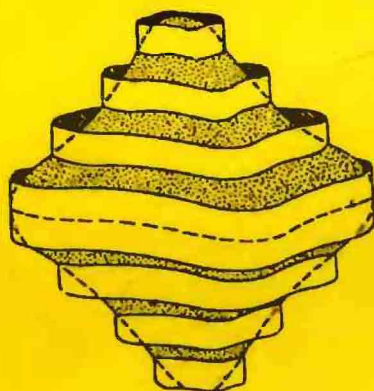


339.1  
4-53

Ա.Ա.ԿԻՐԱԿՈՍՅԱՆ

# ՊԻՆԴ ՄԱՐՄՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

II



ԵՐԵՎԱՆ 1999

539.1

Կ-53

Ա.Ա.ԿԻՐԱԿՈՍՅԱՆ

ՊԻՆԴ ՄԱՐՄՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ  
ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ  
ՄԱՍ II

ՀԱՅԻՆՖՈ ԳՈՐԾԱԿԱԼՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ 1999

ԴՏՀ 53 (07)  
ԳՄԴ 22.3y73  
Կ-530

Խմբագիր՝ ակադեմիկոս Է.Մ.Ղազարյան

**Ա.Ա. Կիրակոսյան**

Կ-530 Պիմոյ մարմնի ֆիզիկայի ներածություն, Մաս II: Ուս. ձեռնարկ-  
Եր., Արտագերս, էջ 350, 1999թ.:

Գրքում հանգամանորեն շարադրված է դասական էլեկտրոնային տե-  
սությունը (Պ. Գրոմե, Հ.Լորենց) և ազատ էլեկտրոնային զազի քվանտային  
տեսությունը (Ա.Զոմերֆելդ): Տրված են նախնական տեղեկություններ պիմոյ  
բյուրեղական մարմնում էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրի գոտիական  
կառուցվածքի մասին: Առանձին գլուխներ են նվիրված գերհաղորդականու-  
թյան երևույթի, պիմոյ մարմնի մագնիսական հատկությունների և  
արատների ուսումնասիրությանը: Տրված են նաև նախնական, ընդհանուր  
բնույթի տեղեկություններ ամորֆ պիմոյ մարմինների և ենդուկ բյուրեղների  
մասին:

Նախատեսված է ԵՊՀ-ի ֆիզիկայի և ռադիոֆիզիկայի ֆակուլտետնե-  
րի, Արցախի պետական համալսարանի բնագիտական ֆակուլտետի,  
ՀՊՃՀ-ի կիբեոնետիկայի, կիսահաղորդչային սարքերի ֆիզիկայի, նյութա-  
բանության և հարակից բնագավառներում մասնագիտացող ուսանողների,  
ինչպես նաև մագիստրոսների և ասպիրանտների համար:

Գիրքը կարող է օգտակար լինել նաև պիմոյ մարմնի ֆիզիկական ինքնու-  
րույն ուսումնասիրել ցանկացող գիտաշխատողների և ճարտարագետների  
համար:

186 523

2000866475

Կ  $\frac{1604010000}{0038 (01)-99}$  99

ԳՄԴ 22.3y73

© Կիրակոսյան  
© Արտագերս հրատ. 1999

**Նախաձեռնությամբ Ամերիկահայ ճարտարագետների  
և Գիտնականների Ընկերակցության  
դոկտոր ԱԼԵԺՍ, ԴԵԲՈՐԱ և ՄԻԶԱՅԵԼ  
ԳՐԻԳՈՐՅԱՆՆԵՐԸ  
ի հիշատակ իրենց շատ սիրելի  
դոկտոր ՄԻԶԱՅԵԼ ԳՐԻԳՈՐՅԱՆԻ  
հովանավորել են սույն գրքի հրատարակությունը**

**Գլուխ VI. Դասական էլեկտրոնային տեսություն**

|                                                                             |    |
|-----------------------------------------------------------------------------|----|
| §1. Դրուդեի էլեկտրոնային տեսությունը.....                                   | 7  |
| §2. Մետաղի էլեկտրահաղորդականությունը.....                                   | 9  |
| §3. Մետաղի դիամիկական հաղորդականությունը.....                               | 14 |
| §4. Մագնիսադիմադրություն: Հոլի երևույթը.....                                | 20 |
| §5. Ջերմահաղորդականություն: Վիդեման-Ֆրանցի օրենքը.<br>Ջերմեկի երևույթը..... | 26 |
| §6. Լորենցի էլեկտրոնային տեսությունը.....                                   | 30 |
| §7. Կինետիկ հավասարման լուծումը: Կլինսիկական<br>գործակիցների հաշվարկը.....  | 35 |

**Գլուխ VII. Մետաղների տեսությունն ըստ Ջոներֆելդի**

|                                                                                           |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| §1. Ֆերմի-Դիրակի բաշխումը.....                                                            | 41 |
| §2. Էլեկտրոնային գազը հիմնական վիճակում.....                                              | 43 |
| §3. Էլեկտրոնային գազը զրոյից տարբեր ցերմաստիճաններում.....                                | 50 |
| §4. Էլեկտրոնային գազի ցերմունակությունը.....                                              | 56 |
| §5. Էլեկտրոնային գազի էլեկտրահաղորդականությունը և<br>ջերմահաղորդականությունը.....         | 61 |
| §6. Դասական տեսության մեջ Ֆերմի-Դիրակի քվանտային<br>բաշխման օգտագործման հիմնավորումը..... | 68 |
| §7. Դասական էլեկտրոնային տեսության քերությունները.....                                    | 70 |

**Գլուխ VIII. Գոսիական տեսության հիմունքները**

|                                                                                                                        |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| §1. Էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան պարբերական դաշտում:<br>Բլոխի թեորեմը.....                                             | 74  |
| §2. Կրոնիգ-Պեննիի մոդելը.....                                                                                          | 81  |
| §3. Քվագիմադուս: Արտաքին դաշտի ազդեցությունը բյուրեղում<br>զանգված էլեկտրոնի վրա: Էլտրոնարար զանգվածի<br>զադափարը..... | 93  |
| §4. Հաղորդիչներ և մեկուսիչներ: Խոռոչի զադափարը.....                                                                    | 100 |

## **Գլուխ IX. Պինդ մարմինների մագնիսական հասկությունները**

|                                                                       |     |
|-----------------------------------------------------------------------|-----|
| §1. Պինդ մարմինների դասակարգումն ըստ մագնիսական հասկությունների.....  | 111 |
| §2. Ատոմական դիամագնիսականություն: Բորի, Վան-Լևենի թեորեմը .....      | 115 |
| §3. Ատոմական ընկալունակության ընդհանուր հաշվարկը.....                 | 122 |
| §4. Լճատ էլեկտրոնների ուղեծրային դիամագնիսականությունը....            | 129 |
| §5. Ատոմների և իոնների պարամագնիսականությունը:<br>Կյուրիի օրենքը..... | 140 |
| §6. Սպինային պարամագնիսականություն.....                               | 150 |
| §7. Մագնիսական կարգավորվածություն.....                                | 158 |
| §8. Ֆեռոմագնիսականություն.....                                        | 164 |
| §9. Հակաֆեռոմագնիսականություն.....                                    | 173 |
| §10. Ֆերիմագնիսականություն.....                                       | 180 |
| §11. Փոխանակային փոխազդեցություն: Հայգենբերգի մոդելը.....             | 188 |
| §12. Սպինային ալիքները ֆեռոմագնիսներում.....                          | 195 |
| §13. Մագնիսական անիզոտրոպություն.....                                 | 203 |
| §14. Ֆեռոմագնիսական դոմեններ.....                                     | 208 |

## **Գլուխ X. Գերհաղորդականություն**

|                                                                               |     |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----|
| §1. Գերհաղորդականության հայտնագործումը.....                                   | 219 |
| §2. Իդեալական դիամագնիսականություն: Մայսների երևույթը.....                    | 225 |
| §3. Միջանկյալ վիճակ: I և II սեռի գերհաղորդիչներ.....                          | 231 |
| §4. Գերհաղորդիչ վիճակի թերմոդինամիկան: Ջերմունակության<br>թիչքը.....          | 238 |
| §5. Լոնդոնների սեսությունը.....                                               | 244 |
| §6. Հոսքի քվանտացումը: Կուպերյան զույգեր.....                                 | 251 |
| §7. Գերհաղորդականության միկրոսկոպական տեսության<br>ֆիզիկական հիմունքները..... | 256 |
| §8. Գաղափար գերհաղորդականության ԲԿԸ տեսության մասին.....                      | 265 |
| §9. Ջոզեֆսոնի երևույթները.....                                                | 273 |

|                                                                                                   |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| §10. Գաղափար բարձրչեղմաստիճանային գերհաղորդականության մասին.....                                  | 281 |
| <b>Գլուխ XI. Արատները բյուրեղներում</b>                                                           |     |
| §1. Բյուրեղական արատների դասակարգումը.....                                                        | 288 |
| §2. Կեսային արատներ.....                                                                          | 294 |
| §3. Դիսլոկացիաներ.....                                                                            | 303 |
| <b>Գլուխ XII. Ամորֆ մարմիններ և հեղուկ բյուրեղներ</b>                                             |     |
| §1. Ամորֆ մարմիններ.....                                                                          | 315 |
| §2. Գաղափար հեղուկ բյուրեղների մասին.....                                                         | 325 |
| Հավելված 1. Ֆիզիկական մեծությունների աղյուսակ.....                                                | 336 |
| Հավելված 2. Որոշ մետաղների տեսակարար դիմադրությունները<br>և էլեկտրոնային կոնցենտրացիաները.....    | 337 |
| Հավելված 3. VIII.1.11 առնչության ապացույցը.....                                                   | 338 |
| Հավելված 4. Տարրերի կրիստալական ջերմաստիճանների և<br>կրիտիկական մագնիսական դաշտերի արժեքները..... | 339 |
| Գրականություն.....                                                                                | 340 |

## ԴԱՍԱԿԱՆ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

## §1. Դրուդեի էլեկտրոնային տեսությունը

1897թ. Զ.Զ. Թոմսոնը հայտնագործեց էլեկտրոնը: Երեք տարի անց Պ. Դրուդեն ստեղծեց էլեկտրոնային տեսություն, որը բացատրում էր մետաղների էլեկտրա- և ջերմահաղորդականությունը:

Մետաղում գտնվող էլեկտրոնների համախումբը Դրուդեն դիտեց որպես էլեկտրոնային գազ և նրա նկատմամբ կիրառեց գազերի կինետիկ տեսությունը: Այս տեսության պարզագույն տարբերակում մոլեկուլները համարվում են կոշտ, միատեսակ գնդեր, որոնք փոխազդում են միայն կարճատև բախումների ժամանակ: Քանի որ մետաղն էլեկտրաչեզոք է, ապա էլեկտրոնների հետ մեկտեղ մետաղում պետք է լինեն նաև դրական լիցքավորված մասնիկներ (իոններ), որոնք, համաձայն Դրուդեի, անշարժ են և համակշռում են էլեկտրոնների բացասական լիցքը:

Էլեկտրոնային գազի կարևորագույն բնութագիրը նրա կոնցենտրացիան է՝ 1սմ<sup>3</sup>-ում առկա էլեկտրոնների քիվը՝

$$n = \frac{N}{V} = N_A \frac{Z \cdot \rho}{A}, \quad (1.1)$$

որտեղ  $N_A$ -ն Ավոգադրոյի քիվն է,  $\rho$ -ն՝ նյութի զանգվածային խտությունը,  $A$ -ն՝ հարաբերական ատոմային զանգվածը,  $Z$ -ը՝ ատոմի արժեքականությունը, այսինքն՝ այն էլեկտրոնների քիվը, որոնք հեռանում են ատոմից, երբ առանձին ատոմներից կազմվում է մետաղը: Մետաղներում էլեկտրոնների կոնցենտրացիան  $10^{22}$ սմ<sup>-3</sup> կարգի մեծություն է և փոփոխվում է  $0,91 \cdot 10^{22}$ սմ<sup>-3</sup>-ից (Cs) մինչև  $24,7 \cdot 10^{22}$ սմ<sup>-3</sup> (Be) (Հավելված 2):

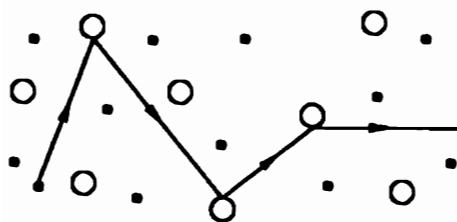
Մետաղներում էլեկտրոնային գազի կոնցենտրացիան մոտ 1000 անգամ մեծ է նորմալ պայմաններում դասական գազի խտությունից՝ Լոշմիդտի քիվից՝  $n_L \approx 2,7 \cdot 10^{19}$ սմ<sup>-3</sup>. Չնայած այս հանգամանքին, ինչպես նաև ուժեղ էլեկտրոն-էլեկտրոն և էլեկտրոն-իոն փոխազդեցությունների առկա-

յությանը, Դրուդեի տեսության մեջ էլեկտրոնային զազի ուսումնասիրության համար կիրառվում են չեզոք, նոսր զազերի կինետիկ տեսության մեթոդները:

Դրուդեի էլեկտրոնային տեսության մեջ արվում են հետևյալ հիմնական ենթադրությունները.

1. Բախումների միջև ընկած ժամանակամիջոցում հաշվի չի առնվում էլեկտրոնի փոխազդեցությունը մյուս էլեկտրոնների և իոնների հետ, այլ կերպ ասած՝ արտաքին էլեկտրամագնիսական դաշտերի բացակայությամբ յուրաքանչյուր էլեկտրոն շարժվում է ուղղագիծ և հավասարաչափ: Արտաքին դաշտերի առկայությամբ էլեկտրոնը շարժվում է Նյուտոնի օրենքներին համապատասխան, ընդամին հաշվի են առնվում միայն այդ դաշտերը, իսկ մյուս էլեկտրոնների և իոնների լրացուցիչ բարդ ազդեցությունը հաշվի չի առնվում: Այն մոտավորությունը, որի դեպքում արեհամարիվում է բախումների միջև ընկած ժամանակամիջոցում էլեկտրոն-էլեկտրոն փոխազդեցությունը, հայտնի է որպես անկախ էլեկտրոնների մոտավորություն, իսկ երբ արեհամարիվում է էլեկտրոն-իոն փոխազդեցությունը, ապա գործ ունենք ազատ էլեկտրոնների մոտավորության հետ:

2. Բախումն ակնթարթային պատահար է, որը հանկարծակիորեն վառվում է էլեկտրոնի արագությունը: Էլեկտրոնները ետ են թռչում դրական



Նկ. VI.1

իոններից, ինչպես կոշտ գնդերից, իսկ էլեկտրոնի բախումները մյուս էլեկտրոնների հետ ընդհանրապես հաշվի չեն առնվում (նկ. VI.1):

Իրականում այս պատկերը շատ հեռու է ճշմարտացի լինելուց: Բարեբախտաբար, շատ խնդիրներում բոլորովին կարևոր

չէ բախման մեխանիզմի մանրամասն իմացությունը. բավական է միայն ենթադրել, որ գործում է ցրման որևէ մեխանիզմ: Կարելի է օգտագործել ցրման պրոցեսի մի քանի ընդհանուր հատկություններ, առանց սահմանափակվելու այս կամ այն մեխանիզմով: Այդ ընդհանուր հատկությունները տրվում են հետևյալ երկու ենթադրություններով.

3. Միավոր ժամանակում էլեկտրոնի ցրման հավանականությունը  $1/\tau$  է:  $dt$  ժամանակամիջոցում ցրման հավանականությունը հավասար է  $dt/\tau$ :  $\tau$ -ն կոչվում է ռելաքսացիայի ժամանակ կամ ազաս վազքի ժամանակ և կախված չէ էլեկտրոնի ստրաճական դիրքից և նրա արագությունից:

4. Էլեկտրոնները գալիս են շրջապատի հետ ջերմային հավասարակշռության բացառապես բախումների շնորհիվ: Բախումները պահպանում են սեղային ջերմային հավասարակշռությունը հետևյալ կերպ. բախումից անմիջապես հետո էլեկտրոնի արագությունը կասված չէ, բախումից առաջ նրա ունեցած արագության հետ, ընդ որում արագությունն ուղղված է պատահական ձևով, իսկ մեծությունը համապատասխանում է այն տիքային ջերմաստիճանին. որտեղ որ սեղի է ունեցել բախումը:

Հիմնվելով արված ենթադրությունների վրա, ստանանք արտահայտություններ մետաղների որոշ ֆիզիկական բնութագրերի համար և համեմատենք դրանք փորձից հայտնի ավյալների հետ:

## §2. Մետաղի էլեկտրահաղորդականությունը

Օհմի օրենքի համաճայն, հոսանքը հաղորդչում համեմատական է նրա ծայրերին կիրառված լարմանը՝

$$I = \frac{U}{R}, \quad (2.1)$$

որտեղ հաղորդչի  $R$  դիմադրությունը կախված է նմուշի ձևից, չափերից, ինչպես նաև նյութի տեսակից: Դրուդի տեսությունը հնարավորություն է տալիս բացատրելու (2.1) կապը և գնահատելու դիմադրությունը:

Ինչպես գիտենք,  $\mathbf{v}$ , արագությամբ շարժվող էլեկտրոնը համարժեք է

$\mathbf{j}_i = -\frac{e}{V} \mathbf{v}$ , խտությամբ հոսանքի: Գումարելով բոլոր  $N$  էլեկտրոնների կողմից ստեղծված հոսանքների խտությունները, կստանանք՝

$$\mathbf{j} = \sum_{i=1}^N \mathbf{j}_i = -\frac{e}{V} \sum_{i=1}^N \mathbf{v}_i = -en\mathbf{v} \quad (2.2)$$

որտեղ

$$\mathbf{v} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{v}_i, \quad (2.3)$$

վելտորը էլեկտրոնների միջին արագությունն է, որն անվանում են նաև հոսընթացի (դրեյֆի) արագություն: Այն էլեկտրոնների համակարգի՝ որպես ամբողջություն շարժման («ծանրության կենտրոնի») արագությունն է:

Մետաղի ցանկացած կետում էլեկտրոնները շարժվում են բոլոր հնարավոր ուղղություններով և ունեն սառբեր արագություններ: Արտաքին դաշտերի բացակայության դեպքում էլեկտրոնների շարժման բոլոր ուղղությունները հավասարահնարավոր են, ուստի  $\mathbf{v} = 0$ :

Այժմ ստանանք  $\mathbf{v}$ -ն որոշելու համար հավասարում, երբ էլեկտրոնների վրա ազդում է  $\mathbf{f}$  արտաքին ուժը: Էլեկտրոնի միջին իմպուլսը  $t$  պահին նշանակենք  $\mathbf{p}(t)$ -ով: Հաշվենք էլեկտրոնի միջին իմպուլսը  $dt$  ժամանակ անց՝  $\mathbf{p}(t+dt)$ -ն: Հավանականությունն այն բանի, որ պատահական  $t$  պահին վերցված էլեկտրոնը կրախվի մինչև  $t+dt$  պահը, այսինքն՝  $dt$  ժամանակահատվածի ընթացքում, կլինի հավասար  $dt/\tau$ , ուստի  $dt$ -ում չբախվելու հավանականությունը կլինի հավասար  $1 - dt/\tau$ : Բախման բացակայության դեպքում էլեկտրոնը շարժվում է արտաքին ուժի ազդեցության տակ և ձեռք է բերում լրացուցիչ  $\mathbf{f}(t)dt + O(dt)^2$  իմպուլս ( $O(dt)^2$ -ն նշանակում է  $(dt)^2$ -ու կարգի մեծություն): Այսպիսի էլեկտրոնների ներդրումը  $t+dt$  պահին ունեցած իմպուլսի մեջ հավասար է

$$\left(1 - \frac{dt}{\tau}\right) [\mathbf{p}(t) + \mathbf{f}(t)dt + O(dt)^2]: \quad (2.4)$$

Հաշվենք այժմ  $dt$ -ում բախված էլեկտրոնների ներդրումը: Այսպիսի էլեկտրոնների թիվը համեմատական է  $dt/\tau$ -ին: Քանի որ բախումից անմիջապես հետո էլեկտրոնի արագությունը (և իմպուլսը) ուղղված է պատահական ձևով, սակայն յուրաքանչյուր բախված էլեկտրոնի ներդրումը միջին իմպուլսի մեջ  $t+dt$  պահին պայմանավորված կլինի  $dt$ -ի ընթացքում տեղի ունեցած բախումից հետո  $\mathbf{f}(t)$  ուժի շնորհիվ ձեռք բերած որոշակի իմպուլսով, որը  $\mathbf{f}(t)dt$  կարգի է: Այսպիսով, բախված էլեկտրոնների ներդրումը կլինի

$$(dt/\tau) \mathbf{f}(t)dt \sim O(dt)^2 \quad (2.5)$$

կարգի: Արդյունքում  $p(t+dt)$ -ի համար կստանանք՝

$$\begin{aligned} p(t+dt) &= \left(1 - \frac{dt}{\tau}\right) \left[ p(t) + f(t)dt + O(dt)^2 \right] + \frac{dt}{\tau} f(t)dt = \\ &= p(t) + f(t)dt - \frac{dt}{\tau} p(t) + O(dt)^2: \end{aligned} \quad (2.6)$$

Կատարելով սահմանային անցում՝  $dt \rightarrow 0$ , կստանանք՝

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{p}{\tau} + f(t): \quad (2.7)$$

Այս հավասարումից հետևում է, որ էլեկտրոնների խոնների հետ բախումների շնորհիվ ծագում է էլեկտրոնների շարժումն արգելակող, արդյունադար «շփման» ուժ՝  $-p/\tau$  անդամը:

Այժմ (2.7) հավասարման օգնությամբ ստանանք էլեկտրոնի հոսքնթացի արագության արտահայտությունը հաստատում, համասեռ էլեկտրական դաշտում, որի  $E$  լարվածությունը զրոյից տարբեր է  $(0, T)$  ժամանակամիջոցում (նկ. VI.2, ա): Էլեկտրոնի վրա ազդող

$$f = -eE \quad (2.8)$$

ուժի ազդեցության տակ Լորկո հաջորդական բախումների միջև յուրաքանչյուր էլեկտրոն կատարում է արագացող շարժում (նկ. VI.2, բ): (2.7) հավասարումից հոսքնթացի արագության համար կստանանք (նկ. VI.2, գ)՝

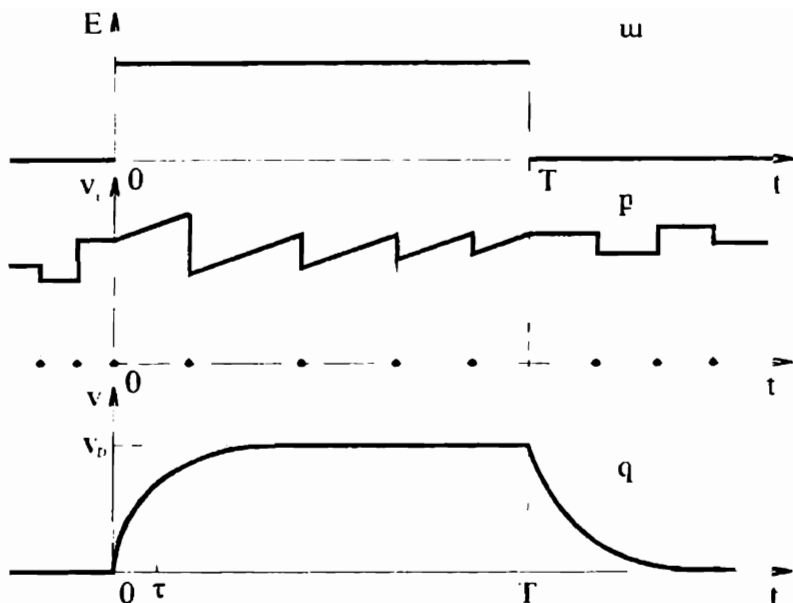
$$v = \frac{p}{m} = -\frac{e\tau E}{m} (1 - e^{-t/\tau}): \quad (2.9)$$

Այս արտահայտությունից հետևում է, որ էլեկտրական դաշտը միացնելուց  $t \gg \tau$  (սակայն  $t \leq T$ ) ժամանակ անց էլեկտրոնները ձեռք են բերում հոսքնթացի հաստատված (ստացիոնար) արագություն՝

$$v \equiv v_D = -\frac{e\tau E}{m}, \quad (2.10)$$

որին, ըստ (2.2) առնչության, համապատասխանում է հոսանքի հաստատուն խտություն՝

$$j = \frac{ne^2\tau}{m} E = \sigma E, \quad (2.11)$$



Նկ. VI.2

որտեղ

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} \quad (2.12)$$

մեծությունը մետաղի էլեկտրահաղորդականության գործակիցն է: (2.11) արտահայտությունն Օհմի օրենքն է դիֆերենցիալ տեսքով: Եթե  $\sigma$ -ից անցնենք նյութի ահսակարար դիմադրությանը՝

$$\rho = \frac{1}{\sigma}, \quad (2.13)$$

ապա, օգտվելով նրա վարձնականորեն չափված արժեքներից, (2.12) բանաձևից կարելի է զմանաակ ուղարկացիայի  $\tau$  ժամանակը՝

$$\tau = \frac{m}{\rho ne^2} \quad (2.14)$$

Տեսակարար դիմադրության մեծությունը կախված է ջերմաստիճանից: Սենյակային ջերմաստիճաններում  $\rho$ -ն մի բանի մկՕհմ-սմ կարգի

մեծություն  $I$  (Հավելված 2): Նրև  $\rho_\mu$ -ով նշանակենք սոսակարար դիմադրությունը, արտահայտված մկՕհմ-սմ-կրով, ապա (2.14) առնչությունը կա-րելի է արտագրել հետևյալ հարմար տեսքով՝

$$\tau \approx \left( \frac{35}{\rho_\mu} \right) \cdot \frac{n_0}{n} \cdot 10^{-14} \text{ վ} , \quad (2.15)$$

որտեղ  $n_0 = 10^{22} \text{ սմ}^{-3}$ : Բնտ փորձնական սովալների. սենյուկային ջերմաս-տիճաններում  $\tau \sim 10^{-14} \div 10^{-15} \text{ վ}$  կարգի մեծություն է: Նույն պայմաննե-րում էլեկտրոնի միջին ջերմային արագությունը  $v_0 = (3k_B T/m)^{1/2} \sim \sim 10^7 \text{ սմ/վ}$ : Ազատ վազքի  $l = \tau \cdot v_0$  միջին երկարության համար ստանում ենք արժեքներ, որոնք զանվում են  $l \div 10 \text{ \AA}$  տիրույթում: Բանի որ  $l \sim a$ -ին՝ միջատոմական եռավորությանը, ապա ստացված արդյունքը զտնվում է էլեկտրոնների՝ իոնների հետ բախման Դ-բուդեի ենթադրության հետ լիակա-սար համաձայնության մեջ:

Հարկ է նշել, որ Օհմի օրենքը՝ (2.11) հավասարումը, սևդի ունի «թույլ» դաշտերում, երբ  $v_D \ll v_0$  (սևս նաև (6.5) պայմանը):  $T = 300 \text{ K}$ -ում կա-րելի է «թույլ» համարել  $10^4 \text{ վ/սմ}$ -ի չգերազանցող դաշտերը:

Նրև արտաքին էլեկտրական դաշտն անջատվում է ( $E = 0$ ), երբ  $t \geq T$ , նկ. VI.2, ա), ապա, ըստ (2.7) հավասարման, անջատկուց հետո  $t$  վ անց հոսընթացի արագությունը տրվում է (նկ. VI.2, գ)

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_D \exp(-t/\tau) \quad (2.16)$$

արտահայտությամբ, որի համաձայն ուղղորդված շարժման արագությունը ձգտում է գրոյի: Այսինքն՝ դաշտն անջատկուց հետո  $t \sim \tau$  ժամանակ անց  $\mathbf{v} \approx 0$ , և համակարգը գալիս է ջերմային հավասարակշռության վիճակի:

Օգտվելով  $\mathbf{v}_D$ -ի և  $E$ -ի միջև (2.10) կապից, ներմուծենք մի նոր բնու-թագրի՝ շարժունության ( $\mu$ ) գաղափարը: Շարժունությունը սահմանվում է որպես հոսընթացի արագության և դաշտի լարվածության միջև գործակից՝

$$\mathbf{v}_D \equiv \mu \mathbf{E} = -\frac{e\tau}{m} \mathbf{E} , \quad (2.17)$$

այսինքն. էլեկտրոնի շարժունությունը՝

$$\mu = -\frac{e}{m} \tau \quad (2.18)$$

և ունի նույն նշանը, ինչ որ լիցքը: Էլեկտրահաղորդականության գործակիցը կարելի է արտահայտել հետևյալ բանաձևով՝

$$\sigma = -en\mu : \quad (2.19)$$

Ընդհանուր դեպքում էլեկտրահաղորդականության, առատակարար դիմադրության և շարժունության գործակիցները ստիպում են երկրորդ կարգի սենզորներով:

### §3. Մետաղի դինամիկական հաղորդականությունը

Ենթադրենք այժմ, որ էլեկտրոնային գազը գտնվում է ժամանակի ընթացքում փոփոխվող էլեկտրական դաշտում: Սահմանափակվենք ներդաշնակորեն փոփոխվող դաշտերով, երբ

$$E(t) = E(\omega)e^{-i\omega t} : \quad (3.1)$$

Այս դեպքում (2.7) հավասարման լուծումը կլինի

$$p(t) = p(\omega)e^{-i\omega t} \quad (3.2)$$

տեսքով: Տեղադրելով (3.1) և (3.2) առնչությունները (2.7) հավասարման մեջ, անհայտ  $p(\omega)$  գործակցի համար կստանանք՝

$$p(\omega) = \frac{-e\tau E(\omega)}{1 - i\omega\tau} : \quad (3.3)$$

Մյուս կողմից, (2.2) արտահայտության համաձայն

$$j(t) = -env(t) = j(\omega)e^{-i\omega t} \quad (3.4)$$

որտեղ

$$j(\omega) = -\frac{enp(\omega)}{m} = \frac{ne^2\tau \cdot E(\omega)}{m(1 - i\omega\tau)} = \sigma(\omega)E(\omega) : \quad (3.5)$$

$\sigma(\omega)$  մեծությունը կոչվում է դինամիկական կամ բարձրհաճախային հաղորդականություն և տրվում է

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma}{1 - i\omega\tau} \quad (3.6)$$

բանաձևով, որտեղ  $\sigma$ -ն սուստիկ հաղորդականության գործակիցն է և տրվում է (2.12) առնչությամբ: Եթե  $\omega\tau \ll 1$ , ապա, ըստ (3.6) բանաձևի,  $\sigma(\omega) \approx \sigma$ : Այսպիսով,  $\omega \ll \omega_0 = 1/\tau$  (երբ  $\tau \sim 10^{-14}$  վ,  $\omega_0 \sim 10^{14}$  ռադ/վ) հաճախությամբ փոփոխվող դաշտում էլեկտրոնի վարքը գործնականորեն չի տարբերվում էլեկտրաստատիկ դաշտում նրա վարքից:

Եթե (3.1) առնչության փոխարեն վերցնենք  $E(t) = E(\omega)\exp(i\omega t)$ , ապա (3.6) բանաձևի փոխարեն կստանանք՝

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma}{1 + i\omega\tau} : \quad (3.7)$$

Դաշտի լարվածության

$$E(t) = E(\omega)e^{i\omega t} \quad \text{և} \quad E(t) = E(\omega)e^{-i\omega t} \quad (3.8)$$

ներկայացումները համարժեք են, քանի որ ֆիզիկական իմաստ ունեցող իրական  $E(t) = \frac{1}{2}E(\omega)(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) = E(\omega)\cos(\pm\omega t)$  մեծությունը կախված չէ  $\exp$ -ի նշանից: Նույն դաստորոտյունն իրավացի է նաև  $j$ -ի համար.

$$j = \frac{1}{2}(j + j^*) = \frac{1}{2}(\sigma E + \sigma^* E^*) : \quad (3.9)$$

Վերցնելով  $\sigma = |\sigma(\omega)|\exp(\pm i\delta)$  տեսքով, (3.9) կապից կստանանք՝

$$j = |\sigma(\omega)|E(\omega)\cos(\omega t - \delta) : \quad (3.10)$$

Դինամիկական հաղորդականության կոմպլեքս լինելը, համաձայն (3.10) բանաձևի, նշանակում է փուլի շեղում հոսանքի և լարման միջև, ընդ որում հոսանքը փուլով ետ է մնում լարումից: (3.6) բանաձևը ներկայացնելով էքսպոնենցիալ տեսքով,  $\delta$  փուլի համար կստանանք՝

$$\tan\delta = \omega\tau : \quad (3.11)$$

Այս բանաձևից հետևում է, որ  $\omega$ -ի աճին գուզրնթաց հոսանքի շեղումը լարումից դառնում է ավելի ու ավելի զգալի, ինչը վերջին հաշվով սլայմավորված է էլեկտրոնների իներտությամբ:

Այժմ ուշադրություն դարձնենք հետևյալ երկու հանգամանքների վրա:

1. Ինչպես հայտնի է, փոփոխվող էլեկտրական դաշտը շրջապատում մակածում է մագնիսական դաշտ, այսինքն, պետք է միաժամանակ հաշվի առնել և էլեկտրական, և մագնիսական դաշտերը: Սակայն միջին իմպուլսի

համար գրված (2.7) հավասարման մեջ մենք հաշվի ենք առել միայն էլեկտրական դաշտի կողմից էլեկտրոնի վրա ազդող  $-eE$  ուժի և դեռ ենք նեաւկ մագնիսական  $H$  դաշտի կողմից ազդող  $-(e/c)[\mathbf{v} \times \mathbf{H}]$  Լորենցի ուժը: Այդ ուժերի հարաբերությունը՝

$$\frac{eE}{(e/c) \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{H}} = \frac{c}{v} \cdot \frac{E}{H} \sim \frac{c}{v} \quad (3.12)$$

և շատ մեծ է մեկից, քանի որ հոսանքի խտության  $j \sim 10^{22} \text{ սմ}^{-2}$  և կոնցենտրացիայի  $n \sim n_0 = 10^{22} \text{ սմ}^{-3}$  բնութագրական արժեքների համար էլեկտրոնների հոսընթացի արագությունը՝  $v = j/en \sim 0,1 \text{ սմ/վ}$  կարգի մեծություն է: Հետևաբար՝ մագնիսական դաշտի արհամարհումը լիովին հիմնավորված է:

2. (2.7) հավասարման մեջ ենթադրվում է, որ բոլոր էլեկտրոնների վրա ազդում է նույն ուժը, բայց այս ենթադրությունը կարող է խախտվել, եթե դաշտը կետից կետ փոփոխվում է:

Հարկ է նշել, որ  $\mathbf{r}$  կետում հոսանքի խտությունը որոշելու համար բավական է հաշվի առնել դաշտի ազդեցությունը էլեկտրոնի վրա վերջին բախումից հետո անցած ժամանակամիջոցում, այսինքն, այնպիսի հեռավորությունների վրա, որոնք ազատ վազքի երկարության կարգի են՝  $\tilde{r} \sim l = \tau \cdot v_0$ . Հետևաբար, եթե էլեկտրական դաշտը  $\tilde{r} \sim l$  հեռավորությունների վրա էապես չի փոփոխվում, ապա կարելի է  $j(\mathbf{r}, t)$ -ն հաշվարկելիս ընդունել, որ  $E(\mathbf{r}, t)$  դաշտն ամբողջ տարածության մեջ սովյալ պահին ունի նույն արժեքը, ինչ որ  $\mathbf{r}$  կետում: Այսպիսով, ստացված

$$j(\mathbf{r}, \omega) = \sigma(\omega) E(\mathbf{r}, \omega) \quad (3.13)$$

արդյունքն իրավացի է, եթե էլեկտրական դաշտի փոփոխման բնութագրական երկարությունը՝  $\lambda$ -ն, զգալիորեն գերազանցում է ազատ վազքի  $l$  երկարությունը՝

$$\lambda \gg l: \quad (3.14)$$

Մետաղներում (3.14) պայմանը սկսում է խախտվել տեսանելի լույսից ( $\lambda \sim 8 \cdot 10^3 \div 4 \cdot 10^3 \text{ \AA}$ ) կարճ  $\lambda$ -ներով էլեկտրամագնիսական ալիքների համար:

Նկատի ունենալով արված պարզաբանումները, ուսումնասիրենք էլեկտրամագնիսական ալիքի տարածումը մևսադում:

Գրենք Մաքսվելի հավասարումները, երբ միջավայրում կա  $j$  հոսանք, իսկ սակաված լիցքի խտությունը զրո է՝

$$\begin{aligned}\operatorname{div} E &= 0, \quad \operatorname{rot} E = -\frac{1}{c} \frac{\partial H}{\partial t}, \\ \operatorname{div} H &= 0, \quad \operatorname{rot} H = \frac{4\pi}{c} j + \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t}.\end{aligned}\quad (3.15)$$

Բոլոր մեծությունների ժամանակային կախումները կփոխարենք  $e^{i\omega t}$  տեսքով: Նկատի ունենալով նաև (3.13) կապը, որոշ ձևափոխություններից հետո (3.15) հավասարումներից կստանանք

$$\nabla^2 E(r, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \left( 1 + i \frac{4\pi\sigma(\omega)}{\omega} \right) E(r, \omega) = 0 \quad (3.16)$$

ալիքային հավասարումը, որտեղ

$$\varepsilon(\omega) = 1 + i \frac{4\pi\sigma(\omega)}{\omega} \quad (3.17)$$

մեծությունը կոմպլեքս դիէլեկտրական թափանցելիությունն է: Մեծ հաճախությունների դեպքում, երբ

$$\omega\tau \gg 1, \quad (3.18)$$

առաջին մոտավորությամբ (3.17) և (3.6) առնչություններից կստանանք՝

$$\varepsilon(\omega) \approx 1 + i \frac{4\pi}{\omega} \cdot \frac{\sigma}{-i\omega\tau} = 1 - \frac{4\pi\sigma}{\tau} \cdot \frac{1}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (3.19)$$

որտեղ

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi\sigma}{\tau} = \frac{4\pi ne^2}{m} \quad (3.20)$$

մեծությունը այսպես կոչված պլազմային հաճախությունն է: Եթե  $\omega < \omega_p$ , ապա  $\varepsilon(\omega) < 0$ , և (3.16) հավասարման լուծումները տարածության մեջ էքսպոնենցիալ օրենքով մարում են, այսինքն՝ ալիքը չի կարող տարածվել միջավայրում: Սակայն, եթե  $\omega > \omega_p$ , ապա  $\varepsilon(\omega) > 0$ , և (3.16) հավասարումն ունի տատանողական լուծումներ, որոնք համապատասխանում են

մետաղում տարածվող ալիքին: Այսինքն՝  $\omega > \omega_p$  հաճախությամբ ալիքների համար մետաղը թափանցիկ է: Այս եզրակացությունը ճիշտ է, եթե  $\omega = \omega_p$  հաճախության համար տեղի ունի (3.18) պայմանը: Օգտվելով  $\tau$ -ի (2.14) արտահայտությունից, կստանանք՝

$$\omega_p \cdot \tau \approx 2 \cdot 10^3 \left( \frac{n_0}{n} \right)^{1/2} \cdot \frac{1}{\rho_\mu} : \quad (3.21)$$

Քանի որ  $\rho_\mu$  մեծությունը մի քանի միավորի (մկՕհմ-սմ-ով) կարգի է, իսկ  $n_0/n \sim 0,04 \div 1$ , ապա  $\omega_p \tau \gg 1$ :

Փորձում, իրոք, հայտնաբերված է ալկալիական մետաղների թավաճ-ցիկությունը ուլտրամանուշակագույն ափսոսանքով:  $\omega_p$ -ին համապատաս-խանող ալիքի երկարությունը կարելի է գնահատել (3.20) ամենության օգ-նությամբ՝

$$\lambda_p = \frac{2\pi c}{\omega_p} \approx 3,3 \left( \frac{n_0}{n} \right)^{1/2} 10^3 \text{ \AA} : \quad (3.22)$$

(3.22) բանաձևով հաշվարկված արժեքները գտնվում են փորձից ստացված տվյալների հետ թավարար համաձայնության մեջ միայն ալկալիական մե-տաղների համար:

Դիէլեկտրական թափանցելիության համար ստացված (3.19) բանա-ձևից հետևում է էլեկտրոնային զագում լիցքի  $\rho(\mathbf{r}, t)$  խտության տատա-նումների հնարավորությունը, որոնց ժամանակային կախումը տրվում է  $e^{-i\omega t}$  օրենքով: Իրոք, օգտվենք անընդհատության հավասարումից՝

$$\nabla j = -\frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad \text{որտեղից} \quad \nabla j(\mathbf{r}, \omega) = i\omega \rho(\mathbf{r}, \omega), \quad (3.23)$$

և Պուասոնի հավասարումից՝

$$\nabla E = 4\pi \rho(\mathbf{r}, t), \quad \text{որտեղից} \quad \nabla E(\mathbf{r}, \omega) = 4\pi \rho(\mathbf{r}, \omega) : \quad (3.24)$$

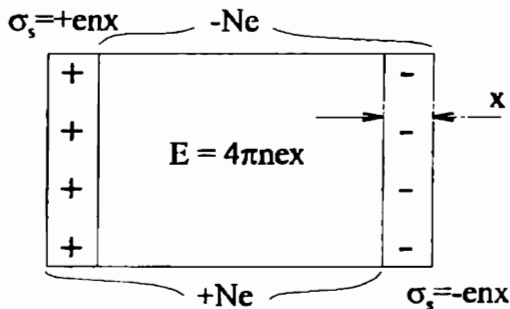
Նկատի ունենալով նաև (3.13) կապը, կստանանք՝

$$i\omega \rho(\mathbf{r}, \omega) = 4\pi \sigma(\omega) \rho(\mathbf{r}, \omega) : \quad (3.25)$$

Օգտվելով կոմպլեքս դիէլեկտրական թափանցելիության (3.17) սահմանումից, (3.25) հավասարման ոչ զրոյական լուծում ունենալու պայմանը կարելի է նկարագրել

$$1 + i \frac{4\pi\sigma(\omega)}{\omega} = \varepsilon(\omega) = 0, \quad (3.26)$$

տեսքով, որը հենց  $\omega = \omega_p$  հաճախությունը որոշող պայմանն է (տես (3.19) հավասարումը): Տվյալ դեպքում (3.26) հավասարումն այն պայմանն է, որին պետք է բավարարի հաճախությունը, որպեսզի լիցքի խտության ալիքը կարողանա տարածվել: Այս տատանումների (ընդունված է անվանել «պլազմային») բնույթը կարելի է հասկանալ հետևյալ պարզ մոդելի օգնությամբ:



Նկ. VI.3

Ենթադրենք՝ էլեկտրոնային զազը որպես ամբողջություն  $x$ -ով շեղել ենք դրական ֆոնի նկատմամբ (նկ. VI.3):

Շեղման ուղղությամբ համակարգի եզրերին կառաջանան հակառակ նշանի մակերևութային լիցքեր  $\sigma_s = \pm enx$  խտությամբ, որոնց ստեղծած դաշտը կունենա  $E = 4\pi\sigma_s$  մեծությունը: Էլեկտրոնային համակարգի շարժման հավասարումը կգրվի հետևյալ կերպ՝

$$Nm\ddot{x} = -eN \cdot 4\pi\sigma_s, \quad \text{կամ} \quad \ddot{x} + \frac{4\pi e^2 n}{m} x = 0, \quad (3.27)$$

որը նկարագրում է  $\omega_p$  հաճախությամբ երկայնական տատանումներ: Կան բազմաթիվ փորձեր, որոնցում հայտնաբերված են լիցքի խտության  $\omega_p$  հաճախությամբ պարբերական փոփոխություններ:

#### §4. Մագնիսադինամիկություն: Հոլի երևույթը

Լյծմ ուսումնասիրենք էլեկտրոնային գազի հաղորդականությունը համասեռ հաստատուն մագնիսական դաշտում: Ինչպես հայտնի է, մագնիսական դաշտը շարժվող լիցքի վրա ազդում է Լորենցի ուժով՝

$$\mathbf{f}_l = \frac{q}{c} [\mathbf{v}_l, \mathbf{H}] , \quad (4.1)$$

որտեղ  $q$ -ն մասնիկի լիցքն է,  $\mathbf{v}_l$ -ն՝ արագությունը: Լյդ ուժը համեմատական է արագությանը, ուստի միջին իմպուլսի համար գրված (2.7) հավասարման մեջ էլեկտրոնների վրա ազդող (4.1) ուժերի միջինի համար կարող ենք օգտվել (4.1) բանաձևից՝  $\mathbf{v}_l$ -ն փոխարինելով միջին (հոսքային)  $\mathbf{v}$  արագությամբ:

Եթե կա նաև հաստատուն  $\mathbf{E}$  էլեկտրական դաշտ, ապա միջին իմպուլսի համար շարժման հավասարումը կլինի՝

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e\mathbf{E} - \frac{e}{mc} [\mathbf{p}, \mathbf{H}] - \frac{\mathbf{p}}{\tau} \quad (4.2)$$

Ենթադրենք, էլեկտրական դաշտի յարվածություն վեկտորը գտնվում է  $(x, y)$  հարթության մեջ՝  $\mathbf{E}(E_x, E_y, 0)$ , իսկ մագնիսական դաշտն ուղղված է  $z$  առանցքով՝  $\mathbf{H}(0, 0, H)$ : (4.2) հավասարումն արտագրենք պոլյեկլիաներով՝

$$\begin{aligned} \frac{dp_x}{dt} &= -eE_x - \frac{eH}{mc} p_y - \frac{p_x}{\tau}, \\ \frac{dp_y}{dt} &= -eE_y + \frac{eH}{mc} p_x - \frac{p_y}{\tau}, \\ \frac{dp_z}{dt} &= 0 : \end{aligned} \quad (4.3)$$

Հավասարումների (4.3) համակարգում առկա

$$\omega_c = \frac{eH}{mc} \quad (4.4)$$

մեծությունը մագնիսական դաշտում էլեկտրոնի սլուսման շրջանային («ցիկլոտրոնային») հաճախությունն է:

Ստացիոնար վիճակում, երբ հոսանքի  $j$  խտությունը հաստատուն մեծություն է, (4.3) համակարգից ստանում ենք՝

$$0 = -eE_x - \omega_c p_y - \frac{1}{\tau} p_x, \quad (4.5)$$

$$0 = -eE_y + \omega_c p_x - \frac{1}{\tau} p_y.$$

Նկատի ունենալով (2.2) կապը և (4.5) հավասարումների բազմապատկելով  $-ne\tau/m$ -ով, կստանանք՝

$$\begin{aligned} \sigma E_x &= \omega_c \tau j_y + j_x, \\ \sigma E_y &= -\omega_c \tau j_x + j_y, \end{aligned} \quad (4.6)$$

որտեղ  $\sigma$ -ն ստատիկ էլեկտրահաղորդականության գործակիցն է, երբ  $H = 0$  (առա (2.12) բանաձևը): Լուծելով (4.6) համակարգը  $j_x$ -ի և  $j_y$ -ի նկատմամբ, կստանանք՝

$$\begin{aligned} j_x &= \frac{\sigma}{1 + (\omega_c \tau)^2} (E_x - \omega_c \tau E_y) \equiv \sigma_{xx} E_x + \sigma_{xy} E_y, \\ j_y &= \frac{\sigma}{1 + (\omega_c \tau)^2} (\omega_c \tau E_x + E_y) \equiv \sigma_{yx} E_x + \sigma_{yy} E_y. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Այսպիսով, համաձայն (4.7) հավասարումների, մագնիսական դաշտին ուղղահայաց հարքության մեջ էլեկտրոնային զազլի հաղորդականությունը նկարագրվում է երկրորդ կարգի տենզորով՝

$$\sigma_{ik} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix},$$

որտեղ

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma_{yy} = \frac{\sigma}{1 + (\omega_c \tau)^2} \equiv \sigma_{xx}(H), \\ \sigma_{xy} &= -\sigma_{yx} = -\frac{\sigma \cdot \omega_c \tau}{1 + (\omega_c \tau)^2} \equiv \sigma_{xy}(H): \end{aligned} \quad (4.8)$$

Եթե (4.6) համակարգը լուծենք  $E_x$ -ի և  $E_y$ -ի նկատմամբ, կստանանք՝

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{1}{\sigma} j_x + \frac{\omega_c \tau}{\sigma} j_y \equiv \rho_{xx} j_x + \rho_{xy} j_y, \\ E_y &= \frac{1}{\sigma} j_y - \frac{\omega_c \tau}{\sigma} j_x \equiv \rho_{yy} j_y + \rho_{yx} j_x : \end{aligned} \quad (4.9)$$

(4.9) հավասարումների օգնությամբ որոշվում է սեսականարար դիմադրության տենզորը՝

$$\rho_{ik} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix},$$

որտեղ

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \frac{1}{\sigma}, \quad \rho_{xy} = -\rho_{yx} = \frac{\omega_c \tau}{\sigma}. \quad (4.10)$$

(4.8) և (4.10) բանաձևերի օգնությամբ կարելի է  $\rho_{ik}$  և  $\sigma_{ik}$  տենզորների բաղադրիչներն արտահայտել իրար միջոցով՝

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = -\rho_{yx} = -\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad (4.11)$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\rho_{xx}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2}, \quad \sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = -\frac{\rho_{xy}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2} : \quad (4.12)$$

Տեսականորեն դիմադրության (հաղորդականության)՝ մագնիսական դաշտի լարվածության մեծությունից կախվածության երևույթը հայտնի է որպես մագնիսադիմադրություն:

Քանի որ մագնիսական դաշտը չի ազդում այդ դաշտի ուղղությամբ շարժվող լիցքի վրա, ապա էլեկտրոնային համակարգի հաղորդականությունը  $z$  առանցքի ուղղությամբ մնում է նույնը, ինչ որ մագնիսական դաշտի բացակայությամբ (համաձայն (4.3) համակարգի երկրորդ հավասարման,  $\rho_z = const$ ):

Եթե ենթադրենք, որ  $E_z \neq 0$ , ապա

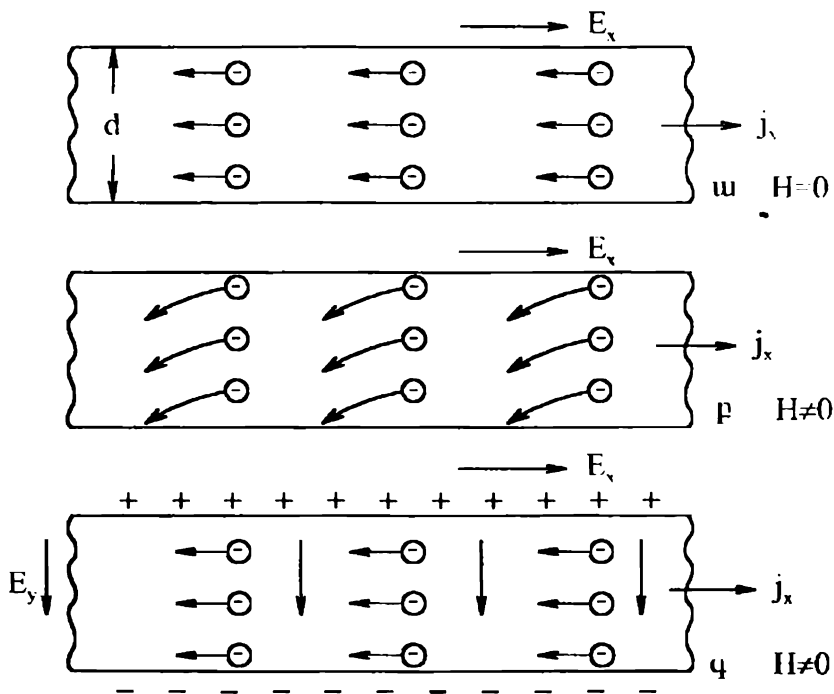
$$j_z = \sigma E_z \equiv \sigma_{zz} E_z, \quad \sigma_{zz} = \sigma : \quad (4.13)$$

Այսպիսով,  $E$  և  $H$  վեկտորների կամայական փոխադասավորության դեպքում հաղորդականության տենզորը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\sigma_{ik} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix}, \quad (4.14)$$

որտեղ սկզբնական ռադիալիչները տրվում են (4.8) և (4.13) արտահայտություններով:

Այժմ ուսումնասիրենք փորձում մագնիսադինամիայի չափման հնարավորությունը:



Նկ. VI.4

Նմուշն ընտրենք ժապավենի տեսքով (Նկ. VI.4, ա): Կիրառված արտաքին  $E(E_x, 0, 0)$  դաշտն ուղղված է  $x$  առանցքով, Լիկվորոնների հոսքի արագությունը հսկառակ է ուղղված, մագնիսական դաշտը զրո է (Նկ. VI.4, ա): Երբ  $H \neq 0$ , էլեկտրոնների վրա ազդում է Լորենցի ուժը, որն

էլեկտրոններին շեղում է դեպի ժապավենի ստորին եզրը (նկ. VI.4, բ): Էլեկտրոնները բաշխվում են ստորին եզրի երկայնքով, իսկ վերին եզրի մոտ առաջանում է դրական լիցքի ավելցուկ: Լիցքի վերաբաշխման պրոցեսը մագնիսական դաշտին ուղղահայաց հարթության մեջ շարունակվում է այնքան ժամանակ, մինչև որ վերաբաշխման շնորհիվ ծագած ներքին էլեկտրական դաշտի կողմից էլեկտրոնի վրա ազդող ուժը համակշռում է Լորենցի ուժը: Արդյունքում  $y$  ուղղությամբ էլեկտրոնի վրա ազդող ուժը, հետևաբար՝ և հոսանքի խտության  $j_y$  բաղադրիչը, հավասարվում է զրոյի, և քիթեղում հաստատվում է  $j_x$  հոսանքը (նկ. I.4, գ):  $E_y$  դաշտը (Հոլի լայնական դաշտ) որոշվում է (4.6) հավասարումներից, երբ  $j_y = 0$ :

$$E_y = -\omega_c \tau E_x = -\frac{eH\tau}{mc} E_x : \quad (4.15)$$

$E_y$  դաշտի մեծությունը փորձով կարելի է որոշել, չափելով քիթեղի վերին և ստորին եզրերի միջև ծագած պոտենցիալների աարբերությունը՝  $V_H$ -ը:

Համաձայն Հոլի կողմից կատարված չափումների,  $V_H$ -ը ուղիղ համեմատական է հոսանքի  $j_x$  խտությանը, մագնիսական դաշտի  $H$  լարվածությանը և քիթեղի  $d$  լայնությանը՝

$$V_H = R_H j_x H d , \quad (4.16)$$

որտեղ  $R_H$  մեծությունը Հոլի գործակիցը (հաստատուն) է: (4.15) և (4.16) առնչություններից Հոլի գործակցի համար կստանանք՝

$$R_H = \frac{V_H}{j_x H d} = \frac{E_y}{j_x H} = -\frac{(eH\tau/mc)E_x}{(ne^2\tau/m)E_x H} = -\frac{1}{enc} , \quad (4.17)$$

որի համաձայն, ազատ էլեկտրոնների համար  $R_H < 0$ , այսինքն՝  $R_H$ -ի նշանը համընկնում է ազատ լիցքակիրների նշանի հետ, իսկ  $R_H$ -ի մեծությունը կախված է միայն էլեկտրոնների կոնցենտրացիայից: Այս պարզ արդյունքը՝ (4.17) բանաձևը, հետևանք է այն ենթադրության, որի համաձայն ռելաքսացիայի  $\tau$  ժամանակը միևնույնն է բոլոր էլեկտրոնների համար, անկախ նրանց արագություններից: Այս ենթադրության հետևանքն է նաև այն տեսական արդյունքը, ըստ որի տեսակարար դիմադրությունը

կախված չէ մագնիսական դաշտի մեծությունից: Իրոք, համաձայն (4.6) հավասարումներից առաջինի, Հոլի հաստատված դաշտում, երբ  $j_y = 0$ ,

$$j_x = \sigma E_x, \quad (4.18)$$

այսինքն՝ հաղորդականությունը նույնն է, ինչ որ  $H = 0$  դեպքում:

Փորձում չափված  $R_H$ -ի միջոցով (4.17) բանաձևից էլեկտրոնների  $n$  կոնցենտրացիան որոշելիս ծագում է դժվարություն, կապված այն բանի հետ, որ  $R_H$ -ը կախված է մագնիսական դաշտի լարվածությունից, ջերմաստիճանից և նմուշի այլ բնութագրերից: Որոշ իմաստով սա անսպասելի է, քանի որ նշված մեծություններից կախված հիմնական բնութագիրը՝  $\tau$ -ն, չի մասնակցում (4.17) բանաձևում: Այնուամենայնիվ, ինչպես հետևում է ավելի ընդհանուր աևսությունից, շատ մետաղների համար Դերոյեի աևսության շրջանակներում ստացված (4.17) արտահայտությունը շատ ցածր ջերմաստիճաններում և ուժեղ ( $H \geq 10^4$  Գս) դաշտերում իրոք համապատասխանում է իրականությանը:

Որոշ մետաղների համար Հոլի  $R_H$  գործակցի արժեքները բերված են Աղյուսակ VI.1-ում  $n^*/n = -1/R_H \text{ enc}$  հարաբերության տեսքով, որտեղ  $n^* = -1/R_H \text{ ec}$  այն կոնցենտրացիան է, որի դեպքում փորձում չափված  $R_H$ -ը համընկնում է (4.17) բանաձևով հաշված արժեքի հետ:

Աղյուսակ VI.1

| Մետաղ     | $Z$ | $n^*/n$ | Մետաղ     | $Z$ | $n^*/n$ |
|-----------|-----|---------|-----------|-----|---------|
| <b>Li</b> | 1   | 0.8     | <b>Ag</b> | 1   | 1,3     |
| <b>Na</b> | 1   | 1,2     | <b>Au</b> | 1   | 1,5     |
| <b>K</b>  | 1   | 1.1     | <b>Be</b> | 2   | -0.2    |
| <b>Rb</b> | 1   | 1,0     | <b>Mg</b> | 2   | -0,4    |
| <b>Cs</b> | 1   | 0,9     | <b>In</b> | 3   | -0,3    |
| <b>Cu</b> | 1   | 1,5     | <b>Al</b> | 3   | -0.3    |

Ինչպես հետևում է Աղյուսակ VI.1-ի տվյալներից, ալկալիական մետաղների համար Դրուդեի տեսության համընկնումը փորձի հետ բավականաչափ լավ է, ազնիվ մետաղների (Cu, Ag, Au) համար՝ համեմատաբար վատ, իսկ մյուսների համար ընդհանրապես տեղի չունի: Այս վերջինների համար  $R_H > 0$ , այսինքն՝ նրանցում հոսանքը սլայմանավորված է ոչ թե էլեկտրոնների, այլ դրական լիցք ունեցող մասնիկների ուղղորդված շարժումով: (Այս փաստի որակական բացատրությունը տրված է VII.4-ում):

## §5. Ջերմահաղորդականություն: Վիդեման-Ֆրանցի օրենքը: Ջերեկի երևույթը

Դրուդեի տեսության ամենամեծ նվաճումը Վիդեմանի և Ֆրանցի կողմից դեռևս 1853թ. փորձնականորեն ստացված օրենքի բացատրությունն էր: Համաձայն այդ օրենքի, մետաղի ջերմահաղորդականության և էլեկտրահաղորդականության գործակիցների հարաբերությունը ջերմաստիճանի գծային ֆունկցիա է՝

$$\frac{\kappa}{\sigma} = L \cdot T, \quad (5.1)$$

որտեղ  $L$  համեմատականության գործակիցը (Լորենցի թիվ) նույն արժեքն ունի բոլոր մետաղների համար (տես Աղյուսակ VI.2, Լորենցի թիվը տրված է  $10^{-8}$  Վտ·Օհմ·K<sup>-2</sup> միավորներով):

Աղյուսակ VI.2

| Մետաղ     | $\kappa/\sigma T$<br>(273 K) | $\kappa/\sigma T$<br>(373 K) | Մետաղ     | $\kappa/\sigma T$<br>(273 K) | $\kappa/\sigma T$<br>(373 K) |
|-----------|------------------------------|------------------------------|-----------|------------------------------|------------------------------|
| <b>Li</b> | 2,22                         | 2,43                         | <b>Au</b> | 2,32                         | 2,36                         |
| <b>Na</b> | 2,12                         | —                            | <b>Be</b> | 2,36                         | 2,42                         |
| <b>K</b>  | 2,23                         | —                            | <b>Mg</b> | 2,14                         | 2,25                         |
| <b>Rb</b> | 2,42                         | —                            | <b>Fe</b> | 2,61                         | 2,88                         |
| <b>Cu</b> | 2,20                         | 2,29                         | <b>Al</b> | 2,14                         | 2,19                         |
| <b>Ag</b> | 2,31                         | 2,38                         | <b>Zn</b> | 2,28                         | 2,30                         |

Այս բացատրության շրջանակներում ենթադրվում է, որ ջերմային հոսքի հիմնական մասը պայմանավորված է էլեկտրոններով: Ենթադրության համար հիմք է ծառայում այն վիսսաը, որ մետաղները շատ ավելի լավ են հաղորդում ջերմությունը, քան մեկուսիչները:

Եթե մետաղե ձողի ծայրերի միջև պահպանվում է ջերմաստիճանների հաստատուն տարբերություն, ապա ձողում հաստատվում է ջերմության ստացիոնար հոսք: Միավոր ժամանակում հոսքի ուղղության ուղղահայաց միավոր մակերեսով անցած էներգիան (ջերմային հոսքը)՝

$$j_q = -\kappa \nabla T : \quad (5.2)$$

Ջերմահաղորդականության գործակիցը՝  $\kappa > 0$ , ուստի ջերմային հոսքն ուղղված է  $\nabla T$ -ին հակառակ, այսինքն՝ ջերմաստիճանի նվազման ուղղությամբ: Քանի որ էլեկտրոնային զազը Դրուդեի մոդելում դիտարկվում է որպես դասական խդեալական զազ, ապա կարելի է օգտվել դասական զազերի կինետիկ տեսության մեջ ջերմահաղորդականության գործակցի համար ստացված բանաձևից՝

$$\kappa = \frac{1}{3} l \cdot \bar{v} \cdot c_v , \quad (5.3)$$

որտեղ  $l$ -ն ազատ վազքի միջին երկարությունն է,  $\bar{v}$ -ն՝ միջին ջերմային արագությունը,  $c_v$ -ն՝ զազի միավոր ծավալի ջերմունակությունը, որը միաստուն զազի համար հավասար է՝

$$c_v = \frac{3}{2} n k_B , \quad (5.4)$$

որտեղ  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-16}$  էրգ/Կ Բոլցմանի հաստատունն է: Բաժանելով (5.3) արտահայտությունը էլեկտրահաղորդականության գործակցի (2.12) բանաձևի վրա և նկատելի ունենալով, որ

$$\frac{m \bar{v}^2}{2} \approx \frac{m \overline{v^2}}{2} = \frac{3}{2} k_B T , \quad (5.5)$$

կստանանք՝

$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{3}{2} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 \cdot T : \quad (5.6)$$

Աջ մասում ստացվածը համեմատական է բացարձակ ջերմաստիճանին, իսկ համեմատականության գործակիցը կախված է միայն հիմնարար  $k_B$  և  $e$  հաստատուններից, բանի որ կոնկրետ մետաղը բնութագրող  $n$  և  $l$  մեծությունները կրճատվում են: Այսպիսով՝ (5.6) կապը համընկնում է (5.1) առնչության հետ, և I.որենցի թվի համար ստացվում է

$$L = \frac{\kappa}{\sigma T} = \frac{3}{2} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 = 1.11 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Վա} \cdot \text{Օհմ}}{\text{K}^2} \quad (5.7)$$

արժեքը, որը միջին հաշվով մոտ երկու անգամ փոքր է Ադյուսակ VI.2-ում բերված սվյայներից:

Հարկ է նշել, որ էլեկտրահաղորդականության հաշվարկի սկզբնական տարրերակում Դրոդին սխալմամբ ստացել էր (2.12) բանաձևով տրվող ճիշտ արտահայտությունից երկու անգամ փոքր արտահայտություն, որի պատճառը եետևյալն է: Էլեկտրոնի ուղղորդված շարժման արագությունը բախումից անմիջապես հետո զրո է, իսկ հաջորդ բախման պահին, այսինքն՝  $\tau$  ժամանակ անց, այն հավասար է  $-eE\tau/m$ , ուստի հոսքնքացի միջին արագությունը՝

$$v_{av}^D = \frac{1}{2} [v(0) + v(\tau)] = \frac{1}{2} \left( 0 - \frac{eE\tau}{m} \right) = -\frac{eE\tau}{2m} : \quad (5.8)$$

Սակայն պետք է նկատի ունենալ, որ էլեկտրոններն ունեն ազատ վազքի տարրեր ժամանակներ՝  $0 \div \infty$  բոլոր հնարավոր արժեքներով:  $t, t+dt$  ժամանակահատվածում բախման հավանականությունը հավասար է  $w(t)dt$ , որտեղ

$$w(t) = \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} \quad (5.9)$$

Ֆունկցիան էլեկտրոնի՝  $(0, t)$  ժամանակահատվածում ազատ (առանց բախման) շարժման հավանականությունն է: Հետևաբար, ուղղորդված շարժման՝ ըստ բոլոր էլեկտրոնների միջինացված արագությունը՝

$$v_{av} = \int_0^{\infty} w(t) v(t) dt = - \int_0^{\infty} \frac{eEt}{m} \cdot e^{-t/\tau} \frac{dt}{\tau} = -\frac{eE\tau}{m} : \quad (5.10)$$

Նշված սխալի հետևանքով I.որենցի թվի համար ստացվում է

$$L_D = 3 \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 = 2,22 \cdot 10^{-8} \text{ Վտ} \cdot \text{Օհմ} / \text{K}^2 \quad (5.11)$$

արժեքը, որը հիմնալի համաձայնության մեջ է գտնվում վարձի հետ: Այս հաջողությունն այնքան սուլավորիչ էր, որ խթանեց ‘Բոտոլեի մոդելի հետագա հետազոտությունները:

Այժմ ծանոթանանք Ջեքեկի երևույթի հետ, ըստ որի անհամասեռ տաքացված ձողում ծագում է ներքին էլեկտրական դաշտ՝ ուղղված ջերմաստիճանային գրադիենտին հակառակ:

Ջերմաստիճանային գրադիենտի շնորհիվ էլեկտրոնները կատարում են ուղղորդված շարժում՝ ուղղված դեպի ձողի ցածր ջերմաստիճան ունեցող ծայրը: Քանի որ էլեկտրոններն ունեն լիցք, ապա այդ ուղղորդված շարժումն իրենից հոսանք է ներկայացնում, այսինքն՝ էլեկտրական լիցք է տեղավաճում ձողի սաք մասից դեպի սառ մասը: Դրա հետևանքով ձողի բարձր ջերմաստիճանով ծայրը լիցքավորվում է դրական, իսկ ցածր ջերմաստիճանով ծայրը՝ բացասական: Լիցքի վերաբաշխման հետևանքով ծագած այդ ներքին դաշտն էլ սկսում է աստիճանաբար արգելակել լիցքի հետագա վերաբաշխմանը, այնպես որ հավասարակշիռ վիճակում գոյություն ունի հաստատված ներքին էլեկտրական դաշտ, որը լիովին համակշռում է ջերմաստիճանների տարբերությամբ պայմանավորված միջին արագությունը, իսկ էլեկտրական հոսանքը դառնում է հավասար գոյի: Ջերմաստիճանների տարբերության հետևանքով առաջացած ջերմաէլեկտրական դաշտի լարվածությունը՝

$$E = QVT, \quad (5.12)$$

որտեղ համեմատականության  $Q$  գործակիցը կոչվում է դիֆերենցիալ ջերմաէլեկտրաշարժ ուժ: Որոշենք  $Q$ -ն: Ենթադրենք, ջերմաստիճանային գրադիենտն ուղղված է  $x$  առանցքով: Որևէ  $x$  կետում էլեկտրոնի միջին արագությունը, պայմանավորված  $\nabla T$ -ով, կլինի հավասար

$$v_Q = \frac{1}{2} [v_x(x - v_x \tau) - v_x(x + v_x \tau)] = -\tau v_x \frac{dv_x}{dx} = -\tau \frac{d}{dx} \left( \frac{v_x^2}{2} \right): \quad (5.13)$$

Քանի որ բաշխումն ըստ արագությունների իզոտրոպ է, ապա կարելի է (5.13) արաահայտությունն ընդհանրացնել, անցնելով «եռաչափ»  $v$  արա-

գուքյանը՝

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle ,$$

այնպես որ (5.13) արտահայտության վախճարեն կստացվի

$$\mathbf{v}_Q = -\tau \frac{d}{dx} \left( \frac{\langle v^2 \rangle}{6} \right) = -\frac{\tau}{6} \frac{d}{dT} \langle v^2 \rangle \cdot \nabla T : \quad (5.14)$$

Հավասարակշռության դեպքում

$$\mathbf{v}_E + \mathbf{v}_Q = 0 , \quad (5.15)$$

որտեղ  $\mathbf{v}_E$ -ն տրվում է (2.10) բանաձևով: Օգտվելով (2.10), (5.12), (5.14) արտահայտություններից, (5.15) պայմանից կստանանք դիֆերենցիալ ջերմաէլշու-ի արտահայտությունը՝

$$Q = -\frac{1}{3e} \frac{d}{dT} \left( \frac{m \langle v^2 \rangle}{2} \right) = -\frac{c_v}{3ne} : \quad (5.16)$$

Այս արդյունքը, ինչպես նաև  $\kappa/\sigma$  հարաբերությունը, կախված չէ ռելաքսացիայի  $\tau$  ժամանակից: Օգտվելով դասական էլեկտրոնային գազի ջերմունակության (5.4) արտահայտությունից,  $Q$ -ի համար կստանանք՝

$$Q = -\frac{k_B}{2e} = -0,43 \cdot 10^{-4} \text{ Վ/Ք} : \quad (5.17)$$

Մետաղների համար սենյակային ջերմաստիճաններում դիֆերենցիալ ջերմաէլշու-ի բնութագրական արժեքները 1 մեՎ/Ք կարգի են, այսինքն՝ մոտ 100 անգամ փոքր են, քան (5.17) բանաձևից ստացված արժեքները:

## §6. Լորենցի էլեկտրոնային տեսությունը

Դրոտի տեսության մեջ մենք գործ ունենք միջինացված էլեկտրոնների հետ, այսինքն՝ կինետիկական գործակիցները հաշվվելու բոլոր էլեկտրոններին վերագրվում է միևնույն միջին արագությունը: Սակայն էլեկտրոնային գազում առկա են բոլոր հնարավոր արագություններով էլեկտրոններ: Բացի այս, էլեկտրոններն ընդհանուր դեպքում կարող են նաև տարածականորեն անհամասեռ բաշխված լինել:

Ազատ էլեկտրոնային զազն ավելի կատարյալ՝ վիճակագրական մեթոդներով նկարագրելու համար անհրաժեշտ է օգտվել կինետիկ տեսության և վիճակագրական ֆիզիկայի ապարատից:

Վիճակագրական մեթոդներով հաշվարկներ կատարելիս անհրաժեշտ է ժամանակի ցանկացած  $t$  պահին գիտենալ էլեկտրոնների բաշխումն ըստ արագությունների և կոորդինատների, ինչը ստիպում է  $f(t, r, v)$  բաշխման ֆունկցիայի միջոցով: Վերջինս սահմանվում է հետևյալ առնչությամբ՝

$$dN = f(t, r, v) dr dv, \quad (6.1)$$

որտեղ  $dN$ -ը այն էլեկտրոնների քիվն է, որոնց արագություններն ընկած են  $v, v + dv$  տիրույթում, իսկ կոորդինատները՝  $r, r + dr$  տիրույթում: (6.1) արտահայտությունից հետևում է, որ  $f(t, r, v) dv$  մեծությունն այն էլեկտրոնների կոնցենտրացիան է, որոնց արագությունները գտնվում են  $v, v + dv$  տիրույթում: Հետևաբար՝ միավոր ծավալում էլեկտրոնների քիվը (էլեկտրոնների կոնցենտրացիան) հավասար է

$$n(r, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(r, v, t) dv : \quad (6.2)$$

Բաշխման ֆունկցիան փոփոխվում է ինչպես արտաքին դաշտերի և անհամասեռությունների ազդեցության տակ, այնպես էլ բախումների հետևանքով և ընդհանուր դեպքում բավարարում է Բոլցմանի կինետիկ հավասարմանը: Սակայն որոշակի ենթադրությունների օգնությամբ, որոնք հաշվի են առնում քննարկվող համակարգի առանձնահատկությունները, Լորենցը ստացավ կինետիկ հավասարման մի նոր տարբերակ:

Լորենցի կողմից արված ենթադրություններն են՝

1. Ցրող կենտրոնները (մետաղի խոնքերը) պինդ զնդեր են և էլեկտրոնների հետ բախվելիս իրենց մշակում են որպես առաձգական մարմիններ (առաձգական հարվածի մոտավորություն),

2. էլեկտրոնների բախումներն իրար հետ կարելի է անտեսել (անկախ էլեկտրոնների մոտավորություն),

3. Բոլոր ցրող կենտրոնները միասին զբաղեցնում են մետաղի ամբողջ ծավալի միայն չնչին մասը,

4. Եթե մետաղն անհամասեռ է կամ կան ջերմաստիճանային գրադիենտներ, ապա էլեկտրոնի ազատ վազքի  $l$  միջին երկարության կարգի

հետավորությունների վրա բոլոր մեծությունները փոփոխվում են փոքր չափով՝

$$l \left| \frac{dA}{dr} \right| \equiv l |\nabla A| \ll A : \quad (6.3)$$

5. Արտաքին դաշտում ազատ վազքի միջին երկարության վրա էլեկտրոնի ձեռք բերած էներգիան շատ փոքր է նրա միջին ջերմային էներգիայից՝

$$e l E \ll \bar{\varepsilon} : \quad (6.4)$$

Քանի որ  $l = \tau v_T$ , իսկ  $\bar{\varepsilon} \sim m v_T^2$ , որտեղ  $v_T$ -ն էլեկտրոնի ջերմային արագությունն է, ապա (6.4) պայմանը կարելի է գրել նաև այլ տեսքով՝

$$e \tau E \ll m v_T$$

կամ

$$|v_D| = \frac{e \tau E}{m} \ll v_T, \quad (6.5)$$

այսինքն՝ արտաքին դաշտում էլեկտրոնի ձեռք բերած ուղղորդված շարժման արագությունը շատ փոքր է նրա միջին ջերմային արագությունից:

4. և 5. ենթադրությունները ներկայացնում են դանդաղ փոփոխվող և թույլ դաշտերի մոտավորությունը:

Այժմ անցնենք կինեմատիկ հավասարման արտածմանը:

Եթե  $t$  պահին էլեկտրոնը գտնվում է  $\mathbf{r}(x, y, z)$  կետում և ունի  $\mathbf{v}(v_x, v_y, v_z)$  արագություն, ապա  $dt$  ժամանակ անց, եթե բախում տեղի չի ունեցել, այն կգտնվի  $\mathbf{r} + \mathbf{v}dt$  ( $x + v_x dt$ ,  $y + v_y dt$ ,  $z + v_z dt$ ) կետում և կունենա  $\mathbf{v} + \mathbf{a}dt$  ( $v_x + a_x dt$ ,  $v_y + a_y dt$ ,  $v_z + a_z dt$ ) արագությունը: Շարժման և արագացման հետևանքով  $t$  պահին  $d\mathbf{r} d\mathbf{v} = dx dy dz dv_x dv_y dv_z$  ծավալում գտնվող էլեկտրոնները  $t + dt$  պահին կգտնվեն  $d\mathbf{r}' d\mathbf{v}' = dx' dy' dz' dv'_x dv'_y dv'_z$  ծավալում: Արագության և արագացման փոքր փոփոխությունների հետևանքով

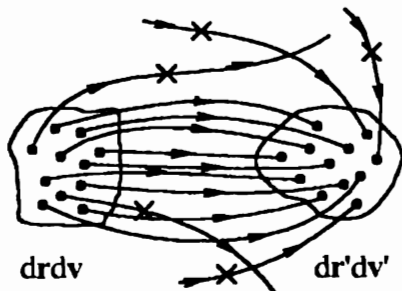
$$d\mathbf{r}' d\mathbf{v}' = d\mathbf{r} d\mathbf{v} : \quad (6.6)$$

Բախման պրոցեսում էլեկտրոնի արագությունը փոփոխվում է վերջավոր չափով, այսինքն՝ եթե բախումից առաջ էլեկտրոնի արագությունն ընկած էր

$\mathbf{v}, \mathbf{v} + d\mathbf{v}$  տիրույթում, ապա բախումից հետո այն այլևս չի պատկանի նշված տիրույթին: Նույն ձևով, բախումից առաջ  $\mathbf{v}, \mathbf{v} + d\mathbf{v}$  տիրույթին չպատկանող էլեկտրոնը բախման հետևանքով կարող է հայտնվել այդ տիրույթում (նկ. VI.5):

Բախումների հետևանքով  $dt$  ժամանակամիջոցում,  $d\mathbf{r} d\mathbf{v}$  ծավալում էլեկտրոնների թվի փոփոխությունը նշանակենք հետևյալ կերպ՝

$$\left[ \frac{\partial f}{\partial t} \right]_{st} dt d\mathbf{r} d\mathbf{v} : \quad (6.7)$$



Նկ. VI.5

(6.1), (6.6) և (6.7) արտահայտություններից կարող ենք գրել հաշվեկշռի հավասարում  $d\mathbf{r} d\mathbf{v}$  ծավալում գտնվող էլեկտրոնների թվի համար՝

$$dN(t + dt) = dN(t) + \left[ \frac{\partial f}{\partial t} \right]_{st} dt d\mathbf{r} d\mathbf{v} \quad (6.8)$$

կամ

$$f(t + dt, \mathbf{r} + \mathbf{v} dt, \mathbf{v} + \mathbf{a} dt) d\mathbf{r} d\mathbf{v} = f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{r} d\mathbf{v} + \left[ \frac{\partial f}{\partial t} \right]_{st} dt d\mathbf{r} d\mathbf{v} : \quad (6.9)$$

որտեղ  $\mathbf{a} = \mathbf{F}/m$ ,  $\mathbf{F}$ -ը էլեկտրոնի վրա ազդող ուժն է, իսկ  $\left[ \frac{\partial f}{\partial t} \right]_{st}$  մեծությունը բախումների ինտեգրալն է՝ միավոր ծավալում, միավոր ժամանակում բաշխման ֆունկցիայի փոփոխությունը, պայմանավորված բախումներով: Բախումների ինտեգրալի արտահայտությունը տալուց հետո միայն (6.9) առնչությունը ձեռք կբերի ստույգ մաթեմատիկական իմաստ:

Այժմ ստանանք ցրող կենտրոնների հետ էլեկտրոնների բախումների ինտեգրալի արտահայտությունը: Կենթադրենք, որ կենտրոններն անշարժ ամրացված են, ունեն  $R$  շառավիղ և բաշխված են  $N_0$  խտությամբ:

Այն էլեկտրոնների թիվը, որոնք միավոր ժամանակում բախվում են ցրող կենտրոնի  $dS = R^2 d\Omega$  մակերեսին և որոնց արագություններն ընկած են  $\mathbf{v}, \mathbf{v} + d\mathbf{v}$  տիրույթում (այսպես կոչված « $d\mathbf{v}$  էլեկտրոններ»), հավասար է

$dS$  հիմքով և  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}$  բարձրությամբ զլանում եղած էլեկտրոնների քվին՝ (նկ. VI.6)

$$dS \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} \cdot f(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = R^2 d\Omega \cdot v \cos \theta \cdot f(\mathbf{v}) d\mathbf{v}, \quad (6.10)$$

որտեղ  $\mathbf{n}$ -ը  $dS$ -ի նորմալն է, իսկ  $\theta$ -ն  $\mathbf{v}$ -ի և  $\mathbf{n}$ -ի միջև անկյունը: Միավոր ծավալում, միավոր ժամանակում « $d\mathbf{v}$  էլեկտրոնների» բախումների ընդհանուր քիվը հավասար է՝

$$d\mathbf{v} \int N_0 R^2 v \cos \theta f(\mathbf{v}) d\Omega \equiv a \cdot d\mathbf{v} : \quad (6.11)$$

Սա հենց այն էլեկտրոնների քիվն է, որոնք 1սմ<sup>3</sup>-ում 1վ-ում դուրս են ընկնում  $d\mathbf{v}$  տիրույթից:

Այն էլեկտրոնների քիվը, որոնք 1սմ<sup>3</sup>-ում 1վ-ում բախումների հետևանքով դառնում են « $d\mathbf{v}$  էլեկտրոններ», հավասար է

$$d\mathbf{v} \int N_0 R^2 v \cos \theta f(\mathbf{v}') d\Omega \equiv b \cdot d\mathbf{v}, \quad (6.12)$$

որտեղ  $\mathbf{v}'$ -ը այն էլեկտրոնի արագությունն է, որը բախումից հետո ունի  $\mathbf{v}$  արագություն: Քանի որ բախումն առաձգական է, ապա

$$|\mathbf{v}'| = |\mathbf{v}| = v, \quad (6.13)$$

իսկ  $\mathbf{v}' \rightarrow \mathbf{v}$  անցման ժամանակ արագության վրոխոխությունը՝

$$\mathbf{v} - \mathbf{v}' = 2v \cos \theta \cdot \mathbf{n} : \quad (6.14)$$

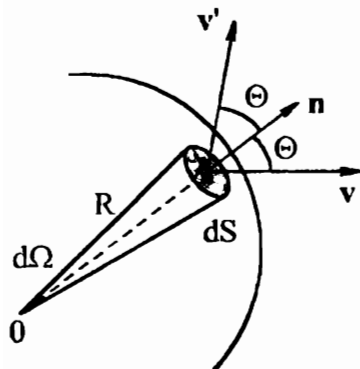
(6.11) և (6.12) առնչություններից բախումների ինտեգրալի համար կստանանք՝

$$\left[ \frac{\partial f}{\partial t} \right]_{\mathbf{v}} = b - a = N_0 R^2 v \int \{f(\mathbf{v}') - f(\mathbf{v})\} \cos \theta d\Omega : \quad (6.15)$$

Տեղադրելով (6.15) արտահայտությունը (6.9) առնչության մեջ, կստանանք կլինտիկ հավասարումը Լորենցի տեսքով՝

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = N_0 R^2 v \int \{f(\mathbf{v}') - f(\mathbf{v})\} \cos \theta d\Omega : \quad (6.16)$$

Այն գծային, ինտեգրողիֆերենցիալ հավասարում է:



Նկ. VI.6

Բախումների ինտեգրալի (6.15) արտահայտությունից հետևում է, որ արտաքին դաշտերի և զրադիենտների բացակայության դեպքում ստացվում ար վիճակի բաշխման ֆունկցիան բավարարում է

$$f(\mathbf{v}') = f(\mathbf{v})$$

պայմանին, այսինքն՝ կախված է միայն արագության մեծությունից՝

$$f_0(\mathbf{v}) \equiv f_0(|\mathbf{v}|) \equiv f_0(v^2) : \quad (6.17)$$

Դասական վիճակագրությունում  $f_0$ -ն արվում է Մաքսվելի բաշխման ֆունկցիայով՝

$$f_0(v^2) = A \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right), \quad A = n \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2}, \quad (6.18)$$

որտեղ  $n$ -ը էլեկտրոնների կոնցենտրացիան է:

## §7. Կինետիկ հավասարման լուծումը: Կինետիկական գործակիցների հաշվարկը

Արտաքին ազդեցությունները խախտում են համակարգի հավասարակշռական վիճակը, առաջ բերելով համապատասխան հոսքեր: Կինետիկական գործակիցները կապ են հաստատում պատճառի (ազդեցության) և հետևանքի (հոսքի) միջև և որոշվում են համակարգի հիմնական բնութագրերով: Համակարգում ծագող հոսքերը հաշվելու համար անհրաժեշտ է գիտենալ (6.16) հավասարման լուծումը:

Ենթադրենք, էլեկտրոնային զազը գտնվում է հաստատուն էլեկտրական դաշտում, որն ուղղված է  $x$  առանցքով: Նույն առանցքով ուղղենք մաս ջերմաստիճանային զրադիենտը: Դանդաղ փոփոխվող և թույլ դաշտերի մոտավորության շրջանակներում (տես 4. և 5. ենթադրությունները) (6.16) հավասարման լուծումը կփնտրենք

$$f(\mathbf{v}, \mathbf{r}) = f_0(v) + f_1(\mathbf{v}, \mathbf{r}) \quad (7.1)$$

տեսքով, որտեղ բաշխման ֆունկցիայի որոնեղի ուղղումը՝

$$|f_1| \sim O(E, dT/dx) : \quad (7.2)$$

Հարկ է նշել, որ ստացիոնար վիճակի բաշխման ֆունկցիան  $T = T(x)$  կապի շնորհիվ անբացահայտորեն կախված է  $x$  կոորդինատից, այսինքն՝  $f_0$ -ն Մաքսվելի տեղային  $T(x)$  ջերմաստիճանով բաշխումն է:

Ձևափոխենք (6.16) հավասարման ձախ մասը, պահելով միայն  $E$ -ին և  $dT/dx$ -ին համեմատական անդամները՝

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} &= 0, \quad \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} = \mathbf{v} \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{v} \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} \approx \mathbf{v}_x \frac{\partial f_0}{\partial x} \sim O(dT/dx), \\ \frac{\mathbf{F}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} &= -\frac{eE_x}{m} \frac{\partial f}{\partial v_x} = -\frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} - \frac{eE}{m} \frac{\partial f_1}{\partial v_x} \approx -\frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} \sim O(E). \end{aligned} \quad (7.3)$$

Այժմ ձևափոխենք (6.16) հավասարման աջ մասը: Նպատակահարմար է բաշխման ֆունկցիայի ուղղումը ներկայացնել

$$f_1(\mathbf{v}) = v_x \cdot \chi(\mathbf{v}), \quad (7.4)$$

տեսքով, որտեղ  $\chi(\mathbf{v})$ -ն անհայտ է: Ենթադրվում է, որ այն կախված է միայն արագության մեծությունից: Համաձայն (7.4) առնչության,  $f_1$  ֆունկցիան հակահամաչափ է ըստ  $v_x$ -ի:  $f_1$ -ի այսպիսի ընտրությունը համապատասխանում է այն իրողությանը, որ  $E_x$  դաշտի և  $dT/dx$  գրադիենտի առկայությունը խախտում է տարածության իզոտրոպությունը (սովյալ դեպքում՝  $x$  և  $-x$  ուղղությունների համարժեքությունը):

Օգտվելով (7.4) նշանակումից, ինչպես նաև նկատի ունենալով (6.14) կապը  $\mathbf{v}$ -ի և  $\mathbf{v}'$ -ի միջև, կստանանք՝

$$\begin{aligned} \int \{f(\mathbf{v}') - f(\mathbf{v})\} \cos \theta d\Omega &= \chi(\mathbf{v}) \int (v'_x - v_x) \cos \theta d\Omega = \\ &= -2v\chi(\mathbf{v}) \int \cos \alpha \cdot \cos^2 \theta d\Omega, \end{aligned} \quad (7.5)$$

որտեղ  $\alpha$ -ն  $\mathbf{n}$  նորմալի կազմած անկյունն է  $x$  առանցքի հետ:

Հաշվենք ստացված ինտեգրալը: Օ կետից (նկ. VI.6) տանենք  $\mathbf{v}$ -ի ուղղությանը զուգահեռ  $OP$  ուղիղը, որից կհաշվենք  $\mathbf{n}$ -ին զուգահեռ  $OQ$  ուղիղի կազմած  $\theta$  անկյունը (նկ. VI.7):  $\psi$  բևեռային անկյան հաշվարկը տարվում է POX հարթությունից: Քանի որ

$$\cos \alpha = \cos \theta \cos \varphi + \sin \theta \sin \varphi \cos \psi, \quad (7.6)$$

ապա ըստ  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\psi$  մարմնային անկյան ինտեգրալի համար կստանանք՝

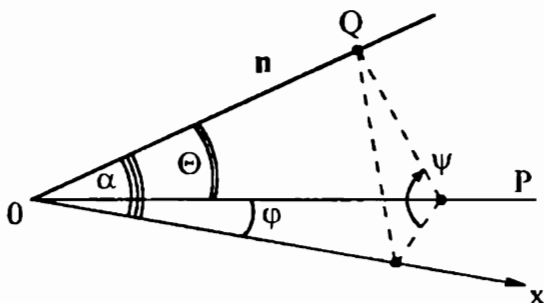
$$\begin{aligned} \int \cos \alpha \cos^2 \theta d\Omega &= \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta (\cos \theta \cos \varphi + \sin \theta \sin \varphi \cos \psi) d\psi = \\ &= 2\pi \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos^3 \theta d\theta \cdot \cos \varphi = \frac{\pi}{2} \cos \varphi. \end{aligned} \quad (7.7)$$

որտեղ (նկ. VI.7)

$$\cos \varphi = \frac{v_x}{v} : \quad (7.8)$$

Սահմաններ նաև ազատ վազքի միջին երկարությունը հետևյալ առնչությամբ՝

$$l = \frac{1}{\pi N_0 R^2} : \quad (7.9)$$



Նկ. VI.7

Ձևավորություններից

հետո (6.16) հավասարման վերջաբանն ստացվում է

$$v_x \frac{\partial f_0}{\partial x} - \frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} = -\frac{v_x}{l} \chi(v) \quad (7.10)$$

առնչությունը  $\chi(v)$  անհայտ ֆունկցիայի համար:

Որպես հավասարակշռական վիճակի բաշխման  $f_0$  ֆունկցիա Լորենցն օգտագործեց Մաքսվելի բաշխումը՝ (6.18) բանաձևը: Այս դեպքում (7.10) հավասարումից որոշ գործողություններից հետո  $\chi(v)$  ֆունկցիայի համար կստանանք

$$\chi(v) = -\frac{f_0(v)}{T} \cdot l \left[ \frac{eE}{k_B} + \frac{dT}{dx} \left( \frac{mv^2}{2k_B T} - \frac{3}{2} \right) \right] \quad (7.11)$$

արտահայտությունը, որի համաձայն  $\chi(v)$  ֆունկցիան կախված է միայն արագության մեծությունից:

Այժմ հաշվենք համակարգում հաստատված հոսանքի խտությունը:

Ենթադրության համաձայն, էլեկտրական դաշտը և ջերմաստիճանային գրադիենտն ուղղված են  $x$  առանցքով, ուստի գրոյից տարրեր կլինի հոսանքի խտության միայն  $x$  լադադրիչը՝

$$j_x = -e \int_{-\infty}^{\infty} v_x f(v) dv = -e \int_{-\infty}^{\infty} v_x f_0(v) dv - e \int_{-\infty}^{\infty} v_x f_1(v) dv : \quad (7.12)$$

Առաջին գումարելին հավասար է գրոյի, քանի որ թերմոդինամիկական հավասարակշռության վիճակում արագությունների իզոտրոպ բաշխման հետևանքով հոսքերը բացակայում են: Մաթեմատիկորեն այս վասար պայմանավորված է ընդհանուրապես  $v_x f_0(v)$  ֆունկցիայի կենտությամբ: Նկատի ունենալով (7.4) նշանակումը, կստանանք՝

$$j_x = -e \int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 \chi(v) dv : \quad (7.13)$$

Ջանի որ  $\chi(v)$  ֆունկցիան կախված է միայն արագության մեծությունից՝  $v = (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)^{1/2}$ -ից, ապա դժվար չէ համոզվել, որ

$$\int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 \chi(v) dv = \int_{-\infty}^{\infty} v_y^2 \chi(v) dv = \int_{-\infty}^{\infty} v_z^2 \chi(v) dv = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{v^2}{3} \chi(v) dv : \quad (7.14)$$

Արագությունների տարածության մեջ դեկարտյան կոորդինատներից անցնելով գնդային կոորդինատների, (7.11), (6.18) և (7.13) արտահայտություններից կստանանք՝

$$j_x = -\frac{4\pi e}{3} \int_0^{\infty} v^4 \chi(v) dv = \frac{4\pi e l}{3T} \left[ A \left( \frac{eE}{k_B} - \frac{3}{2} \frac{dT}{dx} \right) I_3 + \frac{mA}{2k_B T} \frac{dT}{dx} I_5 \right], \quad (7.15)$$

որտեղ (տես Մաս I, Հավելված 2)

$$I_{2k+1}(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{2k+1} e^{-\alpha x^2} dx = \frac{k!}{2\alpha^{k+1}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (7.16)$$

$$\alpha = \frac{m}{2k_B T} : \quad (7.17)$$

Տարրական ձևափոխումներից հետո հոսանքի խտության համար կստանանք հետևյալ վերջնական արտահայտությունը՝

$$j_x = \frac{4\pi e k_B l}{3(2\pi m k_B T)^{1/2}} \left( \frac{eE}{k_B} + \frac{1}{2} \frac{dT}{dx} \right) : \quad (7.18)$$

Ջերմային հոսքի խտությունը հաշվելու համար պետք է միայն (7.12) արտահայտության մեջ էլեկտրոնի լիցքը՝  $(-e)$ -ն, փոխարինել էլեկտրոնի էներգիայով՝  $mv^2/2$ -ով, այսինքն՝

$$q_x = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{mv^2}{2} \cdot v_x f(v) dv : \quad (7.19)$$

Հաշվարկները, որոնք չեն տարբերվում վերը կատարվածներից, բերում են հետևյալ վերջնական արդյունքին՝

$$q_x = -\frac{4}{3} nl \left( \frac{2k_B^3 T}{\pi m} \right)^{1/2} \left( \frac{eE}{k_B} + \frac{3}{2} \frac{dT}{dx} \right) : \quad (7.20)$$

Հաշվենք էլեկտրահաղորդականության գործակիցը: Երբ  $T = const$ , ինչը համապատասխանում է հաղորդականության չափման պայմաններին, (7.18) բանաձևից կստանանք՝

$$j_x = \sigma \cdot E, \quad \sigma = \frac{4}{3} \cdot \frac{n l e^2}{(2\pi m k_B T)^{1/2}} : \quad (7.21)$$

Ջերմահաղորդականության գործակիցը որոշելիս պետք է նկատի ունենալ, որ հաստատված (ստացիոնար) ջերմային հոսք ստանալու համար պետք է ապահովել

$$j_x = 0 \quad \text{կամ} \quad \frac{eE}{k_B} + \frac{1}{2} \frac{dT}{dx} = 0 \quad (7.22)$$

պայմանի կատարումը, ինչը համարժեք է էլեկտրոնների ուղղորդված շարժման արագության զրո լինելու պայմանին (տես (5.15) բանաձևը): (7.20) և (7.22) արտահայտություններից

$$q_x = -\frac{4}{3} nl \left( \frac{2k_B^3 T}{\pi m} \right)^{1/2} \frac{dT}{dx} \equiv -\kappa \frac{dT}{dx}, \quad (7.23)$$

որտեղից

$$\kappa = \frac{4}{3}nl \left( \frac{2k_B^3 T}{\pi m} \right)^{1/2} \quad (7.24)$$

Վիդեման-Ֆրանցի օրենքը, ըստ (7.21) և (7.24) բանաձևերի, կրողունի հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{\kappa}{\sigma T} = \frac{4}{3}nl \left( \frac{2k_B^3 T}{\pi m} \right)^{1/2} \frac{1}{T} \frac{3(2\pi mk_B T)^{1/2}}{4nle^2} = 2 \left( \frac{k_B}{e} \right)^2, \quad (7.25)$$

այսինքն՝ Լորենցի թվի համար ստացվում է  $L_L = 2(k_B/e)^2$  արժեքը, որն ընդհանուր առմամբ ավելի վատ է համապատասխանում փորձին, քան Դրուդեի տեսության մեջ ստացված  $L_D = 3(k_B/e)^2$  արժեքը:

Վերջապես, (7.22) առնչությունից դիֆերենցիալ չերմաէլեկտ-ի համար ստացված արտահայտությունը համընկնում է (5.17) բանաձևի հետ:

# ՄԵՏԱԳՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆՆ ԸՍՏ ԶՈՄԵՐՖԵԼԴԻ

## §1. Ֆերմի-Դիրակի բաշխումը

Դրոդե-Լորենցի դասական էլեկտրոնային տեսությունը հաջողությամբ բացատրեց մետաղների մի շարք հատկություններ: Սակայն լինելով գուտ դասական, այս տեսությունը չէր կարող բացատրել, մինչև անգամ որակապես, բազմաթիվ ֆիզիկական հատկություններ, որոնց հիմքում, ինչպես պարզվեց ավելի ուշ, ընկած են քվանտային օրինաչափություններ: Բավական է հիշել քննույզ էլեկտրոնային զագի ջերմունակության պարադոքսը, ինչպես նաև պարամագնիսական ռեկալոնակության պարադոքսը:

Ինչպես հայտնի է, դասական տեսության արդյունքները հավաստի են այնպիսի պայմաններում, երբ քվանտային երևույթների դերը կարելի է անտեսել: Եթե մասնիկին վերագրվող ալիքային «փաթեթի» չափը՝ դը-Բրոյլի ալիքի  $\lambda_B$  երկարությունը, զգալիորեն փոքր է մասնիկների միջև միջին  $\bar{r}$  հեռավորությունից՝

$$\lambda_B \ll \bar{r}, \quad (1.1)$$

այս մասնիկների ալիքային «փաթեթներին» վերադրում տևող չի ունենում, ուստի կարելի է օգտվել դասական տեսությունից: Համակարգի վիճակը բնութագրող մակրոսկոպական պարամետրերի միջոցով արտահայտված (1.1) առնչությունը (Մաս I, IV.1)՝

$$B \equiv \frac{N}{V} \left( \frac{\hbar^2}{mk_B T} \right)^{3/2} \ll 1 \quad (1.4)$$

սլայմսնը դասական (Բոլցմանի) վիճակագրության կիրառելիության չափանիշն է:

Մենյակային ջերմաստիճանում էլեկտրոնային զագի համար այս անհավասարությունը խախտվում է նախ այն պատճառով, որ էլեկտրոնի զանգվածը մոտ  $10^4$  անգամ փոքր է միջին մոլեկուլային զանգվածից, և, ևրկրորդ՝ մետաղներում էլեկտրոնային կոնցենտրացիաները  $10^3 \div 10^4$  ան-

գամ գերազանցում են նորմալ պայմաններում մոլեկուլային գազերի բնութագրական խտությունը՝  $L_0$ -ի դասին:

Իրոք, զնախառնելով  $B$  մեծությունը: Մետաղների համար բնութագրական էլեկտրոնային  $n = N/V \sim n_0 = 10^{22}$  սմ<sup>-3</sup> կարգի կոնցենտրացիայի և  $T = 300\text{K}$  ջերմաստիճանի դեպքում  $n_0(\hbar^2/mk_B T)^{3/2} \approx 50$ , ինչը համապատասխանում է (1.2) պայմանին հակառակ անհավասարությանը: Քանի որ  $B \sim T^{-3/2}$ , ապա սենյակայինից ցածր ջերմաստիճաններում այն էլ ավելի մեծ արժեքներ կընդունի:

Այսպիսով, գալիս ենք այն եզրակացության, որ էլեկտրոնային գազը մետաղում չի կարելի նկարագրել դասական վիճակագրությամբ:

Էլեկտրոնների նկատմամբ քվանտային վիճակագրության կիրառումը հիմնվում է քվանտային մեխանիկայում հայտնի մոլեկուլային մոլեկուլային սկզբունքի և Պաուլիի սկզբունքի վրա: Համաձայն վերջինի, ցանկացած քվանտային վիճակում կարող է գտնվել միայն մեկ էլեկտրոն (կամ, ավելի ընդհանուր ձևակերպումով՝ կիսամասնական սպինով մասնիկ՝ ֆերմիոն): Այս սկզբունքից անմիջապես հետևում է, որ եթե գործ ունենք մեծ թվով էլեկտրոններից կազմված համակարգի հետ, ապա նրա մոլեկուլային ամենամոտեցումը էներգիայով վիճակում բոլոր քվանտային վիճակները, այդ թվում՝ նաև ոչ փոքր էներգիաներ ունեցողները, կլինեն զբաղված: Մա է էլեկտրոնային համակարգը նկարագրող Ֆերմի-Դիրակի քվանտային վիճակագրության հիմնական տարրերությունը Բոլցմանի դասական վիճակագրությունից, ըստ որի ցանկացած թվով մասնիկներ կարող են ունենալ միևնույն էներգիան և իմպուլսը: Մասնավորապես, դասական համակարգի ամենամոտեցում էներգիան հավասար է զրոյի, երբ բոլոր մասնիկներն ունենան զրոյական էներգիա:

Ֆերմի-Դիրակի բաշխման հայտնագործումից հետո Չոմերֆելդն այն կիրառեց մետաղում գտնվող էլեկտրոնային համակարգի նկատմամբ, ինչը թույլ տվեց ազատվել Դիրակի սեսիոնային մեջ առկա հիմնականում թերմոդինամիկական հակասություններից: Փաստորեն Չոմերֆելդի մոդելն իրենից ներկայացնում է էլեկտրոնային գազի Դիրակի դասական մոդելը, միայն այն տարբերությամբ, որ էլեկտրոնների բաշխումն ըստ արագությունների (էներգիաների) նկարագրվում է ոչ թե դասական (բոլցմանյան),

այլ Ֆերմի-Դիրակի քվանտային բաշխումով, որն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$f(\varepsilon_i) = \left[ \exp \frac{\varepsilon_i - \mu}{k_B T} + 1 \right]^{-1} : \quad (1.3)$$

$f(\varepsilon_i)$ -ն հավանականությունն է այն բանի, որ ջերմային հավասարակշռության վիճակում գտնվող իդեալական էլեկտրոնային գազում  $\varepsilon_i$  էներգիայով վիճակը զբաղեցված է էլեկտրոնի կողմից:  $\mu$  մեծությունը (քիմպոտենցիալը) թերմոդինամիկական պարամետրերի ֆունկցիա է և որոշվում է այն պայմանից, որ էլեկտրոնների  $N$  թիվը համակարգում տրված մեծությունն է՝

$$\sum_i f(\varepsilon_i) = N, \quad (1.4)$$

որտեղ գումարումը կատարվում է ըստ բոլոր քվանտային վիճակների:

Քվանտային թվերի ( $i$ ) համախմբով որոշվող  $\varepsilon_i$  էներգիաները համապատասխան Երեդինգերի հավասարման սևիական արժեքներն են:

## §2. Էլեկտրոնային գազը հիմնական վիճակում

Ուսումնասիրենք էլեկտրոնային գազի հատկությունները հիմնական վիճակում, երբ  $T = 0\text{K}$ :  $N$  էլեկտրոնները զբաղեցնում են  $V$  ծավալ և բանի որ չեն փոխազդում իրար հետ (անկախ էլեկտրոնների մոտավորություն), ապա հիմնական վիճակը կարելի է որոշել, հաշվելով սկզբում առանձին էլեկտրոնի մակարդակները  $V$  ծավալում, իսկ հետո՝ լրացնել այդ մակարդակները, նկատի ունենալով Պաուլիի սկզբունքը:

Ազատ էլեկտրոնի համար Երեդինգերի ստացիոնար հավասարումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = \varepsilon \psi : \quad (2.1)$$

Մետաղի ծավալում էլեկտրոնի շարժման սահմանափակությունը հաշվի առնելու համար անհրաժեշտ է օգտվել սահմանային պայմաններից, որոնց պետք է բավարարեն (2.1) հավասարման լուծումները:

Հարմարության համար մետաղի ծավալն ընտրենք  $L = V^{1/3}$  կողով

խորանարդի ձևով: Նկատի ունենալով, որ տեղափոխման երևույթների ուսումնասիրման համար հարմար է օգտվել վազոդ էլևկատրոնային ալիքներից, դիմենր այսպես կոչված «շրջանային» կամ Բոռն-Կարմանի սահմանային պայմաններին (Մաս I, III.6)

$$\begin{aligned}\psi(x+L, y, z) &= \psi(x, y, z), \\ \psi(x, y+L, z) &= \psi(x, y, z), \\ \psi(x, y, z+L) &= \psi(x, y, z): \end{aligned} \quad (2.2)$$

(2.1) հավասարման նորմավորված լուծումն ունի

$$\psi_k(r) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{ikr} \quad (2.3)$$

առաքը, իսկ նրան համապատասխանող սեփական էներգիան՝

$$\varepsilon(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \quad (2.4)$$

որտեղ  $k$ -ն կոորդինատից անկախ կամայական վեկտոր է:  $k$  վեկտորի իմաստը պարզելու համար նկատենք, որ (2.3) արտահայտությունն իմպուլսի օպերատորի սեփական ֆունկցիան է  $p = \hbar k$  սեփական արժեքով՝

$$\hat{p}\psi_k = -i\hbar\nabla\left(\frac{1}{\sqrt{V}} e^{ikr}\right) = \hbar k \frac{1}{\sqrt{V}} e^{ikr} = \hbar k \psi_k: \quad (2.5)$$

Այսպիսով,  $\psi_k(r)$  ալիքային ֆունկցիայով նկարագրվող էլևկատրոնն ունի  $p$  իմպուլս, համեմատական  $k$ -ին, որը կարելի է մեկնաբանել որպես ալիքային վեկտոր:

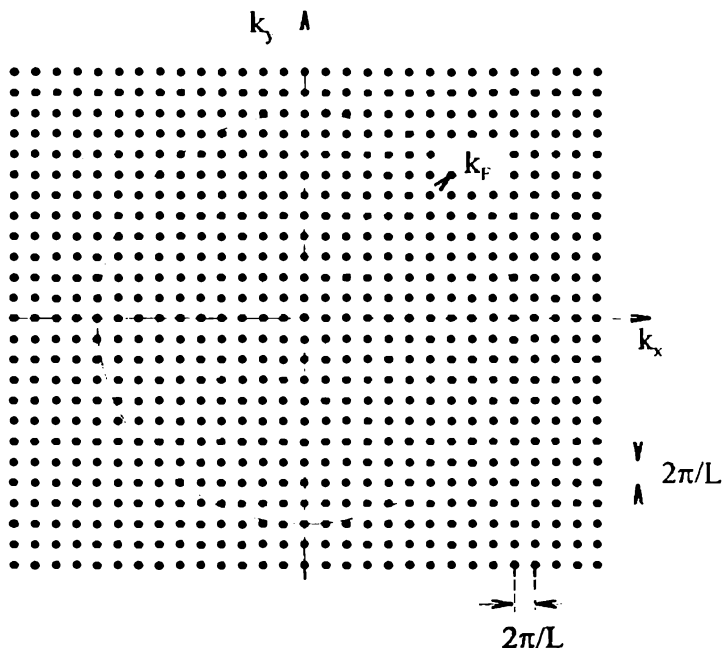
Այժմ օգտվենք (2.2) սահմանային պայմաններից: Ինչպես հետևում է (2.3) և (2.2) արտահայտություններից,  $k$  վեկտորը կարող է ընդունել միայն այնպիսի արժեքներ, որոնց համար տեղի ունեն

$$e^{ik_x L} = e^{ik_y L} = e^{ik_z L} = 1 \quad (2.6)$$

պայմանները և որոնցից ստացվում են ալիքային վեկտորի բաղադրիչների հետևյալ արժեքները՝

$$k_x = \frac{2\pi}{L} n_x, \quad k_y = \frac{2\pi}{L} n_y, \quad k_z = \frac{2\pi}{L} n_z, \quad (2.7)$$

որտեղ  $n_x, n_y, n_z = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ : Այսպիսով, նույնի  $k$ -տարածության մեջ քայլաքայլով են ավելանում վեկտորներ, որոնց բաղադրիչները  $2\pi/L$  մեծության պատիկներ են (նկ. VII.1, երկրորդ տարբերակ):  $k$ -տարածության մեջ յուրաքանչյուր քայլաքայլով  $k$  վեկտորի (յուրաքանչյուր վիճակի) բաժին է բնկնում  $(2\pi/L)^d$  ծավալ, որտեղ  $d$ -ն տարածության չափողականությունն է:



Նկ. VII.1

Նույնի տարածության միավոր ծավալում վիճակների թիվը (վիճակների խտությունը) կլինի հավասար

$$\frac{1}{(2\pi/L)^3} = \frac{L^3}{(2\pi)^3} = \frac{V}{(2\pi)^3} : \quad (2.8)$$

Նկատի ունենալով Պաուլիի սկզբունքը և էլեկտրոնի երկու հնարավոր սպինային վիճակները, յուրաքանչյուր էներգիական մակարդակի վրա կարելի է

սևդավորել միայն երկու էլեկտրոն՝  $k \uparrow$  և  $k \downarrow$  վիճակներում: Համակարգի ներքին էներգիան կընդունի նվազագույն արժեք այն դեպքում, երբ բոլոր մակարդակները զբաղեցված են երկուական էլեկտրոններով՝  $k = 0$  վիճակից մինչև առավելագույն  $k_F$  ալիքային թվով վիճակը: Զբաղեցված վիճակները  $k$ -տարածության մեջ գտնվում են մի զնդում, որի  $k_F$  շառավղի (Ֆերմիի շառավղի) մեծությունը կարելի է որոշել մասնիկների թվի և զբաղեցված վիճակների թվի հավասարության պայմանից՝

$$N = 2 \cdot \frac{4\pi}{3} k_F^3 \cdot \frac{V}{(2\pi)^3} = \frac{k_F^3}{3\pi^2} V : \quad (2.9)$$

Անհրաժեշտ է նշել, որ չնայած ալիքային վեկտորի ընդունած արժեքների ընդհատությանը, (2.9) հավասարությունը գործնականորեն ճշգրիտ է, քանի որ  $N$ -ը շատ մեծ է ( $10^{22} \div 10^{23}$ ), իսկ մեկ վիճակին բաժին ընկնող  $(2\pi)^3/V$  ծավալը՝ շատ փոքր, որի հեռանալով զբաղեցված վիճակների տիրույթը գործնականորեն գունդ է: (2.9) առնչությամբ որոշվում է Ֆերմիի  $k_F$  շառավղիը՝

$$k_F = \left( 3\pi^2 \frac{N}{V} \right)^{1/3} = (3\pi^2 n)^{1/3} : \quad (2.10)$$

$k > k_F$  վիճակները  $k$ -տարածության մեջ ազատ են: Այսպիսով,  $k_F$  շառավղով զնդի (Ֆերմիի գունդ) մակերևույթը (Ֆերմիի մակերևույթ) իրարից սահմանազատում է զբաղեցված ( $k \leq k_F$ ) և ազատ ( $k > k_F$ ) վիճակների տիրույթները:

Էլեկտրոնային գազի հիմնական վիճակը նկարագրելու համար անհրաժեշտ է գիտենալ էլեկտրոնների կոնցենտրացիան, քանի որ նրա բոլոր բնութագրերն արտահայտվում են վերջինիս միջոցով: Այսպես՝ Ֆերմիի իմպուլսը՝

$$p_F = \hbar k_F = \hbar (3\pi^2 n)^{1/3} , \quad (2.11)$$

Ֆերմիի էներգիան՝

$$\varepsilon_F = \frac{p_F^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3} , \quad (2.12)$$

Ֆերմիի արագությունը՝

$$v_F = \frac{\hbar k_F}{m} = \frac{\hbar}{m} (3\pi^2 n)^{1/3} : \quad (2.13)$$

Աղյուսակ VII.1-ում բերված են այս մեծությունների արժեքները որոշ մետաղների համար: Ինչպես հետևում է բերված տվյալներից,  $k_F \sim 10^8 \text{ սմ}^{-1}$ ,  $v_F \sim 10^8 \text{ սմ/վ}$ ,  $\varepsilon_F \sim 1,5 \div 15 \text{ է.վ.}$

Աղյուսակ VII.1

| Տարր | $\varepsilon_F$ (է.վ.) | $k_F$ ( $\text{\AA}^{-1}$ ) | $v_F$ ( $10^8 \text{ սմ/վ}$ ) | $T_F$ ( $10^4 \text{ K}$ ) | $T_m/T_F$ |
|------|------------------------|-----------------------------|-------------------------------|----------------------------|-----------|
| Li   | 4,74                   | 1,12                        | 1,29                          | 5,51                       | 0,0083    |
| Na   | 3,24                   | 0,92                        | 1,07                          | 3,77                       | 0,0098    |
| K    | 2,12                   | 0,75                        | 0,86                          | 2,46                       | 0,0136    |
| Rb   | 1,85                   | 0,70                        | 0,81                          | 2,15                       | 0,0145    |
| Cs   | 1,59                   | 0,65                        | 0,75                          | 1,84                       | 0,0165    |
| Cu   | 7,00                   | 1,36                        | 1,57                          | 8,16                       | 0,0166    |
| Ag   | 5,49                   | 1,20                        | 1,39                          | 6,38                       | 0,0193    |
| Au   | 5,53                   | 1,21                        | 1,40                          | 6,42                       | 0,0208    |
| Be   | 14,3                   | 1,94                        | 2,25                          | 16,6                       | 0,0094    |
| Mg   | 7,08                   | 1,36                        | 1,58                          | 8,23                       | 0,0112    |
| Ca   | 4,69                   | 1,11                        | 1,28                          | 5,44                       | 0,0205    |
| Sr   | 3,93                   | 1,02                        | 1,18                          | 4,57                       | 0,0228    |
| Al   | 11,7                   | 1,75                        | 2,03                          | 13,6                       | 0,0068    |

Այժմ հաշվենք էլեկտրոնային համակարգի ներքին էներգիան հիմնական վիճակում՝

$$U_0 = 2 \sum_{k \leq k_F} \frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \quad (2.14)$$

որտեղ 2 գործակիցը պայմանավորված է էլեկտրոնային սպինի երկու հնարավոր կողմնորոշումով:

Ընդհանրապես

$$\sum_k F(k) \quad (2.15)$$

սեսի գումարը կարելի է հաշվել, կատարելով անցում ինտեգրալի (Մաս I, III.6.12): Եթե  $F(k)$  ֆունկցիան  $(2\pi/L)$  կարգի հեռավորությունների վրա էապես չի փոփոխվում, ապա (2.15) գումարը կարելի է ներկայացնել

$$\sum_k F(k) \Rightarrow \int F(k) \cdot \frac{dk}{(\Delta k)}, \quad (2.16)$$

սեսքով, որտեղ  $(\Delta k) = (2\pi)^3/V$  մեծությունը մեկ թույլաարելի  $k$ -ին բաժին ընկնող ծավալն է  $k$ -ստրածության մեջ: Վերջապես, կատարելով անցում այսպես կոչված թերմոդինամիկական սահմանին ( $V \rightarrow \infty$ ,  $N \rightarrow \infty$ ,  $N/V < \infty$ ), կստանանք՝

$$\lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} \sum_k F(k) = \int \frac{dk}{8\pi^3} F(k) : \quad (2.17)$$

(2.14) և (2.17) բանաձևերից հիմնական վիճակի էներգիայի համար կստանանք՝

$$U_0 = 2 \cdot \frac{V}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \cdot 4\pi k^2 dk = \frac{V \hbar^2 k_F^5}{10\pi^2 m} = \frac{3}{5} N \varepsilon_F : \quad (2.18)$$

