53?

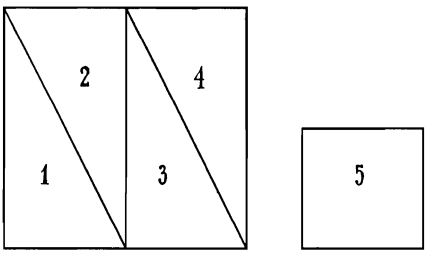


Рис. 53. *Заготовка для квадрата.*

Если вы догадались, как решить эту задачу, попробуйте составить квадрат из пяти одинаковых треугольников той же формы, что и те, с которыми вы сейчас имели дело (один катет вдвое длиннее другого, рис. 54). Вы можете разрезать один треугольник на две части, но остальные четыре должны идти в дело целыми.

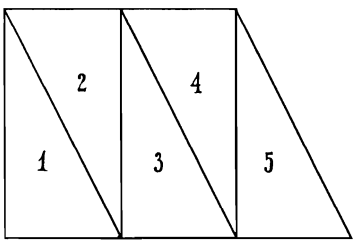


Рис. 54. *Еще одна заготовка для квадрата.*

59. ЧЕТЫРЕ КОЛОДЦА

На квадратном участке земли имеются четыре колодца: три рядом, близ края участка, и один в углу (рис. 55).

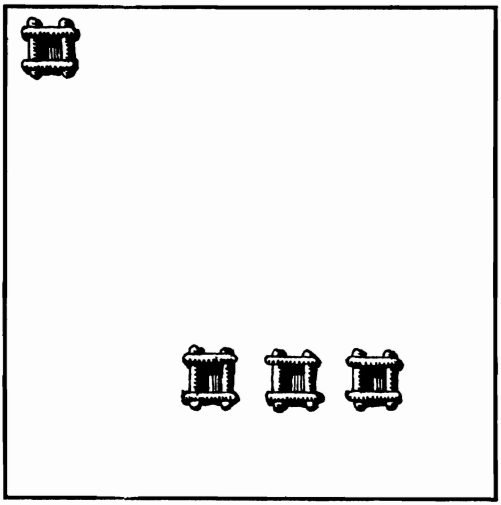


Рис. 55. *Как разделить землю и колодцы?*

Участок перешел к четырем арендаторам, которые решили разделить его между собой, но так, чтобы у всех были участки совершенно одинаковой формы и чтобы на каждом из них находился колодец.

Можно ли это сделать?

60. КУДА ДЕВАЛСЯ КВАДРАТИК?

В заключение наших занятий с разрезанием фигур покажу читателю интересный пример разрезания, при котором неизвестно куда исчезает кусочек фигуры.

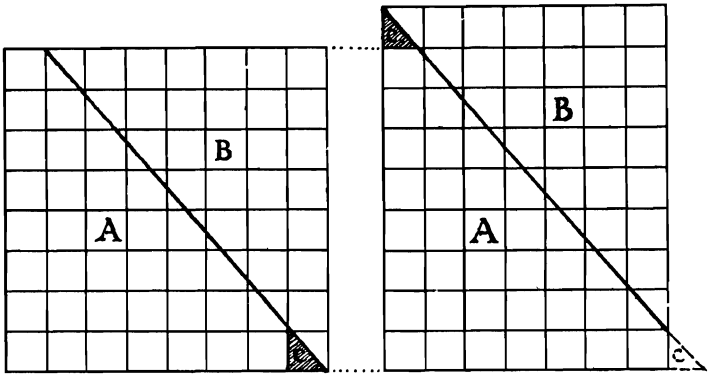


Рис. 56. *Куда исчез один квадратик?*

На клетчатой бумаге вычерчиваю квадрат, заключающий 64 маленьких квадратика. Затем провожу косую линию слева направо, начиная с той точки вверху, где сходятся первый и второй квадратики, и кончая правым нижним углом большого квадрата. Противоположный конец этой косой линии разрежет пополам последний квадратик справа, и в нем образуются два треугольничка. Нижний треугольничек обозначим буквой С. Всю левую часть чертежа обозначим буквой А, правую – буквой В. Теперь разрезаю чертеж по косой линии и двигаю правую часть косо вверх по разрезу так, чтобы эта часть поднялась на один ряд квадратиков. Вверху окажется при этом маленький пустой треугольничек, а внизу направо будет выдаваться треугольничек С. Беру ножницы, отрезаю выступающий маленький треугольничек С и помещаю его вверху – там, где остался незанятый треугольник. Он приходится сюда как раз впору. У нас получился прямоугольник, имеющий 7 квадратиков в высоту и 9 квадратиков в ширину. Но $7 \times 9 = 63$. Значит, наш прямоугольник заключает теперь всего 63 квадратика, между тем как прежде их было 64.

Куда же девался один квадратик?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 51–60

51. Нужно разрезать флаг по ступенчатой линии, обозначенной на рис. 57а.

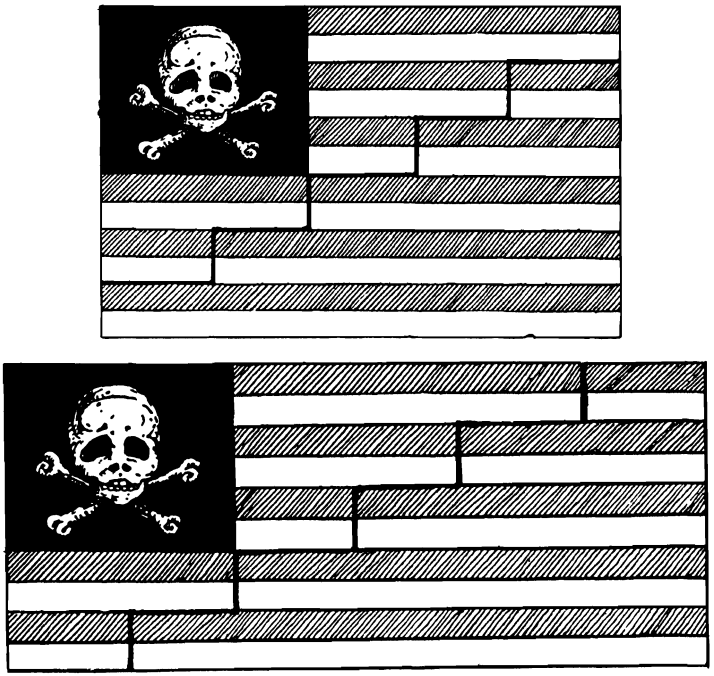


Рис. 57 *а, б. Как разрезать и перекроить пиратский флаг.*

Теперь остается только передвинуть нижнюю часть флага вверх на одну ступеньку и сшить. Получается флаг уже не с 12 полосами, а с 10, рис. 57б. Он стал более продолговатым, но ни одного клочка материи не пропало.

52. Сестра разрезала квадратный кусок материи на 4 части так, как показано на рис. 58а. Пунктиром обозначены линии разреза от вершин квадрата к середине его сторон.

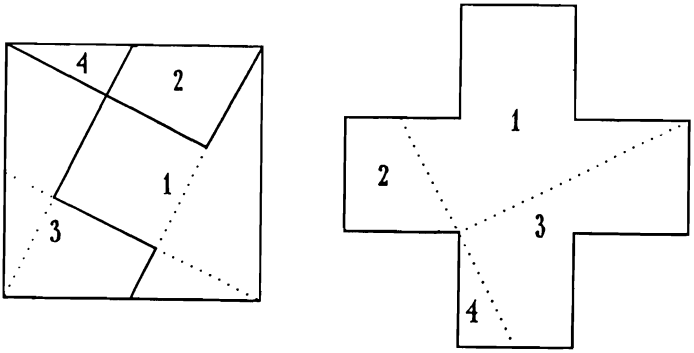


Рис. 58 *а, б. Как раскроить квадрат, чтобы из него можно было сшить крест.*

Из этих четырех кусков сестра сшила крест (рис. 58б). Как видите, в нем всего два шва.

53. Вот как сестра сшила крест из обрезков:

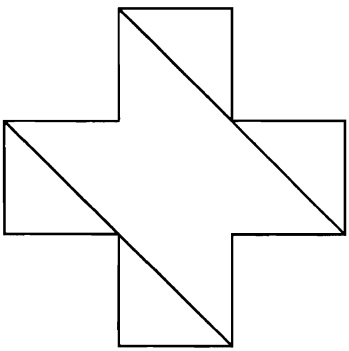


Рис. 59. *Как сшить крест из обрезков.*

54. Способ, каким сестра вырезала малый крест из большого и составила еще один крест из обрезков, показан на рис. 60.

55. Сделать надо так, как показано на рис. 61. Получаются 6 частей, которые для наглядности пронумерованы.

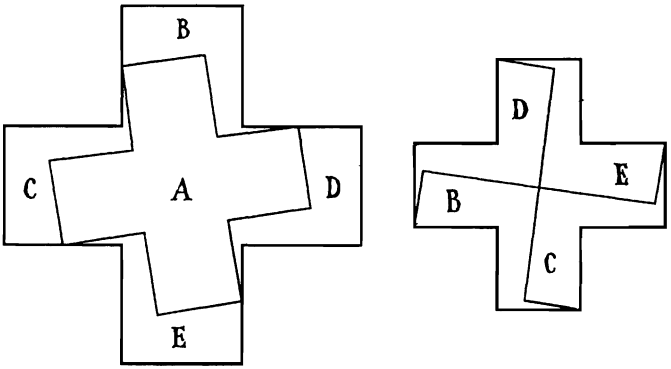


Рис. 60. *Как выкроить два малых креста из одного большого.*

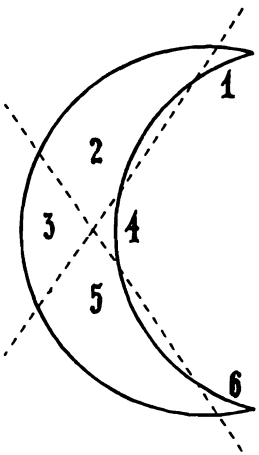


Рис. 61. *Как разделить полумесяц (лунный серп).*

56. Решение видно из прилагаемого рис. 62. Обе части разделенной «запятой» равны между собой, потому что составлены из одинаковых частей.

Рис. 63 показывает, как составить круг из двух «запятых» – белой и черной.

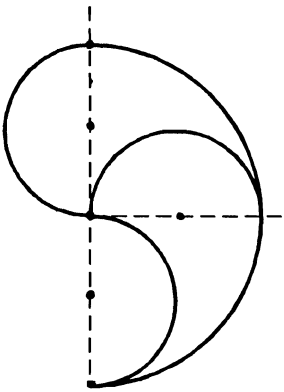


Рис. 62. *Как разделить «запятую» на две равные (по площади) части.*

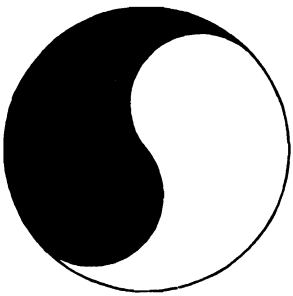


Рис. 63. *Как составить круг из двух «запятых» – белой и черной.*

57. Вот все различные развертки куба. Их 12:

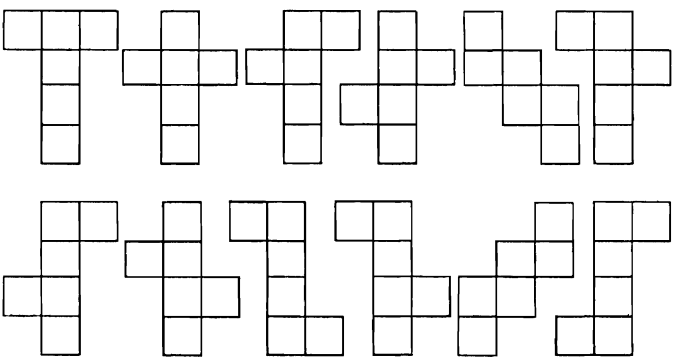


Рис. 64. *Развертки куба.*

58. Решение первой задачи видно из рис. 65.

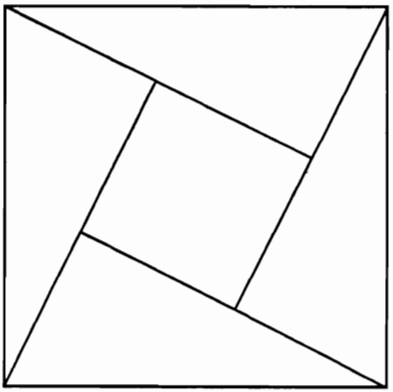
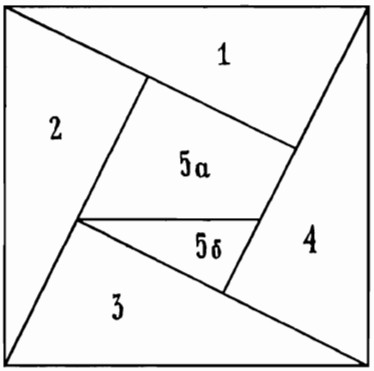
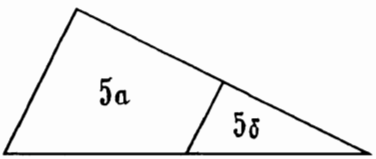


Рис. 65. *Квадрат, составленный из четырех треугольников и одного малого квадрата.*

А вот как составляется квадрат из 5 треугольников (рис. 66). Один треугольник предварительно разрезают, как показано на рис. 66б.



а)



б)

Рис. 66 *а, б.* *Квадрат, составленный из пяти треугольников.*

59. Способ раздела земли между четырьмя арендаторами обозначен сплошными линиями на рис. 67.

Участки получаются довольно причудливой формы, но зато у всех четырех арендаторов они совершенно одинаковы, и у каждого есть колодец.

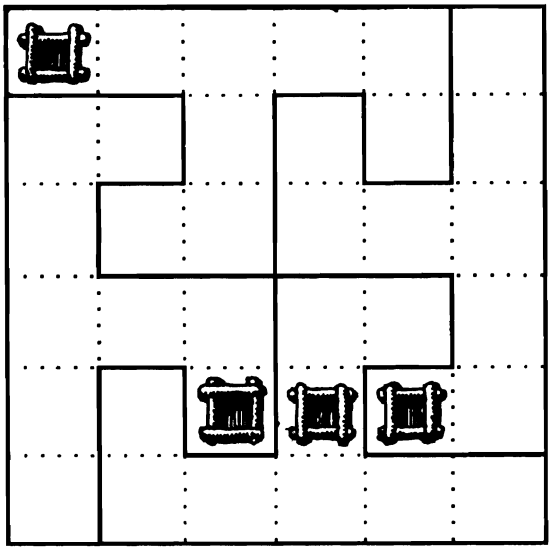


Рис. 67. *Раздел земли и колодцев.*

60. Секрет непонятного исчезновения 64-го квадратика открывается сразу, стоит только тщательнее исполнить рисунок.

Вглядитесь пристально в приложенный здесь чертеж – вы заметите, что прямоугольник вовсе не составлен из 64 квадратов, как кажется при неотчетливо исполненном чертеже. Те «квадраты», которые расположены вдоль косой линии разреза, совсем не квадраты: каждая из этих фигур по площади немного больше соответствующего квадра-

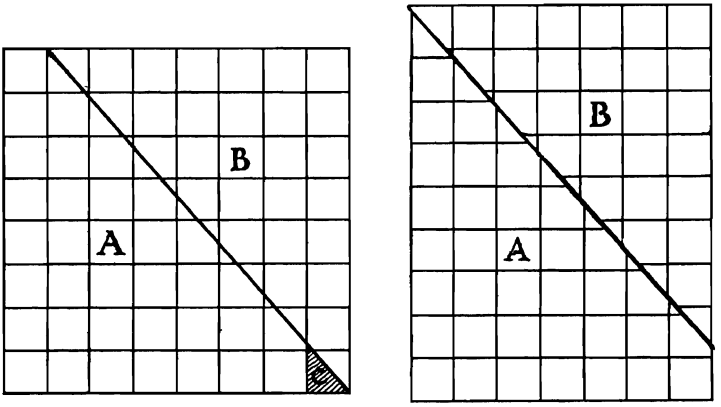
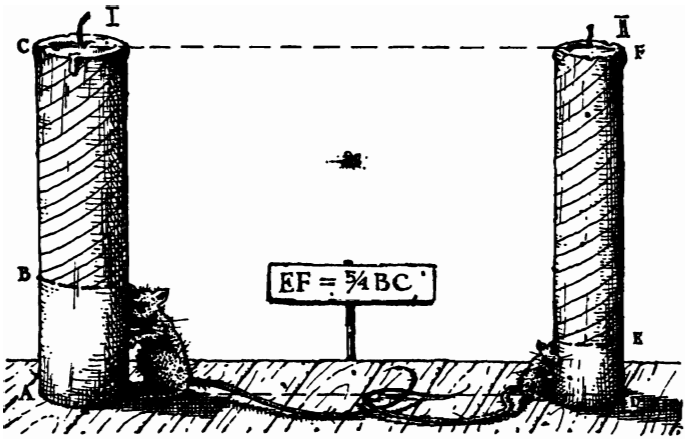


Рис. 68. *Тайна исчезнувшего квадратика.*

тика, из суммы этих избытков и слагается недостающая площадь будто бы исчезнувшего квадратика.

Подтасовка выступит яснее, если разграфить фигуру не на 64 квадратика, а всего на $4 \times 4 = 16$ квадратиков. Наоборот, чем на большее число частей разграфлена фигура, тем труднее уловить ошибку.



Десять замысловатых задач

61. ДЕШЕВЫЙ СТОРОЖ

Арендатору большого фруктового сада понадобилось на целые сутки отлучиться как раз в ту пору, когда яблоки поспели и представляли наибольший соблазн для любителей полакомиться на чужой счет. Необходимо было нанять на эти сутки сторожа. Скупой арендатор долго выбирал сторожа подешевле, пока не напал на такого, который вовсе не просил денег, а довольствовался уплатой яблоками. Это понравилось арендатору.

– Сторожить нужно целые сутки без смены и перерыва, никуда не отлучаясь. Поспать успеете потом, когда отдежурите.

– Хорошо, буду без смены. Но платить вам придется не ровно: за каждый следующий час вдвое больше против предыдущего.

– Это бы можно; но сколько же вы хотите за первый час?

– Уж чего меньше: одно яблоко на первый час дадите, и достаточно. За второй – два яблока положите, и довольно. За третий – четыре, и хватит. За четвертый...

– Ладно, – поспешил согласиться арендатор. – «Если этот чудак так же честен, как нерасчетлив, то я, кажется, сделал выгодное дело: за несколько десятков яблок достал сторожа на целые сутки», – подумал он, уходя.

Сторож был нанят, и арендатор спокойно уехал, радуясь тому, что на свете есть люди, не умеющие считать.

Когда спустя сутки арендатор возвратился к своему саду, он увидел у ворот телегу, на которую его сторож ссыпал один мешок яблок за другим.

– Это что такое, – накинулся на него арендатор. – Я вас нанимал сторожить, а не грабить. Куда увозите мои яблоки?

– Были ваши, теперь мои, – спокойно ответил сторож. – Забыли, небось, уговор?

– Уговор? Да разве по нашему уговору вам за одни сутки следует яблок целый воз? Считать не умеете...

– И не один воз следует. Сами считать не умеете.

– Не один воз! Что за вздор! Уж не все ли яблоки моего сада?

– Не только вашего. Во всем городе не закупите яблок, чтобы со мной расплатиться. Возов тысячи три понадобится, не меньше.

– Три тысячи возов яблок? За одни сутки? Ничего не понимаю...

А вы, читатель, понимаете? Кто из них считать не умел: сторож или арендатор? А может быть, ни тот ни другой?

62. КРЕСТЬЯНКА И ПАРОВОЗ

Машинист железнодорожного состава задолжал крестьянке за молоко и уклонялся от платежа. Молочница долго ждала и наконец придумала, что делать.

Однажды, когда пары́ были уже разведены и поезд должен был тронуться, она стала у паровоза и заявила машинисту:

– Отдавай сейчас долг, иначе не пущу поезд!

Машинист, разумеется, только усмехнулся, услыхав такую угрозу.

Но женщина не шутя намеревалась не дать поезду тронуться с места.

И что же? Машинист пустил в ход машину, но паровоз ни с места. Машина работает, а поезд стоит, словно заколдованный.

– Отдай деньги – пущу поезд! – с торжеством объявила крестьянка.

Пришлось машинисту заплатить долг полностью; тогда только поезд тронулся.

В чем же состояло «колдовство» молочницы, и как оно было ею снято?

63. ПУТЕШЕСТВИЕ ШМЕЛЯ

Шмель отправляется в дальнее путешествие. Из родного гнезда он летит прямо на юг, пересекает речку и, наконец, после целого часа пути спускается на косогор, покрытый душистым клевером. Здесь, перелетая с цветка на цветок, шмель остается полчаса.

Рис. 69.

Теперь надо посетить сад, где он вчера заметил цветущие кусты крыжовника. Сад лежит на запад от косогора, и шмель спешит прямо туда. Спустя $^3/_4$ часа он уже в саду. Крыжовник в полном цвету; на то, чтобы посетить все цветы, уходит полтора часа. А затем, не отвлекаясь в стороны, кратчайшей дорогой летит домой, в родное гнездо.

Сколько времени отсутствовал шмель?

64. ЯЩИК

У меня есть ящик, и я могу вам сказать, что крышка его заключает 120 квадратных дюймов, передняя стенка – 96, а боковая – 80.

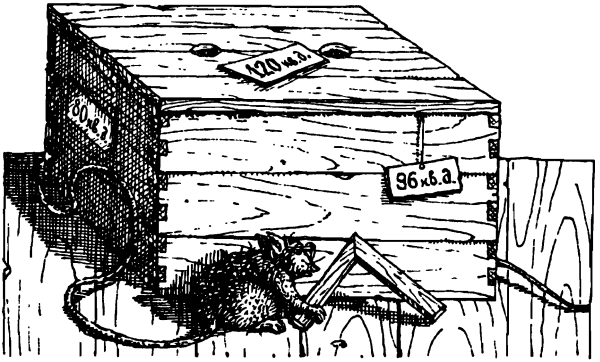


Рис. 70. *Мой ящик.*

Можете ли вы определить, каковы размеры моего ящика, т. е. сколько он имеет в длину, ширину и высоту?

65. ДВЕ ЦЕПИ

Найдены два обрывка железной цепи, составленные из одинаковых звеньев. Один обрывок, будучи растянут, занимает в длину 36 см, другой – 22 см. Толщина кольца – полсантиметра. В длинной цепи на 6 звеньев больше, чем в короткой.

Сколько звеньев в каждом обрывке?

66. МЕШКИ С МУКОЙ

Мельнику потребовалось взвесить 5 мешков с мукой. У него имелись весы, но не хватало некоторых гирь, и поэтому невозможно было взвесить меньше, чем 100 кг. Мешки же весили около 60 кг каждый.

Мельник не растерялся и стал взвешивать мешки по два, парами. Из 5 мешков можно составить

10 различных пар: поэтому пришлось сделать 10 взвешиваний. Получился ряд чисел, который приведен здесь в возрастающем порядке:

110 кг, 112 кг, 113 кг, 114 кг, 115 кг,
116 кг, 117 кг, 118 кг, 120 кг, 121 кг.

Но сколько же весит каждый мешок в отдельности? Как это узнать?

Мельник справился с задачей довольно быстро. Вероятно, и вы догадаетесь, как она решается.

67. ТРИ ДОЧЕРИ И ДВА СЫНА

Дядя приехал навестить своих двух племянников и трех племянниц, которых давно не видел.

Первыми вышли к нему маленький Володя с сестренкой Женей, и мальчуган гордо объявил дяде, что он в два раза старше своей сестры.

Затем выбежала Надя, и вошедший с нею папа сказал гостю, что обе девочки вдвое старше мальчика.

Когда пришел из школы Алеша, папа объявил, что мальчики вместе вдвое старше обеих девочек.

Позднее всех пришла Лида и, увидев гостя, радостно воскликнула:

– Дядя, вы приехали как раз в день моего рождения! Мне сегодня исполнился 21 год!

Рис. 71.

– И знаете еще что, – прибавил отец, – я сейчас сообразил, что мои три дочери вместе вдвое старше обоих моих сыновей.

Сколько же лет было каждому сыну и каждой дочери?

68. ДВЕ СВЕЧИ

Внезапно погас электрический свет во всей квартире – испортилась проводка. Чтобы не прерывать работы, я зажег две свечи, стоявшие на моем письменном столе на всякий случай, и при их свете занимался до тех пор, пока проводка не была приведена в исправность.

Спустя день мне понадобилось узнать, на сколько именно времени было прервано электрическое освещение. Я забыл отметить по часам, когда выключили свет и когда его включили снова. Не помнил я и длины свеч. Знаю только, что одна свеча была потолще, такие свечи сгорают целиком за 5 часов, другая – потоньше и могла бы сгореть за 4 часа. Ищу огарки – и не нахожу: домашние выбросили их.

– Какой же они были длины? – спрашиваю у них.

– Один был совсем маленький, а другой побольше.

– Во сколько же раз больше? Вдвое?.. Не помните ли этого? – допытывался я.

– Ровно в четыре раза, – ответили мне. Итак, стало известно только то, что один огарок был в четыре раза длиннее другого. Возможно ли на этом основании определить, сколько времени горели свечи?

69. ДЕВЯТЬСОТ ПОКЛОНОВ

В одной школе обучалось вдвое больше девочек, чем мальчиков. Заведующий ввел обычай: ежедневно поутру каждый мальчик должен был делать по-

клон заведующему, каждому из своих товарищей-мальчиков и каждой девочке, каждая девочка также должна была делать поклон заведующему, каждой своей подруге и каждому мальчику.

Этот церемонный обычай строго соблюдался, и поэтому ежедневно утром можно было насчитать 900 поклонов.

Сколько было в школе мальчиков и девочек?

70. НАСЛЕДСТВО РАДЖИ

Некий раджа, умирая, оставил свои брильянты сыновьям. В завещании его дети прочитали: старший сын получает 1 брильянт и седьмую долю всех остальных; второй сын получает 2 брильянта и седьмую долю всех остальных; третий сын – 3 брильянта и седьмую долю всех остальных; четвертый – 4 брильянта и седьмую долю всех остальных и т. д. Таким образом наследство было разделено между сыновьями без остатка.

Сколько сыновей было у раджи и сколько он оставил брильянтов?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 61 – 70

61. Сторож рассчитал совершенно правильно: ему действительно причиталось даже более трех тысяч возов яблок, как это ни невероятно.

В самом деле. Проследим, как возрастало вознаграждение сторожа с каждым часом.

За 1-й час сторож должен был получить яблоко, за 2-й час – 2 яблока, за 3-й час – 4 яблока, за 4-й – 8, за 5-й – 16, за 6-й – 32, за 7-й – 64, за 8-й – 128, за 9-й – 256, за 10-й – 512.

Пока еще вознаграждение как будто не грозит арендатору разорением: за первые 10 часов сторожу причиталось всего около полутысячи яблок.

Но продолжим исчисление.

За 11-й час сторожу следовало 1024 яблока, за 12-й – 2048, за 13-й – 4096, за 14-й – 8192, за 15-й – 16 384.

Накапливается внушительное число яблок, но все же до трех тысяч возов еще далеко.

Далее.

За 16-й час следовало 32 768 яблок.
За 17-й –"– –"– 65 536 –"–
За 18-й –"– –"– 131 072 –"–
За 19-й –"– –"– 262 144 –"–
За 20-й –"– –"– 524 288 –"–

Арендатор уже должен сторожу свыше полумиллиона яблок. Но сутки не кончены – остается еще 4 часа.

За 21-й надо было уплатить 1 048 576 яблок
За 22-й –"– –"– –"– 2 097 152 –"–
За 23-й –"– –"– –"– 4 194 304 –"–
За 24-й –"– –"– –"– 8 388 608 –"–

Теперь нужно сложить все эти числа от 1 до 8 388 608. Получаем 16 777 215 яблок. Итак, сторожу за одни сутки следовало согласно уговору *почти 17 миллионов яблок*! Чтобы только пересчитать такое количество яблок по одному в секунду, понадобилось бы *полгода непрерывного счета!* Полагая по 10 яблок на килограмм, узнаем, что все причитающиеся сторожу яблоки должны были весить 1 677 721 кг, или 1678 тонн.

Это составило бы вагонов 80, груженных яблоками, или, считая по полтонны на воз, свыше 3000 возов. Не правда ли, можно было найти сторожа и подешевле?

62. Крестьянка не дала поезду отправиться в путь тем, что смазала маслом рельсы впереди паровоза. По скользким рельсам не могут катиться колеса паровоза; они вертятся на одном месте, но не катятся

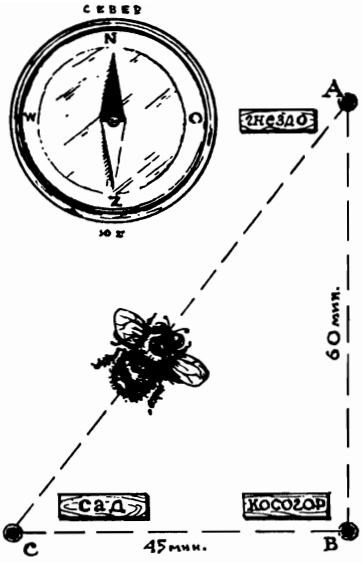


Рис. 72. *Маршрут шмеля.*

вперед, так как нет трения, благодаря которому колеса словно цепляются за рельсы. Вспомните, как трудно ходить по гладкому льду: ноги скользят, не находя опоры, и мы не можем сдвинуться с места. По той же причине не мог сдвинуться и паровоз.

Когда же машинист уплатил долг, крестьянка «сняла колдовство», посыпав смазанные рельсы песком.

История эта, конечно, могла произойти только в давнее время; на современных паровозах имеются специальные песочницы, из которых машинист с помощью особого приспособления высыпает песок на рельсы, когда они становятся скользкими, например, от дождя.

63. Задача решалась бы очень просто, если бы было известно, сколько времени понадобилось шмелю на перелет из сада в родное гнездо. Этого в задаче не сказано, но геометрия поможет нам самим узнать необходимые данные.

Начертим путь шмеля. Мы знаем, что шмель летел сначала «прямо на юг» в течение 60 мин. Затем он летел 45 мин «на запад», т. е. под прямым углом к прежнему пути. Оттуда «кратчайшей дорогой», т. е. по прямой линии – обратно к гнезду. У нас по-

лучился прямоугольный треугольник ABC, в котором известны оба катета, AB и BC, и надо определить третью сторону, – гипотенузу AC.

Геометрия учит, что если какая-нибудь величина содержится в одном катете 3 раза, а в другом – 4 раза, то в третьей стороне – гипотенузе – та же величина должна содержаться ровно 5 раз.

Например, если катеты треугольника равны 3 и 4 м, то гипотенуза равна 5 м; если катеты равны 9 и 12 км, то третья сторона равна 15 км и т. п. В нашем случае один катет равен 3×15 мин пути, другой – 4×15 мин пути; значит, гипотенуза AC равна 5×15 мин пути. Итак, мы узнали, что из сада к гнезду шмель летел 75 мин, то есть $1^1/_4$ часа.

Теперь легко уже подсчитать, сколько времени шмель отсутствовал. На перелеты он потратил:

$$1 \text{ час} + {}^3/_4 \text{ часа} + 1^1/_4 \text{ часа} = 3 \text{ часа}.$$

На остановки у него ушло времени:

$$^1/_2 \text{ часа} + 1^1/_2 \text{ часа} = 2 \text{ часа}.$$

Итого: 3 часа + 2 часа = 5 часов.

64. Поверхность крышки равна произведению длины ящика и его ширины; поверхность боковой стенки равна высоте × ширину; поверхность передней стенки – высоте × длину. Таким образом,

$$\text{длина} \times \text{ширина} = 120;$$
$$\text{высота} \times \text{ширина} = 80;$$
$$\text{высота} \times \text{длина} = 96.$$

Перемножим первые два равенства. Получим:

$$\text{длина} \times \text{высота} \times \text{ширина} \times \text{ширина} = 120 \times 80.$$

Разделим это новое равенство на 3-е:

$$\frac{\text{длина} \times \text{высота} \times \text{ширина} \times \text{ширина}}{\text{длина} \times \text{высота}} = \frac{120 \times 80}{96}.$$

Сократив дробь и произведя действия, имеем

$$\text{ширина} \times \text{ширина} = 100.$$

И, следовательно, ширина ящика равна 10 см. Зная это, легко определить, что высота ящика равна

$$80/10 = 8 \text{ см},$$

$$\text{а его длина} = 96/8 = 12 \text{ см}.$$

65. Вы не решите этой простой задачи, если не уясните себе сначала, из чего складывается длина цепи. Всмотритесь в рис. 71.

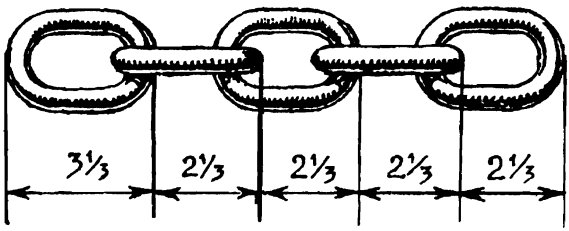


Рис. 73. *Звенья цепи.*

Вы видите, что длина натянутой цепи складывается из полной ширины первого звена, к которой с присоединением каждого нового звена прибавляется не полная ширина звена, а ширина звена без его двойной толщины.

Теперь перейдем к нашей задаче.

Мы знаем, что одна цепь длиннее другой на 14 см и имеет на 6 звеньев больше. Разделив 14 на 6, получаем $2^1/_3$.Это и есть ширина одного звена, уменьшенная на двойную его толщину. Так как толщина кольца известна – полсантиметра, то полная ширина каждого звена равна $2^1/_3 + {}^1/_2 + {}^1/_2 + 3^1/_3$ сантиметра.

