

ԵՐԵՎԱՆԻ
ՊԵՏԱԿԱՆ
ՀԱՍՏԱՏՐԱՆ



ЕРЕВАНСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

ԳԻՏԱԿԱՆ
ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ

УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ

3.2003

ԵՐԵՎԱՆ ◆ ЕРЕВАН

ISSN 0132-0173

Հրատարակում է 1925 թ.-ից (1967 թ.-ից՝ պարբերաբար):

Издается с 1925 г. (с 1967 г.—периодически).

ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈԼԵԳԻԱ

ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ Ռ.Մ. (գլխ. խմբագիր), ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ Ս.Գ. (գլխ. խմբագրի տեղակալ),
ԸԱՐԱՄԲԵՅՆ Լ.Թ. (պատքարտողար)

ԲՈՅՆԱԳՐՅԱՆ Վ.Բ., ԴԱՆԻԵԼՅԱՆ Է.Ա., ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ Ի.Գ., ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ Հ.Գ.,
ՀՈՎՍԵՓՅԱՆ Լ.Լ., ՄԱՐԿԱՐՅԱՆ Ը.Ա., ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ Ռ.Մ., ՇՈՒԿՈՒՐՅԱՆ Ս.Կ.,
ՉՈՒԲԱՐՅԱՆ Ե.Վ., ՄԱՐԳԱՐՅԱՆ Հ.Հ., ՄԱՐԳԱՐՅԱՆ Ս.Վ.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

АРУТЮНЯН Р.М. (глав. редактор), ПЕТРОСЯН С.Г. (зам. глав. редактора),
ШАРАМБЕЯН Л.Т. (отв. секретарь)

БОЙНАГРЯН В.Р., ДАНИЕЛЯН Э.А., МАРКАРЯН Ш.А., МАРТИРОСЯН Р.М.,
ОСИПЯН Л.Л., САРКИСЯН О.А., САРКИСЯН С.В., ХАЧАТРЯН А.Г.,
ХАЧАТРЯН И.Г., ЧУБАРЯН Э.В., ШУКУРЯН С.К.

Издательство Ереванского университета
© "Ученые записки" ЕГУ, естественные науки. 2003

Подписано к печати 09.10.2003 г. Формат 70×108
1/16. Офсетная печать. 10 печ. л. = 14 усл. п. л. 17 уч. изд. л. Заказ 111. Тираж 150.
Регистрационный номер 258

Издательство Ереванского госуниверситета. Ереван, Ал. Манукяна, 1.
Цех Ротапринт Ереванского госуниверситета, Ереван, Ал. Манукяна, 1.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՍԱՐԵՄԱՏԻԿԱ

Ս.Ա. Հակոբյան – Փաթութի տիպի ձևափոխությունների մասին, որոնց շրջող ֆունկցիաներն ունեն կոմպլեքս արմատներ.....	3
Ա.Հ. Պետրոսյան – Անվերջությունով որոշակի վարը ունեցող գործակիցներով ինքնահամալուծ դիֆերենցիալ օպերատորի կնտային սպեկտրի հետազոտությունը.....	8
Վ.Հ. Օհանյան – Խոգովող եզրային պայմաններով թույլ կապակցված երկրորդ կարգի դիֆերենցիալ հավասարումների էլյապտիկ համակարգերի համար Դիրիխլեի խնդիրը	16
Է.Ա. Սիմոնյան – Լիրի բանաձևի ընդհանրացում.....	25
Վ.Ս. Աբարեկյան – Ազատ պարբերական խմբերի որոշիչ առնչությունների կառուցվածքի մասին	30
Լ.Ռ. Արքահամյան – 3-տեղանի զուգորդական գերնույնություններ.....	36

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Գ.Հ. Բաբաջանյան – Իրական անսեղմելի հեղուկի ոչ ստացիոնար շարժումը թափանցիկ պատերով գլանային խողովակում.....	45
Ս.Ռ. Համբարձումյան – Զույգ կեղծ արմատներով երկրորդ կարգի համակարգի ըստ ազդող ուժի կայունությունը.....	50

ՖիզիկԱ

Ա.Է. Եսայան – Միաշափ էլեկտրոնային ուղետարի առաջացումը տարրեր հաստություն ունեցող երկու քվանտաչափային բաղանքների բաժանման սահմանի երկայնքով.....	57
Գ.Գ. Բաղդայան, Խ.Ս. Ղազարյան, Ը.Ս. Սահակյան – Դոմենների և դոմեննային սահմանների շափերի որոշումը բնեույին մանրադիտակով.....	65

ՔիմիԱ

Գ.Ս. Սիմոնյան – Կոռելյացիա բենզոլիպերօրսիդ-ամին ունակցիաների արագության հաստատունների և լուծիչի բնեույնության փորձարարական պարամետրերի միջև.....	69
Դ.Ս. Գայրակյան, Յասին Մալա, Հ.Գ. Խաչատրյան – Տարրերի իոնափոխանակային նորաշերտ քրոմատոգրաֆիա: I. Re (VII), Mo (VI), V (V), և W (VI) իոնների իոնական վիճակների ուսումնասիրումը հանքային թթուներու լուծույթներում.....	76

Ը.Ս. Զաքարյան, Հ.Հ. Դարբինյան, Գ.Ն. Շապոշնիկովա, Հ.Գ. Խաչատրյան – Սելեն (IV)-ի և թելուր (IV)-ի սպեկտրալուսավական և ամպերաչափական որոշումը ֆենիքիոնիզամյուրով.....	86
Ե.Գ. Մեսրոպյան, Ա.Ա. Ավետիսյան, Ա.Ս. Գալստյան, Մ.Գ. Սարգսյան – Էկատինի նոր արոմատիկ ածանցյալների սինթեզ	93

ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ա.Պ. Անտոնյան, Հ.Գ. Դավթյան, Պ.Հ. Վարդեսանյան – Կիսահնտերկայացիոն կոնպլեքսների առաջացումը ԴՆԹ-ի հետ էլ-ի կապման դեպքում.....	97
Ա.Խ. Աղաջանյան, Մ.Ս. Մարտիրոսյան, Ա.Ա. Աղաջանյան – Օրնիթինցիկազով կատալիզովող պրոցես կենսասինթեզը լորու ընդակերի (<i>Acanthoscelides obtectus Say</i>) կերպարանափոխության տարրեր փուլերում	103
Մ.Ա. Դավթյան, Գ.Ա. Գարբինյան, Ռ.Հ. Թոռչյան – Գարեջի արտադրության քափոն՝ <i>Saccharomyces cerevisiae</i> խմորանների սպիտակուցների անջատու- մը և նրանց ամինաքրվային կազմը	107
Հ.Հ. Մեմերջյան, Բ.Ի. Դիլդարյան, Մ.Հ. Խաչատրյան – Մամուռանմանների մի քանի ներկայացուցիչների ամինաքրվային կազմը	112
Մ.Բ. Չըշյան, Է.Լ. Աղաբեկյան, Ն.Ս. Ավետիսյան, Գ.Գ. Օգանեզովա, Մ.Ա. Մելքոն- յան, Հ.Յու. Սահակյան – Կենտրոնական մետարդոզմի դերը <i>Corinebacterium lactofermentum</i>-ի ֆենիլալանինի կենսասինթեզում	118
Վ.Ս. Պողոսյան, Է.Ա. Աղաջանյան, Ա.Լ. Արօյանց, Մ.Բ. Մարևոսյան, Ռ.Մ. Հարու- թյունյան – Սամաղար և ջրաշեն հորատանցքերի ջոնքի մուտագեն ակտիվության բացահայտումը տրամավանցիայի առջաքելերի մազկների և միկրոկորիզների տեսու-համակարգերի կիրառմամբ	123
Ա.Յու. Ստեփանյան, Վ.Հ. Գրիգորյան, Ա.Ն. Առաքելյան, Հ.Ռ. Աղաբարյան, Ն.Դ. Հարությունյան – Զախյկների լարիթնորոսային խնդրի կատարման ուղեղային ապահովման առանձնահատկությունները	128

ԵՐԿՐԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Վ.Պ. Վարդանյան – Լավային առաջացումների ջրաֆիզիկական և գեռելեկտրա- կան չափանիշների կապը	134
Հ.Հ. Մկրտչյան, Ռ.Ս. Մովսեսյան, Հ.Ս. Եզակյան – Շտոկվերկային և շնրտային հանքավայրերի հետախուզվածության ռացիոնալ աստիճանը	138

ՀԱՎՈՐԴՈՒՄՆԵՐ

Լ.Խ. Ասլամյան – Ելերի $\phi(m)$ ֆունկցիայի մի ընդհանրացման մասին	143
Գ.Գ. Հովհաննիսյան – ԴՆԹ-գիտաստերի մեթոդը ԴՆԹ-ի վնասվածքների և ու- պարացիայի գնահատման համար. 2. ԴՆԹ-ի սպրոնտան և ՌԻՄ-ինդուկցված վնասվածքները գենետիկական ոլուկի խմբում	146
Լ.Ս. Շուխյան – Խաղողի բուրոջների պտղաբերությունը ցրտադիմացկունության տարբեր մակարդակներում	150

ԳԻՏԱԿԱՆ ԿՅԱՆՔ

Միջազգային գիտական կոնֆերանս՝ «Ջրային ռեսուրսների ռացիոնալ օգտա- գործումը և պահպանումը փոփոխվող շրջակա միջավայրում».....	154
---	-----

Математика

УДК 517.51

С.А. АКОПЯН

О ПРЕОБРАЗОВАНИЯХ ТИПА СВЕРТКИ С ОБРАЩАЮЩИМИ
ФУНКЦИЯМИ, ИМЕЮЩИМИ КОМПЛЕКСНЫЕ КОРНИ

Обращаются преобразования типа свертки с ядрами вида

$G(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-st}}{E(s)} ds$ в классе функций $L^2(-\infty, +\infty)$, когда обращающие функции имеют комплексные корни, удовлетворяющие условиям

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{|a_k|^2} < +\infty, \quad |\arg a_k| \leq \frac{\pi}{4}.$$

Преобразования типа свертки

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x-t)\phi(t)dt, \quad (1)$$

где ядро $G(t)$ определяется формулой

$$G(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-st}}{E(s)} ds, \quad (2)$$

обстоятельно исследованы многими специалистами для широких классов функций $E(s)$. В частности, в монографии Хиршмана и Уиддера [1] приведены их результаты для класса функции Лагерра–Пойа. Далее они, а также др. авторы [2] изучили такие преобразования типа свертки, при которых функция $E(s)$ имеет комплексные корни. Остановимся на одном из результатов.

Пусть обращающая функция $E(s)$ имеет вид

$$E(s) = \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{s^2}{a_k^2}\right). \quad (3)$$

Функция $E(s)$ относится к классу A , если последовательность $\{a_k\}_1^{\infty}$ удовлетворяет условиям

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{|a_k|^2} < +\infty, \quad |\arg a_k| \leq \frac{\pi}{4} - \eta$$

для некоторого $\eta \left(0 < \eta < \frac{\pi}{4} \right)$. Предлагается, что a_k расположены в порядке неубывания их вещественных частей и $\operatorname{Re} a_1 > 0$.

Теорема A (Даунс, Уиддер). Если для $-\infty < t < +\infty$

$$1) \quad G(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{st}}{E(s)} ds, \quad E(s) \in A,$$

2) функция $\varphi(t)$ ограничена на компактных множествах и

$$\varphi(t) = O(e^{\sigma|t|}), \quad |t| \rightarrow \infty, \quad 0 < \sigma < \operatorname{Re} a_1,$$

то преобразование (1) обращается формулой

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n \left(1 - \frac{D^2}{a_k^2} \right) f(x) = \varphi(x) \quad \left(D = \frac{d}{dx} \right)$$

в каждой точке $t = x$ непрерывности функции $\varphi(t)$.

В [2] доказана также аналогичная теорема в условиях, когда $\varphi(t) \in L$ на каждом конечном интервале и $\int_0^t \varphi(u) du = O(e^{\sigma|t|})$, $|t| \rightarrow \infty$, $0 < \sigma < \operatorname{Re} a_1$.

В этой же работе высказывается мысль о том, что утверждение теоремы, быть может, остается в силе и тогда, когда корни a_k находятся в угле с точным раствором $\frac{\pi}{2}$, так как для ядер $E(s)$ частного вида доказано, что это действительно справедливо (см. [2]).

В настоящем сообщении мы показываем, что такой же результат при $|\arg a_k| \leq \frac{\pi}{4}$ справедлив для функций $\varphi(t)$ из класса $L^2(-\infty, +\infty)$. Прежде чем привести формулировку нашей теоремы, дадим некоторые определения.

Определенная на $(-\infty, +\infty)$ функция $\Psi(t)$ принадлежит классу P , если

- a) $\Psi(t)$ непрерывна и отлична от нуля на $(-\infty, +\infty)$,
- b) существуют последовательность полиномов $\{Q_n(t)\}_1^\infty$ и число $M > 0$ такие, что

$$\begin{aligned} |Q_n(t)| &\leq M |\Psi(t)| \quad (-\infty < t < +\infty), \\ \lim_{n \rightarrow \infty} Q_n(t) &= \Psi(t) \end{aligned} \tag{4}$$

в каждой точке $t \in (-\infty, +\infty)$.

Если $\Psi(t) = Q_n(t) = \sum_{k=0}^n a_k t^k$ – полином степени n , то функцию f отнесем к классу $L_2^{(\Psi)}(-\infty, +\infty)$ в том случае, когда $f(x)$ n -раз дифференци-

руема и $f^{(k)}(x) \in L^2(-\infty, +\infty)$ ($k = 0, 1, 2, \dots, n$), причем для любой функции $f(x) \in L_2^{(\Psi)}(-\infty, +\infty)$ полагаем

$$\Psi(\pm iD)f(x) := Q_n(\pm iD)f(x) = \sum_{k=0}^n a_k (\pm iD)^k f(x) \quad \left(D \equiv \frac{d}{dx} \right).$$

Если же $\Psi(t) \in P$ отлична от полинома, то $f(x)$ отнесем к классу $L_2^{(\Psi)}(-\infty, +\infty)$, когда выполняются следующие условия:

- 1) $f(x)$ бесконечно дифференцируема на $(-\infty, +\infty)$, причем

$$f^{(k)}(x) \in L_2(-\infty, +\infty), \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

- 2) для некоторой последовательности полиномов $\{Q_n(t)\}$, удовлетворяющих условиям (4), существует на $(-\infty, +\infty)$ предел в среднем

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Q_n(\pm iD)f(x) := \Psi(\pm iD)f(x).$$

Нами была доказана теорема о преобразованиях типа свертки [3–5], специальный частный случай которой приводится ниже.

Теорема Б. Пусть на вещественной оси $(-\infty, +\infty)$ определены функции $K(t)$ и $\Psi_1(t), \Psi_2(t) \in P$, связанные между собой соотношением $K(t)\Psi_1(-t)\Psi_2(t) = 1 (-\infty < t < +\infty)$ и подчиненные условию $\sup_{-\infty < t < +\infty} |K(t)\Psi_2(t)| < +\infty$.

Если $\Omega(x) := \frac{1}{2\pi} \lim_{a \rightarrow \infty} \int_{-a/2}^{a/2} \frac{K(t)}{2 - it} e^{-itx} dt$, то для любой функции

$$\varphi(x) \in L_2^{(\Psi_1)}(-\infty, +\infty) \quad \text{формула} \quad f(x) = e^{-\frac{x}{2}} \frac{d}{dx} \left\{ e^{\frac{x}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega(x-t) \Psi_1(-iD) \varphi(t) dt \right\}$$

определяет почти всюду (всюду, если $\Psi_2(t) \neq \text{const}$) на $(-\infty, +\infty)$ функцию $f(x) \in L_2^{(\Psi_2)}(-\infty, +\infty)$.

Почти всюду (всюду, если $\Psi_1(t) \neq \text{const}$) на $(-\infty, +\infty)$ имеет место формула $\varphi(x) = \Psi_2(iD)f(x)$ (см. [5], с. 108).

В этой теореме положим $\Psi_1(t) \equiv 1$, $\Psi_2(t) = \frac{1}{K(t)} = E(-it)$, где $E(s)$ имеет вид (3), и относительно последовательности $\{a_k\}$ предположим, что

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{|a_k|^2} < +\infty, \quad |\arg a_k| \leq \frac{\pi}{4}. \quad (5)$$

Тогда функция $E(-it) = \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{t^2}{a_k^2} \right)$ принадлежит классу P . Действительно,

ввиду того, что $|\operatorname{Re} a_k| \geq |\operatorname{Im} a_k|$, имеем

$$\left| 1 + \frac{t^2}{a_k^2} \right| = \frac{1}{|a_k|^2} \sqrt{t^4 + 2t^2((\operatorname{Re} a_k)^2 - (\operatorname{Im} a_k)^2) + |a_k|^4} \geq 1, \quad t \in (-\infty, +\infty).$$

Функция $E(-it)$ непрерывна и отлична от нуля на $(-\infty, +\infty)$, и если $Q_n(t) = \prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{t^2}{a_k^2}\right)$ ($n = 1, 2, \dots$), то $|Q_n(t)| \leq |Q_{n+1}(t)| \leq \dots \leq E(-it)$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} Q_n(t) = E(-it)$ ($-\infty < t < +\infty$), т. е. $E(-it) \in P$.

Согласно теореме Б, для любой функции $\varphi(x) \in L^2(-\infty, +\infty)$ формула

$$f(x) = e^{-\frac{x}{2}} \frac{d}{dx} \left\{ e^{\frac{x}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Omega(x-t) \varphi(t) dt \right\}$$

всюду на $(-\infty, +\infty)$ определяет $f(x) \in L_2^E(-\infty, +\infty)$. На $(-\infty, +\infty)$ почти всюду имеет место равенство

$$\varphi(x) = \Psi_2(iD)f(x) := E(D)f(x) = l.i.m. \prod_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n \left(1 - \frac{D^2}{a_k^2}\right) f(x).$$

Но если обозначить

$$G(x) := \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ixt}}{E(-it)} dt = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{sx}}{E(s)} ds$$

и принять во внимание равенство

$$\frac{d}{dx} \left\{ e^{\frac{x}{2}} \Omega(x-t) \right\} = e^{\frac{x}{2}} G(x-t),$$

то приходим к следующей теореме.

Теорема. Если $\varphi(x) \in L^2(-\infty, +\infty)$, то преобразование типа свертки (1), где $G(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{sx}}{E(s)} ds$, $E(s) = \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{s^2}{a_k^2}\right)$, $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{|a_k|^2} < +\infty$, $|\arg a_k| \leq \frac{\pi}{4}$ ($k = 1, 2, \dots$), обращается формулой $\varphi(x) = l.i.m. \prod_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n \left(1 - \frac{D^2}{a_k^2}\right) f(x)$ почти всюду на $(-\infty, +\infty)$.

Кафедра высшей математики
радиофизического факультета

Поступила 24.09.2002

ЛИТЕРАТУРА

- Хиршман И.И., Уиддер Д.М. Преобразования типа свертки. М., 1958.
- Dauns Y. and Widder D.M. – Pacific Journal of Math., 1965, v. 15, № 2, p. 427–442.
- Акопян С.А. – Изв. АН Арм. ССР, серия физ.-мат. наук, 1960, т. 13, № 1, с. 3–27.
- Акопян С.А. V всесоюзная конференция по теории функций. Тезисы докладов. Ер., 1960, с. 9–10.
- Джрбашян М.М. Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области. М., 1966.

ՓԱՌՈՒՅԹԻ ՏԻՊԻ ԶԵՎԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ, ՈՐՈՇՑ
ԾՐՁՈՂ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐՆ ՈՒՆԵՆ ԿՈՄՊԼԵՔՍ ԱՐՄԱՏՆԵՐ

Ամփափում

$L^2(-\infty, +\infty)$ դասի ֆունկցիաների համար փաթույթի տիպի ձևափոխությունները շրջվում են այն դեպքում, եթե $E(s) = \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{s^2}{a_k^2}\right)$ շրջող ֆունկցիաներն ունեն կոմպլեքս արմատներ, որոնք բավարարում են $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{|a_k|^2} < +\infty$,

$|\arg a_k| \leq \frac{\pi}{4}$ պայմաններին:

S.A. HAKOBIAN

ON CONVOLUTION TRANSFORMS WHOSE INVERSION FUNCTIONS HAVE COMPLEX ROOTS

Summary

For convolution transforms it has been received inversion formula, when $\varphi(x) \in L^2(-\infty, +\infty)$ and inversion functions $E(s) = \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{s^2}{a_k^2}\right)$ have complex roots satisfying to conditions $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{|a_k|^2} < +\infty$, $|\arg a_k| \leq \frac{\pi}{4}$.

Математика

УДК 517.984

А.Г. ПЕТРОСЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧЕЧНОГО СПЕКТРА САМОСОПРЯЖЕННОГО
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА С КОЭФФИЦИЕНТАМИ,
ИМЕЮЩИМИ ОПРЕДЕЛЕННЫЕ ПОВЕДЕНИЯ НА БЕСКОНЕЧНОСТИ

Рассматривается в пространстве $L^2(\mathbb{R})$ обыкновенный линейный самосопряженный дифференциальный оператор порядка $m \geq 2$, коэффициенты которого имеют определенные поведения на бесконечности. Исследуется точечный спектр этого оператора. В частности, доказываются ограниченность точечного спектра и конечность множества его предельных точек.

Пусть l – дифференциальная операция порядка $m \geq 2$, заданная формальным выражением

$$l(y) = \frac{1}{i^m} y^{(m)} + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{i^{2k}} (p_{2k} y^{(k)})^{(k)} + \sum_{k=0}^{n'-1} \frac{1}{2i^{2k+1}} \left\{ (p_{2k+1} y^{(k)})^{(k+1)} + (p_{2k+1} y^{(k+1)})^{(k)} \right\}, \quad (1)$$

где y – функция, определенная на \mathbb{R} , i – мнимая единица, $n = \left[\frac{m}{2} \right]$,

$n' = \left[\frac{m-1}{2} \right]$, а коэффициенты p_k – вещественные измеримые функции на \mathbb{R} , удовлетворяющие условиям

$$\int_{-\infty}^0 |p_k(x) - a_k^-| dx + \int_0^\infty |p_k(x) - a_k^+| dx < \infty, \quad k = 0, 1, \dots, m-2, \quad (2)$$

с некоторыми вещественными числами a_k^\pm . Точный смысл выражения (1) описывается при помощи квазипроизводных $y^{[\nu]}$, $\nu = 0, 1, \dots, m$, функции y , соответствующих коэффициентам p_k , $k = 0, 1, \dots, m-2$, и определяемых по формулам

$$y^{[0]} = y,$$

$$y^{[k]} = \frac{1}{i^k} y^{(k)} = \frac{1}{i^k} \frac{d^k y}{dx^k}, \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

$$y^{[n+1]} = \frac{1}{2} p_{2n-1} y^{[n-1]} + p_{2n} y^{[n]} + \frac{1}{i} \frac{d}{dx} (y^{[n]}),$$

$$y^{[m-k]} = \frac{1}{2} p_{2k-1} y^{[k-1]} + p_{2k} y^{[k]} + \frac{1}{2} p_{2k+1} y^{[k+1]} + \frac{1}{i} \frac{d}{dx} (y^{[m-1-k]}), \quad k = 1, 2, \dots, n-1,$$

$$y^{[m]} = p_0 y^{[0]} + \frac{1}{2} p_1 y^{[1]} + \frac{1}{i} \frac{d}{dx} (y^{[m-1]}),$$

где $p_{m-1} = 0$. Считается, что выражение (1) имеет смысл (т. е. операция l применима к функции y), если все квазипроизводные функции y до порядка $m-1$ включительно существуют и абсолютно непрерывны на каждом конечном отрезке вещественной оси. При этом полагается $l(y) = y^{[m]}$.

Действующий в пространстве $L^2(\mathbb{R})$ оператор \mathcal{L} определим следующим образом. Область определения \mathcal{D} оператора \mathcal{L} есть множество всех таких функций $y \in L^2(\mathbb{R})$, к которым применима операция l , а $l(y) \in L^2(\mathbb{R})$. Для $y \in \mathcal{D}$ полагаем $\mathcal{L}y = l(y)$. Как будет показано ниже, оператор \mathcal{L} является самосопряженным.

Для доказательства самосопряженности оператора \mathcal{L} и для исследования его точечного спектра используются решения дифференциального уравнения $l(y) = \mu y$ с параметром $\mu \in \mathbb{C}$, обладающие определенными поведениями на бесконечности. Методы получения фундаментальной системы решений этого уравнения с определенными асимптотиками хорошо известны (см. [1]). Однако здесь необходимо существование решений, обладающих некоторыми дополнительными свойствами. Такие решения используются также при исследовании непрерывного спектра оператора \mathcal{L} и выводе разложения Фурье посредством минимальной системы обобщенных собственных функций оператора \mathcal{L} (этим вопросам будет посвящена отдельная статья). Отметим, что подобное исследование проведено в [2] в случае, когда в условиях (2) $a_k^\pm = 0$, $k = 0, 1, \dots, m-2$.

Пусть y и z – функции на \mathbb{R} , к которым применима операция l . Обозначим

$$[y, z]_x = [y(x), z(x)] = \sum_{\nu=0}^{m-1} y^{[m-1-\nu]}(x) \overline{z^{[\nu]}(x)}. \quad (3)$$

Тогда для любого отрезка $[\alpha, \beta] \subset \mathbb{R}$ справедлива формула Лагранжа:

$$\int_{\alpha}^{\beta} l(y(x)) \overline{z(x)} dx - \int_{\alpha}^{\beta} y(x) l(\overline{z(x)}) dx = i[y, z]_{\alpha} - i[y, z]_{\beta}. \quad (4)$$

Заметим, что если $y(x, \mu)$ и $z(x, \bar{\mu})$ – решения дифференциальных уравнений $l(y) = \mu y$ и $l(z) = \bar{\mu} z$ соответственно, где μ – некоторое комплексное число, то, как следует из формулы (4), выражение $[y(x, \mu), z(x, \bar{\mu})]$ является постоянной величиной относительно $x \in \mathbb{R}$.

Вместе с l рассмотрим дифференциальные операции l^+ и l^- , определенные равенствами $l^\pm(y) = \frac{1}{i^m} y^{(m)} + \sum_{k=0}^{m-2} \frac{1}{i^k} a_k^\pm y^{(k)}$, где числа a_k^+ и a_k^- те же, что и в условиях (2). Квазипроизводные функции y , соответствующие коэффициентам a_k^\pm , $k = 0, 1, \dots, m-2$, обозначим через $y^{[\nu]^\pm}$, $\nu = 0, 1, \dots, m$. Введем также обозначения $[y, z]_x^\pm = [y(x), z(x)]^\pm = \sum_{\nu=0}^{m-1} y^{[m-1-\nu]^\pm}(x) \overline{z^{[\nu]^\pm}(x)}$ и многочлены Q^+ , Q^- относительно $\lambda \in \mathbb{C}$, определенные равенствами $Q^\pm(\lambda) = \lambda^m + \sum_{k=0}^{m-2} a_k^\pm \lambda^k$. Легко проверить, что если числа λ^+ и λ^- – соответственно корни уравнений $Q^+(\lambda) = \mu$ и $Q^-(\lambda) = \mu$ с некоторым $\mu \in \mathbb{C}$, то функции $e^{i\lambda^+ x}$ и $e^{i\lambda^- x}$ ($x \in \mathbb{R}$) – соответственно решения дифференциальных уравнений $l^+(y) = \mu y$ и $l^-(y) = \mu y$.

Обозначим через E множество таких $\mu \in \mathbb{C}$, для которых уравнение $Q^+(\lambda) = \mu$ или $Q^-(\lambda) = \mu$ имеет комплексные кратные корни. Ясно, что число точек множества E не превышает $2m-2$. Пусть α' – число точек множества $E \cap \mathbb{R}$. При $\alpha' \neq 0$ эти точки обозначим через $\mu'_1 < \mu'_2 < \dots < \mu'_{\alpha'}$. Пусть, кроме того, α – число тех значений $\mu \in E \cap \mathbb{R}$, для которых одно из указанных уравнений имеет вещественные кратные корни. При $\alpha \neq 0$ эти значения обозначим через $\mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_\alpha$. Положим также $\mu_0 = \mu'_0 = -\infty$ и $\mu_{\alpha+1} = \mu'_{\alpha+1} = \infty$. Ясно, что $\alpha \leq \alpha'$, причем $\alpha \geq 1$ в случае четного m . Для каждого $\mu \in \mathbb{C}$ корни уравнения $Q^\pm(\lambda) = \mu$ с учетом их кратностей обозначим через $\lambda_j^\pm(\mu)$, $j = 0, 1, \dots, m-1$. Заметим, что для каждой односвязной открытой области $G \subset \mathbb{C} \setminus E$ эти корни можно пронумеровать так, чтобы каждый из них был аналитической функцией от $\mu \in G$. Производные функций Q^\pm и λ_j^\pm обозначим через Q'^\pm и $\lambda_j'^\pm$. Легко убедиться, что $Q'^\pm(\lambda_j^\pm(\mu)) = (\lambda_j'^\pm(\mu))^{-1}$. Для каждого $\mu \in \mathbb{R}$ число вещественных корней уравнения $Q^\pm(\lambda) = \mu$ с учетом их кратностей обозначим через $r^\pm(\mu)$ и заметим, что оно, как функция от μ , постоянно в каждом интервале (μ_s, μ_{s+1}) , $s = 0, 1, \dots, \alpha$. В случае нечетного m число $r^\pm(\mu)$ нечетно и $r^\pm(\mu) = 1$ при $\mu < \mu_1$ или $\mu > \mu_\alpha$, а в случае четного m число $r^\pm(\mu)$ четно, причем $r^\pm(\mu) = 0$ при $\mu < \mu_1$ и $r^\pm(\mu) = 2$ при $\mu > \mu_\alpha$. Очевидно, существует такое $\varepsilon > 0$, что полоса $\{\mu \in \mathbb{C} : |\operatorname{Im} \mu| \leq \varepsilon\}$ не содержит невещественных точек из E . Будем считать, что корни уравнения $Q^\pm(\lambda) = \mu$ пронумерованы

так, чтобы каждый из них был аналитической функцией от μ в каждой области $\{\mu \in \mathbb{C} : |\operatorname{Im} \mu| < \varepsilon, \mu'_s < \operatorname{Re} \mu < \mu'_{s+1}\}$, $s = 0, 1, \dots, \infty'$, причем вещественные корни при $\mu \in \mathbb{R}$ были аналитическими функциями в каждой области $\{\mu \in \mathbb{C} : |\operatorname{Im} \mu| < \varepsilon, \mu_s < \operatorname{Re} \mu < \mu_{s+1}\}$, $s = 0, 1, \dots, \infty$. Кроме того, при $\operatorname{Im} \mu > 0$ будем считать $\operatorname{Im} \lambda_j^\pm(\mu) > 0$ для $j = 0, 1, \dots, n'$ и $\operatorname{Im} \lambda_j^\pm(\mu) < 0$ для $j = n'+1, n'+2, \dots, m-1$. Тогда при $\mu \in (\mu_s, \mu_{s+1})$ вещественные корни $\lambda_j^\pm(\mu)$ с $j \leq n'$ как функции от μ возрастающие, а с $j > n'$ – убывающие. При этом в случае четного m количества возрастающих и убывающих корней равны, а в случае нечетного m количества возрастающих корней на единицу больше убывающих. Относительно нумерации корней при $\mu \in \mathbb{R}$ будем считать также

$$\lim_{|\mu| \rightarrow \infty} |\lambda_j^\pm(\mu)|^{-\frac{1}{m}} e^{-\frac{\arg \mu}{m}} = e^{\frac{i2\pi j}{m}}, \quad j = 0, 1, \dots, m-1.$$

Сформулируем несколько предложений, которые относятся к существованию решений дифференциального уравнения $l(y) = \mu y$, имеющих определенные поведения на бесконечности и некоторые другие свойства. В случае четного порядка m такие предложения использованы в [3].

Теорема 1. Для каждого $\mu \in \mathbb{C} \setminus E$ дифференциальное уравнение $l(y) = \mu y$ имеет две фундаментальные системы решений $y_j^+(x, \mu)$ и $y_j^-(x, \mu)$ ($x \in \mathbb{R}$, $j = 0, 1, \dots, m-1$), квазипроизводные которых при $x \rightarrow \infty$ и $x \rightarrow -\infty$ соответственно обладают асимптотиками

$$y_j^{\pm[\nu]}(x, \mu) = \left(e^{ix\lambda_j^\pm(\mu)} \right)^{|\nu|^{\frac{1}{m}}} + o\left(e^{ix\lambda_j^\pm(\mu)} \right), \quad \nu = 0, 1, \dots, m-1, \quad (5)$$

причем для $\mu \in \mathbb{R} \setminus E$ и $k = 0, 1, \dots, m-1$ выполняются равенства

$$[y_j^{\pm}(x, \mu), y_k^{\pm}(x, \mu)] = \begin{cases} Q^\pm(\lambda_j^\pm(\mu)), & \lambda_j^\pm(\mu) = \overline{\lambda_k^\pm(\mu)}, \\ 0, & \lambda_j^\pm(\mu) \neq \overline{\lambda_k^\pm(\mu)}. \end{cases}$$

Кроме того, для $\mu \in \mathbb{R} \setminus E$ решения $y_j^+(x, \mu)$ и $y_j^-(x, \mu)$ с указанными свойствами могут быть выбраны так, чтобы при $|\mu| \rightarrow \infty$ выполнялись асимптотические равенства

$$y_j^{\pm[\nu]}(0, \mu) = |\mu|^{\frac{\nu}{m}} \left\{ e^{\frac{i\nu}{m}(2\pi j + \arg \mu)} + O\left(|\mu|^{-\frac{1}{m}}\right) \right\}, \quad \nu = 0, 1, \dots, m-1. \quad (6)$$

Теорема 2. Оператор \mathcal{L} является самосопряженным и имеет ограниченный точечный спектр.

Доказательство. Рассмотрим некоторое невещественное число $\mu \notin E$ и докажем, что если решение y уравнения $l(y) = \mu y$ принадлежит $L^2(\mathbb{R})$,

то $y = 0$. Ясно, что y представляется в виде линейной комбинации указанных в теореме 1 решений y_j^+ уравнения $l(y) = \mu y$, для которых $\operatorname{Im} \lambda_j^+(\mu) > 0$. Кроме того, y является также линейной комбинацией решений y_j^- с $\operatorname{Im} \lambda_j^-(\mu) < 0$. Поэтому из (5) следует, что $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y, y]_x = 0$. Однако в силу (4) для любого $\alpha > 0$ имеем $2 \operatorname{Im} \mu \int_{-\alpha}^{\alpha} |y(x)|^2 dx = [y, y]_{-\alpha} - [y, y]_{\alpha}$. Отсюда при $\alpha \rightarrow \infty$ получаем $\int_{-\infty}^{\infty} |y(x)|^2 dx = 0$, т. е. $y = 0$.

Обозначим через \mathcal{L}' сужение оператора \mathcal{L} на множество всех таких функций из \mathcal{D} , каждая из которых равна нулю вне некоторого конечного отрезка. Оператор \mathcal{L}' является симметрическим, а сопряженный с ним оператор совпадает с \mathcal{L} . Замыкание $\tilde{\mathcal{L}'}$ оператора \mathcal{L}' также является симметрическим оператором, а сопряженный с ним оператор совпадает с \mathcal{L} . Однако из доказанного выше утверждения следует, что оператор $\tilde{\mathcal{L}'}$ имеет нулевой индекс дефекта. Поэтому $\tilde{\mathcal{L}'}$ является самосопряженным оператором. Но тогда $\mathcal{L} = \tilde{\mathcal{L}'}$, т. е. оператор \mathcal{L} является самосопряженным.

Докажем теперь ограниченность точечного спектра. Пусть $\mu \in \mathbb{R} \setminus E$, а $y_j(x, \mu)$ ($x \in \mathbb{R}$, $j = 0, 1, \dots, m-1$) – некоторая система решений уравнения $l(y) = \mu y$. Нетрудно убедиться, что определитель матрицы $(y_j^{[\nu]}(x, \mu))_{j, \nu=0}^{m-1}$ как функция от $x \in \mathbb{R}$ постоянен, а система решений $y_j(x, \mu)$ линейно зависит тогда и только тогда, когда этот определитель равен нулю. Рассмотрим также указанные в теореме 1 решения $y_j^\pm(x, \mu)$ и положим $y_j(x, \mu) = y_j^+(x, \mu)$ при $0 \leq j \leq n'$, $y_j(x, \mu) = y_j^-(x, \mu)$ при $n' < j < m$. Тогда из (6) следует существование такого $\tilde{\mu} > 0$, что при $|\mu| > \tilde{\mu}$ $\det(y_j^{[\nu]}(0, \mu))_{j, \nu=0}^{m-1} \neq 0$, и значит, система решений $y_j(x, \mu)$ ($j = 0, 1, \dots, m-1$) линейно независима. Однако если μ является собственным значением оператора \mathcal{L} , то уравнение $l(y) = \mu y$ имеет ненулевое решение $y \in L^2(\mathbb{R})$. Ясно, что y представляется в виде линейной комбинации каждой из систем решений $y_j^+(x, \mu)$ ($j = 0, 1, \dots, n'$) и $y_j^-(x, \mu)$ ($j = n'+1, n'+2, \dots, m-1$). Но тогда рассматриваемая система решений $y_j(x, \mu)$ ($j = 0, 1, \dots, m-1$) линейно зависима. Поэтому $|\mu| \leq \tilde{\mu}$. Следовательно, точечный спектр оператора \mathcal{L} ограничен. Теорема доказана.

Теорема 3. Пусть для вещественных чисел $\tilde{\mu}_1 < \tilde{\mu}_2$ и $\varepsilon > 0$ множество $G = \{\mu \in \mathbb{C} : 0 \leq \operatorname{Im} \mu \leq \varepsilon, \tilde{\mu}_1 \leq \operatorname{Re} \mu \leq \tilde{\mu}_2\}$ не содержит точек из

E . Тогда для любого $\mu \in G$ дифференциальное уравнение $l(y) = \mu y$ имеет такие две системы линейно независимых решений $\tilde{y}_j^+(x, \mu)$ ($j = 0, 1, \dots, n'$) и $\tilde{y}_j^-(x, \mu)$ ($j = n'+1, n'+2, \dots, m-1$), что квазипроизводные их при каждом $x \in \mathbb{R}$ являются непрерывными функциями от $\mu \in G$, а для $\tilde{y}_j^+(x, \mu)$ при $x \rightarrow \infty$ и $\tilde{y}_j^-(x, \mu)$ при $x \rightarrow -\infty$ выполняются асимптотические равенства

$$\tilde{y}_j^{\pm[\nu]}(x, \mu) = O(e^{-x\gamma^{\pm}(\mu)}), \quad \mu \in G,$$

$$\tilde{y}_j^{\pm[\nu]}(x, \mu) = \sum_{s \in S^{\pm}} h_{js}^{\pm}(\mu) \left(e^{ix\lambda_s^{\pm}(\mu)} \right)^{|\nu|}, \quad \mu \in [\tilde{\mu}_1, \tilde{\mu}_2],$$

$$\nu = 0, 1, \dots, m-1,$$

где $\gamma^+(\mu) = \min \{ \operatorname{Im} \lambda_s^+(\mu) : 0 \leq s \leq n' \}$, $\gamma^-(\mu) = \max \{ \operatorname{Im} \lambda_s^-(\mu) : n' < s < m \}$, S^+ и S^- – множества таких s , что для $\mu \in [\tilde{\mu}_1, \tilde{\mu}_2]$ корни $\lambda_s^+(\mu)$ ($0 \leq s \leq n'$) и $\lambda_s^-(\mu)$ ($n' < s < m$) соответственно вещественны, $h_{js}^{\pm}(\mu)$ – непрерывные функции на отрезке $[\tilde{\mu}_1, \tilde{\mu}_2]$. При этом если число $\mu \in G$ не является собственным значением оператора \mathcal{L} , то система всех указанных решений $\tilde{y}_j^+(x, \mu)$ и $\tilde{y}_j^-(x, \mu)$ линейно независима.

Лемма. Пусть $\mu' \in \mathbb{R}$ – некоторое число, отличное от μ_s ($s = 1, 2, \dots, \infty$), $\varepsilon > 0$ – такое число, что круг $\{ \mu \in \mathbb{C} : |\mu - \mu'| < \varepsilon \}$ не содержит отличных от μ' точек из E , $\tilde{\mu} \neq \mu'$ – некоторое вещественное число из указанного круга, q^+ – число корней уравнения $Q^+(\lambda) = \tilde{\mu}$, имеющих положительные мнимые части, q^- – число корней уравнения $Q^-(\lambda) = \tilde{\mu}$, имеющих отрицательные мнимые части. Тогда для любого μ из некоторого круга $G = \{ \mu \in \mathbb{C} : |\mu - \mu'| < \varepsilon_0 \}$ с радиусом $\varepsilon_0 \leq \varepsilon$ дифференциальное уравнение $l(z) = \mu z$ имеет две такие системы линейно независимых решений $z_j^+(x, \mu)$ ($j = 1, 2, \dots, q^+$) и $z_j^-(x, \mu)$ ($j = 1, 2, \dots, q^-$), что квазипроизводные этих решений при каждом $x \in \mathbb{R}$ являются аналитическими функциями от $\mu \in G$, а для $z_j^+(x, \mu)$ при $x \geq 0$ и для $z_j^-(x, \mu)$ при $x \leq 0$ выполняются неравенства

$$|z_j^{\pm[\nu]}(x, \mu)| \leq c^{\pm} e^{-x\gamma^{\pm}}, \quad \nu = 0, 1, \dots, m-1, \quad (7)$$

с некоторыми постоянными $c^{\pm} > 0$, $\gamma^+ > 0$, $\gamma^- < 0$.

Теорема 4. Предельные точки точечного спектра оператора \mathcal{L} принадлежат множеству $\{ \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{\infty} \}$.

Доказательство. Пусть точечный спектр T оператора \mathcal{L} является бесконечным (т. е. счетным) множеством. Тогда в силу теоремы 2

множество T имеет предельные точки. Рассмотрим некоторую предельную точку μ' и сходящуюся к ней последовательность собственных значений $\tilde{\mu}_k \in T \setminus \{\mu'\}$, $k = 1, 2, \dots$. Пусть $z_k(x)$ – собственная функция, соответствующая собственному значению $\tilde{\mu}_k$. Предположим $\mu' \neq \mu_s$ ($s = 1, 2, \dots, \alpha$). Тогда относительно μ' применима доказанная лемма. Очевидно, для указанного в лемме круга G существует такое натуральное число k_0 , что $\tilde{\mu}_k \in G$ при всех $k \geq k_0$. Так как $z_k \in L^2(\mathbb{R})$, то в силу теоремы 1 и леммы при $k \geq k_0$ для собственной функции $z_k(x)$ имеют место представления

$$z_k(x) = \sum_{j=1}^{q^+} A_{jk}^\pm z_j^\pm(x, \tilde{\mu}_k). \quad (8)$$

Ясно, что собственную функцию $z_k(x)$ можно нормировать условием

$$\sum_{j=1}^{q^+} |A_{jk}^+| + \sum_{j=1}^{q^-} |A_{jk}^-| = 1.$$

Последовательность натуральных чисел $k_1 < k_2 < \dots$ выберем так, чтобы существовали пределы $\lim_{\nu} A_{jk_\nu}^\pm = A_j^\pm$ ($j = 1, 2, \dots, q^\pm$). Тогда из (8) следует существование предела $\lim_{\nu} z_{k_\nu}(x) = z(x)$, причем

$$z(x) = \sum_{j=1}^{q^+} A_j^\pm z_j^\pm(x, \mu'), \quad \sum_{j=1}^{q^+} |A_j^+| + \sum_{j=1}^{q^-} |A_j^-| = 1. \quad (9)$$

Из первого равенства (9) следует, что функция $z(x)$ является решением уравнения $l(z) = \mu' z$ и в силу оценок (7) принадлежит $L^2(\mathbb{R})$. С учетом второго равенства (9) число μ' является собственным значением, а $z(x)$ – соответствующей собственной функцией оператора \mathcal{L} . Поэтому в силу $\mu' \neq \tilde{\mu}_k$ имеем

$$\int_{-\infty}^{\infty} z_k(x) \overline{z(x)} dx = 0, \quad k = 1, 2, \dots. \quad (10)$$

С другой стороны, в силу теоремы Лебега о предельном переходе под знаком интеграла, из оценок (7) и представлений (8) следует, что $\lim_{\nu} \int_{-\infty}^{\infty} |z_{k_\nu}(x) - z(x)|^2 dx = 0$. Учитывая это, из (10) получим $\int_{-\infty}^{\infty} |z(x)|^2 dx = 0$, т.е. $z(x) \equiv 0$, что противоречит равенствам (9). Следовательно, предельная точка μ' принадлежит множеству $\{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_\alpha\}$.

Теорема доказана.

Следствие. Если в случае нечетного порядка m для любого $\mu \in \mathbb{R}$ уравнения $Q^+(\lambda) = \mu$ и $Q^-(\lambda) = \mu$ не имеют вещественных кратных корней, то точечный спектр оператора \mathcal{L} является конечным множеством.

В заключение автор выражает признательность проф. И.Г. Хачатряну за постановку задачи и обсуждение результатов .

Кафедра математики экономического факультета

Поступила 10.03.2003

ЛИТЕРАТУРА

1. Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. М.: Наука, 1969.
2. Хачатрян И.Г. – Изв. АН Арм. ССР, Математика, 1983, т. 18, № 5, с. 394–402.
3. Бабасян С.В., Хачатрян И.Г. – Докл. АН Арм. ССР, Математика, 1988, т. 87, № 3, с. 111–114.

Ա.Հ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

ԱՆՎԵՐՋՈՒԹՅՈՒՆՈՒՄ ՈՐՈՇԱԿԻ ՎԱՐՁ ՈՒՆԵՑՈՂ
ԳՈՐԾԱԿԻՑՆԵՐՈՎ ԻՆՔՆԱՀԱՄԱԼՈՒԾ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ՕՊԵՐԱՏՈՐԻ
ԿԵՏԱՅԻՆ ՍՊԵԿՏՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ամփոփում

Դիտարկվում է $L^2(\mathbb{R})$ տարածությունում $m \geq 2$ կարգի սովորական զծային ինքնահամալուծ դիֆերենցիալ օպերատոր, որի գործակիցներն ունեն որոշակի վարք անվերջությունում: Հետազույցում է այդ օպերատորի կետային սպեկտրը: Մասնավորապես, ապացուցվում են կետային սպեկտրի սահմանափակությունը և նրա սահմանային կետերի բազմության վերջավոր լինելը:

A.H. PETROSYAN

THE INVESTIGATION OF THE DIFFERENTIAL OPERATOR'S POINT SPECTRUM IN INFINITY WITH PRECISE BEHAVIOUR COEFFICIENTS

Summary

In $L^2(\mathbb{R})$ space an $m \geq 2$ linear order self-adjoint differential operator is observed the coefficients of which have precise behaviour in infinity. The operator's point spectrum is examined. Particularly the limitation of point spectrum and the non-infinity of boundary points set are proved.

Математика

УДК 517.95

В.А. ОГАНЯН

ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ ДЛЯ СЛАБО СВЯЗАННЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА С РАЗРЫВНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

Задача Дирихле как для одного уравнения, так и для систем уравнений рассмотрена многими авторами. В их работах [1–6] граничная функция непрерывна или имеет слабую особенность (интегрируемая особенность). В настоящей работе рассматривается случай, когда граничная функция может иметь и не слабую особенность.

В классе $M_D(x_1, x_2, \dots, x_n, \infty; l_1, l_2, \dots, l_n, l_{n+1})$ рассматривается граничная задача

$$\begin{cases} A \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \\ u(x, 0) = f(x), \quad x \neq x_1, x_2, \dots, x_n, \end{cases}$$

где $f(x) \in N_r(x_1, x_2, \dots, x_n, \infty; l_1, l_2, \dots, l_n, l_{n+1})$. Доказано, что задача имеет решение, и найдено одно из них.

Рассмотрим эллиптическую систему

$$Au_{xx} + 2Bu_{xy} + Cu_{yy} = 0, \quad (1)$$

где A, B, C – постоянные вещественные квадратные матрицы n -го порядка, а вектор-функция $u(x, y) = \{u_1(x, y), u_2(x, y), \dots, u_n(x, y)\}$ – искомое вещественное решение.

Напомним, что система (1) называется эллиптической, если $\det C \neq 0$ и характеристическое уравнение

$$\det(A + 2\lambda B + \lambda^2 C) = 0 \quad (2)$$

не имеет действительных корней.

Границные задачи для системы (1) рассмотрены многими авторами (напр., [1–6]). В этих задачах граничная функция или непрерывна, или принадлежит классу Гельдера, или имеет слабую особенность.

В работе [7] для системы (1) в верхней полуплоскости исследована задача Дирихле, когда граничная функция имеет особенность на границе области, причем особенность не обязательно слабая, и когда уравнение (2) имеет только пристые корни.

В настоящей работе для задачи Дирихле рассматривается случай, когда граничная функция имеет особенность, которая может быть и не слабой, а уравнение (2) имеет кратные корни.

В отличие от [7], где был изучен случай простых корней, в настоящей работе общее решение системы (1), следовательно, и решение нижеследующей задачи (1), (7) имеет более сложный вид и необходимо оценить новые слагаемые.

Кроме того, в данной работе и класс граничных функций, и класс искомого решения отличаются от соответствующих классов, рассмотренных в [7].

Пусть D – верхняя полуплоскость в евклидовом пространстве R^2 , а Γ – ее граница.

Пусть x_1, x_2, \dots, x_h – конечные точки границы Γ , l_1, l_2, \dots, l_q – натуральные числа, $l_{q+1}, l_{q+2}, \dots, l_h$ – нецелые положительные числа или нуль, а $l_{h+1} \geq 0$.

Обозначим через $M_D(x_1, x_2, \dots, x_h, \infty; l_1, l_2, \dots, l_h, l_{h+1})$ класс действительных вектор-функций $u(x, y) = \{u_1(x, y), u_2(x, y), \dots, u_n(x, y)\}$, непрерывных всюду в \bar{D} , кроме, быть может, граничных точек x_1, x_2, \dots, x_h , в окрестности которых функция удовлетворяет неравенствам

$$|u(x, y)| \leq \begin{cases} \text{const} |z - x_k|^{-l_k} \ln |z - x_k|^{-1}, & k = 1, 2, \dots, q, \\ \text{const} |z - x_k|^{-l_k}, & k = q + 1, \dots, h, \end{cases} \quad (3)$$

а в окрестности бесконечности – неравенству

$$|u(x, y)| \leq \text{const} |z|^{l_{h+1}} \ln |z|, \quad (4)$$

где $z = x + iy$, i – мнимая единица.

Обозначим через $N_\Gamma(x_1, x_2, \dots, x_h, \infty; l_1, l_2, \dots, l_h, l_{h+1})$ класс действительных вектор-функций $f(x)$, непрерывных всюду на Γ , кроме, быть может, точек x_1, x_2, \dots, x_h , в окрестности которых

$$|f(x)| \leq \text{const} |x - x_k|^{-l_k} \quad (k = 1, 2, \dots, h), \quad (5)$$

а в окрестности бесконечности

$$|f(x)| \leq \text{const} |x|^{l_{h+1}}. \quad (6)$$

Рассматривается задача Дирихле в следующей постановке.

Задача 1 (задача Дирихле). Требуется найти в области $D(y > 0)$ регулярное решение для слабосвязанной эллиптической системы (1), принадлежащее классу $M_D(x_1, x_2, \dots, x_h, \infty; l_1, l_2, \dots, l_h, l_{h+1})$ и удовлетворяющее граничному условию

$$u|_{y=0} = f(x), \quad x \neq x_1, x_2, \dots, x_h, \quad (7)$$

где $f(x)$ – заданная вектор-функция из класса

$$N_\Gamma(x_1, x_2, \dots, x_h, \infty; l_1, l_2, \dots, l_h, l_{h+1}).$$

Теорема. При любой вектор-функции $f(x)$ из класса

$$N_{\Gamma}(x_1, x_2, \dots, x_h, \infty; l_1, l_2, \dots, l_h, l_{h+1})$$

задача 1 в классе $M_D(x_1, x_2, \dots, x_h, \infty; l_1, l_2, \dots, l_h, l_{h+1})$ имеет решение.

Доказательство. Известно, что общее решение системы (1) в этом случае дается формулой (см. [1], стр. 112, [2])

$$u(x, y) = \operatorname{Re} \sum_{j=1}^{\nu_0} \sum_{r=1}^{k_j} \delta_{jr} \left[\omega_{jr}(x + \lambda_j y) + \sum_{p=1}^{r-1} \beta_{jr}^{(p)} y^p \omega_{j,r-p}^{(p)}(x + \lambda_j y) \right], \quad (8)$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\nu_0}$ – корни характеристического уравнения (2) с положительными мнимыми частями, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\nu_0}$ – соответственно их кратности, $\omega_{jk}(x + \lambda_j y)$ – произвольные аналитические функции относительно $z_j = x + \lambda_j y$, n -мерные векторы δ_{jr} и числа $\beta_{jr}^{(p)}$ определяются через коэффициенты системы (1), причем $b_{j1}^{(p)} = 0$. Условие слабой связанности для системы (1) совпадает с условием линейной независимости векторов δ_{jr} ($j = 1, 2, \dots, \nu_0$, $r = 1, 2, \dots, k_j$) (см. [1], стр. 113).

Теорему 1 докажем в частном случае, когда $h=1$, $x_1=0$. В общем случае доказательство аналогично.

Обозначим через $l_1 = l$, $[l_1] = m$, $l_2 = d$, $[l_2] = s$, $d - s = \tau$.

