ГОДФРИ ГАРОЛЬД ХАРДИ

АПОЛОГИЯ МАТЕМАТИКА

ИЗДАТЕЛЬСТВО АСТ
МОСКВА

УДК 51
ББК 22.1
Х20

Серия «Эксклюзивная классика»

Перевод с английского *Ю. Каллистратовой*
Серийное оформление *А. Фереза, Е. Ферез*
Компьютерный дизайн *В. Воронина*

Харди, Годфри Гарольд.
Х20 Апология математика / Годфри Гарольд Харди ; [перевод с английского Ю. Каллистратовой]. — Москва : Издательство АСТ, 2022. — 160 с. – (Эксклюзивная классика).

ISBN 978-5-17-145796-9

Прекрасны могут быть люди и животные, растения, здания, произведения искусства, но может ли быть прекрасна математика?

Годфри Харди, называвший свою профессию чистой математикой, оставил миру замечательную и до сих пор пользующуюся популярностью у увлеченных точными науками людей всего мира работу «Апология математика», посвященную своеобразной «философии математики» — чистой науки, блестящей игры разума, свободного полета интеллектуального воображения, которые автор сравнил с вдохновением поэта, художника или шахматиста.

Главным объектом его восхищения, его музой, становится теория чисел — «математика для математики», научный аналог издавна любимого британцами «чистого искусства». Математика, лишенная прикладной «тривиальности» и «уродства» и прекрасная, помимо прочего, еще и тем, что не способна принести человечеству вред.

УДК 51
ББК 22.1

ISBN 978-5-17-145796-9

Посвящается ДЖОНУ ЛОМАСУ,
по чьей просьбе я это написал

Предисловие Ч. П. Сноу*

Вечер в профессорской трапезной колледжа Христа протекал вполне обычно, если не считать того, что за высоким столом** с нами ужинал Харди. Он буквально накануне вернулся в Кембридж в качестве почетного профессора, и я уже был наслышан о нем от молодых университетских математиков. Возвращение Харди привело их в полный восторг: его называли «настоящим» математиком — не таким, как все эти дираки и боры***, которых на каждом шагу

---

* Чарльз Перси Сноу, барон Сноу (1905–1980) — английский писатель-реалист, физик, химик и государственный деятель. С 1930 года, получив в 25 лет степень доктора философии за работы по спектроскопии, преподавал в Колледже Христа, одном из старейших колледжей Кембриджского университета. Является автором детективного романа «Смерть под парусом», экранизированного в 1976 году. — *Здесь и далее примеч. пер.*

** Высокий стол — стол на некотором возвышении в трапезной для профессоров и членов колледжа.

*** Производные от фамилий двух знаменитых физиков-теоретиков, нобелевских лауреатов Поля Дирака (1902–1984) и Нильса Бора (1885–1962).

восхваляют физики. Харди слыл чистейшим из теоретиков. К тому же за ним закрепилась репутация человека неортодоксального и эксцентричного — радикала, не боящегося говорить на любые темы. Тогда, в 1931 году, понятие «звездность» еще не вошло в обиход; позже его несомненно назвали бы звездой.

Я изучал именитого гостя с дальнего конца стола. В свои пятьдесят с небольшим Харди выглядел великолепно. Седые волосы, выгоревшее на солнце лицо, как у краснокожих индейцев, высокие скулы, тонкий нос — он казался возвышенным и строгим, и при этом способным на какое-то внутреннее озорство. Его карие глаза блестели, как у птицы, — такие нередко можно встретить у людей, наделенных способностью абстрактно мыслить. В то время Кембридж изобиловал необычными и яркими личностями, а Харди, по-моему, заметно выделялся даже среди них.

Не вспомню точно, во что он был одет. Не исключено, что под мантией скрывались серые фланелевые брюки и спортивный джемпер. Одевался Харди, подобно Эйнштейну, как ему вздумается, однако, в отличие от Эйнштейна, был не прочь разнообразить повседневную одежду дорогими, со вкусом подобранными шелковыми рубашками.

После ужина, когда мы расположились в общей гостиной с бокалами вина, кто-то сказал, что Харди хотел поговорить со мной о крикете. Я получил должность в колледже всего лишь годом раньше, но в узком университетском кругу пристрастия коллег быстро становились известны всем и каждому. Меня подвели к нему, но не представили. Впоследствии я узнал, что Харди был крайне застенчив и избегал всяческих формальностей, особенно страшась официальных представлений. Он просто кивнул мне, тем самым как бы закрепив факт нашего знакомства, и без предисловий спросил: «А правда, что вы разбираетесь в крикете?»

Я ответил утвердительно, после чего немедля подвергся достаточно жесткому устному экзамену: играю ли я сам? Каков мой уровень? Интуитивно поняв, что Харди боялся нарваться на типичного для академических кругов «знатока», который досконально изучил литературу по теме, но никогда толком не играл, я поспешил заверить его в своих достижениях. По-видимому, ответ его отчасти удовлетворил, и он перешел к вопросам о тактике. Кого бы я выбрал капитаном в последнем тестовом матче прошлого (1930) года? Если бы в качестве героя-спасителя Англии избрали

Сноу, какой тактики и стратегии я бы придерживался? («Поставьте себя на место неиграющего капитана, если вам мешает скромность».) Он продолжал в том же духе, не обращая никакого внимания на остальных присутствующих, всецело поглощенный нашей с ним беседой.

Впоследствии я неоднократно убеждался, что Харди не доверял ни интуиции, ни впечатлениям — ни своим, ни чужим. Единственным способом убедиться в чьих-то познаниях, по мнению Харди, было проэкзаменовать человека. Это относилось к математике, литературе, философии, политике, к чему угодно. Если человек блефовал, а после тушевался перед вопросом, Харди незамедлительно делал для себя выводы. Его блестящий пытливый ум четко расставлял приоритеты.

В тот вечер в профессорской гостиной он поставил себе целью выяснить, подходящий ли я партнер по крикету. Остальное не имело значения. Под конец разговора он улыбнулся совершенно обворожительно, по-детски открыто, и сказал, что, пожалуй, его следующий сезон на «Феннерс» (университетские площадки для крикета в Кембридже) обещает быть сносным. Это означало, что я могу надеяться на более адекватные беседы в будущем.

Итак, своей дружбой с Харди я обязан тому, что в молодости не жалел времени на крикет. Не уверен, можно ли извлечь из этого некий урок, но точно знаю, что мне неимоверно повезло. В интеллектуальном плане дружба с ним стала самой ценной в моей жизни. Как я уже упоминал, этот человек обладал блестящим и пытливым умом: рядом с ним другие выглядели глупее, зауряднее, казались сбитыми с толку. Он не был гением, как Эйнштейн и Резерфорд. Сам Харди, с присущей ему безапелляционностью, говорил, что, если слово «гений» вообще что-либо значит, он себя к таковым не причислял. В лучшем случае, по его мнению, он мог претендовать на пятое место среди лучших мировых математиков-теоретиков. И поскольку красотой и прямотой отличался не только его ум, но и характер, Харди всегда подчеркивал, что его соавтор Литлвуд* куда более сильный математик, чем он сам, и признавал в своем протеже Рамануджане** гения от природы, подобного (хотя и

---

* Джон Иденсор Литлвуд (1885–1977) — английский математик и педагог, работавший с Г. Г. Харди над первой и второй гипотезами Харди–Литлвуда об оценке распределения простых чисел и написавший с ним в соавторстве книгу «Неравенства».

** Сриниваса Рамануджан (1887–1920) — индийский математик-самоучка, автор ряда выдающихся открытий в теории чисел.

не столь плодотворного) величайшим математикам в истории.

По мнению некоторых, высказываясь так о своих друзьях, Харди умалял свои достоинства. Да, он был великодушен и совершенно чужд зависти, однако те, кто не согласен с его самооценкой, заблуждаются. Лично я верю его собственным словам в «Апологии математика», полным одновременно гордости и скромности: «Даже сейчас, когда находит уныние и мне приходится выслушивать помпезных докучливых людей, я говорю себе: “Зато мне выпало такое счастье, которое вам и не снилось: я практически на равных работал с Литлвудом и Рамануджаном”».

Пусть точной оценкой заслуг Харди занимаются историки математики (хотя в силу того, что большинство его лучших работ написаны в соавторстве, задача эта почти невыполнимая). В одном он без сомнения превосходил и Эйнштейна, и Резерфорда, и любого другого великого гения: работал ли он над чем-то значительным или пустяковым, Харди умел превращать любой интеллектуальный труд в произведение искусства. Именно этот дар прежде всего делал его обладателем такого интеллектуального очарования. Как писал Грэм Грин после выхода в свет «Апологии математика», перед нами ярчайшее воплощение понятия «творческой личности». Думаю, именно в этом кроется причина необыкновенного эффекта, который Харди производил на окружающих.

Родился Харди в 1877 году в семье скромного учителя. Отец работал казначеем и преподавателем искусств в Крэнли — в то время отчасти публичной (читай: частной) школе. Мать преподавала в колледже для учителей в Линкольне. Оба были людьми одаренными и наделенными математическими способностями. В таких случаях, схожих у большинства математиков, гены далеко искать не приходится. Детство Харди, в отличие от Эйнштейна, было типичным для будущего математика. Он продемонстрировал недюжинный интеллект сразу после, если не до того, как заговорил. В два года он знал числа до миллиона (типичный признак математических способностей). Во время церковных служб он забавлялся, разлагая на множители номера псалмов. С тех пор игра с числами вошла у него в привычку, которая впоследствии привела к трогательной сцене у постели больного Рамануджана; этот случай хорошо известен, но я все равно не удержусь от его пересказа.

Итак, детство Харди проходило в образованной, культурной, высокоинтеллектуальной викторианской среде. Несмотря на некоторую одержимость, родители были к сыну очень добры. Викторианские семьи, где к интеллектуальному развитию предъявлялись повышенные требования, как правило, обеспечивали вполне щадящее взросление. Детство Харди имело лишь две особенности. Во-первых, в небывало раннем возрасте (задолго до двенадцатилетия) у него обнаружилась крайняя застенчивость. И сам он, и его родители знали о его необычайной одаренности — он превосходил сверстников по всем предметам. Однако выдающаяся успеваемость имела огромный недостаток: приходилось выходить перед всей школой и получать разного рода призы. Для Харди это было невыносимо. Однажды за ужином он признался мне, что не раз нарочно давал неверные ответы, чтобы уберечь себя от этой жуткой пытки. Впрочем, притворялся он из ряда вон плохо и продолжал получать награды.

С годами застенчивость Харди немного уступила духу соперничества. Как мы читаем в «Апологии»: «Не скажу, что с детства страстно увлекался математикой, — во всяком случае в моем стремлении к карьере математика не было ничего благородного. В моем тогдашнем понимании все сводилось к экзаменам и степеням: я добивался первенства среди сверстников, и математика казалась самым надежным способом его утвердить». Тем не менее сверхчувствительная натура Харди никуда не делась, словно ему при рождении досталась кожа в три раза тоньше, чем у других. В отличие от Эйнштейна, которому прежде, чем признали его моральный авторитет, в столкновениях с внешним миром приходилось сдерживать мощь собственного эго, Харди, напротив, был вынужден постоянно преодолевать свою уязвимость. Из-за этого он порой казался чрезмерно самонадеянным (что не было свойственно Эйнштейну), особенно когда приходилось отстаивать свою нравственную позицию. С другой стороны, у него в результате сложилось такое ясное представление о себе и выработалась такая подкупающая искренность, что о самом себе он говорил запросто и без обиняков (что никогда не удавалось Эйнштейну).

Думаю, что именно это внутреннее противоречие выражалось в любопытной странности в характере Харди. Он был воплощением антинарциссизма и терпеть не мог фотографироваться: насколько мне известно, существует всего пять его снимков. В комнатах, которые он занимал в Кембридже, не водилось зеркал, даже для бритья. А если случалось останавливаться в гостинице, он первым делом завешивал все зеркала полотенцами. Даже для человека с лицом горгульи такое поведение выглядело бы странным, а уж тем более для того, кто всю жизнь был необычайно красив. Впрочем, как известно, нарциссизм и анти-нарциссизм не зависят от того, каким человека видят окружающие.

Неудивительно, что многие находили такое поведение эксцентричным. Однако и здесь между Харди и Эйнштейном существовало различие. Те, кто долго общался с последним, — Инфельд*, например, — считали его необычным, непохожим на них; уверен, что со временем такое же чувство возникло бы и у меня. В отношении Харди все обстояло наоборот. Хотя его поведение отличалось эксцентричностью, постепенно эти причуды начинали казаться оболочкой, скрывающей натуру, не сильно разнившуюся с нашей, просто более деликатную, ранимую, менее защищенную.

Другая особенность детства Харди, куда более прозаичная, заключалась в отсутствии каких-либо практических препятствий в отношении его карьеры. Харди, с его стерильной прямолинейностью, грех было жаловаться. Он знал цену

---

* Леопольд Инфельд (1898–1968) — физик-теоретик, написавший в соавторстве с Альбертом Эйнштейном книгу «Эволюция физики».

привилегиям и понимал, что ему крупно повезло. В их семье лишние деньги никогда не водились — родители жили на жалованье школьных учителей. Зато они могли проконсультироваться у лучших советников по образованию Англии конца девятнадцатого века. Информация такого рода в этой стране всегда значила куда больше, чем любое богатство. Стипендий хватало, надо было только знать, как их получить. В отличие от молодого Уэллса или молодого Эйнштейна, у Харди не было ни малейшего шанса затеряться. С двенадцати лет от него требовалось просто выживать, забота о его талантах гарантировалась.

Так и вышло: в двенадцать лет он получил стипендию в Винчестере* — уже тогда лучшем математическом колледже Англии — исключительно на основе своих выдающихся результатов по математике в Крэнли. (Интересно, может ли такой гибкостью похвастаться какая-нибудь знаменитая школа в наши дни?) Он стал одним из лучших учеников в классических дисциплинах, а математикой с ним и вовсе занимались

---

* Винчестерский колледж, или Колледж Св. Марии в Винчестере — знаменитая престижная частная средняя школа-пансион для мальчиков 14–18 лет, находящаяся в городе Винчестер в Англии. Одна из старейших, основана в 1382 году епископом Уикемом, также создавшим оксфордский Нью-колледж тремя годами ранее.

индивидуально. Позже Харди признавал, хотя и неохотно, что получил приличное образование. Он ненавидел школу, ему нравились только предметы. Как всякий викторианский интернат, Винчестер стал для мальчика суровым испытанием. В одну из зим Харди едва не умер. Он завидовал Литлвуду, который учился в Сент-Поле и каждый день возвращался в уютную домашнюю обстановку, а также другим друзьям, посещающим бесплатные и нетребовательные школы. После окончания Винчестера Харди обходил ненавистный колледж стороной. И все же, как и следовало ожидать, школа направила его по верному пути, обеспечив поступление в Тринити*.

Помимо всего прочего, Харди затаил своеобразную личную обиду на Винчестер. Ему от природы отлично давались игры с мячом. В пятьдесят лет он легко мог побить университетских резервных игроков в теннис, а в шестьдесят на моих глазах совершал невероятные броски в сетки для крикета. Тем не менее в Винчестере никто не удосужился его тренировать. Сам он считал, что ему недостает техники и, будь у него тренер, он мог бы стать чуть ли не первоклассным бэт-

---

* Тринити-колледж (Колледж Св. Троицы) — колледж Кембриджского университета, основанный в 1546 году.

сменом. Я уверен, что, как и в других случаях с самооценкой, Харди не ошибался. Удивительно, что в зените викторианского помешательства на спортивных играх могли пропустить подобный талант. Вероятно, никому в голову не приходило разглядеть чемпиона в таком хилом и тщедушном, а главное — таком болезненно стеснительном первом ученике колледжа.

В ту эпоху выпускники Винчестера обычно поступали в Нью-колледж Оксфорда. Для профессиональной карьеры Харди этот выбор не имел особого значения (хотя, останься он в Оксфорде, который всегда нравился ему больше, чем Кембридж, многие из нас понесли бы серьезную утрату). Харди же решил отправиться в Тринити — по причине, которую он иронично и со свойственной ему неприукрашенной прямотой описывает в «Апологии»:

«Незадолго до пятнадцатилетия мои амбиции (неожиданным образом) приняли новый оборот. Мне попала в руки книга некоего Алана Сент-Обина (псевдоним миссис Фрэнсиз Маршалл) под названием «Член Тринити-колледжа», в которой описывалась университетская жизнь в Кембридже... В книге два героя. Главный — в основном положительный персонаж по фамилии Флауэрс и второй, куда менее благонадежный, которого зовут Браун. Героев подстерегают многочисленные опасности университетской жизни... Флауэрс преодолевает все соблазны, успешно сдает экзамены и получает степени, которые обеспечивают ему автоматическое зачисление в аспирантуру колледжа. Браун же поддается искушению, проматывает фамильное состояние, спивается, и от белой горячки его спасают лишь молитвы младшего декана, после чего он с большим трудом получает самую низкую степень без отличия и в конце концов подается в миссионеры. Их дружба все же выдерживает испытание, и Флауэрс с горечью и сочувствием вспоминает о Брауне за бокалом портвейна в свой первый вечер в профессорской столовой.

Флауэрс был вполне славным парнем (во всяком случае, по замыслу Алана Сент-Обина), но даже на мой неискушенный взгляд особенно умным не казался. И если ему удалось достичь таких высот, то чем я хуже? Больше всего меня восхитила финальная сцена в профессорской столовой, и до тех пор, пока я этого не добился, математика означала для меня главным образом аспирантуру в Тринити».

Харди добился желаемого в двадцать два года, после получения высшей оценки на математическом «Трайпосе» — традиционном кембриджском экзамене на соискание степени бакалавра. Правда, в колледже не обошлось без незначительных неурядиц. Во-первых, возникла проблема религиозного характера, причем в истинно викторианском духе. Харди — если не ошибаюсь, еще в Винчестере — решил, что не верит в Бога. Решение было безоговорочным, таким же черно-белым, как и все прочие его убеждения. Службы в часовне Тринити носили обязательный характер, и Харди, вне сомнения в своей непреклонно-застенчивой манере, заявил декану, что присутствовать на них отказывается. Декан, не иначе как опытный чинуша, потребовал, чтобы молодой человек известил об этом своих родителей. И декан, и сам Харди прекрасно знали, что таким ортодоксальным христианам, как его родители, эта новость причинит немало боли — боли, которую нам, живущим семьдесят лет спустя, понять довольно трудно.

Харди мучила совесть. Ему недоставало опыта, чтобы как-то выкрутиться из положения. Недоставало опыта — в чем он однажды признался мне, когда рана была еще свежа — даже для того, чтобы искать совета у более искушенных в таких вопросах друзей. В конце концов он написал родителям. Отчасти из-за того случая, его неверие еще долго оставалось открытой и насущной проблемой. Он отказывался заходить в часовню даже по таким не связанным с религией делам, как выборы ректора, и, хотя имел друзей среди клириков, Бога считал своим личным врагом. В этой истории явственно угадывается веяние девятнадцатого века, однако ошибочно полагать, как и во всем, что касается Харди, что он преувеличивает.

Так или иначе, он и эту проблему сумел превратить в забаву. Помню, как однажды в тридцатых годах стал свидетелем его небольшого триумфа. Шел матч по крикету на стадионе «Лордс». В то раннее утро павильон был залит солнцем. Один из бэтсменов пожаловался, что солнечные отблески режут глаза. Озадаченные арбитры принялись озираться в поисках источника бликов. Стекло машины? Открытое окно? Они долго не находили ничего, что могло бы отсвечивать с того конца площадки. Наконец один из арбитров с победоносным видом объявил, что обнаружил источник на трибуне: им оказался огромный крест на груди здоровенного священника. Арбитр вежливо попросил того снять крест. Сидящий рядом Харди зашелся в мефистофельском восторге. В тот день он даже пропустил обед: отведенное на еду время он потратил на написание открыток (телеграммы и открытки были его излюбленным средством сообщения) всем своим друзьям-клирикам.

Увы, в войне против Бога и его приспешников Харди не всегда выходил победителем. Примерно в тот же период в один из тихих майских вечеров по спортивным площадкам «Феннерс» прокатился звон колоколов, созывающий на шестичасовую службу. «Вот не повезло, — с досадой сказал Харди. — Даже самые приятные часы своей жизни я вынужден проводить под звуки Римско-католической церкви».

Вторая неурядица, омрачившая годы учебы в Кембридже, носила профессиональный характер. Чуть ли не со времен Ньютона и на протяжении всего девятнадцатого века в Кембридже поддерживался культ математического «Трайпоса». Англичане всегда верили в конкурсные экзамены больше, чем любые другие нации (за исключением разве что имперских китайцев), и тщательно блюли их традиционную справедливость. Однако форма проведения экзаменов отличалась заметной консервативностью, что, кстати, верно и по сей день, а во времена расцвета математического «Трайпоса» и подавно. Экзаменационные вопросы и задачи, хотя и отличались повышенной технической сложностью, к сожалению, не оставляли кандидату простора для воображения, возможности нестандартных решений и проявления прочих качеств, присущих творчески одаренному математику.

Студенты, сдавшие экзамен (так называемые «ранглеры» — термин сохранился и доныне и означает «первоклассный»), располагались по порядку, строго в соответствии с полученными оценками. В честь выпускников, получивших звание старших ранглеров, колледжи устраивали празднества, а двум-трем ранглерам с наивысшими баллами немедля предлагали должность.

Такое положение дел отвечало лучшим английским традициям. Единственным изъяном системы — о чем в своей безоговорочной манере заявил Харди, уже будучи знаменитым математиком и вместе с Литлвудом активно выступая за ее отмену, — было то, что она долго и кропотливо уничтожала серьезную математику в Англии.