Теперь легко определить, из скольких звеньев состояла каждая цепь. Из рисунка видно, что если мы отнимем от 36-сантиметровой цепи двойную толщину первого звена, т. е. 1 см, а разность разделим на $2^1/_3$, то получим число звеньев в этой цепи:

$$35 : 2^1/_3 = 15.$$

Точно так же узнаем число звеньев в 22-дюймовой цепи:

$$21 : 2^1/_3 = 9.$$

66. Мельник начал с того, что сложил все 10 чисел. Полученная сумма, 1156 кг – не что иное, как учетверенный вес мешков: ведь в нее вес каждого мешка входит 4 раза. Разделив эту величину на 4, узнаем, что пять мешков вместе весят 289 кг.

Для удобства обозначим мешки в соответствии с их весом номерами. Самый легкий мешок получит номер 1, второй по тяжести – 2 и т. д.; самый тяжелый мешок – номер 5. Нетрудно сообразить, что в ряду чисел: 110 кг, 112 кг, 113 кг, 114 кг, 115 кг, 116 кг, 117 кг, 118 кг, 120 кг, 121 кг – первое число составилось из веса двух самых легких мешков, 1 и 2, второе число – из веса мешков 1 и 3. Последнее число есть не что иное как вес двух самых тяжелых мешков, 4 и 5, а предпоследнее – 3-го и 5-го. Итак,

1 и 2 вместе весят	110 кг
1 и 3 –"– –"–	112 –"–
3 и 5 –"– –"–	120 –"–
4 и 5 –"– –"–	121 –"–

Теперь легко узнать сумму весов мешков 1, 2, 4 и 5: она равна 110 кг + 121 кг = 231 кг. Вычтя это число из общей суммы веса всех мешков (289 кг), получаем вес мешка 3, именно 58 кг.

Далее, из суммы веса мешков 1 и 3, т. е. из 112, вычитаем известный уже нам вес мешка 3; получается вес мешка 1: 112 кг – 58 кг = 54 кг.

Точно так же узнаем вес мешка 2, вычтя 54 кг из 110 кг, т. е. из суммы веса мешков 1 и 2. Получаем: вес мешка 2 равен 110 кг – 54 кг = 56 кг.

Из суммы веса мешков 3 и 5, т. е. из 120, вычитаем вес мешка 3, который равен 58 кг; узнаем, что мешок 5 весит 120 кг – 58 кг = 62 кг.

Остается определить вес мешка 4 из суммы весов мешков 4 и 5, т. е. из 121 кг. Вычтя 62 из 121, узнаем, что мешок 4 весит 59 кг.

Итак, вот вес мешков:

54 кг, 56 кг, 58 кг, 59 кг, 62 кг.

67. Мы знаем, что Володя вдвое старше Жени, а Надя и Женя вместе вдвое старше Володи. Значит, годы Нади и Жени, сложенные вместе, *вчетверо* больше, чем возраст Жени. Отсюда прямо следует, что *Надя старше Жени в 3 раза.*

Далее, мы знаем, что сумма лет Алеши и Володи вдвое больше суммы лет Нади и Жени. Но возраст Володи есть удвоенный возраст Жени, а годы Нади и Жени, сложенные вместе, есть учетверенный возраст Жени. Следовательно,

годы Алеши + удвоенный возраст Жени = = 8-кратному возрасту Жени, т. е.:

Алеша старше Жени в 6 раз.

Наконец, нам известно, что сумма возрастов Лиды, Нади и Жени равна удвоенной сумме возрастов Володи и Алеши.

Имея перед глазами табличку:

Лиде – 21 год.
Надя – в 3 раза старше Жени,
Володя – в 2 раза старше Жени,
Алеша – в 6 раз старше Жени,

мы можем сказать, что

21 год + утроенный возраст Жени + + возраст Жени = 4-кратному возрасту Жени + + 12-кратному возрасту Жени,

или:

21 год + 4-кратный возраст Жени = = 16-кратному возрасту Жени.

Значит, 21 год равен 12-кратному возрасту Жени и, следовательно, Жене 21 : 12 = $1^3/_4$ года.

Теперь уже легко определить, что Володе $3^1/_2$ года, Наде – $5^1/_4$ и Алеше – $10^1/_2$ лет.

68. Для ясности нарисуем рядом две свечи – толстую, которая сгорает за 5 часов, и тонкую, которая сгорает за 4 часа. Заштрихуем сгоревшие части обеих свечей. Легко сообразить, что длина сгоревшей части тонкой свечи (EF)должна составлять $^5/_4$ длины сгоревшей части толстой (BC); другими словами, заштрихованный в клетку избыток тонкой свечи (EK) составляет по длине $^1/_4$ сгоревшей части толстой (BC). Но в то же время длина этого избытка равна $^1/_4$ длины толстого огарка (AB). Другими словами, мы узнали, что $^3/_4$ длины толстого огарка равны $^1/_4$ длины сгоревшей части толстой свечи. Значит, $^4/_4$ толстого огарка, т. е. весь огарок, составляет $^1/_4 \times {}^4/_3 = {}^1/_3$ толстой свечи.

Итак, огарок толстой свечи равен $^1/_3$ сгоревшей части или $^1/_4$ всей длины свечи. Сгорело, следовательно, $^3/_4$ толстой свечи. А так как вся свеча могла сгореть за 5 часов, то $^3/_4$ ее горело в течение

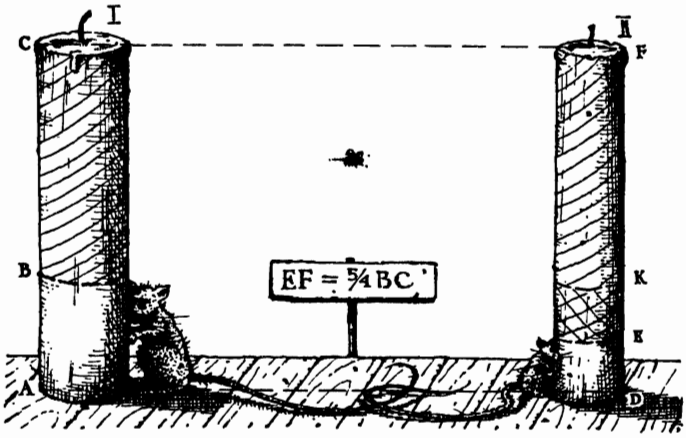


Рис. 74. *Две свечи – толстая и тонкая.*

$$\frac{5 \times 3}{4} = \frac{15}{4} = 3\,{}^{3}/_{4} \text{ часа.}$$

Ответ: свечи горели $3^3/_4$ часа.

69. Каждый ученик и ученица ежедневно раскланивались со всеми остальными школьниками и с заведующим. С самими собою, конечно, не раскланивались, зато делали поклон заведующему, так что каждый школьник и школьница ежедневно делали столько поклонов, сколько было детей в школе. Значит, все дети вместе ежедневно делали столько поклонов, сколько будет, если умножить их общее число само на себя.

Итак, мы знаем, что 900 – это число детей, умноженное само на себя. Какое же число, умноженное на себя, составит 900? Очевидно, 30. А так как девочек было вдвое больше, чем мальчиков, то из 30 детей было 20 девочек и 10 мальчиков.

Проверим это. Девочки делают $19 \times 20 = 380$ поклонов подругам и $20 \times 10 = 200$ поклонов мальчикам. Мальчики мальчикам делают $9 \times 10 = 90$ и девочкам – $10 \times 20 = 200$ поклонов. Итого: $380 + 200 + 90 + 200 = 870$ поклонов. Присоединив еще 30 поклонов заведующему, имеем ровно 900.

70. Задачу надо решать с конца. Самый младший сын получил столько брильянтов, сколько было сыновей, и еще $^1/_7$ остальных; но так как остатка никакого не было, то младший сын получил столько брильянтов, сколько было всех сыновей. Далее, предыдущий сын получил брильянтов на один меньше, чем было сыновей, да еще $^1/_7$ остальных брильянтов. Значит, то, что получил самый младший, есть $^6/_7$ этого «остального» (а все «остальное» есть $^7/_7$).

Отсюда вытекает, что число брильянтов самого младшего сына должно делиться на 6 без остатка.

Попробуем допустить, что их было 6, и испытаем, подходит ли это число.

Если младший сын получил 6 брильянтов, то значит, он был шестой сын, и всех сыновей было 6. Пятый сын получил 5 брильянтов плюс $^1/_7$ от 7, т. е. 5 + 1 = 6. Далее, 12 камней есть $^6/_7$, оставшегося после *четвертого сына*, полный остаток – 14 камней, и четвертый сын получил 4 + $^1/_7$; от 14 = 6.

Вычисляем то, что осталось после *третьего* сына: 18 есть $^6/_7$ этого остатка; значит, полный остаток – 21. Третий сын получил 3 + $^1/_7$ от 21 = 6 брильянтов.

Точно так же узнаем, что на долю второго и первого сына пришлось тоже по 6 камней.

Итак, у раджи было 36 *брильянтов и 6 сыновей*.

Мы проверили число 6 и нашли, что оно удовлетворяет условиям задачи. Испытав 12, 18 и 24, убедимся, что эти числа не годятся, а больше двух дюжин детей у раджи едва ли могло быть.

Десять задач о Земле и небе

71. ВСЮДУ ЮГ!

Существует шуточный рассказ* об одном турке, который будто бы попал однажды в «самую восточную страну». Турок так описывает эту сказочную страну:

«И впереди восток, и с боков восток. А запад? Вы, может быть, думаете, что он все-таки виден, как точка какая-нибудь, едва движущаяся вдали?.. Неправда! И сзади восток! Короче – везде и всюду нескончаемый восток!»

Такой страны, которая со всех сторон окружена востоком, конечно, быть не может. Но зато существует такое место на земном шаре, которое отовсюду окружено *югом*: во все стороны от этого места простирается «один нескончаемый юг».

Это кажется с первого взгляда невозможным, а между тем стоит лишь немного подумать, и вы сообразите, что такое необычайное место на земном шаре существует. В этом удивительном месте развевается теперь английский флаг, и я уверен, что вы даже знаете имя человека, который водрузил его.

Где же находится это место?

Чтобы помочь вам догадаться, я прибавлю, что там не жарко, даже не тепло, хотя во все стороны от него простирается юг.

72. ПО ТЕЛЕФОНУ

В Америке между Нью-Йорком и Сан-Франциско устроено телефонное сообщение, так что жители Нью-Йорка, расположенного на берегу Атлантического океана, могут переговариваться по теле-

* Козьмы Пруткова.

фону с жителями Сан-Франциско, живущими на берегу Тихого океана.

Конторы в Северной Америке открыты с 10 часов утра до 4 часов дня.

В течение скольких дневных часов конторские служащие в Нью-Йорке и Сан-Франциско могут вести между собой деловые разговоры по телефону?

73. ГДЕ НАЧИНАЮТСЯ ДНИ НЕДЕЛИ?

В воскресенье гости засиделись за полночь.

– Пора уходить, – объявил один, – завтра понедельник, и надо быть рано на службе.

– Завтра вторник, – с улыбкой поправил его хозяин.

– Что вы? Разве сегодня не воскресенье?

– Нет, уже понедельник: ведь сейчас пробило двенадцать часов!

– А, вот вы о чем! Ну, разумеется, раз полночь наступила, значит, теперь уже понедельник.

– Не везде, – вмешался другой гость, моряк. – Здесь у нас, в Москве, понедельник, но в Ленинграде еще воскресенье: там сейчас половина двенадцатого.

– Правильно, – согласился хозяин, – теперь понедельник только на восток от нас: в Нижнем, в Перми, в Красноярске...

– В Красноярске понедельник начался четыре часа назад, – пояснил моряк. – А в Петропавловске понедельник наступил уже восемь часов назад. Кстати, как вы думаете, где понедельник всего раньше наступает?

– В самом деле! – воскликнул хозяин. – А вот еще интересный вопрос: чем дальше на восток, тем понедельник наступает раньше. А между тем

на запад от нас простирается еще воскресенье. Значит, должна же где-нибудь проходить граница между воскресеньем и понедельником: ведь Земля круглая. Где же эта граница?

– Там, где начинаются дни недели, – ответил моряк.

– Я не знаю, как решается эта задача, – заметила одна гостья, – но мне вспоминается интересный рассказ Эдгара По о «Трех воскресеньях на одной неделе». Два моряка вернулись из кругосветного плавания и сошлись вместе. Один объехал земной шар с запада на восток, другой – с востока на запад; оба оказались в некотором пункте в один и тот же день. Но каждый из двух путешественников называл этот день иначе. Тот, который объехал Землю с запада на восток, совершил лишний оборот вокруг земной оси; он лишний раз видел восход Солнца, и потому он насчитал одним днем больше, чем следует. Он убежден, что воскресенье было вчера, между тем как оно наступило только сегодня. Другой моряк, прибывший с востока и, следовательно, все время двигавшийся против вращения Земли, сделал вокруг земной оси одним оборотом меньше, чем успела за то же время сделать Земля; он видел восход Солнца одним разом меньше, и в его счете дней одного не хватает. Потому он убежден, что воскресенье будет только завтра, хотя оно наступило уже сегодня. Вот и получилось на одной неделе три воскресенья: вчера, сегодня и завтра...

– Это возможно только в фантастическом рассказе, – ответил гостье моряк. – У Жюля Верна, в романе «Вокруг света в 80 дней», герой тоже сбился со счета дней и не подозревал, что приехал на целые сутки раньше. Впрочем, в старину подобные ошибки были возможны. Со спутниками Магеллана произошел именно такой случай: объехав

вокруг света, они привезли с собой в Португалию четверг вместо пятницы. Но в наши дни ничего подобного не может случиться.

– Почему же? – раздались голоса.

– Вам это станет ясно, если вы ответите сначала на вопрос: где начинается понедельник?

И в самом деле, читатель, где на земном шаре начинаются дни недели? Где раньше всего происходит смена одного дня другим?

74. НАПЕРЕГОНКИ С ЗЕМЛЕЙ

Может ли человек состязаться с земным шаром в его суточном движении вокруг оси? Может ли человек «перегнать Землю»* если не пешком, то, например, на быстро мчащемся автомобиле?

Заодно ответьте и на такие вопросы. Может ли человек, находясь на Земле, увидеть Солнце восходящим с запада? И прав ли был Кольцов, когда восклицал:

Но, увы, не взойдет
Солнце с запада!

75. ЗАКАТ СОЛНЦА

Посмотрите на изображенный здесь закат Солнца (рис. 75) и скажите: правильно ли он нарисован?

В этом рисунке есть одна несообразность, которую вам и нужно обнаружить.

---

* Точнее, не перегнать, а отстать, т. е. двигаться по поверхности Земли в сторону, обратную ее движению, так быстро, чтобы увеличить для себя продолжительность суток.

Рис. 75. *Закат Солнца: все ли правильно на рисунке?*

76. ТУРЕЦКИЙ ФЛАГ

Вам, конечно, знаком турецкий флаг. На нем изображен серп молодого месяца, а между рогами лунного серпа – звезда.

Замечаете ли вы, что в изображении турецкого флага есть явная несообразность? В чем она состоит?

Рис. 76. *Турецкий флаг.*

77. ЗАДАЧА-ШУТКА

Где за Земле легче всего живется?

Эта задача похожа на загадку или на задачу-шутку типа: «Почему птица летает?» (По чему? – По воздуху). Но наш вопрос не совсем такого рода. Если хорошенько подумать, то на него можно дать разумный, вполне обоснованный ответ.

Какой?

78. ЗАКАТ ЛУНЫ

Вы видите на рис. 77 тропический ландшафт со странным изображением лунного серпа у горизонта.

Правильно ли нарисована эта картинка? Нет ли здесь какой-нибудь несообразности?

Рис. 77. Закат Луны: все ли правильно на рисунке?

79. БРОНЕНОСЕЦ

Броненосец водоизмещением в 20 000 тонн... Но вы, быть может, не знаете, что такое «водоизмещение» и что такое «тонна»? Водоизмещением называют вес той воды, которую судно вытесняет, когда плавает. А так как плавающее тело, по закону Архимеда, вытесняет ровно столько воды, сколько оно весит, то «водоизмещение» прямо указывает вес самого судна. А что такое «тонна»? Мера веса в 1000 килограммов. Когда вы читаете, что судно имеет «водоизмещение в 20 000 тонн», это значит, что оно само (как и вода, вытесняемая им при плавании) весит 20 000 тонн.

Итак, броненосец водоизмещением в 20 000 тонн, стоявший раньше в Архангельске, прибыл в

экваториальные воды. Известно, что с приближением к экватору все тела становятся легче; разница в весе на широте Архангельска и на экваторе равна $^1/_{250}$, т. е. гиря в 1 кг из Архангельска, перенесенная на экватор, будет весить на 4 г меньше.

Можете ли вы сказать, сколько тонн воды будет вытеснять наш броненосец в экваториальных водах?

80. ПАРОХОД И ПЛОВЕЦ НА ЛУНЕ

На Луне все вещи весят в 6 раз меньше, чем на Земле, так как Луна в 6 раз слабее притягивает к себе тела, чем наш земной шар. Килограмм, перенесенный на Луну, весил бы там всего 160 г.

Вообразите, что на Луне существует озеро с пресной водой. На озеро спущен пароход, который в земных пресноводных озерах имеет осадку 3 м. Как глубоко будет сидеть наш пароход в воде лунного озера?

Заодно решите еще и такую задачу: где не умеющий плавать человек может утонуть скорее – в земном озере или в нашем воображаемом лунном?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 71 – 80

71. Место на Земле, откуда во все стороны горизонта простирается юг – это... Северный полюс! И действительно: ведь Северный полюс есть самая северная точка земного шара, и, следовательно, все точки в его окрестности лежат южнее. Когда отважный полярный путешественник Пири в 1912 году водружал в этом пункте английский флаг, их со всех сторон окружал юг: «везде и всюду нескончаемый юг».

72. Не 6 часов, а гораздо меньше, и вот почему. Между Нью-Йорком и Сан-Франциско разница во времени $3^1/_4$ часа. Когда нью-йоркские банки открываются, т. е. в 10 часов утра, тогда в Сан-Франциско еще спят: там без четверти 7 часов утра. И только в четверть второго конторский служащий Нью-Йорка может позвать к телефону своего товарища из Сан-Франциско, где сейчас только открылись двери контор. В 4 часа нью-йоркские служащие уже покидают конторы, и жители Сан-Франциско не могут вызвать их по телефону, хотя в этом городе всего только без четверти час. Таким образом, деловые учреждения этих двух городов могут разговаривать между собой в дневное время по $2^3/_4$ часа, хотя открыты в течение 6 часов.

А если бы существовал телефон между Ленинградом и Петропавловском, то им почти совсем невозможно было бы пользоваться! Между этими городами разница во времени 10 часов, так что, когда ленинградцы бодрствуют, петропавловцы спят, и наоборот. Приходилось бы вставать по ночам, чтобы разговаривать по этому междугородному телефону.

73. В Москве пробило двенадцать – только что наступил понедельник; на запад от Москвы всюду простирается еще воскресенье, а на восток – понедельник. Но на шарообразной Земле восток и запад неизбежно должны встретиться; значит, где-то должна быть граница, отделяющая воскресенье от понедельника.

Эта граница существует в самом деле и называется «линией даты»; она проходит через Берингов пролив и тянется по водам Тихого океана в виде изломанной линии, точное направление которой определено международными соглашениями.

На этой воображаемой линии, прорезающей безлюдные пустыни Тихого океана, и совершается

впервые на земном шаре смена дней недели, месяцев, лет. Здесь как бы помещаются входные двери нашего календаря: отсюда приходят на землю воскресенья и понедельники, январи и февраля, здесь же находится колыбель Нового года. Здесь раньше, чем где бы то ни было на земном шаре, наступает каждый новый день недели; родившись, он движется на запад, обегает весь земной шар и снова возвращается к месту своего рождения – на этот раз, чтобы соскользнуть с поверхности нашей планеты и исчезнуть в вечности.

Из стран всего мира наша страна раньше всех принимает на свою территорию каждый новый день: на мысе Дежнева каждое утро «воскресенье», только что родившееся в водах Берингова пролива, вступает в населенный мир, чтобы начать свое шествие через все части света. И здесь же, у восточной оконечности русской Азии, дни умирают, исполнив свою 24-часовую службу.

Некогда Карл V хвастался тем, что в его владениях не заходит Солнце. Мы с большим правом могли бы гордиться тем, что владеем колыбелью нарождающихся дней; в пределах России совершается смена одного дня недели другим на суше.

Итак, вот где происходит смена дней недели. Что же делают мореплаватели, когда пересекают эту «линию даты»? Чтобы не сбиваться в счете дней подобно спутникам Магеллана, моряки *пропускают один день недели* и, если едут с востока на запад; когда же пересекают «линию даты» с запада на восток, то дважды считают *один и тот же день* недели, т. е. после воскресения опять празднуют воскресенье. Вот почему невозможны в действительности истории, рассказанные Эдгаром По в «Трех воскресеньях на одной неделе» и Жюлем Верном в романе «Вокруг света в 80 дней».

74. Перегнать Землю в ее суточном вращении вокруг оси вполне возможно на современном гоночном автомобиле, пробегающем свыше 200 км в час (55 м в секунду), или, еще лучше, на аэроплане, который может лететь со скоростью 300 км в час и более. Конечно, этого нельзя сделать на экваторе, точки которого движутся со скоростью 460 м в секунду. Но это вполне возможно уже на 83° широты и севернее. Здесь автомобилист, мчащийся в своем моторе с востока на запад, будет видеть солнце неподвижно висящим в небе и не приближающимся к закату*.

Земля, конечно, продолжает вращаться, но автомобилист будет отъезжать на столько же в обратную сторону и, следовательно, по отношению к Солнцу будет оставаться неподвижным.

При еще большей скорости автомобилист мог бы перегнать Землю и увидеть новое чудо: Солнце, восходящее не с востока, а с запада! Земля под колесами автомобиля будет вращаться по-прежнему с запада на восток, но сам автомобиль будет двигаться вокруг земной оси с востока на запад.

75. Несообразность рисунка состоит в том, что лунный серп обращен своей выпуклой стороной не к *Солнцу*, а *от Солнца*. Ведь Луна освещается Солнцем, значит, она никак не может быть обращена к нему своей неосвещенной стороной...

«Большинство живописцев, – замечает по этому поводу известный французский астроном Фламмарион, – не знают этого, потому что не проходит года, чтобы в Парижском Салоне (зал для выставок) не появлялось большого числа лун в обратном положении».

---

* Человек может перегнать Землю и пешком – в 50 км от полюса.

Рис. 78. *Звезда не может быть расположена так, как на турецком флаге: Луна не прозрачна.*

76. Явная несообразность турецкого флага заключается в том, что звезда на изображении слишком близко придвинута к лунному серпу. В таком положении Луна и звезда на небе быть не могут. Луна не прозрачна, сквозь нее нельзя видеть звезды; значит, никакая звезда не может сиять внутри круга Луны.

На рис. 78 показано, как должны быть расположены лунный серп и звезда, чтобы картина соответствовала действительности. Надо отодвинуть звезду от наружного края серпа больше, чем на целый поперечник Луны. А между тем на турецком флаге звезда сияет как раз между рогами месяца!

77. Из всех мест земного шара легче всего живется, конечно, на экваторе – по той простой причине, что там все предметы становятся легче.

Паровоз, весящий в Москве 60 тонн, становится по прибытии в Архангельск на 60 кг тяжелее, а в Одессе – на столько же легче.

Кто же похищает у паровоза эти 60 кг? Главным образом – «центробежная сила»; она умень-

шает вес всякого тела близ экватора на $^1/_{250}$ долю по сравнению с его весом у полюсов. А так как земной шар у экватора немного вздут, т. е. поверхность Земли находится там дальше от центра планеты, чем не полюсе, то это еще немного уменьшает вес предметов. В общей сложности, потеря веса на экваторе достигает $^1/_{250}$ от веса того же тела на полюсе.

На этом основании какой-то затейник объявил однажды, что знает способ вполне законно и честно обвешивать покупателей. Секрет состоит в том, чтобы покупать товары в экваториальных странах, а продавать их поближе к полюсам. Килограмм, будучи перенесен с экватора на полюс, прибавит в весе на целых 5 г – если только пользоваться для взвешивания не весами с коромыслом, а пружинными (и притом непременно своего «южного» изготовления). Иначе, конечно, никакой выгоды не получится: на весах с гирями товар станет тяжелее, но настолько же тяжелее сделаются и гири.

Едва ли можно разбогатеть на такой торговле, но по существу шутник прав, так как тяжесть действительно увеличивается с удалением от экватора, где «всего легче живется на свете».

78. Как ни странно, но лунный серп изображен на рисунке совершенно верно. Это *тропический* ландшафт, а под тропиками положение лунного серпа отличается от положения его в наших широтах. У нас молодой месяц обращен горбушкой вправо, а серп убывающей Луны – влево. В тропических же странах лунный серп висит на небе *горизонтально*.

Происходит это вот почему. В наших странах Солнце и Луна (и вообще все светила) при своем суточном движении по небу идут по наклонным

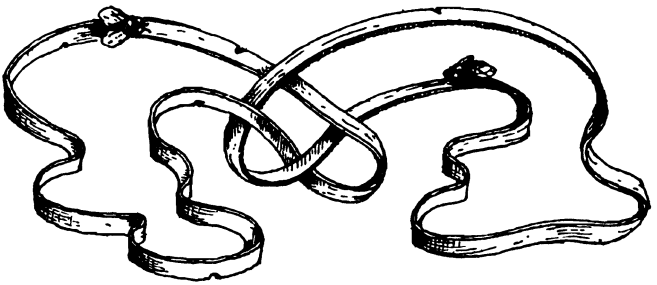
кругам; поэтому вечером Солнце, освещающее Луну, находится под горизонтом в *косом направлении*: оно освещает Луну справа или слева, серп обращен влево или вправо. Для наблюдателя на экваторе же все светила движутся по вертикальным дугам; Солнце, освещающее Луну, расположено над горизонтом не справа или слева от нее, а *под нею*. Луна освещается снизу, и поэтому лунный серп имеет там форму гондолы, как изображено на нашем рисунке.

Кто живет на юге – в Крыму, на Кавказе, в Туркестане, – тот замечал, вероятно, что серп там нередко имеет на небе положение, сходное с изображенным на рисунке. Чем ближе к тропикам, тем более отвесно движутся светила по небу.

79. Перейдя из Белого моря в экваториальные воды, броненосец сделается на $^1/_{250}$ легче. Но ровно на столько же делается легче и вода: она тоже весит близ экватора на $^1/_{250}$ меньше, чем в Белом море. Значит, водоизмещение броненосца в течение всего времени плавания останется одним и тем же: 20 000 тонн.

80. Пароход сделался бы на Луне в 6 раз легче – но это вовсе не значит, что он будет гораздо мельче сидеть в лунном озере. Ведь и вода должна была бы на Луне весить в 6 раз меньше, чем на Земле. Плавающее тело вытесняет столько воды, сколько оно весит (закон Архимеда); следовательно, ничто не должно измениться в степени погружения парохода – он будет иметь осадку, равную тем же трем метрам.

Точно так же ничто не изменится и для пловца: его вес уменьшится во столько же раз, во сколько раз уменьшится вес вытесняемой им воды. А значит, плавучесть человека будет в лунном озере та же, что и в земном. Утонуть и там и здесь одинаково легко.



ФОКУСЫ И ИГРЫ

81. ОТГАДЧИК

Мальчик с завязанными глазами безошибочно угадывает, в какой руке у вас гривенник. Делает он это так:

– Возьмите, – говорит он, – в одну руку гривенник, а в другую монету в 3 копейки. Когда это сделано, он продолжает:

– Удвойте мысленно то, что у вас в правой руке, и утройте то, что в левой.

Вы исполняете его просьбу; тогда он просит вас сложить оба числа и спрашивает, получилось четное или же нечетное число.

– Четное, – отвечаете вы, например.

– Гривенник в левой руке, – тотчас же объявляет он, и всегда указывает безошибочно.

82. АРИФМЕТИЧЕСКИЙ ФОКУС

Хозяин просит одного из своих гостей написать на листке бумаги любое число из трех цифр.

– Но не показывайте мне, а прямо передайте листок своему соседу. Вы же, – обращается хозяин к этому соседу, – припишите к числу справа опять то же число. У вас получится длинное число из 6 цифр. Сделали? Передайте листок дальше.

– Что мне делать с этим шестизначным числом? – спрашивает гость, получивший записку.

– Разделите его на 13.

– А если не разделится?

– Разделится.

– Но ведь вы даже не знаете, какое у меня число! – возражает гость. – На 13 делится без остатка не всякое число.

– А это разделится, увидите.

Гость недоверчиво приступает к делению – действительно, число разделилось на 13 без остатка.

– Не говорите мне, сколько получилось, а передайте листок дальше, своему соседу, – говорит хозяин. – Вас я попрошу полученное число разделить на 11.

– А что делать с остатком?

– Остатка не будет, – заявляет хозяин. И в самом деле, остатка не получается.

– То число, которое у вас получилось от деления, передайте дальше и попросите соседа разделить его на 7, – продолжает распоряжаться хозяин.

– Неужели опять разделится без остатка? – недоумевает сосед.

– Именно так, – отвечает хозяин. – Разделили? Будьте добры теперь написать результат на отдельной бумажке и передайте эту бумажку мне.

Затем, не заглядывая в бумажку, хозяин передает ее тому гостю, который задумал число.

– Вот число, которое вы написали. Правильно?

– Верно! – изумляется гость. – Но откуда же вы знаете? Ведь вы не видели ни моего числа, ни того, которое получилось?

И в самом деле, откуда он мог знать?

83. КАРТОЧНЫЙ ФОКУС

Трудно самому угадать задуманную карту и еще труднее, казалось бы, заставить другого угадывать. Но существует способ превратить любого человека в безошибочного отгадчика задуманной вами карты.

Из колоды игральных карт вы берете одну карту – допустим, валет пик, – кладете на стол, никому не показывая, и уверяете собеседника, что он может отгадать эту карту.

Он, конечно, заявляет, что не обладает подобным даром, но вы настаиваете на своем. Между ва-

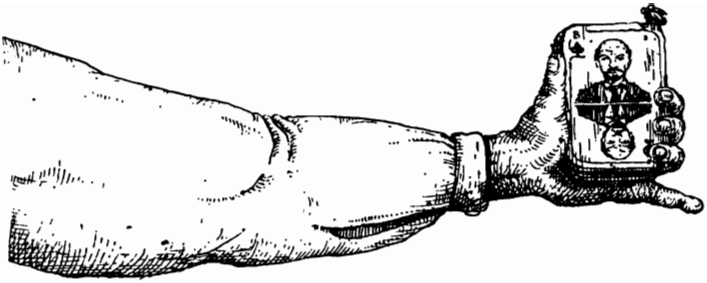


Рис. 79. *Отгадывание задуманной карты «по заказу».*

ми и им происходит такой разговор (напоминаю, что карта, лежащая на столе, – валет пик). Вы начинаете:

– Есть четыре масти. Назовите из них две, какие угодно.

– Бубны и пики, – отвечает собеседник наобум.

– Из этих двух укажите одну.

– Пусть бубны, – с улыбкой продолжает отгадчик.

– Значит, остаются только пики. Далее – в колоде имеются туз, король, дама, валет, десятка и девятка. Выберите из этих шести карт три.

– Король, дама и девятка, – опять наобум отвечает собеседник.

– Остаются, следовательно, туз, валет и десятка. Выберите из них две карты.

– Туз и валет.

– А теперь укажите из них одну.

– Ну, туз.

– Остается, значит, только валет. Вот он!

И вы торжествующе переворачиваете карту: масть и название угаданы!

Ваш собеседник в недоумении: каким образом он все же сумел угадать карту...

В чем секрет?

84. ЧТО ПОЛУЧИТСЯ?

Вырежьте из газеты ленту 5 см шириной и в 80–100 см длиной. Концы этой ленты склейте в кольцо, но не просто, а предварительно *закрутив ленту по длине два раза*.

Вот как надо это сделать. На рис. 80 углы ленты обозначены цифрами; переверните один конец ленты так, чтобы сначала 3-й угол оказался не

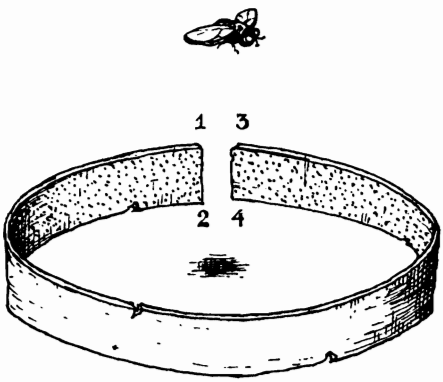


Рис. 80. *Как приготовить бумажную ленту к склеиванию.*

вверху, против 1-го угла, а внизу, против 2-го угла, и затем заверните тот же конец в ту же сторону еще раз, чтобы 3-й угол снова оказался вверху против 1-го угла. В результате лента окажется дважды закрученной по длине. Теперь склейте концы ленты (рис. 81), и у вас все готово для фокуса.

Вы показываете эту заранее приготовленную ленту своим гостям и спрашиваете их:

– Что получится, если ленту разрезать вдоль посередине?

Всякий ответит вам, что, очевидно, из одного кольца получатся два – ничего другого и ожидать нельзя.

Но результат оказывается неожиданным. Как вы думаете, что получится?

Рис. 81. *Как склеить бумажную ленту в кольцо.*

85. ЕЩЕ НЕОЖИДАННЕЕ

Еще неожиданнее будет результат при разрезании другого бумажного кольца, склеенного несколько иным образом. А именно, конец закручивают, как и раньше, но *не два раза, а один раз* (3-й угол при склеивании придется против 2-го угла).

Что получится, если разрезать такую ленту вдоль посередине (рис. 82)?

Результат поразит вас!

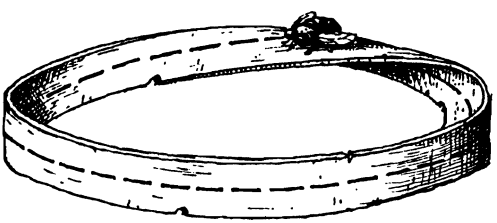


Рис. 82. *Кольцо, склеенное из бумажной ленты по-другому*

86. ИГРА В «32»

В эту игру играют вдвоем. Положите на стол 32 спички. Тот, кто начинает играть, берет себе одну, две, три или четыре спички. Затем и другой берет себе сколько хочет спичек, но тоже не более четырех. Потом опять первый берет не свыше четырех спичек. И так далее. Кто возьмет последнюю спичку, тот и выиграет.

