

Nyelv Zene Matematika

Vargha Balázs
Dimény Judit
Loparits Éva

Az illusztrációkat
Forgács Péter készítette

RTV — Minerva
Budapest
1980

ЯЗЫК МУЗЫКА МАТЕМАТИКА

Б. Варга
Ю. Димень
Э. Лопариц

Перевод с венгерского
Ю. А. Данилова

Издательство „Мир”
Москва
1981

ББК 72
В 12

Варга Б., Димень Ю., Лопариц Э.

В 12 **Язык, музыка, математика: Пер. с венгр. / Перевод Дани-**
лова Ю. А. — М.: Мир, 1981.—248 с. с ил.

Необычная по форме и содержанию, красочно оформленная книга венгерских авторов знакомит читателей с общими закономерностями и структурами в языке, музыке, математике, позволяя познать взаимосвязь и специфику этих, казалось бы, столь далеких друг от друга областей человеческого знания.

Предназначена для широкого круга читателей.

60000—165
В ————— 165—81, 1ч.
041(01)

1401000000

ББК 72
001

Редакция научно-популярной и научно-фантастической литературы

От переводчика

Предлагаемая вниманию читателя книга Б. Варги, Ю. Димень, Э. Лопариц возникла из серии радиопередач «Язык, музыка, математика», которые ее авторы — математик, музыкант, литератор — вели по будапештскому радио для детей 12—14 лет. Книга эта адресована не только (и не столько) специалистам в области математики, языка и музыки — хотя и они найдут в ней немало интересного, — но и несравненно более широкому кругу читателей, размышляющих или желающих поразмыслить над проблемами общего и специфического в различных областях человеческого знания. На простых примерах, сопоставляя и сравнивая сущности, обычно не видимые за различной или по крайней мере не совпадающей по форме внешней оболочкой, авторы показывают, что единое восприятие мира, казалось бы, безнадежно утраченное с возникновением узкоспециализированных областей науки и искусства, в действительности обрело лишь вторую форму: за внешним различием кроются по существу тождественные структуры и понятия.

Книга трех венгерских авторов необычна и в то же время традиционна. Она уходит своими корнями в богатейшие традиции венгерской культуры, связанные с замечательными именами композитора и фольклориста, основоположника целой эры в эстетическом воспитании детей Золтана Кодая, физика и основателя математических олимпиад в Венгрии Лорана Этвеша, математика Йожефа Кюршака, собирателя венгерских народных сказок Ласло Араня, поэта Шандора Вёреша и многих других. Подавляющее большинство явлений языка и музыки авторы демонстрируют на любовно подобранных примерах из венгерского фольклора и венгерской поэзии. Это открывает перед читателем почти уникальную возможность постичь красоту и образный строй чужого языка и ставит перед необходимостью искать параллели и аналогии в языке, поэзии и культуре своего народа. Для облегчения этой задачи в конце книги приведен список рекомендуемой литературы.

Все элементы триады, образующей название книги, — язык, музыка, математика — представлены в ней равноправно. Среди них нет ни главных, ни второстепенных, речь не идет ни о математизации языка и музыки, ни о гуманитаризации математики. Образуя неразрывное единство, все три компоненты взаимопроникают и тесно переплетаются, дополняя и обогащая наши представления о наиболее важных особенностях структуры языка, музыки и математики.

При чтении книги рождается множество ассоциаций, и это — одно из проявлений того творческого сотрудничества, к которому настоятельно приглашают ее создатели.

Ю. Данилов

Предисловие

«Музыка, поэзия, математика —
сколь родственны они».

Имре Мадач

Книги, рассказывающие не о чем-то одном, а сразу о нескольких вещах, в наше время встречаются не так уж редко. Перед вами одна из таких книг: «Язык, музыка, математика». Почему авторы выбрали именно эту триаду? Ведь математика — это наука, музыка — искусство, а язык — это язык. Обычно их изучают порознь. Более того, в школе язык, музыку и математику причисляют к предметам, овладеть которыми не так-то просто. Утверждают, что они открывают свои тайны только тем, кто обладает особыми способностями. Тем не менее свою книгу авторы написали не для лингвистов, музыкантов или математиков, а прежде всего для детей (и, разумеется, для взрослых), которые хотят и умеют играть. Если вы возьметесь читать эту книгу, вам не удастся остаться просто ее читателем: волей-неволей вам придется стать одним из ее соавторов. Ведь почти на каждый вопрос авторы приводят лишь один из возможных ответов, предоставляя читателю возможность найти остальные.

О содержании книги говорят сами названия ее глав: «Ритм», «Параллели», «Структура», «Вариации», «Степени сравнения». Все это явления, встречающиеся либо только в языке, только в музыке и только в математике, либо во всех этих областях одновременно. Рассматриваемые внутри одной области, они обнаруживают довольно интересные зависимости между двумя или несколькими языковыми, математическими и музыкальными структурами. Но, разумеется, явления, охватывающие несколько областей, оказываются значительно богаче и интереснее. И дело не в том, что возрастает число возможных взаимосвязей между элементами языка, музыки или математики, а в том, что обогащается сам метод изучения происходящих в них явлений. Приведем в подтверждение один пример. Прочитав стихотворение, вы можете сначала лишь сказать, нравится оно вам или нет. Затем вы начинаете анализировать его, смотрите, какими словами автор создает тот или иной образ, вслушиваетесь в ритмику стихотворения, в чередование ударных и безударных слогов и т. д. Много ли можно извлечь из такого анализа стиха? Весьма много! Точно так же сравнение геометрических параллельных с параллелями в музыке обогащает и расширяет понятие параллельности. После этого уже нетрудно понять, что в языковых параллелях таится строгая логика, присущая математическим рассуждениям, подобно тому как в музыкальности стиха немало заимствованного от музыки. Показать такие скрытые взаимосвязи между языком, музыкой, математикой и стремились авторы данной книги.

Чего мы ждем от читателя? Соучастия в раскрытии этих удивительных связей и зависимостей. Нам хотелось бы, чтобы сведения, почерпнутые из нашей книги, побудили его к самостоятельным размышлениям, чтобы в процессе чтения у него появлялись новые, оригинальные идеи. Приводимые нами задачи, как правило, допускают богатый набор решений. Это открывает новые возможности для познания различного рода ассоциаций и импровизаций. При чтении книги читатель может придумывать новые математические головоломки, сочинять свои собственные стихи и мелодии — нужна лишь его готовность принять в этом участие. А мы со своей стороны гарантируем ему ни с чем не сравнимую радость открытий, радость творчества.

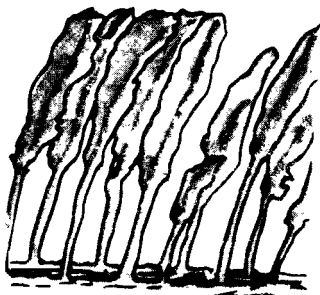
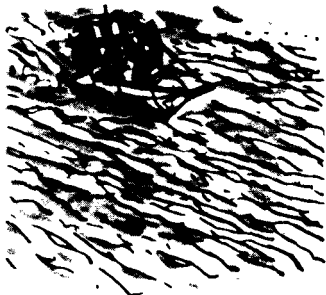
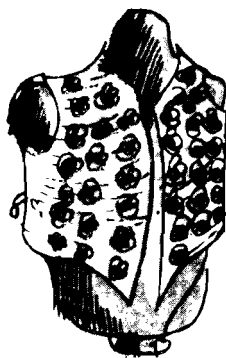
РИТМ

Окружающий нас мир полон ритмов. О чем говорит это слово? Несколько примеров помогут нам увидеть и услышать ритмы.

Оглянемся вокруг. Прислушаемся. Ритмично звучат шаги, стучат и грохочут машины: моторы автомобилей, двигатели тракторов, колеса поездов, станки в заводских цехах. Ритмично мелькают кадры кинофильма, сменяя друг друга так быстро, что мы не успеваем уловить, когда один кадр переходит в другой: для нашего глаза движения, разложенные на отдельные фазы, сливаются. Электрическая лампа вспыхивает и гаснет пятьдесят раз в секунду, хотя мы этого не замечаем. Но если, стоя под лампой, помахать перед глазами пальцем из стороны в сторону, то мы увидим сразу как бы несколько пальцев: скрытый ритм станет явным.

«Ритмично» расположены окна по фасаду дома, деревья и телеграфные столбы вдоль шоссе, шпалы вдоль полотна железной дороги, сантиметровые деления на деревянном метре, товары на полках магазина, виноградные лозы на склонах холмов.

Ритмично звонит колокол, трещит трещотка, постукивает агрегат холодильника, звенит пила, кукует кукушка. Ритмичны и многие другие звуки.



Нескончаемой чередой приходят на смену друг другу дни и ночи, времена года и сами годы. Их четкий ритм подчиняется движению Земли. Один оборот вокруг своей оси Земля совершает за сутки — за 24 часа. Один оборот вокруг Солнца Земля совершает за год. Луна описывает полный оборот вокруг Земли за 28 суток. И здесь все движения подчинены определенному ритму.

Стоит нам услышать слово *ритм*, как наши мысли невольно обращаются к музыке, и это вполне понятно: ведь ритм — один из важнейших элементов музыки. А какой ритм неотступно сопровождает каждого из нас с первой до последней минуты жизни? Ритм бьющегося сердца.

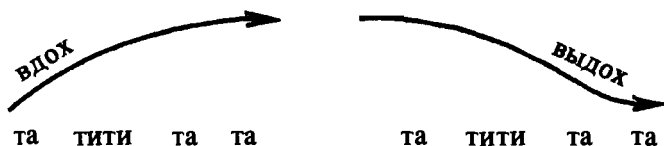
Сложный ритм биения сердца специальный медицинский прибор, электрокардиограф, записывает в виде особой кривой — кардиограммы.



С сердцебиением непосредственно связан еще один жизненный процесс, также обладающий своим собственным ритмом: дыхание. Разумеется, ритм дыхания не всегда один и тот же, не всегда равномерен.

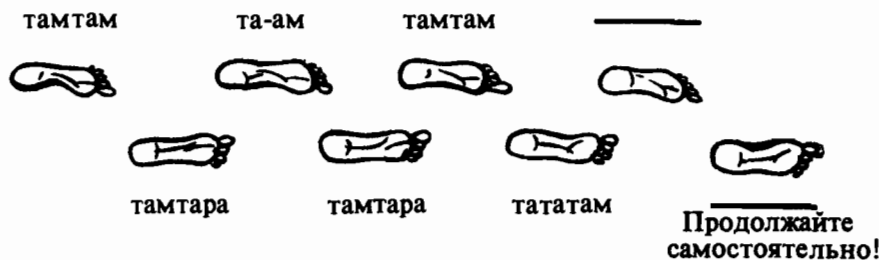
Последите за своим дыханием, пока вы читаете эту книгу. Считая равномерно, например до четырех, сделайте вдох, а при выдохе постарайтесь распределить воздух так, чтобы его хватило, пока вы в прежнем темпе не досчитаете снова до четырех. (До скольких считать, в действительности безразлично. Важно лишь, чтобы продолжительность вдоха и выдоха была одинаковой. Можно вообще не считать, а измерять продолжительность вдоха и выдоха по часам с секундной стрелкой.)

Изменим теперь правила нашей игры: попробуйте выстукивать во время вдоха и выдоха какой-нибудь простенький ритм (оба раза один и тот же), например:



Выбирать можно любой ритм, лишь бы он не был сложным. Можно даже при вдохе отстукивать один ритм, а при выдохе — другой. Важно лишь, чтобы оба ритма были одинаковы по продолжительности.

Ходьба — равномерное, ритмичное движение, в которое вы приводите свое тело. Во время пешей прогулки, совершаемой размеренным шагом, можно мысленно представить себе любой ритм. Например, в такт шагам можно бормотать себе под нос:



В такт шагам можно не только мысленно отбивать понравившийся вам ритм, но и напевать про себя какую-нибудь песню, известную или сочиненную на ходу. (Можно поступить и наоборот: сначала придумать песенку, а затем попытаться подстроить под нее ритм шагов.) Не беда, если вы окажетесь в таком месте, где не очень-то разгуляешься: «ритм шагов» можно отстукивать пальцами по столу или даже на собственном колене. Существует немало видов спорта, требующих ритмически повторяющихся движений, например плавание или гребля (другие виды спорта вы без труда назовете сами). Ритмические движения обычно выполняют те, кто занимается утренней зарядкой. Что это за движения?

Некоторые виды физического труда также связаны с необходимостью совершать ритмические движения. Такова, например, работа тех, кто рубит и пилит лес... (другие профессии назовите самостоятельно). Присмотритесь внимательно к труду домашней хозяйки. Какие движения ей приходится периодически повторять?

Многие машины и механизмы издают во время работы характерный шум. Взять хотя бы тиканье часов или стук колес проходящего поезда. Все перечисленные нами ритмы заимствованы не из музыки, а звучат в повседневной жизни. В ее шуме можно различить свои ритмы, свои мелодии. Из них и складывается музыка.



С недавних пор вошло в моду украшать интерьеры квартир камнями необычной формы или причудливо изогнутыми корнями деревьев, найденными во время прогулки в лесу. Эти дары природы называют «счастливыми находками».

Тот, кто находит стих, находит и ритм. В стихотворении Шандора Вёреша «Ночные чудеса» говорится следующее:

Верь, не верь,
Люблю я смех,
Тьму ночную на дворе,
Свет далеких ламп во тьме —
Золотую пыль с плеч ночи,
Вывеску напротив на углу,
Что дарит пентаметра строку:
«Тот Дюла. Водопровод. Плата по таксе вперед».

В звучании прозаической надписи на вывеске Шандор Вёреш услышал ритм — она звучит, как строка стихотворения. И хотя надпись на вывеске не столь осязаема, как корень дерева или камень, стихотворную строку мы можем считать «счастливой находкой»: ведь мастер, писавший вывеску, не знал, что ее слова образуют пентаметр. Стихотворный размер уловил только Шандор Вёреш.

Произнеся надпись на вывеске вслух несколько раз подряд, вы также обнаружите ритм. Последняя строка стихотворения Шандора Вёреша делится на две одинаковые по ритмическому рисунку части:

та тити та тити та || та тити | та тити | та.

Ритм этой стихотворной строки можно выстукивать, как ритм музыкального произведения, поэтому такие стихи и получили название *метрических*.

Пентаметр — слово греческое, термин из теории стихосложения. Означает он пятистопный размер, пятистопную стихотворную строку. Как получаются эти пять стоп? Довольно причудливым образом, во всяком случае в музыке отсчитывать такт принято иначе. В пентаметре сначала идут две целые стопы и еще половина стопы, затем снова две целые стопы и половина. Все целые стопы выдержаны в ритме «та тити» и называются *дактилями*. Две половинки стоп образуют ритм «та та». Эта стопа называется *спондеем*.

Попробуем составить такую фразу, которая произносится в ритме: та тити | та тити | та.

Однажды, когда мы играли с детьми в студии, ребята придумали такую фразу: «Утром сегодня туман». Заменяя два дактиля двумя спондеем, мы получим ритм та та | та та|. В этом ритме произносится фраза: «Скоро хлынет дождь». Вот мы и составили новый пентаметр: *Скоро хлынет дождь, утром сегодня туман*.



Ритмы можно обнаружить и среди чисел. Возьмем хотя бы дробь $1/81$. Ее можно записать в виде

$$\frac{1}{81} = 0,012345679012345679012345679...$$

или, кратко,

$$\frac{1}{81} = 0,(012345679).$$

Какой ритм вы обнаруживаете здесь? Дробь $1/81$ записывается в виде бесконечной периодической десятичной дроби, да и период ее также отличается необыкновенной правильностью: 012345679. Единственный «изъян» периода — среди цифр нет восьмерки.

Дробь, допускающую разложение в бесконечную периодическую десятичную дробь с периодом 0123456789, найти совсем нетрудно. Из школьного курса математики известно, что

$$0,(0123456789) = \frac{123456789}{999999999} = \frac{13717421}{111111111}.$$

Дробь $1/81$ таит в себе и другой ритм. Его вы могли обнаружить, если вам когда-нибудь случалось делить 1 на 81. Если же вы никогда не делали этого, то займемся

делением вместе:

$$1 : 81 = 0,0123456790123...$$

10

100

190

280

370

460

550

640

730

100 → здесь впервые вновь встретился первый остаток от
190 деления, далее весь цикл повторяется.
280

Обратим внимание на последовательность, в которой расположены остатки: 1, 10, 19, 28, ... Мы видим, что каждый остаток на 9 больше предыдущего, причем возрастание остатков происходит до тех пор, пока они не превосходят делитель, то есть число 81, после чего все повторяется сначала:

... 64, 73, 1, 10, ...

Следующие дроби представляют интерес главным образом не сами по себе, а в сравнении одна с другой:

$$\frac{1}{7} = 0,142857142857 \dots$$

$$\frac{2}{7} = 0,285714285714 \dots$$

$$\frac{3}{7} = 0,428571428571 \dots$$

$$\frac{4}{7} = 0,571428571428 \dots$$

$$\frac{5}{7} = 0,714285714285 \dots$$

$$\frac{6}{7} = 0,857142857142 \dots$$

Заметили ли вы какую-нибудь закономерность? Период каждой из десятичных дробей состоит из одного и того же набора цифр, но начинается каждый период с разных мест. В чем, по-вашему, здесь причина?

Рассмотрим еще одну группу интересных дробей:

$$\frac{1}{9} = 0,11111 \dots \quad ?$$

$$\frac{1}{99} = 0,010101 \dots \quad \frac{1}{11} = 0,090909 \dots$$

$$\frac{1}{999} = 0,001001 \dots \quad \frac{1}{111} = 0,009009 \dots$$

$$\frac{1}{9999} = 0,00010001 \dots \quad \frac{1}{1111} = 0,00090009 \dots$$

Попытайтесь обнаружить закономерности, скрытые в этой таблице. Какое равенство должно стоять вместо вопросительного знака? ① Не производя никаких выкладок, на основании лишь известных закономерностей переходя от обычных дробей к десятичным, скажите, как будет выглядеть десятичное разложение дроби $1/999999999$.

Интересно сравнить числа, стоящие на одном и том же уровне в левых и правых частях приведенных нами равенств. Они совершенно однотипны и отличаются лишь тем, что в любых двух равенствах, расположенных на одной горизонтали, единицы заменены девятками, а девятки — единицами (если не считать единицы, стоящей в числителе).

Заслуживают внимания и такие дроби:

$$\frac{1}{27} = 0,037037037 \dots \quad \frac{1}{37} = 0,027027027 \dots$$

Оба равенства переходят друг в друга при замене 27 на 37 и наоборот.

Попытайтесь найти другие пары таких дробей. Несколько примеров приведено в решениях. ②



Звучание фамилии и имени Тот Дюла образует стихотворный метр: *та тити*. Но коль скоро речь зашла о метре, то такую стихотворную стопу мы называем дактилем.

Среди венгерских фамилий имеется немало таких, которые звучат, как дактиль. Взять хотя бы фамилии писателей и поэтов: Бержени, Йокаи, Гардони, Кёльчеи. Но фамилии могут звучать и как спондей: Хорват, Барток, Молнар, Миксат.

Прислушавшись к звучанию этих фамилий, можно заметить, что в слове *та* гласный не всегда долгий. В таких фамилиях, как Бержени, Кёльчеи или Барток, гласный звучит кратко, но мы причисляем его к долгим, поскольку после этого гласного идут два согласных. Принято говорить, что слог обладает естественной долготой (если он содержит долгий гласный) или позиционной долготой (если после краткого гласного в слове идут два или больше согласных).

Приведенных выше отрывочных сведений о метрическом стихосложении почти достаточно для того, чтобы из различных собственных имен (например, из фамилий или названий местности) мы могли составить шестистопные (*гекзаметр*) или пятистопные (*пентаметр*) строки. С пентаметром мы уже познакомились. Гекзаметр устроен проще, ни одна стопа в нем не делится пополам. Все шесть стоп следуют по порядку одна за другой. Один гекзаметр и один пентаметр вместе образуют так называемый дистихон.

При составлении дистихона необходимо соблюдать два правила. Первое: предпоследняя строфа (последняя полная строфа пентаметра) всегда может быть только дактилем, а последняя строфа гексаметра — только спондеем. Второе: границы стихотворных стоп не обязательно должны разделять слова. Однако в середине стихотворной строки есть одно место, где пауза всегда должна приходиться между слов. Это место называется *цезурой*.

Вот как звучат, например, две первые строки из стихотворения Ференца Кёльчеи «Хуст»:

Мрачен раз | валин теҳ вид, || Хуст, | крепость, | бывшая | грозной,
Тихо | ноч ная луна || меж обла | камы плы | вет.

Двойная вертикальная черта означает здесь цезуру — место «стыковки» полустиший. Выдерживать паузу до цезуры, и тем более после стихотворных стоп не следует.

Нетрудно заметить, что в звучании этих стихотворных строк слышится метр:

та тити | та тити | та || та та | та тити | та
та тити | та тити | та || та тити | та тити | та

Если в строке гекзаметра много дактилических стоп, то она содержит больше слогов, чем та, в которой преобладают спондеические стопы.

Гекзаметр звучит несколько непривычно, и это вполне понятно: в венгерской поэзии (например, в текстах народных песен) число слогов обычно варьируется в широких пределах: сколько строк, столько стихотворных стоп с различным числом слогов. Впрочем, разнообразие тоже не обязательно: никакой закономерности в длине строк нет.



Вот, например, слова известной венгерской народной песни:

Как у матушки девица живет,
Мать за дверь, девица к печке — пироги печет,
Пирогами теми
Милого угощает, потчует.

Число слогов по столбцам: 10, 13, 6, 9. Ритмический рисунок этой песни выглядит так:

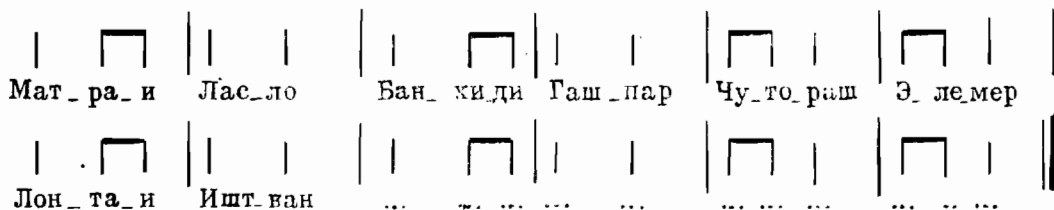


Столь сильное различие в числе слогов в метрическом стихосложении не встречается, да и в венгерских народных песнях оно довольно редко.

А теперь, когда мы знаем, что слоги бывают долгими и краткими, попытаемся составить метр какой-нибудь известной народной песни из имен и фамилий. Взять хотя бы такую песню:



Продолжим в том же метре:

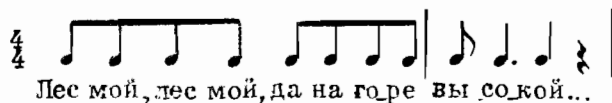


Закончите самостоятельно. Спойте сочиненную нами «песню». Попробуйте составить ее текст из других имен и фамилий.

А теперь вновь обратимся к словам народной песни «Спелые гроздья». Всегда ли они соответствуют стихотворному метру? Всегда ли с большей длительностью звучит долгий слог, а с меньшей — краткий? Вопрос можно было бы поставить иначе: всегда ли долгие слоги звучат в песне дольше кратких? Где ритм песни расходится с ритмом слов? ③

В венгерской народной песне музыкальный метр во многих местах не совпадает с стихотворным. Тем не менее при прослушивании песни несогласованность метров совершенно незаметна, поскольку в венгерских народных песнях (как и в венгерской поэзии) имеет значение не длительность слога, а то, является ли он ударным или безударным.

В подтверждение приведем пример:



Укажите, где стихотворный метр расходится с музыкальным. Обратите внимание на несоответствие стихотворного и музыкального метров в других народных песнях.

Кто-то из ребят придумал такую фразу: «Ох, и отлуплю я гадкую девчонку!» Ее ритмический рисунок выглядит так:

тити тити та та | тити тити та та.

Здесь также в чередовании долгих и кратких слогов нет никакой закономерности, о чем мы уже упоминали. С точки зрения метрического стихосложения размер полуфразы *Ох, и отлуплю* я был бы таким: *та та та ти та та*, то есть все слоги, за исключением одного, были бы долгими. Тем не менее эта полуфраза произносится так же, как слова *гадку девочку*. Именно из-за легкости ритмического рисунка двенадцатисложные строки так часто встречаются в венгерской классической поэзии. Двенадцатисложниками написаны поэмы «Витязь Янош» Петёфи, «Толди» Араня, многие стихотворения и тексты народных песен.

Мы говорим о венгерском языке лишь из желания привести побольше примеров из венгерской классической поэзии. С не меньшим успехом можно было бы привести множество примеров из поэзии других народов, наших соседей, связанных братскими узами с венгерским народом.

Схему чередования ударных и безударных слогов мы называем стихотворным метром, размером. О том, какую роль играет ударение, давно ведется много споров, однако ученые до сих пор так и не пришли к единому мнению. Признаться, нам не хотелось бы затрагивать спорные вопросы, но сделать несколько замечаний все же необходимо.

В венгерском языке ударение, как правило, падает в слове на первый слог. Разумеется, это отнюдь не означает, будто во всех словах первый слог непременно ударный. Например, *kis csikó* (маленький жеребенок, стригунок) произносится как *kíscsikó*. В таких весьма распространенных грамматических конструкциях, как «определение и определяемое слово» (*kis csikó*) или «существительное и послелог*» (*fa mögött* — за деревом) ударение падает лишь на первый слог первого слова. Вместе с тем следует заметить, что в венгерском языке ударение в более длинных словах падает не только на первый, но и еще на какой-нибудь слог, в особенности если мы говорим темпераментно: *rettenetes* (страшный), *haszontalan* (никчемный)**.

В других языках чередование ударных и безударных слогов подчиняется совсем иным законам. Например, в древнегреческом языке — языке создателей метрического стихосложения — ударение всегда падает на последний или предпоследний слог, и ударные слоги отсчитывались от конца к началу слова. Ясно, что при такой схеме чередования ударных и безударных слогов начало стихотворной стопы в древнегреческой поэзии часто не совпадало с началом слова.

Сколько бы совершенным ни был ритм венгерского гекзаметра или пентаметра, при декламации не рекомендуется разделять паузами стихотворные стопы, поскольку при таком разбиении стихи звучат, как на чужом языке:

Мраченраз | валинтех | вид, || Хуст, | крепость, | бывшая | грозной.

Получается бессмысленный набор слов.

Но столь ли обязателен вообще ритм *тити та та* в венгерской двенадцатисложной строке, как это обычно утверждают. Обратимся к первым строкам поэмы Араня «Толди»:

* Особая часть речи в венгерском языке. Послелог стоит после существительного, к которому относится. На русский язык венгерские существительные с послелогами переводятся существительными в соответствующем падеже с предлогами. — *Прим. перев.*

** Сравните с русскими прилагательными: зубодробительный (удар) или парнопротивопоставленные (фонемы). — *Прим. перев.*

Горит на солнце тощая отава,
Куда ни глянь, налево и направо,
Кузнечики среди сухих стеблей
Пасутся, истомленные на ней.

Работники в тени большого стога
Храпят, как будто дел у них немного,
Эх, а пока бездельники храпят,
Возы вокруг порожные стоят.

(пер. Н. Заболоцкого).

Остановимся на первой строке. По-венгерски она звучит, как *Ég a napmelegtől a koráz szik sarja*, и ритм ее первой половины никак не укладывается в схему *тити тити та та*. Схема нарушается при любом разбиении строки. Разбиение *Ég a napme | legtől* придает словам такое же «чужеземное» звучание, как разбиение *Мраченраз | ва- | литех* и т. д. гкзаметра в стихотворении Кельчеи. Может быть, попробовать декламировать иначе? Например, так: *Ég a nap | melegtől* или акцентировать внимание на ударении, падающем на начало слов: *Ég a | napmelegtől...*

Еще труднее подогнать под привычный ритмический рисунок седьмую строку: *Hej, pedig ű | resen, | vagy félig ra | kottan*. Ее скачущий ритм лишь отдаленно напоминает размеренное *тити тити та та*.

И тут нам на помощь приходит знаменитая величальная, записанная Золтаном Кодаем в родном городе Яноша Араня Надьсалонтане:



Стоит напеть на мотив этой песни *Hej, pedig űresen, vagy félig rakottan...* как все сразу же станет на место: слова вполне осмысленно будут укладываться в метр, а ударения падать на нужные слоги. Итак, мы установили, что Янош Арань и Шандор Петёфи в своих двенадцатисложниках не следуют слепо традиционному метру *тити тити та та*, а как бы пытаются услышать внутренний ритм строки.

Прочитайте поэмы «Толди» и «Витязь Янош» и обратите особое внимание на ритм строк. Сколько вам удастся найти таких строк, которые укладывались бы в метр величальной «Пробудись, святой род»? Сумеете ли вы найти строку, в которой после шестого слога не начиналось бы новое слово?

В игру, о которой мы сейчас расскажем, нужно играть вчетвером. Каждый из участников выбирает для себя название одной страны света и, дождавшись своей очереди, произносит его.

Сначала несколько туров подряд все участники поочередно называют страны



Север

С



Восток

В



Юг

Ю



Запад

З

света в одной и той же последовательности. Тот, кто произносит слово «Север», всегда делает акцент, это означает начало очередного тура.

До тех пор, пока в игре принимают участие все четверо игроков, каждый из них в каждом туре повторяет название одной и той же страны света. Но вот один из участников почему-либо выходит из игры, и теперь названия четырех стран света в той же последовательности, что и прежде, приходится произносить трем оставшимся игрокам.

Называть страны света они будут, разумеется, в таком порядке:



С
>
З
Ю



В

С
>
...



Ю

В

...

Впишите вместо многоточий недостающие буквы. Проследите, как будет перемещаться знак акцента?

«Север» по-прежнему остается «под ударением», но произносит это слово каждый раз другой игрок. Названия других стран света также успевают за один тур «переместиться» на одного человека, и произносит их игрок, следующий за тем, кто произносил в предыдущем туре.

Разумеется, вместо четырех стран света можно было бы использовать и любые другие четыре названия, например специи (перец, соль, корица, кореандр), буквы (А, Б, В, Г), времена года (весна, лето, осень, зима), части растения (корень, стебель, лист, цветок) и т. д. Какие именно четыре слова вы предпочитаете называть, дело ваше.

Затем вместо того, чтобы называть вслух четыре страны света, буквы и т. п., играющие начинают по очереди подавать четыре различных звуковых сигнала, например хлопнуть в ладоши, стучать по чему-нибудь, щелкать пальцами (или языком), топтать ногами, чмокать, свистеть...

Вот как проходит такая игра:



хлоп
>
хлоп
>



стук
...



щелк
...



топ
...

Если один из четырех участников выйдет из игры, а очередность «выступлений» трех оставшихся останется прежней, то игра будет выглядеть так:



хлоп
>
топ
щелк



стук
хлоп
>
топ



щелк
стук
...

Один из звуковых сигналов можно заменить паузой. Это потребует от играющих большого внимания:



хлоп
~
~
стук
...



стук
хлоп
>
~
...



щелк
стук
хлоп
>
...

Пауза должна быть «тихой», то есть игрок, на которого в очередном туре придется пауза, дождавшись своего «хода», должен промолчать, а не произносить вслух слова «пауза».

Игра кажется очень простой, но такое впечатление обманчиво. Попробуйте и убедитесь сами: чтобы сыграть без ошибок несколько туров подряд, требуется внимательно следить за очередностью сигналов.

Четыре страны света, четыре буквы, четыре различных звуковых сигнала в действительности изображают доли размера $\frac{4}{4}$:

Игроки	1-й	2-й	3-й	4-й		1-й	2-й	3-й	4-й	1-й
	$\frac{4}{4}$									
										
	С	В	Ю	З		С	В	Ю	З	С

Первая доля и каждая четвертая после нее — сильные. Это в точности соответствует тому, что на первой доле каждого такта чаще всего делается акцент.

Когда играют вчетвером, акцент всегда приходится на одного и того же участника, и распределение ролей между остальными игроками также остается неизменным.

Когда же размер $\frac{4}{4}$ вынуждены заполнять три игрока, акцент, а вместе с ним и слабые доли всякий раз распределяются по-разному. В каждом новом туре каждый участник игры исполняет иную роль, отличную от той, которую он исполнял в предыдущем туре; это нескончаемое чередование ролей и требует от участников напряженного внимания.

Игроки	1-й	2-й	3-й	1-й	2-й	3-й	1-й	2-й	3-й	1-й
										
	С	В	Ю	З	С	В	...	...	...	...

В этой записи все обстоит так, как если бы размер $\frac{4}{4}$ мы «втиснули» в размер $\frac{3}{4}$: указали размер $\frac{3}{4}$, а все остальные оставили в прежнем виде.

Как же распределяются сильные доли в новом размере $\frac{3}{4}$?



Всем рассмотренным нами играм присуща одна математическая закономерность. Обратимся снова к портретам тех, кто играл в игру с четырьмя странами света.



С

>
3

Ю



В

С
>

...

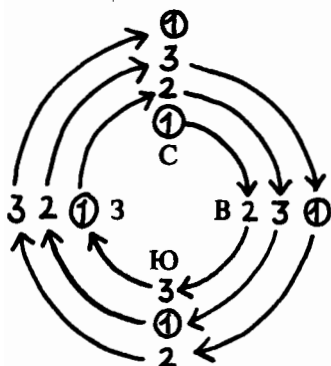


Ю

В

...

Пусть игра продолжается до тех пор, пока акцентированная доля или право произнести слово «Север» не перейдет снова к первому игроку. Через сколько ходов это произойдет? Если хорошенько подумать, то станет ясно, что желаемое событие случится после 12 ходов на 13-м. Последовательность ходов можно было бы изобразить и по-другому, причем не одним, а многими способами, например так:



Этот рисунок требует некоторых пояснений. Числа, стоящие рядом с обозначением страны света, указывают номер игрока, назвавшего ее, а стрелки указывают очередность. Из рисунка видно, что интересующее нас событие произойдет через $4 \cdot 3 = 12$ ходов.

Теперь изменим игру: будем варьировать число ее участников. В каждом случае нас будет интересовать, сколько ходов потребуется для того, чтобы право произнести акцентированное слово снова досталось игроку, открывшему игру.

Каким будет ответ на этот вопрос, если в игру четыре страны света» играют

- а) 1 игрок?
- б) 2 игрока?
- в) 3 игрока?
- г) 4 игрока?
- д) 5 игроков?

Запишите свои ответы. Правильные ответы легче всего получить, построив схемы, аналогичные той, которую вы вычертите для случая 3 игроков. Если внимательно присмотреться к схемам и ответам, то можно заметить некую общую закономерность. Выясните, в чем она заключается, и решите следующие задачи.

Предположим, та же самая игра проводится не с названиями четырех стран света, не с четырьмя звуковыми сигналами: пусть теперь в ней фигурирует какое-то другое число предметов, слов, сигналов и т. п., например названия двух домашних животных (кошка, собака), имена семи гномов и т. п.

Скажем, трое участников произносят по очереди слова «кошка» и «собака».



собака		кошка		собака
<				<
кошка		собака		кошка
		<		
собака		...		...
<		...		...
...		...		...

Вопрос остается прежним: через сколько ходов право произнести акцентуемое слово вернется к первому игроку? Для простоты составим следующую таблицу:

Номер тура	Число участников игры (У)	Число слов, используемых в игре (С)	Число ходов, после которых акцентуемое слово снова произносит первый участник (Х)	Номер тура	Число участников игры (У)	Число слов, используемых в игре (С)	Число ходов, после которых акцентуемое слово снова произносит первый участник (Х)
1	1	4		8	2	1	
2	2	4		9	2	5	
3	3	4		10	6	3	
4	4	4		11	5	1	
5	3	2		12	1	5	
6	3	3		13	6	4	
7	4	6		14	5	2	

Прежде всего заполните таблицу и проверьте, не ошиблись ли вы где-нибудь. ④ Затем попытайтесь обнаружить как можно больше закономерностей, связывающих значения У, С и Х. Например, что можно сказать в том случае, если $C = 1$? Если $U = 1$? Каким будет Х, если $U = C$? Изменится ли Х, если У и С поменять местами? Рассмотрите случай, когда $X = U \cdot C$. Что можно сказать о числах У и С? ⑤

Общая закономерность (которую вы, должно быть, заметили сами) состоит в следующем: число ходов Х равно наименьшему общему кратному чисел У и С. Проверьте на примере, действительно ли выполняется это правило, и попробуйте объяснить, почему так происходит.

Янош Фёльди, врач, естествоиспытатель и поэт, живший двести лет назад, классифицировал венгерские пословицы так, чтобы их ритмы соответствовали стихотворным размерам. Он доказал, что в венгерских пословицах можно обнаружить все размеры метрического и тонического стихосложений. Правда, для большего соответствия некоторые пословицы ему пришлось слегка подправить.

По классификации Яноша Фёльди, к числу гекзаметрических принадлежат, например, пословицы:

Adj az ebnek a ranyt, há jat fog váltani rajta

- - | - ∪ ∪ | - || - | - - | - ∪ ∪ | - ∪

Знать пес на злато падок, коль шкуру свою продал.

Más dol gába sze mes vagy, s a maga déba va kondok

- - | - ∪ ∪ | - || - | - ∪ ∪ | - ∪ ∪ | - -

В чужом деле всяк смел, в своем — робок.

Néha bolondsá got tet tetni i gen nagy o kosság

- ∪ ∪ | - - | - || - | - ∪ ∪ | - ∪ ∪ | - -

Бывает, что и дурак умное слово скажет.

Régi gyü mölcsfá nak jobb árnyé kába he verni

- ∪ ∪ | - - | - || - | - - | - ∪ ∪ | - - |

Под старым плодовым деревом и полежать приятно.

А вот венгерские пословицы — пентаметры:

Bő i géret tel gazdag a kárki le het

- - | - - | - || - ∪ ∪ | - ∪ ∪ | - |

На щедрые посулы всяк горазд.

Sok szere csen bor sot törtek az orrom a lá

- ∪ ∪ | - - | - || - ∪ ∪ | - ∪ | ∪ - |

От черного перца нос ломит.

Sok szomo rú nap u tán egy gyönyö rú napot érsz

- ∪ ∪ | - ∪ | - || - ∪ ∪ | - ∪ ∪ | - |

Сколь печали ни длиться, а радость настанет.

Попробуем и мы пойти по стопам Яноша Фёльди. Возьмем книгу Габора О. Надя «Венгерские пословицы и поговорки». Поинтересуемся ритмами некоторых пословиц и поговорок. Найдутся ли среди них такие, звучание которых напоминает стихотворный размер? Можно ли продолжить эти пословицы: приписывать к ним строки с аналогичным ритмическим рисунком? Выпишем рядом с каждой «стихотворной» пословицей ее ритм:

Любит спать, как кошка — ти ти|ти ти|та ти
Лягнуть и кошка может — ти та|ти та|ти та|ти
Учить кошку ловить мышей — ти та|та ти|ти та|ти та
Ленива кошка, да прыгнет ловко — ти та|ти та|ти ти та|ти та|ти
Ходит, как кошка вокруг сала
Падает всегда на ноги, как кошка
Чует, как кошка мышку
Сидит в седле, как кот на помеле
Кошке с колокольчиком мышку не поймать

Ритм придает пословицам и поговоркам бóльшую выразительность. И хотя он не отличается особой правильностью, тем не менее помогает запомнить содержание пословиц и поговорок, их чеканную форму.

Стихи, как правило, обладают повторяющимся ритмом, однако уловить закономерность в звучании стиха не всегда удастся с первых строк.

Запишем, например, начало стихотворения Шандора Петёфи «Старый добрый трактирщик» (в переводе Б. Пастернака) в виде «прозы», не разбивая его на отдельные строки: «Здесь, откуда долго ехать до предгорий, на степном низовье, среди цветущих далей, провожу я дни в довольстве на просторе, не тужу, не ведаю печалей». Рифма *далей — печалей* легко различима на слух, но понять, что перед нами стихотворение, можно лишь из дальнейшего. Записанная «прозой», стихотворная форма возникает лишь при прочтении пятой строки: «Постоялый двор — мое жилье в деревне. Утром тишина, лишь ночью шум в прихожей. Старый добрый дед хозяйствует в харчевне — будь ему во всем благословенье божье!»

(Стихотворение «Старый добрый трактирщик», как и поэма «Витязь Янош» Петёфи и «Толди» Араня, написано двенадцатисложником, но в оригинале рифмы более редки: рифмуются только четные строки, а нечетные нерифмованы. Это, естественно, затрудняет выявление стихотворной формы.)



Очень красивые примеры правильных и неправильных ритмов встречаются в математике. Запишем первые сто натуральных чисел, расположив их в виде изящной правильной фигуры — так называемого пифагорова квадрата:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Займемся поиском ритмов, скрытых в этой таблице. Одну-две особенности ее можно заметить, что называется, невооруженным глазом: у чисел, стоящих в одной строке, совпадают первые цифры, у чисел, стоящих в одном столбце, совпадают вторые цифры.

Обнаружить закономерности, скрытые в таблицах, приведенных ниже, не столь просто. Эти таблицы представляют собой пифагоров квадрат, в котором отмечены все числа, кратные 2, 3, 4, 5, 6 и 7.

Но прежде чем углубиться в рассмотрение таблиц, попытаемся выяснить, каким ритмом обладают кратные какого-нибудь числа. Например, начнем с нуля и, увеличивая каждый раз на единицу, будем акцентировать все числа, кратные 3. Вот что у нас получится: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 и т. д. (напомним: 0 кратен 3).

Мы пришли к красивому, правильному равномерному ритму, звучащему, как музыкальный размер $\frac{3}{4}$. Правильный равномерный ритм выявляется при рассмотрении кратных не только числа 3, но и других чисел.

А теперь внимательно взглянемся в таблицы:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Эти таблицы говорят сами за себя. При взгляде на них становятся заметными многие важные свойства делимости.

А что произойдет, если две такие таблицы наложить друг на друга? Возьмем, например, таблицу кратных числа 4 и наложим ее на таблицу кратных числа 6.

Числа, обведенные двойной рамкой, располагаются в правильной последовательности. Именно так выглядела бы таблица кратных нового числа — двенадцати. Разумеется, такое совпадение не случайно, и причину его легко понять: число 12 — наименьшее общее кратное чисел 4 и 6.

А рядом для сравнения рассмотрим таблицу, лишенную всякого ритма.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Можете ли вы установить, по какому правилу выделены числа? Квадратными рамками здесь обведены так называемые простые числа, то есть числа, делящиеся только на единицу и на самих себя.

Чтобы вы могли лучше почувствовать, насколько неправилен этот ритм и как сильно он отличается от равномерного ритма кратных, попробуйте выстукавать его на чем-нибудь. Можно поступить иначе: называйте вслух одно за другим через равные промежутки времени натуральные числа и акцентируйте все простые числа. Сравните также правильное чередование кратных с причудливым распределением простых чисел в построенных нами таблицах.



В этой главе мы уже говорили о ритмичном звучании собственных имен и фамилий. Мы даже сыграли в игру: попробовали произносить имена и фамилии в ритме известной песни, то есть подобрать имена и фамилии так, чтобы они звучали в заданном ритме. А теперь будем действовать в обратном направлении. Произнесите вслух свою фамилию и имя несколько раз подряд. Выясните, в каком ритме они звучат. Не довольствуйтесь одним ритмом: чаще всего звучание имен и фамилий допускает несколько ритмических рисунков. Можно пойти и по другому пути: попытаться произнести свою фамилию и имя в неудобном, искажающем их правильное звучание ритме.

Хорошо звучит, например,   или  

Плохо звучит:  

Попробуйте подобрать ритм для фамилий и имен ваших родных и знакомых. К именам, произносимым в определенном ритме, можно подобрать «продолже-

ние». На этом принципе основана одна из разновидностей фольклора — так называемые «дразнилки». Обычно в «дразнилках» фигурируют только имена:

Адам, Адам!	Дюри, Дюри, Дюрика,
Не живот — барабан,	Будет тебе музыка,
В руках дубина,	Запоешь, запляшешь ты
В голове мякина!	От розог папашиных.

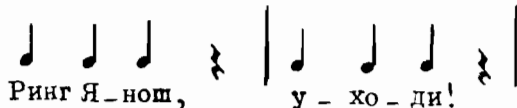
Есть и совсем короткие дразнилки:

Кати, Кати,	Фери, Фери, вышиб двери,	Дьердь
Где порвала платье?	Поорал, пошумел и верхом	Ростом с жердь.
	на кошку сел.	

Вам, конечно, знакомы эти ритмы? Придумайте сами аналогичные стишки. Пусть слова их будут не «дразнилками», а скорее шуткой. Если же вам все же захочется сочинять дразнилки, то начните со своего имени.

Все приведенные нами «дразнилки» были рифмованными. Можно придумать и нерифмованные, лишь бы выдерживался ритмический рисунок.

Кто-то из детей в студии предложил произносить фразу «Янош Ринг, уходи!» в таком ритме:



А его товарищ предпочел более разнообразный ритмический рисунок:



Подберите песню для каждого варианта, и желательно не одну!
Еще один участник игры предложил такую фразу:



Сохраните два первых такта, то есть имя и фамилию, а дальше продолжите по-своему. Послушайте, хорошо ли звучит предложенный вами вариант.

Для младшего возраста придуманы такие «дразнилки»:

Орфей,	Беата,	Кристина,
Смотри, нос не разбей!	На чулке заплата!	Съела всю малину!

Поиграйте еще и с другими именами!

Вариации

Переставлять или менять местами имеет смысл лишь такие предметы, которые как-то отличимы друг от друга.

Разложите перед собой в ряд пять обыкновенных булавок. Ни одна из них ничем не отличается от другой. Как бы вы их ни перекладывали, все расположения оказываются одинаковыми. Иное дело, если головки булавок различного цвета: любая перестановка булавок обретает индивидуальность и становится легко отличимой от других перестановок. (См. главу «Структура»; где рассказывается о различных способах упорядочения хаотической груды предметов.)

Один из способов упорядочения слов состоит в том, чтобы расположить слова в алфавитном порядке. Числа чаще всего располагают либо в порядке возрастания, либо в порядке убывания. Например:

2	4	6
два	четыре	шесть

Эти три числа расположены в порядке возрастания, а их названия — в алфавитном порядке. Но стоит лишь приписать любое число справа или слева, как по крайней мере один из порядков (а может быть и оба) окажется нарушенным.

Записав цифры 2, 4 и 6 рядом, мы получим число 246. Это — наименьшее число, которое можно записать при помощи трех цифр: 2, 4 и 6. Попробуйте переставлять цифры так, чтобы каждое вновь полученное трехзначное число было больше предыдущего, пока не дойдете до наибольшего числа, равного 642: 246, 264, 426, 462, 624, 642.

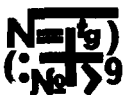
А теперь примемся переставлять буквы в каком-нибудь слове из трех букв так же, как мы только что переставляли цифры. Возьмем, например, слово КОТ. Мы выбрали его потому, что буквы в нем расположены в алфавитном порядке. Начав с числа 246, мы пришли к числу 642. Аналогичным образом, шесть раз поменяв местами буквы, получим из слова КОТ слово ТОК. Если цифры исходного числа 246 прочитать в обратном порядке, то получится число 642. Аналогично, если слово КОТ прочитать от конца к началу, то получится слово ТОК, в котором буквы расположены в порядке, обратном алфавитному.

Числу 264 соответствует слово КТО, а числу 426 — бессмысленный набор слов ОКТ. Плохо! Жаль, что второе «слово» ничего не означает. Как бы мы ни переставляли цифры, в результате всегда получается какое-то число. При перестановке букв исход может оказаться различным: в одних случаях мы получаем слова (например, КОТ и ТОК), в других — бессмысленные буквосочетания (такие, как ТКО и ОКТ).

Мы привыкли иметь дело с такими наборами букв, которые при чтении образуют осмысленные слова. Впрочем, иногда это правило нарушается: например, на номерах автомашин встречаются буквенные комбинации независимо от того, составляются ли из них осмысленные слова или нет. Итак: КОТ, КТО, ОКТ, ОТК, ТКО, ТОК.

Рассмотрим шесть различных вариантов расположения букв К, О и Т. Можно ли быть уверенным в том, что других вариантов не существует? На этот вопрос мы должны ответить утвердительно: три различных предмета можно расставить в ряд только шестью способами. Три буквосочетания (КОТ, КТО и ТОК) читаются вполне осмысленно, три других звучат как абракадабра.

Попробуйте расположить в ряд всеми возможными способами буквы, составляющие какое-нибудь другое трехбуквенное слово. Найти такое слово, чтобы все шесть вариантов расположения его букв порождали осмысленные слова, вам не удастся. В редких случаях три варианта из шести возможных окажутся вразумительными буквосочетаниями. В большинстве же случаев имеет смысл лишь один-единственный вариант, а пять остальных оказываются «нелепыми», бессмысленными комбинациями букв.



Между вариантами расположения в ряд букв и цифр можно найти и другие, не столь заметные, но весьма интересные различия. (В математике такие «варианты» принято называть перестановками.) Единственное, что связывает слова КОТ, КТО и ТОК, — это буквы: все три слова состоят из одних и тех же букв. Значения же всех трех слов различны. В то же время между возможными перестановками цифр числа 246 имеется весьма тесная взаимосвязь: все эти числа делятся на 3. Случайно это или закономерно?

Существует простой признак делимости на 3. Вычислите сумму цифр того числа, делимость которого на 3 вы хотите проверить. Если сумма его цифр делится на 3, то и само число делится на 3. Верно и обратное утверждение: если исходное число делится на 3, то и сумма его цифр делится на 3.

Сумма цифр числа 246 равна 12, то есть делится на 3. Следовательно, число 246 также делится на 3. Изменится ли сумма цифр при их перестановке? Разумеется нет, поэтому все числа, получающиеся из числа 246 при любой перестановке цифр, делятся на 3.

Из наших рассуждений ясно, что они применимы не только к числу 246, но и к любому другому числу, делящемуся на 3: при перестановке цифр такого числа всегда получаются числа, делящиеся на 3.

Хорошо известны признаки делимости на 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 25. Рассмотрите числа, делящиеся на 2, 4, 25 и т. д. Сохранится ли делимость при перестановке цифр? Попробуйте установить общее правило, показывающее, в каких случаях делимость «не чувствительна» к перестановкам цифр.



От букв и цифр мы перейдем к аналогичной игре со звуками. Начнем хотя бы с какой-нибудь совсем простой песенки-считалочки, хорошо знакомой нам с раннего детства, например с песенки «Жип-жуп...» В ней звучат лишь две ноты. Поэтому спеть ее нетрудно даже тем, кто не силен в нотной грамоте.

Прослушайте слова песенки, а затем их сольмизацию.

Возьмите теперь 12 кружков и напишите на них ноты или названия нот. Из этих кружков «сложите» песенку, расположив их следующим образом:

Жип-	кендер-	выхо-	ка	цел	зуб
жуп,	жуп,	ди,	по-		
соль	соль соль	соль соль	соль	соль	
ми	ми	ми	ми		ми

Большие или меньшие расстояния между кружками соответствуют ритму песенки. Обозначим этот ритм:



А теперь перемешаем кружки и разложим их в произвольном порядке, сохранив при этом первоначальный ритм. (Затем, если угодно, можно изменить и ритм.)

Предположим, у нас получилась такая «песенка»:



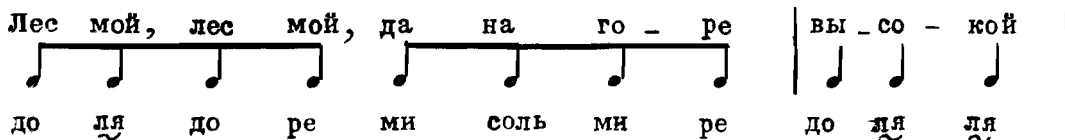
Послушайте, как звучит ее сольмизация. Интервал соль-ми заведомо благозвучен.

Прослушав новую песенку несколько раз, попытайтесь положить на ее музыку слова исходной песенки «Жип-жуп, кендержуп...» У вас получится новая считалочка, даже отдаленно не напоминающая по своему мелодическому рисунку ту, с которой мы начали.

Переложив кружки по-другому, вы получите другую песенку. Попробуйте несколько вариантов, оцените их на слух.

Те, кто приобрел достаточный навык в чтении нот, может аналогичным образом проварьировать более сложную песенку или даже более сложный мотив.

Рассмотрим, например, уже известную нам венгерскую народную песню «Лес мой, лес мой» (с ее ритмом мы уже встречались в предыдущей главе):



«Сложите» эту песню из кружков (ля означает ля предыдущей октавы). Послушайте, как она звучит. Затем снова перемешайте кружки и сложите из них новую песню. Как правило, от первоначального мотива не остается и следа. Звуки складываются в некрасивую, унылую, непривычно звучащую мелодию. Найдите такое расположение звуков, при котором «вариации» на тему песни «Лес мой, лес мой» приятны для слуха. Попробуйте понять, почему одни вариации красивы, а другие безобразны? Прослушайте каждую вариацию. Попробуйте произвести аналогичные перестановки звуков в другой песне.

Впрочем, вариации, возникающие в нашей игре, не обладают никакими достоинствами с точки зрения музыки. Мы играем в математическую игру, но играем со звуками.



Искусственно изменяя последовательность цифр, букв и звуков, мы получаем вариации чисел, слов и мелодий. Все вариации чисел, как было сказано, имеют смысл. Одни вариации буквосочетаний имеют смысл, а другие представляют собой просто набор букв. Наконец, различные вариации мелодий могут быть более красивы или менее красивы (могут даже резать слух).

Но коль скоро есть *искусственные* вариации, то должны существовать и *естественные*.

О близнецах обычно говорят: похожи, как две капли воды. Но если повнимательнее приглядеться, то окажется, что двух одинаковых капель воды не существует, как не существует в природе двух одинаковых деревьев, на одном дереве — двух одинаковых листьев, как не бывает двух одинаковых отпечатков пальцев.

Капли воды, деревья, листья, отпечатки пальцев — все это естественные вариации.

Немало вариаций мы встречаем и в фольклоре. Сказки, песни, баллады в разных деревнях исполняют по-разному. Иногда в одной деревне можно услышать несколько вариантов какой-нибудь сказки или песни. Кроме того, каждый сказитель не следует строго одному и тому же тексту, а исполняя сказку, вносит в нее незначительные изменения.

Решить, что в народной поэзии или в народной музыке следует считать естественной, а что — искусственной вариацией, не так-то просто. Инструментальную или вокальную обработку народной песни несомненно следует отнести к искусственной вариации. Но если дети в группе детского сада или в школьном классе сами придумали вариации какой-нибудь песни, то тем самым они внесли свой вклад в развитие фольклора.

Создателями и носителями детского фольклора являются не только деревенские, но и городские ребята. Известно множество естественных вариаций считалочек, песенок, скороговорок и т. д. Все мы с детства помним много считалочек, но между ними трудно найти две одинаковые: в каждой местности у детей есть свои вариации, их не перечесть.

К числу наиболее известных венгерских считалочек принадлежит «Антантенус». Почти полвека назад собирателям фольклора удалось записать в Надьсалонтане два варианта:

Ан-тан тином,	Ан-тан торес,
Сареке бином,	Фюс-фас фарес,
Сареке тика-тока,	Ане-тане,
Эле, беле, буф.	Шоколаде,
	Кукареку, росс.

В стихотворении «Антантенус» Ласло Герембеша приведен еще один вариант:

Ан-тан-те-нус, со-ра-ка-те-нус,
Со-ра-ка ти-ки-та-ка би-лин-ба-лан-бус.

Мы в детстве использовали другой (кунсентмиклошонский) вариант этой считалки:

Ан-тан-ти-нус,
Со-рака-би-нус,
Со-рака-тики-така.
Этье-петье-бам-бус.

Нынешние дети в Пеште заканчивают эту считалочку иначе:

Этье-петье-бам-бус-ка,
Видьен-эль а крам-пус-ка.

Какому из приведенных нами вариантов считалки следует отдать предпочтение? Какой из них *правильный*? Должно быть, вы ответите: «Тот, который известен мне». Вы правы. И каждый в праве предложить свой «собственный» правильный вариант. Эта новая вариация также будет считалочкой «Антантенус». Против этого трудно что-нибудь возразить.

«Гимн» Ференца Кёльчен никто не может варьировать по своему усмотрению. Стихи крупных поэтов мы должны читать именно так, как их написал автор. Этим они отличаются от фольклорных произведений.

Перечитайте еще раз варианты «Антантенуса», а затем вернитесь на несколько страниц назад и перечитайте «вариации» из букв слова КОТ. Три из них были словами, имеющими определенный смысл, а три другие — бессмысленными комбинациями букв. Сколько вариантов считалочки «Антантенус» имеют смысл и сколько лишены всякого смысла? Бессмысленны все варианты. В лучшем случае в них мелькнет «обломок» какого-нибудь знакомого слова, например «шоколаде». Но, разумеется, мы не можем утверждать, что «шоколаде» непременно означает «шоколад».

И все же считалочка в целом обладает смыслом. Если бы она была полностью лишена всякого смысла, то ее вряд ли стали повторять. Для чего нужна считалка? Чтобы узнать, кому водить, кому прятаться. В этом и заключается ее смысл. Тому, кто никогда не изучал латыни, может показаться, что слова «Антантенуса» звучат по-латински. Должно быть, в стародавние времена дети, которым случалось присутствовать на торжественных богослужениях и слышать молитвы на малопонятном латинском языке, переняли у взрослых их обычаи и перенесли в свои игры. Производя расчет перед началом игры, дети подражали размеренным движениям священников. Бессмысленные слова, напоминающие по звучанию латынь, как нельзя лучше подходили для этой цели.

А вам приходилось встречать такие случаи, когда бессмысленные сами по себе слова в ходе игры обретали какой-то смысл, подобно тому, как это было в считалочке «Антантенус»?



Представим себе, что перед нами несколько предметов. В каких случаях можно утверждать, что один из них является модификацией, вариантом или вариацией другого? Очевидно, в тех, когда предметы обладают достаточно сильным сходством, но не полностью повторяют друг друга, когда им присущи не только общие, но и отличительные признаки. Объединяя вариации по каким-либо общим признакам, мы тем самым включаем их в одно большое семейство (см. главу «Структура»).

Именно так принято понимать вариацию и в музыке. Если одна мелодия считается вариацией другой, то между оригиналом и его вариацией имеется определенное сходство, но нет полного совпадения. В чем-то мелодии различаются. Если речь идет о естественных вариациях народной песни (а также пословицы, поговорки или детской считалки), то любую из них можно принять за оригинал, а все остальные — за ее вариации. Если композитор создает несколько вариантов песни или мелодии, то мы говорим о вариациях, имея в виду вариации на тему того общего, что имеют между собой эти варианты (об этом еще пойдет речь в данной главе).

Обнаружить вариации можно, не только переходя от мелодии к мелодии, но и оставаясь в пределах одной и той же мелодии. В фольклорной музыке и в авторских музыкальных произведениях довольно часто встречается такое явление, когда какой-нибудь сравнительно короткий отрезок мелодии или мелодическое звено повторяется в несколько ином звучании: при повторе мелодия звучит выше или ниже, чем в первый раз.

Рассмотрим случай, когда повторное звучание ниже исходного. В венгерской народной песне широко распространены мелодии такого типа, когда вторая половина песни повторяет первую, но звучит ниже. Таковы песни с *секвенцией в квинту*: «Эй, с Дуна ветер злой», «Спелые гроздья», «Кума милая» и т. д.

Квинту — интервал в 5 звуковых ступеней — вы получите, если сравните соответствующие звуки в двух половинах песни. Цифрой 1 обозначен начальный звук (слева указана нумерация ступеней для восходящей квинты, справа — для нисходящей).



Этот интервал называется квинтой (одна из многих возможных квинт).

Прослушайте вместе с кем-нибудь песню с секвенцией в квинту. Пусть один из вас исполнит первую половину песни, а другой — вторую, звучащую на квинту ниже.

Эй, с Дуна я ве-тер злой, бед-ня-ку на го-ре, с Ду-на - я ве-тер злой.

Эй, с Дуна я не дул бы, хо-лод не на-дул бы. Эй, с Дуна - я ве-тер злой.

Попробуйте исполнить таким же образом и другие мелодии с секвенцией в квинту.

Мы видим, что вторую половину песен с секвенцией в квинту в некотором смысле можно рассматривать как вариацию первой половины: она такая же, но на пять ступеней ниже. Иногда встречаются и такие вариации, в которых первая половина песни повторяется с перемещением вниз не на пять, а на четыре или на три ступени.

Взгляните на следующий нотный пример. На сколько ступеней понижается мелодия при повторении? (Напомним, что номер 1 получает тот звук, от которого отсчитывается интервал.)



Вторая половина этой песни звучит на три ступени (на терцию) ниже первой. До сих пор мы говорили лишь о таких случаях, когда первая половина песни при повторении звучит ниже. Возможен и другой случай. Послушайте, например, следующие две строки:



Чем отличается вторая строка от первой?

«Майский канон» Лайоша Бардоша начинается так:



Сравните первую строку со второй. Можно назвать и другие венгерские народные песни с секвентным движением, например «Пал, Ката, Петер», «Расцвела гвоздика», ...

А какие мелодии с секвенцией вы могли бы назвать сами? Продолжите наш список.

Вариации на какую-нибудь тему с секвентными ходами вы можете придумать и сами. Напойте вполголоса какую-нибудь мелодию (желательно, чтобы диапазон ее звучания не был очень широким) и повторите со сдвигом по высоте вниз или вверх. Попробуйте изменять высоту звучания в различных частях мелодии. (О секвенции см. также в главе «Последовательности».)



Слова и мелодии народных песен можно варьировать не одним, а несколькими способами. У одного и того же предмета может быть несколько названий. Числа и математические выражения также допускают не одно, а несколько представлений. В книге Рожи Петер «Игра с бесконечностью» рассказывается следующая история об известном индийском математике Сринивасе Рамануджане. Однажды Рамануджан заболел и

навестивший его коллега-европеец заметил в шутку, что приехал в кэбе с очень скучным номером: 1729. «О нет, сэр, — живо возразил Рамануджан, — число 1729 очень интересно. Это наименьшее число, представимое в виде суммы кубов двух других чисел не единственным способом. Как нетрудно проверить, $10^3 + 9^3 = 1729$ и $12^3 + 1^3 = 1729$ ».

Попытаемся разобраться несколько подробнее, в чем суть этой забавной истории. Рамануджан представил число 1729 двумя различными способами и предложил три весьма интересных варианта задания этого числа. Какие же? Вот они:

- 1) $10^3 + 9^3$,
- 2) $12^3 + 1^3$,
- 3) наименьшее натуральное число, представимое в виде суммы кубов двух целых чисел *двумя* различными способами.

Третье определение числа 1729 вызывает особый интерес с нескольких точек зрения.

Во-первых, речь идет о совершенно исключительном свойстве. Большинство чисел не представимо в виде суммы кубов двух целых чисел даже одним-единственным способом, а число 1729 можно представить в виде суммы кубов двумя различными способами.

Выясним, сколько среди первых чисел натурального ряда найдется таких, которые представимы в виде суммы кубов двух чисел по крайней мере одним способом. Ясно, что наименьшим из них будет число 2: $1^3 + 1^3 = 2$. За ним идет $1^3 + 2^3 = 9$, $2^3 + 2^3 = \dots$, $3^3 + 1^3 = \dots$. Впишите недостающие числа, обозначенные многоточиями, и продолжите последовательность до тех пор, пока суммы кубов не превзойдут число 100. Если вы нигде не допустили ошибки, то всего должно получиться 9 таких чисел. После 100 члены нашей последовательности встречаются еще реже (в интервале от 100 до 200 заключено лишь 5 членов последовательности). И только 1729 будет первым числом, которое удастся представить в виде суммы двух кубов двумя различными способами.

Во-вторых, третье определение числа 1729 замечательно тем, что в нем не содержится никаких цифр или чисел. Разумеется, такое чисто словесное описание пригодно для задания многих чисел, причем разными способами. В этом вы сможете убедиться сами, записав цифрами числа, заданные следующими описаниями.

- 1) Наименьшее целое число, название которого односложно.
 - 2) Наибольшее отрицательное целое число.
 - 3) Наибольшее целое число, которое совпадает с числом букв в своем названии.
 - 4) Два положительных целых числа, сумма которых равна их произведению.
 - 5) Несколько более трудная задача: найти три положительных целых числа, сумма которых равна их произведению. Попробуйте решить ее!
 - 6) Дробь, значение которой не изменится, если к числителю и знаменателю прибавить по единице.
 - 7) Наименьшее целое число, делящееся на все натуральные числа от 1 до 10. ⑥
- Решив очередную задачу, проверьте полученный ответ.

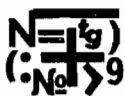


Мы уже говорили о том, что народные песни и сказки встречаются во множестве вариантов. Некоторые слова также существуют в нескольких вариантах. Раскрыв «Историко-этимологический словарь венгерского языка», в котором приведены значения и варианты слов, мы обнаружим, например, 25 местных названий рыбы *durbincs*,

или *dörgécse* (ерш*): *dergecse*, *dirgens*, *dirgincs*, *dörgics*, *dörgöcs*, *dörgöcse*... и т. д. (остальные названия желающие могут найти в словаре, он имеется в крупных библиотеках). Все эти названия не что иное, как естественные варианты или вариации венгерского названия рыбы ерш — *durbincs*. А можно ли придумать искусственные варианты этого названия? Разумеется, можно. Необходимо лишь обратить внимание на то, какие элементы естественных вариантов сохраняются и какие претерпевают изменения. Все перечисленные выше варианты начинаются с буквы *d*. Третья и четвертая буквы во всех вариантах также образуют неизменное сочетание *rg*. Произношение остальных звуков варьируется в определенных пределах. Такие варианты, как *dörgem* или *dörgöl*, в ряду, приведенном в словаре, отсутствуют. Но если вам случится побывать в деревне на берегу Дуная или озера Балатон и вы спросите у местных жителей, водится ли у них рыба *dörgincs* или *dirgecse*, то они поймут, какой рыбой вы интересуетесь (и, наверно, поправят вас, пояснив, как именно принято называть ерша в их деревне). Правильно построенные искусственные варианты вполне понятны. Во множестве вариантов встречается в венгерском языке и слово *göröngy* (ком земли): *garancs*, *garangy*, *gerencs*, *görincs*, *göréngy*. О других вариантах можно справиться в этимологическом словаре.

Какие варианты слова *школа* вам известны? Сколько вы знаете вариантов слова *прическа*? А слова *бить*?

Приведенные нами варианты слов *göröngy* и *durbincs* имели сходное значение и звучали похоже. Варианты слов *школа*, *прическа* и *бить* хотя и близки по смыслу, но все же имеют различное значение, и звучание одного варианта ничем не напоминает звучание другого.



Слово или число можно определить, описать многими способами. Числа тоже можно задавать словами, иногда это даже удобнее, чем обычная цифровая запись. Например, чтобы задать «число, состоящее из тысячи восьмерок» словесно, нам понадобится 31 буква. Если бы нам пришлось в голову записать это число в десятичной системе, то его традиционная цифровая запись оказалась бы заведомо более длинной и менее обозримой. В таких случаях словесное определение естественнее. И все же, если число задано не математическим выражением, а словесно, то необходимо соблюдать осторожность, поскольку словесное описание нередко приводит ко всякого рода курьезам. Рассмотрим одно такое описание, заслуживающее, чтобы о нем упомянули.

Наименьшее	из	чисел,	которые	нельзя	записать	менее	чем	ста	буквами
10	2	5	7	6	8	5	3	3	7

В чем здесь курьез? Прежде чем ответить на этот вопрос, выясним, существуют ли такие числа, которые нельзя записать менее чем ста буквами. Такие числа, разумеется, существуют, и среди них имеется наименьшее. Именно это число и задает приве-

* По авторитетному свидетельству Л. П. Сабанеева, автора книги «Рыбы России» (М., 1911), в русском языке ерш повсеместно называется ершом, хотя существуют и местные названия (ноготь, ногтик, сарь и т. п.). Варианты названия налима обнаруживают более близкое родство: мень, менек, меньтюшка, меныш, менух, менюк, ментюк, минтюг. — *Прим. перев.*

денное выше определение. Подсчитав число букв в определении, мы обнаружим, что это число равно 56, а 56 меньше ста. Что это означает? А то, что число, которое нельзя записать менее чем ста буквами, оказалось ... записанным менее чем ста буквами. Вы можете спросить, как называется такое утверждение. Ответаем: это парадокс. Он ставил в тупик очень многих людей и вместе с некоторыми другими парадоксами оказал заметное влияние на развитие математики в начале двадцатого века*.



А теперь обратимся снова к вариациям, встречающимся в музыке. Прослушайте музыкальные произведения, которые мы сейчас назовем, и попытайтесь обнаружить общую особенность, в равной мере присущую каждой из них.

Венгерская народная песня «Ветер южный с гор снега сгоняет...» (пер. Н. Гребнева).

Первая и вторая строки «Оды к радости» из финала Девятой симфонии Бетховена [«Радость, пламя неземное...» (пер. И. Миримского)].

«Тоска по весне» Моцарта («Светлый май ...»).

В каждом из этих примеров сравните первую и вторую половины мелодии (или первую и вторую строки текста).

Для большей определенности обратимся к нотам одного из названных нами произведений, а именно к венгерской народной песне:

Ве - тер юж - ный с гор снега сгоня - ет, цве - тик мой, цве - то - чек .

Да - же пти - ца па - ру вы - би - ра - ет, цве - тик мой, цве - то - чек .

Обе половины мелодии почти совпадают и отличаются лишь последними тактами: первая половина остается открытой, она как бы содержит музыкальный вопрос, а вторая половина звучит вполне законченно, в ней как бы дается ответ на этот вопрос. Именно поэтому в конце первой строки мы поставили вопросительный знак, а в конце второй — точку.

Если мы посмотрим на вторую половину стихотворного текста этой песни, то обнаружим, что вопрос и ответ содержатся не только в ее мелодии, но и в тексте:

Так кого ж мы выберем любя, цветик мой, цветочек?
Выбери меня, а я тебя, цветик мой, цветочек!

(пер. Н. Гребнева)

* Много парадоксов собрано в книге Northrop E. P. *Riddles in Mathematics: A Book of Paradoxes*. — N. Y.: Van Nostrand, 1944.

Переставьте теперь первую и вторую нотные строки, сохранив неизменным порядок строк в тексте песни, то есть попробуйте спеть

«Ветер южный...» на мотив второй нотной строки, а

«Даже птица...» на мотив первой нотной строки.

Если не получится со словами, попробуйте просто «промурлыкать» мелодию без слов. Прослушав мелодию с переставленными частями, вы отчетливо ощутите, что строка, в конце которой мы поставили вопросительный знак, действительно не закончена, требует продолжения, а строка с точкой в конце, наоборот, носит законченный характер, заканчивает песню, музыкальную мысль. Если переставить строки, то вся мелодия становится неустойчивой, не законченной.

Если вы знаете какие-нибудь другие «вопросительные» мелодии с одинаковым началом, но различным продолжением, прослушайте также и их (например, третью и четвертую строку венгерской народной песни «Милая девушка»: «Молно тебя, обернись ко мне, моя суженая...»).

Вот побочная тема из первой части концерта Бетховена для скрипки с оркестром:

ми фа соль ля си до соль фа ми ре ми до ре соль

ми фа соль ля си до соль ля фа ре соль до

Эти две строки по существу представляют собой вариации на одну музыкальную тему, и, как и в песне «Ветер южный...», одна вариация открыта, а другая замкнута, одна вопрошает, другая дает ответ.