Во время первого семестра в Тринити Харди чувствовал себя заложником системы. Его готовили на износ, как лошадь к скачкам, натаскивая на математических упражнениях, которые уже в девятнадцать лет потеряли для него всякий смысл. Ему назначили преподавателя, к которому обычно направляли потенциальных старших ранглеров. Наставник этот досконально знал все излюбленные приемы и уловки экзаменаторов и при этом откровенно не интересовался самой математикой. В такой ситуации молодой Эйнштейн непременно бы взбунтовался и либо покинул Кембридж, либо просидел там три года, демонстративно бездельничая. Харди же воспитывался в более строгом профессиональном климате (у которого имеются как достоинства, так и недостатки). Поразмыслив какое-то время, не переключиться ли ему с математики на историю, он принял разумное решение найти себе в наставники настоящего математика. О нем Харди с благодарностью напишет в «Апологии»:

«Глаза мне открыл профессор Лав, преподававший у нас в течение нескольких семестров. Благодаря ему у меня сложилось первое серьезное представление о математическом анализе. Но больше всего я обязан ему тем, что он — по сути, прикладной математик — посоветовал мне прочитать знаменитый *Cours d'analyse* Жордана*. Никогда не забуду того потрясения, с которым прочел эту выдающуюся работу — источник вдохновения для столь многих математиков моего поколения. Именно тогда я впервые понял, что такое математика. И именно тогда начался мой собственный путь настоящего математи-

---

* Мари Энмон Камиль Жордан (1838–1922) — французский математик, известный благодаря фундаментальным работам в теории групп и «Курсу анализа».

ка, с ясной математической целью и подлинной страстью к этой науке».

В 1898 году Харди становится четвертым ранглером. По собственному признанию, четвертое место его порядком раздражало. Наделенный от природы духом соперничества, он полагал, что должен победить, пусть даже и в такой бессмысленной гонке. В 1900 году он участвует во второй части «Трайпоса» — еще более престижном экзамене — и получает желанное членство в Тринити.

С этого момента Харди, по сути, утверждается в жизни. У него возникает ясная цель: наведение порядка в английском математическом анализе. Сомнений больше нет: он занимается исследованиями, которые сам называет «неиссякаемым источником радости на протяжении всей моей жизни». В тридцать три года его избирают членом Королевского общества*.

Можно считать, что Харди во многих смыслах невероятно повезло. О карьере беспокоиться не приходилось. С двадцати трех лет у него хватало денег и свободного времени на все, что душе

---

* Лондонское королевское общество по развитию естествознания — ведущее научное общество Великобритании, одно из старейших в мире, созданное в 1660 году и утвержденное королевской хартией в 1662 году.

угодно. Не обремененный семьей дон* Тринити-колледжа в 1900-х годах мог ни в чем себе не отказывать. Деньгами Харди не сорил, тратя их строго по необходимости (которая порой принимала довольно оригинальную форму, вроде восьмидесятикилометровой поездки на такси), и в целом неплохо разбирался в инвестициях. Он продолжал заниматься спортом и всячески давал волю своей эксцентричности. Его окружали лучшие умы того времени: Дж. Э. Мур**, Уайтхед***, Бертран Рассел****, Тревельян***** — высшее общество Тринити-колледжа, которое вскоре до-

---

* Дон — название члена колледжа в Кембриджском и Оксфордском университетах или преподавателя Винчестерского колледжа.

** Джордж Эдуард Мур (1873–1958) — английский философ, автор «Опровержения идеализма».

*** Альфред Норт Уайтхед (1861–1947) — британский математик, логик, философ.

**** Бертран Артур Уильям Рассел (1872–1970) — английский философ, логик, математик и общественный деятель, который внес значительный вклад в математическую логику, историю философии и теорию познания. Менее известны его труды по эстетике, педагогике и социологии. Считается одним из основателей английского неореализма, а также неопозитивизма. Получил Нобелевскую премию по литературе (1950).

***** Джордж Маколей Тревельян (1876–1962) — английский историк. В 1940 году был назначен главой Тринити-колледжа и руководил им до выхода на пенсию в 1951 году.

полнила культурная элита «Блумсбери»*. (Харди симпатизировал «Блумсбери», куда входили некоторые из его близких друзей.) В этом блестящем окружении он был одним из самых ярких молодых людей и — что меньше бросалось в глаза — одним из самых неукротимых.

Забегу немного вперед и добавлю, что Харди оставался блестящим молодым человеком до старости. Он всегда был молод душой: его увлечение спортом и разносторонние интересы поддерживали в нем легкость молодого дона. И как водится у людей, кто сохраняет юношеские интересы и после шестидесяти, последние годы дались ему особенно тяжело.

И все же бóльшую часть жизни Харди прожил счастливее многих из нас. У него было множество на удивление разнообразных друзей. Всем им так или иначе пришлось пройти через его персональный тест: он искал в людях то, что называл «спином» (удар с закруткой на жаргоне крикета, который означает некую неочевидность, ироничность подхода; из более недавних

---

* Группа (или кружок) «Блумсбери» (по названию традиционного центра интеллектуальной жизни Лондона) — элитарная группа английских интеллектуалов, писателей и художников, выпускников Кембриджа, объединенных сложными семейными, дружескими, творческими отношениями.

общественных деятелей высшей оценки в категории «спин» удостоились бы Макмиллан* и Кеннеди, тогда как Черчилль и Эйзенхауэр** провалили бы тест). Вместе с тем Харди был терпеливым, верным и великодушным другом, который, правда, почти никогда не проявлял своих чувств.

Однажды мне пришлось навестить его в утренние часы — время, которое он обычно отводил математике. Я застал Харди за работой, он сидел и писал своим каллиграфическим почерком. В ответ на мои шаблонные в таких случаях выражения надежды, что не побеспокоил, он заговорщицки улыбнулся. «Вы и сами прекрасно знаете, что побеспокоили. Ну да ладно, вам я чаще всего рад». За шестнадцать лет нашего знакомства более явного подтверждения симпатии я не припомню, кроме, пожалуй, предсмертного признания, что он ждал моих визитов.

Такой же участи удостаивалось и большинство друзей Харди. На этом фоне выделялись

---

* Гарольд Макмиллан (1894–1986) — премьер-министр Великобритании и глава Консервативной партии с 1957 по 1963 г.

** Дуайт Дэвид Эйзенхауэр (1890–1969) — генерал армии, верховный главнокомандующий экспедиционными войсками союзников во Второй мировой войне, президент США с 1953 по 1961 г.

два или три человека за всю его жизнь. К ним он испытывал глубокую привязанность, всепоглощающую, платоническую и возвышенную. Одного из них я знал: молодого человека с такой же деликатной натурой, как у самого Харди. Насколько я понял из разрозненных случайных упоминаний, именно это качество отличало и остальных. Многие мои современники сочли бы подобные отношения в лучшем случае неудовлетворительными, а то и попросту невозможными. Ни тем, ни другим эта привязанность не была, и, не приняв ее за неоспоримый факт, нельзя понять темперамент человека, подобного Харди (эти люди встречаются редко, но не реже белых носорогов), а с ним и всего кембриджского общества того времени. Ему не приносило удовлетворения то, что большинству из нас нужно для счастья; он необыкновенно хорошо разбирался в самом себе, и ему это ничуть не мешало. Внутренняя жизнь Харди была насыщенной и принадлежала только ему. Горечь настигла его лишь в конце жизни, когда никого из близких людей, если не считать преданной сестры, рядом с ним не осталось.

В «Апологии математика» — книге, которая, несмотря на свою жизнерадостность, проникнута невыразимой печалью, — Харди с саркастическим стоицизмом замечает, что, когда творческая личность утрачивает способность или желание творить, это «прискорбно, конечно, но поскольку от такого математика толку все равно уже мало, то и сожалеть о нем было бы глупо». Именно так он относился к собственной жизни вне математики. Математика служила оправданием его существования. В общении с Харди, искрометном и воодушевляющем, об этом легко забывалось — так же как на фоне отстаивания нравственных убеждений Эйнштейна легко забывалось, что своим предназначением он считал открытие физических законов. Сами же ученые никогда не забывали о том, ради чего жили.

В отличие от Эйнштейна творческий расцвет Харди наступил достаточно поздно. Его ранние труды, написанные между 1900 и 1911 годами, обеспечили ему членство в Королевском обществе и международную славу, однако сам он им особого значения не придавал. Опять же, в этом не было ложной скромности, а лишь точная самооценка мастера, ясно понимающего ценность той или иной своей работы.

В 1911 году началось сотрудничество с Литлвудом, которое продолжалось тридцать пять лет. В 1913 году Харди открыл Рамануджана. В соавторстве с этими людьми были написаны его главные труды — а сотрудничество с Литлвудом стало самым знаменитым в истории математики. Ни в одной другой науке, да и, насколько мне известно, ни в одной творческой области, нет ничего подобного. Совместно ими изданы около сотни работ, значительная часть которых принадлежит к «классу Брэдмена»*. Математики, далекие от крикета и в последние годы не знавшие Харди близко, неоднократно утверждали, что наивысшей похвалой в его глазах был «класс Хоббса»**. Они неправы: хотя и неохотно, поскольку Хоббс был его любимцем, Харди все же внес изменение в свою персональную шкалу заслуг. Году в 1938-м я получил от него открытку, где говорилось: «Брэдмен относится к совершенно новому классу, превосходящему любого бэтсмена, когда-либо жившего на земле. Если оставить Архимеда, Ньютона и Гаусса в классе Хоббса, придется признать существование математиков классом выше, что я с трудом могу себе представить. Уж

---

* Сэр Дональд Джордж Брэдмен (1908–2001) — австралийский игрок в крикет, обладатель многочисленных рекордов, произведенный за свои заслуги в рыцари.

** Сэр Джон Берри Хоббс (1882–1963), известный как Джек Хоббс, — английский профессиональный игрок в крикет, получивший прозвище «Мастер» и причисляемый многими критиками к величайшим бэтсменам в истории крикета.

лучше пусть они отныне принадлежат к классу Брэдмена».

На протяжении целого поколения исследования Харди–Литлвуда занимали ведущее место в английской (и в значительной степени мировой) чистой математике. Пока рано судить о том, говорят мне математики, до какой степени эти работы изменили ход математического анализа или насколько сильным останется их влияние через сотню лет. Так или иначе, в их непреходящей ценности сомнений нет.

Как я отмечал ранее, сотрудничество Харди–Литлвуда считается величайшим в своем роде. Однако никому не известно, как именно оно происходило: если об этом не расскажет Литлвуд, никто никогда и не узнает. Я уже упоминал, что Харди ставил Литлвуда выше себя. Однажды он написал, что не знает «другого математика, так удачно совмещающего в себе понимание, знание и энергию». Литлвуд был (и остается) человеком более обычным, чем Харди, хотя не менее интересным и, пожалуй, более сложным. Отсутствие склонности, как у Харди, к зрелищной интеллектуальной экспансивности делало его менее заметным на академической сцене. В результате среди европейских математиков стала популярной шутка, что Харди его выдумал, чтобы было кого винить, если в их теоремах вдруг обнаружатся ошибки. На деле же Литлвуд обладал не меньшей самобытностью, чем сам Харди.

На первый взгляд, ни тот, ни другой не были созданы для сотрудничества. Трудно даже представить себе, чтобы один из них предложил другому поработать вместе. И все же кто-то из них должен был это сделать. В их самый плодотворный период они работали в разных университетах. Харальд Бор (брат Нильса Бора и прекрасный математик) утверждал, что между ними существовала такая договоренность: если один посылал другому письмо, адресат не только мог не отвечать, но и вовсе не обязан был читать послание.

Мне, увы, добавить к этому нечего. В течение долгих лет Харди говорил со мной практически обо всем, кроме своего сотрудничества. Конечно, он не раз называл их совместную работу самой большой удачей в своей творческой карьере (о восторженных отзывах о Литлвуде я тем более уже писал), однако никогда и словом не обмолвился о том, в чем эта работа заключалась. Я недостаточно силен в математике, чтобы разбираться в их статьях, зато язык их мне привычен. И пророни Харди хоть слово об их методах, не думаю, что это укрылось бы от моего внимания. Я больше чем уверен, что такая секретность —

нехарактерная для него в других, по общему признанию, более интимных вопросах — была намеренной.

По поводу открытия Рамануджана Харди, напротив, ничего не скрывал. Более того, называл его единственным романтическим приключением в своей жизни. Как бы то ни было, история и в самом деле великолепная, которая делает честь всем ее участникам (за исключением двоих).

Однажды утром 1913 года, разбирая за завтраком письма, Харди наткнулся на грязный конверт с индийскими марками. Внутри он обнаружил изрядно помятые листки, исписанные формулами, причем явно не англичанином. Харди — тогда тридцатишестилетний всемирно знаменитый математик — отнесся к письму без энтузиазма: к тому времени он уже убедился, что всемирно известные математики нередко становятся мишенью всяких чудаков. Он привык получать от незнакомцев рукописи, раскрывающие тайну пирамиды Хеопса, пророчества сионских мудрецов или криптограммы, которые Бэкон якобы оставил в пьесах Шекспира*.

---

* Фрэнсис Бэкон (1561–1626) — английский философ, историк, политик, основоположник эмпиризма и английского материализма, а также один из кандидатов на роль Шекспира. Поскольку Бэкон был хорошо знаком

Итак, поначалу рукопись не вызвала у Харди ничего, кроме скуки. Он пробежал глазами по строкам, написанным на ломаном английском и подписанным незнакомым индийцем, который просил его высказать свое мнение по поводу сделанных математических открытий. Письмо содержало теоремы, большая часть которых выглядела безумно либо походила на фантазии, а пара хорошо известных записана так, будто автор додумался до них самостоятельно. Никаких доказательств не прилагалось. Скука Харди перешла в раздражение — письмо напоминало неуместную шутку. Он отложил рукопись и возвратился к повседневной рутине. Рутина эта не менялась на протяжении всей его жизни, поэтому восстановить ее несложно.

За завтраком он читал «Таймс» и, если дело было в январе и печатались результаты австралийских партий по крикету, неизменно начинал со скрупулезного их изучения. Мейнард Кейнс* — друг Харди, начинавший карьеру как

с шифрами, ранние бэконианцы предполагали, что он оставил в шекспировском каноне свою зашифрованную подпись. В конце XIX и начале XX века в работах, поддерживающих авторство Бэкона, многие бэконианцы утверждали, что раскрыли эти шифры.

* Джон Мейнард Кейнс (1883–1946) — английский экономист, основатель кейнсианского направления.

математик, — однажды заметил: если бы с таким же вниманием тот по полчаса в день читал биржевые сводки, то неминуемо стал бы богачом.

Затем, примерно с девяти до часу, если не читал лекций, Харди занимался собственными математическими исследованиями. Четыре часа созидательной работы — предел для математика, утверждал он. Затем шел легкий обед в трапезной колледжа. После обеда он играл в большой теннис на университетских кортах. (Летом вместо этого отправлялся в «Феннерс» посмотреть на игроков в крикет.) К вечеру он возвращался к себе в апартаменты. В тот день, несмотря на обычный распорядок, душевное равновесие было нарушено. Утреннее письмо не выходило из головы, и даже теннисный матч не принес удовольствия. Безумные теоремы. Харди таких не то что никогда не видел, но и представить себе не мог. Мошенник или гений? Вопрос не давал покоя. А поскольку речь шла о Харди, то и вопрос звучал с эпиграмматической ясностью: что более вероятно — гениальный мошенник или гениальный неизвестный математик? Ответ напрашивался сам собой. Вернувшись в Тринити, он еще раз перечитал рукопись и тут же известил Литлвуда (вероятно, запиской, а не по телефону, к которому, как и к любым техническим изощрениям, включая авторучку, испытывал глубокое недоверие), прося того встретиться после ужина.

После ужина произошла заминка. Харди не имел ничего против бокала вина, но, вопреки красочным описаниям Алана Сент-Обина, поразившим его юношеское воображение, ему вовсе не нравилось долго просиживать в профессорской гостиной за стаканом портвейна с орешками. Литлвуд, будучи куда более *homme moyen sensuel*,* напротив, любил расслабиться. Поэтому Харди наверняка пришлось задержаться. Так или иначе, к девяти или около того оба сидели в комнате у Харди, склонившись над разложенной перед ними рукописью.

Многое бы я отдал, чтобы присутствовать при том разговоре! Харди, с его беспощадной ясностью ума и интеллектуальным щегольством (до мозга костей англичанин, в спорах он нередко проявлял позерство, характерное для древнеримских умов), и Литлвуд — с богатым воображением, ироничный и неутомимый. Судя по всему, совещались они недолго. Еще до полуночи обоим стало ясно: автор послания — несомненный гений. Такое суждение они вынесли в тот вечер. Позднее в том, что касается *природного* математического гения, Харди приравнял

---

* Человек из плоти и крови (*фр.*).

Рамануджана к Гауссу и Эйлеру*, хотя и не ждал от молодого индийца — в силу недостатка образования и слишком позднего появления на сцене математических открытий — вклада такого же масштаба.

Сейчас это кажется само собой разумеющимся: именно так и должны были рассудить выдающиеся математики. Однако я упомянул, что двоим ее участникам история с Рамануджаном чести не делает, о чем Харди благородно умолчал в своих воспоминаниях о молодом математике. Теперь, когда оба уже отошли в мир иной, пора раскрыть правду. Она проста. Харди был не первым известным математиком, кому Рамануджан послал свои теоремы. До него их получили двое, оба англичанина, оба математика высочайшего класса. Каждый из них вернул полученные письма без комментариев. Не думаю, что история сохранила их более поздние замечания (если они вообще высказывались по этому поводу) после того, как Рамануджан стал знаменитостью. Всякий, кому доводилось получать непрошеную корреспонденцию, втайне им посочувствует.

---

* Леонард Эйлер (1707–1783) — швейцарский, прусский и российский математик и механик, также внесший фундаментальный вклад в развитие физики, астрономии и ряда прикладных наук.

Так или иначе, уже на следующий день Харди принялся за дело. Он решил, что Рамануджана необходимо переправить в Англию. В деньгах недостатка не было. Тринити обычно оказывал щедрую поддержку выдающимся талантам (несколькими годами позже колледж предоставил аналогичную поддержку Капице*). Как только Харди принял решение, ни один человек не в силах был помешать приезду Рамануджана, однако помощь сверхъестественных сил им все же понадобилась.

Рамануджан оказался бедным служащим из Мадраса, живущим с женой на двадцать фунтов в год. При этом он был брахманом, строго соблюдавшим религиозные обряды, и сыном еще строже следовавшей предписаниям матери. То, что он сможет нарушить предписания и переплыть океан, представлялось немыслимым. На его счастье, мать, которая особенно почитала богиню Намаккаль, однажды утром сделала неожиданное заявление. Ночью ей приснилось, что сын сидит в огромном зале в окружении европейцев, а богиня Намаккаль повелевает ей не

---

* Петр Леонидович Капица (1894–1984) — физик-экспериментатор, лауреат Нобелевской премии, член Лондонского королевского общества. С 1921 по 1934 г. работал в Кавендишской лаборатории Кембриджского университета.

вставать на пути жизненного предназначения сына. Индийские биографы Рамануджана сходятся во мнении, что всем участникам событий несказанно повезло.

В 1914 году Рамануджан прибыл в Англию. Насколько Харди мог судить (хотя в этом отношении я не склонен полагаться на его суждение), молодой индиец, несмотря на строгое соблюдение предписаний касты, верил не столько в божественную доктрину, сколько в некое общее пантеистическое представление о добре. Впрочем, в ритуалы он верил свято. Получив постоянную должность в Тринити — а он стал членом колледжа за каких-то четыре года, — он не позволял себе никаких удовольствий в духе Алана Сент-Обина. Вместо этого Харди нередко заставал друга, облаченного в пижаму, за жаркой овощей на кухне у того в апартаментах.

У них сложились удивительно трогательные отношения. Харди никогда не забывал, что находится в присутствии гения, однако гения малообразованного даже в математике. В свое время Рамануджан не поступил в Мадрасский университет, не добрав необходимых баллов по английскому языку. По отзывам Харди, молодой человек всегда был дружелюбен и приветлив, но разговоры на нематематические темы зачастую ставили его в тупик. Он неизменно выслушивал друга с терпеливой улыбкой и дружеским участливым выражением лица. Даже в том, что касалось математики, им приходилось делать скидку на разницу в образовании. Рамануджан по большей части был самоучкой. Он ничего не знал о современных математических канонах — даже о том, как надлежит доказывать теоремы. Однажды, с несвойственной ему сентиментальностью, Харди написал, что, будь Рамануджан лучше образован, он не был бы Рамануджаном. Позже, в обычной для себя ироничной манере, он заявит, что сморозил чушь. Будь Рамануджан лучше образован, он блистал бы еще ярче. По сути, Харди был вынужден обучать индийца общепринятым математическим нормам, как если бы готовил его к поступлению в Винчестер. Для Харди, по его словам, эти занятия послужили уникальным жизненным опытом: ему довелось взглянуть на современную математику глазами самородка, глубоко вникающего в суть предмета, о большей части которого он буквально впервые слышал.

Совместно с Рамануджаном они написали пять работ высочайшего класса, в которых и сам Харди проявил крайнюю оригинальность (об их сотрудничестве известно куда больше, чем о его партнерстве с Литлвудом). В кои-то веки щедрость и воображение были вознаграждены по заслугам.

Эта история являет собой замечательный пример человеческой добродетели. Приняв решение вести себя хорошо, люди повели себя еще лучше. Приятно сознавать, что Англия удостоила Рамануджана каких только возможно почестей. В тридцатилетнем возрасте (что очень рано даже для математика) он был избран в Королевское общество. В тот же год он получил членство в Тринити — первый уроженец Индии, удостоенный обеих привилегий. Рамануджан принял их с радостью и благодарностью, однако вскоре заболел. О его переезде в более щадящий климат в военное время не могло быть и речи.