Игра очень простая, как видите. Но она любопытна тем, что тот, кто начинает игру, всегда может выиграть, если только правильно рассчитает, сколько ему нужно брать.

Можете ли вы указать, как он должен играть, чтобы выиграть?

87. ТО ЖЕ, НО НАОБОРОТ

Игру в «32» можно видоизменить: тот, кто берет последнюю спичку, не выигрывает, а, наоборот, проигрывает.

Как следует здесь играть, чтобы наверняка выиграть?

88. ИГРА В «27»

Эта игра похожа на предыдущие. Она также ведется между двумя игроками и тоже состоит в том, что играющие поочередно берут не более 4 спичек. Но конец игры иной: выигравшим считается тот, у кого по окончании игры окажется *четное число спичек*. В этой игре начинающий ее имеет преимущество. Он может так рассчитать свои ходы, что наверняка выиграет.

В чем состоит секрет беспроигрышной игры?

89. НА ИНОЙ ЛАД

При игре в «27» можно поставить и обратное условие: считается выигравшим тот, у кого после игры окажется нечетное число спичек.

Каков здесь способ беспроигрышной игры?

90. ИЗ ШЕСТИ СПИЧЕК

Можете ли вы из шести спичек составить четыре равносторонних треугольника, притом так, чтобы ни одна сторона ни одного треугольника не была короче спички?

Попытайтесь. И не отчаивайтесь в успехе, если вам сразу не удастся решить задачу, она все-таки разрешима и даже без особых хитростей.

Не бойтесь также и подвоха в условии задачи; ее надо понимать именно так, как сказано: составить из 6 спичек 4 равносторонних треугольника.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 81 – 90

81. Удваивая или утраивая четное число, вы всегда получаете в результате четное число. Другое дело с числом нечетным: при удвоении оно становится четным, но при утроении остается нечетным. Гривенник, следовательно, дает четное число и при удвоении, и при утроении; напротив, 3 копейки дают четное только при удвоении; утроенные они дают число нечетное. Мы знаем также, что, складывая четное число с четным, получим *четное*, а складывая четное и нечетное, получим *нечетное число.*

Отсюда прямо вытекает, что если в нашем фокусе сумма оказалась четной, значит, три копейки

были удвоены, а не утроены, т. е. находились в *правой руке*.

Если бы сумма была нечетной, это означало бы, что три копейки подверглись утроению и, следовательно, находились в *левой руке*.

82. Секрет фокуса кроется в том, что второй гость, приписывая к задуманному трехзначному числу то же число, умножил его, сам того не подозревая, на 1001. Действительно, если, например, первый гость задумал число

873,

то у второго гостя получилось число

873873.

Но ведь это не что иное, как

$$873000 + 873, \text{ т. е. } 873 \times 1001.$$

А число 1001 – замечательное число: оно получается от умножения 7, 11 и 13. Не удивительно поэтому, что хозяин уверенно предлагал делить такое шестизначное число сначала на 13, потом на 11 и на 7. Делить же последовательно на 13, 11 и на 7 все равно, что делить на $13 \times 11 \times 7$, т. е. на 1001.

Итак, второй гость умножил задуманное число на 1001, а три следующих гостя совместно разделили полученное им число на 1001. Вот почему в результате снова получилось задуманное число.

83. Этот курьезный фокус, в сущности, прост до смешного. Его разгадка ясна, например, уже из того, что если на последний вопрос вам ответит не туз, а валет, успех отгадывания будет не менее блестящим. Вообще, весь секрет фокуса вот в чем: сообразно с тем, что вам нужно, *вы сосредоточиваете внимание собеседника либо на тех картах, которые им названы, либо же на тех, которые не названы*. А так как задуманная карта непременно должна оказаться либо среди названных, либо среди не названных, то нисколько не удивитель-

но, что собеседник ваш всегда «отгадывает» безошибочно.

Разумеется, когда вы проделаете этот фокус несколько раз подряд, уловка будет раскрыта. Но если не злоупотреблять недогадливостью партнера, то можно поставить в тупик самого находчивого человека.

84. Получаются два кольца, но продетые одно в другое, как звенья цепи (рис. 83).

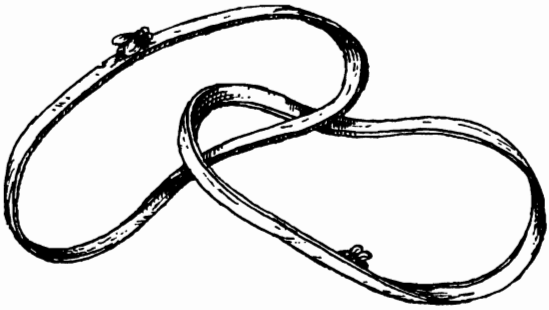


Рис. 83. *Кольцо, разрезанное вдоль средней линии.*

Если каждое из этих колец вы снова разрежете вдоль, то опять получите два кольца, продетые одно в другое.

85. При разрезании этого кольца вдоль получится, вопреки всем ожиданиям, не два кольца, а... одно, вдвое большее (рис. 84).

Наша изогнутая лента, обладающая столь удивительным свойством не разъединяться при разрезании, называется в геометрии поверхностью Мебиуса, по имени знаменитого математика прошлого века.

Другая замечательная особенность нашего кольца состоит в том, что у него нет «лицевой стороны» и «изнанки»: «лицо» ленты постепенно переходит в «изнанку», так что невозможно ука-

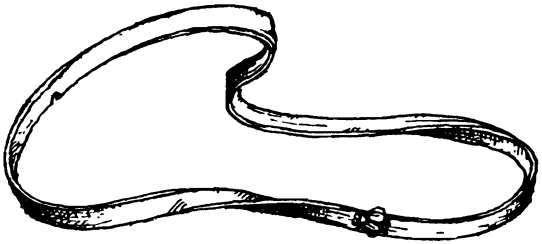


Рис. 84. *Другое кольцо, разрезанное вдоль средней линии.*

зать, где кончается одна сторона и начинается другая. Если вы пожелали, например, покрасить одну сторону нашей бумажной ленты, скажем, в красный цвет, а другую оставить некрашенной, то не смогли бы выполнить этого: у нашей ленты нет двух сторон, она односторонняя*.

Но вернемся к разрезанию нашей ленты. Если, разрезав ее вдоль и получив одно кольцо, вы разрежете новое кольцо, у вас получится на этот раз два кольца (рис. 85).

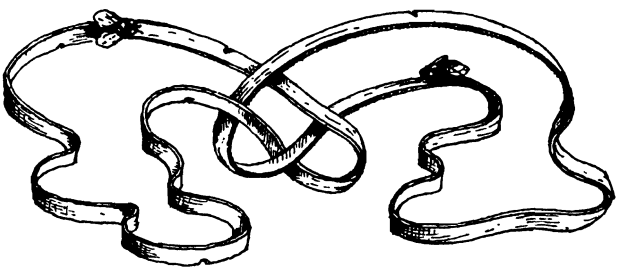


Рис. 85. *Кольцо после двукратного разрезания.*

---

* Отсюда ясно, между прочим, что часто встречающееся в учебниках определение поверхности как «границы тела» несостоятельно; поверхность Мебиуса никакого тела ограничивать не может, а между тем это – поверхность.

Однако разнять их вы не сможете: они запутаны одно в другом сложным гордиевым узлом, который можно рассечь только ножницами.

86. Нехитрый секрет беспроигрышной игры найти довольно легко, если попробовать сыграть партию с *конца*. Нетрудно видеть, что если предпоследним вашим ходом вы оставите партнеру на столе 5 спичек, то выигрыш обеспечен: партнер не может взять больше 4 спичек, и, следовательно, вы возьмете после него все остальные. Но как устроить, чтобы вы наверняка могли в предыдущий ход оставить на столе 5 спичек? Для этого необходимо, делая этот ход, оставить противнику ровно 10 спичек: тогда, сколько бы он ни взял, он не оставит вам меньше 6 – и вы всегда сможете оставить ему 5. Далее, как сделать так, чтобы партнеру пришлось брать из 10 спичек? Для этого надо в предыдущий ход оставить на столе 15 спичек.

Так, последовательно вычитая по 5, мы узнаем, что на столе надо оставить 20 спичек, а еще ранее 25 спичек и, наконец, в первый раз 30 спичек, т. е., начиная игру, взять 2 спички.

Итак, вот секрет беспроигрышной игры: сначала берите 2 спички; затем, после того как партнер взял несколько спичек, берите столько, чтобы на столе осталось 25; в следующий раз оставьте на столе 20, потом 15, потом 10 и, наконец, 5. Последняя спичка всегда будет вашей.

87. Если условие игры обратное, т. е. взявший последнюю спичку считается *проигравшим*, то вам надо в предпоследний ваш ход оставить на столе 6 спичек: тогда, сколько бы ни взял ваш партнер, он не оставит вам меньше 2 и больше 5, т. е. вы в любом случае сможете последующим ходом последнюю спичку оставить ему. Но как сделать так, чтобы оставить на столе 6 спичек? Для этого

нужно в предыдущий ход оставить на столе 11 спичек, а еще в более ранние ходы 16, 21, 26 и 31 спичку.

Итак, вы начинаете с того, что берете всего 1 спичку, а дальнейшими ходами оставляете нашему партнеру 26, 21, 16, 11 и 6 спичек; последняя спичка неизбежно достанется противнику.

88. Здесь разыскать способ беспроигрышной игры несколько труднее, чем при игре в «32». Надо исходить из следующих соображений.

1. Если у вас перед концом партии *нечетное* число спичек, вы должны оставить противнику 5 спичек, и ваш выигрыш обеспечен. В самом деле: в следующий ход противник оставит вам 4, 3, 2 или 1 спичку. Если он оставит 4 – вы берете три спички и выигрываете, если 3 – берете все три и выигрываете; если 2 – берете одну и также выигрываете.

2. Если же перед концом игры у вас оказывается *четное* число спичек, то вы должны оставить противнику 6 или 7 спичек. В самом деле, последим, как пойдет дальше игра. Если противник следующим ходом оставляет вам 6 спичек, вы берете одну и, обладая теперь уже нечетным числом спичек, спокойно оставляете противнику 5 спичек, с которыми он должен неизбежно проиграть. Если он оставит вам не 6, а 5 спичек, берете 4 и выигрываете. Если оставит 4 – берете все четыре и выигрываете. Если оставит 3 – берете две и выигрываете. И наконец, если оставит 2 – вы тоже выигрываете. Меньше двух он оставить не может.

Теперь уже не трудно найти способ беспроигрышной игры. Он состоит в том, чтобы имея *нечетное* число спичек, оставлять противнику на столе такое, которое на 1 меньше кратного 6, т. е. 5, 11, 17, 23; имея же *четное* число спичек, остав-

лять противнику на столе число спичек, кратное 6, или на 1 больше, т. е. 6 или 7, 12 или 13, 18 или 19, 24 или 25. Нуль можно считать четным числом; поэтому, начиная игру, вы должны взять из 27 спичек 2 или 3, а в дальнейшем следовать описанной схеме. Ведя так игру, вы неизбежно выиграете. Не давайте только противнику перехватить у вас инициативу.

89. Если условие игры обратное и выигравшим считается обладатель нечетного числа, вы должны поступать при игре следующим образом: имея *четное* число спичек, оставляйте противнику на 1 меньше, чем кратное 6, имея же *нечетное* число, оставляйте ему кратное 6 или на 1 больше. Такая тактика обязательно приведет вас к выигрышу. Начиная игру, вы имеете 0 спичек (т. е. как бы четное число), поэтому первым ходом берете 4 спички, оставляя противнику 23.

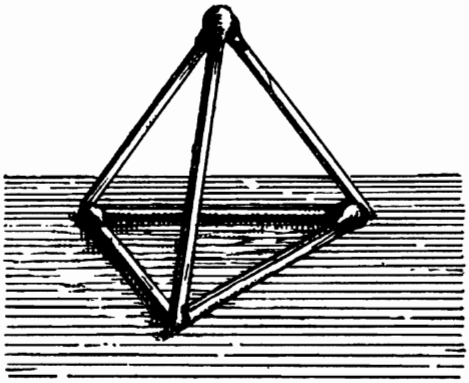
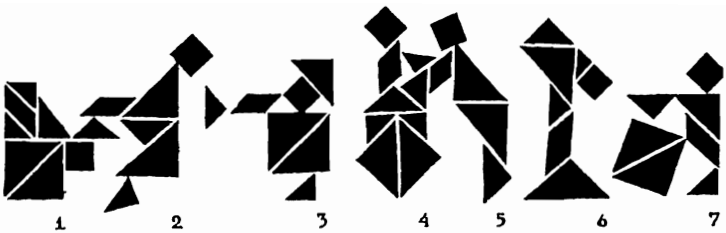


Рис. 86. *Четыре равносторонних треугольника из шести спичек (треугольники – грани пирамиды).*

90. Вы, вероятно, пытались составить шесть треугольников, располагая спички в одной плоскости. И, конечно, безуспешно, потому что так задачу решить невозможно. Но ведь такого ограничения в задаче нет: вы можете располагать треугольники и не в одной плоскости, т. е. размещать их в пространстве. И тогда она решается очень просто – нужно лишь построить из 6 спичек пирамиду с треугольным основанием и треугольными боками. У вас получится 4 равносторонних треугольника из 6 спичек.



Геометрические силуэты

Занимательная игра, о которой мы сейчас будем говорить, имеет очень древнее происхождение. Она еще древнее, чем шахматы, хотя гораздо менее известна. Эта игра возникла четыре тысячи лет тому назад в Китае, где первоначально использовалась не для игры, а скорее для обучения. В несколько измененном виде она может служить занимательным развлечением.

Игра заключается в том, что складывают из определенных геометрических фигур, «танграмов», бесчисленное множество всевозможных силуэтов. «Танграмы» названы так оттого, что их придумал, по преданию, некий китаец Тан. Они вырезаются из черного картона или выпиливаются из дерева и представляют собой части квадрата, разделенного известным образом.

Вот как надо разрезать квадрат (рис. 87). Сначала соедините углы B и D, т. е. проведите диагональ BD. Затем соедините середины сторон BC и DC, т. е. проведите линию KL. Точку A соедините с серединою KL, т. е. с точкой M, а точку M соедините с G, т. е. с серединой EB. Затем K соедините с J (т. е. с серединой DE).

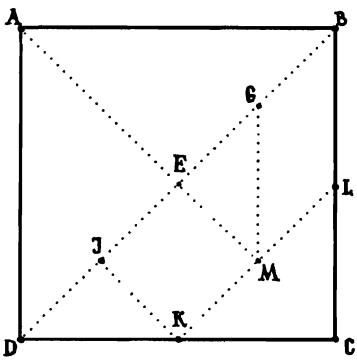


Рис. 87. *Как разрезать квадрат на танграмы.*

Теперь на квадрате есть все нужные линии, и вы можете вырезать по ним танграмы. У вас получаются следующие геометрические фигуры:

5 треугольников (2 больших, 1 средней величины и 2 маленьких); 1 квадрат и 1 параллелограмм (рис. 88).

Чтобы привыкнуть к обращению с танграма-

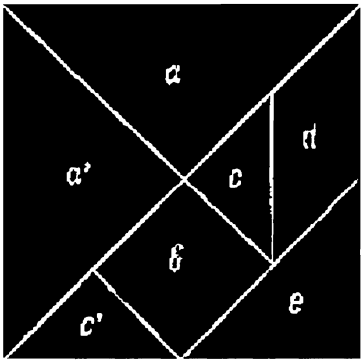


Рис. 88.
Семь танграмов.

ми, перемешайте все семь танграмов и попытайтесь сложить из них тот квадрат, из которого они получились. Едва ли это удастся вам сразу. Но все же не сдавайтесь, а терпеливо ищите решение. Сложив квадрат, переходите к решению следующих «танграмных» задач.

Задачи эти заключаются в том, что из 7 упомянутых фигур необходимо составить определенный силуэт, причем: 1) нельзя накладывать один танграм на другой, хотя бы кончиком, 2) для каждого силуэта должны быть использованы все 7 танграмов. Вы найдете среди прилагаемых силуэтов довольно характерные и удачные изображения, несмотря на их простоту и угловатость контура. Недаром танграмными изображениями увлекались художники (Густав Доре), а Наполеон в своем невольном уединении на острове Святой Елены целые часы, говорят, проводил за этой «китайской головоломкой».

91. ИГРА НА БИЛЬЯРДЕ

Вы видите здесь геометрические силуэты двух игроков, склонившихся над бильярдным столом. Силуэты игроков и бильярдного стола сложены исключительно из танграмов; в состав каждого из этих трех силуэтов вошли все 7 танграмных фигур.

Можете ли вы указать, как эти фигуры сложены?

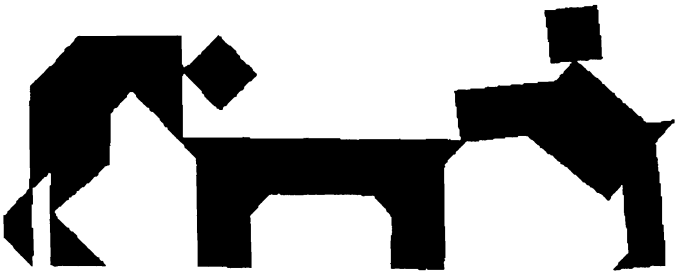


Рис. 89.

92. ОРКЕСТР

В нашем оркестре из 7 танграмов сложены рояль (1) и пианист, сидящий за роялем (2), и толстый трубач (3), и контрабас (4), и контрабасист (5), и пюпитр возле него (6), и барабанщик (7).

Как же составлены эти силуэты?

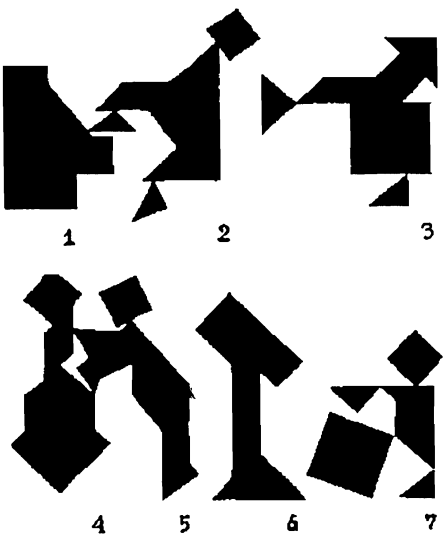


Рис. 90.

93. ВОСЕМЬ СИЛУЭТОВ

Сложите ряд танграмных фигур (рис. 91), которые изображают: девушку (1), кошку (2), женщину (3), собаку (4), корову (5), петуха (6), мышь (7), мужчину (8).

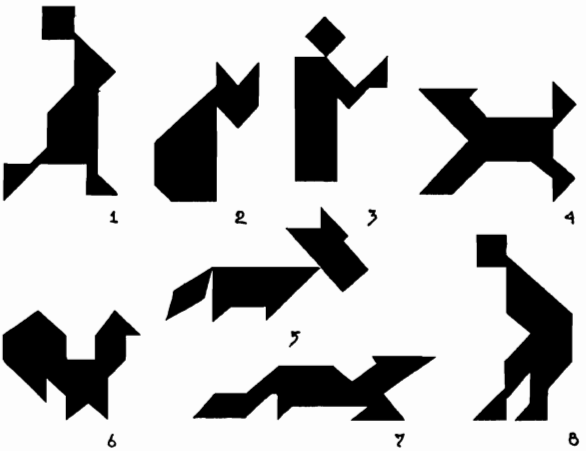


Рис. 91.

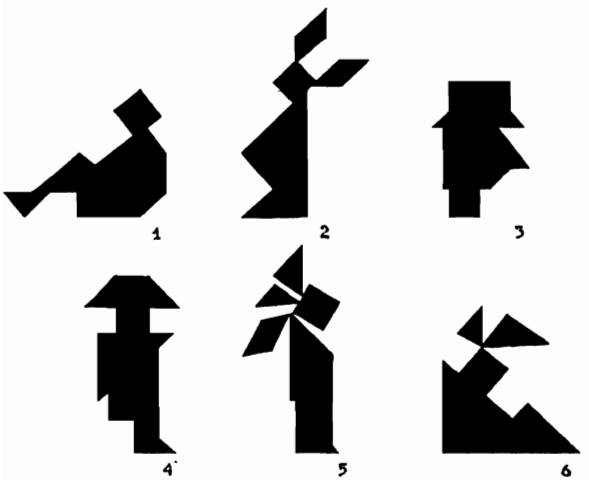


Рис. 92.

94. ЕЩЕ ШЕСТЬ СИЛУЭТОВ

Попробуйте сложить из танграмов, нарисованных на рис. 92, геометрические силуэты: девушки, сидящей на траве (1), женщины, смотрящей в зеркало (2), головы в шляпе (3), Наполеона (4) и два силуэта краснокожих индейцев (5) и (6).

95. ГДЕ ОШИБКА?

На рис. 93 собраны такие танграмные силуэты: бегущий мужчина (1), человек, заложивший руки

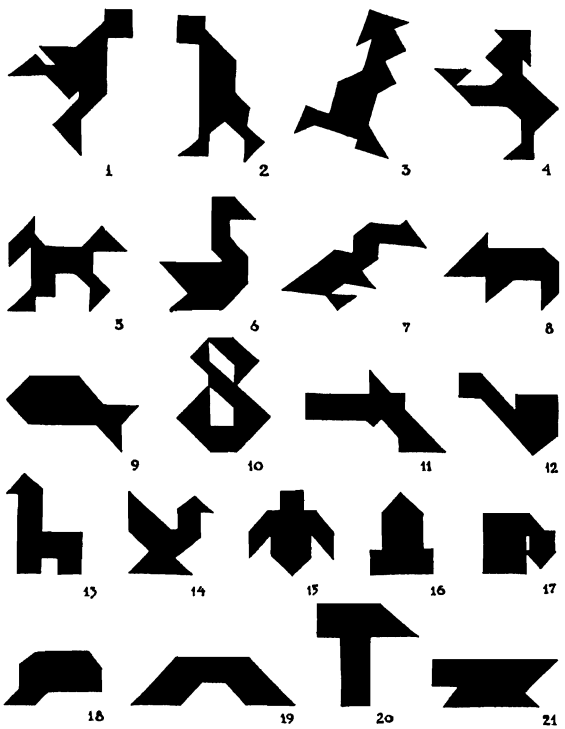


Рис. 93

за спину (2), бегущая женщина (3), человек с чашей (4), лошадь (5), лебедь (6), гусь (7), поросенок (8), рыба (9), галстук (10), револьвер (11), курительная трубка (12), кресло (13), курица (14), рубашка (15), могильный памятник (16), кружка (17), шапка (18), мостик (19), молоток (20), наковальня (21).

Одна из этих фигур изображена здесь неправильно: в таком виде, как она нарисована, ее невозможно сложить из танграмов. Укажите эту единственную фигуру.

96. САМАЯ КРУПНАЯ ФИГУРА

Если вам удалось составить все или некоторые изображенные выше силуэты, ответьте на вопросы:

Какая из всех составленных вами фигур имеет самую большую площадь? Какая из них имеет наименьшую площадь?

97. 24 СИЛУЭТА

Собранные на рис. 94 силуэты изображают: голландскую девушку (1), мужскую фигуру (2), молодую худощавую женщину (3), кланяющегося мужчину (4), горящую свечу (5), зайца (6), журавля (7), кошку (8), кенгуру (9), страуса (10), паровоз с тендером (11), женщину с сумочкой (12), парусную яхту (13), голову американца (14), автомобиль (15), мужчину на коленях (16), всадника на лошади (17), граммофон (18), женщину у зеркала (19), фигуру на коленях (20), сидячую фигуру (21), пожилую женщину (22), дом (23).

Как составлены все эти фигуры?

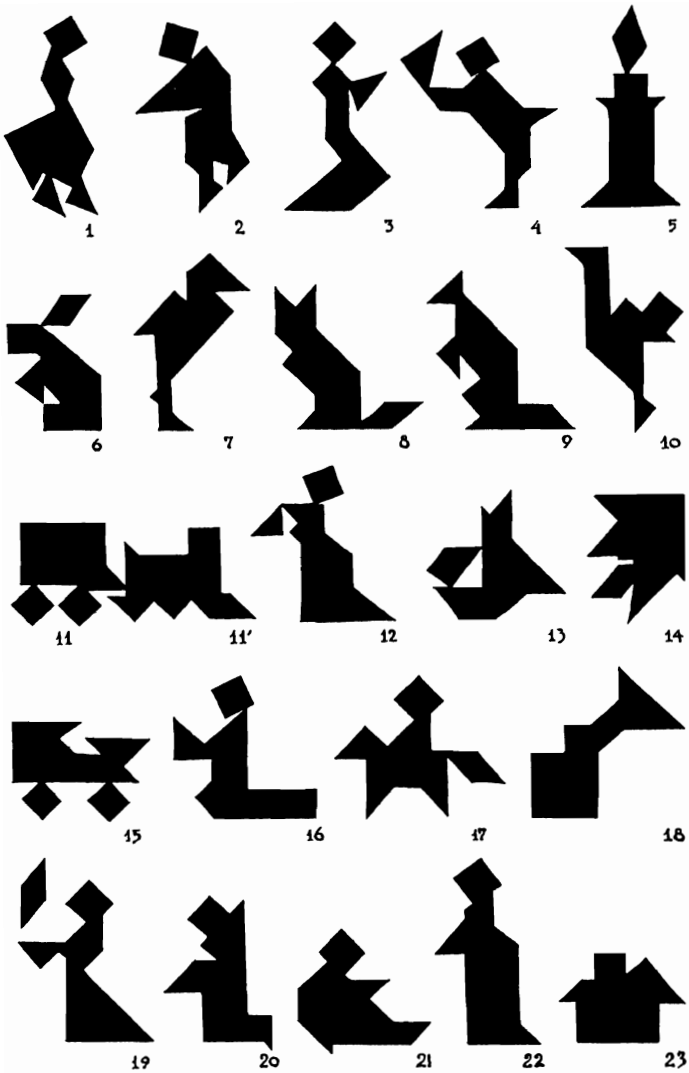


Рис. 94.

98. РАЗМЕРЫ ТАНГРАМОВ

Всмотритесь внимательно в те 7 танграмных фигур, которые помогли вам составить так много разнообразных силуэтов, и попробуйте ответить на вопрос:

Во сколько раз площадь каждой танграмной фигурки меньше площади того квадрата, из которого они были вырезаны?

99. ОТКУДА ВЗЯЛАСЬ НОГА?

Вот два силуэта, сложенные из танграмов. Вы видите, что у одного силуэта есть нога, у другого нет. Между тем обе фигуры построены из одних и тех же семи танграмов!

Откуда взялась нога у правой фигуры?

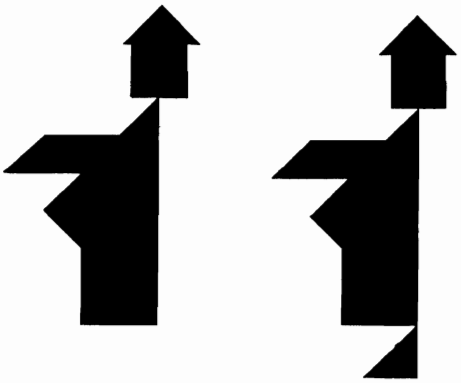


Рис. 95.

100. ДВА КВАДРАТА ИЗ ОДНОГО

Мне привезли из Китая маленькую квадратную коробочку с танграмами, уложенными в ней вплотную двумя слоями; каждый слой представ-

лял собой квадрат. Следовательно, из 7 танграмов можно сложить не только один квадрат, но и два одинаковых.

Как это сделать?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 91 – 100

91. Вот так складывают фигуры из этой задачи.

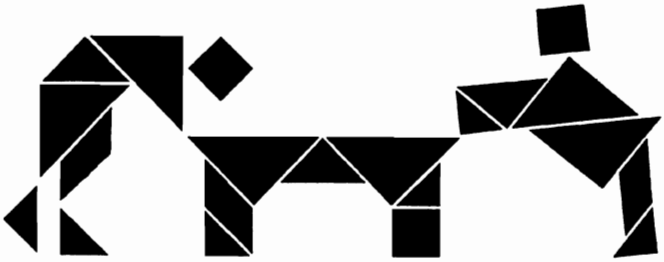


Рис. 96.

92. Решение задачи видно из рис. 97.

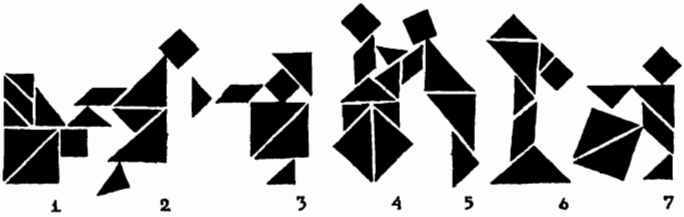


Рис. 97.

93. А решение этой задачи показано на рис. 98.

94. Способ сложения силуэтов показан на рис. 97.

95. Все фигуры, изображенные на рис. 99, можно сложить из танграмов (рис. 100), за исключением одной – лебедя. На рис. 101 показано, какие

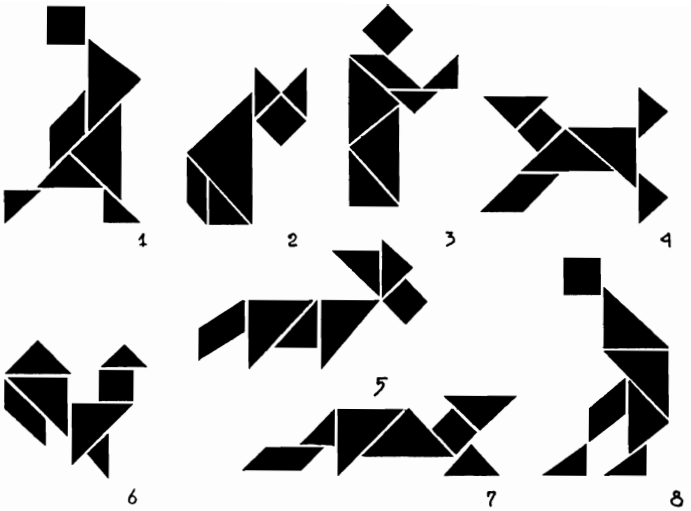


Рис. 98.

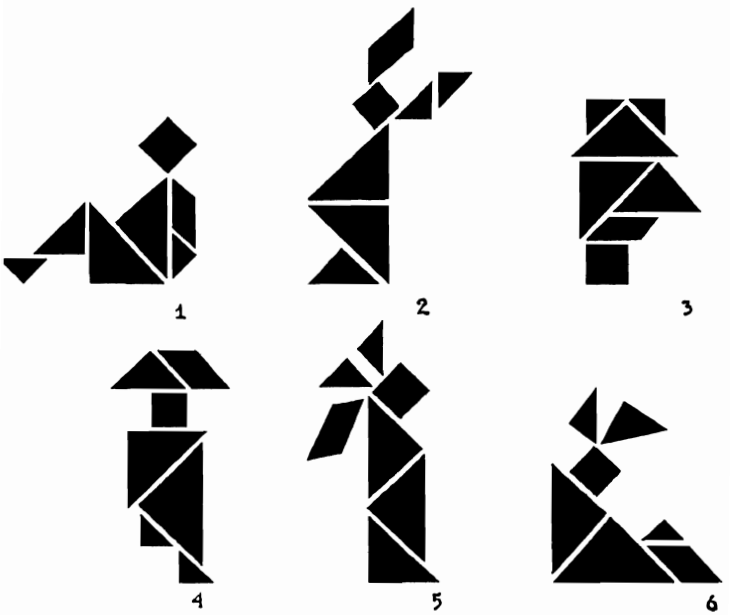


Рис. 99.

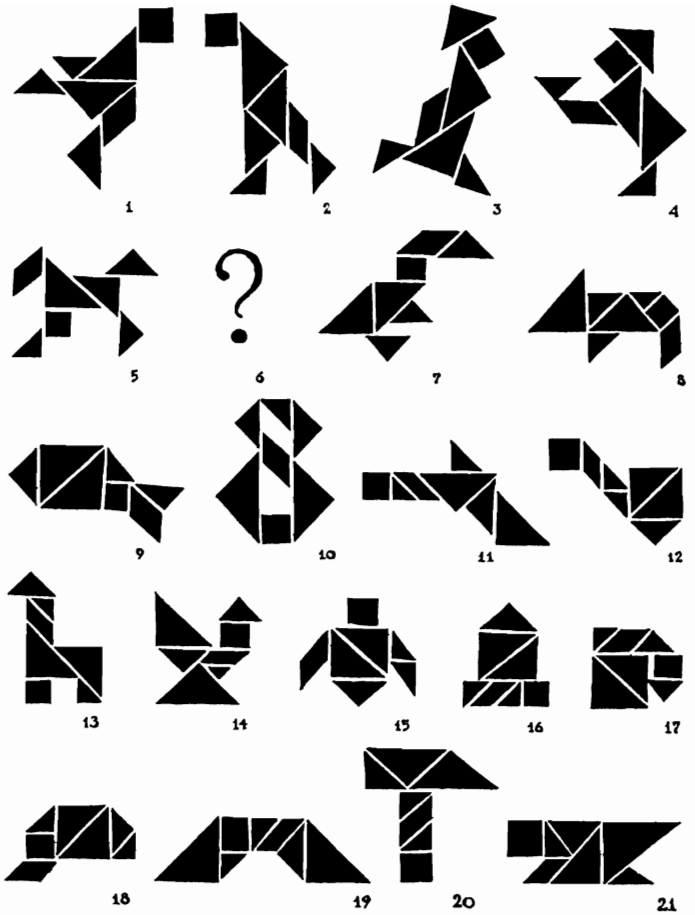


Рис. 100.

очертания имеет фигура лебедя, если ее правильно составить из танграмов.