Выберите по своему усмотрению начало какой-нибудь мелодии и спойте ее дважды: сначала так, чтобы конец выбранного вами отрывка требовал продолжения, нуждался в ответе, то есть оставался открытым, а затем так, чтобы исполненный вами музыкальный фрагмент был законченным, замкнутым.

Рассмотренные нами музыкальные вариации отличаются от вариантов слова *durbincs* (ерш), вариантов народных пословиц и поговорок, от разложений числа 1729 в сумму двух кубов и т. п. тем, что их нельзя считать независимыми, они не существуют порознь, в отрыве друг от друга: взятые вместе, две вариации образуют единое целое.

Теперь мы перейдем к вариациям, встречающимся в художественной литературе и в искусстве.



Мы уже говорили о том, что венгерский гимн можно декламировать лишь так, как его написал Ференц Кёльчеи. Но это отнюдь не означает, будто поэты всегда находят для своих произведений лишь одну-единственную форму. Некоторые стихотворения поэт создает в нескольких вариантах, правит написанное, дополняет или сокращает.

Почти все стихотворения выдающихся поэтов известны в нескольких вариантах. Правда, найти эти варианты можно лишь в академических изданиях. Даже если какое-нибудь стихотворение сохранилось лишь в одном варианте, можно не сомневаться, что в голове поэта или в его черновиках окончательный вариант родился из нескольких, отвергнутых им по тем или иным соображениям.

Каждый ребенок в Венгрии знает «Колыбельную» Аттилы Йожефа*. Заглянем в рукопись «Колыбельной». Строка

Alszi a bogár, a darázs
(Спят шмель с букашкой ...)

в первом варианте звучала несколько иначе:

Alszi a bogár, most nem ás
(Спит букашка, не копошится ...)

Удачна ли произведенная Аттилой Йожефом правка? Первоначальный вариант кажется нам более тяжелым и сложным не только потому, что мы с детства привыкли к окончательному варианту, но и потому, что окончательный вариант отличается большей живостью и выразительностью.

Аттила Йожеф счел необходимым внести многочисленные изменения в первоначальный вариант «Колыбельной» и, разумеется, отдал предпочтение окончательному. По тому, в каких местах внесена правка, можно в какой-то степени судить о причинах, побудивших Аттилу Йожефа отказаться от первоначального варианта. Мы получаем возможность восстановить ход его мысли.

Вот три строки из первоначального варианта «Колыбельной»:

1. Спит трамвай, окончив путь ...
2. Одежке тоже пора спать ...
3. Вон мячик спит в ночной тиши ...

* В переводе В. Ильиной она звучит так:

Смежает небо синий взор,
И веки дом смыкает наш.
В перину лег лугов простор...
Усни, мой маленький Балаж.

Спят шмель с букашкой, головой
До крошек-лапок свесясь вниз.
Спит их жужжанья звук живой...
И ты, малыш, утомись.

Застыл трамвай, окончив путь,
И грохот замер, как немой,
Лишь что-то звякает чуть-чуть...
Усни, Балажик, крошка мой.

Спит стул под курточкой твоей —
Одежке надо отдых дать,
Довольно нынче рваться ей!
Усни покрепче, время спать.

Вон мячик прикорнул в тиши.
Спят лес, прогулка и рожок,
Конфетка вкусная... Спешу

И ты заснуть скорей, дружок. — Прим. перев.

А вот как звучат эти строки в окончательном варианте:

1. Застыл трамвай, окончив путь ...
2. Одежке надо отдых дать ...
3. Вон мячик прикорнул в тиши ...

Вы, должно быть, уже догадались, чем вызвана правка: многократное повторение слова «спать» создает некоторую монотонность в звучании стиха, поэтому Аттила Йожеф заменил это слово близкими по значению словами (*синонимами*): застыть, отдыхать, прикорнуть... Слово спать имеет еще несколько вариантов. Сколько из них вы могли бы назвать?

В поэзии и вообще в художественной литературе наилучшим, окончательным вариантом считается последний. Однако иногда поэт умышленно «портит» стихотворение. Так бывает, например, в тех случаях, когда поэт, чтобы напечатать стихотворение, вынужден уступить требованиям цензора.

Последнее четверостишие стихотворения Аттилы Йожефа «Лето» в рукописи гласило:

Вот коса сверкнула вроде!
Стало небо гроыхать,
И на чертовой подводе
Ветер катит к нам опять.

(пер. Т. Стрешневой)

В 30-е годы Аттиле Йожефу удалось опубликовать лишь такой вариант:

Вот сверкнуло синюю вроде!
Стало небо гроыхать ...

Музыкальные произведения также не рождаются в готовом виде. Особенно славился способностью годами работать над вариантами какой-нибудь важной музыкальной темы или мелодии Бетховен. Наброски ко второй части Третьей (Героической) симфонии были сделаны еще в 1801 г., но так и остались в черновых тетрадах, а в окончательном виде симфония была написана только в 1803—1804 гг. Много набросков Бетховен сделал и к Девятой симфонии. Один из ранних вариантов знаменитой оды «К радости» стал самостоятельным произведением. Оно известно под названием «Фантазии для фортепиано, хора и оркестра» *C-dur*. «Фантазия» была написана Бетховеном в 1808 г. В 1822 г. он обратился к знакомой мелодии и использовал ее первые четыре такта в хоре «К радости» на слова оды Шиллера. В окончательном виде Девятая симфония была опубликована в 1824 г. Особенно интересно, что после долгих лет работы над полюболюбившейся ему темой Бетховен изложил ее в последней части Девятой симфонии в так называемой вариационной форме.



Теперь мы хотим предложить вам сыграть в одну игру, которую можно было бы назвать *вариациями числа*. Попытаемся придумать красивые вариации чисел, заслуживающие названия «художественных». Возьмем, например, число 100. После того, что мы уже успели узнать, обычные вариации этого числа привести совсем несложно. Число 100 можно представить в виде $50 + 50 = 38 + 62 = 14999 - 14899$, определить как наименьшее трехзначное натуральное число и т. д.

Следующие вариации отличаются большим изяществом: $100 = 99 + \frac{99}{99} = 101 - \frac{101}{101}$. Эффективные вариации можно получить из числа 100 по следующему правилу: записать число 100 при помощи цифр от 1 до 9, используя каждую цифру один и только один раз. Приведем две такие «виртуозные» вариации в качестве образца:

$$100 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \cdot 9 = 123 + 45 - 67 + 8 - 9.$$

Выглядят такие вариации несколько устрашающе, но найти их совсем не трудно. Попробуйте сделать это сами. Можете даже посостязаться с друзьями, кто из вас сумеет найти больше вариаций за определенное время. ⑦

Наконец, приведем еще одну диковину:

$$100 = (1 + 2 + 3 + 4)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3.$$

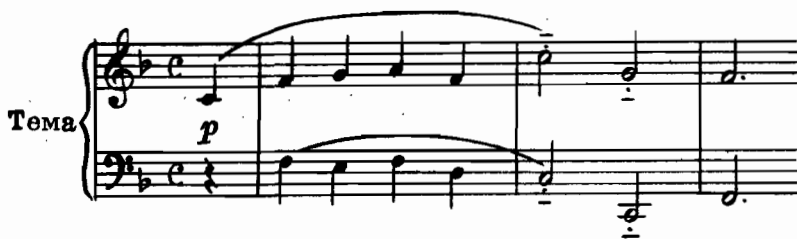


Рассказывая о внутренне взаимосвязанных вариациях, мы уже приводили пример из музыки: мелодии с вопросом и ответом. С взаимосвязью иного рода, но столь же органической, мы встречаемся в особом музыкальном жанре — *вариациях*.

Вариации играют важную роль во многих музыкальных формах, но в жанре вариаций они составляют самую суть.

Существуют три типа вариаций: мелодические ритмические и гармонические. Иначе говоря, композитор, разрабатывая избранную им тему, может варьировать ее мелодический рисунок, видоизменять ритм и гармонию, то есть созвучия. Разумеется, он может варьировать одновременно два или даже три элемента, с каждой вариацией все более уходя от начальной темы.

Следующий нотный пример заимствован нами из сочинения Бетховена «Шесть легких вариаций на тему швейцарской песни». Мелодия песни занимает одиннадцать тактов. Мы приводим лишь три из них, а затем по три такта каждой из шести вариаций.



Bap. II

mf

Bap. III

Minore

sempre p

legato

Bap. IV

Maggiore

f

sempre legato

Bap. V

sempre dolce

Bap. VI

ff

p

Сравните звучание каждой вариации со звучанием исходной темы. Выясните, в какой вариации Бетховен остался ближе всего к исходной теме.

Композиторы создавали вариации не только для фортепьяно, но и для других музыкальных инструментов и даже для симфонического оркестра. Знакомы ли вам следующие произведения?

Кодай. Взлетела пава. Вариации на тему венгерской народной песни.

Бриттен. Вариации и fuga на тему Перселла.

Брамс. Вариации на тему Гайдна.

Назовите другие произведения того же жанра. Знаете ли вы вариации, написанные для других музыкальных инструментов? Перечислите их.

Существуют и такие музыкальные произведения, в которых лишь одна часть написана в форме вариаций, например какая-нибудь часть сонаты или симфонии. В таких случаях установить по названию всего произведения, что оно содержит часть, написанную в форме вариаций, невозможно. Но стоит лишь внимательно прослушать произведения, как после первой или второй вариации вам станет ясно, что автор музыки раскрывает тему, соответствующую названию произведения, со все новой и новой стороны.

Мы уже упоминали о том, что финал Девятой симфонии Бетховена построен на вариациях на музыкальную тему «Оды к радости». Прослушайте концерт для скрипки с оркестром *A-dur* Моцарта. Какая из частей концерта написана в форме вариаций? Прослушайте песню Шуберта «Форель» и его фортепианный квинтет *A-dur* под тем же названием. Одна из частей квинтета также написана в форме вариаций на тему «Форели». Какая именно? Сколько вариаций на тему «Форели» звучит в ней?

АЖЧ

Автор знаменитой сказки «Приключения Алисы в Стране Чудес» Льюис Кэрролл написал еще одну книгу под названием «Сквозь зеркало и что там увидела Алиса, или Алиса в Зазеркалье». Главное действующее лицо в ней, как и в первой книге, — девочка по имени Алиса.

Однажды Алиса осталась в комнате одна с черным котенком Китти и стала рассказывать все, что знала про Зазеркальный дом — страну, лежащую по ту сторону зеркала.

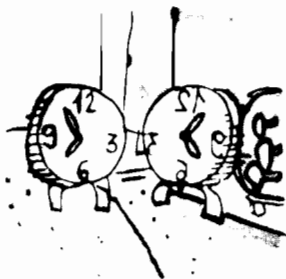
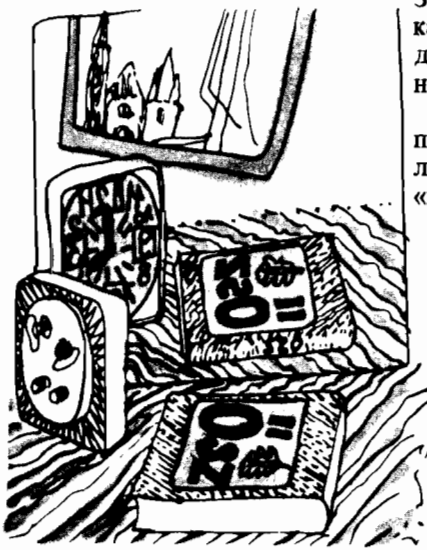
«Во-первых, — сказала Алиса, — там есть вот эта комната, которая начинается прямо за стеклом. Она совсем такая, как наша гостиная, Китти, только там все наоборот! Когда я залезаю на стул и смотрю в Зеркало, она видна мне вся, кроме камина. Ах, как бы мне хотелось его увидеть! Мне так интересно узнать, топят ли они камин зимой. Но в это Зеркало как ни гляди, камина не увидишь, разве что наш камин задымит — тогда и там появится дымок. Только это, верно, они нарочно — чтобы мы подумали, будто и у них в камине огонь. А книжки там очень похожи на наши — только слова написаны задом наперед. Я это точно знаю, потому что однажды я показала им свою книжку, а они показали мне свою...» (пер. Н. М. Демуровой).

У нас тоже есть свое Зазеркалье. Впрочем, в любой комнате, где есть зеркало, имеется и Зазеркалье, как в гостиной у Алисы. Если у вас в комнате на стене висит зеркало, то вы можете проверить правильность всего, что Алиса поведала Китти о Зазеркалье. В гостиной, где находилась Алиса, зеркало было над камином, поэтому она и не могла увидеть камин в Зазеркалье. А какая часть вашей комнаты не видна в зеркале?

Поднесите к зеркалу раскрытую книгу и попробуйте прочитать то, что в ней написано. Удастся ли вам разобрать зеркальный текст? К зеркальному «письму» мы еще вернемся.

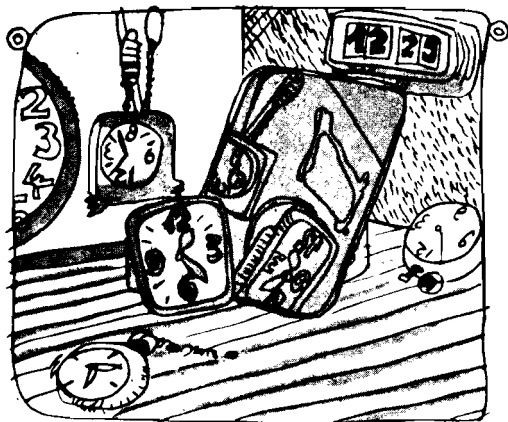
Многое в Зазеркалье необычно и заслуживает внимания. В самом деле, можно ли считать, что предметы в Зазеркалье такие же, как в действительности? Присмотритесь повнимательнее к нескольким предметам по ту сторону зеркала.

Вы замечаете различие? Вот как выглядит комната в Зазеркалье:



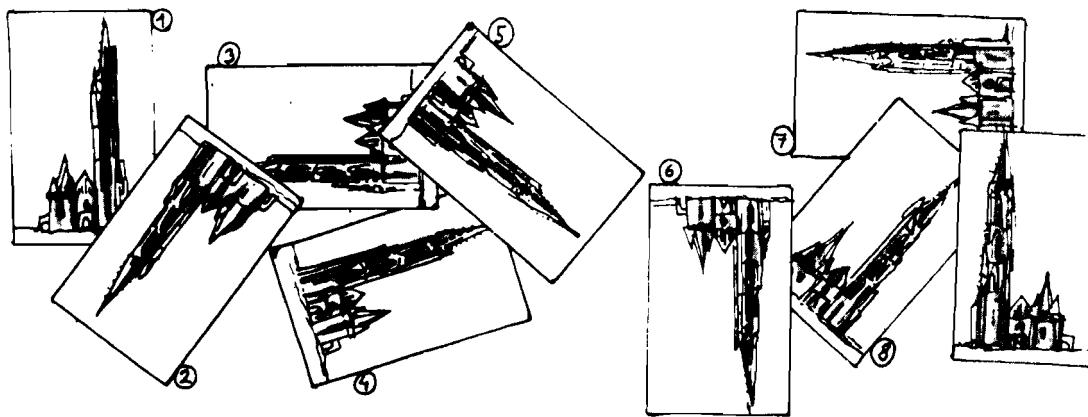
Отыщите на этом рисунке какой-нибудь предмет, который вам неоднократно приходилось видеть по эту сторону зеркала, например часы. Сравните зазеркальные часы с настоящими. Чем они отличаются?

На отраженном в зеркале циферблате все цифры обращены в другую сторону, и стрелки часов направлены не влево, а вправо. Если бы не было цифр, то, судя по положению стрелок, часы в Зазеркалье должны были бы показывать не без пяти восемь, а пять минут пятого.

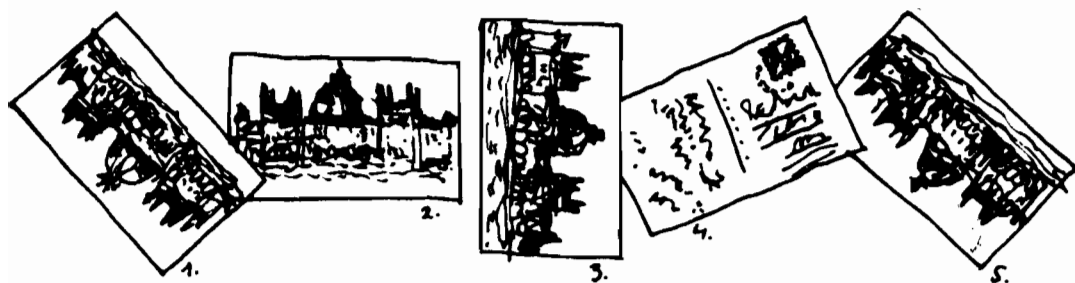


Взгляните теперь на этот рисунок. На нем в самых различных положениях изображены часы. Попробуйте отличить настоящие от зеркальных.

Взгляните на разбросанные как попало фотографии храма св. Матиаша. Отберите те из них, которые, по вашему мнению, отпечатаны правильно и сверьте по номерам с ответом. ⑧

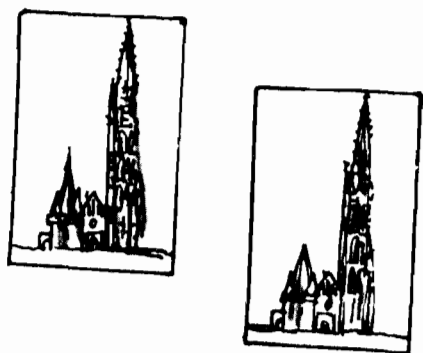


Часть открыток, которые вы видите перед собой, настоящие, а часть — зеркальные отражения настоящих. Попробуйте рассортировать их на «настоящие» и «зеркальные». Сделать это невозможно: картинка на открытке и ее зеркальное отражение совпадают. Поэтому все открытки совершенно одинаковы, только повернуты по-разному.

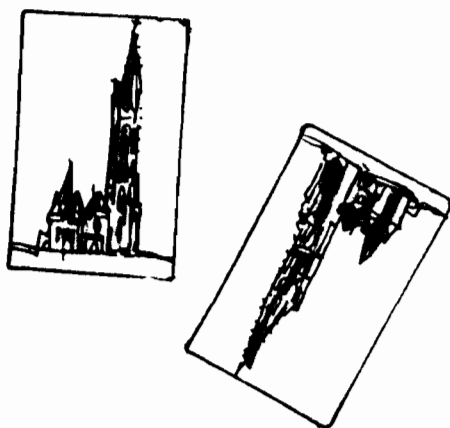


Как показывают приведенные нами примеры, изображения одного и того же предмета могут быть расположены по-разному относительно друг друга. Они могут переходить друг в друга или совмещаться

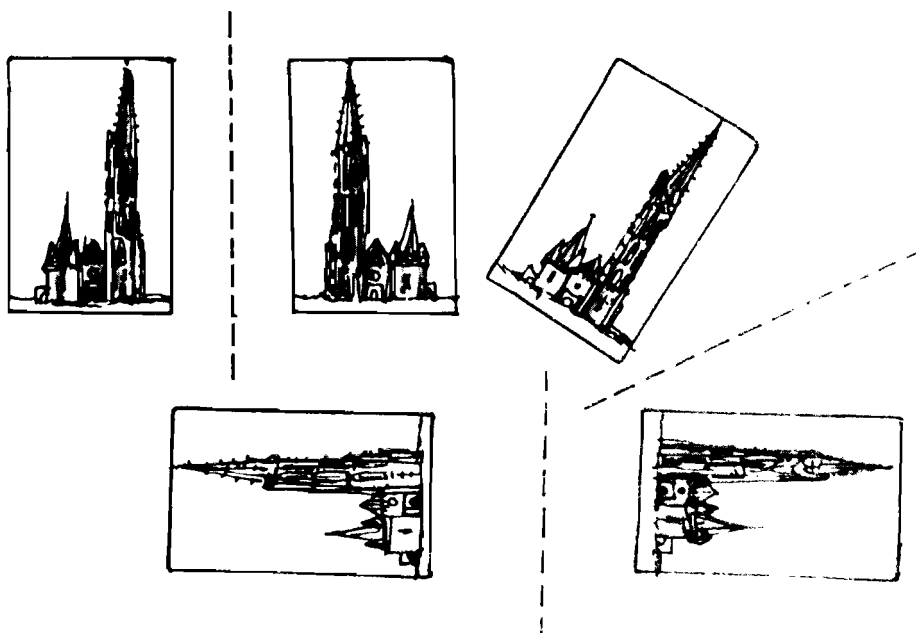
1) при сдвигах:



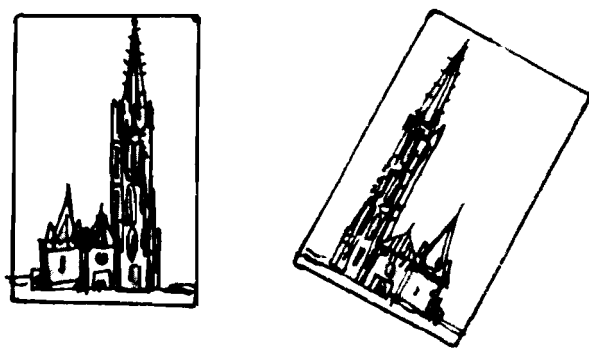
2) поворотах:



3) отражениях:

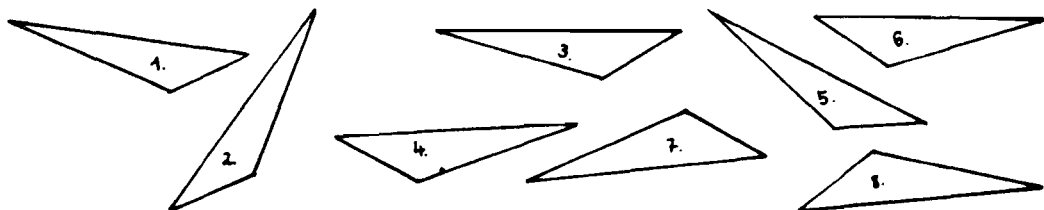


4) движениях (сдвигах и поворотах) с отражениями:



В качестве упражнения решите следующую задачу. На приведенном ниже рисунке изображены треугольники, совпадающие с некоторым выбранным нами образцом треугольника по форме и размерам. Рассортируйте все треугольники по тому, каким

способом (1-м, 2-м, 3-м или 4-м) они получены из эталонного треугольника. Свой результат сверьте с ответом, приведенным в конце книги. ⑨



В связи с последним примером уместно сделать одно весьма важное замечание.

Не все из четырех перечисленных способов получения изображений всегда приводят к различным результатам. Например, взглянув на открытки, на которых изображено здание венгерского парламента, невозможно сказать, какая из них оригинал, а какая — зеркальное отражение. Они лишь по-разному повернуты, но в остальном между ними нет никаких различий.

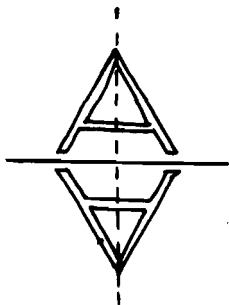
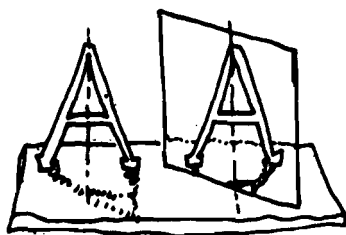
Взглянув на изображенные на рисунке предметы, попытайтесь определить, где оригинал, а где зеркальное отражение. ⑩



Нетрудно понять, что осесимметричные предметы (то есть предметы, обладающие осью симметрии) неотличимы от своих зеркальных отражений. Ясно также, что если зеркало расположено

а) параллельно оси симметрии, то зеркальное отражение расположено так же, как оригинал;

б) не параллельно оси симметрии, то зеркальное отражение повернуто относительно оригинала:



Буквы, если поднести их к зеркалу, ведут себя по-разному. Мы говорим сейчас о прописных буквах. Для изучения отражений букв раздобудьте карманное зеркальце с прямыми краями (лучше если оно будет двусторонним).

Получить в зеркале отражение букв можно двумя способами: поставив зеркало параллельно и перпендикулярно строкам. Если зеркало поставить параллельно строке, то безразлично, будет ли оно располагаться над строкой или под ней. В этом вы можете убедиться сами. Нарисуйте на листке бумаги прописную печатную букву А и приложите зеркало сначала под буквой, а затем над ней. В зеркале в обоих случаях вы увидите одно и то же: прописную букву А, перевернутую «вверх тормашками». Различие между двумя зеркальными отражениями вам удастся заметить лишь в том случае, если вы сравните те буквы А, которые видны в зеркале, с исходной буквой А. Если вы поставили зеркало под исходной буквой А, то оригинал и зеркальное отражение буквы А обращены друг к другу «ножками». Если же вы поставили зеркало над нарисованной вами на листке бумаги буквой А, то оригинал и зеркальное отражение буквы А обращены друг к другу вершинами.

Разумеется, то, что вы видите в зеркале, зависит, откуда смотреть. Если зеркало закрывает от вас букву, то и ее отражение вам не видно.

Попробуйте теперь поставить зеркало иначе: рядом с буквой А. Край зеркала расположите так, чтобы он касался листка бумаги и был перпендикулярен прямой, на которой стоят ножки буквы А.

Как бы ни располагалась нарисованная вами буква А относительно зеркала — справа или слева, — вы увидите в зеркале точно такую же букву А, как на листке бумаги.

Само по себе это кажется чудом: если зеркало приложить к листку над буквой А или под ней, то при отражении буква переворачивается, а если зеркало приставить рядом, то буква А стоит на своих «ногах».

Еще более удивительно, что буква В при отражении в зеркале ведет себя прямо противоположно: она переворачивается, если зеркало приставить рядом с ней, и сохраняет исходную форму, если зеркало приложить над или под ней. Впрочем, так будет лишь в том случае, если у буквы В обе половинки (оба «очка»), верхняя и нижняя, имеют одинаковую форму. Если же нижняя половинка больше верхней, то, взглянув в зеркало, вы сразу заметите, что буква при отражении перевернулась. Вернемся снова к букве А. Если изменить одну из ее сторон, например удлинить левую или правую ножку, а затем приставить зеркало рядом с буквой, то можно заметить, что зеркальное отражение буквы все-таки перевернуто: левая ножка исходной буквы при

отражении перейдет в правую. Зато верх и низ буквы при отражении в зеркале, стоящем поперек строки, не поменяются местами: вершина буквы А на листке бумаги будет обращена в ту же сторону, что и вершина зеркального отражения.

Посмотрим теперь, как ведут себя другие прописные буквы. Какие из них ведут себя, как буква А, какие — как буква В? Может быть, найдутся и такие, которые ведут себя совершенно иначе?

Буквы С, Е, З ведут себя, как буква В. Буквы Г, Р, с какой бы стороны вы ни приставили к ним зеркало, при отражении всегда переворачиваются. Буква Н (если перекладинка находится посередине) всегда сохраняет свой вид независимо от того, приставлено ли зеркало сбоку, сверху или снизу.

Перепробовав все остальные буквы, вы убедитесь, что при отражении в зеркале они подразделяются на четыре типа и ведут себя либо как буква А, либо как В, либо как Г, либо как Н.

Те буквы, которые принадлежат к тому же типу, что и буква Г, ведут себя не совсем одинаково. Правда, их зеркальные отражения не напоминают ни одну из букв алфавита. Но даже если отложить зеркало в сторону, а вместо этого повернуть листок бумаги с изображенной на нем буквой на 180° , то есть перевернуть букву «вниз головой», то результат окажется различным: перевернутые буквы Г, Л, Р, У, Ц, Ч, Ш, Ъ, Ы, Ь, Я не похожи ни на одну из букв алфавита, они утрачивают смысл. Буква И и в перевернутом виде воспринимается не как причудливый знак, а как буква. При отражении в зеркале она, хотя и переворачивается, но все же остается буквой алфавита, поставленной «на голову» или обращенной не в ту сторону.

Займемся теперь подбором слов, которые осмысленно читаются не только на бумаге, но и в зеркале. Весьма важно, как стоит зеркало: рядом со словом поперек строки или же приставлено к слову сверху или снизу параллельно строке. Если вы намереваетесь поставить зеркало рядом со словом поперек строки, то вам понадобятся буквы, однотипные с буквами А и Н. Буквы остальных типов здесь не годятся. Если же вы собираетесь приставлять зеркало над или под словом параллельно строке, то вам следует использовать буквы, однотипные с буквами В и Н.

Можно смело предсказать, что слово, удобочитаемое при отражении в зеркале, вам гораздо скорее удастся найти в том случае, если зеркало будет располагаться параллельно строке над или под ней, чем когда зеркало будет стоять поперек строки рядом с написанным на листке бумаги словом.

Почему? Да потому, что, когда зеркало стоит поперек строки рядом с написанным вами словом, буквы в зеркальном отражении слова идут в обратном порядке. Если зеркало стоит параллельно слову, то порядок букв остается неизменным.

Перед вами два слова: СЕНО, МАМОНТ.

Взглянув на слово СЕНО в зеркало, приставленное сверху или снизу, вы увидите на зеркальном отражении листка бумаги то же самое слово СЕНО. Если же зеркало приставить сбоку поперек строки, то слово СЕНО при отражении перейдет в мало вразумительный набор знаков ОНЭС.

Слово МАМОНТ переворачивается и в зеркале, приставленном сбоку, и в зеркале, приставленном сверху или снизу, но по-разному. Если зеркало стоит сбоку от слова поперек строки, то, заглянув в него, вы увидите довольно странное буквосочетание ТНОМАМ. Если же зеркало приставлено к слову МАМОНТ сверху или снизу, то отражение утрачивает всякий смысл: ИУИОНЛ.

Существуют и такие слова, которые не переворачиваются, даже если разглядывать их в приставленное сбоку зеркало.

Одним из известнейших дирижеров мира был ОТТО КЛЕМПЕРЕР. Если его

имя написать прописными печатными буквами на листке бумаги, то и на зеркальном отражении листка оно останется неизменным (в отличие от фамилии, которая перейдет в некий набор знаков и букв).

Взгляните теперь в зеркало, приставленное сбоку к слову **ТОПОТ**, и вы увидите, что при отражении оно не изменится. Если зеркало поставить посередине слова так, чтобы край его совпадал с прямой, делящей букву **П** пополам, то в зеркале вы снова прочтете слово **ТОПОТ**. Более того, если зеркало двустороннее, то слово **ТОПОТ** можно прочитать, с какой бы стороны вы ни заглянули в зеркало: справа или слева. Но если зеркало поставить так, чтобы оно отрезало последнюю букву **Т** и на листке бумаги остались лишь четыре буквы **ТОПО**, то в зеркале отразится буквосочетание **ОПОТ**.

Попробуйте теперь найти такие слова, которые при отражении в зеркале переходят в другие слова, например: **МОТ** — **ТОМ**, **ХАМ** — **МАХ**, **ШАМОТ** — **ТОМАШ**, ...

На листке прозрачной бумаги напишите прописными печатными буквами слово **ЗЕРКАЛО**. Встав перед настенным зеркалом с этим листком в руках, вы обнаружите нечто неожиданное: зеркало не переворачивает написанное вами слово! И на листке, который вы держите в руках, и на его отражении в зеркале написано **ЗЕРКАЛО**. Но в слове **ЗЕРКАЛО** есть такие буквы, которые при отражении непременно должны перевернуться. Почему же они не переворачиваются? Разобраться, в чем здесь дело, совсем несложно, если каждую букву слова **ЗЕРКАЛО** вырезать из цветной бумаги, у которой одна сторона белая, а другая цветная, и наклеить на листок целлофана. Если вы станете перед зеркалом так, что буквы обращены к вам цветной стороной, то увидите в зеркале слово **ЗЕРКАЛО**, составленное из белых букв. Это нетрудно объяснить: на другой стороне целлофанового листка слово **ЗЕРКАЛО** написано белыми «перевернутыми», или зеркальными, буквами. При отражении в зеркале белая надпись еще раз переворачивается, и вы видите слово **ЗЕРКАЛО**, написанное так же, как на листке, только не цветными, а белыми буквами.

На стеклянных дверях довольно часто приходится читать надписи: **ВХОД — ВЫХОД**, **ОТ СЕБЯ — К СЕБЕ**. Если читать эти надписи с другой стороны, они становятся зеркальными и превращаются в набор бессмысленных знаков. Янош Герцег утверждает, что можно придумать такой язык, в котором подобного затруднения не возникает. Слово **ВХОД** в этом вымышленном языке пишется **ТАНОМ**, слову **ВЫХОД** соответствует слово **МОНАТ**. **ХОП** означает **ОТ СЕБЯ**, **ПОХ** — **К СЕБЕ**. Одну и ту же надпись можно читать с двух сторон.



Среди чисел также встречаются «перевертыши», которые не изменяются при отражении в зеркале. Они состоят из цифр 8 и 0. Составить из нулей и восьмерок симметричные числа совсем нетрудно: 808, 88, 8808008088 и т. д.

Если зеркало ставить не сбоку от числа, а сверху или снизу, то при отражении в таком зеркале остается неизменной только цифра 3.

Среди римских цифр также имеются такие, которые выдерживают зеркальное отражение. Если к цифрам **V** или **M** зеркало приставить сбоку, а к цифре **D** — сверху или снизу, то их зеркальное отражение будет выглядеть так же, как оригинал. Цифры **I** и **X** остаются неизменными независимо от того, будем ли мы разглядывать их в зеркало, приставленное сбоку или сверху (снизу).

Если зеркало приставить к вершине цифры **V**, то сама цифра и ее зеркальное отражение образуют римскую цифру **X**. На этом основана следующая шутка. Верно ли, что дважды семь — двенадцать? ①



В зеркало можно рассматривать не только книгу или числа, но и ноты. Проще всего начать с таких нот, которые обозначают только длительность, а не высоту звуков и записаны не на нотном стане, а на листе обычной бумаги.

Та соответствует четвертной длительности. Ее принято обозначать вертикальной палочкой (штилем) |. Этот знак не меняется при отражении в зеркале. Можно сказать, что четвертная нота ведет себя при отражении так же, как буквы А или М или цифры 8 или 0.

Поищем такие ритмы, зеркальное отражение которых совпадает с оригиналом.

Такие ритмы с внутренней симметрией складываются из парных восьмых (тити)

□ (или □ □ □ □ □ и т. д.) и целых нот ○. Почему симметричные ритмы не содержат половинных нот? Взгляните в зеркало на половинную ноту ♩. Что

изменилось? Начертите, как выглядит зеркальное отражение половинной ноты.

Итак, полностью симметричный ритм может состоять из нот следующих трех длительностей: четвертных |, пар восьмых □ (одна восьмая сама по себе не симметрична: ♪) и целых ○.

Составим из этих длительностей ритм, не «переворачивающийся» при отражении в зеркале, например | □ □ |

Приставьте к концу нотной строки с записью ритма карманное зеркальце и посмотрите, как выглядит зеркальное отражение ритма. Что вы видите? Отстучите исходный ритм и его зеркальное отражение.

Зеркальное отражение ритма можно получить, не только держа листок с нотной записью перед зеркалом или прижав карманное зеркальце к концу строки. Существует еще третий способ получения зеркального отражения, также позволяющий получить исходный симметричный ритм. Зеркальце нужно поставить поперек нотной строки посредине ритма, вот так:



Первая половина исходного ритма и ее зеркальное отражение вместе образуют полный ритм (подобно тому, как это было со словом ТОПОТ, отраженным в зеркале, край которого разделяет пополам букву П).

Взгляните в зеркало на следующий ритм: □ □ | | □ □

Хороший ли это пример? □ | □ | Взгляните в зеркало и обоснуйте свой ответ.

В приведенных примерах ни разу не встречались целые ноты. Придумайте новые симметричные ритмы, остающиеся неизменными при отражении в зеркале, в которые входили бы четвертные, восьмые и целые ноты. Каждый раз напойте исходный ритм и его зеркальное отражение.



В одном из рассказов Иштвана Тёмёркена учитель в старой деревенской школе (действие рассказа происходит лет сто назад) объясняет своим ученикам, как выглядят печатные буквы венгерского алфавита.

— Буква *x* похожа на ножки стола. Запомните: *икс, икс, икс*.

— Слева вниз торчит палка, справа рожица: буква *p*.

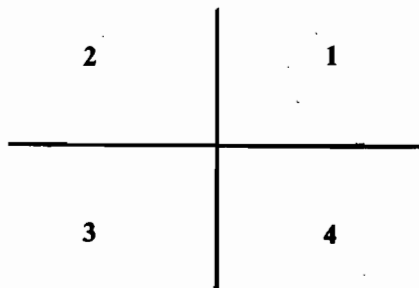
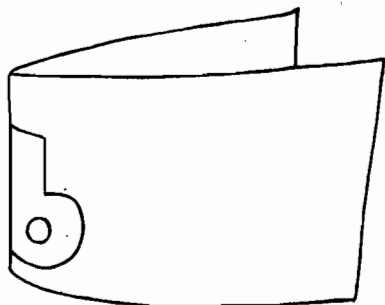
А если «палка» торчит слева, но не вниз, а вверх, а рожица красуется справа? Тогда перед вами буква *b*. Если «палка» торчит вверх, а рожица смотрит влево, то это буква *d*. А если палка торчит вниз, а рожица смотрит влево? Такой буквы в венгерском алфавите нет (хотя в латинском алфавите есть буква *q*, соответствующая этому описанию), но мы ее нигде не используем.

Возьмите лист цветной бумаги с легко отличимыми сторонами. Пусть, например, одна сторона будет белой, а другая — цветной. Сложите лист вдвое. Вырежьте из сложенного вдвое листа строчную печатную букву *b*, как показано на рисунке. Обратите внимание на то, чтобы вертикальный штрих буквы *b*, когда вы начнете вырезать ее, располагался слева.

Развернув после разрезания то, что останется у вас в руках от листа бумаги, вы увидите две буквы, сросшиеся вертикальными штрихами. Но из этих букв лишь одна будет буквой *b*, вторая — окажется буквой *d*. Торчащие вверх «палки» обеих букв будут сросшимися вместе. Если буквы-близнецы перевернуть вертикальными штрихами вниз, то мы получим сросшиеся в единое целое буквы *q* и *p*. Разрежьте теперь сросшиеся буквы по сгибу и поверните их так, чтобы на столе перед вами лежали две буквы *b*. Они непременно будут разного цвета: если одна из букв белая, то другая, например, красная.

Возьмите в руку белую букву *b* и переверните ее так, чтобы она превратилась в букву *q*. Буква *q* также будет белой. Если же вы захотите превратить белую букву *b* в буквы *d* или *p*, то сможете получить только красные *d* и *p*. Взяв в руку красную букву *b*, вы без труда убедитесь, что ведет она себя прямо противоположным образом по сравнению со своим белым двойником.

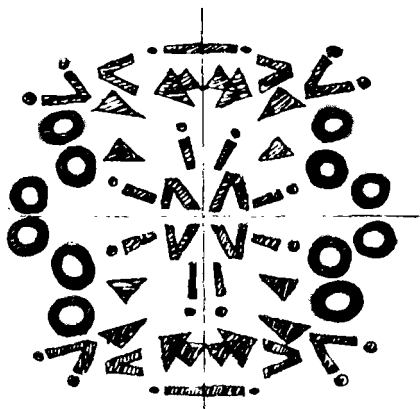
Найдите какой-нибудь лист бумаги другого цвета, чтобы красные и белые буквы отчетливо выделялись на ней. На этом листе начертите большой крест или, точнее говоря, две прямые, пересекающиеся под прямым углом. Проведенные прямые делят лист на четыре части — квадранты, или четверти. Пронумеруйте их. Нумерацию



вполне можно было бы начать с левой верхней четверти листа, но в математике принято считать первой правую верхнюю четверть, а остальные три четверти нумеровать по порядку против часовой стрелки.

Красную букву *b* положите на первый квадрант. Если букву перевернуть, как книжную страницу, то она окажется на втором квадранте и превратится в белую букву *d*. Во что в свою очередь превратится эта буква, если ее перевернуть на третий квадрант? Правильно, в красную букву *q*. Четвертый квадрант займет белая буква *p* «Перелистав» ее вверх, вы снова получите красную букву *b*.

Вырежьте из бумаги красную шестерку. Перевернув ее «вверх ногами», вы получите красную девятку. Но стоит лишь ее перевернуть белой стороной вверх, как она превращается в бессмысленный знак, не совпадающий ни с одной из арабских цифр



Если не слишком придирается, то в одном знаке можно усмотреть отдаленное сходство со строчной печатной буквой *a*, а в другом — со строчной печатной буквой *e*.

Вырежьте из красной бумаги прописную печатную букву *N*. «Перелистывая» ее так же как букву *b*, вы получите в первом и третьем квадранте красную букву *N*, а во втором и четвертом — белую печатную букву *I* кириллицы.

Вырежьте из картошки несколько штампелей. В форме кольца, в форме буквы *V* и в форме буквы *i*, то есть черточки и точки над ней.

Проведите на большом листе бумаги две перпендикулярные прямые. Смажьте штампели краской и сделайте каждым из них по несколько отпечатков в первом квадранте,

поворачивая штампель после каждого оттиска по-другому, а в остальном совершенно произвольно. Во всех остальных квадрантах поставьте отпечатки так, чтобы вся картина в целом была зеркально симметричной относительно проведенных прямых. Пользуясь линейкой или проводя вспомогательные прямые, параллельные двум исходным прямым, добейтесь, чтобы построенное вами зеркальное отражение было точным.

Что напоминает эта картина? Калейдоскоп. Впрочем, сходство не полное: в калейдоскопе зеркала расположены под углом 60° , а здесь — под углом 90° .

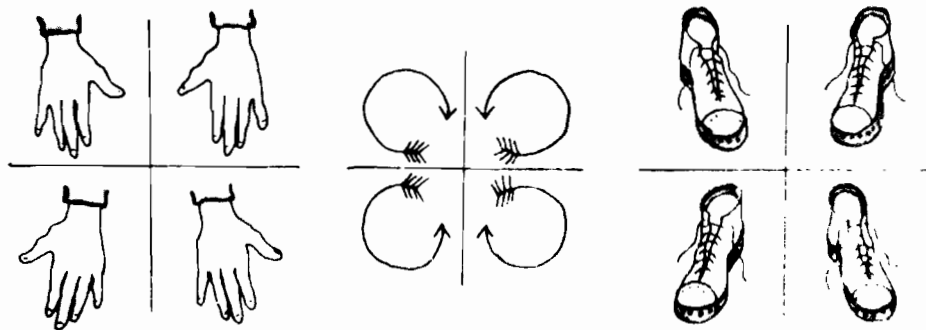


Прежде чем мы перейдем к более сложным забавам с зеркалом, оглядим еще раз комнату, которая видна в нем. Комната в Зазеркалье очень похожа на ту, в которой мы живем, но некоторые предметы в ней повернуты. Надписи, числа, часовые стрелки в Зазеркалье «идут» в другую сторону. Если хорошенько присмотреться, то можно обнаружить немало и других различий.

Встаньте перед зеркалом и повернитесь на каблуках. Ваш двойник в зеркале также повернется, но в противоположную сторону. Сделайте рукой круговые взмахи — ее зеркальное отражение опишет круги в противоположном направлении. Поверните водопроводный кран, следя за тем, что будет делать его зеркальный двойник, и вы увидите: водопроводный кран в Зазеркалье завертывается и отворачивается в противоположную сторону.

Нетрудно понять, что *зеркало изменяет на противоположное направление любого вращения*. Взгляните теперь в зеркало на какую-нибудь из ваших рук, например на правую. Какую руку вы видите в зеркале: правую или левую? Если вы затрудняетесь ответить на этот вопрос или не уверены в правильности своего ответа, встаньте перед зеркалом, возьмите перчатку на правую руку и попытайтесь мысленно надеть ее на руку вашего зеркального двойника. На какую руку придется ему ваша правая перчатка? На левую!

У вашего двойника в зеркале против вашей правой руки находится левая. Если у вас есть наручные часы и вы носите их на левой руке, то ваш зеркальный двойник предпочитает носить часы на правой руке. Если вы все делаете правой рукой, то он убежденный левша, зато сердце стучит у него в груди не слева, а справа. На рисунках показано, как ведут себя правая и левая руки, если их поднести к зеркалу ребром или тыльной стороной.

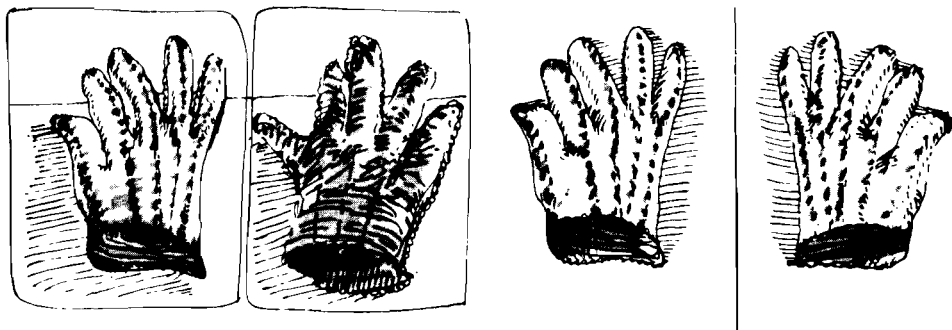


Сколько бы вы ни экспериментировали, окончательный итог будет одним: выяснится, что *зеркало всегда меняет местами правое и левое*. Взгляните еще раз на свою ладонь в зеркало. Зеркальное отражение линия в линию точно повторяет оригинал. Чем же все-таки отличаются настоящая ладонь и ее зеркальное отражение? Тем, что одна из них правая, а другая левая?

Прежде чем отвечать на этот вопрос, необходимо разобраться, что же собственно означают слова *правое* и *левое*. Нарисуйте стрелку и рядом напишите, куда она указывает: направо или налево.



Нам кажется, что вы написали **НАПРАВО**. Почему? Да потому, что если встать против стрелки, то она указывает направление от левой руки к правой. А теперь взгляните на ту же стрелку, предварительно перевернув книгу «вверх тормашками». Напишите рядом со стрелкой, куда она теперь указывает. Если вы все сделаете верно, то надпись рядом со стрелкой будет выглядеть так: **ОВЕРГН (НАЛЕВО)**. Итак, одна и та же стрелка указывает направо и налево. *Направление стрелки зависит от того, откуда вы на нее смотрите!* Как будет называться то направление, куда указывает стрелка — направо или налево, — не имеет значения. Посмотрите хотя бы на перчатку. Внешне она выглядит правой. Ну, а если вывернуть ее наизнанку? Вывернутая перчатка придется впору на другую руку. Ее можно рассматривать как своего рода зеркальное отражение исходной перчатки.



Теперь мы получили наконец ответ на вопрос, каким образом зеркало превращает правую руку в левую и наоборот и вообще переворачивает весь мир! Все, что находится вблизи зеркала, находится поблизости и в Зазеркалье. Все, что находится далеко от зеркала, остается далеким и в Зазеркалье. Следовательно, предметы, далекие от зеркала, при отражении «перелезают» через близкие.



Рассмотрим теперь зеркальное отражение более сложных ритмов.

Взглянув на половинные и отдельные восьмые ноты: ( , ), вы

сразу же заметите, что они не симметричны. Лишены симметрии и знаки, означающие паузу продолжительностью в четвертную или восьмую

( , ). Но для простоты мы будем предполагать, что и перевернутые

зеркальные отражения этих знаков означают паузы такой же длительности, как и сами знаки.

Приведем довольно большой фрагмент ритмического рисунка, содержащий наряду с нотами и асимметричный знак паузы:



Отстучите этот ритм. Последней тактовой черте соответствует зеркало. «Заглянув» в него, мы увидим:



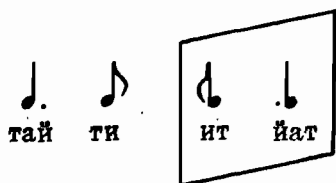
Продолжите зеркальное отражение ритма самостоятельно! Слова «та», «ти», которыми мы отмечаем доли такта, при отражении в зеркале «переворачиваются» и становятся неудобочитаемыми. Пропойте зеркальное отражение исходного ритма, заменив все отражения слов их оригиналами:

та пауза та та | та-а та тити | та та синкопа | та тити та та |.

Каким образом синкопа может остаться синкопой и в зеркальном отражении ритма? Как бы вы поступили, если бы перед вами не было зеркала? Смогли бы вы построить зеркальное отражение исходного ритма?

По-видимому, зеркальное отражение, ничем не уступающее «настоящему», можно получить, прочитав исходный ритм от конца к началу. Выберите какой-нибудь другой ритм и проверьте на нем, так ли это.

Рассмотрим теперь чуть более сложный ритм:



Не будем обращать внимания на то, что в зеркальном отражении точка стоит перед нотой, а не после нее, как обычно. Замедленный ритм зеркало превратило в быстрый. Что произойдет, если отразить в зеркале быстрый ритм? Нарисуйте зеркальное отражение сами:



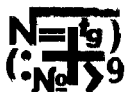
Ритм, обращенный во времени, звучащий от конца к началу, в музыкальной литературе принято называть инверсией, или обращением, исходного ритма.

Если вы научились строить зеркальные отражения острых замедленных ритмов, то можете попытаться отстучать следующие ритмы и их инверсии:



Подберите несколько ритмов из народных песен и отстучите сначала их, а затем их инверсии. Попробуйте придумать свои ритмы, записать их и построить зеркальные отражения.

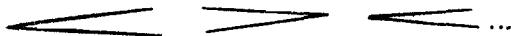
Напойте какую-нибудь мелодию и попробуйте отстукать под нее свой ритм и его инверсию. Не беда, если сразу у вас ничего не получится. Наберитесь терпения.



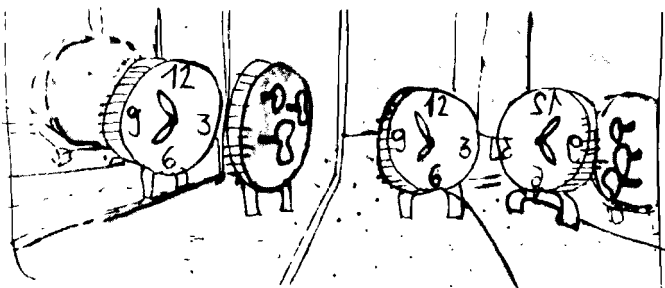
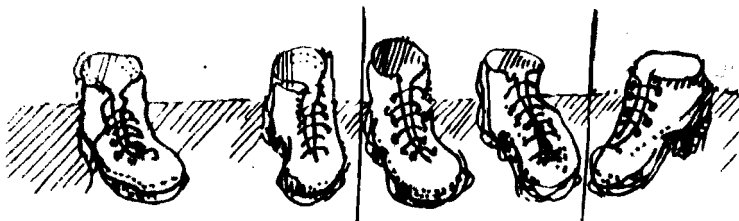
Что произойдет, если отразить в зеркале зеркальное отражение?
Отразив в зеркале быстрый ритм, вы получите протяжный ритм, а он при отражении даст быстрый ритм:



или



Отражать зеркальные отражения можно до бесконечности, поэтому после каждого рисунка мы поставили многоточие.



Приведенные примеры ясно показывают, что отражение в зеркале — это такая операция, которая через один раз порождает исходное изображение. В математике существует много операций, обладающих тем же свойством. Вот несколько примеров. Какие операции в них использованы?

$$(-1) \cdot 5 = \boxed{-5}$$

$$(-1) \cdot (-5) = \boxed{5}$$

$$(-1) \cdot 5 = \boxed{-5}$$

$$(-1) \cdot X = \boxed{-X}$$

$$(-1) \cdot (-X) = \boxed{X}$$

$$(-1) \cdot X = \boxed{-X}$$

...

...

б) $\frac{3}{2}$ $\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ $\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$...

В школу ходить хорошо.

а) Не верно, что в школу ходить хорошо, то есть:

в школу ходить не хорошо.

Не верно, что в школу ходить не хорошо, то есть:

в школу ходить хорошо.

Не верно, что ...

Сравните эти примеры, и вам бросится в глаза сильное сходство между ними и зеркальным отражением. Выпишем их еще раз, расположив рядом:

$$К \quad Я \quad К \quad \dots, \quad -x, \quad x, \quad -x, \quad x, \quad \dots, \quad \frac{3}{2}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{3}{2}, \quad \dots$$

Все это операции, повторение которых через один раз приводит к исходной структуре. В примере (а) такой операцией было *умножение на -1* , в примере (б) — *нахождение числа, обратного данному числу*, в примере (в) — *логическая операция — отрицание*.

А теперь заметим, что умножение на -1 не обязательно похоже на отражение в зеркале. Вот хорошо знакомая всем числовая прямая:

$$\begin{array}{cccccccc} & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{array}$$

Нуль делит ее на две части. Они очень похожи, и каждая полупрямая почти совпадает с зеркальным отражением другой. Почти, но не совсем. В чем же различие между полупрямыми?

$$\begin{array}{cccc} & 0 & 1 & 2 & 3 \end{array}$$

Поставим зеркало в нуле так, чтобы оно было перпендикулярно полупрямой. Наша полупрямая вместе со своим зеркальным отражением образует прямую, которая выглядит так:

$$\begin{array}{cccccccc} & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{array}$$

Назовем ее зеркальной числовой прямой. Сравните зеркальную числовую прямую с настоящей (не важно, что числа на отраженной половине прямой записаны не обычными, а зеркальными цифрами). Чем они отличаются? Зеркало заменяет -1 числом 1, -2 — числом 2, -3 — числом 3, то есть превращает отрицательные числа в положительные. Но того же результата можно достичь, и не прибегая к помощи зеркала, если отрицательные числа умножить на -1 :

$$(-1) \cdot (-1) = +1$$

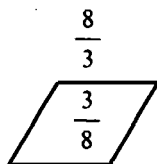
$$(-2) \cdot (-1) = +2$$

$$(-3) \cdot (-1) = +3$$

...

Число, умноженное на -1 , можно получить при помощи зеркала и другим способом. Предположим, речь идет о числе 7. Взглянув на него в зеркало, вы увидите то же число 7 (правда, цифра 7 будет повернута в другую сторону). Запишем семерку в виде разности $8 - 1$. При отражении в зеркале эта разность перейдет в разность

1 — 8, а она равна —7, то есть числу 7, умноженному на —1. Зеркало позволяет без труда находить и число, обратное данному. Взглянув на рисунок, вы сразу поймете, что и как происходит.



Необходимо с особым вниманием следить за тем, чтобы числа в зеркале «стояли на голове».



Итак, если дробь отражается в зеркале, поднесенном к ней снизу, то она переворачивается и «становится на голову». А что произойдет, если мы отразим ритм в зеркале, стоящем не сбоку, не сверху, а снизу? Мы увидим в зеркале тот же ритм, только перевернутый «вниз головой».

Изменится только запись ритма, но не сам ритм. Отсюда мы заключаем, что отражать ритм в зеркале, приставленном к нему сверху или снизу, не интересно. Тем более не интересно отражать мелодию.

Спойте следующий весьма простой мотив:



А теперь отразите его в зеркале, перпендикулярном тактовым чертам (то есть параллельном нотным линейкам). Вот как будет выглядеть зеркальное отражение мотива:



Скрипичный ключ, два диеза $\sharp$ и цифра 2, указывающая размер, при отражении переходят в знаки, не имеющие смысла. Что же касается мелодии, то с ней при отражении происходит преудивительная метаморфоза. Сравним хотя бы исходную мелодию и ее зеркальное отражение.



Мелодия, отраженная вниз, называется зеркально обращенной. Если скрипичный ключ, два диеза и размер оставить на исходных местах, но начать петь зеркальное обращение на квинту выше исходной мелодии, то получится следующий мотив:



Спойте с кем-нибудь на два голоса исходную мелодию и ее отраженный вариант. Попробуйте затем спеть еще раз так, чтобы исполнитель партии отраженного голоса вступал на одну четвертную позже исполнителя «прямого» голоса:



Остановиться можно на первой ноте любого такта.

Вы сейчас пропели не что иное, как один из простых канонов Баха. Ноты его мы заимствовали в книге Лайоша Бардоша «Семьдесят канонов», где они помещены под названием «Тема с вариацией». Таким образом, в этом случае вариация означает зеркальное обращение, или инверсию. В книге Лайоша Бардоша есть еще один канон «Пробуждение» (на слова Ласло Лукина), представляющий собой существенно разработанную мелодическую вариацию приведенной нами вариации-инверсии.

В книге Лайоша Бардоша над каждым тактом указан его номер. Это означает, что партии как исходного, так и «отраженного» голоса сами по себе можно исполнять как канон на четыре голоса.

Итак, мы установили, что обращения мелодий подразделяются на два типа: зеркальное отражение и инверсию. Оба типа обращения мелодии связаны между собой так же, как различные варианты зеркального отражения буквы *d*. Инверсию мелодии можно подвергнуть отражению относительно горизонтальной зеркальной оси, но можно поступить и иначе: сначала построить зеркальное отражение исходной мелодии, а затем его обращение. Результат в обоих случаях получается один и тот же. Полученная вариация исходной мелодии называется отражением инверсии или инверсией отражения.

Попробуйте отразить всеми возможными способами первую строку песни «Пташечка, пташечка» (теперь уже при построении зеркальных отражений и инверсий вы можете обойтись без зеркала). ①

Если начать с достаточно высокой ноты, то построить отражение вниз совсем не трудно.

Построение разнообразных отражений мелодии было излюбленным развлечением композиторов прошлого. Полученные вариации (а различные отражения в определенном смысле можно считать вариациями исходной мелодии) в свою очередь служили исходной темой для последующих вариаций. Чтобы написать мелодию, которая не только прекрасно звучала бы сама, но и оставалась бы эстетически привлекательной при зеркальном отражении и инверсии или даже допускала художественно



полноценное исполнение на два голоса, один из которых вел бы исходную мелодию, а другой — ее инверсию, композитор должен был обладать поистине виртуозной техникой. Наивысшего расцвета это искусство достигло в творчестве Баха. Слушая его «Музыкальное приношение», «Искусство фуги» или «Хорошо темперированный клавир», трудно поверить, что эта великолепная музыка написана по столь сложным «правилам игры».

Искусство построения симметричных мелодий не было предано забвению и композиторами последующих эпох. Множество примеров тому мы находим в современной музыке.



Найти такие слова, которые одинаково читаются в оригинале и в приставленном сбоку зеркале или при отражении переходят в какое-нибудь другое слово, довольно трудно. *Акустическое зеркало* поможет нам найти слова и даже фразы, допускающие отражения.

Что такое акустическое зеркало? Эхо? Нет, потому что эхо не обращает, а лишь повторяет слова. Кто бы и что бы ни произнес, эхо воспроизводит сказанное, не искажая смысла. Магнитофон, если пустить пленку в обратную сторону, будет переворачивать слова, но для зеркального отражения слов пригоден не всякий магнитофон.

Кроме того, магнитофон изобретен сравнительно недавно, лет двадцать-тридцать назад. Но отдельные слова и фразы, допускающие чтение не только от начала к концу, но и от конца к началу, то есть допускающие акустическое отражение, были известны задолго до этого.

Послушайте некоторые из них.

«Косо лети же, житель осок»
(Велемир Хлебников)

«Я разуму уму заря,
Я иду с мечом, судия»
(Г. Р. Державин)

«Кулинар Лео ел ранний лук,
сырки и крыс.

Лакомо макал
бел-хлеб

в
уху
и ел клей.
Лукулл!»

(Семен Кирсанов)

Слова и фразы, переходящие в себя при акустическом отражении, получили название *палиндромов*. Это слово греческого происхождения и означает «движущийся обратно», обратимый.

Найти палиндром практически невозможно, но его нетрудно построить. В качестве «строительных блоков» простейших палиндромов следует выбирать слова, не изменяющиеся при чтении от конца к началу.

Выдерживают отражение в акустическом зеркале такие слова, как БОБ, ДЕД, КОК, МИМ, ЛАЛ, ИДИ и т. д., ТОПОТ, ПОТОП, КОЛОК, РОТОР, КАБАК, МОНОМ и т. д.

Переходят друг в друга такие слова, как НОС — СОН, РОТ — ТОР, ГОД — ДОГ, ВОР — РОВ, МАХ — ХАМ, БАР — РАБ, ГОЛ — ЛОГ, ВОЛ — ЛОВ, РОМ — МОР, ТОПОР — РОПОТ, МАРС — СРАМ. Более сложный пример того же рода: «Мечтатель! Летать чем?» (С. Кирсанов).

Попробуйте свои силы в создании палиндромов.



Выбрав мелодию, композиторы умышленно подвергали ее зеркальному отражению, инверсии и отражению инверсии, чтобы затем включить полученные вариации в свое сочинение.

Однако иногда в музыкальных произведениях встречаются совсем короткие, состоящие всего из нескольких звуков зеркальные отражения. Их появление — это игра случая. Такого рода непреднамеренные отражения обычно возникают в детских песенках и народных песнях. Обнаружить их — такая же «нечаянная радость» и удача, как услышать звучание пентаметра в прозаической надписи на вывеске «Тот Дюла, водопровод, плата по таксе вперед».

В качестве примера приведем венгерскую народную песню «Уж ты двор»:



Обратите особое внимание на две пары тактов, отмеченных сверху квадратными и фигурной скобками. В каждой паре второй такт является обращением первого,

но лишь с точки зрения высоты звучания. Ритм не подвергается зеркальному отражению.

Вот еще один пример того же рода:

ля ля
соль соль
фа фа

Спойте песню сначала со словами, а затем, сольмизируя зеркальные такты. Подыщите шестисложный палиндром и спойте его на мотив этих тактов. Например:

пук ку-
ва, па-
И- вы

или

ко- ло-
ло ко
Ма- лам

(Велемир Хлебников «Разин»)

Попробуйте подыскать и другие палиндромы.

Какая мелодическая связь существует в приведенном выше нотном примере между двумя тактами, отмеченными одинаковыми скобками?

Чуть более продолжительной инверсии подвергается мелодия песенки, которой венгерские дети выманивают улитку из раковины.



У_ли_точ_ка, по_ско_рей от_во_ряй по_ши_ре дверь,
В тво_ем до_ми_ке по_жар, у_пол_зай ско_рей в ам_бар.
фа соль ля до ля соль фа ля до ля соль фа фа фа

Спойте эту песенку сначала со словами, а затем просольфеджируйте ее. Два такта, содержащие инверсию мелодии, отличаются от двух тактов, отмеченных скобками в предыдущем примере, лишь одним-единственным звуком:

до
ля ля
соль соль
фа фа

Где проходит здесь ось симметрии? Подыщите палиндром к этой мелодии. (В качестве примера приведем строку из цирковой афиши-палиндрома Семена Кирсанова: «Наездница Цин Дзеан». Пропойте эти слова на мотив первых двух тактов «Улиточки».)

А что, если обратить нашу игру: брать палиндром и подбирать к нему мелодию с инверсией? Для этого прежде всего в палиндроме необходимо отыскать ось симметрии:

Я не реву — уверен я

Затем необходимо подобрать к первым четырем слогам звуки, по которым можно подняться и спуститься, как по ступенькам. Самое простое решение — положить палиндром на «мотив» соответствующей восходящей гаммы:

	ву	у-	
	фа	фа	
	ре	ве-	
	ми	ми	
	не	рен	
	ре	ре	
Я			Я
до			до

Вы заведомо сумеете подобрать и более сложные мелодии с зеркальной симметрией. Не отступайте, если первая или вторая попытка подобрать симметричную мелодию закончится неудачей. Эта игра достаточно трудна.

Поиграйте с другими палиндромами.

Спойте внимательно следующую строку из народной песни:



Не обращая внимания на ритм, просольфеджируйте ее.

	до	
	ля	ля
	соль	соль
фа	фа	фа
ре		ре

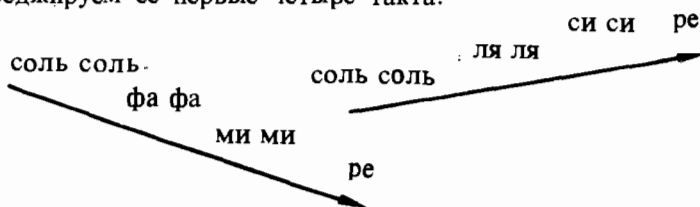
Найдите звук, через который проходит ось симметрии. Из-за какого звука нарушается зеркальная симметрия? Исключите этот звук. Постройте мелодию, обладающую совершенной симметрией (сделать это можно двумя способами). ⑬

До сих пор мы говорили лишь об инверсии. Но в венгерских народных песнях встречается и зеркальная симметрия (один из примеров такой симметрии вы обнаружите в начале песни «Уж ты двор»).

Взять хотя бы песню

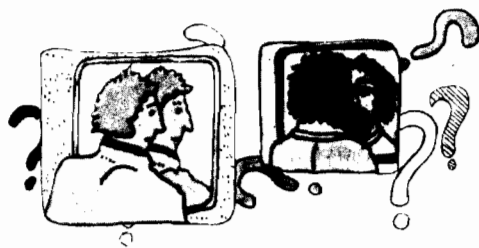


Просольфеджируем ее первые четыре такта:



Можно ли считать такое отражение безупречным? В каком случае зеркальное отражение было бы идеальным? Удастся ли вам найти еще одно место в песне, которое также является зеркальным отражением первых двух тактов, но относительно другой оси симметрии. [Изменение ритмического рисунка (замены двух мелких долей равной им по длительности более крупной долей) во внимание не принимается.] ⑭

Поищите среди случайных инверсий и отражений в народных песнях и сочинениях различных композиторов: может быть, вам удастся где-нибудь обнаружить и случайную «инверсию отражения».



Пропорции



Герой романа «Путешествия в некоторые отдаленные страны света Лемюэля Гулливера, сначала хирурга, а потом капитана нескольких кораблей» рассказывает следующее:

«Пятистам плотникам и инженерам было поручено немедленно изготовить самую большую повозку, какую только им приходилось делать. Это была деревянная платформа на двадцати двух колесах, около семи футов в длину и четырех в ширину, возвышавшаяся на три дюйма от земли» (1 дюйм = 2,54 см, 1 фут — 30,48 см).



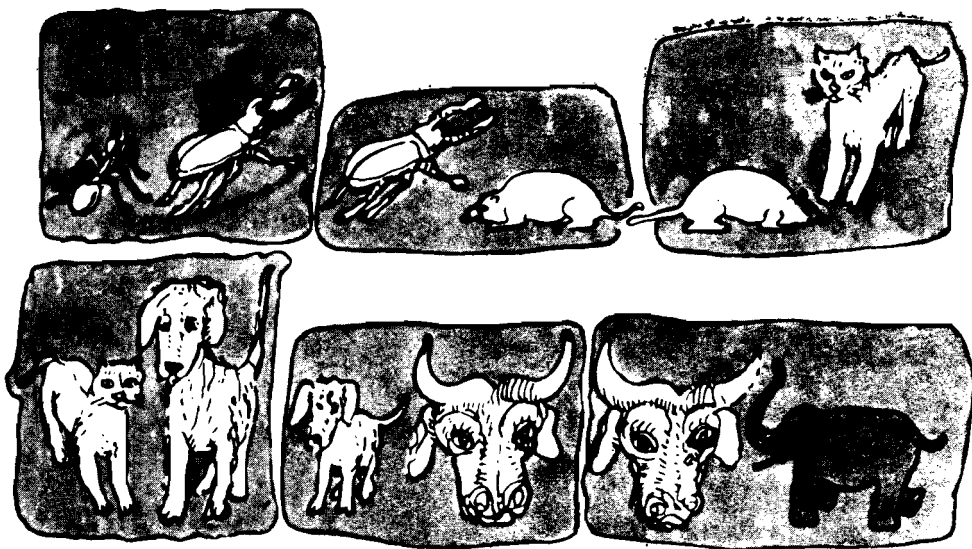
О другом своем путешествии Гулливер сообщает:

«Королева приказала своему придворному столяру смастерить ящик, который мог бы служить мне спальней. Этот столяр был замечательный мастер; в три недели он соорудил по моим указаниям деревянную комнату в шестнадцать футов длины и ширины и двенадцать футов высоты, с открывающимися окнами, дверью и двумя шкафами, как обыкновенно устраиваются спальни в Лондоне».

Нетрудно догадаться, что в первом случае Гулливер рассказывает о своем путешествии в Лилипутию, а во втором — в Великанию. Из приведенных отрывков видно, что *гигантская* повозка, построенная стараниями лилипутских инженеров и плотников, была меньше, чем *небольшой* (по великанским масштабам) ящик. Иначе говоря, нечто огромное было меньше чего-то маленького.

Но была ли огромной лилипутская повозка и маленькой великанская «кукольная» спальня? И повозка, и спальня соответствовали росту Гулливера: по лилипутским меркам повозка была огромной, по меркам великанов ящик был маленьким.

Большой — маленький. Что, собственно, означают эти слова? Единного, раз и навсегда установленного масштаба не существует: один и тот же предмет мы называем в зависимости от обстоятельств то маленьким, то большим.



Перед вами целая вереница живых существ. Каждый раз мы выбираем двух из них и сравниваем их размеры, и каждый раз одно существо оказывается большим, а другое маленьким, или, иначе говоря, одно больше, а другое меньше. (Разумеется, обходить наш «зоопарк» можно в любом направлении: и слева направо, и справа налево.)

В стихотворении «ВЕЛИЧИНА» Шандора Вёреша есть такие строки:

«Всякая величина — малость, ведь всегда найдется что-нибудь еще
большее,

А если и не найдется, то может найтись.

Представьте себе белого слона. Вот он стоит, занимая все мое
воображение.

И я прикидываю, велик ли он. Взгляну на стол — как фарфоровая
статуэтка,

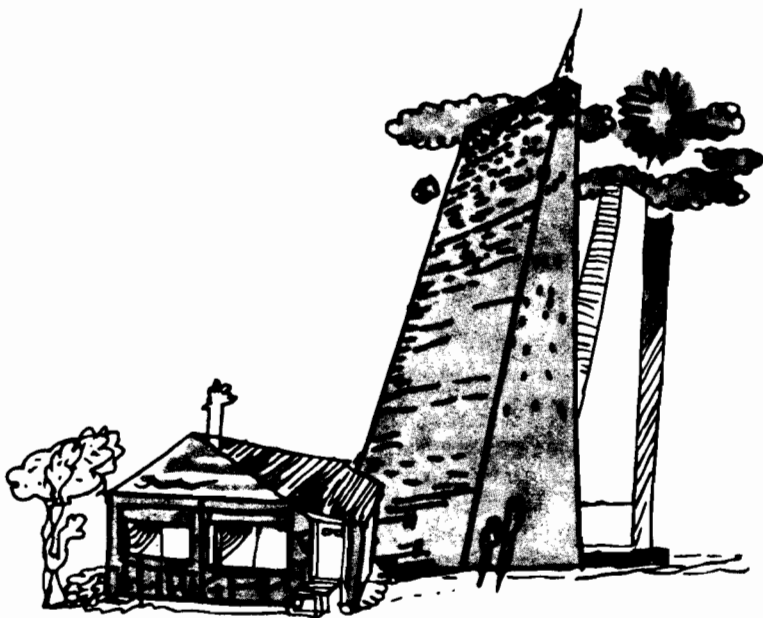
Взгляну из окна на гору — закрывает белый свет».

Как вы полагаете, в чем смысл шутки — перечеркнутого слова в названии стихотворения Шандора Вёреша? На каждом из следующих рисунков изображено по од-



ному предмету. Подпишите под каждым предметом, каким вы его считаете — большим или маленьким.

