

**ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ**

**ԷԴՄՈՆԴ ԷԴԻԿԻ ՎԱՐԴՈՒՄՅԱՆ**

**ՖԻՆԱՆՍԱԿԱՆ ՌԻՍԿԵՐԻ  
ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐ**

*Ուսումնամեթոդական շեռնարկ  
մագիստրանտների համար*

Երևան  
ԵՊՀ հրատարակչություն  
2015

ՀՏԴ 338.2(07)  
ԳՄԴ 65.05 ց7  
Վ 307

**Հրատարակության է երաշխավորել  
ԵՊՀ մաթեմատիկայի և մեխանիկայի  
ֆակուլտետի գիտական խորհուրդը**

**Գրախոսներ՝**

Կարեն Գասպարյան, դոցենտ  
Վահագն Սելիք-Փարսադանյան, CFA

**Վարդումյան Էդմոնդ Էդիկի**

Վ 307 Ֆինանսական ռիսկերի կառավարման մեթոդներ: Ուսումնամեթոդական ձեռնարկ մագիստրանտների համար: -Եր., ԵՊՀ հրատ., 2015 թ., 40 էջ:

Ձեռնարկում ներկայացված են ֆինանսական ռիսկերի նկարագրությունը, ինչպես նաև գնահատելու և կառավարելու ժամանակակից մեթոդները:

Ուսումնամեթոդական ձեռնարկը նախատեսված է մագիստրանտների համար: Այն կարող է օգտակար լինել նաև դասախոսների, ասպիրանտների, ինչպես նաև անձանց համար, ովքեր գործնականում զբաղվում են ռիսկերի կառավարմամբ:

ՀՏԴ 338.2(07)  
ԳՄԴ 65.05 ց7

ISBN 978-5-8084-1956-8

© ԵՊՀ հրատ., 2015  
© Վարդումյան Է., 2015

## **1. Ուսումնական առարկան և դասընթացի տեսամեթոդական հիմքերը**

**Ներածություն:** Ռիսկն այն հիմնական գործոններից է, որն ազդում է ներդրողների, տնային տնտեսությունների և, հատկապես, ֆինանսական կազմակերպությունների որոշումների վրա: Այս համատեքստում զարմանալի չէ, որ ֆինանսական համակարգի մի զգալի մասը ծառայում է ռիսկերի արդյունավետ տեղաբաշխմանը շուկայի մասնակիցների միջև: Ռիսկերի տեղաբաշխման գործառույթը հնարավորություն է տալիս շուկայի մասնակիցներին ընտրելու ռիսկի այն մակարդակը, որն առավելագույնն է համապատասխանում իրենց նպատակներին, ինչն էլ իր հերթին նպաստում է միջոցների/ակտիվների արդյունավետ տեղաբաշխմանը:

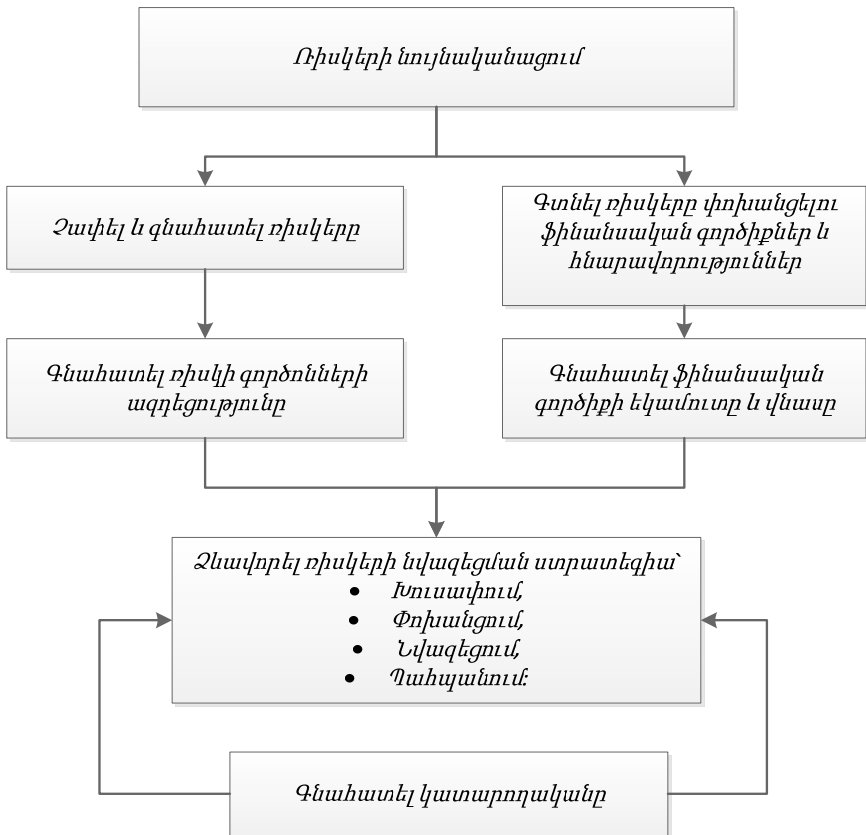
Միջոցների/ակտիվների արդյունավետ տեղաբաշխումը ենթադրում է եկամուտների և ռիսկերի գնահատում ապագա որոշակի ժամանակահատվածի համար: Ռիսկերի ազդեցության գնահատումը, ինչպես նաև այն տեղաբաշխելու և վերահսկելու ուղիների վերլուծությունը պահանջում են մաթեմատիկական և հաշվողական գործիքների մեծ զինանոցի կիրառություն: Իրապես, ժամանակակից ֆինանսական մոդելները ներառում են հավանականության, օպտիմիզացիայի և գնահատման տեսությունների բարդ կիրառություններ, որոնց հիմնական ուղղությունների ներկայացումը հանդիսանում է այս դասընթացի նպատակը:

**Ռիսկերի կառավարման գործընթացը:** Ռիսկերն այնքան տեսանելի չեն, որքան եկամուտները և ծախսերը, չնայած այսօրվա ռիսկերը վաղվա հնարավոր կորուստներն են: Այնուամենայնիվ, դա չի նշանակում, որ ֆինանսական ռիսկերը, որոնք ծագում են ապագայի անորոշությունից, հնարավոր չէ կառավարել: Ռիսկերի կառավարումն իրենից ներկայացնում է անընդհատ գործընթաց, որը ներկայացված է գծապատկեր 1-ում: Կարևոր է նշել, որ գծապատկեր 1-ում ներկայացված գործողությունների հաջորդականությունը սովորաբար օգտագործվում է սահմանելու համար ռիսկերի կառավարումը որպես ֆորմալ ընթացակարգ (Տե՛ս [7], գլուխ 1): Մակայն այն գործընթաց է, որը գործնականում հազվադեպ է հարթ ընթանում. երբեմն հիմնական խնդիրը ռիսկի ճանաչումն է, մեկ այլ դեպքում՝ ռիսկի արդյունավետ փոխանցումը:

Ռիսկերի կառավարման գործընթացը միտված չէ միայն ռիսկերի անընդհատ նվազեցմանը, քանի որ չի կարելի ժամանակակից ռիսկերի կառավարմանը վերագրել միայն պաշտպանողական ֆունկցիա: Ռիսկերի

կառավարման գործընթացը նկարագրում է այն, թե ինչպես են կազմակերպություններն ակտիվորեն ընտրում ռիսկի տեսակը և մակարդակը, որը համապատասխանում է վերջիններիս նպատակներին և սահմանափակումներին: Շատ բիզնես որոշումներ ընթացիկ միջոցները «գոհաբերելու» մասին են՝ ապագայում անորոշ եկամուտներ ստանալու նպատակով: Այս իմաստով ռիսկերի կառավարումը և ռիսկ վերցնելը չեն հակադրվում միմյանց, այլ նույն մետաղադրամի երկու կողմերն են:

**Գծապատկեր 1. Ռիսկերի կառավարման գործընթացը**



Աղբյուր [7]

Այնուամենայնիվ, ֆինանսական ռիսկերի կառավարման գործընթացը՝ որպես ֆորմալ դիսցիպլին, վերջին 15 տարիների ընթացքում հարթ չի ընթացել: Մի կողմից տեղի էր ունենում նոր տիպի ֆինանսական հաստատությունների արագ աճ, ինչպես նաև ռիսկերի կառավարման մեխանիզմների մեծ հաջողություն: 2001-2002 թվականների տնտեսական ճգնաժամի արդյունքում ֆինանսական ինստիտուտների անհամեմատ քիչ քանակությամբ սնանկացումները բացատրվում են վարկային ռիսկի արդյունավետ կառավարմամբ: Մյուս կողմից 2007 թվականին սկիզբ առած ֆինանսատնտեսական ճգնաժամը հանգեցրեց մեծ քանակությամբ ֆինանսական հաստատությունների սնանկացման, որն արդյունք էր բնակարանային վարկերով ապահովված արժեթղթերի հետ կապված շուկայական, իրացվելիության և վարկային ռիսկերի էական թերազնահատման:

Ռիսկերի կառավարման փոփոխական հաջողությունը հիմնականում պայմանավորված է կազմակերպությունների՝ կորպորատիվ կառավարման համակարգում խզումներով: Այդ խզումները երբեմն հանգեցրել են առանձին կազմակերպությունների, օրինակ՝ Լեհման Բրադերս կամ Էնրոն, սնանկացման և/կամ ֆինանսական շուկաների փլուզման, եթե ֆինանսական դժվարությունների բախված կազմակերպությունները եղել են համակարգաստեղծ: Մեկ այլ մտահոգություն է ժամանակակից զարգացած ածանցյալ գործիքների շուկան, որը մի կողմից հնարավորություն է տալիս առավել արդյունավետ կերպով կառավարելու ռիսկերը, սակայն մյուս կողմից կարող է դառնալ «հիվանդ օրգան»․ ածանցյալ գործիքների շուկան էականորեն հեշտացնում է ռիսկային ակտիվներում մեծ ներդրումներ կատարելու հնարավորությունը, որը կարող է հանգեցնել զգալի կորուստների լծակի էֆեկտով: Դճանաժամի պայմաններում, երբ գերազանցվում է ռիսկի թույլատրելի մակարդակը, այդ ակտիվների՝ շուկայի համար մեծ ծավալով և կարճ ժամանակահատվածում վաճառքը հանգեցնում է շուկայի առավել մեծ տատանողականության, որն էլ իր հերթին կարող է հանգեցնել համակարգային ռիսկի աճի:

Այսպիսով՝ անհրաժեշտ է առավել մանրամասնորեն ուսումնասիրել ռիսկերը և գնահատել՝ որքանով են կազմակերպության ռիսկայնության չափի և կառուցվածքի փոփոխությունները ծառայում վերջինիս նպատակներին: Պետք է վստահ լինել, որ ռիսկի վերաբերյալ «գրագիտությունը» բարձր է այնքան, որքան եկամտի վերաբերյալ:

**Ռ-իսկերի կառավարման արդի խնդիրները:** Միջազգային ֆինանսական շուկաներն իրենցից ներկայացնում են բարդ, զարգացող և «ինքնակրթվող» համակարգ, որի զարգացումն ուղեկցվել է ռիսկերի կառավարման բնագավառի հաջողություններով: Որպես այդ համակարգը մոդելավորելու փորձ կատարող և նրա վարվելակերպը կանխատեսող քանակական բնագավառ՝ ռիսկերի քանակական կառավարումը օգտվում է ֆիզիկայի, մաթեմատիկայի և այլ բնական գիտությունների մեթոդներից: Յուրաքանչյուր ֆինանսական խնդիրների քանակական վերլուծության լայն հնարավորություններ՝ միևնույն ժամանակ ֆինանսական մոդելավորման խնդիրները զարգացող ֆինանսական շուկաների համար կարող են էականորեն պարզեցվել՝ կիրառելով բնական համակարգերին բնորոշ կայունություն: Ի տարբերություն բնական համակարգերի, որոնց զարգացումը/վարքագիծը բնութագրող գլխավոր փոխկապվածությունները հիմնականում չեն ենթարկվում փոփոխության, ֆինանսական շուկաների հիմնարար բնութագրիչները փոփոխվում են, և դրանց վերաբերյալ գոյություն ունեցող գիտելիքները վերածվում են շուկայի մասնակիցների աշխատանքային փորձի:

