

В. А. КОСТИЦЫН

ЭВОЛЮЦИЯ АТМОСФЕРЫ, БИОСФЕРЫ И КЛИМАТА

Перевод с французского
Н. К. БУРОВОЙ

Под редакцией и с послесловием
Н. Н. МОИСЕЕВА



МОСКВА «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
1984

22.19
К 72
УДК 519.6

V. A. KOSTITZIN

EVOLUTION
DE L'ATMOSPHERE

CIRCULATION ORGANIQUE
EPOQUES GLACIAIRES

PARIS
HERMANN
1935

К о с т и ц ы н В. А. Эволюция атмосферы, биосферы и климата/ Пер. с франц. Под ред. и с послесловием Н. Н. Моисеева.— М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984.—96 с.

Книга содержит описания нескольких математических моделей процессов эволюции атмосферы, биосферы и климата. Несмотря на то, что со времени издания книги прошло 50 лет, она современна и актуальна, особенно в связи с бурным развитием исследований в области моделирования биосферных процессов.

© Издательство «Наука».
Главная редакция
физико-математической литературы,
перевод на русский язык,
и послесловие, 1984

К $\frac{1702070000-160}{053(02)-84}$ 17-84

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие редактора	4
Предисловие	8
I. Состав атмосферы и роль органической материи	9
1. Кислород	9
2. Углерод	10
3. Азот	12
II. Уравнения и их исследование	14
4. Упрощения	14
5. Круговорот углерода и кислорода	15
6. Исследование уравнений (1)—(5)	17
7. Круговорот азота	21
8. Модификация и обобщения	23
III. Происхождение ледниковых периодов	24
9. Астрономические гипотезы	24
10. Дрейф континентов и перемещение полюсов	25
11. Атмосфера и оледенения	26
IV. Происхождение ледниковых периодов (окончание) . . .	30
12. Орогенез, вулканизм, оледенения	30
13. Вертикальные движения земной коры	32
14. Морские течения и другие климатические факторы .	37
V. Будущее атмосферы и жизни	39
15. Кинетическое рассеяние атмосферы	39
16. Рассеяние атмосферы в почву	41
17. Устойчивость жизни	42
Список литературы	45
П о с л е с л о в и е. <i>Н. Н. Моисеев</i> . Комментарии к «Эволюции атмосферы» <i>В. А. Костицына</i>	46
§ 1. Биосфера — техносфера — ноосфера	46
§ 2. Математические модели популяционной динамики .	50
§ 3. Первая глобальная модель	54
§ 4. О периодических решениях уравнений модели <i>В. А. Костицына</i>	59
§ 5. Нульмерная модель биогеохимического цикла азота .	73
§ 6. Обмен углекислым газом между атмосферой и океаном	75
§ 7. Механизмы ледниковых эпох	82
§ 8. Об уровнях сложности и нульмерных моделях . . .	88
§ 9. Перспективы и проблемы	92

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА

Владимир Александрович Костицын принадлежит к тому поколению русских ученых, которое выдвинуло таких блестящих естествоиспытателей и мыслителей, какими были Л. С. Берг, Н. И. Вавилов, В. Н. Сукачев, Н. В. Тимофеев-Ресовский... Большинство из них в полной мере испытало влияние В. И. Вернадского. Всем им свойствен широкий, ныне мы бы сказали системный взгляд на предмет «естественной истории». У всех у них были трудные биографии и не менее трудные поиски самостоятельного пути в науке. И каждый из них внес заметный вклад в естествознание и оказал влияние на формирование методики и методологии системных исследований биосферы и ее фрагментов.

В. А. Костицын родился в Москве в начале 80-х годов. Накануне революции 1905 г. он окончил математическое отделение физико-математического факультета Московского университета и активно участвовал в революционных событиях. В 1905 г. вынужден был уехать в эмиграцию, где долгое время жил в Женеве, т. е. уже в те годы, когда там жил В. И. Ленин. В этот период В. А. Костицын был близок к большевикам.

Его первые самостоятельные исследования относятся к тому же периоду и посвящены различным задачам теории интегро-дифференциальных уравнений, возникающим в проблемах геофизики.

Перед самым началом мировой войны В. А. Костицын возвращается в Россию и уже в 1914 г. оказывается мобилизованным в армию. Долгое время он был на фронте. В 1917 г. В. А. Костицын был назначен политкомиссаром того полка, в котором служил до февральской революции. В начале 20-х годов В. А. Костицын избирается профессором математики химического факультета МГУ. В этот период его научные интересы связаны с различными математическими задачами геофизики. Одновременно он ра-

ботаает и в Главнауке Наркомпроса РСФСР. В 20-х годах он тесно сотрудничает с В. И. Вернадским не только в области геофизики и геохимии. Как сотрудник Главнауки он помогает В. И. Вернадскому в решении ряда административных вопросов по управлению Радиевым институтом, который в ту пору возглавлял В. И. Вернадский. Судя по сохранившимся письмам В. А. Костицына к В. И. Вернадскому, их отношения были достаточно доверительными и выходили далеко за рамки чисто служебных.

Судя по всему, целый ряд работ В. А. Костицына был написан по прямому совету В. И. Вернадского, который считал очень важным развитие в геофизике содержательных исследований, широко опирающихся на математические методы. Так, например, в 1932 г. В. А. Костицын публикует работу «Об одном приложении дифференциальных уравнений к геологии». К этому же циклу относится и предлагаемая работа «Эволюция атмосферы».

С конца 20-х годов начинается плодотворная и многолетняя работа В. А. Костицына с В. Вольтерра. Знаменитый итальянский математик оказал большое влияние на В. А. Костицына, с которым у него устанавливаются дружеские связи.

Постепенно под влиянием В. Вольтерра интересы В. А. Костицына все в большей степени сосредоточиваются на проблемах экологии и математическом описании эволюции биологических макросистем. Он публикует в *Comptes Rendus Академии в Париже* серию статей, посвященных анализу математических моделей естественного отбора, и две фундаментальные монографии: «Симбиоз, паразитизм и эволюция» и «Математическая биология», которая вышла с подробным предисловием В. Вольтерра.

Начало второй мировой войны застало В. А. Костицына в Париже, и он, как и все советские граждане, находившиеся в это время во Франции, был интернирован и помещен в концлагерь в Компьене. В 1942 г. после освобождения из лагеря он переезжает в Виши, где устанавливает тесную связь с французским Сопротивлением. Умер В. А. Костицын в Париже в 1963 г. на девятом десятке лет жизни.

Работы В. А. Костицына мало изучены на его родине, в стране, гражданином которой он оставался всю свою жизнь. Некоторые из его результатов были позднее повторены, в том числе и в Советском Союзе, и опубликованы без соответствующих ссылок.

Перевод на русский язык этой небольшой книги В. А. Костицына ставит своей целью не только привлечь внимание к работам ее автора — наследие В. А. Костицына имеет не только исторический интерес, хотя, безусловно, он был одним из тех немногих математиков, которые поняли место и значение математических моделей в изучении процессов, протекающих в биосфере; в историческом плане научное наследие В. А. Костицына заслуживает самого пристального внимания. Но как бы ни было важно изучение истоков формализованного описания экологических и популяционных проблем, значение работ В. А. Костицына значительно шире — подходы к описанию экологических и эволюционных процессов, которые были развиты В. А. Костицыным, не потеряли своего значения и сегодня. Их изучение может оказаться хорошей школой для тех, кто собирается заняться изучением естественнонаучных проблем с помощью математики.

Со времени исследований В. А. Костицына прошло уже полвека, и за эти годы наука сделала огромный шаг вперед. Сегодня мы располагаем большими системами моделей, подробно описывающими основные процессы динамики атмосферы и океана, их взаимодействие. Вокруг этих проблем сформировались большие научные коллективы. В Советском Союзе возникла школа академика Г. И. Марчука, работы которой (Г. И. Марчук, Г. П. Курбаткин и др.) получили мировое признание. Большие модели созданы в Институте океанологии. За границей, особенно в США, подобные исследования также получили широкое распространение. И тем не менее «нульмерные» модели Костицына не потеряли и сейчас своего научного значения. Дело в том, что эффективное использование больших моделей требует огромных затрат машинного времени. Поэтому для изучения отдельных механизмов, деталей общего процесса всегда остаются необходимыми простые модели — модели с высоким уровнем агрегирования переменных. Их первым представителем, бесспорно, является модель В. А. Костицына.

Знакомя советских читателей с этой небольшой работой В. А. Костицына, хочется выразить надежду, что со временем они смогут прочесть и другие его работы, опубликованные, в силу ряда сложившихся обстоятельств, на французском языке. Это тем более необходимо, что В. А. Костицын был крупным представителем отечественной традиции в естествознании, которую ныне принято

связывать с именем В. И. Вернадского, и был первым профессиональным математиком, целиком посвятившим себя развитию математических моделей системного исследования процессов, сложившихся в биосфере.

В заключение хотелось бы выразить искреннюю признательность профессору Ф. Скудо из Лаборатории биохимической генетики и эволюционистики университета в г. Павия, много сделавшего для популяризации имени В. А. Костицына *). Составленная им библиографическая работа В. А. Костицына была использована при переводе и редактировании «Эволюции атмосферы».

Лица, работавшие над переводом этой книги, надеются, что она будет интересна широкому кругу читателей, занимающихся системными исследованиями естествознания и использованием метода математического моделирования.

Н. Н. Мусеев

*) См., например, обзор: Skudo F. M., Ziegler J. R. Vladimir Aleksandrovich Kostitzin and Theoretical Ecology.—Théorétiqueal population, 1976, № 10, p. 395—412.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящей работе я изучаю проблему эволюции атмосферы и ее органического круговорота. Эта проблема не раз поднималась химиками и минералогами. Достаточно назвать имена Фурне, Буссенго, Дюма, Делесса, Готье, Аррениуса и Вернадского, чтобы увидеть, что со стороны химиков вопрос хорошо подготовлен. Я попытаюсь рассмотреть проблему с математической точки зрения, поскольку уже есть возможность, опираясь на несколько эмпирических фактов, построить дифференциальные уравнения и сделать из них выводы, которые можно проверить экспериментально либо сейчас, либо в более или менее близком будущем. Логический аппарат и результаты, которые он дает, представляются не менее ценными, чем эмпирические сведения.

I. СОСТАВ АТМОСФЕРЫ И РОЛЬ ОРГАНИЧЕСКОЙ МАТЕРИИ

1. Кислород

Нам потребуется несколько цифр. Атмосфера содержит порядка 10^{15} т свободного кислорода, тогда как в земной коре его наверняка более 10^{19} т. Этот факт кажется загадочным, если учесть химическую активность кислорода. Согласно Перрену [16] «увеличение толщины земной коры (размер которой оценивается в сотню километров) менее чем на метр соответствовало бы поглощению всего кислорода атмосферы, количество которого пренебрежимо мало по сравнению с его запасом в коре». Каким же образом свободный кислород все-таки остается? Одним метром коры меньше или больше — может ли это играть хоть какую-то роль, когда существуют громадные магматические массы, не насыщенные кислородом? В самом деле, не будем ли мы злоупотреблять ролью случая, приписывая наличие свободного кислорода тому факту, что толщине земной коры не достаёт одного метра? Ставить вопрос таким образом означает решить его. Если примерно после двух миллиардов лет геологической истории свободный кислород все еще существует, то следует просто признать, что процессы восстановления в природе не менее интенсивны, чем процессы окисления. Их не следует искать в глубинах земного шара, так как кислород, освобождающийся там вследствие каких-либо химических реакций, поглотится путем окисления, прежде чем достигнет атмосферы. Среди всех процессов, происходящих на земной поверхности, освобождением значительных количеств кислорода, несомненно, сопровождаются те, которые приводят к образованию органических веществ. Согласно Манжену [2] коэффициент O_2/CO_2 усвоения углекислого газа растениями больше единицы. Следовательно, масса свободного кислорода, освобождае-

мого в упомянутых реакциях, должна составлять значительную часть общей массы растительного мира и отнюдь не обязана быть малой по сравнению с атмосферным запасом кислорода. Кроме этого процесса можно указать и другие, также сопровождающиеся освобождением кислорода, например химические реакции, происходящие при разложении органических веществ, деятельности некоторых микроорганизмов и т. д. Одновременно с процессами восстановления свободного кислорода происходят потери кислорода при следующих явлениях окисления и рассеяния:

1) окисление углерода при дыхании животных и растений;

2) рассеяние кислорода в земной коре вследствие органического разложения;

3) рассеяние кислорода в земной коре вследствие эрозии;

4) окисление углерода при его сгорании (в процессе промышленной деятельности человека);

5) диссипация кислорода в межпланетное пространство, вызванная механизмом соударения частиц.

Все эти факторы мы будем обсуждать ниже.

2. Углерод

В атмосфере содержится $(2-3) \cdot 10^{12}$ т углекислого газа. В океане его имеется примерно 10^{14} т. Это очень малые количества по сравнению с массой углерода в земной коре, составляющей $10^{16} - 10^{17}$ т. Однако общая масса каменного угля и других горючих минералов органического происхождения составляет примерно $2 \cdot 10^{13}$ т. Этот углерод принадлежал некогда атмосфере *) и в результате промышленной деятельности человечества вновь превратится в углекислый газ. Отсюда видно, что живая материя является фактором, способным производить фундаментальные преобразования атмосферы и земной коры.

Прежде всего, можно сделать важное замечание о структуре органического мира. Уже великие французские химики Дюма и Буссенго [4] представляли органи-

*) Это совершенно не означает, что в какой-то момент весь этот углерод полностью находился в атмосфере. Он образовался в результате многовековой деятельности растений, извлекавших из атмосферы то, что вулканы и другие источники выбрасывали туда в течение веков.

ческий мир как «аппендикс атмосферы». «Подводя итог,— пишет Дюма [4],— мы заключаем, что первичная атмосфера Земли состоит из трех основных частей: одну из них составляет собственно атмосферный воздух, вторая находится в растениях, третья — в животных... Следовательно, все то, что воздух отдает растениям, они уступают животным, а животные возвращают в атмосферу,— вечный круг, в котором изменяется и проявляется жизнь, а материя только меняет место. Чистая материя воздуха, постепенно организуемая растениями, начинает функционировать без изменения в животных и служить инструментом для возникновения мысли; затем, побежденная этими усилиями и как бы разбитая, она возвращается снова в виде чистой материи в громадный резервуар, из которого вышла...» Таким было мнение крупных авторитетов химии, высказанное сто лет назад; а вот голос современного геохимика: «Несомненно,— говорит Вернадский [21],— что более 97—98% живой материи заимствует свои атомы из земных газов, и количество, гораздо меньшее, но того же порядка, освобождается в форме газа после смерти организмов». В этом органическом круговороте, как предвидели Дюма и Буссенго [4], роли растений и животных совершенно различны. Последние не синтезируют собственного органического вещества, но заимствуют его у растительного мира. Весь углерод, входящий в ткани животных, прямо или косвенно происходит от растений. Мы увидим, что это отличие чрезвычайно важно и может порождать последовательность интересных биологических и геологических явлений.

Углекислый газ, освобожденный живыми организмами, частично поглощается океаном и частично возвращается в атмосферу, что приводит к увеличению парциального давления этого газа. Согласно наблюдениям Сосюра, Буссенго и Годлевского [6] интенсивность усвоения углерода растениями пропорциональна парциальному давлению CO_2 . Эта интенсивность усвоения достигает максимума, когда содержание CO_2 приближается к 10% *).

*) Согласно современным экспериментальным данным эта оценка для различных видов и разных типов листьев заключается в диапазоне 0,1—0,5%; см., например: Л а р х е р В. Экология растений / Пер. с нем.— М.: Мир, 1978. Однако потенциальные возможности фотосинтеза, вероятно, значительно выше. (Прим. ред.)

Реальная атмосфера далека от этого, и, вероятно, подобный процент никогда не будет достигнут. Итак, растительный мир можно рассматривать как автоматический регулятор, реагирующий на каждое увеличение количества CO_2 усилением его потребления. Если еще принять во внимание способность океана к поглощению CO_2 , то получается, что сгорание всего запаса угля привело бы к увеличению содержания CO_2 в атмосфере не более чем втрое; при этом указанный выше оптимум заведомо не будет достигнут.

Отметим еще один важный факт — обогащение углеродом верхних слоев литосферы, где его среднее содержание в 5—10 раз больше, чем в нижних слоях. Эту замечательную особенность его распределения следует приписать деятельности органического мира, особенно живых организмов океана.

3. Азот

Атмосфера содержит $4 \cdot 10^{15}$ т азота — количество того же порядка, которое содержится в литосфере. Бедность земной коры азотом — интересный факт, который еще ждет объяснения. Следует ли считать, что азот коры — продукт атмосферного происхождения; и если так, то какова роль живой материи в его преобразовании? Если общий вес земного азота не превышает 10^{16} т, то мы находимся перед загадкой, так как согласно спектроскопическим данным космические туманности богаты азотом. Может быть, это результат действия кинетического механизма, которым мы займемся позднее.

Азот — одна из основных компонент органической материи, и ввиду того, что он химически гораздо менее активен, чем кислород, необходимы особые условия для образования соединений азота и для усвоения его живыми организмами. Эти условия пока еще недостаточно изучены. Даже в работах, изданных всего 10 лет назад, имеются утверждения, которые сегодня вызывают только улыбку. Во всяком случае, можно считать установленным что ни животные, ни растения, вообще говоря, не способны усваивать азот непосредственно. Животные питаются растениями, а растения извлекают азот из почвы при помощи некоторых бактерий, которые только и способны связывать атмосферный азот. С другой стороны, живые организмы, несомненно, способствуют обогащению почвы соединениями азота.

Для выяснения происхождения минерального азота полезно привлечь космогонические соображения *). Обратимся к очень далеким временам, когда Земля была газопылевым облаком. Плотность этой газообразной массы убывала от центра к краям, и вполне вероятно, что туманность состояла из последовательности слоев, содержащих элементы, близкие по своим атомным весам. Некоторые элементы, по-видимому, были рассеяны, и химические условия в последовательных слоях газообразной Земли были, вероятно, очень сложными. Слои постоянно перемешивались восходящими и нисходящими потоками, совершенно аналогично тому, как это происходит в современных солнечной или земной атмосферах. Вертикальное перемешивание способствовало образованию химических соединений, как только температура и другие условия делали возможным их существование. Свидетельством этого может служить обилие легких соединений в атмосфере, гидросфере и земной коре. Согласно излагаемому представлению химически активные газы элиминировались, и в атмосфере должны были остаться лишь инертные газы: аргон, неон, криптон, ксенон и в большом количестве азот. Последний частично перешел в кору вследствие ряда химических реакций. Можно указать несколько химических реакций, которые отмечают этот переход. Например, азот и кислород воздуха при наличии водных паров под действием электрических разрядов соединяются и дают азотную кислоту. Сгорание водорода в воздухе также может создавать условия для соединения атмосферного азота и кислорода и образования азотной кислоты. В химической истории Земли наиболее важным моментом является, конечно, образование воды. Что касается азота, то он может соединяться также с бором, кремнием и магнием — легкими элементами, имеющимися в большом количестве в земной коре. Итак, несмотря на инертность азота, большие его массы могли выводиться из атмосферы и участвовать в геохимических процессах. Имеющийся запас $4 \cdot 10^{15}$ т минерализованного азота нельзя приписывать действию исключительно живых организмов. Однако неверно и противоположное утверждение,

*) Нет ничего менее надежного, чем космогонические рассуждения. Достаточно заметить, что в противоположность гипотезе о развитии газо-пылевого облака в твердое тело некоторые авторы предполагают обратный ход эволюции. Здесь излагаются взгляды, которые мне кажутся наиболее правдоподобными.

а именно что весь азот первичной атмосферы был удален из нее до появления жизни и что весь современный атмосферный азот (подобно кислороду) представляет собой результат биологических процессов. Несомненно лишь то, что живая материя существенно влияет на земной азот во всех его формах.

II. УРАВНЕНИЯ И ИХ ИССЛЕДОВАНИЕ

4. Упрощения

Количественно живая материя составляет только незначительную часть внешних слоев Земли. Между тем значение ее вековой деятельности на поверхности Земли огромно. Действие органических факторов проявляется вплоть до самых больших глубин (за исключением скальных пород чисто внутреннего происхождения). В предыдущей главе мы видели, что современная атмосфера сформирована при активном участии живых организмов. Согласно Вернадскому [21] «огромные массы атмосферных газов должны проходить через живую материю на протяжении одного года. Это количество во много раз превышает массу атмосферы». Круговорот вещества между органическим миром и атмосферой, следовательно, происходит чрезвычайно интенсивно. До сих пор мы обсуждали отношения, которые объединяют органический мир с неживой материей. Нам осталось представить проблему в форме уравнений и изучить различные особенности этого круговорота.

В этих уравнениях мы пренебрежем промышленной деятельностью человечества. Прежде всего, очень трудно представить ее количественно, и, кроме того, ею безусловно можно пренебречь, пока речь идет о вековых и даже многовековых периодах, а не о текущих событиях.

Какова бы ни была скорость расходования энергетических минеральных ресурсов, через несколько сотен лет они окажутся исчерпанными, и человечество будет вынуждено искать другие источники энергии. Нет никакого сомнения, что оно их найдет. Совершенно очевидно, что ни органическая жизнь вообще, ни жизнь человечества в частности в этот момент не закончатся. Углекислота, освобожденная к этому времени, будет поделена между атмосферой и океаном, и с этого момента наши уравнения станут справедливыми без введения дополнительных членов. Будет достаточно заменить не-

сколько коэффициентов на другие, лучше отвечающие возрастшему парциальному давлению углекислого газа. И в качестве начальных значений неизвестных функций надо будет выбрать те их значения, которые будут относиться к соответствующему моменту. Уравнения и их решения качественно остаются прежними.

Более важная и трудная проблема — влияние гидросферы. Мы видели что общая масса углекислоты в океане в 30—40 раз больше, чем в атмосфере. Если это отношение при любых обстоятельствах имеет тенденцию оставаться постоянным, то был прав Шлёзинг [20], утверждавший, что океан является гигантским регулятором содержания углекислоты. Он освобождает углекислоту, когда в атмосфере ее давление уменьшается, и поглощает ее в противном случае. «Шлёзинг, — пишет Вернадский [21], — тем самым открыл (1878) важнейший геохимический факт, который был подтвержден независимыми дальнейшими исследованиями. Этот факт несомненно имеет большое и далеко еще не изученное геологическое значение, так как соотношение между площадями океана и суши сильно менялось на протяжении геологических эпох. Все его значение для геологии далеко еще не понято. В своих конкретных проявлениях обсуждаемое явление более сложно, чем считал Шлёзинг». В дальнейших рассмотрениях будем исходить из регулирующей роли океана. Эта гипотеза позволяет упростить анализ уравнений без введения дополнительных предположений о механизме обмена углекислотой между атмосферой и океаном *).

Третья трудность — это учет влияния живой материи океана и участия углекислоты океана в органическом круговороте. Если здесь реализуется та же двухкомпонентная схема (растения — животные), которая регулирует циркуляцию в атмосфере, то математическая задача упрощается и мы имеем случай, изучаемый в п. 5—7. Если, напротив, вся масса углекислоты активно участвует в образовании карбонатных осадков, то следует отдельно изучить органический круговорот в океане (см. п. 11).

5. Круговорот углерода и кислорода

Рассмотрим сначала частную проблему круговорота углерода и кислорода. Введем обозначения:

*) Это предположение, как мы увидим ниже (см. послесловие), может быть принято только при условии, что круговорот углерода происходит без дополнительных источников поступления углекислоты. (Прим. ред.)

x — масса свободного атмосферного кислорода;
 y — общая масса углекислоты в атмосфере и в океане;
 v — общая масса кислорода и углерода в растениях;
 u — их общая масса в животных;
 s — их общая масса в остатках растений и животных, рассеянных в земной коре.

Отношения между этими переменными можно выразить схемой, изображенной на рис. 1, и следующими дифференциальными уравнениями:

$$x' = -\alpha_{13}u - \alpha_{14}v + \alpha_{41}v, \quad (1)$$

$$y' = \alpha_{32}u - \alpha_{24}v + \alpha_{42}v, \quad (2)$$

$$u' = \alpha_{13}u - \alpha_{32}u - \alpha_{35}u + \beta uv, \quad (3)$$

$$v' = \alpha_{14}v - \alpha_{41}v + \alpha_{24}v - \alpha_{42}v - \alpha_{45}v - \beta uv, \quad (4)$$

$$s' = \alpha_{35}u + \alpha_{45}v. \quad (5)$$

Структура этих уравнений чрезвычайно проста, каждый член соответствует одной из стрелок на рис. 1. Согласно уравнению (1) атмосферный кислород расходуется

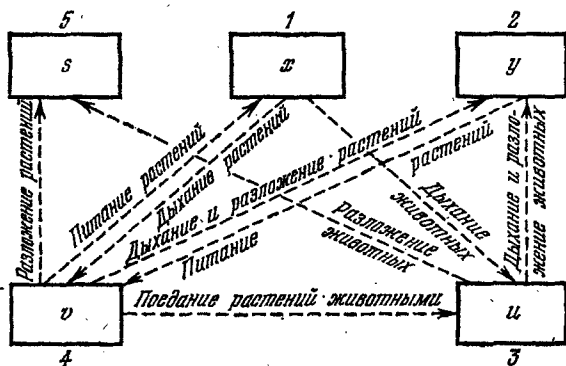


Рис. 1.