Когда вы глядите на какой-нибудь предмет, то вам кажется, будто вы можете определить, велик он или мал, не сравнивая его и не соотнося с другими предметами. Но такое впечатление обманчиво. Действительно, когда о каком-нибудь небоскребе говорят, что он высок, то рассуждают при этом примерно следующим образом.



Средняя высота зданий колеблется вокруг такой-то величины, чуть больше или чуть меньше. Высота небоскреба значительно превосходит эту величину. Следовательно, небоскреб — очень высокое здание.

Велико что-нибудь или мало, зависит от того, с чем сравнивать. Слова «большой» и «малый» содержат не оценку истинных размеров предметов, а лишь указание на относительные размеры одного предмета по сравнению с каким-то другим.

В одном из стихотворений древнекитайского мудреца Лао-Цзы говорится о парах слов, в чем-то аналогичных паре малый — большой:

Небытия источник, бытие

Смысл сокровенный лишь в сравнении обретает,

То, что *легко*, нам *трудность* открывает,

Длинноту в *краткости* наш разум постигает,

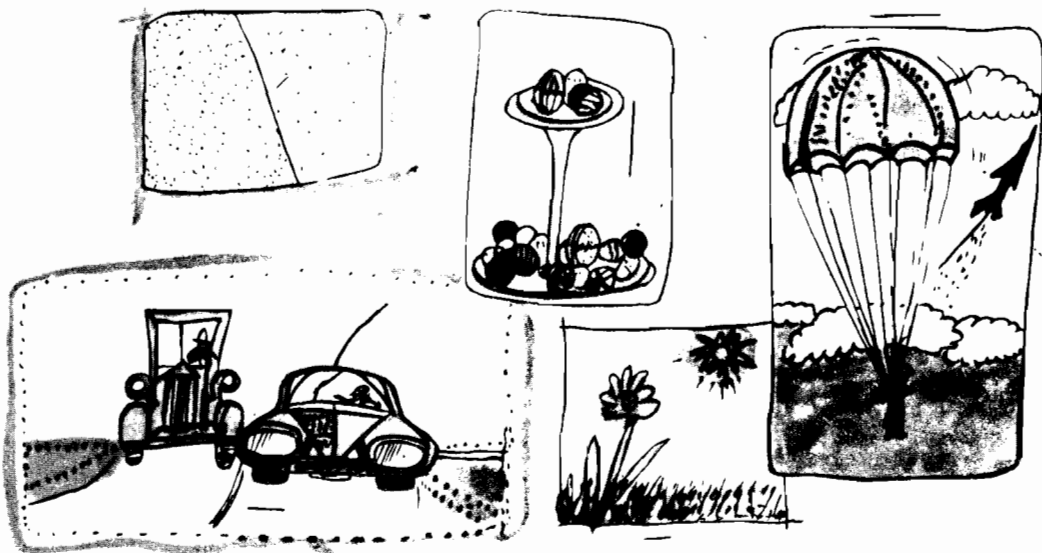
То, что *возвышенно*, без *низости* мертво,

Звук с *словом* обречен нерасторжимо,

И то, что видим *впереди* мы,

Лишь из того, что *сзади*, выводимо.

Попытайтесь найти и другие пары противоположных понятий, аналогичных перечисленным Лао-Цзы. Некоторые из таких пар изображены ниже.



АЖЦ

Что в языке может быть очень большим и очень маленьким или очень длинным и очень коротким? Например, фраза.

Длина фразы ничем не ограничена. В Венгрии, когда гость отказывается от угощения, хозяин, потчует гостя, обычно приговаривает: «Как воз ни нагрузи, свободное местечко всегда найдется». Перефразируя эту поговорку, можно сказать, что, сколь бы длинной ни была фраза, ее всегда можно продолжить. Точку, стоящую в конце любого предложения, всегда можно превратить в запятую и приписать к исходной фразе что-нибудь еще.

Пословицы и поговорки — это фразы, весьма совершенные по форме. Тем не менее любую пословицу или поговорку можно продолжить, к любой из них всегда можно что-нибудь добавить. Попробуйте, например, «развить» пословицы о собаке.

Увлёкся, как собака лаем.

Тоскливо, как собаке на цепи.

Собаку досыта не накормишь.

Из щенка кошка не вырастет.

Любую из этих пословиц можно продолжить, причем не одним, а многими способами. Именно поэтому на вопрос о том, какой длины может достигать самая длинная фраза в венгерском, да и во многих других языках, ответить невозможно. Зато мы можем дать совершенно точный ответ на вопрос о том, какой может быть длина самой короткой фразы — самые короткие фразы состоят из одной-единственной буквы:

— Это ты нашел ключ?

— Я.

Это «я» — совершенно осмысленная законченная фраза. Такой ответ на вопрос возможен, если тот, кто нашел ключ, присутствует при разговоре, и тот, кто задает вопрос, обращается непосредственно к нему.

Если же ключ нашло третье лицо, то может представить интерес чуть более длинный ответ:

— Это Пали нашел ключ?

— Да.

Займемся теперь поиском самых длинных и самых коротких слов*.

В словаре, например в «Толковом словаре венгерского языка» или «Словаре венгерского языка», слова приведены в основной форме, без окончаний, которые они приобретают при склонении или спряжении. Приведем несколько длинных слов:

elértéktelenedik — обесцениваться,

kiterébélyesedik — разворачиваться,

pénzügyigazgatóság — финансовое управление,

rabszolgatársadalom — рабовладельческое общество,

megfellebbezhetetlen — не подлежащий обжалованию.

Окончания, суффиксы, приставки и иные формы словообразования позволяют строить из основных форм гораздо более длинные слова, например

legeslegmegengesztelhetlenebb

(наименее склонный сменить гнев на милость), которое можно удлинить падежными окончаниями.

Самые короткие слова в венгерском языке состоят из одной-единственной буквы. Сколько наберется таких однобуквенных слов? Гораздо больше, чем вы думаете. Интересно заглянуть в «Толковый словарь венгерского языка». Серия статей о словах открывается статьей, раскрывающей значения самой начальной буквы. Как правило, это сокращения (аббревиатуры), буквенные обозначения порядковых номеров, названия нот, то есть вспомогательные слова, не имеющие самостоятельного значения.

* Образование длинных слов в русском и венгерском языках происходит по разным схемам: то, что в венгерском языке выражается одним словом, при передаче на русском языке требует использования нескольких слов.

«Склеивание» нескольких различных слов в одно, вообще говоря, не свойственное русскому языку, наблюдается в названиях органических соединений, которые держат рекорд по длине среди слов русского языка. Такое (далеко не самое длинное) название, как ТЕТРАМЕТОКСИДИМЕТИЛДИБЕНЗАНТРАЦЕНДИКАРБОНОВАЯ (кислота) очень напоминает шуточную пародию на немецкие слова-фразы, которыми герой романа Марка Твена «Янки из Коннектикута при дворе короля Артура» заклинает злого духа при восстановлении иссякшего источника:

КОНСТАНТИНОПОЛИТАНИШЕРДУДЕЛЬЗАКСПАЙФЕНМАХЕРСГЕЗЕЛЛЬШАФТ (константинопольская компания по производству волюнок)!

НИГИЛИСТЕНДИНАМИТТЕАТЕРКЕСТХЕНСПРЕНГУНГСАТТЕНТЭТСФЕРЗУХУНГЕН (попытки нигилистов взорвать динамитом театральную кассу)! — Прим. перев.

Но некоторые звуки, соответствующие отдельным буквам, имеют уже самостоятельное значение: а, á, с, f, ó, ő, s, sz, u, ú (сравни русское я).

Поиск среди названий населенных пунктов (например, на указателях, расставленных вдоль железных дорог или шоссе, или в перечне названий на карте автомобильных дорог), вы без труда обнаружите множество длинных и коротких названий.

К числу наиболее длинных названий населенных пунктов на карте Венгрии принадлежат Реформатусковачхаза, Балатонмариафюрде, Чернелъхазадмонья, Балатонкаратта. Среди названий железнодорожных станций встречаются более длинные слова. Например, железнодорожная станция неподалеку от Чернелъхазадмоньи называется Местерхаз-Томпландонь. Населенных пункта два, а железнодорожная станция одна — общая.

Самые короткие из венгерских фамилий, происходящих от названий местности, состоят из двух звуков: Аг, Ач, Бё, Эч, Ше. Самая короткая из венгерских фамилий состоит лишь из одного звука, но пишется двумя буквами: Оó (произносится О). В будапештском телефонном справочнике перечислено немало абонентов, носящих эту фамилию. Там же можно встретить много фамилий из двух звуков: Аг, Ач, Йо, Кё и т. д.



Чтобы имело смысл говорить о том, долги или коротки музыкальные звуки, их длительность необходимо чем-то измерять. Это «что-то» задает биеие пульса музыкального произведения, его метр. Когда учитель музыки отбивает ногой такт или хормейстер дирижирует хором, они оба стремятся передать певцам ровное биеие пульса исполняемого произведения. В не слишком сложной музыке основу такого равномерного биеия составляет четвертная нота — *та*. Разумеется, дирижирование наряду с простым отбиванием такта ставит перед собой и многие другие цели. Передача пульса произведения — лишь одна из многих функций дирижера.

Вообразите какой-нибудь равномерный ритм и отстукайте его по столу, по колену, по какому-нибудь ящику, глиняному или чугунному горшку и т. п. Каждый удар соответствует четвертной ноте:  (*та*). Затем замедлите отбивание такта вдвое (отстукивайте четвертные не все подряд, а лишь через одну). Каждый удар в этом случае соответствует половинной ноте:  (*та-а*). Замедлите отбивание такта еще вдвое.

Пусть каждый ваш удар приходится на четыре четвертных ноты исходного ритма. Такой удар соответствует целой ноте:  (*та-а-а-а*). Интересно воспроизвести целые на каком-нибудь подручном «инструменте», звучащем достаточно звонко: на металлическом треугольнике, на булавке, воткнутой во что-нибудь деревянное, на туго натянутой резинке и т. д. Если вы еще учитесь в школе, то целые, извлекаемые вами из этого инструмента, по всей видимости будут самыми крупными длительностями, которые звучат вокруг вас.

Вернемся теперь снова к четвертным нотам и будем не замедлять, а ускорять темп. Если темп ускорить вдвое по сравнению с первоначальным, то длительность каждой ноты составит одну восьмую:  (*ти*) или, если объединить «восьмушки»

в пары:  (*тити*). Ускорив темп еще вдвое, мы получим шестнадцатые:

 или если каждую шестнадцатую записать в отдельности: 

(*риририри*). Расположим все ноты в порядке возрастания их длительности от шестнадцатой до целой, увеличивая каждый раз длительность вдвое по сравнению с предыдущей:



Мы начали с того, что приняли за исходную четвертную ноту и сравнивали с ней длительности всех остальных нот. Теперь займемся самой четвертной нотой. Долго она звучит или коротко? С нотами какой длительности надлежит сравнивать звучание четвертной ноты, чтобы прочувствовать ее длительность? Только с такими, которые превосходят ее по длительности, или с теми, которые короче четвертной?

Организуем «ритмический оркестр». Пусть каждый музыкант выберет себе ноту определенной длительности и примется извлекать ее из какого-нибудь подходящего «инструмента». Первой зазвучит партия четвертных, затем вступят меньшие длительности и наконец длительности, превосходящие четвертную: половинные и целые.

1.								
2.								
3.								
1.								 ...
2.								 ...
3.								 ...

4.							 ...
5.							 ...

Композиторы очень любят использовать в своих произведениях пропорционально нарастающие и столь же пропорционально убывающие длительности. Во втором томе сочинения Белы Бартока «Микрокосмос» имеется пьеса для фортепиано под названием «Рост и спад».

Гораздо более простой для исполнения пример мы находим в «Часовом каноне» Карова:



В каких тактах заметно возрастание темпа и соответственно уменьшение длительности звуков?



Шестнадцатая, восьмая, четвертная, половинная, целая нота... Названия длительностей служат одновременно и названиями чисел. В са-

мом деле, длительность  соответствует $\frac{1}{16}$ и дробь $\frac{1}{16}$

называются одинаково. Перечень совпадений можно продолжить:

	соответствует	$\frac{1}{8}$,
...	—	$\frac{1}{1}$,
	—	...

Нетрудно понять, почему длительности музыкальных нот заимствовали свои названия у дробей. Половинная нота потому и называется половинной или $1/2$, что звучит вдвое короче целой ноты. Ее длительность составляет $1/2$ длительности целой ноты. Из четырех нот набирается длительность, равная длительности целой ноты и т. д.

$$\begin{array}{lcl} \circ & 1 = & \left(\frac{1}{1} \right) \\ \text{J} & \frac{\circ}{2} = & \frac{1}{2} \\ \text{J} & \frac{\circ}{4} = & \frac{1}{4} \end{array}$$

Мы видим, что длительности получаются так же, как дроби: они возникают при делении целой на равные доли. Поэтому длительность можно подсчитывать так же, как дробные числа, например:

$$\text{J} = \text{J} + \text{J}$$

Равенство здесь следует понимать в том смысле, что длительность слева равна суммарной длительности справа. С помощью чисел то же равенство можно записать в виде

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{2}{16}$$

Запишите с помощью чисел равенства 15

$$\begin{array}{lcl} \circ = & \text{J} & \text{J} + \text{J} \\ \text{J} = & \text{J} & \text{J} \end{array}$$

а каждую из сумм

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{8} + 1 = \dots,$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{3}{16} = \dots,$$

«переведите» на язык длительностей. 16

АЖЧ

Самые короткие и самые длинные слова могут играть немаловажную роль в поэзии.

Встречались ли вам стихи, в которых каждая строка содержит лишь один-единственный слог? Разумеется, мы имеем в виду не искусственное разбиение слов на слоги, а «истинно односложные» строки, каждая из которых содержит по односложному слову. Янош Арань (в соавторстве с Кароем Сасом) написал такое стихотворение, ставшее мишенью для язвительных пародий

современников поэта. Название стихотворения также состоит из односложных слов:
Мук ад.

Нет	Жар,	Жаль	Жизнь
Сил —	Хлад,	Слов —	Дай:
Так	Мук	Хоть	Жду
Мил	Ад —	Слог	«Да»!
Мне	Дух	Молвь.	Век
Лик	Сник		Твой
Твой.	Мой.		Я.

В венгерском оригинале стихотворные строки, за исключением четырех последних, зарифмованы парными рифмами, поэтому естественно, что каждое слово поэт выделил в отдельную строку. Содержание стихотворения не вызывает сомнений: это признание в любви. Правда, его не следует принимать всерьез.

В стихотворении Шандора Вёреша «Китайский храм» нет столь жесткой рифмы. Рифмуется лишь седьмая строка с четырнадцатой и двадцать первая с двадцать восьмой. Но звучание стиха напоминает звон колокольчиков, поскольку каждое слово произносится отдельно и отделено от других небольшими паузами. Именно этим и объясняется необычная форма записи стиха (в каждой строке — по одному слову):

Храм...	Сквозь	Вдруг	И —
Вкруг —	Свод —	Гонг —	Тишь...
Сад.	Лист	Глас	Звук
Зыбь	Густ —	Медь	Спит,
Крон,	Блик.	Шлет.	Шум
Тишь,	Синь	Стих	Мертв,
Тень.	День.	Звон,	Сон ...

Звучащие, как удары гонга, слова придают мелодике стиха восточный колорит и вызывают в воображении читателя образ китайского храма. Односложные слова выстроены в столбцы наподобие китайских иероглифов, которые, как известно, пишутся по вертикали сверху вниз.

В стихах односложные слова всегда соответствуют стопе *та*. Почему? Попробуйте сами написать стихотворение из односложных слов, например такое:

Струй тих плеск,	или	Жар спал.
Тьма, звезд блеск		Дол сух,
		Лес прям,
		Прян дух.

Чтобы игра была более интересной, попробуйте свои силы в метрическом стихосложении. Обратимся снова к стр. 9, где как пример случайно найденного стихотворного размера, мимоходом услышанного ритма приведена надпись на вывеске, процитированная в стихотворении Шандора Вёреша «Ночные чудеса».

«Тот Дюла. Водопровод. Плата по таксе вперед» — пентаметрическая строка. Ритм ее выглядит так:

та тити та тити та | та тити та тити та

В данном случае ритм каждой из двух половин пентаметрической строки одинаков. Но в первой половине вместо *тити* может стоять и *та*, а в последней полной стопе такая перемена ритма не допустима. Таким образом, если взять пять односложных слов, идущих подряд в ритме *та та та та та*, то их можно подставить вместо

первой половины строки пентаметра. Не стремясь к смысловой взаимосвязи между односложными словами, будем довольствоваться сначала простым перечислением. Например, взглянув в зеркало, вы увидите

лоб, бровь, глаз, нос, рот.

Можно привести и другие примеры, например перечислить различные по продолжительности промежутки времени:

миг, час, день, год, век

или птиц:

стриж, клест, выпь, дрозд, чиж.

Нетрудно построить и пентаметрические фразы, например:

«Кто хоть раз был там?»

«Средь гор жил, пас коз».

Гораздо труднее составить из односложных слов вторую половину пентаметра. Впрочем, к составлению пентаметра можно подойти и с другого конца и попытаться построить его не из односложных, а из более длинных слов.

В венгерском языке с присущими ему долготой и краткостью гласных и ритм *та та та та та* (спондеические стопы), и ритм *та тити та тити та* (дактилические стопы) можно без труда обнаружить и среди различных глагольных форм:

elképzelhettek	(<i>та та та та та</i>) — могли вообразить,
megtárgyalhatná	(<i>та та та та та</i>) — можно было бы обсудить,
széjjeltéphetek	(<i>та та та та та</i>) — могли разорвать,
eltérbélyesedett	(<i>та тити та тити та</i>) — располнел,
elcsökevényesedett	(<i>та тити та тити та</i>) — пришел в упадок,
elkeseríthetitek	(<i>та тити та тити та</i>) — могли огорчить,

и среди существительных с обстоятельственными окончаниями:

felfedezéseikért	(<i>та та та та та</i>) — за изобретение,
felszereléseiken	(<i>та тити та тити та</i>) — на обзаведение.

Ритмически сильному слогу *та* соответствует слог, содержащий:

- 1) либо долгую гласную (á, é, i, ó, ő, ú, ű),
- 2) либо краткую гласную, после которой следуют две (или более) согласных.



Прочтите несколько раз вслух стихотворение Шандора Вёреша «Китайский храм». Ваша речь при декламации невольно обретет мелодичность. Попробуйте выявить мелодический рисунок, скрытый в интонации. Извлеките из мелодической речи ее музыкальную основу и спойте стихи на «добытый» вами мотив.

Можно поступить иначе. Было бы интересно, если бы вам удалось полностью отвлечься от интонации произносимого вами стихотворения и положить его на совершенно другую мелодию. Например, каждый слог можно пропеть так, чтобы по высоте звучания он отличался от соседних. Получится «рваная», скачущая мелодия:

Зыбь

тишь,

Храм ...

сад.

Вкруг —

крон,

тень.

Разумеется, скачущие то вверх, то вниз слова лишь приблизительно передают звучание мелодии, и записать ее точно на нотной бумаге не представляется возможным. К тому же и ритм каждый может выбирать по своему усмотрению.

То же самое стихотворение можно спеть совершенно иначе, если более гибко, мелкими ступенями варьировать высоту звучания так, чтобы получить более привычный мотив:

Храм...



Вкруг -

сад.

тишь,

тень.



Зыбь

крон,

Попробуйте сочинить такую песню на слова Шандора Вёреша, причем не одним, а многими способами. Попробуйте положить на музыку шуточное признание в любви Яноша Араня. Мелодию придумайте сами.

Продекламируйте и спойте на какой-нибудь полюбившийся вам мотив пентаметрические строки и фразы, составленные сначала из кратких, а затем из более длинных слов.

АЖЧ

Дежё Костолани писал: «Было бы ошибкой считать, что краткие фразы звучат по-венгерски лучше, чем длинные. Попробуем разобраться, как обстоит дело в действительности.

Существует «телеграфный» стиль, как бы разрывающий мысль на отдельные составные части. Примером такого стиля может служить следующий отрывок:

«Вошел. Сел. Жду. Вижу — книга. Дай, думаю, погляжу. Взял в руки. Перелистал. Положил на место».

Такой «рубленый» стиль при соблюдении чувства меры может приводить к вполне осязаемому и наглядному описанию происходящих событий, но при злоупотреблении становится манерным, мнимо значительным и утомительным...

В то же время существуют фразы, в которых бесконечные извивы и волнообразные повторы естественны, необходимы и преисполнены высокими художественными достоинствами».

Подтверждением правильности высказанного Костолани мнения может служить фраза из знаменитого описания колокольни в Комбре, данного французским писателем Марселем Прустом:

«Видна ли она была нам в пять часов дня, слева, когда мы ходили за письмами

на почту, через несколько домов от нас, неожиданно вздымавшаяся одинокой вершиной над грядой крыш; или если мы шли в противоположном направлении — справиться о здоровье г-жи Сазра — и, зная, что надó свернуть на вторую улицу после колокольни, следили взглядом за этою грядой, после подъема шедшего под уклон: или если мы направлялись еще дальше от колокольни, на вокзал, и, видная сбоку, повернутая в профиль, она показывала нам другие срезы и плоскости, подобно геометрическому телу, застигнутому в прежде не наблюдавшийся момент его вращения вокруг оси; или, наконец, с берегов Вивоны, когда от абсиды, напрягшей все свои мускулы и приподнятой расстоянием, казалось, сыпались искры — так силилась она помочь колокольне устремить шпиль прямо в небо, — словом, колокольня неизменно притягивала взор, она господствовала надо всем, ее неожиданно возникавшая игла собирала вокруг себя дома и поднималась предо мною, точно перст божий, — тело бога могло быть скрытым от меня в толпе людей, но благодаря этому персту я никогда бы не смешал его с толпой». (Пер. Н. Любимова).

Приведя эту цитату, Костолани продолжает: «Эта фраза полна до краев, но заинтересованный читатель воспринимает ее без труда и не видит в ней головоломки, а анализируемые подробности остаются до конца ясными и осязаемыми».



А вы согласны с Костолани? Поищите в художественной литературе отрывки, состоящие из коротких и длинных фраз. Опишите одно и то же событие совсем короткими предложениями и одной длинной фразой.

Все рассмотренные нами пропорции подразделяются на два типа: на случайные и на закономерные. Например, отношения, или пропорции, между числом слогов в самых длинных и самых коротких названиях населенных пунктов случайны, а пропорции между длительностями нот закономерны. В окружающем нас мире мы можем обнаружить великое множество закономерных пропорций, или отношений. Некоторые из них особенно важны. «Закономерные» отношения подразделяются на две большие хорошо известные группы: прямо пропорциональные и обратно пропорциональные.

Прямо пропорциональны:

1. В пределах одного и того же музыкального произведения длительность нот и продолжительность их звучания (разумеется, при условии, если темп сохраняется неизменным от начала до конца произведения). Если четвертная нота звучит одну секунду, то звучание половинной ноты длится две секунды.

2. Длина пути, пройденного равномерно движущимся телом, и время, прошедшее с начала движения.

3. Глубина колодца и работа, которую требуется совершить, чтобы достать из него ведро воды.

4. Длина окружности и ее радиус.

5. Размеры предметов и размеры отбрасываемых ими теней (при условии, что тени отбрасываются на плоскую поверхность, а измерения соответствующих размеров теней и предметов производятся одновременно).

Обратно пропорциональны:

1. Продолжительность звучания одного такта и число тактов, исполняемых за одну минуту.

2. Длины сторон прямоугольника, выложенного из 60 костей домино.

3. Радиус автомобильного колеса и число оборотов, совершаемых им на расстоянии 1 км.

Прямая и обратная пропорциональности широко используются в разнообразней-

ших расчетах, производимых администраторами, школьниками, инженерами и т. д. Не последнюю роль играют прямо и обратно пропорциональные зависимости в следующих задачах. (Будьте внимательны: при кажущейся простоте эти задачи довольно каверзные!)

Улитка проползает за 7 дней 6 метров. За сколько дней она преодолеет расстояние в 12 метров? ⑦

Маятниковые часы пробили 6 ударов за 5 секунд. За сколько секунд они пробьют 12 ударов? ⑧

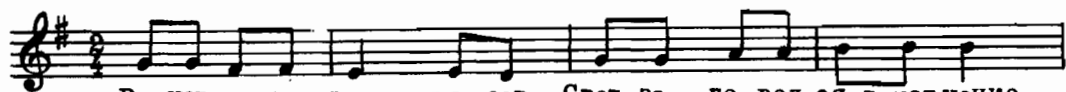
В книге Эрика Найта «Сэм Смолл летает снова. Удивительные приключения летающего йоркширца»* есть такая задача. Полторы курицы откладывают за полтора дня полтора яйца. За сколько дней семь кур снесут семь яиц? ⑨



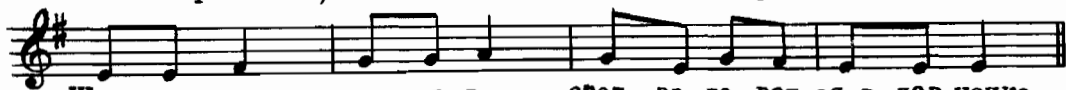
Что произойдет с точки зрения математики, если длительность нот увеличится вдвое, мы уже знаем. А что произойдет при этом с точки зрения музыки?

Будем теперь не увеличивать вдвое длительность отдельных нот, а растягивать вдвое темп всей мелодии. Длительность каждой ноты при этом увеличится вдвое. Для описания такого пропорционального увеличения всех длительностей используется специальный музыкальный термин — замедление.

Спойте следующую песню (нам уже приходилось встречаться с ней в главе «Отражение»):



Ве-чер на-стал, восемь ча-сов. Свет за-го-ре-лся в лав-чонке.

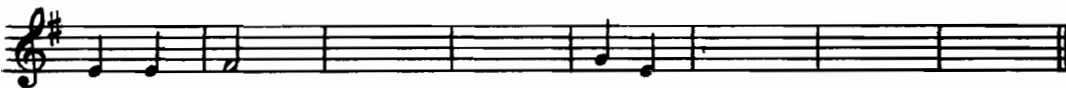


Шал-ля-ром, шал-ля-ром, свет за-го-ре-лся в лав-чонке.

Замедлите темп вдвое:



(продолжайте!)



* Knight E. Sam Small flies again. The amazing adventures of the flying Yorkshirman. — New York, London: Harper, 1942.



Спойте и эту вариацию песни (вы ясно видите, что перед вами именно *вариация* исходной песни). В первоначальном варианте песни состояла из восьми тактов. Из скольких тактов состоит ее замедленная вдвое вариация? Каков коэффициент пропорциональности? Чем отличается звучание исходной песни от звучания ее замедленной вариаций? Спойте с кем-нибудь на два голоса песню и ее «растянутую вдвое» вариацию. Пусть один из вас исполнит первоначальный, а второй — замедленный вариант песни. Вместе это прозвучит так:



Восклицательными знаками отмечены те места, в которых за чистотой пения необходимо следить особенно внимательно. Тот, кто ведет вспомогательный голос, может исполнять свою партию без слов, напевая мелодию с закрытым ртом.

До какого места успеет дойти второй из поющих к тому моменту, когда первый допоеет исходную песню до конца? Каков коэффициент пропорциональности?

Среди известных народных песен нетрудно найти такие, которые можно было бы исполнить в сопровождении голоса, ведущего вдвое или вчетверо замедленную вариацию. Например, венгерскую народную песню «Отправился гусь в далекие края» можно исполнять на два голоса (второй голос будет петь замедленную вдвое вариацию), а венгерскую народную песню «Парень я бедный» можно распевать даже на три голоса (второй голос будет исполнять вдвое, а третий — вчетверо замедленную вариацию).

Множество примеров замедления и убыстрения темпа мы находим в инструментальной, вокальной, хоровой и симфонической музыке. Различить их на слух, не заглядывая в ноты исполняемого произведения, бывает нелегко.

Голландские композиторы XVI—XVII вв. (Пьер де ля Ру, Жоскен Дебре) охотно включали в свои произведения такие музыкальные «забавы». Нередко прибегал к повторению темы в замедленном темпе Бах. Аналогичный прием использован и в приводимом ниже отрывке из «Танцевальной песни» для хора Золтана Кодая:

Сопрано

Менцо-сопрано

Альт

Скажут то - же, тан - це - вать не - го - же ма - дья - ру!

Скажут то - же,

тан - це - вать не - го - же ма - дья - ру! Скажут то - же,

Ска - жут го - же, тан - це - вать

Скажут то - же, тан - це - вать не - го - же ма - дья - ру!

тан - це - вать, скажут то - же, тан - це - вать не - го - же ма - дья - ру!

не - го - же ма - дья - ру!

Скажут то - же, тан - це - вать не - го - же ма - дья - ру!



С точки зрения грамматики слова, которые мы говорим или пишем, различаются как части речи: глаголы, прилагательные, существительные, числительные и т. д.

Интересно выяснить, как распределены различные части речи в словаре, то есть с какой частотой они встречаются. Существительные, глаголы, прилагательные в венгерском языке представлены в изобилии, наречия встречаются реже, союзов, местоимений и послелогов наберется около 50—100. а артиклей всего лишь три (два определенных артикля *a* и *az* и один неопределенный артикль *egy*).

Можно ли утверждать, что в словаре части речи встречаются в таких же пропорциях, как и в устной речи? Разумеется, нельзя. В устной речи мы чаще, чем в словаре, используем артикли и союзы. Но двумя наиболее часто употребляемыми частями речи и в словаре, и в живой разговорной речи остаются существительные и глаголы.

В некоторых случаях мы используем преимущественно какую-нибудь одну (иногда даже только одну) часть речи. Например, если кто-то осматривает какое-нибудь техническое устройство и диктует своему коллеге характеристику этого устройства, то звучать будут только *числительные*. При переключке называются только *собственные имена* (фамилии), в передаваемой по радио гидрометеосводке — *собственные имена* (названия населенных пунктов) и *числительные* (данные о температуре, атмосферном давлении, количестве осадков и т. п.). В детской игре «Жарко — холодно» вслух называются только *наречия*: холодно — тепло — жарко. Лишь на заключительном этапе водящий называет существительное: найденный им предмет.



Когда художник рисует картину, он, сообразуясь с темой и художественным замыслом, наносит на холст разные краски в различных пропорциях. Более того, смешивая различные готовые краски, он получает новые краски.

Аналогичным образом действует и композитор, «смешивая» в различных пропорциях звучание различных инструментов с тем, чтобы «нарисовать» определенную музыкальную картину. (Должно быть, вы обращали внимание на то, как много терминов перешло из изобразительного искусства в музыку?)

Каждый музыкальный инструмент (фортепиано, орган, кларнет, флейта и т. д.) обладает своей особой, неповторимой окраской звучания — *тембром*. Объединяя звучание нескольких инструментов, композитор может разнообразить и обогащать звуковую палитру произведения. Он может комбинировать в различных пропорциях звучание инструментов различных групп (струнных, духовых, ударных) или в соответствии со своим замыслом усиливать или ослаблять звучание определенных инструментов в пределах одного семейства (скрипок, альтов, виолончелей, контрабасов). Ясно, что в музыке, написанной для струнного оркестра, роль, или доля (пропорция) звучания, скрипок совершенно иная, чем в произведении для большого симфонического оркестра, в котором помимо струнных звучат многие другие инструменты. (В звучании одних лишь струнных инструментов скрипки несомненно играют более заметную и значимую роль.)

Прослушайте какую-нибудь пьесу для струнного оркестра и какое-нибудь произведение для симфонического оркестра и сравните, как звучат в них скрипки.

Существует ли музыка, написанная только для ударных инструментов? А музыка, предназначенная только для духовых инструментов? Как изменяются пропорции в звучании духовых и ударных при переходе от симфонической музыки к произведениям, написанным только для ударных или только для духовых?

Интересно сравнить пропорции в звучании различных групп инструментов в музыке различных эпох или различных композиторов, живших в одну эпоху. Прослушайте симфонии Моцарта или Гайдна и обратите внимание на то, какой из трех главных групп инструментов (струнных, духовых и ударных) великие мастера прошлого отводят главную роль. Голос каких инструментов слышится в их произведениях чаще других и с особой силой? Каким инструментом композиторы поручают ведение большинства мелодий?

Сравните звучание симфоний Моцарта или Гайдна с симфониями романтиков, например Шумана или Брамса. Так ли звучит у них оркестр, как у Моцарта? Насколько изменились пропорции в звучании отдельных групп инструментов? Прослушайте несколько произведений старинной музыки (Баха, Генделя или их предшественников). Чем отличается от них инструментовка современной музыки? Сравните произведения Дебюсси, Бартока, Рихарда Штрауса, Стравинского.



До сих пор мы, не заботясь о строгости формулировок, говорили то «пропорция», то «пропорциональность» и ни разу не упомянули о том, что значения этих слов не только не совпадают, но даже существенно отличаются. Что же такое *пропорция*?

Дайте ответы на следующие вопросы:

В какой пропорции находятся партии товаров, состоящие из 3000 изделий и из 2 изделий?

В какой пропорции находится кусок дерева длиной в 2 см к планке длиной в 4 м?

В какой пропорции находится взрослый человек весом 93,2 кг и новорожденный длиной 57,83 см?

В первом случае пропорция составляет $3000 : 2 = 1500$, во втором $2 : 4000 = 0,005$ (так как $4 \text{ м} = 400 \text{ см}$). В третьем случае мы не можем сказать ничего, поскольку вес и длина не сравнимы.

Таким образом, находиться в пропорции могут лишь такие две величины, которые можно выразить в *общих* единицах измерения. В первом примере этими двумя величинами были 3000 изделий и 2 изделия, во втором — 2 см и 4 м. Вес 93,2 кг и длина 57,83 см не относятся к числу величин, которые можно было бы выразить в общих единицах измерения.

А что означает *пропорциональность*?

Например, мы можем говорить о прямой пропорциональности между количеством дынь и их стоимостью, обратной пропорциональностью между радиусом колеса и числом оборотов, совершаемых им на заданном расстоянии.

Обратите внимание: в первом примере мы имели 3000 изделий и 2 изделия, то есть две вполне определенные величины. Что же касается количества дынь, то оно нам неизвестно так же, как и их стоимость. Количество дынь может быть равным 1 кг, 0,5 кг, 200 кг и т. д., то есть выражаться не одной величиной, а целым набором величин, или, как говорят математики, целым множеством величин. Стоимость дынь также выражается некоторым множеством величин. Между этими двумя множествами существует строгое соответствие: любому количеству дынь соответствует вполне определенная стоимость (если 2 кг стоят 6 форинтов, то стоимость 200 кг составляет 600 форинтов). Следовательно, величины, образующие два множества, можно разбить на пары.

О пропорциональности можно говорить лишь в том случае, если *элементы каких-то двух множеств допускают такое разбиение на пары*.

Приведем примеры множеств, из элементов которых можно составить пары:

- а. Географические координаты населенного пункта и численность проживающего в нем населения.
- б. Возраст ребенка и его рост в этом возрасте.
- в. Вес и объем какого-нибудь вещества.
- г. Число паркетин, необходимых, чтобы выложить пол в каком-нибудь помещении, и площадь одной паркетины.
- д. Площадь и длина стороны квадрата.

Посмотрим, какая зависимость существует между элементами пары в каждом примере.

В примере (а) элементы пары (географические координаты и численность населения) между собой никак не связаны (если не считать того, что в высоких широтах нет населенных пунктов со сколько-нибудь значительной численностью населения).

Пример (б) более интересен. Как правило, чем старше ребенок, тем он выше росом. Но это соответствие не точно, единого правила, по которому мы могли бы вычислить рост любого ребенка, не существует.

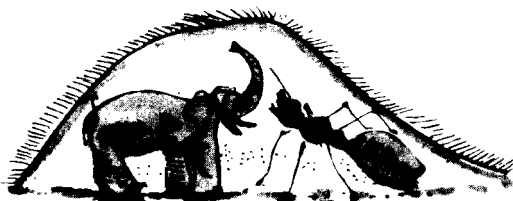
В примере (в) между элементами пары уже имеется точная зависимость. Отношение двух величин, образующих пару, не зависит от выбора пары: оно одинаково для всех пар. С зависимостью такого рода мы уже встречались: отношение стоимости дынь к их количеству было постоянным и составляло 3 форинта/кг.

Такого рода зависимости называются *прямо пропорциональными (или прямой пропорциональностью)*.

В примере (г) нетрудно заметить математическую зависимость: произведение площади одной паркетины на число паркетин должно быть постоянно и совпадать с площадью пола того помещения, в котором предстоит настелить паркетный пол. Такого рода зависимости называются *обратно пропорциональными (или обратной пропорциональностью)*.

Наконец, в примере (д) элементы каждой пары связаны точной зависимостью, однако между ними не существует ни прямой, ни обратной пропорциональности.

Довольно часто о пропорциональности говорят и в тех случаях, когда никакой точной зависимости не существует и, более того, даже неизвестно, как измерить те величины, которые подлежат сравнению. Например (если ограничиться простым и наглядным примером из повседневной жизни), нередко можно услышать утверждение о том, будто энтузиазм болельщиков прямо пропорционален числу забитых голов, если голы забивает «своя» команда, и обратно пропорциональна числу голов, если речь идет о мячах, забитых противником. Продолжительность светлой части суток принято считать прямо пропорциональной нагреванию почвы, а загрязненность воды — числу погибших рыб. В действительности же речь идет не о прямой пропорциональности, а о двух «синхронно» изменяющихся величинах: если одна из величин возрастает, то вслед за ней более или менее тем же темпом начинает возрастать и другая величина. Приведите другие примеры «псевдопропорциональных» зависимостей. Ваша изобретательность прямо пропорциональна числу примеров, которые вы сможете придумать.



Последовательности



Вспомните своих школьных друзей. Могли бы вы перечислить фамилии тех, с кем вы учились или учитесь в одном классе? Соберитесь с мыслями, представьте себе класс, вспомните, кто за какой партой сидел и назовите фамилии. Проводя «переключку», вы можете начать с любого места и двигаться в любом направлении, поэтому перечень фамилий учеников одного и того же класса будет выглядеть по-разному.

С точки зрения математики фамилии учеников образуют *множество*, а если их назвать в том порядке, в каком ваши товарищи сидят за партами, — *последовательность*. Список учеников в классном журнале может служить примером другой последовательности, состоящей из тех же фамилий: в списке фамилии расположены в алфавитном порядке, а не в той очередности, в которой рассажены ученики. Алфавитный порядок широко используется в словарях, справочниках и указателях, поскольку он позволяет наиболее легко и просто находить нужное слово.

Выпишем из будапештского телефонного справочника первые десять фамилий, начинающихся на букву L, и переставим их*:

- | | |
|-----------|-------------|
| 1. Labay | 6. Laáb |
| 2. Laár | 7. Lábadý |
| 3. Labaj | 8. Labai |
| 4. Lábadí | 9. Lábán |
| 5. Laban | 10. Labádi. |

Как следует переставить эти фамилии, чтобы они расположились в алфавитном порядке? Проверьте свой ответ, сравнив составленный вами список со списком, приведенным в конце книги среди решений задач. 20

Возможно, последовательность фамилий, расположенных в алфавитном порядке, кое в чем покажется вам удивительной. Например, фамилия Lábadí встречается там раньше, чем фамилия Laban, хотя в венгерском алфавите буква á идет после буквы a. При расположении слов в алфавитном порядке акценты, позволяющие отличать долгие гласные от кратких, во внимание, вообще говоря, не принимаются. Но если два слова состоят из одних и тех же букв (расположенных в одном и том же порядке) и отличаются лишь тем, что в одном из них над гласными стоят акценты, а в другом акцентов нет, то слово без акцентов должно идти перед словом с акцентами (в нашем примере фамилия Laban должна предшествовать фамилии Lábán).

В программе «Язык — музыка — математика», передававшейся по венгерскому радио, принимали участие десять детей. Их имена, расположенные в алфавитном

* Венгерский алфавит содержит больше букв, чем латинский (двадцатичетырехбуквенный). Для обозначения звуков, не существующих в латинском языке, в венгерском алфавите используются дополнительные буквы и надстрочные знаки: a, á, b, c, cs, d, dz, dzs, e, é, f, g, gy, h, i, í, j, k, t, ly, m, n, ny, o, ó, ő, ő, p, r, s, sz, t, ty, u, ú, ü, v, z, zs. — *Прим. перев.*

порядке, образовывали последовательность: Andrea (Андреа), Éva (Ева), Ferenc (Ференц), Gabor (Габор), Judit (Юдит), Mária (Мария), Marietta (Мариетта), Miklós (Миклош), Peter (Петер) и Sándor (Шандор)*.

Говоря об алфавитном порядке расположения слов, нельзя не упомянуть еще об одной его разновидности — о так называемом обратном (или инверсионном) алфавитном порядке. В «Толковом словаре венгерского языка» лексика упорядочена в обратном алфавитном порядке**. Что это за порядок?

Список десяти детских имен, расположенных в обратном алфавитном порядке, открывало бы имя Andrea. Имена трех девочек также оканчиваются на букву а, но в имени Andrea предпоследняя буква е, в имени Mária — i, в имени Marietta — t и в имени Éva — v. Поэтому при перечислении в обратном алфавитном порядке список детских имен должны открывать четыре имени, идущие в следующей очередности: Andrea, Mária, Marietta, Éva.

«Толковый словарь венгерского языка» начинается со слов, *оканчивающихся на букву а*. Сначала идут слова, оканчивающиеся на *ba*, затем слова, оканчивающиеся на *sa* и т. д. Среди имен десяти участников радиопрограммы имена трех мальчиков оканчиваются на букву г. Расположенные в обратном алфавитном порядке они образуют последовательность Péter, Gábor и Sándor. Куда следует вписать имя Tibor, чтобы не нарушить обратный алфавитный порядок? А имя Tivador?

Перечислять людей можно не только по именам или фамилиям, расположенным в прямом или обратном алфавитном порядке. Например, в картотеках медицинских учреждений Венгрии истории болезни расположены не по фамилиям пациентов, а по годам рождения. Число 641002 означает, что соответствующий человек родился 2-го октября 1964 г. Такой порядок хранения карточек позволяет значительно экономить усилия по розыску нужной истории болезни и избегать многих ошибок и досадных недоразумений. Действительно, такие фамилии, как Киш, Надь, Сабо, Варга, в Венгрии очень распространены, и в картотеке одного медицинского учреждения вполне могли бы оказаться десяток историй болезней пациентов с одинаковыми именами и фамилиями (например, Иштванов Ковачей).

Запись года рождения двумя последними цифрами выглядит довольно причудливо. При таком способе регистрации люди преклонных лет, родившиеся в 1900 г., получают индекс, начинающийся с комбинации нулей 00. Индексы, начинающиеся с 01, получают люди, которые на год младше тех, кто родился в 1900 г. Каждая следующая единица означает уменьшение возраста еще на один год. Индексы новорожденных будут начинаться с двузначных чисел, заключенных между числом 100 и двумя первыми цифрами индексов людей старшего возраста.

Индекс 771126 может принадлежать и маленькому ребенку, родившемуся 26 ноября 1977 года, и почтенному старцу, которому 26 ноября 1977 года исполнилось ровно 100 лет. Пользуясь системой регистрации дат, принятой в медицинских учреждениях Венгрии, запишите сегодняшнюю дату — «координаты» того дня, когда вы будете читать эту страницу нашей книги. Возможно, в регистратуре какого-нибудь медицинского учреждения найдете карточку с большим индексом, но она заведомо будет принадлежать человеку, родившемуся до 1900 г.: ведь те, кто родится завтра или послезавтра, еще не внесены в картотеку.

* Один из возможных вариантов последовательности из десяти русских имен выглядит, например, так: Алеша, Боря, Витя, Гена, Дима, Женя, Ира, Катя, Лена, Маша. — *Прим. перев.*

** В обратном алфавитном порядке упорядочены слова в «Грамматическом словаре русского языка» А. А. Зализняка (М.: Русский язык, 1977). — *Прим. перев.*

Человек, родившийся 31 декабря 1899 года, при регистрации по описанной нами системе получит индекс 991231 (разумеется, карточку с таким индексом удастся отыскать далеко не во всякой регистратуре). Возможна ли подобная карточка с еще большим индексом? (21)



Некто родился 15 декабря 1953 г. Какой индекс соответствует этой дате? Вы совершенно правы: 531215. Эту дату, точнее это число, можно спеть. Необходимо лишь условиться, какая нота соответствует цифре 1.

Предположим, цифре 1 соответствует *до* (выбор октавы зависит от ваших вокальных данных). Соответствие между остальными цифрами и нотами определяется уже однозначно: цифре 2 соответствует нота *ре*, цифре 3 — нота *ми*, цифре 4 (хотя она не входит в индекс даты 15 декабря 1953 года) — нота *фа*, цифре 5 — нота *соль* и т. д. Следовательно, число 531215 можно просольфеджировать так: *соль, ми, до, ...* Цифре 8 будет соответствовать *до* следующей за выбранной вами октавы, обозначаемая *до*, цифре 9 — нота *ре* и т. д. Установленное таким образом соответствие между цифрами и нотами позволяет пропеть любое число. Некоторые люди пользуются музыкальным «кодированием» для запоминания важных телефонных номеров. Например, номер одного из отделений будапештской милиции просольфеджировать особенно легко 12-34-56. Как он звучит?

Нашу игру можно провести и в обратном порядке: спев заданный мотив, мы можем записать его в виде набора чисел. Примером такого цифрового кодирования мелодий может служить следующая баллада:

Сто — ит ко — рабль в ба — ла — тон — ских во — дах ,

 до ми соль соль ля соль фа ми ре до до

 1 3 5 5 6 5 4 3 2 1 1

за — стралял ко — рабль в ди — кой ро — зы вет — вях .

 соль до ми до ми ре до си ля соль соль

 5 8 10 ...

Ка — бы ро — зы вет-ви прочь от — сечь, пусть ко-рабль вдал' по во-дам летит,

 соль до ми до ре ми до соль до си до ре до си до си фа



Аналогичным образом можно просольфеджировать и затем записать в виде набора цифр любую известную нам песню. В песнях, оканчивающихся нотой *до*, удобно обозначить цифрой 1 ноту *до*, а в песнях, оканчивающихся нотой *ля*, — цифрой 1 удобнее обозначить ноту *ля*. (Если песня «опускается» ниже ноты, обозначенной цифрой 1, то в цифровой записи ее удобно использовать римские цифры. Например, если цифра 1 означает *до* соответствующей октавы, то *нижнее си*, или *су* (то есть *си* предыдущей октавы) целесообразно обозначить римской семеркой VII, ниже *ля* (*ля*) — римской шестеркой VI, ниже *соль* (*соль*) — римской цифрой V и т. д. Исполнение таких песен предъявляет несколько большие требования к голосовым данным певца.)

Не вызывает особых трудностей исполнение по цифровой записи таких венгерских народных песен, как «Уж как выросли два розовых куста», «Яркая звезда», «Веселый гонвед», «Габор Арон», «Манит песня соловья», «Пал, Ката, Петер», «Эй, гей, сапоги сверкают», «Бутоны кружевного дерева» (все эти песни удобно кодировать, обозначив цифрой 1 ноту *до*); «Звезды, звездочки», «Жарко на солнышке», «Милая девушка», «Чином Палко», «Перед нашим домом, милая матушка», «Красиво плывет уточка» (эти песни удобно кодировать, обозначив цифрой 1 ноту *ля*).

Если вы достаточно свободно сольфеджируете, попробуйте сыграть в следующую игру. Выберите какую-нибудь несложную мелодию, заканчивающуюся, например, нотой *до* и переложите ее на цифры (ноте *до* в цифровой записи будет соответствовать цифра 1). Затем продайте обратное переложение с цифр на ноты, считая, что цифра 1 соответствует не ноте *до*, а какой-нибудь другой ноте. В результате вы получите исходную мелодию в несколько преобразенном, *транспонированном*, виде. Попробуйте, не окажется ли транспонированная вариация более легкой для исполнения.



Одним из наиболее употребительных способов образования последовательностей является нумерация. К ней прибегают еще чаще, чем к расположению элементов какого-нибудь множества в алфавитном, или лексикографическом, порядке.

Нумеруют участников соревнований и результаты соревнований, страницы книг, дома вдоль улицы, места в зрительном зале кинотеатра, такты в партитуре музыкального произведения и т. д.

Нумерация помогает найти нужную комнату («номер») в гостинице. Можно ли утверждать, что если все гости расселены по разным комнатам, то занятых номеров в гостинице столько, сколько гостей?

Следующие два примера на первый взгляд противоречат общеизвестным истинам.

Первый пример заимствован из книги Йожера Гратцера «Блестки остроумия на целый год»: «Семь усталых путников забрели в придорожную гостиницу и попросили пустить их на ночлег. Выяснилось, однако, что каждому требуется отдельная комната, а у хозяина гостиницы было лишь шесть свободных номеров. Поразмыслив, хозяин

нашел выход из затруднительного положения. Первому путнику он предоставил комнату номер один, туда же хозяин попросил пройти еще одного путника и немного подождать. Третьему путнику хозяин отвел комнату номер два, четвертому — комнату номер три, пятому — комнату номер четыре и шестому — комнату номер пять. Затем он вернулся в первую комнату и пригласил ожидавшего там седьмого путника пройти в шестую комнату. Каждый из привередливых постояльцев получил отдельный номер». Так ли это?

Разумеется, рассуждения изворотливого хозяина гостиницы неверны и таят в себе ту же ошибку, что и известный способ подсчета пальцев («один, два, три, четыре, пять, шесть, семь, средний, восемь, девять»), из которого следует, будто на руках всего девять пальцев.

В следующей задаче нет ни малейшего подвоха, разве что речь идет о несколько необычной гостинице с бесконечно большим числом номеров. Разумеется, таких гостиниц в действительности не существует, однако история, которую мы собираемся вам поведать, убедительно показывает, что утверждение, справедливое для конечного, может стать неверным для бесконечного.

Когда прибыл еще один гость, в гостинице с бесконечно большим числом одноместных номеров не оставалось ни одной свободной комнаты. Сначала управляющий хотел было послать за помощью, но потом сам догадался, как ему поступить. Произведя некоторые перемещения, он вскоре смог предложить новому гостю свободную комнату, при этом ни один из прежних постояльцев гостиницы не был выселен, и ни в одном номере не оказалось двух постояльцев. Как управляющему удалось сделать это?

Управляющий распорядился, чтобы каждый обитатель гостиницы переехал в комнату с номером на единицу больше. В реально существующих гостиницах выполнить такую просьбу было бы невозможно: во-первых, управляющий не мог бы отдать такое распоряжение (в лучшем случае он мог бы просить постояльцев переехать в соседний номер), во-вторых, если в гостинице всего 201 номер, то обитатель 201-го номера при всем желании не мог бы переехать в 202-й номер. В гостинице с бесконечным числом номеров такого затруднения не возникает: рядом с любой комнатой в ней всегда найдется комната с номером на единицу больше. Следовательно, управляющий гостиницы с бесконечно большим числом номеров всегда может переселить постояльцев и освободить для вновь прибывшего комнату номер один.



Некоторые последовательности хорошо известны, все мы сталкиваемся с ними ежедневно. Таковы, например, натуральные числа, названия дней недели или месяцев.

Пословицы, присловья и поговорки о числах известны всем, но в различных вариантах:

Раз — глаз-алмаз

(или: спелых вишен полон таз),

Два — до чего густа трава

(или: корыто без дна держит воду едва).

Ласло Арань и Пал Дюлаи в «Сборнике народной поэзии», вышедшем в свет в 1872 г., опубликовали следующие варианты:

Раз — спелых вишен полон таз.
Два — корыто без дна держит воду едва.
Три — коль боишься, дверь запри.
Четыре — отвори ворота шире.
Пять — на дворе туман опять.
Шесть — не на что сесть.
Семь — наш лужок зарос совсем.
Восемь — на обед галушки просим.
Девять — матушку бы не прогневать.
Десять — черт хромой стал куролесить.

Известны ли вам какие-нибудь пословицы и поговорки о днях недели? На шуточное стихотворение о днях недели Бела Барток написал для хора «Песню для лентяев»:

В воскресенье веселились,
В понедельник похмелились,
Во вторник крепко спали,
В среду нас едва подняли,
А в четверг мы танцевали,
В пятницу сводили счета,
Вот в субботу много хлопот —
Думали, когда же работать?

Названиям месяцев посвящено стихотворение Имре Чанади «Вереница месяцев»:

Новый год, новый год,
Он наступит и пройдет
Вереницей братцев —
Их всего двенадцать.
Вот по льду скользит январь,
Февраль веет стужей,
Март встречает лужею.
Птичий гомон, звон капели —
На дворе стоит апрель.
Май в убранстве дорогом
Все покрыл цветов ковром.
Колос зелен, свеж и юн —
Май ушел, настал июнь.
Июль, взбрызнутый росой,
Шуршит острою косой.
Золотист от зрелости
Август, месяц спелости.
Гроздья виноградные
Ждут нас в сентябре,
Желтые, багряные
Листья — в октябре.
А туманом мгlistым
Встретит нас ноябрь,
Инеем пушистым —
Старший брат декабрь.

И народные присловья, и текст «Песни для лентяев» Белы Бартока, и стихотворение Имре Чанади обладают одной важной общей особенностью: в них что-то сопоставляется или ставится в соответствие каждому члену какой-нибудь хорошо известной последовательности. Присловья наделяют шутливой рифмой каждое из десяти первых целых чисел. В тексте «Песни для лентяев» соответствие между днями недели и сопоставляемыми им словами носит более тесный характер: в нем перечисляются причины, по которым лентяи изо дня в день отлынивают от работы. Наконец, в стихотворении Имре Чанади перечисляются наиболее характерные приметы каждого из двенадцати месяцев года.

В таких детских стихах, как, например, «Сорока-белобока кашку варила, деток кормила», каждому из пяти пальцев на руке ставится в соответствие определенное действие («этот воду носил, этот дрова рубил»). Выясняя перед началом игры, кому водить, ребята произносят считалочку (например, знаменитый «Антантенус», о котором мы упоминали в главе «Вариации»), касаясь рукой при каждом слове очередного участника игры, то есть устаивают соответствие между участниками игры и словами считалочки.



Ниже приводится латинский текст гимна св. Иоанна и рядом с каждой строкой — ее русский перевод:



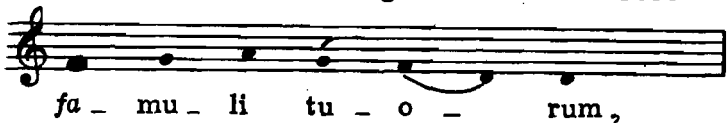
Дабы было легко



Извлекать звуки,



Сотворили чудо



Слуги твои,



Разрешили грешным



Устам творить запретное,



Сравнив первые ноты строк, вы обнаружите, что каждая последующая строка начинается с более высокого звука, чем предыдущая. Этой особенностью гимна Гвидо Аретинский (XI в.) решил воспользоваться для того, чтобы дать названия различным по высоте звукам. Начальную ноту каждой строки Гвидо Аретинский назвал по первому слогу соответствующей строки латинского гимна, то есть различным по высоте звукам поставил в соответствие различные слоги.

Прочитав первые слоги первых шести строк латинского гимна, получим: *ut, re, mi, fa, sol, la*. Эта последовательность хорошо известна всем знающим нотную грамоту, поскольку от нее берут начало современные названия нот. (Вместо ноты *ut* в XVII в. появилось новое название ноты *do*. Тогда же была введена и седьмая нота, получившая название *si*.) Что же касается гимна св. Иоанна, то он, по-видимому, был создан в IX в. для того, чтобы научить детей, поющих в церковных хорах, распознавать на слух определенные звуковые интервалы.

Эрне Роша написал венгерский текст на мелодию гимна *Ut queant laxis*, отличающийся по содержанию от исходного латинского текста, но сохраняющий сольмизацию — названия нот:

*Dobog a szívünk,
Réten sok szép virág,
Milyen illatos,
Fákon zöld lomb, zöld ág,
Szólal a rigó,
Lágyan zengvén hálát,
Néked kikelet.
(Бьются наши сердца,
Луг покрыт множеством чудесных цветов,
Источающих благоуханье,
На деревьях зеленая листва и молодые побеги,
Заливается дрозд,
Поет хвалу
Тебе, весна.)*

При желании вы можете сочинить свой собственный вариант этого гимна на любую тему. Важно лишь, чтобы начальные слоги первых шести строк оставались неизменными*.

* В качестве примера приведен следующий вариант русского текста. Не претендуя на роль образца, он призван лишь стимулировать творческую активность читателя:

*Долго скитался Пер Гюнт, край родимый покинув,
Речь не о нем — мало ль на свете бродяг.
Мил нам не Одиссей, а его Пенелопа,
Фантазией старца образ рожденный —
Сольвейг, чья песнь о разлуке
Ляжет печалью на сердце,
Тихой и светлой печалью. — Прим. перев.*

Основной принцип построения гимна св. Иоанна (каждая строка должна начинаться с более высокого звука, чем предыдущая, причем названия звуков должны образовывать восходящую гамму) настолько понравился Лайошу Бардошу, что он сочинил по такому же принципу три канона. Два из них — на латинском языке. Их можно найти в изданном Лайошем Бардошем сборнике «Семьдесят канонов». Третий канон «Расскажите, доктора!» на венгерском языке (на слова Дьердя Кереньи) мы приводим полностью:



SZÓ-LJATOK, DÓ-KTOROK!*

DO - kto - ra - i a ze - ne - tu - do - mány - nak,
RE - nda - la - pi - tó - i az é - ne - ke - sek - nek,

MI - nisz - te - re - i MI - nden hang - sze - rek - nek,
DO - kto - ra - i a ze - ne - tu - do - mány - nak,

FA - lu - si dal - LA - mok ősz - sze - gyűjtő - i,
RE - nda - la - pi - tó i az é - ne - ke - sek - nek,

** Szó — по-венгерски нота соль, dó — нота до. — Прим. перев.

SZO lja - tok. MI - képp le -
MI - nisz - te - re - i MI - nden hang - sze - rek - nek,

het a LA - pról é - nek - lés - nek RE - jtett
FA - lu - si dal - LA - mok ösz - sze - gyűjtő - i,

TI - tka - it el - sa - ja - TI TA -
SZÓ - lja - tok. MI - képp le -

ni? O DO - ktorok, SZO - lja - tok. O DO - ktorok,
het a LA - pról é - nek lés - nek RE - jtett TI - tka - it el - sa

SZÓ - lja - tok, DO - kto - rok!
já - TI - TA - ni? SZÓ - lja - tok, DO - kto - rok!

Что означают, по-вашему, две ноты над названием канона? 22

Возможно, шуточный текст* Дьердя Кереньи породит другие, не менее остроумные варианты. Для тех, кто хотел бы испробовать свои силы на этом нелегком поприще, мы заранее выписываем слоги, с которых должны начинаться строки стихотворения:

До ...
Ре ...
Ми ...
Фа ...
Соль ...
Ля ...
Си ...
До ...

Не беда, если текст будет несколько (или даже совсем) бессвязным. Подобрал текст, подыщите к нему подходящую мелодию, разумеется, по образцу и подобию гимна св. Иоанна: каждая нотная строка должна начинаться с более высокой ноты, чем предыдущая, а начальный слог стихотворной строки должен соответствовать названию соответствующей ноты.

После того как вы справитесь с этим заданием, мы хотим предложить вам новую игру: сочинять мелодии для считалочек. Например, «положите на музыку» такие строки, как «раз, спелых вишен полон таз» и т. д. При этом «раз» должен соответствовать ноте *до*, «два» — ноте *ре* и т. д., пока последовательность звуков будет следовать принятым названиям нот.



В следующих задачах требуется определить, образуют ли перечисленные слова, числа и т. п. последовательность или нет. Рядом с номером каждой задачи укажите ответ: да или нет. Правильность своих ответов сверьте с приведенными в конце книги, но не раньше, чем вы решите все задачи. 23

1. Вбили клин; корыто без дна; рот утри; забудь, мышь, о сыре; пора выступать; надобно присесть; прибыл насовсем; когда надо, спросим; ленивая челядь; велик воз, а мало весит.

2. 991, 19, 10, 1, 1, 1, 1, ...

3. 10, 950, 33, 25, 1111

4. бегемот, фабрика воздушных шаров, первоклашка, теленок

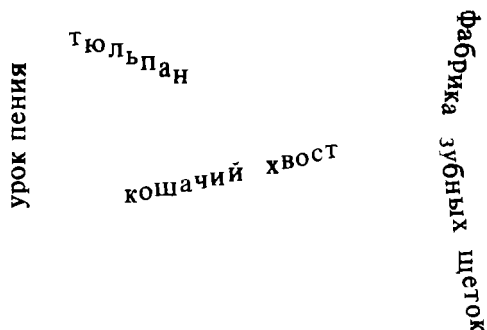
* Для тех, кто хотел бы узнать, о чем поется в каноне Бардоша Лайоша, приводим русский перевод текста Дьердя Кереньи.

Первый голос:

«Доктора музыкальных наук, мастера игры на всех музыкальных инструментах, собиратели народных песен! Расскажите, как петь с листа то, что скрыто за нотными знаками. О доктора, расскажите! О доктора, расскажите! О доктора!»

Второй голос:

«Ревнителю пения, доктора музыкальных наук, ревнителю пения, мастера игры на всех музыкальных инструментах, собиратели народных песен! Расскажите, как петь с листа то, что скрыто за нотными знаками. Расскажите, доктора!» — *Прим. перев.*



5. тюльпан бегемот кошачий хвост фабрика зубных щеток, урок пения
6. понедельник, вторник, среда, четверг, пятница, суббота, воскресенье
7. четверг, воскресенье, суббота, вторник, пятница, понедельник, среда
8. 6, 12, 18, 24, 30, ...

В каких случаях мы говорим, что перед нами последовательность? Что для этого необходимо?

Во-первых, необходимы объекты, образующие последовательность. Их принято называть *элементами последовательности*. По своей природе они могут быть совершенно произвольными: одушевленными и неодушевленными предметами, отдельными словами и целыми фразами, числами и т. д. Взятые вместе, элементы образуют *универсальное множество* последовательности. Например, в задачах 6 и 7 универсальное множество образуют семь дней недели. Это множество содержит семь элементов. В задаче 1 универсальное множество содержит десять элементов, в задаче 2 — четыре элемента (числа 991, 19, 10 и 1, хотя число 1 повторяется бесконечно много раз), в задаче 3 — пять элементов, в задаче 8 — бесконечно много элементов.

Образовать последовательность из множества можно в том случае, если элементы множества нам удастся «выстроить в ряд», то есть расположить по порядку. Иначе говоря, чтобы стать элементами последовательности, элементы множества должны допускать нумерацию. Это означает, что мы должны знать, какой из элементов множества первый, какой второй и т. д. Элементы множества в задаче 5, этому условию не удовлетворяют. Следовательно, они не образуют никакой последовательности.

Один и тот же элемент универсального множества может многократно входить в последовательность (как единица в задаче 2). Более того, существуют бесконечные последовательности, универсальное множество которых содержит один-единственный элемент, например последовательность 5, 5, 5, 5, 5, ...

Вам кажется это странным? Вообразите какую-нибудь последовательность, состоящую из предметов. Предположим, на монетном дворе чеканят монеты достоинством в один форинт. Отчеканив первую монету, мастера чеканят вторую, затем третью и т. д. Все элементы последовательности монет достоинством в один форинт, выпускаемых в обращение, одинаковы (так же, как и элементы числовой последовательности 5, 5, 5, 5, 5, ...).

Разумеется, последовательности, состоящие из предметов, с которыми нам приходится сталкиваться в окружающем мире, конечны, то есть содержат лишь конечное множество элементов. Можно ли составить из каких-нибудь предметов не конечную, а бесконечную последовательность? В сказках это удастся, поскольку фантазия без-

гранична. В сказках мы встречаем и бездонные бочки с неисчерпаемым запасом вина, и кошельки с неиссякаемым запасом монет, и многие другие не менее удивительные чудеса.



В народной поэзии, в детских песенках и сказках последовательности можно обнаружить довольно часто. Они несколько отличаются от последовательностей, члены которых расположены в алфавитном порядке или в соответствии с каким-либо другим правилом, но тем не менее это — самые настоящие последовательности.

В шуточной венгерской народной песне «Посеяла коноплю исполу» подробно рассказывается об операциях, производимых при посеве, уборке и дальнейшей обработке конопли:



- | | |
|---------------------------|---------------------|
| 2. Убирала коноплю исполу | 7. Пряла ... |
| 3. С поля увозила ... | 8. Ткала ... |
| 4. Вымачивала ... | 9. Кроила ... |
| 5. Домой привозила ... | 10. Шила ... |
| 6. Тербила ... | 11. Примеряла ... |
| | 12. Распарывала ... |

Каждую операцию героиня песни производит исполу, то есть лишь наполовину, предоставляя выполнять вторую половину работы кому-нибудь другому. Коноплю при этом ей также приходится делить пополам. Если после посева конопли героине песни принадлежит половина будущего урожая, то после уборки конопли ей достается лишь четвертая доля, после следующей операции («с поля увозила») — восьмая и т. д. После двенадцатой операции («распарывала») ей остается лишь $1/4096$ полотна, сотканного из конопли нового урожая. Песня язвительно высмеивает любителей переложить труд на чужие плечи: участь лентяев незавидна.

Подробное описание операций по обработке конопли можно найти в книге Коша и Семеркеньи «От отца к сыну» (и во многих других книгах по этнографии). Некоторые из операций в песне пропущены, например *чесание* конопли или *отбеливание*, когда холсты расстилают на солнце. Это позволяет дополнить текст песни: описание недостающей операции необходимо вставить в текст так, чтобы не нарушалась последовательность операций.

Возможно, вам когда-нибудь приходилось слышать песню «Кукареку!» из вокального цикла Золтана Кодая «Секейские посиделки». Мы приводим здесь ноты и полный текст песни. Обратите внимание на сложную структуру повторов и вариаций.



В городок небольшой стопы я направил,
Половину мошны я дома оставил,
Уточку я купил: «кря-кря-кря!»
Петушок мой кричит: «ку-ка-ре-ку!»
Кукарекуй, петушок, половину денег я сберег!

В городок небольшой стопы я направил,
Половину мошны я дома оставил,
Я купил гусака: «га-га-га!»
Уточка крикает: «кря-кря-кря!»
Петушок все кричит: «ку-ка-ре-ку!»
Кукарекуй, петушок, половину денег я сберег!

В городок небольшой стопы я направил,
Половину мошны я дома оставил,
Я купил индюка: «брун-ду-лю!»
Гусачок ей вторит: «га-га-га!»
Уточка крикает: «кря-кря-кря!»
Петушок кричит мой: «ку-ка-ре-ку!»
Кукарекуй, петушок, пусть совсем мой кошелек!

Выписав из каждого куплета этой песни строки, в которых воспроизводятся крики домашней птицы, мы получим последовательность строк, каждый член которой, начиная со второго, получается из предыдущего добавлением одной строки. Все, что мы отмечали при анализе последовательности операций по обработке конопли, в равной мере применимо и к новой последовательности: строгая упорядоченность элементов (приобретение после каждого путешествия в городок еще одной домашней птицы) и возможность введения в последовательность новых элементов (в особенности если герой песни станет приобретать не только птицу, но и четвероногих домашних животных).

К третьей строке первого куплета мы при очередном «заходе» добавляем по одной новой столь же короткой строке. А что происходит с остальными строками? Первая

строка остается неизменной. Первое слово второй строки изменяется от куплета к куплету: вместо петушка появляется уточка, уточку сменяет гусачок и т. д. Все остальные слова второй строки остаются теми же, что и в первом куплете. Заключительные строки первых трех куплетов одинаковы. Изменение происходит лишь в последней строке четвертого куплета: кошелек героя после очередной покупки оказывается пустым. Впрочем, этому вряд ли приходится удивляться. Гораздо более удивительно другое: располагая в действительности весьма незначительной суммой денег и к тому же деля ее каждый раз пополам, герой песни умудряется каждый раз покупать все более дорогую птицу.

Мы видим, что всю песню «Кукареку!» Золтана Қодая можно рассматривать как последовательность: ее куплеты построены по тем самым правилам и обладают именно теми свойствами, которые необходимы, чтобы их можно было считать членами последовательности.

АЖЧ

С последовательностями мы встречаемся не только в песнях, но и в сказках. Взяв хотя бы знаменитую сказку «Сухой стебель и птичка» из сборника венгерских народных сказок Ласло Араня. Вся сказка в целом образует единую последовательность, внутри которой, постепенно возрастая, выстраивается меньшая последовательность. Предпоследний член большей последовательности, то есть сказки, гласит:

«Снова пустилась птичка в путь, шла, шла, червяка нашла.

— Червяк, червяк, источи дубинку.

Не стал червяк дубинку точить, не стала дубинка быка бить, не стал бык воду пить, не стала вода огонь заливать, не стал огонь деревню палить, не стали жители деревни волка гнать, не стал волк козу драть, не стала коза сухой стебель глодать, а стебель все птичку не качает».

Вплоть до этого места последовательность возрастала. Здесь же в ходе повествования происходит поворот, который на языке математики можно было бы назвать умножением на минус единицу: все, что до сих пор не происходило, теперь происходит.

Начинается заключительная часть последовательности с того, что птичка встречает петуха, который соглашается выполнить ее просьбу. Вслед за петухом делает то, что отказывался делать раньше, червяк, а за ним и все остальные персонажи сказки.

«Снова пустилась птичка в путь. Шла, шла, наконец встретила петуха.

— Петух, петух, клюнь червяка!

Побежал петух клюнуть червяка, пополз червяк источить дубинку, побежала дубинка ударить быка, побежал бык выпить воду, побежала вода залить огонь, побежал огонь спалить деревню, побежали жители деревни прогнать волка, побежал волк задрать козу, побежала коза погрызть сухой стебель, и тогда сухой стебель покачал птичку».

Вплоть до последнего шага ситуация остается неизменной: птичка тщетно просит всех выполнить то, что ради нее никто делать не желает. Тем не менее в просьбах птички есть своя логика и упорядоченность: получив очередной отказ, птичка обращается к следующему персонажу сказки с просьбой воздействовать на уязвимое место предыдущего персонажа и тем самым заставить его выполнить то, о чем его просила птичка. Именно поэтому после длинной серии неудач одна-единственная выполненная просьба полностью изменяет ситуацию. Что напоминает эта сказка? Выстроенные в цепочку кости домино: стоит толкнуть одну, как падают все остальные.

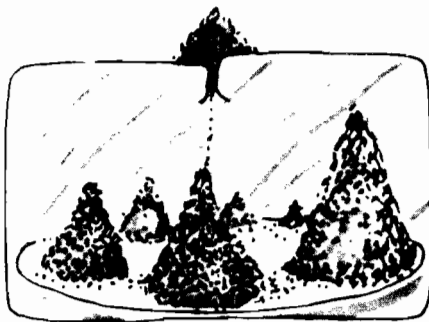
С аналогичной последовательностью мы встречаемся и в следующей сербской народной песне:

Уж как парень с красной девкой целовались,
 Посреди широка дола миловались,
 Думали, никто их не увидит.
 Но зелено поле увидало
 И овечек стаду рассказало,
 От овец пастух про то проведал,
 Страннику с сумой о том поведал,
 Странник — рыбаку, что в лодке плавал,
 Рыбак — быстрой речке,
 А от речки про то матушка прознала
 И отцу души-девицы рассказала.