Пусть $f(x) \in N_{\Gamma}(0, \infty; l_1, d_1)$. Представим $f(x)$ в виде

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x), \quad (9)$$

где

$$f_1(x) = f(x)\theta(x), \quad f_2(x) = f(x)(1 - \theta(x)), \quad (10)$$

а $\theta(x)$ – непрерывная функция на всей оси и такая, что

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & x \in (-1/2, 1/2) \\ 0, & x \notin (-1, 1) \end{cases}.$$

Введем вспомогательную систему

$$\sum_{j=1}^{\nu_0} \sum_{r=1}^{k_j} \delta_{jr} \omega_{jr}(z) = \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t^m f_1(t) dt}{z^m (t-z)} + \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{z^{s+1} f_2(t) dt}{t^{s+1} (t-z)}. \quad (11)$$

Легко проверить, что

$$\operatorname{Re} \left(\frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t^m f_1(t) dt}{z^m (t-z)} + \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{z^{s+1} f_2(t) dt}{t^{s+1} (t-z)} \right) \Big|_{y=0} = f(x).$$

Учитывая линейную независимость векторов δ_{jr} и обозначая через $\omega(z)$ вектор $\omega(z) = \{\omega_{11}(z), \dots, \omega_{1k_1}(z), \omega_{21}(z), \dots, \omega_{2k_2}(z), \dots, \omega_{\nu_0 1}(z), \dots, \omega_{\nu_0 k_0}(z)\}$, получим

$$\omega(z) = \delta^{-1} \left(\frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t^m f_1(t) dt}{z^m (t-z)} + \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{z^{s+1} f_2(t) dt}{t^{s+1} (t-z)} \right), \quad (12)$$

где δ квадратная матрица n -го порядка со столбцами δ_{jr} , а δ^{-1} – обратная матрица к матрице δ .

Представим общее решение (8) в виде

$$u(x, y) = \operatorname{Re} \sum_{j=1}^{v_0} \sum_{r=1}^{k_j} \delta_{jr} \omega_{jr}(z) + \operatorname{Re} \sum_{j=1}^{v_0} \sum_{r=1}^{k_j} \delta_{jr} [\omega_{jr}(z_j) - \omega_{jr}(z)] + \\ + \operatorname{Re} \sum_{j=1}^{v_0} \sum_{r=1}^{k_j} \left[\sum_{p=1}^{r-1} \beta_{jr}^{(p)} y^p \omega_{j,r-p}^{(p)}(z_j) \right]. \quad (13)$$

Подставляя значение $\omega(z)$ из (12) в (13), получим

$$u(x, y) = \operatorname{Re} \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t^m f_1(t) dt}{z^m (t-z)} + \operatorname{Re} \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{z^{s+1} f_2(t) dt}{t^{s+1} (t-z)} + \\ + \operatorname{Re} \sum_{j=1}^{v_0} \sum_{r=1}^{k_j} \delta_{jr} \left[\frac{\tilde{\alpha}_{jr}}{\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{z_j^m (t-z_j)} - \frac{1}{z^m (t-z)} \right) t^m f_1(t) dt \right] + \\ + \operatorname{Re} \sum_{j=1}^{v_0} \sum_{r=1}^{k_j} \delta_{jr} \left[\frac{\tilde{\alpha}_{jr}}{\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{z_j^{s+1}}{t-z_j} - \frac{z^{s+1}}{t-z} \right) \frac{f_2(t)}{t^{s+1}} dt \right] + \\ + \operatorname{Re} \sum_{j=1}^{v_0} \sum_{r=1}^{k_j} \delta_{jr} \left[\sum_{p=1}^{r-1} y^p \beta_{jr}^{(p)} \frac{\alpha_{j,r-p}}{\pi i} \left(\sum_{k=0}^p \sigma_{pk}^{(m)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t^m z_j^k f_1(t) dt}{z_j^{m+p} (t-z_j)^{k+1}} \right) \right] + \\ + \operatorname{Re} \sum_{j=1}^{v_0} \sum_{r=1}^{k_j} \delta_{jr} \left[\sum_{p=1}^{r-1} y^p \beta_{jr}^{(p)} \frac{\alpha_{j,r-p}}{\pi i} \left(\sum_{k=0}^p \tau_{pk}^{(s)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{z_j^{s-p+k+1} f_2(t) dt}{(t-z_j)^{k+1} t^{s+1}} \right) \right], \quad (14)$$

где $\tilde{\alpha}_{jr}$ – некоторые постоянные n -мерные векторы, которые являются строками матрицы δ^{-1} , а $\sigma_{pk}^{(m)}$, $\tau_{pk}^{(s)}$ – некоторые постоянные числа.

Покажем, что вектор-функция $u(x, y)$, заданная формулой (14), является решением задачи 1.

Непосредственной подстановкой можно убедиться, что $u(x, y)$, определяемая формулой (14), удовлетворяет системе (1).

В [7] показано, что сумма первых двух слагаемых в правой части (14) стремится к $f(x_0)$ при $(x, y) \rightarrow (x_0, 0)$ ($x_0 \neq 0, y > 0$). В той же работе доказано, что третье и четвертое слагаемые стремятся к нулю при $(x, y) \rightarrow (x_0, 0)$, $x_0 \neq 0, y > 0$.

Докажем, что при $(x, y) \rightarrow (x_0, 0)$, $x_0 \neq 0, y > 0$, пятое и шестое слагаемые в правой части формулы (14) также стремятся к нулю.

Сначала это сделаем для пятого слагаемого. Для этого достаточно показать, что функция

$$K_p(x, y) = y^p \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t^m f_1(t) dt}{(t-z_j)^{p+1}} \quad (p = 1, 2, \dots) \quad (15)$$

стремится к нулю при $(x, y) \rightarrow (x_0, 0)$, $x_0 \neq 0, y > 0$.

Представим функцию $K_p(x, y)$ в виде

$$K_p(x, y) = K_{p1}(x, y) + K_{p2}(x, y), \quad (16)$$

где

$$K_{p1}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y^p x_0^m f_1(x_0) dt}{(t - z_j)^{p+1}}, \quad (17)$$

$$K_{p2}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y^p [t^m f_1(t) - x_0^m f_1(x_0)]}{(t - z_j)^{p+1}} dt. \quad (18)$$

Очевидно, что $\lim_{y \rightarrow +0} K_{p1}(x, y) = 0$. Чтобы оценить вектор-функцию $K_{p2}(x, y)$, заметим, что из непрерывности функции $f_1(x)$ в точке $x_0 \neq 0$ для $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta > 0$ такая, что из $|x - x_0| < \delta \Rightarrow |t^m f_1(t) - x_0^m f_1(x_0)| < \varepsilon$. Заметим также, при $y \rightarrow +0$, $\operatorname{Im} \lambda_j > 0$ существуют постоянные $B_1 > 0$, $B_2 > 0$ такие, что $B_1 |z - t| \leq |z_j - t| \leq B_2 |z - t|$. Теперь функцию $K_{p2}(x, y)$ представим в виде

$$K_{p2}(x, y) = L_1(x, y) + L_2(x, y), \quad (19)$$

где

$$L_1(x, y) = \int_{x_0 - \delta}^{x_0 + \delta} \frac{y^p [t^m f_1(t) - x_0^m f_1(x_0)]}{(t - z_j)^{p+1}} dt, \quad (20)$$

$$L_2(x, y) = \int_{|t - x_0| \geq \delta} \frac{y^p [t^m f_1(t) - x_0^m f_1(x_0)]}{(t - z_j)^{p+1}} dt. \quad (21)$$

Имеем

$$|L_1(x, y)| \leq \varepsilon \cdot \operatorname{const} \int_{x_0 - \delta}^{x_0 + \delta} \frac{y^p dt}{|t - z_j|^{p+1}} = \varepsilon \cdot \operatorname{const} \int_{x_0 - \delta}^{x_0 + \delta} \frac{y^p dt}{[(t - x)^2 + y^2]^{\frac{p+1}{2}}}. \quad (22)$$

Произведя замену переменной $t = x + ty$ в (22), получим

$$|L_1(x, y)| \leq \varepsilon \cdot \operatorname{const} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\tau}{(\tau^2 + 1)^{\frac{p+1}{2}}} \leq \varepsilon \cdot \operatorname{const}. \quad (23)$$

Переходя в (21) к пределу при $(x, y) \rightarrow (x_0, 0)$, $x_0 \neq 0, y > 0$, найдем

$$\lim_{\substack{(x, y) \rightarrow (x_0, 0) \\ x_0 \neq 0, y > 0}} L_2(x, y) = 0. \quad (24)$$

Из (23) и (24) и из того, что $K_{p1}(x, y) = 0$, следует $\lim_{\substack{(x, y) \rightarrow (x_0, 0) \\ x_0 \neq 0, y > 0}} K_p(x, y) = 0$.

Аналогично доказывается, что шестое слагаемое в правой части формулы (14) стремится к нулю при $(x, y) \rightarrow (x_0, 0)$, $x_0 \neq 0, y > 0$.

Таким образом, мы показали, что вектор-функция $u(x, y)$, заданная формулой (14), удовлетворяет системе (1) и граничному условию (7).

Теперь покажем, что эта же функция принадлежит классу $M_D(0, \infty; l, d)$. Для этого достаточно оценить следующие выражения:

$$T_k(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y^p t^m f_1(t) dt}{z_j^{m+p-k} (t - z_j)^{k+1}} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, p, \quad p \geq 1), \quad (25)$$

и

$$Q_k(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y^p z_j^{s-p+k+1} f_2(t) dt}{(t - z_j)^{k+1} t^{s+1}} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, p, \quad p \geq 1) \quad (26)$$

соответственно в окрестности точек $z = 0$ и $z = \infty$. Представим $T_k(x, y)$ в виде

$$T_k(x, y) = T_{k1}(x, y) + T_{k2}(x, y) + T_{k3}(x, y), \quad (27)$$

где

$$T_{k1}(x, y) = \int_{|t| < \frac{|z|}{2}} \frac{y^p t^m f_1(t) dt}{z_j^{m+p-k} (t - z_j)^{k+1}}, \quad (28)$$

$$T_{k2}(x, y) = \int_{\frac{|z|}{2} \leq |t| \leq 2|z|} \frac{y^p t^m f_1(t) dt}{z_j^{m+p-k} (t - z_j)^{k+1}}, \quad (29)$$

$$T_{k3}(x, y) = \int_{2|z| \leq |t| \leq 1} \frac{y^p t^m f_1(t) dt}{z_j^{m+p-k} (t - z_j)^{k+1}}. \quad (30)$$

Имеем

$$\begin{aligned} |T_{k1}(x, y)| &\leq \text{const} \int_{-\frac{|z|}{2}}^{+\frac{|z|}{2}} \frac{y^p |t|^{-\gamma} dt}{|z|^{m+p-k} |z|^{k+1}} \leq \\ &\leq \text{const} \int_{-\frac{|z|}{2}}^{+\frac{|z|}{2}} \frac{|t|^{-\gamma} dt}{|z|^{m+1}} \leq \text{const} \cdot |z|^{-l} \quad (\text{где } \gamma = l - [l] = l - m). \end{aligned} \quad (31)$$

Для того чтобы оценить $T_{k2}(x, y)$, рассмотрим два случая.

I случай. Пусть $k < p$, тогда

$$|T_{k2}(x, y)| \leq \text{const} \int_{\frac{|z|}{2} \leq |t| \leq 2|z|} \frac{y^p |t|^{-\gamma} dt}{|z|^{m+p-k} |t - z|^{k+1}} \leq \text{const} \int_{\frac{|z|}{2} \leq |t| \leq 2|z|} \frac{y^p |t|^{-\gamma} dt}{|z|^{m+p-k} y^{k+1}} \leq \frac{\text{const}}{|z|^l}. \quad (32)$$

II случай. Пусть $k = p$, тогда

$$|T_{k2}(x, y)| \leq \text{const} \int_{\frac{|z|}{2} \leq |t| \leq 2|z|} \frac{y^p |t|^{-\gamma} dt}{|z|^m |t - z|^{p+1}} \leq \text{const} \int_{\frac{|z|}{2} \leq |t| \leq 2|z|} \frac{y^p |t|^{-\gamma} dt}{|z|^m |t - z|^2 |t - z|^{p-1}} \leq$$

$$\leq const \int_{\frac{|z|}{2} \leq |t| \leq 2|z|} \frac{ydt}{|z|^l [(t-x)^2 + y^2]} \leq \frac{const}{|z|^l}, \quad (33)$$

$$|T_{k3}(x, y)| \leq const \int_{2|z| \leq |t| \leq 1} \frac{y^p |t|^{-\gamma} dt}{|z|^{m+p-k} |t-z|^{k+1}} \leq const \int_{2|z| \leq |t| \leq 1} \frac{y^p |t|^{-\gamma} dt}{|z|^{m+p-k} |t-z|^{k+1}} \leq \frac{const}{|z|^l}. \quad (34)$$

Из (27) и из неравенств (31)–(34) следует, что $T_k(x, y)$ в окрестности $z=0$ удовлетворяет неравенству

$$|T_k(x, y)| \leq \frac{const}{|z|^l}. \quad (35)$$

Представим вектор-функцию $Q_k(x, y)$, определяемую формулой (26), в виде

$$Q_k(x, y) = Q_{k1}(x, y) + Q_{k2}(x, y) + Q_{k3}(x, y), \quad (36)$$

где

$$Q_{k1}(x, y) = \int_{|t| \leq \frac{|z|}{2}} \frac{y^p z_j^{s-p+k+1} f_2(t) dt}{(t - z_j)^{k+1} t^{s+1}}, \quad (37)$$

$$Q_{k2}(x, y) = \int_{\frac{|z|}{2} \leq |t| \leq 2|z|} \frac{y^p z_j^{s-p+k+1} f_2(t) dt}{(t - z_j)^{k+1} t^{s+1}}, \quad (38)$$

$$Q_{k3}(x, y) = \int_{|t| \geq 2|z|} \frac{y^p z_j^{s-p+k+1} f_2(t) dt}{(t - z_j)^{k+1} t^{s+1}}. \quad (39)$$

Используя следующее неравенство в окрестности бесконечности

$$|f(x)| \leq const \cdot |x|^d, \quad (40)$$

из (37)–(39) получим оценку для вектор-функций $Q_k(x, y)$

$$|Q_k(x, y)| \leq const \cdot |z|^d, \quad |z| > 1. \quad (41)$$

Вследствие того, что $T_k(x, y)$ ограничена в окрестности бесконечности, а $Q_k(x, y)$ – в окрестности нуля, из неравенств (35) и (41) следует, что вектор-функция $u(x, y)$, определяемая формулой (14), принадлежит классу $M_D(0, \infty; l, d)$. Теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бицадзе А.В. Краевые задачи для эллиптических уравнений второго порядка. М.: Наука, 1966.
2. Товмасян Н.Е. – Дифференциальные уравнения, 1966, № 1, № 2, с. 3–23, 164–171.
3. Меликсян Э.П. – Изв. АН Арм. ССР, Математика, 1979, № 5, с. 391–402.
4. Солдатов П.А. – Изв. АН СССР, 1991, № 5, с. 1070–1100.
5. Tovmasian N.E. Boundary Value Problems for Partial Differential Equations and Applications in Electrodynamics, Singapore: World Scientific Publ., 1994.
6. Товмасян Н.Е., Закарян В.С. – Изв. НАН Армении, Математика, 2000, № 6.
7. Оганян В.А. – Изв. АН Арм. ССР, Математика, 1981, № 6, с. 465–477.
8. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973.

Վ.Հ. ՕՀԱՆՅԱՆ

**ԽԶՎՈՂ ԵԶՐԱՅԻՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՎ ԹՈՒՅԼ ԿԱՊԱԿՑՎԱԾ ԵՐԿՐՈՐԴ
ԿԱՐԳԻ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԷԼԻՊՏԻԿ
ՀԱՍՏԱԿԱՐԳԵՐԻ ՀԱՍԱՐ ԴԻՐԻԽԼԵԻ ԽՆԴԻՐԸ**

Ամփոփում

Դիրիխլեի խնդիրը ինչպես մեկ հավասարման, այնպես էլ հավասարումների համակարգերի համար դիտարկված է մի շաբթ հեղինակների կողմից: Այդ հեղինակների աշխատանքներում եզրային ֆունկցիան անընդհատ է կամ ունի բույլ եզակիություն (ինտեգրելի եզակիություն): Ներկա աշխատանքում դիտարկվում է այն դեպքը, երբ եզրային ֆունկցիան կարող է ունենալ նաև ոչ բույլ եզակիություն: $M_D(x_1, x_2, \dots, x_h, \infty; l_1, l_2, \dots, l_h, l_{h+1})$ դասում դիտարկվում է

$$\begin{cases} A \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \\ u(x, 0) = f(x), \quad x \neq x_1, x_2, \dots, x_h \end{cases}$$

Եզրային խնդիրը, որտեղ $f(x) \in N_r(x_1, x_2, \dots, x_h, \infty; l_1, l_2, \dots, l_h, l_{h+1})$:

Ապացուցված է, որ այդ խնդիրը ունի լուծում և գտնված է նրանցից մեկը:

THE DIRICHLET PROBLEM FOR THE ELLIPTIC SYSTEM OF WEAKLY CONNECTED SECOND ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH DISCONTINUOUS BOUNDARY CONDITIONS

Summary

The Dirichlet problem is observed by different authors both for one equation and for systems of equations. In these authors' articles the boundary function is continuous or has weak singularity (integral singularity). This article observe the case where boundary function may also have not weak singularity. In $M_D(x_1, x_2, \dots, x_h, \infty; l_1, l_2, \dots, l_h, l_{h+1})$ class is observed

$$\begin{cases} A \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \\ u(x, 0) = f(x), \quad x \neq x_1, x_2, \dots, x_h \end{cases}$$

the boundary problem, where $f(x) \in N_\Gamma(x_1, x_2, \dots, x_h, \infty; l_1, l_2, \dots, l_h, l_{h+1})$.

It is proved that the problem has a solution and one solution is found.

Математика

УДК 519.21

Э.А. СИМОНЯН

ОДНО ОБОБЩЕНИЕ ФОРМУЛЫ ЛИТТЛЯ

В работе в терминах случайных величин найдено одно обобщение известной формулы Литтля, связывающей в общей системе обслуживания длину очереди и время ожидания.

1⁰. Пусть в некоторой модели обслуживания с нумерацией вызовов в порядке поступления

$v_n(\omega)$ – время ожидания n -го вызова,

$N(t, \omega)$ – число поступивших за $[0, t]$ вызовов,

$\xi(t, \omega)$ – число вызовов в очереди в момент t .

Все вводимые процессы определены на вероятностном пространстве (Ω, F, P) , $n \geq 1$, $t \geq 0$, $\omega \in \Omega$. Формула Литтля в терминах случайных величин [1, 2] устанавливает связь $\xi(\omega) = a(\omega)v(\omega)$ почти всюду по $\omega \in \Omega$ между пределами

$$\xi(\omega) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T \xi(t, \omega) dt, \quad (1)$$

$$a(\omega) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{N(T, \omega)}{T}, \quad (2)$$

$$v(\omega) = \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N v_n(\omega) \quad (3)$$

в предположении $a(\omega) < +\infty$ и $v(\omega) < +\infty$. При этом используются представ-

ления $v_n(\omega) = \int_0^\infty X_n(t, \omega) dt$, $\xi(t, \omega) = \sum_{n \geq 1} X_n(t, \omega)$,

где $X_n(t, \omega) = \begin{cases} 1, & \text{если в момент } t n\text{-ый вызов в очереди,} \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$

и следующие вспомогательные утверждения.

Лемма 1. Для каждого $\omega \in \Omega$ и $a \in [0, +\infty)$ эквивалентны предельные соотношения $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{N(t, \omega)}{t} = a$ и $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{t_n(\omega)}{n} = a$, где $t_n(\omega)$ – момент поступления n -го вызова.

Лемма 2. Если $a(\omega) < +\infty$, $v(\omega) < +\infty$, то $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n(\omega)/t_n(\omega)) = 0$. ▶

2⁰. Пусть задана непрерывная, возрастающая на $[0, +\infty)$ функция $f(t) \geq 0$ и

$$H(t, \omega) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{n \geq 1} f(t - t_n(\omega)) X_n(t, \omega). \quad (4)$$

Имеет место следующее обобщение формулы Литтля.

Теорема. Пусть для почти всех $\omega \in \Omega$ существуют пределы (1), (2) и

$$v(\omega) = \lim_{N \rightarrow +\infty} v_N(\omega), \quad (5)$$

а также $a(\omega) < +\infty$, $v(\omega) < +\infty$. Тогда для тех же ω существует предел

$$H(\omega) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T H(t, \omega) dt < +\infty \quad (6)$$

и справедливо равенство

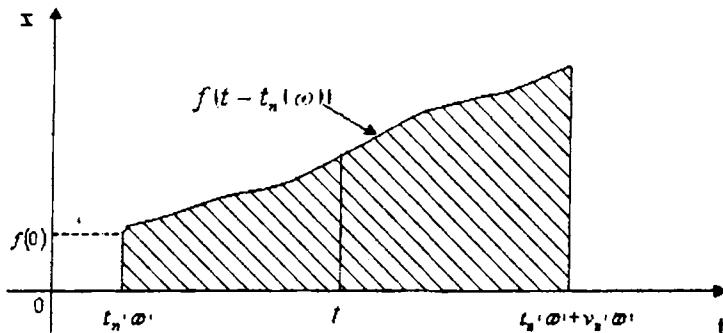
$$H(\omega) = a(\omega) \cdot \tilde{F}(v(\omega)), \quad (7)$$

где обозначено $\tilde{F}(t) = \int_0^t f(u) du$, $t \geq 0$.

Существование предела (5) влечет за собой, по теореме Штольца [3], стр. 67, существование предела (3).

Результат может быть использован для установления законов сохранения в линейных параметрических моделях [4].

3⁰. Функция $H(\omega)$ допускает следующую интерпретацию. С n -ым вызовом связываем область, ограниченную прямыми $x = 0$, $t = t_n(\omega)$, $t = t_n(\omega) + v_n(\omega)$ и кривой $x = f(t - t_n(\omega))$, и изображенную на рисунке.



Площадь области равна

$$F_n(\omega) \stackrel{\text{def}}{=} \int_{t_n(\omega)}^{t_n(\omega)+v_n(\omega)} f(t-t_n(\omega)) dt = \int_0^{v_n(\omega)} f(t) dt = \int_0^{\infty} f(t) X_n(t, \omega) dt = \tilde{F}(v_n(\omega)). \quad (8)$$

Из непрерывности \tilde{F} , (5) и (8) следует существование предела

$$F(\omega) = \lim_{n \rightarrow +\infty} F_n(\omega) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \tilde{F}(v_n(\omega)) = \tilde{F}(v(\omega)). \quad (9)$$

Проведем отстоящую вправо от оси x на расстоянии t прямую, параллельную оси x . Прямая отсекает от каждой области, связанной с присутствующим в момент t в очереди вызовом, отрезок. Сумма таких отрезков есть $H(t, \omega)$. Предельное при $T \rightarrow +\infty$ "усреднение" $H(t, \omega)$ по отрезку $[0, T]$ равно предельной при $n \rightarrow +\infty$ площади области $F_n(\omega)$, помноженной на предельное среднее при $T \rightarrow +\infty$ число поступивших вызовов за единицу времени. ▶

Придав функции f смысл накопленного за время присутствия в очереди отдельного вызова "штраф за ожидание", "приоритет", "старение привнесенной информации" и т. д., $H(\omega)$ интерпретируем как предельное математическое ожидание суммарных значений "штрафа за ожидание", "приоритета", "старения привнесенной информации" за единицу времени. ▶

Доказательство теоремы содержится в приложении. ▶

Приложение.

С учетом (4) и (6) следует доказать существование предела

$$H(\omega) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{I(T, \omega)}{T}, \quad (10)$$

где

$$I(T, \omega) = \sum_{n=1}^T \sum_{t=t_n(\omega)}^{t_n(\omega)+v_n(\omega)} f(t-t_n(\omega)) X_n(t, \omega) dt. \quad (11)$$

Так как к моменту t вызовы с номерами $n > N(t, \omega)$ не поступили, то

$$\sum_{n=N(t, \omega)+1}^{N(T, \omega)} f(t-t_n(\omega)) X_n(t, \omega) = 0 \text{ при } T > t. \quad (12)$$

Полагая $d_n(T, \omega) = \min(T - t_n(\omega), v_n(\omega))$, с учетом (11) произведем выкладки

$$I(T, \omega) = \sum_{n=1}^{N(T, \omega)} \int_0^T f(t-t_n(\omega)) X_n(t, \omega) dt = \sum_{n=1}^{N(T, \omega)} \int_0^{d_n(T, \omega)} f(t) dt = \sum_{n=1}^{N(T, \omega)} \tilde{F}(d_n(T, \omega)). \quad (13)$$

Перестановка знаков суммы и интеграла в (11) допустима, поскольку $N(T, \omega) < +\infty$ при конечном T и $a(\omega) < +\infty$, что доказывает (13). Выберем число $\varepsilon \in (0, 1)$, полагая без ограничения общности, что $(1-\varepsilon) \cdot N(T, \omega)$ – целое число при любом T . Для почти всех $\omega \in \Omega$ и $T \rightarrow +\infty$, по лемме 2,

$\frac{1}{T} \left\{ t_{N(T, \omega)}(\omega) - t_{(1-\varepsilon)N(T, \omega)}(\omega) \right\} \rightarrow \varepsilon$, отсюда $\lim_{T \rightarrow +\infty} \left\{ t_{N(T, \omega)}(\omega) - t_{(1-\varepsilon)N(T, \omega)}(\omega) \right\} = +\infty$. При больших T , всех $n < (1-\varepsilon) \cdot N(T, \omega)$ и почти всех $\omega \in \Omega$ (с $v(\omega) < +\infty$) справедливы неравенства

$$v_n(\omega) < t_{N(T,\omega)}(\omega) - t_{(1-\varepsilon)N(T,\omega)}(\omega) < t_{N(T,\omega)}(\omega) - t_n(\omega) \leq T - t_n(\omega). \quad (14)$$

Из равенства

$$I(T, \omega) = \sum_{n=1}^{(1-\varepsilon)N(T,\omega)} \tilde{F}(v_n(\omega)) + J_\varepsilon(T, \omega), \quad (15)$$

определенного при заданном ε функцию $J_\varepsilon(T, \omega)$, с помощью (13) и (14) при больших T находим оценки

$$\begin{aligned} 0 \leq J_\varepsilon(T, \omega) &\leq \sum_{n=(1-\varepsilon)N(T,\omega)+1}^{N(T,\omega)} \tilde{F}\left(\min\{t_{N(T,\omega)+1}(\omega) - t_{(1-\varepsilon)N(T,\omega)+1}(\omega), v_n(\omega)\}\right) = \\ &= \left(\sum_{n=1}^{N(T,\omega)} - \sum_{n=1}^{(1-\varepsilon)N(T,\omega)} \right) \tilde{F}(v_n(\omega)). \end{aligned} \quad (16)$$

Из леммы 1, теоремы Штольца, непрерывности \tilde{F} , (5) и (16) получаем

$$\begin{aligned} 0 \leq \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} J_\varepsilon(T, \omega) &\leq \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{N(T, \omega)}{T} \cdot \frac{1}{N(T, \omega)} \sum_{n=1}^{N(T, \omega)} \tilde{F}(v_n(\omega)) - \\ &- (1-\varepsilon) \cdot \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{N(T, \omega)}{T} \cdot \frac{1}{(1-\varepsilon)N(T, \omega)} \sum_{n=1}^{(1-\varepsilon)N(T, \omega)} \tilde{F}(v_n(\omega)) = \varepsilon \cdot a(\omega) \cdot F(\omega), \end{aligned}$$

что в силу произвольности ε дает

$$\lim_{\varepsilon \downarrow 0} \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} J_\varepsilon(T, \omega) = 0 \quad (17)$$

почти всюду по $\omega \in \Omega$. В силу непрерывности \tilde{F} из (15) имеем

$$\lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} I(T, \omega) = (1-\varepsilon)a(\omega)F(\omega) + \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} J_\varepsilon(T, \omega) \quad (18)$$

почти всюду по $\omega \in \Omega$. Левая часть (18) не зависит от ε . Устремляя в правой части (18) $\varepsilon \downarrow 0$ и используя (17), доказываем существование предела (10) и равенство (7). Одновременно устанавливается существование конечного предела (6). Действительно, $H(\omega) < +\infty$, так как $v(\omega) < +\infty$, $a(\omega) < +\infty$, и в силу непрерывности $f(t)$ конечен интеграл $\int_0^{v(\omega)} f(t) dt$. ▶

Автор благодарит Э.А. Даниеляна за внимание к работе.

Кафедра теории вероятностей и
математической статистики

Поступила 20.02.2003

ЛИТЕРАТУРА

1. Stidham S. – Opns. Res., 1972, v. 20, p.1115–1126.
2. Stidham S. – Opns. Res., 1973, v. 21, p.670–671.
3. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями. М. : Мир, 1979.
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М. : Наука, 1970, т. 1.

Լիթլի ԲԱՆԱՉԵՎԻ ՄԻ ԸՆԴՀԱՆՐԱՑՈՒՄ

Ամփոփում

Աշխատանքում պատահական մեծությունների տերմիններով ստացված է Լիթլի հայտնի բանաձևի մի ընդհանրացում: Բերված է այդ ընդհանրացման մեկնաբանումը: Արդյունքը կարելի է օգտագործել գծային պարամետրիկ մոդելներում՝ պահպանման որոշ օրենքներ դուրս բերելու համար:

E.A. SIMONYAN

AN EXTENTION OF THE LITTLE'S FORMULA

Summary

In the present paper an extention of the well-known Little's formula in the terms of random variables is established. The interpretation of obtained formula is given. The result allows application to linear-parametrical models in order to prove some conservation laws.

УДК 512.543

В.С. АТАБЕКЯН

О СТРОЕНИИ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ СООТНОШЕНИЙ СВОБОДНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ГРУПП

Изучается строение периодов C , свободных периодических групп достаточно большого нечетного периода. С помощью полученных результатов, в частности, можно указать алгоритм конструктивного построения новых периодов сколь угодно больших рангов.

Для решения ограниченной проблемы Бернсайда П.С. Новиковым и С.И. Адяном [1] было предложено достаточно сложное индуктивное определение определяющих соотношений свободной периодической группы $\mathbb{B}(m, n)$ многообразия с единственным тождеством $x^n = 1$, где $m \geq 2$, а n – достаточно большое нечетное число ($n \geq 665$, см. также [2]). Позднее А.Ю. Ольшанский [3] ценой значительного ухудшения оценки для $n (n > 10^{10})$ предложил следующее простое определение независимой системы определяющих соотношений группы $\mathbb{B}(m, n)$. В множестве непустых несократимых слов в групповом алфавите $b_1^{\pm 1}, b_2^{\pm 1}, \dots, b_m^{\pm 1}$ вводится полный порядок $b_1 < b_2 < \dots$, такой, что из $|X| < |Y|$ следует $X < Y$, где $|X|$ – длина слова X . C_i , при $i \geq 1$ определяем как минимальное из тех слов, образы которых имеют бесконечные порядки в ранге $i-1$, т. е. в группе

$$G_i = \langle b_1, b_2, \dots, b_m \mid C_1^n, \dots, C_{i-1}^n \rangle.$$

В статье [3] (см. также [4]) доказывается, что

$$\mathbb{B}(m, n) = \langle b_1, b_2, \dots, b_m \mid C_1^n = 1, C_2^n = 1, \dots, C_i^n = 1, \dots \rangle. \quad (0)$$

Как в [2], так и в [3], доказывается, что для любого $i \geq 1$ период C_i существует (см., напр. [3], лемма 5.6).

В настоящей статье мы изучаем вопрос о конструктивном построении периодов C_i . В частности из теоремы 3 вытекает простой алгоритм построения всех новых периодов: если $C_j(b_1, b_2)$ – произвольный период ранга j в алфавите $b_1^{\pm 1}, b_2^{\pm 1}$, а A и B – специально подобранные, как и в теореме 3, слова, то слово $C_j(A, B)$ будет периодом некоторого ранга i , где $i > j$.

В дальнейшем пусть $m = 2$, A_1 – достаточно длинное слово в алфавите $b_1^{\pm 1}, b_2^{\pm 1}$, начинающееся и кончивающееся на b_2 , которое не содержит подслов вида $E^{[n/4]}$. Такие слова существуют: в алфавите b_1, b_2 можно построить бесконечное слово, не содержащее подслов вида E^3 [5].

Если $D = D(b_1, b_2)$ – произвольное слово, то $D(A, B)$ означает слово, получающееся от $D(b_1, b_2)$ подстановкой вместо букв $b_1^{\pm 1}, b_2^{\pm 1}$ слов $A^{\pm 1}, B^{\pm 1}$ соответственно.

Пусть $A = b_1 A_1 b_1^3$, а $B = b_2 A b_2^{-1}$. Очевидно $x_1 = A$, $y_1 = 1$, $y_2 = b_2$ удовлетворяют условиям теоремы 1 [6], тем самым $\{A; B\} \cong \mathbb{B}(2, n)$.

Заметим, что произвольное слово $D(b_1, b_2)$ единственным образом можно представить в виде

$$D(b_1, b_2) = d_1^{k_1} \cdot d_2^{k_2} \dots d_t^{k_t}, \quad (1)$$

где $d_i \in \{b_1, b_2\}$, $i = 1, 2, \dots, t$, и $d_i \neq d_{i+1}$ при $i = 1, 2, \dots, t - 1$.

Через $\tau_j(D(b_1, b_2))$ обозначим число всех различных индексов $i \in \{1, 2, \dots, t\}$ в правой части равенства (1), для которых $d_i = b_j$. Сразу же можно привести равенство

$$|D(A, B)| = |D(b_1, b_2)| \cdot |A| + 2 \cdot \tau_2(D(b_1, b_2)). \quad (2)$$

Теперь среди копредставлений группы $\mathbb{B}(2, n)$ выделим некоторые, которые впоследствии нам понадобятся. Множество всех слов в алфавите $b_1^{\pm 1}, b_2^{\pm 1}$ вполне упорядочим (для этой цели будем использовать символ $<_A$), соблюдая следующие условия:

- 1) из $|X| < |Y|$ следует $X <_A Y$;
- 2) пусть $|X| = |Y| < |A|$, где $X = d_{i_1}^{k_1} \dots d_{i_s}^{k_s}$, $Y = d_{j_1}^{l_1} \dots d_{j_r}^{l_r}$ – представления слов X, Y в виде (1). Тогда из $\tau_2(X) < \tau_2(Y)$ следует $X <_A Y$, а если $\tau_2(X) = \tau_2(Y)$, то из $\tau_1(X) < \tau_1(Y)$ следует $X <_A Y$;
- 3) если $|X| = |Y| \geq |A|$ и для некоторого слова E_1 $X = A^{\pm 1} \cdot E_1$, а для всех слов E_2 $Y \neq A^{\pm 1} \cdot E_2$, причем X, Y – циклически несократимые слова, то $X <_A Y$.

В остальном порядок произвольный. Искомое копредставление группы $\mathbb{B}(2, n)$ имеет вид

$$\mathbb{B}(2, n) = \langle b_1, b_2 \mid R = 1, R \in R(A) \rangle, \quad (3)$$

где $R(A) = \{C_1^n, C_2^n, \dots, C_i^n, \dots\}$, а C_i – минимальное слово относительно упорядочения $<_A$, имеющее бесконечный порядок в группе

$$\langle b_1, b_2 \mid C_1^n = 1, C_2^n = 1, \dots, C_{i-1}^n = 1 \rangle.$$

Теорема 1. Допустим, что $D(b_1, b_2)$ – циклически несократимое слово, $|A| > |D(b_1, b_2)|$ и $D(A, B) = YC_i(B_1, b_2) \cdot Y^{-1}$, где либо $Y = 1$, либо $Y = b_2$, а $C_i(b_1, b_2)$ – период ранга i группы $\mathbb{B}(2, n)$. Если $D(b_1, b_2)$ и $C_j^{k_1}$ (C_j – период ранга j) сопряжены в ранге l , то $l < j$, $|D(b_1, b_2)| = |C_j|$, $k_1 = \pm 1$ и $|C_i| < 3 \cdot n^{-1} \cdot |C_j|$.

Доказательство. Рассмотрим минимальную кольцевую диаграмму Δ ранга l с границами p и q и метками $\phi(p) = D(b_1, b_2)$, $\phi(q) = C_j^{-k_1}$, причем q считаем гладким участком границы. Применив к Δ теорему 17.1 [4], получаем $\bar{\beta}|C_j^{k_1}| \leq |D(b_1, b_2)|$, откуда либо $|C_j| < |D(b_1, b_2)|$, либо $|C_j| \geq |D(b_1, b_2)|$ и $|k_1| = 1$. В последнем случае, разрезая диаграмму Δ с помощью некоторого пути, определенного леммой 17.1 [4], оценим периметр полученной односвязной диаграммы Δ_1 :

$$|\partial\Delta_1| \leq |C_j| + |D(b_1, b_2)| + 2\gamma(|C_j| + |D(b_1, b_2)|) < (2 + 4\gamma) \cdot |C_j|.$$

В дальнейшем пусть $\bar{\beta} = \rho$.

Согласно следствию 17.1 [4], это означает, что ранг l диаграммы Δ меньше j , значит, поскольку $C_j^{\pm 1}$ и $D(b_1, b_2)$ сопряжены в ранге l , имеем $|D(b_1, b_2)| = |C_j|$ и $|C_i| \leq n^{-1} \cdot \rho^{-1} \cdot (2 + 4\gamma) |C_j| < 3n^{-1} \cdot |C_j|$.

Остается показать, что случай $|C_i(b_1, b_2)| < |D(b_1, b_2)|$ невозможен. Действительно, если это так, то

$$|C_i(A, B)| < |C_i(b_1, b_2)| \cdot |A| + |A| \leq |D(b_1, b_2)| \cdot |A| \leq |C_i(b_1, b_2)|, \quad (4)$$

ибо если $Y = b_2$, то буква b_2 входит в слово $D(b_1, b_2)$ (в противном случае, $C_i(b_1, b_2) = b_2^{-1} A^{k_1} b_2$, в то время как C_i циклически несократимо), и поэтому $|D(b_1, b_2)| \cdot |A| \leq |D(A, B)| - 2 \leq |C_i(b_1, b_2)|$.

С другой стороны, по теореме [6] отображение $b_1 \rightarrow A$, $b_2 \rightarrow B$ продолжается до изоморфизма. Значит, $C_j^{k_1}(A, B)$ и $D(A, B)$ сопряжены в $\mathbb{B}(2, n)$, т. е. $C_j^{k_1}(A, B)$ и $C_i(b_1, b_2)$ сопряжены в $\mathbb{B}(2, n)$. Но из неравенства (4) получаем, что $C_j^{k_1}(A, B)$ и $C_i(b_1, b_2)$ сопряжены в ранге $l < i$, а это противоречит определению периода $C_i(b_1, b_2)$ и неравенству (4).

Теорема 2. Пусть $C_j(b_1, b_2)$ – период ранга j группы $\mathbb{B}(2, n)$, заданной копредставлением (3), и $|C_j(b_1, b_2)| < |A| - 2$. Тогда если $C_j(b_1, b_2)$ сопряжено в $\mathbb{B}(2, n)$ со словом $D(b_1, b_2)$, то или $|C_j(A, B)| \leq |D(A, B)| - 2$,

или $|C_j(A, B)| = |D(A, B)|$ и $|C_j(B, A)| \leq |D(B, A)|$.

Доказательство. Предположим сначала, что $|C_j(b_1, b_2)| < |D(b_1, b_2)|$. Согласно (2), $|C_j(A, B)| = |C_j(b_1, b_2)| \cdot |A| + 2 \cdot \tau_2(C_j(b_1, b_2)) \leq (|C_j(b_1, b_2)| + 1) \cdot |A| - 2 \leq |D(b_1, b_2)| \cdot |A| - 2 \leq |D(A, B)| - 2$.

Пусть поэтому $|C_j(b_1, b_2)| = |D(b_1, b_2)|$. Тогда либо $\tau_2(C_j(b_1, b_2)) < \tau_2(D(b_1, b_2))$, либо $\tau_2(C_j(b_1, b_2)) = \tau_2(D(b_1, b_2))$, и $\tau_1(C_j(b_1, b_2)) \leq \tau_1(D(b_1, b_2))$ (по определению периода $C_j(b_1, b_2)$). Значит, либо $|C_j(A, B)| = |C_j(b_1, b_2)| \cdot |A| + 2 \cdot \tau_2(C_j(b_1, b_2)) \leq |D(b_1, b_2)| \cdot |A| + 2(\tau_2(D(b_1, b_2)) - 1) = |D(A, B)| - 2$, либо $|C_j(A, B)| = |D(A, B)|$ и $|C_j(B, A)| = |C_j(b_1, b_2)| \cdot |A| + 2 \cdot \tau_1(C_j(b_1, b_2)) \leq |D(b_1, b_2)| \cdot |A| + 2\tau_1(D(b_1, b_2)) = |D(B, A)|$.

Теорема 2 доказана.

Теорема 3. Пусть $C_j(b_1, b_2)$ – период ранга j группы $\mathbb{B}(2, n)$, заданной копредставлением (3), и $3 \cdot |C_j(b_1, b_2)| < |A|$. Рассмотрим несократимые слова $C_x(b_1, b_2)$, определенные из равенств $C_x(b_1, b_2) = X^{-1} C_j(A, B) \cdot X$, где либо $X = 1$, либо $X = b_2$. Тогда существует копредставление группы $\mathbb{B}(2, n)$ вида (0) такое, что $C_j(b_1, b_2)$ – по-прежнему период ранга j и одно из слов C_x – период некоторого ранга $i > j$, причем $|C_i| > |A| \cdot |C_j(b_1, b_2)|$.

Доказательство. Рассмотрим соотношение $C_j''(A, B) = 1$.

Из условия 3) упорядочения $<_A$ следует, что если $C_k(b_1, b_2)$ – какой-либо период ранга k , содержащий в качестве циклического подслова слово $A^{\pm 1}$, то он начинается со слова $A^{\pm 1}$. Кроме того, слова $X_1 = A$ и $Y_j = b_2^{\pm 1}$, $i \neq j \in \{1, 2\}$ удовлетворяют условиям теоремы 1 [6] ($X_1 = 1$, $X_2 = b_2$). Поэтому существуют слова $U_k = U_k(A, B)$ и $D_k = D_k(A, B)$, $k = 1, 2, \dots, s$, при чем $D_k(A, B)$ – циклически несократимые слова от порождающих A, B , такие, что

$$\text{a)} C_j''(A, B) = \prod_{k=1}^s U_k(A, B) \cdot D_k^{\pm n}(A, B) \cdot U_k^{-1}(A, B), \quad (5)$$

б) для некоторого слова X_{j_k} , где $X_{j_k} = 1$ или $X_{j_k} = b_2$, имеет место равенство

$$X_{j_k}^{-1} \cdot D_k(A, B) \cdot X_{j_k} = C_{i_k}, \quad (6)$$

где C_{i_k} – период ранга i_k , и

$$\text{в)} \quad |C_{i_k}(b_1, b_2)| < n^{-1} \cdot \rho^{-1} \cdot |C_j^n(A, B)| \leq \rho^{-1} \cdot |C_j(A, B)|. \quad (7)$$

Заметим, что если $X_{j_k} = b_2$ в равенстве (6), то буква b_2 входит в слово $D_k(b_1, b_2)$, значит

$|A| \cdot |D_k(b_1, b_2)| \leq |D_k(A, B)| - 2 \leq |C_{i_k}(b_1, b_2)| < \rho^{-1} \cdot |B| \cdot |C_j(b_1, b_2)|$, а в случае $X_{j_k} = 1$ имеем $|A| \cdot |D_k(b_1, b_2)| \leq |D_k(A, B)| = |C_{i_k}(b_1, b_2)| < \rho^{-1} \cdot |B| \cdot |C_j(b_1, b_2)|$, т. е. в обоих вариантах

$$|D_k(b_1, b_2)| < 2|C_j(b_1, b_2)| < |A|. \quad (8)$$

Поскольку $|D_k(b_1, b_2)| < |D_k(A, B)|$, то из (6) и из леммы 18.3 [4] следует, что $D_k(b_1, b_2)$ сопряжено с некоторым словом $C_{i_k}^{s_k}$ (где C_{i_k} – период ранга t_k) в ранге $l_k \leq i_k$.

Согласно (8) и (6), к словам $D_k(b_1, b_2)$ можно применить теорему 1, в силу которой существуют слова $V_k(b_1, b_2)$ такие, что

$$D_k(b_1, b_2) = V_k \cdot C_{i_k}^{\pm 1} \cdot V_k^{-1}, \quad |D_k(b_1, b_2)| = |C_{i_k}|$$

и

$$|C_{i_k}| < 3n^{-1} \cdot |C_{t_k}| = 3n^{-1} |D_k| < 6n^{-1} |C_j|, \quad \text{т. е. } l_k < j, \quad k = 1, 2, \dots, s.$$

Поэтому из равенства (5) следует

$$C_j^n(b_1, b_2) = \prod_{k=1}^s U_k(b_1, b_2) \cdot D_k^{\pm n}(b_1, b_2) \cdot U_k^{-1}(b_1, b_2) \stackrel{l}{=} \prod_{k=1}^s U_k \cdot V_k \cdot C_{i_k}^{\pm n} \cdot V_k^{-1} \cdot U_k^{-1},$$

где $l = \max_k \{l_k\}$ и $l < j$ (отображение $b_1 \rightarrow A, b_2 \rightarrow B$ – мономорфизм абсолютно свободной группы).

С другой стороны, по следствию 18.1 [4], соотношение $C_j^n = 1$ не следует из остальных соотношений $C_{i_k}^n = 1$ при $i_k \neq j$. Таким образом, для некоторого i_k $C_j(b_1, b_2) = C_{i_k}(b_1, b_2)$, откуда следует $D_k(b_1, b_2) = V_k \cdot C_j^{\pm 1}(b_1, b_2) \cdot V_k^{-1}$, т. е. в силу (6) слово $C_j^{\pm 1}(A, B)$ сопряжено со словом $D_k(A, B) = X_{j_k} \cdot C_{i_k} \cdot X_{j_k}^{-1}$, где $X_{j_k} = 1$ или $X_{j_k} = b_2$. Применив теорему 1 к словам C_j и D_k , получим, что либо $|C_j(A, B)| < |D_k(A, B)| - 2$, либо $|C_j(A, B)| = |D_k(A, B)|$ и $|C_j(B, A)| = |b_2^{-1} C_j(A, B) \cdot b_2| \leq |D_k(B, A)| = |b_2^{-1} D_k(A, B) \cdot b_2|$. В любом случае одно из слов $C_x(b_1, b_2) = X^{-1} \cdot C_j(A, B) \cdot X$ удовлетворяет неравенству

$$|C_x(b_1, b_2)| \leq \min \{|D_k(A, B)|, |D_k(B, A)|\} = |C_{i_k}(b_1, b_2)|.$$

Кроме того, как и в теореме 1, из последнего неравенства следует, что $C_x^{\pm 1}(b_1, b_2)$ и $C_{i_k}(b_1, b_2)$ сопряжены в ранге $i_k - 1 \geq j$. Поэтому $C_{i_k}^n = 1$ можно заменить на эквивалентное ему в ранге $i_k - 1$ соотношение $C_x^n = 1$. Теорема 3 доказана.

Кафедра алгебры и геометрии

Поступила 25.10.2002

ЛИТЕРАТУРА

1. Новиков П.С., Адян С.И. – Изв. АН СССР, сер мат., 1968, т. 32, № 1, с. 212–244; № 2, с. 251–524; № 3, с. 709–731.
2. Адян С.И. Проблема Бернсаайда и тождества в группах. М.: Наука, 1975.
3. Ольшанский А.Ю. – Мат. сб., 1982, т. 118, № 2, с. 203–235.
4. Ольшанский А.Ю. Геометрия определяющих соотношений в группах. М.: Наука, 1989.
5. Саломаа А. Жемчужины теории формальных языков, М.: Мир, 1986.
6. Atabekian V.S. – Algebra, geometry & their applications, 2001, vol. I.

Վ.Ս. ԱԹԱԲԵԿՅԱՆ

ԱԶԱՏ ՊԱՐՔԵՐԱԿԱՆ ԽՄԲԵՐԻ ՈՐՈՇԻՉ ԱՌԵՎՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ
ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔԻ ՍԱՍԻՆ

Ամփոփում

Աշխատանքում ուսումնասիրվում է բավականաշափ մեծ, կենտ պարբերությամբ ազատ թեոնսայդյան խմբերի C_i , պարբերական բառերի կառուցվածքի հարցը: Ստացված արդյունքներից, մասնավորապես, բխում է, թե ինչպես կարելի է արդեն կառուցված պարբերական բառերի օգնությամբ կառուցել որքան ասես մեծ ունագի նոր պարբերական C_i բառեր:

V.S. ATABEKIAN

ABOUT THE CONSTRUCTION OF DEFINING RELATIONS IN FREE PERIODIC GROUPS

Summary

The study is about the C_i periodic word construction of the free Burnside group. With the obtained results we can build other however bigger needed C_i periodic words.

Математика

УДК 519.48

Л.Р. АБРАМЯН

ТЕРНАРНЫЕ СВЕРХТОЖДЕСТВА АССОЦИАТИВНОСТИ

Дается классификация тернарных сверхтождеств ассоциативности в нетривиальных тернарных обратимых алгебрах и доказывается критерий выполнимости для каждого из них в обратимых алгебрах.

Классификация бинарных нетривиальных сверхтождеств ассоциативности в нетривиальных бинарных обратимых алгебрах (т. е. в алгебрах с бинарными квазигрупповыми операциями) содержится в работе В.Д. Белоусова [1]. В монографии [2] (см. также [3]) эти результаты усиливаются в двух направлениях: для q -алгебр и e -алгебр. Кроме того, аналогичные результаты, а также результаты о сверхтождествах в термальных алгебрах полугрупп можно найти в [4–8].

§1. Предварительные понятия и результаты. Для краткости будем обозначать последовательность x_n, x_{n+1}, \dots, x_m через x_n^m . Символ x_n^m имеет смысл, если $n \leq m$. При $n > m$ под x_n^m будем понимать пустую последовательность.

Пусть $n \in N$. Множество Q с одной n -арной операцией называется n -группоидом и обозначается через $Q(A)$. Алгебра $Q(\Sigma)$ с n -арными операциями называется n -арной алгеброй. При $n = 2, 3$ n -арная алгебра соответственно называется бинарной и тернарной алгеброй.

Напомним понятие n -квазигруппы: n -группоид $Q(A)$ называется n -квазигруппой или n -арной квазигруппой, если в равенстве $A(x_1^n) = x_{n+1}$ всякие n элементы из x_1^{n+1} однозначно определяют $(n+1)$ -й. Иными словами, $Q(A)$ называется n -квазигруппой, если уравнение $A(a_1^{i-1}, x, a_{i+1}^n) = b$ однозначно разрешимо для любых $a_1^n, b \in Q$ и для любого $i = 1, 2, \dots, n$. При $n = 3$ получаем 3-квазигруппу или тернарную квазигруппу, а при $n = 2$ – 2-квазигруппу или обычную (бинарную) квазигруппу. Если $Q(A)$ – n -арная квазигруппа, то A называется квазигрупповой операцией арности $|A| = n$, n -квазигруппа с единицей называется n -лупой.

n -квазигруппа $Q(A)$ называется n -группой, если в ней выполняются следующие тождества ассоциативности ($n \geq 2$):

$A(A(x_1, \dots, x_n), x_{n+1}, \dots, x_{2n-1}) = A(x_1, \dots, x_i, A(x_{i+1}, \dots, x_{i+n}), x_{i+n+1}, \dots, x_{2n-1})$ для всех $i = 1, 2, \dots, n-1$.

n -квазигруппа $Q(B)$ называется изотопом n -квазигруппы $Q(A)$, если существует последовательность $T = (\alpha_i^{n+1})$ подстановок множества Q такая, что $B(x_i^n) = \alpha_{n+1}^{-1} A(\{\alpha_i x_i\}_1^n)$ для всех $x_i^n \in Q$.

Любая n -квазигруппа изотопна n -лупе [9, 10].

Теорема Альберта. Если n -лупа изотопна n -группе с единицей, то они изоморфны [9, 10].

Более общий результат в бинарных алгебрах доказывается в монографии [2].

Алгебра $Q(\Sigma)$ называется обратимой, если для любой операции $A \in \Sigma$ $Q(A)$ является n -квазигруппой для некоторого $n \in N$.

Следующая теорема доказывается в монографии [9].

Теорема 1. При условии $P \geq j$ решения функционального уравнения $A(B(x_i^P), x_{p+1}^t) = C(x_{i+1}^{j-1}, D(x_j^t))$ в обратимой алгебре $Q(A, B, C, D)$ даются следующим образом

$$\begin{aligned} A(x, W) &= \alpha x \cdot M(W), \\ B(U, V) &= \alpha^{-1}(L(U) \cdot K(V)), \\ C(U, x) &= L(U) \cdot J(x), \\ D(U, W) &= J^{-1}(K(U) \cdot M(W)), \end{aligned}$$

где L, K, M – произвольные квазигрупповые операции на Q арности $|L| = j-1$, $|K| = p-i+1$, $|M| = t-p$, (\cdot) – произвольная групповая операция на Q , а α, J – произвольные подстановки множества Q .

Следующее следствие, вытекающее из теоремы 1, используется при доказательстве основных результатов.

Следствие 1. Для того чтобы в тернарной обратимой алгебре $Q(A, B, C, D)$ выполнялось тождество $A(B(x, y, z), u, v) = C(x, y, D(z, u, v))$, необходимо и достаточно, чтобы

$$\begin{aligned} A(y, u, v) &= \alpha(y) \cdot M(u, v), \\ B(x, y, z) &= \alpha^{-1}(L(x, y) \cdot K(z)), \\ C(x, y, z) &= L(x, y) \cdot J(z), \\ D(z, u, v) &= J^{-1}(K(z) \cdot M(u, v)), \end{aligned}$$

где $Q(\cdot)$ – группа, M, L – квазигрупповые операции на Q , а α, K, J – подстановки множества Q .

Пусть $Q(\circ)$ – (бинарная) квазигруппа (в частности лупа Муфанг или

группа). Подстановка $\alpha: Q \rightarrow Q$ называется голоморфизмом квазигруппы $Q(\circ)$, если существуют такие подстановки β, γ множества Q , что $\alpha(x \circ y) = \beta(x) \circ \gamma(y)$ для любых $x, y \in Q$.