на дыхание животных! ($-\alpha_{13}u$) и дыхание растений ($-\alpha_{14}v$) и освобождается в процессе питания растений ($+\alpha_{41}v$). Уравнение (2) показывает, что атмосфера получает углерод, освобожденный растениями и животными в процессе дыхания и разложения живой материи ($\alpha_{32}u$, $\alpha_{42}v$) и что растения усваивают углекислый газ ($-\alpha_{24}v$). Для простоты полагается, что интенсивность этих процессов не зависит от содержания в атмосфере рассматриваемых газов — гипотеза, конечно, неверная, когда речь идет о геологических периодах, но приемлемая для рассмат-

риваемых интервалов времени. Кроме того, пока опущены все остальные источники и стоки CO_2 — вулканизм, промышленность, эрозия и т. д. В уравнении (3) члены $\alpha_{13}u$ и $-\alpha_{32}u$ описывают соответственно усвоение и отдачу газов животными в атмосферу; член βuv отражает тот факт, что животные питаются растениями, причем этот процесс описывается в соответствии с так называемым «принципом встреч» между поедающими и поедаемыми *); член $\alpha_{35}u$ описывает обогащение почвы в результате разложения трупов животных. Что касается структуры, то уравнения (4) и (5) не отличаются от предыдущих.

Через y обозначена общая масса CO_2 , как находящегося в свободном виде в атмосфере, так и растворенного в океане. Вторая часть в 30—40 раз больше первой и составляет своего рода резерв, восстанавливающий равновесие всякий раз, когда первая испытывает изменения. Легко понять, что этот механизм гарантирует известную устойчивость коэффициентов α_{32} , α_{24} , α_{42} по сравнению с коэффициентами α_{13} , α_{14} , α_{41} . Именно по этой причине мы не принимаем во внимание реакцию организмов на изменение парциального давления углекислого газа в атмосфере.

Что касается коэффициентов в уравнении для атмосферного кислорода, то они не так стабильны и могут зависеть от парциального давления O_2 . Однако масса атмосферного кислорода достаточно велика и влиянием ее изменений за не слишком большие промежутки времени можно пренебречь. Следовательно, гипотеза о постоянстве коэффициентов, упрощая уравнения, качественно не слишком сильно влияет на их решения. Допускаемые ошибки могли бы оказаться существенными, если бы нас интересовали численные результаты. Однако при низкой точности данных, которыми мы можем располагать, доводить изучение проблемы до численных оценок было бы самообманом. Мы будем придавать значение лишь общему анализу уравнений, остающемуся неизменным при варьировании коэффициентов в широких пределах.

6. Исследование уравнений (1)—(5)

Правые части уравнений (1) — (5) зависят только от переменных u и v . Следовательно, можно сначала решить уравнения (3) и (4); остальные неизвестные — x , y , s — выразятся затем в квадратурах.

*) См.: Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование / Пер. с франц. — М.: Наука, 1976. (Прим. ред.)

Заметим, что сумма рассматриваемых неизвестных остается постоянной:

$$x + y + u + v + s = M, \quad (6)$$

что следует из наших гипотез вполне очевидным образом. Отсюда мы выводим очевидное неравенство:

$$u + v < M. \quad (6')$$

Заметим еще, что s — возрастающая функция. Это означает, что процессы в живой материи ведут к рассеянию атмосферного углерода и кислорода в земной коре.

Приведем уравнения (3), (4) к более простому виду:

$$u' = u(-\lambda + \beta v), \quad (7)$$

$$v' = v(\mu - \beta u), \quad (8)$$

где

$$\lambda = \alpha_{32} + \alpha_{35} - \alpha_{13},$$

$$\mu = \alpha_{14} - \alpha_{41} + \alpha_{24} - \alpha_{42} - \alpha_{45}.$$

Так как в отсутствие растений животные не могли бы существовать, $\lambda > 0$; а так как отсутствие животных повлекло бы ускоренное развитие растений, $\mu > 0$.

Из уравнений (7), (8) легко получается

$$u^\mu v^\lambda = H e^{\beta u + \beta v}, \quad (9)$$

где H — константа, зависящая от начальных значений переменных u_0 и v_0 :

$$H = u_0^\mu v_0^\lambda e^{-\beta u_0 - \beta v_0}.$$

Кривые (9) замкнутые (рис. 2, а), и это означает, что u и v — периодические функции времени t^*). Введем обо-

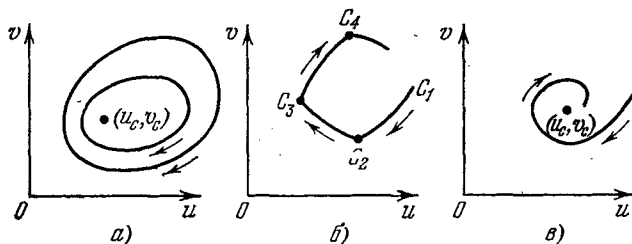


Рис. 2.

*) Система (7), (8) является системой Ляпунова, и существование периодических решений следует из общей теории. Анализ этого вопроса и геометрическое построение замкнутой кривой $v = v(u)$, заданной уравнением (9), см. в § 7 послесловия. (Прим. ред.)

значения: ω для периода и $u_c = \mu/\beta$, $v_c = \lambda/\beta$ для координат общего центра C всех кривых (9). Величина ω зависит не только от коэффициентов λ , μ , β , но и от константы H , т. е. начальных значений u_0 и v_0 : $\omega = 0$ при $u_0 = u_c$, $v_0 = v_c$ и $\omega = \infty$ при $H = 0$.

Уравнения (7), (8) дают

$$u(t + \omega) - u(t) = -\lambda \int_0^\omega u dt + \beta \int_0^\omega uv dt = 0,$$

$$v(t + \omega) - v(t) = \mu \int_0^\omega v dt - \beta \int_0^\omega uv dt = 0,$$

или

$$\int_0^\omega uv dt = v_c \int_0^\omega u dt = u_c \int_0^\omega v dt.$$

Далее *),

$$\ln \frac{u(t + \omega)}{u(t)} = 0 = -\lambda\omega + \beta \int_0^\omega v dt,$$

$$\ln \frac{v(t + \omega)}{v(t)} = 0 = \mu\omega - \beta \int_0^\omega u dt.$$

Следовательно,

$$u_c = \frac{1}{\omega} \int_0^\omega u dt, \quad v_c = \frac{1}{\omega} \int_0^\omega v dt, \quad u_c v_c = \frac{1}{\omega} \int_0^\omega uv dt. \quad (10)$$

Таким образом, u и v испытывают периодические колебания около значений u_c и v_c . Что касается остальных переменных, то их изменения удобнее всего оценить, рассмотрев выражения

$$\frac{x(t + \omega) - x(t)}{\omega}, \quad \frac{y(t + \omega) - y(t)}{\omega}, \quad \frac{s(t + \omega) - s(t)}{\omega}.$$

*) В самом деле, уравнения (7) и (8) могут быть переписаны в виде

$$\frac{d}{dt} (\ln u) = -\lambda + \beta v, \quad \frac{d}{dt} (\ln v) = \mu - \beta u.$$

Интегрируя эти выражения в пределах от 0 до ω , получаем требуемое. (Приж. ред.)

Из уравнений (1), (2), (5) и (10) получаем

$$\begin{aligned}\frac{x(t+\omega)-x(t)}{\omega} &= -\alpha_{13}u_c - \alpha_{14}v_c + \alpha_{41}v_c, \\ \frac{y(t+\omega)-y(t)}{\omega} &= \alpha_{32}u_c - \alpha_{24}v_c + \alpha_{42}v_c, \\ \frac{s(t+\omega)-s(t)}{\omega} &= \alpha_{35}u_c + \alpha_{45}v_c,\end{aligned}\quad (11)$$

или

$$\begin{aligned}\frac{x(t+\omega)-x(t)}{\omega} &= \\ &= \frac{1}{\beta} [(\alpha_{32} + \alpha_{35})(\alpha_{41} - \alpha_{14}) + \alpha_{13}(\alpha_{45} - \alpha_{24} + \alpha_{42})], \\ \frac{y(t+\omega)-y(t)}{\omega} &= \\ &= \frac{1}{\beta} [-\alpha_{32}(\alpha_{45} + \alpha_{41} - \alpha_{14}) - (\alpha_{24} - \alpha_{42})(\alpha_{35} - \alpha_{13})].\end{aligned}\quad (12)$$

Примем следующие предположения:

1) растения больше выделяют кислорода; чем усваивают, т. е. $\alpha_{14} - \alpha_{41} < 0$;

2) растения больше усваивают углекислого газа, чем выделяют, т. е. $\alpha_{42} - \alpha_{24} < 0$;

3) растения больше теряют вещества при рассеянии его в земной коре, чем приобретают, усваивая углекислоту, т. е. $\alpha_{45} > \alpha_{24} - \alpha_{42}$;

4) животные больше рассеивают вещества, чем приобретают, усваивая кислород, т. е. $\alpha_{35} > \alpha_{13}$.

При этих условиях, если абстрагироваться от периодических колебаний, из уравнений (12) следует, что свободный кислород в атмосфере непрерывно накапливается, а углекислый газ из нее выводится. С другой стороны,

$$s(t+\omega) - s(t) = \text{const} > 0,$$

т. е. газы, потерянные атмосферой, накапливаются в земной коре. В этих процессах органический мир играет роль посредника между атмосферой и земной корой.

Допустим также, что:

1) $\alpha_{14} - \alpha_{41} < 0$;

2) $\alpha_{42} - \alpha_{24} > 0$, т. е. растения меньше усваивают углекислого газа, чем выделяют;

3) $\alpha_{35} < \alpha_{13}$, т. е. животные меньше рассеивают материи, чем усваивают при поглощении кислорода.

Если пренебречь периодическими колебаниями, то запас углекислоты будет уменьшаться, а свободного кислорода — увеличиваться.

Если, наконец, предположить, что:

1) $\alpha_{14} - \alpha_{41} > 0$;

2) $\alpha_{24} - \alpha_{42} > \alpha_{45} > \alpha_{14} - \alpha_{41}$;

3) $\alpha_{35} > \alpha_{13}$;

то запас обоих газов будет уменьшаться.

Другие возможности, которые могут предоставить уравнения (12), рассматривать не будем.

7. Круговорот азота

Соберем предыдущие результаты для того, чтобы изучить циркуляцию азота.

По отношению к этому элементу органический мир разделяется на две части:

1. Организмы, способные непосредственно связывать атмосферный азот.

2. Организмы, не способные обеспечивать себя азотом без помощи представителей предыдущей группы.

Точные соотношения между этими двумя группами пока не известны. Предположим, что существует определенный симбиоз между организмами первой группы и растениями.

Примем обозначения:

x — общая масса свободного атмосферного кислорода;

y — общая масса углекислого газа в атмосфере и океане;

z — общая масса атмосферного азота;

u — общая масса названных компонентов в животных;

v — их общая масса в растениях;

s — их общая масса, рассеянная в земной коре.

Мы совершенно исключим из рассмотрения круговорот воды: введение этого фактора привело бы к бесполезному усложнению уравнений, существенно не изменив основные свойства их решений. Взаимодействия между рассматриваемыми переменными можно представить схемой, изображенной на рис. 3, или дифференциальными уравнениями

$$x' = -\alpha_{14}u - \alpha_{15}v + \alpha_{51}v, \quad (13)$$

$$y' = \alpha_{42}u - \alpha_{25}v + \alpha_{52}v, \quad (14)$$

$$z' = -\alpha_{35}v, \quad (15)$$

$$u' = \alpha_{14}u - \alpha_{42}u - \alpha_{46}u + \beta uv, \quad (16)$$

$$v' = \alpha_{15}v - \alpha_{51}v + \alpha_{25}v - \alpha_{52}v + \alpha_{35}v - \alpha_{56}v - \beta uv, \quad (17)$$

$$s' = \alpha_{35}u + \alpha_{45}v. \quad (18)$$

Естественно принять следующие допущения:

1) жизненный бюджет животных при отсутствии растений отрицателен, т. е.

$$\lambda = \alpha_{42} + \alpha_{46} - \alpha_{14} > 0; \quad (19)$$

2) жизненный бюджет растений при отсутствии животных положителен, т. е.

$$\mu = \alpha_{15} - \alpha_{51} + \alpha_{25} - \alpha_{52} + \alpha_{35} - \alpha_{56} > 0. \quad (20)$$

При этих условиях уравнения (16) и (17) имеют в качестве решений периодические функции u и v , удовлет-

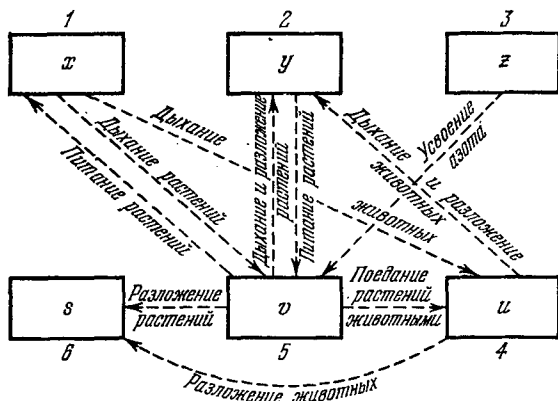


Рис. 3.

воряющие соотношению (9); s возрастает; z убывает. Соотношения (12) принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{x(t+\omega) - x(t)}{\omega} &= \\ &= \frac{1}{\beta} [(\alpha_{46} + \alpha_{42})(\alpha_{51} - \alpha_{15}) - \alpha_{14}(\alpha_{25} - \alpha_{52} + \alpha_{35} - \alpha_{56})], \\ \frac{y(t+\omega) - y(t)}{\omega} &= \\ &= \frac{1}{\beta} [\alpha_{42}(\alpha_{15} - \alpha_{51} + \alpha_{35} - \alpha_{56}) - (\alpha_{25} - \alpha_{52})(\alpha_{46} - \alpha_{14})], \\ \frac{z(t+\omega) - z(t)}{\omega} &= - \frac{\alpha_{35}(\alpha_{42} + \alpha_{46} - \alpha_{14})}{\beta}. \end{aligned} \quad (12')$$

Отсюда следует, что

$$\frac{x(t + \omega) + y(t + \omega) + z(t + \omega) - x(t) - y(t) - z(t)}{\omega} = - \frac{\lambda \alpha_{56} + \mu \alpha_{46}}{\beta} < 0, \quad (21)$$

т. е. масса атмосферы уменьшается. Мы не конкретизируем, убыванием каких атмосферных газов это обусловлено: вывод будет зависеть от неравенств, аналогичных тем, которые рассматривались в предыдущем пункте.

8. Модификация и обобщения

Эти результаты почти не меняются, если вместо постоянных коэффициентов ввести медленно меняющиеся функции, зависящие от времени или неизвестных x , y , z , u , v , s . Периодический процесс превратится в квазипериодический. И вместо замкнутой кривой (рис. 2, а) точка (u, v) , представляющая органический мир, будет описывать нерегулярную кривую $C_1 C_2 C_3$ (рис. 2, б). Угловые точки соответствуют резким изменениям условий существования в периоды интенсивной вулканической деятельности или оледенений. Обеднение атмосферы хотя бы одним из необходимых для жизни газов может повлечь быстрое вымирание значительной части органического мира. Такое нарушение равновесия благоприятствует развитию других видов животных и растений, что выражается резким изменением коэффициентов в наших уравнениях и дугой типа $C_1 C_2$ на рис. 2, б. Если за подобным возмущением следует относительно долгий спокойный период, равновесие постепенно восстанавливается, вариации u и v затухают, и точка (u, v) стремится, как показано на рис. 2, в, к предельному режиму (u_c, v_c) . Ограниченному во времени наблюдателю этот процесс показался бы периодическим, но в конечном счете органический мир достигает устойчивого состояния (u_c, v_c) . Напомним, что в этом режиме будет продолжаться убывание массы атмосферы вследствие рассеяния рассматриваемых газов в земной коре.

В наших уравнениях не фигурируют такие источники и стоки углекислоты, как вулканизм, промышленная деятельность человечества, эрозия и т. д. Их глобальный вклад за единицу времени обозначим буквой σ . Уравнение (14) примет вид

$$y' = \sigma + \alpha_{42}u - \alpha_{25}v + \alpha_{52}v, \quad (14')$$

а приращение $y(t)$ за период ω составит

$$\frac{y(t+\omega) - y(t)}{\omega} = \alpha_{42}u_c - \alpha_{25}v_c + \alpha_{52}v_c + \frac{1}{\omega} \int_t^{t+\omega} \sigma(s) ds. \quad (22)$$

Эту величину, вообще говоря, можно считать отрицательной константой, но в некоторые периоды она изменяется очень быстро и становится положительной и достаточно большой, чтобы обеспечить быстрое обогащение атмосферы углекислым газом. Можно представить себе другие возможности эволюции содержания CO_2 , не обязательно катастрофического характера, но всегда сопровождающиеся сильным откликом в органическом мире. Вероятно, такие возможности не раз угрожали жизни на Земле. Но тем не менее жизнь существует; а это означает, что на каждую угрозу жизнь отвечала приспособлением к новым условиям, новой эволюцией. Точка (u, v) (рис. 2) приближалась то к оси u , то к оси v , то к началу координат — точке $(0, 0)$, — но гибкость живой материи позволяла отвечать реакцией адаптации на каждую внешнюю или внутреннюю опасность.

Заметим еще, что начальная и конечная точки эволюции не укладываются в рамки изложенного анализа. Наши уравнения (1) — (5) и (13) — (18) дают ненулевые значения u и v лишь в том случае, когда u_0 и v_0 отличны от нуля. Если допустить возникновение животного и растительного мира от какого-то в настоящее время неизвестного общего ствола, то наши уравнения не дадут возможности разделить эти две ветви.

III. ПРОИСХОЖДЕНИЕ ЛЕДНИКОВЫХ ПЕРИОДОВ

9. Астрономические гипотезы

Для объяснения происхождения оледенений и их периодичности, кажущейся или действительной, предлагались многочисленные гипотезы: прецессия земной оси [3], встречи со скоплениями метеоритов, вариации потока солнечного тепла, движения континентов, смещения полюсов, изменения состава атмосферы, явления орогенеза и т. д.

Неясно, с помощью какого механизма прецессия земной оси могла бы вызывать значительный климатический эффект подобной силы: земная ось описывает конус, со-

храняющий постоянный наклон к эклиптике. В результате прецессии происходит лишь смещение равноденствий. Известно, насколько слаба климатическая роль эллиптичности земной орбиты. Максимальный возможный эффект прецессии свелся бы к увеличению продолжительности зимы или лета на несколько дней (самое большее на неделю). До оледенения континента отсюда так далеко, что приходится удивляться распространенности этой гипотезы.

Встреча Земли с большими метеоритными скоплениями или облаками метеоритов, несомненно, могла бы повлечь климатические последствия, но трудно сказать, в каком направлении. Чрезвычайно трудно предусмотреть все последствия подобных встреч; эта проблема заслуживает специального изучения и, во всяком случае, выходит за рамки настоящей работы.

Изменения потока солнечного тепла реальны, но незначительны, во всяком случае до тех пор, пока речь идет об известных солнечных циклах. Существуют ли другие циклы большего периода и амплитуды? Эта возможность не исключена, но мы не располагаем данными, которые давали бы основание ее принять или исключить.

10. Дрейф континентов и перемещение полюсов

Гипотеза о перемещении континентов и полюсов [22] очень заманчива, и, на первый взгляд, хорошо объясняет все оледенения, начиная с протерозоя. При внимательном рассмотрении, однако, обнаруживается, что эти объяснения содержат ряд произвольных, специально придуманных для данного случая элементов. Несмотря на все старания, не удалось выяснить в деталях механическую возможность дрейфа континентов. Кроме того, повторяемость оледенений четвертичного периода по-прежнему остается необъясненной. Если и можно еще допустить очень медленные движения континентов, то их резкие смещения кажутся совершенно недопустимыми.

Что касается пермо-карбоновых оледенений, то Вегенер [22] вводит для их объяснения движение континентов только в южном полушарии, сохраняя северное неизменным вплоть до четвертичного периода. Причины асимметрии сил, смещающих континенты, остаются неизвестными. Загадка оледенений объясняется чудом еще более грандиозным и еще более загадочным.

При этих условиях представляется более осторожным рассматривать в первую очередь объяснения, оперирующие лишь земными факторами, поддающимися последовательному изучению и проверке — составом атмосферы и вертикальными смещениями земной коры.

11. Атмосфера и оледенения

Именно Аррениус [1] был первым, высказавшим идею о климатическом влиянии содержания углекислоты в атмосфере. Он показал, что изменение концентрации CO_2 могло бы быть причиной изменения температуры поверхности Земли. Согласно его расчетам уменьшения содержания CO_2 на треть достаточно для понижения температуры в среднем на 3°C , что вызвало бы новое оледенение Северной Америки и всей северной Европы. Если же, наоборот, содержание CO_2 увеличится вдвое или втрое, то в названных районах произойдет потепление, которое можно оценить в $8-9^\circ \text{C}$, что соответствует климату, господствовавшему здесь в эоценовую эпоху. Не оспаривая пока этих оценок, заметим, что их физическая основа достаточно сомнительна и, вероятно, нуждается в пересмотре.

Аррениус приписывал изменения содержания углекислоты в атмосфере вулканической деятельности, очень усилившейся в третичный период, и считал несомненным увеличение усвоения с ростом парциального давления CO_2 , неявно допуская колебания системы

$$\text{органический мир} \rightleftharpoons \text{углекислота} \quad (23)$$

до ее перехода в состояние равновесия. По крайней мере именно так нужно понимать большую часть его статьи [1], и в особенности те места, где он настаивает на множестве периодов оледенения и невозможности объяснения этого факта иначе, как его гипотезой.

Очень трудно оценить влияние газа внутреннего происхождения на состояние атмосферы и на климат. Согласно Вернадскому [21] «количество углекислоты недавнего происхождения, появляющееся на поверхности Земли, огромно... Ее общая масса имеет тот же порядок, что масса углекислоты гидросферы и атмосферы». По Буссенго количество CO_2 , выделившееся из вулкана Котопахи в течение года, превышает $2 \cdot 10^6$ т. Следовательно, только один вулкан способен за 2 млн. лет воспроизвести весь запас атмосферного CO_2 .

Предположим, что вследствие вулканической активности атмосфера получала огромные количества углекислоты. К каким климатическим последствиям это должно было привести? Наблюдений, проясняющих этот вопрос и заслуживающих доверия, почти нет. В 1912 г. извержение вулкана Катмай на Аляске сопровождалось исключительно дождливым и холодным летом, что приписывают выбросам гигантских облаков вулканической пыли, включенных в циркуляцию атмосферы. Напротив, известное извержение Кракатау в 1883 г., также сопровождавшееся извержением пыли, имело только оптические последствия. К тому же очень трудно предсказать влияние вулканизма на климат, тем более, если принять во внимание, что выделение углекислого газа всегда сопровождается выделением водяного пара и вулканической пыли. Условия, которые при этом возникнут, могут очень сильно отличаться от тех, которые имел в виду Аррениус.

Предположим, однако, что гипотеза Аррениуса верна, и оценим количество углекислоты, необходимое для изменения климата в тех пределах, которые он указал. Заметим, что речь идет не только об углекислоте атмосферы, но обо всем запасе CO_2 в океане и атмосфере. Приняв порядок этой величины 10^{14} т, можно показать, что для создания вариации средней температуры северной Европы в 10° нужно сначала ввести, а затем вывести из атмосферы $3 \cdot 10^{14}$ т CO_2 . Для первой части этой операции необходимо действие 150 вулканов размеров Котопахи в течение миллиона лет. Вторая часть потребует также усиленной деятельности растений в течение 100 000 лет. Чтобы дать о ней представление, достаточно напомнить, что масса всего каменного угля не превосходит $2 \cdot 10^{13}$ т. Следовательно, в течение относительно короткого периода растения должны поглотить из атмосферы и океана вчетверо больше углерода, чем это было сделано за всю историю Земли. Подобное заключение находится в полном противоречии с известными данными о четвертичных отложениях. Таким образом, придется либо отказаться от гипотезы Аррениуса, либо пересмотреть данные об углекислоте океана и условия равновесия газов между атмосферой и океаном. Можно попытаться спасти гипотезу Аррениуса, если предположить, что углекислота океана в результате деятельности живых организмов быстро превращается в карбонатные осадки и откладывается на дне океанов; тем самым будет объяснено исчезновение громадных количеств углекислоты, извергаемой вулканами.