Харди часто навещал умирающего в лондонской больнице в Патни. В один из таких визитов произошел знаменитый эпизод с номером такси. До больницы Харди взял такси — свой излюбленный метод передвижения — и сразу направился в палату, где лежал Рамануджан. По обыкновению чувствуя себя неловко, Харди, наверняка пропустив приветствие, сообщил: «Ехал сюда на такси номер 1729. Что за скучнейшее число»*. На что Рамануджан воскликнул: «Нет, Харди, что вы! Номер очень интересный.

* Число 1729 является наименьшим натуральным числом, которое можно представить двумя способами в виде суммы двух кубов разных чисел: $1^3 + 12^3$ и $9^3 + 10^3$.

Это же самое малое из чисел, представимых в виде суммы двух кубов двумя разными способами».

Харди не раз вспоминал тот случай, и я уверен, что так на самом деле и было. Я не знаю человека честнее, к тому же никому такого не сочинить.

Рамануджан умер от туберкулеза в родном Мадрасе через два года после окончания войны. Как писал в своей «Апологии» Харди, перечисляя математиков: «Галуа умер в двадцать один год, Абель — в двадцать семь, Рамануджан — в тридцать три, Риманн — в сорок лет...* Я не знаю ни одного великого прорыва в математике, сделанного человеком старше пятидесяти».

Если бы не сотрудничество с Рамануджаном, война 1914–1918 годов стала бы куда более мрачным периодом в жизни Харди. И все же времена были тяжелые. В душе Харди они оставили незаживающую рану, которая вновь дала о себе знать в годы Второй мировой войны. Всю свою жизнь он придерживался радикальных взглядов, хотя и не лишенных духа просвещения на рубеже веков. У людей моего поколения такой ради-

---

* Эварист Галуа (1811–1832) — французский математик; Нильс Хендрик Абель (1802–1829) — норвежский математик; Георг Фридрих Бернгард Риманн (1826–1866) — немецкий математик.

кализм вызывал ощущение большей чистоты и легкости, чем тот, что знали мы.

Подобно многим интеллектуалам Эдвардианской эпохи*, Харди с глубокой симпатией относился к Германии — главной движущей силе просвещения в девятнадцатом веке. Именно немецкие университеты задавали тон научным исследованиям для всей Восточной Европы, России, Соединенных Штатов Америки. Даже не имея большой надобности в немецкой литературе или философии, так как отдавал предпочтение классицизму, Харди во многом, включая социальное благополучие, почитал немецкую культуру превыше собственной.

В отличие от политически более подкованного Эйнштейна, Харди имел смутное представление о Вильгельмовской Германии**. И хотя трудно себе представить менее тщеславного человека, даже ему льстило, что в Германии его ценят больше, чем в собственной стране. В тот

---

* Эдвардианская эпоха в истории Великобритании — период правления Эдуарда VII с 1901 по 1910 год, в который также иногда включают и несколько лет после его смерти, предшествовавших началу Первой мировой войны.

** Вильгельмовская эпоха, вильгельминизм — исторический термин, обозначающий 30-летний период правления в Германской империи кайзера Вильгельма II в 1888–1918 годах.

период один из крупнейших немецких математиков Гильберт* прослышал о том, что Харди живет не в самых роскошных апартаментах Тринити (он занимал Уэвелл-Корт). Гильберт тотчас же отправил письмо главе колледжа, где в сдержанных выражениях напомнил, что Харди — лучший математик не только Тринити, но и всей Англии, а потому заслуживает наилучших условий размещения.

Подобно Расселу и многим другим представителям высшей интеллигенции Кембриджа, Харди открыто осуждал войну. Более того, в силу давно укоренившегося недоверия к британским политикам он считал английскую сторону неправой. Найти удовлетворительные обоснования для своих возражений Харди не удавалось: мешала его интеллектуальная строгость. Он даже записался добровольцем по схеме Дерби**, но не прошел медицинскую аттеста-

---

* Давид Гильберт (1862–1943) — немецкий математик-универсал, член многих академий наук, в том числе Берлинской, Геттингенской, Лондонского королевского общества, иностранный почетный член Академии наук СССР (1934). Лауреат премии имени Н. И. Лобачевского (1903). В 1910–1920-е годы (после смерти Анри Пуанкаре) был признанным мировым лидером математиков.

** Схема, запущенная в Великобритании осенью 1915 года графом Дерби, имела целью определить, могут ли военные кадровые ресурсы быть достигнуты с помощью добцию. В колледже, большинство членов которого были откровенно воинственно настроены, Харди чувствовал себя все более одиноким.

Страсти накалились настолько, что Рассела отстранили от чтения лекций (о чем Харди подробно напишет лишь четверть века спустя, чтобы хоть немного облегчить душу во время следующей войны). Близкие друзья Харди ушли воевать. Литлвуд занимался баллистикой в должности второго лейтенанта Королевской артиллерии. Благодаря своему жизнерадостному безразличию он ухитрился оставаться вторым лейтенантом на протяжении всех четырех лет войны. Их сотрудничество с Харди прервалось, хотя не прекратилось. Лишь работа с Рамануджаном скрашивала обстановку всеобщей озлобленности в колледже.

Замечу, однако, что, на мой взгляд, Харди был отчасти несправедлив к коллегам. Некоторые действительно обезумели, как это нередко случается с людьми во время войны. Другие же просто молча страдали, соблюдая при этом социальные приличия. Уже тот факт, что его протеже Рамануджана избрали членом колледжа

ровольцев или необходима воинская повинность. Каждый имеющий право на участие мужчина в возрасте от 18 до 41 года, не занимающий жизненно необходимой должности, мог сделать публичное заявление.

в тот период, когда сам Харди едва здоровался с одними и вообще не разговаривал с другими членами жюри, свидетельствует о триумфе справедливости в академических кругах.

И все же Харди пребывал в сильно подавленном состоянии. Как только представилась возможность, он покинул Кембридж. В 1919-м ему предложили кафедру в Оксфорде — и он вступил в самый счастливый период своей жизни. За плечами было уже немало великих работ с Рамануджаном и Литлвудом, но теперь сотрудничество с Литлвудом достигло небывалого подъема. Говоря словами Ньютона, Харди находился «на пике собственной эры открытий», при этом в возрасте сорока с небольшим лет — довольно поздно для математика.

Такой запоздалый подъем творческих сил вызвал у Харди ощущение непреходящей молодости, что для него было гораздо важнее, чем для многих. Он продолжал вести образ жизни молодого человека, что как нельзя лучше подходило его натуре. Харди все больше играл в теннис, неизменно совершенствуясь в этом дорогом спорте (на который уходила немалая часть профессорского дохода); ему нравилась Америка, и он часто наведывался в американские университеты. Харди — один из очень немногих англичан, примерно с равной симпатией относившихся к Соединенным Штатам и Советскому Союзу, и уж точно единственный англичанин в истории, написавший совершенно серьезное послание в американскую Комиссию по бейсболу с предложением изменить одно из правил игры. Для него, как и для большинства либералов того поколения, двадцатые годы стали ложным расцветом: он полагал, что ужасы войны навсегда отошли в прошлое.

В Нью-колледже, как никогда в Кембридже, Харди чувствовал себя по-настоящему дома. На него благодатно действовала теплая атмосфера дружеских оксфордских бесед. Именно тогда, в небольшом и уютном Нью-колледже, он отточил свою особенную манеру разговора. Там его всегда окружала компания, охотно внимающая ему после трапез. Тамошним коллегам не мешала эксцентричность Харди. В нем видели не только выдающегося ученого и приятного человека, но и неиссякаемый источник развлечений. Если Харди предлагал словесные или спортивные игры (подчас по довольно неожиданным правилам), то все с готовностью соглашались участвовать. Сам Харди и его поступки производили фурор. Им восхищались и прежде, однако подобного ажиотажа вокруг своей персоны он не помнил.

Казалось, никого не беспокоило (хотя и служило поводом для шуток), что в комнате Харди находилась большая фотография Ленина. Радикализм ученого, пусть и несколько хаотичный, был подлинным. Как я уже писал, он родился в семье служащих и большую часть жизни провел среди *haute bourgeoisie**. Тем не менее вел он себя как аристократ, вернее всем своим видом походил на романтический образ аристократа. Кое-что он, возможно, перенял у своего друга Бертрана Рассела, но в основном такая манера поведения была частью его врожденной индивидуальности. За природной застенчивостью скрывалось глубокое безразличие ко мнению окружающих.

Харди умел легко, без покровительства, общаться с бедными, обездоленными и робкими — с людьми, испытывающими трудности в связи со своим расовым происхождением (символично, что именно он открыл Рамануджана). Он отдавал им предпочтение перед теми, кого называл толстозадыми — имея в виду не внешность, а определенную психологию, несмотря на популярный в Тринити девятнадцатого века афоризм Адама Седжвика**: «Без толстого зада в этом мире не преуспел никто». К толстозадым

---

* Средний класс, буржуазия (*фр.*).

** Адам Седжвик (1785–1873) — британский ученый, один из основоположников современной геологии.

Харди причислял самоуверенных и чванливых представителей империалистически настроенной английской буржуазии. Эпитета удостаивались епископы, директора частных школ, судьи и все политики, за исключением Ллойда Джорджа*.

О приверженности этим принципам свидетельствует и согласие Харди на занятие общественного поста. В течение двух лет, с 1924 по 1926 год, он был президентом Ассоциации научных работников. Сам он иронизировал по поводу своего избрания, называя себя «самым непрактичным представителем самой непрактичной профессии в мире»; тем не менее в значимых вопросах практичности ему было не занимать. Он умел заявить о себе и добивался, чтобы с его мнением считались. Годы спустя, когда я начал работать с Фрэнком Казинсом**, мне доставляло особенное удовольствие сознавать, что я дружил с двумя главами профсоюзного движения.

---

* Дэвид Ллойд Джордж, 1-й граф Дуйвор, виконт Гвинед (1863–1945) — британский политический деятель, последний премьер-министр Великобритании от Либеральной партии (1916–1922). Близкий друг Уинстона Черчилля и единственный премьер-министр Великобритании, не совмещавший данный пост с постом лидера одной из политических партий страны.

** Фрэнк Казинс (1904–1986) — британский профсоюзный лидер и член партии лейбористов.

В конце двадцатых годов Харди чувствовал себя в Оксфорде на редкость счастливым; многим казалось, что он больше никогда не вернется в Кембридж. И все же в 1931 году он вернулся. Думаю, на то были две причины. Первая и самая определяющая заключалась в его величайшем профессионализме. Кембридж по-прежнему был центром английской математики, и не было места почетнее для профессионала, чем заведовать главной математической кафедрой страны. Второй причиной, как ни странно, послужили мысли Харди о преклонном возрасте. Оксфордские колледжи, во многом такие уютные и гостеприимные, беспощадны к старикам: останься он в Нью-колледже, его лишили бы апартаментов по достижении пенсионного возраста для профессоров. В то время как в Тринити он мог оставаться в колледже до конца своих дней. Как в конечном счете и получилось.

Харди возвращается в Кембридж, по-прежнему находясь в зените славы (именно в тот период берет начало наше знакомство). Он счастлив, еще способен творить, хотя и не так плодотворно, как в двадцатые годы, но вполне достаточно для того, чтобы чувствовать себя в расцвете сил. Он так же бодр духом, как и в

Нью-колледже. Нам несказанно повезло застать его в наилучшей форме.

В зимнее время, уже подружившись, мы раз в две недели по очереди ужинали в колледжах друг друга. Летом мы, разумеется, встречались на площадке для крикета. За исключением особых случаев, Харди посвящал утро занятиям математикой и появлялся на «Феннерс» только после обеда. Обычно он шагал по гаревой дорожке размашистой, упругой походкой (подтянутый и худощавый, он оставался физически активным и продолжал играть в теннис, даже когда ему было под шестьдесят). Устремленный под ноги взгляд, развевающиеся волосы, галстук, свитера и бумаги — такая фигура не могла не привлекать внимание. «Ни дать ни взять древнегреческий поэт!» — пошутил однажды один веселый фермер при виде проходившего под табло Харди. Тот направлялся к своему излюбленному месту напротив павильона, откуда мог ловить каждый солнечный луч — он был страстным любителем солнца. Чтобы «обхитрить» солнце, Харди носил с собой (даже в ясный майский полдень) то, что называл «противобожьей батареей». Батарея состояла из трех или четырех свитеров, зонта, принадлежащего его сестре, и большого конверта с математическими рукописями: то могла быть докторская диссертация, статья для рецензии из Королевского общества или решения задач для «Трайпоса». Знакомым Харди объяснял: «Бог, решив, что я в расчете на непогоду надеюсь поработать, назло мне позаботится о безоблачном небе».

Итак, сидя на своем излюбленном месте, Харди предпочитал наслаждаться долгой послеобеденной партией в крикет в компании солнца и приятеля, который был не прочь повеселиться. Главным образом, его привлекали техника, тактика и формальная красота игры. Не стану даже пытаться объяснять: не владея терминологией, понять это невозможно. Точно так же, как некоторые типичные афоризмы Харди непередаваемы без знания жаргона крикета или теории чисел, а лучше обоих. К счастью для многих из наших друзей, он с удовольствием шутил и по поводу обыденных житейских ситуаций.

Сам Харди ни за что не назвал бы себя знатоком психологии. Однако, будучи умнейшим человеком, который при этом жил с открытыми глазами и много читал, он хорошо разбирался в человеческой природе — его представление о людях было здравым, точным, остроумным и совершенно лишенным осознания морального превосходства. Ему была свойственна такая духовная искренность, которую редко встретишь (лично я не знаю более честного человека), а вот претенциозность, лицемерное негодование и целый вагон прочих ханжеских добродетелей вызывали в нем театральный ужас. Впрочем, как известно, крикет — прекраснейшая из игр — также полон лицемерия. Он задуман как высшее проявление командного духа: предполагается, что любой игрок больше рад нулевому счету и победе противоположной команды, чем тому, что забьет 100 очков и станет свидетелем ее поражения (один великолепный игрок, искренний, как и Харди, однажды признался, что еще ни разу ничего подобного не чувствовал). Харди высмеивал это кредо при любой возможности, принижая его целым рядом афоризмов. Например:

«Крикет — единственная игра, где вы играете против одиннадцати соперников и десяти членов своей команды».

«Если вы нервничаете, выходя на поле впервые, посмотрите, как уходит с поля другой, — ничто не придаст вам большей уверенности в себе».

Иногда его слушателям везло, и Харди отпускал не относящиеся к крикету, но одинаково острые замечания как в разговоре, так и на письме. В «Апологии» подобных примеров немало, приведу здесь несколько других.

«Для выдающегося человека высказывать мнение большинства — бесполезная трата времени. По определению, это могут сделать множество других людей».

«В бытность мою студентом лишь человек с достаточно неортодоксальными взглядами мог позволить себе приравнять Толстого к Джорджу Мередиту*. Никто другой, разумеется, даже в счет не шел». (Сказано по поводу пагубных влияний моды: следует помнить, что Харди принадлежал к поколению чуть ли не самых блестящих умов в истории Кембриджа.)

«Интеллект для любых мало-мальски серьезных целей — талант далеко не самый важный».

«Молодые люди должны быть тщеславными, но не надо быть дураками». (Сказано после того, как кто-то пытался убедить Харди в том, что «Поминки по Финнегану»** — выдающийся литературный шедевр.)

---

* Джордж Мередит (1828–1909) — популярный писатель и поэт Викторианской эпохи, считающийся мэтром английской литературы.

** «Поминки по Финнегану» — роман ирландского писателя-модерниста Джеймса Джойса (1882–1941), был издан в 1939 году и вызвал крайне неоднозначную реакцию в литературном сообществе.

«Иногда приходится говорить о сложных вещах, но говорить о них следует как можно проще».

Случалось, что во время крикетного матча Харди вдруг терял интерес к игре и переставал следить за ее ходом. Тогда он предлагал нам придумать команды из известных жуликов, владельцев клубов, псевдопоэтов, зануд, исторических личностей, чьи имена начинаются на «Га» (первым и вторым номером в такой команде были бы Ганнибал и Гамилькар*) или на «Сн», или из тех, кто когда-либо учился в Тринити, в Колледже Христа и так далее. В играх такого рода я всегда проигрывал: попробуйте-ка составить команду из мировых знаменитостей, фамилии которых начинаются с букв «Сн»! Команда Тринити-колледжа получалась слишком сильной (в нее под разными номерами входили Максвелл, Байрон, Теккерей, Теннисон), а команде колледжа Христа, помимо сильнейших первого и второго игроков (Милтона и Дарвина), положиться было не на кого.

---

* Гамилькар Барка (275–228 до н. э.) — карфагенский полководец и государственный деятель, отец Ганнибала (247–183 до н. э.). Последний считается одним из величайших полководцев и государственных деятелей древности. Был заклятым врагом Римской республики и последним значимым лидером Карфагена перед его падением в серии Пунических войн.

Было у Харди и другое любимое развлечение. «Оцените человека, которого мы вчера встретили», — предлагал он, и нужно было дать оценку по каждой из давно придуманных и утвержденных им самим категорий. «Суровый», «мрачный» («суровый человек необязательно мрачен, но все без исключения мрачные люди хотят, чтобы их считали суровыми»), «недалекий», «выдержанный бренди», «спин» и другие. Суровый, мрачный и недалекий говорят сами за себя (герцог Веллингтон* получил бы все 100 за суровость и мрачность и 0 баллов в категории «недалеких»). Категория «выдержанный бренди» своим происхождением обязана некоему таинственному персонажу, который утверждал, что не пил ничего, кроме выдержанного бренди. Другими словами, это был признак эксцентричного, эксклюзивного вкуса, не выходящего, однако, за рамки разумного. Как человек (и, по мнению Харди, как писатель, с чем я не согласен) наивысшей оценки в категории «выдержанный бренди» удостаивались

---

* Артур Уэлсли, 1-й герцог Веллингтон (1769–1852) — британский полководец, победил Наполеона в битве при Ватерлоо (1815). Получил прозвище «Железный герцог».

Пруст и Ф. А. Линдеманн (впоследствии лорд Черуэлл)*.

Прошло лето. Короткий кембриджский сезон заканчивался университетским матчем. Договориться с Харди о встрече в Лондоне было нелегким делом, поскольку, как я уже упоминал, он с нездоровым подозрением относился ко всякого рода техническим устройствам (даже часов никогда не носил), в особенности к телефону. Когда мне доводилось бывать в его апартаментах в Тринити или в квартире на площади Святого Георгия, он всегда неодобрительно и несколько зловещим тоном говорил: «Если вам *совершенно необходим* телефон, он в соседней комнате». Однажды Харди был вынужден срочно со мной связаться. Я услышал в телефоне его раздраженный голос: «Не трудитесь ничего отвечать — после своего сообщения я незамедлительно повешу трубку. Непременно приезжайте сегодня между девятью и десятью вечера». Щелк.

И все же на университетский матч Харди прибыл вовремя. Год за годом он появлялся там во всем своем блеске. В окружении друзей — как мужчин, так и женщин — его застен-

* Фредерик Александр Линдеманн (1886–1957) — британский физик, профессор, друг и научный советник Черчилля.

чивость отступала. Он находился в центре всеобщего внимания, и ему это вовсе не претило. Взрывы смеха в их компании долетали чуть ли не до противоположного конца крикетной площадки.

В те последние счастливые годы жизни все, что ни делал Харди, отличалось изяществом, строгостью и чувством стиля. Именно поэтому он так ценил крикет — воплощение изящества и строгости: за его формальную красоту. Я слышал, что и математические труды Харди обладали такими же эстетическими качествами, вплоть до самых последних его работ. Возможно, у читателя невольно создалось впечатление, что при личном общении Харди был эдаким мастером разговорного жанра. В какой-то степени это верно, но в ситуациях, которые он называл «нетривиальными» (то есть важными для одного из собеседников), он становился серьезным и внимательным слушателем. Среди других знаменитых личностей, с которыми мне довелось общаться в тот же период, Уэллс на поверку оказался довольно плохим слушателем, Резерфорд в этом смысле его явно превосходил, а Ллойд Джордж был одним из лучших слушателей всех времен. В отличие от последнего, Харди не впитывал впечатления и знания с чужих слов, зато охотно предоставлял свой разум в распоряжение других. Услышав о замысле моего романа «Мастерá» за несколько лет до его написания, Харди подверг меня тщательнейшему экзамену. Говорить в основном приходилось мне, а он лишь сделал несколько удачных предложений. Как жаль, что он не успел прочитать книгу, — она бы ему, наверное, понравилась. Надеясь на это, я посвятил «Мастеров» его памяти.

В примечании к «Апологии математика» Харди упоминает о других наших дискуссиях. Одна из них была длительной и напряженной, в ее ходе мы оба не раз выходили из себя. Каждый страстно отстаивал свое мнение относительно Второй мировой войны, при этом наши мнения, о чем я скажу немного позже, сильно расходились. Мне ни на йоту не удалось переубедить Харди. Однако, несмотря на разделявший и захлестывающий нас шквал эмоций, с точки зрения логики, Харди признавал мою аргументацию. И так было всегда, о чем бы мы с ним ни спорили.

В тридцатые годы Харди продолжил, на свой лад, вести образ жизни молодого человека. Неожиданно этому пришел конец. В 1939 году Харди перенес коронарный тромбоз. Он оправился от болезни, но больше не мог играть ни в теннис, ни в сквош, ни заниматься другими любимыми видами спорта. Вторая мировая война, как и Первая, еще больше омрачила его существование. Он связывал обе в одно общее помешательство, винил англичан, и, даже когда стало ясно, что Англия выстоит, отождествлял себя с войной не больше, чем в 1914 году. В это время трагически погибает один из его ближайших друзей. И тогда — наверняка под влиянием всех этих печалей — творческий заряд математика в конце концов, в шестьдесят с лишним лет, иссяк.