Лемма 1. Если в лупе Муфанг (в частности группе) $Q(\circ)$ с единицей $e \in Q$ для всех $x, y \in Q$ выполняется равенство $\alpha_1(x \circ y) = \alpha_2(x) \circ \alpha_3(y)$, где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – подстановки множества Q , и какие-либо два из элементов $\alpha_1 e, \alpha_2 e, \alpha_3 e$ лежат в ядре K_Q лупы Муфанг $Q(\circ)$, тогда любая из подстановок α_i – голоморфизм $Q(\circ)$, при этом $\alpha_i(x \circ y) = \alpha_i(x) \circ (\alpha_i e)^{-1} \circ \alpha_i(y)$ для любых $x, y \in Q$ [2]:

Лемма 2. Если в лупе Муфанг (в частности группе) $Q(\circ)$ с единицей $e \in Q$ для всех $x, y, z \in Q$ выполняется равенство $\alpha_1(\alpha_2(x \circ y) \circ z) = \alpha_3(x) \circ \alpha_4(\alpha_5(y) \circ \alpha_6(z))$, где все $\alpha_i (i = 1, \dots, 6)$ – подстановки множества Q и $\alpha_1(\alpha_2 e), \alpha_1(\alpha_6^{-1}(e)), \alpha_1 e \in K_Q$ при $i = 1, 3, 4$, тогда все подстановки $\alpha_i (i = 1, \dots, 6)$ – голоморфизмы лупы Муфанг $Q(\circ)$ [9].

§2. Характеризация тернарных ассоциативных сверхтождеств.

Тернарная алгебра $Q(\Sigma)$ называется нетривиальной, если $|\Sigma| > 1$. Из определения тернарной квазигруппы вытекает следующий результат.

Предложение 1. Если в нетривиальной тернарной обратимой алгебре выполняется нетривиальное сверхтождество ассоциативности, определенное по равенству $((x, y, z), u, v) = (x, y, (z, u, v))$, тогда в нем каждое функциональное переменное повторяется. Следовательно, каждое такое сверхтождество может быть только функционального ранга два и одного из следующих видов:

$$X(Y(x, y, z), u, v) = Y(x, y, X(z, u, v)), \quad (1)$$

$$X(X(x, y, z), u, v) = Y(x, y, Y(z, u, v)), \quad (2)$$

$$X(Y(x, y, z), u, v) = X(x, y, Y(z, u, v)). \quad (3)$$

Далее, приступаем к характеризации тех тернарных обратимых алгебр, в которых выполняются эти сверхтождества.

1. Рассмотрим сверхтождество (1). Обозначив $w = \{u, v\}$, $u = \{x, y\}$, $v = \{z\}$ и взяв в данном сверхтождестве $A_i = X$, $Y = B$, получим $A_i(B(x, y, z), u, v) = B(x, y, A_i(z, u, v))$.

По следствию 1 имеем $\begin{cases} A_i(x, w) = \alpha_i x \oplus M_i(w), \\ B(u, x) = L(u) \oplus Jx, \end{cases}$

где \oplus – групповая операция на Q для любого i . С другой стороны, если

$X = A$, $Y = B$, то получим $\begin{cases} A(x, w) = \alpha_0 x \circ M_0(w), \\ B(u, x) = L'(u) \circ J'x, \end{cases}$

где (\circ) – групповая операция на Q .

Таким образом, $L(u) \circ J(x) = L'(u) \circ J'x$. Заменим $u \rightarrow L^{-1}u$, $x \rightarrow J^{-1}x$, получим $u \circ J(x) = L'(L^{-1}u) \circ J'(J^{-1}x) = \sigma(u) \circ \tau(x)$, $u \circ J(x) = \sigma(u) \circ \tau(x)$, т. е. все группы $Q(\circ)$ изотопны одной и той же группе $Q(\circ)$ и, согласно теореме Алберта, все они изоморфны. Следовательно, $A_i(x, w) = \alpha_i x \circ M_i(w) = q_i x \circ p_i M_i(w)$. Взяв в рассматриваемом сверхтождестве $X = Y = A_i$, получим $A_i(A_i(x, y, z), u, v) = A_i(x, y, A_i(z, u, v))$, т. е.

$$q_i(q_i x \circ p_i M_i(y, z)) \circ p_i M_i(u, v) = q_i x \circ p_i M_i(Y, q_i z \circ p_i M_i(u, v)) = \\ = q_i x \circ p_i M_i(Y, q_i z \circ p_i M_i(u, v)).$$

Далее, $q_i(q_i x \circ p_i M_i(\varphi, z)) \circ p_i M_i(u, v) = q_i x \circ p_i M_i(Y, q_i(z) \circ p_i M_i(u, v))$.

Заменяя $x \rightarrow q_i^{-1}e$, получим

$$q_i(p_i M_i(y, z)) \circ p_i M_i(u, v) = p_i M_i(Y, q_i z \circ p_i M_i(u, v)), \\ q_i(p_i M_i(y, z)) \circ t = p_i M_i(y, q_i z \circ t),$$

где $t = p_i M_i(u, v)$. При замене $z \rightarrow q_i^{-1}e$ имеем $\mu_i(y) \circ t = p_i M_i(y, t)$,

$$A_i(x, y, z) = q_i x \circ p_i M_i(y, z) = q_i x \circ \mu_i y \circ z, \\ q_i(q_i x \circ \mu_i y \circ z) \circ \mu_i u \circ v = q_i x \circ \mu_i y \circ q_i z \circ \mu_i u \circ v, \\ q_i(q_i x \circ \mu_i y \circ z) = q_i \circ \mu_i y \circ q_i z.$$

Если здесь $x \rightarrow q_i^{-1}x$, $y \rightarrow \mu_i^{-1}y$, то получим $q_i(x \circ y \circ z) = x \circ y \circ q_i z$.

Пусть $y = e$, тогда $q_i(x \circ z) = x \circ q_i z$, $z = e$, $q_i x = x \circ t_i$.

Следовательно, $A_i(x, y, z) = x \circ t_i \circ \mu_i y \circ z = x \circ \delta_i y \circ z$.

Это необходимое условие теоремы 2. Непосредственной подстановкой показывается, что оно является также и достаточным условием для того, чтобы в обратимой алгебре (Q, Σ) имело место вышеупомянутое сверхтождество (1). Действительно, в рассматриваемой алгебре $Q(\Sigma)$ справедливо тождество $A_i(A_j(x, y, z), u, v) = A_j(x, y, A_i(z, u, v))$, т. к., подставляя значения операций $A_i, A_j \in \Sigma$ в него, получаем истинное равенство:

$$(x \circ t_j \circ \mu_i y \circ z) \circ t_i \circ \mu_i u \circ v = x \circ t_j \circ \mu_i y \circ z \circ t_i \circ \mu_i u \circ v.$$

Таким образом, доказана следующая теорема:

Теорема 2. Для того чтобы в тернарной обратимой алгебре $Q(\Sigma)$ выполнялось сверхтождество (1), необходимо и достаточно, чтобы для произвольной операции $A_i \in \Sigma$ выполнялось условие $A_i(x, y, z) = x \circ \mu_i y \circ z$, где $Q(\circ)$ – группа, а μ_i – подстановка множества Q .

Рассмотрим сверхтождество (2). Пусть в тернарной обратимой алгебре $Q(\Sigma)$ выполняется сверхтождество (2).

Обозначим $w = \{u, v\}$, $u = \{x, y\}$, $v = \{z\}$ и взяв $X = A_i, Y = B$, получим $A_i(A_i(x, y, z), u, v) = B(x, y, B(z, u, v))$.

Согласно следствию 1, имеем $\begin{cases} A_i(x, w) = \alpha_i x \oplus M_i(w), \\ B(u, x) = L'(u) \oplus J'x, \end{cases}$

где \oplus – групповая операция на Q . С другой стороны, взяв $X = A$, $Y = B$,

имеем $\begin{cases} A_i(x, w) = \alpha x \circ M(w), \\ B(u, x) = L''(u) \circ J''(x), \end{cases}$

где (\circ) – групповая операция на Q .

Таким образом, $L'(u) \oplus J'(x) = L''(u) \circ J'(x)$ и $u \oplus x = \sigma(u) \circ \tau(x) = u \circ t_i \circ x$, поскольку

$$\begin{cases} u \oplus e_i = \sigma(u) \circ \tau(e_i), \\ u = \sigma(u) \circ r_i, \\ \sigma(u) = u \circ r_i^{-1}, \\ \sigma(x) = s_i^{-1} \circ x. \end{cases}$$

Итак, $A_i(x, w) = \alpha_i x \circ t_i \circ M_i(w) = q_i x \circ M_i(w)$, т. е. $A_i(x, u, v) = q_i x \circ (M_i(u, v))$.

Теперь в рассматриваемом сверхтождестве, взяв $X = Y = A_i \in \Sigma$, получим $A_i(A_i(x, y, z), u, v) = A_i(x, y, A_i(z, u, v))$, т. е.

$$q_i(q_i x \circ M_i(y, z)) \circ M_i(u, v) = q_i x \circ M_i(y, A_i(z, u, v)) = q_i x \circ M_i(y, q_i z \circ M_i(u, v)).$$

Таким образом, $q_i(q_i x \circ M_i(y, z)) \circ M_i(u, v) = q_i x \circ M_i(y, q_i z \circ M_i(u, v))$.

Заменяя $x \rightarrow q_i^{-1}x$, приходим к равенству $q_i(M_i(y, z)) \circ M_i(u, v) = M_i(y, q_i z \circ M_i(u, v))$.

Пусть $t = M_i(u, v)$, тогда $q_i(M_i(y, z)) \circ t = M_i(y, q_i z \circ t)$. Откуда при $z \rightarrow q_i^{-1}z$ имеем $\mu_i(y) \circ t = M_i(y, t)$ и $A_i(x, y, z) = q_i x \circ M_i(y, z) = q_i x \circ \mu_i y \circ z$.

Подставляя это значение в сверхтождество (2), получим

$$\begin{aligned} q_i(q_i x \circ \mu_i y \circ z) \circ \mu_i u \circ v &= q_i x \circ \mu_i y \circ q_i z \circ \mu_i u \circ v, \quad q_i(q_i x \circ \mu_i y \circ z) = \\ &= q_i x \circ \mu_i y \circ q_i z. \quad \text{Если } x \rightarrow q_i^{-1}x, \quad y \rightarrow \mu_i^{-1}y, \quad \text{то } q_i(x \circ y \circ z) = x \circ y \circ q_i z. \\ \text{Откуда при } y = e \text{ имеем } q_i(x \circ z) &= x \circ q_i z \quad \text{и } q_i x = x \circ t_i, \quad \text{т. е.} \\ x \circ t_i \circ \mu_i y \circ z \circ t_i &= x \circ t_i \circ \mu_i y \circ z \circ t_i = x \circ t_i \circ \mu_i y \circ z \circ t_i, \quad A_i(x, y, z) = \\ &= x \circ t_i \circ \mu_i y \circ z \quad \text{или } A_i(x, y, z) = x \circ \mu_i y \circ z. \quad \text{Подставляя последнее в} \\ \text{сверхтождество (2), получим } x \circ \mu_i y \circ z \circ \mu_i u \circ v &= x \circ \mu_j y \circ b_j \circ z \circ \mu_j u \circ v. \end{aligned}$$

Здесь возьмем $z = u = e$ и зафиксируем j , получим $\mu_j y = \mu_j y \circ b_j$. Следовательно, $A_i(x, y, z) = x \circ t_i \circ \mu_j y \circ z$. Подставим это значение в сверхтождество (2), получим $x \circ \mu_j y \circ b_j \circ z \circ \mu_j u \circ b_j \circ v = x \circ \mu_j y \circ b_j \circ z \circ \mu_j u \circ b_j \circ v$.

Здесь возьмем $z = e$ и зафиксируем j , тогда

$$\begin{cases} b_i \circ \mu u \circ b_i = b \circ \mu u \circ b, \\ b_i \circ u \circ b_i = b \circ u \circ b, \\ b^{-1} \circ b_i \circ u = u \circ b \circ b_i^{-1}, \end{cases}$$

откуда при $u = e$ получим $b^{-1} \circ b_i = b \circ b_i^{-1} = t_i$, $t_i \circ u = u \circ t_i$, $b^{-1} \circ b_i = t_i$, т.е. $b_i = b \circ t_i$, где $t_i \in Z(Q(\circ))$. Следовательно, $A_i(x, y, z) = x \circ \mu y \circ b \circ z \circ t_i$, или $A_i(x, y, z) = x \circ \delta y \circ z \circ t_i$.

Подставляя $A_i(x, y, z)$ в сверхтождество (2), получим $t_i^2 = t_j^2$.

Таким образом, имеет место следующий критерий.

Теорема 3. Для того чтобы в тернарной обратимой алгебре $Q(\Sigma)$ выполнялось сверхтождество (2), необходимо и достаточно, чтобы для произвольной операции $A_i \in \Sigma$ выполнялись условия $A_i(x, y, z) = x \circ \delta y \circ z \circ t_i$, $t_i^2 = t_j^2$, где $Q(\circ)$ – группа, δ – подстановка, $t_i \in Z(Q(\circ))$ – центр группы $Q(\circ)$.

Перейдем к сверхтождеству (3). Пусть в тернарной обратимой алгебре $Q(\Sigma)$ выполняется сверхтождество (3). Возьмем $X = A_i$, $Y = B$ и обозначим $w = \{u, v\}$, $u = \{x, y\}$, $v = \{z\}$, тогда $A_i[B(x, y, z), u, v] = A_i[x, y, B(z, u, v)]$.

По следствию 1, $\begin{cases} A_i(x, w) = \alpha_i x \oplus M_i(w), \\ B(u, v) = \alpha^{-1}(L(u) \oplus K(v)). \end{cases}$

С другой стороны, взяв $X = A$, $Y = B$, получим $\begin{cases} A(x, w) = \alpha x \cdot M(w), \\ B(u, v) = \alpha'^{-1}(L'(u) \cdot K'(v)). \end{cases}$

Таким образом, $\alpha^{-1}(L(u)K(v)) = \alpha'^{-1}(L'(u) \cdot K'(v))$, $L(u)K(v) = J(L'(u)K'(v))$.

Пусть $u \rightarrow L^{-1}u$, $v \rightarrow K^{-1}v$, тогда $\beta_i(t \oplus s) = \beta_i t \cdot \beta_i s$, $t \oplus s = \beta_i^{-1}(\beta_i t \cdot \beta_i s)$.

Следовательно, $A_i(x, w) = \beta_i^{-1}(\alpha_i x \cdot \beta_i M_i(u, v))$. Подставляя полученное значение в сверхтождество (3), выводим

$$\alpha_i Y(x, y, z) \cdot \beta_i M_i(u, v) = \alpha_i x \cdot \beta_i M_i(y, Y(z, u, v)),$$

$$\alpha_i \beta_j^{-1}(\alpha_j x \cdot \beta_j M_j(y, z) \cdot \beta_i M_i(u, v)) = \alpha_i x \cdot \beta_i M_i(y, \beta_j^{-1}(\alpha_j z \cdot \beta_j M_j(u, v))).$$

При $i = j$ имеем

$$\alpha_i \beta_i^{-1}(\alpha_i x \cdot \beta_i M_i(y, z)) \cdot \beta_i M_i(u, v) = \alpha_i x \cdot \beta_i M_i(y, \beta_i^{-1}(\alpha_i z \cdot \beta_i M_i(u, v))).$$

Заменяя $x \rightarrow \alpha_i^{-1}$, получим

$$\alpha_i M_i(y, z) \cdot t = \beta_i \cdot M_i(y, \beta_i^{-1}(\alpha_i z \cdot t)), \quad \beta_i M_i(y, t) = \alpha_i y \cdot \beta_i t,$$

$$M_i(y, t) = \beta_i^{-1}(J_i y \cdot \beta_i t).$$

Следовательно, $A_i(x, y, z) = \beta_i^{-1}(\alpha_i x \cdot J_i y \cdot \beta_i z)$.

Подставляя значение A_i в сверхтождество (3), получим

$$\alpha_i Y(x, y, z) \cdot J_i u \cdot \beta_i v = \alpha_i x \cdot J_i y \cdot \beta_i z Y(z, u, v),$$

$$\alpha_i \beta_j^{-1} (\alpha_j x \cdot \alpha_j y \cdot \beta_j z) \cdot J_i u \cdot \beta_i v = \alpha_i x \cdot J_i y \cdot \beta_i z \beta_j^{-1} (\alpha_j z \cdot J_j u \cdot \beta_j u).$$

Пусть $i = j$, тогда

$$\alpha_i \beta_i^{-1} (\alpha_i x \cdot J_i y \cdot \beta_i z) = \alpha_i x \cdot J_i y \cdot \alpha_i z, \quad \alpha_i \beta_i^{-1} (x \cdot y \cdot \beta_i z) =$$

$$= x \cdot y \cdot \alpha_i z, \quad \beta_i^{-1} (x \cdot y \cdot \beta_i z) = \alpha_i^{-1} (x \cdot y \cdot \alpha_i z),$$

$$\beta_i^{-1} (y \cdot t_i^*) = \alpha_i^{-1} (y), \quad \beta_i^{-1} (x \cdot y \cdot \beta_i z) = \beta_i^{-1} x \cdot y \cdot \alpha_i z \cdot t_i^*,$$

$$\beta_i z = \alpha_i z \cdot t_i^*, \quad \alpha_i z = \beta_i z (t_i^*)^{-1} = \beta_i z \cdot t_i,$$

$$\text{и } A_i(x, y, z) = \beta_i^{-1} (\beta_i x \cdot J_i y \cdot \beta_i z) = \beta_i^{-1} (\beta_i x \cdot \gamma_i y \cdot z), \text{ где } J_i : y \rightarrow t_i \cdot \gamma_i y.$$

Подставляя эти значения в сверхтождество (3), получим

$$\beta_i \beta_i^{-1} (\beta_i x \cdot J_i y \cdot \beta_i z) \cdot J_i u \cdot \beta_i v = \beta_i x \cdot J_i y \cdot \beta_i \beta_i^{-1} (\beta_i z \cdot J_i u \cdot \beta_i v).$$

Теперь можно воспользоваться леммой 2:

$\beta_i \beta_i^{-1} = \theta_i$, $\beta_j^{-1} \cdot \beta_i = \theta_{ij}$, $\beta_j^{-1} = \beta^{-1} \theta_j$, $\beta_j = \beta \theta_j$, $\beta_i^{-1} = \theta_i^{-1} \beta^{-1}$, где θ_i является голоморфизмом группы $Q(\cdot)$. Далее,

$$\begin{aligned} A_i(x, y, z) &= \beta_i^{-1} (\beta_i x \cdot J_i y \cdot \beta_i z) = \beta^{-1} (\theta_i (\theta_i^{-1} (\beta x) \cdot J_i y \cdot \theta_i^{-1} (\beta z))) = \\ &= \beta^{-1} (\beta x (\theta_i e)^{-1} \theta_i (J_i y) \cdot (\theta_i e)^{-1} \cdot \beta z) = \beta^{-1} (\beta x \cdot J_i y \cdot \beta z), \text{ где } (\theta_i e)^{-1} (\theta_i (J_i y) \cdot (\theta_i e)^{-1}) \end{aligned}$$

обозначено через $J_i y$.

С учетом последнего получим

$$\beta^{-1} (\beta (\beta^{-1} (\beta x \cdot J_i y \cdot \beta z)) \cdot J_i u \cdot \beta v) = \beta^{-1} (\beta x \cdot J_i y \cdot \beta \beta^{-1} (\beta z \cdot J_i u \cdot \beta v)),$$

$$\beta x \cdot J_i y \cdot \beta z \cdot J_i u \cdot \beta v = \beta x \cdot J_i y \cdot \beta z \cdot J_i u \cdot \beta v, \quad \gamma_j y \cdot \beta z \cdot J_i u = J_i y \cdot \beta z \cdot J_i u.$$

Зафиксируем j, y, z , получим

$$J_i u = t_i \cdot J u, \quad A_i(x, y, z) = \beta^{-1} (\beta x \cdot t_i \cdot J y \cdot \beta z), \quad t_j J u \cdot \beta z \cdot t_i \cdot J u = t_i J u \cdot \beta z \cdot t_j \cdot J u,$$

$$t_j \cdot J u \cdot \beta z \cdot t_i = t_i \cdot J u \cdot \beta z \cdot t_j, \quad t_j \cdot x \cdot t_i = t_i x \cdot t_j, \quad t_i^{-1} \cdot t_j \cdot x = x \cdot t_j \cdot t_i^{-1}.$$

Пусть $x = e$, тогда $t_i^{-1} \cdot t_j = t_j \cdot t_i^{-1}$. Поэтому $t_i^{-1} \cdot t_j = t_j \cdot t_i^{-1} \in Z[Q(\cdot)]$, т. е.

$t_j \cdot t_i^{-1} = z_j \in Z[Q(\cdot)]$ и $t_j = z_j \cdot t$, где t – фиксированный элемент.

Следовательно, $A_i(x, y, z) = \beta^{-1} (\beta x \cdot t \cdot J y \cdot \beta z \cdot z_i) = \beta^{-1} (\beta x \cdot J y \cdot \beta z \cdot z_i)$, т.е.

$A_i(x, y, z) = \beta^{-1} (\beta x \cdot J y \cdot \beta z \cdot z_i)$, где $z_i \in Z[Q(\cdot)]$, что является необходимым и достаточным условием.

Непосредственной проверкой показывается, что это условие является также и достаточным. Действительно, $A_i(A_j(x, y, z), u, v) = A_i(x, y, A_i(z, u, v))$, так как учитывая значения операций A_i, A_j , получаем равенства:

$$\beta^{-1} (\beta A_j(x, y, z) \cdot J u \cdot \beta v \cdot z_i) = \beta^{-1} (\beta x \cdot J y \cdot \beta A_i(z, u, v) \cdot z_i),$$

$$\beta A_j(x, y, z) \cdot J u \cdot \beta v \cdot z_i = \beta x \cdot J y \cdot \beta A_i(z, u, v) \cdot z_i,$$

$$\beta \cdot \beta^{-1} (\beta x \cdot J y \cdot \beta z) \cdot J u \cdot \beta v = \beta x \cdot J y \cdot \beta \beta^{-1} (\beta z \cdot J u \cdot \beta v \cdot z_i),$$

$$\beta x \cdot Jy \cdot \beta z \cdot z_j \cdot Ju \cdot \beta v = \beta x \cdot Jy \cdot \beta z \cdot Ju \cdot \beta v \cdot z_i.$$

Таким образом, получили следующую теорему.

Теорема 4. Для того чтобы в тернарной обратимой алгебре $Q(\Sigma)$ выполнялось сверхтождество (3), необходимо и достаточно, чтобы для каждой операции $A_i \in \Sigma$ $A_i(x, y, z) = \beta^{-1} \cdot (\beta x \cdot Jy \cdot \beta z \cdot z_i)$, где $Q(\cdot)$ – группа, $z_i \in Z(Q(\cdot))$, отображения $\gamma, \beta: Q \rightarrow Q$ являются подстановками множества Q .

АрГУ

Поступила 11.02.2003

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоусов В.Д. – УМН, 1965, т. XX, № 1, с. 75–145.
2. Мовсисян Ю.М. Введение в теорию алгебр со сверхтождествами. Еր.: Изд-во ЕГУ, 1986.
3. Мовсисян Ю.М. – УМН, 1998, т. 53, № 1(319), с. 61–114.
4. Movsisyan Y.M. – Sci. Math. Jap., 2001, v. 54, № 3, p. 595–640.
5. Артамонов В.А., Салий В.Н., Скорняков Л.А., Шеврин Л.Н., Шульгейфер Е.Г. Общая алгебра. М.: Наука, 1991, т. 2.
6. Schweigert D. Hyperidentities, Algebras and Orders, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht Boston, London, 1993.
7. Iseki K. – Maht. Japonia, 2000, v. 52, p. 163–170.
8. Denecke K., Wismath Sh.L. Universal Algebra and Applications in Theoretical Computer Science, Chapman & Hall/CRC, Roca Raton, London, New York, Washington, D.C., 2002.
9. Белоусов В.Д. n -арные квазигруппы, Кишинев: Изд-во Штиинца, 1971.
10. Курош А.Г. Общая алгебра. М.: Наука, 1974.

Լ.Ռ. ՄԲՐԱՀԱՄՅԱՆ

3-ՏԵՂԱՆԻ ԶՈՒԳՈՐԴՎԿԱՎՆ ԳԵՐԱՍՈՒՅՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

Ամփոփում

Հոդվածում դասակարգվում են 3-տեղանի զուգորդական գերնույնություններ, որոնք որոշված են $((x, y, z), u, v) = (x, y, (z, u, v))$ հավասարումով:

Ստացվում են հետևյալ երեք գերնույնությունները՝

$$X(Y(x, y, z), u, v) = Y(x, y, X(z, u, v)),$$

$$X(X(x, y, z), u, v) = Y(x, y, Y(z, u, v)),$$

$$X(Y(x, y, z), u, v) = X(x, y, Y(z, u, v)).$$

Յուրաքանչյուր գերնույնության համար ապացուցվում է իրացնելիության հայտանիշ 3-տեղանի հակադարձելի հանրահաշիվներում:

THE TERNARY HYPERIDENTITIES OF ASSOCIATIVITY

Summary

The work is devoted to ternary hyperidentities of associativity, which are determined by the equality $((x, y, z), u, v) = (x, y, (z, u, v))$.

We get the following three hyperidentities:

$$X(Y(x, y, z), u, v) = Y(x, y, X(z, u, v)),$$

$$X(X(x, y, z), u, v) = Y(x, y, Y(z, u, v)),$$

$$X(Y(x, y, z), u, v) = X(x, y, Y(z, u, v)).$$

The criteria of realization are proved for each of them in the reversible algebras.

Механика

УДК 532.516

Г.А. БАБАДЖАНЯН

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ РЕАЛЬНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ТРУБЕ С ПОРИСТЫМИ СТЕНКАМИ

Рассматривается нестационарное течение реальной несжимаемой жидкости в цилиндрической трубе с проницаемыми стенками. Задача сводится к решению линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка, которые решаются методами операционного исчисления. Применяется двойное интегральное преобразование Лапласа.

Исследуем неустановившееся движение вязкой несжимаемой жидкости в круглой цилиндрической трубе с пористыми стенками. Эти исследования, помимо теоретического значения, имеют и многочисленные практические применения для магистральных, промысловых и городских распределительных водопроводных систем, газопроводов и паропроводов, которые часто работают при нестационарных режимах и имеют в ряде мест по длине трубопровода отбор или подкачуку жидкости. Часто при исследовании таких задач дискретное распределение точек отбора (подкачки) заменяется непрерывным [1]. Поэтому исследование таких задач можно свести к изучению нестационарного движения жидкости в трубах с проницаемыми стенками.

1. Пусть в круглую неограниченную в одном направлении трубу с проницаемыми стенками поступает жидкость с равномерным по сечению распределением скорости U и давлением P_h . Действие массовых сил не учитывается. В качестве исходных используем приближенные уравнения движения жидкости, записанные в цилиндрических координатах [2]:

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial r} \right), \quad \frac{\partial P}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_r) = 0. \quad (1.1)$$

В системе (1.1) слагаемые, зависящие от ускорений и вязкости, учтены частично. В (1.1) V_z и V_r – осевая и радиальная компоненты скорости, P – давление, ρ – плотность, ν – кинематический коэффициент вязкости жидкости. Краевые условия для поставленной задачи имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
t = 0, \quad V_z = 0, \quad V_r = 0, \quad P = 0, \\
t > 0, \quad z = 0, \quad V_z = U, \quad V_r = 0, \quad P = P_H, \\
t > 0, \quad z > 0, \quad r = a, \quad V_z = 0, \quad V = \pm V_0, \\
t > 0, \quad z > 0, \quad r = 0, \quad V_r = 0.
\end{aligned} \tag{1.2}$$

Здесь a – радиус трубы, V_0 – скорость отсоса (вдува), знак “+” перед V_0 соответствует отсосу, а “–” – вдуву жидкости через пористую поверхность трубы. С помощью безразмерных переменных $x = z/a$, $y = r/a$, $T = Ut/a$, $u = (V_z - U)/U$, $V = V_r/U$ и $\Phi = (P - P_H)/\rho U^2$ система уравнений (1.1) и краевые условия (1.2) примут вид

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} (yV) = 0, \tag{1.3}$$

$$\begin{aligned}
T = 0, \quad u = -1, \quad V = 0, \quad \Phi = -P_H/\rho U^2, \\
T > 0, \quad x = 0, \quad u = 0, \quad V = 0, \quad \Phi = 0, \\
T > 0, \quad x > 0, \quad y = 1, \quad u = -1, \quad V = \pm V_0/U, \\
T > 0, \quad x > 0, \quad y = 0, \quad V = 0,
\end{aligned} \tag{1.4}$$

где $Re = U_a/v$ – число Рейнольдса.

2. Для нахождения решения задачи воспользуемся двойным интегральным преобразованием Лапласа [3]. Применяя двойное интегральное преобразование Лапласа по переменным T и x к уравнениям (1.3) и к краевым условиям (1.4), получим

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 \bar{\bar{u}}}{dy^2} + \frac{1}{y} \frac{d \bar{\bar{u}}}{dy} - Re S_1 \bar{\bar{u}} = Re S_2 \bar{\bar{\Phi}} + \frac{Re}{S_2}, \quad S_2 \bar{\bar{u}} + \frac{1}{y} \frac{d}{dy} (y \bar{\bar{V}}) = 0, \quad \frac{d \bar{\bar{\Phi}}}{dy} = 0, \\
T = 0, \quad \bar{\bar{u}} = -\frac{1}{S_1}, \quad \bar{\bar{V}} = 0, \quad \bar{\bar{\Phi}} = -\frac{P_H}{\rho U^2} \frac{1}{S_1}, \\
T > 0, \quad x = 0, \quad \bar{\bar{u}} = 0, \quad \bar{\bar{V}} = 0, \quad \bar{\bar{\Phi}} = 0, \\
T > 0, \quad x > 0, \quad y = 1, \quad \bar{\bar{u}} = -\frac{1}{S_1}, \quad \bar{\bar{V}} = \pm \frac{V_0}{U} \frac{1}{S_1}, \\
T > 0, \quad x > 0, \quad y = 0, \quad \bar{\bar{V}} = 0, \\
T > 0, \quad x > 0, \quad y = 1, \quad \bar{\bar{u}} = -\frac{1}{S_1 S_2}, \quad \bar{\bar{V}} = \pm \frac{V_0}{U} \frac{1}{S_1 S_2}, \\
T > 0, \quad x > 0, \quad y = 0, \quad \bar{\bar{V}} = 0,
\end{aligned} \tag{2.2}$$

где

$$\begin{aligned}
\bar{\bar{u}}(S_1, S_2, y) &= \int_0^\infty \int_0^\infty \exp[-S_1 T + S_2 x] \cdot u(x, y, T) dT dx, \\
\bar{\bar{V}}(S_1, S_2, y) &= \int_0^\infty \int_0^\infty \exp[-S_1 T + S_2 x] \cdot V(x, y, T) dT dx,
\end{aligned} \tag{2.3}$$

$$\bar{\bar{\Phi}}(S_1, S_2, y) = \int_0^\infty \int_0^\infty \exp[-S_1 T + S_2 x] \cdot \Phi(x, T) dT dx,$$

а S_1 и S_2 – параметры двумерного преобразования Лапласа по переменным T и x соответственно.

Общим решением первого уравнения системы (2.1) будет

$$\bar{\bar{u}} = C_1 I_0(\beta y) + C_2 K_0(\beta y) - \frac{1}{S_1 S_2} - \bar{\bar{\Phi}} \frac{S_2}{S_1}, \quad (2.4)$$

где $\beta^2 = \operatorname{Re} S_1$, а $I_0(\beta y)$ и $K_0(\beta y)$ – функции Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента [4]. Так как функция $K_0(\beta y)$ при $y=0$ обращается в бесконечность, а скорость жидкости на оси трубы должна быть конечной, то постоянную C_2 необходимо приравнять к нулю. Определяя постоянную интегрирования C_1 из краевых условий (2.2), получим следующее решение уравнения (2.4):

$$\bar{\bar{u}} = \frac{I_0(\beta y)}{I_0(\beta)} \frac{\bar{\bar{\Phi}} S_2}{S_1} - \frac{1}{S_1 S_2} - \frac{\bar{\bar{\Phi}} S_2}{S_1}. \quad (2.5)$$

Подставляя (2.5) во второе уравнение системы (2.1), интегрируя по переменной y в пределах от 0 до 1 и учитывая краевые условия (2.2), для функции $\bar{\bar{\Phi}}(S_1 S_2)$ получим

$$\bar{\bar{\Phi}} = \pm \frac{2V_0}{U} \frac{1}{S_2^3} \frac{I_0(\beta)}{I_2(\beta)} - \frac{I_0(\beta)}{S_2^2 I_2(\beta)}. \quad (2.6)$$

Подставляя (2.6) в (2.5), для функции $\bar{\bar{u}}(S_1, S_2, y)$ получим следующее выражение:

$$\bar{\bar{u}} = \left(\pm \frac{2V_0}{U} \frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_2} \right) \frac{I_0(\beta y)}{S_1 I_2(\beta)} + \left(\frac{1}{S_2} \mp \frac{2V_0}{U} \frac{1}{S_2^2} \right) \frac{I_0(\beta)}{S_1 I_2(\beta)} - \frac{1}{S_1 S_2}. \quad (2.7)$$

Применяя двумерное обратное преобразование Лапласа к уравнениям (2.6) и (2.7) и переходя к первоначальным переменным, для величин P и V_z получим

$$P = P_H - \rho U^2 \left(\frac{1}{3} + \frac{8}{3} \frac{U t}{a} - 4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{\beta_k^2 U t}{\operatorname{Re} a})}{\beta_k^2} \right) \cdot \frac{z}{a} \left(1 \mp \frac{V_0}{a U} z \right), \quad (2.8)$$

$$V_z = U + \frac{2Uz}{a} \left(1 \pm \frac{V_0}{a} \frac{z}{a} \right) \left[\left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{I_0\left(\beta_k \frac{r}{a}\right)}{I_0(\beta_k)} \right) \frac{\exp(-\beta_k^2 \frac{U t}{\operatorname{Re} a})}{\beta_k^2} \right], \quad (2.9)$$

где величины $\beta_K = -i\sqrt{\text{Re}S_K}$ являются действительными корнями функции Бесселя первого порядка. Из третьего уравнения системы (1.1) определим значение $V_r(z, t, r)$:

$$V_r = \frac{2U}{a} \left(1 \pm \frac{2V_0 z}{a^2} \right) \cdot \left[\left(\frac{r^3}{4a^2} - \frac{r}{2} \right) + 2 \sum_{K=1}^{\infty} \left(\frac{r}{2} - \frac{aI_1(\beta_K \frac{r}{a})}{r\beta_K^3 I_0(\beta_K)} \exp(-\beta_K^2 \frac{Ut}{\text{Re}a}) \right) \right]. \quad (2.10)$$

Сила трения между слоями жидкости и на поверхности трубы определяется по следующим формулам:

$$\tau = \mu \left(\frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z} \right) = -\frac{4\mu U}{a} z \left(1 \pm \frac{V_0}{a} \frac{z}{a} \right) \cdot \left[\frac{r}{a^2} + \sum_{K=1}^{\infty} \frac{I_0(\beta_K \frac{r}{a})}{\beta_K a I_0(\beta_K)} \exp\left(-\beta_K^2 \frac{Ut}{\text{Re}a}\right) \right] \mp \\ \mp \frac{4\mu U}{a} \frac{V_0}{a^2} \left\{ \left(\frac{r^3}{4a^2} - \frac{r}{a} \right) + 2 \sum_{K=1}^{\infty} \left[\frac{r}{2} - \frac{aI_1(\beta_K \frac{r}{a})}{r\beta_K^3 I_0(\beta_K)} \exp\left(-\beta_K^2 \frac{Ut}{\text{Re}a}\right) \right] \right\}, \quad (2.11)$$

$$\tau_{r=a} = -\frac{4\mu U_z}{a^2} \cdot \left(1 \pm \frac{V_0}{U} \frac{z}{a} \right) \cdot \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{I_0(\beta_k)}{\beta_k I_0(\beta_k)} \cdot \exp\left(-\beta_k^2 \frac{Ut}{\text{Re}a}\right) \right] \mp \\ \mp \frac{4\mu V_0}{a} \left\{ \frac{1}{4} + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2} - \frac{I_1(\beta_k)}{\beta_k^3 I_0(\beta_k)} \right] \cdot \exp\left(-\beta_k^2 \frac{Ut}{\text{Re}a}\right) \right\}. \quad (2.12)$$

Здесь μ – динамический коэффициент вязкости жидкости.

Кафедра теоретической механики

Поступила 17.02.2003

ЛИТЕРАТУРА

1. Бабровский С.А., Щербакова С.Г., Гусейн-Заде М.А. Движение газа в газопроводах с путевым отбором. М.: Наука, 1972, 48 с.
2. Тарг С.А. Основные задачи теории ламинарных течений. М.: Госиздат, 1951.
3. Диткин В.А., Прудников А.П. Операционное исчисление по двум переменным и его приложения. М.: Физматгиз, 1958.
4. Ватсон Г.Н. Теория Бесселевых функций. М.: ИЛ, 1949, ч. 1.

**ԻՐԱԿԱՆ ԱՆՍԵՂՄԵԼԻ ՀԵՂՈՒԿԻ ՈՉ ՍՏԱՑԻՈՆԱՐ ԾԱՐԺՈՒՄԸ
ԹԱՓԱՆՑԻԿ ՊԱՏԵՐՈՎ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԽՈՂՈՎԱԿՈՒՄ**

Ամփոփում

Ուսումնասիրվում է իրական անսեղմելի հեղուկի ոչ ստացիոնար շարժումը թափանցիկ կողմնային մակերևույթով զանային խողովակում: Խնդրի ոչ ստացիոնարությունը պայմանավորված է հեղուկի շարժման ոչ ստացիոնարությամբ, որը արտահայտվում է շարժման դիֆերենցիալ հավասարումներում: Խնդիրը լուծվում է օպերացիոն հաշվման եղանակով. կիրառվում է Լապլասի-կրկնակի ինտեգրալ ձևափոխությունը տարածական կորդինատի և ժամանակի նկատմամբ: Որոշվում են շարժման բնութագրի մեծությունները որպես տարածական կորդինատների և ժամանակի ֆունկցիաներ:

G.H. BABAJANYAN

**NON-STEADY-STATE FLOW OF REAL INCOMPRESSIBLE FLUID IN PIPE
WITH POROUS WALLS**

Summary

Non-steady-state flow of real incompressible liquid in a cylindric pipe with porous lateral surfaces is investigated. Nonstationarity of the problem is conditioned by non-steady-state movement of the fluid which is expressed in differential equations of motion. The problem is solved by the operational calculus method by use of Laplace double integral transformations on spatial and time coordinates. Characteristics of the flow motion are determined as functions of spatial and time coordinates

Механика

УДК 531.36

С.Р. АМБАРЦУМЯН

**ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПО ДЕЙСТВУЮЩЕЙ СИЛЕ ПРИ ПАРЕ ЧИСТО
МНИМЫХ КОРНЕЙ ДЛЯ СИСТЕМЫ ВТОРОГО ПОРЯДКА**

Рассматривается задача устойчивости по действующей силе системы нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка в критическом случае, когда характеристическое уравнение соответствующего линейного приближения системы имеет пару чисто мнимых корней.

Получены достаточные условия, накладываемые на нелинейные члены, при которых тривиальное решение будет асимптотически устойчивым или неустойчивым по действующей силе.

1. Пусть имеем систему дифференциальных уравнений

$$\dot{y}_i = \Phi_i(y_1, y_2) \quad (i=1,2), \quad (1.1)$$

где Φ_i – аналитические функции в R^2 и $\Phi_i(0,0)=0$
($i=1,2$).

Известно ([1], стр. 57), что в этом случае систему (1.1) можно привести к виду

$$\dot{y}_i = P_{i1}y_1 + P_{i2}y_2 + Y_i(y_1, y_2) \quad (i=1,2), \quad (1.2)$$

линейное приближение которой будет

$$\dot{y}_i = P_{i1}y_1 + P_{i2}y_2 \quad (i=1,2). \quad (1.3)$$

Пусть корни характеристического уравнения системы (1.3) удовлетворяют условиям

$$\lambda_1 = i\alpha, \quad \lambda_2 = -i\alpha, \quad (1.4)$$

т. е. имеется пара чисто мнимых корней $\pm i\alpha$, где $\alpha \neq 0$ – действительное число.

Известно ([1], стр. 74), что в этом случае только с помощью линейного приближения (1.3) невозможно решить задачу устойчивости системы (1.2), т.е. имеет место критический случай.

Известно также, что при условии (1.4) с помощью неособого преобразования систему (1.3) можно привести к виду ([1], стр. 120)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\alpha x_2, \\ \dot{x}_2 = \alpha x_1, \end{cases} \quad (1.5)$$

а систему (1.2) – к виду

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\alpha x_2 + X_1(x_1, x_2), \\ \dot{x}_2 = \alpha x_1 + X_2(x_1, x_2), \end{cases} \quad (1.6)$$

где вектор-функция $X(x_1, x_2)$ содержит члены не ниже второго порядка переменных x_1, x_2 .

Попытаемся получить достаточные условия, накладываемые на функции $X_i(x_1, x_2)$ ($i = 1, 2$), при которых тривиальное решение системы (1.6) будет устойчивым, неустойчивым или асимптотически устойчивым по действующей силе [2].

В [2, 3] приведены необходимые и достаточные условия, при которых системы линейных дифференциальных уравнений неустойчивы по действующей силе.

Рассмотрим систему (1.6). Пусть для нее существует определенно-положительная функция $V(x_1, x_2)$, которая удовлетворяет условиям

$$\lim_{\|x\|_2 \rightarrow \infty} V(x_1, x_2) = \infty, \quad (1.7)$$

$$x_1 \frac{\partial V}{\partial x_2} - x_2 \frac{\partial V}{\partial x_1} = 0, \quad (1.8)$$

$$W = \frac{\partial V}{\partial x_1} X_1(x_1, x_2) + \frac{\partial V}{\partial x_2} X_2(x_1, x_2), \quad (1.9)$$

причем W является знакопостоянной отрицательной функцией при $\|x\|_2 = \max\{|x_1|, |x_2|\} < \infty$, а $W = 0$ – есть многообразие точек, не содержащее целых полутраекторий системы (1.6) при $T \leq t < \infty$. Тогда производная функции $V(x_1, x_2)$ по времени в силу системы (1.6) будет

$$\begin{aligned} \dot{V}|_{(1.6)} &= -\alpha x_2 \frac{\partial V}{\partial x_1} + \frac{\partial V}{\partial x_1} X_1(x_1, x_2) + \alpha x_1 \frac{\partial V}{\partial x_2} + \frac{\partial V}{\partial x_2} X_2(x_1, x_2) = \\ &= \frac{\partial V}{\partial x_1} X_1(x_1, x_2) + \frac{\partial V}{\partial x_2} X_2(x_1, x_2), \end{aligned}$$

которая при условиях (1.7), (1.8), (1.9) является знакопостоянной отрицательной функцией при $\|x\|_2 < \infty$. Отсюда следует, что тривиальное решение системы (1.6) асимптотически устойчиво в целом, так как для нее выполняются все условия теоремы Барбашина–Красовского об асимптотической устойчивости в целом ([1], стр. 463). Следовательно, тривиальное решение системы (1.6) асимптотически устойчиво по действующей силе [3].

Итак, справедлива следующая теорема.

Теорема 1.1. Если для системы (1.6) существует определенно-положительная функция $V(x_1, x_2)$, такая, что имеют место условия (1.7),

(1.8), (1.9), то тривиальное решение системы (1.6) асимптотически устойчиво по действующей силе.

2. Снова рассмотрим систему (1.6). Пусть функции $X_1(x_1, x_2)$ и $X_2(x_1, x_2)$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} X_1(x_1, x_2) &= X_1^{(0)}(x_1) + X'_1(x_1, x_2) = X_1(x_1, 0) + X'_1(x_1, x_2) = \\ &= g_0 x_1^m + g_1 x_1^{m+1} + \dots + X'_1(x_1, x_2), \\ X_2(x_1, x_2) &= X_2^{(0)}(x_2) + X'_2(x_1, x_2) = X_2(0, x_2) + X'_2(x_1, x_2) = \\ &= \varphi_0 x_2^k + \varphi_1 x_2^{k+1} + \dots + X'_2(x_1, x_2), \end{aligned}$$

где $g_0, g_1, \varphi_0, \varphi_1$ – постоянные. В этом случае система (1.6) примет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\alpha x_2 + g_0 x_1^m + g_1 x_1^{m+1} + \dots + X'_1(x_1, x_2), \\ \dot{x}_2 = \alpha x_1 + \varphi_0 x_2^k + \varphi_1 x_2^{k+1} + \dots + X'_2(x_1, x_2). \end{cases} \quad (2.1)$$

Докажем следующую теорему.

Теорема 2.1. Если система (1.6) имеет вид (2.1) и разложения функций $X_1^{(0)}$ и $X_2^{(0)}$ содержат только нечетные степени переменных x_1 и x_2 соответственно с неположительными коэффициентами, причем хотя бы один из них отличен от нуля, а

$$x_1 X'_1(x_1, x_2) + x_2 X'_2(x_1, x_2) \quad (2.2)$$

знакопостоянная отрицательная функция при $\|x\|_2 < \infty$, то тривиальное решение системы (1.6) асимптотически устойчиво по действующей силе.

Доказательство. Пусть система (1.6) имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\alpha x_2 + g_0 x_1^m + g_2 x_1^{m+2} + \dots + X'_1(x_1, x_2), \\ \dot{x}_2 = \alpha x_1 + \varphi_0 x_2^k + \varphi_2 x_2^{k+2} + \dots + X'_2(x_1, x_2), \end{cases} \quad (2.3)$$

где $g_{2i} \leq 0$, $\varphi_{2i} \leq 0$ ($i = 0, 1, 2, \dots$), а $m = 2l + 1$, $k = 2p + 1$, причем существуют $g_i \neq 0$, $\varphi_p \neq 0$.

Рассмотрим определенно-положительную функцию

$$V = \frac{1}{2} (x_1^2 + \dot{x}_2^2). \quad (2.4)$$

В этом случае

$$\begin{aligned} \dot{V}_{(2.3)} &= x_1 \dot{x}_1 + x_2 \dot{\dot{x}}_2 = -\alpha x_1 x_2 + g_0 x_1^{m+1} + g_2 x_1^{m+3} + \dots + x_1 X'_1(x_1, x_2) + \alpha x_1 x_2 + \\ &+ \varphi_0 x_2^{k+1} + \varphi_2 x_2^{k+3} + \\ \dots + x_2 X'_2(x_1, x_2) &= \sum_{i=0}^{\infty} g_{2i} x_1^{m+2i+1} + \sum_{i=0}^{\infty} \varphi_{2i} x_2^{k+2i+1} + x_1 X'_1(x_1, x_2) + x_2 X'_2(x_1, x_2) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=0}^{\infty} g_{2i} x_1^{2l+1+2i+1} + \sum_{i=0}^{\infty} \varphi_{2i} x_2^{2p+1+2i+1} + x_1 X'_1(x_1, x_2) + x_2 X'_2(x_1, x_2) = \\
&= \sum_{r=l+1}^{\infty} g_{2(r-l-1)} x_1^{2r} + \sum_{d=p+1}^{\infty} \varphi_{2(d-p-1)} x_2^{2d} + x_1 X'_1(x_1, x_2) + x_2 X'_2(x_1, x_2),
\end{aligned}$$

где $r = i + l + 1$, $d = i + p + 1$.

Так как $g_{2i} \leq 0$, $\varphi_{2i} \leq 0$ ($i = 0, 1, 2, \dots$) и существуют $g_l \neq 0$, $\varphi_p \neq 0$ и выполнено условие (2.2), то функция $\dot{V}|_{(2.3)}$ будет определенно-отрицательной при $\|x\|_2 < \infty$. Очевидно, что для функции (2.4) выполняется также условие $\lim_{\|x\|_2 \rightarrow \infty} V(x_1, x_2) = \infty$, т. е. в данном случае для уравнений (2.3) удовлетворяются все условия теоремы Барбашина–Красовского об асимптотической устойчивости в целом [4]. Следовательно, тривиальное решение уравнения (2.3) асимптотически устойчиво в целом. В этом случае оно будет асимптотически устойчиво по действующей силе [3].

Таким образом, теорема 2.1 доказана.

3. Пусть разложения функций $X_1^{(0)}$ и $X_2^{(0)}$ в системе (2.1) содержат только нечетные степени переменных x_1 и x_2 соответственно, причем первые коэффициенты отрицательны, а остальные – неотрицательны и хотя бы один из них отличен от нуля. В этом случае система (2.1) примет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\alpha x_2 + g_0 x_1^m + g_2 x_1^{m+2} + \dots + X'_1(x_1, x_2), \\ \dot{x}_2 = \alpha x_1 + \varphi_0 x_2^k + \varphi_2 x_2^{k+2} + \dots + X'_2(x_1, x_2), \end{cases} \quad (3.1)$$

где $g_0 < 0$; $g_{2i} \geq 0$, $\varphi_0 < 0$; $\varphi_{2i} \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots$), а $m = 2l + 1$, $k = 2p + 1$, причем $g_l \neq 0$, $\varphi_p \neq 0$.

Рассмотрим определенно-положительную функцию

$$V = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2). \quad (3.2)$$

Предположим, что

$$x_1 X'_1(x_1, x_2) + x_2 X'_2(x_1, x_2) = 0. \quad (3.3)$$

В этом случае

$$\begin{aligned} \dot{V}|_{(3.3)} &= x_1 \dot{x}_1 + x_2 \dot{x}_2 = -\alpha x_1 x_2 + g_0 x_1^{m+1} + g_2 x_1^{m+3} + \dots + x_1 X'_1(x_1, x_2) + \alpha x_1 x_2 + \\ &+ \varphi_0 x_2^{k+1} + \varphi_2 x_2^{k+3} + \dots + x_2 X'_2(x_1, x_2) = x_1^{m+1}(g_0 + g_2 x_1^2 + \dots) + x_2^{k+1}(\varphi_0 + \varphi_2 x_2^2 + \dots) + \\ &+ x_1 X'_1(x_1, x_2) + x_2 X'_2(x_1, x_2) \end{aligned}$$

Обозначив $W_1(x_1) = g_2 x_1^2 + \dots$, $W_2(x_2) = \varphi_2 x_2^2 + \dots$, имеем

$$\dot{V}|_{(3.3)} = x_1^{m+1}(g_0 + W_1(x_1)) + x_2^{k+1}(\varphi_0 + W_2(x_2)) + x_1 X'_1(x_1, x_2) + x_2 X'_2(x_1, x_2)$$

Очевидно, что функции $W_1(x_1)$ и $W_2(x_2)$ определенно-положительные. Поскольку $g_0 < 0$, а функции $W_1(x_1)$ и x_1^{m+1} определенно-положительные ($m+1$ – четное число) при $|x_1| < \infty$, то существует h_1 такое, что $W_1(h_1) = -g_0$.

Поскольку $\varphi_0 < 0$, а функции $W_2(x_2)$ и x_2^{k+1} определенно-положительные при $|x_2| < \infty$, то существует h_2 такое, что $W_2(h_2) = -\varphi_0$.

Предположим также, что

$$h_1 = h_2 = h. \quad (3.4)$$

Следовательно, так как выполнено условие (3.3), функция $\dot{V}|_{(3.1)} < 0$ при $\|x\|_2 < h$ и $\dot{V}|_{(3.1)} > 0$ при $\|x\|_2 > h$.

Поскольку функция (3.2) определенно-положительная и тривиальное решение системы (3.1) асимптотически устойчиво по Ляпунову только в области

$$\|x\|_2 < h \quad (h < \infty), \quad (3.5)$$

а $\dot{V}|_{(3.1)} > 0$ – вне области (3.5), то для системы (3.1) выполняются все условия теоремы о неустойчивости по действующей силе [5]. Следовательно, тривиальное решение системы (3.1), а значит и тривиальное решение системы (1.6) неустойчивы по действующей силе.

Итак, верна следующая теорема.

Теорема 3.1. Если система (1.6) имеет вид (2.1) и разложения функций $X_1^{(0)}$ и $X_2^{(0)}$ содержат только нечетные степени переменных x_1 и x_2 соответственно, причем коэффициент первого члена разложения отрицателен, а коэффициенты остальных – неотрицательны, хотя бы один из них отличен от нуля и выполнены условия (3.3), (3.4), то тривиальное решение системы (1.6) неустойчиво по действующей силе.

4. Пример 1. Рассмотрим систему дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\alpha x_2 - \alpha x_1^3 - dx_1 x_2^2, \\ \dot{x}_2 = \alpha x_1 - bx_2^3 + dx_1^2 x_2, \end{cases} \quad (4.1)$$

где $\alpha \neq 0$, a, b – положительные постоянные.

Если для линейного приближения уравнений системы (4.1) возьмем функцию Ляпунова в виде $V(x_1, x_2) = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2)$, то условие (1.9), приведенное в теореме 1.1, примет вид $W = -\alpha x_1^4 - bx_2^4$, что представляет собой знакопределенную отрицательную функцию. Очевидно, что для функции $V(x_1, x_2)$ удовлетворяются также условия (1.7), (1.8). Следовательно, в данном примере для системы (4.1) удовлетворяются все условия теоремы

1.1 об асимптотической устойчивости по действующей силе. Тогда тривиальное решение системы (4.1) асимптотически устойчиво по действующей силе.

Пример 2. Пусть имеем систему дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\alpha x_2 - ax_1^3 - bx_1^5 - kx_1^3 x_2^4, \\ \dot{x}_2 = \alpha x_1 - cx_2^3 - dx_2^5 - kx_1^4 x_2^3, \end{cases} \quad (4.2)$$

где $\alpha \neq 0$, a, c – положительные постоянные и b, d, k – неотрицательные постоянные.