Стала бедна девица стенать,
 Стала все на свете проклинять:
 Посулила полю, чтоб не зеленело боле,
 Овцам — злую долю встретить волка в поле,
 Пастуху — чтоб молнией кошару всю спалило,
 Путнику — чтобы в ногах иссякла сила,
 Рыбаку — чтоб утонуть в реке.
 Лодке — чтоб сгореть на медленном огне,
 Речке — пересохнуть от жары,
 Огню — чтоб погибнуть от воды.



А теперь проанализируем встречающиеся в песнях последовательности с точки зрения математики. Много ли от первоначального урожая конопля досталось нерадивой хозяйке, выполнявшей работу каждый раз исполу? При посеве, уборке и последующих операциях по обработке конопля этой хозяйке доставались доли урожая, образующие последовательность $1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32, \dots$



Продолжая эту последовательность сколь угодно далеко, мы будем получать постепенно убывающие числа, но до нуля так никогда и не дойдем. Действительно, уже двенадцатый член этой последовательности равен $1/4096$, но, сколько бы раз мы ни делили отличное от нуля число пополам, получить ноль нам так и не удастся.

Песня «Кукареку!» и сказка «Сухой стебель и птичка» очень близки по своей структуре. Нетрудно построить и числовую последовательность, которая бы воспроизводила их наиболее существенные черты. Во время передачи «Язык, музыка, мате-

матика» дети, находившиеся в радиостудии, привели несколько примеров таких последовательностей:

1, 21, 321, 4321, ...
0,1; 0,11; 0,111; 0,1111; ...
1, 1×2 , $1 \times 2 \times 3$, $1 \times 2 \times 3 \times 4$, ...

Аналогичной структурой обладает последовательность

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \frac{1}{4}, \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}, \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}, \dots$$

Она весьма примечательна. Присмотритесь к ней повнимательнее, попытайтесь мысленно продолжить ее и ответьте на следующие вопросы:

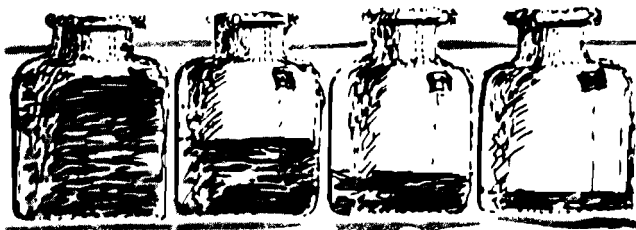
Какая это последовательность — возрастающая или убывающая? Из скольких слагаемых состоит ее тысячный член? Велик он или мал?

Ответить на первые два вопроса очень просто. Интересующая нас последовательность возрастающая. Ее тысячный член состоит ровно из тысячи слагаемых, поскольку при переходе от каждого члена к следующему числу слагаемых возрастает на единицу, а первая «сумма» состоит ровно из одного слагаемого.

Третий вопрос более интересен. Некоторые полагают, что тысячный член последовательности представляет собой достаточно большое число, поскольку он равен сумме тысячи слагаемых. Так ли это? Попробуем разобраться.

Однажды, когда родителей дома не было, один сластена достал из шкафа банку с вареньем и съел половину, затем завязал банку и поставил ее снова на полку, как будто он к ней и не прикасался. На следующий день он снова достал банку и съел половину оставшегося варенья, то есть четверть того, что было в банке сначала. После второго набега в банке стало недоставать уже $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ от первоначального содержания. На третий день наш сластена снова полез в шкаф и съел половину оставшегося варенья, а всего за три дня он съел $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ от общего количества варенья. Предположим, что сластена продолжает свои набеги на запасы варенья неограниченно долго. Тогда доли первоначального количества варенья в банке, которые он съест за один, два, три, ... дня, образуют последовательность

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \frac{1}{4}, \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}, \dots$$



В начале 1-й день 2-й день 3-й день

На тысячный день он съест почти всю банку варенья. Велика ли будет доля недостающего варенья на тысячный день? Она составит почти единицу (то есть сластена почти полностью опустошит банку варенья), но все же будет чуть меньше единицы. Это странное на первый взгляд обстоятельство и означает, что сумма любого числа

слагаемых

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$$

всегда меньше единицы.

Аналогичным свойством обладают и все бесконечные десятичные дроби, например

$$\frac{1}{9} = 0,1111111 \dots = \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{10000} + \dots,$$

$$1 = 0,999999 \dots = \frac{9}{10} + \frac{9}{100} + \frac{9}{1000} + \frac{9}{10000} + \dots$$



Многие игры в слова также связаны с образованием последовательностей. В качестве примера приведем простейшую из таких игр.

Как получить из воды вино? А вот как: ВОДА — КОДА — КОЗА — РОЗА — РИЗА — ВИЗА — ВИНА — ВИНО. Еще проще смолоть рожь на муку: РОЖЬ — РОЖА — КОЖА — ЛОЖА — ЛУЖА — ЛУКА — МУКА.

Правила игры ясны из этих двух примеров. Из одного заданного слова требуется получить другое, изменяя каждый раз лишь по одной букве так, чтобы после каждого изменения получалось осмысленное слово (разрешается брать только существительные, стоящие в именительном падеже единственного числа).

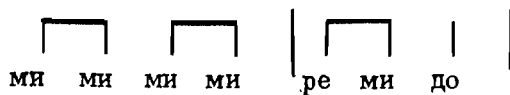
«Соль» игры заключается в подборе таких пар начальных и конечных слов, которые связаны между собой по смыслу. Например, построить мост через реку (то есть, следуя правилам игры, превратить слово МОСТ в слово РЕКА), спасти козу от волка или муху от паука. Попробуйте решить эти задачи — построить соответствующие цепочки слов.

Впрочем, выбирать в качестве начальных и конечных слов можно любые слова, состоящие из одинакового числа букв. Проще всего решаются задачи с трех- и четырехбуквенными словами.

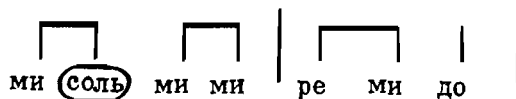
Можете ли вы указать два слова, которые невозможно перевести друг в друга, соблюдая при этом правила игры?



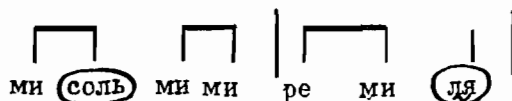
В аналогичную игру можно играть не только со словами, но и со звуками. Выберите какой-нибудь исходный мотив, например знакомую вам народную песню. Спойте ее и запишите сольмизацию.



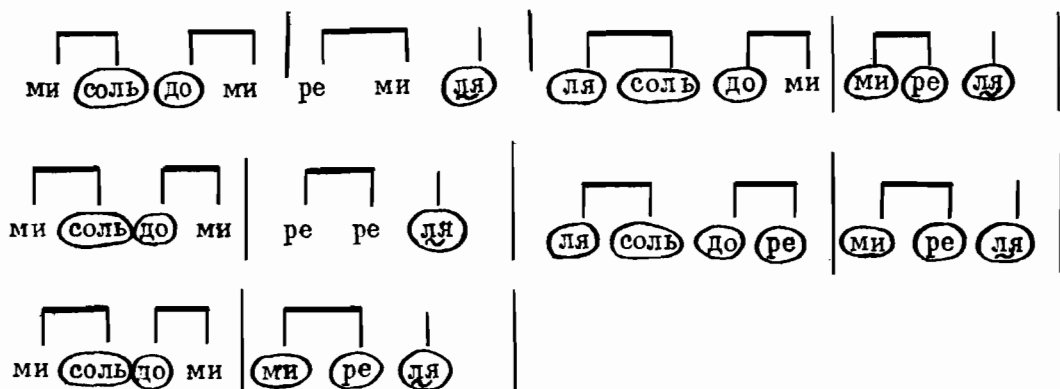
Теперь замените какой-нибудь звук другим, не нарушая ритмического рисунка. Произвести такую замену можно многими способами, например, так:



Затем замените еще один звук, например так:



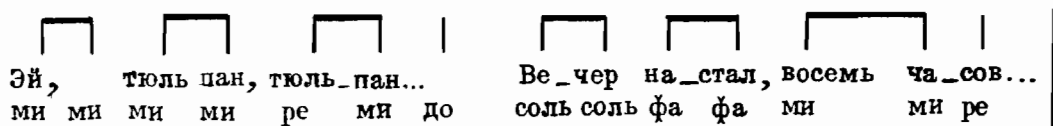
(*ля* означает *ля* предыдущей октавы). Производя последовательные замены, вы получите следующие мотивы:



Спойте каждый из этих мотивов. Сравните звучание первого мотива с последним, не имеющим с исходным мотивом ни одного общего звука. Попробуйте спеть на этот мотив последнюю строку из венгерской народной песни «Эй, тюльпан, тюльпан...». Сколько ходов, сколько замен понадобилось для того, чтобы заменить в исходном мотиве все звуки на новые? Начните всю игру снова, но на этот раз сами решайте, какой звук каким заменить. Ясно, что окончательный вариант мотива у вас получится иным, чем в нашем примере.

Если соберется несколько игроков, то игра станет еще интереснее: каждый из участников игры по очереди может изменять по одному звуку.

Еще один вариант игры: начав с отрывка из какой-нибудь песни, преобразовать его в отрывок из другой песни с тем же ритмическим рисунком, например:



Разумеется, и в этом варианте игры за один ход разрешается изменять лишь один звук, но так, чтобы он соответствовал конечной цели — песне, в которую требуется преобразовать исходную песню.



В следующей игре нам понадобятся целые числа от 0 до 100. Играть в нее нужно вдвоем. Играющие по очереди называют все возрастающие числа. Очередное число должно быть больше предыдущего не меньше чем на единицу и не больше чем на десять. (Например, если один из играющих называет число 5, то его партнер может назвать любое из чисел от 6 до 10.) Выигрывает тот, кто первым назовет число сто.

Сыграйте в эту игру несколько раз подряд. Существует ли стратегия, заведомо гарантирующая выигрыш? 24

Если вы будете чрезмерно строго придерживаться выигрышной стратегии, то ваш противник довольно скоро откроет, в чем секрет вашего успеха. Поэтому выигрышную стратегию целесообразно слегка маскировать. Вы можете изменить конечное число или диапазон, в котором разрешается выбирать добавку к предыдущему числу, или то и другое. (Например, выигрывать может тот, кто первым назовет число 50, а каждое число должно быть больше предыдущего не меньше чем на 2 и не больше чем на 5.) Попробуйте варьировать игру и каждый раз находить выигрышную стратегию.



Еще одна игра в слова, связанная с построением последовательности, состоит в том, что двусложные слова выстраиваются в цепочку, при этом последний слог предыдущего слова должен совпадать с первым слогом следующего, например:

ВАРАН — РАНКА — КАБАН — БАНДА — ДАТА — ТАРА —
РАДОН — ДОНЦЕ.

Запишем эту последовательность в две строки:

ВАРАН КАБАН ДАТА РАДОН
РАНКА БАНДА ТАРА ДОНЦЕ

Члены этой последовательности как бы образуют два ряда кирпичной кладки: каждое из слов в верхней строке налегает на конец одного и начало другого слова в нижней строке, закрывая «шов» между ними.

Продолжим эти две строки до тех пор, пока снова не дойдем до исходного слова:

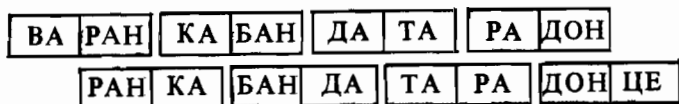
ЦЕНА ХАЛВА ГОНВЕД РОБА БАКАН
НАХАЛ ВАГОН ВЕДРО БАБА КАНВА

Теперь нашу последовательность можно «свернуть» в кольцо. Оно получилось бы довольно большим. Обычно замкнуть кольцо удастся гораздо раньше. Например, если бы построение цепочки мы начали со слова ЖАЛО, то цепочка оказалась бы двухзвенной: замкнуть ее можно было бы на слове ЛОЖА (однозвенная цепочка получилась бы из слова МАМА, ПАПА или ТАМТАМ). Столь короткую цепочку трудно записать в виде кольца. Правда, из двух слов, составленных из одинаковых слогов, можно составить бесконечную цепочку:

ЛОЖА ЛОЖА ЛОЖА
ЖАЛО ЖАЛО ЖАЛО

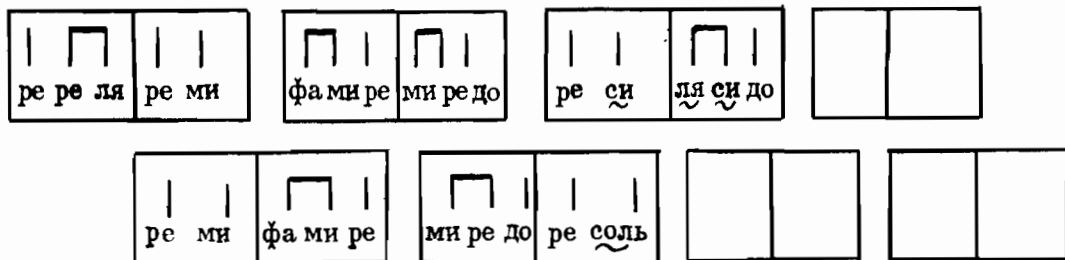
Поищите другие двусложные слова, из которых при перестановке слогов получаются новые осмысленные слова.

Составляя цепочки из двусложных слов так, чтобы конечный слог предыдущего слова совпадал с начальным слогом следующего слова, мы по существу играем в своеобразное «словесное домино»:



В аналогичную игру можно играть не только со словами, но и со звуками. В качестве исходного мотива выберем мелодию какой-нибудь хорошо известной песни, а ее разработку будем импровизировать. Играть в эту игру можно в одиночку, вдвоем и даже группой.

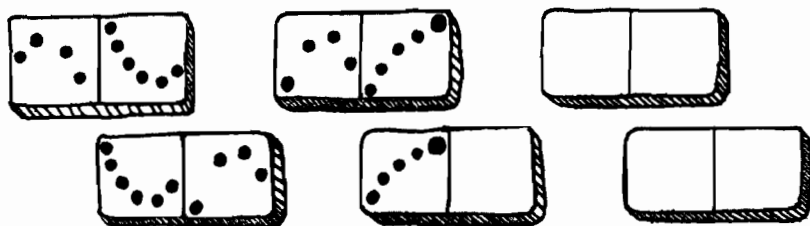
Сольмизированный вариант «музыкального лото» выглядит следующим образом:



Слагаемые вами (в буквальном смысле) мотивы записывать не обязательно. Достаточно спеть их, просольфеджировать, промычать или, выбрав любой приглянувшийся вам текст, положить его на полученную мелодию и исполнить. Конец своей мелодии вы передаете следующему игроку, как эстафетную палочку.

Если у вас хорошо пойдет дело с «музыкальным домино», попробуйте испытать свои силы в работе с более крупными фрагментами из известных произведений или собственных импровизаций.

Для тех, кто не любит сольфеджировать, мы предлагаем «музыкальное домино» с наглядным изображением мелодического рисунка:





Логическая взаимосвязь между членами последовательности отнюдь не обязательна, хотя и вполне допустима. Рассмотрим, например, уже встречавшуюся нам последовательность 991, 19, 10, 1, 1, 1, 1, 1, Она построена по правилу: «каждый член, начиная со второго, равен сумме цифр, образующих предыдущий член».

Каждая из приведенных ниже последовательностей также построена по определенному правилу. Установите эти правила и продолжите последовательности:

1. 7, 10, 13, 16, 19, ...

2. 48, 24, 12, 6, 3, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{4}$, ...

3. M ♡ 8 4 3 6 7 8

4. 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, ...

5. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

25

Первую последовательность можно было бы начать не с семерки, а с какого-нибудь другого числа, например так: —2, 1, 4, 7, Кроме того, ее можно было бы продолжить в другую сторону: ... , —8, —5, —2, 1, 4, 7, 10, Можно ли продолжить в другую сторону остальные последовательности? Попробуйте. Что у вас получится? 26

Рассмотрим теперь последовательность 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 0, 1, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 4, Ее мы получим, «рассыпав» на отдельные цифры числа натурального ряда и оставив каждую цифру на прежнем месте (например, число 10 перейдет в члены последовательности 1, 0, стоящие в надлежащем месте). Чему равны 100-й и 1000-й члены этой последовательности? 27

По какому правилу построена последовательность 6646, 5535, 4424, 3313, Продолжите ее. 28



В главе «Вариации» мы упоминали о переносе мелодии на квинту и выяснили, что заданный мотив можно сдвигать вниз (или вверх) не только на пять ступеней звукоряда, но и на четыре или три ступени, то есть на кварту или на терцию. Однако мы не упомянули о том, что довольно часто мелодия неожиданно смещается и повторяется заново с соседней (сверху или снизу) ноты.

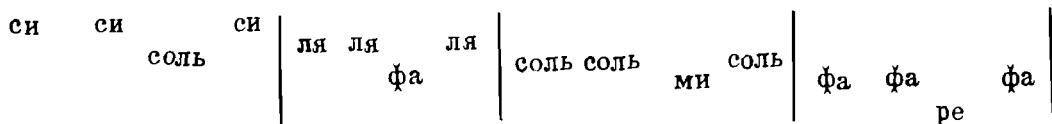
Прослушайте внимательно следующую песню:





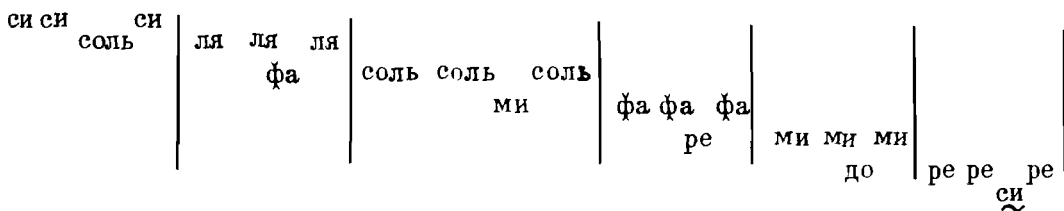
Говарит ко-ням: „Стой! Тпру! А я о-чень пить хо-чу!“

Сравните такты, отмеченные сверху фигурными скобками. Просольфеджируйте их отдельно. И по нотной записи, и на слух заметно, что все четыре такта содержат одни и те же мелодические элементы, но начальные ноты постепенно понижаются (каждый раз на одну ступень звукоряда):

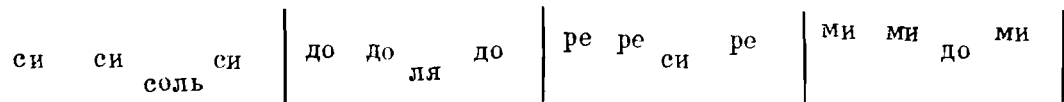


Спойте эту мелодию по цифровой записи (полагая $do = 1$). Кстати, в этой записи вы обнаружите уже знакомую вам числовую последовательность.

В музыке такой способ варьирования мелодии принято называть секвенцией. (Небезынтересно отметить, что одно из значений английского слова *sequence*, от которого произошло слово секвенция, — числовая последовательность.) Спойте еще раз приведенную выше секвенцию, начав ее с более высокой ноты, и, пропев, просольфеджировав или просто промывчав четыре такта, продолжите ее до тех пор, пока хватит голоса:



А теперь постройте секвенцию не вниз, а вверх (начать удобно с более низкой ноты):



В венгерских народных песнях секвенция встречается довольно редко и, как правило, бывает не слишком продолжительной. Примером может служить следующая шуточная песня:



Ко-лош-ва-рош, о - дин вход,



Попытайтесь обнаружить секвенцию в других народных песнях. Выберите какой-нибудь простой мелодический оборот, спойте его и постройте секвенцию вверх или вниз.

Усилиями многих композиторов искусство построения секвенции было доведено до совершенства. Особое распространение секвенция получила в эпоху барокко. Следующий нотный пример заимствован из оратории Генделя «Мессия». О многом говорит даже текст приводимого нами фрагмента: *Every valley shall be exalted* по-английски означает: «всякая долина возвысится». Слово *to exalt* имеет различные значения: поднять, вознести, просветлить духом. Существует ли взаимосвязь между содержанием текста из оратории Генделя и направлением секвенции?



Секвенция встречается в произведениях не только старинных, но и современных композиторов. Из широко известных любителям музыки произведений можно назвать «Менуэт» Баха или «Вариации и фуга на тему Перселла» Бриттена.

Чему соответствует секвенция, известная нам из музыкальных примеров, в языке?

О высоте звуков речи обычно говорят, имея в виду лишь главные. В венгерском языке *e, é, i, ő, ü* — высокие звуки, а звуки *a, á, ó, ú* — низкие.

Следовательно, постепенно заменяя в каком-нибудь слове низко звучащие гласные высокими, мы получим некую аналогию музыкальной секвенции:

murok — дикая морковь
mórok — мавры
marok — горсть
marék — пригоршня
merék — смею
mérik — измеряется

Самая низкая и самая высокая секвенция (*murik* и *mirik*) не совпадают ни с одним из слов венгерского языка. Приведем еще один (более длинный) пример словесной секвенции:

búrok — буры (народность)
burok — оболочка
borok — вина
bárok — бары (питейные заведения)
birok — судьи
bőrök — шкуры
bűrök — болиголов
berek — роща
bérek — заработная плата

В сказке Эрвина Лазара «Дёмдэ — дёмдэ — дёмдёдём» (из книги «Семиглавая русалка») Аромо, «заяц с буйной головой», произносит такие стихи*:

bálömböki bag u fan
bálámbökö big a fún
bulambákö bög i fan
balúmbaká bög ö fin
bilambúka bág ö fön
bölimbaku bag a fön
bölömbika búg a fán.

Стихи Аромо аналогичны секвенции, начинающейся со слова *murok*, хотя движение не столь «односторонне»: в каждой строке гласные не только повышаются (то есть низкие заменяются высокими), но и понижаются (высокие заменяются низкими).

Возможности построения словесных секвенций становятся беспредельными, если не требовать осмысленности получаемых «слов» (мы уже упоминали о том, что в стихотворении Аромо расшифровке поддается только последняя строка). Следует заметить, что в стихосложении секвенцией называется не точное повторение с переносом вверх или вниз, а переносы, сопровождаемые некоторыми вариациями. Множество

* Мы приводим их в оригинале, поскольку секвенцию в них нетрудно заметить даже «невооруженным глазом», а содержание (за исключением последней строки, гласящей: „Бёлёмбика жужжит на дереве“) одинаково ясно (или неясно) и венгерскому читателю, и тем, кто знает только русский язык. — Прим. перев.

примеров секвенции такого рода мы находим в стихотворениях Шандора Вёршена. Вот одно из них:

По деревне в ранний час
Свиной гонит свинопас.
Шум стоит, хоть падай.
Свиньи старшие ведут беседу.
Говорит сосед соседу: «Хрю! Хрю!»
Поросята помоложе
Подают свой голос тоже: «Уи! Уи!»
Свинопасу этот гам нипочем,
Знай лишь шелкает бичом.

По деревне в ранний час
Пастух гонит стадо.
Шум стоит, хоть падай.
Коровы шествуют,
На ходу мыча: «Му! Му!»
Овцы блеют,
Словно кличут: «Быть беде! Бе-е! Бе-е!»
А пастух знай орет на стадо,
Будто так и надо.

По деревне в ранний час
Разнес ветер птичий глас.
Шум стоит, хоть падай.
Кричат утки: «Кря! Кря!»
(Только, видно, зря, зря.)
Индюшки тоже во всю мочь: «Бур-люр-лю!»
Да ничем им не помочь.
Плачут от досады:
Не берут их в стадо.

Приведите другие примеры секвенций из стихотворений различных поэтов. ⑨

Наши упражнения на построение последовательностей на этом не заканчиваются. Займемся теперь «строительством» пирамид. Существует несколько способов построения пирамид из слов. В более трудном варианте сначала выбирают какую-нибудь букву, а затем пристраивают к ней с одной стороны по букве до тех пор, пока буквосочетания образуют осмысленные слова (1). В более простом варианте новая буква не обязательно должна стоять в начале или конце строки, а может занимать любое место, то есть буквы разрешается переставлять по горизонтали (2).

	Д		А
	АД		АР
	ЛАД		РАБ
1)	КЛАД	2)	БАРК
	ОКЛАД		СКАРЬ
	ДОКЛАД		БАРКАС

Итак, пирамида из слов — это последовательность, каждый последующий член которой содержит предыдущий (точнее, все буквы предыдущего члена, расположенные, быть может, в ином порядке) и еще одну букву.

Можно построить возрастающую последовательность, каждый член которой отличается от предыдущего не на букву, а на слово.

Одним из любимых примеров простого предложения на уроках грамматики любого языка с незапамятных времен служит фраза «Собака лает».

Столь популярная фраза очень удобна для игры. Будем шаг за шагом наращивать ее, усащая все новыми и новыми подробностями.

Собака лает.

Черная собака лает.

Черная собака лает на луну.

Черная собака лает из кустов на луну.

Черная собака лает из облетевших кустов на луну.

Косматая черная собака лает из облетевших кустов на луну в полночь.



Эту цепочку все возрастающих по длине предложений естественно назвать пирамидой предложений. Ее не обязательно изображать в виде пирамиды: столь наглядное представление о членах последовательности дает и дерево. Простое нераспространенное предложение состоит из подлежащего и сказуемого. В распространенном предложении определения и дополнения присоединяются к подлежащему и сказуемому. Расположение ветвей в кроне дерева ясно указывает, в каком порядке связаны друг с другом члены предложения.



Посмотрите внимательно на приведенные ниже ноты и сравните фрагменты мелодии, отмеченные сверху квадратными скобками.

Известный в XV в. голландский композитор Обрехт писал в основном хоровую музыку, церковную и светскую. Наш пример заимствован из партии сопрано в многоголосом произведении — мессе:





Сольмизация не только облегчает чтение нот, но и позволяет раскрыть секреты игры, скрытые композитором в мелодии.

Взгляните еще раз на ноты, обращая внимание не столько на ритмический, сколько на мелодический рисунок. Ясны ли вам правила игры? Первый фрагмент мелодии состоит лишь из четырех нот:



Во втором фрагменте повторяются те же четыре ноты, что и в первом, но после четвертой ноты композитор вводит новую (пятую) ноту:



Третий фрагмент еще длиннее:

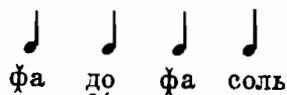


Взятые вместе, три фрагмента как бы образуют пирамиду.

Выберите какой-нибудь отрывок из очень простой мелодии. (Спойте его с закрытым ртом или просольфеджируйте — как вам удобнее.) Попробуйте затем наращивать это «ядро» мелодии, присоединяя каждый раз по одной новой ноте (разумеется, так, чтобы она согласовалась с предыдущим отрывком и звучала красиво). Сколько нот вам удастся присоединить к первоначальному «ядру»?

Если вы намереваетесь сольфеджировать, то удобнее всего начать с записи названий нот. Это позволит вам убедиться в том, что одно и то же «ядро» допускает различные продолжения.

Выберите, например, в качестве исходного ядра следующую музыкальную фразу:



Какие продолжения оно допускает?



Из числовых последовательностей также можно строить изящные пирамиды, например:

$$\begin{aligned}
 1 \cdot 8 + 1 &= 9 \\
 12 \cdot 8 + 2 &= 98 \\
 123 \cdot 8 + 3 &= 987 \\
 1234 \cdot 8 + 4 &= 9876 \\
 12345 \cdot 8 + 5 &= 98765 \\
 123456 \cdot 8 + 6 &= 987654 \\
 1234567 \cdot 8 + 7 &= 9876543 \\
 12345678 \cdot 8 + 8 &= 98765432 \\
 123456789 \cdot 8 + 9 &= 987654321
 \end{aligned}$$

Следующие две пирамиды показаны не полностью. Вам предстоит достроить их по верхушкам до основания:

$$\begin{array}{ll}
 1^2 = 1 & 1 \cdot 11 = 11 \\
 11^2 = 121 & 11 \cdot 111 = 1221 \\
 111^2 = 12321 & 111 \cdot 1111 = 123321 \\
 \dots & 1111 \cdot 11111 = 12344321 \\
 & \dots
 \end{array}$$

Другие две пирамиды допускают продолжение не только до 10, но и гораздо дальше: до бесконечности. Попробуйте доказать, что определенная закономерность в образовании членов последовательностей всегда сохраняется:

$$\begin{aligned}
 1 &= 1^2 \\
 1 + 2 + 1 &= 2^2 \\
 1 + 2 + 3 + 1 &= 3^2 \\
 1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 &= 4^2 \\
 &\dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &1 + 1 = 2^1 \\
 &1 + 2 + 1 = 4 = 2^2 \\
 &1 + 3 + 3 + 1 = 8 = 2^3 \\
 &1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16 = 2^4 \\
 &1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 32 = 2^5 \\
 &\dots
 \end{aligned}$$

Правило, по которому построены члены второй последовательности, понять труднее. Если вы обратите внимание на черточки между числами, то можно заметить, что первое и последнее число в каждой строке равно единице, а каждое из остальных чисел равно сумме чисел, стоящих на одну строку выше справа и слева от него, например:

$$6 = 3 + 3, \quad 3 = 1 + 2, \quad 2 = 1 + 1$$

Рассмотрим теперь пирамиду

$$11^1 = 11$$

$$11^2 = 121$$

$$11^3 = 1331$$

$$11^4 = 14641$$

$$11^5 = 161051$$

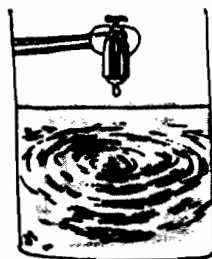
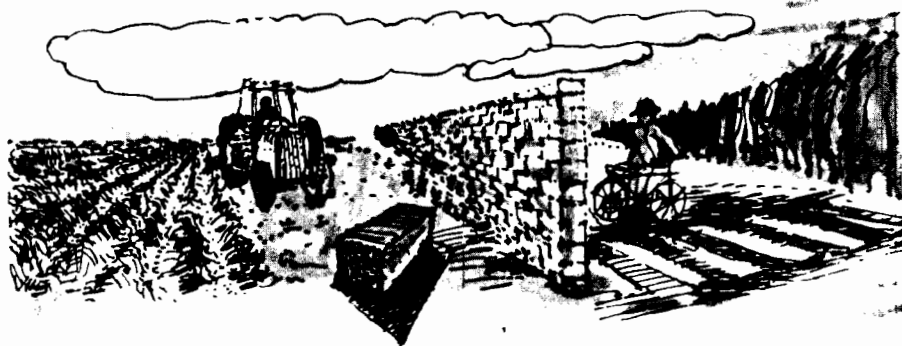
Как ни удивительно, но цифры, из которых она состоит, вплоть до четвертой строки полностью повторяют цифры двух предыдущих пирамид (в пятой строке в последней из них впервые появляются двузначные числа).

Вместо объяснения выпишем следующие произведения:

$$\begin{array}{r} 11 \cdot 11 = 110 \\ + 11 \\ \hline 121 \end{array} \quad \begin{array}{r} 121 \cdot 11 = 1210 \\ + 121 \\ \hline 1331 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1331 \cdot 11 = 13310 \\ + 1331 \\ \hline 14641 \end{array}$$

Закон, по которому образуются эти произведения, в точности совпадает с законом построения предыдущей пирамиды. В честь ее создателя эту пирамиду стали называть *треугольником Паскаля*.

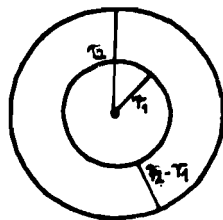
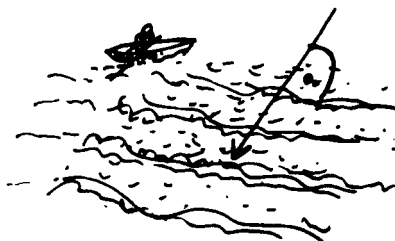
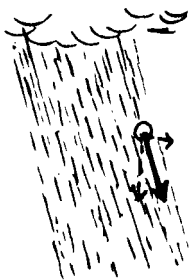
Параллели



Не будет преувеличением сказать, что созданная человеком цивилизация полна параллелей. Почему? Параллели во множестве встречаются и в природе.

За всеми параллелями, сколь бы многообразными ни были их проявления, кроются определенные физические или математические закономерности.

Траектории капель дождя параллельны, потому что на все капли действуют почти одинаковые по величине и направлению силы, равные сумме силы тяжести и силы, действующей на каплю со стороны ветра. Гребни морских волн перпендикулярны направлению ветра и, следовательно, параллельны. Гребни волн, расходящихся по поверхности воды от общего центра, имеют форму концентрических окружностей. Но две концентрические окружности заведомо «параллельны», поскольку расстояние между ними всюду одинаково и равно разности их радиусов.



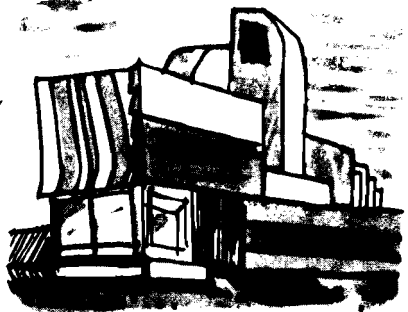
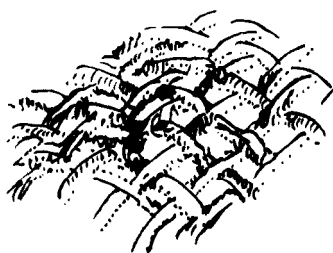
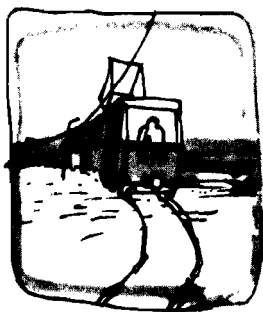
Другие примеры параллелей вы без труда приведете сами.

И все же в природе чаще встречаются не параллели, а либо совершенно беспорядочные линии, либо ломаные и кривые, обладающие какими-то другими свойствами.



Но стоит обратиться к творениям рук человеческих, как мы почти в каждом из них обнаружим параллельные элементы. Трамвайные рельсы «параллельны», потому что расстояние между ними всюду одинаково (иначе трамвай не мог бы по ним ехать). Строки на страницах книги расположены параллельно потому, что так удобнее всего для чтения и, кроме того, наилучшим образом используется площадь страницы. В текстильных тканях нити обычно образуют два семейства параллельных, потому что при этом ткани получаются не слишком плотными и не слишком редкими. Полы и потолки в зданиях горизонтальны и, следовательно, параллельны. Жить в комнате с наклонным полом было бы довольно неудобно.

Отдельные стили в архитектуре и прикладном искусстве различают по тому, насколько сильно в них выражено пристрастие или антипатия к параллельным.



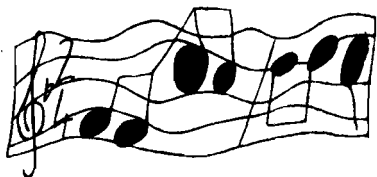
В нотах или сборниках песен также встречаются параллельные линии. Взгляните хотя бы на любую страницу нашей книги, на которой помещены ноты, и вы непременно увидите параллельные. Прежде всего это пять прямых, образующих нотный стан. Они параллельны. Остановимся на миг и поразмыслим, почему ноты приходится располагать на параллельных прямых. Так ли необходима здесь параллельность? Всегда ли музыканты записывали на привычной нам нотной бумаге и будут ли придерживаться современной системы нотной записи наши потомки? Не изобретет ли кто-нибудь другой способ записи нот, основанный на использовании не традиционного нотного стана с пятью параллельными линейками, а какой-нибудь иной системы линий?

На протяжении своей долгой истории нотная запись неоднократно изменялась. Древние греки записывали музыку при помощи букв. Древние евреи, сирийцы и византийцы изобрели специальные знаки, изображавшие жесты руководителя хора. В средние века музыку изображали графическими знаками — *невмами*, передававшими общее направление интонации, но не позволявшими выразить длительность звучания или его изменение по высоте вверх или вниз. Невмы предназначались в первую очередь для тех, кто уже был знаком с записанной мелодией и кому требовалось лишь напомнить ее.

Чтобы точно запечатлеть мелодию в ее динамике, необходимо изобразить ее графически, наглядно, на каком-нибудь чертеже или рисунке, при взгляде на который каждый (по крайней мере специально обученный) человек мог бы ясно и однозначно воспроизвести записанную мелодию. Более высокие по своему звучанию ноты должны располагаться на графике выше, более низкие — ниже. Но музыканта интересует не просто то, что одна нота выше или ниже другой: ему требуется знать, *насколько* одна выше или ниже другой. Измерять высоту нот и позволяют горизонтальные параллельные линейки. К XIV в. в европейской музыке распространилась запись нот на пяти линейках.

Параллельные линии можно наблюдать не только в нотах, но и во внешней форме некоторых музыкальных инструментов: вспомним хотя бы о струнах арф или об органных трубах.

А теперь ради шутки забудем на миг традиционную систему нотной записи на параллельных линейках. Какая мелодия записана на этих «пьяных» линейках? (Тактовые черты здесь также не параллельны.) 30



Запишите аналогичным образом какую-нибудь известную мелодию и покажите «ноты» своему другу. Узнает ли он мелодию?



Если мы займемся поиском языковых параллелей, то нас ждет немало неожиданностей: иногда то, что на первый взгляд можно принять за языковую параллель, при более внимательном рассмотрении оказывается чем-то иным.

Маленькие дети, услышав новое для себя слово, произносят его несколько раз подряд. Но это не параллели, а скорее *повторы*. Если мы говорим что-нибудь со все возрастающим раздражением, например повторяем фразу «Нельзя ли потише!», то это — один из способов *усиления* воздействия на окружающих. Когда же мы произносим подряд несколько близких по значению слов, это уже языковые параллели. Допустим, нам нравится блюдо, которым нас потчуют, и мы, отправляя в рот очередной кусок, хваливаем угощение: «Очень вкусно! Превосходно! Великолепно! Просто объедение!» и т. д. Одна и та же мысль здесь выражена различными словами.

С аналогичным явлением мы встречаемся не только в обыденной речи, но и в поэзии. В литературе на древних восточных языках, например на иврите, *параллелизм*, то есть повторение одной и той же мысли различными словами, широко использовался в произведениях, написанных для торжественных случаев. Слово «параллель» происходит от слова «параллельный» (чему-то), которое в свою очередь восходит к греческому слову «параллелос» — идущий рядом, сопутствующий, соответствующий

чему-то. *Параллелограммы* — четырехугольники, противоположные стороны которых попарно параллельны (квадраты, прямоугольники, ромбы, ромбоиды). Следовательно, те, кто называл определенный литературный прием *параллелизмом*, считали, что речь идет о какой-то параллельности.

Янош Арань в своей работе о венгерском стихосложении в качестве примера параллелизма привел цитату из Библии (Книга Бытия, глава 4, стих 23):

«И сказал Ламех женам своим: Ада и Цилла! Послушайте голоса моего. Жены Ламеховы! Внимайте словам моим».

Эта особенность восточной поэзии не соответствует современным вкусам. Читая или слушая текст, мы привыкли с каждым словом продвигаться вперед, узнавать что-нибудь новое. Вряд ли кому-нибудь из нас понравится оратор, варьирующий одну и ту же мысль в различных словах, по сколь бы торжественному случаю он ни произносил речь. Многократные повторения утомительны.

В одной из пародий Фридьеш Каринти язвительно высмеял параллелизм: «Сколько прекрасно, что у человека есть лишь одна мысль и в голову пришли не две мысли сразу, а их половина. Тем не менее и из одной мысли можно выкроить две строки и на одну строку больше, чем одну строку. Это весьма отраднo для журналистов и радует сердца газетчиков, в особенности тех, кому платят построчно и кто зарабатывает свой хлеб, получая деньги за каждую строчку, написанную своей рукой. Поэтому по утрам я с легким сердцем захожу в кафе и направляю свои стопы в заведение, где подают напиток, содержащий кофеин, и, войдя, говорю официанту: «Чашечку кофе! Я хочу проглотить чашечку ароматного напитка коричневого цвета!».

На этом мы прервем цитату из Каринти и закончим выписку из сочинений великого юмориста. Но ничто не мешает вам продолжить параллелизм и придумать параллельные фразы. Произнесите их вслух и изреките своими устами. Пример Каринти столь заразителен, что нам трудно было удержаться от соблазна последовать ему.

Во время проведения серии передач «Язык, музыка, математика» дети придумали следующие примеры параллелизма:

- Сесть в автомобиль и поместить свое тело в кузов автомобиля.
- Дать пощечину и ударить рукой по лицу.



Аналогия — понятие, весьма близкое параллелизму. Об аналогии мы говорим, если в строении или внешнем виде совершенно различных объектов имеется определенное сходство.

В книге Дьердя Пойа «Как решать задачу» приведено следующее определение аналогии: «Аналогия есть род сходства. Сходные предметы согласуются друг с другом в некотором отношении, аналогичные предметы согласуются в *определенных отношениях* между соответствующими частями»*.

Оглянитесь вокруг и приведите как можно больше примеров аналогии. Вы обнаружите немало интересного.

Аналогии оказывают весьма существенную помощь при решении задач. В качестве примера рассмотрим следующую серию задач, отчетливо показывающую, как внешне различные объекты обладают внутренним сходством, что позволяет сводить одну задачу к другой.

* Пойа Д. Как решать задачу. — М.: Учпедгиз, 1959.

а. Сколькими способами можно прочесть слово «аналогия» на этом ромбе с отрезанной нижней вершиной?

А
Н Н
А А А
Л Л Л Л
О О О О О
Г Г Г Г
И И И
Я Я

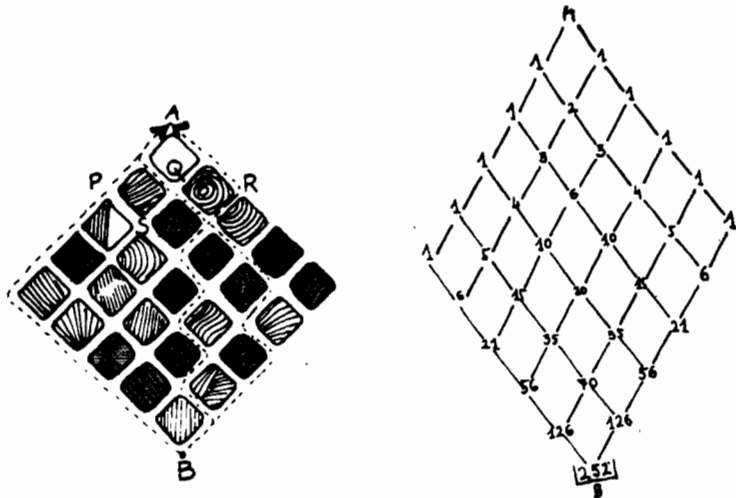
б. Сколькими способами можно прочесть слово «подобие» на этом прямоугольнике из букв?

П О Д О Б И Е
О Д О Б И Е П
Д О Б И Е П О
О Б И Е П О Д

Следующие задачи аналогичны приведенным.

в. На рисунке изображен план городка. Маленькие квадраты означают кварталы. Требуется наметить кратчайший маршрут, ведущий из точки *A* в точку *B*.

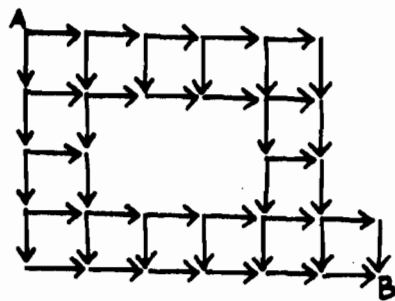
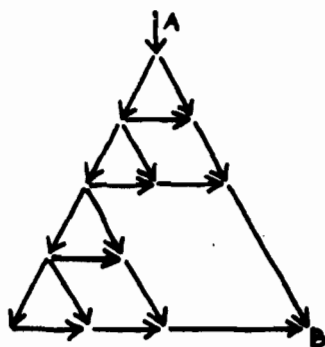
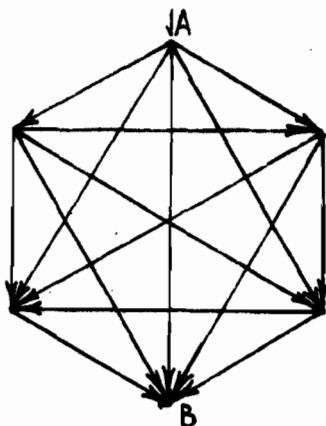
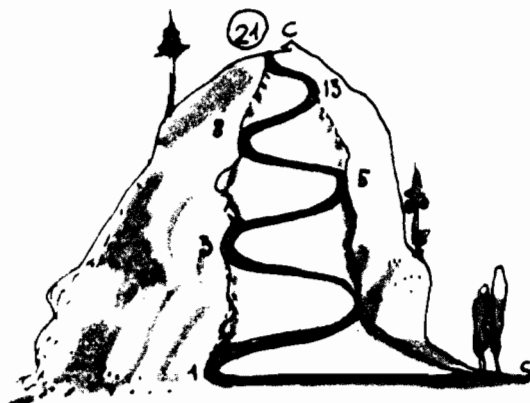
Провести кратчайший маршрут можно многими способами. Например, все маршруты, показанные на плане городка штриховыми линиями, кратчайшие. В общем случае кратчайший маршрут мы получим, двигаясь все время вниз в юго-восточном или юго-западном направлении. Сколько всего кратчайших маршрутов существует? Как следует рассуждать, чтобы решить эту задачу?



Точка B отстоит от точки A довольно далеко. Прежде чем достичь точки B , нам необходимо, выйдя из точки A , добраться до какой-нибудь более близкой цели. Например, в точку Q из точки A ведут два маршрута, а в точки P и R — по одному маршруту. Двинемся по лабиринту улиц дальше. В точку S можно попасть как из точки P , так и из точки Q . А поскольку в точку P из точки A ведет один кратчайший маршрут, а в точку Q — два кратчайших маршрута, следовательно, из точки A в точку S можно добраться по трем кратчайшим маршрутам.

Идея решения теперь уже ясна. Шаг за шагом, следуя от одного перекрестка к другому, мы исследуем, сколькими способами можно добраться до соответствующего угла из точки A , и, дойдя до точки B , получим ответ задачи. Найти все 252 кратчайших пути, ведущих из точки A в точку B , прямым перебором было бы затруднительно.

Сравнив схему распределения кратчайших маршрутов с числовыми пирамидами на стр. 114, вы обнаружите, что наша схема является частью числовой пирамиды, известной под названием *треугольник Паскаля*. Та же схема позволяет дать ответ задачи о числе способов, которыми можно прочитать слово «аналогия» (задача «а»): каждый перекресток соответствует одной букве, каждый маршрут — одному из способов прочтения слова «аналогия». Та же идея лежит и в основе решения задачи «б».



г. На вершину горы ведет дорога — серпантин. Все повороты дороги соединены тропинками, показанными на рисунке тонкими линиями. Сколько существует способов подняться на вершину горы?

Подсчитав число путей, ведущих от подножия горы к каждому из поворотов дороги, мы получим уже знакомую последовательность, встречавшуюся нам на стр. 107 под названием *последовательности Фибоначчи*.

Взгляните на нижние три рисунка. Сколькими способами можно добраться из точки *A* в точку *B*, двигаясь только по направлениям, указанным стрелками? ③



Перейдем теперь к музыке.

Параллели можно обнаружить не только в нотной записи, но и в самом звучании музыки.

Параллелизм в звучании достигается, например, в том случае, когда мужской и женский голоса вместе исполняют одну и ту же мелодию. Более высокий, тонкий, яркий женский голос как бы прокладывает «путь», а более низкий, густой мужской голос вторит ему на восемь ступеней звукоряда ниже, образуя параллель со сдвигом на октаву. С параллелями такого рода мы встречаемся, когда слышим, как участники торжественного собрания поют гимн или «Интернационал», как исполняют свои песни туристы, собравшись у костра, и в тому подобных случаях.

Параллель со сдвигом на октаву возможна и в том случае, когда поют два женских или два мужских голоса, но один из них высокий, а другой низкий (оба голоса должны исполнять одну и ту же мелодию).

Параллель со сдвигом на октаву может возникать не только случайно, но и умышленно. В некоторых случаях композиторы специально вводят такие параллели в свои произведения, усиливая звучание, достигая большей его плотности и делая его более выразительным. Например, в «Матрайских картинах» Золтана Кодая параллельно со сдвигом на октаву звучат первые два такта партий сопрано и тенора. Маленькая восьмерка и штриховая линия под скрипичным ключом указывает на то, что исполнитель партии тенора должен петь на октаву ниже, чем написано.

Сопрано

Видроцкие стада бродят динь-ди-линь по горам Мат - ра,

Тенор

Видроцкие стада бродят динь-ди-линь по горам Мат - ра.

В «Сцене под Кромами» из оперы Мусоргского «Борис Годунов» грозно звучит тема народного восстания, исполняемая хором для четырех голосов:

Сопрано

Альт

Тенор

Бас

Расходи-лась, разгуля-лась у-даль молодецка-я

Какие голоса звучат параллельно со сдвигом на октаву? ③

Если внимательно приглядеться к нотам и мысленно или на листе бумаги соединить по порядку одну за другой ноты, то мы получим графический образ партий, исполняемых женскими и мужскими голосами — их мелодический рисунок.

Взглянув на одновременно звучащие ноты (они находятся на одной вертикали), вы заметите, что расстояние между ними на построенном вами графике остается неизменным. Если вы вычертите график в том же масштабе, в каком напечатаны ноты, то расстояние между линиями составит около 2—2,5 см. Следовательно, параллельно звучащие мелодии изображаются параллельными (или, говоря научно, эквидистантными) линиями.

Параллели со сдвигом на октаву встречаются не только в вокальной литературе. Параллельно со сдвигом на октаву могут звучать, например, человеческий голос и аккомпанирующий ему музыкальный инструмент, партии левой и правой руки в пьесе для фортепьяно (в этом случае движения рук также будут параллельны) или скрипка и виолончель.

Другие примеры вы без труда приведете сами. Слушая музыку, попытайтесь выделить из общего звучания те голоса, которые исполняют одну и ту же мелодию параллельно со сдвигом на октаву.



Повторение одной и той же мысли различными словами «в чистом виде» встречается довольно редко. Как правило, мы стремимся избежать такого повторения.

Однако существует другая разновидность языкового параллелизма, противоположная первой: структура всей языковой конструкции сохраняется, а ее содержание изменяется. Например, если на рынке спросить у продавца, почему он продает яблоки, то продавец, указывая на разложенные по сортам яблоки, ответит: «Эти по шесть форинтов, те — по восемь, а вот эти — по десять».

Параллельны, но изменяются изо дня в день такие сообщения передаваемых по радио последних известий, как дата, называемая диктором в утреннем выпуске, уровень воды в Дунае в полдень, прогноз погоды.

Параллели такого рода встречаются и в поэзии. Вот, например, отрывок из стихотворения Аттилы Йожефа «Седьмой»:

Семерых произвела на белый свет,
Семерых мать родила, хоть доли нет:
Одного в горящей хате средь огня,
Одного весною в паводок средь льда,
Одного среди безумных в скорбном доме,
Одного среди хлебов в широком поле,
Одного в монастыре под колокольный перезвон,
Одного в хлеву, где для свиней дощатый был загон.
Плачут шестеро, да видно уж судьба,
И седьмого мать на свет произвела.

Такой текст по своей структуре напоминает некоторые детские считалочки, например:

Пошел кто-то на охоту,
Подстрелил кого-то кто-то,
Кого-то поймал за хвост,
Кого-то в мешке принес,
Кого-то в один прием —
Ицике-пицике — съел живьем.

Еще отчетливее параллелизм «второго рода» проступает в другой считалочке:

Один верблюд идет,
За ним второй идет,
За ним третий идет и т. д.

Мы видим, что все три примера однотипны по структуре, хотя и отличаются по содержанию. Возникает вопрос: нельзя ли структуру предложения анализировать независимо от его содержания?

Рассмотрим начальную строку одной венгерской народной песни «За двумя деревьями сияла луна». Члены этого предложения можно разделить на три группы. В первую группу входит дополнение вместе с определением. Дополнение выражено существительным с предлогом (за деревьями), определение — количественным числительным (двумя). Во вторую группу входит сказуемое. Оно выражено глаголом (сияла). Наконец, третья группа состоит из подлежащего, оно выражено существительным (луна). Заменив каждое слово другим так, чтобы получилось новое вполне осмысленное предложение, мы можем сохранить структуру исходного предложения. Например, однотипной структурой обладает такое предложение, как «В трех соснах заблудился» (подлежащее опущено, но легко восстанавливается по форме глагола).

В качестве примера для грамматического разбора можно было бы взять пословицу «У семи нянек дитя без глазу»:

У семи нянек дитя без глазу

определение
к дополнению
числительное

дополнение
существительное

подлежащее
существительное

именная часть
сказуемого
существительное



Перед нами некая типовая грамматическая конструкция, которую в большинстве случаев можно рассматривать независимо от ее содержания. Точно такой же структурой обладает следующее математическое выражение:



Если эту структуру, своего рода остов, наполнить конкретным содержанием, то получится конкретное (истинное или ложное) математическое выражение. Предположим, например, что в качестве знака операции выбран плюс. Тогда если

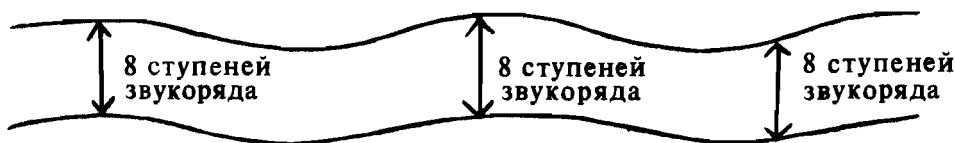
$\square = 2,5$	$\circ = 7,5$	истинно
$\square = 5$	$\circ = 5$	истинно
$\square = 1$	$\circ = 3$	ложно
$\square = -2$	$\circ = 12$	истинно

, то выражение

Обычно используются такие структуры, в которых знак операции выбран заранее и свободными остаются только места для чисел. Их обычно обозначают какими-нибудь специальными знаками. Более подробно о выражениях с «вакантными местами» мы расскажем в главе «Структура».



Параллелизм в музыке означает, что две мелодии звучат одновременно, причем интервал между звуками в любой момент времени остается одним и тем же. До сих пор мы выбирали этот интервал равным октаве, хотя две одинаковые мелодии могут отстоять друг от друга и на меньший интервал, насчитывающий, например, 7, 6, 5, ... ступеней



звукоряда. Мы упоминаем об этом потому, что с интервалом в пять ступеней звукоряда, известным под названием квинта, нам приходилось встречаться в главе «Вариации».

Необходимо, однако, отметить одно важное отличие. Когда в главе «Вариации» мы говорили о секвенции на квинту, то речь шла об исполнении вдвоем одной мелодии: один исполнитель должен был спеть или сыграть на каком-нибудь музыкальном инструменте первую половину мелодии, а другой — вторую половину, которая на квинту ниже или выше первой. Так, в нотном примере на стр. 33 приведены две начальные строки из венгерской народной песни «Эй, с Дуная ветер злой». Запишите их теперь не одну за другой, а одну под другой и исполните с кем-нибудь не по очереди, а одновременно, на два голоса. Пусть один из вас споет верхнюю строку, а второй — нижнюю. Разумеется, в более трудном положении окажется тот, кому достанется

исполнять песню с середины. Если спеть сразу на два голоса вам с приятелем будет трудно, то можно прибегнуть к маленькой хитрости: пусть один из вас споет песню от начала и до конца, а другой вступит, начав также с самого начала, когда первый допоеет до второй половины песни (как если бы это был канон).

2-й голос

1-й голос

Эй, с Дуна-я ветер злой бедня-ку на го-ре, с Ду-на-я ве-тер злой.

2-й

1-й

Эй, с Дуна-я ветер злой бедня-ку на горе, с Ду-на-я ве-тер злой.

С Ду-на-я не дул бы, холод не надул бы, Эй, с Ду-на-я ве-тер злой.

Затем пусть первый голос начнет песню с начала, а второй продолжает петь по-прежнему. В результате оба голоса поменяются ролями: низкий голос окажется вверх, а высокий — вниз, но интервал между ними по-прежнему останется равным квинте.

Если исполнение одной и той же мелодии женским и мужским голосами мы называем *параллелью со сдвигом на октаву*, то описанный нами вариант исполнения песни «Эй, с Дуная ветер злой» с полным основанием можно назвать *параллелью со сдвигом на квинту*. Построить такую параллель можно из любой мелодии с секвенцией на квинту, если две ее половины исполнять не последовательно одну за другой, а одновременно на два голоса. Впрочем, исполнять параллельно со сдвигом на квинту можно и такие мелодии, которые не содержат секвенции на квинту. Для этого удобно выбирать хорошо знакомые мелодии, развивающиеся плавно, без особенно больших скачков, такие, как, например, венгерские народные песни «Прекрасная моя роза», «Ветер теплый с гор снега сгоняет», «Видроцкие стада», или песню Золтана Кодая «Кукареку!»

Каким образом интервал, разделяющий звучание двух голосов, можно подобрать так, чтобы он был равен квинте? Проще всего это сделать, если воспользоваться знакомой мелодией, начинающейся со скачка на квинту. Таковы, например, венгерские народные песни «Падает пушистый ...», «Сумму я написал», «Милая девушка», «В сердце».

Пение на два голоса с интервалом в квинту получило широкое распространение еще в давние времена. Родилось оно в VI в. в римских монастырях и примерно через двести лет приобрело необычайную популярность во Франции под названием «орга-



нум»*. Впоследствии параллель со сдвигом на квинту исчезла из европейской музыки и вновь возродилась в народной музыке уже в XX в. Аналогичную эволюцию претерпела в своем развитии и *параллель со сдвигом на кварту*. Венгерские народные песни, рекомендованные нами для исполнения на два голоса в параллель со сдвигом на квинту, можно петь и со сдвигом на кварту (разумеется, для настройки интервала необходимо подыскать другие песни, которые начинаются со скачка не на квинту, а на кварту, например венгерские народные песни «Лес, лес, маросекский лес», «Звучит труба» и т. д.):



Параллели со сдвигом на квинту и кварту достаточно похожи по своему звучанию. В одиночку их можно исполнить на фортепьяно.

Совершенно иначе, гораздо мягче и привычнее для слуха звучит параллель со сдвигом на терцию. Такое звучание вы получите, спев с кем-нибудь канон на мотив венгерской народной песни «Вылез я тихо из окна». (Мы уже встречались с этой песней в главе «Вариации» (стр. 34). Второй голос вступает со второй половины песни.)

Параллель со сдвигом на терцию так же благозвучна, как параллель со сдвигом на сексту — интервал в шесть ступеней звукоряда.

Существует также параллель со сдвигом на секунду. Так звучат соседние ноты. Петь ее на два голоса чрезвычайно трудно.

* Слово «органум» греческого происхождения и означает орудие труда, инструмент для работы и музыкальный инструмент. — Прим. перев.

Известная поговорка гласит: «Скажешь правду, потеряешь дружбу». В ней — квинтэссенция многовекового опыта. Тем не менее нужно стремиться к тому, чтобы, говоря правду, не терять дружбу.

Ту же мысль можно выразить иначе, то есть прибегнуть к параллели: «Держи язык за зубами, не то наживешь себе врагов».

Вернемся теперь к первой поговорке. Она состоит из двух высказываний, объединенных в одно составное высказывание, и предсказывает, каким будет *следствие*, если некто скажет правду.

Можно ли сконцентрировать это составное высказывание, уплотнить его языковую структуру?

«Тот, кто говорит правду, теряет дружбу». Структура такого сложноподчиненного предложения более точно выражает отношение между двумя высказываниями, но основная мысль остается неизменной. В еще более сжатом виде ту же мысль можно выразить так: «Говорящий правду теряет дружбу».

Поднимемся еще на одну ступень и спрессуем основную мысль исходной поговорки не в фразу, а в отдельное выражение, которое в случае необходимости можно развернуть в предложение: «Потерявший дружбу правдолюбец». Оно состоит всего лишь из трех слов, но подразумевает ту же посылку и то же заключение, которые содержатся в исходном варианте поговорки. Разумеется, в своем первоначальном виде поговорка изящнее и полнее, чем ее более сжатые варианты.

Прделаем те же операции с двумя строчками из одной венгерской народной песни:

Солому взял — и на плечи,
До ярмарки путь далече.

(Куплет, из которого заимствованы эти строки, начинается со слов:

Вылез я тихо из окна,
Бабка дома сидит одна.)

Составим из двух строк песни одно предложение, более отчетливо выражающее временную зависимость между двумя простыми высказываниями: «Взвалив вязанку соломы на плечи, я отправился на ярмарку». Еще более лаконичен следующий вариант: «С вязанкой соломы отправился на ярмарку». Наконец, предельно кратко информацию, содержащуюся в двух выбранных нами строках песни, можно выразить так: «С соломой — на ярмарку».

Если воспользоваться специальной терминологией, то произведенные нами языковые операции можно назвать *трансформациями* или *преобразованиями*.

Из поговорки об опасности, подстерегающей правдолюбцев, мы составили три полных и одно назывное предложения, не отличающиеся по содержанию. Выберем теперь два из них:

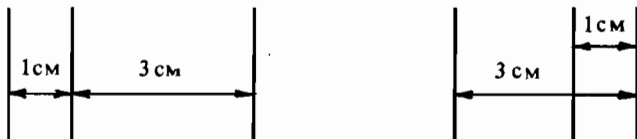
- (1) Тот, кто говорит правду, теряет дружбу.
- (2) Говорящий правду теряет дружбу.

Попытайтесь составить еще одно предложение, выражающее ту же мысль, что и второе предложение, но иными словами, чем первое предложение.

Эта «задача» весьма напоминает следующую. Дядюшка Петер приобрел неогороженный участок земли и захотел обнести его забором. Первые два столба он вкопал так, чтобы они были строго параллельны. Третий же столб дядюшка Петер попробовал установить так, чтобы он был параллелен второму столбу, но не был параллелен первому. Добиться этого дядюшке Петеру никак не удавалось. Нельзя ли ему помочь?



Задача, которую поставил перед собой дядюшка Петер, неразрешима: если первый столб параллелен второму, а второй третьему, то первый столб заведомо параллелен третьему. Например, если все точки первой прямой находятся на расстоянии 1 см от второй прямой, а все точки второй прямой находятся на расстоянии 3 см от третьей прямой и все три прямые лежат в одной плоскости, то любая точка первой прямой находится от третьей прямой на расстоянии либо 4 см, либо 2 см:



Следовательно, такое свойство, как параллельность, передается «по наследству» (или, как говорят математики, принадлежит к числу *транзитивных отношений*).

То же применимо и к эквивалентным по содержанию предложениям. Кроме того, и в математике, и в других разделах науки, да и не только науки, существует множество самых разнообразных свойств, передаваемых «по наследству». Назовем лишь некоторые из них:

равенство (если одно число равно другому, а другое — третьему, то первое число равно третьему);

делимость (если a — делитель числа b , а b — делитель числа c , то a — делитель числа c);

свойство быть братом или сестрой, быть меньше, состоять в родстве, принадлежать одному классу (выделенному по какому-то признаку).

Несколько труднее найти свойства, не передаваемые «по наследству» (или, как говорят математики, интранзитивные свойства). Перечислим несколько таких свойств:

быть другом (друг моего друга не обязательно мой друг),

быть соседом (сосед моего соседа не обязательно мой сосед),

быть родителями (сын моего сына доводится мне не сыном, а внуком).



Представьте себе следующую картину: один певец запевает песню, а второй подхватывает (в точности воспроизводя партию первого) с запозданием на один или несколько тактов и в том же темпе поет всю песню до конца.



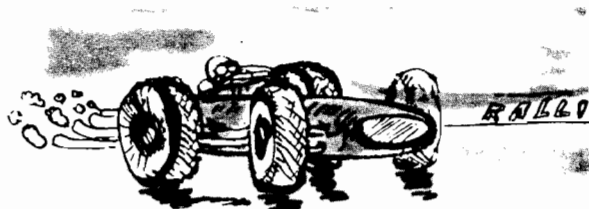
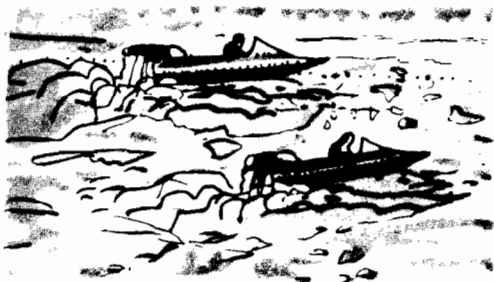


Эту песню можно петь и на три голоса (третий голос должен отставать еще на один такт). Сдвиг мелодий порождает канон, а играть в каноны можно многими способами. Более того, пение канонов первоначально было задумано именно как музыкальная забава, хотя слово «канон» имеет весьма серьезное значение: закон.

Есть ли что-нибудь общее между словом «закон» и пением канонов?

Если мелодия сдвигается во времени на один или несколько тактов, то это временное перемещение можно уподобить пространственному перемещению — параллельному переносу. Сдвиг мелодии на несколько тактов на нотном листе изображается именно таким параллельным переносом.

С параллельным переносом (называемым также трансляцией или сдвигом) нам довольно часто приходится встречаться в повседневной жизни. Параллельно перемещается по рельсам на прямолинейных участках пути трамвай, летящий по прямой самолет и вообще любое тело или плоская фигура, все точки которой движутся по параллельным прямым. Любая часть такого тела всегда остается параллельной самой себе — тому положению, которое она занимала в начальный момент.



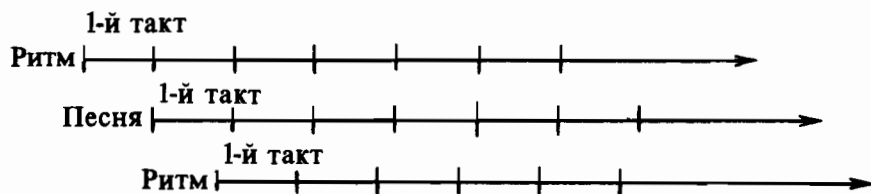
В приведенных примерах есть одна неточность: не все части трамвая, движущегося по прямолинейному участку пути, испытывают параллельный перенос. Роторы электродвигателей и колеса вращаются вокруг своих осей.

Каноны бывают не только мелодическими, но и ритмическими. Более того, по образу и подобию канонов можно декламировать стихи и прозу.

Придумайте или припомните какой-нибудь ритм, исполните его на каком-нибудь подручном «инструменте», а ваш приятель пусть вторит вам с отставанием на 1—2 такта.

Придуманный ритм не обязательно записывать. Его лучше исполнить «в импровизационной манере», чтобы ваш партнер мог, отправляясь от заданного вами ритмического рисунка, провести свою имитационную тему.

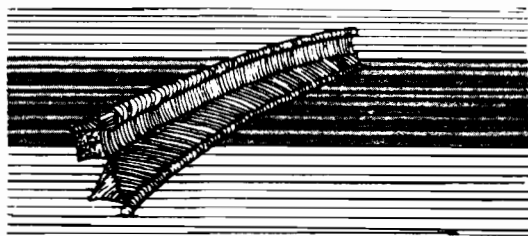
Взяв за исходный ритм какой-нибудь известной песни, вы можете построить канон, введя «риспосту» (имитирующий голос) с опозданием на 1—2 такта. Впрочем, последовательность можно обратить и при построении канона использовать имитационные голоса не только с отставанием, но и с опережением основного голоса. Незамысловатый «одноголосый» ритм вы можете развить в канон для трех голосов:



(Для исполнения столь сложного произведения понадобится более двух «музыкантов».)

Помимо созданных вами канонов можно использовать и каноны, написанные профессиональными композиторами. Некоторые из этих канонов хорошо известны.

Вы можете сочинять не только ритмические, но и обычные (мелодические) каноны для двух голосов: один из исполнителей должен вести основной голос (сольфеджируя или напевая предложенную мелодию с закрытым ртом), а другой вторить ему с отставанием на 1—2 такта. Не беда, если сначала ваши каноны будут очень короткими. По мере обретения вами композиторского опыта их длина будет увеличиваться.



Противоположности



В каждой строке стихотворения Эндре Ади «Гимн Небытия» содержится некоторое необычное утверждение, противоположное нашему повседневному опыту:

Заря не блещет, как предвестник дня,
Ночь света не затмит, как черная сутана,
Бог — не всеблагий грозный судия,
И козни адские не строит Сатана нам.

Зимой от зноя нам спасенья нет,
А летом — от трескучего мороза,
Уныл и скучен Славы серый цвет,
Не вянут лепестки Забвенья алой розы.

Как сажа, непроглядно черен снег,
Бела смола в котле бурлящем,
«Есть» — сон дурной, предвестник бед,
А «Будет» — светлый мир, вечно кипящий.

Смерть — предков давних пир хмельной,
Жизнь — остановка лишь на краткое мгновенье,
Грех праведнее Добродетели иной,
И Добродетель высшая — в Грехопаденьи.

Как горек меда едкий вкус,
Как сладость соли пчел влечет и манит,
Сегодня — только лжи большой искус,
Лишь Завтра истина настанет.

Все сущее не есть Небытие,
Хотя Небытие и существует,
Нам племя Дьявола в союзники дано,
А Бог — в противники, что с нами все воюет.

Почему Ади написал столь противоречащее здравому смыслу стихотворение? Только из любви к парадоксальным суждениям? Или он намеревался сказать нечто вполне серьезное?

Ключом к пониманию стихотворения Эндре Ади служат те его строки, которые в отличие от остальных не содержат прямого отрицания общеизвестных фактов:

«Есть» — сон дурной, предвестник бед,
А «Будет» — светлый мир, вечно кипящий.

Сегодня — только лжи большой искус,
Лишь Завтра истина настанет.

В этих строках отчетливо звучит ожидание революционных перемен, «Завтра» предстает как логическое отрицание «Сегодня». На смену миру абсурда должен прийти мир разума.

Обратимся теперь к строкам стихотворения Имре Ади, в которых содержатся утверждения, находящиеся в более заметном противоречии со здравым смыслом:

Зимой от зноя нам спасенья нет,
А летом — от трескучего мороза.

Что произойдет, если изменить привычный порядок времен года?

От зноя Летом нам спасенья нет,
Зимою — от трескучего мороза.

Оба утверждения были бы тривиальными, скучными. Суть стихотворения Имре Ади в том и состоит, что оно меняет местами хорошо известные из повседневной жизни понятия, образующие пары противоположностей зима — лето, зной — мороз, снег — жара, черное — белое. Тем самым нарушается привычный, согласующийся со здравым смыслом порядок, и возникает абсурд.

На стр. 72 мы привели небольшой список самых длинных и самых коротких названий населенных пунктов в Венгрии. Еще сильнее отличаются по объему литературные произведения. Роман Л. Н. Толстого «Война и мир» насчитывает около полутора тысяч страниц, что составляет примерно 300 000 слов. Но все эти 300 000 слов составляют единое целое, как и гораздо менее многочисленные слова, образующие какое-нибудь двустишие. Впрочем, существуют еще более короткие литературные произведения, например стихи Шандора Вёреша, состоящие из одного-единственного слова.



Существуют ли аналогичные контрасты среди музыкальных произведений?

Самое короткое музыкальное произведение, которое можно считать самостоятельным, — это песня, народная или написанная каким-нибудь композитором. Исполнение песни длится иногда всего лишь 15—20 секунд. Тем не менее она имеет определенное смысловое содержание, выражает некую законченную мысль. Скупыми словами, небольшим числом звуков можно сказать многое.

На другом конце шкалы находятся симфонии. Сколько минут может продолжаться исполнение одной симфонии? По-разному: 25, 30, 50, 60 минут, иногда дольше.