Придадим этой гипотезе математическую форму. Введем обозначения:

p — концентрация CO_2 в океане;

q — концентрация живого вещества в океане;

a — скорость роста концентрации CO_2 за счет внешних факторов;

αpq — относительное потребление CO_2 организмами за единицу времени;

— βq — отрицательный жизненный бюджет организмов при отсутствии CO_2 .

При обсуждаемых условиях процесс описывается дифференциальными уравнениями

$$p' = a - \alpha pq, \quad (24)$$

$$q' = -\beta q + \alpha pq \quad (25)$$

и стремится к стационарному состоянию:

$$p_c = \beta/\alpha, \quad q_c = a/\beta. \quad (26)$$

Это состояние устойчиво, так как характеристическое уравнение

$$\mu^2 + \mu \frac{a\alpha}{\beta} + a\alpha = 0$$

имеет отрицательные корни при $a\alpha \geq 4\beta^2$ и комплексные с отрицательной вещественной частью при $a\alpha < 4\beta^2$.

Предположим, что до момента t_0 имеет место слабый прирост $a_0 < 4\beta^2/\alpha$ и почти достигается стационарное состояние:

$$p_0 = \beta/\alpha, \quad q_0 = a_0/\beta.$$

Начиная с этого момента до момента t_1 продолжается период повышенной вулканической активности и средний прирост становится равным $a_1 \gg a_0$. Равновесие нарушается, и система p, q стремится к новому состоянию равновесия:

$$p_1 = \beta/\alpha, \quad q_1 = a_1/\beta.$$

Допустим, что в момент t_1 это состояние почти достигается. Мы видим, что конечная концентрация углекислого газа p_1 совпадает с начальной p_0 , тогда как концентрация живого вещества окажется возросшей. Предположим далее, что после этой вспышки вулканической активности она снова вернется к исходному состоянию и при всех $t > t_1$ прирост CO_2 опять составит a_0 . Достигнутое равновесие еще раз будет нарушено, при этом систе-

ма будет снова стремиться к прежнему состоянию равновесия:

$$p_2 = \beta/\alpha, \quad q_2 = a_0/\beta,$$

описывая сужающуюся спираль с фокусом в точке (p_2, q_2) . Вначале этот процесс квазипериодичен, т. е. концентрация углекислого газа в океане, а следовательно, и в атмосфере, проходит последовательность максимумов и минимумов.

Выше был более детально рассмотрен другой биологический механизм, порождающий колебания концентрации CO_2 в атмосфере, который мог вызвать изменения климата. Имеется ли связь между этими двумя механизмами? Нетрудно составить систему дифференциальных уравнений, включающую как частные случаи системы (1)—(5), (13)—(18) и (24), (25), но она будет слишком сложной. Удобнее изучить отдельные системы, предполагая, что оба механизма реализуются одновременно. Если масса живой материи в океане намного больше, чем на континентах, практически можно рассматривать только уравнения (24), (25).

Выше мы рассмотрели некоторые биологические последствия изменения концентрации CO_2 . Вкратце они сводятся к следующему. За усилением вулканической активности следует развитие живой материи в океане и отложение карбонатных осадков, а на континентах — развитие растений, также поглощающих углекислоту. После возвращения к нормальному дебиту CO_2 и в океане, и на континентах происходят прогрессивно затухающие колебания системы, до нового состояния равновесия. В частности, этим механизмом можно объяснить периодичность накопления известковых отложений. В конце концов, пройдя через ряд максимумов и минимумов, процесс стремится к стабилизации в новом состоянии равновесия.

Итак, гипотеза Аррениуса при некоторой ее модификации может объяснить четвертичные оледенения. Имеется, однако, несколько очень важных возражений.

1. Оледенения, порождаемые таким образом, должны происходить одновременно в двух полушариях, причем похолодание должно наблюдаться на всех широтах. Между тем четвертичные оледенения не происходили одинаково в Европе и Азии, а пермо-карбоновые оледенения оставили следы лишь в южном полушарии.

2. Очевидной связи между явлениями вулканизма и оледенениями не обнаружено.

3. Орогенические и эпейрогенические явления, которые связывают с изменениями вулканизма, могут быть косвенным следствием отступления оледенения.

Эти проблемы будут обсуждаться в следующей главе.

IV. ПРОИСХОЖДЕНИЕ ЛЕДНИКОВЫХ ПЕРИОДОВ (окончание)

12. Орогенез, вулканизм, оледенения

Стало уже обыкновением искать связь между этими тремя группами явлений. Между тем доказать наличие подобной связи на основе геологических данных чрезвычайно трудно. Известны явления орогенеза, не следовавшего и не предшествовавшего оледенениям; оледенения, отделенные миллионами лет от наиболее близких процессов складкообразования; усиления вулканической активности, не сопровождавшиеся орогенезом. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим несколько геологических фактов.

Начнем с современной эпохи. Наиболее близок к нашему времени неогеновый альпийский орогенический цикл, от начала которого нас отделяет 25—30 млн. лет. Образование крупнейших горных цепей (Альп, Кавказа, Гималаев и др.) происходило в самом начале неогена. К плиоцену эти цепи уже были сформированы. Первые оледенения относятся к концу плиоцена, следовательно, от завершения образования альпийских складок их отделяет интервал в несколько миллионов лет. Если здесь и имеется причинная связь, то стоило бы объяснить запаздывание следствия.

Взглянем на этот вопрос с точки зрения феномена. Здесь также возникают сомнения. Известно, что в мезозое вулканическая деятельность была относительно невелика. В конце мезозоя она усилилась, и первая половина третичного периода (палеоген) была отмечена значительным вулканизмом, который можно рассматривать как подготовку к орогенезу эпохи неогена. Если считать вулканизм причиной, а оледенение — следствием, то остается непонятным, почему не произошло оледенения в результате позднемиоценового и палеогенового вулканизма. Таким образом, приписывая оледенения четвертичного периода вулканической деятельности неогена,

следовало бы указать особые признаки, отличающие ее от вулканизма палеогена.

Обратимся теперь к началу геологической истории. В двух периодах — раннем кембрии и позднем протерозое — имели место несколько орогенических процессов и полных геологических циклов. Вулканизм был чрезвычайно интенсивным, но было бы бесполезным искать причинную связь между этими двумя классами явлений. Даже если эта связь и существует, ее природа пока полностью от нас ускользает. Единственное известное оледенение раннего кембрия началось в раннем протерозое в период до начала интенсивного горообразования и продолжалось неизвестное количество времени вплоть до последнего архейского горообразования. Таким образом, аргументы в защиту или против какой-либо теории обсуждаемого типа привести очень трудно.

Перейдем теперь к каледонскому (раннепалеозойскому) орогенезу, наиболее активно происходившему в силуре и девоне. Незначительный в кембрии вулканизм в силуре усиливается и становится чрезвычайно интенсивным в девоне. Следы девонских оледенений действительно находят в южной Африке. Однако в южной Австралии и в бассейне реки Янцзы в Китае известны моренные отложения, почти наверное относящиеся к кембрию, т. е. никак не связанные с орогенезом и вулканизмом. Этот факт трудно истолковать в пользу гипотезы Аррениуса.

Остается рассмотреть очень интересный и загадочный пермокарбоновый период. Он охватывает 140 млн. лет — столько же, сколько меловой период, палеоген и неоген вместе взятые. На этот период приходится несколько, по-видимому, независимых эпейрогенических циклов. Вулканизм играет чрезвычайно важную роль, особенно в пермское время. По гипотезе Аррениуса в пермокарбоновый период должны были бы происходить многочисленные и охватывающие весь земной шар оледенения. Однако при всей многочисленности оледенения этого времени были локальными и удивительным образом затрагивали только южное полушарие. Обширные следы оледенения находят в Южной Америке (Бразилия), южной Африке, Индии и Австралии. На первый взгляд может показаться, что все южное полушарие было покрыто льдами, а в северном климат был теплым. На самом деле бразильское оледенение происходило до африканского, которое, в свою очередь, предшествовало индо-австралийским. Таким образом, имела место последова-

тельность локальных несинхронных и, вероятно, периодических или квазипериодических явлений. Другой особенностью пермо-карбонового периода является пустынный климат северного полушария. Все это трудно объяснить в рамках гипотезы Аррениуса. Трудно также настаивать на связи колебаний климата и явлений горообразования, так как последние в пермо-карбоновый период имели место главным образом в Северном полушарии.

Изложенное краткое обсуждение позволяет сформулировать следующие заключения.

1. Такие глобальные процессы, как крупномасштабный орогенез или изменения структуры атмосферы, действующие изолированно, не могут вызывать оледенений.

2. Оледенения представляют собой локальные явления и могут объясняться локальными факторами.

3. Причиной оледенений скорее всего может оказаться совместное действие глобальных и локальных факторов.

В следующих разделах мы будем изучать механизмы локального характера, способные объяснить эти феномены.

13. Вертикальные движения земной коры

Представим континентальную массу *) в виде цилиндра толщины h , погруженного в вещество мантии, обладающее некоторой способностью к вертикальным движениям. Основываясь на принципе изостазии (геологический эквивалент закона Архимеда), легко допустить следующую последовательность вертикальных смещений. Появление льдов вследствие горообразования или другого локального явления вызывает перегрузку литосферы и ее погружение в магму. При этом понижается высота, на которой расположен ледяной слой, и происходит таяние льда. Облегченная континентальная глыба всплывает и достигает высоты, на которой в результате выпадения осадков снова накапливается лед, вызывая оледенение. Этот периодический процесс давно известен геологам; речь идет о его представлении в математической форме.

Рассмотрим континентальную пластину, которая возвышается над средним уровнем вещества мантии на величину x , и предположим, что она несет на себе слой льда

*) Речь идет об отдельных платформах, например Скандинавской. (Прим. ред.)

толщиной y (рис. 4). Буквой l обозначим высоту, ниже которой невозможно образование льда, а выше которой невозможно таяние льда (разумеется, речь идет не о сезонных, а о среднегодовых характеристиках). Предполагается, что l очень мало по сравнению с горизонтальными размерами пластины и можно пренебречь таянием и образованием льда на ее боковых поверхностях. В качестве рабочей гипотезы полагаем, что интенсивность образования льда на уровне $z > l$ пропорциональна

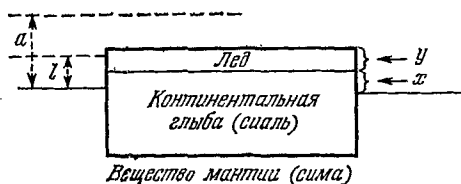


Рис. 4.

величине $z - l$ и, аналогично, интенсивность его таяния на уровне $z < l$ пропорциональна $l - z$; это достаточно правдоподобные рабочие гипотезы.

Предположим сначала, что $x > l$; в этом случае лед нигде не тает и y' пропорционально разности уровней $x + y$ и l :

$$y' = \varepsilon (x + y - l), \quad x > l. \quad (27)$$

При $x < l < x + y$ лед образуется на верхней границе слоя и тает на нижней; это нам дает

$$y' = (x + y - l) - k(l - x), \quad x < l < x + y. \quad (28)$$

При $x + y < l$ таяние происходит с обеих сторон слоя:

$$y' = -k(l - x) - k(l - x - y), \quad x + y < l. \quad (29)$$

Наконец, элементарное, но очень важное замечание: при $x < l$, $y = 0$ слой льда не восстанавливается, т. е. состояние $y = 0$ сохраняется при $x < l$. Эти особенности как раз и создают периодичность процесса.

Уравнения (27)–(29) описывают изменения толщины слоя льда при различных условиях, которые могут возникнуть. Составим теперь дифференциальное уравнение вертикальных перемещений континентальной глыбы. При этом можно пренебречь ускорениями, но необходимо учесть вязкость и другие виды пассивного сопротивления.

Это тем более необходимо, что скорость современных вертикальных движений земной коры заведомо не превосходит одного метра в столетие. Обратим внимание на то, что может произойти при отсутствии пассивного сопротивления: континентальной глыбе толщиной 24 км потребовалось бы примерно 5 мин, чтобы осуществить полное колебание относительно положения равновесия.

Эти величины находятся в противоречии с реальностью; присутствие пассивного сопротивления все ставит на свои места.

Введем обозначения:

ρ — плотность континентальной глыбы (сиала);

η — плотность льда;

σ — плотность вещества мантии (симы);

r — коэффициент сопротивления;

g — ускорение силы тяжести;

$a = h \left(1 - \frac{\rho}{\sigma}\right)$ — уровень, соответствующий изостатическому равновесию при отсутствии льда;

$$n = \frac{g\sigma}{r}, \quad \tau = \frac{g\eta}{r}.$$

Очевидные механические соображения позволяют написать искомое уравнение в следующей форме:

$$x' = na - nx - \tau y. \quad (30)$$

Плотность вещества мантии почти втрое больше плотности льда, поэтому $n \sim 3\tau$. Кроме того, естественно считать $l < a$, так как в противном случае оледенение невозможно.

Изучение этих уравнений чрезвычайно просто. Удобно воспользоваться графиком, рассматривая состояние системы x, y как точку на плоскости (рис. 5). В соответствии с вышеизложенным квадрант $x > 0, y > 0$ разделен на три области, соответствующие различным режимам. Отрезок оси x , соответствующий $x < l$, образует четвертую область, в которой

$$x' = na - nx, \quad y = 0. \quad (31)$$

Здесь представляются различные возможности. Рассмотрим сначала наиболее интересный периодический

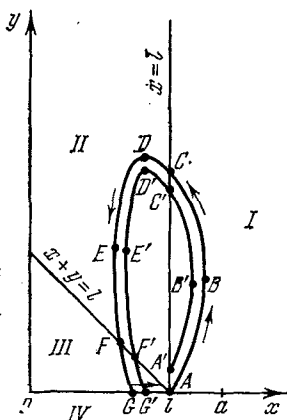


Рис. 5.

цикл. Предположим, что коэффициенты n , τ , ε , k удовлетворяют неравенствам

$$\varepsilon > n, \quad 4\tau(\varepsilon + k) > (n + \varepsilon)^2. \quad (32)$$

Коэффициент ε зависит от среднегодового поступления осадков. Неравенства (32) означают, что осадки довольно обильны, но одновременно и таяние k чрезвычайно интенсивно. Выберем в качестве начального состояния точку $A(l, 0)$. Тогда

$$x'_0 = n(a - l) > 0,$$

т. е. x растет; процесс описывается уравнениями (27) и (30) до тех пор, пока точка (x, y) остается в области I ($x > l$, $y > 0$). В этой области точка пробегает дугу ABC : достигнув максимального значения $x_{\max}$ в точке B , x начинает убывать, а y продолжает расти. Затем траектория точки (x, y) пересекает в точке C прямую $x = l$ и переходит в область II ($x < l < x + y$), где процесс описывается уравнениями (28) и (30). Переменная x убывает, а y растет, достигает в точке D максимума $y_{\max}$ и начинает убывать; далее x проходит в точке E через минимум $x_{\min}$ и начинает расти. В точке F траектория точки (x, y) пересекает прямую $x + y = l$ и попадает в область III ($x + y < l$), где процесс описывается уравнениями (29) и (30); здесь лед уже не образуется, происходит чрезвычайно быстрое таяние, и в относительно короткое время весь лед исчезает, в результате чего мы попадаем в точку G на оси x (область IV). С этого момента процесс описывается уравнениями (31). Пока $x < l$, сохраняется режим $y = 0$, т. е. система находится в межледниковом периоде. По истечении какого-то времени в точке A достигается состояние $x = l$; тем самым цикл заканчивается и начинается новый цикл.

Легко показать, что этот процесс устойчив. Если по какой-либо причине он подвергается возмущениям, то может закончиться либо более длинным, либо более коротким периодом межледниковья, но затем снова восстанавливается нормальный цикл. Несколько более сложен случай, когда возмущения таковы, что межледниковый период вообще выпадает; но и при этом за конечное время достигается нормальный режим. В самом деле, предположим, что цикл начинается в точке A' (рис. 5). Дуга ABC заменяется на $A'B'C'$, дуга $CDEF$ — на $C'D'E'F'$ и дуга FG — на $F'G'$, а межледниковый период GA заменяется более коротким периодом $G'A$. Начиная с этого момента возобновляется нормальный цикл.

Таким образом, имеет место любопытный случай периодичности, обусловленный тем, что:

- (1) толщина слоя льда существенно положительна;
- (2) лед полностью тает за конечное время;
- (3) межледниковый период заканчивается всегда в одной и той же точке А.

Известно, что в общем случае решения дифференциальных уравнений обладают свойством периодичности только в том случае, если коэффициенты и начальные значения точно удовлетворяют специальным соотношениям, что очень мало вероятно. В нашем случае имеет место обратное положение. Можно думать, что похожий механизм периодичности реализуется также в других процессах, что и объясняет распространенность периодических явлений в природе.

Приведем теперь несколько цифр. Примем $a - l = 100$ м, $n = 3\tau$, $\varepsilon = 5\tau$, $k = 27\tau$. Чтобы конкретизировать хронологическую последовательность, предположим, что мы находимся в середине межледникового периода, а скорость всплывания Скандинавского щита оценим в 1 м за 100 лет. При этих условиях продолжительность полного цикла будет порядка 150 000 лет; его часть, приходящаяся на межледниковый период, — порядка 40 000 лет; разность между максимальной и минимальной высотами континентальной глыбы — порядка 400 м; максимальная толщина слоя льда — порядка 1900 м. Последняя цифра может показаться завышенной, но, во всяком случае, не по порядку величины. Естественно предполагать, что лед сначала занимает не всю поверхность континентальной глыбы и лишь постепенно на нее распространяется; в этом случае y характеризует скорее общий вес льда, чем толщину слоя. Измерения толщины континентального льда в Гренландии до известной степени подтверждают приведенные оценки.

Интересно, что таяние льда в конце оледенения в рассмотренном числовом примере происходит чрезвычайно быстро; это согласуется с данными де Геера о быстром отступлении льдов в Скандинавии в конце оледенений. Наконец, скорость изменения x на протяжении цикла не превосходит 1,5 м за 100 лет, т. е. не выходит за разумные пределы.

Рассмотрим другой возможный случай, представляющий некоторый геологический интерес:

$$\varepsilon > n, \quad 4\tau(\varepsilon + k) < (n + \tau)^2, \quad \tau k + \tau\varepsilon - n\varepsilon > 0. \quad (33)$$

Неравенства (33) означают, что осадки довольно обильны, а таяние, скорость которого регулируется коэффициентом k , происходит недостаточно быстро для установления периодического цикла. При этих условиях процесс стремится к стационарному состоянию.

$$x_{lim} = l - \frac{n\varepsilon(a-l)}{\tau\varepsilon + \tau k - n\varepsilon}, \quad y_{lim} = \frac{n(\varepsilon + k)(a-l)}{\tau\varepsilon + \tau k - n\varepsilon}, \quad (34)$$

представляющему собой режим стационарного оледенения с довольно значительной толщиной льда. Можно предположить, что именно этот случай реализован на антарктических островах или в Гренландии, где морской климат обеспечивает осадки, как на Скандинавском щите, но расположение в более высоких широтах уменьшает коэффициент k . Что касается Гренландии, то не исключена и другая гипотеза, а именно что этот остров проходит сейчас стадию начала оледенения. В самом деле, с одной стороны, согласно скандинавским сагам еще в исторические времена в Гренландии был умеренный климат, а с другой стороны, скорость поднятия здесь, возможно, того же порядка, что и у Скандинавского щита.

Рассмотрим противоположный случай — плоскогорье с сухим и резко континентальным климатом, при котором коэффициент ε очень мал. Получается стационарный режим с бесконечно малой или нулевой толщиной ледяного слоя (как в северной Азии).

Итак, при всей упрощенности изложенная схема оказывается достаточно гибкой, чтобы позволить провести оценки для различных ситуаций. Она показывает, и это очень важно, что для существования оледенения и для его периодичности необходима реализация определенного комплекса локальных условий.

Эта гипотеза частично подтверждается работами Нансена и Зенкевича [23]. Согласно Нансену, амплитуда колебаний уровня моря в периоды оледенений была порядка 1000 м. Он, в частности, рассматривал современное дно Баренцева моря (глубиной до 400 м) как систему речных долин, поднимающихся из воды во время оледенений и снова погружающихся в межледниковые периоды.

14. Морские течения и другие климатические факторы

Среди локальных факторов не следует забывать морские течения. Достаточно сравнить средние температуры на противоположных побережьях Атлантического океана,

чтобы увидеть, что произошло бы при отсутствии Гольфстрима. Между тем согласно батиметрической карте Северной Атлантики между Скандинавией и Гренландией имеется настоящий подводный порог, проходящий через Исландию и Фарерские острова. Глубина тут нигде не превышает 600 м. Можно предположить, что дно океана в этих местах участвует в вертикальных перемещениях Скандинавского щита и Гренландии. Достаточно его поднять всего на 600 м, чтобы закрыть проход между Гренландией и Скандинавией и направить Гольфстрим к западу от Гренландии через залив Дэвиса. Такое случайное поднятие повлекло бы важные климатические последствия, в частности обогрев Лабрадора, Гренландии и всего полярного Американского архипелага.

Эта гипотеза о периодической изоляции северного полярного бассейна подтверждается зоогеографическими исследованиями Зенкевича [23], показавшего, что современное распределение двух больших семейств рыб (*Salmonidae* и *Gadidae*) носит очевидные следы изменений солевого режима. Последние как раз и могли быть следствием периодической изоляции полярного бассейна, вызываемой вертикальными перемещениями земной коры.

Другой важный локальный фактор, не учитывающийся в рассмотренных выше уравнениях — влияние самого ледника, пока он существует. Известно, что ледники Монблана опускаются почти до Шамони (1039 м), тогда как нижняя граница вечных снегов проходит на высоте 2700 м. Это обстоятельство объясняет широкое распространение ледников и делает излишними гипотезы о необходимости значительного понижения средней температуры как необходимого предварительного условия для их образования. Не исключено, что для того, чтобы начался процесс местного оледенения, достаточно слабого похолодания климата, который может включить первый из изученных нами механизмов; оно может быть вызвано, например, быстрым изменением содержания углекислоты в атмосфере, меняющим локальные климатические коэффициенты ϵ и k таким образом, чтобы локальное оледенение сделалось возможным. Вероятно, именно так объясняются оледенения четвертичного периода в обоих полушариях. Роль первого механизма сводится к включению второго механизма там, где благоприятствуют местные условия. Однако они не были благоприятны всюду в северном и южном полушариях, где происходили оледенения четвертичного периода (в Австралии, Тасмании,

Новой Зеландии, Чили, Патагонии, на Огненной Земле).

Еще несколько слов о пермо-карбоновых оледенениях. География этого периода малонадежна. В Северном полушарии отсутствие оледенений в то время, по-видимому, подтверждает наличие в эту эпоху крупных континентальных масс (Сибирский и Североатлантический континенты) с мало изрезанными контурами. Напротив, оледенения Южного полушария позволяют предположить, что гипотетический континент Гондвана был скорее совокупностью больших и малых островов и, во всяком случае, его побережья были достаточно изрезаны, что обеспечивало влажный морской климат. Что касается загадочного перемещения оледенений с запада на восток, то их можно связать со значительными эпейрогеническими движениями этой эпохи. Можно предположить также, что между отдельными частями земной коры имеется определенная связь, так что опускание одного района влечет за собой подъем другого. Эта гипотеза не разделяется геодезистами, но такие геологи, как Карпинский [8], ссылались на нее при расчетах трансгрессий и регрессий морей. Ничто не мешает нам допустить существование связанных районов, испытывающих поочередно вертикальные перемещения, а также периодических оледенений в определенных фазах этого процесса. Во всяком случае, нет никакой необходимости настаивать на громадных оледенениях, распространявшихся на целые полушария, и привлекать экстраординарные факторы для их объяснения. Малых изменений известных факторов вполне достаточно, чтобы вызвать явления масштаба четвертичных или пермо-карбоновых оледенений.