Очевидно, что система (4.2) имеет вид (2.1).

Если для линейного приближения уравнений системы (4.2) в качестве функции Ляпунова возьмем $V = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2)$, то функция (2.2) (в теореме 2.1) примет вид $-bx_1^6 - dx_2^6 - 2kx_1^4 x_2^4$, что представляет собой знакопостоянную отрицательную функцию, т. е. в данном примере для системы (4.2) удовлетворяются все условия теоремы 2.1 об асимптотической устойчивости по действующей силе. Следовательно, тривиальное решение системы (4.1) асимптотически устойчиво по действующей силе.

Автор статьи выражает искреннюю благодарность доктору физ.-мат. наук, проф. М.С. Габриеляну и кандидату физ.-мат. наук С.Г. Шагиняну за многие полезные советы и замечания.

Кафедра высшей математики и теоретической механики Армянской Сельскохозяйственной Академии

Поступила 19.03.2002,
после доработки 18.03.2003

ЛИТЕРАТУРА

1. Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. М.: Наука, 1966, 530 с.
2. Габриелян М.С., Шагинян С.Г. – Ученые записки ЕГУ, 1989, № 1, с. 27–32.
3. Шагинян С.Г. – Ученые записки ЕГУ, 1986, № 2, с. 39–45.
4. Барбашин Е.А., Красовский Н.Н. – ПММ, 1954, т. 18, вып. 3, с. 345–350.
5. Шагинян С.Г., Амбарцумян С.Р. – Ученые записки ЕГУ, 1996, № 2, с. 30–36.

Ս.Ռ. ՀԱՄԲԱՐՑՈՒՄՅԱՆ

ԶՈՒՅՑ ԿԵՂԾ ԱՐՄԱՏՆԵՐՈՎ ԵՐԿՐՈՐԴ ԿԱՐԳԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ
ԸՆՍ ԱԶԴՈՂ ՈՒԺԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ամփոփում

Դիտարկվում է երկրորդ կարգի ոչ գծային դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգի կայունության խնդիրը ըստ ազդր ուժի կրիտիկական

ղեպքում, երբ համակարգի գծային մոտավորության համապատասխան ընութագրիչ հավասարումն ունի զույգ կեղծ արմատներ:

Ստացված են բավարար պայմաններ, որոնց դեպքում դիտարկվող համակարգի գրոյական լուծումը կիմի ասիսպտոտիկ կայուն կամ անկայուն լստ ազդող ուժի:

S.R. HAMBARDZUMYAN

ON THE STABILITY BY ACTING FORCE WITH PAIR IMAGINING ROOTS FOR THE SECOND ORDER SYSTEM

Summary

The problem of stability of system for second order of non-linear differential equations in critical case has been considered, when the characteristic equation, corresponding to linear approximation of system, has pair imagining roots.

Sufficient conditions have been obtained in case of which the trivial solution of the considered system is either asymptotic stable or non-stable for acting force.

Физика

УДК 13.3

А.Э. ЕСАЯН

**ОБРАЗОВАНИЕ ОДНОМЕРНОГО ЭЛЕКТРОННОГО КАНАЛА В БЛИЗИ
ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ КВАНТОВО-РАЗМЕРНЫХ ПЛЕНОК
РАЗНОЙ ТОЛЩИНЫ**

Теоретически рассчитаны ограничивающий потенциал и распределение потенциала на резкой границе двух квазидвумерных систем. Показано, что на границе двух квантово-размерных пленок разной толщины и с разными уровнями легирования может образоваться квази-одномерный электронный канал. Используя структуры с двумя такими «размерными» гетеропереходами, можно получить прямоугольную потенциальную яму, содержащую квази-одномерный электронный газ (квантовая проволка).

1. Введение. В настоящее время одной из наиболее популярных структур для реализации высокоподвижного двумерного электронного газа является одиночный гетеропереход с модулированным легированием. В таком гетеропереходе электроны переходят из донорных уровней легированной широкозонной области (напр., $Ga_xAl_{1-x}As$) в расположенную ниже по энергии зону проводимости нелегированной узкозонной области (напр., $GaAs$), вследствие чего вблизи гетерограницы образуются слои обеднения и обогащения [1, 2]. В узкозонной части гетероперехода, вблизи гетерограницы, с одной стороны из-за разрыва зон, а с другой – из-за возникшего электрического поля и искривления зон образуется достаточно глубокая и узкая потенциальная яма. В ней движение электронов в направлении, перпендикулярном границе раздела, строго ограничено, вследствие чего могут возникнуть связанные квантово-размерные состояния. В плоскости же гетерограницы электронный газ сохраняет способность свободного (трансляционного) движения и поэтому является квазидвумерным.

Так как электроны в этом случае оказываются пространственно отдаленными от породивших их донорных центров, то в своем движении вдоль гетерограницы (в $GaAs$) они рассеиваются на этих ионизированных примесях очень слабо. В результате электроны в двумерном канале приобретают очень высокую (иногда превосходящую $10^6 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$) подвижность – особенно в области низких температур, где ослабляется также их рассеяние на оптических фонах [3].

Такой двумерный электронный газ может находить разнообразные практические применения, в частности, для создания высокочастотных полевых транзисторов [4].

Описанная выше идея создания двумерного электронного газа вблизи гетерограницы путем снижения числа степеней свободного движения частичным размерным квантованием может быть использована и для образования квазидномерного электронного газа. Поэтому необходимо вместо обычного гетероперехода использовать переход между двумя разными двумерными системами (напр., двумя тонкими, квантово-размерными полупроводниками пленками), отличающимися энергетическим спектром, а также, возможно, уровнем и типом легирования [5, 6]. Известно, что такие низкоразмерные контакты имеют ряд интересных особенностей и в последнее время привлекают большое внимание [7, 8].

Целью данной работы является теоретическое исследование процесса образования квазидномерного электронного канала вблизи резкой границы двух квантово-размерных пленок разной толщины.

2. Модель контакта. Рассмотрим свойства перехода между двумя двумерными системами на примере резкого контакта (условие резкости будет приведено далее) двух квантово-размерных пленок одного и того же материала, но имеющих разные толщины и уровни легирования (рис. 1, а). Расположения дна зоны проводимости $E_{c_1} = E_{c_2} \equiv E_c$, уровней Ферми E_{F_1} , E_{F_2} и первых уровней размерного квантования E_{q_1} и E_{q_2} в обеих пленках до формирования контакта приведены на рис. 1, б.

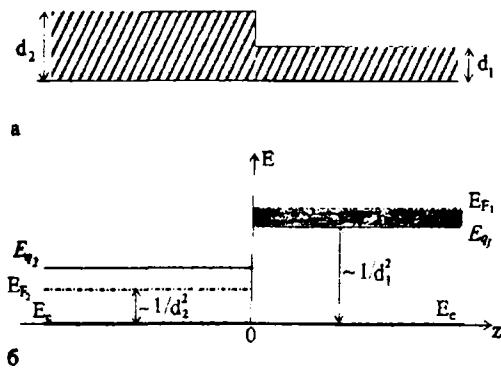


Рис. 1. а) Резкий контакт между двумя квантово-размерными пленками с толщинами $d_2 > d_1$. б) Расположения зон, уровней размерного квантования E_{q_1} , E_{q_2} и уровней Ферми E_{F_1} , E_{F_2} до образования контакта. Заштрихованы состояния, заполненные электронами.

тонкой пленки в более толстую, вследствие чего возникнет приконтактное электрическое поле, а зоны искривляются до тех пор, пока уровни Ферми не выровнятся. В результате перераспределения электронов в тонкой пленке

Предположим, что обе пленки легированы донорами, причем более тонкая пленка – сильнее, чем толстая. Из-за сильной зависимости энергии размерного квантования от толщины пленки (в модели бесконечно-глубокой потенциальной ямы энергия подзоны обратно пропорциональна квадрату толщины пленки) на границе раздела образуется разрыв $\Delta_c = E_{q_1} - E_{q_2}$ между днами подзон, а положения уровней Ферми в обеих частях пленки не будут совпадать даже при одинаковом уровне их легирования. При образовании контакта электроны переходят, как правило, из более

образуется слой обеднения, а в толстой – слой обогащения. Естественно, разрыв Δ_c в уровнях размерного квантования при этом сохраняется и является аналогом разрыва зон ΔE_c в обычном гетеропереходе.

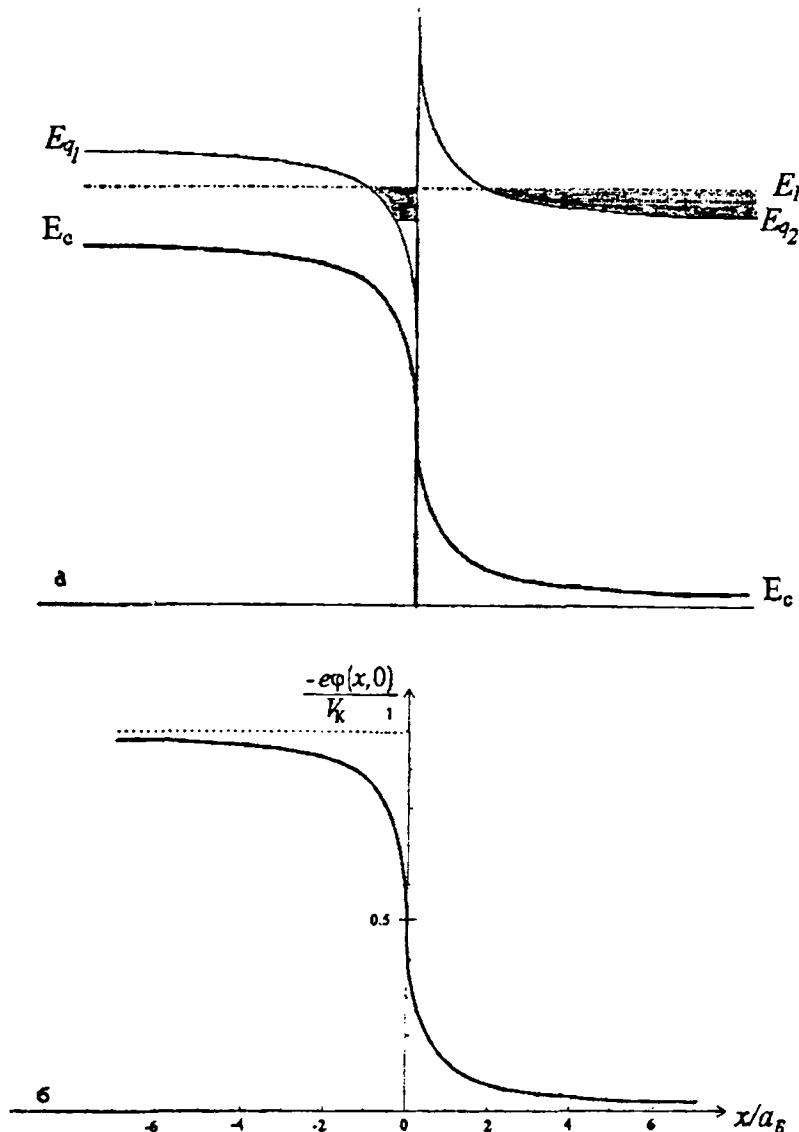


Рис. 2. а) Искривление зон и образование одномерного канала в толстой пленке. Считается, что более толстая пленка слабо легирована и уровень Ферми в ней, вдали от перехода, лежит ниже E_{q_1} . б) Ход потенциала в плоскости контакта.

Образовавшиеся слои поверхностного заряда имеют геометрию двумерного диполя. В пленке большой толщины образуется потенциальная яма для двумерных электронов в направлении, перпендикулярном границе раздела пленок (рис. 2, а). Эта яма с одной стороны ограничена разрывом уровней Δ_c ,

а с другой – электростатическим искривлением уровня размерного квантования, и если она достаточно узкая, то в ней произойдет дополнительное размерное квантование движения электронов по оси z и возникнут квазидномерные подзоны энергии, так как вдоль границы раздела у двумерных электронов сохранится одна степень свободного движения.

Таким образом, на границе раздела двух двумерных систем возможно появление одномерного электронного канала (квантовой нити). Если же толстая пленка вообще не легирована, то электроны в канале оказываются пространственно отдаленными от донорных центров. Аналогично обычному гетеропереходу с моделированным легированием подвижность образовавшихся квазидномерных электронов может еще больше увеличиться, если вблизи границы раздела в пленке с меньшей толщиной создать тонкий нелегированный слой (spacer).

3. Распределение потенциала. После формирования контакта и установления равновесного распределения электронов между пленками возникает контактная разность потенциалов (V_K), определяемая разностью уровней Ферми:

$$eV_K = E_{F_1} - E_{F_2} = E_{q_1} + (E_{F_1} - E_{q_1}) - E_{q_2} - (E_{F_2} - E_{q_2}). \quad (1)$$

Здесь расстояния от уровня Ферми до уровней размерного квантования определяются концентрацией двумерных электронов (или ионизованных доноров) [1]:

$$n_S = \frac{m^* k_B T}{\pi \hbar^2} \ln \left(1 + \exp \frac{E_F - E_q}{k_B T} \right), \quad (2)$$

где m^* – эффективная масса электронов, k_B – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, а \hbar – постоянная Планка. Мы считаем, что в пленках электронами заполнены только первые подзоны размерного квантования.

При достаточно низких температурах для вырожденного электронного газа отсюда можно написать, что

$$E_{F_1} - E_{q_1} = \frac{\pi \hbar^2 n_{S_1}}{m^*}, \quad E_{F_2} - E_{q_2} = \frac{\pi \hbar^2 n_{S_2}}{m^*}. \quad (3)$$

Если же для квантово-размерной пленки использовать приближение бесконечно глубокой потенциальной ямы, то контактная разность потенциалов легко может выражаться толщинами пленок и концентрациями электронов в них:

$$eV_K = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^*} \left[\frac{1}{d_1^2} - \frac{1}{d_2^2} + \frac{2}{\pi} (n_{S_2} - n_{S_1}) \right]. \quad (4)$$

Для нахождения распределения потенциала необходимо иметь в виду, что заряды, возникающие при образовании контакта (подвижные двумерные электроны и ионы легирующих доноров), находятся лишь на плоскости двумерных пленок, в то время как контактное электрическое поле сосредоточено в окружающем пространстве с диэлектрической проницаемостью ϵ . Поэтому задача сводится к решению уравнения Лапласа $\Delta\phi(x, y) = 0$ в верхнем полу-

пространстве $x > 0$, $y > 0$. Выберем в качестве начала отсчета потенциала плоскость пленки при $x \rightarrow +\infty$ $\varphi(x \rightarrow +\infty, 0) = 0$. Тогда нужно потребовать, чтобы $\varphi(x \rightarrow -\infty, 0) = -V_K$. Границное условие на плоскости двумерного электронного газа отражает требование равенства нормальной составляющей электрического поля поверхностной плотности заряда. Это условие является линейным лишь для небольших изгибов зон, когда $-e\varphi(0, 0) < E_{F_1} - E_{q_1}$, что означает отсутствие в тонкой пленке области полного обеднения. Заметим, что обе двумерные области контакта характеризуются одинаковой длиной экранирования, совпадающей с эффективным радиусом Бора $a_B^* = \frac{2\pi e\epsilon_0\hbar}{m^* e^2}$

[1] и одинаковой плотностью состояний, равной $\frac{m^*}{\pi\hbar^2}$. Поэтому контактная разность потенциалов должна делиться пополам между пленками.

В выражении (2) при наличии изгиба зон необходимо E_q заменить на величину $E_q - e\varphi(x, 0)$. С переходом к линейной зависимости получаем связь между поверхностной концентрацией электронов $n_S(x)$ и потенциалом

$$n_S(x) = n_{S_0} \left[1 + \frac{e\varphi(x, 0)}{E_F - E_q} \right], \quad (5)$$

где $n_{S_0} = n_{S_1}$ при $x \rightarrow +\infty$ и $n_{S_0} = n_{S_1}$ при $x \rightarrow -\infty$.

Теперь граничные условия на плоскости двумерного газа можно представить в виде

$$-\varphi(x, 0) + \frac{a_B^*}{2} \frac{\partial\varphi(x, 0)}{\partial y} = \begin{cases} V_K, & x < 0, \\ 0, & x > 0. \end{cases} \quad (6)$$

Решение уравнения Лапласа, удовлетворяющее вышеприведенным граничным условиям, имеет вид

$$\varphi(x, y) = -\frac{V_K}{\pi} \left[\pi\theta(-x) + \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + x \int_y^\infty \frac{e^{-\frac{2(s-y)}{a_B^*}}}{s^2 + x^2} ds \right], \quad (7)$$

где $\theta(x)$ есть единичная функция Хевисайда.

Нас интересует распределение потенциала вдоль плоскости пленки $\varphi(x, 0)$, которое после некоторых преобразований примет вид

$$\varphi(x, 0) = -V_K \left\{ \theta(-x) + \frac{1}{\pi} \frac{x}{|x|} \left[Ci\left(\frac{2|x|}{a_B^*}\right) \sin\left(\frac{2|x|}{a_B^*}\right) - \cos\left(\frac{2|x|}{a_B^*}\right) si\left(\frac{2|x|}{a_B^*}\right) \right] \right\}, \quad (8)$$

где $si(x)$ и $Ci(x)$ есть интегральные синус и косинус [9]. Несмотря на наличие в последнем выражении синусов и косинусов, функция $\varphi(x, 0)$ описывает плавное и монотонное искривление зон, причем вдали от границы раздела потенциал меняется по гиперболическому закону, характерному для двумер-

ногого диполя (рис. 2, б). Видно, что в качестве характерной длины спада потенциала выступает эффективный боровский радиус a_B^* . При $|x| \gg a_B^*$ из (8) имеем

$$\varphi(x,0) = \begin{cases} -\frac{V_K}{2\pi} \frac{a_B}{x}, & x \gg a_B, \\ -V_K \left(1 - \frac{a_B}{2\pi|x|}\right), & x \ll -a_B. \end{cases} \quad (9)$$

Заметим, что из-за предположения об идеальной резкости контакта ход потенциала вблизи границы раздела имеет свою особенность. Кривая $\varphi(x,0)$ касается плоскости $x = 0$, и, как следует из (9), x -компоненты электрического поля при $x \rightarrow 0$ расходится логарифмически:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x,0) = -\frac{V_K}{\pi a_B} \ln \frac{2|x|}{a_B}. \quad (10)$$

В реальных переходах толщина пленки меняется нескачкообразно и всегда существует некоторая переходная область между пленками, где толщина меняется от d_1 к d_2 , и поэтому указанная расходимость устраняется. Ясно также, что условие резкого контакта сводится к требованию, чтобы толщина указанного переходного слоя была меньше a_B^* .

Как видно из (5) и (9), на больших расстояниях от двумерного перехода потенциал и концентрация электронов спадают по гиперболическому закону. Понятно, что в этом приближении удельная емкость области поверхностного заряда будет логарифмически расходиться. Однако в реальных структурах всегда появится некоторая длина «обрзания» потенциала L (напр., в качестве L может выступать один из размеров самих пленок). Тогда для удельной емкости контакта можно записать

$$C = \frac{2\epsilon\epsilon_0}{\pi} \ln \frac{2L}{a_B}.$$

Заметим, что эта емкость в два раза меньше, чем емкость контакта между массивным металлом и двумерным электронным газом [5].

4. Заключение. Таким образом, мы убедились, что вблизи линии раздела между двумя двумерными системами возможно образование достаточно узкой потенциальной ямы с характерной шириной, задаваемой эффективным радиусом Бора a_B^* . При обычных концентрациях двумерных электронов

$$n_S = 10^{11} \div 10^{12} \text{ см}^{-2}, \text{ длина волны фермиевских электронов } \lambda_F = \sqrt{\frac{2\pi}{n_S}} \leq a_B^*,$$

поэтому в возникшей потенциальной яме произойдет заметное размерное квантование z -движения электронов и появится квазидномерный электронный канал. Этот канал будет полностью определять проводимость толстой пленки особенно в тех условиях, когда более толстая пленка одновременно и слабо легирована, так что в ней вдали от перехода уровень Ферми E_{F_2} совпа-

дает с уровнем размерного квантования, либо лежит ниже его в зоне проводимости (область от E_c до E_{q_2} , как это показано на рис. 2, а) или же в запрещенной зоне.

В заключение отметим, что вышеописанный «размерный» переход может быть также использован для создания квантовой ямы прямоугольной формы, у которой ограничивающий потенциал с обеих сторон создается разрывом Δ_c между уровнями размерного квантования. Для этого необходимо использовать такую структуру, в которой имелись бы два резких «размерных» гетероперехода. На рис. 3 показана такая структура, представляющая собой полосу квантово-размерной пленки, заключенную с обеих сторон между более тонкими пленками. Если ширина толстой полосы меньше длины экранирования (a_B^*), то зонная диаграмма структуры в плоскости двумерного газа представляет собой прямоугольную потенциальную яму, высота которой определяется разностью в толщинах пленок. Кроме того, если ширина толстой полосы удовлетворяет условию

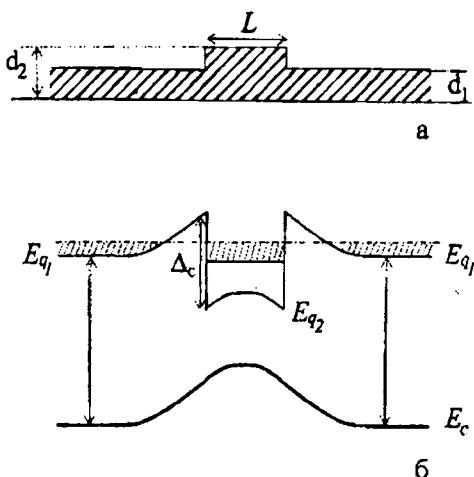


Рис. 3. а) Двойной «размерный» гетеропереход, представляющий собой толстую пленку шириной L , заключенную с двух сторон между двумя более тонкими пленками. б) Возникновение прямоугольной потенциальной ямы за счет разрывов Δ_c между уровнями размерного квантования и образование в ней одномерного электронного канала.

$L \sim \lambda_F$, то в яме произойдет дополнительное размерное квантование и в ней же образуется квазидимерный электронный канал.

Предложенная здесь идея возникновения одномерной ямы за счет резкого изменения толщины пленки может быть, например, легко реализована при росте пленок на непланарных подложках, поверхность которых выправлена в виде V-образных канавок [10]. Из-за разности в скоростях роста пленки в центре и на берегах канавки, ориентированных вдоль различных кристаллографических направлений, вырастает пленка, толщина которой больше в центре V-канавки. Соответственно вблизи центральной части этой канавки образуется одномерный канал. Ансамбль таких квантовых проволок может служить активным слоем для инжекционных лазеров [10].

Автор выражает благодарность проф. С. Петросяну за предложение темы и обсуждение результатов.

Работа выполнена в рамках научной темы Министерства образования и науки РА, № 0827, при поддержке гранта МНТЦ А-322.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bastard G. Wave mechanics applied to semiconductor heterostructure. Les Ulis Cedex, Les Editions de physique, 1992.
2. Mitin V., Kochelap V., Strascio M. Quantum Heterostructures. UK, Cambridge Univ. Press., 1999.
3. Ando T. – J. Phys. Soc. of Japan, 1982, v. 51, №.12, p. 3900.
4. Пожела Ю.К. Физика быстродействующих транзисторов. Вильнюс: Мокслас, 1989.
5. Петросян С.Г., Шик А.Я. – ЖЭТФ, 1989, т. 96, с. 2229.
6. Ачоян А., Есаян А., Казарян Э., Петросян С. – ФТП, 2002, т. 36, вып. 8, с. 969.
7. Peatman W.C.B., Crowe T.W., Shur M. – IEEE Electron Device Lett., 1992, v. 13, p. 11.
8. Ruter D., Meier C., Riedesel C., Wieck A.D. – Semicond. Sci. Technol., 2002, v. 17, p. 585.
9. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1962, с.1097.
10. Kaufman D., Berk Y., Dwir B., Rudra A., Palevski A., Kapron E. – Phys. Rev. B., 1999, v. 59, p. R10433.

Ա.Ե. ԵՍԱՅԱՆ

ՄԻԱՉԱՓ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՈՒՂԵՏԱՐԻ ԱՌԱ ԶԱՑՈՒՄԸ ՏԱՐԲԵՐ
ՀԱՍՏՈՒԹՅՈՒՆ ՈՒՆԵՑՈՂ ԵՐԿՈՒ ՔՎԱՆՏԱՉԱՓԱՅԻՆ
ԹԱՐԱՎԱԾԵՐԻ ԲԱԺԱՆՄԱՆ ՍԱՀՄԱՆՆԵՐԻ ԵՐԿԱՅՆՔՈՎ

Ամփոփում

Տեսականորեն ստացված են երկու կվազիերկշափանի համակարգերի կտրուկ բաժանման սահմանի վրա լիցքի բաշխումը և սահմանափակող պոտենցիալը: Ցույց է տրված, որ տարբեր հաստություններ և լեզիրացման աստիճաններ ունեցող երկու քվանտաչափային բաղանթների բաժանման սահմանի երկայնքով առաջանում է քվազիմիաչափ էլեկտրոնային ուղետար: Օգտագործելով այսպիսի կրկնակի «չափային» հետերոանցում պարունակող կառուցվածքներ՝ կարելի է ստանալ միաշափ էլեկտրոնները սահմանափակող ուղղանկյուն քվանտային փոս (քվանտային լար):

A.E. YESAYAN

FORMATION OF ONE DIMENSIONAL ELECTRON CHANNEL NEAR THE ABRUPT INTERFACE OF TWO QUANTUM-SIZE FILMS WITH DIFFERENT THICKNESS

Summary

The confinement potential and charge distribution in the abrupt contact of two two-dimensional systems is considered theoretically. It is shown that a quasi-one dimensional electron channel can be formed near the interface between two quantum-size semiconductor films with different thickness and doping levels. Using the structure with double such “dimensional” heterojunctions a rectangular potential well confining one-dimensional electrons (quantum wire) can be realized.

Физика

УДК 548.0:532.783

Г.Г. БАДАЛЯН, Х.М. КАЗАРЯН, Ш.С. СААКЯН

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРОВ И ГРАНИЦ ДОМЕНОВ С ПОМОЩЬЮ
ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО МИКРОСКОПА**

В работе приведен метод определения размеров домена и доменных границ с помощью поляризационного микроскопа. Использовался факт влияния размеров дискообразных доменов на разность фаз между прямым и проходящим через домен (образец) лучами. Показано воздействие солей и других факторов на размеры доменов, которое сопровождается изменением показателя преломления.

Для изучения жидких кристаллов важное значение имеет определение размеров и параметров доменов и доменных границ. Зачастую размеры доменов таковы, что измерение с помощью шкалы, приспособленной к микроскопу, бывает приблизительным, т. к. даже при максимальном увеличении они не превышают одного деления шкалы. Поэтому в данной работе с использованием связи между размерами доменов и разностью фаз лучей (с доменом и без него) определяются размеры доменов и их границ. Показано, что воздействие солей и других факторов на размеры доменов сопровождается изменением показателя преломления.

Разность фаз δ_0 , полученная экспериментально, не превышает $0,48^\circ$. Причем $\delta = \delta_0 \sin 2\Delta\varphi$, где $\Delta\varphi$ – разность фаз лучей с образцом и без него в случае, когда при двулучепреломлении наблюдается затухание, которое соответствует значению угла поворота поляризатора $\alpha = 43^\circ$.

Величина двулучепреломления Δn [1] зависит от степени ориентации оптической поляризационной анизотропии ($\alpha_1 - \alpha_2$) и толщины анизотропного слоя. Для двух лучей, распространяющихся в плоскостях ZOX и $Z_1O_1X_1$, связь между Δn и компонентами a_{xx} и a_{yy} тензора поляризации молекул дается в виде

$$\Delta n = \frac{2\pi N}{n} \left(\frac{n^2 + 2}{3} \right)^2 (\bar{a}_{xx} - \bar{a}_{yy}), \quad (1)$$

где N – количество молекул в единичном объеме, n – средний показатель преломления образца.

Чтобы найти степень поляризации макромолекулы в лабораторной системе XYZ , прежде определим ее в системе $X_1Y_1Z_1$, связанной с эллиптической поверхностью. Обозначим степени поляризации молекул в этой системе через α_1 и α_2 . В этом случае, пользуясь полярным углом θ_1 и принимая распределение по азимутальному углу φ_1 равномерным, для элементов тензора поляризации будем иметь

$$\begin{aligned}\bar{a}_{xx_1} &= \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) \overline{\sin^2 \theta_1} + \alpha_2, \\ \bar{a}_{yy_1} &= \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) \overline{\sin^2 \theta_1} + \alpha_2, \\ \bar{a}_{zz_1} &= \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) \overline{\sin^2 \theta_1} + \alpha_2.\end{aligned}\quad (2)$$

Учитывая, что $\overline{a_{x_1y_1}} = \overline{a_{y_1x_1}} = \overline{a_{x_1z_1}} = \overline{a_{z_1x_1}} = \overline{a_{y_1z_1}} = 0$ и что поляризация эллиптическая, имеющая осевую симметрию, характеристический угол можем брать произвольным, в том числе 0° . Исходя из этого и учитывая связь между системами XYZ и $X_1Y_1Z_1$, получим

$$\begin{aligned}a_{xx} &= (\alpha_1 - \alpha_2) \left[\frac{1}{2} \overline{\sin^2 \theta_1} \cos^2 \theta \cos^2 \varphi + \frac{1}{2} \overline{\sin^2 \theta_1} \sin^2 \varphi + \overline{\cos^2 \theta_1} \sin^2 \theta \cos^2 \varphi \right] + \alpha_2, \\ a_{yy} &= (\alpha_1 - \alpha_2) \left[\frac{1}{2} \overline{\sin^2 \theta_1} \cos^2 \theta \sin^2 \varphi + \frac{1}{2} \overline{\sin^2 \theta_1} \cos^2 \varphi + \overline{\cos^2 \theta_1} \sin^2 \theta \sin^2 \varphi \right] + \alpha_2, \\ a_{zz} &= (\alpha_1 - \alpha_2) \left[\frac{1}{2} \overline{\sin^2 \theta_1} \sin^2 \theta + \overline{\cos^2 \theta_1} \cos^2 \theta \right] + \alpha_2,\end{aligned}\quad (3)$$

где θ и φ – углы Эйлера в системе координат $X_1Y_1Z_1$, а третий угол выбран нулевым по вышеуказанной причине. Так как в формулу (2) входит множитель $(a_{xx} - a_{yy})$, то из (3) будем иметь

$$a_{xx} - a_{yy} = (\alpha_1 - \alpha_2) \cos 2\varphi \sin^2 \theta \frac{\overline{3 \cos^2 \theta_1} - 1}{2}. \quad (4)$$

Подставив (4) в формулу (1), получим

$$\Delta n = \frac{2\pi N}{n} \left(\frac{n^2 + 2}{3} \right)^2 (\alpha_1 - \alpha_2) \cos 2\varphi \sin^2 \theta \frac{\overline{3 \cos^2 \theta_1} - 1}{2}. \quad (5)$$

Учитывая связь между разностями фаз δ двойного лучепреломления и сделав соответствующие упрощения, получим

$$\Delta n = \frac{\lambda \delta}{2\pi d}, \quad (6)$$

где d – расстояние, проходимое лучом через домен. Из (5) и (6) имеем

$$\delta = \frac{4\pi^2 N}{n\lambda} S(\alpha_1 - \alpha_2) \left(\frac{n^2 + 2}{3} \right)^2 r_0 \left(\cos^2 \theta \sin^2 \theta - \sin^2 \theta \sqrt{\cos^2 \theta - \frac{2\Delta r}{r_0}} \right), \quad (7)$$

где $S = \frac{\overline{3\cos^2\theta_1 - 1}}{2}$ – параметр порядка ориентации, ответственный за конформацию молекул в домене [2], или фактор ориентации [3], λ – длина волны света в вакууме, Δr – толщина слоя. Таким образом, в формулу (7) входят размеры и степень поляризации домена. И если известны S , α_1 , α_2 и n , то можно определить размеры домена и ширину его границы. Для идеального кристалла $S = 1$, для изотропной жидкости $S = 0$. Величина S описывает один домен и в первом приближении не зависит от влияния внешних факторов [4]. Следовательно, в этих условиях в формуле (7) меняется только r_0 , который является радиусом дискообразного домена.

Таким образом, имея разность фаз δ , обусловленную жидкокристаллической структурой, и определив фактор S без внешнего влияния, по формуле (7) можем определить изменение размеров домена и доменных границ.

Кафедра общей физики

Поступила 17.12.2002

ЛИТЕРАТУРА

1. Борн Н., Вольф Э. Основы оптики. М., 1970.
2. Zwetkoff W. – Acta Physicochem. USSR, 1942, v. 16, p. 132.
3. Блинов Л.М. Электро и магнитооптика жидких кристаллов. М.: Наука, 1978.
4. Минасянц М.Х., Бадалян Г.Г., Шагинян А.А. – Кристаллография, 1997, т. 42, № 3, с. 5012.

Գ.Գ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ, Խ.Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ը.Ս. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ

ԴՈՄԵՆՆԵՐԻ ԵՎ ԴՈՄԵՆԱՅԻՆ ՍԱՀՄԱՆՆԵՐԻ ԶԱՓԵՐԻ ՈՐՈՇՈՒՄ
ԲԵՎԵՐԱՅԻՆ ՄԱՆՐԱԴԻՏԱԿՈՎ

Ամփոփում

Աշխատանքում նկարագրված են դոմենի և դոմենային սահմանների չափերը: Այդ նպատակով օգտագործված է սկավառակածն դոմենի չափերի և սկզբնական ու դոմենի միջով անցած ճառագայթների փուլերի տարրերության միջև եղած կապը: Ցույց է տրված աղերի և այլ խառնուրդների ազդեցությունը դոմենների չափերի վրա, որը արտահայտվում է քննկնացուցչի փոփոխությամբ:

**DETERMINATION OF DOMAIN MEASURES AND DOMAIN BORDER
MEASURES BY THE POLAROID MICROSCOPE**

Summary

In the present paper the domain measures and domain border measures are determined. For this purpose the connection between the disk-shape domain measures and the phase difference between the initial rays and those passed through domain is used. The influence of salts and other mixtures on domain measures is defined, which is expressed by the refraction index change.

Химия

УДК 541.127.547

Г.С. СИМОНЯН

КОРРЕЛЯЦИЯ МЕЖДУ КОНСТАНТАМИ СКОРОСТИ РЕАКЦИЙ
ПЕРОКСИД БЕНЗОИЛА+АМИН И ЭМПИРИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ
ПОЛЯРНОСТИ РАСТВОРИТЕЛЕЙ

Проведен анализ влияния растворителей на константы скорости реакций пероксид бензоилата+амин с использованием эмпирических параметров полярности растворителей, характеризующих способность последних к нуклеофильной и электрофильной сольватации. Реакциям пероксид бензоила+амин, протекающим по радикальному механизму, способствует нуклеофильная сольватация, а по нерадикальному (молекулярному, ионному) механизму – электрофильная сольватация. Показано, что в этих реакциях дескрипторы β_2 и π^* характеризуют эффекты неспецифической сольватации.

Кинетика и механизм реакций пероксид бензоила (ПБ)+амин исследованы в различных растворителях [1–10]. В этих исследованиях в основном уделялось внимание влиянию строения амина и основности растворителя на скорость реакции ПБ+амин. В работах [1, 11] показано, что амины, для которых потенциал ионизации $I < 8,0 \text{ эВ}$, окисляются ПБ преимущественно по радикальному механизму (напр., фенилдиэтаноламин (ФДЭОЛА) [2, 3], триэтаноламин (ТЭОЛА) [2, 4, 5], диметиламилинил [7, 10] и т. д.). В случае же аминов с $I > 8,0 \text{ эВ}$ (напр., диэтиламин (ДЭА), пиперидин, морфолин [1], бензиламин (БА) [1, 8, 9] и т. д.) их окисления реализуются преимущественно нерадикальным механизмом. Так как системы ПБ+амин в основном используются в качестве инициаторов радикальной полимеризации α, β -ненасыщенных соединений (НС) и окислительных процессов, то выбор растворителя для каждой системы ПБ+амин продиктован не только с учетом растворимости ПБ и амина, а также НС, полимера и продуктов реакции. Поэтому для некоторых систем ПБ+амин число использованных растворителей не так велико. Анализ показывает, что в этих системах, заменяя растворитель, можно ускорить либо замедлить реакцию более чем в 100 раз. Как отмечалось, в работах [1–10] не сделан количественный анализ влияния различных сольватационных эффектов на скорость этих реакций. Следует отметить, что для них существует неспецифическая сольватация (влияние полярности и поляризуемости), которая благоприятствует разделению зарядов в комплексе с переносом заряда (КПЗ) ПБ+амин и быстрому его распаду.

Для анализа влияния растворителей на различные реакции используют одно-, двух- и многопараметровые модели. Однако, как отмечается в работе [12], для полноценных статистических расчетов требуется большое число данных. Поэтому, учитывая это обстоятельство, в настоящей работе на основе однопараметровых уравнений выполнен систематический анализ имеющихся кинетических данных [1–9] для реакций ПБ+ФДЭолА+ТэолА+ДЭА+БА с целью установления зависимости между константами скорости реакций и эмпирическими параметрами (дескрипторами) растворителей, характеризующими способность последних сольватировать реагенты и переходные комплексы. Подобные зависимости служат основой для установления механизма реакций и прогнозирования влияния среды на скорость реакции [12].

Различные механизмы неспецифической и специфической сольватации растворенных веществ определяются разными дескрипторами, часть которых коррелируется между собой вследствие сходства модельных процессов, использованных для их определения [12, 13]. Поэтому целесообразно использовать дескрипторы, широко применяющиеся в корреляционном анализе.

В качестве меры нуклеофильной сольватирующей способности (основности) растворителей в данной работе выбран нормализованный параметр Маркуса DN^N [14]. Электрофильная сольватирующая способность (кислотности) растворителей оценена по E_T^N (электрофильность по Димрот–Райхарду [15]). В анализе использованы также нормализованная шкала β_2^H [16], которая согласуется с более ранней шкалой β Камлета–Тафта [17], и усредненный сольватохромный параметр π^* по Камлету–Тафту [17]. Физический смысл использованных дескрипторов и их корреляции с другими параметрами подробно обсуждаются в работе [13]. Использованные в анализе дескрипторы и растворители представлены в табл. 1.

Таблица 1

Эмпирические параметры полярности растворителей

N	Растворитель	DN^N [18]	E_T^N [18]	π^* [17]	β_2^H [16]
1	н-гексан	0	0,009	-0,08	0
2	ц-гексан	0	0,006	-0,08	0
3	бензол	0,0026	0,111	0,59	0,146
4	нитробензол	0,2110	0,324	1,01	0,341
5	ацетон	0,4380	0,355	0,71	0,497
6	метанол	0,4900	0,762	0,60	0,600
7	этанол	0,4770	0,654	0,54	0,660
8	тетрагидрофуран	0,5150	0,207	0,58	0,510
9	1,4-диоксан	0,3810	0,106	0,55	0,510
10	диметилформамид	0,6850	0,404	0,88	0,663
11	пиридин	0,8530	0,302	0,87	0,625

Методика расчета. В настоящей работе регрессионный анализ выполнен на основе однопараметрового уравнения вида

$$\lg k = \lg k_0 + aX, \quad (1)$$

где $X \equiv DN^N$, E_T^N , π^* , β_2^H ; k – константа соответствующих реакций в данном растворителе, $lg k_0$ и a – коэффициенты регрессионных уравнений, k_0 – константа скорости стандартной реакции, или когда влияние данного параметра (X) равно нулю. Это означает, что изучаемая реакция не чувствительна к данному параметру.

Оценены также стандартные ошибки коэффициентов, коэффициенты корреляции r и выборочные стандартные отклонения s . Расчеты выполнены методом наименьших квадратов с использованием компьютерной программы Origin 6,0.

Обсуждение полученных результатов. В табл. 2 представлены реакции ПБ+амин, для которых известны величины k в ряде растворителей вместе с полученными с их помощью регрессионных уравнений, показывающих степень применимости уравнения (1) к рассмотренным реакциям. Вследствие того, что коэффициенты (a) показывают чувствительность изучаемой реакции к данному параметру сольватации, они совместно с соответствующими коэффициентами корреляции (r) могут быть критериями данной сольватации. Как видно в реакции с ПБ ряда аминов ФДЭолА, ТЭолА, ДЭА, БА, влияние нуклеофильной сольватации соответственно уменьшается, электрофильной – увеличивается, т. е. коэффициент дескриптора DN^N (a_1) и r уменьшаются (корреляция удовлетворительная), а коэффициент E_T (a_2) и r увеличиваются.

Таблица 2

Уравнения регрессии (1) для констант скорости реакции ПБ+амин в различных растворителях

Реакция	$lg k$	r	s	n	Ссылка
ПБ+ФДЭолА ^б 8–11 ^а	$(-4,96 \pm 0,23) + (1,73 \pm 0,36) DN^N$	0,957	0,128	4	[2, 3]
6, 8–11	$(-3,62 \pm 0,44) - (1,38 \pm 1,07) E_T^N$	0,598	0,478	5	
6, 8–11	$(-5,64 \pm 0,55) + (2,28 \pm 0,80) \pi^*$	0,856	0,309	5	
6, 8–11	$(-6,71 \pm 1,16) + (4,70 \pm 2,08) \beta_2^H$	0,754	0,363	5	
ПБ+ТЭолА ^в 3, 5, 7, 9–11	$(-3,11 \pm 0,17) + (1,60 \pm 0,32) DN^N$	0,937	0,205	6	[4, 5]
3, 5, 7, 9–11	$(-2,58 \pm 0,49) + (0,81 \pm 1,30) E_T^N$	0,297	0,563	6	
3, 5, 7, 9–11	$(-4,39 \pm 0,55) + (3,01 \pm 0,78) \pi^*$	0,888	0,270	6	
3, 5, 7, 9–11	$(-3,37 \pm 0,48) + (2,04 \pm 0,88) \beta_2^H$	0,757	0,385	6	
ПБ+ДЭА ^г 1, 3, 5, 9–11	$(-2,54 \pm 0,13) + (1,11 \pm 0,22) DN^N$	0,943	0,156	6	[6, 7]
1–3, 5, 9–11	$(-3,13 \pm 0,28) + (3,44 \pm 1,03) E_T^N$	0,931	0,442	7	
1–3, 5, 9–11	$(-3,47 \pm 0,12) + (2,06 \pm 0,18) \pi^*$	0,985	0,348	6	
1–3, 5, 9–11	$(-3,27 \pm 0,27) + (2,48 \pm 0,58) \beta_2^H$	0,907	0,347	6	
ПБ+БА ^г 1, 3, 4, 10	$(-2,96 \pm 0,20) + (0,21 \pm 0,48) DN^N$	0,409	0,239	4	[8, 9]
1, 3, 4, 10	$(-3,43 \pm 0,16) + (1,74 \pm 0,62) E_T^N$	0,892	0,241	4	
1, 3, 4, 10	$(-3,50 \pm 0,03) + (0,73 \pm 0,04) \pi^*$	0,993	0,033	4	
1, 3, 4, 10	$(-3,33 \pm 0,22) + (0,94 \pm 0,58) \beta_2^H$	0,757	0,285	4	

а – нумерация растворителей приведена в табл. 1; б – соотношение констант скорости на [раст.]₀ ($l^2 \cdot \text{моль}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$) при 298К; в – константа скорости ($l^{0,5} \cdot \text{моль}^{-0,5} \cdot \text{с}^{-1}$) при 308К; г – константа скорости ($l \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$) при 298К.

Как было отмечено, в анализе использованы также сольватохромные параметры Камлета–Тафта β_2^H и π^* . Параметр β_2^H отражает основность растворителя как акцептора водородной связи, а π^* – относительную способность растворителей стабилизировать заряд или биполярную структуру за счет своей дизелектрической проницаемости.

Коэффициент дескриптора β_2^H (a_4) в ряду ФДЭолА, ТЭолА, ДЭА, БА стремится к уменьшению, однако соответствующие r малы. Между a_1 и a_4 корреляция плохая ($r = 0,789$).

В корреляционном анализе π^* -шкалу используют также как меру электрофильной сольватации. Однако для реакции ПБ+ФДЭолА получены коэффициенты a_2 и a_3 с противоположными знаками, что явилось неожиданностью. В ряду аминов ФДЭолА – БА коэффициент a_3 , как и a_4 , стремится к уменьшению, однако соответствующие r увеличиваются, а для реакций ПБ+ДЭА и ПБ+БА получаются отличные корреляции. Что касается коэффициентов E_T^N и π^* (a_2 и a_3), то между ними нет симбатности ($r = 0,307$), хотя между дескрипторами E_T^N и π^* наблюдается случайная корреляция [12]. Следует отметить, что значения дескриптора E_T^N более точны, чем π^* , а E_T^N характеризует растворитель как льюисовую кислоту (электрофильно сольватирующую агент) с точностью $\approx 90\%$ [12].

Так как усредненные и статистически оптимизированные параметры растворителей (β_2^H , π^*), в отличие от (D_N^N и E_T^N), не связаны непосредственно с какими-либо стандартными процессами, они поэтому недостаточно четко определены [12]. Как показывают исследования Коллинга, Бекарека, Лоренса и др. (см. [12], стр. 543–545), β_2^H , π^* (а также a) не имеют общего характера. Более того, π^* учитывает дипольные и поляризационные взаимодействия между растворителем и растворенным веществом. Для использованных в этой работе растворителей и некоторых других – получена следующая корреляция:

$$\beta_2^H + \pi^* = (-1,96 \pm 0,32) + (3,65 \pm 0,42) \left(\frac{\varepsilon - 1}{2\varepsilon + 1} + \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \right), r=0,944, s=0,142, n=16. \quad (2)$$

Следует отметить, что для нерадикальных реакций ПБ+ДЭА и ПБ+БА получаются корреляции между $\lg k$ и $\left(\frac{\varepsilon - 1}{2\varepsilon + 1} + \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \right)$ с $r = 0,960$.

Исходя из вышесказанного, можно заключить, что β_2^H и π^* в основном отражают неспецифические сольватационные эффекты растворителей и могут быть критериями для сольватации данного типа.

Для реакции ПБ+ФДЭолА, протекающей по радикальному механизму, значение коэффициента a_1 положительное, а значение a_2 отрицательное (корреляция плохая). Это показывает, что увеличение нуклеофильной сольватации (основности среды) благоприятствует протеканию радикальной реакции. Таким образом, основность среды способствует отщеплению в виде протона

α -водорода в молекуле амина и соответственно образованию аминного радикала. Аналогичная закономерность установлена и для radicalной реакции т-BuOO⁺+амин [19].

Для ионной реакции ПБ+ДЭА значение a_1 в три раза меньше по сравнению с a_2 , а соответствующие r одинаковы, т. е. увеличение дескриптора E_T^N благоприятствует протеканию реакции. Такая же закономерность имеет место и для других нерадикальных реакций с участием аминов, напр., для реакции НС+амин [20], реакции Меншуткина [12] и т. д.

Влияние дескриптора $DN^N(a_1)$ в случае реакции ПБ+ТЭоЛА приблизительно в два раза больше, чем влияние $E_T^N(a_2)$. Это объясняется тем, что под действием ТЭоЛА ПБ расщепляется параллельно по двум механизмам: и радикальным, и молекулярным [4, 5].

Для реакции ПБ+БА значения коэффициента a_2 приблизительно на порядок больше значений a_1 . Механизм этой реакции коренным образом отличается от механизма остальных, она начинается с несимметричным расщеплением ПБ под воздействием БА. Помимо других продуктов, получается и бензойная кислота, димер которой с БА образует кинетически активный аддукт, который вызывает симметричное расщепление ПБ по ионному механизму. Органические кислоты увеличивают скорость этой реакции [9]. Отсюда становится ясной положительная и определяющая роль дескриптора E_T^N .

В ряду аминов ФДЭоЛА, ТЭоЛА, ДЭА между коэффициентами a_1 и a_2 есть взаимосвязь (хотя для ФДЭоЛА и ТЭоЛА корреляции плохие):

$$a_1 = (1,60 \pm 0,08) - (0,13 \pm 0,03) a_2, \quad r=0,964, s=0,124, n=3. \quad (3)$$

Аналогичный подход применен и в работе [21] для реакции фосфорилирования с нейтральными и анионными нуклеофилами.

На основании этой корреляции можно предположить, что при радикальных и ионных процессах межмолекулярные взаимодействия реагентов (ПБ, амин) и КПЗ с растворителем происходят по двум взаимосвязанным механизмам.

Кафедра физической и коллоидной химии

Поступила 13.11.2002

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бейлерян Н.М.** Системы амин-перекись как источники свободных радикалов и своеобразные инициаторы радикальной полимеризации. Автореф. дис.на соискание уч. ст. докт. хим. наук. Ер., 1974.
2. **Симонян Г.С., Согомонян Б.М., Бейлерян Н.М.** – Кинетика и катализ, 1990, т. 31, вып. 4, с. 977.
3. **Симонян Г.С., Согомонян Б.М., Бейлерян Н.М.** – Кинетика и катализ, 1987, т. 28, вып. 1, с. 198.
4. **Согомонян Б.М., Бейлерян Н.М., Чалтыкян О.А.** – Арм. хим. ж., 1966, т. 19, № 5, с. 391.
5. **Согомонян Б.М.** О роли растворителя в реакции перекиси бензоила с триэтаноламином. Автореф. дис.на соискание уч. ст. канд. хим. наук. Ер., 1977.

6. Чалтыкян О.А., Бейлерян Н.М., Саруханян Э.Р. – Изв. АН Арм ССР, Сер. хим., 1964, т. 17, с. 21.
7. Саруханян Э.Р. Кинетика распада перекиси бензоила в смешанных растворителях в присутствии аминов. Автореф. дис. на соискание уч. ст. канд. хим. наук. Ер., 1988.
8. Карапетян Ф.О. О своеобразии кинетики и механизма окисления бензиламина перекисью бензоила в бензоле. Автореф. дис. на соискание уч. ст. канд. хим. наук. Ер., 1973.
9. Бейлерян Н.М., Карапетян Ф.О., Чалтыкян О.Ф. – Арм. хим. ж., 1966, т. 19, № 11, с. 828.
10. Симонян Г.С., Саруханян Э.Р., Бейлерян Н.М. – Там же, 1999, т. 52, № 1–2, с. 3.
11. Beylerian N.M. – Oxidation Communications, 2001, v. 24, № 4, p. 477.
12. Райхард К. Растворители и эффекты среды в органической химии. М.: Мир, 1991.
13. Симонян Г.С. – Ученые записки ЕГУ, 2002, № 3, с. 45.
14. Marcus Y. – J. Sol. Chem., 1983, № 12, p. 135.
15. Dimroth K., Reichardt C. – Liebigs Ann. Chem., 1969, v. 727, p. 23.
16. Abracham M.H., Grellier P.L., Prior D.V., Morris J.J., Taylor P.J. – J. Chem. Soc., Perkin Trans., 1990, v. 2, p. 521.
17. Kamlet M.J., Abbud J-L.M., Abracham M.H., Taft R.W. – J. Org. Chem., 1983, v. 48, p. 2877.
18. Loupy A., Haudrechy A. Effets de Milieu en Synthese Organique. Paris – Milan – Barcelone: Masson, 1996.
19. Tavadyan L.A., Mardoyan V.A., Mussaelyan M.V. – Int. J. Chem. Kin., 1996, v. 23, p. 555.
20. Симонян Г.С., Пирумян Э.Г., Бейлерян Н.М., Рок Ж-П., Буас Б. – Кинетика и катализ, 2001, т. 42, № 4, с. 526.
21. Бельский В.Е. – Изв. АН России, Сер.хим., 1998, № 2, с. 271.

Գ.Ս. ՍԻՄՈՆՅԱՆ

ԿՈՌԵԼՅԱՑԻԱ ԲԵՆՉՈՒԼՊԵՐՈՔՍԻԴ-ԱՄԻՆ ՌԵԱԿՑԻԱՆԵՐԻ
ԱՐԱԳՈՒԹՅԱՆ ՀԱՍՏԱՏՈՒՆԵՐԻ ԵՎ ԼՈՒԾԻՉԻ
ԲԵՎԵՐԱՅՆՈՒԹՅԱՆ ՓՈՐՁԱՐԱՐԱԿԱՆ ՊԱՐԱՍԵՏՐԵՐԻ ՄԻՋԵՎ

Ամփոփում

Լուծիչի նուկլեոֆիլ և էլեկտրաֆիլ սոլվատացնող հատկությունը բնութագրող բևեռայնության փորձարարական պարամետրերի օգտագործմամբ բննարկվել է բենզոիլպերօքսիդ (ԲՊ)-ամին ռեակցիայի արագության հաստատումի վրա լուծիչի ազդեցության հարցը:

Այն դեպքում, եթե ԲՊ-ամին ռեակցիան ընթանում է ռադիկալային մեխանիզմով, նպաստավոր է նուկլեոֆիլ սոլվատացումը: Ոչ ռադիկալային (մոլեկուլային, իոնական) մեխանիզմի դեպքում էլեկտրաֆիլ սոլվատացումն է նպաստում ԲՊ-ամին ռեակցիայի ընթացքին:

Ցույց է տրված, որ այս ռեակցիաների համար β_2 և π^* պարամետրերը արտացոլում են ոչ բնութագրական սոլվատացումով՝ պայմանավորված էֆեկտները:

CORRELATION BETWEEN BENZOYLPEROXIDE-AMINE REACTIONS RATE CONSTANTS AND SOLVENTS EMPIRIC POLARITY PARAMETERS

Summary

Analysis of literature data concerning the solvent influence on some benzoylperoxide – amine reactions rate constant using solvents empiric polarity parameters has been done.

It has been taken into consideration solvents ability to solvate reagents either as nucleophiles or as electrophile.

When the considered peroxide – amin reaction occurs by radical mechanism the solvent acts as nucleophile, but in the case of nonradical mechanism (molecular, ionic) the solvent's electrophile property prevails.