Существуют и более крупные музыкальные произведения, например оратории и оперы, исполнение которых занимает несколько часов. Коль скоро речь зашла о «самых длинных» музыкальных произведениях, то нельзя не вспомнить о цикле из четырех опер Вагнера «Кольцо Нибелунгов», включающем в себя оперы «Золото Рейна», «Валькирия», «Зигфрид» и «Гибель богов». Вряд ли кому-нибудь удавалось прослушать всю тетралогия за один раз.

Но вернемся к самым коротким музыкальным произведениям — к народным песням. По сравнению с операми Вагнера все народные песни кажутся одинаково короткими, но если сравнить песни между собой, то обнаружится противоположность между короткими и длинными песнями. Длину народных песен удобнее всего измерять числом слогов в отдельных строках. Если говорить о венгерских народных песнях, то самые длинные из них насчитывают по 11, 12, 14, 15 и более слогов в наиболее длинных строках, а самые короткие по 8, 7, 6 и менее слогов в наиболее коротких строках.

Попробуйте определить самую короткую из известных вам венгерских народных песен или самую короткую строку в одной песне. А какая песня самая длинная?

Каждая строка венгерской народной песни «Звезды, звездочки» содержит по 12 слогов. Первая строка песни «Мою куклу видели?» еще длиннее: в ней 17 слогов (строки этой песни по длине не одинаковы). Из коротких песен можно назвать такие венгерские народные песни, как «Видроцкие стада бродят» или «Лети, пава, лети!».

Попробуйте сами придумать несколько коротких и несколько длинных строк в духе народных песен и из самых коротких слов «сложить песню» в четыре строки. Один из участников нашей радиопередачи справился с этим заданием, сочинив такую песню:



Другой придумал «песню» с еще более короткими строками:



Положить на музыку можно и стихи с короткими строками. Если вам удастся сочинить музыкальную строку из 6 звуков, попробуйте ее еще сократить.

Один из ребят, принимавших участие в радиопередаче «Язык, музыка, математика», придумал такую длинную строку из «песни»:



Сочиняя песню, стремитесь к тому, чтобы она (в особенности это относится к длинным песням) не распадалась на отдельные не связанные между собой фрагменты. Старайтесь придерживаться какого-нибудь принципа, позволяющего получить не набор отдельных звуков, а единую связную мелодию.



Могут ли противоположности быть параллелями? Могут. Вспомните хотя бы о Будапештской железной дороге. Ее пути состоят из двух пар параллельных рельсов, ведущих в противоположные стороны: по одним рельсам поезда идут в Будапешт, по другим из Будапешта.

В одной венгерской народной сказке ведьма говорит:

Тебе ватрушку,
Мне печеную лягушку,
Я съем лягушку,
Ты съешь ватрушку.

Великолепный пример противоположных параллелей — стихотворения Шандора Петёфи «Песня собак» и «Песня волков»:

Песня собак

Воет вихорь зимний
В облачные дали,
Близнецы метелей —
Дождь со снегом велят.

Нет забот нам — угол
В кухне есть согретый,
Господин наш добрый
Дал нам место это.

О еде забот нет —
Ест хозяин сладко, —
На столе хозяйском
Есть всегда остатки.

Плеть — вот это правда —
Свистнет — так поплачешь!
Но хоть свистнет больно —
Кость крепка собачья.

Песня волков

Воет вихорь зимний
В облачные дали,
Близнецы метелей —
Дождь со снегом велят.

Горькая пустыня —
В ней нам век кружиться,
В ней куста нет даже,
Где б нам приютиться.

Здесь свирепый холод,
Голод в брюхе жадный —
Эти два тирана
Мучат беспощадно.

Есть еще и третий:
Ружья с сильным боем.
Белый снег мы кровью
Нашей красной моем.

Господин, смягчившись,
Подзовет поближе,
Господина ноги
Мы в восторге лижем!

Хоть прострелен бок наш,
Мерзнем днем голодным,
Пусть в нужде мы вечной,
Но зато свободны!

(пер. Н. Тихонова)



Существуют ли математические противоположности? Задав этот вопрос ребятам, принимавшим участие в радиопередаче «Язык, музыка, математика», мы получили в ответ следующие примеры математических противоположностей:

отрицательное число	— положительное число
число x	— обратное число $1/x$
плюс	— минус
сложение	— вычитание
умножение	— деление
четное число	— нечетное число
половина	— вдвое больше
делитель	— кратное
больше	— меньше
простое число	— составное число
параллельно	— перпендикулярно
прямая	— кривая

С противоположными понятиями *положительное* — *отрицательное* и *число* — *обратное число* нам уже приходилось встречаться в главе «Отражения». Мы установили тогда, что по своим свойствам эти противоположности немного напоминают оригинал и зеркальное отражение.

Представляет интерес отношение противоположности между такими понятиями, как *половина* и *вдвое больше*. По существу оба этих понятия говорят об одном и том же, но одно из них оценивает отношение между какими-то двумя числами с одной стороны, а другое — с другой. Например:

с одной стороны число 3 — половина числа 6,
с другой стороны число 6 вдвое больше числа 3.

Аналогичное утверждение справедливо и относительно противоположностей *делитель* — *кратное* и *меньше* — *больше*. Они также говорят об одном и том же, но с разных сторон. Наш пример с числами 3 и 6 можно было бы записать так:

со стороны «половины» $3 = 6 : 2$
со стороны «вдвое больше» $6 = 3 \cdot 2$

Таким образом, противоположность *умножение* — *деление* следует за противоположностью *половина* — *вдвое больше*. Помимо умножения — деления в математике существует немало и других пар противоположных операций, например *сложение* и *вычитание*.

Эти противоположности проявляются во многом. Обратим операцию сложения. Для большей наглядности воспользуемся примером:

$$3 + 2 = 5$$

Обратить операцию сложения означает выбрать одно из двух слагаемых и выразить его через сумму и другое слагаемое, то есть записать равенство

либо $3 = 5 - 2$, либо $2 = 5 - 3$.

Мы видим, что сложение допускает двойное обращение, но в обоих случаях обратной операцией служит вычитание.

Займемся теперь обращением операции вычитания

$$8 - 1 = 7.$$

Мы получим

$$\text{либо } 8 = 1 + 7, \text{ либо } 1 = 8 - 7.$$

Странное дело: при обращении сложения всегда получалось вычитание, а при обращении вычитания может получиться и сложение и вычитание.

Аналогичными свойствами обладают умножение и деление: при обращении операция умножения ведет себя так же, как сложение (обратной операцией всегда оказывается деление), а деление — так же, как вычитание.



Большое число противоположностей мы находим в «Гимне Небывтия» Эндре Ади. Перечислим их еще раз по частям речи.

Существительные: *заря* — *ночь*, *бог* — *дьявол*, *зима* — *лето*, *слава* — *забвенье*, *снег* — *сажа*, *сон* — *реальный мир*, *смерть* — *жизнь*, *грех* — *добродетель*, *мед* — *соль*, *сегодня* — *завтра*.

Прилагательные: *всеблагий* — *адский*, *серый* — *алый*, *черный* — *белый*.

Смешанная пара (прилагательное — существительное): *горький* — *сладость*.

Некоторые из этих пар выпадают из общего ряда: *слава* — *забвенье*, *серый* — *алый*, *мед* — *соль*. Противоположность входящих в них понятий не столь бесспорна, как, например, противоположность зимы и лета или черного и белого. Противоположностью славы следует считать безвестность, противоположность забвению — память.

А какой цвет следует считать противоположным красному? Синий, зеленый или какой-нибудь другой? Дело вкуса. Гораздо сложнее ответить на вопрос, какой цвет противоположен коричневому. В отличие от красного, оранжевого, желтого, зеленого, голубого, синего и фиолетового коричневый цвет не принадлежит к числу чистых цветов, и цвет, противоположный коричневому, также отсутствует среди чистых цветов.

Теперь мы уже достаточно подготовлены для того, чтобы ответить на вопрос, какой цвет противоположен серому. Как и коричневый, серый цвет не принадлежит к числу чистых цветов. Он занимает промежуточное положение между белым и черным, но не противоположен ни черному, ни белому. С полным основанием серый цвет можно назвать черно-белым или светло-черным.

Слово «серый» употребляется и в переносном смысле и означает тоскливый, унылый, тусклый, невыразительный. Например, одно из стихотворений Эндре Ади начинается так:

Как серую тоску развеять?

Господь наш устремился в белый свет,

Чтоб одолеть лихого супостата.

Еще более известны следующие строки:

Суша, мой друг, теория везде,

А древо жизни пышно зеленеет!

(пер. Н. А. Холодковского)

Они принадлежат перу великого немецкого поэта Гёте. Слово «суха» возникло при переводе: в оригинале стоит слово «серá». Серость, мертвенность теории противопоставляется пышной зелени древа жизни. Гёте, разработавший оригинальную физическую теорию цвета, подошел к выбору противоположных цветов вполне рационально. Действительно, серый цвет сродни любому видимому цвету, в особенности синему. Недаром мы говорим о серо-синем цвете, хотя серо-желтого или серо-красного цвета не существует: последний известен под названием коричневого. Поэтому цвет золота* и зеленый — два цвета, наиболее далекие от серого. Гёте лишь нашел яркий зрительный образ, избрав носителем одного цвета ствол, а другого — листву древа жизни.

Представьте себе мысленно жилое здание и попытайтесь отыскать в нем как можно больше пар противоположностей. Заведомо противоположны такие пары, как подвал — чердак, потолок — пол, порог — притолока. Более спорны пары дверь — окно, первый этаж — любой из этажей, начиная со второго, квартира — лестничная клетка. Не найдется пар для дверных ручек, решеток и ограждений, балконов и других мелких и крупных деталей. Кроме того, в любом здании есть немало и таких элементов, к которым можно подобрать лишь не вполне «доброкачественные» пары. Например, дымовая труба выводит дым вверх и на этом основании ее с натяжкой можно считать противоположностью канализационной трубы, выводящей из здания грязную воду вниз. Еще один пример «условной» пары противоположностей: печи греют, холодильники охлаждают. Но печи согревают помещение, в котором они находятся, а холодильники охлаждают пространство внутри себя; поэтому печи, позволяющие поддерживать комфортные условия в окружающей среде, можно было бы сопоставить и вентиляционным трубам, также обеспечивающим комфорт. Правда, теперь печное отопление встречается все реже. На смену печам пришел кондиционер, способный при необходимости нагреть воздух в помещении либо создать приятную прохладу.

Назовите существительные и прилагательные, для которых существуют противоположности, а затем существительные и прилагательные, не имеющие противоположных пар. Подбирать те и другие можно либо по принципу «тематического единства» (как это было сделано выше на примере жилого здания), либо «поштучно» по словарю.

Перебрав пары противоположных по значению существительных и прилагательных, попробуем отыскать аналогичные пары среди других частей речи.

Глаголы: смеяться — плакать, двигаться — стоять, уносить — приносить, открывать — закрывать, засыпать — просыпаться, увеличиваться — уменьшаться, работать — отдыхать, ...

Пары противоположных по значению глаголов можно образовывать также из прилагательных: сузить — расширить, чернить — белить, грустить — радоваться, ...

Числительные. Ни количественных, ни порядковых числительных, противоположных вполне определенному числительному (например, числительному «три» или «седьмой») не существует. Тем не менее некоторые свойства чисел противоположны: четные — нечетные, простые — составные. Нетрудно выделить противоположные пары и среди менее определенных (нечисловых) количественных характеристик: много — мало, все — ничего, конечный — бесконечный, ...

Предлоги. Среди них встречается много противоположных по значению пар: впереди — позади, сверху — снизу, до — после, с — без, ...

* В оригинале у Гёте говорится о зеленеющем золотом древе жизни:

Grau, teurer Freund, ist alle Theorie
Und grün des Lebens goldner Baum. — *Прим. перев.*

В близком родстве с предложениями состоят пары противоположных по значению глагольных приставок: впустить — выпустить, сочленить — расчленить, прибежать — убежать, ...

Нетрудно указать и пары противоположных наречий: тогда — сейчас, высоко — низко, быстро — медленно, там — здесь, ...

С двумя последними наречиями в тесном родстве находятся указательные местоимения: тот — этот.

По мнению Аттилы Йожефа, в венгерском языке слово, указывающее на нечто близкое, звучит высоко, а противоположное по значению слово, указывающее на нечто далекое, — низко. Такое соответствие между значениями слов и высотой их звучания в венгерском языке действительно существует, но эту закономерность не следует чрезмерно обобщать и тем более распространять на другие языки. Даже в венгерском языке нетрудно указать исключения из замеченного Аттилой Йожефом правила. Например, слово *távol* (далеко, даль) звучит низко, а слово *messze* (далеко, далекий) — высоко. Можно привести и другие аналогичные примеры. Так, слово *mély* (глубокий) звучит высоко, а слово *magas* (высокий) звучит низко.



Мы рассмотрели достаточно много противоположностей, и вы, должно быть, сами успели заметить, что все они подразделяются на две достаточно сильно отличающиеся группы. Рассмотрим, например, две следующие пары противоположностей:

есть — нет, белый — черный.

Образующие каждую пару понятия весьма контрастны, и то, что они противоположны, не вызывает ни малейших сомнений, но вместе с тем одна пара существенно отличается от другой.

Прежде чем указать, в чем именно состоит это различие, попробуем разделить следующие пары на две группы так, чтобы в одну группу вошли противоположности типа белое — черное, а в другую — противоположности типа есть — нет:

1) рассвет — ночь; 2) определенно — неопределенно; 3) полно — пусто; 4) цело — сломано; 5) живой — неживой; 6) достоверно — невероятно; 7) лето — зима; 8) меньше — больше.

Белое и черное — два противоположных конца целой шкалы оттенков:



Между ними существует множество градаций. Между *есть* и *нет* ничего другого не существует: нечто либо есть, либо его нет, и все остальное исключается.

Отсюда ясно, что пары противоположностей 1, 3, 6, 7 и 8 похожи на пару белое — черное. Действительно, между рассветом и ночью есть день, между полным и пустым — полный (или опорожненный) наполовину, между достоверным и невероятным — вероятное, но не достоверное, между летом и зимой — осень, между меньшим и большим — равное. Противоположности этого типа можно было бы назвать *крайними противоположностями*. Они как бы образуют два противоположных конца целой серии понятий. С крайними противоположностями, открывающими и замыкающими цепочку понятий, мы еще встретимся в главе «Степени сравнения».

Пары противоположностей 2, 4 и 5 аналогичны паре есть — нет: нечто может быть либо определенным, либо неопределенным, целым или сломанным (содержать некий изъян), живым или неживым. Нетрудно заметить, что в каждой паре одно из понятий является отрицанием другого: определенно — *неопределенно*, цело — *нецело* (сломано), живой — *неживой*. Это замечание остается в силе и в общем случае: если одно слово получено из другого при помощи отрицания *не*, то они оба принадлежат к группе противоположностей типа *есть* — *нет*. Нечто может быть либо достоверно, либо недостоверно, верно или неверно, прямолинейно или непрямолинейно. Основная отличительная особенность этой разновидности противоположностей — в отрицании, поэтому нам кажется разумным назвать группу противоположностей типа *есть* — *нет* *противоположностями отрицания*.

В следующих противоположностях отрицания попытайтесь заменить слово с частицей *не* равнозначным словом без нее:

полезно — не полезно

имеет смысл — не имеет смысла

истинно — не истинно

параллельные прямые — непараллельные прямые 63

Определите, какие из перечисленных ниже противоположностей относятся к крайним и какие к противоположностям отрицания: земля — небо; сон — явь; направо — налево; нормальный — ненормальный; смех — слезы; при солнце — при луне; правый — левый; открытый — закрытый; медленно — быстро; огонь — вода; теплый — холодный; снаружи — внутри. 64



Помимо противоположностей, с которыми нам уже доводилось встречаться, существует еще одна пара противоположностей: *медленно* — *быстро*. Эта пара играет весьма важную роль в музыке.

Какие из следующих венгерских народных песен отличаются медленным и какие быстрым темпом: «Спелые гроздья»; «Лети, пава»; «Эй, с Дуная ветер злой»; «Звезды, звездочки»; «Видроцкие стада бродят»; «Собирались, собирались»?

Закончив классификацию венгерских песен на быстрые и медленные, проверьте ее правильность. 65 Затем выберите из каждой группы по особенно характерному образцу. Песни могут отличаться не только темпом, но и характером изложения. Например, начальные строки песни «Видроцкие стада бродят» звучат, как баллада. Ее текст исполнитель произносит «говорком», или *parlando*, тогда как текст песни «Собирались, собирались» следует петь более слитно и напряженно, в надлежащем темпе — *tempo giusto*.

Спев обе песни, попробуйте поменять их темпы и характер изложения: спойте «Видроцкую балладу» в быстром, напряженном ритме, а песню «Собирались, собирались» в относительно медленном ритме, широко и свободно. Что у вас получится?

В ту же «игру» можно играть и с другими песнями. Подберите песни, в которых изменение темпа производит особенно комический эффект.

Характер музыки во многом определяется ее темпом. Музыкальное произведение, будь то детская песенка или симфония, нельзя исполнять в произвольном темпе. Неправильно выбранный темп до неузнаваемости исказит характер музыки. Изменение темпа, даже если речь идет о «малом жанре» — песне, не случайны. Взять хотя бы русскую народную песню «Дубинушка». Почему первая ее часть поется медленно,

а вторая в гораздо более оживленном темпе? Можно было бы привести немало других примеров музыкальных произведений, исполняемых в переменном темпе. В пьесе Бели Бартока «Вечер с секейцами» медленная тема сменяется быстрой. Как изменяется вместе с темпом характер музыки? Прослушайте песню Золтана Кодая «Плохая жена». Кто поет в ней быстро и кто медленно? Почему?

Создавая классические симфонии, великие композиторы прошлого часто предпосылали первой части медленное вступление. Прослушайте симфонии Гайдна, Моцарта и Бетховена. В каких из них слышится медленное вступление к первой части? Какую роль играет вступление? Как оно связано с быстрой музыкой?



Известна одна старинная математическая задача-шутка, основанная на неожиданной замене быстрого и медленного темпов. Называется эта задача «Наследство старого шейха».

Предчувствуя скорую кончину, старый шейх велел позвать двух своих сыновей и сообщил им, что в расположенном неподалеку оазисе он закопал несметные сокровища. Шейх повелел сыновьям отправиться на поиски клада, завещав его целиком тому, чей верблюд достигнет оазиса вторым. Сыновья шейха призадумались. Если каждый из них будет стремиться отстать от другого, то они никогда не доберутся до оазиса и не смогут выкопать сокровища. Изрядно поломав головы, но так ничего и не придумав, они отправились за советом к кадию. Кадий велел сыновьям шейха спешиться и, подозвав их к себе, прошептал что-то каждому на ухо. Выслушав совет кадия, наследники шейха торопливо вскочили на поджидавших их верблюдов и что было духу помчались к оазису. Сокровище досталось тому, кто первым домчался до оазиса.

Какой совет дал кадий сыновьям шейха? 36



Затруднительное положение, в котором оказались наследники шейха, было вызвано тем, что нельзя соревноваться под девизом: «кто медленнее». Задача о наследстве стала разрешимой лишь после того, как сыновья шейха последовали мудрому совету кадия и поменялись верблюдами. Это позволило им вместо того, чтобы двигаться как можно медленнее, мчаться на верблюдах как можно быстрее. Неосуществимое состязание под девизом «кто медленнее» сменилось вполне возможным соревнованием под девизом «кто быстрее».

Столь же неожиданными свойствами обладают и некоторые другие противоположности. Например, выяснить, кто прыгает дальше всех, довольно легко, но спор о том, кто прыгает ближе всех, неразрешим. Нельзя провести футбольный матч, в котором победившей считалась бы команда, забившая меньше голов, вряд ли удастся установить чемпиона мира по лени и т. д. Подобную ситуацию описывает в своем стихотворении Шандор Вёреш:

Неслыханное чудо,
Смотрю — глазам не верю:
«Вход только для баранов»
Написано над дверью.

Отличником не всякий
В той школе стать сумеет,
Для этого ведь нужно
Не говорить, а блеять.

Не шатко и не валко
Кто лишь зайдет в ограду,
Того в бараньей школе
Ждет высшая награда.

Питомцев долго ждали,
Да зря: хоть жаль до слез,
Закреть баранью школу
В конце концов пришлось.

Над первой строкой нот своего произведения композитор обычно делает пометку относительно темпа и характера музыки: быстро, весело, медленно, торжественно (по традиции указания такого рода даются на итальянском языке).

В отличие от исполнителей музыкального произведения читатели стихотворения не принято предупреждать о его характере и темпе: всю необходимую информацию о ритмике, темпе и мелодике стиха читатели могут почерпнуть только из его названия и текста. Мы приведем два стихотворения, написанные на разных языках и в разные эпохи. Различие весьма ощутимо, и нетрудно понять, как следует читать одно стихотворение и как другое.

Более 1100 лет назад китайский поэт Бо Цзюй-и написал стихотворение «Проезжий, оставленный в холодной станции»:

Утром сегодня без дела сижу в каменном домике я.
Гаснет огонь, догорая в печи, чаша опять без вина.
Скучно и холодно. Можно ли так гостя оставить здесь жить?..
Пруд ледяной, заснеженный бамбук, снегобородый старик.
(пер. Л. Эйдлины)

А вот отрывок из стихотворения индийского поэта Джаядевы, жившего в XII веке:

Стонет свирель, хлопают мерно ладони, чуть слышно
браслеты звенят, руки уперты в бока.
Каждой из мимо скользящих мужи хвалу воздают,
каждую взглядом проводят.

Всех увлекает зажигательный танец,
Весенние игры дев юных и нежных.

Раскрыв любой сборник стихов, вы без труда обнаружите в нем стихи быстрые и медленные, радостные и грустные, отличающиеся по многим другим противоположным признакам.



Пару противоположных признаков *высокое* — *низкое* мы с детства слышим и употребляем, когда речь заходит о музыке. И мало кто задумывается над тем, что смысл таких слов, как «высокое» и «низкое», если они относятся к звукам, отнюдь не очевиден.

Такие качества, как «высокое» и «низкое», относятся прежде всего к области не слуховых, а зрительных ощущений. Мы говорим: высокая гора, высокое дерево, высокое небо, низкий потолок, низкое солнце, низкая облачность. И лишь расширив смысл этих слов, мы можем распространить их и на звуки.

Высота звука зависит от частоты колебаний: при большей частоте колебаний звук выше, при меньшей — ниже. Изучением звуковых колебаний тел занимается специальный раздел физики — акустика. А как объяснить маленькому ребенку, какой звук высокий и какой низкий? О высоком звуке можно сказать, что он тонкий, пронзительный, верещащий, светлый, о низком — что он «толстый», басовитый, густой, темный. Подыщите другие сравнения, позволяющие объяснить, что такое высокие и низкие звуки, путем соотнесения их с зримыми и осязаемыми предметами. Прислушайтесь к различным шумам и стукам. Выберите из них противоположные по звучанию. Какие шумы и стуки звучат высоко и какие низко? Если у вас имеется под рукой магнитофон, запишите наиболее интересные шумы и стуки. Прислушайтесь к звукам, издаваемым домашними животными. Какие из этих звуков высокие и какие низкие? Некоторые музыкальные инструменты устроены так, что из них можно извлекать либо только высокие, либо только низкие звуки. Какие из музыкальных инструментов обладают самым низким и самым высоким звучанием? 37

Поговорите сами с собой на два голоса. Пусть один голос будет высоким, а другой низким.

В «Картинках с выставки» Мусоргского есть одна (шестая) пьеса под названием «Два еврея, богатый и бедный». Если вам знакомо это произведение, попытайтесь голосом воспроизвести не мелодию, а типажи героев картинки. Если же вам никогда не приходилось слышать «Картинки с выставки», то поскорее восполните досадный пробел в вашем музыкальном образовании и постарайтесь на слух различить две «спорящие» друг с другом мелодии, одна из которых звучит высоко, а другая низко. В мелодии, звучащей высоко, слышится мольба, жалоба, в мелодии, звучащей низко, — сила, угроза. Чтобы понять, о чем говорят между собой персонажи шестой «картинки» Мусоргского, слов не нужно — настолько выразительны созданные им музыкальные образы. Кто из них богат и кто бедняк?

Прослушайте затем ту же часть «Картинок с выставки» в инструментовке Равеля для большого симфонического оркестра. Партию высокого голоса в ней исполняют трубы, а партию низкого — деревянные духовые инструменты и струнные.

Высокие звуки ассоциируются с чем-то светлым, радостным, невесомым, маленьким. Низкие звуки рожают у нас противоположные образы, мы связываем их с чем-то темным, мрачным, тяжеловесным, большим.

Какими звуками — высокими или низкими — вы бы изобразили следующие противоположности: молодость — старость; усталый — бодрый; море — фонтан; цыпленок — воз; жизнь — смерть; узкий — широкий.

Слушая музыку, обратите внимание на то, какие противоположные по содержанию образцы выражаются высокими и какие низкими звуками.



Звуки речи принято характеризовать по аналогии с музыкальными звуками, но между речью и музыкой есть не только сходство, но и различие.

Например, в венгерском языке гласные, как и музыкальные звуки, могут быть высокими и низкими. Звук и остается низким, даже если

его пропищит тонким голоском маленькая девочка, а звук *é* не станет низким от того, что его пробасит юноша.

В речи, как и в музыке, гласные звуки подразделяются на длинные и краткие. Твердые согласные в венгерском языке произносятся глухо, мягкие — звонко. Голос певца всегда звонок. (Всякий раз, когда в тексте встречается твердый согласный, голос певца на мгновение прерывается и вновь начинает звучать лишь со следующего гласного или мягкого согласного.) И все же основная противоположность между звуками речи — это противоположность между гласными и согласными.

Теперь мы знаем вполне достаточно для того, чтобы организовать игру.

Представьте себе, что на столе перед вами стоят две большие коробки. На одной из них написано ПИНГ, на другой — ПОНГ. Попробуйте «разложить» нижеперечисленные противоположности по коробкам так, чтобы одна составляющая каждой пары оказалась в одной коробке, а другая — в другой.

Низкий и высокий. Естественно (по крайней мере для нас) отправить первую составляющую этой пары (низкий) в коробку с надписью ПОНГ, а вторую (высокий) — в коробку с надписью ПИНГ.

Твердый и мягкий. Решить, как следует распределить по коробкам составляющие этой пары, не так просто, но все же можно: «твердый» поместить в коробку с надписью ПИНГ, «мягкий» — в коробку с надписью ПОНГ.

ПИНГ: тонкий, пронзительный, верещащий, светлый. ПОНГ: «толстый», басовитый, густой, темный. Радость — ПИНГ, грусть — ПОНГ. Остроумие — ПИНГ, глупость — ПОНГ.

Раскладывать по нашим коробкам можно не только пары противоположностей, но и что угодно. Например, мизинец — ПИНГ, большой палец — ПОНГ, шкаф — ПОНГ, лестница — ПИНГ, борзая — ПИНГ, овчарка — ПОНГ, нитка — ПИНГ, хлопок — ПОНГ. Взгляните на окружающие вас предметы и «разложите» их по коробкам ПИНГ и ПОНГ.

Ошибиться вы не можете, поскольку право решать, что и в какую коробку отправить, принадлежит только вам. Если ваш приятель вздумает определить какой-нибудь предмет в другую коробку, чем вы, можете считать, что он «ошибается».



До сих пор, говоря о музыке, мы упоминали такие пары противоположностей, как длинный и короткий, медленный и быстрый, высокий и низкий. Но в музыке встречается множество других противоположностей, например громкий — тихий, солирующий инструмент (или голос) — группа инструментов (или голосов), двухтактный — с переменным размером, *parlando* (говорком) — *tempo giusto* (в слитном ритме, сообразуясь с характером произведения), вокальная музыка — инструментальная музыка, венгерские народные песни в старинном стиле (нисходящая интонация) — венгерские народные песни в новом стиле («колоколообразная» интонация), секвенция на квинту вниз — секвенция на квинту вверх, одnogолосие — многоголосие.

Перечень музыкальных противоположностей можно было бы без труда продолжить.

Не все перечисленные здесь противоположности в музыке для нас абсолютно новы. С некоторыми из них мы уже встречались в предыдущих главах, хотя и не говорили, что эти характеристики музыки противоположны. С другими нам предстоит

встретиться в дальнейшем. Правда, там мы будем рассматривать их не с точки зрения противоположностей: нас главным образом будут интересовать их структура, степени сравнения и т. д. Не будет преувеличением сказать, что противоположности не только встречаются на каждом шагу в окружающем нас мире или в мире музыки — они пронизывают всю нашу книгу.

В связи с приведенным выше довольно обширным перечнем противоположностей в музыке нам бы хотелось сделать еще одно замечание. Каждая из названных нами пар относится к какой-нибудь музыкальной форме, техническим или другим более или менее внешним особенностям музыкального произведения и не затрагивает более глубоких противоположностей, связанных с его содержанием.

Говорить или писать (впрочем, как и читать) о содержании музыкальных произведений, не подкрепляя каждое утверждение звучащим примером, довольно трудно. Поэтому мы предлагаем вам самим подыскать музыкальные примеры ко всему, о чем вы прочитали или прочтете в этой книге. Не сомневаемся, что ваши примеры будут очень интересными.

Следующие противоположности затрагивают уже не форму, а существо музыки, ее содержание.

Не знаем, случалось ли вам когда-нибудь слышать, как плакальщицы причитали в старину над покойником (такие причитания сохранились в записях фольклорной музыки). Что является противоположностью причитания? Какой жанр музыкальных произведений по своему содержанию прямо противоположен причитаниям? На этот вопрос можно ответить по-разному. 68

Самая глубокая, извечная противоположность — это противоположность жизни и смерти. В «Мессе си-минор (*H-moll*)» Иоганна Себастьяна Баха тема смерти и тема жизни (воскрешения) сменяют друг друга. В них все контрастно: темп, ритм, интонация, состав оркестра и хора, диапазон звучания. После тихо и в то же время сильно звучащей мелодии, выдержанной в мрачных низких тонах, раздается ликующая, светлая и радостная тема.

2е сопрано

se - pul - tus est, se - pul - tus est.

Альт

pas - sus et se - pul - tus est.

Тенор

se - pul - tus, se - pul - tus est.

Бас

se - pul - tus est, et se - pul - tus est.

(Фортепиано)

1-е сопрано
Et re-sur-re- xit, re-sur-re- xit,

2-е сопрано
Et re-sur-re- xit, re-sur-re- xit,

Альт
Et re-sur-re- xit, re-sur-re- xit,

Тенор
Et re-sur-re- xit, re-sur-re- xit,

Бас
Et re-sur-re- xit, re-sur-re- xit,

(Фортепиано)
Et re-sur-re- xit, re-sur-re- xit.

Сомнения, неуверенность и подавленность перед лицом неизвестности и торжество обретения истины — противоположные темы, звучащие между концом третьей и началом четвертой части в Пятой симфонии Бетховена.

Противоположность света и тьмы как основ мироздания лежит в основе первой части оратории Гайдна «Сотворение мира». Слушая ее, отчетливо представляешь, как из клубящейся тьмы, заполнявшей Вселенную, рождается свет. Иначе трактуется противоположность света и тьмы в другой оратории Гайдна «Времена года». Зимний вечер. Страх и отчаяние заблудившегося путника сменяется радостью при виде забрезжившего вдали огонька.

Борьба света и тьмы, слепой ненависти и мудрой снисходительности — основная пружина действия оперы Моцарта «Волшебная флейта». В финале оперы свет торжествует над тьмой.

Хорошее и плохое существует не только вне, но и внутри нас. В человеке заложено и доброе, и злое начало. Этой теме посвящена фортепьянная пьеса Белы Бартока «Два портрета (идеальный и уродливый)».

Не кажется ли вам, что приведенные примеры противоположностей, относящихся к содержанию музыкальных произведений, по существу очень близки? Они лишь по-разному выражают одну и ту же основную идею.



Упорядочение

«Упорядочивать» — значит наводить порядок, то есть ставить все на свое место. Процесс упорядочения может быть довольно сложным, такова, например, деятельность театрального режиссера. Он не только расставляет актеров на сцене, но и показывает, как они должны двигаться, жестикулировать, подавать реплики. Режиссер следит также за тем, чтобы в конце каждого акта вовремя опустили занавес и актеры вышли на аплодисменты.

В более простом понимании слово «упорядочение» означает, как уже говорилось, расстановку по местам. Расставлять можно мебель в квартире, слова в предложении, карточки в ящиках каталога и даже людей. Так, на уроке физкультуры учеников одного класса приходится выстраивать по росту. Но тех же самых учеников можно построить и по какому-нибудь другому принципу, например по весу или по цвету волос: на левом фланге поставить обладателя самых светлых волос в классе, на правом — обладателя самых темных волос, а остальных расположить так, чтобы по мере продвижения от левого фланга к правому цвет волос темнел. Можно построить школьников и по возрасту: первым поставить самого старшего, последним — самого младшего. Не исключено, что в каком-нибудь классе ребята, выстроенные по росту, окажутся стоящими в том же порядке, в каком они стояли бы, если их выстроить по возрасту. Но не исключено и другое: самый младший по возрасту ученик вполне может оказаться самым высоким, а самый старший — самым маленьким по росту.

О расположении в алфавитном порядке мы уже рассказывали в главе «Последовательности». Если фамилии каких-нибудь двух учеников в классе полностью совпадают, то их все же можно упорядочить по какому-то другому признаку, например записать в классный журнал сначала того, кто старше.

В несколько иной последовательности придется внести учеников в классный журнал, если расположить в алфавитном порядке не фамилии, а имена. В венгерской школе первой в списке может оказаться Адель (*Adél*), а последним — Жолт (*Zolt*).

В венгерском языке сначала принято называть фамилию, а затем имя. В большинстве языков предпочитают придерживаться обратного порядка и сначала называть имя. Если же требуется упорядочить имена и фамилии (например, при составлении энциклопедии или библиографического справочника), то их предварительно переставляют в «венгерском» порядке, после чего располагают в алфавитном порядке по фамилиям. Например, венгерского композитора *Bartók Béla* иностранцы (не венгры) называют Белой Бартоком, но в своих справочниках пишут его имя и фамилию как Барток, Бела.

Каждый из нас привык к своему имени. Мы вздрагиваем, если кто-нибудь неожиданно называет его. Тем не менее расположить имена в алфавитном порядке — это значит упорядочить их носителей по чисто формальному признаку. Чтобы убедиться в этом, достаточно заглянуть в библиотеку, в которой книги расставлены в алфавитном порядке: вы увидите на полках вперемешку книги, написанные в разное время

в разных странах на разные темы. Тщетно станете вы искать в такой библиотеке раздел, где собраны книги по интересующему вас предмету. Иное дело, если в алфавитном порядке расставлены книги, предварительно классифицированные в соответствии с предметным указателем: в этом случае вы легко найдете нужную вам книгу, разыскивая роман на полках, отведенных для художественной литературы, а специальную литературу — на полке с книгами на интересующую вас тему.



Каким образом можно было бы упорядочить народные песни? Самый бездумный, чисто механический способ упорядочения состоял бы в том, чтобы расположить песни в алфавитном порядке по начальным словам: мы получили бы своеобразный конспект содержания всех песен.

При таком упорядочении чрезвычайно легко найти любую песню. Такой способ действительно широко используется при составлении песенников и фольклорных сборников, поскольку он позволяет обойтись без указателя песен в конце книги. Если же составителям сборника необходимо объединить песни по тематическому признаку, то они подразделяют сборник на главы «Солдатские песни», «Баллады и романсы», «Песни о любви», «Песни о жене и муже», «Песни о горе, скитаниях, плене, жалобные песни», «Шуточные песни» и т. д. Припомните какие-нибудь народные песни. К какой категории они относятся? Можете ли вы назвать хотя бы по одной народной песне на каждую из названных выше тем? Если вы услышите по радио, телевидению или на концерте неизвестную вам народную песню, попробуйте определить по ее содержанию, к какой из групп или тем она относится.

Можно составить сборник, исходя из других принципов упорядочения. Лайош Бардош издал сборник под названием «Стократная красота» (*Százszorszép*), в который вошло 100 венгерских народных песен из собрания Золтана Кодая. Перелистав сборник, вы увидите названия разделов:

Первое потрясение. Забровидек (1906): Нитра.

Снова путь лежит на восток (1906—1913): Гёмёр, Ноград, Барш, Хонт.

Среди секейцев и чанго* (1910—1914): Чик, Буковина.

Северо-восток и восток. От Каша до Надьсалонта (1916—1928): Абауй, Земплен, Сабольч, Бихар, Сатмар, Сольнок-Добока (1942).

За Дунаем (1921—1925): Эстергом, Комаром, Шомодь, Зала, Ваш.

Присмотревшись, нетрудно заметить, что упорядочение песен в сборнике Ласло Бардоша произведено на основе двух принципов. Каких именно?

По названиям отдельных томов издания «Сокровищница венгерской народной музыки» можно судить, какого рода песни вошли в них: «Детские игровые песни», «Праздничные песни», «Свадебные песни», «Песни о супружеской чете», «Причитания», «Типы народных песен. 1» и т. д.

Возможен ли какой-нибудь другой принцип классификации народных песен по их содержанию? Известна ли вам хотя бы одна народная песня, которую нельзя было бы отнести ни к одной из перечисленных групп?

* Венгры, проживающие на территории Румынии. — Прим. перев.



Перед нами набор вещественных чисел

2	223	
	1021	90 45
9	1	69380

Можно ли считать, что входящие в него числа упорядочены? Нужно ли вообще специально упорядочивать любые вещественные числа, целые и дробные, положительные и отрицательные? Это излишне, поскольку все вещественные числа обладают естественной упорядоченностью по величине. Числа в приведенном выше наборе упорядочены следующим образом: 1, 2, 9, 45, 90, 223, 1021, 69380.

Можно ли упорядочить вещественные числа как-нибудь иначе, и если можно, то насколько интересно такое «неестественное» упорядочение? Мы постараемся ответить на этот вопрос чуть позже, а пока будем придерживаться обычного упорядочения вещественных чисел по величине.

Упорядочить числа из приведенного выше набора было особенно просто потому, что в него входили только положительные целые числа. Впрочем, задача ничуть не усложнится, если включить в набор отрицательные числа:

	30	—1021
1021	—5	—7
	1	

Выстроенные по порядку, эти числа образуют последовательность —1021, —7, —5, 1, 3, 1021.

Расширим «ассортимент» вещественных чисел еще больше и рассмотрим набор, состоящий не только из целых чисел (дробную часть сначала будем записывать в виде десятичной дроби):

1021,11	—1021
30	
1021	0,322
	—7
—5	
1	—5,22

Расставленные по порядку, эти числа образуют последовательность —1021; —7; —5,22; —5; 0,322; 1; 30; 1021; 1021,11.

В заключение рассмотрим еще несколько дробей:

$-\frac{7}{6}$,	$-\frac{5}{7}$
	$-\frac{8}{6}$
$\frac{6}{8}$,	$\frac{5}{8}$

(Не сомневаемся, что вы без труда расположите их в порядке возрастания. (39))

Простой и надежный способ, позволяющий упорядочить дроби, состоит в том,

чтобы представить их в виде десятичных дробей, но он сопряжен с необходимостью производить выкладки. Обычно вычислений удастся избежать (или по крайней мере значительно сократить их число) при помощи различного рода соображений. Например, сравнивая дроби $-\frac{7}{6}$ и $-\frac{8}{6}$ с числами из предыдущего примера, нетрудно понять, что дробь $-\frac{8}{6}$ меньше дроби $-\frac{7}{6}$. Действительно, знаменатели этих дробей равны. Следовательно, сравнивая их, мы должны учитывать только числители (и, разумеется, не забывать о знаках). Кроме того, очевидно, что дроби $-\frac{8}{6}$, $-\frac{7}{6}$, будучи отрицательными числами, меньше каждой из остальных дробей, так как те положительны. Упорядочение положительных дробей также не требует выкладок. Не ясно лишь, какая из дробей больше: $\frac{6}{8}$ или $\frac{5}{7}$? Но и на этот вопрос можно ответить, не переводя простые дроби в десятичные. Действительно, сокращая или умножая числитель и знаменатель на одинаковые множители, каждую простую дробь можно записать многими способами:

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \frac{18}{24} = \frac{21}{28} = \frac{24}{32} = \dots$$

$$\frac{5}{7} = \frac{10}{14} = \frac{15}{21} = \frac{20}{28} = \frac{25}{35} = \frac{30}{42} = \dots$$

Найдите в каждой строке дроби со знаменателем 28 (они обведены прямоугольными рамками):

$$\frac{6}{8} = \frac{21}{28}, \quad \frac{5}{7} = \frac{20}{28}, \quad \text{откуда } \frac{6}{8} > \frac{5}{7}.$$

Но чтобы решить, какая из двух дробей больше, их вовсе не обязательно приводить к общему знаменателю. Например, найдем в каждой строке дроби с числителем 15 (они обведены овальными рамками):

$$\frac{6}{8} = \frac{15}{20}, \quad \frac{5}{7} = \frac{25}{21}.$$

Из этих равенств сразу же видно, что $\frac{15}{20} > \frac{15}{21}$, поскольку одна двадцатая от пятидесяти заведомо больше, чем одна двадцать первая (если числители двух дробей равны, то та из них больше, знаменатель которой меньше).

Простые дроби играют немаловажную роль в истории, приключившейся с Йошкой. Однажды Йошка задумался: «В этом полугодии, — размышлял он, — $1/6$ нашего класса по всем предметам получила пятерки. Но если мы будем учиться еще лучше, то отличниками сможет стать $1/7$ и даже $1/8$ нашего класса. Вот будет здорово!».

Был ли Йошка среди отличников за первое полугодие? 40



До сих пор, упорядочивая народные песни, мы принимали во внимание только их текст. Но при классификации песен не менее существенна и музыкальная сторона.

Венгерские народные песни по своей форме (или структуре) подразделяются на три большие группы, и эта классификация в основном отражает время создания песни.

О венгерских народных песнях с секвенцией на квинту мы уже упоминали в предыдущих главах («Вариации», «Параллели»). Эта группа песен наиболее многочисленна. К ней относятся старинные народные песни с нисходящей мелодической линией. Разумеется, не во всех народных песнях с нисходящей мелодической линией встречается секвенция на квинту, но все песни с секвенцией на квинту вниз обладают нисходящей мелодической линией. Простым примером может служить хотя бы следующая песенка:

Ко - зёл о - дин на све - те жил, слы - ха - ли?

Виш - не - вый сад он сто - ро - жил, слы - ха - ли?

Но се - рый волк за - дра л коз - ла, слы - ха - ли?

О - ста - лись от коз - ла ро - га, ви - да - ли?

Какие венгерские народные песни с нисходящей мелодической линией вы знаете? Какие из них содержат секвенцию на квинту?

Другая обширная группа венгерских народных песен отличается куполообразной мелодической линией, начало и концы которой находятся на одном уровне. Это песни нового стиля. Две средние или по крайней мере третья строка в таких песнях звучат выше, чем обрамляющие их крайние строки, образуя как бы вершину купола. В следующем примере мелодия первой строки повторяется в четвертой строке — мелодическая линия вновь возвращается к исходному уровню:

Вы - го - ню я гу - ся на тра - ву.



В этой песне также встречается секвенция на квинту, но не вниз, а вверх: вторая строка повторяет звучание первой со сдвигом на квинту вверх. Приведите другие примеры «жуполообразных» мелодий в народных песнях.

Те народные песни, которые по особенностям мелодического рисунка не могут быть причислены ни к старинным, ни к новым, попадают в группу «прочих песен». (Таковы, например, венгерские народные песни «Все вокруг горит цветами», «Ел я виноград».)

Народные песни можно классифицировать и по их нотному, или звуковому, «составу». Простейшие песни, построенные всего лишь из 2—3 звуков, чаще всего относятся к одной довольно обширной группе: детские песни. Например, в песенке-считалочке «Жипп-жупп» звучат только две ноты (соль — ми), в песенке «Элиаш, Тобиаш» — три ноты (соль — ми — до). В более сложных песнях можно различить пять звуков. Это песни так называемого пентатонического лада. В них звучат ноты ля — соль — ми — ре — до — ля — соль. Правда, звуков здесь не пять, а семь, но основных только пять. Существуют песни октавного лада, основанные на использовании семи ступеней звукоряда. Их в свою очередь можно упорядочить, классифицировав по заключительному звуку. Существуют и другие способы упорядочения народных песен: по ритму, числу слогов в строке, числу строк.

В подавляющем большинстве венгерские народные песни содержат по четыре строки. В этой большой группе можно выделить песни, у которых число слогов во всех строках одинаково, и песни, у которых число слогов изменяется от строки к строке. (Приведите примеры песен того и другого типов.)

Если число слогов во всех строках песни одинаково, то это еще не означает, что строки песни не отличаются по ритму. Приведите примеры песен с одинаковым числом слогов во всех строках, у которых строки совпадают по ритмическому рисунку, и примеры песен с одинаковым числом слогов во всех строках, в которых строки различаются по ритму. Составьте краткий перечень известных вам народных песен и классифицируйте их с различных точек зрения. Обратите внимание, что в зависимости от выбора принципа классификации песни попадают то в одну, то в другую группу. В каком случае попадут в одну группу венгерские народные песни:

«Лети, пава» и «Лес мой, лес мой, да на горе высокой»;

«Выгоню я гуся на траву» и «Пташечка, пташечка»?

Подберите другие народные песни, попадающие в одну группу с венгерской народной песней «Лес мой, лес мой, да на горе высокой» при различных классификациях (по числу слогов, структуре, характеру мелодической линии, исполнению и т. д.).

В словарях, справочниках и энциклопедиях статьи принято располагать в алфавитном порядке. Но мы уже упоминали о «Грамматическом словаре венгерского языка», где слова расположены по окончаниям в обратном, или инверсионном, алфавитном порядке. Этот словарь составлен при помощи ЭВМ. (В инверсионном алфавитном порядке расположены слова и в «Грамматическом словаре русского языка» А. А. Зализняка.)

Что, собственно, означает «инверсионный алфавитный порядок»?

В словаре с обычным алфавитным расположением слов, например в «Толковом словаре венгерского языка», последними приведены следующие пять слов: *zsúrterítő, zsuzsok, zsuzsu, zsüri, zsüriz* (аналогичный русский словарь мог бы завершаться словами: «ячневый», «яшма», «ящер» (ящерица), «ящик», «ящур»^{*}). В «Грамматическом словаре венгерского языка» с инверсионным алфавитным порядком расположения слов последние пять мест отведены словам *nyelvtörz, gúzs, farkasgúzs, rúzs, ajakrúzs* (соответственно перечень слов в «Грамматическом словаре русского языка» замыкают пять слов: преисподняя, посторонняя, малолетняя, совершеннолетняя, несовершеннолетняя). Таким образом, если первые (соответственно последние) буквы слов совпадают, то независимо от того, какой из двух вариантов — прямой или инверсионный — алфавитного порядка принят при составлении словаря, расположение слов зависит от остальных букв. Так, в словаре с алфавитным расположением слов «ящер» предшествует более длинному слову от того же корня «ящерица», а слово «ящерица» — слову «ящик», так как в русском алфавите буква «е» идет перед буквой «и», а две первые буквы в словах «ящерица» и «ящик» совпадают. В словаре с инверсионным алфавитным расположением слов сначала идет «малолетняя», а затем «совершеннолетняя», так как буква «л» предшествует букве «н», а «хвосты» обоих слов совпадают. Если говорить о составных словах (например, малолетняя, малоподвижная, совершеннолетняя), то в словаре с алфавитным порядком расположения слов по соседству окажутся слова с одинаковыми первыми частями (при просмотре такого словаря мы сначала обнаружим слово «малолетняя», затем где-то поблизости от него слово «малоподвижная» и существенно дальше слово «совершеннолетняя»), тогда как в словаре с инверсионным алфавитным порядком по соседству окажутся составные слова с одинаковыми вторыми частями (сначала где-то в середине словаря идет слово «малоподвижная», а в самом конце рядом — слова «малолетняя» и «совершеннолетняя»).

Существует ровно пятьдесят венгерских слов, оканчивающихся на *láb*. Не следует думать, однако, что это все сплошь составные слова, второй половиной которых служит слово *láb* (нога). Вот, например, десять выписанных подряд слов из этих пятидесяти:

szarkaláb	— шпорник
zongoraláb	— ножка рояля
kacsaláb	— избушка на курьих ножках
perzsaláb	— лапка каракулевой шкурки
gólyaláb	— ходули
nyaláb	— охапка, пучок
vesszőnyaláb	— веник

^{*} В более старом «Толковом словаре живого великорусского языка» Владимира Даля, если не считать вышедших из употребления букв «фита» и «ижица», последними идут несколько иные пять слов: яшел (колючее дерево *Rhamnus Erytroxylon*), яшкă (чувашская похлебка), яшма, ящер (ящерица, ящерка) и ящик. — Прим. перев.

sugárnyaláb — пучок лучей
 edénynyaláb — пучок сосудов
 fénynyaláb — пучок световых лучей

Венгерское слово *nyaláb* оканчивается на три буквы, образующие слово *láb*. Если не считать этого случайного совпадения, то между названными словами нет ничего общего, (как, например, между русскими словами «минога» и «нога»).

В «Грамматическом словаре венгерского языка» (как и в «Грамматическом словаре русского языка») соседями оказываются не только составные слова с одинаковыми концами, но и однотипные слова. Особенно часто встречается трехбуквенное окончание венгерских слов *dik*. Всего в словаре насчитывается 1878 слов, оканчивающихся на *dik*. Когда это число было названо в радиостудии, математик спросил:

— А почему именно 1878? Мне кажется, что их гораздо больше. Ведь на *dik* оканчивается любое порядковое числительное, а их можно образовать сколько душе угодно. Зачем же останавливаться на 1878 словах, а не дойти до двух или десяти тысяч, до миллиона?

Заглянув в «Грамматический словарь венгерского языка», мы обнаружим, что среди приведенных в нем 1878 слов на *dik* очень немного порядковых числительных. В него вошли все числительные от *második* (второй) до *tizenkettedik* (двенадцатый) (разумеется, их последовательность не совпадала с обычной, «арифметической», а определялась инверсионным алфавитным порядком слов) и лишь шесть из больших номеров: *huszadik* (двадцатый), *harmincadik* (тридцатый), *negyvenedik* (сороковой), *ötvenedik* (пятидесятый), *szazadik* (сотый), *ezredik* (тысячный). Слова *millionodik* мы бы в словаре действительно не обнаружили. Зато в нем в изобилии представлены глаголы, причем только «иковые»*. Выпишем в обычном алфавитном порядке лишь десять из них, представляя желающим записать те же глаголы в инверсионном алфавитном порядке. Поскольку все десять глаголов оканчиваются на *észkedik*, то при расстановке их в инверсионном порядке необходимо принимать во внимание восьмые и даже девятые буквы от конца. Подскажем, что список глаголов должен начинаться со слова *te-részkedik*. Итак, приводим выписку:

bűvészkedik	— показывать фокусы
fűvészkedik	— собирать гербарий
kertészkedik	— заниматься садоводством
kimerészkedik	— осмеливаться
merészkedik	— заниматься искусством
művészkedik	— дерзать
nyelvészkedik	— быть острым на язык
nyerészkedik	— наживать добро
odamerészkedik	— рискнуть подойти
tetvészkedik	— искать вшей

41

* Обширная группа глаголов в венгерском языке, получивших название по окончанию *ik*, которое оно принимают в третьем лице единственного числа настоящего времени в изъявительном наклонении. — Прим. перев.

Эти десять глаголов убедительно показывают, сколь многочисленны венгерские глаголы, оканчивающиеся на *dik*. А как обстоит дело с существительными? Оказывается, в венгерском языке есть лишь одно-единственное существительное, оканчивающееся на *dik*: *ladik* (лодка).



Буквы и цифры имеют много общего между собой. Из букв можно составлять слова, из цифр — числа. Для букв существует естественный — алфавитный — порядок. Цифры также допускают упорядочение от 0 до 9. Это позволяет нам назвать цифры — математическими «буквами», числа — математическими «словами», а упорядоченный набор цифр 0, 1, 2, ..., 9 — математическим «алфавитом» и располагать целые числа не только в обычном (прямом), но и в инверсионном «алфавитном» порядке.

Оба порядка, прямой и обратный, таят в себе немало интересного.

Рассмотрим инверсионный «алфавитный» порядок расположения чисел несколько подробнее. «Грамматический словарь венгерского языка», составленный по окончаниям, открывают слова, оканчивающиеся на *a*. Перечень чисел, расположенных в инверсионном порядке, должен начинаться с чисел, оканчивающихся цифрой 0. Затем должны идти числа, оканчивающиеся цифрой 1, ... и последними — числа, оканчивающиеся цифрой 9. Таким образом, число 1000 в нашем математическом словаре должно идти перед числом 101, а число 101 — перед числом 9. Внутри каждой из десяти групп чисел, оканчивающихся на одну и ту же цифру, числа должны быть упорядочены по предпоследней цифре: сначала должны идти числа с нулем на предпоследнем месте, затем с единицей и т. д. В качестве несложного упражнения расположите в инверсионном порядке следующие числа: 0, 10, 100, 1000, 1231, 111, 100100, 5738, 24542. ④

Еще глубже вы прочувствуете этот способ, расположив в инверсионном порядке все целые числа от 0 до 100. Вот как будет выглядеть начало: 0, 100, 10, 20, 30, 40, 50, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 1, 11, 21, 31, Дальше продолжите самостоятельно. Установив общую закономерность, вы легко справитесь с задачей.

А теперь представьте, что вам необходимо расположить в инверсионном порядке все положительные целые числа. Самым первым в вашем числовом «словаре» будет число 0. Оно как бы соответствует букве *a*. А какое число окажется следующим? Заведомо не 1, так как все числа, оканчивающиеся на 0, должны идти раньше. Может быть, число 10? Нет, не верно потому, что перед числом 10 должны идти все числа с нулем на предпоследнем месте, то есть все числа, оканчивающиеся двумя нулями, например число 100. Но число 1000 в нашем обратном словаре должно предшествовать числу 100, число 10 000 идти перед числом 1000 и т. д.

Итак, возникает довольно странная ситуация: какое бы число (кроме нуля) вы ни взяли, всегда найдется число, которое должно идти раньше. Иначе говоря, если вы попытаетесь расположить в обратном порядке все положительные целые числа, то на первом месте будет стоять нуль, а претендентов на второе место вам найти не удастся.

Но это еще не все. При попытке расположить положительные целые числа в инверсионном порядке ни у одного числа ... не будет соседей ни справа, ни слева! Действительно, какие бы два числа вы ни выбрали, всегда можно указать число, находящееся между ними. Выберем, например, два числа: 10 и 100. В нашем предполагаемом «словаре» чисел сначала идет число 100, а затем число 10. Между ними находится, скажем, число 200. В свою очередь между числами 100 и 200 расположено, допустим, число 1100, а между числами 200 и 10 — число 900. Составленный нами список чисел можно

продолжать и дальше. Проверьте, не нарушен ли где-нибудь инверсионный алфавитный порядок:

100, 1100, 200, 900, 10.

Теперь впишем по одному числу между любыми двумя соседними числами: 100, 10100, 1100, 234100, 200, 38500, 900, 2400, 10.

Попытайтесь расширить полученный набор чисел еще раз, то есть впишите между любыми двумя соседними числами такое число, которое оканчивается на цифры, позволяющие ему стоять правее левого соседа и левее правого. Один из возможных вариантов приведен в «Решениях». 43

Как мы убедились, инверсионное «алфавитное» упорядочение позволяет перестроить простую и красивую последовательность натуральных чисел так, что между любыми двумя ее членами оказываются «втиснутыми» бесконечно много членов.

Этим же необычным свойством обладает и упорядочение дробей по величине. Как известно, между любыми двумя дробями всегда можно вписать еще одну дробь, которая меньше большей из дробей и больше меньшей. Действительно, как бы мы ни выбирали две дроби, дробь, равная их полусумме, всегда заключена между ними. Например:

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2}\right) : 2 = \frac{7}{8}, \quad \frac{1}{4} < \frac{7}{8} < \frac{3}{2}.$$

Продолжая этот процесс, мы сможем вписать между двумя исходными дробями любое число новых дробей:

$$\frac{\frac{1}{4} + \frac{7}{8}}{2} = \frac{9}{16}, \quad \frac{\frac{7}{8} + \frac{3}{2}}{2} = \frac{19}{16} = 1\frac{3}{16}$$

и т. д.



Песни также допускают упорядочение, аналогичное упорядочению в инверсионном алфавитном порядке. Для этого в одну группу следует включить все песни с одним и тем же заключительным звуком (с одинаковыми «окончаниями»). Среди венгерских народных песен весьма часто встречаются песни, которые завершаются звуком *ля* первой октавы.

Они образуют самую многочисленную группу. (С некоторыми из этих песен вы встречались на страницах нашей книги: таковы, например, песни «Выгоню я гуся на траву», «Милая девушка».)

Поскольку венгерских народных песен, оканчивающихся на *ля* первой октавы, довольно много, их необходимо как-то упорядочить. Придерживаясь инверсионного порядка, мы должны классифицировать эти песни по предпоследней ноте. В результате мы получим несколько меньшие группы. В каждую из них входят песни с одинаковыми окончаниями из двух нот. Иначе говоря, у песен в каждой из групп совпадают по высоте (но, быть может, отличаются по длительности) отдельно предпоследние и заключительные ноты. Например, у одних венгерских песен заключительной ноте *ля* первой октавы предшествует нота *си* первой октавы («Вот наш дом, милая матушка»), нота *до* («Лес мой, лес мой, да на горе высокой»), нота *ре* («Звезды, звездочки»). Попытайтесь привести другие примеры песен. Удастся ли вам найти песню, в которой заключительной ноте *ля* первой октавы предшествует какая-нибудь другая нота, отличная от *си*, *до* и *ре* первой октавы?

Упорядочив известные народные песни по двум заключительным нотам, можно

построить более подробную классификацию их по третьей от конца ноте. При этом, разумеется, песни разобьются на еще более мелкие группы. Аналогичным образом можно упорядочить и песни с другими заключительными нотами, например, *до*, *соль* и *ми*.

Нужно сказать, что исследователи народного творчества не часто прибегают к классификации песен «по окончаниям», поскольку заключительные звуки песни не позволяют в достаточной мере судить о ее звучании в целом. И все же заключительный звук песни играет весьма важную роль, так как с ним удобно сравнивать заключительные звуки других строк песни, а по тому, на каких звуках «отдыхают» отдельные строки песни, можно многое сказать о ее структуре. Обычно эта структура отражается в основных ступенях лада, входящих в состав каденции и представляющих собой не что иное, как заключительные звуки отдельных строк песни. О числовой записи нот мы уже упоминали в главе «Последовательности». Заключительную ноту песни удобно обозначить цифрой 1 и отсчитывать от нее все остальные звуки. Например, просольфеджировав известную венгерскую народную песню «Лети, пава», мы обнаружим, что ее первая строка завершается звуком *соль* второй октавы, вторая и третья строки — звуком *до* второй октавы и четвертая строка — звуком *ля* первой октавы.

Сопоставляя последней ноте цифру 1, получим следующую запись опорных звуков: 5 5 3 1. Заключительный звук последней строки записывать не нужно, поскольку ему по принятому нами соглашению всегда соответствует цифра 1. Следовательно, не уменьшая информации, состав каденции можно записать более кратко: 5 3 3̄. (Эта запись означает, что звук *ля* второй октавы отстоит от звука *до* первой октавы на малую терцию). Номера опорных звуков убывают от первой строки к последней. Это не случайно, а отражает характерную особенность песни — нисходящую мелодическую линию.

Рассмотрим еще одну известную венгерскую народную песню «Звезды, звездочки». Ее первая строка оканчивается звуком *ля* первой октавы, вторая строка — звуком *ми* второй октавы, третья строка — звуком *до* второй октавы и четвертая строка — звуком *ля* первой октавы. Что можно сказать о мелодической линии этой песни на основании цифровой записи опорных звуков? Сравните состав каденции этой песни с составом каденции предыдущей песни. Как различие в структуре песен отражается в числах? И почему (впрочем, причин здесь несколько) и в этой главе, и во всей книге мы так много внимания уделяем венгерским народным песням? 44



До сих пор мы еще не ответили на вопрос, поставленный в начале главы: представляет ли интерес поиск различных способов упорядочения одного и того же множества (чисел, народных песен, слов и т. д.)?

Упорядочение полезно с различных точек зрения.

Во-первых, упорядоченные элементы множества становятся более обозримыми. Именно поэтому мы снабжаем книги предметными и именными указателями, составляем пофамильные списки, ведем каталоги в библиотеках, нумеруем места в зрительных залах театров и кинотеатров, трамвайные и автобусные маршруты и т. д.

Во-вторых, различные способы упорядочения одного и того же множества позволяют обнаруживать интересные и красивые зависимости между его элементами. Например, целыми числами можно перенумеровать все рациональные числа (дроби), достаточно плотно заполняющие числовую прямую, что само по себе довольно неожиданно.

Именно поэтому отыскание различных способов упорядочения положительных целых чисел — не только увлекательная, но и весьма полезная игра с числами.

Рассмотрим натуральные числа. Будем считать, что они перемешаны и нам необходимо расставить их по порядку. Сделать это можно многими способами. Несколько из них мы сейчас продемонстрируем, остальные вам придется придумать самостоятельно.

1. Упорядочим числа по тому, сколько у них делителей. При такой классификации состав групп, на которые разобьются числа, получится следующим:

1 делитель: 1;

2 делителя: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...;

3 делителя: 4, 9, 25;

4 делителя: 6, 8, 10, 14, 15, 21, ...;

5 делителей: 16, 81, ...;

12 делителей: 60, 72, ...

Было бы интересно довести данную классификацию до конца. Многое в ней заслуживает внимания.

Что, например, можно сказать о числах второй группы? ④3

Что можно сказать о числах, обладающих четырьмя делителями? ④6

Что можно сказать о группах, в которые входят числа с нечетным числом делителей? ④7

2. Интересную последовательность мы получим, расположив первые сто натуральных чисел в порядке возрастания суммы их цифр. В одну группу должны входить числа с одинаковой суммой цифр: в первую — с суммой цифр, равной единице, во вторую — с суммой цифр, равной двум, и т. д. Мы приходим к следующей классификации первых ста натуральных чисел:

сумма цифр равна 1: 1, 10;

сумма цифр равна 2: 2, 11, 20;

сумма цифр равна 3: 3, 12, 21, 30;

сумма цифр равна 4: 4, 13, 22, 31, 40;

.....

Какую закономерность здесь можно заметить?

3. Следующий способ упорядочения выглядит вполне «невинно», но тем не менее он позволяет «перенумеровать» трехзначные числа. Суть его заключается в следующем. Прежде всего необходимо установить, у какого из двух трехзначных чисел первая цифра больше, у какого меньше (или удостовериться в том, что первые цифры равны). Затем то же проделывается со второй и с третьей цифрой. Если у одного числа две цифры меньше соответствующих цифр другого числа, то первое число считается предшествующим второму. Например, число 283 предшествует числу 194, потому что вторая и третья цифра числа 283 меньше второй и третьей цифры числа 194 ($8 < 9$ и $3 < 4$). Во всех остальных случаях числа располагаются в порядке возрастания.

При таком способе упорядочения может возникнуть весьма странная ситуация. Рассмотрим, например, три числа: 277, 338 и 444.

По нашему правилу число 277 должно предшествовать числу 338 ($2 < 3$, $7 < 8$), а число 338 — числу 444 ($3 < 4$, $3 < 4$), но в то же время число 444 предшествует числу 277 ($4 < 7$, $4 < 7$). Это означает, что предложенный нами способ не позволяет расположить эти три числа в ряд, так как среди них нет ни первого, ни последнего: числа оказываются выстроенными не по прямой, а по кругу!

Попробуйте найти другие тройки чисел, которые также нельзя было бы выстроить в ряд.

При современном развитии вычислительной техники подсчет существительных, прилагательных, глаголов и других частей речи, входящих в литературное произведение или даже в полное собрание сочинений какого-нибудь автора, не кажется безнадежной задачей. Машина вполне может произвести необходимые подсчеты и расположить слова, например, в алфавитном порядке. Такого рода исследования проливают свет на словоупотребление или стилистические особенности творчества писателя.

Но словари выдающихся поэтов и писателей специалисты умели составлять и составляли, не прибегая к помощи машины. Замечательный пример тому — «Словарь Петёфи». Первый том этого словаря насчитывает 1160 страниц и охватывает слова от *A* до *F*. Это означает, что два любимейших слова Петёфи *szabadság* (свобода) и *szeretem* (любовь) не вошли в первый том, но слово *forradalom* (восстание) встречается в произведениях Петёфи 26 раз, а слово *eszküszik* (давать клятву) — 71 раз, из них 12 раз в «Национальной песне», где слово «поклоняемся» повторяется в припеве после каждого куплета. Но с особой силой слово *eszküsünk* (клянемся) прозвучало 15 марта 1848 г. В «Страницах из дневника Шандора Петёфи» об этом рассказывается так: «Меня заставили продекламировать «Национальную песню». То и другое (воззвание и «Национальная песня») было встречено с неистовым восторгом. Толпа, запрудившая площадь, каждый раз, словно эхо, вторила словам припева: «Клянемся!»

Иногда в поэтических сборниках в рубрике «Содержание» приводятся не только названия, но и начальные строки стихотворений. Это позволяет даже при беглом просмотре судить о том, как часто встречается тот или иной оборот речи или слово в народной поэзии или в творчестве интересующего нас поэта. Например, заглянув в алфавитный указатель начальных строк, помещенный в конце книги Золтана Кодая и Лайоша Вардяша «Венгерская народная музыка», мы узнаем, что со слов «Милая матушка» начинаются шесть венгерских народных песен, а со слов «Милая девушка» — четыре песни.

Вы хотели бы знать, как часто стихотворения начинаются со слова «я»? Ответ известен: Чоконай написал два таких стихотворения, Арань — три, Костоляни — восемнадцать, Аттила Йожеф — четырнадцать. Довольно часто стихи начинаются с сравнения «как ...»: у Чоконай шесть стихотворений начинаются с сравнения, у Костоляни — восемнадцать, у Аттилы Йожефа — пятнадцать.

Классифицировать стихи можно, например, и по наличию в их названии вопросительного знака или по числу вопросов внутри самого стихотворного текста.

Что есть сей мир? Он создан кем-то,
Или извечно он стоит?
Стоять он будет бесконечно,
Или в ничто он улетит?

Даны судьбы предначертанья
На миллионы лет вперед,
Или истории галера
В волнах случайности плывет?

Одно ль и то же душа и тело?
Откуда смертные взялись?
Куда идем? В гробах истлеем,
Иль с новой силой вспыхнет жизнь?

(пер. Л. Мартынова)

Кто поэт, задающий столько вопросов? Шандор Петёфи. Названия двадцати семи его стихотворений также заканчиваются вопросительным знаком. У Костоланы «вопросительных» стихотворений шесть, у Аттилы Йожефа — только два.

А как обстоит дело с восклицательным знаком? Некоторые полагают, что многие стихотворения Эндре Ади должны заканчиваться восклицательным знаком. Те, кто так думает, заблуждаются: среди стихотворений Ади нет ни одного, которое заканчивалось бы восклицательным знаком.



До сих пор мы употребляли слово «упорядочение» в различных значениях. Настала пора упорядочить упорядочения!

Во-первых, упорядочить означает расположить в ряд. Мы говорим об алфавитном порядке, об инверсионном алфавитном порядке, о расположении чисел в порядке возрастания или убывания и о многих других аналогичных разновидностях упорядочения.

Во-вторых, иногда под упорядочением понимают классификацию, или разбиение на группы, по определенным признакам. К упорядочению такого рода относятся: классификация народных песен по месту, где они были записаны собирателями, по времени проведения этнографической экспедиции, тональности, ладу, структуре, содержанию;

частотный анализ творчества поэтов («классификация» поэтов по тому, сколько раз они употребили то или иное слово или выражение);

классификация чисел по числу делителей и т. д.

В большинстве случаев упорядочение выполняет двоякую функцию: оно позволяет «выстраивать в ряд» какие-то понятия и произвести их классификацию. Если упорядочению подлежит обширное множество разнородных элементов, то обычно сначала это множество разбивают на более или менее однородные группы, а затем выстраивают в ряд содержимое каждой группы. Связано это с тем, что классификация, или разбиение на группы, представляет собой более грубую операцию и не затрагивает столь тонких деталей, которые учитываются при выстраивании в ряд. За первой самой грубой классификацией довольно часто следует вторая, более тонкая, а в случае необходимости ее результаты также можно уточнить, произведя дополнительную, еще более тонкую классификацию. И лишь после того, как разбиение на группы завершается, элементы каждой группы выстраивают в ряд (производят их «нумерацию»). Иногда необходимости «наводить порядок» внутри групп вообще не возникает.

Прекрасным примером тому может служить фундаментальное издание «Сокровища венгерской народной музыки», отдельные тома которого содержат народные песни, классифицированные по содержанию. Один том носит название «Детские игры», другой — «Заменательные и праздничные дни», третий — «Свадьба», четвертый — «Супружеская чета», пятый — «Причитания и плачи».

Внутри каждого тома песни подразделены на более мелкие группы по главам. Например, том со свадебными песнями разделен в соответствии с этапами старинного свадебного ритуала на следующие главы: «Сватовство», «Обручение», «Приданое», «Заплетание кос, надевание девичьего головного убора», «Собирание барвинка», «Подарки невесте», «Застилание постели», «Приготовление свадебного угощения, танец стряпух», «Прощание невесты с подругами», «Одевание невесты», «Венчание (выход из дома перед венчанием; по дороге в церковь; по дороге из церкви; свадебные дорожные песни)», «Выдача невесты (по дороге к дому невесты; приезд жениха, спор

из-за выкупа; жених входит в дом невесты, гулянье; возвращение в дом жениха)»).

До сих пор речь шла лишь о народных песнях. Но в повседневной жизни мы слышим много различной музыки и упорядочиваем ее в соответствии со своим вкусом: одна музыка нам нравится больше, другая меньше.

Включив наугад радио, вы можете услышать музыку самых различных жанров: оперу, танцевальную музыку, бит-музыку, джаз, симфонию, народную песню, музыку из кинофильма, народную музыку, мюзикл, романс, соло на каком-нибудь музыкальном инструменте, духовой оркестр, струнный квартет. Можно ли навести какой-нибудь порядок в этом хаотическом на первый взгляд множестве форм и жанров? Можно, причем не одним, а многими способами. Первый шаг на пути к упорядочению музыкальных форм и жанров мог бы состоять в разбиении всех музыкальных произведений на две большие группы: серьезная музыка, легкая музыка.

В одних случаях определить принадлежность музыкального произведения к легкой или серьезной музыке не составляет никакого труда, в других бывает не очень просто. К какой группе отнести, например, музыку из кинофильмов или инструментальную музыку? Ведь и музыка кино, и инструментальная музыка бывает как серьезной, так и легкой. А к какой из названных групп причислить народную музыку? На какие подгруппы лучше всего разделить серьезную и легкую музыку? Быть может, самым простым решением этого сложного вопроса было бы разделение по такому признаку, как звучание человеческого голоса, то есть включение в одну подгруппу чисто инструментальных произведений, а в другую — произведений, исполняемых одним или несколькими певцами *a capella* или под аккомпанемент музыкальных инструментов. При таком подходе серьезную музыку можно было бы подразделить на следующие подгруппы:

СЕРЬЕЗНАЯ МУЗЫКА

Вокальная

оперы
оратории
концертные арии
романсы
хоровые произведения

Дальнейшее упорядочение внутри этой группы можно было бы произвести в зависимости от того, являются ли произведения чисто вокальными или же предназначены для голоса в сопровождении музыкальных инструментов.