Սեկ մասնիկին բաժին ընկնող էներգիան՝

$$\bar{\varepsilon} = \frac{U_0}{N} = \frac{3}{5} \varepsilon_F : \quad (2.19)$$

Այս էներգիան մետաղների աեսության մեջ խաղում է նույն կարևոր դերը, ինչ որ  $\bar{\varepsilon} = 3k_B T/2$  էներգիան՝ դասական վիճակագրության մեջ:

Ֆերմիի էներգիային կարելի է համապատասխանության մեջ դնել Ֆերմիի ջերմաստիճանը՝

$$T_F = \frac{\varepsilon_F}{k_B} : \quad (2.20)$$

Եթե  $\varepsilon_F$  էներգիան արտահայտենք էվ-երով, ապա  $T_F$  ջերմաստիճանի համար կստանանք՝

$$T_F \cong \varepsilon_F (\text{էվ}) \cdot 1,16 \cdot 10^4 \text{ K} : \quad (2.21)$$

$T_F$ -ը կարելի է մեկնարանել որպես ջերմաստիճան, որի դեպքում դասական գազի մասնիկի միջին ջերմային էներգիան հավասարվում է Ֆերմիի էներ-

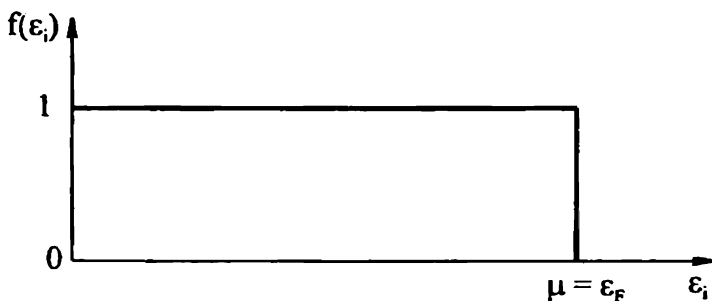
գիային: Ակնհայտ է, որ  $T_F$ -ը ոչ մի կապ չունի էլեկտրոնային զագի ջերմաստիճանի հետ, որը քննարկվող դեպքում հավասար է զրոյի: Ինչպես երևում է Աղյուսակ VII.1-ից,  $T_F$ -ի բնութագրական արժեքներն ընկած են  $10^4 \div 10^5 \text{ K}$  աիրայքում:

Կարևոր հետևություն կարելի է անել մետաղի հալման ( $T_m$ ) և Ֆերմիի ջերմաստիճանների համեմատությունից: Մետաղների մեծ մասի համար  $T_m/T_F$  հարաբերությունը  $10^{-2}$  կարգի մեծություն է (տես Աղյուսակ VII.1), ուստի էլեկտրոնային զագի հատկությունները էլեկտրոնների ջերմային շարժումով պայմանավորված միայն վոլթր փոփոխություններ կարող են կրել:

Աղյուսակ VII.1-ից հետևում է նաև, որ Ֆերմիի արագությունը լույսի արագության 1%-ի կարգի մեծություն է: Այն մոտ 10 անգամ գերազանցում է դասական սեռությամբ սենյակային ջերմաստիճաններում ( $T \sim 300 \text{ K}$ ) էլեկտրոնի միջին արագությունը:

Այժմ ուսումնասիրենք (1.3) բաշխման ֆունկցիան  $T \rightarrow 0 \text{ K}$  դեպքում:

Երբ  $\varepsilon_i \leq \mu$ ,  $f(\varepsilon_i) = 1$ , իսկ երբ  $\varepsilon_i > \mu$ ,  $f(\varepsilon_i) = 0$ : Սա համարժեք է մեզ արդեն ծանոթ իրադրությանը, երբ  $\varepsilon_i \leq \varepsilon_F$  էներգիաներով բոլոր մակարդակները զբաղեցված են, իսկ  $\varepsilon_i > \varepsilon_F$  էներգիաներով մակարդակները՝ ազատ: Հետևաբար, քիմպոտենցիալը՝  $\mu(T) \rightarrow \varepsilon_F$ , երբ  $T \rightarrow 0 \text{ K}$ :



Նկ. VII.2

Նկ. VII.2-ում պատկերված է բաշխման ֆունկցիայի գրաֆիկը  $T = 0 \text{ K}$ -ում (Ֆերմիի «աստիճանը»): (1.3) բանաձևի փոխարեն  $T = 0 \text{ K}$ -ում

բաշխման ֆունկցիան կարելի է ներկայացնել միավոր քուիչքի ֆունկցիայի միջոցով՝

$$f(\varepsilon_i) = \theta(\varepsilon_F - \varepsilon_i) = \begin{cases} 1, & \varepsilon_i < \varepsilon_F, \\ 0, & \varepsilon_i > \varepsilon_F: \end{cases} \quad (2.22)$$

$T = 0K$  վիճակում գտնվող էլեկտրոնային գազն անվստմաբան է լինում այլասերված, նշելով այն վիճակը, որ այդպիսի գազի հատկությունները հիմնավորապես տարբերվում են դասական էլեկտրոնային գազի հատկություններից:

### §3. Էլեկտրոնային գազը գրոյից տարբեր ջերմաստիճաններում

Այժմ պարզենք էլեկտրոնային գազի քվանտային մեխանիկական բնութագրերի կախումը գազի ջերմաստիճանից: Այդ նպատակով հաշվենք էլեկտրոնային գազի ներքին էներգիան:

Անկախ էլեկտրոնների մոտավորությամբ համակարգի ներքին էներգիան հավասար է բոլոր մակարդակներում գտնվող էլեկտրոնների էներգիաների գումարին՝

$$U = 2 \sum_k \varepsilon(k) f(k), \quad (3.1)$$

որտեղ  $2f(k)$  մեծությունը  $\varepsilon(k)$  էներգիայով էլեկտրոնների միջին քիվն է: Բաշխման ֆունկցիայի կախումը  $k$ -ից արտահայտվում է էներգիայի միջոցով, ընդ որում քվանտային քվերի  $i$  հավաքածուն բաղկացած է  $k_x, k_y, k_z$  մեծություններից և միարժեքորեն որոշում է  $\varepsilon(k)$  էներգիայով մակարդակը (էլեկտրոնի քվանտային վիճակը որոշելու համար անհրաժեշտ է առաջ նաև սպինային քվանտային քիվը): Խեղճ քվանտային մեխանիկական սահմանում

$$U = \frac{V}{4\pi^3} \int \varepsilon(k) f(\varepsilon(k)) dk : \quad (3.2)$$

Մասնիկների քվի համար զրված (1.4) արտահայտությունը կրճատվում է հետևյալ տեսքով՝

$$N = \frac{V}{4\pi^3} \int f(\varepsilon(k)) dk : \quad (3.3)$$

Քանի որ (3.2) և (3.3) բանաձևերում ընդհանուրապես արտահայտությունները կախված են  $\varepsilon(k)$ -ից, նպատակահարմար է վիճակների թիվը նույնպես արտահայտել  $\varepsilon$ -ներից:

Նշանակենք  $G(\varepsilon)$ -ով վիճակների խտության ֆունկցիան, այսինքն՝ միավոր էներգիական տիրույթում վիճակների թիվը:  $\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon$  տիրույթում վիճակների թիվը հավասարեցնելով  $k, k + dk$  տիրույթում վիճակների թվին, կստանանք՝

$$G(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{V}{4\pi^3} k^2 dk \int_{(4\pi)} d\Omega = \frac{V}{\pi^2} k^2 dk : \quad (3.4)$$

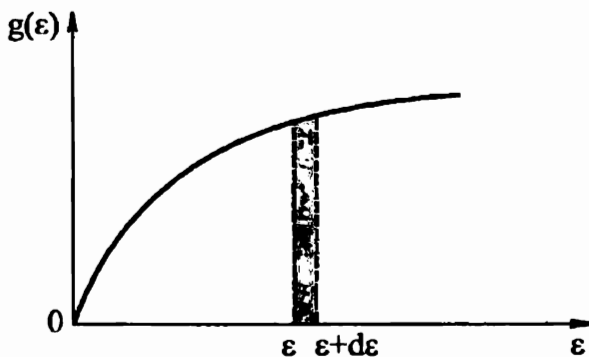
Նկատի ունենալով (2.4) դիսպերսիայի օրենքը, վիճակների խտության ֆունկցիայի համար կստանանք՝

$$G(\varepsilon) = \frac{Vm}{\pi^2 \hbar^2} k = \frac{Vm}{\pi^2 \hbar^2} \left( \frac{2m\varepsilon}{\hbar^2} \right)^{1/2} \equiv V \cdot A \varepsilon^{1/2}, \quad (3.5)$$

որտեղ

$$A = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} : \quad (3.6)$$

$G(\varepsilon)$  ֆունկցիայի համար ստացված  $\varepsilon^{1/2}$  կախումը պայմանավորված է միմյան (2.4) դիսպերսիայի օրենքով և ոչ մի առնչություն չունի վիճակա-գրության հետ:  $G(\varepsilon)$ -ի միջոցով է արտահայտվում համակարգի միավոր



Նկ. VII.3

ծավալին բաժին ընկնող վիճակների խտության ֆունկցիան՝

$$g(\varepsilon) = \frac{G(\varepsilon)}{V} = A\varepsilon^{1/2}, \quad (3.7)$$

որի գրաֆիկը պատկերված է նկ. VII.3-ում: Միավոր ծավալին բաժին ընկնող վիճակների թիվը  $\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon$  տիրույթում հավասար է նկ. VII.3-ում ընդգծված մակերեսին:

Արտագրենք այժմ (3.2) և (3.3) արտահայտությունները, օգտագործելով (3.5) և (3.7) բանաձևերով որոշված ֆունկցիաները.

$$U = \int_0^\infty \varepsilon f(\varepsilon) G(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (3.8)$$

$$N = \int_0^\infty f(\varepsilon) G(\varepsilon) d\varepsilon: \quad (3.9)$$

Ներքին էներգիայի խտությունը ստանում է

$$u = \frac{U}{V} = \int_0^\infty \varepsilon f(\varepsilon) g(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (3.10)$$

իսկ էլեկտրոնների կոնցենտրացիան՝

$$n = \int_0^\infty f(\varepsilon) g(\varepsilon) d\varepsilon \quad (3.11)$$

բանաձևերով: (3.8)-(3.11) բանաձևերում  $f(\varepsilon)$ -ն Ֆերմի-Դիրակի բաշխման ֆունկցիան է՝

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{e^{(\varepsilon - \mu)/k_B T} + 1}: \quad (3.12)$$

Գրված իմաստգրալները հաշվելու համար նախ ուսումնասիրենք  $f(\varepsilon)$  ֆունկցիայի վարքը:

Ինչպես հետևում է (3.12) արտահայտությունից,  $f(\varepsilon)$ -ն էապես վիժվում է  $\mu - k_B T \leq \varepsilon \leq \mu + k_B T$  տիրույթում, ընդունելով  $\varepsilon = \mu$  կետում  $1/2$  արժեքը:  $T = 0\text{K}$ -ում  $\varepsilon = \mu(0) = \varepsilon_F$  արժեքին համապատասխանող կտրուկ «աստիճանը» լողովում է, ընդ որում լողվածան չափը  $k_B T$ -ի կարգի է (նկ. VII.4): Սա նշանակում է, որ  $\varepsilon \leq \mu$  էներգիայով վիճակները մասամբ

կատարվում են, իսկ  $\varepsilon \geq \mu$  վիճակները՝ մասամբ լրացվում էլեկտրոններով: Ջերմաստիճանից կախված փոփոխվում է նաև  $\mu(T)$  սահմանային էներգիան, սակայն ինչպես ցույց կաանք ստորև,  $k_B T \ll \varepsilon_F$  դեպքում բավարար ճշտությամբ կարելի է ընդունել  $\mu(T) \approx \mu(0) = \varepsilon_F$ :

Բաշխման ֆունկցիայի ածանցյալը արվում է

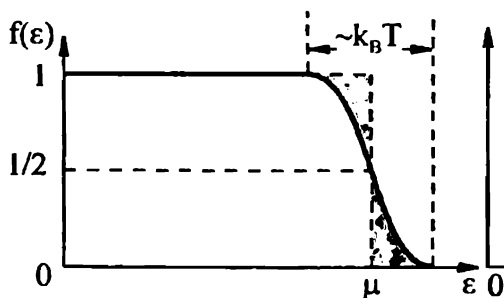
$$-\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} = \frac{1}{k_B T} \cdot \frac{e^{(\varepsilon - \mu)/k_B T}}{[e^{(\varepsilon - \mu)/k_B T} + 1]^2} = \frac{1}{4k_B T} \cdot ch^{-2} \left( \frac{\varepsilon - \mu}{2k_B T} \right) \quad (3.13)$$

արտահայտությամբ, որը  $(\varepsilon - \mu)$ -ի գույզ ֆունկցիա է (նկ. VII.5): Այն ունի սուր մաքսիմում  $\varepsilon = \mu$  կետում, որի մեծությունը հավասար է  $(4k_B T)^{-1}$ : Քանի որ (3.13) արտահայտության ինտեգրալն ըստ  $\varepsilon$ -ի՝

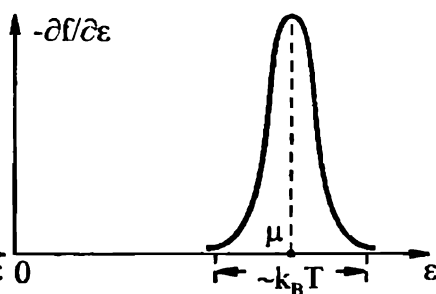
$$-\int_0^\infty \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} d\varepsilon = f(0) - f(\infty) = \frac{1}{e^{-\mu/k_B T} + 1} \approx 1 \quad (3.14)$$

$k_B T \ll \mu$  դեպքում, ասյա երբ  $T \rightarrow 0$ ,  $-\partial f / \partial \varepsilon$  ֆունկցիան իրեն սլահում է որպես «դելտա»-ֆունկցիա՝

$$-\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} = \delta(\varepsilon_F - \varepsilon) : \quad (3.15)$$



Նկ. VII.4



Նկ. VII.5

Այսպիսով, բաշխման ֆունկցիան էապես փոփոխվում է միայն  $\mu$ -ի շուրջն ընկած  $k_B T$ -ի կարգի տիրույթում: Նկատի առնենալով  $f(\varepsilon)$ -ի և  $f'(\varepsilon)$ -ի նշված հատկությունները, ստանանք հաշվարկային բանաձև

$$I = \int_0^{\infty} f(\varepsilon) \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} d\varepsilon \quad (3.16)$$

տեսքի ինտեգրալի համար, որտեղ  $F(\varepsilon)$  ֆունկցիան բավարարում է հետևյալ պայմաններին՝

ա) երբ  $\varepsilon \rightarrow 0$   $F(\varepsilon)$ -ն կարող է աճել ոչ արագ, քան  $\varepsilon^{1-\alpha}$  ( $0 < \alpha < 1$ ),  
բ) երբ  $\varepsilon \rightarrow \infty$   $F(\varepsilon)$ -ն կարող է աճել ոչ արագ, քան  $\exp(\varepsilon/k_B T)$ -ը, (3.17)  
որոնք ապահովում են (3.16) ինտեգրալի գոյամիտությունը: (3.16) ինտեգրալում կատարելով մասերով ինտեգրում և ստացված ինտեգրալում տեղադրելով  $\varepsilon = \mu$  կետի շուրջ  $F(\varepsilon)$  ֆունկցիայի Թեյլորի շարքը՝

$$F(\varepsilon) = F(\mu) + (\varepsilon - \mu)F'(\mu) + \frac{1}{2}(\varepsilon - \mu)^2 F''(\mu) + \dots, \quad (3.18)$$

կստանանք՝

$$I = L_0 F(\mu) + L_1 F'(\mu) + L_2 F''(\mu) + \dots, \quad (3.19)$$

որտեղ

$$L_n = -\frac{1}{n!} \int_0^{\infty} (\varepsilon - \mu)^n \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} d\varepsilon, \quad n = 0, 1, 2, \dots : \quad (3.20)$$

Օգտվելով (3.13) արտահայտությունից և անցնելով ինտեգրման  $z = (\varepsilon - \mu)/k_B T$  փոփոխականի, կստանանք՝

$$L_n = \frac{(k_B T)^n}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{z^n dz}{(e^z + 1)(1 + e^{-z})} = C_n (k_B T)^n, \quad (3.21)$$

եթե  $n$ -ը գույգ է: Կենտ  $n$ -երի դեպքում ընդհանուրապես ֆունկցիան կենտ է, և  $L_n = 0$ :  $C_n$  գործակիցները մեկի կարգի թվեր են. այսպես, օրինակ՝

$$C_0 = 1, \quad C_2 = \frac{\pi^2}{6}, \quad C_4 = \frac{7\pi^4}{360} : \quad (3.22)$$

(3.18)-(3.22) բանաձևերից (3.16) ինտեգրալի համար ստանում ենք հետևյալ ասիմպտոտական վերլուծությունը՝

$$I = \int_0^{\infty} f(\varepsilon) \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} d\varepsilon = F(\mu) + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 F''(\mu) + \frac{7\pi^4}{360} (k_B T)^4 F^{(4)}(\mu) + \dots \quad (3.23)$$

Այժմ հաշվենք քիմիոտենցիալը, օգտվելով նորմավորման պայմանից, զրկած (3.11) տեսքով: Համեմատելով վերջինս (3.16) առնչության հետ, կորոշենք  $F(\varepsilon)$  ֆունկցիան՝

$$\frac{\partial F}{\partial \varepsilon} = g(\varepsilon), \quad F(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} g(\varepsilon') d\varepsilon' : \quad (3.24)$$

Քանի որ մասնիկների խտությունը  $T$ -ից անկախ արված մեծություն է, ապա նվաստակահարմար է (3.11) պայմանի ծալս մասում  $n$ -ի փոխարեն զրեկ (3.23) ինտեգրալի արժևրը  $T = 0K$  դևայրում, երբ բաշխման ֆունկցիան սրվում է (2.22) բանսածևով, այսինրն՝

$$\int_0^{\varepsilon_F} g(\varepsilon) d\varepsilon = \int_0^{\mu} g(\varepsilon) d\varepsilon + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 g'(\mu) + O(T^4) \quad (3.25)$$

կամ

$$0 = (\mu - \varepsilon_F) g(\varepsilon_F) + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 g'(\varepsilon_F), \quad (3.26)$$

որտեղից կորոշենք քիմիական պոտենցիալը՝

$$\mu = \varepsilon_F - \frac{\pi^2}{6} \cdot \frac{g'(\varepsilon_F)}{g(\varepsilon_F)} (k_B T)^2 : \quad (3.27)$$

Այս բանածևից կարելի է օգտվել նաև անկալս էլեկտրոնների այլ մոդելների դեպքում, երբ դիսպերսիայի օրենքը քառակուսային է:

Ազատ էլեկտրոնների համար (3.7) և (3.6) առնչություններից հետևում է, որ

$$g(\varepsilon_F) = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \varepsilon_F^{1/2} = \frac{3n}{2\varepsilon_F}, \quad (3.28)$$

$$g'(\varepsilon_F) = \frac{g(\varepsilon_F)}{2\varepsilon_F}, \quad (3.29)$$

$$\mu = \varepsilon_F \left[ 1 - \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{k_B T}{\varepsilon_F} \right)^2 \right]; \quad (3.30)$$

Ըստ այս բանաձևի,  $T$ -ի մեծացման հետ  $\mu$ -ն փոքրանում է:  $\mu$ -ի փոփոխությունը համեմատական է  $(k_B T / \varepsilon_F)^2 = (T / T_F)^2$  մեծությանը և անգամ հալման ջերմաստիճանում  $10^{-4}$  կարգի մեծություն է (տես Այլյուսակ VII.1):

Մետաղի գոյության ամբողջ ջերմաստիճանային սփռույթում մեկ էլեկտրոնին բաժին ընկնող ջերմային էներգիան՝  $k_B T \ll \varepsilon_F$ : Այս պայմաններում էլեկտրոնային գազը կոչվում է ուժեղ այլասերված:

#### §4. Էլեկտրոնային գազի ջերմունակությունը

Մետաղների դասական էլեկտրոնային տեսության համար էլեկտրոնային գազի ջերմունակության պոթրիւմը մնաց անլուծելի: Պարադոքսը (դասական տեսության շրջանակներում) կայանում էր հետևյալում: Քանի որ էլեկտրոնների համախումբը դիտվում էր որպես դասական գազ, ապա յուրաքանչյուր էլեկտրոնի բաժինը գազի ջերմունակության մեջ պետք է լիներ հավասար  $3k_B/2$ : Մեկ մոլ մետաղում էլեկտրոնների ներդրումը ջերմունակության մեջ՝  $C_V'' = ZN_A \cdot (3k_B/2) = 3RZ/2$ , որտեղ  $R$ -ը գազային հաստատունն է, իսկ  $Z$ -ը՝ մետաղի արժեքականությունը: Սենյակային ջերմաստիճաններում մետաղի լրիվ ջերմունակությունը, համաձայն դասական էլեկտրոնային տեսության, պետք է լիներ հավասար

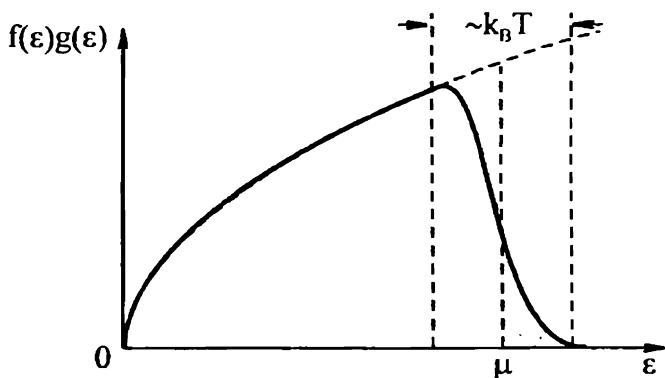
$$C_V' = C_V'' + C_V''' = 3R \left( 1 + \frac{Z}{2} \right), \quad (4.1)$$

և, հետևաբար, զգալիորեն տարբերվեր անհաղորդիչ նյութի՝ միայն ցանցային  $C_V''' = 3R$  մոլային ջերմունակությունից: Սակայն, ինչպես հետևում է փորձից, և՛ մետաղների, և՛ անհաղորդիչների համար սենյակային ջերմաստիճաններում տեղի ունի Դյուլոնգ-Պտիի օրենքը՝  $C_{մետաղ} \approx C_{անհաղ} \approx 3R$ . Ավելի նուրբ չափումների համաձայն, մետաղում էլեկտրոնային ջերմունա-

կույթյան ներդրումը սենյակային ջերմաստիճաններում չի գերազանցում  $3R$  արժեքի 1%-ը: Ստացվում է այնպես, որ էլեկտրա- և ջերմահաղորդականությանը մասնակցող և կարծես լրիվ ազատ շարժվող էլեկտրոնները ջերմունակության մեջ ներդրում ինչ-ինչ պատճառներով չեն տալիս:

Պարադոքսն իսկույն բացատրվում է, երբ դասական բաշխման փոխարեն օգտագործվում է Ֆերմի-Դիրակի բվանաային բաշխումը:

Էլեկտրոնային համակարգը սաքացնելիս ջերմային էներգիա կարող են կլանել միայն լողզման աիրության էլեկտրոնները, որոնք գտնվում են ազատ վիճակներից  $k_B T$ -ի կարգի հեռավորությունների վրա (նկ. VII.6):



Նկ. VII.6

Խորքային էլեկտրոնները չեն կարող կլանել  $k_B T$  մեծությամբ ջերմային էներգիան, քանի որ մոտակա էներգիական մակարդակները զբաղեցված են: Ջերմային եղանակով կարող են ակտիվանալ և, այսպիսով, իրենց պաեել որպես դասական մասնիկներ միայն  $\mu \approx \varepsilon_F$ -ի շուրջ  $k_B T$  տիրույթում ընկած էլեկտրոնները, որոնց քիվը՝

$$\Delta N \sim g(\varepsilon_F) k_B T V \sim k_B T \frac{N}{\varepsilon_F}, \quad (4.2)$$

իսկ էլեկտրոնային գազի ներքին էներգիայում նրանց ներդրումը՝

$$\Delta U \sim \Delta N \cdot k_B T \sim \frac{N}{\varepsilon_F} (k_B T)^2: \quad (4.3)$$

Ջերմունակության համար (4.3) արտահայտությունից ստացվում է

$$C_V^e = \left( \frac{\partial \Delta U}{\partial T} \right)_V \sim N k_B \frac{T}{T_F}, \quad (4.4)$$

զնախատականը, որի համաձայն էլեկտրոնային ջերմունակությունը կազմում է դասական տեսությամբ արվող  $\sim N k_B$  արժեքի  $T/T_F$  մասը: Մասնավորապես, սենյակային ջերմաստիճանում՝  $T \sim 300\text{K}$ ,  $T/T_F \sim 0,01$ :

Այժմ ստանանք էլեկտրոնային ջերմունակության համար ճշգրիտ արտահայտություն  $k_B T \ll \varepsilon_F$  տիրույթում: Այդ նպատակով հաշվենք էլեկտրոնային գազի ներքին էներգիան: (3.8) և (3.23) բանաձևերի համաձայն՝

$$U = \int_0^\mu \varepsilon G(\varepsilon) d\varepsilon + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 \cdot \frac{d}{d\varepsilon} [\varepsilon G(\varepsilon)]_{\varepsilon=\mu} + \dots, \quad (4.5)$$

որտեղ, պաշտոնով  $T^2$ -ն համեմատական բոլոր անդամները, կստանանք՝

$$\begin{aligned} U &= \int_0^{\varepsilon_F} \varepsilon G(\varepsilon) d\varepsilon + \int_{\varepsilon_F}^\mu \varepsilon G(\varepsilon) d\varepsilon + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 \mu G'(\mu) + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 G(\mu) + \dots \simeq \\ &\simeq U_0 + \varepsilon_F \left[ (\mu - \varepsilon_F) G(\varepsilon_F) + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 G'(\varepsilon_F) \right] + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 G(\varepsilon_F) + O(T^4). \end{aligned} \quad (4.6)$$

Քանի որ  $\mu - \varepsilon_F \sim T^2$  և  $G'(\mu)$ -ի գործակիցը նույնպես  $T^2$  կարգի է, ապա քառակուսի փակագծերում  $G(\mu)$ -ի և  $G'(\mu)$ -ի արգումենտը փոխարինված է  $\varepsilon_F$ -ով: Նկատի ունենալով նաև (3.26) հավասարումը, կստանանք՝

$$U = U_0 + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 G(\varepsilon_F): \quad (4.7)$$

Ջերմունակությունը՝

$$C_V^e = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = \frac{\pi^2}{3} k_B^2 G(\varepsilon_F) \cdot T \quad (4.8)$$

կամ, նկատի ունենալով (3.28) և (3.7) բանաձևերը,

$$C_V^e = \frac{\pi^2}{2} N k_B \frac{k_B T}{\varepsilon_F} = \frac{\pi^2}{2} N k_B \frac{T}{T_F}, \quad (4.9)$$

որը որակական գնահատումով ստացված (4.4) արտահայտությունից տարբերվում է ընդամենը թվային գործակցով:

Մոլային ջերմունակության համար (4.9) բանաձևից կստանանք՝

$$C_V^\mu = \gamma T, \quad \gamma = \frac{\pi^2 N_A k_B Z}{2T_F} = \frac{\pi^2 R Z}{2T_F} : \quad (4.10)$$

Յաճոր ջերմաստիճաններում, երբ  $T \ll T_D$  ( $T_D$ -ն Դեբայի ջերմաստիճանն է), մետաղի ջերմունակությունը կարելի է ներկայացնել էլեկտրոնային և ցանցային ջերմունակությունների գումարի տեսքով՝

$$C_V^\mu = \gamma T + AT^3, \quad (4.11)$$

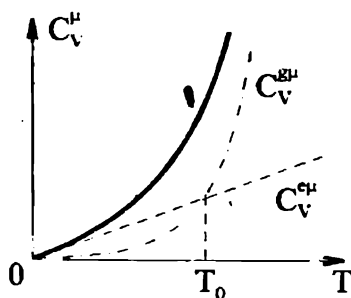
որտեղ  $A$  հաստատունը արտահայտվում է  $T_D$ -ի միջոցով (Մաս I, IV.4.38)՝

$$A = \frac{12\pi^4}{5} \cdot \frac{R}{T_D^3} : \quad (4.12)$$

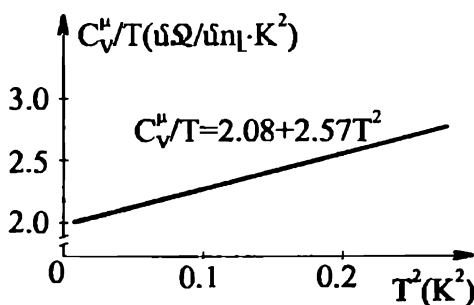
Ներմուծենք  $T_0$  ջերմաստիճանը, որի դեպքում էլեկտրոնային և ցանցային ջերմունակությունները հավասարվում են (նկ. VII.7)՝

$$T_0 = \left(\frac{\gamma}{A}\right)^{1/2} = \left(\frac{5}{24\pi^2}\right)^{1/2} Z^{1/2} T_D \left(\frac{T_D}{T_F}\right)^{1/2} \approx 0,145 T_D \left(\frac{T_D}{T_F}\right)^{1/2} Z^{1/2} : \quad (4.13)$$

Երբ  $T < T_0$ , ջերմունակության մեջ գերակշռում է գծային անդամը, իսկ  $T > T_0$  դեպքում՝ խորանարդայինը:  $T_0$ -ի արժեքները մի շարք մետաղների համար բերված են Աղյուսակ VII.2-ում: Մետաղների մեծ մասի համար  $T_0$ -ն մի քանի կելվինի կարգի մեծություն է:



Նկ. VII.7



Նկ. VII.8

| Տարր | Z | $T_D$ | $T_D / T^*$ | $T_0$ | $\gamma$ , մՋ-մոլ <sup>-1</sup> K <sup>-2</sup> |       | $m_{th}/m$ |
|------|---|-------|-------------|-------|-------------------------------------------------|-------|------------|
|      |   |       |             |       | տես.                                            | վործ. |            |
| Li   | 1 | 344   | 0,079       | 3,9   | 0,74                                            | 1,76  | 2,3        |
| Na   | 1 | 158   | 0,065       | 1,5   | 1,09                                            | 1,47  | 1,3        |
| K    | 1 | 91    | 0,061       | 0,8   | 1,67                                            | 1,97  | 1,2        |
| Rb   | 1 | 56    | 0,051       | 0,4   | 1,93                                            | 2,43  | 1,3        |
| Ag   | 1 | 225   | 0,059       | 1,9   | 0,63                                            | 0,67  | 1,1        |
| Au   | 1 | 165   | 0,051       | 1,2   | 0,63                                            | 0,67  | 1,1        |
| Cu   | 1 | 343   | 0,065       | 3,2   | 0,50                                            | 0,67  | 1,3        |
| Be   | 2 | 1440  | 0,093       | 27    | 0,50                                            | 0,21  | 0,42       |
| Mg   | 2 | 400   | 0,070       | 5,8   | 1,00                                            | 1,34  | 1,3        |
| Sr   | 2 | 147   | 0,057       | 1,7   | 1,80                                            | 3,64  | 2,0        |
| Al   | 3 | 428   | 0,056       | 6     | 0,92                                            | 1,26  | 1,4        |

Փորձում ստացված արժեքները հարմար է մեկնարանել, կառուցելով  $C_V^\mu/T$  մեծության կախումը  $T^{-2}$ -ուց, որն ուղիղ գիծ է: Նրա քեքությունը հավասար է (4.11) բանաձևում առկա  $A$  հաստատունին, իսկ ուղղի շարունակությունը  $C_V^\mu/T$  առանցքից հատում է  $\gamma$ -ին հավասար հատված:

Նկ. VII.8-ում պատկերված է  $C_V^\mu/T$ -ի  $T^{-2}$ -ուց կախման գրաֆիկը կալիումի համար:  $A$  հաստատունի միջոցով որոշված Դեբայի ցերմաստիճանի արժեքները որոշ մետաղների համար բերված են Աղյուսակ VII.2-ում:

Փորձում  $\gamma$  գործակիցը չափվում է մեծ ճշտությամբ, սակայն տեսական արժեքները երբեմն զգալիորեն տարբերվում են փորձնական արժեքներից: Այդ տարբերությունը կարելի է վերագրել մետաղում էլեկտրոնի զանգվածի փոփոխությանը ազատ էլեկտրոնի զանգվածի համեմատությամբ, քանի որ, համաձայն (4.10) առնչության,  $\gamma \sim 1/T_F \sim 1/\varepsilon_F \sim m$  և

$$\frac{\gamma_{ex}}{\gamma} = \frac{m_{th}}{m} : \quad (4.14)$$

$m_{\text{հ}}$  մեծությունն ընդունված է անվանել ջերմային արդյունաբար զանգված: Նրա ստորերությունը ազատ էլեկտրոնի  $m$  զանգվածից պայմանավորված է այնպիսի գործոններով, որպիսիք են էլեկտրոնի վոլտազդեցությունը բյուրեղական սլաքերական դաշտի, ատոմների (իոնների) տատանումների, ինչպես նաև այլ էլեկտրոնների հետ:

### §5. Էլեկտրոնային զազի էլեկտրահաղորդականությունը և ջերմահաղորդականությունը

Էլեկտրահաղորդականության և ջերմահաղորդականության Ձոներ-ֆեղի սեսության մեջ արվում են մոյն ենթաղորությունները և օգտվում են մոյն կինեսիկ հավասարումից, ինչ որ Լորենցի էլեկտրոնային սեսության մեջ (տես VI.6):

Տարբերությունը կայանում է նրանում, որ Մարսվել-Բոլցմանի ֆունկցիայի փոխարեն որպես հավասարակշռական վիճակի բաշխման ֆունկցիա վերցվում է Ֆերմի-Դիրակի բաշխումը, իսկ ազատ վազքի երկարությունը, որը Լորենցի սեսության մեջ տրվում է (VI.7.9) բանաձևով, կատարում է սեսության սլարամետարի դեր: Այն ընդհանուր դեպքում կախված է էլեկտրոնի էներգիայից՝  $l = l(\varepsilon)$  և կարող է որոշվել սեսական և փորձական տվյալների համեմատումից:

Արտաքին էլեկտրական դաշտի և ջերմաստիճանային գրադիենտի առկայությամբ բաշխման ֆունկցիայի անհավասարակշռական մասի համար կարելի է գրել

$$f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \mathbf{v}_x \cdot \chi(\mathbf{v}) , \quad (5.1)$$

որտեղ  $\chi(\mathbf{v})$ -ն տրվում է (VI.7.10) բանաձևով՝

$$\chi(\mathbf{v}) = -\frac{l}{v} \left( -\frac{eE}{mv_x} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} + \frac{\partial f_0}{\partial x} \right) : \quad (5.2)$$

Հավասարակշռական  $f_0$  ֆունկցիան  $\mathbf{v}_x$ -ից կախված է էներգիայի միջոցով, ուստի

$$\frac{\partial f_0}{\partial v_x} = mv_x \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} , \quad (5.3)$$

և, հետևաբար՝

$$\chi(\varepsilon) = -\frac{l(\varepsilon)}{v} \left( -eE \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial f_0}{\partial x} \right) : \quad (5.4)$$

Հոսանքի խտությունը՝

$$j_x = -\frac{e}{V} \cdot 2 \sum_k v_x(k) f(k) : \quad (5.5)$$

Կատարելով (2.17) առնչության միջոցով անցում ըստ  $k$ -ի գումարից ինտեգրալի և օգտվելով (VI.7.14) և (5.4) բանաձևերից, կստանանք՝

$$j_x = -\frac{e^2 E}{3} \int_0^\infty v l(\varepsilon) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} g(\varepsilon) d\varepsilon + \frac{e}{3} \int_0^\infty v l(\varepsilon) \frac{\partial f_0}{\partial x} g(\varepsilon) d\varepsilon : \quad (5.6)$$

Նման ձևով ջերմային հոսքի խտության համար ստանում ենք

$$q_x = \frac{meE}{6} \int_0^\infty v^3 l(\varepsilon) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} g(\varepsilon) d\varepsilon - \frac{m}{6} \int_0^\infty v^3 l(\varepsilon) \frac{\partial f_0}{\partial x} g(\varepsilon) d\varepsilon \quad (5.7)$$

արտահայտությունը:  $g(\varepsilon)$ -ն տրվում է (3.7)-(3.6) բանաձևերով:

Այժմ ստանանք էլեկտրահաղորդականության գործակցի արտահայտությունը Չոմերֆելդի աեաության շրջանակներում:

### 1. Էլեկտրահաղորդականություն

Գիտարկենք հոսանքը համասեռ, հավասարաչափ տաքացված լարում: Այս դեպքում հավասարակշռական  $f_0$  բաշխման ֆունկցիայի մեջ մտնող  $\mu$  և  $T$  պարամետրերը կախված չեն կոորդինատից, ուստի  $(\partial f_0 / \partial x) = 0$ : Ըստ (5.6) բանաձևի

$$j_x = \sigma E, \quad \sigma = -\frac{e^2}{3} \int_0^\infty v(\varepsilon) l(\varepsilon) g(\varepsilon) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d\varepsilon : \quad (5.8)$$

Էլեկտրահաղորդականության  $\sigma$  գործակցի համար ստացված արտահայտության ինտեգրալի մեջ ներդրում է տալիս միայն  $\varepsilon_F$ -ի մոտ  $k_B T$ -ի կարգի էներգիական տիրույթը, քանի որ նրանից դուրս  $\partial f_0 / \partial \varepsilon$  ածանցյալը հավասար է զրոյի (տես (3.13) և նկ. VII.5): Առաջին մոտավորությամբ այդ ածանցյալը կարելի է փոխարինել «դելտա»-ֆունկցիայով՝

$$\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\delta(\varepsilon_F - \varepsilon) : \quad (5.9)$$

(5.9) և (5.8) ամօրյություններից կստանանք՝

$$\sigma = \frac{e^2}{3} v_F l_F g_F = \frac{e^2}{3} v_F l_F \frac{3n}{2\varepsilon_F} = \frac{ne^2 \tau_F}{m} , \quad (5.10)$$

որտեղ

$$\tau_F = \frac{l_F}{v_F} : \quad (5.11)$$

(« $F$ » ինդեքսով նշանակված է տվյալ մեծության՝ Ֆերմիի Լներգիային համապատասխանող արժեքը):

Ստացված (5.10) բանաձևն արտաբոսաւ լրիվ համընկնում է Դրուդեի տեսության մեջ ստացված (VI.2.12) արտահայտության հետ: Սակայն  $\tau_F$ -ը կախված է ջերմաստիճանից, ի տարբերություն (VI.2.12)-ում գրված  $\tau$ -ի, որը, լինելով հակադարձ համեմատական միջին ջերմային արագությանը, կախված է  $T^{-1/2}$ -ից:

(5.10) բանաձևից հետևում է մի կարևոր արդյունք՝

$$\sigma = \frac{ne^2 l_F}{m v_F} \sim n^{2/3} \cdot l_F : \quad (5.12)$$

Սա նշանակում է, որ  $\sigma$ -ի մեջ ներդրում են ապլիս ոչ բոլոր էլեկտրոնները, այսինքն՝ ոչ բոլոր ազատ էլեկտրոններն են մասնակցում հաղորդականությանը: Այսպիսով, ի տարբերություն Դրուդեի տեսության, որտեղ բոլոր ազատ էլեկտրոնները մասնակցում են հաղորդականության պրոցեսին («ազատ էլեկտրոն» հասկացությունը նույնական է «հաղորդականության էլեկտրոն» հասկացությանը), Ջոմերֆելդի տեսության մեջ առաջ է գալիս նոր՝ «հաղորդականության էլեկտրոն» հասկացությունը:

## 2. Ջերմահաղորդականություն

Դիտարկենք էլեկտրոններով ստեղծված ջերմային հոսքը և ստանանք ջերմահաղորդականության գործակցի համար արտահայտություն:

(5.6) և (5.7) բանաձևերում առկա  $(\partial f_0 / \partial x)$  անանցյալը պայմանավորված է ջերմաստիճանային գրադիենտով, ուստի այն կարելի է ներկայացնել

$$\frac{\partial f_0}{\partial x} = \frac{\partial f_0}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \quad (5.13)$$

տեսքով, որտեղ առկա  $(\partial f_0 / \partial T)$  ածանցյալը նպատակահարմար է արտահայտել  $(\partial f_0 / \partial \varepsilon)$  ֆունկցիայի միջոցով: Դժվար չէ համոզվել, որ

$$\frac{\partial f_0}{\partial T} = -\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \left( \frac{\varepsilon - \mu}{T} + \frac{\partial \mu}{\partial T} \right) = -\frac{mv^2}{2T} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \left( \frac{\mu}{T} - \frac{\partial \mu}{\partial T} \right): \quad (5.14)$$

Տեղադրենք (5.13) և (5.14) արտահայտությունները հոսանքի խտության (5.6) և ջերմային հոսքի խտության (5.7) բանաձևերի մեջ:  $(\partial f_0 / \partial x)$ -ով անդամները կարելի է գրել մեկ միասնական տեսքով՝

$$\int_0^\infty v^i l \frac{\partial f_0}{\partial x} g(\varepsilon) d\varepsilon = \left( \frac{\mu}{T} - \frac{\partial \mu}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial x} K_i - \frac{m}{2T} \frac{\partial T}{\partial x} K_{i+2}, \quad (5.15)$$

որտեղ  $i = 1, 3$ , ինչպես նաև կատարված է նշանակում՝

$$K_i = \int_0^\infty v^i l(\varepsilon) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} g(\varepsilon) d\varepsilon: \quad (5.16)$$

Ինչպես գիտենք, հաստատված ջերմային հոսքի դեպքում (տես VI.5), առկա ռնի  $j=0$  պայմանը, որտեղից որոշվում է ներքին (ջերմաէլեկտրական) դաշտի լարվածությունը: (5.6), (5.15) և (5.16) բանաձևերի միջոցով  $j=0$  պայմանից սաանում ենք

$$E = \frac{1}{e} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \left( \frac{\mu}{T} - \frac{\partial \mu}{\partial T} - \frac{m}{2T} \frac{K_3}{K_1} \right) \quad (5.17)$$

արտահայտությունը: Տեղադրելով այն (5.7) բանաձևում և կատարելով որոշ ձևափոխություններ, ջերմային հոսքի համար կստանանք՝

$$q_x = -\frac{m^2}{12T} \frac{K_3^2 - K_1 K_5}{K_1} \frac{\partial T}{\partial x} \equiv -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \quad (5.18)$$

արտահայտությունը, որտեղից ջերմահաղորդականության գործակիցը՝

$$\kappa = \frac{m^2}{12T} \left( \frac{K_3^2}{K_1} - K_5 \right): \quad (5.19)$$

Այսմ հաշվենք  $K_i$  ինտեգրալները: (5.16) բանաձևում կատարենք մասնավոր ինտեգրում և օգտվենք (3.23) վերլուծությունից՝

$$\begin{aligned} K_i &= \int_0^\infty F_i(\varepsilon) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d\varepsilon = F_i(\varepsilon) f_0(\varepsilon) \Big|_0^\infty - \int_0^\infty f_0 \frac{\partial F_i}{\partial \varepsilon} d\varepsilon = \\ &= - \left[ F_i(\mu) + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 F_i''(\mu) + \dots \right], \end{aligned} \quad (5.20)$$

որտեղ կատարված է

$$F_i(\varepsilon) = v' l(\varepsilon) g(\varepsilon) \quad (5.21)$$

նշանակումը: Նկատի ունենալով նաև, որ

$$F_i(\mu) = F_i(\varepsilon_F) + F_i'(\varepsilon_F)(\mu - \varepsilon_F) + O(T^4), \quad (5.22)$$

(5.19) բանաձևից կատանանք՝

$$\kappa = \frac{m^2}{12TK_1} \left\{ A + (\mu - \varepsilon_F) B + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 C \right\}, \quad (5.23)$$

որտեղ

$$A = F_3^2(\varepsilon_F) - F_1(\varepsilon_F) F_5(\varepsilon_F), \quad (5.24)$$

$$B = 2F_3 F_3' - F_1 F_5' - F_1' F_5, \quad (5.25)$$

$$C = 2F_3 F_3'' - F_1 F_5'' - F_1'' F_5, \quad (5.26)$$

իսկ  $F_i', F_i''$  ածանցյալներն ըստ էներգիայի վերցված են  $\varepsilon_F$  կետում:

Համաձայն (5.21) նշանակման,  $A = 0$ : Ամփոփական հաշվումներով կարելի է համոզվել, որ նաև  $B = 0$ : Քանի որ (5.23) արտահայտության համարիչը  $T^2$  կարգի է, ապա հայտարարում կարելի է  $K_1$ -ը փոխարինել  $-F_1(\varepsilon_F)$ -ով:  $C$  գործակիցը հաշվելիս սլարգվում է, որ  $l(\varepsilon)$ -ի I և II կարգի ածանցյալներն ըստ էներգիայի կրճատվում են, այնպես որ արդյունքում ցերմահաղորդականության գործակցի համար ստացվում է հետևյալ վերջնական արտահայտությունը՝

$$\kappa = \frac{\pi^2}{3} \cdot \frac{n l_F}{m v_F} k_B^2 T : \quad (5.27)$$

Երբ  $T = 0\text{K}$ , ջերմահաղորդականության գործակիցը՝  $\kappa = 0$ , ի տարբերություն էլեկտրահաղորդականության գործակցի, որը  $T = 0\text{K}$ -ում գրեթե տարբեր մեծություն է:

Նշենք մի կարևոր հանգամանք: Համաձայն (4.9) բանաձևի, էլեկտրոնային գազի միավոր ծավալի ջերմունակությունը՝

$$c_V = \frac{C_V^e}{V} = \frac{\pi^2}{3} k_B^2 g(\varepsilon_F) \cdot T = \frac{\pi^2}{2} \cdot \frac{nk_B^2 T}{\varepsilon_F} = \frac{\pi^2 nk_B^2 T}{mv_F^2} : \quad (5.28)$$

Համեմատելով  $c_V$ -ի այս արտահայտությունը (5.27) բանաձևի հետ, ստանում ենք

$$\kappa = \frac{1}{3} c_V l_F v_F \quad (5.29)$$

առնչությունը, այսինքն՝ դասական կինեմատիկ տեսության արդյունքը:

Այս արդյունքն, իհարկե, անսպասելի չէր: Նքե դասական տեսության մեջ ջերմահաղորդականության պրոցեսին մասնակցում են բոլոր մասնիկները, որոնց վերագրվում է  $v$  ջերմային արագություն, ապա քննարկվող դեպքում նույն դերը կատարում են Ֆերմիի մակերևույթի մոտ  $k_B T$ -ին համեմատական էներգիական շերտի էլեկտրոնները, որոնց միջին արագությունը հավասար է  $v_F$ :

(5.27) և (5.10) առնչություններից Վիդեման-Ֆրանցի օրենքի համար ստացվում է

$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 \cdot T : \quad (5.30)$$

արտահայտությունը: Այս արդյունքը, ինչպես արդեն նշվել է, պայմանավորված է այն հանգամանքով, որ մետաղը բնութագրող  $n$  և  $l$  մեծությունները կրճատվում են: (5.30) առնչությունից Լորենցի թվի համար Ջոմերֆելդի տեսության մեջ ստացվում է

$$L_S = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 \quad (5.31)$$

արժեքը, որը միջին հաշվով ավելի լավ և համապատասխանում փորձին, քան Դրուդեի տեսության մեջ ստացված  $3(k_B/e)^2$  արժեքը:

Այժմ ստանանք դիֆերենցիալ ջերմաէլեկտ-ի արտահայտությունը: Համեմատելով (5.17) և (VI.5.12) բանաձևերը, կստանանք՝

$$Q = \frac{1}{e} \left( \frac{\mu}{T} - \frac{\partial \mu}{\partial T} - \frac{m}{2T} \frac{K_3}{K_1} \right) : \quad (5.32)$$

Նկատի ունենալով բիմպոտենցիալի (3.30) արտահայտությունը և օգտվելով (5.20)-(5.22) բանաձևերից, որոշ ձևափոխություններից հետո  $Q$  գործակցի համար կստանանք հետևյալ վերջնական արտահայտությունը՝

$$Q = -\frac{k_B}{e} \cdot \frac{\pi^2}{6} \cdot \frac{k_B T}{\varepsilon_F} \left( 1 + \frac{d \ln l(\varepsilon)}{d \ln v(\varepsilon)} \Big|_{\varepsilon=\varepsilon_F} \right) : \quad (5.33)$$

Հարկ է նշել, որ, որպես կանոն, ռելաքսացիայի ժամանակի՝ էներգիայից ունեցած կախումն էապես չի ազդում մետաղի հատկությունների վրա: Բացառություն է կազմում ջերմաէլեկտ, որի համար գրված (5.33) արտահայտության մեջ բացահայտորեն մասնակցում է  $l'(\varepsilon)$  ածանցյալը: Մասնավորապես, եթե ռելաքսացիայի ժամանակը՝  $\tau = l/v \sim l\varepsilon^{-1/2} \sim \varepsilon^{-1/2}$ , այսինքն՝  $l(\varepsilon)$ -ն կախված չէ էներգիայից, ապա

$$Q = -\frac{k_B}{2e} \cdot \frac{\pi^2}{3} \cdot \frac{k_B T}{\varepsilon_F} = Q_D \frac{\pi^2}{3} \cdot \frac{k_B T}{\varepsilon_F} : \quad (5.34)$$

Այս արտահայտությունը Դրոտեի տեսությամբ ստացված արդյունքից (տես VI.5.17) հիմնականում տարբերվում է  $k_B T / \varepsilon_F$  գործակցով, որը սենյակային ջերմաստիճաններում  $10^{-2}$  կարգի մեծություն է: (5.34) բանաձևով ստացված արժեքը՝  $Q \sim 10^{-6} \text{ Վ/Ա}$ , մոտ է փորձում դիտվող արժեքներին: Դժվար չէ համոզվել, որ (5.34) արտահայտությունը կարելի է ստանալ նաև (VI.5.16) բանաձևից, նրանում տեղադրելով էլեկտրոնային ջերմունակության (4.8) արտահայտությունը:

## §6. Դասական տեսության մեջ Ֆերմի-Դիրակի բվանտային բաշխման օգտագործման հիմնավորումը

Ինչպես արդեն նշվել է, Ջոմերֆելդի էլեկտրոնային տեսության հիմքում ընկած է Լորենցի դասական էլեկտրոնային տեսությունը, որտեղ էլեկտրոնի վիճակը որոշվում է միաժամանակ կոորդինատով և իմպուլսով: Մյուս կողմից, Ջոմերֆելդի տեսության մեջ օգտագործվում է Ֆերմի-Դիրակի բվանտային բաշխումը: Հարց է առաջանում, թե որքանով է հիմնավորված նման մոտեցումը:

Հայտնի է, որ էլեկտրոնի շարժման դասական նկարագրությունը հիմնավորված է այն դեպքում, երբ նրա կոորդինատը և իմպուլսը չափվում են այնպիսի ճշտությամբ, որը չի խախտում անորոշությունների առնչությունը:

Մեսադոմ գտնվող էլեկտրոնի բնութագրական իմպուլսը  $\hbar k_F$ -ի կարգի է, ուստի նրա իմպուլսի  $\Delta p$  անորոշությունը պետք է շատ փոքր լինի  $\hbar k_F$ -ից: Կոորդինատի անորոշությունը պետք է բավարարի

$$\Delta x \sim \frac{\hbar}{\Delta p} \gg \frac{\hbar}{\hbar k_F} = \frac{1}{k_F} \sim n^{-1/3} \sim \bar{r} \quad (6.1)$$

անհավասարությանը, որտեղ էլեկտրոնների միջև միջին  $\bar{r}$  հեռավորությունը մի քանի  $\bar{A}$  կարգի մեծություն է:

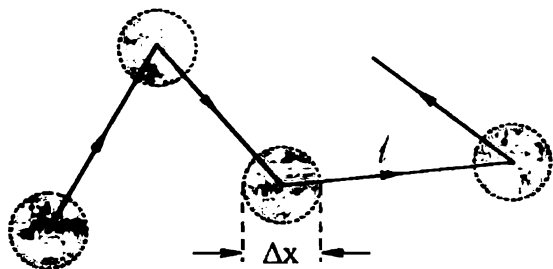
Այսպիսով, դասական նկարագրությունը եիմնավորված է, եթե կոորդինատի անորոշությունը շատ մեծ է ցանցի հաստատունից: Հետևաբար, չի կարելի դասականորեն նկարագրել միջատոմական հեռավորությունների վրա տեղայնացված էլեկտրոնները: Սակայն մետաղում հաղորդականության էլեկտրոնները կապված չեն որոշակի իոնների հետ, այլ ազատ շարժվում են մակրոսկոպական մոշում, ուստի նրանց կոորդինատների անորոշության բնութագրական չափը՝  $\Delta x \sim V^{1/3} \sim L \gg \bar{r}$ :

Դրուդեի մոդելում էլեկտրոնի կոորդինատների գիտենալը էական է հիմնականում երկու տեսակետից:

1. Երբ մետաղի վրա ազդում է անհամասեռ էլեկտրական դաշտ կամ առկա է ջերմաստիճանային գրադիենտ, ապա անհրաժեշտ է տալ էլեկտրոնի կոորդինատներն այնպիսի  $\Delta x$  ճշտությամբ, որը զգալիորեն փոքր է արտաքին ազդակների փոփոխման բնութագրական հեռավորությունից:

Որպես կանոն, այդ բնութագրական հեռավորությունները շատ մեծ են  $\text{\AA}$ -ներից, ուստի անհրաժեշտ  $\Delta x$ -ի ապահովումը չի բերում իմպուլսի զգալի անորոշության: Օրինակ՝ լուսային ալիքի էլեկտրական դաշտը էապես փոփոխվում է  $\lambda \sim 1000 \text{\AA}$  հեռավորությունների վրա, ուստի եթե  $\Delta x \sim 100 \text{\AA}$  ( $\ll \lambda$ ), ապա  $\Delta k \sim 1/\Delta x \sim 10^6 \text{ սմ}^{-1}$ , այն դեպքում, երբ  $n \sim 10^{23} \text{ սմ}^{-3}$  կոնցենտրացիաների դեպքում  $k_F \sim 10^8 \text{ սմ}^{-1} \gg \Delta k$ -ից: Սակայն եթե  $\lambda \leq 100 \text{\AA}$  կարգի մեծություն է, ապա  $\Delta k \sim k_F$  և այս դեպքում պետք է օգտվել քվանտային մեխանիկայից:

2. Դրուդեի մոդելում ամրացանալստրեն ենթադրվում է, որ էլեկտրոնը կարելի է առնայնացնել այնպիսի տիրույթներում, որոնց զծային չափերը զգալիորեն փոքր են ազատ վազքի միջին երկարությունից՝  $\Delta x \ll l$  (նկ. VII.9), այլապես անիմաստ է օգտվել բախումների մասին սլատկերացումից: Նկատի ունենալով  $\Delta x$ -ի բնութագրական արժեքները ( $\Delta x \gg$



Նկ. VII.9

$\gg a$ -ից ցանցի հաստատունից), չի կարելի հավատ ընծայել այն դասական դատողություններին, որոնց համաձայն  $l \leq 10 \text{\AA}$ . Բարե-

բախտաբար,  $l$  -ը զգալիորեն զերազանցում է բերված արժեքը: Իրոք, օգտվելով  $\tau$ -ի համար բերված (VI.2.15) բանաձևից և որպես բնութագրական էլեկտրոնային արագություն վերցնելով  $v_F$ -ը, ազատ վազքի միջին երկարության համար կստանանք

$$l = v_F \cdot \tau = \frac{2,7}{\rho_\mu} \left( \frac{n_0}{n} \right)^{2/3} \cdot 10^3 \text{\AA} : \quad (6.2)$$

Սենյակային ջերմաստիճաններում  $\rho_\mu$  տեսակարար դիմադրությունը մի քանի մկՕհմ-սմ կարգի մեծություն է, իսկ  $n_0/n$  պարամետրը փոփոխվում է  $0,04 \div 1$  տիրույթում, այնպես որ  $l$ -ը հարյուրավոր  $\text{\AA}$ -ների կարգի

մեծություն է: Ջերմաստիճանի նվազմանը զուգընթաց  $l$  -ը զգալիորեն աճում է:

Այսպիսով, կան բազմաթիվ երևույթներ, որոնցում  $\alpha$  առանձին էլեկտրոնի,  $\alpha'$  էլեկտրոնների համախմբի վարքը կարելի է բավարար ճշտությամբ նկարագրել դասական մեխանիկայով:

## §7. Դասական էլեկտրոնային տեսության թերությունները

Դասական էլեկտրոնային տեսությունը հաջողությամբ բացատրում է մետաղների բազմաթիվ հատկություններ: Այն բացահայտ թերությունները, որոնք բնորոշ են Դրուդեի տեսությանը, պայմանավորված են էլեկտրոնային զազը դասական վիճակագրության օգնությամբ նկարագրելու փաստով: Այս հանգամանքով է պայմանավորված ջերմունակության սլարադոքսը, երբ էլեկտրոնային ջերմունակությունը մոտ երկու կարգով փոքր է ստացվում դասական տեսությամբ կանխատեսված արժեքից, ինչպես նաև ջերմաէլեկտր-ի հաշվարկված արժեքը, որը սենյակային ջերմաստիճաններում մոտ երկու կարգով գերազանցում է փորձում դիտվող արժեքները: Ինչպես գիտենք, Ջոնեթիլդը հաջողությամբ վերացրեց նշված թերությունները Ֆերմի-Դիրակի վիճակագրության օգտագործումով, սակայն բողեց առանց փոփոխության ազատ էլեկտրոնների մոդելի մյուս հիմնական ենթադրությունները: Այսպիսի մոտեցման հետևանքով ազատ էլեկտրոնների Ջոնեթիլդի տեսության շրջանակներում ստացվող շատ քանակական արդյունքներ հակասում են փորձին: Բացի սրանից, Ջոնեթիլդի տեսությունը պատասխան չի տալիս մի շարք սկզբունքային հարցերի:

Այժմ նշենք այն հիմնական փաստերը, որոնց բացատրությունը դասական էլեկտրոնային տեսության շրջանակներում չի համապատասխանում փորձին:

1. *Էլեկտրահաղորդականության գործակցի ջերմաստիճանային կախումը (ստատիկ հաղորդականություն):*

Փորձից հայանի է, որ էլեկտրահաղորդականության գործակիցը ջերմաստիճանից կախված փոփոխվում է: Համաձայն Լորենցի տեսության, այդ կախումը արվում է  $T^{-1/2}$  օրենքով (տես VI.2.21), որը հակասում է փորձին, համաձայն որի բարձր ջերմաստիճաններում  $\sigma \sim T^{-1}$  (տեսակարար

դիմադրությունը՝  $\rho \sim T$ ), իսկ ցածր ( $T \ll T_D$ ) ջերմաստիճաններում  $\sigma \sim T^{-5}$  ( $\rho \sim T^5$ ): Փորձում դիտվող վարքը բացատրելու համար Ջոներ-Ֆելդի տեսության մեջ արհեստականորեն մտցվում է ջերմաստիճանից կախված ռելաքսացիայի ժամանակ:

## 2. Հոլի գործակից

Դասական Լեկտրոնային տեսությունը Հոլի գործակցի համար տալիս է  $R_H = -1/enc$  արտահայտությունը, որը կախված չէ ջերմաստիճանից, ռելաքսացիայի ժամանակից և մագնիսական դաշտի լարվածությունից: Փորձում չափված արժեքները նույն կարգի են, ինչ որ  $R_H$ -ի բանաձևից ստացվածները, սակայն վտրծում դիտվում է կախում ինչպես մագնիսական դաշտի լարվածությունից, այնպես և ջերմաստիճանից: Որոշ մետաղներում (Be, Mg, In, Al) Հոլի գործակիցը դրական է, ինչն ընդհանրապես անհասկանալի է այս տեսության շրջանակներում:

## 3. Մագնիսադիմադրություն

Տեսության համաձայն, մագնիսական դաշտին ուղղահայաց ուղղությամբ մետաղի դիմադրությունը կախված չէ դաշտի լարվածությունից, ինչը հակասում է փորձին: Որոշ դեպքերում (օրինակ՝ Cu-ի, Ag-ի, Au-ի համար) դիմադրությունը  $H$ -ից կախված կարող է անվերջ աճել, ընդ որում որոշ դեպքերում էլ այն կախված է դաշտի նկատմամբ նշումի կողմնորոշումից:

Փորձում դիտվում է մալերկայնական մագնիսադիմադրության ( $E \parallel H$ ) երևույթը, իսկ դասական տեսության համաձայն այն գոյություն ունենալ չի կարող:

## 4. Ջերմաէլեկտր

Գործակցի մեծությունը կարգով համընկնում է փորձի հետ, սակայն նշանը միշտ չէ, որ համընկնում է տեսության կանխաստեղծի հետ:

## 5. Վիդեման-Ֆրանցի օրենք

Այս օրենքի բացատրությունը դասական էլեկտրոնային տեսության մեծագույն նվաճումն է: Իրականում այն լավ համապատասխանում է փորձին սենյակային ջերմաստիճաններում, իսկ հաճախ՝ նաև շատ ցածր (մի քանի K) ջերմաստիճաններում: Միջանկյալ ջերմաստիճանների տիրույթում

այն տեղի չունի, և  $\kappa/\sigma T$  մեծությունը կախված է Գերմաստիճանից:

#### **6. Լիեկարոնային Գերմոնակություն**

Ջոմերֆերիի տեսության կարևոր նվաճումը Լիեկարոնային զազի Գերմոնակության սլարադոքսի բացատրությունն է: Ջերմոնակության գծային օրենքը լավագույնս տեղի ունի ալիալիակսոն մետաղների համար, փոքր ինչ վատ՝ ազնիվ մետաղների և վատ՝ անցումային (Fe, Mn) մետաղների համար ( $\gamma$ -ի արժեքը շատ փոքր է տեսական արդյունքից), ինչպես նաև Bi-ի և Sb-ի համար ( $\gamma$ -ի արժեքը շատ մեծ է տեսականից):

Նշված, ինչպես նաև մի շարք այլ դժվարությունների հետ մեկտեղ, դասական Լիեկարոնային տեսության մեջ կան հիմնարար դժվարություններ:

1. Ինչո՞վ է որոշվում հաղորդականության Լիեկարոնների քիվը: Տեսության մեջ ենթադրվում է, որ բոլոր արժեքական Լիեկարոնները դառնում են հաղորդականության Լիեկարոններ, իսկ մյուս Լիեկարոնները մնում են կապված իոնների հետ: Հարց է ծագում, թե ինչո՞ւ է այդպես և ինչպե՞ս վարվել այն դեպքում, երբ տվյալ մետաղն ունի մի քանի սառբեր արժեքականություն (օրինակ՝ Fe):

2. Ինչո՞ւ որոշ սառբեր մետաղներ չեն: Մեկուսիչների գոյության վաստը խոսում է վերն ընտրված փորձառական կանոնի լուրջ քերությունների մասին: Ինչո՞ւ, օրինակ, բորը (B) մեկուսիչ է, իսկ նրա հարևան ալյումինը (Al)՝ լավագույն մետաղ, ածխածնի «ալմաստ» տարածվող մեկուսիչ է, իսկ «գրաֆիտ» տարածվող՝ հաղորդիչ:

Նշված դժվարությունների հաղթահարման ուղիներ գտնելու համար անհրաժեշտ է մեկ անգամ ևս քննարկել այն մոտավորությունները, որոնք ընկած են դասական Լիեկարոնային տեսության հիմքում: Դրանցից հիմնականներն են.

#### **ա) Ազատ Լիեկարոնների մոտավորություն**

Ենթադրվում է, որ իոնների դերը մետաղում աննշան է: Նրանք ոչ մի ազդեցություն չեն գործում Լիեկարոնների վրա բախումների միջև ընկած ժամանակամիջոցում: Իրականում և՛ Դրոտեի, և Ջոմերֆերիի մոդելներում իոնները միայն ապահովում են մետաղի էլեկտրաչեզոքությունը:

#### **բ) Անկախ Լիեկարոնների մոտավորություն**

Հաշվի չի առնվում միջէլեկսպրոնային փոխազդեցությունը:

**գ) Ռեկարսացիայի ժամանակի մոտավորություն**

Ենթադրվում է, որ բախման արդյունքը կախված չէ բախման պահին էլեկտրոնի վիճակից:

Պինդ մարմնի ճշգրիտ տեսություն կառուցելու համար անհրաժեշտ է հրաժարվել օգտագործված մոտավորություններից: Մակայն տեսությունը կառուցելիս կարելի է զգալիորեն առաջ գնալ, եթե սկզբում փորձենք բարելավել ազատ էլեկտրոնների մոտավորության որոշ կողմեր, շարունակելով օգտվել (բ) և (գ) մոտավորություններից:

Դասական էլեկտրոնային սեսության դժվարությունների հիմնական պատճառը (ա) մոտավորությունն է, որն իր հերթին, բաղկացած է մի քանի պարզեցումներից:

1. Արհամարելով է խոնների ազդեցությունը էլեկտրոնների վրա բախումների միջև ընկած ժամանակահատվածում:

2. Չի պարզաբանվում խոնների դերը բախման պրոցեսում:

3. Հաշվի չի առնվում այն համգամանքը, որ խոնները, որպես ինքնուրույն դինամիկական օբյեկտներ, կարող են իրենց ներդրումն ունենալ տարբեր ֆիզիկական երևույթներում:

Եթե, օրինակ, չարվեն 2. և 3. պարզեցումները, ապա կարելի է բացատրել Վիդենման-Ֆրանցի օրենքը նաև միջանկյալ ջերմաստիճաններում, ինչպես նաև էլեկտրահաղորդականության ջերմաստիճանային կախումը:

Կարևորագույն նշանակություն ունի 3. պարզեցումից հրաժարվելը, այսինքն՝ խոնների դինամիկական վարքի հաշվառումը: Պարզվում է, որ եթե հաշվի չառնենք խոնների շարժումը («անշարժ խոնների» մոտավորություն), ապա անշարժ խոնների ստատիկ դաշտը կարելի է լրիվ հաշվի առնել ազատ էլեկտրոնների մոդելի փոքր ձևափոխության միջոցով, ընդ որում այդ տեսության մեջ բախումներն ընդհանրապես բացակայում են: Խոնների դերը բախումներում բացահայտվում է միայն նրանց շարժումը հաշվի առնելու շնորհիվ:

## ԳՈՏԻԱԿԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

**§1. Էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան պարբերական դաշտում:  
Բլոխի թեորեմը**

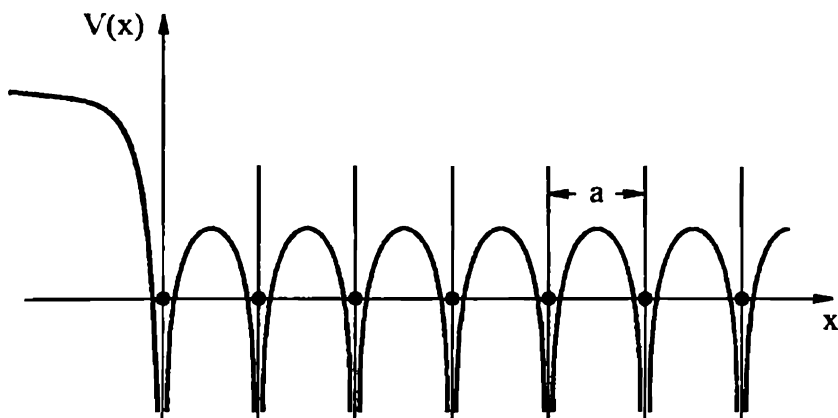
Ազատ էլեկտրոնների մոդելը հաջողությամբ բացատրում է մետաղների մի շարք էլեկտրոնային հատկություններ, սակայն բազմաթիվ այլ ֆիզիկական հատկություններ այս մոդելի շրջանակներում չեն կարող բացատրվել: Մասնավորապես, ազատ էլեկտրոնների մոդելը չի կարող պատասխանել այն հիմնական հարցին, քե ինչո՞ւ որոշ նյութեր բյուրեղական վիճակում հաղորդիչներ են, իսկ մյուսները՝ մեկուսիչներ կամ կիսահաղորդիչներ, որոնց հատկություններն էապես կախված են ջերմաստիճանից:

Մետաղների և մեկուսիչների ֆիզիկական հատկությունների և առանձնապես՝ էլեկտրահաղորդականության, տարբերությունները բացատրելու համար անհրաժեշտ է վերանայել ազատ էլեկտրոնների մոդելը, առաջին հերթին հաշվի առնելով բյուրեղական մարմնի ամենահիմնական հատկությունը՝ տարածական պարբերականությունը:

Բյուրեղում գտնվող ցանկացած էլեկտրոնի վրա ազդում է բյուրեղի ներքին դաշտը, որը ստեղծվում է տարածական ցանցի իոններին շուրջ տատանվող իոնների և բյուրեղում առկա բոլոր էլեկտրոնների կողմից: Էլեկտրոնի վրա ազդող, ժամանակի ընթացքում միջինացված ներքին բյուրեղական դաշտի պոտենցիալը խորանարդային բյուրեղում, օրինակ՝ (100) ուղղությամբ պատկերված է նկ. VIII.1-ում:

Բյուրեղի մակերևույթի մոտ բյուրեղական դաշտի պոտենցիալի պարբերականությունը խախտվում է, ցանցի հաստատունն այդ տիրույթում փոփոխվում է, սակայն ցանցի մի քանի հաստատունի չափով բյուրեղի ծավալի մեջ խորանալիս կարելի է մեծ ճշտությամբ համարել, որ ցանցի հաստատունն այլևս չի փոփոխվում (եթե, իհարկե, ցանցում արատներ չկան):

Հետագա ուսումնասիրություններում կենթադրենք, որ մոտիվ բոլոր ուղղություններով օժտված է տարածական պարբերականությամբ, ինչն, իր հերթին, համարժեք է այն ենթադրությանը, որ մոտիվն ունի «անվերջ» մեծ



Նկ. VIII.1

տարածական չափեր (Մաս I, I.1):

Այսպիսով, ծագում է հետևյալ եիմնական հարցը. ինչպե՞ս է բյուրեղի պարբերական պոտենցիալն ազդում էլեկտրոնի վիճակի և, դրանով իսկ, բյուրեղի ֆիզիկական հատկությունների վրա: Այլ կերպ ասած, ինչպե՞ս են փոփոխվում ազատ էլեկտրոնի րվանսային վիճակները բյուրեղի պարբերական պոտենցիալային դաշտի ազդեցության տակ:

Այս հարցին պատասխանելու համար նախ և առաջ անհրաժեշտ է պարզել էլեկտրոնի վիճակը նկարագրող ալիքային ֆունկցիայի վարքը պարբերական դաշտում:

Պարզության համար կրճնարկենք միաչափ խնդիրը, այսինքն՝ կորոշենք էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան միաչափ, անսահմանափակ բյուրեղում:

Միաչափ բյուրեղում Շրեդինգերի հավասարումը կարելի է ներկայացնել հետևյալ ընդհանրացված տեսքով՝

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + f(x) \psi = 0, \quad (1.1)$$

որտեղ

$$f(x) = \frac{2m}{\hbar^2} [\varepsilon - V(x)], \quad (1.2)$$

$m$ -ը էլեկտրոնի զանգվածն է,  $\varepsilon$ -ն՝ էներգիան,  $V(x)$ -ը՝ պարբերական պոտենցիալը (ավելի ճիշտ՝ էլեկտրոնի պոտենցիալ էներգիան պարբերական դաշտում):

Հետագա հաշվարկներում կօգտվենք միայն պոտենցիալի պարբերականության հատկությունից, այսինքն, կենթադրենք, որ

$$f(x+a) = f(x) , \quad (1.3)$$

որտեղ  $a$ -ն ցանցի հաստատունն է՝ պոտենցիալի տարածական պարբերականության բնութագիրը: Այսպիսի մոտեցման դեպքում ստորև ստացվող արդյունքները կրում են համընդհանուր բնույթ, այսինքն՝ կախված չեն  $f(x)$  ֆունկցիայի ( $V(x)$  պոտենցիալի) կոնկրետ տեսքից:

Ուսումնասիրենք (1.1) հավասարումը: Այն երկրորդ կարգի դիֆերենցիալ հավասարում է, ուստի  $\varepsilon$  պարամետրի ցանկացած արժեքի դեպքում ունի երկու անկախ լուծում՝  $g(x)$  և  $h(x)$ : (1.1) հավասարման ընդհանուր լուծումը կարելի է ներկայացնել այս անկախ լուծումների գծային համակցության տեսքով՝

$$\psi(x) = Ag(x) + Bh(x) , \quad (1.4)$$

որտեղ  $A$ -ն և  $B$ -ն հաստատուն գործակիցներ են:  $f(x)$  ֆունկցիայի (1.3) հատկության համաձայն, (1.1) հավասարմանը բավարարում են նաև  $g(x+a)$  և  $h(x+a)$  լուծումները: Քանի որ (1.1) հավասարման ցանկացած լուծում պետք է արտահայտվի անկախ  $g(x)$  և  $h(x)$  լուծումների միջոցով, ապա կարող ենք գրել՝

$$g(x+a) = \alpha_1 g(x) + \alpha_2 h(x) , \quad (1.5)$$

$$h(x+a) = \beta_1 g(x) + \beta_2 h(x) , \quad (1.6)$$

որտեղ  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$  և  $\beta_2$  գործակիցները հաստատուններ են: (1.4)-(1.6) առնչությունների համաձայն՝

$$\psi(x+a) = Ag(x+a) + Bh(x+a) = (\alpha_1 A + \beta_1 B)g(x) + (\alpha_2 A + \beta_2 B)h(x) : \quad (1.7)$$

Այժմ ապացուցենք, որ  $\psi(x+a)$  ֆունկցիան միշտ կարելի է ներկայացնել

$$\psi(x+a) = \lambda \psi(x) \quad (1.8)$$

տեսքով, որտեղ  $\lambda$  հաստատունը պետք է որոշել: (1.4), (1.7) և (1.8) հավասարումներից հետևում է, որ

$$\begin{cases} (\alpha_1 - \lambda)A + \beta_1 B = 0 \\ \alpha_2 A + (\beta_2 - \lambda)B = 0: \end{cases} \quad (1.9)$$

Հավասարումների (1.9) համակարգը կունենա ոչ զրոյական լուծում՝  $A \neq 0$ ,  $B \neq 0$ , եթե նրա որոշիչը հավասար է զրոյի, այսինքն՝

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 - \lambda & \beta_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - \lambda(\alpha_1 + \beta_2) + (\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1) = 0 : \quad (1.10)$$

Կարելի է ցույց տալ (Հավելված 3), որ

$$\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1 = 1, \quad (1.11)$$

$$\alpha_1 = g(a), \quad \alpha_2 = g'(a), \quad \beta_1 = h(a), \quad \beta_2 = h'(a), \quad (1.12)$$

որից հետո (1.10) պայմանը կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$\lambda^2 - 2I_0 \lambda + 1 = 0, \quad (1.13)$$

որտեղ կատարված է նշանակում՝

$$2I_0 = g(a) + h'(a) : \quad (1.14)$$

(1.13) հավասարման լուծումները տրվում են

$$\lambda_1 = L_0 + \sqrt{L_0^2 - 1}, \quad \lambda_2 = I_0 - \sqrt{L_0^2 - 1} \quad (1.15)$$

արտահայտություններով և բավարարում են

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 = 1 \quad (1.16)$$

պայմանին: Հարկ է նշել, որ  $L_0$  մեծությունը, համաձայն (1.14) որոշման, կախված է (1.1) հավասարման  $\varepsilon$  պարամետրից, այսինքն՝ էլեկտրոնի էներգիայից:

Այսպիսով, ապացուցվեց, որ գոյություն ունի  $\lambda$  հաստատունի երկու արժեք (բացի  $I_0 = 1$  դեպքից), և, համաձայն (1.8) առնչության՝ երկու ֆունկցիա՝

$$\psi_{(1)}(x+a) = \lambda_1 \psi_{(1)}(x), \quad (1.17)$$

$$\psi_{(2)}(x+a) = \lambda_2 \psi_{(2)}(x) : \quad (1.18)$$

Եթե  $|L_0| > 1$ , ապա  $\lambda_1$  և  $\lambda_2$  արմատները իրական են, և նրանցից մեկը մեծ է, իսկ մյուսը՝ փոքր է մեկից: Այս դեպքում, օգտվելով (1.17) և (1.18) ամփոփումներից, կստանանք՝

$$\psi_{(1)}(x+na) = \lambda_1^n \psi_{(1)}(x), \quad \psi_{(2)}(x+na) = \lambda_2^n \psi_{(2)}(x): \quad (1.19)$$

Եթե  $n \rightarrow \infty$ , ապա  $\lambda_1^n \rightarrow \infty$ , իսկ  $\lambda_2^n \rightarrow 0$  (կամ հակառակը), այսինքն՝  $x \rightarrow \infty$  ձգանքիս  $\psi_{(1)}(x) \rightarrow \infty$ , իսկ  $\psi_{(2)}(x) \rightarrow 0$  (կամ հակառակը), իսկ երբ  $x \rightarrow -\infty$  ( $n \rightarrow -\infty$ ),  $\psi_{(1)}(x) \rightarrow 0$ ,  $\psi_{(2)}(x) \rightarrow \infty$ : Այստեղից հետևում է, որ ոչ  $\psi_{(1)}(x)$ -ը, ոչ  $\psi_{(2)}(x)$ -ը, հետևաբար՝ և նրանց զծային համակցությունը, չեն կարող ծառայել որպես էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիա տարածական պարբերականությամբ օժտված միջավայրում: Եվ, քանի որ  $L_0$  պարամետրի արժեքը որոշվում է  $\varepsilon$  էներգիայով, ապա կարելի է պնդել, որ բյուրեղում զոյություն ունենալ չեն կարող  $\varepsilon$  էներգիայով էլեկտրոնային վիճակներ, որոնց դեպքում  $|L_0| > 1$ : Այսինքն՝ այդպիսի էներգիաներով վիճակներն «արգելված» են:

Եթե  $|L_0| < 1$ , ապա կարելի է ընդունել, որ  $L_0 = \cos ka$ , որտեղ  $k$ -ն իրական հաստատուն է: (1.15) բանաձևի համաձայն

$$\lambda_{1,2} = \cos ka \pm i \sin ka = \exp(\pm ika), \quad (1.20)$$

հետևաբար՝

$$\psi_{(1,2)}(x+a) = e^{\pm ika} \psi_{(1,2)}(x), \quad (1.21)$$

այսինքն՝ էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիայի արգումենտը ցանցի հաստատունով փոխելիս ֆունկցիայի մոդուլը չի փոխվում, փոխվում է միայն նրա փուլը: Հետևաբար՝ և  $\psi_{(1)}(x)$ -ը, և  $\psi_{(2)}(x)$ -ը, և՛ նրանց զծային համակցությունը կարող են լինել Շրեդինգերի հավասարման լուծումներ: Այսպիսով, բյուրեղում կարող են իրականանալ այնպիսի  $\varepsilon$  էներգիայով էլեկտրոնային վիճակներ, որոնց դեպքում  $|L_0| < 1$ : Այսինքն՝ այդպիսի էներգիաներով վիճակները «թույլատրված» են:

Էլեկտրոնի (1.21) ալիքային ֆունկցիան կարելի է ներկայացնել մալ

$$\psi(x) = e^{\pm ikx} u(x) \quad (1.22)$$

տեսքով, որտեղ  $u(x)$  ֆունկցիան ունի նույն պարբերությունը, ինչ որ սահմանական ցանցը: Իրոք, (1.22) և (1.21) ասնչությունների համաձայն՝

$$u(x+a) = e^{\mp ik(x+a)} \psi(x+a) = e^{\mp ik(x+a)} e^{\pm ka} \psi(x) = e^{\mp ka} \psi(x) \equiv u(x),$$

այսինքն՝

$$u(x+a) = u(x) : \quad (1.23)$$

Ստացված արդյունքները կարելի է ձևակերպել բեռերմի տեսքով՝ պարբերական դաշտում էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան միշտ կարելի է ներկայացնել

$$\psi_k(x) = e^{ikx} u_k(x) \quad (1.24)$$

տեսքով, որտեղ  $u_k(x)$  ֆունկցիան պարբերական է ըստ ցանցի հաստատունի (Ֆ.Բլոխ, 1928թ.):

Եթե հաշվի առնենք մաս էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիայի ժամանակային կախումը, ապա լրիվ ալիքային ֆունկցիան կարելի է ներկայացնել

$$\psi_k(x, t) = e^{-i\left(\frac{\epsilon}{\hbar} t - kx\right)} u_k(x) = e^{-\frac{i}{\hbar}(\epsilon t - \hbar kx)} u_k(x) \quad (1.25)$$

տեսքով: Այս ալիքները նկարագրում են էլեկտրոնի «ազատ» շարժումը բյուրեղում, երբ մեր վրա ազդում է միայն բյուրեղի ներքին դաշտը, իսկ արտաքին ուժերը բացակայում են: Այս ալիքները հայտնի են որպես Բլոխի ալիքներ: Ի տարբերություն ազատ տարածության մեջ տարածվող դը-Բրոյլի ալիքների, Բլոխի ալիքի ամպլիտուդը՝  $u_k(x)$  ֆունկցիան, մոդուլացված է, այսինքն՝ տարրական բջջի տարբեր կետերում ընդունում է տարբեր արժեքներ: (1.25) ալիքում առկա  $\hbar k$  մեծությունը կատարում է նույն դերը, ինչ որ ազատ տարածության մեջ շարժվող էլեկտրոնի իմպուլսը:

Եռաչափ դեպքում Բլոխի թեորեմը տրվում է (1.24) բանաձևի ընդհանրացումն հանդիսացող

$$\psi_k(r) = e^{ikr} u_k(r) \quad (1.26)$$

առնչությամբ, որտեղ  $k$ -ն էլեկտրոնի ալիքային վեկտորն է, իսկ  $u_k(r)$  ֆունկցիան ունի բյուրեղի տարածական ցանցի պարբերականությունը:

Շրեդինգերի հավասարման լուծման (1.24) կամ (1.26) ներկայացումը համապատասխանում է այն ֆիզիկական իրողությանը, ըստ որի էլեկտ-

րոնի՝  $r$  և  $r+l$  կետերում գտնվելու հավանականությունը չպիտք է կախված լինի սարքական բջջի դիրքից, այսինքն՝ տևողավորության  $l$  վեկտորից (անդափոխական համաչափության հատկություն): Իրոք, Բոլիսի թեորեմի համաձայն, էլեկտրոնի՝  $r+l$  կետում գտնվելու հավանականությունը՝

$$w(r+l) = \psi_k^*(r+l) \psi_k(r+l) = e^{-ikl} \psi_k^*(r) e^{ikl} \psi_k(r) = \psi_k^*(r) \psi_k(r) \equiv w(r) :$$

Բոլիսի (1.26) թեորեմից անմիջապես հետևում է, որ իդեալական պարբերական դաշտում  $k$  ալիքային վեկտորը սլաիականվում է: Այլ կերպ ասած՝ իդեալական պարբերականություն ունեցող ցանցում էլեկտրոնը չի ցրվում: Էլեկտրոնի ցրումները պայմանավորված են ցանցի պարբերականության խախտումներով՝ իոնների ջերմային սատանումներով և արատներով: Ուստի իդեալական պարբերականությամբ օժտված բյուրեղի էլեկտրական դիմադրությունը կլինի հավասար զրոյի:

Այժմ պարզենք, թե ինչպիսի արժեքներ կարող է ընդունել  $k$  մեծությունը (տես (1.20)): Օգտվելով Բոռն-Կարմանի շրջանային պայմանից (Մաս I, III.2.16)՝

$$\psi_k(x + Na) = \psi_k(x) , \quad (1.27)$$

որտեղ  $L = Na$  մեծությունը միաչափ բյուրեղի երկարությունն է, և Բոլիսի թեորեմից՝

$$\psi_k(x + Na) = e^{ikNa} \psi_k(x) , \quad (1.28)$$

կատանանք, որ  $k$  մեծության ընդունած արժեքները որոշվում են

$$\exp(ikNa) = 1 \quad (1.29)$$

պայմանից՝

$$k_n = \frac{2\pi}{Na} n \equiv \frac{2\pi}{L} n , \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) : \quad (1.30)$$

Եթե  $n$  ամբողջ թվի ընդունած արժեքները սահմանափակենք  $(-N/2, N/2)$  տիրույթում, ապա  $k_n$  մեծության համապատասխան արժեքների բազմությունը կլրացնի Բրիլյուենի առաջին զոնան՝

$$-\frac{\pi}{a} \leq k_n < \frac{\pi}{a} : \quad (1.31)$$

Եռաչափ բյուրեղի դեպքում  $k$  ալիքային վեկտորի թույլասրելի արժեքները ստացվում են (1.27) և (1.28) բանաձևերի ընդհանրացումից և սլաուկանում են  $k$  -տարածության մեջ

$$-\pi \leq ka_i < \pi, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.32)$$

առնչություններով որոշվող Բրիլլուեյնի առաջին զոնային:

Ստացված արդյունքները նույնապար համընկնում են բյուրեղական ցանցի առաջնություններ բնութագրող  $q$  ալիքային վեկտորի սեփական արժեքները որոշող բանաձևերի հետ (Մաս I, III.6): Համընկնումն, անշուշտ, պատահական չէ, քանի որ և ցանցային դիմամիկայի հիմնական հավասարումների լուծումների, և պարբերական դաշառում էլեկտրոնի համար Շրեդինգերի հավասարման լուծումների տեսքը հետևանք է միևնույն ֆիզիկական պատճառի՝ բյուրեղական ցանցի տարածական պարբերականության:

Հետագայում, նկատյալ ունենալով վերը նշվածը, էլեկտրոնի  $k$  ալիքային վեկտորի, Բրիլլուեյնի զոնայում նրա ընդունած արժեքների բաշխման և դրանց թվի մասին տեղեկություններ ստանալու նպատակով կարող ենք օգտվել Մաս I, III-ում ստացված արդյունքներից:

## §2. Կրոնիզ-Պեննիի մոդելը

Էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիայի տեսքը պարբերական դաշառում որոշելիս մենք առնչվեցինք այնպիսի իրադրության, երբ էլեկտրոնի էներգիան կարող է ընդունել որոշակի՝ «թույլասրված» արժեքներ, իսկ էներգիայի այլ արժեքներ էլեկտրոնն ընդունել չի կարող, դրանք էլեկտրոնի համար «արգելված» են:

Այժմ պարզենք, թե ինչպիսին է պարբերական դաշառում էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրի բնույթը:

Ուրախ կանոն, Շրեդինգերի հավասարման մեջ մտնող  $V(r)$  պոտենցիալ էներգիայի վերլուծական տեսքը հայտնի չէ: Եթե անգամ այն հայտնի լիներ, ապա Շրեդինգերի հավասարումը կբերվեր երկրորդ կարգի մասնական ածանցյալներով, պարբերական գործակիցներով դիֆերենցիալ հավասարման, որի լուծումը հնարավոր չէ ներկայացնել վերլուծական տեսքով: Ուստի խնդիրը կարելի է առավելագույնս պարզեցնել, դիտարկելով միա-

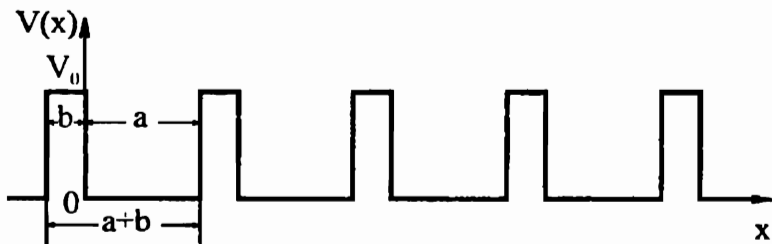
չափ բյուրեղի դեպքը և վերցնելով էլեկտրոնի պոտենցիալ էներգիայի համար ամենապարզ վերլուծական արտահայտությունը, որը բավարարում է պարբերականության պայմանին: Այս մոտեցումը (մոդելը) առաջարկվել է Ռ.Կրոնիգի և Վ.Պեննիի կողմից 1931թ.:

Կրոնիգ-Պեննիի մոդելի շրջանակներում միաչափ բյուրեղի պոտենցիալը մոսաբերվում է հետևյալ մոդելային պոտենցիալով (նկ. VIII.2)

$$V(x) = \begin{cases} 0, & nc \leq x \leq nc + a, \\ V_0, & nc + a \leq x \leq (n+1)c, \end{cases} \quad (2.1)$$

այսինքն՝ այն ուղղանկյուն,  $a$  լայնությամբ սլոտենցիալ փոսերի անվերջ համակարգ է, որոնք միմյանցից բաժանված են  $b$  լայնությամբ արգելքներով:  $n$ -ը փոսի համարն է ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ),  $c$ -ն՝ պոտենցիալի պարբերությունը՝

$$c = a + b : \quad (2.2)$$



Նկ. VIII.2

Այս մոդելը, լինելով բավականաչափ կոպիա, այնուհանդերձ չափազանց օգտակար է, քանի որ բացահայտորեն ցուցադրում է պարբերական դաշտում էլեկտրոնի քվանտային (ալիքային) բնույթով պայմանավորված առանձնահատկությունները:

Համաձայն Բրոյսի թեորեմի, (2.1) պարբերական պոտենցիալով դաշտում էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան տրվում է (1.24) առնչությամբ (պարզության համար հետագա հաշվարկներում  $u_k(x)$  ֆունկցիայում  $k$  ցուցիչը բաց է թողնված)

$$\psi(x) = e^{ikx} u(x) : \quad (2.3)$$

Տեղադրելով (2.3) արտահայտությունը Շրեդինգերի միաչափ հավասարման մեջ, կստանանք հավասարում  $u(x)$  պարբերական ֆունկցիայի համար՝

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + 2ik \frac{du}{dx} - \left[ k^2 - \alpha^2 + \frac{2m}{\hbar^2} V(x) \right] u = 0, \quad (2.4)$$

որտեղ

$$\alpha = \frac{1}{\hbar} (2m\varepsilon)^{1/2} : \quad (2.5)$$

Օգտվելով պոտենցիալի (2.1) արտահայտությունից, կստանանք՝

$$\frac{d^2 u_1}{dx^2} + 2ik \frac{du_1}{dx} - (k^2 - \alpha^2) u_1 = 0, \quad nc \leq x < nc + a, \quad (2.6)$$

$$\frac{d^2 u_2}{dx^2} + 2ik \frac{du_2}{dx} - (k^2 - \beta^2) u_2 = 0, \quad nc + a \leq x < (n+1)c, \quad (2.7)$$

որտեղ  $u_1(x)$ -ը (2.4) հավասարման լուծումն է փոսի տիրույթում ( $V = 0$ ), իսկ  $u_2(x)$ -ը՝ արգելքի տիրույթում ( $V = V_0$ ),

$$\beta = \frac{1}{\hbar} \left[ 2m(\varepsilon - V_0) \right]^{1/2} : \quad (2.8)$$

Հաստատում գործակիցներով (2.6) և (2.7) հավասարումների լուծումներն ունեն էքսպոնենցիալ տեսք՝  $\exp(\gamma_{1,2} \cdot x)$ , որտեղ

$$\gamma_1 = -i(k \pm \alpha), \quad \gamma_2 = -i(k \pm \beta) : \quad (2.9)$$

$n$ -րդ փոսում (2.6) հավասարման լուծումը կրնդունի

$$u_{1n}(x) = A_n \exp[i(\alpha - k)x] + B_n \exp[-i(\alpha + k)x] \quad (2.10)$$

տեսքը, իսկ  $n$ -րդ արգելքի տիրույթում՝

$$u_{2n}(x) = C_n \exp[i(\beta - k)x] + D_n \exp[-i(\beta + k)x], \quad (2.11)$$

որտեղ  $A_n, B_n, C_n$  և  $D_n$  մեծությունները կամայական հաստատումներ են:

Եթե օգտվենք  $u(x)$  ֆունկցիայի պարբերականության պայմանից՝

$$u_{1,2}^{(n)}(x + nc) = u_{1,2}^{(n)}(x) = u_{1,2}^{(0)}(x), \quad (2.12)$$

կստանանք առնչություններ  $A_n, B_n, C_n$  և  $D_n$  անհայտ հաստատունների միջև: Իրոք, (2.10) և (2.12) բանաձևերի համաձայն, փոսի տիրույթում ( $0 \leq x \leq a$ )

$$A_n e^{i(\alpha-k)x} + B_n e^{-i(\alpha+k)x} = A_n e^{i(\alpha-k)(x+nc)} + B_n e^{-i(\alpha+k)(x+nc)}, \quad (2.13)$$

որտեղից

$$A_n = A_0 e^{-i(\alpha-k)nc}, \quad B_n = B_0 e^{i(\alpha+k)nc}: \quad (2.14)$$

Նույն ձևով (2.11) և (2.12) բանաձևերից արգելքի տիրույթում ( $-b \leq x \leq 0$ ) ստացվում են

$$C_n = C_0 e^{-i(\beta-k)nc}, \quad D_n = D_0 e^{i(\beta+k)nc}: \quad (2.15)$$

առնչություններ: Համաձայն (2.14) և (2.15) առնչությունների, համակարգի պարբերականության հետևանքով կամայական մեծ (իսկ  $n \rightarrow \infty$  դեպքում՝ անվերջ) թվով հաստատուններն արտահայտվում են ընդամենը 4 անհայտ հաստատուններով՝  $A_0, B_0, C_0$  և  $D_0$  մեծություններով: Այս մեծությունները որոշվում են (2.3) բանաձևով տրվող լրիվ ալիքային ֆունկցիայի և նրա ածանցյալի վրա  $x=0$  և  $x=a$  կետերում դրվող անընդհատության պայմաններից: (2.3), (2.10), (2.11), (2.14) և (2.15) բանաձևերից ստանում ենք ալիքային ֆունկցիայի արտահայտությունը փոսի և արգելքի տիրույթներում՝

$$\psi_{1,n}(x) = [A_0 e^{i\alpha(x-nc)} + B_0 e^{-i\alpha(x-nc)}] e^{iknc}, \quad (2.16)$$

$$\psi_{2,n}(x) = [C_0 e^{i\beta(x-nc)} + D_0 e^{-i\beta(x-nc)}] e^{iknc}: \quad (2.17)$$

(2.16) բանաձևում քառակուսի վիակագծերում զրված արտահայտությունը էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան է  $n=0$  բջջին պատկանող փոսում:  $n$ -րդ բջջին պատկանող փոսում էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան՝  $\psi_{1,n}(x)$ -ը,  $\psi_{1,0}(x)$ -ից տարբերվում է միայն  $\exp(ikcn)$  փուլային արտադրիչով: Նույնը տեղի ունի նաև (2.17) արտահայտությամբ տրվող արգելքի տիրույթի ալիքային ֆունկցիայի համար:

Ալիքային ֆունկցիայի և նրա ածանցյալի անընդհատության

$$\left. \begin{aligned} \psi_{1,0}(0) &= \psi_{2,0}(0), & \psi'_{1,0}(0) &= \psi'_{2,0}(0) \\ \psi_{1,0}(a) &= \psi_{2,0}(a), & \psi'_{1,0}(a) &= \psi'_{2,0}(a) \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

պայմաններից կստանանք 4 համասեռ հավասարումների համակարգ՝ 4 անհայտ գործակիցների համար՝

$$\begin{aligned} A_0 + B_0 - C_0 - D_0 &= 0 \\ i\alpha A_0 - i\alpha B_0 - i\beta C_0 + i\beta D_0 &= 0 \\ e^{i\alpha a} A_0 + e^{-i\alpha a} B_0 - e^{-i\beta b + ikc} C_0 - e^{i\beta b + ikc} D_0 &= 0 \\ i\alpha e^{i\alpha a} A_0 - i\alpha e^{-i\alpha a} B_0 - i\beta e^{-i\beta b + ikc} C_0 + i\beta e^{i\beta b + ikc} D_0 &= 0 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Այն կունենա ոչ գրոյական լուծում, եթե նրա որոշիչը հավասար է գրոյի՝

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ i\alpha & -i\alpha & -i\beta & i\beta \\ e^{i\alpha a} & e^{-i\alpha a} & -e^{-i\beta b + ikc} & -e^{i\beta b + ikc} \\ i\alpha e^{i\alpha a} & -i\alpha e^{-i\alpha a} & -i\beta e^{-i\beta b + ikc} & i\beta e^{i\beta b + ikc} \end{vmatrix} = 0 : \quad (2.20)$$

Բացելով որոշիչը, կստանանք

$$-\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2\alpha\beta} \sin \alpha a \cdot \sin \beta b + \cos \alpha a \cdot \cos \beta b = \cos k(a+b) \quad (2.21)$$

հավասարումը, որը կապ է հաստատում  $\alpha, a, b, V_0$  և  $k$  մեծությունների միջև: Քանի որ  $\alpha$  և  $\beta$  մեծությունները, ըստ (2.5) և (2.8) բանաձևերի, արտահայտվում են էլեկտրոնի  $\varepsilon$  էներգիայի միջոցով, ապա (2.21) հավասարումը անբացահայտորեն ներկայացնում է  $\varepsilon$ -ի և  $k$ -ի միջև կապը՝  $\varepsilon(k)$  դիսպերսիոն հավասարումը ստված  $V_0$ ,  $a$  և  $b$  պարամետրերով նկարագրվող պարբերական դաշտում:

Ուսումնասիրենք (2.21) սրանց ենդենտ հավասարումը:

Ենթադրենք, որ էլեկտրոնի էներգիան մեծ է պոտենցիալ արգելքի բարձրությունից՝  $V_0 < \varepsilon < \infty$ : Այս դեպքում, համաձայն (2.8) առնչության,  $\beta$  մեծությունն իրական է:

Ձևափոխենք (2.21) հավասարման ձախ մասը՝

$$F(\varepsilon) \equiv -\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2\alpha\beta} \sin \alpha a \cdot \sin \beta b + \cos \alpha a \cdot \cos \beta b \equiv A \cdot \cos(\alpha a - \delta) : \quad (2.22)$$

Օգտվելով սարբերության կոսինուսի արտահայտությունից և հավասարեցնելով  $\sin \alpha a$  և  $\cos \alpha a$  անդամների գործակիցները, կստանանք՝

$$A = \left[ 1 + \frac{(\alpha^2 - \beta^2)^2}{4\alpha^2 \beta^2} \sin^2 \beta b \right]^{1/2}, \quad (2.23)$$

$$\operatorname{tg} \delta = -\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2\alpha\beta} \operatorname{tg} \beta b : \quad (2.24)$$

(2.21) հավասարումը կրնդունի հետևյալ տեսքը՝

$$\left[ 1 + \frac{(\alpha^2 - \beta^2)^2}{4\alpha^2 \beta^2} \sin^2 \beta b \right]^{1/2} \cos(\alpha a - \delta) = \cos k(a + b) : \quad (2.25)$$

Եթե էլեկտրոնի էներգիան փոքր է պոտենցիալ արգելքի բարձրությունից՝  $0 < \varepsilon < V_0$ , ապա, համաձայն (2.8) առնչության,  $\beta$ -ն կեղծ է՝

$$\beta = i\gamma, \quad \gamma = \frac{1}{\hbar} [2m(V_0 - \varepsilon)]^{1/2} : \quad (2.26)$$

Նկատի ունենալով  $\cos ix = \operatorname{ch} x$  և  $\sin ix = i \operatorname{sh} x$  առնչությունները, (2.21) հավասարումը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\left[ 1 + \frac{(\alpha^2 + \gamma^2)^2}{4\alpha^2 \gamma^2} \operatorname{sh}^2 \gamma b \right]^{1/2} \cos(\alpha a - \delta) = \cos k(a + b), \quad (2.27)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\alpha^2 + \gamma^2}{2\alpha\gamma} \operatorname{th} \gamma b : \quad (2.28)$$

(2.25) և (2.27) հավասարումների ձախ մասերն ունեն միևնույն տեսքը՝  $\cos(\alpha a - \delta)$ , բազմապատկած  $\varepsilon$ -ից կախված գործակցով, որը միշտ մեծ է մեկից: Երբ  $\varepsilon \rightarrow 0$ , (2.27) հավասարման ձախ մասի գործակիցն ընդունում է առավելագույն արժեք՝  $\operatorname{ch}[(2mb^2V_0/\hbar^2)^{1/2}] > 1$ , իսկ երբ  $\varepsilon \rightarrow \infty$ , ապա (2.25) հավասարման ձախ մասի գործակիցը ձգտում է մեկի, մնալով միշտ մեկից մեծ:

Ըստ (2.5) և (2.8) առնչությունների՝

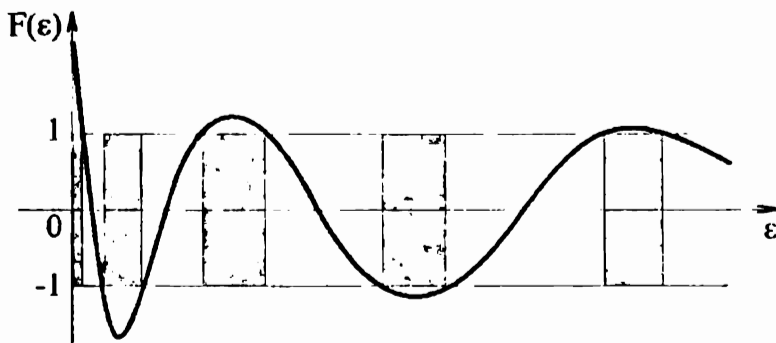
$$\alpha^2 - \beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2 = \frac{2mV_0}{\hbar^2} = \text{const}, \quad (2.29)$$

ուստի (2.25) և (2.27) հավասարումների ձախ մասերը կարելի է ներկայաց-

նել մեկ միասնական կորի տեսքով (նկ. VIII.3), իսկ այ մասի ընդունած արժեքներն ընկած են  $[1, -1]$  տիրույթում:  $F(\varepsilon)$  ֆունկցիայի  $[-1, 1]$  տիրույթում ընկած արժեքներին համապատասխանում են իրական  $k$ -եր: Մյուս կողմից, եթե  $|F(\varepsilon)| > 1$ , ապա  $\varepsilon$ -ի այդ արժեքներին համապատասխանող  $k$ -երի համար

$$\cos k(a+b) > 1 \text{ կամ } \cos k(a+b) < -1, \quad (2.30)$$

որտեղից բխում է, որ  $k$  արկային թիվը կոմպլեքս է՝ և  $k \neq 0$ : Այս դեպքում (2.3) լուծումները չեն բավարարում արկային ֆունկցիայի վրա դրվող ֆիզիկական պահանջներին: Կոմպլեքս արկային թվերին համապատասխանող էներգիայի արժեքներ էլեկտրոնն ընդունել չի կարող, այսինքն՝ էներգիայի այդպիսի արժեքներն էլեկտրոնի համար «արգելված» են. Նկ. VIII.3-ում արգելված էներգիաներին համապատասխանող տիրույթները սավերացված են:



Նկ. VIII.3

Այսպիսով, պարբերական դաշտում էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրն ունի շերտավոր կառուցվածք՝ այն բաղկացած է էներգիայի՝ իրար հաջորդող «արգելված» և «թույլատրելի» սեփական արժեքների տիրույթներից, որոնք կոչվում են համապատասխանաբար արգելված և թույլատրելի էներգիական գոտիներ:

Էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրի որոշ ընդհանուր հատկություններ ամփայականորեն բխում են (2.25) և (2.27) հավասարումներից, որոնք կարելի է ներկայացնել մեկ հավասարումով՝

$$f(\varepsilon) = \cos kc, \quad (2.31)$$

որտեղ  $f(\varepsilon)$ -ն (2.25) կամ (2.27) հավասարման ձախ մասն է համապատասխանաբար  $\varepsilon > V_0$  և  $0 < \varepsilon < V_0$  դեպքում:

ա) Եթե (2.31) հավասարման աջ մասում  $k$ -ից անցնենք  $-k$ , ապա հավասարումը կմնա անփոփոխ, այսինքն՝  $k$  և  $-k$  ալիքային թվով քվանտային վիճակներում էլեկտրոնն ունի նույն էներգիան: Այլ կերպ ասած, էլեկտրոնի դիսպերսիոն հավասարումը ալիքային թվի գույգ ֆունկցիա է

$$\varepsilon(-k) = \varepsilon(k) : \quad (2.32)$$

Այս պայմանը ակտի ունի ցանկացած էներգիական գոտու համար:

բ) Եթե (2.31) հավասարման մեջ կատարենք անցում նոր ալիքային թվի՝  $k'$ -ի, որը  $k$ -ի հետ կապված է

$$k' = k + \frac{2\pi}{c} l, \quad l = \pm 1, \pm 2, \pm \dots \quad (2.33)$$

առնչությամբ, ապա հավասարումը կմնա անփոփոխ, այսինքն՝  $k$  և  $k'$  ալիքային թվերով քվանտային վիճակներում էլեկտրոնն ունի նույն էներգիան՝

$$\varepsilon(k') \equiv \varepsilon\left(k + \frac{2\pi}{c} l\right) = \varepsilon(k), \quad l = \pm 1, \pm 2, \pm \dots, \quad (2.34)$$

այսինքն՝ պարբերական դաշտում էլեկտրոնի էներգիան ալիքային թվի պարբերական ֆունկցիա է, որի պարբերությունը հավասար է  $2\pi/c$ :

գ) Եթե (2.31) հավասարումն ամանցենք ռստ էներգիայի, կստանանք՝

$$\frac{d\varepsilon}{dk} = -\frac{c \sin kc}{f'(\varepsilon)}, \quad (2.35)$$

որտեղ  $f' \equiv df/d\varepsilon$ : Այս առնչության աջ մասն ընդունում է զրոյական արժեքներ միայն  $k = \pm \pi m/c$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ) կետերում, որոնցում  $f'(\varepsilon) \neq 0$  (նկ. VIII.3): Հետևաբար՝  $\varepsilon(k)$  ֆունկցիան էքստրեմալ արժեքներ կարող է ընդունել միայն Բրիլյուենի զոնայի կենտրոնում և նրա սահմանների վրա, բայց ոչ զոնայի ներսի (բացի  $k = 0$ ) կետերում:

Ինչպես աեսանք, արգելված գոտուն պատկանող էներգիաների համար ալիքային թիվն ընդունում է կոմպլեքս արժեքներ՝

$$k = \text{Re } k + i \text{Im } k \equiv k_1 + ik_2 : \quad (2.36)$$

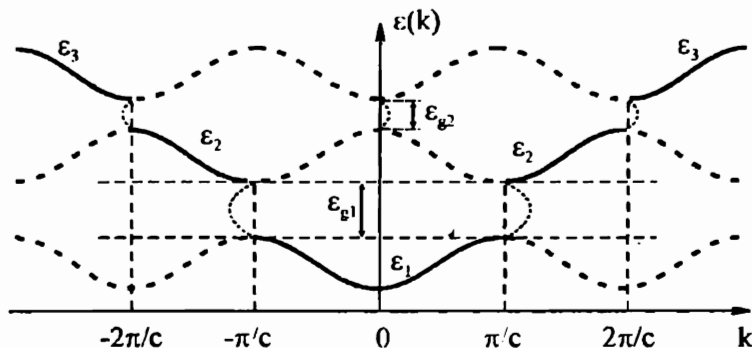
$\cos kc$  ֆունկցիան իրական է ցանկացած  $k$ -ի համար, ուստի

$$k = \frac{\pi}{c} m + ik_2, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm \dots, \quad (2.37)$$

իսկ  $k_2$  մեծությունը, որպես  $\varepsilon$  էներգիայի ֆունկցիա, որոշվում է

$$(-1)^m \operatorname{ch}(k_2 c) = f(\varepsilon) \quad (2.38)$$

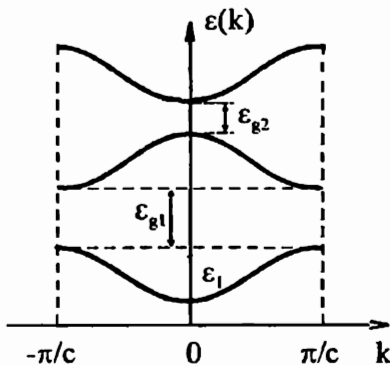
հավասարումից: Երբ  $\varepsilon \rightarrow \infty$ , (2.25) հավասարման համաձայն,  $|f(\varepsilon)| \rightarrow 1$  արգելված գոտիներին պատկանող էներգիաների համար, ուստի  $k_2 \rightarrow 0$ ,



Նկ. VIII.4

այսինքն՝  $k \rightarrow k_1$ , և էլեկտրոնի վարքը զործնականորեն համընկնում է ազատ էլեկտրոնի վարքի հետ: Նկ. VIII.4-ում պատկերված է (2.25) և (2.27) հավասարումներից ստացվող  $\varepsilon(k)$  դիսպերսիոն հավասարումը և (2.38) հավասարումից որոշվող  $k_2(\varepsilon)$  ֆունկցիան (մանր կետագծեր) արգելված գոտիներում:

Օգտվելով (2.33) առնչությունից,  $k$  ափսոսանքով թվի փոփոխման տիրույթը կարելի է սահմանափակել  $[-\pi/c, \pi/c]$  տիրույթով (Բրիլյուենի առաջին զոնայով) և  $\varepsilon(k)$  դիսպերսիոն կորը դիտարկել միայն այդտեղ: Դրա համար անհրաժեշտ է նկ. VIII.4-ում պատկերված կորերը



Նկ. VIII.5

$2\pi m/c$ -ով ( $m = \pm 1, \pm 2, \pm \dots$ ) տեղափոխել  $[-\pi/c, \pi/c]$  տիրույթ: Արդյունքում կստացվի այսպես կոչված բերված գոտիական սխեման (նկ. VIII.5, տես նաև Մաս I, III.4):

Դիսպերսիայի օրենքի բացահայտ տեսքը գտնելու նպատակով օգտվենք այն հանգամանքից, որ տեսության մեջ մտնող պարամետրերը՝  $V_0$ ,  $a$ ,  $b$  մեծությունները կարող են ընդունել կամայական արժեքներ: Մասնավորապես, ստորև կենթադրենք, որ արգելքի լայնությունը՝  $b \rightarrow 0$ , իսկ բարձրությունը՝  $V_0 \rightarrow \infty$ , բայց այնպես, որ

$$b \cdot V_0 = \text{const} : \quad (2.39)$$

Քանի որ  $\varepsilon < V_0$  դեպքում (2.26) առնչությամբ տրվող  $\beta$  մեծությունը կեղծ է, ապա (2.21) հիմնական հավասարումից կստանանք՝

$$\frac{\gamma^2 - \alpha^2}{2\gamma\alpha} \operatorname{sh} \gamma b \cdot \sin \alpha a + \operatorname{ch} \gamma b \cdot \cos \alpha a = \cos k(a+b) : \quad (2.40)$$

Երբ  $b \rightarrow 0$ , համաձայն (2.26) և (2.39) առնչությունների,

$$\gamma b = \frac{1}{\hbar} [2m(V_0 - \varepsilon)]^{1/2} \cdot b \approx \frac{1}{\hbar} (2mV_0 b)^{1/2} \cdot b^{1/2} \sim b^{1/2} \rightarrow 0$$

$$\operatorname{sh} \gamma b \approx \gamma b, \quad \operatorname{ch} \gamma b \approx 1, \quad c = a + b \approx a,$$

ուստի (2.40) հավասարումը կընդունի

$$P \frac{\sin \alpha a}{\alpha a} + \cos \alpha a = \cos ka \quad (2.41)$$

տեսքը, որտեղ պոտենցիալային արգելքը բնութագրող  $P$  պարամետրը տրվում է հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$P = \frac{\gamma^2 b a}{2} \approx \frac{m V_0 b a}{\hbar^2} = \text{const} : \quad (2.42)$$

Ուսումնասիրենք (2.41) հավասարման լուծումները  $P$  պարամետրի տարբեր արժեքների դեպքում:

1.  $P \rightarrow 0$ : (2.41) հավասարումից կստանանք՝

$$\cos \alpha a = \cos ka \quad \text{և} \quad \left( \frac{2m\varepsilon}{\hbar^2} \right)^{1/2} \cdot a = ka,$$

հետևաբար՝

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} , \quad (2.43)$$

որն ազատ մասնիկի դիսպերսիոն հավասարումն է:

2.  $P$  պարամետրի մեծ արժեքների համար (2.41) հավասարումը հարմար է ներկայացնել

$$\frac{\sin \alpha a}{\alpha a} + \frac{1}{P} \cos \alpha a = \frac{1}{P} \cos ka \quad (2.44)$$

տեսքով: Այժմ, եթե  $P \rightarrow \infty$  ( $b = \text{const}$ ,  $V_0 \rightarrow \infty$ , ինչը համապատասխանում է անվերջ խոր պոտենցիալ փոսի մոտավորությանը), (2.44) հավասարումից կստանանք՝

$$\frac{\sin \alpha a}{\alpha a} = 0 , \quad (2.45)$$

այսինքն՝

$$\alpha a = \pi n , \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm \dots \quad (2.46)$$

( $n = 0$  արժեքը բացառվում է, քանի որ այդ դեպքում (2.45) հավասարման ձախ մասը հավասար է մեկի):

(2.46) և (2.5) առնչություններից էլեկտրոնի էներգիայի համար կստանանք՝

$$\varepsilon_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2 : \quad (2.47)$$

Այսպիսով,  $P \rightarrow \infty$  դեպքում թույլատրելի էներգիական գոտիները վերածվում են դիսկրետ մակարդակների:

3.  $P \gg 1$  և վերջավոր է: Ֆիզիկորեն այս դեպքը համապատասխանում է տվյալ հանգույցի հետ ամուր կապված (կամ փոսում տեղայնացված) մասնիկին, որն, այնուամենայնիվ կարող է թունելային անցումներ կատարել մի հանգույցից (փոսից) մյուսը: Ասվածին համապատասխան, (2.44) հավասարման լուծումը կփնտրենք

$$\alpha a = \pi n + \delta , \quad |\delta| \ll 1 \quad (n \neq 0) \quad (2.48)$$

տեսքով: Սահմանափակվելով զծային ( $\sim \delta$ ) անդամներով, կստանանք՝

$$\delta = \frac{\pi n}{P} [(-1)^n \cos ka - 1] : \quad (2.49)$$

(2.5), (2.47)-(2.49) առնչություններից հետևում է էլեկտրոնի դիսպերսիոն հավասարումը՝

$$\varepsilon_n(k) = \varepsilon_n \left( 1 - \frac{2}{P} \right) + (-1)^n \frac{2\varepsilon_n}{P} \cos ka : \quad (2.50)$$

Տրված  $n$ -ի դեպքում ( $n$ -ր էներգիական գոտու համարն է)  $k$ -ի փոփոխման հետ էլեկտրոնի էներգիան փոփոխվում է  $\varepsilon_n^{\min}$  և  $\varepsilon_n^{\max}$  արժեքների միջև, որոնք համապատասխանաբար որոշում են  $n$ -րդ թույլատրելի գոտու հատակը և առաստաղը:  $n$ -րդ էներգիական թույլատրելի գոտու լայնությունը՝

$$\Delta\varepsilon_n \equiv \varepsilon_n^{\max} - \varepsilon_n^{\min} = \frac{4\varepsilon_n}{P} \sim \frac{n^2}{P}, \quad (2.51)$$

այսինքն՝ որքան բարձր է ընկած էներգիական գոտին, այնքան այն լայն է: Տրված  $n$ -ի դեպքում գոտու լայնությունը՝  $\Delta\varepsilon_n \sim 1/P$ , այսինքն՝ որքան «ամուր» է կապված էլեկտրոնը տվյալ հանգույցի հետ, այնքան նեղ է էներգիական գոտին:

Ջննարկվող մոդելի շրջանակներում, ըստ (2.50) բանաձևի, կենտ համարով էներգիական գոտիների հատակները գտնվում են  $k = 0$  կետում, իսկ առաստաղները՝  $k = \pm(2m+1)\pi/a$  կետերում (Բրիլյուենի զոնայի եզրերին), զույգ  $n$ -երի դեպքում՝ հակառակը:  $n$ -րդ արգելված էներգիական գոտու լայնությունը սահմանվում է որպես հաջորդ՝ վերին  $n+1$ -րդ թույլատրելի գոտու հատակին և  $n$ -րդ թույլատրելի գոտու առաստաղին համապատասխանող էներգիաների տարբերություն՝

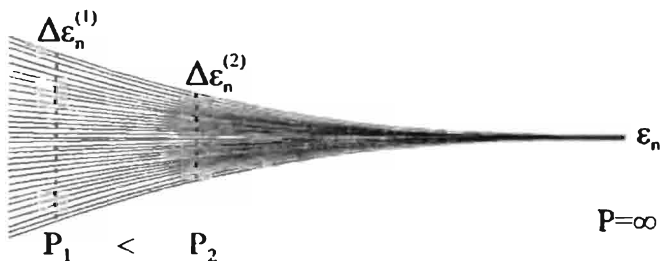
$$\varepsilon_{gn} = \varepsilon_{n+1}^{\min} - \varepsilon_n^{\max} = \varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n - \frac{4}{P} \varepsilon_{n+1} : \quad (2.52)$$

Այս արտահայտությունից հետևում է, որ արգելված գոտու լայնությունը  $P$ -ի մեծացման հետ աճում է:

$P$  պարամետրի տարբեր արժեքներին համապատասխանող դեպքերի բննարկումը հնարավորություն է տալիս պարբերական դաշտում էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրի շերտավոր բնույթը մեկնաբանել հետևյալ ֆիզիկական դատողություններով:

$P = \infty$  դեպքում միաչափ ցանցը կարելի է պատկերել որպես  $N \gg 1$  քվով պոտենցիալ փոսերի հավաքածու, ընդ որում, քանի որ բոլոր պոտեն-

ցիալ փոսերը (ցանցի հանգույցները) նույնական են, ապա էլեկտրոնի էներգիական մակարդակները, որոնք տրվում են (2.47) բանաձևով, նույնն են բոլոր փոսերում: Էլեկտրոնը տվյալ էներգիայով վիճակ կարող է ունենալ, գտնվելով  $N$  փոսերից ցանկացածում, այսինքն էլեկտրոնի տվյալ էներգիայով վիճակն ըստ դիրքի  $N$ -պատիկ այլասերված է:



Նկ. VIII.6

Եթե  $P$  սլարամետրոն ընդունում է մեծ, բայց վերջավոր արժեքներ, ապա փոսերը սկսում են «փոխազդել», այսինքն՝ մի փոսի ներկայությունը (որն էլեկտրոնը «զգում» է թունելային անցման հնարավորության հետևանքով) ազդում է հարևան փոսում էլեկտրոնի էներգիական մակարդակի դիրքի վրա: Արդյունքում տվյալ էներգիայով մակարդակի այլասերումը հանվում է՝  $N$ -պատիկ այլասերված մակարդակը վերածվում է իրար մոտ դասավորված էներգիական մակարդակների «խրճի»՝ էներգիայի թույլատրելի արժեքների գոտու, որում մակարդակների թիվը հավասար է  $N$ -ի (Նկ. VIII.6):  $P$  սլարամետրի նվազմանը զուգընթաց թույլատրելի գոտիների լայնությունները մեծանում են:

.