Համակարգային ռիսկի գործոնների ստոխաստիկ վարվելակերպը և մույնիսկ պատճառահետևանքային կապերը դրանց մասին ներդրողների գիտելիքների պատճառով ենթարկվում են անընդհատ փոփոխությունների: Ուստի ռիսկերի կառավարման յուրաքանչյուր մոդել պահանջում է իրականության հետ հաճախակի համեմատում և ճշգրտում՝ համոզվելու համար, որ մոդելի կանխատեսումները դեռևս համընկնում են շուկայի վարվելակերպի հետ: Օրինակ՝ եթե գների դինամիկան չի համընկնում մոդելի կանխատեսումների հետ, ապա ֆինանսական գործիքի արժեքը թերագնահատվում կամ գերագնահատվում է. դա նշանակում է, որ կիրառվող մոդելի կառուցվածքը բարոյապես մաշվել է, և անհրաժեշտ է այն վերանայել: Ի լրումն վերը նշվածի՝ եթե ընդունվում է այն ենթադրությունը, որ շուկան է տրամադրում ռիսկերի մասին գիտելիքները, այլ ոչ թե տեսությունն է այն մատուցում, ապա «ռիսկի օբյեկտիվ գործոն» հասկացությունը կորցնում է իր ուժը: Քանի որ ֆինանսական ռիսկերը շարունակ փոփոխվում են, ապա դրանք գնահատող մեթոդները մույնպես պետք է զարգանան: Մինչ այն պահը, երբ ռիսկը բնութագրող գործոնները դառնում են «օբյեկտիվ», ռիսկի բնույթը կարող է որակապես փոխվել:

Ֆինանսական ռիսկերի տեսակներն իրենց բնույթով էապես տարբեր են, և, հետևաբար, ռիսկի յուրաքանչյուր տեսակ պահանջում է յուրովի մոտե-

ցում: Ի տարբերություն շուկայական ռիսկերի, որոնք բավականաչափ ուսումնասիրված են, ռիսկի այլ տեսակների գնահատման և կառավարման ոլորտում բարելավման հնարավորությունները և մարտահրավերները առավել քիչ են ուսումնասիրված: Այս համատեքստում ֆինանսական ռիսկերի կառավարման ոլորտում հիմնական խնդիրներից է խորությամբ վերլուծել առանցքային ռիսկերի համակարգված վարվելակերպը և նրանց միջև առկա փոխհարաբերությունները: Մասնավորապես այս ոլորտի մարտահրավերներից է վիճակագրական, էկոնոմետրիկական և ֆինանսական մեթոդները զարգացնել մինչև այն մակարդակը, որ գնահատվեն ոչ նորմալ, սթրեսային իրավիճակներում ռիսկի տարբեր գործոնների միջև հարաբերությունները և սպասվող կորուստները: Նմանատիպ համապարփակ մոդելների բացակայության պարագայում ռիսկերի կառավարման համակարգում սուբյեկտիվ, որակական գնահատականների ընդգրկումը հաճախ դառնում է անհրաժեշտություն:

Ռիսկերի կառավարումը հետզհետե դառնում է ֆինանսական կազմակերպությունների անբաժանելի մասը: Ռիսկերի կառավարումն այժմ կարևորվում է ոչ միայն պայուսակների կառավարիչների համար պարզապես ուղեցույցներ սահմանող, վերահսկող և քաղաքականություն թելադրող գործառույթների տեսանկյունից, այլև այն, վերածվելով ներդրումային գործընթացի բոլոր փուլերում կարևոր քանակական վերլուծության միջոցի, ընդգրկում է ողջ ներդրումային պրոցեսը: Ռիսկեր ստանձնող և ռիսկեր կառավարող մշակույթները միանում են միմյանց:

Անհրաժեշտ է նշել, որ ռիսկերի կառավարումը չի կարելի հանգեցնել միայն քանակական գնահատականների ստացմանը: Քանակական մեթոդները հնարավորություն են տալիս գնահատելու ռիսկը որոշակի պայմանների և ենթադրությունների առկայությամբ, և հաճախ ռիսկի գնահատականը հաշվի չի առնում կազմակերպության գործունեության միջավայրի հնարավոր փոփոխությունը: Հետևաբար, ռիսկի քանակական գնահատականը և միջավայրի հնարավոր փոփոխությունների վերաբերյալ դատողությունները պետք է միաձուլվեն և կազմեն ռիսկերի կառավարման քաղաքականության անբաժանելի մասը:

**Ֆինանսական ռիսկերի տեսակները և դրանց բնույթը:** Ֆինանսական ռիսկը համասեռ հասկացություն չէ: Ավելին՝ ռիսկի դասակարգման դասական մոտեցումը այն բաժանում է մի քանի ընդհանուր տիպի՝ շուկայական, վարկային, գործառնական, իրացվելիության և իրավական (Տե՛ս [9]): Նման

տարանջատումը հնարավորություն է տալիս բացահայտելու ռիսկի տարբեր տեսակների հիմնարար տարբերությունները: Բազմաթիվ ֆինանսական հաստատություններում նման բաժանումն արտացոլված է նաև ռիսկերի կառավարման կազմակերպման ձևի մեջ:

*Շուկայական ռիսկը* սահմանվում է որպես ակտիվների գների անբարենպաստ փոփոխության ռիսկ, որպես լայն շուկայական գործոնների, ինչպիսիք են բաժնետոմսերը, տոկոսադրույքները, փոխարժեքը և ապրանքները, գների անապասելի փոփոխությունների արդյունք: Շուկայական ռիսկը, թերևս, ամենաշատ ուսումնասիրված ռիսկի տեսակն է, և որի գնահատման համար առկա է հարաբերականորեն մեծ քանակությամբ որակյալ տվյալների բազա: Շուկայական ռիսկի գնահատման նպատակով օգտագործվում են մի շարք ռիսկի չափեր, ինչպիսիք են ստանդարտ շեղումը, կորուստի ռիսկի ենթակա արժեքը (VaR), ժամկետայնությունը և այլն:

*Վարկային ռիսկը* չափում է ակտիվների գների անբարենպաստ փոփոխության հավանականությունը, որի պատճառը գործընկերոջ կամ ակտիվի թողարկողի վարկունակության փոփոխությունն է: Վարկային ռիսկն աճում է, երբ աճում է գործընկերոջ անվճարունակության հավանականությունը, կամ նվազում է վարկունակությունը: Վարկային ռիսկի գնահատման և կառավարման ամենատարածված մոտեցումներից մեկը ենթադրում է միջազգային հեղինակավոր վարկանշային կազմակերպությունների կողմից հրապարակված վարկանիշերի կիրառություն:

*Գործառնական ռիսկը* Բազելյան կոմիտեի կողմից սահմանվում է որպես «կորուստի ռիսկ, որն առաջանում է ոչ աղեկվատ կամ ձախողված ներքին պրոցեսների, մարդկանց և համակարգերի կամ արտաքին իրադարձությունների ազդեցության արդյունքում»: Այսպիսով՝ գործառնական ռիսկը կարող է առաջանալ մի շարք պատճառներով, ինչպիսիք են մեքենայությունները, ոչ աղեկվատ կառավարումը կամ հաշվետվությունների հրապարակման կառուցվածքը, ինֆորմացիոն համակարգերի խոցելիությունը, բնական աղետները և այլն:

*Իրացվելիության ռիսկը* կարճաժամկետ պարտավորությունների կառավարման նպատակով կանխիկի ներգրավման կամ ակտիվի՝ շուկայական գնով և կարճ ժամկետում գնման/վաճառքի անկարողության ռիսկն է: Իրացվելիության ռիսկի երկու չափերը փոխկապված են, քանի որ շատ հաճախ պարտավորությունների վճարման նպատակով կանխիկի պահան-



ջարկը բավարարելու համար կազմակերպությունները ստիպված են վաճառել իրենց ակտիվների մի մասը:

*Իրավական ռիսկը* ֆինանսական կորուստի ռիսկն է, որն առաջանում է գործող օրենքների/կարգավորող ակտերի սխալ կիրառման կամ դրանց փոփոխության արդյունքում:

**Ռիսկի չափ:** Ռիսկերի դասակարգումն անհրաժեշտություն էր, քանի որ կես դար տևած ֆինանսների տեսության և պրակտիկայի զարգացումն առաջ էր քաշում մի շարք հարցեր, որոնք ունեն մեծ կիրառական նշանակություն. մասնավորապես «ի՞նչ է ռիսկի չափը», «արդյո՞ք բոլոր ռիսկի չափերը «լավն» են ռիսկերի գնահատման տեսանկյունից», «արդյո՞ք անհրաժեշտություն կա մշակել չափանիշներ, որոնց ռիսկի չափերը պետք է բավարարեն», և վերջապես «արդյո՞ք շուկայի բոլոր մասնակիցները պետք է օգտագործեն նույն չափերը»:

Վերը նշված հարցերին կարելի է պատասխանել ռիսկի չափման գործընթացը հասկանալուց հետո, քանի որ այդ պրոցեսի հասկանալը թույլ է տալիս ներթափանցել և հասկանալ ռիսկի կարևոր հատկանիշները և կիրառության սահմանները: Պատկերավոր ասած, անհատը, ում ձեռքին մետր է, կարող է չափել տարածություն, բայց ոչ ջերմաստիճան: Նմանապես հասկանալով, թե ինչպես է չափվում ռիսկը, իմանալով ռիսկի չափի հատկությունները՝ հնարավոր է գնահատել ոչ միայն ռիսկի այն մասը, որը չափվում է, այլև այն, որը դուրս է մնացել գնահատականից:

Ելնելով վերը նշված տրամաբանությունից՝ առանձնացնենք ռիսկի երկու դաս (Տե՛ս [9]), որոնք ներմուծվել են Արթգների, Ալերբիի և այլոց կողմից և բավարարում են որոշակի պարզ հատկությունների՝

- Մոնետար ռիսկի չափեր,
- Կոհերենտ ռիսկի չափեր:

*Մոնետար ռիսկի չափերը* սահմանվում են որպես ռիսկի չափերի դաս, որը հավասարեցնում է ռիսկը կանխիկ/կապիտալի միմիմալ չափի հետ, որն անհրաժեշտ է ավելացնել ռիսկային ներդրմանը, որպեսզի վերջինիս ռիսկը ընդունելի լինի ներդրողի կամ վերահսկողի համար:

Այն, ինչ ներդրումը դարձնում է «ընդունելի», տարբերվում է ներդրողների/վերահսկողների համար: Սակայն ռիսկի նման սահմանման առավելությունն այն է, որ այն պարզ է, ուղղակի և պատասխանում է այն հարցերին, որոնք հետաքրքրում են բանկի կառավարիչներին և վերահսկողներին, քլիրիգիաուսներին և շուկայական գործընկերներին.

- որքա՞ն կապիտալ բանկը պետք է պահի, որպեսզի դիմակայի տրված ռիսկին,
- որքա՞ն ապահովություն/կանխիկ կպահանջի քլիրիգիառուսը իր անդամներից ծածկելու համար ակտիվների շուկայական գնի տատանման արդյունքում ձևավորվելիք կորուստները,

Ռիսկի նման սահմանումը թույլ է տալիս կատարել առնվազն երկու կարևոր եզրակացություն՝

- Ռիսկը կարելի է չափել մոնետար միավորով (դրամ, դոլար, եվրո և այլն):
- Ռիսկի չափը կարելի է դիտարկել որպես ներդրման պոտենցիալ կորուստի և ընդունելի կորուստի մակարդակների միջև հեռավորություն:

*Կոհերենսը ռիսկի չափերը* մոնետար ռիսկի չափեր են, որոնք բավարարում են կոհերենսության հետևյալ չորս հատկություններին.

