В. З. Кресин

СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ И СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ
ПЕРЕРАБОТАННОЕ

МОСКВА «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
1978

5 30.3
К 80
УДК 539.1

АННОТАЦИЯ

Книга представляет собой существенно переработанное издание книги, выходившей в 1958 году в издательстве «Просвещение». Она посвящена описанию необычных «сверх»-явлений — сверхпроводимости и сверхтекучести, наблюдаемых при низких температурах. Основное внимание уделяется качественному описанию соответствующих закономерностей. В книге в доступной форме рассказывается о природе явлений сверхпроводимости и сверхтекучести, о многочисленных эффектах, наблюдаемых при низких температурах, о применении сверхпроводников.

Книга рассчитана на широкий круг читателей: студентов, учителей, инженерно-технических работников, физиков, работающих в различных областях и всех желающих ознакомиться с одним из важнейших направлений современной физики.

К $\frac{20403-049}{053(02)-78}$ 126-78

© Главная редакция
физико-математической литературы
издательства «Наука», 1978

Предисловие ко второму изданию

Физика низких температур относится к числу весьма интенсивно развивающихся областей современной физики. За несколько лет, прошедших со времени выхода первого издания этой книги, стало известно о многих интереснейших открытиях в этой области. К ним относятся, например, получение новой сверхтекучей жидкости He^3, открытие новых астрономических объектов — пульсаров, ядро которых, по-видимому, оказалось сверхтекучим, и др. Рассказ об этих и целом ряде других достижений включен в новое издание книги. Так же как в первом издании, основное внимание уделяется качественному описанию процессов, протекающих при низких температурах.

Автор выражает искреннюю благодарность Б. Т. Гейликману, М. И. Каганову и Ю. Н. Дрожжину, прочитавшим рукопись книги и сделавшим ряд полезных замечаний.

Из предисловия к первому изданию

Изучение свойств вещества при температурах, близких к абсолютному нулю, началось с 1908 г. Тогда впервые в лаборатории Камерлинг-Оннеса в Лейдене был получен жидкий гелий, температура конденсации которого при обычном давлении составляет всего лишь 4,2 °К.

Вблизи абсолютного нуля наблюдаются два сверхъявления, рассказ о которых и составляет основное содержание этой книги. Речь идет о сверхпроводимости металлов и сверхтекучести жидкого гелия. Это

необычные физические явления, которые нельзя считать просто предельными случаями, наблюдаемыми при измерениях электрического сопротивления или вязкости.

Явление сверхпроводимости почти полвека оставалось совершенно загадочным. И только в 1957 г. была построена его теория. Многочисленные экспериментальные данные получили наконец объяснение. В настоящее время продолжается интенсивная теоретическая и экспериментальная работа по изучению сверхпроводящего состояния вещества. Возникает новая область техники — прикладная сверхпроводимость. Идеи теории сверхпроводимости оказались важными для развития других областей, например, физики атомного ядра и астрофизики. Невозможно поэтому составить достаточно полного представления о состоянии современной физики, не ознакомившись с основными достижениями физики низких температур.

Физика низких температур и квантовая теория являются ровесниками. Обе они возникли в начале этого столетия. Дальнейшее развитие физики показало, что явления, наблюдаемые вблизи абсолютного нуля, могут быть объяснены только на основе квантовомеханических представлений. Сверхтекучесть жидкого гелия и сверхпроводимость являются, пожалуй, единственными примерами состояний вещества, в которых наиболее ярко в макроскопическом масштабе проявляются квантовые закономерности.

В этой книге основное внимание уделяется качественному описанию явлений, наблюдаемых при низких температурах. Явления эти описываются с помощью законов квантовой механики, и поэтому чтение глав книги, в которых рассказывается о свойствах сверхпроводников и сверхтекучего гелия, предполагает знакомство с основными положениями квантовой теории.

Мы сочли целесообразным в приложении к книге напомнить читателю основные положения квантовой теории.

Глава I

Сверхпроводимость

Открытие сверхпроводимости

В 1908 г. в физической лаборатории Лейденского университета под руководством Камерлинг-Оннеса был получен жидкий гелий. Гелий отличается очень низкой температурой кипения (4,21 °К), и поэтому сжижение его позволило изучать свойства вещества при температурах, ранее недоступных для экспериментального исследования.

Физика металлов находилась в те времена в начальной стадии своего развития. Одной из основных характеристик металла, как известно, является электрическое сопротивление, и физиков очень интересовал вопрос о температурной зависимости этой величины. Камерлинг-Оннес предпринял соответствующее исследование при гелиевых температурах. В качестве проводника им была выбрана ртуть, поскольку ее можно получить в достаточно чистом виде.

В 1911 г. Камерлинг-Оннес открыл явление сверхпроводимости, изучение которого интенсивно продолжается до наших дней и составляет одно из важнейших направлений физики твердого тела. Оказалось, что при температуре, близкой к 4 °К, электрическое сопротивление ртути скачком обращается в нуль.

«Не осталось сомнений, — писал Камерлинг-Оннес, — в существовании нового состояния ртути, в котором сопротивление фактически исчезает... Ртуть перешла в новое состояние, которое в соответствии с его необыкновенными электрическими свойствами можно назвать сверхпроводящим состоянием».

Эффект сверхпроводимости состоит в исчезновении электрического сопротивления при конечной, отличной

от 0 °К, температуре (она называется критической температурой и обозначается $T_к$). Интересно, что наличие примесей в ртути не уничтожало эффект сверхпроводимости, так что соображения, которыми руководствовался Камерлинг-Оннес при выборе вещества, оказались не играющими роли.

Возникает вопрос: может ли эксперимент показать точное равенство нулю электрического сопротивления? В самом деле, ведь приборы характеризуются определенной чувствительностью, всегда имеются погрешности эксперимента, и поэтому опытным путем можно установить только верхний предел сопротивления. Однако он оказывается очень малой величиной. По последним данным, сопротивление сверхпроводника должно быть меньше 10^{-23} *ом·см* (напомним, что сопротивление такого хорошего проводника, как медь, составляет 10^{-9} *ом·см*), так что, без сомнения, мы можем говорить об эффекте идеальной проводимости, или точного равенства нулю электрического сопротивления.

Если взять кольцо из металла, находящегося в сверхпроводящем состоянии, и индуцировать в нем электрический ток, то отсутствие сопротивления приведет к тому, что этот ток не будет затухать и время его циркуляции по кольцу будет бесконечным. Соответствующий эксперимент был проведен, например, в 1959 г. американским физиком Коллинзом. Даже через два с половиной года после начала опыта никакого уменьшения тока, протекающего по кольцу, отмечено не было.

Открытие Камерлинг-Оннеса повлекло за собой большое количество экспериментальных исследований. Были найдены новые сверхпроводящие вещества, исследовались их физические свойства.

Отсутствие электрического сопротивления является фундаментальным, но отнюдь не единственным характерным признаком сверхпроводников. У них наблюдается резкая аномалия магнитных, тепловых и ряда других свойств, так что правильнее говорить не только о сверхпроводимости, а об особом, наблюдаемом при низких температурах состоянии вещества.

Открытие сверхпроводимости вызвало огромный интерес. Многие физики пытались разными способами

объяснить исчезновение электрического сопротивления и другие особенности сверхпроводящего состояния. Среди них были Эйнштейн, еще в 1920 г. отмечавший аналогию сверхпроводимости и ферромагнетизма (в ферромагнетиках коллективное взаимодействие электронов приводит к спонтанной намагниченности, устойчивой по отношению к тепловому движению; в сверхпроводниках, как полагал Эйнштейн, какие-то силы взаимодействия приводят также к появлению коллективных образований («туч»), движущихся в металле без трения), один из создателей квантовой механики Гейзенберг, пытавшийся объяснить сверхпроводимость особенностями электростатического взаимодействия электронов, и многие, многие другие.

Однако прошло почти полвека, прежде чем удалось решить эту загадку. Только в 1957 г. была построена теория сверхпроводимости. Стало понятным, с чем связано появление эффекта. Теория объяснила многочисленные экспериментальные факты и послужила основой тем интенсивным исследованиям, которые ведутся в настоящее время.

Сверхпроводящие вещества

В табл. 1 приведены элементы, переходящие с понижением температуры в состояние сверхпроводимости. Там же приведены соответствующие критические температуры. Следует отметить, что данные, приведенные в таблице, все время уточняются, пополняется сам список сверхпроводящих веществ.

Вполне возможно, что многие из элементов, сверхпроводимость которых не обнаружена, являются тем не менее сверхпроводниками, но при очень низких температурах.

Самой высокой критической температурой среди чистых веществ обладает ниобий ($T_к = 9{,}22\,°K$), а наиболее низкой — иридий ($T_к = 0{,}140\,°K$).

Критическая температура зависит не только от химического состава вещества, но и от структуры самого кристалла. Известно, что кристаллы многих веществ могут существовать в различных модификациях. Эти модификации отличаются своими физическими свойствами. Так, например, серое олово является полупроводником, а белое олово — металлом,

способным к тому же при температуре, равной 3,72 °К, переходить в сверхпроводящее состояние. Существуют две различные кристаллические модификации лантана (α-La и β-La), причем каждая из них характеризуется своей критической температурой (для α-La $T_к = 4{,}8$ °К, для β-La $T_к = 5{,}95$ °К). Бериллий интересен тем, что он является сверхпроводником только в том случае, если образец приготовлен в виде тонкой пленки. Некоторые элементы становятся сверхпроводящими лишь при высоком давлении (например, Ba становится сверхпроводником с $T_к \approx 5$ °К под давлением ~ 150 *кбар*).

Таблица 1

Элемент	$T_к$, °К	$H_{к\,0}$, *гс*	Элемент	$T_к$, °К	$H_{к\,0}$ *гс*
Алюминий	1,19	99	Протактиний	1,3	—
Ванадий	5,3	1370	Ртуть-α	4,15	411
Вольфрам	0,012	1070	Ртуть-β	3,95	340
Галлий	1,09	51	Рений	1,7	198
Индий	3,40	293	Рутений	0,5	66
Иридий	0,14	20	Свинец	7,2	803
Кадмий	0,55	30	Тантал	4,39	830
Лантан-α	4,8	—	Технеций	7,8	1410
Лантан-β	5,9	1600	Торий	1,37	162
Молибден	0,92	—	Титан	0,39	100
Ниобий	9,2	1944	Таллий	2,39	171
Осмий	0,65	65	Уран	0,2	—
Олово-α	3,72	309	Цинк	0,9	53
Олово-β	5,3	—	Цирконий	0,55	47

Из сказанного следует, что сверхпроводимость является свойством не отдельных атомов, а представляет собой коллективный эффект, связанный со структурой всего образца.

Можно было бы ожидать, что такие хорошие проводники, как медь, золото, серебро, у которых в обычных условиях сопротивление и так мало́, легче других веществ переходят в состояние сверхпроводимости. Однако на опыте наблюдается совсем другая картина. Именно в этих металлах сверхпроводимость не обна-

ружена. Позже мы вернемся к этой любопытной закономерности. Сейчас только отметим, что ее важность отмечалась физиками задолго до создания теории сверхпроводимости. Так, в книге Я. Г. Дорфмана и И. К. Кикоина «Физика металлов» *), вышедшей свыше 40 лет тому назад, читаем: «То обстоятельство, что ни Ag, ни Cu, ни другие наилучшие проводники не переходят в сверхпроводящее состояние, но, наоборот, ... плохие проводники... обладают этой удивительной особенностью, свидетельствует о том, что механизм сверхпроводимости совершенно отличен от механизма обычной проводимости».

Основную часть сверхпроводников составляют не чистые вещества, а сплавы и соединения. В настоящее время насчитывается более 1000 сверхпроводящих материалов, причем это число все время увеличивается. Существуют сверхпроводящие сплавы (например, CuS, Au_2Bi), компоненты которых порознь не обнаруживают в обычных условиях свойства сверхпроводимости, что только лишний раз подчеркивает коллективный характер эффекта. В сплавах так же, как и в чистых веществах, критическая температура зависит от кристаллической модификации. Так, один и тот же сплав Bi_2Pd может иметь две критические температуры (1,70 и 4,25 °К), довольно сильно отличающиеся друг от друга, в зависимости от структуры кристаллической решетки. Если в состав сплава входит по крайней мере хоть один сверхпроводящий элемент, то критическая температура сплава оказывается отличной от критической температуры компонентов сплава и часто оказывается выше нее. Много сверхпроводящих сплавов и соединений было открыто Н. Е. Алексеевским с сотрудниками, Маттиассом (США) и др.

Самые высокие температуры, при которых имеет место эффект сверхпроводимости, наблюдаются именно в сплавах. Долгие годы «рекордсменом» был сплав ниобия с оловом, критическая температура которого равна 18,1 °К. Однако в 1967 г. было синтезировано сложное соединение $Nb_3Al_{0,75}Ge_{0,25}$, сохраняющее свойство сверхпроводимости вплоть до 20,1 °К. Недав-

*) Я. Г. Дорфман, И. К. Кикоин. Физика металлов. ГТТИ, 1933.

но, в 1973 г., был побит и этот рекорд. Пленка, приготовленная из соединения Nb_3Ge, переходит в состояние сверхпроводимости при 22,3 °К. Это значение $T_к$ является в настоящее время наибольшим, хотя вполне возможно, что к моменту выхода этой книги оно перестанет быть таковым. Поиски новых сверхпроводящих сплавов ведутся сейчас очень интенсивно. Существует надежда на создание вещества, обнаруживающего сверхпроводимость при более высоких (может быть, даже комнатных) температурах.

Сверхпроводник в магнитном поле

В 1933 г. Мейсснером и Оксенфельдом было открыто одно из наиболее фундаментальных свойств сверхпроводников (эффект Мейсснера). Оказалось, что магнитное поле не проникает в толщу сверхпроводящего образца. Если мы исследуем этот образец при температурах более высоких, чем $T_к$, то в нем, как и во всяком нормальном металле, помещенном во внешнем поле, напряженность будет отличной от нуля. Не выключая внешнего магнитного поля, начнем постепенно понижать температуру. Тогда окажется, что в момент перехода в сверхпроводящее состояние магнитное поле вытолкнется из образца (рис. 1) и станет справедливым равенство $\boldsymbol{B} = 0$ ($\boldsymbol{B}$ — магнитная индукция, равная, по определению, средней напряженности магнитного поля в веществе).

Как известно, металлы, за исключением ферромагнетиков, в отсутствие внешнего магнитного поля обладают нулевой магнитной индукцией. Это связано с тем, что магнитные поля элементарных токов, которые всегда имеются в веществе, взаимно компенсируются ввиду полной хаотичности их расположения. При включении внешнего поля $\boldsymbol{H}$ в веществе появляется отличная от нуля индукция $\boldsymbol{B}$, равная $\boldsymbol{B} = \mu\boldsymbol{H}$.

Коэффициент μ называется магнитной проницаемостью вещества. При $\mu > 1$ (парамагнитные вещества) происходит усиление внешнего поля. В диамагнетиках ($\mu < 1$) наблюдается ослабление приложенного поля и $\boldsymbol{B} < \boldsymbol{H}$. В сверхпроводниках $\boldsymbol{B} = 0$, что соответствует нулевой магнитной проницаемости. Имеет место, как говорят, эффект идеального диамагнетизма.

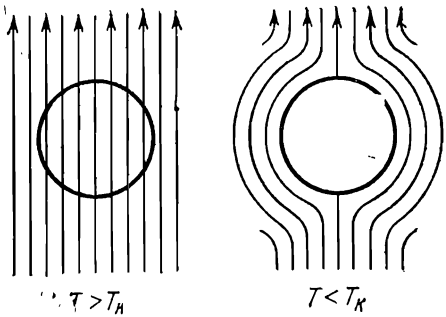

Рис. 1. Эффект Мейсснера.

Как возникает у сверхпроводников идеальный диамагнетизм? Оказывается, что если сверхпроводящий образец поместить во внешнее поле, то в поверхностном слое металла возникает стационарный электрический ток, собственное магнитное поле которого противоположно приложенному полю, что в результате и приводит к нулевому значению индукции в толще образца.

Внешнее магнитное поле, вызывающее стационарный электрический ток, как известно, никакой работы над заряженными частицами не совершает. Электрическое поле, которое в обычных металлах совершает работу и тем самым может поддерживать постоянство электрического тока, в данном случае отсутствует. Следовательно, идеальный диамагнетизм сверхпроводников означает возможность протекания поверхностного стационарного тока, не испытывающего электрического сопротивления. Наличие сопротивления привело бы к тепловым потерям и — в отсутствие электрического поля — к быстрому затуханию тока.

Эффект Мейсснера и явление сверхпроводимости, т. е. полное отсутствие сопротивления, тесно связаны между собой и являются следствием общей закономерности, которую и установила теория сверхпроводимости.

Существование стационарных сверхпроводящих токов обнаруживается при следующем замечательном эксперименте. Если над металлическим кольцом, в котором циркулирует такой ток, поместить

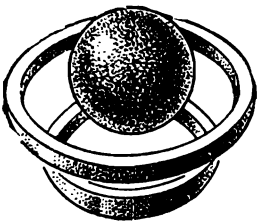

Рис. 2. Диамагнитный эффект.

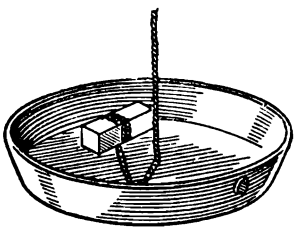

Рис. 3. Механическое отталкивание постоянного магнита («гроб Магомета»).

сверхпроводящую сферу, то на ее поверхности индуцируется сверхпроводящий ток. Его возникновение вследствие диамагнитного эффекта приведет к появлению сил отталкивания между кольцом и сферой. В результате сфера оказывается висящей над кольцом (рис. 2) на высоте, определяемой равенством силы отталкивания и веса сферы. Подобный эффект механического отталкивания наблюдается и в том случае, когда над сверхпроводящим кольцом помещается постоянный магнит (рис. 3), без видимой поддержки висящий над кольцом, в котором циркулируют индуцированные магнитом незатухающие сверхпроводящие токи.

Это явление, получившее шуточное название «гроб Магомета» (по преданию, гроб Магомета висел в пространстве без всякой поддержки), впервые наблюдалось В. К. Аркадьевым.

Магнитное поле, как отмечалось выше, не проникает в толщу сверхпроводящего образца. Это не относится к поверхностному слою, в котором наблюдается отличная от нуля напряженность магнитного поля. Именно в этом слое и протекают незатухающие токи, которые могут экранировать от влияния внешнего поля области, удаленные от поверхности.

Глубина проникновения поля δ, определяемая толщиной слоя, в котором значение магнитного поля существенно отличается от нуля, является одной из основных характеристик сверхпроводника. В случае экспоненциального спадания поля внутрь образца под глубиной проникновения понимается расстояние, на котором напряженность убывает в e раз. Обычно глу-

бина проникновения составляет несколько сот ангстрем. Поле, таким образом, проникает внутрь образца на расстояние, равное нескольким сотням межатомных расстояний (напоминаем, что период решетки кристалла составляет величину порядка 10^{-8} *см*).

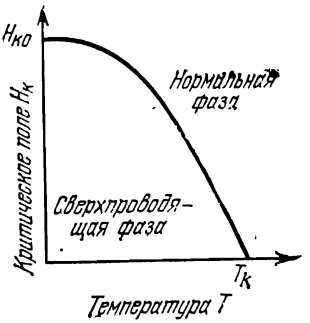

Рис. 4. Зависимость критического поля от температуры.

Поверхностный слой сверхпроводника обладает особыми свойствами, связанными с отличной от нуля напряженностью магнитного поля в нем. Эти свойства оказываются очень существенными для решения вопроса о возможности получения сверхпроводников с высокими критическими полями (см. ниже).

Если мы начнем увеличивать напряженность внешнего поля, в котором находится образец, имеющий форму бесконечного сплошного цилиндра (ось цилиндра направлена по полю), то при некотором ее значении, называемом критическим полем $H_к$, сверхпроводимость разрушается и образец переходит в нормальное состояние. Критическое поле зависит от температуры. Чем ближе мы подходим к критической температуре, тем меньше величина $H_к$ и тем легче разрушается состояние сверхпроводимости. На рис. 4 показано, как с ростом температуры изменяется величина критического поля. Наиболее устойчиво сверхпроводящее состояние при абсолютном нуле; значение $H_к$, соответствующее $T = 0$, максимально. При $T = T_к$ величина критического магнитного поля, естественно, обращается в нуль. Зависимость $H_к(T)$ (рис. 4) приближенно выражается формулой

$$H_к(T) = H_{к0}\left[1 - \left(\frac{T}{T_к}\right)^2\right], \qquad (I.1)$$

где $H_{к0}$ — значение критического поля при нулевой температуре. В табл. 1 приведены значения критических полей $H_{к0}$ для чистых веществ.

Таким образом, металл можно перевести из сверхпроводящего в нормальное состояние, не повышая его температуры, а воздействуя на сверхпроводник магнитным полем. На первый взгляд может показаться, что ток в сверхпроводнике идеально подходит для получения сильных магнитных полей. Действительно, если используется обычный проводник, то большая часть мощности тока уходит на тепловые потери, а при увеличении тока, к которому приходится прибегать для получения очень сильных магнитных полей, металл может просто расплавиться. В сверхпроводниках же из-за отсутствия сопротивления этой опасности нет. Поэтому, казалось бы, при увеличении сверхпроводящего тока мы можем получить любое требуемое значение индукции магнитного поля. Однако, как только поле достигает значения $H_к$, сверхпроводимость разрушается, и поэтому дело обстоит не так просто. Тем не менее, был обнаружен класс веществ, сохраняющих свойство сверхпроводимости в мощных магнитных полях и при сильных токах. Но об этой, весьма важной для практических применений особенности сверхпроводящих сплавов мы подробно поговорим ниже.

Тепловые свойства

Теплоемкость металла складывается из электронной теплоемкости и теплоемкости кристаллической решетки. При низких температурах основной вклад в теплоемкость металла вносит электронная система. Электронная теплоемкость нормального металла с понижением температуры убывает по линейному закону $c_e \sim T$ (подробнее см. приложение). Теплоемкость же решетки $c_{реш}$ убывает гораздо резче ($\sim T^3$) и при низких температурах не играет существенной роли.

В сверхпроводниках картина оказывается существенно иной. Электронная теплоемкость c_{es} убывает с понижением температуры и при $T \to 0$ стремится к нулю, но не по степенному, а, как показывает эксперимент, по экспоненциальному закону (рис. 5). Этот закон может быть записан в виде:

$$\frac{c_{es}}{\alpha T_к} = ae^{-b\frac{T_к}{T}},$$

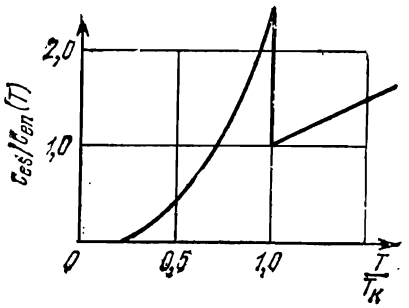

Рис. 5. Скачок теплоемкости.

где a и b — постоянные, не зависящие от температуры величины. Теплоемкость сверхпроводников оказывается, таким образом, меньше теплоемкости нормального металла, взятого при той же температуре.

Сверхпроводящие вещества весьма чувствительны к процессам теплообмена и способны, например, к сильному охлаждению при довольно малых потерях тепла.

Когда температура сверхпроводника становится равной критической, происходит переход в нормальное состояние, и теплоемкость начинает меняться по линейному закону. Однако переход этот не является непрерывным. При $T = T_к$ наблюдается скачок теплоемкости (рис. 5), причем $c_{es}(T_к)$ оказывается превосходящей $c_{en}(T_к)$ примерно в два с половиной раза. Отдельные сверхпроводники отличаются друг от друга величиной скачка, но сам факт его существования является их универсальным свойством.

Весьма своеобразными закономерностями описывается в сверхпроводниках явление теплопроводности. При наличии градиента температуры dT/dx металл не находится в состоянии теплового равновесия. В образце возникает тепловой поток Q, пропорциональный созданному температурному градиенту. Связь между ними записывается в виде $Q = -\varkappa dT/dx$, где $\varkappa$ — коэффициент теплопроводности, зависящий от рода вещества и от температуры. Зависимость $\varkappa(T)$ хорошо исследована на опыте, причем имеется много данных, описывающих как нормальные, так и сверхпроводящие вещества.

Следует различать теплопроводность, связанную с движением электронов, и тепловой поток в решетке кристалла. Коэффициент теплопроводности $\varkappa$ можно представить в виде суммы $\varkappa = \varkappa_{эл} + \varkappa_{реш}$. Электронная теплопроводность была бы бесконечной, если бы электроны не рассеивались тепловыми колебаниями решетки, примесями и другими электронами. Это положение аналогично утверждению о бесконечной электрической проводимости в отсутствие столкновений. Существует, таким образом, несколько механизмов теплопроводности, связанных с различными видами рассеяния. При этом результирующая электронная теплопроводность $\varkappa_{эл}$ вычисляется по правилу

$$\frac{1}{\varkappa_{эл}} \simeq \frac{1}{\varkappa_{эл.\,реш}} + \frac{1}{\varkappa_{эл.\,п}} \qquad (I.\,2)$$

($\varkappa_{эл.реш}$ связан с взаимодействием электронов с решеткой, $\varkappa_{эл.п}$ описывает рассеяние их примесями), аналогичному известному закону, по которому вычисляется электрическое сопротивление системы параллельно соединенных проводников.

Существует также несколько механизмов, определяющих решеточную теплопроводность металла. В образцах, содержащих малые концентрации примеси, основную роль играет электронная теплопроводность, зависящая (в нормальном металле) от температуры по закону

$$\frac{1}{\varkappa_{эл}} = aT^2 + \frac{b}{T}. \qquad (I.\,3)$$

Слагаемые в правой части этой формулы соответствуют $\varkappa^{-1}_{эл.\,реш}$, $\varkappa^{-1}_{эл.\,п}$, фигурирующим в (I. 2).

При достаточно большой концентрации примеси $\varkappa_{эл}$ становится малой величиной, и основную роль начинает играть решеточная теплопроводность, причем $\varkappa_{реш} \sim T^2$.

Изложенная выше картина теплопроводности рассмотрена подробно в квантовой теории металлов и достаточно хорошо согласуется с экспериментальными данными. В сверхпроводниках действуют все изложенные механизмы теплопроводности, однако темпе-

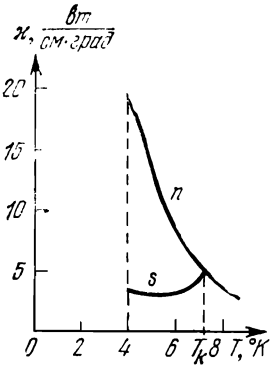

Рис. 6. Теплопроводность чистого свинца в сверхпроводящем и нормальном состояниях.

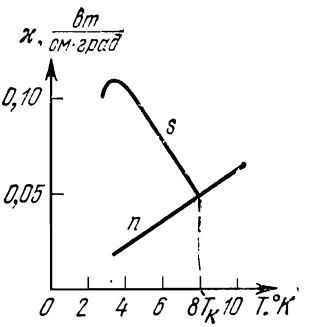

Рис. 7. Решеточная теплопроводность в нормальном и сверхпроводящем состояниях.

ратурная зависимость эффекта оказывается совершенно иной.

На рис. 6 приведены кривые, описывающие температурную зависимость теплопроводности чистого свинца ($T_к > T \gtrsim T_к/2$) в нормальном (n) и сверхпроводящем (s) состояниях. В первом случае отмечается рост теплопроводности с понижением температуры, в сверхпроводниках же, наоборот, величина $\varkappa$ уменьшается с понижением температуры в основном по экспоненциальному закону.

Весьма своеобразна картина теплопроводности в сверхпроводящих сплавах, в которых при определенных концентрациях компонентов основную роль играет решеточная теплопроводность (рис. 7). В нормальных образцах теплопроводность падает с понижением температуры, в сверхпроводящем же сплаве, как видно из рисунка, наблюдается рост теплового потока, причем при некоторой температуре величина $\varkappa_{реш}$ достигает максимального значения.

Эти экспериментальные закономерности только лишний раз подчеркивают особый характер сверхпроводящего состояния, физические свойства которого во многих отношениях отличаются от свойств обычного металла.

Таковы основные экспериментальные факты, относящиеся к эффектам теплопередачи в сверхпроводниках. Теоретическое рассмотрение их приводит к так называемой «двухжидкостной» модели сверхпроводника.

При переходе металла в сверхпроводящее состояние скачком обращается в нуль электрическое сопротивление. Это означает, что электронная жидкость перемещается при этом без трения, не обменивается энергией с решеткой кристалла. Сверхпроводящий ток, как мы уже отмечали выше, не связан с выделением теплоты. Поэтому, казалось бы, электронная теплопроводность в сверхпроводящем состоянии должна равняться нулю. Тогда при прохождении через критическую температуру должен был бы наблюдаться скачок теплопроводности.

Эксперимент указывает на отсутствие такого скачка. Электронная теплопроводность с понижением температуры убывает, но все же остается отличной от нуля.

В «двухжидкостной» модели (Гортер и Казимир, 1934 г.), разрешающей возникшее противоречие, предполагается, что электронную жидкость в сверхпроводнике можно представить себе как совокупность двух жидкостей — «нормальной» и «сверхпроводящей». «Нормальный» компонент ничем не отличается по своим свойствам от электронной системы обычного образца, «сверхпроводящий» ответствен за аномальные свойства металла. С понижением температуры «сверхпроводящий» компонент возрастает, плотность же «нормальной» электронной жидкости убывает и при нулевой температуре обращается в нуль. В точке же фазового перехода при $T = T_к$ исчезает «сверхпроводящая» часть электронной жидкости. Наличие циркулирующих незатухающих токов связано с движением именно этого компонента. Электронная же теплопроводность $\varkappa_{эл}$, связанная с рассеянием, обусловлена нормальной составляющей.

«Двухжидкостная» модель объясняет, по крайней мере качественно, основные особенности теплопроводности в сверхпроводниках. Если в нормальном металле число электронов, участвующих в теплопередаче, не меняется при изменении температуры, то в сверх-

проводниках ответственный за теплопроводность «нормальный» компонент уменьшается с понижением температуры. Уменьшение числа переносящих энергию носителей естественно приводит к уменьшению $\varkappa_{es}$ с температурой, что и соответствует опытным данным.

Что касается решеточной теплопроводности, то ее в квантовой картине, на языке которой и следует анализировать эффекты при низких температурах, можно представить себе как перенос энергии звуковыми квантами (фононами), описывающими колебательное состояние решетки кристалла. Звуковые кванты подобны фотонам, описывающим в квантовой теории электромагнитные колебания (подробнее о фононах см. приложение). С понижением температуры энергия колебаний решетки уменьшается, что и приводит в нормальном металле к падению при $T \to 0$ решеточной теплопроводности. Сверхпроводящий переход не меняет состояния кристаллической решетки. Число фононов убывает с понижением температуры так же, как в нормальном металле, и поэтому, казалось бы, следовало ожидать аналогичного падения $\varkappa_{реш}$. Однако уменьшение «нормального» электронного компонента, с которым при температурах, не очень близких к нулю, в основном и взаимодействуют фононы, существенно осложняет картину. Убывание числа фононов сопровождается гораздо более эффективным увеличением длины их свободного пробега, что и приводит к наблюдаемому в сплавах росту решеточной теплопроводности (рис. 7). Рост этот продолжается до тех пор, пока длина пробега, связанная с рассеянием на электронах, не станет больше длины пробега, обусловленной взаимодействием фононов с примесями и с границами кристалла. Тогда последний вид рассеяния начинает играть основную роль, и $\varkappa_{реш}$ падает из-за уменьшения при $T \to 0$ числа фононов. При переходе $\varkappa_{реш}$ от возрастания к убыванию естественно наблюдается максимум, наблюдаемый экспериментально (рис. 7).

Таким образом, мы видим, что подход, основанный на использовании «двухжидкостной» модели, является весьма плодотворным, и на его основе можно объяснить довольно сложные данные эксперимента. Мы не случайно при использовании основных положений

этой модели ставили слова «нормальная» и «сверхпроводящая» в кавычки. Дело в том, что наличие таких двух компонентов ни в коем случае нельзя трактовать как реальное деление всей электронной системы металла на две части, нормальную и сверхпроводящую. Каждый отдельно взятый электрон не может быть ни нормальным, ни сверхпроводящим. Сверхпроводимость представляет собой коллективный квантовый эффект, и правильнее говорить не о двух частях электронной жидкости, а о двух типах движений, которые могут в ней существовать. К «двухжидкостной» модели и следует относиться как к удобному методу, позволяющему наглядно представить сложные процессы, происходящие в сверхпроводящем состоянии. Этот метод должен быть обоснован в теории сверхпроводимости *), к рассмотрению основных положений которой мы перейдем в дальнейшем.

Изотопический эффект

Мы рассмотрим в этом разделе эффект, открытие которого сыграло, пожалуй, решающую роль при построении теории сверхпроводимости. Все изложенные выше экспериментальные факты, несмотря на их своеобразие, давали все же мало материала для понимания природы явления сверхпроводимости, хотя и экспериментаторы, и теоретики всячески старались обнаружить направление, в котором бы следовало искать объяснение этого загадочного явления.

Значение изотопического эффекта, открытого в 1950 г. (Максвелл, Рейнольдс), состоит как раз в том, что он указывает это направление.

Исследование различных сверхпроводящих изотопов ртути привело к установлению связи между критической температурой и массой изотопов; оказалось, что при изменении массового числа M от 199,5 до 203,4 наблюдается изменение $T_к$ от 4,185 до 4,140 °К. С достаточной точностью удалось установить справедливость (для определенного элемента) следующей формулы:

$$T_к M^{1/2} = \text{const}.$$

*) Подробнее см. Б. Т. Гейликман, В. З. Кресин. Кинетические и нестационарные явления в сверхпроводниках. «Наука», 1972.

О чем говорит этот результат? Масса изотопа является характеристикой решетки кристалла и может влиять на ее свойства. Так, например, частота решеточных колебаний, как известно, связана с массой ионов соотношением $\omega \sim M^{-1/2}$. Сверхпроводимость, которая является свойством электронной системы металла, оказывается связанной ввиду обнаружения изотопического эффекта с состоянием кристаллической решетки. Следовательно, возникновение эффекта сверхпроводимости обусловлено взаимодействием электронов с решеткой кристалла. Интересно, что именно это взаимодействие ответственно за появление электрического сопротивления. При определенных условиях оно должно приводить к его отсутствию, т. е. к эффекту сверхпроводимости.

Изотопический эффект, как мы уже отмечали, был обнаружен сначала при исследовании ртути. Позднее он был установлен и для многих других элементов. Вскоре после его открытия и была разработана теория сверхпроводимости. Любопытно, что именно ртуть явилась тем веществом, с помощью которого экспериментаторы сделали фундаментальные открытия в физике низких температур. К ним относятся обнаружение явления сверхпроводимости (1911 г.) и изотопический эффект (1950 г.), позволивший прийти к правильному пониманию природы сверхпроводящего состояния, долгое время остававшегося совершенно загадочным.

Теория сверхпроводимости

В 1957 г. Бардином, Купером, Шриффером была построена последовательная теория сверхпроводящего состояния (теория БКШ). Отличный от развитого в теории БКШ новый метод в теории сверхпроводимости был разработан Н. Н. Боголюбовым. Загадка сверхпроводимости была решена. Стала понятной природа эффекта, его основные особенности, которые, как и следовало ожидать, носят квантовомеханический характер.

Открытие изотопического эффекта явно указывало на то, что при объяснении явления сверхпроводимости необходимо учитывать взаимодействие электронов с решеткой кристалла. Оказывается, оно приводит к некоторому эффективному взаимодействию между элек-

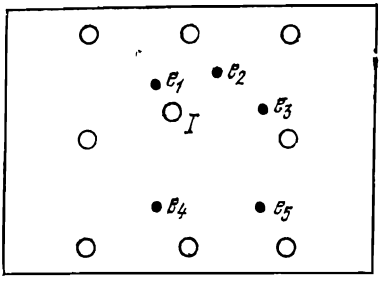

Рис. 8. Механизм дополнительного межэлектронного взаимодействия. Электрон e_1 вызывает смещение иона I, что сказывается на состоянии других электронов.

тронами. Природа этого взаимодействия такова: электрон, движущийся в металле, электрическими силами деформирует — поляризует — кристаллическую решетку (рис. 8). Вызванное таким образом смещение ионов решетки отражается на состоянии другого электрона, поскольку он теперь оказывается в поле поляризованной решетки, несколько изменившей свою периодическую структуру. Таким образом, кристаллическая решетка играет роль промежуточной среды, наличие которой приводит к межэлектронному притяжению.

Наглядно появление сил притяжения можно представить себе следующим образом. В результате деформации решетки электрон оказывается окруженным «облаком» положительного заряда, притягивающегося к электрону. Величина этого положительного заряда может превышать электронный заряд. Тогда такой электрон вместе с окружающим его «облаком» представляет собой положительно заряженную систему, которая будет притягиваться к другому электрону.

При высоких температурах достаточно интенсивное тепловое движение отбрасывает частицы друг от друга, размывает ионную «шубу», что фактически уменьшает силы притяжения. При низких же температурах силы притяжения играют очень важную роль.

Возникновение межэлектронного притяжения не противоречит законам физики. Дело в том, что два электрона, несомненно, отталкиваются друг от друга, если находятся в пустоте. В среде же сила их взаимодействия равна $F = e_1 e_2/\varepsilon r^2$ (ε — диэлектрическая проницаемость среды). Если среда такова, что $\varepsilon < 0$, то одноименные заряды (в данном случае электроны) будут притягиваться.

Кристаллическая решетка и является той средой, которая делает отрицательной диэлектрическую проницаемость в сверхпроводнике.

Появление дополнительного межэлектронного притяжения может быть описано и в квантовой картине. Рассмотрим металл при $T = 0\,°K$. Его кристаллическая решетка (см. приложение) не находится в состоянии абсолютного покоя, а совершает так называемые «нулевые» колебания, существование которых связано с квантовомеханическим соотношением неопределенностей и соответствует основному состоянию гармонического осциллятора. Электрон, движущийся в кристалле, нарушает режим этих «нулевых» колебаний и переводит решетку в возбужденное состояние. Обратный переход ее сопровождается излучением энергии, которая поглощается другим электроном. Возбужденное состояние кристаллической решетки описывается с помощью звуковых квантов — фононов. Поэтому описанный выше процесс можно представить себе как излучение фонона электроном, движущимся в решетке, и последующее поглощение фонона другим электроном. Обмен фононами и создает в квантовой картине дополнительное притяжение между электронами.

При низких температурах это притяжение у ряда веществ (они и оказываются сверхпроводниками) преобладает над кулоновским электронным отталкиванием. При этом электронная система превращается в связанный коллектив, и для того, чтобы возбудить ее, требуется затрата конечной энергии. Энергетический спектр электронной системы (подчеркнем, что речь идет не об энергии отдельных электронов, а об энергии всей системы связанных электронов, рассматриваемой как целое) в этом случае не будет непрерывным. Возбужденное состояние отделено от основного некоторым энергетическим интервалом, или, как говорят, энергетической щелью Δ.

Электрическое сопротивление металла обусловлено, как известно, взаимодействием движущейся электронной системы (т. е. электрического тока) с колебаниями кристаллической решетки или с примесями. Ясно, однако, что при наличии щели в энергетическом спектре квантовые переходы электронной

жидкости не всегда будут возможными. Электронная система не будет возбуждаться при малых скоростях своего движения, что и означает движение без трения, т. е. отсутствие электрического сопротивления.

Если же ток превышает некоторое критическое значение (критический ток), то свойство сверхпроводимости исчезает.

Взаимодействие электронов с кристаллической решеткой — один из основных механизмов электрического сопротивления в обычном металле. Замечательно, что именно это взаимодействие при определенных условиях приводит к отсутствию сопротивления, к сверхпроводимости. Поэтому и не кажется странным поведение таких металлов, как золото, серебро, медь, о которых мы говорили в начале статьи. Эти металлы являются в обычных условиях прекрасными проводниками тока, однако сверхпроводимость в них не наблюдается. Но ведь хорошая проводимость говорит о малой величине электрического сопротивления и, таким образом, о весьма слабом взаимодействии электронов с решеткой. Такое слабое взаимодействие и не создает вблизи абсолютного нуля достаточного межэлектронного притяжения, способного преодолеть кулоновское отталкивание. Поэтому и не происходит переход в сверхпроводящее состояние.

Эффект сверхпроводимости возникает, таким образом, благодаря притяжению, существующему между электронами. Это притяжение характеризуется определенными закономерностями. Предположим, что нас интересует поведение какого-нибудь электрона, находящегося в сверхпроводнике. Оказывается, что этот электрон будет неодинаково притягиваться ко всем остальным электронам. Им будет «выбран» один определенный электрон (в частности, этот «выбранный» электрон будет иметь противоположный импульс), и взаимодействие этой пары будет наиболее сильным. Электронную систему в сверхпроводнике можно представить состоящей из связанных пар таких электронов, а возбуждение электронной системы — как разрыв такой пары.

Состояние электронов в металле непрерывно меняется, и поэтому постоянно меняются наборы пар. Можно представить, что электроны в сверхпроводнике

собрались на огромный праздничный бал и исполняют танец, во время которого происходит постоянная смена партнеров.

Электронные пары часто называют куперовскими, по имени Купера, впервые показавшего, что слабое притяжение между электронами в металле приводит к их связанному состоянию.

Особо следует остановиться на вопросе о размере электронной пары. Он составляет величину порядка $\xi_0 \sim 10^{-4}$ *см*. Для сравнения вспомним, что период кристаллической решетки примерно $\sim 10^{-8}$ *см*, так что электроны, входящие в пару, находятся друг от друга на огромном расстоянии в 10^4 периодов решетки. И тем не менее именно они наиболее сильно притягиваются друг к другу. Если состояние одного из электронов, входящих в пару, меняется под действием какой-нибудь силы (например, под влиянием магнитного поля), то это изменение сразу же скажется на поведении другого электрона. В сверхпроводниках наблюдается редчайший в неживой природе пример дальней связи.

Электроны в металле при абсолютном нуле температуры принимают значение энергии, достигающие $\mathscr{E}_F$ ($\mathscr{E}_F$ — уровень Ферми). Равенство $\mathscr{E}(p) = \mathscr{E}_F$ определяет в p-пространстве так называемую поверхность Ферми. В простейшем случае, когда $\mathscr{E} = p^2/2m^*$ (m^* — так называемая эффективная масса электрона, см. приложение), поверхность Ферми представляет собой сферу.

Сверхпроводимость обусловлена взаимодействием электронов с решеткой кристалла. Энергия фонона $\hbar\omega$, описывающего колебательные уровни решетки, не может быть сколь угодно большой (см. приложение). Это связано с тем, что значения длины звуковой волны ограничены в кристалле снизу величиной, приближенно равной периоду решетки. Максимальная энергия фонона соответствует в температурной шкале дебаевской температуре Θ. Поэтому переходить в связанное состояние в сверхпроводнике могут лишь электроны, расположенные вблизи уровня Ферми в слое толщиной $\hbar\tilde{\omega}$ ($\tilde{\omega}$ — средняя частота колебаний фонона). Для сравнения отметим, что $\hbar\tilde{\omega} \approx 10^2$ °K, а $\mathscr{E}_F \approx 10^4$ °K. Наличие притяжения приводит к

перестройке поверхности Ферми, связанной с появлением энергетической щели. Если в нормальном металле электронная энергия, отсчитанная от значения $\mathscr{E}_F$, равна $\xi = p^2/2m^* - \mathscr{E}_F$*), т. е. может быть сколь угодно малой величиной, то в сверхпроводниках она описывается выражением $\mathscr{E} = \sqrt{\xi^2 + \Delta^2}$. Из этой формулы видно, что минимальная энергия, соответствующая $\xi = 0$, отлична от нуля и равна Δ.

В дальнейшем важную роль сыграл новый метод рассмотрения сверхпроводящего состояния, разработанный Л. П. Горьковым**). Метод Горькова в настоящее время используется в большинстве теоретических работ.

Конечные температуры

Выше мы пренебрегали тепловым движением электронов, т. е. рассматривали по существу сверхпроводник при $T = 0\,°\mathrm{K}$. Хаотическое тепловое движение приводит к возбуждению электронной системы и ослабляет притяжение между электронами.

Слабо возбужденное состояние системы, состоящей из большого числа частиц, может быть описано с помощью метода элементарных возбуждений, или квазичастиц (см. приложение).

В сверхпроводнике при температурах, отличных от нуля, появляются квазичастицы, которые могут менять свою энергию на сколь угодно малую величину и ведут себя поэтому как обычные электроны. Они описываются обычным распределением Ферми—Дирака, но с несколько иным выражением для энергии, а именно:

$$n = \frac{1}{e^{\mathscr{E}/kT} + 1}, \qquad (\mathrm{I}.4)$$

где $\mathscr{E} = \sqrt{\xi^2 + \Delta^2(T)}$; $\Delta(T)$ — энергетическая щель при данной температуре. При $T \to T_к$ $\Delta = 3{,}06\sqrt{1 - T/T_к}$.