V. БУДУЩЕЕ АТМОСФЕРЫ И ЖИЗНИ

15. Кинетическое рассеяние атмосферы

Вопрос о рассеянии атмосферных частиц до сих пор оставался в стороне. Хорошо известно, в чем состоит это явление: вследствие серии соударений частица может приобрести скорость, превосходящую критическую (для Земли 11,2 км/с, а, скажем, для Луны — 2,4 км/с). Как только достигается эта скорость, частица преодолевает притяжение планеты и выходит на незамкнутую орбиту. Вероятность такого выхода частицы из земной атмосферы мала, но не равна нулю. Каждый уход частицы умень-

шает вероятность последующих; следовательно, механизм рассеяния атмосферы характеризуется затуханием экспоненциального типа *).

Реальностью этого фактора не следует пренебрегать, но есть основания полагать, что его важность преувеличена вследствие неправильного применения в условиях разреженной верхней атмосферы результатов, справедливых лишь для газов, находящихся при не слишком низких давлениях. Имеется огромная разница между газом плотным и разреженным — между хаотическим тепловым движением плотного газа и упорядоченным молекулярным движением разреженного. В нижних слоях атмосферы известное количество молекул может достигать критической скорости 11,2 км/с, но так как средний свободный пробег чрезвычайно мал, эта скорость быстро гасится соударениями. Разумеется, было бы ошибкой рассматривать все частицы со скоростью, превышающей 11,2 км/с, как потерянные атмосферой. Напротив, в верхней атмосфере средний свободный пробег очень велик, но направления движений нельзя считать распределенными случайно, и вступает в силу теорема Кивелёвича [9] о существовании верхнего предела соударений в системе n тел. Следовательно, очень мало вероятно, что молекула достигает критической скорости в результате механизма соударений. И как следствие этого рассеяние атмосферы во внешнее пространство происходит столь медленно, что им можно пренебречь, особенно по сравнению с рассеянием в земной коре. Это заключение справедливо лишь в современных условиях; кроме того, мы оставили без рассмотрения очень важный факт — ионизацию верхних слоев атмосферы солнечным излучением, — что может ускорить процесс рассеяния атмосферы в пространство. Имеется, однако, компенсирующий вклад космического вещества, попадающего на внешнюю границу атмосферы и задерживающегося в ней, которым не следует пренебрегать.

Еще одно замечание: среди возможных траекторий молекул те из них, которые направлены на Луну, особенно благоприятны для выхода из сферы земного тяготения. Но, таким образом, уходящие молекулы не все теряются,

*) По малопонятному недоразумению в некоторых работах ошибочно трактуется связь между критической скоростью и средней скоростью молекул газа. Последняя может быть и меньше критической скорости: это не мешает атмосфере рассеиваться в космическое пространство.

значительная часть их переходит из земной атмосферы в лунную. Поскольку возможен и обратный переход, могут существовать две атмосферы; между которыми происходит непрерывный обмен. Они образуют газообразную фигуру, окружающую Землю и Луну; плотность вещества в ней убывает очень быстро с расстоянием и очень медленно со временем. Эта фигура по механизму, определяющему ее существование, совершенно отлична от тех фигур, которые изучал Пуанкаре.

16. Рассеяние атмосферы в почву

Все атмосферные газы, кроме инертных, подвержены рассеянию в почву. Согласно обсуждавшимся выше уравнениям скорость этого процесса постоянна до тех пор, пока не меняются коэффициенты. Последние с течением времени, разумеется, меняются вместе с физико-химическими характеристиками атмосферы и биологических процессов. Довольно просто можно дать грубую оценку максимальной скорости рассеяния азота. Известно, что его количество, перешедшее из атмосферы в почву, меньше общей массы азота атмосферы. Предполагая, что процесс рассеяния длится более двух миллиардов лет, мы находим, что среднегодовая потеря атмосферного азота не превосходит 2×10^6 т в год. По этой оценке атмосферный азот не исчезает раньше чем через два миллиарда лет *).

Аналогичные расчеты для кислорода сделать трудно. Присутствие этого газа в атмосфере на протяжении двух миллиардов лет геологической истории свидетельствует в пользу гипотезы о практически неограниченной продолжительности существования атмосферы и жизни на планете.

Что касается углекислого газа, то примем предположения о том, что в результате вулканизма и других внутренних источников его выделяется в год в среднем 10^8 т. Это соответствует ежегодному извержению пятидесяти таких вулканов, как Котопаху. Таким образом, находим, что с начала геологической истории в атмосферу поступило 2×10^{17} т CO_2 или 6×10^{16} т углерода. Запас его в земной коре почти вдвое больше. Можно предположить, что это результат деятельности морских организмов,

*) Это значение мы получим, если будем считать, что весь азот литосферы образовался в результате его перехода из атмосферы. (Прим. ред.)

превративших атмосферную углекислоту вулканического происхождения в известняки; углекислота, растворенная в океане, — промежуточный элемент этого процесса.

Вернемся к системе (24), (25). Она не меняется, если концентрации заменить общими весами участвующих в процессах факторов. Согласно Вернадскому [21] общая масса живого вещества в океане q_c имеет порядок 10^{14} т. Эта оценка почти наверное завышена *). Примем $q_c = 10^{13}$ т, $p_c = 10^{14}$ т, $a = 10^8$ т и предположим, что в данный момент имеет место равновесный режим. В этом случае коэффициенты системы (24), (25) легко определяются и будут составлять $\beta = 10^{-5}$, $\alpha = 10^{-19}$, $a\alpha = 10^{-11}$, $\beta^2 = 10^{-10}$; следовательно,

$$a\alpha \ll 4\beta^2. \quad (35)$$

При этих условиях на каждое резкое увеличение содержания CO_2 система океан — атмосфера — органический мир отвечает квазипериодическими колебаниями, быстро затухающими, как только вновь устанавливается нормальный дебет CO_2 . Таким образом, непрерывное рассеяние углерода в земную кору не грозит потерей запаса углекислоты в океане или в атмосфере, пока органический мир на Земле существует.

17. Устойчивость жизни

Представим себе многомерное символическое пространство, координатные оси которого соответствуют факторам жизни **): p — давление, T — температура, l — освещенность и т. д. Каждый вид живой материи в фиксированный момент времени t занимает определенную точку этого пространства, которое может быть представлено как совокупность подобных точек. Обозначим буквой n число видов в точке $p, T, l, \dots$ в момент t :

$$n = F(t; p, T, l, \dots). \quad (36)$$

Известно, что, варьируя $p, T, l, \dots$ в чрезвычайно широких пределах, всегда можно найти виды, которые приспособились к этим условиям существования. Функция F имеет несколько максимумов, соответствующих оптимальным условиям:

$$N_1(t), N_2(t), \dots$$

*) По современным оценкам биомасса живого вещества океана составляет $1,7 \times 10^8$ т [17]. (Прим. ред.)

**) То есть биологически значимым факторам. (Прим. ред.)

Абсолютный минимум $n = 0$ достигается лишь при исключительно больших или малых значениях переменных. На поверхности Земли не известно ни одного полностью необитаемого места [17].

В момент t_0 функция

$$n_0 = F(t_0; p, T, l, \dots) \quad (37)$$

определена в некоторой области D_0 пространства $p, T, l, \dots$. В этой области имеется несколько наиболее благоприятных зон, характеризующихся очень большим числом видов $N(t_0)$:

$$\begin{aligned} N_1(t_0), p_1(t_0), T_1(t_0), l_1(t_0), \dots, \\ N_2(t_0), p_2(t_0), T_2(t_0), l_2(t_0), \dots, \\ \dots \end{aligned} \quad (38)$$

В другой момент t_1 значение функции

$$n_1 = F(t_1; p, T, l, \dots) \quad (39)$$

может существенно отличаться от n_0 , так что максимумы и соответствующие благоприятные зоны

$$\begin{aligned} N_1(t_1), p_1(t_1), T_1(t_1), l_1(t_1), \dots, \\ N_2(t_1), p_2(t_1), T_2(t_1), l_2(t_1), \dots, \\ \dots \end{aligned} \quad (40)$$

не будут иметь ничего общего с зонами (38). Однако они должны быть связаны с (38) непрерывным переходом. В то же время отдельный элемент жизни, рассматриваемый изолированно (например, вид или особь), неустойчив, и при достаточно большом значении $t_1 - t_0$ набор (39), (40) будет состоять из других элементов, чем (37), (38). Тем не менее можно говорить об относительной устойчивости жизни по аналогии с устойчивостью механической системы, которая определяется ее реакцией на малые изменения переменных и параметров.

Относительную устойчивость нельзя путать с вековой, которой нет ни в механических, ни в биологических системах. Можно, разумеется, пренебрегая рассеянием, сопротивлением и т. п., строить теоретически идеальные механические системы, способные действовать неограниченно долго. Но подобные предположения — это большое и опасное отклонение от реальности. Тем не менее и в биологии можно рассматривать некоторые процессы как стационарные или периодические. Такие модели могут быть полезны при изучении отдельных особенностей жиз-

ненных явлений: например, организм взрослого здорового животного удобно рассматривать как механизм, действующий в некоторых отношениях стационарным образом, а в некоторых периодически. Возможно упрощенное рассмотрение проблемы борьбы за существование по хорошо известному образцу «волк, коза и капуста». Однако совершенно ясно, что подобные подходы не являются удовлетворительным описанием проблем механики и, тем более, биологии.

Наряду с неустойчивостью индивидуумов, видов и т. д. можно говорить об общей устойчивости жизни. Можно быть уверенным, что продолжительность существования совокупности всех живых существ обеспечена на неопределенное время, если только Земля не будет внезапно уничтожена космической катастрофой. Рассеяние атмосферы (медленное, но вполне реальное) постепенно смещает область D в другой район пространства $p, T, l, \dots$. Даже полное исчезновение атмосферы нельзя отождествлять с концом жизни. Громадные ресурсы литосферы обеспечат продолжение жизни, только, может быть, в более примитивных формах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Arrhenius S.— *Revue Gén. des Sc.*, 1899, № 10, p. 337—342.
2. Bonnier G., Mangin L.— *Ann. Soc. Nat. Bot.*, 1886, 7, № 3, p. 5.
3. Groll J.— *Geol. Mag. (n.s.)*, 1874, 2, № 1, p. 306—314, 346—353.
4. Dumas J. B., Boussingault J. *Essai de statique, chimique des êtres organisés.*— Paris, 1844.
5. Geer G. de.— *Sverig. Geol. Und. (C)*, 1896, № 161.
6. Godlewski E.— *Arb. d. bot. Inst. Würzburg*, 1873, № 1, p. 343.
7. Haug E. *Traité de géologie.*— Paris: Colin.
8. Karpinsky A.— *Ann. de Géogr.*, 1896, № 5, p. 179—192.
9. Kiveliovitch M.— *Thèse Paris*, 1932.
10. Kostitzin V. A.— *C. R.*, 1932, № 195, p. 1219—1222.
11. Kostitzin V. A.— 1934, № 198, p. 326—328.
12. Kostitzin V. A.— *Revue Gén. des Sc.*, 1934, № 45, p. 239—243.
13. Kostitzin V. A.— *Le Mois*, 1934, № 42, p. 264—270.
14. Lotka A. J. *Elements of physical biology.*— 1925.
15. Lotka A. J. *Theorie anal. des associations biologiques. I.*— Paris, 1934.
16. Perrin R.— *C. R.*, 1934, № 198, p. 105—107.
17. Prenant M. *Géographie des animaux.*— Paris, 1933.
18. Prenant M. *Adaptation, écologie et biocoenotique.*— Paris, 1934.
19. Russell H. N.— *Nature*, 1935, 135, № 3406 suppl.
20. Schloesing T.— *C. R.*, 1875, 81.
21. Vernadsky W. *Géochimie.*— Paris, 1924.
22. Wegener A. *Die Entstehung der Kontinente und Ozeane.*— 1922.
23. Зенкевич Л. А.— *Зоологич. ж.*, 1933, 12, № 4, с. 17—34.

Н. Н. Моисеев

Работа В. А. Костицина публикуется на русском языке с полувековым опозданием. И за это время она стала уже историей. Но изучение истории науки имеет, как правило, не только исторический интерес. В этих «Комментариях» мне хотелось показать живую связь времен. Тот шаг, который совершила наука за прошедшие полвека, не столь уж велик, как это иногда принято говорить и думать. И идеи ученых тридцатых годов многому могут научить наших современников. Изучение подобных работ позволяет увидеть развитие того или иного направления науки в целом, освобожденным от прагматики сегодняшнего дня. А такой ретроспективный взгляд может оказаться источником мыслей и задач, совсем не бесполезных для тех проблем, которые возникают сегодня.

§ 1. Биосфера — техносфера — ноосфера

Развитие естествознания в XX веке привело к резкому усилению «системных» тенденций, к стремлению создать синтетические, обобщающие конструкции. История науки — это непрерывная борьба частного и общего, стремление увязать глубину познания конкретного факта (накопление этих знаний, множество понятых частных) с общей картиной мира. Это стремление увидеть мир в целом, его развитие и то место, которое занимает в нем человек, возникло, вероятно, еще на заре человеческой мысли.

В разные времена роль обеих этих тенденций была совершенно различной. Были периоды в истории науки, когда больше всего ценились конкретные знания, конкретный факт. Но наступали периоды, когда значение от-

дельных фактов, глубина познания деталей отступали на задний план и науку волновали прежде всего общие, синтетические конструкции, позволяющие увидеть мир в целом.

Несмотря на эмпирический характер наших знаний, действительно великие открытия возникали не как непосредственное следствие опытом добытых фактов — опыт Майкельсона и Морли вряд ли был непосредственной причиной возникновения теории относительности. Создание новых научных концепций, нового видения мира связано с эмпирическим началом и практическими потребностями значительно более опосредованным образом, чем это принято думать. Более того, новая научная концепция, утверждение новой парадигмы на первых порах могут оказаться «менее практичными», чем старые, традицией освещенные взгляды.

История «коперниковской революции» нам дает классический образец того, как приход новых прогрессивных взглядов в начале своего пути не только не содействовал совершенствованию практического инструментария, но наоборот — он лишал практиков привычных и надежных средств. В самом деле: в рамках птолемеевской системы были разработаны, например, методы расчета эфемерид планет, и составлены их подробные таблицы. Они использовались астрономами, они помогали навигаторам. Поместив в центр мира Солнце и заставив планеты двигаться по круговым орбитам, Н. Коперник на первых порах лишил науку возможности проводить привычные расчеты. Потребовалось целое столетие, пока эллиптическая теория И. Кеплера вернула астрономии те вычислительные возможности, которыми она обладала в докоперниковскую эпоху.

Внутренняя логика дисциплины, идеи симметрии, логическая стройность развиваемой теории, если угодно, даже соображения эстетики, дают исследователю аргументы, часто более весомые, чем какие-либо другие. Но, конечно, за кадром этого процесса формирования системы взглядов всегда стоят конкретные знания и конкретный опыт. Именно они опосредованно определяют все наши оценки и наше представление о целях исследования. И, наконец, именно факт, опыт, наблюдение всегда остаются теми конечными критериями отбора, которые однажды принимают либо отвергают теорию. Но известных фактов, их объяснения еще не достаточно, чтобы новое видение мира, новая парадигма получила свое подтверждение.

В процессе развития она должна не только объяснять факты, но и предсказывать их появление, не только превращать известное в некую стройную систему, но и создавать инструмент, формировать позицию для новых исследований. В этом смысл обобщающих концепций, их значение для развития науки и цивилизации. Обобщающие идеи, схемы мироздания, системы научных взглядов формируют методологическую основу мышления исследователей и, следовательно, прямым образом влияют на стратегию научного поиска.

Накануне XX века в естественных науках уже утвердились общие идеи движения и развития. Можно по-разному интерпретировать значение той революции в физике, которая связана с именем И. Ньютона. Но обнаружив механизм, который был ответствен за движение тела, Ньютон превратил физику в науку о движении материи. А поставив ей на службу математику, он заложил основы того инструментария, которому физика обязана современным уровнем развития.

На этой основе усилиями ученых XVIII и XIX веков была создана грандиозная система взглядов — физика превратилась в первую школу системного мышления. Развитие физики, ее успехи оказали огромное стимулирующее влияние на развитие других естественных наук.

В биологии подобную роль сыграл дарвинизм. Он породил споры и сомнения — споры, которые не утихают и теперь. И многое, наверное, будет еще уточнено в тех первоначальных схемах эволюционного процесса, который предложил Ч. Дарвин. Но что бы ни случилось, как бы дальше ни развивались наши знания, теперь уже невозможно рассматривать живой мир иными глазами, чем видит его эволюционист. Может быть, сегодня мы еще не знаем всех механизмов эволюции, не можем объяснить многие факты, которые наблюдают естествоиспытатели, но мы знаем, что имеет место процесс непрерывного развития, что он определяется изменчивостью, наследственностью и отбором; и новые факты не только не перечеркивают понятых истин и сформированных теорий, но получают свою интерпретацию именно в их свете. Что еще очень важно — эти новые факты одновременно обогащают теорию, совершенствуют понимание деталей, обогащают ее язык. Происходит наведение мостов к другим наукам. Благодаря И. Ньютону и Ч. Дарвину постепенно возникает понимание единства всех процессов эволюционной природы, возникает понимание необходимости и, что еще

важнее, возможности создания некоторого общего языка, описывающего процесс развития материи как единого целого *).

В XX веке возникла теория или, лучше сказать, учение В. И. Вернадского — замечательного естествоиспытателя и глубокого мыслителя.

Будучи разносторонним ученым-естествоиспытателем, он действительно разработал теорию, которая обеспечивает глубокие взаимосвязи между развитием жизни и эволюцией нашей планеты. В. И. Вернадский был тем человеком, который впервые показал, что весь облик Земли, структура ее атмосферы и гидросферы обязаны жизни, ее разносторонним проявлениям. Эта теория носит название б и о г е о х и м и и. Она является большой и сложной синтетической конструкцией и объединяет целый ряд научных дисциплин — геологию, химию, биологию и др. Создание одной этой дисциплины ставит ее автора в число крупнейших естествоиспытателей современности. Но роль В. И. Вернадского этим одним не исчерпывается. Более того, особое значение, не только для людей, живущих в XX веке, но и для грядущих поколений, будут играть его идеи о жизни как о явлении космическом, о фазах ее эволюции и о ноосфере — сфере разума, которая является естественным этапом развития жизни на Земле и, собственно говоря, самой планеты Земля.

Концепция ноосферы В. И. Вернадского (мы о ней еще будем говорить в следующем параграфе) требует наведения мостов уже не только между отдельными естественно-научными дисциплинами. Последовательное развитие идей ноосферы возможно лишь как результат глубокого синтеза естественно-научных и гуманитарных знаний.

Итак, говоря о развитии естествознания, представляется очень важным выделить три ступени в бесконечной лестнице познания. Переход через каждую из них означает целую эпоху в истории цивилизации: приходит не только новое видение окружающего мира, но и новый инструментарий, позволяющий расширить сферу научных поисков, появляется и новый язык, позволяющий объединить усилия исследователей. XVIII век — это век идей И. Ньютона. XIX век — это Ч. Дарвин, XX век — В. И. Вернадский.

*) См.: М о и с е е в Н. Н. Человек, среда, общество. — М.: Наука, 1980. В этой книге делается попытка рассмотреть с единых позиций проблему языка описания динамических процессов любой природы.

Конечно, как и всякая схема, это утверждение очень схематично и его легко опровергнуть. Нетрудно представить себе и возражения оппонентов: конечно, эти перечисленные события относятся к числу эпохальных, раздвигающих наше познание, наши представления о мире. Но ведь были же и другие, вероятно, не менее значительные; и уж если выделять и ранжировать научные открытия, то, наверное, надо вспомнить и об открытии таблицы Менделеева, теории относительности, квантовой механики и т. д. Кроме того, рядом с именем И. Ньютона надо поставить имя Г. Галилея — и это будет справедливо. А рядом с именем Ч. Дарвина — имя Ж. Ламарка, что не менее справедливо. Но мои комментарии — не историческое исследование, и моя цель — не дискуссии о роли тех или иных ученых. Я хочу обратить внимание на три важнейших ступени нашего познания и общечеловеческой культуры.

Первая ступень — это создание научной основы для изучения и построения техносферы. Она возникла благодаря учению И. Ньютона. Русло, в котором было возможно научное познание биосферы — это дарвинизм, теория эволюции. Карл Маркс говорил о том, что придет время, когда естествознание и наука об обществе сольются в одну науку. Этот шаг был сделан В. И. Вернадским. Ноосфера — естественный этап единого эволюционного процесса, протекающего на Земле. Формулировка и обоснование этого тезиса — величайшее достижение современной научной мысли.

Та схема развития наших представлений, которая была изложена, удобна еще в одном отношении — она поможет нам уяснить место и значение той работы и тех идей, которые развивал В. А. Костицын.

§ 2. Математические модели популяционной динамики

Вместе с развитием общих идей в науке шло стремительное расширение фронта исследовательской деятельности — не только вширь, но и вглубь, сопровождаясь усложнением объекта исследований, связей и причин, которые определяют возникновение и развитие того или иного явления или процесса. Во все большей и большей степени в естественно-научных исследованиях начинает использоваться математика.

Математизация естественно-научных знаний важна не только для получения каких-либо количественных оценок. Использование математики и ее методов анализа вно-

сит в естественные науки математическую манеру мышления, ее дисциплину, дает возможность связать в единое целое результаты отдельных локальных исследований — это первый и важнейший шаг в реализации принципов системности, позволяющий опираться в междисциплинарных исследованиях на единый язык.

В XVIII и XIX веках математика сделалась естественным инструментом физики и инженерных наук, причем происходило столь глубокое слияние этих дисциплин с математикой, что трудно, а может быть, и не правомочно говорить о математике только как об инструментарии. Математическая культура, математическое мышление сделались естественными атрибутами физики. Новые факты, новые механизмы чаще возникали сначала как свойства изучаемых математических моделей, а затем (иногда через десятилетия) устанавливались экспериментальным путем.

В XX веке математический анализ стал использоваться и для разнообразных проблем биологии, и первым объектом, для исследования которого был использован математический анализ, был механизм борьбы за существование.

Известно много версий, объясняющих тот интерес, который возник у В. Вольтерра к проблемам биологии. Сам он писал, что его заинтересовали те закономерности в изменении видового состава уловов рыб в Адриатике, на которые обратил внимание его зять — ихтиолог У. д'Анкаона. Оказалось, что после первой мировой войны в уловах начали преобладать хищные рыбы. Как бы ни было на самом деле, но очень важно, что именно эта центральная проблема эволюции — механизмы действия естественного отбора, проявляющиеся на уровне популяций и определяющие характер динамики численностей, — оказалась в сфере научных интересов математика. Публикации В. Вольтерра начали появляться в двадцатых годах. Но только в 1931 г. вышла его книга «*Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie*» *). Ныне она сделалась классикой, и для каждого начинающего изучать применение математики в биологических проблемах, эта книга бывает первым учебником.

Становление математической биологии очень показательно и в методическом отношении. С чего должно на-

*) Имеется русский перевод: В. Вольтерра. Математическая теория борьбы за существование. — М.: Наука, 1976.

чинаться построение любой математической модели? В чем состоит ее основное содержание? Математическая модель описывает, прежде всего, те ограничения, те принципы отбора, которые выделяет реально возможное движение из числа мыслимо допустимых. И такими принципами отбора в первую очередь являются законы сохранения. Современная физика начиналась с законов сохранения, и первым ее принципом отбора был закон сохранения импульса. В каких бы условиях ни происходило движение, какие бы другие факторы его ни определяли, но закон сохранения импульса выделяет то множество возможных траекторий развития процесса, среди которых только и может быть изучаемый процесс. Законы сохранения (балансовые соотношения) — это основа любой физической модели.

Точно так же и в биологии. Знаменитые уравнения Вольтерра — это балансовые соотношения, описывающие балансы биомасс хищников и жертв.

Балансовые соотношения (законы сохранения) могут нести много важной и интересной информации. Математическая модель, составленная из этих соотношений, описывает общие свойства множества возможных состояний и их изменение во времени. Уравнения Вольтерра являются феноменологической моделью — они описывают наблюдаемые связи. Все подобные модели можно рассматривать как параметризацию процессов, носящих случайный характер. В самом деле, взаимодействие популяций жертв и хищников — это результат большого количества локальных встреч, локальных взаимодействий, которые происходят в рамках определенного поведенческого стереотипа. Поэтому, изучая механизм развития популяций, мы должны оперировать с некоторыми средними величинами. По терминологии, которая принята в исследовании операций, уравнения Вольтерра — это уравнения динамики средних.

В физике огромную роль играет анализ локальных взаимодействий, и он широко используется для построения макромоделей. Классическим примером такого анализа является вывод уравнений Навье — Стокса из уравнений свободного молекулярного течения Больцмана. Но подобный уровень построения моделей в динамике популяций — это, вероятно, далекое будущее популяционной динамики; и модели, которые возникают при исследовании тех или иных процессов, еще долгое время будут феноменологическими.