**§3. Բվագիիմպուլս:** Արտաքին դաշտի ազդեցությունը բյուրեղում գտնվող էլեկտրոնի վրա: Արդյունաբար զանգվածի գաղափարը

Եթե Բլոխի  $u_k(x)$  ամպլիտուդը հաստատուն մեծություն է, ապա էլեկտրոնի (1.22) ալիքային ֆունկցիան վերածվում է  $\exp(\pm i k x)$  հարք ալիքի, որը նկարագրում է  $p = \pm \hbar k$  իմպուլսով ազաա էլեկտրոնի շարժումը, որին համապատասխանում է

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} \quad (3.1)$$

Լներգիա: Համաձայն §2-ում ստացված արդյունքների, Լներգիայի  $\varepsilon \gg V_0$  արժեքների համար Լեկտրոնի դիսպերսիոն հավասարումը հանգում է (3.1) բանաձևին:

Լեկտրոնի քվանտային վիճակը նկարագրող  $k$  մեծությունը շարժումը բնութագրող հաստատուն է, իսկ  $\hbar k$  մեծությունն ունի իմպուլսի չափայնություն: Երբ Լեկտրոնի Լներգիան մեծանում է, այսինքն՝ Լեկտրոնն ավելի ու ավելի «ազատ» է դառնում,  $k$  մեծության արժեքները մոտենում են ազատ մասնիկի իմպուլսի և  $\hbar$ -ի հարաբերությանը: Ընդամեն, այս եզրակացությունը կապ չունի պարբերական պոտենցիալի կոնկրետ տեսքի հետ:  $\hbar k$  մեծությունը նկարագրում է Լեկտրոնի դիմամիկական վարքը բյուրեղական ցանցում, այնպես, ինչպես Լեկտրոնի իմպուլսը՝ նրա վարքը վակուումում: Նշված նմանություններից ելնելով  $\hbar k$  մեծությունը կոչվել է քվազիիմպուլս, ինչը միաժամանակ նշում է նաև նրա՝ իմպուլսից տարբեր լինելու հանգամանքը: Այս տարբերությունն ավելի հստակեցնելու համար հարկ է նշել, որ բյուրեղական պոտենցիալի առկայությամբ Լեկտրոնի ակնթարթային իմպուլսը շարժման հաստատուն չէ: Սակայն կարելի է հաշվել Լեկտրոնի միջին արագությունը, քանի որ տրված Լներգիայով վիճակում  $\hbar k$  քվազիիմպուլսն ունի խիստ զրոշակի, հաստատուն արժեք:

Ուսումնասիրենք բյուրեղում գտնվող Լեկտրոնի շարժումն արտաքին դաշտերի ազդեցության տակ:

Լեկտրոնի շարժումն ավելի ակնառու դարձնելու նպատակով տեղայնացնենք Լեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան, վերադրելով տարբեր  $k$ -երով լուծումներ: Արդյունքում Լեկտրոնը «ներկայացնող» ալիքային փաթեթի խմբային արագությունը կտրվի

$$v_g \equiv v = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{\hbar} \frac{d\varepsilon}{dk} \quad (3.2)$$

բանաձևով, որտեղ օգտագործված է Լեկտրոնի Լներգիայի և հաճախության միջև  $\varepsilon = \hbar\omega$  կապը: (3.2) բանաձևից հետևում է, որ բյուրեղական դաշտի ազդեցությունը Լեկտրոնի շարժման վրա ամբողջությամբ պայմանավորված է  $\varepsilon(k)$  դիսպերսիոն հավասարումով: Եռաչափ բյուրեղում

Էլեկտրոնի միջին (քվանտամեխանիկական) արագությունը որոշվում է (3.2) բանաձևի ընդհանրացում հանդիսացող

$$\mathbf{v} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{k}} \equiv \frac{1}{\hbar} \nabla_{\mathbf{k}} \varepsilon(\mathbf{k}) \quad (3.3)$$

առնչությամբ, որտեղ  $\nabla_{\mathbf{k}} \equiv \partial / \partial \mathbf{k}$ -ն գրադիենտն է  $\mathbf{k}$ -տարածության մեջ:

Այժմ ենթադրենք, որ բյուրեղը գտնվում է  $E$  արտաքին էլեկտրական դաշտում: Դաշտի ազդեցությամբ  $dt$  ժամանակում էլեկտրոնի էներգիան կփոխվի

$$d\varepsilon = -eE dx = -eE v dt \equiv \frac{d\varepsilon}{dk} dk \quad (3.4)$$

չափով: (3.2) և (3.4) բանաձևերից հետևում է, որ

$$dk = -\frac{eE}{\hbar} dt \quad (3.5)$$

կամ

$$\hbar \frac{dk}{dt} = \frac{dp}{dt} = -eE = F, \quad (3.6)$$

որտեղ  $p = \hbar k$ -ն էլեկտրոնի քվազիիմպուլսն է,  $F = -eE$ -ն՝ էլեկտրոնի վրա արտաքին դաշտի կողմից ազդող ուժը: Եռաչափ բյուրեղի դեպքում

$$\frac{dp}{dt} = F: \quad (3.7)$$

Համաձայն (3.6) բանաձևի, էլեկտրոնի քվազիիմպուլսի փոփոխման արագությունը հավասար է էլեկտրոնի վրա ազդող արտաքին ուժին: (3.6) բանաձևը Նյուտոնի II օրենքի նմանակն է և ցույց է տալիս, որ պարբերական դաշտում էլեկտրոնի քվազիիմպուլսն արտաքին դաշտի ազդեցության տակ փոփոխվում է ճիշտ այնպես, ինչպես ազատ էլեկտրոնի իմպուլսը:

Եթե բյուրեղը գտնվում է արտաքին մագնիսական դաշտում, որի  $H$  լարվածությունն այնպիսին է, որ էներգիական գոտիական կառուցվածքը մնում է անփոփոխ, ապա (3.7) հավասարումը տեղի ունի նաև Լորենցի ուժի դեպքում՝

$$\hbar \frac{dk}{dt} = -\frac{e}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{H}]: \quad (3.8)$$

Նկատի ունենալով (3.3) առնչությունը, (3.8) հավասարումը կարելի է ներկայացնել

$$\frac{dk}{dt} = -\frac{e}{c\hbar^2} \nabla_k \mathcal{E}(k) \times H \quad (3.9)$$

տեսքով: Քանի որ ցանկացած  $k$  կետում  $\nabla_k \mathcal{E}(k)$  վեկտորն ուղղահայաց է  $\mathcal{E}(k) = \text{const}$  մակերևույթին, ապա ըստ (3.9) բանաձևի,  $k$ -տարածության մեջ էլեկտրոնը շարժվում է այդ մակերևույթով, ընդ որում նրա քվադրիմպուլսի պրոյեկցիան մագնիսական դաշտի ուղղության վրա՝  $k_H$  վեկտորը մնում է հաստատուն:

Ունիվերսալ դեպքում, եթե բյուրեղը գտնվում է  $E$  էլեկտրական և  $H$  մագնիսական դաշտերում, ապա էլեկտրոնի շարժման հավասարումն ընդունում է հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{dk}{dt} = -e \left( E + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times H] \right): \quad (3.10)$$

Միաչափ պարբերական դաշտում էլեկտրոնի արագացման արտահայտությունը կարելի է ստանալ, ըստ ժամանակի ածանցելով (3.2) բանաձևը՝

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{\hbar} \frac{d}{dt} \left( \frac{d\mathcal{E}}{dk} \right) = \frac{1}{\hbar} \frac{d^2 \mathcal{E}}{dk^2} \cdot \frac{dk}{dt}, \quad (3.11)$$

որտեղից, նկատի ունենալով (3.6) հավասարումը, կստանանք՝

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 \mathcal{E}}{dk^2} \cdot F: \quad (3.12)$$

Համեմատելով այս արտահայտությունը Նյուտոնի II օրենքի՝  $a = F/m$  տեսքով ձևակերպման հետ, գալիս ենք այն եզրակացության, որ  $F$ -ի գործակիցը կատարում է հսկադարձ զանգվածի դեր: Սահմանենք էլեկտրոնի արդյունաբար զանգվածը հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 \mathcal{E}}{dk^2}: \quad (3.13)$$

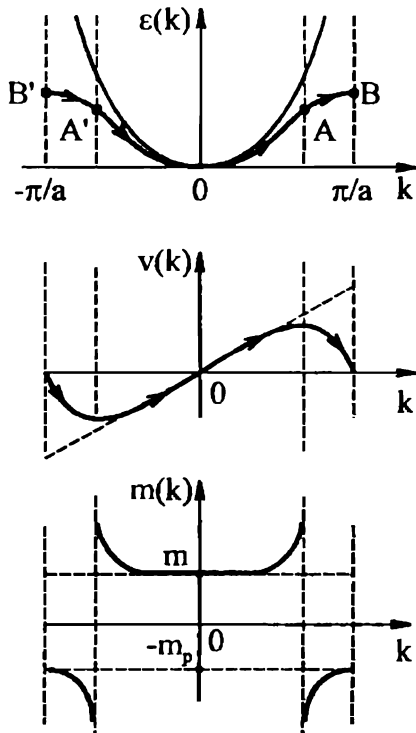
Պարբերական դաշտում գտնվող էլեկտրոնին վերագրելով  $m^*$  արդյունաբար զանգված, մենք կարող ենք նրան համարել ազատ և նրա շարժումն արտաքին դաշտում նկարագրել որպես ազատ էլեկտրոնի շարժում:

Երևի բյուրեղական դաշտի բացակայում  $L$ , ապա էլեկտրոնի (3.1) դիսպերսիոն հավասարումից և արդյունարար զանգվածի (3.13) սահմանումից հետևում է  $m^* = m$  արդյունքը, այսինքն՝ արդյունարար զանգվածի տարբերությունը մասնիկի իրական (վակուումում ունեցած) զանգվածից հետևանք է բյուրեղական ցանցի ազդեցության:

Հարկ է նշել, որ արդյունարար զանգվածի ներմուծումը ընդամենը հարմար միջոց է պարբերական դաշտում էլեկտրոնի վարքի նկարագրելու համար: Արդյունարար զանգվածը զանգված չէ, սովորական իմաստով՝ այն չի որոշում էլեկտրոնի գրավիտացիոն և իներցիոն հասկությունները: Այն կարող է լինել ինչպես մեծ, այնպես էլ փոքր վակուումում էլեկտրոնի զանգվածից: Ավելին. այն կարող է լինել նաև բացասական այն  $k$ -երի համար, որոնց դեպքում  $d^2\varepsilon/dk^2 < 0$ :

Այժմ ուսումնասիրենք էլեկտրոնի դինամիկական արտաքին էլեկտրական դաշտում և պարզենք միաչափ բյուրեղական պարբերական դաշտի առկայությամբ պայմանավորված նրա առանձնահատկությունները (նկ. VIII.7):

Դիցուք՝  $t = 0$  պահին էլեկտրոնը գտնվում է  $k = 0$  կետում:  $E \neq 0$  դաշտի ազդեցությամբ էլեկտրոնը կարագանա, նրա էներգիան կմեծանա, և այն կգրադեցնի գոտու ավելի ու ավելի մեծ էներգիաներով քվանտային վիճակներ: Փոքր  $k$ -երի համար, քանի դեռ  $\varepsilon(k) \sim k^2$ , էլեկտրոնի արագությունը՝  $v = \hbar k / m^* \sim k$ , քանի որ արդյունարար զանգվածը՝  $m^* = \hbar^2 (d^2\varepsilon/dk^2)^{-1} = m$  մնում է հաստատուն: Այսպիսի էլեկտրոն



Նկ. VIII.7

իրեն պահում է որպես «նորմալ» մասնիկ՝ ունի դրական, հաստատուն զանգված և արտաքին ուժի ազդեցությամբ արագանում է:  $k$ -ի մեծացման հետ  $\varepsilon(k)$  կորն աճում է ավելի դանդաղ, քան պարաբոլը,  $m^*$ -ը սկսում է մեծանալ, իսկ  $v$ -ի աճը դանդաղում է:  $A$  կետը  $\varepsilon(k)$  կորի շրջման կետն է՝ այդ կետում  $(d\varepsilon/dk)_A = \max$ , իսկ  $(d^2\varepsilon/dk^2)_A = 0$ , ուստի էլեկտրոնի արագությունը դառնում է անսովորաբար, իսկ  $m^* \rightarrow \infty$ :  $A$  շրջման կետն անցնելիս  $m^*$ -ը փոխում է նշանը՝ այն դառնում է բացասական, որի հետևանքով  $k$ -ի հետագա մեծացման հետ էլեկտրոնի արագությունը փոքրանում է, չնայած արտաքին ուժի և մեծությունը, և ուղղությունը մնացել է անփոփոխ:  $B$  կետում՝ Բրիլյուենի զոնայի սահմանի վրա էլեկտրոնը կրում է բրեզյան անդրադարձում և հայանվում է  $B'$  կետում:  $B'A'$  տիրույթում այն արագանում է արտաքին ուժին հակառակ ուղղությամբ, և նրա արագությունը փոխվում է զրոյից մինչև  $-v_{\max}$ , իսկ արդյունաբար զանգվածը՝  $-m_p^*$ -ից մինչև  $-\infty$ :  $A'$  շրջման կետում  $m^*$ -ը փոխում է նշանը և դառնում դրական, ուստի  $A'O$  տիրույթում էլեկտրոնն արագանում է արտաքին ուժի ուղղությամբ, նրա արագությունն աստիճանաբար աճում է, իսկ  $m^*$ -ն ընդունում է  $m$  հաստատուն արժեքը: Այսպիսով՝ պարբերական դաշտում գտնվող էլեկտրոնը արտաքին հաստատուն էլեկտրական դաշտի ազդեցության տակ կատարում է պարբերական, ժամանակի մեջ կրկնվող շարժում:

Էլեկտրոնի այսպիսի վարքը պայմանավորված է արտաքին  $F$  ուժի և բյուրեղական դաշտի կադմից էլեկտրոնի վրա ազդող ներքին ուժի հարաբերակցության փոփոխությամբ:  $OA$  տիրույթում ներքին ուժը, մնալով փոքր արտաքին ուժից, աստիճանաբար մեծանում է և  $A$  կետում հավասարվում է արտաքին ուժին: Այս տիրույթում էլեկտրոնն արագանում է արտաքին ուժի ուղղությամբ, սակայն արագացման մեծությունը փոքրանում է և  $A$  կետում հավասարվում զրոյի՝  $(dv/dt)_A \sim (d^2\varepsilon/dk^2)_A = 0$ : Քանի որ արտաքին ուժը մնում է հաստատուն, ապա էլեկտրոնն «իրեն պահում» է այնպես, որ կարծես նրա զանգվածն անընդհատ մեծանում է,  $A$  կետում դառնալով հավասար անվերջության:  $AB$  տիրույթում բյուրեղական ցանցը էլեկտրոնի վրա ազդում է ավելի մեծ ուժով, քան արտաքին ռժն է, ուստի էլեկտրոնը

ձեռք է բերում բացասական արագացում, նրա արագությունը փոքրանում է և B կետում դառնում զրո: Այսինքն, էլեկտրոնն իրեն պահում է որպես բացասական փոփոխական զանգվածով մասնիկ: B կետում անդրադարձման հետևանքով  $k$ -ն փոխում է նշանը ( $k = \pi/a \rightarrow -\pi/a$ ) և հստակում B' կետում: B'A' տիրույթում էլեկտրոնն արագացվում է ցանցի դաշտով, որը նրա վրա ազդում է ավելի մեծ ուժով, քան արտաքին ուժն է, ուստի էլեկտրոնն արագանում է  $F$ -ի հակառակ ուղղությամբ, իրեն պահելով որպես բացասական փոփոխական զանգվածով մասնիկ: A' կետից աչ ներքին ուժը դառնում է արտաքին ուժից փոքր, և էլեկտրոնն իրեն պահում է որպես սովորական  $m = const > 0$  զանգվածով մասնիկ:

Որոշենք  $E = const$  դաշտում զանվող միաչափ բյուրեղում էլեկտրոնի շարժման  $T_0$  պարբերությունը:  $T_0$  ժամանակում էլեկտրոնի  $\hbar k$  քվազիիմպուլսը փոխվում է  $2\pi\hbar/a$  չափով, ուստի (3.5) հավասարումից հետևում է

$$T_0 = \frac{2\pi\hbar}{aeE} \quad (3.14)$$

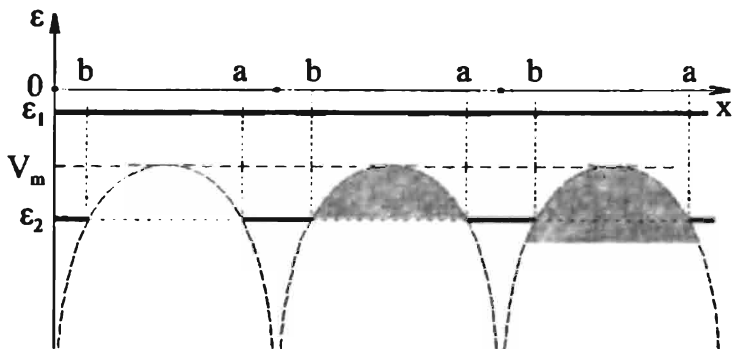
առնչությունը, որտեղ  $a$ -ն ցանցի հաստատունն է: Թույլ  $E \leq 10^4$  Վ/սմ դաշտերում  $T_0 \geq 10^{-11}$  վ կարգի մեծություն է և զգալիորեն գերազանցում է էլեկտրոնի կյանքի  $\tau \sim 10^{-14}$  վ միջին տևողությունը:  $\tau \ll T_0$  պայմանը բացառում է իրական բյուրեղում էլեկտրոնի պարբերական շարժման հնարավորությունը, քանի որ մինչև Բրիլյուենի զոնայի սահմանին հասնելը և անդրադառնալը, էլեկտրոնը կհասցնի բազմիցս ցրվել բյուրեղում առկա արատների վրա: Վերջին առիթներին ստեղծված արհեստական պարբերական կառուցվածքներում՝ զերցանցերում (ցանցի  $a \geq 100 \text{ \AA}$  հաստատունով), որոշակի պայմաններում  $T_0 \sim \tau$ , և դիտվում են երևույթներ, որոնցում ի հայտ է գալիս էլեկտրոնի շարժման պարբերական բնույթը:

Հարկ է նշել, որ բյուրեղի պարբերական դաշտում շարժվող էլեկտրոնի խնդիրը և արդյունաբար զանգվածով էլեկտրոնի խնդիրը միևնույն արտաքին ուժի դեպքում տալիս են միևնույն արդյունքը, եթե էլեկտրոնի վիճակներն ընկած են էներգիական զոսուտ էքստրեմումների շրջակայքում, որտեղ արդյունաբար զանգվածը հաստատուն մեծություն է:

#### §4. Հաղորդիչներ և մեկուսիչներ: Խոռաչի գաղափարը

Պարբերական դաշտում էլեկտրոնի լներգիական սպեկտրի բնույթի պարզաբանումը հնարավորություն է ընձեռեց միասնական հիմքի վրա բացատրելու մարմինների՝ ըստ հաղորդականության դասակարգումը հաղորդիչների և մեկուսիչների:

Համաձայն դասական պատկերացումների, հաղորդիչների և մեկուսիչների տարբերությունը պայմանավորված է հաղորդիչներում այսպես կոչված «ազատ» էլեկտրոնների առկայությամբ, որոնք անարգել կարող են շարժվել բյուրեղի ողջ ծավալում և արտաքին, ցանկացած չավոլ թույլ էլեկտրական դաշտի ազդեցությամբ ձեռք բերել շարժման ուղղորդված բաղադրիչ, այսինքն՝ ստեղծել էլեկտրական հոսանք: «Ազատ» համարվում է այն էլեկտրոնը, որի լրիվ էներգիան՝  $\varepsilon_1$ -ը, ավելի մեծ է, քան բյուրեղական պոտենցիալի  $V_m$  առավելագույն արժեքը (ճկ. VIII.8): Եթե էլեկտրոնի լրիվ էներգիան՝  $\varepsilon_2 < V_m$ , ապա այն կարող է շարժվել միայն երկու հարևան մաքսիմումների միջև ընկած  $ab$  տիրույթում՝ այն «կապված» է ցանցի որոշակի հանգույցի հետ, ուստի չի կարող մասնակցել ազատ էլեկտրոնների ուղղորդված շարժմանը: Այսպիսով, դասական մոտեցման շրջանակներում շրջանցվում է հեռակալ հիմնական հարցը. ինչո՞ւ որոշ նյութերում կան «ազատ» էլեկտրոններ, իսկ մյուսներում՝ չկան:



Նկ. VIII.8

Քվանտամեխանիկական մոտեցումը քննարկվող խնդրին բերում է այն եզրակացության, որ բյուրեղական ցանցում էլեկտրոնները մի բջջից մյուսը կարող են անցնել ինչպես  $\varepsilon > V_m$ , այնպես էլ  $\varepsilon < V_m$  դեպքում, երբ անցումը կատարվում է թունելային եղանակով՝ առանց էներգիայի փոփոխության: Բյուրեղում էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան  $\varepsilon < V_m$  դեպքում ևս գրեթե սափարեք է ցանկացած կետում: Ուստի, չնայած արգելքների առկայությանը, էլեկտրոններն ազատ են, քանի որ նրանցից ցանկացածը կարող է գտնվել ցանկացած սարքական բջջում, այսինքն՝ շարժվել բյուրեղով: Այս տեսանկյունից բյուրեղի բոլոր էլեկտրոններն այս կամ այն չափով ազատ են: Մի բջջից մյուսն անցման հավանականությունը կարող է ընդունել տարբեր արժեքներ, կախված էլեկտրոնի էներգիայից, արգելքի բարձրությունից և լայնությունից: Ատոմի ներքին ռադիանսին սպառնալու էլեկտրոնների համար  $\varepsilon \ll V_m$ , ուստի հավանականության խտությունը, բացի սովորապես ստացվող բջջից, մնացածներում շատ փոքր է՝  $|\psi_k|^2 \ll 1$ : Արդյունքում այս էլեկտրոնները գործնականորեն «տեղայնացված» են, «կապված» սովորապես ատոմի հետ, ուստի չեն կարող մասնակցել էլեկտրահաղորդականության սյուռեին:

Ընդհակառակը, ատոմի արտաքին՝ թույլ կապված էլեկտրոնների համար  $|\psi_k|^2$  մեծությունը զգալի է բյուրեղի բոլոր տարրական բջջերում, ուստի այս էլեկտրոնները կարող են շարժվել ամբողջ բյուրեղով և էլեկտրական դաշտի առկայության դեպքում՝ մասնակցել հոսանքին:

Սակայն հստակությունից և մեկուսիչների տարբերությունը պայմանավորված է ոչ թե նրանցում մեծ կամ փոքր թվով թույլ կապված կամ արժեքական էլեկտրոններով, այլ էլեկտրոնների շարժման ազատությունը սահմանափակող այլ գործոններով:

Որպեսզի համակարգում ծագի էլեկտրական հոսանք, անհրաժեշտ է, որ տիրաքին էլեկտրական դաշտը կարողանա համակարգում ստեղծել էլեկտրոնների՝ ըստ իմպուլսների բաշխման անհամաչափություն, այսինքն՝ այնպիսի վիճակ, երբ դաշտի ուղղությամբ և հակառակ ուղղությամբ շարժվող էլեկտրոնների թվերը տարբերվում են իրարից:

Հավասարակշռական վիճակում, երբ արտաքին էլեկտրական դաշտը

բացակայում է, էլեկտրոնների բաշխման ֆունկցիան իմպուլսի գույզ ֆունկցիա է՝

$$f_0(-p) = f_0(p) : \quad (4.1)$$

Այսպիսով, հարցը հանգում է հետևյալին. հնարավո՞ր է, արդյոք, թույլ արտաքին էլեկտրական դաշտի միջոցով խախտել էլեկտրոնների բաշխման ֆունկցիայի գույզությունը, այսինքն՝ համակարգում ստեղծել էլեկտրոնների՝ ըստ իմպուլսների բաշխման անհամաչափություն՝

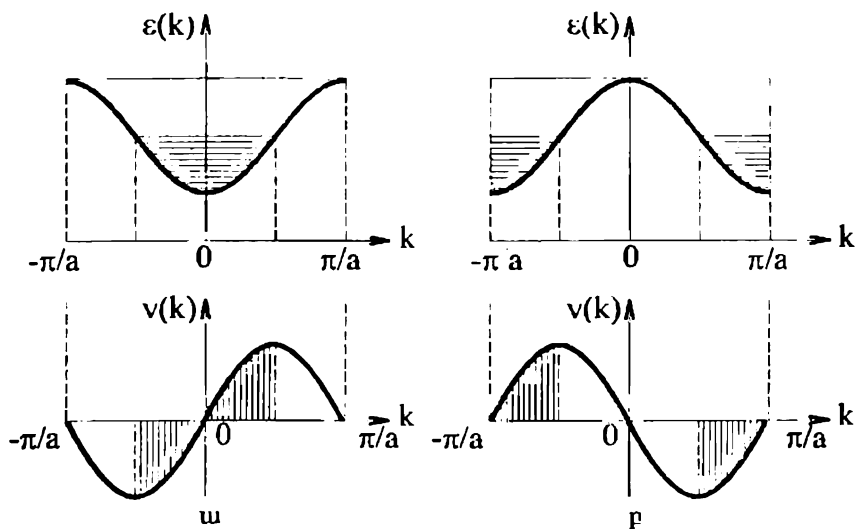
$$f(-p; E) \neq f(p; E) : \quad (4.2)$$

Ինչպես գիտենք, էլեկտրոնները բյուրեղում զբաղեցնում են քվանտային վիճակներ, որոնք կազմում են էներգիական բույլատրելի գոտիներ:  $n$ -րդ էներգիական գոտում յուրաքանչյուր քվանտային վիճակ արվում է քվանտային քվերի ( $k, s_z$ ) հավաքածուով, որտեղ  $k(k_x, k_y, k_z)$ -ն ալիքային վեկտորն է,  $s_z$ -ը՝ սպինի պրոյեկցիան: Քվանտային վիճակների թիվը որոշվում է քվանտային քվերի հնարավոր բույլատրելի արժեքներով: Քանի որ տարբեր ֆիզիկական վիճակներ նկարագրող ալիքային վեկտորները հաստատուն խտությամբ բաշխված են Բրիլյուենի առաջին զոնայում, որտեղ նրանց թիվը  $N$  է ( $N$ -ը սարքիական բջիջների թիվն է նմուշում), իսկ սովորական  $k$ -ով քվանտային վիճակում, համաձայն Պաուլիի սկզբունքի, կարող է լինել երկու էլեկտրոն, ապա ցանկացած էներգիական գոտում էլեկտրոնի բույլատրելի քվանտային վիճակների թիվը  $2N$  է:

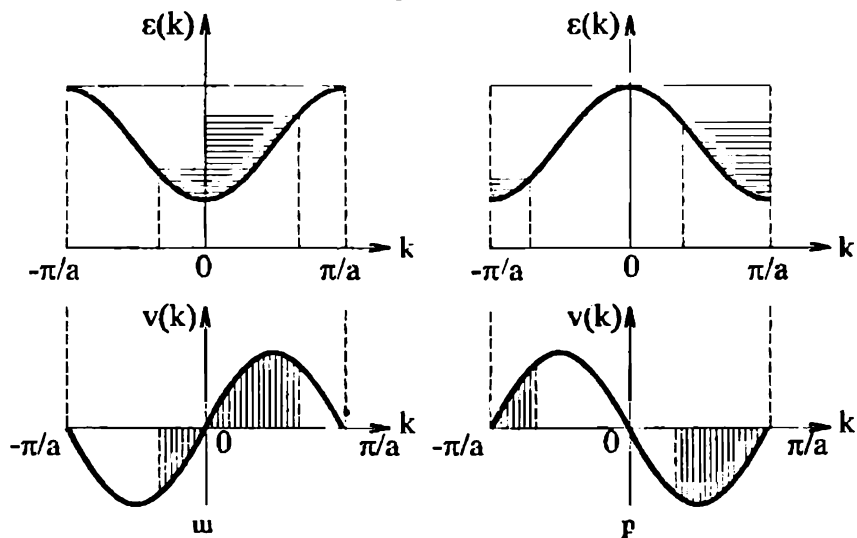
Եթե  $T = 0\text{K}$ -ում սկսենք էներգիական գոտիները լրացնել էլեկտրոններով, ապա նրանք կզբաղեցնեն մեկ կամ մի քանի ստորին էներգիական գոտիներ, իսկ վերջին գոտին կարող է լինել ինչպես մասամբ, այնպես էլ լրիվ լրացված:

1. Դիցուք՝ ամենավերջին էներգիական գոտին մասամբ է լրացված:

Եթե արտաքին դաշտը՝  $E = 0$ , ապա էլեկտրոններն ըստ քվադրիմպուլսների բաշխված են համաչափ՝  $p$  քվադրիմպուլսով յուրաքանչյուր էլեկտրոնի կարելի է համապատասխանության մեջ դնել  $-p$  քվադրիմպուլսով էլեկտրոն: Հետևաբար, չլրացված գոտու էլեկտրոնների միջին քվադրիմպուլսը (միջին արագությունը) կլինի հավասար զրոյի, ինչը համապատասխանում է համակարգի հավասարակշռական վիճակին:



Նկ. VIII.9



Նկ. VIII.10

Նկ. VIII.9, VIII.10-ում պատկերված են էլեկտրոնի էներգիայի և արագության  $k$  քվանտային քվից կախման գրաֆիկները կենտ (ա) և գույզ (բ)

գոտիների համար, որոնցում էլեկտրոններով զբաղեցված վիճակները ստվերագծված են:

Եթե  $E \neq 0$ , ապա դաշտի ուղղությամբ շարժվող էլեկտրոնները կդանդաղեցվեն, նրանց էներգիաները և թվագիյմայուսները կվաթրանան, իսկ դաշտին հակառակ շարժվող էլեկտրոններինը՝ կմեծանան: Գոսում առկա մեծ էներգիայով և միևնչև դաշտ միացնելն ազատ մակարդակները կլցվեն, իսկ ավելի վոքր էներգիայով և միևնչև դաշտ միացնելը զրադեցված մակարդակները կդատարկվեն: Այսպիսով, էլեկտրական դաշտի ազդեցության սակ մասնակիորեն լրսցված գոսու էլեկտրոնները վերաբաշխվում են, նրանց բաշխման ֆունկցիան դառնում է անհամաչափ ըստ  $p$ -ի, իսկ միջին արագությունը՝ զրոյից սարբեր, ոսսի սուաչանում է հոսանք (նկ. VIII.10):

Այսպիսով, եթե սվյալ բյուրեղում էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրի վերջին թույլատրելի գոտին լրացված է մասամբ, սույա արսաքին թույլ էլեկտրական դաշտում նրանում կառաջանա հոսանք, այսինքն՝ այդպիսի բյուրեղը հաղորդիչ է:

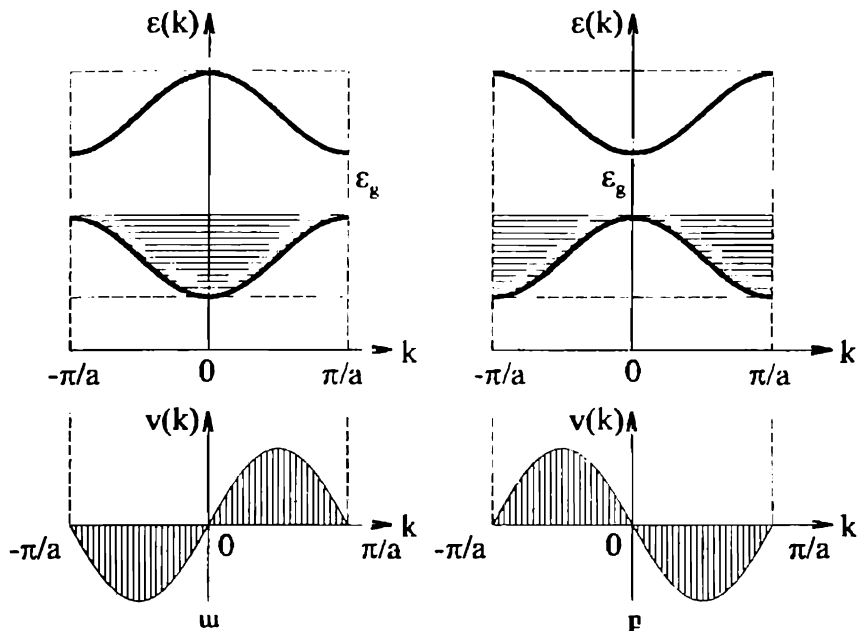
Հարկ է նշել, որ  $T = 0\text{K}$  սաեմանափակումը սկզբունքային նշանակություն չունի, քանի որ, անգամ սենյալային ջերմաստիճաններում, էլեկտրոնային գազն ուժեղ այլասերված է՝  $k_B T \ll \varepsilon_F(0)$ :

Սակայն ջերմաստիճանի դերը կարևորվում է այլ առնչությամբ: Ջերմաստիճանի բարձրացման հետ մեծանում է ցանցի հանգույցների շուրջ իռնների տատանման ամպլիտուդը (Մաս I, IV.6), և էլեկտրոնների բախումները ցանցին ավելի հաճախակի են դառնում: Այդ բախումներն ուղեկցվում են էլեկտրոնների կողմից էներգիայի կորուստներով, ոստի տրված արտաքին դաշտում հաստաավում է դինամիկ հավասարակշռություն դաշտի կողմից էլեկտրոններին տրված և էլեկտրոնների կողմից բյուրեղական ցանցին տրված հզորությունների միջև, որից հետո էլեկտրոնների միջին արագությունն այլևս չի աճում, ինչը պայմանավորում է հաստատում դաշտում հաստատում հոսանքի գոյությունը:

2. Այժմ դիտարկենք այն դեպքը, երբ վերջին էներգիական գոտին լրիվ լրացված է:

$T = 0\text{K}$ -ում բոլոր քվանտային վիճակները զբաղեցված են էլեկտրոններով, իսկ հաջորդ թույլատրելի էներգիական գոտին, որը վերջին, ամբողջությամբ լցված գոտուց բաժանված է  $\varepsilon_g$  լայնությամբ արգելված գոտիով,

լրիվ ազատ է (ճկ. VIII.11): Լրացված գոտու էլեկտրոնների միջին իմպուլսը զրո է, քանի որ ըստ իմպուլսների բաշխումը համաչափ է:



Նկ. VIII.11

Եթե  $E \neq 0$ , ապա լրացված էներգիական գոտու էլեկտրոններն արագանալ չեն կարող, քանի որ տվյալ քվանտային վիճակի էներգիայից և մեծ, և փոքր էներգիաներով բոլոր վիճակները զբաղեցված են: Որպեսզի առաջանա հոսանք, անհրաժեշտ է վերջին լրացված գոտուց էլեկտրոններին «տեղափոխել» հաջորդ, ավելի մեծ էներգիաներով ազատ գոտի: Դրա համար անհրաժեշտ է նրանց հաղորդել արգելված գոտու լայնությունը գերազանցող էներգիա: Եթե արգելված գոտու լայնությունը բավականաչափ մեծ է, ապա թույլ արտաքին էլեկտրական դաշտը չի կարող էլեկտրոններին հաղորդել պահանջվող էներգիան, ուստի նմուշում հոսանք չի առաջանա: Այսպիսով՝ լրիվ լրացված վերջին էներգիական գոտիով բյուրեղը մեկուսիչ է:

Ստացված հայտանիշի օգնությամբ որոշենք տրված ատոմներից կազմված միաչափ բյուրեղի հաղորդիչ լինելու պայմանը:

Դիտարկենք  $N$  սարքական բջից կազմված միաչափ բյուրեղ, որի յուրաքանչյուր բջջում սլարունակվում է  $s$  հատ ատոմ՝  $z$  կարգաթվով և  $Z$  արժեքականությամբ (սլարգության համար ենթադրում ենք, որ ատոմներն ունեն նույն արժեքականությունը): Լրացված էներգիական գոտիների թվի հավասար և էլեկտրոնների թվի և մեկ գոտում սեղերի թվի հարաբերությամբ՝

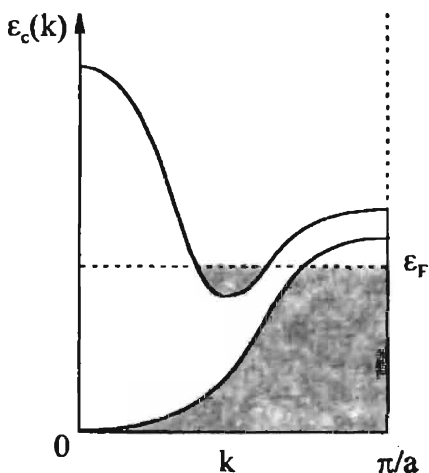
$$N_0 = \frac{N \cdot s \cdot z}{2N} = \frac{1}{2} z s : \quad (4.3)$$

Ցանկացած ատոմի էլեկտրոնների թիվը կարելի է ներկայացնել որպես փակ էլեկտրոնային թաղանթներում զտնվող գույգ թվով էլեկտրոնների և վերջին թաղանթում զտնվող արժեքական էլեկտրոնների թվի գումար՝  $z = 2m + Z$ , որտեղ  $m = 0, 1, 2, \dots$ : Հետևաբար՝ լրացված գոտիների թիվը՝

$$N_0 = ms + \frac{1}{2} s Z : \quad (4.4)$$

Եթե  $s$ -ը գույգ է, ապա, անկախ  $Z$ -ից,  $N_0$ -ն ամբողջ է, ուստի գործ ունենք մեկուսիչի հետ: Սակայն եթե  $s$ -ը կենտ է, ապա  $N_0$ -ի ամբողջ կամ կիսա-ամբողջ լինելը կախված է  $Z$ -ի արժեքից՝

$$N_0 = ms + nZ + \frac{Z}{2} : \quad (4.5)$$



Նկ. VIII.12

Եթե  $Z$ -ը կենտ է, ապա վերջին էներգիական գոտին լրացված է կիսով, և բյուրեղը հաղորդիչ է: Եթե  $Z$ -ը գույգ է, ապա բյուրեղը կլինի մեկուսիչ:

Միաչափ բյուրեղի համար ստացված այս հետևությունը, որպես կանոն, կիրառելի չէ եռաչափ բյուրեղների դեպքում, քանի որ նրանցում դիտվում է էներգիական գոտիների «ծածկման» երևույթը, այսինքն՝ երբ Բրիլյուենի զոնայի որևէ կետում վերին գոտու էներ-

գիան ավելի փոքր է, քան նրանից ներքև ընկած գոտում պատկանող էներգիան (ընդհանուր դեպքում՝ Բորիյունենի զոնայի այլ կեսում, նկ. VIII.12):

Եթե գոտիները «ծածկվում» են, ապա մեկ (վերջին) լրացված գոտու փոխարեն, ինչը բնութագրական է մեկուսիչի համար, առաջանում են կրկու (ևրբեմն՝ ավելի), մասամբ լրացված գոտիներ, և բյուրեղը ի հայտ է բերում զգալի հաղորդականություն:

Այսպես, հիմնային և ազնիվ մետաղներում տարրական բջջին բաժին է ընկնում մեկ էլեկտրոն, և, ինչպես ցույց է տալիս վործը, դրանք լավագույն հաղորդիչներ են՝ ախպիկ մետաղներ (Աղյուսակ VIII.1: Տվյալները տրված են առանց մնացորդային դիմադրության,  $T = 295\text{K}$ ):

Աղյուսակ VIII.1

| Տարր                                          | Li   | Na   | K    | Rb   | Cs   | Cu   | Ag   | Au   |
|-----------------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\sigma(10^5 \text{Ohm}^{-1} \text{սմ}^{-1})$ | 1.07 | 2.11 | 1.39 | 0.80 | 0.50 | 5.88 | 6.21 | 4.55 |

Հազվագյուտ հողային մետաղներում տարրական բջջին բաժին է ընկնում երկու էլեկտրոն, այսինքն՝ նրանք «պետք» է լինեին մեկուսիչներ, սակայն նրանց էներգիական գոտիները «ծածկվում» են, ուստի նրանք մետաղներ են (Աղյուսակ VIII.2: Տվյալները տրված են առանց մնացորդային դիմադրության,  $T = 295\text{K}$ ):

Աղյուսակ VIII.2

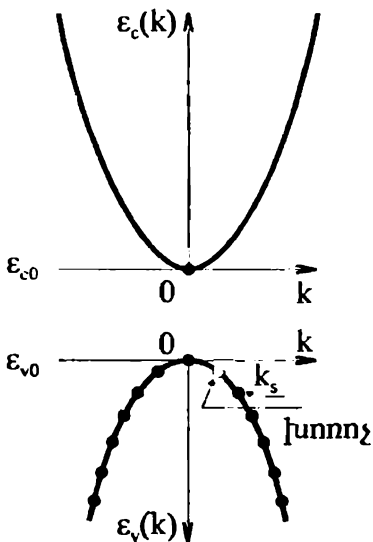
| Տարր | $\sigma(10^5 \text{Ohm}^{-1} \text{սմ}^{-1})$ | Տարր | $\sigma(10^5 \text{Ohm}^{-1} \text{սմ}^{-1})$ |
|------|-----------------------------------------------|------|-----------------------------------------------|
| Ce   | 0,12                                          | Tb   | 0,09                                          |
| Pr   | 0,15                                          | Dy   | 0,11                                          |
| Nd   | 0,17                                          | Ho   | 0,13                                          |
| Sm   | 0,10                                          | Tm   | 0,16                                          |
| Eu   | 0,11                                          | Yb   | 0,38                                          |
| Gd   | 0,07                                          | Lu   | 0,19                                          |

Եթե  $T \neq 0\text{K}$ , ապա վերջին լրացված գոտուց (որն ընդունված է անվանել արժեքական) որոշ էլեկտրոններ ջերմային շարժման արդյունքում կարող են ձեռք բերել մինչև մոտակա դատարկ գոտին (որն ընդունված է ան-

վանել հաղորդականության) ընկած արգելված գոտու լայնությանը հավասար էներգիա և անցնել հաղորդականության գոտի: Այս սխալագայում թույլ էլեկտրական դաշտի կիրառումը կբերի հոսանքի առաջացման: Որքան վոլթը է տվյալ արգելված գոտու լայնությունը, այնքան շատ էլեկտրոններ տրված ջերմաստիճանում կարող են անցնել հաղորդականության գոտի: Ջերմաստիճանի բարձրացման հետ հաղորդականության գոտի անցնող էլեկտրոնների թիվն արագ աճում է, որի հետևանքով մեծանում է  $T = 0\text{K}$ -ում մեկուսիչ բյուրեղի էլեկտրահաղորդականությունը:

Էլեկտրոնների հաղորդականության գոտի անցումների հետևանքով արժեքական գոտու առաստաղին մոտ գտնվող որոշ քվանտային վիճակներ ազատվում են: Արժեքական գոտում մնացած էլեկտրոնները, դաշտի ազդեցությամբ մեծացնելով իրենց էներգիաները, կարող են զբաղեցնել այդ ազատված վիճակները: Այսպիսով,  $T \neq 0\text{K}$ -ում արտաքին դաշտն ի վիճակի է վերաբաշխել նաև լրիվ չլրացված արժեքական գոտու էլեկտրոնների բաշխումն ըստ իմպուլսների և ստեղծել հոսանք:

Երբ արժեքական գոտում որևէ էլեկտրոն, դաշտում մեծացնելով իր էներգիան, զբաղեցնում է ազատված քվանտային վիճակ, ասյա նրա կողմից



Նկ. VIII.13

ազատված քվանտային վիճակն էլ զբաղեցվում է մեկ այլ էլեկտրոնի կողմից (նկ. VIII.13.  $\varepsilon_{c0}$ -ն հաղորդականության

(c) գոտու հատակն է,  $\varepsilon_{v0}$ -ն՝ արժեքական

(v) գոտու առաստաղը): Արդյունքում

էլեկտրոնի կողմից ազատված քվանտա-

յին վիճակը շարժվում է էլեկտրոնի շարժ-

ման ուղղությամբ հակառակ ուղղու-

թյամբ, այնպես, ինչպես տրված էլեկտ-

րական դաշտում կշարժվեր էլեկտրոնի

լիցքի բացարձակ արժեքին հավասար  $+e$

լիցքով և դրական զանգվածով մասնիկը:

Այսպիսի շարժումակ վիճակները, որոնք

բնութագրվում են էլեկտրոնների պակա-

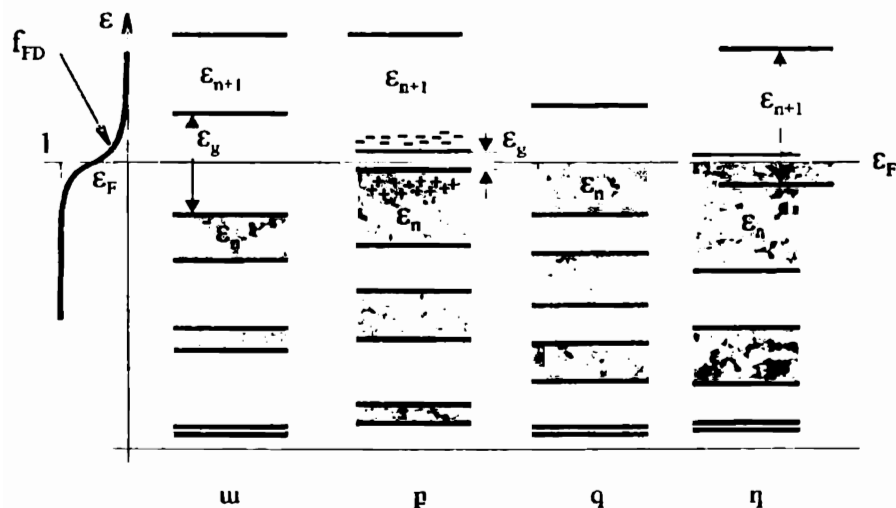
ստորով և շարժման բնույթով նման են

դրական լիցքով մասնիկների շարժմանը, կոչվում են խոռոչներ: Էներգիական գոտում որևէ քվանտային վիճակում խոռոչի առկայությունը համարվել է այդ վիճակում էլեկտրոնի բացակայություն: Տեսականորեն զգալի հեշտ է քննարկել ոչ թե էլեկտրոնների «փոխանցումավազք», այլ դրան համարվել մեկ մասնիկի խոռոչի շարժումը:

Երբ էլեկտրոնն արժեքական գոտուց անցնում է հաղորդականության գոտի, ապա բյուրեղում միաժամանակ առաջանում է երկու լիցքակիր՝ էլեկտրոն (հաղորդականության գոտում) և խոռոչ (արժեքական գոտում), որոնք  $E \neq 0$  դեպքում մասնակցում են հոսանքի ստեղծմանը, այսինքն՝ հոսանքը պայմանավորված է և էլեկտրոնների, և խոռոչների ուղղորդված շարժումով:

Հստակ է հիշել սակայն, որ խոռոչի գաղափարի ներմուծումը պարզապես հարմար տեսական հնարք է. խոռոչն իրական մասնիկ չէ, ինչպիսին էլեկտրոնն է, այն չի կարող գոյություն ունենալ վակուումում:

Այն նյութերը, որոնց էլեկտրահաղորդականությունը պայմանավորված է վերը նկարագրված ֆիզիկական պրոցեսներով, կոչվում են կիսահաղորդիչներ: Կիսահաղորդիչների և մեկուսիչների միջև աարբերությունը որոշ իմաստով պայմանական է: Որքան վոլթը է. հաղորդականության և արժե-



Նկ. VIII.14

քական գոտիների միջև ճեղքի լայնությունը, այնքան ավելի շատ էլեկտրոններ կարող են ջերմային ակտիվացման արդյունքում անցնել հաղորդականության գոտի, ուստի և ավելի մեծ կլինի նմուշի հաղորդականությունը: Նկ. VIII.14-ում պատկերված են Լներգիական գոտիների լրացման վերը դիտարկված դեպքերը, երբ  $T \neq 0K$  (ա - մեկուսիչ, բ - կիսահաղորդիչ, գ - մետաղ, դ - մետաղ. գոտիների «ծածկումը»:  $f_{FD}$ -ն Ֆերմի-Դիրակի բաշխման ֆունկցիան է):

Հաղորդականության գոտի անցած էլեկտրոնները նորից կարող են վերադառնալ արժեքական գոտի, որտեղ կան սզատ քվանտային վիճակներ: Զանի որ ջերմային շարժման հետևանքով էլեկտրոնների անցումները հաղորդականության գոտի չեն դադարում, ապա սոված ջերմաստիճանում դեպի հաղորդականության գոտի և հսկառակ ուղղությամբ էլեկտրոնային հոսքերն իրար համակշուում են: Հասուատվում է շարժուն հսվասարակշուություն, որի դեպքում էլեկտրոնների և խաուչների կոնցենսուրացիաները մնում են հասուատում:

Գուտիական սեսության շրջանակներում խաուչի գաղափարի ներմուծումը հնարավորություն տվեց հեշտությամբ բացատրելու որոշ մետաղների Հուլի  $R_H$  գործակցի դրական լինելու փաստը (VI.4, Աղյուսակ VI.1): Նշված մետաղներում սեղլ ունի էներգիական գուտիների «ծածկում» (Նկ. VIII.12), որի արդյունքում աուաչանում է լրլվ չլրացված գուտի, որի ներդրումը Հուլի գործակցում դրական է և գերազանցում է մասնակիորեն լրացված գուտու էլեկտրոնների ներդրումը:

## ՊԻՆԴ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

**§1. Պինդ մարմինների դասակարգումն ըստ մագնիսական հատկությունների**

Նյութը կազմող տարրական մասնիկները էլեկտրոնները, պրոտոնները և նեյտրոնները օժտված են իմպուլսի մոմենտով, որը պայմանավորված է ինչպես նրանց ուղեծրային շարժումով, այնպես էլ սեփական մեխանիկական մոմենտով՝ սպինով: Հայտնի է, որ և ուղեծրային շարժման, և սպինի հետ կապված է մագնիսական մոմենտ, ուստի տարրական մասնիկներն իրենցից ներկայացնում են տարրական մագնիսներ, և նրանից կազմված ցանկացած համակարգ՝ միջուկ, էլեկտրոնային թաղանթ, ատոմ, մոլեկուլ, մակրոմարմին, սկզբունքորեն մագնիսականության աղբյուր է: Այս տեսանկյունից բնության մեջ գոյություն ունեցող բոլոր մարմինները մագնիսական նյութեր են, այսինքն՝ մագնիսականությունը համընդհանուր բնույթ է կրում:

Նյութերի դասակարգումն ըստ մագնիսական հատկությունների կարելի է կատարել երևույթաբանորեն, օգտագործելով նյութի մագնիսական որևէ բնութագիր, առանց պարզելու մագնիսականության կոնկրետ կրողներին և նրանց միջև գործող փոխազդեցությունները: Ընդունված է այդ դասակարգումը կատարել ըստ մագնիսական ընկալունակության նշանի և մեծության:

Նյութը  $H$  լարվածությամբ մագնիսական դաշտում ձեռք է բերում որոշակի մագնիսական մոմենտ՝ այն մագնիսանում է: Եթե  $M$ -ով նշանակենք նյութի միավոր ծավալի մագնիսական մոմենտը, որն ընդունված է անվանել մագնիսացվածություն, ապա կապը մագնիսացվածության և դաշտի լարվածության միջև տրվում է

$$M = \chi H \quad (1.1)$$

բանաձևով, որտեղ  $\chi$ -ն նյութի մագնիսական ընկալունակությունն է: Նյութում մագնիսական դաշտը բնութագրվում է ինդուկցիայի  $B$  վեկտորով՝

$$B = H + 4\pi M = H(1 + 4\pi\chi) = \mu H, \quad (1.2)$$

որտեղ  $\mu$ -ն նյութի մագնիսական բախանցելիությունն է և արտահայտվում է ընկալունակության միջոցով՝

$$\mu = 1 + 4\pi\chi : \quad (1.3)$$

Ընդհանուր դեպքում և ընկալունակությունը, և՛ մագնիսական բախանցելիությունը II կարգի տենզորներ են, ուստի (1.1) և (1.2) առնչությունները տեղի ունեն միայն իզոտրոպ մարմինների համար: Հետագայում կենթադրենք, որ գործ ունենք իզոտրոպ պինդ մարմնի՝ բազմաբյուրեղի հետ:

Համաձայն (1.1) սահմանման,  $\chi$  մեծությունը չափագուրկ է՝

$$\chi = \frac{M}{H}, \quad (1.4)$$

բանի որ  $M$ -ը և  $H$ -ը նույն չափայնությունն ունեն:  $\chi$ -ի հետ մեկտեղ հաճախ օգտագործվում են միավոր զանգվածի ընկալունակության՝  $\chi_\rho$ -ի և մոլային (ատոմային) ընկալունակության՝  $\chi_\mu$ -ի հասկացությունները՝

$$\chi_\rho = \frac{M \cdot V}{H \cdot m} = \frac{\chi}{\rho}, \quad (1.5)$$

$$\chi_\mu = \frac{M \cdot V}{H \cdot \nu} = \frac{\chi}{\rho} \bar{\mu} = \chi_\rho \cdot \bar{\mu}, \quad (1.6)$$

որտեղ  $V$ -ն մարմնի ծավալն է,  $\rho$ -ն՝ խտությունը,  $\nu$ -ն՝ մոլերի թիվը  $m$  զանգվածում,  $\bar{\mu}$ -ն՝ մոլային զանգվածը:

Ըստ մագնիսական հատկությունների պինդ մարմինները բաժանվում են երեք խմբի.

*ա) Դիամագնիսական նյութեր (դիամագնիսներ),* որոնց ընկալունակությունը բացասական է՝  $\chi < 0$ , բացարձակ արժեքով  $10^{-6} \div 10^{-5}$  կարգի մեծություն է և կախված չէ ոչ ջերմաստիճանից, ոչ մագնիսական դաշտի լարվածությունից: Մագնիսական բախանցելիությունը՝  $\mu \approx 1$ , ուստի  $B$  և  $H$  վեկտորները գործնականորեն նույնն են:

*բ) Պարամագնիսական նյութեր (պարամագնիսներ),* որոնց ընկալունակությունը դրական է՝  $\chi > 0$  և  $10^{-5} \div 10^{-3}$  կարգի մեծություն է. կախված

է ջերմաստիճանից, գործնականորեն կախված չէ մագնիսական դաշտի լարվածությունից:  $\mu \approx 1$ , ուստի  $B$  և  $H$  վեկտորները գրեթե նույնն են:

գ) Մագնիսակարգավորված կամ ուժեղ մագնիսական նյութեր (ֆեռոմագնիսներ, հակաֆեռոմագնիսներ, ֆեռիմագնիսներ), որոնց ընկալունակությունը դրական է և շատ անգամ մեծ պարամագնիսների ընկալունակությունից, էապես կախված է և՛ ջերմաստիճանից, և՛ մագնիսական դաշտի լարվածությունից: Այս նյութերի մագնիսական բափանցելիությունը կարող է ընդունել շատ մեծ արժեքներ, ուստի  $B$  և  $H$  վեկտորներն իրարից կարող են խիստ տարբերվել:

Դիամագնիսական և պարամագնիսական հատկությունները բնորոշ են նյութերին բոլոր ագրեգատային վիճակներում, սակայն մագնիսակարգավորված վիճակ հնարավոր է միայն բյուրեղներում:

Քանի որ դիամագնիսների և պարամագնիսների ընկալունակությունը շատ փոքր է մեկից՝  $|\chi| \ll 1$ , ապա այս նյութերի համար ընդունված է «թույլ մագնիսական նյութեր» անվանումը: Թույլ մագնիսական նյութերում մագնիսացվածությունը մագնիսական դաշտի լարվածության գծային ֆունկցիա է, ուստի ընկալունակության

$$\chi = \frac{M}{H} \quad \text{և} \quad \chi = \frac{dM}{dH} \quad (1.7)$$

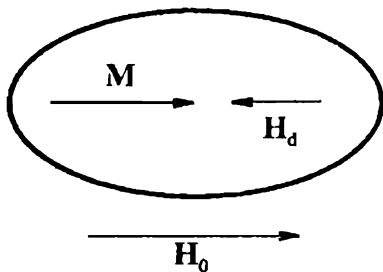
սահմանումները համարժեք են:

Ի տարբերություն թույլ մագնիսական նյութերի, ուժեղ մագնիսական նյութերը բնութագրվում են երկու տարբեր ընկալունակություններով՝ լրիվ ընկալունակություն, որը սահմանվում է (1.1) առնչությամբ, և դիֆերենցիալ ընկալունակություն, որը սահմանվում է որպես

$$\chi_d = \frac{dM}{dH} \quad (1.8)$$

և կախված է մագնիսական դաշտի լարվածությունից ոչ գծային օրենքով:

Ուժեղ մագնիսական նյութերի մյուս առանձնահատկությունը «նյութի ընկալունակություն» և «նմուշի ընկալունակություն» հասկացությունների տարբերությունն է: Բանն այն է, որ այս նյութերի մագնիսացվածությունը կախված է ոչ միայն ընկալունակությունից (նյութի տեսակից), այլ նաև նմուշի երկրաչափական բնութագրերից, քանի որ մագնիսացման հետևան-



Նկ. IX.1

քով նմուշում առաջանում է արտաքին մագնիսական դաշտին հակառակ ուղղված այսպես կոչված «ապամագնիսացնող» դաշտ՝  $H_d$  (նկ. IX.1), որի մեծությունը համեմատական է նմուշի մագնիսացվածությանը՝

$$H_d = 4\pi nM : \quad (1.9)$$

$n$  գործակիցը կոչվում է ապամագնիսացնող գործոն և համընկնում է Մաս I,

V-ում ներմուծված ապաքնեոցման գործակցի հետ: Նրա մեծությունը (համասեռ նյութում) կախված է միայն նմուշի ձևից:

Գումարային մագնիսական դաշտը նմուշում՝

$$H = H_0 - 4\pi nM = H_0 - 4\pi n\chi H \quad (1.10)$$

կամ

$$H_0 = H(1 + 4\pi n\chi) , \quad (1.11)$$

որտեղ  $H_0$ -ն արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածությունն է:

Նմուշի ընկալունակությունը՝

$$\chi_0 = \frac{M}{H_0} = \frac{M}{H(1 + 4\pi n\chi)} = \frac{\chi}{1 + 4\pi n\chi} : \quad (1.12)$$

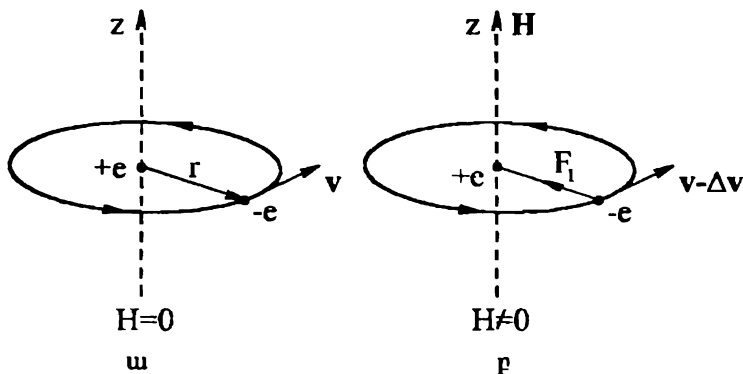
Ապամագնիսացնող գործոնի արժեքներն ընկած են  $0 \leq n \leq 1$  տիրույթում, ուստի քույլ մագնիսական նյութերի համար  $4\pi n\chi \ll 1$  և  $\chi_0 \approx \chi$ , իսկ ուժեղ մագնիսական նյութերում  $\chi_0$  և  $\chi$  մեծություններն իրարից կարող են էապես տարբերվել: Փորձարարական հետազոտություններում, որպես կանոն, ուժեղ մագնիսական նյութի նմուշին տալիս են բարակ, երկար զլանի ձև, որի դեպքում  $n \ll 1$  և  $\chi_0 \approx \chi$ :

Հետագա շարադրանքի առաջին մասը (§§2-6) նվիրված է քույլ մագնիսական նյութերի, իսկ երկրորդ մասը (§§7-14)՝ ուժեղ մագնիսական նյութերի ռազմամասիրությանը:

## §2. Ատոմական դիամագնիսականություն: Բորի, Վան-Լեևենի թեորեմը

Դիամագնիսականությունը սլայմանավորված է էլեկտրական լիցքերի՝ արտաքին մագնիսական դաշտը մասնակիորեն էկրանավորելու հատկությամբ: Այն դրսևորումն է Լենցի կանոնի, որի համաձայն կոնտուրում մագնիսական հոսքի փոփոխությունը նրանում մակաժում է ինդուկցիոն հոսանք, որը խաչընդոտում է այդ հոսքի փոփոխությանը: Հետևաբար՝ դիամագնիսականությամբ օժտված են առանց բացառության բոլոր մարմինները, սակայն այն շատ հաճախ ի հայտ չի գալիս ավելի ուժեղ պարամագնիսականությամբ քողարկվելու պատճառով:

Այժմ ծանոթանանք դիամագնիսականության դասական տեսությանը, որը տրվել է Պ.Լանժլևենի կողմից (1905թ.):



Նկ. IX.2

Պարզության համար նախ դիտարկենք մեկ էլեկտրոնի շարժումը մագնիսական դաշտի ուղղությանն ուղղահայաց հարթության մեջ: Եթե  $H = 0$ , ապա էլեկտրոնը պատվում է միջուկի շուրջը կոլումյան ուժի ազդեցության տակ (նկ. IX.2, ա), ուստի նրա շարժման հավասարումը կունենա

$$m\omega_0^2 r = \frac{e^2}{r^2} \quad (2.1)$$

տեսքը, որտեղից որոշվող

$$\omega_0 = \left( \frac{e^2}{mr^3} \right)^{1/2} \quad (2.2)$$

մեծությունը էլեկտրոնի շրջանային հաճախությունն է: Երբ մագնիսական դաշտը զրոյից աճելով, հասնում է որոշակի  $H$  արժեքի, էլեկտրոնի ուղեծրով սահմանափակված մակերեսով մագնիսական հոսքն աճում է, որի հետևանքով ծագում է ուղեծրի շոշափոդով ուղղված մակաձվաձև էլեկտրական դաշտ: Այն փոփոխում է էլեկտրոնի զծային արագությունը (նկ. IX.2, բ-ում պատկերված դեպքում էլեկտրոնի արագությունը փոքրանում է): Միաժամանակ էլեկտրոնի վրա ազդում է Լորենցի ուժը, որն ուղղված է շրջանի շառավղով (նկ. IX.2, բ): Լորենցի

$$F_L = -\frac{e}{c} [\mathbf{v}, H] \quad (2.3)$$

ուժի հաշվառումով շարժման հավասարումը կընդունի

$$m\omega^2 \mathbf{r} = m\omega_0^2 \mathbf{r} \mp \frac{e}{c} \omega \mathbf{r} H \quad (2.4)$$

տեսքը, որտեղ  $\omega$ -ն մագնիսական դաշտում էլեկտրոնի պտտման նոր հաճախությունն է, իսկ ( $\mp$ ) ճշանակելը համապատասխանում են շրջանագծով պտտման երկու հնարավոր ուղղություններին: (2.4) հավասարման լուծումներն են

$$\omega = \mp \frac{eH}{2mc} \pm \sqrt{\left( \frac{eH}{2mc} \right)^2 + \omega_0^2} : \quad (2.5)$$

Եթե մագնիսական դաշտի լարվածությունը բավարարում է

$$H \ll H_0 = \frac{2mc\omega_0}{e} \quad (2.6)$$

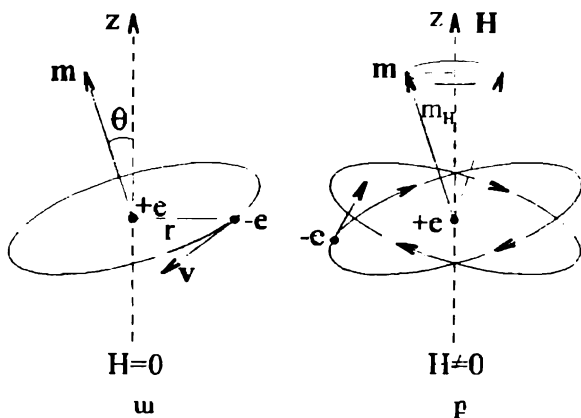
պայմանին, ապա (2.5) բանաձևից կստանանք՝

$$\omega = \mp \frac{eH}{2mc} \pm \omega_0 : \quad (2.7)$$

Մագնիսական դաշտի ազդեցության տակ էլեկտրոնի պտույտի հաճախության փոփոխությունը՝

$$\omega_L = \frac{eH}{2mc} \quad (2.8)$$

մեծությունը կոչվում է լարմորյան հաճախություն: Այն բնութագրում է էլեկտրոնի ուղեծրային շարժման վրա արտաքին մագնիսական դաշտի ազդեցության չափը: Ըստ (2.6) պայմանի,  $\omega_0 \sim 10^{15}$  ռադ-վ<sup>-1</sup> արժեքների համար  $H_0 \approx 10^8$  Գս, այն դեպքում, երբ ներկայումս փորձում ստացվող մագնիսական դաշտերը չեն գերազանցում  $10^7$  Գս-ը:



Նկ. IX.3

Եթե էլեկտրոնային ուղեծրի հարթության նորմալը դաշտի ուղղության հետ կազմում է գրոյից տարբեր անկյուն (նկ. IX.3, ա), ապա նորմալով ուղղված կլինի նաև էլեկտրոնի ստեղծած փակ հոսանքի մագնիսական մոմենտի  $m$  վեկտորը: Եթե  $H \neq 0$ , ապա էլեկտրոնի վրա կազդի ուժի մոմենտ՝

$$K = [m, H], \quad (2.9)$$

որը պայմանավորում է համակարգի  $L$  մեխանիկական մոմենտի փոփոխությունը ժամանակի ընթացքում՝

$$\frac{dL}{dt} = K = [m, H]: \quad (2.10)$$

Նկատի ունենալով համակարգի մեխանիկական և մագնիսական մոմենտների միջև

$$m = -\frac{e}{2mc} L \quad (2.11)$$

կապը, (2.10) հավասարումը կարելի է ներկայացնել

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{e}{2mc} [m, H] = -[m, \omega_L] \quad (2.12)$$

տեսքով, որտեղ  $\omega_L$  վեկտորն ուղղված է  $H$ -ով, իսկ նրա մեծությունը տրվում է (2.8) բանաձևով: Համաձայն (2.12) հավասարման,  $m$  վեկտորը  $\omega_L$  անկյունային արագությամբ պտտվում է  $H$  վեկտորի շուրջը, ընդ որում նրա մեծությունը և  $H$ -ի ուղղության հետ կազմած անկյունը չեն փոփոխվում ժամանակի ընթացքում (լարմորյան կոնապտույտ (պրեցեսիա), նկ. IX.3, բ): Իրոք, եթե (2.12) հավասարումը բազմապատկենք սկալարորեն նախ՝  $m$ -ով, իսկ հետո՝  $H$ -ով, և նկատի ունենանք, որ  $(m[m, H]) = (H[m, H]) = 0$ , ապա կստանանք՝

$$\begin{aligned} m \frac{dm}{dt} &= \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (m^2) = 0, & |m| &= const, \\ H \frac{dm}{dt} &= \frac{d}{dt} (Hm) = H \frac{dm_H}{dt} = 0, & m_H &= const: \end{aligned} \quad (2.13)$$

Այսպիսով, անկախ էլեկտրոնային ուղեծրի հարթության դիրքից, արտաքին մագնիսական դաշտը բերում է էլեկտրոնի պտտման անկյունային արագության փոփոխության  $\omega_L$ -ով:

Մագնիսական դաշտում էլեկտրոնի ձեռք բերած լրացուցիչ  $\omega_L$  անկյունային արագությունը պայմանավորում է լրացուցիչ հոսանք՝

$$i = \frac{-e}{T_L} = -\frac{e\omega_L}{2\pi} = -\frac{e^2 H}{4\pi mc}, \quad (2.14)$$

որի ստեղծած մագնիսական մոմենտը՝

$$\Delta m = \frac{1}{c} i S = -\frac{e^2 HS}{4\pi mc^2}, \quad (2.15)$$

որտեղ  $S$ -ը էլեկտրոնի ուղեծրով սահմանափակված մակերեսի պրոյեկցիան է դաշտին ուղղահայաց հարթության վրա՝

$$S = \pi(x^2 + y^2) = \pi\rho^2: \quad (2.16)$$

$z$  էլեկտրոն ունեցող ատոմի՝ արտաքին մագնիսական դաշտում ձեռք բե-

քաժ մագնիսական մոմէնտը՝

$$\langle M_1 \rangle = z \langle \Delta m \rangle = -\frac{e^2 H}{4mc^2} \sum_{k=1}^z (\langle x_k^2 \rangle + \langle y_k^2 \rangle), \quad (2.17)$$

որտեղ  $\langle \dots \rangle$ -ը նշանակում է տարածական միջինացում: Գնդային համաչափությամբ օժտված ատոմի համար

$$\langle x_k^2 \rangle = \langle y_k^2 \rangle = \langle z_k^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle R_k^2 \rangle, \quad (2.18)$$

որտեղ  $R_k$ -ն  $k$ -րդ էլէկտրոնի ուղեծրի շառավիղն է: Եթէ նյութի միավոր ծավալում պարունակվում է  $N_1$  ատոմ, ապա մագնիսացվածության համար (2.17) և (2.18) բանաձևերից կստանանք՝

$$M = N_1 \langle M_1 \rangle = -\frac{e^2 N_1 z}{6mc^2} \langle R^2 \rangle \cdot H, \quad (2.19)$$

որտեղ

$$\langle R^2 \rangle = \frac{1}{z} \sum_{k=1}^z \langle R_k^2 \rangle \quad (2.20)$$

մեծությունը էլէկտրոնային ուղեծրի միջինացված շառավիղն է: (1.1) սահմանումից և (2.19) արտահայտությունից կստանանք՝

$$\chi = -\frac{e^2 N_1 z}{6mc^2} \langle R^2 \rangle = -\frac{e^2 N_A \rho z}{6mc^2 \bar{\mu}} \langle R^2 \rangle, \quad (2.21)$$

որտեղ  $N_A$ -ն Ավոգադրոյի թիվն է: (2.21), (1.5) և (1.6) բանաձևերից միավոր զանգվածի և մոլային ընկալունակությունների համար ստացվում են հետևյալ արտահայտությունները՝

$$\chi_\rho = \frac{1}{\rho} \chi = -\frac{e^2 N_A z}{6mc^2 \bar{\mu}} \langle R^2 \rangle, \quad (2.22)$$

$$\chi_\mu = \bar{\mu} \chi_\rho = -\frac{e^2 N_A z}{6mc^2} \langle R^2 \rangle: \quad (2.23)$$

Վերջին բանաձևի մեջ տեղադրելով հիմնարար հաստատունների արժեքները, կստանանք՝

$$|\chi_\mu| \approx 2,832 \cdot 10^{10} z \langle R^2 \rangle: \quad (2.24)$$

Այս մեծությունը կախված է միայն էլեկտրոնային ուղեծրի շառավղից: Եթե ընդունենք  $\langle R^2 \rangle \sim 10^{-16} \text{ սմ}^2$ , ապա

$$|\chi_\mu| \sim 10^{-6} z, \quad (2.25)$$

որը կարգով համընկնում է փորձի հետ (Աղյուսակ IX.1): Աղյուսակ IX.1-ում տրված են իններազգերի դիամագնիսական ընկալունակության փորձնական և տեսական արժեքներն ըստ տարբեր աղբյուրների:

Աղյուսակ IX.1

| Տարր | $ \chi_\mu  \cdot 10^{-6} \text{ սմ}^3 \text{ մոլ}^{-1}$ |            |
|------|----------------------------------------------------------|------------|
|      | փորձ                                                     | տեսություն |
| He   | 2,02                                                     | 1,86       |
| Ne   | 6,96                                                     | 7,4        |
| Ar   | 19,23                                                    | 18,8       |
| Kr   | 28,02                                                    | 31,7       |
| Xe   | 42,02                                                    | 42,9       |

Մենք հաշվեցինք դիամագնիսական ընկալունակությունը զուտ դասական ձևով, առանց հաշվի առնելու ասոմիլ սպինը: Այդ պատճառով  $\chi$ -ի համար ստացված (2.21) (ինչպես նաև  $\chi_\rho$ -ի և  $\chi_\mu$ -ի) արտահայտությունը վերաբերվում է փակ՝  $S=0$  սպինով էլեկտրոնային թաղանթներ ունեցող ատոմներին (այսպես կոչված ատոմական դիամագնիսականություն):

Ընկալունակության (2.21) բանաձևն արտածելիս մենք անբացահայտորեն ենթադրեցինք, որ տարրական շրջանային հոսանքները կայուն են, ինչը հակասում է դասական պատկերացումներին:

Այժմ ապացուցենք, որ արտաքին մագնիսական դաշտում գտնվող լիցքերի դասական հանրույթի մագնիսական մոմենտը հավասարակշռական վիճակում հավասար է զրոյի (Բորի, Վան-Լեվենի թեորեմ):

Արտաքին մագնիսական դաշտում դասական մասնիկների (լիցքերի) համակարգի համիլտոնիանն ընդհանուր դեպքում ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\mathcal{H} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{2m_k} \left( p_k + \frac{q_k}{c} A_k \right)^2 + U(r_1, r_2, \dots, r_N), \quad (2.26)$$

որտեղ  $p_k$ -ն  $k$ -րդ մասնիկի իմպուլսն է,  $m_k$ -ն՝ զանգվածը,  $q_k$ -ն՝ լիցքը,  $A_k$ -ն՝ մագնիսական դաշտի վեկտոր-պոտենցիալը  $k$ -րդ մասնիկի գտնվելու կետում, որը ստեղծվում է արտաքին մագնիսական դաշտի և լիցքավորված մասնիկների շարժման հետևանքով ծագող հոսանքների կողմից (ներքին

դաշտեր), իսկ  $U(r_1, r_2, \dots, r_N)$ -ը մասնիկների փոխազդեցության պոտենցիալ էներգիան է:

Դասական համակարգի վիճակագրական ինտեգրալը՝

$$Z_{cl} = \int \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \int \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{\mathcal{H}}{k_B T} \right\} dp_1 dp_2 \cdots dp_N dr_1 dr_2 \cdots dr_N : \quad (2.27)$$

Տեղադրելով այս արտահայտության մեջ (2.26) արտահայտությունը և անցնելով ինտեգրման նոր փոփոխականների՝

$$P_k = p_k + \frac{q_k}{c} A_k, \quad (k = 1, 2, \dots, N), \quad (2.28)$$

կարող ենք (2.27) վիճակագրական ինտեգրալը ներկայացնել

$$Z_{cl} = \int \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{1}{k_B T} \sum_{k=1}^N \frac{P_k^2}{2m_k} \right\} \frac{\partial(p_1, p_2, \dots, p_N)}{\partial(P_1, P_2, \dots, P_N)} dP_1 dP_2 \cdots dP_N \times \\ \times \int \cdots \int_{(V)} \exp \left\{ -\frac{1}{k_B T} U(r_1, r_2, \dots, r_N) \right\} dr_1 dr_2 \cdots dr_N \quad (2.29)$$

տեսքով: Համաձայն (2.28) կապի,  $(p_1, p_2, \dots, p_N) \rightarrow (P_1, P_2, \dots, P_N)$  ձևափոխության յակոբիանը՝

$$\frac{\partial(p_1, p_2, \dots, p_N)}{\partial(P_1, P_2, \dots, P_N)} = 1, \quad (2.30)$$

ուստի  $Z_{cl}$  մեծությունը կախված կլինի համակարգի  $V$  ծավալից և  $T$  ջերմաստիճանից, բայց ոչ արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածությունից՝  $Z_{cl} = Z(T, V)$ :

Թերմոդինամիկայի հայտնի առնչության համաձայն, համակարգի մագնիսական մոմենտն արտահայտվում է համակարգի  $F$  ազատ էներգիայի միջոցով՝

$$M = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial F}{\partial H} \right)_{T, V} = \frac{k_B T}{V} \left( \frac{\partial}{\partial H} \ln Z \right)_{T, V} : \quad (2.31)$$

$Z$ -ը կախված չէ մագնիսական դաշտի լարվածությունից, ուստի  $M = 0$ : Այսպիսով, մագնիսականությունն իր էությանը զուտ քվանտային երևույթ է:

### §3. Ատոմական ընկալութեան ընդհանուր հաշվարկը

Լէյժմ արտառնը ատոմական ընկալութեան առավել ընդհանուր՝ քվանտամեխանիկական արտահայտութիւնը:

Եթե էլեկտրոններից բաղկացած համակարգը (ատոմ, իոն) գտնվում է արտաքին մագնիսական դաշտում, ապա նրա համիլտոնիանը տրվում է հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$\hat{H} = \sum_k \frac{1}{2m} \left( \hat{p}_k + \frac{e}{c} A_k \right)^2 + U + \sum_k \frac{e}{mc} (\hat{s}_k \cdot \text{rot} A_k), \quad (3.1)$$

որտեղ  $\hat{p}_k = i\hbar \nabla_k$ -ն  $k$ -րդ էլեկտրոնի իմպուլսի օպերատորն է,  $\hat{s}_k$ -ն սպինի օպերատորը,  $A_k \equiv A(r_k)$ -ն արտաքին մագնիսական դաշտի վեկտոր-պոտենցիալը  $k$ -րդ էլեկտրոնի գտնվելու կետում,  $U \equiv U(r_1, r_2, \dots, r_N)$ -ն էլեկտրոնների էլեկտրաստատիկ փոխազդեցության և արտաքին էլեկտրական դաշտի հետ փոխազդեցության էներգիան,  $e > 0$ . գումարումը կատարվում է ըստ համակարգի բոլոր էլեկտրոնների:

Ենթադրենք, որ արտաքին մագնիսական դաշտը համասեռ և հաստատուն է, և վեկտոր-պոտենցիալն ընտրենք

$$A = \frac{1}{2} [H, r] \quad (3.2)$$

տեսքով, որտեղից, նկատի ունենալով  $H = \text{const}$  պայմանը, կատարանք՝

$$\begin{aligned} \text{rot} A &= \frac{1}{2} \text{rot} [H, r] = \frac{1}{2} \{ (r \nabla) H - (\nabla H) r + (\nabla r) H - (H \nabla) r \} = \\ &= \frac{1}{2} (H \text{div} r - H) = \frac{1}{2} (3H - H) = H, \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\text{div} A = \frac{1}{2} \text{div} [H, r] = \frac{1}{2} (r \cdot \text{rot} H - H \cdot \text{rot} r) = 0 : \quad (3.4)$$

Չեափոխենք (3.1) համիլտոնիանում կլինելիք էներգիայի օպերատորը.

$$\frac{1}{2m} \left( \hat{p}_k + \frac{e}{c} A_k \right)^2 = \frac{1}{2m} \left[ \hat{p}_k^2 + \frac{e}{c} (\hat{p}_k A_k + A_k \hat{p}_k) + \frac{e^2}{c^2} A_k^2 \right] =$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_k^2 - \frac{ie\hbar}{c} (\nabla_k A_k + A_k \nabla_k) + \frac{e^2}{c^2} A_k^2 : \quad (3.5)$$

Օգտվելով (3.4) պայմանից, կարող ենք գրել, որ

$$\begin{aligned} (\nabla_k A_k + A_k \nabla_k) \psi &= \nabla_k (A_k \psi) + A_k \nabla_k \psi = \psi (\nabla_k A_k) + \\ &+ 2A_k \nabla_k \psi \equiv \psi \operatorname{div} A_k + 2A_k \nabla_k \psi = 2A_k \nabla_k \psi, \end{aligned}$$

այսինքն՝  $A_k$  և  $\nabla_k$  օպերատորները կոմուտացվում են: Եթե մագնիսական դաշտն ուղղված է  $z$  առանցքով՝  $H \equiv H(0,0,H)$ , ապա

$$A_{kx} = -\frac{1}{2} H y_k, \quad A_{ky} = \frac{1}{2} H x_k, \quad A_{kz} = 0, \quad (3.6)$$

$$2A_k \nabla_k = 2 \left( A_{kx} \frac{\partial}{\partial x_k} + A_{ky} \frac{\partial}{\partial y_k} \right) = H \left( x_k \frac{\partial}{\partial y_k} - y_k \frac{\partial}{\partial x_k} \right), \quad (3.7)$$

$$A_k^2 = A_{kx}^2 + A_{ky}^2 = \frac{1}{4} H^2 (x_k^2 + y_k^2) : \quad (3.8)$$

(3.3)-(3.8) արտահայտությունների օգնությամբ Համիլտոնի (3.1) օպերատոր կներկայացվի

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_0 + \frac{e\hbar H}{2mc} (\hat{L}_z + 2\hat{S}_z) + \frac{e^2 H^2}{8mc^2} \sum_k (x_k^2 + y_k^2) \quad (3.9)$$

տեսքով, որտեղ  $\hat{\mathcal{H}}_0$ -ն համակարգի համիլտոնիանն է արտաքին դաշտի բացակայության դեպքում,  $\hbar \hat{L}_z$ -ը համակարգի էլեկտրոնների ուղեծրային շարժման մեխանիկական մոմենտի

$$\hbar \hat{L} = \sum_k [\mathbf{r}_k \cdot \hat{\mathbf{p}}_k] \quad (3.10)$$

օպերատորի  $z$  բաղադրիչն է, իսկ  $\hbar \hat{S}_z$ -ը՝ էլեկտրոնների սեփական մեխանիկական մոմենտի (սպինի)

$$\hbar \hat{S} = \sum_k \hat{\mathbf{S}}_k \quad (3.11)$$

օպերատորի  $z$  բաղադրիչը:

Այսպիսով, արտաքին մագնիսական դաշտն ազդում է և ուղեծրային, և սեփական շարժման վրա, ընդ որում այդ ազդեցությունը նկարագրվում է

$$\hat{\mathcal{H}}' = \frac{e\hbar H}{2mc} (\hat{L}_z + 2\hat{S}_z) + \frac{e^2 H^2}{8mc^2} \sum_k (x_k^2 + y_k^2) \quad (3.12)$$

օպերատորով:

Հետագա հաշվարկները կկատարենք, օգտվելով խոտորումների առ-  
ստությունից, քանի որ համաձայն ստորև արված զնախադասականների, ներ-  
կայումս ստացվող մագնիսական դաշտերում  $\hat{\mathcal{H}}'$ -ով պայմանավորված  
փոփոխությունը շատ անգամ փոքր է ատոմի զրգռման էներգիայից:

Խոտորումների առկայությամբ,  $n$ -րդ մակարդակի էներգիայի փոփոխու-  
թյունը  $H$ -ի II կարգի անդամների հաշվառումով, արվում է

$$\Delta E_n = \langle n | \hat{\mathcal{H}}' | n \rangle + \sum_{n \neq n'} \frac{|\langle n | \hat{\mathcal{H}}' | n' \rangle|^2}{E_n - E_{n'}} \quad (3.13)$$

արտահայտությամբ, որտեղ  $E_n$ -ը  $\hat{\mathcal{H}}_0$  օպերատորի սեփական արժեքն է:

Տեղադրելով այս բանաձևում  $\hat{\mathcal{H}}'$ -ի (3.12) արտահայտությունը, կստա-  
նանք՝

$$\begin{aligned} \Delta E_n = & \frac{e\hbar H}{2mc} \langle n | \hat{L}_z + 2\hat{S}_z | n \rangle + \frac{e^2 \hbar^2 H^2}{4m^2 c^2} \sum_{n \neq n'} \frac{|\langle n | \hat{L}_z + 2\hat{S}_z | n' \rangle|^2}{E_n - E_{n'}} + \\ & + \frac{e^2 H^2}{8mc^2} \langle n | \sum_k (x_k^2 + y_k^2) | n \rangle : \end{aligned} \quad (3.14)$$

Սա այն հիմնական արտահայտությունն է, որի միջոցով կատարվում է  
ատոմների, իոնների և մոլեկուլների ընկալունակության հաշվարկը: Այս  
բանաձևով կարելի է հաշվել նաև բյուրեղի մագնիսական ընկալունակու-  
թյունը, եթե այն կարող է ներկայացվել որպես թույլ դեֆորմացված ազատ  
ատոմների կամ իոնների հանրույթ:

Գնահատենք  $\Delta E_n$ -ի առանձին գումարելիների կարգը:

Եթե  $\langle n | \hat{L}_z + 2\hat{S}_z | n \rangle \neq 0$ , ապա այն միավորի կարգի է, հետևաբար՝

$$\frac{e\hbar}{2mc} H \langle n | \hat{L}_z + 2\hat{S}_z | n \rangle \sim \frac{e\hbar}{mc} H = \hbar \omega_c, \quad (3.15)$$

որը  $H \sim 10^5$  Գս դաշտում  $10^{-3}$  էՎ կարգի մեծություն է և զգալի փոքր է աստմի գրգռման էներգիայից, որը էՎ-երի կարգի մեծություն է:

Երկրորդ գումարելին համեմատական է

$$\frac{e^2 \hbar^2 H^2}{4m^2 c^2} \sum_{n \neq n'} \frac{1}{|E_n - E_{n'}|} \sim \frac{(\hbar \omega_c)^2}{\Delta} = \frac{\hbar \omega_c}{\Delta} \cdot \hbar \omega_c \quad (3.16)$$

մեծությամբ և շատ փոքր է առաջին գումարելուց, քանի որ աստմի գրգռման բնութագրական էներգիան  $|E_n - E_{n'}| \sim \Delta \gg \hbar \omega_c$ :

Վերջապես, նկատի ունենալով, որ  $\langle n | (x_k^2 + y_k^2) | n \rangle$  մեծությունը աստմի բնութագրական չափի՝  $a_0 = \hbar^2 / me^2$  մեծության քառակուսու կարգի է, և երրորդ գումարելու համար կստանանք՝

$$\begin{aligned} \frac{e^2 H^2}{8mc^2} \langle n | \sum_k (x_k^2 + y_k^2) | n \rangle &\sim O[\omega_c^2 m a_0^2] = O\left[\omega_c^2 m a_0 \cdot \frac{\hbar^2}{me^2}\right] \sim \\ &\sim (\hbar \omega_c)^2 \frac{1}{e^2/a_0} = \hbar \omega_c \cdot \frac{\hbar \omega_c}{e^2/a_0} \ll \hbar \omega_c, \end{aligned} \quad (3.17)$$

քանի որ  $e^2/a_0 \approx 271$  էՎ:

Քննարկենք տարբեր դեպքեր:

ա) Եթե բյուրեղը կազմված է փակ (լրացված) էլեկտրոնային քաղաճների ունեցող աստմներից կամ խոռներից, որոնց սպինը, ուղեծրային մոմենտը, ինչպես նաև լրիվ մոմենտը հավասար են զրոյի՝

$$\hat{L}_i |0\rangle = \hat{S}_i |0\rangle = \hat{J}_i |0\rangle = 0, \quad (3.18)$$

ապա հիմնական  $|0\rangle$  վիճակի էներգիայի  $\Delta E_0$  ուղղման մեջ զրոյից տարբեր է միայն (3.14) արտահայտության երրորդ գումարելին՝

$$\Delta E_0 = \frac{e^2 H^2}{8mc^2} \langle 0 | \sum_k (x_k^2 + y_k^2) | 0 \rangle = \frac{e^2 H^2}{12mc^2} \sum_k \langle 0 | R_k^2 | 0 \rangle, \quad (3.19)$$

որը ստանալիս օգտվեցինք փակ էլեկտրոնային քաղաճներով աստմի զնդային համաչափության հասկությունից հետևող (2.18) ուլայմանից:

Այժմ հաշվենք համակարգի մագնիսական ընկալունակությունը:

Աստմական  $E_n$  մակարդակների միջև զգալի (էՎ-երի կարգի) էներ-

գիական սուսրբկություն հետևանքով նրանց չեղմային զրգուման հավանականությունը գործնականորեն զրո է, ուստի կարելի է այն հաշվի չառնել, ինչը համարվեք է  $T = 0\text{K}$  ենթադրությանը: Այս պայմաններում համակարգի ազատ լներգիան հավասար է ներքին էներգիային, ուստի (2.31), (1.4) և (3.19) արտահայտությունների օգնությամբ կստանանք՝

$$\begin{aligned}\chi &= \frac{M}{H} = -\frac{1}{HV} \left( \frac{\partial F}{\partial H} \right)_{V,0} \equiv -\frac{1}{HV} \left[ \frac{\partial}{\partial H} (E_0 + \Delta E_0) \right]_{V,0} = \\ &= -\frac{1}{HV} \left( \frac{\partial \Delta E_0}{\partial H} \right)_{V,0} = -\frac{Ne^2}{6mc^2V} \sum_{k=1}^{\infty} \langle 0 | R_k^2 | 0 \rangle = -\frac{Ne^2 z}{6mc^2V} \langle R^2 \rangle,\end{aligned}\quad (3.20)$$

որտեղ  $N$ -ը համակարգի ատոմների քիվն է,  $z$ -ը՝ ատոմի կարգաթիվը (էլեկտրոնների քիվը ատոմում), իսկ  $\langle R^2 \rangle$ -ը տրվում է (2.20) բանաձևով: Այս արտահայտությունը ատոմական դիամագնիսականության՝ «դասականորեն» սաացված (2.21) արդյունքն է, որի միջոցով կարելի է հաշվել ինկրտ զագերի բյուրեղների, ինչպես նաև պարզ խոնային (օրինակ՝ հողալկալիական) բյուրեղների դիամագնիսական ընկալունակությունը, քանի որ քվարկված բյուրեղներում խոնների՝ բյուրեղական դաշտի ազդեցությամբ պայմանավորված դեֆորմացիան շատ փոքր է և կարող է անտեսվել:

բ) Դիտարկենք այն դեպքը, երբ պինդ մարմինը կազմված է մեկ չլքացված էլեկտրոնային թաղանթ ունեցող ատոմներից:

Եթե ատոմի լրիվ մոմենտը՝  $J = 0$ , սակայն  $L = S \neq 0$ , ինչը տեղի ունի հնարավոր տեղերի կեսից մեկով պակաս էլեկտրոններ պարունակող էլեկտրոնային թաղանթ ունեցող ատոմում (օրինակ՝  $d$ -թաղանթում ( $l = 2$ ) հնարավոր տեղերի թիվը հավասար է  $2 \cdot (2l + 1) = 10$ ,  $f$ -թաղանթում ( $l = 3$ )՝  $2 \cdot (2l + 1) = 14$ , ուստի  $d$  թաղանթ ունեցող ատոմում կունենանք  $10:2 - 1 = 4$ , օրինակ՝  $\text{Cr}^{2+}$ ,  $\text{Mn}^{3+}$ , իսկ  $f$  թաղանթ ունեցող ատոմում՝  $14:2 - 1 = 6$ , օրինակ՝  $\text{Eu}^{3+}$ ), ապա (3.14) արտահայտության առաջին գումարելին, որն ատոմի սեփական մագնիսական մոմենտի էներգիան է մագնիսական դաշտում, հավասար է զրոյի՝

$$\frac{e\hbar}{2mc} \langle n | \hat{L}_z + 2\hat{S}_z | n \rangle = \frac{e\hbar}{2mc} \langle 0 | \hat{L}_z + 2\hat{S}_z | 0 \rangle = 0, \quad (3.21)$$

ինչը պայմանավորված է  $J = 0$  վիճակի համաչափությամբ: Սակայն, ի տարբերություն լրացված էլեկտրոնային թաղանթով ատոմի, (3.14) արտահայտության  $\Pi$  գումարելին այժմ գրոյից տարբեր է, ուստի հիմնական վիճակի էներգիայի համար կստանանք՝

$$\Delta E_0 = -\frac{e^2 \hbar^2 H^2}{4m^2 c^2} \sum_{n \neq 0} \frac{|\langle 0 | \hat{L}_z + 2\hat{S}_z | n \rangle|^2}{E_n - E_0} + \frac{e^2 H^2}{8mc^2} \langle 0 | \sum_k (x_k^2 + y_k^2) | 0 \rangle, \quad (3.22)$$

որը տեղադրելով (3.20) բանաձևում, կստանանք  $N$  մասնիկներից կազմված համակարգի մագնիսական ընկալունակության արտահայտությունը՝

$$\chi = \frac{e^2 N}{2m^2 c^2 V} \sum_{n \neq 0} \frac{|\langle 0 | \hat{L}_z + 2\hat{S}_z | 0 \rangle|^2}{E_n - E_0} - \frac{e^2 N z}{6mc^2 V} \langle R^2 \rangle : \quad (3.23)$$

Քանի որ  $E_n - E_0 > 0$  ( $n \neq 0$ ) (հիմնական վիճակի էներգիան ամենափոքրն է), ապա առաջին անդամը միշտ դրական է, այսինքն՝ այն նսյաստում է մագնիսական մոմենտի՝ դաշտով ուղղվելուն և համապատասխանում է պարամագնիսականության առաջացմանը (վանՖրելյան կամ բեռոային պարամագնիսականություն):

զ) Այժմ քննարկենք այն դեպքը, երբ էլեկտրոնային թաղանթի լրիվ մոմենտը՝  $J \neq 0$ :

Կատարված գնահատումների համաձայն, (3.14) արտահայտության մեջ հիմնականը մագնիսական դաշտի շարվածությանը համեմատական առաջին գումարելին է, որը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$(\Delta E_n)_1 = \frac{e\hbar}{2mc} H(\bar{J}_z + \bar{S}_z) \equiv \mu_B H(\bar{J}_z + \bar{S}_z), \quad (3.24)$$

որտեղ

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc} = 0,923 \cdot 10^{-20} \text{ էրգ/Գս} \quad (3.25)$$

մեծությունը մագնիսական մոմենտի քվանտն է: Բորի մագնետոնը, իսկ հորիզոնական գծիկով նշված է համապատասխան օպերատորի քվանտամեխանիկական միջինը: Նկատի ունենալով, որ  $J_z$ -ը մագնիսական դաշտում շարժման ինտեգրալ է, նրա միջին արժեքի համար կարող ենք գրել՝

$\bar{J}_z = m_J$ , որտեղ  $m_J$ -ն  $\hat{J}_z$  օպերատորի սեփական արժեքն է:  $\bar{S}_z$  միջինը հաշվելու համար նախ գրենք  $\hat{S}$  օպերատորի պրոյեկցիան  $J$ -ի վրա՝

$$\hat{S}_J = \frac{(\hat{S} \cdot \hat{J})}{J} n_J \equiv \frac{(\hat{S} \cdot \hat{J})\hat{J}}{J^2}, \quad (3.26)$$

իսկ հետո՝ դաշտի ուղղության ( $z$  առանցքի) վրա՝

$$\bar{S}_z = \frac{(\hat{S} \cdot \hat{J})}{J^2} \bar{J}_z = \frac{m_J}{J^2} (\hat{S} \cdot \hat{J}) : \quad (3.27)$$

Տեղադրելով (3.27) արտահայտությունը (3.24)-ում, կստանանք՝

$$(\Delta E_n)_1 = \mu_B H \left( 1 + \frac{(\hat{S} \cdot \hat{J})}{J^2} \right) m_J : \quad (3.28)$$

$\hat{S} \cdot \hat{J}$  սկալյար արտադրյալը կորոշենք

$$\hat{L}^2 = (\hat{J} - \hat{S})^2 = \hat{J}^2 + \hat{S}^2 - 2\hat{J}\hat{S}$$

նույնությունից, որը միջինացնելուց հետո կստանանք՝

$$\overline{\hat{J}\hat{S}} \equiv \langle n | \hat{J}\hat{S} | n \rangle = \frac{1}{2} [J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)] : \quad (3.29)$$

Տեղադրելով այս արդյունքը (3.28) բանաձևում և կատարելով

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (3.30)$$

նշանակումը, որը հայտնի է որպես Լանդեի բազմապատկիչ,  $(\Delta E_n)_1$  էներգիան կարելի է ներկայացնել կրճատ ձևով՝

$$(\Delta E_n)_1 \equiv \Delta E_1 = \mu_B m_J g_J H, \quad (3.31)$$

որտեղ  $m_J = -J, -(J-1), \dots, (J-1), J$ , այսինքն՝ ընդունում է  $2J+1$  հատ արժեք: Այսպիսով,  $H=0$  դաշտում  $(2J+1)$ -պատիկությամբ այլասերված հիմնական վիճակը  $H \neq 0$  մագնիսական դաշտում ճեղքվում է առանձին վիճակների, որոնցից յուրաքանչյուրի էներգիան տրվում է (3.31) բանաձևով: Եթե (3.31) բանաձևը ներկայացնենք

$$\Delta E_1 = -\mu_J H \quad (3.32)$$

տեսքով, ապա

$$\mu_J = -\mu_B m_J g_J \quad (3.33)$$

մեծությունն իրենից կներկայացնի ատոմի էլեկտրոնային թաղանթի մագնիսական մոմենտը, ընդ որում  $(-)$  նշանը արտահայտում է այն փաստը, որ մագնիսական մոմենտն ուղղված է  $\hbar m_J$  մեխանիկական մոմենտին հակառակ (տես (2.11) առնչությունը):

(3.14) և (3.22) բանաձևերի արտածման ժամանակ ենթադրվել է, որ հիմնական և առաջին գրգռված մուլտիպլետի միջև էներգիական հեռավորությունը՝

$$E_{L'SJ'} - E_{LSJ} \gg k_B T, \quad (3.34)$$

երբ ազատ էներգիայի մեծ հիմնական ներդրումը սալիս ևն հիմնական մուլտիպլետի  $(2J + 1)$  հատ վիճակները: Մյուս կողմից, հիմնական վիճակի այլասերման հետևանքով մագնիսական դաշտում նույն մուլտիպլետին պատկանող մակարդակների միջև

$$\left| (\Delta E_1)_{m_J, m_J \pm 1} \right| = \mu_B g_J H \quad (3.35)$$

էներգիական հեռավորությունը կարող է զգալի փոքր լինել  $k_B T$  էներգիայից: Եթե մտցնենք բնութագրական

$$T_0 = \frac{\mu_B g_J H}{k_B} \quad (3.36)$$

ջերմաստիճանը, ապա  $T \gg T_0$  պայմանը  $H \sim 10^4$  Գս դաշտերում տեղի ունի, սկսած տասնյակ կելվիններից:

Այս պայմաններում մագնիսական ընկալունակությունը հաշվարկելիս անհրաժեշտ է հաշվի առնել էներգիական մակարդակների ջերմային գրգռման հնարավորությունը և օգտվել  $F$  ազատ էներգիայի (բայց ոչ ներքին էներգիայի) արտահայտությունից:

#### §4. Ազատ էլեկտրոնների ուղեծրային դիամագնիսականությունը

Համաձայն Բորի և Վան-Լեևենի թեորեմի, դասական լիցքերի համակարգի, այդ թվում և էլեկտրոնային գազի, մագնիսական ընկալունակությու-

նր հավասար է զրոյի: Հասկանալի է, որ դասական բննարկման դեպքում բացակայում է լիցքի սեփական մագնիսական մոմենտի զաղափարը, ուստի խոսքը վերաբերվում է ուղեծրային շարժումով պայմանավորված մագնիսականությանը:

Դասական համակարգի էներգիայի անկախությունը մագնիսական դաշտի լարվածությունից հետևանք է այն փաստի, որ շարժվող լիցքի վրա դաշտի կողմից սպորտը Լորենցի ուժն աշխատանք չի կատարում՝

$$\delta A = F_L \delta r = -\frac{e}{c} ([\mathbf{v}, \mathbf{H}] \mathbf{v}) \delta t = 0, \quad (4.1)$$

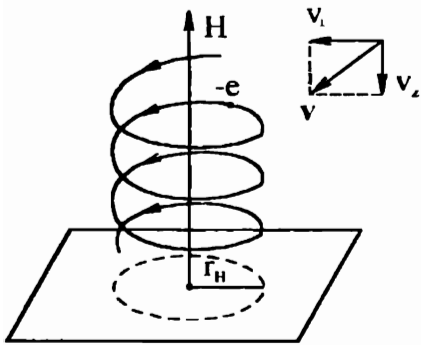
որի հետևանքով էլեկտրոնների հավասարակշռական բաշխման ֆունկցիան մագնիսական դաշտում չի փոփոխվում:

Այլ է իրադրությունը քվանտային դիսարկման դեպքում: Մագնիսական դաշտում, դաշտին ուղղահայաց հարթության մեջ էլեկտրոնի շարժման տիրույթը սահմանավակվում է շրջանագծով, որի շառավիղը՝

$$r_H = \frac{v_{\perp}}{\omega_H} = \frac{p_{\perp}}{m\omega_H}, \quad (4.2)$$

որտեղ  $v_{\perp}$ -ն ( $p_{\perp}$ -ն) էլեկտրոնի արագության (իմպուլսի) բաղադրիչն է դաշտի  $\mathbf{H}$  վեկտորին ուղղահայաց հարթության մեջ (նկ. IX.4), իսկ

$$\omega_H = \frac{eH}{mc} \quad (4.3)$$



Նկ. IX.4

մեծությունը էլեկտրոնի շրջանային հաճախությունն է:

Ուղղահայաց հարթության մեջ շարժման սահմանավակվման հետևանքով էլեկտրոնի էներգիան քվանտանում է, և այն կարելի է գնահատել անորոշությունների առնչության օգնությամբ, որի համաձայն

$$\Delta r \cdot \Delta p \geq \hbar :$$

Կոորդինատի  $\Delta r$  անորոշությունը էլեկտրոնի տեղայնացման տիրույթի չափերի կարգի է՝  $\Delta r \sim r_H$ ,  $\Delta p \sim p_{\perp}$ , ուստի անորոշությունների առնչությունից և (4.2) բանաձևից կստանանք՝

$$r_H \cdot p_{\perp} = \frac{p_{\perp}}{m\omega_H} \cdot p_{\perp} = \frac{p_{\perp}^2}{m\omega_H} \geq \hbar$$

կամ

$$\varepsilon_{\perp} = \frac{p_{\perp}^2}{2m} \geq \frac{\hbar\omega_H}{2} \sim H : \quad (4.4)$$

Մագնիսական դաշտի ուղղությամբ էլեկտրոնի արագությունը  $v_z = \text{const}$ , ուստի էլեկտրոնի էներգիան, դաշտի լարվածությունից կախված, աճում է գծային օրենքով, որի հետևանքով էլեկտրոնային զազրկումենա էլեկտրոնների ուղեծրային շարժումով պայմանավորված դիամագնիսականություն:

Այժմ ստանանք էլեկտրոնային զազլի ուղեծրային դիամագնիսական ընկալունակության արտահայտությունը քվանտային սեռության շրջանակներում (Լ.Գ.Լանդաու, 1930թ.):

$N$  էլեկտրոններից կազմված իդեալական էլեկտրոնային զազրկումում է  $z$  առանցքով ուղղված համասեռ հաստատուն  $H(0,0,H)$  մագնիսական դաշտում, որը նկարագրվում է  $A(0,Hx,0)$  վեկտոր-պոտենցիալով: Էլեկտրոնի համար Շրեդինգերի հավասարումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\left[ \frac{1}{2m} \hat{p}_x^2 + \frac{1}{2m} \left( \hat{p}_y + \frac{e}{c} Hx \right)^2 + \frac{1}{2m} \hat{p}_z^2 \right] \psi(x,y,z) = \varepsilon \psi(x,y,z) : \quad (4.5)$$

Ձախ մասում գրված Համիլտոնի օպերատորը բացահայտ ձևով չի պարունակում  $y$  և  $z$  կոորդինատները, ուստի  $\hat{p}_y$ -ը և  $\hat{p}_z$ -ը կամուսացվում են համիլտոնիանի հետ, այսինքն՝ նրանց սեփական արժեքները պահպանվում են: Ուրեմն, (4.5) հավասարման լուծումները կարելի է ներկայացնել

$$\psi(x,y,z) = \exp\{i(yk_y + zk_z)\} u(x) \quad (4.6)$$

տեսքով, որտեղ  $k_y = p_y/\hbar$ ,  $k_z = p_z/\hbar$  մեծություններն ալիքային վեկտորի  $y$  և  $z$  բաղադրիչներն են, իսկ  $u(x)$  ֆունկցիան որոշվում է (4.6) արտահայտությունը (4.5) հավասարման մեջ տեղադրելուց հետո ստացվող

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{m\omega_H^2 (x-x_0)^2}{2} \right] u(x) = \varepsilon' u(x) \quad (4.7)$$

հավասարումից, որտեղ կատարված են հետևյալ նշանակումները՝

$$x_0 = -\frac{c\hbar}{eH} k_y = -\frac{\hbar k_y}{m\omega_H} = -\frac{v_y}{\omega_H}, \quad \varepsilon' = \varepsilon - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} : \quad (4.8)$$

(4.7) հավասարումը միաչափ, ներդաշնակ տատանակի Շրեդինգերի հավասարումն է, որի սեփական արժեքները ստանում են

$$\varepsilon'_n \equiv \varepsilon_n = \hbar\omega_H \left( n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.9)$$

բանաձևով (Լանդաուի մակարդակներ), իսկ սեփական ֆունկցիաներն արտահայտվում են Էրմիտի  $H_n$  բազմանդամների միջոցով՝

$$u_0(x - x_0) = \frac{1}{(\pi\lambda_H)^{1/2}} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} \exp\left[-\frac{(x - x_0)^2}{2\lambda_H^2}\right] \cdot H_n\left(\frac{x - x_0}{\lambda_H}\right), \quad (4.10)$$

որտեղ

$$\lambda_H = \left( \frac{c\hbar}{eH} \right)^{1/2} = \left( \frac{\hbar}{m\omega_H} \right)^{1/2} \quad (4.11)$$

մեծությունը մագնիսական երկարությունն է, որը բնութագրում է  $x_0$  կետի շուրջ էլեկտրոնի տեղայնացման տիրույթի գծային չափերը:

Համաձայն (4.6) և (4.10) բանաձևերի, էլեկտրոնի վիճակը մագնիսական դաշտում որոշվում է  $k_y$ ,  $k_z$  և  $n$  քվանտային թվերով (առանց սպինային վիճակի հաշվառման), իսկ էլեկտրոնի էներգիան, համաձայն (4.8) և (4.9) բանաձևերի, ստանում է

$$\varepsilon_{n,k_z} = \hbar\omega_H \left( n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \equiv \varepsilon_n + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \quad (4.12)$$

արտահայտությամբ և կախված է միայն երկու՝  $n$  և  $k_z$  քվանտային թվերից: Այսպիսով, տեղի ունի էներգիական մակարդակների այլասերում ըստ  $k_y$  քվանտային թվի՝ բոլոր քվանտային վիճակներում, որոնք իրարից տարբերվում են միայն  $k_y$ -ով, էլեկտրոնն ունի միևնույն էներգիան: Այլասերման պատճառը համասեռ մագնիսական դաշտում ներդաշնակ տատանակի էներգիայի անկախությունն է տատանակի կենտրոնի  $x_0$  կոորդինատից,

այսինքն՝  $k_y$ -ից:

Էներգիայի (4.12) և ազատ էլեկտրոնի էներգիայի

$$\varepsilon_{k_x, k_y, k_z} = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \equiv \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \quad (4.13)$$

արտահայտությունների համեմատությունից հետևում է, որ մագնիսական դաշտը բերում է  $H$ -ին ուղղահայաց (տվյալ դեպքում՝  $xy$ ) հարթության մեջ էլեկտրոնի շարժման քվանտացման:

$$\varepsilon_{\perp} = \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m} \rightarrow \varepsilon_n = \hbar \omega_H \left( n + \frac{1}{2} \right), \quad (4.14)$$

իսկ  $H$ -ի ուղղությամբ էլեկտրոնի էներգիան մնում է անփոփոխ:

Այժմ պարզենք  $\varepsilon_{n, k_z}$  մակարդակի այլասերման պատիկությունը, այսինքն՝ որոշենք, թե քանի տարբեր արժեք կարող է ընդունել  $k_y$  բաղադրիչը:

Ենթադրենք, էլեկտրոնը գտնվում է  $L_x$ ,  $L_y$  և  $L_z$  կողերով մի գուգահեռանիստում: Մագնիսական դաշտում էլեկտրոնը տատանվում է  $x_0$  կենտրոնի շուրջ, որը պատկանում է  $L_x$  կողին, այսինքն՝

$$0 \leq |x_0| \leq L_x, \quad (4.15)$$

կամ, եթե նկատի ունենանք  $x_0$ -ի (4.8) նշանակումը՝

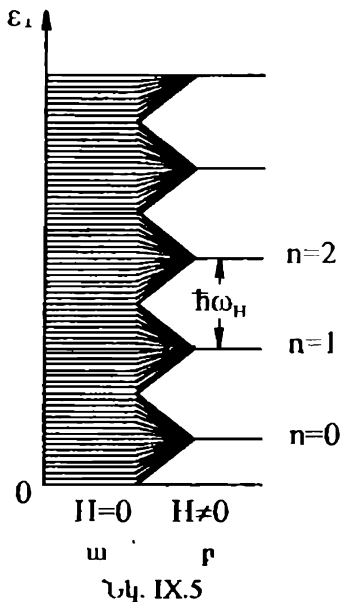
$$0 \leq k_y \leq \frac{eH}{c\hbar} L_x: \quad (4.16)$$

Քանի որ  $k_y$ -ն ընդունում է քվադիանրնդիատ արժեքներ, որոնց միջև հեռավորությունը՝  $\Delta k_y = 2\pi/L_y$ , ապա  $eHL_x/c\hbar$  մեծությամբ տիրույթում  $k_y$ -ի ընդունած տարբեր արժեքների թիվը՝

$$g_n = \frac{(eHL_x/c\hbar)}{2\pi/L_y} = \frac{L_x L_y}{2\pi} \frac{eH}{c\hbar} = \frac{S}{2\pi\lambda_H^2}, \quad (4.17)$$

որտեղ  $S = L_x L_y$ -ը համակարգի մակերեսն է մագնիսական դաշտին ուղղահայաց հարթության մեջ:  $S_1 = \pi\lambda_H^2$  մեծությունը էլեկտրոնի տեղայնացման տիրույթի մակերեսն է, որտեղ կարող է գտնվել երկու էլեկտրոն՝ հակառակ

սսվնկտվ, ուստի  $S/S_1$  հարաբերությունը սույնս է  $x_0$ , կոորդինատի, այսինքն  $k_y$ -ի, տարրեր արժեքների լրիվ քիվը: Հարկ է նշել նաև, որ  $g_n$ -ը



Նկ. IX.5

կախված է  $n$ -ից, այսինքն՝ մագնիսական դաշտում բոլոր էներգիական մակարդակներն ունեն այլասերման միևնույն պատիկությունը, որը, համաձայն (4.17) արտահայտության, համեմատական է մագնիսական դաշտի լարվածությանը: Նկ. IX.5-ում պատկերված են ազատ էլեկտրոնի քվազիդիսկրետ  $\varepsilon_1$  սպեկտրը (ա) և Լանդաուի մակարդակները (բ):