Именно поэтому «Апология математика», если читать ее с должным вниманием, — книга, пронизанная глубокой грустью. Да, она написана остроумно и вызывает интеллектуальный подъем; да, ее отличает все та же кристальная ясность и искренность; да, она воспевает творческий дух художника. Вместе с тем это сдержанный крик души, стоически переживаемая горечь утраты былых творческих сил. Я не знаю других подобных примеров в литературе — отчасти потому, что большинство литературно одаренных людей, способных выразить словами такую горечь, ее попросту не испытывают: писатели редко осознают, что их творческий потенциал окончательно исчерпан.

В те годы, глядя на Харди, я нередко ловил себя на мысли о том, что такой ценой он платил за продленную молодость. Как великий спортсмен, много лет гордившийся молодостью и сноровкой, неизменно казавшийся моложе и жизнерадостнее всех нас, он вдруг осознал, что лишился своего особого дара. Я встречал много выдающихся теннисистов, которые, по их собственному выражению, перевалили через хребет: тяжелеют ноги, удары по мячу уже не те, Уимблдон внушает трепет, а трибуны заполняются ради других. В такие периоды немало спортсменов начинают пить. Харди не запил, но впал в какое-то отчаяние. Физически он восстановился достаточно, чтобы постоять минут десять у сетки или погонять шары в Тринити по собственным правилам, включающим сложную схему фор. Однако мало что вызывало в нем былой энтузиазм — тремя-четырьмя годами раньше, когда его что-то интересовало, он буквально искрился и задействовал всех, что бывало даже утомительно. «Никто не должен скучать, — гласила одна из его аксиом. — Лучше испытывать ужас и отвращение, чем скуку». Теперь же сам Харди часто просто скучал.

По этой причине его друзья, в том числе я, уговорили его написать об истории с Бертраном Расселом в Тринити в 1914–1918 годах. Те, кто не знал, в каком подавленном состоянии пребывал Харди, считали, что тот эпизод остался в прошлом и не стоит его ворошить. На самом же деле Харди нужна была хоть какая-то цель. Получившаяся рукопись переходила из рук в руки, но так и не стала достоянием широкой публики. Прискорбно — она послужила бы, пусть и небольшим, но важным дополнением к университетской истории.

После этого я вновь предпринял попытку убедить Харди написать еще одну книгу, которую он обещал мне в более счастливые времена. Она должна была называться «День на “Овале”»* и описывать день, проведенный за созерцанием крикета. Она задумывалась как экскурс в тонкости игры и человеческой природы, приправленный личными воспоминаниями и размышлениями о жизни в целом. До этой книги, которая обещала стать небольшой эксцентрической классикой, дело так и не дошло.

В последние годы Харди находил во мне мало поддержки. Я отдавал всего себя Уайтхоллу** военного времени, был постоянно занят и очень уставал. Добраться до Кембриджа

---

* Овал — стадион в графстве Суррей, где проводятся международные крикетные матчи.

** Уайтхолл — улица в Лондоне, на которой находятся правительственные учреждения, в переносном смысле — английское правительство.

просто не хватало сил. Впрочем, мне следовало приложить больше рвения и навещать его чаще. С сожалением признаю, что наши отношения не то чтобы охладели, но дали трещину. Харди одолжил мне на весь период войны свое жилище в Пимлико — темную обшарпанную квартирку, выходящую на сквер Святого Георгия и обладающую, по словам Харди, шармом «выдержанного бренди». Тем не менее он не одобрял мое всепоглощающее участие в войне — людям, к которым он питал симпатию, не подобало всецело посвящать себя военным нуждам. Харди никогда не спрашивал меня о работе — не желал обсуждать войну. Я же, со своей стороны, не проявлял должного терпения и понимания, считая, что поскольку работаю по необходимости, а не ради развлечения, то имею полное право получить из этого максимальную выгоду. Разумеется, меня это никоим образом не оправдывает.

В Кембридж после войны я не вернулся, хотя пару раз навестил Харди в 1946 году. Его не отпускала депрессия, он сильно сдал физически и останавливался через каждые несколько метров, чтобы отдышаться. Долгие счастливые прогулки через Паркерс Пис после теннисного матча навсегда остались в прошлом — домой в Тринити-колледж я отвозил его на такси. Харди радовало, что я возобновил работу над книгами: единственно возможный путь для серьезного человека он видел в творчестве. Для себя же он ничего так не желал, как возврата к прежней творческой деятельности. Без этого он считал свою жизнь конченой.

Не могу ручаться за точность слов Харди. Слышать настолько не вяжущиеся с ним слова было тяжело, и тогда я сразу попытался сгладить их какой-то шуткой, а позже активно старался забыть. Так что дословно сказанное я никогда не помнил, убедив себя, что это всего лишь риторическое преувеличение.

В начале лета 1947 года я сидел за завтраком, когда зазвонил телефон. Звонила сестра Харди: он серьезно болен, не мог бы я незамедлительно приехать в Кембридж и первым делом зайти в Тринити? Смысл последней просьбы дошел до меня не сразу, но я подчинился и нашел у привратника колледжа записку, в которой сестра Харди просила меня отправиться в апартаменты ожидающего меня Дональда Робертсона.

Профессор древнегреческого Дональд Робертсон был близким другом Харди и принадлежал к тому же либеральному, изысканному кембриджскому обществу Эдвардианской эпохи. К слову, он был одним из очень немногих, звавших Харди по имени. Профессор тихо приветствовал меня. За окнами стояло спокойное солнечное утро.

«Вам следует знать, что Гарольд пытался покончить с собой», — сообщил Робертсон.

Да, опасность миновала: состояние Харди, если так можно выразиться, приемлемое. Робертсон, хотя и менее резко, высказывался так же прямо, как и сам Харди. Жаль, что попытка не удалась. Харди очень болен и в любом случае долго не протянет — он едва доходит из своих комнат до трапезной. Он сделал совершенно сознательный выбор: жизнь на таких условиях его не устраивает. Имея солидный запас антидепрессантов, Харди подошел к делу основательно и принял слишком большую дозу.

Робертсон всегда вызывал во мне симпатию, хотя я встречался с ним только на общих мероприятиях и за высоким столом в Тринити. Разговор с глазу на глаз происходил между нами впервые. Профессор мягко, однако настоятельно посоветовал мне навещать Харди как можно чаще. Мне будет нелегко, но такова моя обязанность; кроме того, это вряд ли продлится долго. Мы оба чувствовали себя хуже некуда. Я попрощался с Дональдом Робертсоном — и больше никогда его не видел.

Войдя в лечебницу, я застал Харди на кровати, с синяком под глазом для пущего гротеска — во время приступа рвоты от передозировки он ударился об умывальник. Харди потешался над собой: надо же было умудриться! Ну кому еще удавалось устроить подобный бардак? Пришлось ему подыгрывать. Менее подходящую ситуацию для сарказма трудно и представить, однако выбора у меня не было. Я припомнил знаменитые неудавшиеся попытки самоубийств. Взять хотя бы немецких генералов в последней войне: Бек и Штюльпнагель проявили редкостную некомпетентность в этом вопросе. Я сам поражался тому, что говорил. Как ни странно, Харди воспрянул духом.

Я стал наведываться в Кембридж как минимум раз в неделю. Каждый раз с замиранием сердца — но что поделать, ведь Харди как-то обмолвился, что ждет моих визитов. Разговор почти неизменно заходил о смерти. Харди желал и не боялся ее: чего бояться в небытии? Вернулся его твердый интеллектуальный стоицизм. Налагать на себя руки он больше не планировал: все равно плохо получится. Он смирился и приготовился ждать. С болезненным пристрастием, которое его самого удручало (ведь вера Харди в рациональное, как и у большинства людей его круга, переходила, на мой взгляд, все рациональные границы), он дотошно выискивал у себя симптомы и постоянно исследовал собственные лодыжки на предмет отечности: увеличилась или уменьшилась?

Больше всего (примерно пятьдесят пять минут каждого проведенного с ним часа) я должен был говорить о крикете — единственной отдушине для Харди. Я вынужден был изображать увлеченность этим спортом, которую больше не испытывал. По правде говоря, я и в тридцатые годы ровно дышал к крикету, если не считать удовольствия от общения с Харди. Теперь же мне приходилось так тщательно изучать результаты крикетных матчей, как если бы я готовился к школьным экзаменам. Сам он читать уже не мог, но непременно уловил бы фальшь. Порой к нему на несколько минут возвращалась былая жизнерадостность. Но если я быстро не задавал нового вопроса или не сообщал интересную новость, он сникал и оставался лежать в мрачной отреченности, свойственной некоторым перед смертью.

Раз или два я попытался вытащить его из постели. Почему бы нам не рискнуть и не отправиться вместе на крикетный матч? Теперь у меня достаточно средств, говорил я, чтобы поехать на такси — привычном для него транспорте — на любой стадион, который он пожелает.

Харди воодушевлялся, хотя и предупреждал, что я подвергаю себя риску таскать на себе мертвеца. Я уверял его, что справлюсь. Казалось, он готов согласиться. Мы оба понимали: жить Харди оставалось от силы несколько месяцев, и мне хотелось доставить ему хоть немного радости. Увы, в следующее посещение он отчаянно мотал головой. Нет, ничего не получится — нет смысла и пытаться.

Говорить о крикете мне было нелегко. Но еще труднее приходилось сестре Харди — милой, умной женщине, которая так и не вышла замуж и посвятила большую часть жизни заботе о брате. Толком не разбираясь в самой игре, она старательно выискивала и сообщала с таким же изящным юмором, как у прежнего Харди, любую новость о крикете, которую удавалось найти.

Пару раз сквозь хандру прорывалась былая любовь Харди к саркастическим замечаниям. За две или три недели перед смертью он узнал, что Королевское общество собирается вручить ему высшую награду — медаль Копли. На его лице заиграла хорошо знакомая мефистофелевская улыбка — и впервые за последние месяцы я видел Харди в его прежнем великолепии. «Теперь уже нет сомнений, что конец близок. Когда вам так спешат воздать почести, вывод может быть только один».

После этого я навещал его лишь дважды. Последний раз за четыре или пять дней до смерти. В Австралии тогда играла совсем новая команда из Индии, ее-то мы и обсуждали.

На той же неделе Харди сказал сестре: «Даже если бы я знал, что сегодня умру, мне все равно интересно было бы услышать о результатах крикетных матчей».

Его желание почти в точности исполнилось. Каждый вечер перед уходом сестра читала ему главу из истории крикета в Кембриджском университете. Слова одной из тех глав стали последними услышанными им перед смертью: на следующее утро Харди не стало.

Вступление

Я премного благодарен профессору Ч. Д. Броуду и доктору Ч. П. Сноу, которые любезно согласились прочитать мою рукопись, за их ценнейшие замечания. Почти все их предложения я внес в текст и таким образом избавился от множества неточностей и неясностей.

Лишь в одном случае я поступил с критикой иначе. В основу двадцать восьмой главы легла моя короткая статья, напечатанная в начале года в журнале Кембриджского архимедова общества «Эврика», и я посчитал невозможным переделывать то, над чем так недавно и так скрупулезно трудился. К тому же, учитывая важность критических замечаний, пришлось бы так сильно расширить главу, что это нарушило бы равновесие в книге. Поэтому я оставил текст без изменений, зато добавил в конце примечание, где вкратце изложил суть возражений своих критиков.

Г. Г. Х.

18 июля 1940 г.

1

Писать о математике — невеселое занятие для профессионального математика. Свои усилия надо направлять на полезную деятельность, связанную с доказательством новых теорем и пополнением математических знаний, а не на рассказы о том, чего добился он сам или его коллеги. Государственные деятели презирают публицистов, художники — искусствоведов. Похожие чувства, как правило, испытывают физики, врачи и математики: нет более искреннего и, в общем, более оправданного отношения, чем пренебрежение людей творящих к людям, разглагольствующим по поводу чужих трудов. Оценивать, анализировать, критиковать — удел посредственности.

Помню один из редких серьезных разговоров на эту тему с Хаусманом*. В лекции «Назначение

---

* Альфред Эдвард Хаусман (1859–1936) — литературовед и один из самых популярных английских поэтов Эдвардианской эпохи.

и природа поэзии», посвященной Лесли Стивену*, Хаусман особенно подчеркнул, что не является «критиком», однако дал тому совершенно, на мой взгляд, несуразное обоснование, да еще восхищенно высказался о литературной критике, поразив и возмутив меня до глубины души.

Он начал с цитаты из своей инаугурационной речи двадцатидвухлетней давности:

«Не смею утверждать, что литературная критика — самый сокровенный дар в небесных сокровищницах, однако сами Небеса, похоже, относятся к ней именно так, потому что мало кто из людей удостаивается этого дара. Хотя ораторов и поэтов... не так много, как ягод в лесу, они все же появляются чаще, чем комета Галлея. А вот талантливых литературных критиков днем с огнем не найдешь...»

После чего он продолжил:

«За эти двадцать два года я в чем-то преуспел, а в чем-то стал слабее. И пусть я не улучшился настолько, чтобы стать литературным критиком, зато и не деградировал настолько, чтобы называть себя таковым».

Меня сильно расстроили эти слова из уст такого выдающегося ученого и поэта, и, столк-

---

* Сэр Лесли Стивен (1832–1904) — английский историк, писатель, литературный критик и альпинист. Отец писательницы Вирджинии Вульф и художницы Ванессы Белл.

нувшись с ним пару недель спустя в холле университета, я набрался смелости и задал ему два вопроса. Неужели он действительно хотел, чтобы его слова восприняли серьезно? Неужели жизнь лучшего из критиков сравнима для него с жизнью ученого и поэта? Мы проспорили весь ужин напролет, и в конце концов он вроде бы со мной согласился.

Я не претендую на диалектический триумф в споре с человеком, который уже не может меня опровергнуть, и все же под конец нашего разговора он ответил «Пожалуй, не совсем» на первый вопрос и «Пожалуй, нет» на второй.

Нельзя узнать наверняка, какие чувства испытывал Хаусман, и я ни в коем случае не утверждаю, что он принял мою сторону. Зато в чувствах ученых я не сомневаюсь и полностью их разделяю. И тот факт, что вместо занятий математикой я о ней пишу, — не что иное, как признание собственной несостоятельности, за что меня вправе презирать или жалеть более молодые и строгие математики. Я пишу о математике потому, что, как и любой другой математик, которому перевалило за шестьдесят, больше не обладаю живостью мысли, энергией и терпением для успешного продолжения своей непосредственной деятельности.

2

Я решил выступить с апологией математики — и мне наверняка возразят, что в этом нет нужды, так как в наши дни найдется мало наук, которые пользуются подобным признанием и считаются, по праву или нет, такими прибыльными и почетными. Не стану спорить. Возможно, так оно и есть, ведь со времен сенсационных открытий Эйнштейна бо́льшим уважением в глазах общественности пользуются разве что астрономия и атомная физика. Математикам не на что жаловаться. Им не приходится преодолевать сопротивление, описанное Брэдли* в блистательной защите метафизики во введении к «Видимости и реальности».

Метафизикам твердят, пишет Брэдли, что «метафизика как наука совершенно непостижима» или что «будь она даже в какой-то мере постижима, она не заслуживает называться наукой». «Все те же проблемы, — говорят метафизику, — все те же споры и те же неудачи. Не пора ли уже от этого отказаться и признать поражение? Неужели больше не на что направить усилия?» Глупцов, которые отважились бы подобным образом высказываться о математике, нет.

---

* Френсис Герберт Брэдли (1846–1924) — английский философ-идеалист, главный представитель английского неогегельянства.

Количество незыблемых математических истин очевидно и весомо, а ее практическое применение — все эти мосты, паровые двигатели и динамо-машины — впечатляет даже тех, кто напрочь лишен воображения. Широкую общественность не требуется убеждать в пользе математики.

Математиков такое положение дел, безусловно, устраивает, но вряд ли радует. Истинный математик понимает, что ценность математики далеко не ограничивается этими примитивными достижениями, что своей популярностью она по большому счету обязана незнанию и непониманию, и что более рациональные доводы в ее защиту пришлись бы очень кстати. Во всяком случае я готов предпринять такую попытку. Думаю, задача будет не настолько сложной, как апология Брэдли.

Для начала спрошу, стоит ли вообще серьезно заниматься математикой? Существует ли оправдание тому, чтобы посвятить ей жизнь? И сам отвечу так, как и следует математику: да, стоит, и оправданий тому предостаточно. Только сразу оговорюсь: выступая в защиту математики, я защищаю себя, и моя апология неминуемо получится в какой-то степени эгоистичной. Я не стал бы стоять горой за предмет, в котором считаю себя неудачником. Так что определенная доля эгоизма неизбежна, и я не собираюсь по этому поводу оправдываться. Великие дела не совершаются «скромными» людьми. Любой профессор, например, просто обязан несколько преувеличивать значимость своего предмета и свои в нем достижения. Человек, который постоянно сомневается: «А стоит ли этим заниматься?», «А подхожу ли я на эту роль?» — никогда не добьется значимых результатов сам и не вдохновит других. Надо просто чуть сощуриться и представить, что и ты сам, и твой предмет заслуживаете большего. Это не так трудно — труднее не выставить себя и свою дисциплину на посмешище, если зажмуриться слишком сильно.

3

Человеку, собравшемуся оправдать свое существование и деятельность, необходимо различать два принципиально разных вопроса. Первый: стоит ли его занятие усилий, и второй: почему он этим занимается, независимо от ценности выбранной деятельности? На первый вопрос зачастую ответить трудно, и ответ может сильно разочаровать. Зато второй вопрос мало кого ставит в тупик. Обычно честные ответы бывают двух видов, причем серьезного рассмотрения заслуживает только один, так как второй — всего лишь более скромная версия первого.

Итак, ответ первый: «Я делаю то, что делаю, потому что это единственное, что у меня хорошо получается. Я адвокат, или брокер, или профессиональный игрок в крикет, потому что имею к этому талант. Я адвокат, так как у меня подвешен язык и мне нравится копаться в юридических тонкостях; я биржевой брокер, так как быстро и точно ориентируюсь на рынках; я крикетист, потому что здорово играю в крикет. Я не отказался бы стать поэтом или математиком, но, к сожалению, способностей в этих областях у меня нет».

Я отнюдь не утверждаю, что подобные аргументы оправданны; у большинства нет вообще никаких талантов. Однако для меньшинства, если их, конечно, не заносит, это несокрушимый аргумент. Таких людей, которые вполне сносно справляются с работой, найдется процентов пять или от силы десять. Совсем немногие могут похвастаться настоящим талантом, а таких, которые проявляют способности в двух областях, и вовсе единицы. Тот, кто обладает ярко выраженным талантом, должен быть готов пожертвовать чуть ли не всем остальным ради его развития.

Такого же мнения придерживался доктор Джонсон*.

---

* Сэмюэль Джонсон (1709–1784), также известный как доктор Джонсон, — английский литературный критик, лексикограф и поэт эпохи Просвещения, составитель толкового «Словаря английского языка» (1755).

Когда я сообщил ему, что видел, как [его тезка] Джонсон скакал на трех лошадях одновременно, он сказал: «Такого человека, сэр, надобно поощрять, ибо он являет собой величие человеческих возможностей»*.

Он в равной степени восхищался бы альпинистами, пловцами через Ла-Манш и шахматистами, играющими с завязанными глазами. Я, со своей стороны, тоже восторгаюсь стремлением к выдающимся свершениям. Меня впечатляют даже иллюзионисты и чревовещатели, а когда Алехин** и Брэдмен идут на очередной рекорд, я не на шутку расстраиваюсь, если они терпят неудачу. В этом я вполне солидарен как с доктором Джонсоном, так и с общественным мнением. Как верно заметил В. Дж. Тернер***, только «знатоки» (в негативном смысле слова) не восхищаются «настоящими подвигами».

Здесь, конечно, не последнюю роль играет наше отношение к различным видам деятельности. Я предпочел бы скорее стать знаменитым

---

* Цитата из книги «Жизнь Сэмюэля Джонсона» (1791) шотландского писателя и мемуариста Джеймса Босуэлла.

** Александр Александрович Алехин (1892–1946) — русский шахматист, чемпион мира в 1927–1935 и 1937–1946 гг.

*** Вальтер Джеймс Тернер (1884–1946)—уроженец Австралии, английский писатель и критик.

писателем или художником, чем известным государственным деятелем; многие из нас не готовы поступиться нравственными принципами ради славы. Однако в большинстве случаев эти различия редко определяют выбор профессии, который почти всегда продиктован ограниченностью врожденных способностей. Поэзия имеет бóльшую ценность, чем крикет, но Брэдмен сильно сглупил бы, пожертвуй он своим талантом в крикете ради написания второразрядных стихов (большее, на что он, на мой взгляд, может рассчитывать). Зато если бы крикет давался ему чуть хуже, а поэзия чуть лучше, то выбор был бы куда сложнее: затрудняюсь сказать, предпочел бы я стать Виктором Трампером* или Рупертом Бруком**. К счастью, подобные дилеммы возникают крайне редко.

Стоит добавить, что наличие такой дилеммы у математика и вовсе маловероятно. Да, разницу между математическим и иным складом ума часто сильно преувеличивают, и все же способности к математике — талант совершенно особенный,

* Виктор Трампер (1877–1915) — австралийский игрок в крикет, известный как самый стильный и универсальный игрок с битой Золотого века крикета.

** Руперт Брук (1887–1915) — английский поэт, известный своими идеалистическими военными сонетами, написанными в период Первой мировой войны.

и одаренные им обычно не славятся своей разносторонностью или пригодностью к чему-либо иному. Математика у такого человека наверняка будет получаться лучше всего остального, и глупо жертвовать возможностями развивать свой талант в угоду посредственным достижениям в какой-либо иной сфере. Такую жертву можно оправдать разве что материальной нуждой или возрастом.