В. Вольтерра не случайно считается отцом нового научного направления. Его результаты имели многочисленных последователей. Но одновременно с ним работал и ряд первоклассных исследователей. И среди них надо назвать прежде всего имена А. Лотки и В. А. Костицына.

Первые публикации А. Лотки, как и работы В. Вольтерра, относятся к двадцатым годам. Более или менее систематически они были собраны в его книге «*Elements of physical biology*» («Элементы физической биологии»), вышедшей в 1924 г. В 1934 г. выходит его двухтомная монография «*Théorie analytique des associations biologiques*» («Аналитическая теория биологических ассоциаций»). В ней автор суммирует свои исследования в области динамики популяций. Подходы, принципы построения и анализа моделей были очень близки к тому, которые развивал В. Вольтерра. Ныне уравнения, описывающие взаимодействие популяций, принято называть уравнениями Вольтерра — Лотки. В тридцатые годы в Париже публикуются две работы В. А. Костицына: «*Symbiose, parasitisme et évolution*» (1934 г.) и «*Biologie mathématique*» (1937 г.). «Математическая биология» вышла с предисловием В. Вольтерра, в котором дается высокая оценка не только изложению основных проблем популяционной динамики, но и личному вкладу В. А. Костицына в это новое направление научных исследований. Упомянутые книги В. А. Костицына лежат в русле исследований В. Вольтерра. Он является верным сподвижником и соратником знаменитого итальянского математика. По классификации, которая приведена в конце предыдущего параграфа, эти исследования принадлежат теории биосферы — они описывают и изучают те эволюционные механизмы, которые определяют развитие биологических сообществ.

Но с именем В. А. Костицына связано еще одно направление исследований — оно и представлено в книге «Эволюция атмосферы». В. А. Костицын — соратник и последователь В. И. Вернадского. Он пытается ставить и решать задачи, которые уже следует отнести к теории ноосферы и без решения которых вряд ли можно говорить о развитии этой теории. Эта работа В. А. Костицына посвящена анализу общих проблем развития атмосферы и некоторых механизмов, которые определяют ее динамику. По-видимому, «Эволюция атмосферы» В. А. Костицына — это первая математическая работа, относящаяся к проблемам ноосферы.

§ 3. Первая глобальная модель

Термин «глобальный» получил ныне широкое распространение. Это веяние времени — сегодня вопросы глобального, общепланетарного характера играют все большую роль в жизни человеческого общества. Глобальными теперь принято называть любые проблемы, относящиеся к планете в целом. Это могут быть и вопросы экологии человечества — дисциплины, в которой человечество рассматривается как единое целое, и международные социально-правовые и экономические проблемы, и вопросы климата, и многие другие, требующие рассмотрения нашей планеты как единого организма.

Взаимосвязь людей по мере развития цивилизации настолько усиливается, что решение многих практических вопросов не позволяет ограничиваться изучением ситуаций, локализованных в каком-либо одном регионе земного шара. Даже вопросы чисто регионального характера — торговли или политики — могут оказать существенное влияние на условия жизни людей в других частях света. В не меньшей мере это утверждение относится и к процессам геофизической природы: крупные гидротехнические проекты, использование ресурсов океана, антропогенные загрязнения атмосферы, где бы они сегодня ни происходили, влияют на условия существования и судьбу всего человечества.

Таким образом, интерес к проблемам глобального характера вполне оправдан ролью, которую они сегодня играют в жизни общества. «Глобальный» подход превращается постепенно в большое самостоятельное научное направление. Оно охватывает не только проблемы, относящиеся к естественным наукам (проблемы климата, глобальная циркуляция океана, биогеохимические циклы, как, например, цикл углерода и т. д.). Сегодня глобальными проблемами начали заниматься и представители общественных наук, и, прежде всего, экономисты, обеспокоенные возможным исчерпанием природных ресурсов. С каждым десятилетием становится все более очевидной необходимость планируемого развития, которое должно опираться на глубокие знания взаимодействий человеческой деятельности и изменения природных факторов.

Датировать начало глобальных исследований очень трудно — ученых всегда интересовали общие вопросы эволюции нашей планеты, характер процессов, которые на ней происходят. Но с термином «глобальные исследо-

вания» следует связывать, по-видимому, лишь те работы, которые ориентированы на изучение влияния, которое может оказывать человек на протекание процессов общепланетарного характера. Если термин «глобальный подход» понимать в таком смысле, то основателем этой дисциплины мы должны считать В. И. Вернадского.

При этом имеется в виду не только его учение об эволюции земной коры и о роли жизни в ее развитии. Основой глобалистики, ее началом является учение В. И. Вернадского о ноосфере как естественном этапе эволюции Земли. Это очень глубокая мысль, связывающая воедино проблемы эволюции и экологии. Возникновение жизни, возникновение разума, познающего себя, и проблемы, с ним связанные, и, наконец, возникновение ноосферы, когда дальнейшее развитие планеты определяется действием разума, — это все звенья единого эволюционного процесса, процесса развития космического тела, именуемого Землей. В этом контексте экология человека превращается в дисциплину, изучающую условия, обеспечивающие возможность целенаправленного развития этого процесса.

Представления В. И. Вернадского о возникновении «сферы разума», когда на определенном этапе развития цивилизации человек возьмет на себя ответственность за последующий ход эволюции Земли, формулируют некоторые необходимые условия дальнейшего существования и развития человечества. Естественный выход из теории Вернадского почти очевиден: дальнейшее развитие человеческой цивилизации, которую нельзя отделить от развития самой Земли и, прежде всего, ее биосферы, должно быть управляемым и целенаправленным, должно представлять собой коэволюцию человека и биосферы. Не противопоставление, а коэволюцию, не подчинение одного другому, а естественный процесс совместного развития. Только так и можно трактовать учение о ноосфере.

Однако целенаправленное развитие — это развитие управляемое. А любое управление сводится в конечном счете к принятию того или иного решения. Его выбор в свою очередь основывается на информации о состоянии управляемого объекта и знании его свойств. Оно предполагает возможность оценить результаты принимаемых (или возможных) решений и действий по их реализации и по их соответствию целям управления. Схема любого управляемого процесса изображена на рис. 1'.

Измерительный комплекс, как бы он ни был реализован, в разных системах играет одну и ту же роль: он

позволяет оценить не только состояние объекта, но и его соответствие желаемому (т. е. цели управления). Например, в автопилоте эту функцию реализует гироскоп, в ректификационных колоннах — система приборов, измеряющих температуру. В системах управления окружающей средой, когда они возникнут, роль измерительного



Рис. 1'.

комплекса будут играть службы мониторинга. (Мы еще вернемся к обсуждению тех требований, которым они должны удовлетворять.)

Выбор воздействий в технических системах управления производится автоматически (например, по рассогласованию реальной и расчетной величин угла тангажа вырабатывается команда рулям высоты). В больших системах организационного управления в этом блоке присутствуют не только системы сбора и обработки различной информации, но и сложные математические модели, позволяющие прогнозировать развитие процесса в зависимости от решения, которое принимает руководство. На этом этапе уже может быть широко использована вычислительная техника. Кроме того, система выработки решения — это всегда некоторая вполне определенная система процедур, помогающая лицам, отвечающим за принимаемое решение, избежать ошибок и по возможности упростить их действия. Другими словами, система процедур выбора решений — это некоторый алгоритм, предельно использующий возможности человеко-машинного диалога.

Последний этап — реализация решения. В системах технического управления это некоторый силовой агрегат (рулевая машина), позволяющий придать управляющим органам вполне определенное положение. Так, например, система автоматического управления самолета — рулевая машина — осуществляет поворот рулей на заданный угол, который «отработал» автопилот. В системах народнохозяйственного или организационного управления реализация последнего акта управленческого процесса

обычно осуществляется специальной службой или службами, которые выпускают соответствующие документы, организуют проверку исполнения, вырабатывают меры поощрения, наказания или другие механизмы воздействия, способные изменить характер управленческого процесса. Что касается управления биосферой, превращения ее в ноосферу, то для нас описанная схема должна быть существенным образом дополнена. Дело в том, что в такой системе управления отсутствует важный исходный элемент — цель управления. А без него, без четко поставленной цели говорить об управлении нет смысла.

Я уже пытался говорить о цели, и для этого был сформулирован принцип коэволюции человека и биосферы. Но если с философской точки зрения понятие о коэволюции и ее обеспечение в дальнейшем и может быть принято в качестве отправной позиции для социологического и философского анализа, то их совершенно недостаточно для построения той или иной системы управления. Нам придется не просто уточнить и даже расшифровать понятие коэволюции, но и придать этому термину количественные характеристики, без которых невозможно говорить о каком-либо обоснованном распределении ресурсов управления. Поэтому на нынешнем этапе развития теории ноосферы центральной является не столько проблема управления или проблема создания системы управления процессами, протекающими в биосфере, сколько формирование доктрины, позволяющей придать количественные выражения тем параметрам биосферы, которые мы будем стремиться обеспечить.

Современному уровню техники, современным возможностям цивилизации отвечает вполне определенная область гомеостазиса — область тех значений параметров биосферы, которые допускают дальнейшее развитие человеческого общества. И коэволюция человека и биосферы мне представляется некоторым процессом человеческой деятельности, которая сохраняет эти параметры в допустимой области. Эта область представляется достаточно узкой. Так, например, понижение средней температуры планеты на $-3-3,5^{\circ}\text{C}$ нарушит стабильность ледникового покрова и единственным состоянием гидросферы, по-видимому, сделается лед, который покрывает поверхности океанов. В этих условиях человечество вряд ли сможет долго просуществовать, несмотря на всю мощь современной науки и техники. Точно так же повышение средней температуры на $3-4^{\circ}\text{C}$ (может быть 5°C) грозит такими

последствиями, с которыми современная цивилизация может и не справиться.

Сохранение status quo — это не альтернатива надвигающимся экологическим трудностям, и его нельзя формулировать в качестве цели управления окружающей средой. Человечество должно развиваться. Оставаясь частью биосферы, оно будет на нее воздействовать и изменять ее параметры. Значит, прежде всего необходимо ясное понимание возможных результатов человеческих действий, которые могут однажды вывести параметры биосферы на предельные значения. Они определяют границу гомеостазиса. Особую опасность представляют те значения параметров биосферы, которые следовало бы назвать критическими или бифуркационными. Они могут порождать начало необратимых процессов, изменить течение которых человечество окажется уже не в силах.

Каждая развивающаяся система имеет целую совокупность параметров, бифуркационные значения которых порождают множество возможных путей эволюции. И предсказать, каким будет этот путь, невозможно из-за стохастичности, присущей нашему миру. И чем больше система, тем более мощно множество критических значений ее параметров. Биосфера Земли является грандиозной системой, обладающей огромным бифуркационным множеством, о котором мы почти ничего не знаем. Но ведь каждое такое значение способно быть началом необратимого перехода биосферы в новое квазистационарное состояние. И оно может оказаться уже вне пределов области гомеостазиса. Действия людей, изменявших значения этого предела, вероятно, еще недостаточны, чтобы уничтожить биосферу. Но в новом ее стабильном состоянии уже может и не быть места для человечества!

Вот почему я думаю, что развитие теории ноосферы в качестве своего естественно-научного фундамента должно содержать, прежде всего, исследования критических (бифуркационных) значений параметров биосферы. Так формулируемая проблема не укладывается в какую-либо из существующих дисциплин и требует новых и непривычных подходов. Прежде всего, для ее изучения недостаточно локальных исследований, посвященных тому или иному конкретному вопросу. Необходимо разработать аппарат, позволяющий изучать планету в целом, как единую систему. Другими словами, необходимо научиться от локальных исследований переходить к глобальному анализу.

Кроме того, подобные исследования должны широко использовать математические модели. И только анализ таких моделей позволит выяснить те особенности системы, те механизмы, которые могут привести ее развитие к катастрофическим последствиям для нашей цивилизации.

Это очень важное утверждение — никаких экспериментов с биосферой мы проводить не только не можем, но и не имеем права. Единственным инструментом глобалистики являются математические модели — модели процессов общепланетарного масштаба. И первой такой глобальной моделью была модель круговорота веществ, предложенная В. А. Костицыным.

Эта модель была совершенно элементарной. Она состояла из простейших балансовых соотношений, в которых фигурировал расход кислорода, азота и углекислого газа. Основное внимание в этом круговороте «главных» биогенных элементов автор сосредоточил на роли живой материи. При ее отсутствии никакого круговорота не происходит. Такая постановка была вполне оправдана теми целями, которые ставил автор. Он вполне резонно говорил о том, что при современном ему состоянии экспериментальных наук вряд ли возможно рассчитывать на то, что предлагаемая модель позволит дать более или менее точные количественные оценки. Основную задачу анализа автор видел в качественном исследовании процесса. Он стремился установить основные механизмы, определяющие качественное поведение системы. И для этого было естественно изучать такие модели, в которых интересующий его механизм мог быть выделен наиболее наглядным образом.

Модели, предложенные Костицыным, принято называть точечными или нульмерными, поскольку в них не учитывается распределение изучаемых элементов по площади — планета считается точкой.

§ 4. О периодических решениях уравнений модели В. А. Костицына

Рассмотрим уравнения (7), (8) из работы В. А. Костицына. Они есть не что иное, как классическая система «хищник — жертва» В. Вольтерра. Уже в его книге было показано, что они имеют периодические решения. Для доказательства В. Вольтерра использовал метод фазовой плоскости (о котором ниже). Этим уравнениям посвящена огромная литература, однако, к сожалению, не

существует достаточно полного и логически стройного исследования системы Вольтерра. Поэтому мы сочли себя вправе дать это исследование здесь (естественно, что при этом будут неизбежны повторы).

Начнем с того, что сам факт существования периодических решений следует из общей теоремы о системах Ляпунова. В самом деле, правые части уравнений (7), (8) являются аналитическими функциями и допускают аналитический первый интеграл (9). Но тогда согласно общей теории систем Ляпунова эти уравнения имеют периодическое решение в окрестности точки покоя:

$$u^* = \mu/\beta, \quad v^* = \lambda/\beta, \quad (4.1)$$

причем эти решения представимы в виде рядов по степеням c , где c — начальное отклонение функции $u(t)$ или $v(t)$ от положения равновесия *).

Для построения периодических решений можно использовать разнообразные аналитические и графические методы.

1. Метод Ван-дер-Поля. Положив

$$u = u^* + \xi, \quad v = v^* + \eta,$$

представим уравнения (7), (8) в следующей форме:

$$\dot{\xi} = \mu\eta + \beta\xi\eta, \quad \dot{\eta} = -\lambda\xi - \beta\xi\eta. \quad (4.2)$$

Для анализа этой системы используем простейший вариант метода усреднения (метод Ван-дер-Поля). Для этого введем новые переменные, называемые переменными Ван-дер-Поля:

$$\xi = c\sqrt{\mu} \cos \varphi, \quad \eta = -c\sqrt{\lambda} \sin \varphi. \quad (4.3)$$

Подставим (4.3) в (4.2) и разрешим полученные уравнения относительно $\dot{c}$ и $\dot{\varphi}$. После очевидных преобразований получим

$$\begin{aligned} \dot{c} &= -\frac{\beta c^2}{\sqrt{\mu}} \{ \lambda \sqrt{\mu} \cos^2 \varphi \sin \varphi + \mu \sqrt{\lambda} \cos \varphi \sin^2 \varphi \}, \\ \dot{\varphi} &= \sqrt{\lambda\mu} + \frac{\beta c}{\sqrt{\lambda\mu}} \{ \lambda \sqrt{\mu} \cos \varphi \sin^2 \varphi - \mu \sqrt{\lambda} \cos^2 \varphi \sin \varphi \}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Правые части системы (4.4) являются периодическими функциями «быстрой» переменной φ периода 2π . Следо-

*) См., например: Н. Н. Моисеев. Асимптотические методы нелинейной механики. — М.: Наука, 1982.

вательно, для получения асимптотического решения с точностью $O(c^2)$ нам достаточно найти решение системы, полученной из (4.4) осреднением по φ . Так как

$$\int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi \sin \varphi d\varphi = 0, \quad \int_0^{2\pi} \cos \varphi \sin^2 \varphi d\varphi = 0,$$

то после осреднения получим

$$c = 0, \quad \dot{\varphi} = \sqrt{\lambda\mu}. \quad (4.5)$$

И в первом приближении для периода мы получаем формулу

$$T = 2\pi/\sqrt{\lambda\mu},$$

а величины ξ и η определяются выражениями

$$\xi = c \cos(\sqrt{\lambda\mu}t + t_0), \quad \eta = -c \sqrt{\frac{\lambda}{\mu}} \sin(\sqrt{\lambda\mu}t + t_0). \quad (4.6)$$

Таким образом, в рамках метода Ван-дер Поля решения уравнений (4.2) совпадают с решением линеаризованных уравнений: изменения переменных ξ и η испытывают гармонические колебания с постоянной частотой $\sqrt{\lambda\mu}$, которая не зависит от амплитуды c . Этот результат следует из общей теории систем Ляпунова. Разложение периода T по степеням амплитуды c не содержит первой степени. Таким образом, если рассмотреть следующие приближения, то мы получим выражение вида

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\lambda\mu}} (1 + hc^2 + \dots),$$

т. е. при малых отклонениях от положения равновесия зависимостью периода колебаний от амплитуды можно пренебречь, не уменьшая точности.

2. Метод Крылова—Боголюбова. Для того чтобы изучить более подробно свойства движений, которые описывают уравнения (4.2), необходимо использовать общий метод осреднения. Рассмотрим уравнения (4.4). Предполагая отклонение малым, введем малый параметр ε :

$$c = \varepsilon z,$$

где $\varepsilon = c(0)$. Тогда система (4.4) примет вид

$$\begin{aligned} \dot{z} &= -\frac{\varepsilon\beta z^2}{\sqrt{\mu}} \{\lambda \sqrt{\mu} \cos^2 \varphi \sin \varphi + \mu \sqrt{\lambda} \cos \varphi \sin^2 \varphi\}, \\ \dot{\varphi} &= \sqrt{\lambda\mu} + \frac{\varepsilon\beta z}{\sqrt{\lambda\mu}} \{\lambda \sqrt{\mu} \cos \varphi \sin^2 \varphi - \mu \sqrt{\lambda} \cos^2 \varphi \sin \varphi\}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Для того чтобы отделить быстрые переменные от медленных, введем новые переменные:

$$z = \bar{z} + \varepsilon u(\bar{z}, \varepsilon), \quad \varphi = \bar{\varphi} + \varepsilon v(\bar{z}, \varepsilon), \quad (4.8)$$

где $\bar{z}$ и $\bar{\varphi}$ удовлетворяют уравнениям

$$\dot{\bar{z}} = \varepsilon A(t, \varepsilon), \quad \dot{\bar{\varphi}} = \sqrt{\lambda \mu} + \varepsilon B(t, \varepsilon). \quad (4.9)$$

На функции u и v наложим еще условия ограниченности при $\bar{\varphi} \rightarrow \infty$. Подставив выражения (4.8) и (4.9) в уравнения (4.7), мы приведем их к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \bar{\varphi}} \sqrt{\lambda \mu} &= -\frac{\beta(\bar{z} + \varepsilon u)^2}{\sqrt{\mu}} \{ \lambda \sqrt{\mu} \cos^2(\bar{\varphi} + \varepsilon v) \sin(\bar{\varphi} + \varepsilon v) + \\ &+ \mu \sqrt{\lambda} \cos(\bar{\varphi} + \varepsilon v) \sin^2(\bar{\varphi} + \varepsilon v) \} - A - \varepsilon \frac{\partial u}{\partial \bar{\varphi}} B - \varepsilon \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} A, \\ \frac{\partial v}{\partial \bar{\varphi}} \sqrt{\lambda \mu} &= \frac{\beta(\bar{z} + \varepsilon u)}{\sqrt{\lambda \mu}} \{ \lambda \sqrt{\mu} \cos(\bar{\varphi} + \varepsilon v) \sin^2(\bar{\varphi} + \varepsilon v) - \\ &- \mu \sqrt{\lambda} \cos^2(\bar{\varphi} + \varepsilon v) \sin(\bar{\varphi} + \varepsilon v) \} - B - \varepsilon \frac{\partial v}{\partial \bar{\varphi}} B - \varepsilon \frac{\partial v}{\partial \bar{z}} A. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Обозначив через k номер итерации, проведем вычисление последовательных приближений для решения системы (4.10) по следующей схеме:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^k}{\partial \bar{\varphi}} \sqrt{\lambda \mu} &= \\ &= \frac{-\beta(\bar{z} + \varepsilon u^{k-1})^2}{\sqrt{\mu}} \{ \lambda \sqrt{\mu} \cos^2(\bar{\varphi} + \varepsilon v^{k-1}) \sin(\bar{\varphi} + \varepsilon v^{k-1}) + \\ &+ \mu \sqrt{\lambda} \cos(\bar{\varphi} + \varepsilon v^{k-1}) \sin^2(\bar{\varphi} + \varepsilon v^{k-1}) \} - \\ &- A^k - \varepsilon \frac{\partial u^{k-1}}{\partial \bar{\varphi}} B^{k-1} - \varepsilon \frac{\partial u^{k-1}}{\partial \bar{z}} A^{k-1}, \\ \frac{\partial v^k}{\partial \bar{\varphi}} \sqrt{\lambda \mu} &= \\ &= \frac{\beta(\bar{z} + \varepsilon u^{k-1})}{\sqrt{\lambda \mu}} \{ \lambda \sqrt{\mu} \cos(\bar{\varphi} + \varepsilon v^{k-1}) \sin^2(\bar{\varphi} + \varepsilon v^{k-1}) - \\ &- \mu \sqrt{\lambda} \cos^2(\bar{\varphi} + \varepsilon v^{k-1}) \sin(\bar{\varphi} + \varepsilon v^{k-1}) \} - \\ &- B^k - \varepsilon \frac{\partial v^{k-1}}{\partial \bar{\varphi}} B^{k-1} - \varepsilon \frac{\partial v^{k-1}}{\partial \bar{z}} A^{k-1}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Положив $u^0 = v^0 = A^0 = B^0 \equiv 0$, вычислим первое

приближение:

$$\frac{\partial u^1}{\partial \bar{\varphi}} \sqrt{\lambda \mu} = - \frac{\beta \bar{z}^2}{\sqrt{\mu}} \{ \lambda \sqrt{\mu} \cos^2 \bar{\varphi} \sin \bar{\varphi} + \mu \sqrt{\lambda} \cos \bar{\varphi} \sin^2 \bar{\varphi} \} - A^1, \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial v^1}{\partial \bar{\varphi}} \sqrt{\lambda \mu} = \frac{\beta \bar{z}}{\sqrt{\lambda \mu}} \{ \lambda \sqrt{\mu} \cos \bar{\varphi} \sin^2 \bar{\varphi} - \mu \sqrt{\lambda} \cos^2 \bar{\varphi} \sin \bar{\varphi} \} - B^1.$$

Так как правые части уравнений (4.12) — периодические функции от $\bar{\varphi}$, то для того, чтобы система (4.12) допускала ограниченные решения при $\bar{\varphi} \rightarrow \infty$, необходимо и достаточно, чтобы среднее значение правых частей (4.12) было равно нулю. Отсюда получаем

$$A^1 = 0, \quad B^1 = 0, \quad (4.13)$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned} u^1(\bar{\varphi}) &= \\ &= - \frac{\beta \bar{z}^2}{\sqrt{\mu}} \int_0^{\bar{\varphi}} \{ \lambda \sqrt{\mu} \cos^2 \bar{\varphi} \sin \bar{\varphi} + \mu \sqrt{\lambda} \cos \bar{\varphi} \sin^2 \bar{\varphi} \} d\bar{\varphi} + F_1(\bar{z}), \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} v^1(\bar{\varphi}) &= \\ &= \frac{\beta \bar{z}}{\sqrt{\lambda \mu}} \int_0^{\bar{\varphi}} \{ \lambda \sqrt{\mu} \cos \bar{\varphi} \sin^2 \bar{\varphi} - \mu \sqrt{\lambda} \cos^2 \bar{\varphi} \sin \bar{\varphi} \} d\bar{\varphi} + F_2(\bar{z}). \end{aligned}$$

Как впервые показал В. М. Волосов, точность приближенного решения не зависит от выбора функций F_1 и F_2 *). Мы их примем равными нулю. Проведя в (4.14) интегрирование, получим окончательно

$$\begin{aligned} u^1(\bar{\varphi}) &= - \frac{\beta \bar{z}^2}{3} \left\{ \sqrt{\frac{\lambda}{\mu}} (1 - \cos^3 \bar{\varphi}) - \sin^3 \bar{\varphi} \right\}, \\ v^1(\bar{\varphi}) &= \frac{\beta \bar{z}}{3} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\mu}} \sin^3 \bar{\varphi} - \frac{1}{\sqrt{\lambda}} (1 - \cos^3 \bar{\varphi}) \right\}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Условия (4.13) и (4.9) нам дадут, что в этом приближении

$$\bar{z} = \text{const}, \quad \bar{\varphi} = \sqrt{\lambda \mu} t.$$

*) См.: В. М. Волосов. Некоторые виды расчетов теории нелинейных колебаний, связанные с усреднением. — ЖВМиМФ, 1963, № 1.