Այլասերման պատիկության (4.17) արտահայտությունը կարելի է ստանալ նաև այլ եղանակով, ելնելով վիճակների քվի հասկացությունից:

$H = 0$  դեպքում վիճակների քիվը  $dk_x dk_y$  ափրություն (առանց սպինի հաշվառման)՝

$$dg = \frac{dk_x}{2\pi/L_x} \cdot \frac{dk_y}{2\pi/L_y} = \frac{L_x L_y}{(2\pi)^2} dk_x dk_y = \frac{S}{2\pi} k_1 dk_1 = \frac{Sm}{2\pi\hbar^2} d\varepsilon_1 : (4.18)$$

$H \neq 0$  դեպքում  $xy$  հարթության մեջ շարժման քվանտացման հետևանքով  $\varepsilon_1$ -ի ամենավոքը հնարավոր վոլիտությունը, ըստ (4.14) արտահայտության, հավասար է  $(\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n)$ -ի, ուստի

$$g = \int_{\varepsilon_n}^{\varepsilon_{n+1}} \frac{Sm}{2\pi\hbar^2} d\varepsilon_1 = \frac{Sm}{2\pi\hbar^2} (\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n) = \frac{Sm\omega_H}{2\pi\hbar} = \frac{S}{2\pi\lambda_H^2} : (4.19)$$

$N$  էլեկտրոններից բաղկացած համակարգի թերմոդինամիկական բնութագրերը որոշելու համար անհրաժեշտ է հաշվարկել համակարգի վիճակագրական գումարը: Դիտարկելով էլեկտրոնների համակարգը որպես իդեալական գազ, որը նկարագրվում է բուլցմանյան վիճակագրությամբ, կարող ենք գրել, որ

$$Z = \frac{1}{N!} z_1^N, \quad (4.20)$$

որտեղ  $z_1$ -ը մեկ Լիկատրոնի վիճակագրական գումարն է՝

$$z_1 = \sum_{(i)} \exp\left(-\frac{\varepsilon_{(i)}}{k_B T}\right): \quad (4.21)$$

Բնականաբար թվերի հավաքածուն  $(i) \equiv (n, k_z, k_y, s_z)$ , որտեղ  $s_z$  սպինային քվանտային թիվն ընդունում է Երկու արժեք, միարժեքորեն որոշում է Լիկատրոնի վիճակը: Քանի որ Լիկատրոնի էներգիան մագնիսական դաշտում ըստ (4.12) բաժանված է միայն  $n$ -ից և  $k_z$ -ից, ապա կատարելով գումարում ըստ  $k_y$ -ի և  $s_z$ -ի,  $z_1$ -ը կարող ենք ներկայացնել

$$z_1 = \sum_{n, s_z} \exp\left[-\frac{\varepsilon_{n, k_z}}{k_B T}\right] = 2g \cdot \frac{I_z}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \sum_{n=0}^{\infty} \exp\left[-\frac{\hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right) + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}}{k_B T}\right] \quad (4.22)$$

տեսքով, որտեղ ըստ թվագիանրնդիասի  $k_z$  փոփոխականի կատարվել է անցում գումարից՝ ինտեգրալի:

Ըստ  $n$ -ի անվերջ երկրաչափական պրոգրեսիայի գումարը՝

$$\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left[-\frac{\hbar\omega_H}{k_B T} \left(n + \frac{1}{2}\right)\right] = \frac{\exp(-\hbar\omega_H/2k_B T)}{1 - \exp(-\hbar\omega_H/k_B T)} = \left(2\operatorname{sh} \frac{\hbar\omega_H}{k_B T}\right)^{-1}, \quad (4.23)$$

իսկ ըստ  $k_z$ -ի ինտեգրալը՝

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{\hbar^2 k_z^2}{2mk_B T}\right) dk_z = \left(\frac{2\pi mk_B T}{\hbar^2}\right)^{1/2}: \quad (4.24)$$

Նպատակահարմար է մահ  $\hbar\omega_H$ -ը ներկայացնել հետևյալ կերպ՝

$$\hbar\omega_H = \hbar \cdot \frac{eH}{mc} = \frac{e\hbar}{mc} \cdot 2H = 2\mu_B H: \quad (4.25)$$

(4.17), (4.23)-(4.25) բանաձևերի օգնությամբ  $z_1$ -ի համար ստացվում է հետևյալ վերջնական արտահայտությունը՝

$$z_1 = \frac{SeHL_z(2\pi mk_B T)^{1/2}}{4\pi^2 \hbar^2 c \operatorname{sh}\left(\frac{\mu_B H}{k_B T}\right)} = V \left(\frac{mk_B T}{2\pi \hbar^2}\right)^{3/2} \cdot \frac{\frac{\mu_B H}{k_B T}}{\operatorname{sh}\left(\frac{\mu_B H}{k_B T}\right)}, \quad (4.26)$$

որտեղ  $V = SL_z = L_x L_y L_z$ -ը համակարգի ծավալն է: Օգտվելով համակարգի ազատ էներգիայի, վիճակագրական գումարի և մագնիսացվածության միջև (2.31) կապից, կստանանք՝

$$\begin{aligned} M &= -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial F}{\partial H} \right)_{T,V} = \frac{k_B T}{V} \frac{\partial}{\partial H} \ln Z = \\ &= \frac{N\mu_B}{V} \left( \frac{k_B T}{\mu_B H} - \operatorname{cth} \frac{\mu_B H}{k_B T} \right) = -n\mu_B L \left( \frac{\mu_B H}{k_B T} \right). \end{aligned} \quad (4.27)$$

որտեղ  $n$ -ը էլեկտրոնների կոնցենտրացիան է, իսկ

$$L(x) = \operatorname{cht} x - \frac{1}{x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} - \frac{1}{x} \quad (4.28)$$

արտահայտությունը  $L$  անժրվենի ֆունկցիան է:

Ուսումնասիրենք մագնիսացվածության վարքը տարբեր սահմանային դեպքերում:

1. «Թույլ» մագնիսական դաշտեր («բարձր» ջերմաստիճաններ)

$$x = \frac{\mu_B H}{k_B T} \ll 1: \quad (4.29)$$

Նկատի ունենալով  $x \ll 1$  արժեքների համար  $L(x)$  ֆունկցիայի վերլուծությունը՝

$$L(x) \approx \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + O(x^5), \quad (4.30)$$

մագնիսական ընկալունակության համար կստանանք՝

$$\chi = \frac{M}{H} = -n\mu_B \frac{\mu_B}{3k_B T} = -\frac{n\mu_B^2}{3k_B T}, \quad (4.31)$$

որից հետևում է էլեկտրոնային գազի՝ ուղեծրային շարժումով պայմանավորված դիամագնիսականությունը:

2. «Ուժեղ» մագնիսական դաշտեր («ցածր» ջերմաստիճաններ)

$$x = \frac{\mu_B H}{k_B T} \gg 1 : \quad (4.32)$$

Այս դեպքում  $L(x)$  ֆունկցիայի վերլուծությունը տրվում է

$$L(x) \approx 1 - \frac{1}{x} + O(e^{-2x}) \quad (4.33)$$

արտահայտությամբ, ուստի մագնիսացվածության համար ստանում ենք՝

$$M \approx -n\mu : \quad (4.34)$$

$T \rightarrow 0K$  դեպքում, ըստ (4.31) բանաձևի,  $|\chi| \rightarrow \infty$ , ինչը հակասում է փորձին: Պատճառն այն է, որ (4.31) արտահայտությունն արտաձեղիս օգտվեցինք բուցմանյան վիճակագրությունից, որն ակնհայտորեն խախտվում է ցածր ջերմաստիճաններում: Այնուամենայնիվ, (4.31) արտահայտությունից կարելի է ստանալ էլեկտրոնային զազի դիամագնիսական ընկալունակության ճիշտ արտահայտություն, եթե էլեկտրոնների լրիվ  $n$  կոնցենտրացիան փոխարինենք Ֆերմիի մակերևույթի մոտ  $k_B T$  լայնությամբ շերտում գտնվող և իրենց «դասականորեն» պահող էլեկտրոնների  $n_T$  կոնցենտրացիայով (VII.3.28)՝

$$n_T = k_B T g(\varepsilon_F) = \frac{3n k_B T}{2\varepsilon_F} : \quad (4.35)$$

(4.31) արտահայտության մեջ կատարելով անցում  $n$ -ից  $n_T$ -ին, կստանանք էլեկտրոնային զազի ուղեծրային դիամագնիսականության արտահայտությունը (Լ.Լանդաու)

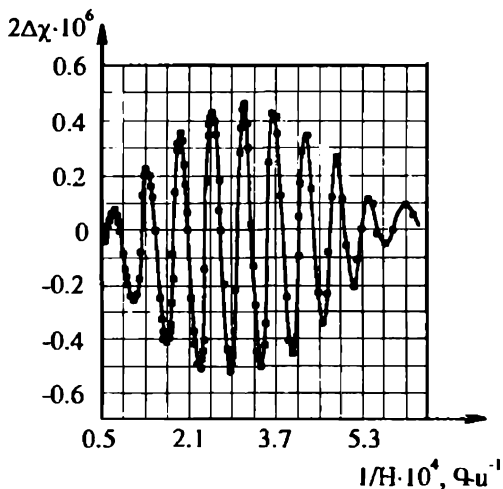
$$\chi = -\frac{n_T \mu_B^2}{3k_B T} = -\frac{n \mu_B^2}{3\varepsilon_F} = -\frac{m \mu_B^2}{\hbar^2 (3\pi^2)^{2/3}} n^{1/3} , \quad (4.36)$$

որը կախված է միայն էլեկտրոնային զազի կոնցենտրացիայից:

Մագնիսական դաշտում գտնվող իդեալական էլեկտրոնային զազի թերմոդինամիկական մեծությունների ճշգրիտ հաշվարկը կատարվում է Ֆերմի-Դիրակի վիճակագրության շրջանակներում, ընդ որում ազատ էներգիայի համար ստացվում է հետևյալ արտահայտությունը (առանց սպինի հաշվառման)

$$F = N\mu - \frac{VeHk_B T}{2\pi^2 \hbar} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \ln \left\{ 1 + \exp \frac{1}{k_B T} \left[ \mu - 2\mu_B H \left( n + \frac{1}{2} \right) - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \right] \right\} dk_z, \quad (4.37)$$

որտեղ  $\mu \equiv \mu(T, V, N)$  ֆունկցիան համակարգի քիմպոտենցիալն է: Այս արտահայտության հաշվարկը կապված է զգալի մաթեմատիկական դժվարությունների հետ, սակայն բերում է կարևորագույն արդյունքի, որի համաձայն բոլոր թերմոդինամիկական մեծություններն ըստ  $1/H$ -ի պարբերական ֆունկցիաներ են, ինչն առավելապես արտահայտվում է ուժեղ մագնիսական յաշտերում և ցածր ջերմաստիճաններում, երբ  $\mu_B H \gg k_B T$ : Մասնավորապես, մագնիսական դաշտը մոնոտոն փոփոխելիս էլեկտրոնային զազի դիամագնիսական մոմենտի պարբերական փոփոխությունը հայտնի է որպես Դե-Հաագ-Վան-Ալֆենի երևույթ և առաջին անգամ դիտ-



Նկ. IX.6

վել է բիսմութում (Bi) 1930թ.: Նկ. IX.6-ում արված է ընկալունակության՝  $(1/H)$ -ից կախման փորձարարական կորը ցիկլի համար  $T = 4,2 \text{ K}$  ջերմաստիճանում. օրդինատների առանցքի վրա տեղադրված է  $z$  և  $x$  (կամ  $y$ ) առանցքների ուղղությամբ  $Zn$ -ի միաբյուրեղի մագնիսական ընկալունակությունների  $\Delta\chi = \chi_z - \chi_x$  տարբերությունը:

Թերմոդինամիկական մեծությունների՝ ըստ  $1/H$ -ի

պարբերական վարքը մագնիսական դաշտում որակապես կարելի է բացատրել հետևյալ դատողությունների օգնությամբ:

$T = 0 \text{ K}$ -ում Ֆերմիի մակարդակից ներքև ընկած բոլոր մակարդակները զբաղեցված են, իսկ նրանից վեր՝ բոլորն ազատ (Նկ. IX.7): Էլեկտրոնային զազի  $n \sim 10^{22} \div 10^{23} \text{ սմ}^{-3}$  կոնցենտրացիաների դեպքում Ֆերմիի էներ-

գիան մի քանի էՎ-ի կարգի մեծություն է (Աղյուսակ VII.1), ուստի լրացված էներգիական մակարդակների թիվը՝

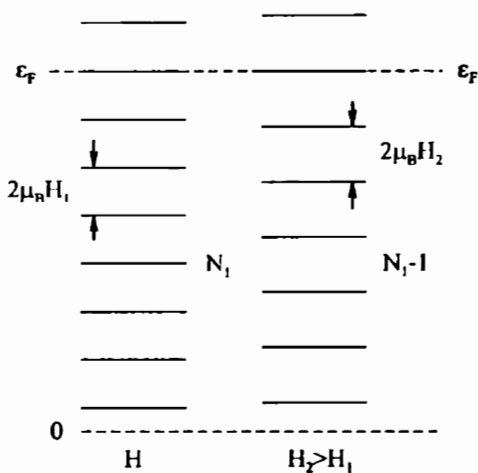
$$N_1 = \frac{\epsilon_F}{2\mu_B H} \sim \frac{10^{-12}}{10^{-20} H} \sim \frac{10^8}{H} \sim 10^3 \div 10^4 \quad (4.38)$$

կարգի մեծություն է անգամ  $H \sim 10^4 \div 10^5$  Գս դաշտերում:

Երբ մագնիսական դաշտի լարվածությունն աճում է, ապա մեծանում է Լանդաուի մակարդակների միջև  $2\mu_B H$  հեռավորությունը, և  $H$ -ի որոշակի արժեքի դեպքում լրացված մակարդակներից ամենավերինը հավասարվում և անցնում է Ֆերմիի մակարդակը: Դրանից հետո էներգիական մակարդակների բաշխումը կլինի նման նախկին բաշխմանը, միայն այն տարբերությամբ, որ այժմ Ֆերմիի մակարդակից ներքև կա  $N_1 - 1$  մակարդակ (նկ. IX.7): Քանի որ (4.38) գնահատման համաձայն  $N_1 \gg 1$ , ապա այդ տարբերությունը գործնականորեն աննշան է, այդ իսկ պատճառով նոր, ավելի մեծ մագնիսական դաշտում համակարգի վիճակը կլինի լիովին համարժեք հին վիճակին, որն էլ նշանակում է պարբերական կախում մագնիսական դաշտի լարվածությունից:

Որոշենք թերմոդինամիկական ֆունկցիաների փոփոխման պարբերությունը: Մագնիսական դաշտի լարվածության մեծացման հետ, ըստ (4.17) բանաձևի, մեծանում է յուրաքանչյուր էներգիական մակարդակում տեղերի թիվը: Այդ տեղերը զբաղեցվում են ամենավերին մակարդակից դեպի ստորինները գնացող էլեկտրոններով, երբ վերջինս անցնում է Ֆերմիի մակարդակը: Քանի որ համակարգում էլեկտրոնների թիվը կախված չէ դաշտի լարվածությունից, ապա

$$N = N_1 g_1 = (N_1 - 1) g_2 = \text{const} : \quad (4.39)$$



Նկ. IX.7

Օգտվելով (4.17) և (4.38) արտահայտություններից, (4.39) պայմանից կստանանք

$$\frac{\varepsilon_F}{2\mu_B H_1} H_1 = \left( \frac{\varepsilon_F}{2\mu_B H_1} - 1 \right) H_2, \quad (4.40)$$

որտեղից հետևում է

$$\Delta \left( \frac{1}{H} \right) \equiv \frac{1}{H_1} - \frac{1}{H_2} = \frac{2\mu_B}{\varepsilon_F} \quad (4.41)$$

արտահայտությունը: Այն թերմոդինամիկական ֆունկցիաների փոփոխման պարբերությունն է ըստ  $1/H$  փոփոխականի և գործնականորեն հաստատուն մեծություն է:  $\Delta(1/H)$ -ի միջոցով կարելի է արտահայտել նաև ըստ  $H$ -ի փոփոխման պարբերությունը:

$$\Delta H \equiv H_2 - H_1 = H_1^2 \Delta \left( \frac{1}{H} \right) = H_1^2 \frac{2\mu_B}{\varepsilon_F}, \quad (4.42)$$

որն, ի սարքերություն  $\Delta(1/H)$  պարբերության, փոփոխվող մեծություն է:

## §5. Ատոմների և իոնների պարամագնիսականությունը:

### Կյուրիի օրենքը

Եթե ասումի (իոնի) կամ մոլեկուլի սեփական մագնիսական մոմենտը զրոյից տարբեր է, ապա այդպիսի մասնիկներից կազմված նյութը կլինի պարամագնիսական: Մասնավորապես, զրոյից տարբեր մագնիսական մոմենտ ունեն չլրացված էլեկտրոնային թաղանթում կենսա թվով էլեկտրոն պարտմակող աստմները (օրինակ՝ ալկալիական մետաղները), քանի որ էլեկտրոնների գումարային սպինը, որը կիսամբողջ ( $\hbar$  միավորներով) մեծություն է, չի կարող համակշռվել ուղեծրային մոմենտով, որը միշտ ամբողջ է: Պարամագնիսականությամբ կարող են օժտված լինել նաև գույգ թվով էլեկտրոններ ունեցող աստմները կամ մոլեկուլները:

Արտաքին մագնիսական դաշտի բացակայությամբ մակրոմարմնի մագնիսացվածությունը հավասար է զրոյի, քանի որ ջերմային շարժման հետևանքով մասնիկների մագնիսական մոմենտներն ուղղված են պատահական ձևով, բոլոր հնարավոր ուղղություններով: Սակայն մագնիսական

դաշտի աճին զուգընթաց բոլոր մասնիկների մագնիսական մոմենտները ձևք են բերում դաշտի ուղղությամբ բաղադրիչներ, որոնք, գումարվելով, տալիս են զրոյից տարբեր մագնիսացվածություն:

Ծանոթանանք նախ պարամագնիսականության դասական տեսությանը (Պ.Լ.անժըվեն):

Դիտարկենք  $\mu$  մագնիսական մոմենտների իդեալական գազ, որը գտնվում է  $H$  մագնիսական դաշտում:  $\mu$  մոմենտի պոտենցիալ էներգիան տրվում է

$$W = -\mu H = -\mu_z H = -\mu H \cos \theta \quad (5.1)$$

բանաձևով, որտեղ  $\mu_z$ -ը մագնիսական մոմենտի պրոյեկցիան է դաշտի ուղղությամբ,  $\theta$ -ն՝  $\mu$  և  $H$  վեկտորների կազմած անկյունը:

Հավանականությունն այն բանի, որ  $\mu$  վեկտորը գտնվում է  $(\theta, \varphi)$  ուղղության շուրջ  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$  մարմնային անկյան մեջ, տրվում է Բոլցմանի բաշխման ֆունկցիայով՝

$$f(\theta, \varphi) d\Omega = A \exp\left(-\frac{W}{k_B T}\right) d\Omega = A \exp\left(\frac{\mu H \cos \theta}{k_B T}\right) d\Omega, \quad (5.2)$$

իսկ նորմավորման  $A$  հաստատունը արտահայտվում է մեկ մասնիկի վիճակագրական ինտեգրալի՝  $H$ -ից կախված մասի միջոցով՝

$$\frac{1}{A} = z_1(H, T) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \theta d\theta \cdot \exp\left(\frac{\mu H}{k_B T} \cos \theta\right) = \frac{4\pi k_B T}{\mu H} \operatorname{sh} \frac{\mu H}{k_B T} : \quad (5.3)$$

Վիճակագրական գումարի մնացած մասը կախված է համակարգի ծավալից և ֆերմաստիճանից և մագնիսացվածությունը հաշվելիս դեր չի խաղում (կարելի է ենթադրել, որ  $\mu$  մոմենտը գտնված է և միայն կարող է պտտվել սևեռված կենտրոնի շուրջ՝ բոլոր ուղղություններով):

$N$  մագնիսական մոմենտների համակարգի ազատ էներգիայի՝  $H$ -ից կախված մասն արտահայտվում է  $z_1$ -ի միջոցով՝

$$F(H, T) = -Nk_B T \ln z_1(H, T) = -Nk_B T \ln \left( \frac{4\pi k_B T}{\mu H} \operatorname{sh} \frac{\mu H}{k_B T} \right) : \quad (5.4)$$

բանաձևով, որը տեղադրելով (2.31) արտահայտության մեջ, մագնիսացվածության համար կստանանք՝

$$M = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial F}{\partial H} \right)_{T,V} = n\mu \left( \operatorname{ch} \frac{\mu H}{k_B T} - \frac{k_B T}{\mu H} \right) \equiv n\mu L \left( \frac{\mu H}{k_B T} \right), \quad (5.5)$$

որտեղ  $n$ -ը մագնիսական մոմենտների կոնցենտրացիան է:

(5.5) արտահայտությունը նկարագրում է մագնիսացվածության ջերմաստիճանային և մագնիսական դաշտի լարվածությունից ունեցած կախումներն ընդհանուր դեպքում:

Ուսումնասիրենք մագնիսացվածության վարքը տարբեր սահմանային դեպքերում:

1. «Ռոմեդ» մագնիսական դաշտեր («ցածր» ջերմաստիճաններ)՝

$$x = \frac{\mu H}{k_B T} \gg 1: \quad (5.6)$$

Օգտվելով  $L(x)$  ֆունկցիայի (4.33) վերլուծությունից, մագնիսացվածության համար ստանում ենք

$$M \approx n\mu \quad (5.7)$$

արտահայտությունը, ըստ որի բոլոր մագնիսական մոմենտներն ուղղված են դաշտի ուղղությամբ, այսինքն՝ տեղի ունի հազեցում՝ մագնիսացվածությունը կախված չէ ոչ դաշտի լարվածությունից, ոչ ջերմաստիճանից:

2. «Թույլ» մագնիսական դաշտեր («բարձր» ջերմաստիճաններ)՝

$$x = \frac{\mu H}{k_B T} \ll 1: \quad (5.8)$$

Նկատի ունենալով  $x \ll 1$  արժեքների համար  $L(x)$  ֆունկցիայի (4.30) վերլուծությունը, մագնիսացվածության համար կստանանք՝

$$M \approx n\mu \cdot \frac{\mu H}{3k_B T} = \frac{n\mu^2}{3k_B T} H \equiv \chi H, \quad (5.9)$$

որտեղ

$$\chi = \frac{n\mu^2}{3k_B T}: \quad (5.10)$$

Ընդունված է մագնիսական ընկալունակության (5.10) արտահայտությունը

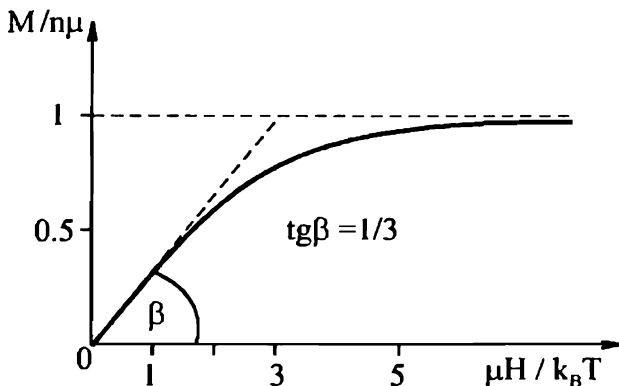
ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\chi = \frac{C}{T}, \quad (5.11)$$

որը հայտնի է որպես Կյուրիի օրենք պարամագնիսների համար, իսկ

$$C = \frac{n\mu^2}{3k_B} \quad (5.12)$$

մեծությունը կոչվում է Կյուրիի հաստատուն: Նկ. IX.8-ում պատկերված է մագնիսացվածության կախումը  $\mu H / k_B T$  փոփոխականից:



Նկ. IX.8

Ազատ էներգիայի (5.4) բանաձևի օգնությամբ համակարգի էնտրոպիայի դաշտի լարվածությունից կախված մասի համար ստացվում է

$$S(H, T) = - \left( \frac{\partial F}{\partial T} \right)_H = Nk_B \left[ \ln \left( \frac{4\pi k_B T}{\mu H} \operatorname{sh} \frac{\mu H}{k_B T} \right) - \frac{\mu H}{k_B T} L \left( \frac{\mu H}{k_B T} \right) \right] \quad (5.13)$$

արտահայտությունը: Երբ  $T \rightarrow 0K$ ,  $x = (\mu H / k_B T) \rightarrow \infty$ , ուստի

$$S(H, T) \simeq -Nk_B \cdot \ln \left( \frac{\mu H}{k_B T} \right) \rightarrow -\infty, \quad (5.14)$$

ինչը հակասում է թերմոդինամիկայի III օրենքին, որի համաձայն, երբ  $T \rightarrow 0K$ ,  $S \rightarrow 0$  (Ներնստի թեորեմ): Այս հակասությունը հետևանք է դա-

սական սևությունը սահմանավանդում է այն համա-  
գումանքով, որ նրանում հաշվի չի առնված մոմենտի ստորադասական բնու-  
տագույնը, որի համաձայն ստիված  $J$  մոմենտի ստորադասական բնու-  
տագույնը  $2J + 1$  հատ արժեք՝  $m_J = -J, -(J - 1), \dots, J - 1, J$ : Ի ստորադասական դա-  
սական բնույթով, երբ մագնիսական մոմենտի ստորադասական դաշտի  
ուղղությամբ՝  $\mu_z = \mu \cos \theta$  մեծությունն ընդունում է անվերջ թվով արժեք-  
ներ ( $\theta$  անկյունը փոփոխվում է անընդհատ  $[0, \pi]$  սիրություն), ստորադա-  
սական բնույթով հաշվառումով մագնիսական մոմենտի ստորադասական  
ընդունած արժեքները ստիված են (3.33) բանաձևով:

Մագնիսական մոմենտի ստորադասական բնույթով հաշվառումն  
իրականացվում է (5.3) վիճակագրական ինտեգրալից զրոմարին անցումով,  
որի մեջ սեղադրվում է մագնիսական մոմենտի էներգիայի (3.31) արտա-  
հայտությունը՝

$$z_1(H, T) = \sum_{m_J=-J}^J \exp\left(\frac{\mu_B g_J m_J H}{k_B T}\right) \equiv \sum_{-J}^J e^{m\alpha}, \quad (5.15)$$

որտեղ

$$\alpha = \frac{\mu_B g_J H}{k_B T} : \quad (5.16)$$

(5.15) արտահայտությունը վերջավոր երկրաչափական ստորադասական է, որի  
զրոմարը՝

$$\sum_{-J}^J e^{m\alpha} = e^{-J\alpha} \frac{e^{(2J+1)\alpha} - 1}{e^{\alpha} - 1} = \frac{\text{sh}[(J + 1/2)\alpha]}{\text{sh}(\alpha/2)} : \quad (5.17)$$

Տեղադրելով (5.17) արտահայտությունը ազատ էներգիայի (5.4) սահման-  
ման մեջ է ածանցելով այն ըստ  $H$ -ի, մագնիսացվածության համար կտա-  
նանք՝

$$M = n \mu_B g_J J B_J \left( \frac{J \mu_B g_J H}{k_B T} \right), \quad (5.18)$$

որտեղ Բրիլյուենի  $B_J(y)$  ֆունկցիան ստիված է

$$B_J(y) = \frac{2J+1}{2J} \text{cth}\left(\frac{2J+1}{2J} y\right) - \frac{1}{2J} \text{cth}\left(\frac{1}{2J} y\right) \quad (5.19)$$

արտահայտությամբ:

Ուսումնասիրենք մագնիսացվածության վարքը տարբեր սահմանային դեպքերում:

1. «Ուժեղ» մագնիսական դաշտեր՝

$$y = \frac{J\mu_B g_J H}{k_B T} \gg 1 : \quad (5.20)$$

Արգումենտի մեծ արժեքների համար

$$\begin{aligned} B_J(y) &\approx \frac{2J+1}{2J} \left[ 1 + 2 \exp\left(-\frac{2J+1}{J} y\right) \right] - \frac{1}{2J} \left[ 1 + 2 \exp\left(-\frac{1}{J} y\right) \right] = \\ &= 1 - \frac{1}{J} e^{-y/J} \left[ 1 - (2J+1) e^{-2y/J} \right], \end{aligned} \quad (5.21)$$

ուստի մագնիսացվածության համար ստացվում է

$$M = n\mu_B g_J J \quad (5.22)$$

ակնհայտ արդյունքը:

2. «Թույլ» մագնիսական դաշտեր՝

$$y = \frac{J\mu_B g_J H}{k_B T} \ll 1 : \quad (5.23)$$

Օգտվելով  $\cosh y$  ֆունկցիայի վերլուծությունից՝

$$\cosh y = \frac{1}{y} + \frac{y}{3} - \frac{y^3}{45} + \dots, \quad (5.24)$$

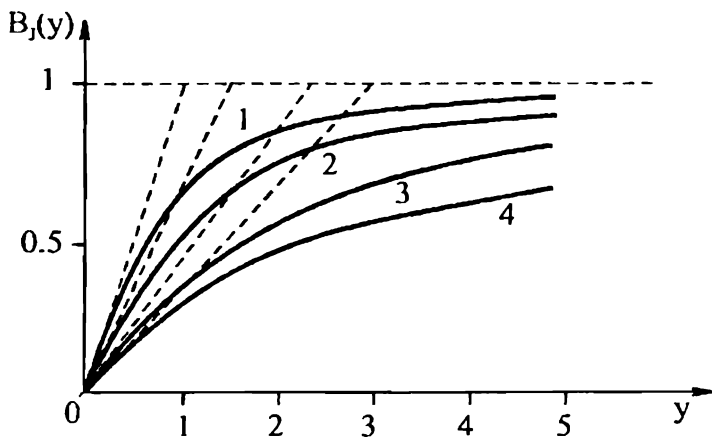
$B_J(y)$  ֆունկցիայի համար կստանանք՝

$$B_J(y) \approx \frac{J+1}{3J} y - \frac{(J+1)(2J^2+2J+1)}{90J^3} y^3 + \dots : \quad (5.25)$$

$J$  մեծության ամենափոքր արժեքը  $1/2$  է, ուստի  $y=0$  կետում  $B'_J(y)$  ածանցյալի արժեքները փոփոխվում են

$$1/3(J=\infty) \leq B'_J(0) \leq 1(J=1/2)$$

տիրույթում:  $B_J(y)$  ֆունկցիայի ( $M/Jng_J\mu_B$  չափազուրկ մագնիսացվածության) գրաֆիկները  $J$ -ի մի բանի արժեքների համար սրված են նկ. IX.9-ում ( $1. J=1/2$ ,  $2. J=1$ ,  $3. J=7/2$ ,  $4. J=\infty$ ):



Նկ. IX.9

(5.18) և (5.25) բանաձևերի համաձայն՝

$$M = n\mu_B g_J J \frac{J+1}{3J} \frac{\mu_B g_J J H}{k_B T} = \frac{n\mu_B^2 g_J^2 J(J+1)H}{3k_B T} \equiv \chi H, \quad (5.26)$$

որտեղից մագնիսական ընկալունակության համար ստացվում է

$$\chi = \frac{n\mu_B^2 g_J^2 J(J+1)}{3k_B T} \equiv \frac{C}{T} \quad (5.27)$$

արտահայտությունը և Կյուրիի հաստատունի նոր արժեքը՝

$$C = \frac{n\mu_B^2 g_J^2 J(J+1)}{3k_B} : \quad (5.28)$$

Համաձայն (3.36) գնահատման, Կյուրիի օրենքը սեղի ունի շատ լայն ջերմաստիճանային տիրույթում, սկսած  $(10^{-4} H)K$  ջերմաստիճաններից:

Փորձում Կյուրիի հաստատունը որոշվում է  $\chi^{-1} = T/C$  կախումն արտահայտող ուղիղ գծի թեքության միջոցով (նկ. IX.10)

Այժմ համեմատենք պարամագնիսական՝  $\chi_p$  և աստմական դիամագնիսականության՝  $\chi_d$  ընկալունակությունները:

Համաձայն (5.27) և (3.20) բանաձևերի՝

$$\left| \frac{\chi_p}{\chi_d} \right| = \frac{g_J^2 J(J+1)}{2zk_B T} \cdot \frac{\hbar^2}{m \langle R^2 \rangle} : (5.29)$$

Սենյակային ( $T \sim 300\text{K}$ ) ջերմաստիճաններում  $\text{Gd}^{3+}$  իոնի համար ( $J = S = 7/2$ ,  $L = 0$ ,  $g_J = 2$ ,  $z = 64$ ) (5.29) հարաբերությունը  $\approx 525$ ։ Այսինքն՝  $J = 7/2$  մոմենտով չլրացված

քաղաճի պարամագնիսական ներդրումը լրիվ ընկալունակության մեջ մոտ 525 անգամ գերազանցում է բոլոր էլեկտրոնների դիամագնիսական ներդրումը և որի բացարձակ արժեքը  $\text{Gd}$ -ի համար, ըստ (2.21) բանաձևի ( $\rho \approx 8,23\text{գ/սմ}^3$ ,  $\bar{\mu} = 157.25\text{գ/մոլ}$ ) հավասար է  $\approx 9,5 \cdot 10^{-6}$ ։

Մագնիսացվածության (5.18) ընդհանուր արտահայտությունից սահմանային անցումով կարելի է ստանալ (5.5) դասական արդյունքը։

Իրոք, երբ  $\hbar \rightarrow 0$ , վերջավոր մագնիսական մոմենտ ստանալու համար անհրաժեշտ է, որ միաժամանակ  $J \rightarrow \infty$ ։ Այս դեպքում

$$g_J \mu_B J = g_J \frac{e\hbar}{2mc} J \rightarrow \mu : (5.30)$$

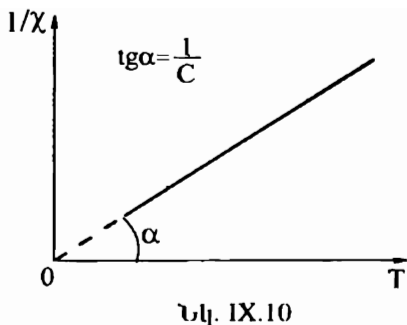
Մյուս կողմից, երբ  $J \rightarrow \infty$ ,

$$\begin{aligned} B_J(y) &= \frac{2J+1}{2J} \text{cth} \left( \frac{2J+1}{2J} \frac{\mu H}{k_B T} \right) - \frac{1}{2J} \text{cth} \left( \frac{1}{2J} \frac{\mu H}{k_B T} \right) \approx \\ &\approx \text{cth} \frac{\mu H}{k_B T} - \frac{1}{2J} \frac{2J k_B T}{\mu H} + O \left( \frac{1}{J^2} \right) = L \left( \frac{\mu H}{k_B T} \right), \end{aligned}$$

այսինքն՝

$$M = n g_J \mu_B J B_J \left( \frac{J g_J \mu_B H}{k_B T} \right) \bigg|_{\substack{\hbar \rightarrow 0 \\ J \rightarrow \infty}} = n \mu L \left( \frac{\mu H}{k_B T} \right) :$$

Այժմ անհրաժեշտ է պարզել, քե որքանով մոմենտների իդեալական «զազի» համար ստացված արդյունքները կիրառելի են պինդ մարմնի



Նկ. IX.10

մագնիսական ընկալունակությունը հաշվարկելիս, բանի որ պինդ մարմնում ատոմի (իոնի) վրա կարող է որոշիչ լինել նրա շրջապատի ազդեցությունը:

Ինչպես ցույց է տալիս վործը, հազվագյուտ հողային սարքերի խմբեր սպարունակող մեկուսիչ բյուրեղների պարամագնիսական ընկալունակությունը մեծ ճշտությամբ նկարագրվում է Կյուրիի (5.27) օրենքով: Հաճախ նրանում առկա  $C'$  հաստատունը ներկայացվում է.

$$C = \frac{n\mu_B^2 p_{eff}^2}{3k_B} \quad (5.31)$$

տեսքով, որտեղ մացված է Բորի մագնիսոնների արդյունաբար քիվը՝

$$p_{eff} = g_J \sqrt{J(J+1)} : \quad (5.32)$$

Աղյուսակ IX.2

| $Z$ | Տարր      | 4f-թաղանթի<br>կազմությունը | $p_{eff}$ , սեւ. | $p_{eff}$ , վործ. |
|-----|-----------|----------------------------|------------------|-------------------|
| 57  | <b>La</b> | $4f^0$                     | 0,00             | դիամագն.          |
| 58  | <b>Ce</b> | $4f^1$                     | 2.54             | 2.4               |
| 59  | <b>Pr</b> | $4f^2$                     | 3.58             | 3.5               |
| 60  | <b>Nd</b> | $4f^3$                     | 3.62             | 3.5               |
| 61  | <b>Pm</b> | $4f^4$                     | 2.68             | —                 |
| 62  | <b>Sm</b> | $4f^5$                     | 0,84             | 1.5               |
| 63  | <b>Eu</b> | $4f^6$                     | 0.00             | 3.4               |
| 64  | <b>Gd</b> | $4f^7$                     | 7.94             | 8,0               |
| 65  | <b>Tb</b> | $4f^8$                     | 9.72             | 9.5               |
| 66  | <b>Dy</b> | $4f^9$                     | 10.63            | 10.6              |
| 67  | <b>Ho</b> | $4f^{10}$                  | 10.60            | 10.4              |
| 68  | <b>Er</b> | $4f^{11}$                  | 9.59             | 9.5               |
| 69  | <b>Tm</b> | $4f^{12}$                  | 7.57             | 7.3               |
| 70  | <b>Yb</b> | $4f^{13}$                  | 4.54             | 4.3               |
| 71  | <b>Lu</b> | $4f^{14}$                  | 0.00             | դիամագն.          |

Աղյուսակ IX.2-ում բերված են  $p_{eff}$ -ի արժեքները չլրացված 4f էլեկտրոնային թաղանթով հագվազյուտ հողային տարրերի եռարժեք իոնների համար, որոնք որոշվել են (5.32) բանաձևով ( $p_{eff}$ , ատ.ս.) և ստացվել են վործից՝ Կյուրիի հաստատունի չափումներից և (5.31) բանաձևից ( $p_{eff}$ , փորձ.): Փորձի և անսուրյան համընկնումը (բացի  $\text{Eu}^{3+}$ -ից և  $\text{Sm}^{3+}$ -ից) քույլ է տալիս Լզրակացնել, որ շրջապատը գործնականորեն չի ազդում 4f թաղանթի էլեկտրոնների վրա: Բանն այն է, որ 4f թաղանթը գտնվում է իմնի «խորքում» (նրա շառավիղը մոտ 0,3 Å է) և Լկրանավորված է շրջապատի ազդեցությունից  $5s^2$  և  $5p^6$  լրացված էլեկտրոնային թաղանթներով:  $\text{Eu}^{3+}$  և  $\text{Sm}^{3+}$  իոնների մոտ դիսկոլ զգալի շեղումները անսուրյունից հետևանք են այն բանի, որ սրված L-ի և S-ի, այսինքն՝ արված մուլտիպլետի համար տարրեր (հիմնականում՝ վորք) J-երով մակարդակների միջև հեռավորությունը  $|\Delta E_{J,J\pm 1}| \sim k_B T$  սենյակային ջերմաստիճաններում, այնինչ Կյուրիի օրենքը ստացված է  $|\Delta E_{J,J\pm 1}| \gg k_B T$  ենթադրության դեպքում:

Այլ է իրադրությունը անցումային մետաղների, օրինակ՝ Լրկաթի խմբի իոնների համար: Թեև նրանց համար մույնպես սուղի ունի Կյուրիի օրենքը, սակայն փորձին ավելի մոտ են  $p_{eff}$ -ի այն արժեքները, որոնք որոշվում են ըստ  $p_{eff} = \sqrt{S(S+1)}$  բանաձևի, այսինքն՝ կարծես ուղեծրային L մոմենտն ընդհանրապես բացակայում է: Այս փաստը հայտնի է որպես ուղեծրային մոմենտի «սառեցում», որն ավելի ընդհանուր երևույթի՝ բյուրեղական ներքին էլեկտրական դաշտում էներգիական մակարդակների ճեղքման մասնավոր դրսևորումն է: Ի տարբերություն 4f էլեկտրոնների, Լրկաթի իոնի 3d թաղանթը փաստորեն «ամենադրսինն» է, ուստի և առավել ենթակա բյուրեղական անհամասեռ դաշտի ներգործությանը: Բյուրեղական դաշտի ազդեցության տակ խախտվում է կապը L և S վեկտորների միջև, ուստի վիճակներն այլևս չի կարելի դասակարգել ըստ J-ի արժեքների: Բացի այդ, բյուրեղական դաշտը մասնակիորեն կամ լրիվ վերացնում է ասումի՝ տրված L-վիճակի ( $2L+1$ )-սլաաիկ այլասերվածությունն ըստ  $L_z$ -ի:

Ինչպե՞ս հասկանալ մոմենտի «սառեցման» երևույթը:

Կենտրոնահամաչափ դաշտում (օրինակ՝ միջուկի կուլոնյան դաշտում)

դասական ուղեծրի հարթությունը տարածության մեջ սևեղված է, ուստի մոմենտի բոլոր բաղադրիչները՝  $L_x$ ,  $L_y$ ,  $L_z$  -ը, պահպանվում են: Քվանտային մեխանիկայում այս դեպքում պահպանվում են  $L^2$ -ն և  $L_z$ -ը: Եթե դաշտը կենտրոնահամաչափ չէ, ապա ուղեծրի հարթությունը տարածության մեջ պտտվում է, մոմենտի բաղադրիչներն այլևս հաստատուն չեն մնում և կարող են միջին հաշվով զրո դառնալ: Չնայած  $L^2 \neq 0$ , սակայն զրո է դառնում նաև  $L_z$ -ի միջինը և քանի որ մագնիսական մոմենտի  $z$  բաղադրիչը, համաձայն (2.11) առնչության, համեմատական է  $L_z$ -ին, ապա զրո է դառնում նաև այն:

## §6. Սպինային պարամագնիսականություն

Էլեկտրոնների ուղեծրային շարժումով պայմանավորված մագնիսացվածությունը որոշելիս ենթադրվեց, որ էլեկտրոնները չունեն սեփական մագնիսական մոմենտ:

Այժմ պարզենք էլեկտրոնի սեփական մագնիսական մոմենտի ներդրումը էլեկտրոնային զազի մագնիսացվածության մեջ: Կենթադրենք, որ էլեկտրոնի ուղեծրային շարժումը չի ազդում էլեկտրոնի սեփական մագնիսական մոմենտի վրա, այսինքն՝ հաշվի չենք առնի սպին-ուղեծրային փոխազդեցությունը:

Քանի որ էլեկտրոնն ունի սեփական մագնիսական մոմենտ՝  $\mu_B$ , ապա դասական վիճակագրության շրջանակներում էլեկտրոնների համակարգի մագնիսացվածությունը կարելի է հաշվել Կյուրիի օրենքով, (5.26) բանաձևում սուղադրելով  $J = S = 1/2$ ,  $g_J = 2$ ՝

$$M = \frac{n\mu_B^2}{k_B T} H, \quad \chi = \frac{n\mu_B^2}{k_B T} : \quad (6.1)$$

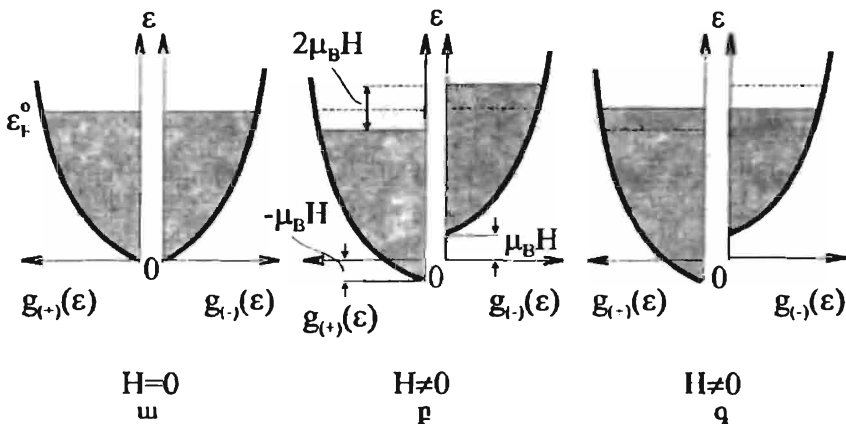
Սակայն, ինչպես ցույց է տալիս փորձը, մետաղների մեծամասնության մագնիսական ընկալունակությունը կախված չէ ջերմաստիճանից, իսկ նրա մեծությունը սենյակային ջերմաստիճաններում մոտ 100 անգամ փոքր է (6.1) բանաձևից ստացվող արժեքից: Վ. Պաուլին ցույց տվեց, որ փորձի

հետ համընկնող արդյունքներ կարելի է ստանալ, եթե էլեկտրոնային զազր նկարագրվի Ֆերմի-Դիրակի բաշխումով:

Արտաքին մագնիսական դաշտի բացակայությամբ էլեկտրոնային զազի արդյունաբար մագնիսական մոմենտը  $T = 0\text{K}$ -ում հավասար է զրոյի, քանի որ կան նույն թվով և հակառակ ուղղություններով սպիններ: Որևէ ուղղության զուգահեռ (+) և հակազուգահեռ (-) սպիններով վիճակների խտություններն իրար հավասար են (նկ. IX.11, ա)

$$g_+(\varepsilon) = g_-(\varepsilon) = \frac{1}{2}g(\varepsilon), \quad (6.2)$$

որտեղ  $g(\varepsilon)$ -ն վիճակների խտության լրիվ ֆունկցիան է:



Նկ. IX.11

Եթե  $H \neq 0$ , ապա, սեփական մագնիսական մոմենտի էներգիայի  $W = -\mu_z H$  արտահայտության համաձայն,  $H$ -ին զուգահեռ սպինի ( $\mu_z = \mu_B$ ) էներգիան փոքրանում է  $\mu_B H$ -ով, իսկ հակազուգահեռ սպինի ( $\mu_z = -\mu_B$ ) էներգիան՝ մեծանում  $\mu_B H$ -ով: Տեղի է ունենում (+) և (-) վիճակների էներգիական մակարդակների՝ իրար նկատմամբ  $2\mu_B H$  տեղաշարժ (նկ. IX.11, բ), որի դեպքում (+) և (-) վիճակների միատեսակ լրացումն այլևս չի համապատասխանում համակարգի նվազագույն էներգիային: Հավասարակշռության վիճակին անցնելիս (-) սպիններով էլեկտրոնների

որոշ մասը զբաղեցնում է ավելի փոքր էներգիա ունեցող և ազատ (+) վիճակները, որի հետևանքով համակարգի լրիվ էներգիան փոքրանում է, և համակարգը ձեռք է բերում զրոյից տարբեր մագնիսական մոմենտ (նկ. IX.11, գ): Գնահատումների համաձայն, փորձում ստացվող ամենա- ուժեղ մագնիսական դաշտերում  $\mu_B H \ll \varepsilon_F$ , ուստի  $\mu_B H$  տիրույթում  $g_{\pm}(\varepsilon)$  ֆունկցիաների փոքր փոփոխությունները կարելի է հաշվի չառնել և (+) և (-) սպիններով էլեկտրոնների խտությունների փոփոխությունների համար գրել՝

$$\delta n_{\pm} \approx \pm g_{\pm}(\varepsilon_F) \mu_B H : \quad (6.3)$$

Համակարգի մագնիսացվածության համար (6.3) առնչությունների օգնությամբ կստանանք՝

$$\begin{aligned} M &= \mu_B \delta n_{+} + (-\mu_B) \delta n_{-} = \mu_B (\delta n_{+} - \delta n_{-}) = \\ &= \mu_B^2 H [g_{+}(\varepsilon_F) + g_{-}(\varepsilon_F)] = \mu_B^2 g(\varepsilon_F) H : \end{aligned} \quad (6.4)$$

Նկատի ունենալով վիճակների խտության (VII.3.28) արտահայտությունը, (6.4) առնչությունից էլեկտրոնային զազի մագնիսական ընկալունակության համար կստանանք (Վ. Պատլի, 1927թ.)՝

$$\chi = \mu_B^2 g(\varepsilon_F) = \frac{3n\mu_B^2}{2\varepsilon_F} : \quad (6.5)$$

Դժվար չէ համոզվել, որ այս բանաձևն անմիջականորեն ստացվում է (6.1) բանաձևից, եթե նրանում լրիվ էլեկտրոնային կոնցենտրացիայի փոխարեն սեղադրենք «դասական» վարք ունեցող էլեկտրոնների կոնցենտրացիայի (4.35) արտահայտությունը: Սենյակային ջերմաստիճաններում  $\chi$  -ի փորձնական արժեքի մոտ 100 անգամ փոքրությունը (6.1) դասական արտահայտությունից ստացվող արժեքից պայմանավորված է հենց  $n_T$  և  $n$  կոնցենտրացիաների հարաբերությամբ, որը, համաձայն (4.35) առնչության, հավասար է

$$\frac{n_T}{n} = \frac{3k_B T}{2\varepsilon_F} = \frac{3}{2} \frac{T}{T_F} \sim \frac{10^2}{10^4} \sim 0,01 : \quad (6.6)$$

Այժմ ստանանք սպինային պարամագնիսական ընկալունակության արտահայտությունը ջերմաստիճանների ողջ տիրույթում:

Մագնիսական դաշտի ուղղությամբ ուղղված սպիններով էլեկտրոնների քվի  $\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon$  ափրություն որոշելու համար անհրաժեշտ է գտնել  $g_+(\varepsilon)$  վիճակների խտության ֆունկցիան  $H \neq 0$  դեպքում: (+) սպինով էլեկտրոնի իմսություն որոշվում է

$$p_+ = \left[ 2m(\varepsilon + \mu_B H) \right]^{1/2}, \quad \varepsilon \geq -\mu_B H \quad (6.7)$$

արտահայտությունից, ուստի վիճակների քվի համար կարող ենք գրել

$$\begin{aligned} g_+(\varepsilon) d\varepsilon &= \frac{4\pi p_+^2 dp_+}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{4\pi \cdot 2m(\varepsilon + \mu_B H) \cdot (2m)^{1/2}}{8\pi^3 \hbar^3 \cdot 2(\varepsilon + \mu_B H)^{1/2}} d\varepsilon = \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} (\varepsilon + \mu_B H)^{1/2} d\varepsilon = \frac{1}{2} g(\varepsilon + \mu_B H) d\varepsilon. \end{aligned} \quad (6.8)$$

այսինքն

$$g_+(\varepsilon) = \frac{1}{2} g(\varepsilon + \mu_B H), \quad \varepsilon \geq -\mu_B H : \quad (6.9)$$

Նույն ձևով (-) սպիններով վիճակների խտության ֆունկցիայի համար կարող ենք գրել

$$g_-(\varepsilon) = \frac{1}{2} g(\varepsilon - \mu_B H), \quad \varepsilon \geq \mu_B H : \quad (6.10)$$

(6.9) և (6.10) արտահայտությունների օգնությամբ (+) և (-) սպիններով էլեկտրոնների կոնցենտրացիաների համար կստանանք

$$n_+ = \int_{-\mu_B H}^{\infty} f(\varepsilon) g_+(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{1}{2} \int_{-\mu_B H}^{\infty} f(\varepsilon) g(\varepsilon + \mu_B H) d\varepsilon = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} f(\varepsilon - \mu_B H) g(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (6.11)$$

$$n_- = \int_{\mu_B H}^{\infty} f(\varepsilon) g_-(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{1}{2} \int_{\mu_B H}^{\infty} f(\varepsilon) g(\varepsilon - \mu_B H) d\varepsilon = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} f(\varepsilon + \mu_B H) g(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (6.12)$$

որտեղ  $f(\varepsilon)$ -ն Ֆերմի-Դիրակի բաշխման ֆունկցիան է:

Համակարգի մագնիսական մոմենտը բոլոր էլեկտրոնների սեփական մագնիսական մոմենտների գումարն է՝

$$M = \mu_B(n_+ - n_-) = \frac{1}{2} \mu_B \int_0^\infty [f(\varepsilon - \mu_B H) - f(\varepsilon + \mu_B H)] g(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (6.13)$$

իսկ էլեկտրոնների կոնցենտրացիան հավասար է՝

$$n = n_+ + n_- = \frac{1}{2} \int_0^\infty [f(\varepsilon - \mu_B H) + f(\varepsilon + \mu_B H)] g(\varepsilon) d\varepsilon : \quad (6.14)$$

Վերջին արտահայտությունն անբացահայտորեն որոշում է համակարգի քիմպոտենցիալը որպես ջերմաստիճանի, էլեկտրոնների կոնցենտրացիայի և մագնիսական դաշտի լարվածության ֆունկցիա՝

$$\mu = \mu(T, n, H) : \quad (6.15)$$

(6.14) արտահայտության օգնությամբ պարզենք քիմպոտենցիայի կախումը մագնիսական դաշտի լարվածությունից: Քանի որ  $\mu_B H \ll \bar{\varepsilon}$  բնութագրական միջին էներգիայից, ապա (6.14) բանաձևում բաշխման ֆունկցիան կարելի է վերածել շարքի ըստ  $\mu_B H$  «փոքր» պարամետրի՝

$$\begin{aligned} n &= \int_0^\infty f(\varepsilon) g(\varepsilon) d\varepsilon + (\mu_B H)^2 \int_0^\infty \frac{\partial^2 f}{\partial \varepsilon^2} g(\varepsilon) d\varepsilon + \dots = \\ &= \int_0^\infty f(\varepsilon) g(\varepsilon) d\varepsilon + O(\mu_B H)^2 : \end{aligned} \quad (6.16)$$

Այս արտահայտությունը  $(\mu_B H / \bar{\varepsilon})^2$  կարգի անդամների ճշտությամբ համընկնում է  $H = 0$  դեպքում գրված նորմավորման պայմանի հետ, ուստի քիմպոտենցիայի համար կարող ենք նշված ճշտությամբ գրել՝

$$\mu(T, n, H) \approx \mu(T, n, 0) : \quad (6.17)$$

Մագնիսացվածության համար (6.13) արտահայտությունից ստացվում է՝

$$M = -\mu_B^2 H \int_0^\infty \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} g(\varepsilon) d\varepsilon \equiv \chi H, \quad (6.18)$$

որտեղից հետևում է ընկալունակության ընդհանուր բանաձևը՝

$$\chi = -\mu_B^2 \int_0^\infty \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} g(\varepsilon) d\varepsilon : \quad (6.19)$$

Մասնավորապես, երբ  $T = 0K$ ,

$$\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} = -\delta(\varepsilon - \varepsilon_F), \quad (6.20)$$

և (6.19) բանաձևից ստացվում է (6.5) արտահայտությունը:

Ուժեղ այլասերված էլեկտրոնային գազի դեպքում, երբ  $k_B T \ll \varepsilon_F$ , (6.19) ինտեգրալը մի անգամ մասերով ինտեգրելուց հետո բերվում է (VII.3.23) տեսքի, որտեղից

$$\chi = \mu_B^2 \left[ g(\mu) + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 \left( \frac{d^2 g}{d\varepsilon^2} \right)_\mu \right]: \quad (6.21)$$

$\chi$ -ի ջերմաստիճանային կախումը որոշելու համար պետք է նկատի ունենալ նաև  $\mu$  բիմուդսինցիալի ջերմաստիճանային ուղղումը, որը ստանում է (VII.3.27) արտահայտությամբ: Արդյունքում կստանանք՝

$$g(\mu) \approx g(\varepsilon_F) + \left( \frac{dg}{d\varepsilon} \right)_{\varepsilon_F} (\mu - \varepsilon_F) = g(\varepsilon_F) + \frac{2g(\varepsilon_F)}{2\varepsilon_F} \left[ -\frac{\pi^2}{12} \left( \frac{k_B T}{\varepsilon_F} \right)^2 \right], \quad (6.22)$$

$$\left( \frac{d^2 g}{d\varepsilon^2} \right)_\mu \approx \left( \frac{d^2 g}{d\varepsilon^2} \right)_{\varepsilon_F} = -\frac{g(\varepsilon_F)}{4\varepsilon_F^2}: \quad (6.23)$$

Տեղադրելով (6.22), (6.23) արտահայտությունները ընկալունակության (6.21) բանաձևում, կստանանք՝

$$\chi(T) = \mu_B^2 g(\varepsilon_F) \left[ 1 - \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{k_B T}{\varepsilon_F} \right)^2 \right] = \chi(0) \left[ 1 - \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{k_B T}{\varepsilon_F} \right)^2 \right], \quad (6.24)$$

որի համաձայն էլեկտրոնային գազի պարամագնիսական ընկալունակությունը գործնականում կախված չէ ջերմաստիճանից:

Եթե էլեկտրոնային գազն այլասերված չէ, այն նկարագրվում է դասական (բոլցմանյան) բաշխումով՝

$$f(\varepsilon) = \exp \frac{\mu - \varepsilon}{k_B T}, \quad (6.25)$$

որի միջոցով (6.19) բանաձևից կստանանք՝

$$\chi = \frac{\mu_B^2}{k_B T} \int_0^\infty f(\varepsilon) g(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{n \mu_B^2}{k_B T} : \quad (6.26)$$

Վերջինս դասական արդյունքից՝ (5.10) բանաձևից, սարքերվում է  $1/3$  գործակցով, ինչը հետևանք է դաշտի ուղղության վրա էլեկտրոնի սպինի միայն երկու պրոյեկցիայի գոյության, ի տարբերություն դասական տեսության մեջ հնարավոր բոլոր պրոյեկցիաների, որոնք ընկած են  $(-\mu_B, \mu_B)$  տիրույթում: Հարկ է նշել նաև, որ (6.26) բանաձևը համընկնում է (6.1) բանաձևի հետ, քանի որ վերջինս ստացվել է Կյուրիի օրենքից սառածական քվանտացման հաշվառմամբ:

Սպինային ընկալունակությունը զնահասուելու համար (6.5) արտահայտության մեջ տեղադրենք Ֆերմիի էներգիայի  $\hbar^2 k_F^2 / 2m$  և  $\mu_B = e\hbar / 2mc$  արտահայտությունները.

$$\chi = \left( \frac{\alpha}{2\pi} \right)^2 a_0 k_F \approx 1,3 \cdot 10^{-6} a_0 k_F, \quad (6.27)$$

որտեղ  $\alpha = e^2 / \hbar c \approx 1/137$  մեծությունը նույր կառուցվածքի հաստատունն է,  $a_0 = \hbar^2 / me^2 \approx 0,53 \text{ \AA}$ ՝ Բորի շառավիղը,  $k_F$ -ը՝ Ֆերմիի ալիքային թիվը: Էլեկտրոնների մետաղական կոնցենտրացիաների համար  $a_0 k_F \sim 1$  և  $\chi \approx 10^{-6}$ : Այսպիսով,  $\chi$ -ն ունի փոքր՝ դիամագնիսական ընկալունակության կարգի արժեք, որը զգալի փոքր է իոնների պարամագնիսական ընկալունակությունից: Այս համգամանքը պայմանավորված է ջերմային անկարգավորության նկատմամբ Պաուլիի սկզբունքի գերակայությամբ, որն ավելի արդյունավետ ձևով է ճնշում մագնիսական դաշտի ազդեցության տակ նույն ուղղությամբ դասավորվելու սպինների ձգտումը: Իրոք, մագնիսական դաշտի կողմնորոշիչ ազդեցության չափանիշը մագնիսական  $\mu_B H$  էներգիայի և էլեկտրոնի  $\bar{\varepsilon}$  միջին էներգիայի հարաբերությունն է: Դասական էլեկտրոնային զագում  $\bar{\varepsilon} \sim k_B T$ , իսկ այլասերված զագում  $\bar{\varepsilon} \sim \varepsilon_F$ , ուստի

$$\frac{\mu_B H}{\varepsilon_F} = \frac{\mu_B H}{k_B T} \cdot \frac{k_B T}{\varepsilon_F} = \frac{\mu_B H}{k_B T} \cdot \frac{T}{T_F} \ll \frac{\mu_B H}{k_B T}, \quad (6.28)$$

քանի որ  $T \ll T_F$ :

Էլեկտրոնային գազի ուղեծրային դիամագնիսական ընկալունակության (4.36) և սպինային պարամագնիսական ընկալունակության (6.5) արտահայտությունների միջև տեղի ունի

$$\chi_d = -\frac{1}{3} \chi_s \quad (6.29)$$

կապը, որից հետևում է, որ էլեկտրոնային գազի լրիվ ընկալունակությունը՝

$$\chi = \chi_s + \chi_d = \frac{2}{3} \chi_s = \frac{n\mu_B^2}{\varepsilon_F} > 0, \quad (6.30)$$

այսինքն՝ ազատ էլեկտրոնային գազը պարամագնիսական է:

Եթե ազատ էլեկտրոնային գազի մոդելը կիրառենք, ինչպես դա սովորաբար արվում է, մետաղների նկատմամբ, ապա (6.30) արդյունքը համարժեք է այն պնդմանը, որ բոլոր (ոչ ֆերոմագնիսական) մետաղները պետք է լինեն պարամագնիսներ: Սակայն հայտնի է, որ կան շատ մետաղներ, որոնք դիամագնիսներ են: Որակապես այս փաստը բացատրվում է այն հանգամանքով, որ մետաղում (ավելի ճիշտ՝ բյուրեղի պարբերական դաշտում) գտնվող էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրը զգալիորեն տարբերվում է ազատ էլեկտրոնի սպեկտրից (VIII.3): Մասնավորապես, դիսպերսիայի քառակուսային օրենքի դեպքում, ոչ մեծ իմպուլսների սփռությամբ էլեկտրոնին վերագրվում է  $m^*$  արդյունաբար զանգված, որը կարող է Լապլա տարբերվել ազատ էլեկտրոնի  $m = 9,1 \cdot 10^{-28}$  գ զանգվածից: Ի տարբերություն սպինային պարամագնիսականության, որը որոշվում է ազատ էլեկտրոնի  $m$  զանգվածով, ուղեծրային դիամագնիսականությունը որոշվում է  $m^*$  զանգվածով, ուստի նրանում Բորի մագնետոնի փոխարեն պետք է ներմուծել Բորի «արդյունաբար» մագնետոնը՝

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc} \rightarrow \mu_B^* = \frac{e\hbar}{2m^*c} = \mu_B \frac{m}{m^*}: \quad (6.31)$$

Էլեկտրոնային գազի լրիվ ընկալունակության համար կստանանք՝

$$\chi = \chi_s + \chi_d = \frac{3n\mu_B^2}{2\varepsilon_F^0} - \frac{n\mu_B^{*2}}{2\varepsilon_F^0} = \chi_s \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{m}{m^*} \right)^2 \right]: \quad (6.32)$$

Եթե  $m^* < m/\sqrt{3}$ , ապա լրիվ ընկալունակությունը՝  $\chi < 0$ , և էլեկտրոնային

դազը դիսմագնիսական է, հակառակ՝  $m^* > m/\sqrt{3}$  դեպքում այն պարամագնիսական է:

Դիսմագնիսական ընկալունակությունը համեմատաբար մեծ արժեքներ է ընդունում որոշ կիսահաղորդիչներում, որոնք բնութագրվում են վորթի  $m^* \leq 0,1m$  կտրված արդյունաբար զանգվածներով:

## §7. Մագնիսական կարգավորվածություն

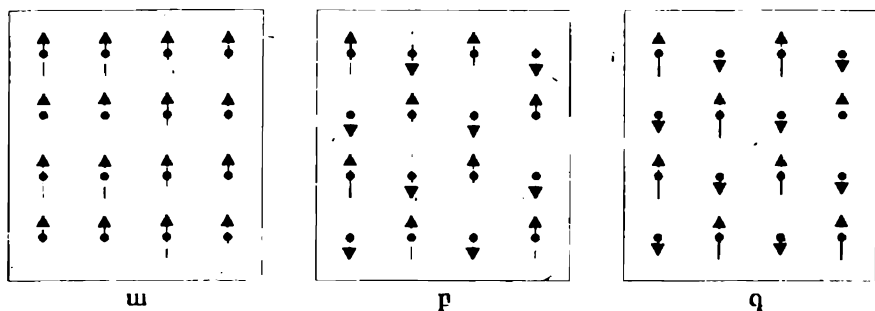
Պարամագնիսական նյութերում, մասնավորապես՝ պինդ պարամագնիսներում, արտաքին մագնիսական դաշտում ձևով բերված մագնիսական մոմենտը՝ մագնիսացվածությունը, պայմանավորված է արտաքին դաշտի ուղղորդող և ջերմային շարժման քառայնությունը բնութագրող  $\mu_B H$ -ի և  $k_B T$ -ի հարաբերակցությամբ: Բյուրեղական ցանցի հանգույցում սեղանացված մասնիկին բաժին ընկնող միջին մագնիսական մոմենտը տրվում է (5.19) բանաձևով, որի համաձայն  $H = 0$  դեպքում, ցանկացած ջերմաստիճանում միջին մագնիսական մոմենտը հավասար է զրոյի (նյութի պարամագնիսական վիճակ):

Որոշ պինդ մարմիններում, որոշակի ջերմաստիճանից ցածր ջերմաստիճանային տիրույթում, մեկ մասնիկին բաժին ընկնող մագնիսական մոմենտը կարող է զրոյից տարբերվել նաև արտաքին մագնիսական դաշտի բացակայությամբ: Այդպիսի պինդ մարմիններն ընդունված և անվանել մագնիսակարգավորված:

Ջրոյից տարբեր, տեղայնացված մագնիսական մոմենտները կարող են փոխել կամ չփոխել մարմնի մագնիսացվածությունը: Եթե մագնիսական մոմենտները փոխում են մագնիսացվածությունը, ապա միկրոսկոպական մակարդակի վրա գոյություն ունեցող մագնիսական կարգավորվածությունը, անգամ արտաքին մագնիսական դաշտի բացակայությամբ, ի հայտ է գալիս մակրոսկոպական մագնիսացվածության ձևով, որը կոչվում է ինքնաբերական (սպոնտան) մագնիսացվածություն: Այդպիսի կարգավորված վիճակն ընդունված է անվանել ֆերոմագնիսական (նկ. IX.12, ա):

Եթե միկրոսկոպական մակարդակի վրա գոյություն ունեցող կարգավորվածությունը չի բերում մակրոսկոպական մագնիսական մոմենտի առա-

ջացման, այսինքն՝ առանձին, զլոյից սաբրեր մագնիսական մոմենտների գումարը հավասար է զրոյի, ապա՝ այդպիսի մագնիսակարգավորված վիճակն ընդունված է անվանել հակաֆեռոմագնիսական (նկ. IX.12, ա):



Նկ. IX.12

Պարզագույն ֆեռոմագնիսական նյութերում բոլոր ատոմայնացված մագնիսական մոմենտներն ունեն միևնույն մեծությունը և նույն միջին ուղղությունը, իսկ հակաֆեռոմագնիսական նյութերում մագնիսական մոմենտները կազմում են միևնույն կառուցվածքն ունեցող և իրար մեջ՝ ներդրված մագնիսական ենթացանցեր: Յուրաքանչյուր ենթացանցում բոլոր մագնիսական մոմենտները և նրանց ուղղությունները նույնն են, սակայն ենթացանցերի գումարային մագնիսական մոմենտներն իրար հավասար են և ուղղված են հակառակ, այնպես որ լրիվ (մագնիսական ենթացանցերի գումար) մագնիսական մոմենտը հավասար է զրոյի:

Եթե ենթացանցերի մագնիսական մոմենտներն իմենների կամ նրանց քվի սաբրերության հետևանքով իրար հավասար չեն, ընդ որում նրանց տարբերությունն առանձին մագնիսական ենթացանցերի մոմենտների կարգի է, ապա այդպիսի մագնիսակարգավորված վիճակն ընդունված է անվանել ֆեռիմագնիսական (նկ. IX.12, գ. ընդունված է նաև «Կիսամակշռված հակաֆեռոմագնիսականություն» անվանումը):

Որոշ նյութեր, հակաֆեռոմագնիսականությամբ օժտված լինելով՝ հանդերձ, ունեն ինքնաբերական մագնիսական մոմենտ, որը կազմում է առանձին մագնիսական ենթացանցի մագնիսացվածության  $10^{-3} \div 10^{-2}$  մասը: Այսպիսի ինքնաբերական մոմենտը պայմանավորված է որոշակի պայ-

մաննկրում ենթացանցերի մագնիսական մոմենտների խիստ հակադրագ-  
հեռության խախտումով: Այս նյութերն ընդունված է անվանել թույլ ֆեռո-  
մագնիսական:

Ֆեռիմագնիսականությունը կարելի է դիտել որպես մագնիսական  
կարգավորվածության ամենաընդհանուր վիճակ, որը բնութագրվում է երկու  
և ավելի մագնիսական ենթացանցերի գոյությամբ:

Մագնիսակարգավորված մետաղների համար ստեղայնացված մագնի-  
սական մոմենտի զադափարը կիրառելի չէ, ուստի նրանց դասակարգումն  
ըստ մագնիսական հատկությունների կատարվում է սպինային խտության  
ֆունկցիայի միջոցով՝

$$s_z(r) = \frac{1}{2} [n_{\uparrow}(r) - n_{\downarrow}(r)] , \quad (7.1)$$

որը որոշված է յուրաքանչյուր կետում կամայական  $z$  ուղղության համար:  
 $n_{\uparrow}(r)$ -ով և  $n_{\downarrow}(r)$ -ով նշանակված են տարբեր սպինային ( $\uparrow\downarrow$ ) վիճակներում  
գտնվող էլեկտրոնների կոնցենտրացիաները:

Մագնիսակարգավորված վիճակում  $s_z(r) \neq 0$ : Ֆեռոմագնիսական  
մետաղում զրոյից տարբեր է նաև  $\int dr s_z(r)$  ինտեգրալը, իսկ հակաֆեռո-  
մագնիսական մետաղում այդ ինտեգրալը ցանկացած  $z$ -ուղղությամբ հա-  
վասար է զրոյի:

### Աղյուսակ IX.3

| Նյութ                   | $T_c$ (K) | $M_0$ (Գս) | Նյութ                     | $T_c$ (K) | $M_0$ (Գս) |
|-------------------------|-----------|------------|---------------------------|-----------|------------|
| <b>Fe</b>               | 1043      | 1752       | <b>Au<sub>2</sub>MnAl</b> | 200       | 323        |
| <b>Co</b>               | 1388      | 1446       | <b>Cu<sub>2</sub>MnAl</b> | 630       | 726        |
| <b>Ni</b>               | 627       | 510        | <b>Cu<sub>2</sub>MnIn</b> | 500       | 613        |
| <b>Gd</b>               | 293       | 1980       | <b>EuO</b>                | 77        | 1910       |
| <b>Dy</b>               | 85        | 3000       | <b>EuS</b>                | 16,5      | 1184       |
| <b>CrBr<sub>3</sub></b> | 37        | 270        | <b>MnAs</b>               | 318       | 870        |
| <b>MnBi</b>             | 670       | 675        | <b>GdCl<sub>3</sub></b>   | 2,2       | 550        |

Մագնիսակարգավորված վիճակում մագնիսացվածությունը (ֆեռո- և ֆեռի-  
մագնիսներում) կամ ենթացանցերի մագնիսական մոմենտները (հակաֆե-

ռոմագնիսներում) ամենամեծ արժեքը՝  $M_0$ , ունեն  $T = 0\text{K}$  չերմաստիճանում և չերմաստիճանի աճին զուգընթաց, որսիւ կանոն, նվազում են, դառնալով զրո որոշակի չերմաստիճանում:

Աղյուսակ IX.4

| Նյութ                   | $T_N(\text{K})$ | Նյութ                   | $T_N(\text{K})$ |
|-------------------------|-----------------|-------------------------|-----------------|
| <b>MnO</b>              | 122             | <b>KCoF<sub>3</sub></b> | 125             |
| <b>FeO</b>              | 198             | <b>MnF<sub>2</sub></b>  | 67.34           |
| <b>CoO</b>              | 291             | <b>FeF<sub>2</sub></b>  | 78.4            |
| <b>NiO</b>              | 600             | <b>CoF<sub>2</sub></b>  | 37.7            |
| <b>KFeF<sub>3</sub></b> | 115             | <b>VS</b>               | 1040            |
| <b>KMnF<sub>3</sub></b> | 88.3            | <b>Cr</b>               | 311             |

Աղյուսակ IX.5

| Նյութ                                            | $T_c(\text{K})$ | $M_0$ (Գս) |
|--------------------------------------------------|-----------------|------------|
| <b>Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub></b>               | 858             | 510        |
| <b>CoFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub></b>             | 793             | 475        |
| <b>NiFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub></b>             | 858             | 300        |
| <b>CuFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub></b>             | 728             | 160        |
| <b>MnFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub></b>             | 573             | 560        |
| <b>Y<sub>3</sub>Fe<sub>5</sub>O<sub>12</sub></b> | 560             | 195        |

Ֆեռո- և ֆեռիմագնիսական նյութերում այդ չերմաստիճանն ընդունված 1. անվանել նյութի չերմաստիճան (Նյութի կետ)՝  $T_c$ , իսկ հալահեռմագնիսական նյութերում՝ Նեելի չերմաստիճան՝  $T_N$ :  $T_c$  կամ  $T_N$  չերմաստիճանից բարձր չերմաստիճաններում մագնիսակարգավորված նյութն անցնում է պարամագնիսական վիճակի: IX.3, IX.4, IX.5 աղյուսակներում բերված են համապատասխանաբար ֆեռո-, հալահեռ- և ֆեռիմագնիսական որոշ նյութերի  $T_c$  և  $T_N$  չերմաստիճանները և առավելագույն ինքնաբերական մագնիսացվածության արժեքները:

Մագնիսակարգավորված վիճակում ( $T \leq T_c$ ) ինքնաբերական մագնիսացվածության չերմաստիճանային կախումը նկարագրվում է

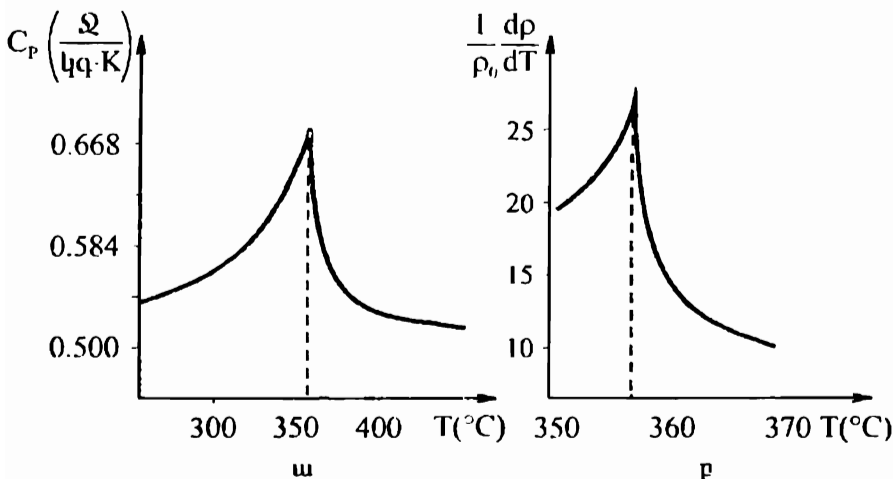
$$M(T) \sim (T_c - T)^\beta \quad (7.2)$$

աստիճանային օրենքով, որտեղ տարբեր ֆեռոմագնիսների համար, համաձայն փորձից ստացվող արդյունքների,  $0,33 \leq \beta \leq 0,37$ :  $T_c$  բնութագրական չերմաստիճանին պարամագնիսական տիրույթից մոտենալիս ( $T \geq T_c, T \rightarrow T_c$ ) ֆեռոմագնիսի ընկալունակությունն աճում է

$$\chi(T) \sim (T - T_c)^\gamma \quad (7.3)$$

օրենքով: Փորձի համաձայն, տարբեր նմուշների համար  $1,2 \leq \gamma \leq 1,7$ :

Հակաֆեռոմագնիսական նյութերում  $\chi(T)$ -ն բնդունում է առավելագույն (վերջավոր) արժիս  $T^* \geq T_c$  կեսում, իսկ  $T_c$  անցումային կեսում առավելագույնն է  $\chi'(T)$  ածանցյալը:



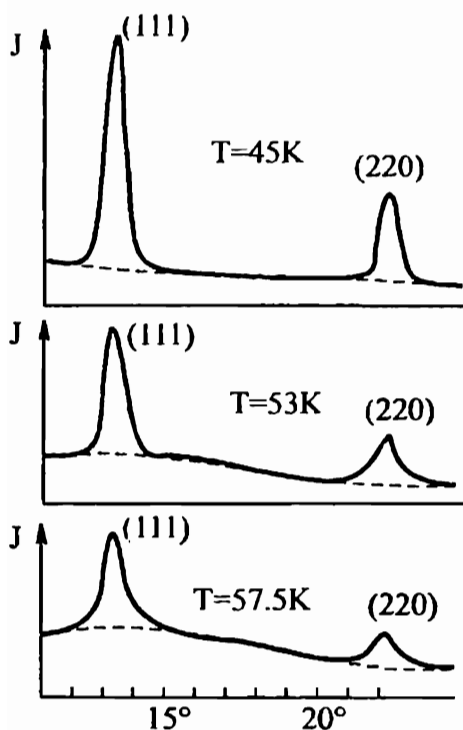
Նկ. IX.13

Հարկ է նշել, որ  $T \approx T_c$  կեսում մագնիսակարգավորված նյութերի ոչ միայն մագնիսական, այլ բոլոր ֆիզիկական բնութագրերն ունեն այսպես կոչված ֆեռոմագնիսական շեղումներ (անոմալիաներ). որոնցով և այս նյութերը տարբերվում են թույլ մագնիսական նյութերից:

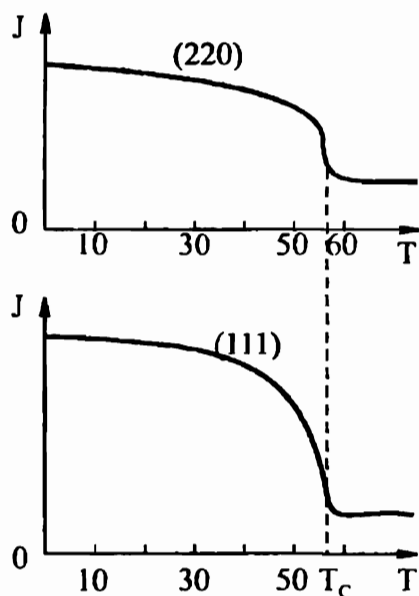
Ֆեռոմագնիսական շեղումների առկայությունը թույլ է ստալիս բավականաչափ մեծ ճշտությամբ նյութի ոչ մագնիսական բնութագրերից որոշել անցումային ջերմաստիճանը: Նկ. IX.13-ում պատկերված են միկելի ջերմունակության (ա) և սոսակարար դիմադրության ջերմաստիճանային գործակցի (բ) ջերմաստիճանային կախումները, որոնցից երևում են  $T \approx T_c$  կեսում ֆեռոմագնիսական շեղումները:

Մագնիսակարգավորված նյութերի կառուցվածքային ուսումնասիրության լավագույն միջոցը մագնիսական մեխարոնսգրությունն է, որն ուսումնասիրում է մագնիսակարգավորված նյութերում դանդաղ մեխարոնների ցրման օրինաչափությունները: Քանի որ մեխարոնն ունի մագնիսական մո-

մենա ( $\mu_n = -1,91 \mu_B$ ), ապա, բացի բրեզյան մաքսիմումներից, որոնք սլայ-  
մանավորված են ասումային միջուկների վրա նեյտրոնների ցրումով և  
առկա են նաև մագնիսական կարգավորվածությունից գուրկ բյուրեղներում,  
առաջանում են լրացուցիչ մաքսիմումներ, որոնք սլայմանավորված են  
նեյտրոնների մագնիսական մոմենտների և էլեկտրոնային սպինների վոխ-  
ազդեցությամբ: Ընդամեն, այդ լրացուցիչ (մագնիսական) մաքսիմումները  
հեշտությամբ սառրեիվում են սովորական մաքսիմումներից, քանի որ ջեր-  
մաստիճանի աճին զուգընթաց նրանց ինտենսիվությունը նվազում է և  
 $T \geq T_c$  տիրույթում՝ դառնում գրո: Մագնիսական մաքսիմումները վոխվոխ-  
վում են նաև արսաբին մագնիսական դաշտի ազդեցության տակ:



Նկ. IX.14



Նկ. IX.15

Նկ. IX.14-ում պատկերված է նեյտրոնների ցրման բրեզյան (111) և (220) մաքսիմումների  $J$  ինտենսիվության փոփոխությունը՝ կախված ջերմաստիճանից հալաֆեռոմագնիսական նյութում (մանգանի վանադիտ՝  $MnV_2O_4$ ,  $T_N = 56K$ ), իսկ նկ. IX.15-ում՝ այդ գծերի ինտենսիվությունների ջերմաստիճանային կախման կորերը: Ինչպես երևում է գծագրերից, երբ  $T > T_N$ , մաքսիմումների ինտենսիվությունը զործնականորեն կախված չէ ջերմաստիճանից:

## §8. Ֆեռոմագնիսականություն

Ֆեռոմագնիսական վիճակի հիմնական առանձնահատկությունը առանց արտաքին դաշտի վերջավոր ինքնարկրական մագնիսական մոմենտի (հագեցման մագնիսացվածության) գոյությունն է  $0 \leq T \leq T_c$  ջերմաստիճանային սիրույթում:

Ինքնաբերական մագնիսացվածության գոյությունը ֆեռոմագնիսներում երևութաբանորեն բացատրվել է Պ.Վեյսի կողմից 1907թ.: Համաձայն Վեյսի վարկածի, ֆեռոմագնիսական վիճակում զանվող բյուրեղում մագնիսական մոմենտների միջև գործում է արդյունաբերական փոխազդեցություն, որը սախայում է բոլոր մոմենտներին ուղղվել իրար զուգահեռ և միևնույն ուղղությամբ: Այդ փոխազդեցությանը համապատասխանության մեջ է դրվում ներքին արդյունաբերական մագնիսական դաշտ՝  $H_E$  (ընդունված են նաև «Վեյսի դաշտ», «մոլեկուլային միջին դաշտ» և «փոխսնակային դաշտ» անվանումները): Ներքին  $H_E$  դաշտը կողմնորոշիչ ազդեցություն է ունենում մագնիսական մոմենտների ջերմային շարժման վրա, բերելով գոմարային մագնիսական մոմենտի առաջացման:

Ըստ միջին դաշտի մոսավորության, արդյունաբերական ներքին դաշտը համեմատական է նմուշի մագնիսացվածությանը՝

$$H_E = \lambda M, \quad (8.1)$$

որտեղ  $\lambda$  մեծությունը կոչվում է մոլեկուլային դաշտի կամ Վեյսի հաստատուն և կախված չէ ջերմաստիճանից: (8.1) բանաձևում  $M$  մագնիսացվածությունը համապատասխանում է  $H_E$  դաշտում և  $T$  ջերմաստիճանում ջերմային հավասարակշռության վիճակին:

Ներքին մագնիսական դաշտի լարվածությունը կարելի է գնահատել, իրար հավասարեցնելով  $H_E$  դաշտում մագնիսական մոմենտի առավելագույն և  $T_c$  ջերմաստիճանում մեկ մագնիսական մոմենտին բաժին ընկնող ջերմային էներգիան՝

$$g_J \mu_B J H_E (T = 0 \text{ K}) \sim k_B T_c : \quad (8.2)$$

Երկաթի համար ( $J \approx S = 1$ ,  $g_J \approx 2$ ,  $T_c \approx 10^3 \text{ K}$ ) կատարված գնահատման համաձայն  $H_E \approx 7 \cdot 10^6$  Գս: Համեմատության համար նշենք, որ ցանցի հաստատունի կարգի ( $a \sim 2 \div 3 \text{ \AA}$ ) հեռավորության վրա մագնիսական մոմենտի ստեղծած դիպոլային դաշտի լարվածությունը՝

$$H_d \sim \frac{\mu_B}{a^3} \sim 10^3 \text{ Գս}$$

կարգի մեծություն է՝ առնվազն 1000 անգամ փոքր  $H_E$  դաշտի լարվածությունից:

Կատարված գնահատումներից ակնհայտորեն բխում է, որ  $H_E$  ներքին դաշտը չի կարող լինել մագնիսական դիպոլային փոխազդեցության արդյունք: Եթե այն իր ծագումով պայմանավորված լիներ մագնիսական դիպոլային փոխազդեցությամբ, ապա ֆեռոմագնիսական կարգավորվածությունը, համաձայն (8.2) առեցության և արված գնահատականի, կանհետանար

$$T_c^* \sim \frac{\mu_B H_d}{k_B} \simeq \frac{\mu_B H_E}{k_B} \cdot \frac{H_d}{H_E} = T_c \frac{H_d}{H_E} \sim 10^{-3} T_c \sim 1 \text{ K}$$

կարգի ջերմաստիճաններում: Լայպիսով, ներքին մագնիսական դաշտի գոյությունը պայմանավորված է ոչ մագնիսական բնույթի փոխազդեցությամբ:

Այժմ ծանոթանանք ֆեռոմագնիսական վիճակի երևութաբանական տեսությանը, առանց պարզելու ներքին արդյունաբար դաշտի ծագման պատճառը, որը հնարավոր է բացատրել միայն քվանտային տեսության շրջանակներում:

Եթե ֆեռոմագնիսական նյութը զտնվում է պարամագնիսական փուլում՝  $T > T_c$ , ապա, համաձայն Կյուրիի օրենքի (տես (5.10) բանաձևը)

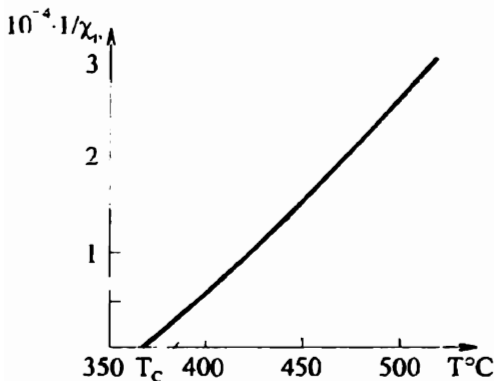
$$M = \chi_p \cdot H_0 = \frac{C}{T} (H + H_E) = \frac{C}{T} (H + \lambda M) , \quad (8.3)$$

որտեղ  $C$ -ն Կյուրիի հաստատունն է, իսկ  $H$ -ը՝ արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածությունը: Նվառի ունենալով մագնիսական ընկալունակության սահմանումը, (8.3) հավասարումից կստանանք՝

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{C}{T - C\lambda} : \quad (8.4)$$

Այս առնչության համաձայն,  $H = 0$  դեպքում գրոյից տարրեր մագնիսացվածություն ( $M \neq 0$ ) ի հայտ է գալիս Կյուրիի կետում՝

$$T_c = C\lambda \quad (8.5)$$



Նկ. IX.16

Ֆերմաստիճանում: Այսպիսով, պարամագնիսական վույում ֆերոմագնիսական նյութի մագնիսական ընկալունակությունը նկարագրվում է

$$\chi = \frac{C}{T - T_c} \quad (8.6)$$

առնչությամբ, որը հայտնի է որպես Կյուրի-Վեյսի օրենք: Այս օրենքը մեծագույն ճշտությամբ ստեղծի ունի  $T > T_c$  ֆերմաստի-

ճաններում, սակայն երբ  $T \rightarrow T_c$ ,  $\chi(T)$ -ն արվում է (7.3) օրենքով:

Նկ. IX.16-ում պատկերված է միավոր զանգվածի ընկալունակության հսկադարձ մեծության ֆերմաստիճանային կախման կորը նիկելի համար, իսկ կետագծերով սլասակերված է բարձրֆերմաստիճանային աիբույից կատարված արտամոսարկումը:

Օգտվելով (8.5) առնչությունից և Կյուրիի հաստատունի (5.28) արտահայտությունից, մոլեկուլային դաշտի հաստատունի համար կստանանք՝

$$\lambda = \frac{T_c}{C} = \frac{3k_B T_c}{ng_J^2 \mu_B^2 J(J+1)} = \frac{3k_B T_c \bar{\mu}}{\rho N_A g_J^2 \mu_B^2 J(J+1)} : \quad (8.7)$$

Երկաթի համար ( $T_c \approx 10^3$  K,  $\bar{\mu} \approx 56$  գ/մոլ,  $\rho \approx 7.8$  գ/սմ<sup>3</sup>,  $g_J \approx 2$ ,  $J \approx S \approx 1$ ) կատարված գնահատման համաձայն,  $\lambda \approx 5000$ : Ուստի, օգտվելով Ադյուսակ IX.3-ում բերված երկաթի հագեցման մագնիսացվածության

$M_0 \approx 1750$  Գ.ս սրժեքից, (8.1) առնչությունից կատանանք՝  $H_E \approx \lambda \cdot M \sim \sim 9 \cdot 10^6$  Գ.ս, ինչը, բնականաբար, համընկնում է (8.2) առնչությունից ստացված զնախասարկանի հետ:

Այժմ որոշենք ֆեռոմագնիսի մագնիսացվածության կախումը ջերմաստիճանից և արտաքին մագնիսական դաշտի յարվածությունից:

Օգտվենք պարամագնիսական նյութի մագնիսական մոմենտի (5.18) արտահայտությունից, նրանում  $H$ -ի փոխարեն ակտիվորեն լրիվ դաշտի  $H + H_E = H + \lambda M$  արտահայտությունը: Արդյունքում ստացվում է սրանսցենդենսի հավասարում մագնիսացվածությունը որոշելու համար՝

$$M = M_{s0} B_J \left[ \frac{g_J \mu_B J (H + \lambda M)}{k_B T} \right], \quad (8.8)$$

որտեղ  $M_{s0} = n g_J \mu_B J$  հագեցման մագնիսացվածությունը համապատասխանում է բոլոր մագնիսական մոմենտների՝ զուգահեռ և միևնույն կողմն ուղղվածությանը,  $B_J(x)$ -ը Բորիյունի ֆունկցիան է (տես (5.19) բանաձևը):

Անցնենք նոր փոփոխականի, նշանակելով

$$\alpha = \frac{g_J \mu_B J}{k_B T} (H + \lambda M) = \frac{\mu}{k_B T} (H + \lambda M), \quad (8.9)$$

որտեղ  $\mu = g_J \mu_B J$ -ն մեկ մասնիկի մագնիսական մոմենտն է: (8.8) հավասարումն ընդունում է

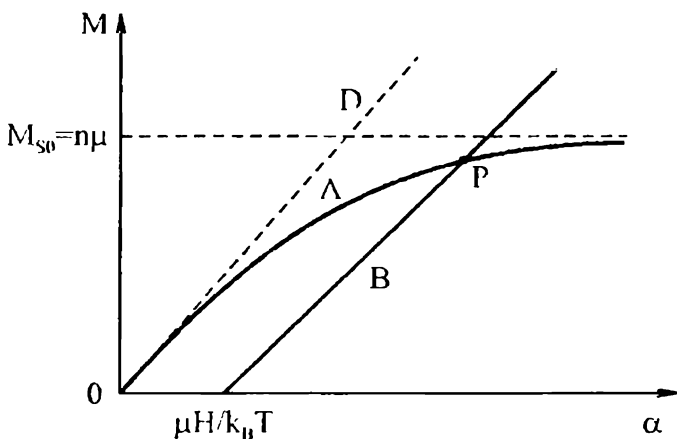
$$M = n \mu B_J(\alpha) \quad (8.10)$$

տեսքը: (8.9) կապից նույնպես  $M$ -ն արտահայտենք  $\alpha$ -ով՝

$$M = \frac{k_B T}{\lambda \mu} \alpha - \frac{H}{\lambda} : \quad (8.11)$$

Այսպիսով, (8.8) հավասարման լուծումը հավասարազոր է (8.10) և (8.11) հավասարումների համատեղ լուծմանը, երբ որպես անկախ փոփոխական է ծառայում  $\alpha$ -ն:

Պատկերենք (8.10) և (8.11) հավասարումները  $(M, \alpha)$  հարթության վրա (նկ. IX.17, A կորը տրվում է (8.10), իսկ B ուղիղը՝ (8.11) հավասարումով): A և B կորերի հատման P կետի կոորդինատները (8.10) և (8.11) հավասարումների համակարգի լուծումներն են:



Նկ. IX.17

1. Ջննարկներ նախ  $H = 0$  դեպքը և որոշենք ինքնաբերական մագնիսացվածության ջերմաստիճանային կախումը: Այս դեպքում B ուղիղը անցնում է O կետով:

ա) Ցածր ջերմաստիճաններ՝  $\alpha \gg 1$ :

Երբ  $T \rightarrow 0K$ , A և B կորերի հատման P կետը անդաշարժվում է դեպի  $\alpha$ -ի մեծ արժեքների տիրույթ, իսկ մագնիսացվածությունը ձգտում է իր առեմանային  $M_{s0}$  արժեքին: Օգտվելով Բրիլյուենի ֆունկցիայի՝ արգումենտի մեծ արժեքների համար (5.21) վերլուծությունից և նրանում անդադրելով  $\lambda$  հաստատունի (8.7) արտահայտությունը, կստանանք ինքնաբերական մագնիսացվածության ջերմաստիճանային կախումը՝

$$M \approx M_{s0} \left[ 1 - \frac{1}{J} \exp \left( -\frac{3}{J+1} \cdot \frac{T_c}{T} \right) \right]: \quad (8.12)$$

Ստացված արտահայտությունը ճիշտ չի նկարագրում մագնիսացվածության ջերմաստիճանային վարքը  $T \rightarrow 0K$  տիրույթում (տես §12):

բ) Բարձր ջերմաստիճաններ՝  $\alpha \ll 1$ :

Ջերմաստիճանի բարձրացմանը զուգընթաց B կորի թեքությունն աճում է, և հատման P կետը անդաշարժվում է դեպի փոքր արգումենտների տիրույթ: Երբ B ուղիղը համընկնում է A կորին կոորդինատների սկզբնակետում ստացված շոշափողի հետ (OD), P կետը համընկնում է O կետի հետ,

ինչը համապատասխանում է  $M = 0$  վիճակին:  $\alpha = 0$  կետում A և B կորերի անհանգյալների հավասարության պայմանից (5.25) վերլուծության միջոցով կստանանք:

$$\left(\frac{dM}{d\alpha}\right)_{\alpha=0} = \frac{k_B T_0}{\lambda \mu} = n \mu B'_J(\alpha) \Big|_{\alpha=0} = \frac{J+1}{3J} n \mu. \quad (8.13)$$

Այս առնչությունը որոշում է այն  $T_0$  ջերմաստիճանը, որի դեպքում  $M = 0$ :

$$\begin{aligned} T_0 &= \frac{\lambda \mu^2 n(J+1)}{3Jk_B} = \frac{\lambda J^2 \mu_B^2 g_J^2 n(J+1)}{3Jk_B} = \\ &= \lambda \cdot \frac{\mu_B^2 g_J^2 n(J+1)}{3k_B} \equiv \lambda \cdot C = T_c, \end{aligned} \quad (8.14)$$

որտեղ  $C$ -ն Այուրիի հաստատումն է:  $T > T_c$  տիրույթում A և B կորերի համանման միակ կետը  $\alpha = 0$  կետն է, որին համապատասխանում է  $M = 0$  վիճակը:

Պարզենք ինքնաբերական մագնիսացվածության ջերմաստիճանային կախման տեսքը  $T \sim T_c$  տիրույթում: Օգտվելով (5.25) վերլուծությունից, նրանում պահելով մահ  $\alpha^3$ -ին համեմատական անդամը, (8.10) հավասարումը կարելի է ներկայացնել

$$M \approx n \mu (A \alpha - B \alpha^3) = n \mu \left[ A \cdot \frac{\mu \lambda}{k_B T} M - B \cdot \left( \frac{\mu \lambda}{k_B T} \right)^3 M^3 \right] \quad (8.15)$$

տեսքով, որտեղ

$$A = \frac{J+1}{3J}, \quad B = \frac{(J+1)(2J^2 + 2J + 1)}{90J^3}: \quad (8.16)$$

(8.13), (8.14) և (8.16) առնչությունների համաձայն՝

$$\frac{A n \mu^2 \lambda}{k_B} = T_c, \quad (8.17)$$

$$B \cdot \left( \frac{\mu \lambda}{k_B T} \right)^3 n \mu = B \cdot \left( \frac{T_c}{T} \right)^3 \frac{n \mu}{A^3 (n \mu)^3} = \frac{3(2J^2 + 2J + 1)}{10(J+1)^2} \cdot \left( \frac{T_c}{T} \right)^3 \frac{1}{M_{s0}^2} \equiv$$

$$\equiv a \left( \frac{T_c}{T} \right)^3 \frac{1}{M_{S0}^2}, \quad a = \frac{3(2J^2 + 2J + 1)}{10(J+1)^2}, \quad (8.18)$$

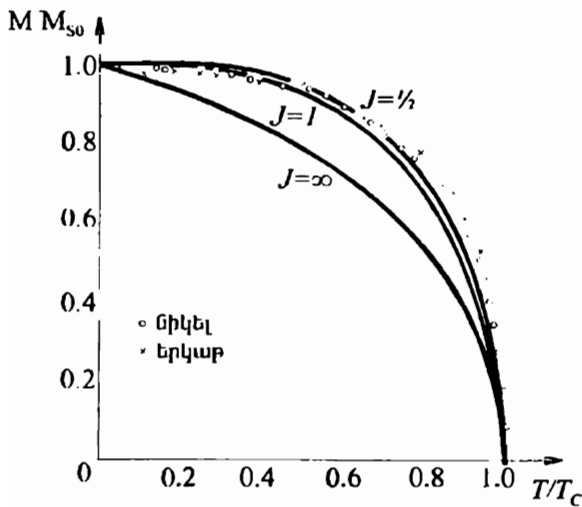
ուսաի (8.15) արտահայտությունը կրնդունի հետևյալ վերջնական տեսքը՝

$$\frac{M}{M_{S0}} \left[ \left( 1 - \frac{T_c}{T} \right) + a \left( \frac{T_c}{T} \right)^3 \left( \frac{M}{M_{S0}} \right)^2 \right] = 0 : \quad (8.19)$$

Պարամագնիսական սիթույրում  $T > T_c$ , և  $(1 - T_c/T) > 0$ , ուսաի (8.19) հավասարումն ունի միայն զրոյական լուծում՝  $M = 0$ , ինչը համապատասխանում է ինքնաբերական մագնիսացվածության բացակայությանը:

Եթե  $T < T_c$ , ապա (8.19) հավասարումից կստանանք՝

$$M = M_{S0} a^{1/2} \left( \frac{T_c}{T} \right)^{3/2} \left( \frac{T_c}{T} - 1 \right)^{1/2} \sim (T_c - T)^{1/2} : \quad (8.20)$$



Նկ. IX.18

Այս կախումը փորձում դիտված (7.2) օրենքից տարբերվում է  $\beta$  ցուցչի արժեքով: Այս փաստը, ինչպես նաև մագնիսացվածության (8.12) բանաձևից ստացվող արդյունքի և փորձի չհամընկնելը, երբ  $T \rightarrow 0K$ , ցույց է տալիս միջին դաշտի մոտավորության սահմանավակությունը:

Եթե բոլոր ջերմաստիճաններում ( $0 \leq T \leq T_c$ ) P

հատման կետի կոորդի-

նատները տեղադրվեն  $M/M_{S0}$  և  $T/T_c$  առանցքների վրա, ապա կստացվի ինքնաբերական մագնիսացվածության ջերմաստիճանային կախման կորը ցանկացած  $J$ -ի դեպքում: Նկ. IX.18-ում պատկերված են  $M(T)$  կորերը  $J = \infty$ ,  $J = 1$  և  $J = 1/2$  արժեքների համար և փորձում երկաթի ( $\times$ ) և նիկելի

(օ) համար ստացված արժեքները: Տեսական կորերը բավականաչափ լավ են մոտարկում փորձնական տվյալները. նիկելի համար ստացված կետերը մոտ են  $J = 1/2$  կորին, իսկ երկաթի համար ստացվածները՝  $J = 1$  կորին:

2. Այժմ ուսումնասիրենք արտաքին մագնիսական դաշտի ազդեցությունը ֆեռոմագնիսական նյութի մագնիսացվածության վրա: Նկատի ունենալով ընդհանուր դեպքում մագնիսացվածության ոչ գծային կախվածությունը մագնիսական դաշտի լարվածությունից, գրենք դիֆերենցիալ ընկալունակության

$$\chi_d = \frac{dM}{dH} = n\mu \frac{dB_J}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dH} \quad (8.21)$$

արտահայտությունը: Մյուս կողմից, համաձայն (8.9) հավասարման,

$$\frac{d\alpha}{dH} = \frac{\mu}{k_B T} + \frac{\mu\lambda}{k_B T} \frac{dM}{dH} = \frac{\mu}{k_B T} + \frac{\mu\lambda}{k_B T} \chi_d : \quad (8.22)$$

(8.21) և (8.22) արտահայտություններից կստանանք՝

$$\chi_d = \frac{n\mu^2 B'_J(\alpha)}{k_B \left[ T - \frac{n\lambda\mu^2}{k_B} B'_J(\alpha) \right]} : \quad (8.23)$$

ա) Ցածր ջերմաստիճաններ՝  $T \ll T_c$  ( $\alpha \gg 1$ ):

Օգտվենք  $B_J(\alpha)$ -ի մեծ արգումենտների համար (5.21) վերլուծությունից և հաշվենք նրա ածանցյալ՝

$$B'_J(\alpha) \simeq \frac{1}{J^2} \exp\left(-\frac{\alpha}{J}\right) : \quad (8.24)$$

Քանի որ (8.23) արտահայտության հայտարարը համեմատական է  $T$ -ին, երբ  $T \rightarrow 0$ , ապա դիֆերենցիալ ընկալունակությունը՝

$$\chi_d \sim T^{-1} B'_J(\alpha) \sim T^{-1} \exp\left(-\frac{\mu H}{Jk_B T} - \frac{\lambda M}{Jk_B T}\right) \rightarrow 0 : \quad (8.25)$$

Ընկալունակության նման վարքը պայմանավորված է այն հանգամանքով, որ արտաքին մագնիսական դաշտը շատ փոքր է ներքին արդյունաբար դաշտի համեմատությամբ, և զգալի  $\chi_d$  ստանալու համար անհրաժեշտ է ռեննալ ուժեղ մագնիսական դաշտեր: Այս իմաստով  $T \ll T_c$  տիրույթում

$\chi$ -ն անվանում են ընկալունակություն ուժեղ դաշտերում:

*p) Բարձր ջերմաստիճաններ՝  $T \gg T_c$ , ինչպես նաև  $T \sim T_c$  ( $\alpha \ll 1$ ):*

Նկատի ունենալով, որ  $H \ll H_E$  և  $\alpha \ll 1$ , (8.8) հավասարման աջ մասը վերածենք շարքի ըստ  $\alpha$ -ի, պահելով նաև  $\alpha^3$ -ի կարգի անդամները, ընդ որում ըստ  $\alpha$ -ի զծային անդամում կպահենք նաև  $H$ -ին համեմատական անդամը: Արդյունքում կստանանք՝

$$\frac{M}{M_{s0}} \left( 1 - \frac{T_c}{T} \right) + \alpha \left( \frac{T_c}{T} \right)^3 \left( \frac{M}{M_{s0}} \right)^3 = \frac{T_c}{T} \cdot \frac{H}{\lambda M_{s0}}, \quad (8.26)$$

$$\chi_d = \left[ \frac{3H}{M} + 2\lambda \left( 1 - \frac{T}{T_c} \right) \right]^1, \quad (8.27)$$

որտեղ  $M$ -ը (8.26) հավասարման լուծումն է: (8.26) հավասարումը (8.19) հավասարումից տարրերվում է միայն աջ մասում առկա անդամով:

Ուսումնասիրենք (8.26) և (8.27) հավասարումները սուրբեր դեպքերում:

1) Եթե  $T \gg T_c$ , ապա (8.26) հավասարման ձախ մասի երկրորդ գումարելին անտեսելով ստաչիմի նկատմամբ, կստանանք՝

$$M \approx \frac{T_c}{(T - T_c)\lambda} H = \frac{C}{T - T_c} H :$$

Այս արտահայտությունը սեղադրելով (8.27) բանաձևի մեջ, կստանանք՝

$$\chi_d = \chi = \frac{C}{T - T_c}, \quad (8.28)$$

որն իրենից ներկայացնում է Կյուրի-Վեյսի օրենքը:

2) Եթե  $T \geq T_c$  կամ  $T \leq T_c$ , ապա (8.26) հավասարման ձախ մասում անհրաժեշտ է պահել իրկու գումարելիներն էլ, իսկ ընկալունակությունը հաշվարկել (8.27) բանաձևով:

3) Եթե  $T = T_c$ , ապա մագնիսացվածության կախումը մագնիսական դաշտի լարվածությունից տրվում է

$$M = M_{s0} \left( \frac{H}{\lambda \alpha M_{s0}} \right)^{1/3} \sim H^{1/3} \quad (8.29)$$

օրենքով, որը հաստատվում է ֆեռոմագնիսական մետաղների և համաձուլվածքների համար վիորձում ստացված ավյալներով:

Ընկալունակության համար (8.27) բանաձևից ստացված

$$\chi_d = \frac{1}{3} \frac{M}{H} \sim H^{-2/3} \quad (8.30)$$

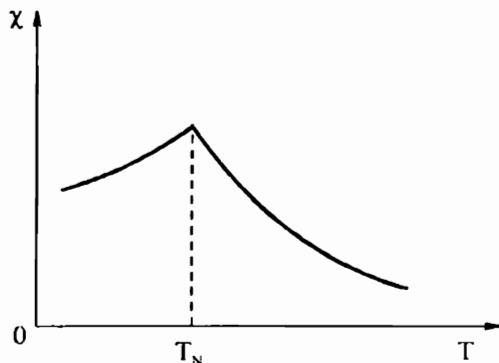
առնչությունն անմիջապես հետևում է նաև (8.29) բանաձևից և դիֆերենցիալ ընկալունակության (1.8) սահմանումից:

## §9. Հակաֆեռոմագնիսականություն

Մագնիսական մոմենտների հակաֆեռոմագնիսական դասավորվածության դեպքում սարքեր մագնիսական ենթացանցների պատկանող հարևան սպիններն ուղղված են յուրաքանչյուր հակառակ, ուստի միմյանց չեզոքացնում են: Այս չեզոքացման հետևանքով ինքնաբերական մագնիսացվածությունը զրոյանում հավասար է զրոյի, ուստի հակաֆեռոմագնիսական նյութը դասակարգվում է որպես թույլ մագնիսական, իսկ նրա մագնիսական ընկալունակությունը  $10^{-5} \div 10^{-2}$  կարգի մեծություն է, ինչպես և պարամագնիսական նյութերին:

Սակայն, ի տարբերություն պարամագնիսների, հակաֆեռոմագնիսում մագնիսական մոմենտների հակադրագիծ դասավորվածությունը պայմանավորված է հենց ուժեղ փոխազդեցությամբ, որը խոչընդոտում է մագնիսական մոմենտների կողմնորոշմանն արտաքին մագնիսական դաշտի ուղղությամբ, և որի հետևանքով հակաֆեռոմագնիսի մագնիսական ընկալունակությունը կարող է լինել նաև ավելի փոքր, քան պարամագնիսինը: Ջերմաստիճանի բարձրացման հետ մագնիսական մոմենտների կարգավորվածությունն աստիճանաբար խախտվում է, որի հետևանքով, հակառակ պարամագնիսների, մագնիսական ընկալունակությունը մեծանում է: Ուրտշակի  $T_N$  ջերմաստիճանում (Նեկի ջերմաստիճան) մագնիսական ենթացանցների մագնիսական մոմենտների գումարը դառնում է զրո, ստեղծվում է լրիվ անկանոն, քառսային վիճակ, որից հետո ջերմաստիճանի հետագա աճի հետ մագնիսական ընկալունակությունը, ինչպես և պարամագնիսների մոտ, նվազում է: Հակաֆեռոմագնիսի մագնիսական ընկալունակության ջերմաս-

սիճանային կախման կորը պատկերված է նկ. IX.19-ում:



Նկ. IX.19

Ծանոթանալով այժմ հակաֆեռոմագնիսացվածության երևութաբանական տեսությանը (Լ.Ն.Լեյ, 1932թ.): Պայգության համար դիսարկևեր երկու մագնիսական ենթացանցերից բաղկացած կառուցվածք, որի յուրաքանչյուր մագնիսական մոմենտի ամենամոտա հարևանները պատկանում են մյուս մագնիսական ենթացանցին: Միջին մոլեկուլային դաշտի տեսությամբ շրջանակներում «1» ենթացանցի որևէ հան-

գույցում արդյունաբար ներքին մագնիսական դաշտի լարվածությունը կարելի է ներկայացնել

$$H_1 = \lambda_{11} M_1 + \lambda_{12} M_2 \quad (9.1)$$

տեսքով, որտեղ  $M_1$  ( $M_2$ )-ը առաջին (երկրորդ) մագնիսական ենթացանցի մագնիսական մոմենտն է,  $\lambda_{11}$  -ը՝ մոլեկուլային դաշտի հաստատունը, սլայմանավորված «1» ենթացանցի մագնիսական մոմենտների (սպինների) վոխագղեցությամբ,  $\lambda_{12}$  -ը՝ «1» և «2» ենթացանցերի սպինների վոխագղեցությամբ: Նույն ձևով «2» ենթացանցի որևէ հանգույցում արդյունաբար ներքին մագնիսական դաշտի լարվածության համար կարող ենք գրել՝

$$H_2 = \lambda_{21} M_1 + \lambda_{22} M_2 : \quad (9.2)$$

Քանի որ «1» և «2» ենթացանցերը համարժեք են, ապա

$$\lambda_{11} = \lambda_{22} \equiv \lambda, \quad \lambda_{12} = \lambda_{21} \equiv \nu, \quad (9.3)$$

ընդ որում  $\lambda > 0$ , իսկ  $\nu < 0$ , ինչպես նաև

$$M_2 = -M_1, \quad (9.4)$$

այսինքն՝ ենթացանցերի մոմենտները հավասար են և ուղղված հակառակ: (9.1)-(9.4) առնչություններից կստանանք՝

$$H_1 = (\lambda - \nu)M_1, \quad (9.5)$$

$$H_2 = (\lambda - \nu)M_2 : \quad (9.6)$$

Մյուս կողմից, «1» և «2» ենթացանցերի մագնիսացվածությունների հավասարակշռական արժեքները կարելի է ներկայացնել (5.18) արտահայտության միջոցով, նրանում արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածության վոլտարեն տեղադրելով արդյունաբար մագնիսական դաշտի արտահայտությունը համապատասխան ենթացանցի համար՝

$$M_1 = \frac{n\mu}{2} B_J \left( \frac{\mu H_1}{k_B T} \right) = \frac{n\mu}{2} B_J \left[ \frac{\mu(\lambda - \nu)M_1}{k_B T} \right], \quad (9.7)$$

$$M_2 = \frac{n\mu}{2} B_J \left( \frac{\mu H_2}{k_B T} \right) = \frac{n\mu}{2} B_J \left[ \frac{\mu(\lambda - \nu)M_2}{k_B T} \right], \quad (9.8)$$

որտեղ  $n$ -ը ատոմների կոնցենտրացիան է ( $n/2$  յուրաքանչյուր ենթացանցի համար):

Ջերմաստիճանի աճի հետ  $M_1$  և  $M_2$  մագնիսացվածությունները նվազում են և  $T = T_N$  ջերմաստիճանում դառնում զրո: Երբ  $T \sim T_N$  և  $M_{1,2} \rightarrow 0$ , կարող ենք օգտվել  $B_J(x)$  ֆունկցիայի (5.25) վերլուծությունից և գրել՝

$$M_1 = \frac{n\mu}{2} \left[ \frac{J+1}{3J} \cdot \frac{\mu(\lambda - \nu)}{k_B T} M_1 + O(M_1^3) \right], \quad (9.9)$$

կամ

$$M_1 \left[ \frac{n\mu^2(J+1)(\lambda - \nu)}{6Jk_B T} - 1 + O(M_1^2) \right] = 0 : \quad (9.10)$$

Եթե  $M_1 \neq 0$ , ապա պետք է գրայի հավասար լինի փակագծի մեջ գրված արտահայտությունը, այսինքն՝

$$\frac{n\mu^2(J+1)(\lambda - \nu)}{6Jk_B T} = 1 - O(M_1^2), \quad (9.11)$$

և երբ  $M_1 \rightarrow 0$ , (9.11) բանաձևից կորոշվի Նեելի ջերմաստիճանը՝

$$T_N = \frac{n\mu^2(J+1)(\lambda - \nu)}{6Jk_B} = \frac{n\mu_B^2 g_J^2 J(J+1)}{3k_B} \cdot \frac{\lambda - \nu}{2} = \frac{C(\lambda - \nu)}{2}, \quad (9.12)$$

որսել  $C'$ -ն Այուրիի հաստատունն է:

Այժմ ուսումնասիրենք արտաքին մագնիսական դաշտի ազդեցությունը հակաֆեռոմագնիսի մագնիսական հասկությունների վրա: Հարկ է նշել, որ արտաքին դաշտի առկայությամբ մագնիսական ենթացանցերի մագնիսացվածությունների մեծությունների հավասարության (9.4) պայմանը խախտվում է:

ա) Եթե հակաֆեռոմագնիսական նմուշը գտնվում է  $H$  լարվածությամբ դաշտում, որն ուղղված է «1» ենթացանցի մագնիսացվածության ուղղությամբ, ապա «1» և «2» ենթացանցերի մագնիսացվածությունները որոշվում են

$$M_1 = \frac{n\mu}{2} B_J \left[ \frac{\mu(H + \lambda M_1 + \nu M_2)}{k_B T} \right], \quad (9.13)$$

$$M_2 = \frac{n\mu}{2} B_J \left[ \frac{\mu(H + \lambda M_2 + \nu M_1)}{k_B T} \right], \quad (9.14)$$

տրանսցենդենտ հավասարումների համակարգից:

Որոշենք հակաֆեռոմագնիսի «երկայնական» ( $H \uparrow \uparrow M_1$ ) մագնիսական ընկալունակությունը՝

$$\chi_{\parallel} = \frac{\partial(M_1 + M_2)}{\partial H}: \quad (9.15)$$

Ածանցելով (9.13) և (9.14) հավասարումներն ըստ  $H$ -ի՝

$$\frac{\partial M_1}{\partial H} = \frac{n\mu}{2} \cdot B_J' \cdot \frac{\mu}{k_B T} \left( 1 + \lambda \frac{\partial M_1}{\partial H} + \nu \frac{\partial M_2}{\partial H} \right),$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial H} = \frac{n\mu}{2} \cdot B_J' \cdot \frac{\mu}{k_B T} \left( 1 + \lambda \frac{\partial M_2}{\partial H} + \nu \frac{\partial M_1}{\partial H} \right)$$

և գումարելով իրար ստացված արտահայտությունները, կստանանք՝

$$\chi_{\parallel} = \frac{n\mu^2}{k_B T} \cdot \frac{B_J'}{\left[ 1 - \frac{n\mu^2}{2k_B T} B_J' (\lambda + \nu) \right]}, \quad (9.16)$$

որտեղ  $B'_j$ -ն Բրիլյուենի ֆունկցիայի ածանցյալն է ըստ իր արգումենտի:

Եթե  $T > T_N$ ,  $T \sim T_N$ , ապա  $B_j(x)$  ֆունկցիայի արգումենտը՝  $x = \mu(H + \lambda M_1 + \nu M_2)/k_B T_N \ll 1$ , ուստի, նկատի ունենալով (5.25) վերլուծությունը, կստանանք՝

$$\frac{n\mu^2}{k_B} \cdot B'_j = \frac{n\mu^2}{k_B} \cdot \frac{J+1}{3J} = \frac{ng_J^2 \mu_B^2 J(J+1)}{3k_B} \equiv C$$

Կատարելով

$$\theta_a = \frac{1}{2} C(\lambda + \nu) \quad (9.17)$$

նշանակումը, որն ընդունված է անվանել հակաֆեռոմագնիսական նյութի Կյուրիի պարամագնիսական (կամ ասիմպոտոտական) ջերմաստիճան,  $\chi_1$ -ի համար (9.16) առնչու-

թյունից կստանանք

$$\chi_1 = \frac{C}{T - \theta_a} \quad (9.18)$$

բանաձևը, որը Կյուրի-Վեյսի օրենքի նմանակն է հակաֆեռոմագնիսի համար  $T > T_N$

տիրույթում:  $(1/\chi_1, T)$  հար-

թության վրա  $\chi_1^{-1}$  ֆունկցիա-

յի գրաֆիկը հաստում է  $T$

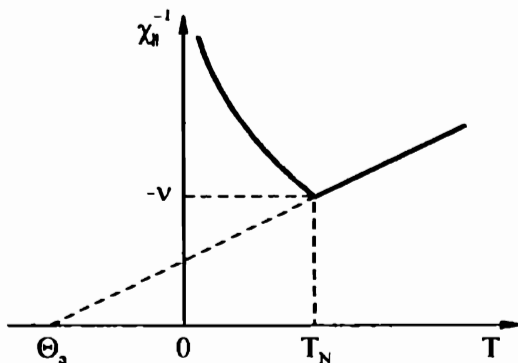
առանցքը  $\theta_a$  կետում (նկ.