Инструментальная

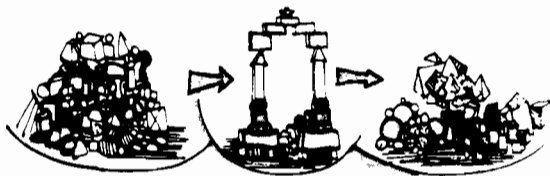
симфонии
симфонические поэмы
сонаты
камерные произведения
вариации

Дальнейшее упорядочение внутри этой группы можно было бы произвести по форме, характеру исполнения произведений. Возьмите любой путеводитель по концертным залам (по возможности более позднего издания). По какому принципу упорядочены в нем музыкальные произведения?

А как обстоит дело с произведениями легких жанров?

Попытайтесь построить классификацию музыки по-иному, так, чтобы при первом самом грубом разбиении на две группы музыкальные произведения подразделялись не на серьезные и легкие, а на вокальные и инструментальные. Что у вас получится?

По аналогии с классификацией музыкальных произведений можно попытаться построить классификацию произведений художественной литературы. Постарайтесь припомнить как можно больше литературных жанров. Это поможет вам отобрать нужные рубрики в вашей классификации.



Повторение

С повторениями мы встречаемся на каждом шагу. Повторяются линейки и «клеточки» в школьных тетрадах, рисунки, сделанные на ткани или выведенные маляром на стене. Повторяются шпалы, по которым проложены рельсы железной дороги, сами рельсы, опоры линий электропередач, одинаково обтесанные камни на обочине дороги, километровые столбы, деревья в лесах и садах, высаженные в землю саженцы, и эти нескончаемые повторения создают определенные ритмы.

Но есть и другие, не столь явные повторения.

Почтовый штемпель оставляет одинаковые повторяющиеся отпечатки на письмах лишь до тех пор, пока его не перестроят. В крупных почтовых отделениях штемпели перестраивают не только ежедневно, но и ежечасно. Приходилось ли вам когда-нибудь видеть, как это делается? Отвернув винт на боковой поверхности штемпеля отверткой с узко заточенным жалом, почтовый работник ослабляет державку, в которой зажаты диски с цифрами. Затем, подцепив концом отвертки диск, устанавливает его в нужном положении и поворотом винта зажимает державку. После того как на штемпеле установлен требуемый набор цифр, делается пробный отпечаток, чтобы проверить, правильно ли набрана дата.

На монетном дворе специальный автомат штампует совершенно одинаковые монеты. На каждой монете ставится год выпуска. В начале каждого года автомат перенастраивают, заменяя на штемпеле дату.

Бумажные деньги печатают на фабрике денежных знаков, но купюры даже одного достоинства неодинаковы: как и автомашины, их легко различить по сериям и номерам.

Вот перед нами пачка газет, найденных на чердаке; скорее всего она состоит из разрозненных экземпляров. Если газета одного и того же названия, то от номера к номеру изменяются лишь даты, иллюстрации и заголовки статей. Что еще повторяется в газете из номера в номер? Присмотритесь повнимательнее, и вы обнаружите постоянные рубрики и набранные мелким шрифтом тексты, из которых можно узнать главного редактора газеты, адреса редакции и типографии, телефоны различных отделов редакции и почерпнуть другие сведения, переходящие из номера в номер.

В типографии будущие книги печатают на больших листах бумаги. На одном таком листе умещается от 16 до 32 страниц. Большие листы с отпечатанным на них текстом складывают в тетради и переплетают. Когда из печатной машины выскальзывает очередной лист, его подхватывают рычаги с множеством пальцев и укладывают поверх других листов. И хотя в каждой пачке накапливается тысяча или несколько тысяч листов, все они от первого до последнего в точности повторяют друг друга.

Компостеры, установленные в трамваях и автобусах, курсирующих по улицам городов, оставляют на билетах не совсем одинаковые проколы: как и денежные купюры, компостеры различаются по номерам. Зато проколы, оставляемые одним и тем же компостером, в точности повторяют друг друга.

Немало повторений мы обнаружим и среди товаров, выставленных на полках

магазинов. Одинаковы по форме пачки стирального порошка, плитки шоколада, телевизоры одной марки, кастрюли, туфли, рубашки и т. д.

В кварталах-новостройках многих городов дома похожи друг на друга, как близнецы: в них одинаково расположены подъезды и лестничные клетки, окна на фасаде, одинаково облицованы стены и т. д. Перечень повторений в окружающем нас мире вы без труда сможете продолжить сами.



В разговорной речи также встречаются повторения, случайные и умышленные.

Император Австро-Венгрии Франц-Иосиф, носивший титул императора Австрии и короля Венгрии, едва понимал по-венгерски. Тем не менее иногда с венгерскими подданными ему приходилось говорить по-венгерски. В таких случаях Франц-Иосиф заранее выучивал несколько фраз, по возможности коротких, чтобы не обременять свою память (король венгерский не питал особой склонности к учению).

Однажды на открытии какого-то памятника он должен был произнести лишь одну-единственную фразу:

— Hulljon le a lepel! (Снять покрывало).

Но вместо этого в самый торжественный момент он произнес:

— Hulljon le a pel!

Церемониймейстер попытался было прийти ему на помощь:

— Lepe!, ваше величество!

На что Франц-Иосиф невозмутимо возразил:

— «Le» я уже сказал.

Почему король венгерский сократил свою и без того не слишком пространную речь? Отнюдь не из-за лени, его ввели в заблуждение повторяющиеся слоги *le*.

Должно быть, каждому из нас случалось «спотыкаться» при произнесении слов и фраз с повторяющимися словами. Вряд ли кто-нибудь сможет безошибочно повторить несколько раз подряд венгерские слова *felelevenitette* (воодушевленный) или *szeretetet tettetett*, (притворная любовь)*.

Выбрав какие-нибудь повторяющиеся слоги, вы можете попытаться сконструировать свою скороговорку, например: «Во поле ли, под липами ли, а пыли налипло», «Попугая не пугай, попугай и так пуганный», «Покалякаем о колоколах, о колоколотейщиках», «Нам не баобабов бы, нам бы по бобам бабахнуть». Разумеется, бесконечные повторения в скороговорках носят шуточный характер.

Представьте, что вы углубились в чтение, а к вам кто-то обращается с вопросом.

— Простите, вы о чем-то спросили? — произнесете вы, отрывая голову от книги, и попросите повторить вопрос.

Киоскерам по многу раз за день приходится повторять названия продаваемых ими газет и журналов.

Человек, попавший в беду, кричит: «На помощь!» — до тех пор, пока кто-нибудь не услышит. Все это — примеры повторений в живой разговорной речи.

* Такие же «случайные» скороговорки встречаются и в русской речи. Трудно произнести несколько раз подряд, например, такие выражения, как «были ли вы», «не было любви» или «около колоколообразной кривой». Еще труднее выговорить знаменитые скороговорки: «От топота копыт пыль по полю летит», «Сшит колпак, да не по-колпаковски, надо колпак переколпаковать, перевыколпаковать», «Не руби дрова — на дворе трава» и другие. — *Прим. перев.*



Возможна ли такая ситуация, когда одна-единственная музыкальная фраза, какой-нибудь более длинный отрывок или даже целое музыкальное произведение повторяется подряд много раз?

Безусловно, возможна. Всякий, кто хоть раз побывал на уроке пения или на репетиции оркестра или хора, слышал, как трудное место исполняется много раз до тех пор, пока не будет достигнуто правильное звучание. Учитель или дирижер заставляет спеть или сыграть трудное место каждого из присутствующих на уроке или на репетиции. Постороннему слушателю в подобных случаях кажется, что звучит одна и та же мелодия, но те, кто принимает непосредственное участие в этом действии, знают, сколь полезно и осмысленно такое многократное повторение. (Хороший дирижер перед каждым повторением ставит перед оркестрантами чуть иную цель, заставляя их каждый раз искать несколько иной способ выражения одной и той же музыкальной мысли. Этот прием позволяет дирижеру избежать бездумного, чисто механического повторения репетируемого отрывка.)

Выдающиеся певцы по просьбе публики бисируют, то есть повторяют, с успехом исполненную оперную арию. Это несколько нарушает последовательность в развитии сюжета и может произвести комическое впечатление, поскольку создается впечатление, будто бы оперный персонаж дважды подряд находится в одном и том же душевном состоянии, например дважды решается вызволить мать из вражеского плена, дважды пишет прощальное письмо, дважды признается в любви. Тем не менее слушатели с восторгом встречают такие повторения, потому что ни одна ария в исполнении одного и того же певца не звучит совершенно одинаково, и если повезет, то второе исполнение может оказаться лучше первого.

Если вы присутствуете на конкурсе музыкантов-исполнителей (пианистов, скрипачей, вокалистов) или на конкурсе хормейстеров, то одно и то же произведение вам приходится прослушать много раз. Это может быть и произведение, входящее в обязательную программу (подобно фигурам, исполняемым мастерами фигурного катания в «школе»), и произведение, выбираемое участниками конкурса по своему усмотрению. Произведения, входящие в обязательную программу, звучат столько раз, сколько участников конкурса допущено к соответствующему туру. (К счастью, одно и то же произведение не исполняется подряд, поскольку каждый участник конкурса помимо обязательной программы исполняет и произведения по своему выбору.)

В каких еще случаях музыкальное произведение или отдельные его части могут прозвучать несколько раз подряд?



Может ли получиться что-нибудь интересное от многократного повторения одного и того же числа?

Если одно и то же число записать несколько раз подряд, то получится новое число. Рассмотрим несколько таких «составных» чисел:

666666 23232323 169169 555

Первое число мы получим, повторив либо шесть раз подряд число 6, либо три раза подряд число 66, либо дважды число 666. Число 23232323 можно составить, повторив либо число 23, либо число 2323. Число 169169 образуется при повторении числа 169, а число 555 — при повторении числа 5.

Все числа, полученные при повторении других чисел, обладают одним весьма удобным свойством: их легко можно представить в виде произведений и тем самым найти многие их делители. Прежде всего каждое из таких чисел делится на то число,

при повторении которого оно было получено:

$$666666 = 6 \cdot 111111$$

$$666666 = 66 \cdot 10101$$

$$666666 = 666 \cdot 1001$$

$$169169 = 169 \cdot 1001$$

$$555 = \dots$$

$$232323 = \dots$$

Выписанные равенства можно читать не только как обычно, слева направо, но и в обратном направлении — справа налево. Это позволяет интерпретировать их следующим образом: для любого целого числа можно подобрать такой сомножитель, что их произведение будет совпадать с числом, которое мы получим, выписывая исходное число несколько раз подряд. Например, умножив число 169 на 1001001, мы получим произведение 169169169.

Нетрудно понять, каким для этого должен быть сомножитель. Обратимся к последнему примеру и произведем умножение «столбиком»:

$\begin{array}{r} 169 \\ \times 1001001 \\ \hline 169 \\ 169 \\ 169 \\ \hline 169169169 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1001001 \\ \times 169 \\ \hline 9009009 \\ 6006006 \\ 1001001 \\ \hline 169169169 \end{array}$
--	--

При умножении на единицы число 169 «воспроизводится», а нули в сомножителе числа 169 хороши тем, что не искажают промежуточных произведений. Следовательно, для любого целого числа искомый сомножитель должен состоять из единиц, перед которыми идут нули, причем нулей должно быть столько, чтобы число знаков в «периоде» 0...01 совпадало с числом знаков в исходном числе (при этом число периодов в таком сомножителе совпадает с числом периодов в произведении).

Итак, общее правило отыскания сомножителя для любого целого числа установлено. Если мы хотим получить число, состоящее из числа 1192, выписанного четыре раза подряд, то необходимо составить произведение

$$1192 \cdot 0001000100010001 = 1192119211921192$$

Проверьте это правило на других примерах. Разложите на множители следующие числа: 632632632, 520520520520, 50505050505. 49



Случалось ли вам когда-нибудь слышать, как при проигрывании граммофонной пластинки иглу «заедает» и она снова и снова пробегает по одной и той же бороздке. Даже если вам не приходилось этого слышать, то нетрудно представить, что происходит при таком сбое. При каждом обороте пластинки звучит один и тот же короткий отрывок записанного на ней музыкального произведения, словно композитор упорно повторяет полюбившуюся ему музыкальную мысль. Разумеется, в большинстве случаев, когда иглу «заедает», звучит не законченная фраза или более короткая единица, а довольно бессмысленный обрывок мелодии.

Если на пластинке записан текст, положенный на музыку, то может случиться, что обрывки слов при многократном повторении обретут новый смысл, отличный от исходного. Иногда это производит комический эффект, например: «Ты не пой, не пой, соловьюшка, ты не пой весной, ной, ной, ной...» Аналогичный эффект «испорченного граммофона» может возникнуть и при прослушивании других песен, причем для этого совсем не обязательно, чтобы сбой происходил в конце строки. Например, если в русской народной песне «Ничто в полюшке не колышится» сбой произойдет в начале третьей строки («Пастушок напевал песню дивную»), то мы услышим настойчивую просьбу о какой-то пасте: «Пасту, пасту, пасту...»

Неожиданные комические эффекты можно обнаружить и в других песнях. Ваш поиск будет более эффективным, если вы станете напевать песни, а не просто проговаривать текст. Можно поступить и иначе: полностью отбросить текст и сосредоточить все внимание на мелодии. Выберите какую-нибудь песню и напойте ее без слов. В каком месте повторение приводит к странно звучащей мелодии? В каком месте явно ощущается, что повторение носит случайный, вынужденный характер, а неумышленно введено композитором или создателями народной песни?

Возьмем хотя бы такую известную венгерскую народную песню, как «Лес мой, лес мой, да на горе высокой». (При проигрывании на «испорченном граммофоне» пластинки с записью этой песни повторение отдельных слов создает комический эффект, но сейчас нас интересует другое.) В каком месте повторение мелодии звучит наиболее странно? Попробуйте спеть это место.

Если при прослушивании граммофонной пластинки заедает иглу, то какой-то фрагмент, записанный на пластинке музыки, повторяется бесконечно или по крайней мере до тех пор, пока кто-нибудь не остановит пластинку или не сломается проигрыватель.

Безостановочно проигрываемая любое число раз мелодия представляет собой не более чем простейшую разновидность повторения. Можно ли получить повторения, не проигрывая многократно одну и ту же мелодию?

Эта задача уже не столько музыкальная, сколько математическая, к тому же не стандартная, а весьма интересная.



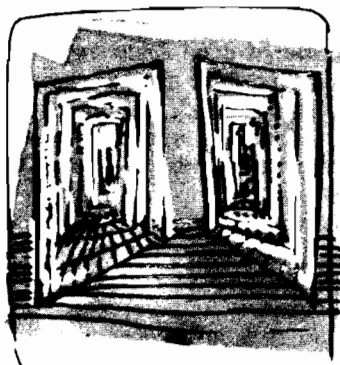
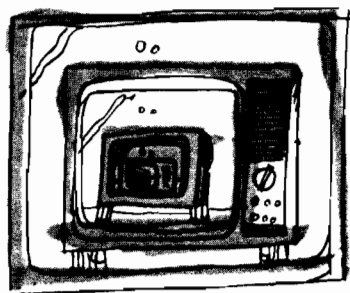
В главе «Последовательности» мы построили числовую последовательность, повторив бесконечно много раз один-единственный ее член. Полученная при неограниченном повторении одного члена последовательность может служить простейшим примером бесконечной последовательности (в музыке ей соответствовала бы «мелодия», состоящая из одного бесконечно повторяемого звука). Возникает вопрос: можно ли построить бесконечную последовательность, которая не содержала бы бесконечно много повторений? Рассмотрите несколько примеров числовых последовательностей.

На первый взгляд кажется, что в арифметической прогрессии 6, 12, 18, 24, ... нет ни одного повторения. А вдруг они все-таки есть? Как получается эта последовательность? К первому члену последовательности нужно прибавить 6. Сумма равна второму члену последовательности. Прибавив к нему 6, мы получим третий член последовательности, затем четвертый и т. д. Следовательно, построение любой арифметической прогрессии (поскольку они отличаются только первыми членами и разностями) сводится к бесконечному повторению одного и того же шага. То же можно сказать и о всех бесконечных последовательностях, образуемых по какому-нибудь правилу: для построения их необходимо бесконечно много раз воспользоваться этим правилом.

Можете ли вы привести пример совершенно беспорядочной бесконечной последовательности, между членами которой не существует никаких зависимостей?

Как вы, вероятно, уже догадались, построить при помощи повторения нечто, обладающее бесконечной протяженностью во времени или в пространстве, мы можем лишь мысленно. Более того, построение этого бесконечно протяженного «нечто» возможно лишь в том случае, если мы располагаем определенными правилами, позволяющими нам, достигнув любого члена последовательности, всегда совершить следующий шаг.

Повторения, приводящие к возникновению бесконечных последовательностей, весьма многообразны по форме. Во время радиопередачи дети привели такие примеры. В свое время в Венгрии продавали сорт шоколада, на обертке которого был изображен крокодил, державший в лапе плитку шоколада того же сорта. Сейчас в продаже можно встретить коробки конфет, на которых изображен мишка, держащий коробку тех же самых конфет. Иногда на экранах телевизоров можно заметить монитор, на экране которого виден экран монитора меньших размеров и т. д. Картина получается очень похожей на ту, которая получается, если поставить друг против друга два зеркала.



Спойте несколько раз подряд один и тот же звук в удобном для вас диапазоне:

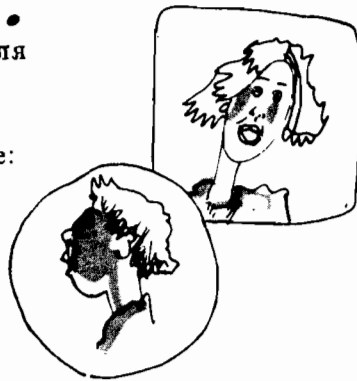
• • • • •
тра ля ля ля ля

Если угодно, можете петь в более быстром темпе:

• • • • • •
тра ля ля ля ля ля

или, наоборот, в более медленном:

• • • •
тра ля ля ля



Спойте на ваш «мотив» какие-нибудь слова, например начальные строки какого-то стихотворения. Еще лучше «положить на музыку» собственные слова. Спойте рассказ о чем-нибудь таком, что произошло с вами или чему вы недавно были свидетелем. Ритм пения подберите в соответствии с ритмом слов (то есть старайтесь петь в таком ритме, в каком вы рассказываете). Закончив одно предложение, сделайте паузу и небольшой вдох перед тем, как начать следующее предложение. Короткую фразу или несколько не слишком длинных предложений, выражающих одну мысль, можно спеть на одном дыхании:

В прош_лу_ю суб_бо_ту со_бра_лись мы в по_ход. Жаль, что по_шел дождь.

Попробуйте к концу каждой фразы несколько понизить интонацию (это позволит более отчетливо указать, где заканчивается каждая мысль) и начинать фразу с чуть более низкой ноты, от чего она как бы приобретет размах:

В прош_лу_ю суб_бо_ту со_бра_лись мы в по_ход. Жаль что по_шел дождь.

Попробуйте повысить интонацию в начале второй фразы:

В прош_лу_ю суб_бо_ту со_бра_лись мы в по_ход. Жаль, что по_шел дождь.

Почему в начале второй фразы интонация обычно повышается? Попробуйте повысить интонацию в начале первой фразы. Какой вариант вам больше нравится?

Придумайте другие фразы и положите их на «мотив» из постоянно повторяющихся звуков. Более важное слово или слог выделите повышением или понижением интонации, а менее значимые слова и слоги спойте монотонно.

Аналогичную манеру пения можно обнаружить в музыке самых различных стилей, например в старинных венгерских народных песнях, к числу которых относятся «Как пошли, пошли мы в путь далекий», «Для отца с матерью что не сделаю», «Боже, боже, пролей воду», «Радуга в снегах». Вот одна из этих песен. Обратите внимание на повторения:





Мелодии с часто повторяющимися звуками называются речитативами. Речитативы характерны для католических религиозных песнопений. Они весьма распространены в так называемых григорианских хорах. В книге Бенце Сабольчи «Руководство по истории венгерской музыки» приводится следующий пример григорианского хора:



Декламационная форма пения, близкая к речитативу церковных хоралов, хотя и несколько отличная от него, и также называемая речитативом, встречается в операх и ораториях, где она обычно предшествует более длинным ариям. Вот, например, как звучит речитатив одного из персонажей оперы Моцарта «Свадьба Фигаро»:



Сравните этот речитатив с речитативом из григорианского хора. Взгляните на ноты: какая из мелодий кажется подлинной и какая ее вариацией? В каком речитативе больше повторений?

Тринадцати-четырнадцатилетние участники радиопередачи «Язык, музыка, математика» придумали очень красивый речитатив для сказки (мы приводим ее в сокращенном варианте, полностью она помещена в сборнике «Предания венгерских монастырей»). Попробуйте и вы спеть эту сказку речитативом.

«Жила-была на свете одна женщина, и было у нее шесть сыновей и дочь. Все шестеро сыновей были еще маленькими, когда женщина овдовела. Сыновьям каждый день приходилось ходить в лес за хворостом, потому что заготовить дров впрок у них силенок не хватало. Обычно сыновья управлялись за один раз, но однажды им понадобилось сходить в лес дважды. Пришли они в первый раз из лесу с хворостом в обеденную пору. Матери с дочкой дома не было. Съели сыновья обед и снова в лес отправились. А пока их не было, вернулись домой мать с сестрой. Видят — кто-то съел

весь обед, даже крошки не оставил. Принялась мать проклинать того, кто съел обед. Пожелала ему в птицу превратиться. Услышал ее бог, да и превратил всех шестерых сыновей в птиц. Так они больше домой и не вернулись».



Одна из пародий Фридьеша Каринти на Ади заканчивается так:

Быть может, спятил я с ума?

Быть может, спятил я с ума?

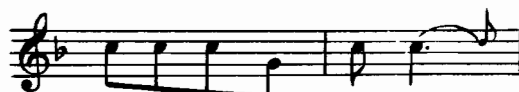
Не ведаю, не знаю ...

Но дважды все, но дважды все

Всегда я повторяю.

В стихотворениях Ади действительно большую роль играют повторы, возвраты к словам и целым строкам. Но повторение как литературный прием далеко не ново и представляет лишь дальнейшее развитие более ранней традиции. Слушая ораторию или оперу, вы, несомненно, обращали внимание на то, что некоторые строки повторяются по нескольку раз.

В народных песнях, старинных и современных, повторение встречается довольно часто. Весьма распространены повторы в народных песнях и балладах чанго (венгров, переселившихся из Эрдеи в Закарпатье). Повторяются либо каждая строка отдельно, либо по две строки вместе. Вот, например, один из вариантов красивой песни чанго:



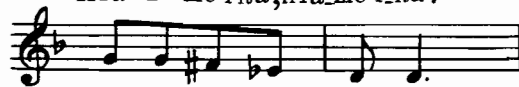
Пта_щеч_ка, пта - щеч_ка.



Не му_ти ты во - ду.



Пта - щеч_ка, пта_щеч_ка.



Не му_ти ты во - ду.

Письмецо возьми,
Что я сам написал,
Письмецо возьми,
Что я сам написал

Ты возьми письмо под крыло,
Отнеси на стол,
Отнеси на стол,
Положи на стол.

У татар томлюсь
По колена в цепях,
У татар томлюсь
По колена в цепях.

Отцу с матушкой,
Родной матушке,
Отцу с матушкой
Родной матушке.

Коли спросят, где я,
Ты ответь, что в плену,
Коли спросят, где я,
Ты ответь, что в плену.

Спойте эту песню по нотам, и вам не покажется странной причудой следующее стихотворение Эндре Ади, в котором каждая строка повторяется дважды:

Последняя улыбка

Уродливо лицо мое живое,
Уродливо лицо мое живое,
Зато красавцем буду я в гробу,
Зато красавцем буду я в гробу.

Сатира лик заблещет красотой,
Сатира лик заблещет красотой
С улыбкой на устах и без морщин на лбу,
С улыбкой на устах и без морщин на лбу.

Как ярко мертвых глаз сверканье,
Как ярко мертвых глаз сверканье, —
При жизни взгляд их был так пуст,
При жизни взгляд их был так пуст!

Как упоительно лобзанье,
Как упоительно лобзанье,
С улыбкою застывших уст,
С улыбкою застывших уст!

Попробуйте в разговоре с приятелем повторять каждую фразу дважды. Как это будет звучать? Как это будет звучать? Так же, как обычная беседа, или иначе? Так же, как обычная беседа, или иначе?

Возможно, беседа, в которой каждая фраза повторяется дважды, покажется вам скучной, монотонной. Но в поэзии такой литературный прием, как повторение, вполне оправдан, в особенности если повторяются короткие фразы. Это придает речи оттенок архаичности.

Если повторяющиеся строки обозначить одинаковыми буквами, то структуру песни чанго, начинающейся со слов «Пташечка, пташечка», можно записать в виде

abab cdcd efef и т. д.,

а структуру стихотворения Ади — в виде

aabb codd eeff и т. д.

В народной поэзии встречаются и более сложные повторения. В «Книге баллад» Золтана Каллоша приведено несколько вариантов баллады об Илоне Гёрёг. Следующий отрывок заимствован из варианта, записанного у молдавских чанго:

Пробудись, проснись, сын мой,
Богарачи Ласло,
Открыла ворота
Гёрёг свет Илона,

Гёрёг свет Илона,
Та, что ты просватал.
Молвлю во второй раз:
Пробудись, проснись, сын мой,

Пробудись, проснись, сын мой,
Богарачи Ласло,
Отворила двери
Гёрёг свет Илона,

Гёрёг свет Илона,
Та, что ты просватал.
Молвлю в третий раз:
Пробудись, проснись, сын мой,

Пробудись, проснись, сын мой,
Богарачи Ласло,
Вот стоит в слезах вся
Гёрёг свет Илона,

Гёрёг свет Илона,
Та, что загубил ты.

Баллада о прекрасной Илоне Гёрёг продолжается дальше, но и приведенного отрывка из пяти с половиной четверостиший достаточно, чтобы составить представление о довольно сложной структуре баллады:

abcd defa abcd defa abcd de ...

Повторения и вариации в этой сложной структуре подчиняются следующему правилу: последняя строка предшествующего четверостишия совпадает с первой строкой последующего. Это излюбленная широко распространенная форма народной поэзии. В фольклоре народов Советского Союза она встречается так же часто, как и в народном творчестве западных славян или венгров. Перелистав сборники народных песен, вы без труда обнаружите песни с такой структурой.



В народных песнях и балладах повторяются строки не только поэтического, но и музыкального текста. Сама структура песни с ее разбиением на куплеты подразумевает повторение: каждый куплет поется на один и тот же мотив. Если в песне 10 куплетов, то одна и та же мелодия прозвучит 10 раз. Таким образом, мелодия (с точностью до незначительных изменений, различного рода музыкальных украшений — мелизмов и т. п.) сохраняется одной и той же, в то время как поэтический текст меняется от куплета к куплету. Если в народной песне повторения встречаются и в тексте, и в музыке, то повторения в тексте не обязательно должны совпадать с повторениями в музыке. Знаете ли вы какие-нибудь исключения, когда повторения мелодии находятся в строгом соответствии с повторениями текста? Взгляните на следующую песню (строгую повторяемость мелодии нарушают лишь мелизмы и небольшие отклонения в ритме):

За - снул что ли ты, па - стух?

За - снул что ли ты, па - стух?

Эй, гей, я не ду - мал спать.

Эй, гей, я не ду - мал спать.

Такая структура в венгерских народных песнях встречается крайне редко: и текст, и музыка построены по схеме AABV.

Отвлечемся от текста и сосредоточим внимание только на мелодии. Нас будут интересовать повторяющиеся строки в «четырёхстрочных» венгерских народных песнях. Прежде всего выпишем известные нам песни, а затем займемся их изучением.

Какие строки повторяются чаще всего? В венгерской народной музыке — в детских песенках и народных песнях — часто встречается зачин АА, то есть вторая строка песни повторяет первую. Так начинаются, например, детские песенки «Дождик идет», «Свети, солнышко», «Аист, аист», «Гнется вишня» и вполне «взрослые» венгерские народные песни «Под горой крутою» (ААВА), «Видишь ли, моя милая» (АВВА), «О том, о сем» (ААВС), «Стоит стеной лес мой, маросекский густой лес мой» и др.

Возможен и другой тип повторений, когда в мелодии песни совпадают две средние строки, то есть третья строка повторяет вторую. Обычно при повторении мелодии слегка варьируется. К этому типу относятся такие венгерские народные песни, как, например, «Моя суженая» (АВВА — третья строка в точности повторяет вторую), «Красиво плывет уточка», «Звезды, звездочки», «Лес мой, лес мой, да на горе высокой».

Наконец, встречаются и такие венгерские народные песни, в которых повторяются две последние строки: «Милая моя девушка» (ААВВ — четвертая строка повторяет третью с некоторыми вариациями), «Выгоню я гуся» (ААВВ), старинная танцевальная песня, датируемая 1583 г., «Милая роза, сердце мое» (ААВВ). Обращает на себя внимание одна интересная особенность: в тех песнях, где третья и четвертая строки совпадают, музыкальное содержание первой и второй строк также одинаково. Всегда ли так происходит? Подыщите другие примеры народных песен с повторениями и исследуйте их.

Песни, входящие в третью группу, не следует смешивать с песнями, входящими в первую группу, хотя те и другие описываются одной и той же «формулой» ААВВ: в песнях второй группы эта формула описывает структуру текста и мелодии, в песнях третьей группы отражает только структуру мелодии.

А теперь опять вернемся к венгерским народным песням «Под горой крутою» (ААВА) и «Звезды, звездочки» (АВВА). Спойте их. Что общего между ними? На этот вопрос нетрудно ответить, взглянув на «формулы» песен: в каждой из них первая строка совпадает с четвертой. Это не повторение, а возвращение (более подробно о возвращении мы расскажем в главе «Структура»).



Не кажется ли вам странным, что все целые числа можно записать, обходясь всего-навсего десятью цифрами? Как такое вообще возможно? Запись любых чисел при помощи конечного набора цифр возможна лишь потому, что каждая цифра используется многократно. Кстати, попытайтесь назвать наибольшее из чисел, записанных только неповторяющимися цифрами? 49

Однако для записи любых чисел не обязательно брать десять цифр, можно обойтись и меньшим набором их. Например, в двоичной системе используются лишь две цифры: 0 и 1. А если при записи чисел разрешается использовать не только цифры, но и знаки арифметических действий, то достаточно взять одну-единственную цифру. Например, любое число можно записать при помощи единицы и операции сложения:

$$5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1,$$

$$985 = 1 + 1 + \dots + 1 \text{ (985 единиц).}$$

Эти разложения позволяют записать любое целое число при помощи любой другой цифры. Например, если в качестве единственной цифры выбрать двойку,

то они будут выглядеть следующим образом:

$$5 = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2}, \text{ так как } \frac{2}{2} = 1.$$

Переход от представления любых целых чисел в виде суммы единиц к представлению их в виде дробей типа $\frac{2}{2}$ особой фантазии не требует, но стоит лишь слегка изменить правила записи чисел, как получится интересная задача. Запишите все числа от 1 до 26 (а если сможете, то и до любого большего числа) при помощи пяти двоек и любого числа арифметических действий, например:

$$4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 - 2 \cdot 2$$

$$4 = 2 \cdot 2 - \frac{2-2}{2}$$

$$4 = 2 + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} \quad \textcircled{50}$$



Помните, как начинается венгерская народная сказка о двух стручках перца?

«Давным-давно за морем, за океаном, в тридесятom царстве, в тридевятom государстве было озеро широкое-преширокое. Посреди того озера был остров, а на том острове гора высокая-превысокая. На вершине горы росло дерево старое-престарое. И было у того дерева девяносто девять ветвей, а на последней, девяносто девятой ветви висела сума. Не простая сума — с потайными карманами. И лежали в одном из тех потайных карманов ...»

Нельзя не заметить, насколько эта сказка по своей структуре напоминает балладу о прекрасной Илоне, отрывок из которой мы приводили выше. В балладе первая строка четверостишия повторяет последнюю строку предыдущего четверостишия. В сказке каждая фраза подхватывает последнее слово, понятие, тему или мысль, содержащиеся в предыдущей фразе. Разумеется, в прозе повторение не столь точно, совпадение не столь полно, как в поэзии, но закономерность и в балладе, и в сказке одна и та же.

Присмотримся повнимательнее к началу сказки: «Давным-давно за морем, за океаном...» — этот сказочный зачин столь традиционен, что его с полным основанием можно считать повторением, хотя в самой сказке о двух стручках перца ни одно из входящих в него слов не повторяется. Первое новое слово появляется лишь в конце первого предложения: «было озеро». Ведь концовка первой фразы могла прозвучать совершенно иначе — например: жил-был король, свинопас или петушок — и тем не менее фраза вполне могла бы служить началом бесчисленного множества сказок.

Первая фраза знакомит нас с местом действия — озеро в тридевятom государстве. Начало второй фразы снова возвращает нас к озеру и раскрывает дополнительные подробности: оказывается, посреди озера есть остров. Так, в начале каждой фразы повторяется то, что уже известно из предыдущей, а в конце всегда сообщается нечто новое.

Еще больше сходства можно обнаружить между сказкой о двух стручках перца и следующими словами из одной венгерской народной песни:

Мысли все его Чурго заняты, да не крепостью,
Да не крепостью — узкой улочкой,
Да не улочкой — малым домиком,
Где росла-росла, да и выросла голубка сизая.

Разумеется, сходство в структуре повторений существует не только между сказкой, народной песней и балладой. Нельзя не упомянуть и о повторениях, постоянно встречающихся в повседневной речи. Вот, например, как ребята обычно рассказывают о драке: «Вышли мы из кино, а перед кино стоит Пишта. Подходит Пишта к нам и без всякой причины как даст...» Каждый из нас без труда может сочинить аналогичную историю. Это лишь один из многочисленных примеров того, что выразительные средства художественной литературы имеют аналоги и параллели в повседневной речи. Разумеется, поэтический язык отличается законченностью и большей усложненностью формы.



Венгерскую народную сказку о двух стручках перца можно рассматривать как своего рода прототип важного класса математических задач. При решении их ход рассуждений сводится примерно к следующему.

Начнем с весьма простого примера. Дан периметр квадрата. Требуется вычислить его площадь. Предположим, что периметр квадрата равен 12 см. Чему равна площадь квадрата?



$$P = 12 \text{ см}$$

$$S = ?$$

Ответ: $S = 9 \text{ см}^2$.

Как можно было бы вычислить площадь квадрата? Ребята, принимавшие участие в радиопередаче «Язык, музыка, математика», сделали это так: разделив периметр квадрата на 4, вычислили длину стороны квадрата ($12 : 4 = 3 \text{ см}$), а затем возвели полученную величину в квадрат ($3 \times 3 = 9 \text{ см}^2$) и получили ответ задачи.

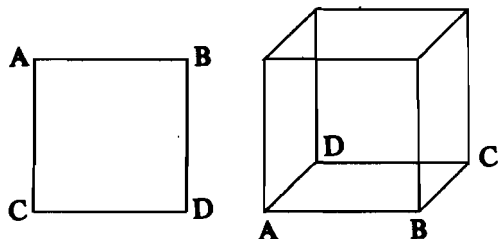
Аналогия между ходом рассуждений при решении задачи и сказкой о двух стручках перца прослеживается без труда:



В сказке мы, начав с озера, лежащего за тридцать земель, добрались до суммы с потайными карманами. В решении задачи связующим звеном между исходными данными (периметром квадрата) и неизвестным, которое требовалось найти (площадью квадрата), была длина стороны квадрата. На первом этапе решения длина стороны квадрата не была известна (мы вычислили ее, зная периметр квадрата), на втором этапе длина стороны была уже известна, и по ней мы вычислили площадь квадрата. В своей

книге «Как решать задачу» Дьёрдь Пойа весьма метко охарактеризовал такой ход рассуждений, назвав его перекидыванием мостика от исходных данных к неизвестному, которое требуется найти.

Метод «перекидывания мостика» станет более наглядным, если задачу слегка изменить. Вычислим объем прямой квадратной призмы с высотой 8 см и периметром основания 32 см.

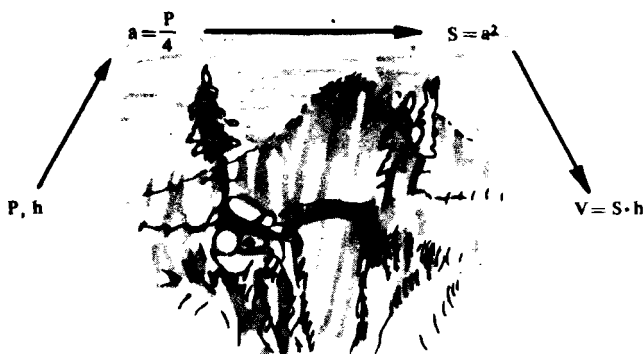


$$P = 32 \text{ см}$$

$$h = 8 \text{ см}$$

$$V = ?$$

Ход решения можно изобразить в виде следующей диаграммы (a — сторона квадрата, лежащего в основании призмы, S — его площадь, h — высота призмы и V — ее объем):



Интересно проследить за ходом решения. Так же строились решения задач, приведенных в главе «Параллели», например задачи о том, сколькими способами можно прочитать слово АНАЛОГИЯ в ромбе с усеченной нижней вершиной, составленном из букв. Напомним, что к окончательному ответу мы пришли, подсчитывая, сколькими способами можно прочитать все удлиняющиеся фрагменты слова АНАЛОГИЯ: сначала АН-, затем АНА-, АНАЛ- и т. д. до тех пор, пока не добрались до всего слова.

Воспользуйтесь тем же методом для решения следующей старинной задачи. Пришла баба на базар торговать яйцами. Первому покупателю она продала половину всех яиц и еще пол-яйца, второму — половину оставшихся яиц и еще пол-яйца и третьему покупателю также половину оставшихся яиц и еще пол-яйца, после чего у нее осталось 2 яйца. Сколько яиц она вынесла продавать на базар? (5)



АЖЧ

Интересная разновидность повторений встречается в церковных обрядах: во время некоторых богослужений (в частности, при отпевании и на похоронах) священник произносит слова молитвы или псалма, а присутствующие подхватывают и повторяют их, или произносят другие слова, предписанные ритуалом (о такого рода диалогах говорится также в главе «Равновесие»). Иногда обычай вторить возгласам священника или кантора приводит к забавным недоразумениям. Об одном

из них рассказывается в следующей истории, заимствованной нами из уже упомянувшего сборника «Предания венгерских монастырей».

«По улице одного селения шла похоронная процессия. Впереди шествовал кантор, читая псалом, а шедшие сзади повторяли за ним слова нараспев. Дойдя до шатких мостков, кантор громко воскликнул:

— Глядите, а мостки-то едва держатся!

Шедшие сзади повторили нараспев:

— Гля-ди-и-те-е, а мост-ки-и-то-о ед-ва-а дер-жат-ся!

Разгневанный кантор заорал:

— Не то я сказал, болваны!

Шедшие сзади, рыдая, повторили:

— Не-е то-о я ска-за-а-ал, бо-о-ол-ва-ны-ы!

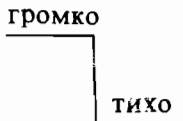
Вот такая история произошла в том селении».

Это забавное предание может послужить основой для небольшой инсценировки: роль кантора следовало бы отвести солисту, а роль безутешной толпы — хору. Как, по-вашему, развивалось действие дальше? Что еще мог бы сказать кантор?

Солисты и хор поют, чередуясь, то громко, то тихо. Об этом мы уже упоминали в главе «Противоположности». Но стоит лишь представить, как на смену солисту, чей голос звучит тихо, приходит сначала одна многочисленная группа хора, потом к ней присоединяется другая группа, потом третья, и мы придем к такому важному понятию, как степени сравнения, о котором пойдет речь в следующей главе.

Но вернемся еще ненадолго к повторениям. Обратим хорошо знакомую последовательность тихо-громко. У нас получится последовательность громко-тихо. Именно так звучит эхо. Ему можно подражать, напевая то громко, то тихо в одиночку и хором. Многие композиторы в своих произведениях подражали эху, но наибольшей известностью пользуется хор Орlando ди Лассо «Эхо».

Графически смену громкости при пении громко-тихо можно изобразить в виде ступени вниз:

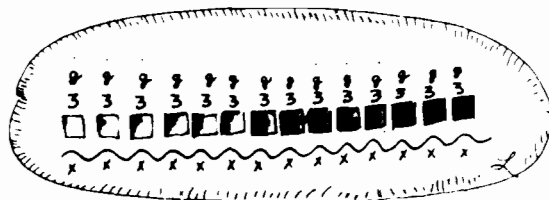


Изменению громкости тихо-громко соответствует ступень вверх:



Если громкость звучания изменяется не постепенно, а скачком, то говорят о *террасной динамике* в музыке.

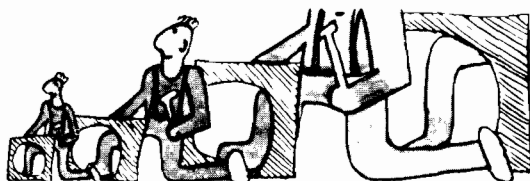
Такая динамика встречается в народных песнях, балладах и сказках с повторениями: то, что сначала звучит громко, при повторении звучит тихо.



Степени сравнения



Слово *fokozás* означает по-венгерски и повышение (усиление, нарастание, увеличение), и степени сравнения. Нетрудно видеть, что оба значения этого слова взаимосвязаны. Термин «степени сравнения» заимствован из грамматики. В любом учебнике грамматики венгерского, русского, английского, немецкого и многих других языков говорится о степенях сравнения прилагательных (и наречий). Помимо основной формы прилагательных различают еще две степени сравнения: сравнительную и превосходную. Например, большой — больше — наибольший.



Обрывается ли на этом шкала сравнений? Нельзя ли превзойти, усилить превосходную степень сравнения? Может быть, можно сказать: самый что ни на есть большой или большой-пребольшой, хоть чуточку больше наибольшего? Это открыло бы перед нами безграничные возможности в построении все новых и новых степеней сравнения:

най-	(самый)
наинаи-	(самый-самый)
наинаинаи-	(самый-самый-самый)

Например, вслед за *высшим* мог бы идти *наивысший*, за ним — *наинаивысший* и т. д. К сожалению, нашим надеждам не суждено сбыться: сколько бы мы ни повторяли слово «самый» или приставку «наи», превосходная степень от этого не усиливается. Более того, иногда превосходная степень уступает по значимости основной форме прилагательного, «недотягивает» до нее: даже самого толстого из комаров вряд ли кто-нибудь сочтет толстым, а самую дешевую норковую шубу дешевой.

Еще в большей мере это замечание относится к сравнительной степени прилагательных. Дело в том, что, говоря о превосходной степени, мы из множества носителей определенного свойства или качества выбираем один — тот «самый-самый», которому оно присуще в наибольшей мере. Когда же речь заходит о сравнительной степени, то мы сравниваем всего-навсего два носителя качества. Например, взвесив на чувствительных весах две пушинки, мы с полным основанием можем сказать об одной из них, что она тяжелее другой. Взвесив два куска свинца, мы вправе будем сказать, что один кусок легче другого. Но более тяжелая пушинка не станет тяжелой от того, что мы

сравним ее с более легкой, так же, как более легкий кусок свинца не станет легким от сравнения.

Чтобы говорить о превосходной степени прилагательных, необходимо сравнить более двух носителей свойств (чем больше, тем лучше): совершенно очевидно, что наибольший из трех немногим отличается от большего из двух. Насколько значима, или абсолютна, превосходная степень, зависит от того, сколь велико множество носителей свойства, из которых мы выбираем «самого-самого», и какие именно носители включены в это множество.

Обычно мы располагаем по степеням сравнения прилагательные. Но и другие части речи также допускают сравнение. Например, мы можем сравнивать числительные, но не количественные (один, два, три, ...), а неопределенные:

много — больше — больше всего
мало — меньше — меньше всего

А как обстоит дело с существительными? Оказывается, существительные допускают весьма интересную разновидность «степеней сравнения»: они не имеют «сравнительной степени», но обладают «превосходной». Например: с самого начала, на самой вершине; «превосходная степень» существительных образуется непосредственно из основной формы, минуя промежуточную «сравнительную степень».

Превосходную степень можно образовать и от порядкового числительного: первый, самый первый, первейший, наипервейший.

Редко вспоминаемый в наши дни венгерский писатель Дежё Сабо, пользовавшийся широкой известностью в начале века, отозвался об одном из критиков, сказав, что тот «Часарее Пинтера». Отзыв был убийственно метким: Элемер Часар и Енё Пинтер были в то время весьма влиятельными и известными своей ограниченностью критиками.

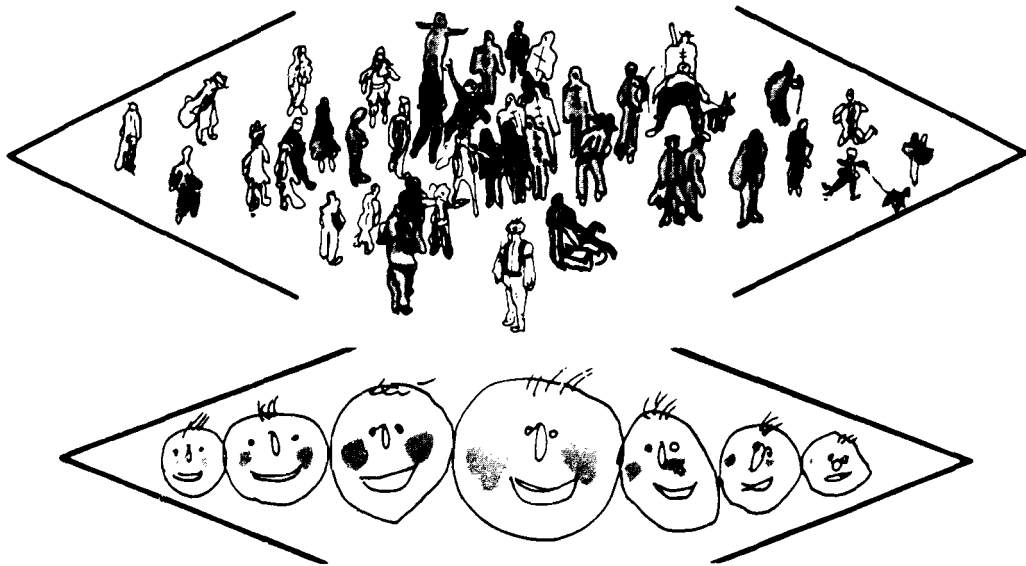
«Часарее» — сравнительная степень, изобретенная Дежё Сабо. Правда, в венгерском языке существует одно выражение, в котором также встречается весьма странная «сравнительная степень» существительного: «Rárább a rárapál» (быть большим католиком, чем папа римский). Дословно оно означает «папее папы». По образцу и подобию этого крылатого выражения можно построить и другие выражения, содержащие «сравнительные степени» существительных (некоторые из них иногда встречаются в детской речи): лисее лисы; волчее волка; бараней барана; львее льва.



В главе «Повторения» был один пример: вслед за солистом мелодию повторяет сначала небольшая группа хора, затем к ней присоединяется другая группа и т. д. Мелодия при этом звучит все громче, сила звука нарастает. Таким образом, один из способов увеличить громкость звука (напомним, что в музыке изменение громкости обычно называют *динамикой*) состоит в постепенном увеличении числа поющих голосов.

Но увеличить громкость можно и в том случае, если число поющих голосов остается неизменным. Для этого каждый певец должен петь все громче и громче.

Разумеется, при исполнении как вокальной, так и инструментальной музыки совершенно не обязательно, чтобы одна и та же тема, повторяясь, звучала со все нарастающей громкостью, хотя такие произведения встречаются в музыкальной литературе. Например, в «Болеро» Равеля от начала и почти до самого конца со все



нарастающей силой звучит медленная танцевальная тема. Увеличения громкости композитор достигает, включая каждый раз все новые и новые группы инструментов. В «Турецком марше» Бетховена звучит только фортепьяно. Сначала сила звука нарастает, а затем начинает убывать. Еще чаще постепенное увеличение громкости сопровождается не повторением одной и той же темы, а сменой тем.

Попробуйте спеть какую-нибудь народную песню так, чтобы каждая строка звучала громче предыдущей. Что у вас получится? С какой громкости следует начать, чтобы звучание нарастало до самого конца песни? Попробуйте спеть ту же песню, начав с максимальной громкости и постепенно уменьшая силу звука. Что получится на этот раз? Можете ли вы назвать какую-нибудь песню, которую, не нарушая характера музыки и слов, можно было бы спеть, постепенно увеличивая или постепенно уменьшая громкость? Подыскивая такую песню, можно «на пробу» исполнять не всю песню от начала до конца, а лишь отдельные строки.

Перебрав достаточно много песен, можно убедиться, что большинство из них нельзя исполнять, только увеличивая или только уменьшая звучание. Почти в каждой песне существует своего рода «кульминационная точка», до которой громкость нарастает, а затем начинает падать. Внутри такой большой «волны» можно выделить волны громкости, в пределах которых громкость звука то усиливается, то ослабевает. Длины этих волн нельзя измерить ни в секундах, ни числом тактов, ни числом звуков. Более того, совершенно не обязательно, чтобы все исполнители одного и того же музыкального произведения одинаково варьировали звучание своего голоса или инструмента. Но именно динамичность, непрестанные колебания громкости и придают (наряду с темпом, ритмом и тембром) музыкальному произведению живость и выразительность.

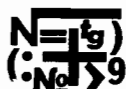
Постепенное увеличение громкости музыканты указывают знаком $<$ и пишут *cresc* (от итал. *crescendo* — постепенно усиливая звучание). Постепенное уменьшение

громкости в нотах принято указывать знаком > и пишут *decresc.* (от итал. *decrescendo*) или *dim.* (от итал. *diminuendo*), что означает «постепенно уменьшая звучание».

Где следовало бы расставить знаки < и > в следующей венгерской народной песне:

Под го-рой кру-то-ю снег бе-ле-е ва-ты,
лю-ди мол-вят, не на-гляд-ный, что у-пал с ко-ня ты,
что сло-мал ты, ми-лый, ру-ку, обни-мав-шу-ю ме-ня.
Прав-ду мол-вят, ми-лый ан-гел, не об-нять те-перь те-бя.

Можно ли в этой песне только увеличивать или только уменьшать громкость?



Говоря о динамике звучания музыкального произведения, мы прибегли к терминологии, заимствованной из грамматики, и воспользовались понятием степеней сравнения. В математике мы также используем сравнительные и превосходные степени прилагательных и говорим о больших и меньших величинах, наибольших и наименьших значениях, различаем события по их вероятности и т. п. Это тем более заслуживает внимания, что от большинства используемых в математике прилагательных нельзя образовать ни сравнительной, ни превосходной степени. Таковы, например, прилагательные: равный, подобный, прямолинейный, параллельный и т. д.

Почему сравнительные степени от этих (и многих других) «математических» прилагательных лишены смысла? Да потому, что каждое из этих прилагательных вместе с противоположным ему по значению образуют две взаимоисключающие возможности, между которыми не существует никаких промежуточных градаций. Два числа могут быть либо равны, либо не равны, две прямые — либо параллельны, либо не параллельны и т. д.

Превосходные степени прилагательных также используются в математике. Вспомним хотя бы о таких двух хорошо известных понятиях, как наименьшее общее кратное и наибольший общий делитель. В каждом из них фигурирует превосходная степень прилагательного. Но особенно часто превосходные степени прилагательных встречаются в математических задачах. Более того, существует обширная группа задач (так называемые задачи на максимум и минимум), в которых рассматриваются только

такие свойства чисел, фигур и других математических объектов, которые выражаются превосходными степенями прилагательных.

В каждой задаче на максимум и минимум задано некоторое множество, например: всех целых чисел; целых чисел от 0 до 100; прямоугольников; частных от деления каждого положительного числа на число его делителей; клеток шахматной доски, на которых можно расставить коней так, чтобы ни один конь не находился под ударом другого и т. д. Задача состоит в том, чтобы из всех элементов заданного множества выбрать экстремальный (максимальный или минимальный), то есть найти элемент, описываемый прилагательным в превосходной степени (наибольший, наименьший, кратчайший и т. д.).

Приведем несколько простых, но достаточно интересных задач на максимум и минимум.

1. а) Чему равно наименьшее вещественное число?
 б) Чему равно наименьшее положительное число?
 в) Чему равно наименьшее положительное целое число? 53
2. а) Какие из целых чисел от 1 до 100 обладают наибольшим числом делителей?
 б) Какие из целых чисел обладают наибольшим числом делителей? 53
3. а) Какие из прямоугольников с заданным периметром обладают наибольшей площадью?
 б) Какие из прямоугольников с заданной площадью обладают наименьшим периметром? 54
4. Каждое натуральное число разделим на число его делителей. У какого из чисел полученное частное будет наименьшим? 53
5. Чему равно наибольшее число коней, которых можно расставить на шахматной доске так, чтобы ни один конь не находился под ударом другого? 58



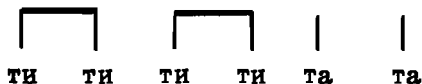
Экстремальные (максимальные и минимальные) значения имеют самое непосредственное отношение к вопросу, которым мы уже интересовались, а именно: можно ли неограниченно увеличивать громкость звука? Тот же вопрос можно поставить иначе: существует ли самая громкая музыка? В такой форме наш вопрос аналогичен другому, не менее интересному вопросу: существует ли самая быстрая музыка?

Чем выше темп, тем короче промежутки времени, отделяющие один звук от другого. Попробуйте отстучать сначала равномерный, а затем все убыстряющийся ритм. Если каждый удар отмечать точкой, то получится такая картина:



Дорисуйте ее. Как будут располагаться точки, по мере того как они будут сближаться? Каким следует выбрать первоначальный темп, чтобы можно было выступать все ускоряющийся ритм как можно дольше?

Протрем теперь то же самое, начав не с равномерного стука, а с какого-нибудь более разнообразного ритмического рисунка, например такого:



Попробуйте отстучать его несколько раз подряд все быстрее и быстрее. Тот же ритмический рисунок отстучите несколько раз подряд, все медленнее и медленнее. Выбрав какую-либо знакомую мелодию, исполните ее дважды: сначала постепенно ускоряя темп, а затем постепенно замедляя его. Что выражает ускорение темпа в музыке? Знаете ли вы такие музыкальные произведения, которые исполняются во все убыстряющемся темпе? Представьте себе картину деревенского праздника и вихревую зажигательную пляску под все убыстряющуюся музыку. Прослушайте «Григориянское шествие» для хора Золтана Кодая. Противоположный пример: «Вечерняя песня» для хора Золтана Кодая. Почему к концу песни темп замедляется? Прослушайте произведение французского композитора Онеггера для симфонического оркестра «Пасифик 231». Обратите внимание на постепенное ускорение и замедление темпа. Вероятно, вы почувствуете, что ускорение и замедление темпа уравнивают друг друга и придают симметрию структуре всего произведения (см. также главу «Структура»).



В самом начале главы мы упомянули о том, сколь многозначно венгерское слово *fokozás*, охватывающее и различные оттенки таких понятий, как повышение, подъем, усиление, нарастание, увеличение, и грамматический термин «степени сравнения». Какое слово по своему значению противоположно слову *fokozás*? Справившись по словарю, мы обнаружим подходящее венгерское слово *kicsinyítés*, означающее уменьшение, умаление, спад и заодно — грамматический термин «уменьшительные формы». Можно ли считать, что оно противоположно по значению слову *fokozás*? Уменьшение противоположно увеличению. А какое слово по своему значению противоположно слову «повышение»? «Понижение» — слово, которое в лексиконе военных имеет довольно неприятный оттенок (понижение в воинском звании).

Итак, по совокупности оттенков значений (и за неимением лучшего варианта) слово *kicsinyítés* с достаточным основанием можно считать противоположностью слова *fokozás*. К тому же оба слова служат грамматическими терминами. Вместе с тем нельзя не отметить, что значения обоих слов не строго противоположны. Это проявляется, в частности, в том, что уменьшительность достигается присоединением к слову так называемого уменьшительного суффикса, тогда как механизмы образования степеней сравнения более многообразны. Интересно отметить, что переход от основной формы прилагательного к сравнительной и превосходной степеням может сопровождаться уменьшением, ухудшением, спадом, например: плохой — хуже — худший. Таким образом, усиление признака или свойства может совершаться не только путем восхождения, но и спуска от основной формы к превосходной степени. Уродливый — уродливее — уродливейший, тонкий — тоньше — тончайший... Такие переходы с достаточным основанием можно назвать спусками.

Из уменьшительных суффиксов мы чаще всего употребляем суффиксы -очк-, -ечк- и -к- (девочка, полечка, рыбка). В венгерском языке им соответствуют суффиксы -cska, -cske и -ka; -ke. Они настолько привычны, что, произнося слова с этими суффиксами, мы даже не задумываемся над их уменьшительным характером.

Янош Арань писал: «В венгерском языке существует несколько уменьшительных суффиксов, которые особенно часто употребляются с именами собственными, но иногда встречаются и в именах нарицательных. Таков суффикс -i: Яни, Фери, Юли и в то же время *bari* (ягненок). Таков суффикс -ci: Берци и одновременно *böci* (теле-нок), *macsi* (поросенок). Таков суффикс -us: Ферюс, Эржюс и с именами нарицатель-

ными *apus* (папочка), *anyus* (мамочка), *kutyus* (собачка)». Арань полемизировал с профессором Габором Сарвашем, ставившим под сомнение существование в венгерском языке уменьшительных суффиксов *-sa*, *-se*. Своим оппонентам Сарваш возражал, иронически вопрошая, не прикажут ли те считать слово *kanca* (кобыла) уменьшительным от слова *kan*, а слово палка — уменьшительным от собственного имени Пал? Янош Арань ответил Габору Сарвашу примерно так: «Мы могли бы продолжить. Уж не означает ли слово *точка* строчную букву *t*, слово *почка* — строчную букву *p*, слово воронка — маленького ворона? Если *коровка* — несомненно уменьшительное слово от *корова*, а *подковка* — от слова *подкова*, то разве не следует отсюда со всей непреложностью, что *кошка* — уменьшительное от слова *кош*, *ложка* — от слова *ложь*, а *бочка* — от строчной буквы *b*? Разве не заслуживают насмешки такие формы, как, например, *леска* — *небольшой лес* или *ножка* — *маленький нож*?»

Попытайтесь продолжить составленный Яношем Аранем перечень псевдоуменьшительных слов?

От каких частей речи можно образовать уменьшительную форму?

Прежде всего от существительных. От подавляющего большинства имен нарицательных: слоник, небоскребочик, а также от имен собственных, причем при помощи многих уменьшительных суффиксов: Аннушка, Анечка, Аня, Анюта, Анюрка. Немало других вариантов уменьшительных от имен приведено в «Книге венгерских имен» Яноша Ладо.

Можно ли от имени Анна образовать имя Панна? Можно, так же, как от Андраша — Банди или от Ерже — Пёрже: сначала образуется пара (как правило, рифмованных имен: Анна — Панна, Анди (уменьшительное от Андраша) — Банди, Ерже — Пёрже), а затем первое имя отбрасывается.

Уменьшительно-ласкательные варианты в венгерском языке образуются и от фамилий, но звучат они несколько вычурно или фамильярно. В театральных пьесах такие фамилии, как Латабарчик или Биличик вполне допустимы, но если сослуживца по фамилии Сабо или Фехервар назвать Сабочко или Фехерварчиком, то это будет воспринято, как непочтительность или развязность.

В старинных народных песнях уменьшительно-ласкательные суффиксы встречаются чаще, чем в современных. Вспомним хотя бы старинную русскую народную песню «Стелется и вьется». В ней есть такие слова:

Женушка-душечка
Белая лебедушка,
Пойдем с тобою
Во зеленый сад погулять,
Сорвем с тобою
Со травушки цветочек,
Сплетем с тобою
На головку веночек.

Существительные с уменьшительными суффиксами могут носить не только ласковый, но и оскорбительный оттенок: неженка, ревушка-коровушка.

Слова с уменьшительными суффиксами образуются и от числительных:

Что купила, кума?
Диких яблочек.
Много ль на крейцер взяла?
Да троечку.

Уменьшительных форм глаголов не существует, но некоторые глаголы можно по ошибке принять за такие: тренькать, пиликать, булькать.

Нетрудно образовать и уменьшительные формы от наречий: давно — давненько, рано — ранешенько, быстро — быстренько.

Существуют ли степени сравнения уменьшительных слов? Можно ли многократно «уменьшать» слово (образовывать от него «многоэтажные» уменьшительные)? Можно. Одно из уменьшительных от имени Ева — Вика. Уменьшительное от Вики — Викуся. Затем следует Викусенька, за Викусенькой — Викусенечка.



Увеличивать и уменьшать числа можно различными способами. Например, от прибавления +1 все числа увеличиваются. Таких примеров можно привести сколько угодно. Но арифметическая операция «прибавление единицы» не отличает большие числа от малых и поэтому по «чувствительности» уступает грамматической операции образования степеней сравнения, поскольку та делала крошечное еще более крошечным, малое — еще меньшим, а большое — еще большим.

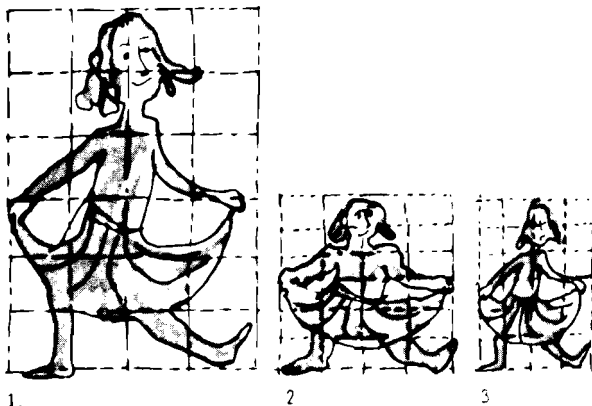
Не можете ли вы привести примеры арифметических операций, напоминающих по своим свойствам образование степеней сравнения, то есть такие, при которых «большие» числа возрастали бы, а «маленькие» убывали? 57

Приведите также пример арифметической операции, противоположной по своим свойствам образованию степеней сравнения, то есть увеличивающей «маленькие» и уменьшающей «большие» числа. Существует несколько таких операций. Одна из них приведена в качестве примера в главе «Решения». 58

Приводя различные примеры увеличения и уменьшения, мы до сих пор ни разу не упомянули об увеличении и уменьшении в наиболее привычном смысле. Прежде чем построить жилой массив в натуре, архитектор создает его макет в уменьшенном масштабе. Географические, топографические и другие карты представляют собой уменьшенные планы местности. Наоборот, предметы, не видимые невооруженным глазом, становятся видимыми, например, в микроскоп.

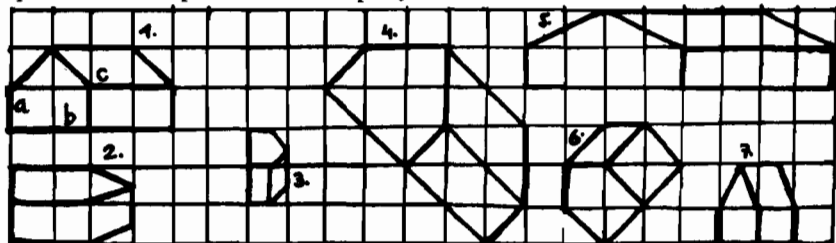
Предположим, что у нас имеется картинка. Как увеличить или уменьшить ее?

Из двух «маленьких» девочек, которых вы видите на этом рисунке, лишь об одной можно сказать, что она представляет собой уменьшенную копию «большой» девочки,



хотя по росту обе маленькие девочки (2-я и 3-я) вдвое меньше большой (1-й). Более того, у маленьких девочек не только рост, но и любой вертикальный размер (например, длина туловища или ног) вдвое меньше, чем у большой девочки. Тем не менее, 1-я и 3-я девочка похожи, а 2-я не похожа ни на одну из них. Она толще, коренастее и выглядит более проказливой. Почему? Дело в том, что 3-я девочка не только в высоту (по росту), но и в ширину вдвое меньше 1-й. Что же касается 2-й девочки, то она, вдвое уступая 1-й по росту, имеет с ней одинаковую ширину. Все размеры 3-й девочки пропорциональны соответствующим размерам 1-й. Если воспользоваться геометрическим термином, то можно сказать, что 1-я и 3-я девочки *подобны*. Но стоит нам перейти от любой из них к 2-й девочке, как пропорции нарушаются: 2-я девочка не подобна ни 1-й, ни 3-й.

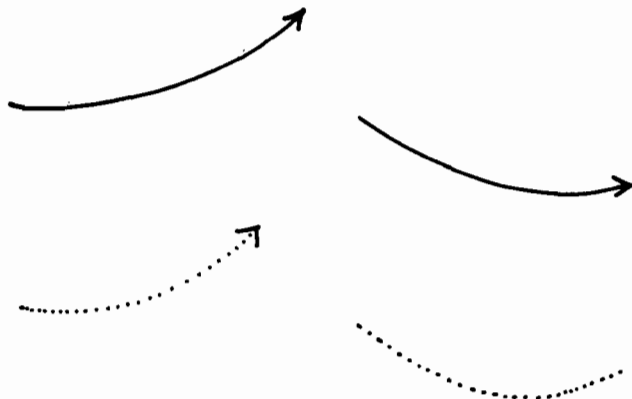
Выберите из изображенных на рисунке домиков подобные: (59)



Итак уменьшенная или увеличенная картинка должна правильно передавать все пропорции оригинала. Например, если фотография увеличена вдвое, то длина любой линии на ней должна вдвое превышать длину прообраза этой линии на исходном изображении. Другой пример: на карте масштаба 1 : 500 000 все без исключения расстояния должны составлять 1/500 000 соответствующих расстояний на местности.



С повторениями или без повторений многочисленные варианты перехода от «основной формы к сравнительной и превосходной степеням» можно построить, обнаружить и реализовать в музыке. Выясним сначала, что может в музыке усиливаться или ослабевать, повышаться или понижаться, кроме темпа и громкости. Какое свойство музыки способно изменяться так, как показано на рисунках:



Вы совершенно правы: повышаться и понижаться может высота звука (о звуках высоких и низких мы рассказывали в главе «Противоположности»).

Соберите различные предметы, из которых можно извлекать звуки определенной высоты, и расположите их по высоте звучания. Это могут быть стеклянные банки, фарфоровые тарелки, обрывки воздушных шаров, пустые деревянные и картонные коробочки, металлические прутья или трубки и т. д. Можно взять также одинаковые стеклянные стаканы и наполнить их водой до разного уровня. Если стаканы расставить так, чтобы уровень воды в них повышался, и провести по ним ложечкой, то окажется, что вместе с уровнем воды повышается и тон, издаваемый стаканом. Чем вызвано повышение звука? Разумеется, тем, что уровень воды в стаканах повышается. При переходе от одного стакана к другому высота звука повышается скачком, ни один звук не переходит в другой плавно. А вот когда воеет сирена, то высота звука изменяется непрерывно от басовых нот до пронзительного дисканта и обратно. Подражать сирене совсем нетрудно: человеческий голос может непрерывно изменять высоту своего звучания. Выберите какой-нибудь короткий и простой мелодический оборот. Спойте его несколько раз подряд, непрерывно повышая высоту звука. Проследите за своими ощущениями. Прежде всего вы почувствуете, что по мере повышения звука ваши голосовые связки напрягаются все сильнее: ведь через них должно проходить все больше воздуха. (Нечто подобное вы отмечали при рассмотрении секвенции в главе «Последовательность».) Попробуйте спеть мелодию еще раз, по-прежнему непрерывно повышая высоту звучания, но теперь сосредоточьте все внимание не на формировании звука, а на всей мелодии в целом. Как изменяется при постепенном повышении звучания характер мелодии? Что выражает повышение интонации? Попробуйте теперь спеть мелодию, непрерывно понижая звучание. Как вам понравится такой вариант исполнения? Не обязательно экспериментировать с одной и той же мелодией. Вы можете варьировать и комбинировать мелодии по своему усмотрению. Важно лишь, чтобы сначала интонация непрерывно повышалась, а затем плавно понижалась.

Слушая музыку, обратите внимание на темы и мотивы с непрерывно модулирующейся интонацией. Продумайте, что выражает в том или ином музыкальном произведении непрерывное повышение или понижение высоты звука. Проанализируйте, что придает музыкальному произведению ту или иную смысловую окраску (стиль эпохи. манера композитора, оркестровка, сила звучания, характер произведения и т. д.).



При возведении в целые положительные степени числа меньше единицы убывают, а числа больше единицы возрастают. Но далеко не каждый из нас представляет, насколько быстро возрастают степени чисел больше единицы.

Рассказывают, что изобретатель шахмат, научивший этой увлекательной игре одного раджу, попросил себе в награду лишь несколько зерен пшеницы. За первую клетку он попросил одно зерно, за вторую — два, за третью — четыре и т. д. За каждую из 64 клеток он просил вдвое больше зерен, чем за предыдущую, а всего его вознаграждение должно было составить $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{63}$ зерен пшеницы. Раджа счел вознаграждение весьма скромным.

Велико ли число зерен, испрашиваемых в награду изобретателем шахмат? Сколько знаков имеет это число?

Число зерен в действительности столь велико, что если всю поверхность Земли (не только сушу, но и дно морей и океанов) вспахать и засеять пшеницей, то собран-

ного урожая хватило бы лишь на то, чтобы покрыть примерно одну восьмую вознаграждения.

Изобретатель шахмат был очень хитрым человеком. Просьбу о вознаграждении он сформулировал так, что выглядела она вполне скромно: ведь в ней не фигурировало ни одного большого числа. Тем не менее итог получался чудовишно большим, поскольку результат выбранной операции — возведения в степень — возрастает необычайно быстро. Если бы изобретатель шахмат попросил у раджи в награду за первую клетку шахматной доски миллион зерен пшеницы, а за каждую следующую клетку на миллион зерен больше, чем за предыдущую, то скорее всего он получил бы отказ: у раджи было бы с чем сравнивать все возрастающие размеры вознаграждения. Попросив же за первую клетку всего одно зерно, а за каждую следующую вдвое больше зерен пшеницы, чем за предыдущую, изобретатель шахмат потребовал несравнимо большее вознаграждение, но лишил раджу ориентиров для оценки размеров вознаграждения.

Придумайте свой вариант этой легенды, где вознаграждение за каждую следующую клетку шахматной доски возрастало бы по какому-то иному закону. Постарайтесь сделать так, чтобы размеры вознаграждения, которое попросил у раджи изобретатель шахмат, были весьма внушительными, а сама просьба выглядела вполне невинно.



Близкие по смыслу слова, будь то существительные, прилагательные или глаголы, также могут означать различные степени сравнения. Из них можно составлять последовательности, отличающиеся большим богатством оттенков, чем обычные степени сравнения, образуемые от одного слова. К тому же такие последовательности могут состоять не только из прилагательных или наречий, но и из других частей речи.

Дети, принимавшие участие в радиопередаче «Язык, музыка, математика», придумали совместными усилиями следующие последовательности.

Жилье: землянка, шалаш, лачуга, хибара, домишко, избушка, дом, домище, дворец, палаты, замок, небоскреб, избушка на курьих ножках (!).

Плач: упасть духом, опечалиться, пригорюниться, хныкать, всхлипывать, плакать, реветь, рыдать, закатывать истерику и, наконец, реветь в три ручья.