4

Здесь будет уместно затронуть тему возраста, поскольку она особенно остра для математиков. Никому из нас нельзя забывать, что математика, как никакая другая область искусства или науки, — занятие для молодых. Простым общеизвестным подтверждением может служить тот факт, что среди избранных в Королевское общество в среднем самые молодые — именно математики.

Разумеется, об этом свидетельствуют и более яркие примеры. Достаточно вспомнить жизненный путь одного из величайших математиков мира. Ньютон окончательно оставил математику в пятьдесят лет, а интерес к ней потерял и того раньше; уже, наверное, годам к сорока он осознал, что период его творческого расцвета прошел. Свои величайшие идеи — метод флюксий и закон всемирного тяготения — он сформулировал в 1666 году, когда ему было двадцать четыре года: «В то время я находился на пике собственной эры открытий и размышлял о математике и философии больше, чем когда-либо впоследствии». Он продолжал делать открытия лет до сорока (эллиптичность орбит была доказана им в тридцать семь), после чего занимался лишь их оттачиванием и совершенствованием.

Галуа умер в двадцать один год, Абель — в двадцать семь, Рамануджан — в тридцать три, Риманн — в сорок лет. Конечно, случалось, что математики добивались великих свершений и в более позднем возрасте. Например, выдающаяся работа Гаусса по дифференциальной геометрии увидела свет, когда ученому исполнилось пятьдесят (хотя основные ее идеи посетили его десятилетием раньше). И все же я не знаю ни одного великого прорыва в математике, сделанного человеком старше пятидесяти. Если математик в зрелом возрасте теряет интерес к науке и бросает ею заниматься, потеря, вероятнее всего, невелика ни для науки, ни для него самого.

С другой стороны, вероятность сколь-либо существенной пользы от этого еще меньше. Количество математиков, оставивших науку в последние годы, особенно удручает. Из Ньютона получился весьма компетентный хранитель Королевского монетного двора (когда он ни с кем не пререкался), а вот Пенлеве* добился куда меньших успехов на поприще премьер-министра Франции. Политическая карьера Лапласа** и вовсе оказалась недостойной, хотя пример не совсем подходящий: Лаплас был скорее непорядочным, чем неспособным, и никогда по-настоящему не «бросал» математику. Примеры того, что первоклассный математик переставал заниматься математикой и достигал таких же высот в какой-то иной области, чрезвычайно редки***. И, возможно, бывали молодые люди, которые становились первоклассными математиками, занимаясь ею долгие годы, только я не припомню ни одного правдоподобного случая. Все это подтверждается моим личным, пусть и ограниченным опытом. Молодые одаренные математики, которых я знавал, были всецело преданы математике, причем не из-за недостатка честолюбия, а из-за его избытка. Все они по-

---

* Поль Пенлеве (1863–1933) — французский математик и механик, в 1917 и 1925 гг. — премьер-министр Франции.

** Пьер Симон Лаплас (1749–1827) — французский математик, астроном и физик, в 1799 г. — министр внутренних дел Франции.

*** Паскаль, пожалуй, лучший тому пример. — *Примеч. авт.*

нимали, что если признание и величие вообще возможны, добиться их можно именно на математическом поприще.

5

Существует и «более скромная версия» типичного оправдания, но она заслуживает упоминания лишь в нескольких словах.

Итак, ответ второй: «Я ни в чем не преуспел. Я делаю то, что делаю, по стечению обстоятельств. Мне никогда не предоставлялась возможность заняться чем-либо еще». Для меня это настолько же убедительное объяснение. Верно, у большинства людей ничто не получается хорошо. Тогда выбор их профессии не имеет значения, и говорить тут особенно не о чем. Такой ответ убедителен, хотя едва ли приемлем для человека, обладающего хоть толикой гордости; и я полагаю, что он вряд ли удовлетворил бы кого-то из нас.

6

Настало время вернуться к первому вопросу из третьей главы, ответ на который дать гораздо труднее, чем на второй. Стоит ли заниматься математикой — в том смысле, который в это понятие вкладываю я и другие математики, и если стоит, то почему?

Я вновь пролистал первые страницы своей инаугурационной лекции в Оксфорде в 1920 году, где, по сути, привел основные доводы в оправдание математики. Изложены они крайне сжато (всего лишь на паре страниц) и написаны таким языком (видимо, тогда я так представлял себе «оксфордский стиль»), за который мне сегодня неловко. Тем не менее, несмотря на несовершенство формы, суть вопроса я все-таки донес. Поэтому считаю уместным предварить дальнейшее обсуждение кратким пересказом тезисов той лекции.

(1) Прежде всего я подчеркнул безвредность математики: «изучение математики, даже если и бесполезно, совершенно безобидно и безвредно». Я по-прежнему в этом убежден, хотя сознаю, что едва ли обойдусь без развернутого и подробного объяснения.

«Бесполезна» ли математика? Простой ответ: нет — хотя бы уже потому, что занятия ею доставляют многим огромное удовольствие. Однако я употребил слово «полезный» в более узком значении: есть ли от математики польза, непосредственная польза, как от других наук вроде химии или физиологии? Этот вопрос уже не назовешь ни простым, ни однозначным, и на него я тоже отвечу «нет», хотя многие математики и большинство не имеющих отношения к математике людей не задумываясь ответят «да».

«Безобидна» ли математика? Ответ на этот вопрос также неочевиден, и я предпочел бы вовсе его избежать, поскольку он сводится к роли науки в войне. Но можно ли считать математику безвредной в противоположность, например, той же химии? К обоим вопросам я вернусь чуть позже.

(2) Далее я перешел к тому, что «в масштабах Вселенной, где все мы, по сути, зря теряем время, жизнь нескольких университетских мужей, потраченная на бесполезное занятие, — не такая уж страшная катастрофа». Здесь я, похоже, решил примерить на себя или, скорее, изобразить преувеличенное смирение, от которого отрекся выше. Уверен, что просто неудачно выразился, пытаясь в одно предложение вместить все то, о чем подробно расписал в третьей главе. Я имел в виду, что у нас, ученых мужей, в самом деле имеются кое-какие таланты и что мы поступаем правильно, старательно доводя их до совершенства.

(3) Наконец (в выражениях, которые теперь выглядят до боли высокопарно), я заявил о непреходящем характере математических достижений:

«Возможно, наши деяния невелики, но они остаются надолго. А создать нечто более или менее долговечное, будь то стихи или теорема по геометрии, значит сделать то, что выходит за рамки возможностей большинства представителей человеческого рода».

И далее:

«Сейчас, в эпоху противоборства между древними и современными учениями, хоть кто-то должен замолвить словечко за науку, которая не началась с Пифагора и не закончится Эйнштейном, а останется навечно самой древней и самой молодой из всех наук».

Если не обращать внимания на пафос, то по существу мысль верная. Я остановлюсь на ней подробнее, не предваряя ее мнениями по остальным вопросам, которые пока оставлю открытыми.

7

Осмелюсь предположить, что пишу для читателей, которыми во многом движут, или когда-то двигали, честолюбивые помыслы. Всякому человеку, по крайней мере молодому, надлежит иметь амбиции. Честолюбие — благородное стремление, способное принимать совершенно разные формы; некое благородство можно узреть даже в амбициях Аттилы или Наполеона. И все же самое благородное стремление — это оставить после себя нечто, имеющее непреходящую ценность:

Здесь, на песчаном берегу
Меж морем и землей,
Успею ль сотворить я то,
Что ночь не скроет мглой?

Какие руны высечь мне,
Чтоб натиск волн сдержать,
Какой построить бастион,
Чтоб вечно мог стоять?*

Почти все выдающиеся труды и достижения появились благодаря амбициям. В частности, всеми сколь-нибудь значимыми творениями, созданными на благо человека, мы обязаны честолюбивым людям. Взять хотя бы два знаменитых примера: разве не амбиции двигали Листером и Пастером?** Или на более обыденном

---

* Строки из стихотворения А. Э. Хаусмана «Здесь, на песчаном берегу...» («Smooth between sea and land»).

** Джозеф Листер (1827–1912) — английский хирург и ученый, создатель хирургической антисептики. Луи Пастер (1822–1895) — французский ученый, основоположник микробиологии и иммунологии. Показав микробиологическую сущность брожения и многих болезней животных и человека, Пастер стал одним из основоположников микробиологии, создателем научных основ вакцинации и вакцин против сибирской язвы, куриной холеры и бешенства.

уровне: кто осчастливил нас в повседневной жизни больше, чем Кинг Жиллет и Уильям Уиллет?*

Самые яркие примеры мы находим в физиологии, но лишь потому, что физиология по сути своей наука «полезная». Однако тут важно не впасть в распространенное среди апологетов наук заблуждение о том, что люди, труд которых облегчает нашу жизнь, работают исключительно ради процветания человечества. К примеру, физиологам особенно принято приписывать возвышенные и благородные порывы. Ученый-физиолог действительно может быть счастлив, что его труды приносят людям пользу, и все же изначально им движут мотивы, неотличимые от тех, что вдохновляют и побуждают любого ученого или математика.

Есть множество достойных устремлений, способных сподвигнуть человека на исследовательскую деятельность, однако три из них представляются мне весомее прочих. Первое (без которого все остальные ни к чему бы не привели) — это интеллектуальное любопытство, желание познать истину. Следующий стимул — профессиональная гордость, не дающая успо-

---

* Кинг Кэмп Жиллет (1855–1932) — американский бизнесмен, изобретатель ставшего всемирно популярным бритвенного станка. Уильям Уиллет (1856–1915) — инициатор и пропагандист летнего времени.

коиться, пока человек не будет удовлетворен собственными успехами, и стыд, который испытывает любой уважающий себя профессионал при виде результатов, недостойных его таланта. И наконец, амбиции — забота о репутации, положении, даже сопутствующая им жажда богатства и власти. Приятно сознавать, закончив работу, что ты осчастливил других или облегчил их страдания, только это не та причина, по которой ты взялся за дело. Я не верю ни одному математику, химику или даже физиологу, который утверждает, что к работе его побудило желание принести пользу человечеству (а если бы и поверил, то не стал бы относиться к ним лучше). Основными стимулами всегда будут те, что я перечислил, и ничего постыдного в этом нет.

8

Итак, поскольку основной движущей силой исследований являются интеллектуальное любопытство, профессиональная гордость и амбиции, то у математика, вне всяких сомнений, самые высокие шансы добиться желаемого. Во-первых, нет более любопытной дисциплины, где истина вела бы себя настолько непредсказуемо. Во-вторых, математика располагает самыми изощренными, самыми увлекательными приемами, оставляя ни с чем не сравнимое пространство для демонстрации чистого мастерства. И наконец, чему в истории найдется множество доказательств, математические свершения, какой бы ни была заложенная в них ценность, — самые долговечные.

Об этом свидетельствуют даже полуисторические цивилизации. Вавилонской и Ассирийской цивилизациям давно пришел конец, от их правителей Хаммурапи, Саргона и Навуходоносора остались лишь имена; при этом вавилонская математика и поныне представляет интерес, а их шестидесятеричную систему счисления применяют в современной астрономии. Самым же убедительным примером остается, конечно, Древняя Греция.

Греки были первыми математиками, чьими достижениями мы реально пользуемся по сей день. Восточная математика, может, и вызывает любопытство, но именно греческая считается «настоящей». Древние греки первыми заговорили на языке, понятном современным математикам; как однажды выразился о них Литлвуд, они не умные школьники и даже не «студенты», а «профессора из другого колледжа». То есть древнегреческая математика «вечна» — более вечна, чем древнегреческая литература. Архимеда будут помнить и тогда, когда забудут Эсхила, потому что языки исчезают, а математические идеи остаются. Пусть слово «бессмертный» — глупое; что бы оно ни значило, математики имеют право претендовать на него больше других.

Кроме того, математикам нечего бояться, что будущее окажется к ним несправедливым. Бессмертность зачастую смехотворна или жестока (кому из нас пришлось бы по вкусу войти в историю, как Ог*, Анания** или Галлион?***) и даже в математике не обошлось без исторических казусов. Например, Ролль**** фигурирует во всех учебниках по математическому анализу, будто он ровня Ньютону; Фарей увековечил свое имя потому, что не понял теорему,

---

* Ог — царь аморреев, упомянутый в книгах «Числа» и «Второзаконие» Торы. Ог был такой огромный, что имел железное ложе — «одр железный» — так как обычное для того времени деревянное ложе его бы не выдержало.

** Анания — еврей-христианин из Дамаска, по преданию, признается одним из числа семидесяти апостолов, епископ Дамасский, священномученик, до смерти забитый камнями.

*** Юний Анней Галлион (ок. 5 до н. э. — 65; Деян.18:12,14,17) — брат известного философа Сенеки, судья. В 53 году был назначен проконсулом Ахайи и проявил себя мудрым правителем. По свидетельству Иеронима, в 65 году он, как ранее Сенека, по приговору Нерона покончил с собой.

**** Мишель Ролль (1652–1719) — французский математик.

которую за четырнадцать лет до него однозначно доказал Харос*; имена пяти состоятельных норвежцев упоминаются в биографии Абеля благодаря акту сознательного идиотизма, добросовестно совершенного за счет своего великого соотечественника. Впрочем, в целом история науки справедлива, особенно в отношении математики. Ни одна другая дисциплина не имеет таких четких и общепринятых стандартов, и люди, которых помнят, как правило, того заслуживают. Математическая слава, если у вас достаточно ресурсов, чтобы сполна за нее заплатить, пожалуй, одна из самых прочных и долговечных инвестиций.

9

Такое положение дел вполне устраивает университетских донов, в особенности профессоров математики. Среди адвокатов, политиков и бизнесменов бытует мнение, что академическая карьера привлекает в основном людей осторожных, лишенных амбиций, которые главным образом стремятся к устроенной и спокойной

---

* Джон Фарей (1766–1826) — английский геолог, писатель. Наиболее известен тем, что опубликовал (без доказательства) ряд свойств последовательностей, названных в его честь рядом Фарея. Фактически же ввел ряд Фарея и доказал основные его свойства французский математик Шарль Харос в 1802 году.

жизни. Это наговор. Дон кое-чем жертвует — в частности, возможностью много зарабатывать (профессору редко удается заработать две тысячи фунтов в год), и перспектива получить постоянную профессорскую должность, естественно, эту жертву компенсирует. И все же Хаусман не захотел бы стать лордом Саймоном или лордом Бивербруком* не поэтому. От их карьеры он отказался бы из честолюбия — чтобы не стать человеком, о котором через двадцать лет никто не вспомнит.

Тем не менее больно сознавать, что даже при всех вышеперечисленных преимуществах математик не застрахован от забвения. Помню, Бертран Рассел однажды рассказал мне о своем страшном сне. Будто стоит он году эдак в 2100 нашей эры на верхнем этаже университетской библиотеки, а вдоль рядов, с огромной корзиной, ходит библиотекарь. Одну за другой он берет с полок книги, недолго вертит каждую в руках и либо возвращает ее на полку, либо кидает в корзину. Наконец он подходит к трехтомнику, в котором Рассел узнает последний сохра-

---

* Лорд Саймон, Джон Олбрук (1873–1954) — министр иностранных дел Великобритании с 1931 по 1935 г. Лорд Бивербрук, Уильям Максуэл (1879–1964) — член правительства Великобритании в 1918 и 1940–1945 гг., газетный магнат.

нившийся экземпляр «Principia mathematica»*. Библиотекарь вынимает один из томов, бегло просматривает несколько страниц, явно озадаченный непонятными символами, захлопывает книгу и застывает в нерешительности...

10

Математик, подобно художнику или поэту, создает образы, причем математические образы сохраняются дольше, потому что всегда несут в себе идею. Художник использует формы и цвет, поэт — слова. Если в картине и присутствует некая «идея», то она, как правило, обыденна и не столь важна сама по себе. В поэзии идеи значат чуть больше; но, как заметил Хаусман, роль идей в стихах обычно сильно преувеличена: «Я не верю в поэтические идеи... В поэзии главное — не то, что сказано, а то, как это выражено».

> Не смыть всем водам яростного моря
> Святой елей с монаршего чела**.

---

* «Принципы математики», или «Начала математики» — трехтомная монография по логике и философии математики Альфреда Уайтхеда и Бертрана Рассела, изданная в 1910, 1912 и 1913 годах.

** Строки из пьесы «Ричард II» Уильяма Шекспира в переводе М. Донского.

Можно ли представить себе более совершенные строки и при этом более банальную и ложную идею? Несостоятельность идей едва ли умаляет красоту их словесного воплощения. У математика же нет ничего, кроме идей, потому-то его образы и долговечнее, ибо со временем идеи изнашиваются меньше, чем слова.

Математические образы, подобно творениям поэтов или художников, обязаны быть красивыми; идеи, равно как цвета или слова, должны гармонично сочетаться между собой. Красота — это первый критерий: для нескладной, уродливой математики в мире просто нет места. В этом я категорически не согласен с распространенным (пусть и в меньшей степени, чем двадцать лет назад) ошибочным убеждением, которое Уайтхед назвал «литературным суеверием»: мол, что восхищение и эстетическое наслаждение математикой есть «мономания, свойственная в каждом поколении лишь горстке эксцентриков».

В наши дни трудно встретить образованного человека, невосприимчивого к эстетическому очарованию математики. Другое дело — дать ему определение. Но то же относится к любой красоте — мы вряд ли сможем точно сформулировать, в чем красота стихотворения, однако безошибочно узнаем ее присутствие. Даже профессор Хогбен*, при любой возможности умаляющий важность эстетических свойств математики, не осмеливается отрицать их наличие. «Не спорю, у редких индивидов математика способна вызвать прохладное, отстраненное восхищение... Для этих избранных эстетическая прелесть математики вполне реальна». Он называет таких людей «редкими», а их чувства «прохладными» (то есть это чудаки, которые живут в крошечных университетских городках, укрытых от свежего ветра открытых просторов). Тем самым он попросту вторит «литературному суеверию» Уайтхеда.

На самом же деле существует мало более «популярных» наук, чем математика. Большинство людей способны оценить прелесть математики точно так же, как получить удовольствие от приятной мелодии; может статься, даже больше людей интересуется математикой, чем музыкой. А тому, что на поверхности все выглядит как раз наоборот, нетрудно найти объяснение. Музыку, в отличие от математики, можно использовать с целью вызывать коллективные эмоции; к тому же отсутствие музыкальных талантов не считается (и

---

* Ланселот Томас Хогбен (1895–1975) — английский ученый, биолог, создатель искусственного языка интерглосса.

правильно) чем-то постыдным. В то же время слово «математика» нагоняет на людей такой страх, что они совершенно искренне спешат заверить каждого в своей математической некомпетентности.

Не требуется большого ума, чтобы доказать абсурдность «литературного суеверия». В любой цивилизованной стране найдется масса любителей шахмат — в России в них играет почти все образованное население, и каждый игрок способен распознать и оценить «красоту» партии или комбинации. При этом любая шахматная комбинация — не что иное, как чисто математическое упражнение (чего не скажешь о партии, где обязательно замешана еще и психология). Поэтому тот, кто ценит «красоту» разыгранной комбинации, на самом деле воздает должное красоте математики, пусть красота эта и не такая уж возвышенная. Каждый шахматный поединок — это апофеоз математики.

На более приземленном уровне, зато для более широкой публики, о том же свидетельствует игра в бридж или, на совсем уж обывательском уровне, головоломки в ежедневной газете. Главная причина их невероятной популярности — в притягательной силе элементарной математики, и лучшие создатели головоломок, такие как

Дьюдени или Калибан*, ничего другого и не используют. Они хорошо знают свое дело, ведь публике нужен интеллектуальный «пинок», и ничто так не подстегивает ум, как математика.

Еще я бы добавил, что даже известные личности (включая тех, кто привык с пренебрежением отзываться о математике) ничему так не рады, как открытию — впервые или заново — подлинной математической теоремы. Герберт Спенсер** в своей автобиографии переиздал теорему об окружностях, которую доказал в двадцать лет (не ведая, что ее двумя тысячами лет ранее доказал Платон). А более недавний и более поразительный пример — профессор Содди*** (чья теорема действительно принадлежит ему)****.

---

* Генри Э. Дьюдени (1857–1930) — английский математик, составитель знаменитых логических и математических головоломок. Калибан — псевдоним британского экономиста, журналиста, радиоведущего, игрока в бридж и составителя задач и головоломок Губерта Филипса (1891–1964).

** Герберт Спенсер (1820–1903) — английский философ.

*** Фредерик Содди (1877–1956) — английский радиохимик, член Лондонского королевского общества (1910), лауреат Нобелевской премии по химии (1921).

**** См. его письма о «Гекслете» в журнале «Нейче», том 137–9 (1936–1937 г.). — *Примеч. авт.*

11

Шахматная задача — самая настоящая, но при этом как бы «несущественная» математика. Какими бы гениальными и хитрыми, оригинальными или неожиданными ни были ходы, им не хватает главного. Шахматные задачи не важны. Лучшая математика не просто красива, но и серьезна — «важна», если угодно, хотя это очень неоднозначное слово, а «серьезна» куда точнее выражает мою мысль.

Я не имею в виду «практическую» пользу от математики; к этой теме я еще вернусь. А пока замечу, что если шахматная задача, грубо говоря, «бесполезна», то такова, по большому счету, и математика: лишь малая ее часть находит применение на практике, причем часть относительно неинтересная. «Серьезность» теоремы определяется не ее практическими последствиями, которых ничтожно мало, а значимостью соединенных в ней математических идей. Говоря обобщенно, математическая идея «значима», если она логично и понятно связывает между собой множество других математических идей. Таким образом, серьезная теорема — та, что связывает значимые идеи, — наверняка повлечет за собой прогресс как в самой математике, так и в других науках. Ни одна шахматная задача не повлияла на развитие научной мысли, тогда как Пифагор, Ньютон и Эйнштейн, каждый в свое время, полностью изменили ее ход.