Таким образом. окончательно получаем

$$z = \bar{z} - \frac{\beta \bar{z}^2}{3} \left(\sqrt{\frac{\lambda}{\mu}} (1 - \cos^3 \sqrt{\lambda \mu} t) - \sin^3 \sqrt{\lambda \mu} t \right),$$

$$\varphi = \sqrt{\lambda \mu} t + \frac{\varepsilon \beta z}{3} \left(\frac{1}{\sqrt{\mu}} \sin^3 \sqrt{\lambda \mu} t - \frac{1}{\sqrt{\lambda}} (1 - \cos^3 \sqrt{\lambda \mu} t) \right)$$

Возвращаясь, наконец, к исходным переменным ξ и η , вместо формул (4.6) получим следующие выражения:

$$\xi = c_0 - \frac{\beta c_0^2}{3} \left\{ \sqrt{\frac{\lambda}{\mu}} (1 - \cos^3 \sqrt{\lambda \mu} t) - \sin^3 \sqrt{\lambda \mu} t \right\} \times$$

$$\times \cos \left\{ \sqrt{\lambda \mu} t + \frac{c_0 \beta}{3} \left(\frac{1}{\sqrt{\mu}} \sin^3 \sqrt{\lambda \mu} t - \frac{1}{\sqrt{\lambda}} (1 - \cos^3 \sqrt{\lambda \mu} t) \right) \right\},$$
(4.16)

$$\eta = - \sqrt{\frac{\lambda}{\mu}} \left\{ c_0 - \frac{\beta c_0^2}{3} \left(\sqrt{\frac{\lambda}{\mu}} (1 - \cos^3 \sqrt{\lambda \mu} t) - \right. \right.$$

$$\left. \left. - \sin^3 \sqrt{\lambda \mu} t \right) \right\} \sin \left\{ \sqrt{\lambda \mu} t + \frac{c_0 \beta}{3} \left(\frac{1}{\sqrt{\mu}} \sin^3 \sqrt{\lambda \mu} t - \right. \right.$$

$$\left. \left. - \frac{1}{\sqrt{\lambda}} (1 - \cos^3 \sqrt{\lambda \mu} t) \right) \right\}.$$

Формулы (4.16) позволяют уже гораздо более точно рассчитать характер изменения функций ξ и η в зависимости от начального отклонения c_0 от положения равновесия.

3. Метод фазовой плоскости. Для исследования свойств и характера решений уравнения (4.2) могут быть использованы графические методы, традиционные для теории колебаний. Используем интеграл (9) из работы В. А. Костицына

$$u^\mu v^\lambda = H \exp (\beta u + \beta v).$$

Представим его в следующем виде:

$$f(u) \stackrel{d}{=} u^\mu e^{-\beta u} = H v^{-\lambda} e^{\beta v} \stackrel{d}{=} \psi(v), \quad (4.17)$$

и для заданного значения H построим функции $f(u)$ и $\psi(v)$ в двух взаимно перпендикулярных плоскостях (см. рис. 2'). Рассмотрим точку 1, отвечающую максимуму $f(u)$. Ей на оси u отвечает точка u_1 . Так как $f(u_1) = \psi(v)$, то, проведя прямую, параллельную оси v , найдем точки v_{11} и v_{12} (такие, что $\psi(v_{11}) = \psi(v_{12}) = f(u_1)$); на плоскости (u, v) этим значениям будут соответствовать две точки: a_1 и b_1 .

Рассмотрим затем на оси ψ точку 2, которой отвечает минимум функции $\psi(v)$. На оси v ей отвечает некоторая точка v_2 , а на оси u — точки u_{21} и u_{22} . Соответственно на плоскости (u, v) ей отвечают точки a_2 и b_2 . Тем самым мы нашли крайние точки a_1, b_1, a_2, b_2 , между абсциссами и

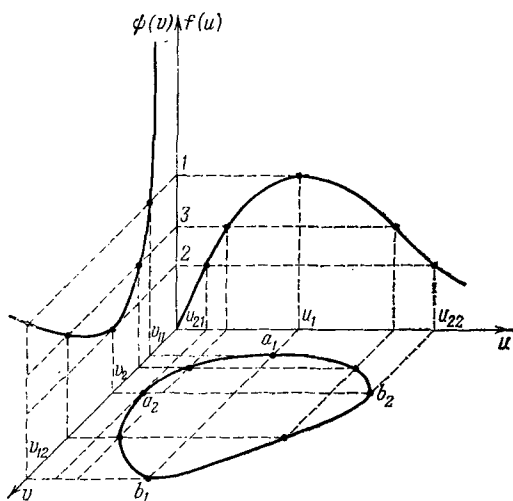


Рис. 2'.

ординатами которых располагается вся фазовая траектория нашей системы.

Дальнейшее построение совершенно очевидно. Рассмотрим на осях ψ и f какую-либо точку 3, лежащую между точками 1 и 2. Ей отвечают два значения на оси u и два значения на оси v ; на плоскости (u, v) этим значениям будут отвечать уже четыре точки и т. д. Соединяя эти точки кривой, мы получим замкнутую траекторию системы.

4. Зависимость характера колебаний концентраций биогенных элементов от интенсивности фотосинтеза. Интенсивность фотосинтеза μ не остается величиной постоянной и изменяется вследствие многих факторов (изменение средней температуры, замена одних растительных видов другими и т. д.). Ее изменение непосредственно сказывается на характере всего геохимического цикла. Поскольку эти изменения проходят достаточно медленно, то предположим, что параметр μ зависит от медленного времени:

$$\mu = \mu(\epsilon t).$$

В. А. Костицын заметил, что этот случай может быть рассмотрен в рамках предлагаемой теории. Проведем необходимые вычисления. Введем снова переменные Ван-дер-Поля (4.3). Подставим эти величины в уравнения (4.2) и, принимая во внимание, что величина μ зависит от времени, получим следующие уравнения, аналогичные (4.4):

$$\begin{aligned} \dot{c} = & -c \frac{\frac{d}{dt} V\bar{\mu}}{V\bar{\mu}} \cos^2 \varphi - \\ & - \frac{\beta c^2}{V\bar{\mu}} \{ \lambda V\bar{\mu} \cos^2 \varphi \sin \varphi + \mu \sqrt{\lambda} \cos \varphi \sin^2 \varphi \}, \\ \dot{\varphi} = & V\bar{\mu\lambda} + \frac{\frac{d}{dt} V\bar{\mu}}{V\bar{\mu}} \cos \varphi \sin \varphi + \\ & + \frac{\beta c}{V\bar{\lambda\mu}} \{ \lambda V\bar{\mu} \cos \varphi \sin^2 \varphi - \mu \sqrt{\lambda} \cos^2 \varphi \sin \varphi \}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

После осреднения по φ система (4.18) примет следующий вид:

$$\frac{\dot{c}}{c} = - \frac{\frac{d}{dt} V\bar{\mu}}{2 V\bar{\mu}}, \quad \dot{\varphi} = V\bar{\lambda\mu}; \quad (4.19)$$

отсюда

$$c = \frac{c_0}{\sqrt[4]{\mu}}, \quad \varphi = \int_0^t V\bar{\lambda\mu} dt + \varphi_0,$$

где c_0 и φ_0 — произвольные постоянные. Таким образом, окончательно мы будем иметь следующие формулы:

$$\begin{aligned} u = & \frac{\mu(t)}{\beta} + \frac{c_0}{\sqrt[4]{\mu}} \cos \left(\int_0^t V\bar{\mu\lambda} dt + \varphi_0 \right), \\ v = & \frac{\lambda}{\beta} - \frac{c_0}{\sqrt[4]{\mu}} V\bar{\lambda} \sin \left(\int_0^t V\bar{\mu\lambda} dt + \varphi_0 \right). \end{aligned} \quad (4.20)$$

Формулы (4.20) показывают, что с увеличением интенсивности фотосинтеза ($\mu(t)$ — возрастающая функция) будет увеличиваться среднее значение биомассы животных, расти частота осцилляции биогенных элементов в системе растения — животные и уменьшаться амплитуда колебаний величины биомассы растений. Подобным же

образом можно проанализировать и влияние изменения во времени остальных коэффициентов.

5. Модель атмосферы В. А. Костицына — система с вращающейся фазой. Системой с вращающейся фазой принято называть систему уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \varepsilon X(x, y), \\ \dot{y} &= \omega(x) + \varepsilon Y(x, y), \end{aligned} \quad (4.21)$$

где x — вектор произвольной размерности, а y — скаляр; при условии, что правые части системы — периодические функции быстрой переменной y периода T , а ε — малый параметр, показывающий, что скорость изменения переменной x значительно меньше скорости изменения «фазы» y . Для системы (4.21) могут быть эффективно использованы методы асимптотического анализа, основанные на идее Н. Н. Боголюбова и А. М. Крылова о разделении движений. Частный случай применения этого метода уже был использован в данном параграфе. Первое приближение — так называемые укороченные уравнения Ван-дер-Поля — получается из системы (4.21) простым осреднением. Если частота ω не зависит от x , то для системы (4.21) укороченные уравнения имеют вид

$$\dot{\bar{x}} = \varepsilon \bar{X}(\bar{x}), \quad \dot{\bar{y}} = \omega + \varepsilon \bar{Y}(\bar{x}), \quad (4.22)$$

где

$$\bar{X}(\bar{x}) = \frac{1}{T} \int_0^T X(\bar{x}, y) dy, \quad \bar{Y}(\bar{x}) = \frac{1}{T} \int_0^T Y(\bar{x}, y) dy,$$

причем на интервале порядка $O(1/\varepsilon)$ связь решений укороченных и точных уравнений задается оценкой

$$x = \bar{x} + O(\varepsilon), \quad y = \bar{y} + O(\varepsilon). \quad (4.23)$$

Если частота ω зависит от x , то укороченные уравнения следует брать в форме

$$\dot{\bar{x}} = \varepsilon \bar{X}(\bar{x}), \quad \dot{\bar{y}} = \omega(\bar{x}), \quad (4.24)$$

а оценка будет

$$x = \bar{x} + O(\varepsilon), \quad y = \bar{y} + O(1),$$

т. е. в этом случае точность вычисления фазы оказывается меньше, чем точность вычислений медленно изменяющейся переменной x . Для обеспечения оценки порядка $O(\varepsilon)$ для фазы приходится вычислять вектор x с точностью до $O(\varepsilon^2)$, т. е. в этом случае уже нельзя ограничиться приближением Ван-дер-Поля, и нужно брать следующие

приближения в процедуре Н. Н. Боголюбова *). После этих предварительных замечаний рассмотрим систему уравнений (13) — (18) работы В. А. Костицына. Обозначим через w четырехмерный вектор с компонентами x, y, z и s . Тогда систему (13) — (18) мы сможем представить в виде¹

$$w' = f(u, v), \quad u' = u(\lambda - \beta v), \quad v' = v(\mu - \beta u). \quad (4.25)$$

Уравнения (4.25) являются представителями того класса уравнений, которые типичны для описания процессов, протекающих в биосфере. Первое уравнение описывает медленную эволюцию параметров биосферы. В общем случае это уравнение может быть весьма сложной природы. Кроме того, его правая часть может зависеть также от переменной w :

$$w' = f(u, v, w). \quad (4.25')$$

Два других уравнения описывают некоторый циклический процесс, характерное время которого значительно меньше характерного времени изменения «фона», т. е. вектора w . Этот процесс представляет и геохимические циклы, и циклическое развитие растений и т. д. Одним словом, система вида (4.25) встречается весьма часто в экологических исследованиях и имеет смысл рассмотреть ее более подробно.

В том случае, который изучается в работе В. А. Костицына, функция f — линейная функция от u и v . Введем новые переменные

$$u = u^* + \xi, \quad v = v^* + \eta,$$

где ξ и η определяются формулами (4.3). Тогда система (4.25) будет приведена к следующей форме:

$$\begin{aligned} w' &= f(u^* + c\sqrt{\mu} \cos \varphi, v^* - c\sqrt{\lambda} \sin \varphi), \\ c' &= -\frac{\beta c^2}{\sqrt{\mu}} \{ \lambda \sqrt{\mu} \cos^2 \varphi \sin \varphi + \mu \sqrt{\lambda} \cos \varphi \sin^2 \varphi \}, \\ \varphi' &= \sqrt{\lambda \mu} + \frac{\beta c}{\lambda \mu} \{ \lambda \sqrt{\mu} \cos \varphi \sin^2 \varphi - \mu \sqrt{\lambda} \cos^2 \varphi \sin \varphi \}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Рассмотрим первое из этих уравнений. Мы его можем представить в виде

$$w' = f(u^*, v^*) + cf^*(c, \varphi), \quad (4.26')$$

причем функция f^* будет периодической функцией от φ . Поскольку уравнения В. А. Костицына линейные, то мы

*) См. подробнее: Н. Н. Моисеев. Асимптотические методы нелинейной механики. — М.: Наука, 1982.

можем ввести переменную w^* , удовлетворяющую уравнению

$$w^{*'} = f(u^*, v^*),$$

и положить

$$w = w^* + \zeta,$$

Переменная ζ будет удовлетворять уравнению

$$\zeta' = cf^*(c, \varphi). \quad (4.27)$$

Система уравнений (4.26), (4.27) относится к системам с вращающейся фазой. В самом деле, ее правая часть — периодические функции переменной φ , а роль малого параметра играет начальная амплитуда c . Полагая

$$c = c_0 c^*,$$

мы приведем систему к стандартному виду (4.21). Ее первым приближением будет система

$$\begin{aligned} \bar{\zeta}' &= c_0 \bar{c}^* \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi f^*(c_0 c^*, \bar{\varphi}) d\bar{\varphi}, \\ \bar{c}^{*'} &= -\frac{\beta c_0^2 \bar{c}^{*2}}{2\pi \sqrt{\mu}} \int_0^{2\pi} \{\lambda \sqrt{\mu} \cos^2 \bar{\varphi} \sin \bar{\varphi} + \mu \sqrt{\lambda} \cos \bar{\varphi} \sin^2 \bar{\varphi}\} d\varphi, \\ \bar{\varphi}' &= \sqrt{\lambda \mu} + \frac{\beta c_0^* c_0}{2\pi \lambda \mu} \int_0^{2\pi} \{\lambda \sqrt{\mu} \cos \bar{\varphi} \sin \bar{\varphi} - \mu \sqrt{\lambda} \cos^2 \bar{\varphi} \sin \bar{\varphi}\} d\bar{\varphi}. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Поскольку f^* содержит только первые степени синуса и косинуса, интеграл в первом из уравнений системы (4.28) равен нулю. Что касается двух других уравнений этой системы, то мы их уже рассматривали. Итак,

$$\bar{\zeta}' = 0, \quad \bar{c}^{*'} = 0, \quad \bar{\varphi}' = \sqrt{\lambda \mu}.$$

Таким образом, асимптотическое поведение решений системы уравнений В. А. Костицына при малых начальных отклонениях от положения равновесия описывается только функцией w^* , которая зависит только от равновесных значений u^* и v^* . Что касается изменения количества биогенных элементов, содержащихся в живом веществе атмосферы, суши, океана, точнее, их отклонений от соответствующих равновесных состояний, то они описываются известными формулами (4.6).

Подведем теперь некоторые итоги. В. А. Костицын показал, что живая материя порождает тот механизм, который переводит газы, содержащиеся в атмосфере и океане, в материал земной коры, и предложил метод вычисления характеристик этого процесса. Теперь мы видим, что этот механизм действует независимо от характера колебаний массы растений и животных, он определяется самим фактом жизни и зависит только от средних (стационарных) характеристик, если пренебречь периодическими колебаниями, которые неизбежно возникают, но не влияют на значения средних характеристик.

Заметим, что система уравнений Костицына нелинейная. Однако нелинейные факторы в ней учтены лишь одним слагаемым βuv .

6. Модификация модели В. А. Костицына. Ситуация несколько усложнится, если мы учтем нелинейные эффекты, которые неизбежно присутствуют в системе. В. А. Костицын обратил внимание на тот факт, что практически все коэффициенты в его системе

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\alpha_{13}u - (\alpha_{14} - \alpha_{41})v, \\ \dot{y} &= \alpha_{32}u - (\alpha_{24} - \alpha_{42})v, \\ \dot{s} &= \alpha_{35}u + \alpha_{45}v, \\ \dot{u} &= (\alpha_{13} - \alpha_{32} - \alpha_{35})u + \beta uv \stackrel{a}{=} (-\lambda + \beta v)u, \\ \dot{v} &= (\alpha_{14} - \alpha_{41} + \alpha_{24} - \alpha_{42} - \alpha_{45})v - \beta uv \stackrel{a}{=} (\mu - \beta u)v\end{aligned}\quad (4.29)$$

зависят от количества кислорода и углекислоты. Эти зависимости не очень сильны, а некоторые из них, например коэффициенты, описываемые в уравнении баланса кислорода, практически постоянны. Коэффициенты, описывающие балансы углекислоты, в большей степени зависят от ее концентрации. Тем не менее правые части системы (4.29) являются нелинейными функциями от x и y . Для этих уравнений мы примем следующую сокращенную запись:

$$\dot{x} = f_1(x, y, u, v), \quad \dot{y} = f_2(x, y, u, v). \quad (4.29')$$

Точно так же и в уравнениях для u и v величины λ , μ и β мы должны считать функциями от x и y .

Делая замену

$$u = u^* + c\gamma_1 \cos \varphi, \quad v = v^* - c\gamma_2 \sin \varphi, \quad (4.30)$$

где $\gamma_1 = \sqrt{\mu}$, $\gamma_2 = \sqrt{\lambda}$, уравнения системы (4.29') мы

приведем к виду

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f_1(x, y, u^* + c\gamma_1 \cos \varphi, v^* - c\gamma_2 \sin \varphi), \\ \dot{y} &= f_2(x, y, u^* + c\gamma_1 \cos \varphi, v^* - c\gamma_2 \sin \varphi).\end{aligned}$$

Обозначим через x^* и y^* решения уравнений

$$\dot{x}^* = f_1(x, y, u^*, v^*), \quad \dot{y}^* = f_2(x, y, u^*, v^*). \quad (4.31)$$

Уравнения (4.31) описывают эволюцию системы при условии, что процессы жизнедеятельности находятся в стационарном состоянии, т. е.

$$u^* = \mu/\beta, \quad v^* = \lambda/\beta.$$

Введем новые переменные:

$$m = x - x^*, \quad n = y - y^*;$$

они будут удовлетворять уравнениям вида

$$\dot{m} = c\psi_1(m, n, c, \varphi), \quad \dot{n} = c\psi_2(m, n, c, \varphi). \quad (4.32)$$

Теперь рассмотрим два последних уравнения системы (4.29). После замены (4.30) они примут вид

$$\begin{aligned}\dot{c} &= -\frac{c}{\gamma_1\gamma_2} \{ \gamma_2 [\gamma_{1x}f_1 + \gamma_{2y}f_2] \cos^2 \varphi + \\ &+ \gamma_1 [\gamma_{2x}f_1 + \gamma_{2y}f_2] \sin^2 \varphi \} - \dot{u}^* \gamma_1 \cos \varphi - \dot{v}^* \gamma_2 \sin \varphi - \\ &- \beta c^2 [\gamma_2 \cos^2 \varphi \sin \varphi + \gamma_1 \cos \varphi \sin^2 \varphi] \stackrel{d}{=} -cA_{11}(x, y, c, \varphi) - \\ &- \beta c^2 A_{12}(x, y, c, \varphi) - \dot{u}^* \gamma_1 \cos \varphi - \dot{v}^* \gamma_2 \sin \varphi, \\ \dot{\varphi} &= \gamma_1\gamma_2 + \frac{c}{\gamma_1\gamma_2} \{ \gamma_2 [\gamma_{1x}f_1 + \gamma_{1y}f_2] - \\ &- \gamma_1 [\gamma_{2x}f_1 + \gamma_{2y}f_2] \} \cos \varphi \sin \varphi + \dot{u}^* \gamma_1 \sin \varphi + \\ &+ \dot{v}^* \cos \varphi + \beta c [\gamma_2 \cos \varphi \sin^2 \varphi - \gamma_1 \cos^2 \varphi \sin \varphi] \stackrel{d}{=} \\ &\stackrel{d}{=} \gamma_1\gamma_2 + cA_{21}(x, y, c, \varphi) + cA_{22}(x, y, c, \varphi).\end{aligned} \quad (4.33)$$

Система уравнений (4.32), (4.33) будет относиться к системам с вращающейся фазой в том случае, когда, кроме предположения о малости начальной амплитуды ϵ_0 , мы примем еще дополнительное предположение о малости производных $\dot{u}^*$ и $\dot{v}^*$. Но тогда мы можем провести осреднение по φ и получить следующие укороченные уравнения, которые в силу линейной зависимости правых частей (4.29) от u и v примут следующий вид:

$$\dot{m} = 0, \quad \dot{n} = 0, \quad x = x^*, \quad y = y^*, \quad (4.34)$$

$$\dot{c} = -\frac{c}{2\gamma_1\gamma_2} \{ \gamma_2 [\gamma_{1x}f_1(x^*, y^*, u^*, v^*) + \gamma_{1y}f_2(x^*, y^*, u^*, v^*)] + \\ + \gamma_1 [\gamma_{2x}f_1(x^*, y^*, u^*, v^*) + \gamma_{2y}f_2(x^*, y^*, u^*, v^*)] \}, \quad (4.35)$$

$$\Phi = \gamma_1\gamma_2.$$

Равенства (4.34) являются следствиями того, что правые части уравнений системы (4.29) являются линейными функциями от u и v и, следовательно, содержат лишь правые степени $\sin \varphi$ и $\cos \varphi$.

Таким образом, учет нелинейности не изменит характера механизма и описание изменения концентрации с большой точностью может быть дано уравнениями для средних значений. Однако в уравнениях (4.31) величины u^* и v^* будут теперь функциями от x и y . Этот факт скажется также на законе изменения амплитуды c , которая тоже перестанет быть постоянной.

7. Заключительные замечания. Процедура асимптотической обработки уравнений В. А. Костицына была проведена достаточно подробно, поскольку уравнения подобного рода, как это уже было сказано, имеют вид, типичный для уравнений, описывающих экологические процессы, — в них всегда относительно короткопериодические процессы колебательного характера взаимодействуют с процессами медленного «фона». Это обстоятельство затрудняет непосредственную имитацию подобных процессов на ЭВМ. В самом деле, шаг численного интегрирования будут навязывать короткопериодические процессы осциллирующего характера. Значит, если мы хотим провести изучение экологической ситуации на достаточно большом интервале времени, то мы столкнемся с необходимостью проведения огромного числа вычислений, связанных с большим числом шагов. Это, конечно, потребует большой затраты машинного времени и, следовательно, приведет к накоплению неизбежных ошибок. Асимптотическая обработка уравнений В. А. Костицына позволила не только установить некоторые важные свойства изучаемых процессов, но и привести уравнения к форме (4.34), (4.35). В этих уравнениях все переменные будут изменяться медленно и, следовательно, уравнения могут интегрироваться с большим шагом. Время, которое мы в этом случае будем затрачивать на имитацию изучаемого эволюционного процесса, может сократиться на несколько порядков. Ошибка, происходящая за счет потери точности, связанной с осреднением, будет компенсирована уменьшением ошибки, накапливающейся в процессе длительного счета.

§ 5. Нульмерная модель биогеохимического цикла азота

Костицынский подход можно применить и для анализа более «быстрой» динамики живого вещества в биосфере («быстрой» в смысле геологического времени). Такая задача была сделана Ю. М. Свирежевым и А. М. Тарко *). Здесь мы следуем их изложению.

Рассмотрим динамику роста биомассы живого вещества в замкнутой системе. Такой системой могла бы быть биосфера Земли, если бы отмирающее живое вещество не «захоронялось» в геологических породах. Необходимо заметить, что даже такое «захороненное» вещество через достаточно большой промежуток времени может снова возвращаться в биологический круговорот. Но мы рассматриваем только «быстрые» времена, так что «захоронением» можно пренебречь.