- *Մոնոտոնություն:* Եթե  $X$  ակտիվի եկամտաբերությունը միշտ փոքր է  $Y$  ակտիվի եկամտաբերությունից, ապա  $X$ -ն ավելի ռիսկային է:
- *Սուբադիտիվություն:* Ակտիվների պայուսակի ռիսկը չի կարող ավելի մեծ լինել, քան առանձին ակտիվների ռիսկերի գումարը: Այս հատկությունը Մարկովիցի կողմից ներմուծված դիվերսիֆիկացիայի կոնցեպցիայի ընդլայնումն է:
- *Հոմոգենություն:* Եթե  $X$  ակտիվի կշիռը ավելացվի  $k > 0$  անգամ, ապա նրա հետ կապված ռիսկը ներդրողի համար կաճի  $k$  անգամ:
- *Ինվարիանտություն:* Կանխիկի ավելացումը գոյություն ունեցող ռիսկային ակտիվին հանգեցնում է ռիսկի կրճատմանը:

Ծանոթանալով կոհերենս ռիսկի չափերի սահմանմանը՝ կարելի է անդրադառնալ հետևյալ երկու հարցերին՝ «արդյո՞ք կոհերենսությունն անհրաժեշտ է» և «արդյո՞ք ստանդարտ շեղումը և VaR-ը կոհերենս ռիսկի չափեր են»:

Ինչ վերաբերում է առաջին հարցին, ապա կոհերենսությունն անհրաժեշտ չէ բոլոր կիրառությունների տեսանկյունից: Կախված նրանից, թե արդյոք կիրառողը բանկի կառավարիչ է, պայուսակի կառավարիչ կամ վերահսկող, որոշ հատկություններ կարող են ավելի կարևոր լինել, քան մյուսները: Ակնհայտ օրինակ է սուբադիտիվությունը. այն խիստ կարևոր հատկություն է պայուսակի կառավարման տեսանկյունից: Մյուս կարևոր օրինակն ինվարիանտությունն է, որը կարևորվում է ռիսկի չափերի վերահսկողական կիրառություններում:

Ինչ վերաբերում է երկրորդ հարցին, ակտիվի եկամտաբերության ստանդարտ շեղումը մոնետար ռիսկի չափ չէ, հետևաբար նաև կոհերենտ չէ: Եկամտի և կորուստի (P&L) ստանդարտ շեղումը մոնետար ռիսկի չափ է, սակայն կոհերենտ չէ, քանի որ չի բավարարում մոնոտոնության հատկությանը: VaR կոհերենտ ռիսկի չափ չէ, քանի որ այն չի բավարարում սուբադիտիվության հատկությանը: Դիվերսիֆիկացիայի սկզբունքին VaR ռիսկի չափի հակասությունը խնդրահարույց է բանկի ռիսկերի կառավարչի համար, ով ձգտում է ագրեգացնել տարբեր գործունեությունների VaR-երը՝ ստանալու համար բանկի ընդհանուր VaR-ը: Քանի որ VaR-ն ընդհանուր դեպքում չի բավարարում սուբադիտիվությանը, ապա այն չի արտացոլում դիվերսիֆիկացիան տարբեր գործունեությունների միջև:

**Ամփոփում:** Ամփոփելով՝ ռիսկերի կառավարումն անընդհատ պրոցես է, որը միտված է ռիսկերի բացահայտմանը, դրանց ազդեցության գնահատմանը և վերահսկողության իրականացմանը: Այն համադրում է քանակական գնահատումը փորձից բխող դատողությունների հետ, որի նպատակը կազմակերպության ռիսկ-եկամտաբերություն հարաբերակցության անընդհատ բարելավումն է որոշակի սահմանափակումների ներքո: Այս նպատակով կիրառվող ռիսկի քանակական չափերը պետք է վերլուծվեն երկու տեսանկյունից, այն է՝ թե որքանով են ընտրված ռիսկի չափերը համապատասխանում ֆինանսական հաստատության և վերջինիս առանձին միավորների նպատակներին, և թե որքանով են ռիսկերի գնահատման հիմքում ընկած մոդելները նկարագրում ակտիվների գների վարքագիծը:

## **2. Դասընթացի նպատակը/ուսումնական խնդիրը**

Այս դասընթացի նպատակն է ուսանողներին ծանոթացնել ֆինանսական ռիսկերի գնահատման և կառավարման գաղափարներին և տարբեր կազմակերպություններում գործնական կիրառությանը: Դասընթացը բաղկացած է երկու հիմնական փուլից: Առաջին փուլն ունի առավել տեսական ուղղվածություն, և այն ներկայացնում է տարբեր ֆինանսական ակտիվների և ռիսկի գործոնների միջև տեսական և էմպիրիկ կախվածությունները: Դասընթացի երկրորդ փուլն առավել գործնական բնույթի է՝ հիմնված կիրառական օրինակների վրա: Վերջինիս նպատակն է ուսանողներին ներկայացնել ձեռք բերած գիտելիքների գործնական կիրառության հնարավորությունները, մասնավորապես գնահատել տարբեր ֆինանսական ակտիվների և պայուսակների ռիսկայնությունը, ինչպիսիք են եկամտաբերության տատանողականությունն ու կորուստի ռիսկի ենթակա արժեքը (VaR), և որոշումների կայացման պրոցեսում վերջիններիս կիրառությունը:

### **Դասընթացի տևողությունը՝**

64 ժամ

- 40 ժ. դասախոսություն
- 24 ժ. գործնական պարապմունք

### **Ստուգման ձևը՝**

- ամփոփիչ՝ բանավոր
- ընթացիկ՝ առաջադրանքներ, միջանկյալ քննություն

### **3. Հիմնական հասկացություններ և սահմանումներ**

Այս բաժնում կներկայացնենք հիմնական ֆինանսական հասկացությունները և սահմանումները, որոնք անհրաժեշտ են նյութը յուրացնելու համար:

#### **3.1. Ֆիքսված եկամտով ակտիվ**

Ներդրում, որն ապահովում է եկամուտ ֆիքսված պարբերական վճարումների տեսքով, ինչպես նաև մարման օրը մայր գումարի (անվանական արժեք, պրինցիպալ) վերադարձ: Ֆիքսված եկամտով ակտիվների դեպքում ապագա դրամական հոսքերը հայտնի են ի սկզբանե:

#### **3.2. Ածանցյալ գործիք**

Ակտիվ, որի գինը կախված է մեկ կամ մի քանի հիմնական (underlying) ակտիվների գներից: Ածանցյալները պարզապես պայմանագրեր են մեկ կամ մի քանի կողմերի միջև, որոնց գինը կախված է պայմանագրի հիմքում ընկած ակտիվի կամ ակտիվների գների տատանումներից: Ամենատարածված հիմնական ակտիվներից են ապրանքները, պարտատոմսերը, բաժնետոմսերը և արժույթը:

#### **3.3. Պարտատոմս**

Պարտատոմսը ֆինանսական պահանջ է, որով թողարկողը (պարտապանը) պարտավորվում է ներդրողին (պարտատիրոջը) հետ վճարել պարտք վերցրած գումարը, ինչպես նաև պարբերական տոկոսները՝ հաշվարկված այդ գումարի վրա տրված ժամանակահատվածի ընթացքում: Պարտատոմսը կարող է լինել արժեկտրոնային կամ զեղչատոկոսային: Արժեկտրոնային պարտատոմսի դեպքում պարտապանը իրականացնում է արժեկտրոնի պարբերական վճարում, իսկ պարտատոմսի մարման օրը նաև վերադարձնում է անվանական արժեքը: Ձեղչատոկոսային պարտատոմսի դեպքում պարտապանը չի վճարում արժեկտրոն: Այլ կերպ ասած՝ զեղչատոկոսային պարտատոմսի դեպքում արժեկտրոնը զրոյական է: Ներդրողների համար գրավիչ լինելու համար զեղչատոկոսային պարտատոմսերը վաճառվում են անվանական արժեքից ցածր գնով, իսկ պարտապանը մարման օրը վճարում է անվանական արժեքը:

Ֆիքսված արժեկտրոնով պարտատոմսերը հանդիսանում են ֆիքսված եկամտով արժեթղթի տարատեսակ՝ ի տարբերություն լողացող/փոփոխական տոկոսադրույքով պարտատոմսերի:

### 3.4. Մինչև մարում եկամտաբերություն

Մինչև մարում եկամտաբերությունը պարտատոմսի կանխատեսվող եկամտաբերությունն է, եթե այն պահվի մինչև մարում և բոլոր արժեկտրոնները ներդրվեն միևնույն դրույքով (մինչև մարում եկամտաբերության դրույքով): Մինչև մարում եկամտաբերության վրա ազդում են պարտատոմսի ընթացիկ գինը, վճարվելիք անվանական արժեքը, արժեկտրոնը, մինչև մարում մնացած ժամանակը, արժեկտրոնների վճարման հաճախականությունը և այլն: Այլ կերպ ասած՝ մինչև մարում եկամտաբերությունն այն միասնական դրույքն է, որով գեղչելով պարտատոմսի դրամական հոսքերը՝ ստանում ենք պարտատոմսի ընթացիկ գինը՝

$$P = \sum_{t=1}^T \frac{C_t}{(1+y)^t} + \frac{FV}{(1+y)^T},$$

որտեղ

- $P$  – պարտատոմսի ընթացիկ գին,
- $C$  – յուրաքանչյուր ժամանակահատվածում արժեկտրոնի արժեք,
- $FV$  – պարտատոմսի անվանական արժեք,
- $T$  – վճարվելիք արժեկտրոնների քանակ. եթե արժեկտրոնը տարեկան վճարվում է մեկ անգամ, ապա  $T$ -ն ցույց է տալիս նաև պարտատոմսի մարմանը մնացած ժամկետը՝ արտահայտված տարիներով,
- $y$  – մինչև մարում եկամտաբերություն:

### 3.5. Սփոթ տոկոսադրույք

Ջեղչատոկոսային պարտատոմսի գնի հաշվարկի համար անհրաժեշտ է իմանալ այդ պարտատոմսի մինչև մարում եկամտաբերությունը: Այդ տոկոսադրույքը անվանում են սփոթ տոկոսադրույք: Նկատենք, որ մինչև մարում եկամտաբերությունն «առնչվում» է մեկից ավելի դրամական հոսքերի հետ, մինչդեռ սփոթ տոկոսադրույքը նկարագրում է ապագայում որևէ պահի մեկ դրամական հոսք ապահովող ֆինանսական գործիքի եկամտաբերությունը:

Արժեկտրոնային պարտատոմսերն ունեն մեկից ավելի դրամական հոսքեր, և տեսականորեն ճիշտ չէ բոլոր հոսքերը գեղջել միայն մեկ տոկոսադրույքով (մինչև մարում եկամտաբերությամբ), քանի որ ժամանակի տարբեր պահերին ակնկալվող դրամական հոսքերը ունեն տարբեր ռիսկայնություն: Այդ իսկ պատճառով անհրաժեշտ է յուրաքանչյուր դրամական հոսք գեղջել իրեն համապատասխան սփոթ տոկոսադրույքով: Չնայած վերը նշված խնդրին՝ մինչև մարում եկամտաբերությունը գործնականում լայն կիրառություն ունի, քանի որ այն առավել պարզ է և հնարավորություն է տալիս հեշտությամբ համեմատելու տարբեր պարտատոմսերի սպասվող եկամտաբերությունները:

Սփոթ տոկոսադրույքների կիրառմամբ պարտատոմսի գինը հաշվարկվում է հետևյալ կերպ՝

$$P = \sum_{t=1}^T \frac{C_t}{(1 + s_t)^t} + \frac{FV}{(1 + s_T)^T},$$

որտեղ  $s_t$ -ն համապատասխան ժամկետայնության սփոթ տոկոսադրույքն է:

### 3.6. Դյուրացիա

Քանի որ պարտատոմսերը դրամական հոսքերի մի մասը վճարում են իրենց կյանքի ընթացքում, ապա մինչև մարում մնացած ժամկետը չի բնութագրում այն ժամանակահատվածը, որի ընթացքում ներդրողը վաստակում է իր եկամուտը: Պարտատոմսի դրամական հոսքերի միջին ժամկետը ավելի իրատեսական պատկերացում է տալիս վերջինիս մարման վերաբերյալ: Մակայն պարտատոմսն իր կյանքի ընթացքում հավասար դրամական հոսքեր չի ապահովում, հետևաբար առավել ճշգրիտ գնահատական կարող է ծառայել դրամական հոսքերի միջին ժամկետը՝ կշռված վերջիններիս ներկա արժեքով: Դա, ըստ էության, դյուրացիան է, որին հաճախ անվանում են Մաքելեի դյուրացիա, և որը չափվում է տարիներով: Նման կերպ սահմանված դյուրացիան հնարավորություն է տալիս դասակարգելու պարտատոմսերն ըստ շուկայական ռիսկի չափի, սակայն չի պատասխանում այն հարցին, թե որքան ռիսկային են դրանք: Այդ իսկ պատճառով կիրառվում է նաև, այսպես կոչված, ձևափոխված դյուրացիա հասկացությունը, որը լուծում է վերը նշված խնդիրը: Ձևափոխված դյուրացիան ցույց է տալիս, թե քանի տոկոս կփոխվի պարտատոմսի գինը, եթե մինչև մարում եկամտաբերությունը փոխվի մեկ տոկոսով: Նշենք, որ սփոթ տոկոսադրույքների նկատ-

մամբ պարտատոմսի գնի զգայնությունը չափվում է առանցքային կետի դյուրացիայի միջոցով:

Մաթեմատիկորեն Մաքելեի դյուրացիան (D) սահմանվում է հետևյալ կերպ՝

$$D = \frac{1}{P} \left( \sum_{t=1}^T t \frac{C_t}{(1+y)^t} + T \frac{N}{(1+y)^T} \right),$$

իսկ ձևափոխված դյուրացիան (MD) հետևյալ կերպ՝

$$MD = -\frac{1}{P} \frac{dP}{dy} :$$

Գյուրացիան և ձևափոխված դյուրացիան միմյանց հետ կապված են հետևյալ բանաձևով՝

$$MD = \frac{D}{1+y} :$$

### 3.7. Կորուստի ենթակա արժեք (VaR)

VaR-ն ակտիվի կամ ակտիվների պայուսակի կորուստի գնահատական է, որը կգերազանցվի որոշակի ժամանակահատվածում տրված հավանականությամբ, եթե պայուսակում ակտիվների կշիռները մնում են անփոփոխ: Այլ կերպ ասած՝ դա առավելագույն կորստի գնահատականն է, որը կարող է ունենալ ակտիվների պայուսակը որոշակի ժամանակահատվածում նախօրոք սահմանված վստահության մակարդակի համար: Նշենք այս սահմանման որոշ առանձնահատկություններ.