It has been established that in those reactions the β_2 and π^* descriptors reflect the nonspecific solvation effects.

Химия

УДК 543:544:546

Д.С. ГАЙБАКЯН, ЯСИН МАЛА, А.Г. ХАЧАТРЯН

ИОНООБМЕННАЯ ТОНКОСЛОЙНАЯ ХРОМАТОГРАФИЯ ЭЛЕМЕНТОВ

1. Исследование ионного состояния Re(VII), Mo(VI), V(V) и W(VI)
в растворах минеральных кислот

Изучено ионное состояние вышеуказанных ионов в растворах минеральных кислот на закрепленных слоях катионообменника «Фиксион-50» в зависимости от природы кислоты, концентрации, типа противоиона и активации слоя ионообменника.

Установлены области кислотности и концентрации, при которых данный элемент находится в определенном ионном состоянии. Показано, что ионообменно-тонкослойный вариант хроматографии имеет некоторые преимущества перед колоночной ионообменной хроматографией, поскольку характеризуется легкостью проведения эксперимента и экспрессностью, прост в аппаратурном оформлении, обеспечивает более высокую воспроизводимость, правильность и надежность получаемых результатов.

Предложены новые варианты разделения смесей названных элементов.

Метод тонкослойной хроматографии (TCX) является одним из уникальных не только для решения аналитических задач, но и для исследования физико-химических аспектов процессов сорбции и комплексообразования. В зависимости от природы сорбирующих слоев процесс разделения компонентов в TCX может иметь различный характер. В последнее время для этих целей находят все большее применение слои ионообменных смол, закрепленных на подложке из металлической фольги или полимерной пленки различными связующими веществами. В этих системах механизм разделения носит заведомо ионообменный характер, что дает основание назвать такой метод ионообменно-тонкослойной хроматографией (ИОТСХ).

В литературе, помимо наших, имеется ограниченное число исследований в этой области [1–5]. Есть работы относительно состояния ионов золота (III), селена (IV) и теллура (IV) [6, 7], а также исследования, посвященные количественному определению рения (VII) [8], молибдена (VI) [9].

Приготовление ионообменных пластин для TCX описано в [10]. Работы других авторов, посвященные исследованию ионного состояния элементов, в частности рения, молибдена, ванадия и вольфрама, в указанном варианте TCX, нам не известны.

Мы впервые использовали слой «Фиксион-50» из сильнокислотного сульфокатионита для исследования ионного состояния редких элементов

(рения, молибдена, ванадия и вольфрама) в растворах минеральных кислот в зависимости от природы и концентрации кислот, формы ионита и активирования слоя. Преимуществом предложенного варианта является тот факт, что на единичной пластинке в идентичных условиях можно исследовать поведение нескольких элементов. В колоночном варианте ионообменной хроматографии (ИОКХ) в принципе это неосуществимо.

Однако при проведении сравнения между вариантами ИОКХ и ИОТСХ необходимо учесть некоторые существенные отличительные особенности двух этих разновидностей хроматографии, в основном следующие: различие для катионитов – это Na - или H -формы, для анионитов – OH - или Cl -формы, влажность ионитов (степень их активирования), диаметр зерен ионита в колонках и на слоях ионитов, влияние закрепляющего слоя и его отсутствие в колонке, степень насыщенности ионитов парами подвижной фазы (ПФ) в обоих случаях и т.д.

Для фиксирования ионной формы ионитов необходимо перевести слой «Фиксион-50» из Na -формы в H -форму, применимую преимущественно в случае с катионитами в колонках. Доказано, что полученные методом ИОКХ при влажности слоя примерно 30% количественные закономерности соответствуют данным варианта ИОТСХ при идентичных условиях.

Исходя из этого, мы применяли слой «Фиксион-50» в Na - и H -формах как в воздушно-сухом, так и во влажном (30%) состоянии. Толщина слоев составляла в среднем $0,20 \pm 0,02\text{мм}$, размер пластинок – $8,5 \times 11,5\text{см}$. Переведение слоя «Фиксион-50» в H -форму осуществляли обработкой $0,1\text{M}$ раствором соляной кислоты и последующей промывкой дистиллированной водой до нейтральной реакции промывных вод. Полученные слои выдерживали в экскаторах с силикагелем в течение 75мин, что обеспечивало их влажность в пределах 30%.

Методика эксперимента. На расстоянии 1,5см от одного края пластиинки (во избежание краевого эффекта) микрошприцем наносят 1–4мкл стандартных растворов рения, молибдена, ванадия и вольфрама, содержащих 1–4мкг элементов. Слой с нанесенными ионами погружают в круглые камеры или пробирки соответствующих размеров, содержащих растворы минеральных кислот в качестве ПФ. При этом пластиинка опускается так, чтобы стартовая линия оставалась выше уровня жидкости на 0,5см.

Камеру или пробирку герметично закрывают стеклянными крышками или корковой пробкой соответственно. После перемещения ПФ по слою на 10см от старта пластиинки извлекают из камер, сушат при комнатной температуре и проявляют хроматограммы путем опрыскивания их соответствующими проявляющими растворами.

В качестве проявляющего раствора использовали 35%-ый раствор хлорида олова (II) в соляной кислоте (1:1) и 50%-ый водный раствор роданида аммония.

Соли металлов квалификации х.ч. использовали в форме перрената, молибдата и ванадата аммония, а также вольфрамата натрия с концентрацией 1,0 или 4,0мг/мл.

Из проявленных хроматограмм рассчитывали значения R_f , а также оценивали формы и число зон, образуемых соответствующими ионами. Значения R_f ионов в зависимости от концентрации ПФ (растворов минеральных кислот – соляной, азотной, серной и хлорной) на Na-форме воздушно-сухих слоев «Фиксион-50» приведены в табл. 1–4.

Результаты и обсуждения. При обсуждении полученных данных мы исходили из следующих предпосылок: а) образование после проявления хроматограммы одного пятна сферической или овальной формы указывает на нахождение элемента в одной ионной или молекулярной форме; б) образование же диффузных зон не исключает возможности проявления двух и более перекрывающихся зон и соответствующих им ионных форм; в) образование зоны с меньшими значениями R_f свидетельствует о присутствии катионной формы (при катионитном слое) или анионной формы (в случае использования анионитовых слоев). Проявление зон с высокими значениями R_f свидетельствует о присутствии анионной формы данного элемента на катионитовом слое (соответственно катионной формы на анионитовом слое), особенно в разбавленных растворах минеральных кислот, когда конкуренция вытесняющих ионов незначительна.

Как показывают данные табл. 1–4, независимо от природы и концентрации кислот на воздушно-сухих слоях катионита в Na-форме зоны рения (VII) имеют высокие значения R_f , что указывает на его нахождение в анионной форме. Значения R_f понижаются при концентрациях $\geq 4,0M$ в растворах соляной и серной кислот, что сопровождается образованием нескольких диффузных зон. Это свидетельствует о большем влиянии хлорид- и сульфат-ионов на миграцию рения (VII) в области высоких концентраций указанных кислот, нежели нитрат- или перхлорат-ионов соответственно в растворах азотной и хлорной кислот.

Согласно данным табл. 1, в растворах соляной кислоты в интервале концентраций $1,0 \cdot 10^{-3} - 2,5 \cdot 10^{-2} M$ зоны молибдена (VI) отличаются высокими значениями R_f , поскольку он находится в растворе в виде анионов.

В интервале концентраций соляной кислоты $0,05 - 1,0M$ образуются две ионные формы молибдена (VI), одна из которых имеет высокое значение R_f , что свидетельствует о ее анионном или нейтральном характере, а вторая форма (пятно) с существенно более низкими значениями R_f , по-видимому, катионная.

При концентрации соляной кислоты $\geq 4,0M$ молибден (VI) перемещается мало, и зоны этого элемента имеют несколько вытянутый вид. Это указывает на образование комплексных хлоридных ионов, перемещению которых хлорид-ионы соляной кислоты препятствуют меньше, чем анионы других минеральных кислот.

Поведение ванадия (V) достаточно своеобразно. В интервале концентраций соляной кислоты $0,1 - 1,0M$ наблюдаются два пятна, одно из которых перемещается незначительно, что указывает на его катионный характер, а второму – соответствует, по-видимому, анионная форма. В интервале концентраций соляной кислоты $0,25 - 4,0M$ ванадий (V) находится в катионной

форме. Изменение вида пятен и значения R_f зон положительно заряженной формы указывают на постепенный переход ванадия из катионной формы в нейтральную. При концентрации соляной кислоты $\geq 2,0M$ наблюдается образование одной зоны ванадия (V), которая увеличивается с дальнейшим ростом концентрации соляной кислоты. Последнее обстоятельство отражает тенденцию к образованию хлоридных анионных комплексных форм различного состава.

Таблица 1

Зависимость значений R_f ионов от концентрации соляной кислоты на пластинах «Фиксион-50» в Na-форме

Концентрация HCl, моль/л	R_f			
	Re(VII)	Mo(VI)	V(V)	W(VI)
$1,0 \cdot 10^{-5}$	0,87–0,95	0,85–0,92	0,90–0,98	0,76–0,87
$1,0 \cdot 10^{-4}$	0,88–0,95	0,86–0,93	0,90–0,97	0,77–0,91
$1,0 \cdot 10^{-3}$	0,90–0,99	0,86–0,92	0,78–0,96	0,82–0,92
$5,0 \cdot 10^{-3}$	0,88–0,96	0,86–0,94	0,72–0,94	0,73–0,88; 0,93–0,98
$1,0 \cdot 10^{-2}$	0,89–0,97	0,86–0,95	0,01–0,10; 0,68–0,95	0,62–0,86; 0,90–0,98
$2,5 \cdot 10^{-2}$	0,90–0,98	0,84–0,94	0,01–0,09; 0,22–0,55	0,54–0,86
$5,0 \cdot 10^{-2}$	0,90–0,97	0,72–0,88; 0,92–0,98	0,01–0,12; 0,16–0,56	0,34–0,77
0,10	0,89–0,97	0,72–0,78; 0,90–0,97	0,01–0,08; 0,12–0,47	0,12–0,62
0,25	0,82–0,90	0,68–0,80; 0,88–0,96	0,02–0,21; 0,81–0,98	0,02–0,45
0,50	0,78–0,88	0,51–0,88; 0,83–0,92	0,13–0,40; 0,90–0,96	0,02–0,40
1,0	0,75–0,86	0,41–0,51; 0,71–0,89	0,45–0,53; 0,89–0,95	0,01–0,29
2,0	0,72–0,80	0,37–0,47; 0,63–0,85	0,50–0,63	0,04–0,31
3,0	0,64–0,78	0,44–0,58; 0,64–0,83	0,45–0,82	0,10–0,29
4,0	0,58–0,75	0,30–0,49; 0,68–0,85	0,50–0,72	0,12–0,25
5,0	0,56–0,73	0,29–0,47; 0,68–0,87	0,63–0,80	0,13–0,25
6,0	0,54–0,71	0,28–0,44; 0,70–0,90	0,72–0,85	0,15–0,23
7,0	0,52–0,68	0,30–0,45; 0,70–0,90	0,80–0,93	0,16–0,24
8,0	0,51–0,64	0,28–0,43; 0,90–0,98	0,90–0,98	0,19–0,32

Вольфрам (VI) в интервале концентраций соляной кислоты $1,0 \cdot 10^{-5} – 1,0 \cdot 10^{-3} M$ образует анионные или нейтральные формы. Начиная с концентрации соляной кислоты $0,1M$, преобладают катионные формы воль-

фрама (VI); при дальнейшем ее увеличении часть вольфрама (VI) остается на стартовой линии, что свидетельствует, по-видимому, о его переходе в коллоидные формы вольфрамовой кислоты.

Таблица 2

Зависимость значений R_f ионов от концентрации серной кислоты на пластинках «Фиксион-50» в Na-форме

Концентрация H_2SO_4 , моль/л	R_f			
	Re(VII)	Mo(VI)	V(V)	W(VI)
$1,0 \cdot 10^{-5}$	0,91–0,96	0,94–0,99	0,92–0,99	0,64–0,95
$1,0 \cdot 10^{-4}$	0,93–0,99	0,92–0,99	0,90–0,99	0,42–0,69
$1,0 \cdot 10^{-3}$	0,93–0,98	0,92–0,99	0,70–0,98	0,26–0,65
$5,0 \cdot 10^{-3}$	0,93–0,99	0,94–0,99	0,65–0,80; 0,84–0,96	0,20–0,54
$1,0 \cdot 10^{-2}$	0,93–0,99	0,81–0,91; 0,94–0,99	0,60–0,82; 0,80–0,96	0,10–0,41
$2,5 \cdot 10^{-2}$	0,92–0,98	0,80–0,89; 0,92–0,98	0,01–0,10; 0,45–0,90	0,06–0,35
$5,0 \cdot 10^{-2}$	0,93–0,99	0,77–0,86; 0,90–0,97	0,01–0,11	0,03–0,22
0,10	0,92–0,99	0,45–0,84; 0,91–0,98	0,02–0,10	0,01–0,18
0,25	0,80–0,89	0,41–0,76; 0,92–0,99	0,02–0,11	0,01–0,15
0,50	0,76–0,86	0,35–0,68; 0,84–0,97	0,03–0,17	0,02–0,16
1,0	0,71–0,85	0,55–0,64	0,02–0,21	0,15–0,25
2,0	0,68–0,78	0,55–0,68	0,10–0,28; 0,71–0,84	0,20–0,35
3,0	0,60–0,74	0,56–0,75	0,18–0,41; 0,65–0,72	0,20–0,37
4,0	0,53–0,70	0,58–0,75	0,30–0,58; 0,63–0,67	0,25–0,35
5,0	0,47–0,68	0,54–0,75	0,45–0,61; 0,63–0,70	0,25–0,34
6,0	0,40–0,63	0,49–0,78	0,65–0,70	0,25–0,40

Данные табл. 2 также показывают, что в разбавленных растворах серной кислоты все элементы находятся в виде анионов. В интервале концентраций серной кислоты 0,01–0,05M молибден (VI) и ванадий (V) образуют на хроматограммах по два пятна, соответствующие нейтральным и отрицательно заряженным формам. Молибден (VI) образует также два пятна в интервале концентраций серной кислоты 0,05–0,5M, причем одно из них является диффузным.

Начиная с концентрации серной кислоты 2,0M, наблюдаются два пятна для ванадия (V), что может быть объяснено образованием сульфатных комплексов. Вольфраму (VI) в сернокислых растворах соответствует только одно пятно на хроматограммах, часто начинающееся с точки нанесения растворов.

Состояние изученных ионов в растворах азотной и хлорной кислот (табл. 3, 4) несколько иное по сравнению с таковым в растворах серной кислоты, однако есть также и общие закономерности. Во избежание повторений приведем только сравнительные характеристики, полученные в экспериментах, проведенных на пластинах «Фиксион-50» в Na-форме.

Таблица 3

Зависимость значений R_f ионов от концентрации азотной кислоты на пластинах «Фиксион-50» в Na-форме

Концентрация HNO_3 , моль/л	R_f			
	Re(VII)	Mo(VI)	V(V)	W(VI)
$1,0 \cdot 10^{-5}$	0,93–0,99	0,93–0,99	0,90–0,98	0,51–0,94
$1,0 \cdot 10^{-4}$	0,93–0,99	0,90–0,98	0,90–0,99	0,21–0,95
$1,0 \cdot 10^{-3}$	0,92–0,98	0,87–0,99	0,80–0,98	0,21–0,88
$5,0 \cdot 10^{-3}$	0,93–0,99	0,83–0,90; 0,92–0,99	0,65–0,92	0,20–0,65
$1,0 \cdot 10^{-2}$	0,94–0,99	0,33–0,91; 0,94–0,99	0,61–0,97	0,08–0,41
$2,5 \cdot 10^{-2}$	0,93–0,99	0,08–0,90; 0,93–0,99	0,56–0,96	0,07–0,31
$5,0 \cdot 10^{-2}$	0,92–0,99	0,07–0,90; 0,92–0,98	0,01–0,10	0,02–0,21
0,10	0,94–0,99	0,05–0,90; 0,90–0,99	0,01–0,10	0,03–0,24
0,25	0,93–0,95	0,86–0,95	0,10–0,18	0,03–0,23
0,50	0,86–0,94	0,45–0,65	0,25–0,33	0,02–0,20
1,0	0,85–0,94	0,42–0,57	0,34–0,49	0,01–0,23
2,0	0,83–0,96	0,27–0,53; 0,57–0,93	0,65–0,73; 0,94–0,98	0,16–0,28
3,0	0,83–0,95	0,01–0,08; 0,25–0,53	0,64–0,75; 0,92–0,99	0,17–0,31
4,0	0,84–0,97	0,01–0,07; 0,17–0,51	0,73–0,85; 0,91–0,98	0,18–0,38
5,0	0,86–0,97	0,01–0,08; 0,20–0,48	0,69–0,86; 0,93–0,99	0,22–0,42
6,0	0,86–0,97	0,20–0,46	0,69–0,86; 0,91–0,99	0,22–0,42

Обобщая данные по влиянию природы различных минеральных кислот на миграционные свойства ионов изученных элементов, можно представить следующие ряды «мешающего влияния»: для рения (VII) – $\text{H}_2\text{SO}_4 > \text{HCl} > \text{HClO}_4 > \text{HNO}_3$; для молибдена (VI) – $\text{HClO}_4 > \text{HNO}_3 > \text{H}_2\text{SO}_4 > \text{HCl}$; для ванадия (V) – $\text{H}_2\text{SO}_4 > \text{HNO}_3 > \text{HCl} > \text{HClO}_4$; для вольфрама (VI) – $\text{HClO}_4 > \text{H}_2\text{SO}_4 > \text{HCl} > \text{HNO}_3$. Кроме того, можно утверждать, что сорбцию на пластинах «Фиксион-50» характеризует следующая закономерность: на влажных слоях сорбента в H-форме ПФ перемещаются быстрее, чем при использовании Na-формы, а величины R_f соответственно меньше. Данные для этого случая во избежание нагромождения работы не приводятся. Однако отметим, что число ионных форм, и следовательно, число пятен на

хроматограммах при использовании Na-формы больше, чем в водородных формах, так как противоионы в определенной степени смещают равновесие обмена ионов. Можно утверждать также, что насыщение слоев парами ПФ в случае варианта ИОТСХ, а также уменьшение размера частиц ионита улучшают возможности разделения смеси ионов изученных элементов. Присутствие закрепителя в слоях существенной роли не играет.

Таблица 4

Зависимость значений R_f ионов от концентрации хлорной кислоты на пластинках «Фиксион-50» в Na-форме

Концентрация HClO_4 , моль/л	R_f			
	Re(VII)	Mo(VI)	V(V)	W(VI)
$1,0 \cdot 10^{-5}$	0,93–0,99	0,94–0,99	0,90–0,98	0,60–0,93
$1,0 \cdot 10^{-4}$	0,93–0,99	0,93–0,98	0,90–0,99	0,29–0,93
$1,0 \cdot 10^{-3}$	0,93–0,99	0,82–0,99	0,80–0,98	0,20–0,84
$5,0 \cdot 10^{-3}$	0,93–0,99	0,79–0,98	0,61–0,97	0,16–0,74
$1,0 \cdot 10^{-2}$	0,92–0,99	0,74–0,98	0,60–0,98	0,09–0,64
$2,5 \cdot 10^{-2}$	0,92–0,98	0,63–0,99	0,01–0,16; 0,58–0,95	0,06–0,63
$5,0 \cdot 10^{-2}$	0,92–0,97	0,54–0,98	0,01–0,12; 0,34–0,78	0,01–0,43
0,10	0,92–0,98	0,44–0,90	0,01–0,08	0,02–0,43
0,25	0,92–0,99	0,42–0,87	0,01–0,07	0,01–0,34
0,50	0,90–0,98	0,36–0,82	0,22–0,28	0,02–0,27
1,0	0,87–0,95	0,34–0,64	0,28–0,34	0,01–0,25
2,0	0,84–0,92	0,30–0,47	0,54–0,63	0,01–0,23
3,0	0,81–0,90	0,22–0,41	0,55–0,64	0,02–0,24
4,0	0,75–0,80	0,16–0,34	0,66–0,75	0,02–0,26
5,0	0,76–0,87	0,13–0,34	0,66–0,78	0,01–0,28

Для сравнения ионообменного поведения и состояния указанных элементов в табл. 5 приводятся данные, полученные методом ИОКХ [11] на сильнокислотном катионите «КУ-2» в зависимости от концентрации растворов минеральных кислот, которые свидетельствуют о том, что различные варианты ионообменной хроматографии обеспечивают получение хорошо согласующихся между собой результатов при изучении ионного состояния рения (VII), молибдена (VI), ванадия (V) и вольфрама (VI) в растворах минеральных кислот. Вместе с тем при изучении ионного состояния элементов, а также при разработке аналитических методик разделения и определения указанных элементов вариант ИОТСХ имеет определенные преимущества, поскольку хроматограммы с наличием многочисленных пятен могут представить истинную картину тонких физико-химических изменений, происходящих в кислых водных растворах, что весьма важно.

Данные, приведенные в табл. 1–4, дают возможность для выбора условий разделения смесей изученных элементов в их различных сочетаниях.

Возможности группового разделения зависят как от природы минеральных кислот, так и от их концентрации.

При использовании в качестве ПФ 2,0M растворов соляной кислоты возможно разделение смеси Re(VII)–V(V)–W(VI) (элементы перечислены в порядке убывания значений R_f). В 1,0M растворах серной кислоты разделяются смеси Re(VII)–Mo(VI)–V(V), а в 0,5–1,0M азотнокислых растворах возможно разделение – Re(VII)–Mo(VI)–V(V)–W(VI). В 2,0M растворе хлорной кислоты также разделяются все четыре элемента, однако уже с другим расположением зон на хроматограмме: Re(VII)–V(V)–Mo(VI)–W(VI).

Таблица 5

Зависимость сорбции ионов от природы и концентрации минеральных кислот на катионите «КУ-2» в Na-форме в статических условиях

Концентрация кислоты, моль/л	Сорбция, %															
	соляная кислота				азотная кислота				хлорная кислота				серная кислота			
	Re	Mo	V	W	Re	Mo	V	W	Re	Mo	V	W	Re	Mo	V	W
1 · 10 ⁻⁵	7	38	95	56	7	34	94	47	8	38	95	42	7	32	94	50
1 · 10 ⁻⁴	7	45	95	64	7	41	95	60	7	47	94	58	8	41	94	58
1 · 10 ⁻³	7	55	95	73	6	51	94	70	7	58	95	67	7	50	93	71
5 · 10 ⁻³	8	59	95	74	6	52	94	73	8	59	93	70	7	51	88	75
1 · 10 ⁻²	7	58	95	72	7	51	96	70	8	58	89	68	8	50	72	72
5 · 10 ⁻²	8	50	94	68	6	44	95	64	7	48	74	61	7	42	63	64
0,10	7	40	62	63	7	42	68	59	7	41	60	55	6	38	56	58
0,25	7	29	39	58	6	32	44	51	6	28	26	50	7	32	40	45
0,50	7	17	25	50	7	25	26	48	8	23	25	45	7	21	20	46
1,0	8	13	17	36	6	19	16	34	7	19	15	31	6	16	14	32
1,5	7	10	15	24	6	14	13	26	6	14	12	24	5	13	10	28
2,0	7	10	13	18	7	10	10	16	7	9	9	15	7	12	11	16
4,0	6	10	11	10	6	8	8	8	6	8	7	7	6	4	8	14
6,0	6	9	10	10	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–

Таким образом, методом ИОТСХ установлены области доминирования различных ионных форм рения (VII), молибдена (VI), ванадия (V) и вольфрама (VI) в растворах минеральных кислот.

Показано, что вариант ИОТСХ имеет определенные преимущества по сравнению с ИОКХ, так как, помимо легкости проведения эксперимента и простоты аппаратурного оформления, он более четко представляет картину физико-химических превращений, происходящих в растворах.

Предложены новые варианты разделения различных смесей изученных редких элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Berger J., Meyniel G., Petit J. – J. Chromatogr., 1967, v. 29, p. 190–194.
2. Keleman B, Szarvas P. – Acta Univ. Debrecen, Ser. Phys. et Chim., 1974 (1975), v. 19, p. 183–186.
3. Sherma J. – Talanta, 1964, v. 11, № 9, p. 1373–1375.
4. Lepri L., Desideri P., Coas V., Cozzi D. – J. Chromatogr., 1970, v. 47, № 3, p. 190–194.
5. Гайбакян Д.С., Асатрян Н.В., Гайбакян Р.Д., Хачатрян А.Г. – Заводская лаборатория, 1988, т. 54, № 8, с. 19–22.
6. Гайбакян Д.С., Хамуй Д.И. – Арм. хим. ж., 1990, т. 43, № 6, с. 371–377.
7. Gaibakyan D.S., Khamui D.I., Rozylo J.K. – Balaton Symposium-99 on Chromatography. Siófok (Hungary): Book of Abstracts, 2000, № 9–11, p. 16.
8. Гайбакян Д.С., Мкртчян Г.М., Давтян М.У., Джапаридзе К.Д. – Арм. хим. журнал, 1991, т. 44, № 6, с. 359–363.
9. Гайбакян Д.С., Мкртчян Г.М., Давтян М.У. – Хим. ж. Арм., 2000, т. 53, № 3–4, с. 21–26.
10. Гайбакян Д.С., Мелконян А.С., Хачатрян А.Г. – Ученые записки ЕГУ, 1992, № 1, с. 80–83.
11. Гайбакян Д.С. – Новые методы жидкостной хроматографии в аналитической химии рения, молибдена, ванадия, вольфрама, золота, селена и теллура: Афтореф. дисс. на соискание уч. ст. докт. хим. наук. Ер., 1989.

Դ.Ս. ԳԱՅԲԱԿՅԱՆ, ՅԱՍԻՆ ՄԱԼԱ, Հ.Գ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

ՏԱՐՐԵՐԻ ԷՊՈՆԱՓՈԽԱՆԱԿԱՅԻՆ ՆՐԲԱԾԵՐՏ ՋՐՈՄԱՏՈԳՐԱՖԻԱ

1. Re (VII), Mo (VI), V (V) և W (VI) իոնների

իոնական վիճակների ուսումնասիրումը հանքային թթուների լուծույթներում

Ամփոփում

Ուսումնասիրվել է Re(VII), Mo(VI), V(V) և W(VI) իոնների իոնական վիճակը «Ֆիբրոխ-50» տեսակի կատիոնափոխանակիչի ամրացված շերտերի օգտագործմամբ հանքային թթուների լուծույթներում՝ կախված դրանց բնույթից, կոնցենտրացիայից, հակադոնի տեսակից և շերտի ակտիվացումից:

Իոնափոխանակային նրբաշերտ քրոմատոգրաֆիայի եղանակով ճշտվել են հետազոտվող իոնների առանձին իոնական վիճակներում գտնվելու մարգերս, ցույց է տրվել, որ քրոմատոգրաֆիայի նշված տարրերակը ունի որոշակի առավելություններ աշտարակային իոնափոխանակային քրոմատոգրաֆիայի եղանակի համեմատությամբ՝ փորձերի իրականացման հեշտության, սարքային հարմարանքների պարզության, արդյունքների վերարտադրելիության, ճշգրտության և հուսալիության տեսանկյունից:

Առաջարկվել են այդ իոնների բաժանման նոր տարրերակներ:

ION-EXCHANGE THIN-LAYER CHROMATOGRAPHY OF ELEMENTS

**1. Study of the ionic state of Re(VII), Mo(VI), V(V) and W(VI)
ions in mineral acid solutions**

Summary

Ionic state of Re(VII), Mo(VI), V(V) and W(VI) ions in mineral acid solutions has been studied using "Fixion-50" cationite fixed layers depending on nature of acids, their concentration and activation of ionite layers.

The ranges of acidity and concentration where ions exist in the definite ionic state were specified by using ion-exchange thin-layer chromatography method. It has been shown that the indicated version of chromatography has some advantages in comparison with column ion-exchange chromatography method – expressness of carrying out experiments, simple instrumental requirements, reproducibility, reliability and accuracy of results.

New methods for separation of above mentioned elements' mixtures have been elaborated.

Химия

УДК 546.98+543.25

Ш.С. ЗАХАРЯН, Г.Г. ДАРБИНЯН, Г.Н. ШАПОШНИКОВА, А.Г. ХАЧАТРЯН

СПЕКТРОФОТОМЕТРИЧЕСКОЕ И АМПЕРОМЕТРИЧЕСКОЕ
ОПРЕДЕЛЕНИЕ СЕЛЕНА(IV) И ТЕЛЛУРА(IV) ФЕНИЛТИОМОЧЕВИНОЙ

Методами спектрофотометрии и амперометрии изучено взаимодействие теллура(IV) с фенилтиомочевиной. Показано, что образуется комплексное соединение при мольном соотношении компонентов 1:4. Выявлены оптимальные условия реакции – кислотность, интервалы подчиняемости основным законам фотометрии и амперометрии. Доказана возможность титрования Se(IV) и Te(IV) при их совместном присутствии. Метод апробирован на стандартных образцах.

В аналитической химии теллура(IV) широко применяются серосодержащие реагенты (тиооксин, ксантоценат, димеркаптотиопироны и др.), с которыми теллур(IV) образует комплексные соединения [1]. Разработан метод амперометрического определения теллура(IV) тиомочевиной [2].

Целью данной работы является изучение взаимодействия теллура(IV) с производным тиомочевины – фенилтиомочевиной (ФТМ).

Экспериментальная часть. Стандартный раствор теллура(IV) готовили растворением элементарного теллура квалификации х.ч. в смеси соляной и азотной кислот при нагревании на водяной бане с последующей денитрацией полученного раствора или растворением оксида теллура(IV) в соляной кислоте. Рабочий раствор фенилтиомочевины готовили растворением точной навески перекристаллизованного препарата в этаноле.

Оптические плотности растворов измеряли на спектрофотометре СФ-46 в кварцевых кюветах. Амперометрическое титрование проводили с платиновым индикаторным электродом ($l=4\text{мм}$). Электрод сравнения меркурийодидный ($E=+0,02\text{В}$).

Изучение взаимодействия теллура(IV) с ФТМ спектрофотометрическим методом. Измерение оптической плотности растворов проводили в присутствии 5,0M серной кислоты. Полученные данные свидетельствуют, что при взаимодействии теллура(IV) с ФТМ образуется новое индивидуальное химическое соединение комплексного характера с $\lambda_{\max} = 310\text{нм}$ (рис.1).

Для определения стехиометрических коэффициентов в уравнении реакции взаимодействия теллура(IV) с ФТМ был использован известный метод физико-химического анализа комплексных соединений в растворах – метод молярных отношений (метод насыщения).

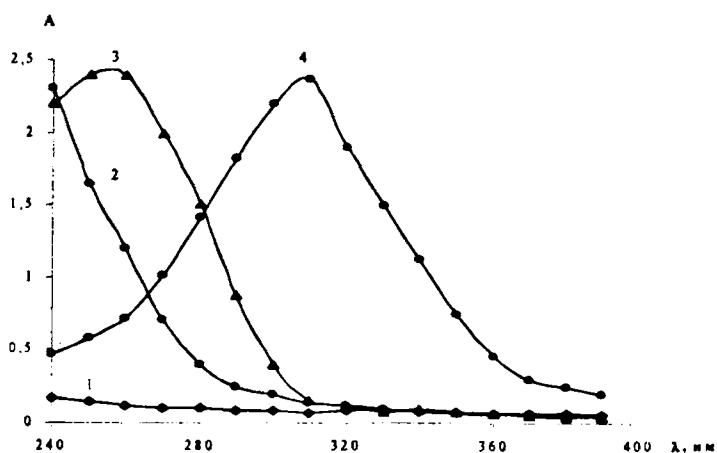
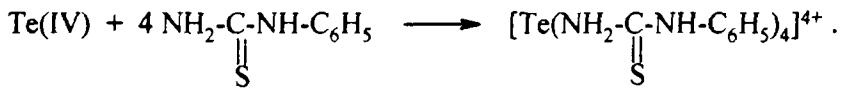


Рис. 1. Спектры светопоглощения: 1 – 5,0M H₂SO₄; 2 – 0,1мл 10⁻¹ M Te(IV)+5,0M H₂SO₄; V=10мл; 3 – 0,4мл 10⁻¹ M ФТМ+5,0M H₂SO₄; V=10мл; 4 – 0,1мл 10⁻¹ M Te(IV)+0,4мл 10⁻¹ M ФТМ+5,0M H₂SO₄.

На кривой насыщения, полученной в оптимальных условиях, отмечается перегиб при мольном отношении теллура(IV) к ФТМ=1:4, что совпадает с данными амперометрического титрования.

Таким образом, реакцию взаимодействия можно представить уравнением



Для выяснения оптимальной концентрации кислот измеряли оптические плотности полученного комплексного соединения в зависимости от их концентрации. Выяснилось, что максимальные значения оптической плотности отмечаются при использовании 2–7M растворов соляной и 3–10M растворов серной кислот. В солянокислых растворах оптические плотности неизменны в течение 25 минут.

Подчиняясь основному закону фотометрии (закону Бэра) наблюдается в интервале концентраций теллура(IV) 3,1·10⁻⁶–1,5·10⁻⁴ M. Среднее значение молярного коэффициента светопоглощения, рассчитанное из данных градуировочного графика, составляет $\epsilon(310)=8,0\cdot10^3 \text{ моль}^{-1}\cdot\text{л}\cdot\text{см}^{-1}$.

Как было показано ранее [3], селен(IV), реагируя с ФТМ, образует комплексное соединение с $\lambda_{\max} = 250\text{nm} (\epsilon_{250} \approx 5,5\cdot10^3 \text{ моль}^{-1}\cdot\text{л}\cdot\text{см}^{-1})$ (см. рис. 2).

Таким образом, создается возможность спектрофотометрического определения теллура(IV) в присутствии соизмеримых количеств селена(IV) (табл. 1), а также совместного определения Se(IV) и Te(IV) (табл. 2).

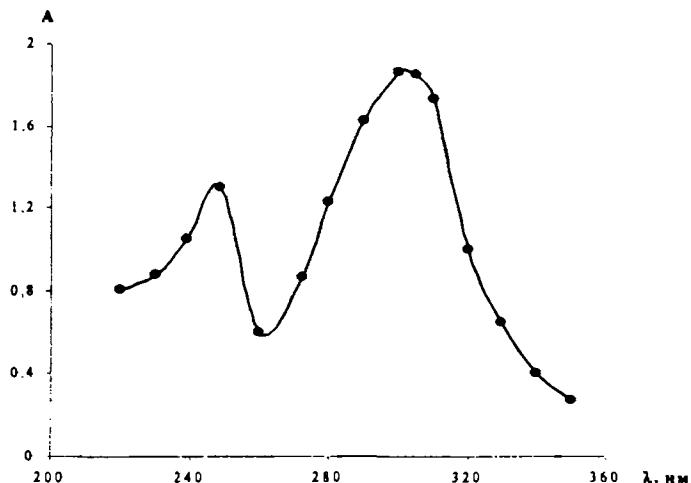


Рис. 2. Спектр светопоглощения смеси ФТМ комплексов селена (0,1 мг/мл) и теллура (0,1 мг/мл) на фоне 5,0 М серной кислоты.

Таблица 1

Спектрофотометрическое определение теллура в присутствии селена

Введено		Найдено теллура(IV), мкг/мл	Относительная ошибка, %
селена(IV), мкг/мл	теллура(IV), мкг/мл		
0.40	1,20	1,24	3,3
0.20	2,00	1,88	6,0
6.00	4,00	3,82	4,5

Как видно из табл. 1, ошибка определения находится в допустимых пределах.

Разработанные методы фотометрического определения селена(IV) и теллура(IV) ФТМ были апробированы на стандартных образцах медно-цинковой и медноколчеданной руд (РУС-1 и РУС-2).

Ход анализа. Навеску 1,0 г мелкоизмельченной руды смешивали с шестикратным количеством карбоната натрия и 0,025 г нитрата натрия, сплавляли в фарфоровом тигле. Холодный плав выщелачивали водой, отфильтровывали, добавляли соляную кислоту и нагревали при температуре ниже 100°C до полного удаления хлорид-ионов и восстановления Se(VI) и Te(VI) до четырехвалентного состояния [4]. Объем полученного раствора дистиллированной водой доводили до 100 мл, к аликовтной части добавляли концентрированную кислоту до достижения концентрации по кислоте

6,0моль/l, добавляли 4мл 1,5%-ого спиртового раствора ФТМ и измеряли оптическую плотность при 250 и 310нм. После чего, используя градуировочные кривые, рассчитывали содержание селена(IV) и теллура(IV). Данные представлены в табл. 2.

Таблица 2

Спектрофотометрическое определение селена и теллура

Стандартный образец	Паспортное содержание, %		Найдено, %	
	Se(IV)	Te(IV)	Se(IV)	Te(IV)
РУС-1	0,0032	0,0047	0,0037	0,0050
РУС-2	0,0048	0,0031	0,0053	0,0037

Изучение реакции взаимодействия теллура(IV) с ФТМ методом амперометрического титрования. Для выбора необходимого оптимального значения потенциала титрования были сняты вольт-амперные кривые теллура(IV) на фоне соляной и серной кислот различной концентрации. С увеличением концентрации соляной кислоты (1,0–7,0M) волна восстановления теллура(IV) становится более четко выраженной. Ранее было показано [3], что на вольт-амперной кривой ФТМ отмечается волна окисления, что создает возможность проводить амперометрическое титрование по току окисления реагента. Таким образом, амперометрическое титрование было осуществлено в двух вариантах: при E=0 (L-образная кривая) и при E=1,2B (J-образная кривая). И в первом, и во втором случаях перегиб на кривой соответствует мольному отношению теллура(IV) к ФТМ=1:4, что подтверждается данными спектрофотометрического исследования. При титровании теллура(IV) при помощи ФТМ на фоне различных концентраций серной и соляной кислот выяснилось, что как вид кривой, так и затрата ФТМ не меняются в пределах 2,0–15,0M для серной и 1,0–7,0M соляной кислот. Более узкий интервал в солянокислых растворах следует объяснить конкурирующим влиянием хлорид-ионов при реакции комплексообразования. В дальнейшем все определения проводили при кислотностях 5,0M по серной и 3,0M по соляной кислотам. Подчиняемость основному закону амперометрии отмечается при титровании 4·10⁻³–8·10⁻⁵M теллура(IV) (E=0); 4·10⁻³–4·10⁻⁵M теллура(IV) (E=+1,2B) на фоне 5,0M серной кислоты и 4·10⁻³–2·10⁻⁴M теллура(IV) (E=+1,2B) на фоне 2,0M соляной кислоты.

Полученные экспериментальные данные были подвергнуты математической статистической обработке и представлены в табл. 3.

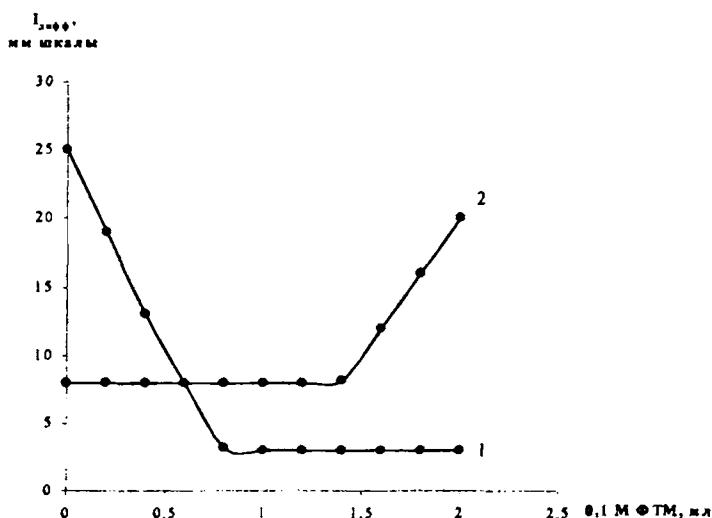
Для выяснения влияния некоторых элементов, сопутствующих теллуру(IV), его раствор с концентрацией 4·10⁻³M титровали в солянокислой среде в присутствии ионов Cu²⁺, Cd²⁺, Ni²⁺. Выяснилось, что их десятикратные количества не мешают определению теллура(IV), а мешают равные количества Au³⁺, Se(VI) и Te(VI), также реагирующие с ФТМ.

Таблица 3

Правильность результатов анализа, $t_a = 2,78$; $n = 5$

Введено Te(IV), мг/мл	Найдено Te(IV), мг/мл	S	$S_r = (S/C) 100\%$	$\Delta = (t_a \cdot S/C)$
0,026	0,027	0,0007	2,59	0,07
0,102	0,102	0,0007	0,70	0,02
0,510	0,512	0,0055	1,08	0,03

Известно, что величина диффузионного тока зависит от концентрации электроактивного вещества. Селен(IV) на платиновом электродре не электроактивен [3]. Это создает возможность дифференциального определения селена(IV) и теллура(IV) при их совместном присутствии. Титрование проводят дважды. В первом случае раствор, содержащий неизвестные концентрации указанных элементов, титруют при $E=0$ и регистрируют затрату ФТМ только на титрование теллура(IV). Второе титрование проводят в тех же условиях при $E=+1,2V$ и определяют суммарное содержание селена(IV) и теллура(IV). Содержание селена рассчитывают по разнице обеих титрований (рис. 3.).

Рис. 3. Амперометрическое титрование 0,2мл 0,1M селена(IV) и 0,2мл 0,1M теллура(IV) на фоне 5,0M серной кислоты: 1) $E=0$; 2) $E=+1,2V$.

Приготовленные из стандартных образцов вышеописанным методом растворы титровали по методу добавок, добавляя селен (IV) и теллур(IV) в различных мольных соотношениях при $E=0$ и $E=+1,2V$ (рис. 3). Данные представлены в табл. 4.

Амперометрическое титрование селена и теллура по методу добавок

[Se(IV)]/Te(IV)	Содержание Se(IV), мг/мл	Найдено Se(IV), мг/мл	Содержание Te(IV), мг/мл	Найдено Te(IV), мг/мл
1 : 1	0,0316	0,0324	0,0510	0,0497
2 : 1	0,0316	0,0324	0,0255	0,0268
4 : 1	0,1264	0,1289	0,0510	0,0497
10 : 1	0,1580	0,1587	0,0255	0,0242
25 : 1	0,1580	0,1659	0,0102	0,0114

Кафедра аналитической химии

Поступила 21.10.2002

ЛИТЕРАТУРА

- Сонгина О.А., Захаров В.А. Амперометрическое титрование. М.: Химия, 1979.
- Закарян Ш.С., Дарбинян Г.Г., Шапошникова Г.Н., Хачатрян А.Г. – Ученые записки ЕГУ, 2001, № 3, с. 78.
- Закарян Ш.С., Дарбинян Г.Г., Шапошникова Г.Н., Хачатрян А.Г. – Информационные технологии и управление, Еր., 2001, № 3, т. 2, с. 91.
- Гиллебранд В.Ф., Лендель Г.Э. Практическое руководство по неорганическому анализу. М.: Химия, 1957, с. 350.

С.Ս. ԶԱԹԵՐՅԱՆ, Հ.Հ. ԴԱՐԲԻՆՅԱՆ, Գ.Ն. ՇԱՊՈՇՆԻԿՈՎԱ, Հ.Գ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

ՍԵԼԵՆ(IV)-Ի ԵՎ ԹԵԼՈՒՐ(IV)-Ի ՍՊԵԿՏՐԱԼՈՒՍԱՉԱՓԱԿԱՆ ԵՎ
ԱՄՊԵՐԱՉԱՓԱԿԱՆ ՈՐՈՇՈՒՄԸ ՖԵՆԻԼԹԻՈՆԻՉԱՆՅՈՒԹՈՎ

Ամփոփում

Սպեկտրալուսաչափական և ամպերաչափական եղանակներով ուսումնասիրվել է թելուր (IV)-ի փոխազդեցությունը՝ ֆենիլթիոնիզանյութի հետ: Ցույց է տրվել, որ գոյանում է բաղադրամասերի 1:4 մոլային հարաբերությամբ կոմպլեքսային միացություն: Բացահայտվել են ռեակցիայի օպտիմալ պայմանները՝ թթվությունը, լուսաչափության և ամպերաչափության հիմնական օրենքներին ենթարկվելու սահմանները:

Հաստատվել է սելեն(IV)-ի և թելուր(IV)-ի տիտրման հնարավորությունը նրանց համատեղ առկայության դեպքում:

SPECTROPHOTOMETRIC AND AMPEROMETRIC DETERMINATION
OF SELENIUM(IV) AND TELLURIUM(IV) BY USING PHENYLTHIOUREA

Summary

An interaction spectrophotometric between tellurium(IV) with phenylthiourea has been studied by spectrophotometric and amperometric methods. It has been shown that complex compound is formed with 1:4 molar ratio of components. The optimal conditions of the reaction: acidity, ranges of the submitting to the main laws of spectrophotometry and amperometry have been revealed.

Химия

УДК 547.756

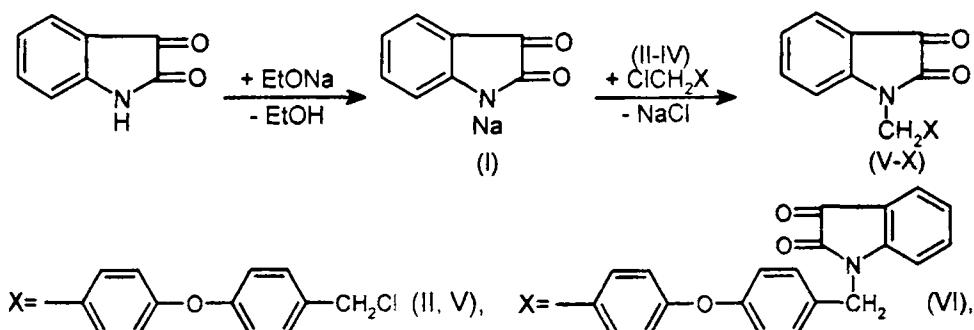
Э.Г. МЕСРОПЯН, А.А. АВЕТИСЯН, А.С. ГАЛСТЯН, М.Г. САРКИСЯН

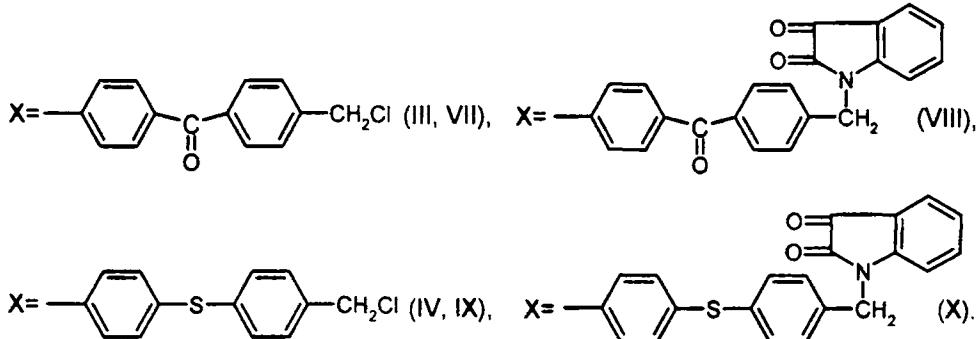
СИНТЕЗ НОВЫХ АРОМАТИЧЕСКИХ ПРОИЗВОДНЫХ ИЗАТИНА

В результате взаимодействия натриевой соли изатина (I) с 4,4'-ди-(хлорметил)дифенил-эфиром (II), 4,4'-ди-(хлорметил)дифенилкетоном (III), 4,4'-ди-(хлорметил)дифенилтиоэфиром (IV) получены соответствующие N-замещенные изатина: 4-(N-изатинометил)-4'-хлорметил-дифенилэфир (V), 4,4'-бис-(N-изатинометил)дифенилэфир (VI), 4-(N-изатинометил)-4'-хлор-метил-дифенилкетон (VII), 4,4'-бис-(N-изатинометил)дифенилкетон (VIII), 4-(N-изатино-метил)-4'-хлорметилдифенилтиоэфир (IX), 4,4'-бис-(N-изатинометил)дифенилтиоэфир (X), структура которых установлена на основании спектральных данных.

В продолжение исследований в области химии изатина [1, 2] осуществлен синтез его новых N-замещенных производных. Установлено, что при взаимодействии изатина в виде его натриевой соли с различными дигалогенпроизводными ароматического ряда при мольном соотношении реагентов 2:1 в диметилформамиде (ДМФ) образуются соединения V–X (см. аннотацию).

При взаимодействии II–IV с натриевой солью изатина (I) [3] образуются моно- (V, VII, IX) и дипроизводные (VI, VIII, X) изатина:





Экспериментальная часть. ИК-спектры продуктов сняты на спектрофотометре "75IR", спектры ЯМР ^1H – на спектрометре "Mercury-300 Varian" с рабочей частотой 300MHz в диметилсульфоксиде (ДМСО), внутренний стандарт – ГМДС. Чистоту полученных соединений контролировали методом ТСХ на пластинах "Silufol UV-254"; элюент – гексан : хлороформ : ацетон; проявление парами йода.

4-(N-изатинометил)-4'-хлорметилдифенилэфир V. К раствору 10ммоль изатина в виде натриевой соли (I), растворенной в 20мл абсолютного ДМФ, добавляли 5ммоль II. Смесь оставляли на один день при комнатной температуре, затем отфильтровывали для удаления хлористого натрия. После удаления ДМФ из фильтрата вакуумной перегонкой к массе добавляли этиловый спирт и отфильтровывали ее. Осадок представляет собой соединение V, которое растворяется в ДМФ, ацетоне, хлороформе, диоксане, не растворяется в воде, диэтиловом эфире, гексане, этаноле (табл. 1, 2).

Таблица 1

Выходы, температуры плавления, данные ТСХ и элементного анализа производных изатина (V–X)

Соединение	Выход, %	Т. пл., $^{\circ}\text{C}$	R_f	Компоненты в элюенте, мл			Найдено, %			Брутто-формула	Вычислено, %		
				гексан	хлороформ	ацетон	C	H	N		C	H	N
V	72	92–95	0,55	0,9	1	1	69,93	4,24	3,71	$\text{C}_{21}\text{H}_{16}\text{NO}_3\text{Cl}$	70,05	3,97	3,30
VI	21	200–201	0,52	0,9	1	1	73,77	4,09	5,73	$\text{C}_{30}\text{H}_{20}\text{N}_2\text{O}_3$	73,61	4,19	5,93
VII	39	132–135	0,50	0,5	1	1	70,86	4,11	3,59	$\text{C}_{21}\text{H}_{16}\text{NO}_3\text{Cl}$	70,69	4,03	3,65
VIII	27	159–161	0,48	0,6	1	1	74,40	4,00	5,60	$\text{C}_{31}\text{H}_{20}\text{N}_2\text{O}_3$	74,31	4,09	5,71
IX	40	122–123	0,55	1,3	1	1	67,09	4,07	3,56	$\text{C}_{22}\text{H}_{16}\text{NO}_3\text{SCl}$	66,91	3,90	3,19
X	25	200	0,55	1	1	1	71,43	3,97	5,55	$\text{C}_{30}\text{H}_{20}\text{N}_2\text{O}_4\text{S}$	71,09	3,61	5,71

После удаления спирта из спиртового раствора к остатку добавляется хлороформ, осаждаются кристаллы соединения VI, которое растворяется в этаноле, ДМФ, ацетоне, диоксане, не растворяется в воде, диэтиловом эфире,

гексане, хлороформе (табл. 1, 2).

Аналогично V получено соединение VII. Соединение VII – кристаллическое вещество красно-коричного цвета; растворяется в ацетоне, хлороформе, диоксане, ДМСО, не растворяется в воде, диэтиловом эфире, гексане (табл. 1, 2).

Таблица 2

Спектры ИК и ЯМР ^1H синтезированных соединений

Соединение	ИК-спектр: $\nu, \text{см}^{-1}$	Спектр ЯМР ^1H : $\delta, \text{м.д.}$
V	1600 (аром.); 1715, 1725 (C=O)	7,0–8,0 м (12 Н, аром.); 4,5 с (2 Н, CH_2Cl); 4,6 с (2 Н, NCH_2)
VI	1605 (аром.); 1730 (C=O)	7,0–7,9 м (16 Н, аром.); 4,6 с (4 Н, NCH_2)
VII	1605 (аром.); 1670, 1740 (C=O)	7,0–8,0 м (12 Н, аром.); 4,5 с (2 Н, CH_2Cl); 4,6 с (2 Н, NCH_2)
VIII	1600 (аром.); 1675, 1735 (C=O)	7,0–7,9 м (16 Н, аром.); 4,6 с (4 Н, NCH_2)
IX	1610 (аром.); 1730 (C=O)	7,0–8,0 м (12 Н, аром.); 4,5 с (2 Н, CH_2Cl); 4,6 с (2 Н, NCH_2)
X	1605 (аром.); 1740 (C=O)	7,0–7,9 м (16 Н, аром.); 4,6 с (4 Н, NCH_2)

Из реакционной среды аналогично VI выделено соединение VIII, которое растворяется в ацетоне, ДМФ, ДМСО, диоксане, не растворяется в воде, хлороформе, диэтиловом эфире, гексане (табл. 1, 2).

Аналогично V получено соединение IX. Соединение IX (кристаллы морковного цвета) растворяется в ацетоне, ДМФ, ДМСО, диоксане, хлороформе, не растворяется в воде, этаноле, диэтиловом эфире, гексане (табл. 1, 2).

Из реакционной среды аналогично VI выделены кристаллы соединения X темно-оранжевого цвета, растворимые в этаноле, ацетоне, ДМФ, ДМСО, диоксане, не растворимые в воде, хлороформе, диэтиловом эфире, гексане (табл. 1, 2).

Кафедра органической химии

Поступила 13.02.2003

E-mail: mag-union@yahoo.com

ЛИТЕРАТУРА

1. Месропян Э.Г., Мартиросян Э.В., Амбарцумян Г.Б., Галоян К.А., Аветисян А.А. – Арм. хим. ж., 1989, т. 42, № 4, с. 264–266.
2. Месропян Э.Г., Амбарцумян Г.Б., Аветисян А.А., Саркисян М.Г., Амазаспян Г.С. – ЖОрХ, 2001, т. 37, вып. 10, с. 1545–1546.
3. Томчин А.Б., Дмитриуха В.С. – ЖОрХ, 1975, т. 11, с. 184.