Переход от безобразнейшей к красивейшей внешности: баба-яга, ведьма, урод, отталкивающее лицо, безобразное лицо, дурнушка, некрасивое лицо, обыкновенное лицо (ничего особенного), красивое лицо, красotka, красавица, писаная красавица.

Думается, что для вас не составило бы труда вписать несколько звеньев в цепочку, ведущую от бабы-яги к писаной красавице. Не могли бы вы составить аналогичные последовательности на другие темы? Приведем лишь один пример: источник, родник, ручей, река, озеро, море, океан. Из родника вода вытекает едва заметной струйкой. Сливаясь с другими ручейками, она превращается в ручей. Ручьи, сливаясь, образуют речку. Речка, сливаясь с другими ручьями и небольшими реками, становится полноводной рекой и т. д.



О происходящем в природе процессе образования рек напоминают музыкальные картины из симфонической поэмы Бедржиха Сметаны «Молдавия». Сначала звучит тонкий голос флейты в сопровождении пиццикато* струнных. Затем ему начинает вторить другая флейта.

* От итал. *pizzicato* — щипком. Прием игры на струнных инструментах симфонического оркестра (скрипке, альте, виолончели и контрабасе), когда звук извлекают не смычком, а щипком. — *Прим. перев.*

Чуть позже в общее звучание вплетаются голоса новых инструментов и даже целых групп инструментов. Слушатель почти зримо ощущает, как ширится, становясь все полноводнее, река звуков. Обратите внимание на то, в какой последовательности «впадают» в эту реку голоса отдельных инструментов (ручейки) и групп инструментов (речки).

Выразительные средства музыки позволяют рисовать не только такие картины, как слияние ручьев и рек в единый мощный поток. Увеличение числа звучащих инструментов или человеческих голосов всегда ассоциируется у слушателей с объединением, созиданием, развитием и усложнением. Слушая симфоническую или хоровую музыку, обратите внимание на то, какие чувства и мысли рождает увеличение числа голосов.

Каждому, кто когда-нибудь пел в хоре, приходилось принимать самое деятельное участие в усилении громкости путем увеличения числа одновременно звучащих инструментов (к числу которых относится и человеческий голос). Юные читатели, которым никогда не доводилось петь в хоре, могут испробовать свои силы. Совсем не нужно, чтобы в хоре было много участников. Научиться исполнять трехголосый канон или другое произведение полифонической музыки лучше всего в небольшом ансамбле из девяти, шести или даже трех человек.

Много общего с каноном имеет такой музыкальный жанр, как fuga. В начале любой фуги один за другим звучат различные голоса, но в отличие от канона, где один голос (*пропоста*) ведет основную тему, а имитационные голоса (*риспосты*) вторят ему, варьируя на различные лады эту же тему, в фуге каждый голос ведет свою тему. Прослушайте в исполнении на фортепьяно или органе одну из фуг Иоганна Себастьяна Баха. Обратите внимание, как постепенно нагромождаются друг на друга отдельные голоса и, переплетаясь, образуют чудесную тончайшую ткань, составляющую живую плоть музыки.

Больше голосов — больше действующих лиц на сцене, а чем больше действующих лиц, тем сложнее драматическая ситуация. К этому средству создания сильного многоголосого звучания охотно прибегают композиторы, пишущие оперы (особенно в финалах опер). Нередко этот прием используется в заключительных сценах каждого акта оперы. С появлением каждого нового действующего лица сюжет все более усложняется, события обретают новый поворот. Самое удивительное в таких «многофигурных композициях» заключается в том, что каждое действующее лицо поет свою партию и в то же время голоса всех участников сцены гармонически сочетаются. Таким «музыкальным чудом» по праву можно считать заключительную сцену бала из первого действия оперы Моцарта «Дон Жуан», хаотический финал второго действия оперы Верди «Фальстаф» и сцена ночного побоища в конце второго действия оперы Вагнера «Нюрнбергские мастерзингеры».



В математике возрастание величин очень часто обусловлено повторением. Один из наиболее красивых примеров тому — рост чисел при многократном повторении основных арифметических действий.

Простейшая из арифметических операций — «счет по одному». Именно с нее начинают свое знакомство с арифметикой дети. Например, дойдя до числа 4 и прибавив к нему 1, потом 1 и еще 1, ребенок получит число 7:

$$4 + 1 + 1 + 1 = 7$$

К тому же результату можно прийти быстрее, если к 4 прибавить не три раза по 1

а сразу 3:

$$4 + 3 = 7$$

Таким образом, многократное повторение операции «плюс 1» приводит к операции сложения. Сложение — более «компактная» операция, чем прибавление по единице.

Довольно часто операцию сложения приходится многократно повторять. Например, если в доме 4 трехкомнатные квартиры, то всего в доме $3 + 3 + 3 + 3 = 3 \cdot 4 = 12$ комнат. Итак, многократное повторение сложения приводит к операции умножения.

Тот, кто вздумает сосчитать своих предков, может рассуждать следующим образом: «У меня двое родителей — отец и мать. У каждого из них тоже по двое родителей, поэтому у меня две бабушки и два дедушки, то есть $2 \cdot 2 = 4$ предка второго поколения. У каждого из них в свою очередь по двое родителей, которые мне доводятся прадедушками (их четыре) и прабабушками (их тоже четыре), поэтому предков третьего поколения у меня $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$. Прапрабабушек и прапрадедушек у меня $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$, прапрапрабабушек и прапрапрадедушек $2^4 = 16$, прапрапрапрабабушек и прапрапрапрадедушек $2^5 = 32$. Итак, повторение операции умножения приводит к новой операции — возведению в степень.

Мы получаем последовательность арифметических операций, в которой каждая операция «сильнее» предыдущей: счет (операция «плюс один») — сложение — умножение — возведение в степень.

В легенде об изобретателе шахмат отчетливо видно, что возведение в степень — операция «очень сильная». Она быстро приводит к очень большим числам. Совершим еще один шаг и попробуем повторить возведение в степень так же, как мы повторяли операции сложения и умножения. Рассмотрим, например, число 4^{4^4} . Оно равно не $(4^4)^4 = 4^{16}$, а $4^{(4^4)} = 4^{256}$. Это гигантское 150-значное число.



В литературных произведениях встречаются разнообразнейшие формы усиления или нарастания от простейших до сложных, охватывающих отдельные части или даже все произведение (своеобразное литературное «крещендо»).

С увеличением «численности» мы встречаемся, например, в стихотворении Аттилы Йожефа «Сотнями ночей»:

Сотнями ночей
Тысячи одиночеств
Миллионы болей
Утоляют.

Примеры постепенного нарастания и усиления в самых различных формах и проявлениях вы во множестве найдете в поэтических сборниках, сказках и балладах, например в стихотворении Аттилы Йожефа «Скажи, что зреет?», в сказке «Птичка и сухой стебель» из сборника «Венгерские народные сказки» Ласло Араня, в балладе «Плохая жена».

В знаменитом отрывке «Гибель Буды» из венгерского эпоса Янош Арань рисует картину зарождающейся бури. В ней он усматривает глубокое сходство с вестью о зарождающемся восстании. Интересно отметить, что в первых четырех четверостишиях поэт от полного безветрия успевает дойти лишь до ветра средней силы. Картину разбушевавшейся стихии читатель должен нарисовать самостоятельно:

В полдень знойный ветер чуть живой
Жалкую пушинку сдуть не в силах,
Но крадется к роше молодой,
Что стоит стройна так и красива.

Ты откуда родом, ветерок?
Почему так душно пахнешь пылью?
Родился ль во прахе у дорог
Или прилетел с небес на крыльях?

Вот уже листвою шелестишь,
Вот уже покрыл ты рябью воду,
Косы ив плакучих шевелишь,
Клонишь рошу, клича непогоду.

Тучами затянешь небосвод,
Молния из ножен меч достанет,
И взмахнет клинком сквозь струи вод,
Гром торжественно над миром грянет.

Слух о восстании рождается ль не так?
Мало ли о чем болтают спьяну люди,
Но какой-то миг — и загудит кабак,
Словно все вздохнут единой грудью.

Равновесие

На одной чаше равноплечих весов стоят два стакана и две тарелки, на другой — два кувшина. Чаши находятся в равновесии.



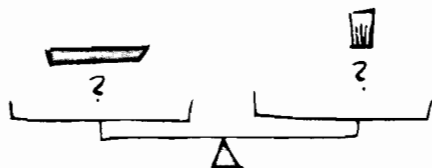
Кувшин и два стакана уравниваются четырьмя тарелками:



На одной чаше весов стоит кувшин и две тарелки. Сколько стаканов нужно поставить на другую чашу, чтобы достичь равновесия? 61



А как можно достичь равновесия, если на одну чашу ставить только тарелки, а на другую — только стаканы? 62



Решать задачи на взвешивание можно многими способами, но при этом в процессе решения допускается производить лишь три операции:

1. Ставить на левую и правую чаши равные по весу предметы. Например, равновесие не нарушится, если на обе чаши поставить по кувшину или если на одну чашу поставить 2 кувшина, а на другую 2 тарелки и 3 стакана, поскольку из результатов первого взвешивания известно, что эти предметы по весу равны.

2. С обеих чаш весов разрешается снимать равные по весу предметы.

3. Любый набор предметов разрешается заменять любым другим равным по весу набором. Например, как показывает второе взвешивание, 1 кувшин и 2 стакана всегда можно, не нарушив равновесия, заменить 4 тарелками, и наоборот.

К чему мы привели здесь эту задачу? Дело в том, что при каждом уравнивании мы достигаем некоего равенства. Одна часть равенства соответствует весу предметов, находящихся на одной чаше весов, другая — весу предметов на другой чаше весов.

Два первых уравнивания соответствуют равенствам (пусть T — вес тарелки, C — вес стакана и K — вес кувшина)

$$2T + 3C = 2K$$

$$1K + 2C = 4T$$

Перед нами два соотношения (два уравнения), связывающие три неизвестных: вес тарелки, вес стакана и вес кувшина. Взятые вместе, два уравнения образуют систему уравнений.

Возможно, вы еще не научились решать отдельные уравнения или системы уравнений алгебраическими методами. Поэтому интересно попытаться обратить процедуру и вместо того, чтобы результаты уравнивания записывать в виде уравнений, интерпретировать отдельные уравнения или системы уравнений на языке уравниваний. Например, уравнение

$$5a + 70 = 2a + 250$$

соответствует тому, что 5 деревянных ложек и гирьки общим весом 70 г на одной чаше весов находятся в равновесии с 2 деревянными ложками и гирьками общим весом 250 г на другой чаше весов.

Запишем результаты неких уравниваний в виде следующих уравнений:

$$\text{а) } 2 \cdot (30 + x) = 3x + 52 \quad \textcircled{63}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3 \cdot (500 + y) = 4z + 600 \\ y + 200 = z \end{cases} \quad \textcircled{64}$$

Решите их «на весах» и без весов.

Перечисленные нами допустимые (то есть не нарушающие равновесия) операции над предметами на чашах весов соответствуют определенным алгебраическим операциям. Например, первая операция соответствует прибавлению равных величин к правой и левой части уравнения, а вторая — вычитанию равных величин из обеих частей уравнения.

Итак, мы видим, что соответствие между допустимыми операциями над уравновешенными чашами весов и алгебраическими правилами преобразования уравнений носит далеко не случайный характер.

В заключение предложим еще одну задачу. Решить ее, разумеется, можно и без всяких весов, но представив мысленно равноплечие весы с двумя чашами, на которых можно «взвешивать» время, вы намного облегчите себе решение.

У одного холостяка были настенные и ручные часы. Однажды случилось так, что ручные часы оказались в починке, а настенные остановились, так как хозяин забыл завести их. Радио тогда еще не было. Наш холостяк, поразмыслив, все же придумал, каким образом поставить на настенных часах точное время. Он отправился к своему приятелю, у которого часы всегда шли очень точно, а перед этим завел свои часы. Побеседовав с приятелем, он отправился домой и действительно подвел стрелки своих часов так, что те стали показывать точное время. Время, которое требовалось, чтобы дойти от своего дома до приятеля наш холостяк никогда ранее не измерял, но, будучи человеком педантичным, ходил размеренной походкой и путь туда и обратно проделал за одно и то же время. Как удалось холостяку правильно поставить стрелки настенных часов? 63



В музыке мы также говорим о весе: о легких (слабых) и тяжелых (сильных) долях такта, о легких и тяжелых звуках. Если тяжелые доли следуют через одинаковые промежутки времени, то это помогает легче воспринимать музыку, делает ее уравновешенной, размеренной.

Например, если мы слушаем музыку, написанную в размере $\frac{4}{4}$, где сильной является первая четверть в каждом такте, то без всякого счета всегда можно сказать, когда последует очередная сильная доля. Напомним, что за каждой сильной долей в размере $\frac{4}{4}$ следуют три слабые доли:



Так распределены, например, сильные и слабые доли в венгерской народной песне «Габор Арон» и в любом марше. Спойте любой известный вам марш, отбивая первую четверть каждого такта. Задав равномерный темп, попробуйте помаршировать, подчеркивая сильные доли. Четкий ритм характерен для маршей, торжественных шествий, поскольку позволяет согласовать движения множества людей (для этих же целей четкие ритмы используются и в современной танцевальной музыке).

Такого рода музыка легко воспринимается, и слушать ее приятно. Но если бы нам всегда приходилось слушать музыку, выдержанную в постоянном темпе, то звучание ее довольно скоро бы наскучило, потому что было бы утомительно однообразным. Звучание оказывается гораздо интереснее, когда композитор неожиданно для слушателя изменяет размер, заставляя тем самым исполнителя ускорить или замедлить темп. В новом размере сильные доли приходятся на другие места в такте, чем в исходном размере, то есть звучат совсем не там, где их ожидают услышать те, кто привык к предыдущему размеру. Иначе говоря, там, где мы ожидаем услышать сильную долю, звучит слабая, и наоборот. От этого достигнутое было равновесие нарушается, и задаваемая им ориентация (по крайней мере на какой-то миг) утрачивает свою определенность. Вот, например, несколько тактов из «Парнашской плясовой» Белы Бартока для женского хора:

Скри - пит мель - ни - ца, бал - ки тос - ку - ют.

Скри - пит мель - ни - ца, бал - ки тос - ку - ют.

Скри - пит мель - ни - ца, бал - ки тос - ку - ют.

Толь - ко гор - лин - ки неж - но вор - ку - ют.

Толь - ко гор - лин - ки неж - но вор - ку - ют.

Толь - ко гор - лин - ки неж - но вор - ку - ют.

Попробуйте в подражание Беле Бартоку неожиданно варьировать (ускорять) темп марша, с которого мы начали. Нетрудно заметить, что сильная доля в марше всегда приходится под левую ногу:

л п л п | л п л п | л п л п | л п л п

Если один из тактов сократить на одну четвертную (то есть если размер где-нибудь слегка «сжать»), то сильная доля придется уже под правую ногу:

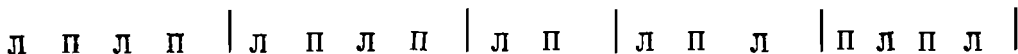
л п л п | л п л | п л п л | п л п л

Если исходный размер в каком-нибудь такте не уменьшить, а наоборот, увеличить на одну четвертную, то марширующий под музыку также собьется с ноги, так как сильная доля будет приходиться под правую ногу:



Разумеется, нарушить равновесие можно и во многих других местах и многими другими способами.

Попробуйте проделать тот же эксперимент с другими песнями и маршами. Введите несколько «лишних» долей в размеренный, четкий ритм и заставьте тех, кто вздумает маршировать под выбранную вами музыку, сбиться с ноги. Отстучите или изобразите хлопками вариации ритма:



Мы разворачиваем свежий номер газеты и, бегло пробежав глазами полосу, натываемся на заметку, которая начинается так: «Правительство Непала с прискорбием сообщает о последовавшей в результате авиационной катастрофы трагической гибели жены и дочери величайшей вершины мира — пика Эверест...» Странно! С каких это пор высочайшая вершина мира обзавелась женой и дочерью? И что, собственно, с ними произошло? Читаем дальше: «... — пика Эверест — покорителя Эдмунда Хиллари и выражает ему свое соболезнование».

Начало этой фразы способно ввести в заблуждение любого читателя. Но стоит лишь понять, о чем идет речь, как из запутанной фразы мы без труда извлекаем информацию о том, что же произошло в действительности.

Дежё Костолани сформулировал для венгерского языка основное правило хорошего стиля, сводящееся к следующей заповеди: в каком бы месте читатель ни оборвал фразу, неоконченный фрагмент ее не должен выражать ничего такого, что не хотел бы сказать автор всей фразой. Но почему правило Костолани следует ограничивать рамками только венгерского языка? Можно с полным основанием утверждать, что это вполне разумное правило в равной мере применимо к любому языку, поскольку на всех языках люди должны стремиться выражать свои мысли ясно и четко, по возможности избегая неоднозначностей, приводящих к недоразумениям.

Однако существуют языки, грамматика которых противоречит сформулированному Костолани правилу хорошего стиля. Рассмотрим два предложения: Он уволен. Он принят.

В обоих предложениях сказуемые составные (спрягаемая часть — глагол «есть» — здесь опущена), а в составных сказуемых наиболее существенную информацию несет их неспрягаемая часть. По правилам грамматики немецкого языка неспрягаемая, то есть наиболее значимая, часть сказуемого ставится в конце предложения. Это означает, что немец, услышавший от начальника учреждения о том, что он в соответствии с пунктом а параграфа б приказа директора ... и т. д. до самого конца фразы будет оставаться в неведении относительно того, принят он или уволен. Таким образом,

в некоторых языках правила грамматики могут препятствовать такому построению предложения, при котором его смысл был бы ясен с самого начала.

Составим теперь такое предложение, что всякий, кто станет его читать, до поры до времени не мог догадаться, о чем, собственно, идет речь. Например, начать можно так: «Совершив обход с флангов тоекратно превосходившего по силам противника, армия...» Фраза не закончена, и мы не знаем, что произошло: может быть, армия, героически сражаясь, разгромила противника наголову, а может быть, ей пришлось сложить оружие. Причина неоднозначности здесь не в составном сказуемом. Такие предложения имеют нечто общее с конструкцией моста: подлежащее в начале предложения служит одной опорой, сказуемое в конце предложения — другой. На них как бы крепятся второстепенные члены предложения, уточняющие и дополняющие его содержание.

Придумайте сами несколько таких предложений — мостов.



Когда мы поем, играем на каком-нибудь музыкальном инструменте или просто слушаем музыку, то ощущаем равновесие и можем предугадывать ритмический рисунок в том случае, если ноты, на которые приходится сильные доли, звучат в определенные, заранее ожидаемые моменты времени. Если же длина такта неожиданно изменяется, то равновесие в музыке нарушается и мы как бы лишаемся опорных вех, по которым ориентировались в мелодии.

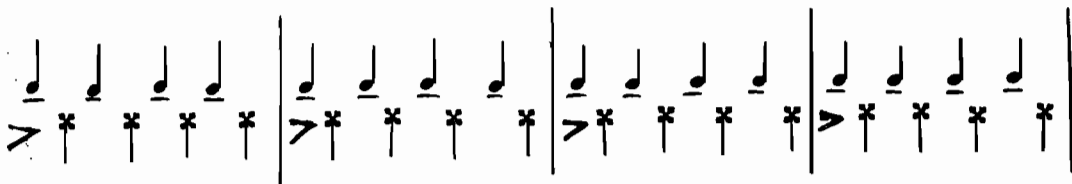
Такого рода сбой может происходить не только при неодинаковой длине тактов, но и в том случае, если в тактах одинаковой длины сильные доли станут слабыми, а слабые — сильными. На словах это выглядит довольно сложно, но в действительности все происходит настолько просто, что испытать новый способ нарушения лучше всего в игре.

Играть нужно вдвоем. У каждого игрока должен быть свой ударный инструмент, отличный по звучанию от инструмента, на котором будет выстукивать ритм партнер.

Сначала нам понадобится простейший из всех ритмов — удары, разделенные равными по продолжительности паузами. Выстукивать ритм первый игрок может, например, на барабане (за неимением барабана ритм с успехом можно выбивать на крышке какого-нибудь ящика, на днище кастрюли и т. д.). Каждый удар следует слегка акцентировать, а первую четверть каждого такта акцентировать несколько сильнее:



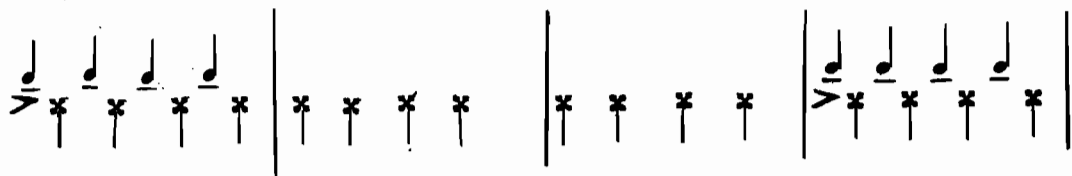
Второй участник игры хлопает в ладоши в том же ритме, что и первый, но со сдвигом примерно на одну восьмую (хлопки должны приходиться на паузы между ударами). Все хлопки должны звучать одинаково, без акцентов:



Пока звучат удары барабана, ориентироваться в ритмическом рисунке несложно: путеводными вехами служат сильные доли.

Когда второй участник (хлопающий в ладоши) освоится с игрой, начинается второй тур. От первого он отличается тем, что после нескольких тактов барабан умолкает. Второй игрок продолжает хлопать, следя за тем, чтобы не все хлопки звучали одинаково. Но странное дело: спустя некоторое время в его хлопках мы явственно различим акценты!

Затем проводится третий тур игры. Снова звучит, расставляя ритмические вехи, барабан, потом наступает пауза, после чего удары раздаются снова. Что при этом произойдет? Если барабанщик (первый игрок) и во время паузы будет «внутренним слухом» воспринимать первоначальный ритм, то по окончании паузы он вступит без заминки и восстановит равновесие в звучании дуэта:



Равновесие и взвешивание часто играют важную роль в логических головоломках. В нижеследующих задачах из одинаковых по внешнему виду шариков требуется выбрать более легкие или более тяжелые. При этом разрешается пользоваться равноплечими весами с двумя чашками без гирь.

1. Один из 3 шариков тяжелее остальных. Найти этот шарик при помощи одного взвешивания.
2. Один из 9 шариков тяжелее остальных. Найти его при помощи двух взвешиваний.
3. Один из 27 шариков тяжелее остальных. Найти его при помощи трех взвешиваний.
4. Один из 4 шариков по весу отличается от остальных, но не известно, легче он или тяжелее. Найти этот шарик при помощи двух взвешиваний. (66)

В некотором государстве на монетном дворе 8 автоматов чеканили золотые монеты весом в 10 г каждая. Один из автоматов разладился и стал чеканить монеты

на 1 г легче, но какой из автоматов неисправен, никому не известно. Пользуясь весами с одной чашкой и стрелкой, показывающей вес на шкале с делениями в 1 г, определите за одно взвешивание, какой из автоматов неисправен. 67



Герой рассказа Жигмонта Морица «Все хорошо до самой смерти» Миши Нилаш испытал в детстве сильное разочарование. В витрине магазина Хармати он увидел книгу, на переплете которой крупными буквами было оттиснуто «Чоконаи», и решил, что это сборник стихов любимого поэта. Истратив на книгу все свои сбережения, он раскрыл приобретенное сокровище и с испугом прочитал первую фразу: «Интересным примером, подтверждающим доказанную физиологией способность ребенка наследовать от рождения не только физические, но и духовные качества родителей, является Витез-Михай Чоконаи». Прочитал и, не поняв ни единого слова, отложил книгу. Миши Нилаш (в действительности сам Жигмонт Мориц) испытал первое в жизни разочарование оттого, что желанная книга оказалась не книгой стихов. Это была не книга Чоконаи, а книга о Чоконаи (вышедшее примерно сто лет назад исследование Дюлы Харати о Чоконаи). Но испугала его первая фраза прежде всего своей вычурностью. Каждое слово в ней (за исключением, может быть, физиологии) воспринимается отдельно, и связь между словами улавливается с трудом. Это предложение также принадлежит к числу «мостов» и зиждется на трех опорах: «Интересным примером ... является ... Чоконаи».

Что следует считать противоположностью сложного периода? В одном из прозаических произведений Чоконаи («Бабочка и пчела») бабочка так начинает рассказ о приятном «распорядке дня»:

Как только восходящее солнышко
своими еще сонными лучами
прищурится на головку подсолнуха,
а холмы и рощи звонко
пожелают ему доброго утра,
я встаю с мягкой постельки
и протираю глазки передними ножками.

Чоконаи не разбивал монолог бабочки на отдельные строки, а писал текст подряд, как обычно пишут прозу. И все же разбиение на строки, как если бы это были стихи, явственно ощущается. Структура выбранного нами предложения по сложности не уступает начальной фразе из ученого трактата Харати о Чоконаи, но оно наделено подструктурой, внутренне организовано. И структура его отличается от структуры «трехпорной» фразы. В ней слышен ясный, четкий ритм. Для такой прозы существует особое название: *ритмизованная проза*, по-латыни *питегозис*, то есть проза, в которой разбиение на отдельные члены соразмерно и подчинено определенному ритму. Каждый член находится в смысловом и языковом равновесии с остальными.

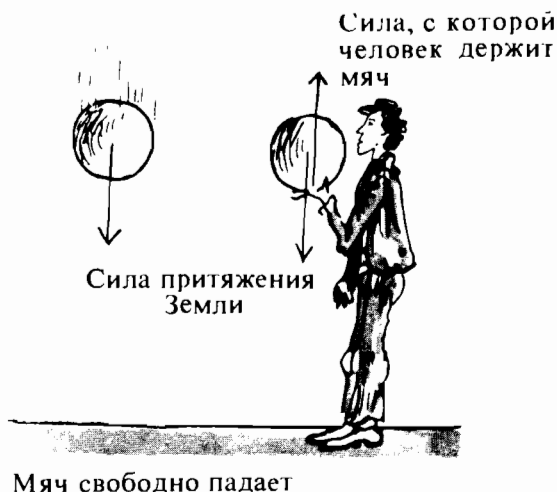
Попытайтесь описать ритмизованной прозой свой распорядок дня.



Равновесие — понятие прежде всего физическое. Тело (например, мяч) находится в равновесии, если действующие на него силы взаимно уравновешиваются. Обычно число сил, действующих на тело со стороны других тел, довольно велико, но мы рассмотрим несколько простых случаев.

Если бы на тело не действовала ни одна сила, то оно, очевидно, находилось бы в состоянии равновесия.

Если на тело действует лишь одна сила, то оно заведомо не находится в состоянии равновесия. Эта ситуация довольно точно реализуется при свободном падении, когда на тело действует лишь сила земного притяжения.



Если на тело действуют две силы, то оно может и быть, и не быть в состоянии равновесия. Две силы уравнивают друг друга только в том случае, если они действуют вдоль одной и той же прямой, равны по величине и направлены в противоположные стороны.

Это основной случай равновесия сил, но и в более сложных случаях систему сил, действующих на тело, которое находится в равновесии, удастся свести к двум равным по величине и противоположно направленным силам.

АЖЧ

В старинных календарях нередко печатались стихотворения, в которых земледельцу давались рекомендации относительно работ, приуроченных к тому или иному месяцу. В подражание им Имре Чанади написал стихотворение «Календарь». По правде сказать, оно значительно отличается от старинных образцов «календарной» поэзии. Вот что говорится в стихотворении Чанади, например, об апреле:

Красит сугробы, цветы ли в зеленую яркую краску
Кистью искусной апрель, сюрреалист и трюкач.
Добрый хозяин навоз припасенный на поле вывозит,
Вторит антенным усам белых подштанников лес.

Для читателей младшего поколения поясним, что сюрреализм — это особое направление в искусстве (главным образом, в литературе и живописи), представители которого в своих произведениях изображают, казалось бы, элементы реального мира, но в самых невероятных сочетаниях. Если вспомнить, как переменчива погода в апреле, то найденное Чанади сравнение нельзя не признать удачным. О человеке с неожиданными сменами настроений говорят: «переменчив, как апрель». Об апрельской погоде в народе говорят, что в ней «сам черт ногу сломит»: днем жарко, ночью холодно.

В апреле нередко можно наблюдать картину, которую несколько необычно нарисовал Чанади: «Красит сугробы, цветы ли ...» Иными словами, в пору цветения может выпасть снег. Иногда трудно понять, что белеет на ветвях деревьев: распустившиеся цветы или хлопья недавно выпавшего снега.

Четверостишие Имре Чанади построено на сопоставлении противоположностей, они уравнивают друг друга. В жизни современной деревни (как, впрочем, и в каждом из нас) старое уживается с новым. Именно об этом и говорится в приведенном четверостишии. Взять хотя бы заключительную строку: «Вторит антенным усам белых подштанников лес». При всей экстравагантности сравнения оно не выдуманно поэтом: в наши дни в любой деревне можно увидеть и развешанное на просушку белье, и телевизионные антенны.

Уравнивает противоположности и избранная Имре Чанади стихотворная форма. Четверостишие разбивается на двустрочники без рифмовки — так называемый дистих. О дистихе и его роли в поэзии написано немало, но для нас сейчас важно одно: число слогов может варьироваться в определенных пределах, но число стоп должно оставаться неизменным. Первая строка дистиха — гекзаметр — начинается тему, вторая — пентаметр — завершает ее. В различной природе двух строк заключено равновесие дистиха. Пентаметр также уровновешен: он состоит из двух половин, разделенных паузой (цезурой), и первая половина заканчивается подъемом, а вторая — спуском, завершая тему. Немецкий поэт Фридрих Шиллер посвятил дистиху следующий дистих:

С шелестом тихим вздымает в гекзаметре струи фонтан,
Пылью жемчужной обдав, никнет в пентаметре он.

Хотя дистих первоначально был одним из размеров античной поэзии, и древние греки писали дистихом элегии и эпиграммы, в стихотворении Имре Чанади пентаметр звучит вполне свежо и современно:

Вторит антенным усам || белых подштанников лес.

Взяв эту строку за образец, придумайте несколько фраз, в которых противоположные понятия уравнивали бы друг друга. Во время радиопередачи «Язык, музыка, математика» дети придумали следующий пентаметр:

Громко мышонок пищит, || тихо шепнул бегемот.

Это — весьма хитроумный пентаметр. Противопоставление громко пищущего мышонка и тихо шепнувшего что-то бегемота весьма необычно. Но если к тому же заметить, что в этом пентаметре шесть слов и два из них соответствуют чему-то большому, сильному (громко, бегемот), а четыре — чему-то маленькому, слабому (пищит, мышонок, тихо, шепнул), то схему равновесия этого пентаметра можно будет записать в следующем виде: Бмм ммБ (Б — большой, м — маленький).



Равновесие противоположностей реализуется в диалоге. Обе части диалога — речи каждого из двух собеседников — взаимно уравниваются.

Диалог, в котором одна сторона задает вопросы («вопрошает»), а другая отвечает на них («отвечает»), часто встречается в католических (например, в григорианских) песнопениях и в обрядовых песнях народов Востока, Африки, Азии и Америки. Впрочем, за примером не нужно ходить далеко: в форме «катехизисного» диалога (с вопросами и ответами) поются многие венгерские детские игровые песни. Особую известность получила песня «Ласло Лендьел» в обработке

для детского хора Золтана Кодая. Из других венгерских народных песен в форме диалога назовем «Зачем отправилась, молодушка?», «Где ты бродишь, мой барашек?», «Домой идите, гуси». В зависимости от того, сколько человек задают вопросы и сколько на них отвечают, песни-диалоги можно разделить на три типа. В песнях первого типа солист спрашивает у солиста. В песнях второго типа солист задает вопросы, а отвечает ему группа голосов. Наконец, в песнях третьего типа и задают вопросы, и отвечают на них «хором» (задавать вопросы может одна группа голосов, а отвечать на них — другая). Знаете ли вы какие-нибудь песни-диалоги? К какому из трех типов они относятся?

Небезынтересно поразмыслить над тем, случайно ли столь далекие жанры вокальной музыки, как григорианские песнопения и детские песенки, выдержаны в одной, хотя и широко варьируемой, форме диалога. Несмотря на заметное различие, тем и другим присуще нечто общее. В музыкальном диалоге *мысль, выраженная в слове и музыке*, то есть *музыкальная мысль*, не просто высказывается, ее передают от одной стороны к другой, ею обмениваются. Диалог означает определенное равновесие между солистом и хором, двумя группами хора или двумя солистами.

Попробуйте с кем-нибудь спеть диалог. Слова и музыку вы можете импровизировать по ходу разговора. Тема также может быть любой. Когда мы предложили такое задание участникам нашей радиопередачи, они сочинили следующий диалог:

Эдит. У тебя есть брат или сестра?

Фери. Есть.

Эдит. А кто?

Фери. Брат.

Эдит: Ты старше или младше его?

Фери: Старше.

Эдит: Сколько ему лет?

Фери: В ноябре исполнилось десять.

Эдит. Как его зовут?

Фери: Андраш.

Эдит: А как его зовут дома?

Фери: Мама называет ягодкой.

Приведенный диалог далек от совершенства, он явно «хромает», что вполне объяснимо, так как и текст, и музыку его участники импровизировали. Его назначение состоит лишь в том, чтобы убедить вас: придумать музыкальный диалог может каждый, кто пожелает.

Можно было бы привести стихотворения, написанные в форме диалога.

Ведя музыкальный диалог, не обязательно обмениваться словами. Вполне достаточно напевать или исполнять на каком-нибудь музыкальном инструменте мелодию без слов. Хорошо, если задающий вопросы свою мелодию будет завершать более высокой, «вопросительной» интонацией, а отвечающий на вопрос постарается придать своей мелодии утвердительную интонацию. Попробуйте сыграть с кем-нибудь в музыкальные «вопросы и ответы».

В диалоге Эдит и Фери голоса участников находились в равновесии: на краткие вопросы следовали столь же краткие ответы. Попробуйте теперь в музыкальном диалоге (исполняемом со словами или без слов) удлинить звучание мелодии-вопроса или сократить звучание мелодии-ответа. Равновесие при этом нарушится. Нарушится оно и в том случае, если на краткие вопросы давать длинные ответы. Попробуйте, и вы убедитесь в этом сами.

Как мы уже говорили, диалог — уравновешенная форма разговора. Участники диалога могут расходиться во мнениях или даже придерживаться противоположных взглядов, но произносимые ими слова взаимосвязаны, взаимно уравновешены. По в некоторых формах диалога равновесие нарушается. Так бывает, например, в тех случаях, когда кто-нибудь спорит с отсутствующим оппонентом или безуспешно зовет кого-то, кто упорно не откликается. Из «полудиалогов» такого рода наибольшей из-

вестностью пользуется, по-видимому, следующий:

- Том!
- Нет ответа.
- Том!
- Нет ответа.
- Куда же он запропастился, этот мальчик?.. Том!
- Нет ответа.
- Ну, попадись только! Я тебя!
- В жизни своей не видела такого мальчишки!
- То-о-о-м!

Должно быть, вы узнали слова тетушки Полли, которыми открывается знаменитый роман Марка Твена «Приключения Тома Сойера». Попробуйте сами сочинить «полудиалог». Для этого вам следует представить обстановку, в которой происходит разговор. Хотите идею? Некоторые взрослые считают, что хорошо воспитанные дети не должны вступать в пререкания, когда их ругают. Разумеется, в такой обстановке диалог никак не может быть уравновешенным.



Здесь мы приведем диалоги, весьма близкие к «равновесным». Равновесие или, как говорят специалисты, баланс финансового счета можно фальсифицировать многими весьма хитроумными способами. (Счет сбалансирован, если приход сходится с расходом или кредит сходится с дебитом). В задачах, которые мы предлагаем вашему вниманию, требуется раскрыть мошенничество: установить, каким способом достигается видимость баланса.

Некто приобрел в художественном салоне картину за 1500 форинтов. На другой день он пришел в салон вместе с женой. Выяснилось, что купленная накануне картина жене не понравилась. Супруги выбрали другую картину стоимостью в 3000 форинтов. Вернув прежнюю покупку и прихватив с собой картину стоимостью в 3000 форинтов, супруги вышли из салона. Продавец бросился за ними вслед и стал требовать доплаты в 1500 форинтов, но любитель живописи возразил: «Вчера я уплатил вам 1500 форинтов, а сегодня оставил у вас картину стоимостью в 1500 форинтов. Итого это составляет 3000 форинтов, так что мы в расчете». Кто прав: покупатель или продавец? 68

Трое американцев сняли в гостинице трехкомнатный номер за 30 долларов. Каждый из них заплатил портье по 10 долларов. После ухода гостей выяснилось, что отведенный им номер стоит лишь 25 долларов. Прихватив с собой 5 долларов сдачи, портье отправился к постояльцам. По дороге ему пришло в голову, что разделить на троих 5 долларов довольно трудно. Положив два доллара себе в карман, он отдал каждому американцу по доллару. Таким образом, каждый из них за проживание в номере гостиницы заплатил по 9 долларов, а все трое израсходовали трижды по 9, то есть 27 долларов. Два доллара остались у портье. Следовательно, пребывание в гостинице обошлось американцам в 29 долларов. А куда девался тридцатый доллар? 69



Музыкальные диалоги встречаются не только в различных обрядовых песнопениях, детских песенках и народных песнях, но и в музыке различных композиторов. Более того, существует и такой жанр музыки, который немислим без диалога, — опера.

В опере диалоги встречаются во множестве различных форм. В *дуэтах* действующие лица не всегда «соблюдают очередность». Довольно часто оба поют одновременно, каждый — свое, почти не слушая другого. Когда вам придется слушать дуэт из какой-нибудь оперы, постарайтесь определить, можно ли его считать истинным диалогом.

Интересно проследить, как сильно варьируется диалог в хоровых произведениях различных композиторов. Прослушайте отрывки из опер и попытайтесь определить, чем отличаются или, быть может, в чем схожи звучащие в них музыкальные диалоги. Послушайте музыку Моцарта, Верди, Вагнера, Мусоргского. Пуччини, оперу Бартока «Замок Синей Бороды», а из старинных композиторов Монтеверди и Глюка. Какие композиторы покажутся вам близкими по духу? Для каких композиторов первостепенное значение имеет текст? Какие композиторы отдают предпочтение музыкальной стороне оперы? Всегда ли можно определить, что именно — текст или музыка — важнее для композитора? Не можете ли вы назвать композитора, для которого текст и музыка оперы одинаково важны, то есть сбалансированы, или находятся в равновесии? (Заметим, что слово равновесие приобретает в этом случае новый — музыкальный — смысл.)

Можно ли утверждать, что опера — единственный жанр музыки, в котором встречается диалог? Разве для диалога непременно требуется человеческий голос? Разве нельзя вести диалог без слов?

Вести диалог могут любые инструменты или группы инструментов симфонического оркестра и оркестра народных инструментов. Более того, существуют такие музыкальные произведения, сами названия которых говорят о том, что по замыслу композитора они должны звучать как диалоги. Вспомним хотя бы пьесу «Два еврея, богатый и бедный» из цикла «Картинки с выставки» Мусоргского или «Разговор ветра и моря» из симфонической поэмы Дебюсси «Море». Приведите другие примеры музыкальных произведений, из названия которых следовало бы, что они задуманы композитором как музыкальные диалоги.

Перекликаться между собой, вести диалог могут хоры — так появился жанр хорового дуэта. Из многих других разновидностей музыкального диалога упомянем лишь об одной, по существу представляющей целый мир музыки. Речь идет о *концерте* — крупном музыкальном произведении виртуозного характера для одного или нескольких солистов и симфонического оркестра. Сольные партии могут быть предназначены для различных инструментов: фортепьяно, скрипки, виолончели, флейты, трубы, гобоя и т. д. Звучанию солирующего инструмента противопоставляется звучание всего оркестра. Солоист и оркестр играют то по очереди, то вместе. Партия солирующего инструмента и оркестровая партия в современных инструментальных концертах образуют единое целое.

О чем ведут свой диалог солист и оркестр? Ответить на этот вопрос довольно трудно. Иногда в произведениях так называемой *программной музыки* по традиции композитор выражает свой замысел словами, обычно заимствуя сюжет какой-нибудь поэтической легенды. Например, в медленной части концерта Бетховена для фортепьяно с оркестром *G-dur* звучит напряженный диалог, страстный спор Орфея, молящего вернуть ему возлюбленную, и безжалостных сил подземного царства. Но чаще содержание музыкального произведения невозможно точно передать словами, и это хорошо. Для чего была бы нужна музыка, если бы то, о чем она говорит нам, можно было бы выразить какими-нибудь иными средствами?

Структура

Слово «структура» латинского происхождения и первоначально означало устройство, строение, сооружение, расположение, порядок. Что такое устройство? Если вы зададите кому-нибудь такой вопрос, то в качестве примера устройства вам могут назвать автомобиль, самолет, телевизор, часы и множество других машин и механизмов. Все эти устройства состоят из деталей, тщательно пригнанных и соединенных в определенном порядке.

А что такое строение? Строением мы называем, например, дом. Он тоже состоит из деталей, хотя они и не могут двигаться друг относительно друга, как детали автомобиля. Случалось ли вам когда-нибудь бывать на чердаке большого дома и любоваться переплетением балок и стропил? Тела всех живых существ — людей, животных, растений — характеризуются определенным строением. Взгляните на срез сухого дерева. Как сложно устроена древесина!

Все это — автомашины, тела людей, животных, растения — примеры различных структур. Структуры окружают нас со всех сторон. Мы находим их и в природе, и в творениях человеческих рук и разума. Но не всякое творение человека, ручное или промышленное изделие можно назвать структурой. Зажигалка, лампа, свисток, шариковая авторучка — все это структуры. Расширим круг структур более смело. Булавка, воздушный шар, рубашка, типографская литера, кастрюля — все это тоже структуры. Сколь ни многообразны все эти структуры (и многие другие, о которых мы умолчали), они имеют некие общие черты: каждая структура отличима от других и состоит из взаимосвязанных частей, расположенных в определенном порядке. Структуры проще, созданные руками человека, мы называем изделиями.

А что такое бобовый суп? Структура или нет? Он состоит из определенных частей — ингредиентов, и эти части взаимосвязаны между собой в определенном порядке. Если бы порядка не было, то суп был бы невкусным. И все же мы вряд ли назовем бобовый суп структурой.

Не являются структурой и сваленные в кучу дрова: ведь поленья разбросаны как попало, никакого порядка или закономерности в их расположении нет. Другое дело дрова, уложенные в поленицу. Там каждое полено лежит на своем месте.

АЖЧ

Но и в груде дров, сколь бы хаотично ни были расположены поленья, все же существуют определенные взаимосвязи. Вот как говорится об этом в стихотворении Аттилы Йожефа «Память»:

Хоть и не сложены дрова,
Лежат поленья не рядком, а грудой,
Теснятся все же, как в строке слова,
Гнетут и давят, жмут они друг друга.

Взаимосвязь между поленьями состоит не только в том, что они теснят, гнетут, давят и жмут друг друга. Они все подвержены действию единых законов природы, например законов Ньютона.

Выбрав какое-нибудь полено или кусок дерева, мы обнаружим в нем множество различных структур: биологических (клетки), химических (молекулы), физических (атомы). Именно в этом смысле структурность — общее свойство материи.

Может ли человек создавать нечто нематериальное? Может. Типографская краска, которой стихи напечатаны на бумаге, материальна, но материю краски не следует принимать за поэтическую материю. Не следует считать поэтической материей и вполне материальные колебания воздуха, возникающие при декламации стихов. И типографская краска, и человеческий голос — не более чем «средство доставки» поэзии, связующие звенья между поэтом и ценителями поэзии, и не являются материей самих стихов, как не является музыкальной материей накинфоленный смычок, которым скрипач извлекает чудесные звуки из струн, изготовленных из бараньих кишок или металлической проволоки.

И тем не менее структуры во множестве встречаются и в поэзии, и в музыке. Слова и строки стихотворений, отдельные звуки, такты, мелодии располагаются в строгом порядке, диктуемом законами гармонии. Изучение «пустых» структур не связанных непосредственно с материей, поиск общих закономерностей и зависимостей — главное занятие математики, ее сущность.

И в стихах, и в музыкальных произведениях существует *ритм*, существуют *параллели*, *противоположности*, *повторения*, *пропорции*. Вы, конечно, узнали в этих словах названия предыдущих глав нашей книги. Теперь настало время восполнить пробел и поговорить о том, о чем мы до сих пор упоминали лишь вскользь: о *структурах*, об общих основополагающих принципах, действующих в языке, музыке, математике и во всех других областях человеческой деятельности.

Мы хотим предложить вашему вниманию замечательную миниатюру Шандора Вёреша «Мчатся мимо окон сани». Вы уже достаточно знаете о структурах, так что проанализировать это стихотворение не составит для вас особого труда:

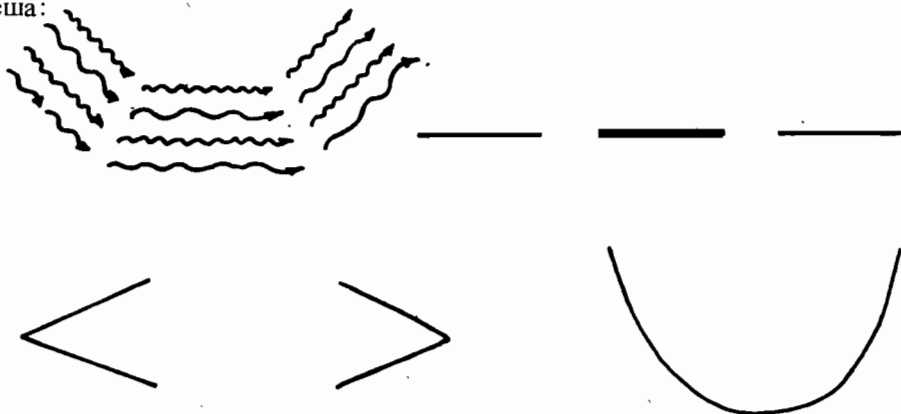


Средь ночи из стылрой дали —
Динь-динь-динь — колокольцы забренчали,
Колокольцы забренчали — динь-динь-динь —
Плываёт звон чуть слышный в тишь и синь.
Они — вихрь, а не улита,
П-топ-топ — стучат копыта,
Бегут, стучат копыта — топ-топ-топ, —
Шину полей взрывая, как сугроб.
Пронеслись, исчезли в дали
Динь-динь-динь — колокольцы забренчали,
Колокольцы забренчали — динь-динь-динь, —
Унося свой звон чуть слышный в тишь и синь.

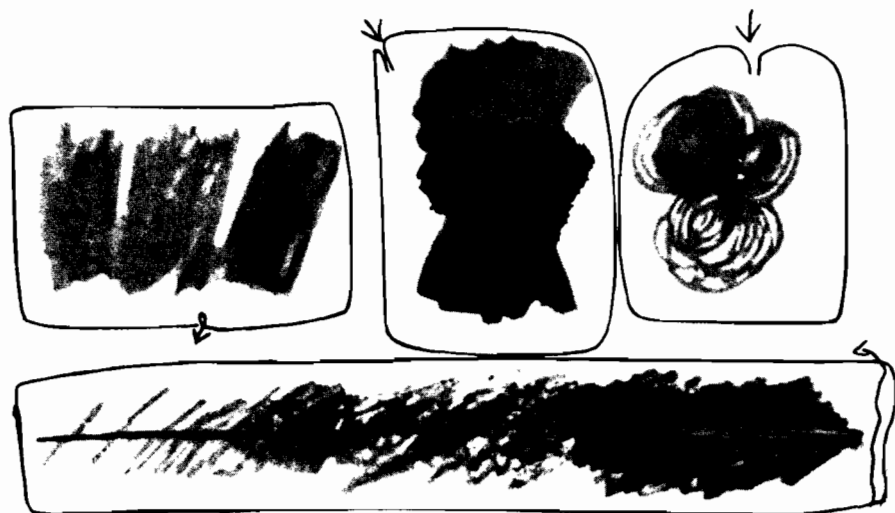
(Для чего лошадям, впряженным в сани, подвешивают колокольцы? Чтобы звон их в темную пору или в туман предупреждал встречных о приближении саней. Дело

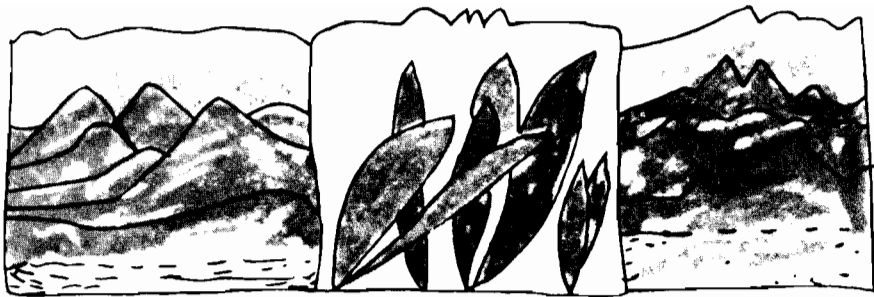
в том, что стук колес разносится далеко, сани же скользят по снегу бесшумно, а свежесвыпавший снег сильно заглушает стук копыт.)

Структура стихотворения, состоящего из трех четверостиший, симметрична. В первом и последнем четверостишиях слышится звон колоколов, в среднем — конский топот. В начале стихотворения звуки едва слышны, в середине их громкость нарастает, а к концу звуки постепенно замирают. Структуру такого рода нетрудно изобразить графически, например можно представить точкой комнату, в которой находится автор стихотворения, а рядом провести прямую, изображающую дорогу, по которой сначала приближаются, а затем удаляются сани. Когда мы предложили аналогичное задание детям, они построили такие «портреты» стихотворения Шандора Вёреща:



На всех «портретах» отчетливо видно, как сани приближаются издалека, проносятся мимо и скрываются вдаль. Некоторые дети предложили использовать в портретах структуры стихотворения не только графику, но и цвет. Высказывались различные предложения. Одни считали, что наибольшим сходством будет обладать «портрет»,





выдержанный в светлых тонах. Другие предпочитали насыщенные темные тона. Третьи подбирали целую гамму оттенков одного и того же цвета (от светлых к насыщенным и снова к светлым). Четвертые настаивали на том, что нужно учиться у природы и изображали приближающиеся издали сани сине-зеленым цветом (цвет покрытых зеленью далеких гор), пролетающие мимо сани — ярко-зеленым цветом и скрывающиеся вдали сани — снова сине-зеленым цветом. (При достаточном воображении вы можете представить, как выглядели эти рисунки.)



Если мы вздумаем положить стихотворение Шандора Вёреша на музыку, то с инструментовкой нам придется немало повозиться. Первое и третье четверостишия хорошо прозвучат в исполнении на скрипке, флейте, флейте-пикколо, гобою, колокольчиках, треугольнике; второе четверостишие лучше исполнить на альте, виолончели, контрабасе, фаготе, кларнете, барабане.

Какими еще способами можно выразить структуру стихотворения «Мчатся мимо окон сани»?

Шандор Вёреш написал это стихотворение в ранней юности. В то время он жил в небольшой деревне Чёнген* (интересно, что есть деревня с названием, звучащим, как звон поддужных колокольцев!).

Попробуем совместными усилиями воссоздать звуковую картину, некогда побудившую Шандора Вёреша написать свое стихотворение. Сделать это можно многими способами.

1. Полностью опустить текст стихотворения и «разговаривать» только при помощи музыкальных инструментов: потрясая колокольчиками и выстукивая «конский топот», например, по крышке стола. Колокольчики должны звенеть непрерывно сначала все громче, а затем все тише. «Топот» должен вступить в середине, а затем смолкнуть.

2. Заимствовать из всего стихотворения только «динь-динь-динь» и «топ-топ-топ». Динамика звучания и очередность вступления голосов — такая же, как в предыдущем чисто инструментальном варианте.

3. Прodeкламировать текст стихотворения хором, стремясь передать картину сначала приближающихся, а затем удаляющихся саней по возможности более выразительно.

* От венг. *csöng* — звенеть. — *Прим. перев.*

4. Подыскать мелодию, на которую можно было бы петь стихотворение Шандора Вёреша.

Возможны и комбинированные варианты исполнения, например декламация с музыкальным сопровождением.

Прочитав внимательно стихотворение Шандора Вёреша, вы несомненно обнаружите в его структуре и другие закономерности: повторение с перестановкой частей строки:

Динь-динь-динь — колокольцы забренчали,
Колокольцы забренчали — динь-динь-динь,

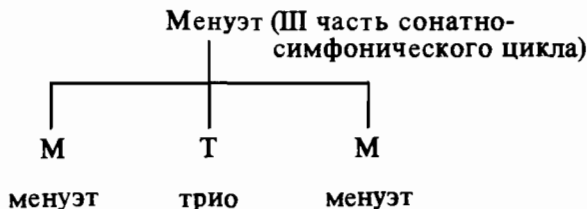
повторение с вариацией:

Топ-топ-топ — стучат копыта,
И бегут, стучат копыта — топ-топ-топ.

В каждом из трех четверостиший первая и последняя строки, описательные, а две средние строки звукоподражательные.

Трехчастная форма встречается в музыке столь же часто, как и в поэзии. Убедительным примером тому может служить третья часть сонатно-симфонического цикла — менуэт. Первоначально менуэт был трехдольным (размер $\frac{3}{4}$) французским танцем, затем стал исполняться на оперной и балетной сценах и превратился в одну из излюбленных форм инструментальной и симфонической музыки. Такие композиторы, как Гайдн и Моцарт, отдельные (обычно третьи) части сонат и симфоний создавали в форме менуэта. (Интересно отметить, что менуэт сам также трехчастен и имеет трехдольный размер.)

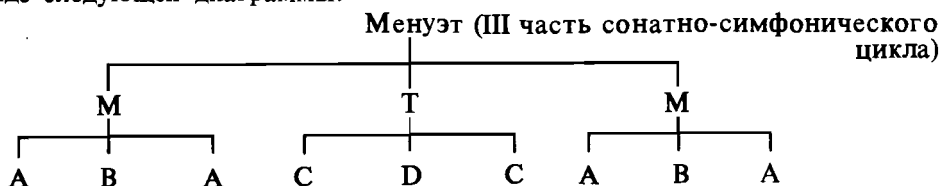
Итак, менуэт как часть сонаты или симфонии состоит из трех частей. Первая и последняя части почти полностью совпадают (единственное различие между ними состоит в том, что из последней части исключаются повторения). Иную музыкальную природу имеет средняя часть менуэта. Название ее происходит от числа три — *трио*. (Оно возникло в ту пору, когда среднюю часть менуэта исполняли три духовых инструмента. Следует заметить, что и в более поздние времена духовым инструментам в трио отводилась особая роль.) Графически структуру менуэта можно изобразить следующим образом:



Сумеете ли вы сочинить менуэт? Можно ограничиться только ритмическим рисунком: сначала отстучать какой-нибудь ритм, затем отстучать другой и снова вернуться к исходному ритму. Но, конечно, было бы гораздо интереснее придумать мелодии по трехчастному образцу МТМ.

При более подробном исследовании структуры менуэта выясняется, что трехчастным строением обладает не только весь менуэт, но и его первая (и последняя) треть М. Обозначим более мелкие единицы, из которых состоит М, например АВА.

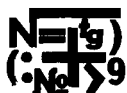
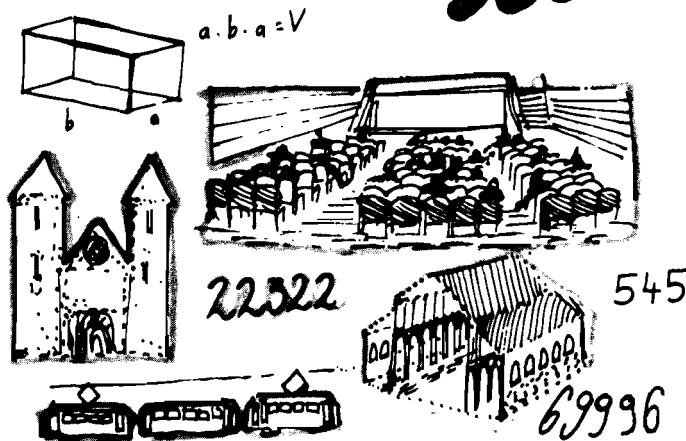
Средняя часть менуэта — трио — также имеет трехчастную форму (обозначим ее компоненты CDC). Таким образом, детальную структуру менуэта можно изобразить в виде следующей диаграммы:



Она напоминает генеалогическое дерево. Мы видим, что «деревья» (и графы других типов) возникают не только в математике, но и в музыке.

Трехчастное деление в рамках трехчастной формы заслуживает особого внимания. Трехчастность отнюдь не означает, что первая и третья части непременно должны совпадать. Все три части музыкального произведения могут быть различны (ABC). Такую форму обычно имеют инструментальные концерты. (Нечто общее между первой и последней частями все же имеется. Например, в концертах эпохи классицизма или барокко первая часть концерта по традиции быстрая, вторая — медленная и третья часть (финал) — снова быстрая.)

Другой разновидностью трехчастных музыкальных произведений являются трехактные оперы. Разумеется, существуют и исключения: одно-, двух- и четырехактные оперы. Но чаще все же встречаются трехактные оперы. Заглянув в любой справочник по операм, вы без труда обнаружите и примеры, и контрпримеры. А что еще можно описать формулой АВА?



Формула АВА не только позволяет описывать многие структуры, но и сама допускает множество описаний, например CDC, BAB,



, aAa,



Важно лишь, чтобы все

три знака шли подряд и чтобы первый знак по форме совпадал с третьим,

так как и тот, и другой соответствует одинаковым числам, предметам, частям здания, мелодиям и т. д. Средний знак должен отличаться от них, поскольку обозначаемый им предмет отличается от предметов, обозначаемых первым и третьим знаками.

Стоп! Правильнее было бы сказать, что средний знак, вообще говоря, может отличаться от знаков, примыкающих к нему справа и слева. Обычно средний знак действительно отличен от крайних знаков, но это совсем не обязательно. Иначе говоря, в частных случаях формула АВА может переходить в формулу ААА.

Буквы в формуле могут быть самыми различными — их выбор не имеет никакого значения. Проще и правильнее было бы поэтому говорить не о буквах, а о *переменных*, входящих в формулу. Таким образом, в формулу АВА входят две переменные: А и В.

Формула содержит не только переменные, то есть знаки, изображающие относительное расположение самых различных предметов, но и операции, производимые над переменными и устанавливающие между ними определенные взаимосвязи.

Для обозначения операций не обязательно вводить особые знаки. Например, операцию возведения в степень принято обозначать, располагая числа в два яруса: внизу — основание степени, а справа вверху — показатель степени (например, 2^3).

В формуле АВА незримо присутствует операция между любыми двумя стоящими рядом переменными. Последовательная запись переменных в строку может соответствовать упорядочению во времени звуков, мелодий или стихотворных строф (то есть расположение их именно в том порядке, в каком они следуют друг за другом), пространственное упорядочение предметов, частей здания (то есть их относительное расположение в пространстве). В арифметических формулах переменные означают числа, а записанные рядом — произведение.

Какие операции производятся над переменными в следующей формуле:

$$\frac{(2A + 2B)^2}{3} \quad \textcircled{70}$$

Помимо переменных и операций в математические формулы входят числа. Их называют коэффициентами. Попробуйте придумать, что могла бы означать формула

$$A + 2B.$$



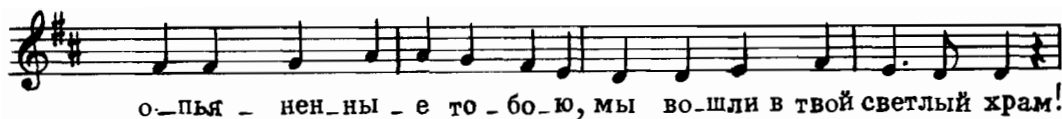
Мы уже неоднократно упоминали о мелодиях типа «вопрос — ответ». Впервые речь о них зашла в главе «Вариации», когда мы рассматривали открытый и закрытый варианты одной и той же мелодии, один — с вопросительной, другой — с утвердительной интонацией. Затем мы вернулись к ним в главе «Равновесие», когда импровизировали диалог между певцами.

Независимо от того, уравнивают ли друг друга музыкальные вопросы и ответы или нет, взятые вместе, они наделяют музыкальное произведение определенной структурой, наиболее полно выражающей основную мысль произведения. В устной речи лексическую единицу принято называть фразой или предложением. Музыкальная фраза называется периодом.

Периоды удивительно правильной формы мы находим в произведениях композиторов-классиков Гайдна, Моцарта, Бетховена. Вот, например, знаменитый хор на оду Шиллера «К радости» из Девятой симфонии Бетховена. Спойте первые две строки его:



Ра-дость, пла-мя не-зем-но-е, рай-ский дух, сле-тевший к нам,



Вы чувствуете, что ноты не случайно напечатаны в две строки. В чем здесь причина? Весь период состоит из 8 тактов. Ровно половина, то есть 4 такта, приходится на долю первого полупериода — мелодии с вопросительной интонацией, требующей продолжения. Остальные четыре такта составляют второй полупериод, как бы содержащий ответ на вопрос. Поскольку период разделен на две одинаковые по длине части, при прослушивании бетховеновского хора вы явственно ощущаете симметрию.

Полупериод длиной в 4 такта подразделяется на более мелкие части — мотивы. Прежде чем приступить к рассмотрению следующего нотного примера, вернитесь еще раз к предыдущему примеру и попытайтесь определить границы, разделяющие более мелкие мелодические единицы.



Границы остальных мотивов укажите самостоятельно. Сколько тактов содержат составные части полупериода длиной в 4 такта? Если разбиение периода длиной в 8 тактов на два полупериода длиной в 4 + 4 такта мы назвали симметричным, то что можно сказать о разбиении полупериода на мотивы? ⑦

Если вы играете на каком-нибудь музыкальном инструменте, то попытайтесь проанализировать известные вам пьесы с точки зрения их структуры. Удастся ли вам найти период, структура которого отличалась бы такой же правильностью, как структура периода из Девятой симфонии Бетховена? Если вы еще учитесь в школе, может быть, вам удастся подобрать подходящий пример на уроке пения? ⑧ Возможно, вы обнаружите симметричный период, слушая музыку?



Музыкальная фраза называется периодом, а как называется «математическая фраза» (или «математическое предложение»)?

Общепринятого понятия «математическое предложение» не существует. Однако имеется достаточно распространенный и известный тип утверждений определенной структуры, играющих важную роль в математике. Приведем несколько примеров таких утверждений.

1. Если целое число делится на 3 и на 4, то оно делится на 12.
2. Признак делимости на 3: на 3 делятся те (и только те) числа, сумма цифр которых делится на 3.
3. Если две прямые параллельны, то они нигде не пересекаются.
4. Произведение двух положительных чисел положительно.

Два из этих утверждений начинаются с «если», а их вторые половины начинаются с «то». В грамматике такие предложения называются условными. В условных предложениях после «если» всегда идет какое-то *условие*, или *посылка*, а после «то» — вывод из этого условия, или *закключение*.

Прочтите внимательно еще раз утверждения 2 и 4. Хотя в них нет ни «если», ни «то», тем не менее в каждом из них содержатся посылка и заключение. Например, во втором утверждении посылка гласит, что число делится на три, а заключение — что сумма его цифр делится на 3. Такое утверждение нетрудно записать в виде условного предложения. То же можно сказать и об обратном утверждении, в котором посылка и заключение переставлены местами (если сумма цифр числа делится на 3, то оно также делится на 3).

Четвертое утверждение также можно записать в виде условного предложения: если два числа положительны, то произведение их также положительно.

Из посылки и заключения состоит любая математическая теорема. Доказать ее означает доказать, что если посылка верна (или, как говорят математики, истинна), то и заключение также верно. Для понимания любой теоремы очень важно четко отличать ее посылку от заключения.

Сформулируйте следующие утверждения в виде условных предложений:

1. В равнобедренном треугольнике два угла равны.
2. Площадь квадрата со стороной a равна a^2 .
3. Сумма углов треугольника равна 180° .
4. Площади конгруэнтных фигур равны.
5. Число, делящееся на 5, оканчивается либо на 5, либо на 0.
6. Произведение трех отрицательных чисел отрицательно.
7. Величина, обратная правильной (то есть меньше 1) положительной дроби,

больше 1. ⑬

Научившись самостоятельно выбирать посылки и заключения, вы сможете проделывать над утверждениями весьма интересное и изящное преобразование, а именно — обращать утверждения. Это означает, что вы сможете конструировать такие условные предложения, в которых после «если» идет заключение, а после «то» — посылка исходного утверждения. Например, обратив первое из приведенных в начале этого раздела утверждений, мы получим новое утверждение: *если* число делится на 12, *то* оно делится на 3 и на 4.

Утверждение, обратное четвертому утверждению, гласит: если произведение двух чисел положительно, то каждое из чисел положительно. Однако это неверно: произведение двух чисел может быть положительно и в том случае, если оба сомножителя отрицательны. Отсюда следует весьма важный вывод о том, что обратимо далеко не каждое утверждение.

Какие из перечисленных нами утверждений допускают обращение? ⑭

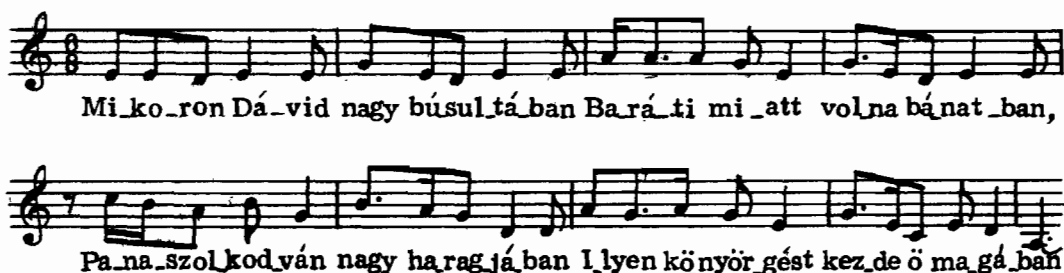
Обращать можно не только математические утверждения. Постройте утверждения, обратные следующим:

1. Если у автомашины отказывает мотор, то автомашина останавливается.
2. Если рыбу вынуть из воды, то она погибнет.
3. Французы говорят по-французски.
4. Вечернее солнышко не греет.
5. Если Эден хороший метатель молота, то его пошлют на Олимпиаду.
6. Ночью все кошки серы.
7. Много будешь знать — скоро состаришься. ⑮

Понятие, противоположное симметрии, — асимметрия. В приведенном выше

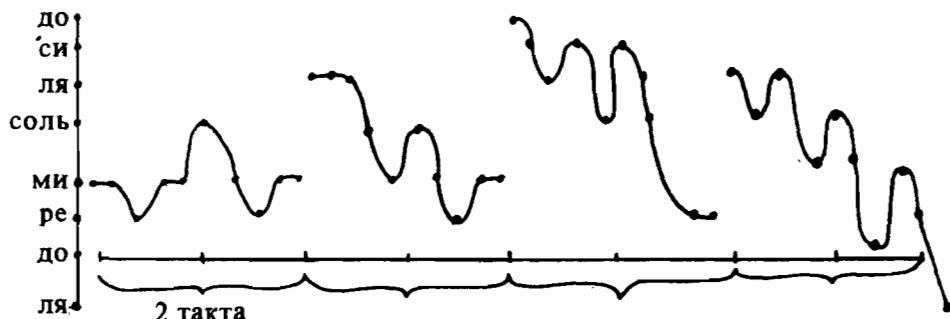
примере из Девятой симфонии Бетховена как полупериоды, так и мотивы были симметричны.

Существуют периоды, структура которых симметрична, если ее оценивать по длине образующих периоды мотивов. Их асимметрия обусловлена тем, что композитор, создавая мотивы, использовал различные музыкальные средства. Рассмотрим следующий пример:



Перед нами основная тема «Венгерского псалма» Золтана Кодая. Структура ее, если судить по числу тактов, почти столь же симметрична, как и тема из бетховеновской «Оды к радости». Почему эта тема неполностью симметрична? В каком месте нарушается правильность разбиения? Последний мотив содержит более 2 тактов, так как заключительная нота связана с нотой в следующем такте. Из-за этого весь период состоит не из 8, а из 9 тактов и делится на две неравные части: $\overbrace{2 + 2 + 2} + \overbrace{3}$ тактов. Но это отклонение столь незначительно, что период все же можно было бы считать симметричным. Почему же он все-таки асимметричен? Присмотритесь к нотам «Венгерского псалма» повнимательнее. Определите самую высокую ноту в каждом из четырех двухтактных мотивов. Какая из них выше всех, то есть в каком мотиве достигается наиболее высокое звучание за весь период?

Самая высокая нота звучит в начале третьего мотива. Этой вершины мелодия «Псалма» достигает не вдруг и не сразу, а постепенно поднимаясь все выше и выше. Самая высокая нота звучит лишь один раз, после чего мелодия шаг за шагом опускается.

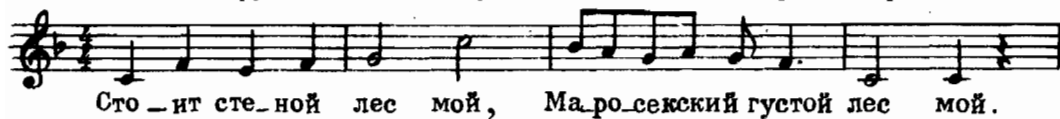


Постепенно повышая мелодию до пика, Кодай придал второму полупериоду больший вес по сравнению с первым. Именно этот акцент, придание большего веса делает период, составленный из симметричных мотивов, асимметричным. Именно

эти две противоположные тенденции — сочетание гармонической красоты с вариацией, кажущейся простой, но в действительности свидетельствующей о виртуозном мастерстве композитора, — позволили Кодаю создать свой шедевр.

Просмотрите еще раз графическую запись «Венгерского псалма» и отметьте все промежуточные пики, уступающие по высоте главному пику.

«Венгерский псалом» — искусное творение зрелого мастера. Но если мы обратимся к фольклору, то и там обнаружим структуры, симметрия которых нарушена «дополнительным нагружением». Вот перед нами одна из венгерских народных песен:



Сравнив число тактов во всех строках, вы обнаружите, что длины всех строк одинаковы. (Впрочем, тщетно стали бы вы искать период: обе половины этой песни связаны между собой иными отношениями, чем вопрос и ответ.)

Обозначим музыкальное содержание первой строки буквой А. Как будет выглядеть формула этой песни? В какой из четырех строк звучит самая высокая нота? Чем отличается эта строка от остальных?

Раскройте книгу на главе «Степени сравнения» и отыщите в ней венгерскую народную песню «Под горой крутою». Какие динамические особенности этой песни мы отметили при первом ознакомлении с ней? Просольфеджируйте или спойте ее еще раз и отметьте момент «восхождения на вершину».

Знаете ли вы еще какие-нибудь народные песни с аналогичной структурой? Поищите их. Просмотрите музыкальные примеры, приведенные в этой книге. Где в каждом из них находится пик? Спойте или просольфеджируйте их так, чтобы восхождение на мелодическую вершину было подготовленным, и подчеркните момент, когда мелодия достигнет пика.

Придумайте простенькую (и желательно не слишком длинную) мелодию, которая бы постепенно повышалась и достигала вершины за четверть длины до конца.



Любой письменный текст обладает структурой: романы, повести, учебники. Не является исключением и эта книга: она состоит из глав, а те в свою очередь складываются из разделов, посвященных языку, музыке и математике.

Обладает структурой не только печатное, но и рукописное слово: письмо, черновик доклада, школьное сочинение. Обладает структурой не только письменная, но и устная речь.

Остановимся на миг и задумаемся над тем, что собственно означает выражение «структура письменного документа». Всем и каждому известна структура школьного сочинения, она определяется унылым правилом, согласно которому в каждом сочинении должны быть введение, содержание (основная часть) и заключение. Так и только так школьники испокон веков пишут свои сочинения.

Не оспаривая полезность этого проверенного веками правила, заметим все же, что оно чрезмерно упрощает и обедняет структуру сочинения. Перелистайте любой сборник стихов или рассказов. Много ли в нем найдется произведений, написанных по школьным канонам с введением, основной частью и заключением? Смейтесь думать, что при самом тщательном поиске таких произведений удастся найти немного.

Откуда же взялось это давным-давно надоевшее, но неукоснительно соблюдаемое учителями литературы правило? Ввели его в незапамятные времена древнегреческие и древнеримские ораторы. Они заметили, что воздействие речи на слушателей усиливается, если, прежде чем приступить к предмету выступления, привлечь их внимание и сочувствие к излагаемой теме, а в заключительной части выступления кратко сформулировать основные выводы. В том, чему нас учат ораторы древности, есть изрядная доля истины. Но с незапамятных времен известно и другое: любую тему можно излагать прямо с середины, минуя введение. Попробуйте устно описать какое-нибудь событие, начав один раз с введения, а другой раз без обиняков с самого главного. Какой вариант рассказа покажется вам более убедительным? Попросите кого-нибудь высказать свое мнение о вашем рассказе.

Всякое предложение обладает структурой. Остатки ее сохраняются и в сложных словах. Лесоруб — тот, кто рубит лес. Следовательно, в сложном слове *лесоруб* вторая основа хранит «отпечатки» структуры переходного глагола. В сложном слове *домовладелец* слышны отзвуки отношений между определением, выраженным существительным в родительном падеже (*дома*), и определяемым существительным (*владелец*). В сложном слове *гидропривод* хранится структура определения, выраженного прилагательным (*гидравлический*) и определяемым существительным (*привод*).

Существуют и такие сложные слова, которые образованы либо повторением одного и того же слова, либо сочетанием синонимов или слов, между которыми существует ассоциативная связь. Таковы, например, наречия *эле-эле*, *худо-бедно*, *с бухты-барахты*, *не сегодня-завтра*. (Другие примеры вы приведете сами.)

Это грамматическое введение (или повторение) понадобилось нам для того, чтобы мы могли приступить к анализу «однословных стихотворений» (так Шандор Вёреш назвал составленные им причудливые сложные слова).

Szárnysötet (крылосумрак)

Tojásej (яйцемрак)

Liliomszörny (лилиоцудище)

Sugarpehely (лучепух)

Kristályország (хрустальландия)

Álomajtó (грёзодверь)

Páratövis (дымошип)

Jégfészű (гребнелед)

Világhaj (волососвет)

Szélkristály (хрусталекрай)

Árnyének (тенепеньё)

Bimbósütés (почкопечь)

Каждое из «однословных стихотворений» — сложное слово, а одно слово, сколь бы красивым оно ни было, само по себе еще не является стихотворением. Даже обычные сложные слова, которые можно найти в словаре, вряд ли кто-нибудь сочтет стихотворениями. Однако «однословные стихотворения» Шандора Вёреша — не обычные.

а весьма оригинальные и неожиданные сложные слова, и они заставляют размышлять, совсем как «настоящие» стихотворения.

Крылосумрак — это слово рождает в нашем воображении образ птицы, укрывающей под крылом своих птенцов. Чувствуется, что в теплом сумраке гнезда под крылом у матери птенцам уютно. Иное ощущение рождает у нас, казалось бы, близкое по теме «однословное стихотворение» *яйцемрак*. Мы ощущаем обреченность и безысходность птенца, который не может вылупиться из яйца. (Оба сложных слова образованы «по всем правилам» из определяемого существительного и определения, выраженного другим существительным в родительном падеже.) Проанализируйте другие «однословные стихотворения», вслушайтесь в их звучание. Попробуйте сами сочинить несколько сложных слов по образу и подобию «однословных стихотворений» Шандора Вёреша.



Чтобы проанализировать любую структуру, ее необходимо разбить на части. Когда мы говорим о структуре, то имеем в виду нечто, состоящее из частей, между которыми существуют определенные взаимосвязи. Если это «нечто» невозможно разложить на взаимосвязанные части, то оно не является структурой. Точнее, по своей структуре это нечто представляет собой неделимое целое.

Целые числа можно собирать из «частей» многими способами, например представить в виде суммы единиц. Записывая число в десятичной системе, мы как бы разлагаем его на части, указывая, сколько в нем единиц, десятков, сотен и т. д. Такое разложение во многих случаях весьма полезно. Например, взглянув на два числа, записанные в десятичной системе, мы можем без труда установить, какое из них больше. Десятичная запись позволяет легко производить над числами операции сложения, вычитания, умножения и деления.

Запись чисел римскими цифрами также можно рассматривать как разложение на части, однако эта запись не очень удобна в обращении.

Но чаще всего мы устанавливаем структуру целого числа, разлагая его в произведение. Не случайно, что название почти любого класса чисел связано с особенностями их разложения в произведение. Например, мы различаем

четные числа — числа, делящиеся на 2, то есть представимые в виде $2 \cdot (\text{какое-то целое число})$, например $6 = 2 \cdot 3$;

нечетные числа — числа, не представимые в виде $2 \cdot (\text{какое-то целое число})$;

квадраты — числа, представимые в виде произведения целого числа на себя, например $196 = 14 \cdot 14$;

простые числа — числа, которые нельзя разложить в произведение меньших чисел, например $13 = 1 \cdot 13$;

составные числа — числа, которые допускают разложение в произведение меньших чисел, например $6 = 2 \cdot 3$.

Многие составные числа допускают не одно, а несколько разложений на множители, например $12 = 6 \cdot 2$ и $12 = 3 \cdot 4$.

Все составные числа можно записать в виде произведения, в которое входят только простые сомножители. Возьмем, например, какое-нибудь «нашпигованное» множителями составное число, скажем, число 60. Оно допускает много разложений в произведение меньших чисел. Одно из них выглядит так: $60 = 5 \cdot 12$. В этом произведении множитель 5 — простое число (список всех простых чисел меньше 100 приведен в главе «Ритм»), но второй множитель 12 — составное число. Разлагая его, получаем $12 = 6 \cdot 2$, а $6 = 2 \cdot 3$, поэтому $60 = 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2$. В этом разложении числа 60 все множи-

тели простые. Промежуточные этапы разложения составного числа на простые множители могут быть различными, но конечный результат всегда остается одним и тем же (с точностью до порядка сомножителей).

Разложите всеми возможными способами число 60 на простые множители. ⑦⑥

Разложите 63 и 256 в произведения простых чисел. ⑦⑦

Одно интересное и важное свойство составленных чисел лежит в основе решения следующей задачи.

Нерешительный султан

В темнице у одного султана было 100 камер, а в каждой камере — по одному пленнику. Двери камер были снабжены запорами, которые могли находиться только в двух положениях: либо «открыто», либо «закрыто». Ни один пленник не знал, открыта или заперта дверь его, камеры.

Султан сам следил за своими пленниками и придумал хитроумный план, чтобы запутать их и тем самым лишить всякой надежды на спасение: Он приказал страже каждый час обходить все камеры. В первый обход стража по приказу султана должна была тайком открыть все замки. При втором обходе стража должна была изменить положение запоров на каждой второй двери, при третьем обходе — на каждой третьей двери и т. д. до тех пор, пока при сотом обходе стража не изменила положение запора на двери сотой камеры.

Затем султан распорядился отпустить на свободу тех пленников, которые находились в камерах с незапертыми дверями.

Из каких камер пленники выпущены на свободу? ⑦⑧



Рассмотрим структуру еще одного стихотворения. На этот раз речь пойдет о стихотворении Эндре Ади «Брат, теперь уж старый, повторял не раз мне»:

Брат, теперь уж старый, повторял не раз мне:

«В старину, бывало, люди говорили,

Коль не выпадали карты или кости:

«Жаль, да только, видно, не везет нам очень»», —

Брат, теперь уж старый, повторял не раз мне.

Брат, теперь уж старый, повторял не раз мне:

«В старину, бывало, веселее люди

Были и в печали.

Жаль, да только, видно, не везет нам очень...», —

Брат, теперь уж старый, повторял не раз мне.

Брат, теперь уж старый, повторял не раз мне,

Что клянемся зря мы самой страшной клятвой,

Как последний дурень из глухой деревни.

«Жаль, да только, видно, не везет нам очень...», —

Брат, теперь уж старый, повторял не раз мне.

Так же, как и в стихотворении Шандора Вёреша о санях, здесь тоже три строфы. Но рисунок, которым мы выразили развитие действия в стихотворении Вёреша (точка и проходящая рядом с ней прямая), не соответствует структуре стихотворения Эндре Ади.

Во время радиопередачи «Язык, музыка, математика» дети изобразили повторяющуюся строку «Брат, теперь уж старый, повторял не раз мне» в виде ровной линии, а средние строки стихотворения — в виде куполообразных кривых.

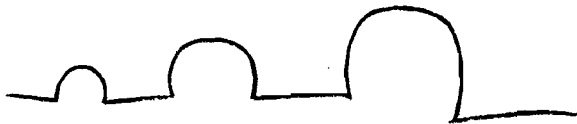


По мнению ребят, повторяющиеся строки в начале и в конце каждой строфы обуславливают непрерывность всего стихотворения, а отклонения рожают новые мотивы. Высказанные ребятами соображения вполне приемлемы, но не учитывают одного обстоятельства: в стихотворении Эндре Ади имеется еще одна повторяющаяся строка: «Жаль, да только, видно, не везет нам очень».

Строка «Брат, теперь уж старый, повторял не раз мне» повторяется 7 раз: один раз в названии стихотворения и 6 раз в самом стихотворении. Строка «Жаль, да только, видно, не везет нам очень» повторяется только 3 раза, но играет несравненно более важную роль. Дело в том, что в стихотворении Ади цитирует слова своего «старого брата» и лишь в одной-единственной строке во второй и в третьей строфах звучит голос самого Ади. Все остальное (за исключением первой и последней строк в каждой строфе) говорит брат.

Сколько лет было Ади, когда он написал свое стихотворение? Не более сорока двух, потому что он умер, когда ему еще не исполнилось сорока двух лет. Следовательно, достаточно молод был и его младший брат, «теперь уж старый», к которому он обращается в своем стихотворении и от которого Ади узнал о старинном присловье: «Жаль, да только, видно, не везет нам очень». В первой строфе оно звучит как сожаление игрока, потерявшего сделанную ставку. Во второй и в третьей строфах оно приобретает более глубокий смысл: в нем звучит сожаление об утрате человеческих ценностей. Упоминание о деревенском дурачке еще более усиливает серьезность старинного присловья и придает ему мрачноватый оттенок.

Если принять все это во внимание, то схематически структуру стихотворения Эндре Ади можно изобразить более точно в виде прямой, прерываемой тремя куполообразными дугами со все возрастающей «стрелой прогиба»:



Структуру стихотворения Ади можно не только изобразить графически, но записать в виде формулы:

ABCA ADCA AECA

Каждая из букв означает не строку, а постоянный или переменный «элемент» стихотворения. Переменные элементы *B*, *D* и *E* означают по две строки каждый, то есть вторую и третью строки соответствующего стихотворения. За счет большей «емкости» переменных пять строк удастся изобразить четырьмя буквами.

Записанная в виде формулы структура стихотворения Ади напоминает структуру одной музыкальной формы:

ABACADA...

Что общего между ними и чем они отличаются?



В музыке эта форма характеризуется тем, что в промежутках между постоянно повторяющейся темой возникают все новые и новые элементы.

Придумайте ритм такой формы. В качестве темы А выберите какой-нибудь характерный ритм с хорошо заметным началом, а вместо «вставок» используйте различные ритмы, отличные от А. Отдельные элементы формы А могут быть как одинаковой, так и различной длины. Для большего разнообразия попробуйте отбивать ритм А на одном, а вставки — на другом «ударном инструменте».

Структура АВАСАДА..., состоящая из постоянно повторяющейся темы А (*рефрена*) и различных эпизодов называется *рондо*. (Первоначально рондо было старинным французским бальным танцем.) Сравните структуры рондо и менуэта.

Разумеется, в форме рондо можно импровизировать не только ритмы, но и мелодии (последние получаются более интересными и красочными, чем чисто ритмические рондо).

Вот, например, какое рондо сочинили во время радиопередачи четверо ребят:

А			
	соль ля	соль фа	соль ре ми фа ми ре до
В			
	соль соль ми	соль фа	ми ре ми до
А			
	соль ля	соль фа	соль ре ми фа ми ре до
С			
	до ре	фа ми	ре ре ми ре до
А			
	соль ля	соль фа	соль ре ми фа ми ре до
В			
	ми ре до	ми ре	фа ми ре ми до до до
А			
	соль ля	соль фа	соль ре ми фа ми ре до

Рондо состоит из частей одинаковой длины. Некоторая монотонность звучания объясняется тем, что каждый из ребят завершил свою мелодию одной и той же нотой *до*. Достаточно было бы, чтобы этой нотой завершалась, например, тема А, а все остальные партии заканчивались как-нибудь иначе. Возможно, их следовало не заканчивать, а скорее передавать, присоединять к теме А. Попробуйте сочинить музыку в форме рондо. Найдите примеры использования этой формы в музыкальной литературе.

Впервые форма рондо достигла расцвета в музыке эпохи барокко. Рондо возникло из хороводных песен, в которых запевала исполняла все новые и новые эпизоды (по-французски они назывались *куплетами*), а хор подхватывал постоянно повторяющуюся тему — рефрен. В XVII в. величайшим мастером рондо был французский композитор и клавесинист Куперен. Его рондо часто звучат в музыкальных передачах по радио.

Дальнейшее развитие форма «рондо» получила в сочинениях венских композиторов-классиков, охотно использовавших ее в заключительных частях сонат, симфоний, инструментальных концертов и камерных произведений.



Повторение усиливает музыкальность стиха, если оно не нарушает ход мысли. Но встречаются (в особенности в народных песнях и в подражаниях народной поэзии) и такие повторения, которые носят чисто звуковой характер:

Вот телега, а вот сани —

В них невеста либилиби лим, лом, ломзати бом, бом едет с нами.

Едет, весело поет,

К Фери едет либилиби лим, лом, ломзати бом, бом, коль возьмет

Не возьмет — так будет жить,

Отчего же либилиби лим, лом, ломзати бом, бом ей тужить?

Еще длиннее бессмысленные повторения в другой венгерской народной песне:

Есть три бочки вина,

Если хочешь липитайтом зими, зоми, зай, латитайтом, пей до дна.

Знаете ли вы еще какие-нибудь народные песни, в которых слова только «позвякивают», ничего не означая?

В стихосложении повторяющуюся часть стихотворения принято называть рефреном. Рефрен может состоять из одного слова, одной строки или из нескольких строк. Обычно рефрен завершает строфу, но в более сложных случаях, как, например, в стихотворении Ади, встречаются рефрены двоякого типа. Начиная со второй строфы рефрен независимо от того, имеет ли он смысл или представляет собой бессмысленный набор звуков, как бы «застывает» и остается неизменным до конца стихотворения.

К числу повторяющихся элементов стихотворения относится и рифма. Рифмованные слова схожи по звучанию. Однако в структуре стихотворения рифма играет совсем иную роль, чем рефрен. Место рифмы заранее известно (мы ожидаем рифмованное слово в конце строки), и тем не менее всякая новая рифма всегда неожиданна.

Рефрен не таит в себе никаких неожиданностей. Поэтам это хорошо известно, и в стихотворениях с рефреном они стремятся «под занавес» поразить читателей, внося в последний рефрен небольшую вариацию по сравнению с предыдущими.

В стихотворении Пьера Жана Беранже «Последняя песня» (пер. А. Фета) отличается от остальных не последний, а, наоборот, самый первый рефрен: «Прости!» вместо «Прощай!».

В стихотворении Шандора Петёфи «Павел Пато» (пер. М. Замаховской) на протяжении всего стихотворения звучит рефрен:

Но зевает Павел Пато:

«Эх, успеем — жизнь длинна!»

Однако в конце пятой строфы слышится голос не Павла Пато, а самого поэта:

Но зевает Павел Пато:

«Эх, успеем — жизнь длинна!»

У мадяров поговорка:

«Эх, успеем — жизнь длинна!»

Начиная со второй строфы читатель или слушатель знают рефрен без всякой «подсказки» и, зная, могут повторять его вместе с поэтом или чтецом, декламирующим стихотворение. Именно это и является основным для структуры стихотворений с рефреном. Запевала исполняет куплет, а все присутствующие в зале хором подхватывают рефрен.

Стихи с рефреном не обязательно петь. Если их декламировать, то повторяющуюся часть можно повторять хором. Именно так произошло 15 марта 1848 г., когда толпа подхватила вслед за Петёфи рефрен его «Национальной песни»:

Богом венгров поклоняемся

Навсегда —

Никогда не быть рабами,

Никогда!

(пер. Л. Мартынова)

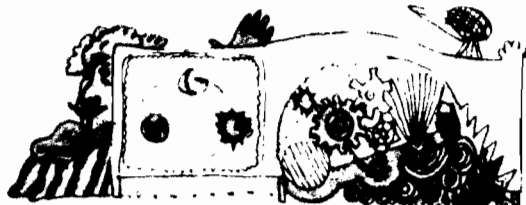
Мы уже приводили этот отрывок из дневника Шандора Петёфи: «Йокаи снова огласил воззвание из «12 пунктов»; меня заставили продекламировать «Национальную песню». То и другое было встречено с неистовым восторгом. Толпа, запрудившая площадь, каждый раз, точно эхо отвечала на слова рефрена: «Клянемся!»».

Возможно, что какое-нибудь стихотворение от многократного повторения рефрена становится несколько монотонным. Но рефрен «Национальной песни» не мог бы наскучить никогда.

В этой книге речь шла о структуре трех областей человеческого знания — тех, которые перечислены в заглавии: Языка, Музыки и Математики. Но в равной мере мы могли бы говорить и о любой другой области человеческого знания, ибо каждая из них изучает какую-нибудь структуру: структуру человеческого общества исследуют историк и социолог, структуру рынка изучает экономист, структуру зданий — строитель и архитектор, структуру звездных систем — астроном.

Попробуйте применить названия глав нашей книги к той области знаний, в которой вы разбираетесь лучше всего. Можно с полной уверенностью предсказать, что вы обнаружите в ней и ритм, и вариации, и отражение, и пропорции, ... и т. д.

Мы надеемся, что наша книга поможет вам лучше ориентироваться в любой области знания.



Решения и ответы

- ① Вместо вопросительного знака в соответствии с общей закономерностью построения таблицы должно стоять равенство $\frac{1}{1} = 0,99999999... (= 1)$. Оно хорошо известно, хотя на первый взгляд кажется удивительным:

$$\frac{1}{999999999} = 0,000\ 000\ 001\ 000\ 000\ 001\ \dots$$

В знаменателе этой дроби стоят 9 девяток, а период ее десятичного разложения состоит из 8 нулей и 1 единицы (то есть всего из 9 цифр).

- ② $\frac{1}{2\ 97} = 0,00336700336\overline{7} \dots$ и $\frac{1}{3367} = 0,000297000297\dots$,
 $\frac{1}{481} = 0,002079002079 \dots$ и $\frac{1}{2079} = 0,000481000481 \dots$,
 $\frac{1}{693} = 0,001443001443 \dots$ и $\frac{1}{1443} = 0,000693000693 \dots$

Обратите внимание, что произведение знаменателей таких дробей всегда состоит только из девяток. Например, $297 \cdot 3367 = 999999$.

- ③ Расхождение между стихотворным и музыкальным метрами возникает в тех случаях, когда сильная доля в одном метре приходится на слабую в другом (так как песня написана в размере $\frac{2}{4}$, то сильной долей является первая четверть в каждом такте).

- ④
- | | |
|------------------------------------|--|
| У 1 2 3 4 3 3 4 2 2 6 5 1 6 5 | |
| С 4 4 4 4 2 3 6 1 5 3 1 5 4 2 | |
| Х 4 4 12 4 6 3 12 2 10 6 5 5 12 10 | |

- ⑤ Если $C = 1$ (то есть в игре участвует одно слово), то число ходов совпадает с числом играющих, то есть $X = U$. Так происходит в восьмом и в одиннадцатом случаях.

Если $U = 1$, то число ходов должно совпадать с числом слов, используемых в игре: $X = C$ (первый и двенадцатый случаи).

Если число слов совпадает с числом участников ($U = C$), то каждый из участников на протяжении всей игры произносит одно слово, то есть $X = U$, или, что то же, $X = C$. Так происходит в четвертом и шестом случаях.

Нетрудно заметить (на примере седьмого и тринадцатого или девятого и четырнадцатого случаев), что при перестановке числа участников и числа слов число ходов не изменяется.

Равенство $X = Y \cdot C$ выполняется в первом, третьем, пятом, восьмом, девятом, одиннадцатом, двенадцатом и четырнадцатом случаях, то есть во всех случаях, когда число участников и число слов имеют единственный общий делитель — единицу, или, что то же, взаимно просты. Если же число участников и число слов имеют какой-нибудь общий делитель кроме единицы, то число ходов X меньше произведения $Y \cdot C$.

- ⑥ 1) 1; 2) -1 ; 3) 11; 4) $2 + 2 = 2 \cdot 2$; 5) $1 + 2 + 3 = 1 \cdot 2 \cdot 3$; 6) дробь, равная единице (таких дробей бесконечно много, но все они равны одному и тому же числу — единице); 7) это — наименьшее общее кратное всех натуральных чисел от 1 до 10, равное $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3 = 2520$.

⑦ Например, $100 = (1 + 2 - 3 - 4) \cdot (5 - 6 - 7 - 8 - 9) = 57 + 42 + \frac{9}{18} + \frac{3}{6} = 96 + \frac{1428}{357} = 1 \cdot 3 \cdot 6 + 2 + 8 + 4 + 7 \cdot 9 + 5$.

Если в записи числа 100 разрешается использовать и цифру 0, то возникают новые красивые вариации, например: $100 = 1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + 7 \cdot 8 + 9 \cdot 0$.

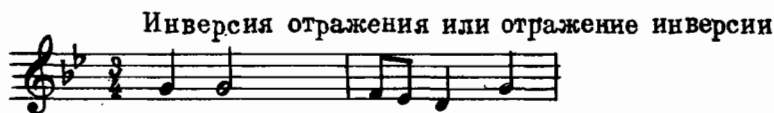
- ⑧ Третий, четвертый, шестой и девятый снимки — «перевернутые», то есть зеркальные отражения правильных.

- ⑨ 6-й треугольник получен из эталонного при сдвиге (1-м способом); 2-й, 4-й и 6-й треугольники получены при повороте (2-м способом); 3-м способом не получен ни один треугольник; 1-й, 3-й, 5-й и 8-й треугольники получены при движении с отражением (4-м способом).

- ⑩ Для 1-го, 3-го, 4-го, 8-го, 11-го и 14-го предметов оригинал неотличим от зеркального отражения.

- ⑪ Записав семерку римскими цифрами VII и приставив зеркало снизу вы удвоите ее и получите VII, то есть число 12, записанное римскими цифрами.

⑫



И

⑭ Пятый и шестой такты образуют зеркальное отражение двух первых тактов, только начинаются они не со звука соль, а со звука ми. Впрочем, между третьим, четвертым и пятым, шестым тактами имеется и другая зависимость: если не считать последнего ля в шестом такте, то пятый и шестой такты получаются из третьего и четвертого при сдвиге вниз на терцию.

$$\frac{1}{4} + \frac{\frac{1}{4}}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8}.$$

[illegible]

⑪ Если движение равномерно, то на преодоление вдвое большего пути требуется вдвое больше времени, то есть 12 метров улитка преодолеет за 14 дней.

18 Вы ошибаетесь, если думаете, что часы пробьют 12 часов за 10 с. Действительно, по условиям задачи часы пробили 6 часов за 5 с. Это означает, что от одного удара до другого проходит ровно 1 с, поскольку 6 ударов разделены 5 паузами:



Двенадцать ударов разделены 11 паузами, поэтому 12 часов часы пробьют за 11 с.

①9 Если за какое-то время полторы курицы успевают снести полтора яйца, то за то же время одна курица в среднем сносит одно яйцо, а полкурицы — пол-яйца. Следовательно, семь кур за то же самое время снесут семь яиц.

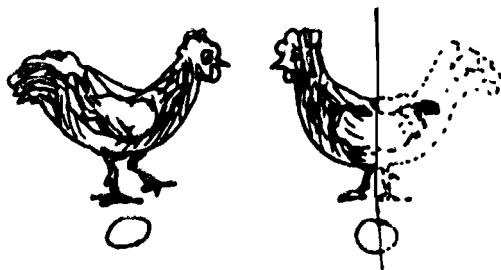
В сжатом виде наши рассуждения выглядят следующим образом:

за 1,5 дня 1,5 курицы снесут 1,5 яйца,

за 1,5 дня 1 курица снесет 1 яйцо,

следовательно,

за 1,5 дня 7 кур снесут 7 яиц.



②0 Составленный в алфавитном порядке список первых десяти абонентов будапештской телефонной сети на букву L выглядит так:

- | | |
|------------|----------|
| 6. Laáb | 8. Labai |
| 2. Laár | 3. Labaj |
| 10. Labádi | 5. Laban |
| 4. Lábadi | 9. Lábán |
| 7. Lábady | 1. Labay |

②1 Нет, невозможна, поскольку самое большое двузначное число (образуемое двумя первыми цифрами индекса) равно 99; двузначное число, образуемое третьей и четвертой цифрой индекса не превышает 12 (номера последнего месяца в году), а двузначное число, образуемое двумя последними цифрами индекса, не превышает 31 (числа дней в самых длинных месяцах).

②2 Ноты *соль* и *до* соответствуют названиям нот *соль* и *до*, звучащим в венгерском названии канона.

②3 Во всех задачах, кроме задачи 5, правильный ответ: да.

②4 Найти выигрышную стратегию можно, анализируя игру с конца. Тот, кто на каком-то ходу назовет число 89, заведомо выиграет: его партнер должен будет назвать какое-то из чисел от 90 до 99, после чего на следующем ходу игрок, назвавший число 89, сможет назвать число 100. Следовательно, прежде чем достичь числа 100, необходимо добраться до более близкой цели — числа 89. Для этого, как показывают аналогичные

рассуждения, сначала необходимо назвать число 78. В свою очередь право назвать число 78 заведомо гарантирует себе тот из игроков, кто назовет число 67 и т. д. Выигрышная последовательность чисел имеет вид

100, 89, 78, 67, 56, 45, 34, 23, 12, 1.

Тот, кто называет эти числа, заведомо выигрывает. Следовательно, в этой игре тот, кто делает первый ход, может обеспечить себе победу.

⑤ 1. Каждый член последовательности на три больше предыдущего.

2. Каждый член последовательности вдвое меньше предыдущего.

3. Последовательность образована обычными арабскими цифрами и их отражениями в зеркале, приставленном к каждой цифре слева (край зеркала перпендикулярен строке, а плоскость — странице).

11 22

4. Разность между любыми двумя членами (начиная со второй пары) на единицу больше, чем разность между двумя предыдущими членами.

5. Два первых члена последовательности равны единице, а каждый из остальных — сумме двух предыдущих членов последовательности. Эта последовательность обладает рядом интересных свойств и встречается во многих математических и прикладных задачах. Она имеет «собственное имя» и называется последовательностью Фибоначчи.

⑥ Вторая последовательность допускает продолжение в другую сторону: для этого каждый член, приписываемый к ней слева, должен быть вдвое больше предыдущего. Третья последовательность допускает продолжение в обратную сторону, но оно не очень интересно.

Разность между первыми двумя членами четвертой последовательности равна единице. Если при продолжении последовательности в обратную сторону правило построения остается прежним, то разности между членами равны соответственно 0, —1, —2, —3, —4, Таким образом, получается последовательность

...16, 11, 7, 4, 2, 1, 1, 2, 4, 7,

Каждый член пятой последовательности можно получить, вычитая из члена с номером на две единицы больше член с номером на единицу больше. Это правило позволяет продолжить последовательность Фибоначчи в обратную сторону:

..., —8, 5, —3, 2, —1, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8,

⑦ Сотый член последовательности равен 5 — первой цифре числа 55. Иначе говоря, чтобы дойти до сотой цифры, необходимо досчитать до 55. Найти сотый член последовательности можно прямым перебором, но следующие рассуждения позволяют прийти к тому же результату значительно быстрее. В записи натуральных чисел от 1 до 54 цифр, стоящих в разряде единиц, столько же, сколько самих чисел, то есть 54 цифры. Цифр, стоящих в разряде десятков, столько же, сколько чисел от 10 до 54, то есть всего 45 цифр. Следовательно, рассыпав на отдельные цифры натуральные числа от 1 до 54, мы получим 99 цифр, то есть 99 членов рассматриваемой нами последовательности. Сотый член последовательности совпадает с первой цифрой числа 55, то есть с пятеркой

Несколько более громоздкие подсчеты, но по существу те же рассуждения позволяют найти и тысячный член последовательности. Он оказывается равным тройке — первой цифре числа 370.

Действительно, цифр в разряде единиц натуральных чисел от 1 до 369 столько же, сколько самих чисел, то есть 369.

Цифр в разряде десятков тех же чисел столько, сколько натуральных чисел в интервале от 10 до 369, то есть 360.

Цифр в разряде сотен столько, сколько чисел в интервале от 100 до 369, то есть 270. Следовательно, рассыпав натуральные числа от 1 до 369, мы получим всего 999 цифр. Таким образом, тысячный член нашей последовательности совпадает с первой цифрой натурального числа 370, то есть равен 3.

②8 Правило образования последовательности можно сформулировать двумя способами:

1) Разность соседних членов последовательности равна 1111.

2) Каждая цифра любого члена последовательности, начиная с второго, на единицу меньше соответствующей цифры предыдущего члена последовательности. Первый не выписанный нами член последовательности — число 2202 — удовлетворяет как первому, так и второму правилу построения последовательности, но продолжать последовательность дальше позволяет только второе правило. Придерживаясь его, получаем:

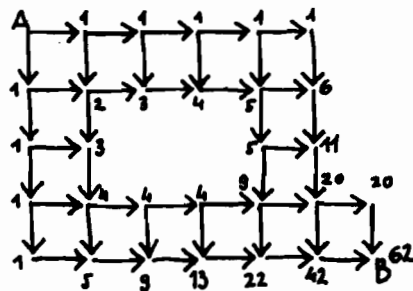
1091, —20, —1131, —2242, —3353, —4464, ...

②9 «Муха-цекотуха», «Мойдодыр», «Федорино горе» К. И. Чуковского, «Морж и плотник» Льюиса Кэрролла, ... (список без особого труда можно продолжить и дальше).

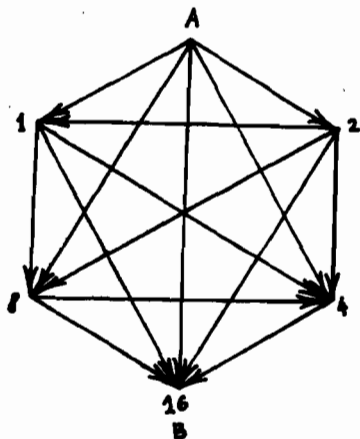
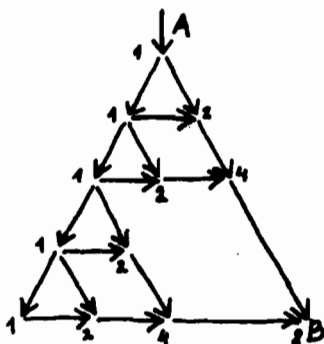
③0 В традиционной нотной записи та мелодия выглядит так:



③1 В шестиугольнике добраться из точки A в точку B можно шестнадцатью различными способами:



В треугольнике из точки A в точку B ведут восемь путей. В прямоугольнике с «пристройкой» из точки A в точку B можно попасть шестьюдесятью двумя способами:



32 Партии сопрано и альты звучат параллельно со сдвигом на октаву партиям тенора и баса.

33 полезно — бесполезно
имеет смысл — лишено смысла
истинно — ложно
параллельные прямые — пересекающиеся или скрещивающиеся прямые

34 Противоположности отрицания: 2, 4, 7, 8, 12. «Крайние» противоположности: 1, 3, 5, 6, 9, 10, 11.

Наряду с указаниями *направо* и *налево* существуют различные градации (*правее*, *левее*). За противоположностью выражений *при солнце* и *при луне* кроется противоположность понятий *днем* и *ночью*. Поэтому 3-ю и 6-ую пары противоположностей мы относим к группе «крайних» противоположностей, между которыми существуют промежуточные градации. Седьмая пара противоположностей (правый — левый) не вполне однозначна, так что ее нельзя включить ни в одну из групп. Если речь идет о направлениях или о сторонах тела, то эта пара ближе к группе противоположностей отрицания. Во всех остальных случаях классификация противоположностей не вызывает затруднений.

35 Медленные песни: «Лети, пава», «Звезды, звездочки», «Видроцкие стада бродят».

Быстрые песни: «Спелые гроздья», «Эй, с Дуная ветер злой»; «Собирались, собирались».

Разумеется, приведенная классификация венгерских народных песен на медленные и быстрые очень груба и допускает дальнейшее уточнение. К этому мы еще вернемся в главах «Степени сравнения» и «Структура».

36 В завещании шейха говорилось, что весь клад достанется тому, чей верблюд достигнет оазиса вторым. Кадий посоветовал сыновьям шейха обменяться верблюдами: тот из сыновей, кто хотел бы, чтобы его верблюд пришел вторым, должен был бы поторапливаться и примчаться в оазис первым на верблюде своего брата.

37) Наиболее высокие звуки можно извлечь из флейты пикколо (малой флейты) и фортепьяно, наиболее низкие — из контрафагота и опять-таки из фортепьяно. Таким образом, по диапазону своего звучания фортепьяно шире всех остальных инструментов симфонического оркестра. Но еще шире диапазон звучания органа, а его в свою очередь превосходит большой симфонический оркестр.

38) Веселая танцевальная музыка, бодрый военный марш, веселая застольная песня.

39) $-\frac{8}{6}, -\frac{7}{6}, \frac{5}{8}, \frac{5}{7}, \frac{6}{8}.$

40) Маловероятно, поскольку Йошка, как видно из его рассуждений, убежден, что $1/6 < 1/7 < 1/8$, тогда как в действительности справедливы обратные неравенства.

41) В «Грамматическом словаре венгерского языка» десять выписанных нами глаголов приведены в следующем порядке: merészkedik, odamerészkedik, kimerészkedik, nyerészkedik, kertészkedik, nyelvészkedik, tetvészkedik, fűvészkedik, bűvészkedik, művészkedik.

Напомним, что все 14 гласных венгерского языка считаются различными, поэтому буква *a* предшествует букве *á*, буква *í* предшествует букве *ü* и т. д.

42) 0, 1000, 100, 100100, 10, 111, 1231, 24542, 5738.

43) 100, 100100, 10100, 250100, 1100, 233100, 234100, 6100, 200, 300, 38500, 1700, 900, 10900, 2900, 23900, 10.

44) Причин, по которым мы так много внимания уделяем венгерским народным песням, как уже говорилось, несколько. Нашим венгерским читателям народные песни известны лучше, чем произведения классической музыки. Это тот музыкальный язык, который мы, венгры, впитываем с молоком матери. Но, пожалуй, самую главную причину великолепно сформулировал еще в 1924 г. Бела Барток в своем труде «Венгерская народная песня»: «Мы сталкиваемся с явлением столь же естественным, как многообразие внешних форм в мире животных или растений. Индивидуумы мира народной музыки — отдельные песни — являют нам высочайшие примеры художественного совершенства. Среди этих миниатюр мы находим шедевры, создание которых по плечу лишь величайшим мастерам музыкального искусства, поистине классические примеры того, как в самых малых формах самыми скудными средствами любую музыкальную мысль можно выразить свежо, гармонично — одним словом, совершенно».

45) Числа, обладающие двумя делителями, простые числа. Один делитель равен 1, а другой самому числу.

46) Числа, обладающие четырьмя делителями, бывают двух родов: это, во-первых, произведения двух различных простых чисел (они делятся на 1, на одно простое число, на другое простое число и на себя) и, во-вторых, кубы простых чисел (каждый такой куб делится на 1, на простое число, на квадрат простого числа и на куб простого числа, то есть на себя).

④7 Числа, обладающие нечетным числом делителей, — это квадраты. Убедиться в этом можно следующим образом.

Выберем произвольное натуральное число, отличное от единицы. Какой бы делитель этого числа мы ни взяли, всегда можно указать двойственный ему другой делитель, дающий при умножении на первый делитель исходное число. Например, если взять число 32, то двойственными окажутся следующие делители:

$$1 \text{ и } 32 \quad 1 \cdot 32 = 32$$

$$2 \text{ и } 16 \quad 2 \cdot 16 = 32$$

$$4 \text{ и } 8 \quad 4 \cdot 8 = 32$$

Мы видим, что делители 1 и 32, 2 и 16, 4 и 8 входят парами

Возьмем другое число, например 36. Двойственными на этот раз окажутся делители

$$1 \text{ и } 36 \quad 1 \cdot 36 = 36$$

$$2 \text{ и } 18 \quad 2 \cdot 18 = 36$$

$$3 \text{ и } 12 \quad 3 \cdot 12 = 36$$

$$4 \text{ и } 9 \quad 4 \cdot 9 = 36$$

$$6 \text{ и } 6 \quad 6 \cdot 6 = 36$$

Итак, делители числа всегда можно разбить на пары. Нечетное число делителей мы получим лишь в том случае, если одна из пар состоит из двух одинаковых делителей. Но это означает, что исходное число представимо в виде произведения двух одинаковых сомножителей, то есть является квадратом.

$$\textcircled{48} \quad \begin{aligned} 632632632 &= 632 \cdot 1001001; \\ 520520520520 &= 520 \cdot 1001001001 = 520 \cdot 1001 \cdot 1000001. \end{aligned}$$

То же разложение можно получить другим способом:

$$520520520520 = 520520 \cdot 1000001 = 52 \cdot 1001 \cdot 1000001;$$

$$50505050505 = 5 \cdot 10101010101 = 5 \cdot 10101 \cdot 1000001.$$

Разумеется, в большинстве случаев полученные разложения «не полны», то есть входящие в них сомножители также можно разложить в произведения.

$$\textcircled{49} \quad 9876543210$$

$$\textcircled{50} \quad 1 = \frac{2}{2} + \frac{2-2}{2}; \quad 2 = 2 \cdot 2 + 2 - 2 \cdot 2; \quad 3 = 2 + 2 - 2 + \frac{2}{2}; \quad 5 = 2 + 2 + 2 - \frac{2}{2};$$

$$6 = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 - 2; \quad 7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 - \frac{2}{2}; \quad 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 + 2 - 2; \quad 9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 + \frac{2}{2};$$

$$10 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2; \quad 11 = \frac{22}{2} + 2 - 2; \quad 12 = \frac{22}{2} + \frac{2}{2}; \quad 13 = \frac{22}{2} + \frac{2}{2} + 2; \quad 14 = 2 \cdot 2 \cdot 2 - 2;$$

$$15 = 2^{2 \cdot 2} - \frac{2}{2}; \quad 16 = 2^{2 \cdot 2} + 2 - 2; \quad 17 = 2^{2 \cdot 2} + \frac{2}{2}; \quad 18 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 + 2; \quad 19 = 22 - 2 - \frac{2}{2};$$

$$20 = 22 - 2 \cdot 2 + 2; \quad 21 = 22 - 2 + \frac{2}{2}; \quad 22 = 22 + \frac{2-2}{2}; \quad 23 = 22 + 2 - \frac{2}{2}; \quad 24 = 22 + 2 \cdot 2 - 2;$$

$$25 = 22 + 2 + \frac{2}{2}; \quad 26 = (\frac{22}{2} + 2) \cdot 2.$$

51) Первоначально у торговли яйцами было 23 яйца. Решить задачу можно следующим образом. Если бы последний покупатель забрал только половину оставшихся, то после его ухода у торговли осталось бы на пол-яйца больше, то есть всего $2\frac{1}{2}$ яйца. Отсюда ясно, что к приходу третьего покупателя у торговли было пять яиц. Рассуждая аналогичным образом, нетрудно убедиться в том, что к приходу второго покупателя у нее было $2 \cdot (5 + \frac{1}{2}) = 11$ яиц, а к приходу первого $2 \cdot (11 + \frac{1}{2}) = 23$ яйца. Столько яиц она и вынесла продавать на базар.

По условиям задачи первый покупатель купил половину яиц и еще пол-яйца, то есть всего $\frac{23}{2} + \frac{1}{2} = 12$ яиц, у торговли осталось 11 яиц. Второй покупатель купил половину оставшихся яиц и еще пол-яйца, то есть всего $\frac{11}{2} + \frac{1}{2} = 6$ яиц, и у торговли осталось 5 яиц. Последний покупатель купил $\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = 3$ яйца, и у торговли осталось еще 2 яйца.

52) а) Наименьшего числа не существует, так как множество чисел не ограничено «снизу»: для любого числа всегда найдется еще меньшее.

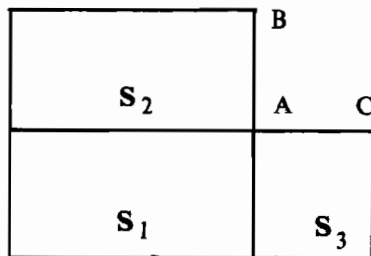
б) Такого числа не существует, поскольку для любого положительного числа всегда найдется еще меньшее положительное число.

в) Наименьшее положительное целое число равно единице.

53) а) Из первых ста натуральных чисел больше всех делителей (а именно по 12 делителей) у чисел 60, 72, 84, 90 и 96. Из всех целых чисел, не превосходящих 100, эти числа допускают разложения в произведения наибольшего числа простых чисел, причем каждое из них допускает разложение в произведение степеней по крайней мере двух различных простых чисел ($60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$; $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$; $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$; $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$; $96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$).

б) На первый взгляд может показаться, что таких чисел нет, так как, сколько бы делителей ни было у числа, у любого числа, кратного ему (например, вдвое большего), их еще больше. Тем не менее решение задачи существует и единственно: из всех целых чисел больше всего делителей у нуля. Действительно, любое число, кратное нулю, совпадает с нулем. Нуль имеет бесконечно много делителей, т. е. делится без остатка на любое число (любое число, умноженное на 0, равно 0).

54) а) Нетрудно понять, что из всех прямоугольников с заданным периметром наибольшей площадью обладает квадрат. Доказать это утверждение несколько труднее. (Условимся называть любой прямоугольник, отличный от квадрата, просто прямоугольником.)



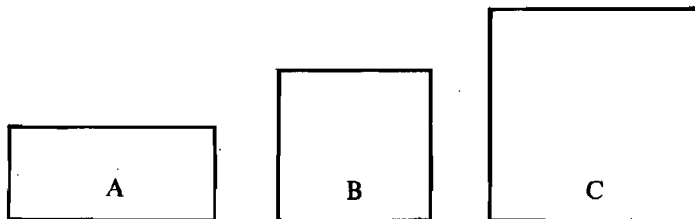
Перед вами квадрат и прямоугольник, наложенные друг на друга. Так как их периметры равны, то на сколько одна из сторон прямоугольника длиннее стороны квадрата

(на отрезок AC), на столько другая сторона прямоугольника короче стороны квадрата (на отрезок AB). Следовательно, $AC = AB$.

Докажем теперь, что независимо от формы прямоугольника площадь его всегда меньше площади квадрата. Рассмотрим три прямоугольника, изображенные на нашем чертеже. Пусть S_1 , S_2 и S_3 — их площади. Тогда площадь исходного прямоугольника равна $S_1 + S_3$, а площадь квадрата $S_1 + S_2$. Наше утверждение будет доказано, если мы убедимся в том, что $S_3 < S_2$.

Площадь S_2 равна произведению отрезка AB на сторону квадрата, а площадь S_3 — произведению отрезка AC на сторону исходного прямоугольника, которая короче стороны квадрата. Так как $AB = AC$, то отсюда следует, что $S_2 < S_3$. Тем самым наше утверждение доказано.

б) Как показывают несложные рассуждения, из решения задачи (а) следует, что из всех равновеликих (то есть имеющих одинаковую площадь) прямоугольников квадрат обладает наименьшим периметром.



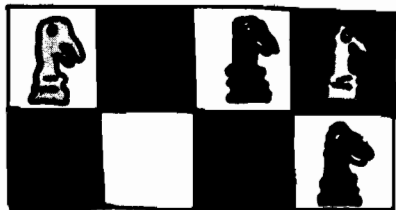
Действительно, если рядом с произвольным прямоугольником A (1×4) начертить равновеликий квадрат B (2×2), а рядом с квадратом B начертить прямоугольник C ($2,5 \times 2,5$) с периметром, равным периметру квадрата, то, как следует из решения задачи (а), площадь прямоугольника C больше площади прямоугольника A , равновеликого квадрату B . Таким образом, из двух фигур B и C меньшей площадью обладает квадрат B , а это означает, что периметр квадрата B меньше. Итак, периметр квадрата B меньше периметра прямоугольника C и меньше периметра прямоугольника A . Тем самым доказано, что периметр квадрата меньше периметра любого равновеликого прямоугольника.

- 53 У единицы 1 делитель,
у двойки 2 делителя,
у тройки 2 делителя,
у четверки 3 делителя,
у пятерки 2 делителя,
.....

Ни одно из натуральных чисел, за исключением 1 и 2, не делится на все предшествующие ему натуральные числа (например, не делится на число, которое меньше его на единицу). Следовательно, число делителей у любого натурального числа меньше, чем само натуральное число, поэтому частное, о котором говорится в задаче, больше единицы. Для чисел же 1 и 2 это частное равно 1. Таким образом, ответ задачи гласит: у чисел 1 и 2.

- 56 На шахматной доске можно расставить не менее 32 коней так, чтобы ни один конь не находился под ударом другого. Последнее следует из того, что всех коней

можно расставить либо только на белых, либо только на черных клетках (кони, стоящие на полях одного цвета, не могут угрожать друг другу). Убедиться в том, что расставить более 32 коней не удастся, можно следующим образом. На «мини-доске» размером 2×4 клетки можно расставить не более 4 коней так, чтобы ни один конь не находился под ударом другого. Стандартная шахматная доска состоит из 8 таких



«мини-досок». Следовательно, всего на ней можно расставить не более $8 \cdot 4 = 32$ коней так, чтобы они не угрожали друг другу.

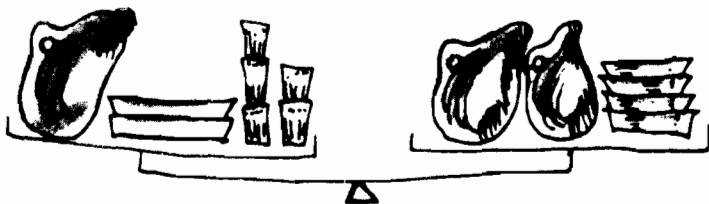
57 Примером такой операции может служить, например, возведение в квадрат. Как известно, при возведении в квадрат числа больше единицы возрастают ($9^2 = 81$), а числа меньше единицы убывают ($(\frac{1}{5})^2 = \frac{1}{25}$).

58 Операция перехода от числа x к обратному числу $1/x$ переводит числа меньше единицы в числа больше единицы (число, обратное $1/2$, равно 2), а числа больше единицы — в числа меньше единицы (число, обратное 13, равно $1/13$).

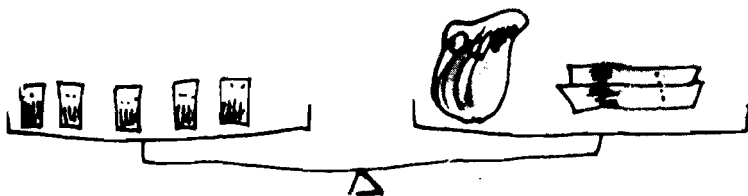
59 Измерив по рисунку размеры a , b и c 1-го домика, мы обнаружим, что они относятся, как $1:2:1$. Такие же отношения образуют соответствующие размеры 2-го и 4-го домиков. Следовательно, 1-й, 3-й и 4-й домики подобны. Размеры a , b и c 7-го домика относятся, как $1:1:1/2$, 7-го домика — как $1:1:1$, 2-го домика — как $2:1:1$ и 5-го — как $1:4:4$. Все эти домики не подобны друг другу и домикам с номерами 1, 3 и 4.

60 Число зерен выражается 20-значным числом 18 446 744 073 709 551 615.

61 На левую чашу первых весов поставим 1 кувшин и 2 стакана, а на правую 4 тарелки:



Равновесие при этом не нарушится, так как вес 1 кувшина и 2 стаканов равен весу 4 тарелок (см. второе уравнивание). Сняв с обеих чаш весов по одному кувшину и две тарелки, мы также не нарушим равновесие:



Таким образом, чтобы уравновесить 1 кувшин и 2 тарелки на одной чаше весов, на другую чашу нужно поставить 5 стаканов.

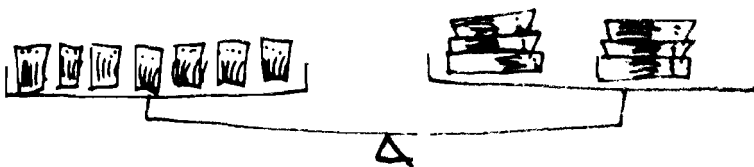
62 Удвоим число всех предметов, стоящих на левой и правой чашах весов:



Как показывает первое уравновешивание, 2 кувшина можно заменить 2 тарелками и 3 стаканами, поскольку вес тех и других одинаков:

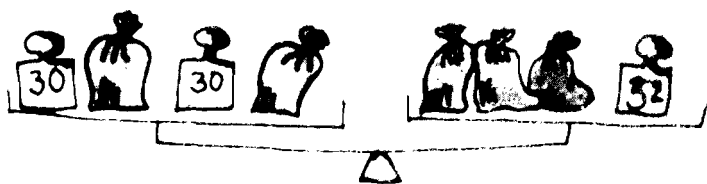


Равновесие не нарушится, если с левой и правой чаш снять по 2 тарелки:

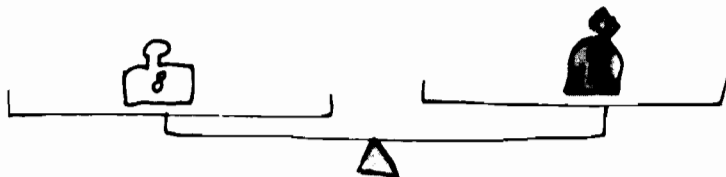


Итак, 7 стаканов уравновешиваются 6 тарелками.

63 Пусть x означает один мешок картошки. Тогда



Сняв с каждой чаши весов по два мешка и по 52 кг, получим:



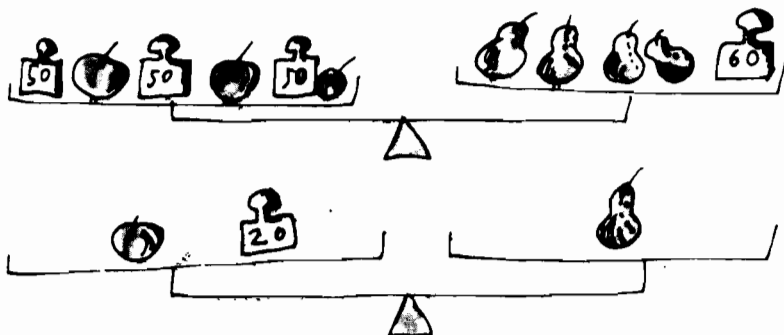
Не прибегая к весам, то же уравнение можно решить следующим образом:

$$2 \cdot (30 + x) = 3x + 52$$

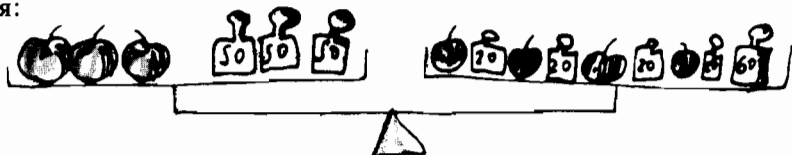
$$60 + 2x = 3x + 52$$

Вычитая из правой и левой частей последнего уравнения по $2x + 52$, находим $x = 8$.

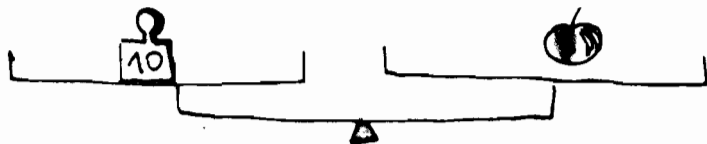
⑥4 Предположим, что на чашах весов лежат равные по весу яблоки и равные по весу груши. Пусть y — вес одного яблока, а z — вес одной груши. Тогда



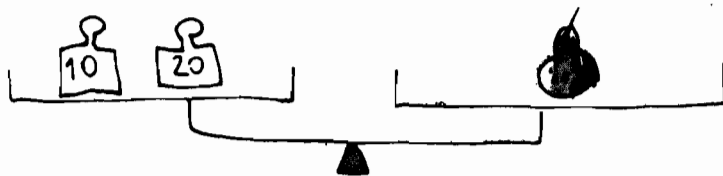
Воспользуемся вторым взвешиванием и заменим каждую из четырех груш на правой чаше первых весов яблоком и гирей в 200 г. Равновесие от такой замены не нарушится:



Сняв с левой и правой чаши по 3 яблока и 1400 г, найдем вес одного яблока:



Обратившись к результатам второго уравнивания и заменив яблоко на левой чаше стограммовой гирей, найдем вес одной груши:



Не обращаясь к весам, ту же задачу можно решить следующим образом. Исходная система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} 3 \cdot (500 + y) = 4z + 600 \\ y + 200 = z \end{cases}$$

Подставим в правую часть первого уравнения $z = y + 200$:

$$\begin{aligned} 3 \cdot (500 + y) &= 4(y + 200) + 600 \\ 1500 + 3y &= 4y + 800 + 600 \\ 1500 + 3y &= 4y + 1400 \end{aligned}$$

Вычитая из правой и левой частей по $3y + 1400$, получаем $y = 100$.

Подставляя найденное значение y во второе уравнение исходной системы, получаем значение z :

$$z = 100 + 200, \text{ то есть } z = 300.$$

65 Если бы время, затрачиваемое на дорогу домой, было известно, то поставить на настенных часах точное время не составляло бы никакого труда. Для этого было бы достаточно заметить по часам приятеля точное время ухода и прибавить к нему время, которое потребовалось на дорогу домой.

Время, затрачиваемое на дорогу, герой задачи мог вычислить следующим образом. Заметить по своим настенным часам время ухода и время прихода. Поскольку перед уходом из дому наш холостяк завел стенные часы, то установить по ним, сколько времени его не было дома, не составляло труда. Предположим, что он отсутствовал T с. Придя в дом приятеля и перед самым уходом наш холостяк мог взглянуть на правильно идущие часы и установить, сколько он беседовал с приятелем (t с). Предположим, что на дорогу (в одну сторону) он затрачивал s с.

Положив на одну чашу «весов» полное время отсутствия (T с), а на другую время в пути ($2s$ с) и продолжительность беседы с приятелем (t с), он привел чаши весов в равновесие. Сняв с каждой чаши по t с, он получил, что $T - t$ находится в равновесии с $2s$, откуда уже было нетрудно вычислить s .

66 1) Положим на каждую чашу весов по одному шарiku. Если чаши окажутся в равновесии, то это будет означать, что третий шарик тяжелее остальных. Если же одна чаша опустится ниже другой, то это будет означать, что более тяжелый шарик лежит на ней.

2) Разобьем 9 шариков на 3 группы (по три шарика в каждой) и обозначим их А, В и С:



а



б



в

Положим сначала на чаши весов по одной группе шариков, например на одну чашу положим группу шариков А, а на другую В. Возможны 3 случая:

если А легче В, то тяжелый шарик находится в группе В;

если А тяжелее В, то тяжелый шарик находится в группе А;

если А весит столько же, сколько весит В, то тяжелый шарик находится в группе С.

Итак, одно взвешивание необходимо, чтобы установить, в какой группе находится более тяжелый шарик. Вторым взвешиванием мы найдем тяжелый шарик в группе (см. решение предыдущей задачи).

3) Разобьем шарики на 3 группы (по 9 шариков в каждой). Одно взвешивание нам понадобится, чтобы установить, в какой из групп содержится тяжелый шарик, после чего задача сводится к предыдущей.

4) Выберем любые два шарика и сравним их по весу. Если они отличаются по весу, то шарик с дефектом находится среди них, а остальные два шарика заведомо доброкачественны. Положив на одну чашу весов заведомо хороший шарик, а на другую — более тяжелый из двух шариков, использованных в первом взвешивании, мы выясним, какой из первых двух шаров с изъяном.

Если же при первом взвешивании выбранные нами шарики окажутся одинаковыми по весу, то с изъяном будет один из двух оставшихся шариков. Взяв один из них и сравнив его вес с весом любого доброкачественного шарика, мы установим, какой из двух оставшихся после первого взвешивания шариков имеет изъян.

67 Перенумеруем автоматы, чеканящие монеты, от 1 до 8. Положим на весы 1 монету, выпущенную первым автоматом, 2 монеты, выпущенные вторым автоматом, 3 монеты, выпущенные третьим, и т. д. Если более легкие монеты чеканит первый автомат, то монеты на весах окажутся на 1 г легче, чем должно быть. Если более легкие монеты чеканит второй автомат, то монеты будут на 2 г легче и т. д. Если бы все монеты были полновесными, то стрелка весов остановилась бы на делении, соответствующем $10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + 70 + 80 = 360$ г. На сколько десятков граммов легче монеты на весах, таков номер неисправного автомата.

68 То, что отдает покупатель, по стоимости должно быть равно тому, что он получает. В первый день он заплатил 1500 форинтов и получил картину стоимостью в 1500 форинтов. На второй день он вернул картину стоимостью в 1500 форинтов и взял картину стоимостью в 3000 форинтов. Таким образом, отдав всего 3000 форинтов, он хотел получить 4500 форинтов. Неправоту покупателя можно пояснить иначе: поскольку после первого дня приход и расход были сбалансированы, покупатель на следующий день не имеет права учитывать при расчете сумму, заплаченную им накануне.

69 Вопрос задачи поставлен неверно: 27 долларов ушло на оплату номера, а двадцать восьмой, двадцать девятый и тридцатый доллары находятся в карманах у постояльцев. Два доллара, которые присвоил портье, взяты из 27 долларов, уплаченных постояльцами: 25 долларов стоил номер, а 2 доллара «осели» в кармане портье.

70 Умножение, сложение, возведение в квадрат и деление.

⑦1 Разбиение полупериода на мотивы длиной по 2 такта также симметрично. Таким образом, структура всего периода длиной в 8 строк отличается правильной симметрией. Эта правильная структура напоминает равномерный ритм.

⑦2 Таких примеров можно привести множество. Назовем лишь некоторые из них: «Менуэт» Баха, венгерская народная песня «Ветер теплый с гор снега сгоняет», русская народная песня «Ой, лада, лада», побочная тема из первой части скрипичного концерта Бетховена, первые две строки из «Тоски по весне» Моцарта и т. д.

- ⑦3
1. Если треугольник равнобедренный, то два его угла равны.
 2. Если длина стороны квадрата составляет a , то площадь его составляет a^2 .
 3. Если плоская фигура имеет вид треугольника, то сумма ее внутренних углов равна 180° .
 4. Если две фигуры конгруэнтны, то их площади равны.
 5. Если каждое из трех чисел отрицательно, то их произведение также отрицательно.
 6. Если положительная дробь меньше 1, то обратное ей число больше 1.

⑦4 Обратимо второе из исходных утверждений: действительно, утверждение «если сумма цифр какого-нибудь числа делится на 3, то и само число делится на 3» верно. Третье утверждение не допускает обращения: утверждение «если две прямые не пересекаются, то они параллельны» неверно, так как прямые могут быть скрещивающимися.

Из утверждений, приведенных в задаче 73, после обращения остаются истинными 1, 2, 3, 5 и 7.

Утверждение, обратное четвертому утверждению («если площади двух плоских фигур равны, то фигуры конгруэнтны»), неверно. Неверно также, что если произведение трех чисел отрицательно, то каждый из трех сомножителей отрицателен (оно обратно утверждению 6), поскольку два сомножителя могут быть положительными, а один отрицательным.

- ⑦5
1. Если автомашина останавливается, то у нее отказал мотор.
 2. Если рыба погибла, то ее вынули из воды.
 3. Всякий, кто говорит по-французски, француз.
 4. Если солнышко не греет, то наступил вечер.
 5. Если Эдена посылают на Олимпиаду, то он хороший метатель молота.
 6. Если все кошки серы, то наступила ночь.
 7. Если скоро состаришься, то много будешь знать.
- Из всех этих утверждений верно только утверждение 6.

⑦6

$$\begin{aligned} 60 &= 2 \cdot 30 = 2 \cdot 2 \cdot 15 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \\ &= 2 \cdot 5 \cdot 6 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \\ 60 &= 3 \cdot 20 = 3 \cdot 2 \cdot 10 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \\ &= 3 \cdot 4 \cdot 5 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \\ 60 &= 4 \cdot 15 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ 60 &= 5 \cdot 12 = 5 \cdot 2 \cdot 6 = 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \\ &= 5 \cdot 3 \cdot 4 = 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \\ 60 &= 6 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \end{aligned}$$

77

$$63 = 3 \cdot 21 = 3 \cdot 3 \cdot 7$$

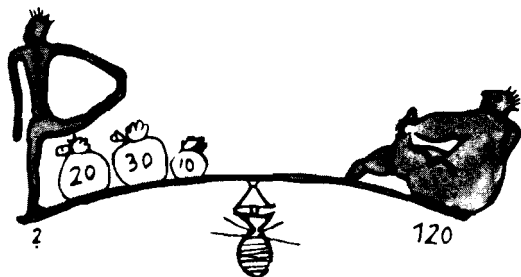
$$256 = 2 \cdot 128 = 2 \cdot 2 \cdot 64 = 2 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

78

Открыты те двери, на которых запоры повернуты нечетное число раз.

В первый раз по приказу султана были повернуты все запоры, во второй — запоры на дверях с четными номерами, в третий — запоры на дверях с номерами, делящимися на 3, и т. д. В 15-й раз были повернуты запоры на дверях с номерами, делящимися на 15. Поэтому запор на каждой двери оказался повернутым столько раз, сколько делителей имеет номер на двери.

В решении задачи 47 (из главы «Упорядочение») доказано, что квадраты обладают нечетным числом делителей. Следовательно, запоры на дверях с номерами 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 и 100 повернуты нечетное число раз, и двери в камеры с этими номерами открыты.



Послесловие для взрослых читателей

Проблема взаимосвязи изучаемых в школе предметов обсуждается в наши дни не менее широко, чем проблема взаимосвязи различных областей знания в научных исследованиях. Но если в науке комплексный подход позволил получить принципиально новые результаты, существенно обогатившие наши знания, то нескончаемый спор о целесообразности комбинированного изучения предметов в школе не повлиял сколько-нибудь заметно на традиционные методы обучения.

Учебная программа в школе построена так, что учитель преподает только «свой» предмет или родственные предметы, и лишь в исключительно редких случаях два учителя, ведущих различные предметы, сходятся на урок в одном классе.

Обособление предметов школьной программы возникло в прошлом веке. Достигнутый к тому времени уровень научных исследований отличался доведенной до предела специализацией. Разумеется, от программы классической гимназии нельзя было требовать столь же высокой специализации, но ничто не мешало разграничить изучаемые в гимназии дисциплины. С точки зрения ученых, такие традиционные школьные предметы, как грамматика или физика, представляли обширные комплексы знаний. Например, грамматика включала в себя фонетику, морфологию, синтаксис, семантику и т. д., физика — механику, акустику, оптику, термодинамику, теорию электричества и т. д. Подобное деление на комплексные предметы сохранилось с тех пор и в школе и берется за основу при подготовке учителей. До возникновения атомной физики никто даже не подозревал о том, что физика и химия зиждутся на общей основе. В существовавшей в начале века систематике наук точно указывалось, какие изменения надлежит считать физическими, а какие — химическими, а это позволяло без малейших сомнений относить одни явления к физике, а другие — к химии.

Еще в прошлом веке педагоги неоднократно высказывали предложения об объединении школьных предметов, мотивируя целесообразность такого подхода тем, что познания в различных областях науки и культуры приобретает один ребенок и сведение воедино должно облегчить усвоение разнородных фактов. Однако этот вопрос так и остался открытым. Единственное, чего смогли добиться сторонники комплексного обучения, — это введения в школьные учебники отрывочных утверждений типа «высота звука определяется частотой колебаний». Но подобное утверждение никоим образом не уменьшало разрыв между преподаванием физики и музыки.

В наше время все новые и новые явления заставляют ученых и педагогов говорить о необходимости более серьезного, чем прежде, отношения к «взаимодействию» школьных научных дисциплин.

Значительным стимулом к интенсификации научных исследований явилась математизация науки. Применение быстродействующих ЭВМ проникло во все области естествознания, привело к постановке новых задач, позволило усовершенствовать методы исследования и уточнить многие положения. Успехи, достигнутые математизацией науки, оказывают воздействие на преподавание как математики, так и других

научных дисциплин. Тенденции к комплексному обучению возникли сейчас в столь важном разделе педагогики, как художественное воспитание. А ведь совсем недавно мало кто помышлял о том, что художественное воспитание может стать важнейшим подспорьем в усвоении знаний и приобретении технических навыков. Новое направление в художественном воспитании заключается в том, чтобы предоставить возможность творческим способностям детей свободно развиваться на занятиях предметами, казалось бы, далекими от художественного воспитания.

Прогрессивные педагогические принципы исповедуют не только специалисты по художественному воспитанию. В преподавании математики, родного и иностранного языков, а также других предметов огромное значение стали придавать нешаблонным заданиям, требующим для своего решения творческого подхода.

Творчество и игра тесно взаимосвязаны, особенно в детстве. Ведь для ребенка игра (в противоположность довольно распространенному ошибочному мнению) — не «антипод» серьезной умственной работы, а сама является серьезной умственной работой, если в процессе игры ему удастся решить какую-то задачу.

Именно этими соображениями мы и руководствовались сначала при подготовке и проведении серии радиопередач «Язык, музыка, математика», а затем при работе над данной книгой.

Почему мы выбрали именно язык, музыку и математику? Действительно, существует немало других, не менее важных разделов науки и искусства, но именно в преподавании языка, музыки и математики новые педагогические тенденции выражены с наибольшей полнотой, и, по нашему мнению, именно здесь лежат основные истоки нашего мышления.

Нам хочется надеяться, что этот метод найдет применение и в других областях и будет испытан на других темах.

Авторы

Литература

Приводимый ниже список литературы составлен переводчиком для тех, кто хотел бы продолжить свое знакомство с затронутыми в книге вопросами или проследить параллели в русском фольклоре, и не претендует на полноту.

Ади Э. Стихи. — М.: Художественная литература, 1975.

Антология венгерской поэзии. — М.: ГИХЛ, 1952.

Арань Я. Избранное. — М.: ГИХЛ, 1960.

Барток Б. Зачем и как собирать народную музыку. — М.: Музгиз, 1959.

Барток Б. Народная музыка Венгрии и соседних народов. — М.: Музыка, 1966.

Бизам Д., Герцег Я. Игра и логика. — М.: Мир, 1975.

Бизам Д., Герцег Я. Многоцветная логика. — М.: Мир, 1978.

Венгерские народные сказки. — М.: Гослитиздат, 1958.

Йожеф А. Стихотворения. — М.: ГИХЛ, 1968.

Каринти Ф. Фантазии Фридьеша Каринти. — М.: Мир, 1969.

Кодай З. Венгерская народная музыка. — Будапешт: Корвина, 1961.

Кюршак Й., Нейкомм Д., Хайош Д., Шурани Я. Венгерские математические олимпиады. — М.: Мир, 1976.

Мартынов И. И. Бела Барток. — М.: Советский композитор, 1968.

Мартынов И. И. Золтан Кодай (1882—1967). — М.: Советский композитор, 1970.

Народные русские сказки А. Н. Афанасьева в трех томах. — М.: Гослитиздат, 1958.

Настьев И. В. Бела Барток (1881—1945). Жизнь и творчество. — М.: Музыка, 1969.

Пермяков Г. Л. Паремнологический эксперимент. Материалы для паремнологического минимума. Полторы тысячи русских пословиц, поговорок, загадок, примет и других народных изречений, распространенных в живой разговорной речи. — М.: Наука, 1971.

Пермяков Г. Л. Пословицы и поговорки народов Востока: систематизированное собрание изречений двухсот народов. — М.: Наука, 1979.

Песни мадьяр. Венгерские народные песни и баллады. — Будапешт: Корвина, 1977.

Петер Р. Игра с бесконечностью. — М.: Просвещение, 1968.

Петёфи Ш. Собрание сочинений в четырех томах. — М.: ГИХЛ, 1952.

Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. — М.: ИЛ, 1957.

Пойа Д. Как решать задачу. — М.: Учпедгиз, 1959.

Пойа Д. Математическое открытие. — М.: Наука, 1970.

Даль В. И. Пословицы русского народа. Сборник В. Даля. — М.: Гослитиздат, 1957.

Реньи А. Трилогия о математике. — М.: Мир, 1980.

Рыбников П. Н. Песни, собранные П. Н. Рыбниковым. 3 т. — М.: Сотрудник школ, 1909—1910.

Сахаров И. П. Песни русского народа. — СПб.: тип. Сахарова, 1838—1839.

Ч. 1. Русские святочные песни, 1838.

Ч. 2. Русские хороводные песни, 1838.

Ч. 3. Русские свадебные песни, 1839.

Ч. 4. Русские семейные песни, 1839.

Ч. 5. Былины русского народа, 1839.

Современная венгерская поэзия. — М.: Прогресс, 1973.

Уйфалуши И. Бела Барток. Жизнь и творчество. — Будапешт, Корвина, 1971.

Фелицына В. П., Прохоров Ю. Е. Русские пословицы, поговорки и крылатые выражения. Лингвострановедческий словарь. — М.: Русский язык, 1980.

Фолсом Ф. Книга о языке. — М.: Прогресс, 1974.

Содержание

От переводчика	5
Предисловие	6
Ритм	7
Вариации	28
Отражение	44
Пропорции	67
Последовательности	86
Параллели	116
Противоположности	133
Упорядочение	149
Повторение	165
Степени сравнения	182
Равновесие	196
Структура	209
Решения и ответы	227
Послесловие для взрослых читателей	245
Литература	246

Б. Варга, Ю. Дименз, Э. Лопарик
ЯЗЫК, МУЗЫКА, МАТЕМАТИКА

Научный редактор А. Н. Кондрашова
Мл. науч. ред. М. А. Харузина
Художник Л. А. Кулагин
Художественный редактор Л. Е. Безрученков
Технический редактор З. И. Резник
Корректор Е. Г. Литвак

ИБ № 2561

Сдано в набор 04.10.80. Подписано к печати 27.05.81.
Формат 70 x 90/16. Бумага офсетная № 1.
Гарнитура таймс. Печать офсетная. Объем 7,75 бум. л
Усл. печ. л. 18,14. Усл.-кр. отт. 36,87. Уч.-изд. л. 17,6
Изд. № 12/1002. Тираж 100 000 экз. Зак. 793. Цена 1 р. 40 к.

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»
Москва, 1-й Рижский пер., 2.