Серьезность теоремы заключается, конечно, не в ее влиянии — последнее лишь подтверждает ее серьезность. Шекспир оказал громадное воздействие на развитие английского языка, Отуэй* — практически никакого, и все-таки это не та причина, по которой Шекспир лучше как поэт. Он лучше потому, что писал гораздо лучшие стихи. Более низкое положение шахмат, как и поэзии Отуэя, объясняется не их влиянием, а их содержанием.

Есть еще один аспект, которого я коснусь лишь вскользь — не потому, что он неинтересен, а потому, что сложен. К тому же у меня нет должной квалификации, чтобы всерьез рассуждать об эстетике. Красота математической теоремы во многом зависит от ее серьезности; даже красота стихотворной строки может в какой-то мере зависеть от значимости выраженной в ней идеи. Я уже приводил две строки Шекспира как пример чисто словесной красоты, и все же строка:

Горячка жизни кончилась, он спит**;

---

* Томас Отуэй (1651–1685) — английский поэт и драматург.

** Строка из пьесы «Макбет» Уильяма Шекспира в переводе М. Лозинского.

кажется еще прекраснее. Образ такой же совершенный, однако в этом случае сама идея так важна, мысль так сильна, что строка вызывает у нас гораздо более глубокий эмоциональный отклик. Идеи существенны для образа даже в поэзии, а уж тем более в математике; но мне не стоит и пытаться серьезно рассуждать на эту тему.

12

Теперь понятно, что единственный путь двигаться дальше — это привести примеры «настоящих» теорем, то есть тех, которые всеми математиками единодушно признаются первоклассными. Вместе с тем я связан ограничениями, с учетом которых пишу. С одной стороны, мои примеры должны быть достаточно простыми, не требующими предварительных объяснений и понятными читателю без специальной математической подготовки; читатель должен понимать как ход доказательств, так и формулировки. Эти условия исключают, к примеру, множество прекраснейших теорем в теории чисел, таких как теорема Ферма о двух квадратах или закон квадратичной взаимности. С другой стороны, примеры должны быть взяты из «реальной» математики, с которой имеют дело профессионалы. Это условие исключает немалую долю теорем, которые можно было бы вполне доступно объяснить, но которые посягают на логику и философию математики.

Поэтому мне не остается ничего другого, как обратиться к древним грекам. Я сформулирую и докажу две знаменитые теоремы древнегреческой математики. Обе «просты» по форме и по содержанию и при этом не оставляют сомнений в том, что принадлежат к наивысшему классу. Обе так же свежи и значимы, как и в день их открытия, — две тысячи лет не добавили им ни единой морщинки! И наконец, понятливому читателю, независимо от его математического багажа, достаточно часа, чтобы освоить и формулировки, и доказательства обеих теорем.

1. Первый пример — теорема Евклида* о бесконечности множества простых чисел.

Простые числа — это множество чисел

(A) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29, ...,

которые нельзя разложить на меньшие делители**. К примеру, 37 и 317 — простые числа. Лю-

---

* Доказательство приведено Евклидом в «Началах» (книга IX, 20). Подлинный источник многих теорем в «Началах» неясен, но ничто не указывает на то, что именно эта теорема не принадлежит Евклиду. — *Примеч. авт.*

** По формальным причинам 1 не относят к простым числам. — *Примеч. авт.*

бое число можно получить путем перемножения простых чисел: то есть $666 = 2 \times 3 \times 3 \times 37$. Каждое число, которое не является простым, делится по меньшей мере на одно простое (хотя обычно, разумеется, простых делителей несколько).

Требуется доказать, что простых чисел бесконечно много, другими словами, что список (А) бесконечен.

Предположим, что он конечен и что список

$$2, 3, 5, \ldots, P$$

включает все простые числа, из которых P – самое большое. Для проверки этой гипотезы рассмотрим число Q, полученное по формуле:

$$Q = (2 \times 3 \times 5 \times \ldots \times P) + 1.$$

Ясно, что число Q не делится нацело ни на одно из чисел множества (А), так как при делении на любое из них всегда останется 1. При этом если Q не простое, то должно делиться без остатка на некое простое число. Следовательно, существует простое число (которым может быть и само Q) больше, чем какое-либо число из нашего изначального списка. А это противоречит нашей гипотезе о том, что простых чисел, превосходящих P, не существует. Следовательно, гипотеза неверна.

Метод доказательства *reductio ad absurdum**, столь любимый Евклидом, — один из лучших приемов математика**. Это гораздо более изощренная уловка, чем любой шахматный гамбит: шахматист может пожертвовать пешкой или даже фигурой, а математик как бы сразу сдается.

13

2. Второй пример — доказательство Пифагора***, подтверждающее «иррациональность» квадратного корня из двух.

Число «рационально», если его можно представить в виде дроби $\frac{a}{b}$, где a и b — целые числа, у которых нет общего делителя, иначе бы мы эту дробь сократили. Утверждение «число $\sqrt{2}$ иррационально» равносильно утверждению, что число 2 нельзя представить в виде формулы $\left(\frac{a}{b}\right)^2$;

* Латинское название метода «доведения до абсурда», частным случаем которого является доказательство от противного.

** Эту теорему можно доказать и без *reductio*, и логики некоторых школ предпочитают именно так и поступать. — *Примеч. авт.*

*** Традиционно доказательство приписывают Пифагору или уж точно относят к пифагоровой школе. В гораздо более общей форме теорема встречается у Евклида («Начала», книга X, 9). — *Примеч. авт.*

а это, в свою очередь, равносильно утверждению, что уравнению

(B) $$a^2 = 2b^2$$

не удовлетворяют никакие целые *a* и *b,* не имеющие общего делителя. Это чисто арифметическая теорема, не требующая знаний об «иррациональных числах» и не опирающаяся ни на какую теорию об их свойствах.

Воспользуемся вновь *reductio ad absurdum:* предположим, что (B) верно для целых *a* и *b,* не имеющих общего делителя. Из (B) следует, что a^2 — четное число (поскольку $2b^2$ заведомо делится на 2), а значит, и само *a* тоже четное (ведь квадрат нечетного числа всегда число нечетное). Если *a* — четное, тогда соотношение

(C) $$a = 2c$$

верно для некоего целого с; и следовательно,

$$2b^2 = a^2 = (2c)^2 = 4c^2$$

или

(D) $$b^2 = 2c^2.$$

Получается, что b^2 четное, следовательно (по вышеуказанной причине), *b* тоже четное. Таким образом, *a* и *b* оба числа четные и, стало быть, имеют общий делитель 2. Этот вывод противоречит нашей исходной гипотезе, то есть гипотеза неверна.

Из теоремы Пифагора следует, что диагональ квадрата несоизмерима с его стороной (иными словами, их соотношение не является рациональным числом и ни в каких единицах измерения не имеет общего целого множителя). Если принять сторону квадрата за единицу длины, а длину диагонали обозначить как *d,* то по другой известной теореме, также приписываемой Пифагору*, мы получим:

$$d^2 = 1^2 + 1^2 = 2,$$

а значит, *d* не может быть рациональным числом.

Я мог бы привести сколько угодно примеров красивейших теорем из теории чисел, смысл которых понятен каждому. Например, существует так называемая «основная теорема арифметики», согласно которой любое целое можно лишь одним-единственным способом разложить на простые множители. То есть $666 = 2 \times 3 \times 3 \times 37$, и никак иначе. Такие комби-

---

* Евклид «Начала», книга I, 47. — *Примеч. авт.*

нации, как $666 = 2 \times 11 \times 29$ или $13 \times 89 = 17 \times 73$, невозможны (что очевидно и без перемножения). Как следует из ее названия, эта теорема — основа высшей арифметики, однако ее доказательство, хоть и не такое уж «сложное», требует немало предварительных пояснений и может утомить далекого от математики читателя.

Другая знаменитая и очень красивая теорема — теорема Ферма «о двух квадратах». Простые числа (за исключением особенного числа 2) можно разделить на два класса; те, что при делении на 4 дают остаток 1:

$$5, 13, 17, 29, 37, 41, ...,$$

и те, что дают остаток 3:

$$3, 7, 11, 19, 23, 31...$$

Все простые числа первого класса, в отличие от чисел второго класса, можно представить как сумму квадратов двух целых чисел, например:

$$5 = 1^2 + 2^2, \quad 13 = 2^2 + 3^2,$$
$$17 = 1^2 + 4^2, \quad 29 = 2^2 + 5^2,$$

а 3, 7, 11 и 19 в таком виде непредставимы (что читатель может легко проверить сам). Это и есть теорема Ферма, которая по праву принадлежит к вершинам арифметического изящества. К сожалению, ее доказательство способны понять лишь довольно опытные математики.

Прекрасные примеры существуют и в теории множеств *(Mengenlehre),* такие как теорема Кантора о «несчетности» континуума. Здесь трудность как раз обратная. Владея соответствующей терминологией, понять доказательство достаточно просто, а вникнуть в смысл самой теоремы невозможно без дополнительных подробных объяснений. Поэтому я воздержусь от дальнейших примеров. Пусть те, что я привел выше, послужат проверкой: читатель, которого они не впечатлили, навряд ли оценит вообще что-либо в математике.

Как я уже говорил, математик создает образы из идей, а критериями оценки этих образов являются их красота и серьезность. Не могу себе представить, чтобы человек, понявший две приведенные теоремы, усомнился бы в том, что они удовлетворяют обоим критериям. Эти теоремы очевидно превосходят гениальнейшие из головоломок Дьюдени и выдающиеся розыгрыши величайших гроссмейстеров как по серьезности, так и по красоте. Давайте разберемся, в чем же конкретно заключается их превосходство?

14

Прежде всего теоремы имеют явное и подавляющее превосходство в серьезности. Шахматная задача — результат довольно ограниченного набора замысловатых идей, по сути мало чем отличающихся друг от друга и не имеющих далекоидущих последствий. Не будь шахмат, люди мыслили бы так же, тогда как теоремы Евклида и Пифагора глубоко повлияли на наше мышление далеко за пределами математики.

Например, на теореме Евклида держится вся арифметика. Простые числа — как строительный материал, и теорема Евклида гарантирует, что этого ресурса нам хватит для решения всех арифметических задач. А вот область применения теоремы Пифагора гораздо шире, и сформулирована она гораздо лучше.

В первую очередь следует заметить, что доказательство Пифагора можно сильно обобщить и, чуть изменив подход, применить к весьма широкому классу «иррациональных чисел». Похожим образом легко доказать (как это сделал Феодор*), что

---

* Феодор Киренский (конец V – начало IV в. до н.э.) — древнегреческий ученый, известный как учитель Платона. Здесь речь о так называемой «спирали Феодора» (она же спираль квадратного корня из угла) — приближении к архимедовой спирали, состоящем из примыкающих друг к другу прямоугольных треугольников.

$$\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{9}, \sqrt{11}, \sqrt{17} -$$

иррациональные числа или (идя дальше Феодора) что $\sqrt[3]{2}$ и $\sqrt[3]{17}$ тоже иррациональны*.

Теорема Евклида гарантирует, что мы располагаем достаточным количеством строительного материала для создания полноценной арифметики целых чисел. А теорема Пифагора и ее следствия показали, что такой арифметикой нам не обойтись, так как существует множество достойных внимания величин, измерить которые в целых числах нельзя; диагональ квадрата — лишь самый очевидный тому пример. Древнегреческие математики сразу же осознали фундаментальность этого открытия. И тогда они предположили (видимо, согласно «естественным» законам «здравого смысла»), что все однородные величины соизмеримы, то есть что любые две длины, например, кратны какой-то одной общей величине, и на основе этого предположения выстроили теорию пропорций. Однако доказательство Пифагора выявило несостоятельность этого допущения и привело к созданию куда более фундаментальной

---

* См. гл. IV — «Введение в теорию чисел» Харди и Райта, где рассмотрены различные обобщения доказательства Пифагора и историческая загадка о Феодоре. — *Примеч. авт.*

теории Евдокса*, изложенной в пятой книге «Начал» и до сих пор признаваемой многими учеными высшим достижением древнегреческой математики. Теория эта на удивление современна по духу и может рассматриваться как предвестник теории иррациональных чисел, которая произвела революцию в математическом анализе и оказала сильное влияние на современную философию.

Таким образом, в «серьезности» обеих теорем нет никаких сомнений. А потому тем более следует отметить, что ни одна из них не имеет ни малейшей «практической» значимости. Для практических применений нам достаточно сравнительно малых чисел. С «большими» числами имеют дело разве что звездная астрономия да атомная физика, но от них как таковых практической пользы ненамного больше, чем от чистой, абстрактной математики. Не знаю, какова высшая степень точности, когда-либо пригодившаяся инженеру, — пожалуй, десять знаков после запятой уже довольно щедрое преувеличение. Тогда число 3,14159265 (значение π с точностью до восьми знаков после запятой) представимо в виде соотношения:

---

* Евдокс Книдский (ок. 408 — ок. 355 до н. э.) — древнегреческий математик и астроном. — *Примеч. авт.*

$$\frac{314159265}{100000000}$$

двух девятизначных чисел. Количество простых чисел, не превышающих 1 000 000 000, равно 50 847 478. Для инженера этого вполне достаточно. Он прекрасно обходится теоремой Евклида. А что касается теоремы Пифагора, очевидно, что иррациональные числа инженера не интересуют, потому что он имеет дело только с величинами приближенными, а все приближенные значения рациональны.

15

Поскольку теорема считается «серьезной», если содержит «значимые» идеи, пожалуй, мне стоит попытаться конкретизировать те признаки, которые определяют значимость математической идеи. Задача весьма трудная, и навряд ли мой анализ будет очень уж ценным. В принципе, глядя на теорему, можно сразу определить «значимость» заложенных в ней идей, как в случае двух приведенных выше теорем. Однако это предполагает достаточно высокий уровень математических знаний и такое понимание математических идей, которое наступает лишь после многих лет знакомства с ними. Поэтому я все же попытаюсь провести анализ и сделать это так, чтобы мои доводы, какими бы неубедительными они ни были, выглядели логичными и понятными. Во всяком случае два свойства представляются мне наиболее существенными: достаточная обобщенность и достаточная глубина — увы, оба качества не имеют точных определений.

Итак, значимая математическая идея (и, соответственно, серьезная теорема) должна обладать определенной степенью обобщенности; то есть быть составляющей многих математических конструкций и входить в доказательства различных теорем. Серьезная теорема, как бы узко она ни была сформулирована изначально (как теорема Пифагора), должна позволять достаточно широкие обобщения и представлять целый класс теорем подобного рода. Отношения, выявленные в ходе ее доказательства, должны связывать различные математические идеи. Все это неконкретно и требует немалых пояснений. С другой стороны, теорему, явно лишенную этого качества, с легкостью можно отнести к несерьезным. Об этом свидетельствуют отдельно стоящие любопытные казусы, которых в арифметике предостаточно. Приведу лишь два таких примера, взятых наобум из *«Математических эссе и развлечений»* Роуза Болла*.

а) 8712 и 9801 — единственные четырехзначные числа, кратные собственным «инверсиям»:

$$8712 = 4 \times 2178,\ 9801 = 9 \times 1089.$$

Других чисел до 10 000, обладающих этим свойством, не существует.

б) Существует всего четыре числа (кроме единицы), являющихся суммой кубов цифр, из которых состоят:

$$153 = 1^3 + 5^3 + 3^3,\quad 370 = 3^3 + 7^3 + 0^3,$$
$$371 = 3^3 + 7^3 + 1^3,\quad 407 = 4^3 + 0^3 + 7^3.$$

Это забавные факты, которые вполне подходят для газетных головоломок и очень радуют любителей, однако вряд ли вызовут восторг у профессионального математика. Их доказательства просты и неинтересны, зато порядком утомляют. Такие теоремы несерьезны — хотя бы по причине чрезмерной конкретности как их формулировок, так и доказательств, не допускающих каких-либо стоящих обобщений.

---

* 11-е издание, 1939 год (под редакцией Х. С. М. Коксетера). — *Примеч. авт.*

16

«Обобщенность» — термин довольно расплывчатый, и мы обязаны строго следить за тем, чтобы в наших обсуждениях он не занимал слишком важное место. Это слово в разных значениях используется как в математике, так и в том, что о ней пишут; в частности, логики делают особенный акцент на одном из этих значений, которое к нашей дискуссии никакого отношения не имеет. Именно в этом конкретном смысле, определение которому дать довольно легко, все математические теоремы имеют одинаково «общий характер».

«Незыблемость математики, — пишет Уайтхед*, — в ее полной абстрактной обобщенности». Утверждая, что 2 + 3 = 5, мы закрепляем связь между тремя группами «понятий»; эти «понятия» — не яблоки, или монеты, или какие-то другие конкретные предметы, а все что угодно — «вообще все». Смысл утверждения совершенно не зависит от индивидуальных свойств представителей каждой группы. Все математические объекты, категории или отношения, такие как «2», «3», «5», «+» или «=», а также все математические выражения, в которые они входят, носят абсолютно общий харак-

---

* «Наука и современный мир». С. 33. — *Примеч. авт.*

тер в смысле их полной абстрактности. В самом деле, утверждение Уайтхеда — это тавтология, так как в этом смысле «обобщенность» тождественна «абстрактности».

Это значение слова важно, и логики совершенно правы, отводя ему важную роль. Оно воплощает в себе непреложную истину, которую немало людей, которым положено о ней знать, норовят забыть. Очень часто, например, астроном или физик спешат объявить, что вывели «математическое доказательство», объясняющее определенное поведение Вселенной. Подобные заявления, если воспринимать их буквально, — полнейший вздор. Невозможно доказать математически, что назавтра наступит затмение, ибо затмения, как и прочие физические явления, не являются частью абстрактного мира математики. С этим, я уверен, согласится, если на него как следует надавить, любой астроном, независимо от количества верно предсказанных им затмений.

Очевидно, что нас заботит вовсе не эта «обобщенность». Мы пытаемся сравнить степень обобщенности различных математических теорем, тогда как в том смысле, который вложил в термин Уайтхед, все теоремы носят одинаково общий характер. Так, «тривиальные» теоремы а) и б) из пятнадцатой главы имеют такую же степень «абстрактности» или «обобщенности», как теоремы Евклида или Пифагора, а заодно и как любая шахматная задача. В шахматах все равно, белые фигуры или черные, красные или зеленые — да и само наличие физических фигур не имеет значения; это все та же задача, которую гроссмейстер с легкостью решает в уме и с которой нам без шахматной доски не справиться. Доска и фигуры — всего лишь подспорье для нашего заторможенного воображения; они настолько же важны для решения, как доска и мел — для теоремы на лекции по математике.

Итак, мы говорим об обобщенности не как о свойстве, присущем всем теоремам в математике, а как о чем-то более изощренном и неуловимом, что я худо-бедно пытался описать в пятнадцатой главе. И даже в этом смысле на обобщенности не следует делать слишком уж сильный акцент (как это делают логики вроде Уайтхеда). Здесь речь не просто о «наслаивании тонкостей обобщения на тонкости обобщения»*, которое можно отнести к выдающимся достижениям современной математики. В определенной степени обобщения должны присутствовать в любой

---

* «Наука и современный мир». С. 44. — *Примеч. авт.*

теореме высшего класса, но их перебор неминуемо приводит к бессодержательности. Как говорится, «все так, как есть, и не иначе», поэтому различия не менее интересны, чем сходства. Мы выбираем друзей не потому, что они вобрали в себя все приятные человеческие качества, а потому, что они такие, какие есть. Так и в математике: свойство, общее для множества объектов, едва ли кого-то взволнует, и математическая идея блекнет, если ей недостает индивидуальности. По крайней мере в этом Уайтхед со мной уж точно согласен: «Идея становится плодотворной благодаря некой удачной особенности, которая ограничивает ее в остальном общий характер»*.

17

Вторым качеством, которым непременно должна обладать значимая идея, я назвал глубину, и в этом случае определение дать еще труднее. Понятие глубины в некотором роде сопоставимо с понятием сложности; как правило, чем «глубже» идея, тем сложнее ее постичь. И все же это не одно и то же. Идеи, заложенные в теореме Пифагора и ее следствиях, безуслов-

---

* «Наука и современный мир». С. 46. — *Примеч. авт.*

но глубоки, хотя ни один математик не назвал бы их сложными. С другой стороны, довольно поверхностную по сути теорему бывает трудно доказать (как в случае многих «Диофантовых»* уравнений с целыми числами).

Такое впечатление, что все идеи в математике расположены как бы слоями, причем идеи каждого слоя связаны комплексом отношений не только между собой, но и с теми, что находятся над и под ними. Чем ниже слой, тем глубже (и чаще всего сложнее) идея. Так, концепция «иррациональных чисел» глубже концепции целых, а теорема Пифагора, соответственно, глубже Евклидовой.

Теперь давайте присмотримся повнимательнее к отношениям между целыми числами или объектами любой другой группы внутри конкретного слоя. Бывает, какое-то из этих отношений понять нетрудно; мы можем доказать некое очевидное свойство целых чисел без знания того, что находится слоем ниже. Например, теорему Евклида мы доказали, принимая во внимание лишь свойства целых чисел. Вместе с тем существует немало других теорем о целых числах, которые невозможно оценить по достоинству,

* Диофант Александрийский — древнегреческий математик, живший предположительно в III веке н. э.

а уж тем более доказать без понимания того, что происходит под ними.