1. VaR-ը կորուստի գնահատական է և ոչ միարժեքորեն որոշված արժեք:
2. Ակտիվների կշիռները չեն փոխվում դիտարկվող ժամանակահատվածում:
3. VaR-ը չի նկարագրում այն կորուստների հնարավոր չափը, որոնք գերազանցում են VaR-ը:

Մաթեմատիկորեն VaR-ը սահմանվում է հետևյալ կերպ՝

$$VaR_{\alpha}(X) = -F^{-1}(\alpha) = -Q_X(\alpha),$$

որտեղ  $X$ -ն ակտիվի կամ ակտիվների պայուսակի եկամտաբերությունն է,  $(1 - \alpha)$ -ն՝ վստահության մակարդակը (տվորաբար այն ընկած է 95%-99.9% միջակայքում),  $F$ -ը՝ եկամտաբերության բաշխման ֆունկցիան, իսկ  $Q$ -ն՝ քվանտիլային ֆունկցիան:



### 3.8. Կորուստի ռիսկի ենթակա պայմանական արժեք (CVaR)

CVaR ռիսկի չափը մշակվել է՝ հաղթահարելու VaR-ի հետ կապված 3-րդ թերությունը: Այն տալիս է գնահատական, թե միջին հաշվով որքան կկազմի կորուստի ռիսկի ենթակա արժեքը, եթե այն գերազանցի VaR-ի սկզբնական գնահատված մակարդակը: Մաթեմատիկորեն CVaR-ը սահմանվում է որպես  $(1 - \alpha)$  վստահության մակարդակը գերազանցող VaR-երի միջին, այսինքն՝

$$CVaR_\alpha(X) = -\frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha Q_X(s) ds:$$

Գործնականում մեծ կիրառություն ունի նաև սպասվող կորուստ (Expected Shortfall կամ ES) ռիսկի չափը, որը սահմանվում է որպես կորուստի միջին չափ, եթե կորուստը գերազանցում է VaR սկզբնական գնահատված մակարդակը.

$$ES_\alpha(X) = -E(X|X \leq -VaR_\alpha(X)),$$

որտեղ  $E$ -ն մաթեմատիկական սպասման նշանն է:

CVaR և ES ռիսկի չափերը համարժեք են, եթե  $X$ -ի բաշխման ֆունկցիան անընդհատ ֆունկցիա է (Տե՛ս [1]):

#### **4. Դասընթացի բովանդակությունը**

Այս բաժնում ներկայացված են դասընթացի շրջանակներում քննարկվող թեմաները, վերջիններիս բովանդակությունը, ինչպես նաև յուրաքանչյուր թեմայի համար ամփոփիչ հարցեր կամ առաջադրանքի օրինակ:

Առաջին երեք թեմաները ներածական բնույթի են, որոնց նպատակն է ուսանողներին ներկայացնել հետագա թեմաների համար անհրաժեշտ մաթեմատիկական և ֆինանսական նախնական գիտելիքները: Թեմաներ 4-ից 6-ի նպատակն է ներկայացնել ակտիվների օպտիմալ տեղաբաշխման գործընթացը, իսկ թեմաներ 7-ից 9-ը ներկայացնում են տեղաբաշխման գործընթացի ընթացքում ի հայտ եկող որոշակի խնդիրների լուծման մեթոդներ: Մնացած թեմաները ներկայացնում են տարբեր ռիսկի չափերի գնահատման առանձնահատկությունները և դրանց կիրառությունը ֆինանսական որոշումների կայացման մեջ:

#### **Թեմա 1. Ռիսկի սահմանումը և չափումը**

Թեմայի նպատակն է ներկայացնել ռիսկի գաղափարը, տեսակները և դասակարգումը: Թեմայի շրջանակներում քննարկվում են մոնետար և կոնտրեմո ռիսկի չափերը, նրանց առավելությունները և թերությունները, ինչպես նաև կիրառության հնարավորությունները: Թեմայի շրջանակներում նաև ներկայացվում են ռիսկերի տեսակները՝ շուկայական, վարկային, իրացվելիության, գործառնական և իրավական, նրանց առանձնահատկությունները, գնահատման հնարավոր մեթոդները, ինչպես նաև մեթոդների առանձնահատկությունները: Հնարավոր մեթոդներից դիտարկվում են ստանդարտ շեղումը, VaR, CVaR և ES (Տե՛ս [9], [7], գլուխ 1):

#### **Ամփոփիչ հարցեր**

1. Որո՞նք են ռիսկի տեսակները և դրանց առանձնահատկությունները:
2. Ո՞ր ռիսկի չափերն են համարվում մոնետար:
3. Ո՞ր ռիսկի չափերն են համարվում կոնտրեմո:
4. Որքանո՞վ է կարևոր կոնտրեմոտության հատկությունը ռիսկի չափի համար:
5. Նշել դիտարկված ռիսկի չափերի առավելությունները և թերությունները:

## Թեմա 2. Միաչափ վիճակագրություն

Թեմայի նպատակն է ուսանողներին ամփոփ ներկայացնել միաչափ վիճակագրությունը, ինչպես նաև ֆինանսական ռիսկերի գնահատման բնագավառում լայն կիրառվող միաչափ բաշխումները և վերջինիս հատկությունները: Մասնավորապես թեմայի շրջանակներում դիտարկվում են հավասարաչափ, նորմալ, Ստյուդենտի, լոգարիթմական նորմալ և գամմա բաշխումները, ինչպես նաև քննարկվում են նրանցից յուրաքանչյուրի կիրառման հնարավորությունները ռիսկի տարբեր տեսակների գնահատման ու ակտիվների տարբեր հատկությունների մոդելավորման մեջ (Տե՛ս [10], գլուխ 1):

### Առաջադրանքի օրինակ

Դիցուք  $X$ -ը պատահական մեծություն է, իսկ  $Y$  պատահական մեծությունը  $X$ -ի գծային ձևափոխությունն է՝  $Y = m - sX$ , որտեղ  $m$  և  $s > 0$  հաստատուն մեծություններ են:

Ցույց տալ, որ  $Q_Y(\alpha) = m - sQ_X(1 - \alpha)$ , որտեղ  $Q$ -ն քվանտիլային ֆունկցիան է, իսկ  $(1 - \alpha)$ -ն՝ վստահության մակարդակը:

Օրինակ՝  $X$  պատահական մեծությունը կարելի է մեկնաբանել որպես պարտատոմսի մինչև մարում եկամտաբերության փոփոխություն  $\Delta t$  ժամանակահատվածում,  $s$ -ը՝ ձևափոխված ժամկետայնություն, իսկ  $m$ -ը՝ պարտատոմսի մինչև մարում եկամտաբերության այն մասը, որը նա կվաստակի  $\Delta t$  ժամանակահատվածում, այսինքն՝  $y_t \Delta t$ , որտեղ  $y_t$ -ն  $t$  պահին մինչև մարում եկամտաբերությունն է: Այս մեկնաբանությամբ խնդրի պահանջը կարելի է վերածնակերպել հետևյալ կերպ. գտնել պարտատոմսի եկամտաբերության VaR-ը  $(1 - \alpha)$  վստահության մակարդակով  $\Delta t$  ժամանակահատվածի համար (ըստ սահմանման՝ այն հավասար է  $-Q_Y(\alpha)$ ), եթե հայտնի է այդ ժամանակահատվածում վերջինիս մինչև մարում եկամտաբերության փոփոխության քվանտիլը  $\alpha$  կրիտիկական արժեքի համար:

### Լուծում

Նշանակենք  $F$ -ով  $Y$  պատահական մեծության բաշխման, իսկ  $P$ -ով հավանականության ֆունկցիաները: Այսպիսով՝

$$F_Y(m - sQ_X(1 - \alpha)) = P(Y \leq m - sQ_X(1 - \alpha)) = P(X \geq Q_X(1 - \alpha)) = \alpha$$

Հավասարման աջ և ձախ մասերի նկատմամբ կիրառելով  $Y$  պատահական մեծության քվանտիլային ֆունկցիան՝ ստանում ենք, որ

$$Q_Y(\alpha) = m - sQ_X(1 - \alpha):$$

### Թեմա 3. Բազմաչափ վիճակագրություն

Թեմայի նպատակն է ուսանողներին ամփոփ ներկայացնել բազմաչափ վիճակագրությունը, բաշխման ֆունկցիաների ֆակտորիզացիան, կախվածության չափերը, ինչպես նաև որոշ բազմաչափ բաշխումներ և վերջիններիս հատկությունները: Բազմաչափ բաշխման ֆունկցիաներից դիտարկվում են նրանք, որոնք լայն կիրառություն ունեն ռիսկերի կառավարման բնագավառում, ինչպես նաև քննարկվում են նրանց առավելությունները և թերությունները ակտիվների տեղաբաշխման, ռիսկի ազդեցական և այլ տեսանկյուններից: Մասնավորապես դիտարկվում են բազմաչափ նորմալ, Ստյուդենտի, լոգարիթմական նորմալ, Վիշարտի և հակադարձ Վիշարտի բաշխման ֆունկցիաները (Տե՛ս [10], գլուխ 2):

#### Առաջադրանքի օրինակ

Ենթադրենք ակտիվների եկամտաբերություններն ունեն համատեղ Ստյուդենտի բաշխում  $v$  ազատության աստիճանով,  $\mu$  դիրքի և  $\Sigma$  ցրվածության պարամետրերով՝  $R \sim St(v, \mu, \Sigma)$ :

Գնահատել  $w = (w_1, \dots, w_N)^T$  կշիռներով պայուսակի VaR-ը և CVaR-ը  $(1 - \alpha)$  վստահության մակարդակի համար:

#### Լուծում

Պայուսակի սպասվող եկամտաբերության և բազմաչափ Ստյուդենտի բաշխման ֆունկցիայի հատկություններից հետևում է, որ պայուսակի եկամտաբերությունն  $(\Phi_w)$  ունի միաչափ Ստյուդենտի բաշխում  $\mu w$  դիրքի և  $w^T \Sigma w$  ցրվածության պարամետրերով՝

$$\Phi_w = w^T R \sim St(v, \mu w, w^T \Sigma w) \text{ կամ } \Phi_w = \mu w + \sqrt{w^T \Sigma w} X,$$

որտեղ  $X \sim St(v, 0, 1)$  ունի ստանդարտ Ստյուդենտի բաշխում:

VaR սահմանումից և քվանտիլային ֆունկցիայի ( $Q$ ) հատկություններից հետևում է, որ

$$VaR_\alpha(w) = -Q_{\Phi_w}(\alpha) = -Q_{\mu w + \sqrt{w^T \Sigma w} X}(\alpha) = -(\mu w + \sqrt{w^T \Sigma w} Q_X(\alpha)):$$

CVaR սահմանումից ստանում ենք, որ

$$CVaR_\alpha(w) = -\frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha Q_{\Phi_w}(s) ds = -\frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha (\mu w + \sqrt{w^T \Sigma w} Q_X(s)) ds,$$

որը կարելի է ներկայացնել նաև հետևյալ կերպ՝

$$CVaR_\alpha(w) = -\left(\mu w + \sqrt{w^T \Sigma w} \zeta_\alpha\right),$$

որտեղ

$$\zeta_\alpha = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha Q_X(s) ds :$$