IX.20): Հարկ է նշել, որ եթե ֆեռոմագնիսական նյութի համար առաջին մո-

տավորությամբ Կյուրիի պարամագնիսական ( $\theta_a$ ) և ֆեռոմագնիսական

( $T_c$ ) ջերմաստիճաններն իրար հավասար են, ապա հակաֆեռոմագնիսա-

կան նյութերում դրանք էապես տարբերվում են իրարից ( $\theta_a$  և  $T_N$ ): Իրոք,



Նկ. IX.20

քանի որ  $M_1$  և  $M_2$  մագնիսացվածություններն իրար հակառակ են ուղղված, ապա  $\nu < 0$ , և, ըստ (9.12) առնչության,  $T_N > 0$ , իսկ  $\theta_a$ -ն, ըստ (9.17) նշանակման, տարբերվում է  $T_N$ -ից և կարող է լինել նաև բացասա-

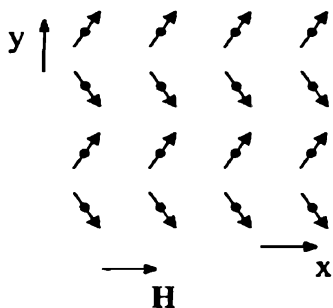
կան՝  $\theta_a < 0$ , եթե  $\lambda < |\nu|$ :  $T_N$  և  $\theta_a$  բնութագրական ջերմաստիճանները կապված են

$$T_N = \theta_a \frac{\lambda - \nu}{\lambda + \nu} = \theta_a \frac{\lambda + |\nu|}{\lambda - |\nu|} \quad (9.19)$$

առնչությամբ, որը հետևում է (9.12) և (9.17) բանաձևերից:  $T = T_N$  կետում, ըստ (9.18) արտահայտության,

$$\chi_+ = \frac{C}{T_N - \theta_a} = \frac{C}{\frac{C(\lambda - \nu)}{2} - \frac{C(\lambda + \nu)}{2}} = -\frac{1}{\nu} = \frac{1}{|\nu|} : \quad (9.20)$$

Ջերմաստիճանի նվազման հետ յուրաքանչյուր մագնիսական ենթացանցի մագնիսացվածությունն աճում է, իսկ  $B'_j$  ածանցյալը նվազում է քապոնենցիալ օրենքով (տես (5.21) բանաձևը), և երբ  $T \rightarrow 0$ ,  $\chi_1 \rightarrow 0$  (նկ. IX.20):



Նկ. IX.21

բ) Այժմ որոշենք հակաֆեռոմագնիսի մագնիսական ընկալունակությունը ենթացանցների մագնիսական մոմենտներին ուղղահայաց արտաքին դաշտում՝  $\chi_{\perp}$ -ը:

Մագնիսական դաշտի ազդեցության տակ «1» և «2» ենթացանցների մագնիսացվածությունները թեքվում են միևնույն ուղղությամբ, այնպես որ, անգամ  $T = 0K$  ջերմաստիճանում, ընկալունակությունը զրոյից տարբեր է: Եթե արտաքին դաշտն ուղղված է

$x$  առանցքով (նկ. IX.21), ապա «1» ենթացանցի արդյունաբար մագնիսական դաշտի բաղադրիչները կլինեն

$$\begin{aligned} H_{1x} &= \lambda M_{1x} + \nu M_{2x}, \\ H_{1y} &= \lambda M_{1y} + \nu M_{2y}. \end{aligned} \quad (9.21)$$

Քանի որ «1» և «2» ենթացանցները համաչափ են, ապա

$$M_{1x} = M_{2x}, \quad M_{1y} = -M_{2y}, \quad (9.22)$$

հետևաբար՝ (9.21) և (9.22) արտահայտություններից

$$H_{1x} = (\lambda + \nu) M_{1x}, \quad H_{1y} = (\lambda - \nu) M_{1y} : \quad (9.23)$$

Արտաքին դաշտն ուղղված է  $x$  առանցքով, ուստի արդյունաբար մագնիսացվածությունն ուղղված կլինի  $H_0(H_{0x}, H_{0y}) \equiv (H + H_{lx}, H_{ly})$  արդյունաբար դաշտի ուղղությամբ՝

$$\frac{H_{0x}}{H_{0y}} = \frac{H + H_{lx}}{H_{ly}} = \frac{H + (\lambda + \nu)M_{lx}}{(\lambda - \nu)M_{ly}} = \frac{M_{lx}}{M_{ly}}, \quad (9.24)$$

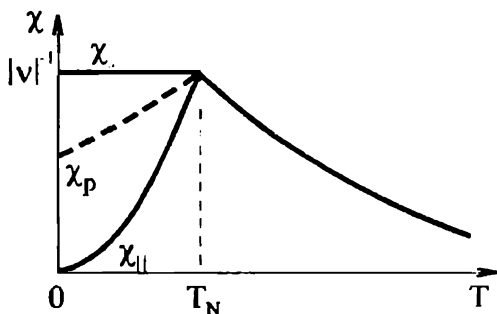
որտեղից՝

$$M_{lx} = -\frac{H}{2\nu} : \quad (9.25)$$

(9.22) և (9.25) առնչություններից հետևում է ընկալունակության

$$\chi_{\perp} = \frac{M_x}{H} = \frac{M_{lx} + M_{2x}}{H} = \frac{2M_{lx}}{H} = -\frac{1}{\nu} = \frac{1}{|\nu|}, \quad (9.26)$$

արժեքը, ինչը համընկնում է (9.20) արտահայտության հետ: Այսպիսով,  $(0, T_N)$  տիրույթում  $\chi_{\perp}$ -ը մնում է հաստատուն (նկ. IX.22):



Նկ. IX.22

Անհրաժեշտ է նկատի ունենալ, որ նկ. IX.22-ում պատկերված կորերը նկարագրում են միաբյուրեղի մագնիսական ընկալունակությունների վարքը: Բազմաբյուրեղից պատրաստված նմուշի ընկալունակությունը ստացվում է ըստ անկյան համապատասխան ձևով միջինացումից (նկ. IX.22,  $\chi_p$  կորը):

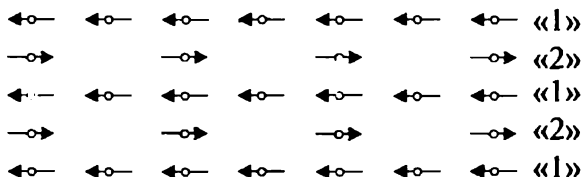
## §10. Ֆեռմիագնիսականություն

Ի տարբերություն հակաֆերոմագնիսական նյութերի, որոնցում մագնիսական ենթացանցերի մագնիսացվածություններն իրար հավասար են և ուղղված հակադիր կողմեր, ֆեռմիագնիսական նյութերում մագնիսացվածություններն իրար հավասար չեն, իսկ նրանց տարբերությունը ենթացանցերի մագնիսացվածությունների կարգի է:

Ֆեռմիագնիսականության երևույթաբանական տեսությունը ստվել է Լ.Նեելի կողմից (1948թ.) պարզ մոդելի եիման վրա, որի համաձայն ֆեռմիագնիսական նյութը բաղկացած է միևնույն ստեսակի ատոմներից, որոնք բաշխված են «1» և «2» ենթացանցերի միջև  $a:b$  հարաբերությամբ (նկ. IX.23), ընդ որում

$$a + b = 1 : \quad (10.1)$$

Տվյալ ենթացանցի կամայական հանգույցում միջին մոլեկուլային դաշտը, ինչպես և հակաֆերոմագնիսներում, որոշվում է որպես այդ ենթացանցի և մյուս ենթացանցի մագնիսացվածություններով ստեղծված արդյու-



Նկ. IX.23

նարար դաշտերի գումար: «1» և «2» ենթացանցերի հանգույցներում արդյունարար մագնիսական դաշտերը տրվում են համապատասխանաբար

$$H_1 = \lambda_{11}M_1 + \lambda_{12}M_2, \quad H_2 = \lambda_{21}M_1 + \lambda_{22}M_2 \quad (10.2)$$

բանաձևերով: Կենթադրենք, որ միևնույն ենթացանցին պատկանող հանգույցներում սպինների փոխազդեցությունը ֆերոմագնիսական բնույթ ունի՝  $\lambda_{11} > 0$ ,  $\lambda_{22} > 0$ , իսկ տարբեր ենթացանցերի սպինների փոխազդեցությունը՝ հակաֆերոմագնիսական՝  $\lambda_{12} = \lambda_{21} < 0$ : Նպատակահարմար է կատարել հետևյալ նշանակումները՝

$$\lambda_{12} = \lambda_{21} = -w, \quad \lambda_{11} = \alpha w, \quad \lambda_{22} = \beta w, \quad (10.3)$$

որտեղ  $\alpha$  ( $\beta$ ) զործակիցը բնութագրում է միջին մոլեկուլային դաշտը «1» («2») մագնիսական ենթացանցում (արտահայտված  $w$  միավորներով): Նշանակենք նաև  $J_1$  ( $J_2$ )-ով «1» («2») ենթացանցի մեկ հանգույցին վերագրվող միջին մագնիսական մոմենտը՝ բազմապատկած համակարգի մասնիկների թվով: Մագնիսական ենթացանցերի մագնիսացվածություններն արտահայտվում են  $J_1$  և  $J_2$  մեծությունների միջոցով՝

$$M_1 = \alpha J_1, \quad M_2 = \beta J_2: \quad (10.4)$$

(10.2)-(10.4) բանաձևերից հետևում են ներքին արդյունաբար դաշտերի արտահայտությունները՝

$$H_1 = w(\alpha \alpha J_1 - \beta J_2), \quad H_2 = w(\beta \beta J_2 - \alpha J_1): \quad (10.5)$$

Մագնիսական մոմենտների հավասարակշռական արժեքները  $H$  դաշտում, ինչպես և §58,9-ում քննարկված դեպքերում, որոշվում են

$$\begin{aligned} J_1 &= n\mu B_J \left[ \frac{\mu w(\alpha \alpha J_1 - \beta J_2) + \mu H}{k_B T} \right], \\ J_2 &= n\mu B_J \left[ \frac{\mu w(\beta \beta J_2 - \alpha J_1) + \mu H}{k_B T} \right] \end{aligned} \quad (10.6)$$

արտահայտություններով:

Որոշենք այժմ ֆեռիմագնիսի մագնիսական ընկալունակությունը: Սահմանման համաձայն՝

$$\chi = \frac{\partial M}{\partial H} = \frac{\partial}{\partial H} (\alpha J_1 + \beta J_2) = \alpha \frac{\partial J_1}{\partial H} + \beta \frac{\partial J_2}{\partial H}: \quad (10.7)$$

(10.6) բանաձևերից որոշելով  $\partial J_1 / \partial H$  և  $\partial J_2 / \partial H$  ածանցյալները և տեղադրելով (10.7) արտահայտության մեջ, կստանանք՝

$$\chi = C \frac{T - Cwab(\alpha + \beta + 2)}{T^2 - Cw(\alpha\alpha + \beta\beta)T + C^2w^2ab(\alpha\beta - 1)}, \quad (10.8)$$

որտեղ

$$C = \frac{n\mu^2}{k_B} B'_J : \quad (10.9)$$

Ուսումնասիրենք ընկալունակության (10.8) արտահայտությունը պարամագնիսական տիրույթում: Այս տիրույթում  $B_J$  ֆունկցիայի արգումենտը շատ վաղը է մեկից, ուստի, օգտվելով (5.25) վերլուծությունից, կստանանք՝

$$C = \frac{n\mu^2}{k_B} \cdot \frac{J+1}{3J} = \frac{n\mu_B^2 g_J^2 J(J+1)}{3k_B} :$$

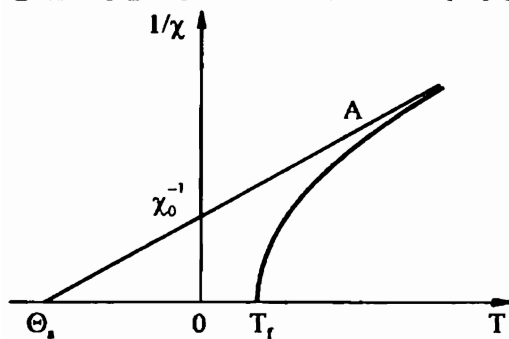
Ընկալունակության ցերմաստիճանային կախումը կարելի է ներկայացնել

$$\frac{1}{\chi} = \frac{T}{C} + \frac{1}{\chi_0} - \frac{\sigma}{T - \theta} \quad (10.10)$$

տեսքով, որտեղ

$$\begin{aligned} \frac{1}{\chi_0} &= w(2ab - \alpha a^2 - \beta b^2), \\ \sigma &= Cw^2 ab[a(\alpha+1) - b(\beta+1)]^2, : \\ \theta &= Cwab(\alpha + \beta + 2): \end{aligned} \quad (10.11)$$

Երբ  $T \rightarrow \infty$ , (10.10) արտահայտության երրորդ գումարելին ձգաում է գրոյի: Արդյունքում (10.10) բանաձևով տրվող ֆունկցիայի ասիմպտոտը՝



Նկ. IX.24

$$\frac{1}{\chi} = \frac{T}{C} + \frac{1}{\chi_0} \quad (10.11)$$

առիղը, հատում է օրդինատների առանցքը  $\chi_0^{-1}$  կետում և ունի  $C^{-1}$  թեքություն, իսկ նրա հատման կետն արգսիսների առանցքի հետ տալիս է այսպես կոչված Կյուրիի ասիմպտոտական ցերմաստիճանը (նկ. IX.24)՝

$$\theta_a = -\frac{C}{\chi_0} : \quad (10.12)$$

Մյուս կողմից, երբ ջերմաստիճանը նվազում է,  $1/\chi(T)$  ֆունկցիայի գրաֆիկն ավելի և ավելի է հեռանում  $A$  ասիմպտոտից, և  $T_f$  ջերմաստիճանում, որը կոչվում է Կյուրիի ֆեռիմագնիսական կետ,  $\chi^{-1}(T_f) = 0$  (նկ. IX.24): Օգտվելով  $T_f$  ջերմաստիճանի սահմանումից և (10.8) բանաձևից,  $T_f$ -ի որոշման համար կստանանք՝

$$T_f^2 - Cw(\alpha a + \beta b)T_f + C^2w^2ab(\alpha\beta - 1) = 0 \quad (10.13)$$

հավասարումը, որի լուծումները տրվում են

$$T_f = \frac{Cw}{2} \left[ \alpha a + \beta b \pm \sqrt{(\alpha a - \beta b)^2 + 4ab} \right] \quad (10.14)$$

արտահայտությամբ:

Եթե  $T_f \leq 0$ , ապա ամբողջ ջերմաստիճանային տիրույթում նյութը գտնվում է պարամագնիսական վիճակում: Եթե  $T_f > 0$ , ապա  $0 \leq T \leq T_f$ , տիրույթում նյութը ձեռք է բերում ինքնաբերական մագնիսացվածություն, որը տրվում է

$$M = aJ_1 + bJ_2 \quad (10.15)$$

արտահայտությամբ, իսկ  $J_1$ -ը և  $J_2$ -ը որոշվում են (10.6) հավասարումներից  $H = 0$  և  $T < T_f$  դեպքում:

Եթե  $T_f = 0$ , ապա, համաձայն (10.14) արտահայտության,

$$\alpha a + \beta b \pm \sqrt{(\alpha a - \beta b)^2 + 4ab} = 0$$

կամ

$$\alpha\beta = 1 : \quad (10.17)$$

Եթե  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$ , ապա (10.17) և (10.14) առնչություններից հետևում է, որ

$$T_{f1} = Cw(\alpha a + \beta b) > 0, \quad T_{f2} = 0, \quad (10.18)$$

այսինքն՝ նյութը գտնվում է ֆեռիմագնիսական վիճակում:

Եթե  $\alpha < 0$ ,  $\beta < 0$ , ապա

$$T_{f1} = 0, \quad T_{f2} = Cw(\alpha a + \beta b) < 0, \quad (10.19)$$

այսինքն՝ նյութը գտնվում է պարամագնիսական վիճակում:

Ֆեռմիոնային համակարգի ամենակարևոր առանձնահատկությունն այն է, որ մագնիսական ենթացանցերի ինքնաբերական մագնիսացվածությունների ջերմաստիճանային կախումները կարող են էապես տարբեր սեփականություններ, կախված  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $a$ ,  $b$  պարամետրերի արժեքներից: Այդ կախումների մասին պատկերացում կազմելու համար պարզենք, թե  $T = 0\text{K}$  ջերմաստիճանում ինչպես են փոփոխվում  $J_1$  և  $J_2$  հավասարակշռական մագնիսացվածությունները:

$H = 0$  դեպքում, տրված  $J_1$  և  $J_2$  մեծությունների համար արդյունաբար մոլեկուլային դաշտի և մագնիսացվածությունների փոխազդեցության էներգիան՝

$$E = -\frac{1}{2} \alpha J_1 \cdot H_1 - \frac{1}{2} \beta J_2 H_2, \quad (10.20)$$

(10.5) բանաձևերի օգնությամբ կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$E = -\frac{1}{2} w \left( \alpha a^2 J_1^2 - 2ab J_1 J_2 + \beta b^2 J_2^2 \right): \quad (10.21)$$

Կախված  $J_1$  և  $J_2$  մեծություններից,  $E$ -ն ընդունում է նվազագույն արժեքներ, որոնց մեծությունները որոշվում են  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $a$  և  $b$  պարամետրերի արժեքներով: Հնարավոր է չորս դեպք.

1. Պարամագնիսական վիճակ՝

$$J_1 = J_2 = 0, \quad (10.22)$$

և ըստ (10.21) առնչության՝

$$E = 0: \quad (10.23)$$

2. Լորիվ հագեցման վիճակ, երբ  $J_1$  և  $J_2$  մեծություններն ընդունում են առավելագույն արժեքներ՝

$$J_1 = n\mu, J_2 = -n\mu, \quad (10.24)$$

$$E = -\frac{1}{2} w n^2 \mu^2 \left( \alpha a^2 + 2ab + \beta b^2 \right): \quad (10.25)$$

3. «1» ենթացանցի մագնիսացվածությունն առավելագույնն է՝  $J_1 = n\mu$ , իսկ «2» ենթացանցը հագեցած չէ, և նրա մագնիսացվածության հավասարակշռական արժեքը որոշվում է էներգիայի մինիմումի սլայմանից՝

$$\frac{\partial E}{\partial J_2} = 0, \quad \text{որտեղից} \quad J_2 = \frac{a}{\beta b} n\mu, \quad (10.26)$$

$$E = -\frac{1}{2} \omega n^2 \mu^2 a^2 \left( \alpha - \frac{1}{\beta} \right): \quad (10.27)$$

4. «2» ենթացանցի մագնիսացվածությունն առավելագույնն է  $J_2 = -n\mu$ , իսկ «1» ենթացանցինը որոշվում է էներգիայի մինիմումի պայմանից՝

$$\frac{\partial E}{\partial J_1} = 0, \quad \text{որտեղից} \quad J_1 = -\frac{b}{\alpha a} n\mu, \quad (10.28)$$

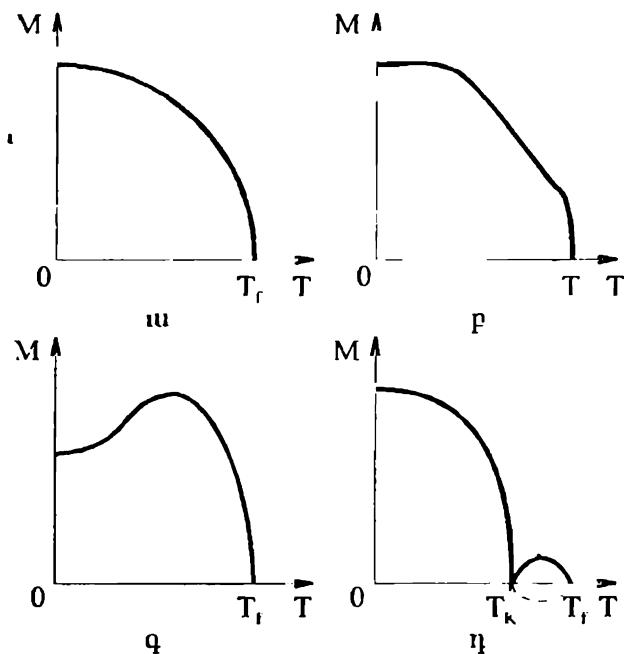
$$E = -\frac{1}{2} \omega n^2 \mu^2 b^2 \left( \beta - \frac{1}{\alpha} \right): \quad (10.29)$$

Թե թվարկված դեպքերից որը կիրականանա  $T = 0\text{K}$ -ում, կախված է  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $a$  և  $b$  պարամետրերի արժեքներից:

Եթե ենթացանցի մագնիսացվածությունը հազցված չէ (3. և 4. դեպքեր), ապա մագնիսական մոմենտների կարգավորվածությունը խախտվում է ջերմաստիճանի բարձրացմանը զուգընթաց: Ուստի, կախված  $J_1$  և  $J_2$  մեծությունների հարաբերակցությունից, արդյունաբար մագնիսացվածությունը՝ որպես ջերմաստիճանի ֆունկցիա, կարող է արագ նվազել կամ, ընդհակառակը՝ աճել, ինչը և բերում է  $M(T)$  կախման բազմազանության: Նկ. IX.25-ում պատկերված են ֆեռիմագնիսի ինքնաբերական մագնիսացվածության ջերմաստիճանային կախումների հնարավոր կորերը:

Միայն ֆեռիմագնիսին բնորոշ առանձնահատկություն է այն փաստը, որ ջերմաստիճանի բարձրացմանը զուգընթաց հնարավոր է ինքնաբերական մագնիսացվածության նշանի (ուղղության) փոփոխություն որոշակի կետում  $T_K$ , որն ընդունված է անվանել համակշռման (կոմպենսացիայի) ջերմաստիճան (նկ. X.25, դ):

Մագնիսացվածության նման ջերմաստիճանային վարքը պարզելու համար ենթադրենք, որ  $H = 0$ ,  $T \leq T_f$  և օգտվենք (10.6) հավասարումներից: Սահմանավակվելով  $B_f$  ֆունկցիայի վերլուծության առաջին անդա-



Նկ. IX.25

մով և նկատի ունենալով (5.28) առնչությունը, կստանանք՝

$$J_1 = \frac{Cw}{T} (\alpha a J_1 - b J_2), \quad J_2 = \frac{Cw}{T} (\beta b J_2 - a J_1) : \quad (10.30)$$

Քանի որ  $T = T_k$  ջերմաստիճանում  $M(T_k) = 0$ , ապա

$$\begin{aligned} M = a J_1 + b J_2 &= \frac{Cw}{T_k} [(\alpha a^2 - ab) J_1 + (\beta b^2 - ab) J_2] = \\ &= \frac{Cw}{T_k} [(\alpha a - b) - (\beta b - a)] a J_1 = 0 : \end{aligned} \quad (10.31)$$

Այսպիսով, տարբեր նշաններ ունեցող մագնիսացվածություններով վիճակների բաժանման սահմանը որոշվում է հետևյալ պայմանից՝

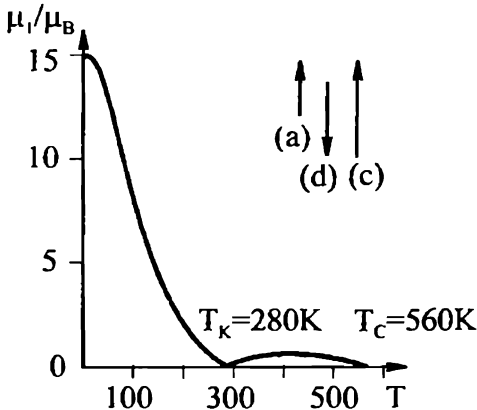
$$a(\alpha + 1) - b(\beta + 1) = 0 : \quad (10.32)$$

Եթե  $a(\alpha + 1) > b(\beta + 1)$ , ապա  $M > 0$ , իսկ եթե  $a(\alpha + 1) < b(\beta + 1)$ , ապա

$M < 0$ : Գծվար չէ անսնել, որ (10.32) պայմանի դեպքում (10.11) բանաձևով որոշվող  $\sigma$  մեծությունը հավասար է զրոյի, ուստի վերանում է ինքնաբերական մագնիսացվածության առաջանալու միասուր:

Ֆեռիմագնիսների դասական ներկայացուցիչներն են ֆեռիտները, որոնց ընդհանուր բիմիական բանաձևն է  $\text{MOFe}_2\text{O}_3$ , որտեղ M-ը մետաղի ( $\text{Zn}$ ,  $\text{Cd}$ ,  $\text{Fe}$ ,  $\text{Ni}$ ,  $\text{Cu}$ ,  $\text{Co}$ ,  $\text{Mg}$ ) երկարժեք կատիոնն է: Հարկ է նշել նաև ֆեռիտ-նոնաբարերը, որոնք խորանարդային կառուցվածք ունեցող մեկուսիչ բյուրեղներ են  $\text{M}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$  ընդհա-

նուր բանաձևով, որտեղ M-ը երկարժեք մետաղի իոն է, իսկ Fe-ը՝ երկարժեք երկարժեք իոնը ( $S = 5/2$ ,  $L = 0$ ): Հազվագյուտ հողային ֆեռիտ-նոնաբարերում  $\text{M}^{3+}$  իոնները հազվագյուտ հողային մետաղների խմբից են և անդադրվում են c-ենթացանցի հանգույցներում: Երկաթի 5 իոններից 3-ը զբաղեցնում են d-ենթացանցի, իսկ 2-ը՝ a-ենթացանցի հանգույցները: a-ենթացանցում մագ-



Նկ. IX.26

նիսական մոմենտներն ուղղված են d-ենթացանցի մագնիսական մոմենտներին հակառակ: c-ենթացանցի մագնիսացվածությունն ուղղված է a- և d-ենթացանցների գումարային ( $3 \cdot 5 \mu_B - 2 \cdot 5 \mu_B = 5 \mu_B$ ) մագնիսացվածությանը հակառակ (նկ. IX.26):  $T = 0\text{K}$  ջերմաստիճանում  $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$  նոնաբարի մեկ բանաձևային միավորին բաժին ընկնող մագնիսական մոմենտը  $\mu_i(0) = (3 \cdot 7 - 5) \mu_B = 16 \mu_B$ , որտեղ  $7 \mu_B$ -ն գադոլինիումի (Gd) մեկ իոնի մագնիսական մոմենտն է: Ցածր ջերմաստիճաններում Gd-ի 3 իոնների գումարային մագնիսացվածությունը մեծ է երկաթի իոնների գումարային մագնիսացվածությունից, սակայն չերմաստիճանի բարձրացման հետ այն կարող է նվազում է, որի հետևանքով բյուրեղի լրիվ մագնիսական մոմենտը դառնում է զրո և ապա նորից աճում՝ շնորհիվ  $\text{Fe}^{3+}$  իոնների ներդրման գե-

րակշռության: Նկ. IX.26-ում պատկերված է  $Gd_3Fe_5O_{12}$ -ի մեկ բանաձևային միավորի մագնիսագվածության ջերմաստիճանային կախման գրաֆիկը:

### §11. Փոխանակային փոխազդեցություն: Հայզենբերգի մոդելը

Ուժեղ մագնիսական նյութերի ֆիզիկական հասկություններն ուսումնասիրելիս ներառվեց, որ նրանցում գոյություն ունի  $H_E$  ներքին արդյունաբար մագնիսական դաշտ, որի ազդեցության տակ տարրական մագնիսական մոմենտները ձևով են բերում որոշակի կարգավորված դասավորվածություն: Կարելի էր ենթադրել, որ մոմենտների միջև գործող մագնիսական փոխազդեցությունը, որին համապատասխանության մեջ է դրվում  $H_E$  դաշտ, պայմանավորված է մագնիսական մոմենտների դիպոլային փոխազդեցությամբ: Սակայն §8-ում կատարված զննատույնների համաձայն, այդ փոխազդեցությամբ հնարավոր չէ բացատրել մագնիսական մոմենտների միջև իրական փոխազդեցությունը: Մագնիսական փոխազդեցության հիմնական պատճառների թվից կարելի է բացառել մասնապիմ-ուղեծրային փոխազդեցությունը, որը, սակայն, կարևոր դեր է խաղում առանձին ատոմի լիով մագնիսական մոմենտը որոշելիս:

Մագնիսական փոխազդեցության հիմնական աղբյուրը էլեկտրոնների էլեկտրաստատիկ (կուլոնյան) փոխազդեցությունն է: Սակայն, ի տարբերություն անմիջական ռեզոնանսային փոխազդեցության, մագնիսական փոխազդեցությունը կախված է էլեկտրոնների (մագնիսական իոնների) սպինների ուղղություններից և հետևանք է Պաուլիի սկզբունքի:

Որպեսզի պարզենք կապը համակարգի էներգիայի և սպինի միջև, դիտարկենք ընդամենը երկու էլեկտրոն ունեցող համակարգ և օգտվենք ջրածնի մոդելովի տեսության որոշ արդյունքներից (Մաս I, II.6):

Ընդհանուր դեպքում, էլեկտրոնային համակարգի լիով ալիքային ֆունկցիան հակահամաչափ ֆունկցիա է, այսինքն՝ այն փոխում է իր նշանը, երբ կատարվում է երկու էլեկտրոնների փոխատեղություն՝  $r_1, s_1 \leftrightarrow r_2, s_2$ : Սպին-ուղեծրային փոխազդեցության անտեսման և արտաքին մագնիսական դաշտի բացակայության պայմաններում համակարգի համիլտոնիանը կախված չէ սպինից, իսկ լիով ալիքային ֆունկցիան տրվում է կոորդի-

նատային՝  $\psi(r_1, r_2)$  և սպինային՝  $\chi(s_1, s_2)$  ֆունկցիաների արտադրյալի տեսքով՝

$$\Phi(r_1, s_1; r_2, s_2) = \psi(r_1, r_2) \cdot \chi(s_1, s_2) : \quad (11.1)$$

Հնարավոր սպինային վիճակներից, որոնց համապատասխանում են  $s_1$  և  $s_2$  սպինների  $z$ -պրոյեկցիաների որոշակի արժեքներ (այն է՝  $s_{z1} = 1/2$  ( $\uparrow$ ),  $s_{z2} = 1/2$  ( $\uparrow$ ), որը համառոտակի կնշանակենք  $|s_{z1}, s_{z2}\rangle \equiv |\uparrow\uparrow\rangle$  խորհրդանշով, ինչպես նաև մնացած երեք հնարավոր վիճակները՝  $|\uparrow\downarrow\rangle$ ,  $|\downarrow\uparrow\rangle$  և  $|\downarrow\downarrow\rangle$ ), կարող ենք կազմել հետևյալ գծային համակցությունները՝

$$\chi_1(s_1, s_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle), \quad S = |s_1 + s_2| = 0, \quad S_z = s_{z1} + s_{z2} = 0, \quad (11.2)$$

$$\chi_2(s_1, s_2) = |\uparrow\uparrow\rangle, \quad S = 1, \quad S_z = 1 \quad (11.3)$$

$$\chi_3(s_1, s_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle), \quad S = 1, \quad S_z = 0, \quad (11.4)$$

$$\chi_4(s_1, s_2) = |\downarrow\downarrow\rangle, \quad S = 1, \quad S_z = -1 \quad (11.5)$$

Այս չորս ֆունկցիաներից  $\chi_1(s_1, s_2)$ -ը հակահամաչափ է՝

$$\chi_1(s_2, s_1) = -\chi_1(s_1, s_2), \quad (11.6)$$

իսկ մնացած երեքը՝ համաչափ՝

$$\chi_i(s_2, s_1) = \chi_i(s_1, s_2), \quad (i = 2, 3, 4), \quad (11.7)$$

հետևաբար՝  $S = 0$  (սինգլետ) սպինային վիճակում համակարգը կնկարագրվի համաչափ կոորդինատային  $\psi_s(r_1, r_2)$  ֆունկցիայով, իսկ  $S = 1$  (տրիպլետ) սպինային վիճակում՝ հակահամաչափ  $\psi_{as}(r_1, r_2)$  ֆունկցիայով: Կոորդինատային  $\psi(r_1, r_2)$  ալիքային ֆունկցիան բավարարում է Շրեդինգերի հավասարմանը՝

$$\hat{\mathcal{H}}\psi \equiv \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} (\nabla_1^2 + \nabla_2^2) + V(r_1, r_2) \right] \psi(r_1, r_2) = E\psi(r_1, r_2), \quad (11.8)$$

որտեղ  $V(r_1, r_2)$ -ը տրվում է (Մաս I, II.2.2) բանաձևով:

Նշանակենք (11.8) հավասարման ամենափոքր սեփական արժեքները, որոնք համապատասխանում են սինգլետ՝  $\psi_s$  և տրիպլետ՝  $\psi_{as}$  լուծում-

ներին, համապատասխանաբար  $E'_s$ -ով և  $E'_l$ -ով: Համակարգի հիմնական վիճակում համակարգի սպինը հավասար կլինի զրոյի՝  $S = 0$ , եթե  $E_s < E_l$  և հավասար կլինի մեկի՝  $S = 1$ , եթե  $E_l < E_s$ : Այսպիսով, առկա է վռնստդարձ կապ (11.8) հավասարման լուծման համաչափության և համակարգի լրիվ սպինի միջև, որը պայմանավորված է ոչ թե ուղղակի սպին-ուղեծրային վռնսազդեցությամբ, որն ընդհանրապես հաշվի չի առնված (11.8) հավասարման մեջ, այլ Պատուխի սկզբունքով:

Այժմ պարզենք էլեկտրոնային համակարգի լրիվ սպինի կախումը սինգլետ և տրիպլետ վիճակներում ունեցած էներգիաների սարքերությունից: Այդ նպատակով կառուցենք մոտ օպերատոր՝ այսպես կոչված սպինային համիլտոնիան, որի սեփական արժեքները համընկնում են (11.8) հավասարման  $E_s$  և  $E_l$  սեփական արժեքների հետ, իսկ սեփական ֆունկցիաները որոշում են համապատասխան վիճակներում համակարգի լրիվ սպինը: Երկլեկտրոնային համակարգի լրիվ սպինի օպերատորի քառակուսին՝

$$\hat{S}^2 = (\hat{s}_1 + \hat{s}_2)^2 = \hat{s}_1^2 + \hat{s}_2^2 + 2\hat{s}_1\hat{s}_2 : \quad (11.9)$$

Փոխարինելով օպերատորների քառակուսիները համապատասխան սեփական արժեքներով՝

$$\hat{s}_i^2 = \hat{s}_i(\hat{s}_i + 1) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + 1 \right) = \frac{3}{4}, \quad \hat{s}_2^2 = \frac{3}{4}, \quad (11.10)$$

$$\hat{S}^2 = S(S + 1),$$

կստանանք՝

$$\hat{s}_1\hat{s}_2 = \frac{1}{2} [S(S + 1) - \hat{s}_1^2 - \hat{s}_2^2] = \frac{1}{2} \left[ S(S + 1) - \frac{3}{2} \right] = \begin{cases} -\frac{3}{4}, & S = 0, \\ \frac{1}{4}, & S = 1: \end{cases} \quad (11.11)$$

Հետևաբար՝ որոշելի սպինային օպերատորը կարելի է ներկայացնել

$$\hat{\mathcal{H}}_s = \frac{1}{4} (E_s + 3E_l) - (E_s - E_l)\hat{s}_1\hat{s}_2 \quad (11.12)$$

տեսքով: Նրա սեփական արժեքներն են  $E_s$ -ը (երբ  $S = 0$ ) և  $E_l$ -ն (երբ  $S = 1$ ): Առաջին՝  $\bar{E} = (E_s + 3E_l)/4$  գումարելին կախված չէ սպինից և ըստ

սայինային 4 հնարավոր վիճակների (1 սինգլետ և 3 տրիպլետ) միջինացված էներգիան է, որը որպես հաստատուն կարելի է բաց թողնել, իսկ երկրորդ գումարելին կախված է համակարգի սայինից: Ընդունված է սայինային համիլտոնիանը ներկայացնել հետևյալ տեսքով (Վ. Հայգենբերգ, 1927թ.):

$$\hat{\mathcal{H}}_s = -J \cdot \hat{s}_1 \hat{s}_2, \quad (11.13)$$

որտեղ

$$J = E_s - E_t: \quad (11.14)$$

եթե  $J > 0$ , ապա, ըստ (11.13) անոշության, համակարգի վտրք էներգիայով վիճակին համապատասխանում է երկու էլեկտրոնների սայինների զուգահեռությունը ( $S = 1$ ), իսկ  $J < 0$  դեպքին՝ հակազուգահեռությունը ( $S = 0$ ):

Ի սուրբերություն մագնիսական դիպոլային փոխազդեցության

$$u_{12} = \frac{1}{R^3} \left[ \mu_1 \mu_2 - \frac{3}{R^2} (\mu_1 R)(\mu_2 R) \right] \quad (11.15)$$

էներգիայի, որը կախված է մագնիսական մոմենտների տարածական դիրքերից  $\mu R$  արտադրյալի միջոցով, սայինային համիլտոնիանով տրվող փոխազդեցության էներգիան իզոտրոպ է, այն կախված է միմյան  $s_1$  և  $s_2$  սայինների փոխադարձ դիրքից: Այս իզոտրոպությունը հետևանք է (11.8) հավասարման  $\hat{\mathcal{H}}_s$  օպերատորի սայինային անկախության և կախված չէ նրա տարածական համաչափությունից:

(11.14) արտահայտությամբ արվող  $J$  մեծությունը, որն ընդունված է անվանել փոխանակային փոխազդեցության հաստատուն կամ պարամետր, կարելի է ներկայացնել

$$J = \frac{Q + A}{1 + S^2} - \frac{Q - A}{1 - S^2} = \frac{2(A - QS^2)}{1 - S^4} \quad (11.16)$$

տեսքով, որտեղ  $A$ -ն փոխանակային,  $Q$ -ն՝ կոլոնյան, իսկ  $S$ -ը՝ ծածկման ինտեգրալներն են (Մաա I, II.6.18-6.29 բանաձևերը.  $W_s \equiv E_s$ ,  $W_{as} \equiv E_t$ ):  $R \gg a_B$  հեռավորությունների վրա  $J(R)$  մեծությունը նվազում է էքսպոնենցիալ օրենքով:

Ընդհանրացնենք (11.13) արտահայտությունը  $N$  էլեկտրոններից կազմված համակարգի համար՝

$$\hat{\mathcal{H}}_s = - \sum_{i \neq j} J_{ij} \cdot \hat{s}_i \hat{s}_j, \quad (11.17)$$

որաւեղ  $\hat{s}_i$ -ն  $i$ -րդ էլէկտրոնի սպինի օպերատորն է, իսկ  $J_{ij} \equiv J(R_{ij})$  մեծությունը՝  $(ij)$  զույգի փոխանակային փոխազդեցության պարամետրը:

Անհրաժեշտ է նշել, որ, որպէս կանոն,  $N$  էլէկտրոնների համար գրված (11.17) արտահայտությունը կիրառվում է նաև  $\hat{S}_\alpha = \sum_i \hat{s}_i$ ,  $S_\alpha > 1/2$  գումարային սպինով ատոմների դեպքում՝

$$\hat{\mathcal{H}}_s = - \sum_{\alpha \neq \beta} J_{\alpha\beta} \cdot \hat{S}_\alpha \hat{S}_\beta : \quad (11.18)$$

Այսպիսով, մագնիսական մոմենտների կարգավորվածությունը մագնիսական բյուրեղներում սլայմանավորված է (11.18) համիլտոնիանով նկարագրվող փոխանակային փոխազդեցությամբ: Տեսության մյուս խնդիրը փոխանակային փոխազդեցության  $J_{\alpha\beta} \equiv J(R_\alpha, R_\beta)$  հաստատունի նշանի որոշումն է, որով սլայմանավորված է մագնիսական կարգավորվածության բնույթը՝ ֆեռոմագնիսական, թե հակաֆեռոմագնիսական: Եթե  $J < 0$ , ապա էներգիայես ձեռնառու է այնպիսի վիճակ, որը հարևան ատոմների սպինները հակադրադասեռ են: Այսպիսի վիճակը համապատասխանում է հակաֆեռոմագնիսական կարգավորվածությանը (նկ. IX.12, բ):  $J > 0$  դեպքում առողի ունի ֆեռոմագնիսական կարգավորվածություն, որը բոլոր ատոմների մագնիսական մոմենտներն իրար զուգահեռ են (նկ. IX.12, ա):

Հետագա հաշվարկներում պարզության համար կենթադրենք, որ սպինն իրեն պահում է որպէս դասական մեխանիկական մոմենտ:

Եթե փոխանակային փոխազդեցության  $J$  հաստատունի նշանը որոշում է մագնիսական կարգավորվածության բնույթը, ապա նրա մեծությունը որոշում է մագնիսական կարգավորվածության վիճակը նկարագրող երևութաբանական բնութագրերը, մասնավորապես՝ էյուրիի ջերմաստիճանը:

Իրոք, (11.18) համիլտոնիանն արտագրենք հետևյալ տեսքով՝

$$\mathcal{H}_s = - \sum_\alpha \left[ \sum_\beta J_{\alpha\beta} S_\beta \right] \cdot S_\alpha \equiv \sum_\alpha \mathcal{H}_\alpha : \quad (11.19)$$

Մոլեկուլային դաշտի մոտավորության շրջանակներում  $S_\alpha$  սպինի հարևան

սպինները պետք է փոխարինել իրենց միջին արժեքներով՝

$$S_{\beta} \rightarrow \bar{S}_{\beta} = \frac{1}{g\mu_B} \bar{\mu} , \quad (11.20)$$

որտեղ  $\bar{\mu}$ -ն ասումի միջին մագնիսական մոմենտն է: Այս դեպքում փոխանակային փոխազդեցության միջին և ներգիայի համար կարող ենք գրել

$$\mathcal{H}_s = - \sum_{\alpha \neq \beta} J_{\alpha\beta} S_{\alpha} S_{\beta} \Rightarrow - \sum_{\alpha \neq \beta} J_{\alpha\beta} S_{\alpha} \bar{S}_{\beta} = - \frac{1}{g\mu_B} \sum_{\alpha \neq \beta} J_{\alpha\beta} S_{\alpha} \bar{\mu} \equiv - \bar{\mu} H_E , \quad (11.21)$$

որտեղ միջին մոլեկուլային մագնիսական դաշտի լարվածությունը՝

$$H_E = \frac{1}{g\mu_B} \sum_{\beta} J_{\alpha\beta} S_{\alpha} = \frac{1}{(g\mu_B)^2} \sum_{\beta} J_{\alpha\beta} \bar{\mu} : \quad (11.22)$$

Այս արտահայտության օգնությամբ մոլեկուլային դաշտի  $\lambda$  հաստատունի համար կստանանք՝

$$H_E = \lambda M \equiv \lambda \cdot n \bar{\mu} \equiv \frac{1}{(g\mu_B)^2} \bar{\mu} \sum_{\beta} J_{\alpha\beta} ,$$

որտեղից

$$\lambda = \frac{1}{n(g\mu_B)^2} \sum_{\beta} J_{\alpha\beta} : \quad (11.23)$$

Նկատի ունենալով կապը մոլեկուլային դաշտի  $\lambda$  հաստատունի և Կյուրիի ջերմաստիճանի միջև, ինչպես նաև Կյուրիի հաստատունի (5.28) արտահայտությունը, կստանանք՝

$$T_c = \lambda C = \frac{1}{n(g\mu_B)^2} \sum_{\beta} J_{\alpha\beta} \cdot \frac{ng^2 \mu_B^2 S(S+1)}{3k_B} = \frac{S(S+1)}{3k_B} \sum_{\beta} J_{\alpha\beta} : \quad (11.24)$$

Քանի որ  $J_{\alpha\beta}$  գործակիցները եռավորությունից կախված շատ արագ նվազում են, ապա (11.24) գումարում կարելի է սահմանափակվել միայն ամենամոտ հարևանների մոտավորությամբ: Նշանակելով այդ հարևանների թիվը  $z$ -ով, Կյուրիի  $T_c$  ջերմաստիճանի համար (11.24) բանաձևից կարող ենք գրել՝

$$T_c \approx \frac{S(S+1)}{3k_B} z \cdot J(a) \sim \frac{J(a)}{k_B}, \quad (11.25)$$

ընդ որում

$$J(a) \sim \gamma \frac{e^2}{a} \approx \gamma E_c, \quad (11.26)$$

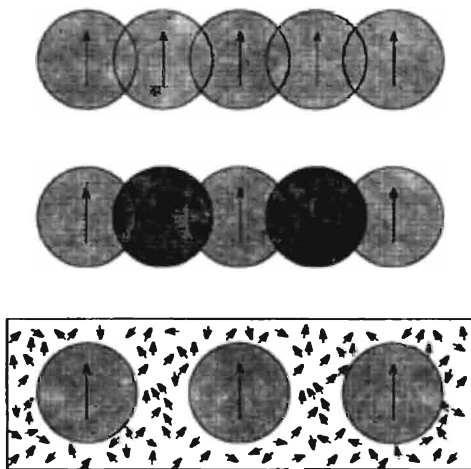
որտեղ  $a$ -ն ցանցի հաստատունն է,  $E_c$ -ն էլեկտրաստատաիկ (կուլոնյան) վոլտադեցության էներգիան, իսկ  $\gamma$  մեծությունը որոշվում է հարևան հանգույցների ատոմների ալիքային ֆունկցիաների ծածկումով: Գնահատումների ժամանակ կարելի է օգտվել

$$\gamma \approx \frac{T_c}{T_m} \quad (11.27)$$

բանաձևից, որտեղ  $T_m$ -ը բյուրեղի հալման ջերմաստիճանն է:  $\gamma$  ուղարմետորը համեմատաբար մեծ է 3d-տարրերի միացությունների համար և փոքր է հազվագյուտ հողային միացությունների համար, բանի որ 4f-էլեկտրոնները բավականաչափ խորն են ընկած ատոմում և նրանց ալիքային ֆունկցիաները շատ քիչ են ծածկվում: Մա է պատճառը, որ հազվագյուտ հողային իոնների մագնիսական կարգավորվածությունը տեղի է ունենում

համեմատաբար ցածր ջերմաստիճաններում:

ա Մագնիսական փոխադեցության վերն ուսումասիրված դեպքը հայտնի է ուղիղ (կամ անմիջական) փոխանակություն անվամբ, քանի որ այն պայմանավորված է երկու իոնների էլեկտրոնների ուղղակի կուլոնյան փոխադեցությամբ (նկ. IX.27, ա): Մակայն հաճախ մագնիսական իոնները միմյանցից բաժանված են ոչ մագնիսա-



Նկ. IX.27

կան (լրացված էլեկտրոնային թաղանթներ ունեցող) խոններով: Նման մագնիսական խոնների միջև մագնիսական փոխազդեցությունն իրականացվում է ոչ մագնիսական խոնի էլեկտրոնների միջոցով, և որն ավելի էական է, քան մագնիսական խոնների ուղղակի փոխանակային փոխազդեցությունը: Մագնիսական փոխազդեցության դիտարկվող դեպքը հայտնի է որպես գերփոխանակություն (նկ. IX.27, բ) և իրականանում է մեկուսիչ մագնիսական բյուրեղներում:

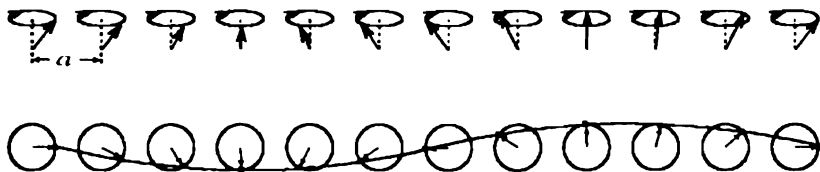
Հազվագյուտ հողային մետաղներում մագնիսական փոխազդեցությունն իրականացվում է այլ ճանապարհով: Բացի անմիջական ուղղակի փոխանակային փոխազդեցությունից, որը բավականաչափ թույլ է 4f էլեկտրոնների համեմատաբար ուժեղ սևողայնացման հետևանքով, մագնիսական խոնները հիմնականում փոխազդում են հաղորդականության էլեկտրոնների միջոցով (նկ. IX.27, գ): Փոխանակային փոխազդեցության այս դեպքը հայտնի է որպես անուղղակի փոխազդեցություն:

## §12<sup>o</sup>. Սպինային ալիքներ ֆեռոմագնիսներում

Ուժեղ մագնիսական նյութերի թերմոդինամիկական հատկությունները որոշվում և, մասնավորապես, ինքնաբերական մագնիսացվածության ջերմաստիճանային վարքը գաժր ջերմաստիճանների սիրտությամբ ճշտվում համար անհրաժեշտ է քննարկել սպինային համակարգի գրգռված վիճակը:

Ուսումնասիրենք մախ ֆեռոմագնիսական նյութերը: Ֆեռոմագնիսի հիմնական վիճակում ( $T = 0K$ ) բոլոր մագնիսական մոմենտները (սպինները) ուղղված են մույն ուղղությամբ: Սպինային համակարգի ամենափոքր էներգիայով գրգռված վիճակը համապատասխանում է մեկ սպինի՝ այդ ուղղությունից շեղվելուն: Քանի որ այդ սպինը փոխազդում է հարևան սպինների հետ, ապա նրա շեղումը հաղորդվում է հարևաններին: Այսպիսով, սպինի շեղումը չի մնում տեղայնացված, այն տարածվում է ամբողջ բյուրեղով որպես սպինային ալիք:

Նկարագրված մեխանիզմը մույնական է բյուրեղական ցանցի որևէ հանգույցի ատոմի տասանողական շարժման և ցանցում առաձգական ալիքի առաջացման մեխանիզմի հետ: Նկ. IX.28-ում պատկերված է սպինային ալիքը միաչափ գծային ցանցում ժամանակի տրված պահին:



Նկ. IX.28

Յուրաքանչյուր սպին կոնապատյալ է կապարում, և նրա փուլը որոշվում է  $k$  ալիքային թվով (սպինային ալիքի երկարությունը՝  $\lambda = 12a$ , որտեղ  $a$ -ն ցանցի հաստաատունն է):

Այժմ ստանանք ֆեռմագնիսում սպինային ալիքի դիսպերսիոն հավասարումը  $\omega = \omega(k)$  կախումը:

Ենթադրելով, որ սպինն իրեն պահում է որպես դասական մեխանիկական մոմենտ, կարող ենք օգտվել շարժման դասական հավասարումներից: Կենթադրենք նաև, որ սվյալ սպինը փոխազդում է միայն իր ամենամոտ հարևան սպինների հետ: Այս դեպքում  $R$  հանգույցում գտնվող  $S_R$  սպինի փոխազդեցության լներգիան մոտուսկա  $R + \delta$  հանգույցներում գտնվող  $z$  հատ  $S_{R+\delta}$  սպինների հետ կարվի

$$\mathcal{H}_s = -J \cdot S_R \sum_{\delta} S_{R+\delta} \quad (12.1)$$

արաահայտությամբ, որտեղ  $J$ -ն փոխանակային փոխազդեցության իզոտրոպության հետևանքով միևնույնն է բոլոր  $z$  հարևանների համար: (12.1) արաահայտությամբ տրվող էներգիան կարելի է մեկնարանել որպես  $S_R$  սպինի լներգիա արդյունաբար «արտաքին» մագնիսական դաշտում՝

$$\mathcal{H}_s = -\mu_s \cdot H_R, \quad \mu_s = -g\mu_B S_R, \quad (12.2)$$

որի լարվածությունը (տես նաև (11.22) բանաձևը)

$$H_R = -\frac{J}{g\mu_B} \sum_{\delta} S_{R+\delta} : \quad (12.3)$$

Ինչպես հայտնի է մեխանիկայից, մասնիկի իմպուլսի մոմենտի ( $\hbar S_R$ ) փոփոխման արագությունը հավասար է մոմենտի վրա ազդող ուժի մոմենտին՝

$$\frac{d}{dt}(\hbar S_R) = \mu_s \times H_R = -\frac{J}{g\mu_B} \sum_{\delta} (\mu_s \times S_{R+\delta}) = J \left( S_R \times \sum_{\delta} S_{R+\delta} \right) : \quad (12.4)$$

Արտագրենք (12.4) շարժման հավասարումն ըստ պրոյեկցիաների՝

$$\frac{dS_R^x}{dt} = \frac{J}{\hbar} \left( S_R^y \sum_{\delta} S_{R+\delta}^z - S_R^z \sum_{\delta} S_{R+\delta}^y \right), \quad (12.5a)$$

$$\frac{dS_R^y}{dt} = \frac{J}{\hbar} \left( S_R^z \sum_{\delta} S_{R+\delta}^x - S_R^x \sum_{\delta} S_{R+\delta}^z \right), \quad (12.5b)$$

$$\frac{dS_R^z}{dt} = \frac{J}{\hbar} \left( S_R^x \sum_{\delta} S_{R+\delta}^y - S_R^y \sum_{\delta} S_{R+\delta}^x \right) : \quad (12.5c)$$

Ստացանք ոչ գծային հավասարումների համակարգ, քանի որ (12.5a)-(12.5c) հավասարումների աջ մասերը պարունակում են սպինի պրոյեկցիաների արտադրյալներ:  $T = 0K$  վիճակում սպինի ուղղությունից փոքր շեղումների (թույլ գրգռումների) համար կարելի է վերցնել  $S_R^z \cong S$  և (12.5) հավասարումների աջ մասերում արեամարքել  $S_R^x$  և  $S_R^y$  մեծությունների արտադրյալներով անդամները: Նկատի ունենալով նաև, որ  $\sum_{\delta} S_{R+\delta}^z = zS$ , (12.5) համակարգի վոխարեն կստանանք գծային հավասարումների հետևյալ համակարգը՝

$$\frac{dS_R^x}{dt} = \frac{J}{\hbar} \left( zS \cdot S_R^y - S \sum_{\delta} S_{R+\delta}^y \right) = \frac{JS}{\hbar} \left( zS_R^y - \sum_{\delta} S_{R+\delta}^y \right), \quad (12.6)$$

$$\frac{dS_R^y}{dt} = \frac{J}{\hbar} \left( S \sum_{\delta} S_{R+\delta}^x - S_R^x \cdot zS \right) = -\frac{JS}{\hbar} \left( zS_R^x - \sum_{\delta} S_{R+\delta}^x \right), \quad (12.7)$$

$$\frac{dS_R^z}{dt} = 0 : \quad (12.8)$$

(12.8) հավասարումից հետևում է  $S_R^z = const = S$  պայմանը: (12.6) և (12.7) հավասարումների լուծումները կփնտրենք վազող ալիքների տեսքով՝

$$S_R^x = u \cdot \exp[i(kR - \omega t)] , \quad S_R^y = v \cdot \exp[i(kR - \omega t)] , \quad (12.9)$$

որտեղ  $u$  և  $v$  անհայտ ամպլիտուդները բավարարում են

$$\begin{aligned}
 -i\omega u - \frac{JS}{\hbar} \left[ z - \sum_{\delta} \exp(ik\delta) \right] v &= 0, \\
 \frac{JS}{\hbar} \left[ z - \sum_{\delta} \exp(ik\delta) \right] u - i\omega v &= 0
 \end{aligned}
 \tag{12.10}$$

հավասարումների համակարգին, որի ոչ-զրոյական լուծումներ ունենալու պայմանից ստացվում է սպինային ալիքի դիսպերսիոն հավասարումը՝

$$\omega(k) = \frac{JS}{\hbar} \left[ z - \sum_{\delta} \exp(ik\delta) \right] = \frac{JS}{\hbar} \left[ z - \sum_{\delta} \cos(k\delta) \right]: \tag{12.11}$$

Մասնավորապես, միաչափ բյուրեղի դեպքում ( $\delta \rightarrow \delta = \pm a$ ,  $z = 2$ )

$$\hbar\omega(k) = 2JS(1 - \cos ka): \tag{12.12}$$

Ինչպես հետևում է (12.11) առնչությունից և (12.10) համակարգից,

$$v = -iu, \tag{12.13}$$

այսինքն՝ (12.9) առնչություններով տրվող պրոյեկցիաները մեծությամբ հավասար են, իսկ ժամանակի ցանկացած պահի՝ փոխվող շեղված են  $\pi/2$ -ով, ինչը նշանակում է  $S_R$  վեկտորի կոնապատույտ  $z$  առանցքի շուրջ:

Երկարալիքային սահմանում՝  $ka \ll 1$ , (12.11) հավասարումից

$$\omega(k) \approx \frac{JS}{\hbar} a^2 k^2, \tag{12.14}$$

որը նույնությամբ տեղի ունի և՛ պարզ ( $\delta = \pm a, 0, 0; 0, \pm a, 0; 0, 0, \pm a$ ), և՛ ծավալակենտրոնացված ( $\delta = \pm a/2, \pm a/2, \pm a/2$ ), և՛ նիստակենտրոնացված ( $\delta = \pm a/2, \pm a/2, 0; \pm a/2, 0, \pm a/2; 0, \pm a/2, \pm a/2$ ) խորանարդային ցանցերի համար: Ի տարբերություն ձայնային ալիքների, որոնց համար երկարալիքային սահմանում  $\omega(k) \sim k$ , սպինային ալիքների դեպքում  $\omega(k) \sim k^2$ , ինչը պայմանավորում է ֆեռոմագնիսական նյութի թերմոդինամիկական առանձնահատկությունները:

Օգտվելով սպինային ալիքների (12.11) դիսպերսիոն հավասարումից, որոշենք ֆեռոմագնիսական նմուշի մագնիսացվածության ջերմաստիճանային կախումը ցածր ջերմաստիճանների տիրույթում:

$N$  սպինների համակարգի լրիվ սպինը հիմնական վիճակում հավասար է  $NS$ , քանի որ բոլոր սպիններն իրար գուգահեռ են և ուղղված միևնույն կող-

մը: Երբ համակարգում զրգովում է սպինային ալիք, սույա համակարգի լրիվ սպինը փոքրանում է, քանի որ սպինների զուգահեռությունը խախտվում է:

Կապ հաստատունը սպինային ալիքի ամպլիտուդի և սպինի  $z$ -բաղադրիչի միջև: Քանի որ  $S_R^x, S_R^y \ll S_R^z \sim S$ , ապա

$$S^z = [S^2 - (S_x^2 + S_y^2)]^{1/2} \approx S \left[ 1 - \frac{S_\perp^2}{S^2} \right]^{1/2} \approx S - \frac{S_\perp^2}{2S}, \quad (12.15)$$

որտեղ  $S_\perp^2 = S_x^2 + S_y^2 = 2u^2$ : Եթե  $n_k$ -ով նշանակենք  $k$  ալիքային վեկտոր ունեցող զրգոված սպինային ալիքների թիվը ( $n_k = 0, 1, 2, \dots$ ) և նկատի ունենանք, որ ամեն մի նոր սպինային ալիք առաջանալիս համակարգի լրիվ սպինի բաղադրիչը  $z$  ուղղությամբ փոքրանում է միավորով, կստանանք՝

$$NS - n_k = NS_z \approx NS - \frac{Nu_k^2}{S}$$

կամ

$$n_k \approx \frac{Nu_k^2}{S}, \quad (12.16)$$

որտեղից՝

$$u_k^2 = \frac{S}{N} n_k : \quad (12.17)$$

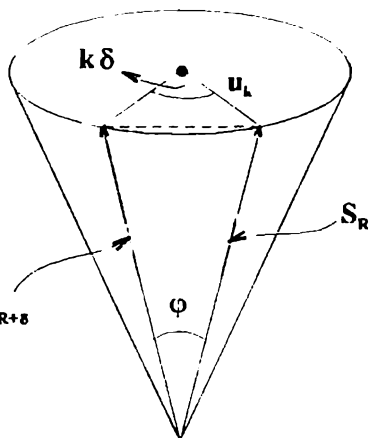
Սպինային համակարգի փոխանակալիքն էներգիան ամենամոտ հարևանների մոտավորությամբ տրվում է

$$U = N\mathcal{H}_s = -JN \sum_{\delta} \mathbf{S}_R \cdot \mathbf{S}_{R+\delta} = -JNS^2 \sum_{\delta} \cos(\mathbf{S}_R \cdot \mathbf{S}_{R+\delta}) \quad (12.18)$$

արտահայտությամբ:  $R$  և  $R+\delta$  սպինների միջև անկյունը կապված է սպինային ալիքում  $S_R$  և  $S_{R+\delta}$  սպինների միջև փուլերի  $k\delta$  տարբերության հետ հետևյալ առնչությամբ (նկ. IX.29)՝

$$2S \sin \frac{\varphi}{2} = 2u_k \sin \frac{k\delta}{2},$$

որտեղից՝



Նկ. IX.29

$$\cos \varphi = 1 - 2 \left( \frac{u_k}{S} \right)^2 \sin^2 \left( \frac{k\delta}{2} \right): \quad (12.19)$$

(12.19) և (12.18) արտահայտություններից հետևում է, որ վոլտանակային էներգիան՝

$$\begin{aligned} U &= -JNS^2 \sum_{\delta} \left[ 1 - 2 \frac{u_k^2}{S^2} \sin^2 \left( \frac{k\delta}{2} \right) \right] = -JNzS^2 + JNu_k^2 \sum_{\delta} 2 \sin^2 \left( \frac{k\delta}{2} \right) = \\ &= -JNzS^2 + JNu_k^2 \left( z - \sum_{\delta} \cos k\delta \right) \equiv -JNzS^2 + \varepsilon_k, \end{aligned} \quad (12.20)$$

որտեղ

$$\varepsilon_k = JNu_k^2 \left( z - \sum_{\delta} \cos k\delta \right) \quad (12.21)$$

մեծությունը սպինային համակարգի գրգռման էներգիան է: Նկատի ունենալով (12.17) և (12.11) արտահայտությունները,  $\varepsilon_k$  գրգռման էներգիան կարելի է ներկայացնել

$$\varepsilon_k = \hbar \omega(k) \cdot n_k \quad (12.22)$$

տեսքով, որը համընկնում է ներդաշնակ տատանակի էներգիական սպեկտրի հետ: Ուստի ջերմային հավասարակշռության վիճակում  $k$  ալիքային վեկտորով գրգռումների (սպինային ալիքների) միջին թիվը կտրվի Բոզե-Էյնշտեյնի բաշխումով՝

$$\bar{n}_k = \left[ \exp \frac{\hbar \omega(k)}{k_B T} - 1 \right]^{-1}: \quad (12.23)$$

$T \neq 0K$  ջերմաստիճանում համակարգում գրգռված սպինային ալիքների լրիվ թիվը (անկախ  $k$  ալիքային վեկտորի արժեքից) տրվում է

$$\sum_k n_k = \sum_k \bar{n}_k = \int_{\Omega_0} \frac{V dk}{(2\pi)^3} \bar{n}_k = \int_0^{\omega_m} G(\omega) \bar{n}(\omega) d\omega \quad (12.24)$$

արտահայտությամբ, որտեղ ինտեգրումն ըստ  $k$ -ի կատարվում է Բրիլյուե-նի զոնայի  $\Omega_0$  ծավալով, իսկ  $\omega_m$ -ը սպինային ալիքի ամենամեծ հնարավոր հաճախությունն է: Վիճակների խտության ֆունկցիան՝

$$G(\omega) = \frac{4\pi k^2}{(2\pi)^3} \frac{dk}{d\omega} V : \quad (12.25)$$

Երբ  $k = k_{\max}$ , ինչը համապատասխանում է Բրիլյուենի զոնայի սահմանին,  $k_m \delta = \pm \pi$ , ուստի, նկատի ունենալով (12.11) առնչությունը, կարող ենք գրել, որ (տես նաև (11.25) բանաձևը)

$$\frac{\hbar \omega(k_{\max})}{k_B T} \equiv \frac{\hbar \omega_m}{k_B T} = \frac{2JSz}{k_B T} = \frac{6}{S+1} \cdot \frac{T_c}{T}, \quad (12.26)$$

որտեղ  $T_c$ -ն Կյուրիի ջերմաստիճանն է: Քննարկվող դեպքում  $T \ll T_c$ , ուստի մեծ հաճախություններով (մեծ  $k$ -երով) սպինային ալիքների ներդրումը (12.24) ինտեգրալում կարելի է արհամարհել քանց միջին քվի էքսպոնենցիալ փոքր լինելու պատճառով և ինտեգրումը կատարել  $(0, \infty)$  տիրույթում: Այսպիսով, հիմնական ներդրումը (12.24) ինտեգրալում պայմանավորված է փոքր ( $ka \ll 1$ ) ալիքային թվով սպինային ալիքներով, որոնց դիսպերսիոն հավասարումը տրվում է (12.14) առնչությամբ: Այս մոտավորությամբ վիճակների խտության ֆունկցիայի համար (12.25) արտահայտությունից կստանանք՝

$$G(\omega) = \frac{V}{4\pi^2} \left( \frac{\hbar}{JSa^2} \right)^{3/2} \cdot \omega^{1/2} : \quad (12.27)$$

Տեղադրելով (12.23) և (12.27) արահայտությունները (12.24) ինտեգրալում, կստանանք՝

$$\sum_k \bar{n}_k \approx \frac{V}{(2\pi)^2} \left( \frac{\hbar}{JSa^2} \right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{\omega^{1/2} d\omega}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1} = \quad (12.28)$$

$$= \frac{V}{(2\pi)^2} \left( \frac{k_B T}{JSa^2} \right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{t^{1/2} dt}{e^t - 1} = \frac{V}{(2\pi)^2} \left( \frac{k_B T}{JSa^2} \right)^{3/2} \zeta\left(\frac{3}{2}\right) \cdot \Gamma\left(\frac{3}{2}\right),$$

որտեղ  $\zeta(3/2) \approx 2,612$  ( $\zeta$ -ն Ռիմանի ֆունկցիան է),  $\Gamma(3/2) = \sqrt{\pi}/2$ :

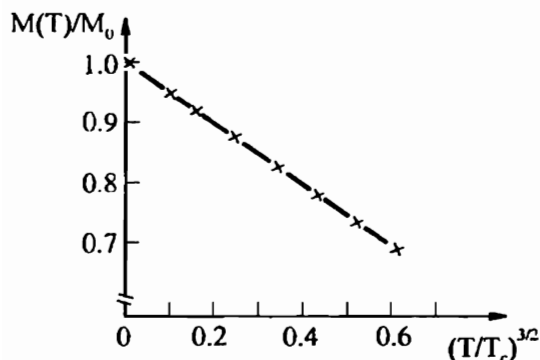
Մագնիսացվածության հարաբերական փոփոխությունը տրվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\frac{\Delta M}{M_0} = \frac{1}{N_0 S} \cdot \frac{1}{V} \sum_k \bar{n}_k, \quad (12.29)$$

որտեղ  $N_0 = Q/a^3$  մեծությունը ատոմների թիվն է միավոր ծավալում, իսկ  $Q = 1,2.4$  համապատասխանաբար պարզ, ծավալակենտրոնացված և նիստակենտրոնացված խորանարդային ցանցերի համար: (12.28) և (12.29) բանաձևերից ստացվում է ֆեռոմագնիսական մոնոչի մագնիսացվածության ջերմաստիճանային կախումը  $T \ll T_c$  տիրույթում՝

$$M(T) = M_0 \left( 1 - \frac{\Delta M}{M_0} \right) = M_0 \left[ 1 - \frac{0,0587}{SQ} \left( \frac{k_B T}{JS} \right)^{3/2} \right]: \quad (12.30)$$

Այս բանաձևը հայտնի է որպես Բլոխի «3/2»-ի օրենք: Ստացված ջերմաստիճանային կախումը հետևանք է (12.14) դիսպերսիոն հավասարման և, ի տարբերություն (8.12) արտահայտության, համապատասխանում է վործում ստացվող արդյունքներին: Ջերմաստիճանի բարձրացմանը զուգընթաց մագնիսացվածության նվազումը պայմանավորված է սպինային ալիքների թվի մեծացմամբ: Նկ. IX.30-ում պատկերված է գադոլինիումի ( $T_c = 293\text{K}$ ) հաբարերական մագնիսացվածության  $(T/T_c)^{3/2}$ -ից ունեցած



Նկ. IX.30

կախման գրաֆիկը, որն ուղիղ գիծ է, ինչը համապատասխանում է Բլոխի (12.30) օրենքին:

Սպինային ալիքներ կարող են գրգռվել նաև հակաֆեռոմագնիսական նյութերում: Սպինային ալիքների տեսությունը հակաֆեռոմագնիսներում զգալաբար է ամենաընդհանուր դեպքում նրանցում

գրգռվում են իրարից տարբեր դիսպերսիոն հավասարումներով սպինային ալիքներ: Մասնավորապես, իզոտրոպ հակաֆեռոմագնիսական նյութում,

արտաքին մագնիսական դաշտի բացակայությամբ, սպինային ալիքի դիսպերսիոն հավասարումը կամայական  $k$  -երի համար գծային է՝

$$\omega(k) = \frac{J\sigma}{\hbar} [S(S+1)]^{1/2} k : \quad (12.31)$$

Սպինային ալիքների դիսպերսիոն հավասարման զիտենայր հնարավորություն է սալիս որոշել նաև համակարգի ջերմունակության մեջ նրանց ներդրումը: Մասնավորապես, վրն արված ենթադրությունների շրջանակներում, օգտվելով (12.23), (12.27) առնչություններից և ջերմունակության սահմանումից, ֆեռոմագնիսում սպինային ալիքների ներդրման համար կստանանք՝

$$\begin{aligned} C_{VS}^F &= \frac{\partial}{\partial T} \int_0^\infty \hbar \omega \bar{n}(\omega) G(\omega) d\omega = \frac{\partial}{\partial T} \left\{ \frac{V\hbar}{4\pi^2} \left( \frac{\hbar}{JSa^2} \right)^{3/2} \left( \frac{k_B T}{\hbar} \right)^{5/2} \int_0^\infty \frac{t^3 dt}{e^t - 1} \right\} = \\ &= \frac{Vk_B}{a^3} \left( \frac{k_B T}{JS} \right)^{3/2} \frac{15\zeta(5/2)}{32\pi^{3/2}} \equiv AT^{3/2} : \end{aligned} \quad (12.32)$$

Առանց մանրամասն արտածումների, նկատի ունենալով միայն (12.31) դիսպերսիոն հավասարման նմանությունը (այն է՝ գծայնությունը) ցանցային տատանումների դիսպերսիոն հավասարմանը երկարալիքային սահմանում (Մաս I, IV.4.7) և ցանցային ջերմունակության արտահայտությունը (Մաս I, IV.4.37), հակաֆեռոմագնիսի ջերմունակության մեջ սպինային ալիքների ներդրման ջերմաստիճանային կախման համար կստանանք  $C_{VS}^{AF} \sim T^3$  կախումը, որը Դերայի օրենքի նմանակն է:

### §13. Մագնիսական անիզոտրոպություն

Բացի փոխանակային փոխազդեցություններից, որոնք որոշում են մագնիսական կարգավորվածության բնույթը և ունեն կոլոնյան ծագում, մագնիսակարգավորված նյութերում կարևոր դեր են խաղում նաև մագնիսական բնույթի ուժերը, որոնք զգալիորեն քույլ են կոլոնյան ուժերից: Փոխանակային փոխազդեցությունն օժտված է իզոտրոպությամբ, քանի որ այն բերում է փոխազդող սպինների զուգահեռության կամ հակազուգահեռության (կախված փոխանակային ինտեգրալի նշանից) և ոչ մի կերպ չի որո-

շում նրանց ուղղությունները սարաձական ցանցի նկատմամբ: Միայն փոխանակային փոխազդեցության առկայության պայմաններում մագնիսական զարգավորված բյուրեղի մագնիսազվածության վեկտորի ուղղությունը բյուրեղում կլինեի լրիվ անորոշ: Սակայն, ինչպես ցույց է տալիս փորձը, խոնկների մագնիսական մոմենտները (սպինները) մագնիսական զարգավորված բյուրեղում ուղղված են ոչ թե պատահականորեն, այլ բյուրեղագրական առանցքների նկատմամբ միանգամայն որոշակի անկյուններով: Այս երևույթը՝ մագնիսազվածության վեկտորի կախումը ուղղությունից, հայտնի է որպես մագնիսաբյուրեղագրական անիզոտրոպություն և պայմանավորված է մագնիսական բնույթի փոխազդեցությունների գոյությամբ:

Այս փոխազդեցություններից առաջինը դիպոլ-դիպոլային փոխազդեցությունն է, որը  $\mu = g\mu_B S$  մագնիսական մոմենտով և իրարից  $r_{ij}$  հեռավորության վրա գտնվող  $i$  և  $j$  մոմենտների համար սրվում է

$$E_{ij} = \frac{g^2 \mu_B^2}{r_{ij}^3} \left[ S_i S_j - \frac{3(S_i r_{ij})(S_j r_{ij})}{r_{ij}^2} \right] \quad (13.1)$$

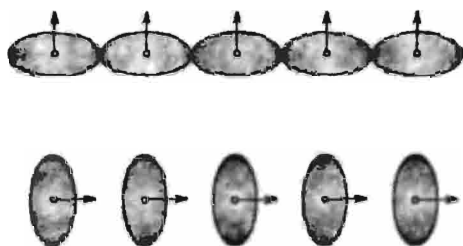
արտահայտությամբ, որի համաձայն փոխազդեցության էներգիան կախված է  $r_{ij}$  շառավիղ-վեկտորի կամ, այլ կերպ ասած, բյուրեղական ցանցի նկատմամբ  $S_i$  և  $S_j$  սպինների դիրքից: Արդյունքում սպինները ցանցի նկատմամբ կողմնորոշվում են այնպես, որ նրանց լրիվ էներգիան ըստ ցանցի բոլոր ատոմների, այսինքն՝  $E_{ij}$  մեծությունների գումարը լինի նվազագույնը: Ընդամենը, միմյանց նկատմամբ հարևան սպինների կողմնորոշումը մնում է անփոփոխ, քանի որ այն պայմանավորված է շառավիղի ուժեղ փոխանակային փոխազդեցությամբ: Բյուրեղագրական ուղղությունը, որով ուղղվում են սպինները էներգիայի մինիմումի պայմաններում, ընդունված է անվանել հեշտ մագնիսացման ուղղություն կամ հեշտ մագնիսացման առանցք:

Մագնիսական բնույթի մյուս փոխազդեցությունը, որը նույնպես կախված է սպինների՝ ցանցի նկատմամբ կողմնորոշումից, պայմանավորված է սպին-որոշիչային փոխազդեցությամբ, որը բնութագրվում է

$$E_{st} \sim \lambda(LS) \quad (13.2)$$

էներգիայով, որսւող  $L$ -ը ատոմի ուղեծրային մոմենտն է, որը որոշում է ատոմի (իոնի) էլեկտրոնային ամպի սւսքը,  $\lambda$  հաստատունը կախված չէ  $L$ -ից և  $S$ -ից և համեմատական է  $(Ze^2/\hbar c)^2$  մեծությանը ( $Z$ -ը ատոմի կարգաթիվն է): Բյուրեղում ատոմների (իոնների) էլեկտրոնային քաղաքները որոշակի դիրքեր են զբաղում տարածական ցանցի նկատմամբ, ինչն, իր հերթին, բերում է սպինների որոշակի կողմնորոշման ցանցի նկատմամբ: Մագնիսաբյուրեղագրական անիզոտրոպությունը սխեմատիկորեն պատկերված է նկ. IX.31-ում, որից հետևում է, որ էլեկտրոնների փոխանակային փոխազդեցության էներգիաների տարբերությունը հետևանք է էլեկտրոնային ամպերի ծածկման սուսքերության:

Մագնիսական փոխազդեցություններին համապատասխանության մեջ է դրվում որոշակի էներգիա, որը կախված է մագնիսական մոմենտի՝ տարածության մեջ ունեցած դիրքից և կոչվում է անիզոտրոպության էներգիա: Անիզոտրոպության էներգիան զգալիորեն քայլ է փոխանակային փոխազդեցության էներգիայից, քանի որ ունի ուղղափոխական ծագում. իրոք



Նկ. IX.31

$$E_{\eta} \sim \frac{\mu_B^2}{r_{\eta}^3} \sim \frac{\mu_B^2}{a_B^3} \sim \left( \frac{e\hbar}{mc} \right)^2 \cdot \left( \frac{me^2}{\hbar^2} \right)^3 \sim \left( \frac{e^2}{\hbar c} \right)^2 \cdot \frac{me^4}{\hbar^2} \sim \alpha^2 \cdot Ry, \quad (13.3)$$

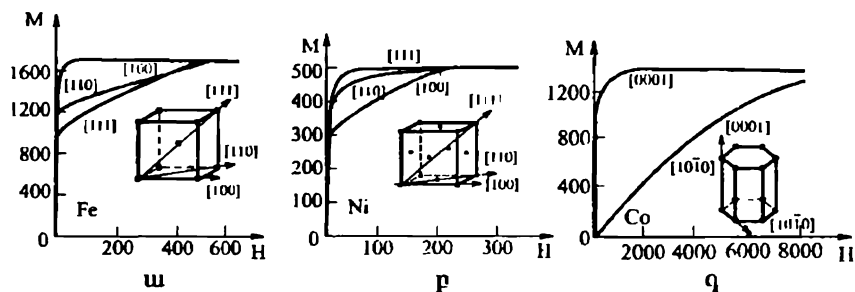
$$E_{sl} \sim \lambda \sim \left( \frac{Ze^2}{\hbar c} \right)^2 Ry \sim Z^2 \cdot \alpha^2 \cdot Ry,$$

որտեղ  $\alpha = e^2/\hbar c \approx 1/137$  մեծությունը նուրբ կաոուցվածքի հաստատունն է, իսկ  $Ry = me^4/2\hbar^2 \approx 13,6$  էՎ՝ Ռիդբերգի էներգիան: Ըստ (13.3) բանաձևի՝  $E_{\eta} \sim 10^{-4}$  էՎ, իսկ  $E_{sl} \sim 10^{-2}$  էՎ ( $Z \sim 10$ ): Այս է պատճառը, որ բյուրեղի մագնիսացվածության մեծությունը որոշելիս անիզոտրոպության էներգիան

հաշվի չի առնվում. այն որոշում է միայն մագնիսացվածության վեկտորի ուղղությունը:

Խորանարդային բյուրեղի (օլիմնակ՝ երկաթի) հեշտ մագնիսացման ուղղությունները համընկնում են խորանարդի կողերի հետ, իսկ հեքսագոնակ բյուրեղի (օրիմնակ՝ կոբալտի) հեշտ մագնիսացման ուղղությունը համընկնում է վեցերորդ կարգի առանցքի հետ: Նկ. IX.32-ում բերված են մագնիսացվածության՝ արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածությունից կախման գրաֆիկները տարբեր բյուրեղագրական ուղղությունների համար:

Ինչպես երևում է բերված կորերից, երկաթի համար հեշտ մագնիսացման ուղղությունն է  $[100]$ , նիկելի համար՝  $[111]$ , կոբալտի համար՝  $[0001]$  ուղղությունը, իսկ դժվար մագնիսացման ուղղություններն են համապատասխանաբար  $[111]$ -ը (Fe),  $[100]$ -ն (Ni) և  $[10\bar{1}0]$ -ն (Co):



Նկ. IX.32

Եթե բյուրեղը մագնիսացվել է ինչ-որ ուղղությամբ, ապա նմուշի միավոր ծավալի մագնիսական անիզոտրոպության էներգիան արտահայտվում է մագնիսացվածության վեկտորի՝ բյուրեղագրական ուղղությունների հետ կազմած ուղղորդ կոսինուսներով՝

$$E_a = \Phi(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3), \quad (13.4)$$

որտեղ  $\Phi$ -ն  $\alpha$ , ուղղորդ կոսինուսների գույգ ֆունկցիա է, քանի որ բյուրեղագրական առանցքների հակառակ ուղղությունները մագնիսական տեսակետից իրար համարժեք են: Խորանարդային բյուրեղների համար այն մասի համաչափ ֆունկցիա է  $\alpha$ ,  $\leftrightarrow \alpha$ , փոխատեղությունների նկատմամբ: Ըստ  $\alpha$ , փոփոխականների ամենացածր՝ քառակուսային կարգում, նշված պայ-

մանենրին բավարարում է  $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2$  ձևը, որը, սակայն հավասար է միավորի և չի կարող նկարագրել անիզոտրոպության երևույթը: Հաջորդ՝ ըստ  $\alpha$ , փոփոխականների չորրորդ և վեցերորդ աստիճանի անդամները տրվում են համապատասխանաբար

$$\alpha_1^4 + \alpha_2^4 + \alpha_3^4 = 1 - 2(\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^2) \quad (13.5)$$

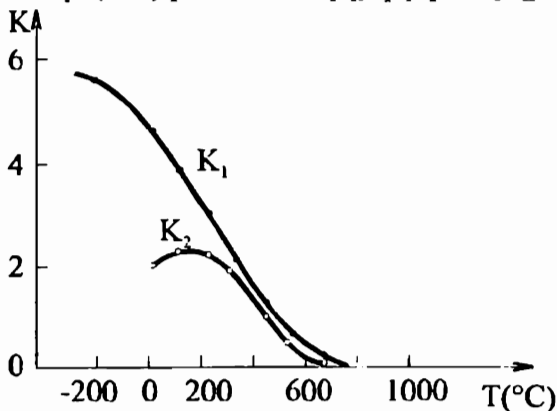
և

$$\alpha_1^6 + \alpha_2^6 + \alpha_3^6 = 1 - 3(\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^2) + 3\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 \quad (13.6)$$

բանաձևերով, որոնք ստանալիս օգտվել ենք  $(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2)^n = 1$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) նույնությունից: Այսպիսով, ներառյալ  $\alpha$ , փոփոխականների վեցերորդ կարգի անդամները, խորանարդային բյուրեղի անիզոտրոպության էներգիայի խտության համար կարող ենք գրել՝

$$E_a = K_1(\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_1^2 \alpha_3^2) + K_2 \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2, \quad (13.7)$$

որտեղ  $K_1$  և  $K_2$  գործակիցները կոչվում են անիզոտրոպության առաջին և երկրորդ հաստատուններ: Հաճախ (13.7) բանաձևում երկրորդ գումարելին արհամարհվում է առաջինի նկատմամբ: Անիզոտրոպության հաստատունների նշանները և մեծությունները որոշում են տվյալ բյուրեղի համար «հեշտ» մագնիսացման բյուրեղագրական ուղղությունը: Նկ. IX.33-ում պատկերված են անիզոտրոպության հաստատունների ջերմաստիճանային կախման կորերը



Նկ. IX.33

երկաթի համար ( $K$ -ն տրված է  $10^5$  էրգ/սմ<sup>3</sup> միավորներով): Ջերմաստիճանի աճի հետ անիզոտրոպության հաստատունները նվազում են և ձգտում զրոյի, երբ  $T \rightarrow T_c$ :

## §14. Ֆեռոմագնիսական դոմեններ

Ֆեռոմագնիսի ֆիզիկական հատկություններն ուսումնասիրելիս մինչև այժմ ենթադրվել է, որ բյուրեղի ողջ ծավալում մագնիսացվածությունը (վոքը սառտանոմների ճշտությամբ, պայմանավորված սպինային ալիքների գոյությամբ) ունի միևնույն մեծությունն ու ուղղությունը: Սակայն եթե սենյակային ջերմաստիճաններում դիտարկենք, օրինակ՝ երկաթի ( $T_c \sim 1000\text{K}$ ) մի կտոր, ապա հեշտությամբ կհամոզվենք, որ նրա մագնիսացվածությունը շատ վոքը է հագեցման վիճակին համապատասխանող արժեքից, և հագեցում սառնալու համար պլսհանջվում է արտաքին մագնիսական դաշտ:

Այս վրասար բացատրելու համար անհրաժեշտ է դիտարկել մագնիսական մոմենտների դիպոլային փոխազդեցությունը, որն առայժմ արհամարհվել է փոխանակային փոխազդեցության նկատմամբ: Սակայն փոխանակային փոխազդեցությունն ունի ցանցի հաստատունի կարգի գործողության շառավիղ, ուստի սպինների միջև հեռավորությունն աճելիս այն շատ արագ (էքսպոնենցիալ օրենքով) նվազում է, ի տարբերություն դիպոլային փոխազդեցության, որը նվազում է  $r^{-3}$  օրենքով: Այս երկու փոխազդեցությունների մրցակցության արդյունքում մակրոսկոպական մեծւի մագնիսական փոխազդեցությունը կարող է բավականաչափ բարդ լինել, քանի որ հսկայական թվով սպինների դիպոլային փոխազդեցության էներգիան դառնում է զգալի, և նրա ազդեցությունը կարող է էապես փոխել փոխանակային փոխազդեցության աեսանկյունից նպաստավոր սպինային փոխազդեցությունը:

Դիպոլային փոխազդեցության աեսանկյունից ֆեռոմագնիսական մեծւի համասեռ մագնիսացվածության վիճակը բոլորովին նպաստավոր չէ: Իրոք, համասեռ մագնիսացվածության վիճակում մեծւի հանդիպակաց մակերևույթների վրա տեղի ունի մագնիսացվածության թռիչք, քանի որ մեծւում  $M \neq 0$ , իսկ նրանից դուրս  $M = 0$ , այսինքն՝  $\text{div } M \neq 0$ : Համաձայն մագնիսաստատիկայի հիմնական հավասարման՝

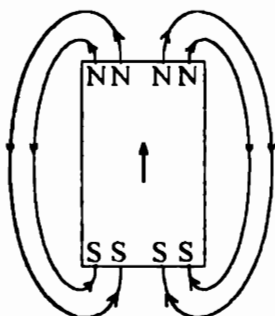
$$\text{div } B = \text{div}(H + 4\pi M) = 0, \quad (14.1)$$

կամ

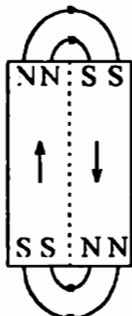
$$\text{div } H = -4\pi \text{div } M \neq 0, \quad (14.2)$$

որտեղից անմիջապես հետևում է, որ  $H \neq 0$ : Ընդունված է ասել, որ մնուշի մակերևույթի վրա առաջանում են «մագնիսական բևեռներ» (նկ. IX.34): Նմուշը հանդես է գալիս որպես մագնիս, որը շրջապատող տարածության մեջ ստեղծում է զգալի էներգիայով օժտված մագնիսական դաշտ: Մագնիսական էներգիան՝

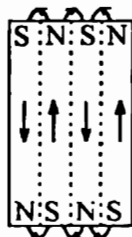
$$E_m = \frac{1}{8\pi} \int B^2 dV, \quad (14.3)$$



Նկ. IX.34



Նկ. IX.35



որտեղ ինտեգրումը կաաարվում է ամբողջ տարածությամբ՝ ներառյալ մնուշի  $V$  ծավալը:

Նմուշից դուրս  $M = 0$ ,  $H \sim r^{-3}$ , իսկ մնուշի ներսում  $H = 0$ , ուստի

$$B = 4\pi M: \quad (14.4)$$

Արդյունքում մագնիսական էներգիայի համար կստանանք հետևյալ գնահատականը՝

$$E_m = \frac{1}{8\pi} \int (4\pi M)^2 dV + \frac{1}{8\pi} \int H^2 dV \sim 2\pi M^2 V: \quad (14.5)$$

Դիսկային վոխագղեցության, հետևաբար և մագնիսական էներգիան էապես կփոքրանա, եթե մնուշը տրոհվի առանձին մակրոսկոպական տիրույթների՝ դոմենների, որոնց մագնիսական մոմենտների ուղղությունները խիստ տարբեր են (նկ. IX.35):

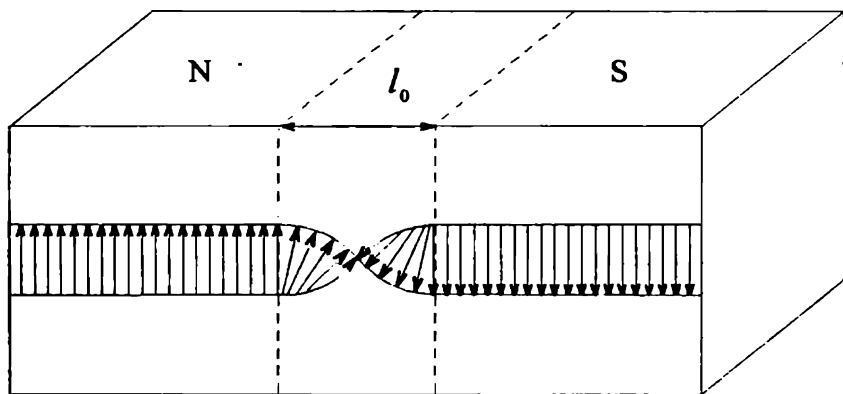
Իրոք, եթե մնուշը արոհվի  $n$  թվով դոմենների, ապա յուրաքանչյուր դոմենում հազեցման մագնիսացվածությունը հավասար կլինի  $M/n$ , իսկ

մնուշի մագնիսական էներգիան՝

$$E_m \sim n \left( \frac{M}{n} \right)^2 V \sim \frac{1}{n} M^2 V, \quad (14.6)$$

որը  $n$  անգամ փոքր է դոմենների չտրոհված մնուշի մագնիսական էներգիայից: Հետևաբար՝ մագնիսական (դիպոլային) փոխազդեցության տեսանկյունից նպատակահարմար է մնուշի՝ հնարավորին չափ շատ դոմենների տրոհվելը:

Մյուս կողմից, դոմենների տրոհված մնուշում հարևան դոմենների սպիններն ունեն իրարից զգալիորեն տարբեր ուղղություններ, որի հետևանքով սպինների փոխանակային փոխազդեցության էներգիան մեծանում է: Սակայն վերջինիս կարճազդեցության հետևանքով այն կմեծանա միայն դոմենների բաժանման սահմանին մոտ գտնվող սպինների համար: Սրան հակառակ, դիպոլային փոխազդեցության էներգիայի փոքրացումն իրենից ներկայացնում է ծավալային երևույթ: Արդյունքում դոմենների տրոհվելու հետևանքով մնուշի լրիվ էներգիան փոքրանում է, քանի որ բոլոր սպինների դիպոլային փոխազդեցության էներգիայի արդյունարար նվազումը, որպես ծավալային երևույթ ( $\sim V$ -ին), կարող է գերազանցել դոմենների բաժանման սահմաններին մոտ գտնվող սպինների փոխանակային փոխազդեցության արդյունարար աճը, որպես մակերևութային երևույթ ( $\sim S_D$ ), եթե, իհարկե, դոմենները դեռևս շատ փոքր չեն (տես՝ ստորև):



Նկ. IX.36

Միջլուծմենային սահմանի առաջացումով պայմանավորված աճը կարելի է փոքրացնել, եթե մի դոմենից մյուսին անցնելիս սպինների ուղղությունները փոխվեն ոչ թե ցանցի հաստատունի, այլ նրանից զգալիորեն մեծ երկարության վրա, ընդգրկելով որոշակի անցումային շերտ (դոմենային կամ Բլոխի պատ, նկ. IX.36):

Իրոք, սպինները դասականորեն դիտարկելիս երկու սպինի փոխանակային փոխազդեցության էներգիան՝

$$H_s = -J \cdot S_1 S_2 = -JS^2 \cos \varphi, \quad (14.7)$$

որտեղ  $\varphi$ -ն սպինների միջև անկյունն է: Երկու հարևան 180-աստիճանային ( $\varphi = 180^\circ$ ) դոմեններին պատկանող սպինների համար (նկ. IX.35)  $H_s = JS^2$ : Մյուս կողմից, եթե մի դոմենից մյուսին անցումը կատարվում է  $N$  հավասար քայլերով, ապա երկու հարևան սպինների միջև անկյունը՝  $\varphi = \pi/N$  ( $N \gg 1$ ), իսկ նրանց փոխանակային փոխազդեցության էներգիան՝

$$H'_s = -JS^2 \cos \frac{\pi}{N} \approx -JS^2 \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{N} \right)^2 \right]: \quad (14.8)$$

Սպինի շրջվելը  $180^\circ$ -ով կատարվում է  $N$  քայլով, ուստի դրա համար պահանջվող էներգիան կլինի հավասար

$$\Delta E = N \left[ H'_s - (-JS^2) \right] = \frac{\pi^2}{2N} \cdot JS^2, \quad (14.9)$$

որը  $2N/\pi^2$  անգամ փոքր է  $H_s = JS^2$  էներգիայից: Համաձայն (14.9) արտահայտության,  $\Delta E \sim N^{-1}$ , ուստի անցումային տիրույթը՝ Բլոխի պատը, կարող է հաստոքյամբ հավասարվել նմուշի չափերին: Սակայն դրան խոչընդոտում է մագնիսական անիզոտրոպության երևույթը, այսինքն՝ Բլոխի պատի վերջավոր  $l_0$  լայնություն ունենալը պայմանավորված է անիզոտրոպության էներգիայի գոյությամբ: Գնահատենք  $l_0$ -ն (նկ. IX.36):

Պատի միավոր մակերեսին բաժին ընկնող էներգիան հավասար է փոխանակային փոխազդեցության և անիզոտրոպիայի էներգիաների գումարին՝

$$\sigma = \sigma_{ex} + \sigma_a: \quad (14.10)$$

Պատի միավոր մակերեսով անցնող աստմական (սպինային) շղթաների քիվը (նկ. IX.36-ում պատկերված է մեկ այդպիսի շղթա) հավասար է  $1/a^2$  : Բազմապատկելով այն մեկ ատոմական շղթայի  $\Delta E$  էներգիայով՝ (14.9) արտահայտությամբ, կստանանք միավոր մակերեսին բաժին ընկնող փոխանակային էներգիան՝

$$\sigma_{ex} = \frac{1}{a^2} \cdot \Delta E = \frac{\pi^2 JS^2}{2Na^2} : \quad (14.11)$$

Ըստ մեծության կարգի, պատի միավոր մակերեսին բաժին ընկնող անիզոտրոպության էներգիան՝

$$\sigma_a = \frac{E_a Na S_0}{S_0} \simeq KNa , \quad (14.12)$$

որտեղ  $K$ -ն անիզոտրոպության հաստատունն է,  $S_0$ -ն՝ պատի մակերեսը: Տեղադրենք (14.11) և (14.12) արտահայտությունները (14.10) առնչության մեջ և որոշենք նրա միմիմումն ըստ  $N$ -ի՝

$$\left( \frac{d\sigma}{dN} \right)_{N=N_0} = -\frac{\pi^2 JS^2}{2a^2 N_0^2} + Ka = 0 , \quad (14.13)$$

որտեղից՝

$$N_0 = \pi \left( \frac{JS^2}{2a^3 K} \right)^{1/2} \quad (14.14)$$

Բոլիսի պատի հաստությունը՝

$$l_0 = aN_0 = \pi \left( \frac{JS^2}{2aK} \right)^{1/2} , \quad (14.15)$$

իսկ պատի միավոր մակերեսին բաժին ընկնող էներգիան՝

$$\sigma_0 = \frac{\pi JS^2}{2a^3 N_0} + KaN_0 = \pi \left( \frac{JS^2 K}{a} \right)^{1/2} \quad (14.16)$$

Թվային գնահատումներ կատարելու համար նպաստակահարմար է ստացված արտահայտություններում օգտագործել փոխանակային  $J$  ինտեգրալի և Կյուրիի  $T_c$  ջերմաստիճանի միջև (11.25) կապը, որի օգնությամբ կստանանք՝

$$N_0 \approx \left( \frac{k_B T_c}{K a^3} \right)^{1/2}, \quad l_0 \approx \left( \frac{k_B T_c}{K a} \right)^{1/2}, \quad \sigma_0 \approx \left( \frac{K \cdot k_B T_c}{a} \right)^{1/2} : \quad (14.17)$$

Երկաթի համար ( $T_c \approx 1000\text{K}$ ,  $a \approx 3\text{\AA}$ ) սենյակային ջերմաստիճաններում ( $K \approx 4 \cdot 10^5 \text{ էրգ/սմ}^2$ ) ստացվում են հետևյալ բնութագրական արժեքները՝

$$N_0 \approx 300, \quad l_0 \approx 1000\text{\AA} = 10^{-7}\text{սմ}, \quad \sigma_0 \approx 1\text{ էրգ/սմ}^2,$$

այսինքն երկու հարևան դոմենների միջև անցումային շերտի լայնությունը  $l_0 \gg a$ , իսկ սպինի պտույտն իրականացվում է  $N_0 \gg 1$  սպինների փոքր  $\varphi_0 = \pi/N_0 \leq 1^\circ$  անկյունով պտույտների արդյունքում:

Այժմ որոշենք դոմենի չափերը:

Դիսուարկենք շերտավոր դոմենային կառուցվածք ունեցող ֆեռոմագնիսական նմուշ, որն ունի  $L$  կողով խորանարդի սևսք (նկ. IX.37):  $D$ -ն դոմենի լայնությունն է,  $n$ -ը՝ դոմենների քիվը: Նմուշի մագնիսական էներգիան արվում է (14.6) բանաձևով՝

$$E_m \approx \frac{1}{n} M^2 V = \frac{L^3}{n} M^2 = D L^2 M^2, \quad (14.18)$$

իսկ դոմենային պատերի լրիվ էներգիան՝

$$E_w \approx \sigma_0 L^2 n = \frac{\sigma_0 L^3}{D} : \quad (14.19)$$

Նմուշի միավոր ծավալին բաժին ընկնող էներգիան՝

$$\varepsilon = \frac{1}{L^3} (E_m + E_w) = \frac{\sigma_0}{D} + \frac{D M^2}{L} \quad (14.20)$$

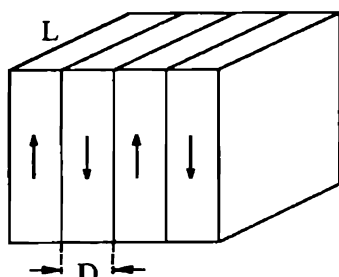
ունի մինիմալ արժեք, երբ

$$\left( \frac{d\varepsilon}{dD} \right)_{D=D_0} = -\frac{\sigma_0}{D_0^2} + \frac{M^2}{L} = 0, \quad (14.21)$$

որտեղից

$$D_0 = \left( \frac{L \sigma_0}{M^2} \right)^{1/2} = \frac{1}{M} (L \sigma_0)^{1/2} \sim L^{1/2}, \quad (14.22)$$

իսկ էներգիայի խտությունը՝



Նկ. IX.37

$$\varepsilon_0 = \frac{2\sigma_0}{D_0} = 2M \left( \frac{\sigma_0}{L} \right)^{1/2} \sim \frac{1}{\sqrt{L}} : \quad (14.23)$$

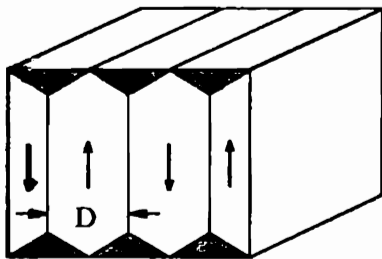
Համաձայն (14.22) բանաձևի, որքան մեծ է հագեցման  $M$  մագնիսացվածությունը, այնքան փոքր է դոմենի  $D_0$  հաստությունը, այսինքն՝ այնքան շատ դոմենների է բաժանվում նմուշը.

$$n_0 = \frac{L}{D_0} = \frac{LM}{(L\sigma_0)^{1/2}} = M \left( \frac{L}{\sigma_0} \right)^{1/2} \quad (14.24)$$

Մյուս կողմից, մեծ  $\sigma_0$ -ին համապատասխանում է մեծ  $D_0$ , այսինքն՝ պատասեղծելու համար անհրաժեշտ էներգիայի մեծացումը խոչընդոտում է դոմենների բաժանման պրոցեսին:

Թվային գնահատումների համաձայն, երկաթի  $L = 1$  սմ կռողվ և  $M \approx 2 \cdot 10^2$  Գս մոմենտով խորանարդային նմուշի համար  $D_0 \approx 5 \cdot 10^{-3}$  սմ, որն ավելի քան երկու կարգով գերազանցում է Բլոխի պատի  $l_0$  հաստությունը, իսկ  $\varepsilon_0 \approx 5 \cdot 10^2$  էրգ/սմ<sup>3</sup>: Համասեռ մագնիսացված նմուշի համար  $\varepsilon_0 \sim M^2 \sim 4 \cdot 10^4$  էրգ/սմ<sup>3</sup>, այսինքն՝ դոմենների չտրոհված վիճակում մագնիսացման էներգիան մոտ երկու կարգով գերազանցում է նույն նմուշի՝ դոմենների տրոհված վիճակում ունեցած էներգիան: Այս է պատճառը, որ քերմոդինամիկական հավասարակշռության վիճակում ֆեռոմագնիսական նմուշը տրոհվում է դոմենների:

Դիտարկենք այժմ Լանդաու-Լիֆշիցի տիպի դոմենային կառուցվածք (նկ. IX.38): Տվյալ դեպքում նմուշի հանդիպակաց միստերին մագնիսական բևեռներ չեն առաջանում, ուստի մագնիսական դաշտը նմուշից դուրս բացակայում է և  $E_m = 0$ : Եռանկյուն



Նկ. IX.38

կտրվածքով «փակող» դոմենները շերտավոր դոմենների նկատմամբ ունեն 90°-ով շեղված և դժվար մագնիսական առանցքով ուղղված մագնիսական մոմենտներ, ուստի նրանց հետ կապված է մագնիսաբյուրեղագրական անիզոտրոպության որոշակի էներգիա՝

$$E_a \approx K \cdot V_1, \quad (14.25)$$

որտեղ  $V_1$  -ը  $90^\circ$ -ի դռնենների զբաղեցրած ծավալն է՝

$$V_1 = \frac{D^2}{4} L \cdot 2n = \frac{DL^2}{2}, \quad (14.26)$$

(14.26), (14.25) և (14.19) բանաձևերից հետևում է նմուշի միավոր ծավալի

$$\varepsilon' = \frac{1}{L^3} \left( \frac{\sigma_0 L^3}{D} + K \frac{DL^2}{2} \right) = \frac{\sigma_0}{D} + \frac{KD}{2L} \quad (13.27)$$

էներգիայի արտահայտությունը, որն ընդունում է նվազագույն արժեք՝

$$\varepsilon'_0 = \left( \frac{2\sigma_0 K}{L} \right)^{1/2}, \quad (14.28)$$

երբ

$$D'_0 = \left( \frac{2\sigma_0 L}{K} \right)^{1/2}, \quad (14.29)$$

Ինչպես և շերտավոր դռնենային կառուցվածքում,  $D'_0 \sim L^{1/2}$  և  $\sigma_0^{1/2}$ :

Էներգիայի խտության համար ստացված (14.23) և (14.28) արտահայտությունների համեմատությունից հետևում է, որ շերտավոր դռնենային կառուցվածքն ավելի նպաստավոր է, քան Լանդաու-Լիֆշիցի տիպի կառուցվածքը, եթե  $\varepsilon_0 < \varepsilon'_0$ , այսինքն՝

$$2M \left( \frac{\sigma_0}{L} \right)^{1/2} < \left( \frac{2\sigma_0 K}{L} \right)^{1/2} \quad \text{կամ} \quad K > 2M^2, \quad (14.30)$$

ինչը համապատասխանում է ուժեղ անիզոտրոպության դեպքին: Հակառակ՝  $K < 2M^2$  դեպքում իրացվում է Լանդաու-Լիֆշիցի տիպի դռնենային կառուցվածքը: Մի տիպի կառուցվածքից մյուսին անցնելու ճշգրիտ պայմանը արվում է

$$K = 2\pi M^2 \quad (14.31)$$

առնչությամբ:

Համաձայն (14.23) և (14.28) արտահայտությունների, նմուշի էներգիայի խտությունը նրա չափերի փոքրացման հետ աճում է  $L^{-1/2}$  օրենքով և բավականաչափ փոքր  $L$ -երի դեպքում այն կարող է այնքան մեծանալ, որ

դոմենային կառուցվածքի առաջանալը դառնա էներգիապես ոչ ձեռնասուր, և նմուշը մնա միադոմեն վիճակում: Բանն այն է, որ նմուշի չափերը վաղ-բացնելիս դոմենային պատերի էներգիան կազմում է նմուշի էներգիայի ավելի ու ավելի մեծ մասը:

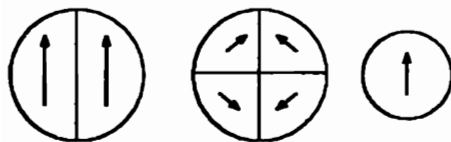
Գնահատենք նմուշի ամենամեծ չափը, որից հետո այն կմնա միադոմեն վիճակում: Եթե նշանակենք  $R$ -ով դոմենի շառավիղը, ապա ըստ մեծության կարգի

$$E_w \sim \sigma_0 R^2 > M^2 R^3 \sim E_m,$$

որտեղից

$$R \leq R_0 \sim \frac{\sigma_0}{M^2} \quad (\text{կամ } \frac{\sigma_0}{K} \sim K^{1/2}): \quad (14.32)$$

Երբ  $\sigma \sim 1 \text{ էրգ/սմ}^2$ ,  $M \approx 2 \cdot 10^2 \text{ Գս}$  և  $R_0 \approx 10^{-5} \text{ սմ}$ , այսինքն՝ ավելի փոքր՝  $R < R_0$  շառավղով նմուշները կգտնվեն միադոմեն վիճակում (նկ. IX.39):



Նկ. IX.39

Հարկ է նշել, որ բացի քննարկված գործոններից, դոմենային կառուցվածքի վրա էական ազդեցություն կարող է ունենալ մասն նմուշի կոնկրետ ձևը:

Հակաֆեռոմագնիսական բյուրեղներում գումարային մագնիսական

կան մոմենտը զրո է, և մագնիսատատիկ էներգիան հավասար է զրոյի, ուստի պատճառներ չկան, որպեսզի նմուշը տրոհվի դոմենների: Այնուամենայնիվ, ինչպես ցույց են տալիս փորձերը, որոշ դեպքերում հակաֆեռոմագնիսական նյութերը նույնպես ունեն դոմենային կառուցվածք, որը, չնայած էներգիական տեսանկյունից ձեռնասուր չէ, սակայն կարող է լինել բավականաչափ կայուն:

Այժմ ուսումնասիրենք արտաքին մագնիսական դաշտի ազդեցությունը ֆեռոմագնիսական նմուշի դոմենային կառուցվածքի վրա:

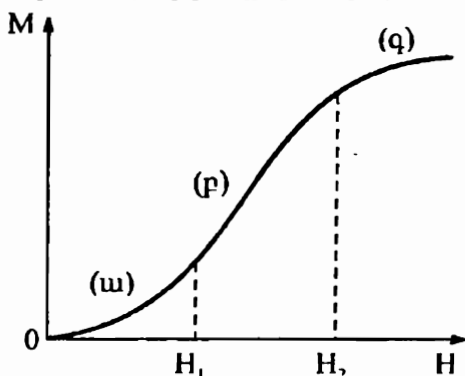
Դոմենների տրոհված նմուշը գտնվում է ապամագնիսացված՝  $M = 0$  վիճակում: Արտաքին մագնիսական դաշտ կիրառելիս ծագում է զրոյից տարբեր մագնիսացվածություն, որը դաշտի մեծացմանը զուգընթաց աճում է մինչև բյուրեղի հագեցման մագնիսացվածության  $M_0$  արժեքը: Մագնի-

սացվածության՝ արտաքին դաշտից ունեցած ոչ զծային կախումը (նկ. IX.40) պայմանավորված է իրարից անկախ երկու պրոցեսներով.