За примерами далеко ходить не надо. Та же теорема Евклида, несмотря на всю ее важность, глубиной не отличается: для доказательства того, что простых чисел бесконечно много, можно вполне обойтись одним лишь понятием «кратности». Однако понимание того, что простых чисел бесконечно много, сразу же вызывает массу новых вопросов, например, как эти числа распределены? Если взять большое число N, скажем 10^{80} или $(10^{10})^{10}$*, то сколько найдется простых чисел меньше N?** Как только дело доходит до подобных вопросов, мы оказываемся в щекотливом положении. На них можно получить поразительно точный ответ, лишь копнув значительно глубже, оставив на время мир целых чисел высоко над нами и воспользовавшись мощнейшим оружием современной теории функций. Таким образом теорема, способная ответить на наши вопросы (так называемая «Те-

---

* Предполагается, что во Вселенной содержится около 10^{80} протонов. Число $(10^{10})^{10}$, записанное в развернутом виде, заняло бы около 50 000 томов. — *Примеч. авт.*

** В главе 14 я упомянул о том, что существует 50 847 478 простых чисел, не превышающих 1 000 000 000, по крайней мере настолько простирается наше точное знание. — *Примеч. авт.*

орема о распределении простых чисел»), куда глубже теорем Евклида или того же Пифагора.

Я мог бы привести массу других примеров, но так и не приблизиться к определению «глубины» — понятию, неуловимому даже для математика, способного его распознать. Так что для остальных читателей я и подавно вряд ли смогу добавить что-либо полезное.

18

Нам осталось обсудить один момент из главы 11, где я сравнил «настоящую математику» с шахматами. Теперь, я полагаю, все согласны с тем, что настоящая математическая теорема бесспорно превосходит шахматы по содержательности, серьезности и значимости. Для тренированного интеллекта так же очевидно ее преимущество в красоте, хотя объяснить или обнаружить его куда сложнее, поскольку главный недостаток шахматной задачи — ее «несущественность», и разительный контраст в этом смысле затмевает любое чисто эстетическое суждение. И все же какие «чисто эстетические» качества можно отметить в теоремах Евклида и Пифагора? По этому поводу я позволю себе разве что пару разрозненных соображений.

Обе теоремы (и под теоремами я, разумеется, имею в виду и их доказательства) отличает высокая степень *непредсказуемости* в сочетании с *непреложностью* и *экономностью*. Доводы поражают своей неожиданностью, применяемые методы кажутся по-детски простыми по сравнению с далекоидущими последствиями; при этом выводы неопровержимы. В рассуждениях нет нагромождения подробностей — каждая строчка бьет в цель. То же характерно и для доказательств многих куда более сложных теорем, истинная ценность которых понятна только тем, кто в совершенстве разбирается в предмете. В доказательстве математической теоремы не должно быть «разнообразия»; «перечисление всевозможных случаев» — поистине скучнейший способ доказать что-либо в математике. Доказательство должно походить на четкое и яркое созвездие, а не на размытое скопление звезд Млечного Пути.

Шахматные партии тоже бывают неожиданными и экономичными; непредсказуемость ходов и роль каждой фигуры на доске чрезвычайно важны. Тем не менее эстетическая сторона проявляется в них постепенно. Также важно (если, конечно, задача не слишком заурядная), чтобы ключевой ход допускал несколько ответных ходов, каждый со своим уникальным исходом. «Если белая пешка двигается на B5, то черный конь встает на F6; если... то...; а если... тогда...» — без множества вариантов не было бы такого эффекта. Это чистая математика со своими достоинствами, хотя в шахматах все сводится к тому самому «перечислению случаев» (причем не сильно отличающихся друг от друга по сути*), к которому настоящий математик относится скорее с пренебрежением.

Думаю, я мог бы усилить свои доводы, апеллируя к чувствам самих шахматистов. Великие гроссмейстеры, участники выдающихся партий и матчей, в глубине души не признают чисто математического подхода к шахматным задачам. У подлинного мастера в резерве немало комбинаций, к которым он может прибегнуть в экстренных случаях: «если мой оппонент сделает такой-то ход, я могу свести партию к такой-то выигрышной комбинации». Но «выдающаяся партия» — это прежде всего психологический поединок, конфликт между двумя тренированными интеллектами, а не просто набор кратких математических выкладок.

---

* Если не ошибаюсь, наличие множества вариантов одного и того же типа нынче считается достоинством. — *Примеч. авт.*

19

Здесь я должен вернуться к своей оксфордской апологии и рассмотреть подробнее отложенные вопросы из шестой главы. Как вы уже поняли, в математике меня привлекает исключительно ее творческая составляющая. Но это не значит, что не стоит рассмотреть и другие аспекты, в частности «полезность» (или бесполезность) математики, по поводу которой возникает столько разногласий. Кроме того, не мешает обсудить и «безвредность» математики, о чем я так уверенно заявлял в своей оксфордской лекции.

Искусство и наука считаются «полезными», если их развитие ведет (хотя бы косвенно) к увеличению материального благосостояния и комфорта, то есть если они делают людей «счастливее» в примитивном и общеупотребительном понимании слова. Например, медицина и психология полезны, потому что облегчают страдания, а работа инженеров полезна, потому что помогает строить дома и мосты, повышая таким образом наш уровень жизни (о том, что инженерное дело также наносит немало вреда, пока речи нет). В этом смысле какая-то часть математики несомненно полезна: без солидных математических знаний никакой инженер не справился бы со своими задачами, а с недавнего времени к математике обратились даже физиологи. Это довольно подходящий аргумент в защиту математики. Может быть, не лучший и не особенно сильный, но безусловно достойный рассмотрения. Наличие у математики более «возвышенного» применения, как у любого другого вида созидательного творчества, никак не влияет на наш анализ. Подобно поэзии или музыке, математика может «приобщить ум к возвышенному» и тем самым поспособствовать счастью математиков, да и не только. Однако защита математики на этом основании означала бы возврат к уже сказанному. Сейчас же мы говорим о пользе математики в самом примитивном толковании слова.

20

Несмотря на, казалось бы, очевидность понятия «пользы», по этому поводу возникает немало путаницы, ведь изучение самых «полезных» дисциплин для большинства из нас в общем бесполезно. Неплохо иметь достаточное количество врачей и инженеров, но обыкновенным людям, как правило, ни к чему изучать физиологию или инженерное дело (хотя для такого обучения можно найти и другие основания). Что касается меня, я не припомню случая, когда мне пригодились бы иные научные знания, кроме чисто математических.

Меня в самом деле поражает, как мало практической ценности для обыкновенного человека несут в себе научные знания, как скучны и банальны знания, обладающие такой ценностью, и как их ценность чуть ли не прямо противоположна их общепризнанной полезности.

Считается полезным быстро справляться с арифметическими вычислениями (и это, конечно, чистая математика). Полезно немного владеть французским или немецким, иметь некоторые познания в истории с географией, ну и, пожалуй, в экономике. А вот знания в химии, физике или физиологии едва ли пригодятся в обычной жизни. Мы знаем, что газ горит, не имея представления о его составе; когда ломается автомобиль, мы отдаем его в ремонт; когда заболевает живот, мы идем к доктору или в аптеку. Мы живем, полагаясь на везение или на знания специалистов.

Кроме этого существует побочный интерес педагогов, заставляющий директоров школ с пеной у рта доказывать родителям, что их отпрыскам необходимо «полезное» образование. Называя физиологию полезной, мы имеем в виду не то, что ее следует изучать большинству людей, а то, что большинству людей пойдет на пользу развитие медицины усилиями горстки экспертов. И нас сейчас интересует, в какой мере на полезность такого рода может претендовать математика, какие разделы математики можно считать в этом смысле особенно полезными, и насколько, с точки зрения одной лишь полезности, оправданы интенсивные математические исследования, которыми занимаются профессиональные математики.

21

Теперь, когда вы наверняка догадались, к чему я клоню, самое время сформулировать выводы в догматическом виде, после чего немного их пояснить. Итак, большая часть элементарной математики — в том смысле, который в слово «элементарный» вкладывают математики и куда входят, например, солидные рабочие знания дифференциальных уравнений и интегралов, — безусловно, имеет практическую пользу. В целом, эта часть математики сравнительно скучна; эти разделы обладают наименьшей эстетической ценностью. «Настоящая» же математика — математика Ферма, Эйлера, Гаусса, Абеля и Риманна — практически вся «бесполезна» (и это относится как к прикладной, так и к фундаментальной математике). Жизнь ни одного настоящего профессионального математика нельзя оправдать, исходя из одной лишь «полезности» его трудов.

В этой связи не могу не упомянуть о распространенном заблуждении. Некоторые полагают, что ученые-математики гордятся бесполезностью своей работы* и кичатся тем, что она не имеет практического применения. Инсинуация основана на неосторожном высказывании, приписываемом Гауссу, который якобы сказал, что если математика — царица наук, то теория чисел в силу своей абсолютной бесполезности — царица математики. Найти точную цитату мне так и не удалось. Я уверен, что высказывание Гаусса (если он вообще высказывался в таком духе) довольно грубо извращено. Если бы теория чисел могла пригодиться для какой-либо практической и достойной цели, если бы с ее помощью можно было сделать людей счастливее или облегчить их страдания, как в случае физиологии или даже химии, то, вне всякого сомнения, ни Гаусс, ни любой другой математик не стал бы приуменьшать ее значение или отзываться о ней пренебрежительно. Увы, наука действует как во

---

* Мне доводилось слышать обвинения и в свой адрес, будто бы я разделяю подобное мнение. Однажды я написал: «Наука считается полезной, если ее развитие обостряет существующее неравенство в распределении богатства или еще более явно способствует разрушению человеческой жизни». Эту фразу, написанную в 1915 году, неоднократно цитировали (как за, так и против меня). Разумеется, ее следует рассматривать как чисто риторическое заявление, вполне, впрочем, простительное, учитывая время его появления. — *Примеч. авт.*

благо, так и во зло (особенно в периоды войны). Радость Гаусса, да и математиков меньшего калибра, совершенно оправданна, если хотя бы одну науку — причем ту, которой занимаются они, — удается сохранить в чистоте и незапятнанности благодаря ее удаленности от обыденной человеческой деятельности.

22

Существует еще одно заблуждение, о котором нельзя забывать. Многие полагают, что в плане полезности «чистая» математика сильно отличается от «прикладной». И между ними действительно есть принципиальное различие, которое я сейчас объясню, только к полезности оно никакого отношения не имеет.

В чем же отличие чистой математики от прикладной? Ответ здесь вполне определенный, и по его поводу все математики сходятся во мнении. Однако несмотря на то, что ничего из ряда вон выходящего в моем ответе нет, он нуждается в некотором предварительном пояснении.

Следующие несколько параграфов слегка отдают философией. Углубляться в философию я не намерен, тем более что для моего главного тезиса это ничего не меняет. Просто я воспользуюсь словами, которые часто употребляются в определенном философском контексте и могут озадачить читателя, если не объяснить, какой смысл я в них вкладываю.

Я часто использую привычное для нас прилагательное «настоящий» в смысле «реальный». Я уже упоминал о «настоящей математике» и «настоящих математиках», как если бы речь шла о «настоящей поэзии» или «настоящих поэтах». В то же время я пишу о «реальности» — и у этого слова есть два разных значения.

В первую очередь я имею в виду «физическую реальность» в общепринятом смысле этого слова. Под физической реальностью я подразумеваю материальный мир, где день сменяет ночь, где случаются землетрясения и затмения — тот мир, который изучает физика.

Я уверен, что у читателей до сих пор не возникло трудностей с пониманием того, о чем я пишу, однако теперь мы вступаем на зыбкую почву. Для меня (и, полагаю, для большинства математиков) существует и другая реальность — назовем ее «математической реальностью», — относительно которой ни среди математиков, ни среди философов согласия нет. Некоторые считают ее «воображаемой», в некотором роде созданной нами, другие — существующей вне и независимо от нас. Тот, кому удастся объяснить математическую реальность, решит наисложнейшие проблемы метафизики. А если в этом объяснении будет задействована еще и реальность физическая, то в метафизике вообще не останется проблем.

Я не стал бы углубляться в эти вопросы, даже если бы хорошо в них разбирался, но позицию свою я изложу, причем в догматической форме во избежание малейшего недопонимания. Я убежден, что математическая реальность находится вне нас, что наша задача — открывать или просто *наблюдать* ее и что теоремы, которые мы доказываем и высокопарно называем собственными «творениями», — всего лишь заметки по ходу наших наблюдений. Такого видения в той или иной мере придерживались многие выдающиеся философы, начиная с Платона, и я пишу языком, естественным для человека, разделяющего именно эту точку зрения. Читатель, не согласный с такой философией, волен поменять терминологию — только на мои заключения это мало повлияет.

23

Пожалуй, контраст между чистой и прикладной математикой ярче всего проявляется в геометрии. К чистой геометрии* относятся

---

* В рамках нашей дискуссии к чистой геометрии мы относим то, что математики называют «аналитической геометрией». — *Примеч. авт.*

такие науки, как проективная, евклидова, неевклидова и прочие геометрии. Каждая из них представляет собой модель, некую совокупность идей, ценность которых определяется оригинальностью и красотой конкретной модели. Они как карта или картина — совместное творение множества рук, субъективная и несовершенная (хотя точная в пределах своих границ) копия фрагмента математической реальности. Однако сейчас для нас важнее то, что по крайней мере в одном аспекте чистые геометрии картинами не являются: они не отражают пространственно-временну́ю реальность физического мира. Впрочем, это закономерно, ведь землетрясения и затмения — не математические концепции.

Звучит несколько парадоксально, однако для любого геометра это трюизм. Попробую пояснить свою мысль на примере. Допустим, я читаю лекцию по одной из систем, скажем, по евклидовой геометрии, и для наглядности черчу на доске линии, окружности или овалы. Во-первых, очевидно, что верность доказываемых теорем ни в коей мере не зависит от качества моих рисунков. Последние служат лишь подспорьем для моих слушателей, и если они меня понимают, то я ничего бы не выгадал, пригласив профессионального чертежника. В данном случае иллюстрации — всего лишь часть педагогического процесса, не влияющая на суть лекции.

Двигаемся дальше. Аудитория, в которой проходит лекция, — часть физического мира, имеющая определенную форму. Само по себе изучение этой формы, как и любой другой в физической реальности, — тоже наука, которую можно назвать «физической геометрией». Представьте теперь, что в аудиторию поместили мощный генератор или громадный магнит. Физики скажут, что геометрия комнаты поменялась, что ее физическая форма немного, но заметно исказилась. Остались ли верны доказанные мной теоремы? Разумеется. Никто бы и не подумал утверждать, что это хоть как-то повлияло на приведенные доказательства. Это было бы равносильно утверждению, что пьеса Шекспира изменилась оттого, что читатель пролил на книгу чай. Пьеса совершенно не зависит от страниц, на которых напечатана, так и «чистая геометрия» не зависит от лекционной аудитории или какой-либо иной составляющей физического мира.

Именно так мыслит математик-теоретик. Прикладные математики и математические физики, естественно, придерживаются другой точки зрения, так как их заботит физический мир, который также имеет свою структуру и законы. Нельзя в точности описать эти законы, как в чистой геометрии, но можно сказать о них нечто значимое. Мы можем описать — порой довольно точно, порой лишь в общих чертах — отношения между отдельными составляющими физического мира и сравнить их с отношениями между составляющими какой-нибудь из систем теоретической геометрии. Если мы обнаружим сходство между двумя наборами отношений, чистая геометрия вызовет интерес у физиков, потому что явит нам кусочек карты, согласующийся с реалиями физического мира. Геометр предлагает физику множество карт на выбор. Не исключено, что одна из карт будет больше соответствовать фактам, чем другие. В этом случае геометрия, явившая наилучшую карту, станет наиболее важной для прикладной математики. Ценность такой геометрии может подняться даже в глазах теоретика, ибо нет математика, напрочь лишенного интереса к физическому миру; но чем сильнее он поддастся искушению, тем больше сдаст позиции чистого теоретика.

24

Здесь напрашивается еще одно парадоксальное для физиков замечание, хотя сейчас оно выглядит менее парадоксальным, чем восемнадцать лет назад. Выражу его теми же словами, как и в 1922 году на собрании Британской ассоциации. Тогда моя аудитория почти целиком состояла из физиков, поэтому мои заявления могли прозвучать несколько провокационно. Что же касается их содержания, я по-прежнему придерживаюсь этого мнения.

Я начал с утверждения, что разница в позиции математика и физика сильно преувеличена, и, что еще важнее, у математика куда более непосредственный контакт с действительностью. Такое заявление может показаться парадоксальным, ведь именно физики имеют дело с «материальной реальностью». Впрочем, несложно понять, что, какой бы ни была реальность физика, в ней мало или вообще нет признаков того, что под реальностью подразумевает здравый смысл. Стул может быть как множеством взаимосвязанных электронов, так и божественным замыслом: любое из этих определений имеет свои достоинства, но ни одно не соответствует представлениям здравого смысла.

Далее я сказал, что ни физикам, ни философам до сих пор не удалось дать убедительное определение «физической реальности» или объяснить, как от запутанного нагромождения фактов или ощущений физик переходит к созданию объектов, которые зовутся «реальными». Поэтому утверждать, будто нам понятна суть физики, мы не можем, зато вполне представляем себе, чем именно занимается физик. Физик пытается свести разрозненную массу не связанных между собой фактов к некой упорядоченной системе абстрактных отношений, позаимствовать которую можно только в математике.

Математик же, напротив, имеет дело с собственной математической реальностью, на которую я смотрю с точки зрения «реалиста», а не «идеалиста», как объяснил в двадцать второй главе. В любом случае (в чем и состоял мой главный тезис) реалистичный взгляд возможен скорее в математической, чем в физической реальности, потому что объекты в математике куда ближе к тому, чем кажутся. Стул или звезда нисколько не похожи на то, какими нам видятся; и чем больше мы о них думаем, тем размытее их очертания в тумане порождаемых ими ощущений. Тогда как число «2» или «317» никак не зависит от ощущений, а их свойства становятся лишь отчетливее по мере их изучения. Современная физика как раз лучше всего вписывается в идеалистическую философию: я этому не верю, но так говорят признанные физики. Фундаментальная же математика представляется мне камнем, на котором зиждется весь идеализм: 317 — простое число не потому, что мы так думаем или наше мышление имеет ту или иную направленность, а потому, что так оно и есть, так устроена математическая реальность.

25

Хотя различия между чистой и прикладной математикой сами по себе существенны, на «полезность» математики они никак не влияют. В двадцать первой главе я говорил о «настоящей» математике Ферма и других выдающихся ученых — той, что имеет непреходящую эстетическую ценность. Так, лучшие примеры древнегреческой математики вечны, потому что, подобно лучшим примерам из литературы, спустя тысячи лет продолжают вызывать чувство глубочайшего удовлетворения у тысяч людей. То были главным образом чистые математики (хотя в те времена различие не было таким резким), однако я говорю не только о теоретиках. К «настоящим» математикам я также отношу Максвелла и Эйнштейна, Эддингтона* и Дирака. Величайшие современные достижения прикладной математики произошли в теории относительности

* Артур Стэнли Эддингтон (1882–1944) — английский физик и астрофизик.

и квантовой механике — дисциплинах, которые (по крайней мере, в настоящее время) настолько же «бесполезны», как и теория чисел. Зато скучные, тривиальные разделы прикладной математики, равно как и скучные и тривиальные разделы чистой математики, вовсю используются во благо или во вред. Возможно, со временем это изменится. Никто не предполагал, что теории матриц и групп из фундаментальной математики найдут применение в современной физике, и может случиться, что и прикладная математика «знатоков» неожиданно окажется полезной. Однако факты свидетельствуют о том, что пока практическое применение находит в жизни именно самое скучное и обыденное из обоих направлений.

Помню, Эддингтон привел очень удачный пример неприглядности «полезной» науки. Британская ассоциация проводила заседание в Лидсе, и кто-то решил, что ее членам будет интересно послушать о применении науки в шерстеобрабатывающей промышленности. Увы, организованные с этой целью лекции и демонстрации с треском провалились. Выяснилось, что члены Ассоциации (как жители Лидса, так и нет) хотели развлечься, а обработка шерсти мало кого занимала. Поэтому на те лекции никто не пришел. Зато лекции о раскопках на Кноссе, по теории относительности или теории простых чисел вызвали восторженные отзывы у собиравшейся на них немалой аудитории.

26

В каких разделах математики есть польза?

Прежде всего в школьной программе по арифметике, элементарной алгебре, элементарной евклидовой геометрии, началам дифференциальных и интегральных исчислений. Из этого списка следует исключить то, чему учат «специалистов», например, проективную геометрию. В прикладной математике полезны элементы механики (электричество, как его преподают в школах, следует отнести к физике).

Также полезна и значительная часть университетской программы — та, что развивает и оттачивает школьные знания по математике, а также несколько разделов, относящиеся к физике, такие как электричество и гидромеханика. Нельзя забывать, что запас знаний — безусловное преимущество и что даже самый практичный из математиков далеко не продвинется, если ограничится лишь минимумом необходимых ему знаний. Поэтому по каждой теме следует знать несколько больше. И все же наше общее заключение таково: эти разделы математики полезны настолько, насколько востребованы квалифицированным инженером или посредственным физиком; а это равносильно утверждению, что такая математика не обладает никакой эстетической ценностью. Евклидова геометрия, к примеру, настолько же полезна, насколько и скучна — нам неинтересны аксиома параллельности, или свойства пропорций, или построение правильного пятиугольника.

Из этого можно сделать любопытное заключение: чистая математика в целом гораздо полезнее прикладной. Математик-теоретик имеет преимущество как в практическом, так и в эстетическом плане. Ведь полезнее всего — методология, а методологии обучаются главным образом через фундаментальную, чистую математику.