96. Все силуэты имеют одинаковую площадь, так как составлены из одних и тех же частей. Как бы ни различались между собой силуэты,

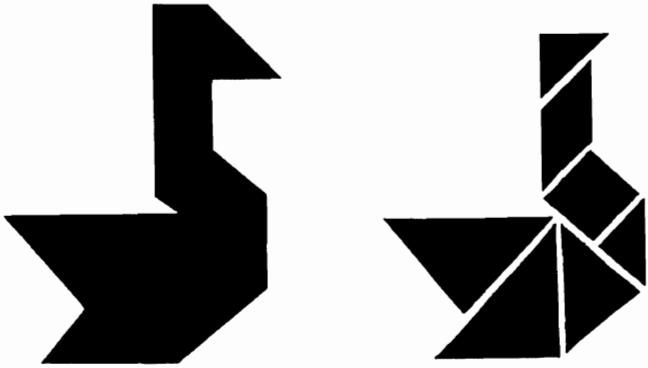


Рис. 101.

все они представляют собой видоизменения первоначального квадрата и, конечно, равны ему по площади.

97. Решение задачи представлено на рис. 102.

98. Каждый из больших треугольников по площади равен $^1/_4$ квадрата; средний треугольник вдвое меньше и, следовательно, равен $^1/_8$ площади квадрата. Каждый маленький треугольник вдвое меньше среднего, и значит, его площадь равна $^1/_{16}$ площади квадрата.

Параллелограмм и квадратик можно сложить из двух маленьких треугольников; следовательно, площадь каждой из этих фигур равна $^1/_8$ площади исходного квадрата.

99. На рис. 103 показано, как составлены обе фигуры.

Первая, безногая фигура, чуть-чуть толще второй – на узкую полоску, отрезаемую линией AB. Зато вторая фигура имеет ногу, и площадь этой

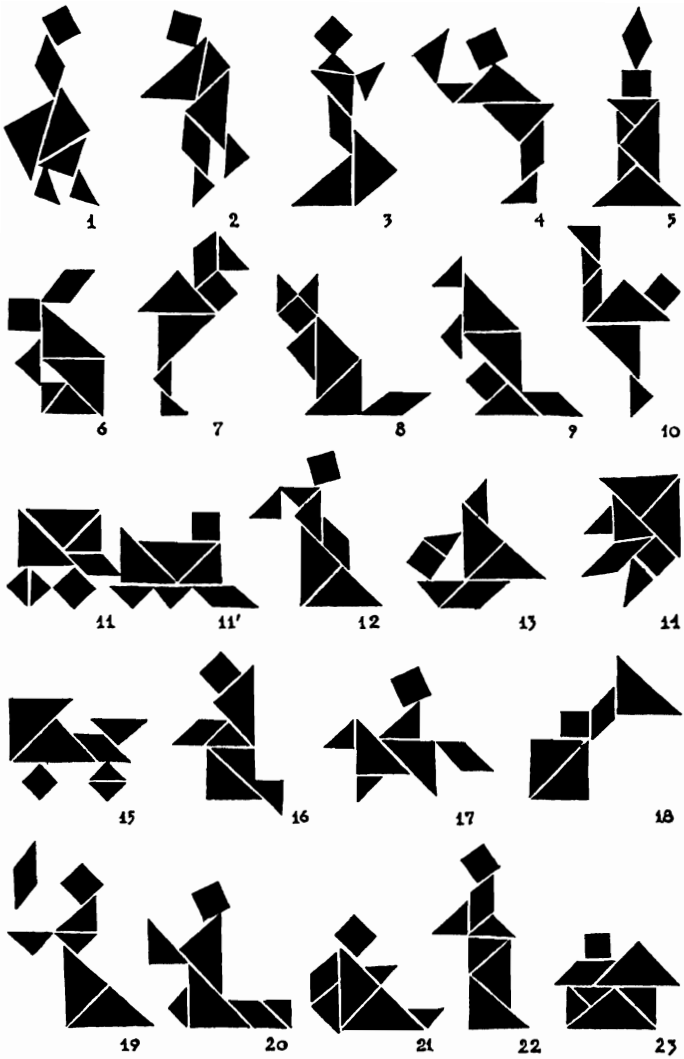


Рис. 102.

«ноги» в точности равна площади избыточной полоски.

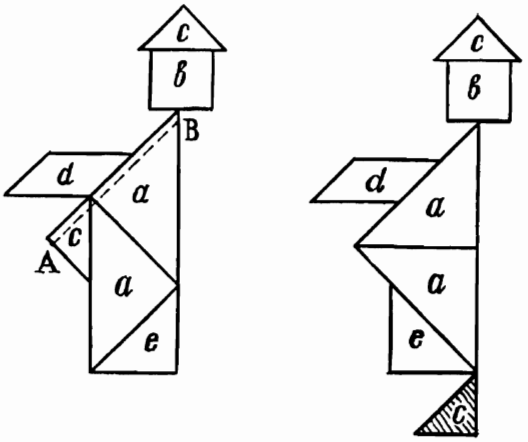


Рис. 103.

100. Один из двух квадратов образуют два больших треугольника. Второй нетрудно сложить из остальных 5 танграмов.

ВТОРАЯ СОТНЯ ГОЛОВОЛОМОК

Задачи из «Путешествия Гулливера»

Самые удивительные страницы в «Путешествии Гулливера по многим отдаленным странам» Джонатана Свифта, без сомнения, те, где описаны его необычайные приключения в двух странах: крошечных лилипутов и великанов «бробдингнегов». В стране лилипутов размеры – высота, ширина и толщина всех людей, животных, растений и вещей были в 12 раз меньше, чем у нас. В стране великанов наоборот, в 12 раз больше. Почему Свифт избрал именно число 12, легко понять, если вспомнить, что это как раз отношение фута к дюйму (автор «Путешествий» – англичанин). В 12 раз меньше, в 12 раз больше как будто не очень значительное уменьшение или увеличение. Однако природа и жизнь в этих фантастических странах поразительным образом отличалась от того, к чему мы привыкли. Зачастую различие это настолько озадачивает своей неожиданностью, что дает материал для головоломной задачи. Десяток подобных головоломок мы и хотим здесь предложить читателям.

101. ГУЛЛИВЕР НА ДОВОЛЬСТВИИ У ЛИЛИПУТОВ

Лилипуты, читаем мы в «Путешествии», установили для Гулливера следующую норму отпуска продуктов:

«Ему будет ежедневно выдаваться столько съестных припасов и напитков, сколько достаточно для прокормления 1724 подданных страны лилипутов».

«Триста поваров, – рассказывает Гулливер в другом месте, – готовили для меня кушанье. Вокруг моего дома были поставлены шалаши, где происходила стряпня и жили повара со своими семьями. Когда наступал час обеда, я брал в руки 20 человек прислуги и ставил их на стол, а человек 100 прислуживало

с пола: одни подавали кушанье, остальные приносили бочонки с вином и другими напитками на шестах, перекинутых с плеча на плечо. Стоявшие наверху по мере надобности поднимали все это на стол при помощи веревок и блоков».

Не объясните ли вы, из какого расчета получили лилипуты такой огромный паек? И зачем понадобился столь многочисленный штат прислуги для кормления одного человека? Ведь он всего лишь в дюжину раз выше ростом лилипутов? Соразмерны ли подобный паек и аппетит, если принять во внимание соотношение размеров Гулливера и лилипутов?

102. БОЧКА И ВЕДРО ЛИЛИПУТОВ

«Наевшись, – рассказывает далее Гулливер о своем пребывании в стране лилипутов, – я показал знаками, что мне хочется пить. Лилипуты с большой ловкостью подняли на веревках до уровня моего тела бочку вина самого большого размера, подкатили ее к моей руке и выбили крышку. Я выпил все одним духом. Мне подкатили другую бочку. Я осушил ее залпом, как и первую, и попросил еще, но больше у них не было».

В другом месте Гулливер говорит о ведрах лилипутов, что они были «не больше нашего большого наперстка».

Могли ли быть в стране, где все предметы меньше нормальных только в 12 раз, такие крошечные бочки и ведра?

103. ЖИВОТНЫЕ СТРАНЫ ЛИЛИПУТОВ

«Пятьсот самых больших лошадей было прислано, чтобы отвезти меня в столицу», – рассказывает Гулливер о стране лилипутов.

Рис. 104. *Бочки лилипутов.*

Не кажется ли вам, что 500 лошадей чересчур много для этой цели, даже принимая во внимание соотношение размеров Гулливера и лилипутских лошадей?

О коровах, быках и овцах лилипутов Гулливер рассказывает не менее удивительную вещь: уезжая, он попросту «посадил их в свой карман».

Возможно ли это?

104. ЖЕСТКАЯ ПОСТЕЛЬ

О том, как лилипуты приготовили ложе своему гостю-великану, читаем в «Путешествии Гулливера» следующее:

«Шестьсот тюфяков обыкновенных лилипутских размеров было доставлено на подводах в мое помещение, где портные принялись за работу. Из полутораста тюфяков, сшитых вместе, вышел один, на котором я мог свободно поместиться в длину и ширину. Четыре таких тюфяка положили один на другой, но на этой постели мне было так же жестко спать, как на каменном полу».

Почему Гулливеру было на этой постели так жестко? И правилен ли приведенный здесь расчет?

105. ТРИСТА ПОРТНЫХ

«Ко мне было прикомандировано 300 портных-лилипутов с наказом сшить мне полную пару платья по местным образцам».

Неужели нужна такая армия портных, чтобы сшить один костюм на человека, ростом всего в дюжину раз больше лилипутов?

106. ЛОДКА ГУЛЛИВЕРА

Гулливер покинул страну лилипутов на лодке, которую случайно прибило к берегу. Лодка эта казалась лилипутам чудовищным кораблем, далеко превосходящим по размерам самые крупные суда их флота.

Не можете ли вы рассчитать приблизительно, сколько лилипутских тонн водоизмещения* имела эта лодка, если исходить из того, что она могла поднять груз в 20 пудов?

---

* Водоизмещение корабля равно наибольшему грузу, который он может поднять (включая и вес самого судна). Тонна – около 60 пудов.

Рис. 105. *Лодка Гулливера.*

107. ИСПОЛИНСКИЕ ЯБЛОКИ И ОРЕХИ

«Один раз, – читаем мы в «Путешествии Гулливера» к бробдингнегам (великанам), – с нами отправился в сад придворный карлик. Улучив удобный момент, когда я, прохаживаясь, очутился под одним деревом, он ухватился за ветку и встряхнул ее над моей головой. Град яблок, каждой величиной с хороший бочонок, шумно посыпался на землю; одно ударило меня в спину и сбило с ног...»

В другой раз «какой-то каверзный школьник запустил орехом прямо мне в голову и едва не попал, а брошен был орех с такой силой, что неминуемо размозжил бы мне череп, так как был почти как наша небольшая тыква».

Рис. 106. *Яблоки великанов.*

Сколько примерно, по вашему мнению, могли весить яблоко и орех страны великанов?

108. КОЛЬЦО ВЕЛИКАНОВ

В числе предметов, вывезенных Гулливером из страны великанов, было, по его словам, «золотое кольцо, которое королева любезно мне подарила, милостиво сняв его со своего мизинца и надев мне через голову на шею как ожерелье».

Возможно ли, чтобы колечко с мизинца, хотя бы и великанши, годилось Гулливеру как ожерелье? И сколько примерно должно весить такое кольцо?

109. КНИГИ ВЕЛИКАНОВ

О книгах в стране великанов Гулливер сообщает следующие подробности:

«Мне разрешено было брать из библиотеки книги для чтения, но для того, чтобы я мог их читать, пришлось соорудить целое приспособление. Столяр сделал для меня деревянную лестницу, которую можно было переносить с места на место. Она имела 25 футов в вышину, а длина каждой ступеньки достигала 50 футов. Когда я выражал желание почитать, мою лестницу устанавливали футах в 10 от стены, повернув к ней ступеньками, а на пол ставили раскрытую книгу, прислонив ее к стене. Я взбирался на верхнюю ступеньку и начи-

Рис. 107. *Книга великанов*

нал читать с верхней строчки, переходя слева направо и обратно шагов на 8 или на 10, смотря по длине строк. По мере того как чтение подвигалась вперед и строки приходились все ниже и ниже уровня моих глаз, я постепенно спускался на вторую ступеньку, на третью и т.д. Дочитав до конца страницы, я снова поднимался вверх и начинал новую страницу таким же манером. Листы я переворачивал обеими руками, что было нетрудно, так как бумага, на которой у них печатают книги, не толще нашего картона, а самые большие их фолианты – имеют не более 18–20 футов в длину».

Соразмерно ли все это?

110. ВОРОТНИКИ ВЕЛИКАНОВ

В заключение предлагаю вам задачу этого же рода, но заимствованную непосредственно из описания Гулливеровых приключений.

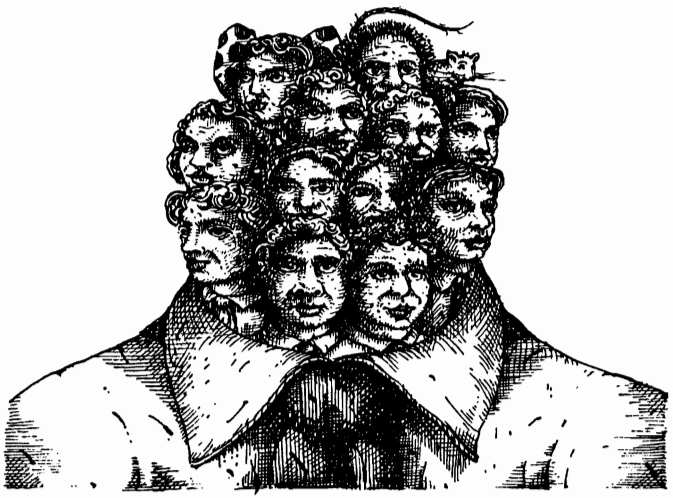


Рис. 108. *Воротник великанов.*

Вам, быть может, неизвестно, что номер воротничка есть не что иное, как число сантиметров в его окружности. Если окружность вашей шеи 36 см, то вам подойдет воротник только № 36; воротник номером меньше будет тесен, а номером больше – просторен. Окружность шеи взрослого человека в среднем около 40 см.

Если бы Гулливер захотел в Лондоне заказать партию воротников для обитателей страны великанов, то о каком номере шла бы речь?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 101 – 110.

101. Расчет был сделан совершенно верно, если не считать маленькой арифметической ошибки. Не надо забывать, что лилипуты представляли собой точное, хотя и уменьшенное подобие обыкновенных людей, а значит, имели нормальную пропорцию частей тела. Следовательно, они были не только в 12 раз ниже, но также в 12 раз уже и в 12 раз тоньше Гулливера. Объем их тела поэтому был меньше объема тела Гулливера не в 12 раз, а в $12 \times 12 \times 12$, т. е. в 1728 раз. Вот почему лилипуты и решили, что Гулливеру нужен пакет, достаточный для прокормления 1728 лилипутов (у Свифта ошибочно указано число 1724).

Теперь понятно и то, для чего понадобилось так много поваров. Чтобы приготовить 1728 обедов, требуется не менее 300 поваров, при условии, что один повар-лилипут может сварить полдюжины лилипутских обедов. Соответственно большое число людей необходимо и для того, чтобы поднять такой груз на высоту Гулливерова стола, который был, как легко рассчитать, высотой в трехэтажный дом лилипутов.

102. Бочки и ведра лилипутов в 12 раз меньше наших не только по высоте, но и по ширине и толщине, а следовательно, их объем меньше в $12 \times 12 \times 12 = 1728$ раз. В нашем ведре приблизительно 60 стаканов, и мы легко можем определить, что ведро лилипутов вмещало всего 60 : 1728, или круглым числом $^1/_{30}$ стакана. Это немногим больше чайной ложки и действительно не превышает вместимости крупного наперстка.

Если вместимость ведра лилипутов почти равна чайной ложке, то вместимость винного бочонка, даже если он был 10-ведерный, не превышала $^1/_3$ стакана. Не удивительно, что Гулливер не мог утолить жажду даже двумя такими бочками.

103. Мы уже подсчитали в первой задаче, что Гулливер по объему тела был больше лилипутов в 1728 раз. Разумеется, он был во столько же раз и тяжелее. Перевезти его тело на лошадях лилипутам было так же трудно, как перевезти 1728 лилипутов. Отсюда понятно, зачем в повозку с Гулливером понадобилось впрячь так много лошадей.

Животные страны лилипутов были тоже в 1728 раз меньше по объему и, значит, во столько же раз легче.

Наша корова имеет высоту аршина два и весит 50 пудов. Корова лилипутов была меньше трех вершков роста и весила 50 : 1728 пуда, т. е. немногим больше одного фунта. Разумеется, такую игрушечную корову можно при желании уместить в кармане.

«Самые крупные их лошади и быки, – вполне правдоподобно рассказывает Гулливер, – были не выше 4–5 дюймов, овцы около $1^1/_2$ дюйма, гуси

величиной с нашего воробья и т.д. до самых мелких животных. Их мелкие животные были почти не различимы для моих глаз. Я видел, как повар ощипывал жаворонка величиной с нашу обыкновенную муху, если не меньше; в другой раз молодая девушка при мне вдевала невидимую нитку в невидимую иглу».

104. Расчет сделан вполне правильно. Если тюфяк лилипутов в 12 раз короче и в 12 раз у́же тюфяка обычных размеров, то поверхность его в 12×12 раз меньше поверхности нашего тюфяка. Чтобы улечься, Гулливеру нужно было, следовательно, 144 (круглым счетом 150) лилипутских тюфяка. Но такой тюфяк очень тонок – в 12 раз тоньше нашего. Теперь понятно, почему даже 4 слоя подобных тюфяков не сделали ложе достаточно мягким. Тюфяк получился втрое тоньше, чем наш обыкновенный.

105. Поверхность тела Гулливера была не в 12 раз больше поверхности тела лилипутов, а в 12×12, т. е. в 144 раза. Это станет ясно, если мы представим себе, что каждому квадратному дюйму поверхности тела лилипута соответствует квадратный фут поверхности тела Гулливера, а в квадратном футе 144 квадратных дюймов. Раз так, то на костюм Гулливера должно было пойти в 144 раза больше сукна, чем на костюм лилипута, и, значит, соответственно больше рабочего времени. Если один портной шьет костюм за 2 дня, то, чтобы сшить за один день 144 костюма (или один костюм Гулливеру), могло понадобиться около 300 портных.

106. Лодка Гулливера могла поднять 20 пудов; следовательно, ее водоизмещение – $20 : 60 = {}^1/_3$ тонны. Тонна – это вес кубического метра воды; значит, лодка вытесняла ${}^1/_3$ м³. Но все линейные меры лилипутов в 12 раз меньше наших, кубиче-

ские же в 1728 раз. Легко сообразить, что $^1/_3$ нашего кубометра заключала около 575 кубометров страны лилипутов, и что лодка Гулливера имела водоизмещение 575 т (или около того, так как исходное число 20 пудов мы взяли произвольно).

В наши дни, когда океаны бороздят суда в десятки тысяч тонн, корабль таких размеров никого не удивит, но нужно иметь в виду, что в те времена, когда было написано «Путешествие Гулливера» (в начале XVIII века), суда водоизмещением в 500–600 т были редкостью.

107. Легко рассчитать, что яблоко, которое весит у нас около четверти фунта, в стране великанов должно было весить, соответственно своему объему, в 1728 раз больше, т. е. 432 фунта, или почти 11 пудов! Такое яблоко, ударив человека в спину, едва ли оставит его в живых, так что Гулливер отделался невероятно легко от угрожавшей ему опасности быть раздавленным 11-пудовым грузом.

Орех страны великанов должен весить фунтов 8–9, если принять, что наш орех весит около $^1/_2$ золотника; в поперечнике исполинский орех мог иметь дюйма 4. Восьмифунтовый твердый предмет, брошенный со скоростью орешка, человеку нормальных размеров неминуемо должен был размозжить голову. И когда в другом месте Гулливер рассказывает, как в стране великанов был сбит с ног обыкновенным градом и что градины «жестоко колотили по спине, по бокам и по всему телу, словно большие деревянные шары, какими играют в крокет», то это вполне правдоподобно, потому что каждая градина страны великанов должна весить не меньше нескольких фунтов.

108. Поперечник мизинца человека нормальных размеров около $1^1/_2$ см. Умножив на 12, полу-

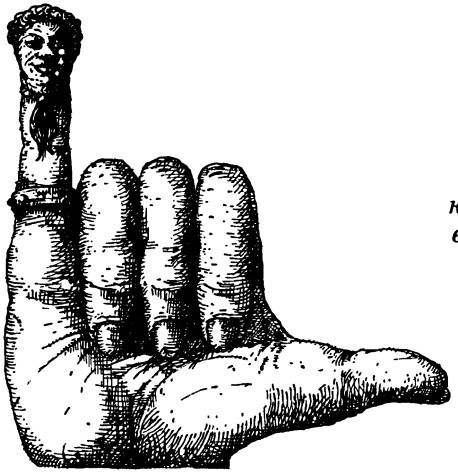


Рис. 109. *Кольцо королевы великанов вполне могло сойти за ожерелье.*

чим размер кольца великанши в поперечнике: $1^1/_2 \times 12 = 18$ см: кольцо с таким просветом имеет окружность $18 \times 3^1/_7 = 56$ см. Это вполне достаточные размеры, чтобы возможно было просунуть через него голову нормальной величины (в чем легко убедиться, измерив бечевкой окружность головы в самом широком месте).

Если обыкновенное колечко весит, скажем, один золотник, то кольцо такого же фасона из страны великанов должно весить 1728 золотников, т. е. немногим меньше полупуда.

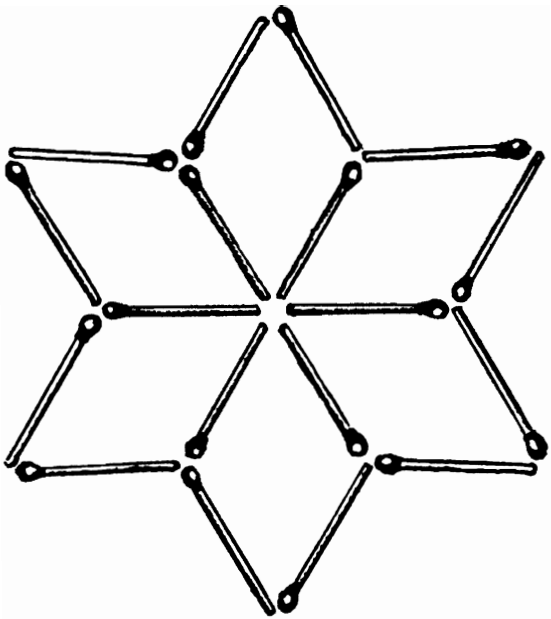
109. Если исходить из размеров современной книги обычного формата (25 см длиной и 12 см шириной), то описанное Гулливером представится несколько преувеличенным. Чтобы читать книгу высотой менее 3 и шириной менее полутора метров, можно обойтись без лестницы и нет надобности ходить вправо и влево на 8 – 10 шагов. Но во времена Свифта, в начале XVIII века, формат книг (фолиантов) был гораздо больше, чем теперь. «Арифметика» Магницкого, например, вышед-

шая при Петре Великом, имела около 30 см в высоту и 20 см в ширину. Увеличивая эти величины в 12 раз, получаем для книг великанов внушительные размеры: 360 см (почти 4 м) в высоту и 240 см в ширину ($2^1/_2$ м). Читать четырехметровую книгу без лестницы нельзя; но и тут не пришлось бы, переходя от одной строки к другой, делать 8–10 шагов, так что последняя подробность у Свифта, безусловно, является преувеличением.

Подобный фолиант должен весить в 1728 раз больше нашей обычной книги, т. е. пудов 70–80. Считая, что в нем 500 листов, получаем, что каждый лист книги великанов весил 11–13.

Буквы в книгах великанов имели 2–3 см высоты; читать столь крупную печать с расстояния 10 футов, как это делал Гулливер, очень удобно.

110. Окружность шеи великана больше окружности шеи нормального человека во столько же раз, во сколько раз больше ее поперечник, т. е. в 12 раз. И если нормальному человеку нужен воротник № 40, то для великана понадобился бы воротник с номером $40 \times 12 = 48$.



Задачи со спичками

111. ИЗ ШЕСТИ ТРИ

Перед вами (рис. 110) фигура, составленная из 18 спичек. Вы видите в ней 6 одинаковых квадратов. Задача состоит и в следующем: нужно убрать 5 спичек, не перекладывая остальных, так, чтобы осталось всего 3 квадрата.

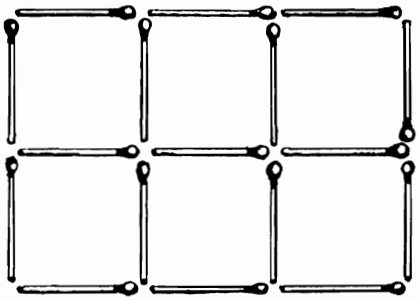


Рис. 110.

112. ОСТАВИТЬ ПЯТЬ КВАДРАТОВ

В решетке из спичек, представленной на рис. 111, нужно так убрать 4 спички, не трогая остальных, чтобы осталось 5 квадратов.

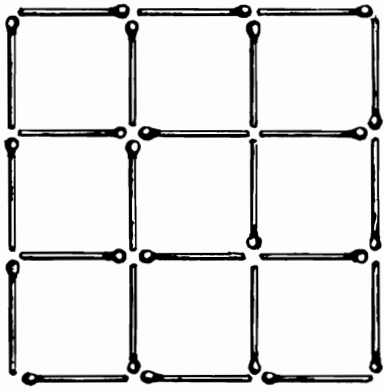


Рис. 111.

113. ОСТАВИТЬ ЧЕТЫРЕ КВАДРАТА

Из той же фигуры (рис. 111) так извлеките 8 спичек, не трогая других, чтобы оставшиеся спички составили 4 одинаковых квадрата.

114. ОСТАВИТЬ ТРИ КВАДРАТА

В той же решетке (рис. 111) так уберите 6 спичек, не перекладывая остальных, чтобы осталось всего 3 квадрата.

115. ОСТАВИТЬ ДВА КВАДРАТА

И наконец, в той же фигуре (рис. 111) так уберите 8 спичек, не трогая остальных, чтобы осталось всего лишь два квадрата.

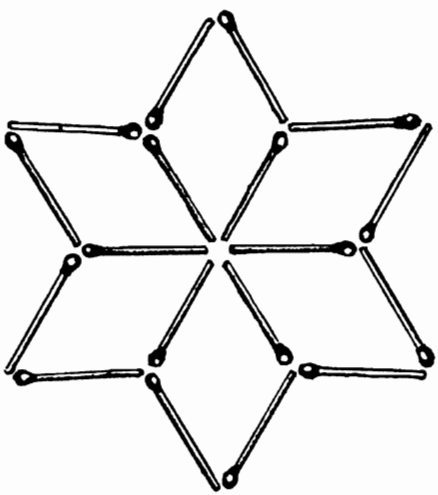


Рис. 112.

116. ШЕСТЬ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКОВ

В фигуре, представленной на рис. 112, нужно так переложить 6 спичек с одного места на другое, чтобы образовалась фигура, составленная из 6 одинаковых четырехугольников.

117. ИЗ ДЮЖИНЫ СПИЧЕК

Из 12 спичек нужно составить фигуру, в которой было бы три одинаковых четырехугольника и два одинаковых треугольника.

Как это сделать?

118. ИЗ ПОЛУТОРА ДЮЖИН

Из 18 спичек нужно сложить два четырехугольника так, чтобы площадь одного была втрое больше площади другого. Спички, как и во всех предыдущих задачах, переламывать нельзя. Оба четырехугольника должны лежать обособленно, не примыкая друг к другу.

119. ДВА ПЯТИУГОЛЬНИКА

Если вам удалось решить предыдущую задачу, попытайтесь решить такую головоломку.

Из 18 спичек сложить два пятиугольника так, чтобы площадь одного была ровно втрое больше площади другого. Остальные условия те же, что и в предыдущей задаче.

120. ИЗ 19 И ИЗ 12

На рис. 113 вы видите, как можно 19 целыми спичками ограничить шесть одинаковых участков.

А можно ли ограничить шесть одинаковых участков – хотя бы и иной формы – 12 целыми спичками?

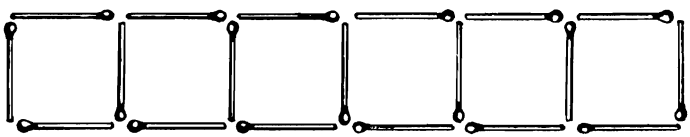


Рис. 113.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 111 – 120

111. Решение этой задачи из рис. 114.

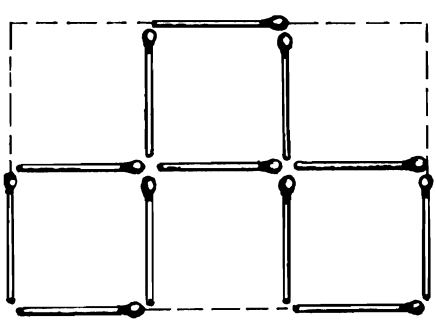


Рис. 114.

112 – 115. Решение задачи 112 показано на рис. 115, задачи 113 на рис. 166 и 117, задачи 114 – на рис. 118, задачи 115 – на рис. 119.

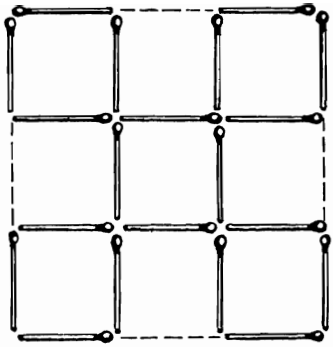


Рис. 115.

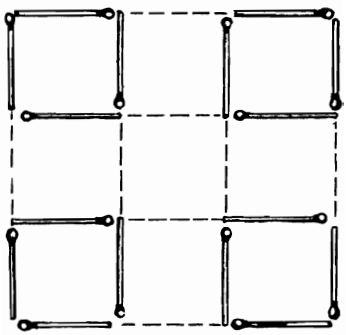


Рис. 116.

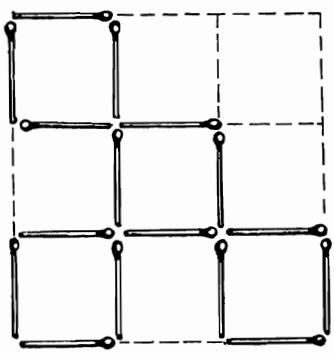


Рис. 117.

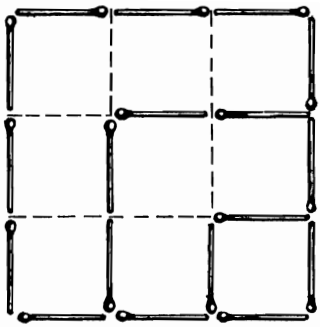


Рис. 118.

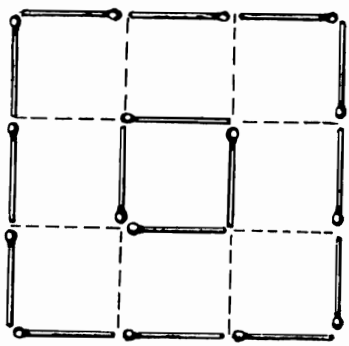


Рис. 119.

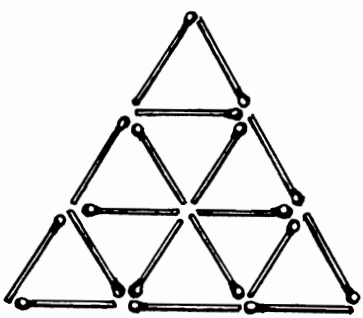


Рис. 120.

116. Смотри на рис. 120

117. Решение задачи 117 показано на рис. 121. Это равносторонний шестиугольник (но не правильный, поскольку его углы не равны).

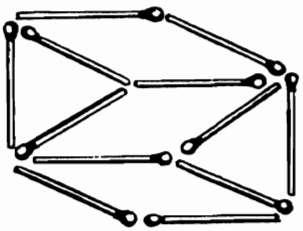


Рис. 121.

118. Решение этой задачи показано на рис. 122. Площадь верхней фигуры образуют два квадрата, каждый со сторонами в одну спичку. Нижний четырехугольник представляет собой параллелограмм, высота которого AB = $1^1/_2$ спички. Площадь параллелограмма по правилам геометрии равна его основанию, умноженному на высоте: $4 \times 1^1/_2 = 6$, т. е. втрое больше площади верхнего четырехугольника.

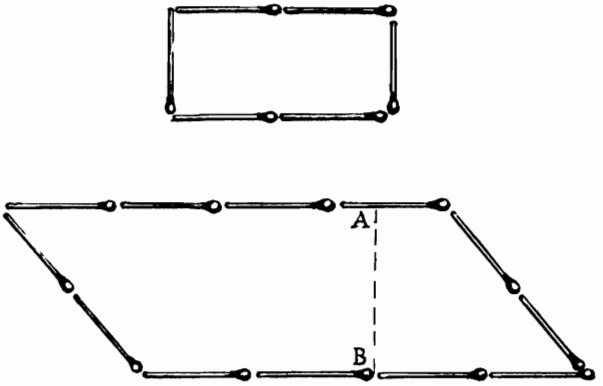


Рис. 122.

119 – 120. Решения задач 119 и 120 наглядно показаны на рис. 123 и 124.

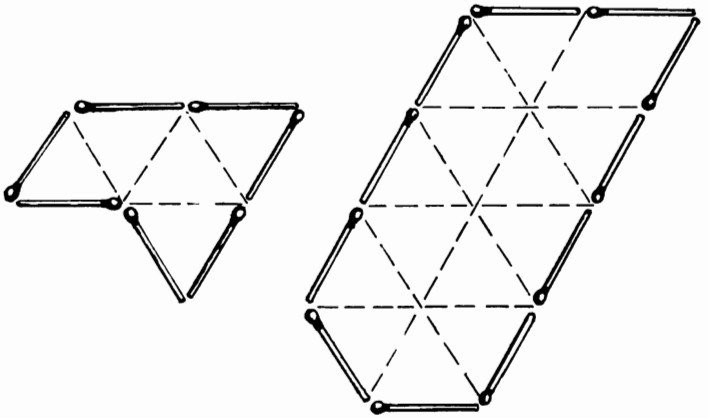


Рис. 123.