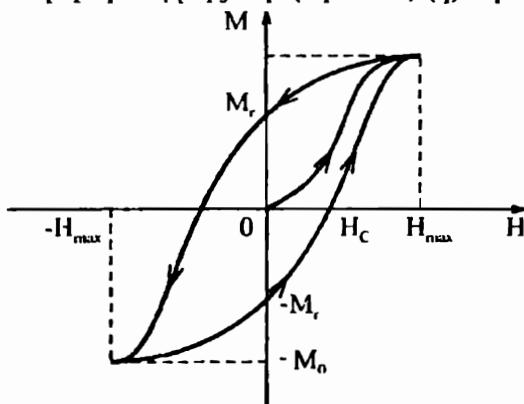
1. Արտաքին դաշտի նկատմամբ «հարմար» ձևով կողմնորոշված մոմենտներով դոմենների աճ՝ այլ, «ոչ հարմար» կողմնորոշմամբ դոմենների հաշվին: Այս պրոցեսն իրականանում է թույլ արտաքին մագնիսական դաշտերում և հետևանք է դոմենային սահմանների դարձելի տեղափոխման, այսինքն՝ երբ արտաքին դաշտը ձգտում է զրոյի, դոմենային սահմանները վերադառնում են իրենց սկզբնական ( $H = 0$ ) դիրքերին (նկ. IX.40, (ա) տիրույթ՝  $0 \leq H \leq H_1$ ): Դաշտի հետագա աճը բերում է դոմենային սահմանների անդարձելի տեղափոխության (նկ. IX.40, (բ) տիրույթ՝  $H_1 \leq H \leq H_2$ ):

2. Ուժեղ ( $H > H_2$ ) արտաքին դաշտում դոմենների մագնիսական մոմենտների վեկտորների սլաույտ՝ դաշտի ուղղությամբ (նկ. IX.40, (գ) տիրույթ):

Նքն մագնիսական դաշտը փոխվի շրջանաձև՝  $0 \rightarrow H_{\max} \rightarrow 0 \rightarrow -H_{\max} \rightarrow 0$ , ապա նմուշի մագնիսացվածության  $H$ -ից ունեցած կախումը կպատկերվի նկ. IX.41-ում տրված կորով՝ հիստերեզիսի օղակով (ընդունված է նաև անխնդիրական մագնիսացվածության կոր անվանումը), որը բնութագրվում է



Նկ. IX.40

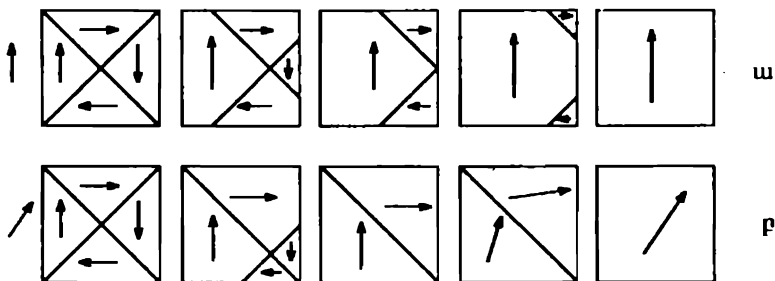


Նկ. IX.41

հետևյալ մեծություններով՝ հազեցման  $M_0$  մագնիսացվածությամբ, մնացորդային  $M_r$  մագնիսացվածությամբ և  $H_c$  կոերցիտիվ դաշտով:  $M_0$ -ն բնութագրում է նյութը, իսկ  $M_r$  և  $H_c$  մեծությունները էապես կախված են մոլի նախապատմությունից՝ նրա մեխանիկական, ջերմային և մագնիսական մշակումից, արատների առկայից և նրանց խառնությունից (այսպես կոչված կառուցվածքագազայուն բնութագրեր):

Հիստերեզիսի կորի բացատրությունը հանգում է բազմադոմեն մոլշերում դոմենային պատերի շարժման, ինչպես նաև մագնիսական դոմենների ստեղծման պրոցեսի բացատրությանը միադոմեն, այսինքն, հազեցած մոլշերում:

Նկ. IX.42-ում սլատկերված է միաբյուրեղական մոլի դոմենային կառուցվածքի փոփոխությունը մագնիսական դաշտի աճին զուգընթաց, երբ դաշտն ուղղված է հեշտ մագնիսացման առանցքի ուղղությամբ՝ (ա), և երբ այն հեշտ մագնիսացման ուղղության հետ որոշակի անկյուն է կազմում (բ): Հնարավոր է նաև դոմենային սահմանների տեղաշարժ և դոմենների մագնիսական մոմենտների պտույտ՝ միաժամանակ:



Նկ. IX.42

Շատ փոքր՝  $R < R_0$  չափերով միադոմեն, այսինքն՝ հազեցած մագնիսացվածությամբ մասնիկներից կազմված համակարգը կարող է մագնիսանալ միայն մագնիսական մոմենտի պտույտի միջոցով, ընդ որում, այդ պտույտի համար կարող են պահանջվել շատ մեծ մագնիսական դաշտեր, պայմանավորված ինչպես մագնիսական անիզոտրոպությամբ, այնպես էլ մասնիկների ձևի անիզոտրոպությամբ:

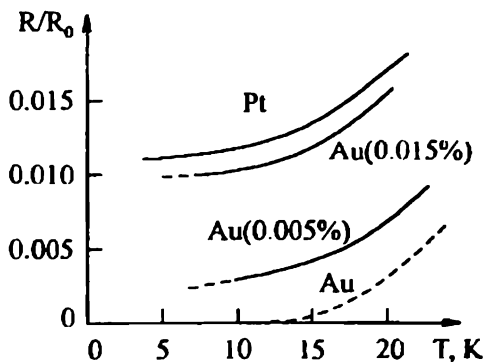
## ԳԵՐՀԱՂՈՐԴԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

### §1. Գերհաղորդականության հայտնագործումը

1908թ. Հ. Կամերլինգ Օնեսին հաջողվեց հեղուկացնել վերջին իններս-  
 զգալը՝ հելիումը (հեղուկացման ջերմաստիճանը՝  $T_b = 4,2\text{K}$ ), ինչը հնարա-  
 վորություն ընձեռեց կատարել ֆիզիկական հետազոտություններ  $1 \div 10\text{K}$   
 ջերմաստիճանների տիրույթում:

Մետաղների, մասնավորապես, պլատինի (Pt) և ոսկու (Au) էլեկտրա-  
 կան դիմադրության չափումների հիման վրա Կամերլինգ Օնեսը եկավ այն  
 եզրակացության, որ երբ  $T \rightarrow 0\text{K}$ , մետաղի  $R$  դիմադրությունը ձգտում է  
 նրա մնացորդային դիմադրությանը, որի մեծությունը կախված է նմուշի  
 մաքրության աստիճանից (նկ. X.1.  $R_0$ -ն դիմադրությունն է  $0^\circ\text{C}$ -ում):

Պետք էր սպասել, որ կատար-  
 յալ մաքուր պլատինը և ոսկին  
 հելիումի հեղուկացման և ավելի  
 ցածր ջերմաստիճաններում  
 կունենան անվերջ փոքր դի-  
 մադրություն (նկ. X.1, ամբող-  
 չությամբ կետագիծ կորը կա-  
 տարյալ մաքուր ոսկու համար):  
 Այսպիսի պատկերացումը չէր  
 հակասում քվանտային տեսու-  
 րյունից բխող եզրակացությու-  
 ներին: Իրոք, պինդ մարմնի  
 տեսության համաձայն, երբ

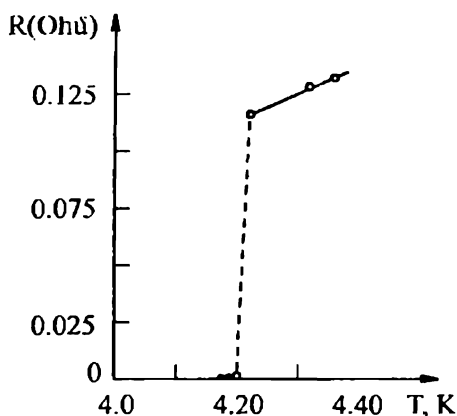


Նկ. X.1

$T \rightarrow 0\text{K}$ , հավասարակշռության դիրքերի շուրջ տատանվող ատոմներից  
 յուրաքանչյուրին բաժին ընկնող միջին ջերմային էներգիան նվազում է  
 էքսպոնենցիալ օրենքով (Մաս I, IV.2.14)՝  $\varepsilon(\omega, T) \approx \hbar \omega \exp(-\hbar \omega / k_B T)$ ,  
 որտեղ  $\omega$ -ն տատանման հաճախությունն է: Քանի որ, համաձայն Կամեր-

լինզ Օնեսի իրավացի ենթադրության, մաքուր նմուշների դիմադրությունը պայմանավորված է ատոմների շարժումով, որի ինստենսիվությունը ջերմաստիճանն իջեցնելիս էապես նվազում է, ապա փորձի արդյունքները լիովին համապատասխանում են տեսության եզրակացություններին:

Սնդիկի հետ կատարված փորձերը (սնդիկը կտրելի է ստանալ շատ մաքուր վիճակում) կարծես հաստատեցին այս ենթադրությունը, սակայն



Նկ. X.2

կենկով մրա արտակարգ էլեկտրական հասկություններից, Կամերլինգ Օնեսի կողմից անվանվեց գերհաղորդիչ վիճակ, իսկ երևույթը՝ գերհաղորդականություն (1911թ.): Հետագա փորձերը ցույց տվեցին, որ գերհաղորդականության հասկությամբ օժտված են բազմաթիվ այլ նյութեր՝ մետաղներ, կիսահաղորդիչներ և տարրեր համաձուլվածքներ, այսինքն՝ գերհաղորդիչ վիճակը նյութի մոր վիճակ է:

Այն ջերմաստիճանը, որի դեպքում նյութը մոռմալ ( $R \neq 0$ ) վիճակից անցնում է գերհաղորդիչ վիճակի, կոչվում է կրիտիկական ջերմաստիճան՝  $T_c$ : Աղյուսակ X.1-ում տրված են  $T_c > 2K$  կրիտիկական ջերմաստիճան ունեցող քիմիական տարրերը (սես նաև Հավելված 4), իսկ Աղյուսակ X.2-ում՝ որոշ միացությունների կրիտիկական ջերմաստիճանները:

Որքա՞ն է դիմադրության թոփքը գերհաղորդականության վիճակին անցնելիս, այլ կերպ ասած, որքանո՞վ կարելի է խոսել էլեկտրական դիմադ-

կասության գործված չափիչ սարքերով կատարված փորձերը ցույց տվեցին, որ դիմադրությունը նվազում է ոչ քի աստիճանաբար, այլ քափքաձև, մի քանի հարյուրերորդական աստիճանների տիրույթում ընկնելով գործնականում մինչև զրո (նկ. X.2. վորձում դիմադրությունը սնդիկի հալման ջերմաստիճանում ունեցած դիմադրության համեմատությամբ վորքանում է մոտ  $10^6$  անգամ): Փաստորեն, սեղի էր ունենում սնդիկի անցում մոր վիճակի, որը,

Աղյուսակ X.1

| Տարր | $T_c$ , K |
|------|-----------|
| Nb   | 9.26      |
| Tc   | 7.77      |
| Pb   | 7.19      |
| La   | 6.06      |
| V    | 5.30      |
| Ta   | 4.48      |
| Hg   | 4.15      |
| Sn   | 3.72      |
| In   | 3.40      |
| Tl   | 2.39      |

Աղյուսակ X.2

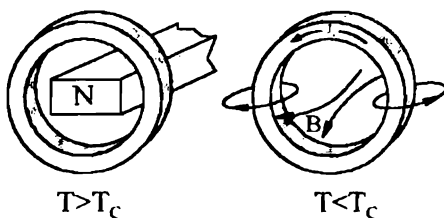
| Միացություն              | $T_c$ , K |
|--------------------------|-----------|
| $Nb_3(Al_{0.8}Ge_{0.2})$ | 20.9      |
| $Nb_3Sn$                 | 18.05     |
| $Nb_3Al$                 | 17.5      |
| $V_3Si$                  | 17.1      |
| $V_3Ga$                  | 16.5      |
| $NbN$                    | 16.0      |
| $MoN$                    | 12.0      |
| $Nb_3Au$                 | 11.5      |
| $La_3In$                 | 10.4      |
| $Ti_2Co$                 | 3.44      |

րության անհետացման մասին:

Սկզբնական փորձերում, դիմադրության չափման ավանդական եղանակով ( $R = U/I$ , չափվում է նմուշի վրա լարման անկումը՝  $U$ -ն և նմուշով անցնող խոսանքը՝  $I$ -ն) կարելի էր ստանալ, որ գերհաղորդականության անցնելիս դիմադրությունը փոքրանում է ավելի քան 1000 անգամ: Ինչ վերաբերվում է նրա անհետանալուն, ապա կարելի էր պնդել, որ այն դառնում է չափիչ սարքի զգայնությունից փոքր, այնպես որ այն հնարավոր չէր չափել:

1914թ. Կամերլինգ Օնեսն առաջարկեց շաա փոքր դիմադրությունների չափման լավագույն եղանակ՝ չափել գերհաղորդիչ օղակում մակաձված հոսանքի մարումը: Եթե օղակի դիմադրությունը լինի զրոյից սուրբեր, ապա էլեկտրական հոսանքի էներգիան աստիճանաբար կվերածվի ջրույան ջերմության: Դիտենալով գերհաղորդիչ օղակի երկրաչափական չափերը և փորձում չափելով օղակում հոսանքի մարման ժամանակը, կարելի է գնահատել օղակի դիմադրությունը գերհաղորդիչ վիճակում:

Դիտարկենք կապարե օղակ, որը գտնվում է հաստատուն մագնիսի դաշտում (նկ. X.3), նորմալ վիճակում, այսինքն՝ նրա ջերմաստիճանը՝  $T > T_c$ : Սառեցնենք կապարե օղակը մինչև  $T < T_c$ , դարձնելով այն գերհաղորդիչ, և ապա հեռացնենք մագնիսը:



Նկ. X.3

Օղակ թափանցող մագնիսական հոսքի փոփոխությունը նրանում մակածում է  $I_s$  հոսանք: Համաձայն էներգիայի պահպանման օրենքի, ինդուկցիոն հոսանքի էներգիայի փոփոխությունը միավոր ժամանակում հավասար է օղակի  $R$  դիմադրության վրա անջատված հզորությանը՝

$$-\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}LI_s^2\right) = I_s^2 \cdot R, \quad (1.1)$$

որտեղ  $L$ -ը օղակի ինդուկտիվությունն է: (1.1) հավասարման լուծումը տրվում է

$$I_s(t) = I_s(0) \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \quad (1.2)$$

տեսքով, որտեղ  $I_s(0)$ -ն հոսանքն է սկզբնական ( $t = 0$ ) պահին:

Օրինակ՝ եթե  $t = 1$  ժամում, կտրվածքի  $d = 0,1$  սմ տրամագծով և  $r = 5$  սմ շառավղով կապարե օղակում ( $L \approx 1,3 \cdot 10^{-7}$  Հն) հոսանքը փոքրանա 1%-ով, այսինքն՝  $I_s(t)/I_s(0) \approx 0,99$ , ապա դիմադրության համար (1.2) բանաձևից կստանանք  $R \leq 3,6 \cdot 10^{13}$  Օհմ գնահատականը: Ստացված արդյունքից բխում է, որ գերհաղորդիչ վիճակին անցնելիս կապարե օղակի դիմադրությունը փոքրանում է ավելի քան  $10^8$  անգամ:

Կոլինգի փորձում գերհաղորդիչ օղակում մակածված հոսանքը պահպանվել է 2,5 տարուց ավել (փորձն ընդհատվել է): Նշված ժամանակամիջոցում հոսանքի փոփոխության բացակայության փաստից հնարավոր եղավ գնահատել օղակի տեսակարար դիմադրության վերին սահմանը՝  $\rho_{\max} = 10^{-21}$  Օհմ-սմ: Ջ.Ֆայլի և Ռ.Միլսի կողմից 60-ական թվականների սկզբներին փորձում ուսումնասիրվել է  $\text{Nb}_{0,75}\text{Zr}_{0,25}$  համաձուլվածքից պատ-

ըստսոված սոլեմոնիդում գերհաղորդիչ հոսանքի նվազումը միջուկային մագնիսական ուժգնմանսի (ՄՄՌ) ճշգրիտ մեթոդով: Ստացված արդյունքների համաձայն, հոսանքի նվազման ժամանակը գնահատվել է առնվազն  $10^5$  ասարի:

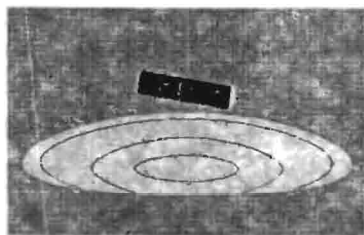
Որոշ փորձնական տվյալների համաձայն, գերհաղորդիչ վիճակի անցմեկիս դիմադրությունը թոյլաձև փոքրանում է  $10^{14}$  անգամ: Այս թիվը պատկերացնելու համար կատարենք հետևյալ համեմատությունը. գերհաղորդիչ և նորմալ վիճակում դիմադրությունների հարաբերությունն ավելի մեծ է, քան պղնձի և սովորական մեկուսիչի դիմադրությունների հարաբերությունը (Աղյուսակ X.3):

Աղյուսակ X.3

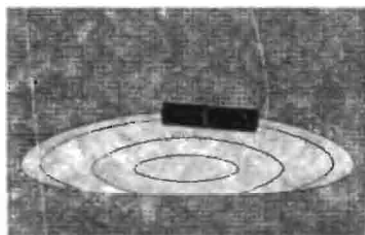
| Նյութ     | $\rho$ , Օհմ-սմ (300K) |
|-----------|------------------------|
| պղինձ     | $1,7 \cdot 10^{-6}$    |
| ասրեստ    | $10^8$                 |
| չոր վայտ  | $10^{10}$              |
| մարմար    | $10^{10}$              |
| ալմաստ    | $10^{12}$              |
| հախճապակի | $2 \cdot 10^{15}$      |
| սաք       | $10^{19}$              |

Բերված տվյալներից կարելի է վստահորեն եզրակացնել, որ գերհաղորդիչ վիճակում դիմադրությունը (հաստատուն խոսանքի դեպքում) իրոք անհետանում է:

Գերհաղորդիչ վիճակում չմարդ հաստատուն խոսանքի գոյության փաստն ապացուցվում է նաև «ճախրոդ» մագնիսի համրահայտ փորձով



ա



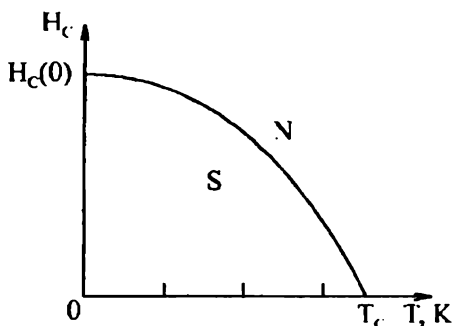
բ

Նկ. X.4

(նկ. X.4): Փոքրիկ հաստատուն մագնիսն իջեցվում է գերհաղորդիչ վիճակում գտնվող կապարե ափսեի վրա (ա): Ըստ Լենցի կոմոնի, ափսեի կարվածք թափանցող մագնիսական խոսքի փոփոխությունն ափսեում մու-

կածում է այնպիսի ուղղությամբ հոսանք, որի ստեղծած մագնիսական դաշտը վանում է մագնիսը, պահելով նրան ավստից որոշակի հավասարակշռական հեռավորության վրա (բ. փոքրիկ մագնիսին կապված թվը ձգված չէ): Քանի դեռ ավստում հոսանքները չեն մարել, այսինքն՝ բանի դեռ այն գերհաղորդիչ վիճակում է, մագնիսը «կծախրի» ավստի վրա:

Գերհաղորդիչ վիճակում զամբող մետաղի դիմադրությունը զրո է: Մա-



Նկ. X.5

սաղի ջերմաստիճանը ( $T < T_c$ ),

կարելի է «քանդել» գերհաղորդիչ վիճակը, եթե մնուշը սեղադրվի որոշակի լարվածությամբ մագնիսական դաշտում: Մագնիսական դաշտի լարվածության ամենավորը արժեքը, որի դեպքում գերհաղորդականությունն անհետանում է, այսինքն՝ մնուշն անցնում է նորմալ վիճակի, կոչվում է կրիտիկական (չեմային) դաշտ՝  $H_c$ :

Կրիտիկական դաշտի արժեքը կախված է մնուշի ջերմաստիճանից: (Կոչ կախումը բավարար ճշտությամբ կարելի է մոտարկել սլարսթրոլական օրենքով (Տուինի օրենք)՝

$$H_c(T) = H_{c0} \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right], \quad (1.3)$$

որտեղ  $H_{c0} \equiv H_c(0)$  մեծությունը կրիտիկական դաշտի արժեքն է  $T = 0\text{K}$ -ում (Նկ. X.5, Հավելված 4):  $H_c(T)$  կորը բաժանում է իրարից գերհաղորդիչ (S) վիճակի և նորմալ (N) վիճակի տիրույթները, իսկ Նկ. X.5-ը գերհաղորդիչ վիճակի ֆազային դիագրամն է ( $H_c, T$ ) կոորդինատներով:

## §2. Իդեալական դիամագնիսականություն: Մայսների երևույթը

Մետաղական հաղորդչի էլեկտրական դիմադրության զրո դառնալը  $T_c$ -ից ցածր ջերմաստիճաններում բերում է չափազանց կարևոր հետևանքի՝ գերհաղորդիչ կոնտուր քափանցող մագնիսական լրիվ հոսքը մնում է հաստատուն, քանի որ կոնտուրի դիմադրությունը՝  $R = 0$ :

Եթե կոնտուրը գտնվում է  $H$  համասեռ մագնիսական դաշտում, ապա նրա  $S$  կարվածքով մագնիսական հոսքը (նկ. X.6, ա)

$$\Phi = HS :$$

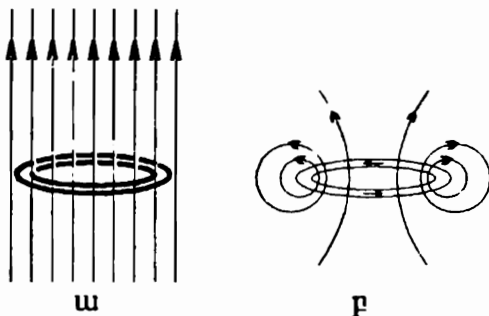
Եթե մագնիսական դաշտը ժամանակից կախված փոփոխվի, ապա կոնտուրում կմակաժվի հոսանք, որի ուղղությունը, Լենցի կանոնի համաձայն, կխաչընդոտի կոնտուր քափանցող հոսքի փոփոխությանը, իսկ մեծությունը կորոշվի ինդուկցիոն էլշու-ի մեծությամբ: Նկատի ունենալով նաև ինքնինդուկցիայի էլշու-ի առկայությունը կոնտուրում, վերջինիս համար Օհմի օրենքը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$-S \frac{dH}{dt} - L \frac{dI}{dt} = IR : \quad (2.1)$$

Եթե կոնտուրը գտնվում է գերհաղորդիչ վիճակում, ապա  $R = 0$ , և (2.1) հավասարումից հետևում է

$$LI + SH = const \quad (2.2)$$

առնչությունը, որի ձախ մասը կոնտուր քափանցող լրիվ մագնիսական հոսքն է՝ ստեղծված արտաքին  $H$  մագնիսական դաշտի և կոնտուրով հոսող ինդուկցիոն հոսանքի կողմից: Եթե մագնիսական դաշտը փոփոխվի, ապա կոնտուրում կմակաժվի լրացուցիչ հոսանք, որը կհամակշռի արտաքին դաշտի փոփոխմամբ պայմանավորված հոսքի փոփոխությունը: Մասնավորապես, եթե  $H$  դաշտը դառնա զրո, ապա ողջ հոսքը պայմանավորված կլինի միայն ինդուկցիոն հոսանքով:



Նկ. X.6

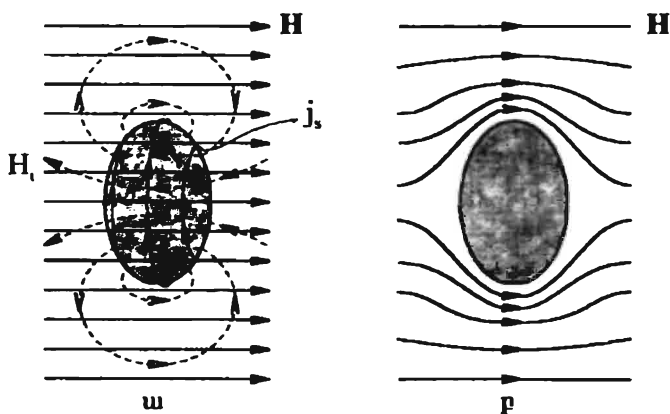
Այժմ ենթադրենք, որ մնուշը սառեցվել է և բերվել գերհաղորդիչ վիճակի, այսինքն՝ այն դարձել է իդեալական հաղորդիչ՝  $R = 0$ : Նմուշի ներսում ընտրված ցանկացած կանտուրի դիմադրություն հավասար է զրոյի, հետևաբար՝ նրանով անցնող մագնիսական հոսքը չի կարող փոփոխվել: Այս պնդումը ճիշտ է կամայական կոնտուրի համար, միայն եթե մագնիսական դաշտը մնուշում ժամանակից կախված չի փոփոխվում՝

$$\dot{B} = 0 : \quad (2.3)$$

Այսպիսով, հոսքի բաշխումը մնուշի ներսում պետք է մնա այնպիսին, ինչպիսին էր դիմադրությունը զրո դառնալու պահին:

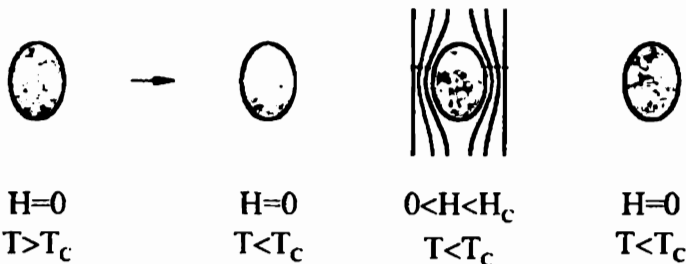
Ուսումնասիրենք այսպիսի իդեալական հաղորդչի վարքը տարբեր պայմաններում:

ա) Ենթադրենք, որ մնուշն անցնում է գերհաղորդիչ վիճակի արտաքին դաշտի բացակայությամբ, որից հետո կիրառվում է մագնիսական դաշտ: Քանի որ մնուշում  $B$  ինդուկցիան փոփոխվել չի կարող, ապա պետք է մնա հավասար իր սկզբնական, այսինքն՝  $B = 0$  արժեքին: Հետևաբար՝ արտաքին մագնիսական դաշտը մնուշում մակածում է չմարող հոսանքներ, որոնք, հոսելով մնուշի մակերևութային շերտով, մնուշի ցանկացած կետում ստեղծում են կիրառված մագնիսական դաշտին հավասար և հակառակ ուղղված դաշտ: Նմուշից դուրս մակերևութային հոսանքների դաշտը գումարվում է արտաքին դաշտին (նկ. X.7, ա):



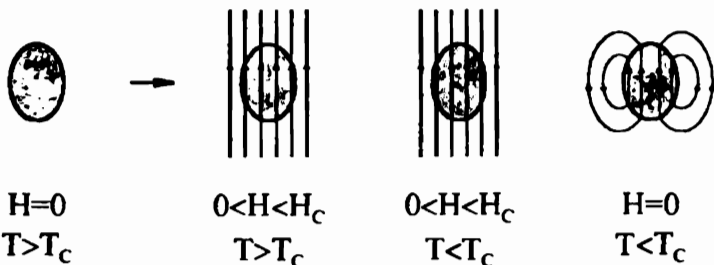
Նկ. X.7

Քննարկվող դեպքում մագնիսական դաշտը չի կարողանում քափանցել մնուշի ծավալի մեջ, այնպես որ նրանում մագնիսական դաշտը բացակայում է (նկ. X.7, բ): Ընդունված է ասել, որ մնուշը ցուցաբերում է իդեալական դիամագնիսականություն: Եթե արտաքին դաշտը դառնա զրո, ապա մնուշը կմնա իր սկզբնական՝ չմագնիսացված վիճակում: Նկ. X.8-ում պատկերված են մնուշի վիճակի փոփոխության հաջորդական փուլերը:



Նկ. X.8

բ) Այժմ ենթադրենք, որ մնուշը գտնվում է արտաքին մագնիսական դաշտում, նորմալ վիճակում ( $T > T_c$ ): Դաշտը կթափանցի մնուշի ողջ ծավալի մեջ, և ներքին դաշտը գործնականում չի տարբերվի կիրառված դաշտից (եթե մնուշը ոչ ֆեռոմագնիսական նյութից է): Եթե մնուշն անցնի գերհաղորդիչ վիճակի, ապա դիմադրության զրո դառնալը չի անդրադառնա նրա մագնիսացման վրա, և դաշտը մնուշի ներսում կմնա անփոփոխ: Սակայն եթե սկսենք փոքրացնել արտաքին մագնիսական դաշտը, ապա իդեալական հաղորդչում կմակաձվեն մակերևութային հոսանքներ, որոնք կպահպանեն մնուշի ծավալում մագնիսական ինդուկցիայի սկզբնական արժեքը: Արդյունքում մնուշը կմնա մագնիսացված վիճակում (նկ. X.9):



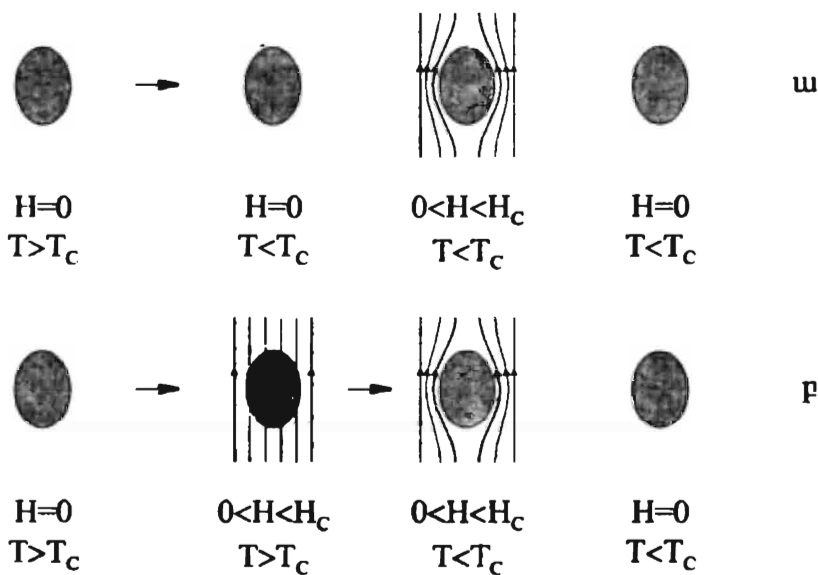
Նկ. X.9

Նկ. X.8-ում և նկ. X.9-ում պատկերված փուլերից վերջին՝ չորրորդ փուլում մնալը գտնվում է միևնույն պայմաններում ( $H = 0$ ,  $T < T_c$ ), սակայն նրա մագնիսացվածությունը տարբեր է: Այսպիսով, գալիս ենք եզրակացության, որ իդեալական հաղորդչի մագնիսացվածությունը միարժեքորեն չի որոշվում արտաքին պայմաններով՝ այն կախված է առաջին փուլից չորրորդին անցման եղանակի ընտրությունից:

Սակայն Վ.Մայսների և Ռ.Օքսենֆելդի կողմից (1933թ.) զնդած և մնուշի շուրջ մագնիսական դաշտի բաշխման մանրակրկիտ չափումները ցույց տվեցին, որ անկախ անցման եղանակի ընտրությունից, վերջնական վիճակը միշտ համընկնում է նկ. X.7, բ-ում պատկերված վիճակի հետ, այսինքն՝ մագնիսական հոսքը դուրս է մղվում գերհաղորդչի ծավալային տիրույթից: Այլ կերպ ասած, գերհաղորդչի վիճակում գտնվող մնուշի ներսում միշտ

$$B = 0 : \quad (2.4)$$

Այս փաստը հայտնի է որպես Մայսների երևույթ: Նկ. X.10-ում պատկերված են գերհաղորդիչ մնուշի մագնիսացման տարբեր եղանակները:



Նկ. X.10

Անհրաժեշտ է մեկ անգամ ևս շեշտել, որ Մայսների երևույթը չի հետևում իդեալական հաղորդականության  $R = 0$  պայմանից: Իրոք, համաձայն Օհմի օրենքի՝

$$E = \rho \cdot j, \quad (2.5)$$

եթե  $j \neq 0$ , ապա  $\rho = 0$  պայմանից հետևում է, որ  $E = 0$ : Մյուս կողմից, համաձայն Մաքսվելի

$$\text{rot} E = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} \quad (2.6)$$

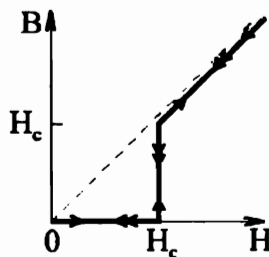
հավասարման,  $\dot{B} = 0$ , որը (2.3) պայմանն է, որի համաձայն, երբ  $R = 0$  մագնիսական հոսքը փոփոխվել չի կարող: Մայսների երևույթը հակասում է այս պնդմանը, և հիմք է տալիս եզրակացնելու, որ իդեալական դիամագնիսականությունը ( $B = 0$ ) և իդեալական հաղորդականությունը ( $\rho = 0$ ) գերհաղորդիչ վիճակի երկու, իրարից էապես տարբեր առանձնահատկություններ են:

Ուսումնասիրենք մագնիսական ինդուկցիայի փոփոխությունը՝ կախված արտաքին մագնիսական դաշտի մեծությունից, տարբեր վիճակներում գտնվող մուշների համար: Եթե մուշը նորմալ վիճակում գտնվող, ոչ ֆեռոմագնիսական մետաղ է, ապա մագնիսական ինդուկցիան մուշում գործնականում չի տարբերվում արտաքին դաշտից, քանի որ  $\mu \approx 1$ , ուստի (նկ. X.11, կետագիծը)

$$B = \mu \cdot H \approx H: \quad (2.7)$$

Եթե մուշն անցել է գերհաղորդիչ վիճակի, ապա այն իդեալական դիամագնիս է, ուստի արտաքին դաշտն աճելիս մագնիսական ինդուկցիան մնում է հավասար զրոյի: Երբ դաշտը դառնում է հավասար կրիտիկական  $H_c$  դաշտին, մուշն անցնում է նորմալ վիճակի, և նրանում մագնիսական դաշտի ինդուկցիան փոխվում է (2.7) առնչության համաձայն (նկ. X.11):

Մաքուր՝ արատներ չպարունակող մուշի համար այս պրոցեսը դարձելի է, այսինքն, եթե արտաքին դաշտը փոքրացվի և դառնա հավասար



Նկ. X.11

$H_c$ -ի, ապա նմուշը կանցնի գերհաղորդիչ վիճակի և նրանում  $H < H_c$  բոլոր արժեքների համար  $B = 0$  (կրկնակի սլաքները նկ. X.11-ում պատկերում են հակառակ պրոցեսը):

Օգտվելով միավոր ծավալի մագնիսական մոմենտի (մագնիսացվածության) և  $B$  և  $H$  վեկտորների միջև կասկից (IX.1.2), կստանանք՝

$$M = \frac{1}{4\pi}(B - H), \quad (2.8)$$

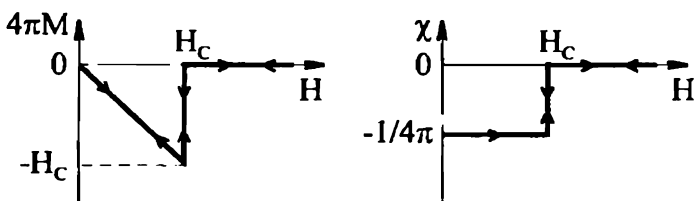
իսկ մագնիսական ընկալունակության համար՝

$$\chi = \frac{1}{4\pi}(\mu - 1) \quad (2.9)$$

արտահատությունները: Համաձայն այս բանաձևերի, ուրմալ վիճակում գտնվող նմուշի մագնիսական մոմենտը և մագնիսական ընկալունակությունը գործնականում հավասար են զրոյի: Երբ  $T < T_c$ , գերհաղորդիչ նմուշում  $B = 0$ ,  $M = -H/4\pi$ , հետևաբար՝

$$\chi = -\frac{1}{4\pi}, \quad (2.10)$$

ինչը համապատասխանում է իդեալական դիամագնիսին: Նկ.X.12-ում պատկերված են  $M(H)$  և  $\chi(H)$  կախումները գերհաղորդիչ նմուշի համար:



Նկ. X.12

Մայսների երևույթի մաթեմատիկական արտահայտությունը՝ (2.4) պայմանը, խախտվում է զանգվածեղ նմուշի մակերևութային բարակ շերտում, որի հաստությունը կախված է ինչպես մետաղի տեսակից, այնպես էլ ջերմաստիճանից և, որպես կանոն,  $10^{-5}$  սմ կարգի մեծություն է: Այս է պատճառը, որ Մայսների երևույթը չի դիտվում բարակ մետաղական թա-

դանքներում և կոլոիդային մասնիկներում, որոնց հաստությունը կամ չափերը մակերևութային շերտի հաստության կարգի են:

### §3. Միջանկյալ վիճակ: I և II սեռի գերհաղորդիչներ

Գերհաղորդչի ներսում մագնիսական ինդուկցիայի զրո լինելը պայմանավորված է մակերևութային հոսանքներով, որոնց մեծությունը և բաշխումն այնպիսին է, որ նրանց կողմից ստեղծված մերքին դաշտը հակառակ է ուղղված կիրառված արտաքին դաշտին և համակշռում է այն:

Իրադրությունը կարելի է ներկայացնել հետևյալ երկու ձևով:

#### 1. Գերհաղորդչի ներսում

$$B_i = H_i = M_i = 0 ,$$

*մակերևութի վրա*

$$j_s \neq 0 ,$$

*նմուշից դուրս*

$$B_e = H + H_s ,$$

որտեղ  $H_i$ -ն դաշտի լարվածությունն է նմուշի ներսում,  $M_i$ -ն՝ նմուշի մագնիսական մոմենտը,  $j_s$ -ը՝ մակերևութային հոսանքի խտությունը, իսկ  $H_s$ -ը՝ նրա կողմից ստեղծված մագնիսական դաշտը, որով և պայմանավորված է  $H$  դաշտի «աղավաղումը» նմուշի մոտակայքում (նկ. X.7, բ):

Սակայն ավելի հարմար է համարժեք ներկայացումը, որի համաձայն մագնիսական դաշտում գտնվող գերհաղորդիչը ներկայացվում է որպես մագնիսական նյութ՝ ներքին դաշտով և մագնիսական մոմենտով: Այսպիսով, համաձայն այսպես կոչված «դիամագնիսական» ներկայացման

#### 2. գերհաղորդչի ներսում

$$B_i = 0, H_i \neq 0, M_i \neq 0 ,$$

*մակերևութի վրա*

$$j_s = 0 ,$$

*նմուշից դուրս*

$$B_e = H + H_s ,$$

որտեղ  $H_*$ -ը պայմանավորված է մնուշի մագնիսական մոմենտով: Ըստ այս մոտեցման, համաձայն (2.8) բանաձևի՝

$$M \equiv M_i = -\frac{1}{4\pi} H_i, \quad (3.1)$$

որտեղից հետևում է մնուշի իդեալական դիամագնիս լինելը՝ (2.10) արտահայտությունը:

Նկ. X.12-ում պատկերված է մագնիսացվածության կախումը դաշտի լարվածությունից զանգվածեղ, բարակ և երկար զլանի տեսք ունեցող գերհաղորդչի համար (դաշտն ուղղված է զլանի երկայնական առանցքով): Երբ արտաքին դաշտը՝  $H < H_c$ , մնուշն անցնում է գերհաղորդիչ վիճակի, ընդ որում դաշտը լրիվ դուրս է մղվում մնուշից: Այսպիսի վարք ունեցող գերհաղորդիչներն ընդունված է անվանել I սեռի գերհաղորդիչներ:

Այժմ պարզենք, թե ինչպես է ազդում մնուշի երկրաչափական ձևը նրա գերհաղորդականության վրա:

Ենթադրենք, մնուշն ունի  $a > b$  կիսաառանցքներով պտտման էլիպսարդի տեսք և արտաքին դաշտն ուղղված է մեծ կիսաառանցքով, որը համընկնում է կոորդինատական համակարգի  $x$  առանցքի հետ: Սահմանային պայմաններից, նկատի ունենալով նաև համասեռ էլիպսարդում  $B$ ,  $H_i$  և  $M_i$  վեկտորների հաստատունությունը և զուգահեռությունը  $H$  արտաքին մագնիսական դաշտին, կստանանք՝

$$H_i = H - 4\pi n_x M_i, \quad (3.2)$$

որտեղ  $n_x$  ապամագնիսացման գործակիցը տրվում է դիէլեկտրական էլիպսարդի ապաբևեռացման գործակցի համար ստացված

$$n_x = \frac{1 - \eta^2}{2\eta^2} \left( \ln \frac{1 + \eta}{1 - \eta} - 2\eta \right) \quad (3.3)$$

բանաձևով (Մաս I, V.2.8), որտեղ  $\eta = (1 - b^2/a^2)^{1/2}$ : (3.1) և (3.2) արտահայտություններից կստանանք՝

$$H_i = \frac{H}{1 - n_x}, \quad (3.4)$$

$$M_i = -\frac{H}{4\pi(1-n_x)} : \quad (3.5)$$

«Անվերջ» զլանի դեպքում ( $a \gg b$ ,  $\eta \rightarrow 0$ )  $n_x \rightarrow 0$ , ուստի մնուշի մակերևույթի վրա արտաքին դաշտը նույնն է բոլոր կետերում, ինչի հետևանքով մնուշը մնում է լրիվ գերհաղորդիչ վիճակում, քանի դեռ  $H \leq H_c$ , իսկ երբ  $H > H_c$ , այն ամբողջությամբ անցնում է նորմալ վիճակի:

Ընդհանուր դեպքում  $B$ -ի նորմալ բաղադրիչի և  $H$ -ի տանգենցիալ բաղադրիչի անընդհատությունից հետևում է, որ էլիպսարդաձև մնուշի (նկ. Ն.13) հասարակածի վրա

$$H_q = H_i = \frac{H}{1-n_x} , \quad (3.6)$$

իսկ բևեռներում՝

$$H_p = B_i = 0 : \quad (3.7)$$

Բացի «անվերջ» երկար զլանաձև մնուշից, բոլոր մնուշների համար  $n_x \neq 0$ , և դաշտը մնուշի շուրջ անհամասեռ է, ուստի ծագում է հետևյալ հարցը. ի՞նչ կկատարվի գերհաղորդիչ մնուշի հետ, եթե  $n_x \neq 0$ , այսինքն՝ երբ  $H_q = H_c > H$ :

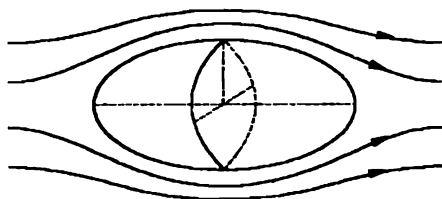
Մանրամասն քննարկենք զնդի օրինակը ( $n_x = 1/3$ ): Եթե արտաքին դաշտը զնդի հասարակածի վրա հավասարվի  $2H_c/3$ -ի, ապա

ներքին դաշտը հասարակածի վրա, համաձայն (3.6) բանաձևի, կլինի

$$H_q = H_c , \quad (3.8)$$

և առաջին հայացքից կարող է թվալ, թե գոնե որ կանցնի նորմալ վիճակի: Սակայն եթե դա տեղի ունենար, ապա նորմալ վիճակում  $\mu \approx 0$  պայմանի հետևանքով կստացվեր, որ

$$H_i = H = \frac{2}{3} H_c < H_c , \quad (3.9)$$

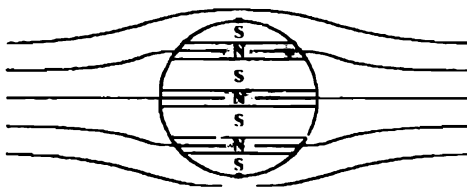


Նկ. X.13

այսինքն՝ գունդը գտնվում է նորմալ վիճակում կրիտիկականից քույլ մագնիսական դաշտում:

Այս պարագայում կարելի է լուծել, եթե ենթադրենք, որ երբ  $H_i = H_c$ , հնարավոր է գերհաղորդիչ և նորմալ ֆազերի համասեղ գոյությունը մնալուն (այնպես, ինչպես հեղուկ և գոլորշի ֆազերի համասեղ գոյությունը, եթե ճնշումը հավասար է հազեցած գոլորշու ճնշմանը):

Պարզության համար կարելի է ենթադրել, որ  $H_c(1 - n_x) \leq H < H_c$  դեպքում գունդը տրոհվում է նորմալ (N) և գերհաղորդիչ (S) շերտերի,



Նկ. X.14

որոնք զուգահեռ են կիրառված դաշտին (Նկ. X.14): Մագնիսական ուժագծերի մի մասը շրջանցում է գունդը, իսկ մյուս մասն անցնում է նրա նորմալ վիճակում գտնվող ափրույթներով: Նորմալ ափրույթում  $B = H_c$ , իսկ գերհաղորդիչ ափրույթում՝  $B = 0$ : N և S

տիրույթները բաշխված են այնպես, որ մագնիսացվածությունը զծային օրենքով փոփոխվում է  $H = H_c(1 - n_x)$  դաշտում ունեցած

$$M_i = -\frac{1}{4\pi} H_i = -\frac{H}{4\pi(1 - n_x)} = -\frac{H_c}{4\pi} \quad (3.10)$$

արժեքից մինչև  $M_i = 0$  արժեքը, երբ  $H = H_c$ :

Այսպիսով,  $H_c(1 - n_x) \leq H < H_c$  տիրույթում

$$M_i = -\frac{1}{4\pi n_x} (H_i - H) = -\frac{1}{4\pi n_x} (H_c - H), \quad (3.11)$$

$$H_i = H - 4\pi n_x M_i = H_c, \quad (3.12)$$

$$B_i = H_i + 4\pi M_i = H_c - \frac{1}{n_x} (H_c - H): \quad (3.13)$$

Մագնիսական դաշտի  $H_c(1 - n_x) \leq H < H_c$  արժեքների համար նմուշ գտնվում է մասամբ նորմալ, մասամբ՝ գերհաղորդիչ վիճակում, որն ընդունված է անվանել միջանկյալ վիճակ: Հարկ է նշել, որ միջանկյալ վիճակ գտնվում է

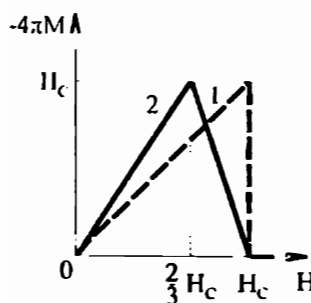
յուրյուն ունի մագնիսական դաշտի որոշակի ( $\Delta H = n_x H_c$ ) ափրույթում ցանկացած ձևի նմուշի համար, բացի անվերջ երկար զլանի ( $n_x \rightarrow 0$ ) դեպքից:

Միջանկյալ վիճակում նմուշը բաղկացած է գերհաղորդիչ տիպի սերմերից՝ դոմեններից, որոնք իրարից բաժանված են նորմալ վիճակում գտնվող տիպի սերմերով: Դոմենային կառուցվածքի առաջինայր, ինչպես և մագնիսակարգավորված նյութերում (տես IX.14), սխալմամբ պատկերված է նմուշի՝ սրված վիճակում հնարավոր նվազագույն էներգիա ունենալու միաստիմով: Նկ. X.15-ում սխալվելով 1. անսղե զնդի միջանկյալ վիճակի կառուցվածքը ( $T = 2.85\text{K}$ ,  $H = 0.7H_c$ , նորմալ ափրույթները ստվերագծված են):

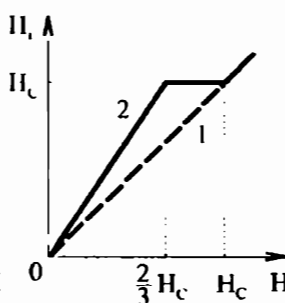


Նկ. X.15

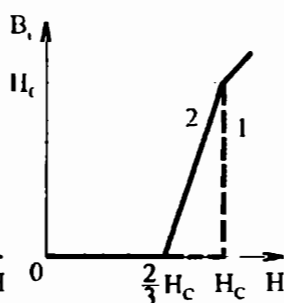
Նկ. X.16, 17, 18-ում սրված են  $M_i(H)$ ,  $H_i(H)$  և  $B_i(H)$  կախումները արտաքին դաշտի փոփոխման  $0 \leq H \leq H_c$  ափրույթում անվերջ զլանի ( $n_x = 0$ , 1 կետագծերը) և զնդի ( $n_x = 1/3$ , 2 հոծ գծերը) համար:



Նկ. X.16



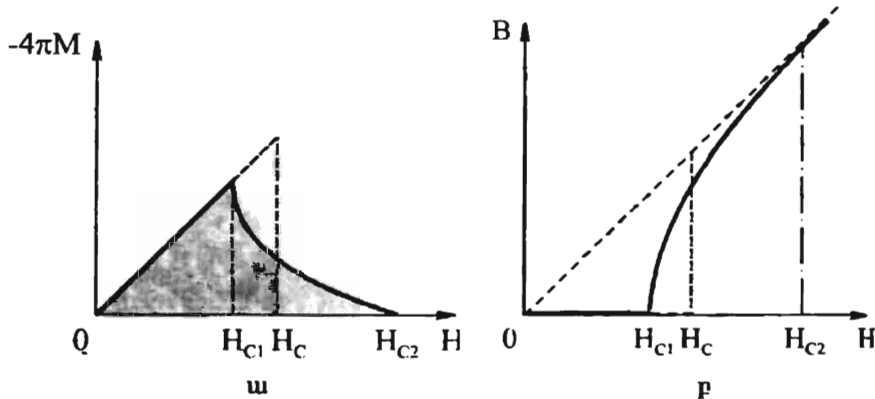
Նկ. X.17



Նկ. X.18

II սևի գերհաղորդիչներում գոյություն ունի ներքին՝  $H_{c1}(T)$  կրիտիկական դաշտ, որից փոքր դաշտը չի կարող թափանցել նմուշի մեջ: Երբ մագնիսական դաշտը գերազանցում է վերին՝  $H_{c2}(T)$  կրիտիկական դաշտը, նմուշն ամբողջությամբ անցնում է նորմալ վիճակի, և մագնիսական խտքը թափանցում է նմուշի մեջ: Արտաքին դաշտի  $H_{c1}(T) \leq H \leq H_{c2}(T)$

միջանկյալ արժեքների համար հոսքը մասամբ է բաժանցում նմուշի մեջ, նրանում ստեղծելով միկրոսկոպական չափերի ( $\sim 10^{-5}$  սմ) նորմալ և գերհաղորդիչ տիրույթների արտիված բարդ կառուցվածք, որն ընդունված է անվանել խառը վիճակ: Խառը վիճակում գտնվող II սեռի գերհաղորդչում մագնիսական դաշտը նմուշի ծավալ է թափանցում բարակ մրրկային թելերի (լարերի) տեսքով, որոնցից յուրաքանչյուրի ներսում դաշտն ունի մեծ



Նկ. X.19

արժեք, այնպես որ այդ սիտույթում նյութը գտնվում է նորմալ վիճակում: Լարի միջուկից դուրս նյութը մնում է գերհաղորդիչ վիճակում, իսկ յուրաքանչյուր լար շրջապատված է մրրկային հոսանքներով, որոնք էկրանացնում են լարի ներսում գոյություն ունեցող մագնիսական դաշտը:



Նկ. X.20

Նկ. X.19-ում պատկերված է II սեռի գերհաղորդչում մագնիսացվածության և ինդուկցիայի՝ արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածությունից կախ-

ման գրաֆիկները (ենթադրվում է, որ նմուշն ունի անվերջ երկար զլանի տեսք):  $H_c$  արժեքն ընտրված է  $-4\pi M(H)$  կորի տակ ընկած և  $OH_c$  հիմքով եռանկյան մակերեսների հավասարության պայմանից:

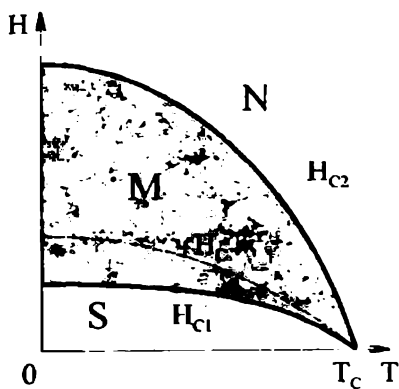
Նկ. X.20-ում պատկերված է խառը վիճակում գտնվող II սեռի գերհաղորդչի ( $Pb_{96}In_4$ ,  $T = 1,1 K$ ) մակերևույթին կոբալտի փոքրիկ մասնիկների բաշխման էլեկտրոնային միկրոլուսանկարը, որտեղ հստակորեն երևում է մրրկային թելերով ստեղծված ցանցը (մուգ կետեր):

Աղյուսակ X.4

| II սեռի գերհաղորդիչ            | $H_{c2}(4.2K)$ . Գս | $T_c$ , K |
|--------------------------------|---------------------|-----------|
| $Mo_3Re$                       | ~8400               | 10        |
| $Ti_2Nb$                       | ~100000             | 9         |
| $Nb_3Sn$                       | ~230000             | 18        |
| $Nb_3Al$                       | ~300000             | 18,7      |
| $V_3Si$                        | ~240000             | ~17       |
| $V_3Ga$                        | ~200000             | 14        |
| $Nb_{79}(Al_{73}Ge_{27})_{21}$ | ~410000             | ~20,7     |

Անհրաժեշտ է հստակորեն իրարից տարբերել II սեռի գերհաղորդչից նրի խառը վիճակը I սեռի գերհաղորդչից միջանկյալ վիճակից: Արջանկյալ վիճակի առաջացումը, ինչպես ստեանք, պայմանավորված է ապամագնիսացման գործակցի գրոյից սարբեր լինելու հանգամանքով և կախված է նմուշի ձևից: Խառը վիճակը II սեռի գերհաղորդչի ներքին հասկությունն է և առաջանում է անգամ անվերջ երկար զլանի դեպքում, երբ ապամագնիսացման գործակիցը՝  $n_x = 0$ :

Ի սարբերություն I սեռի գերհաղորդչից, որոնց կրիսիկական դաշտի արժեքները  $10^2 \div 10^3$  Գս կարգի են,



Նկ. X.21

II սեռի այսպես կոչված «կոշտ» գերհաղորդչիներում վերին  $H_{c2}$  կրիտիկական դաշտը կարող է հասնել մինչև  $10^5$  Գ-ս-ի (Աղյուսակ X.4), որի շնորհիվ նրանք ունեն մեծ կիրառական նշանակություն: Նրանցից պատրաստում են սոլենոիդներ, որոնցում ստացվում են ուժեղ՝  $100000$  Գ-ս և ավելի մեծ լարվածությամբ կայուն դաշտեր:

Նկ. X.21-ում պատկերված I. II սեռի գերհաղորդչի ֆազային դիագրամը, որտեղ նշված են գերհաղորդչի ( $S$  կամ մայսներյան), խառը ( $M$  կամ շուրնիկովյան) և նորմալ ( $N$ ) ֆազերը:

#### §4. Գերհաղորդչի վիճակի թերմոդինամիկան:

##### Ջերմունակության բռնիքը

Մայսների երևույթի հայտնագործությունից հետո պարզ դարձավ, որ անկախ գերհաղորդչի վիճակին անցման ձևից, մագնիսական դաշտը միշտ դուրս է մղվում մոուշի ծավալից, ինչը փաստում է  $T \leq T_c$  և  $H \leq H_c(T)$  պայմաններում միակ գերհաղորդչի ֆազի գոյությունը:

Եթե գերհաղորդչի մոուշի ջերմաստիճանը բարձրացվի, ապա այն նորից կանցնի նորմալ վիճակի: Այս փաստերից հետևում է նորմալ և գերհաղորդչի վիճակների միջև անցման դարձելիությունը, ինչը հնարավորություն է տալիս մոուշի հատկություններն ուսումնասիրելիս կիրառել թերմոդինամիկայի հզոր և համընդհանուր մեթոդները:

Նմուշի էնեթիան նպաստակահարմար է ներկայացնել Գիբսի թերմոդինամիկական  $G(T, P, H)$  պոտենցիալով, քանի որ այն կախված է փորձում հեշտությամբ փոփոխվող  $T$ ,  $P$  և  $H$  անկախ փոփոխականներից:

$G$  պոտենցիալի դիֆերենցիալի համար թերմոդինամիկայի հիմնական հավասարումից ստացվում է

$$dG = -SdT + VdP - \mathcal{M}dH \quad (4.1)$$

արտահայտությունը, որտեղից մոուշի  $S$  էնարպիան,  $V$  ծավալը և  $\mathcal{M}$  մագնիսական մոմենտը կարելի է արտահայտել

$$S = -\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_{P,H}, \quad V = \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_{T,H}, \quad \mathcal{M} = -\left(\frac{\partial G}{\partial H}\right)_{P,T} \quad (4.2)$$

առնչություններով: Հաստատուն ճնշման ( $dP = 0$ ) և չերմաստիճանի ( $dT = 0$ ) դեպքում

$$dG = -\mu dH \quad (4.3)$$

մեծությունը նմուշի լներգիայի փոփոխությունն է, պայմանավորված արտաքին  $H$  դաշտի կատարած աշխատանքով: Հետագայում կրնդունենք, որ  $\mu$  և  $H$  վեկտորներն ուղղված են միևնույն ուղղով և գործ կունենանք նրանց մեծությունների հետ ( $\mu$  -ը կարող է լինել նաև բացասական, ինչը համարվել է  $\mu$  և  $H$  վեկտորների հակազուգահեռությունը):

Նշանակենք  $G_s(0)$ -ով գերհաղորդիչ նմուշի Գիբսի թերմոդինամիկական պոտենցիալը  $H = 0$  արտաքին դաշտում:  $H \leq H_c$  արտաքին մագնիսական դաշտում  $G_s(H)$  լներգիան կարելի է ներկայացնել

$$G_s(H) = G_s(0) - \int_0^H \mu dH' = G_s(0) - \int_0^H dH' \int_0^{V_s(H')} M(V, H') dV \quad (4.4)$$

տեսքով, որտեղ  $M(V, H)$ -ը նմուշի մագնիսացվածությունն է: Էլիպսարդաձև նմուշում մագնիսացվածությունը համասեռ է՝ այն կախված չէ ծավալից: Եթե անաեռնելուց նաև ծավալի՝ մագնիսական դաշտից բույլ կախումը (մագնիսաստրիկցիա) և  $s \rightarrow n$  անցման ժամանակ չնչին փոփոխությունը, ընդունելով, որ  $V_n = V_s = V$ , ապա (4.4) արտահայտությունից կստանանք՝

$$G_s(H) = G_s(0) - V \int_0^H M(H') dH' : \quad (4.5)$$

$H_c$  կրիտիկական դաշտում զտնվող անվերջ երկար, զլանաձև նմուշի համար (4.4), (4.5) և (3.1) բանաձևերից հետևում է, որ

$$G_s(H_c) = G_s(0) + V \frac{H_c^2}{8\pi} : \quad (4.6)$$

Եթե նմուշը զլանաձև չէ ( $n_x \neq 0$ ), ապա այն կարող է զտնվել միջանկյալ վիճակում, երբ  $H > H_c(1 - n_x)$ , ուստի (4.5) բանաձևով  $G_s(H_c)$ -ն հաշվարկելիս անհրաժեշտ է օգտվել (3.1), (3.4), (3.11) և (3.12) առնչություններից: (4.5) բանաձևում առկա ինտեգրալը  $M(H)$  կորի սուսլ ընկած մակերևուն 1, ուստի նկ. X.16-ից հետևում է, որ միևնույն  $H_c$  հիմք և միևնույն  $H_c/4\pi$  բարձրություն ունեցող բոլոր (այդ թվում՝ և 1, և 2 ուղիղներով

կազմված) եռանկյուններն ունեն միևնույն  $H_c^2/8\pi$  մակերեսը: Այսպիսով, անկախ նմուշի ձևից, արտաքին դաշտի կողմից նմուշի մագնիսացման աշխատանքը տրվում է (4.6) առնչության երկրորդ գումարելիով:

Նորմալ վիճակում ոչ ֆեռոմագնիսական նմուշի մագնիսական ընկալունակությունը չափազանց փոքր է ( $\chi_d \sim 10^{-6} \div 10^{-5}$ ,  $\chi_p \sim 10^{-4} \div 10^{-3}$ ), ուստի նրա թերմոդինամիկական  $G_n$  պոտենցիալը գործնականորեն կախված չէ մագնիսական դաշտի լարվածությունից՝

$$G_n(H_c) = G_n(0) : \quad (4.7)$$

Գերհաղորդիչ և նորմալ ֆազերի հավասարակշռության պայմանը նրանց թերմոդինամիկական պոտենցիալների հավասարությունն է՝

$$G_n(H_c) = G_s(H_c), \quad (4.8)$$

որտեղից տրված ճնշման դեպքում որոշվում է ֆազային հավասարակշռության  $H_c = H_c(T)$  կախման կորը:

(4.6)-(4.8) առնչություններից հետևում է գերհաղորդիչների թերմոդինամիկայի հիմնական հավասարումը՝

$$G_n(T, P, 0) - G_s(T, P, 0) = \frac{VH_c^2}{8\pi} : \quad (4.9)$$

Էնտրոպիայի (4.2) արտահայտությունից և (4.9) բանաձևից կստանանք՝

$$S_n(0) - S_s(0) = -\frac{VH_c}{4\pi} \frac{dH_c}{dT}, \quad (4.10)$$

որտեղ հաշվի չի առնված ծավալի թույլ ջերմաստիճանային կախումը:

Երբ  $T = T_c$ ,  $H_c = 0$  և  $S_n(0) = S_s(0)$ : Երբ  $0 < T < T_c$ , համաձայն (1.3) առնչության,  $dH_c/dT < 0$ , այսինքն՝ զրոյական մագնիսական դաշտում  $S_s(0) < S_n(0)$ : Սա նշանակում է, որ գերհաղորդիչ ֆազն ավելի կարգավորված է, քան նորմալ ֆազը: Մյուս կողմից, երբ  $T \rightarrow 0$ , ապա, ըստ Ներնստի թեորեմի,  $S_s(0) = S_n(0) = 0$ , հետևաբար՝  $T = 0$  կետում  $dH_c/dT = 0$ , ինչը համապատասխանում է (1.3) առնչությանը: Այսպիսով,  $S_n(0) - S_s(0)$  տարբերությունը, հավասարվելով զրոյի  $T = 0$  և  $T = T_c$  կետերում, անպայման կունենա նվազագույն արժեք  $(0, T_c)$  տիրույթի որևէ կետում:

(4.10) հավասարումից և թարմված ջերմության

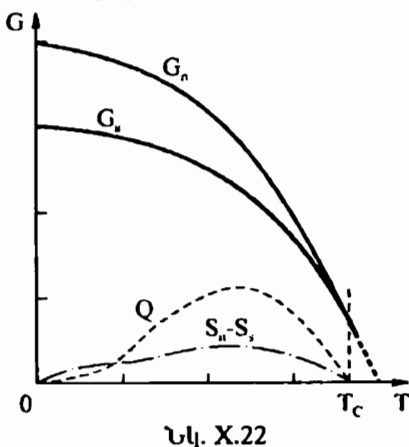
$$Q = T(S_n - S_s) \quad (4.11)$$

արտահայտությունից հետևում է որ  $Q = 0$ , երբ  $T = T_c$  (անցում գոյական դաշտում) և  $Q > 0$ , երբ  $H_c > 0$ : Այսինքն՝ գերհաղորդիչ վիճակից նորմալ վիճակին իզոթերմ ( $T = \text{const}$ ) անցման ժամանակ ջերմություն է կլանվում՝  $Q > 0$ , ուստի  $0 < T < T_c$  ափրություն նորմալ վիճակին անցումը I կարգի ֆազային անցում է (թուխք ունի թերմոդինամիկական պոտենցիալի I ածանցյալ՝  $S$ -ը), իսկ  $T = T_c$  կետում անցումը II (կամ ավելի բարձր) կարգի է, քանի որ առաջին ածանցյալը՝ էնտրոպիան, անընդհատ է, սակայն թուխք ունի II կարգի ածանցյալը՝ ջերմունակությունը:

Նկ. X.22-ում պատկերված են  $G_n$  և  $G_s$  պոտենցիալները, էնտրոպիաների  $S_n - S_s$  տարբերությունը և  $Q$  կլանված ջերմաբանակը՝ կախված ջերմաստիճանից:

Համակարգի ջերմունակությունը հաստատուն ճնշման դեպքում արտահայտվում է Գիբսի թերմոդինամիկական պոտենցիալի միջոցով՝

$$C_P = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_P = -T \left( \frac{\partial^2 G}{\partial T^2} \right)_{P,H} : (4.12)$$



Գերհաղորդիչ և նորմալ ֆազերի ջերմունակությունների տարբերության համար (4.12) և (4.9) առնչություններից կստանանք՝

$$C_s - C_n = \frac{VT}{4\pi} \left[ H_c \frac{d^2 H_c}{dT^2} + \left( \frac{dH_c}{dT} \right)^2 \right] : (4.13)$$

Երբ  $T = T_c$ ,  $H_c = 0$  և (4.13) արտահայտությունից հետևում է, որ

$$\Delta C \equiv C_s - C_n = \frac{VT_c}{4\pi} \cdot \left( \frac{dH_c}{dT} \right)_{T_c}^2 > 0, \quad (4.14)$$

այսինքն՝ ջերմունակությունը  $T_c$  կետում ունի վերջավոր թուխք:

(4.14) առնչությունը հայտնի է որպես Ռուսոգերսի բանաձև և մեծ ճշտությամբ տեղի ունի մի շարք գերհաղորդիչների համար (Աղյուսակ X.5):

Աղյուսակ X.5

| Տարր | $T_c, K$ | $(C_s - C_n) \cdot 10^{-3} \text{ Ջ մոլ}^{-1} K^{-1}$ |                         |
|------|----------|-------------------------------------------------------|-------------------------|
|      |          | տեսական հաշվարկ ըստ Ռուսոգերսի բանաձևի                | կալորիմետրական տվյալներ |
| Sn   | 3,72     | 10.6                                                  | 10.6                    |
| In   | 3,40     | 9.62                                                  | 9.75                    |
| Tl   | 2.39     | 6.15                                                  | 6.2                     |
| Ta   | 4.39     | 41.6                                                  | 41.5                    |
| Pb   | 7.2      | 41.8                                                  | 52.6                    |

$T < T_c$  տիրույթում, ջերմաստիճանի նվազման լիստ (4.13) հավասարման աջ մասը փոքրանում է, և  $T = T^*$  կետում  $\Delta C(T^*) = 0$ : (1.3) առնչությունը տեղադրելով (4.13) հավասարման մեջ և արդյունքը հավասարեցնելով զրոյի, կստանանք՝

$$T^* = \frac{T_c}{\sqrt{3}} : \quad (4.15)$$

Երբ  $T < T^*$ ,  $C_s < C_n$ , և երբ  $T \rightarrow 0$ , ապա  $C_s$  և  $C_n$  ջերմունակությունները, ըստ թերմոդինամիկայի III օրենքի, ձգտում են զրոյի:

Ինչպես հայտնի է, նորմալ հաղորդչի ջերմունակությունը կարելի է ներկայացնել հաղորդականության էլեկտրոնների  $C_{ne} = \gamma T$  (VII.4.9) և ցանցային  $C_{ng} = \alpha T^3$  (Մաս I, IV.4.38) ջերմունակությունների գումարի տեսքով: Փորձնական տվյալներից հետևում է, որ գերհաղորդիչ վիճակի անցնելիս ցանցային ջերմունակությունը գործնականորեն չի փոփոխվում, ուստի նմուշի ջերմունակությունների  $C_s - C_n$  տարբերությունը պայմանավորված է նմուշի էլեկտրոնային համակարգի փոփոխությամբ՝

$$C_s - C_n = C_{se} - C_{ne} : \quad (4.16)$$

Փորձերը ցույց են տալիս, որ գերհաղորդիչ վիճակում էլեկտրոնային ջեր-

մունակության  $\gamma T$  գծային սնդամբ փոխարինվում է ցածր ջերմաստիճաններում շատ ավելի լարագ զրոյի ձգառը սնդամով, քան  $\gamma T$ -ն է:

Նկ. X.23-ում պատկերված են ալյումինի՝ նորմալ և գերհաղորդիչ վիճակներում ջերմունակության ջերմաստիճանային կախումները (կետերով տրված են վործում ստացված արժեքները):  $T < T_c$  աիրույթում նորմալ վիճակ ստացվում է  $H \approx 300$  Գ-ս թույլ մագնիսական դաշտի օգնությամբ, որը «բանդում» է գերհաղորդիչ վիճակը, չազդելով ջերմունակության մեծության վրա: Բնութագրական է  $C(T)$  կախման վարքը (մՋ/մոլ·K) 0.3K-ից փոքր ջերմաստիճանների աիրույթում, որը կարելի է մոտարկել  $\exp(-\Delta/k_B T)$  էքսպոնենցիալ կախումով, որտեղ առկա  $\Delta$  մեծությամբ բնութագրական էներգիայի իմաստ ունի և  $T = 0$  K-ում  $\Delta(0) \neq 0$ :

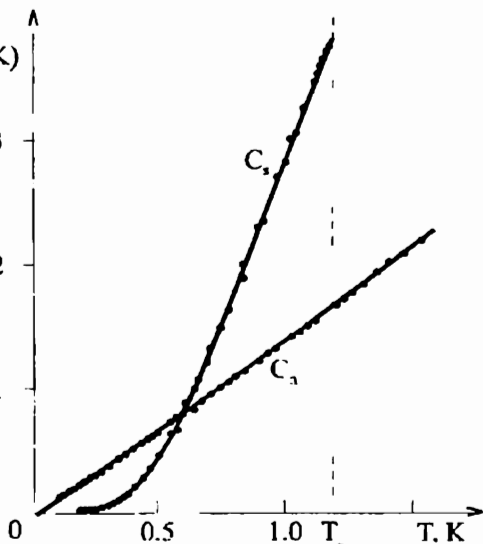
Ջերմաստիճանային մնան վարքը յուրահատուկ է այն համակարգին, որի հիմնական վիճակը գրգռված վիճակներից հեռացված է  $2\Delta$  մեծությամբ էներգիական ճեղքով:

Այսպիսով, բավականաչափ ցածր ջերմաստիճաններում, երբ կարելի է արհամարհել  $C_{se}$  անդամը  $C_{ne}$  անդամի նկատմամբ, կարելի է գնահատել էլեկտրոնային ջերմունակության գծային կախման  $\gamma$  գործակիցը:

(4.13), (4.16) բանաձևերի համաձայն, երբ  $C_{se} \ll C_{ne}$ ,

$$\gamma = \frac{C_{ne}}{T} = -\frac{V}{4\pi} \left[ \left( \frac{dH_c}{dT} \right)^2 + H_c \frac{d^2 H_c}{dT^2} \right]_{T \rightarrow 0} ; \quad (4.17)$$

Երբ  $T \rightarrow 0$ , օգտվելով (1.3) բանաձևից, կստանանք՝



Նկ. X.23

$$\gamma = \frac{V}{2\pi} \left[ \frac{H_c(0)}{T_c} \right]^2 : \quad (4.18)$$

Քանի որ  $\gamma$  գործակիցը, համաձայն (VII.4.8) բանաձևի, համեմատական է ֆերմի-մակարդակի վրա վիճակների խտության  $N(\varepsilon_F)$  ֆունկցիայի արժեքին, ապա  $T \rightarrow 0\text{K}$  ջերմաստիճաններում փորձից ստացվող  $H_c(T)$  կախման միջոցով կարելի է որոշել էլեկտրոնային համակարգի  $N(\varepsilon_F)$  կարևորագույն բնութագիրը:

Քննարկված խնդիրներում մոուլի ծավալի հաստատունության մասին ենթադրությունը հիմնավորելու նպատակով օգտվենք  $n \rightarrow s$  ֆազային անցման արդյունքում մոուլի ծավալի

$$\Delta V \equiv V_n(H_c) - V_s(H_c) = \frac{V_s H_c}{4\pi} \left( \frac{\partial H_c}{\partial P} \right)_T \quad (4.19)$$

փոփոխության արտահայտությունից: Տարբեր փորձերում ստացված արդյունքներից եետևում է, որ  $(\partial H_c / \partial P)_T$  ածանցյալի բնութագրական արժեքները  $10^{-9} \div 10^{-8}$  Գս-դին<sup>-1</sup>·սմ<sup>2</sup> կարգի են: Ըստ (4.19) բանաձևի կատարված զնախատումների, երկար գլանի երկարության հարաբերական փոփոխությունը  $10^{-8}$ -ի կարգի մեծություն է, ինչը հիմնավորում է ծավալի հաստատունության մասին վերն արված ենթադրությունը:

## §5. Լոնդոնների տեսությունը

Գերհաղորդիչ վիճակին անցնելիս մոուլի ծավալից մագնիսական դաշտի դուրս մղվելու մասին պնդումը կրում է մոտավոր բնույթ: Իրոք, եթե այդ դուրս մղումը լիներ լրիվ, ապա մագնիսական դաշտը հաղորդչի մակերևույթի վրա պետք է վերջավոր արժեքից թռիչքով ընկներ մինչև զրոյական արժեք, ինչը հնարավոր կլիներ միայն անվերջ մեծ խտությամբ մակերևութային հոսանքների առկայության դեպքում: Հասկանալի է, որ այդպիսի հոսանքներ գոյություն չեն կարող, ուստի պետք է ենթադրել, որ մագնիսական դաշտը որոշ չափով թափանցում է մոուլի մեջ, և նրա մերձակերևութային բարակ շերտում ծագում են արտաքին դաշտն էկրանացնող

հոսանքներ: Այս հոսանքներն էլ հենց նվազեցնում են դաշտը մինչև զրո, ապահովելով գերհաղորդչի ծավալում  $B=0$  պայմանը:

Մայսների երևույթի բանական կամ ուսումնասիրությունը տեսականորեն առաջինը կատարվել է Ֆ. և Հ. Լոնդոնների կողմից: Առաջարկված երևույթաբանական տեսությունը հիմնվում է այսպես կոչված էլեկտրոնային «երկհեղուկ» մոդելի վրա, որի համաձայն գերհաղորդչում  $T < T_c$  ջերմաստիճանում միայն  $n_s(T)$  խտությամբ հաղորդականության էլեկտրոններ կարող են մասնակցել գերհաղորդիչ հոսանքի ստեղծմանը:

Երբ  $T \rightarrow 0\text{K}$ , «գերհաղորդիչ» էլեկտրոնների խտությունը ձգտում է էլեկտրոնների  $n$  լրիվ խտությանը, իսկ երբ  $T \rightarrow T_c$ , ապա այն ձգտում է զրոյի: Մնացած  $n - n_s(T) = n_n(T)$  խտությամբ էլեկտրոնները կազմում են «նորմալ» էլեկտրոնային «հեղուկ», որի մասնակցությունը հոսանքին անպայմանորեն ուղեկցվում է դիսիպացիայով՝ էներգիական կորուստներով: Քանի որ գերհաղորդիչ հոսանքի համար  $R=0$ , ապա ցանկացած չափով թույլ էլեկտրական դաշտով ստեղծված հոսանքին մասնակցում են միմիայն «գերհաղորդիչ» էլեկտրոնները, իսկ «նորմալ» էլեկտրոնները չեն մասնակցում հոսանքին:

$E$  լարվածությամբ էլեկտրական դաշտում «գերհաղորդիչ» էլեկտրոնի շարժման հավասարումը կարելի է ստանալ (VI.2.7) հավասարումից, նրանում ցրումներով պայմանավորված ռելաքսացիայի ժամանակը ձգտեցնելով անվերջության ( $\tau \rightarrow \infty$ , դիմադրությունը՝  $R \rightarrow 0$ ) և էլեկտրոնների  $n$  խտության փոխարեն տեղադրել «գերհաղորդիչ» էլեկտրոնների  $n_s$  խտությունը:

Անցնելով նաև «գերհաղորդիչ» էլեկտրոնների  $\mathbf{v}_s$  արագությունից գերհաղորդիչ հոսանքի խտությանը՝  $\mathbf{j}_s = -en_s\mathbf{v}_s$ , կստանանք՝

$$\frac{d\mathbf{j}_s}{dt} = \frac{e^2 n_s}{m} \mathbf{E} : \quad (5.1)$$

Սա Լոնդոնների առաջին հավասարումն է և նկարագրում է  $R=0$  դիմադրությամբ (իդեալական) հաղորդիչը: (5.1) հավասարման մեջ ըստ ժամանակի  $d/dt = \partial/\partial t + (\mathbf{v}\nabla)$  լրիվ ածանցյալը կարելի է փոխարինել  $\partial/\partial t$  մասնական ածանցյալով, քանի որ գերհաղորդիչ հոսանքի իրական  $\mathbf{v}_s$  արա-

գույքյունները շատ փոքր են Ֆերմիի  $v_F$  բնութագրական արագությունից:

Տեղադրելով (5.1) հավասարումը Մաքսվելի

$$\operatorname{rot} E = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} \quad (5.2)$$

հավասարման մեջ, կստանանք՝

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \operatorname{rot} j_s + \frac{e^2 n_s}{mc} B \right) = 0 : \quad (5.3)$$

(5.3) առնչությունը և Մաքսվելի

$$\operatorname{rot} B = \frac{4\pi}{c} j_s \quad (5.4)$$

հավասարումը, որտեղ շեղման հոսանքներն անտեսված են  $j_s$ -ի նկատմամբ, որոշում են իդեալական հաղորդչում մագնիսական դաշտերն ու հոսանքները: Ժամանակից անկախ ցանկացած  $B$  և  $j_s$  (5.3) և (5.4) հավասարումների տրիվիալ լուծումներ են, ուստի այդ հավասարումները համատեղելի են  $B$ -ի ցանկացած արժեքի դեպքում: Մակայն այս արդյունքը հակասում է գերհաղորդչի վարքին մագնիսական դաշտում, քանի որ գերհաղորդչի նմուշի ներսում այն հավասար է զրոյի: Մայսների երևույթը կարելի է նկարագրել, եթե (5.3) հավասարման լուծումների բազմությունից ընտրվեն միայն այն լուծումները, որոնք բավարարում են

$$\operatorname{rot} j_s = -\frac{e^2 n_s}{mc} B \quad (5.5)$$

հավասարմանը, որը Լոնդոնների երկրորդ հավասարումն է:

Այսպիսով, ի տարբերություն (5.3) հավասարման, որը տեղի ունի առանց կորուստների հաղորդիչ միջավայրի համար և նշանակում է  $\operatorname{rot} j_s + e^2 n_s B / mc$  մեծության անկախություն ժամանակից, գերհաղորդչի առանձնահատկությունն ավելի խիստ պայման է դնում, այն է՝ ժամանակից չկախված հաստատունը պետք է լինի զրո:

Այժմ պարզենք մագնիսական դաշտի վարքը գերհաղորդչում: Տեղադրելով Լոնդոնների (5.5) հավասարման մեջ (5.4) հավասարումից  $j_s$ -ի արտահայտությունը, կստանանք՝

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{B} = -\frac{4\pi n_s e^2}{mc^2} \mathbf{B} : \quad (5.6)$$

Քանի որ

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{B} \equiv \nabla \times \nabla \times \mathbf{B} = \nabla(\nabla \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B} \quad (5.7)$$

և  $\nabla \mathbf{B} \equiv \operatorname{div} \mathbf{B} = 0$ , ապա (5.6) և (5.7) առնչություններից կստանանք հետևյալ հավասարումը՝

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \frac{1}{\lambda_L^2} \mathbf{B}, \quad (5.8)$$

որտեղ

$$\lambda_L = \left( \frac{mc^2}{4\pi n_s e^2} \right)^{1/2} \quad (5.9)$$

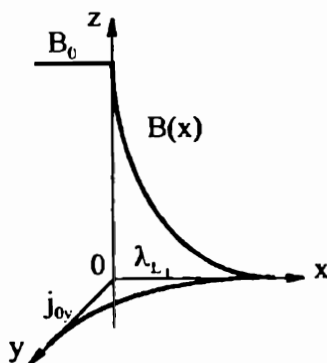
մեծությունն ունի երկարության չափայնություն: (5.8) հավասարումից հետևում է, որ այն չունի  $\mathbf{B} = \text{const} \neq 0$  լուծում, այսինքն՝ համասեռ դաշտ գերհաղորդչում գոյություն ունենալ չի կարող:

Եթե գերհաղորդիչը զբաղեցնում է  $x > 0$  կիսատարածությունը, իսկ մագնիսական դաշտն ուղղված է  $z$  առանցքով, այսինքն՝  $\mathbf{B} = B(0, 0, B_z)$  (նկ. X.24), ապա (5.8) հավասարումից կստանանք՝

$$\frac{d^2 B_z}{dx^2} - \frac{1}{\lambda_L^2} B_z = 0, \quad (5.10)$$

որի  $B_z(0) = B_0$  եզրային պայմանին բավարարող և  $x \rightarrow \infty$  վերջավոր լուծումը՝

$$B(x) \equiv B_z(x) = B_0 \exp\left(-\frac{x}{\lambda_L}\right) : \quad (5.11)$$



Նկ. X.24

Այսպիսով, գերհաղորդչի ներսում ( $x > 0$ ) դաշտը նվազում է էքսպոնենցիալ օրենքով,  $x = \lambda_L$  խորության վրա փոքրանալով  $e \approx 2,71 \dots$  անգամ:  $\lambda_L$  մեծությունը կոչվում է լոնդոնյան թափանցման խորություն: Մագնիսական դաշտը գերհաղորդչում գրոյից տարրեր է մերձնակերևութային շերտում, որի հաստությունը  $\lambda_L$ -ի կարգի է:

Ընտրված երկրաչափության դեպքում (5.4) հավասարումն ընդունում է հետևյալ տեսքը՝

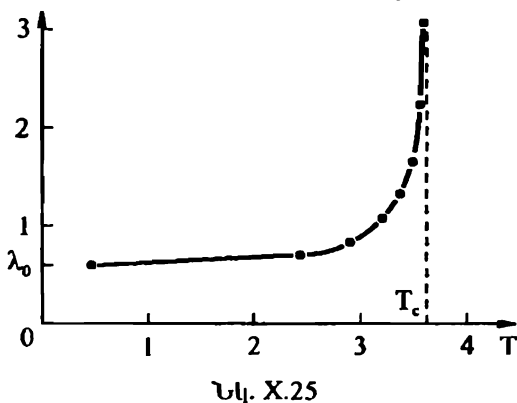
$$-\frac{dB_z}{dx} = \frac{4\pi}{c} j_y, \quad j_x = j_z = 0, \quad (5.12)$$

հետևաբար, նկատի ունենալով (5.11) արտահայտությունը, հոսանքի խտության համար կստանանք՝

$$j_y = \frac{cB_0}{4\pi\lambda_L} \exp\left(-\frac{x}{\lambda_L}\right) \equiv j_{0y} \exp\left(-\frac{x}{\lambda_L}\right), \quad (5.13)$$

այսինքն՝ հոսանքը զրոյից տարրեր է  $\lambda_L$  կարգի հաստությամբ մակերևութային շերտում (նկ. X.24):

Թափանցման լոնդոնյան  $\lambda_L$  խորությունը  $n_s(T)$  մեծության միջոցով



կախված է նմուշի ջերմաստիճանից: Փորձերից ստացված տվյալների համաձայն,  $\lambda_L(T)$  կախումը կարելի է լավագույնս մոտարկել

$$\frac{\lambda_L(T)}{\lambda_L(0)} = \left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4\right]^{-1/2} \quad (5.14)$$

արտահայտությամբ, որտեղ  $\lambda_L(0)$ -ն թափանցման խորությունն է 0K-ում:

Նկ. X.25-ում պատկերված է անագի թափանցման խորության կախումը ջերմաստիճանից: Երբ  $T \leq T_c$

$$\frac{\lambda_L(T)}{\lambda_L(0)} = \left[1 + \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^{1/2} \cdot \left(1 + \frac{T}{T_c}\right)^{-1/2} \cdot \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-1/2} \approx \frac{1}{2} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-1/2}, \quad (5.15)$$

հետևաբար՝ կրիտիկական ջերմաստիճանին մոտենալիս մագնիսական դաշտն ավելի և ավելի խորն է թափանցում նմուշի մեջ, և  $T_c$  ջերմաստիճանում  $\lambda_L(T_c) = \infty$ , այսինքն՝ նորմալ վիճակի անցնելիս մագնիսական դաշտը

լիվ քափանցում է նմուշի մեջ:

Գնահատենք  $\lambda_L(0)$  մեծությունը:  $T = 0\text{K}$ -ում գերհաղորդչի բոլոր էլեկտրոնները «գերհաղորդիչ» են՝  $n_s \approx n \sim 10^{22}\text{սմ}^{-3}$ : Այս արժեքը տեղադրելով (5.9) բանաձևում, կստանանք  $\lambda_L(0) \approx 600\text{ \AA}$ : Աղյուսակ X.6-ում բերված են  $\lambda_L(0)$ -ի արժեքները մի քանի գերհաղորդիչների համար:

Աղյուսակ X.6

| Տարր               | Al  | Cd   | Hg      | In  | Nb  | Pb  | Sn  | Tl  |
|--------------------|-----|------|---------|-----|-----|-----|-----|-----|
| $\lambda_L(0)$ , A | 500 | 1300 | 380-450 | 640 | 470 | 390 | 510 | 920 |

$\lambda_L(0)$ -ի որոշակի տիրույթի ատկայությունը սնդիկի (Hg) մոտ հիսուսանք է անիզոտրոպիայի՝  $\lambda_L(0)$ -ի կախման մագնիսական դաշտի ուղղությունից:

Լոնդոնների (5.5) հավասարման ֆիզիկական իմաստը սլարգելու նպատակով զրենք  $A$  վեկտորական պոտենցիալով դաշտում  $q$  լիցք և  $m_q$  զանգված ունեցող մասնիկի իմպուլսը՝

$$p_s = m_q v_s + \frac{q}{c} A : \quad (5.16)$$

$j_s = n_q q v_s$  բանաձևի միջոցով, որտեղ  $n_q$ -ն մասնիկների կոնցենտրացիան է,  $v_s$ -ից անցնելով  $j_s$ -ին, (5.16) արտահայտությունից կստանանք՝

$$j_s = \frac{q n_q}{m_q} p_s - \frac{q^2 n_q}{m_q c} A : \quad (5.17)$$

Ըստ «երկհեղուկ» մոդելի, գերհաղորդիչ վիճակում լիցքակիրներն ունեն  $p_s = 0$  իմպուլս (« $p$ »-տարածության մեջ տեղի է ունենում «կոնդենսացիա»), ուստի (5.17) բանաձևից ստացվում է՝

$$j_s = -\frac{q^2 n_q}{m_q c} A \equiv \frac{c}{4\pi\lambda^2} A \quad (5.18)$$

հավասարումը, որը (5.5) հավասարման համարժեքն է, և որտեղ

$$\lambda = \left( \frac{m_q c^2}{4\pi q^2 n_q} \right)^{1/2} \quad (5.19)$$

Ինչպես հետևում է գերհաղորդականության միկրոսկոպական տեսությունից (§7), որպես լիցքակիրներ գերհաղորդիչներում հանդես են գալիս էլեկտրոնային զույգերը՝  $q = -2e$  լիցքով,  $m_q = 2m$  զանգվածով և  $n_q = n_s/2$  կոնցենտրացիայով: Տեղադրելով այս արժեքները (5.19) արտահայտության մեջ, կստանանք բախանցման լոնդոնյան խորության (5.9) բանաձևը:

Ընդհանուր դեպքում լրիվ հոսանքը հավասար է «նորմալ» և «գերհաղորդիչ» հոսանքների գումարին՝

$$j = j_n + j_s : \quad (5.20)$$

«Նորմալ» հոսանքը նկարագրվում է Մաքսվելի հավասարումներով և Օհմի օրենքով՝

$$j_n = \sigma_n E , \quad (5.21)$$

որտեղ  $\sigma_n$ -ը «նորմալ» էլեկտրոնների հաղորդականությունն է:

Այսպիսով, գերհաղորդիչ մետաղը նկարագրող (5.20), (5.21), (5.5) և (5.1) հավասարումների համակարգի օգնությամբ կարելի է գտնել ստաբիլ վիճակներում գերհաղորդչում հոսանքների և դաշտերի բաշխումը:

Հարկ է նշել, որ Լոնդոնների հավասարումները հիմնարար ֆիզիկական սկզբունքներից չեն արտածված և չեն բացատրում գերհաղորդականության երևույթը: Դրանք որոշակի սահմանափակումներ են, որոնք դրվում են էլեկտրամագնիսականության հավասարումների վրա, որպեսզի ստացված օրինաչափությունները համապատասխանեն փորձի արդյունքներին: Լոնդոնների հավասարումները լրացուցիչ պայմաններ են, որոնց ենթարկվում են գերհաղորդիչ հոսանքները:

Լոնդոնների տեսությունը որակապես բացատրում է փորձում ստացված բազմաթիվ օրինաչափություններ, սակայն տեսության քանակական համապատասխանությունը փորձին շատ դեպքերում հեռու է բավարար լինելուց: Բանն այն է, որ այս տեսությունն իր էությամբ դասական է, նրանում էլեկտրոնները դիտվում են որպես դասական մասնիկներ, այնինչ գերհաղորդականության երևույթում հիմնական դերը կատարում են քվանտային օրինաչափությունները:

Լոնդոնների սեսիայան մեջ ենթադրվում է, որ քափանցման  $\lambda_2$  խորությունը կախված չէ մագնիսական դաշտի լարվածությունից և նմուշի չափերից: Լնաչին ենթադրությունը համարվեք է այն պնդմանը, որ «գերհաղորդիչ» էլեկտրոնների քիվը կախված չէ մագնիսական դաշտի լարվածությունից: Սակայն հայտնի է, որ մագնիսական դաշտն էապես ազդում է էլեկտրոնների վարքի վրա, ընդհուպ մինչև գերհաղորդիչ վիճակի վերացումը: Այս տեսանկյունից Լոնդոնների սեսիայությունը համապատասխանում է քույլ դաշտի մոտավորությանը:

Երկրորդ ենթադրության սահմանափակությունը դառնում է ակնհայտ հատկապես բարակ ( $I \sim 10^3$  A կարգի հաստությամբ) քաղանքների գերհաղորդիչ հասկություններն ուսումնասիրելիս:

Նշված յերությունները վերացված են Վ.Գինգբուրգի և Լ.Լանդաուի կողմից զարգացված սեսիայան մեջ, որը նույնպես երևութաբանական է, սակայն հիմնվում է քվանտային մեխանիկայի և երկրորդ կարգի ֆազային անցումների տեսության վրա:

## §6. Հոսքի քվանտացումը: Կուպլերյան գույգեր

Գերհաղորդիչ վիճակում գտնվող օղակում հոսանքը պահպանվում է առանց վոլտիսության զործնականորեն անվերջ երկար ժամանակ: Կարելի է ասել, որ «օղակ + հոսանք» համակարգը գտնվում է ստացիոնար, այսինքն՝ ժամանակի ընթացքում չփոփոխվող վիճակում: «Օղակ + հոսանք» համակարգի համար այլ ստացիոնար վիճակ կարելի է ստանալ, եթե օղակը սառեցվի մեկ այլ մեծությամբ մագնիսական դաշտում: Դաշտն անջատելիս օղակում կմակաժվի գերհաղորդիչ հոսանք, որի մեծությունը կախված է դաշտի լարվածությունից: Նման հնարավոր ստացիոնար վիճակներից ամենափոքր էներգիա կունենա  $j_z = 0$  առանց հոսանքի վիճակը: Կարելի է մտածել, որ մագնիսական դաշտի լարվածության ընտրությամբ կարելի է սաանալ ցանկացած մեծության հոսանք:

Սակայն, ինչպես հայտնի է քվանտային մեխանիկայից, ստացիոնար վիճակները որոշվում են համակարգի վրա դրվող քվանտացման պայմաններով: Հետևաբար, բնական է ենթադրել, որ «օղակ + հոսանք» համակար-

$$\lambda = \left( \frac{m_q c^2}{4\pi q^2 n_q} \right)^{1/2} \quad (5.19)$$

Ինչպես հետևում է գերհաղորդականության միկրոսկոպական տեսությունից (§7), որպես լիցքակիրներ գերհաղորդիչներում հանդես են գալիս էլեկտրոնային զույգերը՝  $q = -2e$  լիցքով,  $m_q = 2m$  զանգվածով և  $n_q = n_s/2$  կոնցենտրացիայով: Տեղադրելով այս արժեքները (5.19) արտահայտության մեջ, կստանանք բավանցման լոնդոնյան խորության (5.9) բանաձևը:

Ընդհանուր դեպքում լրիվ հոսանքը հավասար է «նորմալ» և «գերհաղորդիչ» հոսանքների գումարին՝

$$j = j_n + j_s : \quad (5.20)$$

«Նորմալ» հոսանքը նկարագրվում է Մաքսվելի հավասարումներով և Օհմի օրենքով՝

$$j_n = \sigma_n E , \quad (5.21)$$

որտեղ  $\sigma_n$ -ը «նորմալ» էլեկտրոնների հաղորդականությունն է:

Այսպիսով, գերհաղորդիչ մետաղը նկարագրող (5.20), (5.21), (5.5) և (5.1) հավասարումների համակարգի օգնությամբ կարելի է զտնել սարքեր վիճակներում գերհաղորդչում հոսանքների և դաշտերի բաշխումը:

Հարկ է նշել, որ Լոնդոնների հավասարումները հիմնարար ֆիզիկական սկզբունքներից չեն արտածված և չեն բացատրում գերհաղորդականության երևույթը: Դրանք ժրջակի սահմանափակումներ են, որոնք դրվում են էլեկտրամագնիսականության հավասարումների վրա, որպեսզի ստացված օրինաչափությունները համապատասխանեն փորձի արդյունքներին: Լոնդոնների հավասարումները լրացուցիչ պայմաններ են, որոնց ենթարկվում են գերհաղորդիչ հոսանքները:

Լոնդոնների տեսությունը որակապես բացատրում է փորձում ստացված բազմաթիվ օրինաչափություններ, սակայն տեսության քանակական համապատասխանությունը փորձին շատ դեպքերում հեռու է բավարար լինելուց: Բանն այն է, որ այս տեսությունն իր էությամբ դասական է, նրանում էլեկտրոնները դիտվում են որպես դասական մասնիկներ, այնինչ գերհաղորդականության երևույթում հիմնական դերը կատարում են քվանտային օրինաչափությունները:

Լոնդոնների տեսության մեջ ենթադրվում է, որ թափանցման  $\lambda$  խորությունը կախված չէ մագնիսական դաշտի լարվածությունից և նմուշի չափերից: Լնաչին ենթադրությունը համարժեք է այն պնդմանը, որ «գերհաղորդիչ» էլեկտրոնների թիվը կախված չէ մագնիսական դաշտի լարվածությունից: Սակայն հայտնի է, որ մագնիսական դաշտն էապես ազդում է էլեկտրոնների վարքի վրա, ընդհուպ մինչև գերհաղորդիչ վիճակի վերացումը: Այս տեսանկյունից Լոնդոնների տեսությունը համապատասխանում է քույլ դաշտի մոտավորությանը:

Երկրորդ ենթադրության սահմանափակությունը դառնում է ակնհայտ հատկապես բարակ ( $L \sim 10^3 \text{ \AA}$  կարգի հաստությամբ) թաղանթների գերհաղորդիչ հատկություններն ուսումնասիրելիս:

Նշված թերությունները վերացված են Վ.Գինգբորգի և Լ.Լանդաուի կողմից զարգացված տեսության մեջ, որը նույնպես երևութաբանական է, սակայն հիմնվում է քվանտային մեխանիկայի և երկրորդ կարգի ֆազային անցումների տեսության վրա:

## §6. Հոսքի քվանտացումը: Կուպերյան գույգեր

Գերհաղորդիչ վիճակում զսնվող օղակում հոսանքը պահպանվում է առանց վոլտիության գործնականորեն ռևոլյուցիոն ժամանակ: Կարելի է ասել, որ «օղակ + հոսանք» համակարգը զսնվում է ստացիոնար, այսինքն՝ ժամանակի ընթացքում չփոփոխվող վիճակում: «Օղակ + հոսանք» համակարգի համար այլ ստացիոնար վիճակ կարելի է ստանալ, եթե օղակը սառեցվի մեկ այլ մեծությամբ մագնիսական դաշտում: Դաշտն անջատելիս օղակում կմակնայվի գերհաղորդիչ հոսանք, որի մեծությունը կախված է դաշտի լարվածությունից: Նման հնարավոր ստացիոնար վիճակներից ամենափոքր էներգիա կունենա  $j_z = 0$  առանց հոսանքի վիճակը: Կարելի է մտածել, որ մագնիսական դաշտի լարվածության ընտրությամբ կարելի է ստանալ ցանկացած մեծության հոսանք:

Սակայն, ինչպես հայտնի է քվանտային մեխանիկայից, ստացիոնար վիճակները որոշվում են համակարգի վրա դրվող քվանտացման պայմաններով: Հետևաբար, բնական է ենթադրել, որ «օղակ + հոսանք» համակար-

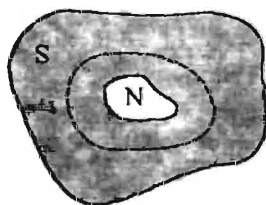
զը ևս կարող է ռենենալ քվանտացման պայմաններով որոշվող ստացիոնար վիճակներ:

1950թ. Ֆ.Լոնդոնի կողմից կանխատեսվել է գերհաղորդիչ օղակում մագնիսական հոսքի քվանտացման երևույթը:

Եթե ենթադրենք, որ «օղակ + հոսանք» համակարգը զանվում է որոշակի քվանտային վիճակում, ապա քվանտացման պայմանը կրնալ հետևյալ սեսքը՝

$$\oint_C p_s dl = nh, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (6.1)$$

որտեղ  $p_s$ -ը գերհաղորդիչ հոսանք ստեղծող մասնիկի իմպուլսն է,  $dl$ -ը՝ հետագծի տարրը,  $C$ -ն՝ ինտեգրման կոնտուրը, (նկ. X.26,  $S$ -ը գերհաղորդիչ տիրույթն է,  $N$ -ը՝ նորմալ տիրույթը, որտեղ մագնիսական դաշտի լարվածությունը զրոյից տարբեր է. կետագծով պատկերված է  $C$  կոնտուրը):  $p_s$  իմպուլսը որոշում է մասնիկի դր Բրոյլի ալիքի երկարությունը՝  $\lambda = h/|p_s|$  և կապված է մասնիկի «կինետիկական» (մասնիկի կինետիկ էներգիան որոշող)



Նկ. X.26

$mv_s$  իմպուլսի հետ (5.16) առնչությամբ: (5.17)

առնչության օգնությամբ քվանտացման (6.1) պայմանը կարելի է ներկայացնել

$$\frac{m_q}{q^2 n_q} \oint_C j_s dl + \frac{1}{c} \oint_C A dl = \frac{h}{q} n \quad (6.2)$$

տեսքով: Օգտվելով Ստոքսի թեորեմից՝

$$\oint_C A dl = \iint_S \text{rot} A dS, \quad (6.3)$$

որտեղ  $S$ -ը  $C$  կոնտուրով սահմանափակված մակերեսն է, և նկատի ունենալով  $\text{rot} A = B$  կապը, (6.2) առնչության փոխարեն կստանանք՝

$$\frac{m_q}{q^2 n_q} \oint_C j_s dl + \frac{1}{c} \iint_S B dS = \frac{h}{q} n : \quad (6.4)$$

Չախ մասում զրկած մեծությունը Ֆ. և Հ. Լոնդոնների կողմից անվանվել է ֆլյուքսոյի, որի մեջ մտնող երկրորդ գումարելին (առանց  $1/c$  գործակցի)

մագնիսական հոսքն է.  $S$  մակերևույթ (ներառյալ նաև թափանցման շերտը): Համաձայն (6.4) պայմանի, ֆլյուքսոիդը կարող է ունենալ միայն դիսկրետ,  $h/q$  մեծության պատիկ արժեքներ, այսինքն՝ այն քվանտանում է:

Եթե  $C$  կոնտուրն ամբողջությամբ ընկած է գերհաղորդիչ սիթույթում, որտեղ  $j_s = 0$ , ապա (6.4) հավասարումից ստացվում է մագնիսական հոսքի քվանտացման պայմանը՝

$$\iint_S B dS \equiv \Phi_s = n \frac{ch}{q} \equiv n \Phi_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (6.5)$$

այսինքն՝  $C$  կոնտուրը «ձգող»  $S$  մակերևույթ մագնիսական հոսքը կարող է ընդունել միայն  $\Phi_0$  մեծության պատիկ արժեքներ, ընդսմին

$$\Phi_0 = \frac{ch}{q} \quad (6.6)$$

մեծությունը մագնիսական հոսքի քվանտն է («ֆլյուքսոն»):

Լոնդոնների սուստրյան մեջ որպես «գերհաղորդիչ» լիցքակիրներ հանդես են գալիս էլեկտրոնները, ուստի մագնիսական հոսքի քվանտի համար ստացվում է հետևյալ քվային արժեքը՝

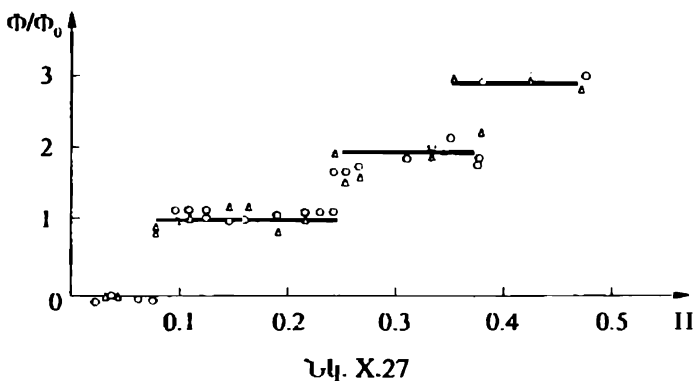
$$\Phi_0^{(L)} = \frac{ch}{q} \approx 4,14 \cdot 10^{-7} \text{ Գս}\cdot\text{սմ}^2 :$$

Սակայն, ինչպես ցույց են տալիս փորձերը, (Ռ. Դոլ և Մ.Ներաուեր, Գերմանիա, 1961թ.; Բ.Դիվեր և Ու.Ֆեյրբենկ, ԱՄՆ, 1961թ.), մագնիսական հոսքի քվանտի համար ստացվում է երկու անգամ փոքր արժեք՝

$$\Phi_0 = \frac{ch}{2e} \approx 2,07 \cdot 10^{-7} \text{ Գս}\cdot\text{սմ}^2 : \quad (6.7)$$

Այս արտահայտությունից և (6.6) սահմանումից հետևում է, որ  $q = 2e$ , այսինքն՝ գերհաղորդիչ հոսանքը պայմանավորված է էլեկտրոնային գույգերով (այսպես կոչված «կուպերյան գույգեր»), որոնց վերագրվում է նաև  $m_q = 2m$  զանգված: Նկ. X.27-ում պատկերված է Բ.Դիվերի և Ու.Ֆեյրբենկի կողմից անագե զլանիկում մագնիսական հոսքի չափումների արդյունքը՝ բերված մագնիսական հոսքի՝  $\Phi/\Phi_0$  մեծության կախումը զլանիկում «բռնված» (կամ «սառեցված») մագնիսական դաշտի մեծությունից: Նկա-

րից հստակորեն երևում են մագնիսական հոսքի  $n=0,1$  և  $2$  քվանտով վիճակները:



Հարկ է նշել, որ (6.4) արտահայտության մեջ  $m_q/q^2 n_q$  գործակցի մեծությունը կախված չէ այն բանից, թե ինչ մասնիկներով է տեղավորվում հոսանքը՝ առանձին էլեկտրոններով, թե՞ կուպերյան գույգերով: Վերջին դեպքում, բացի  $q=2e$  և  $m_q=2m$  առնչություններից, որպես լիցքակիրների կոնցենտրացիա պետք է վերցնել  $n_q = n/2$  մեծությունը:

Մագնիսական հոսքի քվանտացման երևույթը վկայում է նաև կուպերյան գույգերի ուժեղ փառլային կոռելյացիայի (փոխկապակցվածության, փոխհամաձայնեցվածության) մասին, քանի որ, փորձի համաձայն, բոլոր կուպերյան գույգերն ունեն միևնույն  $n$  քվանտային քիվը: Հաջորդ՝  $n'$  քվանտային քիվն անցնելիս բոլոր կուպերյան գույգերն անցնում են միևնույն նոր՝  $n'$ -ով որոշվող քվանտային վիճակին: Եթե մեկ առանձին կուպերյան գույգ իր քվանտային քիվը մեծացնի միավորով, իսկ մյուսները մնան նույն  $n$ -ով վիճակում, ապա դրա հետ կապված մագնիսական հոսքի փոփոխությունը՝  $\Delta\Phi = \Phi_0/N_c$ , որտեղ  $N_c$ -ն կուպերյան գույգերի քիվն է տվյալ ջերմաստիճանում:  $N_c$  քիվի մակրոսկոպական բնույթի պատճառով  $\Delta\Phi$ -ն շատ անգամ փոքր է փորձում դիտվող  $\Phi_0$  արժեքից:

Ներմուծելով կուպերյան գույգի գաղափարը, արտաքին մագնիսական դաշտում գերհաղորդիչ հոսանքի քվանտամեխանիկական արտահայտու-

քյունը կարելի է զրել ընդհանրացված սուսքով, նրանում վկւցնելով  $q = -2e$  և  $m_q = 2m$  :

$$j_s = -\frac{e}{2m} \left\{ \psi^* \left( -i\hbar \nabla + \frac{2e}{c} A \right) \psi + \psi \left[ \left( -i\hbar \nabla + \frac{2e}{c} A \right) \psi \right]^* \right\} : \quad (6.8)$$

Այս արտահայտությունից, որն առաջին անգամ գրվել է Վ.Գինզբուրգի և Լ.Լանդաուի կողմից, կատարելով որոշ ենթադրություններ, կարելի է ստանալ Լոնդոնների տեսության (5.5) (կամ (5.18)) հավասարումը:

Իրոք, ենթադրենք, որ  $\psi$  ալիքային ֆունկցիայի փոփոխությունը սաքածության մեջ պայմանավորված է միայն նրա փուլի փոփոխությամբ՝

$$\psi(r) = |\psi| \exp[i\varphi(r)] ; \quad |\psi| \approx const : \quad (6.9)$$

Ֆիզիկոսն այս ենթադրությունը նշանակում է, որ կուպերյան գույզերի խտությունը էապես չի տարբերվում բերմողինամիկական հավասարակշռության վիճակում ռնեցած խտությունից: Կուպերյան գույզերը կարող են տեղափոխվել, բայց չկուտակվել և ոչ էլ ոչնչանալ: Տեղադրելով (6.9) հավասարումը (6.8) արտահայտության մեջ, կստանանք՝

$$j_s \approx - \left( \frac{2e^2}{mc} A + \frac{e\hbar}{m} \nabla \varphi \right) |\psi|^2 : \quad (6.10)$$

(6.10) հավասարման աջ և ձախ մասերի վրա ագդելով «rot» օպերատորով և նկատի ռնենալով, որ ցանկացած ֆունկցիայի համար  $\text{rot}(\nabla \varphi) \equiv \text{rot}(\text{grad } \varphi) = 0$ , կստանանք Լոնդոնների

$$\text{rot } j_s = - \frac{e^2 n_s}{mc} B$$

հավասարումը, որտեղ որպես կուպերյան գույզերի խտություն հանդես է գալիս

$$n_s = 2|\psi|^2 \quad (6.11)$$

մեծությունը: Այս համապատասխանեցումը հիմնավորված է, եթե  $\psi$ -ն մեկ-նաքանկի որպես կուպերյան գույզի ալիքային ֆունկցիա:

Գերհաղորդիչ հոսանքի (6.10) արտահայտությունից ուղղակիորեն ստացվում է նաև մագնիսական հոսքի քվանտացման (6.5) պայմանը: Ին-

տեղերնք (6.10) արտահայտությունը  $C$  վակ կոնսուրով, որն ամրոդջու-  
թյամբ գտնվում է գերհադորդի աիւրույրում (նկ. X.26) և նրանում տեղադ-  
րենք  $j_s = 0$ . նկատի ունենալով նաև (6.3) առնչությունը, կստանանք՝

$$\frac{2e^2}{mc} \Phi_s = -\frac{e\hbar}{m c} \oint_C \nabla \varphi \cdot dl : \quad (6.12)$$

Մյուս կողմից, քանի որ  $\psi$  ալիքային ֆունկցիան միաբով է, ապա վակ  
կոնսուրով պատվկիս նրա փուլը պեսք է փովովսվի  $\Delta\varphi = 2\pi n$  մեծու-  
թյամբ, որտեղ  $n$ -ն ամրոդջ թիվ է: Հետևաբար՝

$$\oint_C \nabla \varphi \cdot dl = \oint_C \frac{\partial \varphi}{\partial l} dl = \oint_C d\varphi \equiv \Delta\varphi = 2\pi n : \quad (6.13)$$

(6.12) և (6.13) բանաձևերի համաձայն՝

$$|\Phi_s| = \frac{\hbar c}{2e} \cdot 2\pi n = \frac{\hbar c}{2e} \cdot n \equiv \Phi_0 \cdot n : \quad (6.14)$$

Արվաձ ենթադրությունների շրջանակներում ստացվաձ այս ոչ խիստ  
ապացույցը հիմնավորում է գերհադորդի վիձակը (6.9) ալիքային ֆունկ-  
ցիայով նկարագրելու իրավացիությունը:

## §7. Գերհադորդականության միկրոսկոպական տեսության ֆիզիկական հիմունքները

Գերհադորդականության երևույթի փորձարարական ուսումնասիրու-  
թյունները և երևութաբանական տեսությունների արդյունքները համազի  
ձևով ցույց տվեցին, որ գերհադորդի վիձակն օժտվաձ է որոշակի կարգա-  
վորվաձությամբ, որն ի հայտ է գալիս նորմալ վիձակից գերհադորդի վիձա-  
կի անցնելիս:

Ցանկացաձ կարգավորվաձություն, անկալս նրա ծագման ֆիզիկա-  
կան պատճառներից, հետևանք է որոշակի փոխազդեցության, որի ինտեն-  
սիվությամբ էլ հենց որոշվում է սովյալ կարգավորվաձ վիձակին անցման  
բնութագրական ջերմաստիձանը: Օրինակ՝ գազերի, հեղուկների և պինդ  
մարմինների վալսադարձ փոխակերպումները պայմանավորվաձ են ատոմ-  
ների և մոլեկուլների միջև գորձող ուժերով, ընդ որում մեկ մասնիկին բաժին

ընկնող կապի էներգիաներն ընկած են  $10^{-2}$  էՎ-ից մինչև մի քանի էՎ տիրույթում (Մաս I, Աղյուսակ II.1-II.4), և որոնց համապատասխանում են մի քանի տասնյակից մինչև մի քանի հազար կելվին բնութագրական ջերմաստիճաններ: Եվ հատկանշական է, որ անցման ջերմաստիճանի նվազման հետ նյութն անցնում է ավելի կարգավորված վիճակի (զազ → → հեղուկ → պինդ բյուրեղական մարմին):

Ցածր ջերմաստիճանների տիրույթում հանդես են գալիս ավելի և ավելի թույլ փոխազդեցություններ: Օրինակ՝  $10^{-4}$  էՎ ( $T \sim 1\text{K}$ ) էներգիաները բնութագրական են ատոմների և մոլեկուլների մագնիսական մոմենտների փոխազդեցության համար և կարող են նպաստել մագնիսական կարգավորվածության առաջացմանը (IX.7, IX.14):

Գերհաղորդիչ վիճակին անցման կրիտիկական ջերմաստիճաններն ընկած են  $10^{-2}\text{K} \div 10\text{K}$  տիրույթում (Աղյուսակ X.1, X.2, Հավելված 4), ուստի պետք է ենթադրել, որ գերհաղորդականության բերող փոխազդեցությունը բավականաչափ թույլ է: Կատարենք զնահատումներ: Նորմալ մետաղի և գերհաղորդչի  $1\text{սմ}^3$ -ին բաժին ընկնող էներգիաների տարբերությունը, համաձայն (4.9) բանաձևի,  $H_c \sim 10^3$  Գս դաշտում  $10^5$  էրգ կարգի մեծությամբ է: Քանի որ մետաղի  $1\text{սմ}^3$ -ում պարունակվում է մոտ  $N \sim 10^{22}$  էլեկտրոն, ապա գերհաղորդիչ վիճակում յուրաքանչյուր էլեկտրոնին բաժին է ընկնում  $10^5/10^{22}$  էրգ  $\approx 10^{-5}$  էՎ էներգիա: Մյուս կողմից, հայտնի է, որ մետաղներում էլեկտրոնների կոլոնյան փոխազդեցության էներգիան էՎ-ի կարգի է և դրա անտեսումը բոլորովին չի խանգարում ժամանակակից մետաղների տեսությանը՝ համարժեքորեն նկարագրելու նրանց ֆիզիկական հատկությունները: Այսպիսով, անհրաժեշտ է բացատրել էլեկտրոնային համակարգում կարգավորվածության առաջացումը, պայմանավորված  $10^{-5}$  էՎ կարգի էներգիայով, որը շատ անգամ փոքր է տեսության շրջանակներում անտեսվող էներգիայից:

Գերհաղորդականության երևույթը բացատրելու համար անհրաժեշտ է նախ և առաջ գտնել այն փոխազդեցությունը, որը բերում է էլեկտրոնային համակարգում կարգավորվածության առաջացման:

1950թ. Հ.Ֆրյոդիխտը տեսականորեն ցույց տվեց, որ էլեկտրոնների և բյուրեղական ցանցի տատանումների միջև փոխազդեցությունը կարող է

բերել էլեկտրոնների միջև լրացուցիչ փոխազդեցության, որը որոշակի պայմաններում կրում է ձգողության բնույթ: Նքե այն գերազանցի էլեկտրոնների միջև վանողությունը, ապա մետաղում կառաջանա էլեկտրոնների արդյունաբար ձգողություն և, որպես հետևանք՝ գերհաղորդականություն:

Ինչպե՞ս պատկերացնել ցանցի միջոցով իրականացվող էլեկտրոն-էլեկտրոն փոխազդեցությունը:

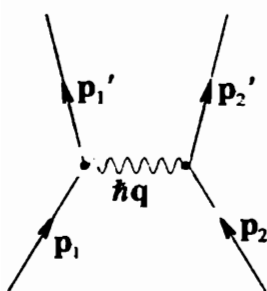
Ենթադրենք՝  $p_1$  իմպուլսով էլեկտրոնը տարածվում է բյուրեղում: Ինչ-որ պահի այն զրգոում է ցանցը, այսինքն՝ ստեղծում տատանում, կամ ինչպես ընդունված է ասել, արձակում է ֆոնոն<sup>\*)</sup>, որը մինչ այդ գոյություն չուներ, և անցում է նոր՝  $p'_1$  իմպուլսով վիճակի: Իմպուլսի պահպանման օրենքի համաձայն՝

$$p_1 = p'_1 + \hbar q, \quad (7.1)$$

որտեղ  $\hbar q$  մեծությունը ֆոնոնի իմպուլսն է: Ծնված ֆոնոնն անմիջապես կլանվում է մի այլ՝  $p_2$  իմպուլսով էլեկտրոնի կողմից, որն անցնում է նոր՝  $p'_2$  իմպուլսով վիճակի, ընդ որում

$$p'_2 = p_2 + \hbar q : \quad (7.2)$$

Այսպիսով,  $p_1$  և  $p_2$  իմպուլսներով էլեկտրոնները ցանցի միջնորդությամբ



անցան  $p'_1$  և  $p'_2$  իմպուլսներով վիճակների, այսինքն՝ ցրվեցին իրար վրա, ինչն էլ հենց նշանակում է փոխազդեցության առկայություն էլեկտրոնների միջև, որի դեպքում, ըստ (7.1) և (7.2) բանաձևերի, նրանց գումար իմպուլսը չի փոխվում՝

$$p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2 : \quad (7.3)$$

Նկ. X.28-ում տրված է էլեկտրոնների փոխազդեցության գրաֆիկական պատկերը:

Նկ. X.28

Այժմ պարզենք փոխազդեցության բնույթը:

<sup>\*)</sup> Ընդունված է ցանցի՝ որոշակի հաճախություն և ալիքային վեկտոր ունեցող տատանմանը (մոդին) համապատասխանության մեջ դնել  $\epsilon_p = \hbar \omega_p$  էներգիայով և  $p = \hbar k$  իմպուլսով «մասնիկ»՝ ֆոնոն, այնպես, ինչպես էլեկտրադինամիկական դաշտի տատանման մոդին համապատասխանության մեջ է դրվում դաշտի քվանտ՝ ֆոտոն:

Երբ էլեկտրոնը  $p_1$  իմպուլսով և  $\varepsilon_{p_1} = p_1^2/2m$  էներգիայով վիճակից անցնում է  $p'_1$ ,  $\varepsilon_{p'_1}$  վիճակի, միջավայրում ծագում է էլեկտրոնային խտության փոփոխություն  $\omega = (\varepsilon_{p_1} - \varepsilon_{p'_1})/\hbar$  հաճախությամբ: Դիցուք՝ այսպիսի փոփոխության դեպքում տվյալ տեղում առաջացավ էլեկտրոնների տեղային խտության աճ: Իոնները կծղվեն դեպի այդ սեղը և, բանի որ ունեն զգալի զանգվածներ, ապա բացասական լիցքի հավելուդը համակշռելուց հետո էլ դեռ կշարունակեն շարժվել նույն ուղղությամբ, ինչի արդյունքում կառաջանա լիցքի վերահամակշռում: Այսինքն՝ տվյալ կետում այժմ կստեղծվի դրական լիցքի ավելցուկ: Երկրորդ էլեկտրոնը, այսպիսով, կծղվի այդ դրական լիցքի կողմից: Այս ձգողությունը կառաջանա, եթե ցանցի հարկադրական սատանումները փուլով համընկնում են հարկադրող ուժի, այլ կերպ՝ էլեկտրոնային խտության փոփոխության հետ, որը կասարկում է  $\omega = (\varepsilon_{p_1} - \varepsilon_{p'_1})/\hbar$  հաճախությամբ: Ինչպես հայտնի է, հարկադրական սատանումները փուլով համընկնում են արտաքին ուժի հետ, եթե տաաանողական համակարգի սեփական հաճախությունը մեծ է հարկադրող ուժի հաճախությունից՝  $\omega_0 > \omega$ :

Այսպիսով, երկու էլեկտրոնների փոխազդեցությունը կունենա ձգողության բնույթ, եթե էլեկտրոնային խտության  $\omega$  հաճախությունը փոքր է ցանցի սեփական սատանումների Դերայի բնութագրական  $\omega_D$  հաճախությունից, որը (Մաս I, IV.4, III.3) կախված է սատանվող մասնիկի (իմնի)  $M$  զանգվածից՝

$$\omega_D \sim M^{-1/2} : \quad (7.4)$$

Հ.Ֆրյոհլիխի կողմից առաջարկված էլեկտրոն-էլեկտրոն փոխազդեցության ֆոնոնային մեխանիզմը հաստատվեց երկու, իրարից անկախ փորձարարական խմբերի (Է.Մաքսվել և Ս.Ռեյնոլդս և այլք) կողմից հայտնաբերված իզոտոպական երևույթով, որի համաձայն սովյալ մետաղի տարրեր իզոտոպներ ունեն տարբեր կրիտիկական ջերմաստիճաններ և տարբեր կրիտիկական մագնիսական դաշտեր:

Իզոտոպական երևույթը նկարագրվում է հետևյալ առնչություններով՝

$$T_c \cdot M^a = const, \quad H_{0c} \cdot M^a = const, \quad (7.5)$$

որտեղ տարրերի մեծ մասի համար  $a \sim 0,5$  (Աղյուսակ X.7):