ԻԶԱՏԻՆԻ ՆՈՐ ԱՐՈՍԱՏԻԿ ԱԾԱՆՑՅԱԼՆԵՐԻ ՍԻՆԹԵԶ

Ամփոփում

Իզատինի նատրիումական աղի (I) և արոմատիկ դիհալոգեն ածանցյալների (II-IV) փոխազդեցությունից սինթեզվել են 4-(N-իզատինոմեթիլ)-4-քլորմեթիլ-դիֆենիլեթեր (V), 4,4 -քիս-(N-իզատինոմեթիլ)-դիֆենիլեթեր (VI), 4-(N-իզատինոմեթիլ)-4 -քլորմեթիլդիմիլկետոն (VII), 4,4 -քիս-(N-իզատինոմեթիլ)-դիֆենիլկետոն (VIII), 4-(N-իզատինոմեթիլ)-4 -քլորմեթիլդիմիլքիումեթեր (IX), 4,4 -քիս-(N-իզատինոմեթիլ)-դիֆենիլքիումեթեր (X):

E.G. MESROPYAN, A.A. AVETISYAN, A.S. GALSTYAN, M.G. SARGSYAN

SYNTHESIS OF NEW AROMATIC DERIVATIVES OF ISATIN

Summary

N-Derivatives of isatin have been synthesised by interaction of its sodium salt (I) with various dihalogencontaining compounds (II-IV). 4-(N-isatinomethyl)-4 -chlormethyl-diphenylether (V), 4,4 -bis-(N-isatinomethyl)-diphenylether (VI), 4-(N-isatinomethyl)-4 -chlormethyl-diphenylketone (VII), 4,4 -bis-(N-isatinomethyl)-diphenylketone (VIII), 4-(N-isatinomethyl)-4 -chlormethyl-diphenylthioether (V), 4,4 -bis-(N-isatinomethyl)-diphenylthioether (VI) have been obtained.

Биология

УДК 577.113.6

А.П. АНТОНЯН, А.Г. ДАВТЯН, П.О. ВАРДЕВАНИЯН

ОБРАЗОВАНИЕ ПОЛУИНТЕРКАЛЯЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ ПРИ СВЯЗЫВАНИИ БЭ С ДНК

Исследованы особенности комплексообразования БЭ с ДНК. Показано, что хромофорное кольцо лиганда может вклиниваться в плоскость между соседними основаниями в одной из нитей днахцепочечной (дц) ДНК (полуинтеркаляционный комплекс). Получены кривые связывания БЭ с ДНК полуинтеркаляционным способом и определены параметры их взаимодействия – константа K , число оснований n , приходящихся на одно место связывания.

Обнаружено, что БЭ может связываться и с полностью денатурированной одноцепочечной (оц) ДНК, при этом механизм взаимодействия лиганда с оц-ДНК также носит полуинтеркаляционный характер, а параметры связывания (K и n) совпадают с таковыми при полуинтеркаляционном взаимодействии БЭ с дц-ДНК.

Существующие в настоящее время данные по взаимодействию бромистого этидия (БЭ) с ДНК указывают на то, что этот лиганд образует несколько типов комплексов с полинуклеотидами [1–6]. Показано также, что БЭ может связываться и с оц-ДНК [2, 3]. С другой стороны, известно, что актиномицин Д (АМД), являясь классическим интеркалятором, проявляет высокое сродство и специфичность в связывании с оц-ДНК [7]. Можно предположить, что образование комплексов этих лигандов с определенными последовательностями оц-ДНК может играть определенную роль в процессах, связанных с модуляцией генной активности [8].

Структура оц-ДНК в основном определена межмолекулярными связями между азотистыми основаниями (стекинг взаимодействия, водородные связи), которые в оц-ДНК более слабые, чем в дц-ДНК [8]. С другой стороны, необходимо отметить, что в оц-ДНК имеют место также внутримолекулярные взаимодействия, которые существенно влияют на стабилизацию данной структуры полинуклеотида, а также на его комплексы с лигандами [9, 10].

С этой точки зрения исследования взаимодействия указанных лигандов с ДНК и выявление его механизмов представляют важную задачу.

В данной работе проведено экспериментальное исследование полуинтеркалиционного комплекса БЭ-ДНК.

Методика эксперимента. В работе использованы сверхчистая ДНК тимуса теленка, любезно предоставленная проф. Ландо (ИБОХ, Белорусь) и БЭ («Serva», Германия). Концентрации препаратов определены спектрофотометрически с применением следующих коэффициентов экстинкции: $\epsilon_{260}=6400 M^{-1} \text{ см}^{-1}$ для ДНК и $\epsilon_{480}=5600 M^{-1} \text{ см}^{-1}$ для БЭ соответственно.

Спектрофотометрические исследования проведены на спектрофотометрах Руе *Unicam-SP8-100* (Англия) и *Specord M-400* (Германия), а флуориметрические измерения на флуориметре *FluoroMax TM* (Франция). Все измерения были выполнены в герметически закрытых кварцевых кюветах (длина оптического пути 1 см). pH-титрование было проведено на иономере – универсальном ЭВ-74 (СССР). При этом растворы ДНК и ее комплексов с лигандами титровались 0.2N HCl, всякий раз добавлялся 1 мкл кислоты. Значения pH регистрировались после установления равновесия, ошибка которых варьировалась в пределах ± 0.02 единиц. Титрование раствора БЭ с ДНК проводилось микропипеткой объемом 10 мкл («Hamilton» США). Все измерения осуществлены при комнатной температуре ($t=25^{\circ}\text{C}$) при ионной силе $\mu=2.0 \cdot 10^{-2} M [\text{Na}^+]$.

Количество связанных молекул БЭ с ДНК было определено из спектров поглощения и флуоресценции БЭ и его комплексов с ДНК (см. [11]). Кривые связывания лиганда с ДНК были построены в координатах Скетчарда с помощью зависимости r/C_f от r :

$$\frac{r}{C_f} = K(1-nr) \left[\frac{1-nr}{1-(n-1)r} \right]^{n-1}, \quad (1)$$

где r – число связанных с ДНК молекул лиганда, C_f – концентрация свободных молекул БЭ, K – константа связывания, n – число оснований, приходящихся на одно место связывания [2].

Результаты и обсуждение. Эффективность большинства лигандов различной природы, проявляющих биологическое действие, обусловлена непосредственным связыванием с ДНК [1, 2, 12]. При этом эти лиганды могут формировать ковалентные и нековалентные комплексы с полинуклеотидами, которые могут локально блокировать или инициировать репликацию или транскрипцию ДНК [11–13]. С другой стороны, определенный интерес представляют исследования по взаимодействию лигандов с ДНК при кислых pH, поскольку протонирование азотистых оснований может иметь существенное воздействие на структуру биополимера [14–16]. Очевидно, что протонирование приводит к изменению распределения плотности заряда оснований, которые являются местами связывания лигандов, что не может не оказывать существенного влияния на взаимодействие заряженных лигандов с ДНК. Однако в подобного рода исследованиях необходимо учитывать изменение значения константы протонирования pK_a лиганда. Известно, что pK_a аналога БЭ 3,8-диамино-6-фенилфенантридина (ДАФФ) при данной ионной силе постоянна, причем оптические характеристики этого красителя

совпадают с таковыми для БЭ как при нейтральном, так и при кислом рН. Поэтому, учитывая данный факт, мы принимаем постоянство и pK_a БЭ [17].

Исследования последних лет по взаимодействию лигандов с ДНК показывают, что БЭ, АМД, являясь стабилизаторами и взаимодействуя с ди-ДНК интеркаляционным способом, могут образовывать комплексы и с оц-ДНК [2, 3]. При этом результаты работы [7] указывают на то, что молекулы АМД частично интеркалируют в плоскость между основаниями (полуинтеркаляционный комплекс). В [2] было показано, что термодинамические характеристики взаимодействия и БЭ, и АМД с ДНК находятся в хорошем соответствии, из чего следует, что БЭ также может связываться полуинтеркаляционным механизмом с ДНК.

Для создания условий, при которых ($t=25^{\circ}C$ и $\mu=2.0 \cdot 10^{-2}M [Na^+]$) ДНК находится в оц-состоянии, нами был выбран рН-индукцированный

переход спираль-клубок ДНК и ее комплексов с БЭ, который выявил, что при $pH=3.0$ ДНК-БЭ комплексы находятся полностью в оц-состоянии. Дальнейшие исследования комплексов БЭ с оц-ДНК проводились при указанном рН спектрофотометрическим и флуориметрическим методами. Для оценки K и μ были получены кривые связывания БЭ с ДНК в координатах Скетчарда. Важно отметить, что изотермы адсорбции БЭ с ди-ДНК, полученные из спектров поглощения и приведенные на рис. 1 при $pH=7.0$, разнились от таковых, полученных из спектров флуоресценции. В работе [11] показано, что БЭ, кроме флуоресцирующего интеркалирующего, образует также нефлуоресцирующий сильный комплекс с ДНК. Следовательно, можно полагать, что это отличие обусловлено нефлуоресцирующим сильным комплексом БЭ с ДНК. Более того, кривая связывания, соответствующая нефлуоресцирующему комплексу, нелинейна (см. рис. 2, кр. 1). Это указывает на то, что БЭ связывается с ДНК, по крайней мере, двумя способами – сильным и слабым. Данный факт подтверждается наличием на спектрах поглощения изобистической точки, которая указывает на то, что молекулы красителя находятся в двух

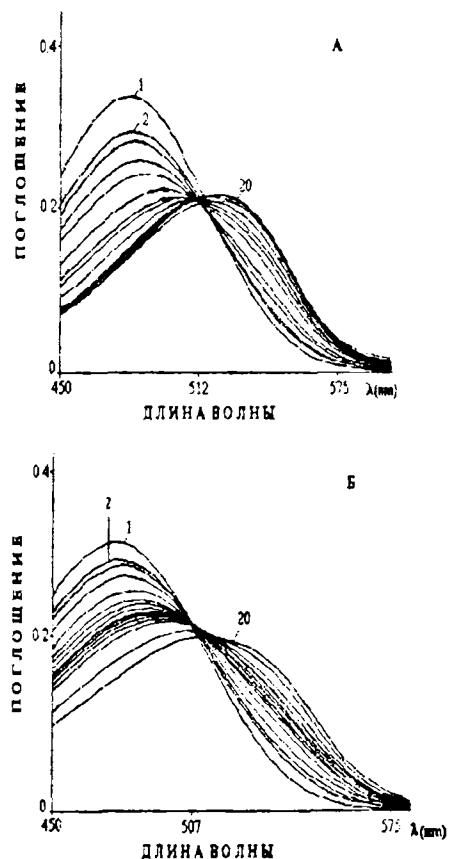


Рис. 1. Спектры поглощения чистого БЭ (1) и его комплексов с ди-ДНК (2-20) при $\lambda=400-600\text{nm}$, $pH=7.0$, $t=25^{\circ}C$, $\mu_{Na^+}=2 \cdot 10^{-2}M$ (А) и с оц-ДНК (2-20) при $\lambda=400-600\text{nm}$, $pH=3.0$, $t=25^{\circ}C$, $\mu_{Na^+}=2 \cdot 10^{-2}M$ (Б).

которая указывает на то, что молекулы красителя находятся в двух

состояниях – связанным и свободном. Более того, из рис. 1 видно, что при взаимодействии БЭ с дц-ДНК на спектрах поглощения обнаруживается вторая, слабо выраженная изобистическая точка, указывающая на связывание лиганды более чем одним способом (рис. 1, А). Аналогичная картина обнаруживается и при взаимодействии БЭ с оц-ДНК, что также свидетельствует о двух способах связывания (рис. 1, Б).

На рис. 2 приведены кривые связывания БЭ с дц- и оц-ДНК, полученные из спектров поглощения. Нелинейность приведенных кривых обусловлена тем, что БЭ связывается и с одной из нитей как дц-ДНК, так и с оц-ДНК, по крайней мере, двумя способами.

Анализ кривых связывания БЭ с оц-ДНК выявил, что один из этих способов сильный, другой – слабый: $K_s/K_w \approx 10$, где K_s – константа связывания сильным способом, а K_w – слабым, что было предсказано в работе [2]. Значения термодинамических параметров, полученных из кривых связывания, обобщены в таблице, откуда видно соотношение значений $K_s''/K_s = 1,2$ (K_s'' соответствует сильному нефлуоресцирующему комплексу БЭ–дц-ДНК, K_s – силь-

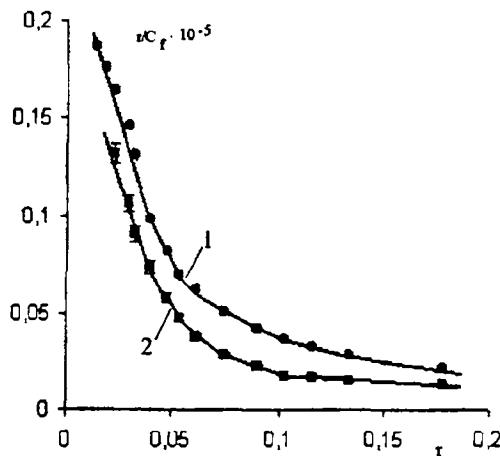


Рис. 2. Кривые связывания БЭ с дц-ДНК (1) и с оц-ДНК (2) в координатах Скетчарда.

ному комплексу БЭ–оц-ДНК). Близость этих данных указывает на аналогичность этих комплексов, т. е. они имеют одинаковую природу и соответствуют полуинтеркаляционному механизму взаимодействия. На это указывают также полученные значения n , которые имеют одинаковую величину для сильных комплексов БЭ как с дц-, так и с оц-ДНК.

Значения термодинамических параметров (K и n) полуинтеркаляционных комплексов БЭ с дц- и оц-ДНК.

дц-ДНК (pH=7,0)	$K_s'' = 30 \cdot 10^4 M^{-1} \pm 0.20$	$K_w = 3.7 \cdot 10^4 M^{-1} \pm 0.15$	$n_s'' = 8.0$	$n_w = 3.0$
оц-ДНК (pH=3,0)	$K_s = 24 \cdot 10^4 M^{-1} \pm 0.12$	$K_w = 2.3 \cdot 10^4 M^{-1} \pm 0.16$	$n_s = 8.0$	$n_w = 3.0$

K_s''/K_s , K_w – значения K , соответствующие сильному полуинтеркалирующему комплексу БЭ с дц- и оц-ДНК соответственно; K_w – значение K , соответствующее слабому комплексу БЭ; n_s'' – значение n , соответствующее сильному нефлуоресцирующему комплексу БЭ с дц-ДНК; n_s – значение n , соответствующее слабому комплексу БЭ с оц-ДНК; n_w – значение n , соответствующее слабому комплексу БЭ с дц- и оц-ДНК.

Таким образом, исходя из полученных данных, можно допустить, что БЭ связывается с ДНК, кроме интеркаляционного, также полуинтеркаля-

ционным способом, при этом второй механизм взаимодействия в одинаковой мере обнаруживается как для дц-, так и для оц-ДНК. На это указывают и теоретические расчеты, которые выявили, что при определенных соотношениях концентраций БЭ/ДНК этот лиганд при взаимодействии полуинтеркаляционным способом проявляет примерно одинаковое сродство как к дц-, так и оц-ДНК ($K/K' \approx 1,1$, K – константа связывания с дц, K' – с оц участками) [2]. Совпадают и параметры связывания, соответствующие слабому способу. Следовательно, можно заключить, что БЭ может специфически связываться и с оц-участками ДНК.

Кафедра биофизики

Поступила 14.03.2003

ЛИТЕРАТУРА

1. Lane A.N, Jenkins T.C. – Quarterly Reviews of Biophysics. 2000, v. 33, № 3, p. 255–306.
2. Karapetian A.T., Mehrabian N.M., Terzikian G.A., Vardevanian P.O., Antonian A.P., Borisova O.F., Frank-Kamenetskii M.D. – J. Biomol. Struct. & Dyn., 1996, v. 14, № 2, p. 275–283.
3. Вардеванян П.О., Антонян А.П., Манукян Г.А., Карапетян А.Т., Щелкина А.К., Борисова О.Ф. – Мол. биол., 2000, т. 34, № 2, с. 310–315.
4. Бабаян Ю.С., Манзини Д., Квадрифолио Ф. – Мол. биол., 1988, т. 22, № 4, с. 898–910.
5. Бабаян Ю.С., Аракелян В.Б., Потикян Г.Г., Казарян Р.С. – Биофизика, 2001, т. 46, № 6, с. 1003–1005.
6. Vardevanyan P.O., Antonyan A.P., Manukyan G.A., Karapetyan A.T. – Exper. and Mol. Medicine. 2001, v. 33, № 4, p. 205–208.
7. Wadkins R.M., Jares-Erijman E.A., Klement R., Rudiger A., Jovin T.M. – J. Mol. Biol., 1996, № 262, p.53–68.
8. Веселков А.Н., Барановский С.Ф., Дымант Л.Н., Петренко Н.В., Веселков Д.А., Такер А., Дейвис Д. – Мол. биол., 1997, т. 31, с. 263–273.
9. Seanger W. Springer Verlag, New York, NY, 1984.
10. Graves D.E. – Book of Abstracts. Workshop on DNA-Drug Interactions. Madrid, 1993, 15–17 Nov., p. 39.
11. Борисова О.Ф., Щелкина А.К., Карапетян А.Т., Суровая А.Н. – Мол. биол., 1998, т. 32, № 5, с. 855–862.
12. Haroutiunian S.G., Dalian E.B., Morozov V.F., Mamasakhlisov E.Sh., Shahinyan M.S., Akhrem A.A., Lando D.Yu., Messori L., Orili P. – Inorg. Chemica Acta, 1998, № 275–276, p. 510–514.
13. Searcey M., McClean S., Madden B., McGown A.T., Wakelin P.G. – Anti-Cancer Drug Design, 1998, № 13, p. 837–855.
14. Cantor C.R., Schimmel P.R. Biophysical Chemistry, 1980, W.H. Freeman and company, New York, Book 3, 1371 р.
15. Lando D.Yu., Haroutiunian S.G., Kul'ba A.M., Dalyan Y.B., Orioli P., Mangani R., Akhrem A.A. – J.Biomol. Struct.& Dyn, 1994, v. 12, № 2, p. 355–366.
16. Сухоруков Б.И., Шварцбург П.М. – Биофизика, 1985, т. 30, с. 637–640.
17. Jones R.L., Wilson W.D. – Biopolymers, 1981, v. 20, p. 141–154.

ԿԻՍԱԽՆՏԵՐԿԱԼՅԱՑԻՈՆ ԿՈՄՊԼԵՔՍՆԵՐԻ ԱՌԱՋԱՑՈՒՄԸ ԴՆԹ-ի
ՀԵՏ ԷԲ-ի ԿԱՊՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ամփոփում

Հետազոտված են ԴՆԹ-ի հետ ԷԲ-ի փոխազդեցության առանձնահատկությունները։ Ցույց է տրված, որ լիգանդի քրոմաֆորային օղակը կարող է ներդրվել երկպարույր ԴՆԹ-ի շղթաներից մեկի հիմքերի հարթությունների միջև (կիսահնտերկալյացիոն կոմպլեքս)։ Ստացված են ԴՆԹ-ի հետ ԷԲ-ի կիսահնտերկալյացիոն եղանակով միացման կորերը և որոշված են փոխազդեցության պարամետրերը՝ միացման հաստատումը (K) և մեկ տեղին համապատասխանող հիմքերի թիվը (n):

Բացահայտված է, որ ԷԲ-ը կարող է փոխազդել լրիվ բնափոխված միաշղրա ԴՆԹ-ի հետ, ընդ որում վերջինիս հետ լիգանդների փոխազդեցության մեխանիզմը նույնականացնելու կիսահնտերկալյացիոն բնույթի է, իսկ միացման պարամետրերը (K և n) համընկնում են երկշղրա ԴՆԹ-ի հետ ԷԲ-ի կիսահնտերկալյացիոն եղանակով փոխազդեցության դեպքում ստացված պարամետրերի հետ։

A.P. ANTONYAN, H.G. DAVTYAN, P.O. VARDEVANYAN

FORMATION OF SEMI-INTERCALATION COMPLEXES AT EtBr
INTERACTION WITH DNA

Summary

The features of EtBr complex-formation with DNA are investigated. It is shown, that the chromophore ring of ligand can be inserted into a plane between the next bases in one of strands of double-stranded (ds-DNA) (semi-intercalation complex). The binding curves by semi-intercalative interaction of EtBr with DNA are obtained and the parameters of interaction – binding constant (K) and the number of the bases (n), corresponding to one binding site, are determined.

It is revealed, that EtBr may bind with completely denatured, single-stranded (ss) DNA, thus, the mechanism of interaction of ligand with ss-DNA also has semi-intercalative character, and the binding parameters - K and n , coincide with those received at semi-intercalative interaction of EtBr with ds-DNA.

Биология

УДК 591.1.05

А.Х. АГАДЖАНЯН, М.С. МАРИРОСЯН, А.А. АГАДЖАНЯН

**БИОСИНТЕЗ ПРОЛИНА, КАТАЛИЗИРУЕМЫЙ ОРНИТИНЦИКЛАЗОЙ,
НА РАЗЛИЧНЫХ СТАДИЯХ МЕТАМОРФОЗА ФАСОЛЕВОЙ ЗЕРНОВКИ
*ACANTHOSCELIDES OBTECTUS SAY***

Осуществлена очистка орнитинциклизы с помощью диализа с последующим фракционированием на сефадексе G-100. Обнаружено, что фермент жуков фасолевой зерновки при диализе теряет свою активность, а фермент личинок довольно устойчив и значительно активнее. При фракционировании бесклеточного экстракта жуков и личинок на сефадексе G-100 орнитинциклизаза жуков элюируется одним пиком, а фермент личинок – двумя, обладающими довольно высокими активностями.

Новый путь биосинтеза пролина из орнитина, катализируемый орнитинциклизой, впервые обнаружен у анаэробных бактерий *Clostridium sporogenes*. При этом орнитин превращается в пролин одним ферментом – орнитинциклизой [1].

Молекулярная масса фермента равна 80 kDa . Гель-электрофорезом на полиакриламиде установлено, что фермент состоит из двух субъединиц с молекулярной массой по 41.5 kDa [2].

Обнаружена орнитинциклизная активность также на различных стадиях метаморфоза фасолевой зерновки [3], которая является фактически вторым после анаэробных бактерий *Clostridium sporogenes* объектом с этим редко встречающимся в природе ферментом. Установлено, что орнитинциклизаза не проявляет строгой специфичности относительно орнитина. Роль последнего может выполнять как ряд аминокислот, так и мочевина и гуанидинуксусная кислота [4].

Материалы и методы. Объектом исследования служили личинки и жуки фасолевой зерновки *Acanthoscelides obtectus Say*. Продолжительность развития яиц при 28°C – 7 дней. При указанной температуре и 75%-ой влажности воздуха личиночная стадия длится 30 дней. Личинки для опытов были отобраны на 28-ой день развития. Гомогенизацию проводили в стеклянном гомогенизаторе типа Поттера-Эльвежема. Готовили 10%-ый гомогенат в 0,05M буфере трис-HCl (pH 7,4). Очистку орнитинциклизы осуществляли с помощью диализа в холодных условиях в течение двух часов против буфера трис-HCl (pH 7,4) в соотношении 1:20

и фракционированием на сефадексе G-100, уравновешенном буфером трис-HCl, на колонке длиной 48 и диаметром 1,9 см, объем наносимого раствора – 3 мл, скорость элюции – 5 мл за 10 мин. Активность фермента определяли в инкубационной среде, содержащей следующие компоненты: калийфосфатный буфер (рН 7,4) – 1 мл, кофакторы (НАД⁺, НАДФ⁺) – 2 мкмоль, L-орн – 50 мкмоль. Реакцию останавливали добавлением 1 мл 20%-го холодного раствора ТХУ. Пролин определялся химическим методом по Блюменкранцу [5], белок – по интенсивности поглощения света при длине волны 280 нм на СФ-4А. Статистическая обработка данных проведена по Вознесенскому [6].

Результаты и обсуждение. Наши исследования были посвящены выделению частично очищенной орнитинцилазы, об активности которой судили по количеству синтезированного пролина, поэтому применялись различные системы для удаления пролина путем диализа (табл. 1).

Таблица 1*

Удаление свободного пролина из гомогената личинок и жуков фасолевой зерновки, мкмоль про на 1г ткани

Система для диализа	Личинки	Жуки
исходное количество пролина в гомогенате	2,51±0,7	2,54±0,8
содержание пролина после диализа против трис-HCl	0,72±0,1	0,68±0,1
содержание пролина после диализа против 30%-го сульфата аммония	0,71±0,1	0,73±0,1
содержание пролина после диализа против воды	1,71±0,4	0,98±0,3

* В таблицах 1,2 приведены средние значения пяти серий экспериментов.

Данные таблицы свидетельствуют, что пролин хорошо диализуется против трис-HCl (рН 7,4) и 30%-го сульфата аммония.

В следующих сериях экспериментов для выявления орнитинцилазной активности были использованы диализаты, полученные различными способами. Данные приведены в табл. 2.

Таблица 2

Использование диализатов для выявления активности орнитинцилазы, мкмоль про на 1г ткани.

Варианты	Кофакторы фермента	Личинки	Жуки
диализат, полученный против трис-HCl	НАД ⁺	0,53±0,05	0
	НАДФ ⁺	0,30±0,03	0
диализат, полученный против 30%-го сульфата аммония	НАД ⁺	0,14±0,01	0
	НАДФ ⁺	0,07±0,005	0
диализат, полученный против воды	НАД ⁺	0,43±0,04	0
	НАДФ ⁺	0,21±0,02	0

Из таблицы видно, что орнитинцилаза жуков при диализе полностью теряет свою активность, а фермент личинок, напротив, довольно устойчив и после двухчасового диализа проявляет значительную активность.

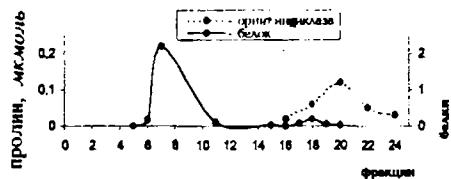


Рис. 1. Орнитинцилаза жуков фасолевой зерновки.

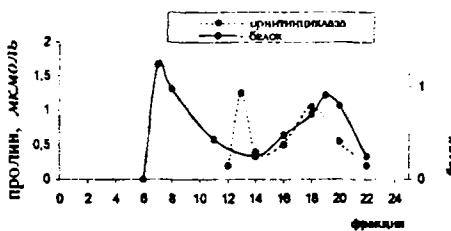


Рис. 2. Изоэнзимы орнитинцилазы личинок фасолевой зерновки.

изоформы фермента. Дальнейшие исследования будут посвящены изучению регуляторных свойств этого фермента и его изоэнзимов.

Кафедра биохимии

Поступила 22.05.2002

ЛИТЕРАТУРА

1. Costilow R.N., Laycock L. – J. Biol. Chem., 1971, v. 246, p. 6655–6668.
2. Muth W.L., Costilow R.N. – J. Biol. Chem., 1974, v. 249, № 23, p. 7457–7462.
3. Агаджанян А.Х. Аргиназа, ферменты биосинтеза и катаболизма пролина в сравнительном аспекте: Автореф. дис. на соискание уч. ст. докт. биол. наук. Ер., 1990.
4. Агаджанян А.Х., Мартиросян М.С., Агаджанян А.А. – Ежекварт. рефер. сборник. Депонир. работы РА, 2001, с. 346.
5. Blumentrantz N. – Clin. Biochem., 1980, v. 13, p. 177–183.
6. Вознесенский В.Л. Первичная обработка экспериментальных данных. Л., 1969.

Ա.Խ. ԱՂԱՋԱՆՅԱՆ, Մ.Ս. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ, Ա.Ա. ԱՂԱՋԱՆՅԱՆ

ՕՐՆԻԹԻՆՑԻԼԱԶՈՎ ԿԱՏԱԼԻԶՎՈՎ ՊՐՈԼԻՆԻ ԿԵՆՍԱՍԻՆԹԵԶԸ
ԼՈԲՈՒ ԸՆԴԱԿԵՐԻ (*ACANTHOSCELIDES OBTECTUS SAY*)
ԿԵՐՊՄԱՆԱՓՈԽՈՒԹՅԱՆ ՏՄՐԲԵՐ ՓՈՒԵՐՈՒՄ

Ամփոփում

Իրականացվել է օրնիթինցիլազի մաքրում դիալիզով և G-100 սեֆադեքսով չափազատման ճանապարհով: Հայտնաբերվել է, որ լորու

ընդակերի բգեզների ֆերմենտը դիալիզի ենթարկելիս կորցնում է իր ակտիվությունը, իսկ թրուրների ֆերմենտը չափազանց կայուն է և ավելի ակտիվ է բգեզների ֆերմենտի համեմատությամբ: Բգեզների և թրուրների անքաջիջ մզվածքը G-100 սեֆադեքսով չափազատելիս բգեզների օրնիթինցիկլազը էլուուցվում է մեկ, իսկ թրուրների ֆերմենտը բավականաշափ բարձր ակտիվությամբ օժնված երկու մարզականումով:

A.Kh. AGHADJANIAN, M.S. MARTIROSIAN, A.A. AGHADJANIAN

**BIOSYNTHESIS OF PROLINE CATALISED BY ORNITHINE CYCLASE AT DIFFERENT STAGES OF METHAMORPHOSIS OF HARICOT BEETLEFLY
*ACANTHOSCELIDES OBTECTUS SAY***

Summary

Purifying of ornithine cyclase has been realized by dialysis with following fractionation on sefadex G-100. It has been discovered that enzime of haricot beetlefly loses its activity during dialysis, but larvae enzime is rather stabile and considerably active than the enzime of beetles. During fractionation of cell-free extracts of larvae and beetles on sefadex G-100 ornithine cyclase of beetles is elutioned with one peak, but larvae enzime – with two peaks possessing, rather high activity.

Биология

УДК 514.764

М. А. ДАВТЯН, Г. А. ГАБРИЕЛЯН, Р. О. ТОРЧЯН

ВЫДЕЛЕНИЕ БЕЛКОВ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИХ АМИНОКИСЛОТНОГО СОСТАВА ДРОЖЖЕЙ *SACCHAROMYCES CEREVISIAE* – ОТХОДОВ ПИВОВАРЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА

Выявлены оптимальные условия для максимальной экстракции белков дрожжей *Saccharomyces cerevisiae* (инкубирование в среде 1M NH₄OH в течение 4 часов), при которых экстрагируется около 65% от общего количества белка. Получен кислотный гидролизат осажденных белков и определен его аминокислотный состав. Полученные данные свидетельствуют, что исследуемые дрожжи имеют достаточно богатый набор аминокислот и могут быть использованы в качестве источника для получения аминокислотных смесей.

В настоящее время большое внимание уделяется аминокислотным смесям, которые являются незаменимыми в качестве дополнительного парентерального питания при ряде патологических состояний. Азотистый компонент в рационе парентерального питания может быть представлен гидролизатами белка и аминокислотными смесями [1, 2]. Использование препаратов нерасщепленного белка (плазмы, протеина, альбумина) мало эффективно в силу слишком большого периода полураспада экзогенного белка. Относительно частая непереносимость даже хорошо очищенных гидролизатов вследствие индивидуальных особенностей пациентов, субъективные факторы нередко затрудняют их применение. Предпочтениедается более концентрированным источникам аминного азота – аминокислотным смесям. Аминокислотные смеси должны содержать сбалансированное количество заменимых и незаменимых аминокислот, быть биологически адекватными, чтобы организм мог трансформировать их в собственные белки, не вызывая при этом побочных реакций после поступления в сосудистое русло [3]. Из смесей синтетических аминокислот наибольшее распространение получили такие препараты, как мориамин С-2, морипрон (Япония), альвезин (ФРГ), вамин, фреамин (Швеция), полиамин (Россия), азонутрил (Франция). Большинство аминокислотных препаратов содержит все 8 незаменимых аминокислот, а также гистидин и аргинин и 10–12 заменимых аминокислот. Соотношение различных незаменимых аминокислот в этих препаратах более или менее соответствует аминокислотному спектру яичного белка.

Нами предусматривается разработать метод выделения белков из отходов местной пищевой промышленности и получения из них гидролитическим путем аминокислот с целью их применения при парентеральном питании. Одним из отходов Ереванского пивоваренного завода являются остаточные дрожжи *Saccharomyces cerevisiae*, которые могут служить источником получения различных физиологически активных питательных веществ [4]. Хорошо высушенные пивные дрожжи могут храниться длительное время, при этом не снижается их качество.

Материал и методы исследований. Объектом исследований служили высушенные дрожжи *Saccharomyces cerevisiae* (отходы Ереванского пивоваренного завода). Количество белка определяли методом Лоури [5]. Кислотный гидролизат белков получали в пробирке с обратным холодильником в 6N HCl при 105°C. После гидролиза соляную кислоту удаляли путем многократной отгонки водой в вакууме. Остаток растворяли в определенном объеме 10%-ого изопропилового спирта, центрифугировали при 5000g (10мин) и в надосадке определяли аминокислоты методом бумажной хроматографии – одномерным нисходящим способом. Растворителем служила смесь бутанол-уксусная кислота-вода в соотношении 4:1:1. Проявителем служил 0,2%-ый раствор нингидрина в ацетоне. Количественное определение аминокислот проводилось методом Lissitzky [6].

Результаты и обсуждение. Результаты первой серии опытов показали, что количество белка составляет в среднем 350мг на 1г сухих дрожжей. Далее разрабатывались оптимальные условия для максимальной экстракции белков. Экстракция проводилась в различных средах (0,2M Na₂HPO₄, 2% Na₂CO₃, 0,2% NaOH в 50% этаноле, 1M NH₄OH) [7, 8] при комнатной температуре в различные промежутки времени. Полученные данные (табл. 1) показывают, что оптимальной средой для максимальной экстракции белка является 1M NH₄OH при четырехчасовой экстракции, при этом экстрагируется до 65% белка.

Таблица 1

*Количество белка при различных условиях экстракции у дрожжей
Saccharomyces cerevisiae*

Время, ч	Общее кол-во белка, мг/1г сух. др.	H ₂ O		Na ₂ HPO ₄		Na ₂ CO ₃		NaOH в этил.спирте		NH ₄ OH	
		мг/1г сух.др.	%	мг/1г сух.др.	%	мг/1г сух.др.	%	мг/1г сух.др.	%	мг/1г сух.др.	%
2		58,3	16,65	105,8	30,20	110,5	31,57	130,6	37,30	150,7	43,05
3	350,0	65,8	18,80	115,3	32,90	137,5	39,20	185,3	52,90	208,7	59,62
4		60,3	17,15	120,8	34,51	185,5	53,0	205,8	58,80	225,8	64,50
6		63,5	18,14	132,8	37,94	170,3	48,65	210,3	60,08	230,5	65,85

После цитолиза экстракт дрожжей центрифугировали при 10000g (10мин) и после нейтрализации pH надосадка белки подвергали осаждению. Для осаждения белков были испробованы ацетон (55%), сульфат аммония (40, 60, 80%-ое насыщение) и трихлоруксусная кислота (TXU, 10, 20%). Полученные данные, приведенные в табл. 2, показывают, что

наибольшее количество белка (до 75%) обнаруживается в осадке после осаждения белков 20%-ой ТХУ.

Таблица 2

Количество белка при различных условиях осаждения

Варианты	До осаждения, мг/1 г сухих дрожжей	После осаждения			
		надосадок		осадок	
		мг/1 г с.д.	%	мг/1 г с.д.	%
ацетон 55% $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ 40% 60% 80% ТХУ 10% 20%	230,5	96,3	41,8	126,7	55,0
		148,3	64,3	75,4	32,7
		118,7	51,5	105,8	45,4
		81,8	35,5	138,3	60,0
		98,5	42,7	123,5	53,6
		54,8	23,8	172,8	75,0

Для определения аминокислотного состава осажденный белок подвергли гидролизу в 6N HCl в течение 24 ч при 105°C. После нейтрализации гидролизата был определен его аминокислотный состав. Полученные данные представлены в табл. 3.

Таблица 3

*Аминокислотный состав белкового гидролизата дрожжей *Sacch. Cerevisiae**

Аминокислоты	Количество аминокислот	
	мг/1 г сух. др.	%
цистein	следы	
гистидин	0,78	6,85
лизин	0,50	4,40
аргинин	следы	
аспарагиновая к-та	2,50	22,0
глутаминовая к-та	0,79	6,95
серин	следы	
глицин	0,54	4,74
аланин	0,18	1,58
треконин	1,05	9,22
метионин	1,90	16,70
тироzin	1,30	11,42
валин	0,64	5,62
лейцин+изолейцин	0,90	7,90
фенилаланин	0,30	2,63

Сумма аминокислот составляет 11,38 мг на 1 г сухих дрожжей. Следует особо отметить наличие почти всех незаменимых аминокислот (фенилаланин, треконин, гистидин, валин, лизин, метионин, лейцин+изолейцин) за исключением триптофана, который при кислотном гидролизе разрушается. Сумма незаменимых аминокислот составляет около 53% от общего количества аминокислот. В составе аминокислот заметно содержание аланина (1,6%) и глутаминовой кислоты (6,9%), что, по данным других исследователей, обеспечивает нормальное усвоение аминокислотных смесей [4].

При сравнении указанных данных с результатами аналогичных исследований белков сыворотки молока и мелассы сахарной свеклы [9] оказалось, что белки дрожжей богаты такими незаменимыми аминокислотами, как метионин, треонин, лейцин+изолейцин и гистидин, а белки сыворотки и мелассы – лизином, валином и метионином.

Таким образом, остаточные дрожжи *Saccharomyces cerevisiae* имеют достаточно богатый набор аминокислот и могут быть использованы в качестве источника для получения аминокислотных смесей.

Кафедра биохимии

Поступила 04.06.2002

ЛИТЕРАТУРА

1. Вретлинд А., Шенкин А. – Вестн. АМН СССР, 1980, № 2, с. 9–13.
2. Вретлинд А., Суджян А. Внутривенное питание. Москва–Стокгольм, 1984, с. 298.
3. Костюченко А.Л., Каючевский А.В. Современные возможности парентерального питания. С-Петербург, Мед. центр ЦБ РФ. М., 2000.
4. Бусельникова Т.В., Антонова Т.В., Валихова О.И., Градова И.Б., Безруков М.Г. – Биотехнология, 1988, т. 4, № 6.
5. Lowry O.H., Rosenbrough N.J., Farr A.L., Randall R.J. – J. Biol. Chem., 1951, v. 193, p. 256–275.
6. Lissitzky S., Laurent J. – Bul. Soc. Chem. Biol., 1955, v. 37, p. 1177.
7. Скоупс Р. Методы очистки белков. М.: Мир, 1985.
8. De la Morena E., Santos J., Grisolia S. – Biochim. Biophys. Acta, 1968, v. 151, p. 526–528.
9. Арутюнян Т.Г., Карапетян С.А., Хачатрян М.А. – Биолог. ж. Армении, 1995, т. XLVIII, № 21.

Մ.Ա. ԴԱՎԹՅԱՆ, Գ.Ա. ԳԱԲՐԻԵԼՅԱՆ, Ռ.Հ. ԹՈՂՋՅԱՆ

ԳԱՐԵԶՐԻ ԱՐՏԱԴՐՈՒԹՅԱՆ ԹԱՓՈՆԻ՝ *SACCHAROMYCES CEREVISIAE*
ԽՄՈՐԱՍԿԵՐԻ ՍՊԻՏԱԿՈՒՑՆԵՐԻ ԱՆՁԱՏՈՒՄԸ ԵՎ ՆՐԱՆՑ
ԱՄԻՆԱԹԹՎԱՅԻՆ ԿԱԶՄԸ

Ամփոփում

Որոշվել են խմորասնկերի սպիտակուցների մաքսիմալ էքստրակցիայի օպտիմալ պայմանները ($1M$ NH_4OH -ի միջավայրում, 4 ժամ), որի ժամանակ մզգում է սպիտակուցի ընդհանուր քանակության 65%-ը: Ստացվել է նաև ցված սպիտակուցների թթվային հիդրոլիզատ և որոշվել նրա ամինաթթվային կազմը: Պարզվել է, որ *Sacch. cerevisiae* խմորասնկերը (գարեզրի արտադրության թափոն) ունեն քավական հարուստ ամինաթթվային կազմ և կարող են օգտագործվել որպես աղբյուր ամինաթթվային խառնուրդներ ստանալու համար:

THE ISOLATION OF PROTEINS AND DETERMINATION OF THEIR AMINO
ACID COMPOSITION IN YEASTS *SACCHAROMYCES CEREVIAE* – THE
WASTES OF BEER PRODUCTION

Summary

The optimal conditions for maximal extraction of proteins during which about 65 per cent of total amount of protein is extracted, have been estimated. The acid hydrolysate of precipitated proteins has been obtained and its amino acid composition has been determined. It appeared, that the yeasts *Sacch. cerevisiae* (the wastes of beer production) have rich amino acid composition and can be used as a source of amino acid mixtures.

Биология

УДК 581.9+581.526

Г.А. СЕМЕРДЖЯН, Б.И. ДИЛЬДАРЯН, М.А. ХАЧАТРЯН

**АМИНОКИСЛОТНЫЙ СОСТАВ НЕКОТОРЫХ ПРЕДСТАВИТЕЛЕЙ
МОХОВИДНЫХ**

Исследованы содержание общего азота и аминокислотный состав белков (свободные и структурные) у некоторых представителей отдела моховидных. До настоящего времени эта область недостаточно изучена. Выявлены некоторые закономерности в количественном выражении аминокислотного состава и отмечено межвидовое различие в составе аминокислот.

Мохообразные (*Bryophyta*) – древний, обособленный отдел высших растений и единственный, в жизненном цикле которого доминирующим поколением является гаметофит. У представителей класса печеночных мхов половое поколение представлено в основном слоевищем, что характерно для низших растений.

К особенностям моховидных также относится примитивное внешнее и внутреннее строение – отсутствие корней, низкий уровень дифференциации тканей. Клеточные оболочки состоят из пектина, гемицеллюлозы и целлюлозы и могут содержать фенольные соединения (фенольный гликозид). Флавоновая природа выделенного гликозида связывает его с антоциановыми пигментами клеточных стенок. Помимо этого в клеточных стенках некоторых представителей обнаружены небольшие количества ароматических альдегидов в подвижной форме, предшественников лигнина. В отличие от остальных высших растений, лигнин у мхов не образуется.

Для мхов характерна способность удерживать влагу, в связи с чем им отводится глобальная роль в экономике природы, главным образом в регулировании водного баланса континентов и предохранении почвы от эрозии.

У некоторых ксерофитных мхов ненормальные утолщения клеточных оболочек, тканей стеблей и листьев биологически обоснованы, если рассматривать эти утолщения не как средство для укрепления растений, а как приспособление для сохранения воды, обусловленное коллоидальными свойствами оболочек клетки [1].

Известны также способность мхов аккумулировать многие вещества, в частности тяжелые металлы, индикационные свойства отдельных видов мхов и чувствительность к радиоактивным веществам.

Отмеченные особенности послужили основанием для предположения, что моховидные произошли от водорослей и составляют слепую ветвь эволюции высших растений. С учетом доминирования гаметофита, низкого уровня их организации, способности к нормальному существованию в экстремальных условиях, изменчивости ядерной ДНК, отражающей эволюцию и жизненную стратегию видов, исследованием химического состава отдельных представителей моховидных можно решить многие вопросы в интерпретации происхождения и эволюции моховидных [2, 3].

Материал и методика. Материалом для исследований послужили образцы сборов моховидных в разных растительных формациях, взятых с разнообразных экотопов Цахкунянского хребта и его отрогов.

Исследовано 4 вида относящихся к двум классам и разным семействам отдела моховидных.

I. Класс Marschantiopsida (Hepaticopsida) – печеночные мхи

Сем. Fossombroniaceae

Pellia epiphylla (L.) Lindb

Талломные растения с тонкостенными многоугольными клетками, с многочисленными масляными тельцами. Распространенный вид в лесах, на увлажненной почве.

II. Класс Bryopsida (Muscii) – листостебельные мхи

1. Сем. Pottiaceae

Tortula ruralis (Hedw.) Crome

Полиморфный вид с широкой экологической амплитудой. Отличается устойчивостью к обезвоженной почве, собран с почвы.

Клеточные оболочки из пектиновых веществ и гемицеллюлозы. Отмечена способность аккумулировать токсичные и радиоактивные вещества.

2. Сем. Bryaceae

Bryum capillare Hedw

Виды рода *Bryum* характеризуются большой пластичностью, произрастают в экстремальных условиях на разнообразных субстратах, собраны с каменистых, известковых субстратов.

Представители рода способны аккумулировать тяжелые металлы и надолго сохранять их.

3. Сем. Brachytheciaceae

Brachythecium campestre (Bruch.) B.S.G.

Широко распространенный вид, встречается на каменистых и травянистых склонах, преимущественно под пологом леса [3, 4].

Определение общего азота проводили методом микрокельдаля [5]. Предварительно доведенные до абсолютно сухого веса образцы переносили в колбы Кельдаля, добавляли 10 мл концентрированной H_2SO_4 и 1–2 шпателя катализатора K_2SO_4 (3:1), после чего ставили на обжиг. После обжига объем доводили до 50 мл дистилированной водой. Отгонка азота велась в среде 33% $NaOH$.

Кислотный гидролизат белков получали в пробирке с обратным

холодильником в 6N₂Cl при 105°C в течение 24 часов. Осадок после нейтрализации растворяли в определенном объеме 10% изопропилового спирта, центрифугировали и в надосадке определяли аминокислоты хроматографическим методом [5]. Растворитель: бутанол-уксусная кислота-вода в соотношении 4:1:1. Проявитель: 0,2% раствор нингидрина в ацетоне. Количественное определение аминокислот проводилось по методу Лисицки [6].

Результаты и обсуждения. С учетом обособленности, своеобразия и недостаточной изученности моховидных на кафедрах биохимии и ботаники ЕГУ начаты исследования биохимического состава отдельных представителей.

Таблица 1

Общий азот у разных представителей моховидных

Виды	В 100мл образца	В 100г сухого веса	К-во белка в пересчете на сырой протеин ($\times 6,25$)
Tortula ruralis	0,0095	2,86	16,26
Bryum capillare	0,01	3,18	19,90
Brachythecium campestre	0,012	4,21	26,28
Pellia epiphylla	0,0078	1,86	9,14

Результаты исследований показывают, что у некоторых представителей моховидных наблюдаются заметные колебания в содержании общего азота. Наибольшим его содержанием отличается Brachythecium campestre – 4,21г, а у таломных образцов – Pellia epiphylla – оно понижается до 1,86г. Если эти данные перевести на сырой протеин, то он у Brachythecium campestre составит 26,28г, а у Pellia epiphylla – 9,14г (табл. 1).

Аминокислоты в клетках у моховидных находятся как в свободном виде, так и в составе белков. С целью выяснения природы компонентов, входящих в состав азотсодержащих соединений, нами были предприняты исследования по определению качественного и количественного состава аминокислот (свободных и структурных) у отмеченных моховидных.

При условии 3-часовой экстракции ($M=10$) в 50%-ом спиртоводном растворе значительная часть азотсодержащих соединений приходится на аминокислоты (табл. 2).

Бумажной хроматографией, методом падающего и усиливающегося пятна [6] с использованием 15 аминокислот-свидетелей (кроме пролина и триптофана) установлено наличие свободных аминокислот. Согласно данным хроматограммы, у Tortula ruralis не выявлены аргинин, метионин, у Bryum capillare и у Brachythecium campestre – метионин, у Pollia epiphylla – цистеин, метионин. Сравнительно велика доля глутаминовой кислоты, аланина и незаменимой аминокислоты лейцина у всех представителей

моховидных. По качественному аминокислотному составу представители моховидных не различаются. В количественном же отношении сумма аминокислот превалирует у *Brachythecium campestre*, составляя 105,63 мг, тогда как у *Tortula ruralis* – 69,9 мг, у *Pellia epiphylla* – 60,02 мг на 100 г сухого веса. Сумма же незаменимых аминокислот составляет соответственно 44,26; 26,96; 23,67 мг.

Таблица 2

Свободные аминокислоты (АК) у разных представителей моховидных

Аминокислоты	<i>Tortula ruralis</i>		<i>Bryum capillare</i>		<i>Brachythecium campestre</i>		<i>Pellia epiphylla</i>	
	мг АК на 100г сух. веса	доля АК в общей сумме, %	мг АК на 100г сух. веса	доля АК в общей сумме, %	мг АК на 100г сух. веса	доля АК в общей сумме, %	мг АК на 100г сух. веса	доля АК в общей сумме, %
цистеин	1,80	1,14	0,62	0,74	0,80	0,75	–	–
лизин	3,40	4,86	4,61	5,54	5,28	4,99	3,08	5,13
гистидин	3,98	5,69	3,02	3,63	5,60	5,30	0,96	1,59
аргинин	–	–	2,26	2,72	5,08	4,80	следы	–
аспарагиновая к-та	2,24	3,20	7,62	9,15	8,68	8,40	3,38	5,63
глицин	6,90	9,87	6,16	7,40	7,10	6,72	5,48	9,13
серин	5,72	8,18	5,14	6,17	6,66	6,30	4,96	8,26
глутаминовая к-та	12,98	18,57	11,90	14,29	14,89	14,09	8,06	13,42
тронин	5,04	7,21	6,88	8,26	10,80	10,22	5,84	9,73
аланин	10,90	15,59	12,72	15,28	12,88	12,19	12,02	20,02
тироzin	4,88	6,98	6,08	7,30	7,16	6,77	4,16	6,93
метионин	–	–	–	–	–	–	–	–
валин	4,00	5,72	7,22	8,67	6,98	6,61	3,24	5,40
фенилаланин	2,12	3,03	2,00	2,47	2,66	2,51	2,80	4,66
лейцин	6,94	9,93	7,02	8,43	11,06	10,47	6,04	10,06
сумма	69,9	100,1	83,23	100,05	105,63	100,02	60,02	99,96

Следующий этап наших исследований – анализ аминокислотного состава кислотного гидролизата белков моховидных. Гидролиз белков осуществляли в присутствии 6N HCl при $t = 105^{\circ}$ в течение 24 часов. В гидролизате осадка белка проявлены все идентифицированные нами аминокислоты. Как показывают данные, наибольшая сумма аминокислот наблюдается у *Brachythecium campestre* – 123,42 мг на 100 г сухого веса (табл. 3). Данные аминокислотного состава белков показывают, что в общей сумме значительная доля приходится на глутаминовую кислоту, аланин, лейцин, тронин, а из незаменимых аминокислот у *Tortula ruralis* на тронин – 8,44%, фенилаланин – 3,78%, тирозин – 0%, лейцин – 9,92%. В общей сумме у этого представителя они составляют 36,43%, у *Bryum capillare* – 36,14%, у *Brachythecium campestre* – 42,06%, у *Pellia epiphylla* – 42,66%.

Так как при кислотном гидролизе происходит разрушение триптофана, нами он не выявлен.

Таблица 3

Структурные аминокислоты белков у разных представителей моховидных

Аминокислоты	<i>Tortula ruralis</i>		<i>Bryum capillare</i>		<i>Brachythecium campestre</i>		<i>Pellia epiphylla</i>	
	мг АК на 100г сух. веса	доля АК в общей сумме, %	мг АК на 100г сух. веса	доля АК в общей сумме, %	мг АК на 100г сух. веса	доля АК в общей сумме, %	мг АК на 100г сух. веса	доля АК в общей сумме, %
цистein	1,39	1,71	1,50	0,15	1,58	1,28	—	—
лизин	5,02	6,20	6,00	6,11	7,08	5,74	5,58	7,55
гистидин	4,88	6,03	5,70	5,80	6,72	5,44	2,08	2,81
аргинин	следы	—	3,70	3,77	7,00	5,67	—	—
аспарагиновая к-та	3,06	3,82	9,82	10,00	10,96	8,88	5,08	6,87
глицин	7,04	8,70	7,08	7,21	8,80	7,13	6,64	8,98
серин	7,80	9,65	6,62	6,75	7,24	5,86	6,72	9,09
глутаминовая к-та	14,78	18,28	13,90	14,16	15,66	12,69	9,68	13,09
треконин	6,82	8,44	8,00	8,15	11,08	8,98	7,24	9,79
аланин	13,80	17,07	14,50	14,77	15,28	12,38	13,00	17,58
тироzin	—	—	1,80	1,86	4,78	3,87	1,08	1,46
метионин	—	—	1,68	1,71	2,06	1,67	—	—
валин	5,16	6,38	5,50	5,60	8,00	6,48	5,00	6,76
фенилаланин	3,06	3,78	3,10	3,19	4,18	3,38	4,46	6,03
лейцин	8,02	9,92	9,26	9,43	13,00	10,60	7,44	10,07
сумма	80,83	99,98	98,16	99,66	123,42	100,05	73,92	100,08

В условиях наших экспериментов идентифицированы почти одни и те же аминокислоты и в гидролизатах и в спиртоводных экстрактах. Хотя по качественному составу аминокислот они мало отличаются, в количественном отношении сумма гидролизата превалирует над суммой экстракта. Есть и большая межвидовая разница по аминокислотному составу. Для выяснения этого вопроса необходимы дальнейшие исследования, что послужит дополнительным критерием для разрешения многих вопросов относительно происхождения и систематики мхов.

Кафедра ботаники

Поступила 27.12.2001

ЛИТЕРАТУРА

1. Флора споровых растений. М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1969, т. 3.
2. Жизнь растений. М., 1978, т. 4.
3. Абрамова А.Л., Савич-Любицкая Л.И. Определитель лиственных мхов Арктики. Л., 1969.

4. Савич-Любицкая Л.И., Ладыженская К.И. Определитель печеночных мхов севера Европейской части СССР. М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1936.
5. Плещкова Б.П. Практикум по биохимии растений. М.: Колос, 1976, с. 3-9.
6. Lissenzky S., Lourent J. – Bul. Soc. Chem. Biol., 1955, v. 37, p. 1177.