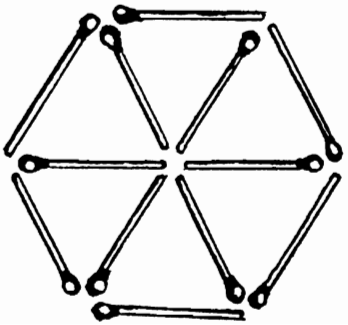
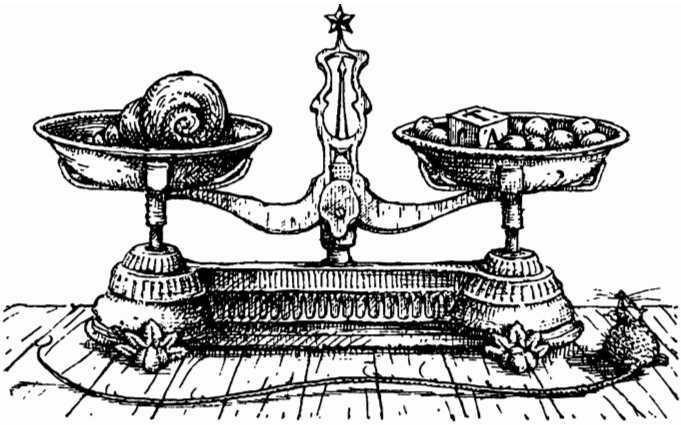


Рис. 124.



Вес и взвешивание

121. ВЕС БРЕВНА

Круглое бревно весит 30 кг. Сколько весит бревно, если оно вдвое толще, но вдвое короче нашего?

122. ДЕСЯТИЧНЫЕ ВЕСЫ

Сто килограммов железных гвоздей уравновешены на десятичных весах железными гирями. Весы затопило водой.

Сохранили ли они равновесие под водой?

123. ВЕС БУТЫЛКИ

Бутылка, наполненная керосином, весит 1000 г. Та же бутылка, наполненная кислотой, весит 1600 г. Кислота вдвое тяжелее керосина.

Сколько весит бутылка?

124. БРУСОК МЫЛА

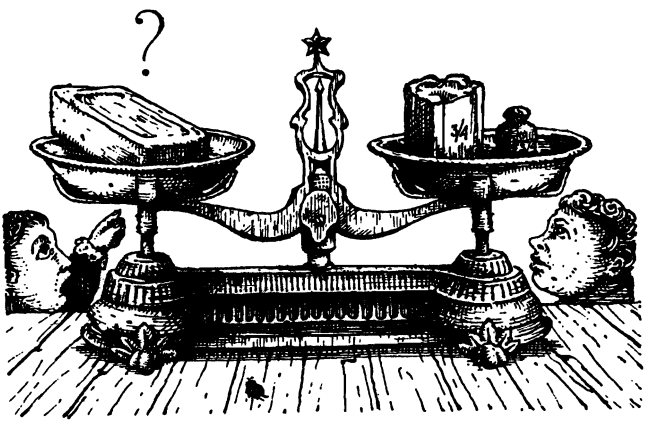


Рис. 125. *Сколько весит брусок мыла?*

На одну чашку весов положен брусок мыла, на другую – $^3/_4$ такого же бруска и гиря в $^3/_4$ килограмма. Весы в равновесии.

Сколько весит целый брусок мыла? Постарайтесь решить эту несложную задачу устно, без карандаша и бумаги.

125. КОШКИ И КОТЯТА

Четыре кошки и 3 котенка весят 15 кг, а 3 кошки и 4 котенка весят 13 кг.

Сколько весит каждая кошка и каждый котенок в отдельности?

Постарайтесь и эту задачу решить устно.

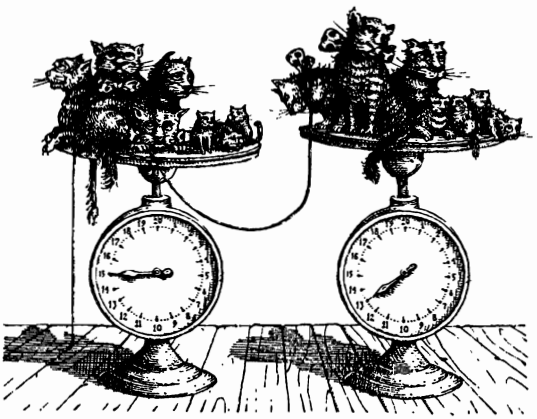


Рис. 126.

126. РАКОВИНА И БУСИНЫ

Три детских кубика и 1 раковина уравновешиваются 12 бусинами (рис. 127), 1 раковина весит столько же, сколько 1 кубик и 8 бусинок (рис. 128).

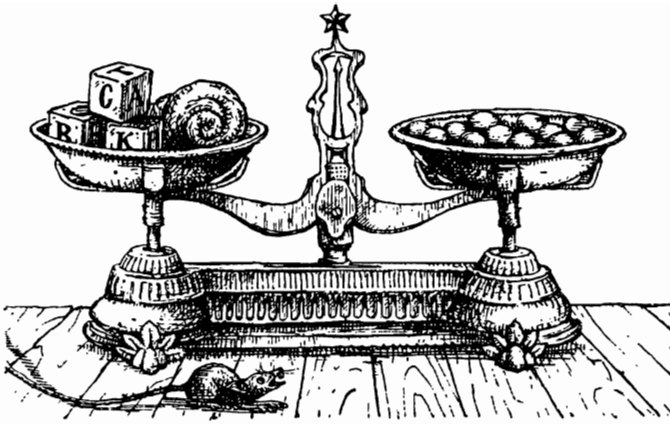


Рис. 127.

Сколько бусин нужно положить на свободную чашку весов, чтобы уравновесить раковину на другой чашке?

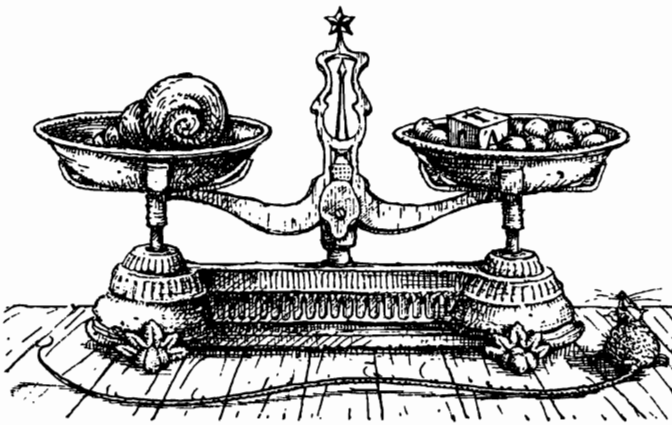


Рис. 128.

127. ВЕС ФРУКТОВ

Вот еще задача в этом роде. Рис. 129 показывает, что 3 яблочка и 1 груша весят столько же, сколько 10 персиков, а 6 персиков и 1 яблочко – столько же, сколько 1 груша.

Сколько персиков надо взять, чтобы уравновесить одну грушу?

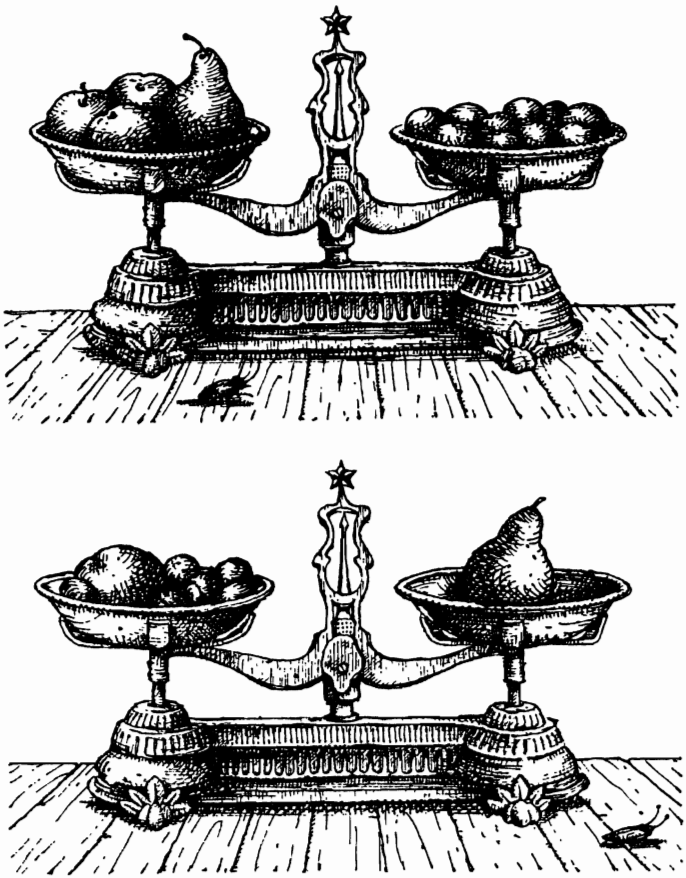


Рис. 129.

128. СКОЛЬКО СТАКАНОВ?

На рис. 130 и 131 вы видите, что:

– бутылка и стакан уравновешиваются кувшином;

– бутылка сама по себе уравновешивается стаканом и блюдцем;

– два кувшина уравновешиваются тремя блюдцами.

Сколько надо поставить стаканов на свободную чашку весов, чтобы уравновесить бутылку?

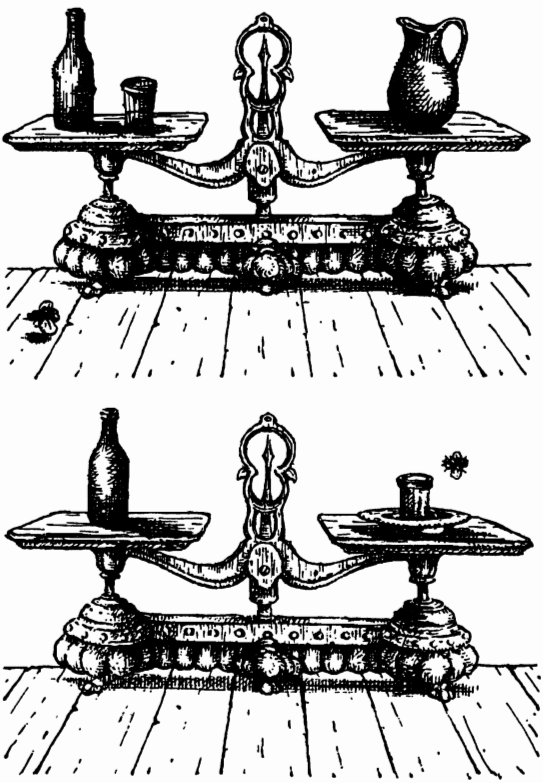


Рис. 130. *Задача о стаканах и бутылке.*

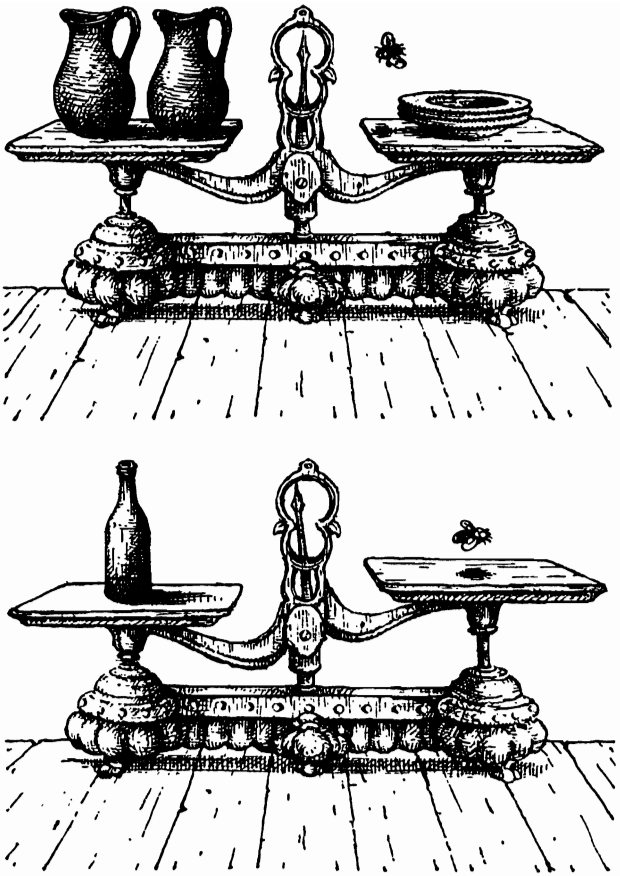


Рис. 131. *Чем уравновесить бутылку?*

129. ГИРЕЙ И МОЛОТОМ

Надо развесить 2 кг сахарного песку на 200-граммовые пакеты. Имеется только одна 500-граммовая гиря, да еще молоток, весящий 900 г.

Как получить все 10 пакетов, пользуясь этой гирей и молотком?

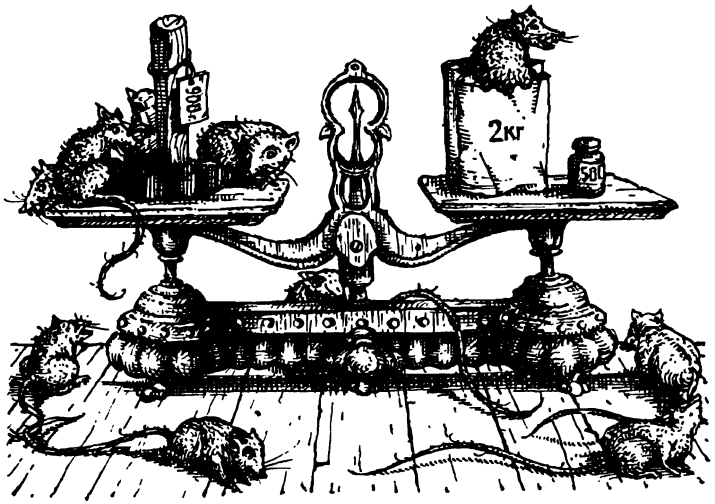


Рис. 132. *Затруднение при развешивании.*

130. ЗАДАЧА АРХИМЕДА

Самая древняя из головоломок, относящихся к взвешиванию, без сомнения, та, которую древний правитель сиракузский Гиерон задал знаменитому математику Архимеду.

Предание повествует, что Гиерон поручил мастеру изготовить венец для одной статуи и приказал выдать ему необходимое количество золота и серебра. Когда венец был доставлен, взвешивание показало, что он весит столько же, сколько весили вместе выданные золото и серебро. Однако правителю донесли, что мастер утаил часть золота, заменив его серебром. Гиерон призвал Архимеда и предложил ему определить, сколько золота и сколько серебра заключает изготовленная мастером корона. Архимед решил эту задачу, исходя из того, что чистое золото теряет в воде 20-ю долю своего веса, а серебро – 10-ю.

Если вы желаете испытать свои силы на подобной задаче, примите, что мастеру было отпущено 8 кг золота и 2 кг серебра и что, когда Архимед взвесил корону под водой, она весила не 10, а всего $9^1/_4$ кг. Попробуйте определить по этим данным, сколько золота утаил мастер. Венец был изготовлен из сплошного металла, без пустот.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 121 – 130

121. Обычно отвечают, что бревно вдвое более толстое, но вдвое более короткое, не должно изменить своего веса. Однако это неверно. От увеличения поперечника вдвое объем круглого бревна увеличивается *вчетверо*; от укорочения же вдвое объем уменьшается всего в *два* раза. Поэтому толстое короткое бревно должно быть вдвое тяжелее длинного тонкого, т. е. весить 60 кг.

122. При погружении в воду железная вещь (сплошная) теряет 8-ю долю своего веса*. Поэтому и гири, и гвозди под водой будут иметь $^7/_8$ своего прежнего веса. И так как гири в 10 раз легче гвоздей, то и под водой они будут легче их в 10 раз. Следовательно, десятичные весы останутся и под водой в равновесии.

123. Из условия задачи мы знаем, что

вес бутылки + вес керосина = 1000 г.

А так как кислота вдвовое тяжелее керосина, то

вес бутылки + двойной вес керосина = 1600 г.

Отсюда ясно, что разница в весе: 1600 – 1000, т. е. 600 г, есть вес керосина, налитого в бутылку.

---

* Я не сообщил этой цифры в условии задачи потому, что сама величина потери – 8-я, 10-я или 20-я часть – для решения задачи не имеет значения.

Но бутылка вместе с керосином весит 1000 г; значит, бутылка весит 1000 – 600 = 400 г.

Действительно, вес кислоты (1600 – 400 = 1200 г) оказывается вдвое больше веса керосина.

124. Три четверти бруска мыла плюс гиря в $^3/_4$ килограмма весят столько же, сколько целый брусок. Но целый брусок – это $^3/_4$ бруска плюс $^1/_4$ бруска. Значит, $^1/_4$ бруска весит $^3/_4$ кг. И следовательно, целый брусок весит в четыре раза больше, чем $^3/_4$ кг, т. е. 3 кг.

125. Сравнивая оба взвешивания, легко увидеть, что от замены одной кошки одним котенком вес груза уменьшился на 15 – 13, т. е. на 2 кг. Отсюда следует, что кошка тяжелее котенка на 2 кг. Зная это, заменим при первом взвешивании всех четырех кошек котятами: у нас будет тогда 4 + 3 = 7, а стрелка весов, вместо 15 кг, покажет на 2 × 4, т.е. на 8 кг меньше. Значит, 7 котят весят 15 – 8 = 7 кг.

Отсюда ясно, что котенок весит 1 кг, взрослая же кошка 1 + 2 = 3 кг.

126. Сравните первое и второе взвешивания. Вы видите, что раковину при первом взвешивании можно заменить 1 кубиком и 8 бусинами, потому что они имеют одинаковый вес. После такой замены у нас окажется на левой чашке 4 кубика и 8 бусин, которые будут уравновешиваться 12 бусинами. Сняв теперь с каждой чашки по 8 бусин, мы не нарушим равновесия; останется же у нас на левой чашке 4 кубика, на правой – 4 бусины. Значит, кубик и бусина весят одинаково.

Теперь определим, сколько бусин весит раковина: заменив (второе взвешивание) на правой чашке кубик бусиной, узнаем, что

вес раковины = весу 9 бусин.

Полученный результат легко проверить: замените при первом взвешивании кубики и раковины

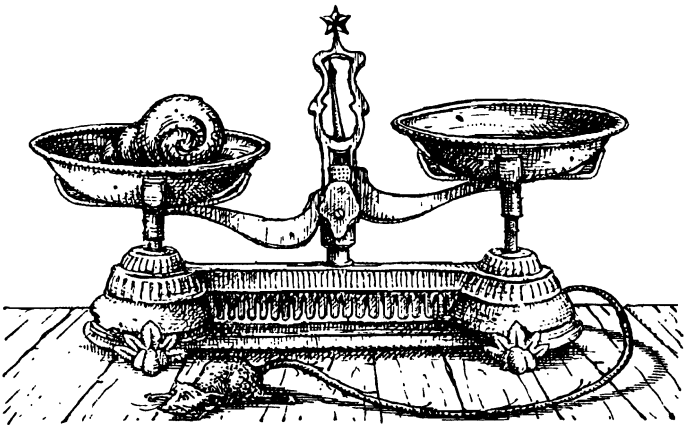


Рис. 133.

на левой чашке соответственным числом бусин – получите 3 + 9 = 12 бусин, как и должно быть.

127. Заменим при первом взвешивании 1 грушу на 6 персиков и 1 яблочко: мы вправе это сделать, так как груша весит столько же, сколько 6 персиков и яблочко. У нас окажется на левой чашке 4 яблочка и 6 персиков, на правой – 10 персиков. Сняв с обеих чашек по 6 персиков, узнаем, что 4 яблочка весят столько, сколько весят 4 персика. Другими словами, один персик весит столько же, сколько одно яблочко. Теперь уже легко сообразить, что вес груши равен весу 7 персиков.

128. Эту задачу можно решить по-разному. Вот один из способов.

Заменим при третьем взвешивании каждый кувшин 1 бутылкой и 1 стаканом (из первого взвешивания следует, что весы при этом останутся в равновесии). Таким образом, 2 *бутылки* и 2 *стакана* уравновешиваются 3 блюдцами. На основании второго взвешивания, каждую бутылку мы

можем заменить 1 стаканом и 1 блюдцем. Получив, что

4 *стакана* и 2 *блюдца*
уравновешиваются 3 *блюдцами*.

Сняв с каждой чашки весов по 2 блюдца, узнаем, что

4 *стакана* уравновешиваются
1 *блюдцем*.

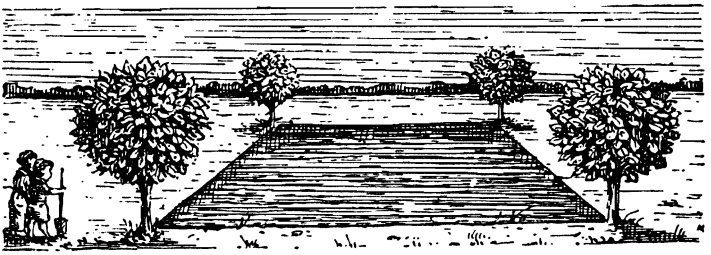
И следовательно, бутылка уравновешивается (сравни со вторым взвешиванием) 5 стаканами.

129. Порядок отвешивания таков. На одну чашку кладут молоток, на другую – гирю и столько же сахарного песка, чтобы чашки уравновесились; ясно, что насыпанный на вторую чашку песок весит 900 – 500 = 400 г. Эту операцию выполняют еще три раза; остаток песка весит $2000 - (4 \times 400) = 400$ г.

Теперь нужно содержимое каждого из пяти полученных 400-граммовых пакетов разделить пополам, на два равных по весу пакета. Делается это без гирь, очень просто: содержимое 400-граммового пакета рассыпают в два блюдца, поставленные на разные чашки, до тех пор, пока весы не уравновесятся.

130. Если бы заказанный венец был сделан из чистого золота, он весил бы вне воды 100 кг, а под водой терял 20-ю долю этого веса, т. е. полкилограмма. В действительности же венец, как мы знаем, теряет в воде не $^1/_2$, а $10 - 9^1/_4 = {}^3/_4$ кг. Это происходит потому, что он содержит серебро – металл, теряющий в воде не 20-ю, а 10-ю долю своего веса. Значит, серебра в венце столько, что венец теряет в воде не $^1/_2$ кг, а $^3/_4$ кг – на $^1/_4$ кг больше. Если в нашем чисто золотом венце мысленно заменить 1 кг золота серебром, то венец будет терять в

воде на $^1/_{10} - {}^1/_{20} = {}^1/_{20}$ кг больше, чем прежде. Следовательно, чтобы увеличить потерю веса на требуемую величину – $^1/_4$ кг, необходимо заменить серебром столько килограммов золота, сколько раз $^1/_{20}$ кг содержится в $^1/_4$ кг. Поскольку $^1/_4 : {}^1/_{20} = 5$, получаем: в венце вместо выданных 2 кг серебра и 8 кг золота 5 кг серебра и 5 кг золота. Три килограмма золота мастер заменил серебром и утаил.



Задачи с квадратами

131. ПРУД

Имеется квадратный пруд (рис. 134). По углам его, близ самой воды, растет 4 старых развесистых дуба. Пруд понадобилось расширить: сделать вдвое больше по площади, сохранив квадратную форму. Но вековые дубы трогать не хотят. Можно ли расширить пруд до требуемых размеров так, чтобы все 4 дуба, оставаясь на своих местах, оказались на берегах нового пруда?

Рис. 134. *Задача о пруде.*

132. ПАРКЕТЧИК

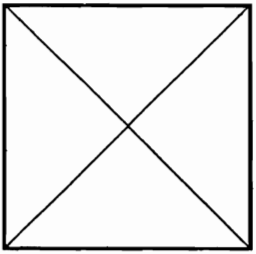


Рис. 135.

Паркетчик вырезал квадраты из дерева и проверял свою работу, сравнивая длины их сторон. Если все четыре стороны были равны, то он считал квадрат вырезанным правильно.

Надежна ли такая проверка?

133. ДРУГОЙ ПАРКЕТЧИК

Другой паркетчик проверял свою работу иначе. Он мерил не стороны квадратов, а их диагонали (т. е. те косые линии, которые, перекрещиваясь,

соединяют углы фигуры). Если обе диагонали оказывались равными, паркетчик считал квадрат вырезанным правильно.

Вы тоже думаете, что такая проверка правильна?

134. ТРЕТИЙ ПАРКЕТЧИК

Третий паркетчик при проверке квадратов убеждался в том, что все 4 части, на которые ди-

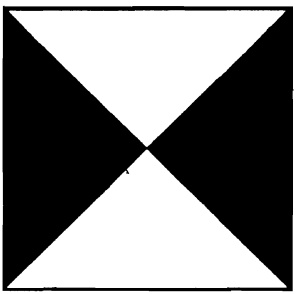


Рис. 136.

агонали разделяют друг друга (рис. 136), равны между собой. По его мнению, это доказывало, что вырезанный четырехугольник есть квадрат. Прав ли он?

135. БЕЛОШВЕЙКА

Белошвейке нужно отрезать от полотна несколько квадратных кусков. Свою работу она проверяет тем, что перегибает четырехугольный кусок по диагонали и смотрит, совпадают ли его края. Если совпадают, значит, решает она, отрезанный кусок имеет в точности квадратную форму.

Так ли это?

136. ЕЩЕ БЕЛОШВЕЙКА

Подруга нашей белошвейки не довольствовалась описанным способом проверки. Отрезанный четырехугольник она перегибала сначала по одной диагонали, затем, расправив полотно, – по другой. И только если края фигуры совпадали в обоих случаях, считала квадрат вырезанным правильно.

Что вы скажете о такой проверке?

137. ЗАТРУДНЕНИЕ СТОЛЯРА

У молодого столяра имеется пятиугольная доска, изображенная на рис. 137. Вы видите, что она как бы составлена из квадрата и приложенного к нему треугольника, который вчетверо меньше это-

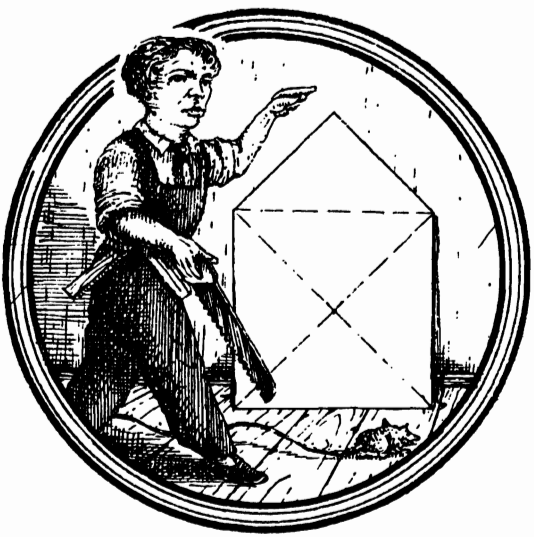


Рис. 137. *Затруднение столяра.*

го квадрата. Столяру нужно, ничего не убавляя от доски и ничего к ней не прибавляя, превратить ее в квадратную. Для этого необходимо, конечно, доску предварительно распилить на части. Столяр так и намерен сделать, но он желает распилить доску не более чем по двум прямым линиям.

Возможно ли двумя прямыми линиями разрезать нашу фигуру на такие части, из которых можно было бы составить квадрат? И если возможно, то как это сделать?

138. ВСЕ ЧЕЛОВЕЧЕСТВО ВНУТРИ КВАДРАТА

В настоящее время (1924 г.) на всем земном шаре насчитывается 1800 миллионов человек: 1 800 000 000.

Представьте, что все люди, живущие на свете, собрались толпой на каком-то ровном месте. Вы хотите поместить их на квадратном участке, отводя по квадратному метру на каждые 20 человек (плотно прижавшись друг к другу, 20 человек смогут поместиться на таком квадрате).

Попробуйте, не вычисляя, прикинуть, квадрат какого размера понадобился бы для этого. Достаточно ли будет, например, квадрата со стороной 100 км?

139. СОМНИТЕЛЬНЫЕ КВАДРАТЫ

Учитель черчения задал школьнику работу: начертить два равных квадрата и заштриховать их. Школьник выполнил работу так, как показано на рис. 138. Он был уверен, что это квадраты и притом равные.

Почему он так думал?

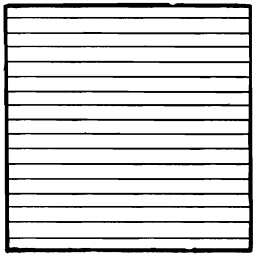
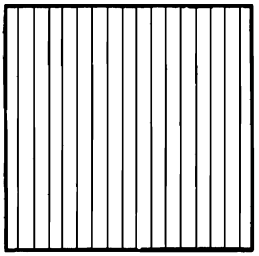


Рис. 138.



140. ТЕМНЫЕ ПЯТНА

Другой школьник должен был начертить несколько рядов черных квадратов, разделенных белыми полосками. Вот как он выполнил эту работу.

Вы видите, однако, что близ углов квадратов, в том месте, где пересекаются белые полоски, имеются темноватые пятна. Школьник уверял, что он их не делал.

Откуда же они взялись?

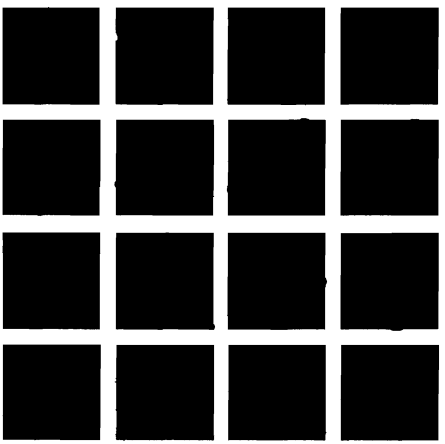


Рис. 139.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 131 – 140

131. Расширить площадь пруда вдвое, сохранив его квадратную форму и не тронув дубов, вполне

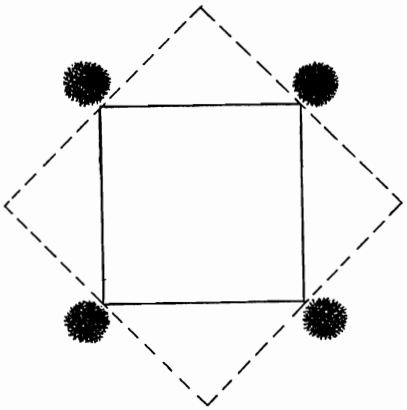


Рис. 140.

возможно. На рис. 140 показано, как это сделать: надо копать так, чтобы дубы оказались против середины сторон нового квадрата. Легко убедиться, что по площади новый пруд вдвое больше имевшегося: достаточно провести диагонали в прежнем пруде и вычислить площадь образующихся при этом треугольников.

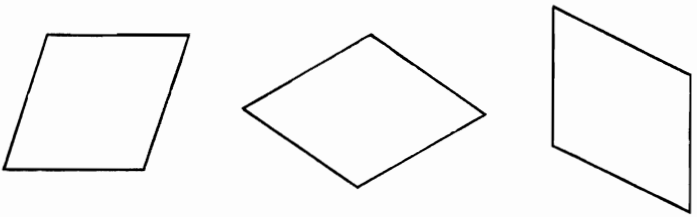


Рис. 141.

132. Такая проверка недостаточна. Четырехугольник мог выдержать это испытание, и не будучи квадратом. Вы видите на рис. 141 примеры четырехугольников, у которых все стороны равны, но углы не прямые. В геометрии фигуры с четырьмя равными сторонами называются *ромбами*. Каждый квадрат есть ромб, но не каждый ромб есть квадрат.

133. Эта проверка так же ненадежна, как и первая. Конечно, диагонали квадрата равны, но – как видно из фигур, представленных на рис. 142, – не

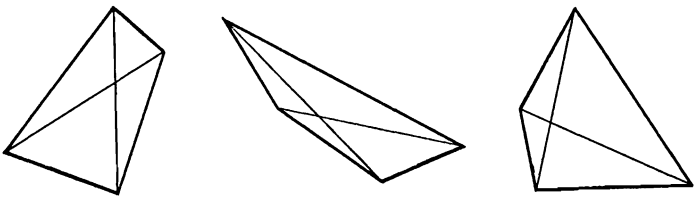


Рис. 142.

всякий четырехугольник с равными диагоналями есть квадрат.

Паркетчикам следовало бы применять к каждому вырезанному четырехугольнику обе проверки сразу – тогда они были бы уверены, что работа сделана правильно. Всякий ромб, у которого диагонали между собой равны, есть непременно квадрат.

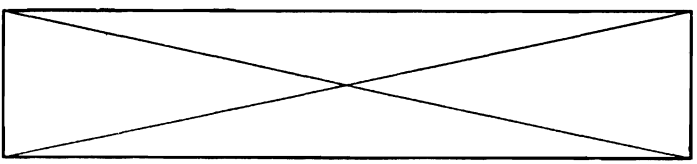


Рис. 143.

134. Проверка могла показать только то, что четырехугольник имеет прямые углы, т. е. что он прямоугольник. Но равны ли его стороны – этого проверка не удостоверяла (рис. 143).

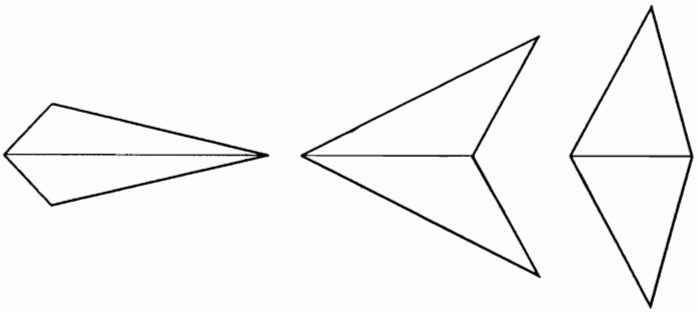


Рис. 144.

135. Проверка недостаточна. На рис. 144 начерчено несколько четырехугольников, края которых при перегибании по диагонали совпадают. И все-таки это не квадраты.

Такая проверка позволяет убедиться только в том, что фигура симметрична, но не более.