(7.4) և (7.5) առնչությունների համաձայն

$$T_c \sim \omega_D, \quad H_{0c} \sim \omega_D : \quad (7.6)$$

Այսպիսով, իզոտոպական երևույթից հետևում է, որ չնայած գերհաղոր-

Աղյուսակ X.7

| Տարր      | $a$             |
|-----------|-----------------|
| <b>Zn</b> | $0.45 \pm 0.05$ |
| <b>Cd</b> | $0.32 \pm 0.07$ |
| <b>Sn</b> | $0.47 \pm 0.02$ |
| <b>Hg</b> | $0.50 \pm 0.03$ |
| <b>Pb</b> | $0.49 \pm 0.02$ |
| <b>Tl</b> | $0.61 \pm 0.10$ |

դիչ վիճակի անցնելիս մետաղի բյուրեղա-  
կան ցանցը գործնականում փոփոխու-  
թյուններ չի կրում, այնուամենայնիվ այն  
անմիջականորեն մասնակցում է գերհա-  
ղորդիչ վիճակ ստեղծվելուն: Եթե իզոտոպի  
զանգվածը մեծ է, ապա  $\omega_D$ -ն համեմատա-  
բար փոքր է, ցանցի՝ էլեկտրոնով պայմա-  
նավորված սեղային բևեռացումը փոքր է,  
ուստի և փոխազդեցությունը՝ թույլ: Արդ-  
յունքում կրիստիկական ջերմաստիճանը

նվազում է, ինչը և հաստատում է փորձը:

Ցանցում էլեկտրոնների միջև արդյունաբար ձգողության ի հայտ գալը  
կարելի է մեկնաբանել ավելի ընդհանուր՝ քվանտամեխանիկական փոխա-  
նակային փոխազդեցությունների տեսանկյունից, որի համաձայն փոխազ-  
դող էլեկտրոնները փոխանակում են ֆոնոններ: (Ընդունված է էլեկտրոնի  
կողմից ստեղծված և մյուս էլեկտրոնի կողմից կլանված ֆոնոնին անվանել  
«վիրտուալ», այսինքն՝ առանց էլեկտրոնի գոյություն չունեցող, ի տարբե-  
րություն ռեալ ֆոնոնների՝ ցանցի ստատանումներին համապատասխանող  
քվանտների):

Գերհաղորդականության միկրոսկոպական մեխանիզմը հասկանալու  
գործում հաջորդ վճռորոշ քայլը կատարեց Լ.Կուպերը 1956թ.: Նա ցույց  
տվեց, որ  $T = 0\text{K}$ -ում ազատ էլեկտրոնային գազի նվազագույն էներգիայով  
հիմնական վիճակը էլեկտրոնների միջև ցանկացած չափով թույլ ձգողու-  
թյան առկայության պայմաններում դառնում է անկայուն:

Թվում է քիչ հավանական, որ ցանկացած չափով թույլ ձգողություն  
եռաչափ դեպքում բերի երկու էլեկտրոնների կապված վիճակի (էլեկտրո-  
նային գույգի) առաջացման: Իրոք, համաձայն անորոշությունների առնչու-  
թյան,  $r_0$  շառավղով գույգում էլեկտրոնների իմպուլսների անորոշությամբ  
պայմանավորված էներգիան  $\hbar^2 / mr_0^2$  կարգի մեծություն է, ուստի կապված

վիճակ կառաջանա, եթե կապի I մերցիսն գերազանցի այդ մեծությունը (Մաս I, II.6): Սակայն Լ. Կուպերը ցույց տվեց, որ նման քիչ հավանական քվացող հնարավորությունը կարող է իրականանալ Պաուլիի սկզբունքի և մնացած էլեկտրոնների՝ գույգի վրա ազդեցության շնորհիվ:

Էլեկտրոնային համակարգի  $T = 0\text{K}$ -ում հիմնական վիճակի անկայունության ծագման (հետևաբար՝ և կուպերյան գույգի առաջացման) ուստճառը պարզելու նպատակով ուսումնասիրենք երկու առանձնացված էլեկտրոնների վարքը, որոնք գտնվում են  $r_1$  և  $r_2$  կետերում և որոնց իմպուլսները գտնվում են  $p_F$  շառավղով ֆերմի-գնդաձևից դուրս՝  $p_1, p_2 > p_F$ : Նշանակենք այդ էլեկտրոնների ալիքային ֆունկցիան  $\Phi(r_1, r_2)$ -ով և առայժմ դիտարկենք միայն այնպիսի վիճակներ, երբ գույգի զանգվածների կենտրոնը գտնվում է դադարի վիճակում: Այս դեպքում ալիքային ֆունկցիան կախված է միայն  $r_1 - r_2$  ստորբևեռությունից և այն կարելի է ներկայացնել հարթ ալիքների գումարի տեսքով՝

$$\Phi(r_1 - r_2) = \sum_p g(p) \exp \left[ \frac{i}{\hbar} p(r_1 - r_2) \right], \quad (7.7)$$

որտեղ  $|g(p)|^2$  մեծությունը հավանականությունն է այն բանի, որ մի էլեկտրոնը գտնվում է  $p$ , իսկ մյուսը՝  $-p$  իմպուլսով վիճակում: Քանի որ բոլոր  $p < p_F$  վիճակները զբաղեցված են, ապա Պաուլիի սկզբունքի համաձայն

$$g(p) = 0, \quad \text{եթե} \quad p < p_F: \quad (7.8)$$

Տեղադրելով (7.7) արտահայտությունը երկու էլեկտրոնի համար գրված Շրեդինգերի հավասարման մեջ՝

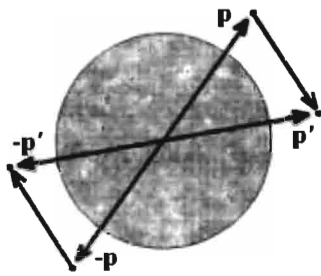
$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_2^2 + V(r_1, r_2) \right] \Phi(r_1 - r_2) = E \Phi(r_1 - r_2), \quad (7.9)$$

ծախից բազմապատկելով  $\exp[-ip'(r_1 - r_2)/\hbar]$ -ով և ինտեգրելով ըստ  $r = r_1 - r_2$  փոփոխականի, կստանանք հավասարում անհայտ  $g(p)$  ֆունկցիայի համար՝

$$2 \cdot \frac{p^2}{2m} g(p) + \sum_{p'} V_{p, p'} g(p') = E g(p), \quad (7.10)$$

$$V_{p,p'} = \frac{1}{L^3} \int V(r) e^{i(p-p')r/\hbar} dr \quad (7.11)$$

մեծությունը երկու էլեկտրոնների փոխազդեցության  $V(r)$  էներգիայի մատրիցական տարրն է  $p$  և  $p'$  վիճակների միջև,  $L^3$ -ը համակարգի ծավալն է:



Նկ. X.29

Եթե  $E > 2\varepsilon_F$ , ապա (7.10) հավասարումն ունի անընդհատ էներգիական սպեկտր և նկարագրում է երկու էլեկտրոնների ցրումը  $(p_1 - p)$  սկզբնական վիճակից  $(p'_1 - p')$  վերջնական վիճակ (նկ. X.29):

Ցույց տանք, որ էլեկտրոնների միջև արդյունաբար ձգողության դեպքում ( $V(r) < 0$ ) հնարավոր են երկու էլեկտրոնների կապված վիճակներ, այսինքն՝ զույգի կապի էներգիան բացասական է: Պարզության համար ենթադրենք, որ (7.11) մատրիցական տարրը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$V_{p,p'} = -\frac{V_0}{L^3}, \text{ եթե } |\varepsilon_p - \varepsilon_F| < \hbar\omega_D, |\varepsilon_{p'} - \varepsilon_F| < \hbar\omega_D \quad (7.12)$$

$$V_{p,p'} = 0, \quad \text{մնացած դեպքերում:}$$

Համաձայն այս ենթադրության, երկու էլեկտրոն իրար ձգում են միայն այն դեպքում, երբ նրանց էներգիաներն ընկած են ֆերմի-մակերևույթի մոտ  $\hbar\omega_D$  շերտում: Նկատի ունենալով (7.12) մոտավորությունը, (7.10) հավասարումից կստանանք՝

$$(-2\varepsilon_p + E)g(p) = -\frac{V_0}{L^3} \sum_{p'} g(p') : \quad (7.13)$$

Կատարենք նշանակում՝

$$C = -\frac{V_0}{L^3} \sum_{p'} g(p') = \text{const}, \quad (7.14)$$

որտեղ գումարումը կատարվում է միայն ֆերմի-մակերևույթին հարող  $\hbar\omega_D$

շերտում գտնվող վիճակներով: (7.13) հավասարման համաձայն՝

$$g(p) = \frac{C}{E - 2\varepsilon_p}, \quad (7.15)$$

որը տեղադրելով (7.14) նշանակման մեջ, կստանանք էլեկտրոնային գույզի  $E$  էներգիան որոշելու հավասարումը՝

$$\frac{V_0}{L^3} \sum_{p'} \frac{1}{E - 2\varepsilon_{p'}} = -1 : \quad (7.16)$$

Նկատի ունենալով էլեկտրոնային համակարգի մակրոսկոպական բնույթը, (7.16) հավասարման մեջ ըստ  $p'$ -ի գումարից անցնենք ինտեգրալի (Մաս I, III.6.12)՝

$$\frac{V_0}{L^3} \cdot \frac{L^3}{(2\pi\hbar)^3} \int \frac{dp'}{2\varepsilon_{p'} - E} = 1 : \quad (7.17)$$

Ընդհանուրապես արտահայտությունը կախված է միայն իմպուլսի մոդուլից, ուստի անցնելով էներգիային և ներմուծելով վիճակների խտության ֆունկցիան սպինի մեկ ուղղության և ծավալի միավորի համար՝

$$N(\varepsilon') d\varepsilon' = \frac{dk'}{(2\pi)^3} \equiv \frac{dp'}{(2\pi\hbar)^3}, \quad (7.18)$$

(7.17) հավասարումը կարող ենք ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$f(E) \equiv V_0 \int_{\varepsilon_F}^{\varepsilon_F + \hbar\omega_D} \frac{N(\varepsilon') d\varepsilon'}{2\varepsilon' - E} = V_0 \int_0^{\hbar\omega_D} \frac{N(\varepsilon + \varepsilon_F) d\varepsilon}{2\varepsilon_F - E + 2\varepsilon} = 1 : \quad (7.19)$$

Սահմանենք էլեկտրոնային գույզի կապի էներգիան որպես երկու չփոխազդող էլեկտրոնների և էլեկտրոնային գույզի էներգիաների տարբերություն՝

$$\Delta = 2\varepsilon_F - E : \quad (7.20)$$

Քանի որ  $\hbar\omega_D \ll \varepsilon_F$ , ապա կարելի է (7.19) ինտեգրալում ընդունել  $N(\varepsilon + \varepsilon_F) \approx N(\varepsilon_F)$  և հաշվել ինտեգրալը՝

$$V_0 N(\varepsilon_F) \int_0^{\hbar\omega_D} \frac{d\varepsilon}{2\varepsilon + \Delta} = \frac{1}{2} N(\varepsilon_F) V_0 \ln \left( 1 + \frac{2\hbar\omega_D}{\Delta} \right) = 1, \quad (7.21)$$

որտև լից հետևում է կապի էներգիայի վերջնական արտահայտությունը՝

$$\Delta = \frac{2\hbar\omega_D}{\exp\left[\frac{2}{N(\varepsilon_F)V_0}\right] - 1} : \quad (7.22)$$

Այսպես կոչված բույլ կապի մոտավորությամբ, երբ  $N(\varepsilon_F)V_0 \ll 1$ ,

$$\Delta \approx 2\hbar\omega_D \exp\left[-\frac{2}{N(\varepsilon_F)V_0}\right] : \quad (7.23)$$

Ստացված արդյունքի յուրահատկությունն այն է, որ անգամ շատ բույլ ( $V_0 \rightarrow 0$ ) ձգողական փոխազդեցության դեպքում գոյություն ունի  $\Delta \neq 0$  կապի էներգիա և, հետևաբար՝ երկու էլեկտրոնների կապված վիճակ:

Ցանկացած չափով բույլ ձգողական պոտենցիալի համար վերջավոր կապի էներգիայի գոյությունը պայմանավորված է լցված վիճակների ֆերմի-գնդոլորտի գոյությամբ:

Իրոք, եթե  $\varepsilon_F = 0$ , ապա (7.19) հավասարման աջ մասում առկա

$$I(E) = \int_0^{\hbar\omega_D} N(\varepsilon) \frac{d\varepsilon}{2\varepsilon - E} \quad (7.24)$$

ինտեգրալը  $E = 0$  դեպքում  $I(0)$  վերջավոր մեծություն է, քանի որ  $N(\varepsilon) \sim \varepsilon^{1/2}$ : Եթե  $E < 0$ , ապա  $I(E) < I(0)$  կամ  $V_0 I(0) > V_0 I(E) = f(E) = 1$ : Այս պայմանից հետևում է, որ  $V_0 I(0) < 1$  դեպքում կապված ( $E < 0$ ) վիճակներ չկան: Սակայն, եթե  $N(\varepsilon) \simeq const$ , ապա  $I(2\varepsilon_F) = \infty$ , ուստի ցանկացած չափով փոքր  $V_0$ -ի համար միշտ կգտնվի այնպիսի  $\Delta = 2\varepsilon_F - E > 0$ , որ  $I(2\varepsilon_F - \Delta) = 1/V_0$ , և որի լուծումը տրվում է (7.22) արտահայտությամբ:

(7.23) արտահայտությունը չի կարելի վերածել շարքի ըստ  $V_0$ -ի, երբ  $V_0 \rightarrow 0$ : Այս արդյունքից հետևում է, որ գերհաղորդականության միկրոսկոպական տեսությունը ենարավոր չէ կառուցել խոտորումների ստանդարտ տեսության շրջանակներում:

## §8. Գաղափար գերհաղորդականության ԲԿԸ տեսության մասին

Գերհաղորդականության միկրոսկոպական տեսությունը, որը հաջորդությամբ բացատրում է փոքրում դիսկոլո օրինաչափությունները, ստեղծվել է գերհաղորդականության երևույթի հայտնագործությունից 46 տարի անց, ամերիկյան գիտնականներ Ջ.Բարդինի, Լ.Կուպերի և Ջ.Շրիֆերի կողմից 1957թ. (գերհաղորդականության ԲԿԸ տեսություն):

ԲԿԸ տեսության մեջ, Կուպերի խնդրի համեմատությամբ, կատարվում է հաջորդ քայլը՝ կառուցվում է հիմնական վիճակ, որտեղ Կուպերյան զույգեր են կազմում բոլոր էլեկտրոնները: Այս մոտեցումն ավելի ընդհանուր է, քան Կուպերինը, քանի որ յուրաքանչյուր էլեկտրոն կատարում է կրկնակի դեր՝

ա) Պաուլիի սկզբունքի համաձայն, ապահովում է իմպուլսների ընդունած արժեքների անհրաժեշտ սահմանափակում, ինչը մյուս էլեկտրոններին հնարավորություն է տալիս ստեղծել կապված զույգեր ցանկացած չափով թույլ ձգողության առկայության պայմաններում,

բ) մասնակցում է որևէ կապված զույգի ստեղծմանը:

Ուսումնասիրենք գերհաղորդչի հիմնական վիճակը, որն իրացվում է  $T = 0\text{K}$ -ում, և որին համապատասխանում է նվազագույն էներգիա:

Նորմալ մետաղում նվազագույն էներգիայով վիճակին իմպուլսային տարածության մեջ համապատասխանում է լրիվ «լցված» ֆերմի-գնդաձուլը, իսկ նրանից դուրս՝ ազատ վիճակների բազմությունը: Այս վիճակում էլեկտրոնային համակարգի կինետիկ էներգիան ամենափոքրն է, իսկ պոտենցիալ էներգիան ազատ էլեկտրոնների մոդելի շրջանակներում պարզապես բացակայում է:

«Միացնենք» էլեկտրոնների միջև ցանցի միջնորդությամբ փոխազդեցությունը: Այն ունի ձգողական բնույթ, ուստի էներգիայի մեջ կտա բացասական ներդրում, փոքրացնելով համակարգի լրիվ էներգիան: Էլեկտրոնների փոխազդեցությունը (ցրումը) հնարավոր է, եթե  $(p_1, p_2)$  սկզբնական վիճակը զբաղեցված է , իսկ  $(p'_1, p'_2)$  վերջնական վիճակը՝ ազատ: Հետևաբար՝  $T = 0\text{K}$ -ում լրիվ լցված ֆերմի-գնդաձուլում այլևս չի համապատասխանի համակարգի լրիվ էներգիայի նվազագույն արժեքին (կինետիկ էներգիայի աճը փոքր է փոխազդեցության բացասական պոտենցիալ էներգիայից):

ԲԿՇ տեսության մեջ էլեկտրոնների միջև փոխազդեցությունը նկարագրվում է հետևյալ հիմնական մոտավորությամբ: Այն էլեկտրոնները, որոնց էներգիաները ֆերմի-էներգիայից տարբերվում են ոչ ավելի, քան  $\hbar\omega_D$ -ով ( $\omega_D$ -ն Դեբայի ինքնախայտությունն է), փոխադարձաբար ձգվում են, ընդ որում նրանց փոխազդեցության էներգիան հաստատուն է: Մնացած էլեկտրոնները չեն փոխազդում: Էլեկտրոնների փոխազդեցության մատրիցական տարրը տրվում է (7.12) արտահայտությամբ:

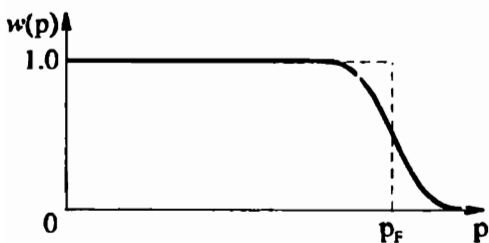
Փոխազդող էլեկտրոնների էներգիաներն ընկած են

$$\Delta\varepsilon = \frac{(p_F + \Delta p)^2}{2m} - \frac{(p_F - \Delta p)^2}{2m} = \frac{2p_F \Delta p}{m} = 4\varepsilon_F \frac{\Delta p}{p_F} \sim \hbar\omega_D \quad (8.1)$$

լայնությամբ շերտում: (8.1) արտահայտությունից հետևում է, որ

$$\frac{\Delta p}{p_F} \simeq \frac{\hbar\omega_D}{4\varepsilon_F} \sim \frac{T_D}{4T_F} : \quad (8.2)$$

Նկատի ունենալով բնութագրական ջերմաստիճանների կարգը՝  $T_D \sim 10^2 \text{ K}$ ,  $T_F \sim 10^4 \div 10^5 \text{ K}$ , կատանանք, որ  $\Delta p/p_F \sim 10^{-3}$ : Այսպիսով, էլեկտրոնային խամակարգը գտնվում է մի վիճակում, երբ ֆերմի-մակերևույթից դուրս որոշ վիճակներ զբաղեցված են, իսկ նրանից ներս կան որոշ ազատ վիճակներ: Արդյունքում  $T = 0 \text{ K}$ -ում ֆերմի-մակերևույթը դառնում է «լողկված» ի հաշիվ ոչ լրիվ զբաղեցված ( $\varepsilon_p \geq \varepsilon_F$ ) և ոչ լրիվ ազատ ( $\varepsilon_p \leq \varepsilon_F$ )



Նկ. X.30

վիճակների: Նկ. X.30-ում պատկերված է  $T = 0 \text{ K}$ -ում  $(p, -p)$  երկէլեկտրոնային վիճակի զբաղեցված լինելու  $w(p)$  հավանականության իմպուլսից կախման գրաֆիկը:

Ի տարբերություն նորմալ մետաղի (նկ. X.30, կետագիծ), անգամ բացարձակ զրո ջերմաստիճանում էլեկտրոնների բաշխումն ըստ իմպուլսների  $p = p_F$  կետում խզում չունի:

ԲԿԸ մոտավորությամբ էլեկտրոնային համակարգի հիմնական վիճակի ալիքային ֆունկցիան կառուցվում է հետևյալ ձևով: Խմբավորենք  $N$  էլեկտրոններն ըստ  $N/2$  զույգերի և ենթադրենք, որ յուրաքանչյուր զույգ նկարագրվում է կապված վիճակի  $\Phi(r, s; r', s')$  ալիքային ֆունկցիայով ( $s, s'$ -ը էլեկտրոնների սպիններն են): Այնուհետև դիտարկենք  $N$ - էլեկտրոնային ալիքային ֆունկցիա, որը  $N/2$  նույնական ալիքային ֆունկցիաների արտադրյալ է՝

$$\begin{aligned} \Psi(r_1, s_1; r_2, s_2; \dots; r_N, s_N) = \\ = \Phi(r_1, s_1; r_2, s_2) \cdot \Phi(r_3, s_3; r_4, s_4) \cdots \Phi(r_{N-1}, s_{N-1}; r_N, s_N) : \end{aligned} \quad (8.3)$$

Այս ֆունկցիան նկարագրում է մի վիճակ, որտեղ բոլոր էլեկտրոնները զույգ-զույգ կապված են, այսինքն՝ կազմում են նույնական երկէլեկտրոնային վիճակների համախումբ: Սակայն (8.3) ֆունկցիան չի բավարարում Պաուլիի սկզբունքից բխող համաչափության հատկությանը, ուստի անհրաժեշտ է այն դարձնել հակահամաչափ: Այսպիսով՝

$$\Psi_{BCS}(r_1, s_1; \dots; r_N, s_N) = \hat{A} \Psi(r_1, s_1; \dots; r_N, s_N), \quad (8.4)$$

որտեղ  $\hat{A}$  օպերատորի ազդեցությունը հանգում է  $\Psi$ -ին  $N!$ -1 այլ ֆունկցիաներ գումարկում, որոնցից յուրաքանչյուրը ստացվում է (8.3) ֆունկցիայից բոլոր հնարավոր փոխաստեղծություններով՝ վերցրած  $(+1)$  կամ  $(-1)$  գործակցով, կախված փոխաստեղծությունների թվի զույգ կամ կենտ լինելուց:

ԲԿԸ տեսության մեջ  $\Phi(r, s; r', s')$  ֆունկցիաները համարվում են սինգլետ, ուստի նրանց կոորդինատական մասերը՝  $\Phi(r, r')$  ֆունկցիաները, համաչափ են: Եթե կապված զույգի վիճակն օժտված է անդափոխական համաչափությամբ, այսինքն՝  $\Phi(r, r') = \Phi(r - r')$ , ապա վերջինս կարելի է ներկայացնել (7.7) տեսքով, այսինքն՝ որպես մեկէլեկտրոնային վիճակների ալիքային ֆունկցիաների արտադրյալների վերադրում: (7.7) արտահայտության յուրաքանչյուր գումարելի նկարագրում է հակառակ ուղղված սպիններով և հակառակ ուղղված իմպուլսներով վիճակ՝  $(p\uparrow; -p\downarrow)$ : Բանի որ (7.7) գումարը նույնական զույգերի վիճակների վերադրում է, ապա այն անդայնացված է կոորդինատների  $r = r_1 - r_2$  առարածության մեջ:

Գնահատենք զույգը նկարագրող ալիքային ֆունկցիայի տեղայնացման տիրույթի բնութագրական  $\xi_0$  չափը: (7.7) գումարում հիմնական ներդրում են տալիս այն մեկէլեկտրոնային վիճակները, որոնց իմպուլսներն ընկած են (8.2) առնչությամբ որոշվող  $\Delta p$  տիրույթում, ուստի, օգտվելով անորոշությունների առնչությունից, կստանանք՝

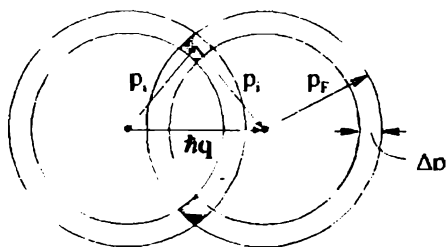
$$\xi_0 \sim \frac{\hbar}{\Delta p} \sim \frac{1}{k_F} \cdot \frac{\varepsilon_F}{\hbar \omega_D} \sim 10^{-5} \div 10^{-4} \text{ սմ} \quad (8.5)$$

( $k_F \sim 10^8 \text{ սմ}^{-1}$ ;  $\varepsilon_F \sim 10^3 \hbar \omega_D$ ): Մեկ կուպերյան զույգի զբաղեցրած  $\xi_0^3$  կարգի ծավալով տիրույթում կգտնվեն ավելի քան  $\xi_0^3 \cdot n \sim 10^{-15} \cdot 10^{22} \sim 10^7$  այլ զույգերի կենտրոններ: Այսինքն՝ կուպերյան զույգերը չի կարելի պասկերացնել որպես անկախ մասնիկներ, նրանք տարածության մեջ «խառնված» են իրար, ինչն էական է հիմնական վիճակի ալիքային ֆունկցիայի կայունության համար:

Այսպիսով, հիմնական՝ նվազագույն էներգիայով վիճակ առաջանում է, երբ  $\Delta p$  տիրույթին պատկանող իմպուլսներով էլեկտրոնները կազմում են  $(p \uparrow; -p \downarrow)$  կուպերյան զույգեր: Այս վիճակը հաճախ անվանում են կոնդենսցված, քանի որ կուպերյան զույգերն առաջացնում են նվազագույն էներգիայով վիճակ այնպես, ինչպես գազի ատոմները խտանալիս առաջացնում են հեղուկ (ի դեպ, կուպերյան զույգերի համակարգը երբեմն անվանում են նաև էլեկտրոնային կոնդենսատ): Բոլոր կուպերյան զույգերը պատկանում են միևնույն քվանտային վիճակին և ունեն միևնույն էներգիան, քանի որ նրանք անընդհատ ցրվում են մեկէլեկտրոնային վիճակների միջև, որոնց համապատասխանող իմպուլսներն ընկած են  $\Delta p$  տիրույթում:

Նվազագույն էներգիայի տեսանկյունից իրար հակառակ ուղղված  $p$  և  $-p$  իմպուլսներով զույգերի առաջացումը կարելի է բացատրել հետևյալ ձևով: Երկու էլեկտրոնների փոխազդեցության ժամանակ տեղի ունի իմպուլսի պահպանման (7.3) օրենքը: Որքան շատ են անցումները  $(p_1, p_2)$  և  $(p'_1, p'_2)$  վիճակների միջև, այնքան մեծ է դրանց բացասական ներդրումը համակարգի լրիվ էներգիայի մեջ: Եթե, օրինակ,  $p_1 + p_2 = \hbar q$  (նկ. X.31), ապա նշված անցումներին կարող են մասնակցել միայն այն էլեկտրոններ

րը, որոնց իմպուլսներն ընկած են իրարից  $\hbar q$  հեռավորության վրա գտնվող կենտրոններով ֆերմի-գնդոլորտների  $\Delta p$  հաստությամբ զնդային շերտերի հատումից առաջացած օղակաձև ծավալի մեջ, որի կտրվածքները նկ. X.31-ում ստվերագծված են: Եթե  $q$  վեկտորն աստիճանաբար փոքրացնենք, ապա ստվերագծված տիրույթները (իմպուլսային տարածության մեջ՝ օղակաձև ծավալը) կմեծանան:  $q = 0$  կամ որ նույնն է՝



Նկ. X.31

$p_1 = -p_2$  դեպքում, համակարգի

լրիվ Լներգիայի փոքրացմանը կնպաստեն բոլոր այն էլեկտրոնները, որոնց վիճակներն ընկած են  $2\hbar\omega_D$  լայնությամբ էներգիական շերտում:

Այժմ ծանոթանանք ԲԿԸ տեսության կարևորագույն հասկացություններից մեկի՝ էներգիական սպեկտրի ճեղքի զաղափարին, որի գոյությունը հետևում է բազմաթիվ փորձերից (էլեկտրամագնիսական ճառագայթման կլանումը գերհաղորդչում, ջերմունակության ջերմաստիճանային վարքը (§4), էլեկտրոնների թունելային անցման երևույթները և այլն):

Փորձենք որևէ եղանակով (օրինակ՝ ճառագայթահարման կամ սաքացման միջոցով) գերհաղորդչին հաղորդել էներգիա: Եթե կուպերյան գույզին հաղորդվում է էներգիա, ապա կարելի է կարծել, որ գույզի էներգիայի մեծացումը տեղի կունենա (7.7) ալիքային ֆունկցիայում առկա իմպուլսների մեծացման հաշվին: Սակայն  $\Phi(r)$  ֆունկցիան արդեն պարունակում է բոլոր այն իմպուլսները, որոնք ընկած են  $\Delta p \sim p_F \hbar \omega_D / \epsilon_F$  շերտում և բավարարում է լրիվ իմպուլսի զրո լինելու պայմանին: Հետևաբար՝ չի կարելի մեծացնել գույզի էներգիան, մեծացնելով գույզ կազմող էլեկտրոնների իմպուլսները և միաժամանակ պահստանել նրանց հակադրվածության և հավասարության պայմանը:

Եթե գույզը «քանդվի», ապա առաջացած էլեկտրոններն այլևս չեն ունենա հավասար և հակադրված իմպուլսներ, ուստի այլևս չեն կարող մասնակցել մեծ թվով ցրումներին, որոնց մասնակցում է կուպերյան գույզը, որի արդյունքում այդ ցրումներով (փոխազդեցությամբ) պայմանավորված

պոտենցիալ էներգիան գործնականորեն կդառնա զրո: Անիմաստ է խոսել զույգում առանձին էլեկտրոնների իմպուլսների մասին  $\Phi(r)$  ֆունկցիայով որոշվող վիճակում (սեւ (7.7) բանաձևը): Ընդհակառակը, զույգը բանդվելուց հետո կարելի է էլեկտրոնին վերագրել որոշակի իմպուլս, քանի որ այն գործնականորեն ազատ մասնիկ է:

Համաձայն ԲԿՇ տեսության, կուպերյան զույգը քանդելու և  $p$  և  $p'$  իմպուլսներով (կամ  $\varepsilon_p$  և  $\varepsilon_{p'}$  էներգիաներով) էլեկտրոններ ստանալու համար պահանջվող էներգիան՝

$$E = E_p + E_{p'} = \left[ (\varepsilon_p - \varepsilon_F)^2 + \Delta^2 \right]^{1/2} + \left[ (\varepsilon_{p'} - \varepsilon_F)^2 + \Delta^2 \right]^{1/2}, \quad (8.6)$$

որտեղ  $\Delta$  մեծությունը էներգիական ճեղքի կիսալայնությունն է: (8.6) արտահայտության համաձայն, կուպերյան զույգը քանդելու համար անհրաժեշտ ամենավոքոր էներգիան հավասար է  $2\Delta$  և համապատասխանում է  $\varepsilon_p = \varepsilon_{p'} = \varepsilon_F$  արժեքներին:

Նորմալ մետաղում էլեկտրոնը  $|p| < p_F$  զբաղեցված վիճակից  $|p'| > p_F$  ազատ վիճակ տանելու համար անհրաժեշտ էներգիան՝

$$E_n = E_{p,n} + E_{p',n} = |\varepsilon_F - \varepsilon_p| + |\varepsilon_{p'} - \varepsilon_F|, \quad (8.7)$$

որը ձգաում է զրոյի, երբ  $|p|$  և  $|p'|$  մեծությունները ձգաում են Ֆերմիի սահմանային  $p_F$  իմպուլսին: Այսպիսով, նորմալ մետաղի էլեկտրոնային սպեկտրում ճեղք չկա՝ (8.7) մեծությունը կարող է ընդունել ցանկացած արժեք, սկսած զրոյից:

Գերհաղորդչի էլեկտրոնային համակարգի էներգիական սպեկտրում ճեղքի գոյությունը պայմանավորված է երկու պատճառով: Նախ, կուպերյան զույգի տրոհումը էլեկտրոնների բերում է նրանց կասյի էներգիայի վերացման, այսինքն՝ զույգը քանդելու համար անհրաժեշտ է ծախսել որոշակի էներգիա՝ այնպես, ինչպես մոլեկուլը ատոմների տրոհելիս: Երկրորդ՝ եթե  $p \uparrow$  վիճակը զբաղեցված է էլեկտրոնի կողմից, իսկ  $-p \downarrow$  վիճակն ազատ է, ապա մնացած (չտրոհված) կուպերյան զույգերն այլևս չեն կարող անցնել ( $p \uparrow; -p \downarrow$ ) վիճակի, ուստի ցրումների թիվը, որոնց կարող են մասնակցել զույգերը, կփոքրանա: Որպես հետևանք՝ կփոքրանա նրանց

կապի էներգիան և նրանց (բացասական) ներդրումը համակարգի լիով էներգիայի մեջ, և գերհաղորդչի լիով էներգիան կմեծանա:

Էներգիական ճեղքի մեծությունը ջերմաստիճանի բարձրացմանը զուգընթաց փոքրանում է: Իրոք, եթե գերհաղորդչի ջերմաստիճանն այնպիսին է, որ  $k_B T \sim 2\Delta$ , ապա բազմաթիվ կուպերյան զույգեր կենթարկվեն ջերմային տրոհման, և « $p$ » սուրածության շատ վիճակներ զբաղեցված կլինեն Լեկստրոններով: Լրացված վիճակներում զանվող Լեկտրոնները, ինչպես նշվեց, չեն կարող մասնակցել զույգերի միջև փոխադարձ անցումներին և, հետևաբար՝ գերհաղորդչի լիով էներգիայի նվազեցմանը:

ԲԿՇ տեսության մեջ էներգիական ճեղքի ջերմաստիճանային կախման համար ստացված կորը պատկերված է նկ. X.32-ում:  $T \leq T_c$  սիրություն  $\Delta(T)$  կախումն արտահայտվում է

$$\Delta(T) \sim (T_c - T)^{1/2} \quad (8.8)$$

բանաձևով, որի համաձայն  $\Delta(T_c) = 0$ , այսինքն՝  $T = T_c$  ջերմաստիճանում գերհաղորդչին անցնում է նորմալ վիճակի:

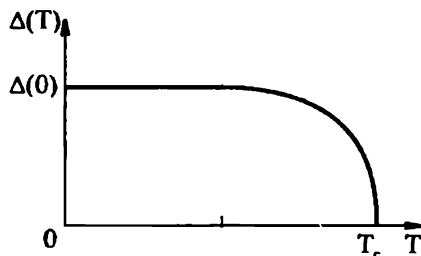
Էներգիական ճեղքի համար ԲԿՇ տեսության հայտնի հավասարումից  $\Delta(T_c) = 0$  դեպքում ստացվում է արտահայտություն կրիտիկական ջերմաստիճանի համար՝

$$k_B T_c \cong 1,14 \hbar \omega_D \exp \left[ -\frac{1}{N(\epsilon_F) V_0} \right]: \quad (8.9)$$

$T = 0\text{K}$  ջերմաստիճանում էներգիական ճեղքը՝

$$E_g(0) \equiv 2\Delta(0) \approx 4 \hbar \omega_D \exp \left[ -\frac{1}{N(\epsilon_F) V_0} \right]: \quad (8.10)$$

(8.9) և (8.10) բանաձևերից հետևում է էներգիական ճեղքի և կրիտիկական ջերմաստիճանի միջև կապը՝

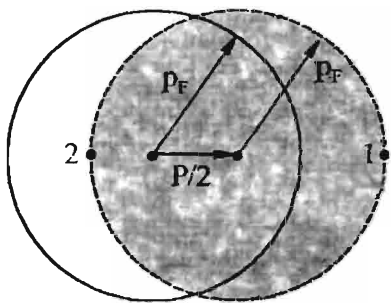


Նկ. X.32

$$\frac{2\Delta(0)}{k_B T_c} \cong 3,52, \quad (8.11)$$

ինչը լավագույնս համընկնում է տարրեր փորձերում ստացվող քանակական տվյալների հետ:

(8.9) բանաձևից անմիջականորեն հետևում է իզոտոպական երևույթի բացատրությունը: Իրոք, բանաձևում առկա էքսպոնենցիալ արտադրիչը կախված չէ իոնի զանգվածից, իսկ Դեբայի հաճախությունը՝  $\omega_D \sim M^{-1/2}$ :



Նկ. X.33

Այժմ ցույց տանք, որ էներգիական ճեղքի գոյության փաստից հետևում է գերհաղորդչի հիմնական հատկությունը՝ նրանում չմարդդ հոսանքի գոյությունը:

Եթե գերհաղորդչում ծագել է հոսանք, ապա բոլոր զույգերն ունեն միևնույն  $P$  իմպուլսը: Այս դեպքում զույգի ալիքային ֆունկցիան ձևավորող վիճակ-

ները կունենան  $(p + P/2) \uparrow, (-p + P/2) \downarrow$  իմպուլսներ, հետևաբար՝ իմպուլսային տարածության մեջ ֆերմի-գնդաձևը կսեղաշարժվի  $P/2$  մեծության չափով (նկ. X.33): Դիցուք՝ հոսանքն ուղղված է  $x$  առանցքով, այսինքն՝  $P = (P, 0, 0)$ : Դիտարկենք  $(p_F \pm P/2, 0, 0)$  իմպուլսներով էլեկտրոններից կազմված կուպերյան զույգը: Առավելագույն  $(p_F + P/2)^2/2m$  կինետիկ էներգիա ունեցող (1) էլեկտրոնին էներգիապես ձեռնաստու է անցնել (2) էլեկտրոնի մոտ՝  $(p_F - P/2)^2/2m$  իմպուլսով ազատ վիճակի, որի արդյունքում համակարգի էներգիան կնվազի

$$\frac{1}{2m} \left( p_F + \frac{P}{2} \right)^2 - \frac{1}{2m} \left( p_F - \frac{P}{2} \right)^2 = \frac{1}{m} p_F P \quad (8.12)$$

մեծության չափով: Բայց այս դեպքում զույգը կքանդվի, որի արդյունքում համակարգի էներգիան կմեծանա  $2\Delta$ -ով:

Եթե  $P$ -ն բավականաչափ փոքր է, ապա էներգիայի (8.12) շահումը չի կարող ծածկել  $2\Delta$  կորուստը, այսինքն՝ զույգի քանդվելը էներգիապես

նսպատակահարմար չէ:

$P \neq 0$  իմպուլսով վիճակը, լինելով մետաստաբիլ, այսինքն՝ ավելի քիչ կայուն, քան  $P = 0$  վիճակը, այնուամենայնիվ կարող է գոյատևել անվերջ երկար ժամանակ: Այս վիճակը կսկսի քանդվել, երբ գոյգի տրոհումը դառնա էներգիապես նսպատակահարմար, այսինքն՝ երե

$$P > P_c = \frac{2m\Delta}{p_F} : \quad (8.13)$$

Երե համեմատենք (8.1), (8.2) և (8.13) բանաձևերը, ապա ակնհայտ կդառնա, որ  $P_c$  կրիտիկական իմպուլսը համընկնում է  $p_F$  շառավղով ֆերմի-մակերևույթի շուրջ  $2\Delta p$  շերտի լայնության հետ, որին սլատկանոդ իմպուլսներով էլեկտրոնները միայն կարող են կազմել կուպերյան գոյգեր:

$P_c$  իմպուլսին համասպասասխանում է  $j_c$  կրիտիկական հոսանք՝

$$j_c = \frac{n_s}{2} \cdot 2e \cdot v_c = n_s e \frac{P_c}{2m} = \frac{n_s e \Delta}{p_F} = \frac{n_s e \Delta}{\hbar k_F} : \quad (8.14)$$

Գնահատենք  $j_c$  հոսանքը: Երե ընդունենք, որ  $T = 0\text{K}$ -ում  $n_s \sim 10^{22}\text{սմ}^{-3}$ ,  $\Delta \sim 1\text{K} \sim 10^{-16}\text{էրգ}$ ,  $k_F \sim 10^8\text{սմ}^{-1}$ , ապա կստանանք, որ  $j_c \sim 10^6\text{Ա/սմ}^2$ :

Երե  $T \neq 0\text{K}$ , ապա որոշ կուպերյան գոյգեր, անգամ  $j_c$ -ից փոքր հոսանքների դեպքում, տրոհվում են էլեկտրոնների, որոնք իրենց սլախում են «նորմալ» մասնիկների մեծան՝ կարող են գրգռվել, ցրվել, և երե նրանք մասնակցում են հոսանքին, ապա առաջանում է դիմադրություն:

## §9. Ջոզեֆսոնի երևույթները

Գերհաղորդչում չմարդող հոսանքի գոյությունը պայմանավորված է կուպերյան գոյգերի շարժումով:  $2m$  զանգվածով և  $2e$  լիցքով գոյգի արագությունը որոշվում է «կապված» էլեկտրոնների զանգվածների կենտրոնի արագությամբ: Ինչպես և սովորական մասնիկներին, կուպերյան գոյգին ևս կարելի է վերագրել ալիք, որը ներկայացվում է

$$\Phi_0 = \Phi(\mathbf{r}) \exp \left[ \frac{i}{\hbar} \mathbf{p} \mathbf{r} \right] \equiv \Phi(\mathbf{r}) \Psi_p(\mathbf{r}) \quad (9.1)$$

արտահայտությամբ, որսեղ  $P$ -ն զույգի լրիվ իմպուլսն է,  $R$ -ը՝ զանգվածների կենտրոնի կոորդինատը: Էքսպոնենցիալ տրտադրիչը նկարագրում է զույգի՝ որպես ամբողջության, շարժումը և համապատասխանում է վազող ալիքի: Բոլոր կուպերյան զույգերը բնութագրվում են միևնույն  $P$  իմպուլսով, ուրեմն՝ և ալիքի նույն երկարությամբ՝  $\lambda = h/P$ , ուստի  $\Psi_p(R)$  հարթ ալիքը պահպանում է վուլի կոհերենսությունը ցանկացած չափով մեծ հեռավորությունների վրա: Իբրեք, քսնի որ  $\Delta P = 0$ , ապա, ըստ անորոշությունների առնչության,  $\Delta x \sim h/|\Delta P| \sim \infty$ :

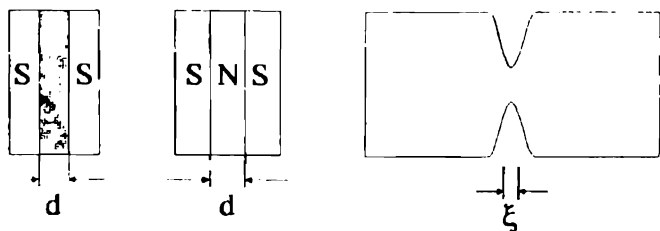
Ի տարբերություն գերհաղորդչի, նորմալ մետաղում հաղորդականության էլեկտրոնները ցրման հետևանքով զգալիորեն փոփոխվում են իմպուլսները: Նրև իմպուլսի՝ ցրման հետևանքով փոփոխությունը՝  $|\Delta P| \sim p_F$ , ապա կոհերենսության երկարության համար կստանանք՝  $\Delta x \sim h/p_F \sim k_F^{-1} \approx 10^{-8}$  սմ, այսինքն՝ էլեկտրոնային ալիքները կոհերենս են շատ փոքր՝ ցանցի հաստատունի կարգի հեռավորությունների վրա:

Գերհաղորդչներում կուպերյան զույգերի կոհերենսության ցայտում դրսևորման ապացույցներից են 1962թ. Բ.Ջոզեֆսոնի կողմից հայտնագործված Լրևույթները:

Ջոզեֆսոնի առաջին երևույթը կայանում է նրանում, որ թունելային անցում ունեցող համակարգում հնարավոր է գերհաղորդչի հոսանքի գոյություն  $U = 0$  պոտենցիալների տարբերության դեպքում:

Երկրորդ երևույթը կայանում է նրանում, որ երբ գերհաղորդչի հոսանքը զերգանցում է որոշակի (կրիտիկական) արժեք, թունելային անցումը դադանում է բարձր հաճախությամբ էլեկտրամագնիսական ալիքների առաքման աղբյուր:

Հետագայում պարզվեց, որ Ջոզեֆսոնի երևույթները բնորոշ են ոչ միայն թունելային անցումների, այլ այսպես կոչված թույլ կապի բոլոր տեսակների համար, այսինքն՝ գերհաղորդչի շղթայի այն տեղամասերի համար, որոնցում կրիտիկական հոսանքն էապես փոքրացված է, իսկ տեղամասի չափը կոհերենսության երկարության կարգի է: Նկ. X.34-ում պատկերված են թույլ կապի իրականացման մի քանի տարբերակներ ( $s$ - գերհաղորդչի թաղանթ,  $i$ -մեկուսիչ շերտ,  $\xi$ -կոհերենսության երկարություն):



Նկ. X.34

Իրարից բարակ, մեկուսիչ շերտով բաժանված երկու գերհաղորդիչներից կազմված համակարգը իրեն պահում է որպես մեկ՝ միասնական գերհաղորդիչ: Այսպիսի թույլ կապով համակարգերում դիտվող գերհաղորդականությանը ընդունված է անվանել «թույլ գերհաղորդականություն», քանի որ համակարգի կրիտիկական պարամետրերը, օրինակ՝ կրիտիկական հոսանքը, զգալիորեն փոքր են սովորական գերհաղորդիչ համակարգերի համապատասխան պարամետրերից:

Թույլ գերհաղորդականությամբ համակարգերում դիտվող երևույթների հիմքում ընկած են գերհաղորդիչ վիճակի քվանտային հատկությունները, մասնավորապես այն հանգամանքը, որ բոլոր կուպերյան զույգերը գտնվում են նույն քվանտային վիճակում և նկարագրվում են նույն ալիքային ֆունկցիայով, այնպես որ նրանց վարքը փոխհամաձայնեցված է, նրանք կոհերենա են:

Եթե ունենք միևնույն գերհաղորդիչի՝ իրարից մեկուսացված, նույն ցերմաստիճանով երկու կտոր, ապա նրանց ալիքային ֆունկցիաների մոդուլները պետք է համընկնեն, իսկ փուլերը կարող են լինել կամայական: Ստեղծենք կտորների միջև թույլ կապ, այսինքն՝ այնպիսի միացում, որն էապես չազդի կտորների վրա, այլ խաղա զրգաման դեր: Կապի առկայությամբ առաջանում է միասնական համակարգ՝ մեկ ալիքային ֆունկցիայով, որը կարելի է դիտել որպես երկու կտորների ալիքային ֆունկցիաների վերադրման հետևանքով առաջացող ինտերֆերենցիայի արդյունք: Այսինքն՝ կապի հետևանքով տեղի է ունենում ալիքային ֆունկցիաների փուլերի փոխհամաձայնեցում, որն ընդունված է անվանել փուլային կոհերենություն:

Ուսումնասիրենք Ջոզևֆսոնի երևույթները երկմակարդակ համակարգի պարզ մոդելի օգնությամբ:

Նշանակենք  $\Psi_1$ -ով և  $\Psi_2$ -ով 1 և 2 համակարգերի ալիքային ֆունկցիաները: Եթե նրանք մեկուսացված են, ապա ալիքային ֆունկցիաների փոփոխությունը ժամանակի ընթացքում տրվում է Շրեդինգերի հավասարումով՝

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} = E_1 \Psi_1, \quad i\hbar \frac{\partial \Psi_2}{\partial t} = E_2 \Psi_2, \quad (9.2)$$

որտեղ  $E_1$ -ը և  $E_2$ -ը 1 և 2 համակարգերի հիմնական վիճակների էներգիաներն են: Եթե համակարգերը կապվեն բոլոր կապով, ապա  $\Psi_1$ -ի փոփոխությունը կազդի  $\Psi_2$ -ի վրա և հակառակը: Կապի առկայությամբ  $\Psi_1$  և  $\Psi_2$  ֆունկցիաները կործանվեն հետևյալ հավասարումների համակարգից՝

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} = E_1 \Psi_1 + K \Psi_2, \quad (9.3)$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_2}{\partial t} = E_2 \Psi_2 + K \Psi_1: \quad (9.4)$$

Ֆիզիկորեն կապը 1 և 2 գերհաղորդիչների միջև նշանակում է թունելային եղանակով կուպերյան զույգեր փոխանակելու հնարավորություն, որի իմտենսիվությունը որոշվում է  $K$  հաստատունով:

Երկու թույլ կապված գերհաղորդիչների առանձնահատկությունն այլ երկու վիճակներ ունեցող համակարգի, օրինակ՝  $H_2^+$  մոլեկուլի խոնի, համեմատությամբ այն է, որ  $\Psi_1$  և  $\Psi_2$  ֆունկցիաները նկարագրում են մակրոսկոպական լրացման թվերով վիճակներ: Այս դեպքում ալիքային ֆունկցիայի ամպլիտուդի քառակուսին կարելի է դիտել որպես կուպերյան զույգերի խտություն և գրել, որ

$$\Psi_1 = \sqrt{n_1} \exp(i\varphi_1), \quad \Psi_2 = \sqrt{n_2} \exp(i\varphi_2) \quad (9.5)$$

որտեղ  $n_1$ -ը և  $n_2$ -ը կուպերյան զույգերի խտություններն են 1 և 2 գերհաղորդիչներում, իսկ  $\varphi_1$  և  $\varphi_2$ -ը՝ փուլերը: Տեղադրելով (9.5) արտահայտությունները (9.3) և (9.4) հավասարումներում և առանձնացնելով ստացված հավասարումների իրական և կեղծ մասերը, կստանանք՝

$$\frac{dn_1}{dt} = \frac{2K}{\hbar} \sqrt{n_1 n_2} \sin(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (9.6)$$

$$\frac{dn_2}{dt} = \frac{2K}{\hbar} \sqrt{n_1 n_2} \sin(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (9.7)$$

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = -\frac{1}{\hbar} \left[ E_1 + K \sqrt{\frac{n_2}{n_1}} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \right], \quad (9.8)$$

$$\frac{d\varphi_2}{dt} = -\frac{1}{\hbar} \left[ E_2 + K \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \right]: \quad (9.9)$$

Ինչպես հետևում է (9.6) և (9.7) հավասարումներից,  $\dot{n}_1 = -\dot{n}_2$ : Եթե 1 և 2 համակարգերը նույն գերհաղորդիչներից են, ապա  $n_1 = n_2$  և

$$\frac{dn_1}{dt} = \frac{2K}{\hbar} n_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) = -\frac{dn_2}{dt}: \quad (9.10)$$

Չույգերի խտության փոփոխությունը 1 գերհաղորդչում բազմապատկելով նրա  $V$  ծավալով և զույգի  $2e$  լիցքով, կստանանք 1-ից 2 գերհաղորդիչ թույլ կապով անցնող հոսանքի արտահայտությունը՝

$$I_s = 2e \cdot V \cdot \frac{dn_1}{dt} = \frac{2e \cdot V \cdot 2Kn_1}{\hbar} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \equiv I_{s\max} \sin(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (9.11)$$

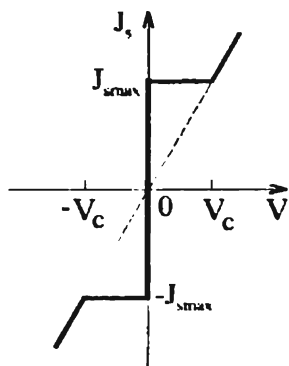
որտեղ առավելագույն (կամ ջոզեֆսոնյան) հոսանքը՝

$$I_{s\max} = \frac{4eVKn_1}{\hbar}: \quad (9.12)$$

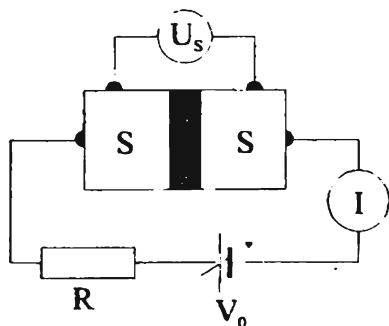
Համաձայն այս բանաձևի, ջոզեֆսոնյան հոսանքը կախված է ինչպես գերհաղորդչի, այնպես էլ մեկուսիչ շերտի բնութագրերից (արգելքի լայնությունից և բարձրությունից):

Այսպիսով, արտաքին լարման բացակայությամբ թույլ կապով կառուցված հոսելի հաստատուն հոսանք, որն արժեքներ է ընդունում  $I_{s\max}$  և  $-I_{s\max}$  տիրույթում, կախված փուլերի  $\varphi_2 - \varphi_1$  տարբերությունից (Ջոզեֆսոնի ստացիոնար երևույթ): Նկ. X.35-ում պատկերված է թույլ կապի վառարանային բնութագիրը (սկզբնակետով անցնող և մասամբ կետագծված օղիղը համապատասխանում է Օհմի օրենքին):

Հարկ է նշել, որ 1 և 2 գերհաղորդիչները կապված են հոսանքի աղբյուրի հետ, որն ապահովում է նրանցում  $n_1 = \text{const}$ ,  $n_2 = \text{const}$  պայմանների իրականացումը (նկ. X.36):



Նկ. X.35



Նկ. X.36

Այժմ ուսումնասիրենք Ջոզեֆսոնի ոչ ստացիոնար երևույթը: (9.8) և (9.9) հավասարումներից  $n_1 = n_2$  դեպքում կստանանք՝

$$\frac{d}{dt}(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{1}{\hbar}(E_1 - E_2): \quad (9.13)$$

Եթե  $E_1 = E_2$ , ապա  $\varphi_2 - \varphi_1 = \text{const}$  ըստ ժամանակի: Սակայն եթե գերհաղորդիչների միջև կիրառված է պոտենցիալների  $U$  տարբերություն, ապա

$$E_1 - E_2 = 2eU: \quad (9.14)$$

(9.13) բանաձևի համաձայն, փուլերի  $\varphi_2 - \varphi_1$  տարբերությունը ժամանակից կախված փոխվում է

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2eU}{\hbar}t + \Delta\varphi_0 \quad (9.15)$$

զժային օրենքով, որտեղ  $\Delta\varphi_0$ -ն փուլերի տարբերությունն է  $t = 0$  պահին:

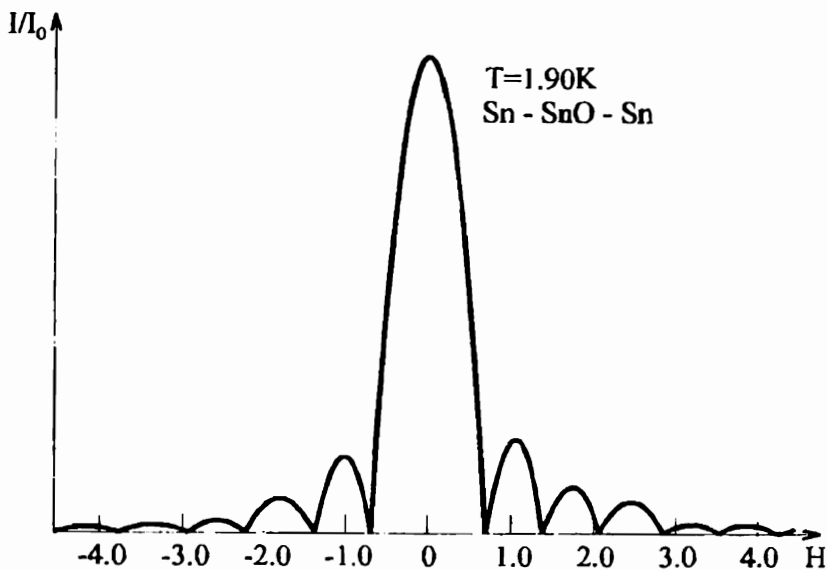
Տեղադրելով (9.15) բանաձևը Ջոզեֆսոնյան հոսանքի (9.11) արտահայտության մեջ, կստանանք՝

$$I_s = I_{s\max} \sin\left(\frac{2eU}{\hbar}t + \Delta\varphi_0\right), \quad (9.16)$$

այսինքն՝ անցումով հոսում է

$$\omega = \frac{2eU}{\hbar} \quad (9.17)$$

հաճախությամբ վտփոխական հոսանք (Ջոզեֆսոնի ոչ ստացիոնար երևույթ): Համաձայն (9.17) բանաձևի, երբ կուպերյան զույգն անցնում է թույլ կապով, առաքվում կամ կլանվում է  $\hbar\omega = 2eU$  էներգիայով քվանտ:



Նկ. X.37

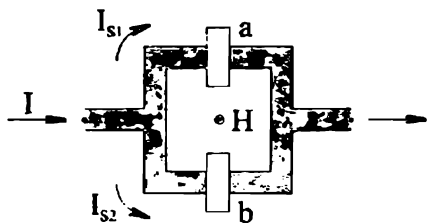
Ջրոյից տարբեր գերհաղորդիչ հոսանքը կարող է սլայմանաւորված լինել ոչ միայն վտուրի տարբերությամբ ((9.11) բանաձև), այլ նաև մագնիսական դաշտի վեկտորական պոտենցիալով: Ըստ հաշվարկների, մագնիսական դաշտում գտնվող թույլ կապով անցնող թունելային հոսանքը, երբ մագնիսական դաշտը գտնվում է թույլ կապի հարթության մեջ, տրվում է

$$I = I_0 \frac{|\sin(\pi\Phi/\Phi_0)|}{\pi\Phi/\Phi_0}, \quad (9.18)$$

բանաձևով, որտեղ  $\Phi$ -ն լրիվ մագնիսական հոսքն է թույլ կապի տիրույթում,  $\Phi_0 = \hbar c/2e$ -ն հոսքի քվանտն է, իսկ  $I_0$  մեծությունը կախված է ջերմաստիճանից և թույլ կապի բնութագրերից, բայց ոչ մագնիսական դաշտի լարվածությունից: Նկ. X.37-ում պատկերված է թունելային հոսանքի կախումը մագնիսական դաշտի լարվածությունից Sn-SnO-Sn ելակում (կոնտակ-

տում): Երբ  $\Phi = n\Phi_0$ , որտեղ  $n$  -ն ամբողջ թիվ է,  $I = 0$ :

Այժմ քննարկենք այն դեպքը, երբ շղթայում գոյափոխման միացված է երկու թույլ կապ (նկ. X.38):



Նկ. X.38

Ենթադրենք, որ 1 և 2 կետերի միջև փուլերի տարբերությունը  $\alpha$  անցումով  $\varphi_a$  է, իսկ  $b$  անցումով՝  $\varphi_b$ : Մագնիսական դաշտի բացակայությամբ  $\varphi_a = \varphi_b$ : Եթե մագնիսական դաշտը զրոյից տարբեր է և գտնվում է թունելային կոնտակտների հարթության

մեջ, ապա շղթայի մակերևույթի վրա  $\Phi$  մագնիսական հոսքը պայմանավորում է  $a$  և  $b$  կետերի միջև փուլերի տարբերությունը, որը տրվում է

$$\varphi_b - \varphi_a = \frac{2e}{\hbar c} \Phi \quad (9.19)$$

արտահայտությամբ: Համաձայն (9.11) բանաձևի՝

$$I_{s1} = I_{s\max} \cdot \sin \varphi_a, \quad I_{s2} = I_{s\max} \cdot \sin \varphi_b, \quad (9.20)$$

ուստի լրիվ հոսանքի համար կստանանք՝

$$\begin{aligned} I &= I_{s\max} (\sin \varphi_a + \sin \varphi_b) = I_{s\max} \cdot 2 \sin \frac{\varphi_a + \varphi_b}{2} \cos \frac{\varphi_a - \varphi_b}{2} = \\ &= 2I_{s\max} \cdot \cos \left( \frac{e}{\hbar c} \Phi \right) \sin \left( \varphi_b + \frac{e}{\hbar c} \Phi \right): \end{aligned} \quad (9.21)$$

Նկատի ունենալով մագնիսական հոսքի քվանտի (6.7) արտահայտությունը, (9.21) բանաձևը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$I = 2I_{s\max} \cdot \cos \left( \pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \sin \left( \varphi_b + \pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right): \quad (9.22)$$

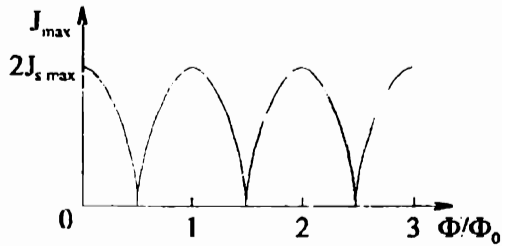
Ստացված բանաձևից հետևում է, որ գոյափոխման միացված տեղամասով

$$I_{\max} \equiv 2I_{s\max} \cdot \cos \left( \pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \quad (9.23)$$

լրիվ առավելագույն հոսանքը՝ կախված տեղամասի վրա մագնիսական հոսքի (դաշտի լարվածության) մեծությունից, փոփոխվում է պարբերա-

բար, ընդունելով առավելագույն արժեք՝  $2I_{s\max}$ , երբ  $\Phi = n\Phi_0$  և դառնալով 0, երբ  $\Phi = (n + \frac{1}{2})\Phi_0$ , որտեղ  $n = 0, 1, 2, \dots$  (նկ. X.39):

Երկու բույլ կապերից (ջոզեֆսոնյան տարրերից) կազմված սեղամասր գերզգայուն չափիչ սարքի՝ քվանտային ինտերֆերոմետրի (SQUID - գերհաղորդիչ քվանտային ինտերֆերոմետրական սարքի) եփմնական մասն է: Նրա միջոցով կարելի է չափել ցանկացած մեծություն, որի փոփոխությունը կարելի է փոխակերպել մագնիսական խափում փոփոխության: Սարքի զգայունության սահմանափակումը սլայմանափոքված է միայն ջերմային աղմուկով և, ըստ տեսական գնահատումների, կարող է լինել  $10^{-5} \Phi_0 \sim 10^{-12}$  Գս-սմ<sup>2</sup> կարգի: Այսպես, եթե ինտերֆերոմետրի (գուրահեստ միացված տեղամասի) մակերեսը 1 սմ<sup>2</sup> կարգի է, ապա նրա միջոցով կարելի է չափել մինչև  $10^{-10} \div 10^{-11}$  Գս կարգի մագնիսական դաշտեր: Համեմատության համար նշենք, որ երկրագնդի մագնիսական դաշտի լարվածությունը մոտ 0,5 Գս է:



Նկ. X.39

# §10. Գաղափար բարձրջերմաստիճանային գերհաղորդականության մասին

1986թ. շվեյցարացի գիտնականներ Ի.Գ.Բեդնորցը և Կ.Ա.Մյուլերը հայտնաբերեցին գերհաղորդականության երևույթը այսպես կոչված մետաղ-օքսիդային խեցեղեններում (կերամիականում)՝  $\text{Ba-La-Cu-O}$  համակարգերում, որոնց կրիտիկական ջերմաստիճանը՝  $T_c \approx 30 \div 35 \text{ K}$  և զգալիորեն գերազանցում էր մինչ այդ հայտնի ամենաբարձր կրիտիկական ջերմաստիճանը՝  $T_c = 23,2 \text{ K}$ , որը դիտվել է  $\text{Nb}_3\text{Ge}$  միացությունում:

Կառուցվածքային հետազոտությունները ցույց տվեցին, որ այդ խեցեղենը մի քանի ֆազերի խառնուրդ է, որոնցից գերհաղորդիչ է  $\text{La}_2\text{-Ba}_x\text{CuO}_4$

քիմիական բանաձևով նկարագրվող ֆազը: Սառոնցխումային խեցեղենի համար գերհաղորդիչ է  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$  ֆազը, ընդ որում  $\text{La}_{1.8}\text{Sr}_{0.2}\text{CuO}_4$  միացությունում դիսպում է խիստ նեղ գերհաղորդիչ անցում  $T_c = 36\text{K}$  ջերմաստիճանում:

Շատ շուտով պարզ դարձավ, որ Ի.Գ.Բեդնորցի և Կ.Լ.Մյուլերի կողմից հայտնագործվել է պինդ մարմնի ֆիզիկայի մի նոր ուղղություն՝ օքսիդային բարձրջերմաստիճանային գերհաղորդականությունը (բջղի): Այս հայտնագործությունը կարևորվում է նաև այն սոսաունկյունից, որ ցույց արվեց որոշ սոսական զնահատումներից բխող առավելագույն կրիտիկական ջերմաստիճանի վերին՝  $T_c \sim 30\text{K}$  սահմանի բացակայությունը:

Մի բանի ամիս անց, 1987թ. գարնանը սինթեզվեց այսպես կոչված «1-2-3» համակարգը՝  $\text{ABa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ , որտեղ A-ն մետաղ է, որը կարող է լինել խորիում (Y) կամ լանթանի ընտանիքի որևէ ներկայացուցիչ, օրինակ Gd, Ho, Pr, Lu: Այս համակարգի կրիտիկական ջերմաստիճանն ընկած է 90-95K տիրույթում, այսինքն՝ գերազանցում է «ազոսային արգելք»  $T_N \approx 77\text{K}$ ՝ ազոտի հեղուկացման ջերմաստիճանը<sup>\*)</sup>: Մասնավորապես,  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  միացության համար  $T_c \approx 92\text{K}$ : Արդեն 1987թ. տարեվերջին սինթեզվեցին բիսմութային խեցեղենները՝  $\text{Bi}_2(\text{SrCa})_2\text{CuO}_{10}$  ( $T_c \approx 105\text{K}$ ) և կալիումային խեցեղենները՝  $\text{Tl}_2\text{BaCa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$   $T_c \approx 125\text{K}$  սևկորդային կրիտիկական ջերմաստիճանով:

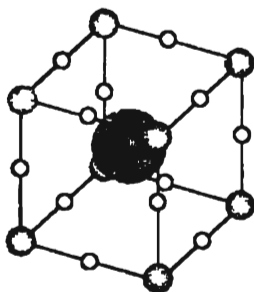
Այսպիսով, եթե 75 տարվա ընթացքում (1911-1986թթ.) կրիտիկական ջերմաստիճանն աճել էր ընդամենը 19K -ով 4.2K-ից (սնդիկ) մինչև 23.2K ( $\text{Nb}_3\text{Ge}$ ), այսինքն՝ մոտ 0,3K՝ մեկ տարում, ապա բջղի-երի մոտ այն մեկ տարվա ընթացքում 35K-ից հասավ 125K-ի:

Ուսումնասիրությունները ցույց են տալիս, որ բոլոր բջղի-երը, անկախ նրանցում առկա արատներից, պասկանում են պերովսկիտների բյուրեղագրական ընտանիքին և ներկայացնում են խեցեղեններ՝ մետաղական և ոչ մետաղական տարրերից (սովորաբար՝ թթվածնից) կազմված պինդ նյութեր:

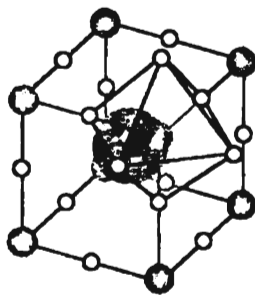
---

<sup>\*)</sup> Այժմ «ճախրաղ» մագնիսի միջոցով Մայաների երևույթը կարելի է ցուցադրել առանց բարդ փորձարարական ապրավորումների, որպես սառեցնող հեղուկ հեղիամի փսխսրեն օգահաղործելով կեղուկ ազոտ:

Պերովսկիաների իդիսկական կառուցվածքը խորանարդային  $I'$  և նկարագրվում է  $ABX_3$  բանաձևով: Յուրաքանչյուր խորանարդ կազմված է երեք տարրեր քիմիական տարրերից ( $A$ ,  $B$ ,  $X$ ), վերցված համապատասխանաբար  $1:1:3$  հարաբերությամբ:  $A$  և  $B$  տարրերը մետաղական կատիոններ են,  $X$ -ը՝ ոչ մետաղական անիոն:  $A$  տարրը՝ երկու մետաղական տարրերից ավելի խոշորը, գտնվում է խորանարդի կենտրոնում,  $B$ -ն՝ խորանարդի գագաթներում, իսկ  $X$  անիոնները զբաղեցնում են խորանարդի 12 կողերի կենտրոնները (նկ. X.40, ա):



ա



բ

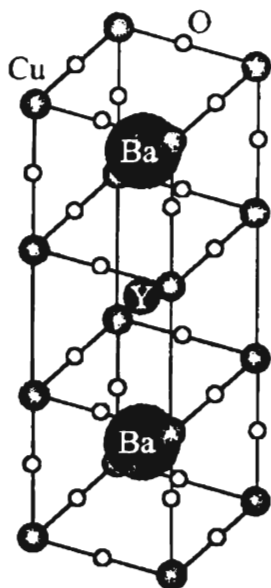
Նկ. X.40

Երբեմն խորանարդային մոդելի փոխարեն օգտագործվում է բազմանիստի (պոլիէդրի) մոդելը (նկ. X.40, բ): Վեց  $X$  անիոնները, որոնք շրջապատում են յուրաքանչյուր  $B$  կատիոն, կազմում են ութանիստի 6 գագաթները: Այս մոդելում հիմնական կառուցվածքային տարրը բջշում դառնում է ութ ութանիստերից կազմված խումբը, որի անդամները կապված են գագաթներով և դասավորված են  $A$  կատիոնի շուրջը:

Բջջի պերովսկիաներն ի հայտ են բերում ամենաբազմազան էլեկտրական հատկություններ, պայմանավորված կառուցվածքային փոփոխություններով և բյուրեղական կառուցվածքի արատներով: Որպես կանոն, դրանք մի քանի ֆազերի խառնուրդ են: Մասնավորապես, լավ ուսումնասիրված  $Y-Ba-Cu-O$  միացությունը երկու հիմնական ֆազերի խառնուրդ է, որոնցից մեկը, որը կազմում է խառնուրդի մոտ  $2/3$ -ը, բաղկացած է փոքր, հարթեցված եզրերով հասիկներից և պարունակում է  $Y$ ,  $Ba$  և  $Cu$  համապատասխանաբար  $2:1:1$  հարաբերությամբ և ունի կանաչավուն գույն: Մյուս

Ֆազը, որը սև գույնի է և բաղկացած է անքափանցիկ, կանոնավոր ձև ունեցող հատիկներից, պարունակում է Y, Ba և Cu՝ 1:2:3 հարաբերությամբ: Այս ֆազը «1-2-3» միացությունն է, որն օժտված է գերհաղորդականությամբ, և որի սարքական բջջի կառուցվածքը պատկերված է նկ. X.41-ում:

Տարրական բջիջը բաղկացած է երեք խորանարդից: Պղինձը (Cu) զրադեցնում է B-դիրքերը, բարիումը (Ba)՝ A-դիրք, իսկ յարիումը (Y)՝ A-դիրք



Նկ. X. 41

կենտրոնական խորանարդում: «1-2-3» միացության երկու հիմնական  $YBa_2Cu_3O_7$  և  $YBa_2Cu_3O_6$  ձևերում էլ յարիում պարունակող կենտրոնական խորանարդի ուղղածիզ չորս կողերի վրա քվածնի ատոմներ չկան: Ինչպես երևում է նկ. X.41-ից,  $YBa_2Cu_3O_7$  կառուցվածքի սարքական բջջում կա երկու հարթություն, որոնք պարունակում են Cu և O ատոմներ և որոնք ուղղահայաց են C-առանցքին (նկ. X.41-ում սուվերագծված հարթությունները): Cu-O հարթություններ կան նաև բիսմուտային և քալիումային խեցեղեններում: Փորձ է արված կապ հաստատել այդ հարթությունների բլի և կրիտիկական ջերմաստիճանի միջև: Այսպես,  $La_{1.8}Sr_{0.2}CuO_4$  միացության սարքական բջջում կա մեկ Cu-O հարթություն, և  $T_c \sim 40K$ :

«1-2-3» համակարգում կա այդպիսի 2 հարթություն, և  $T_c \approx 90K (\sim 2 \times 40K)$ , իսկ քալիումային

խեցեղենում՝ 2 կամ 3 հարթություն, համապա-

տասխանաբար  $T_c \approx 100K (\sim 2 \times 40K)$  և  $T_c \approx 120K (\sim 3 \times 40K)$  կրիտիկական ջերմաստիճաններով:

Բջջի-երի համակողմանի հետազոտությունների արդյունքում պարզվել է, որ նոր տիպի գերհաղորդիչների մակրոսկոպական հատկությունները հիմնականում չեն տարբերվում լավ ուսումնասիրված «հեղիումային» գերհաղորդիչների հատկություններից: Փորձից հետևում է, որ այս նյութերում ևս մագնիսական հոսքի քվանտը  $\Phi_0 = hc/2e$ , այսինքն՝ լիցքի տեղափոխությունը կատարվում է էլեկտրոնային զույգերով:

Բջգի-երը II սեռի գերհաղորդիչներ են: Նրանց յուրահատկությունն ի հայտ է գալիս հատկապես կրիտիկական մագնիսական դաշտի չափումներում: Մասնավորապես, արտակարգ մեծ արժեքներ է ընդունում  $H_{c2}$  կրիտիկական դաշտը, որը  $T = 0\text{K}$ -ին մոտ սիթույթում կարող է գերազանցել  $10^6$  Գս արժևոր: Այդուսակ X.8-ում բերված են  $T = 0\text{K}$ -ում  $H_{c2}$  դաշտի և  $dH_{c2}/dT$  մեծության արժեքները, երբ  $T \rightarrow T_c$ , մի քանի բջգի-երի համար:

Այդուսակ X.8

| Միացություն                                              | $T_c$ . K | $-dH_c/dT$ , Գս/K,<br>երբ $T \rightarrow T_c$ | $H_{c2} \perp C$ , $10^4$ Գս, $H_{c2}$ -ի<br>առավելագույն արժեքը |
|----------------------------------------------------------|-----------|-----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| $\text{BaPb}_{0.75}\text{Bi}_{0.25}\text{O}_3$           | 12        | 50                                            | 4.5-6                                                            |
| $\text{La}_{1-x}\text{Sr}_{0.2}\text{CuO}_4$             | 38        | 145                                           | 35                                                               |
| $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$                      | 91        | 165                                           | 230                                                              |
| $\text{Ba}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_y$          | 81        |                                               | 400                                                              |
| $\text{Tl}_2\text{Ca}_2\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$ | 125       |                                               | 130                                                              |

Օքսիդային բջգի-երն օժտված են զգալի մագնիսական բյուրեղագրական անիզոտրոպությամբ: Լուսված արտաքին մագնիսական դաշտի ուղղությամբ ( $C$ -առանցքով, քե նրան ուղղահայաց)  $H_{c2}$ -ը կարող է փոփոխվել տասնյակ անգամ: Դրանով պայմանավորված անիզոտրոպություն է հանդես բերում և կոհերենտության երկարությունը: Լմենամեծ հարաբերությունը՝ մոտ 40 անգամ, դիտվում է  $\text{Ba}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_6$  միացությունում, որտեղ  $C$ -առանցքով  $\xi_{\parallel} = 1 \text{ \AA}$ , իսկ նրան ուղղահայաց ուղղությամբ՝  $\xi_{\perp} \approx 42 \text{ \AA}$ . Կոհերենտության  $\xi_{\parallel}$  երկարության փոքրությունը  $C$ -առանցքի ուղղությամբ ցանցի հաստատունից ևս մի փաստարկ է այն բանի օգտին, որ առնվազն տվյալ միացությունում գերհաղորդականությունը պայմանավորված է իրար հետ թույլ կապված  $\text{Cu-O}$  հարթությունների երկչափ էլեկտրոններով:

Բջգի-երի յուրահատկությունները պայմանավորված են նրանց կառուցվածքային առանձնահատկություններով: Խեցեղեմների պատրաստման սևխնողգիայի համաձայն, նմուշները կազմված են գերհաղորդիչ փափկներից, որոնք իրար են միանում շիկամշակման պրոցեսում ընթացող

քիմիական ռեակցիաների շնորհիվ: Հասիկների ներսի համեմատությամբ սարքեր հասիկների կցատեղերում գերհաղորդիչ հատկությունները «ճնշված» են: Դեռ, մասնավորապես, պայմանավորված է շիկանշակման պրոցեսում հասիկի ծավալում գանվող խառնուրդների՝ հասիկի մակերևույթ դուրս գալով, ինչպես նաև հասիկների սահմանների ոչ իդեալականությամբ: Այլ կերպ ասած, խեցեղեն նմուշը կարելի է դիտարկել որպես բազմաթիվ գերհաղորդիչ բյուրեղահասիկներից կազմված և միմյանց հետ քույլ չոգլեֆտոնյան անցումներով կապված մի համակարգ: Այսպիսի համակարգի մագնիսական հատկություններն ավելի բարդ են, քան համասեռ նմուշինը, քանի որ կախված են բազմաթիվ գործոններից՝ հասիկների միջև սարքեր անցումների կրիտիկական հոսանքներից, անցումներում «բռնված» մագնիսական հոսքերից և այլն:

Խեցեղեններում կրիտիկական հոսանքները մեծ չեն: Խեցեղենից պատրաստված ամենաոռակյալ լարում,  $T = 77\text{K}$ -ում,  $j_c = 4 \cdot 10^3 \text{ A/cm}^2$ : Նույն ջերմաստիճանում զգալի մեծ կրիտիկական հոսանք՝  $j_c = 10^6 \text{ A/cm}^2$ , հաջողվել է ստանալ  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  բջղի-ից պատրաստված բաղաձրում C-առանցքին ուղղահայաց ուղղությամբ:

Օքսիդային  $\text{ABa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  գերհաղորդիչների անուպասլի հատկություններից մեկն էլ կրիտիկական ջերմաստիճանի անկախությունն է այն բանից, քն  $A$  տարրը մագնիսական է, քն՝ ոչ: Ինչպես հայտնի է, «սովորական» գերհաղորդիչների մոտ մագնիսական խառնուրդների անգամ մոտ 1% կոնցենտրացիան էապես ցածրացնում է կրիտիկական ջերմաստիճանը, քանի որ մագնիսական մոմենտի և կուրյայան զույգի էլեկտրոնների վտխազդեցության հետևանքով գույգը քանդվում է: Օքսիդային գերհաղորդիչների մոտ այս երևույթը չի նկատվում: Դեռ ավելին՝ պարզվել է, որ հաղորդականության էլեկտրոնները և  $A$  տարրերի էլեկտրոնները կազմում են կարծես իրարից անկախ համակարգեր: Էլեկտրոններն անցնում են գերհաղորդիչ վիճակի, իսկ  $A$  ատոմների մագնիսական մոմենտները՝ մագնիսակարգավորված վիճակի (համապատասխան ջերմաստիճանում), որպես կանոն՝ հակաֆեռոմագնիսական: Այսպես,  $\text{GdBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  ( $T_c = 95\text{K}$ ) միացությունում գերհաղորդիչ ֆազում  $T = 2\text{K}$  ջերմաստիճանում ջերմունակությունն ունի մաքսիմում, ինչը վկայում է հակաֆեռոմագնիսական կարգավորվածության առկայության մասին (IX.7): Որակապես այս փաստը կարելի է բացատրել,

ենթադրելով, որ հադրոդականության (իսկ  $T < T_c$ -ում՝ գերհադրոդիչ) էլեկտրոնները կազմում են երկչափ համակարգ, որի վրա համեմատաբար հեռու գտնվող մագնիսական աստմները գործնականորեն չեն ազդում:

Ջերմոնակության չափումներից հետևում է բջգի-ի էներգիական սպեկտրում էներգիական ճեղքի սուչայությունը, սակայն սարքեր մեթոդներով ստացված արդյունքները զգալիորեն տարբերվում են իրարից: Այնուամենայնիվ, կարելի է համարել հաստատված, որ  $2\Delta/k_B T_c$  հարաբերությունը և լանբանային, և խորիումային գերհադրոդիչների համար գերազանցում է  $\text{FeC}$  ակտությունից հայտնի 3,52 արժեքը: Գնահատումների համաձայն,  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  միացության համար այն ընկած է 6-ի և 8-ի միջև:

Հասկանալի է, որ բջգի-երի հասկությունների բացասությունը էլեկտրոն-ֆոնոնային փոխազդեցության վրա հիմնված  $\text{FeC}$  ակտության շրջանակներում, առանց նրա էական փոփոխության, հիմնավորված չէ (բջգի-երում  $T_c$ -երը էապես բարձր են): Սակայն չի կարելի բացասել էլեկտրոն-ֆոնոնային փոխազդեցության դերը բարձր ջերմաստիճանային գերհադրոդականության երևույթում:

Զնայած ներկայումս առաջարկվել են բջգի բացասության տարբեր մեխանիզմներ (ֆոնոնային, բիպոլարոնային, էքսիտոնային և այլն), այնուամենայնիվ դեռևս ստեղծված չէ այդ երևույթի միասնական տեսությունը:

Հետազոտությունները ցույց են տալիս, որ էլեկտրամագնիսական դաշտում բջգի-երն իրենց վարքով չեն սարքերվում սովորական գերհադրոդիչներից՝ փակ օղակում հոսանքը պահպանվում է, տեղի ունի Մայսների երևույթը և այլն: Տարբերությունն այն է, որ «սովորական» գերհադրոդիչներում բոլոր հասկություններն էլ հայտնի են գալիս հելիումային ջերմաստիճաններում՝ իսկ բջգի-ներում՝ ազոտական ջերմաստիճաններում, ինչը մեծապես խթանում է բջգի-երը գործնական նպատակներով կիրառելու վտրծերը:

## ԱՐԱՏՆԵՐԸ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ

**§1. Բյուրեղական արատների դասակարգումը**

Իդեալական բյուրեղական կառուցվածքների մաքեմատիկական անսությունը (Մաս I, I) հնարավորություն է տալիս բացատրելու բյուրեղների այնպիսի հատկություններ, ինչպիսիք են խառությունը, ռազմազականությունը, ջերմունակությունը, դիէլեկտրական և մագնիսական բախանցելիությունը: Այս հատկությունները կոչվում են ծավալային կամ ոչ կառուցվածքազգայուն:

Բոլոր իրական բյուրեղները, ինչպես բնության մեջ հանդիպող, այնպես էլ արհեստականորեն ստացված, իդեալական չեն՝ նրանցում միշտ առկա են կառուցվածքային խախտումներ, որոնց բնորոշված է կոչել անկատարելություններ կամ արատներ: Բյուրեղների ծավալային հատկությունները գործնականորեն կախված չեն նրանցում առկա արատներից: Սակայն կառուցվածքային արատներն էապես ազդում են բյուրեղների մի շարք այլ հատկությունների վրա: Այսպես, բազմաթիվ բյուրեղների և, մասնավորապես, կիսահաղորդիչների էլեկտրահաղորդականությունը կարող է ամբողջությամբ կախված լինել քիմիապես Օստար խառնուրդների առկայությունից: Շատ բյուրեղների գունավորումը հետևանք է նրանցում առկա արատների: Բյուրեղների լյումինեսցենցիան համարյա միշտ կապված է խառնուրդների ներկայության հետ: Դիֆուզիայի երևույթն էապես արագանում է արատների առկայության շնորհիվ: Պլանդ մարմինների մեխանիկական և սլլաստիկ հատկությունները պայմանավորված են արատներով: Թվարկած, ինչպես նաև բյուրեղի շաա այլ հատկություններ, զգալիորեն կախված են նրա կատարելության աստիճանից, ուստի կոչվում են կառուցվածքազգայուն:

Բյուրեղական կառուցվածքի արատներից բացի, կարևոր նշանակություն ունեն այլ տիպի անկասարկություններ՝ էլեկտրոնային կառուցվածքի խախտումները, որոնք հատկապես ազդում են բյուրեղների կարևորագույն էլեկտրական և մագնիսական հատկությունները վրա:

Սովորաբար, արասւ ևն անվանում բյուրեղի ցանկացած տիրույթ, որ-տեղ միկրոսկոպական մակարդակով մասնիկների (ատոմների, իոնների, մոլեկուլների) դասավորությունը կարող է տարբերվում է իդեալական բյուրեղին բնորոշ դասավորությունից:

Բյուրեղի ֆիզիկական հատկությունների վրա արասի ազդեցության բնույթը մեծապես կախված է արասի «չափայնությունից», այսինքն՝ սա-րածական չափումների քվից, որոնց ուղղությամբ արասն ունի մակրոսկո-պական՝ ցանցի  $\sigma$  հաստատունից շատ ւնգամ մեծ, չափեր:

Կետային (կամ գրո չափանի) արաս է կոչվում բյուրեղական ցանցի աղավաղումը, որը տեղայնացված է ատոմական ծավալի կարգի մեծու-թյամբ սխրություն:

Եթե ատոմների կանոնավոր դասավորությունը խախտվում է միայն որոշակի գծի վտքը ( $\sim \sigma$ ) շրջակա տիրույթում, ապա այդպիսի արատը կոչվում է գծային (կամ միաչափ):

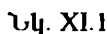
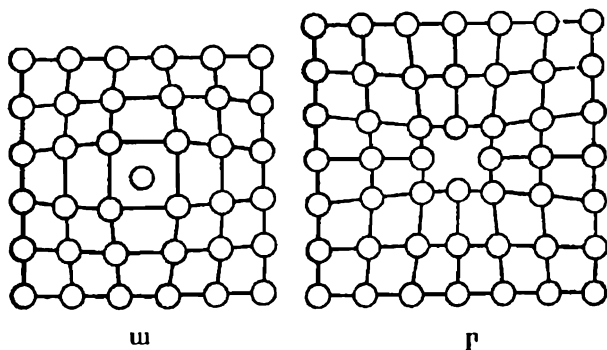
Եթե ատոմների կանոնավոր դասավորությունը խախտվում է որոշակի մակերևույթի վտքը ( $\sim \sigma$ ) շրջակայքում, ընդգրկելով միջատոմական հեռա-վորությունների կարգի շերտ, ապա այդպիսի արատը կոչվում է մակերևու-թային (կամ երկչափ):

Եռաչափ (կամ ծավալային) արաս է կոչվում բյուրեղական ցանցի ցանկացած աղավաղում, որը աարսծական երեք ուղղություններով էլ ունի մակրոսկոպական չափեր:

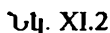
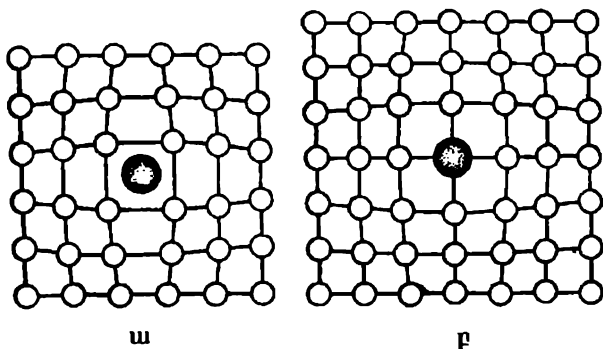
Արատի ազդեցությունը բյուրեղի ֆիզիկական հատկությունների վրա կարող է դրսևորվել երկու ճանապարհով: Նախ՝ արատին հարող տիրույ-թում բյուրեղը խաթարված է, և արատը հանդես է գալիս որպես բյուրեղի անդային անհամասևոություն: Երկրորդ՝ արասի առկայությունը բերում է արատից զգալի հեռավորությունների վրա բյուրեղական ցանցի ստացիո-նար աղավաղումների, ինչը՝ վերջին հաշվով, հանգում է ատոմների՝ իդեա-լական բյուրեղում ունեցած հավասարակշռական դիրքերից շեղումների: Այսպիսով, բյուրեղում արատը կատարում է նաև շեղումների դաշտի աղբյուրի դեր: Արատի շուրջ ծագող շեղումների դաշտը կախված է բյուրե-ղական ցանցի (մատրիցի) վրա արասի ազդեցության բնույթից:

Այծմ ծանոթանանք բյուրեղական ցանցի տարբեր կառուցվածքային արասների կոնկրետ օրինակների:

Պարզագույն կիսային արաաներ են «սեփական», այսինքն՝ ավյալ բյուրեղական կառուցվածքին պատկանող միջհանգուցային աստմները: Ինչպես իխում է անվանումից, միջհանգուցային ատմը աեղաղղված է իղեալական ցանցի աստմների հավասարակշռության ղիրքերի միջև (նկ. XI.1, ա): Եթե բյուրեղական ցանցի հագույցը զրաղեցված չէ ատմի կողմից՝ թավուր է, ապա այդպիսի արասն անվանում են թավուրք (վականսիա, նկ. XI.1, բ):



Եթե տվյալ բյուրեղական կառուցվածքի միջհանգուցային դիրքում գտնվում է «օտար» (այլ քիմիական տարրի) ատոմ, ապա այդպիսի արատը կոչվում է ներդրման խառնուկ (նկ. XI.2, ա), իսկ եթե «օտար» ատոմը զբաղեցնում է «սևփական» (մատրիցի) աստմի հանգույցը, ապա այդպիսի արատը կոչվում է տեղակայման խառնուկ (նկ. XI.2, բ):

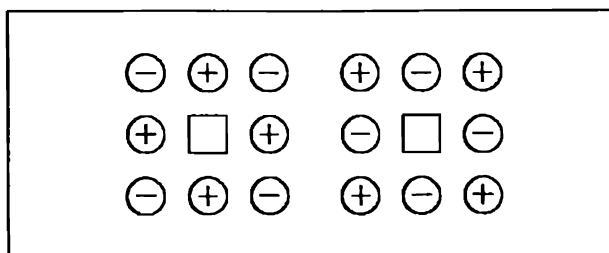


Միջհանգուցային աստմը («սեւական» կամ «օստար») բերում է ցանցի իդեալականության առկային խախտման, ընդ որում նրա մոտակա հանգույցները շեղվում են արատից դեպի «դուրս»: Թափուրքը միջհանգուցային աստմից տարբերվում է նրանով, որ նրա ստեղծած շեղումներն ուղղված են դեպի «ներս»՝ դեպի թափուրքը: Այսպիսով, միջհանգուցային աստմը և թափուրքը կարծես հակառակ նշանի արտաներ են, և որոշակի պայմաններում, հնարավոր է նրանց ռեչացումը (սնիխիլացումը):

Այսպիսի կետային արտաների առաջացման ամենուպարզ սխեմայի համաձայն, աստմը, սուրբեր գործոնների ազդեցության շնորհիվ, թողնում է «իր» հանգույցը և անցնում միջհանգուցային դիրքի, միաժամանակ ստեղծելով թափուրք և միջհանգուցային աստմ: Արտաների այս գույգն ընդունված է անվանել Ֆրենկելի արտա կամ Ֆրենկելյան գույգ: Աստմին «իր» հանգույցից հանող գործոններից են չեղմային ֆուկտուացիաները, ռենտգենյան ճառագայրահարումը, մեծ էներգիաներով մասնիկները:

Մինչ այժմ խոսքը գնում էր մետաղական և կովալենտ կապերով բյուրեղներում կետային արտաների մասին:

Իոնական բյուրեղներում, որոնք կազմված են իրար մեջ ներդրված դրական և բացասական իոնների ենթագոտներից (Մաս I, II), առաջանում են երկու տեսակի՝ կաաիոնային և անիոնային թափուրքներ (Ուլ. XI.3):



Նկ. XI.3

Այս թափուրքները տարբերվում են իրենց էլեկտրական հատկություններով: Իրոք, բյուրեղական հանգույցում դրական իոնի բացակայությունը (կաաիոնային թափուրք) էլեկտրական լիցքի բաշխման տեսանկյունից համարժեք է այդ հանգույցում բացասական լիցքի հայտնվելուն: Հետևաբար՝ կաաիոնային թափուրքը բյուրեղում հանդես է գալիս որպես բացասական լիցքա-

վորված կետային արաւ: Համանման ձեռք, անխոնային թափուրքը դրական լիցքի կրող է: Բյուրեղի էլեկտրաչեզոքութիւնը կալահպանմի, եթէ խոնները ոչ թէ հեռանան բյուրեղից, այլ անցնեն միջհանգուցային դիրքերի (Ֆրենկելի արաւ), կամ էլ եթէ անխոնային և կախիոնային թափուրքները (խոնների հաժասար արժեքականութեան դեպքում) առաջանան հաժասար քանակութիւններով (Շոսկիի արաւներ):

Խոնային բյուրեղներում թափուրքի շուրջ ծագող տեղային դեֆորմացիաները տարբերվում են ոչ խոնային բյուրեղներում դիսլոկ դեֆորմացիաներից: Թափուրքին ամենամոտ գտնվում են նույն նշանով խոնները, ուստի թափուրքի անմիջական մոտակայքում գործում է վանող (հրող) ուժ, և մոտակա խոնները շեղվում են թափուրքից «դուրս» ուղղութիւններով: Հաջորդ՝ ամ՝ յամոտ հարևաններից հեռու գտնվող և հակառակ նշանի խոնները ձգաւում են շեղվել դեպի թափուրքը: Արդյունքում, խոնային բյուրեղում թափուրքի շուրջ ծագող դեֆորմացիոն դաշան ունի բաժականաչափ բարդ բնույթ:

Քանի որ խոնային բյուրեղներում լիցքի էլեկտրաստատիկ դաշտը գործնականորեն չի էկրանավորվում, ապա լիցքավորված թափուրքներն օժտված են լուսցուցիչ կուլոնյան էներգիայով, որից գուրկ են ոչ խոնային բյուրեղներում առաջացող թափուրքները: Այս հանգամանքն էներգիայես ձեռնաւում է դարձնում հակառակ նշաններով թափուրքներից կազմված գույզի առաջացումը, որին կոչւում են երկթափուրք (բիժականսիա): Ընդհանրապես, երկթափուրքների առաջացումն էներգիայես ձեռնաւում է նաև ոչ խոնային բյուրեղներում: Երկթափուրքը նույնպես կետային արաւ է: Նույնը վերաբերվում է նաև 3, 4 և ավելի թափուրքներից կազմված կոմպլեքսներին:

Խառնուրդային աաւմները նույնպես կարող են առաջացնել տարբեր կոմպլեքսներ, միավորվելով ինչպես իրար հետ, այնպես էլ մատրիցի սեփական արաւների՝ թափուրքների և միջհանգուցային աաւմների հետ:

Եթէ կոմպլեքս կազմող թափուրքների թիվը շատ մեծանա, ապա առաջ կգան որակապես նոր հատկութիւններ:

Քննարկենք մի օրինակ, երբ միավորվող թափուրքները գտնվում են մեկ աաւմական հարթութեան մեջ, առաջացնելով սկալաաակ: Նկ. XI.4-ում պատկերված է թափուրքների հարթ կուտակման լայնական կտրվածքը չուլաքսացված (ա) և ուլաքսացված (բ) փոխդասավորութեան համար, ինչ-

## Նկ. XI.4

պես նաև մեծ շառավղով թափուրբային սկավառակի եզրի փոխդասավորությունը (գ): Սկավառակի եզրերին զանվող աստմների միջև գործող ձգողության ուժերը բերում են (բ) փոխդասավորությանը: Սկավառակի շառավղի թավականաչափ մեծ՝  $R \gg a$ , արժեքների դեպքում նրա եզրի որևէ կետում աստմների փոխդասավորությունը կախված չէ  $R$ -ից (գ), իսկ նրա միջին մասում բյուրեղի նորմալ կառուցվածքը վերականգնված է, առկա է միայն ցանցի առաձգական ոչ մեծ ձգում: Նկ. XI.4, գ-ում պատկերված փոխդասավորությունը համապատասխանում է աստմական հարթության մի տիրույթի, որն ընդհատվում է որոշակի գծի, ավյալ դեպքում՝ սկավառակի եզրի երկայնքով: Քանի որ  $R \gg a$ , ապա առաջացած արատը մեկ ուղղությամբ՝ սկավառակի պարագծով, ունի մակրոսկոպական չափեր, ուստի այն միաչափ կամ գծային արատ է: Այն անվանում են եզրային դիսլոկացիա: Ակնհայտ է, որ մյուս երկու (նկարի հարթության մեջ զանվող) ուղղություններով, ընդհատվող հարթության եզրից փոքր՝  $r \sim a$  կարգի հեռավորությունների վրա աստմների փոխադարձ դիրքերը շատ քիչ են տարբերվում իդեալական բյուրեղին համապատասխանող դիրքերից, այսինքն՝ նշված երկու ուղղություններով արատն ունի միկրոսկոպական չափեր:

Այժմ ծանոթանանք երկչափ կամ մակերևութային արատի մի օրինակի՝ դարսման արատի հետ:

Դիտարկենք նիստակենտրոնացված խորանարդային ցանց: Ինչպես զիտենք (Մաս I, 1.4), այն կարելի է պատկերել որպես ատոմ-զնդիկների շերտերի խիտ դարսվածք  $\{111\}$  բյուրեղագրական հարթություններում, ընդ որում շերտերի դարսվածքը կարելի է ներկայացնել ...ABCABCABC... հաջորդականությամբ: Ենթադրենք, որ այս ցանցի որևէ, օրինակ՝ C, շերտում առաջացել է թափուրբների կուտակում այնքան մեծ չափերով, որ առաջացած սկավառակի հանդիպակաց եզրերի A և B հանգույցներում գտնվող աստմների ձգողության հետևանքով այդ եզրերը միակցվում են (միակցման

սեղը կնշենք սլաքով՝ ↓): Արդյունքում հանված C հարթության սեղումն ատոմական հարթությունների կանոնավոր հաջորդականությունը դառնում է խախտված՝ ...ABCABCAB<sup>+</sup>ABCABC...: Այսպիսի խախտումը կոչվում է դարսման արատ: Երկու չավորմներով այն ունի մակրոսկոպական չափեր, իսկ արուսաի հարթության նորմալի ուղղությամբ կանոնավոր դասավորմանը համապատասխանող հարթությունները սկսվում են հենց հաջորդ ատոմական հարթությունից: Այսպիսով, դարսման արատը ցանցի երկչափ արատ է: Նույն աիպի արաանների օրինակներ են մաս միջհասիկային սահմանները բազմաբյուրեղներում, դոմենային սահմանները սեգնետաէլեկտրիկներում և ֆեռոմագնիսներում, մոուշի մակերևույթը:

Բյուրեղական կառուցվածքի տաչափ (ծավալային) արատների թվին են պատկանում այլ բյուրեղական կառուցվածքով ներխառնուկները (երկրորդ ֆազի անջատում), ամորֆ ներխառնուկները, մոուշի հոծության խախտումները (ճաքեր, ծակոտիներ):

## §2. Կետային արատներ

Կետային արատների ազդեցությունը բյուրեղի ֆիզիկական հատկությունների վրա պայմանավորված է ինչպես արատների տեսակով, այնպես էլ նրանց կոնցենտրացիայով:

Գիտարկենք  $N$  միատեսակ ատոմներից կազմված բյուրեղ և որոշենք նրանում  $n$  թափուրքների թիվը թերմոդինամիկական հավասարակշռության վիճակում: Եթե բյուրեղը գտնվում է հաստատուն  $P$  ճնշման տակ, ինչը, որպես կանոն, համապատասխանում է փորձում իրականացվող պայմաններին, ապա հարմար է որպես անկախ թերմոդինամիկական պարամետրեր ընտրել  $P$ ,  $T$ ,  $N$  մեծությունները և օգտվել թերմոդինամիկական կամ Գիբսի  $G(P, T, N; n)$  պոտենցիալի՝ հավասարակշռական վիճակում ըստ  $n$  փոփոխականի նվազագույնը լինելու պայմանից՝

$$\left( \frac{\partial G}{\partial n} \right)_{P, T, N} = 0 : \quad (2.1)$$

Գիբսի պոտենցիալը որոշվում է

$$G(P, T, N; n) = U - TS + PV \equiv F + PV \quad (2.2)$$

արտահայտությամբ, որտեղ  $U$ -ն համակարգի ներքին էներգիան է,  $F$ -ը՝ ազատ էներգիան,  $S$ -ը՝ էնտրոպիան և  $V$ -ն՝ ծավալը:

Պարզենք  $G$  ֆունկցիայի կախումը թափուրքների թվից:  $N$  ատոմներից և  $n$  թափուրքներից բաղկացած բյուրեղը հարմար է ներկայացնել որպես  $N + n$  ատոմներից կազմված իդեալական բյուրեղ, որից  $n$  ատոմ հեռացված է: Այս դեպքում, առաջին մոտավորությամբ, կարելի է ծավալի՝  $n$ -ից ունեցած կախումը ներկայացնել

$$V(n) \approx (N + n)v_0 \quad (2.3)$$

բանաձևով, որտեղ  $v_0$ -ն իդեալական բյուրեղում մեկ ատոմին բաժին ընկնող ծավալն է: Քանի որ  $n \ll N$  (ևրե  $n \leq N$ , բյուրեղի զաղավարթ կդառնար անիմաստ), ապա կարելի է ընդունել, որ  $V_0(n)$  մեծությամբ կախված է միայն թափուրքների թվից, բայց ոչ նրանց փոխադարձ դիրքից:

Եթե էնտրոպիայի  $S$  արժեքին ավելացնենք նաև  $S_c$  անդամը, որը հաշվի է առնում  $n$  թափուրքները  $N + n$  հանգույցներում բաշխվու բոլոր հնարավոր ձևերով պայմանավորված «անկարգության» չափը՝

$$S_c = k_B \ln \frac{(N + n)!}{N!n!}, \quad (2.4)$$

ապա Գիբսի  $G$  պոտենցիալի համար կստանանք՝

$$G(P, T, N; n) = F_0(n) - k_B T \ln \frac{(N + n)!}{N!n!} + P(N + n)v_0: \quad (2.5)$$

$N$  և  $n$  թվերը մակրոսկոպական են, ուստի կարելի է ֆակտորիալով անդամները ձևավոխել, օգտվելով Ստիլինգլի բանաձևից՝

$$\ln M! \approx M \ln M - M, \quad M \gg 1: \quad (2.6)$$

(2.5), (2.6) արտահայտություններից և (2.1) պայմանից կստանանք՝

$$\left( \frac{\partial F_0}{\partial n} \right)_{P, T, N} + P v_0 - k_B T \ln \left( 1 + \frac{N}{n} \right) = 0: \quad (2.7)$$

Նկատի ունենալով  $n \ll N$  պայմանը, կարելի է գրել, որ

$$\left( \frac{\partial F_0}{\partial n} \right)_{P, T, N} \approx \left( \frac{\partial F_0}{\partial n} \right)_{P, T, N, n=0} = \varepsilon, \quad (2.8)$$

որակ  $\varepsilon$  մեծությունը կախված չէ քափուրքների քվից:

Այսպիսով, (2.7) պայմանի համաձայն,  $G = G_{mn}$ , եթե

$$n = N \exp\left(-\frac{\varepsilon + P v_0}{k_B T}\right): \quad (2.9)$$

Պարզենք  $\varepsilon$  բնութագրական էներգիայի իմաստը:

$F_0$  ազատ էներգիան  $n$  քափուրք պարունակող ցանցի  $U_0$  հավասարակշռական պոտենցիալ էներգիայի (Մաս I, III) և ատոմների ջերմային տատանումների  $F_T$  ազատ էներգիայի գումարն է՝

$$F_0(P, T, N; n) = U_0 + F_T: \quad (2.10)$$

Որպես կանոն,  $F_T$  գումարելին շատ փոքր է  $U_0$ -ից, ուստի զրոյական մոտավորությամբ (2.8) բանաձևից կստանանք՝

$$\varepsilon_0 = \left( \frac{\partial U_0}{\partial n} \right)_{P, N, n \rightarrow 0}, \quad (2.11)$$

որը կախված չէ ջերմաստիճանից:  $\varepsilon_0$ -ն այն էներգիան է, որն անհրաժեշտ է հանգույցից ատոմի հեռացման համար: Կարելի է ընդունել, որ  $\varepsilon_0$ -ն մեկ ատոմին բաժին ընկնող կապի էներգիայի (1 էՎ) կարգի մեծություն է: (2.9) բանաձևում  $P v_0$  գումարելին մթնոլորտայինին մոտ ճնշումների դեպքում ( $P_0 \approx 10^5$  Պա) հավասար է մոտ  $10^{-5}$  էՎ-ի, որը կարելի է անտեսել  $\varepsilon_0$ -ի նկատմամբ:

Այսպիսով, թերմոդինամիկական հավասարակշռության վիճակում քափուրքների քիվը՝

$$n = N \exp\left(-\frac{\varepsilon_0}{k_B T}\right): \quad (2.12)$$

Եթե  $N$ -ը ցանցի հանգույցների (ատոմների) քիվն է 1սմ<sup>3</sup>-ում, ապա (2.12) բանաձևը աալիս է քափուրքների կոնցենտրացիան:

Համաձայն (2.12) բանաձևի,  $T \neq 0$  K ջերմաստիճանում հավասարակշռական վիճակում  $n \neq 0$ , այսինքն՝ բնության մեջ առանց արատների բյուրեղներ գոյություն ունենալ չեն կարող: Սենյակային ջերմաստիճաններում,  $\varepsilon_0 \sim 1$  էՎ բնութագրական արժեքների համար  $n/N \approx \exp(-40) \approx 10^{-17}$ , և

քափուրքների միջև հեռավորությունը՝  $r_0 \sim 10^6 a \sim 10^{-2}$  սմ: Սակայն հալման ( $T_m \sim 1000K$ ) ջերմաստիճանի մոտավայրում  $n/N$  հարաբերությունը կարող է ընդունել  $10^{-4}$  կարգի արժեքներ, իսկ  $r_0 \sim 10a \sim 10^{-7}$  սմ:

(2.10) բանաձևում  $F_T$  անդամի հաշվառումը բերում է (2.8) առնչությանը որոշվող  $\varepsilon$  էներգիայի որոշ փոքրացման, իսկի որ  $(\partial F_T / \partial n)_0 < 0$ , ինչը հեռավոր է քափուրքների առկայության պայմաններում տառանդական որոշ մոդերի հաճախությունների փոքրացման: Արդյունքում  $n$ -ի արժեքները որոշ չափով մեծանում են:

Խափուրքների րվի (2.12) արասեայությունը կարելի է ընդհանրացնել տարրեր սեռակի րափուրքների և սարեր սեռակի միջհանգուցային առմների համար:

Եթե բյուրեղում կա  $j$  սեռակի  $n_j$  կեսային արատ և  $n_j \ll N_j$ , որտեղ  $N_j$ -ն այն հանգուցների (կամ միջհանգուցային դիրքերի) թիվն է, որտեղ կարող է զանվել  $j$  սեռակի արատը, ապա, նորից անախելով  $Pv_0$  անդամը, կարող ենք գրել՝

$$n_j = N_j \exp\left(-\frac{\varepsilon_j}{k_B T}\right), \quad \varepsilon_j = \left(\frac{\partial F_0}{\partial n_j}\right)_{n_j=0} \quad (2.13)$$

Որպես կանոն,  $\varepsilon_j \gg k_B T$ , և եթե  $\varepsilon_j$ -ի երկու ամենափոքր արժեքների միջև տարբերությունը նույնպես զգալիորեն մեծ է  $k_B T$ -ից, ապա արատների ճշող մասը կունենա ամենափոքր  $\varepsilon_j$ -ն և  $n_j \gg n_j$  ( $j \neq 1$ ):

(2.13) բանաձևն իրավացի է այն դեպքում, երբ որևէ սեռակի արատների թիվը կախված չէ այլ արատների ներկայությունից, այսինքն՝ բոլոր  $n_j$  փոխադասաններն իրարից անկախ են: Սակայն եթե  $n_j$  մեծությունների միջև կան որոշակի կապեր, ապա խնդիրը պետք է նորից լուծել, հաշվի առնելով այդ կապերը: Օրինակ՝ իոնային բյուրեղում չեն կարող գոյություն ունենալ միայն դրականի իոնների ենթացանցի թափուրքներ, քանի որ հավաքադային բացասական լիցքերի կուլոնյան փոխազդեցության էներգիան կընդունի մեծ արժեքներ: Այդ հավկուրդային լիցքը պետք է համակշռվի

կամ միջհանգուցային դրական խոնքերով, կամ բացասական խոնքերի տեղերում թափուրքներով, կամ էլ այս արատների որևէ համակցությամբ: Հետևաբար՝  $G$  սլոտենցիալի միմիմումը պետք է գտնել համակարգի էլեկտրաչեզոքության

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} q_j n_j = 0 \quad (2.14)$$

լրացուցիչ պայմանի դեպքում, որտեղ  $q_j$ -ն  $j$  տեսակի արատի լիցքն է ( $q_j = +e$  բացասական խոնքի տեղում գտնվող թափուրքի և  $q_j = -e$  դրական խոնքի տեղում գտնվող թափուրքի կամ միջհանգուցային խոնքի համար):

Լազմելով

$$G' = G + \lambda \sum_j q_j n_j \quad (2.15)$$

ֆունկցիան, որտեղ  $\lambda$ -ն Լագրանժի անորոշ գործակիցն է, և գտնելով նրա միմիմումը, (2.13) տոնջության վիժխարևն կստանանք՝

$$n_j = N_j \exp \left( - \frac{\varepsilon_j + \lambda q_j}{k_B T} \right) : \quad (2.16)$$

(2.16) արտահայտությունը պետք է բավարարի (2.14) լրացուցիչ պայմանին, որտեղից և որոշվում է  $\lambda$  գործակիցը: Ամենավորը էներգիաներով,  $+$  և  $-$  նշաններով արատների համար (2.16) բանաճևից կստանանք՝

$$n_+ = N_+ \exp \left( - \frac{\varepsilon_+ + \lambda e}{k_B T} \right), \quad (2.17)$$

$$n_- = N_- \exp \left( - \frac{\varepsilon_- - \lambda e}{k_B T} \right), \quad (2.18)$$

որտեղ  $\varepsilon_{\pm} = \min(\varepsilon_j)$ ,  $q_j = \pm e$ : Քանի որ մնացած այլ տեսակի արատների համար  $\varepsilon_j > \varepsilon_{\pm}$ , ապա

$$n_j \ll n_+, \quad q_j = +e, \quad (2.19)$$

$$n_j \ll n_-, \quad q_j = -e,$$

ուստի էլեկտրաչեզոքության (2.14) պայմանից հետևում է

$$n_+ = n_- \quad (2.20)$$

հավասարությունը: (2.17), (2.18) և (2.20) առնչությունների համաձայն՝

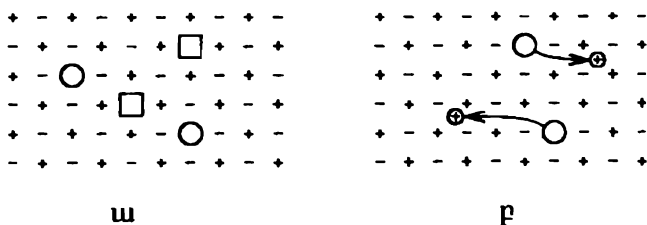
$$n_+ n_- = N_+ N_- \exp\left(-\frac{\varepsilon_+ + \varepsilon_-}{k_B T}\right) \equiv n_+^2 \quad (2.21)$$

և

$$n_+ = n_- = (N_+ N_-)^{1/2} \exp\left(-\frac{\varepsilon_+ + \varepsilon_-}{2k_B T}\right) : \quad (2.22)$$

(2.17) և (2.18) արտահայտությունից բխում է, որ էլեկտրաչեզոքության պայմանը բերում է մի նշանի արատների թվի մեծացման և հակառակ նշանի արատների թվի վտրրացման՝ ի հաշիվ  $\pm \lambda \cdot e$  լրացուցիչ զումարելիների: Արդյունարար թիվը հավասար է արատների այն թվերի միջին երկրաչափականին, որոնք գոյություն կունենային լրացուցիչ պայմանի բացակայության ( $\lambda = 0$ ) դեպքում:

Իռնային բյուրեղներում էլեկտրաչեզոքության պայմանը կարելի է ապահովել տարբեր եղանակներով: Օրինակ՝ կարող են իրար հավասար լինել դրական և բացասական խոնների թափուրքները (Շոսկիի արատներ, նկ. XI.5, ա), ինչպես նաև միջհանգուցային խոնները և նրանց թափուրքները (Ֆրենկելի արատներ, նկ. XI.5, բ): Առաջին հնարավորությունը հիմնականում իրականանում է ալկալի-հալոիդային բյուրեղներում, իսկ երկրորդը՝ արծաթի հալոգենիդներում:



Նկ. XI.5

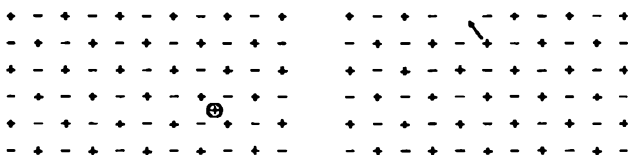
Հնարավոր է մեկ տարբերակ էա, երբ առկա են միջհանգուցային դրական և բացասական խոններ՝ հավասար քանակությամբ: Սակայն այս տարբերակն ամենայն հավանականությամբ չի իրագործվում, քանի որ միջհանգուցային խոնի առաջացումը կապված է ավելի մեծ էներգիա ծախսելու հետ, քան պահանջվում է հանգուցում թափուրք ստեղծելու համար:

Կետային արտաճերը, հասկապես՝ քափուրքները, զգալիորեն ազդում են իոնային բյուրեղի էլեկտրական հաակությունների վրա:

Իոնային բյուրեղներն օժտված են իոնային հաղորդականությամբ՝ նրանցում եռանքը պայմանավորված է դրական և բացասական իոնների ուղղորդված շարժումով: Տեսակարար դիմադրություն ունի ուժեղ տրտահայտված ջերմաստիճանային կախում և փոփոխվում է  $10^2 \div 10^8$  Օհմ-սմ ախրությամբ: Իոնային բյուրեղի էլեկտրահաղորդականության՝ ջերմաստիճանի բարձրացնելիս դիտվող կարուկ տնն անմիջականորեն պայմանավորված է քափուրքների թվի (2.13) բանաձևից հետևող աճով: Բանն այն է, որ իոնների հոսքնքացր բյուրեղով էապես հեշտանում է քափուրքների առկայության պայմաններում, քանի որ քափուրքը բյուրեղում սեղավոխսկու հաաար սլահանջվում է զգալի քիչ էներգիա, քան խիա դարսված սառմական շերտերի միջով իոնի սեղավոխսման աշխատանքն է (նկ. XI.6, ա-դ):

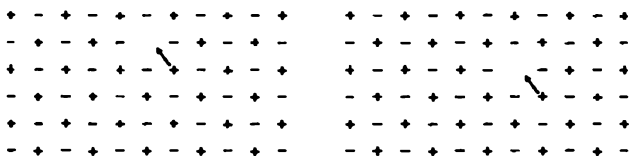
Փորձնականորեն ապացուցված է, որ ոչ շաա բարձր ջերմաստիճաններում ալկալի-հալոիդային և արծաթի հալոգենիդի իոնային բյուրեղների հաղորդականությունը ուղիղ համեմատական է երկարժեք խաանուրդի (օրինակ՝ Ca, Cd, Ba, Sr) կոնցենտրացիային:

Այս երևույթի սլահաաուն այն է, որ էլեկտրաշեղորության սլայմանի շնորհիվ, օրինակ՝  $\text{Na}^+$  իոնին սեղակալած  $\text{Ca}^{++}$  իոնն ապահովում է ևս մեկ  $\text{Na}^+$  իոնի տեղում քափուրքի առաշացումը, ալսինքն՝ երկու  $\text{Na}^+$  իոնի վո-



ա

բ



գ

դ

Նկ. XI.6

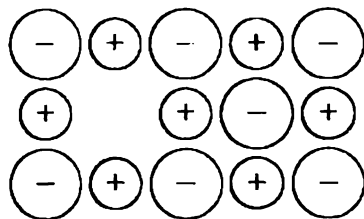
խաբեն գտնցում ներդրվում է մեկ  $\text{Ca}^{++}$  իոն: Այս մասին է վկայում այն փաստը, որ խառնուրդներ պարունակող բյուրեղի խտությունն ավելի փոքր է, քան մաքուր բյուրեղինը: Իրոք՝  $\text{Ca}^{++}$  իոնի զանգվածը (40 գ.ա.մ.) ավելի փոքր է, քան երկու  $\text{Na}^{+}$  իոնների գումարային զանգվածը (2·23 գ.ա.մ.):

Թափուրների առկայությունը իոնային բյուրեղներում ցայտուն ձևով դրսևորվում է հաակապես նմուշների օպտիկական բնութագրերում:

Հայանի Լ. որ ալկալի-հալոխլային բյուրեղները քափանցիկ են սպեկտրի սևաանկյի մասում: Բյուրեղի գունավորումը, ի քիվս այլ պրազմառների, պայմանավորված է նաև նրանում մեծադի իոնի լրացուցիչ քանակի ներդրումով. ինչը կարելի է իրականացնել, բյուրեղը տաքացնելով ալկալիական մեծադի գոլորշիներում և ապա այն արագ սառեցնելով: Նաստիումի գոլորշիներում տաքացված  $\text{NaCl}$ -ը դեղնում է, իսկ կալիումի գոլորշիներում տաքացված  $\text{KCl}$  -ը՝ կարմրում: Բյուրեղների գունավորումը պայմանավորված է նրանցում նոր սիւլի կեսային արատների, այսպես կոչված գունավորման կենտրոնների առաջացումով:

Պարզագույն գունավորման կենտրոնը  $\text{F}$ -կենտրոնն է: Սովորաբար այն ստեղծում են ալկալիական մեծադի գոլորշիներում բյուրեղը տաքացնելով կամ այն ռենսպեկտրային ճառագայթներով ճառագայթահարելով:  $\text{F}$ -կենտրոնը բաղկացած է էլեկտրոնից և նրան պահող անիոնային քափուրքից (նկ. X1.7):

Իոնային բյուրեղի մեջ ալկալիական մեծադի լրացուցիչ քանակ ներարկելիս առաջանում են անիոնային քափուրքներ: Ալկալիական մեծադի արժեքական էլեկտրոնը կապված չէ ասումի հետ և շարժվում է բյուրեղում, ի վերջո բռնվելով անիոնային քափուրքի կողմից և ստեղծելով կապված վիճակ:  $\text{F}$ -կենտրոնի մոդելի օգտին են խոսում հետևյալ փորձարարական փաստերը.