Пусть $v(t)$ — масса азота, заключенного в живом веществе биосферы (в основном в растениях), $s(t)$ — масса азота, заключенного в отмершем веществе, и $w(t)$ — масса азота (в виде окислов), который может усваиваться растениями и является продуктом жизнедеятельности микроорганизмов. Считаем, что биомассой организмов, усваивающих азот прямо из воздуха, можно пренебречь. Тогда мы получаем следующую балансовую модель костыцынского типа:

$$\begin{aligned}\dot{v} &= \alpha w v - \mu v, \\ \dot{s} &= \mu v - \delta s, \\ \dot{w} &= \delta s - \alpha w v,\end{aligned}\tag{5.1}$$

Поскольку система замкнута, то общее количество азота сохраняется:

$$v + s + w = A = \text{const}.\tag{5.2}$$

Используя этот интеграл, (5.1) можно записать в виде

$$\begin{aligned}\dot{v} &= \alpha w v - \mu v, \\ \dot{w} &= -\alpha w v + \delta (A - v - w).\end{aligned}\tag{5.3}$$

*) А. М. Тарко, Ю. М. Свирев. Проблема экологического равновесия и глобальные биогеохимические циклы. Цикл углерода.— В кн.: Методы системного анализа в проблеме рационального использования ресурсов. М.: ВЦ АН СССР, 1977, т. III, ч. I, с. 114—188.

Эта система имеет два состояния равновесия:

$$\begin{aligned} v^* &= 0, & w^* &= A; \\ v^* &= \frac{\delta}{\alpha} \cdot \frac{\alpha A - \mu}{\delta + \mu}, & w^* &= \frac{\mu}{2}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Очевидно, что первое описывает «мертвую» биосферу, в которой отсутствует живое вещество. Второе же, соответствующее «живой» биосфере, существует лишь при $A > \mu/\alpha$.

При $A < \mu/\alpha$ первое из этих решений устойчиво (устойчивый узел), а второе не имеет биологического смысла (лежит в отрицательной области). Если же $A > \mu/\alpha$, то первое становится неустойчивым (седло), второе же равновесие перемещается в положительной ортант и всегда устойчиво.

Любопытна интерпретация этого результата, согласно которому для возникновения живого вещества и биогеохимического круговорота азота необходимо иметь какое-то начальное ненулевое количество азотных соединений в усваиваемой форме. По-видимому, в «прабиосфере» это могли быть соединения, образовавшиеся из атмосферного азота в результате гроз. Очевидно, что их было мало, но для того, чтобы начал функционировать круговорот, должна была быть малой и пороговая величина $A^* = \mu/\alpha$. А для этого живое вещество должно было обладать большой скоростью производства биомассы (α велико) и медленно отмирать ($\mu \sim 1/T$, где T — среднее время жизни живого вещества; T должно быть велико).

Вернемся к анализу нетривиального равновесия. Из соотношения

$$v^* = \frac{\delta}{\delta + \mu} [A - w^*]$$

следует, что чем меньше δ (чем медленнее разлагается «мертвая» органика), тем меньше и «живая» биомасса в системе. Другими словами, чтобы биосфера была «богатой» живым веществом (живой фитомассой), необходимо, чтобы ее подсистемы, разлагающие мертвую органику, работали с большой скоростью. В нашей биосфере это так и есть — разлагатели (например, микробные ценозы почвы) работают достаточно быстро.

Здесь очень наглядно видно, что даже простейшая модель кистицынского типа позволяет нам понять работу биосферных механизмов.

Будем теперь медленно (квазистационарно) увеличивать общее количество азота в системе (величину A). Слово «медленно» означает, что при изменении A в системе успевает устанавливаться новое равновесие. Но нам удобнее менять не величину A , а величину v^* — равновесную величину живой биомассы в системе. Рассмотрим зависимость функции

$$f(v^*) = \alpha^2 v^{*2} - 2\alpha(\delta + 2\mu)v^* + \delta^2$$

от v^* . При $f(v^*) > 0$ нетривиальное равновесие — узел, при $f(v^*) < 0$ — фокус, и в системе могут возникнуть затухающие колебания. Несложный анализ показывает, что всегда существуют такие v^* , для которых $f(v^*) < 0$, например $v_m^* = \frac{\delta + 2\mu}{2\alpha}$.

И окончательно, как же ведет себя система при возрастании общего количества азота? Сначала $v^* = 0$ и система «мертва». Затем, при $A > \mu/\alpha$, система «оживает», но азота слишком мало, и в системе нет колебаний: колебания демпфируются «бедностью» системы. При последующем увеличении A нетривиальное равновесие становится фокусом, и любые отклонения от равновесия порождают колебания, которые в конце концов затухают. При этих колебаниях происходит перекачка азота из живой биомассы в мертвую и, через усваиваемые формы азота, обратно в живую — круговорот пульсирует. И наконец, при больших A равновесие снова становится узлом, система снова задемпфирована, но уже за счет своего «богатства» по азоту.

§ 6. Обмен углекислым газом между атмосферой и океаном

В характере круговорота углерода в биосфере важную роль играет поглощение (и растворение) углекислого газа океаном при низких температурах или его выделение при высоких температурах. В своих исследованиях В. А. Костицын не учитывал влияние этого процесса. В то же время включение его в структуру механизма круговорота может существенно изменить характеристики циркуляции углерода. Попробуем рассмотреть механизм круговорота углерода с учетом взаимодействия океана и атмосферы, оставаясь в рамках нульмерной модели Костицына.

Для этого нам придется вместо одной характеристики u ввести две. Обозначим через y_1 общую массу углекислого

газа в атмосфере, а через y_2 — общую массу углекислого газа, растворенного в океане. В соответствии с этим мы должны теперь различать количество углекислоты в растениях, обитающих на суше (v_1) и в океане (v_2). Точно так же ее количество в животных, обитающих на суше и в океане, будем обозначать через u_1 и u_2 соответственно. Циклы обмена с учетом живой материи в океане и атмосфере будут независимыми.

Вместо уравнений (2) — (5) модели Костицына мы будем иметь следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= \alpha_{32}^1 u_1 - (\alpha_{24}^1 - \alpha_{42}^1) v_1 + f(y_1, y_2), \\ \dot{y}_2 &= \alpha_{32}^2 u_2 - (\alpha_{24}^2 - \alpha_{42}^2) v_2 - f(y_1, y_2), \\ \dot{u}_1 &= (\alpha_{13}^1 - \alpha_{32}^1 - \alpha_{35}^1) u_1 + \beta_1 u_1 v_1, \\ \dot{v}_1 &= (\alpha_{14}^1 - \alpha_{41}^1 + \alpha_{24}^1 - \alpha_{42}^1 - \alpha_{45}^1) v_1 - \beta_1 u_1 v_1, \\ \dot{u}_2 &= (\alpha_{13}^2 - \alpha_{32}^2 - \alpha_{35}^2) u_2 + \beta_2 u_2 v_2, \\ \dot{v}_2 &= (\alpha_{14}^2 - \alpha_{41}^2 + \alpha_{24}^2 - \alpha_{42}^2 - \alpha_{45}^2) v_2 - \beta_2 u_2 v_2, \\ \dot{s}_1 &= \alpha_{35}^1 u_1 + \alpha_{45}^1 v_1 - \alpha_{67} s_1, \\ \dot{s}_2 &= \alpha_{35}^2 u_2 + \alpha_{45}^2 v_2 + \alpha_{67} s_1.\end{aligned}\tag{6.1}$$

Кроме тех обозначений, которые введены в разделе V работы Костицына, мы ввели еще два обозначения: α_{67} характеризует снос органических остатков в океан, прежде всего, за счет водной эрозии, а функция $f(y_1, y_2)$ описывает обмен углекислым газом между атмосферой и океаном. Изучая роль этого обмена, мы тем самым сможем установить границы применимости гипотез В. А. Костицына.

Предположим сначала, что атмосфера и гидросфера лишены жизни. Тогда система уравнений (6.1) сводится к двум уравнениям:

$$\dot{y}_1 = f(y_1, y_2), \quad \dot{y}_2 = -f(y_1, y_2).\tag{6.2}$$

Функция f имеет очень сложную природу. Она, конечно, зависит от соотношения парциальных давлений углекислоты в атмосфере и океане и, строго говоря, даже от парциальных давлений в приповерхностном слое контакта океана и атмосферы, на структуру которого большое влияние оказывает особенность динамических процессов в атмосфере, уровень солености и многое другое. Особенно важную роль играет температура. При высоких температурах океан отдает углекислоту в атмосферу, а при низких он ее поглощает. Таким образом, в северных ши-

ротах углекислота атмосферы переходит в океан, а в экваториальной зоне процесс идет в обратную сторону.

Разумеется, рассмотреть процесс подобной сложности в рамках нульмерной модели невозможно, и мы вынуждены использовать ту или иную параметризацию. Прежде всего, нам придется работать со средними характеристиками. Такое допущение оправдывается тем, что выравнивание парциальных давлений углекислоты происходит очень быстро. Кроме того, мы сделаем еще несколько существенных предположений.

Поскольку y_2 — количество углекислоты, растворенной в океане, практически на два порядка больше того количества, которое находится в атмосфере, то мы можем полагать океан бесконечно большим резервуаром и пренебрегать зависимостью f от y_2 . Переход того или иного количества углекислоты из атмосферы в океан или обратно практически не изменяет парциального давления углекислоты в океане. Таким образом, мы примем

$$f = f(y_1).$$

Полагая, что концентрация углекислоты изменяется незначительно, мы можем в некоторой области $y_1 > 0$ аппроксимировать эту функцию линейной зависимостью

$$f = cy_1, \quad (6.3)$$

где c — некоторая постоянная. Эта аппроксимация наверняка плохо работает для весьма малых парциальных давлений углекислоты. Но она может быть использована в широком диапазоне изменения y_1 , который содержит значение y_1 , отвечающее современному состоянию атмосферы (порядка сотых долей процента).

Физический смысл постоянной c очевиден. Она характеризует способность океана поглощать углекислоту. Для средних температур порядка современных $c < 0$, т. е. океан все время в среднем поглощает определенное количество углекислоты, если ее концентрация в атмосфере больше некоторого значения и находится в диапазоне изменения величины y_1 , для которого справедлива параметризация (6.3).

Однако растворимость углекислоты в воде зависит также и от температуры. В пределах малых вариаций температуры постоянную c будем считать линейно зависящей от температуры атмосферы T . Тогда зависимость $c(T)$ выглядит так:

$$c = \kappa (T - T^*),$$

где T^* — некоторая критическая температура. Таким образом, предполагается, что существует некоторое критическое значение средней температуры T^* , и как только средняя температура атмосферы T превосходит T^* , то знак постоянной s изменяется: углекислый газ начинает поступать из океана в атмосферу.

Но температура атмосферы в свою очередь зависит от концентрации углекислоты в атмосфере, поскольку углекислый газ задерживает длинноволновую радиацию, излучаемую нагретой подстилающей поверхностью. При этом, как известно, возникает парниковый эффект. В рамках линейных аппроксимаций, которые мы используем, разумно считать, что

$$T = ly_1.$$

Тогда функция $f(y_1)$ будет представлена в форме

$$f = \kappa (ly_1 - T^*).$$

Таким образом, первое из уравнений системы (6.2) мы можем переписать в виде

$$\dot{y}_1 = -\kappa T^* y_1 + \kappa ly_1^2. \quad (6.4)$$

Правая часть этого уравнения — квадратный полином от y_1 (см. рис. 3')

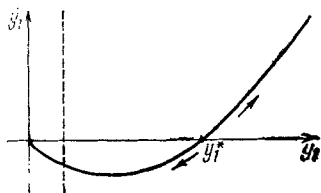


Рис. 3'.

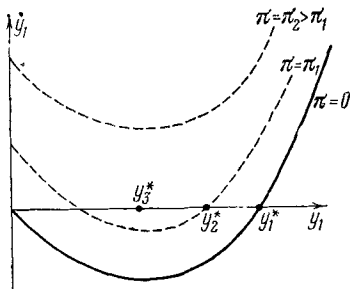


Рис. 4'.

Функция $\dot{y}_1$ обращается в нуль при $y_1 = 0$ и $y_1 = y_1^* = T^*/l$. Состояние $y = y_1^*$ неустойчиво: при $y_1 > y_1^*$ океан превращается в резервуар, который все время увеличивает парциальное давление углекислоты в атмосфере, причем тем интенсивнее, чем больше углекислоты в атмосфере. Таким образом, при высоких концентрациях механизм взаимодействия океана и атмосферы подобен своеобразному насосу, выкачивающему углекислоту из океана,

Рассмотрим теперь ситуацию, которую создает постоянное поступление углекислоты в атмосферу, происходящее за счет антропогенных факторов (сжигания углеводородов) или за счет вулканизма. Поток углекислого газа в атмосферу обозначим через π . Уравнение (6.4) примет теперь такой вид (см. рис. 4'):

$$\dot{y}_1 = -\kappa T^* y_1 + \kappa l y_1^2 + \pi. \quad (6.5)$$

Если поступление углекислоты будет незначительным, то характер процесса существенно не изменится. Изменится только критическая концентрация y_1^* ($y_2^* < y_1^*$). Но при дальнейшем увеличении выбросов углекислоты ситуация может коренным образом измениться. Если окажется, что

$$\pi > y_3 = \kappa T^{*2}/(4l),$$

то, какова бы ни была начальная концентрация CO_2 в атмосфере, механизм воздействия будет работать, как насос, выкачивающий CO_2 из океана. Разумеется, все эти качественные соображения теряют смысл при малых парциальных давлениях углекислоты в океане.

Посмотрим теперь, какие изменения вносит в этот механизм активность живой материи. Если сохранить основную гипотезу В. А. Костицына о постоянстве всех коэффициентов, т. е. пренебречь зависимостью интенсивности фотосинтеза от парциального давления углекислоты, то уравнение (6.5) примет вид

$$\dot{y}_1 = -\kappa T^* y_1 + \kappa l y_1^2 + \pi + \Phi, \quad (6.6)$$

где $\Phi = a_{32}^1 u_1 - a_{24}^1 v_1 + a_{42}^1 v_1$, причем, как показал В. А. Костицын, среднее значение есть

$$\bar{\Phi} = \frac{1}{\omega} \int_t^{t+\omega} \Phi dt < 0,$$

где ω — период того колебательного процесса обмена биогенными элементами, который происходит между живым и растительным мирами.

Таким образом, жизнедеятельность растений и животных будет лишь интенсифицировать процесс извлечения углекислоты из атмосферы. А это означает, что активность живого вещества планеты будет приводить к уменьшению того критического значения потока антропогенного углекислого газа, при котором начинает действовать механизм насоса, выкачивающий углекислоту из океана, и возни-

кает необратимый процесс повышения средней температуры атмосферы.

Но изменение концентрации углекислого газа в свою очередь будет влиять на интенсивность жизнедеятельности растений и животных: снижение концентрации будет уменьшать интенсивность жизнедеятельности и наоборот. Учет этого фактора не требует существенного усложнения модели. Для этого нам достаточно считать, что коэффициент μ в уравнениях (6.1) является функцией концентрации углекислого газа. В принципе, эта зависимость довольно сложна. И, для того чтобы ее учесть достаточно строго, необходимо выписать специальное уравнение фотосинтеза, поскольку интенсивность накопления углерода в растениях зависит не только от концентрации углекислоты, но и от ряда других факторов, и, в частности, от температуры. Однако в широком диапазоне изменения концентрации углекислого газа (от нуля до 0,5%) мы можем использовать линейную аппроксимацию. Другими словами, мы будем считать, что коэффициент μ в уравнении (6.1) имеет вид

$$\mu = \epsilon y_1.$$

То же предположение естественно принять и относительно его составляющих α_{14} , α_{41} , α_{42} , α_{24} и α_{45} .

Таким образом, уравнение (5.6) можно переписать в следующей форме:

$$\dot{y}_1 = -\kappa T^* y_1 + \kappa l y_1^2 + \pi + a_{32}^1 u_1 - \epsilon (\bar{a}_{24} - \bar{a}_{42}) y_1 v_1,$$

где $\bar{a}_{24}$ и $\bar{a}_{42}$ — некоторые постоянные.

Примем u_1 и v_1 равными их средним значениям. Тогда из уравнений (7), (8) модели Костицына находим

$$u_1 = \epsilon y_1 / \beta, \quad v = \lambda / \beta,$$

и, окончательно,

$$\dot{y}_1 = -\kappa T^* y_1 + \kappa l y_1^2 + \pi - \epsilon y_1 \Psi, \quad (6.7)$$

где

$$\Psi = - \left\{ \frac{a_{32}^1}{\beta} - (\bar{a}_{24}^1 - \bar{a}_{42}^1) \frac{\lambda}{\beta} \right\}.$$

Поскольку Ψ — величина положительная, то мы видим, что зависимость $\dot{y}$ (y) имеет такой же вид, что и на рис. 4'. Но благодаря тому, что абсолютная величина коэффициента при y теперь стала больше, кривая $\dot{y}$ (y) для уравнения (6.7) будет идти ниже соответствующей кривой для уравнения (6.5).

Таким образом, деятельность живой материи будет интенсифицировать процесс изъятия углекислоты из атмос-

феры. И в то же время она не способна полностью ликвидировать проявление механизма насоса. Однако критические выбросы углекислоты в атмосферу в присутствии живого вещества должны увеличиться. В свете сказанного нетрудно предложить возможную интерпретацию последнего этапа эволюции атмосферы. Около 10 000 000 лет тому назад, в конце третичного периода, количество углекислоты в атмосфере было, вероятно, на порядок больше, чем в настоящее время. Соответственно этому и средняя температура планеты была значительно выше и не допускала больших оледенений, хотя Антарктида уже тогда была покрыта ледяным панцирем *). Но причина ее оледенения несколько иная, о ней мы еще будем говорить в следующем параграфе. Высокое содержание углекислоты поддерживалось вулканической деятельностью, но интенсивность вулканической активности, вероятно, постепенно снижалась. В самом деле, ведь она связана с радиоактивным распадом, а количество радиоактивных веществ в земной коре может, по-видимому, только убывать, причем это убывание носит экспоненциальный характер. Таким образом, мы можем предположить, что характер изменения концентрации углекислоты в четвертичном периоде можно описать уравнением (5.7), в котором поступление углекислоты определяется экспоненциальным законом

$$\pi = \pi_0 e^{-\gamma t}.$$

Концентрация углекислоты была в начале четвертичного периода, по-видимому, меньше критической, поскольку она начала непрерывно уменьшаться. Другими словами, изменение концентрации CO_2 происходило таким образом, что точка $(\dot{y}, y)$ смещалась вправо вдоль кривой I (см. рис. 5').

Вместе с уменьшением концентрации углекислоты начали происходить разнообразные события. Прежде всего, начала уменьшаться средняя температура атмосферы. И в некоторый момент времени она достигла такого значения, когда стало возможным образование ледников — нача-

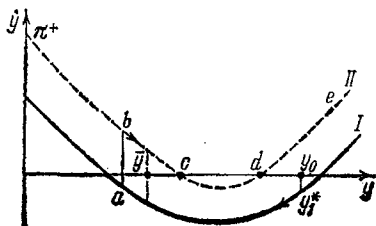


Рис. 5'.

*) Судя по всему, превращение Антарктиды в единый ледяной материк закончилось около 25—30 миллионов лет тому назад.

лась эра ледниковых периодов. Одновременно начала затухать интенсивность растительной жизни: уменьшилось количество углерода атмосферы — основной пищи растений — и понизилась температура, а следовательно, и интенсивность фотосинтеза. Заметим, что вместе с этим снизилось и критическое значение концентрации углекислоты.

Вот именно этот период жизни планеты и совпадает с периодом антропогенеза. Человек, как не раз справедливо говорил М. И. Будыко, появился в период умирания биосферы, когда ее жизнедеятельность была резко ограничена уменьшением питательного материала — углекислоты атмосферы, что одновременно сделало климат значительно более суровым.

Но в XIX и особенно в XX веке картина начинает существенным образом изменяться. Человечество принимается все более интенсивно эксплуатировать ископаемый углерод, превращая его в CO_2 . И атмосфера переходит из состояния *a* в состояние *b* (см. рис. 5'). Концентрация углекислоты в атмосфере начинает увеличиваться (точка $(\dot{y}, y)$ движется вдоль кривой II в направлении стрелки). То, что мы в настоящее время находимся на ветви π^+c , а не на ветви *de*, указывает тот факт, что концентрация углекислоты в атмосфере растет медленнее, чем это можно было бы ожидать, если не учитывать поглощение ее океаном. Так что пока еще насос, выкачивающий углекислоту из океана в атмосферу, работать не начал. Но, может быть, с увеличением количества выбрасываемого CO_2 он однажды начнет работать? На этот вопрос нельзя ответить, оперируя столь простой моделью. Наша задача была показать существование подобного механизма, а не исследовать явление, которое может зависеть от множества факторов, которые здесь не обсуждались.

§ 7. Механизмы ледниковых эпох

Предпоследняя часть работы В. А. Костицына посвящена анализу причин и механизмов, порождающих оледенения, а следовательно, и катастрофические изменения условий обитания человека. Вопрос этот имеет не только познавательное значение. Окончание последнего ледникового периода почти на памяти человечества. А переход от максимума голоцена к малому ледниковому периоду произошел всего лишь сотни лет тому назад. Быстрое наступление ледников в Гренландии и резкое похолодание

климата в северо-восточной части Американского континента изменило всю историю освоения Америки. Если бы сохранились климатические условия, которые были в период освоения скандинавами Исландии и Гренландии, если бы Гренландия продолжала оправдывать свое название зеленой страны, то именно она сделалась бы базой для колонизации Америкой. И экспедиции в виноградную страну (Винланд) не были бы случайным эпизодом, который сохранила память человечества лишь в исландских сагах.

Но в средние века надвинулись льды, плавание в Северной Атлантике стало трудным. Исландия оказывалась порой надолго отрезанной от Европы морскими льдами. Что же касается Гренландии, то только отступление ледника в XX веке обнажило остатки европейских поселений. Они были покинуты обитателями, о судьбе которых нам ничего не известно. Вернулись ли они в Исландию или погибли в неравной борьбе с природой и жителями полярной Америки, лучше приспособленными к невзгодам арктического климата, — этого мы, вероятно, никогда не узнаем.

Ледниковые эпохи обладают удивительной периодичностью и, кто знает, не находимся ли мы уже в конце затянувшегося межледниковья? И, может быть, активная деятельность человека способна оттянуть начало нового оледенения или, наоборот, приблизить его. Одним словом, проблема оледенения — это проблема вполне современная, представляющая не только теоретический интерес. Поэтому объяснение оледенений, вскрытие механизмов, их определяющих, уже давно привлекают внимание исследователей. В начале XX века наиболее популярной теорией образования ледников была теория, выдвинутая С. Аррениусом. Он связывал процесс оледенения с горообразованием и тектонической деятельностью. Существовало и много других попыток объяснить феномен ледниковых эпох. Но, по-видимому, В. А. Костицын был первым, кто отчетливо понял, что причины оледенения — это результат действия целого ряда разнообразных механизмов. Он убедительно показал, что гипотеза С. Аррениуса вряд ли может рассматриваться в качестве серьезного обоснования причин больших оледенений. В самом деле, периоды интенсивного горообразования и большие оледенения разнесены по времени на многие миллионы лет. Одновременно В. А. Костицын сделал очень важное замечание о том, что пермо-карбоновые оледенения в Юж-

ном полушарии наблюдались в то же время, когда в Северном полушарии отмечался аридный климат. Отсюда следует его основной вывод о том, что в процессах оледенения большую роль могут играть локальные механизмы, один из которых им и рассматривается в предлагаемой работе. Замечания о пермо-карбоновых оледенениях могли, наверное, привести его и на другие выводы. Однако они были сделаны лишь через 40 лет другим советским исследователем, В. Я. Сергиным. Но об этом ниже.

Одна из загадочных особенностей оледенений четвертичного периода — их периодичность. И, следовательно, необходимо, чтобы среди механизмов, вызывающих оледенение, существовали механизмы, порождающие периодические процессы. В. А. Костицын предполагал существование одного из таких механизмов. Это чисто локальный механизм типа пружинного маятника. Конечно, такой механизм способен породить колебательный режим, и это убедительно демонстрируется В. А. Костицыным.

Система его уравнений существенно нелинейна и, кроме колебательных режимов, допускает и режимы аperiodические. Читатель видел, какой сложности режимы редакционного типа допускаются этой системой уравнений. Расчеты автора показывают, что по порядку величин периоды оледенений Северной Европы совпадают с периодами, рассчитанными для колебаний Скандинавской платформы под действием льда, образующегося на ее поверхности. Другими словами, механизм вертикальных движений материковых платформ нельзя не учитывать при анализе процессов локального оледенения: они четко коррелированы с периодическим наступлением и отступлением ледников.