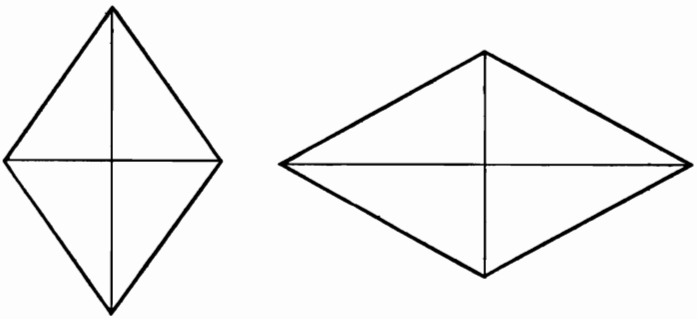


Рис. 145.

136. Эта проверка не лучше предыдущей. Вы можете вырезать из бумаги сколько угодно четырехугольников, которые выдержат эту проверку, хотя они и не являются квадратами (рис. 145). У них все стороны равны, но углы не прямые, так что это ромбы.

Чтобы действительно убедиться, квадратной ли формы отрезанный кусок, нужно, кроме того, проверить, равны ли его диагонали (или углы).

137. Одна линия должна идти от вершины *c* к середине стороны *de*, другая – от середины этой стороны к вершине *a*. Из полученных трех кусков – 1, 2 и 3 – составляется квадрат, как показано на рис. 146.

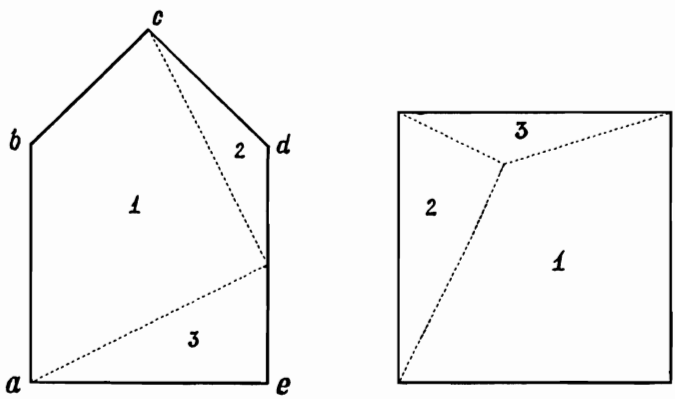


Рис. 146.

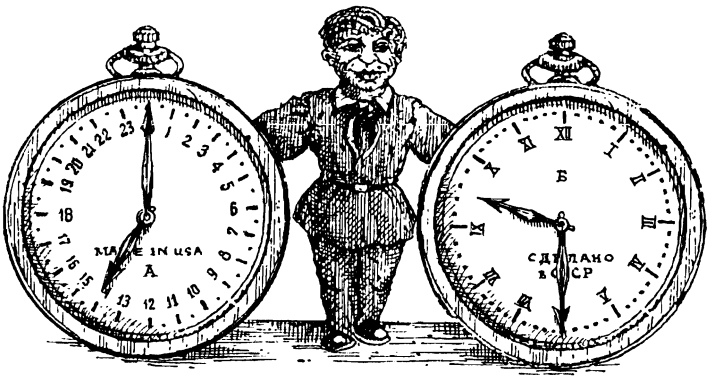
138. Сторона квадрата должна быть раз в десять меньше 100 км. Действительно, квадрат со стороною 10 км заключает 10 000 × 10 000 = = 100 000 000. Если на каждом квадратном метре расположить 20 человек, то квадрат указанных

размеров вместит 100 000 000 × 20 = 2 000 000 000, а это больше 1 800 000 000, т. е. населения земного шара.

Итак, чтобы поместить все человечество, достаточен квадрат со стороной менее 10 км.

139. Квадраты действительно равны.

140. Темных пятен никто не делал, и в действительности их нет. Мы видим их только из-за обмана зрения.



Задачи о часах

141. КОГДА СТРЕЛКИ ВСТРЕЧАЮТСЯ?

В 12 часов одна стрелка совпадает с другой. Но вы замечали, вероятно, что это не единственный момент, когда стрелки часов встречаются: они настигают друг друга в течение дня несколько раз.

Можете ли вы указать все те моменты, когда это случается?

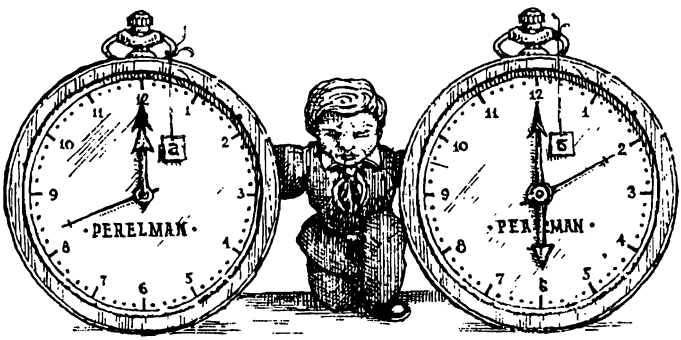


Рис. 147.

142. КОГДА СТРЕЛКИ НАПРАВЛЕНЫ ВРОЗЬ?

В 6 часов, наоборот, стрелки направлены в противоположные стороны. Но только ли в 6 часов это бывает или есть и другие моменты, когда стрелки так расположены?

143. В КОТОРОМ ЧАСУ?

В котором часу минутная стрелка опережает часовую ровно на столько, на сколько часовая отошла от числа XII на циферблате (рис. 148)?

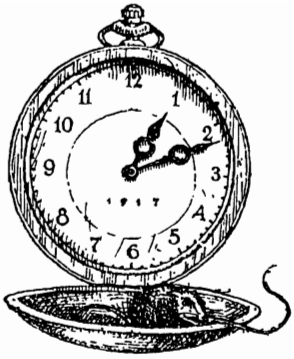


Рис. 148.

А может быть, таких моментов бывает несколько за день? Или ни одного?

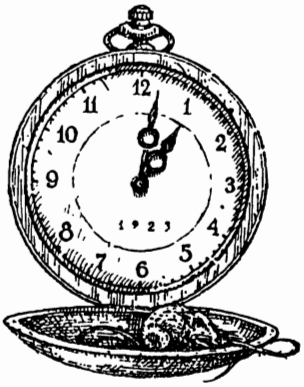


Рис. 149.

144. НАОБОРОТ

Если вы внимательно наблюдали за часами, то, быть может, вам случалось видеть и обратное расположение стрелок: часовая стрелка опережает минутную на столько же, на сколько минутная продвинулась вперед от числа XII (рис. 149). Когда это бывает?

145. ПО ОБЕ СТОРОНЫ ОТ ШЕСТИ

Я взглянул на часы и заметил, что стрелки находятся по обе стороны от цифры VI и отстоят от нее одинаково. В котором часу это было?

Рис. 150.

146. ТРИ И СЕМЬ

Часы бьют три, т. е. делают три удара, и пока они бьют, проходят три секунды. За сколько времени часы пробьют семь?

На всякий случай предупреждаю, что эта задача – не шутка и никакой ловушки здесь нет.

147. ЧАСЫ-КОМПАС

Теперь за границей не редкость карманные часы, циферблат которых разделен не на 12, а на 24 части, с обозначением от I до XXIV часов. Часовая стрелка таких часов описывает полный круг не за 12, а за 24 часа.

Такие часы можно в ясные дни использовать как компас.

Каким образом?

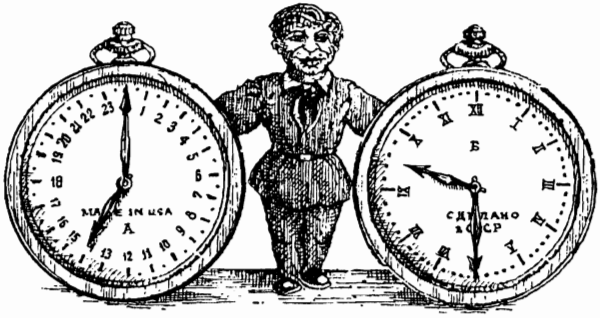


Рис. 151.

148. О ТОМ ЖЕ

Нельзя ли, за неимением компаса, воспользоваться нашими обыкновенными карманными часами, чтобы в ясный день определять по ним, хотя бы приблизительно, страны света?

149. ЦИФРА ШЕСТЬ

Спросите кого-нибудь из ваших знакомых постарше, как давно он обладает карманными часами. Положим, окажется, что часы у него уже 15 лет. Продолжайте тогда разговор примерно в таком духе:

– А сколько раз в день вы обычно смотрите на свои часы?

– Раз двадцать, вероятно, или около того, – последует ответ.

– Значит, в течение года вы смотрите на свои часы не менее 6 000 раз, а за 15 лет видели их циферблат 6 000 × 15, т. е. чуть ли не сто тысяч раз. Вы, конечно, знаете и отлично помните вещь, которую видели сто тысяч раз?

– Ну, разумеется!

– Вам поэтому прекрасно должен быть известен циферблат ваших карманных часов, и вы не затруднитесь изобразить на память, как обозначена на нем цифра шесть.

И вы предлагаете собеседнику бумажку и карандаш.

Он исполняет вашу просьбу, но... изображает цифру шесть в большинстве случаев совсем не так, как она обозначена на его часах.

Почему? Ответьте на этот вопрос, не глядя на ваши карманные часы.

150. ТИКАНЬЕ ЧАСОВ

Положите свои карманные часы на стол, отойдите шага на три или четыре и прислушайтесь к их тиканью. Если в комнате достаточно тихо, то вы услышите, что ваши часы идут словно с перерывами: то тикают короткое время, то

на несколько секунд замолкают, то снова начинают идти и т.д.

Чем объясняется такой неравномерный ход?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 141 – 150

141. Начнем наблюдать за движением стрелок в XII часов. В этот момент одна стрелка покрывает другую. Так как часовая стрелка движется в 12 раз медленнее минутной (она описывает полный круг за 12 ч, а минутная за 1 ч), то в течение ближайшего часа стрелки, конечно, встретиться не могут. Но вот прошел час; часовая стрелка стоит у цифры I, сделав $^1/_{12}$ долю полного оборота; минутная же сделала полный оборот и стоит у XII – на $^1/_{12}$ долю круга позади часовой. Теперь условия состязания иные, чем раньше: часовая стрелка движется медленнее минутной, но она впереди, и минутная должна ее догнать. Если бы состязание длилось целый час, то за это время минутная стрелка прошла бы полный круг, а часовая – $^1/_{12}$ круга, т. е. минутная сделала бы на $^{11}/_{12}$ круга больше. Но чтобы догнать часовую стрелку, минутной нужно пройти больше, чем часовой, только на ту $^1/_{12}$ долю круга, которая их отделяет. Для этого потребуется времени не целый час, а меньше во столько раз, во сколько $^1/_{12}$ меньше $^{11}/_{12}$, т. е. в 11 раз. Значит, стрелки встретятся через $^1/_{11}$ ч., т. е. через $60/11 = {}^{11}/_{12}$ мин.

Итак, встреча стрелок случится спустя $5^5/_{11}$ мин после часа дня, т. е. в $5^5/_{11}$ мин второго.

Когда же произойдет следующая встреча?

Нетрудно сообразить, что это случится через 1 час $5^5/_{11}$ мин, т. е. в 2 ч. $10^5/_{11}$ мин. Следующая – спустя еще 1 час $5^5/_{11}$ мин, т. е. в 3 ч $16^4/_{11}$ мин, и т.д. Всех встреч, как легко видеть, будет

11; последняя наступит через $1^1/11 \times 11 = 12$ ч после первой, т. е. в 12 ч; другими словами, очередная встреча стрелок совпадает с самой первой и дальнейшие встречи повторятся снова в известные моменты.

Вот полный перечень встреч:

1-я встреча – в 1 ч $5^5/_{11}$ мин
2-я –" – – в 2" $10^{10}/_{11}$ "
3-я –" – – в 3" $16^4/_{11}$ "
4-я –" – – в 4" $21^9/_{11}$ "
5-я –" – – в 5" $27^3/_{11}$ "
6-я –" – – в 6" $32^8/_{11}$ "
7-я –" – – в 7" $38^2/_{11}$ "
8-я –" – – в 8" $43^7/_{11}$ "
9-я –" – – в 9" $39^1/_{11}$ "
10-я –" – – в 10" $54^6/_{11}$ "
11-я –" – – в 12 ч.

142. Эта задача решается весьма сходно с предыдущей. Начнем опять с 12 ч., когда положение стрелок одинаково. Нужно вычислить, сколько времени потребуется для того, чтобы минутная стрелка обогнала часовую ровно на полкруга – тогда стрелки и будут направлены как раз в противоположные стороны. Мы уже знаем (см. предыдущую задачу), что в течение целого часа минутная стрелка обгоняет часовую на $^{11}/_{12}$ полного круга; чтобы обогнать ее всего на $^1/_2$ круга, понадобится меньше времени, чем целый час. Причем, во столько раз, во сколько $^1/_2$ меньше $^{11}/_{12}$, т. е. потребуется всего $^6/_{11}$ ч. Значит, после 12 часов стрелки в первый раз располагаются одна против другой спустя $^6/_{11}$ ч, или $32^8/_{11}$ мин. Взгляните на часы в противоположные стороны.

Единственный ли это момент, когда стрелки так расположены? Конечно, нет. Такое положение стрелки занимают спустя $32^8/_{11}$ минуты *после*

каждой встречи. А мы уже знаем, что встреч бывает 11 в течение двенадцати часов; значит, и располагаются стрелки врозь тоже 11 раз в течение 12 часов. Найти эти моменты нетрудно:

12 ч + $32^8/_{11}$ мин = 12 ч $32^8/_{11}$ мин

1ч $5^5/_{11}$ мин + $32^8/_{11}$ мин = 1 ч $38^7/_{11}$ мин

2 ч $10^{10}/_{11}$ мин + $32^8/_{11}$ мин = 2 ч $43^7/_{11}$ мин

3 ч $16^1/_{11}$ мин + $32^8/_{11}$ мин = 3 ч $49^1/_{11}$ мин

и т.д.

Вычислить остальные моменты предоставляю вам самим.

143. Если начать наблюдение за стрелками ровно в 12 часов, то в течение первого часа мы искомого расположения не заметим. Почему? Потому что часовая стрелка проходит $^1/_{12}$ того, что проходит минутная, и, следовательно, отстает от нее гораздо больше, чем требуется. На какой бы угол ни отошла от XII минутная стрелка, часовая повернется на $^1/_{12}$ этого угла, а не на $^1/_2$, как нам требуется. Но вот прошел час; теперь минутная стрелка стоит у XII, часовая – у I, на $^1/_{12}$ полного оборота впереди минутной. Посмотрим, не может ли такое расположение стрелок наступить в течение второго часа. Допустим, что момент этот наступил тогда, когда часовая стрелка отошла от цифры XII на долю полного оборота, которую мы обозначим через x. Минутная стрелка успела к этому времени пройти в 12 раз больше, т. е. $12 \times x$. Если вычесть отсюда один полный оборот, то остаток $12 \times x - 1$ должен быть вдвое больше, чем x , т. е. равняться $2 \times x$. Итак, $12 \times x - 1 = 2 \times x$, откуда следует, что 1 целый оборот равен $10 \times x$ (действительно, $12 \times x - 10 \times x = 2 \times x$). Но если $10 \times x =$ целому обороту, то $x = {}^1/_{10}$ части оборота. Вот и решение задачи: часовая стрелка отошла от цифры XII на $^1/_{10}$ полного оборота, на что требуется $^{12}/_{10}$ ч, или

1 ч 12 мин. Минутная стрелка при этом будет вдвое дальше от XII, т. е. на расстоянии $^1/_5$ оборота; это соответствует $^{60}/_5 = 12$ мин – как и должно быть.

Мы нашли одно решение задачи. Но есть и другие: стрелки в течение двенадцати часов располагаются таким же образом не один раз, а несколько. Попытаемся найти остальные решения.

Для этого дождемся двух часов; минутная стрелка стоит у XII, а часовая – у II. Рассуждая, как прежде, получаем равенство

$$12 \times x - 2 = 2 \times x,$$

откуда 2 целых оборота равны $10 \times x$ и, значит, $x = {}^1/_5$ целого оборота. Часы будут показывать при этом $^{12}/_5 = 2$ ч 24 мин.

Дальнейшие моменты читатель легко вычислит сам и найдет, что стрелки располагаются согласно требованию задачи в следующие 10 моментов:

в 1 ч 12 мин	в 7 ч 12 мин
в 2 ч 24 мин	в 8 ч 24 мин
в 3 ч 36 мин	в 9 ч 36 мин
в 4 ч 48 мин	в 10 ч 48 мин
в 6 ч	в 12 ч

Ответы: «в 6 часов» и «в 12 часов» могут показаться неверными, – но только с первого взгляда. Действительно, в 6 часов часовая стрелка стоит у VI, минутная – у XII, т. е. ровно вдвое дальше от начальной отметки XII (успев описать один оборот). В 12 же часов часовая стрелка удалена от XII на нуль, а минутная, если хотите, на «два нуля» (потому что двойной нуль – то же, что и нуль); значит, и этот случай, в сущности, удовлетворяет условию задачи.

144. После сделанных разъяснений решить эту задачу нетрудно. Рассуждая, как прежде, легко сообразить, что в первый раз требуемое располо-

жение стрелок будет в тот момент, который определяется равенством

$$12 \times x - 1 = x/2,$$

откуда $1 = 11^1/_2 \times x$, или $x = {}^2/_{23}$ целого оборота, т. е. стрелки будут расположены требуемым образом через $1^1/_{23}$ ч после XII, т. е. в 1 ч $2^{14}/_{23}$ мин минутная стрелка должна стоять посредине между XII и $1^1/_{23}$ часами, т. е. на ${}^{12}/_{23}$ часа, что как раз и составляет ${}^1/_{23}$ полного оборота (часовая стрелка к этому моменту пройдет ${}^2/_{23}$ полного оборота).

Второй раз стрелки расположатся требуемым образом в момент, который определится из равенства

$$12 \times x - 2 = x/2,$$

откуда $2 = 11^1/_2\, x$ и $x = {}^4/_{23}$; искомый момент – 2 ч 5 ${}^5/_{23}$ мин.

Третий искомый момент – 3 ч $7^{19}/_{23}$ мин и т.д.

145. Эта задача решается так же, как и предыдущая. Вообразим, что обе стрелки стояли у XII, и затем часовая отошла от XII на некоторую часть полного оборота, которую мы обозначим буквой x. Минутная стрелка за это время успела повернуться на $12 \times x$. Если времени прошло не больше одного часа, то для удовлетворения требованию нашей задачи необходимо, чтобы минутная стрелка не дошла до конца полного оборота столько же, сколько часовая стрелка успела пройти от начала; другими словами

$$1 - 12 \times x = x.$$

Отсюда $1 = 13 \times x$ (потому что $13 \times x - 12 \times x = x$). Следовательно, $x = {}^1/_{13}$ доле полного оборота. Такую долю оборота часовая стрелка проходит за ${}^{12}/_{13}$ ч и показывает $55^5/_{13}$ мин первого. Минутная же стрелка за это время прошла в 12 раз больше, т. е. ${}^{12}/_{13}$ полного оборота. А значит, обе стрелки отстоят от отметки XII одинаково и, следовательно, одинаково отодвинуты и от отметки VI, находясь от нее по разные стороны.

Мы нашли одно положение стрелок – именно то, в котором они оказываются в течение первого часа. В течение второго часа подобное расположение стрелок возникает еще раз; мы найдем его, рассуждая прежним образом, из равенства

$1 - (12 \times x - 1) = x$, или $2 - 12 \times x = x$,

откуда $2 = 13 \times x$ (поскольку $13 \times x - 12 \times x = x$), следовательно, $x = {}^{2}/_{13}$ полного оборота. В таком положении стрелки будут в $1^{11}/_{13}$ ч, т. е. в $50^{10}/_{13}$ мин. второго.

В третий раз стрелки займут требуемое положение, когда часовая стрелка отойдет от XII на ${}^{3}/_{13}$ полного круга, т. е. в $2^{10}/_{13}$ часа, и т.д. Всех положений 11, причем после VI часов стрелки меняются местами: часовая стрелка занимает те положения, в которых раньше была минутная, а минутная – те положения, которые раньше занимала часовая.

146. Обычно отвечают: «7 секунд». Но такой ответ, как сейчас увидим, неверен.

Когда часы бьют три, мы слышим две паузы:

1) между первым и вторым ударом;

2) между вторым и третьим ударом. Обе паузы длятся 3 с, значит, каждая продолжается вдвое меньше – $1^{1}/_{2}$ с.

Когда же часы бьют семь, то таких пауз бывает 6. Шесть раз по полторы секунды составляют 9 с. Следовательно, часы бьют семь, т. е. делают 7 ударов за 9 с.

147. Солнце при своем кажущемся суточном движении описывает полный круг за 24 часа, т. е. за столько же времени, что и *часовая* стрелка упомянутых заграничных часов. Поэтому, если в полдень, т. е. в 12 часов дня, расположить циферблат карманных часов так, чтобы часовая стрелка была направлена на Солнце, то эта стрелка, двигаясь вместе с Солнцем, будет все время указывать на дневное светило.

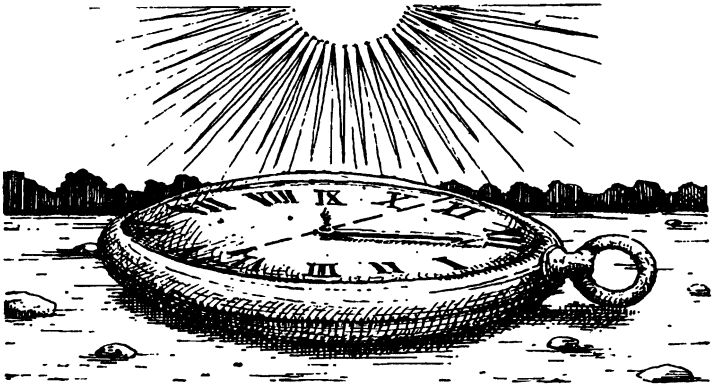


Рис. 152. *Часы в роли компаса.*

Отсюда вытекает простой способ отыскивать с помощью часов (конечно, только днем, в безоблачную погоду) то место, где Солнце бывает в полдень, т. е. находить направление на юг. Для этого нужно расположить циферблат так, чтобы часовая стрелка «смотрела» на Солнце; тогда направление на цифры XII укажет, где было солнце в 12 часов, т. е. направление на юг.

148. Часовая стрелка обыкновенных часов описывает полный круг не за 24, а за 12 часов, т. е. движется вдвое медленнее, чем Солнце по небу. Отсюда легко сообразить (см. предыдущую задачу), как найти направление на юг с помощью обыкновенных карманных часов. Нужно расположить их так, чтобы часовая стрелка была направлена на Солнце, и разделить пополам (на глаз) угол между часовой стрелкой и направлением на цифру XII. Линия, делящая этот угол пополам, покажет, где солнце было в полдень, т. е. точку юга.

149. Большинство людей в ответ на вопрос нашей задачи рисуют 6, либо VI.

Это говорит о том, что можно видеть вещь сто тысяч раз и все-таки не знать ее. Дело в том, что обычно на циферблате (мужских часов) цифры шесть вовсе нет – на ее месте помещается секундник (рис. 153).

150. Загадочные перерывы в тиканьи часов объясняются утомлением слуха. Наш слух притупляется на несколько секунд, и в эти промежутки мы не слышим тиканья. Спустя короткое время утомление проходит и прежняя чуткость восстанавливается, тогда мы снова слышим ход часов. Затем наступает опять утомление, и т.д.

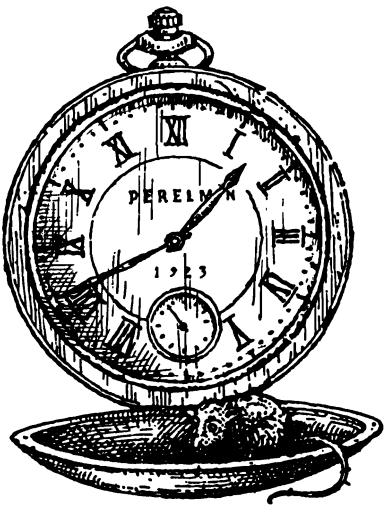
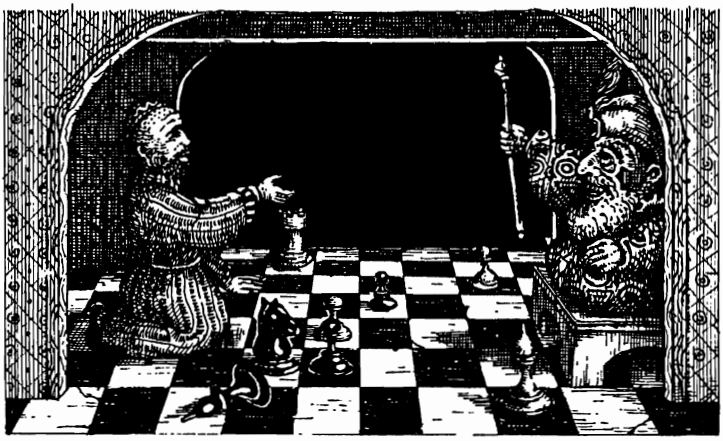


Рис. 153.



Неожиданные подсчеты

151. СТАКАН ГОРОХУ

Вы много раз держали в руках горошину и не менее часто имели дело со стаканом. Размеры того и другого вам должны быть поэтому хорошо знакомы. Представьте теперь стакан, доверху наполненный горохом, и вообразите, что все эти горошины поставлены в один ряд, вплотную одна к другой.

Как вы думаете: этот ряд окажется длиннее обеденного стола или короче?

152. ЛИСТЬЯ ДЕРЕВА

Если бы сорвать с какого-нибудь старого дерева, скажем, с липы, все листья и положить их рядом, без промежутков, то какой приблизительно длины получился бы ряд? Можно ли им окружить большой дом, например?

153. МИЛЛИОН ШАГОВ

Вы, конечно, очень хорошо знаете, что такое миллион, и столь же хорошо представляете себе длину своего шага. А раз вы знаете и то и другое, то вам нетрудно будет ответить на вопрос: как далеко вы отойдете, сделав миллион шагов? Больше, чем на 10 км, или меньше?

154. КВАДРАТНЫЙ МЕТР

Я знал школьника, который, услышав впервые, что в квадратном метре миллион квадратных миллиметров, не хотел этому верить. Никакие

разъяснения не были для него убедительны. «О. куда их берется так много? – недоумевал он. – Вот у меня лист миллиметровой бумаги длиной и шириной ровно в метр. Неужели в этом квадрате целый миллион миллиметровых клеточек? Ни за что не поверю».

– А ты пересчитай, – посоветовали ему.

– И пересчитаю! В воскресенье у меня будет свободное время, я и займусь этим делом.

В воскресенье он встал рано утром и сразу же принялся за счет, аккуратно отмечая точками сосчитанные квадратики. Каждую секунду появлялась новая точка под острием его карандаша; работал он усердно, и дело шло быстро.

Но убедился ли он в этот день, что квадратный метр действительно заключает миллион миллиметровых клеточек?

155. КУБИЧЕСКИЙ МЕТР

В одной школе учитель задал вопрос: какой высоты получился бы столб, если поставить один на другой все миллиметровые кубики, содержащиеся в кубическом метре?

– Он был бы выше Эйфелевой башни (300 м)! – воскликнул один школьник.

– Даже выше Монблана (5 км), – ответил другой. Кто из них ошибся больше?

156. КУБИЧЕСКИЙ КИЛОМЕТР

Вообразите кубический ящик высотой в целый километр. Как вы думаете: сколько таких ящиков понадобилось бы, чтобы вместить тела всех людей, живущих на свете? Примите во внимание, что на-

селение земного шара равно 1800 миллионам человек и что в одном кубическом метре можно уместить, средним счетом, 5 человеческих тел.

157. ВОЛОС

Человеческий волос очень тонок: толщина его – около 20-й доли миллиметра. Но если бы волос был в миллион раз толще, какой примерно толщины мог он быть? Один из моих знакомых, которому я задал этот вопрос, ответил, что волос был бы тогда толще круглой комнатной печи; другой утверждал, что волос имел бы толщину во всю комнату. Оба, конечно, ошиблись, но кто ошибся больше?

158. СКОЛЬКО ПОРТРЕТОВ?

Нарисуйте портрет на плотной бумаге и разрежьте его, скажем, на 9 полос (рис. 154). Если вы умеете хоть немного рисовать, вам нетрудно будет

Рис. 154. *Составные портреты.*

изготовить другие полосы с изображением выделенных фрагментов, но такие, чтобы каждые две соседние полосы, даже принадлежащие разным портретам, можно было прикладывать одну к другой, не нарушая непрерывности линий. Если для каждой выделенной части лица вы приготовите, например, по 4 полосы*, у вас будет 36 полос, из которых, складывая по 9, вы сможете составлять разнообразные портреты.

В магазинах, где одно время предлагались готовые наборы таких полос (или брусков), продавцы уверяли покупателей, что из 36 полос можно получить тысячу различных физиономий.

Верно ли это?

159. ФРАНЦУЗСКИЙ ЗАМО́К

Хотя французский замок известен всем, устройство его знают немногие. Поэтому часто приходится слышать сомнения в том, что может существовать большое число различных французских замков и ключей к ним. Достаточно, однако, познакомиться с остроумным механизмом этих замков, чтобы убедиться в возможности разнообразить их в достаточной степени.

Рис. 155изображает французский замок, как мы его видим «с лица» (кстати, название «французский» совершенно неправильно, так как родина этих замков Америка, а изобрел их американец Йэль – почему на всех таких замках и ключах и имеется надпись «Yale»). Вы видите вокруг замочной скважины небольшой кружок – основание валика, проходящего через весь замок. Чтобы открыть замок,

* Для удобства их лучше наклеить на четыре стороны квадратного бруска.

нужно повернуть валик, но в этом и заключается вся трудность. Дело в том, что валик удерживается в определенном положении пятью короткими стальными стерженьками (рис. 156). Каждый стерженек в каком-то месте распилен надвое, и только если разместить стерженьки так, чтобы все разрезы расположились на уровне валика, тогда его можно будет повернуть.

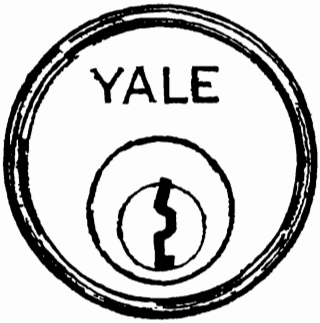


Рис. 155. *Французский замок.*

Необходимое расположение стерженькам придает ключ с соответствующими выступами: достаточно его вставить, чтобы стерженьки заняли то определенное и единственное расположение, которое необходимо, чтобы открыть замок.

Теперь легко понять, что число различных замков этого типа может быть действительно весьма велико. Оно зависит от того, сколькими способами можно разрезать каждый стержень на две части; число это, разумеется, не бесконечно, если принять во внимание ограниченную высоту зубчиков ключа.

Предположите, что каждый стерженек можно разрезать на две части 10 способами, и попробуйте сосчитать, сколько *различных* французских замков можно при таком условии изготовить?

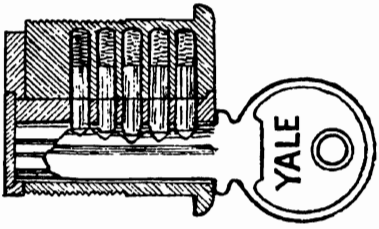


Рис. 156. *Продольный разрез французского замка.*

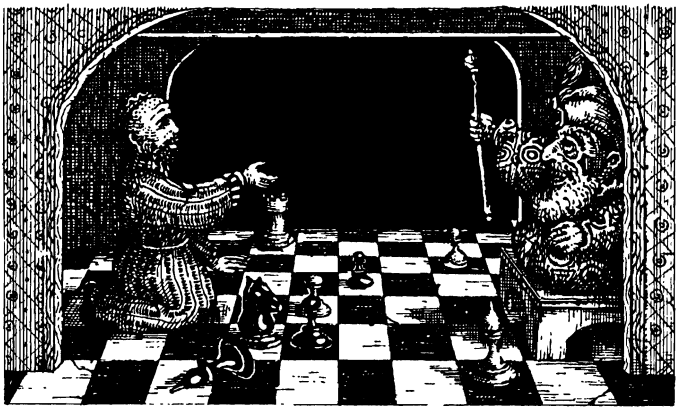


Рис. 157.

160. СКРОМНАЯ НАГРАДА

Задача, которую я вам сейчас предложу, не нова, даже весьма не нова. Она общеизвестна, но именно поэтому я и включил ее в этот сборник головоломок. Ведь книжка моя предназначена не для тех, кто уже знает все общеизвестное, а для тех, кому все это еще предстоит узнать.

Итак, я хочу рассказать вам странную легенду о награде, которую попросил себе древний мудрец Сета у индусского правителя Шерама за изобретенную им шахматную игру. Мудрец просил вознаградить его так: выдать за первое поле шахматной доски 1 пшеничное зерно, за второе поле – 2 зерна, за третье – 4, за четвертое – 8 и т.д., удваивая вознаграждение за каждое следующее поле, пока не будут оплачены все 64 поля доски. Что же касается шахматных фигур, то за них мудрец никакой награды не требовал.

Правитель подивился такой скромности и отпустил мудреца, приказав немедленно выдать ему следуемые зерна.

Когда спустя некоторое время правитель осведомился, в точности ли исполнено его приказание, ему в смущении ответили, что требуемая награда не может быть выдана.

– Почему? – спросил правитель.

– Почему? – спросим и мы читателя.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 151 – 160

151. Ряд горошин будет гораздо длинее стола. Диаметр горошины варьируется от $^1/_2$ до $^1/_3$ см. Если остановиться на первом размере, то в кубике с ребром в 1 см должно умещаться не менее $2 \times 2 \times 2 = 8$ горошин*. Следовательно, в стакане емкостью 200 см^3 число горошин должно быть не меньше 1600. Расположив их в один ряд, получим цепочку длиной $^1/_2 \times 1600 = 800$ см, или 8 м – расстояние гораздо длиннее любого стола.

Если исходить из размера горошины $^1/_3$ см, то в кубическом сантиметре помещается их не менее $3 \times 3 \times 3 = 27$, а в стакане – не менее $27 \times 200 = 5400$. Длина ряда из 5400 таких горошин равна $^1/_3 \times 5400 = 1800$ см, или 18 м – еще больше, чем в случае крупных горошин.