Վերջին արտահայտությունը հեշտությամբ կարելի է հաշվել թվային մեթոդով որպես միաչափ Ստյուդենտի քվանտիլային ֆունկցիայի ինտեգրալ:

#### **Թեմա 4. Շուկայի մոդելավորում. ինվարիանտների փնտրում**

Թեմայի նպատակն է ուսումնասիրել բաժնետոմսերի, արտարժույթի և ֆիքսված եկամտով շուկաներում ինվարիանտները: Ինվարիանտներն այն պատահական մեծություններն են, որոնք ունեն անկախ և միանման բաշխում: Մասնավորապես թեմայի շրջանակներում քննարկվում է ինվարիանտների բացահայտման գրաֆիկական եղանակը, որն ակտիվների ռիսկայնության գնահատման առաջին քայլն է: Այս քայլում բացահայտվում են այն պատահական մեծությունները (ռիսկի գործոնները), որոնցից պետք է սկսվի մոդելավորման պրոցեսը: Ինվարիանտների բացահայտման կարևորությունը պայմանավորված է նրանով, որ այն հնարավորություն է տալիս կիրառելու հավանականության տեսության և մաթեմատիկական վիճակագրության հիմնական արդյունքները (Տե՛ս [10], գլուխ 3.1.):

#### **Ամփոփիչ հարցեր**

1. Նշել ակտիվների տեղաբաշխման և պայուսակի ռիսկայնության գնահատման գործընթացի քայլերի հաջորդականությունը:
2. Հիմնավորել ինվարիանտների բացահայտման կարևորությունը ակտիվների տեղաբաշխման և պայուսակի ռիսկայնության գնահատման գործընթացի տեսանկյունից:
3. Նկարագրել ինվարիանտների բացահայտման քայլերի հաջորդականությունը:

4. Որո՞նք են ինվարիանտները բաժնետոմսերի, արժուրային և ֆիքսված եկամտով ակտիվների շուկաներում:

**Թեմա 5. Շուկայի մոդելավորում. ռիսկի գործոնների՝ ներդրումային հորիզոն պրոեկտման մեթոդներ**

Թեմայի նպատակն է ուսումնասիրել ռիսկի գործոնների՝ ներդրումային հորիզոն պրոեկտման անալիտիկ և թվային մեթոդները: Սովորաբար գնահատման ժամանակ օգտագործված տվյալների հաճախականությունը չի համընկնում ներդրումային հորիզոնի հետ, այդ իսկ պատճառով անհրաժեշտություն է առաջանում ավելի մեծ հաճախականության տվյալներից գնահատել ավելի փոքր հաճախականության վիճակագրություն, օրինակ՝ ամսական տվյալները կիրառելով՝ գնահատել տարեկան եկամտաբերության ռիսկայնությունը: Ե՛վ անալիտիկ, և՛ թվային մեթոդները, որոնք քննարկվում են թեմայի շրջանակներում, հիմնված են բնութագրիչ ֆունկցիայի վրա: Թվային մեթոդն ավելի աշխատատար է, սակայն այն անհրաժեշտ է այն դեպքերում, երբ անալիտիկ արդյունքները հասանելի չեն: Նշենք, որ ինվարիանտների պրոեկցիան իրենից ներկայացնում է ակտիվների սպասվող եկամտաբերության և ռիսկայնության գնահատման երկրորդ քայլը (Տե՛ս [10], գլուխ 3.2., [2], [11]):

**Առաջադրանքի օրինակ**

Դիցուք, պայուսակի մեջ մտնող ակտիվների օրական եկամտաբերություններն ( $R_{daily}$ ) ունեն միանման և անկախ բաշխում (*i. i. d.*) և նրանց վարքագիծը նկարագրվում է բազմաչափ նորմալ բաշխմամբ  $\mu$  միջինով և  $\Sigma$  կովարիացիոն մատրիցով՝

$$R_{daily} \sim N(\mu, \Sigma):$$

Ինչպիսի՞ն կլինի ակտիվների եկամտաբերության բաշխումը երկշաբաթյա ժամանակահատվածի համար:

**Լուծում**

Քանի որ ակտիվների եկամտաբերություններն ունեն միանման և անկախ բաշխում, ապա ներդրումային հորիզոնում վերջիններիս բնութագրիչ ֆունկցիայի ( $\phi$ ) հաշվարկը համեմատաբար պարզ է. ներդրումային հորիզոնի համար բնութագրիչ ֆունկցիան գնահատված բնութագրիչ ֆունկցիայի հետ կապված է հետևյալ բանաձևով՝

$$\phi_{R_{biweekly}}(\omega) = \left( \phi_{R_{daily}}(\omega) \right)^{\frac{\tau}{T}},$$

որտեղ  $\tau$ -ն սկզբնական տվյալների պարբերականությունն է (այս օրինակում՝ օրական), իսկ  $\tau$ -ն՝ ներդրումային հորիզոնի պարբերականությունը (այս օրինակում՝ երկու շաբաթ),  $\phi_{R_{daily}}(\omega)$ -ն օրական եկամտաբերության բնութագրիչ ֆունկցիան է, իսկ  $\phi_{R_{biweekly}}(\omega)$ -ն՝ երկշաբաթյա եկամտաբերության:

Երկշաբաթյա եկամտաբերության բաշխումն ստանալու համար անհրաժեշտ է ակտիվների օրական եկամտաբերության բնութագրիչ ֆունկցիան բարձրացնել 10 աստիճան, քանի որ երկու շաբաթը պարունակում է տասն աշխատանքային օր: Բնութագրիչ ֆունկցիայի սահմանումից ստանում ենք, որ

$$\phi_{R_{daily}} = E(e^{i\omega R_{daily}}) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega r_{daily}} f(r_{daily}) dr_{daily} = e^{i\mu^T \omega - \frac{1}{2} \omega^T \Sigma \omega},$$

որտեղ  $E$ -ն մաթեմատիկական սպասման նշանն է,  $i$ -ն կեղծ միավոր է, այնպիսին, որ  $i^2 = -1$ ,  $f$ -ը օրական եկամտաբերության խտության ֆունկցիան է:

Վերջին հավասարությունը ստացվում է այն ենթադրությունից, որ ակտիվների օրական եկամտաբերություններն ունեն բազմաչափ նորմալ բաշխում: Օգտվելով օրական և երկշաբաթյա եկամտաբերությունների բնութագրիչ ֆունկցիաների կապից՝ ստանում ենք, որ

$$\phi_{R_{biweekly}}(\omega) = \left( e^{i\mu^T \omega - \frac{1}{2} \omega^T \Sigma \omega} \right)^{10} = e^{i(10\mu)^T \omega - \frac{1}{2} \omega^T (10\Sigma) \omega}:$$

Նկատենք, որ ակտիվների երկշաբաթյա եկամտաբերության բնութագրիչ ֆունկցիան բազմաչափ նորմալ բաշխված պատահական մեծության բնութագրիչ ֆունկցիան է միջինի և կովարիացիայի այլ արժեքներով: Այսինքն՝

$$R_{biweekly} \sim N(10\mu, 10\Sigma):$$

## **Թեմա 6. Շուկայի մոդելավորում. ինվարիանտներից ակտիվների գներին/եկամտաբերություններին անցումը**

Թեմայի նպատակն է ուսումնասիրել ռիսկի գործոններից ակտիվների գների/եկամտաբերությունների բաշխման ստացման մեթոդները ներդրումային հորիզոնում, որն ակտիվների սպասվող եկամտաբերության և ռիսկայնության գնահատման երրորդ քայլն է: Թեմայի շրջանակներում բաժնետոմսերի, արժույթի և ֆիքսված եկամտով ակտիվների օրինակով քննարկվում է համապատասխան շուկայի ինվարիանտից գների բաշխման գնահատման անալիտիկ և թվային մեթոդները: Որոշակի դեպքերում, օրինակ՝ բաժնետոմսի և գեղջատոկոսային պարտատոմսի դեպքում, հնարավոր է ստանալ անալիտիկ արտահայտություն որոշ բաշխման ֆունկցիաների ենթադրությամբ: Կարևոր է նշել, որ ռիսկայնության գործոնների և ակտիվի գնի ոչ գծային կախվածության պայմաններում շատ հաճախ գոյություն չունի նրանց կապող անալիտիկ բանաձև, որը բարդացնում է մոդելավորման պրոցեսը: Օրինակ՝ նման խնդիր առաջանում է արժեկտրոնային պարտատոմսերի դեպքում: Այդ խնդիրը հաղթահարելու նպատակով քննարկվում է երկու մոտեցում. գծայնացնել այդ կախվածությունը մոտարկման միջոցով կամ կիրառել թվային մեթոդներ: Թեմայի շրջանակներում քննարկվում են և՛ անալիտիկ, և՛ թվային մեթոդները (Տե՛ս [10], գլուխ 3.3.):

### **Առաջադրանքի օրինակ**

Դիտարկենք գեղջատոկոսային պարտատոմսերի շուկա, որտեղ մինչև մարում եկամտաբերությունների փոփոխությունն ինվարիանտ է: Նշանակենք  $Y_{T+a}^{T+b}$ -ով գեղջատոկոսային պարտատոմսի անընդհատ կուտակվող մինչև մարում եկամտաբերությունը ժամանակի  $(T+a)$  պահին, որտեղ  $(T+b)$ -ն ցույց է տալիս պարտատոմսի մարման պահը  $(0 \leq a < b < \infty)$ , իսկ  $T$ -ն ներկա պահն է: Ենթադրենք, որ  $\Delta Y_{a_1, a_2}^{b_1, b_2} = Y_{T+a_1}^{T+b_1} - Y_{T+a_2}^{T+b_2}$  ունի նորմալ բաշխում զրո միջինով և  $\sigma^2$  վարիացիայով կամայական  $0 \leq a_1 < b_1 < \infty$  և  $0 \leq a_2 < b_2 < \infty$  համար՝

$$\Delta Y_{a_1, a_2}^{b_1, b_2} \sim N(0, \sigma^2):$$

Ենթադրենք, որ պարտատոմսը մարվում է ժամանակի  $(T+\nu)$  պահին, իսկ ներդրումային հորիզոնը  $\tau$  է, որտեղ  $\tau < \nu$ : Ինչպիսի՞նք բաշխում ունի պարտատոմսի գինը ներդրումային հորիզոնում, այն է՝  $(T+\tau)$  պահին:



Հուշում: Ժամանակի  $(T + a)$  պահին զեղչատկոսային պարտատոմսի գինը, որը նարվում է  $(T + b)$  պահին, տրվում է հետևյալ բանաձևով՝  
 $Z_{T+a}^{T+b} = e^{-Y_{T+a}^{T+b}(T+b-(T+a))} = e^{-Y_{T+a}^{T+b}(b-a)}$ :

### Լուծում

Դիտարկենք երկու զեղչատկոսային պարտատոմսերի գներ՝  $Z_T^{T+v-\tau}$  և  $Z_{T+\tau}^{T+v}$ : Հուշումից երևում է, որ վերը նշված պարտատոմսերի գները կարելի է հաշվել հետևյալ բանաձևերով՝

$$Z_T^{T+v-\tau} = e^{-Y_T^{T+v-\tau}(v-\tau)} \text{ և } Z_{T+\tau}^{T+v} = e^{-Y_{T+\tau}^{T+v}(v-\tau)} :$$

Նկատենք, որ  $Z_T^{T+v-\tau}$  պատահական մեծություն չէ, քանի որ պարտատոմսի գինը ներկա պահին  $(T)$  հայտնի է: Մինչդեռ երկրորդ պարտատոմսի գինը հայտնի չէ, և առաջադրանքը պահանջում է գտնել վերջինիս բաշխման ֆունկցիան:

Խնդիրը լուծելու համար դիտարկենք հետևյալ հարաբերությունը՝

$$\frac{Z_{T+\tau}^{T+v}}{Z_T^{T+v-\tau}} = \frac{e^{-Y_T^{T+v-\tau}(v-\tau)}}{e^{-Y_{T+\tau}^{T+v}(v-\tau)}} = e^{-(Y_T^{T+v-\tau} - Y_{T+\tau}^{T+v})(v-\tau)} = e^{-\Delta Y_{0,\tau}^{v-\tau,v}(v-\tau)} :$$

Վերը նշված բանաձևը կարելի է ներկայացնել հետևյալ կերպ՝

$$Z_{T+\tau}^{T+v} = Z_T^{T+v-\tau} e^{-\Delta Y_{0,\tau}^{v-\tau,v}(v-\tau)} = e^{\ln(Z_T^{T+v-\tau}) - \Delta Y_{0,\tau}^{v-\tau,v}(v-\tau)} :$$

Կատարենք հետևյալ նշանակումը՝  $X = \ln(Z_T^{T+v-\tau}) - \Delta Y_{0,\tau}^{v-\tau,v}(v-\tau)$ , որից ստանում ենք, որ  $Z_{T+\tau}^{T+v} = e^X$ : Ըստ առաջադրանքի մեջ տրված պայմանի՝  $\Delta Y_{0,\tau}^{v-\tau,v}$  ունի նորմալ բաշխում զրո միջինով և  $\sigma^2$  վարիացիայով: Քանի որ  $X$ -ը  $\Delta Y_{0,\tau}^{v-\tau,v}$ -ի գծային ձևավորություն է, ապա այն ևս ունի նորմալ բաշխում: Նորմալ բաշխման հատկությունից ստանում ենք, որ  $X$ -ի միջինը  $\ln(Z_T^{T+v-\tau})$  է, իսկ վարիացիան՝  $(v-\tau)^2\sigma^2$ :

Արդյունքում ստանում ենք, որ  $\ln(Z_{T+\tau}^{T+v}) = X$  և ունի նորմալ բաշխում  $\ln(Z_T^{T+v-\tau})$  միջինով և  $(v-\tau)^2\sigma^2$  վարիացիայով: Հետևաբար,  $Z_{T+\tau}^{T+v}$  ունի լոգարիթմական նորմալ բաշխում դիրքի  $\ln(Z_T^{T+v-\tau})$  և ցրվածության  $(v-\tau)^2\sigma^2$  պարամետրերով՝

$$Z_{T+\tau}^{T+v} \sim \text{LogN}(\ln(Z_T^{T+v-\tau}), (v-\tau)^2\sigma^2):$$

## Թեմա 7. Շուկայի մոդելավորում. չափի նվազեցում

Թեմայի նպատակն է ներկայացնել ռիսկի գործոնների չափի նվազեցման որոշ մեթոդներ, որոնք լայնորեն կիրառվում են ռիսկի քանակական գնահատման բնագավառում: Հաճախ, պայմանավորված ռիսկի գործոնների մեծ քանակով, վերջիններիս համատեղ վարքագծի ուսումնասիրությունը դառնում է խիստ աշխատատար և անարդյունավետ, քանի որ անհրաժեշտ է ուսումնասիրել ոչ միայն առանձին գործոնները, այլև նրանց միջև առկա փոխկապվածությունները: Այս խնդրի հաղթահարման նպատակով դասընթացի շրջանակներում դիտարկվում են գծային գործոնային մոդելների որոշ տեսակներ, ինչպիսիք են «գուտ սխալի» և PCA մոդելները, ինչպես նաև քննարկվում են ռիսկերի կառավարման բնագավառում վերջիններիս կիրառության հնարավորությունները: Առավել մանրամասնորեն քննարկվում են PCA մեթոդը և վերջինիս կիրառությունը ոչ միայն մեծ քանակով ռիսկի գործոնների թվի նվազեցման, այլև ակտիվների պայուսակների սրբես թեստավորման տեսանկյունից (Տե՛ս [3], գլուխ 3.4., [12]):

### Առաջադրանքի օրինակ

Դիցուք  $X = (X^{(1)}, \dots, X^{(N)})$  ռիսկի գործոնների սյուն վեկտորներից բաղկացած  $T \times N$  մատրից է, որտեղ  $N$ -ը ռիսկի գործոնների քանակն է, իսկ  $T$ -ն՝ ընտրանքի չափը: Ռիսկի գործոնների կովարիացիոն մատրիցը նշանակենք  $\Sigma$ , որը կարելի է ներկայացնել հետևյալ կերպ՝

$$\text{cov}(X) = \Sigma = V\Lambda V^T,$$

որտեղ  $\Lambda$ -ն  $N \times N$  անկյունագծային մատրից է, որի անկյունագծային էլեմենտները կովարիացիոն մատրիցի սեփական արժեքներն են, իսկ  $V$ -ն  $N \times N$  սեփական վեկտորների մատրիցն է, ընդ որում՝ մատրիցի  $i$ -րդ ( $i = 1:N$ ) սյունը համապատասխանում է  $\Lambda_{ii}$  սեփական արժեքին:

Սահմանենք  $F = XV$ , որտեղ  $F = (F^{(1)}, \dots, F^{(N)})$ : Յույց տալ, որ  $F^{(i)}$  և  $F^{(j)}$  ( $i \neq j; i, j = 1:N$ ) ռիսկի գործոնները միմյանց հետ կոռելացված չեն: Պարզության համար ենթադրել, որ  $E(X) = 0$ , որտեղ  $E$ -ն մաթեմատիկական սպասման նշանն է:

### Լուծում

Յույց տալու համար, որ գործոնները կոռելացված չեն, բավարար է ցույց տալ, որ  $F$ -ի կովարիացիոն մատրիցն անկյունագծային է:

Նկատենք, որ  $E(X) = 0$  պայմանից հետևում է, որ  $E(F) = 0$ : Հետևաբար,  $F$ -ի կովարիացիոն մատրիցը կարելի է հաշվել հետևյալ կերպ՝

$$E(F^T F) = E(V^T X^T X V) = V^T E(X^T X) V = V^T \Sigma V = V^T V \Lambda V^T V = \Lambda:$$

Վերջին հավասարությունը ստացվում է այն պայմանից, որ կովարիացիոն մատրիցի սեփական վեկտորները օրթոնորմալ են, այսինքն՝  $V^T V = I$ , որտեղ  $I$ -ն միավոր մատրից է:

Այսպիսով՝ PCA մեթոդը հնարավորություն է տալիս  $N$  հատ միմյանց հետ կոռելացված գործոնների մոդելավորումը բերելու  $N$  չկոռելացված գործոնների մոդելավորման: Դա հնարավորություն է տալիս էապես նվազեցնելու մոդելավորման բարդությունը: Մեթոդի թերությունը կայանում է նրանում, որ հաճախ դժվար է մեկնաբանել  $F$  գործոնների տնտեսագիտական իմաստը: Օրինակ՝ եթե  $X$ -ը հաստատուն ժամկետայնության սփոթ տոկոսադրույքներն/միևչև մարում եկամտաբերություններն են, ապա  $F$ -ի առաջին երեք սյուները մեկնաբանվում են որպես եկամտաբերության կորի մակարդակ, թեքություն և ուռուցիկություն: Այդ երեք գործոնները սովորաբար բացատրում են եկամտաբերության կորի տատանողականության 90%-ից 95%-ը: Գործնականում եկամտաբերության կորը մոդելավորվում է մակարդակը, թեքությունը և ուռուցիկությունը նկարագրող գործոնների օգնությամբ, իսկ մնացած գործոնները դիտարկվում են որպես մոդելի սխալ: Փաստորեն, մեծ քանակության միմյանց հետ կոռելացված տոկոսադրույքների մոդելավորումը հանգեցվում է երեք միմյանց հետ չկոռելացված գործոնների մոդելավորման, որն էապես նվազեցնում է հաշվարկների աշխատատարությունը:

### **Թեմա 8. Միջինի և կովարիացիոն մատրիցի գնահատման ընտրանքային և ռոբուստ գնահատականներ**

Թեմայի նպատակն է ուսումնասիրել ակտիվների սպասվող եկամտաբերության և կովարիացիոն մատրիցի գնահատման ընտրանքային և ռոբուստ գնահատականներն ու վերջիններիս հատկությունները: Այս խնդիրը կարևորվում է նրանով, որ, օրինակ, ֆինանսական տվյալներում հաճախ առկա են «աուփլայերներ», որի արդյունքում ռիսկայնության գնահատականները ընտրանքային մեթոդով դառնում են անկայուն, այն է՝ զգայուն առանձին դիտարկման նկատմամբ: Իսկ սպասվող եկամտաբերության և ռիսկայնության անկայուն գնահատականներն իրենց հերթին հանգեցնում

են ակտիվների ոչ օպտիմալ տեղաբաշխման: Թեմայի շրջանակում ներկայացվում է տվյալներում «աուքլայերների» առկայության նկատմամբ ռոբուստ գնահատականների, ինչպիսիք են մեդիանը, ռանգային կոռելյացիոն մատրիցը, միջբևանտիլային միջակայքը և այլն, կիրառության օրինակներ ռիսկերի կառավարման բնագավառում (Տե՛ս [4], [8], [16], [10], գլուխ 4):

**Ամփոփիչ հարցեր**

- 1. Ներկայացնել միջինի և կովարիացիոն մատրիցի ընտրանքային գնահատականների հետ կապված խնդիրները ֆինանսական ռիսկերի գնահատման տեսանկյունից:
- 2. Ներկայացնել ընտրանքային գնահատականի հետ կապված խնդիրների հաղթահարման մոտեցումներ:
- 3. Ներկայացնել միջինի և կովարիացիոն մատրիցի գնահատման IQR/MAD/BAQC/MCD մեթոդները և վերջիններիս առավելություններն ու թերությունները:

**Թեմա 9. Կոպուլաների կիրառությունը ռիսկերի կառավարման մեջ**

Թեմայի նպատակն է ուսումնասիրել ռիսկի գործոնների միջև բարդ փոխկապվածությունների գնահատումը կոպուլաների միջոցով: Մինչև վերջերս ռիսկերի կառավարիչները տիրապետում էին սահմանափակ գործիքակազմի ստանալու, վերլուծելու և օգտագործելու այն ինֆորմացիան, որը պարունակվում է ռիսկի գործոնների համատեղ բաշխման մեջ: Ռիսկերի կառավարիչների կողմից լայնորեն կիրառվող գծային կոռելյացիայի գործակիցը, որը գնահատում է երկու գործոնների միջև առկա փոխկախվածությունը, չի կարող մեկ թվի մեջ ամբողջացնել բարդ կախվածություններ . վերլուծությունները ցույց են տալիս, որ տվյալների երկու խումբ, որոնք բնութագրվում են տարբեր փոխկախվածություններով, կարող են ունենալ միևնույն կոռելյացիան: Ի լրումն վերը նշվածի՝ ներկայումս ռիսկերի կառավարման լավագույն փորձը ռիսկի բոլոր աղբյուրների համատեղ կառավարումն է, այն է՝ ո՛չ միայն պետք է դիտարկել ռիսկի առանձին գործոնների ազդեցությունը, այլև թե ինչպես են ռիսկի գործոնները փոխկապված միմյանց հետ: Գործնականում լայնորեն կիրառվող բազմաչափ բաշխումների հնարավորությունը խիստ սահմանափակ է մեծ թվով ռիսկի գործոնների առկայության դեպքում: Այս համատեքստում կոպուլաները տալիս են առա-

վել լայն հնարավորություններ մոդելավորելու համար ռիսկի գործոնների համատեղ վարքագիծը [Տե՛ս [6], գլուխներ 2, 3 և 5, [15]]:

### **Ամփոփիչ հարցեր**

1. Ներկայացնել կոպուլաների կիրառման հնարավորությունները ֆինանսական և ապահովագրական ռիսկերի գնահատման բնագավառում:
2. Ներկայացնել կոպուլաների և բազմաչափ բաշխման ֆունկցիաների տարբերությունները:
3. Ներկայացնել, թե գաուսյան, Ստյոտենտի, Ֆրենկլի, Գումբելի և Կլայտոնի կոպուլաներից յուրաքանչյուրն ինչպիսի հատկություններով տվյալների ադեկվատ մոդելավորման հնարավորություն է տալիս:
4. Ներկայացնել Քենդալի տաուի, Սփերմանի ռոի, գծային կոռելյացիայի և «պոչում» կախվածության առանձնահատկությունները և ռիսկերի կառավարման բնագավառում կիրառման հնարավորությունները:
5. Ներկայացնել կոպուլայի պարամետրերի գնահատման ML, IFM և CML մեթոդները, դրանց առավելությունները և թերությունները:

### **Թեմա 10. VaR և CVaR հաշվարկ**

Թեմայի նպատակն է ուսումնասիրել VaR և CVaR գնահատման մեթոդները պայուսակի ռիսկայնության և տնտեսական կապիտալի հաշվարկման նպատակով: Թեմայի շրջանակներում ուսումնասիրվում է VaR և CVaR հաշվարկը ոչ-պայմանական նորմալ և Ստյոտենտի բաշխման, ակտիվի եկամտաբերությունը որպես ընդհանրացված ավտոռեգրեսիվ պայմանական հետերոսկեդաստիկ (GARCH) պրոցես ենթադրությամբ, ինչպես նաև պատմական սիմուլացիայի մեթոդներով: Թեմայի շրջանակներում ներկայացվում է նաև Կուպիևիչի՝ մոդելի հետադարձ ստուգման թեստը, որը շատ կարևոր է ակտիվների ռիսկայնության գնահատման ադեկվատ մեթոդի ընտրության տեսանկյունից [Տե՛ս [3], գլուխներ III.A.2 և III.A.3.1-III.A.3.5]:

## Ամփոփիչ հարցեր

1. Սահմանել և մեկնաբանել VaR և CVaR:
2. Ներկայացնել VaR գնահատման անալիտիկ, Մոնտե Կարլո և պատմական սիմուլացիայի մեթոդների համեմատական առավելությունները և թերությունները:
3. Ներկայացնել Ստյոդենտի և պատմական սիմուլացիայի մեթոդի առավելությունները նորմալ բաշխման ենթադրությամբ VaR/CVaR գնահատման համեմատությամբ:
4. Ներկայացնել Կուպիկի հետադարձ ստուգման թեստի առավելությունները և թերությունները:

## Թեմա 11. Ռիսկի բյուջետավորում

Թեմայի նպատակն է ուսումնասիրել տարբեր ակտիվների՝ պայուսակի ռիսկին աջակցության չափը: Հայտնի է, որ ռիսկի չափերը ադիտիվ չեն, այսինքն՝ առանձին ակտիվների ռիսկերի գումարը ընդհանուր դեպքում հավասար չէ պայուսակի ռիսկայնությանը, հետևաբար խնդիր է առաջանում գնահատել, թե որքան ռիսկ է ավելացնում/նվազեցնում որևէ ակտիվ կամ ակտիվների ենթապայուսակ: Ռիսկի բյուջետավորումը կարևորվում է նաև ակտիվների օպտիմալ տեղաբաշխման տեսանկյունից, քանի որ այն հնարավորություն է տալիս բացահայտելու պայուսակի ռիսկայնության աղբյուրը և, հետևաբար, հուշում է, թե, օրինակ, որ ակտիվներից պետք է հրաժարվել ռիսկի նվազեցման նպատակով: Թեմայի շրջանակներում հատկապես մանրամասնորեն ուսումնասիրվում է պայուսակի տատանողականության և VaR դեկոմպոզիցիայի խնդիրը [Տե՛ս [13], գլուխ 1.5.1, [3], գլուխ III.A.3.6]:

### Առաջադրանքի օրինակ

Ենթադրենք պայուսակի մեջ ընդգրկված ակտիվների եկամտաբերությունների ( $X$ ) համատեղ վարքագիծը նկարագրվում է բազմաչափ նորմալ բաշխմամբ  $\mu$  միջինով և  $\Sigma$  կովարիացիոն մատրիցով՝

$$X \sim N(\mu, \Sigma):$$

Գնահատել յուրաքանչյուր ակտիվի՝ պայուսակի VaR-ին աջակցության չափը  $(1 - \alpha)$  վստահության մակարդակի համար, եթե ակտիվների կշիռները պայուսակի մեջ  $= (w_1, \dots, w_N)^T$  են, որտեղ  $N$ -ը ակտիվների քանակն է:

## Լուծում

Բազմաչափ նորմալ բաշխման հատկություններից ստանում ենք, որ պայուսակի եկամտաբերությունը՝  $R_p = Xw$ , ունի միաչափ նորմալ բաշխում  $\mu_p$  միջինով և  $\sigma_p^2$  վարիացիայով՝  $R_p \sim N(\mu_p, \sigma_p^2)$ , որտեղ  $\mu_p = \mu w$  և  $\sigma_p^2 = w^T \Sigma w$ :

VaR սահմանումից և միաչափ նորմալ բաշխման հատկություններից ստանում ենք, որ

$$VaR_\alpha(w) = -(\mu_p(w) + \sigma_p(w)Z_\alpha),$$

որտեղ  $Z_\alpha$  ստանդարտ նորմալ բաշխման քվանտիլն է  $\alpha$  կրիտիկական արժեքի համար: Նկատենք, որ այն կախված չէ պայուսակի  $w$  կշիռների վեկտորից: Յուրաքանչյուր ակտիվի՝ պայուսակի VaR-ին սահմանային աջակցությունը հաշվելու համար անհրաժեշտ է հաշվել, թե որքան կփոխվի VaR-ը, եթե ակտիվի կշիռը փոխվի մեկ միավորով՝ բազմապատկած ակտիվի կշռով:

VaR-ի ածանցյալը, ըստ ակտիվների կշիռների, տրվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\frac{dVaR_\alpha(w)}{dw} = -\left(\mu + \frac{\Sigma w}{\sigma_p} Z_\alpha\right),$$

իսկ ակտիվի՝ պայուսակի VaR-ին սահմանային աջակցությունը, որին նաև անվանում են բաղադրիչի VaR՝

$$\text{Component VaR}_i = -\left(\mu_i + \frac{[\Sigma w]_i}{\sigma_p} Z_\alpha\right) w_i, i = 1, \dots, N,$$

որտեղ  $[\Sigma w]_i$ -ն  $\Sigma w$  վեկտորի  $i$ -րդ բաղադրիչն է:

## Թեմա 12. Էքստրեմալ արժեքի տեսության կիրառությունը ռիսկերի կառավարման մեջ

Թեմայի նպատակն է ուսումնասիրել էքստրեմալ արժեքի տեսության կիրառությունը սթրեսային իրավիճակներում հնարավոր կորուստների քանակական գնահատման մեջ: Ֆինանսական ռիսկերի կառավարման բնագավառում կարևոր խնդիր է գնահատել փոքր հավանականությամբ տեղի ունեցող դեպքերը, որոնք կարող են հանգեցնել մեծ կորուստների: Նման կորուստների գնահատումը Թեմա 10-ի շրջանակներում ներկայացված

մեթոդներով երբեմն հանգեցնում է ռիսկի էական թերագնահատման, հատկապես երբ ռիսկի գործոններն ունեն «ծանր պոչով» բաշխում և/կամ կորուստը անհրաժեշտ է գնահատել հարաբերականորեն երկար ժամանակահատվածի համար: Էքստրեմալ արժեքի տեսությունն ապահովում է ամուր տեսական հիմք նման դեպքերի հավանականության և էքստրեմալ կորուստների վիճակագրական մոդելավորման համար: Թեմայի շրջանակներում մանրամասն ներկայացվում է VaR-ի գնահատման երկու մեթոդ՝ հիմնված էքստրեմալ արժեքի տեսության վրա: Թեման իր մեջ ներառում է նաև «ծանր պոչով» բաշխումների ուսումնասիրությունը և պոչի ինդեքսի Հիլի գնահատականի ստացումը [Տե՛ս [14], [5]]:

### **Անփոփիչ հարցեր**

1. Ներկայացնել էքստրեմալ արժեքի տեսության կիրառությունները ֆինանսական ռիսկերի գնահատման մեջ:
2. Ներկայացնել աղետալի կորուստների գնահատման մեթոդը՝ հիմնված ընդհանրացված էքստրեմալ արժեքի (GEV) բաշխման վրա:
3. Ներկայացնել որոշակի շենը գերագանցող կորուստների գնահատման մեթոդը՝ հիմնված ընդհանրացված Պարետոյի բաշխման (GPD) վրա:
4. Նկարագրել Թեմա 10-ի և էքստրեմալ արժեքի տեսության շրջանակներում ներկայացված VaR գնահատականների տարբերությունները:
5. Ներկայացնել «պոչի» ինդեքսի գնահատման Հիլի մեթոդը և վերջինիս թերությունները:



## 5. Գրականության ցանկ

1. **Acerbi C. and Tasche D.**, “On the Coherence of Expected Shortfall”, *Journal of Banking & Finance*, 26 (7), 1487–1503, 2002.
2. **Albanese C. et al.**, A New Fourier Transform Algorithm for Value-at-risk, *Quantitative finance*, 4, 328-338, 2004.
3. **Alexander C. and Sheedy E.**, “The professional risk managers' handbook: a comprehensive guide to current theory and best practice”, PRIMA risk management series, 2004.
4. **Bouchaud J. et al.**, *Financial Applications of Random Matrix Theory: Old Laces and New Pieces*, APPB, Vol. 36 (9), 2767–2784, 2005.
5. **Caserta S. and de Vries C.**, *Extreme Value Theory and Statistics for Heavy Tail Data*, Euronext and Tinbergen Institute, 2003.
6. **Cherubini U. et al.**, “Copula methods in finance”, John Willy & Sons Ltd, 2004.
7. **Crouhy M. et al.**, *The essentials of risk management*, McGraw-Hill, 2005.
8. **Daly J. et al.**, *Random Matrix Theory Filters in Portfolio Optimisation: A Stability and Risk Assessment*, *Physica A*, 387 (16-17), 4248–4260, 2008.
9. **Leo S.**, *Risk management: A review*, The research foundation of CFA institute, 2009.
10. **Meucci A.**, “Risk and asset allocation”, Springer, 2007.
11. **Meucci A.**, *Annualization and General Projection of Skewness, Kurtosis and All Summary Statistics*, Risk professional, 2010.
12. **Meucci A.**, *Linear factor models: Theory, applications and pitfalls*, SYMMYS, 2010.
13. **Scherer B.**, “Portfolio Construction and Risk Budgeting”, Second edition, Risk books, Incisive Financial Publishing Ltd, 2004.
14. **Thomas M. and Reiss R. D.**, *Statistical analysis of extreme values with applications to insurance, finance, hydrology, and other fields*, 3rd edition, Birkhauser Verlag, 2007.
15. **Trivedi P. and Zimmer D.**, *Copula Modeling: An Introduction for Practitioners*, *Foundations and trends in econometrics*, 1 (1), 1–111, 2005.
16. **Welsch R. and Zhou X.**, Application of robust statistics to asset allocation models, *REVSTAT – Statistical Journal*, 5(1), 97–114, 2007.

## **6. Գործնական առաջադրանքի բովանդակություն**

Բացի տեսական առաջադրանքներից՝ թեմայի շրջանակներում դիտարկվում են նաև գործնական առաջադրանքներ, որոնք վերաբերում են ռիսկի գնահատականների ստացմանը փաստացի տվյալների համար: Նման առաջադրանքներն ուսանողներին տրվում են տարբեր ծրագրային փաթեթներով, ինչպիսիք են Excel, Matlab և EViews:

Ստորև ներկայացված են գործնական առաջադրանքների թեմաները և բովանդակությունը:

### **Թեմա 1. Ինվարիանտների փնտրում**

Թեմայի նպատակն է ներկայացնել ինվարիանտների բացահայտման գրաֆիկական մեթոդը: Մասնավորապես քննարկվող մեթոդը բաղկացած է երկու քայլից. առաջին քայլում ստուգվում է, թե արդյոք ռիսկի գործոնները տարբեր չհատվող ժամանակահատվածներում ունեն միանման բաշխում, իսկ երկրորդ քայլում ստուգվում է՝ արդյոք տվյալները ավտոկոռելացված են:

### **Թեմա 2. Թվային պրոեկցիա**

Թեմայի նպատակն է ներկայացնել բնութագրիչ ֆունկցիայի վրա հիմնված մեթոդ, որը հնարավորություն է տալիս մեկ ներդրումային հորիզոնից անցնելու մեկ այլ ներդրումային հորիզոն: Օրինակ՝ եթե հայտնի է շաբաթական եկամտաբերության բաշխման ֆունկցիան, գնահատել ամսական եկամտաբերության բաշխման ֆունկցիան: Թեմայի կարևորությունը կայանում է նրանում, որ սովորաբար տվյալների դիտարկման հաճախականությունն ավելի մեծ է, քան ներդրումային հորիզոնը, որի պատճառով տվյալների սակավությունն է և/կամ հին տվյալների՝ ներկա ժամանակահատվածի համար նկարագրական չլինելը:

### **Թեմա 3. Ինվարիանտներից գներին/եկամտաբերություններին անցումը ֆիքսված եկամտով ակտիվների համար**

Թեմայի նպատակն է ներկայացնել ինվարիանտներից ակտիվների գներին կամ եկամտաբերություններին անցումը ճշգրիտ բանաձևի և մոտարկման դեպքերում: Օրինակ՝ գնահատել պարտատոմսի գնի բաշխումը մեկ ամիս հետո, եթե հայտնի է տոկոսադրույքի բաշխումը նույն հորիզոնի համար: Ռիսկայնության գործոնների վարքագծի մոդելավորումը ուղղակի ինֆորմացիա չի տրամադրում այն մասին, թե ինչպես է այդ վարքագիծն ի վերջո անդրադառնում կազմակերպության առանձին ակտիվների և ակտիվների պայուսակի վրա: Այդ իսկ պատճառով անհրաժեշտ է ռիսկայնության գործոնների վարքագծից անցնել ակտիվների գների կամ եկամտաբերությունների վարքագծին և ստանալ վերջինների ռիսկայնության գնահատականը, որն այնուհետև կիրառվում է տնտեսական կապիտալի հաշվարկներում:

#### **Թեմա 4. Չափի նվազեցում PCA մեթոդով**

Թեմայի նպատակն է ներկայացնել, թե ինչպես կարելի է մեծ չափ ունեցող տվյալների մոդելավորման խնդիրը բերել ավելի փոքր չափի խնդրի: Գործնական աշխատանքի շրջանակներում ներկայացված է PCA մեթոդը, որը մի շարք առավելություններ ունի մյուս լայն տարածված մեթոդների համեմատ: Օրինակ՝ եկամտաբերության կորի առանցքային կետերի (այն կարող է լինել 10-15 կետ) համատեղ վարքագծի ուսումնասիրության խնդիրը կարելի է բերել երեք գործոնների ուսումնասիրության խնդրի: Այս մեթոդը անհամեմատելի հեշտացնում է ռիսկի գործոնների ուսումնասիրությունը, քանի որ ձևավոխված ռիսկի գործոնները միմյանց հետ կոռելացված չեն: Թեմայի շրջանակներում նաև ներկայացվում է PCA մեթոդի այլ կիրառություններ, ինչպիսիք են, օրինակ, վիճակագրական արբիտրաժը և սրբես թեստավորումը:

#### **Թեմա 5. Ռոբուստ վիճակագրություն**

Թեմայի նպատակն է ներկայացնել միջինի և կովարիացիոն մատրիցի ռոբուստ գնահատման մեթոդներ և իրականացնել համեմատություն ընտրանքային գնահատականի հետ: Ռոբուստ գնահատականները կարևորվում են ինչպես օպտիմալ պայուսակների ընտրության խնդրում, այնպես էլ պայուսակի ռիսկայնության տարբեր չափեր գնահատելիս: Անկայուն գնահատականները հանգեցնում են ակտիվների ոչ օպտիմալ տեղաբաշխման, որի պատճառով պայուսակի ռիսկայնության մակարդակը կարող է էապես շեղվել թիրախային մակարդակից: Գործնական պարապմունքի ընթացքում ներկայացվում են IQR/MAD/BAQC/MCD մեթոդները: Ընտրանքային և ռոբուստ գնահատականների համեմատական վերլուծությունը կատարվում է պայուսակի համար VaR և CVaR օրինակներով:

#### **Թեմա 6. Կոպուլաների կիրառությունը ռիսկերի գնահատման մեջ**

Թեմայի նպատակն է ներկայացնել տարբեր կախվածություններ ունեցող տվյալների մոդելավորման և ռիսկի չափերի հաշվարկման խնդիրը: Գործնական աշխատանքի շրջանակներում քննարկվում են գաուսյան և Կլայտոնի կոպուլաները: Թեման կարևորվում է նրանով, որ ֆինանսական և ապահովագրական տվյալները մեծամասամբ չունեն միաչափ և բազմաչափ նորմալ բաշխում, և կոռելյացիան չի արտացոլում նրանց միջև կախվածության բնույթը: Օրինակ՝ ապահովագրության ոլորտից հայտնի է «կոտրված սրտի» խնդիրը, այն է՝ ամուսիններից մեկի մահը էականորեն մեծացնում է մյուսի մահվան հավանականությունը տրված ժամանակահատվածում. նման խնդիրը հեշտությամբ մոդելավորվում է Կլայտոնի կոպուլայի միջոցով:

### **Թեմա 7. VaR և CVaR գնահատում**

Թեմայի նպատակն է ներկայացնել VaR գնահատման մի քանի մեթոդներ, մասնավորապես գործնական աշխատանքի շրջանակներում դիտարկվում է VaR գնահատումը նորմալ, Ստյուդենտի, GARCH և պատմական սիմուլացիայի մեթոդներով, ընդ որում՝ բաշխման ֆունկցիայի պարամետրերը գնահատվում են ընտրանքային, ռոբուստ և առավելագույն ճշմարտամամուռության մեթոդներով: Նման դրվածքով խնդրի դիտարկումը նպատակ է հետապնդում ցույց տալու, որ կախված մոդելի և գնահատման մեթոդի ընտրությունից՝ կորուստի չափի գնահատականները կարող են էապես տարբերվել: Այս դիտարկումը ևս մեկ անգամ կարևորում է այն հանգամանքը, որ մոդելների ադեկվատությունը պետք է պարբերաբար ստուգել, այդ իսկ պատճառով գործնական աշխատանքի ընթացքում մեծ ուշադրություն է դարձվում նաև մոդելների հետադարձ ստուգման խնդրին:

### **Թեմա 8. Էքստրեմալ արժեքի տեսության շրջանակներում VaR-ի գնահատում**

Թեմայի նպատակն է ներկայացնել VaR գնահատումը էքստրեմալ արժեքի տեսության շրջանակներում: Գործնականում ռիսկի գործոնների մոդելավորումը բախվում է երկու խնդրի, այն է՝ գնահատել «պոչի» ինդեքսը և ընտրել շեմը, որից մեծ արժեքները համարվում են էքստրեմալ դիտարկումներ: Այդ խնդիրների լուծման նպատակով ներկայացվում են Հիլի և միջինին գերազանցող արժեքների (mean-excess) գրաֆիկական մեթոդները: Էքստրեմալ արժեքի տեսության կարևորությունը ռիսկերի կառավարման բնագավառում կայանում է նրանում, որ այն հնարավորություն է տալիս գնահատելու կորուստի չափը ճգնաժամային իրավիճակներում: Այն նաև լայնորեն կիրառվում է սթրես թեստավորման ժամանակ: Գործնականի ընթացքում սթրեսային իրավիճակներում կորուստի գնահատականը դիտարկվում է VaR օրինակով:

### **Թեմա 9. Ռիսկի բյուջետավորում**

Թեմայի նպատակն է ներկայացնել պայուսակի տատանողականության և VaR դեկոմպոզիցիան, որը հնարավորություն է տալիս գնահատելու, թե որքան է առանձին ակտիվի կամ ակտիվների ենթապայուսակի աջակցությունը պայուսակի ընդհանուր ռիսկայնությանը: Խնդիրը կարևորվում է նրանով, որ հնարավորություն է տալիս ակտիվի կառավարչին հասկանալու պայուսակի ռիսկի աղբյուրները և պատկերացում կազմելու դիվերսիֆիկացիայի մասին:

## 7. Քննական հարցաշար

1. Ֆինանսական ռիսկերի սահմանումը, տեսակները և առանձնահատկությունները:
2. Ֆինանսական ռիսկերի դասակարգումը՝ մոնետար, կոնտրենտ, ուռուցիկ և սպեկտրալ ռիսկի չափեր:
3. Միաչափ բաշխման ֆունկցիաներ՝ հավասարաչափ, նորմալ, Ստյուդենտի, լոգարիթմական նորմալ, գամմա և էմպիրիկ բաշխման ֆունկցիաներ:
4. Բազմաչափ բաշխման բաժանումը սահմանային բաշխման և կոպուլայի:
5. Պատահական մեծությունների կախվածություն. կախվածության չափեր, համուղվածության չափեր, կոռելյացիա:
6. Բազմաչափ բաշխման ֆունկցիաներ՝ հավասարաչափ, նորմալ, Ստյուդենտի, լոգարիթմական նորմալ, Վիշարտի և էմպիրիկ բաշխման ֆունկցիաներ:
7. Ինվարիանտների փնտրում բաժնետոմսերի և ֆիքսված եկամտով ակտիվների շուկայում:
8. Ինվարիանտների պրոեկցիա ներդրումային հորիզոն. անալիտիկ և թվային պրոեկցիա:
9. Ինվարիանտներից ակտիվների շուկայական գներին անցումը բաժնետոմսերի և գեղչատոկոսային պարտատոմսի համար:
10. Ինվարիանտներից ակտիվների շուկայական գներին անցումը արժեկարգումային պարտատոմսերի համար. գնի լրիվ հաշվարկի և առանցքային կետի դյուրացիայի միջոցով մոտարկման մեթոդներ:
11. Չափի նվազեցում: Գործոնային գծային մոդելների տեսակները և հատկությունները:
12. Բացահայտ գործոնների գծային մոդել (explicit factors). «գուտ սխալի» գծային մոդել և դրա հատկությունները:
13. Հիմնական բաղադրիչի վերլուծություն (PCA), նրա երկրաչափական մեկնաբանությունը:
14. Անբացահայտ գործոնների գծային մոդել (implicit factors). չափի նվազեցում PCA միջոցով:
15. Ինվարիանտներից ֆիքսված եկամտով ակտիվների եկամտաբերության անցում սիմուլյացիաների միջոցով. Չոլեսկի դեկոմպոզիցիայի մեթոդը բազմաչափ նորմալ բաշխված տվյալների համար:
16. Կոպուլայի սահմանումը, առանձնահատկությունները և կիրառությունները:
17. Կոպուլայի պարամետրերի գնահատման մեթոդներ:
18. Կախվածության սահմանումը, տեսակները և ռիսկերի կառավարման բնագավառում դրանց կիրառությունը:
19. Ռիսկի չափեր. ստանդարտ շեղում և VaR, նրանց հաշվարկը, առավելությունները և թերությունները որպես ռիսկի չափեր:

20. Ռիսկի չափեր. CVaR և ES, նրանց հաշվարկը, առավելությունները և թերությունները որպես ռիսկի չափեր:
21. Միջինի և կովարիացիոն մատրիցի գնահատումը. ընտրանքային և ռոբուստ գնահատականներ:
22. VaR սահմանումը, գնահատման մեթոդները. անալիտիկ, Մոնտե Կառլո և պատմական սիմուլացիայի մեթոդներ, նրանց առավելությունները և թերությունները:
23. VaR գնահատման անալիտիկ մեթոդ. նորմալ և Ստյուդենտի բաշխման ենթադրություններով VaR գնահատում և հետադարձ ստուգում:
24. VaR գնահատման անալիտիկ մեթոդ. GARCH մոդելով VaR գնահատում և հետադարձ ստուգում:
25. Ռիսկի բյուջետավորում: Նորմալ բաշխման ենթադրությամբ տատանողականության և VaR դեկոմպոզիցիա:
26. Ռիսկի բյուջետավորում: Ստյուդենտի բաշխման ենթադրությամբ տատանողականության և VaR դեկոմպոզիցիա:
27. Էքստրեմալ արժեքի տեսության կիրառությունը ռիսկերի կառավարման մեջ:
28. «Պոչի» ինդեքսի Հիլի գնահատականը և VaR հաշվարկ:
29. Միջինին գերազանցող արժեքների (mean-excess) մեթոդի նկարագրությունը և VaR հաշվարկ:

## Բովանդակություն

1. Ուսումնական առարկան և դասընթացի տեսամեթոդական հիմքերը.....	3
2. Դասընթացի նպատակը/ուսումնական խնդիրը .....	12
3. Հիմնական հասկացություններ և սահմանումներ.....	13
4. Դասընթացի բովանդակությունը.....	18
5. Գրականության ցանկ .....	33
6. Գործնական առաջադրանքի բովանդակություն.....	34
7. Քննական հարցաշար .....	37

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

ԷԴՄՈՆԳ ԷԳԻԿԻ ՎԱՐԳՈՒՄՅԱՆ

**ՖԻՆԱՆՍԱԿԱՆ ՌԻՍԿԵՐԻ  
ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐ**

*Ուսումնամեթոդական ձեռնարկ  
մագիստրանտների համար*

Համակարգչային ձևավորումը՝ Կ. Չալաբյանի  
Կազմի ձևավորումը՝ Ա. Պատվականյանի  
Հրատ. սրբագրումը՝ Հ. Ասլանյանի

Չափսը՝ 60x84 1/16: Տպ. մամուլ՝ 2.5:  
Տպաքանակը՝ 100 օրինակ:

ԵՊՀ հրատարակչություն,  
ք. Երևան, 0025, Ալեք Մանուկյան 1





ՎՐԱՏԱՐԱԿՅՈՒԹՅՈՒՆ  
ՆՐԵՎԱՆ 2015