Но этот механизм, основанный на упругих свойствах среды, в которую погружены континентальные плиты, не единственный из механизмов, порождающих периодические процессы оледенения. Подробный анализ еще одного такого механизма в рамках нульмерной модели был рассмотрен братьями В. Я. и С. Я. Сергиными в семидесятих годах нашего столетия.

Эти работы ныне получили мировое признание и являются, вероятно, первым примером последовательного применения современных методов системного анализа к изучению такого сложного явления, каким является оледенение планеты. В основе исследования Сергиных лежит тщательно построенная схема причинных связей. Они учитывают всю сложную структуру преобразования энер-

гии Солнца, поступающей в атмосферу и нагревающей подстилающую поверхность, структуру процесса образования и таяния льда, зависимость этих процессов от степени влажности атмосферы, балла облачности, а также многое другое. Авторы проделали огромную работу по параметризации этих связей. Ими была получена некоторая система обыкновенных дифференциальных уравнений, которая сначала была подвергнута анализу на аналоговых устройствах, а затем для нее был разработан метод численного решения.

Оказалось, что система уравнений В. Я. и С. Я. Сергиных так же, как и уравнения В. А. Костицына, допускает периодические решения. Заметим, что упругие свойства мантии Земли ими не учитывались. Колебательный характер оледенений вызывался механизмом другого типа.

Представим себе, что некоторая часть материков оказалась ледником. Вследствие этого увеличилось альbedo Земной поверхности: Земля стала отражать большее количество солнечного излучения. Это означает, что количество тепла, которое получает Земля, уменьшилась и средняя температура планеты, а следовательно, условия для увеличения ледников оказались более благоприятными — оледенение начнет расширяться. Это вызывает дальнейшее увеличение альbedo, что в свою очередь приводит к уменьшению средней температуры и т. д.

Но увеличение площади ледников включает еще один важный механизм. Вместе с увеличением площади льда, как мы видели, уменьшается и средняя температура. Следствия этого факта не однозначны. Создавая более благоприятные условия для образования льда, понижение температуры одновременно уменьшает испарение с поверхности океана. К этому надо еще добавить, что увеличение ледников понижает уровень мирового океана, уменьшая тем самым его площадь, что тоже сказывается отрицательно на количестве влаги, поступающей в атмосферу. Одним словом, оледенение приводит к засушливости климата. Но в условиях засушливого климата зимой выпадает относительно небольшое количество осадков. И несмотря на то, что лето становится холоднее, количество солнечных дней из-за засушливости климата увеличивается. В результате при достаточно высокой степени засушливости баланс влаги в ледниках даже в условиях низких температур может оказаться отрицательным: ледники начнут уменьшаться, Земля вступит в новый межледниковый период. И заметим, что этот период начинается при

самых суровых климатических условиях, когда ледники окружают холодные арктические пустыни! Подтверждение этому — известные факты: в горах Монголии, на плоскогорьях Тибета практически нет ледников, хотя они расположены гораздо выше снежного Монблана.

Итак, как же развивается процесс межледникового периода? Вместе с отступлением ледников начинает уменьшаться альbedo и, следовательно, начинает расти средняя температура планеты.

В этот межледниковый период таяние ледников приведет к увеличению площади мирового океана. А поскольку одновременно будет расти средняя температура, то начнет расти количество воды, испаряющейся в атмосферу. Значит, начнет возрастать и влажность климата. В течение зимы станет выпадать все больше осадков, а лето из-за большой влажности климата станет более пасмурным. Поэтому, несмотря на то, что средние температуры относительно высоки, количество снега, растаявшего за лето, может оказаться меньше, чем его выпало зимой. В этот момент ледники снова начнут наступать. Межледниковый период кончился, процесс оледенения снова начал набирать силу.

Вот примерная и очень грубая схема того механизма, который был изучен В. Я. и С. Я. Сергиными. Я привел схему периодического цикла. Но процесс может носить и аperiodический характер: все зависит от соотношения тех геофизических параметров, которые определяют процесс оледенения. Периодический цикл характерен для Северного полушария. Оледенение Антарктиды носит аperiodический характер: баланс антарктического льда всегда положителен. Количество осадков, выпадающих за зиму, гораздо больше того, что успевает стаять за короткое холодное и влажное лето. Антарктида теряет свой лед практически только за счет откалывания айсбергов. Количество льда южного континента продолжает и сегодня непрерывно увеличиваться; по-видимому, оно еще не достигло своего равновесия. Антарктида — это грандиозный насос, выкачивающий пресную воду из мирового океана. Он все время работает на понижение его уровня.

Интересно заметить, что подобная ситуация была далеко не всегда. Около 35 млн. лет тому назад в олигоцене Антарктида не была еще ледниковым континентом. Конечно, там были ледники, особенно в горах, которые в то время достигали, вероятно, очень больших высот (5000—6000 м). Но сплошного ледяного панциря в те вре-

мена еще не было. Антарктида оставалась архипелагом и содержала большие пространства суши, не заполненные льдом. И, вероятно, тогда там жили не только пингины. Что же произошло с Антрактидой? Почему там образовался сплошной ледяной массив? На это отвечают обычно так *). В конце олигоцена (28—30 млн. лет тому назад) произошло постепенное опускание Тасманийского поднятия, а в Западном полушарии образовался пролив Дрейка. В результате сформировалось круговое Антарктическое, как его называют, Циркумполярное течение. Последствия этого факта были для Антарктиды катастрофическими. Уже в начале следующего периода (в миоцене) отдельные ледяные «лишай» слились в единый ледяной материк.

История оледенения Антарктиды — это наглядная иллюстрация действия обоих механизмов, изученных В. А. Костицыным и В. Я. и С. Я. Сергиными. В самом деле, начавшийся еще в олигоцене медленный процесс оледенения антарктического архипелага включил в действие механизм, описанный В. А. Костицыным: Южнополярная континентальная платформа начала постепенно погружаться в мантию. Этот процесс вызвал дальнейшее увеличение мощности ледяного покрова. Вместе с погружением собственно антарктических земель происходило и погружение прилегающих районов мирового океана. Оно коснулось, конечно, и Тасманийского поднятия и того участка дна океана, который сейчас называется проливом Дрейка. Если бы Антарктида не омывалась со всех сторон мировым океаном, то, наверное, период опускания антарктической глыбы сменился бы периодом ее поднятия. Но, вследствие вращения Земли и результата этого вращения — западного переноса — возникло Циркумполярное течение — ему больше не мешали глубины прибрежных морей. Это течение полностью отрезало Антрактиду от мирового океана. Теплые течения, зарождающиеся в экваториальной зоне, перестали омывать берега южного архипелага. Вокруг Антарктиды в летнее время непрерывной чередой стали проходить циклоны. Небо почти не виделось солнца. Вступил в действие механизм, описанный Сергиными.

Заметим, что рост антарктического ледника непрерывно повышает аридность климата и его влияние сказывается

*) См.: А. С. М о н и н. История климата. — Л.: Гидрометеопиздат, 1955.

ся на климате всего земного шара и, прежде всего, субтропических областей Австралии и Африки *).

Я обратил внимание читателя на то, что В. А. Костицын в своей работе обсудил некоторые особенности палеоклимата. Это ему понадобилось для критического анализа гипотезы Аррениуса. Он заметил, что пермо-карбоновое оледенение Южного полушария (Южная Америка, Африка и Новая Зеландия) привело к значительному повышению аридности климата Северного полушария. По существу, этого факта было уже достаточно, чтобы перейти к рассмотрению механизмов, связанных процессом влагообразования, без понимания которого, в свою очередь, не может быть достаточно полно объяснен процесс оледенения. Впервые это сделали В. Я. и С. Я. Сергины.

Проблема ледниковых периодов еще долго будет оставаться в сфере интересов естествоиспытателей: она действительно сложна. На характер климата, а следовательно, и оледенений оказывают, конечно, большое влияние и космические факторы, такие как колебания земной оси, изменение величины солнечной постоянной и, наверное, многое другое. Но первостепенное значение имеют и локальные причины. И первым на это указал В. А. Костицын. Изучение локальных механизмов особенно важно теперь, когда роль антропогенных факторов непрерывно растет. Вот почему та страница истории естествознания, которой принадлежит деятельность В. А. Костицына, уже относится к теории ноосферы.

§ 8. Об уровнях сложности и нульмерных моделях,

В теории климата и популяционной динамике установилась определенная терминология. Трехмерными моделями называют все те модели, в которых фазовые переменные зависят от всех пространственных координат. Соответственно определяют и понятия двумерной и одномерной моделей. Когда объект исследования не зависит от пространственных координат, то говорят о точечных, или нульмерных, моделях. Модели В. А. Костицына и В. Я. и С. Я. Сергиных согласно введенной терминологии являются моделями нульмерными.

Работа В. А. Костицына, конечно, принадлежит истории. А оценить значение тех или иных событий истории науки для сегодняшнего этапа ее развития подчас бывает

*) Может оказаться, что пустыня Калахари и австралийские пустыни обязаны своим появлением Циркумполярному течению.

очень непросто. Это можно сделать лишь в рамках некоторой, вполне определенной концепции, изучая развитие научной мысли в том или ином аспекте. Одна из таких позиций состоит в выявлении вопроса, насколько уже исчерпано то направление исследований, которое было открыто тем или иным автором, и в какой мере развитая им техника анализа может представлять интерес для современного исследователя. Именно в таком аспекте я и попытаюсь рассмотреть работу В. А. Костицына и попробую высказать несколько замечаний о современной роли нульмерных моделей в изучении глобального эволюционного процесса.

Сегодня математизация исследований, использование математических моделей для анализа изучаемых явлений и процессов охватили очень широкий круг проблем, принадлежащих самым разным научным направлениям. И уже возникла определенная классификация моделей. Она связана с той классификацией наук, которая была дана еще Ф. Энгельсом в «Анти-Дюринге». Мы говорим о трех уровнях научных дисциплин. Первый — это науки, которые изучают мертвую материю. К ним относятся физика, химия, наука о земле, астрономия и т. д. Второй — это наука о живой материи. Здесь главенствуют биологические науки (экология, зоология, ботаника и т. д.). И, наконец, третий уровень — это наука об обществе и процессах, которые в нем происходят. Такая классификация имеет глубокий смысл. Ее философское значение было раскрыто еще Ф. Энгельсом. Но этим значение подобной классификации не исчерпывается. Несмотря на то, что в основе математического описания процессов любой природы лежат некоторые общие принципы, типы математических моделей, а следовательно, и особенности методов их исследования при переходе от одного уровня к другому оказываются различными *). Точно так же разными оказываются и цели исследований, для которых используются модели.

С каждым из этих уровней связан определенный спектр трудностей, которые стоят перед исследователем. В физике основной прорыв был совершен еще в XVII—XVIII веках Г. Галилеем и И. Ньютоном, и сегодня основные трудности концептуального характера более или менее понятны.

*) См. подробнее: Н. И. Моисеев. Человек, среда, общество. Проблемы формализованного описания. — М.: Наука, 1980.

А. Пуанкаре был, по-видимому, первым, кто после Г. Галилея понял и расшифровал их содержание и определил ориентиры, которым должны следовать математики и физики, занимающиеся построением и изучением новых математических моделей. Модели (т. е. законы) должны обладать определенной симметрией, должны допускать инвариантную формулировку относительно определенных преобразований. В механике медленных движений эта группа Галилея, в электродинамике это группа Лоренца. Передний фронт современной физики — это и есть поиски законов, обладающих той или иной инвариантностью.

Но наряду с этими трудностями концептуального характера существует группа проблем, связанная, по меткому выражению Р. Беллмана, с проклятием размерности. Типичным их представителем является проблема турбулентности. Трудности ее анализа не связаны с построением новой модели — все уравнения, которые описывают турбулентные течения вязкой несжимаемой жидкости, написаны еще в XIX веке — это знаменитые уравнения Навье — Стокса. Однако до сих пор нам не удается найти способы их подробного анализа, объяснить наблюдаемые феномены, а тем более воспроизвести их расчетным путем. Здесь технические проблемы построения численных методов перерастают в трудности трансцендентные. Хотя все пути исследования в принципе известны исследователям, мы до сих пор не имеем ни одного примера «сквозного» просчета турбулентных течений от малых значений числа Рейнольдса до значений, существенно больших критических. И, кто знает, может быть, на этом примере мы сталкиваемся с такими особенностями природных явлений, которые требуют совершенно иного видения проблемы.

Заметим, что эти технические трудности, или трудности размерности, не в меньшей мере задерживают развитие научных знаний, чем трудности концептуальные, — они препятствуют практическому использованию накопленных знаний и утверждению науки как основы человеческой деятельности.

Когда мы начнем изучать процессы, протекающие с участием живого вещества, то, наверное, возвратимся к начальному этапу описания, который физика прошла еще в доньютоновский период.

Центральное утверждение в науках о живой материи было сделано еще в середине XIX века: процесс эволюции определяется изменчивостью, наследственностью] и отбором. Но за этим утверждением до сих пор не наступило

фазы перехода к таким законам, которые могли бы служить основой для построения математической теории. Другими словами, трудности концептуального характера, к которым физика подошла еще на рубеже XIX и XX веков, еще далеко впереди, и в этой сфере свой Пуанкаре еще не появился.

Но трудности «технологические» уже налицо. Дело в том, что в основе всех процессов лежат законы физики и химии, т. е. мертвой материи: процессы с участием живой материи согласуются с ними. А если это так, то фундаментом всех моделей такого рода должны быть законы сохранения материи, энергии, импульса и т. д. Другое дело, что этими законами, может быть, нельзя исчерпать все многообразие особенностей процессов, протекающих с участием живой природы. В этом, собственно, и состоит главная трудность, без преодоления которой говорить о концептуальных трудностях построения моделей не имеет смысла. Это и есть центральный вопрос теории.

Таким образом, те математические модели, с которыми мы имеем дело сегодня в экологических процессах, концептуально весьма просты — они описывают балансы вещества, энергии, импульса, и только. Но это вовсе не означает, что их практическое исследование, доведение анализа модели до количественного или обоснованного качественного результата во всех случаях бывает простым. Особенность процессов, протекающих с участием живого вещества, состоит в чрезвычайном разнообразии материала, в сочетании огромного количества различных по своему характеру взаимодействий. Их учет и порождает трудности большой размерности. Более или менее реальные модели столь сложны, что их прямая машинная имитация мало что может дать исследователю. Кроме того, и точность исходной информации, как правило, очень невелика. А поскольку исследователя интересуют прежде всего общие закономерности и тенденции, то даже успешно выполненный расчет одной из траекторий мало что может дать. В самом деле, локальные спектральные свойства многомерных систем таковы, что вероятность встретить точки ветвления, области жесткости и другие особенности, вызывающие потерю точности, столь велики, что единичный расчет, проведенный к тому же в условиях заведомо неточной информации, не может рассматриваться как средство исследования, способное дать надежный результат. Поэтому анализ уравнений модели высокой размерности должен всегда сопровождаться специальным

набором вспомогательных моделей невысокой размерности. Эти вспомогательные модели могут служить тестами отладки численных методов. Они могут описывать отдельные важные механизмы, вскрывать те или иные особенности изучаемых процессов и т. д.

Конечно, основной инструментарий для исследования проблем, возникающих в теории ноосферы, — это многомерные модели, предельно адекватно описывающие реальность. Здесь не может быть двух мнений. Но это утверждение никак не исключает использования моделей малого числа измерений и, в частности, нульмерных моделей эволюции атмосферы, исследование которых было начато В. А. Костицыным.

Маломерные модели, как правило, являются результатом агрегирования или асимптотической обработки моделей высокой размерности. И этот факт не всегда просто установить. Вот почему проблема анализа соответствия моделей, их взаимного согласования является одной из важнейших задач системного анализа проблем теории ноосферы.

§ 9. Перспективы и проблемы

В последние годы интерес к моделям, которые описывают эволюцию биосферы как целого, возрос. Появилось несколько версий больших вычислительных систем, имитирующих функционирование атмосферы, океана, биоты... Исследователи стремились при этом по возможности полно описать сложные процессы влагопереноса, переноса радиации, образования осадков и других механизмов, определяющих деятельность биосферы. Такой процесс уточнения неизбежно приводит к резкому усложнению, росту размерности модели и ее превращению в «большую систему». Одна из таких систем была создана в Вычислительном центре Академии наук СССР.

Математические эксперименты, проведенные с помощью подобных систем, уже позволили получить целый ряд результатов, имеющих большое значение для практики. Но еще больше они дали для понимания того, что человеку дозволено или не дозволено Природой. Особое значение имели расчеты климатических последствий ядерной войны, проведенные независимо в Вычислительном центре АН СССР и Центре климатических исследований США. Эти расчеты показали, что независимо от того, кто нанес бы первым ядерный удар и в какой бы части света ни слу-

чилась эта катастрофа, человечество ожидают «ядерная ночь» и «ядерная зима», и пережить их человечеству не дано.

Переоценить эти результаты невозможно, ибо после проведенных расчетов стало ясно, что ядерная война — это средство самоубийства всего рода *homo sapiens*. Таким образом, глобальные модели уже сыграли выдающуюся роль в развитии нашего понимания той разрушительной мощи, которой сегодня располагает цивилизация. Это дает основания для дальнейшего интенсивного развития всего рассматриваемого направления и превращения глобальных моделей биосферы в эффективный инструмент для оценки стратегий человечества при его переходе в эпоху ноосферы.

Вместе с тем эксплуатация подобных систем показывает, что традиционные подходы к исследованию моделей, развитые в прикладной математике, недостаточны. Необходимы новые методы исследования, опирающиеся на развитие новых концепций. Сделаем несколько замечаний.

1. В конце прошлого века постепенно утвердилась традиция отделять процесс создания математической модели от ее анализа. Коль скоро задача сформулирована, она в последующем должна рассматриваться в качестве объекта чистой математики. Одним из создателей подобной оценки места математики и математика в исследовании прикладных проблем был А. М. Ляпунов.

Такой подход, весьма импонирующий математику, мало пригоден для исследований больших систем, с которыми нам теперь приходится иметь дело. Прежде всего, сложность моделей, с которыми нас сталкивает практика, такова, что получить более или менее полное представление о ее общих свойствах за ограниченное время крайне трудно. Поэтому особое значение приобретает проблема «целей исследования», т. е. выделения основных вопросов, необходимых для практики. Их трудно сформулировать заранее. Возникновение новых вопросов, как правило, требует перестройки модели, ее быстрой адаптации к имеющейся информации и т. д. Кроме того, как и во всяком эксперименте, который всегда является диалогом с Природой, большую роль играет интуиция и глубокое понимание «изучаемой физики». Таким образом, возможность традиционного разделения процесса исследования феномена на этапы построения математических моделей и их исследование чисто математическими средствами кажется весьма проблематичным. Исследование с помощью моделей превращается в цепочку экспериментов.

2. При исследовании любой модели, использующей представление о непрерывности изучаемого процесса, мы, в принципе, всегда должны иметь в виду ограниченность области ее применения. Так, например, представление о дискретности материального мира и существование минимального линейного размера должно было бы, в принципе, приводить к моделям совсем иного типа, нежели те, которые мы сейчас используем. Однако при анализе простых моделей математической физики мы игнорируем подобные обстоятельства, считая, что описание непрерывных полей является некоторой асимптотикой. Отсюда и все те требования «строгости», которые являются общепринятым стандартом, и, прежде всего, требования к обоснованности разнообразных процедур численного анализа, сводящихся к исследованиям «при $\varepsilon \rightarrow 0$ ».

Заметим, что даже для относительно простых задач подобные требования могут выводить исследователя из «области применимости» изучаемой модели. Так, при изучении спектра наиболее трудны вопросы, связанные с исследованием его предельных точек. Однако собственные значения, находящиеся в их окрестности, как правило, отвечают колебаниям столь высокой частоты, что соответствующая им длина волны оказывается меньше допустимого линейного размера.

Если подобные упражнения еще можно оправдать при анализе относительно простых задач, то они недопустимы при исследовании сложных систем, ибо приводят к неоправданному усложнению и без того трансцендентно трудных задач. Здесь необходимо вырабатывать свои стандарты «строгости», ясно отдавая себе отчет в чисто экспериментальном характере исследований.

3. Изучение больших систем показывает, что практически все реальные движения, т. е. движения, согласные законам физики, являются некорректными. Движение атмосферы и океана, эволюция биологических популяций, развитие экономики дают многочисленные примеры, подтверждающие это утверждение. Типичной формой существования материи является, по-видимому, турбулентность, или, как принято теперь говорить, движения типа странного аттрактора. Наблюдаемые нами более или менее долго живущие структуры возникают лишь в условиях метаболизма, т. е. поглощения и использования внешней энергии и материи, и представляют собой явления исключительные (их стали называть диссипативными структурами). Эти крайне редко встречающиеся образования играют, тем

не менее, важнейшую роль в естествознании. Подобно особым точкам в теории динамических систем, они являются обычными аттракторами. И в тех исключительных случаях, когда они существуют, знание их свойств весьма важно с чисто практических позиций.

Но типичной ситуацией является, тем не менее, странный аттрактор, или турбулентные, крайне некорректные движения. И это некорректность «по существу». Ее нельзя регуляризовать в принципе, поскольку любая регуляризация лишит природные феномены одного из самых ярких свойств, определяющих процессы самоорганизации материи, в том числе возникновение стабильных образований.

Исследование подобных движений нуждается в разработке специальных методов и переходе от традиционного изучения локальных движений к исследованию общих свойств целых семейств движений. Однако пути реализации этой идеи пока еще очень малопонятны. Несмотря на то, что траектории странного аттрактора обладают всеми свойствами случайных процессов, пути рандомизации остаются неясными; это тем более трудно потому, что та наблюдаемая «стохастичность» — своеобразный феномен, свойственный вполне детерминированным системам. Тем не менее их локальные рассматривания оказываются не только недостаточными, но и неудовлетворительными с чисто прикладной точки зрения, поскольку естественная неустойчивость оборачивается всегда неустойчивостью численного счета.

4. Все указанные особенности больших систем хорошо иллюстрируют движение слоя вязкого теплопроводного газа на поверхности вращающегося шара (Земли), которое хорошо моделирует атмосферные движения. Если угловая скорость вращения шара ω равна нулю, а интенсивность солнечной радиации достаточно мала, то существует устойчивое состояние покоя ($v \equiv 0$), характеризующееся вполне определенным распределением температур. Но достаточно этому шару начать вращаться, как все изменится. Как бы ни была мала угловая скорость ω , система уравнений гидродинамики атмосферы уже не допускает стационарных состояний. Точка $\omega = 0$ является точкой бифуркации.

Таким образом, даже при очень малых значениях угловой скорости движение атмосферы будет турбулентным. Отсюда сразу следуют два вывода.

I. Решение задачи Коши принципиально некоррект-

но. Этот факт подтверждается практикой погодных прогнозов. Более или менее длительные прогнозы, полученные с помощью интегрирования системы дифференциальных уравнений, как правило, неудовлетворительны.

II. Для изучения процессов, происходящих в атмосфере, очень важно изучить структуру решений в окрестности точки $\omega = 0$ и, прежде всего, получить ответ о характере бифуркации. Существуют ли при $\omega > 0$ какие-либо аттракторы или траектории системы, носящие чисто турбулентный характер, лишенный каких-либо притягивающих движений? Может быть, что при $\omega \neq 0$ движение представляет собой странный аттрактор.

Но каковы бы ни были ответы на эти вопросы, мы должны иметь в своем распоряжении эффективные численные методы, позволяющие получать количественные характеристики изучаемых явлений. А традиционные методы для этого непригодны.

Таким образом, дальнейшее изучение глобальных свойств биосферы потребует не только более глубоких знаний основных механизмов, которые определяют ее динамику, но и новых взглядов на содержание математического анализа подобных систем моделей и новых численных методов.

Владимир Александрович Костицын ЭВОЛЮЦИЯ АТМОСФЕРЫ, БИОСФЕРЫ И КЛИМАТА

Редактор Е. Ю. Ходан

Техн. редактор А. П. Колесникова

Корректоры Л. И. Назарова, Е. В. Сидоркина

ИБ № 12368

Сдано в набор 17.02.84. Подписано к печати 21.09.84.
Формат 84×108¹/₁₆. Бумага тип. № 3. Обыкновенная
гарнитура. Высокая печать. Усл. печ. л. 5,04.
Усл. кр.-отт. 5,25. Уч.-изд. л. 5,22. Тираж 11200 экз.
Заказ № 57. Цена 50 коп.

Издательство «Наука»

Главная редакция физико-математической литературы
117071 Москва В-71, Ленинский проспект, 15

2-я типография издательства «Наука»
121099 Москва, Шубинский пер., 10