ՀՀ. ՍԵՄԵՐՋՅԱՆ, Բ.Ի. ԴԻԼԴԱՐՅԱՆ, Մ.Հ. ԽԱՇԱՏՐՅԱՆ

**ՄԱՍՈՎԱՆՄԱՆՆԵՐԻ ՄԻ ՔԱՆԻ ՆԵՐԿԱՅԱՑՈՒՑԻՉՆԵՐԻ
ԱՄԻՆԱԹԹՎՎԱՅԻՆ ԿԱԶՄԸ**

Ամփոփում

ՈՒսումնասիրվել են մամոանմանների մի քանի ներկայացուցիչների սպիտակուցների ամինաթթվային (ազատ և կառուցվածքային) կազմը և ընդհանուր ազոտի պարունակությունը: Մինչ այժմ այդ բնագավառը բավարար չի ուսումնասիրված: Բացահայտվել են մի քանի օրինաչափություններ ամինաթթուների քանակական կազմում և միջտեսակային տարբերություններ ամինաթթվային կազմում:

H.H. SEMERJYAN, B.I. DILDARYAN, M.H. KHACHATRYAN

AMINOACID COMPOSITION OF SOME REPRESENTATIVES OF MOSSIES

Summary

The content of total nitrogen and aminoacid composition of proteins (both free and structural aminoacids) for some representatives of mossies section was investigated. This field was studied till now insufficiently. Some patterns of quantitative expression of aminoacid composition were revealed as well as the differences between species were marked in aminoacid composition.

Биология

УДК 579.66.578.81.579.871.8

М.Б. ЧИТЧЯН, Э.Л. АГАБЕКЯН, Н.С. АВЕТИСЯН, Г.Г. ОГАНЕЗОВА,
М.А. МЕЛКУМЯН, О.Ю. СААКЯН

**РОЛЬ ЦЕНТРАЛЬНОГО МЕТАБОЛИЗМА В БИОСИНТЕЗЕ
ФЕНИЛАЛАНИНА У *CORYNEBACTERIUM LACTOFERMENTUM***

Исследованы пути усовершенствования штаммов-продуцентов фенилаланина у *Corynebacterium lactofermentum*, основанные на увеличении потока предшественника в сторону биосинтеза указанной аминокислоты. Показано, что мутации в ферментах, участвующих в метаболизме пирувата, влияют на продуктивность штаммов по фенилаланину.

Фенилаланин является незаменимой ароматической аминокислотой, входящей в состав синтетического подсластителя аспартами, который можно получить путем химического синтеза, методом биологической трансформации и микробиологическим методом: ферментацией штаммов-продуцентов на соответствующей питательной среде.

В биосинтетическом пути ароматических аминокислот принимают участие около 17 ферментов. В настоящее время все они выделены и изучены. Установлено, что лишь 4 из них – триптофансинтаза (A и B субъединицы), антракилат-фосфорибозил-трансфераза, хоризматмутаза и префенатдегидрогеназа – являются основными для биосинтеза ароматических аминокислот [1].

Путь биосинтеза ароматических аминокислот у микроорганизмов имеет общий участок, включающий 7 реакций, ведущих от эритрозо-4-фосфата и фосфоенолпирувата (ФЕП) к хоризмовой кислоте, которая является точкой разветвления на отдельные пути синтеза каждой из трех аминокислот – триптофана, фенилаланина, тирозина – и нескольких ароматических витаминов.

Использование классических генетико-селекционных методов при получении продуцентов фенилаланина у *Corynebacterium glutamicum* предполагает поэтапное введение в геном исходного штамма мутаций ауксотрофности по тирозину, триптофану, а также устойчивости к аналогам фенилаланина и триптофана [2].

Известно, что биосинтетическая продуктивность штаммов-продуцентов зависит не только от работы генов и ферментов, непосредственно вовлеченных в путь биосинтеза данной аминокислоты, но и, существенным образом, от метаболизма предшественников.

За последние годы появились работы, согласно которым манипулирование потоком углерода обеспечивает заметное увеличение выхода лизина, треонина, изолейцина у *Corynebacterium* [3–6].

В настоящей работе исследуются пути усовершенствования штаммов-продуцентов фенилаланина, основанные на усилении потока предшественника в сторону биосинтеза данной аминокислоты у *C. lactofermentum*.

Материал и методика. В работе использовали природный штамм *C. lactofermentum* 13069.

Среды: мясопептонный бульон (МПБ), мясо-пептонный агар (МПА) 1,2 %.

Состав синтетической среды: глюкоза – 20г, $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ – 10г, мочевина – 250мг, биотин – 50мкг, тиамин – 200мкг, $\text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ – 10мг, $\text{MnSO}_4 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ – 10мг, $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ – 0,4г, агар-агар – 20г на 1л дистиллированной воды. Состав ферментационной среды: меласса – 25%, KH_2PO_4 – 0,15%, K_2HPO_4 – 0,05%, гидролизат белково-витаминного концентрата (БВК) – 5%, мочевина – 0,025%, мел – 5%, рН – 7,6.

N-метил-*N'*-нитро-*N*-нитрозогуанидин (НГ) – индуцированный мутагенез. Суточную культуру исходного штамма, выращенную в МПБ, вновь разводили в МПБ и инкубировали на качалке в течение 4 часов. Далее культуру осаждали центрифугированием, ресуспендировали в ацетатном буфере, содержащем 500мкг/мл НГ, и выдерживали при 37°C в течение 15мин, затем дважды отмывали центрифугированием и с соответствующего разведения высевали на чашки с МПА.

Определение продуктивности штаммов по фенилаланину. Испытуемую культуру выращивали на скошенном МПА. 1мл смытого с косяка культуры переносили в 500мл колбы Эрленмейера, содержащие по 15мл ферментационной среды, и инкубировали на качалках со скоростью вращения 220об/мин в течение 72 часов при 30°C. Содержание фенилаланина в культуральной жидкости определяли методами бумажной и тонкослойной хроматографии с последующим окрашиванием нингидрином и определением оптической плотности на ФЭК и аминокислотном анализаторе.

Результаты и обсуждение. Из [1] известно, что регуляция биосинтеза фенилаланина у микроорганизмов осуществляется при помощи ингибирования фермента префенат-дегидрогеназы и первого фермента общего пути биосинтеза ароматических аминокислот – 3-дезокси-арабино-гептулозо-7-фосфат (ДАГФ) синтазы – тирозином и фенилаланином. Кроме того, тирозин репрессирует 5 ферментов, участвующих в биосинтезе фенилаланина.

На первом этапе работ в исходную культуру штамма *C. Lactofermentum* была введена мутация ауксотрофности по тирозину. Для получения

мутантов культуру, обработанную НГ, высевали на чашки с МПА и выросшие колонии методом реплик totally переносили на селективные синтетические среды (с тирозином и без тирозина) для отбора аукситрофов. Все отобранные аукситрофы проверяли на способность продуцировать фенилаланин; наиболее активный вариант продуцировал до 5г/л фенилаланина.

Известно также, что снятие ингибирующего воздействия тирозина и фенилаланина на ключевой фермент общего пути биосинтеза ароматических аминокислот (ДАГФ) достигается внесением в геном штамма мутации устойчивости к аналогу фенилаланина – метафторфенилаланину (МФФ). Для этого в предварительных экспериментах была определена ингибирующая доза аналога – 2мг/мл, а затем обработанную НГ культуру высевали на чашки с синтетической средой, содержащей аналог. Чашки выдерживали при 30°C в течение 6 суток, после чего выросшие колонии отбирали, вторично проверяли на признак устойчивости к аналогу и ферментацией определяли активность по фенилаланину. На этом этапе был отобран мутант, синтезирующий до 8г/л фенилаланина.

Для дальнейшего увеличения продуктивности штамма были получены мутанты, устойчивые к аналогу триптофана – 5-метилтриптофану. Из [5] известно, что эта мутация может привести к значительному повышению продуктивности по фенилаланину, однако сведения относительно точки приложения этого аналога и о характере мутации отсутствуют. Ингибирующая доза аналога составила 0,7мг/мл. В результате экспериментов был отобран вариант, активность которого превышала активность двойного мутанта на 3–4г/л (табл. 1).

Таблица 1

Характеристика фенилаланинпродуцирующих мутантов, полученных на основе штамма C. lactosfermentum 13069

№	Генотип	Активность по фенилаланину	Сопутствующие аминокислоты
1	аукситроф по тирозину	3–4г/л	лизин валин аланин
2	аукситроф по тирозину, устойчивый к метафторфенилаланину	6–7г/л	лизин валин аланин
3	аукситроф по тирозину, устойчивый к метафторфенилаланину и 5-метилтриптофанию	9–10г/л	лизин валин аланин

Как отмечалось выше, активность штаммов-продуцентов аминокислот в значительной степени зависит от метаболизма предшественников. Известно, что ФЕП является ключевым предшественником фенилаланина, а именно: общий путь биосинтеза ароматических аминокислот начинается с ФЕП и эритрозо-4-фосфата. Исходя из этого, было сделано предположение, что среди мутантов по ферментам, участвующим в

метаболизме пирувата, могут быть варианты с ослабленной пируваткиназной активностью, вследствие чего возможно уменьшение пула пирувата, с одной стороны, и активизация синтеза ФЕП и эритрозо-4-фосфата – с другой.

У тир⁺, МФФ^R, 5МТ^R штамма *C. lactofermentum* была получена коллекция мутантов, чувствительных к аналогу пирувата – фторпирувату (ФП). Для получения мутантов обработанную НГ культуру (по методике, описанной выше) с соответствующего разведения высевали на чашки с МПА. Выросшие колонии методом реплик переносили на два типа синтетических сред: 1 – синтетическая среда + 5мкг/мл ФП; 2 – синтетическая среда. Всего проверено 5000 колоний; из них отобрано 130 мутантов, чувствительных к 5мкг/мл ФП. Далее отобранные мутанты классифицировали по чувствительности к различным дозам ФП: 0,5; 1,5; 2,5; 3,5 и 5мкг/мл (табл. 2).

Таблица 2

*Чувствительность к фторпирувату и продуктивность по фенилаланину у мутантов *C. Lactofermentum**

Доза ФП	Количество полученных ФП-чувствительных мутантов	Количество мутантов с измененной продуктивностью по фенилаланину	Активность по фенилаланину (г/л)
0,5	27	5	до 15
1,5	20	2	до 15
2,5	21	7	до 8
3,5	34	3	до 8
5	28	5	до 8

Как видно из табл. 2, количества полученных мутантов, чувствительных к различным дозам аналога, несущественно отличаются друг от друга. Что же касается продуктивности по фенилаланину, то варианты, превосходящие исходный тройной ауксотроф, обнаружены только среди мутантов, чувствительных к минимальным дозам ФП – 0,5 и 1,5мкг/мл. Следует отметить также, что у этих мутантов, наряду с увеличением продуктивности по фенилаланину, отмечается значительное уменьшение выхода сопутствующих аминокислот – лизина, валина, аланина.

Таким образом, полученные результаты свидетельствуют о том, что конструирование мутантов с модифицированными ферментами, участвующими в метаболизме пирувата, является перспективным направлением при усовершенствовании штаммов-продуцентов фенилаланина у *Corynebacterium*.

ЛИТЕРАТУРА

1. Shiio I. – Progress in Ind. Microbiology, 1986, v. 24, p. 188–201.
2. Jetten M. et al. – Critical Rev. in Biotechnology. 1995, v. 15, № 1, p. 73–103.
3. Агабекян Э.Л. и др. – Биол. ж. Армении, 1997, № 1–2, т. 50, с. 79–84.
4. McCormick M. et al. – Appl. Microb. Biotechnology, 1999, v. 51, № 3, p. 325–333.
5. Sahm H. et al. – Amn. N. A. Acad. Sci., 1996, v. 782, p. 25–39.
6. Читчян М.Б. и др. – Авт. свид. СССР, 1992, 1788011.

Մ.Բ. ՉԹԶՅԱՆ, Է.Լ. ԱՂԱԲԵԿՅԱՆ, Ն.Ս. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ, Գ.Գ. ՕԳԱՆԵԶՈՎԱ,
Մ.Ա. ՄԵԼՔՈՒՄՅԱՆ, Հ.Յ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ

ԿԵՆՏՐՈՆԱԿԱՆ ՄԵՏԱԲՈԼԻԶՄԻ ԴԵՐԸ *CORYNEBACTERIUM LACTOFERMENTUM*-Ի ՖԵՆԵԼԱԼԱՆԻՆԻ ԿԵՆՍԱՍԻՆԹԵԶՈՒՄ

Ամփոփում

Հետազոտված են *Corynebacterium lactofermentum*-ի ֆենիլալանինի արտադրիչ-շտամների կատարելագործման եղանակները, որոնք հիմնված են նախորդ միացություններից նշված ամինաթթուների սինթեզի հոսքի ուժեղացման վրա: Ցույց է տրված, որ պիրուվատի մետաբոլիզմում մասնակցող ֆերմենտների մուտացիաները ազդում են շտամների ֆենիլալանինի արտադրման արդյունավետության վրա:

M.B. CHITCHYAN, H.L. AGHABEKYAN, N.S. AVETISYAN, G.G. OGANEZOVA,
M.A. MELKUMYAN, H. Yu. SAHAKYAN

ROLE OF CENTRAL METABOLISM IN PHENYLALANINE BIOSYNTHESIS IN *CORYNEBACTERIUM LACTOFERMENTUM*

Summary

Approaches to improve phenylalanine-producing strains in *Corynebacterium lactofermentum* based on precursor fluxes increasing towards biosynthesis of the mentioned amino acid have been studied. Mutations in enzymes involved in piruvate metabolism were shown to effect phenylalanine productivity.

Биология

УДК 575.24.581.15.581.3

В.С. ПОГОСЯН, Э.А. АГАДЖАНЯН, А.Л. АТОЯНЦ, М.Б. МАТЕВОСЯН,
Р.М. АРУТЮНЯН

**ВЫЯВЛЕНИЕ МУТАГЕННОЙ АКТИВНОСТИ ВОД СКВАЖИН
САМАГАР И ДЖРАШЕН С ПРИМЕНЕНИЕМ ТЕСТОВ ТРАД-ВТН
И ТРАД-МЯ ТРАДЕСКАНЦИИ**

Исследовалась мутагенная активность подземных вод двух скважин Арагатской равнины, используемых как для бытовых нужд, так и для орошения. С применением традесканции (клон 02) определялась частота рецессивных соматических мутаций (тест волосков тычиночных нитей – Трад-ВТН) и образование микроядер в тетрадах (микроядерный тест – Трад-МЯ).

Выявлено повышение рецессивных мутационных событий по сравнению с контролем в 4.4–5.4 раза и образования микроядер в 1.4–1.5 раза. Показано также изменение частоты мутаций, зависящее как от глубины нахождения подземных вод, так и от концентраций ионов Na^+ , содержащихся в изучаемых водах.

В настоящее время показано, что исследования с применением растительных тест-систем являются весьма информативными для идентификации генотоксических загрязнений водных образцов [1, 2].

Микроядерный тест традесканции (Трад-МЯ) широко используется в оценке мутагенов окружающей среды [3], так как может выявить кластогенные эффекты ее загрязнителей. Одно из его преимуществ заключается в том, что полученные данные можно сравнить с результатами цитогенетических исследований материнских клеток микроспор растений.

Тест соматических рецессивных мутаций волосков тычиночных нитей традесканции (Трад-ВТН) является высокочувствительным индикатором для выявления степени загрязнения среды генотоксикантами [4, 5].

В данном исследовании мы использовали тесты Трад-МЯ и Трад-ВТН для выявления кластогенности и мутагенности воды буровых скважин Самагар (Cc) и Джрашен (Dc), находящихся на глубине 80–100 м. В пределах Арагатской долины воды Cc в основном употребляются для бытовых нужд, а Dc – для орошения.

Материал и методика. Эксперименты проводились с применением гетерозиготных по окраске цветков традесканции (клон 02). Растения данного клона культивировались в теплице при стандартизованных условиях (16/8 – дневной/ночной цикл в часах) при температуре 22–26°C.

Для выявления кластогенного и мутагенного действия химических веществ в средах используется ряд методов обработки растений традесканции, однако наиболее чувствителен метод обработки целых соцветий с погружением их в исследуемый раствор [6]. Образцы вод из Сс и Дс были взяты одновременно, пробы направлены для анализа их химического состава, при этом перед обработкой цветочных бутонов температура их была доведена до комнатной. Продолжительность обработки составляла 18 часов (12/6). Контролем служила водопроводная вода.

Учет соматических рецессивных мутаций, обозначенных как розовые мутационные события (PMC), проводился на основе стандартного протокола после прохождения 7-дневного периода восстановления [5]. Частота мутационных событий учитывалась на 1000 волосков тычиночных нитей. Для каждой пробы было просмотрено по 35000–45000 волосков.

При применении теста Трад-МЯ обработанные бутоны без прохождения периода восстановления фиксировались в ацеталкоголе (3:1). Готовились временные препараты, окрашенные ацетокармином, и учитывалось число микроядер на 100 тетрад по стандартной методике [7]. Для каждой пробы анализировалось 2000–3000 тетрад.

С учетом различия в химическом составе изучаемых образцов вод исследовалось действие разных концентраций ионов Na^+ на частоту образования PMC в тычиночных волосках традесканции и МЯ в тетрадах. Для получения соответствующих концентраций ионов Na^+ был проведен модельный опыт с использованием сульфатной соли натрия ($\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$), растворенной в дистиллированной воде. Изучались 13 концентраций, в том числе и те, которые были присущи водам изучаемых скважин. Для каждой концентрации было проанализировано 14000–18000 ВТН и 3000–4000 тетрад. Полученные данные статистически обработаны с использованием Student's t-теста.

Результаты и обсуждения. В таблице приведены основные параметры скважин и химический состав их вод. Скважина Дс на 10 м глубже скважины Сс, температура воды в первой на 2°C выше и общая минерализация относительно высокая.

Основные характеристики скважин

Наименование скважин	Джрашен	Самагар
Глубина, м	80–100	80–90
Общая минерализация, мг/л	432.24	334.0
T, $^\circ\text{C}$	14	12
pH	7.5	7.2
Химический состав воды, мг/л	Cl ⁻	42.60
	SO ₄ ⁻²	16.46
	HCO ₃ ⁻	231.90
	Ca ⁺²	30.06
	Mg ⁺²	30.40
	Na ⁺	28.70
	K ⁺	2.12
		1.55

Данные рис. 1 показывают, что подземные воды изучаемых скважин, по сравнению с контролем, повышают частоту РМС в 4.4–5.4 раза ($P<0.001$). При этом наивысшая мутагенная активность отмечена в пробах Дс, где частота ионов щелочных металлов выше, чем в водах Сс. Нами выявлено, что изменение содержания ионов Na^+ в воде приводит к изменению частоты образования рецессивных соматических мутаций. В модельном опыте максимум эффекта наблюдается при 28.7 мг/л концентрации ионов Na^+ (рис. 2). Подобная концентрация свойственна воде Дс. Далее, с повышением концентрации ионов Na^+ мутагенная активность снижается, а при концентрациях 44.0–56.0 мг/л она снижается до контрольного уровня. Начиная с концентрации 60.0–80.0 мг/л вновь наблюдается повышение мутагенной активности, превосходящее контроль в 1.2–1.3 раза.

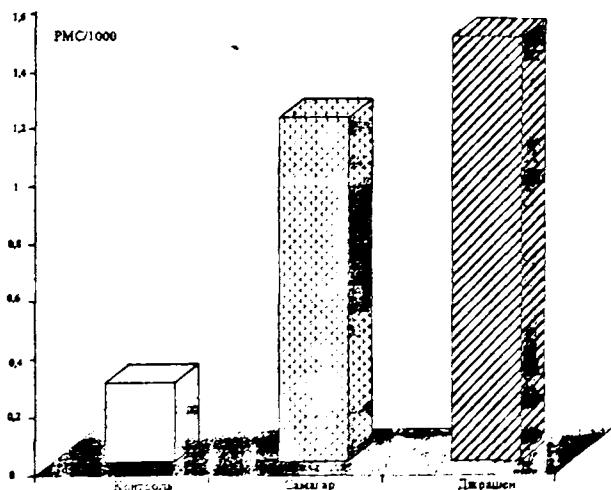


Рис.1. Изменение частоты рецессивных мутаций в ВТН при действии вод изучаемых скважин.

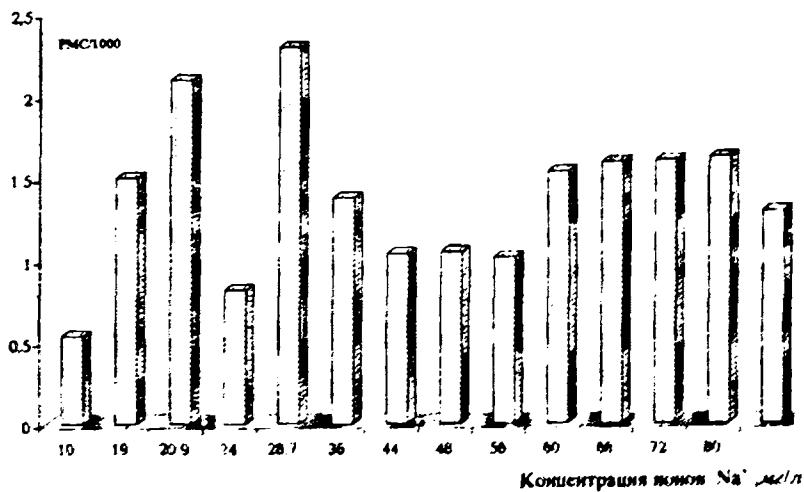


Рис. 2. Изменение частоты рецессивных мутаций в ВТН в модельных опытах.

Применения тест Трад-МЯ, отмечаем сходную картину изменения частоты генотоксичности вод скважин. Однако наблюдаются меньшие различия между контрольным и опытными вариантами. Так, по сравнению с контролем, частота МЯ в тетрадах опытных вариантов превышает в 1.4–1.5 раза (рис. 3). И при данном тесте наиболее высокий уровень МЯ отмечен в водах Дс. В модельных опытах выявлено, что с повышением ионов Na^+ до 60 мг/л частота МЯ повышается в 2.0–4.9 раза, по сравнению с контролем. При более высоких концентрациях ионов Na^+ (68–80 мг/л) происходит дальнейшее повышение уровня МЯ (разница между концентрациями 0.1%). В целом показано, что определенная концентрация ионов Na^+ играет немаловажную роль в образовании как МЯ, так и соматических рецессивных мутаций.

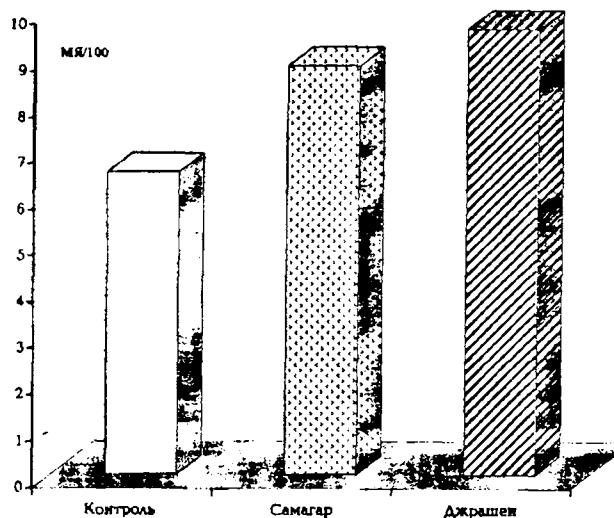


Рис. 3. Изменение частоты МЯ в тетрадах при действии вод изучаемых скважин.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что при оценке мутагенной активности изучаемых вод тест Трад-ВТН, обнаруживающий точковые мутации, более чувствителен, чем тест Трад-МЯ, выявляющий их кластогенность.

Следовательно, подземные воды изучаемых скважин, которые используются как для бытовых нужд, так и для орошения, по сравнению с водопроводной, отличаются повышенной мутагенной активностью, зависящей от концентрации ионов Na^+ в воде.

НИ лаборатория цитогенетики

Поступила 14.06.2002

ЛИТЕРАТУРА

1. Ruiz E.F., Rabago M.E., Lecona S.U., Perez A.B., Ma T.H. – Mutat. Res., 1992, v. 270, p. 45–51.
2. Ma T.H. – Mutat. Res., 1982, v. 99, p. 293–302.

3. Helma C., Knasmuller S., Schulte-Hermann R. – Umweltwissenschaften und Schadstofforschung, 1994, № 6, p. 277–288.
4. Евсеева Т.И., Зайнуллин В.Г. – Экология, 2000, № 5, с. 343–348.
5. Ma T.H., Cabrera G.L., Cebulska-Wasilewska A., Chen R., Loarca F., Vandenberg A.L., Salamon M.F. – Mutat. Res., 1994, v. 310, p. 211–220.
6. Gichner T., Veleminsky J., Po Korný V. – Mutat. Res., 1982, v. 103, p. 289–293.
7. Ma T.H., Cabrera G.L., Chen R., Gill B.S., Sanchhu S.S., Vandenberg A.L., Salamon M.F. – Mutat. Res., 1994, v. 310, p. 220–230.

Վ.Ս. ՊՈՂՈՍՅԱՆ, Ե.Ա. ԱՂԱՋԱՆՅԱՆ, Ա.Լ. ԱԹՈՅԱՆՏ, Մ.Բ. ՄԱԹԵՎՈՍՅԱՆ,
Ռ.Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

**ՍԱՍԱՂԱՐ ԵՎ ՋՐԱԾԵՆ ՀՈՐԱՏԱՆՁՔԵՐԻ ՋՐԵՐԻ ՄՈՒՏԱԳԵՆ
ԱԿՏԻՎՈՒԹՅԱՆ ԲԱՑԱՀԱՅՏՈՒՄ ՏՐԱԴԵՍԿԱՆՑԻԱՅԻ
ԱՌԵՋԱԹԵԼԵՐԻ ՍԱԶԻԿՆԵՐԻ ԵՎ ՄԻԿՐՈԿՈՐԻԶՆԵՐԻ
ՏԵՍԱՀԱՄԱՐԴԵՐԻ ԿԻՐԱՌԱՄԱՐ**

Ամփոփում

Ուսումնասիրվել է մուտագեն ակտիվությունը Արարատյան հարթավայրի երկու հորատանցքների ջրերի, որոնք գործածվում են ինչպես խմելու, այնպես էլ ռոռզման համար: Տրադեսկանցիայի 02 կլոնի կիրառումով բացահայտվել է սոմատիկ ռեցեսիվ մուտացիաների և տետրադներում միկրոկորիզների առաջացման հաճախականությունը:

Արձանագրվել է ռեցեսիվ մուտացիաների հաճախականության բարձրացում ստուգիչի նկատմամբ 4.4–5.4 և միկրոկորիզների քանակի ավելացում 1.4–1.5 անգամ: Նկատվել են նաև մուտացիաների հաճախականության փոփոխություններ՝ կախված ինչպես հորատանցքերի խորությունից, այնպես էլ նրանցում Na^+ իոնի խտությունից:

V.S. POGHOSYAN, E.A. AGHADJANYAN, A.L. ATOYANTS, M.B. MATEVOSYAN,
R.M. HARUTUNIAN

THE DETERMINATION OF MUTAGENETIC ACTIVITY OF SAMAGHAR AND DJRASHEN BORE-HOLES WATER USING THE TRADESCANTIA STAMEN HAIR AND MICRONUCLEUS (MNS) ASSAYS

Summary

The mutagenic activity of subterranean waters from two bore-holes in Ararat valley used both for drinking and irrigation was investigated. The frequency of somatic recessive mutations in stamen hair and micronucleus in tetrades was determined by using the clone 02 of Tradescantia.

It is revealed the increase of the recessive mutations frequency is 4.4–5.4 times higher and for the quantity of micronuclei is 1.4–1.5 times higher in comparison with the control. Changes of mutations frequency were registered dependent on the depth of bore-holes water, and on the Na^+ ions concentration in them.

Биология

УДК 612. 821

А.Ю. СТЕПАНЯН, В.Г. ГРИГОРЯН, А.Н. АРАКЕЛЯН, А.Р. АГАБАБЯН,
Н.Д. АРУТЮНЯН

**ОСОБЕННОСТИ МОЗГОВОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ВЫПОЛНЕНИЯ
ЛАБИРИНТНОЙ ЗАДАЧИ У ЛЕВШЕЙ**

Результаты тестирования на невербальный интеллект выявили, что 90% испытуемых характеризовалось по тесту Равена высоким IQ, а 70% – выполняло предложенное задание с высокой эффективностью. Показано, что мозговое обеспечение эффективного выполнения лабиринтной задачи у испытуемых-левшой осуществляется за счет левой затылочной и правых фронтальной и теменной областей.

Введение. Вопрос большей интеллектуальной одаренности левшей по сравнению с правшами вызывает особый интерес у психологов, физиологов и психофизиологов. В исследованиях ряда авторов отмечено, что процент с доминирующей левой рукой выше среди одаренных людей, чем среди испытуемых со средними способностями [1–3].

Открытым остается и вопрос мозгового обеспечения различных типов интеллектуальной деятельности у левшей, в частности, деятельности, связанной с ориентацией в пространстве.

Нами была поставлена цель исследовать некоторые особенности мозгового обеспечения при решении лабиринтной задачи у левшей.

Методика исследований. В исследованиях принимали участие 10 практически здоровых испытуемых-левшой мужского пола в возрасте от 18 до 23 лет. Леворукость определялась по тестам “переплетение пальцев кисти”, “скрещивание рук”, “аплодирование”. Испытуемые предварительно выполняли тест на невербальный интеллект “Прогрессивные матрицы Равена”, представляющий собой 30 таблиц, разбитых на 5 серий по 6 таблиц в каждой. Задания располагались в порядке нарастания трудности. Правильно выполненное задание оценивалось в соответствии с ключом, после чего общее количество очков переводилось в показатель интеллектуального уровня (балл) по шкале теста.

Задание длилось для каждого испытуемого 1 час и заключалось в выполнении на компьютере задачи лабиринтного характера. Испытуемые

были хорошо ознакомлены с предложенной задачей. – найти выход из трехмерного компьютерного лабиринта, усложняющегося от уровня к уровню. Время прохождения каждого уровня игры, обуславливающее общее количество пройденных за 1 час из восьми уровней, фиксировалось компьютером. Количество пройденных усложняющихся уровней компьютерной игры являлось критерием оценки эффективности деятельности, прохождение более четырех – принималось за высокую эффективность.

Для диагностики функционального состояния (ФС) головного мозга испытуемых регистрировалась вызванная активность на световые раздражения – зрительные вызванные потенциалы (ВП) до начала эксперимента (T_0) и после 1 часа работы (T_1) на компьютере.

Исследования проводились в затемненной звукозаглушенной экранированной камере в удобном для испытуемого полулежачем расслабленном положении с закрытыми глазами.

Регистрация вызванной электрической активности осуществлялась на 8-канальном энцефалографе фирмы “Medikor” (Венгрия), постоянная времени – 1с, полоса пропускания – 0,5–70Гц.

Программа эксперимента управлялась компьютером IBM Pentium II (США), на дисплее которого регистрировалась и усреднялась вызванная электрическая активность на световое раздражение. Генератором светового импульса служил фотостимулятор FTS-21. В качестве зрительного стимула использовались световые вспышки средней интенсивности (0,4Дж с частотой 0,3Гц), длительность экспозиции – 50мс.

Регистрация проводилась с помощью отводящих хлорсеребряных электродов диаметром 7–8мм, которые располагались в симметричных точках фронтальной, теменной, височной и затылочной областей коры обоих полушарий по системе 10/20. Индифферентный электрод прикреплялся на мочке уха. Вызванные потенциалы коры головного мозга усредняли по 32 индивидуальным реакциям. Для автоматической регистрации, суммирования и анализа ВП использовались компьютерные программы “EPREC” и “EPPROC”.

Полученные в результате эксперимента усредненные ВП подвергались обработке по специально разработанной компьютерной программе.

Анализировались следующие компоненты ВП: II позитивный компонент по классификации Циганека (Ciganek, 1961) – P_{70} , III негативный компонент – N_{100} , V негативный компонент – N_{200} и поздняя позитивная волна – P_{300} . Латентный период (ЛП) и амплитуда для каждого компонента измерялись в фиксированных интервалах (в мс): 60–80 для P_{70} , 90–110 для N_{100} , 170–210 для N_{200} и 280–350 для P_{300} .

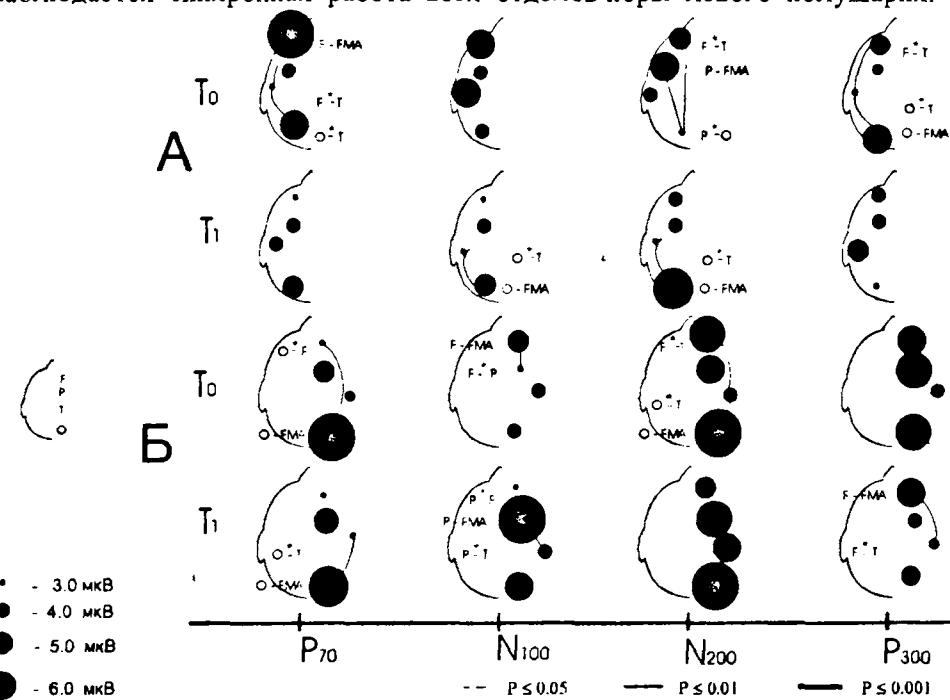
Проведен системный анализ внутрикорковой интегративной структуры по локализации в коре фокуса максимальной амплитуды (ФМА) исследуемых компонентов ВП. Для этого были использованы среднестатистические амплитудные показатели четырех симметричных областей в двух сериях. ФМА определялся по локализации наибольшей амплитуды каждого компонента ВП для текущего момента регистрации (T_0 , T_1), если имелась достоверная разница в амплитуде хотя бы с одной из трех областей коры головного мозга.

Результаты и их обсуждение. Проведенное нами исследование невербального интеллекта показало, что 90% испытуемых характеризовалось высоким IQ (6–8 баллов по шкале теста). Такой высокий процент “высокоинтеллектуальных” испытуемых среди левшер по сравнению с правшами соответствует литературным данным [1–3].

Анализ внутригрупповой эффективности решения лабиринтной задачи показал, что 70% испытуемых выполняли предложенное задание с высокой эффективностью.

Нами был проведен также системный анализ внутрикорковой интегративной структуры по локализации в коре фокуса максимальной амплитуды компонентов ВП у испытуемых.

Системный анализ корковой организации левого полушария испытуемых показал локализацию компонента P_{70} во фронтальной области в исходных регистрациях и синхронизацию работы исследуемых областей коры после выполнения задания. По компоненту N_{100} в исходных регистрациях достоверных различий по амплитуде между исследуемыми областями коры не выявлено, а при T_1 максимум амплитуды наблюдается в затылочной области. По компоненту N_{200} наблюдается “перелив” ФМА в фронтотеменно-затылочном направлении (см рисунок, А): при T_0 ФМА локализован в теменной области, однако почти равнозначную активность можно заметить и в фронтальной области. При T_1 происходит смещение ФМА в затылочную область. По амплитуде волны P_{300} в начале эксперимента доминантный очаг располагается в затылочной области, а после 1 часа наблюдается синхронная работа всех отделов коры левого полушария.



Локализация ФМА компонентов P_{70} , N_{100} , N_{200} , P_{300} зрительных ВП в исследуемых областях коры левого (А) и правого (Б) полушарий испытуемых-левшер при 1-часовом выполнении лабиринтной игры (T_0 , T_1 – экспериментальные серии до начала и после игры соответственно).

Анализ корковой интегративной организации правого полушария обнаружил наибольшую “заинтересованность” затылочной области в генезе компонента P_{70} . По компоненту N_{100} показано, что исходная интегративная структура (ФМА во фронтальной области) нарушается: при T_1 , ФМА смещается в теменную область. Из рисунка (б) видно, что при T_0 максимально высокая амплитуда волны N_{200} наблюдается в затылочной коре, причем выраженная активность отмечается также во фронтальной области, а при T_1 достоверной разницы между исследуемыми областями коры правого полушария нет. По компоненту P_{300} выявлено разрушение синхронной исходной корковой структуры компонента P_{100} : после выполнения задания ФМА наблюдается во фронтальной области.

Итак, у испытуемых выявлена преимущественная локализация ФМА во фронтальной и теменной областях левого полушария при T_0 ; при T_1 наблюдается смещение ФМА негативных компонентов в затылочную область и синхронизация активности исследуемых отделов коры по положительным компонентам. В правом же полушарии наблюдается преимущественная исходная локализация ФМА в затылочной области (выявлена также высокая сопутствующая активность фронтальной области коры), а после выполнения задания ФМА локализуется преимущественно во фронтальной и теменной областях.

Общеизвестно, что затылочная область играет важную роль в осуществлении адекватной глазодвигательной деятельности при решении различных зрительных задач [4], в том числе и задач лабиринтного типа. В то же время ряд авторов [5–7] на основании результатов исследования нейронной активности фронтальной коры отводят определяющую роль в механизмах зрительного узнавания (если пространственное положение, как и в наших исследованиях, является существенным признаком задачи) именно фронтальным областям коры головного мозга. Таким образом, выявленные нами данные о превалировании как затылочной области в исходных регистрациях, так и фронтальной и теменной областей после выполнения задачи пространственно-образного типа соответствуют данным, имеющимся в литературе.

Особый интерес для наших исследований представляет гипотеза [8], согласно которой монозиготные близнецы-мальчики, вследствие специфики своегопренатального развития (высокая концентрация тестостерона), рождаются с биологической базой высокого интеллекта, показателем чего предположительно является доминантное вовлечение в текущую деятельность правой фронтальной области. Одновременно исследования группы М. О'Бойла [3, 9], включающие дихотическое прослушивание слов и фонем, восприятие лиц-химер и т.п., показали, что во всех экспериментах с участием высоконтеллектуальных испытуемых наблюдалась более значительная вовлеченность в текущую деятельность правой фронтальной области по сравнению с левой.

Выводы.

1. Результаты тестирования на невербальный интеллект выявили, что 90% испытуемых характеризовалось по тесту Равена высоким Ю, а 70% – выполнило предложенное задание с высокой эффективностью.

2. Системный анализ внутрикорковой интегративной структуры по локализации в коре фокуса максимальной амплитуды испытуемых показал, что в левом полушарии после выполнения задания ФМА преимущественно локализуется в затылочной области, а в правом – преимущественно во фронтальной и теменной областях.

3. Можно сделать вывод, что мозговое обеспечение эффективного выполнения лабиринтной задачи у испытуемых-левшой осуществляется за счет левой затылочной и правых фронтальной и теменной областей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Benbow C.P. – Brain a. Behav. Sci., 1988, v. 11, p. 169.
2. Geschwind N., Behan P. – Proc. National Acad. Sci. USA, 1982, v. 79, p. 5097.
3. O'Boyle M.W., Benbow C.P. Handedness and its relationship to ability and talent. – In: Left-handedness: Behavioral-implications and anomalies Coren S. (ed.). Amsterdam, 1990, p. 343.
4. Meerzon Я.А. Высшие зрительные функции. Л.: Наука, 1986.
5. Goldman-Rakic P.S. – Proc. National Acad. Sci. USA, 1996, v. 26, № 93 (24), p. 73.
6. Crick F., Koch Ch. – Nature, 1995, v. 375, № 11, p. 121.
7. Stuss D.T. et al. – J. Comp. Physiol. Psychol., 1982, v. 96, p. 913.
8. Фингелькурц А.А., Фингелькурц А.Л.А. – Вопросы психологии, 2000, № 5, с. 111.
9. O'Boyle M.W., Benbow C.P., Alexander J.E. – Devel. Neuropsychol., 1995, v. 11, № 4, p. 415.

Ա.Յոլ. ՍՏԵՓԱՆՅԱՆ, Վ.Հ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Ա.Ն. ԱՌԱՋԵԼՅԱՆ, Հ.Ռ. ԱՂԱԲԱՅՅԱՆ,
Ն.Դ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

ԶԱԽԱԿԱՆԵՐԻ ԼԱԲԻՐԻՆԹՈՍԱՅԻՆ ԽՆԴՐԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ
ՈՒՂԵՂԱՅԻՆ ԱՊԱՀՈՎՄԱՆ ԱՌԱՋԵԼՅԱՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Ամփոփում

Հոդվածում քննարկված է ձախիկների լաբիրինթոսային խնդրի կատարման ուղեղային ապահովման առանձնահատկությունների խնդիրը: Ոչ վերբալ տեսառափորման արդյունքները բացահայտել են, որ փորձարկվողների 90%-ը, ըստ Ռավենի տեստի, բնութագրվում է բարձր IQ-ով, իսկ 70%-ը կատարում է առաջադրանքը բարձր արդյունավետությամբ: Ցույց է տրված, որ լաբիրինթոսային խնդրի արդյունավետ կատարումն ապահովվում է ուղեղի ձախ ծոծրակային և աջ ճակատային ու գագաթային շրջանների մասնակցությամբ:

THE FEATURES OF BRAIN GUARANTEE OF FULFILMENT OF
MAZE-MODEL TASKS AT LEFT-HANDEDS

Summary

The problem of brain's guarantee features of fulfilment of maze-model tasks at left-handeds is considered in this article. The outcomes of testing on unverbal intelligence have revealed, that 90 % of the examinees was characterized by the Raven's test high IQ, and 70% – executed the offered task with high efficiency. It is shown that the brain maintenance of effective fulfilment maze-model task at the left-handed examinee is carried out at the expense of left occipital and right frontal and parietal areas.

Геология

УДК 551. 491. 4

В.П. ВАРДАНЯН

СВЯЗЬ ВОДНО-ФИЗИЧЕСКИХ И ГЕОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ
ЛАВОВЫХ ОБРАЗОВАНИЙ

При водно-балансовых расчетах и бурении разведочно-эксплуатационных скважин на воду одной из главных задач считается определение количественных характеристик подземных водотоков. Для решения поставленной задачи рекомендуется использовать гидродинамические и геофизические методы. В этих целях установлены корреляционные связи между водно-физическими и геофизическими параметрами. В качестве примера приводятся данные расчета по оценке расхода подземных водотоков в бассейне оз. Севан.

Применяемая в настоящее время методика фильтрационных исследований эффиузивных образований общеизвестна. На основании откачки из скважин подземных вод или же, наоборот, путем нагнетания в скважину определенного количества воды и по происходящему при этом изменению (понижению или повышению) ее уровня вычисляются удельный дебит (или удельное водопоглощение) и коэффициент фильтрации среды. В этом случае при расчетах условно считается, что фильтрационная среда, по крайней мере, в горизонтальной плоскости однородна и изотропна. На самом же деле эффиузивные породы в большинстве случаев в фильтрационном отношении анизотропны и коэффициент фильтрации их, являясь функцией трещиноватости, изменяется с изменением направления движения потока, т.е. является величиной дирекционной. Для определения степени анизотропности фильтрационных свойств массива и измерения коэффициента фильтрации в зависимости от направления (хотя бы в горизонтальной плоскости) прибегают к гидравлическому опробованию куста скважин. Этот способ требует большой затраты средств и времени и поэтому применяется сравнительно редко. Однако чтобы установить анизотропность эффиузивного массива, перспективным следует считать сочетание гидравлических и геофизических методов исследований. Сходство основных законов распространения постоянного тока (закон Ома) и подземных вод (закон Дарси) в геологических средах считается объектив-

ной предпосылкой решения задач геофильтрации на основе данных электроразведки. Известно, что в результате традиционной послойной интерпретации кривых вертикального электрического зондирования (ВЭЗ) с помощью палеток или ЭВМ можно получить послойную продольную проводимость $S_i = h_i / \rho_i$, поперечное сопротивление $T_i = h_i \rho_i$, суммарную

продольную проводимость $S = \sum_{i=1}^N (h_i / \rho_i)$ и суммарное поперечное сопро-

тивление $T = \sum_{i=1}^N h_i \rho_i$, где h_i – мощность i -го пласта, ρ_i – его удельное электросопротивление.

Все эти величины, в частности, использованы В.К. Хмелевским [1] в поисках связи между геоэлектрическими и водно-физическими параметрами. При этом использованы трансформированные параметры S_{tp} , T_{tp} и кажущиеся $S_{\Sigma k}$, $T_{\Sigma k}$ значения этих параметров, близкие к суммарным S и T . Искомые обобщенные параметры можно получить с помощью интегральной трансформации кривых ВЭЗ:

$$S_{tp} = \int_{r_{min}}^{r_{max}} (d\rho / \rho_k), \quad T_{tp} = \int_{r_{min}}^{r_{max}} \rho_k dr, \quad \rho_{tp} = \sqrt{T_{tp} / S_{tp}},$$

где r_{min} , r_{max} – минимальные и максимальные разности на кривой ВЭЗ. S_{tp} , T_{tp} , ρ_{tp} цепны тем, что они являются параметрами эквивалентности и поэтому для многих эфузивных разрезов определяются практически однозначно.

В данном случае под подземным потоком понимается процесс передвижения подземных вод от областей питания к участкам их разгрузки под действием гидравлического напора. В реальной среде движение воды происходит через систему открытых и сообщающихся между собой пористых каналов и трещин.

Известно, что в регионах Центрального вулканического нагорья Армении основные запасы пресных подземных вод приурочены к трещиноватым и пористым вулканическим образованиям: здесь при расчетах нами условно допускается, что поток подземных вод занимает как бы весь водоносный горизонт, все пористое пространство и скелет породы. Количественной характеристикой процесса движения фильтрационного потока служит его расход: $Q = K_f \cdot S \cdot I$ (формула Дарси), где Q – количество воды, фильтрующейся через пористую (и трещиноватую) породу в единицу времени, m^3/c ; K_f – коэффициент фильтрации, зависящий от физических свойств породы и фильтрующейся жидкости, $m/\text{сутки}$; S – площадь сечения потока, m^2 ; I – гидравлический градиент (уклон), показывающий изменение уровня воды по пути фильтрации [2].

Известно, что линейный закон фильтрации (закон Дарси) применим с достаточной для практики точностью не только для мелко- и крупнозернистых песков, но и (в удалении от водозаборов) для песчано-галечных и трещиноватых скальных пород при действительных скоростях движения подземных вод до $1000 m/\text{сутки}$ [3].

Для характеристики фильтрационных свойств водонасыщенных пород обычно используются коэффициенты фильтрации (K_f) и водопроводимости (T). Последний параметр таков: $T=K_f \cdot m$, где m – средняя мощность водоносного горизонта. При поисково-разведочных работах на воду и исследовании глубинного стока расход потока чаще всего определяется формулой Дарси (гидродинамический способ). При предварительных и прогнозных исследованиях, а также в случае отсутствия результатов гидродинамических наблюдений для оценки расхода подземного потока нами предлагается использование результатов геофизических исследований. На основании статистической обработки данных опытно-фильтрационных гидрогеологических работ и параметрических электропрондирований у многих скважин в [4] приводится график зависимости $K_f = f(T_{tp})$. Он показывает наличие обратно пропорциональной связи между этими параметрами. Методом наименьших квадратов получено уравнение регрессии вида $K_f = 33,48 - 0,53 T_{tp}$.

В целом установленная нами корреляционная связь использована для оценки расходов подземных водотоков и составления прогнозных гидрогеологических карт и разрезов. Такие расчеты выполнены для сопредоточенных подземных вод отдельных вулканических регионов Армении и, в частности, для водосборного бассейна оз. Севан. В последнем случае полученные расходы изменяются от 0,2–0,3 до 1,3–1,5 m^3/s .

Кафедра геофизических методов поисков и разведки
месторождений полезных ископаемых

Поступила 21.04.2003

ЛИТЕРАТУРА

1. Электрическое зондирование геологической среды. (под ред. В.К. Хмелевского, В.А. Шевнина). М.: Изд-во МГУ, 1988, ч. 1.
2. Биндерман Н.Н., Язвин Л.С. Оценка эксплуатационных запасов подземных вод. М.: Недра, 1970.
3. Девис С., де Уист Р. Гидрогеология. М.: Недра, 1970.
4. Изучение подземных вод вулканических областей геофизическими методами (составитель Р.С. Минасян). М.: Недра, 1989.

Վ.Պ. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

ԼԱՎԱՅԻՆ ԱՌԱՋԱՑՈՒՄՆԵՐԻ ԶՐԱՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ԵՎ
ԳԵԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԶԱՓԱՆԻԾՆԵՐԻ ԿԱՊԸ

Ամփոփում

Ստորերկրյա ջրահոսքերի ծախսի որոշումը անհրաժեշտ է ջրաբանականին հաշվարկների, հետախուզական հորատանցքերի տեղադրման համար:

Հաշվի առնելով խնդրի գործնական լուծման բարդությունը հիդրո-երկրաբանական նյութերի սակավության կամ բացակայության պայման-ների դեպքում՝ առաջարկվում է համատեղ օգտագործել հիդրոդինամիկական և երկրաֆիզիկական մեթոդների տվյալները՝ հիմնվելով ստացված կոռելյա-ցիոն կապերի վրա: Որպես օրինակ բերված են Սևանա լճի ավազանի տարածքում հայտնաբերված մի շարք ստորերկրյա ջրահոսքերի ծախսի հաշվարկի արդյունքները:

V.P. VARDANYAN

RELATIONSHIPS BETWEEN HYDROPHYSICAL AND GEOFIELD PARAMETERS IN VOLCANIC ROCKS

Summary

A flow rate of ground water streams is necessary to determine for water balance calculations, as well as for setting up the locations of prospecting boreholes. In case of lack of hydrogeological data for solving the definite problems in practice it is proposed to use both hydrodynamic and geophysical data based on correlation relationships.

A number of examples of ground water streams discharges discovered at Sevan Lake basin territories has been discussed in the article.

Геология

УДК 552.048

Г.А. МКРТЧЯН, Р.С. МОВСЕСЯН, О.С. ЕЗАКЯН

РАЦИОНАЛЬНАЯ СТЕПЕНЬ РАЗВЕДАННОСТИ
ШТОКВЕРКОВЫХ И ПЛАСТООБРАЗНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

На основе фактических материалов разведки и эксплуатации месторождений штокверковых и пластообразных промышленных типов определены предельные погрешности средних содержаний металлов на разных стадиях их изучения. Рассмотрены вопросы о необходимой степени разведенности объектов и соотношений запасов различных категорий.

Степень разведенности месторождения характеризуется соотношением запасов различных категорий и детальностью наблюдений (плотностью разведочной сети), необходимой для классификации запасов в требуемом соотношении. Хотя разведочный процесс представляет собой непрерывную цепь исследований, его задачи на каждой стадии изучения различны. Поэтому определение рациональной степени разведенности месторождений исходит из требований, предъявляемых к точности информации каждой стадии. Последняя должна быть такой, чтобы исключить принципиально неверную геолого-экономическую оценку объекта.

Для штокверковых и пластообразных месторождений решающее значение имеет определение средних содержаний полезных компонентов в руде, ошибки которых непосредственно влияют на оценку промышленного значения всего изучаемого объекта и отдельных его частей в несравненно большей степени, чем погрешности расчета мощности оруденения, объема и запасов руды [1, 2]. С учетом этого факта допустимые погрешности определяются именно по содержаниям полезных компонентов. В качестве объектов исследования выбраны Каджаранско, Агаракское и Техутское штокверковые медно-молибденовые месторождения, Личкий и Капанский медные штокверки, а также Маднеульское, Урупское, Кизил-Деринское пластообразные медные месторождения, эксплуатируемые и намечаемые к отработке открытым способом.

На стадии предварительной разведки необходима первая промышленная оценка месторождения, базирующаяся на конкретных расчетах.

Понятие “предварительная” вовсе не означает допустимость существенных погрешностей в общей оценке месторождения.

Необходимо подчеркнуть, что уже на стадии предварительной разведки экономическая оценка месторождения должна быть определенной – промышленное содержание не должно быть оценено как забалансовое и, наоборот, забалансовое – как промышленное. Величина предельно допустимых погрешностей среднего содержания компонентов в целом по месторождению определяется по формуле

$$P_{\text{доп}} = \frac{C_{\text{ср}} - C_{\text{мин.пр}}}{C_{\text{ср}}} \cdot 100\%, \quad (1)$$

где $P_{\text{доп}}$ – предельно допустимая погрешность (%), $C_{\text{ср}}$ – среднее содержание компонента (%), $C_{\text{мин.пр}}$ – минимальное промышленное содержание (%).

Экономический смысл формулы (1) заключается в соотношении извлекаемой ценности полезных компонентов и эксплуатационных издержек производства. Отсюда чем ниже удельные затраты по отношению к извлекаемой ценности из 1т руды (что характеризует расчетную рентабельность относительно к издержкам производства), тем значительнее “резерв прочности” и допустимая величина погрешности в определении качества руд на стадии предварительной разведки. По указанному критерию, предельно допустимые погрешности в определении среднего содержания компонентов на рассматриваемых месторождениях в зависимости от параметров оруденения устанавливаются в пределах величин, приведенных в таблице.