Мы видим, что число квазичастичных возбуждений с данной энергией ввиду наличия слагаемого, содержащего $\Delta(T)$, меньше соответствующего числа

*) Не смешивать ξ с размером электронной пары ξ_0.

**) См. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, Методы квантовой теории поля в статистической физике. Физматгиз, 1962.

электронов в нормальном металле. При $T \to 0$ это число стремится к нулю. При температуре, близкой к нулевой, n — экспоненциально малая величина, а при $T \geqslant T_к$, когда $\Delta = 0$, функция (I. 4) переходит в выражение, описывающее обычные электроны в нормальном металле (см. приложение). При температурах, меньших критической, полное число квазичастиц, которые обычно называются просто «нормальными» электронами, меньше полного числа электронов. Таким образом, мы приходим к «двухжидкостной» модели, согласно которой в сверхпроводнике с разделенными энергетической щелью основным и возбужденным состояниями имеются «нормальные» электроны, описываемые квазичастицами, и «сверхпроводящий» компонент.

Описание с помощью квазичастиц означает, что разделению электронной системы на «нормальный» и «сверхпроводящий» компоненты нельзя придавать буквальный смысл. Электроны в сверхпроводнике не делятся на «нормальные» и «сверхпроводящие». Тепловое движение при конечных температурах приводит к ослаблению сверхпроводящего упорядочения электронов, что и описывается с помощью квазичастиц. Квазичастицы характеризуют «нормальное» движение в сверхпроводнике, определяют энтропию этого движения, обладающего свойствами «нормальной» электронной жидкости.

Метод квазичастиц позволяет, таким образом, обосновать «двухжидкостную» модель и основанную на ее представлениях картину теплопередачи в сверхпроводящем состоянии (см. выше, стр. 18). Количественный расчет, проведенный в рамках современной теории сверхпроводимости (Б. Т. Гейликман), хорошо согласуется с экспериментальными данными. Например, электронная теплопроводность в сверхпроводниках, содержащих небольшие концентрации атомов примеси, описывается формулой

$$\frac{\varkappa_s}{\varkappa_n} = \frac{6}{\pi^2}\left\{\frac{\Delta^2/T}{e^{\Delta/T}+1} + 2T\sum_{s=1.2\ldots}^{\infty}\frac{(-1)^{s+1}}{s^2}e^{-s\Delta/T} + \right.$$

$$\left. + 2\Delta\ln\left(1+e^{-\Delta/T}\right)\right\}.$$

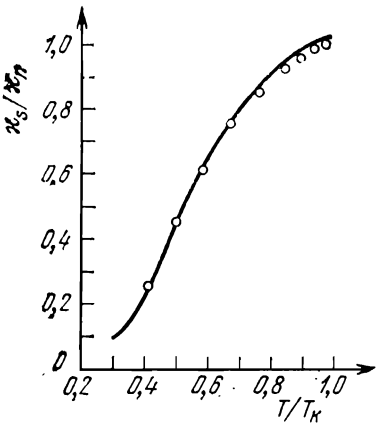

Рис. 9. Зависимость отношения $\varkappa_s/\varkappa_n$ от температуры. Экспериментальные данные получены при исследовании теплопроводности таллия; сплошная кривая — теоретическая.

Видно, что это отношение оказывается универсальной функцией температуры ($\varkappa_s$ и $\varkappa_n$ — коэффициенты теплопроводности соответственно в сверхпроводящем и нормальном состояниях). Рис. 9 показывает хорошее согласие теории и экспериментальных данных.

В сверхпроводниках с высоким содержанием атомов примеси основную роль играет тепловой поток в решетке кристалла, возрастающий, как показывает теория, по экспоненциальному закону с понижением температуры (см. рис. 7) и проходящий затем через максимум.

Теория сверхпроводимости позволяет описать и температурную зависимость электронной теплоемкости сверхпроводника (см. стр. 14). Поскольку число квазичастиц, а ведь именно они ведут себя как «нормальные» электроны, экспоненциально уменьшается с температурой, то и электронная теплоемкость сверхпроводника стремится к нулю при $T \to 0$ по экспоненциальному закону. При $T = T_к$ теория

предсказывает скачок теплоемкости $c_s(T_к)/c_n(T_к)$, действительно наблюдаемый на опыте.

Щель $\Delta(T)$ с ростом температуры уменьшается. Критическая температура характеризует обращение этого параметра в нуль. Для величины $T_к$ в теории получена следующая формула *):

$$T_к = 1{,}14\hbar\omega e^{-1/\rho}, \qquad (I.5)$$

где ρ — константа связи, определяющая межэлектронное притяжение, $\hbar\tilde{\omega}$ — средняя энергия фононов, по порядку величины равная Θ (Θ — дебаевская температура).

Из формулы (I.5) видно, что критическая температура не может превосходить величину порядка температуры Дебая, т. е. максимальную энергию тех переходов, которые совершает решетка кристалла (подробнее см. приложение).

Экспоненциальный множитель, фигурирующий в правой части (I.5), приводит к значениям критической температуры, приблизительно на порядок меньшим Θ, что и соответствует наблюдаемым значениям $T_к$.

Из формулы (I.5) следует, что $T_к \sim \tilde{\omega}$. Поскольку частота колебаний $\tilde{\omega} \sim M^{-1/2}$, где M — масса иона, то, следовательно, $T_к M^{1/2} = \text{const}$.

Таким образом, естественно объясняется изотопический эффект, открытие которого сыграло столь большую роль при решении загадки сверхпроводимости. Для перехода в сверхпроводящее состояние необходимо, чтобы межэлектронное притяжение преобладало над кулоновским отталкиванием. В настоящее время, к сожалению, еще неизвестен точный критерий сверхпроводимости, устанавливающий, какой должна быть структура и состав образца для того, чтобы в нем преобладал эффект притяжения. Поэтому теория не может точно предсказать, перейдет или нет данное вещество с понижением температуры в сверхпроводящее состояние.

Трудность установления этого критерия связана с очень малой величиной изменения энергии при

*) Температура измеряется в энергетических единицах ($k = 1$).

сверхпроводящем переходе. Разность энергии нормальной и сверхпроводящей фаз, отнесенная к единице объема, равна $H_к^2/8\pi$ ($H_к$ — критическое поле); мы используем известную формулу $w = H^2/8\pi$ для плотности энергии магнитного поля. При $H = H_к$, как отмечалось выше, металл переходит из сверхпроводящего в нормальное состояние. Величина $H_к^2/8\pi$ составляет всего 10^{-8} *эв/атом*, в то время как, например, энергия, связанная с кулоновским межэлектронным взаимодействием, по порядку величины равна 1 *эв/атом*.

Щель в энергетическом спектре

Эффективное межэлектронное притяжение в сверхпроводниках и связанное с ним появление щели в энергетическом спектре позволяет объяснить совокупность экспериментальных фактов, полученных при изучении сверхпроводников, и предсказать ряд новых явлений.

Энергетическая щель в сверхпроводниках непосредственно наблюдается на опыте. При этом не только обнаруживается существование щели в спектре, что само по себе является подтверждением правильности основного положения теории сверхпроводимости, но и измеряется ее величина.

Среди этих экспериментов прежде всего следует отметить измерения, связанные с наблюдением туннельного эффекта (см. приложение). Исследовался переход электронов через тонкий непроводящий слой толщиной ~ 10 Å, разделяющий нормальную и сверхпроводящую пленки. При наличии потенциального барьера, а роль барьера в рассматриваемом случае играет диэлектрический слой, имеется конечная вероятность прохождения электронов через барьер. При этом возникает туннельный электрический ток. Вероятность прохождения отлична от нуля, если электрон попадает в разрешенное состояние, обладающее той же или меньшей, по сравнению с начальной, энергией. На рис. 10 изображена схема туннельного перехода сверхпроводник — нормальный металл.

В нормальном металле заполнены все уровни энергии вплоть до максимальной — $\mathscr{E}_F$, в сверхпроводящем — до $\mathscr{E}_F - \Delta$ (Δ — энергетическая щель). Появление туннельного тока при этом невозможно. Наличие

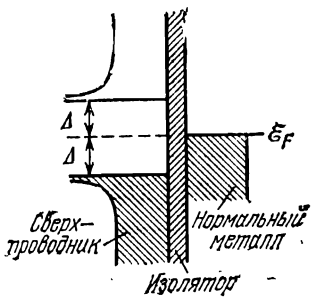

Рис. 10. Туннельный контакт сверхпроводник — нормальный металл (s — n).

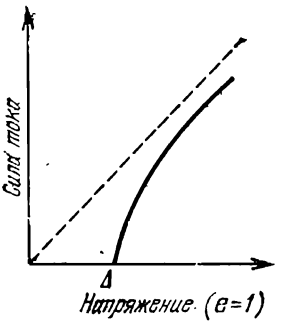

Рис. 11. Вольтамперная характеристика s — n-контакта.

энергетической щели в сверхпроводнике приводит, как видно из рис. 10, к отсутствию соответствующих состояний, между которыми как раз и происходил бы туннельный переход.

Для того чтобы переход мог произойти, необходимо поместить систему во внешнее электрическое поле. В поле вся картина уровней смещается. Эффект становится возможным, если приложенное внешнее напряжение становится равным Δ/e. На рис. 11 изображена соответствующая вольтамперная характеристика (пунктирная линия соответствует контакту двух нормальных металлов). Видно, что туннельный ток появляется только при конечном напряжении, когда величина eU равна энергетической щели. При более высоких значениях напряжения кривая все более приближается к зависимости, характеризующей туннельный переход между двумя нормальными металлами. Впервые описанное явление наблюдалось Гиавером в 1960 г.

Отсутствие туннельного тока при сколь угодно малом приложенном напряжении является опытным доказательством наличия щели в энергетическом спектре сверхпроводника. Сама величина щели может быть измерена с помощью вольтметра и соответствует тому минимальному напряжению, при котором появляется туннельный ток. В табл. 2 приведены измеренные таким образом величины $\Delta(0)/kT_к$ для разных металлов

(данные взяты из работы Н. В. Заварицкого, выполненной в Институте физических проблем АН СССР).

Таблица 2

Элемент	Al	In	Pb	Sn	Теория
$2\Delta(0)/kT_к$	3,37	3,45	4,26	3,47	3,52

Другой метод, позволяющий сделать количественные выводы о величине энергетической щели, связан с эффектом прохождения инфракрасного электромагнитного излучения через тонкие сверхпроводящие пленки. При частотах, удовлетворяющих условию $\hbar\omega = 2\Delta$, наблюдается пик в поглощении длинноволнового электромагнитного излучения, что позволяет определить величину щели. При меньших частотах наблюдается «сверхпрозрачность» образцов. Опыты такого рода были проведены, однако они являются менее надежными по сравнению с туннельными экспериментами, и мы не будем на них подробно останавливаться.

Очень интересны эксперименты, в которых исследуется поглощение ультразвука в сверхпроводнике. В теории оно описывается следующей простой формулой:

$$\frac{\nu_s}{\nu_n} = \frac{2}{e^{\Delta/kT} + 1}, \qquad (I.6)$$

где ν_s и ν_n — коэффициенты электронного поглощения ультразвука соответственно в сверхпроводящем и нормальном состояниях. Формула (I.6) справедлива при условии $\omega \ll 2\Delta/\hbar$ (ω — частота колебаний в звуковой волне).

Из формулы (I.6) видно, что в сверхпроводниках звук поглощается слабее, чем в нормальном металле. При абсолютном нуле $\nu_s = 0$, т. е. поглощение вообще отсутствует. Физически это связано с наличием энергетической щели. Звуковой квант, энергия которого мала, не может перевести в возбужденное состояние электронную систему. При конечной температуре ультразвук поглощается в основном «нормальным»

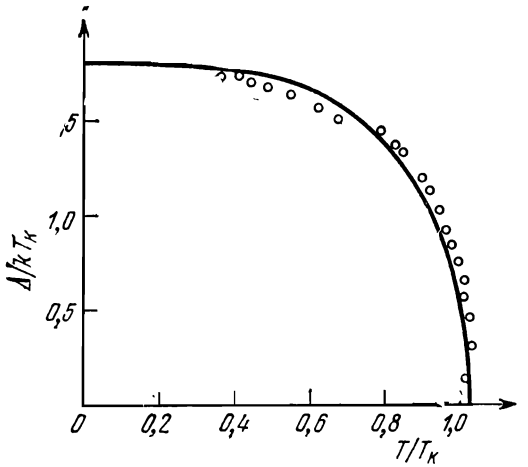

Рис. 12. Зависимость энергетической щели от температуры. Сплошная кривая — теоретическая. Точки соответствуют экспериментальным данным, полученным при исследовании поглощения ультразвука в сверхпроводниках.

компонентом электронной жидкости, но все же наличие щели в энергетическом спектре сверхпроводника приводит к тому, что поглощение в сверхпроводнике вплоть до критической температуры остается меньшим, чем в нормальном металле.

Формула (I.6) позволила произвести следующее экспериментальное исследование. Отношение v_s/v_n измерялось на опыте при различных температурах, и с помощью формулы вычислялась величина энергетической щели, устанавливалась ее температурная зависимость $\Delta(T)$. На рис. 12 приведена кривая $\Delta(T)$, полученная в теории сверхпроводимости. На том же чертеже точками показаны значения $\Delta(T)$, вычисленные на основании экспериментов по поглощению ультразвука в сверхпроводниках. Можно отметить исключительно хорошее согласие теории и эксперимента, которое подтверждает правильность основных положений современной теории сверхпроводимости.

Ультразвуковые измерения позволили детально измерить анизотропию энергетической щели. Анизотропия щели означает зависимость $\Delta(\boldsymbol{p})$ от направления электронного импульса. При введении примесей

анизотропия сглаживается и, как было теоретически доказано Андерсоном, а затем подтверждено экспериментально, при концентрациях, удовлетворяющих условию $l \lesssim \xi_0$ (l — длина пробега электронов, $\xi_0 \approx \approx 10^{-4}$ *см* — размер куперовской пары), щель становится не зависящей от направлений, т. е. полностью изотропной. Таким образом, достаточно малого содержания примесей (при $l \sim \xi_0$ длина пробега в 10^4 превосходит период решетки) для изотропизации щели. Связано это с тем, что энергетическая щель — интегральная характеристика сверхпроводника, отражающая взаимодействие электронов, находящихся далеко друг от друга (на расстоянии ξ_0). Эффект анизотропии щели наблюдается поэтому лишь в очень чистых сверхпроводниках.

Следует отметить, что формула (I.6) справедлива только в обычном случае изотропной щели. Влияние анизотропии щели на поглощение ультразука приводит к более сложным соотношениям.

Сверхпроводимость в полупроводниках

Вопрос о возможности установления в полупроводниках сверхпроводящего состояния давно уже привлекает к себе внимание физиков. Это приводит, во-первых, к увеличению числа сверхпроводящих материалов, а во-вторых, к ряду интересных физических закономерностей, обусловленных специфическими свойствами полупроводников.

В полупроводниках электронная концентрация меньше, чем в металлах, и это обстоятельство препятствует, конечно, образованию связанного состояния, характерного для сверхпроводящей фазы. Однако, с другой стороны, известно, что полупроводники характеризуются обычно большим значением диэлектрической постоянной ε.

Кулоновское отталкивание, препятствующее межэлектронному притяжению, оказывается в значительной мере ослабленным. Приведенные соображения не исключают возможности наблюдения сверхпроводимости у полупроводников. Поиски таких веществ привели в 1963 г. к открытию первых сверхпроводящих полупроводников. Ими оказались GeTe ($T_к \simeq 0{,}08$ °K) и $SrTiO_3$ ($T_к \simeq 0{,}3$ °K). Характерно, что у $SrTiO_3$ диэлектрическая постоянная очень велика ($\sim 10^4$), так

что кулоновское отталкивание электронов оказывалось при этом решающим образом ослабленным. Далее была найдена сверхпроводимость и у SnTe ($T_к \approx 1$ °K). Концентрация носителей в этих полупроводниках довольно велика; по своим свойствам они являются выраженными полупроводниками и приближаются к «плохим» металлам.

Повышение электронной концентрации в полупроводниках может способствовать установлению в них сверхпроводящего состояния. В. Б. Сандомирским было предложено использовать для этой цели так называемый эффект поля. Если полупроводник является одной из обкладок конденсатора, то электрическое поле создаст в поверхностном слое полупроводника избыточную электронную концентрацию ($n_{пов} \approx \approx 10^{21}$ см$^{-3}$). При этом в области, прилегающей к поверхности, может возникнуть сверхпроводящее состояние.

Была обнаружена сверхпроводимость германия и кремния. При обычных условиях эти элементы, как известно, являются полупроводниками. Переход в сверхпроводящее состояние у них оказывается возможным лишь при высоком давлении (≈ 100 *кбар*). При этом в Ge и Si происходят структурные превращения, они переходят в металлическое состояние. После снятия давления сверхпроводимость в них исчезает, и наблюдаются обычные полупроводниковые свойства.

На опыте отмечается зависимость критической температуры некоторых веществ от концентрации носителей n. Любопытно, что при повышении концентрации $T_к$ вначале возрастает, а затем, достигнув некоторого максимального значения, начинает убывать.

Эффекты Джозефсона

В 1962 г. английским физиком-теоретиком Джозефсоном была предсказана возможность обнаружения двух необычных эффектов. Эффекты эти вскоре были экспериментально открыты, и их изучение интенсивно продолжается и в настоящее время *).

*) Подробнее см. И. О. Кулик, И. К. Янсон. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах. «Наука», 1970.

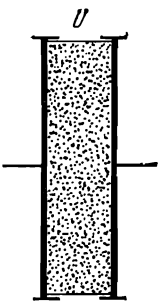

Рис. 13. Туннельный контакт.

Различают стационарный и нестационарный эффекты Джозефсона. Первый из них состоит в возможности протекания постоянного тока через туннельный контакт, образованный двумя сверхпроводниками, разделенными тонким слоем ($\approx 10^{-7}$ *см*) диэлектрика. Существенно, что этот сверхпроводящий ток протекает через барьер, характеризующийся нулевой разностью потенциалов.

Открытие эффекта Джозефсона — важное событие не только в физике низких температур. Оно существенно для понимания и дальнейшего развития всей квантовой физики. Если мы будем исходить из хорошо известного квантовомеханического выражения для плотности тока $j = \frac{ie\hbar}{2m}(\psi \nabla\psi^* - \psi^* \nabla\psi)$ и учтем, что волновая функция ψ является, вообще говоря, комплексной величиной, т. е. $\psi = |\psi| e^{i\varphi}$ (φ — фаза волновой функции), то легко находим, что $j \sim \nabla\varphi$. В реальных металлах мы не наблюдаем (в отсутствие внешнего поля) макроскопического тока по той простой причине, что значения фазы у различных электронов являются случайной величиной и разброс фазы приводит к тому, что среднее значение плотности тока оказывается равным нулю.

Сверхпроводники характеризуются электронной упорядоченностью, фазовой когерентностью. При этом все электронные пары в данном сверхпроводнике имеют одинаковую фазу и ток отсутствует ($\Delta\varphi = 0$). Однако, если мы образуем туннельный контакт (рис. 13), состоящий из двух различных сверхпроводников, то через такой контакт потечет без всякого приложенного напряжения ток, зависящий от разности фаз $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ (плотность этого тока (тока Джозефсона) описывается следующим простым соотношением: $j = j_0 \sin\varphi$).

Это явление непосредственно определяется такой фундаментальной квантовомеханической характеристикой, как фаза волновой функции.

Впервые в истории физики поставлен эксперимент, в котором такое макроскопическое явление, как электрический ток, непосредственно определяется фазой волновой функции.

Если к контакту приложить *постоянную* разность потенциалов, то через него потечет *переменный* сверхпроводящий ток. Этот переменный ток, так же как, например, ток в колебательном контуре, будет излучать электромагнитные волны, и это излучение наблюдается на опыте.

В 1965 г. в Харькове И. И. Янсоном, В. М. Свистуновым и И. М. Дмитренко впервые было обнаружено джозефсоновское электромагнитное излучение.

Выше мы рассказывали о том, что в сверхпроводнике возникают связанные электронные пары. Эти пары проходят через диэлектрический слой и приобретают при этом энергию $2eU$ (U — разность потенциалов, приложенная к контакту). В обычном металле эта энергия была бы необходима для преодоления сил сопротивления. При протекании же сверхпроводящего тока не требуется затрат энергии, и полученная электронной парой порция $2eU$ излучается в виде кванта с энергией $\hbar\nu = 2eU$. На опыте и наблюдается излучение с частотой $\nu = 2eU/\hbar$ (излучать электромагнитные волны может только переменный ток — именно такой ток и течет сквозь контакт Джозефсона).

В выражение для частоты излучения входит удвоенный заряд электрона. Это связано с существованием электронных пар. Тот факт, что на опыте действительно наблюдается излучение с частотой $\nu = 2eU/\hbar$, можно рассматривать как экспериментальное подтверждение правильности теоретического представления о существовании в сверхпроводниках связанных электронных пар.

Эффект Джозефсона позволяет создавать переменный ток с помощью постоянной разности потенциалов. Большой интерес представляет использование эффекта Джозефсона в сверхпроводящих квантовых генераторах с широким диапазоном частот.

Применение своеобразных эффектов Джозефсона, изучение которых началось совсем недавно, может оказаться весьма разнообразным.

Электромагнитные свойства сверхпроводников

Мы уже говорили о том своеобразии электромагнитных свойств, которое отмечается в экспериментах при изучении сверхпроводящего состояния. Отсутствие электрического сопротивления, эффект Мейсснера, существование критического магнитного поля, разрушающего сверхпроводимость, — все эти вопросы давно уже привлекали к себе внимание физиков. Еще в 1935 г. братья Ф. и Л. Лондоны предложили соотношения, определяющие плотность сверхпроводящего тока.

В 1950 г. в работах В. Л. Гинзбурга и Л. Д. Ландау была предложена феноменологическая теория сверхпроводимости, позволившая рассчитать ряд существенных свойств сверхпроводников, описать их поведение во внешнем поле. Теория эта была обоснована Л. П. Горьковым, разработавшим метод исследования сверхпроводящего состояния, применяемый сейчас в большинстве теоретических работ.

В современной теории сверхпроводимости электромагнитные свойства рассматриваются с микроскопической точки зрения.

Квантовомеханическое рассмотрение привело, как мы уже отмечали выше, к доказательству существования щели в энергетическом спектре. Электронную систему в сверхпроводнике можно представить себе состоящей из связанных пар электронов, причем размер пары ξ_0 весьма велик ($\xi_0 \approx 10^{-4}$ *см*).

Как же эти особенности отражаются на электромагнитных свойствах сверхпроводников?

Постоянный электрический ток в нормальном металле подчиняется, как известно, закону Ома $j = E/\rho$ (j — плотность тока, E — напряженность электрического поля, ρ — удельное сопротивление). При этом плотность тока в какой-нибудь точке определяется, естественно, значением напряженности поля в той же точке. Такая связь носит название локальной.

В сверхпроводящем образце сопротивление постоянному току равно нулю, а электрическое поле отсутствует. Как уже отмечалось выше, поверхностный сверхпроводящий ток возникает в сверхпроводнике при помещении его во внешнее магнитное поле. В теории сверхпроводимости устанавливается связь между

током и внешним полем. Оказывается, — и в этом состоит одна из наиболее существенных особенностей электродинамики сверхпроводников, — что эта связь носит, вообще говоря, нелокальный характер. Сверхпроводящий ток в данной точке A не определяется полем в этой же точке, а зависит от состояния поля в некоторой окрестности точки A. Физически это связано с тем, что электроны в сверхпроводнике пространственно связаны, коррелированы друг с другом. Если поле меняет состояние одного электрона, то это благодаря межэлектронному взаимодействию влияет на поведение другого электрона. Этот факт и находит свое отражение в нелокальном характере электродинамики сверхпроводящего состояния.

Основной характеристикой магнитного поля является напряженность $\boldsymbol{H}$. В теории сверхпроводимости устанавливается, однако, связь плотности тока не с напряженностью, а с так называемым векторным потенциалом поля $\boldsymbol{A}$. В курсах электромагнетизма доказывается, что знание векторного потенциала позволяет однозначно определить напряженность поля $\boldsymbol{H}$ с помощью соотношений

$$H_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}, \quad H_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}, \quad H_z = \frac{\partial A_y}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial y},$$

или, в более компактной форме, $\boldsymbol{H} = \operatorname{rot} \boldsymbol{A}$.

Связь плотности тока $\boldsymbol{j}$ и поля выражается формулой

$$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}) = \int K(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}')\, \boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}')\, d\boldsymbol{r}', \qquad (\text{I}.7)$$

где $K(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}')$ — некоторое выражение, зависящее от координат $\boldsymbol{r}$ и $\boldsymbol{r}'$ (мы не станем его выписывать).

Существенно, что связь (I.7) носит интегральный характер.

Если поле меняется слабо на расстоянии порядка ξ_0, то соотношение, связывающее $\boldsymbol{j}$ и $\boldsymbol{A}$, становится локальным:

$$\boldsymbol{j} = \lambda \boldsymbol{A}. \qquad (\text{I}.8)$$

Формула (I.8) и представляет собой соотношение Лондонов. В этом случае глубина проникновения поля в сверхпроводник велика по сравнению с размером куперовской пары ξ_0. Сверхпроводники такого типа

(к ним относятся, например, Pb, In) получили название сверхпроводников лондоновского типа. В противном случае связь тока с полем будет нелокальной. Соответствующие образцы носят название сверхпроводников пиппардовского типа (например, Al, Hg), по имени английского физика Пиппарда, высказывавшего до появления теории сверхпроводимости идею о нелокальной связи тока с потенциалом на основе полуинтуитивных соображений.

Глубина проникновения поля возрастает по мере приближения к критической температуре. Вблизи $T_к$ все сверхпроводники становятся лондоновскими. Соответствующий интервал температуры может оказаться, однако, очень малым. Так, например, у Al лондоновская область возникает лишь в интервале $\Delta T/T \approx 10^{-4}$ вблизи $T_к$.

С помощью уравнения (I.8) легко доказывается существование эффекта Мейсснера (см. рис. 8). Для этого рассмотрим систему двух уравнений:

$$\boldsymbol{j} = \lambda \boldsymbol{A}, \quad \operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \frac{4\pi}{c} \boldsymbol{j}.$$

Первое из этих уравнений представляет собой уравнение Лондона, второе — одно из уравнений Максвелла, описывающее постоянное магнитное поле. Применяя операцию вихря к обеим частям первого из этих уравнений, получим $\operatorname{rot} \boldsymbol{j} = \lambda \boldsymbol{H}$. Применение той же операции к обеим частям уравнения Максвелла дает $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \frac{4\pi}{c} \operatorname{rot} \boldsymbol{j}$ или $-\Delta \boldsymbol{H} = \frac{4\pi}{c} \operatorname{rot} \boldsymbol{j}$ (мы использовали при этом другое уравнение Максвелла $\operatorname{div} \boldsymbol{H} = 0$).

Выражая $\operatorname{rot} \boldsymbol{j}$ из уравнения Лондона, приходим окончательно к следующему дифференциальному уравнению, описывающему зависимость магнитного поля от координат:

$$\Delta \boldsymbol{H} - \lambda \boldsymbol{H} = 0.$$

Если мы рассмотрим плоскую границу сверхпроводник-вакуум, то для полупространства $x \geqslant 0$, заполненного сверхпроводящим веществом, получаем решение в виде

$$H(x) = H(0) \exp(-x/\delta),$$

где $\delta^2 = \lambda^{-1}$. Это решение соответствует экспоненциальному падению поля в глубь сверхпроводника. Таким образом, мы и приходим к эффекту Мейсснера.

Квантование магнитного потока (макроскопический квантовый эффект)

Одно из основных положений квантовой физики состоит в том, что целый ряд физических величин, таких как энергия, импульс и др., в определенных условиях квантуются, т. е. могут принимать только дискретный ряд значений. Но до недавнего времени считалось, что квантование касается только микромира, т. е. оно свойственно процессам, происходящим в атомах, атомных ядрах и т. п. Действительно, при изучении макроскопических объектов мы имеем дело с громадным числом частиц. И хотя поведение каждой отдельной частицы описывается законом квантовой физики, в целом в макроскопическом образце квантование энергии, импульса и других физических величин не проявляется из-за хаотического теплового движения частиц. Тепловое движение маскирует квантовые закономерности. Однако изучение некоторых явлений, наблюдаемых при температурах, близких к абсолютному нулю, показало, что возможно и макроскопическое квантование, т. е. квантование величин, характеризующих макроскопические объекты, размеры которых в сотни тысяч раз больше атомных. Вблизи абсолютного нуля, когда тепловое движение не играет значительной роли, оказывается возможным непосредственное наблюдение квантовых закономерностей.

Начнем со следующего простого эксперимента. Возбудим в металлическом кольце электрический ток. При комнатных температурах ток в кольце будет быстро затухать. Протекание тока сопровождается тепловыми потерями, и эти потери приводят к затуханию тока.

Совершенно иная картина наблюдается в случае, когда температура близка к абсолютному нулю и металл является сверхпроводником. Выше (см. стр. 6) мы рассказывали о том, что ток, протекающий в этих условиях по кольцу, становится незатухающим.

На первый взгляд описанная картина незатухающего тока в сверхпроводящем кольце кажется весьма

эффектной, но вместе с тем и легко объяснимой. В самом деле, в сверхпроводниках ток течет без всякого сопротивления. При этом джоулевы потери отсутствуют. Поэтому не теряющие свою энергию электроны и могут сколь угодно долго двигаться в металлическом кольце.

Однако дело обстоит значительно сложней. Конечно, тепловые потери в сверхпроводнике отсутствуют. Тем не менее, картина все равно остается загадочной и совершенно необъяснимой с точки зрения классической физики.

Рассмотрим этот вопрос подробнее. Почему ток, протекающий в сверхпроводящем кольце, должен быть затухающим, несмотря на отсутствие тепловых потерь? Дело в том, что движение электронов, образующих ток в кольце, не является равномерным и прямолинейным. Электроны движутся по окружности и испытывают центростремительное ускорение. Ускоренное движение электрического заряда всегда сопровождается излучением электромагнитных волн (так, например, излучение антенной обычных радиоволн обусловлено колебательным движением находящихся в ней электронов). Должны излучать электромагнитные волны и электроны, движущиеся с центростремительным ускорением в рассматриваемом металлическом кольце. Постепенный расход энергии на излучение должен, таким образом, привести, даже в отсутствие тепловых потерь, к затуханию тока в кольце.

Но опыт (а именно он является главным судьей, определяющим правильность всякого теоретического предсказания) показывает, что ток не затухает и может, в принципе, циркулировать сколь угодно долго.

В истории физики уже возникала подобная задача. Как известно, в 1911 г. Резерфорд, основываясь на своих классических опытах по рассеянию α-частиц, предложил планетарную модель атома. Им было предположено, что атом состоит из ядра и электронов, вращающихся вокруг него по круговым орбитам.

Основная трудность планетарной модели атома была связана с ускоренным характером движения электрона вокруг ядра. Движущийся с центростремительным ускорением электрон должен излучать электромагнитные волны. При этом энергия электрона

уменьшается, что должно привести к его падению на ядро. Иными словами, из основных положений физики электромагнитных явлений следует вывод о неустойчивости планетарной модели атома.

Исследование этой фундаментальной трудности, стоящей на пути признания планетарной модели атома, привело к созданию квантовой теории Бора. Согласно постулатам Бора существуют избранные орбиты, при движении по которым электрон не излучает электромагнитные волны.

Вернемся теперь снова к рассмотрению кольца, в котором циркулирует незатухающий ток. Излучение электромагнитных волн в этом случае не возникает по той же причине, по которой не излучает электрон, движущийся вокруг атомного ядра. В обоих случаях основную роль играют законы квантовой физики. Но если при изучении свойств атома мы сталкиваемся с квантованием в микромире, который не можем наблюдать непосредственно, то сверхпроводимость дает нам пример квантования макроскопической величины — силы тока. С помощью сверхпроводящего кольца мы наблюдаем гигантский по своим масштабам квантовый эффект.

Оказывается, сила тока в сверхпроводящем кольце не может принимать любое численное значение и изменяться непрерывно. Для всего электронного коллектива, движущегося в кольце, возникает гигантская боровская орбита. Поскольку сверхпроводящий ток связан с магнитным полем, то его напряженность может принимать только дискретный ряд значений. Следовательно, будет квантоваться и магнитный поток $\Phi = \pi r^2 H$ через сечение кольца. Иными словами, $\Phi = N\Phi_0$, где N — целое число, Φ_0 — некоторая минимальная порция — квант магнитного потока. Магнитный поток — макроскопическая величина, и возможность его квантования означает переход к гигантским, по сравнению с атомными, масштабам квантования.

Найдем теперь, чему равна величина кванта магнитного потока. Для решения этой задачи применим боровское условие квантования момента импульса к электронам, движущимся в кольце:

$$mvr = N\hbar. \qquad \text{(I. 9)}$$

Теперь под r следует понимать не радиус электронной орбиты атома, а радиус кольца, в котором циркулирует сверхпроводящий ток. Таким образом, масштаб квантования возрастает на много порядков. Поскольку радиус кольца — величина определенная, то написанное условие можно рассматривать как условие квантования импульса $p = mv$. Квантование импульса означает, что ток, а следовательно, и магнитный поток квантуются. Найдем связь p и Φ.

Так как энергия тока, текущего по контуру с индуктивностью L, равна $\mathscr{E} = LI^2/2c^2$, а магнитный поток $\Phi = LI/c$, то следовательно, $\mathscr{E} = I\Phi/2c$. Сила тока, создаваемого в кольце n электронами, движущимися со скоростью v, очевидно, равна $I = nve/2\pi r$. Таким образом, приходим к следующей формуле для энергии:

$$\mathscr{E} = \frac{\Phi ne}{2\pi rc}\frac{v}{2}.$$

С другой стороны, энергия n электронов, движущихся по кольцу со скоростью v, равна $\mathscr{E} = nmv^2/2 = npv/2$. Сравнивая эти два выражения для энергии, приходим к следующей формуле, выражающей импульс p: $p = \Phi e/2\pi rc$. Так как в сверхпроводнике электроны разбиваются на связанные пары, то импульс электронной пары равен $p = \Phi e/\pi rc$. Подставляя это выражение в закон квантования (I. 9), получим

$$\Phi = N\Phi_0, \qquad \text{(I. 9')}$$

где $\Phi_0 = hc/2e$, $N = 1, 2, 3, \ldots$ Таким образом, квант магнитного потока равен $\Phi_0 = hc/2e$.

Другой метод вычисления Φ_0 не столь элементарен, но зато отличается большей строгостью и компактностью. Будем исходить из правила квантования Бора:

$$\oint p_s\, dl = nh. \qquad \text{(I. 9'')}$$

Импульс электронной пары при движении ее в магнитном поле равен $p_s = 2(mv + eA/c)$. Подставляя это выражение в (I. 9''), находим

$$\frac{2m}{ne}\oint j_s\, dl + 2\frac{e}{c}\oint A\, dr = nh. \qquad \text{(I. 10)}$$

Мы воспользовались соотношением $j_s = nev_s$, связывающим сверхпроводящий ток j_s и скорость v_s. Преобразуя далее интеграл, содержащий векторный потенциал $\boldsymbol{A}$, в интеграл по площади, охватываемой контуром (с учетом равенства $\boldsymbol{H} = \operatorname{rot} \boldsymbol{A}$), приходим к следующей формуле:

$$\frac{2mc}{ne^2} \int_C j_s \, dl + \Phi = n \frac{hc}{2e}, \qquad \text{(I. 10')}$$

где $\Phi = \int \boldsymbol{H} \, dS$ — магнитный поток.

Величина, стоящая в левой части (I. 10'), была названа Ф. Лондоном флюксоидом. Если контур C провести вдали от края отверстия, на расстоянии, превышающем глубину проникновения поля λ в сверхпроводник (мы рассматриваем случай, когда выполняются условия $d \gg \lambda$, $r \gg d$, где d — толщина кольца, r — радиус отверстия), то тогда на контуре интегрирования $j_s = 0$ (напомним, что именно в слое, толщина которого $\sim \lambda$, и протекает поверхностный сверхпроводящий ток), и мы приходим к формуле (I. 9').

Величина кванта магнитного потока Φ_0, как мы выяснили, равна $\Phi_0 = hc/2e = 2 \cdot 10^{-7}$ *гс·см*$^{-2}$. Большой или маленькой является эта величина? Представьте себе тонкий цилиндр толщиной в 0,1 *мм*. Если магнитное поле внутри цилиндра соответствует одному кванту потока Φ_0, то оно при этом будет составлять $\sim 1\%$ магнитного поля Земли. Таким образом, квант потока соответствует макроскопическому значению магнитной индукции.

Квант потока можно измерить экспериментально. В одном из таких экспериментов (Дивер и Фейрбенк) сверхпроводящий ток возбуждался в оловянной трубочке, длина которой составляла 1 *см*, а внутренний диаметр всего $1{,}5 \cdot 10^{-3}$ *см*. Благодаря малой величине этого диаметра значение магнитного потока $H\pi R^2$, равное всего одному кванту Φ_0, соответствовало заметному значению напряженности поля. Оно составляло 0,1 *гс*, что всего в 5 раз слабее напряженности магнитного поля Земли. Это поле измерялось катушками, помещенными возле концов трубочки, совершающей колебания вдоль своей оси. Действительно, было обнаружено, что магнитный поток может

принимать только дискретный ряд значений и в связи с этим меняться только скачкообразно.

Квантование магнитного потока непосредственно проявляется и при исследовании эффекта Джозефсона (см. стр. 34). Для этого следует включить магнитное поле, параллельное плоскости пластин, образующих джозефсоновский контакт. Магнитное поле влияет на фазовые соотношения и делает ток, протекающий сквозь контакт, пространственно неоднородным. При некоторых значениях поля полный ток обращается в нуль. Эти значения являются не случайными, а вполне определенными: им соответствует целое число квантов магнитного потока в барьерном слое.

Квантование потока было предсказано Ф. Лондоном в 1950 г., еще до появления теории сверхпроводимости. Им было получено, однако, выражение для кванта Φ_0, вдвое большее. В то время ничего еще не было известно о электронных парах, и Лондон не вводил поэтому множитель «2» в выражение для электронного импульса. Опыт же подтвердил правильность положения теории сверхпроводимости о существовании связанных электронных пар в сверхпроводниках.

Любопытно, что описанный эксперимент позволяет с помощью соотношения $\Phi_0 = \frac{hc}{2e}$ определить численное значение постоянной Планка, что, как известно, делается только с помощью методов атомной, микроскопической физики. Явление сверхпроводимости, являющееся сугубо квантовым по своей природе, позволяет определить постоянную Планка с помощью наблюдения чисто макроскопических явлений.

Бесщелевая сверхпроводимость

Если в сверхпроводник вводятся обычные немагнитные примеси, то это слабо влияет на такие характеристики сверхпроводника, как его критическая температура и энергетическая щель. Только в том случае, когда сверхпроводник является очень чистым, введение примесей приводит к некоторому понижению $T_к$ (примерно на 1%). Это падение прекращается, когда длина свободного пробега электрона l становится равной размеру куперовской пары ξ_0 (при этом щель

перестает зависеть от направлений и становится изотропной).

Совершенно иная картина наблюдается при введении в сверхпроводник магнитных примесей. Магнитные примеси обладают собственным магнитным моментом. Благодаря этому возникает взаимодействие примеси с электронами, входящими в состав куперовской пары. Спины этих электронов противоположны. Поэтому противоположными оказываются и магнитные моменты электронов, связанных в пары. Атом примеси различным образом взаимодействует с электронами, связанными в куперовскую пару. Примесь стремится изменить направление магнитного момента у одного из этих электронов, разрушить связанное состояние электронов, поскольку электронная пара образуется всегда из частиц с противоположно направленными спинами. Экспериментально и наблюдается заметное изменение критической температуры и энергетической щели при введении магнитных примесей. Даже малая концентрация магнитных примесей (порядка нескольких процентов) может привести к полному разрушению сверхпроводящего состояния.

В присутствии магнитных примесей становится возможным особое состояние так называемой бесщелевой сверхпроводимости, впервые предсказанное теоретически в работе А. А. Абрикосова и Л. П. Горькова. Оказывается, что при введении магнитных примесей щель уменьшается быстрее, чем $T_к$, и при некоторой концентрации n_0, равной $0{,}91n_{кр}$ ($n_{кр}$ — значение концентрации, при которой полностью исчезает сверхпроводящее состояние), энергетическая щель становится равной нулю, в то время как вещество остается сверхпроводящим (электрическое сопротивление, например, продолжает оставаться равным нулю). Экспериментально отсутствие щели обнаруживается, например, при проведении туннельных экспериментов (см. стр. 30). Вольтамперная характеристика носит омический характер. Туннельный ток становится отличным от нуля уже при сколь угодно малом напряжении, что и означает отсутствие энергетической щели.

С чем же связано появление бесщелевой сверхпроводимости? Магнитные примеси, как мы уже отмечали, стремятся разрушить электронную связь,

приводящую к сверхпроводимости. При некоторой концентрации (она и равна n_0) часть куперовских пар оказывается разорванной. Тогда, даже и при $T = 0\,°\mathrm{K}$, возникает картина, похожая на двухжидкостную модель. Существование «свободных» электронов, образовавшихся при разрыве куперовских пар, приводит к исчезновению энергетической щели (именно эти электроны могут поглощать излучение сколь угодно малой частоты и заполнять состояния, обеспечивающие прохождение туннельного тока). Оставшиеся же куперовские пары обеспечивают равенство нулю электрического сопротивления.

Явление бесщелевой сверхпроводимости оказывается возможным не только в присутствии магнитных примесей. Всякое поле, действующее различным образом на электроны, входящие в состав куперовской пары и стремящееся разрушить сверхпроводящее упорядочение, может привести к состоянию бесщелевой сверхпроводимости. Например, это состояние возникает в тонких пленках в присутствии внешнего магнитного поля (в этом случае различное воздействие магнитного поля на электроны, связанные в пару, связано с тем, что эти электроны имеют противоположный импульс), в пленках с током, близким к критическому, и т. д.

Возможность возникновения своеобразного состояния бесщелевой сверхпроводимости указывает на то, что существование щели не является обязательным условием проявления сверхпроводящего состояния. Главное — это наличие связанного электронного состояния, куперовских пар; это состояние может проявлять сверхпроводящие свойства и в отсутствие энергетической щели.

Промежуточное состояние

Разрушение сверхпроводимости магнитным полем наиболее просто происходит в случае, когда поле имеет одно и то же значение в любой точке поверхности металла. Когда сверхпроводящим образцом является длинный цилиндр с осью, направленной по полю, реализуется именно такая простая возможность. У образцов произвольной формы картина перехода в нормальное состояние во внешнем магнитном поле является более сложной.

С увеличением напряженности поля наступает момент, когда оно становится равным $H_к$ вначале в каком-нибудь месте поверхности тела. Если таким телом является, например, эллипсоид, одна из осей которого параллельна полю, то на его экваторе поле становится равным критическому при выполнении условия $H_{вн} = H_к(1 - \eta)$, где $H_{вн}$ — напряженность внешнего поля, измеренная вдали от образца; η — коэффициент размагничивания.

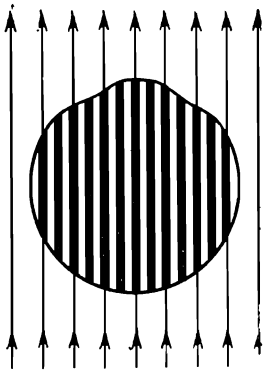

Рис. 14. Промежуточное состояние.

Для сферы, например, $\eta = {}^1/_3$, так что на экваторе ее поле становится критическим во внешнем поле $H_{вн} < H_к$, причем $H_{вн} = {}^2/_3 H_к$. При дальнейшем увеличении поля образец уже не может находиться полностью в сверхпроводящем состоянии. Наступает частичное разрушение сверхпроводимости, увеличивающееся по мере приближения $H_{вн}$ к $H_к$. Образец полностью переходит в нормальное состояние, когда напряженность внешнего поля достигает значения, равного $H_к$.

Состояние, в котором находится вещество, когда $H_1 < H_{вн} < H_к$ (H_1 — значение внешнего поля в тот момент, когда в каком-нибудь месте поверхности поле достигает значения $H_к$), называется промежуточным.

Теория промежуточного состояния была разработана Л. Д. Ландау в 1937 г. Согласно этой теории образец, находящийся в промежуточном состоянии, представляет собой совокупность чередующихся между собой нормальных и сверхпроводящих слоев. Для шара картина такого состояния изображена на рис. 14. Слои, как видно из рисунка, ориентированы в направлении поля. С ростом поля сверхпроводящие области сокращаются и исчезают при $H_{вн} = H_к$.