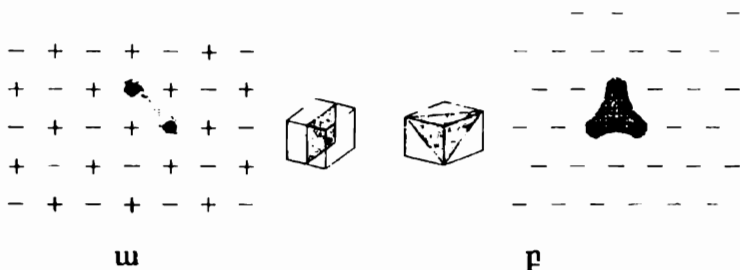
Նկ. X1.7

ա)  $\text{F}$ -կենտրոններով պայմանավորված կլանման շերտերը բնութագրական են տվյալ բյուրեղի համար և կախված չեն  $\text{F}$ -կենտրոններ ստեղծելու համար օգտագործված ալկալիական մեծադի տեսակից: Օրինակ՝  $\text{KCl}$ -ի  $\text{F}$ -շերտը նույնն է և՛  $\text{Na}$ -ի, և՛  $\text{K}$ -ի գոլորշիներում այն տաքացնելիս:

Հետևաբար՝ ավելիական մետաղի հիմնական դերը բացասական իոնի տեղում թափուրք ստեղծելն է, ինչը բերում է դրան կապված էլեկտրոնի հայտնվելուն և որի էներգիական մակարդակներով էլ հենց որոշվում է կլանման սպեկտրը:

բ) Զինիական վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ ավելիական մետաղի գոլորշիներում տաքացված բյուրեղի  $1\text{սմ}^3$ -ում պարունակվում է  $10^{16} \div 10^{19}$  կարգի լրացուցիչ, այսինքն՝ ասեխիտմետաղիայով պահանջվող քանակից ավելի ատոմ, ինչը համապատասխանում է F-շերտի լրիվ օպտիկական կլանման չափումներից ստացվող արդյունքին:

գ) Գունավորված բյուրեղի խտությունը սովորաբար ավելի վոքթ է, քան չգունավորված (մաքուր) բյուրեղինը:

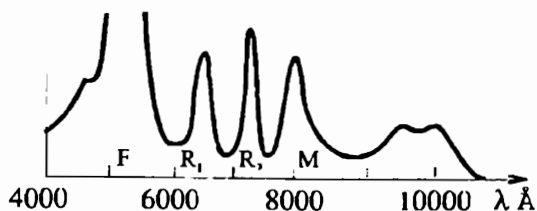


Նկ. XI.8

Բյուրեղի գունավորումը կարող է պայմանավորված լինել նաև գունավորման այլ կենսորոններով: Օրինակ՝ M-կենսորոնը բաղկացած է (100) հարթության մեջ գտնվող երկու հարևան անիոնային թափուրքներից և նրանց կապված երկու էլեկտրոններից (նկ. XI.8, ա), իսկ R-կենսորոնը՝ բացասական իոնների ենթացանցի (111) հարթության մեջ գտնվող երեք անիոնային թափուրքներից և երեք էլեկտրոններից (նկ. XI.8, բ):

Նկ. XI.9-ում պատկերված է  $KCl$ -ի  $\alpha$  կլանման գործակցի՝ վործում ստացված կախումն ընկնող լույսի ալիքի երկարությունից: Կլանման սպեկտրում դիտվող ռեզոնանսները պայմանավորված են F-կենսորոնների տարբեր համակցություններով:

Ինչպես եետևում է նկ. XI.9-ից, օպտիկական կլանման ռեզոնանսներն արտահայտված են նվազ կտրուկ, քան մեկուսացված ատոմների կլանման

$\alpha_A$ 

Նկ. XI.9

սպեկտրներում դիտվող ռեզոնանսները: Դրա պատճառն այն է, որ սպեկտրային գծի լայնությունը հակադարձ համեմատական է զրգուված վիճակի կյանքի տևողությանը: Մոկուսացված տատմները կարող են վերադառնալ հիմնական վիճակին միայն համեմատաբար դանդաղ պրոցեսի՝ ֆոտոնի առաքման արդյունքում: Պինդ մարմնում գտնվող «ատոմը» (գումավորման F-, M-, կամ R-կենտրոնը) ուժեղ փոխազդում է շրջապատի հետ և կարող է արագ կորցնել իր էներգիան:

### §3. Դիսլոկացիաներ

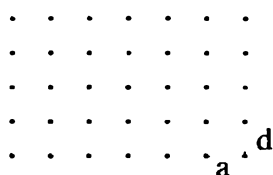
Պինդ մարմինը որպես իդեալական բյուրեղ դիտարկող մոդելի անհամապատասխանությունը փորձին դրսևորվեց հասկապես պլաստիկ, այսինքն՝ մնացորդային և ոչ դարձելի դեֆորմացիա առաջացնելու համար պահանջվող լարման մեծությունը տեսականորեն զնախատելիս:

Որոշենք պլաստիկ դեֆորմացիա առաջացնող սահմանային լարման արժեքը իդեալական բյուրեղի համար: Վերջինս կարելի է ներկայացնել որպես իրար գուգահեռ և  $d$  հեռավորության վրա գտնվող հարթությունների ընտանիք (նկ. XI.10, ա):

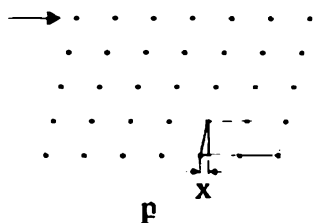
Դիսլոկներ բյուրեղի սաեքի դեֆորմացիան, երբ յուրաքանչյուր ատոմական հարթություն ինքն իրեն գուգահեռ, տրված ուղղությամբ տեղափոխվում է իր հարևան ստորին հարթության նկատմամբ  $x$  չափով (նկ. XI.10, բ): Փոքր (առաձգական) դեֆորմացիաների համար պահանջվող  $\sigma$  լարումը որոշվում է Հուկի օրենքից՝

$$\sigma = G \frac{x}{d}, \quad x \ll d, \quad (3.1)$$

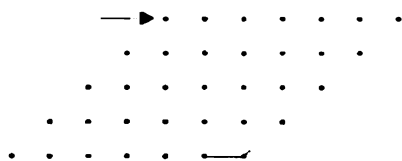
որտեղ  $G$ -ն բյուրեղի սահքի մոդուլն է սովորած ուղղությամբ: Մեծ՝  $|x| \leq d$  շեղումների համար Հուլի (3.1) օրենքը սեղի չունի: Սահմանային դեպքում, երբ  $x$  շեղումը հավասարվում է սահքի ուղղությամբ ցանցի հաստաստունին՝  $x = a$ , բյուրեղի սեղաշարժված և չսեղաշարժված մասերի ներքին փոխդասավորությունները նույնական են (նկ. XI.10, գ): Այսինքն՝  $x = 0$  և  $x = a$  դեֆորմացիաների համար  $\sigma = 0$ : Առաջին մոտավորությամբ,  $\sigma(x)$  ֆունկցիան կարելի է ներկայացնել



ա



բ



գ

Նկ. XI.10

$$\sigma(x) = \frac{Ga}{2\pi d} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{a} x\right) \quad (3.2)$$

տեսքով, որտեղից փոքր՝  $x \ll d$  դեֆորմացիաների դեպքում ստացվում է Հուլի (3.1) օրենքը: Ըստ (3.2) արտահայտության, սահմանային՝ «ջարդող» լարումը համապատասխանում է  $x_c = a/4$  չափով շեղմանը և արվում է

$$\sigma_c = \frac{Ga}{2\pi d} \quad (3.3)$$

առնչությամբ: Նկատի ունենալով, որ  $a \sim d$ , սահմանային  $\sigma_c$  լարման համար ստանում ենք

$$\sigma_c \approx \frac{G}{6} \quad (3.4)$$

արժեքը: Ավելի ճշգրիտ հաշվարկների համաձայն՝  $\sigma_c \approx G/30$ :

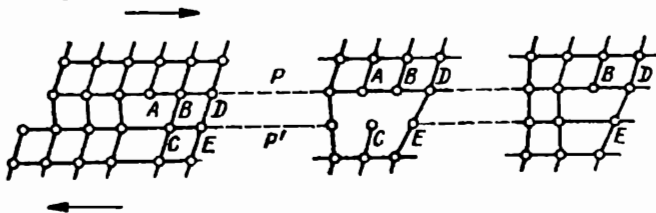
Աղյուսակ XI.1-ում բերված են մի քանի պինդ մարմինների սահքի մոդուլի՝ փորձում դիտվող սահմանային  $\sigma_c^{\text{ex}}$  լարման արժեքները, ինչպես նաև սահմանային լարման տեսական և փորձարարական արժեքների հարաբերությունը:

| Նյութ                   | $G \cdot 10^{10}$ Պա | $\sigma_c^{ex}, 10^5$ Պա | $\sigma_c / \sigma_c^{ex}$ |
|-------------------------|----------------------|--------------------------|----------------------------|
| Անագ (միաբյուրեղ)       | 1.9                  | 13                       | 500                        |
| Արծաթ (միաբյուրեղ)      | 2.8                  | 6                        | 1500                       |
| Ալյումին (միաբյուրեղ)   | 2.5                  | 4                        | 2000                       |
| Ալյումին (բազմաբյուրեղ) | 2.5                  | 260                      | 30                         |
| Նրկաթ (բազմաբյուրեղ)    | 7.7                  | 1500                     | ~8                         |

Աղյուսակում բերված սովորականից հետևում է, որ սառնամանիկ լարման փորձարարական արժեքը  $10^2 \div 10^3$  անգամ փոքր է  $\sigma_c$ -ի տեսական արժեքից, ինչը նշանակում է, որ բյուրեղի վերը դիտարկված սառի մեխանիզմը չի համապատասխանում իրականությանը:

Փորձի և տեսության միջև ստորադասությունը հիմք ծառայեց ենթադրելու, որ իրական բյուրեղներում գոյություն ունեն դիսլոկացիաներ (Գ.Թեյլոր, Է.Օրմվան, Մ.Պոլյանի, 1934թ.):

Նկ. XI.11-ից լսկնհայտ է, որ A դիսլոկացիան առաձգականորեն դեֆորմացված միջավայրում տեղաշարժվելու համար պարտադիր չէ P և P' առումական հարթությունների միջև բոլոր կապերի խզումը: Բավական է միայն խզել BC կապը և վերականգնել AC կապը (նույն գործողությունը կատարվում է նկարի հարթությանը զուգահեռ բոլոր առումական հարթություններում): Դիսլոկացիայի գծի շուրջ մեծ լարումների առկայության պայմաններում այդպիսի խզման համար անհրաժեշտ են  $\sigma_c$ -ից մի քանի կարգով փոքր լարումներ: Հաջորդ փուլում խզվում են DE և հաջորդ կապերը, մինչև որ սահեք հասնում և բյուրեղի կզրին: Բյուրեղից դուրս եկած դիսլոկացիան բյուրեղի մակերևույթին սաղեծում է մեկ առումի բարձրությամբ



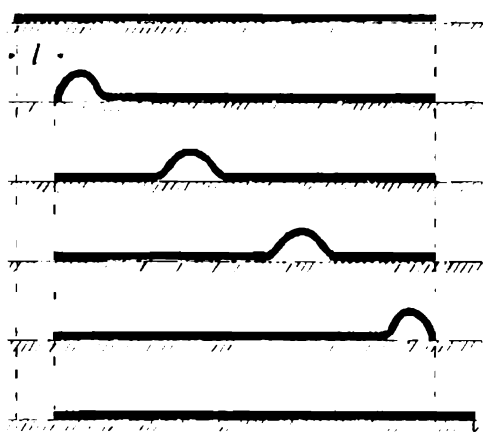
Նկ. XI.11

աստիճան: Եթե այդ նույն հարթությամբ անցնեն շատ դիսլոկացիաներ, ապա առաջացած աստիճանի բյուրեղային կմեծանա և այն հնարավոր կլինի դիտել գինված աչքով: Այսպիսով, դիսլոկացիաների շարժման արդյունքում բյուրեղի մի մասը ոչ դարձելի ձևով սահում է մյուս մասի վրայով, այսինքն՝ դիսլոկացիաների շարժումը հենց բյուրեղի սլաքաձևի դեֆորմացիան է:

Դիսլոկացիաների տեսության մեջ սահմանային (չսրբող) լարման համար ստացված է հետևյալ արտահայտությունը (Ռ.Պայերլս)՝

$$\sigma_c^0 = \frac{2G}{1-\nu} \exp \left[ -\frac{2\pi d}{a(1-\nu)} \right], \quad (3.5)$$

որտեղ  $\nu$ -ն Պուասոնի գործակիցն է ( $0 < \nu \leq 0.5$ ): Բյուրեղների մեծ մասի համար  $\nu \approx 0.3$ , ուստի (3.5) բանաձևից  $d \approx a$  դեպքում կստանանք  $\sigma_c^0 \approx 3 \cdot 10^{-4} G \sim 10^{-2} \sigma_c$ , ինչը համապատասխանում է փորձին:

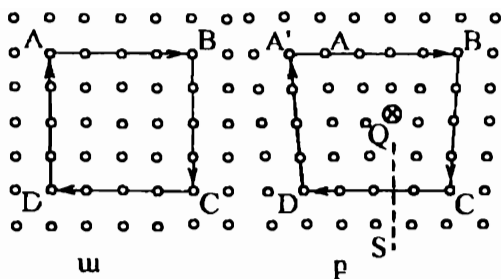


Նկ. XI.12

Սահրի դիսլոկացիոն մեխանիզմի օրինակ կարող է ծառայել հասակին փռված գորգի շարժումը: Այն ամբողջությամբ որոշակի  $l$  չափով սեղաշարժելու համար պահանջվում է գզալի ջանքերի գործադրում, սակայն գորգը նույն չափով կարելի է հեշտությամբ սեղաշարժել, եթե նրա լայնությամբ ստեղծենք ծալք և սեղաշարժենք այդ ծալքը (Նկ. XI.12):

Այժմ տանք դիսլոկացիայի հստակ սահմանումը:

Դիտարկենք ատոմական հարթության մի մաս և նրանում կառուցենք փակ կոնտուր (Բյուրեղների կոնտուր), որն անցնում է ցանցի հանգույցներով, ժամացույցի սլաքի պատման ուղղությամբ: Դիցուք՝ կոնտուրը սկսվում է A կետից և անցնելով B, C և D կետերով, փակվում է A կետում (Նկ. XI.13, ա): Կրկնենք նույն կոնտուրի կառուցումը հարթության այն

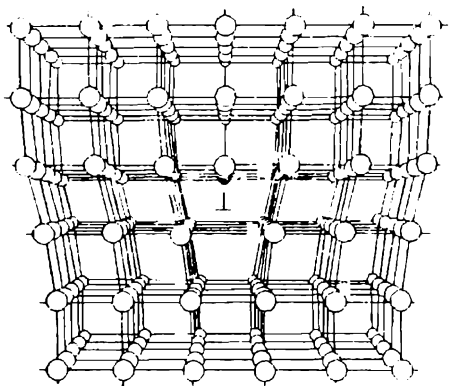


Նկ. XI.13

մասում, որը հասում է րնդհասավող աաումային կիսահարթության եզրը և այնպես, որ կոնաուրն րնդգրկի այդ եզրը: Երե կոնաուրի սկիզբն ընարենք  $A$  կետում և նայն րվով րայրետով, ինչպես (ա) դեպքում, հաշորդաբար անցնենք  $B$ ,  $C$  և  $D$  կետերը, կհասնենք  $A'$  հանգույցին, որը չի համընկնում  $A$  հանգույցի հետ (նկ. XI.13, բ): Այսինքն՝ Բյուրգերսի կոնաուրն ունի անկապություն՝  $AA'$  հասվածք: Բյուրեղի առաձգական դեֆորմացիայի հետևանքով դիսլոկացիայի շրջակայքում քայլի (երկու հանգույցների միջև) երկարությունը հավասար չէ չդեֆորմացված ցանցում քայլի երկարությանը, ուստի  $AA' \neq a$ -ին՝ ցանցի հաստաստունին: Այն կհավասարվի  $a$ -ին, երև «հանվի» ցանցի առաձգական դեֆորմացիան, օրինակ՝ բյուրեղը  $QS$  հարթությամբ հասելով և թողնելով, որ այն գա հավասարակշռական վիճակի:  $b$  վեկաուրը, որը Բյուրգերսի կոնաուրի վերջնական  $A$  կետը միացնում է սկզբնական  $A$  կետի հետ, կոչվում է Բյուրգերսի վեկաուր: Այն դիսլոկացիայի՝ գծային արատի քանակական բնութագիրն է:

Այսպիսով, դիսլոկացիան բյուրեղի գծային արատ է, որի համար Բյուրգերսի կոնաուրն ունի գրոյից տարրեր անկապություն: Բյուրգերսի  $b$  վեկաուրի նշանը կախված է Բյուրգերսի կոնաուրի շրջանցման ուղղությունից, իսկ վերջինս որոշվում է դիսլոկացիոն գծին տարված  $l$  շոշափողով: Հետևաբար՝ դիսլոկացիան բնութագրվում է  $b$  և  $l$  վեկաուրներով:  $b$  և  $l$  վեկաուրներով անցնող հարթությունը կոչվում է դիսլոկացիայի սահրի հարթություն: Բյուրգերսի կոնաուրի կառուցման կանոնից հետևում է, որ Բյուրգերսի վեկաուրի մոդուլը հավասար է միջատոմական հեռավորություններից որևէ մեկին, որպես կանոն՝ ամենավոթրին:

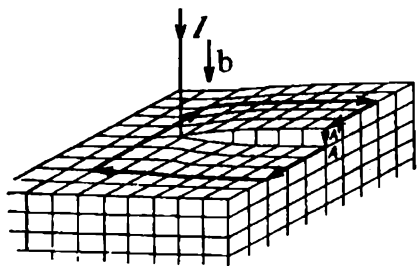
Լրացուցիչ աստմական հարթության եզրը շրջապատող և  $2 \div 3$  ատոմական տրամագծի կարգի չափերով սխիւթքը, որտեղ տվյալ աստմի ամեմանոտ հարեանների քիվը (կոորդինացիոն քիվ՝  $z$ ) միարժեքորեն չի որոշվում, կոչվում է դիսլոկացիայի միջուկ: Բյուրեղի մնացած մասը, որը պատկանակում է իդեալական կառուցվածքի չնչին աղավաղումներ, կոչվում է առաձգական սխիւթք (ընդունված է նաև «լավ բյուրեղ» անվանումը):



Նկ. XI.14

աարբեր կողմերի երկու հարեան հարթությունները ճշտորեն համընկեցնենք իրար, ապա աստմների՝ իդեալական բյուրեղին բնորոշ դասավորությունը կմնա անփոփոխ ամենուրեք, բացի չեռացված կիսահարթության եզր հանդիսացող ուղիղ գծի անմիջական շրջակայքից:

Եթե  $b$  և  $l$  վեկտորներն իրար գուգահեռ են, ապա դիսլոկացիան կոչվում է պտուտակային: Ատոմներին դասավորությունը պտուտակային դիսլոկացիայի շուրջ և նրա Բյուրգերսի կոնտուրը պատկերված են նկ. XI.15-ում: Բյուրգերսի կոնտուրով շրջանցելով պտուտակային դիսլոկացիան,  $A$  սկզբնական կետից գալիս ենք  $\Delta$  վերջնական կետը, որը մեկ միջհարթությունային

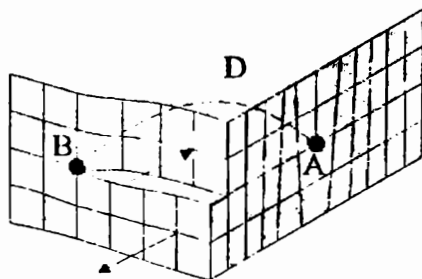


Նկ. XI.15

հեռավորությամբ վեր  $L$   $A$  կետից: Ատարելով ևս մեկ պատույս նույն ուղղությամբ, վեր կբարձրանանք մեկ հարթությամբ ևս: Այսինքն՝ պատուականային դիսլոկացիա պարունակող բյուրեղը կարելի է ներկայացնել որպես մեկ ատոմական հարթություն, որն ունի պտուտասանդողքի սեւք:

Դիսլոկացիան բնութագրող  $b$  և  $l$  վեկտորները կարող են իրար նկատմամբ կողմնորոշված լինել կամայական ձևով՝ կազմել սուր կամ բութ անկյուն: Այդ դեպքում դիսլոկացիան կոչվում է խառը տիպի: Նկ. XI.16-ում պատկերված դիսլոկացիան  $A$  կետում ունի եզրային, իսկ  $B$  կետում՝ պտուտականային բնույթ:

Դիսլոկացիայի շուրջ բյուրեղական ցանցն աղավաղված է, սակայն դիսլոկացիայի միջուկից դուրս շեղումները փոքրանում են այնքան, որ դրանք կարելի է որոշել առաձգականության զծային աեսության շրջանակներում:



Նկ. XI.16

Անվերջ, իզոտրոպ միջավայրում դիսլոկացիայի սանդղած առաձգական դաշտի շեղման վեկտորի և լարումների աևնգորի բաղադրիչների համար ստացված են վերլուծական արտահայտություններ: Դրանք պարզ տեսք ունեն հատկապես անվերջ երկար պտուտականային դիսլոկացիայի համար: Եթե կոորդինատական  $z$  առանցքն ուղղենք  $l$  վեկտորի ուղղությամբ, ապա շեղման վեկտորի բաղադրիչները կարելի է ներկայացնել

$$u_x = u_y = 0, \quad u_z = \frac{b\theta}{2\pi} = \frac{b}{2\pi} \arctg \frac{y}{x} \quad (3.6)$$

բանաձևերով, որտեղ  $\theta$ -ն ազիմուտային անկյունն է,  $x$ -ը և  $y$ -ը կետի կոորդինատներն են  $XOY$  հարթության մեջ: (3.6) բանաձևերից և Հուլի օրենքից կստանանք լարման տենզորի բաղադրիչների արտահայտությունները՝

$$\sigma_{xx} = -\frac{Gb}{2\pi} \frac{y}{x^2 + y^2}, \quad \sigma_{yy} = \frac{Gb}{2\pi} \frac{x}{x^2 + y^2}, \quad (3.7)$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \sigma_{xy} = 0:$$

Եզրային դիսկլացիայի առածգական դաշտի շեղմուն վեկտորի բաղադրիչները ստվում են

$$u_x = \frac{b}{2\pi} \left[ \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \frac{xy}{2(1-\nu)(x^2+y^2)} \right],$$

$$u_y = -\frac{b}{2\pi} \left[ \frac{1-2\nu}{4(1-\nu)} \ln(x^2+y^2) + \frac{x^2-y^2}{4(1-\nu)(x^2+y^2)} \right], \quad (3.8)$$

$$u_z = 0.$$

Իսկ լարման տենզորի բաղադրիչները՝

$$\sigma_{xx} = -D \frac{y(3x^2+y^2)}{(x^2+y^2)^2}, \quad \sigma_{yy} = D \frac{y(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}, \quad \sigma_{zz} = -2D\nu \frac{y}{x^2+y^2},$$

$$\sigma_{xy} = D \frac{x(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}, \quad \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0 \quad (3.9)$$

արտահայտություններով, որտեղ

$$D = \frac{Gib}{2\pi(1-\nu)} : \quad (3.10)$$

Համաձայն (3.7) և (3.9) խոնարհությունների,  $\sigma_{ik}$  տենզորի գրոյից տարբեր բաղադրիչները հեռավորությունից կախված նվազում են  $r^{-1}$  օրենքով՝

$$|\sigma_{ik}| \sim \frac{D}{r} : \quad (3.11)$$

Այսպիսով, անգամ երև դիսկլացիաներ պարունակող մարմնի վրա արտաքին լարումները բացակայում են, նրանում միշտ առկա են ներքին լարումներ, որոնց աղբյուրը դիսկլացիաներն են: Ներքին լարումներն ըստ կարգի կարելի է գնահատել ենթադրելով  $\sigma \sim D/R_0$ , որտեղ  $R_0$ -ն դիսկլացիաների միջև միջին հեռավորությունն է:

Դիսկլացիաների քանակական բնութագիր է ծառայում նյութի միավոր ծավալում դիսկլացիաների գումարային երկարությունը կամ, որ նույնն է, միավոր մակերեսը հասող դիսկլացիաների թիվը: Այդ մեծությունը կոչվում է դիսկլացիաների խտություն՝  $\rho$  և չափվում է սմ<sup>-2</sup> միավորներով: Հասկանալի է, որ  $R_0 \sim \rho^{-1/2}$ , ուստի  $\sigma \sim D\rho^{1/2}$ :

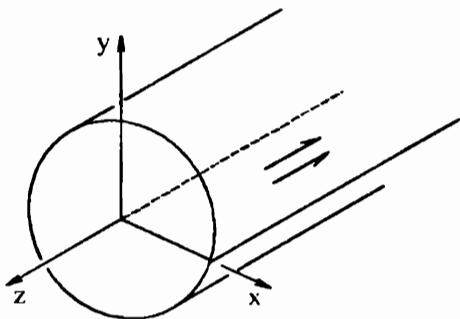
(3.6) (3.9) ամնչությունների վերաբերյալ հարկ  $I$  կատարել հետևյալ պարզարանումը: Չնայած դրանք գրված են անվերջ և իզոտրոպ միջավայրի համար, այնուամենայնիվ այդ բունածևերը բավարար ճշտությամբ կիրառելի են նաև բյուրեղների համար համարյա բոլոր, ֆիզիկական հետաքրքրություն ներկայացնող դեպքերում:

Դիսլոկացիա պարունակող միջավայրը ներքին լարումների շնորհիվ օժտված է առաձգական էներգիայով, որն ընդունված է անվանել դիսլոկացիայի էներգիա: Դա այն աշխատանքն է, որն անհրաժեշտ է առաձգական միջավայրում մեկ դիսլոկացիա ստեղծելու համար:

Հաշվենք գծային դիսլոկացիայի էներգիան:

Բյուրեղը պատկերենք որպես  $R$  շառավղով և  $L$  երկարությամբ մի գլոմ և այն հասնելը մինչև նրա առանցքը համոռո հարբությանը, առաջացնելով հասույր  $XOZ$  կոորդինատական հարբության մեջ (նկ. XI.17):

Պատասակային դիսլոկացիա ստեղծելու համար հասույթի եզրերն իրար նկասուման  $z$  առանցքով անդաշարժելու համար պահանջվող  $F_z$  ուժը որոշվում է լարման անճգորի  $\sigma_{yz}(x,0)$  բաղադրիչով, իսկ եզրային դիսլոկացիայի դեպքում, երբ անդաշարժը կատարվում է  $x$  առանցքով,  $F_x$  ուժը որոշվում է  $\sigma_{yx}(x,0)$  բաղադրիչով: Հետևաբար,  $XOZ$  հարբության մեջ  $dS = Ldx$  մակերևսի վրա ազդող



Նկ. XI.17

և  $\sigma_{yx}(x,0)$  բաղադրիչով: Հետևաբար,  $XOZ$  հարբության մեջ  $dS = Ldx$  մակերևսի վրա ազդող

$$\vec{\sigma}_i(x,0)Ldx \quad (i = yx, yz)$$

ուժի կատարած աշխատանքը «Բյուրեղների  $b'$ » վեկտորը  $0$ -ից  $b$  փոփոխելու համար կլինի հավասար

$$E_i = \int_0^b \int_{r_0}^R \vec{\sigma}_i(x,0;b')Ldx db', \quad (3.12)$$

որտեղ  $r_0$ -ն դիսլոկացիայի միջուկի շառավղն է:  $\vec{\sigma}_i(x,0;b')$  արտահայտու-

թյունները ստացվում են (3.7), (3.9) և (3.10) բանաձևերից  $b \rightarrow b'$  փոխարինումով և վերցնելով  $y = 0$ :

$$i = yx \quad \tilde{\sigma}_{yx}(x, 0; b') = \frac{Gb'}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{1}{x} \text{ (եզրային դիսլոկացիա)}, \quad (3.13)$$

$$i = yz \quad \tilde{\sigma}_{yz}(x, 0; b') = \frac{Gb'}{2\pi} \cdot \frac{1}{x} \text{ (պտուտակային դիսլոկացիա)}: \quad (3.14)$$

(3.13) և (3.14) արտահայտությունները ստեղծելով (3.12) բանաձևում և կատարելով ինտեգրումները, կստանանք:

$$E_{\perp} = \frac{LGb^2}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{R}{r_0} \quad (3.15)$$

եզրային դիսլոկացիայի համար և

$$E_{\lambda} = \frac{LGb^2}{4\pi} \ln \frac{R}{r_0} \quad (3.16)$$

պտուտակային դիսլոկացիայի համար:

Խառը տիպի դիսլոկացիայի և ներգիայի համար, նկատի ունենալով Բյուրգերսի վեկտորի բաղադրիչների  $b_{\perp} = b \sin \theta$  և  $b_{\lambda} = b \cos \theta$  արտահայտությունները, (3.15) և (3.16) առնչությունների օգնությամբ կստանանք:

$$E = E_{\perp}(b_{\perp}) + E_{\lambda}(b_{\lambda}) = \frac{LGb^2}{4\pi(1-\nu)} (1 - \nu \cos^2 \theta) \ln \frac{R}{r_0}: \quad (3.17)$$

Ինչպես հետևում է դիսլոկացիայի միավոր երկարությանը բաժին ընկնող և ներգիայի՝  $\varepsilon_{\perp} = E_{\perp}/L$  և  $\varepsilon_{\lambda} = E_{\lambda}/L$  համար (3.15) և (3.16) արտահայտություններից, անվերջ մեծ բյուրեղի դեպքում ( $R \rightarrow \infty$ )  $\varepsilon_{\perp}$  և  $\varepsilon_{\lambda}$  մեծությունները տարամիտում են, ինչպես և  $R$ -ը: Իրականում սովորական չափերով բյուրեղը պարունակում է բազմաթիվ դիսլոկացիաներ, որոնք, որպես կանոն, ունեն պատահական բաշխում: Արդյունքում դիսլոկացիաների ստեղծած առաձգական դաշտերը սեղ-սեղ իրար մարում են, սեղ-սեղ՝ ուժեղացնում: Կարելի է ընդունել, որ այն  $R$  հեռավորությունը, որի վրա սովորական դիսլոկացիայի դաշտը համակշռված է հարևան դիսլոկացիաների դաշտերով, միջին միջդիսլոկացիոն  $R_0 \sim \rho^{-1/2}$  հեռավորության կարգի է:

(3.15) և (3.16) արտահայտությունները տարամիտում են նաև  $r_0 \rightarrow 0$

սահմանում: Սակայն աստմներն ունեն վերջավոր չափեր, ուստի դիսկոն-  
ցիայի միջուկում միջավայրը ոչ մի կերպ չի կարելի համարել անընդհատ,  
հետևաբար՝ ատոմագականության տեսությունն այդ ափրոյթում կիրառելի չէ:  
Բնական և ցանցի հաստաստունի կարգի շառավղով այդ ափրոյթը բացառել  
քննարկումից: Մյուս կողմից, միջուկից դուրս գտնվող տիրույթը, որտեղ և  
կենտրոնացած են առաձգական դեֆորմացիաները, այնքան մեծ է, որ, որ-  
պես կանոն, կարելի է հաշվի չառնել միջուկով պայմանավորված երևույթ-  
ները:

Գնահատենք  $\ln(R/r_0)$  արաադրիչը: Եթե ընդունենք, որ շիկամշակ-  
ված բյուրեղներում, որպես կանոն,  $\rho \sim 10^7 \text{ սմ}^{-2}$  կարգի մեծություն է, իսկ  
 $r_0 \sim b \approx 2.5 \text{ \AA}$ , ապա  $R/r_0 \sim R_0/r_0 \sim \rho^{-1/2} \cdot b^{-1} \approx 10^4$ , և  $\ln(R/r_0) \approx 10$ : Բեր-  
ված հաշվարկների հնարավորություն են ապիս զնահաստելու դիսկոնցիայի  
գծի ուղղությամբ մեկ միջատոմական հեռավորությանը բաժին ընկնող  
լներգիան, որը, օրինակ՝ սխուսակային դիսկոնցիայի համար ( $a \approx b$ )  
արվում է

$$E_0 = \varepsilon_\lambda \cdot b = \frac{Gb^3}{4\pi} \ln \frac{R}{r_0} \approx Gb^3 \quad (3.18)$$

բանաձևով և կոչվում է դիսկոնցիայի գծային լներգիա կամ դիսկոնցիայի  
գծային ձգման լներգիա:  $G \sim 10^{10}$  դու և  $b \approx 2.5 \text{ \AA}$  բնութագրական արժեք-  
ների համար  $E_0$ -ն էՎ-ի կարգի մեծություն է: Եզրային դիսկոնցիայի դեու-  
քում նույն  $E_0$  բնութագիրը, Նյութակ XI.2

համաձայն (3.15) բանաձևի,  
(3.17) առնչությունից տարրեր-  
վում է  $(1-\nu)^{-1} \sim 1$  գործակ-  
ցով, ուստի նույն կարգի մեծու-  
թյուն է:

Այդուսակ XI.2-ում բեր-  
ված են (3.18) բանաձևով  $E_0$ -ի  
համար հաշվարկված արժեք-  
ները մի բանի պինդ մալմին-  
ների համար: Այդ արժեքներն

| Նյութ      | $G, 10^{10}$ դու | $E_0, \text{էՎ}$ |
|------------|------------------|------------------|
| Al         | 2.85             | 3.1              |
| Cu         | 7.56             | 5.3              |
| Ag         | 4.4              | 4.5              |
| C (ալմաստ) | 43.0             | 29               |
| Ge         | 6.7              | 18               |
| KCl        | 0.6              | 9.3              |
| Si         | 7.9              | 19               |
| W          | 15.1             | 13               |

րնկած են  $3 \div 10$  ԼՎ և ավելի մեծ էներգիաների տիրույթում:

Փոքր  $E_\gamma$  գծային Լներգիայով օժտված են հնարավոր վոքեր արժեքով Բյուրգերսի վեկտոր ունեցող դիսլոկացիաները, որոնք և մեծ մասամբ առկա են բյուրեղներում:

Կատարված գնահատումները հանգեցնում են մի կարևոր եզրակացության: Երևանգամ դիսլոկացիան ունենա ընդամենը ցանցի 10 հաստատունի հավասար երկարություն, ապա նրա Լներգիան կլինի 100 ԷՎ-ի կարգի մեծություն, որին համապատասխանում են  $10^6$  K կարգի ջերմաստիճաններ: Այս գնահատականից հետևում է, որ դիսլոկացիաները չեն կարող առաջանալ ջերմային ֆլուկտուացիաների հետևանքով (դրանց հավանականությունն անգամ հալման ամենաարժր ջերմաստիճանին ( $T_m \approx 3500$  K, վոլֆրամ) մոտ տիրույթում  $\sim \exp(-300)$  կարգի մեծություն է), ուստի ջերմային հավասարակշռության վիճակում պինդ մարմնում դիսլոկացիաներ լինել չեն կարող: Այլ կերպ ասած, ի տարրերություն կետային արատների, դիսլոկացիաները թերմոդինամիկապես հավասարակշռված արատներ չեն, նրանց խտությունը կախված չէ ջերմաստիճանից:

Դիսլոկացիաների վերը շարադրված համառոտ տեսությունը հնարավորություն է տալիս ոչ միայն ճիշտ բացատրել բյուրեղներում դիսլոկ պլաստիկ դեֆորմացիայի երևույթը, այլև որակապես հասկանալ և բանակապես բավարար ճշտությամբ հաշվարկել պինդ մարմինների տարբեր մեխանիկական բնութագրեր:

Դիսլոկացիաները մեծապես ազդում են պինդ մարմինների նաև մյուս՝ էլեկտրական, մագնիսական, ջերմային և օպտիկական հատկությունների վրա: Նրանց դերը հասկանալու կարևորվում է բյուրեղների աճի պրոցեսում:

## ԱՄՈՐՖ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐ ԵՎ ՀԵՂՈՒԿ ԲՅՈՒՐՆԵՂՆԵՐ

### §1. Ամորֆ մարմիններ

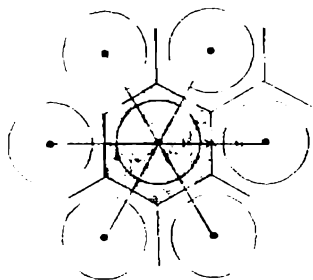
Ամորֆ կոչվում են այն նյութերը, որոնք կոնդենսացված վիճակում չունեն բյուրեղական կառուցվածք. սակայն, ի տարբերություն հեղուկների, օժտված են առաձգական հասկություններով՝ ունեն գոյաց տարրեր սահիքի մոդուլ:

Ամորֆ նյութերը կարելի է բաժանել երկու խմբի՝ ատոմներից և ոչ շատ բարդ մոլեկուլներից բաղկացած նյութեր և պոլիմերներ՝ ամորֆ միացություններ, որոնք միմյանց հետ կապված պարզ մոլեկուլների հսկայական կազմավորումներ են  $10^4 \div 10^6$  հարարերական մոլային զանգվածներով:

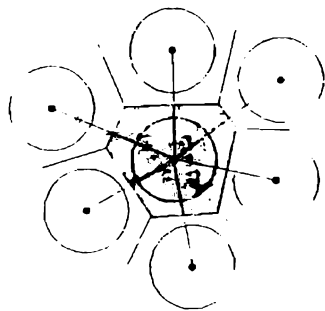
Սառիւ կոստումնասիրենք միայն առաջին տիպի ամորֆ նյութերը:

Բյուրեղներում մասնիկների սարածական բաշխման կարգավորվածությունը, որը նույնությամբ կրկնվում է զանկացած չափով մեծ հեռավորությունների վրա, կոչվում է հեռակա կարգ: Ամորֆ մարմիններում հեռակա կարգը բացակայում է. գոյություն ունի միայն մոսակա կարգ, այսինքն՝ միայն հարևան մասնիկների սարածական բաշխման որոշակի կարգավորվածություն, որը մեծ հեռավորությունների վրա «զոգվում» է, անցնելով անկարգավորվածության: Սակայն մոսակա կարգի առկայությունն ամորֆ մարմիններում թույլ է տալիս պահպանել սարրական բջջի զաղավարը: Իրոր, երև, որպես կանոն, խիտ դարսվածք ունեցող ամորֆ մարմնում, որևէ մասնիկ բնարելով կենարոն, կատարենք Վիգներ-Ձեյսցի բջջի կասուցման գործողությունները (Մաս I, I.2), ապա բյուրեղական կառուցվածքին բնորոշ Վիգներ-Ձեյսցի բջջի (նկ. XII.1, ա) վոլսուրեն կատանանք ոչ նույնական և անհամաչափ ձևեր ունեցող բազմանիստեր (նկ. XII.1, բ): Քանի որ այս բազմանիստերից յուրարանչյուրը (Վորոնոյի բազմանիստ) պարունակում է մեկ ստոն, ապա այն չի կարող հապես սարրերովի Վիգներ-Ձեյսցի բջջից: Հեռահարար՝ ամորֆ նյութում յուրարանչյուր մասնիկ ունի շրջապատ, որը չի կարող շատ ուժեղ սարրերովի մոտ խաությամբ բյուրեղում մասնիկի շրջապատից: Այսպիսով, ամորֆ մարմնում մոսակա կարգն առկա է տարրա-

կան բյջի դեր կատարող «Լորոնոյի բազմանիստի շրջանակներում: Յուրաքանչյուր հաջորդ տարրական բյջ նախորդի նկատմամբ փոքր-ինչ շրջված է, ընդ որում, պատույտի ուղղությունը կրում է պատահական (վիճակագրական) բնույթ: Այս է պատճառը, որ ամորֆ մարմինները իզոտրոպ են:



ա



բ

Նկ. XII.1

Ամորֆ նյութերը որոշակի պայմաններում ապակիանում են, այսինքն՝ տեղի է ունենում անցում հեղուկ վիճակի հատկություններից և օրինաչափություններից պինդ վիճակին բնորոշ հատկություններին: Ամորֆ նյութի անցումը հեղուկ վիճակից պինդ վիճակի չկրմաստիճանը կամ ճնշումը փոփոխելիս, կոչվում է կառուցվածքային ապակիացում: Այսպիսի անցման ժամանակ փոխվում են նյութի ծավալը, ջերմունակությունը, ինչպես նաև մեխանիկական, էլեկտրական և այլ հատկություններ:

Ցանկացած ջերմաստիճանում հեղուկում առկա է որոշակի հավասարակշռական մոլեկուլային կառուցվածք: Մոլեկուլները կատարում են ջերմային տատանումներ հավասարակշռության դիրքերի շուրջ  $l/\tau_0$  հաճախությամբ, որը մոտ է բյուրեղներում ատոմների տատանման հաճախություններին, իսկ տատանումների ամպլիտուդը որոշվում է հարևան մասնիկների կողմից տվյալ մասնիկին ընձեռված «ազատ ծավալով»:  $\tau \gg \tau_0$  ժամանակ անց հավասարակշռության դիրքերը տեղափոխվում են մասնիկների չափերի կարգի ( $\sim 10^{-8}$  սմ) հեռավորություններով: Ըստ մեծ թվով մոլեկուլների միջինացված  $\bar{\tau}$  մեծությունը այն բնութագրական ժամանակն է, որի ընթացքում մասնիկը տեղափոխվում է հարևան մասնիկների միջև

միջին հեռավորության՝

$$\bar{\delta} \sim n_0^{-1/3} = (\mu / \rho N_A)^{1/3} \quad (1.1)$$

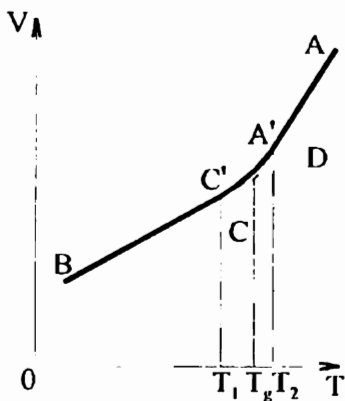
մեծության չափով, որոնեղ  $n_0$ -ն մոլեկուլների կոնցենտրացիան է,  $\mu$ -ն՝ մոլային զանգվածը,  $\rho$ -ն՝ խտությունը: Ջրի համար  $\bar{\delta} \approx 3 \cdot 10^{-8}$  սմ է: Սակայն հեղուկում մոլեկուլների տեղափոխությունները կատարվում են ոչ թե անընդհատ, այլ որպես ակտիվացված թիչքներ, ցատկեր, որոնք կապված են որոշակի պոտենցիալային արգելքների հաղթահարման հետ, և որոնց  $W$  «բարձրությունը» պայմանավորված է սվյալ մասնիկի՝ իր հարևանների հետ փոխազդեցությամբ: Մասնիկի «նստակյաց» կյանքի  $\bar{\tau}$  տևողությունը ժամանակավոր հավասարակշռության դիրքում հակադարձ համեմատական է ցատկի  $w$  հավանականությանը և գործակցի ճշտությամբ տրվում է

$$\bar{\tau} \sim \frac{1}{w} \sim \exp\left(\frac{W}{k_B T}\right) \quad (1.2)$$

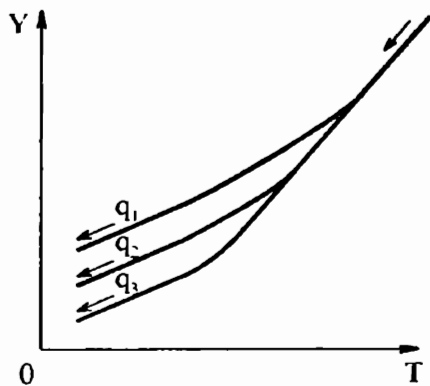
առնչությամբ: Այն որոշում է հեղուկում մոլեկուլի՝ ջերմային շարժման շնորհիվ տեղափոխության միջին արագությունը՝  $\bar{v} \approx \bar{\delta} / \bar{\tau}$ : Ջերմաստիճանը փոփոխելիս հեղուկի կառուցվածքը վերափոխվում է, ձգտելով տրված ջերմաստիճանին համապատասխանող հավասարակշռության վիճակին: Վերակառուցման արագությունը կախված է  $\bar{\tau}$  բնութագրական (ռելաքսացիայի) ժամանակից: Բարձր ջերմաստիճաններում ռելաքսացիայի  $\bar{\tau}$  ժամանակը փոքր է, ուստի հեղուկի կառուցվածքը գործնականորեն չի տարբերվում թերմոդինամիկական հավասարակշռական կառուցվածքից: Հատկությունների (օրինակ՝ ծավալի, նկ. XII.2) փոփոխությունը պայմանավորված է մասնիկների փոխադարձ դիրքերի և նրանց միջև հեռավորությունների փոփոխությամբ (նկ. XII.2, AA՝ տիրույթ):

Հեղուկը վերջավոր արագությամբ սառեցնելիս  $\bar{\tau}$ -ը արագ մեծանում է, և կառուցվածքի փոփոխությունը սկսում է լստ մնալ ջերմաստիճանի փոփոխությունից: Համակարգը դադարում է լինել հավասարակշռական:  $T_2$  ջերմաստիճանը ապակիացման տիրույթի վերին սահմանն է: Նրանից ցածր  $T_1$  ջերմաստիճանից սկսած  $\bar{\tau}$ -ն այնքան է մեծանում, որ կառուցվածքի ցանկացած փոփոխություն ընդհանրապես դադարում է:  $T_1$  ջերմաստիճանը ապակիացման տիրույթի ստորին սահմանն է: Նրանից ցածր ջերմաս-

սիճաններում նյութը գտնվում է պինդ վիճակում (նկ. XII.2, C՝B տիրույթ): Պինդ վիճակում գտնվող ամորֆ նյութը կոչվում է ապակիացած նյութ կամ պարզապես ապակի:



Նկ. XII.2



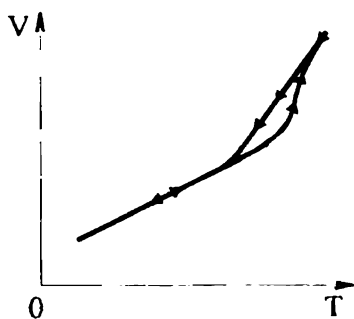
Նկ. XII.3

Ապակիացումը և դրա հակառակ պրոցեսը՝ փափկացումը, տեղի է ունենում մինչև մի բանի տասնյակ աստիճանի հասնող ջերմաստիճանային տիրույթում: Պայմանականորեն այդ անցումը բնութագրում են  $T_g$  ապակիացման ջերմաստիճանով կամ  $T_g'$  փափկացման ջերմաստիճանով: Սովորաբար, ամորֆ նյութի ծավալային հատկություններն ուսումնասիրելիս այդ ջերմաստիճանն ընտրվում է որպես BD և CA ուղղագիծ հատվածների հատման կետի արագիս (նկ. XII.2), իսկ ջերմունակության ուսումնասիրման դեպքում որպես  $T_g$  ջերմաստիճան ընտրվում է  $C_p(T)$  կորի շրջման կետը:

Ապակիացող նյութի հավասարաչափ սառնեցման պրոցեսում նրա որևէ ֆիզիկական  $Y$  պարամետր փոփոխվում է նկ. XII.3-ում պատկերված ձևով:  $Y$  պարամետրի փոփոխությունը կախված է միայն ջերմաստիճանից և նրա փոփոխման  $\dot{T} \equiv q$  արագությունից: Որքան դանդաղ է ընթանում նյութի սառնեցումը, այսինքն՝ որքան փոքր է  $q$ -ն, այնքան ավելի ցածր ջերմաստիճանում է սկսվում նյութի կառուցվածքի սառնեցումը, այսինքն՝ այնքան ավելի փոքր է  $T_g$ -ն: Նկ. XII.3-ում  $q_1 > q_2 > q_3$ , ուստի  $T_{g1} > T_{g2} > T_{g3}$ :

Ավելի լայն իմաստով ապակիացում նշանակում է նյութը կազմող մասնիկների շարժման ցանկացած կոնկրետ սևտակի սառնեցում (համապատասխան «ազատության մաստիճանի» «անջատում»): Այն կարող է լինել շարժում, որն ապահովում է մարմնի դեֆորմացիան ստիքի լարման ազդեցության տակ, ինքավորված մասնիկի շարժում էլեկտրական դաշտի ազդեցության տակ և այլն: Սակայն կարևորագույն նշանակություն ունի հեղուկում մասնիկների այն սոդալովյությունների «սառնեցումը», որոնք ապահովում են հեղուկի կառուցվածքի կամ, այլ կերպ ասած, նյութը կազմող մասնիկների վոլյումսավորությունը չերմաստիճանը կամ ճնշումը վոլյումսկիս, ինչն էլ հենց իրենից ներկայացնում է կառուցվածքային ապակիացումը:

Պինդ ամորֆ նյութը տաքացնելիս նրա հատկությունների վոլյումսման բնույթը վաճկացման սիրոյրում կախված է նմուշի չերմային նախապատմությունից: Նմուշի հատկությունները կախված են ոչ միայն տաքացման արագությունից, այլ նաև նմուշում առկա հատատաված (ոնեոված) կառուցվածքից, այսինքն՝ նախնական սառնեցման արագությունից. րսնի որ դրանով է որոշվում «սառնեցված» կառուցվածքը: Տվյալ չերմաստիճանում որքան շատ է սնեոված կառուցվածքը տարբերվում նույն չերմաստիճանում քերմողինամիկական հավասարակշռական վիճակից, այնքան սովելի «անոմալ» են վաճկացման սիրոյրում նմուշի հատկությունների վոլյումսությունները: Նրև տաքացման արագությունը մեծ է նախորդած սառնեցման արագությունից, ապա վաճկացման սիրոյթն ընկած է ապակիացման սիրոյթից վեր: Փաճկացման սիրոյթում նմուշն ունի ավելի խիտ կառուցվածք, քան սովալ չերմաստիճանում հավասարակշռական կառուցվածքը. կառուցվածքի ոնլաքսացիան բերում է մասնիկների ավելի փորր խաւոյամը դարսման, այսինքն՝ վաճկացման պրոցեսում նմուշի ծավալի կաւրոլ աճի (նկ. XII.4):

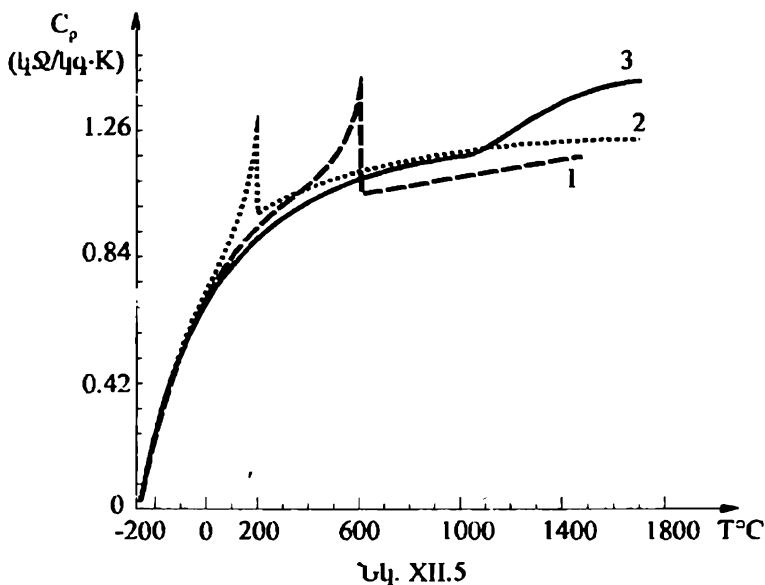


Նկ. XII.4

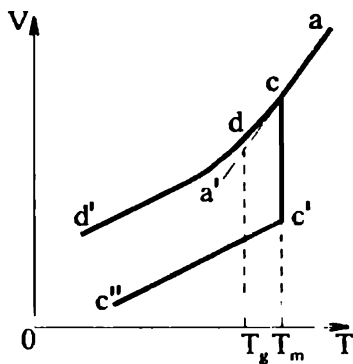
Ապակիացման կամ վաճկացման պրոցեսում նյութի որոշ հատկությունների, մասնավորապես՝ չերմունակության, բավականաչափ կաւրոլ

փոփոխությունը հիշեցնում է ֆուզային անցում: Մակայն կառուցվածքային ապակիացման սկզբունքային տարրերությունը ֆազային անցումներից պայմանավորված է մի շարք սլառնառնելով: Նախ, II կարգի ֆազային անցումներում նյութը որոշակի համաչափությամբ վիճակից անցնում է ավելի բարձր համաչափությամբ օժտված վիճակի, այնինչ հեղուկ  $\rightarrow$  ապակի անցումը կոսպված չէ կառուցվածքային փոփոխության հետ: Երկրորդ՝ ֆուզային անցումները կատարվում են թերմոդինամիկական հավասարակշռական ֆազերի միջև, իսկ ապակիացման դեպքում կատարվում է անցում հավասարակշռական ֆազից (հեղուկ) անհավասարակշռական համակարգի (ապակի): Եվ, վերջապես, ստեղծման մեծ արագությունների դեպքում I կարգի ֆազային անցման սկզբի  $T_0$  ջերմաստիճանը կարող է կախված լինել արագությունից, այսինքն՝ կարող է դիսպլե հեղուկի գերստեղծում: Ստեղծման արագության մեծացման հետ գերստեղծման աստիճանը մեծանում է, իսկ  $T_0$ -ն՝ իջնում, այնինչ արագության մեծացումը բերում է  $T_g$  ջերմաստիճանի բարձրացման (նկ. XII.3), ինչը ցուցադրում է այս անցման ոչ թերմոդինամիկական բնույթը:

II կարգի ֆազային անցման պրոցեսում թաքնված ջերմությունը կլանվում է շատ նեղ (1K-ից փոքր) ջերմաստիճանային ափսոսանքում, ուստի ջերմունակությունն անցման  $T_c$  կետում ընդունում է շատ մեծ արժեք:  $T > T_c$  ջերմաստիճաններում նորից բյուրեղին տրված ջերմության թանակը ծախսվում է մասնիկների տատանողական էներգիայի մեծացման վրա՝ արդեն նոր մոսակա կարգին համապատասխանող բաշխման համար: Ուստի այս տիրույթում ջերմունակությունը նորից մոտ է իր նախկին՝  $T \leq T_c$  տիրույթում ռենցած արժեքին: Այսպիսի վարքը Լապլես տարբերվում է ամորֆ նյութի՝ փափկացման պրոցեսում ցուցաբերած վարքից, երբ  $C_p$  ջերմունակությունը, աճելուց հետո էլ շարունակում է պահել իր մեծացած արժեքը, ինչը պայմանավորված է մոտակա կարգի անընդհատ կատարվող վերակառուցման համար պահանջվող լրացուցիչ ջերմաքանակի կլանումով: Նկ. XII.5-ում պատկերված են քվարցի ( $\text{SiO}_2$ ) բյուրեղական երկու տարատեսակների (1-քրիստոբալիտ, 2-սփիդինիտ) և ամորֆ  $\text{SiO}_2$ -ի (3) ջերմունակությունների կորերը, որոնք հաստատում են ամորֆ նյութի ջերմունակության փերը նկարագրված վարքը:



Այժմ համեմատենք նմուշի ծավալի ջերմաստիճանային վարքը «հեղուկ  $\rightarrow$  բյուրեղ» և «հեղուկ  $\rightarrow$  ամուրֆ նյութ» անցումներում: Նկ. XII.6-ում  $acc'$  կորը պատկերում է հեղուկի ծավալի փոփոխությունը բյուրեղացման պրոցեսում: Հալման  $T_m$  ջերմաստիճանից ցածր ջերմաստիճաններում նվազագույն ազատ էներգիա ունի բյուրեղը, ուստի  $T < T_m$  ջերմաստիճանում նյութը կգտնվի մետաստաբիլ հավասարակշռության վիճակում ( $ca'$  հատվածը): Հեղուկը հաջողվում է գերսառեցնել համեմատաբար փոքր ( $cd$ ) ջերմաստիճանային տիրույթում, քանի որ մետաստաբիլ հավասարակշռություն պահպանելու համար անհրաժեշտ է չափազանց դանդաղ սառեցում՝  $\dot{T} \rightarrow 0$ : Այդ տիրույթից ներքև նյութը գտնվում է անհավասարակշիռ ապակիացման վիճակում ( $dd'$  հատվածը): Ասվածից հետևում է, որ գերսառեցված հեղուկը տար-



բերվում և ապակուց: Գերսառեցված հեղուկի վիճակը սահմանային «հավասարակշռական» վիճակ է ապակու համար:

Ամորֆ նյութերի հիմնական առանձնահատկությունը՝ սահքի մոդուլի և դինամիկական մածուցիկության՝ միաժամանակ զրոյից տարբեր լինելը, հատկապես ցայտունորեն է դրսևորվում ապակիացման տիրույթում: Ուսումնասիրելիք այդ տիրույթում ամորֆ նյութի առաձգական հատկությունները սահքի դեֆորմացիայի պրոցեսում:

Հուլի օրենքի համաձայն, առաձգական դեֆորմացիայի պրոցեսում մարմնում ծագող  $\sigma$  լարումը համեմատական է  $\varepsilon$  հարաբերական դեֆորմացիային՝

$$\sigma = G \cdot \varepsilon : \quad (1.3)$$

Եթե դեֆորմացիան կատարվում է վերջավոր  $\dot{\varepsilon} \equiv d\varepsilon/dt$  արագությամբ, ապա համապատասխան ձևով փոփոխվում է նաև մարմնում ծագող լարումը, այսինքն՝

$$\dot{\sigma} = G \cdot \dot{\varepsilon} : \quad (1.4)$$

Մարմնի պլաստիկության հետևանքով նրանում ծագող լարումները մասամբ «ներծծվում» են, ուստի աճում են ավելի դանդաղ, քան զուտ առաձգական դեֆորմացիայի դեպքում: Մածուցիկ հոսքի պայմաններում «ներծծման» արագությունը համեմատական և լարմանը, ուստի (1.4) հավասարման աջ մասից կարելի է հանել  $\sigma$ -ին համեմատական մի անդամ՝  $\sigma/\tau_M$ , որտեղ  $\tau_M$ -ը ժամանակի չափայնությամբ մի գործակից է: Այսպիսով, կստանանք՝

$$\dot{\sigma} = G\dot{\varepsilon} - \frac{\sigma}{\tau_M} : \quad (1.5)$$

Եթե (1.5) հավասարումը ներկայացնենք

$$\sigma + \tau_M \dot{\sigma} \equiv \sigma^* = G\tau_M \dot{\varepsilon} \quad (1.6)$$

տեսքով, ապա  $\sigma^*$  լարման և հոսքի  $\dot{\varepsilon}$  արագության միջև կապից կարող ենք զրել մածուցիկության գործակցի համար

$$\eta = G \cdot \tau_M \quad (1.7)$$

առնչությունը: (1.7) և (1.5) արտահայտություններից հետևում է Մաքսվելի հավասարումը՝

$$\dot{\sigma} + \frac{G\sigma}{\eta} = G\dot{\varepsilon} : \quad (1.8)$$

Ուսումնասիրենք (1.8) հավասարման լուծումները տարբեր դեպքերում:

1. Ենթադրենք, որ մինչև  $t = 0$  սլաքի մարմինը դեֆորմացված չի եղել՝  $\varepsilon(t) = 0$ ,  $t \leq 0$ : Այս դեպքում (1.8) հավասարման լուծումը տրվում է

$$\sigma(t) = G\varepsilon(t) - \frac{G}{\tau_M} \int_0^t \varepsilon(t') \exp\left(-\frac{t'-t_0}{\tau_M}\right) dt' \quad (1.9)$$

առնչությամբ: Պարզենք  $\tau_M$  գործակցի ֆիզիկական իմաստը: Դրա համար ենթադրենք, որ  $t_0 > 0$  պահից սկսած  $\varepsilon$  դեֆորմացիան մնում է հաստատուն՝  $\varepsilon(t) = \varepsilon(t_0) = \text{const}$ : (1.9) հավասարումից կստանանք լարման արտահայտությունը  $t \geq t_0$  պահերի համար՝

$$\sigma(t) = \sigma(t_0) \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau_M}\right), \quad (1.10)$$

որի համաձայն,  $\tau_M$ -ն այն ժամանակամիջոցն է, որի ընթացքում լարումը  $t_0$  պահին ունեցած  $\sigma(t_0)$  արժեքից փոքրանում է  $e \approx 2.71 \dots$  անգամ:  $\tau_M$ -ը կոչվում է մաքսվելյան ռելաքսացիայի ժամանակ:

Մեծ մածուցիկության դեպքում (1.8) հավասարման  $\sigma/\eta$  անդամը կարելի է արհամարհել  $\dot{\sigma}$ -ի նկատմամբ, ինչի համապատասխանում է առաձգական դեֆորմացիային: Հակառակ սահմանային դեպքում, երբ մածուցիկությունը փոքր է և  $\sigma/\eta$  անդամը՝ մեծ  $\dot{\sigma}$ -ից, մարմնում ծագող լարումները հասցնում են անրնդհատ «ներծծվել», և դիտվում է մուշի հոսում: Համաձայն (1.8) հավասարման, առաձգական կամ պլաստիկ հասկությունների ի հայտ գալը պայմանավորված է ոչ թե  $\tau_M$ -ի կամ  $\eta$ -ի արժեքներով, այլ դեֆորմացիայի  $\dot{\varepsilon}$  արագության և պլաստիկ հոսքի  $\sigma/\eta$  արագության հարաբերակցությամբ: Երկարատև ազդող լարումների դեպքում ( $\dot{\sigma} \rightarrow 0$ ) կարելի է դիտել մեծ մածուցիկությամբ նյութի պլաստիկ դեֆորմացիա ( $\dot{\varepsilon} \approx \sigma/\eta$ ): Մյուս կողմից, հարվածային լարումների դեպքում, երբ  $\dot{\sigma} \gg G\sigma/\eta$ , անգամ փոքր մածուցիկությամբ նյութում պլաստիկ դեֆորմացիան չի հասցնում զարգանալ, և նյութն իրեն պահում է որպես առաձգա-

կան մարմին՝  $\vec{\sigma} = G\vec{\varepsilon}$  :

Որպես օրինակ քննարկենք կուպրի վարքն արտաքին ազդեցության տակ սենյակային ջերմաստիճանում, երբ նրա մածուցիկությունը՝  $\eta \approx 10^{10}$  պուազ է: Փորձում դեֆորմացիայի բնութագրական արագությունը՝  $\dot{\varepsilon} \sim 10 \text{վ}^{-1}$ , ռաստի բնդունելով կուպրի համար սահմանային լարման բնութագրական արժեքը՝  $\sigma_p \sim 10^8 \text{Նմ}^{-2}$  կարգի, կստանանք  $\sigma_p/\eta \sim 10^{-2} \text{վ}^{-1} \sim 10^{-3} \dot{\varepsilon}$ , այսինքն  $\dot{\varepsilon} \gg \sigma_p/\eta$ : Այս պայմաններում կուպրը փխրուն ձևով կոտրվում է՝ առանց պլաստիկորեն դեֆորմացվելու, այսինքն՝ իրեն պահում է որպես պինդ մարմին:

2. Այժմ ուսումնասիրենք (1.8) հավասարման լուծումն այն դեպքում, երբ մարմինը ենթարկվում է պարբերական դեֆորմացիայի՝

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin \omega t : \quad (1.11)$$

(1.8) հավասարման լուծումը փնտրելով նույն  $\omega$  հաճախությամբ ֆունկցիայի տեսքով, կստանանք՝

$$\sigma(t) = \frac{\eta \omega \varepsilon_0}{\sqrt{1 + (\omega \tau_M)^2}} \sin(\omega t + \delta) , \quad (1.12)$$

որտեղ լարման և դեֆորմացիայի միջև  $\delta$  փուլը որոշվում է

$$\tan \delta = \frac{1}{\omega \tau_M} \quad (1.13)$$

առնչությամբ:

Մեծ հաճախությունների դեպքում, երբ  $\omega \gg \tau_M^{-1}$ ,  $\delta \rightarrow 0$ ,

$$\sigma(t) \cong \frac{\eta}{\tau_M} \varepsilon_0 \sin \omega t \equiv G \varepsilon(t) ,$$

որը համընկնում է (1.3) հավասարման (Հուլի օրենքի) հետ: Այսպիսով, մեծ հաճախությունների տիրույթում ամորֆ մարմինը դրսևորում է առաձգական հատկություններ:

Փոքր հաճախությունների դեպքում, երբ  $\omega \ll \tau_M^{-1}$ ,  $\delta \rightarrow \pi/2$ ,

$$\sigma(t) \simeq \eta \omega \varepsilon_0 \cos \omega t \equiv \eta \dot{\varepsilon} , \quad (1.14)$$

որը Նյուտոնի հավասարումն է մածուցիկության համար: Այսպիսով, փոքր հաճախությունների տիրույթում ամորֆ մարմինը դրսևորում է մածուցիկ հեղուկի հատկություններ:

Մածուցիկության առկայությունը բերում է ամորֆ մարմնում ներքին շփումով պայմանավորված մեխանիկական էներգիայի կորուստների: (1.11) և (1.12) առնչությունների միջոցով միավոր ծավալում մեկ պարբերության ընթացքում անջատված էներգիայի համար կստանանք՝

$$Q = \frac{\pi \eta \varepsilon_0^2 \omega}{1 + (\omega \tau_M)^2} = \frac{\pi \eta \varepsilon_0^2}{\tau_M} \cdot \frac{\omega \tau_M}{1 + (\omega \tau_M)^2}, \quad (1.15)$$

որն առավելագույն՝  $Q_{\max} = \pi \eta \varepsilon_0^2 / 2 \tau_M$  արժեքն է ընդունում  $\omega = \tau_M^{-1}$  հաճախության համար:

Ամորֆ նյութերը բնության մեջ ավելի քիչ են տարածված, քան բյուրեղները: Ամորֆ նյութերի թվին են պատկանում արևակնը (ընդունված է նաև ծիածանաքար կամ օպալ անվանումը), վանակատը (օրսիդիան կամ «սատանի եղունգ»), սաքը, հանքածյութերը (բիտումներ), խեժերը և այլ նյութեր:

Ամորֆ նյութեր ստացվում են նաև արհեստական եղանակով: Քանի որ ցածր ջերմաստիճաններում բյուրեղացման պրոցեսը շատ մեծ ժամանակներ է պահանջում, ապա ամորֆ վիճակ կարելի է ստանալ հալույթի արագ սառեցման միջոցով: Օրինակ՝ հալելով բյուրեղական քվարցը և այն արագ սառեցնելով, ստանում են ամորֆ քվարցե ապակի:

Ամորֆ մետաղները (մետաղական ապակիներ) մետաղական համաձուլվածքներ են ապակիացման վիճակում և ստացվում են հալույթի գերարագ՝ մինչև  $10^6$  K/վ արագությամբ սառեցման եղանակով:

## §2. Գաղափար հեղուկ բյուրեղների մասին

Մի շարք օրգանական նյութեր պինդ բյուրեղական վիճակից անցնում են իզոտրոպ հեղուկ վիճակի ոչ անմիջապես, այլ մեկ կամ ավելի թվով միջանկյալ վիճակներով (ֆազերով), որոնց ընդունված է անվանել հեղուկբյուրեղական: Միջանկյալ վիճակին, որին անվանում են նաև մեզոֆազ կամ մե-

գամորՖ ֆազ, բնորոշ են ինչպես սովորական հեղուկի հատկություններ (հոսունություն, կաթիլային վիճակում գտնվելը, կաթիլների միացումն իրար մոտեցնելիս և այլն), այնպես էլ պինդ բյուրեղական մարմնի հատկություններ (անիզոտրոպություն): Այսպիսի տարարնույթ հատկությունների գուգակցումն էլ բերել է նյութի նոր ագրեգատային վիճակի՝ «հեղուկ բյուրեղի» եասկացությանը:

Հեղուկ բյուրեղի յորահատկություններն ուսումնասիրելու համար վերհիշենք, թե ինչ է տեղի ունենում պինդ բյուրեղական մարմնի հետ հալման ջերմաստիճանում:

Ինչպես գիտենք, բյուրեղում մոլեկուլների գանգվածների կենարոնները կազմում են եռապալ տարածական ցանց կամ, ինչպես ընդունված է ասել, բյուրեղական վիճակին բնորոշ է հեռակա կարգը: Հեղուկ վիճակում հեռակա կարգը վերանում է, այն բնութագրվում է մոսուկա կարգով:

Եթե բյուրեղը կազմող մոլեկուլներն անիզոտրոպ են, այսինքն՝ նրանց ձևը զգալիորեն տարբերվում է զնդայինից, ապա բյուրեղական վիճակում մոլեկուլների գանգվածների կենարոնների բաշխման հեռակա կարգի հետ մեկտեղ առկա է նաև մոլեկուլների կողմնորոշումների հեռակա կարգ: Որպես կանոն, նշված երկու ախպի հեռակա կարգերը բյուրեղի հալման ջերմաստիճանում անհետանում են՝ բյուրեղը հալվում է, անցնելով իզոտրոպ հեղուկ վիճակի:

Սակայն հեղուկ բյուրեղների դեպքում իրադրությունն այլ է: Հալվելիս հեղուկ բյուրեղի վերածվող (կամ մեգոգեն) բյուրեղում հալման ջերմաստիճանում մոլեկուլների գանգվածների կենտրոնների դիրքերի կարգավորվածությունն շատ վորքրանում է կամ անհետանում, սակայն կողմնորոշման կարգավորվածությունը որոշ չափով պահպանվում է: Այսպիսի բյուրեղների մոլեկուլները, որպես կանոն, մի ուղղությամբ խիստ ձգված կամ սեղմված են և նրանց երկար առանցքներն իրար գուգահետ են, ինչը մասամբ խախտվում է ջերմային ֆլուկտուացիաների պատճառով:

Եթե բյուրեղական մարմինն ունի հեղուկբյուրեղական ֆազ, ապա հալման ջերմաստիճանում այն վերածվում է բավական պղտոր հեղուկի, որն օժտված է խիստ արտահայտված երկբեկման հատկությամբ: Հետագա տաքացման ժամանակ, որոշակի ջերմաստիճանում պղտոր հեղուկը դառնում է թափանցիկ, ինչը վկայում է իզոտրոպ հեղուկի առաջացման մասին:

Այդ ջերմաստիճանը կոչվում է լիաթափանցության (պայծառացման) ջերմաստիճան՝  $T_l$ : Հալման  $T_m$  և լիաթափանցության  $T_l$  ջերմաստիճանները որոշում են այն ջերմաստիճանային տիրույթը, որտեղ միջանկյալ ֆազը՝ հեղուկ բյուրեղը, թերմոդինամիկապես կայուն է: Ե՛վ հալումը, և՛ պայծառացումը I կարգի ֆազային անցումներ են, ուստի բնութագրվում են անցման թաքնված ջերմությամբ և խտության թոփաթակ փոփոխությամբ, ընդ որում  $T_l$  կետում անցման թաքնված ջերմությունը և խտության փոփոխությունը կարգով փոքր են հալման  $T_m$  կետում ունեցած համապատասխան արժեքներից:

Եթե հեղուկ բյուրեղն առաջանում է բյուրեղական նյութի տաքացման արդյունքում, ապա նյութը կոչվում է թերմոստուպ: Պինդ բյուրեղական վիճակի և իզոտրոպ հեղուկ վիճակի միջև կարող են գոյություն ունենալ այլ միջանկյալ ֆազեր, որոնց բնորոշված է անվանել լիտոտուպ: Ի տարբերություն թերմոստուպ հեղուկ բյուրեղների, որոնք միակոմպոնենտ նյութեր են, լիտոտուպ հեղուկ բյուրեղները բազմակոմպոնենտ համակարգեր են, որոնց վարքը կախված է լուծիչի քանակից:

Հարկ է նշել, որ հեղուկբյուրեղական վիճակի գոյությունը պայմանավորված է ոչ միայն ջերմաստիճանով, այլև նյութի խտությամբ: Դրանում կարելի է համոզվել հետևյալ որակական դատողությունների հիման վրա:

Եթե անիզոտրոպ մոլեկուլների խտությունը մեծ չէ, ապա նրանք գտնվում են միմյանցից հեռու: Նրանցից յուրաքանչյուրը կարող է ազատորեն պտտվել տարածության մեջ, գրավելով ցանկացած դիրք, ուստի այս մոլեկուլներից կազմված հեղուկը կլինի իզոտրոպ: Եթե մոլեկուլի ամենամեծ չափը նշանակենք  $l$  -ով, ապա մեկ մոլեկուլին միջին՝  $v_0 \geq l^3$  ծավալ բաժին ընկնելու դեպքում մոլեկուլը  $v_0^*$  ծավալում կարող է ունենալ կամայական ուղղորդվածություն: Եթե մոլեկուլների խտությունը մեծացնենք, ապա մեկ մոլեկուլին բաժին ընկնող ծավալը կփոքրանա  $l^3$ -ից, պտտվելիս մոլեկուլներն իրար կխանգարեն և ստիպված կլինեն գրավելու շատ թե քիչ չափով գուգահեռ կողմնորոշում: Եթե մոլեկուլի տրամագիծը նշանակենք  $2a$ -ով, ապա մեկ մոլեկուլին  $v_0 \approx ka^2$  ծավալ բաժին ընկնելու դեպքում մոլեկուլները կդասավորվեն երկար առանցքներով իրար գուգահեռ, քանի որ մոլեկուլների միջև փոքր հեռավորությունների վրա գործող վանողական ուժերը

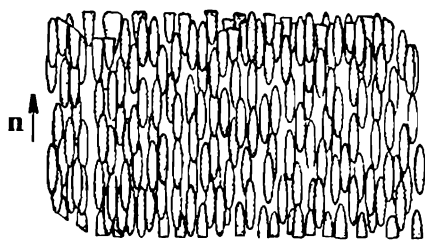
բացառում են նրանց՝ ավելի, քան  $2a$ -ով իրար մոտենալու հնարավորությունը: Հետևաբար, եթե մեկ մոլեկուլին բաժին ընկնող ծավալը գտնվի  $la^2 \leq v_0 < l^3$  տիրույթում, ապա մոլեկուլների համակարգն օժտված կլինի որոշակի կողմնորոշումային կարգավորվածությամբ:

Հեղուկ բյուրեղ առաջացնող նյութերի մոլեկուլների չափերի մասին պատկերացում կազմելու համար բերենք օրինակներ: Ոչ մեծ օրգանական մոլեկուլների համար հաճախ ընտրվում է պինդ ձողի մոդելը, որի չափերն են՝  $l \approx 20 \text{ \AA}$  և  $a \approx 5 \text{ \AA}$ : Որոշ սինթետիկ պոլիպեպտիդներ համապատասխան պայմաններում ընդունում են  $l \approx 300 \text{ \AA}$  երկարությամբ և  $2a \sim 20 \text{ \AA}$  հաստությամբ ձողի ձև, իսկ ծխախոտի խճանկարի մանրէի բնութագրական չափերն են՝  $l \sim 3000 \text{ \AA}$ ,  $a \approx 100 \text{ \AA}$ :

Ներկայումս ընդունված է հեղուկ բյուրեղները դասակարգել երեք հիմնական տիպի՝ նեմատիկներ, խոլեստերիկներ և սմեկսիկներ: Ծանոթանալով դրանց կառուցվածքային առանձնահատկություններին:

### 1. Նեմատիկ հեղուկ բյուրեղներ (նեմատիկներ)

Նեմատիկում մոլեկուլների զանգվածների կենտրոնների դիրքերի միջև կռուկյացիան այնպիսին է, ինչպես սովորական իզոտրոպ հեղուկում: Նեմատիկների տիպիկ ներկայացուցիչների մածուցիկությունը  $0,1$  պուազի կարգի է (համեմատության համար նշենք, որ  $T \approx 300\text{K}$ -ում ջրի մածուցիկությունը  $0,01$  պուազ է): Նեմատիկի մոլեկուլները ձգտում են ուղղվել զուգահեռ որոշակի առանցքի, որը բնութագրվում է  $n$  միավոր վեկտորով, որը կոչվում է ուղղորդիչ (դիրեկտոր) (նկ. XII.7): Նեմատիկը օպտիկապես միառանցք միջավայր է, որի օպտիկական առանցքն ուղղված է  $n$  ուղղորդչի ուղղությամբ: Այսպիսի միջավայրն ունի երկու գլխավոր բեկման ցուցիչ, որոնցից մեկը ( $n_0 \equiv n_1$ ) բնութագրում

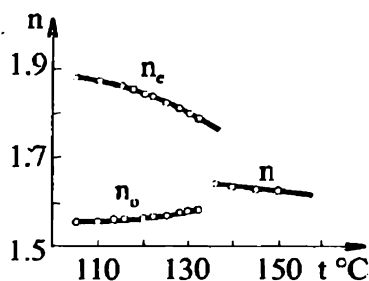


Նկ. XII.7

է սովորական լուսային ալիքի տարածումը (լուսային դաշտի էլեկտրական լարվածության  $E$  վեկտորն ուղղահայաց է միջավայրի օպտիկական առանցքին), իսկ մյուսը՝  $n_e \equiv n_2$ -ն՝ ոչ սովորական գծային բևեռացված

յութային ալիքի տարածումը ( $E$  վեկտորը զուգահեռ է միջավայրի օպտիկական առանցքին): Նկ. XII.8-ում բերված են  $n$ -ազոկսիանիզոլի բեկման ցուցիչների կորերը.  $n$ -ը իզոտրոպ հեղուկի բեկման ցուցիչն է:  $n$ -ի ուղղությամբ տարածության մեջ կամայական է: Գործնականում այն որոշվում է թույլ ուժերով, օրինակ՝ հեղուկ բյուրեղը սահմանափակող անոթի պատերի կողմնորոշիչ ազդեցությամբ:

Նեմատիկում  $n$  և  $-n$  ուղղորդիչների վիճակներն անգամազանեկի են: Այսպես, եթե նեմատիկի մոլեկուլն ունի դիպոլային մոմենտ, ապա «վերև» և «ներքև» ուղղված դիպոլների թվերն իրար ճշտորեն հավասար են՝  $P = 0$  և համակարգը սեղմետալեկտրական չէ (Մաս I, V):



Նկ. XII.8

Եթե նախազգուշական միջոցներ չձեռնարկվեն, ապա հալվելիս կամ հալույթը սառելիս առաջանում է թելանման տեքստուրա, ինչը հեղուկ բյուրեղների այս տիպի անվանման հիմք է հանդիսացել (հունարեն «նեմա»-թել): Հաստ՝ 50-200 մկմ չափերով նմուշներում և բնական, և բևեռացված լույսով հստակորեն տեսանելի են այդ «թելերը», որոնք չունեն որոշակի, հաստատուն երկրաչափական ձև: Այդ թելանման տիրույթները միջավայրի օպտիկական անընդհատության խզման տեղերն են, որոնց անվանում են դիսկլինացիաներ: Դրանք միջանկյալ ֆազի առանձին, համասեռ «միաբյուրեղների», այսինքն՝ միևնույն ուղղորդվածությունն ունեցող մոլեկուլներից բաղկացած տիրույթների միջև սահմաններն են: Յուրաքանչյուր այդպիսի «միաբյուրեղ» օպտիկապես համասեռ է:

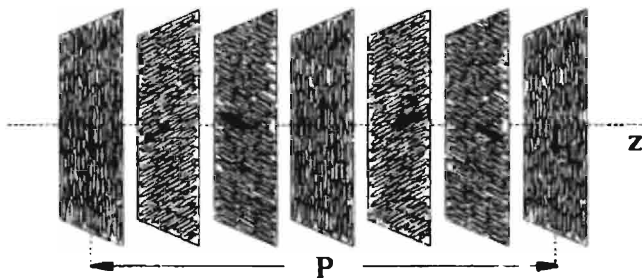
Եթե նեմատիկի շերտում մոլեկուլներն իրենց երկար առանցքներով ուղղված են պահեղ ապակիներին զուգահեռ, ապա այդպիսի տեքստուրան կոչվում է հարթ (պլանար): Այն իր օպտիկական հատկություններով չի տարբերվում օպտիկապես դրական միաբյուրեղից կտրված քիթից, որի առանցքը զուգահեռ է օպտիկական առանցքին: Հնարավոր է ստեղծել նեմատիկի նաև նորմալ շերտ, որտեղ մոլեկուլների երկար առանցքներն ուղղահայաց են պահեղ ապակիների հարթություններին:

Որպես կանոն, նեմատիկ մոլեկուլները բավականաչափ ամուր են կաշմում պահող ապակիներին, ուստի եթե հարթ շերտը պահող ապակիներից մեկը պտտենք որոշակի անկյունով, ապա նրա հետ կախվածի նաև նեմատիկի՝ ապակուն կաշմ շերտը: Վերջինս, իր հերթին, պտտում է իրեն անմիջականորեն մոտ շերտը և այդպես, մինչև որոշակի խորություն, որը կարող է հասնել մի քանի մկմ-ի: Առաջացած կառուցվածքը հայտնի է որպես «քվիստ-կառուցվածք», և այն օպտիկապես ակտիվ է:

Հեղուկ բյուրեղի նեմատիկ ֆազը հանդիսանում է միայն այն օրգանական նյութերի մոտ, որոնց մոլեկուլների «աջ» և «ձախ» ձևերն անգանազանելի են, այսինքն՝ մոլեկուլի հայելային պատկերը նույնական է մոլեկուլին: Լյսայիսի մոլեկուլն ընդունված է անվանել ոչ քիրալ: Սակայն նեմատիկ կարող է լինել նաև քիրալ մոլեկուլներից կազմված խառնուրդը, եթե այն ձախ քիրալությամբ մոլեկուլները վերցված են հավասար քանակներով:

## 2. Խոլեստերիկ հեղուկ բյուրեղներ (խոլեստիրիկներ)

Հեղուկ բյուրեղի մոլեկուլների չափի կարգի հեռավորությունների վրա խոլեստերիկ նյութը շատ նման է նեմատիկին: Խոլեստերիկում ևս բացակայում է մոլեկուլների զանգվածների կենտրոնների դիրքերի հեռակա կարգը, իսկ մոլեկուլներն ուղղված են հիմնականում  $n$  ուղղությամբ: Սակայն  $n$ -ը տարածության մեջ չունի սևեղված ուղղություն՝ մի շերտից մյուսին անցնելիս նրա ուղղությունը փոխվում է:  $n$  ուղղության ծայրը տարածության մեջ գծում է պարուրազիծ, որի  $z$ -առանցքը ուղղահայաց է  $n$  ուղղության ուղղությանը բոլոր հարթություններում (նկ. XII.9), ուստի նրա



Նկ. XII.9

բաղադրիչները տրվում են

$$n_x = \cos(q_0 z + \Phi), \quad n_y = \sin(q_0 z + \Phi), \quad n_z = 0 \quad (2.1)$$

արտահայտություններով, որտեղ պտույտի առանցքի ուղղությամբ և  $\Phi$  մեծությամբ կամայական են: Ըստ (2.1) առնչության, պարույրի քայլը՝

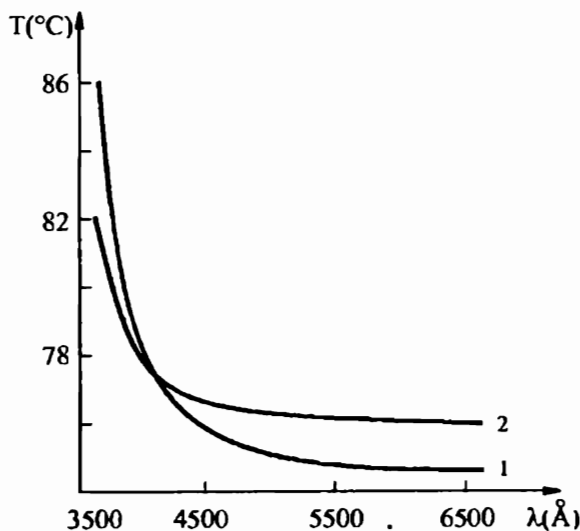
$$P = \frac{2\pi}{|q_0|}, \quad (2.2)$$

որտեղ  $q_0$  ալիքային թիվը ձախ և աջ պարույրների համար ունի տարբեր նշաններ: Տրված ջերմաստիճանում, տրված նմուշում  $q_0$ -ն միշտ նույն նշանն ունի: Ջերմաստիճանը փոփոխելիս  $q_0$ -ն փոփոխվում է, և, որպես կանոն՝  $dq_0/dT > 0$ , այսինքն՝ պարույրի քայլը փոքրանում է (նկ. XII.10): Սակայն կան խղեստերիկներ, որոնցում  $dq_0/dT < 0$ :

Այսպիսով, խղեստերիկն ունի պարբերական կառուցվածք պարույրի առանցքի ուղղությամբ, ընդ որում պարբերության մեծությունը հավասար է պարույրի քայլի կեսին՝

$$L = \frac{P}{2} = \frac{\pi}{|q_0|}, \quad (2.3)$$

ինչը հետևանք է  $n$  և  $-n$  ուղղորդիչների համաթեքության: Պարբերության բնութագրական արժեքը 3000 Å-ի կարգի է, որը զգալիորեն գերազանցում է մոլեկուլների չափերը: Ի տարբերություն նեմատիկների, խղեստերիկներում հնարավոր է տեսանելի լույսի դիֆրակցիա պարբերական կառուցվածքի



Նկ. XII.10

վրա: Նկ. XII.10-ում սլատկերված է ընտրողական անդրադարձման (անդրադարձման մաքսիմումներին համապատասխանող) ալիքի երկարության

կախումը ջերմաստիճանից խաղեստերիլալեարգոնասի (1) և խաղեստերիլ-կապրինատի (2) համար:

Թերմոդինամիկական տեսանկյունից խաղեստերիկը շատ մեծ է նեմատիկին, քանի որ ոլորման հետ կապված էներգիան մոլեկուլների զուգահեռ կողմնորոշումով պայմանավորված էներգիայի շատ փոքր՝  $10^{-5}$  մասի կարգի է:

Մոլեկուլների պարտորածի դարսվածքը խաղեստերիկի եզակի օպտիկական հատկությունների պատճառն է: Դրանցից հարկ է առաջին հերթին նշել շրջանային բևեռացված լույսի ընտրողական անդրադարձման հատկությունը, ինչպես նաև չափազանց մեծ օպտիկական ակտիվությունը՝ միավոր երկարության վրա լուսային ալիքի էլեկտրական դաշտի լարվածության վեկտորի պտույտի անկյունը՝  $\beta \sim 10^4$  աստ/սմ (համեմատության համար նշենք, որ օպտիկապես ակտիվ, իզոտրոպ հեղուկում  $\beta \sim 1$  աստ/սմ է):

### 3. Սմեկտիկ հեղուկ բյուրեղներ (սմեկտիկներ)

Սմեկտիկ հեղուկ բյուրեղներն ավելի կարգավորված են, քան նեմատիկները: Նրանցում, բացի նեմատիկներին բնորոշ կողմնորոշումային կարգավորվածությունից, առկա է նաև մոլեկուլների զանգվածների դիրքերի որոշակի կարգավորվածություն, քանի որ մոլեկուլները կազմում են շերտեր, որոնց միջև հեռավորությունները հավասար են որոշակի մեծության

(նկ. XII.11), որը կարելի է որոշել ռենտգենյան ճառագայթների դիֆրակցիայի մեթոդով:

Սմեկտիկում տարբեր շերտերի մոլեկուլների միջև փոխազդեցությունը զգալիորեն քայլ է նույն շերտին պատկանող մոլեկուլների միջև փոխազդեցությունից, որի հետևանքով շերտերը հեշտությամբ սահում են

նկ. XII.11

իրար նկատմամբ: Եռափեղիս սմեկտիկը թողնում է օճառի տպավորություն (հունարեն «սմեզմա»-օճառ):

Տվյալ նյութի համար սմեկտիկ ֆազն առաջանում է ավելի ցածր ջեր-

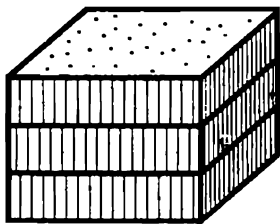
մասսիճանում, քան նեմատիկ ֆազը:

Գոյություն ունեն սմեկտիկ հեղուկ բյուրեղների բազմաթիվ տարատեսակներ: Դիտարկենք դրանցից մի քանիսը:

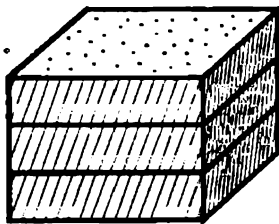
**A-սմեկտիկը** (նկ. XII.12, ա) շերտավոր կառուցվածք է, որի շերտերի հաստությունը մոտ է մոլեկուլի երկարությանը: Շերտի ներսում մոլեկուլների զանգվածների կենտրոնները չունեն դասավորման հեռակա կարգ. յուրաքանչյուր շերտ իրենից ներկայացնում է երկչափ հեղուկ: Համակարգն օպտիկապես միառանցք է, ընդ որում օպտիկական առանցքն ուղղահայաց է շերտերի հարթություններին:

**C-սմեկտիկը** (նկ. XII.12, բ) շերտավոր կառուցվածք է, որի շերտերը երկչափ հեղուկ են: Համակարգն օպտիկապես երկառանցք է: Այս առանձնահատկությունը բացատրվում է, եթադրելով, որ մոլեկուլների երկար առանցքները թեքված են շերտերի նորմալի նկատմամբ: Այս ֆազին բնորոշ կառուցվածքը ստացվում է, եթե նյութի մոլեկուլներն օպտիկապես ակտիվ չեն կամ եթե խառնուրդը պարունակում է աջ և ձախ բիրալությամբ մոլեկուլներ հավասար քանակներով:

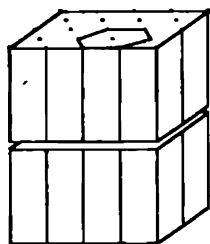
**B-սմեկտիկ** (նկ. XII.12, գ): Եթե A- և C-սմեկտիկներում յուրաքանչյուր շերտ դրսևորում է երկչափ հեղուկի հատկություն, ապա B-սմեկտիկում շերտերն օժտված են պարբերականությամբ և պինդ մարմնին բնորոշ կոշտությամբ: Ռենտգենյան ճառագայթների ցրումը ցույց է տալիս յուրաքանչյուր շերտում կարգավորվածության առկայություն: Շերտերը շատ ճկուն չեն: B ֆազը երեք հիմնական սմեկտիկ ֆազերից ամենակարգավորվածն է:



ա



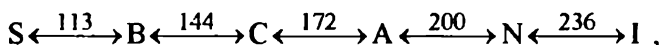
բ



գ

Նկ. XII.12

Եթե որևէ նյութ կարող է գոյություն ունենալ և՛ A, և՛ B, և՛ C ֆազերում, ապա դրանց առաջացման հաջորդականությունը ջերմաստիճանի բարձրացնելիս կլինի՝  $S \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ : Օրինակ՝ նշված ֆազերն ունեցող նյութերի ախալկ ներկայացուցիչն է  $\text{SF}_6\text{U}$  (ստերեֆտալ-բիս-( $n$ -բութիլանիլին)) օրգանական միացությունը, որի մոտ դիտվում են անցումների հետևյալ ջերմաստիճանները ( $^{\circ}\text{C}$ -ով)

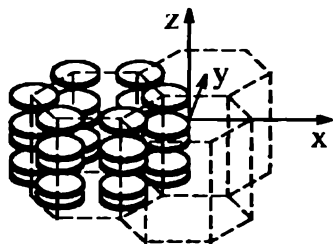


որտեղ N-ով նշանակված է նեմատիկ ֆազը, իսկ I-ով՝ իզոտրոպ հեղուկ ֆազը:

Ներկայումս հայտնի են սմեկտիկների այլ տարատեսակներ, որոնց կոչում են «էկզոտիկ»:

Հեղուկ բյուրեղների վերը դիսուարկված բոլոր տեսակներում նյութի մոլեկուլներն ունեն մեկ ուղղությամբ խիստ ձգված, ծողածև տեսք: Սակայն 1977թ. հայտնաբերվեցին հեղուկ բյուրեղներ, որոնց մոլեկուլները սկավառակի ձև ունեն: Այդպիսի մոլեկուլներից կազմված համակարգն անվանվեց դիսկոտիկ հեղուկ բյուրեղ: Ինչպես և նեմատիկները, դիսկոտիկը նկարագրվում է  $n$  ուղղորդիչով, որն ուղղված է մոլեկուլ-սկավառակների նորմալների գերադասելի ուղղությամբ:

Հեղուկբյուրեղական ֆազում գտնվող դիսկոտիկի կառուցվածքը սլատկերված է նկ. XII.13-ում: Յուրաքանչյուր սյունակում սկավառակները



Նկ. XII.13

գրեթե զուգահեռ են, իսկ նրանց միջև հեռավորությունները կամայական են: Մոլեկուլները կարող են ազատ շարժվել սյունակների առանցքների ուղղությամբ, որոնք սառածության մեջ դասավորված են իրար զուգահեռ և հարթության մեջ կազմում են կանոնավոր վեցանկյուն երկչափ ցանց: Դիսկոտիկի այսպիսի կառուցվածքը սլայմանավորված է այն հանգամանքով, որ երկու

սկավառակ-մոլեկուլների միջև ձգողության ուժն առավելագույնն է, եթե նրանք միմյանց զուգահեռ են և տեղադրված մեկ-մեկու վրա և նվազագույնն է, եթե նրանք միևնույն հարթության մեջ են: Վեցանկյուն երկչափ

ցանցն ստաջանում է ուժեղ վանողական ուժերի զործողության շնորհիվ:

Պինդ բյուրեղական վիճակում գտնվող դիսկոտիկը տաքացնելիս նախ լասխտվում են սյունակներ կազմող մոլեկուլների միջև հեռավորությունները, և դիսկոտիկը վերածվում է հեղուկ նեմատիկ սյունակներից կազմված համակարգի, որտեղ դեռևս պահպանված է վեցանկյուն հարթ կառուցվածքը: Հետագա տաքացման արդյունքում բանդվում է նաև երկչափ վեցանկյուն ցանցը, և ստաջանում է եռաչափ նեմատիկ, որը հոսում է, պահպանելով մոլեկուլ-սկավառակների հարթությունների զուգահեռությունը:

Ներկայումս ստացվում են դիսկոտիկներ, որոնցում նեմատիկ սյունակները հարթության մեջ կազմում են վեցանկյունից տարբեր համաչափությամբ երկչափ ցանց, ինչը պայմանավորված է մոլեկուլների կառուցվածքային առանձնահատկություններով, մասնավորապես՝ սկավառակի ձևից ունեցած տարբերությամբ:

Հեղուկ բյուրեղները հայտնի են արդեն ավելի քան 100 տարի (առաջին հեղուկ բյուրեղը սինթեզվել է 1888թ. ավստրիացի բուսաբան Ֆ. Ռայնիտցերի կողմից), սակայն նրանց բուռն ուսումնասիրությունները ծավալվել են վերջին երեք տասնամյակների ընթացքում, ինչն, առաջին հերթին, պայմանավորված էր նրանց լայն կիրառություններով: Բանն այն է, որ հեղուկ բյուրեղների հատկությունները կարելի է փոփոխել չափազանց թույլ արտաքին ազդակների միջոցով, քանի որ հեղուկը հեշտ դեֆորմացվող միջավայր է:

Հեղուկ բյուրեղների կիրառությունը բերեց տեխնիկական հեղափոխության ինֆորմացիայի ներկայացման տեսողական սարքերի՝ դիսփլեյների բնագավառում:

Հեղուկբյուրեղական, հատկապես լիտրոպ, ֆազի ուսումնասիրությունն ունի կարևոր նշանակություն կենսաբանության մեջ, քանի որ կենսաբանորեն ակտիվ համակարգերում, այդ թվում՝ և մարդու օրգանիզմում, կան հեղուկբյուրեղական կառուցվածք ունեցող կենսաբանական նյութեր (միոզին, կոլագեն, ԴՆԹ, լիպիդներ և այլն):

Եվ, վերջապես, հեղուկ բյուրեղների ֆիզիկական ժամանակակից ֆիզիկայի տարբեր բնագավառներում առաջարկվող տեսական մոդելների ստուգման և փորձարկման հարմար «փորձադաշտն» է:

Հավելված 1. ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՄԵԾՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱՂՅՈՒՄԱԿ  
(ըստ Rev. Mod. Phys. 41, 375 (1969) հոդվածի)

| Մեծություն                                      | Նշանակում               | Թվային արժեք և միավոր (CGSE)                                                                                                                         |
|-------------------------------------------------|-------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Էլեկտրոնի իմպուլսի զանգված                      | $m$                     | $9,10956 \cdot 10^{-28} \text{ գ}$                                                                                                                   |
| Տարրական լիցք                                   | $e$                     | $4,80325 \cdot 10^{-10} \text{ CGSE}_q$                                                                                                              |
| Պրոտոնի իմպուլսի զանգված                        | $M_p$                   | $1,67261 \cdot 10^{-24} \text{ գ}$                                                                                                                   |
| Լույսի արագություն                              | $c$                     | $2,997925 \cdot 10^{10} \text{ սմ/վ}$                                                                                                                |
| Պլանկի հաստատուն                                | $h$<br>$\hbar = h/2\pi$ | $6,62620 \cdot 10^{-27} \text{ էրգ}\cdot\text{վ}$<br>$1,05459 \cdot 10^{-27} \text{ էրգ}\cdot\text{վ}$                                               |
| Ավոգադրոյի թիվ                                  | $N_A$                   | $6,02217 \cdot 10^{23} \text{ մոլ}^{-1}$                                                                                                             |
| Բոլցմանի հաստատուն                              | $k_B$                   | $1,3806 \cdot 10^{-16} \text{ էրգ/աստ}$                                                                                                              |
| Պրոտոնի և էլեկտրոնի զանգվածների հարաբերությունը | $M_p/m$                 | 1836,11                                                                                                                                              |
| Նուրբ կառուցվածքի հաստատուն                     | $\alpha = e^2/\hbar c$  | $7,2973 \cdot 10^{-3}$                                                                                                                               |
| Բորի շառավիղ                                    | $a_B = \hbar^2/me^2$    | $0,52918 \cdot 10^{-8} \text{ սմ}$                                                                                                                   |
| Ռիդբերգի հաստատուն                              | $Ry = me^4/2\hbar^2$    | 13,6058 (ԷՎ)                                                                                                                                         |
| Բորի մագնետոն                                   | $\mu = e\hbar/2mc$      | $0,92741 \cdot 10^{-20} \text{ էրգ/Գս}$                                                                                                              |
| Էլեկտրոնի դասական շառավիղ                       | $r_e = e^2/mc^2$        | $2,81794 \cdot 10^{-13} \text{ սմ}$                                                                                                                  |
| Էլեկտրոնի կոմպտոնյան ալիքի երկարությունը        | $\lambda_e = \hbar/mc$  | $3,86159 \cdot 10^{-11} \text{ սմ}$                                                                                                                  |
| 1 էլեկտրոն-Վոլտ                                 | 1 ԷՎ                    | $1,60219 \cdot 10^{-12} \text{ էրգ}$<br>$2,41797 \cdot 10^{14} \text{ Հգ}$<br>$8,06546 \cdot 10^3 \text{ սմ}^{-1}$<br>$1,16048 \cdot 10^4 \text{ K}$ |

աղբերկած 2. ՈՐՈՇ ՄԵՏԱՂՆԵՐԻ ՏԵՍՈՎԱՐԱՐ ԴԻՄԱԴՐՈՒԹՅՈՒՆ-  
ՆԵՐԸ ԵՎ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ԿՈՆՑԵՆՏՐԱՑԻԱՆԵՐԸ

| Մետաղ     | $\rho$ , մկՕհմ-սմ |           |           | $n$ , $10^{22}$ սմ <sup>-3</sup> |
|-----------|-------------------|-----------|-----------|----------------------------------|
|           | 77 K              | 273 K     | 373 K     |                                  |
| <b>Li</b> | 1.04              | 8,55      | 12,4      | 4,70 (78 K)                      |
| <b>Na</b> | 0,8               | 4.2       | Հալվում է | 2.65 (5 K)                       |
| <b>K</b>  | 1.38              | 6.1       | „         | 1,40 (5 K)                       |
| <b>Rb</b> | 2,2               | 11,0      | „         | 1,15 (5 K)                       |
| <b>Cs</b> | 4,5               | 18,8      | „         | 0,91 (5 K)                       |
| <b>Cu</b> | 0,2               | 1.56      | 2,24      | 8,47                             |
| <b>Ag</b> | 0,3               | 1.51      | 2,13      | 5,86                             |
| <b>Au</b> | 0,5               | 2.04      | 2.84      | 5,90                             |
| <b>Bc</b> |                   | 2.8       | 5,3       | 24,7                             |
| <b>Mg</b> | 0,62              | 3,9       | 5.6       | 8,61                             |
| <b>Ca</b> |                   | 3,43      | 5,0       | 4,61                             |
| <b>Sr</b> | 7                 | 23        |           | 3,55                             |
| <b>Ba</b> | 17                | 60        |           | 3.15                             |
| <b>Nb</b> | 3,0               | 15,2      | 19,2      | 5,56                             |
| <b>Fe</b> | 0,66              | 8,9       | 14,7      | 17,0                             |
| <b>Zn</b> | 1,1               | 5,5       | 7,8       | 13,2                             |
| <b>Cd</b> | 1,6               | 6,8       |           | 9,27                             |
| <b>Hg</b> | 5,8               | Հալվում է | Հալվում է | 8,65 (78 K)                      |
| <b>Al</b> | 0,3               | 2.45      | 3,55      | 18,1                             |
| <b>Ga</b> | 2,75              | 13,6      | Հալվում է | 15,4                             |
| <b>In</b> | 1,8               | 8,0       | 12.1      | 11,5                             |
| <b>Tl</b> | 3,7               | 15        | 22,8      | 10,5                             |
| <b>Sn</b> | 2,1               | 10,6      | 15,8      | 14,8                             |
| <b>Pb</b> | 4,7               | 19,0      | 27,0      | 13,2                             |
| <b>Bi</b> | 35                | 107       | 156       | 14,1                             |
| <b>Sb</b> | 8                 | 39        | 59        | 16,5                             |

Նորմալ մթնոլորտային ճնշման տակ և սենյակային ջերմաստիճաններում  
(բացի նշված դեպքերից):

Հավելված 3. (VIII.1.11) ԵՎ (VIII.1.12) ԱՌՆՉՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ  
ԱՐՏԱԾՈՒՄԸ

Եթե (VIII.1.1) հավասարման մեջ ստեղծողները նրա  $g(x)$  և  $h(x)$  անկախ լուծումները և ստացված հավասարումները հանենք իրարից, կստանանք՝

$$g(x)h''(x) - h(x)g''(x) \equiv \frac{d}{dx} [g(x)h'(x) - h(x)g'(x)] = 0, \quad (2.1)$$

որտեղ փակագծերում գրված արտահայտությունը (VIII.1.1) հավասարման վոռնսկիանն է (Վոռնսկու որոշիչը)՝

$$W(x) = g(x)h'(x) - h(x)g'(x) \equiv \begin{vmatrix} g(x) & h(x) \\ g'(x) & h'(x) \end{vmatrix}: \quad (2.2)$$

Համաձայն (2.1) առնչության,  $W(x) = \text{const}$ : Օգտվելով (VIII.1.5) և (VIII.1.6) բանաձևերից, զրենք վոռնսկիանի արտահայտությունը  $x+a$  կետում.

$$\begin{aligned} W(x+a) &= g(x+a)h'(x+a) - h(x+a)g'(x+a) = \\ &= (\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1)W(x): \end{aligned} \quad (2.3)$$

Վոռնսկիանի հաստատունության պայմանից հետևում է

$$\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1 = 1$$

(VIII.1.11) առնչությունը:

Եթե  $g(x)$  և  $h(x)$  անկախ լուծումները կազմում են ֆունդամենտալ համակարգ, ապա տեղի ունեն հետևյալ պայմանները՝

$$g(0) = 1, \quad g'(0) = 0, \quad h(0) = 0, \quad h'(0) = 1: \quad (2.4)$$

Այս դեպքում  $W(0) = 1$ : (2.4) պայմաններից և  $x=0$  կետում (VIII.1.5) և (VIII.1.6) հավասարումներից հետևում է, որ

$$\begin{aligned} g(a) &= \alpha_1 g(0) + \alpha_2 h(0) = \alpha_1; & \alpha_1 &= g(a), \\ h(a) &= \beta_1 g(0) + \beta_2 h(0) = \beta_1; & \beta_1 &= h(a), \\ g'(a) &= \alpha_1 g'(0) + \alpha_2 h'(0) = \alpha_2; & \alpha_2 &= g'(a), \\ h'(a) &= \beta_1 g'(0) + \beta_2 h'(0) = \beta_2; & \beta_2 &= h'(a): \end{aligned} \quad (2.5)$$

**Հավելված 4. ՏԱՐԲԵՐԻ ԿՐԻՏԻԿԱԿԱՆ ՋԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆՆԵՐ ԵՎ ԿՐԻՏԻԿԱԿԱՆ ՍԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏԵՐ**

| Տարր                                        | $T_c$ , K | $H_c(0)$ , Գս |
|---------------------------------------------|-----------|---------------|
| <b>Al</b>                                   | 1,196     | 99            |
| <b>Cd</b>                                   | 0,56      | 30            |
| <b>Ga</b>                                   | 1,091     | 51            |
| <b>Hf</b>                                   | 0,09      | –             |
| <b>Hg <math>\alpha</math> (ռոմբոէդր.)</b>   | 4,15      | 411           |
| <b>Hg <math>\beta</math></b>                | 3,95      | 339           |
| <b>In</b>                                   | 3,4       | 293           |
| <b>Ir</b>                                   | 0,14      | 19            |
| <b>La <math>\alpha</math> (հեքս. խ. դ.)</b> | 4,9       | 798           |
| <b>La <math>\beta</math> (նիստակ. խոր.)</b> | 6,06      | 1096          |
| <b>Mo</b>                                   | 0,92      | 98            |
| <b>Nb</b>                                   | 9,26      | 1980          |
| <b>Os</b>                                   | 0,655     | 65            |
| <b>Pa</b>                                   | 1,4       | –             |
| <b>Pb</b>                                   | 7,19      | 803           |
| <b>Re</b>                                   | 1,698     | 198           |
| <b>Ru</b>                                   | 0,49      | 66            |
| <b>Sn</b>                                   | 3,72      | 305           |
| <b>Ta</b>                                   | 4,48      | 830           |
| <b>Tc</b>                                   | 7,77      | 1410          |
| <b>Th</b>                                   | 1,368     | 162           |
| <b>Ti</b>                                   | 0,39      | 100           |
| <b>Tl</b>                                   | 2,39      | 171           |
| <b>U <math>\alpha</math></b>                | 0,68      | –             |
| <b>U <math>\gamma</math></b>                | 1,80      | –             |
| <b>V</b>                                    | 5,30      | 1020          |
| <b>W</b>                                    | 0,012     | 1             |
| <b>Zn</b>                                   | 0,875     | 53            |
| <b>Zr</b>                                   | 0,65      | 47            |

## ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

### Բնփաստի գրականություն

1. Ч.Киттель. Введение в физику твердого тела. М., Наука, 1978.
2. Дж.Займан. Принципы теории твердого тела. М., Мир, 1974.
3. Н.Ашкрофт, Н.Мермин. Физика твердого тела (тт. I, II). М., Мир, 1979.
4. А.И.Ансельм. Введение в теорию полупроводников. М., Наука, 1978.
5. Дж.Блейкмор. Физика твердого тела. М., Мир, 1988.
6. Ч.Уерт, Р.Томсон. Физика твердого тела. М., Мир, 1966.
7. Задачи по физике твердого тела, под. ред. Г.Дж.Голдсмида, М., Наука, 1976.
8. В.М.Варикаш, Ю.М.Хачатрян. Избранные задачи по физике твердого тела. Минск, Вышэйш. школа, 1969.
9. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Статистическая физика, ч.I, М., Наука, 1976.
10. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика. М., ФМЛ, 1963.
11. Р.Кубо. Статистическая механика. М., Мир, 1967.
12. Таблицы физических величин. Справочник, под ред. акад. И.К.Кикоина. М., Атомиздат, 1976.
13. Б.М.Яворский, А.А.Детлаф. Справочник по физике. М., Наука, 1974.

### VI գլխի գրականություն

1. А.Вильсон. Квантовая теория металлов. М., 1941.
2. П.Гроссе. Свободные электроны в твердых телах. М., Мир, 1982.

### VII գլխի գրականություն

1. Г.Бете, А.Зоммерфельд. Электронная теория металлов. М., Л., 1938.
2. Ф.Зейтц. Современная теория твердого тела. М., Л., 1948.

3. Л.Жирифалько. Статистическая физика твердого тела. М., Мир, 1975.

### **VIII գլխի գրականություն**

1. J.P.McKelvey. Solid state and semiconductor physics. Harper international edition (2nd printing), 1969.
2. П.Гроссе. Свободные электроны в твердых телах. М., Мир, 1982.
3. А.Ярив. Введение в теорию и приложения квантовой механики. М., Мир, 1984.
4. И.И.Петровский. Электронная теория полупроводников, Минск, Высшая школа, 1964.
5. З.Флогге. Задачи по квантовой механике, т.1. М., Мир, 1974.
6. П.П.Павинский. Введение в теорию твердого тела. Изд. Ленинградского университета, 1979.

### **IX գլխի գրականություն**

1. С.В.Вонсовский. Магнетизм. М., Наука, 1971.
2. С.Тикадзуми. Физика ферромагнетизма. М., Мир, 1983.
3. J.H.Van Vleck. Theory of electrical and magnetic susceptibilities. Oxford. 1932.
4. Г.А.Смоленский, В.В.Лемапов. Ферриты и их техническое применение, Ленинград, Наука, 1975.

### **X գլխի գրականություն**

1. В.Буккель. Сверхпроводимость. М., Мир, 1975.
2. Э.А.Линтон. Сверхпроводимость. М., Мир, 1964.
3. А.Роуз-Инс, Е.Родерик. Введение в физику сверхпроводимости. М., Мир, 1972.
4. П.Де Жен. Сверхпроводимость металлов и сплавов. М., Мир, 1968.
5. В.В.Шмидт. Введение в физику сверхпроводников. М., Наука, 1982.

6. Дж.Шриффер. Теория сверхпроводимости. М., Наука, 1970.
7. Р.М.Хейзен. В мире науки (Scientific American), №8, 1988.
8. Л.Г.Асламазов, В.Н.Губанков. Слабая сверхпроводимость. Знание, сер."Физика", №4, 1982.
9. В.В.Моцалков. Высокотемпературные сверхпроводники. Знание, сер."Физика", №9, 1987.
10. И.Г.Беднорц, К.А.Мюллер. Успехи физических наук (УФН), 156(2), 323, 1988.

### XI қлқл қлқлқлқлқлқлқл

1. Ван Бюрен. Дефекты в кристаллах. М., ИЛ, 1962.
2. Дж.Хирт, И.Лоте. Теория дислокаций. М., Атомиздат, 1972.
3. А.Н.Орлов. Введение в теорию дефектов в кристаллах. М., Высшая школа, 1983.
4. А.Х.Коттрелл. Дислокации и пластическое течение в кристаллах. М., Металлургиздат, 1958.
5. А.М.Косевич. Физическая механика реальных кристаллов, Киев, Наукова думка, 1981.

### XII қлқл қлқлқлқлқлқлқл

1. Дж.Займан. Модели беспорядка. М., Мир, 1982.
2. О.В.Мазурин. Стеклование. Ленинград, Наука, 1986.
3. П.П.Кобеко. Аморфные вещества. М., Л., Изд. АН СССР, 19
4. Я.И.Френкель. Введение в теорию металлов. М., ФМЛ, 1958.
5. И.Г.Чистяков. Жидкие кристаллы. М., Наука, 1966.
6. В. де Же. Физические свойства жидкокристаллических веществ. М., Мир, 1982.
7. А.С.Сонин. Введение в физику жидких кристаллов. М., Нау, 1983.
8. Физика за рубежом '83. (Сборник научно-популярных статей М., Мир, 1983.
9. Л.М.Блинов, С.А.Пикин. Жидкокристаллическое состояние вещества. Знание, сер."Физика", №6, 1986.

**Ա. ԿԻՐԱԿՈՍՅԱՆ**

**ՊԻՆԴ ՄԱՐՄՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ  
ՄԱՍ II**

**Խմբագիր՝     ակադեմիկոս Է.Մ.Ղազարյան**

Հանձնված է շարվածքի 20.02.99 թ.: Ստորագրված է տպագրության  
10.04.99 թ.: Գրաչափը՝ 60x84 1/16: Թուղթը՝ օֆսեթ: Տառատեսակը՝ «Գրքի  
սովորական»: Տպագրական մամուլ՝ 21,5:



**«ՀԱՅԻՆՖՈ» գործակալություն**

**Երևան, Իսահակյան 28, հեռ. 52-64-16, 52-85-30**