152. Не только дом, но и иной губернский город (впоследствии – областной) можно было бы окружить расположенными в ряд листьями одного дерева, потому что такой ряд тянулся бы верст на десять! В самом деле: на старом дереве не менее 200–300 тысяч листьев. Если остановиться на числе 250 000 и считать каждый лист шириной

* Столько горошин помещается в кубическом сантиметре при рыхлой упаковке; при более же плотной укладке, когда часть горошины располагается в промежутке между соседними, горошин помещается больше.

5 см, то ряд получается длиной 1 250 000 см, т. е. 12 500 м, или $12^1/_2$ км.

153. Миллион шагов гораздо больше 10 км, больше даже 100 км. Если длина шага примерно равна $^3/_4$ м, то 1 000 000 шагов = 750 км. Так как от Москвы до Ленинграда всего 640 км, то, сделав от Москвы миллион шагов, вы отошли бы дальше, чем на расстояние до Ленинграда.

154. В тот же день убедиться в этом школьник не мог, потому что, работая даже круглые сутки без перерыва, он не пересчитал бы и десятой доли всех клеточек. Действительно, в сутках $24 \times 60 \times 60 = 86\,400$ сек., а в квадратном метре 1 000 000 мм². Понадобится более 11 суток непрерывной работы, чтобы проверить прямым счетом, действительно ли в квадратном метре миллион миллиметровых клеточек. Если же работать по десять часов в сутки, то на подобную проверку уйдет около месяца. Мало у кого достанет терпения выполнить такой счетный подвиг*.

155. Оба ответа далеки от истины, потому что столб получился бы во сто раз выше самой высокой горы на земле. Действительно, в кубическом метре миллиард кубических миллиметров ($1000 \times 1000 \times 1000$). Поставленные один на другой, они образовали бы столб высотой в 1 000 000 000 мм, или 1 000 000 см, или 1000 км!

156. В одном ящике указанных размеров не только поместится все население земного шара, но в нем могло бы поместиться почти втрое больше людей! Легко вычислить, что если 5 человек зани-

---

* Впрочем, полвека тому назад один английский учитель чистописания выполнил такую работу: он аккуратно расставил в толстой тетради миллион точек, по тысяче в каждой странице.

мают объем 1 м^3, то 1 800 000 000 человек займут 360 миллионов кубометров. В кубическом же километре 1000 миллионов кубометров – места хватило бы с избытком!

157. Если бы волос был в миллион раз толще, то превосходил бы по ширине не только любую печку или комнату, но и почти любое здание, потому что диаметр его равнялся бы 50 м!

Действительно, умножим ширину волоса, 0,05 мм на 1 000 000. Получим 50 000 мм, или 50 м.

Такую ширину имела бы, между прочим, и каждая точка типографского шрифта этой книги, если бы ее увеличить в поперечнике в миллион раз. А каждая буква имела бы при подобном увеличении более двух верст в высоту!

Эти неожиданные результаты показывают, что миллион мы представляем себе не так отчетливо, как обычно думаем.

158. Число портретов значительно больше тысячи. Сосчитать их можно следующим образом. Обозначим девять частей портретов римскими цифрами I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII и XI; для каждой части имеются 4 полоски, которые мы перенумеруем арабскими цифрами 1, 2, 3, 4.

Возьмем полоску I, 1. К ней можно присоединить полоски II, 1; II, 2; II, 3; II, 4. Всего, следовательно, здесь возможны 4 сочетания.

Но так как первая часть головы может быть представлена четырьмя полосками (I, 1; I, 2; I, 3; I, 4) и каждая из них может быть соединена с частью II четырьмя различными способами, то две верхние части головы – I и II – могут быть соединены $4 \times 4 = 16$ различными способами.

К каждому из этих 16 сочетаний первых двух частей часть III можно присоединить четырьмя

способами (III, 1; III, 2; III, 3; III, 4); следовательно, первые три части физиономии могут быть составлены $16 \times 4 = 64$ различными способами.

Таким же образом узнаем, что части I, II, III, IV могут быть расположены $64 \times 4 = 256$ различными способами; части I, II, III, IV, V – 1024 способами; части I, II, III, IV, V, VI – 4096 способами и т.д.; наконец, все девять частей портрета можно соединить

$$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4,$$

т. е. 262 144 способами.

Итак, из 9 наших брусков возможно составить не 1000, а больше четверти миллиона различных портретов!

Задача весьма поучительна: она объясняет нам, почему так редко встречаются две одинаковые человеческие физиономии. Еще Владимир Мономах в своем «Поучении» изумлялся тому, что при огромном числе людей на свете каждый имеет свое особенное лицо. Но мы сейчас убедились, что если бы человеческое лицо характеризовалось всего 9 чертами, допускающими каждая всего 4 видоизменения, то могло бы существовать более 260 000 разных лиц. В действительности же характерных черт человеческого лица гораздо больше 9, и видоизменяться они могут больше чем 4 способами. Так, при 20 чертах, каждая из которых может применяться на 10 ладов, имеем различных лиц: $10 \times 10 \times 10 \times 10 \ldots \times 10 \ldots$ – итого 20 множителей, т. е. 100 000 000 000 000 000 000.

Это во много раз больше, чем людей во всем мире.

159. Рассуждая как и при решении предыдущей задачи, нетрудно сосчитать, что число различных замков равно

$$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000.$$

Каждому из этих 100 000 замков соответствует особый ключ – единственный, которым можно его

открыть. Существование ста тысяч различных замков и ключей, конечно, вполне обеспечивает безопасность владельца замка, так как у желающего вкрасться в помещение с помощью подобранного ключа есть только 1 шанс из 100 000 напасть на подходящий ключ.

Наш подсчет примерный: он сделан в предположении, что каждый стерженек замка может быть разделен надвое только 10 способами. В действительности же это можно сделать большим числом способов, а значит, различных вариантов замка существует значительно больше.

160. «Скромная награда» не могла быть выдана потому, что не только в Индии, но и во всем мире нет такого количества зерен, какое она предполагает.

Само вычисление затребованной суммы зерен представляет собой нелегкую задачу. В самом деле: требуется сложить ряд чисел

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + \text{т. д.}$$

Здесь выписаны только первые 8 чисел. Но остается еще 56. Чтобы узнать последнее 64-е число, нужно умножить число 2 само на себя 62 раза. В то время индусы не знали логарифмов, сокращающих подобные вычисления, поэтому они должны были выполнить умножение обычными приемами арифметики. Однако стоит лишь приступить к подсчетам, чтобы ощутить, насколько они утомительны. Правда, можно облегчить себе работу и сэкономить много времени, разбив наши 63 множителя на группы, по 7 двоек, тогда придется перемножить «только» 9 множителей, каждый из которых равен 128 (или же, если хотите, «всего» три множителя, каждый из которых равен произведению $128 \times 128 \times 128$). Но слова «только» и «всего» недаром взяты здесь в кавычки, потому

что работы все равно останется предостаточно. Ведь это лишь одно, последнее, 64-е слагаемое; а еще нужно вычислить все предыдущие 63 слагаемых, да кроме того эти числа сложить...

Для тех, кто изучал алгебру и знаком с логарифмами и прогрессиями, выполнение этого расчета – правда, приближенное, с точностью до 100 000-й доли результата – не составило бы никакого труда. Так как я не могу предполагать у читателей таких познаний из алгебры, а с другой стороны, не собираюсь засадить их за многочасовые выкладки, то укажу простой способ хотя бы грубо оценить истинные размеры «скромной награды» индусского мудреца.

Продолжив ряд

2, 4, 8, 16, 32, 64 и т. д.

до его 10-го члена, получим 1024. Так как мы стремимся определить, как велико последнее слагаемое лишь приблизительно, то откинем в числе 1024 24 единицы, чтобы округлить результат до 1000. Если первые десять двоек при перемножении дали около 1000, то столько же дает и умножение следующих двоек, а также дальнейших групп из 10 двоек. Всех множителей-двоек у нас 63, т. е. шесть групп по 10 и еще седьмая группа из трех двоек. Значит, число зерен, причитающееся изобретателю за последнее, 64-е поле шахматной доски должно приблизительно равняться

$$1000 \times 1000 \times 1000 \times 1000 \times 1000 \times 1000 \times (2 \times 2 \times \times 2) = 8\,000\,000\,000\,000\,000\,000$$

Восемь квинтиллионов зерен – вот примерная величина последнего слагаемого!

Чтобы вычислить (приблизительно) всю сумму, обратим внимание на поучительную особенность ряда

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 и т.д.

Легко заметить, что каждое число в нем равно сумме всех предыдущих, увеличенной на 1. Например:

$$8 = (1 + 2 + 4) + 1;\ 16 = (1 + 2 + 4 + 8) + 1;$$
$$32 = (1 + 2 + 4 + 8 + 16) + 1$$

Понятно, что и последнее, 64-е число этого ряда равно сумме 63 предыдущих плюс 1. Но мы уже знаем, что это последнее число приблизительно равно 8 квинтиллионам. Следовательно, сумма всех предыдущих чисел приблизительно равна 8 квинтиллионам, а общее число всех зерен, причитающихся изобретателю, приблизительно равно

16 000 000 000 000 000 000.

Этот результат, однако, заведомо меньше истинного – вспомните, что в каждом из 6 множителей мы откидывали 24 единицы (брали ровно 1000 вместо 1024). Точное вычисление дало бы результат

18 446 744 073 709 551 515.

Чтобы помочь вам ощутить «огромность» этого числа, замечу, что в кубическом метре (80-ведерной бочке) помещается 15 миллионов пшеничных

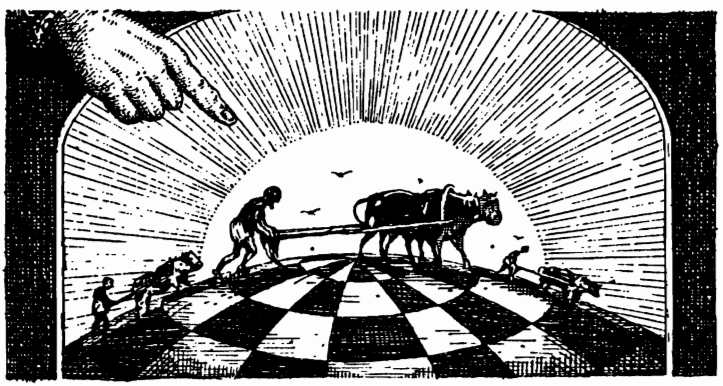
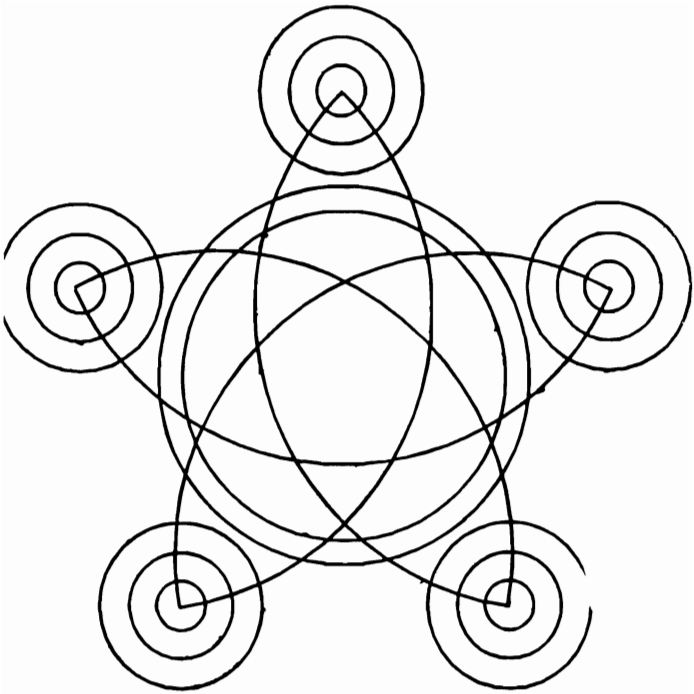


Рис. 157.

зерен. «Скромная награда» должна была занять объем около 12 000 000 000 000 кубических метров, или 12 000 кубических километров! Далее. Поверхность земного шара – всех его материков и океанов – равна 500 миллиардам квадратных метров. Поэтому, если рассыпать наше число зерен ровным слоем по всему миру, он имел бы толщину 12 : 500 = 0,024 м, или примерно $^1/_4$ см. Будь земной шар целиком превращен в сплошное пшеничное поле (для чего потребовалось бы осушить океаны, растопить полярные льды и оросить все пустыни), то урожай с него целиком пошел бы в награду изобретателю шахматной игры.

В заключение предлагаю читателю самому вычислить, цепочка какой длины получилась бы, если все эти зерна выложить в один ряд. На всякий случай сообщаю, что от Земли до Солнца 150 000 000 км, хотя не думаю, что с такой цепью зерен вы останетесь в пределах Солнечной системы.



Путешествия по кристаллу и непрерывное черчение

– Чем вас так заинтересовала эта муха на кристалле?

– Своим странным поведением: она ходит по кристаллу, право, не без системы. Посмотрите, она путешествует только по ребрам и не ступает по граням. Что за охота ей ходить по острым ребрам, когда рядом сколько угодно плоских мест?

– Мне кажется, дело довольно просто. Чем склеены у вас грани кристалла?

– Вы подозреваете, что в клее есть что-то сладкое, привлекающее муху? Кажется, вы правы; она действительно вылизывает хоботком ребра кристалла. Так вот почему она медленно и систематически переходит с одного ребра на другое!

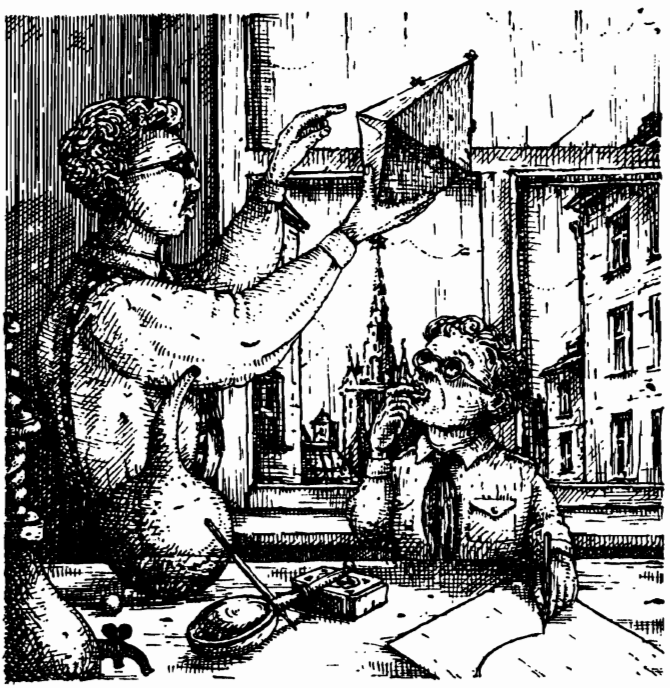


Рис. 158. *Муха на кристалле.*

– И при этом на практике решает интересную задачу: обойти многогранник по его ребрам, не посещая дважды ни одного ребра.

– Разве это возможно?

– В данном случае вполне: ведь этот кристалл – восьмигранник.

– Да, октаэдр. И что же?

– У него на каждой вершине сходятся 4 ребра.

– Разумеется. Но какое отношение это имеет к нашей задаче?

– Самое непосредственное. Задача обойти все ребра многогранника, и притом не более чем по одному разу, разрешима только для тех многогранников, у которых в каждой вершине сходится *четное число* ребер.

– Вот как! Я об этом не знал. Почему же?

– Почему в каждой вершине должно сходиться именно четное число ребер? Очень просто. Ведь в каждую вершину надо попасть и надо из нее уйти, причем прийти по одной дороге, а уйти по другой, значит, нужно, чтобы в ней сходилась *пара* ребер. Если же, путешествуя по кристаллу, вы попадете на вершину вторично, если к ней ведет еще и третье ребро, то должно иметься непременно и четвертое, чтобы вы могли уйти с этой вершины, а не очутиться в тупике. Другими словами, число ребер, сходящихся в каждой вершине, должно быть парное, т. е. четное. Если хотя бы одна вершина многогранника имеет нечетное число сходящихся в ней ребер, то на такую вершину вы, конечно, можете, исчерпав все ведущие к ней парные ребра, попасть по последнему неиспользованному ребру, но покинуть эту вершину вам уже не удастся: путешествие здесь поневоле оборвется.

– Но ведь я могу просто не воспользоваться этим ребром, раз оно заведомо ведет в тупик!

– Тогда вы не выполните другого условия нашего путешествия: пройти *по всем* ребрам без исключения.

– Позвольте, но может же случиться, что это ребро как раз последнее и единственное, еще не пройденное. Тогда нет вовсе надобности покидать его: оно и будет конечной целью путешествия.

– Совершенно правильно. И если бы в фигуре была только одна «нечетная» вершина, то вам нужно было бы избрать такой маршрут, чтобы вершина эта оказалась *последним этапом* – тогда вы разрешили бы задачу успешно. Или же *начать* движение с этой вершины – тогда вам не пришлось бы в нее возвращаться. Однако, фигур с одной «нечетной» вершиной не существует: таких вершин должно быть четное число – две, четыре, шесть и т.д.

– Это почему же?

– Вспомним о том, что каждое ребро соединяет две вершины. И если какая-нибудь вершина имеет ребро без пары, то оно должно упираться в какую-нибудь соседнюю вершину и там тоже быть непарным ребром.

– А если соседняя вершина и без этого ребра «нечетная»? Тогда новое ребро делает ее «четной», и наша «нечетная» вершина остается одинокой.

– Этого не может быть. Если без нашего ребра у соседней вершины сходится нечетное число ребер, то, значит, одно из ее непарных ребер соединено с какой-то другой вершиной, и следовательно, «нечетная» вершина еще будет найдена. Иначе говоря, если в фигуре имеется одна «нечетная» вершина, то непременно должна существовать и вторая. Число *«нечетных»* вершин не может быть нечетным. Поясню это еще и иным путем, пожалуй, более простым. Представьте, что вам нужно сосчитать число ребер в какой-то фигуре. Вы считаете ребра, сходя-

щиеся в одной вершине, прибавляете ребра, сходящиеся во второй, потом – в третьей и т. д. Когда вы все это сложите, что у вас получится?

– Двойное число ребер фигуры, потому что каждое ребро считалось дважды: ведь каждое ребро соединяет две вершины.

– Именно. Вы получите удвоенное число ребер. И если допустить, что в одной из вершин сходится нечетное число ребер, а во всех прочих – четное, то результатом сложения будет, конечно, число нечетное. Но может ли *удвоенное* целое число быть нечетным?

– Не может, конечно. Теперь мне совершенно ясно, что «нечетных» вершин во всякой фигуре должно быть две, четыре, т. е. обязательно четное число. Все же я думаю, что и кристалл с *двумя* «нечетными» вершинами возможно обойти. Пусть у нас имеется фигура с двумя «нечетными» вершинами. Что мешает начать путешествие именно в одной из этих точек и закончить в другой? Тогда не понадобится ни возвращаться в первую, ни уходить из последней. Путешествие будет выполнено с соблюдением всех требуемых условий.

– Правильно! В этом и состоит секрет успешного выполнения подобных путешествий, или – что то же самое – правило вычерчивания фигур одним росчерком пера. Если потребуется непрерывным движением начертить фигуру – безразлично, в плоскости или в пространстве, – то прежде всего внимательно ее рассмотрите и определите, имеются ли у этой фигуры «нечетные» вершины, т. е. такие, у которых встречается непарное число линий. Если подобных вершин в фигуре больше двух, то задача неразрешима. Если только две, то нужно начать вычерчивание в одной «нечетной» точке и закончить в другой. Если «нечетных» вершин вовсе нет, то можно начинать чертить из любой вершины, и всегда найдется способ

вычертить всю фигуру и вернуться в начальную точку. Каким путем вы в таком случае поведете перо – безразлично. Надо только заботиться о том, чтобы не вести линию к вершине, от которой нет больше пути, т. е. стараться не замыкать фигуру раньше времени. Вот пример: фигура в форме буквы Ф (рис. 159). Можно ли ее начертить одним росчерком пера?

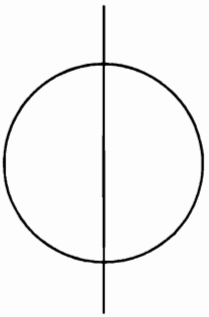


Рис. 159.

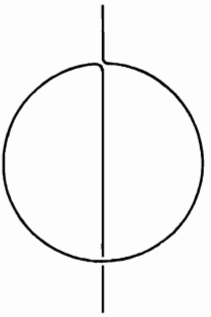


Рис. 160.

– В ней всего две «нечетные» вершины – концы «палки». Значит, начертить ее одним росчерком пера возможно. Но как?

– Нужно начать с одного конца «палки» и кончить другим (рис. 160).

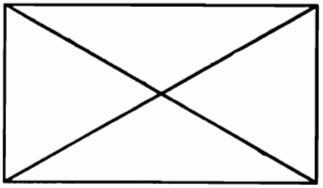


Рис. 161.

– В детстве я ломал голову над тем, чтобы начертить одним росчерком пера четырехугольник с двумя диагоналями (рис. 161). Мне этого никак не удавалось сделать.

– И не удивительно: ведь в этой фигуре 4 «нечетные» вершины – углы четырехугольника. Бесполезно даже ломать голову над этой задачей: она неразрешима.

– А что скажете вы о фигуре, изображенной на рис. 162?

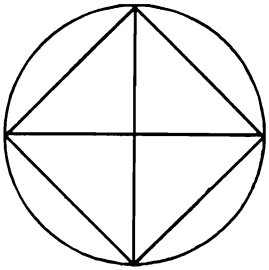


Рис. 162.

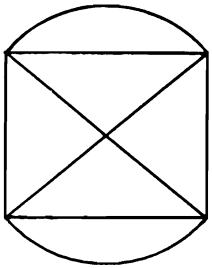


Рис. 163.

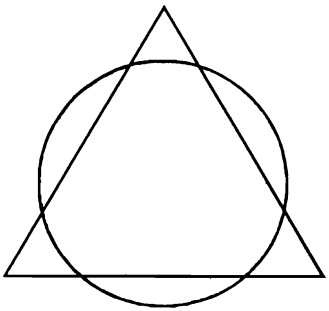


Рис. 164.

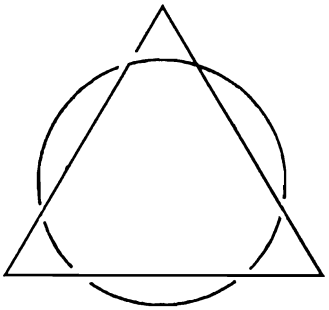


Рис. 165.

– Ее тоже нельзя начертить одной непрерывной линией, потому что у нее 4 вершины, в каждой из которых сходится по 5 линий, т. е. у нее 4 «нечетных» вершины. Зато легко начертить фигуры, показанные на рис. 163 и 164: у них все вершины «четные» (решение для второй фигуры см. на рис. 165). Теперь пе-

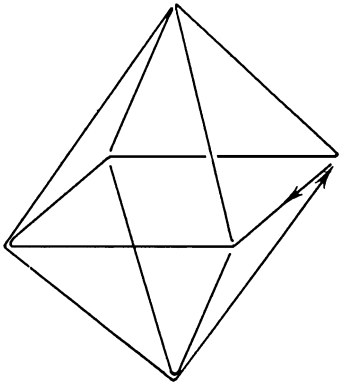


Рис. 166.

рейдем к той задаче, которую решает наша муха: обойти по одному разу все ребра октаэдра, не отрывая пера от бумаги. На каждой вершине этой фигуры сходятся 4 ребра; в ней вовсе нет «нечетных» вершин. Поэтому можно начать путешествовать с любой вершины – вы обязательно возвратитесь в исходную точку. Вот одно из возможных решений (рис. 166).

– А знаете, это интересный род головоломок! Дайте мне десяток подобных задач, я подумаю о них на досуге.

– Извольте.

Рис. 167.

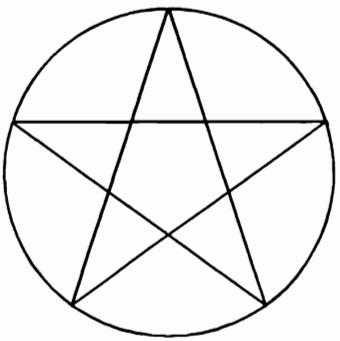


Рис. 168.

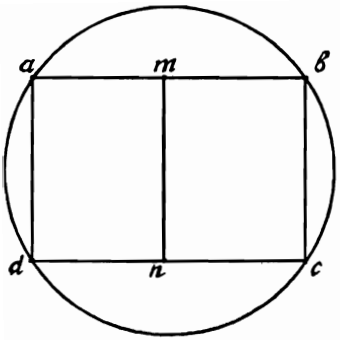


Рис. 169.

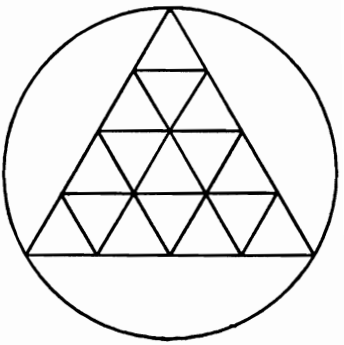


Рис. 170.

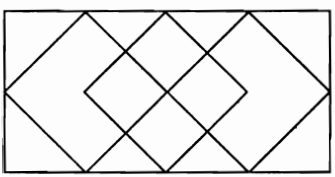


Рис. 171.

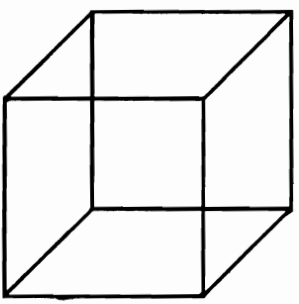


Рис. 172.

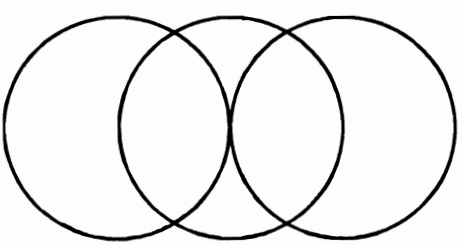


Рис. 173.

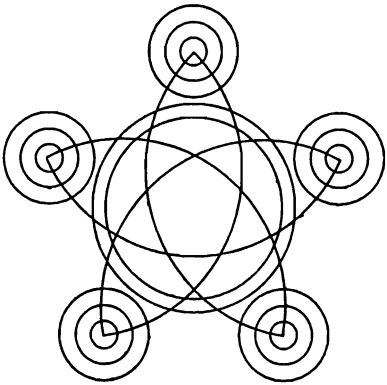


Рис. 174.

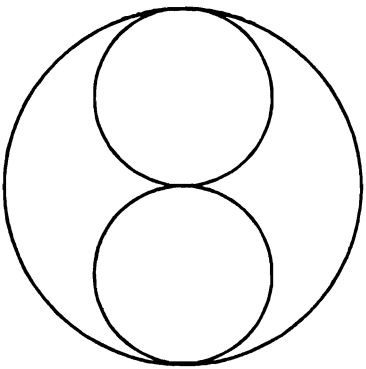


Рис. 175.

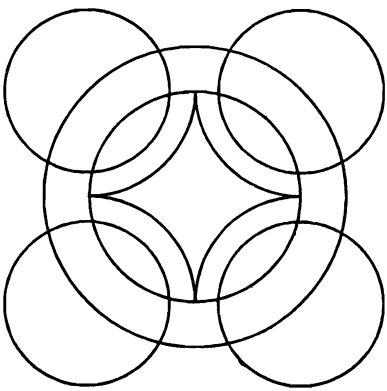


Рис. 176.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 161 – 170

Из фигур, представленных на рис. 167–176, безусловно, можно начертить непрерывной линией фигуры с рис. 168, 170, 171, 172–176. В этих фигурах во всех точках пересечения сходится четное число линий, следовательно, каждая точка может быть начальной, она же будет и конечной. Выполнение фигур показано на рис. 177–185.

Фигура на рис. 167 имеет только две «нечетные» точки – те места, где ручка молотка входит в головку: в этих точках сходится по 3 линии. Поэтому фигуру можно начертить непрерывной линией только в том случае, если начать из одной «нечетной» точки и кончить в другой.

То же относится и к фигуре на рис. 169: она содержит только две «нечетные» точки, m и n. Они и будут начальной и конечной точкой при черчении.

Фигура на рис. 172 имеет более двух «нечетных» точек, а потому ее совершенно невозможно начертить одной непрерывной линией.

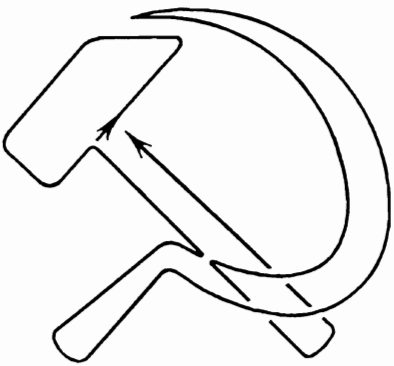


Рис. 177.

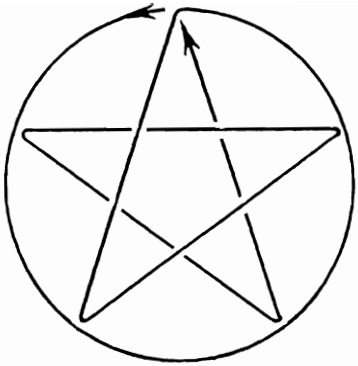


Рис. 178.

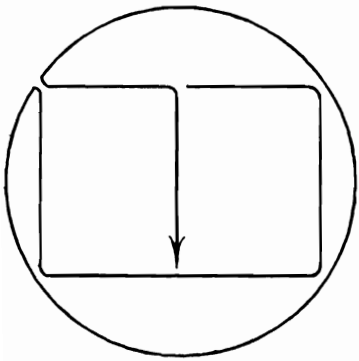


Рис. 179.

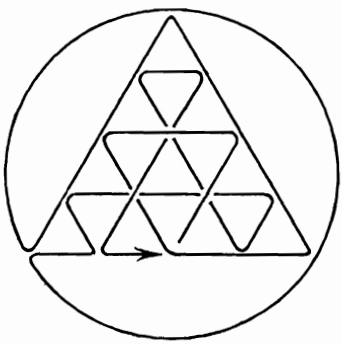


Рис. 180.

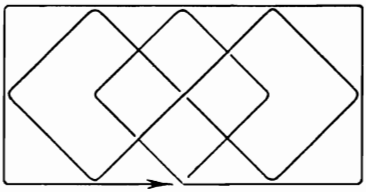


Рис. 181.

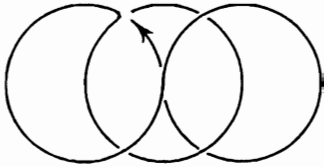


Рис. 182.

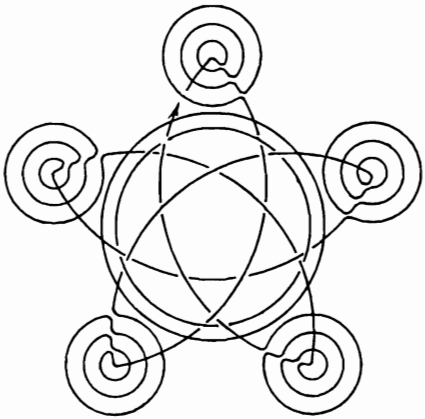


Рис. 183.

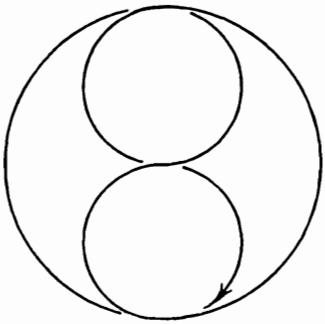


Рис. 184.

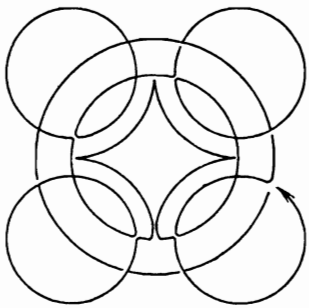


Рис. 185.

Десять разных задач

171. ГОРИЗОНТ

Часто приходится читать и слышать, будто одно из убедительных доказательств шарообразности Земли заключается в том, что линия горизонта повсюду имеет форму окружности, а коль скоро это так, отсюда делается вывод, что Земля наша должна быть шаром.

Подумайте, однако, какую форму имела бы линия горизонта, если бы Земля была не шарообразной, а плоской и бесконечно простиралась бы во все стороны?

172. ГДЕ И КОГДА?

Вам, вероятно, знаком бессмысленный стишок:

Рано утром, вечерком,
В полдень, на рассвете...

Неведомый слагатель этих стихов стремился выразить ими заведомую нелепость и подбирал слова, которые противоречили бы одно другому.

Между тем приведенная фраза не совсем бессмысленна; на Земле существуют места, где такое определение времени применительно к некоторому реальному моменту вполне верно.

Где и когда это бывает?

173. РОСТ ЭЗОПА*

«Уверяют, что Эзопова голова была длиной 7 дюймов, а ноги так длинны, как голова и половина туловища; туловище же равно длине ног с головою.

Спрашивается рост сего славного человека».

---

* Эта задача заимствована из старинного русского учебника математики Ефима Войтяховского, изданного в конце XVIII века.

174. ПЯТЬ ОБРЫВКОВ ЦЕПИ

Кузнецу принесли пять цепей, по три звена в каждой (рис. 186), и велели соединить их в одну цепь.

Прежде чем приняться за дело, кузнец стал думать о том, сколько колец понадобится для этого раскрыть и вновь заковать. Он решил, что четыре.

Нельзя ли, однако, выполнить ту же работу, раскрыв меньше колец?

Рис. 186. *Обрывки цепи.*

175. ЧЕТЫРЬМЯ ПЯТЕРКАМИ

Нужно выразить число 16 с помощью 4 пятерок, соединяя их знаками арифметических действий. Как это сделать?

176. ВИШНЯ

Мякоть вишни окружает ее косточку слоем толщиной в косточку. Будем считать, что и вишня, и косточка имеют форму шариков. Сообразите в уме, во сколько раз объем сочной части вишни больше объема косточки?

177. ДЫНИ

Продаются две дыни. Одна – окружность 72 см – стоит 40 рублей. Другая – окружность 60 см – стоит 25 рублей.

Какую дыню выгоднее купить?

178. УДИВИТЕЛЬНАЯ ЗАТЫЧКА

В доске выпилены три отверстия: одно – квадратное, другое – круглое, третье – в форме креста (рис. 187).

Нужно изготовить затычку такой формы, чтобы она годилась для всех этих отверстий.

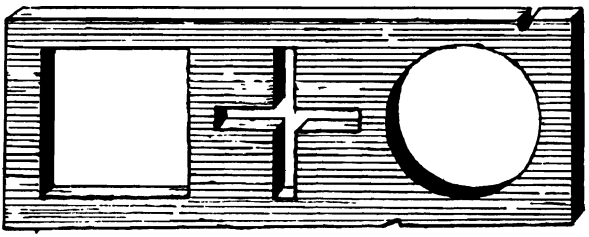


Рис. 187. *Какой затычкой можно заткнуть все эти дыры?*

Вам кажется, что такой затычки быть не может: отверстия чересчур разнообразны по форме. Могу вас уверить, что подобная затычка существует. Попытайтесь найти ее.

179. МОДЕЛЬ БАШНИ ЭЙФЕЛЯ

Башня Эйфеля в Париже, высотой 300 м, из железа, которого пошло на нее 8 000 000 кг. У моего знакомого есть точная модель знаменитой башни, весящая всего только один килограмм.

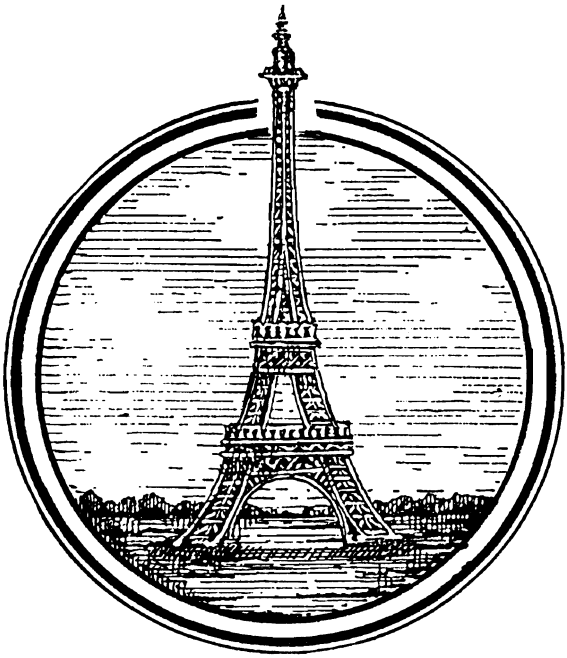


Рис. 188.

Какой она высоты? Выше стакана или ниже?

180. МУХА НА ЛЕНТЕ

Я взял длинную бумажную ленту, с одной стороны красную, с другой – белую, склеил ее концы и получившееся бумажное кольцо положил на стол.

Мое внимание привлекла муха, севшая на красную сторону ленты и начавшая странствовать по ней. Я стал следить за ее путешествием вдоль ленты и, к изумлению, заметил, что, побродив немно-

го по ленте, она очутилась на противоположной, белой стороне, хотя все время оставалась на ленте и ни разу не переползла через ее край. Продолжая следить за мухой, я вскоре увидел, что она снова оказалась на красной стороне ленты, хотя – могу это утверждать – не покидала ленты, не переступала и не перелетала через ее края.

Не объясните ли вы, как могло это случиться?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 171 – 180

171. Даже если бы Земля была совершенно плоской, линия горизонта была бы окружностью!

Действительно, что такое горизонт? Воображаемая линия, по которой небесный свод пересекается с Землей. Но небесный свод имеет форму шаровой поверхности. По какой же другой линии шаровая поверхность может пересекаться с плоскостью, как не по окружности.

Итак, круглая форма горизонта сама по себе еще не доказывает, что Земля кругла!

172. Где? – За полярным кругом.

Когда? – 21 декабря, около 12 часов дня, когда зимнее солнце лишь на мгновение показывается над горизонтом, чтобы тотчас же скрыться снова.

Действительно, тот момент есть «утро», так как совпадает с восходом солнца, но в то же время и вечер, так как совпадает с заходом солнца. Безусловно, это и полдень – 12 часов дня, и, конечно, рассвет, так как, пока солнце еще не выйдет над горизонтом, длится утренняя заря. Итак, это – «рано утром, вечерком, в полдень, на рассвете».

173. Мы знаем из условия задачи, что длина ног Эзопа равна 7 дюймам (голова) плюс длина половины туловища. Известно еще, что длина тулови-

ща равна длине ног плюс 7 дюймов, откуда длина ног равна длине туловища без 7 дюймов. Значит,

$^1/_2$ длины туловища + 7 дюймов =
= длина туловища – 7 дюймов.

Таким образом, туловище длиннее $^1/_2$ туловища на 14 дюймов, откуда $^1/_2$ туловища равна 14 дюймам, а все туловище – 28 дюймам. Прибавив длину головы и ног, т. е. туловища, равного 28 дюймам, получим рост Эзопа: 56 дюймов, или 2 аршина.

174. Достаточно разогнуть *три кольца* одной цепи, и полученными кольцами можно соединить концы остальных четырех.

175. Существует только один способ:

55 : 5 + 5 = 16.

176. Толщина слоя мякоти равна поперечнику косточки. Значит, поперечник вишни в 3 раза больше поперечника косточки. Отсюда объем вишни больше объема косточки в $3 \times 3 \times 3 = 27$ раз. И следовательно, объем мякоти больше объема косточки в $27 - 1 = 26$ раз.

177. Окружность большой дыни (72 см) превышает окружность меньшей (60 см) в $^{24}/_{20}$, т. е. в $1^1/_5$ раза. Таково же и отношение ее поперечника к поперечнику меньшей дыни. Значит, по объему первая дыня больше второй в

$$1^1/_5 \times 1^1/_5 \times 1^1/_5 = \frac{6 \times 6 \times 6}{5 \times 5 \times 5} = \frac{216}{125} \text{ раз.}$$

Если меньшая дыня стоит 25 рублей, то большая должна стоить 25 × 216 : 125 = 216 : 5 = = 43 руб. 20 коп., между тем ее продают всего за 40 руб. Ясно, что ее купить выгоднее, чем меньшую.

178. Затычка искомой формы изображена на рис. 189. Вы можете заткнуть ею и квадратное, и круглое, и крестообразное отверстие.

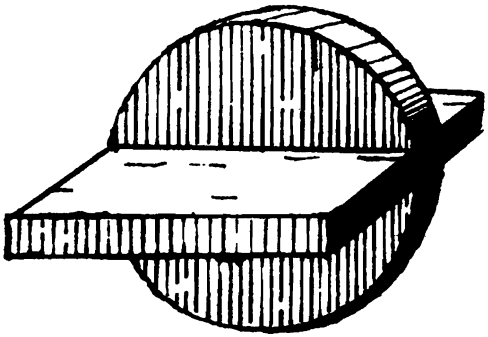


Рис. 189.

179. Модель весом 1 кг гораздо выше стакана, потому что, как это ни неожиданно, она имеет высоту $1^1/_2$ метра! В самом деле, модель меньше самой башни по объему во столько раз, во сколько 1 кг меньше 8 000 000 кг, т. е. в 8 000 000 раз. Значит, высота модели меньше высоты башни в такое число раз, которое, будучи дважды умножено само на себя, составит 8 000 000. Этому условию удовлетворяет число 200. Разделив высоту Эйфелевой башни, 300 м, на 200, получим $1^1/_2$ м. Результат довольно странный. Полутораметровое железное изделие весит всего 1 кг. Это объясняется тем, что Эйфелева башня, при своих больших размерах, сооружение необыкновенно легкое, как говорят, ажурное.

180. Загадка объясняется тем, что один конец ленты, прежде чем приклеить его к другому, один

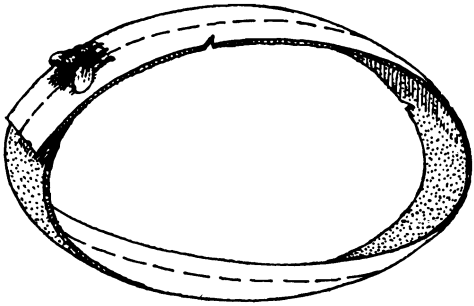


Рис. 190.

раз повернули. Легко убедиться на опыте, что тогда получается кольцо, ползая по которому, муха может обойти обе его стороны, ни разу не переступая через кра́я.

Еще десять задач

181. КТО БОЛЬШЕ?

Двое человек считали в течение часа всех прохожих, которые проходили мимо них по тротуару. Один из считавших стоял у ворот дома, другой – прохаживался вперед и назад по тротуару.

Кто насчитал больше прохожих?

182. ВОЗРАСТ МОЕГО СЫНА

Сейчас мой сын моложе меня втрое. Но пять лет назад он был моложе меня в четыре раза. Сколько ему лет?

183. СОСТЯЗАНИЕ

Две парусные лодки участвуют в состязании: требуется преодолеть 24 версты туда и обратно в кратчайшее время. Первая лодка прошла весь путь с равномерной скоростью 20 верст в час; вторая двигалась туда со скоростью 16 верст в час, а обратно – со скоростью 24 версты в час.

Победила на состязании первая лодка, хотя, казалось бы, вторая лодка должна была при движении в одном направлении отстать от первой ровно на столько, на сколько она опередила ее на обратном пути и, следовательно, прийти одновременно с первой. Почему же она проиграла?

184. ПО РЕКЕ И ПО ОЗЕРУ

Плывя вниз по реке, гребец преодолевает 5-верстное расстояние за 10 мин. Возвращаясь, он про-

плывает то же расстояние за один час. Следовательно, 10 верст он проплывает за 1 ч 10 мин.

А сколько времени ему понадобится, чтобы проплыть 10 верст в стоячей воде озера?

185. ОТ ЭНСКА ДО ИКСГРАДА

Плывя по течению, пароход делает 20 верст в час; плывя *против* течения – всего 15 верст в час. На путь от пристани г. Энска до пристани г. Иксграда он затрачивает на 5 часов меньше, чем на обратный путь.

Как далеко от Энска до Иксграда?

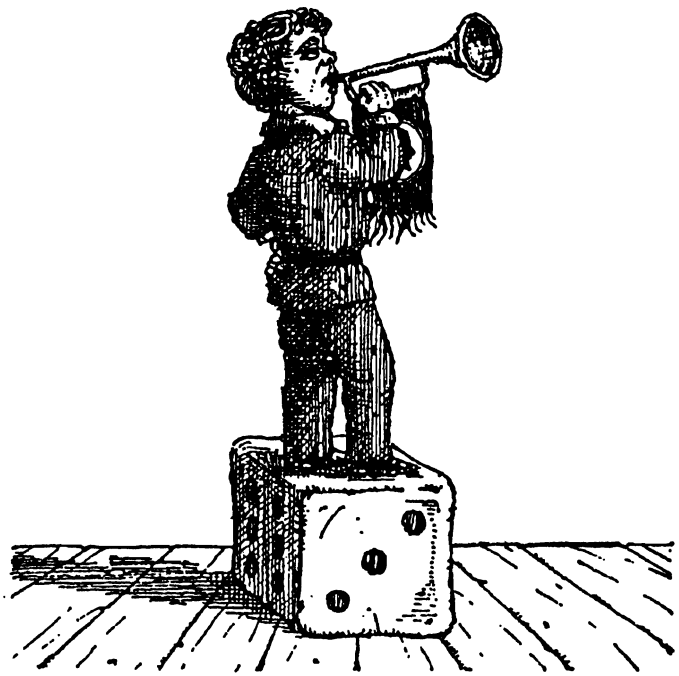


Рис. 191.

186. ВСМЯТКУ И ВКРУТУЮ

Хозяйка сварила 5 яиц: два вкрутую и три всмятку. Но она забыла отметить, какие именно яйца сварены вкрутую и какие всмятку, и подала их к столу на одном блюде.

Вы наудачу берете с блюда два яйца. Стоит ли биться о заклад, ставя один рубль против пяти, что вам попадутся оба крутых яйца?

187. ИГРАЛЬНАЯ КОСТЬ

Вот игральная кость (рис. 191): кубик с обозначенными на его гранях очками от 1 до 6. Петр бьется о заклад, что если бросить кубик 4 раза подряд, он упадет единицей кверху только один раз.

Владимир же утверждает, что единица при четырех бросках либо совсем не выпадет, либо же выпадет больше одного раза.

У кого из них больше шансов выиграть спор?

188. СЕМЕРО ДРУЗЕЙ

У одного человека было 7 друзей. Первый посещал его каждый вечер, второй – каждый второй вечер, третий – каждый третий вечер, четвертый – каждый четвертый вечер и т.д. до седьмого друга, который являлся каждый седьмой вечер.

Часто ли случалось, что этого человека в один и тот же вечер навещали все семеро друзей?

189. ПРОДОЛЖЕНИЕ ПРЕДЫДУЩЕЙ

В те вечера, когда друзья собирались все вместе, хозяин угощал их вином, и приятели чокались друг с другом попарно.

Сколько раз при этом звучали бокалы, сталкиваясь между собой?

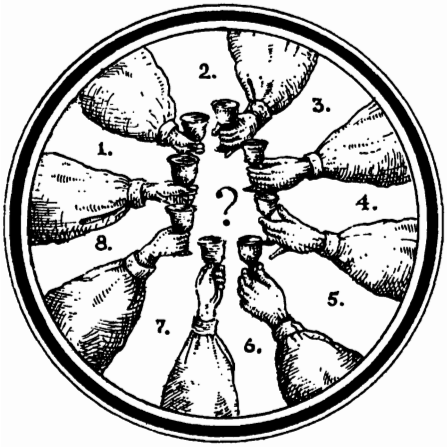


Рис. 192.

190. ОСНОВАНИЕ КАРФАГЕНА

Об основании древнего города Карфагена существует следующее предание. Дидона, дочь тирского царя, потеряв мужа, убитого ее братом, бежала в Африку и высадилась со многими жителями Тира на ее северном берегу. Здесь она купила у нумидийского царя столько земли, «сколько занимает воловья шкура». Когда сделка состоялась, Дидона разрезала воловью шкуру на тонкие ремешки и окружила ими участок земли. Благодаря такой уловке она получила участок, достаточный для сооружения крепости. Так, гласит предание, возни-

кла крепость Карфаген, вокруг которой впоследствии был построен город.

Попробуйте вычислить, какую площадь могла занимать крепость, если считать, что воловья шкура имеет поверхность 4 м^2, и принять ширину ремешков, на которые Дидона ее изрезала, равной одному миллиметру.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 181 – 190.

181. Оба насчитали одинаковое число прохожих. Действительно, тот, кто стоял у ворот, считал следовавших в обе стороны, зато тому, кто ходил, навстречу попалось вдвое больше людей.

182. Если сын теперь втрое моложе отца, то отец старше его на удвоенный возраст. Но и пять лет назад он был, конечно, старше сына на утроенный *нынешний* возраст сына. С другой стороны, так как тогда отец был старше сына в 4 раза, то он был старше его на утроенный *тогдашний* возраст сына. Следовательно, удвоенный *нынешний* возраст сына равен его утроенному *прежнему* возрасту или, что то же самое, сын теперь в $1^1/_2$ раза старше, чем был 5 лет назад. Отсюда легко сообразить, что 5 лет – это половина прежнего возраста сына и, значит, пять лет назад ему было 10 лет, а теперь – 15.

Итак, сыну теперь 15 лет, отцу 45. Пять лет назад отцу было 40 лет, а сыну 10, т. е. вчетверо меньше.

183. Вторая лодка опоздала потому, что двигалась со скоростью 24 версты в час меньше времени, чем со скоростью 16 верст в час. Действительно, со скоростью 24 версты в час она двигалась 24 : 24 = 1 час, а со скоростью 16 верст в час

$24 : 16 = 1^1/_2$ часа. Поэтому на пути туда лодка потеряла времени больше, чем выгадала на обратном.

184. По течению гребец плывет со скоростью полверсты в минуту, против течения – со скоростью $^1/_{12}$ версты в минуту. В первую скорость включена скорость самого течения, у второй она вычтена. Следовательно,

$$(^1/_2 + {}^1/_{12}) : 2,$$

$$\text{т. е. } {}^7/_{12} : 2 = {}^7/_{24} \text{ версты в час}$$

– это собственная скорость гребца.

И значит, в стоячей воде гребец преодолеет 10 верст за

$$10 : {}^7/_{24} = 34^2/_7 \text{ минуты.}$$

Обычный ответ: в озере гребец проплывет 10 верст за то же время, что и в реке, так как потеря скорости будто бы восполняется выигрышем ее – совершенно не верен (см. предыдущую задачу).

185. Плывя по течению, пароход делает 1 версту в 3 минуты; плывя против течения – 1 версту в 4 мин. На каждой версте пароход в первом случае выгадывает 1 мин. А так как на всем расстоянии он выгадывает во времени 5 ч, или 300 мин, то, следовательно, от Энска до Иксграда 300 верст.

Действительно,

$$300 : 15 - 300 : 20 = 20 - 15 = 5.$$

186. Для удобства перенумеруем яйца:

крутое № 1..... К1
крутое № 2..... К2
всмятку № 1..... С1
всмятку № 2..... С2
всмятку № 3..... С3

Из этих яиц можно составить следующие 10 пар:

К1К2	*К2С1*	*С1С2*
К1С1	*К2С2*	*С1С3*
К1С2	*К2С3*	*С2С3*
К1С3		

Мы видим, что только одна пара – первая – состоит из крутых яиц, остальные 9 не дают требуемого сочетания. Значит, у вас только 1 шанс из 10 взять пару крутых яиц; в остальных 9 случаях из 10 вы проигрываете. И если вы ставите 1 руб., то ваш партнер, имеющий 9 шансов из 10 выиграть, должен для уравнения шансов поставить не 5, а 9 рублей.

187. При четырех бросаниях число всевозможных положений игральной кости равно $6 \times 6 \times 6 \times \times 6 = 1296$. Допустим, что при первом бросании выпало единичное очко. Тогда при трех следующих бросаниях число всевозможных положений кубика, благоприятных для Петра (т. е. число выпаданий любых очков, кроме единичного), равнялось $5 \times 5 \times 5 = 125$. Для Петра также возможно 125 благоприятных расположений, если единичное очко выпадает только при втором, только при третьем или только при четвертом бросании. Итак, существует $125 + 125 + 125 + 125 = 500$ различных возможностей того, что единичное очко при четырех бросаниях появится один и только один раз. Неблагоприятных же возможностей имеется $1296 - 500 = 796$ (так как таковыми являются все остальные случаи).

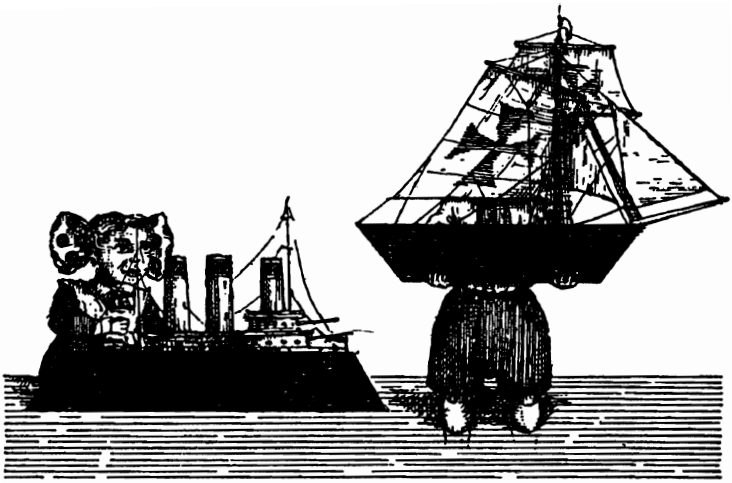
Мы видим, что у Владимира шансов выиграть больше (796 против 500), чем у Петра.

188. Нетрудно сообразить, что все семь друзей могли одновременно встречаться у хозяина через такое число дней, которое делится и на 2, и на 3, и на 4, и на 5, и на 6, и на 7. Наименьшее из таких

чисел есть 420. Следовательно, друзья собирались вместе только один раз в 420 дней (14 месяцев).

189. Каждый из восьми присутствующих (хозяин и 7 его друзей) чокается с 7-ю остальными; всего сочетаний по два имеется $8 \times 7 = 56$. Но каждая пара учитывалась дважды (например, пары 3-й гость с 5-м и 5-й с 3-м рассматривались как разные). Следовательно, бокалы звучали $56 : 2 = 28$ раз.

190. Если площадь воловьей шкуры 4 м^2 или 4 000 000 мм^2, а ширина ремня 1 мм, то общая длина вырезанного ремня (если Дидона вырезала его из шкуры по спирали) – 4 000 000 мм, т. е. 4000 м, или 4 км. Таким ремнем можно окружить квадратный участок площадью 1 км^2.



Обманы зрения

191. ДВЕ ДУГИ

На рис. 193 изображены две дуги с короткими штрихами. Которая дуга сильнее изогнута: верхняя или нижняя?

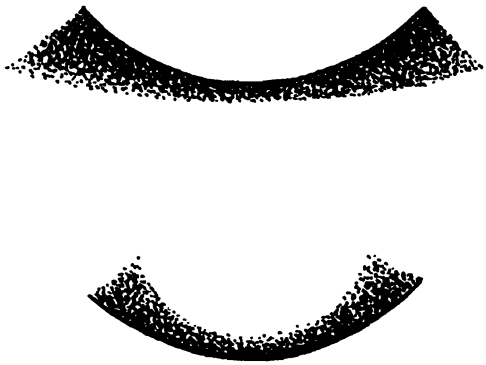


Рис. 193. *Что кривее?*

192. ТРИ ПОЛОСКИ

Какая из трех бумажных полосок, изображенных на рис. 182, самая длинная?

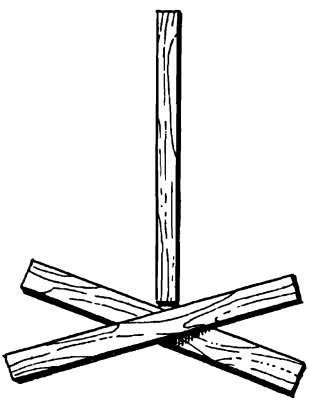


Рис. 194. *Что длиннее?*

193. ДВА КОРАБЛЯ

Перед вами (рис. 195) два корабля: пароход и парусник. У кого из них палуба длиннее?

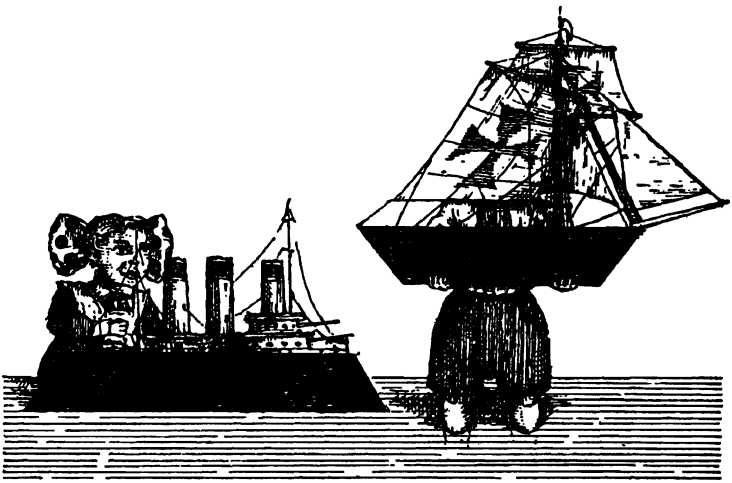


Рис. 195. *Равны ли палубы?*

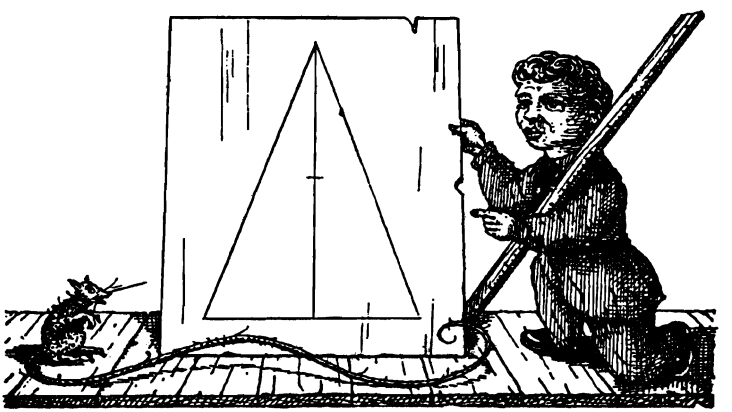


Рис. 196. *Где середина?*

194. ГДЕ СЕРЕДИНА?

Школьника спросили, где находится середина высоты начерченного здесь треугольника (рис. 196). Он указал место, обозначенное на фигуре черточкой. Поправьте мальчика, определив середину на глаз, а затем проверьте его и себя, линейкой.

195. ДВА ПРЯМОУГОЛЬНИКА

Школьник начертил два прямоугольника, пересеченные прямой линией, и утверждал, что эти прямоугольники равны (рис. 197). Почему он думал, что они равны?

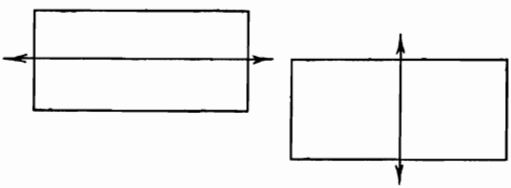


Рис. 197. *Одинаковы ли эти прямоугольники?*

196. ШЛЯПА ИНОСТРАНЦА

Я показывал своим знакомым картинку, представленную здесь на рис. 198, и они утверждали, что прямоугольник, описанный около шляпы иностранца, имеет форму квадрата. В чем их ошибка?

197. ПРОДОЛЖИТЬ ЛИНИЮ

Если продолжить прямую линию *ab* (рис. 199), то куда она упрется: выше точки *c* или ниже?

Рис. 198.
Квадрат ли здесь?

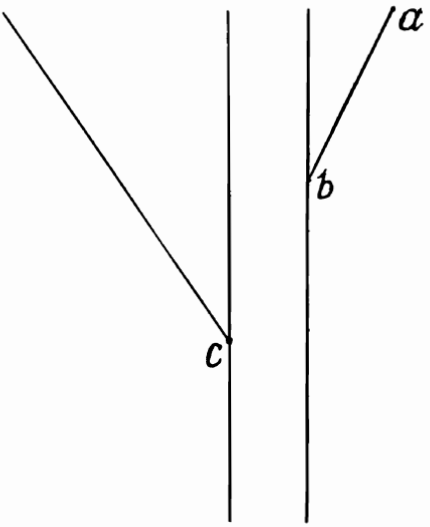


Рис. 199.
Куда упрется линия?

198. ЧТО ДЛИННЕЕ?

Какая из линий *ab*, *cd* и *ef* (рис. 200) самая длинная?

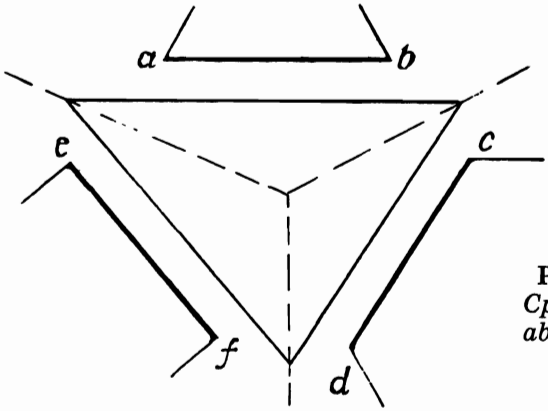


Рис. 200. *Сравните ab, cd и ef.*

199. ПОМЕСТИТСЯ ЛИ?

Поместится ли в промежутке между AB и CD (рис. 189) изображенный здесь кружок?

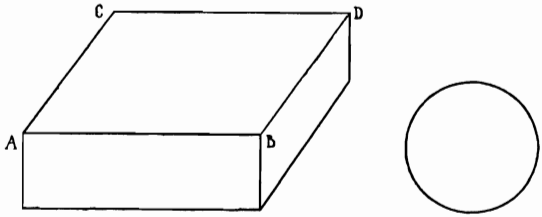


Рис. 201. *Поместится ли кружок между AB и CD?*

200. ДВА КРУЖКА

На рис. 202 вы видите два заштрихованных кружка, которые кажутся одинаковых размеров. Однако вы натренировали свой глазомер предыду-

щими упражнениями и, конечно, не попадете впросак.

Вам нетрудно будет ответить на вопрос: какой кружок больше?

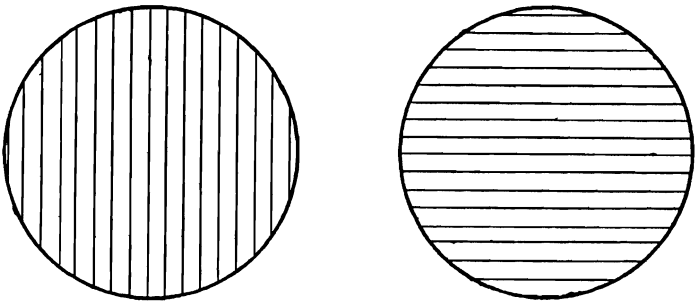


Рис. 202. *Какой кружок больше?*

ОТВЕТЫ НА ЗАДАЧИ 191 – 200

191. Обе дуги одинаковы.

192. Все полоски одинаковой длины.

193. Палубы у обоих кораблей имеют одинаковую длину.

194. Середина указана правильно.

195. Потому что они действительно равны.

196. Ошибки нет: фигура вокруг шляпы квадрат.

197. Прямая упрется в точку С.

198. Все три линии одинаковой длины.

199. Нет, не поместится.

200. Это тоже задача-ловушка. Кружки равны.

О КНИГЕ И ЕЕ АВТОРЕ

Судьба «Веселых задач» – в более позднем варианте «Для юных математиков» – замечательного отечественного педагога и популяризатора науки Якова Исидоровича Перельмана (1882–1942) сложилась своеобразно и удивительно. Первоначальный вариант первой сотни задач под названием «Веселые задачи. 101 головоломка для юных математиков» вышла в 1916 г. четырехтысячным тиражом в петроградском товариществе, основанном известным российским журналистом, книгоиздателем, книготорговцем и собирателем книг Алексеем Сергеевичем Сувориным (1834–1912). К 1919 г. были выпущены еще два издания общим тиражом 40 000 экземпляров. Книга Я. И. Перельмана, к тому времени ставшего «тем самым» Перельманом, который написал «Занимательную физику», нашла своего читателя, несмотря на все тяготы и невзгоды Первой мировой войны и революционных потрясений, и имела поистине ошеломляющий успех.

В 1924 г. ленинградское культурно-просветительское издательство «Начатки знаний» выпускает обновленный вариант «Веселых задач». Теперь книга называлась «Для юных математиков. Первая сотня головоломок». За 2 года она выдержала 3 издания! В том же году в издательстве «Начатки знаний» вышла новая книга Я. И. Перельмана:

«Для юных математиков. Вторая сотня головоломок». Эта книга состояла с первой в «духовном родстве», но была совершенно независима от нее и не требовала знания задач из первой книги.

Затем наступает долгое и незаслуженное забвение, особенно тягостное на фоне десятков стереотипных изданий других книг великого мастера, – забвение, нарушаемое только сейчас. Предлагаемое вниманию читателя издание вместило под одной обложкой обе перельмановские книги. Нужно сказать, что столь же загадочное забвение постигло и другую «загадочную» книгу Я. И. Перельмана «Знаете ли вы физику?», выпущенную в 1934 и 1935 гг. Государственным изда-

тельством научно-технической литературы и ставшую недоступной для многих читателей последующих поколений. Третье издание было осуществлено главной редакцией физико-математической литературы издательства «Наука» только в 1992 г.

Подобно молодому Чехову, утверждавшему, что сюжеты его юмористических рассказов роятся вокруг чернильницы, неистощимый на выдумку Перельман, верный своему девизу «Необычное в обычном», черпал темы своих задач-миниатюр в повседневной жизни, известных литературных произведениях. Он задает читателю простые, но каверзные вопросы, привлекает его внимание к вещам обыденным, неоднократно виденным, но так и оставшимся незамеченными; исподволь, искусно побуждает читателя к самостоятельным размышлениям, оценкам и выводам. И все это – в увлекательной игровой манере, как бы шутя, без тени назидательности и превосходства. Недаром многие миллионы благодарных читателей считали Я. И. Перельмана своим учителем, почтительно именуя его профессором.

Задачи Я.И. Перельмана не устарели и не утратили своего значения за те восемьдесят лет, которые отделяют нас от последних изданий. Помимо уникального таланта автора это объясняется выбором приемов, используемых им для решения задач. Дело в том, что Я. И. Перельман не стремился популяризовать науку в ее полном объеме, сосредоточивая внимание читателя на ограниченном, но чрезвычайно важном участке знаний – элементарных основах науки, наиболее трудных для усвоения и наиболее важных для истинного владения предметом. И эти элементарные основы наук в современной школе, как и восемьдесят лет назад, часто «проходят», не постигая сути дела. Но было бы неверно сказать, что Я. И. Перельман восполняет досадные пробелы школьного образования: он решает и несравненно более высокую задачу – пробуждает в читателе способность удивляться, радоваться тому необычному, что в изобилии окружает нас со всех сторон.

Ю. Данилов

Содержание

Обманы зрения

Десять затруднительных положений

Искусное разрезание и сшивание

Десять замысловатых задач

Десять задач о Земле и небе

Фокусы и игры

Геометрические силуэты

Задачи из «Путешествия Гулливера»

Задачи со спичками

Вес и взвешивание

Задачи с квадратами

Задачи о часах

Неожиданные подсчеты

Путешествия по кристаллу и непрерывное черчение

Десять разных задач

Еще десять задач

Обманы зрения