Имеется много экспериментальных работ, в которых исследуется структура промежуточного состояния. Наиболее успешные опыты такого рода были проведены Ю. В. Шарвиным в Институте физических

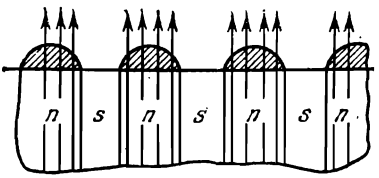

Рис. 15. Структура промежуточного состояния. Заштрихованные области соответствуют расположению ферромагнитных порошков.

проблем АН СССР. На поверхность плоского образца насыпáлись порошки, состоящие из ферромагнитного материала. Силовые линии магнитного поля пронизывают, естественно, только нормальные слои и выходят из образца в тех участках поверхности, которые отвечают нормальному состоянию. Ферромагнитные порошки притягиваются полем и располагаются вблизи нормальных участков поверхности. На рис. 15 изображено расположение порошков, позволяющее судить о структуре промежуточного состояния.

С ростом температуры область промежуточного состояния уменьшается и при температуре, равной $T_к$, обращается в нуль.

Теоретическое рассмотрение свойств промежуточного состояния, основанное на теории сверхпроводимости, было проведено в работах А. Ф. Андреева. Весьма своеобразным оказывается эффект так называемого андреевского отражения возбуждений на границе нормальной и сверхпроводящей фаз. Оказывается, что при этом отражении происходит переход электрона в «дырку» (см. приложение) и наоборот.

Сверхпроводники с сильной связью

Вскоре после создания теории сверхпроводимости появился термин «аномальные» сверхпроводники. Так стали называть сверхпроводящие свинец и ртуть, поведение которых было хорошо изучено и характеризовалось заметными отклонениями от предсказаний теории БКШ. Приведем для иллюстрации сказанного один пример. Как уже отмечалось ранее (см. стр. 15 и рис. 5), при переходе из нормального в сверхпроводящее состояние наблюдается скачок теплоемкости. Согласно теории сверхпроводимости БКШ величина $\beta = \left.\frac{c_s - c_n}{c_n}\right|_{T=T_к} = 1{,}43$. В. Л. Покровским была доказана теорема, согласно которой учет реальной струк-

туры кристалла, его анизотропии приводит к неравенству $\beta \leqslant 1{,}43 = \beta_{БКШ}$. Что же наблюдается экспериментально? Для свинца величина скачка теплоемкости оказывается равной $\beta_{Pb} = 2{,}65$, а для ртути $\beta_{Hg} = 2{,}3$. Налицо явное противоречие теории и эксперимента. «Аномальные» сверхпроводники обнаруживали еще целый ряд особенностей при исследовании их электромагнитных, тепловых и кинетических свойств.

С чем же связаны особенности поведения «аномальных» сверхпроводников? Дело в том, что константа связи ρ, описывающая межэлектронное притяжение (см. формулу (I. 5)), в обычной теории предполагается малой ($\rho \ll 1$) и, действительно, во многих сверхпроводящих веществах она таковой и является. Все основные формулы теории БКШ, в том числе формулы для критической температуры, для скачка теплоемкости, соотношения, связывающие величину энергетической щели при $T = 0$ и $T \to T_к$ с $T_к$, справедливы, как говорят, в приближении слабой связи, т. е. при условии $\rho \ll 1$.

Что же касается свинца и ртути, то для них это условие оказывается невыполненным. Например, для Pb константа межэлектронной связи близка к 0,5; столь же сильным является притяжение в сверхпроводящей ртути. В настоящее время доказано, что величина константы связи не может быть больше единицы. Поэтому ясно, что взаимодействие в Pb и Hg можно считать достаточно сильным.

Из формулы (I. 5), описывающей температуру перехода из сверхпроводящего в нормальное состояние, непосредственно видно, что константа связи ρ выражается через экспериментально наблюдаемое отношение $T_к/\tilde{\omega}$. Например, для Al, который является обычным сверхпроводником со слабой связью, это отношение равно 1/400. Для свинца же эта величина оказывается значительно большей, $\simeq 0{,}1$, что и является прямым указанием на сильную связь электронов с кристаллической решеткой в сверхпроводящем свинце.

В последние годы круг «аномальных» сверхпроводников заметно расширился. Выяснилось, что к таким веществам относятся, например, ниобий, галлий,

тантал, пленки ряда веществ (например, сверхпроводящие пленки висмута), многие сверхпроводящие сплавы. Интересно, что сверхпроводниками с сильной связью оказываются сплавы с наиболее высокой температурой перехода в состояние сверхпроводимости, такие, как, например, Nb_3Sn ($T_к = 18{,}1$ °K), Nb_3Al — Nb_3Ge ($T_к = 20{,}1$ °K). Это неудивительно. Чем сильнее связь электронов с решеткой и обусловленное этой связью межэлектронное притяжение, тем устойчивее сверхпроводящее состояние. Поэтому качественно ясно, что именно благодаря сильной связи в этих сплавах и наблюдаются высокие критические температуры.

В связи с тем, что «аномальных» сверхпроводников оказалось достаточно много, сам термин «аномальные» оказался устаревшим, и поэтому мы в дальнейшем будем просто говорить о сверхпроводниках с сильной связью.

Основная особенность сверхпроводников с сильной связью состоит в том, что их свойства существенно зависят от состояния кристаллической решетки. Многие формулы обычной теории сверхпроводимости БКШ носят универсальный характер. Например, отношения $\frac{2\Delta(0)}{T_к}$ и $\left.\frac{c_s - c_n}{c_n}\right|_{T=T_к}$ не зависят от того, какое вещество мы рассматриваем, и равны соответственно 3,52 и 1,43. При описании свойств сверхпроводников с сильной связью эта универсальность теряется. Формула, связывающая энергетическую щель при $T = 0$ с $T_к$, была получена Б. Т. Гейликманом и автором и имеет вид:

$$\Delta(0) = 1{,}76\, T_к \left[1 + 5{,}3 \frac{T_к^2}{\tilde{\omega}^2} \ln \frac{\tilde{\omega}}{T_к}\right]. \qquad (I.11)$$

В этой формуле $\tilde{\omega}$ — характерная для данного вещества частота колебаний кристаллической решетки. Значение этой частоты (она характеризуется, в частности, наибольшим значением фононной плотности состояний) зависит от того, какое вещество мы исследуем: например, для Pb $\tilde{\omega} = 45°$, для In $\tilde{\omega} = 58°$, для Sn $\tilde{\omega} = 70°$. Из соотношения обычной теории $2\Delta(0) = 3{,}52\, T_к$ следует, что энергетическая щель при $T = 0$ и критическая температура прямо пропорциональны

друг другу. В сверхпроводниках с сильной связью, как это видно из (I.11), такой простой зависимости нет. Если воздействовать на сверхпроводник внешним давлением, то это приводит к изменению и критической температуры $T_к$, и величины $\Delta(0)$. При этом можно проверить, в одинаковой ли степени изменяются эти величины. Исследование, проведенное Н. В. Заварицким, Е. С. Ицкевичем, А. Н. Вороновским, показало, что величины $\Delta(0)$ и $T_к$ изменяются в соответствии с (I.11).

Температурная зависимость щели также оказывается совершенно иной. Когда температура приближается к критической, величина щели уменьшается по закону $\Delta(T)=\alpha\sqrt{1-T/T_к}$, причем в обычной теории БКШ величина α универсальна для всех сверхпроводников и равна $\alpha=3{,}06$. Для сверхпроводников с сильной связью этот коэффициент неодинаков для различных сверхпроводников и равен $\alpha=3{,}06\left[1+8{,}8\frac{T_к^2}{\tilde{\omega}^2}\ln\frac{\tilde{\omega}}{T_к}\right]$ (для свинца, например, $\alpha_{Pb}\simeq 4$).

Большая величина коэффициента α и разрешает описанное выше противоречие теории и эксперимента, связанное с аномальным значением скачка теплоемкости. Если мы при данной температуре сравним энтропии S_s и S_n соответственно в сверхпроводящем и нормальном состояниях, то ясно, что $S_n > S_s$. В самом деле, в сверхпроводящем состоянии электроны находятся в связанном состоянии, их движение более упорядочено по сравнению с нормальным состоянием, и поэтому энтропия, как мера хаотического движения, больше в нормальном веществе. Разность $S_n - S_s$ определяется величиной щели — основного параметра, характеризующего сверхпроводящее состояние. Оказывается, что $S_n - S_s \sim \Delta^2$, и таким образом, $S_n - S_s \sim \alpha^2$. Так как изменение энтропии $dS=\frac{dQ}{T}$ (dQ — количество теплоты), то используя формулу $c=T\frac{dS}{dT}$, легко определить скачок теплоемкости β, который оказывается прямо пропорциональным величине α^2 (выражение для теплоемкости нормального металла приведено в приложении). В обычной теории

БКШ $\alpha^2 = 9{,}36$, для свинца же, например, $\alpha^2 = 16$. Поэтому скачок теплоемкости и оказывается для сверхпроводников с сильной связью значительно превышающим значение $\beta_{БКШ} = 1{,}43$. Оказывается справедливой общая теорема, согласно которой увеличение интенсивности взаимодействия электронов с решеткой приводит к возрастанию скачка теплоемкости.

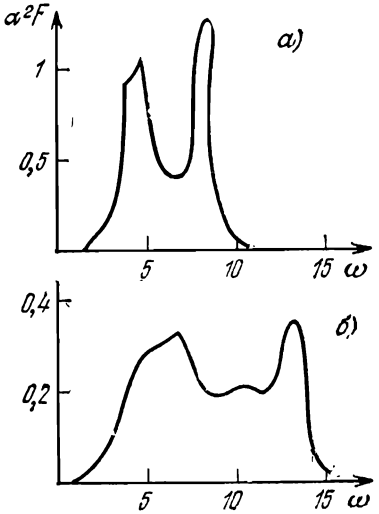

Рис. 16. Фононные спектры металлов: *а*) — свинец, *б*) — индий.

Зависимость основных свойств сверхпроводников с сильной связью от характера колебаний кристаллической решетки позволила использовать эти вещества для решения обратной задачи. А именно, изучая сверхпроводящие свойства таких веществ, как Pb, Hg и другие, можно получить информацию о физических свойствах кристаллической решетки, характера ее колебаний и т. д. Сверхпроводимость при этом начинает выступать в роли мощного метода изучения структуры твердых тел.

Для решения этой задачи используются вольтамперные характеристики туннельного тока (о туннельном токе см. выше) и основное уравнение теории сверхпроводников с сильной связью, сформулированное Г. М. Элиашбергом. При этом удается определить вид очень важной характеристики металла: функции $\alpha^2(\omega)F(\omega)$ ($F(\omega)$ — плотность состояний фононов, $\alpha^2(\omega)$ характеризует взаимодействие электронов с решеткой, ω — частота колебаний решетки). На рис. 16 приведены кривые для Pb и In. Видно, что имеются два главных максимума, соответствующие поперечным и продольной ветвям колебаний решетки. В формуле (I. 11) (см. приложение) фигурирует частота $\tilde{\omega}$, соответствующая нижнему пику функции α^2F.

Изучение свойств сверхпроводников с сильной связью показало, что обычное дебаевское приближение (см. приложение) является весьма грубой моделью.

При описании тепловых и кинетических свойств кристаллов при низких температурах дебаевская модель оказывается весьма хорошим приближением. Это не случайно. Дело в том, что теплоемкость решетки ($c_{\text{реш}} \sim T^3$, см. приложение) или электрическое сопротивление, обусловленное рассеянием электронов тепловыми колебаниями решетки, связаны с тепловым движением ионов. При этом основную роль играют частоты колебаний, удовлетворяющие соотношению $\hbar\omega \approx kT$. Соответствующая длина волны $\lambda \approx hu_0/kT$ (так как частота $\omega = u_0/\lambda$, u_0 — скорость звука) составляет, например при $T = 1°$, величину 10^{-6} *см*, т. е. около 100 периодов кристаллической решетки! Таким образом, при низких температурах оказываются возбужденными тепловые колебания (или, как их называют, «тепловые» фононы) с малой частотой колебаний и, соответственно, с большой длиной волны. Колебания с малой частотой (см. рис. 43 в приложении) действительно представляют собой звуковые волны. Для них справедлив закон (так называемый закон дисперсии) $\omega = u_0 q$. Поэтому дебаевская модель, в которой предполагается, что колебания решетки — звуковые волны с обычным акустическим законом дисперсии, хорошо описывает тепловые свойства твердых тел.

Иначе обстоит дело в случае сверхпроводимости. Смещение ионов, приводящее к межэлектронному притяжению, обусловлено при этом не тепловым движением, а кулоновским взаимодействием электронов с ионами. Оно существует и при $T = 0$, когда нет никакого теплового движения. При этом в межэлектронном притяжении участвуют не только малые частоты, а весь колебательный спектр кристалла. Наибольшее притяжение возникает благодаря возбуждению квантов колебаний с большой энергией, так что весьма важной оказывается коротковолновая часть колебательного спектра. При больших же частотах частота колебаний не пропорциональна волновому числу, наблюдается значительная дисперсия колебаний, что необходимо учитывать при анализе сверхпроводящего состояния.

Сверхпроводимость обусловлена обменом не тепловыми, а, как говорят, виртуальными фононами. Поэтому межэлектронное притяжение существует при $T = 0°$, когда тепловых фононов нет. Обычный механизм сверхпроводимости обусловлен тем (см. стр. 21), что электрон вызывает смещение ионной системы, т. е. вызывает рождение виртуального фонона, который затем поглощается другим электроном. На кривых, описывающих закон дисперсии фононов (см. приложение, рис. 42), имеются области, где производная $d\omega/dq$ весьма мала (точки, в которых $\nabla\omega(q)$ обращается в нуль, связаны с так называемыми особенностями Ван-Хова). Этим областям соответствует наибольшая плотность фононных состояний $F(\omega)$. Эти частоты и соответствуют максимуму фононной плотности состояний, найденному с помощью туннельных измерений и приведенному на рис. 16.

Изучение свойств сверхпроводников с сильной связью привело к установлению ряда закономерностей, важных при описании свойств всех сверхпроводников. Так, оказалось, что критическая температура и для сверхпроводников с сильной связью, и для обычных сверхпроводников описывается формулой типа (I.5), но необходимо учитывать, что величина ρ, фигурирующая в экспоненте, сама зависит от характера колебаний решетки кристалла. На это было обращено внимание в работе Мак-Миллана в 1968 г. При этом ρ возрастает с уменьшением характерной частоты $\tilde{\omega}$ (обычно $\rho \sim \tilde{\omega}^{-2}$). Таким образом, если раньше казалось, что для повышения $T_к$ следует увеличивать характерную частоту $\tilde{\omega}$ (это приведет к возрастанию предэкспоненциального множителя в (I.5)), то теперь ясно, что более существенную роль играет зависимость ρ от $\tilde{\omega}$, и поэтому уменьшение характерной частоты, или, как говорят, «размягчение» фононного спектра может привести к возрастанию температуры, при которой сохраняется состояние сверхпроводимости.

Высокие критические поля. Смешанное состояние

Протекание сверхпроводящих токов не сопровождается выделением тепловой энергии. Поэтому весьма заманчивой является возможность использования их для получения сильных магнитных полей. Однако ясно, что с помощью сверх-

проводящего соленоида нельзя получить поля, бóльшие $H_к$, поскольку они разрушают сверхпроводящее состояние образца. Критические же поля обычно являются довольно слабыми ($H_к \approx 10^2 - 10^3$ *гс*).

С чем связана малая величина $H_к$, и нельзя ли получить вещества, сохраняющие свои сверхпроводящие свойства в достаточно сильных полях? Для того чтобы ответить на эти вопросы, произведем вначале простую оценку величины критического поля $H_к$.

Магнитное поле не проникает в толщу сверхпроводящего образца. Это связано с тем, что возникшие на поверхности проводника сверхпроводящие токи создают магнитное поле, противоположное приложенному внешнему полю. Всякая система стремится перейти в состояние, отвечающее минимуму энергии. Энергия поля, созданного сверхпроводящими токами, отнесенная к единице объема, равна $\frac{H^2}{8\pi}$. Создание такого поля, конечно, энергетически невыгодно, но связанное с ним возрастание энергии компенсируется тем, что образец находится в сверхпроводящем состоянии. Электронная система при этом перестроена, имеются связанные пары электронов, образование которых приводит к выигрышу в энергии.

Ясно, что эффект Мейсснера, т. е. выталкивание магнитного поля, будет иметь место до тех пор, пока связанное с этим увеличение энергии компенсируется более эффективным ее уменьшением, связанным с переходом металла в сверхпроводящее состояние. В достаточно сильных полях энергетически более выгодным оказывается не сверхпроводящее, а нормальное состояние, в котором поле свободно проникает в образец. Критическим и называется то минимальное значение напряженности внешнего поля, при котором сверхпроводимость разрушается. Его можно определить из равенства

$$\frac{H^2}{8\pi} = W_{св}, \qquad (I.12)$$

где $W_{св}$ — энергия, затрачиваемая на разрушение куперовских пар. Связанное состояние образуют не все электроны металла, а лишь те из них, которые находятся в интервале Δ. Число электронных пар пропорционально $\nu\Delta$ (ν — число электронных состояний в

единичном интервале энергии). На разрушение каждой пары требуется затрата энергии, равная энергии связи пары, т. е. величина $\sim\Delta$. Следовательно, $W_{св} \sim \nu\Delta^2$. Поэтому (I. 12) дает следующую оценку для критического магнитного поля:

$$H_к \sim \sqrt{\nu}\,\Delta.$$

Наибольшее значение $H_к$ достигается при $T = 0\,°K$. Тогда

$$H_к(0) \sim \sqrt{\nu}\,\Delta(0).$$

Критическая температура $T_к$, определяющая в отсутствие поля переход сверхпроводника из сверхпроводящего в нормальное состояние, связана со значением энергетической щели $\Delta(0)$. Ясно, что чем больше величина $\Delta(0)$, тем сильнее определяющая состояние сверхпроводимости связь электронов, что приводит к более высоким значениям критической температуры. В теории сверхпроводимости БКШ устанавливается следующая связь этих величин: $\Delta(0) = 1{,}76\,kT_к$. Для критического поля мы получаем, таким образом, следующую зависимость:

$$H_к(0) \sim \sqrt{\nu}\,T_к. \qquad (I.\,13)$$

Низкие значения критических полей, не позволяющие использовать обычные сверхпроводники в качестве источников сильных магнитных полей, связаны, таким образом, с малыми значениями критической температуры, или, проще говоря, с тем очевидным обстоятельством, что сверхпроводимость наблюдается пока лишь при очень низких температурах. Если удастся получить сверхпроводники при высоких температурах (о возможных путях решения этой задачи мы поговорим ниже), то это позволит создать сверхпроводящие соленоиды—источники сверхсильных магнитных полей.

Таким образом, создается впечатление, что для получения сверхпроводящих магнитов требуются материалы с высокими $T_к$, открытие которых представляет собой весьма сложную, практически еще не решенную задачу. Однако оказался возможным другой путь решения проблемы.

Еще в 1957 г. А. А. Абрикосовым на основе теории Гинзбурга — Ландау была разработана теория смешанного состояния. Это состояние характеризуется тем, что магнитное поле не выталкивается полностью из образца, а частично проникает в его толщу. Сверхпроводимость же при этом сохраняется. Магнитное поле в обычном случае полностью экранируется поверхностными токами, причем такая экранировка энергетически невыгодна. Проигрыш в энергии уменьшается при частичном проникновении поля. Это и позволяет получать сильные магнитные поля при отсутствии электрического сопротивления и связанных с ним тепловых потерь.

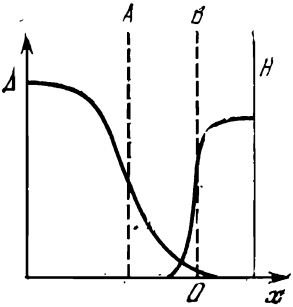

Рис. 17. Контакт сверхпроводящей и нормальной фаз.

Сверхпроводники характеризуются определенным значением поверхностной энергии. Существование ее можно пояснить с помощью следующего рассуждения (см. рис. 17). На рисунке изображены находящиеся в равновесии сверхпроводящая и нормальная фазы. Для поддержания такого равновесия в нормальной фазе ($x > 0$) должно существовать магнитное поле, равное $H_к$, поскольку именно на величину $H_к^2/8\pi$ различаются энергии фаз. Магнитное поле проникает в поверхностный слой сверхпроводника на расстояние, равное δ. Предположим, что $\delta < \xi_0$. Величина энергетической щели Δ убывает по мере приближения к нормальному образцу, причем изменяется она на расстояниях порядка ξ_0. Резкий характер затухания магнитного поля приведет в рассматриваемом случае к тому, что в некоторой, находящейся вблизи границы области практически будут равны нулю и щель Δ, и поле H (область AB на рисунке). В этой области энергия связи пар обращается в нуль, однако поле сюда не проникает. Экранирование его при этом не компенсируется выигрышем в энергии, происходящим от спаривания. Поверхностный слой оказывается обладающим некоторым положительным значением

поверхностной энергии. В противоположном случае, когда $\delta > \xi_0$, эта энергия будет отрицательной величиной. При этом оказывается возможным сосуществование магнитного поля и куперовского спаривания.

Согласно А. А. Абрикосову все сверхпроводники делятся на две группы. К первой относятся так называемые сверхпроводники первого рода, обладающие положительной поверхностной энергией ($\delta < \xi_0$). Все чистые сверхпроводящие металлы, за исключением Nb, относятся к этой группе.

Отрицательный знак поверхностной энергии ($\delta > \xi_0$) характеризует сверхпроводники второго рода. Чистый металл можно превратить в вещество, относящееся ко второй группе, путем введения в него примесей. Соударения электронов с примесями нарушают связь, корреляцию, приводящую к образованию пар. Роль характерной длины при этом перейдет от ξ_0 к l (l — длина свободного пробега). Напоминаем, что размер электронной пары ξ_0 — очень большая величина ($\xi_0 \sim 10^{-4}$ *см*, $\xi_0 \gg a$, a — межатомное расстояние в кристалле, $a \sim 10^{-8}$ *см*), так что весьма малые концентрации примеси могут очень сильно изменить картину сверхпроводящего состояния в веществе. Для того чтобы поверхностная энергия стала отрицательной, достаточно теперь выполнения условия $\delta > l$, вполне реализуемого в сверхпроводящих сплавах. Вместо сплавов можно использовать тонкие пленки чистых металлов, в которых роль длины свободного пробега играет толщина пленки. Интересно отметить в связи с этим, что величина критического поля растет с уменьшением толщины пленки.

Сверхпроводники второго рода характеризуются весьма своеобразными электромагнитными свойствами. Очень любопытной является картина проникновения магнитного поля в толщу такого образца.

Если сверхпроводник второго рода, по которому течет ток, находится в магнитном поле, то при некотором значении напряженности $H_{к1}$ (эта величина называется нижним критическим полем) поле начинает частично проникать в толщу сверхпроводящего образца. Электроны в сверхпроводнике под действием силы Лоренца начинают двигаться по окружностям

(если их скорость перпендикулярна силовым линиям поля). В сверхпроводнике появляются вихри. Сверхпроводящие электроны вращаются вокруг оси вихря; скорость вращения возрастает по мере приближения к оси, и на некотором расстоянии от нее происходит «срыв» сверхпроводимости. «Ствол» вихря находится в нормальном состоянии.

В результате сверхпроводящий образец оказывается пронизанным нитями, представляющими собой обычные несверхпроводящие области. Вихри в сверхпроводниках образуют треугольную решетку. Стволы вихрей ориентированы в направлении силовых линий магнитного поля. В пространстве между вихрями свойство сверхпроводимости сохраняется. Магнитный поток, пронизывающий сечение ствола вихря, оказывается одним и тем же для всех вихрей и равным по величине кванту магнитного потока Φ_0. Таким образом, каждый вихрь несет один квант потока, и в виде таких отдельных порций магнитное поле проникает внутрь сверхпроводника.

При увеличении поля ($H > H_{к1}$) число нормальных областей растет, вихревые нити сближаются, и при некотором значении поля $H_{к2}$ (эта величина называется верхним критическим полем), когда расстояние между вихревыми нитями становится $\sim 10^{-4}$ *см*, сверхпроводимость полностью разрушается и вещество переходит в нормальное состояние.

«Жесткие сверхпроводники». Сверхпроводящие соленоиды

Сверхпроводимость может разрушаться не только магнитным полем, но и током. Сверхпроводники второго рода, о которых рассказывалось выше, могут переходить в смешанное состояние и способны выдерживать сильные магнитные поля. Однако, если речь идет об обычных сверхпроводниках второго рода (чистый металл с введенными в него точечными примесями), то критический ток в них оказывается равным нулю, т. е. протекание сколь угодно малого тока будет сопровождаться тепловыми потерями.

Как объясняется это явление? Поместим сверхпроводник второго рода в сильное внешнее магнитное поле; при этом вещество переходит в смешанное

состояние, и возникает система вихревых нитей. Пропустим теперь сквозь образец ток (он называется транспортным током). При этом возникает взаимодействие тока с вихревой нитью. В самом деле, магнитное поле, проникшее в области вихревых нитей, будет действовать на ток посредством обычной силы Лоренца. Ясно, что с такой же силой ток действует на вихревые нити, которые начнут двигаться под действием этой силы. Движение вихрей сопровождается выделением, или, как говорят, диссипацией энергии. Существует целый ряд механизмов этой диссипации*). Самый простой из них состоит в том, что нормальная фаза (в области вихря вещество находится в нормальном состоянии) движется сквозь кристаллическую решетку. Тогда действует обычный механизм электрического сопротивления, связанный с рассеянием электронов тепловыми колебаниями решетки. При этом выделяется джоулево тепло.

Поскольку вихревая структура движется относительно кристаллической решетки, то для описания ее поведения требуется обобщение обычной теории сверхпроводимости БКШ на случай, когда основные параметры теории зависят от времени. Теория таких нестационарных процессов была построена Л. П. Горьковым и Г. М. Элиашбергом.

Таким образом, протекание транспортного тока по сверхпроводнику, находящемуся в смешанном состоянии, сопровождается выделением тепловой энергии, что и означает равенство нулю критического тока.

Характер картины резко меняется, если образец содержит крупные неоднородности (они возникают, например, при пластическом деформировании или при выделении другой фазы). Такие вещества (они получили название «жесткие сверхпроводники», или «сверхпроводники третьего рода») характеризуются большим значением критического тока.

Почему же присутствие крупных неоднородностей так радикально влияет на свойства сверхпроводящего вещества? Согласно теории американского физика Андерсона, вихревые нити притягиваются к неодно-

*) См., например, Л. П. Горьков, Н. Б. Копнин. УФН **116**, 413 (1975).

родностям и закрепляются на них. Это явление называется «пиннингом» (от английского слова «pinning» — закрепление). При протекании транспортного тока по жесткому сверхпроводнику вихри приходят в движение только в том случае, если воздействие силы Лоренца оказывается достаточным для того, чтобы преодолеть пиннинг и оторвать вихрь от неоднородности. Ясно, что протекание слабого транспортного тока не сопровождается движением вихрей и тепловыми потерями. С увеличением силы тока растет и величина силы Лоренца и, наконец, при некотором его значении (это и есть критический ток) происходит срыв вихрей с неоднородностей; вихри приходят в движение, что сопровождается выделением энергии. Таким образом, крупные неоднородности (точечные примеси не могут закрепить такие крупномасштабные образования, какими являются вихри) приводят к значениям критического тока, отличным от нуля. Свойства жестких сверхпроводников очень сильно меняются при обработке металла.

Величина критического тока $j_к$ зависит от масштаба неоднородностей, температуры, значения поля. Исследование связи $j_к$ с этими характеристиками является сложной теоретической задачей. Существенные результаты в этой области получены А. И. Ларкиным и Ю. Н. Овчинниковым, развившим общий метод исследования пространственно-неоднородных сверхпроводников.

Таким образом, жесткие сверхпроводники могут, из-за наличия вихрей, выдерживать сильные магнитные поля, а благодаря неоднородностям структуры через них можно пропускать большие токи.

Новый период в технике получения сильных магнитных полей начался в 1961 г., когда в лаборатории Кюнцлера была получена проволока из соединения ниобия с оловом (Nb_3Sn), которая пропускала ток плотностью свыше 10^5 *а/см* в полях порядка 10^5 *э*. В настоящее время сверхпроводящие соленоиды входят в состав оборудования многих лабораторий во всем мире.

Продолжается поиск материалов, позволяющих получать все более мощные магнитные поля. Особое внимание уделяется изучению сложных структур,

описываемых химической формулой $M_xMo_6O_8$. Основой этой структуры является группа Mo_6O_8. Эта группа представляет собой правильный октаэдр, образованный атомами Mo и окруженный восемью атомами кислорода. Группы Mo_6O_8 располагаются в кристалле правильным образом и отстоят друг от друга на расстояние ~ 6 Å. В промежутке между ними располагаются атомы металла $M_x (0 \leqslant x \leqslant 2)$. Изучено около 30 систем, отличающихся различными атомами M (Pb, Sn, Cu, Ag и др.). «Рекордсменом» оказалось соединение $PbMO_6O_8$. Сверхпроводник, построенный на его основе, создает магнитное поле $H_{к2} \approx 5 \cdot 10^5$ *э*!

Раньше исследования свойств вещества в сильном магнитном поле могли проводиться лишь в единичных научных центрах. Для того чтобы с помощью обычного соленоида создать поле в 10^5 *гс* в отверстии размером 10 *см*, требуется источник питания мощностью 5 тысяч *квт* и, кроме того, необходима сложная установка для охлаждения постоянно нагреваемой обмотки соленоида. При использовании сверхпроводников необходимы лишь затраты энергии для получения жидкого гелия (соленоид должен быть опущен в жидкий гелий; при этом металл находится в сверхпроводящем состоянии). Но для этого требуется в приведенном примере всего 5 *квт* — в 1000(!) раз меньше значения энергии, требуемой при использовании обычного электромагнита.

Сверхпроводящие соленоиды создают не просто сильные магнитные поля. Возможно получение однородных полей в достаточно большой области пространства, что весьма важно при проведении научных исследований, посвященных изучению свойств вещества в магнитном поле.

В настоящее время сверхпроводящие сплавы используются для получения сверхмощных постоянных магнитов. Сверхпроводящий соленоид не нуждается, в отличие от обычного электромагнита, во внешнем источнике питания, поскольку протекающий в нем ток не испытывает электрического сопротивления. Сейчас уже получены сверхпроводящие соленоиды, позволяющие получать поля около 200 *кгс*. Дальнейшее развитие этого направления является весьма перспективным.

Применение сверхпроводников

В предыдущем разделе мы фактически начали обсуждение вопроса о применении сверхпроводников. Получение с помощью сверхпроводящих соленоидов сверхсильных магнитных полей — одно из важнейших достижений физики низких температур.

В течение довольно продолжительного времени основные усилия как экспериментаторов, так и теоретиков были направлены на то, чтобы разрешить загадку сверхпроводимости, понять природу самого явления. Конечно, и тогда необычные свойства сверхпроводников использовались в различных устройствах, но особенно интенсивно техническая сверхпроводимость стала развиваться за последние годы. Если раньше сверхпроводящие вещества в основном были предметом исследования, то в последнее время все больше возрастает роль сверхпроводимости как метода, с помощью которого получаются интересные результаты в различных областях физики и техники.

Много исследований посвящается вопросу об использовании сверхпроводников при создании вычислительных машин. Сверхпроводящий ток является незатухающим. Это позволяет использовать его в качестве идеального запоминающего устройства, хранящего большие и легко считываемые запасы информации.

Скорость «вспоминания» сверхпроводящих устройств значительно превышает возможности человеческого мозга. Они в состоянии всего лишь за 10^{-6} *сек* выбрать нужную информацию из 10^{11} ее единиц.

В вычислительной технике используется двоичная система. Двойственность сверхпроводников (они могут находиться или в нормальном, или в сверхпроводящем состоянии), быстрота их перехода под действием температуры или магнитного поля из одного состояния в другое позволяют использовать сверхпроводники в качестве элементов вычислительных машин. Сверхпроводники используются и в качестве переключающих устройств, работающих с очень высокой скоростью при малых затратах мощности.

Одно из таких устройств — так называемый проволочный криотрон. Слово «криотрон» греческого

происхождения (cryo — холод). Изобретен этот прибор американским ученым Баком. Прибор состоит из проволоки, сделанной, например, из свинца или тантала, по которой протекает сверхпроводящий ток. Эта проволока называется клапаном. На нее намотана более тонкая проволока из ниобия. Катушка, образованная этим тонким проводом, называется управляющей. При протекании по ней достаточного большого тока сверхпроводимость в клапане разрушается.

Ниобий был выбран в качестве материала, из которого изготовляется управляющий провод, по той простой причине, что сверхпроводимость сохраняется в нем при достаточно сильных магнитных полях. Критические же поля свинца или тантала, образующих клапан, являются весьма малыми, и сверхпроводимость в них поэтому разрушается при пропускании в ниобиевой катушке достаточно слабого тока. Сопротивление в клапане меняется при этом скачком от нуля до некоторого конечного значения. Это соответствует размыканию цепи. Уменьшением тока в управляемом проводе снова восстанавливается сверхпроводящее состояния свинца или тантала.

Скорость переключения в криотронах достигает двух наносекунд ($2 \cdot 10^{-9}$ *сек*). Высокая скорость в сочетании с простотой устройства и лежит в основе использования сверхпроводящих криотронов в вычислительной технике. Электронно-вычислительная машина, использующая сверхпроводящие устройства, выделяется своей необычной компактностью.

Вполне возможным является создание миниатюрного сверхпроводящего триода. Его можно представить себе состоящим всего из трех наклеенных друг на друга металлических пленок, причем роль «сетки» обычной радиолампы играет средняя полоска, в которой регулируется ток и создаваемое им магнитное поле.

Сверхпроводник, в толщу которого не проникает магнитное поле, всегда окружен магнитной «подушкой». Эффект механического отталкивания, о котором мы говорили в начале этой главы («гроб Магомета»), используется в настоящее время для создания опор без трения. Сверхпроводящая сфера благодаря диамагнитному эффекту висит над кольцом, в котором циркулирует незатухающий ток. Сила тяжести при

этом уравновешивается магнитной «подушкой», создаваемой сверхпроводящим током. Оказывается, что могут «парить» довольно тяжелые предметы. Так, например, в одном из опытов был подвешен свинцовый цилиндр весом 5 *кГ*.

Устройство, в котором используется описанное явление, называется сверхпроводящим подвесом. Такие подвесы могут использоваться в гироскопах, моторах и в ряде других устройств.

Принцип механического отталкивания положен в основу создания электрических машин, к. п. д. которых благодаря замечательным свойствам сверхпроводников оказывается равным 100%. В этих машинах вращающаяся часть — ротор — выполнен в виде шестиугольного сверхпроводящего стаканчика. Два магнитика, вращающиеся по окружности статора, отталкивают от себя магнитной «подушкой» сверхпроводящий ротор. Последний при этом приходит во вращение, скорость которого доходит до 20 000 *об/мин* и в принципе может быть увеличена до большего значения.

Но самая заманчивая перспектива использования эффекта механического отталкивания связана с работами по созданию «сверхпроводящей» железной дороги, которые ведутся сейчас в ряде стран. Читателю, конечно, хорошо известен транспорт, использующий воздушную подушку. Работы, о которых идет речь, посвящены созданию поезда на магнитной подушке. В вагонах будут находиться сверхпроводящие магниты. С их помощью поезд будет висеть над металлическим путепроводом.

Несколько лет тому назад в Японии была создана первая модель такой железной дороги (рис. 18). Вагон весом 2 *т* и размером $4 \times 1{,}5 \times 0{,}8$ *м* движется над путепроводом со скоростью 50 *км/час*. Длина пути составляет 400 *м*. В ближайшее время намечено увеличить ее до 7 *км*. Ожидается, что транспорт на «магнитной подушке» сможет двигаться со скоростью 500 *км/час*!

Таким образом, мы видим, что изящный лабораторный эксперимент В. К. Аркадьева, известный под названием «гроб Магомета», привел к реальной перспективе создания транспорта будущего.

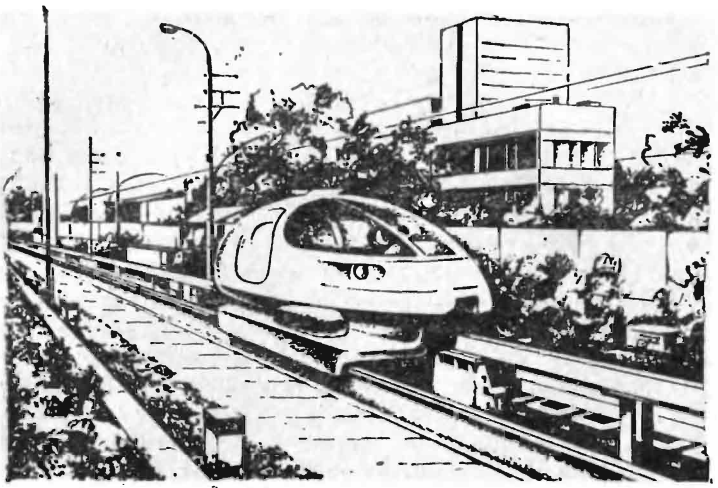

Рис. 18. Вагон на «магнитной подушке».

Очень интересной является проблема создания сверхпроводящих трансформаторов. Существенно отсутствие в них тепловых потерь; сверхпроводящие трансформаторы при большой мощности (проектируются мощности, достигающие 1 000 000 *квт*) оказываются значительно более компактными по сравнению с обычными трансформаторами. Компактность электрических машин обеспечивается еще тем, что в них можно вообще не использовать сталь в качестве магнитного материала. Создаваемые сверхпроводниками магнитные поля намного превосходят значения напряженности, реализуемые в стальных материалах.

В последнее время в радиотехнике начинают использовать сверхпроводящие объемные резонаторы. Резонатор, как известно, характеризуется добротностью, определяющей четкость его настройки. Добротность резонатора обратно пропорциональна электрическому сопротивлению его стенок. Ясно, что применение сверхпроводников, не обладающих электрическим сопротивлением, является с этой точки зрения весьма перспективным. Так, обычный прямоугольный свинцовый резонатор при $T = 300\,^{\circ}\mathrm{K}$ и частоте 10^{10} *гц* имеет добротность $Q = 2 \cdot 10^3$. Тот же резонатор, на-

ходящийся в сверхпроводящем состоянии ($T = 4{,}2$ °K), характеризуется добротностью, достигающей $Q = 4 \cdot 10^8$.

Мы уже не раз говорили о том, что компактность сверхпроводящих установок является большим преимуществом. Это их качество становится главным при решении вопроса о применении сверхпроводников в космических кораблях. Хорошо известно, что в космосе имеются области повышенной радиации. Всех нас защищает от радиации магнитное поле Земли. Оно искривляет траектории заряженных частиц и не позволяет многим из них достигнуть поверхности Земли. Но если космонавт совершает полет на борту космического корабля, то он может оказаться в зоне повышенной радиации. Ясно, что для безопасности космонавта корабль необходимо, по примеру Земли, окружить магнитным полем. На корабле должна находиться компактная установка, создающая магнитную защиту. Поэтому космонавт и должен взять с собой в космос «низкие температуры» и сверхпроводящий соленоид.

Мы рассказывали выше (стр. 51) о квантовании магнитного потока в сверхпроводниках. Этот эффект позволяет создать уникальные по своей чувствительности приборы, так называемые магнитометры. Приборы эти позволяют измерять весьма слабые магнитные поля. Существует целый ряд систем магнитометров. Квантование магнитного потока непосредственно проявляется при исследовании тока, протекающего через джозефсоновский контакт (см. стр. 35). Такой контакт устанавливает, как говорят, слабую связь между двумя сверхпроводниками. Эта слабая связь может быть образована не только с помощью окисного слоя. Ограничение обмена электронными парами между двумя сверхпроводниками, характерное для слабой сверхпроводимости, может быть реализовано и с помощью пленочных мостиков, или так называемых точечных контактов (острие, прижатое к поверхности), и т. д.

На рис. 19 изображена принципиальная схема высокочувствительного магнитометра (приборы такого типа называются сквидами). Они фиксируют изменения потока $\sim 10^{-4}\Phi_0$. Например, если площадь

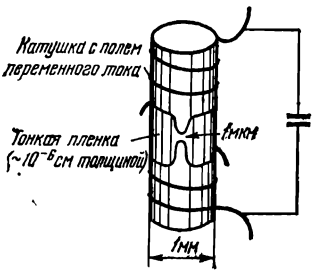

Рис. 19. Схема одного из вариантов сквида.

сечения сквида равна $\sim 0{,}1$ $см^2$, то можно измерять поля $\sim 10^{-10}$ э! Изображенный на рис. 19 сквид представляет собой два тонких сверхпроводящих полуцилиндра, полученных напылением на катушку. Эти полуцилиндры соединены тонким мостиком, образующим слабую связь. Квантование магнитного потока приводит к ступенчатому характеру зависимости потока от внешнего магнитного поля. Это изменение потока генерирует сигнал в резонансном колебательном контуре. С помощью этих сигналов и регистрируются слабые изменения магнитного поля.

Сквиды используются, например, для снятия так называемых магнитокардиограмм, т. е. для исследования сигналов от магнитного поля, возникающего при работе сердца. Сквид располагается в криостате, на расстоянии нескольких сантиметров от сердца пациента. Регистрируются резкие сигналы, идущие от сердца. Ясно, что этот новый метод — метод магнитокардиографии — весьма интересен для медицинских исследований.

Квантование магнитного потока может быть использовано для создания пространства, в котором вообще отсутствует магнитное поле. Если охладить цилиндр, внутри которого имеется слабое магнитное поле, до температуры ниже критической, то внутри цилиндра «заморозится» некоторый магнитный поток. Если после этого мы начнем постепенно увеличивать радиус цилиндра, то число квантов потока не изменится, но увеличение площади сечения повлечет за собой соответствующее уменьшение напряженности поля. Если использовать несколько вложенных друг в друга цилиндров, то описанным путем можно в конце концов добиться того, что во внутреннем цилиндре не будет содержаться ни одного кванта потока. Таким образом возникает область, не содержащая магнитного поля, т. е. создается идеальный магнитный экран.

Интересным прибором является также сверхпроводящий болометр. Он предназначается для измерения радиации в инфракрасной области спектра. Основной частью такого болометра является тонкая проволока из сверхпроводника, находящаяся при температуре, близкой к критической. Под действием падающей радиации, которая поглощается металлом, температура повышается и становится больше $T_к$. При этом сверхпроводимость разрушается, и в проволоке скачком восстанавливается нормальное сопротивление. Это приводит к легко регистрируемому падению напряжения. Резкость перехода в нормальное состояние делает сверхпроводящий болометр весьма чувствительным прибором. Порог чувствительности его составляет 10^{-10}—10^{-12} *вт*.

Приборами, описанными здесь, не исчерпывается, конечно, перечень устройств, использующих своеобразные особенности сверхпроводящего состояния. Техническая сверхпроводимость находится еще в начальной стадии своего развития, но и сейчас она представляет собой важную часть технической физики *).

Но применение сверхпроводников несоизмеримо возросло бы, если бы удалось создать высокотемпературный сверхпроводник. К настоящей революции в электротехнике привело бы создание вещества, сохраняющего сверхпроводящие свойства даже при $T = 100$ °К. Решение этого вопроса больше всего интересует сейчас физиков, занимающихся изучением свойств сверхпроводников.

Возможна ли сверхпроводимость при высоких температурах

Сверхпроводимость была впервые обнаружена у ртути ($T_к = 4{,}2$ °К). В наши дни самая высокая температура, при которой сохраняется свойство сверхпроводимости, наблюдается (как мы уже упоминали) у весьма сложного соединения Nb_3Al—Nb_3Ge (его критическая температура равна $T_к = 20{,}1°$) и у Nb_3Ge ($T_к = 22{,}3°$), так что за 60 с

*) Подробное изложение вопроса о применениях сверхпроводников содержится в книге Дж. Бремера, Сверхпроводящие устройства. «Мир», 1964; см. также: В. П. Карцев. Сверхпроводники в физике и технике. «Знание», 1965; Д. Уильямс. Сверхпроводимость и ее применение в технике. «Мир», 1973.

лишним лет произошел сдвиг примерно на 16°. Это, конечно, очень заметное изменение, но оно не кажется настолько большим, чтобы говорить о высокотемпературной сверхпроводимости.

На чем же основана надежда на заметное повышение $T_к$? Прежде всего — на существующем теперь понимании механизма сверхпроводимости, что позволяет вести поиск не «вслепую», а в определенных направлениях.

Существует два главных направления поисков веществ с высокими $T_к$. Первое из них основано на использовании возможностей обычного механизма сверхпроводимости, второе связано с поиском новых высокотемпературных механизмов сверхпроводимости. Для температуры $T_к$, при которой обычные сверхпроводники переходят в нормальное состояние, в теории получена формула (I.5):

$$T_к = 1{,}14\hbar\tilde{\omega}e^{-1/\rho}.$$

Из этого соотношения видно, что значения $T_к$ не могут превосходить характерную частоту колебаний решетки ($\hbar\omega \sim \Theta$, Θ — дебаевская температура): экспоненциальный множитель приводит к уменьшению $T_к$ примерно на порядок, что и соответствует наблюдаемым низким значениям температур, при которых отмечается эффект сверхпроводимости.

Обычный механизм сверхпроводимости связан, как отмечалось выше, с деформацией и поляризацией кристаллической решетки электронной системой металла. Взаимодействие электронов с решеткой приводит к межэлектронному притяжению и установлению сверхпроводящего состояния. Решетка кристалла играет роль промежуточной среды, испытывающей квантовые переходы, причем температура $T_к$ соответствует их максимальной энергии. Малость критической температуры оказывается, таким образом, связанной с особенностями кристаллической решетки. Если изменить структуру кристаллической решетки так, чтобы электроны сильнее связывались друг с другом, то можно повысить $T_к$ и с помощью обычного механизма электронно-ионного взаимодействия. В этом направлении поиски ведутся сейчас во многих лабораториях. Детально изучается связь $T_к$ и других параметров,

характеризующих сверхпроводящее состояние, со структурой кристалла. Наивысшая критическая температура в настоящее время наблюдается у соединений, характеризуемых так называемой структурой β-W. К ним относятся Nb_3Sn, Nb_3Al ($T_к \approx 18°$), V_3Si ($T_к \approx 17°$), «рекордные» пленки Nb_3Ge ($T_к \approx \approx 22{,}3°$). Структура β-W соответствует химической формуле A_3B. Элементарная ячейка кристалла содержит 8 атомов. Атомы B (в качестве них могут выступать как переходные, так и непереходные элементы) образуют решетку объемно-центрированного куба, т. е. они располагаются в вершинах куба, и один атом B находится в его центре. Атомы A (атом A обязательно относится к переходным элементам; например, Nb, V, Ti, W и др.) располагаются попарно на гранях куба, параллельно его осям. Существенно, что A-атомы образуют семейство линейных цепочек.

Структура β-W благоприятна для эффекта сверхпроводимости. В настоящее время синтезировано свыше 70 веществ со структурой β-W. Большинство из них оказалось сверхпроводниками; среди них находятся и соединения со сравнительно высоким $T_к$.

Но если говорить о высокотемпературной сверхпроводимости, о сверхпроводниках, которые существовали бы при комнатной температуре, то в этом случае может помочь только поиск новых механизмов сверхпроводимости.

Притяжение электронов, приводящее к сверхпроводимости, создается, как мы уже сказали, за счет промежуточной среды, и в обычном случае такой средой является кристаллическая решетка. Возникает вопрос: а нельзя ли найти другую среду, которая обеспечила бы более сильное межэлектронное притяжение?

В 1964 г. появилась работа американского физика Литтла, в которой был получен феноменальный результат, вызвавший огромный интерес. Им была предложена модель сверхпроводника, в которой сверхпроводимость сохраняется до температуры $T = 2400\,°K$.

Что же представляет из себя модель Литтла? Она изображена на рис. 20. Рассматривается полимер с главной осью AB, вдоль которой и перемещаются

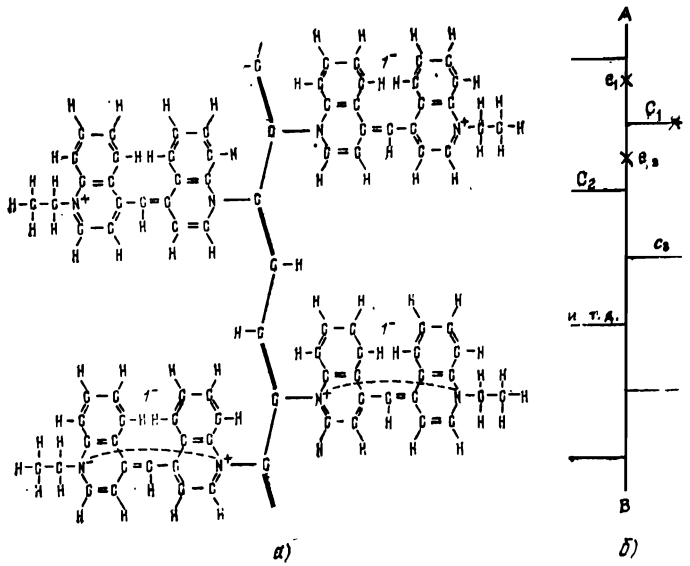

Рис. 20. Модель Литтла: *а*) полимер, *б*) схема полимера; AB — главная ось, C_i — боковые ветви.

электроны проводимости. Кроме того, имеются боковые ветви, причем электроны, относящиеся к ним, совершают колебательное движение. Основное в этой модели — существование двух групп электронов. Один из электронов проводимости (например, электрон e_1) посредством обычных кулоновских сил вызывает движение электронов в боковой ветви. Это сказывается на состоянии другого электрона проводимости (e_2). Таков механизм дополнительного взаимодействия электронов e_1 и e_2. Картина вполне похожа на ту, которая наблюдается в обычных сверхпроводниках, но роль ионов решетки теперь играют электроны боковых ветвей. Они и образуют ту дополнительную систему, которая создает притяжение между электронами проводимости. При этом в главной оси возникает сверхпроводящее состояние.

В формуле (I.5), определяющей критическую температуру перехода в сверхпроводящее состояние, фигурирует энергия $\hbar\tilde{\omega}$, характеризующая колебатель-

ные переходы при обычном механизме сверхпроводимости. Энергия электронных переходов в боковых ветвях значительно превосходит величину $\hbar\tilde{\omega}$, что и приводит к более высоким значениям $T_к$. Оценку величины $T_к$ можно произвести и с помощью формулы $T_к \sim M^{-1/2}$ (см. стр. 26), описывающей связь $T_к$ с массой иона (изотопический эффект). При рассматриваемом электронном механизме вместо ионной будет фигурировать электронная масса: $T_к \sim m_{эл}^{-1/2}$, т. е. возможно значительно более высокое значение критической температуры.

Численный расчет, произведенный в работе Литтла, является весьма приближенным, но сам механизм сверхпроводимости, основанный на взаимодействии различных электронных групп, бесспорно, очень интересен. Реализация его наталкивается, однако, на принципиальные трудности. Они состоят не только в необходимости создания весьма протяженной органической структуры (см. рис. 20). Основная трудность связана с одномерным характером модели Литтла. Сверхпроводящее упорядочение в одномерном случае оказывается невозможным. Флуктуации электронной плотности, отклонение ее от среднего значения приводят к разрушению сверхпроводящей цепи. Однако существуют кристаллы с резко выраженной анизотропией их свойств. Такие нитевидные структуры, являющиеся в целом трехмерными, устойчивы по отношению к флуктуациям. Анизотропия свойств таких кристаллов приводит к тому, что возможная сверхпроводимость в них характеризуется целым рядом особенностей, присущих одномерному случаю, исследованному в работах Ю. А. Бычкова, Л. П. Горькова, И. Е. Дзялошинского и Е. А. Каца.

Недавно Грином и др. был открыт первый сверхпроводящий полимер. Им оказалось вещество $(SN)_x$, состоящее из поочередно расположенных атомов S и N. Интересно, что сверхпроводником оказалось вещество, состоящее из элементов, порознь не обнаруживающих даже металлические свойства. Критическая температура полимера оказалась низкой ($T_к \approx$ $\approx 0{,}26\,°К$), но тем не менее можно говорить о начальном этапе синтеза новых сверхпроводящих материалов.

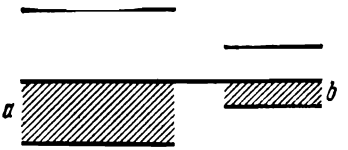

Рис. 21. Перекрывающиеся энергетические зоны.

Другой механизм сверхпроводимости, относящийся к реальным трехмерным системам, был предложен Б. Т. Гейликманом в начале 1965 г. Им были исследованы две возможности установления сверхпроводящего состояния. Первая из них реализуется, по-видимому, в сплавах, содержащих так называемые переходные металлы.

Необходимым условием установления сверхпроводящего состояния, согласно теории Б. Т. Гейликмана, является наличие перекрывающихся энергетических зон.

Согласно зонной теории твердого тела (подробнее см. приложение) состояние электрона характеризуется не любыми, а вполне определенными дискретными уровнями энергии, аналогичными электронным уровням изолированного атома. Указанные дискретные уровни обладают важной особенностью: они распадаются на группы, которые носят название зон. На рис. 21 изображены перекрывающиеся энергетические зоны. Электроны, принадлежащие более узкой зоне, менее подвижны и характеризуются, как говорят, большей эффективной массой.

Электроны, относящиеся к зонам a и b, отличаются как своими эффективными массами, так и волновыми функциями (см. приложение), описывающими их квантовомеханическое состояние. В обеих зонах имеются незаполненные энергетические уровни, благодаря чему становятся возможными электронные переходы. Кулоновское взаимодействие между электронами, принадлежащими различным зонам, и приводит к образованию куперовских сверхпроводящих пар. Появление дополнительного межэлектронного взаимодействия, например, в зоне a (условия для установления сверхпроводящего состояния в широкой зоне оказываются более благоприятными) можно представить себе следующим образом. Электрон, принадлежащий зоне a, посредством кулоновских сил вызывает переход b-электрона в возбужденное со-

стояние. Обратный переход b-электрона изменяет состояние другого a-электрона, что в результате означает появление дополнительного межэлектронного взаимодействия в зоне a. Система станет сверхпроводящей, если определяемое указанным механизмом притяжение окажется более интенсивным, чем обычное кулоновское отталкивание a-электронов. Следует отметить, что условия, при которых проявляется этот электронный механизм, оказываются более тяжелыми, чем в обычном случае. Именно поэтому поиск такого механизма представляет собой весьма сложную экспериментальную задачу.

Рассмотренный механизм аналогичен обычному, однако роль кристаллической решетки играют электроны, принадлежащие к узкой зоне. Их эффективная масса, как известно из квантовой теории металлов, значительно превосходит массу свободного электрона. Таким образом, можно сказать, что почти свободные a-электроны, принадлежащие широкой зоне, образуют сверхпроводящую систему благодаря взаимодействию с «тяжелыми» электронами, в то время как при обычном механизме сверхпроводимость определяется наличием тяжелых ионов.

Выше мы приводили соотношение $T_к \sim M^{-1/2}$, связывающее критическую температуру и массу иона. При новом, электронном, механизме сверхпроводимости в этом соотношении будет фигурировать масса b-электрона. Она хоть и превосходит массу свободного электрона, но все же оказывается величиной, много меньшей ионной массы. При электронном механизме $T_к \sim m_{эл}^{-1/2}$, что в силу неравенства $M \gg m_{эл}$ (коэффициенты пропорциональности оказываются в обоих случаях величинами одного порядка) и делает возможным сверхпроводящее состояние с более высокой, чем обычно, температурой.

Существенно, что ширина зон в металлах по своей величине значительно превосходит $k\Theta$ — максимальную энергию возбуждения решетки кристалла. Оценки, произведенные Б. Т. Гейликманом, показывают, что в сплавах с перекрывающимися зонами может наблюдаться сверхпроводимость, сохраняющаяся до температур порядка 10^2—10^3 °К.

Другая возможность может быть рассмотрена на примере системы, представляющей собой сплав металла с неметаллическим веществом. Электроны проводимости могут перемещаться по всему металлу. Вторая же группа частиц образована электронами неметаллических включений. Взаимодействие этих двух групп электронов и приводит к возможности возникновения сверхпроводимости в металле.

Новый механизм сверхпроводимости, не связанный со взаимодействием электронов с решеткой кристалла и могущий привести к высоким значениям $T_к$, был предложен в конце 1964 г. в работе В. Л. Гинзбурга. Если на поверхность металлического образца нанести диэлектрический или мономолекулярный слой, то электронные переходы в такого рода покрытии могут привести к появлению сверхпроводимости электронов металла.

Рассмотренный поверхностный эффект может привести к заметному повышению $T_к$ в случае, когда покрытие наносится на достаточно тонкий металлический слой. Наиболее сильно он может проявиться в слоистой структуре, называемой «сэндвичем» и состоящей из тонкой металлической пленки и прилегающих к ней с обеих сторон слоев диэлектрика.

Несомненный интерес представляет также изучение слоистых соединений*). Изучаются соединения, химическая формула которых имеет вид MX_2 (M — переходный металл, X = Se, S, Te). Кристаллы таких соединений состоят из чередующихся слоев и характеризуются заметной анизотропией физических свойств. Некоторые слоистые соединения обнаруживают свойство сверхпроводимости (например, NbS_2 с $T_к \simeq 6{,}3$ °K). Возможно введение посторонних атомов или молекул в пространство между слоями (так называемое интеркалирование). Таким образом, можно использовать различные методы (изменение числа слоев, расстояния между ними, введение примесей), меняющие структуру слоистых соединений и, соответственно, параметры, определяющие их сверхпроводящие свойства. Интеркалирование может привести к эффекту взаимодействия различных элек-

*) См. Л. Н. Булаевский. УФН 116, 449 (1975).

тронных групп и проявлению нефононного механизма сверхпроводимости.

Различные группы частиц наблюдаются также в полупроводниках и полуметаллах, в которых имеются носители (электроны и дырки) с разной эффективной массой, находящиеся в различных состояниях. Взаимодействие между ними может посредством электронного механизма привести к высокотемпературной сверхпроводимости.

В полупроводниковых образцах с ростом температуры может изменяться число носителей зарядов. При этом возможна ситуация, когда какая-нибудь электронная группа a является вырожденной (описывается квантовой статистикой Ферми), в то время как состояние другой группы (мы будем ее называть группой b) описывается статистикой Больцмана. При абсолютном нуле число носителей в группе b n_b равно нулю. Повышение температуры приводит к постепенному заполнению уровней, относящихся к группе b. В системе a-электронов может возникнуть дополнительное притяжение за счет их взаимодействия с b-электронами, причем интенсивность этого притяжения очень сильно зависит от температуры. При абсолютном нуле ($n_b = 0$) притяжение отсутствует. С возрастанием температуры концентрация n_b растет, увеличивается притяжение в группе a, и при некоторой (нижней критической) температуре $T_{к.н}$ оно может перевесить кулоновское отталкивание a-электронов, и возникает состояние сверхпроводимости. Исчезает оно при некоторой (верхней критической) температуре $T_{к.в}$, когда тепловое движение разрушает куперовское спаривание a-электронов. Возможна, таким образом, любопытная ситуация, при которой сверхпроводимость существует в интервале температур $T_{к.н} < T < T_{к.в}$. Если когда-нибудь будет получено такое вещество, то при достаточно высокой температуре оно будет находиться в обычном состоянии с отличным от нуля электрическим сопротивлением. При понижении температуры произойдет переход в состояние сверхпроводимости (при температуре $T_{к.в}$), которое будет сохраняться вплоть до температуры $T_{к.н}$. Далее снова появляется электрическое сопротивление, сохраняющееся вплоть до

абсолютного нуля (правда, вблизи $T = 0$ снова возможен переход в состояние сверхпроводимости, связанное с обычным ее механизмом).

При поисках высокотемпературной сверхпроводимости речь идет, конечно, о получении нового вещества, в котором и при комнатной температуре сохранялось бы свойство сверхпроводимости. Моделированием, синтезом такого вещества заняты сейчас во многих лабораториях мира. Трудно надеяться на то, что в ближайшее время будет получен сверхпроводник при комнатной температуре, хотя, конечно, такой приятный сюрприз не исключен. Первый этап на пути решения этой сложной задачи состоит в обнаружении электронного механизма сверхпроводимости. Он может присутствовать в уже имеющихся сверхпроводниках наряду с обычным механизмом.

Возникает вопрос: как обнаружить присутствие нового, нефононного механизма сверхпроводимости? На первый взгляд кажется достаточным исследовать изотопический эффект. Нефононный механизм характеризуется его отсутствием, и поэтому экспериментально должно наблюдаться отклонение от закона $T_к \sim M^{-1/2}$. Оказывается, однако, что и при обычном, фононном механизме сверхпроводимости возможно, благодаря кулоновскому отталкиванию, заметное отклонение от этого закона. Поэтому изучение изотопического эффекта не позволяет однозначно решить вопрос о присутствии электронного механизма сверхпроводимости.

Проявление нового механизма может быть обнаружено при исследовании спектра колебаний решетки кристалла. Фононный спектр может быть восстановлен двумя способами: с помощью рассеяния нейтронов (см. приложение) и методами туннельной спектроскопии. Первый из этих методов является наиболее непосредственным; он вообще не связан с наличием сверхпроводящего состояния в веществе. Восстановление фононного спектра с помощью туннельного эффекта основано на учете влияния колебаний кристаллической решетки на сверхпроводящие характеристики. При использовании этого метода предполагается, что действует только обычный, фононный механизм. Поэтому сравнение результатов, получен-

ных обоими методами, позволяет решить поставленную задачу. Если фононные спектры, и, в частности, положение пиков фононной плотности состояний (эти пики соответствуют особенностям Ван-Хова, см. стр. 53) совпадут, то это означает, что действует только обычный, фононный механизм сверхпроводимости. Различие спектров указывает на присутствие дополнительного, нефононного, механизма сверхпроводимости.

В последнее время усилился интерес к изучению физических свойств органических соединений. Обнаружены проводящие органические кристаллы. Так, проводимость соли хинолина составляет $\sigma = 100\ ом^{-1} \cdot см^{-1}$. Парамагнитная восприимчивость этого образца оказывается почти не зависящей от температуры, что также указывает на то, что по своим свойствам он вполне аналогичен обычному металлу.

Каков механизм проводимости в органических кристаллах? Для ответа на этот вопрос следует исходить из известного в теории молекул положения о существовании в сложных молекулах так называемых π-электронов. Это коллективизированные электроны, не связанные с каким-либо определенным атомом, способные перемещаться вдоль всей молекулы. В органическом кристалле оказывается возможным перекрытие орбит π-электронов, принадлежащих разным молекулам, что и приводит к возможности их перемещения во всем кристалле, а тем самым и к электрической проводимости. Картина вполне аналогична приближению сильной связи, применяемому в обычной теории металлов (см. приложение). В проводящем молекулярном кристалле существует π-зона, частично заполненная электронами.

Проводящий органический кристалл в принципе может, конечно, обнаруживать и сверхпроводящие свойства. Сверхпроводящее состояние в этих кристаллах может возникнуть за счет взаимодействия π-электронов с неколлективизированными электронами, принадлежащими отдельным молекулам, или ионами.

Отметим, что введение в сверхпроводник сложных молекул или адсорбция их на поверхности сверхпро-

водящих пленок может привести к дополнительному притяжению электронов и связанному с этим повышению $T_к$. Возникновение этого дополнительного притяжения связано с тем, что молекулы являются системами с собственными внутренними степенями свободы. Речь идет прежде всего о колебательных уровнях энергии (в сложных молекулах интервал между колебательными уровнями $\Delta\mathscr{E}_{кол} \approx 10^2\,°K$). Обычный механизм сверхпроводимости связан со взаимодействием электронов с ионами решетки, совершающими колебательное движение. При включении сложных молекул добавляется вклад внутримолекулярных колебаний.

Вклад «внутримолекулярных» фононов может быть изучен методами туннельной спектроскопии. Относительное изменение $\frac{\Delta T_к}{T_к}$ оказывается равным

$$\frac{\Delta T_к}{T_к} = \frac{\Delta I}{I} \ln \frac{\tilde{\omega}}{T_к}$$

(ΔI — изменение площади под кривой $\alpha^2(\omega)F(\omega)$). Изменение это связано, главным образом, с появлением дополнительных частот колебаний внедренных молекул.

Экспериментально наблюдается повышение $T_к$, обусловленное введением сложных органических молекул. Возможно, что это повышение связано с появлением описанного здесь дополнительного притяжения. Не исключено также, что открытая недавно сверхпроводимость сложных соединений — клатратов серебра (например, $Ag_7O_8NO_3$) — определяется колебаниями отдельных локальных групп в кристалле клатрата.

С помощью обычного механизма сверхпроводимости, как уже отмечалось выше, трудно рассчитывать на получение достаточно высоких значений $T_к$. Однако поиски веществ с бóльшими, чем обычно, значениями параметров ρ и $\tilde{\omega}$ (см. формулу (I.5)) могут привести к заметному повышению наблюдаемой критической температуры.

В тонких пленках, толщина которых $L \leqslant 5 \cdot 10^{-6}$ *см*, возникает квантование поперечного движения. В случае металлических пленок этот эффект, весьма

чувствительный к качеству поверхности пленки и ее зонной структуры, наблюдался Н. Е. Алексеевским и С. А. Веденеевым (Институт физических проблем АН СССР), исследовавшими прохождение света сквозь пленки Al и Ag. При изменении толщины пленки наблюдались связанные с квантованием резонансные осцилляции интенсивности прошедшего света.

Эффекты, связанные с размерным квантованием пленок олова, наблюдались с работах Ю. Ф. Комника и др. С помощью методов туннельной спектроскопии в работе Джеклевика и Лэмба исследовалось размерное квантование пленок Pb, Mg, Au, Ag.

Оказывается, что квантование электронного движения приводит к возрастанию с уменьшением L параметра ρ, фигурирующего в (I.5). При этом $T_к$ оказывается величиной, монотонно возрастающей с уменьшением толщины пленки. Этот эффект наблюдался в целом ряде работ при исследовании пленок алюминия. Возможным оказывается увеличение $T_к$ в несколько раз по сравнению с $T_к$ массивного образца. Представляет интерес и соответствующее исследование пленок других металлов, в которых, наряду со «смягчением» спектра колебаний решетки, возможно и проявление размерного квантования. Ограниченность пленки приводит также к появлению отдельных электронных групп и возможности проявления электронного механизма.

Интересное направление связано с возможностью получения металлического водорода. Твердый водород в обычных условиях является диэлектриком. Но при очень высоких давлениях (требуются давления, по крайней мере, в несколько миллионов атмосфер), когда, благодаря сближению атомов водорода, электроны смогут перескакивать от одного атома к другому и перемещаться по всему кристаллу, твердый водород должен стать металлом, и возможно — сверхпроводником. При этом легкость и подвижность протонов, масса которых мала по сравнению с ядрами атомов других металлов, может привести к высокотемпературной сверхпроводимости металлического водорода.

Еще одно важное направление возникло в работах Л. Г. Асламазова и А. И. Ларкина. Дело в том, что переход из сверхпроводящего в нормальное состояние происходит при повышении температуры не резко, а постепенно. Сопротивление при переходе через $T_к$ не сразу становится равным сопротивлению нормального металла. Тепловое движение делает неустойчивыми электронные пары выше $T_к$, но все же иногда они могут образовываться и существовать некоторое время (такие пары называются флуктуационными). Этот эффект особенно сильно проявляется в слоистых сверхпроводниках, где «хвост» сверхпроводимости может в принципе быть довольно длинным. Электрическое сопротивление при этом не равно точно нулю, как в обычных сверхпроводниках, но все же оно может быть меньше сопротивления нормального металла. При понижении же температуры оно не сразу становится равным нулю. Это «приближенная» сверхпроводимость также может быть эффективно использована.

Таким образом, существуют достаточно убедительные основания, позволяющие рассчитывать на создание в ближайшее время образцов, обнаруживающих сверхпроводимость при высоких температурах.

Высокотемпературная сверхпроводимость резко увеличит область практического применения эффекта сверхпроводимости. Замечательные свойства сверхпроводников, такие, как отсутствие тепловых потерь при сверхпроводящем токе, аномалии в тепловых и электромагнитных свойствах, сверхпрозрачность по отношению к низкочастотным электромагнитным и звуковым колебаниям и т. д., бесспорно, найдут себе широкое применение. В популярной статье Литтла, опубликованной в журнале «Успехи физических наук» (т. 86, стр. 315, 1965, вып. II) говорится: «Размышления относительно использования таких сверхпроводников будут читаться скорее как научно-фантастический роман, чем серьезные научные предложения...

Магнитное поле не может проникнуть в сверхпроводник и таким образом создает подушку, на которой покоится магнит. Нетрудно представить себе парящий корабль будущего, использующий этот самый

принцип для перевозки пассажиров и груза над «железной дорогой» из сверхпроводящего слоя; этот корабль движется как ковер-самолет, без трения, без износа и разрушения. Можно представить себе катание на магнитных лыжах по сверхпроводящим горам, лыжные прыжки — многие фантастические вещи окажутся вполне реальными».

Вполне возможно, что в недалеком будущем сверхпроводимость перестанет быть явлением, относящимся к физике низких температур.

Глава II

Сверхтекучесть

Квантовая жидкость Гелий является единственным в природе веществом, не затвердевающим при обычном давлении вплоть до температуры, равной абсолютному нулю. Его называют часто квантовой жидкостью. В самом деле, согласно классической механике в состоянии с минимальной энергией частицы, образующие кристалл, должны находиться в состоянии покоя. При отличных же от нуля, но низких температурах ионы совершают малые колебания около положения равновесия. Эта картина соответствует твердому, упорядоченному состоянию вещества.

С точки зрения квантовой механики тела вовсе не обязаны затвердевать. При абсолютном нуле частицы не покоятся, а совершают так называемые «нулевые» колебания (см. приложение). Если связанный с ними запас энергии достаточно велик, то кристаллизации тела не происходит. Большинство тел затвердевает прежде, чем успеют проявиться квантовые закономерности. Гелий является единственным веществом, в котором затвердевание при обычных условиях не наблюдается. Он оставался бы жидким и при абсолютном нуле, хотя при этом вообще бы не было никакого теплового движения. Это обусловлено, прежде всего, слабым взаимодействием инертных атомов гелия. Наличие же сил сцепления способствует затвердеванию тела. Кроме того, у гелия, который является одним из самых легких элементов, энергия нулевых колебаний достаточно велика (напомним, что

их частота обратно пропорциональна корню квадратному из массы частиц). Благодаря этим особенностям гелия физики и получили в свое распоряжение квантовую жидкость — макроскопическое вещество, поведение которого описывается законами квантовой теории.

Искусственным путем гелий можно перевести в твердое состояние. Для этого требуется подвергнуть его высокому давлению, достаточному для того, чтобы при сближении атомов решающей оказалась роль сцепления. При температурах, близких к абсолютному нулю, требуется давление, близкое к 25 *атм*. При $T = 60\,°K$ бесцветное, совершенно прозрачное вещество — твердый гелий — возникает под давлением $p \approx 10\,000$ *атм*.

Существует, как известно, два изотопа гелия: $_2He^4$, ядро которого состоит из двух протонов и двух нейтронов, и более легкий изотоп $_2He^3$, состоящий из нечетного числа частиц. В естественном виде гелий представляет собой вещество, в основном состоящее из более тяжелого изотопа. Успехи ядерной физики позволяют в настоящее время получать в достаточном количестве и $_2He^3$, так что по существу имеются две квантовые жидкости, довольно сильно отличающиеся по своим свойствам. Мы ограничимся пока рассмотрением обычного изотопа $_2He^4$. Свойства же $_2He^3$ будут обсуждены ниже.

Гелий переходит из газообразного в жидкое состояние при рекордно низкой температуре, равной всего 4,22 °К (при атмосферном давлении). Такое малое значение температуры конденсации связано, конечно, со слабым взаимодействием инертных атомов гелия. Далее гелий остается жидким вплоть до абсолютного нуля (при атмосферном давлении).

Однако этим не исчерпываются замечательные свойства этого вещества. При температуре $T = 2{,}19\,°K$ в гелии наблюдается фазовый переход 2-го рода. Еще в 1932 г. Кеезом и Клаузиус обнаружили вблизи этой температуры аномалию теплоемкости (рис. 22). График теплоемкостей в этой области напоминает греческую букву λ, и поэтому наблюдаемое явление получило название λ-явления, а соответствующая температура — λ-точки. При повышении внешнего давления

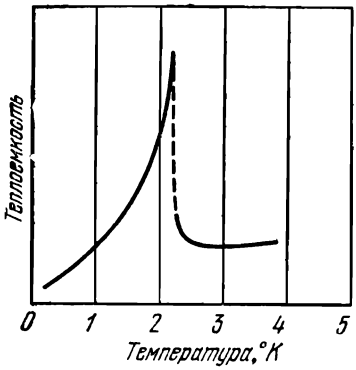

Рис. 22. Аномалия теплоемкости.

λ-точка смещается в сторону более низких температур.

Таким образом, жидкий гелий может находиться в одной из двух фаз, разделяемых λ-точкой. Эти фазы получили название He I (выше $T = 2{,}19\,°K$) и He II (ниже λ-точки). He I представляет собой обычную жидкость. В низкотемпературной же фазе дело обстоит совершенно иначе. He II характеризуется резкой аномалией физических свойств. В нем наблюдается сверхъявление, описанию свойств которого и посвящена настоящая глава.

В 1938 г. П. Л. Капица в Институте физических проблем в Москве обнаружил, что движение жидкого He II по узкому капилляру или протекание его через щель характеризуется полным отсутствием вязкости. Точнее говоря, было установлено, что при переходе через λ-точку вязкость становится меньше 10^{-11} *пуаз*. Для сравнения отметим значения вязкости некоторых веществ (в *пуазах*): $\eta_{H_2O} \approx 10^{-2}$, $\eta_{H_2} \approx 10^{-4}$, $\eta_{He\,I} \approx 10^{-5}$.

Капица сделал вывод, что в проведенном эксперименте имеет место точное равенство вязкости He II нулю. Открытое им явление получило название сверхтекучести.

Эффект сверхтекучести аналогичен явлению сверхпроводимости. В сверхпроводниках заряженная электронная жидкость движется сквозь решетку кристалла, не обмениваясь с ней энергией и не испытывая тем самым сопротивления. Жидкий He II также протекает по капилляру без сопротивления, отсутствие которого связано с равенством нулю сил трения.

Сверхтекучесть «моложе» сверхпроводимости на двадцать семь лет. Однако если между открытием сверхпроводимости (1911 г.) и созданием его теории (1958 г.) прошло почти полвека, то со сверхтекучестью дело обстояло иначе. Природа явления стала

понятной уже через три года после его открытия, в 1941 г., когда Л. Д. Ландау построил теорию сверхтекучести. Основные положения теории Ландау мы рассмотрим ниже, а сейчас перейдем к описанию основных свойств сверхтекучести состояния.

Основные свойства. Двухжидкостная модель

Как мы уже отмечали, вязкость He I составляет 10^{-5} *пуаз*; она в миллионы раз превосходит вязкость He II, измеряемую при протекании его в узком капилляре. Существует, однако, другой метод измерения вязкости, при котором наблюдается затухание крутильных колебаний маятника, погруженного в жидкость. Оба этих метода дают обычно один и тот же результат. Однако при исследовании гелия наблюдается совершенно иная картина. Оказалось, что второй метод дает при переходе через λ-точку значения вязкости He II, мало отличающиеся от вязкости He I. Таким образом, в одном эксперименте He II ведет себя как сверхтекучее вещество, а в другом — как нормальная жидкость с конечным значением коэффициента вязкости.

Если обычная жидкость вытекает из сосуда, то это не сопровождается сколько-нибудь заметными температурными изменениями. При протекании жидкого гелия через капилляр оказывается, что температура внутри сосуда, в котором он первоначально находился, повышается (механокалорический эффект), а температура самого гелия понижается.

Наблюдается и обратный, так называемый термомеханический эффект, или, как его часто называют, «фонтан-эффект» (рис. 23). Если подвести тепло, нагревая светом трубку, заполненную мелким порошком и опущенную в гелиевую ванну, то из ее верхнего конца

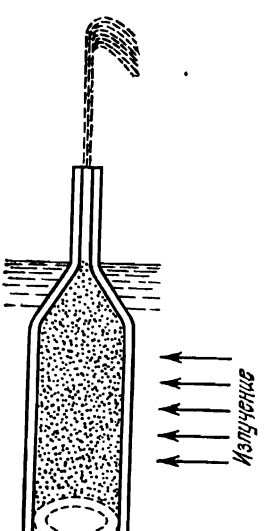

Рис. 23. «Фонтан-эффект»

бьет фонтан, высота которого достигает 30 *см* над уровнем жидкости в ванне.

Одной из основных особенностей He II является его сверхтеплопроводность. Особенно наглядно это свойство обнаруживается при понижении температуры He путем откачки его паров. При этом наблюдается интенсивное кипение He I, происходящее во всем его объеме. Но при переходе через λ-точку кипение полностью прекращается. He II — спокойная жидкость, температура которой понижается посредством поверхностного испарения. Внезапное прекращение кипения — самое наглядное проявление перехода гелия в сверхтекучее состояние. Объясняется оно высокой теплопроводностью He II, не допускающей образования в каком-нибудь месте объема жидкости газовых пузырьков.

Измерения показали, что теплопроводность He II приблизительно в 200 раз превышает теплопроводность меди, взятой при комнатной температуре. Во много миллионов раз превосходит она теплопроводность He I.

Обычно измеряемый экспериментально коэффициент теплопроводности определяется как коэффициент пропорциональности между тепловым потоком и градиентом температуры ($Q = -\varkappa\, \partial T/\partial x$). Измерения же, проведенные в гелии, показали, что коэффициент $\varkappa$ оказывается сам зависящим от температурного градиента. Кроме того, его величина оказалась меняющейся в зависимости от геометрии прибора, на котором производилось исследование. В гелии невозможно поддерживать постоянную разность температур. Все это показывает, что обычное понятие коэффициента теплопроводности не имеет смысла, если речь идет о теплопередаче в He II. В He II она носит конвективный характер, что быстро приводит к выравниванию температур.

Конвективный характер теплопроводности может быть обнаружен на следующем эксперименте. Если в жидкий гелий поместить лепесток *Л*, который может вращаться вокруг неподвижной оси *О*, то под действием теплового потока он отклоняется (рис. 24). Это означает, что теплопередача сопровождается

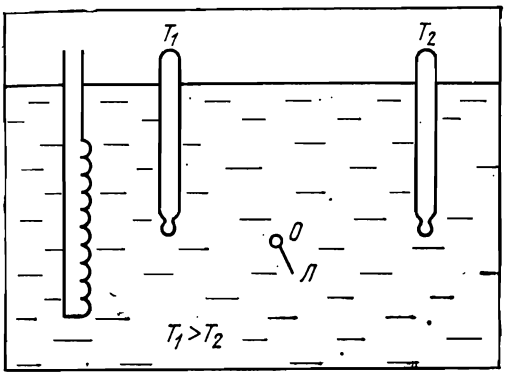

Рис. 24. Отклонение лепестка *Л* под действием теплового потока (конвективный характер теплопроводности в He).

движением жидкости, что и должно иметь место при конвективном способе переноса теплоты.

Следующий красивый опыт, характеризующий перенос теплоты в квантовой жидкости, был поставлен П. Л. Капицей (рис. 25). В ванну с гелием, в которой находится лепесток *Л*, помещен сосуд *А* с нагревателем. Наблюдается отклонение лепестка *Л*, что указывает на вытекание гелия из сосуда *А*. Однако отклонение лепестка *Л* не сопровождается понижением уровня жидкости в сосуде *А*.

Изучение свойств жидкого гелия привело к созданию двухжидкостной модели, сходной во многих отношениях с двухжидкостной моделью сверхпроводя-

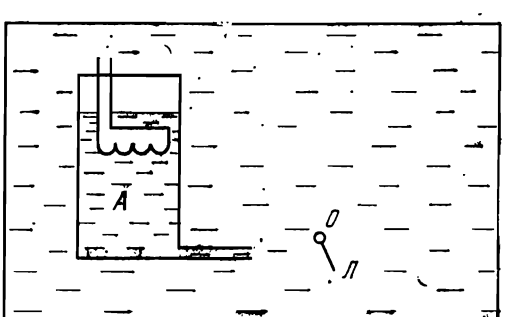

Рис. 25. Опыт П. Л. Капицы.

щего состояния. В этой модели He II рассматривается как совокупность двух компонентов — нормального и сверхтекучего. Такое представление, обоснованное в теории Ландау, позволяет весьма наглядно описать все основные свойства сверхтекучей жидкости. Плотность жидкости ρ записывается в виде $\rho = \rho_n + \rho_s$, где ρ_n — плотность нормального компонента, свойства которого совершенно аналогичны свойствам He I, ρ_s — плотность сверхтекучей составляющей. При $T \to 0$ $\rho_n \to 0$ и вся жидкость становится сверхтекучей. При переходе же через λ-точку обращается в нуль сверхтекучий компонент. Предполагается, что оба компонента могут свободно перемещаться друг относительно друга, не испытывая никакого взаимного трения. Сверхтекучая составляющая обладает нулевой энтропией и при своем движении вообще не переносит теплоты. Именно она не испытывает трения о стенки цилиндра и отвечает за появление эффекта сверхтекучести.

Мы сейчас рассмотрим подробно вопрос об интерпретации изложенных выше опытных фактов с точки зрения двухжидкостной модели. Однако прежде всего следует подчеркнуть, что, как и при изучении сверхпроводимости, двухжидкостная модель представляет собой не более чем наглядный способ описания сложных процессов, происходящих в квантовой жидкости. Ни одна классическая модель не может быть полностью адекватной квантовомеханической картине. То же относится и к двухжидкостной модели He II. Никакого реального разделения жидкости на нормальную и сверхтекучую части не существует. Отдельный атом гелия не может быть ни нормальным, ни сверхтекучим. Точнее говорить не о двух компонентах квантовой жидкости, а о двух возможных в ней типах движения — нормальном и сверхтекучем.

Как же с точки зрения двухжидкостной модели, наглядно отображающей явления, наблюдаемые в жидком гелии, описываются основные экспериментальные факты? Прежде всего выясним, почему различные способы определения вязкости приводят к разным результатам, столь сильно отличающимся друг от друга. С точки зрения двухжидкостных пред-

ставлений это объясняется довольно просто. В опытах, в которых гелий протекал сквозь щели или двигался в тонких капиллярах, обнаруживается свободно, без трения, протекающий сверхтекучий компонент. Нормальная составляющая, испытывающая действие сил трения, движется значительно медленнее сверхтекучего компонента. Свободное протекание последнего и соответствует нулевому значению вязкости, т. е. явлению сверхтекучести. В опытах же, где вязкость определяется с помощью крутильных колебаний, маятник останавливается благодаря трению о нормальную составляющую. Колебания его затухают, что и соответствует конечному значению коэффициента вязкости. Таким образом, проведенные эксперименты не противоречат друг другу. В первом из них проявляется сверхтекучий компонент жидкого гелия, во втором — нормальный.

Сверхтекучее движение не связано с переносом теплоты. Эта его особенность и объясняет рассмотренный выше механокалорический эффект. Из сосуда через отверстие вытекает в основном сверхтекучий компонент, не испытывающий трения. Теплота при этом не уходит, но относится она теперь к меньшей массе жидкости. Это и приводит к повышению температуры внутри сосуда.

«Фонтан-эффект» связан с тем, что при повышении в каком-либо месте температуры увеличивается ρ_n — относительная концентрация нормального компонента. При этом возникает движение сверхтекучей составляющей. Оно продолжается до тех пор, пока относительные концентрации не выровнятся. Обратный поток нормальной составляющей затруднен наличием сил трения. Приток сверхтекучего компонента и создает в месте нагрева термомеханическое давление. Эффект аналогичен осмотическому давлению, играющему, как известно, большую роль в жизни растений. Трубка, заполненная порошком, играет в рассматриваемом случае роль полупроницаемой пленки, сквозь которую проходит сверхтекучий компонент жидкого гелия и не проходит нормальный.

Сверхтеплопроводность He II также объясняется с помощью двухжидкостных представлений. Если в сверхтекучей жидкости создается разность температур,

то возникает поток сверхтекучего компонента, движущегося к более нагретым областям жидкости. Навстречу ему начинает двигаться нормальная составляющая, не испытывающая в достаточно широком сосуде большого трения. Наличие этих конвективных встречных потоков и приводит к быстрому выравниванию температур, к аномально большой теплопроводности. Тело, двигающееся в сверхтекучем компоненте, не испытывает сопротивления своему движению. В этом смысле свойства его сходны с известными из гидродинамики особенностями течения идеальной жидкости. Нормальный компонент таким свойством не обладает. Это различие делает возможным наблюдение следующего любопытного явления. Если в трубке, наполненной жидким He II, создать разность температур, то это приводит к возникновению встречных потоков нормального и сверхтекучего компонентов. На тело, находящееся при этих условиях в гелии, действуют силы со стороны нормальной составляющей. Тело начинает двигаться, хотя никакого реального переноса массы жидкости при этом нет. Такое явление и наблюдал П. Л. Капица в одном из своих опытов.

Особенности, наблюдаемые в опыте, показанном на рис. 25, также объясняются наличием потоков нормальной и сверхтекучей компонент.

Отметим еще один эффект, наблюдаемый только в квантовой жидкости. Опустим в ванну, наполненную

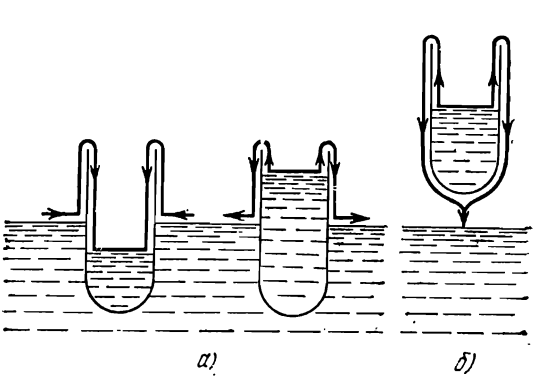

Рис. 26. Движение гелиевой пленки.

жидким гелием, два сосуда, также содержащие He II. Уровни жидкости в сосудах расположены на неодинаковой высоте (рис. 26, *а*). Оказывается, что они через некоторое время выравниваются, несмотря на то, что сосуды не соединены между собой. Объясняется этот эффект тем, что на стенках сосуда образуется тонкая гелиевая пленка, по которой и движется так, как показано на рисунке, сверхтекучий компонент. Даже в случае, когда дно сосуда оказывается поднятым над поверхностью наполняющего ванну гелия (рис. 26, *б*), движение гелия по пленке приводит к тому, что он попадает в ванну, каплями стекая туда с нижнего основания сосуда.

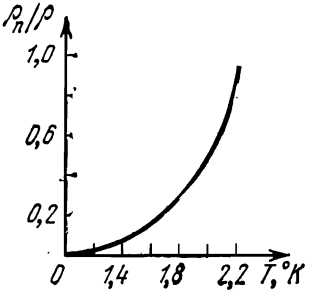

Рис. 27. Зависимость ρ_n/ρ от температуры.

Непосредственные измерения концентрации ρ_s и ρ_n были осуществлены в 1964 г. Э. Л. Андроникашвили. Идея его опытов заключается в следующем. Если цилиндр, заполненный жидким He II, привести во вращательное движение, то момент инерции при этом окажется меньшим значения, наблюдаемого при вращении обычной жидкости. Это связано с тем, что сверхтекучий компонент гелия не увлекается вращением сосуда. Э. Л. Андроникашвили изучал движение не цилиндра, а стопки металлических дисков, погруженных в жидкий гелий. Такой метод позволял увеличить площадь соприкосновения вращающегося тела и жидкости. Отмечалось связанное с ростом сверхтекучего компонента уменьшение момента инерции с понижением температуры. На рис. 27 приведена полученная при этом зависимость ρ_n/ρ от температуры.

Энергетический спектр He II

В основе теории сверхтекучести, развитой Л. Д. Ландау в 1941 г., лежит утверждение о том, что всякое слабовозбужденное состояние квантовой системы, состоящей из многих тел, можно представить себе как совокупность элементарных

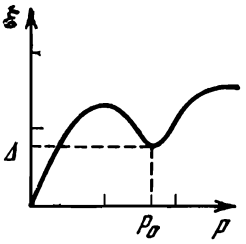

Рис. 28. Спектр элементарных возбуждений в He II.

возбуждений, или квазичастиц. Характерные особенности метода квазичастиц (основные положения были разработаны Л. Д. Ландау как раз при создании им теории квантовой жидкости) описаны в приложении.

Элементарные возбуждения характеризуются определенными значениями энергии и импульса. Подчеркнем еще раз, что квазичастицы ни в коем случае нельзя отождествлять с реальными атомами гелия. Они сопоставляются всей жидкости в целом, и значения энергии элементарного возбуждения описывают энергетический спектр всей состоящей из огромного числа частиц квантовой системы.

Существует связь между энергией квазичастицы и значениями ее импульса. Ландау постулировал следующий вид спектра элементарных возбуждений в He II (рис. 28).

Начальный участок спектра соответствует линейной зависимости энергии от импульса. Он отвечает малым значениям импульса или длинноволновым возбуждениям жидкого гелия. Линейная зависимость означает, что мы имеем дело с обычной звуковой ветвью спектра. Ей соответствуют звуковые кванты, или фононы (см. приложение).

Звуковой характер начального участка спектра означает, что при низких температурах возбужденное состояние гелия представляет собой звуковые волны.

Остановимся на этом вопросе подробнее. При высоких температурах гелий находится в газообразном состоянии, и отдельные частицы газа (в рассматриваемом случае — атомы гелия) совершают хаотическое тепловое движение. Разумеется, сказанное относится и к любому газу. При понижении температуры происходит переход в жидкое состояние. Оно также характеризуется хаотическим тепловым движением отдельных частиц. Звуковые волны могут распространяться в жидкости, однако они быстро в ней затухают. Примером обычной жидкости является, в частности, и He I.

Дальнейшее понижение температуры сопровождается обычно затвердеванием жидкости. При этом происходит коллективизация форм движения. Ионы в кристалле совершают тепловые колебания около положения равновесия, однако эти колебания передаются другим частицам, и возникает коллективный вид движения — звуковые волны.

Таким образом, при температурах, близких к абсолютному нулю, на смену хаотическому движению приходит коллективный вид движения — звуковые волны.

Гелий при понижении температуры не переходит при обычных условиях в твердое состояние. Однако при температурах, близких к абсолютному нулю, и в нем происходит коллективизация движения. «Вымерзание» теплового движения приводит к тому, что звуковые волны перестают затухать. Они и становятся элементарными возбуждениями квантовой системы — жидкого He II.

Начальный участок спектра, изображенного на рис. 28, и соответствует звуковым квантам, представляющим собой элементарные возбуждения He II.

С ростом импульса p кривая $\mathscr{E}(p)$, как это видно из рис. 28, отклоняется от линейной зависимости и проходит через максимум.

При некотором значении импульса $p = p_0$ отмечается минимум функции $\mathscr{E}(p)$. Квазичастицы, соответствующие области импульсов, близких к p_0, называются ротонами. Ясно, что и фононы, и ротоны не сопоставляются каким-нибудь разным физическим объектам. Они отвечают разным участкам кривой $\mathscr{E}(p)$ и характеризуют возбужденное состояние одной и той же квантовомеханической системы — жидкого He II. Фононы и ротоны вносят основной вклад в термодинамические величины, характеризующие жидкий гелий, поскольку они описывают состояния с минимальной энергией системы.

Энергия ротона может быть записана в виде

$$\mathscr{E} = \Delta + \frac{(p - p_0)^2}{2\mu}, \qquad \text{(II. 1)}$$

где Δ — минимальное значение энергии, μ — эффективная масса ротона. Экспериментальные данные

соответствуют следующим значениям параметров Δ, μ и p_0: $\Delta = 8{,}5\,^\circ\mathrm{K}$, $\mu = 0{,}16 m_{\mathrm{He}}$, $p_0/\hbar = 1{,}9 \cdot 10^8\ см^{-1}$ (m_{He} — масса атома гелия).

Сверхтекучесть He II

Опираясь на основные положения метода элементарных возбуждений и изложенные выше особенности энергетического спектра He II, Ландау показал, что квантовая жидкость действительно обладает свойством сверхтекучести, т. е. возможным является такое движение, при котором отсутствует трение о стенки заключающего ее сосуда.

Рассмотрим сначала жидкий гелий, протекающий со скоростью v в капилляре при $T = 0\,^\circ\mathrm{K}$. Трение привело бы прежде всего к потере кинетической энергии движущейся жидкости и к связанному с этим уменьшению скорости ее течения. Но энергия жидкого гелия, представляющего собой систему, поведение которой описывается законами квантовой механики, не может изменяться произвольным образом. Первоначальному возбуждению его соответствует появление квазичастицы с энергией $\mathscr{E}(p)$. (Под $\mathscr{E}(p)$ мы понимаем энергию квазичастицы в системе координат, связанной с движущимся гелием.) Относительно же стенок капилляра, т. е. в неподвижной системе координат, энергия жидкости изменится при рождении в ней элементарного возбуждения на величину $\mathscr{E} + pv$. Для того чтобы такое изменение было энергетически выгодным, необходимо, чтобы оно было отрицательной величиной, т. е. должно выполняться неравенство $\mathscr{E} + pv < 0$. Если векторы p и v антипараллельны, что соответствует минимуму выражения, стоящего в левой части этого неравенства, то и при этом должно выполняться условие

$$\mathscr{E} - pv < 0; \qquad \text{(II. 2)}$$

оно не имеет места при скоростях

$$v < \frac{\mathscr{E}(p)}{p}. \qquad \text{(II. 2')}$$

Поясним физический смысл условия (II. 2'). Как отмечалось выше, элементарными возбуждениями в He II являются звуковые волны. Предположим, что He II движется в капилляре, причем скорость его

течения относительно стенок капилляра равна v. Перейдем в систему координат, в которой гелий покоится. В этой системе координат стенки оказываются движущимися относительно гелия со скоростью $-v$. Возникает вопрос: при каком условии движение стенки приведет к переходу гелия в возбужденное состояние (при этом происходит диссипация энергии поступательного движения, т. е. появление вязкости)? Если скорость движения стенки превышает скорость звука, $v > u$, то при этом происходит излучение звуковой волны. Такое явление излучения волн предметом, движущимся со скоростью, превышающей скорость распространения волн, хорошо известно в физике и представляет собой эффект Вавилова — Черенкова.

Если $v < u$, то излучения волн не происходит. Условие (II.2′) и соответствует этому случаю (отношение $\mathscr{E}/p$ при малых p равно скорости звука, см. рис. 28). Таким образом, если скорость течения гелия удовлетворяет условию (II.2′), то возбуждения звуковых волн не происходит.

Условие (II.2) выполняется для сколь угодно малых скоростей только в случае, когда кривая $\mathscr{E}(p)$ касается в какой-нибудь точке оси абсцисс. Однако для спектра, изображенного на рис. 28, это не имеет места. Начальный его участок, описывающий звуковую ветвь, характеризуется постоянной величиной отношения $\mathscr{E}(p)/p$. Если бы зависимость $\mathscr{E}(p)$ имела вид $\mathscr{E}(p) = p^2/2m$, характеризующий совокупность свободных частиц, то условие (II.2) выполнялось бы для любых сколь угодно малых значений скорости. В жидком гелии, благодаря особенностям энергетического спектра его возбуждений, при малых скоростях движения рождение квазичастиц энергетически невыгодно. При этом гелий не переходит при движении по капилляру в возбужденное состояние, что и означает движение без трения, т. е. свойство сверхтекучести.

Мы рассмотрели жидкий гелий, протекающий по капилляру при температуре $T = 0\,°\mathrm{K}$, т. е. случай, когда рассматриваемая квантовая жидкость находится в основном состоянии. Однако проведенное выше доказательство Ландау применимо и к случаю

конечных температур. В самом деле, нигде выше при исследовании взаимодействия гелия со стенкой не использовался в явном виде факт равенства нулю температуры жидкости. И при $T \neq 0$ °К энергетически невыгодным будет при малых p рождение в He II элементарных возбуждений, т. е. движение будет сверхтекучим.

Однако случай конечных температур отличается весьма существенными особенностями. Дело в том, что при $T \neq 0$ °К гелий, благодаря тепловому движению, находится не в основном, а в возбужденном состоянии. С точки зрения метода элементарных возбуждений это означает появление по мере нагревания гелия квазичастиц, описывающих это возбужденное состояние. Новых квазичастиц, связанных с протеканием жидкости в капилляре, не появляется, но тем квазичастицам, которые уже имеются, ничего не мешает обмениваться энергией со стенкой. Они ведут себя подобно частицам обычного газа, обнаруживающего при своем движении конечную величину вязкости. Эти квазичастицы, описывающие коллективный эффект теплового возбуждения квантовой жидкости, и составляют то, что в двухжидкостной модели называют нормальным компонентом.

Вычислим эффективную массу, связанную с фононной частью нормального компонента. С этой целью запишем выражение для импульса, переносимого им при движении по капилляру,

$$\boldsymbol{p} = \int m\boldsymbol{v}n\,(\mathscr{E} - \boldsymbol{pv})\,d\boldsymbol{p}, \qquad \text{(II. 3)}$$

где n — функция распределения квазичастиц покоящегося гелия по энергиям, имеющая вид обычного распределения Бозе — Эйнштейна для системы с переменным числом частиц (см. приложение):

$$n(\mathscr{E}) = \frac{1}{e^{\mathscr{E}/kT} - 1}.$$

В формулу (II. 3) входит функция $n(\mathscr{E})$ в системе координат, связанной не с гелием, а со стенками капилляра, которым передается переносимый импульс.

При малых скоростях течения можно функцию $n(\mathscr{E} - \boldsymbol{pv})$ разложить в ряд по степеням $\boldsymbol{pv}$. Первый

член разложения, содержащий $n(\mathscr{E})$, равен нулю ввиду нечетности подынтегральной функции. Физически это совершенно очевидно, поскольку этот член соответствует покоящейся жидкости, которая никакого импульса не переносит.

В результате получаем выражение

$$p = v \int pv \frac{\partial n}{\partial \mathscr{E}} dp. \qquad \text{(II. 4)}$$

Сравнение с обычной формулой $p = mv$ показывает, что коэффициент при v в правой части (II.4) и представляет собой эффективную массу m_{He} нормальной составляющей He II. Масса m_{He} записана в (II.4) в виде определенного интеграла. Вычисление его приводит к результату

$$\rho_n = \frac{2\pi^2 T^4}{45\hbar^3 u^5}, \qquad \text{(II. 5)}$$

где ρ_n — плотность нормального компонента (фононная часть), u — скорость звука.

Масса нормального компонента, как видно из (II.5), зависит от температуры и растет с ее повышением. Она оказывается величиной, меньшей полной массы m жидкости. Естественно сопоставить разность $m - m_n$ сверхтекучему компоненту, убывающему по мере роста температуры и обращающемуся в нуль в λ-точке.

В окрестности температуры перехода из сверхтекучего в нормальное состояние формулы (II.3—II.5) становятся неправильными, поскольку неприменимым оказывается в этом случае представление об идеальном газе квазичастиц. Становится существенным взаимодействие элементарных возбуждений друг с другом. Однако вплоть до температур $T \approx 1{,}8$ °K представление об идеальном газа квазичастиц оказывается правильным, и соответствующие формулы при этом достаточно хорошо описывают экспериментальные данные.

Теория Ландау обосновала, таким образом, двухжидкостную модель сверхтекучего гелия и произведенную на ее основе интерпретацию опытных данных. В дальнейшем появились исследования, среди которых

прежде всего следует отметить работы И. М. Халатникова, в которых развита точная количественная теория многих эффектов, наблюдаемых в He II.

Рассеяние нейтронов в He II

Энергетический спектр жидкого He II (рис. 28), постулированный Ландау, приводит, как мы видим, к сверхтекучести He II и позволяет объяснить совокупность экспериментальных фактов, полученных при ее изучении. Большой интерес в связи с этим представляют работы, в которых опытным путем непосредственно подтверждается правильность теории Ландау. В этих работах, проведенных Ларсеном и Палевским, Хеншоу, Ярнейлом и др., непосредственно измерялся спектр тепловых возбуждений He II. Исследовалось рассеяние холодных нейтронов в жидком гелии. В качестве источника нейтронов применялся ядерный реактор с тепловой мощностью 700 *квт*. Нейтроны, пролетающие в гелии, испытывают неупругое рассеяние, связанное с рождением ими элементарных возбуждений в He II. При этом выполняются законы сохранения энергий и импульса:

$$\frac{p_1^2}{2m} - \frac{p_2^2}{2m} = \mathscr{E}(p), \qquad p_1 - p_2 = p; \qquad \text{(II. 6)}$$

здесь p_1 и p_2 — соответственно начальные и конечные нейтронные импульсы, p и $\mathscr{E}(p)$ — импульс и энергия квазичастицы, описывающей возбуждение в гелии. Соотношения (II. 6) позволяют после измерения энергии и импульса рассеянного под определенным углом нейтрона определить p и $\mathscr{E}(p)$ — искомые характеристики спектра возбуждений He II. На рис. 29 приведены результаты измерений, подтверждающие правильность теории сверхтекучести жидкого гелия.

Теоретический расчет, в результате которого был бы получен спектр, изображенный на рис. 28, очень сложен и не выполнен до сих пор. Для решения этой задачи необходимо квантовомеханически рассмотреть реальный жидкий гелий с учетом взаимодействия образующих его атомов. Оно не является слабым, в отличие от межэлектронного взаимодействия в металлах, приводящего к сверхпроводимости. Отсутствие малого параметра и делает необычайно сложным ре-

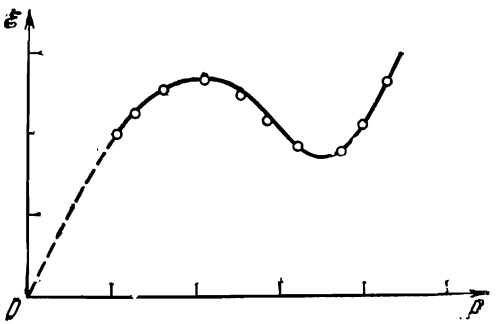

Рис. 29. Спектр возбуждений в **He II.** Точки соответствуют экспериментальным данным, полученным при рассеянии нейтронов; сплошная кривая построена согласно теории Ландау.

шение задачи о спектре возбуждений в He II. Н. Н. Боголюбовым в 1947 г. была рассмотрена микроскопическая модель неидеального бозе-газа, состоящего из частиц, взаимодействующих друг с другом посредством сил отталкивания. Был разработан весьма изящный метод решения этой задачи и показано, что спектр возбуждения системы представляет собой при малых импульсах звуковые волны. Таким образом, система оказывается обладающей свойством сверхтекучести. Это микроскопическое рассмотрение весьма важно для теории сверхтекучести. Кроме того, на его основе Н. Н. Боголюбовым в дальнейшем был развит новый метод в теории сверхпроводимости *).

При изучении бозе-газа большую роль играет явление, называемое конденсацией Бозе — Эйнштейна. Еще в 1924 г. Эйнштейн обратил внимание на любопытную особенность, характерную для идеального бозе-газа, т. е. для системы, состоящей из частиц с целочисленным спином и не взаимодействующих друг с другом. При $T = 0\,°\mathrm{K}$ все такие частицы собираются в состоянии с нулевым импульсом. Оно соответствует минимальному значению энергии. Поскольку для бозе-частиц принцип Паули не имеет места, они все скапливаются в этом состоянии. При отличных от нуля

*) Подробнее см. Н. Н. Боголюбов. Избранные труды, т. 3, «Наукова думка», 1971.

температурах тепловое движение частиц приводит, конечно, к тому, что начинается заполнение и других состояний. Но существенно, что при температурах, близких к абсолютному нулю и меньших некоторой характерной температуры T_0, в состоянии с $p = 0$ остается конечное число частиц. И только при $T > T_0$ бесконечно малому интервалу импульсов dp, близких к $p = 0$, начинает соответствовать, как обычно, бесконечно малое число частиц. Таким образом, в бозе-газе при температурах, меньших T_0 (она называется температурой вырождения), происходит упорядочение движения частиц. Существенно, что это упорядочение возникает не в координатном пространстве, а в пространстве скоростей.

Реальный гелий, конечно, не представляет собой бозе-газ, однако есть основания считать, что переход его в сверхтекучее состояние также связан с появлением упорядоченности особого рода, т. е. с появлением макроскопического числа частиц с $p = 0$. Об этом прежде всего говорит близость температуры, соответствующей переходу He II в сверхтекучее состояние ($T_\lambda = 2{,}19\,°\text{K}$), и температуры вырождения T_0 идеального бозе-газа, которая, как показывает расчет, равна $T_0 = 2{,}17\,°\text{K}$ (масса бозе-частиц предполагается равной массе атомов гелия). Не следует смешивать, однако, бозе-конденсат, т. е. совокупность частиц с нулевым импульсом, со сверхтекучим компонентом жидкого гелия. Это неверно хотя бы потому, что при $T = 0\,°\text{K}$ масса сверхтекучего компонента становится равной массе всей жидкости, в то время как при наличии сильного взаимодействия лишь малая доля всех частиц будет находиться в покое, т. е. в состоянии с $p = 0$. Как показали опыты по рассеянию быстрых нейтронов (малая величина длины волны де-Бройля позволяет им взаимодействовать с отдельными атомами гелия), эта доля составляет величину порядка 7%.

Второй звук в жидком He II

На основе своей теории Ландау развил гидродинамику сверхтекучей жидкости. Мы не станем выписывать здесь систему уравнений, полученных им на основании законов сохранения энергии и импульса, но отметим одну существен-

ную особенность гидродинамики He II, резко отличающую его от обычных жидкостей. Хорошо известно, что для того, чтобы охарактеризовать течение обычной жидкости, достаточно задать вектор скорости в каждой точке движущегося потока. Движение же квантовой жидкости характеризуется не одним, а двумя векторами v_n и v_s, соответствующими нормальному и сверхтекучему движению.

Одним из крупнейших достижений теории сверхтекучести явилось предсказание Ландау нового физического явления, так называемого «второго» звука. Независимо от него на возможность этого эффекта было указано Тисса, который основывался на качественных соображениях, следующих из рассмотрения двухжидкостной модели.

Ландау указал, что в сверхтекучем гелии могут распространяться звуковые волны двух типов, причем каждая из них характеризуется своей скоростью. К первому типу относятся обычные звуковые колебания, присутствующие и в обычной жидкости. Они представляют собой колебания плотности, причем и нормальный, и сверхтекучий компоненты движутся при этом как единое целое. Скорость распространения таких колебаний u_1 выражается обычной формулой: $u_1 = \sqrt{\partial p/\partial \rho}$ (p — давление в жидкости, ρ — ее плотность).

Но в сверхтекучей жидкости оказывается возможным колебательное движение другого типа. В этом движении также участвуют и нормальный, и сверхтекучий компоненты, но движутся они при этом навстречу друг другу. При этом отсутствует суммарный поток вещества. Движение такого типа, при котором нормальная и сверхтекучая составляющие колеблются друг относительно друга, и называется «вторым» звуком.

Скорость «второго» звука u_2 описывается формулой

$$u_2 = \sqrt{\frac{TS^2\rho_s}{c\rho_n}},$$

где ρ_n и ρ_s — плотность соответственно нормального и сверхтекучего компонентов, S — энтропия единицы объема жидкости, c — ее теплоемкость (обычно, как

известно, следует различать теплоемкости при постоянном давлении c_P и при постоянном объеме c_V, но в жидком He II их значения весьма близки друг к другу).

Мы видим, что скорость «второго» звука весьма существенно зависит от температуры. В λ-точке она, естественно, обращается в нуль, а при $T \to 0$ °К стремится к некоторому конечному значению, меньшему скорости «первого» звука (при $T = 0$ °К $u_2 = u_1/\sqrt{3}$).

Что же представляют собой колебания, соответствующие «второму» звуку, и как их обнаружить экспериментально? Для того чтобы ответить на этот вопрос, вспомним, что сверхтекучий компонент ρ_s, в отличие от нормального, не переносит теплоты. «Второй» звук представляет собой колебания не плотности, а температуры. Иными словами, это «температурные» волны, характеризующиеся в каждой точке амплитудой колебаний температуры.

Обнаружение на эксперименте волн «второго» звука оказалось не простым делом. Вначале пытались искать его, возбуждая колебания жидкости обычным механическим способом. Однако при этом естественно возникала картина сжатий и разрежений, характерная для обычного, «первого» звука. Способ возбуждения волн «второго» звука был предложен Е. М. Лифшицем, указавшим на основании анализа физической природы явления, что источниками колебаний могут быть твердые тела с периодически меняющейся температурой. «Второй» звук с использованием этого метода и был впервые экспериментально обнаружен В. П. Пешковым в Институте физических проблем.

Критические явления

Явление сверхтекучести возможно лишь при малых скоростях течения He II. С увеличением скорости наступает область так называемых критических явлений, связанных с исчезновением эффекта сверхтекучести. Из формулы (II.3) вытекает, что значение скорости $v_к$, превышение которой приводит к появлению трения ($v_к$ называется критической скоростью), определяется равенством $v_к = \min \{\mathscr{E}(p)/p\}$. Используя необходимое условие экстремума, находим:

$$\frac{d}{dp}\left(\frac{\mathscr{E}}{p}\right) = \frac{1}{p}\frac{d\mathscr{E}}{dp} - \frac{\mathscr{E}}{p^2} = 0,$$

т. е

$$\frac{\mathscr{E}}{p} = \frac{d\mathscr{E}}{dp}.$$

Значением импульса, удовлетворяющим этому простому условию, и определяется значение критической скорости. Оно соответствует на графике рис. 28 точке, в которой прямая, проходящая через начало координат, касается кривой $\mathscr{E}(p)$ и находится недалеко от значения $p = p_0$. В самом деле, легко видеть с помощью простого построения, что в этой точке значение производной $d\mathscr{E}/dp$, т. е. тангенс угла наклона касательной к кривой $\mathscr{E}(p)$, равен отношению $\mathscr{E}/p$. Значение критической скорости, полученное таким образом, составляет величину порядка $v_к \approx 60$ *м/сек*. Эксперимент, однако, показывает, что сверхтекучесть разрушается при скоростях, меньших 1% от указанной. Таким образом, неравенство $v < \min\{\mathscr{E}(p)/p\}$ является необходимым, но отнюдь не достаточным условием существования сверхтекучего состояния He II.

Разрушение сверхтекучести при столь малых критических скоростях связано с тем, что в гелии, кроме возбуждений, описываемых кривой $\mathscr{E}(p)$ (рис. 28), могут существовать также возбуждения особого типа, так называемые квантованные вихри. Идея о существовании таких вихрей была выдвинута впервые Онзагером и развита далее Фейнманом.

Движение сверхтекучей части He II при малых скоростях представляет собой движение идеальной жидкости, не принимающей, как уже отмечалось выше, участия во вращательном движении. Сверхтекучий компонент покоится в сосуде, совершающем медленное вращение вокруг своей оси. Однако с увеличением скорости вращения в гелии возникают вихревые нити, параллельные оси вращения. Вблизи каждой нити сверхтекучий компонент вращается со скоростью v, равной $v = \hbar/mr$, определяемой из условия квантования момента количества движения

$$mv_s r = nh, \qquad (II.7)$$

где m — масса атома гелия, r — расстояние от оси вихря. Это условие аналогично известному правилу квантования Бора. Однако величина r, фигурирующая в (II.7), в отличие от радиуса атомной орбиты может

принимать огромные с точки зрения квантовой физики значения, вплоть до размера сосуда ($r \sim 1$ *см*). Масштаб квантования возрастает, по сравнению с атомным, в 10^8 раз (напомним, что радиус атомной орбиты $\sim 10^{-8}$ *см*).

Один квант циркуляции $v_s r$ равен h/m. Он был экспериментально измерен в опыте Вайнена, в котором определялись частоты колебаний тонкой проволоки, окруженной вращающимся гелием.

Согласно (II.7) скорость во вращающемся гелии описывается формулой $v_s = hn/rm$. Такое распределение скорости, зависимость ее от расстояния r, радикально отличается от того, что наблюдается для классической жидкости. Если обычная жидкость вращается как единое целое, то скорость, как известно, распределяется по закону $v = \omega r$, т. е. она возрастает по мере удаления от оси вращения. В квантовой жидкости наблюдается совершенно иное поле скоростей. Скорость, как видно из (II.7), возрастает при приближении к оси вихря.

Вихревая нить обладает определенным запасом энергии. Поэтому образоваться она может лишь при определенной конечной скорости вращения жидкого гелия $\Omega_к$. Критическая скорость описывается следующим простым выражением: $\Omega_к = (h^2/m_{He}R^2)\ln(R/a)$, где R — радиус сосуда (цилиндра), в котором находится жидкий гелий, a—порядка межатомного расстояния. Подставляя в это выражение численные значения h и m_{He}, получим $\Omega_к \approx 1{,}4 \cdot 10^{-4} R^{-2} \ln \frac{R}{4 \cdot 10^{-8}}$ *сек*$^{-1}$.

Из полученной формулы легко видеть, что даже для цилиндров малого радиуса величина $\Omega_к$ оказывается довольно малой. Например, при $R \sim 1$ *см* $\Omega_к \approx$ $\approx 10^{-3}$ *сек*$^{-1}$. В обычных условиях $\Omega \gg \Omega_к$; вращение при этом, как говорят, является закритическим, и в гелии содержится много вихревых нитей.

Образование вихревых нитей играет очень важную роль при исследовании вопроса о критической скорости в сверхтекучем гелии. Как отмечалось выше, во вращающемся гелии вихревые нити имеют форму прямых, параллельных оси цилиндра, причем с каждой вращающейся нитью связано определенное значение момента количества движения.

Образование вихрей оказывается весьма существенным и при исследовании свойств гелия, протекающего по длинному капилляру. Этот вопрос был впервые рассмотрен Б. Т. Гейликманом в 1959 г. При течении гелия по капилляру вихревые нити являются замкнутыми кривыми, лежащими в плоскости, перпендикулярной оси капилляра. Форма их близка к форме сечения капилляра. В этом случае отличным от нуля оказывается не момент количества движения, а импульс вихревой нити, направленный в сторону течения гелия. Именно он квантуется при протекании гелия по тонкому капилляру. Критическая скорость оказывается зависящей от формы сечения капилляра. Например, для прямоугольного сечения в случае $b \ll a$ (a, b — стороны прямоугольника) $v_к = (\hbar/mb)[\ln(2b/d) + {}^1/_4]$; d — диаметр сечения вихревой нити, имеющий атомные размеры. В случае круглого сечения $v_к = (\hbar/mr)\ln(r/d)$, где r — радиус сечения.

Появление вихревых нитей приводит к появлению трения. В самом деле, существование вихрей сказывается и на состоянии нормального компонента He II. Квазичастицы, описывающие нормальную составляющую, рассеиваются на вихревых нитях и передают им, а вместе с тем и всей сверхтекучей части свой импульс. Физически это означает появление трения между сверхтекучим и нормальным компонентами He II. Они уже не движутся свободно, без взаимодействия друг с другом, как это имеет место в гелии до появления в нем вихревого движения. Возникающее таким образом трение и приводит к потере энергии сверхтекучего компонента, т. е. к нарушению сверхтекучести. При этом наблюдается также сильное затухание «второго» звука.

Величина критической скорости, как показывает теоретическое рассмотрение, слабо зависит от температуры, но весьма существенно меняется в зависимости от толщины капилляра. Так, если $R \approx 10^{-2}$ *см*, то $v_к \approx 0{,}6$ *см/сек*, при $R \approx 10^{-3}$ *см* $v_к \approx 3$ *см/сек*, а в тонком капилляре с $R \approx 10^{-6}$ *см* критическая скорость составляет $v_к \approx 25$ *см/сек*.

В толстых капиллярах, где довольно легко образуются вихревые нити, значения критической скорости очень малы. Эффект сверхтекучести наблюдают

поэтому при протекании жидкого гелия по достаточно узким капиллярам.

Вихревые кольца могут возникать также около движущихся в жидком гелии ионов. Это явление наблюдается при достаточно низких температурах ($T \approx \approx 0{,}6\,°\text{K}$) и при движении ионов в достаточно сильных полях. В опытах Рейфильда и Рейфа гелий подвергался облучению радиоактивным источником, и образовавшиеся ионы ускорялись электрическим полем. Вначале их скорость росла по обычному закону $v = (2m\mathscr{E})^{1/2}$ ($\mathscr{E}$ — энергия частиц). При достижении некоторого критического значения скорости (интересно, что это значение зависит от знака заряда иона; для отрицательно заряженного иона $v_к = 11$ *м/сек*, для положительных ионов $v_к = 28$ *м/сек*) начинается процесс рождения вокруг ионов вихревых колец. Это приводит к уменьшению энергии ионов, торможению их движения.

Свойства $_2He^3$

Все рассказанное выше относилось к жидкому гелию, состоящему из атомов $_2He^4$. Эти атомы содержат четное число частиц, обладают целочисленным спином, и поэтому свойства жидкости, состоящей из атомов $_2He^4$, описываются квантовой статистикой Бозе — Эйнштейна.

Легкий изотоп $_2He^3$ содержится в природном гелии в очень малом количестве. Так, например, в смеси с $_2He^4$, полученной из воздуха, он составляет всего $10^{-7}\%$ общей массы газа. Поэтому детальное изучение свойств $_2He^3$ стало возможным лишь благодаря искусственным способам его получения. Образуется он в результате β-распада трития — тяжелого изотопа водорода:

$$_1H^3 \rightarrow {}_2He^3 + e^-.$$

Период полураспада трития составляет двенадцать с половиной лет. Изотоп $_2He^3$ получают обычно с помощью другой ядерной реакции:

$$_3Li^6 + {}_0n^1 \rightarrow {}_1H^3 + {}_2He^4,$$

происходящей при бомбардировке ядер лития нейтронами.

Успехи ядерной физики позволили получать $_2He^3$ в количествах, достаточных для того, чтобы произвести его сжижение. При обычных условиях оно происходит при температуре $T = 3{,}19\,°K$.

Изучение новой квантовой жидкости показало, что ее физические свойства весьма сходны со свойствами жидкого $_2He^4$, находящегося выше λ-точки, или, иными словами, со свойствами He I. Так, вязкость его составляет, например, при $T = 2{,}5\,°K$ величину, равную $\eta = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$ *пуаз*, в то время как вязкость жидкого He I при той же температуре равна $\eta = 3{,}2 \cdot 10^{-5}$ *пуаз*.

Жидкий $_2He^3$ применяется при создании так называемых конденсационных термометров. $_2He^3$ является единственным веществом, позволяющим с помощью таких термометров измерять температуры, меньшие 1 °K. Составными частями конденсационного термометра являются резервуар с жидкостью, которая находится в равновесии со своим насыщенным паром, и манометр, измеряющий давление этого пара. Как известно, давление насыщенного пара не зависит от объема и определяется только его температурой. Поэтому по показаниям манометра можно судить о температуре, что и делается с помощью конденсационного термометра. Гелий — единственное вещество, остающееся жидким при сверхнизких температурах, и поэтому именно он используется для термометрических измерений в области температур, близких к абсолютному нулю.

Физиков, исследующих свойства жидкого гелия, больше всего интересует, конечно, вопрос: является ли жидкость, состоящая из атомов легкого изотопа $_2He^3$, сверхтекучей? До недавного времени экспериментаторам не удавалось обнаружить этого эффекта. Долгое время и теоретики считали невозможным переход $_2He^3$ в сверхтекучее состояние.

Дело в том, что полуцелые значения спина, связанные с нечетным числом частиц, входящих в состав атомов $_2He^3$, приводят к очень сильному отличию энергетических спектров обеих квантовых жидкостей. Энергетический спектр жидкого $_2He^3$ естественно считать аналогичным спектру электронной жидкости в обычном металле, поскольку она также состоит из фермионов, т. е. частиц с полуцелым спином. В такой

ферми-системе квазичастицы, описывающие ее возбужденное состояние, заполняют в согласии с принципом Паули все уровни, вплоть до некоторого $\mathscr{E}_0$. Энергия $\Delta\mathscr{E}$, отсчитанная от ферми-поверхности, определяемой уравнением $\mathscr{E}(\boldsymbol{p}) = \mathscr{E}_0$ (см. приложение), может в обычных условиях принимать сколь угодно малые значения. Поэтому полученное Ландау условие сверхтекучести, которое в этом случае записывается в виде $v < \Delta\mathscr{E}/p$, не будет выполняться. $_2He^3$ и должен поэтому обладать свойствами нормальной жидкости, испытывающей при своем движении по капилляру действие сил трения.

Вопрос о сверхтекучести $_2He^3$ был радикально пересмотрен после создания теории сверхпроводимости. Вскоре после ее появления Ландау высказал предположение о том, что жидкий $_2He^3$, подобно своему тяжелому изотопу, является сверхтекучим, однако фазовый переход его должен наблюдаться при очень низких температурах, гораздо меньших тех, при которых производились исследования. Детальное теоретическое рассмотрение этого вопроса было произведено Л. П. Питаевским, показавшим, что при температурах, близких к абсолютному нулю, действительно возможен переход жидкого $_2He^3$ в сверхтекучее состояние.

Свойство сверхпроводимости, как мы уже говорили, связано с наличием сил межэлектронного притяжения. Эти силы связывают электроны в пары, что приводит к образованию щели в энергетическом спектре. Электронная жидкость в металле становится благодаря этому сверхтекучей, т. е. движется сквозь решетку кристалла, не испытывая действия сил сопротивления.

В жидком $_2He^3$ также существуют дальнодействующие силы притяжения. Это известные силы Ван-дер-Ваальса, силы электрической природы, действующие между нейтральными поляризованными частицами. Электрические диполи, находясь на большом расстоянии друг от друга, притягиваются с силой $\sim r^{-7}$ (r — расстояние между частицами). Слабое ван-дер-ваальсово притяжение приводит к связыванию при достаточно низкой температуре атомов жидкого $_2He^3$ в пары, подобные куперовским парам сверхпроводника.

Возникает щель в энергетическом сцектре, что и приводит к сверхтекучести жидкости.

Существует, таким образом, глубокая аналогия между явлениями сверхпроводимости и сверхтекучести. Сверхпроводимость — это сверхтекучесть заряженной электронной жидкости, протекающей сквозь решетку кристалла. Для возникновения эффекта сверхтекучести, т. е. для того, чтобы выполнялся критерий Ландау (II. 2), существенно, чтобы система, какой, например, является He II, подчинялась статистике Бозе — Эйнштейна; свободный электронный газ не подчиняется этой статистике и не может быть сверхтекучим. Куперовское же спаривание делает его аналогичным He II, поскольку связанная пара электронов, рассматриваемая как целое, обладает целочисленным спином. Существование щели в энергетическом спектре означает невозможность перехода системы в возбужденное состояние при передаче сколь угодно малой энергии. Это приводит к тому, что критерий Ландау выполняется при малых скоростях движения электронной жидкости, которая и становится, таким образом, сверхпроводящей.

После создания теории сверхпроводимости начался интенсивный поиск новой сверхтекучей жидкости — сверхтекучего He^3. В конце 1972 г. в ряде лабораторий был обнаружен переход жидкого He^3 в новое состояние. Переход этот наблюдался при температуре всего в 0,00265 °К под давлением в 30 *атм*. При этом были обнаружены две фазы сверхтекучего He^3. При отмеченной температуре происходит переход в сверхтекучую фазу *A*, а при дальнейшем понижении температуры происходит переход в новое состояние — так называемую фазу *B*. Фаза *A*, по-видимому, является анизотропной, т. е. величина энергетической щели меняется в зависимости от направления. Другая сверхтекучая фаза, фаза *B*, изотропна. Изучение свойств новой сверхтекучей ферми-жидкости, какой является He^3, — одно из наиболее интересных направлений в современной физике низких температур.

При исследовании свойств He^3 важную роль играет так называемый эффект Померанчука. Этот эффект позволил использовать He^3 для получения

сверхнизких температур. Остановимся кратко на описании этого эффекта.

Гелий, как уже отмечалось выше, остается жидким вплоть до абсолютного нуля. He^3 может быть переведен в твердое состояние лишь при воздействии давления, большего 29 *атм*. Обычно переход вещества из жидкого в твердое состояние сопровождается выделением тепла. Исключение составляет He^3. Если его температура ниже 0,3 °К, то затвердение He^3 сопровождается не выделением, а поглощением теплоты. Следовательно, при соответствующей теплоизоляции затвердение He^3 приводит к понижению температуры.

В 1965 г. Ю. Д. Ануфриев (Институт физических проблем) с помощью эффекта Померанчука получил температуру в 0,01 °К. В дальнейшем были получены еще более низкие температуры, что и позволило наблюдать переход He^3 в состояние сверхтекучести. Этот переход наблюдался и исследовался в работах американских физиков Ошерова, Ричардсона, Ли и группы Уитли.

Квантовые кристаллы. Новые сверхтекучие системы

В последние годы интенсивно развивается новое направление физики твердого тела — физика квантовых кристаллов. Квантовые кристаллы — особое состояние твердых тел, которое наблюдается у некоторых веществ при низких температурах.

Жидкий гелий — квантовая жидкость, которая при обычных условиях не затвердевает вплоть до температуры, равной абсолютному нулю. Однако под влиянием внешнего давления ($\sim 25 - 30$ *атм*) гелий затвердевает. При этом плотность его меняется весьма незначительно (изменение ее составляет $\sim 5\%$). Твердый гелий является главным представителем семейства квантовых кристаллов. Свойства, характеризующие квантовые кристаллы, проявляются также в твердом водороде, неоне и др.

Прежде чем перейти к описанию основных свойств квантовых кристаллов, кратко остановимся на вопросе о том содержании, которое вкладывается в понятие «квантовый кристалл».

Ионы кристаллической решетки совершают, помимо тепловых, также «нулевые» колебания (см. при-

ложение). Нулевые колебания не играют роли при описании, например, кинетических свойств, поскольку решетка кристалла не может отдать связанной с ними энергии. Однако в целом ряде случаев роль нулевых колебаний оказывается весьма существенной. Например, явление сверхпроводимости (см. гл. I) обусловлено взаимодействием электронов с решеткой кристалла, совершающей нулевые колебания.

Обычно амплитуда нулевых колебаний мала по сравнению с периодом решетки. Однако существуют кристаллы (они и называются квантовыми), в которых амплитуда нулевых колебаний оказывается величиной того же порядка, как и период решетки.

Безразмерным параметром, определяющим роль нулевых колебаний и степень перекрытия волновых функций соседних атомов, является величина $\Lambda = a_0^2/d^2$ (a_0 — амплитуда нулевых колебаний, d — межатомное расстояние). Для кристаллов гелия этот параметр особенно велик ($\Lambda \sim 1$). Амплитуда нулевых колебаний приближенно равна $a_0 \approx (\hbar/m\omega)^{1/2}$ (это соотношение непосредственно следует из равенства $m\omega^2 a_0^2 \approx \hbar\omega$). Следовательно, значения амплитуды, а вместе с тем и параметра Λ, возрастают с уменьшением массы атомов. Поэтому квантовыми являются и кристаллы водорода. Для них $\Lambda \approx 0{,}6\ \Lambda_{He}$; для неона $\Lambda \approx \approx 0{,}15\ \Lambda_{He}$. Для других элементов $\Lambda \ll 1$ (например, для ксенона $\Lambda \approx 0{,}01\ \Lambda_{He}$), и их можно рассматривать как обычные кристаллы с атомами, локализованными в узлах кристаллической решетки.

Перейдем теперь к вопросу о поведении дефектов в квантовых кристаллах. Квантовая природа этих веществ здесь проявляется наиболее отчетливо. Теория квантовых кристаллов была развита А. Ф. Андреевым и И. М. Лифшицем *).

В обычных кристаллах дефекты локализованы. Однако большая величина параметра Λ приводит к тому, что в квантовых кристаллах становятся существенными эффекты квантового туннелирования. Дефекты перестают быть локализованными объектами и движутся в кристалле. Состояние частицы, движу-

*) Подробнее см. А. Ф. Андреев. УФН 118, 251 (1976); Квантовые кристаллы. «Мир», 1975.

щейся в периодическом поле кристалла, характеризуется квазиимпульсом $\boldsymbol{k}$ (см. приложение; в этом смысле движущийся дефект аналогичен электрону проводимости). Значения энергии дефекта заполняют энергетическую зону шириной $\Delta\mathscr{E}$.

Дефекты в квантовом кристалле образуют, таким образом, систему частиц, движущихся в поле кристаллической решетки. Система эта под влиянием тех или иных воздействий может переходить в возбужденное состояние. Слабо возбужденное состояние квантовых систем, состоящих из многих частиц, описывается с помощью представления о квазичастицах (см., например, стр. 90). Для описания возбужденного состояния системы дефектов, движущихся в квантовых кристаллах, также вводятся квазичастицы — дефектоны.

Величиной, описывающей подвижность дефектонов, является коэффициент их диффузии D. Весьма своеобразной оказывается температурная зависимость этой величины. При температурах, близких к абсолютному нулю, основным механизмом, определяющим диффузию дефектонов, является их рассеяние друг на друге. При этом коэффициент диффузии $D \sim n^{-1}$ (n — концентрация) и не зависит от температуры. При повышении температуры основную роль начинает играть рассеяние дефектонов тепловыми фононами. При этом $D \sim T^{-9}$, т. е. коэффициент диффузии весьма резко убывает с повышением температуры. При дальнейшем возрастании температуры движение дефектонов описывается чисто классическими переходами, и вероятность их возрастает с ростом T по экспоненциальному закону. Таким образом, функция $D(T)$ оказывается в квантовом кристале не монотонной.

Рассмотрим зависимость энергии дефектона от импульса $\mathscr{E}(\boldsymbol{k})$. Разложим функцию $\mathscr{E}(\boldsymbol{k})$ в ряд вблизи минимального значения $\mathscr{E}_0$, соответствующего $\boldsymbol{k} = 0$: $\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 + k^2/2m$. Отметим, что рождение дефектона с $\boldsymbol{k} = 0$ не нарушает идеальной периодичности кристалла. Действительно, это его характеристика определяется функцией плотности $\rho(\boldsymbol{r})$. Появление дефектона с $\boldsymbol{k} = 0$, естественно, не меняет периодичности $\rho(\boldsymbol{r})$.

При появлении дефектона с $k = 0$ возникает весьма своеобразное состояние. Число узлов кристаллической решетки идеально периодического кристалла оказывается не равным числу атомов. Возможность возникновения такого необычного состояния связана со значительной делокализацией атомов в квантовом кристалле. При столь заметной роли, которую играют эффекты туннелирования, требование равенства числа узлов и числа атомов решетки не является обязательным.

Существование так называемых нулевых дефектонов (они, подобно нулевым колебаниям, существуют при $T = 0\,°K$) приводит к возможности существования сверхтекучего состояния квантового кристалла. Дефектоны, подчиняющиеся статистике Бозе (примером могут служить дефектоны, соответствующие вакансиям в твердом He^4; статистика дефектонов совпадает со статистикой атомов кристалла), могут образовывать неидеальный бозе-газ с отталкиванием. Но такой газ (см. выше, стр. 103) обладает свойством сверхтекучести. Таким образом, кристалл, содержащий такие дефектоны, представляет собой особое состояние вещества, промежуточное между твердым и жидким состоянием. В нем возможны типы движений, характерные как для твердого, так и для жидкого состояний.

Другим представителем семейства квантовых кристаллов является твердый водород. Масса атомов водорода значительно меньше массы атомов Не, однако взаимодействуют они друг с другом сильнее, чем инертные атомы гелия. Поэтому квантовые эффекты в твердом водороде проявляются в меньшей степени, чем в кристаллах Не. Существенными они оказываются в случае, когда атомы водорода являются малыми примесями в кристаллах инертных элементов. Такая система образует квантовый газ. Б. Т. Гейликманом рассматривался вопрос о сверхтекучести системы «примесонов» водорода, аналогичной описанной сверхтекучести дефектонов. Система примесонов водорода подчиняется статистике Бозе, и если они отталкиваются друг от друга, то энергетический спектр системы будет звуковым и оказывается выполненным условие сверхтекучести. Оценки, проведенные на основе

теории упругости, приводят к выводу о реальности такой ситуации.

В настоящее время известна только одна квантовая жидкость — жидкий гелий (точнее, следует говорить о двух квантовых жидкостях He^4 и He^3). Весьма заманчивой является перспектива получения новой квантовой жидкости — сверхтекучего водорода. Температура плавления водорода является довольно низкой ($T_{пл} \approx 14\,°K$). Понижение этой температуры могло бы привести к переходу жидкого водорода в сверхтекучее состояние. По приближенным оценкам сверхтекучесть жидкого водорода могла бы наступить при температуре $T \sim 6\,°K$. В работе В. Л. Гинзбурга и А. А. Собянина предлагается использовать отрицательные давления для уменьшения $T_{пл}$ и получения сверхтекучего водорода. Другой метод, связанный с введением примесей в кристалл водорода, предложен Б. Т. Гейликманом. Введение примесей может привести к увеличению амплитуды нулевых колебаний. Это, в свою очередь, приводит к дополнительному «разрыхлению» кристалла водорода и соответствующему понижению температуры плавления. Постановка соответствующих экспериментов может привести к открытию новой сверхтекучей жидкости.

Немного истории

Физика низких температур, как одно из основных направлений современной физики, возникла в начале XX века. Выше, при описании «сверхъявлений», наблюдаемых при низких температурах — сверхпроводимости и сверхтекучести, — мы не придерживались детально исторической последовательности. Но сейчас, после изложения основных современных представлений о свойствах сверхпроводников и сверхтекучего гелия, нам представляется уместным кратко рассказать о некоторых фактах, относящихся к периоду возникновения физики низких температур.

«... Если бы мы смогли поместить Землю в некую весьма холодную область, то все наши реки и океаны превратились бы в горы. Воздух перестал бы быть невидимым и превратился бы в жидкость. Превращение такого рода открыло бы возможность получения новых жидкостей, о которых мы до сих пор не имеем никакого понятия». Эти слова, произнесенные в сере-

дине XVIII века, принадлежат великому французскому химику Лавуазье.

В XIX веке были сжижены многие газы, но окончательно мечта Лавуазье о получении новых жидкостей исполнилась только в 1908 г., когда в лаборатории голландского физика Камерлинг-Оннеса в Лейденском университете последний из газов — гелий был превращен в жидкость.

Несколько слов о главных достижениях на пути к абсолютному нулю.

Один из основных методов сжижения газов состоит в их сжатии. При этом молекулы сближаются, возрастает роль сил сцепления и становится возможным переход в жидкое состояние. Однако если газ находится при температуре выше критической, то никаким сжатием нельзя превратить его в жидкость. В этом случае необходимо предварительное охлаждение газа.

К семидесятым годам XIX века было произведено огромное количество опытов по сжижению газов и получено много новых жидкостей (следует особо отметить опыты Фарадея, который наряду со сжатием, применяемым раньше для сжижения газов, первым использовал охлаждение газа). Однако кислород, азот и водород не проявляли никаких признаков превращения в жидкость. Поэтому в физике стало складываться убеждение, что эти три вещества являются «постоянными газами». Лишь в 1877 г. французский ученый Кальете сумел получить жидкий кислород при температуре $T = 90{,}2\ ^\circ\text{K}$. Через шесть лет польские физики Вроблевский и Ольшевский первыми увидели жидкий азот. Переход азота в жидкость произошел при $T = 77{,}4\ ^\circ\text{K}$.

Очень сложным был путь получения жидкого водорода. Он превращается в жидкость при температуре всего $20{,}4\ ^\circ\text{K}$. Эта задача была решена лишь в 1898 г. английским физиком Дьюаром. Дьюар использовал для хранения жидкого водорода изобретенный им вакуумный сосуд, который назван его именем и применяется по сей день. Когда Дьюар работал над проблемой получения жидкого водорода, он не сомневался в том, что его работа — последнее усилие на пути к абсолютному нулю. Но Дьюар ошибался. Еще

более низкой оказалась температура кипения жидкого гелия.

Гелий был открыт в 1869 г. при исследовании спектра солнечной короны. На Земле же в течение очень длительного времени никому не удавалось его найти. Только в 1895 г. английский химик Рамсей обнаружил его в составе газов, выделяющихся при нагревании некоторых минералов. Лишь в самом конце XIX века стало ясно, что температура сжижения гелия лежит ниже точки кипения жидкого водорода.

В конце девяностых годов прошлого столетия Камерлинг-Оннес приступил к опытам, цель которых состояла в получении жидкого гелия. Ему-то и удалось провести эксперимент, ставший последней страницей в истории поиска «новых жидкостей».

Почему Камерлинг-Оннес заинтересовался именно физикой низких температур? Позже, в 1913 г., всемирно известный ученый при вручении ему Нобелевской премии сам дал ответ на этот вопрос: «Эта работа должна приподнять завесу, которой тепловое движение при обычных температурах закрывает от нас внутренний мир атомов и электронов».

Температура, при которой гелий переходит в жидкое состояние, составляет всего 4,2 °К. Поэтому он и оказался последней крепостью при решении задачи о сжижении газов. Дьюар в Англии, Ольшевский в Польше и другие экспериментаторы во многих лабораториях мира активно искали способы получения жидкого гелия. Но успех выпал на долю Камерлинг-Оннеса. Именно в его лаборатории 10 июля 1908 г. физики из разных стран, специально приглашенные для наблюдения за историческим экспериментом, впервые увидели жидкий гелий. Эксперимент начался около 6 часов утра и продолжался более 16 часов. В течение этого времени сам Камерлинг-Оннес и его сотрудники находились в состоянии предельного напряжения (несколько месяцев после этого Оннес из-за крайнего переутомления не мог продолжать работу в лаборатории). Во время этого эксперимента было получено около 60 $см^3$ гелия.

Успех не был случайным. Помимо огромного таланта, фантазии, работоспособности, Камерлинг-Оннес отличался особым подходом к постановке экспе-

римента. Это был физик необычного склада. Личный пример Камерлинг-Оннеса и созданная им научная школа сыграли важную роль в формировании облика современного физика-экспериментатора.

Новые жидкости (кислород, азот и водород) были получены в лабораториях Парижа, Вроцлава и Лондона с помощью весьма остроумных, но достаточно скромных экспериментальных средств. Камерлинг-Оннес первым понял, что физик-экспериментатор двадцатого века должен быть еще и хорошим инженером. Ему было ясно, что получение жидкого гелия требует новых мощных технических средств. Он создал знаменитую школу стеклодувов и прибористов, сконструировал специальную холодильную машину.

В наши дни такая постановка эксперимента никого бы не удивила. Всем хорошо известно, например, что современные ускорители — это не только физические приборы, но и сложнейшие технические сооружения. То же самое можно сказать и о современных радиотелескопах, электронных микроскопах, установках высокого давления и других технических средствах современной физики. Но в начале века Камерлинг-Оннес резко выделялся на фоне многих экспериментаторов, проводивших свои исследования (главным образом качественного характера) с помощью небольших лабораторных установок.

Итак, в 1908 г. было произведено сжижение последнего природного газа — гелия. В эти же годы работами Планка по тепловому излучению и Эйнштейна по фотоэффекту были заложены основы квантовой теории.

Вначале квантовая физика и физика низких температур развивались независимо друг от друга. Однако в дальнейшем обнаружилась тесная связь этих «ровесников». Большую роль в этом сыграли работы Камерлинг-Оннеса. В своей Нобелевской лекции, уже упоминавшейся выше, он говорил: «...Учение Планка о квантах выдвинуло измерения при самых низких температурах на передний план физического интереса».

Жидкий гелий часто называют «квантовой жидкостью». При первом знакомстве с квантовой физикой может создаться впечатление, что законы ее важны

только для описания свойств атомов, атомных ядер, электронов и других микрочастиц. Жидкий гелий — один из самых ярких примеров того, что квантовая физика может описывать также и свойства макроскопических тел.

Выше рассказывалось об основных особенностях поведения жидкого гелия. Первая из них была обнаружена Камерлинг-Оннесом еще при проведении эксперимента, во время которого впервые был получен жидкий гелий. Оннес предпринял попытку перевести гелий в твердое состояние. Он начал уменьшать давление в сосуде, где находилась кипящая жидкость. При этом температура понижалась (ее значение стало близким к 1 °К), но никаких признаков затвердения гелия не обнаружилось.

Камерлинг-Оннес и в дальнейшем неоднократно пытался получить твердый гелий. Последняя такая попытка была предпринята им в конце жизни, в 1922 г. Откачивая пар над жидким гелием двенадцатью новыми насосами специальной конструкции (давление при этом упало до 0,013 *мм* рт. ст.!), он достиг температуры, равной всего 0,83 °К. Сообщение об этом эксперименте называлось так: «О самой низкой температуре, полученной до сих пор». Но даже при этой, рекордно низкой по тому времени температуре гелий оставался жидким.

В настоящее время твердо установлено, что гелий — единственное в природе вещество, которое не затвердевает вплоть до абсолютного нуля (он может стать твердым лишь при дополнительном сильном сжатии). Впервые твердый гелий был получен в 1926 г. Кеезомом, преемником Камерлинг-Оннеса, возглавившим после него работу в Лейденской лаборатории.

Как уже отмечалось выше, с точки зрения классической физики уникальное поведение жидкого гелия совершенно непонятно. Ведь с понижением температуры тепловые колебания частиц вещества становятся все слабее и слабее. Наличие же сил межмолекулярного сцепления должно приводить в конце концов к затвердеванию вещества.

Поведение жидкого гелия не имеет ничего общего с этой картиной. Гелий оставался бы жидким и при

абсолютном нуле, хотя при этом вообще бы не было никакого *теплового* движения.

Камерлинг-Оннеса в первом же эксперименте поразила очень малая плотность жидкого гелия. Он оказался в 8 раз легче воды! Столь малая плотность говорит о том, что легкие и инертные атомы гелия находятся к тому же на большом расстоянии друг от друга. Перевести такую жидкость в твердое состояние гораздо сложнее, чем обычные жидкости.

Гелий и остается поэтому жидким вплоть до самых низких температур. Вблизи же абсолютного нуля его затвердеванию препятствуют законы квантовой физики. Согласно этим законам обычное представление о полной остановке атомов при абсолютном нуле оказывается неправильным.

Дальнейшее развитие физики низких температур привело к обнаружению еще одного замечательного свойства жидкого гелия. При температуре $T = 2{,}18\,°\text{K}$ он переходит в состояние сверхтекучести, открытое и тщательно исследованное академиком П. Л. Капицей.

Получив в 1908 г. жидкий гелий и добившись рекордно низких температур, Камерлинг-Оннес резко меняет направление своих исследований. Увидев, что область температур вблизи абсолютного нуля — это целый мир особых физических явлений, он приступает к последовательному изучению различных свойств вещества при низких температурах. «Из всех областей физики, — писал Оннес, — подходят к нам толпой вопросы, ожидающие решения от измерений при гелиевых температурах».

Новые исследования привели Оннеса в 1911 г. к открытию явления сверхпроводимости.

Глава III

Физика сверхпроводимости и другие области науки

В этой главе мы расскажем о влиянии физики низких температур и, в особенности, идей теории сверхпроводимости на другие области физики. Многие из применений теории сверхпроводимости оказались совершенно неожиданными. В целом же речь пойдет о весьма интересных примерах, иллюстрирующих связь различных и весьма отдаленных, на первый взгляд, областей физики.

Сверхтекучие свойства атомного ядра

Ядро атома состоит, как известно, из протонов и нейтронов, т. е. частиц, обладающих, как и электроны в металле или атомы $_2He^3$, полуцелым спином. Иными словами, ядро также представляет собой ферми-систему. Эффект сверхпроводимости, связанный с появлением щели в энергетическом спектре, возникает при наличии даже слабого притяжения между частицами. Ядро — система, в которой взаимодействие является очень сильным, и поэтому предположение о сверхтекучести ядерной материи является вполне естественным *).

В чем проявляется сверхпроводящее состояние ядерного вещества? Конечно, не в отсутствии электрического сопротивления. Ведь такое понятие просто не имеет смысла, когда речь идет об атомном ядре.

Сверхпроводящее состояние проявляется в целом ряде других явлений, например, в процессе поглощения атомным ядром падающего излучения. Процесс

*) Первыми исследованиями, в которых изучалось влияние сверхтекучести на свойства атомных ядер, были работы С. Т. Беляева и Н. Н. Боголюбова (1958 г.).

этот оказывается сильно зависящим от того, четным или нечетным является, например, число протонов в ядре. В первом случае энергия поглощаемого кванта должна, по крайней мере, равняться энергии связи нуклонной пары (см. ниже). Если же число протонов (или нейтронов) нечетно, то имеется одна несвязанная частица. Это приводит к возможности поглощения частот, меньших (примерно в 10 раз), чем в первом случае.

В ядерной физике для описания опытных данных часто применяется так называемая оболочечная модель. Во многих отношениях она аналогична обычной оболочечной модели атома. Предполагается, что нуклоны (протоны и нейтроны) движутся независимо друг от друга в некотором созданном ими так называемом самосогласованном поле. Они заполняют соответствующие энергетическим уровням такой системы оболочки в полной аналогии с тем, как происходит заполнение электронами состояний изолированного атома.

Имеется, однако, целый ряд экспериментальных фактов, которые не объясняются простой оболочечной моделью. Оказывается, далеко не всегда можно пренебрегать взаимодействием между отдельными нуклонами. Энергии возбуждений ядер оказываются часто плохо согласующимися с теоретическими расчетами. Моменты инерции атомных ядер, измеряемые на опыте, оказываются значительно меньше (в 2—$2^1/_2$ раза) величин, рассчитанных теоретически в модели невзаимодействующих частиц.

Межэлектронное притяжение в сверхпроводнике приводит к образованию связанных пар электронов. Оказывается, что такая картина присуща не только электронному газу, но и многим другим системам микрочастиц. Так, в атомных ядрах образуются связанные пары протонов и связанные пары нейтронов, похожие на электронные пары в сверхпроводниках.

Образование связанных нуклонных пар происходит таким образом, что суммарный момент нуклонной пары равен нулю. Чтобы перевести систему нуклонов в возбужденное состояние, нужно разделить нуклонную пару; для этого требуется определенная энергия. Таким образом и возникает наблюдаемая эксперимен-

тально щель между основным и первым возбужденным состояниями в четно-четных ядрах (в этих ядрах все нуклоны разбиты на связанные пары).

Обычные сверхтекучие или сверхпроводящие системы состоят из огромного числа частиц и в большинстве задач могут рассматриваться как бесконечные. Специфика атомного ядра заключается в том, что число нуклонов в ядре сравнительно невелико. Ядро представляет собой, как говорят, конечную ферми-систему. Поверхностные эффекты играют поэтому в ядерной физике принципиально важную роль. Они проявляются прежде всего в том, что одночастичные уровни образуют не непрерывный (как в бесконечной среде), а дискретный спектр. Обозначим посредством $\mathscr{E}_1$ энергию, отделяющую первый возбужденный уровень от основного состояния (без учета спаривания нуклонов). Эффекты парной корреляции играют роль лишь в том случае, когда энергия парной корреляции 2Δ превосходит $\mathscr{E}_1$, т. е. на интервале величиной 2Δ должно укладываться по крайней мере несколько обычных одночастичных уровней.

Если ядро характеризуется заполненными оболочками (магическое ядро), то в такой оболочке спаривание не играет роли. Отметим также, что размер нуклонной пары в ядре $r \sim \Delta^{-1/2}$, а $\Delta \sim 1$ *Мэв*.

Мы говорили выше о трудностях, возникающих при решении вопроса о моментах инерции ядер. Ранее расчет моментов инерции производился для двух предельных моделей. Первая из них соответствовала картине вращения твердого тела; второй была гидродинамическая модель. Однако обе они плохо согласовывались с экспериментальными данными.

Наиболее строгая теория, правильно описывающая реальную картину, была разработана академиком А. Б. Мигдалом и основана на учете эффектов парной корреляции нуклонов. Непосредственно принималась в рассмотрение сверхтекучесть ядерной материи. Значения моментов инерции оказались зависящими от величины энергии спаривания 2Δ. Если бы энергия спаривания была бы бесконечной, то в этом случае момент инерции соответствовал бы вращению идеальной жидкости. Наоборот, при $\Delta \to 0$ возникает картина вращения твердого тела. Реальная ситуация соответ-

ствует «двухжидкостной» модели. Детальный анализ, проведенный в работе А. Б. Мигдала, позволил получить результаты, достаточно хорошо описывающие экспериментальные данные. Таким образом, применение идей и методов, развитых в физике низких температур, оказалось существенным для решения важной задачи ядерной физики.

Измерения ядерных моментов инерции аналогичны исследованиям Э. Л. Андроникашвили, в которых изучается вращение жидкого гелия. Малость моментов инерции, наблюдаемая в столь различных физических объектах — жидком гелии и атомном ядре, связана с одной и той же глубокой физической закономерностью, раскрытой в квантовой теории многих тел. Наличие сил притяжения в ядре приводит к связанному состоянию нуклонов, аналогичному куперовскому спариванию электронов в металле. Такие нуклоны образуют, подобно гелию, бозе-систему, особенности спектра которой приводят к тому, что далеко не при всяком воздействии наблюдается переход ее в возбужденное состояние.

Развитие сверхтекучей модели атомного ядра позволило получить немало существенных результатов в ядерной физике.

Сверхпроводимость и физика сложных молекул

Существует очень широкий класс сложных молекул, содержащих, как говорят химики, сопряженные связи. Главными составными частями этих молекул являются атомы углерода и водорода. На рис. 30 изображены структуры некоторых молекул. Свойства таких молекул изучаются в органической химии и биохимии.

В этих молекулах имеется много электронов. Большая их часть (так называемые σ-электроны) находится вблизи атомных ядер и по своим свойствам мало чем отличается от обычных атомных электронов. Но наряду с σ-системой в молекулах с сопряженными связями имеются электроны (они называются π-электронами), движение которых не ограничивается пребыванием около какого-нибудь иона, входящего в состав молекулы. Они могут перемещаться вдоль всего молекулярного остова. Каждый атом углерода является поставщиком одного такого коллективизиро-

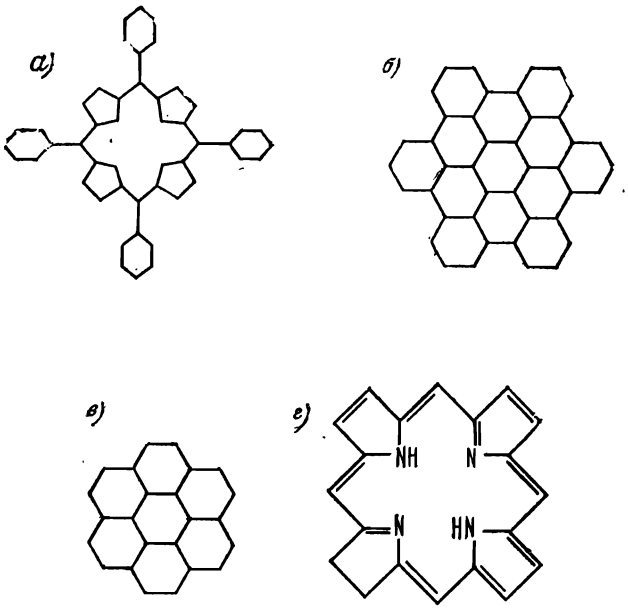

Рис. 30. Примеры сложных молекул, содержащих систему коллективизированных π-электронов: *а*) тетрафенилпорфин *б*) гексабензкоронен, *в*) коронен, *г*) хлорин — основной структурный элемент хлорофилла.

ванного π-электрона. Поэтому их число равно числу углеродных атомов. Так, например, молекула гексобензкоронена содержит 32 π-электрона, молекула хлорофилла — 40 π-электронов.

π-электроны, как мы уже отмечали, могут перемещаться по всему остову молекулы. Такая молекула очень похожа на металл. Роль кристаллической решетки теперь играет ионный остов молекулы, а электронов проводимости — π-электроны.

В чем же проявляется коллективизированный, металлический характер π-электронов? В металлах подвижность электронов проводимости проявляется при воздействии внешнего электрического поля, когда по проводнику начинает идти ток. Подвижный характер π-электронов также обнаруживается проще всего при рассмотрении (как и в случае металла) поведения молекул во внешнем электрическом поле. При этом, од-

лако, исследуется не проводимость, а другое физическое свойство. (Ясно, что говорить о проводимости молекулы, содержащей всего несколько десятков коллективизированных электронов, не имеет смысла.) Если молекула находится в продольном электрическом поле (вектор электрической напряженности параллелен плоскости молекулы), то это приводит к поляризуемости молекулы, аномально большой по сравнению с поляризуемостью молекулы, не имеющей коллективизированных электронов. π-электроны под действием электрического поля смещаются к краю молекулы, и возникает большой дипольный момент. Ясно, что если бы электроны находились только около своих ионов и не могли бы перемещаться по всему молекулярному остову, то не наблюдалось бы большого значения поляризуемости.

Металлический характер π-электронной системы может быть обоснован и с помощью основных представлений зонной теории (см. приложение). Число уровней в зоне равно числу узлов в решетке (такова кратность вырождения). В данном случае оно равно числу атомов углерода. На каждом уровне может находиться два электрона с противоположными спинами. Поскольку число π-электронов равно числу углеродных атомов, то ясно, что возникает наполовину заполненная энергетическая зона, что и соответствует «металлическому», подвижному случаю.

Итак, молекула, содержащая π-электронную систему, похожа на металл. Оказывается, однако, что она не просто похожа на металл, а является миниатюрным сверхпроводником. π-электроны образуют связанные электронные пары, подобные электронным куперовским парам в обычных сверхпроводниках*).

Механизмы притяжения π-электронов вполне аналогичны соответствующим механизмам в обычных сверхпроводниках. Основную роль играет поляризация σ-остова. Посредством кулоновских сил π-электрон вызывает переход σ-электрона в π-состояние (виртуальный σ-π-переход). При обратном его переходе в σ-состояние энергия отдается другому

*) Подробнее см. В. З. Кресин, Журнал структурной химии 12, вып. 4 (1971).

π-электрону, что и приводит к эффективному притяжению π-электронов. Количественные оценки показывают, что этот эффект парной корреляции существен при $\Delta\mathscr{E} \leqslant e^2 p_F \approx 10^5\ см^{-1}$, т. е. в реально наблюдаемых молекулах. В отдельных случаях может играть роль и взаимодействие отдельных групп π-электронов (например, в молекуле, изображенной на рис. 30, *а*), подобное механизму сверхпроводимости, рассмотренному Литтлом (см. выше, гл. I).

В чем же проявляются особенности сверхпроводящего состояния сложных молекул? Если механизм возникновения сверхпроводящего состояния аналогичен механизмам обычной сверхпроводимости, то проявление этого состояния сложных молекул аналогично сверхпроводящему состоянию атомных ядер. И это не случайно, поскольку в обоих случаях мы имеем дело с конечной ферми-системой, ограниченным числом частиц, описываемых одной и той же квантовой статистикой Ферми (в случае ядра речь идет о протонной и нейтронной системах, в рассматриваемых молекулах — о π-электронах). В обоих случаях мы имеем дело с системами, которые характеризуются дискретными уровнями энергии. π-электроны, движение которых ограничено размерами молекулы, находятся как бы в потенциальной яме, и уровни энергии при этом квантуются согласно обычным законам квантовой механики.

Сверхпроводящие свойства π-электронной системы проявляются, главным образом (так же, как и для атомных ядер), при взаимодействии молекулы с падающим излучением. Изучение процессов поглощения света позволяет судить о возбужденных уровнях энергии молекул. Оказывается, что интервал, отделяющий первый возбужденный электронный уровень от основного (см. рис. 31) (процессы, при которых электрон, поглощающий квант света, переходит с основного на первый возбужденный

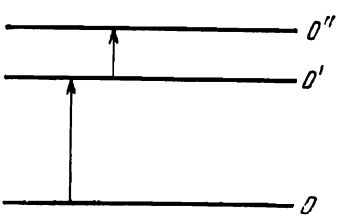

Рис. 31. Электронные уровни.

уровень, называются в спектроскопии 0-0′-переходом), значительно превосходит величину 0′-0″-перехода между вторым и первым возбужденными уровнями. Например, у молекулы коронена (см. рис. 30, *в*) величина 0-0′-перехода равна 22 500 $см^{-1}$ *), а 0′-0″-переход составляет всего 5500 $см^{-1}$. Величина 0-0′-перехода и равна по существу значению энергетической щели, связанной с наличием парного притяжения, с корреляцией сверхпроводящего типа в системе π-электронов. Отмеченная резкая неэквидистантность уровней — проявление сверхпроводящего состояния сложных молекул. Напомним, что, как и в случае атомных ядер, в отсутствие парной корреляции сверхпроводящего типа следовало бы ожидать, в силу квазиклассичности (см. приложение), картины, состоящей из равноотстоящих уровней.

Интересно, что добавление к молекуле одного π-электрона (при этом общее их число становится нечетным) приводит к резкому уменьшению частоты поглощенного света и тем самым к уменьшению величины 0-0′-перехода. При этом наблюдается резкое изменение окраски вещества, состоящего из таких молекул. Например, если добавить к молекуле коронена один электрон, то величина 0-0′-перехода уменьшается до 8000 $см^{-1}$. В системе с нечетным числом π-электронов неспаренный электрон поглощает свет так, как будто нет никакого сверхпроводящего состояния. Добавление к коронену еще одного электрона вновь приводит к увеличению 0-0′-перехода.

Сверхпроводящее состояние проявляется и при взаимодействии молекул с внешним магнитным полем. Обычные сверхпроводники характеризуются эффектом Мейсснера (гл. I), состоящим в том, что магнитное поле не проникает в толщу сверхпроводника. При исследовании магнитных свойств интересующих нас молекул не имеет смысла говорить о эффекте Мейсснера, поскольку молекулы являются плоскими, но физические причины, приводящие в сверхпроводниках к

*) $см^{-1}$ (обратный сантиметр) — распространенная в спектроскопии единица измерений; получается она, если в формуле для частоты $\nu = c/\lambda$ положить $c = 1$. Отметим, что 1 $см^{-1} = 3 \cdot 10^{-17}$ *эрг*.

эффекту Мейснера, проявляются и в сложных молекулах с сопряженными связями. Экспериментально наблюдается аномальный диамагнетизм этих молекул. Иными словами, внешнее магнитное поле приводит к такому движению π-электронов, при котором происходит аномально большое ослабление, «отталкивание» внешнего магнитного поля. Этот аномальный диамагнетизм обусловлен сверхпроводящим состоянием π-электронов.

Обычно полная орбитальная магнитная восприимчивость электронной системы представляет собой сумму $\chi_p + \chi_d$, где χ_p — парамагнитная, χ_d — диамагнитная восприимчивости. В известном квантовомеханическом выражении для плотности тока

$$j = \frac{ie\hbar}{2m}(\psi \nabla\psi^* - \psi^* \nabla\psi) - \frac{e^2}{mc} A\psi\psi^*$$

первое слагаемое соответствует парамагнитному вкладу, а второе, пропорциональное векторному потенциалу A, — диамагнитному*). В обычных металлах величины χ_p и χ_d почти полностью сокращаются (остается лишь слабый диамагнетизм, так называемый диамагнетизм Ландау). В сверхпроводниках подавлен парамагнитный вклад, и основную роль играет величина χ_d, приводящая к эффекту Мейсснера. При изучении магнитных свойств молекул обычно необходимо учитывать оба вклада в полную магнитную восприимчивость. Но для π-систем, находящихся в сверхпроводящем состоянии, величина χ_p оказывается очень малой, и молекула проявляет, как и сверхпроводники, аномальный диамагнетизм.

В достаточно сильном магнитном поле, называемом критическим, сверхпроводящее состояние разрушается (гл. I). Аналогичный эффект, в принципе, должен иметь место в сложных молекулах. Однако критическое поле в этом случае очень велико и намного превосходит достигнутые к сегодняшему дню значения. Но и в полях, меньших критического, должно наблюдаться ослабление сверхпроводящего состояния и уменьшение энергетической щели. В молекулах, помещенных в сильное магнитное поле, следует

*) Спиновый парамагнетизм мы здесь не рассматриваем.

ожидать уменьшения величины 0-0′перехода. Этот эффект действительно наблюдается на опыте.

В туннельных $s-n$-контактах (см. стр. 37) возможно двухчастичное туннелирование: переход электронной куперовской пары из сверхпроводника в нормальный металл. Аналогичный эффект возможен и в молекулярных системах. Он действительно наблюдался в экспериментах В. Г. Майороновского и др., исследовавших электро-химическую реакцию переноса электронного заряда от молекулы каротина к электроду.

Сверхпроводящее состояние молекул проявляется и в ряде других свойств (в появлении дополнительных уровней, лежащих внутри энергетической щели, в особенностях поведения молекул во внешнем электрическом поле и т. д.), но мы здесь не станем подробно на них останавливаться.

Сложные молекулы входят в состав биологически активных веществ. Биологи хорошо знают, что всякое живое вещество обязательно содержит сопряженные системы и, следовательно, подвижные электроны. Биологически активное вещество характеризуется высокой степенью устойчивости по отношению к внешним раздражителям (вспомним, как организм, например, сохраняет почти неизменной свою температуру при сильных изменениях температуры окружающей среды), способностью к передаче возбуждений вдоль живой ткани, наличием дальней связи. Вполне возможно, что устойчивость связана с тем сцеплением, которое существует в сверхпроводящей электронной системе, а дальняя связь обусловлена наличием связанных пар электронов. Ведь электронные пары в сверхпроводниках (об этом рассказывалось выше, стр. 24) замечательны своим огромным размером (10^{-4} *см*). Один из электронов реагирует на изменение состояния другого электрона, находящегося от него на расстоянии в 10^4 периодов кристаллической решетки! Это уникальный случай дальней связи в неживой природе. Вполне возможно, что и в биологически активных веществах действует подобный механизм.

В книге А. и Б. Пюльманов «Квантовая биохимия», хорошо известной биологам всего мира, есть специальный раздел «Делокализация электронов и жиз-

ненные процессы», где отмечается, что «...все наиболее важные биохимические вещества, связанные с основными функциями живой материи,... представляют собой полностью или по крайней мере частично сопряженные системы... Динамичность жизни согласуется с динамичностью электронного облака в сопряженных молекулах. Следовательно, такие системы можно рассматривать и как исходную структуру и как главную основу жизни».

Важную роль в жизни клетки играет процесс переноса заряда в так называемой дыхательной цепи. Цепь переноса представляет собой последовательность белковых молекул. Электрон, поглотивший квант света, движется затем по этой цепи. При этом постепенно образуется запас энергии в клетке. Механизм переноса заряда детально еще не изучен. Вполне возможно, что определенную роль в цепи переноса играет перенос электронной пары, происходящий по механизму эффекта Джозефсона (гл. I).

Пульсары

Около 10 лет назад группа ученых во главе с английским астрофизиком Хьюишем, работавших на новом мощном радиотелескопе в Кембридже, обнаружила приходящие из нашей Галактики радиосигналы, которые носили прерывистый характер. Источник этих сигналов большую часть времени молчал, затем испускал импульсы длительностью в 1/30000 *сек.* Промежуток времени между двумя последующими импульсами (период между пиками излучения) составлял около 4/3 *сек.* Поразительным (помимо прерывистого характера излучения) является постоянство периода. Он оказался равным 1,3372275 *сек* (с точностью до восьмого знака!).

Вначале первооткрыватели решили, что они принимают сигналы от какой-нибудь внеземной цивилизации. Не случайно обнаруженный ими объект получил вначале название LGM (little green men, что в переводе означает «маленькие зеленые человечки»; ранее утверждалось, что именно так выглядят существа, выходящие из «летающих» тарелок). Однако в дальнейшем было открыто еще несколько таких источников, получивших название «пульсары», что характеризует прерывистый характер приходящего от них

излучения. Постепенно стало ясно, что пульсары, хотя и совершенно новые, неизвестные ранее, но все же — вполне естественные астрономические объекты.

Открытие пульсаров вызвало огромный интерес. В настоящее время известно более 100 пульсаров. Установлен целый ряд общих закономерностей, описывающих их свойства. Замечательный пульсар был открыт в конце 1968 г. в Крабовидной туманности. Пульсар этот интересен прежде всего тем, что светит в обычном оптическом диапазоне. Он способен «включаться» и «выключаться» (включение его происходит 33 раза в секунду). Крабовидная туманность возникла при вспышке Сверхновой звезды, произошедшей в 1054 г. Это событие было в то время отмечено китайскими астрономами. Пульсар в Крабовидной туманности (он обозначается PSR 0532) является самым молодым из известных пульсаров. Тот факт, что вспышки сверхновой звезды сопровождаются образованием пульсара, весьма важен как с точки зрения изучения эволюции звезд, так и для раскрытия природы пульсаров.

У читателя может возникнуть естественный вопрос: при чем здесь все-таки физика низких температур и какое отношение к пульсарам имеют сверхтекучесть и сверхпроводимость? Оказывается, что самое непосредственное, и вскоре мы подойдем к ответу на эти вопросы.

Что же представляют собой пульсары? Изучение их свойств привело астрофизиков к выводу о том, что пульсары являются так называемыми нейтронными звездами. Гипотеза о возможности существования нейтронных звезд была еще в 1932 г. выдвинута Л. Д. Ландау (всего через год после открытия нейтронов!). Такие звезды почти полностью состоят из нейтронов. Это особое, нейтронное, состояние вещества характеризуется необычайно высокой ядерной плотностью ($\rho = 2 \cdot 10^{14}$ *г/см*^{3}).

Механизм образования нейтронной звезды можно представить себе следующим образом. Излучение обычных звезд связано с протеканием в их недрах термоядерных процессов. Высокотемпературная плазма, как известно, представляет собой в целом электронейтральный газ, состоящий из положительно заря-

женных ионов и электронов. С течением времени в такой системе все более неуравновешенными становятся гравитационные силы. Плотность вещества резко возрастает. Протоны, входящие в состав атомных ядер, захватывают электроны, что и приводит к переходу звезды в нейтральное состояние.

Нейтронные звезды, таким образом, подобны гигантскому атомному ядру, и, как ядерное вещество, они находятся в сверхтекучем состоянии*). Нейтронное вещество разбивается на связанные пары нейтронов, подобные куперовским электронным парам в сверхпроводнике.

По сравнению с атомным ядром нейтронная звезда — гигантский объект, однако с точки зрения астрономии она очень мала. Размер нейтронной звезды составляет всего 10 *км* (тем не менее огромная плотность делает ее массу сравнимой с массой Солнца).

Структура нейтронных звезд такова. Наружный слой представляет собой твердую кору. Второй слой — нейтронная жидкость. Жидкий слой и находится, благодаря спариванию нейтронов, в сверхтекучем состоянии. Сверхтекучесть при этом подобна сверхтекучести He^3 (в обоих случаях она связана с образованием связанных пар ферми-частиц). Впечатляет значение критической температуры в случае нейтронной звезды. Она оказывается равной $T_к \approx 10^{11}$ °K. Отметим также, что вращение нейтронной звезды вокруг своей оси приводит к образованию вихревой структуры, подобной вихрям во вращающемся сверхтекучем гелии.

В чем проявляется сверхпроводящее состояние нейтронных звезд? Сверхпроводники характеризуются очень малым значением теплоемкости. Именно эта особенность и проявляется в нейтронных звездах и приводит к быстрому их остыванию. Быстрое остывание обязательно нужно учитывать при изучении эволюции звезд.

Еще одно явление, при анализе которого проявились сверхгекучие свойства нейтронной жидкости, было открыто в 1969 г. При наблюдении за поведе-

*) Гипотеза о сверхтекучем состоянии нейтронных звезд была выдвинута в 1959 г. А. Б. Мигдалом.

нием двух пульсаров (один из них называется «Вела», другой — пульсар из Крабовидной туманности, о котором мы говорили выше) было обнаружено явление «сбоя» — внезапное уменьшение периода пульсара. Относительное изменение периода было небольшим (для пульсара «Вела» оно составило, например, величину, равную всего лишь $2 \cdot 10^{-6}$), но точность измерений была достаточно большой, и «сбой» был зарегистрирован весьма четко.

По-видимому, «сбой» происходит при так называемом звездотрясении. Звездотрясение — это процесс, при котором происходит перестройка коры нейтронной звезды. При этом освобождается энергия механических напряжений. Ясно, что перестройка коры приводит и к изменению периода вращения звезды. В результате звездотрясения угловая скорость вращения коры вокруг оси звезды начинает изменяться. Сверхтекучая нейтронная жидкость, однако, не увлекается корой и продолжает вначале вращаться с прежней скоростью. Картина оказывается очень похожей на поведение вращающегося жидкого гелия (см. гл. II). Скорости вращения коры и нейтронной жидкости выравниваются очень медленно, что проявляется в появлении характерной зависимости периода пульсара от времени. Проведенное наблюдение такой зависимости подтвердило наличие сверхтекучести в нейтронных звездах.

Изменение периода вращения пульсара может быть вызвано и другими причинами. Паккардом был предложен механизм, непосредственно учитывающий наличие вихревой структуры в сверхтекучей нейтронной жидкости. Вопрос о вихревой структуре нейтронных звезд впервые рассматривался в работе В. Л. Гинзбурга и Д. А. Киржница.

Вращение пульсара вокруг собственной оси приводит к тому, что нейтронная жидкость, подобно жидкому гелию, оказывается пронизанной вихревыми нитями. Вполне возможно такое состояние вихревой структуры (аналогичное явление наблюдается в сверхтекучем гелии), когда в сверхтекучей жидкости существует избыточное, метастабильное число вихрей. При распаде этих метастабильных вихрей связанный с ними момент количества движения в силу закона

сохранения момента не исчезает, а передается всей вращающейся системе. При этом, естественно, изменяется скорость вращения.

Связанное со «сбоем» поведение пульсара характеризуется тремя временами. Первое из них — это время, отделяющее два последовательных скачка скорости. Так, для пульсара «Вела» оно составляет 2 года, а для пульсара PSR 0532—3 месяца.

После скачкообразного изменения скорости начинается период постепенного замедления вращения пульсара. Этот процесс протекает неравномерно. Вначале скорость вращения падает довольно резко, а затем замедление происходит более плавно. Время, требуемое для перехода к медленному изменению скорости вращения, называется периодом релаксации. Для пульсара «Вела» оно равно $3{,}7 \cdot 10^7$ *сек* $\approx 1{,}2$ года, а для пульсара «Краб» — $6 \cdot 10^5$ *сек* ≈ 7 суток.

После скачка скорости наблюдается также периодическое изменение частоты вращения пульсара, которое тоже описывается некоторым характерным временем (например, для пульсара PSR 0833 оно равно 7 месяцам, для пульсара PSR 0532 — 4 месяцам).

Если бы внутренность пульсара была заполнена обычной классической жидкостью, то времена релаксации были бы значительно меньшими. Они составляли бы величину $\sim 10^{-7}$ *сек*. Только сверхтекучесть нейтронной жидкости, содержащей, кроме того, систему вихрей, может приводить к существованию приведенных времен релаксации.

Этот механизм был детально исследован с помощью уникальной установки — модели пульсара, созданной Дж. С. Цакадзе и С. Дж. Цакадзе в Институте физики АН Грузии в Тбилиси. С помощью этой установки ими был исследован и обоснован описанный механизм «сбоя» пульсаров *).

В их установке нейтронная жидкость моделировалась сверхтекучим гелием, заполнявшим сосуды цилиндрической или сферической формы. Сосуды эти подвешивались на магнитной подвеске и могли совершать равномерное вращение. На этой модели были

*) Подробнее см. Дж. С. Цакадзе, С. Дж. Цакадзе, Сверхтекучесть в пульсарах, УФН **115**, 503 (1975).

детально изучены все три характерных времени. Например, исследовалось влияние различных факторов на время t_0 — период релаксации. Было показано, что поведение сосуда с вращающимся гелием достаточно точно описывается следующей эмпирической формулой:

$$t_0 = A\left(\frac{MR^2}{\hbar}\right)^{\beta}\omega_0^{\beta-1}\left(\frac{\rho_n}{\rho}\right)^{-\alpha}\ln\left(1 + C\frac{\Delta\omega_0}{\dot{\omega}_{c1}}\right),$$

где ω_0 — скорость вращения; ρ_n — плотность нормального компонента; $\Delta\omega_0$ — величина скачка скорости; $A = 1 \pm 0{,}1$; $\beta = 0{,}4 \pm 0{,}05$; $\alpha = 0{,}25 \pm 0{,}01$; $C = 6{,}6 \cdot 10^{-4}$; ω_{c1} — критическая скорость вихреобразования. Далее эта формула была использована для описания свойств нейтронной жидкости в пульсарах. При этом, естественно, в формулу подставлялись значения параметров, характеризующих пульсары. Оказалось, что она с достаточно высокой точностью согласуется с данными, известными из астрофизических наблюдений.

Таким образом, исследование, проведенное с моделью пульсара, показало, что теория, основанная на представлении о двухкомпонентном характере нейтронной жидкости, объясняет основные закономерности, связанные с характерными временами.

Изменение периода вращения пульсара может происходить двумя путями: либо с помощью механизма звездотрясения, при котором вначале ускоряется вращение твердой коры пульсара, а затем вовлекается во вращение сверхтекучая нейтронная жидкость, либо благодаря распаду избыточного числа вихрей. При этом сначала изменяется период вращения нейтронной жидкости, а затем это сказывается и на вращении твердой коры. Реально наблюдаются оба типа ускорения пульсаров.

Наличие вихревой структуры приводит, как и в случае жидкого гелия, к квантованию момента количества движения. Иными словами, оказывается справедливым обычное боровское правило квантования.

Особо следует обратить внимание на пространственный масштаб квантования. При изучении свойств жидкого гелия масштаб квантования определяется масштабом вращающегося цилиндра. В рассматри-

ваемом случае таким масштабом является размер самой нейтронной звезды. Таким образом, квантование происходит в масштабе 10 *км*, т. е. пульсары позволяют в масштабе, превышающем атомные в 10^{13} (!) раз, наблюдать эффекты макроскопического квантования. Те же самые правила Бора, которые определяют законы квантования электронов в атоме, приводят к дискретности момента количества движения в астрофизических масштабах.

Мы хотим завершить это краткое описание интересующих нас свойств пульсаров высказыванием известного физика Дайсона: «Самую волнующую часть физики в настоящий момент следует искать на границе физики с астрономией, где мы натолкнулись на удачу, которая редко нисходит к людям, — открыли пульсары. Пульсары оказались такой лабораторией, в которой можно изучать свойства вещества в условиях, в миллион раз более экстремальных, чем те, которые до сих пор были нам доступны, уникальной лабораторией, где будет возможна проверка физических теорий, перекрывающих многие разделы физики, — от сверхтекучести до общей теории относительности».

В этой главе очень кратко рассказывалось о влиянии физики низких температур на другие области науки. Нам хотелось только лишний раз подчеркнуть, сколь близкими часто оказываются различные области физики, не имеющие на первый взгляд ничего общего между собой. Изучение сверхпроводимости в металлах и сверхтекучести жидкого гелия привело к пониманию физических закономерностей, которые наблюдаются и в астрофизике, при исследовании вопроса о нейтральных звездах, и в микромире, при изучении свойств атомных ядер, при исследовании поведения сложных молекул. Изучение особого состояния вещества, о котором говорилось в этой книге, началось совсем недавно. Направление, связанное с ним, — одно из наиболее важных и интересных в современной физике.

Приложение

Необходимые сведения из квантовой теории

Физические явления, наблюдаемые при низких температурах, могут быть интерпретированы только на основе квантовомеханических представлений. Мы изложим поэтому краткие сведения из квантовой теории и рассмотрим некоторые приложения ее к физике твердого тела. Мы рассмотрим, в частности, особенности поведения обычных твердых тел (несверхпроводников) в области температур, близких к абсолютному нулю.

Основные понятия. Соотношение неопределенностей

Поведение частиц микромира описывается особыми квантовомеханическими законами, глубоко отличающимися от законов классической, ньютоновской физики. Так, энергия электрона в атоме не может изменяться непрерывным образом. Кроме того, опыт показывает, что микрочастицы при определенных условиях обнаруживают свойства, наблюдаемые при изучении волновых процессов. Например, при пропускании электронного пучка через кристалл возникает обычная дифракционная картина.

Законы квантовой механики весьма своеобразны с точки зрения наших обычных представлений. Этому не следует удивляться. Основные положения ньютоновской механики кажутся нам естественными и наглядными по той простой причине, что с их проявлениями мы сталкиваемся в повседневной жизни и можем непосредственно наблюдать движение макроскопических тел.

В квантовой механике отсутствует понятие траектории частицы. В классической физике этим понятием

широко пользуются в механике и в геометрической оптике, но оно, конечно, не имеет смысла при изучении волновых процессов. Волновые свойства электронов и других микрочастиц и привели к необходимости отказаться при формулировке основных положений квантовой механики от понятия траектории.

Состояние частицы в стационарном случае описывается так называемой волновой функцией $\psi(x, y, z)$, зависящей от координат. Величина $|\psi(x, y, z)|^2 dV$ представляет собой вероятность того, что частица находится в элементе объема $dV = dxdydz$ в окрестности точки с координатами (x, y, z). Волновая функция удовлетворяет так называемому уравнению Шредингера:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2}[\mathscr{E} - U]\psi = 0, \quad (\text{П.1})$$

где m — масса частицы, а U — ее потенциальная энергия.

Уравнение Шредингера является основным уравнением квантовой механики и играет в ней такую же важную роль, как и второй закон Ньютона в обычной, классической, механике. Решение его позволяет определить состояние частицы — функции $\psi(x, y, z)$, а также значения энергии $\mathscr{E}$.

В 1927 г. Гейзенбергом были установлены так называемые соотношения неопределенностей, раскрывающие физическую сущность квантовомеханической теории. Эти соотношения имеют вид:

$$\Delta p_x \Delta x \gtrsim 2\pi\hbar; \quad \Delta p_y \Delta y \gtrsim 2\pi\hbar; \quad \Delta p_z \Delta z \gtrsim 2\pi\hbar. \quad (\text{П.2})$$

Здесь $\hbar$ — постоянная Планка; слева в соотношениях (П.2) стоят неопределенности в значениях координат и импульсов частицы. Микрочастица не может, как видно из (П.2), характеризоваться точными значениями координат и импульса (невозможными являются состояния, в которых, например, $\Delta x = 0$ и одновременно $\Delta p_x = 0$). В противном случае можно было бы, зная положение частицы и ее скорость, получить траекторию движения, понятие которой, как мы уже отмечали выше, отсутствует в квантовой механике.

Сами понятия координаты и импульса заимствованы из классической физики. Ими можно пользоваться и при квантовомеханическом описании, однако соотношения неопределенностей накладывают при этом существенные ограничения, указывают пределы применимости классических представлений при описании атомных явлений.

Туннельный эффект. Осциллятор

Мы рассмотрим сейчас некоторые квантовомеханические эффекты. Проявления их встречались нам при обсуждении ряда явлений, происходящих при сверхнизких температурах.

Предположим, что электрон движется слева направо в силовом поле, причем потенциальная энергия его имеет вид, изображенный на рис. 32:

$$\begin{aligned} U(x) &= 0 \quad \text{при } x < 0; \\ U(x) &= U_0 \quad \text{при } x > 0. \end{aligned} \tag{П.3}$$

Энергию электрона будем считать удовлетворяющей условию $\mathscr{E} < U_0$. Изображенный на рис. 32 потенциал представляет собой так называемую одномерную потенциальную стенку. Для простоты расчета форма его выбрана прямоугольной.

Задача о движении тела в потенциальном поле $U(x)$ вида (П.3) может быть рассмотрена и с точки зрения классической механики. При этом оказывается, что частица не может проникнуть в область $x > 0$. В самом деле, полную энергию, как известно, можно записать в виде $\mathscr{E} = T + U$ ($T = p^2/2m > 0$ — кинетическая энергия). В области барьера $\mathscr{E} < U_0$. При этом кинетическая энергия должна стать отрицательной величиной, скорость частицы — мнимой, что физически бессмысленно. Это и означает невозможность проникновения частицы в область, где находится изображенный на рис. 32 потенциальный барьер.

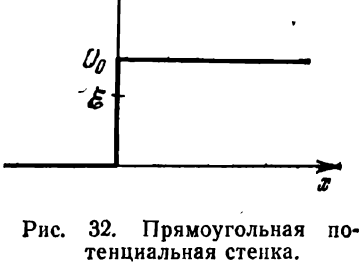

Рис. 32. Прямоугольная потенциальная стенка.

Оказывается, однако, что с точки зрения квантовой механики подоб-

ного запрета не существует. Проведенное выше рассуждение, основанное на использовании соотношения $\mathscr{E} = T + U$, здесь не имеет смысла. В квантовой механике энергию частиц, строго говоря, нельзя представить в виде суммы кинетической и потенциальной энергий, т. е. иными словами, в виде суммы двух слагаемых, одно из которых зависит только от импульсов, а другое — от координат. Это утверждение вытекает из соотношений неопределенностей (П.2), согласно которым нельзя говорить об одновременных точных значениях импульса и координаты.

Квантовомеханическая постановка задачи о возможности проникновения электрона в барьер такова. Нужно найти удовлетворяющую уравнению Шредингера волновую функцию $\psi(x\ y, z)$. Область $x > 0$ не будет запрещенной, если $\psi(x > 0) \neq 0$, т е. если отличной от нуля будет вероятность пребывания в ней рассматриваемой частицы. Запишем при $x > 0$ уравнение Шредингера:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}[\mathscr{E} - U_0]\psi = 0,$$

или

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} - \varkappa^2\psi = 0; \quad \varkappa^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(U_0 - \mathscr{E}).$$

Это обычное линейное однородное дифференциальное уравнение, решение которого имеет вид

$$\psi(x) = Ae^{\varkappa x} + Be^{-\varkappa x}.$$

Постоянная величина A равна нулю, поскольку в противном случае с ростом x волновая функция $\psi(x)$ бесконечно бы возрастала, что физически бессмысленно.

Величина же B отлична от нуля. Более подробное исследование, учитывающее непрерывность волновой функции и ее производной, которое мы не будем здесь проводить, приводит к следующему выражению:

$$|\psi(x)|^2_{x>0} = \frac{4K^2}{K^2 + \varkappa^2} e^{-2\varkappa x} \qquad (K^2 = 2m\mathscr{E}/\hbar^2).$$

Существенно, что вероятность пребывания электрона в области $x > 0$ оказывается отличной от нуля, т. е. с точки зрения квантовой механики возможным

оказывается эффект, запрещенный при классическом рассмотрении.

Рассмотрим потенциал, изображенный на рис. 33, т. е. барьер конечной ширины. С точки зрения классической механики прохождение сквозь него тела с энергией $\mathscr{E} < U_0$ невозможно. Этот эффект, однако, наблюдается при исследовании движения микрочастиц и разрешен квантовой механикой, описывающей их поведение.

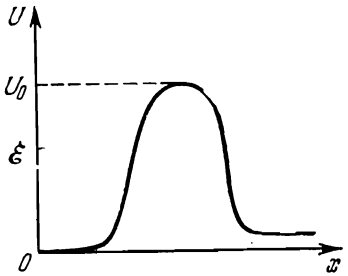

Рис. 33. Потенциальный барьер.

Отражение частицы, описываемой классической механикой, от потенциального барьера аналогично известному в оптике явлению полного внутреннего отражения. Согласно геометрической оптике лучи, падающие под углом, бо́льшим предельного, не проникают из среды, оптически более плотной, в среду, оптически менее плотную. Известно, однако, что более подробное рассмотрение этого явления, основанное на использовании не геометрической, а волновой оптики, приводит к возможности проникновения света во вторую среду. При этом, если оптически более плотная среда представляет собой тонкую пластинку, то свет будет проходить (просачиваться) сквозь нее, несмотря на то, что угол его падения больше предельного угла полного внутреннего отражения.

Световые волны не подчиняются законам геометрической оптики. Поведение электронов, проникающих сквозь потенциальный барьер, аналогично описанному поведению световых волн и не подчиняется законам классической механики.

Рассмотренное явление называется туннельным эффектом и играет фундаментальную роль при объяснении таких эффектов, как распад атомных ядер или, например, холодная эмиссия электронов из металлов, помещенных в сильное электрическое поле. Важным он оказывается и при исследовании свойств сверхпроводников (см. гл. I).

В классической механике любая потенциальная яма может сделать движение частицы финитным, т. е. ограниченным в пространстве. В квантовой механике возможна иная ситуация. В трехмерной потенциальной яме малой глубины $\left(|U_0| \ll \frac{\hbar^2}{ma^2}\right.$, где a — линейный размер ямы) вообще отсутствуют уровни энергии. Таким образом, связанное состояние частицы оказывается при этом невозможным.

Картина существенно меняется в одномерном и двумерном случаях. Сколь угодно слабое притяжение (яма произвольной глубины) приводит к связанному состоянию. Движение частицы становится финитным. Особенно интересен случай двумерного движения. Решение уравнения Шредингера *) приводит к следующему выражению для уровня энергии:

$$|\mathscr{E}| \sim \frac{\hbar^2}{ma^2} \exp\left[-\frac{\hbar^2}{m}\left|\int_0^\infty Ur\,dr\right|^{-1}\right].$$

Мы видим, что уровень энергии оказывается экспоненциально малой величиной.

Электроны, движущиеся в металле, совершают трехмерное движение. Однако наличие заполненной ферми-поверхности приводит к тому, что эффективное движение электронов, находящихся вблизи уровня Ферми, становится фактически двумерным. Поэтому сколь угодно слабое притяжение (обусловленное взаимодействием электронов с решеткой кристалла) приводит к связанному состоянию. Образуются куперовские пары. Именно поэтому формула (I.5) для критической температуры похожа на приведенную выше формулу для энергии связанных состояний в двумерной яме. Отметим также следующую особенность формулы (I.5). Функцию $T_к(\rho)$ нельзя разложить в ряд по степеням ρ. Поэтому оказываются неприменимыми обычные методы теории возмущений, и потребовалось создание особого метода рассмотрения межэлектронного взаимодействия.

---

*) Подробнее см., например, Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, «Наука», 1974, § 45.

Одной из важнейших квантовомеханических задач является теоретическое рассмотрение гармонического осциллятора, т. е. частицы, совершающей малые колебания около положения равновесия. При движении вдоль прямой потенциальная энергия такой частицы имеет вид $U(x) = m\omega^2 x^2/2$, где m — масса частицы, а $\omega = 2\pi\nu$ — циклическая частота ее колебаний. Примерами являются малые колебания атомов в молекуле, колебания поверхности атомного ядра и т. д. Осцилляторами являются также ионы кристалла, совершающие тепловое движение около положения равновесия.

В классической механике энергия гармонического осциллятора (им является, например, тело, подвешенное на пружине), как известно, равна

$$\mathscr{E} = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 x^2}{2}. \qquad (\text{П.4})$$

Эта величина с изменением импульса и координаты пробегает непрерывный ряд значений. В частности, при $p = 0$ и $x = 0$ она обращается в нуль, что соответствует осциллятору, покоящемуся в положении равновесия.

Иначе обстоит дело при квантовомеханическом рассмотрении. Для нахождения энергии осциллятора необходимо решить одномерное уравнение Шредингера, в котором потенциальную энергию следует считать равной $U(x) = m\omega^2 x^2/2$. Решение это приводится в любом курсе квантовой механики и имеет вид:

$$\mathscr{E} = (n + {}^1/_2)\,\hbar\omega, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \qquad (\text{П.5})$$

Из этой формулы видно, что энергия осциллятора не может принимать любые значения. Она оказывается дискретной величиной (квантуется), причем расстояние между соседними уровнями одинаково и равно $\hbar\omega$.

Минимальная энергия осциллятора, как видно из (П.5), равна $\hbar\omega/2$. Существенно, что этот минимум оказывается величиной, отличной от нуля. Квантовомеханический осциллятор не может «остановиться», и даже в основном состоянии совершает так называемые «нулевые» колебания. Существование их является весьма важным квантовым эффектом, не имеющим места в классической физике. Он играет

фундаментальную роль при исследовании сверхпроводящего состояния. Вопрос этот обсуждается в гл. I, посвященной свойствам сверхпроводников; сейчас же нам важно установить физическую причину появления нулевых колебаний. Эффект этот связан с соотношением неопределенностей Гейзенберга. Из формулы (П.4) видно, что колеблющееся согласно законам классической механики тело имеет нулевую энергию только в случае, когда $p = 0$ и $x = 0$. При этом и импульс, и координаты имеют одновременно точные значения. В квантовой механике это невозможно, что и приводит к конечному значению минимальной энергии гармонического осциллятора.

Переход к классической механике. Квазиклассический случай

Переход к классической механике происходит при стремлении к нулю длины волны де Бройля $\lambda\!\!\!^{-}$ ($\lambda\!\!\!^{-} = \hbar/p$; p — импульс электрона) или, формально, при $\hbar \to 0$. Этот переход аналогичен переходу от волновой к геометрической оптике.

Если $\lambda\!\!\!^{-}$ мала по сравнению с характерными размерами задачи, то становится справедливым так называемое квазиклассическое приближение. Более точно, условие применимости этого метода состоит в выполнении неравенства $d\lambda\!\!\!^{-}/dx \ll 1$, т. е. длина волны де Бройля должна мало меняться на расстояниях порядка самой $\lambda\!\!\!^{-}$. Условие это выполняется для достаточно больших значений главного квантового числа n.

В квазиклассическом случае оказываются справедливыми правила квантования Бора. При движении электрона в одномерной потенциальной яме его уровни энергии определяются из уравнения

$$\oint p\,dx = 2\pi\hbar\left(n + \tfrac{1}{2}\right), \qquad (\text{П.5}')$$

Дифференцируя это равенство по n, приходим, с учетом соотношений $\frac{\partial E}{\partial p} = v$ и $\oint \frac{dx}{v} = T$ (T — период классического движения), к формуле $\Delta E = \hbar\omega$ (ω — частота классического движения). Таким образом, в области, где справедливо квазиклассическое приближение, в отдельных участках спектра интервалы меж-

ду соседними уровнями энергии одинаковы и равны классическим боровским частотам $\hbar\omega$.

Если $U = m\omega^2 x^2/2$ (одномерный осциллятор), то вычисление с помощью (П.5′) приводит также к формуле (П.5). В данном случае результат, полученный с помощью квазиклассического метода, оказывается справедливым при всех n.

Принцип неразличимости одинаковых частиц. Принцип Паули

Выше мы рассматривали вопрос о квантовомеханическом поведении одной микрочастицы. Наиболее интересным для нас, однако, является знание свойств систем, состоящих из большого числа частиц. Сложный атом, электронный газ в металле, жидкий гелий, обнаруживший при низких температурах свойство сверхтекучести, — все это примеры систем, изучаемых с помощью основных принципов квантовой теории многих тел.

Если частицы, описываемые классической механикой, тождественны между собой, то это вовсе не означает их неразличимости. В самом деле, пусть нам известно их положение A, B, C в начальный момент времени (рис. 34). Мы можем перенумеровать частицы в этом состоянии. Если они перемещаются в пространстве и через некоторое время окажутся в точках A', B' и C', то мы можем, несмотря на одинаковость частиц, точно определить, где находится каждая из ранее перенумерованных частиц. Такая возможность существует благодаря тому, что они движутся по определенным траекториям и, следя за этим движением, мы можем в любой момент времени отличить их друг от друга.

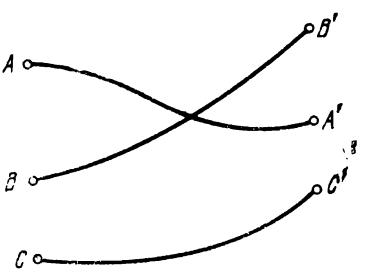

Рис. 34. Движение классических частиц по траекториям.

В квантовой механике, как мы уже отмечали, понятие траектории отсутствует. Это приводит к весьма глубоким изменениям при описании свойств системы многих микрочастиц. Если, например, электроны и пе-

ренумерованы в начальный момент времени, то в дальнейшем, если один из них окажется локализованным в какой-нибудь точке пространства, номер его все равно принципиально не может быть определен.

Так, при сближении двух атомов водорода в некоторой области пространства становится достаточно большой вероятность пребывания любого из электронов, принадлежащих вначале разным атомам. Предположим, что в результате эксперимента в какой-нибудь точке будет обнаружен электрон. Мы не сможем, однако, при этом никаким способом определить, какому из первоначально удаленных атомов водорода принадлежал он ранее.

Одинаковые микрочастицы принципиально неразличимы. Это утверждение и составляет содержание квантовомеханического принципа неразличимости одинаковых частиц. Принцип этот не имеет аналога в классической физике и проявляется в неизменности физических свойств системы при перестановке пары частиц.

В дальнейшем мы для простоты будем рассматривать систему, состоящую всего из двух частиц. Основная квантовомеханическая характеристика ее — волновая функция $\psi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)$ — зависит от координат обеих частиц, т. е. является в рассматриваемом случае функцией шести переменных. При перестановке $\boldsymbol{r}_1 \rightleftarrows \boldsymbol{r}_2$ состояние согласно принципу неразличимости не изменится: $\psi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = e^{i\varphi}\psi(\boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{r}_1)$, т. е. волновая функция может, вообще говоря, лишь умножиться на фазовый множитель $e^{i\varphi}$, не меняющий ее модуля. После повторной перестановки волновая функция окажется умноженной на $e^{2i\varphi}$, но поскольку система при этом возвращается в исходное состояние, должно выполняться равенство $e^{2i\varphi} = 1$, т. е. $e^{i\varphi} = \pm 1$. Возможными, таким образом, оказываются два случая:

$$\psi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = \psi(\boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{r}_1) \qquad (\text{П.6})$$

и

$$\psi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = -\psi(\boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{r}_1), \qquad (\text{П.6}')$$

т. е. функция системы, состоящей из двух частиц, при их перестановке или остается неизменной, или меняет знак на противоположный. Волновые функции, удовлетворяющие условию (П.6), называются симметрич-

ными волновыми функциями, а удовлетворяющие условию (П.6′) — антисимметричными.

Частицы, свойства которых описываются симметричными функциями (к ним относятся мезоны, фотоны, атомные ядра, состоящие из четного числа нуклонов, и др.), называются частицами, подчиняющимися статистике Бозе — Эйнштейна, или бозонами. Антисимметричными функциями описываются так называемые фермионы, частицы, подчиняющиеся статистике Ферми — Дирака (к ним относятся электроны, позитроны, протоны, нейтроны, нейтрино и др.) Таким образом, оказывается, что все частицы можно классифицировать согласно формулам (П.6) и (П.6′).

В приведенных формулировках не случайно говорится о различных типах статистик, описывающих свойства микрочастиц. Статистическая физика, или, как кратко говорят, статистика, описывает, как известно, свойства систем, состоящих из очень большого числа частиц. Точное описание при этом, конечно, невозможно, и поэтому оно носит вероятностный характер. В классической физике хорошо известно, например, распределение Максвелла молекул идеального газа

$$dn = 2\pi n\,(\pi kT)^{-3/2} e^{-\mathscr{E}/kT} \sqrt{\mathscr{E}}\, d\mathscr{E},$$

где dn — число молекул, обладающих энергией в интервале $\mathscr{E}$, $\mathscr{E} + d\mathscr{E}$, k — постоянная Больцмана. Энергия частиц, как обычно в классической механике, пробегает непрерывный ряд значений.

Если мы будем рассматривать идеальный газ, состоящий из огромного числа микрочастиц, то точное решение задачи, учитывающее особенности поведения каждой из них, также невозможно. Поэтому в квантовой статистике определяется лишь среднее число частиц в данном квантовом состоянии. При этом учитывается, с одной стороны, характерный для квантовой теории дискретный характер энергии, а с другой — требования принципа неразличимости одинаковых частиц. Для фермионов функция n имеет вид

$$n = \frac{1}{e^{(\mathscr{E}-\mu)/kT} + 1}, \qquad (П.7)$$

а для бозонов

$$n = \frac{1}{e^{(\mathscr{E}-\mu)/kT} - 1}. \qquad (\text{П.8})$$

В выражениях (П.7) и (П.8) μ — так называемый химический потенциал системы, который представляет собой величину, численно равную изменению энергии в системе при добавлении к ней одной частицы. Если число частиц переменно, то $\mu = 0$. Так, для фотонов, энергия которых равна $\mathscr{E} = \hbar\omega$, получаем известное выражение Планка:

$$n = \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \qquad (\text{П.9})$$

Распределения Ферми — Дирака и Бозе — Эйнштейна, как видно из выражений (П.7), (П.8), отличаются лишь знаком перед единицей в знаменателе. Однако это приводит к очень большому различию в физических свойствах ферми- и бозе-систем.

Из формулы (П.7) видно, что для ферми-частиц всегда $n < 1$. Это ограничение составляет содержание принципа Паули, согласно которому в системе ферми-частиц в одном и том же квантовом состоянии не может находиться более одной частицы. Утверждение это является следствием принципа неразличимости одинаковых частиц.

Рассмотрим вновь систему, состоящую из двух электронов. Обозначим через $\psi_1(\boldsymbol{r}_1)$ и $\psi_2(\boldsymbol{r}_2)$ волновые функции, описывающие состояние соответственно первого и второго электронов. Волновая функция $\psi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)$ всей системы в целом должна удовлетворять условию (П.6) и может быть записана в виде:

$$\psi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_1(\boldsymbol{r}_1)\psi_2(\boldsymbol{r}_2) - \psi_1(\boldsymbol{r}_2)\psi_2(\boldsymbol{r}_1)].$$

Отсюда видно, что если функции ψ_1 и ψ_2 одинаковы, то $\psi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) \equiv 0$, и невозможной, таким образом, оказывается ситуация, при которой оба электрона описываются одинаковыми волновыми функциями, т. е. находятся в одном и том же квантовом состоянии.

Согласно принципу Паули данное квантовое состояние или свободно, или же в нем находится одна частица. Среднее же число частиц поэтому оказы-

вается величиной, меньшей единицы. Такого ограничения нет в системах бозе-частиц, статистическое распределение которых дается формулой (П.8).

Электронный газ в твердом теле

Развитие квантовой теории твердого тела началось с 1928 г., когда Зоммерфельд применил к электронам в металле квантовую статистику Ферми — Дирака. Разработанная им модель получила название «модели свободных электронов». В ней не рассматривается связь электронов с кристаллической решеткой и взаимодействие их друг с другом.

Квантовое статистическое распределение Ферми — Дирака имеет вид (П.7).

В формуле (П.7) μ — химический потенциал системы. Для нахождения этой величины рассмотрим распределение Ферми — Дирака при температуре, равной абсолютному нулю. Тогда, как легко видеть из (П.7), $n = 1$ при $\mathscr{E} < \mu$ и $n = 0$ при $\mathscr{E} > \mu$, т. е. $\mu = \mathscr{E}_0$, где $\mathscr{E}_0$ — граничная энергия электронов. Электронный газ при абсолютном нуле называют полностью вырожденным ферми-газом. Графически функция распределения полностью вырожденного ферми-газа приведена на рис. 35.

При температурах, отличных от нуля, функция распределения (П.7) будет отличаться от функции, изображенной сплошной линией на рис. 35. Вблизи $T = 0\,^\circ\mathrm{K}$ это отличие сводится к размытию кривой около значения $\mathscr{E} = \mathscr{E}_\mathrm{F}$. Квантовые эффекты существенны до тех пор, пока температура удовлетворяет условию $kT \ll \mathscr{E}_\mathrm{F}$. Температура, определяемая соотношением $kT = \mathscr{E}_\mathrm{F}$, называется температурой вырождения.

Состояние электрона в рассматриваемом случае определяется его энергией и значением проекции его спина. Спином в квантовой механике называют собственный момент количества движения. Проекция спина электрона на

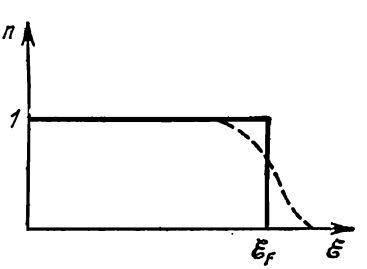

Рис. 35. Функция распределения вырожденного ферми-газа.

ось может принимать два значения, равные соответственно $-\hbar/2$ и $\hbar/2$. Таким образом, в согласии с принципом Паули, на данном энергетическом уровне могут находиться лишь два электрона, отличающиеся друг от друга направлением спина.

Рассмотрим теперь вопрос о теплоемкости электронного газа при низких температурах. При нагревании газа часть электронов, энергия которых близка к граничной энергии, переходит на уровни, бо́льшие $\mathscr{E}_0$. Число таких электронов приближенно равно $NkT/\mathscr{E}_0$ (N — полное число электронов). При этом увеличение энергии каждого из них приближенно равно среднему значению энергии теплового движения, т. е. $\Delta\mathscr{E} \approx kT$. Таким образом, полное увеличение энергии всей системы электронов $\mathscr{E}$ оказывается при низких температурах пропорциональным квадрату температуры:

$$\mathscr{E} \approx \frac{(kT)^2}{\mathscr{E}_0} N.$$

Теплоемкость $c_V = (\partial\mathscr{E}/\partial T)_V$ газа оказывается величиной, прямо пропорциональной температуре:

$$c_V \approx \frac{Nk^2}{\mathscr{E}_0} T. \qquad (\text{П.10})$$

Это соотношение представляет собой важный результат квантовой теории металлов. Теплоемкость электронов при низких температурах убывает при $T \to 0$ по линейному закону.

Зонная теория твердых тел

Применение квантовой статистики Ферми — Дирака к свободному электронному газу позволяет получить ряд результатов, описывающих свойства металлов. Электроны, однако, весьма сильно взаимодействуют с ионами кристаллической решетки, и без детального рассмотрения этого взаимодействия мы не можем доверять полученным соотношениям.

Исследование вопроса о поведении электронов в поле кристаллической решетки необходимо не только для обоснования и уточнения результатов, полученных при рассмотрении свободного электронного газа. Целый ряд процессов (электрическая проводимость, теплопроводность, явление сверхпроводимости и т. д.)

определяется взаимодействием электронов с решеткой кристалла. Наконец, в рамках модели свободных электронов невозможно установить причину, по которой твердые тела разделяются на металлы, диэлектрики и полупроводники. Ответ на этот фундаментальный вопрос дается, как мы увидим, при квантовомеханическом рассмотрении состояния электрона, находящегося в поле кристаллической решетки.

Кристаллическая решетка не является, конечно, статистическим образованием. Ионы, как известно, совершают тепловые колебания около положения равновесия. Мы, однако, вначале будем считать ионы неподвижными и рассмотрим движение электрона в поле идеальной периодической решетки, не содержащей дефектов и примесных атомов.

Для квантовомеханического исследования интересующего нас вопроса необходимо решить уравнение Шредингера (П.1)

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}[\mathscr{E} - U(\boldsymbol{r})]\,\psi = 0$$

с потенциалом $U(\boldsymbol{r})$, описывающим взаимодействие электрона с ионами кристаллической решетки. Из соображений симметрии ясно, что функция $U(\boldsymbol{r})$ должна удовлетворять условию

$$U(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{a}) = U(\boldsymbol{r}),$$

где $\boldsymbol{a}$ — период решетки.

Нам необходимо установить вид функции $\psi(\boldsymbol{r})$, квадрат модуля которой в согласии с основными принципами квантовой механики описывает вероятность того или иного положения электрона в пространстве. Определить следует также значения полной энергии электрона $\mathscr{E}$.

Точное решение уравнения (П.1) в общем виде получить, конечно, невозможно. Тем не менее свойство периодичности позволяет исследовать все основные его особенности.

Электронную волновую функцию можно представить в форме, предложенной Блохом:

$$\psi(\boldsymbol{r}) = u_{\boldsymbol{p}}(\boldsymbol{r})\, e^{i\frac{\boldsymbol{pr}}{\hbar}}. \qquad (\text{П.11})$$

Здесь $u_p(r)$ — модуль комплексной волновой функции. Так как квадрат функции $u_p(r)$ описывает вероятностным образом пространственное расположение электронов, а состояние последнего не изменяется при смещении на период решетки, то, следовательно, $u(r+a)=u(r)$.

В соответствии с общими физическими принципами ясно, что состояние электрона характеризуется сохраняющимся импульсом только в том случае, если пространство, в котором движется частица, является однородным. В этом случае состояние электрона не меняется при перемещении его на любой, сколь угодно малый вектор. Такая ситуация может иметь место, например, при рассмотрении полностью свободного электрона, описываемого волновой функцией $\psi(r)=\frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}}e^{\frac{i}{\hbar}pr}$ (плоская волна), где p — электронный импульс.

Ясно, что пространство кристаллической решетки, в котором движется электрон, находящийся в твердом теле, вовсе не является однородным. В связи с этим и блоховская волновая функция существенно отличается от волновой функции, описывающей состояние свободного электрона. Предэкспоненциальный множитель в (П.11) является функцией координат (в связи с этим блоховскую функцию часто называют «модулированной плоской волной»). Вектор p, фигурирующий в (П.11), нельзя, конечно, считать импульсом движущегося в решетке электрона.

Ситуация не является, однако, безнадежной для количественного расчета, как это может показаться на первый взгляд. Неоднородность пространства кристаллической решетки вовсе не означает полного отсутствия симметрии. Ввиду периодичности решетки состояние электрона не изменяется при его смещении на вектор a, являющийся периодом решетки. Эта трансляционная симметрия и приводит к тому, что вектор p, фигурирующий в выражении для блоховской функции, обладает многими свойствами обычного импульса и называется поэтому квазиимпульсом. В частности, средняя скорость движения электрона оказывается равной $v=\partial\mathscr{E}/\partial p$. Это выражение вполне ана-

логично классической формуле, связывающей скорость, энергию и импульс частицы.

Вектор $\boldsymbol{p}$ во многих отношениях подобен истинному импульсу, однако он не тождествен ему. Основное своеобразие квазиимпульса состоит в его неоднозначности. Преобразование параллельного переноса $\boldsymbol{r} \to \boldsymbol{r} + \boldsymbol{a}$ умножает блоховскую функцию на $e^{i\boldsymbol{k}\boldsymbol{a}}$ ($\boldsymbol{k} = \boldsymbol{p}/\hbar$). Значения вектора $\boldsymbol{k}$, для которых этот множитель одинаков, являются в силу определения квазиимпульса эквивалентными между собой, ибо они все описывают одно и то же состояние электрона. Определенному состоянию электрона вместо вектора $\boldsymbol{k}$ можно сопоставить вектор $\boldsymbol{k} + 2\pi\boldsymbol{g}$, где $\boldsymbol{g} = m_1\boldsymbol{g}_1 + m_2\boldsymbol{g}_2 + m_3\boldsymbol{g}_3$, ($m_1$, m_2, m_3 — произвольные целые числа, а векторы $\boldsymbol{g}_1$, $\boldsymbol{g}_2$, $\boldsymbol{g}_3$ определяются из условия $\boldsymbol{a}_i\boldsymbol{g}_k = \delta_{ik}$ ($\boldsymbol{a}_i$ — период решетки: $\boldsymbol{a} = n_1\boldsymbol{a}_1 + n_2\boldsymbol{a}_2 + n_3\boldsymbol{a}_3$).

В самом деле $e^{i(\boldsymbol{k}+2\pi\boldsymbol{g})\boldsymbol{a}} = e^{i\boldsymbol{k}\boldsymbol{a}} \cdot \exp 2\pi i(n_1m_1 + n_2m_2 + n_2m_3) = e^{i\boldsymbol{k}\boldsymbol{a}}$. Таким образом, вектор $\boldsymbol{k} + 2\pi\boldsymbol{g}$ действительно оказывается физически эквивалентным вектору $\boldsymbol{k}$.

Векторы $\boldsymbol{g}_1$, $\boldsymbol{g}_2$, $\boldsymbol{g}_3$ легко выражаются через периоды данной решетки $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{a}_3$. Связь между ними дается соотношениями:

$$\boldsymbol{g}_1 = \frac{1}{V}[\boldsymbol{a}_2\boldsymbol{a}_3], \quad \boldsymbol{g}_2 = \frac{1}{V}[\boldsymbol{a}_3\boldsymbol{a}_1], \quad \boldsymbol{g}_3 = \frac{1}{V}[\boldsymbol{a}_1\boldsymbol{a}_2],$$

где $V = \boldsymbol{a}_1[\boldsymbol{a}_2\boldsymbol{a}_3]$ — объем элементарной ячейки кристалла.

На векторах $\boldsymbol{g}_1$, $\boldsymbol{g}_2$, $\boldsymbol{g}_3$ можно, приняв их за периоды, формально построить так называемую обратную решетку. Векторы $\boldsymbol{g}_1$, $\boldsymbol{g}_2$, $\boldsymbol{g}_3$ называют ее периодами. Таким образом, мы можем сказать, что квазиимпульс является неоднозначным вектором, определенным с точностью до произвольного вектора $\boldsymbol{g}$ обратной решетки. Физически различные значения вектора $\boldsymbol{k}$ лежат в одной элементарной ячейке обратной решетки. В целом же состояние электрона описывается не одной точкой в обратной решетке, а целой их совокупностью. Основная ячейка обратной решетки называется зоной Бриллюэна.

Энергия электрона, определяемая из уравнения Шредингера (волновая функция записывается в

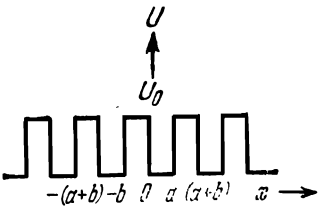

Рис. 36. Периодический потенциал Кронига — Пенни.

форме (П.11)), является функцией квазиимпульса. В одномерном случае существенно различные значения квазиимпульса лежат в интервале $-\pi/a \leqslant k \leqslant \pi/a$. Энергия $\mathscr{E}_n(\boldsymbol{k})$ оказывается неоднозначной функцией $\boldsymbol{k}$ (индекс n как раз и подчеркивает эту неоднозначность), т. е. каждому значению вектора $\boldsymbol{k}$ соответствует целый набор значений энергии. При непрерывном изменении квазиимпульсов от $-\pi/a$ до π/a мы получим целый ряд энергетических полос. Эти полосы называют энергетическими зонами.

Ниже на конкретных примерах мы рассмотрим подробнее вопрос о возникновении зон, их дискретной структуре и электронном заполнении. Для простоты мы будем всегда предполагать, что на одну элементарную ячейку кристаллической решетки приходится один атом.

Точное решение уравнения (П.1), как уже отмечалось выше, получить невозможно. Это связано со сложным характером потенциальной функции $U(\boldsymbol{r})$. В подобных ситуациях всегда оказывается полезным рассмотрение моделей, в которых разумным образом выбранные упрощения позволяют произвести точный количественный расчет. В интересующем нас случае подобная простая модель была рассмотрена Кронигом и Пенни. Они рассмотрели движение электрона в периодическом поле, изображенном на рис. 36.

Потенциал Кронига — Пенни очень сильно отличается от истинного, однако он сохраняет основную его особенность — периодичность. Поэтому рассмотрение такой модели оказывается весьма полезным. Модель Кронига — Пенни, как мы увидим, допускает точное решение, выраженное в элементарных функциях и приводящее к возникновению энергетических зон.

Рассматриваемая задача является одномерной. Поэтому уравнение Шредингера имеет вид

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(\mathscr{E} - U)\psi = 0. \qquad (П.12)$$

Решение уравнения ищем в виде (П.11), т. е.

$$\psi(x) = u_k(x)\, e^{ikx}, \qquad (П.13)$$

причем функция $u_k(x)$ периодична с периодом, равным $a+b$. Подставляя функцию (П.13) в (П.12), получаем следующее уравнение для нахождения функции $u(x)$:

$$\frac{d^2u}{dx^2} + 2ik\frac{du}{dx} + \frac{2m}{\hbar^2}(\mathscr{E} - \mathscr{E}_1 - U)u = 0, \qquad (П.14)$$

где $\mathscr{E}_1 = \hbar^2k^2/2m$ — энергия свободного электрона с импульсом $p = \hbar k$.

Уравнение (П.14) — линейное дифференциальное уравнение второго порядка, решение которого определяется без труда.

В области $0 < x < a$, где $U = 0$, решение имеет вид

$$u = C_1 e^{i(\alpha - k)x} + C_2 e^{-i(\alpha + k)x},$$

где $\alpha = (2m\mathscr{E}/\hbar^2)^{1/2}$.

В области $a < x < a + b$, где $U = U_0$, имеем:

$$u = C_3 e^{(\beta - ik)x} + C_4 e^{-(\beta + ik)x},$$

где

$$\beta = \left[\frac{2m(U_0 - \mathscr{E})}{\hbar^2}\right]^{1/2}.$$

Постоянные C_1, C_2, C_3, C_4 определяются с помощью известного квантовомеханического условия непрерывности в точках $x = 0$ и $x = a$ функции $u(x)$ и ее производной du/dx. Кроме того, требуем (свойство периодичности), чтобы $u(a) = u(-b)$. В результате для определения четырех постоянных C_i получаем следующую систему из четырех уравнений:

$$\begin{gathered}
C_1 + C_2 = C_3 + C_4, \\
i(\alpha - k)C_1 - i(\alpha + k)C_2 = (\beta - ik)C_3 - (\beta + ik)C_4, \\
C_1 e^{i(\alpha - k)a} + C_2 e^{-i(\alpha + k)a} = C_3 e^{i(\beta - ik)b} + C_4 e^{i(\beta + ik)b}, \\
i(\alpha - k)C_1 e^{i(\alpha - k)a} - i(\alpha + k)C_2 e^{-i(\alpha + k)a} = \\
= (\beta - ik)C_3 e^{-i(\beta - ik)b} - (\beta + ik)C_4 e^{i(\beta + ik)b}.
\end{gathered} \qquad (П.15)$$

Система уравнений (П.15) является однородной. Условием существования ненулевого решения, как известно, является равенство нулю определителя, составленного из коэффициентов при неизвестных C_i. Выписывая этот определитель и раскрывая его, получим:

$$\frac{\beta^2-\alpha^2}{2\alpha\beta}\operatorname{sh}\beta b\sin\alpha a+\operatorname{ch}\beta b\cos\alpha a=\cos k(a+b). \tag{П.16}$$

Для упрощения последующих рассуждений еще более идеализируем выбранный нами потенциал. Именно, будем стремить ширину барьера b к нулю, а высоту его к бесконечности, но таким образом, чтобы произведение $U_0 b$ оставалось конечной величиной. Тогда уравнение (П.16) примет вид

$$P\frac{\sin\alpha a}{\alpha a}+\cos\alpha a=\cos ka, \tag{П.17}$$

где $P=\lim\limits_{\substack{b\to 0\\ \beta\to\infty}}\frac{\beta^2 ab}{2}$, $U_0 b=\text{const}$.

Выберем для P какое-нибудь произвольное значение, например $P=3\pi/2$.

Изобразим графически левую часть (П.17) как функцию αa (рис. 37). Возможны только те значения аргумента αa, при которых левая часть уравнения изменяется в интервале от -1 до $+1$; в противном случае равенство (П.17) не будет выполняться. На рис. 38 интервалы допустимых значений отмечены жирными линиями. Поскольку α связано соотноше-

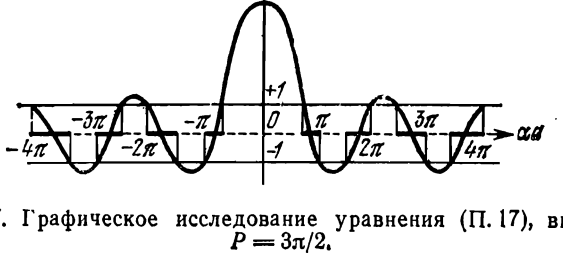

Рис. 37. Графическое исследование уравнения (П. 17), выбрано $P=3\pi/2$.

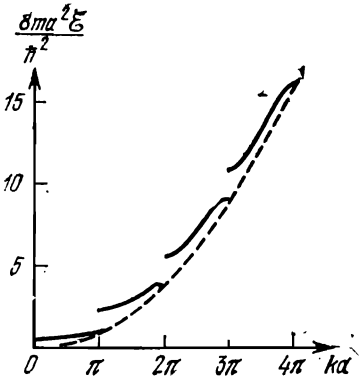

Рис. 38. Зависимость энергии от квазиимпульса.

нием $\alpha = (2m\mathscr{E}/\hbar^2)^{1/2}$ с энергией, то мы тем самым получим допустимые значения энергии $\mathscr{E}$.

Зависимость энергии $\mathscr{E}$ от квазиимпульса $p = \hbar k$ изображена на рис. 38. Мы видим, что энергия электрона не может принимать произвольные значения. Имеется набор энергетических полос, отделенных друг от друга запрещенными областями. Размер этих запрещенных областей определяется значениями параметра P и растет с его увеличением. Появление энергетических зон и является наиболее существенным результатом нашего рассмотрения.

Рассмотренная модель Кронига — Пенни содержит все наиболее существенные черты зонной теории, однако она не может, конечно, в силу искусственного выбора потенциала взаимодействия служить ее обоснованием. Мы можем теперь только сделать предположение о том, что в реальном случае, который характеризуется периодическим потенциалом, решение также приводит к зонной структуре. Рассмотрение модели позволяет угадать характер точного решения.

Обоснование зонной теории оказывается возможным благодаря рассмотрению двух предельных случаев. К ним относятся, во-первых, случай почти свободных электронов, слабо взаимодействующих с решеткой кристалла, и, во-вторых, противоположный случай сильной связи.

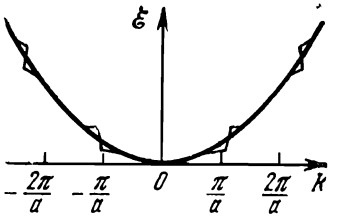

Рис. 39. Энергетические зоны в приближении слабой связи.

Рассмотрим вначале слабо связанные электроны. Оказывается, что они при движении в кристалле не могут обладать любым значением энергии. Это связано с наличием у электронов волновых свойств. Волны, как показывает эксперимент, испытывают при определенных условиях брэгговское отражение. Формула Вульфа — Брэгга при нормальном падении волны на кристалл имеет вид

$$2a = n\lambda. \qquad (\text{П.18})$$

Волны, удовлетворяющие условию (П.18), не могут распространяться в кристалле, что и соответствует наблюдению интерференционного максимума. В формуле Вульфа — Брэгга можно длину волны с помощью соотношения де Бройля $\lambda = 2\pi/k$ выразить через электронный импульс. Тогда мы приходим к следующему выводу: при значениях импульса p, равных $2\pi\hbar n/a$, распространение электрона в кристалле становится невозможным. При этом возникают области запрещенных значений энергии (энергетические щели). Соответствующая зависимость энергии от импульса изображена на рис. 39. Из рисунка видно, что имеются энергетические зоны, разделенные щелями, соответствующими запрещенным значениям энергии.

Строгое квантовомеханическое решение задачи приводит к той же картине, что и приближенное рассмотрение, основанное на применении формулы Вульфа — Брэгга. Для ширины запрещенной полосы получается в одномерном случае величина, равная $2|U_n|$, где

$$U_n = \frac{1}{a}\int\limits_{-a/2}^{a/2} U(x)\, e^{i2\pi nx/a}\, dx.$$

Энергетическая зона представляет собой интервал разрешенных значений энергии. Энергия в этом интервале может изменяться непрерывным образом. Од-

нако это последнее утверждение оказывается справедливым только для бесконечного кристалла. В реальном случае необходимо учитывать граничные условия. Ограниченность размера кристалла приводит к квантованию энергии внутри зоны, которая превращается, таким образом, в совокупность дискретных уровней энергии. Расстояние между этими уровнями, вообще говоря, значительно меньше энергетической щели, отделяющей одну зону от другой.

Рассмотрим для простоты одномерную кристаллическую цепочку длины L. Волновая функция должна удовлетворять условию $\psi(x+L)=\psi(x)$. Подставляя в это равенство выражение для блоховских функций (П.11), получим:

$$u_k(x+L)\,e^{ik(x+L)}=u_k(x)\,e^{ikx},$$

что, ввиду периодичности функции $u_k(x)$, приводит к требованию $e^{ikL}=1$ или $k=2\pi m/L$ (m — целое число). Следовательно, квазиимпульс $p=2\pi\hbar m/L$ не может меняться непрерывно, а пробегает в разрешенном интервале $-\pi/a\leqslant k\leqslant\pi/a$ дискретный ряд значений, кратных $2\pi\hbar/L$. Энергия является функцией квазиимпульса, и поэтому в разрешенной области она — квантованная величина. Расстояние между дискретными уровнями тем меньше, чем больше размер кристалла. Если размеры кристалла стремить к бесконечности, то получается рассмотренный нами ранее непрерывно меняющийся внутри зоны спектр значений энергии.

Число уровней энергии в зоне, как нетрудно видеть, равно отношению L/a, или, иными словами, числу атомов в кристаллической цепочке. Этот вывод остается справедливым и в реальном трехмерном случае.

Исследуем теперь другой предельный случай взаимодействия электронов с решеткой — случай сильной связи. Рассмотрим систему, состоящую из нейтральных атомов. Электроны, входящие в состав этих атомов, обладают энергией, соответствующей собственной системе электронных уровней отдельного изолированного атома. Образование кристалла естественно рассматривать как процесс сближения атомов и перекрытия их электронных оболочек. Возникает

вопрос: что произойдет при этом с энергетическим уровнем изолированного атома? Ясно, что если мы рассматриваем систему из N невзаимодействующих атомов, то энергетический уровень является N-кратно вырожденным, поскольку электрон совершенно равноправным образом можно рассматривать принадлежащим любому из атомов. Все эти состояния отвечают одному и тому же значению энергии. Если теперь включить в рассмотрение слабое межатомное взаимодействие (атомные волновые функции в соседних узлах решетки перекрываются весьма незначительно), то указанное вырождение будет снято. Это означает, что вместо исходного изолированного энергетического уровня образуется система дискретных уровней, причем их число, вообще говоря, равно кратности вырождения, т. е. числу атомов в решетке. Эта совокупность дискретных уровней, возникшая в результате расщепления энергетического уровня изолированного атома, и представляет собой зону. Ширина зоны определяется степенью перекрытия атомных волновых функций. Ясно, что приближение сильной связи будет справедливо в том случае, если ширина размытия уровня (ширина зоны) будет много меньше расстояния между уровнями изолированного атома.

С точки зрения приближения сильной связи перемещение электрона в кристалле можно представить себе следующим образом. В свободном атоме электрон может сколь угодно долго находиться на стационарном уровне. При сближении атомов и образовании кристалла возможным оказывается переход электрона с одного узла решетки на другой. Переход этот совершается посредством туннельного эффекта и приводит к возможности перемещения заряда в решетке.

Приближение сильной связи особенно хорошо описывает состояние электронов, принадлежащих внутренним оболочкам атомов. В этом случае соответствующие волновые функции будут перекрываться слабо, и ширина зоны действительно будет малой по сравнению с расстоянием между отдельными уровнями.

Рассмотренные предельные случаи слабой и сильной связи электронов с решеткой приводят, как мы видим, к качественно аналогичным результатам. Ос-

новной из них состоит в следующем: энергия электрона в кристалле не может принимать любые значения. Имеются наборы дискретных уровней энергии (зоны), разделенные более или менее значительными промежутками.

В модели сильно связанных электронов каждая зона соответствует дискретному уровню изолированного атома и возникает благодаря расщеплению этого уровня. Запрещенная полоса энергии, если исходить из модели свободных электронов, соответствует брэгговскому отражению. Количественные результаты, полученные в этих двух случаях, естественно, отличаются друг от друга. В приближении сильной связи возникают весьма узкие энергетические зоны, далеко отстоящие друг от друга. Приближению слабой связи, наоборот, соответствуют широкие зоны, разделенные узкими энергетическими щелями.

Поскольку предельные случаи приводят качественно к одной и той же зонной картине, то можно считать ее справедливой и в промежуточном случае.

Эффективная масса

Электронный спектр в твердом теле определяется функцией $\mathscr{E}(p)$ (p — квазиимпульс). Эта функция, которую часто называют законом дисперсии, имеет, вообще говоря, весьма сложный вид и существенно зависит от структуры кристаллической решетки. Равенство $\mathscr{E}(p) = \mathscr{E}_F$ определяет некоторую поверхность в пространстве квазиимпульсов, которую называют ферми-поверхностью. На рис. 40 изображен вид ферми-поверхностей для алюминия. Вычисление в общем виде закона дисперсии является одной из наиболее сложных задач квантовой теории металлов. Точный расчет удается произвести лишь в весьма ограниченном числе простейших случаев.

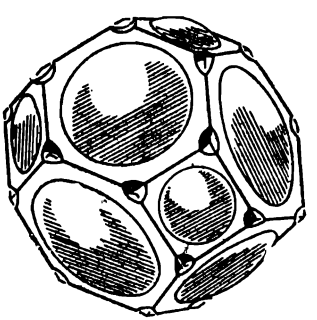

Рис. 40. Поверхность Ферми для алюминия.

Можно установить некоторые общие закономерно-

сти электронного спектра в случае, когда зона содержит малое число электронов. Они будут находиться вблизи экстремального значения энергии, которое можно принять за число ее отсчета. На каждом уровне, согласно принципу Паули, будет находиться не более двух электронов. Энергия электрона, рассматриваемая как функция квазиимпульса, может быть разложена по его степеням вблизи этого экстремального значения. Линейные члены разложения исчезают, поскольку производные функции $\mathscr{E}(\boldsymbol{p})$ обращаются в нуль в точке экстремума. В кубическом кристалле свойства квазиимпульса вдоль его осей эквивалентны, и функция $\mathscr{E}(\boldsymbol{p})$ имеет вид

$$\mathscr{E} = ap^2; \quad a = \left(\frac{\partial^2 \mathscr{E}}{\partial p^2}\right)_{p=0}.$$

Вводя обозначение $a = 1/2m^*$, запишем формулу для закона дисперсии в виде $\mathscr{E} = p^2/2m^*$, где m^* — так называемая эффективная масса электрона.

Энергия электрона в кристалле в определенных условиях может быть представлена в форме, описывающей полностью свободные электроны. Единственное отличие состоит в замене истинной массы электрона на эффективную массу m^*. Роль периодического поля кристаллической решетки сводится, таким образом, как бы к изменению массы электрона.

Следовательно, формулы, получаемые в модели свободных электронов, справедливы с тем только отличием, что в них вместо истинной массы частицы должна фигурировать масса эффективная.

Рассмотрим теперь другой случай, когда зона почти целиком заполнена. При этом оказывается более удобным рассмотрение не заполненных состояний, а вакантных. Будем считать, что на каждом свободном уровне находятся электрон и равная ему по величине и массе положительно заряженная частица. Вместо зоны, содержащей малое количество вакантных уровней, рассмотрим, таким образом, эквивалентную систему, состоящую из полностью заполненной электронной зоны и положительных зарядов, или, как говорят, дырок, находящихся на незаполненных в исходной зоне уровнях. Если включить теперь внешнее слабое электрическое поле, то в системе возникает

электрический ток, который складывается из электронного и дырочного компонентов. Однако, как легко видеть, электронный компонент тока в данном случае равен нулю, ибо полностью заполненная зона не дает вклада в проводимость. (Энергия электрона, приобретаемая в поле, меньше энергетической щели, отделяющей рассматриваемую зону от следующей, незаполненной.) Следовательно, почти полностью заполненная зона оказывается эквивалентной совокупности дырок, т. е. частиц, поведение которых описывается теми же формулами, что и электронная система в случае слабого заполнения зоны, но имеющих положительный заряд.

Ясно, что введение дырок и дырочной проводимости не означает их реального существования. Такое представление — удобный способ описания электронной системы, которая в определенных условиях под влиянием поля кристаллической решетки столь кардинально меняет свое поведение, что оно становится аналогичным по характеру своего движения поведению системы положительно заряженных частиц — дырок.

Классификация твердых тел (металлы, диэлектрики, полупроводники)

Выше мы в основном рассматривали одноэлектронную задачу, т. е. изучали поведение одной частицы, находящейся в периодическом поле. Твердое тело является, конечно, многоэлектронной системой, при рассмотрении которой необходимо учитывать квантовомеханический принцип Паули, согласно которому на каждом энергетическом уровне может находиться не более двух электронов с противоположными спинами.

Строго говоря, необходимо учитывать также кулоновское межэлектронное взаимодействие, что является весьма сложной математической проблемой. Можно приближенно учесть этот эффект методом так называемого самосогласованного поля, согласно которому кулоновское взаимодействие между электронами сводится к суммарному действию всех электронов на данный, т. е. задача сводится к одночастичной, и потенциал самосогласованного поля включается в функцию $U(r)$, описывающую периодическое потенциальное поле, существующее в кристалле. Отсутствие

строгого решения задачи о кулоновском взаимодействии делает в какой-то мере приближенными выводы зонной теории. Замечательно, что тем не менее она оказывается способной объяснить классификацию твердых тел. Ниже при переходе от одноэлектронной задачи к многоэлектронной мы будем в явном виде учитывать только межэлектронное взаимодействие, находящее свое выражение в принципе Паули.

При температуре, равной абсолютному нулю, система находится в состоянии с минимальной энергией. Предположим, что каждый атом отдает в энергетическую зону по два электрона. Ясно, что при этом зона окажется полностью заполненной. В общем случае, когда атом содержит четное число электронов, они заполняют некоторое целое число зон, т. е. в кристалле, содержащем такие атомы, имеются зоны или целиком заполненные, или полностью вакантные. Такая ситуация возникает, например, для решетки, состоящей из атомов с заполненными оболочками.

Такое вещество будет диэлектриком. Представление о диэлектрике как о кристалле, в котором отсутствует движение электронов сквозь решетку, является неправильным. Электроны могут перемещаться в решетке столь же беспрепятственно, как и в проводнике, однако число электронов, движущихся справа налево, оказывается точно равным числу электронов, движущихся в противоположном направлении. Состояние системы при этом остается прежним в силу квантовомеханического принципа неразличимости элементарных частиц.

Внешнее электрическое поле не изменяет этого положения. Действительно, для того чтобы создать электрический ток, необходимо часть электронов, скорость которых направлена против поля, перевести в состояние со скоростью, направление которой совпадает с E. Однако это невозможно, поскольку зона полностью заполнена и свободные состояния отсутствуют.

Диэлектрик станет проводящим только в случае, когда электроны смогут благодаря, например, достаточно высокой температуре или очень сильному полю перейти в следующую, незаполненную зону.

Если атомы рассматриваемого вещества содержат, сверх замкнутой оболочки, по одному электрону, то мы будем иметь дело с зоной, заполненной наполовину. Такое вещество является металлом, ибо в нем электроны могут менять свое состояние при воздействии внешнего электрического поля. Поэтому, например, все щелочные металлы являются хорошими проводниками электричества.

Следует отметить, что изложенное здесь представление о причине различия свойств диэлектриков и металлов резко противоречит доквантовому представлению о наличии в твердом теле связанных электронов, все время находящихся вблизи ионов кристалла, и свободных электронов, могущих двигаться свободно внутри решетки и создающих поэтому под действием внешнего поля электрический ток. С точки зрения современной квантовой теории, такой взгляд является совершенно неправильным. Все электроны в металле, в том числе и принадлежащие внутренним оболочкам атома, могут перемещаться по всей решетке и в этом смысле свободны. Их волновая функция отлична от нуля во всем кристалле.

Тот факт, что электроны внутренних замкнутых оболочек не дают вклада в проводимость, связан с рассмотренным выше полным заполнением ими соответствующих зон. Электронная система, заполняющая замкнутые оболочки, не создает в присутствии внешнего поля результирующего тока. Остаются равными числа зарядов, движущихся в противоположных направлениях. Вклад в проводимость могут внести лишь электроны, принадлежащие незамкнутым оболочкам.

При рассмотрении вопроса о причинах деления твердых тел на проводники и диэлектрики мы сделали два неявных предположения. Во-первых, мы считали, что зоны не перекрываются. Эффект перекрытия зон нередко имеет место и сказывается, конечно, на числе вакантных для электронных переходов состояний. При конкретном решении вопроса, является ли данное вещество металлом или диэлектриком, его необходимо, конечно, учитывать. Так, например, щелочноземельные металлы двухвалентны. Атомы этих веществ содержат сверх заполненной оболочки два электрона.

При обычной картине заполнения зон они должны были быть диэлектриками (см. стр. 164). Однако они являются проводниками электричества, что оказывается возможным благодаря перекрытию зон. Существенным является эффект перекрытия зон и у металлов переходных элементов (например, у Ni, Fe, La, Re и других).

Во-вторых, мы считали, что самая высокая зона, содержащая электроны, отделена от расположенных выше незаполненных зон щелью, значительно большей kT. У диэлектриков этот факт на самом деле имеет место. Невозможен в диэлектрике переброс электрона из полностью заполненной зоны в незаполненную за счет его тепловой энергии.

Однако имеется целая группа веществ, у которых значение щели не столь велико; тогда при повышении температуры возможно увеличение числа носителей заряда. Такие вещества называют полупроводниками. Собственная проводимость полупроводников, как ясно из сказанного, весьма существенно зависит от температуры, ибо от нее зависит число зарядов, переносящих ток. С понижением температуры это число уменьшается экспоненциальным образом. В полупроводниках большую роль играет примесная проводимость. В зависимости от типа примеси может возникнуть как электронный (полупроводник n-типа), так и дырочный (полупроводник p-типа) механизмы проводимости. Так, например, атомы мышьяка, введенные в кристалл кремния, отдают свои электроны в свободную зону кристалла, что и приводит к его проводимости. Примеси такого типа называют донорными.

Так называемые акцепторные примеси, наоборот, захватывают электроны, принадлежащие заполненной зоне кристалла. В результате возникает дырочная проводимость полупроводника. Введение примесей весьма существенно влияет на электрические свойства полупроводника. Так, при введении в кристалл кремния атомов бора, являющихся акцепторами, в концентрации, соответствующей одному атому бора на 10^5 атомов кремния, проводимость последнего увеличивается при комнатной температуре почти в тысячу раз.

Туннельный эффект в твердых телах

Выше (стр. 140) мы рассказывали об одном из основных квантовомеханических эффектов — туннельном эффекте. Этот эффект играет важную роль в физике твердого тела и, в частности, в физике сверхпроводящего состояния. Простейшей системой, использующей эффект электронного туннелирования, является так называемый туннельный контакт, состоящий из двух металлических пленок, разделенных тонким (~ 10 Å) диэлектрическим слоем. Между этими двумя металлическими пленками возможен туннельный переход сквозь непроводящий барьер. Переход электрона из первой пленки во вторую происходит только в том случае, если свободно состояние с той же энергией во второй пленке. В противоположном случае принцип Паули делает этот переход запрещенным. Прикладывая к одной из пленок электрический потенциал V, можно, изменяя таким образом электронную энергию, добиться выполнения требуемого условия.

Ток I_{12}, протекающий из первого металла во второй, пропорционален следующей величине:

$$I_{12} \sim p_{12}(\mathscr{E})\, N_1(\mathscr{E} - eV)\, N_2(\mathscr{E})\, f(\mathscr{E} - eV)\,[1 - f(\mathscr{E})]\, d\mathscr{E},$$

где p_{12} — квантовомеханическая вероятность прохождения через туннельный барьер, f — функция Ферми — Дирака, описывающая распределение электронов, множитель $f(\mathscr{E} - eV)[1 - f(\mathscr{E})]$ пропорционален числу имеющихся электронов в первой пленке и числу свободных мест во второй, V — приложенный потенциал, N_1 и N_2 — плотности состояний, т. е. число электронных состояний, приходящихся на единичный интервал энергии, $d\mathscr{E}$ — рассматриваемый энергетический интервал.

Возможно, конечно, протекание туннельного тока и в обратном направлении. Этот ток I_{21} описывается аналогичным выражением:

$$I_{21} \sim p_{21}(\mathscr{E})\, N_1(\mathscr{E} - eV)\, N_2(\mathscr{E})\, f(\mathscr{E})\,[1 - f(\mathscr{E} - eV)]\, d\mathscr{E}.$$

Полный ток, протекающий сквозь туннельный контакт, описывается разностью полученных выражений:

$$I \sim \int p_{12}(\mathscr{E})\, N_1(\mathscr{E} - eV)\, N_2(\mathscr{E})\,[f(\mathscr{E} - eV) - f(\mathscr{E})]\, d\mathscr{E}.$$

Мы учли здесь, что величины p_{12} и p_{21} равны друг другу (вероятность одночастичного перехода одинакова при движении электрона справа налево или слева направо).

Плотность состояний обычно слабо зависит от энергии. Полагая p_{12} постоянной величиной, находим:

$$I = AN_1N_2 \int [f(\mathscr{E} - eV) - f(\mathscr{E})]\, d\mathscr{E}.$$

Постоянная A определяется величиной p_{12} и геометрией системы.

При малых напряжениях V можно считать, что $f(\mathscr{E}-eV) = f(\mathscr{E}) - eV\frac{\partial f}{\partial \mathscr{E}}$, и при низких температурах мы приходим к результату:

$$I = AN_1N_2eV,$$

т. е. рассматриваемый туннельный контакт металл — изолятор — металл подчиняется закону Ома.

Если одна из пленок является сверхпроводящей, то картина прохождения тока существенно меняется (см. стр. 30). В нормальном металле электроны заполняют все уровни вплоть до уровня Ферми. В сверхпроводнике имеется энергетическая щель Δ, и заполнены состояния вплоть до $\mathscr{E}_F - \Delta$. При этих условиях туннельный переход из сверхпроводника в нормальный металл невозможен до тех пор, пока приложенное напряжение не станет равным Δ/e. Таким образом, метод туннельной спектроскопии оказывается применимым для изучения особенностей электронной системы.

Если в туннельном контакте окажутся молекулы какого-нибудь вещества, то туннельный эффект становится, как говорят, неупругим, поскольку электроны при этом могут отдавать часть энергии на возбуждение внутримолекулярных уровней. Исследуя вольтамперную характеристику, можно получить информацию об уровнях энергии молекул. Такой новый метод молекулярной спектроскопии интенсивно развивается в нашей стране И. К. Янсоном, Б. И. Веркиным и др. в Физико-техническом институте низких температур АН УССР.

Тепловые колебания кристаллической решетки. Квазичастицы

Тепловые колебания решетки кристалла представляют собой возбужденное состояние ионной системы, состоящей из весьма большого числа частиц. Мы в дальнейшем будем рассматривать только малые колебания ионов около положений равновесия. Для изучения таких слабо возбужденных состояний конденсированных систем, состоящих из многих квантовых частиц, взаимодействующих друг с другом, весьма удобным оказывается так называемый метод квазичастиц, который сейчас является одним из основных методов квантовой теории.

Кристаллическую решетку, ионы которой совершают малые колебания, можно рассматривать как совокупность гармонических осцилляторов, колеблющихся независимо друг от друга. Энергия гармонического осциллятора, совершающего колебания с частотой ω, равна (см. (П. 5)) $\mathscr{E} = \hbar\omega(n + {}^1/_2)$. Эта формула позволяет записать квантовомеханическое выражение для энергии колебаний решетки кристалла:

$$\mathscr{E} = \sum_{q_i} \hbar\omega_{q_i}(n_{q_i} + {}^1/_2). \qquad (\text{П.19})$$

Выражение ${}^1/_2 \sum_{q_i} \hbar\omega_{q_i}$, являющееся частью суммы (П. 19), представляет собой энергию «нулевых» колебаний. Их существование, как мы уже отмечали выше, связано с квантовомеханическим соотношением неопределенностей (П. 2), согласно которому ионы решетки даже в состоянии с минимальной энергией не могут быть локализованными в положении равновесия и иметь скорость, равную нулю. Энергия «нулевых» колебаний не может быть отдана решеткой, и при рассмотрении теплового движения ее можно не учитывать.

Из формулы (П. 19) следует, что энергия тепловых колебаний решетки не может быть любым числом, и ее значения, образующие дискретный ряд, определяются набором целых чисел n_{q_i}.

Оказывается весьма удобным для вычисления термодинамических и ряда других свойств кристалла сопоставить ионной системе, совершающей малые

колебания, совокупность так называемых элементарных возбуждений, или квазичастиц, энергия которых определяется с помощью формулы (П.19). Вместо того чтобы говорить об осцилляторе, имеющем частоту колебаний ω_{q_i} и находящемся на n_{q_i}-энергетическом уровне, будем рассматривать n_{q_i} квазичастиц, имеющих энергию $\hbar\omega_{q_i}$. Эти квазичастицы называются фононами или звуковыми квантами. Впервые понятие «фонон» было введено академиком И. Е. Таммом в 1930 г. Введение его, как мы видим, отражает квантовый характер колебаний решетки кристалла. Представление о фононах позволяет заменить рассмотрение сложной системы ионов, совершающих малые колебания около положений равновесия, изучением наглядной, легко поддающейся расчету моделью газа квазичастиц, имеющих определенные значения энергии и импульса.

Взаимодействие электронов в металле с тепловыми колебаниями решетки определяет многие неравновесные свойства металлов, такие, как проводимость, теплопроводность и т. д. Задача о рассеянии электронов тепловыми колебаниями решетки сводится с помощью понятия о квазичастицах к рассмотрению взаимодействия двух сортов частиц. Столкновения электронов с фононами подчиняются обычным законам сохранения.

Рассмотрение колебаний кристаллической решетки было исторически первой задачей, при решении которой исследовалось поведение многих квантовых частиц. Квазичастицы вводятся в настоящее время и во многих других случаях. В общем виде метод квазичастиц был сформулирован академиком Л. Д. Ландау при создании им теории сверхтекучести жидкого гелия.

Квазичастицы описывают слабо возбужденное состояние систем со многими степенями свободы, таких, как кристалл, плазма, электромагнитное поле, жидкий гелий, ферромагнетики, сверхпроводники и т. д. Возбужденное состояние системы отличается от основного значением энергии, импульса и, может быть, других физических величин (например, у ферромагнетика при возбуждении изменяется магнитный

момент). Это возбужденное состояние и описывается квазичастицами, которые сопоставляются всей системе в целом. Им приписываются соответствующие значения энергии, импульсы и т. д. Пока число квазичастиц мало, что, в частности, и соответствует низким температурам, т. е. слабо возбужденному состоянию системы, их совокупность можно рассматривать как идеальный газ. Квазичастица, таким образом, не является частицей в обычном смысле этого слова, а представляет собой удобное описание возбужденных состояний. С помощью этого описания задача о взаимодействии систем со многими степенями свободы сводится к рассмотрению взаимодействия соответствующих квазичастиц, что позволяет очень удобно использовать законы сохранения энергии и импульса. Так, например, фотоны описывают возбуждение электромагнитного поля, имеющего дискретные уровни энергии. Аналогично ему рассмотренный выше фонон описывает звуковую волну. Существует еще целый ряд квазичастиц, описывающих возбужденные состояния (плазмоны, ферромагноны, экситоны, поляроны), на рассмотрении свойств которых мы здесь останавливаться не будем.

Метод квазичастиц играет большую роль при изучении явлений сверхпроводимости и сверхтекучести. О его применении при изучении этих сверхъявлений мы говорили в соответствующих главах этой книги.

Теплоемкость кристаллической решетки

При вычислении решеточной теплоемкости следует исходить из выражения для внутренней энергии тепловых колебаний кристалла, или, что эквивалентно, из формулы, описывающей запас внутренней энергии фононного газа.

Рассмотрим газ квазичастиц (фононов) при некоторой температуре $T \neq 0$. Газ этот является идеальным, причем составляющие его квазичастицы не подчиняются принципу Паули. Любое число их может находиться в данном квантовом состоянии. Поведение квазичастиц описывается квантовой статистикой Бозе — Эйнштейна (см. (П.8)). Соответствующая функция распределения имеет вид

$$n = \frac{1}{e^{(\varepsilon-\mu)/kT} - 1}.$$

С изменением температуры, а также при различных процессах взаимодействия с электронами число фононов меняется. Учитывая это обстоятельство, а также равенство $\mathscr{E} = \hbar\omega$, получим для статистического распределения фононов выражение

$$n = \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1},$$

аналогичное соответствующей формуле (П.9), описывающей распределение световых квантов.

Исходя из определения функции распределения n, мы можем записать следующее выражение для искомой внутренней энергии колебательного движения решетки:

$$\mathscr{E} = \sum_{q,\,j} \frac{\hbar\omega_{q,\,j}}{e^{\hbar\omega_{q,\,j}/kT} - 1}. \qquad (\text{П.20})$$

Для вычисления суммы (П.20) требуется знать точный вид зависимости частот $\omega_{q,\,j}$ от импульса q (индекс j соответствует поляризации фонона). Дальнейший расчет удается произвести только в предельных случаях высоких и низких температур (точный критерий, позволяющий определить, к какому из этих предельных случаев относится данная температура, будет введен ниже).

Особенно простой для рассмотрения оказывается область высоких температур. При этом $\hbar\omega_{q,\,j} \ll kT$. Тогда выражение, стоящее под знаком суммы, можно разложить в ряд по степеням параметра $\hbar\omega_{q,\,j}/kT \ll 1$. Ограничиваясь двумя первыми членами разложения, получим:

$$\mathscr{E} = \sum_{q,\,j} kT - \frac{1}{2}\sum_{q,\,j} \hbar\omega_{q,\,j}. \qquad (\text{П.21})$$

Второй член в (П.21) равен по абсолютной величине энергии «нулевых» колебаний (см. (П.19)) и сокращается с ней. Суммирование же первого числа приводит к следующему окончательному выражению, описывающему колебательную энергию при высоких температурах:

$$\mathscr{E} = 3sNkT. \qquad (\text{П.22})$$

Эта формула совпадает с известным классическим выражением для энергии системы, обладающей $3Ns$

степенями свободы. В классической статистике, где является справедливой теорема о равномерном распределении энергии по степеням свободы, доказывается, что энергия гармонического осциллятора равна $\mathscr{E} = kT$, что при умножении на число колебательных степеней свободы и приводит к формуле (П.22). Следовательно, при высоких температурах колебательное состояние кристаллической решетки описывается законами классической механики.

Энергия одного грамм-моля вещества равна

$$\mathscr{E} = 3RT, \qquad (П.23)$$

где $R = N_0 k$ (N_0 — число Авогадро), а молярная теплоемкость оказывается при этом постоянной величиной, приближенно равной 6 *кал/град·моль*. Постоянство теплоемкости твердых тел, выражающееся формулой (П.23), известно под названием закона Дюлонга и Пти. Закон этот достаточно хорошо согласуется в области высоких температур с экспериментальными данными.

Рассмотрим теперь противоположный случай низких температур, который и представляет для нас наибольший интерес. При этом, как мы увидим, окажутся существенными квантовые закономерности.

В сумме (П.20) основную роль играют частоты ω порядка $kT/\hbar$. Поскольку kT в рассматриваемом случае есть малая величина, то, следовательно, в основном будут возбуждены малые частоты или длинноволновые колебания. Такие колебания представляют собой обычные звуковые волны. Для них $\omega = uq$ (u — скорость звука).

Совершим далее в формуле (П.20) переход от суммирования к интегрированию. Число звуковых колебаний dN, для которых величина волнового вектора лежит в интервале dq, равно $dN = 3\frac{4\pi q^2\, dq}{(2\pi)^3} V$ (множитель 3 соответствует трем возможным поляризациям фононов). Это выражение в силу соотношения $\omega = uq$ может быть записано в виде

$$dN = \frac{3\omega^2\, d\omega}{2\pi^2 \bar{u}^3} V, \qquad (П.24)$$

где $\bar{u}$ — средняя скорость распространения звука в кристалле. Переходя теперь с помощью выражения

(П.24) к непрерывному набору частот, запишем выражение (П.20) в виде:

$$\mathscr{E} = \frac{3V\hbar}{2\pi^2 \bar{u}^3} \int_0^{\omega_{max}} \frac{\omega^3 \, d\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \qquad (П.25)$$

В кристалле не могут возбуждаться колебания сколь угодно большой частоты и тем самым сколь угодно малой длины волны. Наименьшее допустимое значение длины волны $\lambda \sim a^{-1}$ (a — период решетки). Следовательно, и частоты колебаний ограничены сверху некоторым максимальным значением ω_{max}, что и учтено при выборе пределов интегрирования в формуле (П.25).

Соотношение

$$k\Theta = \hbar\omega_{max} \qquad (П.26)$$

определяет весьма важную характеристику твердых тел Θ, называемую дебаевской температурой. Из определения (П.26) ясен физический смысл введенной величины Θ. Это — температура (обычно $\Theta \approx 200$—400 °К), при которой существенными становятся колебания и с максимальной частотой. При температурах, бóльших дебаевской, оказывается возбужденным весь колебательный спектр кристалла.

Дебаевскую температуру часто называют характеристической, и это не случайно. Ее величина зависит от конкретного вида структуры кристалла. Ниже мы приводим таблицу значений Θ для некоторых веществ.

Таблица 3

Элемент	Li	Na	Al	Cu	W	Hg
Θ, °К	370	160	420	343	406	75

Понятие дебаевской температуры позволяет ввести критерий для решения вопроса о том, высокой или низкой является данная температура. В области низких температур выполняется условие $T \ll \Theta$, а область высоких температур, наоборот, характеризует-

ся неравенством $T \gg \Theta$. В дальнейшем мы и будем пользоваться этим критерием.

Вернемся теперь к вычислению низкотемпературной решеточной теплоемкости металлов. Совершая в подынтегральном выражении в (П.25) замену $\hbar\omega/kT = x$, получим следующее выражение для внутренней энергии:

$$\mathscr{E} = \frac{3V}{2\pi^2 \bar{u}^3 \hbar^3} (kT)^4 \int_0^{\Theta/T} \frac{x^3\, dx}{e^x - 1}. \qquad (\text{П.27})$$

В области низких температур $\Theta/T \gg 1$, что позволяет верхний предел интегрирования в (П.27) положить равным бесконечности:

$$\mathscr{E} = \frac{3V}{2\pi^2 \bar{u}^3 \hbar^3} (kT)^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3\, dx}{e^x - 1}.$$

Оставшийся интеграл легко вычисляется, и внутренняя энергия $\mathscr{E}$ оказывается равной

$$\mathscr{E} = \frac{V\pi^2 k^4}{10\,(\hbar\bar{u})^3} T^4, \qquad (\text{П.28})$$

т. е. $\mathscr{E} \sim T^4$.

Обычным образом вычисляем искомую теплоемкость:

$$c_V = \frac{2V\pi^2 k^4}{5\,(\hbar\bar{u})^3} T^3. \qquad (\text{П.29})$$

Мы видим, что решеточная теплоемкость при низких температурах оказывается пропорциональной третьей степени температуры. Закон $\sim T^3$ был установлен Дебаем в 1912 г.

Для описания теплоемкости кристалла в промежуточной области температур Дебаем была предложена интерполяционная формула, для обоснования которой обратимся вновь к формуле (П.25). Выразим входящую сюда среднюю скорость звука $\bar{u}$ через полное число колебательных степеней свободы, равное $3N$.

Для этого воспользуемся соотношением (П.24). С его помощью запишем:

$$\frac{3V}{2\pi^2\bar{u}^3}\int_0^{\omega_{max}}\omega^2\,d\omega = 3N,$$

или

$$\frac{V\omega_{max}^3}{2\pi^2\bar{u}^3} = 3N.$$

Из этого соотношения находим требуемую связь:

$$\bar{u} = \omega_{max}\left(\frac{V}{6\pi^2N}\right)^{1/3}.$$

Выражая в формуле (П.25) $\bar{u}$ через ω_{max}, получим следующее выражение для внутренней энергии:

$$\mathscr{E} = \frac{9\,(kT)^4N}{(\hbar\omega_{max})^3}\int_0^{\Theta/T}\frac{x^3\,dx}{e^x-1}.$$

Вводя сюда дебаевскую температуру Θ, согласно определению (П.26) получим:

$$\mathscr{E} = 3NkTD\left(\frac{\Theta}{T}\right), \qquad (П.30)$$

где

$$D(x) = \frac{3}{x^3}\int_0^x\frac{z^3\,dz}{e^z-1}$$

— так называемая функция Дебая.

Определяем далее теплоемкость

$$c = 3Nk\left\{D\left(\frac{\Theta}{T}\right) - \frac{\Theta}{T}D'\left(\frac{\Theta}{T}\right)\right\}. \qquad (П.31)$$

Функция $D(x)$ протабулирована.

Вычисленная таким образом зависимость $c/3Nk$ от T/Θ приведена на рис. 41.

Учет тепловых колебаний решетки не определяет полностью величину теплоемкости металла. Последняя складывается из двух частей: решеточной и электронной. Электронная теплоемкость была рассмотрена нами выше (см. (П.10)). Было показано, что при температурах, много меньших температуры вырожде-

ния ($T \ll T_0$, $T_0 \approx 3 \cdot 10^4$ °K), имеет место формула $c_V^э = \alpha T$.

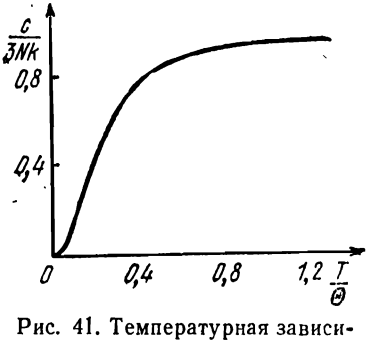

Рис. 41. Температурная зависимость теплоемкости кристалла.

Каково же соотношение между решеточным и электронным вкладами в теплоемкость металла? Для ответа на этот вопрос исследуем вначале область температур, высоких по сравнению с дебаевской, но много меньших температуры фермиевского вырождения ($T_0 \gg T \gg \Theta$). В частности, к рассматриваемому интервалу будут относиться и комнатные температуры. Оценим величину $c_V^э$. Коэффициент $\alpha \approx Nk^2/\mathscr{E}_0$ приближенно равен $\alpha \approx 10^{-4}$ *кал град*$^{-1}$ *моль*$^{-1}$. Таким образом, согласно (П.10) электронный вклад в молярную теплоемкость металла при комнатной температуре равен $3 \cdot 10^{-2}$ *кал моль*$^{-1}$ *град*$^{-1}$. Эта величина, как мы видим, очень мала по сравнению с решеточной теплоемкостью, определяемой законом Дюлонга и Пти и равной 6 *кал*·*град*$^{-1}$·*моль*$^{-1}$. Таким образом, при комнатных температурах теплоемкость кристалла определяется в основном ее решеточной частью. Электронный же вклад весьма мал (порядка 1%).

Поведение электронов, в отличие от тепловых колебаний решетки, не подчиняется даже при комнатных температурах законам классической механики. В противном случае их вклад в теплоемкость металла был бы сравним с решеточным и имел бы, как легко видеть, численное значение, равное $^3/_2Nk$ (N — полное число свободных электронов). Например, для одного моля $c_V^э$ равнялось бы 3 *кал*·*град*$^{-1}$·*моль*$^{-1}$. Квантовомеханические же закономерности, и прежде всего принцип Паули, приводят к тому, что изменение температуры влияет лишь на небольшое по сравнению с N число электронов, расположенных вблизи граничного значения энергии $\mathscr{E}_F$. Поэтому и вклад их в теплоемкость оказывается много меньше значения, предсказываемого классической теорией.

При комнатных температурах сочетаются, следовательно, квантовомеханический характер теплового движения электронной системы с возможностью классического описания колебательного состояния кристаллической решетки.

Рассмотрим теперь область низких температур. Теплоемкость в этом случае описывается формулой

$$c_V = c_V^э + c_V^р = \alpha T + \beta T^3, \qquad (П.32)$$

причем коэффициент β согласно (П.29) равен $V\pi^2 k^4/10(\hbar\bar{u})^3$. При понижении температуры, как видно из (П.32), электронная часть теплоемкости убывает по линейному закону, а решеточная — прямо пропорционально третьей степени температуры, т. е. гораздо резче. Ясно, что при таком характере изменения электронная часть теплоемкости начинает при достаточно низкой температуре доминировать над решеточной. Опыт на самом деле показывает, что при температурах порядка нескольких абсолютных градусов теплоемкость металла меняется по линейному закону, т. е. определяется электронным тепловым движением.

Дебаевская модель достаточно хорошо описывает тепловые и кинетические свойства твердых тел при низких температурах. Вблизи абсолютного нуля, как уже отмечалось выше, возбуждены в основном низкие частоты $\hbar\omega \sim kT$, представляющие собой обычные звуковые волны с законом дисперсии $\omega = uq$ (u — скорость звука, q — импульс фонона). Существует несколько фононных ветвей, соответствующих поперечным и продольной волнам, каждая из которых характеризуется своей скоростью звука. Однако при больших значениях импульса зависимость $\omega(q)$ отклоняется от линейной (рис. 42). Исследование характера всей дисперсионной кривой существенно для целого ряда задач, в которых играет роль весь фононный спектр, а не только его

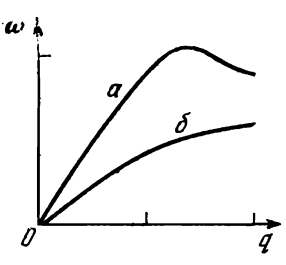

Рис. 42. Дисперсионные кривые, описывающие зависимость $\omega(q)$: *а* соответствует поперечной ветви колебаний, *б* — продольной.

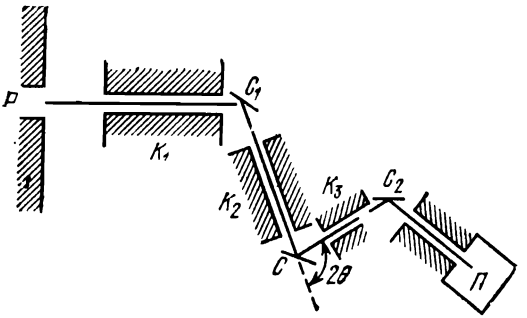

Рис. 43. Схема нейтронного спектрометра: C — исследуемый кристалл, P — реактор, K_l — каналы, C_l — вспомогательные кристаллы, $П$ — приемник.

длинноволновая часть. Важным этот вопрос оказывается и при исследовании свойств сверхпроводников.

Одним из основных способов экспериментального определения вида функции $\omega(q)$ является метод, основанный на изучении рассеяния нейтронов кристаллом. На рис. 43 изображена схема нейтронного спектрометра. Нейтроны, вылетающие из реактора, пропускаются сначала через замедлитель. В результате их энергия становится порядка $\sim kT \sim 0{,}03$ *эв* (обычно эксперимент производится при комнатной температуре). При этом длина волны де Бройля нейтронов $\lambda \sim h(2mE)^{-1/2}$ становится ~ 1 Å, т. е. она сравнима с периодом решетки кристалла. После прохождения канала K_1 параллельный пучок нейтронов испытывает брэгговское отражение от кристалла C_1, в результате в пучке остаются нейтроны с определенным значением энергии. Эти моноэнергетические нейтроны попадают далее на исследуемый кристалл C. После этого с помощью кристалла C_2 и приемника $П$ исследуются нейтроны, рассеянные исследуемым кристаллом C в направлении, выделенном каналом K_3. При взаимодействии нейтронов с фононной системой выполняются законы сохранения импульса и энергии: $\boldsymbol{p}_1 - \boldsymbol{p}_2 = \boldsymbol{K} + \boldsymbol{q}$; $E_1 - E_2 = \hbar\omega(q)$ ($\boldsymbol{p}_1$ и $\boldsymbol{p}_2$ — импульсы нейтронов до и после рассеяния. K — период обратной

решетки кристалла, E — энергия нейтрона). Анализ картины рассеяния с помощью законов сохранения и позволяет определить зависимость $\omega(q)$ (на рис. 42 приведены примеры дисперсионных кривых для NaI).

Теорема Нернста. Теплоемкость вещества вблизи абсолютного нуля

Стремление теплоемкости к нулю при $T \to 0$ является общим законом физики низких температур. Он вытекает из так называемой теоремы Нернста — одного из основных положений термодинамики, которое часто называют его третьим началом.

Еще в 1859 г. Клаузиусом было введено понятие энтропии. Вероятностная трактовка его, как известно, принадлежит Больцману. В квантовой теории вводится величина $\Delta\Gamma'$, равная числу квантовых состояний, принадлежащих энергетическому интервалу $\Delta\mathscr{E}$. Величина эта называется статистическим весом, а

$$S = k \ln \Delta\Gamma \qquad (\text{П.33})$$

— энтропией системы.

Согласно второму началу термодинамики энтропия замкнутой системы при всех происходящих в ней тепловых процессах возрастает. Таким образом указывается направление протекания этих процессов. Замкнутая система всегда стремится перейти в состояние с наибольшим статистическим весом.

При абсолютном нуле рассматриваемое тело обладает наименьшим возможным значением энергии. Любая часть его находится в основном состоянии, соответствующем минимуму энергии. Это основное состояние является единственным, т. е. для него $\Delta\Gamma = 1$, и следовательно, энтропия S согласно (П.33) при $T = 0$ оказывается равной нулю. В этом утверждении и состоит теорема Нернста.

Нагрев тела приводит к усилению хаотического движения образующих его частей. Энтропия при этом возрастает, так что ее изменение dS оказывается связанным с количеством подводимого тепла dQ. Формула, связывающая их,

$$dS = dQ/T, \qquad (\text{П.34})$$

является одним из основных соотношений термодинамики.

Теорема Нернста позволяет дать ответ на интересующий нас вопрос о температурной зависимости теплоемкости тела. По определению $c = dQ/dT$ или согласно (П.34)

$$c = T\frac{dS}{dT} = \frac{dS}{d(\ln T)}. \qquad (П.35)$$

При $T \to 0$ энтропия стремится к постоянному значению (к нулю) в соответствии с теоремой Нернста. Производная же (П.35) при этом стремится к нулю.

Таким образом, при низких температурах тела характеризуются весьма малым значением теплоемкости. Температура может очень сильно измениться при наличии даже очень слабого теплообмена с окружающей средой.

Оказывается также очень малой величиной при низких температурах коэффициент объемного расширения. Тела изменяют свой объем при нагреве или охлаждении тем слабее, чем ближе их температура к абсолютному нулю. Так, коэффициент объемного расширения твердых тел убывает прямо пропорционально третьей степени температуры.

Мощным способом получения сверхнизких температур является метод адиабатического размагничивания, в основе которого лежит открытый Дебаем в 1926 г. магнитокалорический эффект. Сущность его состоит в следующем: парамагнитное вещество (например, сульфат гадолиния) охлаждается каким-нибудь способом (обычно благодаря тепловому контакту с резервуаром, содержащим жидкий гелий) до температуры $T \approx 1$ °К. После этого включается сильное магнитное поле, которое делает упорядоченной ориентацию элементарных магнитов, образующих вещество. Затем образец теплоизолируют и медленно выключают магнитное поле. Полная энтропия тела ввиду адиабатичности процесса размагничивания должна оставаться постоянной. Однако магнитная часть энтропии, связанная с ориентацией магнитных моментов, увеличивается при выключении поля, поскольку расположение моментов вновь становится хаотическим. Это увеличение и компенсируется уменьшением составляющей S, связанной с тепловым

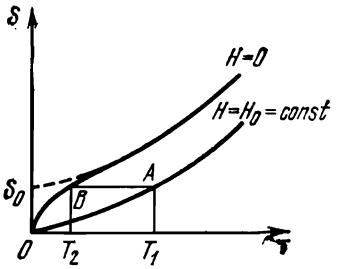

Рис. 44. Адиабатическое размагничивание.

движением атомов решетки вещества. Тепловое движение должно, наоборот, стать менее хаотическим, что физически и означает понижение температуры.

Метод адиабатического размагничивания позволяет понижать температуру до тысячных долей абсолютного градуса.

При сверхнизких температурах теплоемкость вещества очень мала. Это обстоятельство и приводит к столь заметному эффекту.

Возникает вопрос: нельзя ли с помощью метода адиабатического размагничивания достигнуть температуры, равной абсолютному нулю? Это, однако, оказывается невозможным. С помощью теоремы Нернста можно показать, что абсолютный нуль недостижим. К нему в принципе можно приблизиться сколь угодно близко, но получить значение $T = 0°\text{K}$ невозможно.

Поясним это с помощью рис. 44. На нем изображены кривые $S(T)$, соответствующие значениям напряженности магнитного поля $H = 0$ и $H = H_0$. Кривая, описывающая состояние с $H = 0$, идет выше, поскольку в отсутствие поля нет никакого упорядочения. Предположим, что начальное состояние соответствует точке A на нижней кривой. При этом тело, помещенное во внешнее поле H_0, имеет некоторую температуру T_1. Адиабатическое выключение поля соответствует переходу $A \to B$, при котором энтропия не меняется, а температура понижается до значения $T_2 < T_1$.

Из теоремы Нернста следует, что обе кривые должны проходить через начало координат. Из рис. 44 видно, что необходимость выполнения этого условия и приводит к недостижимости абсолютного нуля. Какое бы значение начальной температуры мы ни взяли, соответствующее ему значение T_2 оказывается отличным от нуля. Если бы теорема Нернста не была спра-

ведлива и кривая $S(T)_{H=0}$ пересекала вертикальную ось не в начале координат, а в некоторой точке S_0, то можно было бы подобрать такое значение T_1, при котором энтропия тела во внешнем поле равнялась бы S_0. Тогда выключение поля сопровождалось бы охлаждением до абсолютного нуля.

Общий закон термодинамики, согласно которому энтропия тела обращается при $T = 0\,^\circ\mathrm{K}$ в нуль, и объясняет принципиальную недостижимость абсолютного нуля.

Литература

Для более подробного изучения физики сверхтекучего и сверхпроводящего состояний вещества можно рекомендовать следующие книги:

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Статистическая физика. «Наука», 1976.
2. Дж. Бардин, Дж. Шриффер. Новое в изучении сверхпроводимости. Физматгиз, 1962.
3. Н. Н. Боголюбов, В. В. Толмачев, Д. В. Ширков. Новый метод в теории сверхпроводимости. Изд-во АН СССР, 1958.
4. Э. А. Линтон. Сверхпроводимость. «Мир», 1971.
5. В. Буккель. Сверхпроводимость. «Мир», 1975.
6. Де Жен. Сверхпроводимость металлов и сплавов. «Мир», 1968.
7. В. Кеезом. Гелий. ИЛ, 1949.
8. И. М. Халатников. Теория сверхтекучести. «Наука», 1971.

Оглавление

Предисловие ко второму изданию 3

Из предисловия к первому изданию 3

Глава I. **Сверхпроводимость** 5

Открытие сверхпроводимости 5
Сверхпроводящие вещества 7
Сверхпроводник в магнитном поле 10
Тепловые свойства 14
Изотопический эффект 20
Теория сверхпроводимости 21
Конечные температуры 26
Щель в энергетическом спектре 30
Сверхпроводимость в полупроводниках 34
Эффекты Джозефсона 35
Электромагнитные свойства сверхпроводников 38
Квантование магнитного потока (макроскопический квантовый эффект) 41
Бесщелевая сверхпроводимость 46
Промежуточное состояние 48
Сверхпроводники с сильной связью 50
Высокие критические поля. Смешанное состояние 56
«Жесткие сверхпроводники». Сверхпроводящие соленоиды 61
Применение сверхпроводников 65
Возможна ли сверхпроводимость при высоких температурах? 71

Глава II. **Сверхтекучесть** 86

Квантовая жидкость 86
Основные свойства. Двухжидкостная модель 89
Энергетический спектр He II 95
Сверхтекучесть He II 98
Рассеяние нейтронов в He II 102

Второй звук в жидком He II 104
Критические явления 106
Свойства $_2He^3$ 110
Квантовые кристаллы. Новые сверхтекучие системы 114
Немного истории 118

Глава III. **Физика сверхпроводимости и другие области науки** 124

Сверхтекучие свойства атомного ядра 124
Сверхпроводимость и физика сложных молекул 127
Пульсары 134

Приложение. **Необходимые сведения из квантовой теории** 141

Основные понятия. Соотношения неопределенностей 141
Туннельный эффект. Осциллятор 143
Переход к классической механике. Квазиклассический случай 148
Принцип неразличимости одинаковых частиц. Принцип Паули 149
Электронный газ в твердом теле 153
Зонная теория твердых тел 154
Эффективная масса 165
Классификация твердых тел (металлы, диэлектрики, полупроводники) 167
Туннельный эффект в твердых телах 171
Тепловые колебания кристаллической решетки. Квазичастицы 173
Теплоемкость кристаллической решетки 175
Теорема Нернста. Теплоемкость вещества вблизи абсолютного нуля 184

Литература 188

Владимир Зиновьевич Кресин

СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ И СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ

М., 1978 г., 192 стр. с илл.

Редактор И. Г. Вирко
Технический редактор Е. В. Морозова
Корректор Л. Н. Боровина

НБ № 2498

Сдано в набор 22.07.77. Подписано к печати 09.03.78. Т-05463.
Бумага 84×108 1/32, тип. № 2. Литературная гарнитура. Высокая печать. Условн. печ. л. 10,08. Уч.-изд. л. 9,49. Тираж 60 000 экз.
Заказ № 691. Цена книги 35 коп.

Издательство «Наука»
Главная редакция физико-математической литературы
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

Ордена Трудового Красного Знамени
Ленинградская типография № 2 имени Евгении Соколовой
Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета
Министров СССР по делам издательств, полиграфии
и книжной торговли.
198052, Ленинград, Л-52, Измайловский проспект, 29.