Надеюсь, никто не подумал, что я пытаюсь умалить значение математической физики. Эта замечательная наука решает сложнейшие задачи, которые бросают вызов даже самому буйному воображению. Однако разве участь прикладного математика в каком-то смысле не печальна? Для того чтобы быть полезным, ему приходится заниматься занудной, монотонной работой, где он не может дать волю воображению, даже если захочет подняться к высотам науки. «Придуманные» вселенные невыразимо прекраснее примитивно устроенных «реальных», однако прикладной математик вынужден отказываться от самых изысканных плодов своего воображения на том тупом, но достаточном основании, что они не соответствуют действительности.

Итак, общий вывод, я думаю, ясен. Если под полезным знанием, как мы временно договорились, понимать такое, которое либо сейчас, либо в обозримом будущем поспособствует материальным удобствам человека, без учета его сугубо интеллектуальных потребностей, то значительная часть высшей математики бесполезна. Современная геометрия и алгебра, теория чисел, теория множеств и функции, теория относительности, квантовая механика — ни одно из этих направлений по данному критерию не проходит, стало быть, на этом основании жизнь настоящего математика оправдать нельзя. Если придерживаться этого критерия, то Абель, Риманн и Пуанкаре*

---

* Жюль Анри Пуанкаре (1854–1912) — великий французский ученый, основоположник топологии, качественных методов теории дифференциальных уравнений, аморфных функций. В его статьях до работ Эйнштейна были сформулированы основные положения специальной теории относительности, такие как условность понятия одновременности, принцип относительности, постоянство скорости света, синхронизация часов световыми сигналами, преобразования Лоренца, инвариантность уравнений Максвелла. В философии создал новое направление, получившее название конвенционализма.

прожили жизнь напрасно; их вклад в повышение человеческого счастья и комфорта ничтожно мал, и мир прекрасно обошелся бы и без них.

27

Возможно, мне возразят, что я истолковываю «полезность» слишком узко, ограничиваясь понятиями «счастья» и «комфорта» и не учитывая общее «социальное» значение математики, на котором в последнее время заостряют внимание многие авторы с разной степенью приязни к предмету. Так, Уайтхед (в прошлом математик) пишет о «колоссальном влиянии математической науки на жизнь и повседневную деятельность человека, на устройство целого общества»; а Хогбен (который недолюбливает то, что я и другие математики называем математикой и чему Уайтхед симпатизирует) заявляет, что «без математики — азбуки величин и порядка — мы никогда не построим рациональное общество, в котором каждый сможет позволить себе досуг и жить безбедно». И все в таком духе.

Подобное красноречие, на мой взгляд, не особенно утешает математиков. Оба автора позволяют себе чудовищные преувеличения, не замечая при этом совершенно очевидных различий. В случае Хогбена это вполне закономерно, поскольку он не математик и под «математикой» подразумевает лишь то, что знает сам, а именно школьную математику. Такая математика действительно имеет множество применений, которые, если угодно, можно назвать «социально полезными» и которые Хогбен подкрепил довольно интересными примерами из истории математических открытий. В этом отношении его книга заслуживает внимания: он открыл глаза множеству далеких от математики читателей на ее достоинства, о которых те просто не ведали. Автор не только не понимает «настоящую» математику (что очевидно любому, кто прочтет написанное им о теореме Пифагора, Евклиде или Эйнштейне), но и не питает к ней теплых чувств (что он всячески демонстрирует). «Настоящая» математика вызывает у него лишь снисходительную жалость.

Что же касается Уайтхеда, проблема не в недостатке понимания или теплых чувств по отношению к математике. Просто в своем энтузиазме он забывает о важном и хорошо знакомом ему отличии. «Колоссальное влияние» на «повседневную деятельность человека» и «устройство общества» оказывает математика не Уайтхеда, а Хогбена. Та математика, которая используется «обычными людьми для обыденных целей», совсем не значительна, а та, которой пользуются экономисты или социологи, едва ли выходит за рамки «академического стандарта». Математика Уайтхеда, напротив, способна глубоко повлиять на астрономию и физику, вполне ощутимо сказаться на философии — глубокомыслие одного рода всегда с большей вероятностью влияет на глубокомыслие другого, — однако во всех прочих областях ее воздействие ничтожно мало. «Колоссальное влияние» математика оказывает не на людей вообще, а только на людей, подобных Уайтхеду.

28

Итак, существуют две математики. С одной стороны — настоящая математика настоящих математиков, с другой — то, что я, за неимением более удачного слова, назову математикой «тривиальной». Тривиальной математике легко найти оправдания, которые пришлись бы по душе Хогбену и последователям его школы, но для защиты настоящей математики его доводы не годятся — если математику и можно оправдать, то исключительно как искусство. Именно такой точки зрения в большинстве своем придерживаются математики, и ничего парадоксального или странного в этом нет.

Теперь нам осталось рассмотреть последний вопрос. Мы пришли к выводу, что тривиальная математика в целом полезна, а настоящая математика в целом бесполезна; что тривиальная математика идет, так сказать, «на благо», а настоящая математика — нет. Однако мы так и не выяснили, причиняет ли какая-либо из математик вред. Было бы странно предположить, что одна или другая математика может нанести какой-либо вред в мирное время, поэтому мы вынуждены обратиться к применению математики в войне. Бесстрастно обсуждать подобные вопросы неимоверно трудно, и я с удовольствием их избежал бы. И все же вовсе обойти эту тему не получится, и меня радует лишь то, что я не стану долго на ней задерживаться.

Настоящему математику доступно одно утешение: настоящая математика не имеет никакого отношения к войне. Еще никому не удалось обнаружить военную цель, для которой пригодилась бы теория чисел или теория относительности, и вряд ли таковые найдутся в обозримом будущем. Существуют, правда, разделы прикладной математики, такие как баллистика и аэродинамика, специально созданные для военных нужд и требующие применения довольно сложных математических методов; эти науки едва ли можно отнести к «тривиальным», но и на «настоящую» ни одна из них не претендует. Обе вызывают отвращение и нагоняют нестерпимую скуку. Если даже Литлвуд не сумел вызвать уважение к баллистике, то что уж говорить о других? Таким образом, совесть математика-теоретика чиста: никаких упреков в адрес его трудов выдвинуть нельзя. Математика, о чем я заявил еще в своей оксфордской речи, — «безобидное и безвредное» занятие.

Тривиальная математика, напротив, имеет множество военных применений. Без нее не обошлись бы те же проектировщики аэропланов и разработчики артиллерии. Последствия всех этих приложений предельно ясны: математика способствует (пусть и не столь очевидно, как физика и химия) ведению современной научной «тотальной» войны.

Понять, чем это плохо, не так-то просто из-за наличия двух прямо противоположных взглядов на современную научную войну. Согласно первому и наиболее очевидному взгляду, вмешательство науки в войну делает последнюю еще ужаснее — как за счет увеличения страданий меньшинства, которое вынуждено воевать, так и за распространение этих страданий на остальные социальные группы. Это самая естественная и ортодоксальная точка зрения. Вместе с тем существует и другое, с виду вполне логичное мнение, которое яростно отстаивал Холдейн в «Каллиникосе»*. Оно гласит, что совре-

---

* Дж. Б. С. Холдейн. «Каллиникос: в защиту химического оружия» (1924). — *Примеч. авт.*

менные войны куда *менее* ужасны, чем войны донаучной эры, поскольку бомбы милосерднее штыков, слезоточивый и горчичный газы чуть ли не самое гуманное оружие, когда-либо изобретенное военной наукой, а ортодоксальное мнение — не что иное, как вольнодумный сентиментализм*. Отсюда недалеко и до того (это, впрочем, не входило в тезисы Холдейна), что выравнивание рисков, к которому должна привести наука, со временем пойдет всем во благо, что жизнь штатского не должна цениться выше жизни солдата, а жизнь женщины — выше жизни мужчины, что нет ничего хуже, чем обрекать на жестокость один-единственный класс, — в общем, чем быстрее война станет «тотальной», тем лучше.

Я не знаю, какой из перечисленных тезисов ближе к истине. Тема весьма злободневная и волнующая, но я не намереваюсь ее здесь обсуждать. Она касается только «тривиальной» математики, отстаивать которую скорее дело Хогбена, чем мое. Как бы ни была запятнана его

---

* Мне не хотелось бы вызвать предвзятость в этом вопросе из-за этого часто неверно используемого слова. Оно вполне обоснованно может указывать на определенную эмоциональную неуравновешенность. Однако многие используют слово «сентиментализм» для очернения достойных чувств других людей, а словом «реализм» прикрывают собственную жестокость. — *Примеч. авт.*

математика, моя ко всему этому никакого отношения не имеет.

Следует добавить еще кое-что, так как существует по крайней мере одна цель, для которой настоящая математика может пригодиться в войне. Когда мир сходит с ума, в математике можно найти ни с чем не сравнимое утешение. Из всех искусств и наук математика — наиболее чистая и наиболее абстрактная, и математику, как никому другому, должно быть легче всего найти убежище там, где, по словам Бертрана Рассела, «хоть один из наших благородных порывов может вырваться из безотрадного плена реального мира». Жаль только, тут не обойтись без весьма серьезной оговорки: математиком невозможно оставаться до глубокой старости. В математике главное — не размышления, а созидание; тот, кто утратил способность или желание творить, не сможет найти в математике особенного утешения. А с математиком подобное происходит довольно рано. Прискорбно, конечно, но поскольку от такого математика толку все равно уже мало, то и сожалеть о нем было бы глупо.

29

Напоследок приведу свои выводы в несколько более личной форме. В самом начале я упоминал, что тот, кто защищает свой предмет, волей-неволей защищает самого себя, и мои доводы в оправдание жизни математика служат, по большому счету, оправданием моей собственной. Вот почему заключительная глава — это фрагмент автобиографии.

Я не припомню, чтобы когда-либо мечтал об иной профессии, кроме математика. Видимо, у меня были к этому ярко выраженные способности, и мне в голову не приходило усомниться во мнении старших. Не скажу, что с детства страстно увлекался математикой — во всяком случае в моем стремлении к карьере математика не было ничего благородного. В моем тогдашнем понимании все сводилось к экзаменам и степеням: я добивался первенства среди сверстников, и математика казалась самым надежным способом его утвердить.

Незадолго до пятнадцатилетия мои амбиции (неожиданным образом) приняли новый оборот. Мне попала в руки книга некоего Алана Сент-Обина* под названием «Член Тринити-колледжа», в которой описывалась университетская жизнь в Кембридже и которая наверняка уступала большинству книг Марии Корелли**. И все

---

* «Аланом Сент-Обином» была миссис Фрэнсиз Маршалл, жена Мэттью Маршалла. — *Примеч. авт.*

** Мария Корелли — псевдоним шотландской писательницы Мэри Маккей (1855–1924).

же совсем никудышной она не была, раз зажгла воображение неглупого подростка.

В книге два героя. Главный — в общем положительный персонаж по фамилии Флауэрс и второй, куда менее благонадежный, которого зовут Браун. Обоих подстерегают многочисленные опасности университетской жизни, худшая из которых — игорный дом в Честертоне*, принадлежащий двум мисс Белленден — очаровательным, но чрезвычайно порочным молодым особам. Флауэрс преодолевает все соблазны, успешно сдает экзамены и получает степени, которые обеспечивают ему автоматическое зачисление в аспирантуру колледжа (что он, судя по всему, и делает). Браун же поддается искушению, проматывает фамильное состояние, спивается, и от белой горячки его спасают лишь молитвы младшего декана, после чего он с большим трудом получает самую низкую степень без отличия и в конце концов подается в миссионеры. Их дружба все же выдерживает испытание, и Флауэрс с горечью и сочувствием вспоминает о Брауне за бокалом портвейна в свой первый вечер в профессорской столовой.

Флауэрс был вполне славным парнем (во всяком случае, по замыслу Алана Сент-Обина), но

---

* На самом деле Честертон ничем не привлекателен. — *Примеч. авт.*

даже на мой неискушенный взгляд не казался особенно умным. И если ему удалось достичь таких высот, то чем я хуже? Больше всего меня восхитила финальная сцена в профессорской столовой, и до тех пор пока я этого не добился, математика означала для меня главным образом аспирантуру в Тринити.

Попав в Кембридж, я быстро понял, что аспирантура предполагает наличие «оригинальной темы исследований», однако прошло немало времени, прежде чем я окончательно определился с собственной. Разумеется, в школе, как и всякий будущий математик, я часто замечал, что превосхожу своих учителей, и даже в Кембридже — хотя, конечно, гораздо реже — мне удавалось решать задачи лучше, чем некоторым преподавателям. Тем не менее и после сдачи экзамена на бакалавра я оставался несведущ в теме, которой впоследствии посвятил всю жизнь. В математике я по-прежнему видел главным образом предмет, дающий мне преимущество среди сверстников. Глаза мне открыл профессор Лав, преподававший у нас в течение нескольких семестров. Благодаря ему у меня сложилось первое серьезное представление о математическом анализе. Но больше всего я обязан ему тем, что он — по сути, прикладной математик — посоветовал мне прочитать знаменитый *Cours d'analyse* Жордана. Никогда не забуду того потрясения, с которым прочел эту выдающуюся работу — источник вдохновения для столь многих математиков моего поколения. Именно тогда я впервые понял, что такое математика. И именно тогда начался мой собственный путь настоящего математика, с ясной математической целью и подлинной страстью к этой науке.

В последующие десять лет я написал немало работ, большинство из которых не заслуживает внимания. Из них я могу назвать лишь четыре или пять, которые вспоминаю с некоторым удовлетворением. Настоящий же перелом в моей карьере произошел десять или двенадцать лет спустя: в 1911 году, когда я начал сотрудничать с Литлвудом, и в 1913-м, когда открыл для себя Рамануджана. Лучшие из моих работ после этого — результат нашего сотрудничества, и для меня очевидно, что наша встреча стала решающим событием в моей жизни. Даже сейчас, когда находит уныние и мне приходится выслушивать помпезных докучливых людей, я говорю себе: «Зато мне выпало такое счастье, которое вам и не снилось: я практически на равных работал с Литлвудом и Рамануджаном». Именно им я обязан своей необычно поздней зрелостью: расцвета математической деятельности я достиг лишь после сорока лет, уже будучи профессором в Оксфорде. С тех пор я неизменно скатывался по наклонной, что свойственно пожилым людям вообще, а в особенности престарелым математикам. Математик и в шестьдесят может быть вполне компетентным, однако бессмысленно ждать от него оригинальных идей.

Совершенно ясно, что моя жизнь, в плане ее ценности, закончена, и я уже не сделаю ничего, что могло бы ощутимо повысить или понизить эту ценность. Здесь трудно быть объективным, но я считаю, жизнь «удалась»: я вознагражден больше, а не меньше, чем причитается человеку моих способностей. Я занимал ряд престижных и почетных должностей. Университетская рутина меня почти не обременяла. Я ненавидел «обучать» — и делал это крайне редко, а если и обучал, то в основном в качестве научного руководителя. Мне нравилось читать лекции — и тут повезло: я прочитал немало лекций для чрезвычайно способных студентов. У меня всегда оставалось много свободного времени для исследований — неиссякаемого источника радости на протяжении всей моей жизни. Я легко срабатывался с людьми и имел счастье тесно и долго сотрудничать с двумя исключительными математиками. Это позволило мне внести куда больший вклад в математику, чем я мог когда-либо надеяться. Конечно, как у любого ученого, без разочарований не обошлось, но среди них не было каких-то особенно серьезных неудач или таких, которые меня сильно расстраивали. Если в двадцать лет мне предложили бы жизнь не лучше и не хуже моей, я согласился бы не задумываясь.

Полагать, что я мог бы «добиться большего», нелепо. У меня нет способностей ни к языкам, ни к живописи, и я не питаю интереса к экспериментальным наукам. Не исключено, что из меня получился бы сносный философ, хотя выдающимся я точно бы не стал. Думаю, я был бы неплохим юристом, только единственная профессия за пределами академической жизни, где у меня были шансы преуспеть, — это журналистика. Без всякого сомнения, если судить по тому, что принято называть «успехом», я сделал правильный выбор, став математиком.

Итак, мой выбор разумен с той точки зрения, что обеспечил мне комфортную и счастливую жизнь. Правда, адвокаты, брокеры и букмекеры тоже нередко живут счастливо и комфортно, однако я сильно сомневаюсь, что их существование хоть как-то обогащает мир. Вправе ли я утверждать, что по сравнению с их жизнью моя менее бессмысленна? Здесь, опять же, для меня ответ один: да, возможно, и если это так, то лишь по одной причине.

Я не сделал в жизни ничего «полезного». Ни одно из моих открытий, прямо или косвенно, не послужило — и вряд ли послужит — благой или дурной цели и никоим образом не повлияло на благоустроенность этого мира. Да, я помог подготовить других математиков, но точно таких же, как я, чьи труды (по крайней мере, что касается моего в них участия) настолько же бесполезны, как и мои.

С точки зрения практической пользы, ценность моей математической жизни равна нулю, а того, что не относится к математике, — и подавно. Мой единственный шанс избежать вердикта полной никчемности в том, что, быть может, за мной признают создание чего-то стоящего. В том, что я что-то создал, сомнений нет; вопрос лишь в ценности моих творений.

Итак, оправданием моей жизни, как, впрочем, и жизни любого математика в моем понимании этого слова, я считаю следующее: я внес вклад в знание и помог внести еще больший вклад другим, и эти вклады имеют ценность, которая отличается лишь степенью, не сущностью, от творений великих математиков — да и любых творческих личностей, как великих, так и незначительных, кто оставил после себя нечто, достойное памяти.

Примечание

Профессор Броуд и доктор Сноу оба заметили, что, если я хочу дать справедливую картину вклада науки в добро и зло, мне не следует акцентировать слишком много внимания на применении научных достижений в войне и что, даже говоря о войне, не следует забывать и о других важных последствиях науки, кроме чисто разрушительных. Поэтому (начиная с ответа на последнее замечание) я должен добавить, что:

а) консолидация целого населения для военных нужд возможна только с помощью научных методов;

б) наука значительно приумножила мощь пропаганды, которая используется исключительно во зло;

в) наука практически уничтожила понятие «нейтральности», в результате чего не осталось тех «мирных островов», из которых после войны смог бы распространиться и восстановиться здравый смысл.

Все это, разумеется, свидетельствует *против* науки. С другой стороны, даже если довести этот перечень до крайности, едва ли можно серьезно утверждать, что зло, причиняемое наукой, не компенсируется творимым ею добром. Подумайте: даже если бы в каждой войне мы теряли по десять миллионов жизней, то благодаря науке средняя продолжительность жизни все еще увеличивалась бы. Словом, моя двадцать восьмая глава вышла слишком «сентиментальной».

Я ни в коей мере не умаляю справедливости высказанной мне критики. Просто по причинам, которые объяснил во введении, я не смог внести изменения в свой текст и потому отдаю ей должное таким образом.

Доктор Сноу также сделал интересное замечание по поводу восьмой главы. Если мы согласны с тем, что «Архимеда будут помнить и тогда, когда забудут Эсхила», то не слишком ли математическая слава «анонимна», чтобы приносить настоящее удовлетворение? Ведь по трудам Эсхила (не говоря уж о Шекспире или Толстом) можно составить вполне отчетливое представление об авторе как о человеке, в то время как Архимед и Евклид остаются для нас лишь именами.

По этому поводу очень наглядно высказался господин Дж. М. Ломас, когда мы проходили мимо колонны Нельсона на Трафальгарской площади. Если бы в мою честь в Лондоне решили воздвигнуть колонну, я предпочел бы высокую, на которой моя статуя была бы неразличимой, или пониже, но чтобы меня можно было узнать? Я выбрал бы первый вариант. Доктор Сноу, по всей видимости, второй.

Научно-популярное издание

Харди Годфри Гарольд
АПОЛОГИЯ МАТЕМАТИКА

Ответственный редактор *А. Тимакова*
Художественный редактор *Е. Фрей*
Технический редактор *О. Серкина*
Компьютерная верстка *Е. Киселевой*
Корректор *Л. Китс*

Общероссийский классификатор продукции
ОК-034-2014 (КПЕС 2008); 58.11.1 — книги, брошюры печатные

Произведено в Российской Федерации
Изготовлено в 2022 г.
Изготовитель: ООО «Издательство АСТ»

ООО «Издательство АСТ»
129085, г. Москва, Звёздный бульвар, дом 21, строение 1, комната 705, пом. I, 7 этаж.
Наш электронный адрес: **www.ast.ru**
E-mail: ask@ast.ru
ВКонтакте: vk.com/ast_neoclassic

«Баспа Аста» деген ООО
129085, Мәскеу қ., Звёздный бульвары, 21-үй, 1-құрылыс, 705-бөлме, I жай, 7-қабат.
Біздің электрондық мекенжайымыз: www.ast.ru
E-mail: ask@ast.ru

Интернет-магазин: www.book24.kz
Интернет-дүкен: www.book24.kz
Импортёр в Республику Казахстан ТОО «РДЦ-Алматы».
Қазақстан Республикасындағы импорттаушы «РДЦ-Алматы» ЖШС.
Дистрибьютор и представитель по приему претензий на продукцию в Республике Казахстан:
ТОО «РДЦ-Алматы»

Қазақстан Республикасында дистрибьютор
және өнім бойынша арыз-талаптарды қабылдаушының
өкілі «РДЦ-Алматы» ЖШС, Алматы қ., Домбровский көш., 3«а», литер Б, офис 1.
Тел.: 8(727) 2 51 59 89,90,91,92, факс: 8 (727) 251 58 12 вн. 107;
E-mail: RDC-Almaty@eksmo.kz
Өнімнің жарамдылық мерзімі шектелмеген.

Өндірген мемлекет: Ресей
Сертификация қарастырылмаған

Подписано в печать 16.08.2022. Формат 76x100$^{1}/_{32}$.
Гарнитура «Newton». Печать офсетная. Усл. печ. л. 7,04.
Тираж экз. Заказ

ISBN 978-5-17-145796-9
9 785171 457969 >

12+