Месторождения	Предельно допустимые погрешности в определении средних содержаний, %
Каджаранское, Cu-Mo	54
Агаракское, Cu-Mo	24
Техутское, Cu-Mo	27
Личкское, Cu	12
Каланское, Cu	36
Маднеульское (Грузия), Cu	27
Урупское (РФ), Cu	42
Кизил-Дере (РФ), Cu	38

Из приведенных данных следует, что допустимые погрешности в оценке промышленного значения на стадии предварительной разведки достаточно велики.

Ошибки аналогии в целом по месторождениям не достигают указанных величин. Это означает, что при правильной трактовке геологического строения подобных месторождений риск неверной их оценки на стадии предварительной разведки практически невелик – при условии соблюдения достаточной для этого этапа изучения детальности наблюдений, о которой будет сказано ниже.

К точности детальной разведки объектов предъявляются более жесткие требования, так как по результатам этой стадии проектируется будущее предприятие с определением всех технико-экономических показателей, включая расчетную рентабельность производства. При этом извлекаемая ценность из руд с характерным для месторождения содержанием должна быть равна не прямым издержкам производства, а приведенным затратам. Следовательно, для определения допустимых погрешностей по оцениваемому объекту применимо следующее равенство:

$$P_{\text{доп}} = \frac{C_{\text{ср}} - C_{\text{м.ср}}}{C_{\text{ср}}} \cdot 100\%, \quad (2)$$

где $C_{\text{м.ср}}$ – минимально необходимое среднее содержание, эквивалентное приведенным затратам (%).

Допустимая погрешность определения средних содержаний по отдельным подсчетным блокам устанавливается согласно (1). Соответствующие расчеты показывают, что предельная ошибка определения среднего содержания полезного компонента по месторождению на стадии детальной разведки резко снижается до 10% для таких месторождений, как Агаракское, Техутское и Маднеульское, 15–20% – для Каджаранского и Урупского, 13–15% – для Капанского и Кизил-Дере и 0–5% – для Личского.

В отличие от вышеотмеченного, по отдельным подсчетным блокам могут быть допущены значительно большие отклонения до 50–60% при условии, что они будут носить случайный характер.

Предполагается, что на стадии эксплуатационной разведки средние параметры месторождения определены более или менее надежно. Здесь важно оценить допустимую погрешность по отдельным уступам и геологическим блокам. Требования к надежности подсчета запасов по уступам аналогичны таковым для геологических блоков исходя из положения о, по крайней мере, безубыточной отработки этих запасов. Допустимые погрешности по добывчным уступам определяются также по (1).

На любом месторождении, где отсутствуют четкие геологические границы рудных тел, оконтуривание балансовых запасов производится по бортовому содержанию. Тем самым в промышленный контур включается определенное, в ряде случаев довольно значительное количество руд (до 50% по объему), характеризующееся содержанием ниже минимально-промышленного. Наличие таких руд учитывается на всех стадиях изучения, а также при проектировании горнорудного предприятия и соответствующим образом отражается на расчетных технико-экономических показателях. На практике, в процессе эксплуатационной разведки, часть блоков, содержание полезных компонентов которых выше бортового, но ниже минимального промышленного содержания, относится к забалансовым и тем самым исключается из намечаемой к переработке рудной массы. На наш взгляд, это совершенно неправомерно. Такой подход приводит к исключению больших объемов уже добытых рудных масс, извлекаемая ценность полезных компонентов которых равна текущим затратам.

Исходя из сказанного, для оценки допустимой погрешности по отдельным эксплуатационным блокам предлагаем следующее равенство:

$$P_{\text{доп}} = \frac{C_{\text{ср}} - C_{\text{борт}}}{C_{\text{ср}}} \cdot 100\%, \quad (3)$$

где $C_{\text{борт}}$ – бортовое содержание (%).

Рассчитанные по этой формуле допустимые погрешности значительно выше таковых в целом по месторождению и составляют от 30 до 60%. Разумеется, эти погрешности не должны носить систематический характер.

В действующих требованиях по степени разведанности месторождений соотношение запасов различных категорий регламентировано довольно жестко. При этом, однако, указывается нижний предел требуемых запасов категорий А+В, С₁ и С₂, необходимых для проектирования рудников. Это соотношение устанавливается исходя из группы сложности геологического строения месторождений без учета их масштабов и намечаемой интенсивности отработки. Нам представляется, что необходимая степень разведанности месторождений должна учитывать следующие два фактора:

1. Детальность разведки, определяемая плотностью разведочной сети, должна обеспечивать указанную выше точность подсчета.

2. Запасы высоких категорий должны обеспечить нормальную работу предприятия на период не более 10 лет.

Фактические данные по Каджаранскому месторождению указывают на то, что с учетом выдержанности оруденения и масштаба объекта требуемую точность не только на стадии предварительной, но и детальной разведки обеспечивает сеть 200м × 200м. Такая сеть соответствует категории С₁, однако, исходя из требования 2, для нормальной работы предприятия необходимо соотношение запасов категории В к С₁ как 1:9 (10% В). Последняя цифра близка к фактическим данным по месторождению (примерно 12%), но в 2 раза ниже, чем требуется по инструкции ГКЗ. На Агаракском месторождении рассчитанное нами рациональное соотношение категории В к С₁ составляет 1:4 (25%), в то время как фактическое – 1:1.5 (40% В), при этом для запасов категории В достаточная плотность сети выработок равна 50м × 50м, для категории С₁ – 50–100м × 100м, также исходя из основных параметров оруденения [3].

Расчеты по Техутскому месторождению показывают, что требуемую точность обеспечивает следующее соотношение запасов: на стадии предварительной разведки С₁ – 50% и С₂ – 50%; на стадии детальной разведки В – 25% и С₁ – 75%.

Рекомендуемая плотность разведочной сети имеет следующие параметры: для запасов категории В – 50м × 50м, С₁ – 100м × 100м.

Приведенные в статье данные могут быть использованы при разведке и оценке месторождений аналогичных типов.

ЕГУ. Министерство охраны окружающей среды

Поступило 24.01.2008

ЛИТЕРАТУРА

1. Зинченко М.Я. Фактор риска при разведке и оценке месторождений. М. Изд-во: 1992.

2. Мкртчян Г.А., Мовсесян Р.С., Езакян О.С. – Ученые записки ЕГУ, 2003, № 2.
3. Мкртчян Г.А. – Разведка и охрана недр, 1969, № 9, с. 21–25.

ՀՀ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Ռ.Ս. ՄՈՎՍԵՍՅԱՆ, Հ.Ս. ԵԶԱԿՅԱՆ

ԾՈՒԿՎԵՐԿԱՅԻՆ ԵՎ ԾԵՐՏԱՅԻՆ ՀԱՆՁԱՎԱՅՐԵՐԻ
ՀԵՏԱԽՈՒԶՎԱԾՈՒԹՅԱՆ ՈԱՅԻՈՆԱԼ ԱՍՏԻճԱՆԸ

Ամփոփում

Նշված արդյունաբերական տիպերի հանքավայրերի հետախուզման և շահագործման փաստացի նյութերի հիման վրա որոշված են մետաղների միջին պարունակությունների սահմանային սխալները հետախուզման տարրեր փուլերում:

Դիտարկված են նաև օբյեկտների հետախուզվածության անհրաժեշտ աստիճանի և տարրեր կարգերի պաշարների հարաբերակցության հարցերը:

H.H. MKRTCHYAN, R.S. MOVSESYAN, H.S. YEZAKYAN

THE RATIONAL DEGREE OF EXPLORATION OF STOCKWORK AND STRATUM DEPOSITS

Summary

Based on the actual materials of exploration and exploitation of deposits of the marked industrial types the limiting errors of the average contents of metals at different stages of investigation are determined. The questions of correlation between the necessary degree of objects exploration and reserves of various categories are also considered.

ՀԱՅՈՐԴՈՒՄՆԵՐ *

СООБЩЕНИЯ

Մաթեմատիկա

УДК 511.2

Լ.Խ. ԱՍԼԱՆՅԱՆ

ԷՅԼԵՐԻ $\phi(m)$ ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ՄԻ ԸՆԴԱՆՈՒԱՑՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Կցագրման ընդհանուր և մասնավոր (դիոֆանտյան) խնդիրը լուծելու ընթացքում ծագում է հետևյալ պրոբլեմը:

Դիցուք $a < b$ բնական թվեր են: Պահանջվում է $[a, b]$ իատվածում գտնել այն բոլոր U_1, U_2, \dots, U_k բնական թվերը, որոնք փոխադարձաբար պարզ են տված m թվի հետ, որտեղ $m \leq b$: Պահանջվող թվերի քանակը նշանակենք $\phi_{[a, b]}(m)$ -ով: Նախ գտնենք $1, 2, 3, \dots, a-1, a, a+1, \dots, b-1, b$ թվերի շարքում բոլոր այն թվերը, որոնք փոխադարձաբար պարզ են m -ի հետ, և դրանց թվից հանենք $1, 2, 3, \dots, (a-1)$ թվերի շարքում m -ի հետ փոխադարձաբար պարզ թվերի քանակը: Արդյունքում կստանանք $a, a+1, \dots, b-1, b$ թվերի մեջ m -ի հետ փոխադարձաբար պարզ թվերի քանակը: Ըստ U և V բնական թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարի (ԱԸԲ) որոնման էվկլիդի ալգորիթմի՝ U և V թվերի ԱԸԲ-ն 0-ից տարրեր նախավերջին մնացորդն է: Ելնելով այս հանգամանքից՝ նպատակ դնենք գտնել m -ի հետ փոխադարձաբար պարզ թվերը՝ ըստ մնացորդների: Դրա համար վարկենք հետևյալ կերպ՝ 1-ից b թվերը հաջորդաբար բաժանելով m -ի, կստանանք $0, 1, 2, 3, \dots, m-1$ մնացորդով թվեր: Միավորելով հավասար մնացորդով թվերը՝ կստանանք $mq_0, mq_1 + 1, mq_2 + 2, \dots, (mq_{m-1} + m - 1)$ տեսքի թվեր, որոնց միավորումը կտա 1-ից մինչև b բնական թվերը:

Դիցուք $0, 1, 2, 3, \dots, m-1$ մնացորդների մեջ r_1, r_2, \dots, r_k թվերը փոխադարձաբար պարզ են m -ի հետ, որոնց թիվը $\phi(m)$ է [1]: Ըստ r_1, r_2, \dots, r_k մնացորդների և ըստ m մոդուլի՝ միավորենք հավասար մնացորդով թվերը: Ստացված թվերը ունեն $(mq_1 + r_1), (mq_2 + r_2), \dots, (mq_k + r_k)$ տեսքը, որտեղ $(mq_1 + r_1, m) = (m, r_1) = 1, \dots, (mq_k + r_k, m) = (m, r_k) = 1$ և $k = \phi(m)$: Այդ թվերը

բավարարում են $r_1 \leq mq_1 + r_1 \leq b, r_2 \leq mq_2 + r_2 \leq b, \dots, r_k \leq mq_k + r_k \leq b$,

$$1 \leq r_i \leq m-1, \text{ պայմաններին, որտեղ } 0 \leq q_i \leq \left\lceil \frac{b-r_i}{m} \right\rceil, i=1,2,\dots,k: \text{ Այդ թվերի}$$

միավորումը կտա m -ի հետ փոխադարձաբար պարզ թվերի քանակը 1-ից b բնական թվերի շարքում: Այսպիսով, 1-ից b բնական թվերի շարքում m -ի հետ փոխադարձաբար պարզ թվերի քանակը հավասար

$$\text{է } N_1 = \sum_{i=1}^{\phi(m)} \left\lceil \frac{b-r_i}{m} \right\rceil + \phi(m), \text{ իսկ } m\text{-ի հետ փոխադարձաբար ոչ պարզ}$$

$$\text{թվերի քանակը հավասար է } N_2 = \sum_{i=1}^{m-\phi(m)} \left\lceil \frac{b-r_{i-1}}{m} \right\rceil + m - \phi(m) - 1, \text{ որտեղ}$$

$$(r_{i-1}, m) = d_i \neq 1:$$

$$\text{Զևսական ստացված բանաձևերը՝ կստանանք } N_1 = \left\lceil \frac{b}{m} \right\rceil \cdot \phi(m) + k,$$

$$N_2 = \left\lceil \frac{b}{m} \right\rceil \cdot (m - \phi(m)) + t - 1, \text{ որտեղ } k\text{-ն } m\text{-ի հետ փոխադարձաբար}$$

պարզ այն r_i թվերի քանակն է r_1, r_2, \dots, r_i թվերի շարքում, որտեղ այդ մնացորդները չեն գերազանցում b -ն m -ի վրա բաժանումից ստացված α մնացորդին, իսկ t -ն m -ի հետ 1-ից տարրեր ԱՀԲ ունեցող այն մնացորդների քանակն է, որտեղ այդ մնացորդները չեն գերազանցում b -ն m -ի վրա բաժանումից ստացված β մնացորդին: Կիրառելով ստացված բանաձևերը $[a, b]$ հատվածի նկատմամբ՝ կստանանք m -ի հետ փոխադարձաբար պարզ և փոխադարձաբար ոչ պարզ թվերի քանակները որոշող բանաձևերը.

$$N_1 = \left(\left\lceil \frac{b}{m} \right\rceil - \left\lceil \frac{a-1}{m} \right\rceil \right) \cdot \phi(m) + k_2 - k_1, N_2 = \left(\left\lceil \frac{b}{m} \right\rceil - \left\lceil \frac{a-1}{m} \right\rceil \right) \cdot (m - \phi(m)) + t_2 - t_1:$$

$\phi_{[a,b]}(m)$ ֆունկցիան հանդիսանում է L. Էյլերի $\phi(m)$ ֆունկցիայի ընդհանրացումը բնական թվերի կամայական հատվածի վրա:

1. $\phi_{[a,b]}(m)$ ֆունկցիան որոշված է $[1, b]$ հատվածի յուրաքանչյուր m բնական թվի համար և իրենից ներկայացնում է m -ի հետ փոխադարձաբար պարզ թվերի քանակը $[a, b]$ -ում: Ըստ որում՝ $\phi_{[a,b]}(m) =$

$$= \left(\left\lceil \frac{b}{m} \right\rceil - \left\lceil \frac{a-1}{m} \right\rceil \right) \cdot \phi(m) + k_2 - k_1: \text{ Եթե } m = b, \text{ ապա } \phi_{[1,b]}(m) = \phi(m): \text{ Եթե}$$

$b = m, a = 1$, ապա $\phi_{[a,b]}(m) = \phi(m)$: m -ի հետ պարզ թվերը որոնվում են $(mq_i + r_i)$ տեսքի թվերից, որտեղ $i = \phi(m)$:

2. $\phi_{[1,b]}(m)$ ֆունկցիան որոշված է $[1, b]$ հատվածի յուրաքանչյուր m բնական թվի համար և իրենից ներկայացնում է m -ի հետ փոխադար-

Ճարար պարզ թվերի քանակը $[l, b]$ -ում: Ըստ որում՝ $\varphi_{[l, b]}(m) =$
 $= \sum_{i=1}^{\varphi(m)} \left\lceil \frac{b - r_i}{m} \right\rceil + \varphi(m) = \left\lceil \frac{b}{m} \right\rceil \cdot \varphi(m) + k:$

3. m -ի հետ փոխադարձաբար ոչ պարզ թվերի քանակը որոշող քանածները լստ հատվածների կլինեն.

$$\text{ա) } \overline{\varphi_{[l, b]}}(m) = \left\lceil \frac{b}{m} \right\rceil (m - \varphi(m)) + t - 1,$$

$$\text{բ) } \overline{\varphi_{[a, b]}}(m) = \left(\left\lceil \frac{b}{m} \right\rceil - \left\lceil \frac{a-1}{m} \right\rceil \right) \cdot (m - \varphi(m)) + t_2 - t_1:$$

Արովյանի պետական ճարուարագիտական բոլեց

Ստուգվել է 30.04.2003

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М.: Наука, 1965.

Լ.Խ. ԱՍԼԱՆՅԱՆ

ОБ ОДНОЙ ИЗ ОБОБЩЕНИЙ ФУНКЦИИ $\varphi(m)$ ЭЙЛЕРА

Резюме

В работе вводится обобщение функции $\varphi(m)$ Эйлера и получается формула для определения значения этой обобщенной функции.

L.Kh. ASLANIAN

ABOUT ONE OF THE GENERALIZATION OF AILAR'S $\varphi(m)$ FUNCTION

Summary

In connection with the problems of supplement in this work the generalization of Ailar's $\varphi(m)$ functions is introduced and a formula is got for the definition of the value of this generalized function.

Биология

УДК 612.014.4.083.36

Г.Г. ОГАНЕСЯН

МЕТОД ДНК-КОМЕТ В ОЦЕНКЕ ПОВРЕЖДЕНИЙ И РЕПАРАЦИИ ДНК

2. СПОНТАННЫЕ И УФ-ИНДУЦИРОВАННЫЕ ПОВРЕЖДЕНИЯ ДНК В ГРУППАХ ГЕНЕТИЧЕСКОГО РИСКА

Методом ДНК-комет выявлен повышенный уровень индуцированных УФ-облучением повреждений ДНК в клетках больных периодической болезнью и ликвидаторов аварии на Чернобыльской АЭС по сравнению с контрольной группой. Обсуждается роль reparативных процессов в наблюдаемых эффектах.

Изучение генотоксических эффектов экзогенных и эндогенных факторов, в том числе и отдаленных генетических последствий радиационного воздействия, является важным аспектом генетического мониторинга и открывает возможности для формирования групп риска в популяциях человека с целью внедрения в дальнейшем возможных мер профилактики.

К группам риска в армянской популяции, для которых характерна повышенная нестабильность генома, относятся, в частности, больные периодической болезнью (ПБ), распространенной преимущественно среди евреев и армян, а также лица, принимавшие участие в ликвидации аварии на Чернобыльской АЭС. Известны данные о повышенном уровне хромосомных aberrаций в лимфоцитах больных ПБ [1] и ликвидаторов из Чернобыля [2].

При мониторинге групп риска изучаются как спонтанные, так и индуцированные мутагенами повреждения ДНК и хромосом. В частности, у ликвидаторов из Чернобыля при облучении клеток *in vitro*, выявлено понижение reparационной активности ДНК [3].

Целью настоящего исследования явилось изучение уровней спонтанных и УФ-индуцированных повреждений ДНК в лейкоцитах больных ПБ и ликвидаторов Чернобыльской аварии методом ДНК-комет.

Материал и методика. Исследования проводились на образцах крови, собранных у 12 лиц, участвовавших в ликвидации последствий Чернобыльской аварии, облученных дозой, не превышающей $0,25\text{Gr}$, и 12

здоровых доноров. Кроме этого, изучались также группа из 10 больных ПБ и соответствующая контрольная выборка из 10 здоровых доноров.

Для оценки уровней спонтанных и УФ-индуцированных повреждений ДНК использовалась щелочная модификация метода ДНК-комет, предложенная П. Синхом и соавторами [4] с небольшими модификациями. Клетки крови наносились на предметные стекла после предварительного заключения в агарозный слой и облучались двумя дозами (6 и $12\text{Дж}/\text{м}^2$) УФ-С (254нм) – с использованием бактерицидной лампы. После облучения клетки инкубировались 1 час в питательной среде RPMI 1640 для прохождения эксцизионной репарации. После инкубации лейкоциты помещали в лизирующий раствор ($2,5M$ NaCl, 100мМ ЭДТА, 10мМ трис-буфера с тритоном X-100) для разрушения протеинов и клеточных мембран, затем – в щелочной буфер (300мМ NaOH и 1мМ ЭДТА) для раскручивания цепей ДНК. Электрофорез проводился 25 минут при напряжении $20V$ и силе тока 300mA . Препараты обрабатывались нейтрализационным буфером и окрашивались бромистым этидием. Кометы анализировались на флюоресцентном микроскопе по методу, предложенному Д. Андерсон и соавторами [5].

Повреждения ДНК выражались в условных единицах (у.е.). Статистический анализ проводился с использованием теста *ANOVA* из пакета *STATGRAPHICS Plus*.

Результаты и обсуждение. Полученные данные свидетельствуют о том, что спонтанный уровень повреждений ДНК как в группе больных ПБ (3,0 у.е.), так и в группе ликвидаторов (9,2 у.е.) достоверно не отличается от контрольного (1,2 и 6,2 у.е. соответственно). Однако сравнительный анализ уровней УФ-индуцированных повреждений ДНК позволил выявить повышенную чувствительность лейкоцитов больных ПБ и ликвидаторов к действию обеих доз УФ-облучения.

В клетках больных ПБ уровни повреждений ДНК, индуцированных дозами $6\text{Дж}/\text{м}^2$ ($165,4$ у.е.) и $12\text{Дж}/\text{м}^2$ ($200,5$ у.е.), достоверно отличались от аналогичных показателей в контрольной группе ($149,8$ и $184,3$ у.е.). В обоих случаях $p<0,001$.

В клетках ликвидаторов УФ-облучение индуцирует $196,1$ у.е. (доза $6\text{Дж}/\text{м}^2$) и $230,3$ у.е. (доза $12\text{Дж}/\text{м}^2$) повреждений ДНК, что также достоверно превышает показатели в контрольной группе ($175,2$ и $200,3$ у.е. соответственно), $p<0,01$.

Известно, что УФ-облучение не является непосредственным индуктором разрывов ДНК. УФ вызывает образование пириимидиновых димеров. Разрывы ДНК выявляются как промежуточные продукты эксцизионной репарации. Неполное воссоединение инцизионных разрывов ДНК может вызывать накопление сайтов незавершенной репарации после повреждения ДНК разными генотоксическими агентами. При этом клетки с измененной активностью воссоединения разрывов ДНК могут легко распознаваться методом ДНК-комет [6].

Известен ряд исследований эффектов УФ-облучения и других генотоксических агентов в клетках пациентов с различными заболеваниями. Пониженная способность воссоединения разрывов ДНК, индуцированных

УФ-облучением [7] и диметилсульфонатом [8], обнаружена в клетках индивидов с иммунодефицитом. При синдроме Блюма показана недостаточность воссоединения фрагментов в процессе репарации после УФ-облучения [6], а также повышенная чувствительность к другим генотоксическим соединениям [9]. Клетки больных атаксией-teleangiэкзазией более чувствительны к воздействию соединений, которые повреждают ДНК посредством свободных радикалов кислорода за счет пониженной репарационной активности [10]. Показано, что в лимфоцитах больных псориазом с базальной клеточной карциномой (БКК) образуется больше УФ-индированных разрывов ДНК, чем у больных без БКК за счет дефектов репарации [11].

Существуют также работы по изучению повреждений ДНК у ликвидаторов аварии на Чернобыльской АЭС. При изучении лиц, получивших радиотерапевтическое лечение, и ликвидаторов из Чернобыля показано, что оценка репарации повреждений ДНК *in vitro* может служить биомаркером для популяционного мониторинга при действии радиации *in vivo* [3]. У ликвидаторов Чернобыльской аварии также выявлено, что хроническое облучение может приводить к появлению устойчивых повреждений ДНК [12].

Таким образом, полученные нами результаты о повышенном уровне повреждений ДНК, индуцированных УФ-облучением в лейкоцитах пациентов с ПБ и ликвидаторов из Чернобыля, согласуются с рядом литературных данных и свидетельствуют о том, что действие экзогенных и эндогенных мутагенов *in vivo* может повышать чувствительность клеток к действию генотоксических агентов *in vitro*, не вызывая при этом повышения спонтанного уровня повреждений ДНК. Так как УФ-индированные повреждения реализуются опосредованно через репарационные процессы, предполагается, что наблюдаемые эффекты могут быть связаны с понижением активности репарационных систем клетки.

Работа выполнена при поддержке гранта А-301.2 МНТЦ.

Кафедра генетики и цитологии

Поступила 18.06.2002

ЛИТЕРАТУРА

1. Emerit I., Arutyunyan R.M., Sarkisyan T.F., Mejlumian H., Torosian E., Panossian A.G. - Free Radical Biol. Med., 1993, № 15, p. 265-271.
2. Slosina N., Neverova E., Kharchenko T., Nikiforov A. - Mut. Res., 1997, v. 379, p.121-125.
3. Plapert U.G., Stocker B., Fender H., Flieder T.M. - Environ Mol. Mutagen., 1997, v. 30, p. 153-160.
4. Singh N.P., Tice R.R., Stephens R.E., Schneider E.L. - Mutat. Res., 1991, v. 252, p. 289-296.
5. Anderson D., Yu T-W., Phillips B.J., Schmeizer P. - Mutat. Res., 1994, v. 307, p. 261-271.
6. Nocentini S. - Radiation Res., 1995, № 144, p. 170-180.
7. Squires S., Johnson R.T. - Carcinogenesis, 1983, v. 4, p. 565-572.
8. Teo I.A., Broughton B.C., Day R.S., James M.R., Karran P., Mayne L.V., Lehmann A.R. - Carcinogenesis, 1983, v. 4, p. 559-564.

9. Krepinsky A.B., Heddle J.A., German J. – Hum. Genet., 1979, v. 50, p. 151–156.
10. Ward A.J., Olive P.L., Burr A.H., Rosin M.P. – Environmental and Molecular Mutagenesis, 1994, v. 24, № 2, p. 103–111.
11. Moller P., Wallin H., Dybdahl M., Frentz G., Nexo B.A. – Cancer letters, 2000, v. 151, p. 187–192.
12. Plappert U.G., Raddatz K., Roth S., Fliedner T.M. – Stem cells, 1995, 13 (supple 1), p. 215–222.

Գ.Գ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

**ԴՆԹ-ԳԻՍԱՍՏՂԵՐԻ ՄԵԹՈԴԸ ԴՆԹ-Ի ՎՆԱՍՎԱԾՔՆԵՐԻ ԵՎ
ՌԵՊԱՐԱՑԻԱՅԻ ԳՆԱՀԱՏՄԱՆ ՀԱՄԱՐ**

2. ԴՆԹ-Ի ՍՊՈՆՏԱՆ ԵՎ ՈՒՄ-ԻՆԴՈՒԿՑՎԱԾ ՎՆԱՍՎԱԾՔՆԵՐԸ ԳԵՆԵՏԻԿԱԿԱՆ
ՈՒԽԿԻ ԽՄԲՈՒՄ

Ամփոփում

ԴՆԹ-ի ՈՒՄ-ինդուկցված վնասվածքների անալիզը բույլ է տալիս որոշել բջիջների համեմատական զգայունությունը տարբեր վնասող գործոնների նկատմամբ: ԴՆԹ-գիսաստղերի մեթոդի կիրառմամբ պարբերական հիվանդությամբ տառապող մարդկանց և Չեռնոբիլի վրարի լիկվիդատորների բջիջներում հայտնաբերվել է ԴՆԹ-ի ՈՒՄ-ինդուկցված վնասվածքների հավաստի տարբերություն առողջ մարդկանց համեմատ: Մինչդեռ ԴՆԹ-ի սպոնտան վնասվածքների մակարդակը երկու խմբերում չէր տարբերվում ստուգիչից: Ջննարկվում է ռեպարացիոն պլոցեսների դերը հայտնաբերված էֆեկտներում:

G.G. HOVHANNISYAN

THE COMET ASSAY APPLICATION FOR ESTIMATION OF DNA DAMAGE AND REPAIR

2. SPONTANEOUS AND UV-INDUCED DNA DAMAGE IN GROUPS OF GENETIC RISK

Summary

The analysis of UV-induced DNA damage permits to reveal the comparative sensitivity of cells towards different DNA damaging agents. The comet assay has been used to estimate spontaneous and UV-induced DNA breaks in cells of two groups of genetic risk. In cells of patients with periodic disease and Chernobyl accident clean-up workers the statistically significant increase of UV-induced levels of DNA damage compared with healthy subjects has been revealed. But the level of spontaneous DNA damage in both groups does not differ from the control one. The role of repair processes in revealed effects is discussed.

Биология

УДК 577.137.3

Л.С. ШУХЯН

**ПЛОДОНОСНОСТЬ ПОЧЕК У СОРТОВ ВИНОГРАДА С РАЗНЫМ
УРОВНЕМ МОРОЗОСТОЙКОСТИ**

Исследовалась эмбриональная плодоносность глазков винограда. Были выбраны сорта, относящиеся по степени морозостойкости к различным группам: слабоморозостойкие – Мсхали, Парвана, Дегин Еревани, Шаумяни, и морозостойкий межвидовой гибрид – Чаренци. У всех сортов (независимо от происхождения) основная нагрузка соцветиями приходится на зону побега до 12-го глазка. Выделяем сорт Чаренци, у которого, помимо закладки соцветий в основных почках глазков по всей длине побега, и в запасных глазках наблюдалось образование соцветий.

Климатические условия Республики Армения исключительно благоприятны для возделывания винограда от сверхранних сортов созревания до очень поздних.

У винограда успешная зимовка и последующая вегетация зависят не только от физиологических процессов, обуславливающих степень устойчивости глазков и тканей лозы к низким температурам, но и восстановительной способности куста. В этом аспекте значительную роль играет степень развитости центральных и запасных почек (наличие плодоносных эмбриональных побегов), формирующихся в глазках на зеленых побегах еще в начале лета. Глазок, комплексное морфологическое образование, объединяющее несколько почек, возникает и развивается в пазухе листьев на узлах однолетних побегов виноградного растения. Почки глазков, как правило, прорастают после длительного периода покоя, включая зимний период [1]. Этот факт послужил основанием для их общего названия – зимующий глазок. У многих глазков в главной (центральной) почке, а изредка и в замещающих (запасных), видны зачатки одного или нескольких соцветий. Глазок считается плодоносным, если во всех почках имеется хотя бы одно зачаточное соцветие. Плодовый побег в основном образуется из главной почки – зимующего глазка, а также из боковых зимующих почек. Этим свойством обладают гибриды и прямые производители, в частности, сорта западноевропейской группы, а также межвидовые, включая амурский виноград

[2, 3]. Установлено, что у сильно растущих сортов и одичавших лианообразных форм плодоносные почки (из основных и замещающих) по длине побега захватывают более верхние зоны. Это обусловлено высокими темпами роста однолетних побегов и соответствующим микроклиматом на такой высоте.

Поскольку сезонные условия в период роста зеленых побегов изменяются, вполне понятно, что почки по длине лозы не могут быть совершенно равноценными по плодоносности, строению и величине.

Закладка соцветий летом предшествующего года еще не определяет будущего урожая, так как условия весны оказывают большое влияние на фактическую плодоносность (в сравнении с эмбриональной) побегов в сторону ее увеличения или уменьшения, т. е. на формирование новых соцветий. В связи с этим нами исследовалась эмбриональная плодоносность глазков (основные почки) у сортов винограда различного происхождения.

Методы исследований. Объектами изучения выбраны сорта, относящиеся по степени морозостойкости к различным группам: слабоморозостойкие – Мсхали, Парвана, Дегин Еревани, Шаумянин (*V. Vinifera*), и морозостойкий межвидовой гибрид – Чаренци (*V. Vinifera* × *V. Amurensis*). Отбирались по 10 побегов каждого образца при длине плодовой стрелки в 15 глазков, срезы которых просматривались под микроскопом МБИ-15.

Результаты и обсуждения. Исследования эмбриональной плодоносности глазков показали различную степень закладки эмбриональных соцветий как по длине побега, так и внутри глазка.

У всех сортов (независимо от происхождения) основная нагрузка соцветиями приходится на зону побега до 12-го глазка, после которого, как правило, идут бесплодные глазки.

Однако не все сорта характеризуются одинаковым уровнем закладки соцветий по длине побега [4–7].

Основные почки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Сорта	Количество почек										
Дегин Еревани			1	2		1			2	2	2
Шаумянин			2	2		2	1	1			
Мсхали			1	1	1	1	1			1	1
Парвана		1	1	1	2	1	2	1			
Чаренци	1	1	1	2	2	2	1	1	2	2	

Как видно из таблицы, побеги сорта Дегин Еревани по длине были хорошо вызревшими, зачатки соцветий отмечались в зоне 3–4 глазков и равномерно распределялись по длине побегов. У сорта Шаумянин в одревесневшей части побеги были наполовину вызревшими, в зоне 4–7 глазков наблюдалось по два зачатка. В невызревшей части побегов отмечалось заметное отставание закладки соцветий.

Побеги сорта Мсхали по всей длине выделялись нормальным вызреванием и равномерной закладкой зачатков соцветий.

У вызревших побегов сорта Парвана зачатки соцветий равномерно распределялись в зоне 3–9 глазков.

Отставание процесса вызревания побегов сорта Чаренци не повлияло на закладки соцветий – в основном два зачатка.

Следует отметить, что у межвидового сложного гибрида Чаренци (*V. Vinifera* × *V. Amurensis*) отмечалась закладка соцветий даже в зоне первого междуузлия и превалировала повышенная способность образования двух эмбриональных соцветий в основной зоне побега (4–8 глазков) [4]. Отмечено также, что у сорта Чаренци, помимо закладки соцветий в основной почке глазка, имелось образование зачатков соцветий и в запасных точках. Такое генеративное развитие в случае уязвимости основных почек от низких температур или градобития дает возможность восстановления урожайности за счет роста и развития запасных почек и возможно получение ежегодного урожая в пределах 30–45 ц/га.

Такой способностью почти не обладают столовые местные сорта, принадлежащие к *V. Vinifera*. Следовательно, в зависимости от генотипа винограда, его возделывания и погодных условий в период вегетации плодоносность побегов существенно колеблется.

Кафедра генетики и цитологии

Поступила 22.10.2002

ЛИТЕРАТУРА

1. Стоев К. Физиология винограда. София, 1983.
2. Баранов П.А. – Амплография. М., 1946.
3. Погосян К.С., Зорхабян Н.Р. Степень дифференциации и плодоносность почек у сортов и гибридов винограда различного происхождения. Новое развитие виноградарства Арм. ССР в свете задач продовольственной программы. Ер., 1986.
4. Гриненко В.В. Пути повышения продуктивности плодовых культур и винограда. Краснодарское книжное изд-во, 1971.
5. Погосян К.С. – Физиологические особенности морозоустойчивости виноградного растения. Ер.: Изд-во АН Арм. ССР, 1975.
6. Погосян К.С., Склярова И.А., Арутюнян Э.А. – Биолог. ж. Армении, 1982, т. XXXV, №8.
7. Погосян К.С., Склярова И.А., Сукиасян Г.М. – Агронавука, 1997, № 9–10, с. 549–556.

Լ.Ս. ԸՆԽԵՎՆ

ԽԱՂՈՂԻ ԲՈՂԲՈՁՆԵՐԻ ՊՏՂԱԲԵՐՈՒԹՅՈՒՆԸ
ՑՐՏԱԴԻՄԱՑԿՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՏԱՐԲԵՐ ՍԱԿԱՐԴԱԿՆԵՐՈՒՄ

Ամփոփում

Հետազոտվել է խաղողի շիվերում բողբոջների (աչք) սաղմնային պտղաբերությունը: Ընտրվել են ցրտադիմացկունության տարրեր մակարդակներ ունեցող սորտեր. բույլ ցրտադիմացկուն՝ Մսիսալի, Փարվանա,

Դեղին Երևանի, Չահումյանի, և ցրտադիմացկուն միջտեսակային հիբրիդ՝ Զարենցի: Անկախ ծագումից բոլոր սորտերի ծաղկաբ ույլերի հիմնական ծանրաբեռնվածությունը բաժին է ընկնում շիպի մինչև 12 բողբոջները ընկած հատվածին: Առանձնանում է Զարենցի սորտը, որի ծաղկաբույլերը աճում են ոչ միայն շիպի երկայնքով բոլոր բողբոջներում, այլ նաև պահեստայիններում:

L.S. SHUKHYAN

THE FERTILITY OF THE BUDS IN THE SPROUTS OF GRAPES AT VARIOUS LEVELS OF CHILL-DURABILITY

Summary

The fertility of the new grown buds of the sprouts of grapes is examined. Various sorts of chill-durability at different levels have been selected: weak chill-durability sorts – Mskhali, Parvana, Deghin Yerevani, Shahoumyani and mid chill-durability hybrid – Charentsi.

The most buds of all sorts regardless of their origin are in the sprouts till the passage of twelve buds. Charentsi sort differs from others because the foundation of buds starts from the beginning of the sprouts till the end of the buds.

МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «РАЦИОНАЛЬНОЕ
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ И ОХРАНА ВОДНЫХ РЕСУРСОВ
В ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЕ»

В последние десятилетия интерес к водным ресурсам, их учету и переоценке, рациональному использованию и охране в мировых научных исследованиях значительно возрос. Это обстоятельство обусловлено развитием мирового хозяйства, резким ростом потребности в питьевой воде, а также проблемой глобального потепления климата. Вот почему Генеральная Ассамблея ООН на основе консенсуса 20 декабря 2000 г. (55 сессия, пункт 95 повестки дня (*A/55/582/Add.8*)) 2003 год объявила Международным годом пресной воды, тем самым вновь сконцентрировав внимание общественности на одном из трех важнейших ресурсов 21 века – воде. В этих рамках 10–15 июля с.г. в Армении была проведена Международная научная конференция «Рациональное использование и охрана водных ресурсов в изменяющейся окружающей среде», посвященная Международному году пресной воды – 2003.

Решение о проведении этой конференции именно в Армении, принятое в Дурбане (ЮАР) во время встречи Комиссии по устойчивости вод международного географического союза (МГС) в августе 2002 года, не было случайным. Во-первых, Армения выделяется разнообразием природно-климатических условий, имеет сложную гидрографическую сеть. Здесь на небольшой территории можно встретить почти все виды гидрологических объектов: реки с разным типом питания, озера разного происхождения, подземные воды, маленькие горные ледники, водохранилища, каналы, уникальные гидротехнические сооружения и т.д. Армению по праву можно считать гидрологической лабораторией. И во-вторых, в последние годы ученые Армении и, в частности, кафедры физ. географии ЕГУ, благодаря своей активной и последовательной работе, сумели обратить внимание мировой общественности на серьезные научные исследования, которые проводятся в Армении в областях гидрологии, климатологии и в целом географии. В частности, приняв участие в проведенных в разных странах мира научных конгрессах и конференциях, они не только внесли свой вклад в развитие гидрологической науки, но и стали действительными членами многих известных международных организаций.

Официальными организаторами конференции были Комиссия по устойчивости вод МГС, Ереванский государственный университет и Международный научно-исследовательский центр по водным, климатическим и рекреационным ресурсам. Целью конференции было представить на обсуждение передовых специалистов из разных стран вопросы динамики количественных и качественных изменений водных ресурсов в изменяющейся среде, проанализировать и оценить причины этих изменений, совместно разработать стратегические программы для ведения правильной политики по охране и использованию водных ресурсов в новом тысячелетии, которые будут способствовать охране окружающей среды и устойчивому развитию общества.

Для участия в работе конференции статьи и заявки были представлены более чем 120 известными учеными из 30 стран мира. Однако из-за отсутствия соответствующей финансовой поддержки непосредственное участие на конференции смогли принять чуть более 30 специалистов из 15 стран мира (Великобритания, Канада, Япония, США, Италия, Германия, Россия, Беларусь, Венгрия, Украина, Грузия, Иран, Кувейт, Нигерия, Армения).

Работа конференции, как и было предусмотрено, прошла в 2 этапа: пленарные и секционные заседания и полевые научные экспедиции.

Тематика конференции была довольно обширной. Она включала следующие направления:

- Управление поверхностными и подземными водными ресурсами;
- Методы оценки и мониторинга загрязнения водных ресурсов;
- Водные экосистемы, их охрана и моделирование;
- Новые подходы к оценке и прогнозированию изменений водных ресурсов в условиях глобального потепления;
- Гидроэкологические проблемы Кавказского региона;
- Проблема пресной воды.

Во время пленарных и секционных заседаний было заслушано много интереснейших, представляющих важную научную ценность докладов. Необходимо отметить, что довольно активное участие приняли специалисты из Армении (из разных правительственные и не правительственные организаций) и, в частности, ученые географического, химического и геологического факультетов Ереванского государственного университета. Особого внимания заслужили доклады профессоров Назаряна Х.Е., Мкртчяна Р.С., Пирумяна Г.П., Аветисяна В.А., Минасяна Р.С. и др.

Полевые научные экспедиции продолжались 3 дня по разным маршрутам: Цахкадзор–Джермук, Цахкадзор–Севан, Цахкадзор–массив Арагац (оз. Кари). Во время этих маршрутов гости имели возможность ознакомиться с рядом гидрологических объектов и уникальных гидротехнических сооружений.

Обобщая работы конференции, сопредседатели и другие участники отметили, что конференция прошла на довольно высоком уровне, а предусмотренные программой цель и задачи полностью осуществились.

Конференция имела чрезвычайно важное значение для Армении как с научной, экономической, так и с политической точки зрения. Тем не менее, самым существенным достижением явилось представление нашей страны в качестве координатора стран СНГ в составе Комиссии по устойчивости вод Международного географического союза.

После конференции было получено письмо на имя председателя административного комитета, академика Э.В. Чубаряна с благодарностью всем организаторам от председателя Комиссии по устойчивости вод Международного географического союза, профессора Энтони Джонса.

*Председатель местного оргкомитета, президент
международного научно-исследовательского центра
по водным, климатическим и рекреационным ресурсам
доц. ВАРДАНЯН Т.Г.*

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

С.А. Акопян – О преобразованиях типа свертки с обращающими функциями, имеющими комплексные корни.....	3
А.Г. Петросян – Исследование точечного спектра самосопряженного дифференциального оператора с коэффициентами, имеющими определенные поведения на бесконечности.....	8
В.А. Оганян – Задача Дирихле для слабо связанных эллиптических систем дифференциальных уравнений второго порядка с разрывными граничными условиями	16
Э.А. Симонян – Одно обобщение формулы Литтля	25
В.С. Атабекян – О строении определяющих соотношений свободных периодических групп	30
Л.Р. Абрамян – Тернарные сверх тождества ассоциативности	36

МЕХАНИКА

Г.А. Бабаджанян – Нестационарное движение реальной несжимаемой жидкости в трубе с пористыми стенками.....	45
С.Р. Абарцумян – Об устойчивости по действующей силе при паре чисто мнимых корней для системы второго порядка.....	50

ФИЗИКА

А.Э. Есаян – Образование одномерного электронного канала вблизи границы раздела двух квантово-размерных пленок разной толщины	57
Г.Г. Бадалян, Х.М. Казарян, Ш.С. Саакян – Определение размеров и границ доменов с помощью поляризационного микроскопа.....	65

ХИМИЯ

Г.С. Симонян – Корреляция между константами скорости реакций пероксид бензоил-амин и эмпирическими параметрами полярности растворителей.....	69
Д.С. Гайбакян, Ясин Мала, А.Г. Хачатрян – Ионообменная тонкослойная хроматография элементов. 1. Исследование ионного состояния Re (VII), Mo (VI), V (V) и W (VI) в растворах минеральных кислот.....	76

Ш.С. Захарян, Г.Г. Дарбинян, Г.Н. Шапошникова, А.Г. Хачатрян – Спектрофотометрическое и амперометрическое определение селена (IV) и теллура (IV) фенилтиомочевиной.....	86
Э.Г. Месропян, А.А. Аветисян, А.С. Галстян, М.Г. Саркисян – Синтез новых ароматических производных изатина.....	93

БИОЛОГИЯ

А.П. Антонян, А.Г. Давтян, П.О. Варdevanian – Образование полуинтеркаляционных комплексов при связывании БЭ с ДНК	97
А.Х. Агаджанян, М.С. Мартirosyan, А.А. Агаджанян – Биосинтез пролина, катализируемый орнитинкластазой, на различных стадиях метаморфоза фасолевой зерновки <i>Acanthoscelides obtectus Say</i>.....	103
М.А. Давтян, Г.А. Габриелян, Р.О. Торчян – Выделение белков и определение их аминокислотного состава дрожжей <i>Saccharomyces cerevisiae</i> – отходов пивоваренного производства.....	107
Г.А. Семерджян, Б.И. Дильдарян, М.А. Хачатрян – Аминокислотный состав некоторых представителей моховидных.....	112
М.Б. Читчян, Э.Л. Агабекян, Н.С. Аветисян, Г.Г. Оганезова, М.А. Мелкумян, О.Ю. Саакян – Роль центрального метаболизма в биосинтезе фенилаланина у <i>Corynebacterium lactofermentum</i>.....	118
В.С. Погосян, Э.А. Агаджанян, А.Л. Атоянц, М.Б. Матевосян, Р.М. Арутюнян – Выявление мутагенной активности вод скважин Самагар и Джрашен с применением тестов Трад-ВТН и Трад-МЯ традесканции.....	123
А.Ю. Степанян, В.Г. Григорян, А.Н. Аракелян, А.Р. Агабабян, Н.Д. Арутюнян – Особенности мозгового обеспечения выполнения лабиринтной задачи у левшей.....	128

ГЕОЛОГИЯ

В.П. Варданян – Связь водно-физических и геоэлектрических параметров лавовых образований	134
Г.А. Мкртычян, Р.С. Мовсесян, О.С. Езакян – Рациональная степень разведанности штокверковых и пластрообразных месторождений	138

СООБЩЕНИЯ

Л.Х. Асланян – Об одной из обобщений функции $\phi(t)$ Эйлера	143
Г.Г. Оганесян – Метод ДНК-комет в оценке повреждений и репарации ДНК.	
2. Спонтанные и УФ-индукционные повреждения ДНК в группах генетического риска.....	146
Л.С. Шухян – Плодоносность почек у сортов винограда с разным уровнем морозостойкости	150

НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

Международная научная конференция «Рациональное использование и охрана водных ресурсов в изменяющейся окружающей среде»	154
--	------------

CONTENTS

MATHEMATICS

S.A. Hakobian – On convolution transforms whose inversion functions have complex roots	3
A.H. Petrosyan – The investigation of the differential operator's point spectrum in infinity with precise behaviour coefficients	8
V.H. Ohanian – The Dirichlet problem for the elliptic system of weakly connected second order differential equations with discontinuous boundary conditions	16
E.A. Simonyan – An extention of the Little's formula.....	25
V.S. Atabekian – About the construction of defining relations in free periodic groups.....	30
L.R. Abrahamian – The ternary hyperidentities of associativity.....	36

MECHANICS

G.H. Babajanyan – Non-steady-state flow of real incompressible fluid in pipe with porous walls	45
S.R. Hambardzumyan – On the stability by acting force with pair imagining roots for the second order system	50

PHYSICS

A.E. Yesayan – Formation of one dimensional electron channel near the abrupt interface of two quantum-size films with different thickness.....	57
G.G. Badalyan, Kh.M. Ghazaryan, Sh.S. Sahakyan – Determination of domain measures and domain border measures by the Polaroid microscope.....	65

CHEMISTRY

G.S. Simonyan – Correlation between benzoylperoxide–amine reactions rate constants and solvents empiric polarity parameters	69
D.S. Gaibakyan, Yasin Mala, H.G. Khachatryan – Ion-exchange thin-layer chromatography of elements. I. Study of the ionic state of Re (VII), Mo (VI), V (V) and W (VI) ions in mineral acid solutions	76

Sh.S. Zaqaryan, H.H. Darbinyan, G.N. Shaposhnikova, H.G. Khachatryan – Spectrophotometric and amperometric determination of selenium (IV) and tellurium (IV) by using phenylthiourea	86
E.G. Mesropyan, A.A. Avetisyan, A.S. Galstyan, M.G. Sargsyan – Synthesis of new aromatic derivatives of isatin	93

BIOLOGY

A.P. Antonyan, H.G. Davtyan, P.O. Vardevanyan – Formation of semi-intercalation complexes at EtBr interaction with DNA.....	97
A.Kh. Aghadjanian, M.S. Martirosian, A.A. Aghadjanian – Biosynthesis of proline catalised by ornithine cyclase at defferent stages of methamorphosis of haricot beetlefly <i>Acanthoscelides obtectus Say</i>	103
M.A. Davtian, G.A. Gabrielian, R.H. Torchian – The isolation of proteins and determination of their amino acid composition in yeasts <i>Saccharomyces cerevisiae</i> – the wastes of beer production.....	107
H.H. Semerjyan, B.I. Dildaryan, M.H. Khachatryan – Aminoacid composition of some representatives of mossies.....	112
M.B. Chitchyan, H.L. Aghabekyan, N.S. Avetisyan, G.G. Oganezova, M.A. Melkumyan, H.Yu. Sahakyan – Role of central metabolism in phenylalanine biosynthesis in <i>Corinebacterium lacticfermentum</i>	118
V.S. Poghosyan, E.A. Aghadjanyan, A.L. Atoyan, M.B. Matevosyan, R.M. Harutunyan – The determination of mutagenetic activity of Samaghar and Djrashen boreholes water using the tradescantia stamen hair and micronucleus (MNS) assays.....	123
A.Y. Stepanyan, V.G. Grigoryan, A.N. Arakelyan, H.R. Aghababyan, N.D. Harutyunyan – The features of brain guarantee of fulfilment of maze-model tasks at left-handeds	128

GEOLOGY

V.P. Vardanyan – Relationships between hydrophysical and geolectric parameters in volcanic rocks	134
H.H. Mkrtchyan, R.S. Movsesyan, H.S. Yezakyan – The rational degree of exploration of stockwork and stratum deposits	138

COMMUNICATIONS

L.Kh. Aslanian – About one of the generalization of Ailar's $\phi(m)$ function.....	143
G.G. Hovhannissyan – The comet assay application for estimation of DNA damage and repair. 2. Spontaneous and UV-induced DNA damage in groups of genetic risk.....	146
L.S. Shukhyan – The fertility of the buds in the sprouts of grapes at various levels of chill-durability.....	150

SCIENTIFIC LIFE

International scientific conference on "The rational use and conservation of water resources in a changing environment"	154
--	------------

ԿԱՆՈՆՆԵՐ ՀԵՂԻՆԱԿՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

1. «Գիտական տեղեկագիր» հանդեսում հրատարակվում են երեսնի պետական համայստանում կատարված տեսական ու փորձարարական բնույթի օրիգինալ հոդվածներ, հաղորդումներ ու նամակներ՝ մաքենատիկայի, ինֆորմատիկայի, մեխանիկայի, ֆիզիկայի, ուսուցիչիկայի, քիմիայի, կենսաբանության, երկրաբանության և ֆիզիկական աշխարհագործյան բնագավառներից, ինչպես նաև ակնարկային հոդվածների՝ պատվիրտած խմբագործյան կողմից:
2. Ընդունվում են գիտական նոր հրատարակությունների, մենագրությունների և դասագրքների, ԵՊՀ մասնակցությամբ կայացած գիտաժողովների և գիտական դպրոցների, ինչպես նաև համալսարանում աշխատող անվանի գիտնականների հոբելյանների մասին համառոտ նյութեր:
3. Բնագրերը ներկայացվում են երկու օրինակով, համակարգչային շարվածքով՝ «Word» ծրագրով (հայերեն տեքստը՝ Times Armenian, ռուսերեն՝ Times New Roman տառատեսակներով)՝ հայերեն կամ ռուսերեն, ռուսերեն կամ հայերեն և անգլերեն ամփոփումներով: Բոլոր երեք լեզուներով հեղինակների ազգանունները և հոդվածի վերնագիրը գրել գիտառաերթով: Տեքստը շաբեկ 12 րե-ով, 1,5 հնտերվալով՝ աջ և ձախ կողմերում պահպաներով 3 սմ դաշտ: Վերին ծախ անկյունում գրվում է ՍԴԿ-ն, հաջորդ տողում հեղինակների անվանատառերն ու ազգանունները, այնուհետև հոդվածի վերնագիրը: ‘Իրան հետևում է հոդվածի համառոտ ամփոփումը: Այն պետք է համապատասխանի հայերեն և անգլերեն ամփոփումներին, որտեղ պետք է շարադրված լինեն աշխատանքի գլխավոր արդյունքները՝ առանց գրական հորումների, 100 բառից ոչ ավելի ծավալով:
4. Հոդվածի ծավալը աղյուսակներով չպետք է գերազանցի 10 էջը, հաղորդանքը՝ 4, նամակինը՝ 2:
5. Հոդվածները ծեսկերպվում են հստակ ներարածիններով: Ներածություն կամ Խճորի դրվածքը, որտեղ պետք է հիմնավորվի տվյալ հետազոտության անհրաժեշտությունը ու հրատապությունը, Հետազոտության մերողիկան և Եղանակացությունը, որտեղ հստակ ծեսկերպվում են ստացված արդյունքները և հետևությունները:
6. Հղումները պետք է լինեն քննարկվող խնդիրի հետ առնչվող ժամանակակից հրատարակումների վրա: Դրանք բերվում են բնագրի լեզվով ըստ հանդիպման հերթականության, կարգային համար ընչփում է քառակուսի փակասգծերում ([1], [2-5]): Հոդվածի վերջում նոյն հաջորդականությամբ բերվում է գրականության ցուցակը կարգային համարը, հեղինակների ազգանուններն ու անվանատառերը: Պարբերական հրատարակությունների համար այնուհետև հաջորդում է ամսագրի ընդունված կրծատ անվանումը առանց շակերտների, հրատարակման թվականը, հատորի ու բողարկման համարները, հերթական համարը, էջը, գրքերի դեպքում՝ Վերնագիրը, հրատարակման վայրը, հրատարակությունը, թվականը: Շիրատարակված աշխատանքի վերաբերյալ (բացի դիսերտացիայից) գրականության մեջ նշել չի թույլատրվում:
7. Միևնույն նյութը աղյուսակի և նկարի ծևով ներկայացնել չի թույլատրվում:
8. Թույլատրվում է 5-ից ոչ ավելի նկար, որոնք իրենց բացատրություններով պետք է ներկայացնել առանձին Էլե-ով:
9. Հոդվածի տեքստի վերջում՝ ծախ կորմում, նշվում է այն ամբիոնը կամ լաբորատորիան, որտեղ կատարվել է աշխատանքը:
10. Հոդվածը ստորագրվում է բոլոր հեղինակների կողմից:
11. Խմբագրությունը հեղինակներին տալիս է առաջին սրբագրությունը, որտեղ ուղղման ենթակա են տպագրության միամիտերը:
12. Խմբագրությունը հեղինակներին ձիգ տրամադրում է հանդեսի և օրինակ և հոդվածի 5 առանձնատիպ: