

Մ. Մ. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ, Վ. Ս. ՍԱՐԳՍՅԱՆ,
Մ. Ս. ԳԱԲՐԻԵԼՅԱՆ

ՏԵՍԱԿԱՆ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ
ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ
ՈՒՂԵՑՈՒՅՑ

Պրակ առաջին

Ս Տ Ա Տ Ի Կ Ա

Ա Ռ Ա Ջ Ա Ր Ա Ն

Ինչպես հայտնի է, տեսական մեխանիկայի խնդիրների լուծումը կապված է լուրջ դժվարությունների հետ: Բարձրագույն դրպրոցների ուսանողները դժվարանում են ինքնուրույն կերպով լուծել այս խնդիրները: Սա բացատրվում է նրանով, որ այս խնդիրները բավականաչափ բարդ են, ունեն լուծման բազմազան եղանակներ, դժվար է հասկանալ խնդիրներից մի մասի ֆիզիկական իմաստը, կոնկրետ մեխանիզմների շարժման բնույթը և այլն:

Ձեռնարկը պատրաստելիս մեր նպատակն է եղել շարադրել տեսական մեխանիկայի տիպական խնդիրների լուծման եղանակները և ցույց տալ այդ եղանակների կիրառությունները: Այդպիսի ձեռնարկի անհրաժեշտությունը շատ մեծ է հատկապես բարձրագույն դպրոցների երեկոյան և հեռակա բաժինների ուսանողության համար:

Մինչև այժմ չկա մայրենի լեզվով գրված նման ձեռնարկ: Ներկա աշխատանքը այդ ուղղությամբ կատարված առաջին փորձն է:

Այս ձեռնարկի նպատակն է տալ մեխանիկայի տիպական խնդիրների լուծման եղանակները, որպեսզի դրանց հիման վրա ուսանողները կարողանան ինքնուրույն լուծել տեսական մեխանիկայի խնդիրները:

Ձեռնարկում լուծված խնդիրները հիմնականում վերցված են Ի. Վ. Մեշչերսկու «Տեսական մեխանիկայի խնդիրների ժողովածու» խնդրագրքից: Խնդիրները դասավորված են ըստ տեսական մեխանիկայի առանձին թեմաների, ընդ որում տրված են խնդիրների լուծումները կամ լուծման վերաբերյալ ցուցումներ:

Ընթերցողների գործը հեշտացնելու համար աշխատանքում տրված է նաև տեսական մեխանիկայի առանձին թեմաների շատ սեղմ շարադրանքը:

Ձեռնարկի այս պրակը նվիրված է տեսական մեխանիկայի ստատիկա բաժնին: Ընթադրվում է հետագայում հրատարակել ձեռնարկի մյուս պրակները՝ նվիրված տեսական մեխանիկայի մյուս

բաժիններին՝ կինեմատոիկային, կեսի գինամիկային և սիստեմի գինամիկային:

Խորին շնորհակալություն ենք հայտնում ձեռնարկի գրախոսներ՝ պրոֆ. Ս. Ա. Համբարձումյանին, դոցենտ Գ. Հ. Բաբաջանյանին և գրքի խմբագիր դոցենտ Գ. Պ. Գյունջյանին գիտական, մեթոդական և այլ կարգի շատ արժեքավոր դիտողությունների համար:

Հեղինակներ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

§ 1. ՍՏԱՏԻՎԱՅԻ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ԱՔՍԻՈՄՆԵՐԸ ԵՎ ԿԱՊԵՐԻ ԴԱՍԱԿԱՐԳՈՒՄԸ

1. Ստատիկայի հիմնական սահմանումները և աֆսիումները
Ստատիկա կոչվում է տեսական մեխանիկայի այն բաժինը, որն ուսումնասիրում է մեխանիկական սիստեմի վրա ազդող ուժերի հավասարակշռությունը և տված ուժասիստեմը համարժեք ուժասիստեմներով փոխարինումը:

Մենք այս աշխատանքում դիտարկելու ենք միայն բացարձակ պինդ մարմիններից կազմված մեխանիկական սիստեմի հավասարակշռության և տված ուժասիստեմը համարժեք ուժասիստեմներով փոխարինելու հարցերը:

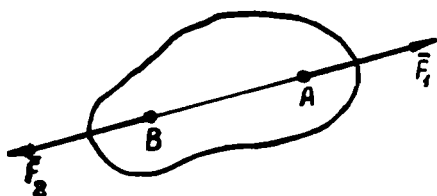
Մեխանիկական սիստեմի վրա ազդող ուժերի համախմբությունը կոչվում է ուժասիստեմ: Այն մարմինը, որը տարածության մեջ կարող է գրավել ամեն մի դիրք, այսինքն՝ նրա շարժումը ոչնչով սահմանափակված չէ, կոչվում է ազատ: Ուժասիստեմը կոչվում է հավասարակշռված կամ համարժեք զրոյի, եթե նրա ազդեցության տակ ազատ պինդ մարմինը կարող է գտնվել հանգստի կամ համընթաց ուղղագիծ հավասարաչափ շարժման վիճակում: Եթե ազատ պինդ մարմնի վրա կիրառված որևէ ուժասիստեմ կարելի է փոխարինել մի այլ ուժասիստեմով, առանց փոփոխելու մարմնի հանգստի կամ շարժման վիճակը, որում նա գտնվում է, ապա այդպիսի երկու ուժասիստեմները կոչվում են համարժեք: Եթե տված ուժասիստեմը համարժեք է մի ուժի, ապա այդ ուժը կոչվում է տված ուժասիստեմի համազոր:

Ստատիկայի հիմքում ընկած են մի շարք աֆսիումներ, որոնց մշմարիտ լինելը հաստատված է մարդկության բազմադարյան փորձով:

Առաջին աֆսիում: Երկու ուժերի ազդեցության տակ գտնվող ազատ բացարձակ պինդ մարմինը կգտնվի հավասարակշռության մեջ, եթե այդ ուժերը մեծությունք հավասար լինեն ($F_1 = F_2$), ուղղված լինեն մի ուղղությամբ և ունենան հակադիր ուղղություններ (գծ. 1):

Երկրորդ օրինակ: Բացարձակ պինդ մարմնի վրա կիրառված ուժասխառնի ազդեցությունը չի փոխվի, եթե նրան ավելացնենք կամ նրանից հանենք հավասարակշռված ուժասխառն:

Հետևանք: Բացարձակ պինդ մարմնի վրա կիրառված ուժի

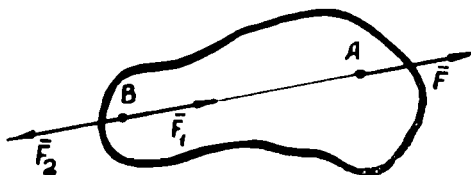


Պժ. 1

ազդեցությունը չի փոխվի, եթե այդ ուժի կիրառման կետը տեղափոխենք մարմնին պատկանող և ուժի ազդման գծի վրա գտնվող ցանկացած կետ (գծ. 2):

Այստեղից բխում է, որ բացարձակ պինդ մարմնի վրա ազդող ուժը սահող վեկտոր է*,

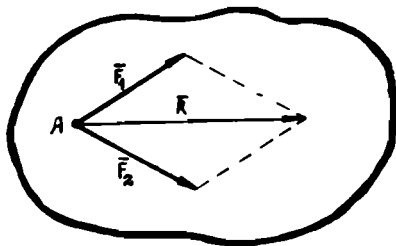
Երրորդ օրինակ (ուժերի զուգահեռակողմի օրինակ): Մարմնի որևէ կետում կիրառված երկու ուժերի սխառնմը համարժեք է մի ուժի, որը կիրառված է նույն կետում և հավասար է այդ ուժերի երկրաչափական գումարին:



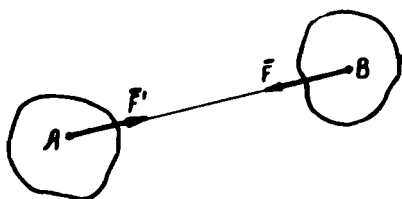
Պժ. 2

Եթե մարմնի որևէ A կետում կիրառված են F_1 և F_2 ուժեր, ապա այդ ուժերի սխառնմը համարժեք կլինի մի R ուժի (գծ. 3)

$$R = F_1 + F_2$$



Պժ. 3



Պժ. 4

Չորրորդ օրինակ (ազդման և հակազդման հավասարության օրինակ): Այն ուժը, որով որևէ A նյութական մարմին ազդում է

* Սահող կոչվում է այն վեկտորը, որը կարելի է իր ազդման գծով տեղափոխել, պահպանելով նրա մեծությունը և ուղղությունը անփոփոխ: Տեքստում վեկտորը նշանակված է թավ տպատառով, իսկ գծադրերում՝ վերևում գծիկ ունեցող մեկ տառով:

մի այլ B նյութական մարմնի վրա, թվապես հավասար է և ուղղությամբ հակադիր է ուղղված այն ուժին, որով B մարմինը կազդի A մարմնի վրա:

Այստեղից հետևում է, որ եթե A մարմինը ազդում է B մարմնի վրա F ուժով, ապա միաժամանակ B մարմինն էլ կազդի A մարմնի վրա $F' = -F$ ուժով (գծ. 4):

Հինգերորդ ախիոմ (կարծրացման սկզբունք): Հավասարակշռված կամայական մեխանիկական սիստեմի հավասարակշռությունը չի խախտվի, եթե նրա վրա ավելացնենք կապեր, մասնավորապես եթե այն դարձնենք բացարձակ պինդ:

Ոչ ազատ կոշվում է այն մարմինը, որը տարածության մեջ չի կարող կատարել ամեն մի կամավոր շարժում: Այն պայմանները, որոնք սահմանափակում են մարմնի շարժումը տարածության մեջ, կոշվում են կապեր:

Վեցերորդ ախիոմ (կապերից ազատման սկզբունք): Ոչ ազատ պինդ մարմինը կարելի է դիտել ազատ, եթե մտքով այն ազատենք կապերից, փոխարինելով կապերի ազդեցությունը համապատասխան ուժերով, որոնք կոշվում են կապերի հակազդումներ:

Քանի որ ստատիկայի հիմնական խնդիրներից մեկը կապերի հակազդումների որոշումն է, ապա բնական է որոշակի դարձնել թե՛ կապերի տեսակները և թե՛ նրանցից յուրաքանչյուրում առաջացող հակազդումները:

Այն ուժերը, որոնք կապի հակազդումներ չեն, ինչպես, օրինակ, ծանրության ուժերը, կոշվում են ակտիվ ուժեր, իսկ կապի հակազդումները՝ պասսիվ ուժեր: Ակտիվ ուժերի առանձնահատկությունը կայանում է նրանում, որ նրանց մեծությունը և ուղղությունը անմիջականորեն կախված չեն մարմնի վրա ազդող մյուս ուժերից, այնինչ կապի հակազդման մեծությունը միշտ կախված է այդ ուժերից և նախապես անհայտ է (եթե մարմնի վրա ոչ մի արտաքին ուժ չի ազդում, ապա կապի հակազդումը հավասար կլինի զրոյի): Կապի հակազդման մեծությունը որոշելու համար պետք է լուծել ստատիկայի հիմնական խնդիրը, այսինքն՝ գրել մարմնի հավասարակշռության հավասարումները և դրանցից որոշել հակազդումները:

Կապի հակազդումն ուղղված է հակադիր այն ուղղությանը, որով կապը թույլ չի տալիս մարմնին շարժվելու: Եթե կապը միաժամանակ թույլ չի տալիս մարմնին մի քանի ուղղություններով շարժվելու, ապա այդ դեպքում կապի հակազդման ուղղությունը նույն-

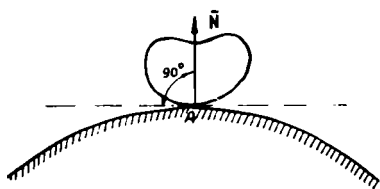
պես կլինի անհայտ և կարելի է այն որոշել միայն համապատասխան խնդրի լուծման միջոցով:

Ստատիկայի խնդիրների լուծման ժամանակ էական նշանակություն ունի կապերի հակազդումների ուղղությունների ճիշտ որոշումը: Դրա համար դիտարկենք տեխնիկայում հաճախ կիրառվող մի քանի կապերի հակազդումների ուղղությունների որոշման հարցը:

2. Կապերի դասակարգումը: Կապերը լինում են իղեալական և ոչ իղեալական: Իղեալական կոչվում են այն կապերը, որոնցում շփումը արհամարհվում է, իսկ ոչ իղեալական՝ այն կապերը, որոնցում հաշվի են առնվում շփման ուժերը:

Նախ դիտարկենք իղեալական կապերը:

Մակերևութային կապեր: Եթե մի մարմին (իր մակերևութով) աղատ հենված է մի այլ մարմնի վրա, ապա այդպիսի կապը



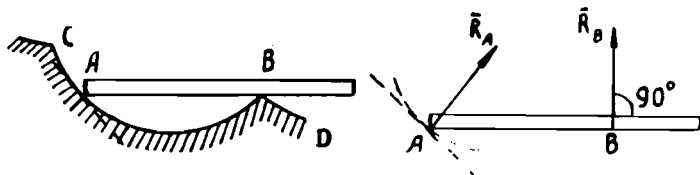
Պժ. 5

անվանում են մակերևութային:

Մակերևութային կապի հակազդումը, շփման ուժերի բացակայության դեպքում, ուղղահայաց է ալդ երկու հպվող մակերևութների հպման կետով ստացած շոշափող հարթությանը և կիրառված է ալդ մակերևութների ընդ-

հանուր հպման կետում (մեծությունը որոշվում է կոնկրետ խընդիրների պայմաններից) (Պժ. 5):

Որոշ դեպքերում կարող է պատահել, որ այդ մակերևութներից մեկը իր սուր ծայրով հենված լինի որևէ ողորկ մակերևութի վրա: Այդ դեպքում սուր ծայր ունեցող մարմինը կարող է սահել և պտտվել հենման կետի շուրջը, բայց չի կարող տեղափոխվել

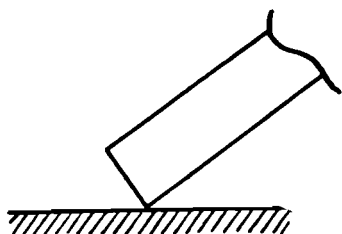


Պժ. 6

ողորկ մակերևութի նորմալի ուղղությամբ: Ուստի կապի հակազդումը ուղղված կլինի այդ ողորկ մակերևութի նորմալով: Բայց կարող է պատահել և հակառակը, որ դիտարկվող մարմինն իր ոչ

ղորկ մակերևույթով հենված լինի մի այլ մակերևույթի սուր ծայրին: Այդ դեպքում էլ նախորդի նման հակազդումը ուղղված կլինի ողորկ մակերևույթի նորմալի ուղղությամբ: Օրինակ՝ գծ. 6-ում AB հեծանը իր սուր ծայրով հենված է մի ողորկ մակերևույթի վրա: A կետի հակազդումը ուղղված կլինի CB ողորկ մակերևույթի A կետով տարված նորմալով: B կետում հեծանը իր հարթ կողմով հենված է CD մակերևույթի B սուր ծայրին: Հետևաբար, B կետի հակազդումը ուղղված կլինի AB-ի նորմալի ուղղությամբ: Ընդունված է

այս երկու դեպքերում կապը պատկերել գծ. 7 և գծ. 8-ում ցույց տրված ձևով:

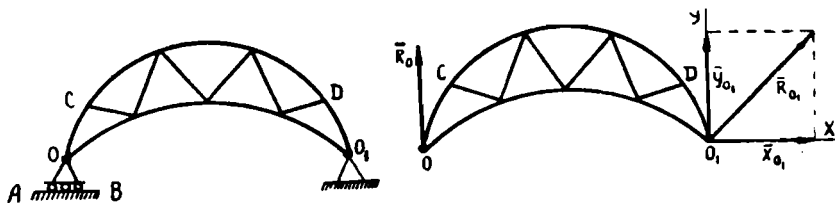


Գծ. 7



Գծ. 8

Հաճախ մետաղյա կամուրջների կառուցելիս (ինչպես նաև այլ դեպքերում) անհրաժեշտ է լինում հենարաններից մեկը պատրաստել այնպես, որ կամրջի այդ ծայրը կարողանա ազատ տեղափոխվել (շերմային ճիգեր չառաջանալու համար) և միաժամանակ պտտվել հենարանի շուրջը (կամրջի ճկվելուց հակազդող մոմենտների չառաջանալու համար): Այդ պատճառով հենարանը պատրաստվում է հետևյալ ձևով. նախ դրվում են թավալուկներ, որոնք կամրջի մի ծայրին հնարավորություն են տալիս հորիզոնական ուղղությամբ ազատ տեղափոխվել, և այնուհետև կամուրջը հենում են հորիզոնական առանցք ունեցող մի գլանային մակերևույթի վրա, որը ապահովում է կամրջի ազատ պտույտը հենարանի շուրջը: Գծ. 9-ում պատկերված է կամրջի CD կամարը, որն իր O և O₁ կետե-



Գծ. 9

րով հենված է գլանային մակերևույթների վրա և, բացի դրանից,

հենարանի տակ դրված են երեք թավալուկներ, որոնք նրան հնարավորություն են տալիս հորիզոնական ուղղությամբ ազատ տեղափոխվելու: Այս դեպքում էլ կապը կլինի մակերևույթային, և O



Պժ. 10

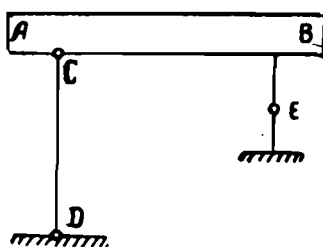
կետի հակազդումը ուղղված կլինի AB -ին ուղղահայաց ուղղությամբ: Ընդունված է այս դեպքում կապը նշանակել q -ով: 10-ում ցույց տրված ձևով:

Երբեմն մակերևույթային կապը լինում է նաև q -ով: 11-ում տրված ձևով: Այստեղ

AB հեծանը C , D և E կետերում հենված է երեք զլանների վրա: Հեծանի B ծայրը կարող է պտտվել միայն E կետի շուրջը, իսկ A ծայրը կարող է պտտվել ինչպես C , նույնպես էլ D կետերի շուրջը: Քանի որ $DC \neq 0$, ապա A կետը կարող է պտտվել և միաժամանակ ազատ տեղափոխվել հորիզոնական հարթության վրա: Այս դեպքում հակազդումը ուղղված կլինի CD -ով:

Մակերևույթային կապերի դեպքում անհայտ հակազդումների թիվը հավասար է մեկի:

Գլանային կապ: Եթե մի մարմին ամրացված է մի այլ մարմնի ափսոս,



Պժ. 11

որ նա կարող է ազատ պտտվել այդ մարմնի նկատմամբ մի որոշակի առանցքի շուրջը և միաժամանակ սահել այդ առանցքի ուղղությամբ, ապա ընդունված է ասել, որ այդ երկու մարմինները միացված են զլանային կապով: Երբեմն տեխնիկայում զլանային կապն անվանում են առանցքակալ: Ընդունված է զլանային կապը նշանակել q -ով: 12-ում տրված ձևով:



Պժ. 12

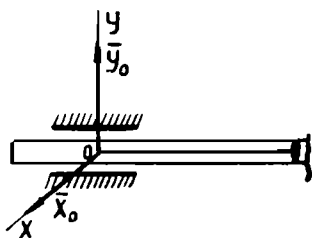
Գլանային կապը օգտագործվում է այն դեպքում, երբ անհրաժեշտ է ապահովել լիսեռի ազատ պտտումը, արգելակելով նրա տեղափոխությունը առանցքին ուղղահայաց ուղղությամբ:

Սովորաբար առանցքակալներում թույլատրվում է լիսեռի շատ փոքր տեղափոխություն իր առանցքի ուղղությամբ, որը հնարավորություն է տալիս լիսեռին տաքանալիս և սառչելիս ազատ կերպով ընդարձակվել կամ սեղմվել:

Գլանային կապի դեպքում կապի հակազդումը մի ուժ է, որը

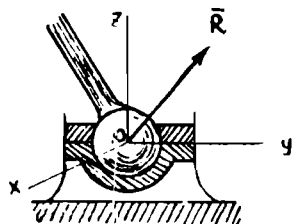
կիրառված է գլանի առանցքի որևէ կետում և գտնվում է առանցքին ուղղահայաց հարթության մեջ (գծ. 13): Այս դեպքում կապի հակազդման թե՛ մեծությունը և թե՛ ուղղությունը կլինեն անհայտ, և եթե առանցքին ուղղահայաց հարթության վրա վերցնենք xy դեկարտյան ուղղանկյուն կորդինատական սիստեմ, ապա այս կապի հակազդումը կարելի է ներկայացնել նրա երկու բաղադրիչներով միջոցով: Գլանային կապի դեպքում ունենում ենք երկու անհայտ մեծություններ՝ հակազդման մեծությունը և ուղղությունը կամ նրա երկու բաղադրիչները:

Մասնավոր դեպքում, եթե լիսեռի վրա ազդող բոլոր ուժերը գտնվում են նրա առանցքով անցնող հարթության վրա, ապա կապի հակազդումը նույնպես կգտնվի այդ հարթության վրա և կունենա որոշակի ուղղություն՝ ուղղված կլինի վերահիշյալ հարթության և լիսեռի առանցքին ուղղահայաց հարթության հատման գծով:

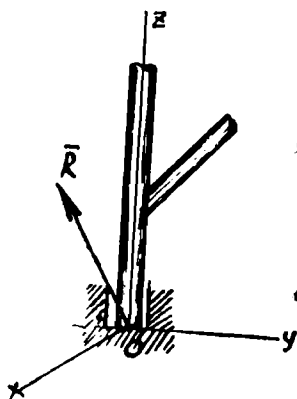


Գծ. 13

Կրկնակալ և գնդային հողակալ (գծ. 14 ա, բ): Կրկնակալը առաջնում է մարմնի կետերից մեկը այնպես, որ մարմինը չի կարողանում տարածության մեջ ոչ մի տեղափոխություն կատարել (գծ. 14 բ): Այս տիպի կապն օգտագործվում է այն դեպքում, երբ անհրաժեշտ է ապահովել լիսեռի ազատ պտտումը և միաժամանակ արգելակել լիսեռի ամեն մի տեղափոխություն նրա առանցքի և առանցքին ուղղահայաց ուղղություններով:



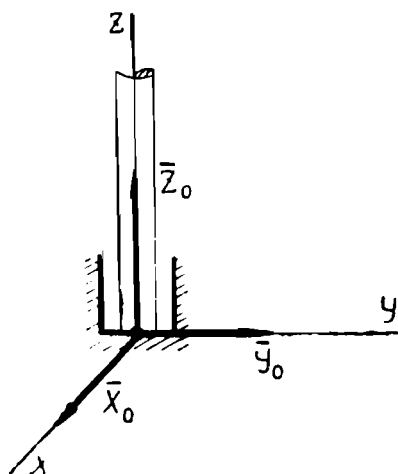
Գծ. 14 ա



Գծ. 14 բ

Կրկնակալի դեպքում կապի հակազդումը մի ուժ է, որը տարածության մեջ կարող է ունենալ կամավոր ուղղություն: Նախօրոք հայտնի չեն այս ուժի ոչ մեծությունը և ոչ էլ ուղղությունը: Սովոր-

րաբար խնդիրներ լուծելիս այդ ուժը վերածում են բաղադրիչների՝ դեկարտյան ուղղանկյուն կոորդինատական սիստեմի առանցքների ուղղությամբ, ընդ որում կոորդինատական առանցքներից



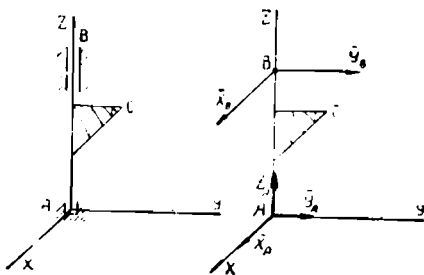
Գծ. 15

մեկը ուղղում են լիսեռի առանցքով (գծ. 15)։ Կրկակալի դեպքում առաջանում են երեք անհատներ՝ հակազդման մեծությունը և ուղղությունը* կամ հակազդման երեք պրոյեկցիաները։

Մասնավոր դեպքում, եթե մարմնի վրա ազդող բոլոր ուժերը գտնվեն նրա առանցքով անցնող որևէ անշարժ հարթության վրա, ապա կապի հակազդումը նույնպես կգտնվի այդ հարթության վրա և կունենա երկու բաղադրիչ, որոնցից մեկը ուղղված կլինի առանցքի ուղղությամբ, իսկ մյուսը՝ առանցքով անցնող հար-

թության և առանցքին ուղղահայաց հարթության հատման գծով։

Օրինակ՝ գծ. 16-ում պատկերված է ABC մարմինը, որը B կետում ամրացված է առանցքակալի, իսկ A կետում՝ կրկակալի միջոցով։ B կետում կառաջանան հակազդման երկու բաղադրիչներ՝ X_B , Y_B , իսկ A կետում՝ երեք բաղադրիչներ՝ X_A , Y_A , Z_A ։

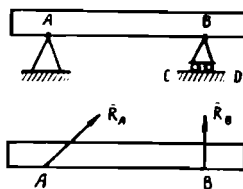


Գծ. 16

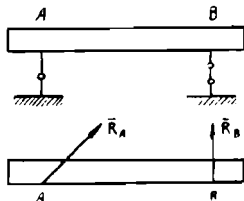
Ստատիկայի խնդիրների լուծման տեսակետից զնդային հողակապը (գծ. 14, ա) ունի նույն հատկությունները, ինչ որ կրկակալը։ Այդ պատճառով էլ զնդային հողակապի վրա կանգ չենք առնում։

*) Այս դեպքում հակազդման ուղղությունը որոշվում է երկու մեծությունների, այն է՝ հակազդման ուժի և կոորդինատական առանցքների կազմած երեք անկյունների կոսինուսներով (α , β , γ), որոնց միջև գոյություն ունի մեկ առնչություն՝ $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$ ։

Հողակապ: Այն կապը, որի ժամանակ երկու մարմիններ կարող են ազատ պտտվել մեկը մյուսի նկատմամբ, նրանց միացման կե-



Պժ. 17

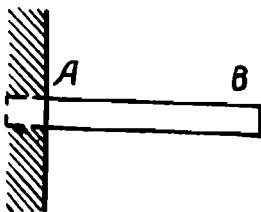


Պժ. 18

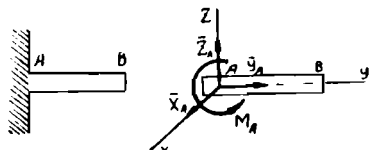
տով անցնող ցանկացած առանցքի շուրջը, կոչվում է հողակապ: Եթե այդ մարմիններից մեկը պահենք անշարժ, ապա մյուս մարմինը կարող է պտտվել անշարժ կետի շուրջը, առանց նրանից հեռանալու: Ընդունված է հողակապը նշանակել գծ. 17-ում ցույց տրված ձևով: Այստեղ A կետում դրված է հողակապ, իսկ B կետում՝ մակերևութային կապ, որի հակազդումը ուղղահայաց է CD հարթությանը և անցնում է B կետով: Երբեմն հողակապը նշանակում են նաև գծ. 18-ում պատկերված ձևով:

Հողակապի դեպքում կապի հակազդումը նույնպես կլինի մի ուժ, որը տարածության մեջ կարող է ունենալ ցանկացած ուղղություն: Նախօրոք հայտնի չեն այս ուժի ոչ մեծությունը և ոչ էլ ուղղությունը: Այս դեպքում ևս առաջանում են երեք անհայտներ՝ հակազդման մեծությունը և ուղղությունը կամ հակազդման երեք պրոյեկցիաները:

Մասնավոր դեպքում, եթե մարմնի վրա ազդող բոլոր ուժերը գտնվում են մի հարթության վրա, ապա հողակապի հակազդումը



Պժ. 19



Պժ. 20

նույնպես կգտնվի այդ հարթության վրա, և անհայտ մեծությունների թիվը կլինի երկու:

Ամրակցում: Եթե երկու մարմիններ միացած են իրար հետ այնպես, որ մարմիններից մեկը անկախ մյուսից չի կարող կատարել ոչ մի շարժում, ապա ասում են, որ այդ մարմինների միջև գոյություն ունի ամրակցում: Մասնավոր դեպքում, եթե այս մարմիններից մեկը լինի անշարժ, ապա մյուս մարմինը կանվանենք ամրակցված: Օրինակ, եթե հեծանի մի ծայրը դրված է պատի մեջ այնպես, որ նա չի կարող կատարել և ոչ մի շարժում, ապա հեծանը կլինի ամրակցված (գծ. 19): Ընդունված է ամրակցումը նշանակել գծ. 20-ում ցույց տրված ձևով: Այստեղ AB հեծանի A կետում կա ամրակցում:

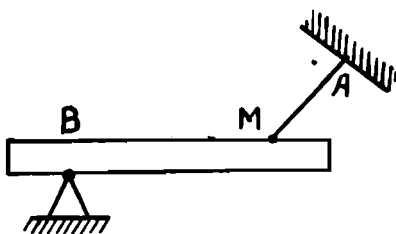
Ամրակցման դեպքում մարմինը չի կարող հեռանալ ամրակցման կետից և ոչ էլ պտտվել այդ կետի շուրջը: Իրա հետևանքով էլ ամրակցման դեպքում առաջանում է թե՛ հակազդող ուժ և թե՛ հակազդող մոմենտ, ընդ որում երկուսն էլ կունենան տարածության մեջ ցանկացած ուղղություն: Այդ դեպքում առաջանում են վեց անհայտ մեծություններ՝ հակազդման երեք բաղադրիչները և հակազդող մոմենտի երեք բաղադրիչները:

Մասնավոր դեպքում, եթե ամրակցված մարմնի վրա ազդող ուժերը գտնվեն մի հարթության վրա, ապա հակազդող ուժը նույնպես կգտնվի այդ հարթության վրա, իսկ հակազդող մոմենտը որպես վեկտոր ուղղահայաց կլինի այդ հարթությանը: Այս դեպքում առաջանում են երեք անհայտներ՝ հակազդող ուժի երկու բաղադրիչները, որոնք գտնվում են ուժերի հարթության վրա և հակազդող մոմենտը, որը ունի վերահիշյալ հարթության ուղղահայացի ուղղությունը:

Եւ: Նյութական թելը կոչվում է ձկուն և անձգելի, եթե ցանկացած ուժով ձգելիս նա ոչ երկարում է և ոչ էլ կտրվում: Այսպիսի թելը շատ փոքր ուժով կարելի է ծռել: Ձկուն և անձգելի թելում առաջանում է ճիգ միայն իր ուղղությամբ, և այդ ճիգը միշտ ձգող է: Դրա համար էլ ձգված անկշռելի թելի հակազդումը ուղղված կլինի թելով դեպի կախման կետը: Եթե ձկուն և անձգելի թելը իրենից ներկայացնում է կապ, ապա նա չի կարող թուլատրել M կետին հեռանալու A կետից AM ուղղությամբ (գծ. 21):

Ստատիկայի խնդիրներում հաճախ հանդիպող ճոպանը, լարը և շղթան ընդունված է համարել ճկուն և անձգելի թել:

Ձ ո դ: Այն մարմինը, որին վերագրվում է միայն երկարություն, կոչվում է ձող: Ի տարբերություն թելի, ձողը ցանկացած ուժով կարելի է սեղմել, դրանից նրա երկարությունը չի փոխվի: Ընդունում ենք, որ ձողը չի կարելի ծռել: Ձողում առաջացած ճիգը ուղղված է նրա երկարությամբ և կարող է լինել ձգող կամ սեղմող:



Գծ. 21

Եթե ձողը իրենից ներկայացնում է կապ, ապա նրա հակազդումը ուղղված կլինի ձողով:

Ոչ իդեալական կապերի ուսումնասիրությամբ կզբաղվենք հետագայում:

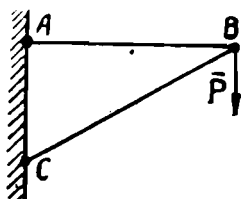
3. Ներքին և արտաքին ուժեր: Պինդ մարմիններից կազմված սիստեմի վրա ազդող ուժերը կարելի է բաժանել ներքին և արտաքին ուժերի: Սիստեմի մարմինների միջև եղած փոխազդեցության ուժերը կոչվում են ներքին ուժեր: Ազդման և հակազդման հավասարության արտաքին ուժերը, զույգ առ զույգ, թվապես իրար հավասար են և ունեն հակադիր ուղղություններ: Տված սիստեմի մեջ չմտնող մարմինների ազդեցությունները այդ սիստեմին պատկանող մարմինների վրա կոչվում են արտաքին ուժեր:

4. Հասումների մեթոդը: Ստատիկայի խնդիրների լուծման ժամանակ հաճախ անհրաժեշտ է լինում որոշել մարմնի կամ մարմինների սիստեմի ներքին ուժերը: Մարմնի որևէ հատույթում ազդող ներքին կոչվում են այն ուժերը, որոնցով մարմնի այդ հատույթով անջատված երկու մասերը ազդում են մեկը մյուսի վրա: Մարմինների սիստեմի դեպքում սիստեմին պատկանող մարմինների փոխազդեցության ուժերը կոչվում են ներքին ուժեր:

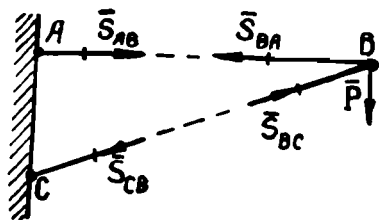
Ներքին ուժերը որոշելու համար կիրառվում է հատումների մեթոդը: Այդ մեթոդի էությունը կայանում է նրանում, որ եթե պահանջվում է որոշել մարմինների սիստեմի որևէ մարմնի տվյալ հատույթում եղած ներքին ուժերը, ապա մտքով անջատում ենք սիստեմը այդ հատույթով երկու մասերի և դիտարկում մասերից

մեկի հավասարակշռությունը: Այնուհետև այդ մասի հավասարակշռության հավասարումներից որոշում ենք անհայտ մեծությունները: Մարմինների սիստեմի հավասարակշռությունը դիտարկելիս անհրաժեշտ է լինում, բացի ամբողջ սիստեմի հավասարակշռությունից, դիտարկել նաև նրա որևէ մասի հավասարակշռությունը: Այդ նպատակով մարմինների սիստեմից մտքով անջատում ենք նրա որևէ մասը և դիտարկում այդ մասի հավասարակշռությունը՝ նրա վրա ազդող բոլոր ուժերի ազդեցության տակ:

Օրինակ: Տված AB և BC ձողերը միացած են իրար և ուղղա-
գիծ հարթության հետ հողապակերով (գծ. 22): B կետում կիրառված է P ուժը, Պահանջվում է որոշել AB և BC ձողերում առաջացած ճիգերը:



Գծ. 22



Գծ. 23

Մտքով տանենք մի հատույթ, որը բաժանի AB և BC ձողերը (գծ. 23): Ան-
յատենք B հանգույցը՝ որում կիրառված է արտաքին P ուժը: AB և BC ձողերը
փոխարինենք համապատասխան ճիգերով՝ S_{AB} և S_{BC} : B հանգույցում կիրառված
ուժերի համար կարող ենք կազմել հավասարակշռության երկու հավասարումներ,
որոնցից կորոշենք S_{AB} և S_{BC} անհայտները:

§ 2. Մեխանիկական ՄեծոթՅոՅոՅոՅոՅոՅո ՄԻԱՎՈՐՆԵՐԻ ՄԻՍՏՅԵՄՆԵՐ*

1. Հիմնական և ածանցյալ միավորներ: Ֆիզիկական երևույթ-
ները և նրանց օրինաչափությունների ուսումնասիրությունը, ինչ-
պես նաև այդ օրինաչափությունների կիրառությունները տեխնի-
կայում, կապված են ֆիզիկական մեծությունների չափման հետ: Այդ
տեսանկյունից էլ խիստ անհրաժեշտություն է զգացվում մեխանի-
կական մեծությունների համար սահմանել որոշակի սիստեմներ:

* Այս պարագրաֆում բերված մեխանիկական մեծությունների միավոր-
ները վերաբերում են տեսական մեխանիկայի բոլոր բաժիններին:

Բոլոր մեխանիկական մեծությունների չափման հիմքում ընկած են իրարից անկախ երեք կամայական ընտրված միավորներ: Հենց զրանց էլ անվանում են հիմնական միավորներ: Մնացած բոլոր միավորները, որոնք կոչվում են ածանցյալ-երկրորդական միավորներ, արտահայտվում են հիմնական միավորներով:

2. Միավորների սխեմաներ: Հիմնական և ածանցյալ միավորները միասին վերցրած կոչվում են միավորների սխեմա:

Ներկայումս կիրառվում են միավորների երեք սխեմա՝

1. Միջազգային սխեմա (СИ), որի հիմնական միավորներն են՝ մետրը—երկարության, կիլոգրամը—մասսայի և վայրկյանը—ժամանակի:

2. Ֆիզիկական սխեմա (СГС), որի հիմնական միավորներն են՝ սանտիմետրը—երկարության, գրամը—մասսայի, վայրկյանը—ժամանակի:

3. տեխնիկական սխեմա (МКГСС), որի հիմնական միավորներն են՝ մետրը—երկարության, կիլոգրամը—ուժի, վայրկյանը—ժամանակի:

Աղյուսակ 1-ում բերված է միավորների միջազգային սխեմայի:

Աղյուսակ 1

Միավորների միջազգային սխեմա

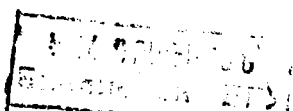
Միավորների անվանումը	Բանա- ձևերը	Չ ա փ մ ա ն մ ի ա վ ո Ր ն ե Ր ը			
		կարճ նշանակումներ			չափողա- կանու- թյունը
		հայերեն	ռուսերեն	լատիներեն	
1	2	3	4	5	6

Ա. Հիմնական միավորներ

երկարություն	s	մ	Մ	m	մ
Մասսա	m	կգ	кг	kg	կգ
Ժամանակ	t	վրկ	сек	s	վրկ

Բ. Ածանցյալ միավորներ

Մակերես	$F=S^2$	մ ²	Մ ²	m ²	մ ²
Մոլայի	$V=S^3$	մ ³	Մ ³	m ³	մ ³



1	2	3	4	5	6
Արագություն	$v = \frac{s}{t}$	մ/վրկ	մ/սեկ	մ/ս	մ.վրկ ⁻¹
Արագացում	$a = \frac{v}{t}$	մ/վրկ ²	մ/սեկ ²	մ/ս ²	մ.վրկ ⁻²
Ուժ	$P = ma$	Ն	Ն	N	մ.կգ.վրկ ⁻²
Ծնշում	$p = \frac{P}{F}$	Ն/մ ²	Ն/մ ²	N/մ ²	մ ⁻¹ .կգ.վրկ ⁻²
Տեսակարար կշիռ	$d = \frac{P}{V}$	Ն/մ ³	Ն/մ ³	N/մ ³	մ ⁻² .կգ.վրկ ⁻²
Ուժի իմպուլս	$k = Pt$	Ն.վրկ	Ն.սեկ	N.s	մ.կգ.վրկ ⁻¹
Շարժման քանակ	$K = mv$	կգ. մ/վրկ	կգ.մ/սեկ	kg.m/s	մ.կգ.վրկ ⁻¹
Աշխատանք (էներգիա)	$A = Ps$	Չ	ժՋ	I	մ ² .կգ.վրկ ⁻²
Հզորություն	$N = \frac{A}{t}$	վս	ՅՄ	w	մ ² .կգ.վրկ ⁻³
Ուժի մոմենտ	$M = Ph$	Ն.մ	Ն.Մ	Nm	մ ² .կգ.վրկ ⁻²
Իներցիայի մոմենտ	$I = mr^2$	կգ. մ ²	կգ.Մ ²	kgm ²	մ ² .կգ
Հաճախականություն	$f = \frac{1}{T}$	ռադ/վրկ	րաժ/սեկ	rad/s	վրկ ⁻¹
Անկյունային արագություն	$\omega = \frac{\varphi}{t}$	ռադ/վրկ	րաժ/սեկ	rad/s	վրկ ⁻¹
Անկյունային արագացում	$\varepsilon = \frac{\omega}{t}$	ռադ/վրկ ²	րաժ/սեկ ²	rad/s ²	վրկ ⁻²
Շարժման քանակի մոմենտ	$G = I\omega$	կգ. մ ² .վրկ	կգ.Մ ² /սեկ	kg.M ² /s	մ ² .կգվրկ ⁻¹

3. Զափականություն: Յուրաքանչյուր միավոր ցանկացած սիստեմում ունի իր չափականությունը: Զափականություն ասելով հասկանում ենք այն բանաձևը, որն արտահայտում է տվյալ միավորը հիմնական միավորների միջոցով: Ամեն մի ֆիզիկական մեծություն ունի իր միավորի չափականությունը: Այսպես, օրինակ, արագության չափականությունը ԵՍՍՀ-ում սիստեմում կլինի

$$[v] = \frac{[s]}{[t]} = \frac{\text{մ}}{\text{վրկ}} = \text{մ. վրկ}^{-1}:$$

Հաճախ պահանջվում է միավորների մի սիստեմից անցնել մի այլ սիստեմի: Դրա համար անհրաժեշտ է նշել տվյալ մեծության չափականությունն արտահայտող բազմապատկիչները և նոր սիստեմի բերել չափականության այդ բազմապատկիչներից յուրաքան-

շյուրը: Այժմ բերենք միավորների մի սիստեմից մի այլ սիստեմի անցման մի քանի բազմապատկիչների արտահայտությունները.

$$1\text{կ}\Phi = 9,80665 \text{ ց} \approx 9,81 \text{ ց}, \quad 1\text{կ}\Phi = 9,80665 \text{ ջ} \approx 9,81 \text{ ջ},$$

$$1\text{դին} = 10^{-5} \text{ ց}, \quad 1\text{կ}\Phi/\text{սմ}^2 = 98066,5 \text{ ց}/\text{մ}^2.$$

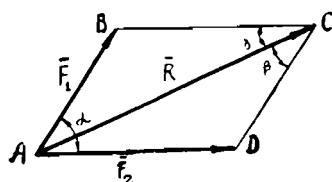
Խնդիրների լուծման ընթացքում անհրաժեշտ է պահպանել այսպես կոչված չափադանություն կանոնը. այսինքն՝ գումարել կամ հանել միայն նույն չափում ունեցող մեծությունները:

ՀԱՐԹ ՈՒԺԱՄԻՍՏԵՄ

§ 3. ԶՈՒԳԱՄԻՏՎՈՂ ՈՒԺԵՐ

1. Զուգամիտվող ուժերի սահմանումը: Զուգամիտվող կոչվում են այն ուժերը, որոնց ազդման գծերը հատվում են մի կետում: Եթե բացարձակ պինդ մարմնի վրա ազդող բոլոր զուգամիտվող ուժերն իրենց ազդման գծերով տեղափոխենք նրանց հասման կետը, ապա կստանանք մի ուժասխստեմ, որը կիրառված է մի կետում և համարվեք է սոված ուժասխստեմին:

2. Մի կետում կիրառված երկու ուժերի զուգահեռումը: Դիցուք տված են A կետում կիրառված F_1 և F_2 ուժերը, որոնք իրար հետ կազմում են α անկյուն: Ուժերի զուգահեռակողմի աքսիոմի համաձայն այս երկու ուժերի R համագործը կլինի (գծ. 24)



Գծ. 24

$$R = F_1 + F_2:$$

Համագործի մեծությունը կորոշվի

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha} \quad (1)$$

բանաձևով, իսկ ուղղությունը՝ R համագործի և F_1 , F_2 ուժերի միջև կազմված β և γ անկյուններով, որոնց որոշման համար սինուսների թեորեմի հա-

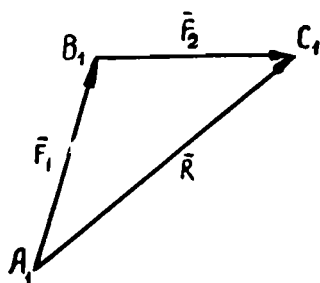
մաձայն կունենանք՝

$$\frac{F_1}{\sin\gamma} = \frac{F_2}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\alpha} \quad (\alpha = \beta + \gamma): \quad (2)$$

Եթե F_1 , F_2 ուժերը և α անկյունը տված են, ապա նախ պետք է որոշել (1)-ից R համագործը և այնուհետև (2)-ից որոշել β և γ անկյունները:

Մի կետում կիրառված F_1 և F_2 ուժերի համագործը երկրաչափորեն որոշելու համար բավական է կամավոր A_1 կետում կա-

առցված F_1 ուժի վերջնակետից տանել F_2 ուժին հավասար և զուգահեռ մի վեկտոր: Այն վեկտորը, որը միացնում է ստացված բեկյալ գծի սկզբնական և վերջնական կետերը, կներկայացնի տված F_1 և F_2 ուժերի վեկտորական գումարը և որպես վեկտոր հավասար է համագորին (գծ. 25): $A_1C_1 = R$ վեկտորը կոչվում է $A_1B_1C_1$ ուժային եռանկյան փակող կողմը:



Գծ. 25

Յ. Մի կետում կիրառված մի քանի ուժերի գումարումը: Մի կետում կիրառված մի քանի ուժերի սխառմը ունի համագոր, որը հավասար է այդ ուժերի վեկտորական գումարին, այսինքն՝

$$R = \sum_{i=1}^n F_i,$$

Այստեղից կարելի է ստանալ մի կետում կիրառված ուժասխառմի համագորի պրոյեկցիաները դեկարտյան x և y կոորդինատական առանցքների վրա.

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix},$$

$$R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy},$$

Ուժերի պրոյեկցիաների միջոցով համագորի մեծությունը և ուղղությունը որոշվում են հետևյալ բանաձևերի օգնությամբ՝

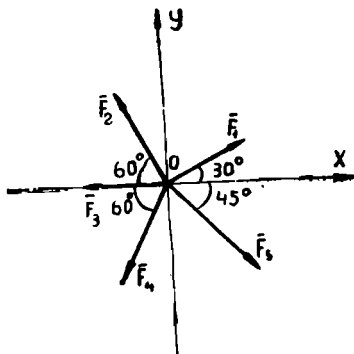
$$R = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n F_{ix}\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n F_{iy}\right)^2},$$

$$\cos(R, x) = \frac{\sum_{i=1}^n F_{ix}}{R}, \quad \cos(R, y) = \frac{\sum_{i=1}^n F_{iy}}{R}, \quad (3)$$

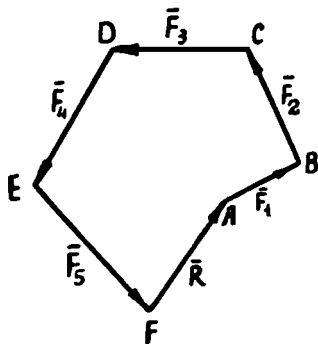
Այսպիսով, մի կետում կիրառված ուժասխառմի համագորը անալիտիկորեն որոշելու համար պետք է նախ և առաջ ընտրել x և y կոորդինատական առանցքները, որոշել յուրաքանչյուր ուժի կոորդինատական առանցքների հետ կազմած անկյունները և ապա գտնել յուրաքանչյուր ուժի պրոյեկցիաները այդ առանցքների վրա: Դրանից հետո պետք է հաշվել համագորի R_x և R_y պրոյեկցիա-

ները և ապա (3) բանաձևերի հիման վրա որոշել համագործի մեծությունը և ուղղությունը (ուղղորդ կոսինուսները):

Մի կետում կիրառված ուժասխստեմի համագործը կարելի է որոշել նաև երկրաչափորեն: Այս դեպքում սխստեմի համագործը մեծությունը և ուղղությունը կարտահայտվի մի վեկտորով, որը որոշակի մասշտաբով կառուցված այն բեկյալի փակող կողմն է, որի կողմերը զուգահեռ և հավասար են տված ուժերին: Գծ. 26-ում



Գծ. 26



Գծ. 27

և 27-ում տրված է 5 ուժերի գումարումը: ABCDEF բազմանկյունը կոչվում է ուժային բազմանկյուն:

Խնդիր 1: Գտնել O կետում կիրառված F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 հարթ ուժասխստեմի համագործի մեծությունը և ուղղությունը, եթե տված են այդ ուժերի մեծությունները՝ $F_1=20$ կգ, $F_2=F_3=30$ կգ, $F_4=40$ կգ, $F_5=45$ կգ և նրանց կազմած անկյունները (գծ. 26):

Լուծում: Նախ լուծենք այս խնդիրը անալիտիկորեն, պրոյեկցիաների մեթոդով: Դրա համար տանենք x և y կոորդինատական առանցքները, ուղղելով x առանցքը F_3 ուժի հակառակ ուղղությամբ: Հաշվենք համագործի պրոյեկցիաները կոորդինատական x և y առանցքների վրա: Դրանք կլինեն՝

$$R_x = \sum_{i=1}^5 F_{ix} = F_1 \cos 30^\circ - F_2 \cos 60^\circ - F_3 - F_4 \cos 60^\circ + F_5 \cos 45^\circ =$$

$$= 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 30 \cdot \frac{1}{2} - 30 - 40 \cdot \frac{1}{2} + 45 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -16 \text{ կգ.}$$

$$R_y = \sum_{i=1}^5 F_{iy} = F_1 \sin 30^\circ + F_2 \sin 60^\circ - F_4 \sin 60^\circ - F_5 \sin 45^\circ =$$

$$= 20 \cdot \frac{1}{2} + 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 45 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -30,3 \text{ կգ:}$$

Այժմ գտնենք համազորի մեծությունը և ուղղությունը՝

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{16^2 + 30,3^2} = 34,25 \text{ կգ,}$$

$$\cos(\hat{R}, x) = \frac{R_x}{R} = \frac{-16}{34,25} = -0,47, \quad \cos(\hat{R}, y) = \frac{R_y}{R} =$$

$$= \frac{-30,3}{34,25} = -0,89,$$

Այս խնդիրը երկրաչափորեն լուծելու համար կառուցենք ուժային բաղմանկուն: Դրա համար վերցնենք մի կամավոր A կետ և տանենք F_1 ուժին հավասար մի վեկտոր, նրա B վերջնակետից տանենք F_2 ուժին հավասար վեկտոր և ալն (գծ. 27):

Այս ձևով կառուցում ենք ABCDEF բեկյալը, որի փակող կողմը հենց կլինի տված ուժասխառնմի համազորը:

Եթե բոլոր գումարելի ուժերը գտնվեն մի ուղղի վրա, ապա ուժային բաղմանկան գագաթները նույնպես կգտնվեն մի ուղղի վրա: Այս դեպքում ուժասխառնմի համազորը հավասար կլինի տրված ուժերի հանրահաշվական գումարին և կգտնվի այն ուղղի վրա, որի վրա գտնվում են ուժերը:

4. Ուժերի վերլուծումը: Հաճախ անհրաժեշտ է լինում տված ուժը փոխարինել մի քանի ուժերով: Այս խնդիրը անորոշ է և կունենա միարժեք լուծում, եթե տված լինեն լրացուցիչ պայմաններ:

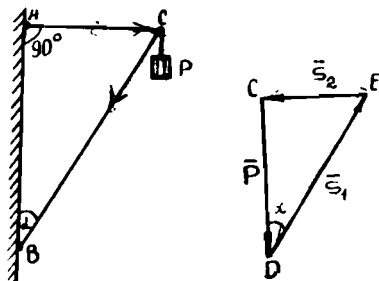
Դիցուք պահանջվում է տված ուժը վերլուծել երկու բաղադրիչների, որոնք գտնվեն տված ուժի հետ մի հարթության մեջ: Այս խնդրի լուծումը կլինի միարժեք միայն հետևյալ երեք դեպքերում՝

ա) տված են բաղադրիչ ուժերի ուղղությունները,

բ) տված են բաղադրիչ ուժերի մեծությունները,

գ) տված են բաղադրիչ ուժերից մեկի մեծությունը և ուղղությունը:

Խնդիր 2: Բարձակը կազմված է AC և BC ձողերից, որոնք միացած են իրար և պատին հորիզոնականով, ընդ որում $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle ABC = \alpha$, (գծ. 28): C հորիզոնական կախված է P կշիռը:



Գծ. 28

Որոշել BC և AC ձողերում առաջացած ճիգերը: Ձողերի կշիռները արհամարհել:

Լուծում: P ուժի ազդեցության տակ AC և BC ձողերում կառաջանան ճիգեր՝ ուղղված ձողերի երկարությամբ: Այդ ճիգերը որոշելու նամար C կետում կիրառված P ուժը վերածենք բաղադրիչների AC և BC ձողերի ուղղություններով: Ձողերում առաջացած ճիգերը մեծություններով համապատասխանաբար հավասար կլինեն այդ բաղադրիչներին և կունենան հակառակ ուղղություններ: Որոշենք S_1 և S_2 -ը: CDE եռանկյունուց հետևում է, որ

$$S_1 = \frac{P}{\cos \alpha}, \quad S_2 = P \operatorname{tg} \alpha;$$

Այստեղ դժվար չէ նկատել, որ S_1 -ը կլինի սեղմող ուժ, իսկ S_2 -ը՝ ձգող:

Մի կետում կիրառված ուժասխստեմին վերաբերող 2, 3, 4 կետերում շարադրված տեսությունը ստրածվում է նաև մի հարթության վրա գտնվող զուգամիտվող ուժասխստեմի վրա, քանի որ բացարձակ պինդ մարմնի վրա կիրառված ուժերը սահող վեկտորներ են:

5. Զուգամիտվող ուժասխստեմի հավասարակշռությունը: Պինդ մարմնի վրա ազդող զուգամիտվող ուժասխստեմի հավասարակշռության անհրաժեշտ և բավարար պայմանն է, որ այդ սխստեմի համագորը հավասար լինի զրոյի: Այն պայմանները, որոնց պետք է բավարարեն ուժերը հավասարակշռության ղեպքում, կարելի է արտահայտել երկրաչափորեն կամ անալիտիկորեն:

Ա) Հավասարակշռության երկրաչափական պայմանը: Մենք տեսանք, որ զուգամիտվող ուժասխստեմի համագորը իրենից ներկայացնում է ուժային բազմանկյան փակող կողմը: Հետևաբար, այդ համագորը կլինի զրո, եթե ուժային բազմանկյունը փակ լինի: Սա նշանակում է, որ վերջին գումարելի ուժի վերջնակետը պետք է համընկնի առաջին գումարելի ուժի սկզբնակետին հետ:

Այսպիսով, զուգամիտվող ուժասխստեմի հավասարակշռության անհրաժեշտ և բավարար պայմանն է, որ այդ ուժերով կառուցված ուժային բազմանկյունը լինի փակ:

Ուժային եռանկյունի: Ստատիկայի խնդիրները լուծելիս հաճախ անհրաժեշտ է լինում դիտարկել երեք զուգամիտվող ուժերի հավասարակշռությունը: Այս ղեպքում պետք է կառուցել ուժային փակ եռանկյունի: Ուժային եռանկյունին կառուցելիս եթե ուժերից մեկը հայտնի է, իսկ մյուս երկուսը անհայտ (խոսքը ուժերի մեծություն-

ների մասին է), ապա նախ պետք է կառուցել հայտնի ուժը և նրա ծախ-
րերով ամենել երկու հատուկ ուղիղներ՝ զուգահեռ երկու անհայտ ու-
ժերին: Դրանից հետո պետք է նշել ուժերի ուղղութիւնները սկսած
հայտնի ուժից: Այս ձևով ստացվում է սովորյալ եռանկյունը:

Անհայտ ուժերի մեծությունները կամ անհայտ անկյունները որո-
շելու համար կարելի է օգտվել եռանկյունների նմանութիւնից
կամ սինուսների թեորեմից: Սա մեղ հնարավորութիւն է տալիս
որոշելու երկու անհայտ:

Բ) Հավասարակոշտան անալիտիկ պայման-
ները: Մենք տեսանք, որ զուգամիտվող հարթ ուժասխտեմի հա-
վասարակշռութիւն անհրաժեշտ ու բավարար պայմանն է, որ ալդ
ուժերով կառուցված բազմանկյունը լինի փակ, այսինքն՝ նրանց
համագործ դառնա զրո՝

$$R = \sum_{i=1}^n F_i = 0:$$

Այստեղից հետևում է, որ

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0: \quad (4)$$

Սա, անալիտիկորեն, զուգամիտվող հարթ ուժասխտեմի հա-
վասարակշռութիւն անհրաժեշտ ու բավարար պայմանն է: Դժվար
չէ նկատել, որ (4)-ը միաժամանակ տալիս է ազատ պինդ մարմ-
նի հավասարակշռութիւն պայմանները (հավասարումները). երբ
մարմնի վրա ազդում է զուգամիտվող հարթ ուժասխտեմ:

Այսպիսով, զուգամիտվող հարթ ուժասխտեմի ազդեցութիւն
տակ գտնվող պինդ մարմինների հավասարակշռութիւն վերաբեր-
ալ խնդիրները կարելի է լուծել երկու եղանակով՝ երկրաչափորեն
և անալիտիկորեն:

Երկրաչափական եղանակով հարմար է լուծել խնդիրներ ահն
դեպքում, երբ հավասարակշռութիւն մեջ գտնվող պինդ մարմնի
վրա ազդող տված ուժերի և կապերի հակազդումների թիվը հա-
վասար է երեքի: Այս դեպքում խնդրի լուծումը բերվում է ուժա-
լին եռանկյան կազմմանը և լուծմանը:

Իհարկե, այսպիսի խնդիրներ կարելի է լուծել նաև անա-
լիտիկորեն:

Անալիտիկ եղանակով օգտակար է լուծել ահն խնդիրները, երբ
հավասարակշռութիւն մեջ գտնվող պինդ մարմնի վրա ազդող տը-
ված ուժերի և կապերի հակազդումների թիվը ավելի է երեքից:

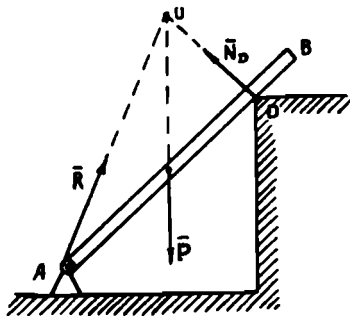
Այսպիսի խնդիրները ուժային բազմանկյան մեթոդով լուծելը կապված է որոշակի դժվարությունների հետ:

6. Երեք ոչ զուգահեռ ուժերի քեռեմբը: Սառստիկայի խնդիրները լուծելիս հաճախ օգտակար է լինում օգտվել հետևյալ թեորեմից՝ եթե պինդ մարմինը գտնվում է հավասարակշռության մեջ երեք ոչ զուգահեռ ուժերի հարթ սիստեմի ազդեցության տակ՝ ապա այդ ուժերի ազդման գծերը կհատվեն մի կետում:

Անհրաժեշտ է նշել, որ այս թեորեմը սալիս է պինդ մարմնի հավասարակշռության միայն անհրաժեշտ պայմանը: Երեք ուժերի ազդման գծերի մի կետում հասնելը հավասարակշռության բավարար պայման լինել չի կարող, քանի որ այդ ուժերի համագործը կարող է տարբեր լինել զրոյից: Այս ուժերի հավասարակշռության բավարար պայմանը կլինի այն, որ այդ ուժերը կկազմեն փակ ուժային եռանկյունի:

Երեք ոչ զուգահեռ ուժերի թեորեմը կարևոր նշանակություն ունի այն դեպքում, երբ հավասարակշռված երեք ուժերից մեկի ուղղությունը անհայտ է: Իրոք, եթե նախօրոք որոշենք այն երկու ուժերի ազդման գծերի հատման կետը, որոնց ուղղությունները հայտնի են, ապա այդ թեորեմի հիման վրա կարող ենք որոշել երրորդ ուժի անհայտ ուղղությունը, քանի որ այն պետք է անցնի առաջին երկու ուժերի ազդման գծերի հատման կետով:

Խնդիր 3: P կշիռ ունեցող համասեռ AB ձողի A ծայրը ամրացված է հողակապով, իսկ D կետում հենված է անկյան ելուստին (գծ. 29): Որոշել ձողի հակազդման ուղղությունը A կետում:



Գծ. 29

Լուծում: Ձողի վրա կիրառված են երեք ուժեր. ձողի P կշիռը՝ կիրառված նրա ծանրության կենտրոնում, D հենակետի N_D հակազդումը, որն ուղղահայաց է ձողին, և A հողակապի R հակազդումը, որի ուղղությունն անհայտ է: Քանի որ AB ձողը գտնվում է հավասարակշռության վիճակում, ապա այդ P , N_D և R ուժերը կկազմեն հավասարակշռված ուժասիստեմ:

Բացի դրանից, այդ ուժերը գտնվում են մի հարթության վրա և զուգահեռ չեն: Վերը նշված թեորեմի համաձայն այս ուժերի ազդման գծերը պետք է հատվեն մի կետում:

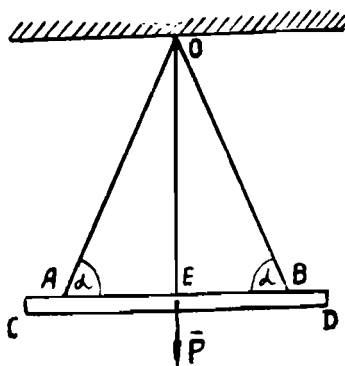
P և N_D ուժերի ազդման գծերը հատվում են O կետում, հետևաբար, R ուժը նույնպես պետք է անցնի այդ կետով, այսինքն՝ R ուժը ուղղված կլինի AO -ի ուղղությամբ:

7. Ստատիկորեն որոշելի և անորոշելի խնդիրներ: Ոչ ազատ պինդ մարմնի վերաբերյալ խնդիրներում, սովորաբար, կապի հակազդումները անհայտ մեծություններ են: Այսպիսի խնդիրները կարելի է լուծել միայն այն դեպքում, երբ կապի անհայտ հակազդումների թիվը չի գերազանցում անհայտների պարունակող հավասարակշռության հավասարումների թվին: Երբ անհայտների թիվը հավասար է հավասարակշռության անկախ հավասարումների թվին, ապա այդպիսի խնդիրը կոչվում է ստատիկորեն որոշելի: Իսկ եթե անհայտների թիվը ավելի մեծ է, քան անհայտ պարունակող հավասարակշռության հավասարումների թիվը, ապա խնդիրը կոչվում է ստատիկորեն անորոշելի:

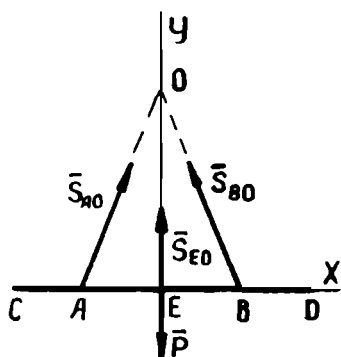
Զուգամիավոր հարթ ուժասխստեմի ազդեցության տակ գտնվող ոչ ազատ պինդ մարմնի հավասարակշռության վերաբերյալ խնդիրները կլինեն ստատիկորեն որոշելի, եթե անհայտների թիվը չի գերազանցում երկուսից:

Մենք դիտարկելու ենք միայն ստատիկորեն որոշելի խնդիրներ: Ստատիկորեն անորոշելի խնդիրներ լուծում են նյութերի դիմադրության և կառուցվածքների ստատիկա դասընթացներում:

Խնդիր 4: P կշիռ ունեցող CD հեծանը պահվում է հորիզոնական դրությամբ OA , OE և OB ճոպանների միջոցով (գծ. 30):



Գծ. 30



Գծ. 31

Որոշել AO , EO և BO ճոպաններում առաջացած ճիգերը, եթե տրված է $AC=BD$ և $\angle OAE = \angle OBE = \alpha$:

Լուծում: Ճոպաններում առաջացած ճիգերը որոշելու հա-

մար վերացնենք ճոպանները, դրանք փոխարինելով համապատասխան հակազդումներով: AO , EO և BO ճոպանների ճիգերը համապատասխանաբար նշանակենք S_{AO} , S_{EO} և S_{BO} (գծ. 31):

Դիտարկենք CD հեծանի հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում են P , S_{AO} , S_{EO} և S_{BO} ուժերը: Դժվար չէ նկատել, որ այս ուժերը գտնվում են մի հարթության վրա, և նրանց ազդման գծերը հատվում են O կետում: Այս ուժասխառնմի հավասարակշռության անհրաժեշտ ու բավարար պայմանն է, որ այդ ուժերը կազմեն փակ ուժալիք բազմանկյուն, կամ նրանց պրոյեկցիաների գումարը երկու փոխուղղահայաց կոորդինատական առանցքներից յուրաքանչյուրի վրա լինի զրո: Վերցնենք կոորդինատական սխառնմը ախպես, ինչպես ցույց է տրված գծ. 31-ում: Այդ դեպքում հավասարակշռության հավասարումները կլինեն՝

$$\Sigma F_{ix} = S_{AO} \cos \alpha - S_{BO} \cos \alpha = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = S_{AO} \sin \alpha + S_{BO} \sin \alpha + S_{EO} - P = 0:$$

Այս երկու հավասարումները պարունակում են երեք անհայտներ՝ S_{AO} , S_{EO} և S_{BO} : Նշանակում է սա ստատիկորեն անորոշելի խնդիր է: Որպեսզի այս խնդիրը դառնա ստատիկորեն որոշելի, անհրաժեշտ է ճոպաններից մեկը վերացնել: Իրոք, ճոպաններից մեկը վերացնելու դեպքում հավասարակշռության հավասարումների մեջ կմտնեն միայն երկու անհայտներ, և այդ երկու հավասարումներից հնարավոր կլինի որոշել երկու անհայտները: Եթե մասնավորապես վերացնենք OE ճոպանը, ապա կստանանք.

$$S_{AO} = S_{BO} = \frac{P}{2 \sin \alpha}:$$

Ց. Ոչ ազատ պինդ մարմնի հավասարակշռության խնդրի լուծումը, երբ նրա վրա ազդում են հարթ զուգամիջվող ուժեր: Այս խնդիրները լուծելու ժամանակ նպատակահարմար է կատարել հետևյալ հաջորդական քայլերը*:

1) Անջատել այն մարմինը, որի հավասարակշռությունը պետք է դիտարկել՝ անհայտ մեծությունները որոշելու համար:

2) Նշել տված ակտիվ ուժերը:

3) Եթե պինդ մարմինը ազատ չէ, ապա օգտագործել կապերի աքսիոմը, կապերը փոխարինելով համապատասխան հակազդումներով:

4) Դիտարկել տված ոչ ազատ մարմնի հավասարակշռությու-

* М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон, Теоретическая механика в примерах и задачах, т. 1, изд. „Наука“, М., 1967.

նը, համարելով մարմինը ազատ, որի վրա կիրառված են ակտիվ ուժերը և կապերի հակազդումները:

5) Համոզվել, որ խնդիրը ստատիկորեն որոշելի է, այսինքն՝ հանրահաշվական անհայտների թիվը չի գերազանցում երկուսից:

6. Ընտրել լուծման եղանակը՝ երկրաչափական կամ անալիտիկ: Եթե ընտրվում է երկրաչափական եղանակը, ապա պետք է կառուցել ուժային միակ բազմանկյուն (կառուցումը օգտակար է սկսել այն ուժերից, որոնց մեծությունը և ուղղությունը տված են), իսկ երբ ընտրված է անալիտիկ մեթոդը, ապա պետք է ուժերի ազդման հարթություն վրա վերցնել դեկարտյան XY կոորդինատական սիստեմ: Կազմել պինդ մարմնի վրա ազդող ուժերի հավասարակշռության հավասարումները՝

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0,$$

Դեկարտյան կոորդինատական առանցքները ընտրելիս օգտակար է այնպես անել, որ դրանք զուգահեռ կամ ուղղահայաց լինեն գումարելի ուժերից մեծ մասին:

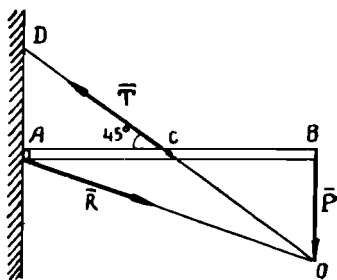
7) Լուծելով ուժային բազմանկյունը, որոշել անհայտ մեծությունները: Իսկ եթե խնդրի լուծումը կատարվում է պրոյեկցիաներով, ապա լուծել հավասարակշռության համապատասխան հավասարումները և որոշել որոնելի անհայտները:

Երբ անհայտ ուժերից որևէ մեկի նշանը ստացվում է բացասական, ապա այդ նշանակում է, որ տվյալ ուժի ուղղությունը հակադիր է այն ուղղությանը, որը նախօրոք ընտրված էր:

Խնդիր 5: A հողակապով պատին ամրացված AB բարձակը հորիզոնական դրություն մեջ է պահվում CD թելի օգնությամբ, որը միացված է բարձակին C կետում և նրա հետ կազմում է 45° անկյուն: Բարձակի ծայրից կախված է P կշիռ ունեցող մի ծանրոց (գծ. 32): Գտնել թելի և հողակապի հակազդումները, եթե $AC = CB = a$: Բարձակի կշիռը արհամարհել:

Լուծում: Խնդիրը լուծենք երկու եղանակով:

Առաջին եղանակ: Թելի և հողակապի հակազդումները որոշելու համար դիտարկենք AB բարձակի հավասարակշռությունը:

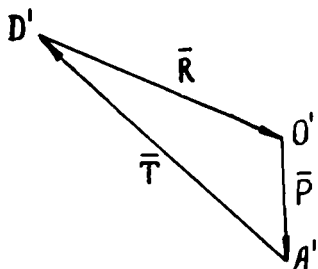


Գծ. 32

AB բարձակի վրա ազդում է P ակտիվ ուժը, որը կիրառված է նրա B կետում:

Բարձակը ազատենք կապերից, կապերի ազդեցությունը փոխարինելով համապատասխան հակազդումներով: T -ով նշանակենք CD թելի հակազդումը: Այս ուժը կիրառված կլինի C կետում և ուղղված՝ CD թելի երկարությամբ: R -ով նշանակենք A հոդակապի հակազդումը: Սա կիրառված կլինի բարձակի A կետում, իսկ ուղղությունն առաջիմ անհայտ է: Այսպիսով, բարձակը կգտնվի հավասարակշռության մեջ P , T և R երեք ուժերի հարթ սիստեմի ազդեցության տակ: Հետևաբար, այս ուժերը կազմում են հավասարակշռված ուժասիստեմ: Հայտնի է, որ եթե մի հարթության վրա գտնվող հավասարակշռված երեք ուժերը զուգահեռ չեն, ապա նրանց ազդման գծերը պետք է հատվեն մի կետում: P և T ուժերի ազդման գծերը հատվում են O կետում: Հետևաբար, O կետով պետք է անցնի նաև R ուժի ազդման գիծը: Սրանով որոշվում է R ուժի ուղղությունը: Քանի որ P , T , R ուժերը գտնվում են հավասարակշռության մեջ, ապա նրանք կկազմեն ուժային փակ եռանկյունի:

Այժմ կառուցենք ուժային փակ եռանկյունի, նրա մի P կողմով և մյուս երկու կողմերի հայտնի ուղղություններով: Ուժային եռանկյան կառուցումը սկսենք P ուժից, որի թե՛ մեծությունը և թե՛ ուղղությունը հայտնի են: Դրա համար վերցնենք գծազրի հարթության վրա գտնվող մի կամավոր O' կետ և այդ կետում կառուցենք մի վեկտոր, որը հավասար լինի P ուժին (գծ. 33),



գծ. 33

Այնուհետև P վեկտորի ծայրից տանենք մի ուղիղ զուգահեռ թելի ուղղությանը, այսինքն՝ զուգահեռ DO հատվածին, O' կետով՝ մի ուղիղ զուգահեռ AO հատվածին: Այդ ուղիղների հատման D' կետը կլինի $A'O'D'$ ուժային եռանկյան երրորդ գագաթը: Ուղղենք T և R վեկտորները այնպես, որ P , T և R ուժերի գումարը լինի զրո:

Թեև թելի T և A հոդակապի R հակազդումների մեծությունները կարելի է որոշել այն պայմանից, որ ստացված ուժային փակ եռանկյունին նման է DAO եռանկյունը: Այս եռանկյունների նմանությունից հետևում է նրանց համապատասխան կողմերի համեմատությունը, այսինքն՝

$$\frac{R}{AO} = \frac{T}{DO} = \frac{P}{DA} : \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} T + \frac{1}{\sqrt{5}} R = P;$$

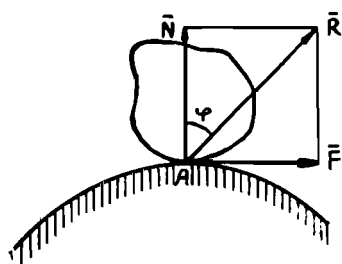
Այստեղից ստացվում է

$$R = -\sqrt{5} P \text{ և } T = 2\sqrt{2} P;$$

R-ի համար ստացված բացասական նշանը ցույց է տալիս, որ նրա ուղղությունը ճիշտ չէ ընտրված: Իրականում այս հակազդումը ուղղված է A կետից դեպի O կետը:

Համեմատելով լուծման այս երկու եղանակները, նկատում ենք, որ երկրաչափական եղանակի դեպքում հակազդումների որոշումը պահանջում է ավելի քիչ մաթեմատիկական գործողություններ, քան անալիտիկ եղանակի դեպքում, բայց այս երկրորդ եղանակը ավելի ընդհանուր է և չի պահանջում որևէ երկրաչափական կառուցում:

9. Պիեզ մարմնի հավասարակշռությունը սահմանափակում է կայունությամբ: Ինչնալական մակերևութներով սահմանափակված մարմինների հպման ժամանակ առաջացող հակազդումներն ուղղված են նրանց հպման կետում տարած ընդհանուր նորմալով: Սակայն իրականում այդպիսի իրելական մակերևութներ չկան: Իրական մակերևութների հպման ժամանակ առաջացած հակազդումը կարող է շեղվել մակերևութների ընդհանուր նորմալի ուղղությունից որոշ անկյան տակ (գծ. 35): Ընդունված է այս դեպքում հո-



Պժ. 35

կազդումը նշանակել R և այն անվանել կապի լրիվ հակազդում: Կապի լրիվ հակազդումը կազմված է երկու գումարելիներից՝ N նորմալ հակազդումից և նրան ուղղահայաց F սահքի շփման ուժից: Հայտնի է, եթե լրիվ հակազդումը տարբեր է զրոյից, ապա նորմալ հակազդումը զրոյի հավասար լինել չի կարող, հետևաբար, լրիվ հակազդումը նորմալ հակազդման հետ միշտ կազմում

է սուր անկյուն:

Փորձերը ցույց են տալիս, որ սահքի շփման ուժի մեծությունը կախված է նորմալ հակազդումից: Երկու մակերևութների հպման ժամանակ, երբ նրանցից մեկը շատ փոքր արագությամբ շարժվում է մյուսի նկատմամբ, ընդունված է շփման ուժի և նորմալ հակազդման միջև եղած կապն արտահայտել

$$F_{\max} = fN \quad (1)$$

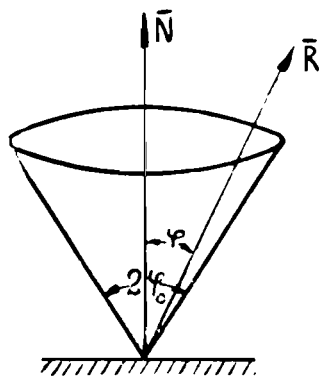
բանաձևով, որտեղ $F_{\max}$ -ը սահքի շփման ուժի մեծագույն արժեքն է, N -ը՝ նորմալ հակազդումը, իսկ f -ը կոչվում է սահքի շփման գործակից: Բացարձակ ողորկ մարմինների համար $f=0$, իսկ սովորական մակերևույթների դեպքում՝ $f>0$: (1)-ին անվանում են Կուլոնի օրենք:

Եթե երկու հպվող մակերևույթներն անշարժ են մեկը մյուսի նկատմամբ, ապա նրանց հակազդումը կամ ունի նորմալի ուղղություներ (շփման ուժը հավասար է զրոյի), կամ առաջացող շփման ուժը ավելի փոքր է, քան $F_{\max}$ -ը:

Այսպիսով, ստացվում է, որ երկու մակերևույթները կլինեն անշարժ մեկը մյուսի նկատմամբ, եթե $F < F_{\max}$ -ից:

Այն φ_0 անկյունը, որն ընկած է հպվող մակերևույթների ընդհանուր նորմալի և լրիվ հակազդման միջև, երբ $F=F_{\max}$, կոչվում է շփման անկյուն: Գծ. 36-ից հետևում է, որ

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{F_{\max}}{N} = \frac{fN}{N} = f:$$



Գծ. 36

Այսպիսով, եթե $F < F_{\max}$ -ից, ապա լրիվ և նորմալ հակազդումների կազմած անկյան տանգենսը՝ $\operatorname{tg} \varphi$ -ն փոքր կլինի $\operatorname{tg} \varphi_0$ -ից: Բայց քանի որ φ և φ_0 անկյունները սուր են, ապա $\varphi < \varphi_0$ -ից: Հետևաբար, եթե $\varphi < \varphi_0$ -ից, ապա հրավորող մակերևույթները չեն կարող շարժվել մեկը մյուսի նկատմամբ:

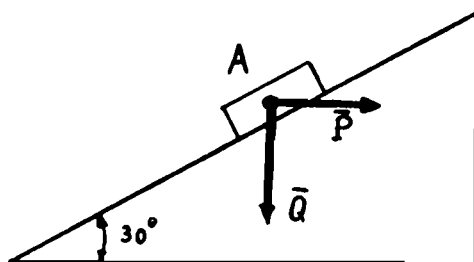
Այն կոնական մակերևույթը, որի գագաթը գտնվում է ալդ մակերևույթների հպման կետում, առանցքը համընկնում է հպվող մակերևույթների ընդհանուր նորմալի հետ, իսկ առանցքով և ծնիչով կազմված անկյունը հավասար է շփման φ_0 անկյանը, կոչվում է շփման կոն:

Այսպիսով, կարող ենք ասել, որ եթե հպվող մարմինների լրիվ հակազդումը գտնվում է շփման կոնի ներսում, ապա հպվող մարմինները չեն շարժվի մեկը մյուսի նկատմամբ, իսկ եթե լրիվ հակազդումը գտնվի շփման կոնի վրա, ապա մարմինները կգտնվեն սահմանալին հավասարակշռության կամ շարժման մեջ:

Ստատիկալի խնդիրների լուծման եղանակները, շփման առկայության դեպքում, նույնն են, ինչ որ նրանց բացակայության

դեպքում, միայն տարբերությունը կախնում է նրանում, որ այս դեպքում առաջանում են շփման ուժեր, որոնք պայմանավորված են նորմալ հակազդմամբ: Հավասարակշռության հավասարումները կազմելիս պետք է $F_{\max}$ -ի փոխարեն տեղադրել fN , քանի որ շփման առկայության դեպքում մարմինների հավասարակշռությունը բերվում է մարմինների սահմանալին հավասարակշռության ուսումնասիրությանը, երբ շփման ուժը ստանում է իր ամենամեծ $F_{\max}$ արժեքը: Այնուհետև պետք է ստացված հավասարումները լուծել և որոշել անհայտ մեծությունները:

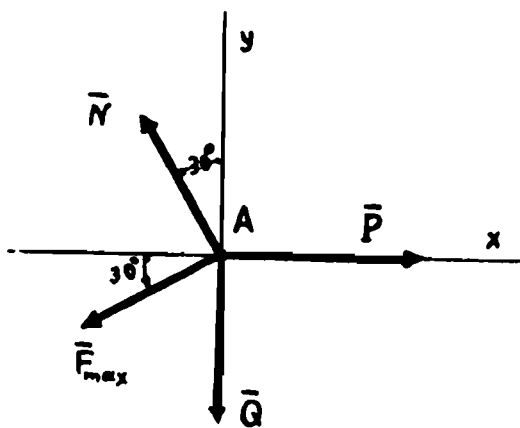
Խնդիր 6: $Q=100$ կգ կշիռ ունեցող մարմինը գտնվում է չհղկված թեք հարթության վրա (գծ. 37): Գտնել հարթության N



Գծ. 37

նորմալ հակազդումը և այն ամենափոքր հորիզոնական P ուժը, որը պետք է կիրառել մարմնի վրա, որպեսզի նա սկսի շարժվել, եթե շրփման գործակիցը մարմնի և հարթության միջև $f=0,2$ -ի: Լուծում: Դիտարկենք A մարմնի հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում են P և Q ակտիվ ու-

ժեքը, հարթության N նորմալ հակազդումը և $F_{\max}$ սահքի շրփման ուժը: Վերջինս գուգահեռ է թեք հարթությանը և ուղղված է A մարմնի շարժմանը հակառակ (գծ. 38):



Գծ. 38

Տանենք x և y կոորդինատական առանցքները գծ. 38-ում ցույց տված ձևով: Կազմենք A մարմնի հավասարակշռության հավասարումները, նրա վրա ազդող բոլոր ուժերի պրոյեկցիաների գումարը x և y առանցքների վրա հավասարեցնելով զրոյի: Կըստանանք

$$\Sigma F_{ix} = -N \cos 60^\circ - F_{\max} \cos 30^\circ + P = 0; \quad (1)$$

$$\Sigma F_{iy} = N \cos 30^\circ - F_{\max} \cos 60^\circ - Q = 0;$$

Այս երկու հավասարումներին պետք է ավելացնել $F_{\max}$ -ի և N -ի միջև եղած

$$F_{\max} = fN \quad (2)$$

կապակցությունը:

Եթե $F_{\max}$ -ի արժեքը (2)-ից տեղադրենք (1)-ի մեջ, ապա կստանանք երկու հավասարում երկու անհայտով: Դրանից կորոշենք N և P անհայտները.

$$N = \frac{2Q}{\sqrt{3} - f} = 131 \text{ կգ.}$$

$$P = \frac{Q(1 + f\sqrt{3})}{\sqrt{3} - f} = 88 \text{ կգ.}$$

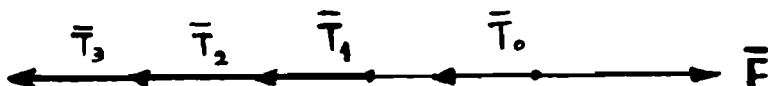
10. ԽՆԴԻՐՆԵՐ

Ստորև բերվում են զուգամիտվող հարթ ուժասխստեմի հավասարակշռության վերաբերյալ մի շարք խնդիրներ: Տրվում են այդ խնդիրների լուծումները կամ լուծումների վերաբերյալ ցուցումներ: Այս խնդիրների մեծ մասը վերցված են Ի. Վ. Մեշչերսկու «Տեսական մեխանիկայի խնդիրների ժողովածու» գրքից: Ի. Վ. Մեշչերսկու խնդրագրքից վերցված խնդիրները համարները զերոված են փակագծերում:

Խնդիր 7 (5): Բուքսիրային շոգենավը ձգում է հաջորդաբար իրար հետ կապված երեք տարբեր չափերի բեռնանավեր: Շոգենավի պտուտակի քարշի ուժը տվյալ մոմենտին հավասար է 1800 կգ: Ջրի դիմադրությունը շոգենավի շարժմանը հիմասար է 600 կգ, ջրի դիմադրությունը առաջին բեռնանավի շարժմանը՝ 600 կգ, երկրորդ բեռնանավին՝ 400 կգ և երրորդին՝ 200 կգ: Տրամադրվող պարանը առանց վտանգի կարող է դիմանալ 200 կգ ձգող ուժի:

Քանի՞ պարանով պետք է միացնել շոգենավը առաջին բեռնանավին, առաջինը՝ երկրորդին և երկրորդը՝ երրորդին, եթե շարժումը ուղղագիծ և հավասարաչափ է:

Լ ու ծ ու մ: Դիտարկենք շոգենավից և երեք բեռնանավերից կազմված սխտեմը, որի վրա ազդում են 5 ուժեր: Շոգենավի պլուտտակի քարշի ուժը նշանակենք F , իսկ ջրի դիմադրությունը շոգենավի և մյուս երեք բեռնանավերի շարժմանը նշանակենք համապատասխանաբար T_0, T_1, T_2, T_3 : Այս ուժերը ուղղված են մի ուղղով, ընդ որում F ուժը ուղղված է դեպի աջ, իսկ T_0, T_1, T_2, T_3 ուժերը՝ դեպի ձախ (գծ. 39): Քանի որ բոլոր ուժերը ուղղված են միևնույն ուղղով, ապա այդ ուժերի համագործի թվալինն արժեքը հավասար է նրանց հանրահաշվական գումարին.



Գծ. 39

$$R = F - T_0 - T_1 - T_2 - T_3,$$

Շոգենավը և բեռնանավերը միասին հավասարաչափ ուղղագիծ շարժում կատարելու համար անհրաժեշտ է, որ նրանց վրա ազդող ուժերի համագործը լինի զրո, այսինքն՝ $R = 0$:

Շոգենավը առաջին բեռնանավին միացնող պարանների ճիգը նշանակենք F_1 -ով: Քանի որ F_1 -ը ներքին ուժ է, ապա այն կարելի է որոշել հատման մեթոդով: Մտքով հատենք շոգենավը բեռնանավին միացնող պարանները, բեռնանավի ազդեցությունը շոգենավի վրա փոխարինենք F_1 ուժով, որը կիրառված կլինի շոգե-



Գծ. 40

նավի վրա: Այս դեպքում շոգենավի վրա կազդեն երեք ուժեր. շոգենավի պլուտտակի քարշի ուժը՝ F , ջրի դիմադրությունը շոգենավին՝ T_0 և անհատ F_1 ուժը (գծ. 40):

Շոգենավի վրա ազդող երեք ուժերի հավասարակշռությունից բխում է, որ

$$F - T_0 - F_1 = 0,$$

Այստեղից ստացվում է

$$F_1 = 1800 + 600 = 1200 \text{ կգ:}$$

Քանի որ լուրաքանչյուր պարան կարող է դիմանալ 200 կգ ձգող ուժի, հետևաբար շոգենավը առաջին բեռնանավին միացնելու համար անհրաժեշտ է 6 պարան:

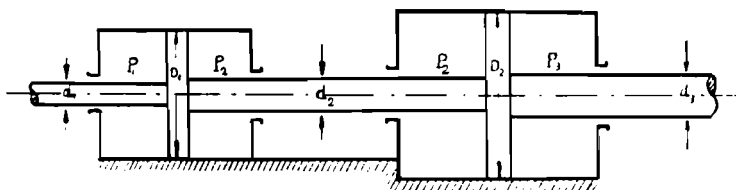
Եթե առաջին և երկրորդ բեռնանավերը միացնող պարանի ճիզը նշանակենք F_2 , իսկ երկրորդ և երրորդ բեռնանավերինը՝ F_3 , ապա դարձյալ հատման մեթոդով կստանանք

$$F_2 = 600 \text{ կգ}, \quad F_3 = 200 \text{ կգ},$$

Նշանակում է, առաջին բեռնանավը երկրորդին միացնելու համար անհրաժեշտ է երեք պարան, իսկ երկրորդը երրորդի հետ միացնելու համար՝ մեկ պարան:

Պատ. 6, 3 և 1 պարան:

Խնդիր 8(10): Որոշել այն ուժի միջին մեծությունը, որը փոխանցվում է մեկը մյուսից հետո հաջորդաբար դասավորված երկզլանավոր շոգեմեքենայի մխոցաձողի միջոցով, եթե մխոցների



Գծ. 41

տրամագծերն են՝ $D_1 = 320$ մմ, $D_2 = 600$ մմ, մխոցաձողերի տրամագծերն են՝ $d_1 = 60$ մմ, $d_3 = 100$ մմ, շոգու միջին ճնշումը՝ $P_1 = 9,5$ կգ/սմ², $P_2 = 2,5$ կգ/սմ², $P_3 = 0,1$ կգ/սմ² (գծ. 41):

Լուծում: Հաշվենք մխոցների վրա ազդող ուժերը: Դրա համար օգտվենք $F = PS$ բանաձևից, որտեղ F -ը ազդող ուժն է, P -ն՝ ճնշումը, իսկ S -ը՝ համապատասխան մակերեսը:

A մխոցի վրա ազդող ուժերը կլինեն.

ձախից՝

$$F_1 = P_1 \cdot \frac{\pi}{4} (D_1^2 - d_1^2) = 9,5 \cdot \frac{3,14}{4} \cdot 3826 = 7362 \text{ կգ},$$

աջից՝

$$F_2 = P_2 \cdot \frac{\pi}{4} (D_1^2 - d_2^2) = 2,5 \cdot \frac{3,14}{4} (32^2 - d_2^2) \text{ կգ},$$

իսկ B մխոցի վրա ազդող ուժերը.

ձախից՝

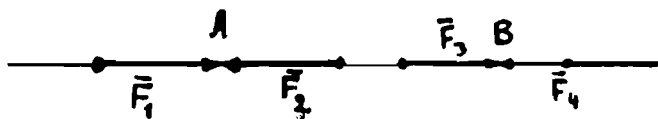
$$F_3 = P_2 \cdot \frac{\pi}{4} (D_2^2 - d_2^2) = 2,5 \cdot \frac{3,14}{4} (60^2 - d_2^2) \text{ կգ,}$$

աջից՝

$$F_4 = P_3 \cdot \frac{\pi}{4} (D_3^2 - d_3^2) = 0,1 \cdot \frac{3,14}{4} \cdot 70 \cdot 50 = 275 \text{ կգ:}$$

Այս թվալին հաշվարկները կատարելիս միլիմետրերը փոխարինված են սանտիմետրերով:

F_1 , F_2 , F_3 , F_4 ուժերը գտնվում են մի ուղղի վրա, ընդ որում F_1 և F_3 -ը ուղղված են դեպի աջ, իսկ F_2 և F_4 -ը՝ դեպի ձախ (գծ. 42):



Գծ. 42

Ինչպես հայտնի է, մի ուղղով ազդող ուժերի համագործը հավասար է այդ ուժերի հանրահաշվական գումարին և գտնվում է նույն ուղղի վրա, ուստի, եթե անհայտ ուժի մեծությունը նշանակենք F , ապա կունենանք

$$\begin{aligned} F &= F_1 - F_2 + F_3 - F_4 = 7362 - 2,5 \cdot \frac{3,14}{4} (32^2 - d_2^2) + 2,5 \cdot \\ &\cdot \frac{3,14}{4} (60^2 - d_2^2) - 275 = 7087 + 2,5 \cdot \frac{3,14}{4} (60^2 - 52^2) = \\ &= 7087 + 5058 = 12145 \text{ կգ} \approx 1,21 \text{ տ:} \end{aligned}$$

Պատ. 12,1 տ, և այն ուղղված կլինի դեպի աջ:

Խնդիր 9 (18): ա, բ և գ գծագրերում սխեմատիկորեն պատկերված են ձողեր, որոնք հողակապերի միջոցով միացված են իրար, առաստաղին և պատերին (գծ. 43): B, F և K հողակապերին հեղույսներից կախված են Q=1000 կգ բեռներ: Որոշել ճիգերը ձողերում հետևյալ դեպքերի համար՝

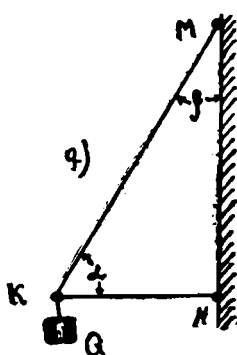
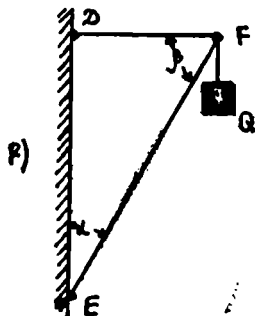
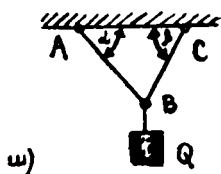
ա) $\alpha = \beta = 45^\circ$,

բ) $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$,

գ) $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$:

Լուծում: Դիտարկենք միայն ρ) ղեպը, մյուս երկու ղեպերը թողնելով ընթերցողներին ինքնուրույն լուծելու:

Խնդիրը լուծենք երեք եղանակով:



Գծ. 43

Առաջին եղանակ: Լուծենք խնդիրը Q ուժը տված երկու ուղղություններով բաղադրիչների վերլուծելու միջոցով:

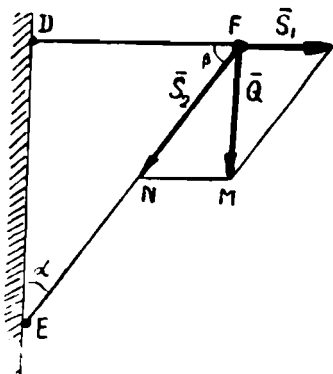
DF և EF ձողերի ճիգերը որոշելու համար F կետում կիրառված Q ուժը վերլուծենք բաղադրիչների DF և EF ուղղություններով (գծ. 44). ստացված բաղադրիչները նշանակենք S_1 և S_2 : S_1 և S_2 բաղադրիչները կլինեն մեր որոնելի ճիգերը: FMN եռանկյունուց ստացվում է, որ

$$S_1 = Q \operatorname{tg} 30^\circ = 1000 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} =$$

$$= 577 \text{ կգ,}$$

$$S_2 = \frac{Q}{\cos 30^\circ} = \frac{1000 \cdot 2}{\sqrt{3}} =$$

$$= 1154 \text{ կգ:}$$



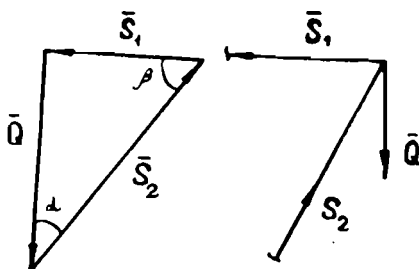
Գծ. 44

Դժադրից երևում է, որ S_1 -ը կլինի ձգող, S_2 -ը՝ սեղմող: Ըստ ընդունված պայմանի S_1 -ը կունենա դրական նշան, իսկ S_2 -ը՝ բացասական:

Երկրորդ եղանակ: Այժմ նույն խնդիրը լուծենք ուժային եռանկյան օգնությամբ: Մտքով հատենք DF և EF ձողերը և դրանց ազդեցությունը փոխարինենք S_1 և S_2 ճիգերով:

Ստացված S_1 , S_2 և Q ուժերի ազդեցություն տակ F հանգույցը կգտնվի հավասարակշռության մեջ: Այս ուժերը կկազմեն փակ ուժալիքն հոանկյուն:

Կառուցենք ալդ ուժալիքն հոանկյունը (գծ. 45): Ստացված



գծ. 45

ABC հոանկյունուց հեշտությամբ ստացվում են S_1 -ի և S_2 -ի արժեքները:

Երրորդ եղանակ: Վերջապես, նույն խնդիրը լուծենք պրոյեկցիաների մեթոդով: Տանենք xy կոորդինատական սիստեմը, x առանցքը ուղղելով DF գծով (գծ. 46): Կազմենք F կետում կիրառված S_1 , S_2 և Q ուժերի հավասարակշռության հավասարումները: Դրա համար ալդ ուժերի պրոյեկցիաների գումարը x և y առանցքների վրա հավասարեցնենք զրոյի, կստանանք՝

$$\Sigma F_{ix} = -S_1 - S_2 \cos \beta = 0,$$

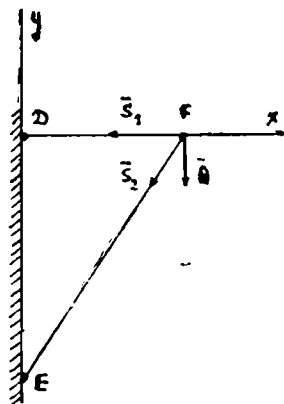
$$\Sigma S_{iy} = -S_2 \sin \beta - Q = 0,$$

Այստեղից հետևում է, որ

$$S_2 = -\frac{Q}{\sin \beta} = -\frac{1000}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = -1154 \text{ կգ},$$

$$S_1 = -S_2 \cos \beta = Q \operatorname{ctg} \beta =$$

$$= 100 \frac{\sqrt{3}}{3} = 577 \text{ կգ}:$$



գծ. 46

Պատ. $S_1 = 577 \text{ կգ}$, $S_2 = -1154 \text{ կգ}$:

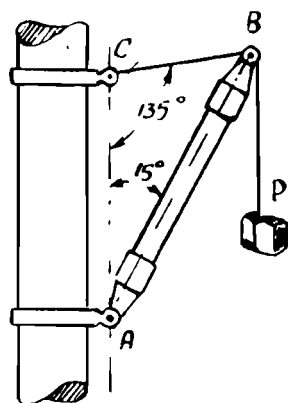
Խնդիր 10 (22): Կալմավոր ամբարձիչը բաղկացած է AB սլաքից և CB շղթալից: A հողակապով կալմին միացված սլաքի B ծայրին կախված է $P = 2000 \text{ կգ}$ բեռ: Տված է նաև, որ $\angle BAC = 15^\circ$, $\angle ACB = 135^\circ$: Որոշել CB շղթալի T լարումը և AB սլաքի Q ճիգը (գծ. 47):

Լուծում: Դիտարկենք B հանգույցի հավասարակշռությունը: B կետում կիրառված է P ակտիվ ուժը: Հանգույցը ազատենք կապերից, նրանց ազդեցությունը փոխարինելով համապատասխան

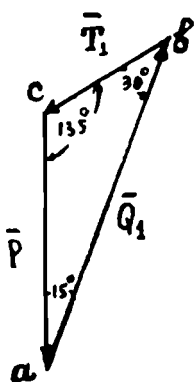
T_1 և Q_1 հակազդումներով CB շղթայի T_1 հակազդումը ուղղված է B հանգույցից դեպի C հողակապը: AB սլաքը իր A ծալրով միացված է AC կայմին հողակապով, իսկ A և B հողակապերի միջև սլաքի վրա արտաքին ուժեր չեն ազդում:

Հետևաբար, սլաքը կլինի ձող, որը գտնվում է հավասարակշռության մեջ՝ առանցքային ուժերի ազդեցության տակ: Դրա համար էլ Q_1 ուժի ազդման դիժը կունենա սլաքի ուղղություներ:

Այսպիսով, B հանգույցը գտնվում է հավասարակշռության մեջ մի հարթության մեջ գտվող P , Q_1 և T_1 զուգամիտվող երեք ուժերի ազդեցության տակ: Հակազդումները որոշելու համար կառուցենք abc ուժային եռանկյունը (գծ. 48): Գծագրի հարթության վրա վերցնենք P վեկտորը, նրա c սկզբնակետից և a վերջնակետից տանենք ուղիղներ համապատասխանաբար զուգահեռ T_1 և Q_1 հակազդումներին՝ մինչև նրանց հատվելը b կետում: Այնուհետև ուժային եռանկյան կողմերի վրա նշենք ուղղություն ցույց տվող նշաններ: Այստեղ պետք է նկատի ունենալ, որ հավասարակշռության



Պժ. 47



Պժ. 48

դեպքում վեկտորների ուղղությունները պետք է իրար հաջորդեն:

Եռանկյունի abc -ից, սինուսների թեորեմի համաձայն, կարող ենք գրել

$$\frac{P}{\sin 30^\circ} = \frac{T_1}{\sin 15^\circ} = \frac{Q_1}{\sin 135^\circ},$$

Այստեղից ստացվում է

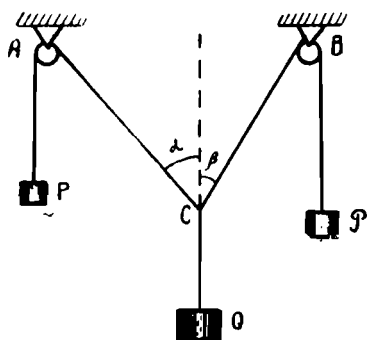
$$T_1 = \frac{P \sin 15^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{200 \cdot 0.2588}{0.5} = 104 \text{ կգ},$$

$$Q_1 = \frac{P \sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{200 \cdot 0.7071}{0.5} = 283 \text{ կգ}:$$

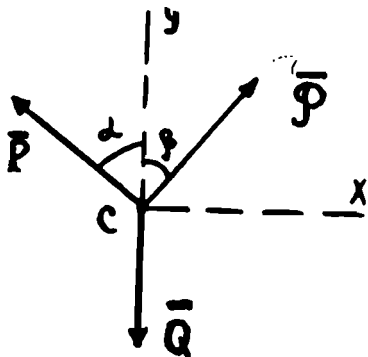
CB շղթայի ձգող T լարումը և AB սլաքը սեղմող Q ճիգը մեծությամբ համապատասխանաբար հավասար են B հանգույցում ազդող T_1 և Q_1 հակազդումներին, բայց ունեն հակառակ ուղղություններ:

Պատ. $T = 104$ կգ, $Q = 283$ կգ:

Խնդիր 11 (25): 25 կգ կշիռ ունեցող բեռը պահվում է հավասարակշռության մեջ երկու պարաններով, որոնք գցված են ճախարակների վրայով և ձգվում են բեռներով: Այդ բեռներից մեկը կշռում է 20 կգ, համապատասխան պարանը ուղղաձիգի հետ կազմում է մի անկյուն, որի սինուսը հավասար է 0,6: Անտեսելով ճախարակներում շփումը, որոշել երկրորդ բեռի P մեծությունը և ուղղաձիգ գծի հետ երկրորդ պարանի կազմած α անկյունը: Պարանների կշիռը անտեսել (գծ. 49):



Գծ. 49



Գծ. 50

Լուծում: Դիտարկենք C հանգույցի հավասարակշռությունը (գծ. 50): C կետում ազդում են Q , p և P ուժերը, ընդ որում p և P ուժերը ուղղված են CA և CB պարաններով, քանի որ A և B կետերում դրված ճախարակները փոխում են p և P ուժերի ուղղությունները՝ անփոփոխ թողնելով նրանց մեծությունները: C հանգույցը գտնվում է հավասարակշռության մեջ: Հետևաբար, Q , p և P ուժերը կկազմեն հավասարակշռված ուժասխառն: p -ի և $\sin\alpha$ -ի մեծությունները որոշելու համար օգտագործենք պրոյեկցիաների մեթոդը: Տանհենք xy կոորդինատական սխառնը գծ. 50-ում ցույց տրված ձևով: Դրենք զուգամիտվող հարթ ուժասխառնի հավասարակշռության հավասարումները.

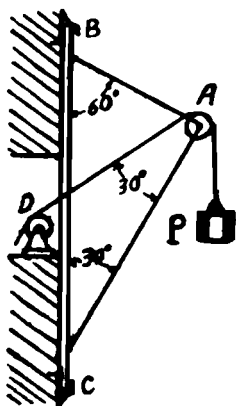
$$\Sigma F_{ix} = P \cos(90^\circ - \beta) + p \cos(90^\circ + \alpha) = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = P \cos\beta + p \cos\alpha - Q = 0:$$

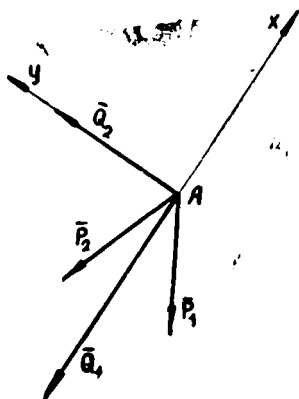
Լուծելով այս հավասարումների սխառնը, կորոշենք p և $\sin\alpha$ մեծությունները:

Պատ. $p = 15$ կգ, $\sin\alpha = 0,8$:

Խ Ե Պ Ի ր 12 (27): BAC պահեստալին ամբարձիչը, A և D ճախարակների վրա գցված շղթայի միջոցով, բարձրացնում է $P = 2$ տ բեռը: Ամբարձիչը պատին ամրացված է ալնպես, որ անկյուն $CAD = 30^\circ$: Որոշել AB և AC ձողերում Q_1 և Q_2 ճիգերը, եթե $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$ (գծ. 51):



գծ. 51



գծ. 52

Լ ու ժ ու մ: Դիտարկենք A հանգույցի հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում են P_1 և P_2 ակտիվ ուժերը, որոնցից լուրաքանչյուրի մեծությունը հավասար է P -ի (ճախարակի սահմանման համաձայն), և Q_1 , Q_2 հակազդումները (գծ. 52): Այստեղ Q_1 և Q_2 ճիգերը ուղղված են համապատասխանաբար AC և AB ձողերով: Կոորդինատական առանցքներն ուղղենք գծ. 52-ում ցույց տրված ուղղություններով: Գրենք A հանգույցում կիրառված ուժերի հավասարակշռության հավասարումները.

$$\Sigma F_{ix} = -Q_1 - P_1 \cos 30^\circ - P_2 \cos 30^\circ = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = Q_2 + P_2 \sin 30^\circ - P_1 \sin 30^\circ = 0,$$

Լ ու ժ ե լ ո վ ա լս հավասարումները, կստանանք

$$Q_2 = -2P \cos 30^\circ = -2, 3 = -3,46 \text{ կգ},$$

$$Q_1 = 0,$$

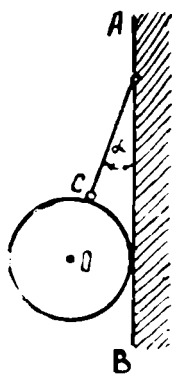
Այստեղից հետևում է, որ AC ձողի Q_2 հակազդումը ուղղված է դեպի A հանգույցը, քանի որ Q_2 -ը ունի բացասական նշան:

Պատ. $Q_1 = 0$, $Q_2 = -3,46 \text{ կգ}$:

Խ Ե Պ Ի ր 13 (29): Հարթ ուղղաձիգ AB պատից AC պարանով կախված է P կշիռ ունեցող Օ համասեռ գունդը: Պարանը պատի հետ կազմում է α անկյուն: Որոշել պարանի T լարումը և գնդի

1) ճնշումը պատի վրա (գծ. 53):

Լուծում: Դիտարկենք գնդի հավասարակշռությունը: Գունդը ոչ ազատ մարմին է, ազատենք նրան կապերից, կապերը փոխարինելով համապատասխան հակազդումներով: T -ով նշանակենք թելի հակազդումը, ախինքն՝ ալն ուժը որով թելն ազդում է



գծ. 53

գնդի վրա: Այս ուժը, կիրառված է C կետում և ուղղված է CA թելի երկարությամբ: Q_1 -ով նշանակենք պատի հակազդումը, ախինքն՝ ալն ուժը, որով պատը ազդում է գնդի վրա: Այս ուժը կիրառված է գնդի վրա նրա համան կետում և ուղղահայաց է պատին (պատը ողորով է, շփման ուժը բացակայում է):

Հավասարակշռության մեջ գտնվող ազատ գնդի վրա ազդում են P , T և Q_1 ուժերը: Հետևաբար, այս ուժերը հավասարակշռված են: Հայտնի է, որ եթե մի հարթության վրա գտնվող հավասարակշռված երեք ուժերը զուգահեռ չեն, ապա նրանց

ազդման գծերը պետք է հատվեն մի կետում: P և Q_1 ուժերի ազդման գծերը հատվում են գնդի կենտրոնում: Հետևաբար, O կետով պետք է անցնի նաև T ուժի ազդման գիծը: Սա նշանակում է, որ գունդը պետք է գրավի ախպիսի դիրք, որպեսզի AC թելի ուղղությունը անցնի գնդի կենտրոնով:

Կառուցենք P , Q_1 և R ուժերով ուժալիքն եռանկյուն (գծ. 54): Սինուսների թեորեմի համաձայն կունենանք՝

$$\frac{Q_1}{\sin \alpha} = \frac{T}{1} = \frac{P}{\cos \alpha},$$

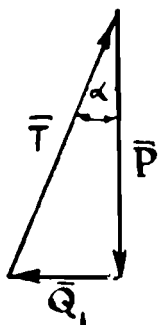
Այստեղից էլ ստացվում է

$$Q_1 = P \operatorname{tg} \alpha, \quad T = \frac{P}{\cos \alpha},$$

Q_1 -ն ալն ուժն է, որով պատը ազդում է գնդի վրա: Խնդրում պահանջվում է գտնել Q ուժը, որով գունդը ազդում է պատի վրա: Ազդման և հակազդման հավասարության աքսիոմի համաձայն կունենանք

$$Q = Q_1 = P \operatorname{tg} \alpha$$

Այստեղ Q_1 և Q ուժերը իրարից տարբերվում են ոչ միայն նրանով, որ ունեն հակադիր ուղղություններ, այլ նաև նրանով, որ

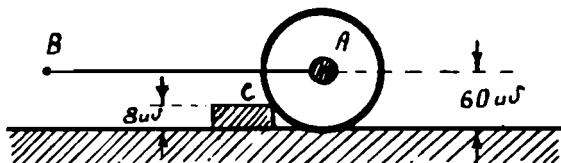


գծ. 54

կիրառված են տարրեր մարմինների վրա: Q_1 ուժը կիրառված է գնդի վրա, իսկ Q ուժը՝ պատի վրա:

$$\text{Պատ. } Q = P \operatorname{tg} \alpha \quad T = \frac{P}{\cos \alpha},$$

Խնդիր 14 (34): Համասեռ տոփանիչ թավալուկի կշիռը հավասար է 2տ, իսկ շառավղը՝ 60սմ: Որոշել այն P հորիզոնական ճիգը, որն անհրաժեշտ է թավալուկը 8սմ բարձրությու՛ն ունեցող սալաքարի վրա զրորելու համար, գծ. 55-ում ցույց տրված դիրքից:

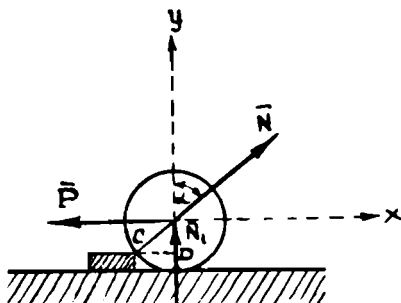


գծ. 55

Լուծում: Դիտարկենք այն սահմանալին դեպքը, երբ տոփանիչը P ուժի ազդեցության տակ կբարձրանա գետնից, պոկվելով հորիզոնական հարթությունից: Այդ ժամանակ տոփանիչը չի ազդի գետնի վրա և հետևաբար, գետնի հակազդումը հավասար կլինի զրոյի: Տոփանիչը կճնշի քարի վրա C կետում, և նրա N հակազդումը ուղղված կլինի CA շառավղով: Այսպիսով, տոփանիչի վրա կազդեն P_1 , Q և N երեք ուժեր, որոնք հատվում են մի կետում (գծ. 56): Այս ուժերը կազմում են հավասարակշռված ուժախիստեմ:

Լուծենք այս խնդիրը երկու եղանակով:

1. Առաջին եղանակ: Կառուցենք ուժային եռանկյունի: Դրա համար վերցնենք որևէ կետ և այդ կետից տանենք Q ուժին զուգահեռ մի վեկտոր: Այնուհետև Q վեկտորի սկզբնակետից տանենք մի ուղիղ՝ զուգահեռ N ուժին, իսկ Q -ի վերջնակետից՝ զուգահեռ P ուժին (գծ. 57): Ստացված Δcad նման է ΔCAD -ին: Այս եռանկյունների նմանությունից հետևում է, որ



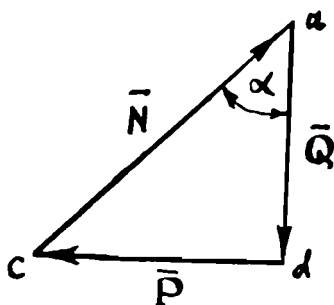
գծ. 56

$$\frac{P}{Q} = \frac{CD}{DA},$$

Քանի որ $DA = 60 - 8 = 52$ սմ, $CD = \sqrt{CA^2 - DA^2} = 30$ սմ,
այա

$$\frac{P}{Q} = \frac{30}{52}, \quad P = \frac{Q \cdot 30}{52} = 1,15 \text{ տ:}$$

Երկրորդ եղանակ, x և y կոորդինատական առանցքները ընտրենք այնպես, ինչպես ցույց է տրված գծ. 56-ում: Գրենք



գծ. 57

տոփանիչի վրա ազդող P , Q և N ուժերի հավասարակշռության հավասարումները: Դրանք կլինեն՝

$$\Sigma F_{ix} = -P + N \sin \alpha = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = -Q + N \cos \alpha = 0,$$

Այստեղից ստացվում է՝

$$P = N \sin \alpha, \quad Q = N \cos \alpha,$$

Այս երկու հավասարումներից հետևում է, որ

$$\frac{P}{Q} = \operatorname{tg} \alpha,$$

$\triangle CAD$ -ից կարող ենք գրել

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{CD}{DA},$$

Հետևաբար,

$$P = Q \cdot \frac{CD}{DA} = 1,15 \text{ տ:}$$

Դիտողություն: Տոփանիչի հավասարակշռությունը պիտարկելիս ենթադրում էինք, որ տոփանիչը հենվելով C կետի վրա, չատ փոքր չափով հեռացել էր գետնից (գետնի հակազդումը ընդունում էինք զրո): Հարց է առաջանում, թե P -ի համար ստացված արժեքը կլինի՞, արդյոք, այն ուժը, որով հնարավոր է զլորել խողովակը, թե ոչ: Դրա համար ենթադրենք, որ տոփանիչը դեռ հենված է C և D կետերի վրա: Այդ դեպքում C և D կետերում կազդեն N և N_1 հակազդումները (գծ. 58): Գրենք P , Q , N և N_1 զուգամիտվող ուժերի ազդեցության տակ գտնվող տոփանիչի հավասարակշռության հավասարումները.

$$\Sigma F_{ix} = -P + N \sin \alpha = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = -Q + N \cos \alpha + N_1 = 0:$$

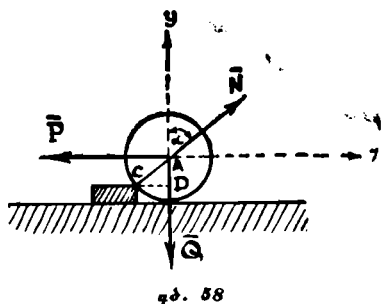
Այս հավասարումներից, արտաքսելով N -ը, կունենանք

$$P = (Q - N_1) \operatorname{tg} \alpha;$$

Դժվար չէ նկատել, որ P ուժը ստանում է իր ամենամեծ արժեքը, երբ $N_1 = 0$: Բացի այդ, տոփանիչի բարձրացման ժամանակ α անկյունը փոքրանում է: Հետևաբար, $P = Q \operatorname{tg} \alpha$ ուժով միշտ կարելի է տոփանիչը գլորել սալաքարի վրայով:

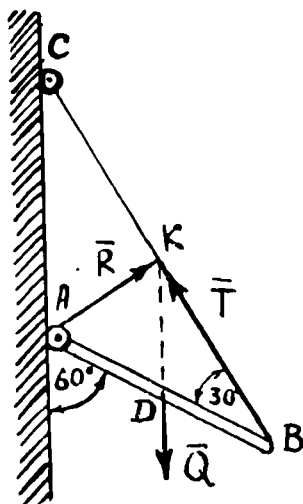
Պատ. $P = 1,15$ տ:

Խնդիր 15 (36): AB համասեռ ձողը ամրացված է ուղղաձիգ պատին A հողակապի միջոցով և պահվում է ուղղաձիգի նկատմամբ 60° -ի անկյան տակ BC պարանի օգնությամբ, որը ձողի հետ կազմում է 30° -ի անկյուն: Որոշել հողակապի R հակազդման մեծությունը և ուղղությունը, եթե հայտնի է, որ ձողի կշիռը հավասար է 2 կգ-ի:



գծ. 58

Լուծում: Դիտարկենք AB ձողի հավասարակշռությունը (գծ. 59): Ազատենք ձողը A և B կետերում նրա վրա դրված կապերից, փոխարինելով կապերը համապատասխան R և T հակազդումներով: Ձողի վրա ազդում են նրա $Q = 2$ կգ կշիռը՝ կիրառված



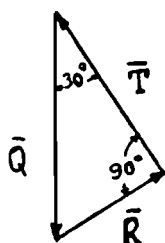
գծ. 59

AB -ի D միջնակետում, A և B կետերի R և T հակազդումները: Այստեղ T -ն CB թելի ճիգն է, որը կիրառված է B կետում: A կետի R հակազդման ուղղությունը անհայտ է: Այն որոշելու համար օգտվենք հավասարակշռության մեջ գտնվող երեք ոչ զուգահեռ ուժերի թեորեմից: Q , R , T ուժերը զուգահեռ չեն և կազմում են հավասարակշռված հարթ ուժասխառն: Հետևաբար, նրանց ազդման գծերը պետք է հատվեն մի կետում: Q և T ուժերի ազդման գծերը հատվում են K կետում, ուստի K կետով պետք է անցնի նաև R ուժի ազդման գիծը:

Այս խնդրի լուծման ժամանակ ավելի հարմար է նախ որոշել անկյունները և ապա նոր անց-

նել ուժային եռանկյան կառուցմանը: Գծագրից երևում է, որ $\angle B + \angle C = 60^\circ$, բայց քանի որ $\angle B = 30^\circ$, ապա $\angle C = 30^\circ$ և $\triangle ABC$ եռանկյունին հավասարասրուն է: Այստեղից էլ թխում է, որ $AC = AB$: DK -ն միջին գիծ է և, հետևաբար, AK -ն կլինի միջնագիծ: Բայց հավասարասրուն եռանկյան մեջ միջնագիծը միաժամանակ թե՛ անկյան կիսորդ է և թե՛ բարձրություն: Հետևապես, $\angle AKB = 90^\circ$, $\angle KAC = 60^\circ$: Այս վերջին անկյունը հենց R -ով և AC -ով կազմված անկյունն է, որը պահանջվում էր որոշել:

Այժմ կառուցենք ուժային եռանկյունի: Դրա համար վեցենք Q ուժը, որի մեծությունը և ուղղությունը հայտնի է, նրա վերջնակետից տանենք R -ին, իսկ սկզբնակետից՝ T -ին զուգահեռ ուղիղներ: Այս ձևով կստանանք ուժային փակ եռանկյունի (գծ. 60):



գծ. 60

Գծագրից հետևում է, որ

$$R = Q \sin 30^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ կգ},$$

Պատ.

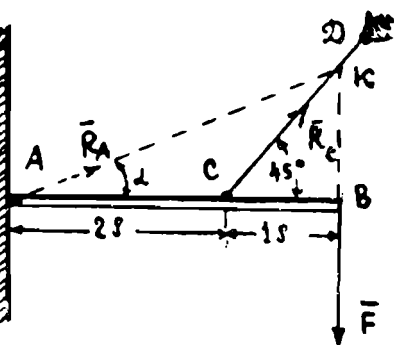
$$R = 1 \text{ կգ}, \angle(R, AC) = 60^\circ$$

Խնդիր 16 (39): AB հեծանը պահվում է հորիզոնական դիրքում CD ձողով: A , C և D ամրացումները հողակապալին են: Որոշել A և D հեծանների հակազդումները, եթե հեծանի ծայրում ազդում է $F = 5 \text{ տ}$ ուղղահիգ ուժը: Ձախերը ցույց են տրված գծ. 61-ում: Հեծանի կշիռը անտեսել:

Լուծում: Դիտարկենք AB

հեծանի հավասարակշռությունը, ազատելով A և C կետերում նրա վրա դրված կապերից, փոխարինելով կապերը համապատասխան հակազդումներով: A և C հակազդումները համապատասխանաբար նշանակենք R_A և R_C : Հավասարակշռության մեջ գտնվող AC ձողի վրա ազդում են F , R_A և R_C ուժերը: Այս երեք ուժերը զուգահեռ չեն և կազմում են հավասարակշռված հարթ ուժասխառն:

Հետևաբար, այդ ուժերի ազդման գծերը պետք է հատվեն մի կետում: F և R_C ուժերի ազդման գծերը հատվում են K կետում

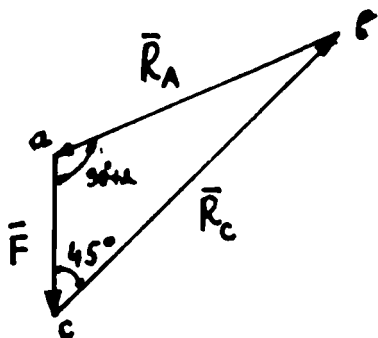


գծ. 61

(գծ. 61), ուստի K կետով պետք է անցնի նաև R_A ուժի ազդման գիծը: Լկյա ձևով որոշվում է R_A ուժի ազդման գիծը:

Կազմենք F , R_A , R_C ուժերով ուժային եռանկյունի (գծ. 62): Քանի որ այս ուժերը գտնվում են հավասարակշռության մեջ, ապա եռանկյունին կլինի փակ: Նշանակենք $\angle KAB = \alpha$ և գրենք abc ուժային եռանկյան համար սինուսների թեորեմը: Կունենանք

$$\frac{R_A}{\sin 45^\circ} = \frac{R_C}{\sin(90^\circ + \alpha)} = \frac{F}{\sin(45^\circ - \alpha)},$$



գծ. 62

Այստեղից ստացվում է

$$R_A = \frac{F \sin 45^\circ}{\sin(45^\circ - \alpha)}, \quad R_C = \frac{F \cos \alpha}{\sin(45^\circ - \alpha)}, \quad (1)$$

Մնում է որոշել α անկյունը: Դժվար չէ նկատել, որ եռանկյունի CBK -ն հավասարասրուն է, որից հետևում է, որ $BK = CB = 1$ մ: $\triangle ABK$ -ից ունենք

$$\sin \alpha = \frac{BK}{AK} = \frac{BK}{\sqrt{AB^2 + BK^2}} = \frac{1}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}},$$

$$\cos \alpha = \frac{AB}{AK} = \frac{3}{\sqrt{10}},$$

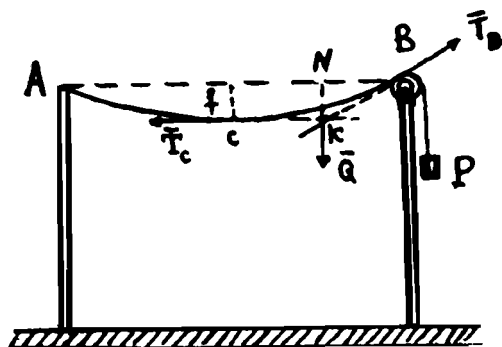
Տեղադրելով F -ի, $\sin \alpha$ -ի և $\cos \alpha$ -ի արժեքները (1)-ի մեջ, կստանանք R_A և R_C -ի արժեքները: Մյուս կողմից $R_C = R_D$:

Պատ. $R_A = 7,9$ տ, $R_D = 10,6$ տ:

Խնդիր 17: Հաղորդալարը ձգված է A և B սյուների միջև: Սյուների հեռավորությունը 60 մ է, հաղորդալարի կշիռը 72 կգ է: Հաղորդալարի յարվածությունը պահպանվում է $P = 300$ կգ կշիռ ունեցող ժանրոցով: Գտնել հաղորդալարի ճիգը C կետում (հաղորդալարի ստորին կետը) և ճկվածքի f սլաքը: Ճախարակում եղած շփումը արհամարհել (գծ. 63):

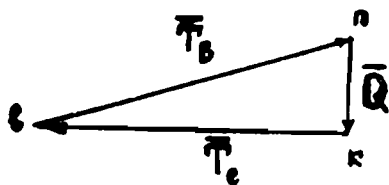
Խնդրի լուծման ժամանակ հաշվի առնել, որ հաղորդալարի յուրաքանչյուր կետի կշիռը կիրառված է մոտակա սյունից $\frac{AB}{4}$ հեռավորության վրա:

Լուծում: Դիտարկենք հաղորդալարի CB մասի հավասարակշռությունը: Այս մասը գտնվում է Q , T_B և T_C ուժերի ազդեցության տակ: Այստեղ Q -ով նշանակված է CB հաղորդալարի կը-



Պժ. 63

շիռը, որը հավասար է 36 կգ-ի և կիրառված է B սլունից $NB=15$ մ հեռավորության վրա գտնվող կետում (ըստ խնդրում արված ընդունելիության): T_B և T_C տառերով նշանակված են հաղորդալարի CB մասի ճիգերը B և C կետերով տարված հատուկթևերում: T_C ճիգը ուղղված է հորիզոնական ուղղությամբ, իսկ T_B -ն՝ B կետում հաղորդալարին տարած շոշափողի ուղղությամբ և հավասար է P բեռի կշռին (գծ. 64): Q , T_B և T_C ուժերը գոյահեռ չեն և կազմում են հավասարակշռված հարթ ուժասխառն: Հետևապես, նրանց ազդման գծերը պետք է հատվեն մի կետում: Դրանցից երկուսը (Q և T_C) հատվում են K կետում: K կետով պետք է անցնի նաև երրորդ ուժի ազդման գիծը: Այս ձևով որոշվում է T_B ուժի ուղղությունը:



Պժ. 64

Կառուցենք Q , T_B , T_C երեք ուժերի վրա կոն ուժային եռանկյունին: Այս եռանկյունուց ստացվում է

$$T_C = \sqrt{T_B^2 - Q^2} = \sqrt{300^2 - 36^2} = 298 \text{ կգ:}$$

KNB և կոն եռանկյունների նմանությունից հետևում է, որ

$$\frac{NK}{NB} = \frac{nk}{nb},$$

կամ

$$\frac{f}{15} = \frac{Q}{T_c} = \frac{36}{298},$$

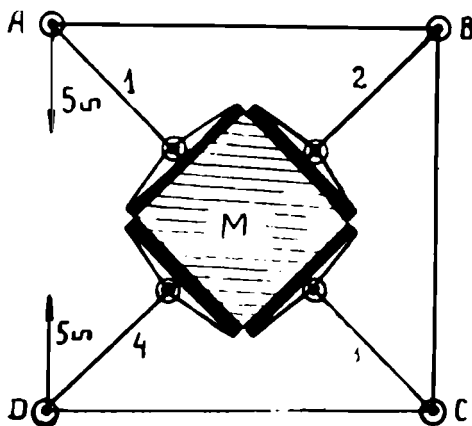
Այստեղից էլ ստացվում է

$$f = \frac{15 \cdot 36}{298} = 1,8 \text{ մ},$$

Այս մեթոդով կարելի է լուծել Ի. Վ. Մեշչերսկու խնդրագրքի № 42 խնդիրը:

Պատ. $T_c = 298$ կգ, $f = 1,8$ մ:

Խ ն դ ի ր 18 (45): Ցեմենտից պատրաստած M խորանարդը չորս նիստերով սեղմելու համար օգտագործում են հողակապալին մեխանիզմ, որում AB , BC , CD ձողերը համընկնում են $ABCD$ քառակուսու կողմերի հետ, իսկ 1, 2, 3, 4 ձողերը իրար հավասար են և ուղղված են նույն քառակուսու անկյունագծերով: A և D կետերում կիրառված են երկու հավասար և հակադիր P ուժեր: Որոշել խորանարդը սեղմող N_1 , N_2 , N_3 , N_4 ուժերը և AB , BC , CD ձողերում S_1 , S_2 , S_3 ճիգերը, եթե A և D կետերում կիրառված ուժերի մեծությունը հավասար է 5 տ (գծ. 65):

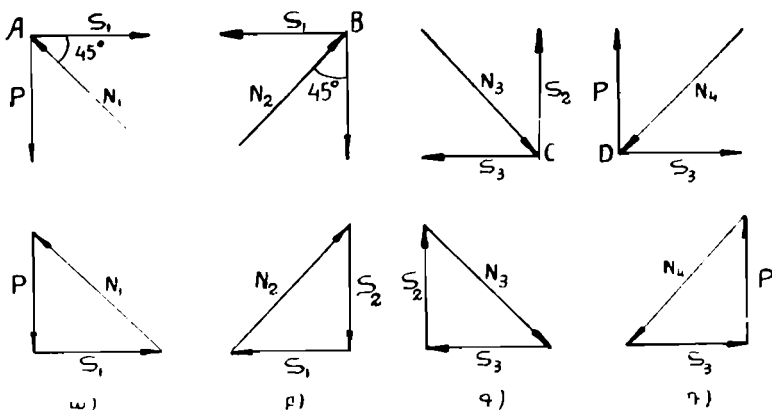


Գծ. 65

Լուծում: Դիտարկենք առանձին-առանձին A , B , C և D հանգուցների հավասարակշռությունները: Քանի որ AB , BC , CD և 1,

2, 3, 4 մարմինները ձողեր են, ապա նրանցում առաջացած ճիգերը ուղղված կլինեն համապատասխան ձողերով:

Նախ դիտարկենք A կետի հավասարակշռությունը: Կապերը յոթսարկնենք համապատասխան հակազդումներով: Այդ դեպքում A կետում կիրառված կլինեն երեք ուժեր՝ $P = 5$ տ ակտիվ ուժը, AB ձողի S_1 ճիգը, որը ուղղված կլինի A-ից դեպի B և 1 ձողի N_1 ճիգը: N_1 -ը ուղղված կլինի A կետից ստորած քառակուսու



Գծ. 66

անկյունագծով: Այս երեք ուժերը կազմում են հավասարակշռված հարթ ուժասխառնմ: Կառուցենք ուժալիքն փակ եռանկյունի (գծ. 66,ա): Այդ ուժալիքն եռանկյունուց ստացվում է

$$S_1 = P = 5 \text{ տ}, \quad N_1 = \frac{P}{\sin 45^\circ} = \frac{5 \cdot 2}{\sqrt{2}} = 7,07 \text{ տ}:$$

Այնուհետև հաջորդաբար պետք է դիտարկել B, C, D կետերի հավասարակշռությունները և դրանցից որոշել մնացած անհայտները: B, C, D կետերի հավասարակշռությունը դիտարկելիս անհրաժեշտ է օգտվել ազդեցությունը հավասար է հակազդեցությանը աքսիոմից: Օրինակ՝ B կետի ազդեցությունը A-ի վրա կլինի մի ուժ, որն ուղղված է A-ից B, իսկ A-ի ազդեցությունը B-ի վրա կլինի նույն ուժը, միայն հակադիր ուղղությամբ: B կետի հավասարակշռությունը դիտարկելիս պետք է նկատի ունենալ, որ այլ կետում նույնպես կիրառված կլինեն երեք ուժեր՝ S_1 -ը ուղղված B-ից A, N_2 -ը՝ ուղղված B կետից դեպի քառակուսու կենտրոնը և S_2 -ը՝ ուղղված BC ձողով, B-ից դեպի C (գծ. 66,բ): Կառուցենք այս երեք

ուժերի վրա ուժային փակ եռանկյունի, որից անմիջապես կստանանք

$$S_1 = S_2 = 5\text{տ}, \quad N_2 = \frac{S_1}{\sin 45^\circ} = 7,07\text{տ}:$$

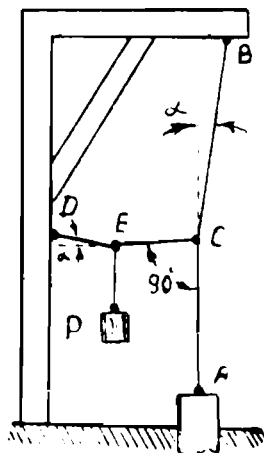
Նույն ձևով կարելի է ստանալ մնացած անհայտները (գծ. 66գ, 66դ),

Պատ. $N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = 7,07\text{տ}$, ձգող ճիգերը՝ $S_1 = S_2 = S_3 = 5\text{տ}$:

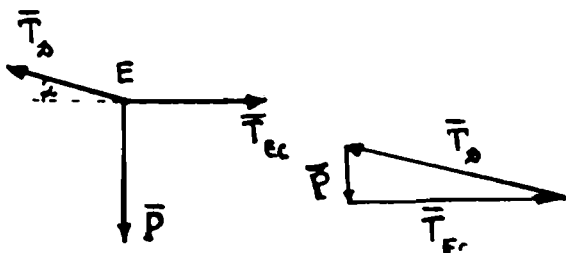
Խնդիր 19 (49): Ցիցը գետնից դուրս հանելու համար նրա A կետում բանվորը կապել էր մի պարան: Ամրացնելով պարանի մյուս B ծայրը, նա այդ պարանը C կետում կապեց ուրիշ պարանի հետ, որը ամրացված էր D կետում: Անուհետև բանվորը ձգեց CD պարանի E կետից. պարանի AC մասը ընդունեց ուղղաձիգ ուղղություն, իսկ CE-ն՝ հորիզոնական: CB և DE մասերը կազմում են միևնույն $\alpha = 4^\circ$ անկյունները, առաջինը ուղղաձիգ գծի հետ, երկրորդը՝ հորիզոնականի ($\text{ctg} 4^\circ = 14,3$): Որոշել AC պարանի T ճիգը, եթե բանվորի կշիռը հավասար է 80 կգ (գծ. 67):

Լուծում: Դիտարկենք E կետի հավասարակշռությունը, որի վրա կիրառված է $P = 80$ կգ ակտիվ ուժը: E կետի վրա գրված EC և ED կապերը փոխարինենք համապատասխան T_{EC} և T_D հակազդումներով: Քանի որ EC-ն և ED-ն պարաններ են, ապա նրանց T_{EC} և T_D հակազդումները ուղղված կլինեն: Համապատասխան պարաններով E-ից C և E-ից D: E կետում կիրառված P , T_D և T_{EC} ուժերը կազմում են հավասարակշռված ուժասխտեմ: Հետևաբար, այս ուժերով կառուցված ուժային եռանկյունին կլինի փակ (գծ. 68): Այդ եռանկյունուց ստացվում է, որ

$$T_{EC} = P \text{ctg} \alpha,$$

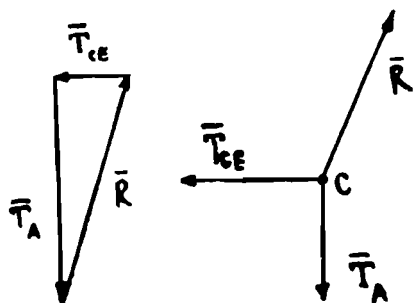


Գծ. 67



Գծ. 68

Այժմ դիտարկենք C հանգույցի հավասարակշռությունը: Այս կետում ազդում են նույնպես երեք ուժեր՝ T_{CE} , R_B և T_A (գծ. 69), որոնք



Գծ. 69

կազմում են հավասարակշռված ուժասիստեմ, քանի որ C հանգույցը գտնվում է հավասարակշռության մեջ: Ազդման և հակազդման հավասարության աքսիոմի համաձայն $T_{EC} = -T_{CE}$, այսինքն՝ T_{EC} և T_{CE} հակազդումները թվապես հավասար են և ունեն հակադիր ուղղություններ: T_{CE} , R_B ,

T_A ուժերով կառուցենք ուժային փակ եռանկյունի (գծ. 69): Ստացված ուղղանկյուն եռանկյունուց հետևում է, որ

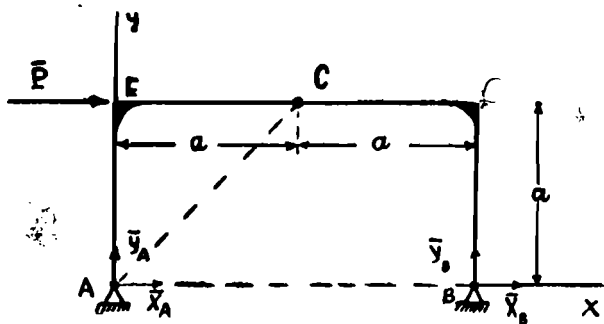
$$T = T_{EC} \cdot \operatorname{ctg} \alpha = P \operatorname{ctg}^2 \alpha,$$

Տեղադրելով $\operatorname{ctg} \alpha$ -ի արժեքը, կստանանք՝

$$T = 80 \cdot (14,3)^2 \text{ կգ} = 16,4 \text{ տ:}$$

Պատ. $T = 16,4 \text{ տ:}$

Խ ն գ ի ր 20 (50): Որոշել գծազրում ցույց տրված եռհոդավոր կամարի A և B հենարանների հակազդումները, որոնք առաջանում են P հորիզոնական ուժի ազդեցությունից: Կշիռը անտեսել (գծ. 70):



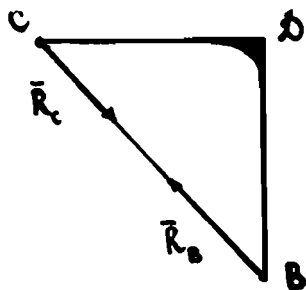
Գծ. 70

Լ ռ է ռ է մ: Նախ դիտարկենք ամբողջ եռհոդավոր կամարի հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում են P ակտիվ ուժը և R_A ու R_B հենարանային հակազդումները: Այս հակազդումները

կարելի է ներկայացնել X_A, Y_A, X_B, Y_B բաղադրիչներով: Հարթ ուժասխստեմի հավասարակշռության հավասարումներից հնարավոր է որոշել ալս 4 անհայտները, բայց կամարի ներքին հոդակապը հնարավորություն է տալիս խնդիրը դարձնել ստատիկորեն որոշելի:

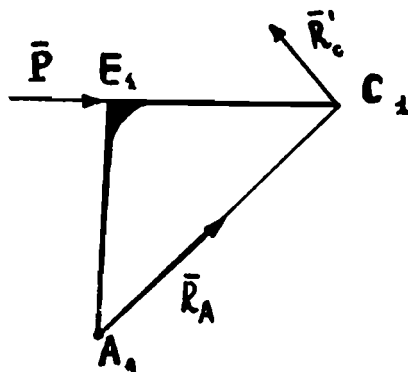
Դիտարկենք կամարի աջ մասի (BDC) հավասարակշռությունը (գծ. 71): Նրա վրա ազդում են R_B և R_C հակազդումները: Այստեղ R_C -ն կամարի ձախ մասի ազդեցությունն է աջ մասի վրա: Քանի որ R_B և R_C ուժերը հավասարակշռված են, ապա դրանք պետք է թվապես հավասար լինեն, ունենան ընդհանուր ազդման գիծ (BC) և հակադիր ուղղություններ (գծ. 71):

Այժմ դիտարկենք կամարի ձախ մասի հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում են P ակտիվ ուժը, R_A և R'_C ($R'_C = -R_C$) հակազդումները: Այդ ուժերի ազդեցության տակ կամարի ձախ մասը գտնվում է հավասարակշռության մեջ: Հետևաբար, P, R_A և R'_C -ն կազմում են հավասարակշռված



Գծ. 71

հարթ ուժասխստեմ: Քանի որ ալս ուժերը գուցահեռ չեն և զրտնրվում են մի հարթության վրա, ապա նրանց ազդման գծերը պետք է հատվեն մի կետում: P և R'_C ուժերի ազդման գծերը հատվում են C կետում, հետևաբար, ալդ կետով պետք է անցնի



Գծ. 72

նաև R_A ուժի ազդման գիծը: Այսպիսով, R_A -ի ուղղությունը դառնում է որոշակի: P, R_A և R'_C ուժերով կառուցենք ուժալին եռանկյունի (գծ. 72): Այն կլինի փակ, քանի որ կամարի ձախ մասը գտնվում է հավասարակշռության մեջ: AEC և A₁E₁C₁ եռանկյունների նմանությունից հետևում է նրանց կողմերի համեմատականությունը, այսինքն,

$$\frac{P}{a} = \frac{R_A}{AC} = \frac{R_C}{CB},$$

Գծագրից երևում է, որ $AC = CB$, հետևաբար

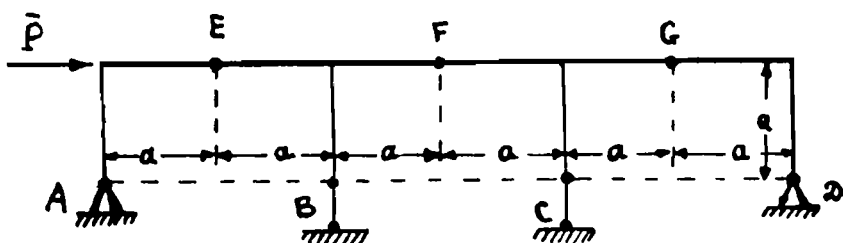
$$R_A = R_C = P \frac{AC}{a} = P \frac{\sqrt{2}}{2},$$

Մյուս կողմից ունենք, որ

$$R_B = R_C,$$

$$\text{Պատ. } R_A = R_B = \frac{P \sqrt{2}}{2},$$

Խնդիր 21 (52): Տված է երեք եռհոդակապալին կամարներից բաղկացած սխեմա, որի չափերը ցույց են տրված 73 գծագրում: Որոշել A , B , C և D հենարանների հակազդումները, որոնք առաջանում են P հորիզոնական ուժի ազդեցությունից:



Գծ. 73

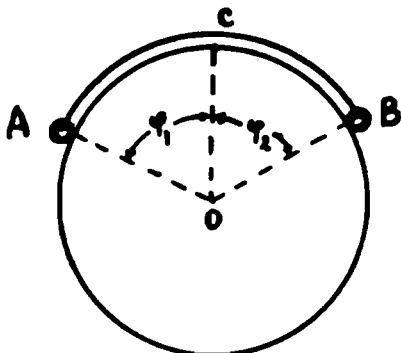
Ցուցում: Այս խնդիրը կարելի է լուծել նախորդ 20 (50) խնդրի լուծման եղանակով: Նախ ղիտարակենք կամարի DG մասի հավասարակշռությունը, որից կորոշենք G ներքին և D արտաքին հոդակապերի հակազդումների ուղղությունները և միաժամանակ G հոդակապի հակազդումը կարտահայտենք D հոդակապի R_D հակազդման միջոցով: Այնուհետև կամարի FCG մասի հավասարակշռությունից կորոշենք F ներքին հոդակապի հակազդման ուղղությունը և C մակերևութային կապի ու F հոդակապի հակազդումները կարտահայտենք R_D -ի միջոցով: Նույն ձևով կամարի EBF մասի հավասարակշռության հիման վրա կորոշենք E հոդակապի հակազդման ուղղությունը և R_B -ն ու R_E -ն կարտահայտենք R_D -ի միջոցով: Վերջապես, կամարի AE մասի հավասարակշռությունից կորոշենք R_A և R_E հակազդումները: Դրանից հետո հեշտությամբ կորոշենք R_D , R_C և R_B հակազդումների մեծությունները:

$$\text{Պատ. } R_A = P \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad R_B = R_C = P, \quad R_D = P \frac{\sqrt{2}}{2},$$

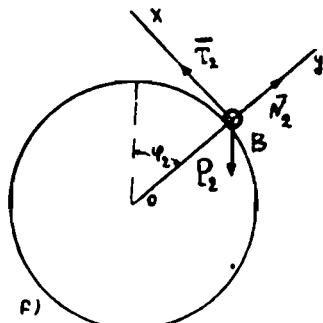
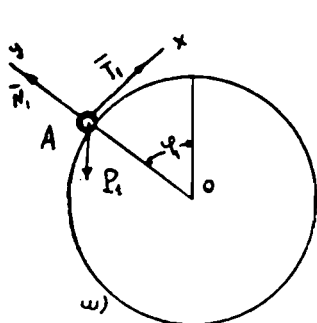
Խնդիր 22 (57): $OA = 0,1$ մ շառավիղ և հորիզոնական առանցք

ունեցող շրջանալին գլանի վրա գտնվում են $0,1$ կգ և $0,2$ կգ կշիռներ ունեցող A և B երկու գնդիկները: Գնդիկները միացված են $0,2$ մ երկարությամբ ունեցող AB թելով: Որոշել OA, OB շառավիղներով և OC ուղղածիցով կազմված φ_1 , φ_2 անկյունները հավասարակշռության դիրքում, ինչպես նաև գլանի A և B կետերում գնդիկների N_1 , N_2 ճնշումները: Գնդիկների չափերը անտեսել (գծ. 74):

Լուծում: Դիտարկենք A գրնդիկի հավասարակշռությունը (գծ. 75, ա): Նրա վրա ազդում է միայն մի ակտիվ ուժ՝ A գնդիկի $P_1 = 0,1$ կգ կշիռը: A կետում եղած երկու կապերը փոխարինենք իրենց համապատասխան հակազդումներով: Մակերևութի հակազդումը նշանակենք N_1 -ով, ալն ուղղված կլինի A կետում մակերևութին տարած OA նորմալով: Թելի T_1 ճիգը կունենա A կետում թելին տարած շոշափողի ուղղությամբ, այսինքն՝ OA-ին ուղղահայաց ուղղությամբ: Այսպիսով, A կետում կիրառված են P_1 , N_1 և T_1



Գծ. 74



Գծ. 75

ուժերը, որոնք գտնվում են հավասարակշռության մեջ (գծ. 75 ա): Հավասարակշռության հավասարումները կլինեն՝

$$\Sigma F_{ix} = T_1 - P_1 \sin \varphi_1 = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = N_1 - P_1 \cos \varphi_1 = 0;$$

Այստեղից ստացվում է

$$T_1 = P_1 \sin \varphi_1 = 0,1 \sin \varphi_1,$$

$$N_1 = P_1 \cos \varphi_1 = 0,1 \cos \varphi_1, \quad (1)$$

Այստեղ T_1 , N_1 և φ_1 -ը անհայտ են: Դրանք որոշելու համար դիտարկենք B կետի հավասարակշռությունը (գծ. 73, բ): Այս կետում կիրառված է միայն մի ակտիվ ուժ՝ B գնդիկի $P_2 = 0,2$ կգ կշիռը: Կապի հակազդումները կլինեն. N_2 -ը՝ ուղղված OB շառավղով և թեև T_2 ճիգը, որն ունի B կետում OB-ին տարած ուղղահայացի ուղղությունը: Դրանք B կետում կիրառված P_2 , N_2 և T_2 ուժերի հավասարակշռության հավասարումները.

$$\Sigma F_{ix} = T_2 - P_2 \sin \varphi_2 = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = N_2 - P_2 \cos \varphi_2 = 0,$$

Այստեղից ստացվում է

$$T_2 = P_2 \sin \varphi_2 = 0,2 \sin \varphi_2,$$

$$N_2 = P_2 \cos \varphi_2 = 0,2 \cos \varphi_2,$$

Քանի որ գնդիկները միացված են թելի միջոցով (անկշռելի թելը կարող է փոխել ուժի ուղղությունը, մեծությունը պահելով հաստատուն), ապա $T_1 = T_2$: Տեղադրելով (1) և (2) հավասարումներին մեջ $T_1 = T_2$, կստանանք

$$0,1 \sin \varphi_1 = 0,2 \sin \varphi_2, \quad \varphi_1 + \varphi_2 = 2,$$

$$N_1 = 0,1 \cos \varphi_1, \quad N_2 = 0,2 \cos \varphi_2,$$

Այստեղից ստացվում է, որ

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\sin 2}{2 + \cos 2}, \quad \varphi_1 = 2 - \varphi_2,$$

$$N_1 = 0,1 \cos \varphi_1 = 0,0092 \text{ կգ}, \quad N_2 = 0,2 \cos \varphi_2 = 0,173 \text{ կգ},$$

Պատ.

$$\varphi_1 = 2 - \varphi_2, \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\sin 2}{2 + \cos 2}, \quad \varphi_1 = 84^\circ 45', \quad \varphi_2 = 29^\circ 50',$$

$$N_1 = 0,1 \cos \varphi_1 \text{ կգ} = 0,0092 \text{ կգ}, \quad N_2 = 0,2 \cos \varphi_2 \text{ կգ} = 0,173 \text{ կգ}:$$

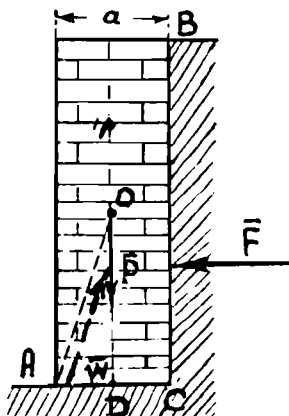
Խ 6 դ ի ր 23 (63): Հողաթումբը պահվում է ուղղաձիգ դիրքում AB քարի պատով: Գտնել պատի անհրաժեշտ և հաստությունը, ենթադրելով, որ հողի ճնշումը պատի վրա ուղղված է հորիզոնական ուղղությամբ, կիրառված է նրա բարձրության $1/3$ մասում

և հավասար է 6 տ մ (պատի երկարության լուրջ քանջյուր մետրի համար)։ շարվածքի տեսակարար կշիռը՝ $2q/մ^3$ ։

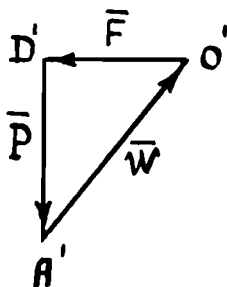
Պատի հաշվարկումը պետք է կատարել ալնպես, որ տեղի չունենա շրջում A կետի շուրջը։

Ցուցում։ AB պատի վրա ազդում են հետևյալ երեք ուժերը՝ հողի F ճնշումը, պատի P կշիռը՝ կիրառված նրա ծանրության կենտրոնում և հատակի N հակազդումը (գծ. 76)։

Պատի հավասարակշռության համար անհրաժեշտ է, որ հատակի N հակազդումը հավասարակշռի $P + F$ ուժին և անցնի պատի և հատակի ընդհանուր մասով (հատի AC-ին)։ Պատի հաստության սահմանափակ արժեքի դեպքում, երբ նա կգտնվի հավասարակշռության մեջ, հատակի N հակազդումը պետք է անցնի A կետով։ Քանի որ F, P և N ուժերի ազդեցության տակ պատը գտնվում է հավասարակշռության մեջ, ապա այս ուժերի կազմած ուժային եռանկյունին կլինի փակ (գծ. 77)։ AOD և A'O'D' եռանկյունների նմանությունից կորոշենք a-ի մեծությունը։ a-ի համար ստացված այս արժեքը կլինի նրա ամենափոքր արժեքը, որի դեպքում պատը կգտնվի հավասարակշռության մեջ։ a-ի արժեքի մեծացման դեպքում պատի հավասարակշռությունը չի խախտվի, քանի որ հատակի N հակազդումը նորից կհատի AC-ին։



Գծ. 76



Գծ. 77

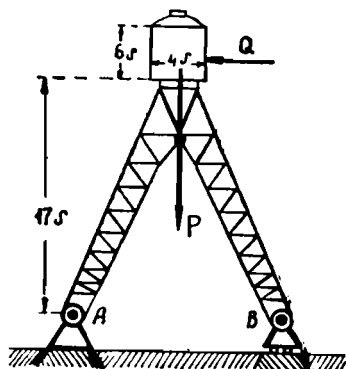
Պատ. $a \geq 1,42$ մ։

Խնդիր 24 (64)։ Ջրմուղի աշտարակը բաղկացած է 6 մ բարձրություն և 4 մ տրամագիծ ունեցող գլանաձև ջրամբարից, որը ամրացված է հորիզոնի նկատմամբ եթեքված սիմետրիկ դասավորված չորս սլուների վրա։ Ջրամբարի հատակը գտնվում է հենարաններից

17 մ բարձրության վրա, աշտարակի կշիռը 8 տ

է, քամու ճնշումը հաշվվում է ալն մակերեսի վրա, որը առաջանում է ջրամբարի մակերևույթի պրոյեկցիայից քամու ուղղությանը ուղ- ուղղահայաց հարթության վրա, ընդ որում քամու տեսա-

կարար ճնշումը ընդունվում է հավասար 125 կգ/մ^2 : Որոշել սլուների հիմքերի միջև անհրաժեշտ AB հեռավորությունը (գծ. 78):



Գծ. 78

AB հեռավորության հաշվարկումը պետք է կատարել այնպես, որ հորիզոնական ուղղությամբ քամու ճնշման հետևանքով շրջում տեղի չունենա:

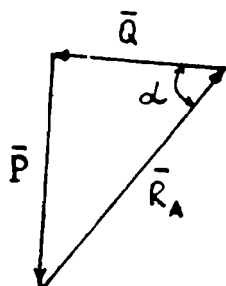
Լուծում: Դիտարկենք ջրմուղի աշտարակի հավասարակշռությունը: Խնդիրը պահանջում է որոշել սլուների հիմքերի միջև եղած AB հեռավորության ամենափոքր արժեքը*, Դրա համար կենթադրենք, որ ջրմուղի աշտարակը գտնվում է կրիտիկական վի-

ճակում, այսինքն՝ AB հեռավորությունը շատ քիչ փոքրացնելիս աշտարակը քամու ազդեցության տակ կշրջվի, կատարելով A հողակապի շուրջը պտտական շարժում: Հետևաբար, հավասարակշռության կրիտիկական վիճակում պետք է ընդունել, որ ջրմուղի աշտարակը B հենարանով միայն շոշափում է գետինը, բայց ճնշում չի գործադրում նրա վրա, այսինքն՝ $R_B = 0$: Ջրմուղի աշտարակի վրա ազդող ակտիվ ուժերը կլինեն՝ ջրմուղի աշտարակի P կշիռը և քամու Q ճնշումը: Վերացնենք A կետում եղած կապը, այն փոխարինելով համապատասխան R_A հակազդումով: Ջրմուղի աշտարակը գտնվում է հավասարակշռության մեջ P , Q , R_A ուժերի ազդեցության տակ: Այստեղից էլ հետևում է, որ P , Q , R_A ուժերը կազմում են հավասարակշռված ուժախիստեմ: Կառուցենք ուժալիքն եռանկյունի (գծ. 79): Բանի որ ուժալիքն եռանկյունին ուղղանկյուն է, ապա կունենանք

$$\frac{P}{Q} = \operatorname{tg} \alpha,$$

Գծագիր 78-ից հետևում է, որ

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{17+3}{\frac{AB}{2}} = \frac{40}{AB},$$



Գծ. 79

Մյուս կողմից

* Խնդիրը այս դրվածքով չի համապատասխանում իրականությանը, բանի որ ընդունվում է, որ ջրամբարը և նրա ոտքերը գտնվում են մի հարթության մեջ, Սա մի ենթադրություն է, որը հեշտացնում է խնդրի լուծումը:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{40}{AB} = \frac{P}{Q} = \frac{8000}{125.6.4},$$

որտեղից,

$$AB=15 \text{ մ:}$$

Խնդրի պայմաններից հետևում է, որ AB-ի մեծացման դեպքում աշտարակի հավասարակշռությունը կլինի ավելի կալուն: Ուրեմն, երբ AB-ն մեծ լինի 15 մետրից, աշտարակի հավասարակշռության կալունությունը չի խախտվի:

Այս խնդիրը կարելի է լուծել օգտագործելով այն պայմանը, որ ուժասխառնմի հավասարակշռության դեպքում բոլոր ուժերի մոմենտների գումարը ամեն մի կամավոր կետի նկատմամբ հավասար է զրոյի: Մեր խնդրում բավական է A կետի նկատմամբ բոլոր ուժերի մոմենտների գումարը հավասարեցնել զրոյի: Դրանից կստացվի AB-ի նկատմամբ մի հավասարում, որից կարելի է որոշել AB-ի մեծությունը:

$$\text{Պատ. } AB=15 \text{ մ:}$$

ԽԱՂԻՐ 25 (68): Թղթի թերթերը դարսված են գծ. 80-ում ցույց տրված ձևով: Նրանք իրենց ազատ ծալրերով մեկընդմեջ միացված են ալնպես, որ կազմում են երկու ինքնուրույն A և B հակեր: Յուրաքանչյուր թերթի կշիռը 6 գ է, բոլոր թերթերի թիվը՝ 200, չփման գործակիցը թղթերի, ինչպես նաև թղթի ու սեղանի միջև, որի վրա գտնվում են հակերը, հավասար է 0,2: Ենթադրելով, որ հակերից մեկը պահվում է անշարժ, որոշել այն ամենափոքր հորիզոնական P ճիգը, որը անհրաժեշտ է երկրորդ հակը դուրս քաշելու համար:



Գծ. 80

Լուծում: Այստեղ անհրաժեշտ է դիտարկել երկու դեպք՝

- 1) A հակը շարժվում է, իսկ B-ն մնում է անշարժ,
- 2) շարժվում է B հակը, իսկ A-ն անշարժ է:

Նախ ցույց տանք, որ ձգող ուժը, երբ A հակը դուրս է գալիս B-ի միջից կամ B-ն A-ից, կախված չէ թղթի մակերեսից: Դիտարկենք A հակի k-րդ թերթը (վերևից) և հաշվենք նրա վրա ազդող ուժերը: k-րդ թերթի վերևից կազդեն A հակի k—1 թերթերի և B հակի թերթերի կշիռները, որոնց գումարը կլինի

$$(k-1)6+k.6=6(2k-1),$$

k-րդ թերթի ներքևի մակերեսի վրա ազդող նորմալ ուժը կլինի վերը նշված ուժերին ավելացրած k-րդ թերթի կշիռը, այսինքն՝

$$6(2k-1)+6=12k,$$

եթե A և B հակերի որևէ երկու թերթերի ընդհանուր մակերեսը նշանակենք S-ով, ապա k-րդ թերթի վերևի մասի միավոր մակերեսի վրա կազդի $\frac{6(2k-1)}{S}$ ուժ, իսկ ներքևի միավոր մա-

կերեսի վրա՝ $\frac{12k}{S}$ ուժ: A հակի k-րդ թերթի միավոր մակերեսի վրա ազդող շփման ուժը կլինի

$$\frac{12k}{S} \cdot 0,2 + \frac{6(2k-1)}{S} \cdot 0,2 = \frac{1,2(4k-1)}{S},$$

իսկ A հակի k-րդ թերթի վրա ազդող շփման ուժը՝

$$\frac{1,2(4k-1)}{S} \cdot S = 1,2(4k-1),$$

եթե A և B հակերից k-րդ թերթը հանվում է P_k ուժով, ապա այն պետք է բավարարի

$$P_k \geq 1,2(4k-1)$$

անհավասարությունը (շփման ուժի սահմանման համաձայն):

Այս դիտողությունները կարելի է կատարել ցանկացած թերթի համար: Հետևապես, որպեսզի A հակը դուրս գա B-ի միջից, անհրաժեշտ է, որ ձգող P ուժը բավարարի հետևյալ պայմանին

$$P = \sum_{k=1}^{100} P_k \geq \sum_{k=1}^{100} 1,2(4k-1),$$

Հաշվենք անհավասարություն աջ մասը.

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{100} 1,2(4k-1) &= 1,2 \cdot \frac{101}{2} \cdot 4 \cdot 100 - 1,2 \cdot 100 = \\ &= 24240 - 120 = 24120 \text{ Գ}, \end{aligned}$$

հետևաբար,

$$P_{\min} = 24,12 \text{ կՊ},$$

Դիտարկենք երկրորդ դեպքը՝ երբ B հակը շարժվում է, իսկ A-ն մնում է անշարժ: Այս դեպքում B հակի k-րդ թերթը կհան-

վի, եթե նրան ձգենք $P_k \geq 1,2 (4k-3)$ ուժով: Վերը նշված ձևով կարող ենք ստանալ, որ

$$P_{\min} = \sum_{k=1}^{100} 1,2(4k-3) = 1,2 \cdot 4 \cdot \frac{101}{2} \cdot 100 - 3 \cdot 1,2 \cdot 100 = \\ = 24240 - 360 = 23880 \text{ Գ} = 23,88 \text{ կգ,}$$

Պատ. A-ն B-ից դուրս քաշելու դեպքում $P=24,12$ կգ: Իսկ B-ն A-ից դուրս քաշելու դեպքում $P=23,88$ կգ:

Խնդիր 26 (71): Ձեղկած թեք հարթությանը տրված է հորիզոնի նկատմամբ ափսիսի α թեքության անկյուն, որ նրա վրա տեղավորված ծանր մարմինը իջնում է մի հաստատուն արագության, որը հաղորդված է նրան շարժման սկզբում: Որոշել շրջման f գործակիցը (գծ. 81):

Լուծում: Մարմնի վրա ազդում են երեք զուգամիտվող ուժեր՝ P , N և $F_{\max}$: Այստեղ P -ն մարմնի կշիռն է, N -ը թեք հարթության նորմալ հակազդումը, որն ուղղահայաց է թեք հարթությանը, և $F_{\max}$ -ը շփման ուժն է: Խնդրի պայմանի համաձայն մարմինը շարժվում է թեք հարթության վրայով հաստատուն արագությամբ, հետևաբար նրա վրա ազդող ուժերը կգտնվեն հավասարակշռության մեջ: Ընտրենք x և y կոորդինատային առանցքներն ափսիս, ինչպես ցույց է տրված գծ. 81-ում:

Գրենք հավասարակշռության հավասարումները: Դրանք կլինեն՝

$$\Sigma F_{ix} = F_{\max} - P \sin \alpha = 0, \quad (1)$$

$$\Sigma F_{iy} = N - P \cos \alpha = 0, \quad (2)$$

Գիտենք, որ շփման ուժի ամենամեծ արժեքը որոշվում է

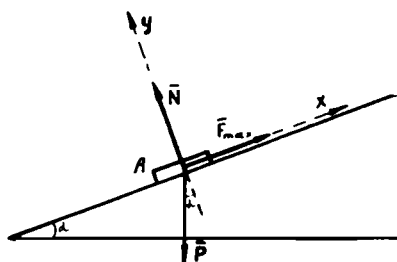
$$F_{\max} = fN \quad (3)$$

բանաձևով, որտեղ f -ը սահքի շփման գործակիցն է: (2)-ից հետևում է, որ

$$N = P \cos \alpha,$$

Տեղադրելով այս արժեքը (3)-ի մեջ, կստանանք

$$F_{\max} = fP \cos \alpha, \quad (4)$$



Գծ. 81

(1)-ից և (4)-ից հետևում է, որ

$$f \cos \alpha = \sin \alpha$$

կամ

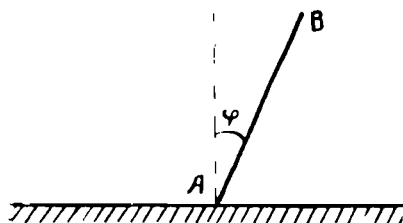
$$f = \operatorname{tg} \alpha$$

Այսպիսով, ստացվում է, որ մարմինը սահքի շփման առկայության դեպքում թեք հարթությունով հավասարաչափ շարժում կկատարի, եթե շփման գործակիցը հավասարվի թեքության անկյան տանգենսին:

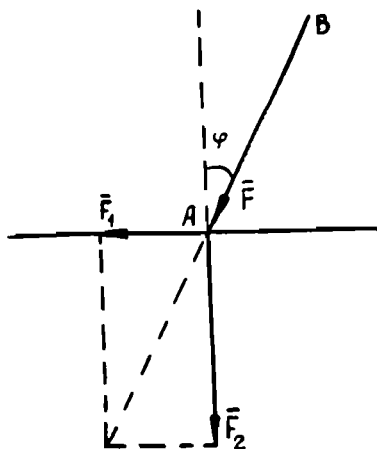
$$\text{Պատ. } f = \operatorname{tg} \alpha$$

Խնդիր 27: AB ձողը հենված է սեղանի վրա, ուղղաձիգի հետ կազմելով φ անկյուն (գծ. 82): Ձողի ուղղությամբ նրա վրա կիրառված է F ուժը: Ապացուցել, որ ցանկանցած F ուժի դեպքում ձողը չի շարժվի տեղից, եթե $\operatorname{tg} \varphi$ -ն փոքր է շփման f գործակիցից:

Լուծում: F ուժը վերլուծենք երկու բաղադրիչների՝ ուղ-



Գծ. 82



Գծ. 83

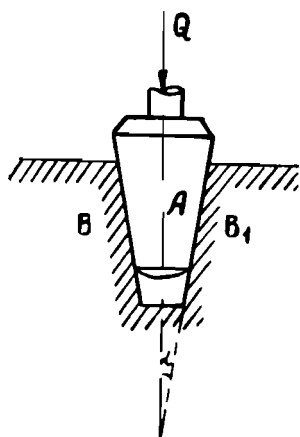
ղաձիգ և հորիզոնական ուղղություններով: F_2 ուղղաձիգ բաղադրիչը բնորոշում է AB-ի ճնշումը հատակի վրա, իսկ F_1 հորիզոնական բաղադրիչը ձողին ստիպում է շարժվել սեղանի նկատմամբ: Այդ ուժին կդիմադրի միայն շփման ուժը, որը կորոշվի $F_{\max} = f F_2$ օրենքով: f -ի հաստատուն լինելու դեպքում ուժը կախված կլինի միայն F_2 -ից: Գծ. 83-ից երևում է, որ

$$F_1 = F_2 \operatorname{tg} \varphi$$

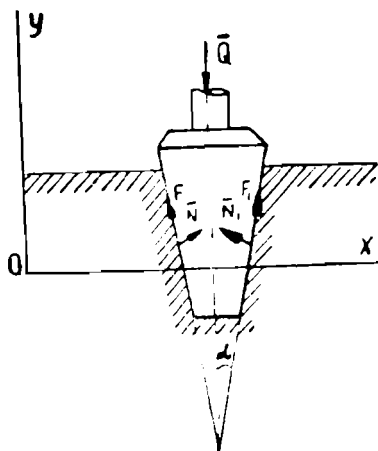
Ձողը կշարժվի միայն այն դեպքում, երբ $F_1 > F_{\max}$ -ից կամ $F_2 \operatorname{tg} \varphi > f F_2$, որտեղից՝

$$\operatorname{tg} \varphi > f$$

Խ 6 Դ Ի Բ 28 (73): $\operatorname{tg} \alpha = 0.05$ թեքություն ունեցող A սեպը խրվում է BB₁ փոսիկի մեջ Q=6 տ ուժով: Որոշել սեպի ավտերի վրա N նորմալ ճնշումը, ինչպես նաև սեպը դուրս քաշող անհրաժեշտ P ուժը, եթե շփման գործակիցը՝ $f=0,1$ (գծ. 84):



գծ. 84



գծ. 85

Լուծում: Ընդունենք, որ Q ուժի ազդեցության տակ սեպը խրվում է փոսիկի մեջ հավասարաչափ շարժումով: Դրա համար էլ սեպի վրա ազդող Q, N, N₁, F, F₁ արտաքին ուժերը կկազմեն հավասարակշռված հարթ ուժասխստեմ (գծ. 85): Այստեղ N և N₁-ով նշանակված են սեպի ավտերի վրա եղած նորմալ ճնշումները, իսկ F և F₁-ով նշանակված են F_{max} և F_{1max} շփման ուժերը:

Քանի որ սեպը կատարում է սահք, ապա սահքի շփման F, F₁ ուժերի և N, N₁ նորմալ հակազդումների միջև գոյություն կունենան հետևյալ առնչությունները՝

$$F = fN, \quad F_1 = fN_1, \quad (1)$$

Տանենք x և y առանցքներն այնպես, ինչպես ցույց է տրված գծ. 85-ում:

Գրենք սեպի հավասարակշռության հավասարումները: Դրանք կլինեն՝

$$\Sigma F_{ix} = N \cos \alpha - N_1 \cos \alpha - F \sin \alpha + F_1 \sin \alpha = 0, \quad (2)$$

$$\Sigma F_{iy} = N \sin \alpha + N_1 \sin \alpha + F \cos \alpha + F_1 \cos \alpha - Q = 0 \quad (3)$$

(1) և (2)-ից անմիջապես հետևում է, որ

$$N = N_1, \quad F = F_1, \quad (4)$$

(1)-ի և (4)-ի հիման վրա (3) հավասարումը կարելի է գրել հետևյալ տեսքով՝

$$2\cos\alpha(f+tg\alpha)N-Q=0,$$

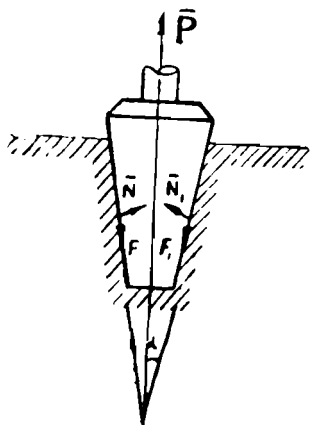
Այստեղից ստացվում է, որ

$$N=\frac{Q}{2\cos\alpha(f+tg\alpha)},$$

Քանի որ α անկյունը շատ փոքր է, ապա կարող ենք ընդունել, որ $\cos\alpha=1$ և կունենանք

$$N=\frac{Q}{2(f+tg\alpha)}=\frac{6}{2(0,1+0,05)}=20 \text{ տ},$$

Այժմ գտնենք այն P ուժը, որը պետք է սեպը փորվածքից դուրս հանելու համար:



Գծ. 86

Ինչուք P -ն այն ուժն է, որը սեպը փորվածքից դուրս է բերում հավասարաչափ շարժումով: Այս ընդունելու դեպքում P , N , N_1 , F , F_1 ուժերը կկազմեն հավասարակշռված ուժասխառն (գծ. 86): Այս դեպքում ևս տեղի կունենան (1) և (4) առնչությունները: Իրոք սահքի գոյություն հետևանքով (1) առնչությունը տեղի կունենա, իսկ $\Sigma F_{1x}=0$ հավասարակշռության հավասարումից էլ կստացվի (4) առնչությունը:

Եթե գրենք $\Sigma F_{1y}=0$ հավասարակշռության հավասարումը և միաժամանակ օգտագործենք (4) առնչությունը, ապա կստանանք

$$P+2N\sin\alpha-2F\cos\alpha=0, \quad (5)$$

Այստեղից ստացվում է

$$P=2N\cos\alpha(f-tg\alpha), \quad (6)$$

Եթե նկատի ունենանք, որ α -ն շատ փոքր է, ապա (6)-ից կստանանք

$$P=2 \cdot 20 \cdot 0,05=2 \text{ տ},$$

Պատ. $N=20 \text{ տ}, \quad P=2 \text{ տ}:$

Խ 6 դ ի ր 29: Դիտարկել նախորդ 28 (73) խնդիրը և որոշել, թե Q ուժի ազդեցությունը դադարելուց հետո սեպը դուրս կթռչի՞ փորվածքից, թե շփման ուժերի շնորհիվ նա կմնա փորվածքի մեջ:

Լուծում: Ենթադրենք, որ շփման ուժերը սեպին պահում են փորվածքի մեջ: Սեպի հավասարակշռության հետևանքով N , N_1 , F , F_1 ուժերը կկազմեն հավասարակշռված ուժասիստեմ: Նախորդ 28(73) խնդրի նման այստեղ նույնպես տեղի կունենան հետևյալ առնչությունները.

$$N = N_1, \quad F = F_1,$$

Այդ դեպքում $\Sigma F_{iy} = 0$ հավասարակշռության հավասարումից կունենանք

$$2N \sin \alpha - 2F \cos \alpha = 0,$$

Այստեղից ստացվում է, որ

$$F = N \operatorname{tg} \alpha,$$

Ըստ մեր ենթադրության, շփման ուժերը պահում են սեպին փորվածքում, այսինքն՝ սեպը չի շարժվում, հետևաբար, պետք է տեղի ունենա հետևյալ անհավասարությունը՝

$$F \leq fN,$$

Տեղադրելով այստեղ F -ի արժեքը, կստանանք

$$\operatorname{tg} \alpha \leq f,$$

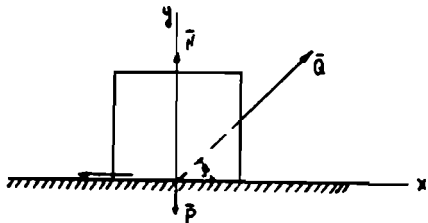
Այսպիսի անհավասարության պետք է բավարարեն α անկյունը և f շփման գործակիցը, որպեսզի սեպը մնա փորվածքի մեջ:

Մեր խնդրում այս պայմանը տեղի ունի, հետևաբար սեպը կմնա փորվածքում:

Պատ. Սեպը կմնա փորվածքի մեջ:

Խ 6 դ ի ր 30 (74): P կշիռ ունեցող արկղը դրված է f շփման գործակից ունեցող հորիզոնական հարթության վրա: Որոշել ի՞նչ մեծությամբ և ինչպիսի՞նչ անկյան տակ պետք է կիրառել Q ուժը, որպեսզի արկղը շարժվի այդ ուժի ամենափոքր արժեքի դեպքում (գծ. 87):

Լուծում: Խնդիրը լուծենք երկու եղանակով:



Գծ. 78

Առաջին Լեղանակ: *Խնդրի պայմանի համաձայն պահանջվում է դիտարկել արկղի հավասարակշռության սահմանային վիճակը: Այդ վիճակում արկղի վրա կազդեն P , Q , N և $F_{\max}$ զուգամիտվող ուժերը: Տանենք x և y կոորդինատական առանցքները գծ. 87-ում ցույց տրված տեսքով: Կազմենք արկղի հավասարակշռության հավասարումները.*

$$\Sigma F_{ix} = Q \cos \beta - F_{\max} = 0, \quad (1)$$

$$\Sigma F_{iy} = N + Q \sin \beta - P = 0, \quad (2)$$

Դիտենք, որ շփման ուժի ամենամեծ արժեքը որոշվում է

$$F_{\max} = fN \quad (3)$$

բանաձևով: Եթե (2)-ից որոշենք N -ը և տեղադրենք (3)-ի մեջ ապա կստանանք

$$F_{\max} = f(P - Q \sin \beta),$$

Մնում է $F_{\max}$ -ի յա արժեքը տեղադրել (1)-ի մեջ և այնտեղից որոշել Q -ն: Q -ի համար կունենանք

$$Q = \frac{fP}{f \sin \beta + \cos \beta}, \quad (4)$$

Խնդիրը պահանջում է գտնել Q ուժի ամենափոքր արժեքը, որի դեպքում արկղը կշարժվի իր տեղից: Այստեղ Q -ն դիտենք ֆունկցիա β անկյունից: Q -ի ամենափոքր արժեքը գտնելու համար ածանցենք Q -ի (4) արտահայտությունը ըստ β անկյան և ածանցյալը հավասարեցնենք զրոյի, կստանանք.

$$\frac{dQ}{d\beta} = - \frac{fP(f \cos \beta - \sin \beta)}{f(\sin \beta + \cos \beta)^2} = 0,$$

Այստեղից ստացվում է

$$f \cos \beta - \sin \beta = 0$$

կամ

$$\operatorname{tg} \beta = f, \quad (5)$$

(5)-ից հետևում է, որ

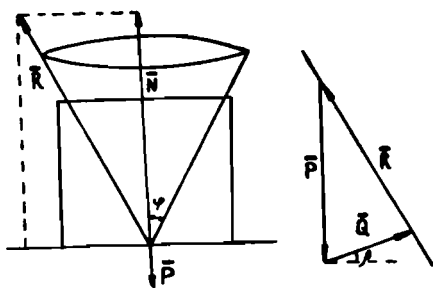
$$\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{1 + f^2}}, \quad \sin \beta = \frac{f}{\sqrt{1 + f^2}},$$

Եթե տեղադրենք այս արժեքները Q -ի (4) արտահայտության մեջ, ապա կստանանք $Q_{\min}$ -ը.

$$Q_{\min} = \frac{fP}{1 + f^2}, \quad (6)$$

Դժվար չէ համոզվել, որ (6) բանաձևով որոշվող Q -ի արտահայտությունը հենց կլինի Q -ի ամենափոքր արժեքը:

Երկրորդ եղանակ: Լուծենք այս նույն խնդիրը, օգտագործելով շփման կոնի հատկությունը: Գիտենք, որ շփման ուժի առկայության դեպքում կապի R լրիվ հակազդումը կախված է N նորմալ հակազդումից և $F_{\max}$ շփման ուժից (գծ. 88): Այս R լրիվ հակազդումը նորմալի հետ կազմում է φ_0 անկյուն, որի տանգենսը՝ հավասար է f -ի: Քանի որ շրփման f գործակիցը տված է, ապա R -ի ազդման գիծը կլինի հայտնի:



Գծ. 88

Խնդրի պայմանների համաձայն P , Q , R ուժերը կազմում են հավասարակշռված ուժասխառնում: Հետևաբար, նրանք կկազմեն փակ եռանկյունի: Այդ եռանկյունը կառուցելու համար տեղադրենք հայտնի P ուժը, նրա սկզբնակետից տանենք մի ուղիղ գուգահեռ R -ին, իսկ վերջնակետից մի ուղիղ՝ գուգահեռ Q -ին: Բայց Q -ի ուղղությունը մեզ հայտնի չէ: Մենք որոնում ենք այն β անկյունը, որի դեպքում Q -ն լինի ամենափոքրը: P -ի վերջնակետից կարելի է տանել ուղիղների մի փունջ, որոնք հատեն R -ի ազդման գիծը: Բայց այդ ուղիղների փնջից պետք է ընտրել այն ուղիղը, որի դեպքում ստացված ուժային եռանկյան Q կողմը կլինի ամենափոքրը: Այդպիսի ուղիղ կստացվի, եթե P -ի ծայրից R -ի ուղղությամբ տարվի ուղղահայաց: Գծագրից երևում է, որ այդ դեպքում կունենանք

$$\varphi_0 = \beta \text{ և } Q_{\min} = \frac{P}{\sin \varphi} = \frac{P \operatorname{tg} \varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} = \frac{Pf}{1 + f^2},$$

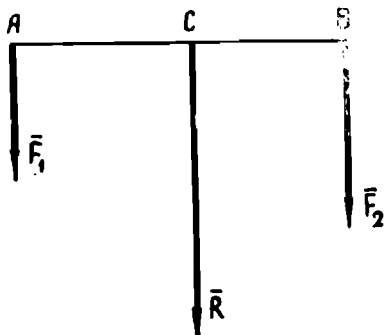
$$\text{Պատ. } \beta = \operatorname{arctg} f, \quad Q_{\min} = \frac{Pf}{1 + f^2},$$

§ 4. ԶՈՒԳԱՀԵՌ ՈՒԺԵՐ ԵՎ ՈՒԺԱԶՈՒՅԳԵՐ

1. Զուգահեռ ուժերի գումարումը: Դիցուք պինդ մարմնի վրա

կիրառված են երկու զուգահեռ ուժեր: Դիտարկենք այդ ուժերի զու-
մարման երկու դեպք:

Ա) Միևնույն կողմն ուղղված երկու զուգահեռ ուժերի գումարումը: Միևնույն կողմն ուղղված երկու զուգահեռ ուժերի համագործը թվապես հավասար է այդ ուժերի թը-
վալին արժեքների գումարին, զուգահեռ է նրանց և ուղղված է նույն կողմը: Համագործի ազդման գիծը գտնվում է բաղադրիչ ու-
ժերի ազդման գծերի միջև և նրանց միջև ընկած հեռավորությունը բաժանում է տված ուժերին հա-
կադարձ համեմատական մասերի: Այսպիսով, ունենում ենք (գծ. 89).



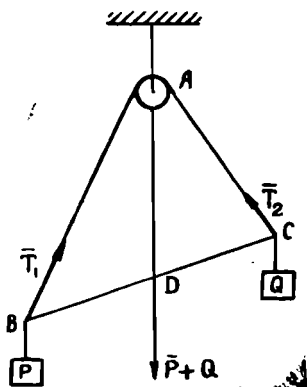
Գծ. 89

$$R = F_1 + F_2, \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{BC}{AC}, \quad (1)$$

Խնդիր 31: Անկշռելի ձողին ամրացված են P և Q բեռները (գծ. 90), B և C կետերում այդ բեռներին միացված է 1 երկարու-
թյամբ BAC թելը՝ ձգված A ճա-

խարակով: Արհամարհելով ճախարակի չափերը, որոշել AB և AC երկարությունները հավասարակշռության դեպքում և ցույց տալ, որ թելի երկու մասերն էլ միևնույն թե-
քությունը կունենան հորիզոնի նկատ-
մամբ:

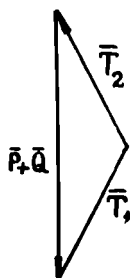
Լուծում: Դիտարկենք BC ձո-
ղի հավասարակշռությունը P և Q ար-
տաքին ուժերի ազդեցության տակ: BAC թելի ճիգը նույնը կլինի նրա բո-
լոր կետերում: Հետևապես կապերի հա-
կազույժները կբերվեն B և C կետե-
րում կիրառված BA և CA ուղղություն-
ներ ունեցող T_1 և T_2 ճիգերին, որոնք մեծությամբ իրար հավասար կլինեն,
եթե P և Q ուժերը փոխարինենք մեկ



Գծ. 90

համագործով, ապա նրա ազդման գիծը պետք է անցնի A կետով,
քանի որ BC ձողը գտնվում է հավասարակշռության մեջ T_1 և T_2
և $P+Q$ երեք ոչ զուգահեռ ուժերի ազդեցության տակ (այս ու-

ժեռը պետք է հատվեն A կետում): Բացի դրանից, ավդ երեք ուժերը պետք է կազմեն ուժալիքն փակ եռանկյունի (գծ. 91): Ակընհայտ է, որ ավդ եռանկյունին հավասարասրուն է, քանի որ $T_1 = T_2$, իսկ $P + Q$ կողմը կլինի ուղղաձիգ: Հետևաբար, T_1 և T_2 ուժերը միատեսակ են թեքված ուղղաձիգի նրկատմամբ, իսկ սա նշանակում է, որ ավդ ուժերը միատեսակ են թեքված նաև հորիզոնի նկատմամբ: AD ուղիղը BAC անկյան կիսորդն է (գծ. 90):



Գծ. 91

Մյուս կողմից ունենք

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC},$$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{Q}{P},$$

սւղ պատճառով

$$\frac{AB}{AC} = \frac{Q}{P}, \quad \frac{AB+AC}{AC} = \frac{P+Q}{P}, \quad \frac{AB+AC}{AB} = \frac{P+Q}{Q},$$

Այսպիսով,

$$AC = l \cdot \frac{P}{P+Q}, \quad AB = l \cdot \frac{Q}{P+Q},$$

Պատ. $AC = l \cdot \frac{P}{P+Q}, \quad AB = l \cdot \frac{Q}{P+Q},$

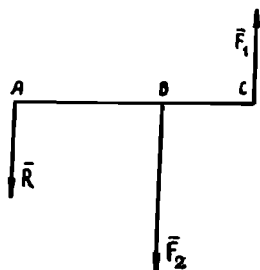
Թելի երկու մասերը միեւնոյն թեքութւոնն ունեն հորիզոնի նկատմամբ:

Բ) Երկու հակազուգահեռ ուժերի գումարումը:

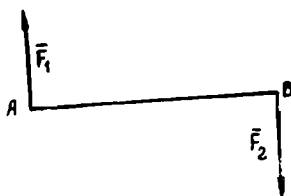
Թվապես անհավասար երկու հակազուգահեռ ուժերի համագործի թվալիքն արժեքը հավասար է ավդ ուժերի թվալիքն արժեքների տարբերութլանը, զուգահեռ է նրանց և ուղղված է մեծ ուժի կողմը: Համագործի ազդման գիծը գտնվում է բաղադրիչ ուժերի ազդման գծերից դուրս և նրանց միջև ընկած հեռավորութլունը բաժանում է արտաքին ձևով, տված ուժերին հակադարձ համեմատական մասերի: Եթե ընդունենք, որ $F_2 > F_1$, ապա կունենանք (գծ. 92).

$$R = F_2 - F_1, \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{AB}{AC}, \quad (2)$$

Թվալին արժեքով հավասար երկու հակազուգահեռ ուժերի սխեմանը կոչվում է ուժազուլգ (գծ. 93): Ուժազուլգի գլխավոր վեկտորը հավասար է զրոյի:



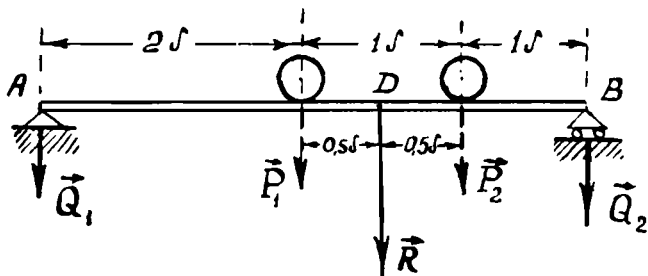
Պժ. 92



Պժ. 93

2. Ուժի վերլուծումը իրեն գուգահեռ երկու բաղադրիչ ուժերի: Այս խնդրի լուծումը անորոշ է: Խնդիրը դառնում է լիովին որոշակի, երբ տված են գումարելի ուժերից մեկի թվալին արժեքն ու ազդման գիծը կամ գումարելի երկու ուժերի ազդման զրոծերը: Խնդրի լուծման համար պետք է օգտվել (1) և (2) բանաձևերից:

Խնդիր 32: Որոշել հորիզոնական հեծանի ճնշումները A և B հենարանների վրա, եթե հեծանի վրա գտնվում են $P_1 = P_2 = 80$ կգ կշիռ ունեցող ծանրոցներ, որոնց հեռավորությունները A և B



Պժ. 94

կետերից տված են գծագրում (գծ. 94)

Հեծանի կշիռը արհամարհել:

Լուծում: Նախ P_1 և P_2 ուժերը փոխարինենք R համապարփակ, որը անցնում է D կետով և մեծությամբ հավասար է 160 կգ: Այնուհետև R համապարփակ վերածենք Q_1 և Q_2 բաղադրիչների, որոնք ուղղված լինեն A և B հենարանների հակազուգահեռ ազդման գծով: (2) բանաձևերի համաձայն կունենանք

$$\frac{Q_1}{DB} = \frac{R}{AB}, \quad Q_2 = R - Q_1,$$

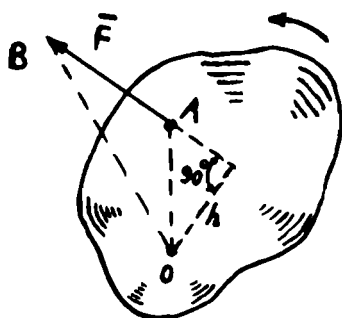
Այստեղից ստացվում է

$$Q_1 = R \frac{DB}{AB} = 160 \cdot \frac{1}{1,6} = 100 \text{ կգ}, \quad Q_2 = 160 - 100 = 60 \text{ կգ},$$

$$\text{Պատ. } Q_1 = 60 \text{ կգ}, \quad Q_2 = 100 \text{ կգ},$$

3. Ուժի մոմենտը կետի նկատմամբ: Ինչպես հայտնի է, ուժերի ազդեցության տակ պինդ մարմինը, բացի համընթաց շարժումից, կարող է կատարել նաև պտտական շարժում որևէ կենտրոնի շուրջը: Ուժի պտտական էֆեկտը բնութագրվում է նրա մոմենտով:

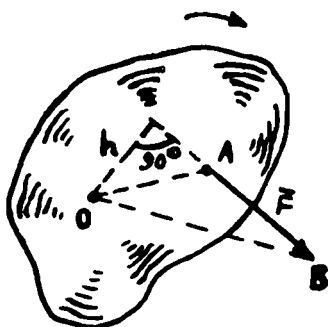
Հարթ ուժասխստեմի դեպքում F ուժի մոմենտի բացարձակ արժեքը որևէ O կետի նկատմամբ հավասար է այդ ուժի թվային արժեքի և ուժի ու O կետի միջև եղած h հեռավորության արտադրյալին (գծ. 95): Այդ h հեռավորությունը կոչվում է F ուժի



$$m_o(\vec{F}) = +Fh$$

ա)

Գծ. 95



$$m_o(F) = -Fh$$

բ)

Գծ. 95

բազուկը O կետի նկատմամբ: Ընդունված է F ուժի մոմենտը O կետի նկատմամբ նշանակել $m_o(F)$ տեսքով*:

Եթե F ուժը ձգտում է պտտեցնել մարմինը O կետի շուրջը ժամացույցի սլաքի հակառակ ուղղությամբ, ապա ընդունված է

* Հարթ ուժասխստեմի բաժնում բաժնուրեք $m_o(F)$ ասելով պետք է հասկանալ մոմենտի թվային արժեքը: Տարածական ուժասխստեմի բաժնում կլորվի մոմենտի վեկտորական սահմանումը:

ալդպիսի մոմենտին վերագրել զրական նշան, իսկ երբ ձգտում է պտտեցնել ժամացույցի սլաքի ուղղությամբ՝ բացասական նշան: Այս սահմանումից հետևում է, որ

$$m_0(F) = \pm Fh,$$

95 ա գծագրում պատկերված F ուժի մոմենտը O կետի նկատմամբ ունի զրական նշան, իսկ 95բ գծագրում պատկերված F ուժի մոմենտը O կետի նկատմամբ՝ բացասական նշան:

Եթե ուժը չափվի կիլոգրամներով, իսկ բազուկը՝ մետրերով, ապա ուժի մոմենտը կչափվի կիլոգրամմետրերով:

Ուժի մոմենտի սահմանումից հետևում է, որ

1) ուժի մոմենտը չի փոխվի, եթե ուժի կիրառման կետը տեղափոխենք ուժի ազդման գծի երկարությամբ,

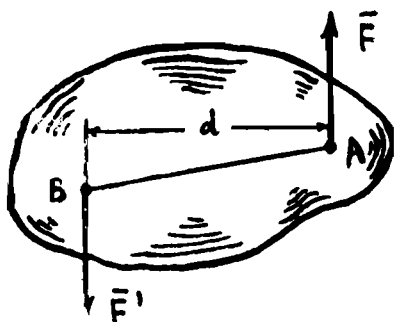
2) ուժի մոմենտը O կետի նկատմամբ կլինի զրո, եթե ուժը լինի զրո կամ ուժի ազդման գիծն անցնի O կենտրոնով,

3) ուժի մոմենտի թվային արժեքը հավասար է OAB եռանկյան (գծ. 95, ա և 95, բ) մակերեսի կրկնապատիկին.

$$\text{mom}_0(F) = \pm 2 \text{ մակ. } \triangle OAB:$$

4. Ուժագույգ: Ուժագույգի մոմենտը: Ինչպես նշվեց վերևում, թվային արժեքով հավասար, տարբեր կետերում կիրառված հակազուգահեռ երկու ուժերի սխտեմը կոչվում է ուժագույգ: Ուժագույգի ուժերի ազդման գծերի միջև եղած h հեռավորությունը կոչվում է ուժագույգի բազուկ: Այն հարթությունը, որի վրա գտնվում են ուժագույգի ուժերը, կոչվում է ուժագույգի ազդման հարթություն:

Ուժագույգը, ազդելով մարմնի վրա, նրան հաղորդում է պտտական շարժում: Ուժագույգի ազդեցությունը չափվում է նրա ուժերից մեկի և բազուկի արտադրյալով, այսինքն՝ Fh մեծությամբ,



Պժ. 96

որն իրենից ներկայացնում է ուժագույգի մոմենտի թվային արժեքը (գծ. 96): Ուժագույգի մոմենտըն ընդունված է համարել զրական, եթե ուժագույգը, ազդելով մարմնի վրա նրան, ձգտում է պտտեցնել ժամացույցի սլաքի հակառակ ուղղությամբ և բացասական, եթե ձգտում է մարմնին պտտեցնել ժամացույցի սլաքի ուղղությամբ:

Եթե ուժազույգի մոմենտը նշանակենք $M(F)$, ապա ուժազույգի մոմենտի սահմանման համաձայն կունենանք*

$$M(F) = \pm Fh,$$

Եթե ուժը չափենք կիլոգրամներով, իսկ բազուկը՝ մետրերով, ապա ուժազույգի մոմենտը կչափվի կիլոգրամմետրերով:

Մի հարթության վրա գտնվող ուժազույգերն ունեն հետևյալ հատկությունները.

1. Բացարձակ պինդ մարմնի վրա ուժազույգի ազդեցությունը չի փոխվի, եթե ուժազույգն իր ազդման հարթության վրա տեղափոխենք մի ավելի դիրք:

2. Ուժազույգի ազդեցությունը բացարձակ պինդ մարմնի վրա չի փոխվի, եթե նրա ուժն ու բազուկը փոփոխենք ցանկացած ձևով, միայն նրանց արտադրյալը, այսինքն՝ մոմենտը թողնենք անփոփոխ: Այստեղից հետևում է, որ տված ուժասխտեմը միշտ կարելի է բերել տված ուժի կամ տված բազուկի, եթե միայն պահպանվի մոմենտը:

5. Ուժազույգերի գումարումը և հավասարակշռության պայմանը: Մի հարթության վրա գտնվող ուժազույգերի սխտեմը համարվում է մի ուժազույգի, որի մոմենտը հավասար է ավելի սխտեմի ուժազույգերի մոմենտների հանրահաշվական գումարին, այսինքն՝

$$M = M_1 + M_2 + \dots + M_n = \sum_{i=1}^n (\pm F_i h_i),$$

Եթե բացարձակ պինդ մարմնի վրա ազդում են միևնույն հարթության մեջ գտնվող ուժազույգեր, ապա ավելի մարմնի հավասարակշռության անհրաժեշտ ու բավարար պայմանն է, որ տված ուժազույգերի մոմենտների հանրահաշվական գումարը հավասար լինի զրոյի՝

$$\sum_{i=1}^n M_i = 0 \quad \text{կամ} \quad \sum_{i=1}^n (\pm F_i h_i) = 0,$$

Զուգահեռ ուժերի հարթ սխտեմի հավասարակշռության պայմանները: Զուգահեռ ուժերի հարթ սխտեմի հավասարակշռու-

* Այստեղ ևս, ուժի մոմենտի համար տրված պարզաբանման նման, անհրաժեշտ է նշել, որ հարթ ուժասխտեմի բաժնում $M(F)$ ասելով պետք է հասկանալ ուժազույգի մոմենտի թվային արժեքը: Տարածական ուժասխտեմի բաժնում կտրվի ուժազույգի մոմենտի վեկտորական սահմանումը:

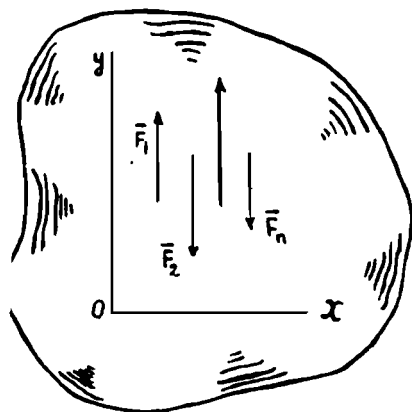
թիւն անհրաժեշտ ու բավարար պայմանն է, որ սիստեմի բոլոր ուժերի պրոյեկցիաների գումարը ամեն մի կամավոր վերցրած առանցքի վրա, որը ուղղահայաց չէ այդ ուժերին, հավասար լինի զրոյի և բոլոր ուժերի մոմենտների հանրահաշվական գումարը, այդ ուժերի ազդման հարթութիւն կամավոր վերցրած կետի նշկատմամբ նույնպես լինի զրո:

Դիցուք տված է $F_1, F_2, \dots, F_n$ դուգահեռ ուժերի հարթ սիստեմը (գծ. 97): Եթե Ox առանցքը տանենք ուղղահայաց այս ուժերին, իսկ Oy -ը՝ զուգահեռ, ապա տված ուժասիստեմի հավասարակշռութիւն համար կունենանք հետևյալ երկու հավասարումները՝

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad \sum_{i=1}^n m_{O_i}(F_i) = 0: (I)$$

Զուգահեռ ուժերի հարթ սիստեմի հավասարակշռութիւն (I) պայմանները երրեմն նպատակահարմար է փոխարինել հետևյալ պայմաններով՝

$$\sum_{i=1}^n m_A(F_i) = 0, \\ \sum_{i=1}^n m_B(F_i) = 0: \quad (II)$$



Գծ. 97

Սա նշանակում է զուգահեռ ուժերի հարթ սիստեմի հավասարակշռութիւն անհրաժեշտ ու բավարար պայմանն է, որ այդ ուժերի ազդման հարթութիւն վրա գտնվող կամավոր երկու կետերից լուրաքանչյուրի նկատմամբ սիստեմի բոլոր ուժերի մոմենտների հանրահաշվական գումարը լինի զրո, եթե, իհարկե, այդ կետերով անցնող ուղիղը զուգահեռ չէ տված ուժերին:

6. Զուգահեռ ուժերի սիստեմի ազդեցության ճակ գտնվող պինդ մարմնի հավասարակշռության վերաբերյալ խնդիրների լուծումը: Այս բաժնի խնդիրները լուծելիս անհրաժեշտ է նկատի ունենալ այն բոլոր ընդհանուր բնութիւն ցուցումները, որոնք նշված են § 3-ում:

Խնդիրները լուծելիս նախ պետք է առանձնացնել այն մարմինը, որի հավասարակշռութիւնը դիտարկվում է, անջատել այդ մարմնի վրա կիրառված ակտիվ ուժերը: Անուհետեւ մարմինը ա-

զատել կապերից, կապերը փոխարինելով համապատասխան հակազդումներով և դիտարկել ոչ սզատ մարմինը որպես ազատ, որի վրա կիրառված են ակտիվ և պասսիվ ուժեր:

Այս ընդհանուր բնութի հարցերից հետո պետք է անցնել հավասարակշռության հավասարումների կազմմանը: Դրա համար անհրաժեշտ է նախ մտածել այն մասին, թե տվյալ խնդիրը լուծելու համար նպատակահարմար է օգտվել (1), թե⁶ (II) հավասարակշռության հավասարումներից: Այս հարցը պետք է լուծել, ելնելով կոնկրետ խնդրի պայմաններից:

Եթե խնդիրը լուծվում է հավասարակշռության (1) պայմաններով, ապա նպատակահարմար է կոորդինատական առանցքներից մեկը տանել զուգահեռ պինդ մարմնի վրա ազդող ուժերին, իսկ մոմենտների հավասարումը կազմել այնպիսի կետի նկատմամբ, որը գտնվում է անհայտ ուժի ազդման գծի վրա: 'Էբրջինս հնարավորություն կտա որոշել անհայտներից մեկը մոմենտների հավասարումից:

Եթե խնդիրը լուծվում է հավասարակշռության (II) պայմանների օգնությամբ, ապա պետք է նկատի ունենալ, որ այն կետերը, որոնց նկատմամբ կազմում են մոմենտների հավասարումները, չպետք է գտնվեն ուժերին զուգահեռ ուղղի վրա:

Զուգահեռ ուժերի հավասարակշռության հավասարումները կազմելուց հետո, պետք է լուծել այդ հավասարումները և որոշել անհայտ մեծությունները:

Անհրաժեշտ է նկատի ունենալ, որ այս խնդիրներում անհայտների թիվը չպետք է գերազանցի երկուսից, հակառակ դեպքում կունենանք ստատիկորեն անորոշելի խնդիր:

7. Պինդ մարմինների օջումը: Ստատիկայի որոշ խնդիրներում անհրաժեշտ է լինում պարզել, թե ինչպիսի ուժերի ազդեցության տակ կամ մարմնի ինչպիսի չափերի դեպքում, նրա վրա դրված կապերի առկայությամբ, մարմինը կշրջվի:

Որպեսզի մարմինը իր դիրքից շրջվի, նախ պետք է նա շրջում սկսելու պահին պոկվի իր վրա դրված հենարանների մի մասից և միայն մնա կապված այնպիսի կապերով, որոնք թույլ տան մարմնին պտտվել գոնե մի կետի շուրջը: Այստեղից բխում է, որ շրջումը սկսելու պահին մարմնի վրա ազդող հակազդումները պետք է անցնեն նշված պտտման կենտրոնով: Հետևապես, հակազդումների մոմենտը նշված կետի նկատմամբ պետք է լինի զրո:

Քանի որ մյուս կապերի հակազդումները շրջվելու պահին հավասար էին զրոյի, ապա պտտման առանցքի նկատմամբ մոմենտ կառաջացնեն միայն ակտիվ ուժերը: Եթե ակտիվ ուժերն էլ պամանականորեն բաժանենք երկու խմբի՝ անվանելով նրանց շրջող, եթե նպաստում են շրջմանը, իսկ հակառակ դեպքում՝ վերականգնող, ապա չշրջվելու պայմանը կգրվի հետևյալ տեսքով՝

$$M_1 \leq M_2,$$

որտեղ M_1 -ը շրջող ուժերի մոմենտների գումարն է պտտման կենտրոնի նկատմամբ, իսկ M_2 -ը՝ վերականգնող ուժերի մոմենտների գումարն է նույն կենտրոնի նկատմամբ:

Խ Ո Ւ Ք 33: Որպես մարմինների շրջման տեսության կիրառություն դիտարկենք § 3-ում լուծված 24(94) խնդիրը:

Լ Ո Ւ Ծ Ո Ւ Մ: Դիտարկենք ջրմուղի աշտարակի հավասարակշռությունը (գծ. 78): Քանի որ պահանջվում է որոշել սլուների հիմքերի միջև եղած AB հեռավորության ամենափոքր արժեքը, ապա ընդունում ենք, որ աշտարակը գտնվում է կրիտիկական վիճակում, այսինքն՝ այդ հեռավորության շատ քիչ փոքրացման դեպքում աշտարակը քամու ազդեցության տակ կշրջվի, կատարելով A հողակապի շուրջը պտտական շարժում ժամացույցի սլաքի հակառակ ուղղությամբ: Հետևաբար, այդ դեպքում պետք է ընդունել, որ աշտարակը B հենարանի միջոցով միայն շոշափում է գետինը, բայց ճնշում չի գործադրում նրա վրա, այսինքն՝ $R_B = 0$:

Ջրմուղի աշտարակի վրա ազդող ակտիվ ուժերը կլինեն, ջրմուղի աշտարակի P կշիռը և քամու Q ճնշումը: Վերացնենք A կետում եղած կապը, այն փոխարինելով համապատասխան R_A հակազդումով: Ջրմուղի աշտարակը գտնվում է հավասարակշռության մեջ P , Q , R_A ուժերի ազդեցության տակ:

Աշտարակի շրջող ուժը կլինի Q -ն, իսկ վերականգնող ուժը՝ P -ն: Հետևաբար, աշտարակի չշրջվելու պայմանը կլինի՝

$$Q(h + \frac{a}{2}) \leq P \cdot \frac{AB}{2}, \quad (1)$$

որտեղ $Q = qad$, $q = 125$ կգ/մ², $a = 6$ մ, $d = 4$ մ, $h = 17$ մ:

(4)-ից ստացվում է

$$AB \geq \frac{2qad}{P} (h + \frac{a}{2}) = 15 \text{ մ:}$$

Պատ. $AB \geq 15$ մ:

Ստորև բերվում են զուգահեռ ուժերի հարթ սխեմայի հավասարակշռության վերաբերյալ մի շարք խնդիրներ: Տրվում են այդ խնդիրների լուծումները կամ լուծումների վերաբերյալ ցուցումներ:

Խ ճ Ղ Ի Ր 34 (76): Որոշել $\downarrow$ թռիչք ունեցող հորիզոնական հեծանի հենարանների ուղղաձիգ հակազդումները, եթե P կշիռ ունեցող բևեռ տեղավորված է առաջին հենարանից x հեռավորության վրա:

Լ Ո Ւ Ճ Ո Ւ Մ: Դիտարկենք հեծանի հավասարակշռությունը (գծ. 98): Հեծանի վրա ազդում է P ակտիվ ուժը: Նրա A և B կետերում դրված են հենարանները: Վերացնենք այդ հենարանները, փոխարինելով դրանք համապատասխան R_1 և R_2 հակազդումներով: Այդ հակազդումները ուղղահայաց կլինեն հեծանին և ուղղված դեպի վեր: Այս խնդիրը լուծենք երկու եղանակով:

Առաջին եղանակ: P ուժը վերածենք իրեն զուգահեռ և նույն կողմն ուղղված R'_1 և R'_2 բաղադրիչների, որոնք կիրառված լինեն A և B կետերում:

Տված ուժը իրեն զուգահեռ բաղադրիչների վերլուծումը կատարվում է (1) բանաձևի օգնությամբ: Մեր օրինակում կունենանք.

$$\frac{R'_1}{CB} = \frac{R'_2}{AC} = \frac{P}{AB}$$

կամ

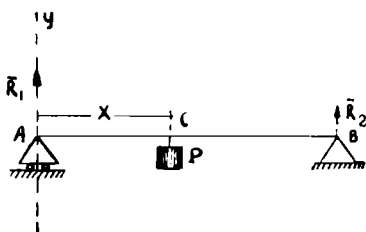
$$\frac{R'_1}{1-x} = \frac{R'_2}{x} = \frac{P}{1};$$

Այստեղից ստացվում է, որ

$$R'_1 = P \cdot \frac{1-x}{1} \text{ կգ}, \quad R'_2 = P \cdot \frac{x}{1} \text{ կգ}:$$

Հեծանի հենարանային R_1 և R_2 անհայտ հակազդումները թրվապես հավասար կլինեն համապատասխանաբար R'_1 և R'_2 ուժերին և ուղղված՝ հակադիր ուղղությամբ, այսինքն՝ դեպի վեր:

Երկրորդ եղանակ: Հեծանը գտնվում է հավասարակշռության



Գծ. 96

մեջ նրա վրա ազդող P , R_1 , R_2 զուգահեռ ուժերի ազդեցության տակ: Գրենք այդ ուժերի հավասարակշռության հավասարումները՝ Դրա համար նախ տանենք կոորդինատական առանցքները: y առանցքը ուղղենք զուգահեռ ուժերին, ուղղված դեպի վեր, իսկ z ուժերի հավասարումը կազմենք A կետի նկատմամբ: Այդ դեպքում օգտագործելով հավասարակշռության (I) պայմանները, կրտանանք՝

$$\Sigma F_{iy} = R_1 + R_2 - P = 0,$$

$$\Sigma m_A(F_i) = lR_2 - Px = 0,$$

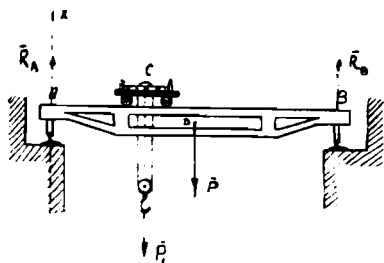
Այս հավասարումներից ստացվում է

$$R_2 = \frac{x}{l} P, \quad R_1 = P - R_2 = P - \frac{x}{l} P = \frac{l-x}{l} P,$$

Պատ. $R_1 = P \frac{l-x}{l} \text{ կգ}, \quad R_2 = P \frac{x}{l} \text{ կգ:}$

Խնդիր 35 (80): Գտնել AB կամրջալին ամբարձիչի կողմից ռելսերի վրա գործադրած ճնշումների մեծությունները, կախված C սալակի դիրքից, որի վրա ամրացված է կարապիկը: Սալակի դիրքը որոշել նրա միջնակետի ձախ ռելսից ունեցած հեռավորության և կամրջի ընդհանուր երկարության հարաբերությամբ: Կամրջի կշիռը՝ $P=6$ տ, սալակի կշիռը բարձրացվող բեռի հետ միասին՝ $P_1=4$ տ:

Լուծում: Դիտարկենք AB կամրջալին ամբարձիչի հավասարակշռությունը (գծ. 99): Նրա վրա ազդում են հետևյալ ակտիվ ուժերը. կամրջի $P=6$ տ կշիռը և սալակի կշիռը բարձրացվող բեռի հետ միասին՝ $P_1=4$ տ: A և B կետերում դրված հենարանները վերացնենք, այն փոխարինելով համապատասխան R_A և R_B հակազդումներով, որոնք ուղղահայաց կլինեն AB -ին և ուղղված դեպի վեր:



Գծ. 99

Կամրջալին ամբարձիչը դտնրվում է հավասարակշռության մեջ նրա վրա ազդող P , P_1 , R_A և R_B զուգահեռ ուժերի ազդեցության տակ: Գրենք այս ուժերի հավասարակշռության հավասարումները: Ցանենք x -երի առանցքը զուգահեռ ազդող ուժերին և ուղղված դեպի վեր: Մոմենտների

հավասարումը կազմենք A կետի նկատմամբ: Այդ դեպքում օգտագործելով հավասարակշռության (1) պայմանները, կստանանք,

$$\Sigma F_{ix} = -P - P_1 + R_A + R_B = 0,$$

$$\Sigma m_A(F_i) = -P \cdot AD - P_1 \cdot AC + AB \cdot R_B = 0,$$

Տեղադրելով P և P_1 արժեքները այս հավասարումների մեջ, կստանանք՝

$$R_A + R_B = 10,$$

$$4AC + 6AD = AB \cdot R_B,$$

Լուծելով այս հավասարումները, կորոշենք R_A և R_B -ի արժեքները.

$$R_A = 4 \frac{CB}{AB} + 6 \frac{DB}{AB} = 4 \frac{AB - AC}{AB} + 3 = 7 - 4 \frac{AC}{AB},$$

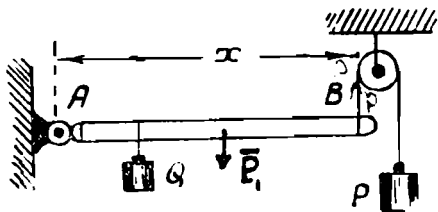
$$R_B = 10 - R_A = 10 - 7 + 4 \frac{AC}{AB} = 3 + 4 \frac{AC}{AB},$$

Կամրջալին ամբարձիչի F_A և F_B ճնշումները ռելսերի A և B կետերում թվապես հավասար կլինեն համապատասխանաբար R_A և R_B հակազդումներին, միայն ուղղված՝ հակադիր ուղղությամբ:

$$\text{Պատ. } F_A = (7 - 4m)u, \quad F_B = (3 + 4n)u, \quad \text{որտեղ } n = \frac{AC}{AB},$$

Խնդիր 36 (82): 100 Գ կշիռ ունեցող AB հորիզոնական ձողը կարող է պտտվել A հողակապի անշարժ առանցքի շուրջը: Նրա B ծայրը ձգվում է դեպի վեր, ճախարակի վրայով գցված պարանի և $P = 150$ Գ կշռաքարի միջոցով: B ծայրից, 20 սմ հեռավորության վրա գտնվող կետում, կախված է 500 Գ կշռով Q բեռը: Ինչպիսի՞ն է AB ձողի x երկարությունը, եթե նա գտնվում է հավասարակշռության վիճակում:

Լուծում: Դիտարկենք AB հորիզոնական ձողի հավասարակշռությունը (գծ. 100): Ձողի վրա ազդում են հետևյալ ակտիվ ուժերը՝ $P = 150$ Գ կշռաքարը, $Q = 500$ Գ բեռը և $P_1 = 100$ Գ ձողի կշիռը: Ձողի B կետում ազդող ուժը մեծությամբ հավասար կլինի P -ի և ուղղված դեպի



Գծ. 100

վեր, քանի որ դրված ճախարակը փոխում է ուժի ուղղությունը, մեծությունը պահելով անփոփոխ: Ձողի A կետում դրված է հոդակապ: Վերացնենք այդ հոդակապը, աֆն փոխարինելով R_A հակազդումով: Իժվար չէ նկատել, որ R_A հակազդումը կունենա ուղղաձիգ ուղղություն, քանի որ ձողի վրա ազդող բոլոր ուժերը ուղղաձիգ են և ձողը գտնվում է հավասարակշռության մեջ:

Այսպիսով, ստանում ենք, որ AB ձողը P, P_1 , Q, R_A զուգահեռ ուժերի ազդեցության տակ գտնվում է հավասարակշռության մեջ: Հավասարակշռության պայմաններից վերցնենք միայն բոլոր ուժերի մոմենտների գումարի զրո լինելը A կետի նկատմամբ, քանի որ ունենք միայն մի անհայտ մեծություն: Այդ հավասարումը կլինի.

$$\Sigma m_A(F_i) = P \cdot x - P_1 \cdot \frac{x}{2} - Q(x - 20) = 0,$$

եթե տեղադրենք P, P_1 և Q-ի արժեքները ու լուծենք հավասարումը x-ի նկատմամբ, կստանանք.

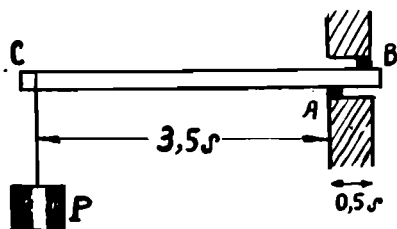
$$x = \frac{20 \cdot 500}{500 - 150 + 50} = 25 \text{ սմ},$$

Պատ. $x = 25 \text{ սմ}$:

Խնդիր 37(86): 4 մ երկարություն և 0,5 տ կշիռ ունեցող համասեռ հորիզոնական հեծանը դրված է 0,5 մ հաստություն ունեցող պատի մեջ այնպես, որ հենվում է նրա վրա A և B կետերում: Որոշել այդ կետերում հակազդումները, եթե հեծանի ազատ ծայրում կախված է $P = 4$ տ կշիռ ունեցող բեռը (գծ. 101):

Լուծում: Դիտարկենք BC հեծանի հավասարակշռությունը: Հեծանի վրա ազդող ակտիվ ուժերը կլինեն՝ բեռի $P = 4$ տ և հեծանի $Q = 0,5$ տ կշիռները: BC հեծանը աղատենք նրա վրա դրված կապերից: Քանի որ A և B կետերում ունենք մակերևույթային կապեր, ապա R_A և R_B հակազդումները ուղղահայաց կլինեն հեծանին (գծ. 102):

Այսպիսով, BC հեծանի վրա ազդում են 4 զուգահեռ ուժեր՝ P, Q, R_A և R_B , որոնցից R_A և R_B -ն անհայտ են:



Գծ. 101

Ընտրենք կոորդինատական առանցքները *ալնպես*, ինչպես ցույց են տրված գծ. 102-ում:

Գրենք հեծանի վրա ազդող ուժերի հավասարակշռության հավասարումները, օգտվելով հավասարակշռության (I) պայմաններից: Այդ հավասարումները կլինեն.

$$\begin{aligned}\Sigma F_{ix} &= R_A - P - Q - \\ &- R_B = 0,\end{aligned}$$

գծ. 102

$$\Sigma m_A(F_i) = P(l-a) + Q\left(\frac{1}{2} - a\right) - R_B \cdot a = 0 \quad (l=4\text{ մ}, a=0,5\text{ մ}).$$

Լուծելով այս հավասարումները, կստանանք

$$R_B = \frac{P(l-a) + Q\left(\frac{1}{2} - a\right)}{a} = 29,5 \text{ տ}, \quad R_A = R_B + P + Q = 34 \text{ տ}:$$

Այժմ լուծենք այս ինդիվիդ, օգտագործելով հավասարակշռության (II) պայմանները: Կազմենք մոմենտները *A* և *B* կետերի նկատմամբ.

$$\Sigma m_A(F_i) = P \cdot AC + Q \cdot AD - R_B \cdot AB = 0,$$

$$\Sigma m_B(F_i) = P \cdot BC + Q \cdot BD - R_A \cdot AB = 0:$$

Լուծելով այս հավասարումները, կորոշենք R_A և R_B -ն:

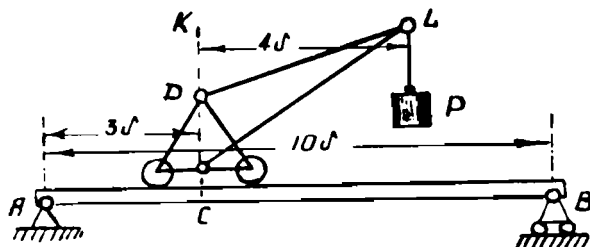
Պատ. $R_A = 34$ տ, ուղղված է դեպի վեր,

$R_B = 29,5$ տ, ուղղված է դեպի վար:

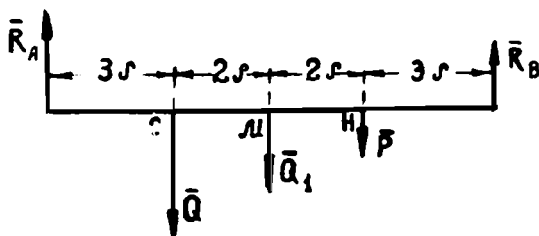
Խնդիր 33 (91): 10 մ երկարություն ունեցող *AB* հեծանի վրա գցված է ճանապարհ ամրարձիչի համար: Ամրարձիչի կշիռը հավասար է 5 տ և նրա ծանրության կենտրոնը գտնվում է *CD* ուղղի վրա: *P* բռնի կշիռը հավասար է 1 տ, *AB* հեծանի կշիռը 3 տ, ամրարձիչի թռիչքը՝ $KL = 4$ մ, *AC* հեռավորությունը հավասար է 3 մ: Գտնել *A* և *B* կետերում հենարանային հակազդումները ամրարձիչի այն դիրքի համար, երբ նրա *DL* սլաքը գտնվում է *AB* հեծանի հետ միեկնույն ուղղաձիգ հարթության մեջ (գծ. 103, ա):

Լուծում: Դիտարկենք *AB* հեծանի հավասարակշռությունը

(գծ. 103, բ): Հեծանի C, M և H կետերում կիրառված են $Q=5$ տ, $Q_1=3$ տ և $P=1$ տ ուղղաձիգ ակտիվ ուժերը: Հեծանը ազատենք A և B կետերում եղած կապերից, զրանք փոխարինելով համապատասխան R_A և R_B հակազդումներով: Այս երկու հակազ-



Գծ. 103 ա



Գծ. 103 բ

դումներն էլ ուղղահայաց են հենարալին հորիզոնական հարթությանը: Դրանք ուղղենք զեպի վեր:

Գրենք AB հեծանի վրա ազդող ուժերի հավասարակշռության հավասարումները, օգտվելով հավասարակշռության (II) պայմաններից: Որպես մոմենտների կենտրոններ ընդունենք A և B կետերը: Հավասարակշռության հավասարումները կլինեն.

$$\Sigma m_A(F_i) = -Q \cdot 3 - P \cdot 7 + R_B \cdot 10 - Q_1 \cdot 5 = 0,$$

$$\Sigma m_B(F_i) = -R_A \cdot 10 + Q \cdot 7 + P \cdot 3 + Q_1 \cdot 5 = 0:$$

Տեղադրելով P, Q, Q_1 -ի արժեքները և լուծելով այս հավասարումները, կստանանք R_A և R_B -ի արժեքները:

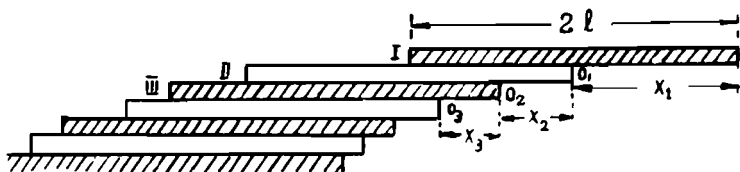
Պատ. $R_A=5,3$ տ, $R_B=3,7$ տ:

Խնդիր 39 (93): 2l երկարություն ունեցող միատեսակ, համասեռ մի քանի սալի դասավորված են ալնպես, որ յուրաքանչյուր սալ իր մի մասով դուրս է եկած իր տակ գտնվող սալի նրկատմամբ: Որոշել դուրս եկած մասերի սահմանալին երկարու-

թիւնները, որի դեպքում սալերը կգտնվեն հավասարակշռութիւն մեջ:

Լ ու ծ ու մ: Նախ դիտարկենք վերին սալիկի հավասարակշռութիւնը (գծ. 104): Նա կգտնվի հավասարակշռութիւն մեջ, եթե նրա վրա ազդող ուժի մոմենտը O_1 կետի նկատմամբ մեծ լինի զրոյից կամ հավասար նրան: Եթե սալիկի կշիռը նշանակենք P -ով, իսկ առաջին սալիկի դուրս եկած մասի երկարութիւնը x_1 -ով, ապա առաջին սալիկի հավասարակշռութիւնի դեպքում տեղի կունենա

$$m_{O_1}(P) = P(l - x_1) \geq 0 \quad (1)$$



Գծ. 104

պայմանը, որտեղ $(l - x_1)$ -ը P ուժի բազուկն է O_1 կետի նկատմամբ (գծ. 104): (1)-ից հետևում է, որ

$$x_1 \leq l$$

Հետևաբար, x_1 -ի սահմանափին արժեքը կլինի՝

$$x_1^* = l$$

Այժմ դիտարկենք առաջին և երկրորդ (վերևից հաշված) սալիկներով կազմված սիստեմի հավասարակշռութիւնը: Այս սիստեմի հավասարակշռութիւնից հետևում է, որ առաջին և երկրորդ սալիկների կշիռների մոմենտների զուգարը O_2 կետի նկատմամբ պետք է բավարարի

$$\Sigma m_{O_2}(P) = P(l - x_2) - Px_2 \geq 0 \quad (2)$$

պայմանին: Որտեղից հետևում է, որ

$$x_2 \leq \frac{l}{2}$$

Նշանակում է, որ x_2 -ի սահմանափին արժեքը կլինի՝

$$x_2^* = \frac{l}{2}$$

x_3 -ի սահմանափակ արժեքը որոշելու համար դիտարկենք առաջին, երկրորդ և երրորդ սալիկներից կազմված սխտեմի հավասարակշռությունը: Այդ սխտեմի հավասարակշռությունից հետևում է, որ O_3 կետի նկատմամբ այս սալիկների կշիռների մոմենտների գումարը պետք է բավարարի

$$\Sigma m_{03}(F_i) = P(1 - x_3) - 2Px_3 > 0 \quad (3)$$

պայմանին:

Մոմենտները կազմելիս օգտագործված է այն հանգամանքը, որ առաջին և երկրորդ սալիկներից կազմված սխտեմի կշիռների մոմենտների գումարը O_2 կետի նկատմամբ հավասար է զրոյի (համաձայն x_2^* -ի ընտրություն): Այստեղից հետևում է, որ առաջին և երկրորդ սալիկների կշիռները կարելի է փոխարինել $2P$ ուժով, որը կիրառված է O_2 կետում և ուղղված է ուղղաձիգ դեպի ցած (այստեղ օգտագործվում է նույն կողմն ուղղված զուգահեռ ուժերի գումարման կանոնը): (3)-ից հետևում է, որ

$$x_3 \leq \frac{1}{3},$$

նշանակում է, x_3 -ի սահմանափակ արժեքը կլինի՝

$$x_3^* = \frac{1}{3},$$

Մենք ստացանք, որ

$$x_1^* = 1, \quad x_2^* = \frac{1}{2}, \quad x_3^* = \frac{1}{3},$$

նույն դատողությունները շարունակելով, կստանանք, որ

$$x_k^* = \frac{1}{k}, \quad (4)$$

Լրիվ մաթեմատիկական ինդուկցիայի մեթոդի համաձայն k -ից $k+1$ -ին անցնելով կապացուցենք, որ (4) բանաձևը ցանկացած k -ի համար ճիշտ է:

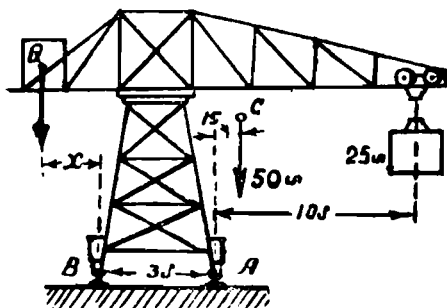
$$\text{Պատ.} \quad x_k^* = \frac{1}{k}, \quad (k=1, 2, 3, \dots)$$

Խ Ո Ւ Ր 40 (95): Տրավելլերի կշիռը առանց հակակշռի հավասար է 50 տ և ազդում է մի ուղղով, որի հեռավորությունը աշակողմյան A ուղից հավասար է 1,5 մ: Ամբարձչային սալակի վերամբարձ ուժը հավասար է 25 տ, իսկ թոփչքը աջ ուղի ուղղաձիգից 10 մ: Որոշել ամենափոքր Q կշիռը և ձախակողմյան B ուղիով անցնող ուղղաձիգից հակակշռի ծանրություն կենտրոնի ամենամեծ X հեռավորությունը, այնպես, որպեսզի սալակի բոլոր

դիրքերում, ինչպես բեռնավորված, նույնպես և չբեռնավորված ամբարձիչը չշրջվի (գծ. 105): Սալակի սեփական կշիռը անտեսել:

Լ ու ծ ու մ: Խնդրի լուծման համար օգտվենք շրջման վերաբերյալ վեղը շարադրվածից:

Գծագրից երևում է, որ տրավելլերը կարող է շրջվել A կետի շուրջը դեպի աջ և B կետի շուրջը՝ դեպի ձախ: Ակնհայտ է, որ նա բեռնավորված լինելու դեպքում կշրջվի A կետի շուրջը, իսկ չբեռնավորված լինելու դեպքում՝ B կետի շուրջը:



Գծ. 105

Նախ դիտարկենք տրավելլերի բեռնավորված լինելու դեպքը, երբ նա կարող է շրջվել A կետի շուրջը դեպի աջ: Այս դեպքում շրջող ուժերը կլինեն՝ բեռի կշիռը և տրավելլերի սեփական կշիռը: Q հակակշիռը կլինի վերականգնող ուժ:

Տրավելլերը A կետի շուրջը չշրջվելու համար անհրաժեշտ է, որ վերականգնող Q ուժի մոմենտը A կետի նկատմամբ մեծ լինի շրջող ուժերի մոմենտների գումարից, նույն A կետի նկատմամբ, կամ հավասար նրան, այսինքն՝

$$Q \cdot (x+3) \geq 1,5 \cdot 50 + 10 \cdot 25$$

կամ՝

$$Q(x+3) \geq 325, \quad (1)$$

Այժմ դիտարկենք այն դեպքը, երբ տրավելլերը բեռնավորված չէ և կարող է շրջվել B կետի շուրջը: Այս դեպքում միակ շրջող ուժը կլինի հակակշիռի Q կշիռը, իսկ վերականգնող ուժը՝ տրավելլերի կշիռը: Ակնհայտ է, որպեսզի տրավելլերը չշրջվի, պետք է շրջող ուժի մոմենտը B կետի նկատմամբ փոքր լինի վերականգնող ուժի մոմենտից նույն B կետի նկատմամբ կամ հավասար նրան, այսինքն՝

$$Q \cdot x \leq 50(3+1,5)$$

կամ՝

$$Q \cdot x \leq 225,$$

եթե (2)-ից $Q \cdot x$ -ի արժեքը սեղադրենք (1)-ի մեջ

(1)

$$225 + 3Q \geq 325,$$

Այստեղից ստացվում է, որ

$$Q \geq 33\frac{1}{3} \text{ տ.}$$

Այդ դեպքում (2)-ից կունենանք

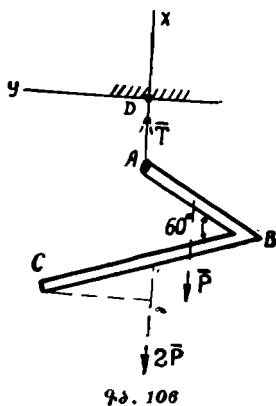
$$x \leq 6,75 \text{ մ.}$$

Այսպիսով, Q հակակշռի ամենափոքր արժեքը կլինի $33\frac{1}{3}$ տ.

իսկ հեռավորության ամենամեծ արժեքը՝ 6,75 մ:

Պատ. $Q = 33\frac{1}{3} \text{ տ.} \quad x = 6,75 \text{ մ.}$

Խնդիր 41 (101): Միևնույն ընդլայնական կտրվածք ունեցող համասեռ AB և BC ձողերը, որոնցից AB -ն երկու անգամ կարճ է BC -ից, միացված են իրենց ծայրերով 60° -ի անկյան տակ և կազմում են ABC բեկյալ լծակը: Լծակը A կետում կախված է AD լարով: Որոշել հորիզոնի նկատմամբ BC ձողի թեքության α անկյունը լծակի հավասարակշռության դիրքում: Ձողերի ընդլայնական չափերը անասնակ (գծ. 106):



Գծ. 106

Լուծում: Դիտարկենք ABC բեկյալ լծակի հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում են հետևյալ ակտիվ ուժերը՝ AB և BC ձողերի կշիռները: Եթե AB ձողի կշիռը նշանակենք P -ով, ապա BC -ինը կլինի $2P$: Այս ձողերի կշիռները կիրառված կլինեն նրանց միջնակետերում: Լրծակի A կետում կիրառված կապը վերացնենք և այն փոխարինենք T հակազդումով, որը ուղղված կլինի լարով՝ A -ից դեպի D կետը:

Այսպիսով, ABC լծակը գտնվում է հավասարակշռության մեջ նրա վրա ազդող P , $2P$ և T զուգահեռ ուժերի ազդեցության տակ: Կազմենք հավասարակշռության հավասարումները: Դրա համար տանենք x առանցքը ուղղված ΔD լարով, իսկ y -ը՝ ուղղահայաց նրան: Օգտվենք հավասարակշռության (1) պայմաններից: Հավասարակշռության հավասարումներստի՛նեն.

մենա,

$$\Sigma F_{ix} = T - P - 2P = 0,$$

$$\Sigma m_B(F_i) = \frac{AB}{2} \cdot P \cos(60^\circ - \alpha) + AB \cdot 2P \cos \alpha - \\ - AB \cdot T \cos(60^\circ - \alpha) = 0;$$

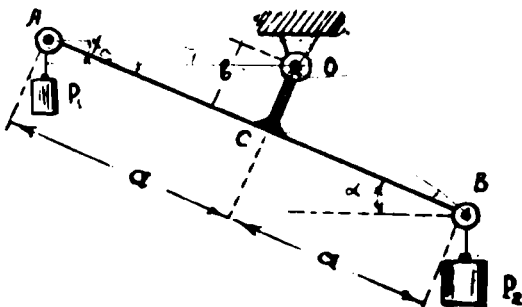
Առաջին հավասարումից կստացվի $T = 3P$, իսկ եթե երկրորդ հավասարումը բաժանենք $AB \cdot P$ -ի վրա, ապա այն կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$5 \cos(60^\circ - \alpha) = 4 \cos \alpha;$$

Լուծելով այս հավասարումը, կստանանք $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{5} \sqrt{3},$

Պատ. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}, \quad \alpha = 19^\circ 5'.$

Խ Ե Ղ Ի ր 42 (103): AB և OC ձողերը, որոնց միավոր երկարության կշիռը հավասար է $2P$, ամրացված են ուղիղ անկյան տակ C կետում: OC ձողը կարող է պտտվել O հորիզոնական առանցքի շուրջը: $AC = CB = a$, $OC = b$: A և B կետերում կախված են P_1 և P_2 կշիռներ ունեցող կշռաքարեր ($P_2 > P_1$): Որոշել հորիզոնի նկատմամբ AB ձողի թեքության α անկյունը հավասարակշռության դիրքում:



Գծ. 107

Ց ու լ յ ու մ: Խնդիրը պահանջում է որոշել միայն α անկյունը (գծ. 107): Դրա համար բավական է կազմել AB և OC ձողերից կազմված սխեմայի վրա ազդող ակտիվ ուժերի մոմենտների գումարը O կետի նկատմամբ և այն հավասարեցնել զրոյի: Ակնհայտ է, որ այս հավասարման մեջ O կետի հակազդումը չի մասնակցի: Այդ հավասարումը կլինի

$$\Sigma m_O(F_i) = P_{OC} \cdot \frac{b}{2} \sin \alpha + P_{AB} b \sin \alpha - P_2 (a \cos \alpha - \\ - b \sin \alpha) + P_1 (a \cos \alpha + b \sin \alpha) = 0, \quad (1)$$

$$P_{OC} = 2P \cdot b, \quad P_{AB} = 2P \cdot 2a,$$

Մնում է P_{OC} -ի և P_{AB} -ի արժեքները տեղադրել (1)-ի մեջ և հավասարումը բաժանել $\cos \alpha$ -ի վրա:

$$\text{Պատ.} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} \frac{P_2 - P_1}{P_1 + P_2 + P(4a + b)},$$

Խնդիր 43 (105): Դիֆերենցիալ ճախարակի գլխավոր մասը բաղկացած է երկու իրար հետ անփոփոխ միացված A փոկանիվներից, որոնց առանցքը կախված է անշարժ կեռից: Փոկանիվների ճոռերը ունեն ասամներ: Նրանց վրայով գցված է անվերջ շղթան, որը կազմում է երկու օղակ, որոնցից մեկում տեղավորված է շարժական B ճախարակը: Շարժական ճախարակից կախված է բարձրացվող Q բեռը, իսկ մեծ ճախարակից կախված օղակի ազատ ծայրում կիրառված է P շարժող ուժը: A փոկանիվների շառավիղներն են R և r, ընդ որում $r < R$: Պահանջվում է գտնել P ուժի կախումը բարձրացվող Q ուժի մեծությունից և որոշել այդ ուժը, երբ՝ $Q = 500$ կգ, $R = 25$ սմ, $r = 24$ սմ: Շփումն անտեսել:

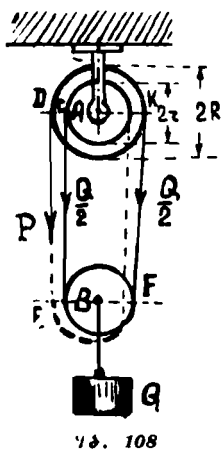
Ցուցում: Q բեռը կախված է B ճախարակի կենտրոնում (գծ. 108), որի հետևանքով CE և KF շղթաներում լարվածությունները հավասար կլինեն $\frac{Q}{2}$, B ճախարակը գտնվում է հավասարակշռության մեջ նրա վրա ազդող P, $\frac{Q}{2}$ և $\frac{Q}{2}$ զուգահեռ ուժերի ազդեցության տակ: Այս ուժերի մոմենտների գումարը անշարժ A կետի նկատմամբ հավասարեցնենք զրոյի, կստանանք

$$\Sigma m_A(F_i) = P \cdot R + \frac{Q}{2} \cdot r - \frac{Q}{2} \cdot R = 0,$$

Լուծելով այս հավասարումը, կորոշվի P-ն:

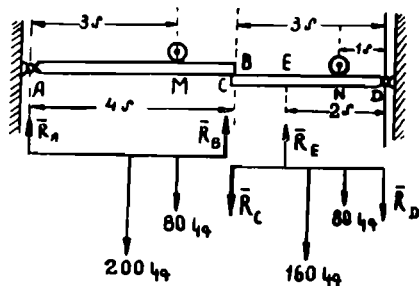
$$\text{Պատ.} \quad P = \frac{1}{2} Q \left(1 - \frac{r}{R} \right) = 10 \text{ կՖ,}$$

Խնդիր 44 (109): 4 մ երկարություն և 200 կՖ կշիռ ունեցող AB հեծանը կարող է պտտվել A հորիզոնական առանցքի շուրջը:



Նա մյուս ծալրով հենվում է մեկ ուրիշ 3 մ երկարությամբ և 160 կՊ կշիռ ունեցող CD հեծանի վրա: Վերջինս հենված է E կետում և միացված է պասի հետ D հողակապով: M և N կետերում տեղավորված են լուրաքանչյուրը 80 կՊ կշիռ ունեցող բեռներ: Տված է, որ $AM = 3$ մ, $ED = 2$ մ, $ND = 1$ մ: Որոշել հենարանային հակազդումները:

Ցուցում: Նախ դիտարկել AB հեծանի հավասարակշռությունը (գծ. 109), նրա A և B կետերում եղած կապերը փոխարինել համապատասխանաբար R_A և R_B հակազդումներով, որոնք ուղղահայաց կլինեն հեծանին և ուղղված՝ դեպի վեր: Դրել AB հեծանի վրա ազդող ակտիվ և պասսիվ ուժերի հավասարակշռության հավասարումները (օր առանցքը տանել զուգահեռ ուժերին, իսկ մոմենտները վերցնել A կետի նկատմամբ): Այդ երկու հավասարումներից որոշել R_A և R_B անհայտները:



Գծ. 109

Այնուհետև դիտարկել CD հեծանի հավասարակշռությունը C, E և D կետերում եղած կապերը փոխարինելով համապատասխանաբար R_C , R_E և R_D հակազդումներով: Այդ հակազդումները դարձյալ ուղղահայաց կլինեն հեծանին, միայն, R_E և R_C հակազդումներն ուղղված կլինեն դեպի ներքև, իսկ R_D -ն՝ դեպի վեր: Դժվար չէ նկատել, որ R_C հակազդումը թվապես հավասար կլինի R_B հակազդմանը: Սրանից հետո պետք է գրել CD ձողի վրա ազդող ակտիվ և պասսիվ ուժերի հավասարակշռության հավասարումները հետևյալ տեսքով.

$$\Sigma F_{ix} = 0, \quad \Sigma m_D(F_i) = 0:$$

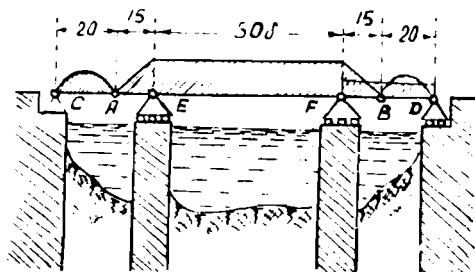
Մնում է այս հավասարումից որոշել R_E և R_D անհայտները:

Պատ. $R_A = 120$ կՊ, $R_B = 160$ կՊ, $R_E = 400$ կՊ, $R_D = 0$:

Խնդիր 45 (111): Կոնսուլային կամուրջը բաղկացած է AB գլխավոր և AC ու BD երկու կողային ֆերմաներից: AB ֆերմայի լուրաքանչյուր մեկ մետր երկարության սեփական կշիռը հավասար է 1,5 տ, իսկ AC և BD ֆերմաներին՝ 1 տ: Որոշել բոլոր հենարանների հակազդումները այն մոմենտում, երբ ամբողջ աջակողմյան FD թռիչքի լուրաքանչյուր մեկ մետր երկարությու-

նը ծանրարկունված է զնացքի 3 ա կշռով: Չափերը համապատասխանաբար հավասար են՝ $AC = BD = 20$ մ, $AE = FB = 15$ մ,

$EF = 50$ մ (գծ. 110):

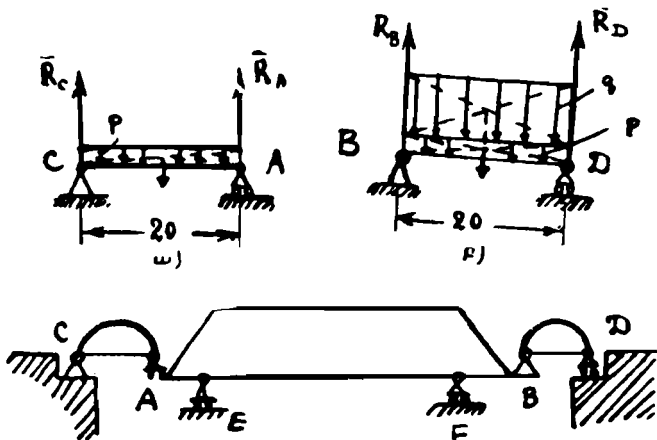


Գծ. 110

ճնշումները, որոնք կիրառված են A ու B կետերում և փոխանցվում են այս ֆերմաներից հիմնական AB ֆերմային:

Կամուրջի E, F և D հողակապալին շարժական հենարանների R_E , R_F և R_D հակազդումները ունեն կամուրջի հորիզոնական հենարանային մակերևութների նորմալների ուղղությունները, այսինքն՝ ունեն ուղղաձիգ ուղղություն: Հետևաբար, ուղղաձիգ ուղղություն ունեցող բեռների դեպքում հողակապալին C հենարանի R_C հակազդումը նույնպես կլինի ուղղաձիգ, քանի որ հակառակ դեպքում կամուրջի հավասարակշռությունը տեղի ունենալ չի կարող:

Դիտարկենք CA կողային ֆերմի հավասարակշռությունը (գծ. 111, ա): Նրա վրա կիրառված են հետևյալ ուժերը՝ իրեն սեփա-



Գծ. 111

կան P կշիռը, որը հավասարաչափ է բաշխված ամբողջ CA -ի երկարությունը, և R_A ու R_C հենարանային հակազդումները: Այս հակազդումները ուղղված են ուղղաձիգ դեպի վեր:

Այսպիսով, CA կողային ֆերմը գտնվում է հավասարակշռության մեջ, նրա վրա ազդող P , R_A և R_C ուժերի ազդեցության տակ: Կոորդինատական x առանցքը ուղղենք զուգահեռ ուժերին: R_C և R_A հակազդումների մեծությունները որոշելու համար գրենք հավասարակշռության հավասարումները (1) տեսքով.

$$\Sigma F_{ix} = R_C + R_A - P = 0, \quad (1)$$

$$\Sigma m_c(F_i) = -P \cdot \frac{AC}{2} + R_A \cdot CA = 0;$$

Դժվար չէ նկատել, որ

$$P = p \cdot CA = 1 \cdot 20 = 20 \text{ տ:}$$

Եթե P -ի այս արժեքը տեղադրենք (1)-ի մեջ և լուծենք այն, ապա կստանանք

$$R_C = R_A = 10 \text{ տ:}$$

Այժմ դիտարկենք BD կողային ֆերմի հավասարակշռությունը (գծ. 111, բ): Նրա վրա կիրառված են իր $P_1 = p \cdot BD$ և գնացքի $P_2 = q \cdot BD$ կշիռները, որոնք հավասարաչափ են բաշխված ամբողջ BD -ի երկարությամբ և ունեն ուղղաձիգ ուղղություն: Բացի այս ակտիվ ուժերից, BD ֆերմի վրա ազդում են նաև հենարանային R_B և R_D հակազդումները, որոնք ուղղված են ուղղաձիգ դեպի վեր:

BD ֆերմի հավասարակշռության հավասարումները կլինեն.

$$\Sigma F_{ix} = R_B + R_D - (q + p)BD = 0,$$

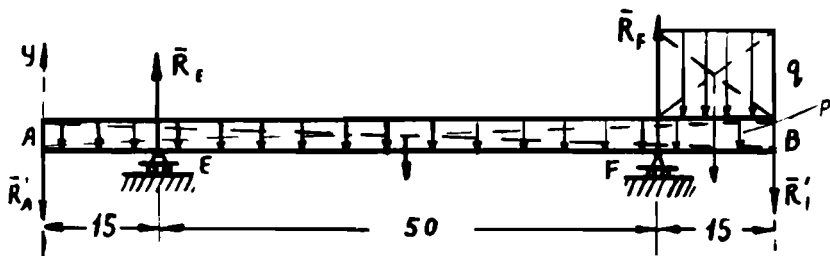
$$\Sigma m_B(F_i) = R_D \cdot BD - (p + q) \frac{BD}{2} = 0;$$

Այստեղից ստացվում է

$$R_B = R_D = \frac{(p + q) \cdot BD}{2} = \frac{(1 + 3) \cdot 20}{2} = 40 \text{ տ:}$$

Վերջապես, դիտարկենք AB հիմնական ֆերմի հավասարակշռությունը (գծ. 112): Նրա վրա կիրառված են հետևյալ չորս ուղղաձիգ ակտիվ ուժերը՝ A կետում R'_A ուժը, ($R'_A = -R_A$), B կետում՝ R'_B ուժը ($R'_B = -R_B$), աջ մասում FB -ի երկարությամբ հավասարաչափ բաշխված $P_3 = q \cdot FB$ ուժը, որը գնացքի կշռի արդյունք է և, վերջապես, ամբողջ AB ֆերմի երկարությամբ հա-

վասարաչափ բաշխված բեռը՝ $P_1 = 1,5 \frac{\text{տ}}{\text{մ}}$ ինտենսիվությամբ: Բա-



Պժ. 112

ցի սրանցից, AB ֆերմ վրա ազդում են նաև E և F հենարանների R_E և R_F հակազդումները: Ուղղենք սրանք ուղղաձիգ դեպի վեր:

Գրենք AB ֆերմալի հավասարակշռության հավասարումները, որպես մոմենտների կենտրոն ընդունելով E և F կետերը: Այդ հավասարումները կլինեն

$$\begin{aligned} \Sigma m_E(F_i) = & R_A \cdot AE - P_1 \cdot AB \left(\frac{AB}{2} - AE \right) + \\ & + R_F \cdot EF - q \cdot FB \left(EF + \frac{FB}{2} \right) - R_B \cdot EB = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma m_F(F_i) = & R_A \cdot AF - R_E \cdot EF + P_1 \cdot AB \left(\frac{AB}{2} - FB \right) - \\ & - q \cdot FB \frac{FB}{2} - R_D \cdot FB = 0, \end{aligned}$$

Տեղադրելով (1) սխեմի մեջ R_A և R_B արժեքները, ինչպես նաև խնդրի պայմանների տվյալները և լուծելով ստացված հավասարումների սխեմի մեջ, կստանանք.

$$R_E = 54,25 \text{ տ}, \quad R_F = 160,75 \text{ տ}:$$

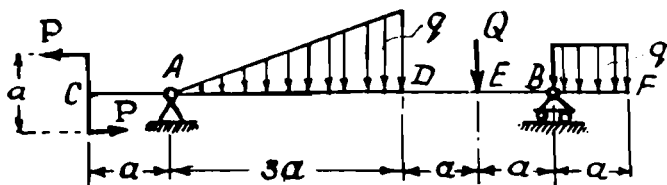
$$\text{Պատ. } R_C = 10 \text{ տ}, \quad R_D = 40 \text{ տ}, \quad R_E = 54,25 \text{ տ},$$

$$R_F = 160,75$$

Խնդիր 46: CF հորիզոնական հեծանի վրա կիրառված են հետևյալ ուղղաձիգ բեռները. E կետում կենտրոնացած է Q ուժը,

BF հատվածի վրա՝ q ինտենսիվությունը հավասարաչափ բաշխված բևեռ, AD հատվածի վրա եռանկյան օրենքով բաշխված բևեռ, որի ինտենսիվությունը հեծանի D կետում հավասար է q_1 -ի: Բացի դրանից, հեծանի C հատույթում կիրառված է (P, P') կենտրոնացած ուժազույգը, որի բազուկն է a : Որոշել A և B հենարանների հակազդումները, եթե $P=5$ տ, $Q=3$ տ, $q_1=2\frac{\text{տ}}{\text{մ}}, q=1\frac{\text{տ}}{\text{մ}}, a=2$ մ:

Լուծում: Դիտարկենք CF հեծանի հավասարակշռությունը:



Պժ. 113

(գծ. 113): Նրա վրա կիրառված են հետևյալ ակտիվ ուժերը՝ կենտրոնացած Q ուժը, q ինտենսիվությունը հավասարաչափ բաշխված (BF հատվածի վրա) և D կետում q_1 ինտենսիվություն ունեցող եռանկյան օրենքով բաշխված (AD հատվածի վրա) ուղղաձիգ բևեռներ:

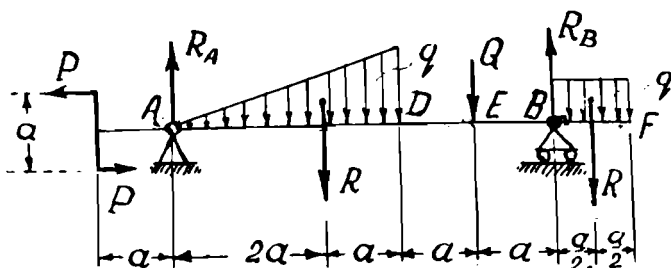
Պայմանականորեն ընդունենք, որ հեծանի վրա առաջիկ կենտրոնացած ուժազույգ կիրառված չէ և պարզենք հեծանի հենարանային հակազդումների ուղղությունները: Եթե սրհամարհենք աննշան շփման ուժերը, ապա կարող ենք ընդունել, որ հոդակապային շարժական B հենարանի R_B հակազդումը ուղղված է հենարանային հորիզոնական հարթությանը ուղղահայաց: Հետևաբար, բոլոր ուժերը և B կետի հակազդումը ունեն ուղղաձիգ ուղղություն, այսինքն՝ կազմում են զուգահեռ ուժերի սխեմա: Ակընհայտ է, որ այդպիսի ուժերի սխեմային կարելի է հավասարակշռել միայն նրանց զուգահեռ ուժերով, ուստի A կետի R_A հակազդումը նույնպես կունենա ուղղաձիգ ուղղություն:

Հայտնի է, որ այդ դեպքում դիտարկվող ուժերի զուգահեռությունը չի խախտվի, եթե հեծանը լրացուցիչ բեռնավորենք մեկ կամ մի քանի իրար հետ չհավասարակշռված ուժազույգերով (իհարկե, հակազդումների մեծությունները կփոխվեն, կարող են փոփոխվել նաև հակազդումների ուղղությունները, եթե պահպանվեն նրանց ազդման գծերի դիրքերը): Հետևապես, R_A և R_B հա-

կազդումները կմնան ուղղաձիգ*, երբ CF հեծանը բեռնավորենք (P, P') ուժազույգով:

Այսպիսով, CF հեծանի վրա կիրառված է զուգահեռ ուժերի հարթ սխեմա: Հավասարակշռության հավասարումները կադմելու համար նախ անհրաժեշտ է որոշել հեծանի BF և AD հատվածների վրա կիրառված բեռների R և R_1 համագործերի մեծությունները և ուղղությունները, ինչպես նաև (P, P') ուժազույգի մոմենտը:

Հեծանի BF հատվածի վրա հավասարաչափ բաշխված ուղղաձիգ բեռի R համագործը մեծությամբ հավասար է a և q կողմեր ունեցող քառանկյան մակերեսին՝ $R = aq$, իսկ աղղման գիծն անցնում է BF հատվածի միջնակետով (գծ. 114): AD հատվածի



Գծ. 114

վրա եռանկյան օրենքով բաշխված բեռի R_1 համագործի մեծությունը հավասար է $3a$ և q_1 էջեր ունեցող ուղղանկյուն եռանկյան մակերեսին, այսինքն՝ $R_1 = \frac{q_1 \cdot 3a}{2}$, իսկ աղղման գիծն անց-

նում է D կետից $\frac{1}{3}$ AD հեռավորության վրա գտնվող կետով:

Վերջապես, (P, P') ուժազույգի մոմենտի մեծությունը կլինի $M = Pa$, որտեղ a-ն ուժազույգի բազուկն է:

Այժմ գրենք զուգահեռ ուժերի սխեմայի հավասարակշռության հավասարումները, օգտվելով հավասարակշռության (II) պայմաններից: Այդ հավասարումները կլինեն.

* Քանի որ հեծանի վրա ազդող բոլոր ուժերն ունեն ուղղաձիգ ուղղություն և B կետում դրված մակերևույթային կապի հակազդումը նույնպես ուղղաձիգ է, ապա A հոդակապի հակազդումը կունենա ուղղաձիգ ուղղություն:

$$\Sigma m_A(F_i) = M - R_1 \cdot 2a - Q \cdot 4a - R \cdot 5,5a + R_B \cdot 5a = 0,$$

$$\Sigma m_B(F_i) = M + R_1 \cdot 3a + Q \cdot a - R \cdot 0,5a - R_A \cdot 5a = 0,$$

Տեղադրելով R , R_1 և M -ի արժեքները, կստանանք R_A և R_B անհայտները որոշելու համար հետևյալ հավասարումների սխեմներ.

$$Pa - \frac{q_1 \cdot 3a}{2} \cdot 2a - Q \cdot 4a - q \cdot a \cdot 5,5a + R_B \cdot 5a = 0,$$

$$Pa + \frac{q_1 \cdot 3a}{2} \cdot 3a + Q \cdot a - qa \cdot 0,5a - R_A \cdot 5a = 0,$$

Նկատի առնելով P , Q , q_1 և q -ի թվային արժեքները, կունենանք

$$R_B = \frac{-5 + \frac{2 \cdot 3 \cdot 2}{2} \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 1 \cdot 2 \cdot 5,5}{5} = 6 \text{ տ},$$

$$R_A = \frac{5 + \frac{2 \cdot 3 \cdot 2}{2} \cdot 3 + 3 \cdot 1 - 1 \cdot 2 \cdot 0,5}{5} = 5 \text{ տ},$$

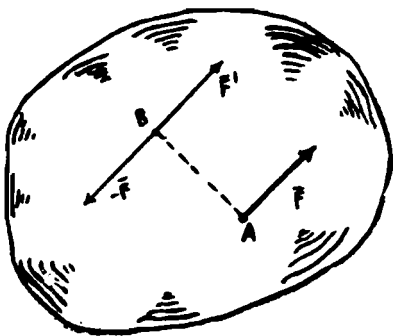
Պատ. $R_A = 5 \text{ տ}$, $R_B = 6 \text{ տ}$:

§ 5. ԿԱՄԱՅԱԿԱՆ ՀԱՐԹ ՈՒԺԱՍԻՍՏՆԵՐ

1. Ուժերի զուգահեռ տեղափոխման թեորեմը: Ստատիկայում լայն կերպով կիրառվում է ուժերի զուգահեռ տեղափոխման հետևյալ թեորեմը:

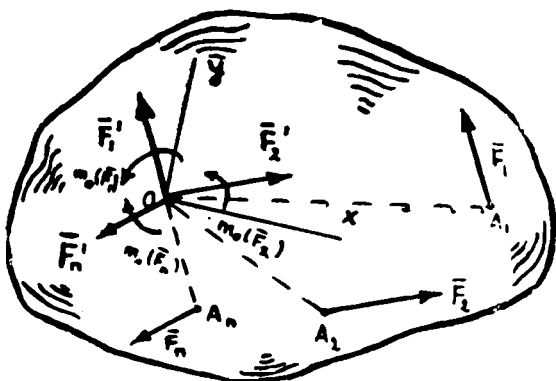
Բացարձակ պինդ մարմնի որևէ A կետում կիրառված ուժը կարելի է ինքն իրեն զուգահեռ տեղափոխել կամայական B կետ, ավելացնելով նրան մի ուժազույգ, որի մոմենտը հավասար է A կետում կիրառված ուժի մոմենտին B կետի նկատմամբ (գծ. 115):

Այս թեորեմը հնարավորություն է տալիս տված հարթ ուժասխեմը պարզագույն տեսքի բերել:



Գծ. 115

2. Հարթ ուժասխսեմի պարզագույն թեմի բերումը: Դիցուք բացարձակ պինդ մարմնի վրա ազդում է $F_1, F_2, \dots, F_n$ կամայական հարթ ուժասխսեմը (գծ. 116): Ընտրենք այդ հարթության վրա մի կամավոր O կետ և սխսեմի բոլոր ուժերը զուգահեռ տե-



Գծ. 116

ղափոխենք այդ O կետը: Վերը նշված թեորեմի համաձայն, լուրաքանչլուր ուժի տեղափոխումից կատացվի մի ուժ և մի ուժագույգ, որի մոմենտը հավասար է տված ուժի մոմենտին O կենտրոնի նկատմամբ: Հեռակաբար, ուժասխսեմի տեղափոխումից կըստացվեն O կետում կիրառված n ուժեր և n հատ ուժաղույգեր:

O կետում կիրառված ուժերի երկրաչափական գումարը կտա մի ուժ, որը կոչվում է տված ուժասխսեմի արդյունարար ուժ, կամ ընդհանրապես, գլխավոր վեկտոր:

$$V = \sum_{i=1}^n F_i$$

Եթե գլխավոր վեկտորի պրոյեկցիաները դեկարտյան կոորդինատական առանցքների վրա նշանակենք V_x և V_y , ապա կունենանք

$$V_x = \sum_{i=1}^n F_{ix}, \quad V_y = \sum_{i=1}^n F_{iy}$$

Գլխավոր վեկտորի թվալին արժեքը որոշվում է

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

Բանաձևով, իսկ գլխավոր վեկտորի ուղղորդ կոսինուսները՝

$$\cos(x, \hat{V}) = \frac{V_x}{V}, \quad \cos(y, \hat{V}) = \frac{V_y}{V}$$

լսանաձևերով:

Պոլմարելով բոլոր ուժազույգերը, կատանանք մի արդյունաբար ուժազույգ, որը գտնվում է նույն հարթության վրա և որի մոմենտը հավասար է տված բոլոր ուժերի մոմենտների գումարին՝

$$M_0 = \sum_i m_0(F_i),$$

M_0 -ն կոչվում է տված ուժասխտեմի գլխավոր մոմենտ Օ կենտրոնի նկատմամբ:

Այսպիսով, կամայական հարթ ուժասխտեմը մի որևէ Օ կենտրոն բերելիս ստացվում է սխտեմի գլխավոր վեկտորը՝ կիրառված ալդ կետում և մի ուժազույգ, որի մոմենտը հավասար է սխտեմի բոլոր ուժերի մոմենտների գումարին Օ կենտրոնի նկատմամբ:

Գլխավոր վեկտորի և գլխավոր մոմենտի սահմանումներից հետևում է, որ գլխավոր վեկտորի մեծությունը և ուղղությունը կախված չեն սխտեմի բերման կենտրոնի ընտրությունից, իսկ գլխավոր մոմենտը ընդհանրապես կախված է բերման կենտրոնից:

Հարթ ուժասխտեմի գլխավոր մոմենտը նոր Օ' կենտրոնի նկատմամբ հավասար է ալդ սխտեմի գլխավոր մոմենտին նախկին Օ կենտրոնի նկատմամբ, գումարած նախկին կենտրոնում կիրառված գլխավոր վեկտորի մոմենտը Օ' կենտրոնի նկատմամբ, այսինքն՝

$$M_0' = M_0 + m_0'(V),$$

Դիտարկենք կամայական հարթ ուժասխտեմի պարզագույն տեսքի բերման հետևյալ դեպքերը.

1. Եթե սխտեմի գլխավոր վեկտորը հավասար չէ զրոյի, իսկ սխտեմի գլխավոր մոմենտը Օ կետի նկատմամբ հավասար է զրոյի՝

$$V \neq 0, \quad M_0 = 0,$$

ապա ուժասխտեմը համարժեք է մի ուժի, այսինքն՝ համազորի, որը կիրառված է Օ կետում և հավասար է V գլխավոր վեկտորին:

2. Եթե սխտեմի գլխավոր վեկտորը հավասար է զրոյի, իսկ գլխավոր մոմենտը Օ կետի նկատմամբ հավասար չէ զրոյի՝

$$V = 0, \quad M_0 \neq 0,$$

ապա տված սխտեմը համարժեք է մի ուժազույգի, որի մոմենտը հավասար է սխտեմի M_0 գլխավոր մոմենտին:

3. Եթե սխտեմի գլխավոր վեկտորը և սխտեմի գլխավոր մոմենտը հարթության O կետի նկատմամբ հավասար չեն զրոյի՝

$$V \neq 0, \quad M_0 \neq 0,$$

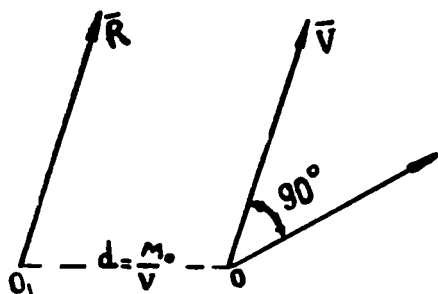
ապա տված սխտեմը բերվում է R համագործի, որը հավասար է սխտեմի գլխավոր վեկտորին և գտնվում է V գլխավոր վեկտորից $\frac{M_0}{V}$ հեռավորության վրա (գծ. 117)։ Սխտեմի V գլխավոր վեկ-

տորը և R համագործը թվապես իրար հավասար են և զուգահեռ։

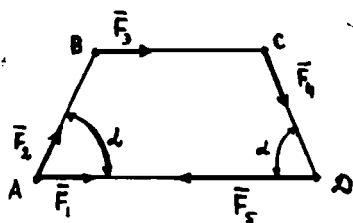
4. Եթե սխտեմի գլխավոր վեկտորը և սխտեմի գլխավոր մոմենտը հարթության O կետի նկատմամբ հավասար են զրոյի՝

$$V = 0, \quad M_0 = 0,$$

ապա ուժասխտեմը գտնվում է հավասարակշռության մեջ։



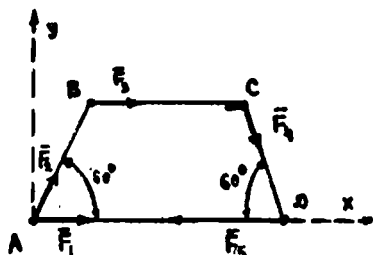
Գծ. 117



Գծ. 118

Խնդիր 47: Սեղանի A , B , C և D գագաթներում կիրառված են $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = 100$ կգ, $F_5 = 300$ կգ ուժեր։ Այս ուժասխտեմը բերել պարզագույն տեսքի, եթե $AD = 1,8$ մ, $BC = 0,9$ մ, $\alpha = 60^\circ$ (գծ. 118)։

Լուծում։ Ընտրենք xy կոորդինատական սխտեմն ախպես, ինչպես նշված է գծ. 119-ում։ Գրենք գլխավոր վեկտորի պրոյեկցիաների արտահայտությունները կոորդինատական x և y առանցքների վրա՝



Գծ. 119

$$\begin{aligned} V_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} + F_{5x} = \\ &= 100 + 50 + 100 + 50 - 300 = 0, \end{aligned}$$

$$V_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} + F_{5y} = 0 + 86,6 + 0 - \\ - 86,6 + 0 = 0;$$

Հետևաբար, $V = 0$;

Այժմ որոշենք ուժասիստեմի զլիսավոր մոմենտը կոորդինատների սկզբնակետի նկատմամբ.

$$M_A = m_A(F_1) + m_A(F_2) + m_A(F_3) + m_A(F_4) + m_A(F_5) = \\ = 0 + 0 - 78 - 156 + 0 = -234 \text{ կգմ};$$

Պատ. Տված ուժասիստեմը համարժեք է մի ուժագույգի, որի մոմենտը՝ $M = -234 \text{ կգմ}$:

3. Վարիցյոնի քեռեմը կամայական հարթ ուժասիստեմի համար: Եթե հարթ ուժասիստեմը բերվում է համագործի, ապա համագործի մոմենտը կամավոր կետի նկատմամբ հավասար է այդ ուժերի մոմենտների գումարին նույն կենտրոնի նկատմամբ, այսինքն՝

$$m_0(R) = \sum_{i=1}^n m_0(F_i),$$

որտեղ՝

$$R = \sum_{i=1}^n F_i;$$

4. Կամայական հարթ ուժասիստեմի հավասարակշռության պայմանները: Կամայական հարթ ուժասիստեմի ազդեցության տակ գտնվող բացարձակ պինդ մարմնի հավասարակշռության անհրաժեշտ և բավարար պայմաններն են, որ սիստեմի բոլոր ուժերի պրոյեկցիաների գումարը ուժերի հարթության վրա կամայապես ընտրած դեկարտյան կոորդինատական երկու առանցքներից յուրաքանչյուրի վրա հավասար լինի զրոյի և բոլոր ուժերի մոմենտների հանրահաշվական գումարը, այդ ուժերի հարթության վրա գտնվող կամավոր կետի նկատմամբ, Նույնպես լինի զրո.

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad \sum_{i=1}^n m_0(F_i) = 0, \quad (1)$$

Հարթ ուժասիստեմի հավասարակշռության անհրաժեշտ ու բավարար պայմանները կարելի է արտահայտել նաև հետևյալ երկու ձևերով:

Հարթ ուժասիստեմի հավասարակշռության անհրաժեշտ ու

բավարար պայմաններն են, որ սխտեմի բոլոր ուժերի մոմենտների գումարը ուժերի հարթության մեջ գտնվող, բալց մի ուղղի վրա չգտնվող կամայական երեք կենտրոններից լուրաքանչյուրի նկատմամբ հավասար լինի զրոյի (երեք մոմենտների թեորեմը): Այսինքն՝

$$\sum_{i=1}^n m_A(F_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n m_B(F_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n m_C(F_i) = 0, \quad (II)$$

Հարթ ուժասխտեմի հավասարակշռության անհրաժեշտ ու բավարար պայմաններն են, որ սխտեմի բոլոր ուժերի մոմենտների գումարը կամայական երկու կենտրոններից լուրաքանչյուրի նկատմամբ լինի զրո և բոլոր ուժերի պրոյեկցիաների գումարը, մի կամայական ուղղի վրա, որը ուղղահայաց չէ ալդ կենտրոններով անցնող ուղղին, նույնպես հավասար լինի զրոյի:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad \sum_{i=1}^n m_A(F_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^n m_B(F_i) = 0, \quad (III)$$

Երբ պինդ մարմինը գտնվում է հավասարակշռության մեջ կամայական հարթ ուժասխտեմի ազդեցության տակ, ապա խնդիրը համարվում է ստատիկորեն որոշելի, եթե անհայտների թիվը չի գերազանցում երեքից:

5. Կամայական հարթ ուժասխտեմի ազդեցությանց օակ զեմվող պինդ մարմնի հավասարակշռության վերաբերյալ խնդիրների լուծումը: Այս բաժնի խնդիրները լուծելիս անհրաժեշտ է նախ կատարել § 3-ում նշված առաջին չորս քայլերը: Անուհետև, պետք է ստուգել տված խնդիրը ստատիկորեն որոշելի է, թե ոչ: Համոզվելով, որ տվյալ խնդիրը ստատիկորեն որոշելի է, ընտրել դեկարտյան կոորդինատական սխտեմ և այն կենտրոնը, որի նկատմամբ նախատեսվում է կազմել մոմենտների հավասարումը: Վերջապես, կազմել հավասարակշռության հավասարումները և լուծել:

Հավասարակշռության հավասարումները կազմելիս պետք է օգտվել կամայական հարթ ուժասխտեմի ազդեցության տակ գտնվող պինդ մարմնի հավասարակշռության § 5-ի I, II և III պայմաններից: Անհրաժեշտ է որոշել, թե տվյալ խնդիրը լուծելու համար հավասարակշռության վերաբերյալ երեք պայմաններից որն է նպատակահարմար օգտագործել:

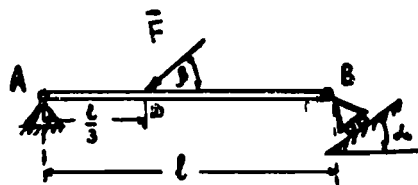
Խնդիրները լուծելու ժամանակ ցանկալի է ստանալ հավասարակշռության այնպիսի հավասարումներ, որոնցից լուրաքանչյուրը պարունակի միայն մի անհայտ մեծություն: Դրա համար նպա-

տակահարմար է կոորդինատական առանցքների ուղղություններն ընտրել ափսոս, որ անհայտ ուժերից մի քանիսը ուղղահայաց լինեն այդ առանցքներին և, հետևաբար, չմասնակցեն համապատասխան հավասարակշռության հավասարումներում: Մոմենտների հավասարումները կազմելիս, որպես մոմենտների կենտրոն, ցանկալի է ընտրել ափսոսի կետ, որ նրա նկատմամբ հնարավորին չափ շատ անհայտ ուժերի մոմենտներ լինեն զրո՝ երբ անհայտ ուժերի ազդման գծերը հատվում են մի կետում, որպես մոմենտների կենտրոն պետք է վերցնել հենց այդ կետը: Եթե դժվար է հաշվել մյուս ուժերի մոմենտները վերցված կետի նկատմամբ, ապա նպատակահարմար է վերցնել ուրիշ կետ, չնայած կստացվի մի հավասարում մեկից ավելի անհայտներով:

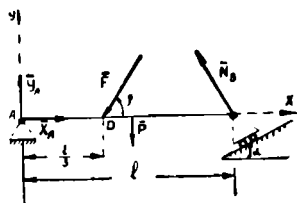
Եթե կապի հակազդման ուղղությունը անհայտ է, ապա անհայտ հակազդումը վերլուծում ենք երկու բաղադրիչների՝ ուղղված կոորդինատական առանցքների դրական ուղղություններով: Եթե խնդիրը լուծելիս անհայտ ուժերից որևէ մեկի նշանը ստացվի բացասական, ապա դա նշանակում է, որ տվյալ ուժը ունի նախօրոք ընտրված ուղղությունը հակառակ ուղղություն:

Եթե անհրաժեշտ է լինում որոշել մարմնի ազդեցությունը որևէ հենարանի վրա, ապա պետք է որոշել հենարանի հակազդումը: Ազդման և հակազդման հավասարության աքսիոմի համաձայն մարմնի ազդեցությունը հենարանի վրա թվապես հավասար կլինի հենարանի հակազդմանը և կունենա նրա հակադիր ուղղությունը:

Խնդիր 48: $P = 200$ կգ կշիռ ունեցող համասեռ հեծանը հողակապով ամրացված է A հենարանին, իսկ B ծայրով հենված է թեք հարթության վրա: Հեծանի վրա, $\beta = 60^\circ$ անկյան տակ,



Պժ. 120



Պժ. 121

ազդում է $F = 100$ կգ ուժը: Որոշել հենարանների N_A , N_B հակազդումները, եթե $\alpha = 30^\circ$ (Պժ. 120):

Լուծում: Դիտարկենք AB հեծանի հավասարակշռությունը:

Հեծանի վրա ազդող ակտիվ ուժերն են՝ հեծանի P կշիռը և D կետում կիրառված F ուժը: Հեծանն ազատենք կապերից՝ փոխարինելով կապերը համապատասխանաբար N_A և N_B հակազդումներով: B հենարանի N_B հակազդումը ուղղված է թեք հալթուժի մեջ ուղղահայաց ուղղությամբ, իսկ A հողակապի N_A հակազդումը անհայտ է թե՛ մեծությունը և թե՛ ուղղությունը: Խնդրի լուծման պարզեցման համար N_A հակազդումը վերլուծենք X_A և Y_A բաղադրիչների՝ ուղղված հեծանի և նրան ուղղահայաց ուղղություններով (գծ. 121): Սովորաբար խնդիրները լուծելիս բավարարվում են միայն բաղադրիչները գտնելով, որովհետև լրիվ հակազդման մեծությունը և ուղղությունը կարելի է հեշտությամբ որոշել, եթե հայտնի են նրա բաղադրիչները:

Տանենք կոորդինատական x և y առանցքները գծ. 121-ում ցույց տրված ձևով:

Կազմենք AB հեծանի վրա ազդող ակտիվ և պասսիվ ուժերի հավասարակշռության հավասարումները, օգտվելով հարթ ուժասխտեմի հավասարակշռության (1) պայմաններից: Հավասարակշռության հավասարումները կլինեն.

$$\Sigma F_{ix} = X_A - F \cos \beta - N_B \sin \alpha = 0,$$

$$F F_{iy} = Y_A - F \sin \beta + N_B \cos \alpha - P = 0,$$

$$\Sigma m_A(F_i) = N_B l \cos \alpha - F \cdot \frac{1}{3} \sin \beta - P \cdot \frac{1}{2} = 0,$$

Լուծելով այս հավասարումները, կստանանք

$$N_B = \frac{\frac{1}{3} F \sin \beta + \frac{1}{2} P}{\cos \alpha} = 149 \text{ կգ},$$

$$X_A = F \cos \beta + N_B \sin \alpha = 124 \text{ կգ},$$

$$Y_A = P + F \sin \beta - N_B \cos \alpha = 158 \text{ կգ},$$

$$\text{Պատ. } X_A = 124 \text{ կգ}, Y_A = 158 \text{ կգ}, N_B = 149 \text{ կգ}:$$

6. Պիճգ մարմինների սխեմի հավասարակշռությունը: Հաճախ անհրաժեշտ է լինում դիտարկել պինդ մարմիններից կազմված սխտեմի հավասարակշռությունը, երբ այդ մարմինները շոշափում են միմյանց կամ միացած են իրար հետ հողակապերով, ձողերով կամ թելերով:

Պինդ մարմինների սխտեմի ստատիկալի հիմնական նպա-

տակներինց մեկը կապերի հակազդումների որոշումն է: Այս խնդիրը լուծելու համար օգտագործվում է տրոհման եղանակը: Տրոհման եղանակի էությունը կայանում է նրանում, որ ամբողջ սիստեմի հավասարակշռության հետ միասին դիտարկվում են նաև սիստեմի առանձին մարմինների կամ մարմինների խմբի հավասարակշռությունները: Այդ դեպքում սիստեմի մնացած բոլոր մարմինները և համապատասխան կապերը մտքով դեն են գցվում, իսկ նրանց ազդեցությունը այն մարմնի վրա, որի հավասարակշռությունը դիտարկվում է, փոխարինվում է հակազդումներով:

Անհրաժեշտ է նշել, որ պինդ մարմինների տմբողջ սիստեմի հավասարակշռությունը դիտարկելիս, սիստեմի մեջ մտնող մարմինների միջև եղած կապերի հակազդումները չպետք է հաշվի առնել, դրանք չեն մասնակցի հավասարակշռության հավասարումներում, որպես փոխադարձաբար իրար հավասարակշռող ներքին ուժեր: Իսկ եթե դիտարկում ենք սիստեմի մեջ մտնող մի առանձին մարմնի կամ մարմինների խմբի հավասարակշռությունը, ապա տրոհման հետևանքով առաջացած հակազդումները դառնում են արտաքին ուժեր և մասնակցում են հավասարակշռության հավասարումներում:

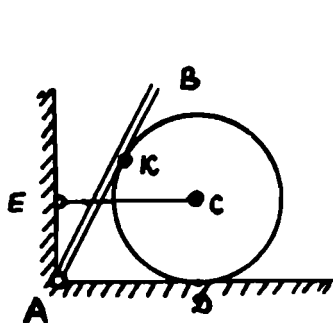
Կամայական հարթ ուժասիստեմի ազդեցության տակ գտնվող պինդ մարմինների սիստեմի հավասարակշռության խնդիրները լուծվում են պինդ մարմնի հավասարակշռության I, II և III պայմանների օգնությամբ: Այս խնդիրները լուծվում են հիմնականում նույն հաջորդականությամբ, ինչպես մեկ մարմնի հավասարակշռության դեպքում: Այստեղ անհրաժեշտ է նախ առանձնացնել պինդ մարմինների սիստեմ և այդ սիստեմում մտնող այն պինդ մարմինները, որոնց հավասարակշռությունը պետք է դիտարկել: Յուրյ տալ, որ ամբողջ սիստեմը որպես մի պինդ մարմին դիտարկելիս խնդիրը լուծել հնարավոր չէ (անհայտների թիվը երեքից ավելի է): Այնուհետև պետք է նշել խնդրի լուծման ընդհանուր ճանապարհը: Այստեղ հատկապես կարևոր է պարզել, թե խնդրի լուծման համար օգտակար է դիտարկել տրոհված մարմիններից յուրաքանչյուրի հավասարակշռությունը, թե դիտարկել ամբողջ սիստեմի և նրան պատկանող մի քանի մարմինների հավասարակշռությունները: Որոշել անհայտ ուժերի ընդհանուր թիվը (դրա մեջ կմտնեն նաև տրոհման հետևանքով առաջացած անհայտ ուժերը, որոնց որոշումը խնդրի պայմաններում չի պահանջվում): Դրանից հետո, անհրաժեշտ է հաշվել հավասարակշռության անկախ հավասարումների թիվը, որոնք կարելի է կազմել տվյալ տրոհման ժա-

մանակ: Ստատիկորեն որոշելի խնդիրներում անհալոտների թիվը պետք է հավասար լինի հավասարակշռության հավասարումների թվին:

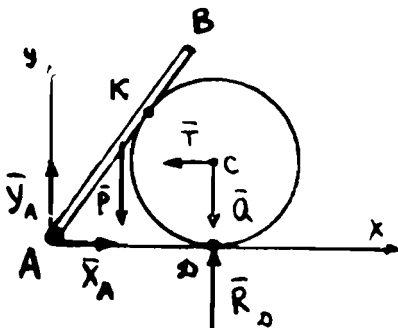
Հավասարակշռության հավասարումները կազմելիս նպատակահարմար է կոորդինատական առանցքները և մոմենտների կենտրոնը ընտրել ամենապահե, որ հավասարակշռության լարաքանչյուր հավասարման մեջ մտնի միայն մի անհալոտ մեծություն:

Եթե խնդրի պայմանների համաձայն պահանջվում է որոշել անհալոտների միայն մի մասը, ապա պետք է կազմել հավասարակշռության միայն այն հավասարումները, որոնք անհրաժեշտ են այդ անհալոտները որոշելու համար:

Խնդիր 49: P կշիռ ունեցող AB համասեռ ձողը A ծալրում ամրացված է հողակապով, իսկ K կետում հենված է Q կշիռ ունեցող D ողորկ գլանին: Գլանը գտնվում է հորիզոնական հարթության վրա և պահվում է EC անձգելի թելի օգնությամբ: Որոշել A հողակապի հակազդումը, թելի ճիգը և գլանի ճնշումը հարթության վրա, եթե գլանի շառավիղը r է, $AE=r$, $AB=3r$, $\angle EAB=90^\circ$ (գծ. 122):



Գծ. 122



Գծ. 123

Լուծում: Դիտարկենք ձողով և գլանով կազմված սխառեմի հավասարակշռությունը: Այդ սխառեմի վրա ազդում են հետևյալ ակտիվ ուժերը՝ ձողի P կշիռը և գլանի Q կշիռը: Ազատվենք կապերից, կապերի ազդեցությունները փոխարինելով թելի T ճիգով, A հողակապի հակազդման X_A ու Y_A բաղադրիչներով և հենարանային հարթությանը ուղղահայաց R_D հակազդումով (գծ. 123):

Այսպիսով, ձողով և գլանով կազմված սխառեմի վրա ազդող ուժերից չորսը՝ X_A , Y_A , T , R_D անհալոտ են: Այս սխառեմը անհրաժեշտ է տրոհել և դիտարկել ձողի ու գլանի հավասարակշռու-

թլուններն առանձին-առանձին, քանի որ ամբողջ սիստեմի համար կարող ենք գրել հավասարակշռության միայն երեք հավասարում, իսկ դրանից չորս անհայտ որոշել հնարավոր չէ:

Ձողի վրա ազդում են X_A , Y_A և R_K անհայտ ուժերը, որտեղ R_K -ն այն ուժն է, որով գլանը ազդում է ձողի վրա: Գլանի վրա ազդում են T , R_D և R'_K անհայտ ուժերը: Այստեղ R'_K -ն այն ուժն է, որով ձողը ազդում է գլանի վրա: Ազդման և հակազդման հավասարության աքսիոմի համաձայն R_K և R'_K ուժերը թվապես իրար հավասար են, բայց ունեն հակադիր ուղղություններ: Այսպիսով, ստանում ենք հինգ անհայտ մեծություններ: Կազմենք ձողի համար հավասարակշռության երեք հավասարում, իսկ գլանի համար՝ երկու հավասարում: Ստանում ենք հինգ հավասարում, որոնցից կարելի է որոշել հինգ անհայտները: Նշանակում է սիստեմը ստատիկորեն որոշելի է:

Այս խնդրի լուծման ժամանակ օգտակար է նախ դիտարկել ձողի հավասարակշռությունը և ապա նոր անցնել գլանի հավասարակշռության քննարկմանը: Ամբողջ սիստեմի հավասարակշռությունը կարելի է օգտագործել ստուգման համար:

Ձողի վրա ազդում են P ակտիվ ուժը և X_A , Y_A , R_K հակազդումները (գծ. 124 ա): Այս ուժերի ազդեցության տակ ձողը զտնվում է հավասարակշռության մեջ:

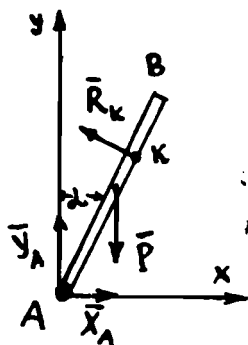
Գրենք հավասարակշռության հավասարումները հետևյալ տեսքով՝

$$\Sigma m_A(F_i) = R_K \operatorname{ctg} \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right) -$$

$$- P \cdot \frac{3r}{2} \sin \alpha = 0, \quad (1)$$

$$\Sigma F_{ix} = X_A - R_K \cos \alpha = 0, \quad (2)$$

$$\Sigma F_{iy} = Y_A - P + R_K \sin \alpha = 0: \quad (3)$$



Գծ. 124 ա

(1) հավասարումից կարող ենք գրել, որ

$$R_K = \frac{3Ps \sin \alpha}{2 \operatorname{ctg} \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)},$$

Տեղադրելով R_K -ի արժեքը (2)-ի մեջ, կորոշենք X_A -ն՝

$$X_A = R_k \cos \alpha = \frac{3P \sin 2\alpha}{4 \operatorname{ctg} \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)},$$

իսկ (3)-ից անմիջապես ստացվում է, որ

$$Y_A = P - R_k \sin \alpha = P \left[1 - \frac{3 \sin^2 \alpha}{2 \operatorname{ctg} \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)} \right],$$

Այժմ դիտարկենք գլանի հավասարակշռությունը: Գլանի վրա ազդում են Q ակտիվ ուժը, T , R_D և R'_k հակազդումները (գծ. 124բ):

Այս ուժերը կազմում են զուգամիտվող ուժերի սխեման: Գրենք այդ սխեմանի հավասարակշռության հավասարումները.

$$\Sigma F_{ix} = -T + R_k \cos \alpha = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = -R_k \cos(90^\circ - \alpha) -$$

$$Q + R_D = 0, \quad (5)$$

Հուծելով այս հավասարումները, կստանանք

$$T = R_k \cos \alpha = \frac{3P \sin 2\alpha}{4 \operatorname{ctg} \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)},$$

$$R_D = Q + R_k \sin \alpha = Q + \frac{3P \sin^2 \alpha}{2 \operatorname{ctg} \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)},$$

Ազդման և հակազդման հավասարության աքսիոմի համաձայն գլանի N_D ճնշումը հարթության վրա հավասար կլինի R_D հակազդմանը և կունենա նրա հակադիր ուղղությունը:

Ստուգման համար կազմենք ամբողջ սխեմանի բոլոր ուժերի մոմենտների գումարը A կետի նկատմամբ՝

$$\Sigma m_A(F_i) = Tr - P \frac{3r}{2} \sin \alpha + (R_D - Q) \operatorname{ctg} \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right), \quad (6)$$

Տեղադրելով T և R_D -ի համար ստացված արժեքները (6) արտահայտության մեջ, կստանանք, որ

$$\Sigma m_A(F_i) = 0:$$

Նշանակում է խնդիրը ճիշտ է լուծված:

$$\eta_{\text{առ.}} X_A = \frac{3P \sin 2\alpha}{4 \operatorname{ctg} \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)},$$

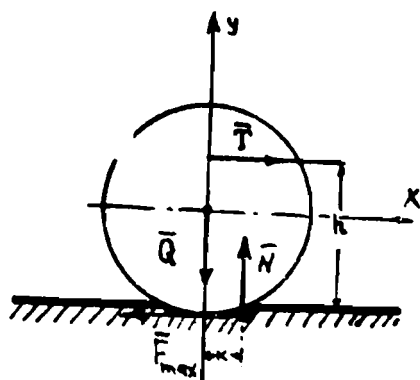
$$Y_A = P \left[1 - \frac{3 \sin^2 \alpha}{2 \operatorname{ctg} \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)} \right],$$

$$T = \frac{3P \sin 2\alpha}{4 \operatorname{ctg} \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}, \quad N_D = Q + \frac{3P \sin^2 \alpha}{2 \operatorname{ctg} \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)};$$

7. **Գլորման օփում:** Հալանի է, որ մի մարմին որևէ մակերևութի վրայով գլորելու համար անհրաժեշտ է այդ մարմնի վրա կիրառել մի ուժ՝ գլորման ընթացքում առաջացող դիմադրությունը հաղթահարելու համար: Հենց այդ ժամանակ առաջացած գլորման դիմադրությունը անվանում են գլորման շփում:

Պարզության համար ենթադրենք, որ շրջանալին գլանը գլորվում է հարթության վրայով առանց սահելու: Ինչուք հարթությունը և գլանը ենթարկվում են դեֆորմացիայի՝ գլանի վրա կիրառված Q ուժի ազդեցության տակ (գծ. 125):

Ենթադրենք գլանը գլորվում է T ուժով, որը կիրառված չէ նրա առանցքի վրա: Գլանի վրա կազդեն Q , T և R ուժերը, որտեղ $R = F_{\max} + N$ հատակի լրիվ հակազդումն է: Քանի որ ուժասխառնմը գրունդվում է հավասարակշռության մեջ, ապա այս երեք ուժերը պետք է հատվեն մի կետում և $N = Q$, $T = F_{\max}$: Դրանում համոզվելու համար անհրաժեշտ է օգտվել հավասարակշռության հետևյալ պայմաններից՝



Գծ. 125

$$\Sigma F_{ix} = 0 \quad \text{և} \quad \Sigma F_{iy} = 0;$$

Այսպիսով, գլանը գտնվում է հավասարակշռության մեջ ($F_{\max}$, T) և (Q , N) ուժազույգերի ազդեցության տակ: ($F_{\max}$, T) ուժազույգը աշխատում է գլանին գլորել, իսկ (Q , N)-ը՝ խոչընդոտում

է նրան գլորվելու: Հետևարար, գլանը հարթութիւն վրայով գլորվելու համար անհրաժեշտ է, որ գլորող ($F_{\max}$, T) ուժադուլզի մոմենտը փոքր չլինի խոչընդոտող (խանգարող) (Q , N) ուժադուլզի մոմենտից, այսինքն՝

$$Th \geq Nk,$$

որտեղ k -ն գլորման շփման գործակիցն է: Այստեղ $M = N \cdot k$ մեծութիւնը կոչվում է գլորման շփման մոմենտ: $k = \frac{M}{N}$ գծային

մեծութիւն է և ցույց է տալիս N նորմալ հակազդման կիրառման կետի տեղափոխումը համապատասխան ուղղաձիգից: T -ի ան ամենափոքր արժեքը, որի դեպքում տեղի ունի սահմանալին հավասարակշռութիւն, կլինի՝

$$T_{\min} = \frac{N \cdot k}{h},$$

Եթե $T > \frac{N \cdot k}{h}$ -ից, ապա գլանը կսկսի գլորվել:

Անհրաժեշտ է նշել, որ գլորման շփումը առաջանում է նրանից, որ գլորվող մարմնի մակերևութը և ան հարթութիւնը, որով մարմինը գլորվում է, բացարձակ պինդ չեն, այլ մարմնի՝ հարթութիւն վրա գործ դրած ճնշման հետեանքով որոշ չափով ենթարկվում են դեֆորմացիայի: Եթե գլորվող մարմինը և հարթութիւնը ընդունենք բացարձակ պինդ, ապա դեֆորմացիան կբացակայի, և գլորման շփման k գործակիցը կդառնա զրո: Նշանակում է, բացարձակ պինդ մարմինը բացարձակ պինդ հարթութիւն վրայով գլորելու համար ոչ մի ուժ չի պահանջվում:

Սովորաբար $T = \frac{N \cdot k}{h}$ բանաձևով որոշվող գլորման շփման ուժը բավականաչափ փոքր է $F_{\max} = fN$ սահքի շփման ուժից: Իրա համար էլ ավելի հեշտ է հաղթահարել գլորման շփումը, քան սահքի շփումը:

Հետաքրքիր է պարզել, թե երբ T ուժի ազդեցութիւն տակ գլանը կգլորվի և երբ կսահի: Եթե f -ով նշանակենք սահքի շփման գործակիցը, ապա սահքի պայմանը կլինի

$$T > fN,$$

իսկ գլորման պայմանը՝

$$T > \frac{k}{h} N,$$

Այսպիսով, ստանում ենք, որ

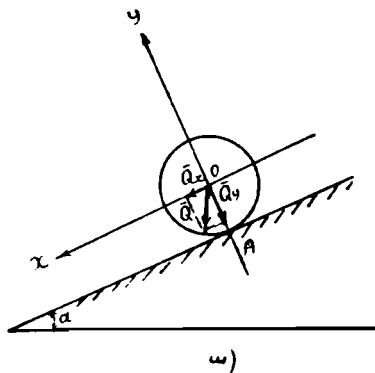
ա) երբ $f > \frac{k}{h}$, ապա գլանի սահքը հնարավոր չէ,

բ) երբ $f = \frac{k}{h}$, ապա կարող է տեղի ունենալ գլանի սահք և միաժամանակ գլորում,

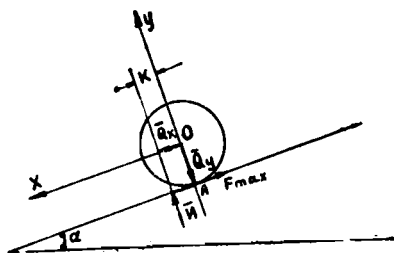
գ) երբ $f < \frac{k}{h}$, ապա գլանի գլորումը հնարավոր չէ:

Խնդիր 50: Որոշել թեք հարթության ալն ամենամեծ անկումը, որի դեպքում $D = 1$ մ տրամագիծ և Q կշիռ ունեցող գլանը չի գլորվի ալդ հարթության վրայով, եթե գլորման շփման գործակիցը $k = 0,0005$ մ (գծ. 126 ա):

Լուծում: Դիտարկենք գլանի հավասարակշռությունը: Նրա վրա կիրարկած է Q ակտիվ ուժը: Վերացնենք կապ հանդիսացող թեք հարթությունը, փոխարինելով նրա ազդեցությունը N և F ուժերով (գծ. 126 բ): Այս խնդրում գլանի կշիռը ոչ թե խան-



գծ. 126 ա



գծ. 126 բ

գարում է գլորմանը, ավել՝ նպաստում է: Իրոք, Q ուժը վերլուծենք Q_x և Q_y երկու բաղադրիչների, ուղղված կոորդինատական x և y առանցքներով, որտեղ $Q_x = Q \sin \alpha$, $Q_y = Q \cos \alpha$: Q_x բաղադրիչը ձգտում է պտտեցնել գլանը, իսկ Q_y -ը տեղափոխված N նորմալ հակազդման հետ միասին խոչընդոտում է ալդ շարժմանը:

Կազմենք գլանի սահմանալին հավասարակշռության համար հավասարակշռության հավասարումները: Ալդ հավասարումները կլինեն՝

$$\Sigma F_{ix} = Q \sin \alpha - F_{\max} = 0, \quad (1)$$

$$\Sigma F_{iy} = -Q \cos \alpha + N = 0, \quad (2)$$

$$\Sigma m_A(F_i) = Q \cdot \frac{D}{2} \sin \alpha - N \cdot k = 0, \quad (3)$$

(2)-ից հետևում է, որ

$$N = Q \cos \alpha$$

Այդ դեպքում (3)-ից կստանանք

$$Q \cdot \frac{D}{2} \sin \alpha - Q k \cos \alpha = 0,$$

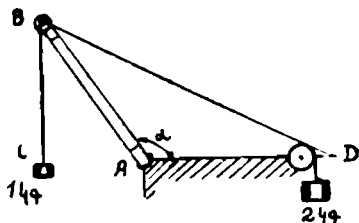
հետևաբար,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2k}{D} = \frac{2 \cdot 0.0005}{1} = 0.001, \quad \alpha \approx 0.057^\circ$$

$$\text{Պատ. } \operatorname{tg} \alpha = 0.001, \quad \alpha \approx 0.057^\circ$$

ԽՆԴԻՐՆԵՐ

Ստորև բերվում են կամայական հարթ ուժասխյուսեմի հավասարակշռության վերաբերյալ մի շարք խնդիրներ: Տրվում են այդ խնդիրների լուծումները կամ լուծումների վերաբերյալ ցուցումներ:
 1. Խնդիր 51 (113): AB համասեռ ձողը կարող է պտտվել A հոդակապի շուրջը: Նրա B կետում պարանով կախված է 1 կգ կշիռ ունեցող C կշռաքարը: Զողի ծայրով անցնում է D ճախարակի վրայով գցված պարանը, որը պահվում է 2 կգ կշիռ ունեցող կշռաքարով: Գտնել BAD = α անկյան մեծությունը, որի դեպքում ձողը կգտնվի հավասարակշռության մեջ, եթե հայտնի է, որ AB = AD և ձողի կշիռը 2 կգ է: Շփումը ճախարակում անտեսել (գծ. 127):

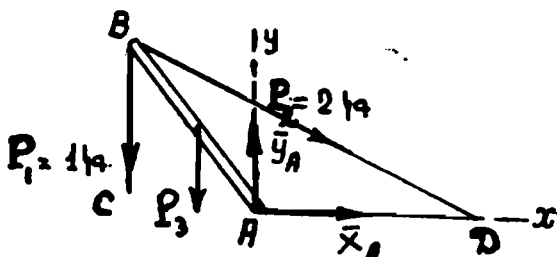


Գծ. 127

Լուծում: Դիտարկենք AB ձողի հավասարակշռությունը: Կոորդինատական առանցքներն ուղղենք գծ. 128-ում ցույց տրված ուղղություններով: AB ձողի B կետում կիրառված են երկու ակտիվ ուժեր՝ $P_1 = 1$ կգ ուղղահիգ ուժը և BD պարանով ուղղված

$P_2 = 3$ կգ ուժը (հայտնի է, որ ճախարակը փոխում է ուժի ուղղությունը, անփոփոխ թողնելով նրա մեծությունը): AB ձողի միջև նակետում կիրառված է $P_3 = 4$ կգ ակտիվ ուժը, որը ձողի կշիռն է:

Ձողի A կետում զրված է հողակապ: Վերացնենք այդ կապը՝
ալն փոխարինելով համապատասխան հակազդումով: Այս հակազդ-
ման մեծությունը և ուղղությունը անհայտ են: Հակազդումը ներ-
կայացնենք իր X_A , Y_A բաղադրիչներով՝ ուղղված կոորդինատական
առանցքներով:



ՊՅ. 128

Կամայական հարթ ուժախտեմի հավասարակշռության դեպ-
քում կարելի է կազմել հավասարակշռության երեք հավասարում-
ներ, որոնցով որոշվում են երեք անհայտ մեծություններ: Բալց
մեր ինդրում պահանջվում է որոշել միայն մի անհայտ՝ α ան-
կյունը: Իրա համար հավասարակշռության երեք հավասարումնե-
րից բավական է կազմել միայն մեկ հավասարում, որի մեջ չմաս-
նակցեն X_A և Y_A անհայտները: Այսպիսի հավասարում կստացվի,
եթե ձողի վրա ազդող բոլոր ուժերի մոմենտների գումարը A-
կետի նկատմամբ հավասարեցնենք զրոյի: Այդ հավասարումը կլինի.

$$\begin{aligned} \Sigma m_A(F_i) &= P_1 AB \cos(180^\circ - \alpha) - P_2 h + \\ &+ P_3 \cdot \frac{AB}{2} \cdot \cos(180^\circ - \alpha) = 0; \end{aligned} \quad (1)$$

ABD հավասարասրուն եռանկյան մեջ h-ը միաժամանակ թե՛ բար-
ձրությունն է թե՛ BAD անկյան կիսորդ է՝ Հետևաբար,

$$h = AB \cdot \cos \frac{\alpha}{2},$$

Եթե տեղադրենք h-ի այս արժեքը (1) հավասարման մեջ,
կստանանք

$$\cos \alpha + \cos \frac{\alpha}{2} = 0 \quad (2)$$

հավասարումը:

Լուծելով այս հավասարումը, կստանանք

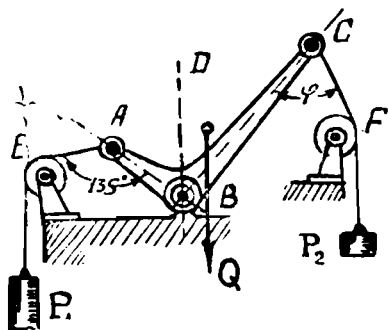
$$\cos \frac{\alpha_1}{2} = -1, \quad \cos \frac{\alpha_2}{2} = \frac{1}{2}$$

իսկ $\alpha_1 = 360^\circ$, $\alpha_2 = 120^\circ$:

Այս երկու արմատներից խնդրի պայմաններին բավարարում է միայն երկրորդ արմատը:

Պատ. $\alpha = 120^\circ$:

Վ. 7. Խնդիր 52 (116): ABC բեկյալ լծակը, որն ունի B անշարժ առանցք, կշռում է 8 կՖ: AB բազուկը հավասար է 4 դմ, BC բազուկը՝ 1 մ, լծակի ծանրության կենտրոնը գտնվում է BD ուղղաձիգ ուղղից $1,5\sqrt{2}$ հեռավորության վրա: A և C կետերում կապված են պարաններ, որոնք գցված են E ու F ճախարակների վրայով և ձգված են $P_1 = 31$ կՖ, $P_2 = 10$ կՖ կշիռ ունեցող բեռներով: Անտեսելով շփումը ճախարակներում, որոշել $\angle BCF = ?$ անկյունը հավասարակշռության դիրքում, եթե $\angle BAE = 135^\circ$ (գծ. 129):



Գծ. 129

Լ ու ծ ու մ: Դիտարկենք ABC բեկյալ լծակի հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում են հետևյալ ակտիվ ուժերը՝ լծակի $Q = 8$ կՖ կշիռը, $P_1 = 31$ կՖ և $P_2 = 10$ կՖ կշիռ ունեցող բեռները, որոնք կիրառված են համապատասխանաբար A ու C կետերում և ուղղված են AE և CF ուղիղներով: B կետում լծակի վրա դրված է հողակապ, վերացնենք

ալդ կապը, փոխարինելով այն R_B հակազդումով: Այս հակազդման թե՛ մեծությունը և թե՛ ուղղությունը կլինեն անհայտ:

ABC բեկյալ լծակը Q , P_1 , P_2 և R_B ուժերի ազդեցության տակ գտնվում է հավասարակշռության մեջ: Հետևապես, այս ուժերը կազմում են հավասարակշռված ուժասխստեմ: Հավասարակշռության երեք հավասարումներից գրենք միայն մեկը, քանի որ մեր խնդիրը պահանջում է որոշել միայն φ անկյունը: Որպես մոմենտների կենտրոն ընդունենք B կետը, որպեսզի R_B անհայտը չըմասնակցի հավասարակշռության հավասարման մեջ: Այս հավասարումը կլինի.

$$\Sigma m_B(F_i) = P_1 AB \sin 135^\circ - Q \cdot 1,5\sqrt{2} - P_2 \cdot BC \sin \varphi = 0$$

կամ

$$31 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 8 \cdot 1,5 \cdot \sqrt{2} - 10 \cdot 10 \sin \varphi = 0;$$

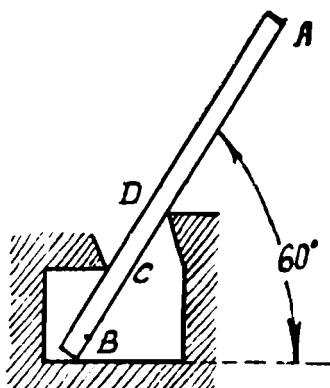
Այստեղից ստացվում է

$$\sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \varphi_1 = 45^\circ, \quad \varphi_2 = 135^\circ,$$

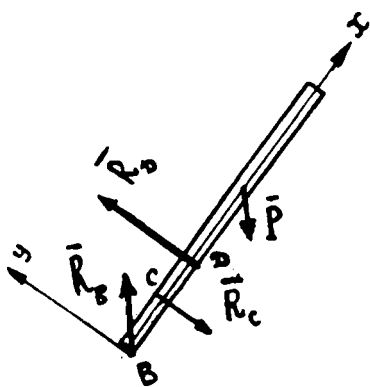
Պատ. $\varphi_1 = 45^\circ, \quad \varphi_2 = 135^\circ,$

Խնդիր 53 (120): 20 կԳ կշիռ ունեցող համասեռ հեծանք հենված է ողորկ հորիզոնական հասակին B կետում, 60° անկյան տակ և պահվում է C ու D կետերում զրված հենարանների միջոցով: Որոշել հենարանների հակազդումները B, C և D կետերում, եթե $AB = 3$ մ, $CB = 0,5$ մ, $BD = 1$ մ:

Լուծում: Դիտարկենք AB հեծանի հավասարակշռությունը (գծ. 130): Հեծանի վրա ազդում է միայն մի ակտիվ ուժ՝ նրա $P = 20$ կԳ կշիռը: B, C և D կետերում հեծանի վրա զրված են մակերևութային կապեր: Վերացնենք արդ կապերը, զրանց ազդեցությունները փոխարինելով համապատասխանաբար R_B , R_C և R_D հակազդումներով: Ակնհայտ է, որ այս հակազդումները ուղղված կլինեն համապատասխան մակերեւութների նորմալներով (գծ. 131):



Գծ. 130



Գծ. 131

Այսպիսով, AB հեծանը գտնվում է հավասարակշռության մեջ նրա վրա ազդող P , R_B , R_C և R_D ուժերի ազդեցության տակ: Այս ուժերը կազմում են հավասարակշռված հարթ ուժասխտեմ: Գրենք հարթ ուժասխտեմի հավասարակշռության հավասարումները, նախօրոք տանելով կոորդինատական x և y առանցքները (գծ. 131-ում ցույց տրված տեսքով): Այդ հավասարումները կլինեն.

$$\Sigma F_{ix} = R_B \cos 30^\circ - P \cos 30^\circ = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = R_B \cos 60^\circ - P \cos 60^\circ + R_D - R_C = 0,$$

$$\Sigma m_B(F_i) = BC \cdot R_C + BD \cdot R_D - \frac{AB}{2} \cdot P \sin 30^\circ = 0;$$

Տեղադրելով P , BC , BD և AB -ի թվային արժեքները և լուծելով այս երեք հավասարումների սխառեմը, կստանանք R_C , R_D և R_B անհայտների մեծությունները:

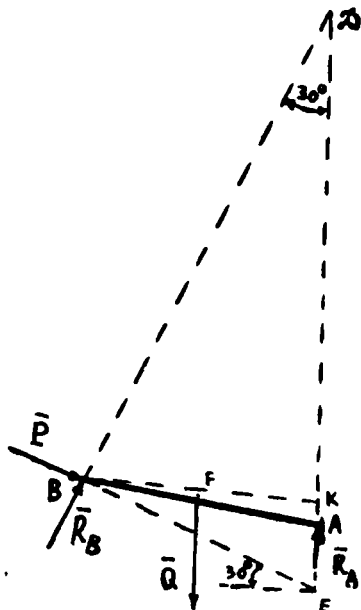
$$\text{Պատ. } R_B = 20 \text{ կՊ, } R_C = 30 \text{ կՊ, } R_D = 30 \text{ կՊ:}$$

ՆԱԾԱԾԻՐ Ծ4 (122): 100 կՊ կշիռ ունեցող AB համասեռ ձողը իր մի ծայրով հենվում է ողորկ հորիզոնական հատակին, իսկ մյուսով՝ հորիզոնի նկատմամբ 30° -ի անկյան տակ թեքված ողորկ հարթությանը: B ծայրում ձողը պահվում է C ճախարակի վրայով գցված պարանով, որը կրում է P բեռը: Պարանի BC մասը զուգահեռ է թեք հարթությանը: Անտեսելով շփումը ճախարակում, որոշել P բեռը և հատակի ու թեք հարթության վրա N_A և N_B ճնշումները:

Լուծում: Դիտարկենք AB ձողի հավասարակշռությունը (գծ. 132): Ձողի վրա ազդում են երկու ակտիվ ուժեր՝ B կետում կիրառված P ուժը և ձողի միջնա-



Գծ. 132



Գծ. 133

կետում կիրառված $Q = 20$ կՊ ձողի կշիռը: Ազատենք ձողը A և B կետերում նրա վրա դրված կապերից, փոխարինելով դրանք համապատասխանաբար R_A և R_B հակազդումներով: Քանի որ հենման երկու հարթություններն էլ ողորկ են, ապա R_A և R_B հակազդումները ուղղահայաց կլինեն համապատասխան հարթություններին (գծ. 133):

Այսպիսով, AB ձողը գտնվում է հավասարակշռության մեջ նրա վրա ազդող R , Q , R_A և R_B ուժերի ազդեցության տակ:

Գրենք այս հարթ ուժասխանի հավասարակշռության հավասարումները, օգտագործելով երեք մոմենտների թեորեմը: Որպես մոմենտների կենտրոններ ընդունենք B, D և E կետերը: Այսպիսի կենտրոնների ընտրության հետևանքով խնդրի լուծումը հեշտապես է՝ հավասարակշռության հավասարումներից լուրջանջվորի մեջ մտնում է միայն մի անհայտ: Հավասարակշռության հավասարումները կլինեն

$$\Sigma m_B(F_i) = - Q \cdot a + R_A \cdot 2a = 0,$$

$$\Sigma m_D(F_i) = Q \cdot a - P \cdot BD = 0, \quad (1)$$

$$\Sigma m_E(F_i) = Q \cdot a - R_B \cdot BE = 0:$$

Այստեղ կատարված է նշանակում $BF = FK = a$: BDK ուղղանկյուն եռանկյունուց հետևում է, որ

$$BD = \frac{2a}{\sin 30^\circ} = 4a,$$

իսկ BKE ուղղանկյուն եռանկյունուց՝

$$BE = \frac{2a}{\cos 30^\circ} = \frac{4}{\sqrt{3}}a,$$

Տեղադրելով այս արժեքները (1) հավասարումների սխառմի մեջ և լուծելով այն, կստանանք՝

$$R_A = 50 \text{ կՊ}, \quad P = 25 \text{ կՊ} \text{ և } R_B = 43,3 \text{ կՊ}:$$

Ազդման և հակազդման հավասարության աքսիոմի համաձայն AB ձողի A և B ծայրակետերի N_A և N_B ճնշումները համապատասխան հարթությունների վրա թվապես հավասար կլինեն R_A և R_B հակազդումներին՝

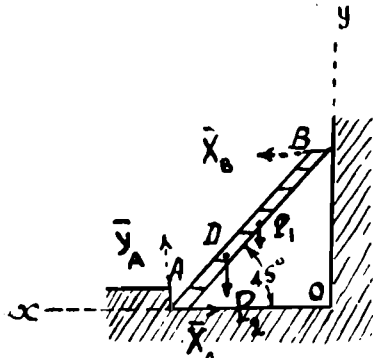
$$N_A = R_A, \quad N_B = R_B,$$

բայց կունենան հակադիր ուղղություններ:

$$\text{Պատ. } P = 25 \text{ կՊ}, \quad N_A = 50 \text{ կՊ}, \quad N_B = 43,3 \text{ կՊ}:$$

Խնդիր 55 (125): Հարթ պատին, հորիզոնի նկատմամբ 45° -ի անկյան տակ, հենված է 20 կՊ կշիռ ունեցող AB համասեռ սանդուղքը: Ստորին ծայրից սանդուղքի երկարության $\frac{1}{3}$ հեռավոր-

15 րութիւն վրա, D կետում, գտնվում է 60 կՓ կշիռ ունեցող մի մարդ: Գտնել սանդուղքի ճնշումը A հենարանի և պատի վրա (գծ. 134):



Գծ. 134

Ցուցում: Դիտարկենք համասեռ AB սանդուղքի հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում են երկու ակտիվ ուժեր՝ իր $P_1 = 20$ կգ և մարդու $P_2 = 60$ կգ կշիռները: Վերացնենք A և B կետերում զրված կապերը, դրանք փոխարինելով համապատասխան հակազդումներով: A կետի հակազդման մեծությունը և ուղղությունը կլինեն անհայտ, դրա համար

էլ ավել վերածենք X_A և Y_A բաղադրիչների, ուղղված կոորդինատական x և y առանցքներով: B կետի հակազդումը ուղղահայաց կլինի պատին, դա նշանակենք X_B : Սանդուղքը P_1 , P_2 , X_A , Y_A և X_B ուժերի ազդեցության տակ կգտնվի հավասարակշռության մեջ: Մենք է գրել այս ուժերի հավասարակշռության երեք հավասարումները և դրանցից որոշել X_A , Y_A և X_B անհայտները: Այստեղ օգտակար է վերցնել հավասարակշռության հետևյալ հավասարումները՝

$$\Sigma F_{ix} = 0, \quad \Sigma F_{iy} = 0, \quad \Sigma m_A(F_i) = 0:$$

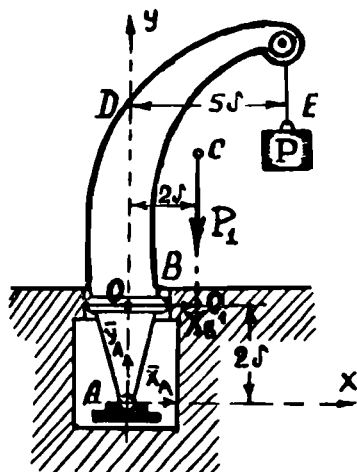
Անհրաժեշտ է նշել, որ սանդուղքի ճնշումը A հենարանի և պատի վրա թվապես հավասար է մեր գտած X_A , Y_A և X_B մեծություններին, բայց կունենան հակադիր ուղղություններ:

Պատ. $X_A = 30$ կՓ, $Y_A = -80$ կՓ, $X_B = -30$ կՓ:

1.16 Խնդիր 56 (130): Հանքահորում $P = 4$ տ բեռը բարձրացնող ամբարձիչը ունի A կրնկակալ և B կետում հենվում է հղկված գլանալին մակերևութի վրա, որի Ay առանցքը ուղղաձիգ է: AB պոչի երկարությունը հավասար է 2 մ: Ամբարձիչի թռիչքը՝ $DE = 5$ մ: Ամբարձիչի կշիռը 2 տ է, իսկ ազդման գծի հեռավորությունը Ay ուղղաձիգից հավասար է երկու մետրի: Որոշել A և B հենարանների հակազդումները:

Լուծում: Դիտարկենք ամբարձիչի հավասարակշռությունը (գծ. 135): Նրա վրա ազդող ակտիվ ուժերը կլինեն՝ ամբարձիչի $P_1 = 2$ տ կշիռը և $P = 4$ տ բեռը: Ամբարձիչի A և B կետերում

եղած հենարանները վերացնենք, այն փոխարինելով համապատասխան հակազդումներով: Քանի որ ակտիվ ուժերը գտնվում են մի հարթության վրա, ապա հակազդման ուժերը նույնպես կը գտնվեն նույն հարթության վրա: A կրնակալի հակազդումը վերածենք երկու բաղադրիչների X և Y կոորդինատական առանցքների ուղղություններով և դրանք նշանակենք X_A , Y_A : B կետում ամբարձիչը հենվում է հղկված գլանալին մակերևույթի վրա, դրա հետևանքով B կետի հակազդումը կունենա հորիզոնական ուղղությամբ, զուգահեռ AX առանցքին: B կետի հակազդումը նշանակենք X_B : Այսպիսով, ստացվում են երեք անհայտ մեծություններ՝ X_A , Y_A և X_B : Դրանք որոշելու համար գրենք հարթ ուժասխտեմի հավասարակշռության հավասարումները, օգտվելով հավասարակշռության (II) պայմաններից: Այդ հավասարումները կլինեն.



Քժ. 135

$$\Sigma m_A(F_i) = -P \cdot 5 - X_B \cdot 2 - P_1 \cdot 2 = 0,$$

$$\Sigma m_O(F_i) = X_A \cdot 2 - P \cdot 5 - P_1 \cdot 2 = 0,$$

$$\Sigma m_{O_1}(F_i) = X_A \cdot 2 - Y_A \cdot 2 - P \cdot 3 = 0:$$

Այստեղից ստացվում է

$$X_B = -\frac{5P + 2P_1}{2} = -12 \text{ տ},$$

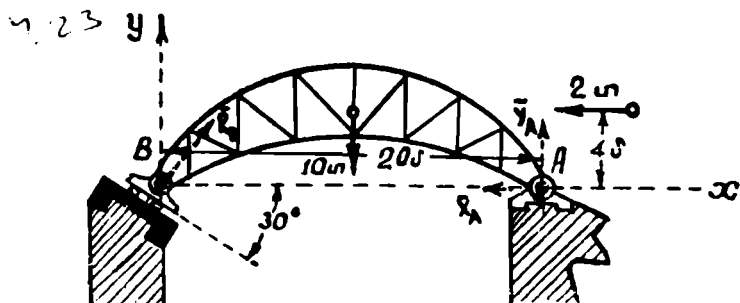
$$X_A = \frac{5P + 2P_1}{2} = 12 \text{ տ},$$

$$Y_A = \frac{2X_A - 3P}{2} = 6 \text{ տ}:$$

Պատ. $X_A = 12 \text{ տ}$, $Y_A = 6 \text{ տ}$, $X_B = -12 \text{ տ}$:

Խ Ո Ղ Ի Ր 57 (134): Կամարավոր ֆերմը A կետում ունի անշարժ հենարանալին հողակապ, B կետում շարժական ողորկ հե-

Նարան, որի հարթությունը թեքված է հորիզոնի նկատմամբ 30° -ի անկյան տակ: AB թռիչքը հավասար է 20 մ: Ձյունով ծածկված ֆերմի կշիռը հավասար է 10 տ: Քամու ճնշման ուժի համազորը հավասար է 2 տ և ուղղված է AB-ին զուգահեռ: Նրա ազդման գիծը AB-ից հեռացված է 4 մ-ով: Որոշել հենարանային հակազդումները (գծ. 136):



Գծ. 136

Ցուցում: Դիտարկենք ֆերմի հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում են երկու ակտիվ ուժեր՝ ձյունով ծածկված ֆերմի $P_1 = 10$ տ կշիռը և քամու ճնշման ուժի $P_2 = 2$ տ համազորը, որը ուղղված է AB-ին զուգահեռ: A և B կետերում դրված են հենարաններ: Վերացնենք այդ հենարանները: Դրանց ազդեցությունը փոխարինենք համապատասխան հակազդումներով: A կետի հակազդման մեծությունը և ուղղությունը կլինեն անհայտ, որի հետևանքով այն ներկայացնենք X_A և Y_A բաղադրիչների միջոցով, ուղղված կոորդինատային x և y առանցքներով: B կետի R_B հակազդումը ուղղահայաց կլինի թեք հարթությանը:

Ֆերմը P_1 , P_2 , X_A , Y_A և R_B ուժերի ազդեցության տակ կըզտնվի հավասարակշռության մեջ: Դրենք այս ուժերի հավասարակշռության հավասարումները

$$\Sigma F_{ix} = 0, \quad \Sigma F_{iy} = 0, \quad \Sigma m_A(F_i) = 0$$

տեսքով և դրանցից որոշենք X_A , Y_A և R_B անհայտները:

Պատ. $X_A = -1,12$ տ, $Y_A = 46$ տ, $R_B = 6,24$ տ:

Ն. Ս. Գ. Ի. 58 (139): Ջրի ճնշումը պատվարի փոքր մակերեսի վրա աճում է ջրի ազատ մակերևույթից ունեցած նրա հեռավորությունը համեմատական և հավասար է ջրի այն սլան կշռին, 120

որի բարձրությունը հավասար է ալդ հեռավորությունը, իսկ հիմքը հավասար է վերցրած մակերեսին: Որոշել պատվարի հիմքի հաստությունը հետևյալ երկու դեպքերում.

1) երբ պատվարի ընդլայնական կտրվածքը ուղղանկյուն է,

2) երբ ալդ հատույթը եռանկյունի է:

Պատվարի հաշվարկումը պետք է կատարել այնպես, որ ջրի ազդեցության տակ նա չշրջվի B կողի շուրջը, ընդ որում կայունության գործակիցը հավասար է երկուսի: Պատվարի հ բարձրությունը, ինչպես նաև ջրի խորությունը δ է: Ջրի տեսակարար

կոեֆ. $\varphi = 1 - \frac{u}{\sqrt{3}}$, պատվարի շինա-

նյութի տեսակարար կշիռը $\gamma_1 =$

$$= 2,2 \frac{u}{\sqrt{3}} \quad (\text{գծ. 137}),$$

կայունության գործակից կոչվում է պատվարի կշռի մոմենտի և ջրջող ուժի մոմենտի հարաբերությունը: Ընդ որում, այս մո-

մենտները կազմված են ջրջման B կետի նկատմամբ: Ջրի ճնշումը պատվարի մեկ մետրի երկարության և dy բարձրություն ունեցող մակերեսի վրա հավասար է $\gamma(h-y)dy$ հաշված տոննաներով, որտեղ y -ը մակերեսի հեռավորությունն է հատակից հաշված մետրերով: Այս ճնշման մոմենտը B կետի նկատմամբ հավասար է՝ $\gamma(h-y)ydy$:

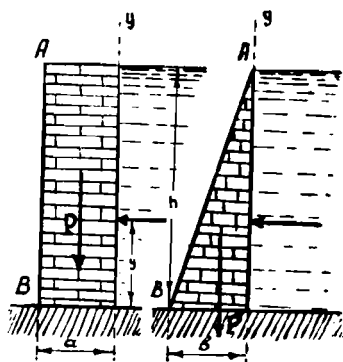
Շրջող մոմենտը հավասար է

$$\int_0^h \gamma (h-y)ydy,$$

Լ ու ծ ու մ: Դիտարկենք ամբարտակի միավոր երկարություն ունեցող պատվարի հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում են հետևյալ ուժերը. իր սեփական կշիռը՝ կիրառված համապատասխան հատույթի ծանրության կենտրոնում, որով անցնող ուղղա-

ձիգի հեռավորությունը B կետից առաջին դեպքում հավասար է $\frac{a}{2}$ -ի, իսկ երկրորդ դեպքում՝ $\frac{2b}{3}$ ի. ջրի ազդեցությունը պատվարի վրա և հատակի հակազդումը:

Խնդրում պահանջվող a և b մեծությունները հաշվելու համար կարիք չկա գրելու հավասարակշռության բոլոր հավասարումները, այլ խնդրի ցուցումի համաձայն բավական է միայն պա-



գծ. 137

հանջել, որ ջրի ազդեցությունից առաջացող շրջող ուժերի մոմենտների գումարը B կետի նկատմամբ, այսինքն՝

$$\int_0^5 (5-y)ydy (\gamma=1),$$

երկու անգամ փոքր լինի, քան ծանրության ուժի մոմենտը նույն կետի նկատմամբ: Այս հավասարումը կազմելիս կարիք չկա հաշվի առնել հատակի հակազդումը, քանի որ հատակի հակազդումը չի կարող նպաստել և ոչ էլ կասեցնել պատվարի պտտումը B կետի շուրջը:

Պատվարի ծանրության ուժը առաջին դեպքում կլինի

$$a \cdot h \cdot 1 \cdot \gamma_1 = 5 \cdot 2,2 \cdot a = 11a \text{ տ},$$

իսկ երկրորդ դեպքում՝

$$\frac{b}{2} \cdot h \cdot 1 \cdot \gamma_1 = \frac{5}{2} \cdot 2,2 \cdot b = \frac{11}{2} b \text{ տ},$$

Հետևապես, պատվարի ծանրության ուժի մոմենտը B կետի նկատմամբ հաշվելիս կունենանք առաջին դեպքում՝

$$\begin{aligned} \frac{a}{2} \cdot 11a &= \frac{11a^2}{2} \text{ և երկրորդ դեպքում՝ } \frac{2}{3} b \cdot \frac{11}{2} b = \\ &= \frac{11}{3} b^2, \end{aligned}$$

Այսպիսով, ջրի ազդեցության տակ պատվարը B կետի շուրջը չշրջվելու համար պետք է տեղի ունենա առաջին դեպքում

$$\frac{11}{2} a^2 = 2 \int_0^5 (5-y)ydy$$

պայմանը, իսկ երկրորդ դեպքում՝

$$\frac{11}{3} b^2 = 2 \int_0^5 (5-y)ydy$$

պայմանը: Կատարելով նշված գործողությունները, կստանանք

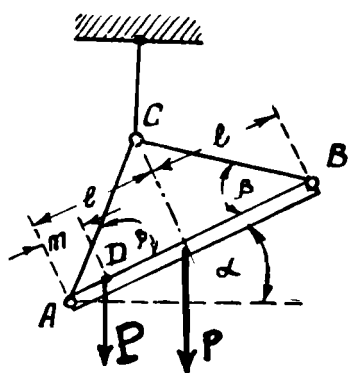
$$a^2 = \frac{250}{33}, \quad b^2 = \frac{125}{11},$$

Պատ. $a = 2,75 \text{ մ}.$

$b = 3,37 \text{ մ}:$

Խ 6 դ ի ր 59 (142): 2 l երկարություն և p կշիռ ունեցող AB տախտակը կախված է հավասար երկարությամբ AC և CB երկու պարաններով: Պարաններից լուրջանչյուրը տախտակի հետ կազմում է β անկյուն: $AD = m$ հեռավորության վրա, D կետում կանգնած է P կշիռ ունեցող մի մարդ: Որոշել հորիզոնի նկատմամբ տախտակի թեքության α անկյունը հավասարակշռության վիճակում և պարանների T_A ու T_B լարումները:

Լ ու ծ ու մ: Դիտարկենք AB տախտակի հավասարակշռությունը (գծ. 138): Տախտակի վրա ազդում են երկու ակտիվ ուժեր՝ տախտակի p կշիռը և նրա D կետում կիրառված մարդու P կշիռը: Որպես կապեր կծառայեն AC և CB պարանները: AB տախտակն ազատենք այս կապերից և դրանք փոխարինենք T_A ու T_B լարումներով, որոնք ուղղված կլինեն դեպի C կետը:



ԳՃ. 138

T_A և T_B լարումները ու α անկյունը որոշելու համար գրենք հավասարակշռության հավասարումները, օգտվելով երեք մոմենտների թեորեմից: Դրա համար նախ կազմենք p , P , T_A և T_B ուժերի մոմենտները A, B, C կետերի նկատմամբ: Կունենանք

Ուժերը	Մոմենտները կետերի նկատմամբ		
	A	B	C
p	$Pm\cos\alpha$	$-P(2l-m)\cos\alpha$	$P \left[\cos(\alpha+\beta) \frac{1}{\cos\beta} - m\cos\alpha \right]$
p	$pl\cos\alpha$	$-pl\cos\alpha$	$-p \left[l\cos\alpha - \cos(\alpha+\beta) \frac{1}{\cos\alpha} \right]$
T_A	0	$T_A \cdot 2l\sin\beta$	0
T_B	$-T_B \cdot 2l\sin\beta$	0	0

Այժմ կազմենք հավասարակշռության հավասարումները.

$$\Sigma m_A(F_i) = Pm\cos\alpha + pl\cos\alpha - T_B \cdot 2l\sin\beta = 0,$$

$$\Sigma m_B(F_1) = -P(2l - m)\cos\alpha - pl\cos\alpha + T_A \cdot 2l\sin\beta = 0,$$

$$\Sigma m_C(F_1) = P \left[\cos(\alpha + \beta) \frac{1}{\cos\beta} - m\cos\alpha \right] - p \left[l\cos\alpha - \cos(\alpha + \beta) \frac{1}{\cos\beta} \right] = 0,$$

Երրորդ հավասարումը գրենք հետևյալ տեսքով

$$\frac{l\cos(\alpha + \beta)}{\cos\beta} (p + P) - (pl + Pm)\cos\alpha = 0$$

կամ

$$\cos\alpha - \sin\alpha \operatorname{tg}\beta = \frac{pl + Pm}{l(p + P)} \cos\alpha,$$

Եթե այս հավասարումը բաժանենք $\cos\alpha$ -ի վրա, ապա կըստանանք

$$\operatorname{tg}\alpha = 1 - \frac{pl + Pm}{l(p + P)} \operatorname{ctg}\beta = \frac{(l - m)P}{l(p + P)} \operatorname{ctg}\beta,$$

Հավասարակշռության երրորդ հավասարումից որոշենք $\cos\alpha$ -ն արտահայտված $\cos(\alpha + \beta)$ -ով,

$$\cos\alpha = \frac{l\cos(\alpha + \beta)}{\cos\beta} \cdot \frac{p + P}{pl + Pm},$$

Այժմ $\cos\alpha$ -ի արժեքը տեղադրենք հավասարակշռության առաջին հավասարման մեջ: Կստանանք

$$\begin{aligned} T_B &= \frac{Pm + pl}{2l\sin\beta} \cdot \cos\alpha = \frac{(Pm + pl)(p + P)l\cos(\alpha + \beta)}{2l(pl + Pm)\sin\beta\cos\beta} = \\ &= \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin 2\beta} (P + p), \end{aligned}$$

կամ

$$T_B = \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin 2\beta} (p + P),$$

T_A -ն որոշելու համար հավասարակշռության առաջին հավասարումից հանենք երկրորդ հավասարումը: Կստանանք

$$2Pl\cos\alpha + 2pl\cos\alpha - T_B \cdot 2l\sin\beta - T_A \cdot 2l\sin\beta = 0,$$

Տեղադրելով T_B -ի և $\cos\alpha$ -ի արժեքները, կստացվի

$$T_A = \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\sin 2\beta} (b + P),$$

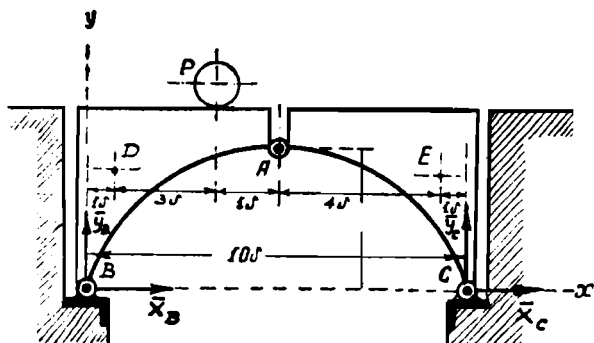
$$\eta_{\text{լատ.}} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{(1-m)P}{k(p+p)} \operatorname{ctg} \beta, \quad T_A = \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\sin 2\beta} (P + p),$$

$$T_B = \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin 2\beta} (P + p);$$

4. 35

Ի ն գ ի ր 60 (143): Կամրջը բաղկացած է երկու մասերից, որոնք միացված են միմյանց հետ A հողակապով, իսկ ափալիս կանգնակներին՝ B և C հողակապերով, Կամրջի լուրաքանչյուր մասի կշիռը $Q = 4$ տ է, նրանց ծանրության կենտրոններն են D և E. Կամրջի վրա գտնվում է $P = 2$ տ բեռը. չափերը ցույց են տրված գծագրում: Որոշել ճնշումը A հողակապում և հակազդումները B ու C կետերում:

Ցուցում: Կամրջի վրա կիրառված են նրա լուրաքանչյուր մասի Q կշիռը և P բեռը (գծ. 139): Հեռացնենք կապերը:



Գծ. 139

Այդ ժամանակ B և C հողակապալիս անշարժ հենարաններում կառաչանալ հակազդումներ, որոնք անհայտ կլինեն թե՛ մեծությունը և թե՛ ուղղությունը: Այս հակազդումները վերլուծենք բաղադրիչների ուղղված կոորդինատական x և y առանցքներով:

Միացնող A հողակապի հակազդումը նույնպես բաղկացած կլինի երկու անհայտներից՝ X_A և Y_A : Այսպիսով, կունենանք վեց անհայտ մեծություններ X_A, Y_A, X_B, Y_B, X_C և Y_C : Խնդիրը կարելի է լուծել հետևյալ երկու եղանակներով. ա) դիտարկել կամրջի լուրաքանչյուր մասի հավասարակշռությունը առանձին-առանձին, բ) դիտարկել ամբողջ կամրջի և նրա մասերից որևէ մեկի հավասարակշռությունները: Երկու դեպքում էլ կունենանք հավասարակշռության վեց հավասարումներ, որոնք կպարունակեն նշված վեց

անհալոյնները:

Հալմասարակշռութիւն հալմասարումները ամբողջ կամրջի համար կլինեն՝

$$\Sigma F_{ix} = X_B + X_C = 0,$$

$$\Sigma m_B(F_i) = -4 \cdot 1 - 2 \cdot 4 - 4 \cdot 9 + Y_C \cdot 10 = 0,$$

$$\Sigma m_C(F_i) = -Y_B \cdot 10 + 4 \cdot 9 + 2 \cdot 6 + 4 \cdot 1 = 0,$$

իսկ կամրջի աջ մասի համար (գծ. 140)՝

$$\Sigma F_{ix} = X_A + X_C = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = Y_A + Y_C - 4 = 0,$$

$$\Sigma m_A(F_i) = -4 \cdot 4 + Y_C \cdot 5 + X_C \cdot 4 = 0,$$

Լուծելով այս հալմասարումների սխեմաները, կորոշենք X_A , Y_A , X_B , Y_B , X_C , և Y_C անհալոյ մեծութիւնները:

$$\text{Պատ. } X_A = \pm 2 \text{ տ.}$$

$$Y_A = \mp 0,8 \text{ տ.}$$

$$X_B = -X_C = 2 \text{ տ. } Y_B = 5,2 \text{ տ.}$$

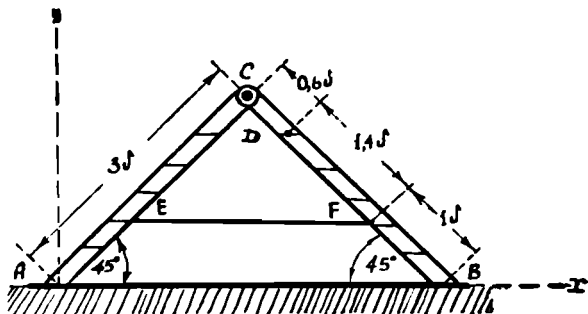
գծ. 140

$$Y_C = 4,8 \text{ տ.}$$

11.36
Խճ. 61 (146): Հղկված հորիզոնական հարթութիւն վրայ դրված է շարժական սանդուղք, որը բաղկացած է EF պարանով և C հողակապով միացված AC և BC երկու մասերից, լուրաքանչիւրը 3 մ երկարութիւնով և 12 կՊ կշռով. $BF = AE = 1$ մ: AC և BC մասերից լուրաքանչիւրի ծանրութիւն կենտրոնը գրտնըվում է իր մեջտեղում: $CD = 0,6$ մ հեռավորութիւն վրա գրտնըվող D կետում կանգնած է 72 կՊ կշիռ ունեցող մի մարդ: Որոշել հատակի և հողակապի հակազդումները, ինչպես նաև EF պարանի ճիգը, եթե $\angle BAC = \angle ABC = 45^\circ$ (գծ. 141):

Լուծում: Սանդուղքի վրա ազդում են հետևյալ ակտիվ ուժերը. AC և BC մասերի կշիռները՝ $P_1 = P_2 = 12$ կՊ ու մարդու $Q = 720$ Ն կշիռը: Հատակի հակազդումները որոշելու համար դիտարկենք ACB սանդուղքի հալմասարակշռութիւնն ամբողջութիւնով, ընդունելով սանդուղքը բացարձակ պինդ: Այդ ժամանակ A և B կետերում R_A և R_B հակազդումները ուղղված կլինեն ուղղահայե դեպի վեր (գծ. 142): Այսպիսով, ամբողջ սանդուղքի վրա

ազդում են P_1 , P_2 , Q , R_A և R_B ուղղաձիգ ուժերը, որոնք գրտնրվում են xy հարթության վրա: Հավասարակշռության հավասարումները կլինեն՝

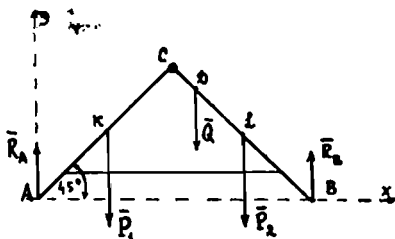


Պժ. 141

$$\Sigma F_{iy} = R_A + R_B - P_1 - P_2 - Q = 0, \quad (1)$$

$$\Sigma m_A(F_i) = -P_1 \cdot AK \cos 45^\circ - Q \cdot (AC + CD) \cos 45^\circ - P_2(AC + CL) \cos 45^\circ + R_B \cdot 2AC \cos 45^\circ = 0, \quad (2)$$

Հստ տված պայմանի ունենք՝



Պժ. 142

$$AK = \frac{AC}{2} = 1,5 \text{ մ},$$

$$CL = \frac{CB}{2} = 1,5 \text{ մ},$$

Տեղադրելով AK , AC , CD և CL -ի արժեքները (2) հավասարման մեջ, կստանանք

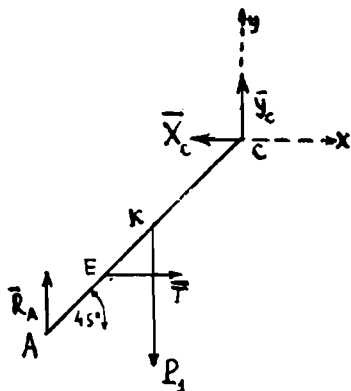
$$R_B = 55,2 \text{ կՊ},$$

Տեղադրելով R_B , P_1 , P_2 և Q -ի արժեքները (1)-ի մեջ, կստանանք անհատ R_A -ի արժեքը՝

$$R_A = 40,8 \text{ կՊ}:$$

Այժմ որոշենք EF թելի T ճիգը և սանդուղքի C հողակապի R_C հակազդումը: Նշենք, որ T -ն և R_C -ն ներքին ուժեր են, որոնք չեն մտնում հավասարակշռության հավասարումների մեջ: Այդ ներքին ուժերն ի հայտ բերելու համար օգտվենք հատման մեթոդից: Մըտքով սանդուղքը բաժանենք երկու մասի և դեն գցենք նրա աջ մասը՝ ձախ մասի վրա կիրառելով նրա ազդեցությունը: Այդ ազ-

դեցութիւնը կարտահայտվի T և R_C ուժերով: R_C ուժը վերլուծենք X_C , Y_C բաղադրիչների՝ ուղղված կոորդինատական x և y առանցքներով (գծ. 143): Այստեղից երևում է, որ AC մասի վրա կիրառված են 5 ուժեր՝ R_A , P_1 , X_C , Y_C և T :



Գծ. 143

Դրենք հավասարակշռութիւն երեք հավասարումները (այստեղ նպատակահարմար է մոմենտների գումարը զրեւ C կետի նկատմամբ): Այդ հավասարումները կլինեն՝

$$\Sigma F_{ix} = T - X_C = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = R_A + Y_C - P_1 = 0,$$

$$\Sigma m_C(F_i) = -R_A \cdot AC \cdot \cos 45^\circ + \\ + P_1 \cdot \frac{AC}{2} \cdot \cos 45^\circ + T \cdot \\ \cdot C E \sin 45^\circ = 0,$$

Լուծելով այս հավասարումները, կստանանք,

$$T = 52,2 \text{ կՊ}, \quad X_C = 52,2 \text{ կՊ}, \quad Y_C = -28 \text{ կՊ},$$

Y_C -ի բացասական նշանը ցույց է տալիս, որ CB մասի ուղղաձիգ հակազդումն ուղղված է դեպի ներքե և ոչ թե վերև:

Խնդիրը լուծելիս մենք դիտարկեցինք AC մասի հավասարակշռութիւնը, բայց կարելի էր դիտարկել BC մասի հավասարակշռութիւնը:

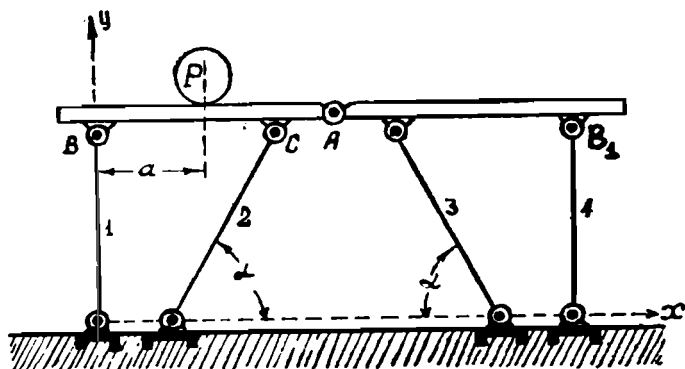
$$\text{Պատ.} \quad R_A = 40,8 \text{ կՊ}, \quad R_B = 55,2 \text{ կՊ}, \quad X_C = \pm 52,2 \text{ կՊ},$$

$$Y_C = \pm 28,8 \text{ կՊ}, \quad T = 52,2 \text{ կՊ}:$$

1. Նույն խնդիր 62 (149): Կամուրջը կազմված է A հողակապով միացված երկու հորիզոնական հեծաններից, որոնք հողակապերով ամրացած են հիմքի հետ 1, 2, 3, 4 կոշտ ձողերի միջոցով, ընդ որում եզրային ձողերը ուղղաձիգ են, իսկ միջին ձողերը թեքված են հորիզոնի նկատմամբ $\alpha = 60^\circ$ -ի անկյան տակ: Որոշել ճիգերը ձողերում և հակազդումը A հողակապում, եթե կամուրջի վրա, B կետից $a = 4$ մ հեռավորութիւն վրա, ազդում է $P = 15$ տ ուղղաձիգ բեռը: Տված է, որ $BC = 6$ մ, $AB = 8$ մ (գծ. 144):

Ցուցում: Դիտարկենք AB և AB_1 հեծանների հավասարակշռութիւնները առանձին-առանձին: Քանի որ AB և AB_1 հեծանները միացված են A հողակապով, ապա նրանցից մեկի

ազդեցությունը մյուսի վրա կլինի մի R_A ուժ, որի թե մեծությունը և թե ուղղությունը անհայտ են: 1, 2, 3, 4 ձողերի հակազդումները ուղղված կլինեն հենց այդ ձողերով: Եթե R_A ան-



Պժ. 144

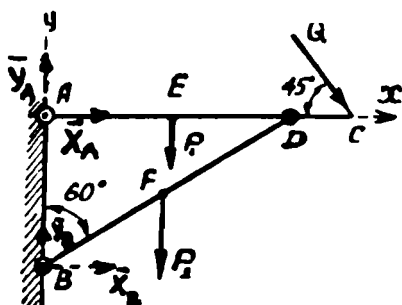
հայտ ուժը վերլուծենք X_A և Y_A բաղադրիչների, ուղղված կոորդինատական x և y առանցքներով, ապա AB հեծանի վրա ազդող ուժերից անհայտ կլինեն չորսը (S_1, S_2, X_A, Y_A), իսկ AB_1 հեծանի վրա ազդող ուժերից՝ երկուսը (S_3, S_4): AB և AB_1 հեծանների հավասարակշռությունները առանձին-առանձին դիտարկելիս կստացվեն հավասարակշռության վեց հավասարումներ, որոնք կպարունակեն վերոհիշյալ վեց անհայտները: Մնում է կազմել այս վեց հավասարումների սխեմներ և զբաղեցնել $X_A, Y_A, S_1, S_2, S_3, S_4$ անհայտները:

$$\text{Պատ. } S_1 = -6,25 \text{ տ, } S_2 = S_3 = -5,77 \text{ տ, } S_4 = 1,25 \text{ տ,}$$

$$X_A = \pm 2,89 \text{ տ, } Y_A = \mp 3,75 \text{ տ:}$$

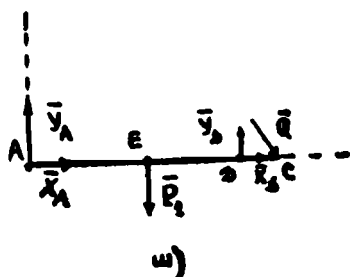
Խ Ո Ղ Ի Ր 63 (153): Երկու միևնույն երկարության AC և BD ձողերը միացված են իրար և ուղղաձիգ պատի D, A, B կետերում դրված հոդակապերով: AC ձողը հորիզոնական է, BD ձողը կազմում է ուղղաձիգ պատի հետ 60° -ի անկյուն: AC ձողը E կետում բեռնավորված է $P_1 = 40$ կՊ ուղղաձիգ ուժով և C կետում $Q = 100$ կՊ ուժով, որը հորիզոնի նկատմամբ թեքված է 45° -ի անկյան տակ: BD ձողը F կետում բեռնավորված է $P_2 = 40$ կՊ ուղղաձիգ ուժով: Տրված է $AE = EC, BF = FD$: Որոշել A և B հենարանների հակազդումները (գժ. 145):

Լ ու ծ ու մ: Սիստեմը կազմված է երկու մարմիններից՝ AC և BD: Այս ձողերի A և B կետերում դրված են հոդակապեր: Եթե

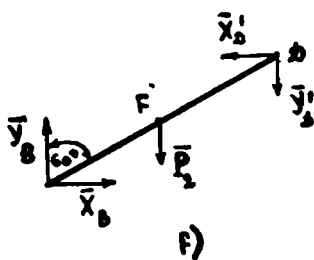


Պժ. 145

ները նշանակենք X_A և Y_A , իսկ B կետինը՝ X_B և Y_B : Այս չորս անհայտները որոշելու համար դիտարկենք AC և BD ձողերի հավասարակշռությունները առանձին-առանձին: Նախ դիտարկենք



ա)



բ)

Պժ. 146

AC ձողի հավասարակշռությունը (պժ. 146, ա): Նրա վրա ազդում են $P_1 = 40$ կԳ և $Q = 100$ կԳ ակտիվ ուժերը, X_A և Y_A հակազդումները: AC ձողի վրա, բացի վերը նշված ուժերից, կիրառված կլինի նաև BD ձողի ազդեցությունը, որի բաղադրիչները նշանակենք X_D և Y_D :

Այսպիսով, AC ձողը P_1 , Q , X_A , Y_A , և R_D ուժերի ազդեցության տակ կգտնվի հավասարակշռության մեջ: Գրենք AC ձողի հավասարակշռության հավասարումները.

$$\Sigma F_{ix} = X_A + X_D + Q \cos 45^\circ = 0,$$

$$\Sigma M_A(F_i) = -P_1 \cdot \frac{a}{2} + Y_D a \sin 60^\circ - Q a \cos 45^\circ = 0,$$

$$\Sigma m_D(F_1) = -Y_A \cdot a \sin 60^\circ + P_1 \left(a \sin 60^\circ - \frac{a}{2} \right) - \\ - Q \cos 45^\circ (a - a \sin 60^\circ) = 0,$$

որտեղ a -ն AC ձողի երկարությունն է:

Այստեղ ունենք չորս անհայտով (Y_A , Y_D , X_A , X_D) երեք հավասարում: Դրա համար դիտարկենք նաև BD ձողի հավասարակշռությունը (գծ. 146, բ): Նրա վրա ազդում են $P_2 = 40$ կՊ ակտիվ ուժը, X_B , Y_B հակազդումները և BC ձողի ազդեցությունը BD ձողի վրա, որը նշանակենք X'_D և Y'_D -ով: Ազդման և հակազդման հավասարությունն աքսիոմի համաձայն կունենանք

$$X'_D = -X_D \text{ և } Y'_D = -Y_D:$$

Այսպիսով, BD ձողը P_2 , X_B , Y_B , X'_D և Y'_D ուժերի ազդեցության տակ կգտնվի հավասարակշռության մեջ: BD ձողի հավասարակշռության հավասարումները գրենք հետևյալ տեսքով.

$$\Sigma F_{ix} = X_B - X_D = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = Y_B - P_2 - Y_D = 0,$$

$$\Sigma m_B(F_1) = X_D a \cos 60^\circ - Y_D a \sin 60^\circ - P_2 \cdot \frac{a}{2} \sin 60^\circ = 0:$$

Լուծելով այս (1) և (2) սիստեմները, կորոշենք X_A , Y_A , X_B , Y_B , X_D և Y_D անհայտները:

AC և BD ձողերի հավասարակշռությունները առանձին-առանձին դիտարկելու փոխարեն կարելի է նախ դիտարկել AC և BD ձողերից կազմված ամբողջ սիստեմի հավասարակշռությունը. համարելով D կետում զրկած կապը կոշտ, և այնուհետև դիտարկել AC և BD ձողերից որևէ մեկի հավասարակշռությունը:

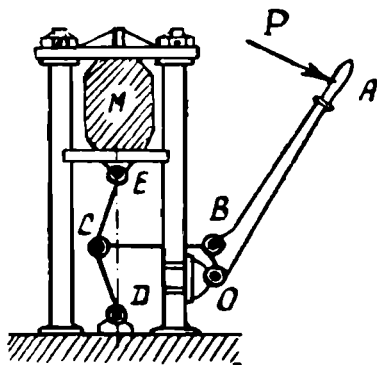
$$\text{Պատ. } X_A = -287 \text{ կՊ, } Y_A = 6 \text{ կՊ,}$$

$$X_B = 216 \text{ կՊ, } Y_B = 145 \text{ կՊ:}$$

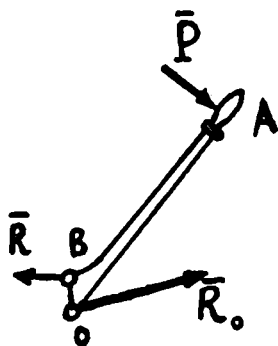
Խ Ն Գ Ի Բ 64 (159): Որոշել մամլիչում M մարմնին սեղմող ճիգի մեծությունը հետևյալ պայմանների դեպքում. $P = 20$ կՊ ուժը ուղղված է O անշարժ առանցք ունեցող OA լծակին ուղղահայաց: Մամլիչի ուսումնասիրվող դիրքում BC լծափոկը ուղղահայաց է OB-ին և կիսում է ECD անկյունը, ընդ որում. $\angle CED = \arctg 0,2 = 11^\circ 20'$, $OA = 1$ մ, $OB = 10$ սմ (գծ. 147):

Լ ո լ ծ ո լ է մ: Նախ դիտարկենք պտտման O առանցք ունեցող OA լծակի հավասարակշռությունը (գծ. 148): Լծակի վրա ազդում

Մ₁ են P ակտիվ ուժը. BC լծափողի R հակազդումը և O կետի R_0 հակազդումը: R -ը ուղղենք հորիզոնական ուղղությամբ՝ B -ից դեպի C : Լծակը գտնվում է հավասարակշռության մեջ նրա վրա



Պժ. 147



Պժ. 148

ազդող P , R և R_0 ուժերի ազդեցության տակ, որտեղ R_0 -ն O կետի հակազդումն է: Գրենք հավասարակշռության հավասարումներից միայն մեկը, քանի որ ունենք միայն մի R անհայտ (R_0 -ն անհայտ է, բայց խնդրում չի պահանջվում որոշել): Այստեղ նշապատահարմար է կազմել մոմենտների հավասարումը O կետի նկատմամբ, որպեսզի R_0 անհայտ ուժը չմտնի հավասարակշռության հավասարման մեջ: Այդ հավասարումը կլինի՝

$$\Sigma m_0(F_i) = -P \cdot OA + R \cdot OB = 0;$$

Լուծելով այս հավասարումը, կստանանք

$$R = P \cdot \frac{OA}{OB} = 20 \cdot \frac{100}{10} = 200 \text{ կգ};$$

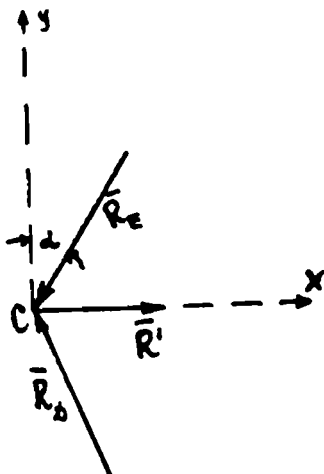
Այնուհետև, դիտարկենք C հանգույցի հավասարակշռությունը (գծ. 149): Հանգույցի վրա ազդում են հետևյալ ուժերը՝ R' հորիզոնական ուժը, որը մեծությամբ հավասար է R ուժին, բայց ունի նրա հակադիր ուղղությունը ($R' = -R$) և R_E ու R_D հակազդումները: Ընդունելով CE և CD ձողերը սեղմված, ուղղենք R_E և R_D հակազդումները դեպի C հանգույցը: Տանենք կոորդինատական սիստեմը գծ. 149-ում ցույց տված ձևով: R_E , R_D անհայտները որոշելու համար գրենք հավասարակշռության հետևյալ հավասարումները.

$$\Sigma F_{ix} = -R_E \sin \alpha - R_D \sin \alpha + R = 0,$$

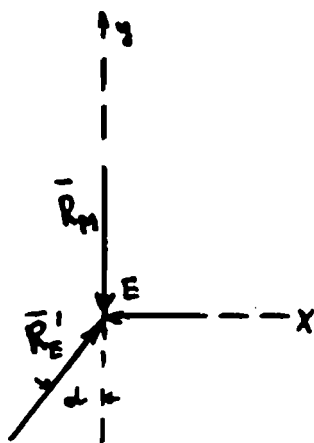
$$\Sigma F_{iy} = -R_E \cos \alpha + R_D \cos \alpha = 0;$$

Լուծելով այս հավասարումների սխեմանը, կստանանք

$$R_E = R_D = \frac{R}{2\sin\alpha},$$



Պժ. 149



Պժ. 150

Այժմ դիտարկենք E հանգույցի հավասարակշռությունը (գծ. 150): Նրա վրա ազդում են հետևյալ ուժերը՝ E կետի R'_E հակազդումը, որը թվապես հավասար է նախկին գտած R_E ուժի թվալին արժեքին և ուղղված է նրան հակադիր, սեղմվող M մարմնի R_M ուղղաձիգ հակազդումը (քանի որ մարմինը սեղմվում է մամլիչի վերին սալին, ապա նրա հակազդումը փաստորեն իրենից ներկայացնում է մամլիչի վերին սալի հակազդումը) և ուղղաձիգ աջ հենակի հակազդումը՝ ուղղված x առանցքով (գծ. 150):

R_M հակազդման մեծությունը որոշելու համար կազմենք հավասարակշռության միայն մի հավասարում.

$$\Sigma F_{iy} = -R_M + R_E \cos\alpha = 0:$$

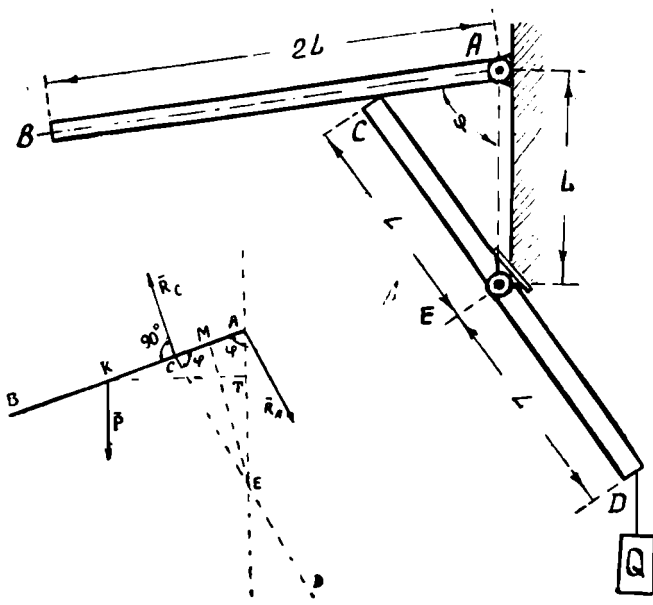
Այստեղից ստացվում է, որ

$$R_M = R_E \cos\alpha = \frac{R}{2\sin\alpha} \cos\alpha = \frac{R}{2\operatorname{tg}\alpha} = \frac{200}{2 \cdot 0,2} = 500 \text{ կԳ},$$

Ազդման և հակազդման հավասարության աքսիոմի համաձայն ուղղաձիգ N ճնշումը, որը սեղմվում է M մարմինը մամլիչի վերին սալին, թվապես հավասար է R_M հակազդման մեծությանը, այսինքն՝ $N = R_M$:

Պատ. $N = 500 \text{ կԳ}$,

Խ 6 դ ի Ր 65 (164): 2 l երկարություն և P կշիռ ունեցող AB համասեռ ձողը կարող է պտտվել ձողի A ծայրով անցնող առանցքի շուրջը: Նա հենվում է նույն 2l երկարություն ունեցող CD համասեռ ձողի վրա, որը կարող է պտտվել իրեն E միջնակետով անցնող հորիզոնական առանցքի շուրջը: A և E կետերը գտնվում են մի ուղղաձիգի վրա, $AE = l$: CD ձողի D ծայրից կախված է $Q = 2P$ բեռը: Անտեսելով շփումը, որոշել այն φ անկյունը, որը կազմում է AB ձողը ուղղաձիգի հետ հավասարակշռության դիրքում (գծ. 151):



Գծ. 152

Գծ. 151

Լ ու ծ ու մ: Նախ դիտարկենք AB ձողի հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում են P ակտիվ ուժը (ձողի կշիռը), C հենարանի R_C և A հողակապի R_A հակազդումները (գծ. 152): C կետում AB ձողը հենված է CD-ի սուր ծայրի վրա, հետևաբար, կապը կլինի մակերևույթային, որի հետևանքով R_C հակազդումը կունենա AB ձողին տարված ուղղահայացի ուղղությունը, A կետում դրված է գլանային հողակապ, որի R_A հակազդման թե՛ մեծությունը և թե՛ ուղղությունը կլինեն անհայտ:

AB ձողը գտնվում է հավասարակշռության մեջ: Հետևապես, նրա վրա ազդող P, R_C և R_A ուժերը կկազմեն հավասարակշռված հարթ ուժախմբում: Քանի որ խնդրում չի պահանջվում որոշել

չել A կետի հակազդումը, ապա նպատակահարմար չէ գրել AB ձողի հավասարակշռության բոլոր հավասարումները: Վերցնենք հավասարակշռության այն հավասարումը, որը չի պարունակում A կետի հակազդումը: Այնհայտ է, որ այս դեպքում որպես մոմենտների կենտրոն պետք է վերցնել A կետը և բոլոր ուժերի մոմենտների գումարը A կետի նկատմամբ հավասարեցնել զրոյի: Այդ դեպքում կստացվի

$$\Sigma m_A(F_i) = -R_C \cdot AC + P \cdot h = 0; \quad (1)$$

ATK ողղանկյուն եռանկյունուց ստացվում է

$$h = l \sin \varphi,$$

իսկ ACE հավասարասրուն եռանկյունուց

$$AC = 2l \cos \varphi;$$

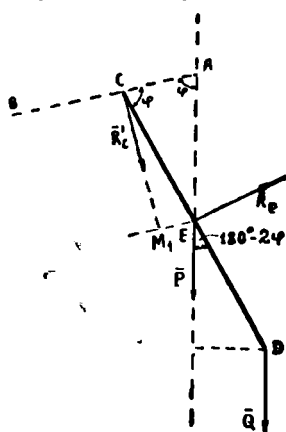
Տեղադրելով h -ի և AC -ի արժեքները (1)-ի մեջ, կստանանք

$$\Sigma m_A(F_i) = Pl \sin \varphi - R_C \cdot 2l \cos \varphi = 0; \quad (2)$$

Այս հավասարման մեջ φ անկյունը և R_C հակազդումը անհայտ են: Երկրորդ հավասարումը ստանալու համար դիտարկենք CD ձողի հավասարակշռությունը:

CD ձողի վրա ազդում են P և Q ակտիվ ուժերը, որոնցից P -ն ձողի կշիռն է և կիրառված է նրա E կետում, իսկ $Q = 2P$ -ն D կետում կիրառված բեռն է (գծ. 153): Ձողի վրա ազդում են նաև R'_C և R_E պասսիվ ուժերը: Այստեղ R'_C (AB ձողի ազդեցությունն է CD -ի վրա, ընդ որում ազդման և հակազդման հավասարությունն աքսիոմի համաձայն R'_C) և R_C հակազդումները թվապես հավասար են, բայց ուղղություններով հակադիր, R_E -ն E կետի անհայտ հակազդումն է:

CD ձողը գտնվում է հավասարակշռության մեջ նրա վրա ազդող P , Q , R'_C և R_E ուժերի ազդեցության տակ: Դրենք այս ուժերի հավասարակշռության հավասարումները: Քանի որ խնդիրը չի պահանջում որոշել R_E անհայտ հակազդումը, ուստի կարիք



Գձ. 153

չկա գրելու հավասարակշռության երեք հավասարումները: Դրենք հավասարակշռության միայն այն հավասարումը, որը չի պարունակում R_E հակազդումը: Դրա համար որպես մոմենտների կենտ-

րոն ընտրենք E կետը և CD ձողի վրա ազդող բոլոր ուժերի մոմենտների գումարը E կետի նկատմամբ հավասարեցնենք զրոյի, կստանանք՝

$$\Sigma m_E(F_i) = R_C \sin(90^\circ - \varphi) - Q \sin(180^\circ - 2\varphi) = 0, \quad (3)$$

եթե (2) և (3) հավասարումներից արտաքսենք R_C անհայտը, ապա կստանանք

$$\sin \varphi - 4 \sin 2\varphi = 0$$

կամ

$$\sin \varphi \cdot (1 - 8 \cos \varphi) = 0,$$

Այս հավասարման լուծումները կլինեն

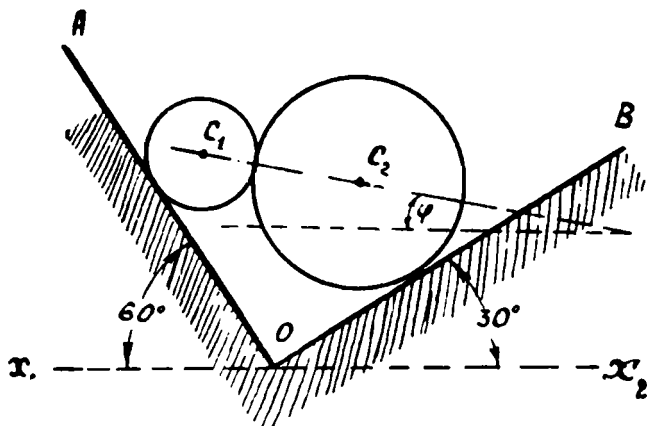
$$\varphi_1 = 0, \quad \varphi_2 = \arccos \frac{1}{8},$$

Առաջին լուծումը չի բավարարում խնդրի պայմաններին:

Պատ. $\varphi = \arccos \frac{1}{8} = 82^\circ 51',$

4-56

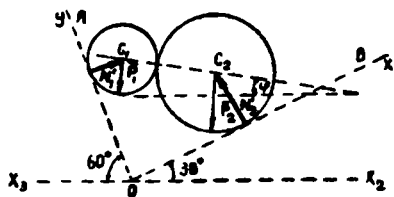
Խնդիր 66 (167): OA և OB երկու ողորկ թեք հարթությունների միջև դրված են իրար շոշափող երկու ողորկ համասեռ գլաններ: C_1 կենտրոնով գլանի կշիռն է $P_1 = 10$ կգ, իսկ C_2 կենտրոնով գլանինը՝ $P_2 = 30$ կգ: Որոշել C_1C_2 ուղղով և X_1OX_2 հորիզոնական առանցքով կազմված φ անկյունը, հարթու-



Պժ. 154

թյունների վրա գլանների N_1 և N_2 ճնշումները, ինչպես նաև գլանների փոխադարձ N ճնշման մեծությունը, եթե $\angle AOX_1 = 60^\circ$, $\angle BOX_2 = 30^\circ$ (պժ. 154),

Լ Ո Ւ Ց Ո Ւ Մ: Նախ դիտարկենք երկու գլաններից կազմված սիստեմի հավասարակշռությունը (գծ. 155): Կարծրացման աքսիոմի համաձայն ընդունենք, որ գլանները հպման կետում միացված են իրար: Սիստեմի վրա ազդում են գլանների $P_1 = 10$ կԳ և $P_2 = 30$ կԳ կշիռները, որոնք կիրառված են համապատասխան գլանների ծանրության կենտրոններում և հարթությունների N_1 և N_2' հակազդումները: N_1' և N_2' հակազդումները ուղղահայաց կլինեն համապատասխան հենման հարթություններին (շփման ուժերը բացակայում են), և հետևաբար, կանցնեն համապատասխան գլանների ծանրության կենտրոններով:



ԳՃ. 155

Այսպիսով, երկու գլաններից կազմված սիստեմի վրա ազդում է գծագրում ցույց տրված հարթության վրա գտնվող P_1 , P_2 , N_1' և N_2' ուժերի սիստեմը: Այս ուժերի ազդեցության տակ սիստեմը գտնվում է հավասարակշռության մեջ: Տանենք դեկարտյան կոորդինատական սիստեմը, Ox առանցքը ուղղելով OB , իսկ Oy -ը՝ OA ուղղություններով (գծ. 155): Սիստեմի վրա ազդող բոլոր ուժերի պրոյեկցիաների գումարը Ox և Oy առանցքների վրա հավասարեցնելով զրոյի, կստանանք

$$\Sigma F_{ix} = N_1' - P_1 \cos 60^\circ - P_2 \cos 60^\circ = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = N_2' - (P_1 + P_2) \sin 60^\circ = 0:$$

Այստեղից հետևում է, որ

$$N_1' = (P_1 + P_2) \cos 60^\circ = 40 \cdot \frac{1}{2} = 20 \text{ կԳ},$$

$$N_2' = \frac{40\sqrt{3}}{2} = 34,6 \text{ կԳ}:$$

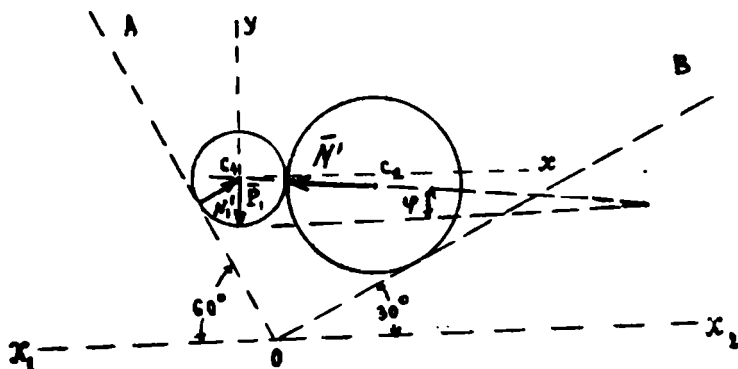
Գլանների միջև եղած N ճնշումը և φ անկյունը որոշելու համար դիտարկենք գլաններից մեկի հավասարակշռությունը, օրինակ՝ C_1 կենտրոն ունեցող գլանի հավասարակշռությունը (գծ. 156):

Գլանի վրա ազդում են երեք ուժեր՝ իր $P_1 = 10$ կգ կշիռը, հարթության N_1' հակազդումը և աջ գլանի N' հակազդումը: Տանենք կոորդինատական առանցքները գծ. 156-ում ցույց տված

ձևով: Գրենք հավասարակշռության հավասարումները, գլանի վրա ազդող բոլոր ուժերի պրոյեկցիաների գումարը x և y առանցքների վրա հավասարեցնելով զրոյի: Կստանանք

$$\Sigma F_{ix} = N_1' \cos 30^\circ - N' \cos \varphi = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = N_1' \sin \varphi - P_1 + N_1' \sin 30^\circ = 0; \quad (1)$$



Պձ. 156

Եթե (1)-ի մեջ տեղադրենք P_1 և N_1' -ի արժեքները և լուծենք ստացված հավասարումների սիստեմը, ապա N' և φ անհայտների համար կունենանք հետևյալ արժեքները՝

$$\cos \varphi = 1, \quad N' = 10\sqrt{3},$$

կամ

$$\varphi = 0, \quad N' = 17,3 \text{ կՊ:}$$

C_1 գլանի N_1 ճնշումը AO հարթության վրա և C_2 գլանի N_2 ճնշումը BO հարթության վրա, ազդման և հակազդման հավասարակշռության աքսիոմի համաձայն, թվապես հավասար են համապատասխանաբար N_1' և N_2' հակազդումներին, բայց ուղղված են հակադիր ուղղություններով, այսինքն՝ C_1 -ից դեպի D և C_2 -ից՝ K :

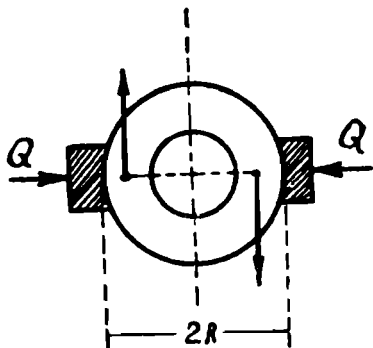
Կարելի է այս խնդիրը լուծել դիտարկելով գլաններից յուրաքանչյուրի հավասարակշռությունը առանձին-առանձին:

Պատ. $\varphi = 0$, $N_1 = 20$ կՊ, $N_2 = 34,6$ կՊ, $N = 17,3$ կՊ:

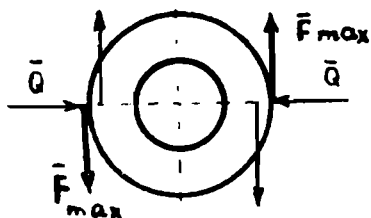
Խնդիր 67 (171): Լիսեոի վրա կիրառված է $M = 100$ կգ մ մոմենտ ունեցող մեծագույն: Լիսեոի վրա գամված է արգելակիչ անիվը, որի շառավիղը՝ $r = 25$ սմ: Գտնել ինչպիսի՞ Q ուժով պետք է սեղմեն անիվին արգելակիչ կաղապարները, որպեսզի

այն մնա հանգստի վիճակում, եթե անիվի և կաղապարների միջև շփման f գործակիցը հավասար է $0,25$ (գծ. 157):

Լ ու ծ ու մ: Ընդունենք, որ լիսեռի վրա ազդող բոլոր ուժերը գտնվում են մի հարթության վրա և ենթադրենք դա անիվի հարթությունն է: Դիտարկենք լիսեռի վրա ամրացված արգելակիչ անիվի հավասարակշռությունը: Անիվի պտտման առանցքի վրա ազդում է M մոմենտ ունեցող մի ուժազույգ: Անիվի շրջանակի վրա ազդում են թվապես իրար հավասար և հակադիր ուղղված երկու հորիզոնական Q ուժեր (գծ. 158), որոնք առաջացնում են անիվի հորիզոնական տրամագծի երկու ծայրերում,



Պժ. 157



Պժ. 158

նրա շոշափողներով ուղղված, $F_{\max}$ շփման ուժեր: Շփման այս երկու ուժերը կազմում են մի ուժազույգ, որի մոմենտը ուղղված է լիսեռի առանցքով և ունի պտտեցնող ուժազույգի մոմենտի հակառակ ուղղությունը: Q ուժերի ամենափոքր արժեքի դեպքում, երբ լիսեռը մնում է

անշարժ, F ուժի թվային արժեքը կորոշվի $F_{\max} = fQ$ բանաձևով: Քանի որ Q ուժերը փոխադարձաբար հավասարակշռված են, ապա անիվի վրա կիրառված ուժերը կկազմեն մի հարթության վրա գտնվող երկու ուժազույգեր:

Q ուժերի ամենափոքր արժեքի դեպքում անիվը հավասարակշռության մեջ պահելու համար պետք է նրա վրա ազդող ուժազույգերի մոմենտների հանրահաշվական գումարը լինի զրո, այսինքն՝

$$\Sigma m(F_i) = F \cdot 2r - M = 0$$

կամ

$$fQ \cdot 2r - M = 0:$$

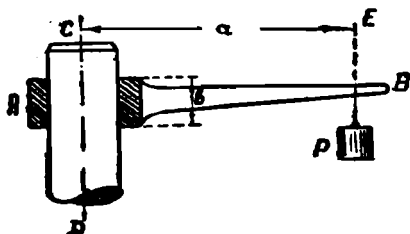
Այստեղից ստացվում է

$$Q = \frac{M}{2fr} = \frac{100}{2 \cdot 0,25 \cdot 0,25} = 800 \text{ կՊ:}$$

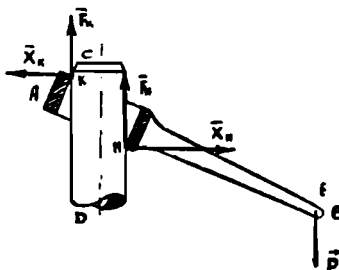
Պատ. $Q = 800 \text{ կՊ:}$

Խնդիր 68 (176): AB հորիզոնական ձողը A ժայռում ունի անցք, որով նա հագցված է գլանաձև, ուղղաձիգ CD կանգնակի վրա. ակնոցի երկարությունը՝ $b = 2$ սմ: E կետում, կանգնակի առանցքի և հեռավորության վրա, ձողից կախված է P բեռը: Անտեսելով AB ձողի կշիռը, որոշել և հեռավորությունը այնպես, որ P բեռի ազդեցության տակ ձողը մնա հավասարակշռության մեջ, եթե ձողի և կանգնակի միջև շփման գործակիցը՝ $f = 0,1$:

Լուծում: Դիտարկենք AB ձողի հավասարակշռությունը (գծ. 159): Այստեղ P արտաքին ուժի ազդեցության տակ ձողի CD մասը ձգտում է իջնել ներքև: Հենց այդ պատճառով էլ K և H կետերում առաջանում են հակազդումներ՝ X_K և X_H (գծ. 160): F_K և F_H -ով նշանակենք շփման ուժերը:



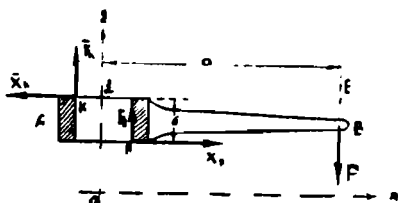
Գծ. 159



Գծ 160

Այսպիսով, AB ձողի վրա կիրառված են P , X_K , X_H , F_K և F_H ուժերը:

Ընտրենք կոորդինատական սիստեմն այնպես, ինչպես ցույց է տրված գծ. 161-ում: Գրենք ձողի վրա ազդող ուժերի հավասարումները, օգտագործելով հավասարակշռության (1) պայմանները: Այդ հավասարումները կլինեն՝



Գծ, 161

$$\Sigma F_{ix} - X_H - X_K = 0, \quad (1)$$

$$\Sigma F_{iy} = F_H + F_K - P = 0, \quad (2)$$

$$\Sigma m_K(F_i) = F_H \cdot 2r + X_H \cdot b - P(a+r) = 0, \quad (3)$$

որտեղ r -ով նշանակված է CD կանգնակի շառավիղը:

Լուծելով (1) հավասարումը, կստանանք

$$X_H = X_K = X,$$

Կուլոնի օրենքի համաձայն ունենք

$$F_H = fX_H, \quad F_K = fX_K,$$

Հետևաբար,

$$F_H = F_K = F,$$

Տեղադրելով F_H և F_K -ի արժեքները (2)-ի մեջ, կունենանք

$$F = \frac{P}{2}, \quad (4)$$

(3)-ից և (4)-ից հետևում է, որ

$$X = \frac{Pa}{b},$$

AB ձողը CD կանգնակի վրայով չճարժվելու համար անհրաժեշտ է, որ K և H կետերում առաջացած շփման ուժերը բավարարեն հետևյալ պայմանին՝

$$F \leq fX,$$

կամ

$$F \leq f \cdot \frac{Pa}{b}:$$

Այստեղից ստացվում է

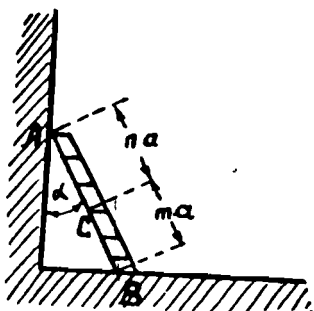
$$a \geq \frac{b}{2f} = 10 \text{ սմ},$$

Պատ. $a \geq 10 \text{ սմ}$:

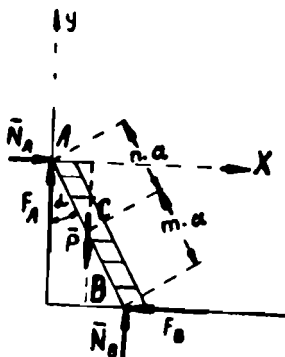
Խնդիր 69 (177): AB սանդուղքը հենված է ուղղաձիգ պատին, իսկ ստորին ծայրով՝ հորիզոնական հատակին: Շփման գործակիցը սանդուղքի և պատի միջև f_1 է: Սանդուղքի կշիռը նրա վրա գտնվող մարդու հետ միասին հավասար է P և կիրառված է C կետում, որը սանդուղքի երկարությունը բաժանում է $m:n$ հարաբերությամբ: Որոշել հավասարակշռության դիրքում սանդուղքի և պատի միջև կազմված ամենամեծ α անկյունը, ինչպես նաև պատի և հատակի հակազդումների N_A և N_B նորմալ աղաղրիչները α -ի այդ արժեքի դեպքում:

Լուծում: Դիտարկենք սանդուղքի հավասարակշռության դիրքում մարդու հետ միասին (գծ. 162): Այս սիստեմի վրա ազդում է P

ակտիվ ուժը, որը սանդուղքի և մարդու կշիռն է և կիրառված է սանդուղքի C կետում:



Պժ. 162



Պժ. 163

Սանդուղքը ազատենք կապերից, կապերի ազդեցությունը փոխարինելով համապատասխան հակազդումներով: Այստեղ կապեր կլինեն պատը և հատակը: Պատի R_A հակազդումը վերածենք N_A նորմալ և F_A շոշափող բաղադրիչների (պժ. 163): F_A -ն սահքի շփման ուժն է և ուղղված է դեպի վեր. սա արգելակում է սանդուղքի A ծայրի սահքը դեպի ներքև: Հատակի R_B հակազդումը նույնպես վերածենք N_B և F_B երկու բաղադրիչների: Հատակի F_B սահքի շփման ուժը ուղղված է այն ուղղությամբ հակառակ, որով կշարժվեր սանդուղքի B ծայրը, P ակտիվ ուժի ազդեցության տակ, եթե չլինեիր շփման ուժը:

Տանենք կոորդինատական առանցքներն այնպես, ինչպես ցույց է տրված պժ. 163-ում:

Կազմենք հավասարակշռության հավասարումները, օգտվելով հավասարակշռության (1) պայմանից: Այդ հավասարումները կլինեն՝

$$\Sigma F_{ix} = N_A - F_B = 0, \quad (1)$$

$$\Sigma F_{iy} = N_B + F_A - P = 0,$$

$$\Sigma M_A(F_i) = N_B \cdot AB \sin \alpha - F_B \cdot AB \cos \alpha - P \cdot AC \sin \alpha = 0;$$

Հայտնի է, որ

$$F_A = f_1 N_A, \quad F_B = f_2 N_B;$$

Տեղադրելով այս F_A և F_B -ի արժեքները (1)-ի մեջ և միաժամանակ նկատի ունենալով, որ

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AC}{AC+CB} = \frac{na}{na+ma} = \frac{n}{n+m},$$

կատանանք՝

$$\begin{aligned} N_A - f_2 N_B &= 0, \\ N_B + f_1 N_A - P &= 0, \end{aligned}$$

$$N_B \sin \alpha - f_2 N_B \cos \alpha - P \frac{n}{m+n} \cdot \sin \alpha = 0:$$

Այստեղից ստացվում է

$$N_A(1 + f_1 f_2) = P f_2, \quad N_A = P \frac{f_2}{1 + f_1 f_2}$$

$$N_B = \frac{N_A}{f_2} = \frac{1}{f_2} \cdot \frac{f_2}{f_1 f_2 + 1} \cdot P = \frac{1}{1 + f_1 f_2} \cdot P,$$

$$\left(N_B - P \frac{n}{m+n} \right) \operatorname{tg} \alpha = f_2 \cdot N_B,$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{f_2 N_B}{N_B - P \frac{n}{n+m}} = \frac{\frac{f_2}{1 + f_1 f_2} \cdot P}{\frac{1}{1 + f_1 f_2} \cdot P - P \frac{n}{n+m}} = \\ &= \frac{f_2(m+n)}{m - n f_1 f_2}; \end{aligned}$$

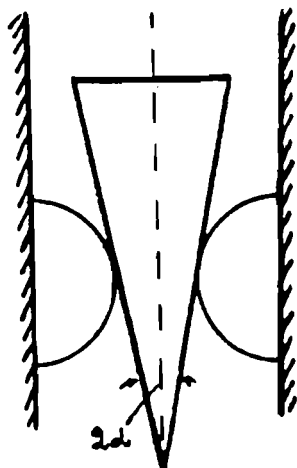
$$\text{Պատ. } N_A = \frac{P f_2}{1 + f_1 f_2}, \quad N_B = \frac{P}{1 + f_1 f_2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{(m+n) f_2}{m - n f_1 f_2}.$$

Խնդիր 70: P կշիռ տնեցող սեպը երկու հպվող կիսագնդերն անջատում է իրարից, ստիպելով նրանց սեղմվել երկու ողղաձիգ պատերին: Կիսագնդերից յուրաքանչյուրի կշիռն է Q (գծ. 164): Շփման գործակիցը կիսագնդերի և պատերի միջև հավասար է f -ի, իսկ շփման ուժերը կիսագնդերի և սեպի միջև կարելի է արճամարհել: Որոշել, թե թեք անկյան ի՞նչ արժեքի դեպքում սեպը կգտնվի հավասարակշռության վիճակում:

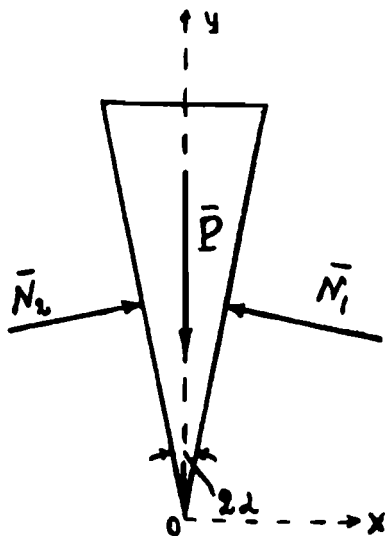
Լուծում: Հայտնի է, որ եթե α անկյան որեէ $\alpha = \alpha_1$ արժեքի դեպքում սիստեմը գտնվում է հավասարակշռության վիճակում, ապա $0 < \alpha < \alpha_1$ արժեքների դեպքում ևս սիստեմի հավասարակշռությունը կպահպանվի: Նախ գտնենք α -ի այն սահմանային ($\alpha_{\text{սահ.}}$) արժեքը, որի դեպքում սիստեմը դեռ կգտնվի հավասարակշռության մեջ:

Դիտարկենք սեպի հավասարակշռությունը (գծ. 165): Նրա վրա ազդում է մի ակտիվ ուժ՝ սեպի P կշիռը:

Սեպը ազատենք կապերից, կապերը փոխարինելով համա-



գծ. 164



գծ. 165

պատասխան հակազդումներով: Կիսագնդերի հակազդումները նշանակենք N_1 և N_2 -ով: Սրանք ուղղահայաց կլինեն սեպի ալտերին (գծ. 165): Այսպիսով, սեպը կգտնվի հավասարակշռության վիճակում P , N_1 և N_2 երեք ուժերի ազդեցության տակ: Այս ուժերը կազմում են զուգամիտվող հարթ ուժասխառնում: Ընտրենք x և y կոորդինատական առանցքներն այնպես, ինչպես ցույց է տված գծ. 165-ում:

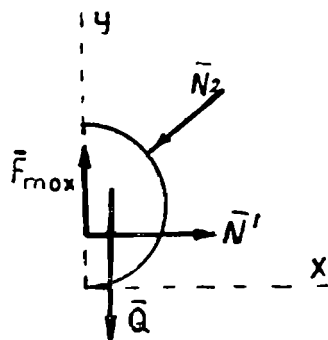
Գրենք հավասարակշռության հավասարումները: Դրանք կլինեն՝

$$\Sigma F_{ix} = -N_1 \cos \alpha + N_2 \cos \alpha = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = N_1 \sin \alpha + N_2 \sin \alpha - P = 0:$$

Այստեղից հետևում է, որ

$$N_1 = N_2 = N = \frac{P}{2 \sin \alpha}$$



գծ. 166

Այժմ դիտարկենք կիսագնդերից մեկի հավասարակշռությունը (գծ. 166): Վերցնենք ձախ կիսագունդը: Նրա վրա ազդում են

իր Q կշիռը, սեպի N հակազդումը, պատի N' նորմալ հակազդումը և $F_{\max} = fN'$ շփման ուժը: Այս բանաձևում վերցված է հավասարության նշան, քանի որ դիտարկվում է $\alpha = \alpha_{\max}$, սահմանային դեպքը, երբ հավասարակշռությունը ապահովվում է ամենամեծ շփման ուժով՝ $F_{\max}$ -ով:

Ձախ կիսագնդի վրա ազդող բոլոր ուժերի պրոյեկցիաների գումարը x և y առանցքների վրա հավասարեցնենք զրոյի: Կըստանանք՝

$$\Sigma F_{ix} = N' - N \cos \alpha_{\max} = 0, \quad (1)$$

$$\Sigma F_{iy} = F_{\max} - Q - N \sin \alpha_{\max} = 0;$$

եթե (1)-ի մեջ տեղադրենք N -ի և $F_{\max}$ -ի արժեքը, ապա կունենանք

$$N' - \frac{1}{2} P \operatorname{ctg} \alpha_{\max} = 0,$$

$$fN' - Q - P = 0:$$

Այստեղից ստացվում է

$$\operatorname{ctg} \alpha_{\max} = \frac{2Q + P}{fP},$$

կամ

$$\alpha_{\max} = \operatorname{arcctg} \frac{2Q + P}{fP}.$$

Խնդիր 71 (180): AB համասեռ ծանր ձողը դրված է C և D հենարանների վրա, որոնց միջև հեռավորությունը՝ $CD = a$, $AC = b$: Շփման գործակիցը ձողի և հենարանների միջև հավասար է f -ի: Ձողի թեքության անկյունը հորիզոնի նկատմամբ հավասար է α -ի: Ինչպիսի պայմանի պետք է բավարարի ձողի ձև կարությունը, որպեսզի ձողը գտնվի հավասարակշռության մեջ, եթե նրա հաստությունը կարելի է անտեսել:

Լուծում: Նախ դիտարկենք այն դեպքը, երբ AB հեծանի ծանրության կենտրոնը գտնվում է CD հատվածում (գծ. 167). ախինքն՝ $l < a + b$: Այնհայտ է, որ այդ դեպքում հեծանը կը պըստովի D կետի շուրջը, հետևաբար նա հավասարակշռության մեջ գտնվել չի կարող: Այս պատճառով էլ կընդունենք, որ $l > a + b$:

Այժմ դիտարկենք AB հեծանի հավասարակշռությունը, երբ նրա ծանրության կենտրոնը գտնվում է BD հատվածում: Հեծա-

նը ազատենք կապերից: Այդ դեպքում հեծանի վրա կազդեն նրա P կշիռը, C և D մակերևույթալին կապերի N_C և N_D նորմալ հակազդումները, F_C և F_D շփման ուժերը (գծ. 168): Ընտրենք x և y կոորդինատական առանցքներն այնպես, ինչպես ցույց է տրվում գծ. 168-ում:

Ակնհայտ է, որ հեծանը կգտնվի հավասարակշռության մեջ, եթե $F_C + F_D$ գումարը փոքր չլինի, քան P ուժի պրոյեկցիան հեծանի ուղղության վրա, այսինքն՝

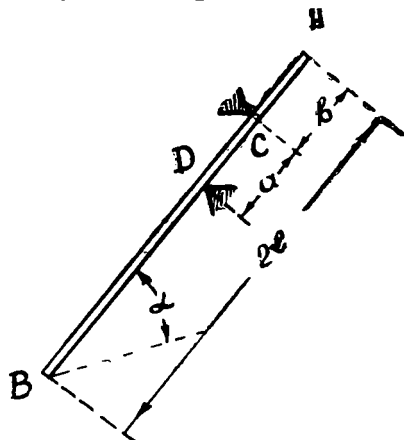
$$F_C + F_D \geq P \sin \alpha: \quad (1)$$

Փրկենք հավասարակշռության մյուս հավասարումները՝

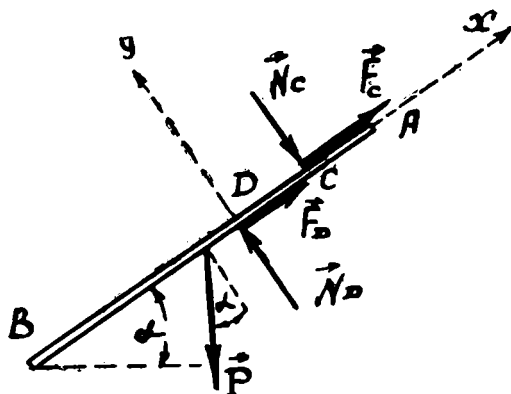
$$\Sigma F_{iy} = -P \cos \alpha + N_D - N_C = 0, \quad (2)$$

$$\Sigma m_D(F_i) = P(l - a - b) \cos \alpha - N_C \cdot a = 0: \quad (3)$$

(2) և (3) հավասարումներից որոշենք N_C և N_D հակազդումները: Կունենանք՝



Գծ. 167



Գծ. 168

$$N_C = \frac{P(l - a - b)}{a} \cos \alpha,$$

$$N_D = \frac{P(l - b)}{a} \cos \alpha:$$

Համաձայն Կուլոնի օրենքի F_C և F_D մեծերի ամենամեծ արժեքները կլինեն՝

$$F_C = fN_C = f \frac{P(l - a - b)}{a} \cos \alpha, \quad (4)$$

$$F_D = fN_D = f \cdot P \cdot \frac{l - b}{a} \cdot \cos \alpha; \quad (5)$$

Տեղադրելով F_C և F_D -ի արժեքները (4) և (5)-ից (1)-ի մեջ, կստանանք՝

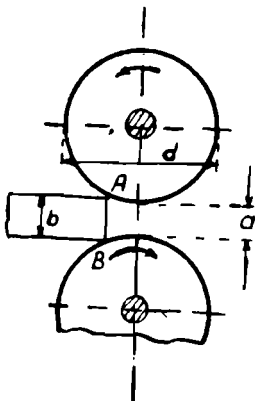
$$f(2l - 2b - a) \frac{P \cos \alpha}{a} \geq P \sin \alpha:$$

Լուծելով այս անհավասարությունը $2l$ -ի նկատմամբ, կունենանք

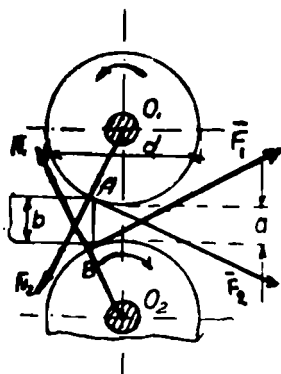
$$\text{Պատ.} \quad 2l \geq 2b + a + \frac{1}{f} \operatorname{tg} \alpha;$$

$$2l \geq 2b + a + \frac{a}{f} \operatorname{tg} \alpha, \quad l > a + b:$$

Խնդիր 72 (184): Գլանման հաստոցը բաղկացած է $d=50$ սմ տրամագիծ ունեցող երկու լիսեռներից, որոնք պտտվում են միմյանց հակառակ ուղղություններով՝ ինչպես ցույց է տրված գծագրում: Լիսեռների միջև հեռավորությունը՝ $a=0,5$ սմ: Ինչպիսի՞ b հաստություն թերթեր կարելի է գլանել այդ հաստոցի վրա, եթե շիկացած երկաթի և չուգունի լիսեռների համար շրփման գործակիցը՝ $f=0,1$:



ՊՃ. 169



ՊՃ. 170

Լ ու ծ ու մ: Դիտարկենք գլանվող թերթի հավասարակշռությանը (գծ. 169): Եթե կապերը փոխարինենք հակազդումներով, ապա գլանվող թերթի վրա ազդող պասսիվ ուժերը կլինեն՝ լիսեռների N_1 և N_2 նորմալ հակազդումները, որոնք ողողված են համապատասխանաբար O_1A , O_2B շառավիղներով, և F_1 , F_2 սահքի շփման ուժերը: F_1 , F_2 -ը կունենան A և B կետերում լիսեռներին տարած շառավիղների ուղղություները և թվապես հավասար կլինեն համապատասխանաբար fN_1 -ի fN_2 -ի (գծ. 170):

Սիմետրիկության պատճառով կունենանք $N_1 = N_2$, հետևաբար և $F_1 = F_2$: Այս արդյունքը կարելի է ստանալ հավասարակշռության հավասարումներից: Կատարենք նշանակում՝ $N_1 = N_2 = N$:

Հաստոցի աշխատանքի համար անհրաժեշտ է, որ A և B կետերում շփման ուժերի և թերթի վրա կիրառված նորմալ հակազդումների համազորը ուղղված լինի դեպի աջ՝ հորիզոնական ուղղությամբ: Իսկ դա նշանակում է, որ բոլոր ուժերի պրոյեկցիաների գումարը հորիզոնական ուղղության վրա լինի մեծ զրոյից կամ հավասար նրան: Եթե AO_1O_2 անկյունը, որը հավասար է BO_2O_1 անկյանը, նշանակենք α , ապա կունենանք

$$\Sigma F_{ix} = -2N \sin \alpha + 2N f \cos \alpha \geq 0;$$

Այստեղից ստացվում է, որ

$$\operatorname{tg} \alpha \leq f; \quad (1)$$

$\operatorname{tg} \alpha$ -ն արտահայտենք r , a , b մեծություններով: Գծազրից Լրևում է, որ

$$O_1O_2 = 2r + a,$$

$$O_1O_2 = b + 2r \cos \alpha,$$

հետևաբար,

$$2r + a = b + 2r \cos \alpha,$$

կամ

$$\cos \alpha = \frac{2r + a - b}{2r}; \quad (2)$$

Դժվար չէ ցույց տալ, որ (1)-ից հետևում է, որ

$$\cos \alpha \geq \frac{1}{\sqrt{1 + f^2}}; \quad (3)$$

(2) և (3)-ից կունենանք

$$\frac{2r + a - b}{2r} > \frac{1}{\sqrt{1 + f^2}}, \quad (4)$$

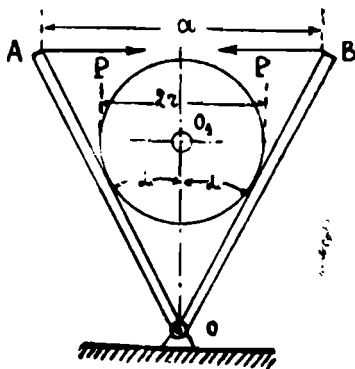
Լուծելով (4)-ը b -ի նկատմամբ, կստանանք

$$b \leq a + 2r - \frac{2r}{\sqrt{1 + f^2}},$$

Մնում է այս արտահայտության մեջ տեղադրել $a=0,5$ սմ, $2r=d=50$ սմ, $f=0,1$, Տեղադրելուց հետո կստացվի b -ի ամենամեծ արժեքը:

Պատ. $b \leq 0,75$ սմ:

Խնդիր 73 (186): Օ հողակապով միացված AO և BO երկու թիթեղների միջև տեղավորված է մի համասեռ գլան, որի O_1 առանցքը զուգահեռ է հողակապի առանցին, երկու առանցքները հորիզոնական են և գտնվում են միևնույն ուղղածից հարթության մեջ: Թիթեղները սեղմում են գլանին, A և B կետերում կիրառված հորիզոնական երկու իրար հավասար և հակառակ ուղղված P ուժերի ազդեցության տակ: Գլանի կշիռն է Q , շառավիղը r , գլանի և թիթեղների միջև շփման գործակիցը հավասար է f -ի, $\angle AOB = 2\alpha$, $AB = a$: Ինչպիսի պայմանի պետք է բավարարի P ուժի մեծությունը, որպիսի գլանը գտնվի հավասարակշռության մեջ (գծ. 171):



Գծ. 171

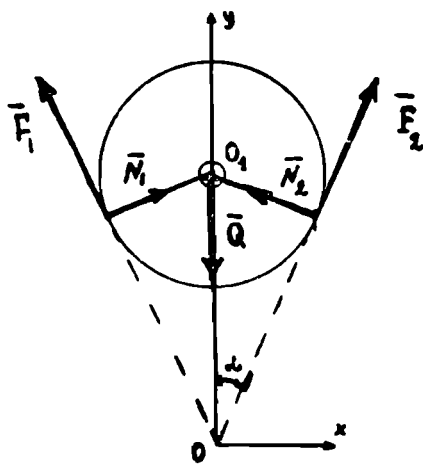
Լուծում: Դիտարկենք գլանի հավասարակշռությունը (գծ. 172): Գլանի վրա ազդում են Q ակտիվ ուժը և OA ու OB թիթեղների լրիվ հակազդումները: OA թիթեղի լրիվ հակազդումը, այսինքն՝ նրա ազդեցությունը գլանի վրա, ներկայացնենք N_1 և F_1 երկու բաղադրիչների միջոցով, որոնցից N_1 -ը ուղղված է OA -ի նորմալով, իսկ F_1 -ը՝ OA -ի շոշափողով: Նույն ձևով OB թիթեղի լրիվ հակազդումը վերա-

ծենք N_2 և F_2 բաղադրիչների, որոնցից առաջինը ունենա OB -ին ուղղահայաց ուղղություն, իսկ երկրորդը՝ ուղղված լինի OB -ով: Այստեղ N_1 և N_2 -ը OA և OB թիթեղների նորմալ հակազդումներն են, իսկ F_1 և F_2 -ը համապատասխան շփման ուժերը: Քանի որ գլանը գտնվում է հավասարակշռության մեջ, ապա կունենանք

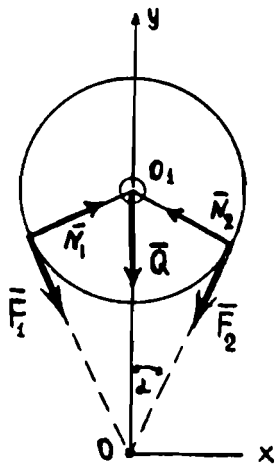
$$F_1 \leq fN_1,$$

$$F_2 \leq fN_2,$$

Գլանը, կախված A և B կետերում կիրառված P ուժերից, կարող է իջնել կամ բարձրանալ: Իջնելու դեպքում շփման F_1 և F_2 ուժերը ուղղված կլինեն գծ. 172-ում ցույց տրված ձևով, իսկ բարձրանալու դեպքում՝ հակառակ ուղղություններով (գծ. 173):



Գծ. 172



Գծ. 173

Այստեղ օգտակար է դիտարկել հետևյալ երկու դեպքերը:

1) Դիցուք P ուժերը ալյնպիսին են, որ գլանի վրա ազդող շփման ուժերը չեն թողնում նրան իջնել ցած: Այդ դեպքում շփման F_1 և F_2 ուժերը կունենան գծ. 172-ում ցույց տրված ուղղությունները:

2) Դիցուք գլանը գտնվում է հավասարակշռության մեջ P ուժերի ազդեցության տակ: Աստիճանաբար մեծացնելով ալդ ուժերը, կգա մի պահ, երբ գլանը կբարձրանա վեր: Այս դեպքում շփման ուժերը ուղղված կլինեն գծ. 173-ում ցույց տրված ձևով:

Ընտրելով կոորդինատական առանցքներն ալնպես, ինչպես ցույց է տրված գծ. 172-ում և գծ. 173-ում, գրենք գլանի հավասարակշռության հավասարումները՝ առաջին և երկրորդ դեպքերի համար առանձին-առանձին:

Առաջին դեպքի համար՝

$$\Sigma F_{ix} = -F_1 \sin \alpha + N_1 \cos \alpha + F_2 \sin \alpha - N_2 \cos \alpha = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = F_1 \cos \alpha + N_1 \sin \alpha + F_2 \cos \alpha + N_2 \sin \alpha - Q = 0,$$

$$\Sigma m_O(F_i) = -N_1 \operatorname{ret} \alpha + N_2 \operatorname{ret} \alpha = 0:$$

Երկրորդ դեպքի համար՝

$$\begin{aligned}\Sigma F_{ix} &= F_1 \sin \alpha + N_1 \cos \alpha - F_2 \sin \alpha - N_2 \cos \alpha = 0, \\ \Sigma F_{iy} &= -F_1 \cos \alpha + N_1 \sin \alpha - F_2 \cos \alpha + N_2 \sin \alpha - Q = 0, \\ \Sigma m_o(F_i) &= -N_1 \operatorname{rectg} \alpha + N_2 \operatorname{rectg} \alpha = 0,\end{aligned}$$

Հաշվելով այս հավասարումների սխառմաները, կստանանք.

$$N_1 = N_2, \quad F_1 = F_2, \quad Q = 2N_1 \sin \alpha + 2F_1 \cos \alpha: \quad (1)$$

Երկրորդ դեպքի համար՝

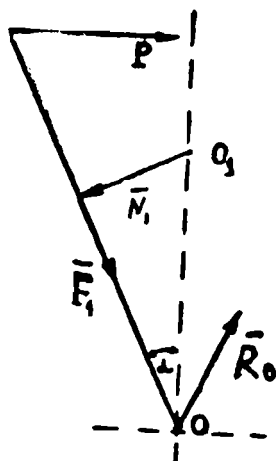
$$N_1 = N_2, \quad F_1 = F_2, \quad Q = 2N_1 \sin \alpha - 2F_1 \cos \alpha:$$

Քանի որ երկու դեպքերում էլ $N_1 = N_2$, $F_1 = F_2$, ապա OA և OB թիթեղները գտնվում են միեւնույն պայմաններում: Ուստի P -ի կախումը մյուս սովորներից պարզելու համար բավական է դիտարկել նրանցից միայն մեկի հավասարակշռությունը: Դիտարկենք OA թիթեղի հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում են P ակտիվ ուժը, O_1 զլանի ազդեցությունը OA թիթեղի վրա և O կետի հակազդումը: O_1 զլանի ազդեցությունը OA թիթեղի վրա կարելի է ներկայացնել (ազդման և հակազդման հավասարությունն աքսիոմի համաձայն) $-N_1$ և $-F_1$ բաղադրիչներով (գծ. 174): O կետի R_0 հակազդումը կլինի անհայտ թե՛ մեծություն և թե՛ ուղղություն, բայց քանի որ խնդրում չի պահանջվում որոշել R_0 -ն, ապա բավական է վերցնել հավասարակշռության հավասարումներից միայն մոմենտների հավասարումը O կետի նկատմամբ (գծ. 174): Այդ հավասարումը կլինի

$$\begin{aligned}\Sigma m_o(F_i) &= -P \cdot \frac{a}{2} \operatorname{ctg} \alpha + \\ &+ N_1 \operatorname{rectg} \alpha = 0;\end{aligned} \quad (2)$$

Այս հավասարումից հետևում է, որ

$$P = \frac{2r}{a} N_1: \quad (3)$$



Գծ. 174

Այժմ հաշվենք P ուժի ամենամեծ և ամենափոքր արժեքները՝ կախված F_1 ուժի մեծությունից և ուղղությունից:

P ուժի ամենափոքր արժեքը կլինի այն դեպքում, երբ զրոյանը հավասարակշռության վիճակից կսկսի իջնել ցած: Պարզ է,

որ ալդ դեպքում F_1 շփման ուժը կընդունի իր ամենամեծ արժեքը և ուղղված կլինի գծ. 172-ում ցույց տրված ուղղութիւններ: Կուլոնի օրենքի համաձայն կունենանք

$$F_1 = f \cdot N_1;$$

Տեղադրելով F_1 -ի արժեքը (1) բանաձևի մեջ և արտաքսելով N_1 -ի արժեքը (1)-ից և (3)-ից, կստանանք՝

$$P = \frac{r}{a} \cdot \frac{Q}{\sin \alpha + f \cos \alpha};$$

Սա կլինի P ուժի ամենափոքր արժեքը:

Այսպիսով, ստացվում է, որպեսզի գլանը չիջնի ցած, պետք է տեղի ունենա հետևյալ պայմանը.

$$P \geq \frac{r}{a} \cdot \frac{Q}{\sin \alpha + f \cos \alpha}, \quad (4)$$

Այժմ հաշվենք P ուժի ամենամեծ արժեքը, որի դեպքում գլանը նորից կգտնվի հավասարակշռութիւն մեջ: Ալդ կլինի P ուժի այն արժեքը, երբ գլանը նոր կսկսի բարձրանալ վեր, P -ի փոքր մեծացումից: Այստեղ ակնհայտ է, որ շփման ուժերը ուղղված կլինեն գծ. 173-ում ցույց տված ուղղութիւններով: Գլանը կսկսի բարձրանալ, երբ F_1 -ը ընդունի իր ամենամեծ արժեքը, որը Կուլոնի օրենքի համաձայն կլինի՝

$$(F_1)_{\max} = f N_1;$$

Տեղադրելով F_1 -ի արժեքը (2)-ից, և (3)-ից արտաքսելով N_1 -ը, կստանանք

$$P = \frac{r}{a} \cdot \frac{Q}{\sin \alpha - f \cos \alpha};$$

Սա կլինի P -ի ամենամեծ արժեքը, երբ գլանը չի բարձրանա վեր: Հետևաբար, երբ

$$P \leq \frac{r}{a} \cdot \frac{Q}{\sin \alpha - f \cos \alpha}, \quad (5)$$

գլանը չի կարող բարձրանալ վեր:

Միացնելով (4) և (5) անհավասարութիւնները, կստանանք

$$\frac{r}{a} \cdot \frac{Q}{\sin \alpha + f \cos \alpha} \leq P \leq \frac{r}{a} \cdot \frac{Q}{\sin \alpha - f \cos \alpha}, \quad (6)$$

Այս պայմանի դեպքում գլանը չի կարող ո՛չ իջնել և ո՛չ էլ բարձրանալ: (6)-ից հետևում է, որ վերջին անհավասարության աջ մասի արտահայտության հայտարարը կախված է f -ից և α -ից, ընդ որում այն կարող է լինել նաև բացասական մեծություն: Սակայն դա հնարավոր չէ, քանի որ (6) անհավասարության ձախ մասը միշտ դրական է: Այսպիսով, ստացվում է հակասություն: Ուստի մնում է պահանջել, որ $\sin \alpha - f \cos \alpha > 0$ կամ $\operatorname{tg} \alpha > f$:

Բայց խնդիրը ֆիզիկական իմաստ ունի նաև այն դեպքում, երբ $\operatorname{tg} \alpha \leq f$: Այդ դեպքում (6)-ի երկրորդ անհավասարությունը իմաստ չի ունենա, քանի որ շփման շատ մեծ գործակցի կամ α -ի շատ փոքր արժեքների դեպքում գլանը ցանկացած մեծ P ուժի դեպքում վեր բարձրանալ չի կարող: Հետևաբար հարկ չկա P ուժը վերից սահմանափակել:

Այսպիսով, ստացվում է, որ $\operatorname{tg} \alpha \leq f$ -ի դեպքում հավասարակշռության համար բավական է պահանջել, որ գլանը չիջնի ցած, այսինքն՝

$$P \geq \frac{r}{a} \cdot \frac{Q}{\sin \alpha + f \cos \alpha},$$

$$\text{Պատ. 1) } \operatorname{tg} \alpha > f, \quad \frac{r}{a} \cdot \frac{Q}{\sin \alpha + f \cos \alpha} \leq$$

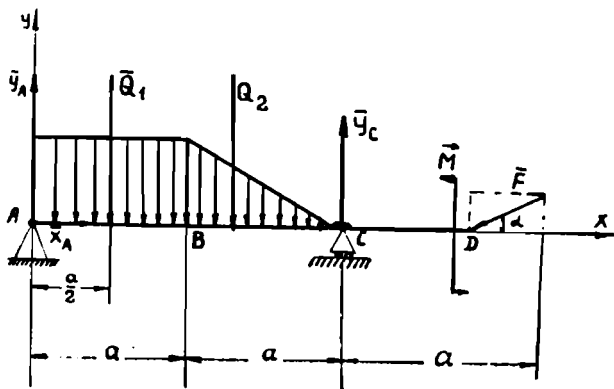
$$\leq P \leq \frac{r}{a} \cdot \frac{Q}{\sin \alpha - f \cos \alpha},$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha \leq f, \quad P \geq \frac{r}{a} \cdot \frac{Q}{\sin \alpha + f \cos \alpha},$$

Խնդիր 74: Հորիզոնական AD հեծանը հենված է A և C հենարանների վրա: Հեծանի D ծայրում կիրառված է F կենտրոնացած ուժը, որը հեծանի հետ կազմում է α անկյունը: Հեծանի AB մասի վրա ազդում է հավասարաչափ բաշխված մի բեռ, q ինտենսիվությամբ, BC մասի վրա՝ եռանկյան օրենքով բաշխված բեռ, իսկ D մասում կիրառված է M մոմենտը (գծ. 175): Որոշել A և C կետերի հենարանների հակազդումները: Չափերը նըշված են գծագրում:

Լուծում: Դիտարկենք AD հեծանի հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում են կենտրոնացած F ուժը, AB մասում հավասարաչափ, իսկ BC մասում եռանկյան օրենքով բաշխված

բեռները և M մոմենտը: Ազատենք AD հեծանը կապերից, փոխարինելով դրանք համապատասխան հակազդումներով: A հոդակապի հակազդումը կունենա X_A և Y_A բաղադրիչները՝ ուղղված



Պժ. 175

կոորդինատական առանցքներով, իսկ C կետի Y_C հակազդումը կունենա y առանցքի ուղղությամբ:

AD հեծանը նշված հարթ ուժասխստեմի ազդեցության տակ գտնվում է հավասարակշռության մեջ: Գրենք հարթ ուժասխստեմի հավասարակշռության հավասարումները, օգտվելով հավասարակշռության (1) պայմաններից: Այդ հավասարումները կլինեն՝

$$\Sigma F_{ix} = X_A - F \cos \alpha = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = Y_A - Q_1 - Q_2 + Y_C - F \sin \alpha = 0, \quad (1)$$

$$\Sigma M_A(F_i) = -Q_1 \cdot \frac{a}{2} - Q_2 \cdot \frac{4}{3}a + 2a \cdot Y_C + M -$$

$$- 3a \cdot F \sin \alpha = 0:$$

Այստեղ Q_1 -ը հեծանի AB մասում հավասարաչափ բաշխված բեռի համագործն է, որը մեծությունը հավասար է ձգ-ի և կիրառված է AB հատվածի միջնակետում: Q_2 -ը հեծանի BC մասում եռանկյան օրենքով բաշխված բեռի համագործն է: Սա մեծությունը հավասար է BCE եռանկյան մակերեսին, այսինքն՝ $P_2 = \frac{aq}{2}$ -ի և կիրառված է եռանկյան ծանրության կենտրոնով

անցնող ուղղաձգով: Նշանակում է Q_2 -ի հեռավորությունը A կետից

տից կլինի $a + \frac{1}{3}a = \frac{4}{3}a$: Տեղադրելով Q_1 և Q_2 -ի արժեքները (1) հավասարումների մեջ և լուծելով դրանք, կստանանք X_A , Y_A և Y_C -ի արժեքները:

$$\text{Պատ. } X_A = F \cos \alpha,$$

$$Y_A = \frac{11}{12} a \eta + \frac{M}{2a} - \frac{1}{2} F \sin \alpha,$$

$$Y_C = \frac{3}{2} F \sin \alpha - \frac{M}{2a} + \frac{7a \eta}{12}.$$

Խ Ո Ւ Յ Ո Ւ Մ 75 (192): R շառավիղ և Q կշիռ ունեցող գունդը գտնվում է հորիզոնական հարթության վրա: Գնդի և հարթության սահմանի շփման գործակիցն է f , գլորման շփման գործակիցը՝ k : Ինչպիսի պայմաններում գնդի կենտրոնում կիրառված P հորիզոնական ուժը կհաղորդի նրան հավասարաչափ գլորում:

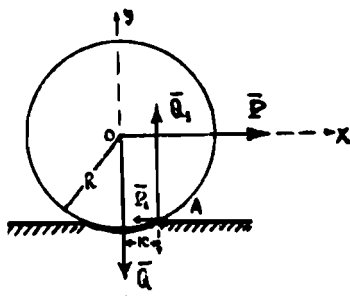
Լ Ո Ւ Ց Ո Ւ Մ: Նախ պարզենք, թե ինչ պայմանների դեպքում գունդը կգլորվի առանց սահելու: Համաձայն գլորման շփման տեսության, գունդը կգլորվի առանց սահելու, եթե սահքի շփման fQ ուժի մոմենտը O կետի նկատմամբ լինի ավելի մեծ, քան գլորման մոմենտը՝ KQ -ն, այսինքն՝

$$RfQ > KQ,$$

որտեղից

$$f > \frac{K}{R}.$$

Այժմ տեսնենք, թե ինչպիսի P հորիզոնական ուժի դեպքում գունդը հավասարաչափ կգլորվի առանց սահելու: Այդ նըպատակով դիտարկենք գնդի հավասարակշռությունը, նրա վրա ազդող ակտիվ և պասսիվ ուժերի ազդեցության տակ: Գնդի վրա ազդում են՝ նրա Q կշիռը, հորիզոնական P ուժը և հատակի հակազդման Q_1 և P_1 բաղադրիչները (գծ. 176): P ուժը որոշելու համար գրենք հավասարակշռության միայն մեկ հավասարում, ընդ որում $\Sigma m_A(F_i) = 0$: Որպես կենտրոն ընտրված է A կետը, որովհետեւ այդ կետի նկատմամբ P_1 և Q_1 հակազդումների մոմենտները հավասար են զրոյի: Այդ հավասարումը կլինի՝



ԳՃ. 176

$$\Sigma m_A(F_i) = Qk - PR = 0;$$

Այստեղից ստացվում է

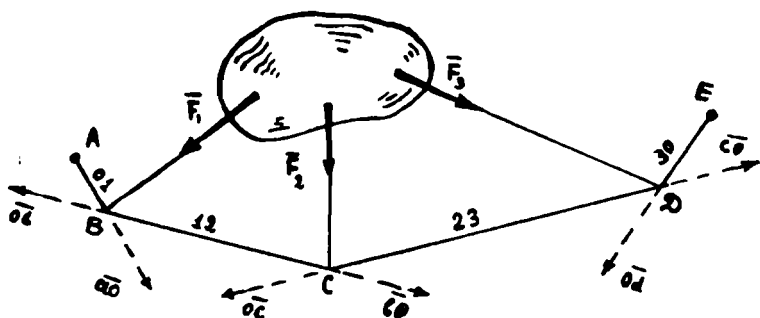
$$P = Q \cdot \frac{k}{R};$$

Պատ. $\frac{k}{R} < f, \quad P = Q \cdot \frac{k}{R};$

§ 6. ԳՐԱՅՈՍԱՏԱՏԻԿԱ

Ստատիկայի այն բաժինը, որտեղ ուժասիւստեմի գումարման և հավասարակշռության վերաբերյալ խնդիրները լուծվում են զրաֆիկական եղանակներով, կոչվում է զրաֆիկոստատիկա: Ստատիկայի խնդիրների լուծման զրաֆիկական եղանակը հիմնված է ուժային և պարանային բազմանկյունների կառուցման վրա:

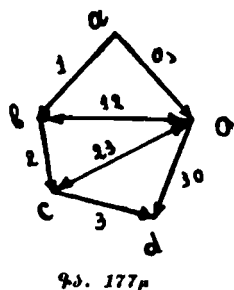
1. Ուժային և պարանային բազմանկյուն: Տված ուժասիւստեմի ուժային բազմանկյուն կոչվում է այն բազմանկյունը, որի կողմերը հավասար և զուգահեռ են այդ սիստեմի ուժերին և յուրաքանչյուր ուժի վերջնակետը սկզբնակետ է հաջորդ ուժի համար:



Գծ. 177 ա

Դիցուք պինդ մարմնի վրա ազդում են F_1, F_2, F_3 երեք ուժերը (գծ. 177ա): $abcd$ պատկերը (գծ. 177բ), որի կողմերը հավասար և զուգահեռ են տված F_1, F_2, F_3 ուժերին, կոչվում է ուժային բազմանկյուն: Ուժային բազմանկյան մեջ ուժերը սովորաբար նշանակում են թվերով. F_1 -ի փոխարեն նշանակում են 1, F_2 -ի փոխարեն՝ 2, և այլն:

Ուժային բազմանկյան հարթություն վրա վերցնենք մի կամավոր O կետ (բևեռ), որ չգտնվի ոչ բազմանկյան կողմերի և ոչ էլ նրանց շարունակությունների վրա (գծ. 177բ): Միացնենք այդ O կետը բազմանկյան գագաթների հետ Oa, Ob, Oc և Od ճառագայթներով և դրանք համարակալենք համապատասխանաբար 01, 12, 23, 30 թվերով (կարդացվում է ալյաբև՝ «զրո-մեկ» «մեկ-երկու» և այլն): Ուժային բազմանկյան ճառագայթները միացնում են O բևեռը ուժային բազմանկյան գագաթների հետ: Այսպես, օրինակ, Ob ճառագայթը միացնում է O բևեռը այն գագաթի հետ, որտեղ զուգամիտվում են 1 և 2 ուժերը և դրա համար էլ այդ ճառագայթը նշանակվում է 12:



Գծ. 177բ

Այժմ վերցնենք գծ. 177 ա-ի վրա մի կամավոր A կետ և այդ կետով տանենք 01 ճառագայթին զուգահեռ ուղիղ, մինչև նրա հատվելը F_1 ուժի ազդման գծի հետ B կետում: B կետով տանենք մի ուղիղ՝ զուգահեռ 12 ճառագայթին մինչև նրա հատվելը F_2 ուժի ազդման գծի հետ C կետում, և այլն: Այս ձևով կառուցված $ABCDE$ բևեռային գիծը կոչվում է պարանային բազմանկյուն: Պարանային բազմանկյունը կոչվում է փակ, եթե նրա ծայրային կողմերը (մեր օրինակում AD և DE) համընկնում են, այսինքն՝ ուղղված են միևնույն ուղղով: Հակառակ դեպքում բազմանկյունը կոչվում է բաց:

Պարանային բազմանկյան կառուցման միջոցով ցանկացած հարթ ուժասխստեմը փոխարինվում է երկու ուժերով, որոնք շուրջըղված են պարանային բազմանկյան ծայրային կողմերով (AB և DE):

Oa, Ob, Oc և Od ճառագայթների միջոցով F_1, F_2 և F_3 ուժերից յուրաքանչյուրը վերածվում է երկու ուժերի՝

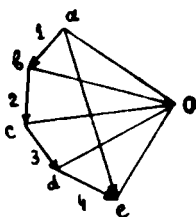
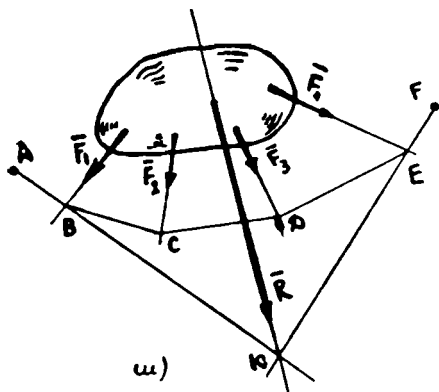
$$F_1 = aO + Ob, \quad F_2 = bO + Oc, \quad F_3 = cO + Od:$$

2. **Համազորի գրաֆիկական որոշումը:** Ուժասխստեմի համազորը գրաֆիկորեն կարելի է որոշել զուգահեռակողմի կանոնի հաջորդական կիրառման միջոցով: Բայց այս եղանակը, մեծ թվով ուժերի դեպքում, նպատակահարմար չէ կիրառել:

Համազորը գրաֆիկորեն հեշտությամբ որոշվում է ուժային և պարանային բազմանկյունների կառուցման միջոցով:

Դիցուք պինդ մարմնի վրա ազդում են F_1, F_2, F_3, F_4 ու-

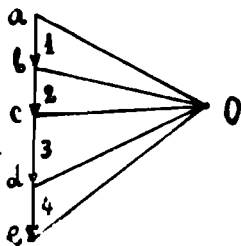
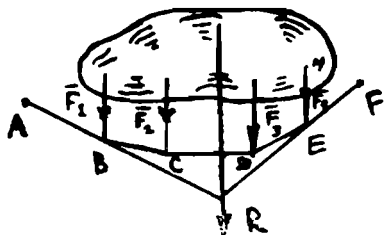
ժերը (գծ. 178ա): Այս ուժերի համար, ըստ նախորդը ընտրված մասշտաբի, կառուցենք $abcde$ ուժային բազմանկյունը (գծ. 178բ): Բազմանկյան ac փակող կողմը կորոշի R համագործի մե-



Գծ. 178

ծախյունը և ուղղախյունը: Համագործի կիրառման կետը որոշելու համար a, b, c, d, e զազախները միացնենք կամավոր ընտրված O բևեռի հետ և, տանելով $AB \parallel aO$, $BC \parallel bO$ և այլն, կառուցենք պարանային $ABCDE$ բազմանկյունը (գծ. 178ա): Տված ուժա-սիստեմը կարելի է փոխարինել երկու ուժերով՝ ուղղված AB և EF ուղիղներով: Հետևաբար, F_1, F_2, F_3, F_4 ուժերի համագործն անցնում է AB և EF ուղիղների հատման K կետով:

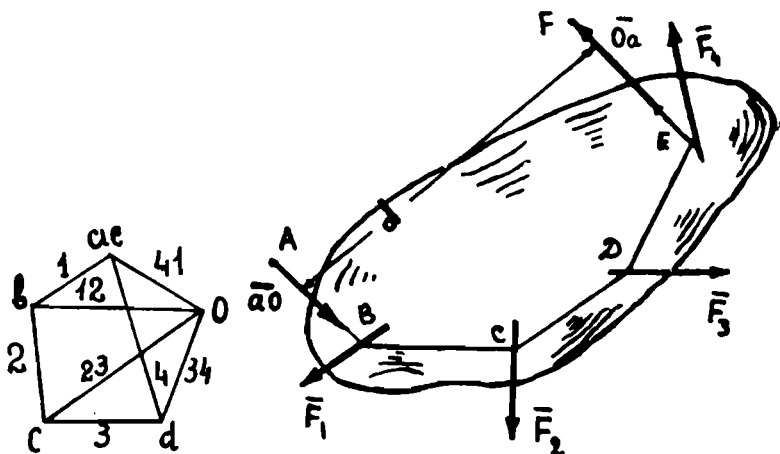
Այսպիսով, եթե կառուցենք պարանային բազմանկյուն և շարունակենք նրա ծալրային կողմերը մինչև նրանց հատվելը, ապա կստանանք մի K կետ, որով պետք է անցնի տրված ուժերի համագործը: Այժմ տանելով K կետով մի ուղիղ զուգահեռ ac -ին և կիրառելով նրա ցանկացած կետում R ուժը, մենք կստանանք որոնելի համագործը:



Գծ. 179

Նույն ձևով կարելի է կառուցել զուգահեռ ուժերի համազորը՝ Գծ. 179-ում ցույց է տրված F_1, F_2, F_3, F_4 զուգահեռ ուժերի համազորի կառուցումը: Այդ դեպքում ուժային բազմանկյունը վերածվում է ողորդ հատվածի, աստի համազորը կլինի $R=AC$:

3. Արդյունաբար զուլգի գրաֆիկական կառուցումը: Եթե տրված հարթ ուժասխառնի համար կառուցած ուժային բազմանկյունը փակ է, իսկ պարանային բազմանկյունը՝ բաց, ապա այդ ուժասխառնը բերվում է մի արդյունաբար ուժազուլգի: Իրոք, եթե F_1, F_2, F_3, F_4 ուժերի $abde$ ուժային բազմանկյունը փակ է (գծ. 180), ապա aO և Oe ճառագայթները համընկնում են: Այն դեպքում, եթե պարանային բազմանկյունը փակ չէ, ապա նրա ծայրային AB և EF կողմերը կլինեն զուգահեռ:



Գծ. 180

Մենք տեսանք, որ ուժասխառնը կարելի է փոխարինել երկու ուժերով: Տվյալ դեպքում այդ ուժերը կլինեն aO և Oe -ն՝ ողղված AB և EF ուղիղներով:

Այսպիսով, F_1, F_2, F_3, F_4 ուժասխառնը փոխարինվում է (aO, Oe) ուժազուլգով, որի բազուկն է d , իսկ մոմենտը $Oa \cdot d$: Այստեղ Oa -ն չափվում է ուժերի մասշտաբով, իսկ d -ն՝ երկարությունների մասշտաբով:

4. Հարթ ուժասխառնի հավասարակշռության գրաֆիկական պայմանները: Մենք տեսանք, որ եթե տված հարթ ուժասխառնի ուժային և պարանային բազմանկյուններից որևէ մեկը փակ չէ, ապա տված սխառնը բերվում է համազորի կամ ուժազուլգի և՛

հետեւարար, ուժասիւտեմը հավասարակշռութիւն մեջ գտնվել չի կարող: Հարթ ուժասիւտեմի հավասարակշռութիւն պայմանները կարելի է ձեռնարկել հետեւյալ կերպ:

Պինդ մարմնի վրա ազդող կամայական հարթ ուժասիւտեմի հավասարակշռութիւն անհրաժեշտ ու բավարար պայմանն է, որ ալիք ուժերի համար կառուցած ուժային և պարանային բազմանկյունները լինեն փակ:

Այսպիսով,

ա) եթե ուժային բազմանկյունը փակ չէ, ապա հարթ ուժասիւտեմը համարժեք է մեկ ուժի (ուժասիւտեմը ունի համազոր),

բ) եթե ուժային բազմանկյունը փակ է, իսկ պարանային բազմանկյունը փակ չէ, ապա ուժասիւտեմը համարժեք է մի սեւագույգի,

գ) եթե ուժային և պարանային բազմանկյունները միաժամանակ փակ են, ապա ուժասիւտեմը կգտնվի հավասարակշռութիւն մեջ:

5. Հեռաբաժանիչի հակազդումների որոշումը: Հարթ ուժասիւտեմի ազդեցութիւն տակ գտնվող պինդ մարմնի հենարանային հակազդումները կարելի է որոշել հետեւյալ կերպ:

Պատկերել պինդ մարմնի վրա ազդող ակտիվ ուժերը նախօրոք ընտրված մասշտաբով: Մտքով դեն գցել հենարանները, փոխարինելով նրանց ազդեցութիւնը որոնելի հակազդումներով: Այնուհետեւ, առանձին գծագրի վրա կառուցել ուժային բազմանկյուն և դրանից որոշել որոնելի հակազդումների գումարը (իհարկե, առաջիկ հակազդումները առանձին-առանձին որոշել հրնարավոր չէ): Դրանից հետո որպէս քեւո ընտրել որեւէ կամավոր կետ և վերջինս ճառագայթներով միացնել ուժային բազմանկյան գագաթների հետ: Առաջին գծագրի վրա կառուցել պարանային բազմանկյուն, որի փակող կողմը կլինի այն ճառագայթը, որը բաժանում է հենարանային հակազդումները: Տանելով ստացված փակող ճառագայթին զուգահեռ ուղիղ, ուժային լարմանկյան գծագրի վրա կորոշենք որոնելի հենարանային հակազդումներից յուրաքանչյուրը առանձին-առանձին:

6. Հարթ ֆեռմանների գրաֆիկական հաշվարկը: Ֆեռմա կոչ-

վում է ձողերից կազմված այն կոշտ կոնստրուկցիան, որի մեջ բոլոր ձողերը իրենց ծալերով միացված են հողակապերով: Եթե ֆերմայի բոլոր ձողերը գտնվում են մի հարթության վրա, ապա ֆերման կոչվում է հարթ: Մենք դիտարկելու ենք միայն հարթ ֆերմաները, որոնց վրա ազդող ուժերը գտնվում են նույն հարթության վրա:

Ձողերի միացման տեղերը կոչվում են ֆերմայի հանգույցներ: Հանգույցները դիտարկվում են որպես կետեր: Ֆերմաների հաշվարկի ժամանակ ընդունվում է, որ ֆերմայի վրա ազդող բոլոր ուժերը կիրառված են նրա հանգույցներում, որոնցում շրջման ուժերը արհամարհվում են: Վերը նշված պայմանների առկայության դեպքում կարելի է ընդունել, որ ֆերմայի բոլոր ձողերը ձգվում կամ սեղմվում են: Ձգող ճիգերը պայմանավորվենք համարել դրական, իսկ սեղմող ճիգերը՝ բացասական:

Ֆերմաները լինում են ստատիկորեն որոշելի և ստատիկորեն անորոշելի: Մենք դիտարկելու ենք միայն ստատիկորեն որոշելի ֆերմաները: Ֆերման կլինի ստատիկորեն որոշելի, եթե նրա հանգույցների թվի և ձողերի թվի միջև գոյություն ունի հետևյալ առնչությունը՝

$$m = 2n - 3,$$

որտեղ n -ը հանգույցների թիվն է, իսկ m -ը՝ ձողերի թիվը: Եթե $m > 2n - 3$, ապա ֆերման կլինի ստատիկորեն անորոշելի, իսկ եթե $m < 2n - 3$ -ից՝ ֆերման կվերածվի մեխանիզմի. նա կկատարի շարժում:

Ֆերմաների հաշվարկը բերվում է նրանց հենարանային հակազդումների և ձողերում առաջացող ճիգերի որոշմանը: Հենարանային հակազդումների որոշման հարցը արդեն քննարկված է, մնում է դիտարկել ֆերմայի ձողերում առաջացող ճիգերի որոշման խնդիրը:

Ստատիկորեն որոշելի ֆերմաների ձողերում առաջացող ճիգերի որոշման համար գոյություն ունեն հետևյալ երեք եղանակները.

- ա) հանգույցների անջատման եղանակը,
 - բ) հատումների եղանակը,
 - գ) Մաքսվել-Կրեմոնի դիագրամի կառուցումը:
- Մենք դիտարկելու ենք միայն առաջին եղանակը:

Ֆերմայի ձողերում ճիգերի հաշվման ժամանակ անհրաժեշտ է նրա վրա ազդող բոլոր ակտիվ և պասսիվ ուժերը հա-

մարել արտաքին ուժեր, իսկ ձողերում առաջացած ճիգերը՝ ներքին ուժեր:

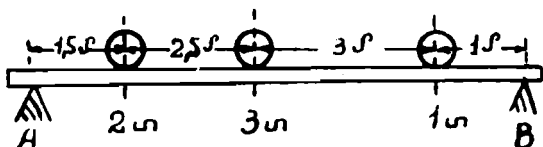
Հանգույցների անջատման եղանակով ինդիքներ լուծելիս նախ որոշակի հաջորդականությամբ ընտրում ենք այն հանգույցները, որոնց հավասարակշռությունը պետք է դիտարկել, ըստ որում այդ ընտրությունը կատարվում է այնպես, որ յուրաքանչյուր հանգույցի հավասարակշռությունը դիտարկելիս հանգույցի վրա ազդող անհայտ հակազդումների (ճիգերի) թիվը չգերազանցի երկուսից: Այնուհետև դիտարկում ենք համապատասխան հանգույցի հավասարակշռությունը՝ նրա վրա ազդող զուգամիավոր հարթ ուժասիւսեմի ազդեցություն սակ:

Փերմաների հաշվարկը հանգույցների անջատման եղանակով կատարելիս կարելի է օգտվել անալիտիկ և գրաֆիկական մեթոդներից:

7. ԽՆԴԻՐՆԵՐ

Ստորև բերվում են գրաֆոստատիկայի վերաբերյալ մի քանի ինդիքների լուծումները:

Խ Ն Դ Ի Ր 76 (193): Որոշել գրաֆիկորեն և ստուգել անալիտիկորեն 8 մ թռիչք ունեցող հեծանի հենարանային հակազդումները, որոնք առաջանում են 2 տ, 3 տ, 1 տ երեք բեռներից, գծագրում ցույց տրված նրանց դասավորության դեպքում: Հեծանի կշիռը հաշվի չառնել (գծ. 181):

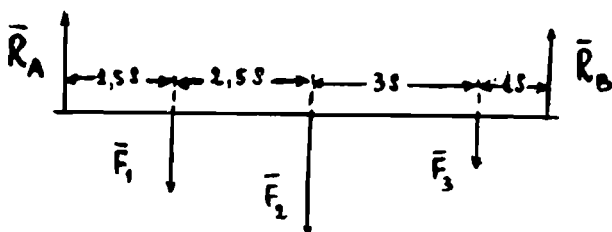


ԳՃ. 181

Լ Ո Ւ Ց Ո Ւ Մ: Դիտարկենք AB հեծանի հավասարակշռությունը: Հեծանի վրա ազդում են F_1 , F_2 , F_3 ակտիվ ուժերը ($F_1 = 2$ տ, $F_2 = 3$ տ, $F_3 = 1$ տ): Թեքառվեցի կապերից, նրանց աղդեցությունը փոխարինելով R_A և R_B հակազդումներով, որոնք ուղղված կլինեն ուղղաձիգ դեպի վեր (գծ. 182):

Հեծանի վրա ազդող F_1 , F_2 , F_3 , R_B և R_A ուժերի համար կառուցենք ուժային բազմանկյուն, համարակալելով R_B -ն 4 համարով, իսկ R_A -ն 5 համարով: Կամավոր ընտրված C կետով տա-

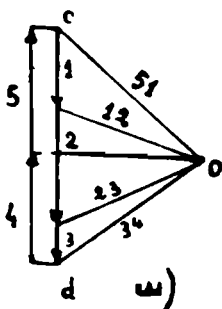
նենք մի վեկտոր, որը պատկերի F_1 ուժը, ընդ որում նույն մասշտաբով, ինչ որ F_1 -ը: Նույն ձևով տանենք մի երրորդ վեկտոր՝ համապատասխան F_3 ուժի (գծ. 183 ա):



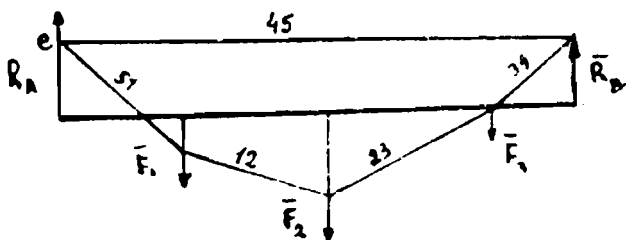
Գծ. 182

Հենարանային R_A և R_B հակազդումների ուղղութիւնները մեզ հայտնի են, իսկ մեծութիւնները՝ անհայտ: Քանի որ հեծանք գտնվում է հափասարակչութիւն մեջ, ապա ուժային բազմանկյունը պետք է լինի փակ: Հետևաբար, R_A վեկտորի վերջնակետը պետք է համընկնի F_1 վեկտորի սկզբնակետի հետ (c կետում), իսկ R_B վեկտորի սկզբնակետը՝ F_3 վեկտորի վերջնակետի հետ (d կետում): Այսպիսով, հակազդումների գումարի վեկտորը մեզ հայտնի է: Այս գումարի յուրաքանչյուր գումարելիի մեծութիւնը որոշելու համար կամավոր ընտրած O կետից տանենք 51 ճառագայթը դեպի F_1 վեկտորի սկզբնակետը և R_A վեկտորի վերջնակետը, 12 ճառագայթը դեպի F_2 վեկտորի սկզբնակետը, 23 ճառագայթը դեպի F_3 վեկտորի սկզբնակետը, 34 ճառագայթը՝ R_B վեկտորի սկզբնակետը (որը համընկնում է F_3 վեկտորի վերջնակետի հետ d կետում): 45 ճառագայթի ուղղութիւնը անհայտ է, քանի որ R_A և R_B հակազդումների մեծութիւնները անհայտ են:

Այնուհետև, անցնենք պարանային բազմանկյան կառուցմանը: Իրա համար e կետից (գծ. 183 բ) R_A -ի ազդման գծի վրա տանենք մի ուղիղ՝ զուգահեռ 51 ճառագայթին մինչև F_1 ուժի ազդման գծի հետ հատվելը, նրանց հատման կետով տանենք ուղիղ զուգահեռ 12 ճառագայթին, մինչև F_2 ուժի ազդման գծի հետ հատվելը, նույն ձևովով էլ տանենք ուղիղներ 23, 34 ճառագայթներին զուգահեռ, մինչև նրանց



Գծ. 183 ա



Գժ. 183 ռ

հատումը F_3 ուժի և R_B հակազդման հետ:

Քանի որ ուժասխտեմը գտնվում է հավասարակշռության մեջ, ապա պարանալին բազմակյունը պետք է լինի փակ և, հետևաբար, R_A և R_B հակազդումների ազդման գծերի միջև եղած ողիղը պետք է անցնի e կետով: Այժմ մենք կարող ենք O բևեռից տանել այդ ողիղին զուգահեռ 45 ճառագայթը, այն ժե հատվածը կբաժանի երկու մասի, որոնք հավասար կլինեն R_A և R_B հակազդումներին (պարզության համար գժ. 183-ում R_A և R_B հակազդումները տեղափոխված են մի քիչ դեպի ձախ): Չափելով գտնված հակազդումների մեծությունները, ընդունված մասշտաբով, գտնում ենք արժեքները՝ $R_A = 3,25$ տ, $R_B = 2,75$ տ:

Այս նույն արդյունքը կարելի է ստանալ անալիտիկորեն: Դրա համար տանենք կոորդինատական սիստեմ: x առանցքը վերցնենք զուգահեռ տված ուժերին՝ ողիված դեպի վեր: F_1 , F_2 , F_3 , R_A և R_B զուգահեռ ուժերի ազդեցության տակ AB հեծանը գտնվում է հավասարակշռության մեջ: Այդ ուժա սիստեմի հավասարակշռության հավասարումները կլինեն՝

$$\Sigma F_{ix} = -F_1 - F_2 - F_3 - R_A - R_B = 0,$$

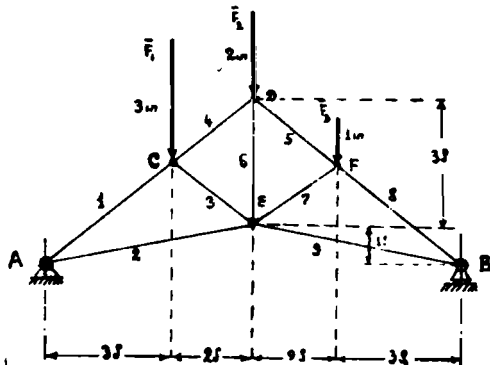
$$\Sigma m_A(F_i) = -1,5F_1 - 4F_2 - 7F_3 + 8R_B = 0:$$

Տեղադրելով F_1 , F_2 , F_3 -ի արժեքները և լուծելով ստացված երկու հավասարումները, կստանանք R_A և R_B -ի համար նույն արժեքները:

Պատ. $R_A = 3,25$ տ, $R_B = 2,75$ տ:

Խնդիր 77 (198): Որոշել գրաֆիկորեն և ստուգել անալիտիկորեն ծագեցվոր ֆերմայի հենարանալին հակազդումները և ձողերում ճիգերը: Ֆերման, նրա վրա կիրառված ուժերի հետ

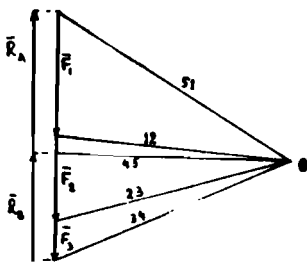
միասին, պատկերված է գծագրում (գծ. 184 ա):



Գծ. 184ա

Լուծում: Նախ լուծենք խնդիրը գրաֆիկորեն:

Ֆերման գտնվում է հավասարակշռության մեջ: Հետևաբար, նրա վրա ազդող բոլոր ուժերի ուժային բաղաձայնակումը, ինչպես նաև պարանային բաղաձայնակումը պետք է լինի փակ: Ֆերմայի B կետում դրված մակերևութային կապի R_B հակազդումը զուգահեռ կլինի F_1 , F_2 և F_3 ուժերին: A կետում եղած կետային կապի R_A հակազդումը նույնպես պետք է զուգահեռ լինի այդ ուժերին: Եթե R_A հակազդումը զուգահեռ չլինի այդ ուժերին, ապա նրա հորիզոնական, բաղադրելի ոչ մի ուժով հավասարակշռվել չի կարող և, հետևաբար, ֆերման հավասարակշռության մեջ գտնվել չի կարող:

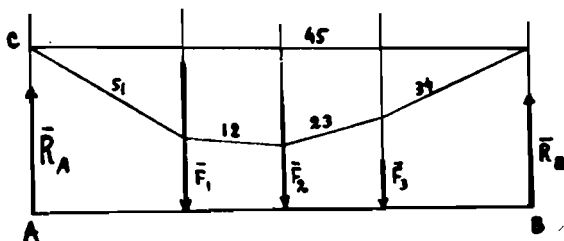


Կառուցենք F_1 , F_2 , F_3 , R_A և R_B ուժերի ուժային բաղաձայնակումը (գծ. 184 բ): Քանի որ այս ուժասխստեմը գտնվում է հավասարակշռության մեջ, ապա ուժային բաղաձայնակումը պետք է լինի փակ և R_A վեկտորի վերջնակետը պետք է համընկնի F_1 վեկտորի սկզբնակետի հետ, իսկ R_B վեկտորի

Գծ. 184բ

վերջնակետը՝ F_3 վեկտորի սկզբնակետի հետ: Այսպիսով, R_A և R_B հակազդումների գումար վեկտորը մեզ հայտնի է: Այս $R_A + R_B$ գումարի յուրաքանչյուր գումարելու մեծությունը որոշելու համար կառուցենք պարանային բաղաձայնակում: Դրա համար վերց-

նենք մի կամավոր O կետ և F_1, F_2, F_3 ուժերի ծալրերը միացնենք այդ կետի հետ 12, 23, 34 և 51 ուղիղներով: Այնուհետև R_A -ի ազդման գծի վրա վերցնենք մի կամավոր C կետ և այդ կետից տանենք մի ուղիղ զուգահեռ 51 ճառագայթին, մինչև F_1 ուժի ազդման գծի հետ հատվելը: Ստացված հատման կետից



Գծ. 184 Գ

տանենք հաջորդ ուղիղը զուգահեռ 12 ուղիղին (գծ. 184 Գ): Նման ձևով կատուցենք 23 և 34 ուղիղներին զուգահեռ ուղիղներ: Քանի որ ուժասխստեմը գտնվում է հավասարակշռության մեջ, ապա պարանային բազմանկյունը պետք է լինի փակ և, հետևաբար, R_A և R_B հակազդումների ազդման գծերի միջև եղած ուղիղը պետք է անցնի C կետով: Այժմ տանենք O քեռուից 45 ուղիղին զուգահեռ ուղիղը, որը, հատելով $F_1 + F_2 + F_3$ վեկտորին, կորոշի R_A և R_B հակազդումների բաժանման կետը: Այսպիսով, կստանանք

$$R_A = 3,4 \text{ տ}, R_B = 2,6 \text{ տ}:$$

Այս R_A և R_B հակազդումների մեծությունները անալիտիկորեն որոշելու համար անհրաժեշտ է տանել կորոշինատական x առանցքը՝ զուգահեռ ուժերին և կազմել հավասարակշռության հետևյալ երկու հավասարումները՝

$$\Sigma F_{ix} = R_A + R_B - F_1 - F_2 - F_3 = 0,$$

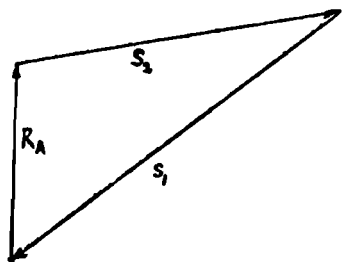
$$\Sigma m_A(F_i) = -3F_1 - 5F_2 - 7F_3 + 10R_B = 0:$$

Լուծելով այս հավասարումները, կարող ենք որոշել R_A և R_B հակազդումների մեծությունները: Կստանանք նույն պատասխանը:

Այժմ որոշենք ֆերմալի ձողերում առաջացած ճիգերը:

Նախ պետք է ցույց տալ, որ այս ֆերման ստատիկորեն որոշելի է: Իրա համար ֆերմալի ձողերի և հանգույցների թվերը տեղադրենք $m = 2n - 3$ պայմանի մեջ: Կստանանք՝ $9 = 2 \cdot 6 - 3$: Նշանակում է ֆերման ստատիկորեն որոշելի է:

Ֆերմալի ձողերում առաջացած ճիգերը որոշելու համար օգտորվենք հանգույցների անջատման եղանակից: Իրա համար կտրենք 1 և 2 ձողերը և դիտարկենք A հանգույցի հավասարակշռությունը, որի վրա ազդում են R_A , S_1 և S_2 ուժերը: A կետի հավասարակշռությունից հետևում է, որ այս ուժերը պետք է կազմեն

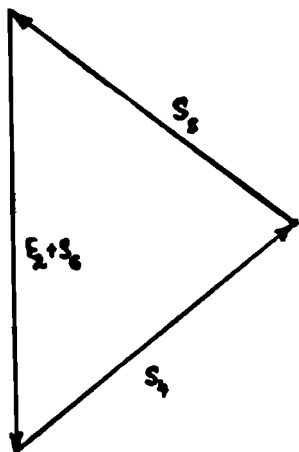
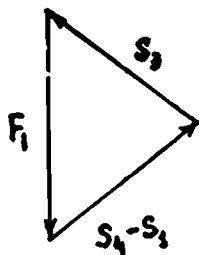


Պժ. 184ա

ուժային փակ եռանկյունի: Կառուցենք այդ եռանկյունին, տեղադրելով R_A հայտնի ուժը համապատասխան մասշտաբով (գծ. 184 դ): Ստացված ուժային եռանկյունուց որոշում ենք S_1 և S_2 ճիգերը թե՛ մեծությամբ և թե՛ ուղղությամբ: Ստացվում է՝ $S_1 = -7,3$ տ, $S_2 = +5,8$ տ:

Այնուհետև նպատակահարմար է դիտարկել C կետի հավասարակշռությունը:

Նրա վրա ազդում են տված F_1 ուժը, S'_1 ճիգը, որը ազդման և հակազդման հավասարակշռության աքսիոմի համաձայն հավասար կլինի — S_1 -ի, և 3 ու 4 ձողերի S_3 ու S_4 ճիգերը: Այս չորս ուժերից — S_1 և S_4 ուժերը ունեն ընդհանուր ազդման գիծ և ուղղված են նույն կողմը: Հետևապես, C կետի հավասարակշռությունը դիտարկելիս կարելի է ընդունել, որ նրա վրա ազդում են միայն 3 ուժեր՝ F_1 , S_3 և $S_4 - S_1$: C կետի հավասարակշռության հետևանքով այս երեք ուժերը կկազմեն ուժային փակ եռանկյունի: Կառուցենք այդ եռանկյունին (գծ. 184 ե): Ստացված ուժային եռանկյունուց որոշում ենք S_3 և S_4 ուժերի թե՛ մեծություն-



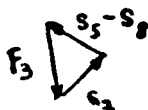
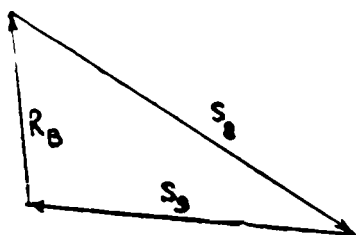
Պժ. 184 ե, գ

ները և թե՛ ուղղութիւնները: Ստացվում է՝ $S_3 = -2,44$ տ, $S_4 = -4,7$ տ:

Նույն ձևով կարելի է դիտարկել D կետի հավասարակշռութիւնը և որոշել S_5 ու S_6 ճիգերը: Ստացվում է՝ $S_5 = -4,7$ տ, $S_6 = 3,9$ տ:

Միւս ձողերի ճիգերը հաշվելու համար կարելի է դիտարկել E, F, B կետերից որեւէ երկուսի հավասարակշռութիւնը (հաշորդականութիւնը կարեւոր չէ, քանի որ այդ կետերից յուրաքանչիւրի հավասարակշռութիւնը դիտարկելիս կունենանք միայն երկու անհայտներ): Անհրաժեշտ է նշել, որ E կետի հավասարակշռութիւնը դիտարկել նպատակահարմար չէ, քանի որ E կետում ազդում են տարբեր ուղղութիւններ ունեցող 5 ուժեր, այնինչ F և B կետերում ազդում են միայն երեքական ուժեր: Դիտարկելով նախ B կետի, այնուհետև F կետի հավասարակշռութիւն-

ները և կառուցելով համապատասխան ուժային եռանկյուն-



Գծ. է, ը

ները (գծ. 184 է, ը), կորոշենք S_8 , S_9 , S_5 և S_7 ճիգերը:

Ֆերմալի ճիգերի որոշումը կարելի է կատարել նաև անալիտիկորեն: Դրա համար բավական է յուրաքանչիւր հանգույցում տանել կոորդինատական սիստեմ և գրել այդ կետում կիրառված ուժերի հավասարակշռության հավասարումները:

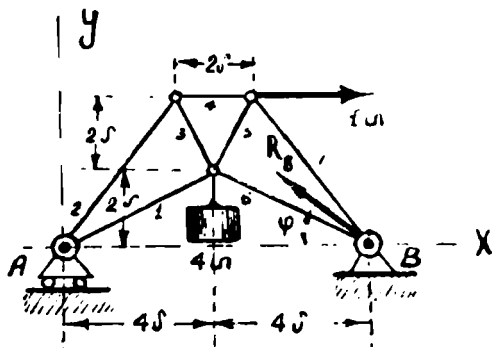
Պատ. $R_A = 3,4$ տ,

$R_B = 2,6$ տ:

Ձողի համարը	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ճիգը տ-ով	-7,3	+5,8	-2,44	-4,7	-4,7	+3,9	-0,81	-5,5	+4,4

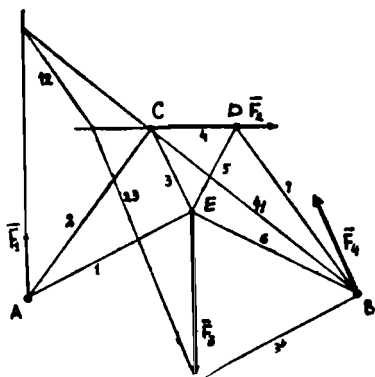
Խնդիր 78 (202): Որոշել գծագրում պատկերված կառուցվածքի հենարանային հակազդումները և ձողերում առաջացած ճիգերը գրաֆիկորեն և ստուգել այն անալիտիկորեն (գծ. 185ա):

Լուծում: Որոշակի մասշտաբով (տվյալ դեպքում 1 սմ-ում



Պժ. 185 ա

1 մ) գծենք տված ֆերման, A և B հենարանների հակազդումները որոշելու համար կառուցենք ուժային և պարանային բազմանկյուններ: Քանի որ ֆերման գտնվում է հավասարակշռու-



Պժ. 185 բ

թյան մեջ, ապա այդ բազմանկյունները կլինեն փակ: Համարակալենք F_1 , F_2 , F_3 և F_4 ուժերը գծ. 185բ-ում ցույց տրված ձևով: Կամայական ընտրած կետից տանենք F_2 ուժը, նրա վերջնակետից F_3 ուժը, իսկ ըսկրզնակետից՝ F_1 ուժին զուգահեռ մի ուղիղ (գծ. 185 գ):

F_1 -ի սկզբնակետը և F_3 -ի վերջնակետը միացնող F_4 ուժը անհայտ է թե՛ մեծությունով և թե՛ ուղղությամբ: F_4 -ը որոշե-

լու համար կոգտվենք պարանային բազմանկյան փակ լինելուց: Դրա համար վերցնենք մի կամավոր O կետ (գծ. 185 գ) և տանենք 12, 23, 34 ճառագայթները: Դրանից հետո 185 բ-ի վրա B կետից տանենք 34 ուղիղը՝ զուգահեռ 34 ճառագայթին, մինչև F_3 ուժի ազդման գծի հետ հատվելու: Այնուհետև հատման կետից տանենք 23 ուղիղը՝ զուգահեռ 23 ճառագայթին, մինչև F_2 ուժի ազդման գծի հետ հատվելու: Այդ կետից տանենք 12 ուղիղը՝ զուգահեռ 12 ճառագայթին, մինչև F_1 ուժի ազդման գծի

հետ հատվելը: Ստացված կետը միացնելով B կետին, կստանանք ± 1 ողիղը: Այնուհետև զծ. 185 գ-ի O կետից տանենք ± 1 ողիղին զուգահեռ ճառագայթը, մինչև F_1 ուժի ազդման գծի հետ հատվելը: Այդ կետը միացնելով F_3 ուժի վերջնակետի հետ, կորոշենք F_4 ուժի մեծությունը և ուղղությունը:

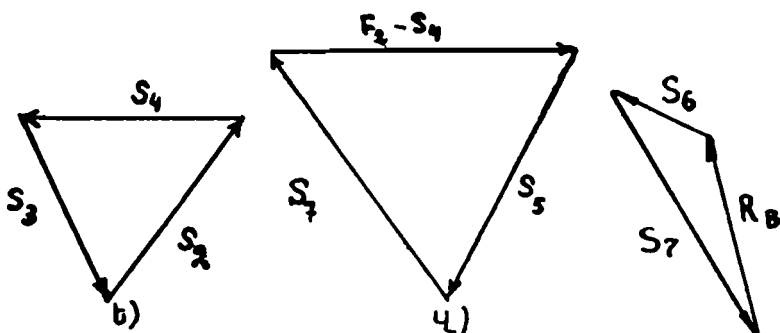
R_A և R_B հակազդումները կարելի է որոշել անալիտիկորեն: Դրա համար անհրաժեշտ է օգտվել հարթ ուժափստեմի հավասարակշռության (I) պայմաններից: Այդ հավասարումները կլինեն.

94. 185 7,7

Լուծելով այս հավասարումների սիստեմը, կստանանք՝

Այժմ հաշվենք ձողերում առաջացած ճիգերը, օգտվելով հանգուլցների անջատման եղանակից: Նախորդ խնդրի նման նախ անջատենք A հանգուլցը և դիտարկենք նրա հավասարակշռությունը: A կետի վրա կազդեն F_1 , S_1 , S_2 ուժերը, որտեղ S_1 և S_2 -ը 1 և 2 ձողերի ճիգերն են: Քանի որ այդ երեք ուժերը գտնվում են հավասարակշռության մեջ, ապա նրանք կլկազմեն ուժային փակ եռանկյունի (գծ. 185 դ): Դրանից կորոշենք S_1 և S_2 ուժերը, որոնց մեծությունները կլինեն՝ $S_1 = 2u$, $S_2 = 3u$:

$S_3 = 2,7$ տ, $S_4 = -3$ տ, $S_5 = 3,6$ տ, $S_7 = -4$ տ, $S_6 = 1,57$ տ:



Պժ. 185 ե, գ, է

Ֆերմալի ճիգերի որոշումը կարելի է կատարել նաև անալիտիկորեն: Դրա համար բավական է լուրաքանչլուր հանգուլցում տանել կոորդինատական սիստեմ և գրել այդ կետում կիրառված ուժերի հավասարակշռության հավասարումները:

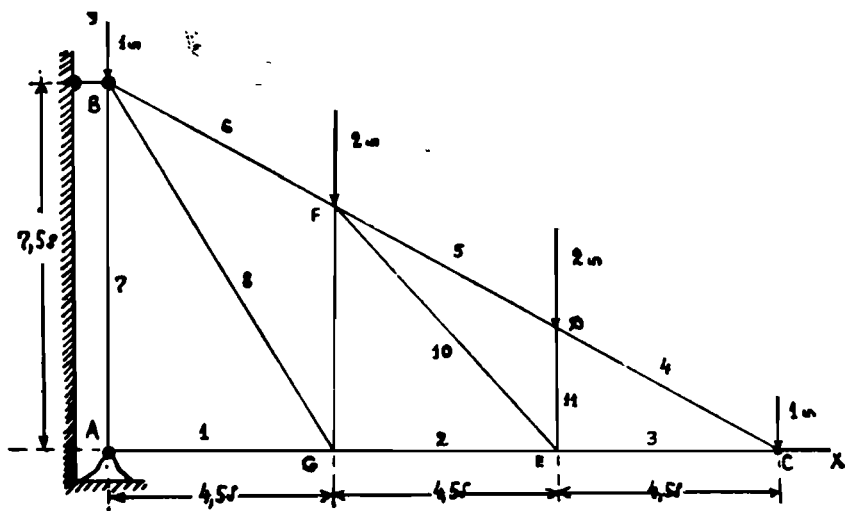
Պատ. $R_A = 1,5$ տ, $R_B = 2,7$ տ, $\varphi = 68^\circ$:

Ջողի համարը	1	2	3	4	5	6	7
Ճիգը տ-ով	+2	-3	+2,7	-3	+3,6	+1,57	-4

Խ Ն Դ Ի ր 79 (207): Որոշել գծագրում պատկերված Ֆերմալի հենարանային հակազդումները և ձողերում առաջացող ճիգերը (գծ. 186 ա):

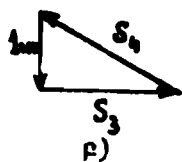
Լ ու ծ ու մ: Ֆերմալի հենարանային հակազդումները և ձողերում առաջացող ճիգերը որոշելու համար կիրառենք հանգուլցների անշատման եղանակը: Այս խնդրի լուծման ժամանակ կարելի է կիրառել այդ եղանակը առանց ուժային և պարանային բազմանկյունները կառուցելու (այսինքն՝ անալիտիկ եղանակով):

Նախ զիտարկենք C կետի հավասարակշռությունը. 3 և 4 ձողերը փոխարինելով համապատասխան S_3 և S_4 ճիգերով: Կառուցենք C կետում կիրառված $F_1 = 1$ տ ուժի և S_3 , S_4 ճիգերի համապատասխան ուժային եռանկյունին (գծ. 186 բ): Քանի որ C կետը գտնվում է հավասարակշռության մեջ, ապա ուժային եռանկյունին կլինի փակ: Այստեղից որոշում ենք S_3 և S_4

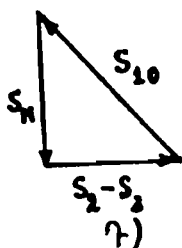
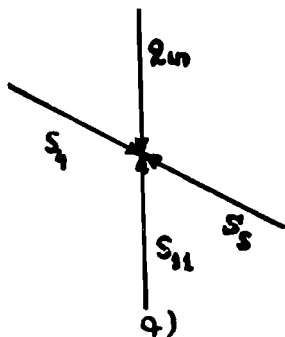


Պժ. 186 ա

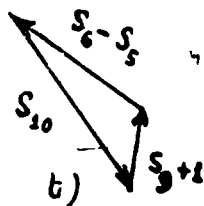
ճիգերը: Ստացվում է $S_4 = -2.06$ տ, $S_3 = -1.8$ տ: Անուհետև, նույն ձևով, հաջորդաբար դիտարկելով E, D, F, C կետերի հավասարակշռությունները, կորոշենք $S_5, S_{11}, S_{10}, S_2, S_6, S_9, S_1$ և S_8 ճիգերը (Պժ. 186 գ, դ, ե, զ): Կրտսեանք՝ $S_5 = 2.06$ տ, $S_{11} = -2$ տ, $S_{10} = 2.7$ տ, $S_2 = -3.6$ տ, $S_6 = 4.1$ տ, $S_9 = -3$ տ, $S_1 = -5.4$ տ, $S_8 = 3.5$ տ:



Պժ. 186 բ

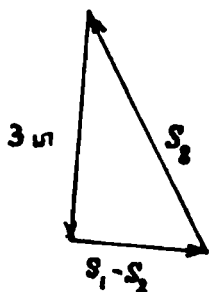


Պժ. 186 գ, դ, ե



A կետում դրված կետալին կապը փոխարինենք R_A հակազ-

դումով, որը կունենա X_A, Y_A երկու բաղադրիչներ՝ ուղղված կոորդինատական x և y առանցքներով (գծ. 186 ա): Այսպիսով, A կետում կիրառված կլինեն X_A, Y_A, S_1 և S_7 ուժերը, որոնց հավասարակշռությանից կհետևի, որ



$$\Sigma F_{ix} = X_A + S_1 = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = Y_A + S_7 = 0:$$

Այստեղից ստացվում է, որ

$$X_A = -S_1 = 5,6 \text{ տ}, \quad Y_A = -S_7:$$

Գծ. 186 Դ

Նույն ձևով B կետի հավասարակշռությանից կունենանք՝

$$\Sigma F_{ix} = X_B + S_6 \cdot \frac{13,5}{\sqrt{(7,5)^2 + (13,5)^2}} + S_8 \cdot \frac{4,5}{\sqrt{(4,5)^2 + (7,5)^2}} = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = -S_7 - S_8 \cdot \frac{7,5}{\sqrt{(7,5)^2 + (13,5)^2}} - 1 - S_6 \cdot$$

$$\cdot \frac{7,5}{\sqrt{(7,5)^2 + (13,5)^2}} = 0$$

Հետևելով այս հավասարումների սխեմանը, կստանանք

$$X_A = -5,4 \text{ տ}, \quad S_7 = -6 \text{ տ}:$$

$$\text{Պատ. } X_A = 5,4 \text{ տ}, \quad Y_A = 6 \text{ տ}, \quad X_B = -5,4 \text{ տ}:$$

Ձողի համարը	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ճիշդ տոկ	-5,4	-3,6	-1,8	+2,06	+2,06	+4,1	-6	+3,5	-3	+2,7	-2

ՏԱՐԱԾԱԿԱՆ ՈՒԺԱՍԻՍՏԵՄ

§ 7. ԶՈՒԳԱՄԻՏՎՈՂ ՈՒԺԱՍԻՍՏԵՄ

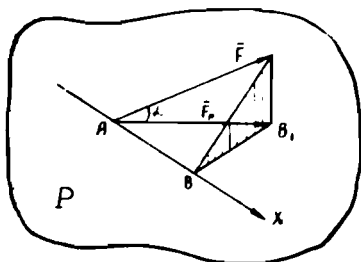
1. Զուգամիտվող տարածական ուժասիստեմի համագործը: Զուգամիտվող տարածական ուժասիստեմը, հարթ ուժասիստեմի նման, բերվում է համագործի:

Զուգամիտվող տարածական ուժասիստեմի համագործը հավասար է այդ ուժերի վեկտորական գումարին.

$$R = \sum_{i=1}^n F_i$$

R համագործը $F_1, F_2, \dots, F_n$ ուժերի վրա կառուցած տարածական ուժային բազմանկյան փակող կողմն է:

Մասնավոր դեպքում, եթե զուգամիտվող ուժերի թիվը հավասար է երեքի, ապա նրանց համագործը մեծությամբ և ուղղությամբ կլինի այդ ուժերի վրա կառուցված զուգահեռանիստի անկյունագիծը (գծ. 187):



Գծ. 187

Զուգամիտվող տարածական ուժասիստեմի ուժային բազմանկյունը հարթ պատկեր չէ, նա իրենից ներկայացնում է տարածական քնկալ գիծ: Դրա համար էլ հարթության վրա չգտնվող զուգամիտվող ուժերը գումարելիս առավելությունը պետք է տալ անալիտիկ եղա-

նակին:

Ուժասիստեմի R համագործի պրոյեկցիաները դեկարտյան x, y, z առանցքների վրա հավասար են բոլոր ուժերի պրոյեկցիաների գումարին այդ առանցքների վրա, այսինքն՝

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix}, \quad R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy}, \quad R_z = \sum_{i=1}^n F_{iz}$$

Ուժերի պրոյեկցիաների միջոցով համագործի մեծությունը և ուղղությունը որոշվում են հետևյալ բանաձևերով.

$$R = \sqrt{(\sum F_{ix})^2 + (\sum F_{iy})^2 + (\sum F_{iz})^2},$$

$$\cos(\hat{x}, R) = \frac{R_x}{R}, \quad \cos(\hat{y}, R) = \frac{R_y}{R},$$

$$\cos(\hat{z}, R) = \frac{R_z}{R} :$$

2. Զուգամիտվող սարածական ուժասիստեմի հավասարակշռության պայմաններ: Պինդ մարմնի վրա ազդող զուգամիտվող տարածական ուժասիստեմի հավասարակշռության անհրաժեշտ ու բավարար պայմանն է, որ այդ սիստեմի համագործը հավասար լինի զրոյի՝ $R = 0$, կամ նույնն է թե՛ ուժային բազմանկյունը լինի փակ: Անալիտիկորեն զուգամիտվող տարածական ուժասիստեմի հավասարակշռության պայմանները արտահայտվում են՝

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad R_z = \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0,$$

հավասարումների միջոցով: Նշանակում է՝ զուգամիտվող տարածական ուժասիստեմի հավասարակշռության անհրաժեշտ և բավարար պայմանն է, որ սիստեմի բոլոր ուժերի պրոյեկցիաների հանրահաշվական գումարը երեք կոորդինատական առանցքներից յուրաքանչյուրի վրա լինի զրո:

3. Պինդ մարմնի հավասարակշռության խնդրի լուծումը, երբ մեզ վրա ազդում են զուգամիտվող սարածական ուժեր: Հարթ ուժասիստեմի խնդիրների լուծման վերաբերյալ նախորդ պարագրաֆներում բոլոր ասածները հիմնականում վերաբերում են նաև զուգամիտվող տարածական ուժասիստեմի խնդիրների լուծմանը:

Այս խնդիրների լուծման ժամանակ նպատակահարմար է կոորդինատական սիստեմի սկզբնակետը տեղափոխել գումարելի ուժերի ազդման գծերի հատման կետում, իսկ կոորդինատական առանցքները ուղղել զուգահեռ կամ ուղղահայաց ուժերի մեծ մասին:

Այս խնդիրները լուծելիս երբեմն օգտակար է լինում կիրառել կրկնակի պրոյեկտման մեթոդը:

4. **Կրկնակի պրոյեկտման մեթոդը:** Ուժի պրոյեկցիան որևէ X առանցքի վրա որոշվում է

$$F_x = F \cos(F, \hat{X})$$

բանաձևով:

Դրա համար էլ ուժի պրոյեկցիան առանցքի վրա գտնելու համար անհրաժեշտ է գտնել ուժի և առանցքի միջև կազմված անկյունը, տվյալ դեպքում $\angle(F, \hat{X})$: Այս անկյունը միշտ չէ որ կարելի է հեշտությամբ գտնել: Շատ դեպքերում ուժի պրոյեկցիան առանցքի վրա գտնելու համար նպատակահարմար է օգտվել կրկնակի պրոյեկտման մեթոդից:

Դիցուք պահանջվում է գտնել F ուժի պրոյեկցիան X առանցքի վրա (գծ. 187):

Դրա համար տանենք մի P հարթություն. որը պարունակի իր մեջ X առանցքը: F ուժի պրոյեկտենք այդ հարթության վրա: F ուժի պրոյեկցիան P հարթության վրա կլինի, $F_p = AB_1$ վեկտորը, որի մեծությունը հավասար է՝

$$F_p = F \cos \alpha \quad \left(0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \right),$$

Այստեղ α -ն F_p վեկտորի և P հարթության միջև կազմած անկյունն է:

Այնուհետև F_p վեկտորը պրոյեկտենք X առանցքի վրա: Գծագրի վրա այդ պրոյեկցիան ներկայացված է AB հատվածով, Կունենանք՝

$$AB = F_p \cos(F_p, \hat{X}) = F \cos \alpha \cos(F_p, \hat{X}),$$

AB հատվածը կլինի F ուժի պրոյեկցիան X առանցքի վրա:

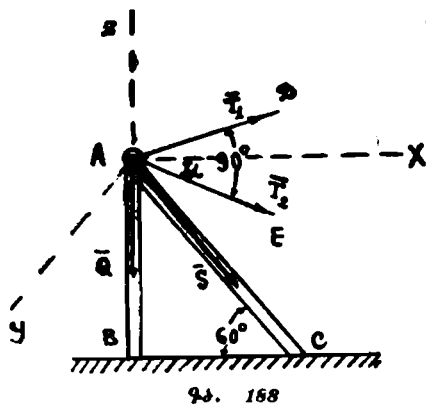
Այսպիսով, ստանում ենք, որ

$$\text{պր}_X F = F \cos \alpha \cos(F_p, \hat{X}),$$

ԽՆԴԻՐՆԵՐ

Ստորև բերվում են զուգամիտվող տարածական ուժասիւտեմի հավասարակշռության վերաբերյալ մի շարք խնդիրներ լուծումները:

Խ Ե Ղ Ի Բ 80 (211): AC դիմկալ ունեցող AB հեռագրասյու-
նից կախված են հորիզոնական դիրքով հեռագրալարեր, որոնք
կազմում են $\angle DAE = 90^\circ$ անկյուն: AD և AE հաղորդալարերի
լարումները համապատասխանաբար հավասար են 12 կՊ և 16 կՊ:
A կետում միացումը հողակապալին է: Գտնել $\angle BAC$ և $\angle BAE$
հարթություններիով կազմված α անկյունը այն դեպքում, երբ



սյունը կողմնալին ծոման
չի ենթարկվում և որոշել
դիմկալում S ճիգը, եթե
նա դրված է հորիզոնի նը-
կատմամբ 60° անկյան տակ:
Սյան և դիմկալի կշիռները
արհամարհել (գժ. 188):

Լ ու ծ ու մ: Դիտարկենք
A հանգույցի հավասարա-
կրշռութունը: A կետում
կիրառված են $T_1 = 12$ կՊ
և $T_2 = 16$ կՊ ակտիվ ու-
ժերը, որոնք ուղղված են

համապատասխանաբար AD և AE հաղորդալարերով: Վերացնենք
AC դիմկալը և AB հեռագրասյունը: AC դիմկալում եղած ճիգը
նշանակենք S-ով, որը ուղղված կլինի A կետից դեպի C կետը:
AB հեռագրասյան հակազդումը նշանակենք Q-ով: Խնդրում չի
պահանջվում գտնել Q-ն:

Տանենք դեկարտյան կոորդինատական xyz սիստեմը: Սկզբը
նակետը տեղափորենք A կետում, z առանցքը ուղղենք BA-ով,
իսկ x, y առանցքները՝ ուղղահայաց չ-ին: Դժվար չէ նկատել,
որ α -ն կլինի $\angle AEX$ -ով ու $\angle AXY$ -ով կազմված անկյունը:

A կետում կիրառված են T_1 , T_2 , S և Q ուժերը: Այս ու-
ժերը կազմում են հավասարակշռված ուժախիստեմ: Գրենք ու-
ժախիստեմի հավասարակշռության հավասարումները: Քանի որ
չի պահանջվում գտնել Q ուժը, ապա կարիք չկա վերցնելու հա-
վասարակշռության $\sum F_{iz} = 0$ հավասարումը: Հավասարակշռու-
թյան մնացած երկու հավասարումները կլինեն՝

$$\sum F_{ix} = S \cos 60^\circ + T_1 \sin \alpha + T_2 \cos \alpha = 0,$$

$$\sum F_{iy} = -T_1 \cos \alpha + T_2 \cos (90^\circ - \alpha) = 0:$$

Երկրորդ հավասարումից ստացվում է, որ

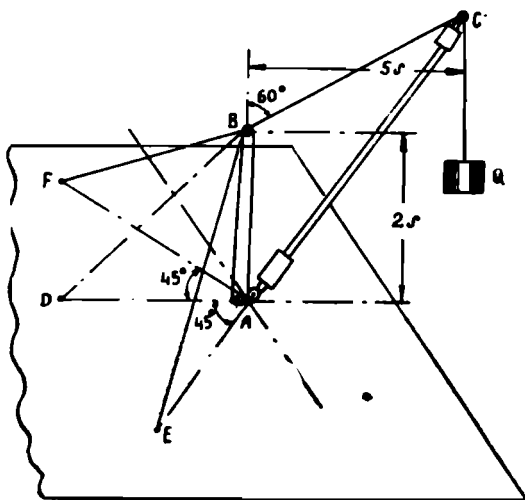
$$\sin \alpha = \frac{3}{5}, \quad \alpha = \arcsin \frac{3}{5},$$

իսկ առաջին հավասարումից՝

$$S = -40 \text{ կՊ},$$

$$\text{Պատ.} \quad \alpha = \arcsin \frac{3}{5}, \quad S = -40 \text{ կՊ},$$

Խնդիր 81 (216): Շարժական ամբարձիչը, որը քարձրացնում է շաղկապով Q բեռը, կառուցված է այնպես, ինչպես ցույց է տրված գծագրում. $AB = AE = AF = 2a$, $\angle EAF = 90^\circ$, ամբարձիչի ABC հարթությունը կիսում է $EABF$ երկնիստ անկյունը: Անտեսելով ամբարձիչի մասերի կշիռները, որոշել ուղղաձիգ AB կանգնակի սեղմող P_1 ուժը, ինչպես նաև BC լարի և BE ու BF մետաղալարերի P_2 , P_3 և P_4 ձգող ուժերը (գծ. 189):

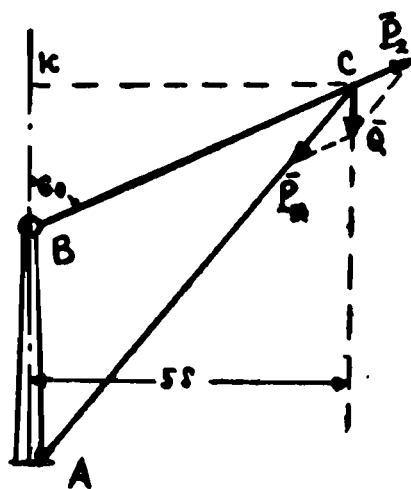


ԳՃ. 189

Լուծում: Խնդիրը պահանջում է գտնել P_1 , P_2 , P_3 և P_4 անհայտ ուժերը: Բայց քանի որ անհայտների թիվը մեծ է 3-ից, ուստի պետք է պինդ մարմիններից կազմված սխեման տրոհել մասերի և դիտարկել այդ մասերի հավասարակշռություններն առանձին-առանձին: Այստեղ օգտակար է դիտարկել B հանգույցի և AC ձողի C կետի հավասարակշռությունները: B հանգույցում կիրառված են P_1 , P_2 , P_3 և P_4 անհայտ ուժերը: Սրանք անմի-

ջապեռ որոշել հնարավոր չէ, քանի որ այս կետում ոչ մի հայտնի ուժ չի կիրառված: Դրա համար էլ նախ դիտարկենք C կետի հավասարակշռությունը, դրանից որոշենք այս 4 անհայտներից մեկը և ապա նոր անցնենք B հանգույցի հավասարակշռության դիտարկմանը:

C կետում կիրառված են՝ Q բեռը, BC լարի P_2 ձգող ուժը և A հոդակապի R_A հակազդումը (գծ. 190): Այս ուժերը գտնվում են հավասարակշռության մեջ, հետևաբար, նրանք կկազմեն



գծ. 190

ուժային փակ եռանկյունի, որը նման կլինի ABC եռանկյանը: Նմանությունից հետևում է, որ

$$\frac{P_2}{Q} = \frac{BC}{AB}, \text{ որտեղ}$$

$$BC = \frac{CK}{\sin 60^\circ} = \frac{10}{\sqrt{3}},$$

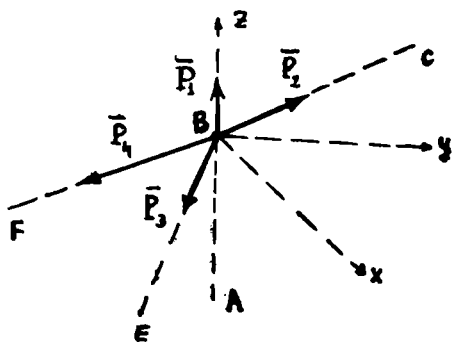
$$AB = 2 \text{ մ:}$$

Այստեղից ստացվում է՝

$$P_2 = Q \cdot \frac{BC}{AB} = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ տ:}$$

Այժմ դիտարկենք B հանգույցի հավասարակշռությունը (գծ. 191): B կետում կիրառված են, ինչպես նշվեց վերևում, P_1 , P_2 , P_3 , P_4 ուժերը, որոնցից P_2 -ը հայտնի է, իսկ P_1 , P_3 , P_4 -ը անհայտ են: Որպես կոորդինատական սիստեմի կենտրոն ընդունենք B կետը, By առանցքն ուղղենք հորիզոնական ուղղությամբ (ABC հարթության վրա), Bx-ը՝ ուղղահայաց այդ հարթությանը և զուգահեռ EF ուղղին, իսկ Bz-ը՝ ուղղաձիգ դեպի վեր:

B կետը գտնվում է հավասարակշռության մեջ:



գծ. 191

Հետևաբար, B կետում կիրառված զուգամիտվող տարածական ուժասխտեմը հավասարակշռված է: Գրենք հավասարակշռության երեք հավասարումները: P_3 և P_4 ուժերի պրոյեկցիաները By առանցքի վրա ուտանալու համար անհրաժեշտ է կատարել կրկնակի պրոյեկտում: Սկզբում այդ ուժերը պրոյեկտում ենք AEF հարթության վրա և ապա գտած պրոյեկցիաները նորից պրոյեկտում AD ուղղի վրա, որը զուգահեռ է By առանցքին (քանի որ $AB = AF$, ապա $\angle BEA = \angle BFA = 45^\circ$): Հավասարակշռության հավասարումները կլինեն՝

$$\Sigma F_{ix} = -P_3 \cos 45^\circ \cos 45^\circ + P_4 \cos 45^\circ \cos 45^\circ = 0,$$

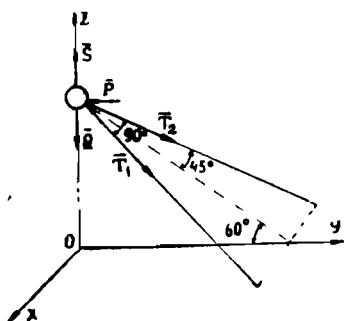
$$\Sigma F_{iy} = P_2 \sin 60^\circ - P_3 \cos 45^\circ \cos 45^\circ - P_4 \cos 45^\circ \cos 45^\circ = 0,$$

$$\Sigma F_{iz} = P_1 + P_2 \cos 60^\circ - P_3 \cos 45^\circ - P_4 \cos 45^\circ = 0:$$

Այս հավասարումների մեջ տեղադրելով P_2 -ի արժեքը և լուծելով սխտեմը, կստանանք՝ $P_3 = P_4 = 5\text{տ}$, $P_1 = 4,2\text{տ}$:

$$\text{Պատ. } P_1 = 4,2\text{տ}, P_2 = 5,8\text{տ}, P_3 = P_4 = 5\text{տ}:$$

Խ 6 ղ ի ր 82 (218): Քամու ազդեցության տակ գտնվող օդապարիկը պահվում է երկու պարաններով: Պարանները միմյանց հետ կազմում են ուղիղ անկյուն. այն հարթությունը, որի մեջ նրանք գտնվում են, հորիզոնական հարթության հետ կազմում է 60° -ի անկյուն: Քամու ուղղությունը ուղղահայաց է այդ հարթությունների հատման գծին և ինքն էլ գտնվում է հորիզոնական հարթության մեջ: Գունդը իր մեջ եղած գազի հետ միասին կշռում է $Q = 250$ կԳ: Գնդի ծավալը հավասար է $215,4\text{մ}^3$ -ի, իսկ 1մ^3 օդի կշիռն է՝ $1,3$ կԳ: Որոշել պարանների T_1 և T_2 լարումները, ինչպես նաև գնդի վրա քամու ճնշման ուժերի P համազորը,



Պ. 192

ընդունելով, որ գնդի վրա ազդող բոլոր ուժերի ազդման գծերը հատվում են գնդի կենտրոնում (գծ. 192):

Լ ու ծ ու մ: Դիտարկենք օդապարիկի հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում են P_1 , Q և S ակտիվ ուժերը, որտեղ S -ը վերամբարձ ուժն է: Արքիմեդի օրենքի համաձայն վերամբարձ ուժի մեծությունը կլինի՝

$$S = V \cdot \gamma = 215,4 \cdot 1,3 = 280,02 \text{ կԳ}:$$

Այստեղ γ -ն 1 մ³ օդի կշիռն է:

Եթե պարանների ճիգերը նշանակենք T_1 և T_2 -ով, ապա կստանանք P, Q, S, T_1 և T_2 զուգամիտվող հավասարակշռված տարածական ուժասխառնմ:

Կոորդինատական առանցքներն ընտրենք այնպես, որ yz հարթությունը կիսի պարաններով կազմված անկյունը:

Ստորև բերված աղյուսակում տրված են բոլոր ուժերի պրոյեկցիաները կոորդինատական առանցքների վրա:

	F_x	F_y	F_z
P	O	— P	O
Q	O	O	— Q
S	O	O	S
T_1	$T_1 \cos 45^\circ$	$T_1 \cos 45^\circ \cos 60^\circ$	— $T_1 \cos 45^\circ \cos 30^\circ$
T_2	— $T_2 \cos 45^\circ$	$T_2 \cos 45^\circ \cos 60^\circ$	— $T_2 \cos 45^\circ \cos 30^\circ$

Այս աղյուսակում T_1 և T_2 ուժերի պրոյեկցիաները կազմելիս օգտագործված է կրկնակի պրոյեկտման մեթոդը: Այստեղ T_1 և T_2 ուժերը նախ պրոյեկտված են T_1 և T_2 ուժերով կազմված անկյան կիսորդի վրա և ապա նոր միայն՝ yz կոորդինատական առանցքների վրա:

Հավասարակշռության հավասարումները կլինեն՝

$$\Sigma F_{ix} = T_1 \cos 45^\circ - T_2 \cos 45^\circ = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = -P + T_1 \cos 45^\circ \cos 60^\circ + T_2 \cos 45^\circ \cos 60^\circ = 0,$$

$$\Sigma F_{iz} = -Q + S - T_1 \cos 45^\circ \cos 30^\circ - T_2 \cos 45^\circ \cos 30^\circ = 0:$$

Առաջին հավասարումից հետևում է, որ $T_1 = T_2$: Լուծելով երկրորդ և երրորդ հավասարումները, կստանանք՝

$$T_1 = T_2 = \frac{60}{\sqrt{6}} = 10\sqrt{6} \text{ կՊ},$$

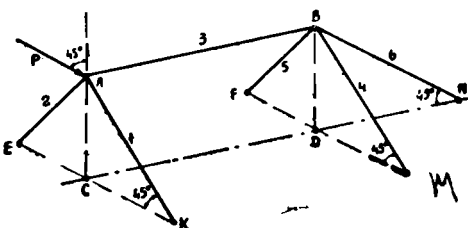
$$P = T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{3} \text{ կՊ},$$

Պատ. $T_1 = T_2 = 24,5 \text{ կՊ}, P = 17,3 \text{ կՊ}:$

Խ Ն Պ Ի Ր 83 (220): Գծագրում պատկերված է 1, 2, 3, 4, 5,

6 ձողերից կազմած տարածական ֆերման: P ուժը ազդում է A հանգույցի վրա $ABDC$ ուղղանկյան հարթության մեջ, ընդ որում նրա ազդման CA գիծը ուղղաձգի հետ կազմում է 45° -ի անկյուն: $\triangle EAK = \triangle EBM$, EAK , FBM և NDB հավասարասրուն եռանկյունների A , B և D գագաթների անկյունները ուղիղ են: Քրոշիկ ձողերում ճիգերը, եթե $P = 1$ տ (գծ. 193):

Լուծում: Դիտարկենք A հանգույցի հավասարակշռությունը (գծ. 194): Նրա վրա կիրառված է P ակտիվ ուժը: Վերացնենք կապերը, դրանք փոխարինելով S_1 , S_2 , S_3 հակազդումներով: Ընտրենք կոորդինատական առանցքները գծ. 194-ում



Գծ. 193

ցույց տրված ձևով և գրենք հավասարակշռության երեք հավասարումները.

$$\Sigma F_{ix} = S_1 \cos 45^\circ - S_2 \cos 45^\circ = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = S_3 + P \sin 45^\circ = 0,$$

$$\Sigma F_{iz} = -P \cos 45^\circ - S_1 \sin 45^\circ - S_2 \cos 45^\circ = 0,$$

Լուծելով այս հավասարումների սիստեմը, կստանանք.

$$S_1 = S_2 = -\frac{P}{2} = -0,5 \text{ տ},$$

$$S_3 = -0,707 \text{ տ},$$

Այժմ դիտարկենք B հանգույցի հավասարակշռությունը (գծ. 195): Նրա վրա ազդում են $S_3^1 = S_3$ արդեն հայտնի ուժը և S_4 , S_5 , S_6 անհայտ հակազդումները: Ընտրենք կոորդինատական առանցքները և գրենք B հանգույցի հավասարակշռության հավասարումները.

$$\Sigma F_{ix} = S_4 \cos 45^\circ - S_5 \cos 45^\circ = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = S_6 \cos 45^\circ - S_3^1 = 0,$$

$$\Sigma F_{iz} = -S_4 \sin 45^\circ - S_5 \sin 45^\circ - S_6 \sin 45^\circ = 0,$$

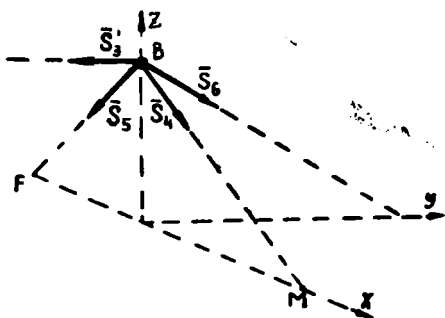
Լուծելով այս հավասարումների սիստեմը, ստանում ենք՝

$$S_4 = S_5 = 0,5 \text{ տ}, \quad S_6 = -1 \text{ տ}:$$

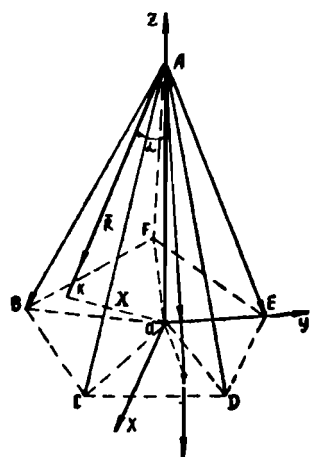
Պատ. $S_1 = -0,5 \text{ տ}, S_4 = +0,5 \text{ տ},$

$S_2 = -0,5 \text{ տ}, S_3 = +0,5 \text{ տ},$
 $S_5 = -0,707 \text{ տ}, S_6 = -1 \text{ տ}:$

Խ Ն Պ Ի Ր 84 (224): Կա-
 նոնավոր հնգանկյուն բուր-
 ցի AB, AC, AD և AE
 կողերը իրենցից ներկայաց-
 նում են չորս ուժեր, որոնք
 ուղղված են այդ կողերով
 և բաշխված են 1 մետրում
 1 կՊ մասշտաբով: Տված է



Պժ. 195



Պժ. 196

բուրցի բարձրությունը՝ $AO = 10 \text{ մ}$ և
 հիմքի շուրջը գծված շրջանի շառա-
 վիղը՝ $OC = 4,5 \text{ մ}$, գտնել R համագործ
 և հիմքի հետ նրա համաման կետի X
 հեռավորությունը O կետից (գծ. 196):

Լ ու ծ ու մ: Բուրցի AB, AC, AD
 և AE կողերով ուղղված տված չորս
 ուժերի համագործի մեծությունը որո-
 չելու համար առանձնաբեր կոորդինատա-
 կան x, y, z սխեմայի գծ. 196-ում ցույց
 տված ձևով:

Հաշվենք համագործի պրոյեկցիաները
 կոորդինատական x, y, z, առանցքների
 վրա: x և y առանցքների վրա ուժերի
 պրոյեկցիաները հաշվելու համար նպա-
 տակահարմար է նախ այդ ուժերը
 պրոյեկտել x-y հարթության վրա և

ապա ստացված վեկտորները պրոյեկտել x և y առանցքների
 վրա: Իսկ ուժերի պրոյեկտումը z առանցքի վրա կարելի է կա-
 տարել անմիջապես: Համագործի պրոյեկցիաները կլինեն՝

$$R_x = \Sigma F_{ix} = -AB \cdot 1 \cdot \cos(\overset{\Delta}{\angle} ABO) \cos 54^\circ + AC \cdot 1 \cdot \cos(\overset{\Delta}{\angle} ACO) \cos 54^\circ +$$

$$+ AD \cdot 1 \cdot \cos(\overset{\Delta}{\angle} ADO) \cos 18^\circ,$$

$$R_y = \Sigma F_{iy} = -AB \cdot 1 \cdot \cos(\overset{\Delta}{\angle} ABO) \cdot \cos 36^\circ - AC \cdot 1 \cdot \cos(\overset{\Delta}{\angle} ACO) \cos 36^\circ +$$

$$+ AD \cdot 1 \cdot \cos(\overset{\Delta}{\angle} ADO) \cos 72^\circ - AE \cdot 1 \cdot \cos(\overset{\Delta}{\angle} AEO),$$

$$R_y = \Sigma F_{iz} = -4AB \cos(\overset{\Delta}{\angle} BAO),$$

Գծագրից հետևում է, որ

$$AB \cos (\hat{A}BO) = AC \cdot \cos (\hat{A}CO) = AD \cdot \cos (\hat{A}DO) = AE \cdot$$

$$\cos (\hat{A}EO) = BO = 4,5, \quad AB \cos (\hat{B}AO) = 10,$$

Հետևաբար՝

$$R_x = -4,5 \cdot \cos 18^\circ = -4,3,$$

$$R_y = -9 \cdot \cos 36^\circ + 4,5 \cdot \cos 72^\circ + 4,5 = -1,4,$$

$$R_z = -40,$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{1620,45} \approx 40,25 \text{ կՓ},$$

Այժմ հաշվենք համազորի և xy հարթության հատման կետի հեռավորությունը կոորդինատների սկզբնակետից: Գծագրից հետևում է, որ

$$X = OK = AO \cdot \operatorname{tg} \alpha = AO \cdot \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha},$$

$$\cos \alpha = \frac{|R_z|}{R} = \frac{40}{40,25} = 0,9938,$$

Հետևաբար,

$$X = 1,125 \text{ մ}:$$

Պատ. $R = 40,25 \text{ կՓ}$, $X = 1,125 \text{ մ}$:

Խնդիր 85 (228): Հարթ հատակի վրա դրված է եռոտանի շտատիվը, որի ոտքերի ստորին ծայրերը կապված են պարաններով ալնպես, որ շտատիվի ոտքերը և պարանները կազմում են կանոնավոր քառանիստ: Շտատիվի վերին կետերից կախված է P կշիռ ունեցող բեռը: Որոշել հատակի R հակազդումը հենման կետերում և պարանների T ճիգերը, արտահայտելով որոշելի մեծությունները P -ով (գծ. 197):

Լուծում: Դիտարկենք A հանգուլցի հավասարակշռությունը (գծ. 198): A կետում կիրառված է ուղղաձիգ P ակտիվ ուժը: Վերացնենք B , C , D կետերում դրված կապերը և դրանք փոխարինենք S_B , S_C , և S_D ուժերով՝ ուղղված AB , AC և AD ոտքերով դեպի A հանգուլցը (ընդունում ենք, որ ոտքերը սեղմված են):

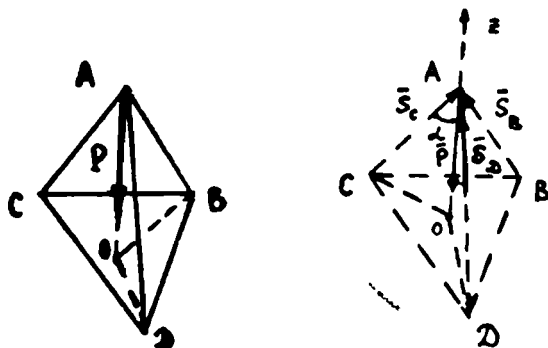
Այսպիսով, A հանգուլցում կիրառված է P , S_B , S_C և S_D զուգամիտվող տարածական ուժասխստեմը:

Միմետրիայի հետևանքով կունենանք՝

$$S_B = S_C = S_D = S:$$

(1)

Այս [արդյունքը կարելի է ստանալ նաև հավասարակշռության հավասարումներից: Ընդունենք A կետը կոորդինատական



ԳՃ. 197, 198

սխեմայի սկզբնական, իսկ AZ առանցքն ուղղվենք OA ուղղաձրգով:

S անհայտ մեծությունը գտնելու համար բավական է գրել հավասարակշռության հավասարումը Z առանցքի նկատմամբ: Մնացած երկու հավասարումները (1)-ի շնորհիվ կդառնան նույնություններ: A հանգուցում կիրառված ուժերի հավասարակշռության հավասարումը Z առանցքի նկատմամբ կլինի՝

$$\Sigma F_{iz} = 3 S \cos \alpha - P = 0: \quad (2)$$

Գծագիր 198-ից երևում է, որ

$$\cos \alpha = \frac{AO}{AC}, \quad (3)$$

եթե BCD հավասարակողմ եռանկյան կողմը նշանակենք a -ով, ապա OC հատվածը, որպես այդ եռանկյանը արտագծած շրջանագծի շառավիղ, կլինի

$$OC = \frac{a}{\sqrt{3}},$$

AOC ուղղանկյուն եռանկյունուց՝

$$AO = \sqrt{AC^2 - OC^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

(քանի որ AC -ն կանոնավոր քառանիստի կողմն է, ապա $AC = a$):

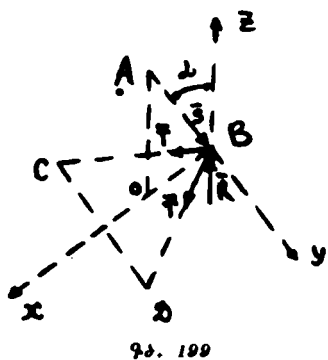
Տեղադրելով AO -ի և AC -ի արժեքները (3)-ի մեջ, կստանանք՝

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

(2) հավասարումից կորոշենք S -ը՝

$$S = \frac{P}{3 \cos \alpha} = \frac{P}{\sqrt{6}}.$$

Այժմ դիտարկենք B կետի հավասարակշռությունը (գծ. 199): Նրա վրա կիրառված կլինի S սեղմող ուժը՝ ուղղված AB -ով: B կետն ազատենք կապերից, կիրառելով հատակի R հակազդումը՝ ուղղված ուղղահայաց դեպի վեր: Անուհետև, կիրառենք համաժան եղանակը. թևերի ազդեցությունները փոխարինենք երկու իրար հավասար T ուժերով՝ ուղղված BC և BD ուղղություններով: Այսպիսով, AB ուժի B ծայրի վրա կիրառված է զուգամիտվող տարածական ուժախառնմ: Ընտրենք կոորդինատական առանցքներն այնպես, ինչպես ցույց է տրված գծ. 199-ում:



Քանի որ անհայտ մեծությունների թիվը երկուսն է, ապա բավական է գրել հավասարակշռության հետևյալ երկու հավասարումները.

$$\Sigma F_{ix} = 2T \cos 30^\circ - S \sin \alpha = 0,$$

$$\Sigma F_{iz} = R - S \cos \alpha = 0. \quad (4)$$

Տեղադրելով $\cos \alpha$ -ի և S -ի արժեքները (4)-ի մեջ և լուծելով այդ հավասարումները, կստանանք՝

$$T = \frac{S \sin \alpha}{2 \cos 30^\circ} = \frac{\frac{P}{\sqrt{6}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{P}{3\sqrt{6}},$$

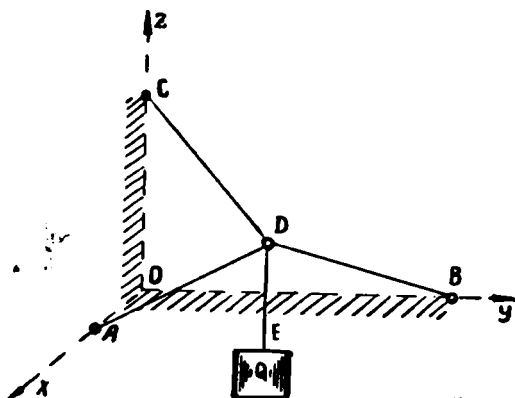
$$R = S \cos \alpha = \frac{P}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{P}{3}.$$

$$\text{Պատ. } T = \frac{P}{3\sqrt{6}}, \quad R = \frac{P}{3} :$$

Խ Ն Ղ Ի Բ 86 (231): Ուղղանկյուն կոորդինատական առանցքների վրա գտնվող A, B և C կետերում, որոնք գտնվում են կոորդինատների O սկզբնակետից միևնույն l հեռավորության վրա, ամրացված են AD = BD = CD = L երկարության թելեր: Թելերը կապված են D կետում, որի կոորդինատներն են՝

$$x = y = z = \frac{1}{3} \left(1 - \sqrt{3L^2 - 2l^2} \right),$$

Այդ կետում կախված է Q բևուռ: Որոշել թելերի T_A , T_B և T_C լարումները, ենթադրելով, որ $\sqrt{\frac{2}{3}}l < L < l$ (գծ. 200):



ԳՃ. 200

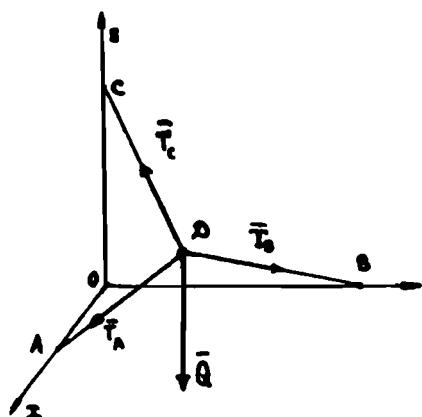
Լ Ո Ւ Ց Ո Ւ Մ: Խնդիրը լուծենք երկու եղանակով:

Առաջին եղանակ: AD, BD և CD պարաններում առաջացող ճիգերը որոշելու համար վերացնենք թելերը, փոխարինելով դրանք համապատասխան T_A , T_B , T_C հակազդումներով: Այս հակազդումները (որոնք միաժամանակ ճիգեր են) կլինեն ուղղված D-ից A, D-ից B և D-ից C: D կետում ազդող միակ ակտիվ ուժը կլինի Q բևուռ, որը ուղղված է Ն առանցքով դեպիցած: Քանի որ D կետը գտնվում է հավասարակշռության մեջ զուգամիտվող ուժերի ազդեցության տակ, ապա այդ կետում կիրառված ուժերի հավասարակշռության հավասարումները կլինեն (գծ. 201).

$$\Sigma F_{ix} = (T_A)_x + (T_B)_x + (T_C)_x = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = (T_A)_y + (T_B)_y + (T_C)_y = 0, \quad (1)$$

$$\Sigma F_{iz} = (T_A)_z + (T_B)_z + (T_C)_z - Q = 0,$$



ՊՃ. 201

որտեղ $(T_A)_x$, $(T_A)_y$, ..., $(T_C)_z$ -ը հանդիսանում են T_A , T_B և T_C հակազդումների պրոյեկցիաները կոորդինատական x , y , z առանցքների վրա:

T_A , T_B և T_C ուժերի պրոյեկցիաները կոորդինատական առանցքների վրա հաշվելու համար օգտվենք կրկնակի պրոյեկտման մեթոդից: Այդ ուժերը նախ պրոյեկտենք xy հարթության վրա:

T_A ուժի պրոյեկցիան xy հարթության վրա մի վեկտոր է, որն ուղղված է E կետից դեպի A կետը, իսկ թվապես հավասար է՝

$$|(T_A)_{xy}| = T_A \cos(\widehat{DAE}):$$

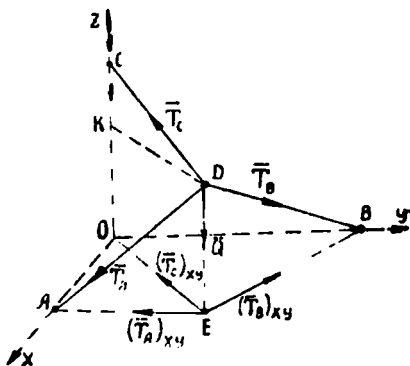
202 գծադրից երևում է, որ

$$\begin{aligned} \cos(\widehat{DAE}) &= \frac{EA}{DA} = \\ &= \frac{\sqrt{L^2 - x^2}}{L}: \end{aligned}$$

Հետևաբար,

$$|(T_A)_{xy}| = T_A \cdot \frac{\sqrt{L^2 - x^2}}{L},$$

նույն ձևով կստանանք՝



ՊՃ. 202

$$|(T_B)_{xy}| = T_B \cdot \frac{\sqrt{L^2 - x^2}}{L}.$$

$$|(T_C)_{xy}| = T_C \cdot \frac{\sqrt{L^2 - (1-x)^2}}{L},$$

$(T_A)_x$, $(T_A)_y$, $(T_B)_x$, $(T_B)_y$, $(T_C)_x$ և $(T_C)_y$ պրոյեկցիաները հաշվելու համար xy հարթության վրա գտնվող $(T_A)_{xy}$, $(T_B)_{xy}$ և $(T_C)_{xy}$ վեկտորները պրոյեկտենք կոորդինատական x և y առանցքների վրա: Կստանանք՝

$$(T_A)_x = |(T_A)_{xy}| \cdot \frac{1-x}{\sqrt{L^2 - x^2}} = T_A \cdot \frac{1-x}{L},$$

$$(T_A)_y = -|(T_A)_{xy}| \cdot \frac{x}{\sqrt{L^2 - x^2}} = -T_A \cdot \frac{x}{L},$$

$$(T_B)_x = -|(T_B)_{xy}| \cdot \frac{x}{\sqrt{L^2 - x^2}} = -T_B \cdot \frac{x}{L},$$

$$(T_B)_y = |(T_B)_{xy}| \cdot \frac{1-y}{\sqrt{L^2 - x^2}} = T_B \cdot \frac{1-x}{L},$$

$$(T_C)_x = -|(T_C)_{xy}| \cdot \frac{x}{\sqrt{L^2 - (1-x)^2}} = -T_C \cdot \frac{x}{L},$$

$$(T_C)_y = -|(T_C)_{xy}| \cdot \frac{y}{\sqrt{L^2 - (1-x)^2}} = -T_C \cdot \frac{y}{L},$$

Գծագիր 202-ից երևում է, որ

$$(T_A)_z = -T_A \cos(\hat{EDA}) = -T_A \cdot \frac{z}{L},$$

$$(T_B)_z = -T_B \cos(\hat{EDB}) = -T_B \cdot \frac{z}{L},$$

$$(T_C)_z = T_C \cos(\hat{CDK}) = T_C \cdot \frac{1-z}{L},$$

Ստացված արժեքները տեղադրելով (1) հավասարումների սխեմի մեջ, կստանանք հետևյալ երեք հավասարումները՝

$$\begin{aligned}
& T_A \cdot \frac{1-x}{L} - T_B \cdot \frac{x}{L} - T_C \cdot \frac{x}{L} = 0, \\
& -T_A \cdot \frac{x}{L} + T_B \cdot \frac{1-y}{L} - T_C \cdot \frac{y}{L} = 0, \\
& -T_A \cdot \frac{z}{L} - T_B \cdot \frac{z}{L} + T_C \cdot \frac{1-z}{L} - Q = 0;
\end{aligned}$$

Լուծելով այս հավասարումների սիստեմը, կորոշենք T_A , T_B և T_C ճիգերի մեծությունները:

Երկրորդ եղանակ: (1) հավասարումների սիստեմի մեջ մըտանող $(T_A)_x$, $(T_A)_y$, ..., $(T_C)_z$ պրոյեկցիաները հաշվելու համար կարելի է օգտվել հետևյալ բանաձևից՝

$$\begin{aligned}
(T_A)_x &= T_A \cdot \alpha_A, (T_A)_y = T_A \beta_A, (T_A)_z = T_A \gamma_A, \\
(T_B)_x &= T_B \cdot \alpha_B, (T_B)_y = T_B \beta_B, (T_B)_z = T_B \gamma_B, \\
(T_C)_x &= T_C \cdot \alpha_C, (T_C)_y = T_C \beta_C, (T_C)_z = T_C \gamma_C;
\end{aligned}$$

Այստեղ $(\alpha_A, \beta_A, \gamma_A)$ -ն, $(\alpha_B, \beta_B, \gamma_B)$, $(\alpha_C, \beta_C, \gamma_C)$ -ն համապատասխանաբար DA , DB և DC ուղղությունների ուղղորդ կոսինուսներն են: Հաշվենք այդ ուղղորդ կոսինուսները: Կունենանք՝

$$\begin{aligned}
\alpha_A &= \frac{x_D - x_A}{L} = -\frac{1}{3L} (2l + \sqrt{3L^2 - 2l^2}), \\
\beta_A &= \frac{y_D - y_A}{L} = \frac{1}{3L} (1 - \sqrt{3L^2 - 2l^2}), \\
\gamma_A &= \frac{z_D - z_A}{L} = \frac{1}{3L} (1 - \sqrt{3L^2 - 2l^2}), \\
\alpha_B &= \frac{x_D - x_B}{L} = \frac{1}{3L} (1 - \sqrt{3L^2 - 2l^2}), \\
\beta_B &= \frac{y_D - y_B}{L} = -\frac{1}{3L} (2l + \sqrt{3L^2 - 2l^2}), \\
\gamma_B &= \frac{z_D - z_B}{L} = \frac{1}{3L} (1 - \sqrt{3L^2 - 2l^2}),
\end{aligned}$$

$$\sigma_C = \frac{x_C - x_D}{L} = \frac{1}{3L} (1 - \sqrt{3L^2 - 2|z|^2}),$$

$$\beta_C = \frac{y_C - y_D}{L} = \frac{1}{3L} (1 - \sqrt{3L^2 - 2|z|^2}),$$

$$\gamma_C = \frac{z_C - z_D}{L} = -\frac{1}{3L} (2l + \sqrt{3L^2 - 2|z|^2}),$$

Տեղադրելով ուղղորդ կոորդինատների այս արժեքները (1) հաստատումների սխառմի մեջ և լուծելով այն, կոտանանք T_A , T_B , T_C արժեքները:

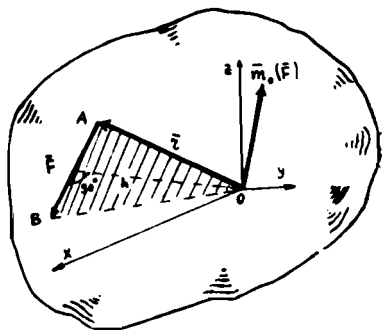
Դժվար չէ նկատել, որ խնդրում տրված $\sqrt{\frac{2}{3}} l < L < 1$ պայմանների դեպքում T_A , T_B , T_C -ի արժեքները կլինեն դրական մեծություններ:

$$\text{Պատ. } T_A = T_B = \frac{1 - \sqrt{3L^2 - 2|z|^2}}{3l \sqrt{3L^2 - 2|z|^2}} \cdot LQ,$$

$$T_C = \frac{1 + 2\sqrt{3L^2 - 2|z|^2}}{3l \sqrt{3L^2 - 2|z|^2}} \cdot LQ,$$

§ 8. ՈՒԺԱՍԻՍՏԵՄԻ ԲԵՐՈՒՄԸ ՊԱՐԶԱԳՈՒՅՆ ՏԵՍՔԻ

1. Ուժի մոմենտը կետի նկատմամբ: Դիցուք պինդ մարմնի որևէ A կետում կիրառված է F ուժը (գծ. 203): F ուժի մոմենտը O կենտրոնի նկատմամբ դա O կետում կիրառված այն $m_0(F)$ վեկտորն է, որն ուղղահայաց է OAB եռանկյան հարթությանը, ուղղված է դեպի այն կողմը, որտեղից դիտելիս F ուժի պտույտը O կետի շուրջը կերևա ժամացույցի սլաքի հակահարկ ուղղությամբ, իսկ թվային արժեքով հավասար կլինի այդ եռանկյան մակերեսի կրկնապատիկին: Ակնհայտ է, որ այդ վեկտորի թվային արժեքը կարելի է



Գծ. 202

Ներկայացնել նաև որպես F ուժի մոդուլի և O կետից F ուժի ազդման գծի ունեցած h հեռավորությունն արտադրյալ, այսինքն՝

$$|m_0(F)| = F \cdot h,$$

Այս h հեռավորությունը կոչվում է F ուժի բազուկ O կենտրոնի նկատմամբ:

Ուժի մոմենտը կետի նկատմամբ կարելի է արտահայտել վեկտորական արտադրյալի* միջոցով հետևյալ կերպ. F ուժի մոմենտը O կենտրոնի նկատմամբ հավասար է F ուժի կիրառման կետի $r = OA$ շառավիղ-վեկտորի և ուժի վեկտորական արտադրյալին, այսինքն՝

$$m_0(F) = r \times F:$$

Եթե O կենտրոնը գտնվում է ուժի ազդման գծի վրա, ապա ուժի մոմենտը այդ կենտրոնի նկատմամբ հավասար կլինի զրոյի (քանի որ բազուկը հավասար է զրոյի):

Եթե O կենտրոնով տանենք xyz դեկարտյան ուղղանկյան կոորդինատական սիստեմ և r շառավիղ-վեկտորի պրոյեկցիաները նշանակենք x , y , z , իսկ F ուժի պրոյեկցիաները՝ F_x , F_y , F_z , ապա F ուժի մոմենտը O կենտրոնի նկատմամբ կարող ենք ներկայացնել հետևյալ կերպ՝

$$m_0(F) = r \times F = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \quad (1)$$

Եթե պինդ մարմնի վրա ազդում են F_1 , F_2 , ..., F_n ուժերը, ապա այդ ուժերի մոմենտների գումարը որևէ O կենտրոնի նկատմամբ կոչվում է այդ ուժասիստեմի զլխավոր մոմենտը նույն O կենտրոնի նկատմամբ, այսինքն՝

$$M_0 = \sum_{i=1}^n m_0(F_i) = \sum_{i=1}^n (r_i \times F_i),$$

* a և b վեկտորների $a \times b$ վեկտորական արտադրյալ կոչվում է այն c վեկտորը, որի թվային արժեքը հավասար է այդ վեկտորների վրա կառուցված զուգահեռակողմի մակերեսին, ուղղահայաց է այդ վեկտորների հարթությանը և ուղղված է դեպի այն կողմը, որտեղից գիտելիս a վեկտորի համընկնումը, ամենակարճ ճանապարհով, b վեկտորի հետ կերևա ժամացույցի սլաքի հակառակ ուղղությամբ:

2. Ուժի մոմենտը առանցքի նկատմամբ: F ուժի մոմենտը Z առանցքի նկատմամբ կոչվում է այն սկալյար մեծությունը, որի բացարձակ արժեքը հավասար է այդ առանցքին ուղղահայաց P հարթության վրա F ուժի F_p պրոյեկցիայի մոմենտին՝ առանցքի և հարթության հատման կետի նկատմամբ (գծ. 204): Այս սահմանումից հետևում է, որ

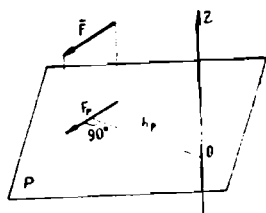
$$|m_z(F)| = F_p h_p,$$

F ուժի մոմենտը Z առանցքի նկատմամբ համարվում է դրական, եթե Z առանցքի դրական ուղղությունից դիտելիս F_p ուժը ձգտում է պտտեցնել մարմինը O կետի շուրջը ժամացույցի սլաքի հակառակ ուղղությամբ, իսկ երբ ձգտում է պտտեցնել ժամացույցի սլաքի ուղղությամբ, ապա մոմենտին վերագրվում է բացասական նշան, այսինքն՝

$$m_z(F) = \pm h_p F_p,$$

Գծ. 204-ում պատկերված F ուժի մոմենտը Z առանցքի նկատմամբ ունի դրական նշան:

Ուժի մոմենտը առանցքի նկատմամբ կարելի է սահմանել նախորդ սահմանմանը համարժեք մի այլ ձևով՝ F ուժի մոմենտը Z առանցքի նկատմամբ կոչվում է առանցքի ցանկացած կետի նկատմամբ F ուժի մոմենտի պրոյեկցիան այդ առանցքի վրա (գծ. 205), այսինքն՝



Գծ. 204

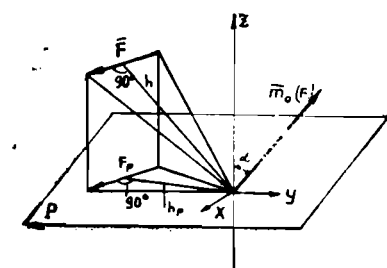
$$m_z(F) = \cos \alpha m_0(F),$$

(1) բանաձևից հետևում է, որ ուժի մոմենտները կորդինատական x , y , z առանցքների նկատմամբ կարելի է արտահայտել հետևյալ տեսքով՝

$$m_x(F) = yF_z - zF_y,$$

$$m_y(F) = zF_x - xF_z,$$

$$m_z(F) = xF_y - yF_x,$$

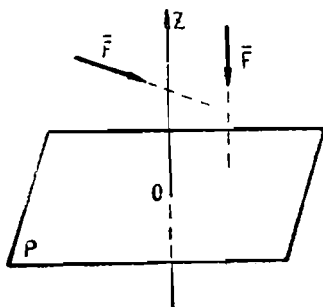


Գծ. 205

Ուժի մոմենտը առանցքի նկատմամբ կլինի զրո, եթե ուժի ազդման գիծը և առանցքը գտնվում են մի հարթության վրա (գծ. 206), այսինքն՝

ա) և թե ուժը զուգահեռ է առանցքին ($F_p = 0$),

բ) և թե ուժի ազդման գիծը հասում է առանցքը ($h_p = 0$):



ՊՃ. 206

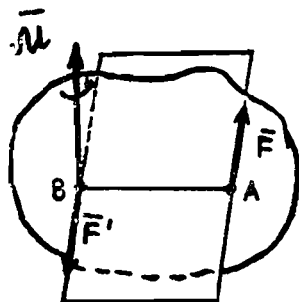
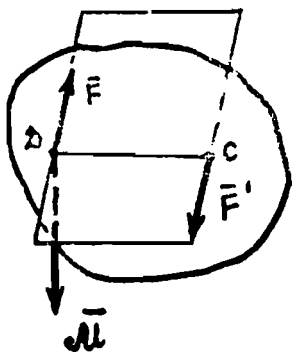
Տարածական ուժասխտեմի զրո-
խավոր մոմենտը առանցքի նկատ-
մամբ կոչվում է սխտեմի բոլոր ու-
ժերի մոմենտների գումարը նույն ա-
ռանցքի նկատմամբ.

$$M_x = \sum_{i=1}^n m_x(F_i), \quad M_y = \sum_{i=1}^n m_y(F_i),$$

$$M_z = \sum_{i=1}^n m_z(F_i).$$

3. Ուժագույգի մոմենտը: Տարածության մեջ ուժագույգի մո-
մենտը մի վեկտոր է, որի մոդուլը հավասար է ուժերից մեկի և
բազուկի արտադրյալին, ուղղահայաց է ուժագույգի ազդման հար-
թությանը և ուղղված է դեպի այն կողմը, որտեղից նայելու
դեպքում ուժագույգի պտույտը կերևա ժամացույցի սլաքի հակա-
ռակ ուղղությամբ*:

Հայտնի է, որ ուժագույգը կարելի է տեղափոխել իր ազդ-
ման հարթության և նրան զուգահեռ հարթությունների վրա, ուս-
տի ուժագույգի մոմենտը կարելի է կիրառել մարմնի ցանկացած
կետում և, հետևաբար, ուժագույգի մոմենտը ազատ վեկտոր է:



ՊՃ. 207

* Ուժագույգը, ազդելով մարմնի վրա, նրան հաղորդում է պտտական շարժում: Այդ շարժման ուղղությունը անվանում են ուժագույգի պտտման ուղղություն:

Ակնհայտ է, որ ուժագույգի մոմենտը հավասար է ուժերից մեկի մոմենտին մյուս ուժի կիրառման կետի նկատմամբ (գծ. 207), այսինքն՝

$$M = m_A(F) = m_B(F^1):$$

Ուժագույգի մոմենտը կարելի է արտահայտել նաև վեկտորական արտադրյալի միջոցով

$$M = BA \times F = AB \times F^1:$$

Եթե բացարձակ պինդ մարմնի վրա ազդում են տարածութիւն մեջ գտնվող N ուժագույգեր, ապա այդ ուժագույգերի սիստեմը կարելի է փոխարինել մի ուժագույգով, որի մոմենտը հավասար է գումարելի ուժագույգերի մոմենտների վեկտորական գումարին, այսինքն՝

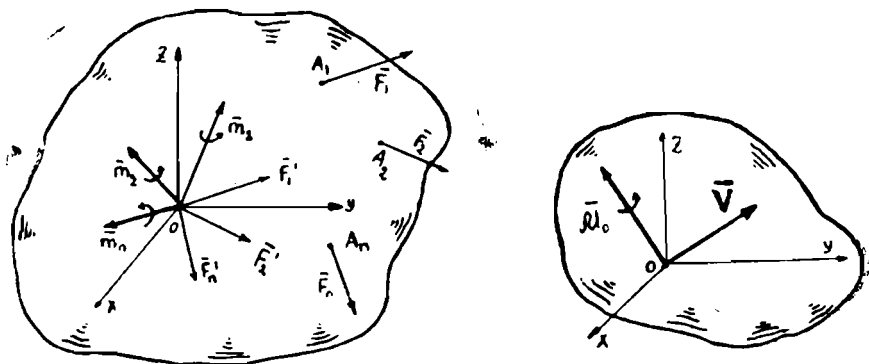
$$M = M_1 + M_2 + \dots + M_n:$$

Եթե բացարձակ պինդ մարմնի վրա ազդում է ուժագույգերի տարածական սիստեմ, ապա այդ մարմնի հավասարակշռության անհրաժեշտ ու բավարար պայմանն է, որ տված ուժագույգերի մոմենտների վեկտորական գումարը լինի զրո, այսինքն՝

$$M = \sum_{i=1}^n M_i = 0:$$

4. Ցառածական ուժասիստեմը պարզագույն ձևի բերելը:
Տարածական ուժասիստեմը պարզագույն տեսքի բերելը կատարվում է նույն ձևով, ինչ որ հարթ ուժասիստեմի դեպքում (տե՛ս §5): Այստեղ նույնպես էական նշանակություն ունի ուժերի-գուգահեռ տեղափոխման թեորեմը, ըստ որի տարածության որևէ- A կետում կիրառված ուժը կարելի է տեղափոխել մի այլ B կետ, թողնելով ինքն իրեն գուգահեռ, ավելացնելով նրան մի ուժագույգ, որի մոմենտը հավասար է A կետում կիրառված ուժի մոմենտին B կետի նկատմամբ (գծ. 125):

Դիցուք բացարձակ պինդ մարմնի վրա ազդում է $F_1, F_2, \dots, F_n$ կամայական տարածական ուժասիստեմը (գծ. 208): Ուրպես բերման կենտրոն ընտրենք կամայական O կետը և սիստեմի բոլոր ուժերը տեղափոխենք այդ կենտրոնը: Յուրաքանչյուր ուժի տեղափոխումից կուտանանք մի ուժ և մի ուժագույգ, որի մոմենտը հավասար է այդ ուժի մոմենտին O կենտրոնի նկատմամբ: Այդ դեպքում մարմնի վրա կազդեն O կետում կիրառված



Պժ. 208

$$F'_1 = F_1, F'_2 = F_2, \dots, F'_n = F_n \quad (1)$$

ուժերը և ն հատ ուժագույգեր, որոնց մոմենտները հավասար կըլինեն՝

$$m_1 = m_0(F_1), m_2 = m_0(F_2), \dots, m_n = m_0(F_n):$$

Օ կետում կիրառված ուժերի վեկտորական գումարը կտա մի ուժ, որը կիրառված է նույն կետում և կոչվում է տված ուժասիստեմի գլխավոր վեկտոր: Այս սահմանումից հետևում է, $V =$

$$= \sum_{i=1}^n F'_i, \text{ կամ } (1)\text{-ի համաձայն}$$

$$V = \sum_{i=1}^n F_i:$$

Եթե գլխավոր վեկտորի պրոյեկցիաները կորդինատական առանցքների վրա նշանակենք V_x, V_y, V_z , ապա կունենանք

$$V_x = \sum_{i=1}^n F_{ix}, \quad V_y = \sum_{i=1}^n F_{iy}, \quad V_z = \sum_{i=1}^n F_{iz},$$

Գլխավոր վեկտորի մոդուլը և ուղղորդ կոսինուսները որոշվում են հետևյալ բանաձևերով՝

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2},$$

$$\cos(x_1 \hat{\mathbf{V}}) = \frac{V_x}{V}, \quad \cos(y_1 \hat{\mathbf{V}}) = \frac{V_y}{V}, \quad \cos(z_1 \hat{\mathbf{V}}) = \frac{V_z}{V};$$

Գումարելով ստացված n ուժագույգերը, կոտանանք մի արդյունարար ուժագույգ, որի մոմենտը հավասար է գումարելի ընդ որ ուժագույգերի մոմենտների գումարին, այսինքն՝

$$M_0 = \sum_{i=1}^n m_i,$$

կամ

$$M_0 = \sum_{i=1}^n m_{0i}(F_i);$$

M_0 -ն կոչվում է տված ուժասիստեմի գլխավոր մոմենտը O կենտրոնի նկատմամբ:

Եթե գլխավոր մոմենտի պրոյեկցիաները կոորդինատական առանցքների վրա նշանակենք M_x , M_y , M_z , ապա կունենանք

$$M_x = \sum_{i=1}^n m_x(F_i), \quad M_y = \sum_{i=1}^n m_y(F_i), \quad M_z = \sum_{i=1}^n m_z(F_i);$$

Այստեղ M_x , M_y , M_z միաժամանակ տված տարածական ուժասիստեմի գլխավոր մոմենտներն են x , y , z կոորդինատական առանցքների նկատմամբ:

Այսպիսով, բացարձակ պինդ մարմնի վրա կիրառված ամեն մի կամայական տարածական ուժասիստեմ կարելի է փոխարինել մարմնի որևէ O կետում կիրառված մի ուժով, որը հավասար է սիստեմի գլխավոր վեկտորին և մի ուժագույգով, որի մոմենտը հավասար է սիստեմի գլխավոր մոմենտին նույն O կենտրոնի նըկատմամբ:

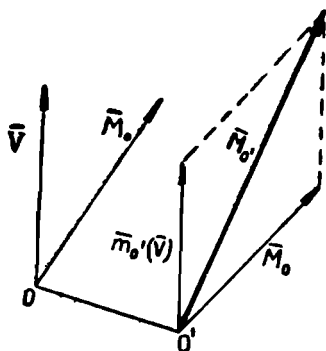
Բերման O կենտրոնի տեղափոխման դեպքում ուժասիստեմի գլխավոր վեկտորը չի փոխվում, իսկ գլխավոր մոմենտը ընդհանրապես փոխվում է:

Տարածական ուժասիստեմի գլխավոր մոմենտը նոր O' կենտրոնի նկատմամբ հավասար է այդ սիստեմի գլխավոր մոմենտին նախկին O կենտրոնի նկատմամբ, գումարած նախկին կենտրոնում

կիրառված գլխավոր վեկտորի մոմենտին O' կենտրոնի նկատմամբ (գծ. 209), այսինքն՝

$$M_0' = M_0 + m_0(V)$$

$$\text{կամ } M_0' = M_0 + OO' \times V,$$



գծ. 209

Բերման կենտրոնի տեղափոխման ժամանակ գլխավոր վեկտորը և գլխավոր վեկտորի ու գլխավոր մոմենտի սկալյար արտադրյալը մնում են անփոփոխ: Հետևաբար, գլխավոր մոմենտի պրոյեկցիան գլխավոր վեկտորի ուղղութիւն վրա, այսինքն՝ $M^* = M_0 \cos(M_0 \wedge V)$, կախված չէ բերման O կենտրոնից:

Այժմ դիտարկենք տարածական կամայական ուժասիստեմի պարզագույն տեսքի բերման հետևյալ դեպքերը.

1. Եթե սիստեմի գլխավոր վեկտորը հավասար չէ զրոյի, իսկ սիստեմի գլխավոր մոմենտը O կենտրոնի նկատմամբ հավասար է զրոյի՝

$$V \neq 0, M_0 = 0,$$

ապա ուժասիստեմը բերվում է $R = V$ համագործի, կիրառված սիստեմի բերման O կենտրոնում:

2. Եթե սիստեմի գլխավոր վեկտորը և սիստեմի գլխավոր մոմենտը O կենտրոնի նկատմամբ հավասար չեն զրոյի և փոխադարձաբար իրար ուղղահայաց են՝

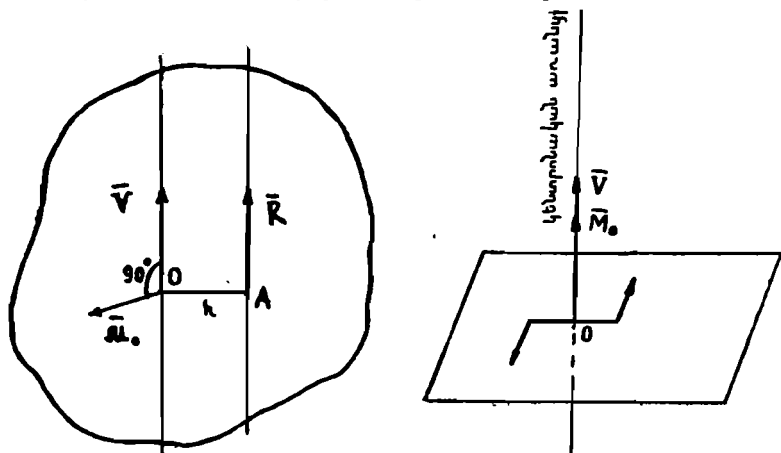
$$V \neq 0, M_0 \neq 0, \angle(M_0 \wedge V) = 90^\circ (V \cdot M_0 = 0),$$

ապա ուժասիստեմը բերվում է $R = V$ համագործի, և O բերման կենտրոնը գտնվում է համագործի ազդման գծից $h = \frac{M_0}{V}$ հեռավորութիւն վրա (գծ. 210):

3. Եթե սիստեմի գլխավոր վեկտորը հավասար է զրոյի, իսկ գլխավոր մոմենտը O կենտրոնի նկատմամբ հավասար չէ զրոյի՝

$$V = 0, M_0 \neq 0,$$

ապա ուժափոխումը բերվում է մի ուժազույգի, որի մոմենտը հավասար է սիստեմի M_0 գլխավոր մոմենտին:

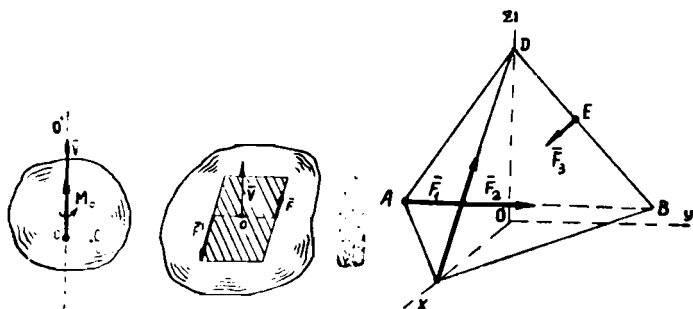


Պժ. 210, 211

4. Եթե սիստեմի գլխավոր վեկտորը և սիստեմի գլխավոր մոմենտը O կենտրոնի նկատմամբ հավասար չեն զրոյի և ունեն միևնույն ազդման գիծը (Պժ. 211), ալսինքն՝

$$V \neq 0, M_0 \neq 0, V \parallel M_0,$$

ապա ուժափոխումը բերվում է V ուժի և (F, F^1) ուժազույգի համախմբության, որտեղ ուժազույգի ազդման հարթությունը ուղղահայաց է V ուժին (Պժ. 212): Ուժի և ուժազույգի ալսպիսի



Պժ. 212, 213

համախմբությունը կոչվում է գինամիկական պտուտակ կամ դինամա, իսկ այն ուղիղը, որն անցնում է Օ կետով և զուգահեռ է ուժասիստեմի գլխավոր վեկտորին, կոչվում է կենտրոնական առանցք կամ կենտրոնական պտուտակային առանցք: Կենտրոնական առանցքի բոլոր կետերում M գլխավոր մոմենտը հաստատուն է և ստանում է $M_{\min} = M^* = M_{\cos(V, \overset{\Delta}{M}_O)}$ ամենափոքր թվային արժեքը (գծ. 212): Կենտրոնական առանցքի հավասարումը կլինի

$$\frac{M_x - (yV_z - zV_y)}{V_x} = \frac{M_y - (zV_x - xV_z)}{V_y} = \frac{M_z - (xV_y - yV_x)}{V_z},$$

որտեղ x , y , z -ը կենտրոնական առանցքի ընթացիկ կետի կոորդինատներն են:

5. Եթե սիստեմի գլխավոր վեկտորը և սիստեմի գլխավոր մոմենտը Օ կենտրոնի նկատմամբ հավասար չեն զրոյի և իրար ո՛չ ուղղահայաց են և ո՛չ էլ զուգահեռ, ապա այսպիսի ուժասիստեմը նույնպես բերվում է գինամալի. միայն այս գինամալի առանցքը չի անցնի Օ կետով:

6. Եթե սիստեմի գլխավոր վեկտորը և գլխավոր մոմենտը Օ կենտրոնի նկատմամբ հավասար են զրոյի, ապա ուժասիստեմը գտնվում է հավասարակշռության մեջ:

ԽՆԴԻՐՆԵՐ

Ստորև բերվում են ուժասիստեմի պարզագույն տեսքի բերման վերաբերյալ մի քանի խնդիրների լուծումները:

ԽՆԴԻՐ 87(235): a կող ունեցող կանոնավոր $ABCD$ քառանիստի վրա կիրառված են հետևյալ ուժերը՝ F_1 -ը AB կողով, F_2 -ը CD կողով և F_3 -ը BD կողի F միջնակետում: F_1 և F_2 ուժերի մեծությունները կամավոր են, իսկ F_3 ուժի պրոյեկցիաները x , y և z առանցքների վրա համապատասխանաբար հավասար են $F_2 \frac{\sqrt{3}}{6}$, $-\frac{F_2}{2}$, $-F_2 \sqrt{\frac{2}{3}}$: Այս ուժասիստեմը կբերվի՞,

արդյոք, մեկ համազորի: Եթե բերվում է, ապա գտնել համազորի ազդման գծի և χ հարթության հատման կետի x և z կոորդինատները (գծ. 213):

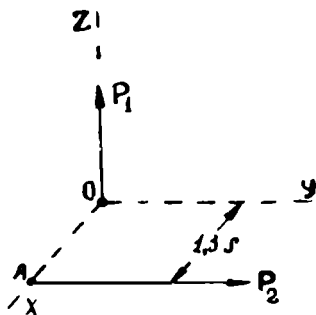
ԼՈՒԾՈՒՄ: Կոորդինատական սիստեմի սկզբնակետը ընդունենք որպես ուժերի բերման կենտրոն: Պարզելու համար, թե տը-

ված ուժասիւստեմը բերվում է համագործի, թե ոչ, անհրաժեշտ է հաշվել սիստեմի գլխավոր վեկտորը և գլխավոր մոմենտը բերման O կենտրոնի նկատմամբ և ստուգել, թե այդ վեկտորների սկալյար արտադրյալը զրո դառնում է, թե ոչ:

Նախ գտնենք գլխավոր վեկտորի պրոյեկցիաները կոորդինատական առանցքների վրա: Դրանք կլինեն՝

$$V_x = \Sigma F_{ix} = -F_2 \cos(\overset{\Delta}{DCO}) - F_2 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{6},$$

$$V_y = F_1 - \frac{F_2}{2},$$



Պժ. 214

$$V_z = F_2 \sin(\overset{\Delta}{DCO}) - F_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{3},$$

Գծագրից երևում է, որ

$$\cos(\overset{\Delta}{DCO}) = \frac{OC}{CD}, \quad \sin(\overset{\Delta}{DCO}) = \frac{OD}{CD} = \frac{\sqrt{CD^2 - OC^2}}{CD},$$

Դանի որ ABCD բուրգը կանոնավոր քառանիստ է, ապա

$$OC = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot CD,$$

Հետևաբար,

$$\cos(\overset{\Delta}{DCO}) = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad \sin(\overset{\Delta}{DCO}) = \sqrt{\frac{2}{3}},$$

Տեղադրելով $\cos(\overset{\Delta}{DCO})$ -ի և $\sin(\overset{\Delta}{DCO})$ -ի արժեքները (1)-ի մեջ, կստանանք գլխավոր վեկտորի պրոյեկցիաների համար հետևյալ արտահայտությունները՝

$$V_x = \frac{\sqrt{3}}{2} F_2, \quad V_y = F_1 - \frac{1}{2} F_2, \quad V_z = 0;$$

Գլխավոր մոմենտի պրոյեկցիաները կոորդինատական առանցքների վրա որոշենք ընդհանուր ձևով: Նախ գտնենք տված ուժասիւստեմի գլխավոր մոմենտը O կենտրոնի նկատմամբ: Դա

$$M = \sum_{i=1}^3 m_0(F_i) = \sum_{i=1}^3 (r_i \times F_i) =$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ F_{1x} & F_{1y} & F_{1z} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ F_{2x} & F_{2y} & F_{2z} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x_3 & y_3 & z_3 \\ F_{3x} & F_{3y} & F_{3z} \end{vmatrix}, \quad (1)$$

Այստեղ F_{1x} , F_{1y} և F_{1z} -ը ուժերի պրոյեկցիաներն են ղեկարարական x , y , z առանցքների վրա, իսկ x_1 , y_1 , z_1 -ն ուժերի կիրառման կետերի կոորդինատներն են:

Գծագրից և խնդրում տված պայմաններից հետևում է, որ F_1 , F_2 , F_3 ուժերի պրոյեկցիաները կոորդինատական առանցքների վրա և այս ուժերի կիրառման կետերի կոորդինատները կըլինեն.

$$F_{1x} = 0, \quad F_{1y} = F_1, \quad F_{1z} = 0, \quad F_{2x} = -F_2 \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad F_{2y} = 0,$$

$$F_{2z} = F_2 \frac{\sqrt{2}}{3}, \quad F_{3x} = F_3 \frac{5\sqrt{3}}{6}, \quad F_{3y} = -\frac{F_3}{2},$$

$$F_{3z} = -F_3 \frac{\sqrt{2}}{3},$$

$$x_1 = -\frac{a\sqrt{3}}{6}, \quad y_1 = -\frac{a}{2}, \quad z_1 = 0, \quad x_2 = \frac{a\sqrt{3}}{3},$$

$$y_2 = 0, \quad z_2 = 0, \quad x_3 = -\frac{a\sqrt{3}}{12}, \quad y_3 = \frac{a}{4}, \quad z_3 =$$

$$= \frac{a}{2} \sqrt{\frac{2}{3}},$$

Տեղադրելով այս արժեքները (1)-ի մեջ, կստանանք

$$M = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -\frac{a\sqrt{3}}{6} & -\frac{a}{2} & 0 \\ 0 & F_1 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{a\sqrt{3}}{3} & 0 & 0 \\ -F_2 \frac{\sqrt{3}}{3} & 0 & F_2 \frac{\sqrt{2}}{3} \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -\frac{a\sqrt{3}}{12} & \frac{a}{4} & \frac{a}{2}\frac{\sqrt{2}}{3} \\ F_2\frac{5\sqrt{3}}{6} & -\frac{F_2}{2} & -F_2\frac{\sqrt{2}}{3} \end{vmatrix},$$

Այստեղից հետևում է, որ

$$M_x = -\frac{a}{4}\sqrt{\frac{2}{3}}F_2 + \frac{a}{4}\sqrt{\frac{2}{3}}F_2 = 0,$$

$$M_y = -\frac{a\sqrt{3}}{3}F_2\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{a\sqrt{3}}{12}F_2\sqrt{\frac{2}{3}} + \frac{a}{2}\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{6}F_2 = 0,$$

$$M_z = -\frac{a\sqrt{3}}{6}F_1 + \frac{a\sqrt{3}}{12} \cdot \frac{F_2}{2} - \frac{a}{4} \cdot F_2 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{6} = \\ = -\frac{a\sqrt{3}}{6}(F_1 + F_2),$$

Հաշվենք գլխավոր վեկտորի և գլխավոր մոմենտի սկալյար արտադրյալը.

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{M} = V_x M_x + V_y M_y + V_z M_z = 0;$$

Քանի որ սկալյար արտադրյալը հավասար է զրոյի, ապա ուժասիստեմը բերվում է համազորի:

Տված ուժասիստեմի համազորի ազդման գծի և xz հարթության հատման կետի X և Z կոորդինատները գտնելու համար զր-րենք պտուտակային կենտրոնական առանցքի հավասարումները՝

$$\frac{M_x - (yV_z - zV_y)}{V_x} = \frac{M_y - (zV_x - xV_z)}{V_y} = \\ = \frac{M_z - (xV_y - yV_x)}{V_z}, \quad (2)$$

(2)-ի մեջ ընդունենք $y = 0$ (xz հարթության հավասարումը)²
Այդ դեպքում (2)-ը կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{M_z + zV_y}{V_x} = \frac{M_y - (zV_x - xV_z)}{V_y} = \frac{M_z - xV_y}{V_z}, \quad (3)$$

Քանի որ $V_z = 0$, ապա (3)-ից կստանանք

$$\frac{M_x + zV_y}{V_x} = \frac{M_y - (zV_x - xV_z)}{V_y}, \quad (4)$$

$$M_z - xV_y = 0, \quad (5)$$

(4)-(5) հավասարումներից հետևում է, որ

$$x = \frac{M_z}{V_y} = - \frac{a\sqrt{3}(F_1 + F_2)}{3(2F_1 - F_2)},$$

$$z = \frac{M_y V_x - M_x V_y}{V_x^2 + V_y^2} = 0,$$

z-ը դառնում է զրո, քանի որ համարիչում $M_y = 0$, $M_x = 0$ և $V_z = 0$;

Պատ. Ուժասիստեմը բերվում է համագործի, քանի որ զըլխավոր վեկտորի և զլխավոր մոմենտի պրոյեկցիաները կոորդինատական առանցքների վրա ունեն հետևյալ արժեքները՝

$$V_x = F_2 \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad V_y = F_1 - \frac{1}{2} F_2, \quad V_z = 0,$$

$$M_x = 0, \quad M_y = 0, \quad M_z = - \frac{a\sqrt{3}}{6} (F_1 + F_2),$$

կոորդինատները՝

$$x = \frac{M_z}{V_y} = - \frac{a\sqrt{3}(F_1 + F_2)}{3(2F_1 - F_2)}, \quad z = 0,$$

Խ ն դ ի ր 88(237): Գծագրում ցույց տրված ուժասիստեմը բաղկացած է 0Z-ով ուղղված $P_1 = 8$ կՊ և 0Y-ին զուգահեռ $P_2 = 12$ կՊ ուժերից, որտեղ $OA = 1,3$ մ: Բերել այս սիստեմը կանոնական տեսքի, որոշելով այդ ուժերի V զլխավոր վեկտորը և կենտրոնական պտուտակային առանցքի վրա վերցված կամավոր կետի նկատմամբ M զլխավոր մոմենտի մեծությունը: Գտնել կենտրոնական պտուտակային առանցքի և կոորդինատական առանցքներով կազմված α , β , γ անկյունները, ինչպես նաև նրա և

oxy հարթության հասման կետի x, y կոորդինատները (գծ. 214):
 1. ու ծ ու մ: Կոորդինատական սիստեմի O սկզբնակետը ընդունենք որպես ուժերի բերման կենտրոն: Այդ դեպքում գլխավոր վեկտորի և գլխավոր մոմենտի պրոյեկցիաների համար կունենանք.

$$V_x = \Sigma F_{ix} = 0, \quad M_x = \Sigma m_x(F_i) = 0,$$

$$V_y = \Sigma F_{iy} = P_2 = 12, \quad M_y = \Sigma m_y(F_i) = 0,$$

$$V_z = \Sigma F_{iz} = P_1 = 8, \quad M_z = \Sigma m_z(F_i) = 12 \cdot 1,3 = 15,6$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = \sqrt{12^2 + 8^2} \approx 14,42 \text{ կՊ},$$

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = 15,6 \text{ կՊմ}:$$

Գլխավոր վեկտորի ուղղորդ կոսինուսները կլինեն՝

$$\cos(\vec{V}, \vec{x}) = \frac{0}{14,42} = 0, \quad \cos(\vec{V}, \vec{y}) = \frac{12}{14,42} = 0,83,$$

$$\cos(\vec{V}, \vec{z}) = 0,555:$$

Գլխավոր վեկտորի և գլխավոր մոմենտի կազմած անկյան փոսինուսի համար ունենք

$$\begin{aligned} \cos(\vec{V}, \vec{M}) &= \frac{\vec{V} \cdot \vec{M}}{V \cdot M} = \frac{V_x M_x + V_y M_y + V_z M_z}{VM} = \\ &= \frac{0 \cdot 0 + 12 \cdot 0 + 8 \cdot 15,6}{14,42 \cdot 15,6} = 0,555: \end{aligned}$$

Եթե սված ուժասիստեմի գլխավոր մոմենտը կենտրոնական պտուտակային առանցքի վրա գտնվող կամավոր կետի նկատմամբ նշանակենք M^* -ով, ապա կունենանք

$$M^* = M \cos(\vec{V}, \vec{M}) = 15,6 \cdot 0,55 = 8,65 \text{ կՊմ}:$$

Դինամայի p պարամետրը* հավասար կլինի

$$p = \frac{M^*}{V} = \frac{8,65}{14,42} = 0,6 \text{ մ}:$$

* p -ն հաստատուն գծային մեծություն է, որը հավասար է դինամայի M^* գլխավոր մոմենտի և գլխավոր վեկտորի հաջաբերությանը, այսինքն $p = \frac{M^*}{V}$:

Այժմ որոշենք այն α , β , γ անկյունները, որ կազմում է կենտրոնական պտուտակային առանցքը կոորդինատական առանցքների հետ: Քանի որ կենտրոնական պտուտակային առանցքը զուգահեռ է գլխավոր վեկտորին, ապա նրա կազմած անկյունները կոորդինատական առանցքների հետ համապատասխանաբար հավասար կլինեն գլխավոր վեկտորի և կոորդինատական առանցքների կազմած անկյուններին, այսինքն՝

$$\cos \alpha = \cos(V, \hat{x}) = 0, \quad \cos \beta = \cos(V, \hat{y}) = 0,83,$$

$$\cos \gamma = \cos(V, \hat{z}) = 0,555,$$

Մնում է գտնել կենտրոնական պտուտակային առանցքի և xy հարթության հատման կետի x և y կոորդինատները: z կոորդինատը այս դեպքում հավասար կլինի զրոյի: Գրենք կենտրոնական պտուտակային առանցքի հավասարումը՝

$$\frac{M_x - yV_z}{V_x} = \frac{M_y + xV_z}{V_y} = p,$$

Այստեղից ստացվում է՝

$$x = \frac{V_y p - M_y}{V_z} = \frac{12 \cdot 0,6 - 0}{8} = 0,9,$$

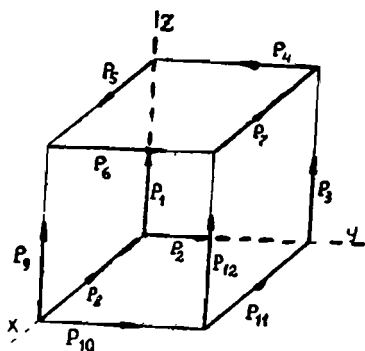
$$y = \frac{M_x - pV_x}{V_z} = \frac{0 - 0 \cdot 0,6}{8} = 0,$$

Պատ.

$$V = 14,4 \text{ կՊ}, \quad M^* = 8,65 \text{ կՊմ}, \quad \alpha = 90^\circ,$$

$$\beta = \arctg \frac{2}{3}, \quad \gamma = \arctg \frac{3}{2},$$

$$x = 0,9, \quad y = 0,$$



Պ. 215

Խնդիր 89(240): a կող ունեցող խորանարդի կողերով ազդում են տասներկու իրար հավասար P ուժեր (պժ. 215): Բերել ուժերի այս սխեմանը կանոնական տեսքի՝ և որոշել կենտրոնական պտուտակային առանցքի ու Oxy հարթության հատման կետի x , y կոորդինատները:

Լուծում: Կոորդինատական սխեմայի O սկզբնակետը ընդու-

նենք որպես ուժերի բերման կենտրոն: Այդ դեպքում տված ուժախառնմի գլխավոր վեկտորի պրոյեկցիաները կոորդինատական x, y, z առանցքների վրա կլինեն.

$$V_x = \Sigma F_{ix} = P_5 - P_7 - P_8 - P_{11} = -2P,$$

$$V_y = \Sigma F_{iy} = P_2 - P_4 + P_6 + P_{10} = 2P,$$

$$V_z = \Sigma F_{iz} = P_1 + P_3 + P_9 + P_{12} = 4P,$$

Հետևաբար,

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = 2P\sqrt{6},$$

Գտնենք գլխավոր վեկտորի ուղղորդ կոսինուսները: Կստանանք՝

$$\cos \alpha = \cos(\mathbf{V}, \hat{\mathbf{x}}) = \frac{V_x}{V} = \frac{-2P}{2P\sqrt{6}} = -\frac{1}{6}\sqrt{6},$$

$$\cos \beta = \cos(\mathbf{V}, \hat{\mathbf{y}}) = \frac{V_y}{V} = \frac{2P}{2P\sqrt{6}} = \frac{1}{6}\sqrt{6},$$

$$\cos \gamma = \cos(\mathbf{V}, \hat{\mathbf{z}}) = \frac{V_z}{V} = \frac{4}{2P\sqrt{6}} = \frac{1}{3}\sqrt{6},$$

Այստեղից հետևում է, որ

$$\cos \alpha = -\cos \beta = -\frac{1}{2}\cos \gamma = -\frac{1}{6}\sqrt{6},$$

Գլխավոր մոմենտի պրոյեկցիաները կլինեն՝

$$M_x = \Sigma m_x(F_i) = P_3a + P_4a - P_6a + P_{12}a = 2Pa,$$

$$M_y = \Sigma m_y(F_i) = P_5a - P_7a - P_9a - P_{12}a = -2Pa,$$

$$M_z = \Sigma m_z(F_i) = P_6a + P_7a + P_{10}a + P_{11}a = 4Pa,$$

Հետևաբար,

$$M = \sqrt{(2Pa)^2 + (-2Pa)^2 + (4Pa)^2} = 2\sqrt{6}Pa:$$

Ցույց տանք, որ գլխավոր վեկտորը և գլխավոր մոմենտը իրար ուղղահայաց չեն: Դրա համար կազմենք նրանց սկալյար արտադրյալը՝

$$\begin{aligned} \mathbf{V} \cdot \mathbf{M} &= V_x M_x + V_y M_y + V_z M_z = (-2P)2Pa + \\ &+ 2P(-2Pa) + 4P \cdot 4Pa = 8P^2a > 0, \end{aligned}$$

Այստեղից հետևում է, որ գլխավոր մոմենտը ուղղահայաց է գլխավոր վեկտորին, և հետևաբար, տված ուժասխտեմը բերվում է դինամայի:

Եթե տված ուժասխտեմի գլխավոր մոմենտը կենտրոնական պտուտակային առանցքի նկատմամբ նշանակենք M^* , ապա կունենանք՝

$$M^* = M \cos(\mathbf{W}, \mathbf{V}) = \frac{V_x M_x + V_y M_y + V_z M_z}{V} = \\ = \frac{8 P^2 a}{2 P \sqrt{6}} = \frac{2}{3} P a \sqrt{6},$$

Կենտրոնական պտուտակային առանցքի և xy հարթության հատման կետի x , y կոորդինատները գտնելու համար նախ գրենք կենտրոնական պտուտակային առանցքի հավասարումները,

$$\frac{M_x - (yV_z - zV_y)}{V_x} = \frac{M_y - (zV_x - xV_z)}{V_y} = \\ = \frac{M_z - (xV_y - yV_x)}{V_z}, \quad (1)$$

Եթե (1)-ի մեջ տեղադրենք գլխավոր վեկտորի և մոմենտի պրոյեկցիաների համար վերը գտած թվային արժեքները և միաժամանակ նկատի ունենանք, որ xy հարթության հավասարումն է $z=0$, ապա կստանանք՝

$$\frac{2Pa - 4yP}{-2P} = \frac{-2Pa + 4xP}{2P} = \frac{4Pa - 2xP + y(-2P)}{4P},$$

կամ

$$4y - 2a = 4x - 2a,$$

$$4y - 2a = 2a - x - y,$$

Լուծելով այս հավասարումների սխտեմը, կունենանք՝

$$x = y = \frac{2}{3} a,$$

$$\text{Պատ.} \quad V = 2P\sqrt{6}, \quad M^* = \frac{2}{3} P a \sqrt{6},$$

$$\cos \alpha = -\cos \beta = -\frac{1}{2} \cos \gamma = -\frac{1}{6} \sqrt{6}, \quad x = y = \frac{2}{3} a.$$

§ 9. ԿԱՐԱՅԱԿԱՆ ՏԱՐԱԾԱԿԱՆ ՈՒԺԱՍԻՍՏԵՄԻ ՀԱՎԱՍԱՐԱԿՇՈՒԹՅՈՒՆԸ

1. Պինդ մարմնի հավասարակշռությունը կամայական ճարձական ուժափոխների ազդեցության դեպքում:

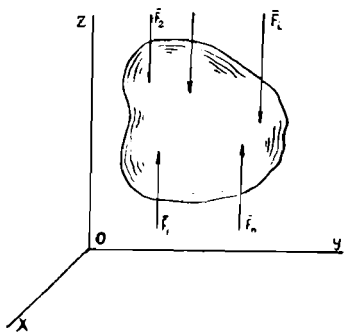
Բացարձակ պինդ մարմնի վրա ազդող կամայական տարածական ուժափոխների հավասարակշռության անհրաժեշտ ու բավարար պայմանն է, որ սիստեմի բոլոր ուժերի պրոյեկցիաների գումարը կամավոր ընտրած դեկարտյան կոորդինատական x , y , z առանցքներից յուրաքանչյուրի վրա լինի զրո և բոլոր ուժերի մոմենտների գումարը այդ առանցքներից յուրաքանչյուրի նկատմամբ նույնպես հավասար լինի զրոյի, այսինքն՝

$$\Sigma F_{ix} = 0, \quad \Sigma F_{iy} = 0, \quad \Sigma F_{iz} = 0,$$

$$\Sigma m_x(F_i) = 0, \quad \Sigma m_y(F_i) = 0, \quad \Sigma m_z(F_i) = 0: \quad (1)$$

Որևէ պինդ մարմնի վրա ազդող կամայական տարածական ուժափոխների դեպքում խնդիրը համարվում է ստատիկորեն որոշելի, եթե հանրահաշվական անհայտների թիվը չի գերազանցում վեցից:

2. Պինդ մարմնի հավասարակշռությունը զուգահեռ ուժերի ճարձական սիստեմի ազդեցության դեպքում: Եթե բացարձակ պինդ մարմնի վրա ազդում է $F_1, F_2, \dots, F_n$ զուգահեռ ուժերի տարածական սիստեմը (գծ. 216), ապա այդ մարմնի հավասարակշռության անհրաժեշտ ու բավարար պայմանն է, որ սիստեմի բոլոր ուժերի պրոյեկցիաների գումարը ուժերին զուգահեռ առանցքի վրա լինի զրո և բոլոր ուժերի մոմենտների գումարը մյուս երկու կոորդինատական առանցքներից յուրաքանչյուրի նկատմամբ նույնպես լինի զրո, այսինքն՝



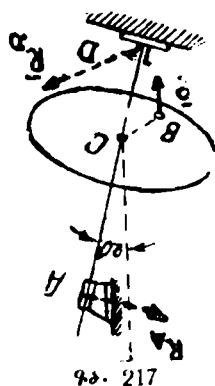
Գծ 216

$$\Sigma F_{iz} = 0, \quad \Sigma m_x(F_i) = 0, \quad \Sigma m_y(F_i) = 0;$$

3. Կամայական թափածական ուժասխուսեմի ազդեցության ծակ զսեմիոգ պինդ մարմնի հավասարակշռության վերաբերյալ խնդիրների լուծումը: Կամայական հարթ ուժասխուսեմի ազդեցության տակ դտնվող պինդ մարմնի հավասարակշռության խնդիրների լուծման վերաբերյալ § 5-ի շարադրանքը հիմնականում վերաբերում է նաև տարածական ուժասխուսեմի ազդեցության տակ զտնվող պինդ մարմնի հավասարակշռության խնդիրների լուծմանը: Այստեղ նույնպես նախ պետք է պարզել, թե որ մարմնի հավասարակշռությունն է անհրաժեշտ դիտարկել: Այնուհետև, մարմնի վրա կիրառված կապերը պետք է փոխարինել համապատասխան հակազդումներով և դիտարկել մարմնի հավասարակշռությունը նրա վրա ազդող ակտիվ և պասսիվ ուժերի ազդեցության տակ:

Հավասարակշռության ավելի պարզ հավասարումներ ուսանալու համար նպատակահարմար է կոորդինատական առանցքները տանել աջնպես, որ նրանք հատեն ավելի մեծ թվով ուժեր կամ ուղղահայաց լինեն նրանց (եթե, իհարկե, սա չի դժվարացնում մյուս ուժերի պրոյեկցիաների և մոմենտների հաշվումը):

Խնդիր 90 (242): Ուղղաձգի նկատմամբ 20° անկյան տակ թեքված ACD առանցքի շուրջը պտտվող ձիադոփիչի կլոր թեք հարթակը պտտեցվում է 400 կՊ կշիռ ունեցող ձիով, որը զրոնվում է $CB = 3$ մ երկարությամբ հորիզոնական շառավղի ծայրում: Որոշել պտտող մոմենտը (գծ. 217):



գծ. 217

Պատույ մոմենտ կոչվում է մարմնի վրա կիրառված ուժերի մոմենտների գումարը պտտման առանցքի նկատմամբ:

Լուծում: Ձիադոփիչի հարթակի վրա ազդում է միայն մի ակտիվ ուժ՝ ձիու $P = 400$ կՊ կշիռը: Պասսիվ ուժերը կլինեն առանցքի A և D կենտրոնում կիրառված R_A և R_D հակազդումները: Խնդրի պահանջի համաձայն պետք է որոշել P ուժի մոմենտը AB առանցքի նկատմամբ, քանի որ R_A և R_D հակազդումների մոմենտները

AD առանցքի նկատմամբ հավասար են զրոյի: P ուժի մոմենտը AD առանցքի նկատմամբ կլինի՝

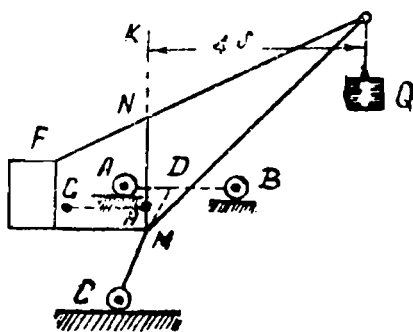
$$m_{AD}P = CB \cdot P \cdot \cos(180^\circ - 110^\circ) = 3 \cdot 400 \cdot \sin 20^\circ = \\ = 3 \cdot 400 \cdot 0,342 = 410 \text{ կՊմ:}$$

Պատ. 410 կՊմ:

Խնդիր 91(246): Ամբարձիչը զրկած է ABC եռանիվ սալակի վրա: Տված են ամբարձիչի չափերը՝ $AD = BD = 1$ մ, $CD = 1,5$ մ, $CM = 1$ մ, $k1 = 4$ մ: Ամբարձիչը հավասարակշռվում է F հակակշռով: Ամբարձիչի կշիռը հակակշռի հետ միասին՝ $P = 10$ տ և կիրառված է ամբարձիչի MN առանցքից $GH = 0,5$ մ հեռավորության վրա, LMNF հարթության մեջ գտնվող G կետում: Բարձրացվող Q բեռը կշռում է 3 տ: Գտնել անիվների ճնշումը ռելսերի վրա, ամբարձիչի աջն զիրքի համար, երբ նրա LMN հարթությունը զուգահեռ է AB-ին:

Լուծում: Դիտարկենք ABC եռանիվ սալակի և նրա վերա զրկած ամբարձիչի հավասարակշռությունը (զծ. 218): Սալակը ազատենք կապերից: A, B, C կետերում եղած կապերը փոխարինենք R_A , R_B , R_C հակազդումներով, որոնք ուղղված կլինեն ուղղաձիգ դեպի վեր (զծ. 219):

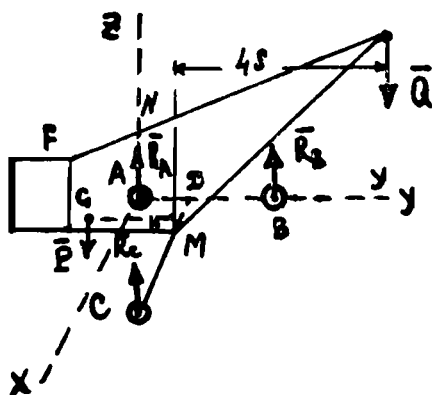
Այսպիսով, սալակը գտնվում է հավասարակշռության մեջ նրա վրա ազդող P, Q, R_A , R_B , R_C զուգահեռ ուժերի տարածական սխեմայի ազդեցության տակ: Կոորդինատ



Գծ. 218

տական սխեմայի սկզբնականը տեղափորենք A կետում, Ay առանցքը ուղղենք AB-ով, Ax առանցքը՝ զուգահեռ DC-ին. իսկ Az առանցքը ուղղաձիգ դեպի վեր: Առանցքների ախպիսի ընտրությունը հեշտապես է հավասարակշռության հավասարումների կազմումը:

Սալակի վրա ազդող



Գծ. 219

զուգահեռ ուժերի սխեմայի հավասարակշռության հավասարումները կլինեն.

$$\Sigma F_{iz} = R_A + R_B + R_C - P - Q = 0,$$

$$\Sigma m_x(F_i) = -Q \cdot 5 + R_C \cdot 1 + R_B \cdot 2 - 0,5 \cdot P = 0,$$

$$\Sigma m_y(F_i) = (P + Q) \cdot 0,5 - R_C \cdot 1,5 = 0;$$

Լուծելով այս հավասարումները, կստանանք՝

$$R_A = \frac{5}{6} \text{ տ}, \quad R_B = 7 \frac{5}{6} \text{ տ}, \quad R_C = 4 \frac{1}{3} \text{ տ}:$$

Եթե անիվներին ճնշումները ուղիղի վրա նշանակենք N_A , N_B և N_C , ապա նրանք թվապես հավասար կլինեն R_A , R_B և R_C հակազդումներին և կունենան նրանից հակադիր ուղղություններ:

$$\text{Պատ. } N_A = \frac{5}{6} \text{ տ}, \quad N_B = 7 \frac{5}{6} \text{ տ}, \quad N_C = 4 \frac{1}{3} \text{ տ}:$$

Խ 6 դ ի ք 92 (250): Եռոտանի սեղանի A , B և C ծայրերը կազմում են ձևավորում մենցող հավասարակողմ եռանկյան: Սեղանի P կշիռը ողղված է ZOO_1 ուղղաձիգով, որն անցնում է ABC եռանկյան O_1 կենտրոնով: Սեղանի x , y կոորդինատներ ունեցող M կետում տեղավորված է P բեռը, OY առանցքը զուգահեռ է AB -ին: Որոշել յարաքանչյուր ոտքի ճնշումը հատակի վրա (զծ. 202):

Լուծում: Դիտարկենք սեղանի հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում են երկու ակտիվ ուժեր՝ սեղանի P կշիռը և p բեռը: A , B և C ոտքերի R_A , R_B և R_C հակազդումները ողղահայաց կլինեն հատակին և ողղված՝ դեպի վեր: Կոորդինատական սխեման տանենք զծ. 220-ում ցույց տված ձևով:

Այսպիսով, սեղանի վրա ազդում է P , p , R_A , R_B և R_C զուգահեռ ուժերի սխեման: Հավասարակշռության հավասարումները կլինեն՝

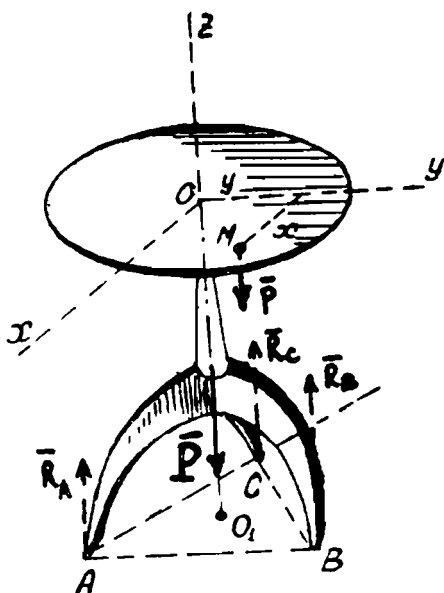
$$\Sigma F_{iz} = R_A + R_B + R_C - P - p = 0,$$

$$\Sigma m_x(F_i) = -P \cdot y - R_A \cdot \frac{a}{2} + R_B \cdot \frac{a}{2} = 0,$$

$$\Sigma m_y(F_i) = P \cdot x + R_C \frac{a\sqrt{3}}{3} - R_B \frac{a\sqrt{3}}{6} - R_A \frac{a\sqrt{3}}{6} = 0;$$

Լուծելով այս հավասարումները, կորոշենք R_A , R_B և R_C հակազդումների մեծությունները:

Խնդրի պայմանի համաձայն պահանջվում է գտնել սեղանի ոտքերի N_A , N_B և N_C ճնշումները հատակի վրա: Ազդման և հակազդման հավասարության արքսիմի համաձայն R_A , R_B , R_C հակազդումները թվապես հավասար կլինեն համապատասխանաբար N_A , N_B , N_C ճնշումներին և կունենան հակադիր ուղղություններ:



Պժ. 220

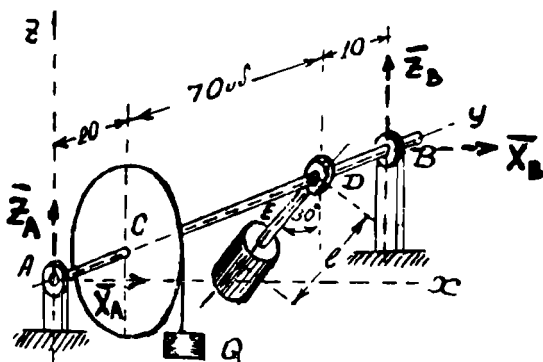
$$\text{Պատ. } N_A = \frac{P+p}{3} + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}x - y \right) \cdot \frac{p}{a},$$

$$N_B = \frac{P+p}{3} + \left(y + \frac{\sqrt{3}}{3}x \right) \cdot \frac{p}{a},$$

$$N_C = \frac{P+p}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{x}{a} p;$$

Խ Ո Ղ Ի Ր 93 (254): A և B առանցքների վրա դրված հորիզոնական լիսեռի վրա ապրում են, մի կողմից 20 սմ չափով ունեցող C անվակին թելի միջոցով կապված $Q = 25$ կգ կշիռ ունեցող կշռաքարը, մյուս կողմից՝ AB լիսեռին ուղղանկյան սականշարժորեն միացված, DE ձողին հագցված, $P = 100$ կՊ կշիռ ունեցող կշռաքարը: Տված են $AC = 20$ սմ, $CD = 70$ սմ, $BD = 10$ սմ: Հավասարակշռության դիրքում DE ձողը շեղված է ուղղաձիգից 30° անկյունով: Որոշել P կշռաքարի ծանրության կենտրոնի 1 հեռավորությունը AB լիսեռի առանցքից և A և B առանցքակալների հակազդումները (Պժ. 221):

Լուծում: Դիտարկենք լիսեռի հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում են հետևյալ շարտիվ ածերը՝ $Q = 25 \text{ կՊ}$ և $P =$



Պժ. 221

$= 100 \text{ կՊ}$ կշռաքարերը: Վերացնենք կապերը: A և B առանցքակալների հակազդումները նշանակենք համապատասխանաբար R_A և R_B : Այս հակազդումները գտնվում են xz հարթության վրա, հետևաբար նրանք կունենան X_A, Z_A և X_B, Z_B բաղադրիչները: Այստեղ X_A, Z_A, X_B, Z_B և ի-ը անհայտներ են:

Լիսեռի վրա ազդող P, Q, X_A, Z_A, X_B և Z_B ուժերի հավասարակշռության վեց հավասարումներից մեկը՝ $\Sigma F_{iy} = 0$ նույնաբար դառնում է զրո, ուստի և կստանանք հավասարակշռության հինգ հավասարումներ:

Նախ որոշենք ի անհայտը: Դրա համար գրենք հավասարակշռության հետևյալ հավասարումը՝

$$\Sigma m_y(F_i) = + Q \cdot r - P \cdot l \sin 30^\circ = 0;$$

Այստեղից ստացվում է, որ

$$l = \frac{Q \cdot r}{P \sin 30^\circ} = 10 \text{ մ};$$

Հավասարակշռության մնացած չորս հավասարումները կլինեն՝

$$\Sigma F_{ix} = X_A + X_B = 0,$$

$$\Sigma F_{iz} = Z_A + Z_B - Q - P = 0,$$

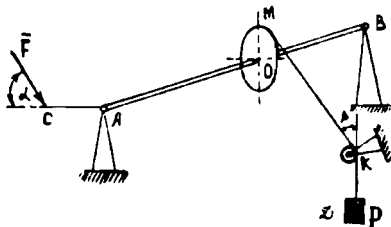
$$\Sigma m_x(F_i) = - Q \cdot AC - P \cdot AD + Z_B \cdot AB = 0,$$

$$\Sigma m_z(F_i) = -X_B \cdot AB = 0;$$

Լուծելով այս հավասարումները, կստանանք X_A , X_B , Z_A և Z_B անհայտների արժեքները:

Պատ. $l = 10$ սմ, $Z_A = 30$ կՊ, $Z_B = 95$ կՊ, $X_A = X_B = 0$:

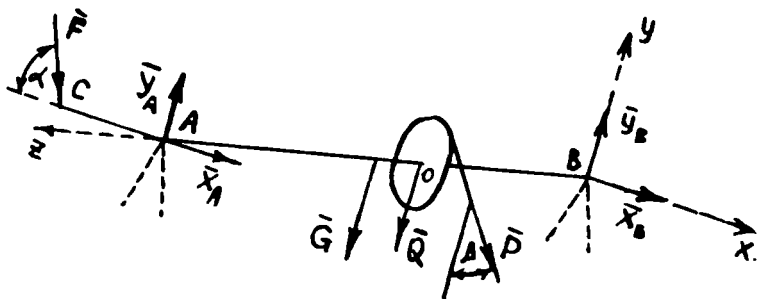
Խնդիր 94: $Q = 80$ կգ կշիռ ունեցող O փոկանիվը ունի պտտման հորիզոնական AB առանցք, որի կշիռն է $G = 100$ կգ (գծ. 222): Փոկանիվի վրա փաթաթված է պարան, որի մի ծայրը գցված է K ճախարակի վրայով և նրա ծայրում կապված է $P = 60$ կՊ կշիռ ունեցող D բեռը: AC բռնակի վրա ազդում է F ուժը, որը գտնվում է AB առանցքին ուղղահայաց հարթության վրա: Որոշել



Գծ. 222

A , B առանցքակալների հակադրումները և F ուժը, սխեմայի հավասարակշռության դիրքում, եթե $AB = l$, $AO = 0,7 l$, $AC = 0,3 l$, $AC \perp AB$ -ին, $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$, փոկանիվի շառավիղը $r = 0,1 l$, MKD -ն գտնվում է AB առանցքին ուղղահայաց հարթության վրա:

Լուծում: Դիտարկենք փոկանիվի հավասարակշռությունը AB առանցքի և AC բռնակի հետ միասին (գծ. 223):



Գծ. 223

Սխեմայի վրա ազդում են F , G , Q և P ակտիվ ուժերը: Քանի որ K ճախարակը համարում ենք իդեալական, ապա պարանի ճիգը հավասար կլինի D բեռի P կշռին:

Առանցքը ազատենք կապերից, կապերի ազդեցությունը փո-

խարինելով համապատասխան հակազդումներով: Քանի որ այստեղ կապերը A և B առանցքակալներն են, ապա A և B կետերի R_A և R_B հակազդումները կունենան X_A և Y_A , X_B և Y_B բաղադրիչներ:

Ընտրենք կոորդինատական սիստեմը այնպես, ինչպես ցույց է տրված գծ. 223-ում:

X_A , Y_A , X_B , Y_B և F անհայտները որոշելու համար կազմենք հավասարակշռության հինգ հավասարումները (վեցերորդ հավասարումը $\Sigma F_{iz} = 0$ վերածվում է նույնության): Այդ հավասարումները կլինեն

$$\Sigma F_{ix} = X_A + X_B + P \sin \beta + F \cos \alpha = 0, \quad (1)$$

$$\Sigma F_{iy} = Y_A + Y_B - G - Q - P \cos \beta - F \sin \alpha = 0, \quad (2)$$

$$\Sigma m_x(F_i) = Q \cdot 0,3l + P \cos \beta \cdot 0,3l + G \cdot \frac{l}{2} + F l \sin \alpha - Y_A l = 0, \quad (3)$$

$$\Sigma m_y(F_i) = X_A l + F l \cos \alpha + P \sin \beta \cdot 0,3l = 0, \quad (4)$$

$$\Sigma m_z(F_i) = F \cdot 0,3l \sin \alpha - P \cdot 0,1l = 0: \quad (5)$$

Լուծենք այս հավասարումների սիստեմը:

(5) հավասարումներից հետևում է, որ

$$F = \frac{P}{\sin \alpha} = 23,1 \text{ կՊ},$$

(4) հավասարումից հետևում է, որ

$$X_A = -(0,3P \sin \beta + F \cos \alpha) = -20,5 \text{ կՊ},$$

(3) հավասարումից՝

$$Y_A = 0,3Q + 0,3P \cos \beta + F \sin \alpha + \frac{G}{2} = 105,5 \text{ կՊ},$$

(2) հավասարումից՝

$$Y_B = G + Q + P \cos \beta + F \sin \alpha - Y_A = 146,3 \text{ կՊ}$$

և (1) հավասարումից՝

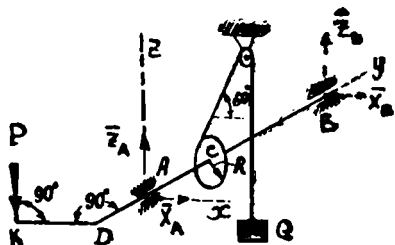
$$X_B = -X_A - (P \sin \beta + F \cos \alpha) = -21 \text{ կՊ},$$

$$\text{Պատ. } X_A = -20,5 \text{ կՊ}, \quad Y_A = 105,5 \text{ կՊ}, \quad X_B = -21 \text{ կՊ},$$

$$Y_B = 146 \text{ կՊ}, \quad F = 23,1 \text{ կՊ}.$$

Խ Ն Գ Ի Բ 95(257): Գծագիր 224-ում սխեմատիկ պատկերած

ոլորանի միջոցով իրականացվում է $Q = 100$ կԳ բեռի հավասարա-
չափ բարձրացումը: Թմբուկի շառավիղը՝ $R = 5$ սմ: Բռնակի եր-
կարությունը՝ $KD = 40$ սմ,
 $DA = 30$ սմ, $AC = 40$ սմ,
 $CB = 60$ սմ: Պարանը
թմբուկից անջատվում է
շոշափողով, որը թեքված է
հորիզոնի նկատմամբ 60° -ի
անկյան տակ: Որոշել ընդ-
նակի վրա P ճնշումը և A
ու B հենարանների հակազ-



Գծ. 234

դումները ոլորանի այն դիրքում, երբ KD բռնակը հորիզոնա-
կան է:

Լ ու ծ ու մ: Դիտարկենք ոլորանի հավասարակշռությունը: Նրա
վրա ազդում են հետևյալ ակտիվ ուժերը՝ $Q = 100$ կԳ բեռը և
բռնակի վրա եղած անհայտ P ճնշումը: Վերացնենք A և B հե-
նարանները, դրանց ազդեցությունները փոխարինելով համապա-
տասխան R_A և R_B հակազդումներով: Այսպիսով հակազդումները գտնը-
վում են XZ հարթության վրա, որի հետևանքով նրանց բաղա-
դրիչները ներկայացնենք X_A , Z_A և X_B , Z_B տեսքով:

Ոլորանի վրա ազդող P , Q , X_A , Z_A , X_B և Z_B ուժերի հա-
վասարակշռության վեց հավասարումներից մեկը՝ $\Sigma F_{ix} = 0$, նույնա-
քար իդառնա զրո և կունենանք հավասարակշռության հինգ հա-
վասարումներ, որոնցից կորոշենք P , X_A , Z_A , X_B և Z_B անհայտ-
ների արժեքները: Հավասարակշռության հավասարումները կլինեն.

$$\Sigma F_{ix} = X_A + X_B + Q \cos 60^\circ = 0,$$

$$\Sigma F_{iz} = Z_A + Z_B - P - Q \sin 60^\circ = 0,$$

$$\Sigma m_x(F_i) = P \cdot AD + Q \cdot AC \cos 30^\circ + Z_B \cdot AB = 0,$$

$$\Sigma m_y(F_i) = -P \cdot KD + R \cdot Q = 0,$$

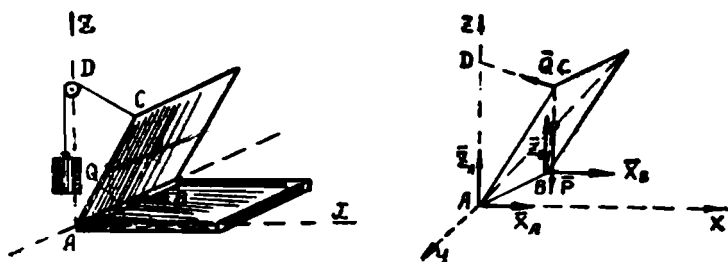
$$\Sigma m_z(F_i) = -Q \cdot AC \cos 60^\circ - X_B \cdot AB = 0:$$

Լուծելով այս հինգ հավասարումների սիստեմը, կստանանք
 P , X_A , Z_A , X_B և Z_B անհայտների արժեքները:

$$\text{Պատ. } P = 12,5 \text{ կԳ, } X_A = -30 \text{ կԳ, } Z_A = -35,7 \text{ կԳ,}$$

$$X_B = -20 \text{ կՊ}, \quad Z_B = -38,4 \text{ կՊ}.$$

Խ Ն Դ Ի Ր 96(260): $P = 40$ կՊ կշիռ ունեցող համասեռ ուղղանկյուն կափարիչը պահվում է Q հակակշռի օգնությամբ կիսարագ վիճակում, հորիզոնի նկատմամբ 60° անկյան տակ: Անտեսնելով D ճախարակի շփումը, որոշել Q կշիռը և A ու B հողակապերի հակազդումները, եթե D ճախարակը և A կետը գտնվում են մի ուղղաձգի վրա, $AD = AC$ (գծ. 225):



Գծ. 225 226

Լ ՈՒԾ ՈՒՄ: Դիտարկենք կափարիչի հավասարակշռությունը (գծ. 226): Կափարիչի վրա ազդում են հետևյալ երկու ակտիվ ուժերը՝ նրա $P = 40$ կՊ կշիռը՝ կիրառված ծանրության կենտրոնում և C կետում կիրառված Q հակակշիռը, որն ուղղված է CD ուղղությամբ (անշարժ D ճախարակը բեռի մեծությունը չի փոխում, բայց փոխում է նրա ազդման զիծը): Վերացնենք կափարիչի A և B կետերում եղած հողակապերը, դրանք փոխարինելով R_A և R_B հակազդումներով: Քանի որ P և Q ակտիվ ուժերը կիրառված են կափարիչի AB կողմն ուղղահայաց հարթությունների վրա, ապա R_A և R_B հողակապային հակազդումները նույնպես պետք է գտնվեն այդ հարթությունների վրա: Որպես կոորդինատական սիստեմի սկզբնակետ ընդունենք A կետը, իսկ կոորդինատական առանցքներն ուղղենք այնպես, ինչպես ցույց է տրված գծ. 226-ում: R_A և R_B հակազդումների բաղադրիչները նշանակենք համապատասխանաբար X_A , Z_A և X_B , Z_B :

Հավասարակշռության հավասարումները կազմելու համար նախապես որոշենք Q ուժի թեքման անկյունը հորիզոնի նկատմամբ:

Խնդրի պայմանների համաձայն CAD հավասարասրուն եռանկյան $\angle CAD = 30^\circ$, իսկ CD հիմքին առնթեք անկյուններից

չուրաքրնչուրը՝ 75° (գծ. 227): Այնուհետև, կամավոր S կետից կանգ-
նեցնենք AZ առանցքին ուղղահայաց և շարունակենք այն
մինչև Q ուժի ազդման գծի հետ
O կետում հատվելը: Ստացված
ODS ուղղանկյուն եռանկյանուց
երևում է, որ OD ներքնաձգի
թեքման անկյունը հորիզոնի նը-
կատմամբ հավասար է 15° -ի՝
Հետևաբար, Q ուժը հորիզոնա-
կան OS ուղղի հետ նույնպես կը-
կազմի 15° -ի անկյուն:

Գրենք կափարիչի վրա աղ-
դող P, Q, X_A, Z_A, X_B և Z_B

տարածական ուժաստեղծմի հավասարակշռության հինգ հավասարումները (վեցերորդ հավասարումը՝ $\Sigma F_{ly} = 0$ դառնում է նույն ություն): Այդ հավասարումները կլինեն՝

$$\Sigma F_z = Z_A + Z_B + Q \sin 15^\circ - P = 0, \quad (2)$$

$$\Sigma \mathbf{m}_x(\mathbf{F}_I) = Z_B \cdot AB - P \cdot \frac{AB}{2} = 0, \quad (3)$$

$$\Sigma m_y(F_i) = Q \cdot AE - P \cdot AK = 0, \quad (4)$$

$$\Sigma m_i(F_i) = -X_B \cdot AB = 0; \quad (5)$$

Հակադդումների X_A, Z_A, Z_B և Y_B բաղադրիչները (3) հավասարման մեջ չեն մտնում, քանի որ նրանք հատվում են X առանցքի հետ և, հետևաբար, նրանց մոմենտները X առանցքի նկատմամբ հավասար կլինեն զրոյի: (4) հավասարման մեջ Q, X_A, Z_A և X_B ուժերը չեն մտնում, քանի որ դրանցից Q, X_A, Z_A և P ուժերը Ay առանցքի հետ գտնվում են մի հարթության վրա, իսկ X_B -ն զուգահեռ է Ay առանցքին: Նույն պատճառով Q, X_A, Z_A և P ուժերը չեն մտնում (5) հավասարման մեջ, քանի որ այդ ուժերից առաջին երեքը AZ առանցքի հետ գտնվում են մի հարթության վրա, իսկ P ուժը զուգահեռ է AZ առանցքին: Այստեղ օգտագործվում է այն հատկությունը, որ ուժի մոմենտը որևէ առանցքի նկատմամբ հավասար է զրոյի, եթե այդ ուժը

հասում է առանցքը կամ զուգահեռ է նրան:

Այժմ որոշենք AE և AK հատվածները, որոնք մտնում են (3) հավասարման մեջ:

AEC ողղանկյուն եռանկյունուց հետևում է, որ

$$AE = AC \cos 15^\circ,$$

իսկ AFK ողղանկյուն եռանկյունուց՝

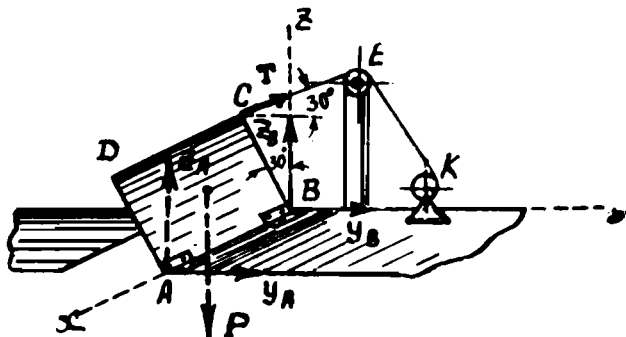
$$AK = AF \cos 60^\circ = \frac{AC}{2} \cos 60^\circ:$$

Տեղադրելով (1) — (5) հավասարումների մեջ խնդրի պայմանի տվյալները, AE և AK -ի արժեքները և լուծելով ստացված հինգ հավասարումները, կորոշենք Q , Y_A , Z_A , Y_B , Z_B անհայտները:

Պատ. $Q = 10,4$ կՊ, $X_A = 10$ կՊ, $Z_A = 17,3$ կՊ,

$$X_B = 0, \quad Z_B = 20$$
 կՊ:

Խ Ո Ւ Յ Ո Ւ Ր 97(264): Երկաթուղային կամրջի 1500 կՊ կշիռ ունեցող $ABCD$ բացվող մասը բարձրացված է դեպի K կարապիկը տարված և E ճախարակի վրայով գցված CE շղթայով: E կետը գտնվում է CBy ողղաձիգ հարթության մեջ: Որոշել գծագրում պատկերված դիրքի համար CE շղթայի լարումը և A ու B կետերում հակազդումները: Բացվող մասի ծանրության կենտրոնը համընկնում է $ABCD$ ողղանկյան կենտրոնի հետ (գծ. 228):



Գծ. 228

Լ Ո Ւ Ճ Ո Ւ Մ: Դիտարկենք $ABCD$ ողղանկյան հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում է միայն կամրջի $P = 1500$ կՊ ալ-

տիվ ուժը: Կամուրջը ազատենք կապերից, նրա վրա դրված կապերը փոխարինելով համապատասխան հակազդումներով: $\Sigma F_{iy} = T \cos 30^\circ + Y_A + Y_B = 0$, $\Sigma F_{iz} = Z_A + Z_B + T \sin 30^\circ - P = 0$, $\Sigma M_x(F_i) = P \cdot \frac{CB}{2} \sin 30^\circ - T \cdot CB = 0$, $\Sigma M_y(F_i) = -Z_A \cdot AB + P \cdot \frac{AB}{2} = 0$, $\Sigma M_z(F_i) = Y_A \cdot AB = 0$;

Այսպիսով, կամուրջի վրա ազդում են P , T , Y_A , Z_A , Y_B և Z_B ուժերը: Այս ուժերը կազմում են տարածական հավասարակշռված ուժասխառն, որի հավասարակշռության վեց հավասարումներից $\Sigma F_{ix} = 0$ -ը նույնաբար դառնում է զրո, ուստի մնում են հավասարակշռության միայն հետևյալ հավասարումները՝

$$\Sigma F_{iy} = Y_A + Y_B + T \cos 30^\circ = 0,$$

$$\Sigma F_{iz} = Z_A + Z_B + T \sin 30^\circ - P = 0,$$

$$\Sigma M_x(F_i) = P \cdot \frac{CB}{2} \sin 30^\circ - T \cdot CB = 0,$$

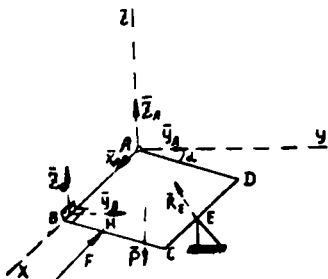
$$\Sigma M_y(F_i) = -Z_A \cdot AB + P \cdot \frac{AB}{2} = 0,$$

$$\Sigma M_z(F_i) = Y_A \cdot AB = 0,$$

Լուծելով այս հինգ հավասարումները, կորոշենք T , Y_A , Z_A , Y_B և Z_B անհայտները:

Պատ. $T = 375$ կՊ, $Y_A = 0$, $Z_A = 750$ կՊ, $Y_B = -325$ կՊ, $Z_B = 562,5$ կՊ:

Խնդիր 98 (267): $a = 30$ սմ կողմ և $P = 5$ կՊ կշիռ ունեցող համասեռ քառակուսի $ABCD$ թիթեղը ամրացված է A կետում գնդալիքի հողակապի միջոցով, իսկ B կետում գլանալիքի հողակապով: AB կողմը հորիզոնական է: E կետում թիթեղը հենվում է սալրի վրա: H կետում թիթեղի վրա ազդում է AB կողմին զուգահեռ F ուժը: Գտնել A , B և E կետերի հակազդումները, եթե $CE = ED$, $BH = 10$ սմ, $F = 10$ կՊ, և թիթեղը հորիզոնական հարթության հետ կազմում է $\alpha = 30^\circ$ անկյուն (գծ. 229):



Գծ. 229

Լին ծխում: Դիտարկենք $ABCD$ թիթեղի հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում են երկու ակտիվ ուժեր՝

Թիթեղի $P=5$ կՊ կշիռը և հորիզոնական $F=10$ կՊ ուժը: Թիթեղը ազատենք կապերից, կապերը փոխարինելով համապատասխան հակազդումներով: A կետում դրված է զնդալին հողակապ, հետեաբար, նրա R_A հակազդումը կունենա X_A , Y_A , Z_A երեք անհայտ բաղադրիչներ: B կետում դրված գլանալին կապի R_B հաշվադրումը կունենա Y_B և Z_B անհայտ բաղադրիչներ, քանի որ նրա առանցքը համընկնում է կորորդինատական X առանցքի հետ, իսկ E կետում կապը մակերևույթային է, հետեաբար, նրա R_E հակազդումը ուղղահայաց կլինի $ABCD$ թիթեղի հարթությունը:

Այսպիսով, թիթեղի վրա ազդում են P , F , X_A , Y_A , Z_A , Y_B , Z_B , և R_E , R_E տարածական ուժերը, որոնց ազդեցություն տակ նա գտնվում է հավասարակշռության մեջ: Թիթեղի վրա ազդող մոթասի ստեմի հավասարակշռության հավասարումները կլինեն՝

$$\Sigma F_{ix} = X_A - F = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = Y_A + R_E \cos 60^\circ + Y_B = 0,$$

$$\Sigma F_{iz} = Z_A + Z_B - P + R_E \cos 30^\circ = 0,$$

$$\Sigma m_x(F_i) = R_E \cdot a - P \cdot \frac{a}{2} \cos 30^\circ = 0,$$

$$\Sigma m_y(F_i) = -Z_B \cdot a + \frac{a}{2} \cdot P - R_E \cdot \frac{a}{2} \cos 30^\circ +$$

$$+ BH \cdot F \sin 30^\circ = 0,$$

$$\Sigma m_z(F_i) = Y_B \cdot a + BH \cdot F \cos 30^\circ + R_E \cdot \frac{a}{2} \cos 60^\circ = 0:$$

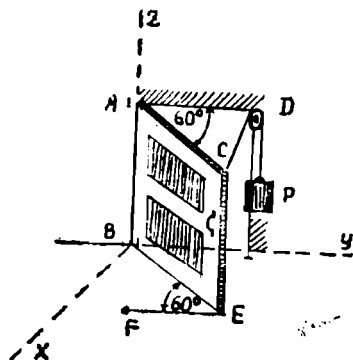
Հուծելով այս հավասարումները, կորոշեք X_A , Y_A , Z_A , Y_B , Z_B և R_E անհայտները:

Պատ. $X_A = 10$ կՊ, $Y_A = 2,35$ կՊ, $Z_A = -0,104$ կՊ,

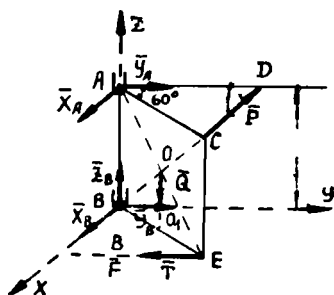
$Y_B = -3,43$ կՊ, $Z_B = 3,23$ կՊ, $R_E = 2,17$ կՊ:

Խնդիր 99 (270): AB ուղղաձիգ պտտման առանցք ունեցող ուղղանկյուն դուռը բացված է $CAD = 60^\circ$ անկյան տակ և պահվում է այդ դիրքում երկու պարաններով, որոնցից մեկը՝ CD -ն գցված է ճախարակի վրայով և ձգվում է $P = 32$ կՊ ուժով, իսկ մյուսը՝ EF -ը կապված է հատակի F կետին: Դռան կշիռը 64 կՊ է, նրա լայնությունը՝ $AC = AD = 18$ դմ, բարձրությունը՝ $AB = 24$ դմ: Անտեսելով շփումը ճախարակում, որոշել EF պարանի T

լարումը, ինչ պես նաև A հողակապի և B կրնկակալի հակազդումները (գծ. 230)



Գծ. 230



Գծ. 231

Լուծում: Դիտարկենք ABEC դռան հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում են հետևյալ ակտիվ ուժերը՝ դռան $Q = 64$ կԳ կշիռը և C կետում կիրառված $P = 32$ կԳ ուժը: Վերջինս ճախարակի վրա գցված 32 կԳ բեռն է, որը ճախարակի շնորհիվ կիրառված կլինի C կետում (գծ. 231): Ազատվենք կապերից, դրանք փոխարինելով համապատասխան հակազդումներով: Գլանային հողակապի հակազդումը A կետում նշանակենք $R_A (X_A, Y_A)$. Իսկ կրնկակալի B կետում՝ $R_B (X_B, Y_B, Z_B)$:

Այսպիսով, ABEC դռան վրա կիրառված կլինեն հետևյալ ուժերը՝

$$Q, P, T, X_A, Y_A, X_B, Y_B, Z_B:$$

Այս ուժերի ազդեցության տակ դուռը գտնվում է հավասարակշռության մեջ: Հավասարակշռության հավասարումները գրելուց առաջ կազմենք հետևյալ աղյուսակը: (Տես՝ էջ 224):

Հավասարակշռության հավասարումները կլինեն՝

$$\Sigma F_{ix} = X_B + X_A - P \cos 30^\circ = 0, \quad (1)$$

$$\Sigma F_{iy} = Y_B + Y_A + P \cos 60^\circ - T = 0, \quad (2)$$

$$\Sigma F_{iz} = Z_B - Q = 0, \quad (3)$$

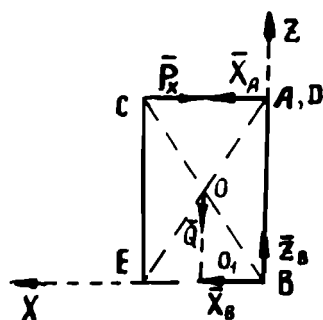
$$\Sigma m_x (F_i) = -Y_A \cdot AB - Q \cdot \frac{BE}{2} \cos 60^\circ - P \cdot AB \cos 60^\circ = 0, \quad (4)$$

$$\Sigma m_y (F_i) = X_A \cdot AB - P \cdot AB \cos 30^\circ + Q \cdot \frac{BE}{2} \cos 30^\circ = 0, \quad (5)$$

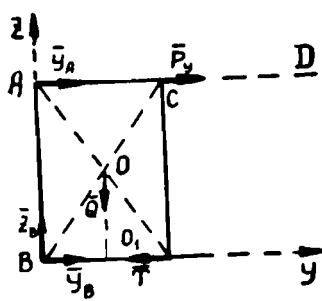
$$\Sigma m_z(F_i) = P \cdot AC \cos 30^\circ - T \cdot BE \cos 30^\circ = 0, \quad (6)$$

Խնդիր	Ուժերը	Կիրառման կետի կոորդինատները			Ուժի պրոյեկցիաները կոորդ. առանցքների վրա		
		x	y	z	X	Y	Z
1	Q	$\frac{AC}{2} \cos 30^\circ$	$\frac{AC}{2} \cos 60^\circ$	$\frac{AB}{2}$	0	0	-Q
2	P	$AC \cos 30^\circ$	$AC \cos 60^\circ$	AB	$-P \cos 30^\circ$	$P \cos 60^\circ$	0
3	R _A	0	0	AB	X _A	Y _A	0
4	R _B	0	0	0	X _B	Y _B	Z _B
5	T	$AC \cos 30^\circ$	$AC \cos 60^\circ$	0	0	-T	0

(4), (5) և (6) հավասարումները կազմելիս հաշվի է առնվել այն հատկությունը, ըստ որի, եթե ուժը գտնվում է տվյալ առանցքի հետ մի հարթության վրա՝ նրան հատում է կամ զուգահեռ է, ապա այդ ուժի մոմենտը նշված առանցքի նկատմամբ հավասար է զրոյի: (4) հավասարումը կազմելիս նկատի է առնված այն հանգամանքը, որ X_B , Y_B և T ուժերը գտնվում են B_X առանցքի հետ մի հարթության վրա, X_A և P_X (P ուժի պրոյեկցիան X առանցքի վրա) ուժերը զուգահեռ են B_X -ին, իսկ Z_B -ն հատում է նույն առանցքը (գծ. 232): (5) հավասարումը կազմելիս հաշվի

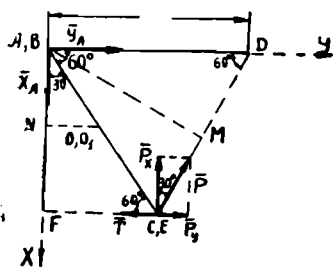


Գծ. 232



Գծ. 234

է առնված, որ X_B , Y_B և T -ն գտնվում են By առանցքի հետ մի հարթության վրա, Z_B -ն հատում է By առանցքը, իսկ Y_B և P_y ուժերը զուգահեռ են By առանցքին (գծ. 233): Նույն ձևով (6) հավասարումը կազմելիս նկատի է առնված, որ X_A , Y_A , X_B և Y_B -ն հատում են Bz առանցքը, Z_B ուժը ուղղված է Bz առանցքով, իսկ Q ուժը զուգահեռ է B_z առանցքին (գծ. 234):



Գծ. 234

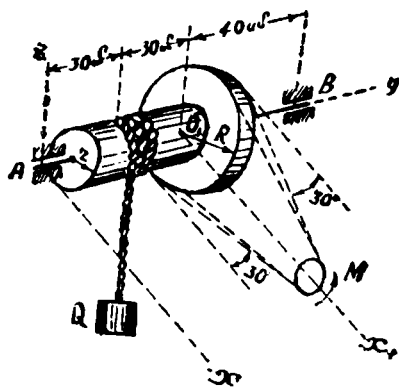
(4), (5), (6) հավասարակշռության հավասարումները կազմելիս կարելի է օգտվել նաև § 8-ում շարադրված կորոդինատական առանցքների նկատմամբ ուժի մոմենտների արտահայտություններից:

Լուծելով (1)–(6) հավասարումների սխեմներ, կորոշենք X_A , Y_A , X_B , Y_B , Z_B և T ան-

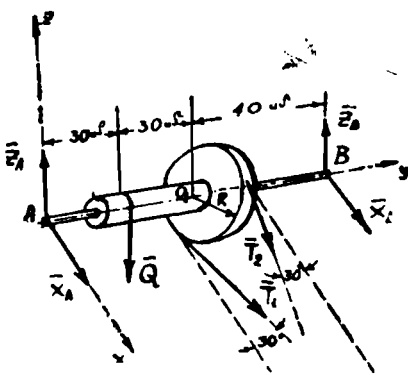
հայտների արժեքները:

Պատ. $T = 32$ կԳ, $X_A = 6,9$ կԳ, $Y_A = -28,5$ կԳ, $X_B = 20,8$ կԳ, $Y_B = 44$ կԳ, $Z_B = 64$ կԳ:

Խնդիր 100 (276): Q բեռը բարձրացվում է հավասարաչափ M շարժիչի և անվերջ շղթայի միջոցով: Որոշել A և B հենարանների հակազդումները և շղթայում լարումը, եթե շղթայի ճյուղերը թեքված են հորիզոնի նկատմամբ 30° անկյան տակ (O_1 , X_1 առանցքը զուգահեռ է Ax առանցքին): Հայտնի է, որ $r = 10$ սմ, $R = 20$ սմ, $Q = 1$ տ, շղթայի տանող մասի լարումը երկու անգամ մեծ է տարվող մասի լարումից, այսինքն՝ $T_1 = 2T_2$ (գծ. 235)



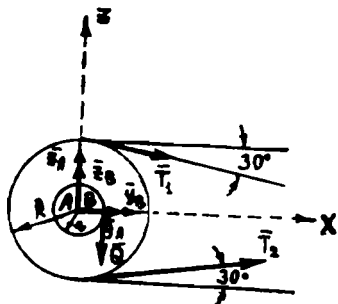
Գծ. 235



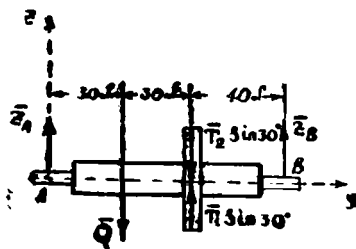
Գծ. 236

1. ու ծ ու մ: Գիտարկենք AB լիսեռի հավասարակշռությունը (գծ. 236): Նրա վրա կիրառված է միայն մի ակտիվ ուժ՝ Q բևեր, որն ունի ուղղաձիգ ուղղություն: Օգտագործելով հատումների մեթոդը, M շարժիչի ազդեցությունը փոխարինենք T_1 և T_2 ուժերով, որոնք կիրառված լինեն համապատասխանաբար շղթալի սանոց և տարվող մասերի առանցքներով: Վերացնենք A և B հողակապերը, դրանք փոխարինելով R_A և R_B հակազդումներով: Որպես կոորդինատների սկզբնակետ ընդունենք A կետը, իսկ կոորդինատական առանցքները ուղղենք գծ. 236-ում ցույց տված ուղղություներով: R_A և R_B հակազդումների բաղադրիչները նշանակենք համապատասխանաբար X_A , Z_A և X_B , Z_B :

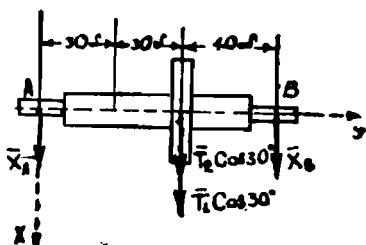
Q բևը բարձրացվում է հավասարաչափ, հետևաբար, AB լիսեռը կպտտվի նույնպես հավասարաչափ և նրա վրա կիրառված ուժերը փոխադարձաբար հավասարակշռված կլինեն: Գրենք լիսեռի վրա ազդող Q, T_1 , T_2 , X_A , Z_A , X_B և Z_B տարածական ուժասիստեմի հավասարակշռության ճինգ հավասարումները (վեցերորդ հավասարումը՝ $\Sigma F_{iy} = 0$ դառնում է նույնություն): Մոմենտների հավասարումները X , Y և Z կոորդինատական առանցքների նկատմամբ կազմելու համար օգտվենք 237, 238, 239 օժանդակ գծագրերից:



Գծ. 237



Գծ. 238



Գծ. 239

Հավասարակշռության հավասարումները կլինեն՝

$$\Sigma F_{ix} = X_A + X_B + T_1 \cos 30^\circ + T_2 \cos 30^\circ = 0,$$

$$\Sigma F_{iz} = Z_A + Z_B - Q + T_1 \sin 30^\circ - T_2 \sin 30^\circ = 0,$$

$$\Sigma m_x (F_i) = -T_1 \cdot 60 \cdot \sin 30^\circ +$$

ված X և Z կոորդինատական ստանդքներով: Մնում է կազմել կամայական տարածական m -սիստեմի հավասարակշռության վեց հավասարումները: Նպատակահարմար է նախ $\Sigma m_y(F_i) = 0$ հավասարումից և $T + t = 750$ պայմանից որոշել T և t -ի արժեքները: Դրանից հետո մնացած հավասարակշռության հավասարումներից մեկը $\Sigma F_{iy} = 0$ -ը նույնաբար դառնում է զրո և մնում է չորս հավասարում, որից կարելի է որոշել X_A , Z_A , X_B և Z_B անհայտները:

Պատ. $X_A = -571$ կՊ, $Z_A = -447$ կՊ, $X_B = 2048$ կՊ,
 $Z_B = 1025$ կՊ, $T = 492$ կՊ, $t = 258$ կՊ:

Խ 6 դ ի ր 102 (282): Մեկ լիսեռի պտույտը մեկ այլ իրեն զուգահեռ լիսեռին փոխանցելու համար դրված են երկու միատեսակ օժանդակ փոկանիվներ, ամրացված հորիզոնական KL լիսեռին: Լիսեռը կարող է պտտվել MN սյան վրա ամրացված M առանցքակալում:

Սյան եռանկյունաձև հիմքը ամրացված է հատակին A և B հեղյուսների միջոցով, իսկ C ծալրով ազատ հենված է նրա վրա: A հեղյուսը անցնում է կլոր անցքի միջով, իսկ B -ն՝ AB գծի ուղղությամբ ունեցող երկարավուն անցքով: Սյան առանցքն անցնում է ABC եռանկյան կենտրոնով:

Որոշել հակազդումները A , B և C կետերում, եթե KL առանցքի հեռավորությունը հատակից հավասար է 1 մետրի, փոկանիվների միջնակիսի հեռավորությունը սյան առանցքից հավասար է $0,5$ մ, իսկ փոկերի բոլոր չորս ճյուղերի ճիգերը ընդունվում է նույնը և հավասար է 60 կՊ:

Այլ փոկի ճյուղերը հորիզոնական են, իսկ ձախինը թեքված են հորիզոնի նկատմամբ 30° անկյան տակ: Ամբողջ սարքի կշիռը հավասար է 300 կՊ և կիրառված է սյան առանցքի վրա գտնվող կետում:

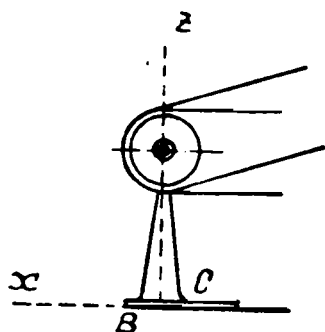
Տված են չափերը՝ $AB = BC = CA = 50$ սմ (գծ. 241):

Լ ու ժ ու մ: Դիտարկենք MN սյան հավասարակշռությունը, նրան ամրացած DL առանցքի և երկու փոկանիվների հետ միասին (գծ. 242): Այս սիստեմի վրա ազդում է միայն մի ակտիվ ուժ՝ կառուցվածքի $Q = 300$ կՊ կշիռը: A կետը ընդունենք որպես կոորդինատական սիստեմի սկզբնակետ, իսկ առանցքներն ուղղենք գծ. 242-ում ցույց տրված ուղղություններով:

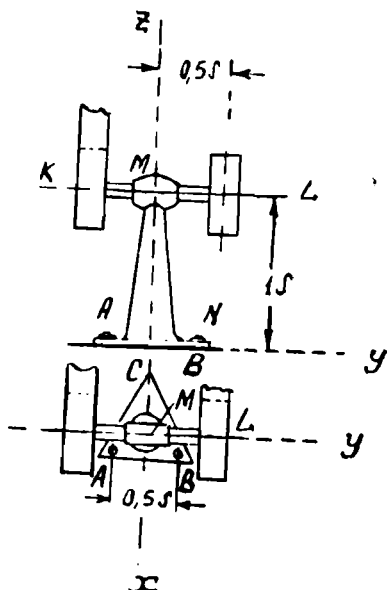
Հետազոտենք կապերի ընդլիկում:

A հենակետը իրենից ներկայացնում է հեղյուս, որը թույլ չի

տալիս A ծալրին տեղափոխվել և ոչ մի ուղղությամբ: Դրա համար էլ A կետի R_A հակազդումը ներկայացնենք X_A , Y_A և Z_A բաղադրիչներով՝ ուղղված կոորդինատական առանցքների դրական ուղղությամբ:



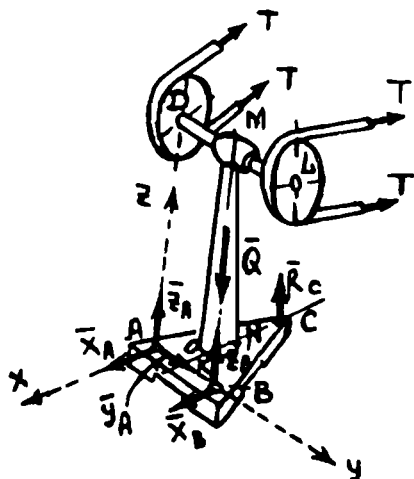
Պժ. 241 ա



Պժ. 241 բ

ներով:

B հենակետը իրենից ներկայացնում է հեղյուս, որը խոչընդոտում է B ծալրի տեղափոխությունը Ay առանցքին (ուղղահայաց հարթության վրա (B հեղյուսը չի խոչընդոտում B ծալրի տեղափոխությունը Ay առանցքի ուղղությամբ)): Դրա համար էլ B_B հակազդումը ներկայացնենք X_B և Z_B բաղադրիչների միջոցով՝ ուղղված կոորդինատական x և z առանցքների ուղղությամբ: C կետում ABC սյան հիմքը ազատ հենվում է ողորկ հորիզոնական հարթության վրա, հետևաբար, R_C հակազդումը կունենա Z_C բաղադրիչ՝ ուղղված z առանցքով դեպի վեր:



Պժ. 242

Խնդրի պայմանի համաձայն երկու փոկերի ճյուղերից լուրաքանչլուրում ճիգերը նույնն են: Այդ ճյուղերի T ճիգերը ուղղենք իրենց առանցքներով, երկուսը հորիզոնական ուղղությամբ, իսկ մյուս երկուսը՝ հորիզոնի նկատմամբ 30° անկյան տակ:

Այսպիսով, MN սլան վրա ազդում է կամայական տարածական ուժասխստեմ և այդ ուժերի ազդեցության տակ սլունը գտնվում է հավասարակշռության մեջ: Նախքան հավասարակշռության հավասարումների կազմմանն անցնելը կատարենք մի քանի պարզաբանումներ:

Օյ առանցքի դիրքն ընտրում ենք այնպես, որ նա հատի X_A , Z_A , X_B , Z_B անհայտ ուժերը և միաժամանակ ուղղված լինի Y_A ուժով: A_y առանցքի նկատմամբ կազմված մոմենտների հավասարման մեջ չեն մտնի X_A , Y_A , Z_A , Z_B և X_B անհայտ ուժերը:

Այժմ որոշենք C և O կետերի հեռավորությունները AB ուղղից և AK հատվածից: Քանի որ O կետը ABC հավասարակողմ եռանկյան միջնագծերի հատման կետն է, ուստի

$$CK \perp AB, \quad AK = \frac{AB}{2} = 25 \text{ սմ:}$$

$\angle CAK$ ուղղանկյուն եռանկյունուց, որի գագաթի A անկյունը հավասար է 60° -ի, կարող ենք որոշել CK էջը: Կունենանք՝

$$CK = AC \sin 60^\circ = \frac{50\sqrt{3}}{2} 43,3 \text{ սմ:}$$

Հետևաբար,

$$OK = \frac{1}{3} CK = 14,43 \text{ սմ:}$$

Կամայական տարածական ուժասխստեմի հավասարակշռության հավասարումները կլինեն.

$$\Sigma F_{ix} = X_A + X_B - 2T - 2T \cos 30^\circ = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = Y_A = 0,$$

$$\Sigma F_{iz} = Z_A + Z_B + Z_C - Q + 2T \sin 30^\circ = 0,$$

$$\Sigma m_x(F_i) = Z_B \cdot 50 + R_C \cdot 25 - Q \cdot 25 - 2T \cdot 25 \cdot \sin 30^\circ = 0,$$

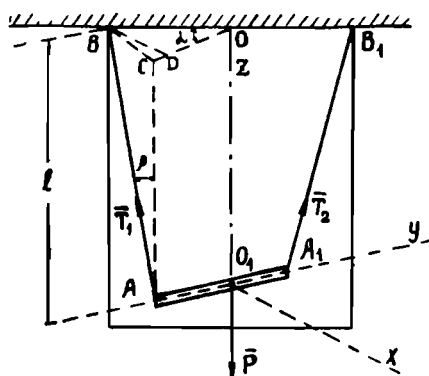
$$\Sigma m_y(F_i) = -Q \cdot 14,43 + Z_C \cdot 43,3 - 2T \cdot 100 - 2T \cdot 100 \cos 30^\circ + 2T \cdot 14,43 \cdot \sin 30^\circ = 0,$$

$$\Sigma m_z(F_i) = -X_B \cdot 50 - 2T \cdot 25 \cos 30^\circ + 2T \cdot 75 = 0;$$

Լուծելով այս հավասարումների սիստեմը, կորոշենք X_A , Y_A , Z_A , X_B , Z_B և Z_C անհայտները:

$$\text{Պատ. } X_A = 96 \text{ կՊ, } Y_A = 0, \quad Z_A = -239 \text{ կՊ, } X_B = 128 \text{ կՊ, } Z_B = -119 \text{ կՊ, } Z_C = 597 \text{ կՊ.}$$

Խնդիր 103 (285): Բիֆիլյարը բաղկացած է AA_1 համա-
մեծ ձողից, որը կախված է B և B_1 կետերում ամրացված 1 եր-
կարություներ ունեցող երկու ձգվող թելերով: Ձողի կշիռն է P, իսկ
երկարությունը՝ $AA_1 = BB_1 = 2r$: Ձողը պտտեցրած է ուղղաձիգ



Պժ. 243

առանցքի շուրջը α անկյու-
նով: Որոշել թելերի T լա-
րումները և զույգի M մո-
մենտը, որը պետք է կիրա-
ռել, որպեսզի ձողը մնա
հավասարակշռության մեջ
(գծ. 243):

Լուծում: Բիֆիլյարի
 AA_1 ձողի վրա ազդում են
նրա P կշիռը, AB և $A_1 B_1$
թելերի T_1 և T_2 լարումնե-
րը, որոնք ուղղված են այդ
թելերի երկարություններով
դեպի B և B_1 կետերը և M

մոմենտը, որը պետք է կիրառել ձողի վրա, որպեսզի նա մնա
հավասարակշռության մեջ:

Տանենք դեկարտյան կոորդինատական x , y , z սիստեմը:
Որպես սկզբնական ընդունենք O_1 կետը, y առանցքն ուղղենք
ձողով, z -ը՝ ուղղաձիգ դեպի վեր, իսկ x -ը՝ ուղղահայաց y և z ա-
ռանցքներին: Կազմենք ձողի վրա ազդող P, T_1 , T_2 ուժերի և M
մոմենտով՝ ուժագույցի հավասարակշռության հավասարումները,
Սկզբից գրենք հավասարակշռության հավասարումները, պրոյեկ-
տելով բոլոր ուժերը կոորդինատական x , y , z առանցքների
վրա: Դրա համար T_1 և T_2 ուժերը նախ պրոյեկտենք xy հար-
թաթյանը զուգահեռ BOC հարթության վրա և ապա՝ x , y ա-
ռանցքներին զուգահեռ BD և DO ուղղությունների վրա: Կստա-
նանք՝

$$(T_1)_x = -T_1 \sin \beta \cos(\angle CBD),$$

$$(T_2)_x = T_2 \sin \beta \cos(\angle CBD),$$

$$\begin{aligned} (T_1)_y &= -T_1 \sin \beta \sin (\overset{\Delta}{\text{CBD}}), & (T_2)_y &= T_2 \sin \beta \sin (\overset{\Delta}{\text{CBD}}), \\ (T_1)_z &= T_1 \cos \beta, & (T_2)_z &= T_2 \cos \beta. \end{aligned}$$

Այժմ β -ն $\angle (\overset{\Delta}{\text{CBD}})$ -ն արտահայտենք α -ի միջոցով:
 Նուանկյունի OCB -ն հավասարաբուն է, հետևաբար՝

$$\text{CB} = 2r \sin \frac{\alpha}{2}, \quad \angle (\overset{\Delta}{\text{CBD}}) = \frac{\alpha}{2},$$

Նուանկյունի ABC -ից հետևում է, որ

$$\sin \beta = \frac{\text{CB}}{\text{AB}} = \frac{2r \sin \frac{\alpha}{2}}{l}, \quad \cos \beta = \frac{\sqrt{l^2 - 4r^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}}{l},$$

Տեղագրելով այս արժեքները T_1 և T_2 ուժերի պրոյեկցիաների արտահայտությունների մեջ, կստանանք՝

$$(T_1)_x = -T_1 \cdot \frac{2r}{l} \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = -T_1 \cdot \frac{r}{l} \sin \alpha,$$

$$(T_1)_y = -T_1 \cdot \frac{2r}{l} \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} = -T_1 \frac{2r}{l} \sin^2 \frac{\alpha}{2},$$

$$(T_1)_z = T_1 \cdot \frac{1}{l} \sqrt{l^2 - 4r^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}},$$

$$(T_2)_x = T_2 \cdot \frac{r}{l} \cdot \sin \alpha,$$

$$(T_2)_y = T_2 \cdot \frac{2r}{l} \sin^2 \frac{\alpha}{2},$$

$$(T_2)_z = T_2 \cdot \frac{1}{l} \sqrt{l^2 - 4r^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}},$$

Այժմ գրենք AA_1 ձողերի հավասարակշռության առաջին երեք հավասարումները: Դրանք կլինեն՝

$$\Sigma F_{ix} = -T_1 \frac{r}{l} \sin \alpha + T_2 \frac{r}{l} \sin \alpha = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = -T_1 \frac{2r}{l} \sin^2 \frac{\alpha}{2} + T_2 \frac{2r}{l} \sin^2 \frac{\alpha}{2} = 0,$$

$$\Sigma F_{1z} = (T_1 + T_2) \frac{1}{l} \sqrt{l^2 - 4r^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} - P = 0;$$

Այստեղից ստացվում է՝

$$T_1 = T_2 = T = \frac{Pl}{4\sqrt{l^2 - 4r^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}},$$

T_1 և T_2 ուժերը մեծությամբ հավասար են իրար և սիմետրիկ են դասավորված x և y առանցքների նկատմամբ: Հետևաբար, այդ ուժերի մոմենտները x և y առանցքների նկատմամբ թվապես կլինեն իրար հավասար, իսկ ուղղությամբ՝ հակադիր: Բացի դրանից, P ուժի մոմենտը x և y առանցքների նկատմամբ կլինի զրո: Նշանակում է $\Sigma m_x(F_i)$ և $\Sigma m_y(F_i)$ նույնաբար կլինեն զրո: Որպեսզի ձողը գտնվի հավասարակշռության մեջ, անհրաժեշտ է, որ տված ուժազույգի մոմենտը ուղղված լինի z առանցքով: Հավասարակշռության վերջին հավասարումը կլինի՝

$$\Sigma m_z(F_i) = M + (T_1)_x r - (T_2)_x \cdot r = 0; \quad (1)$$

Տեղադրելով $(T_1)_x$ -ի և $(T_2)_x$ -ի արժեքները (1) հավասարման մեջ և լուծելով M -ի նկատմամբ, կստանանք՝

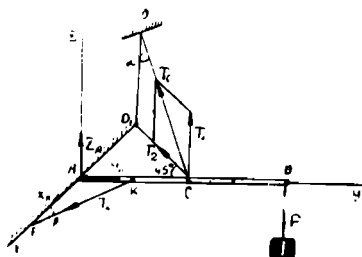
$$M = 2T \cdot \frac{r^2}{l} \sin \alpha = \frac{Pr^2 \sin \alpha}{\sqrt{l^2 - 4r^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}},$$

Պատ.

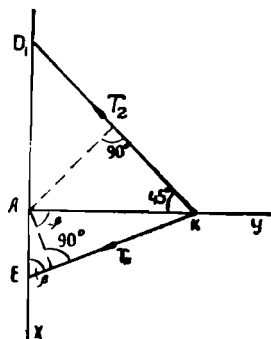
$$T = \frac{l \cdot P}{2\sqrt{l^2 - 4r^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}}, \quad M = \frac{Pr^2 \sin \alpha}{\sqrt{l^2 - 4r^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}},$$

Խնդիր 104: AB հորիզոնական ձողը ամրացված է պատին A գնդալին հողակապի միջոցով և պահվում է պատին ուղղահայաց դիրքում KE և CD ձգանների օգնությամբ: Ձողի B ծայրից կախված է P ծանրոցը: Որոշել A հողակապի հակազդումը և ձգանների ճիգերը, եթե $AB = a$, $AC = AD_1 = b$, $AK = \frac{a}{2}$, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$: Ձողի կշիռը արհամարհել (գծ. 244):

Լուծում: Դիտարկենք AB ձողի հավասարակշռությունը: Նրա վրա ազդում է միակ ուղղաձիգ P ուժը: Վերացնենք կապերը, դրանք փոխարինելով համապատասխան հակազդումներով: A հո-



Պժ. 244



Պժ. 245

դակապի R_A հակազդումը կունենա X_A , Y_A , Z_A անհատ բաղադրիչներ (գծ. 245), իսկ ձգանքների T_C և T_K ճիգերը ուղղված կլինեն համապատասխանաբար CD -ով և KE -ով:

Ստորև աղյուսակում բերված են ձողի վրա ազդող բոլոր ուժերի պրոյեկցիաները կոորդինատական առանցքների վրա և մոմենտները կոորդինատական առանցքների նկատմամբ:

F_i	P	T_K	T_C	R_A
F_{ix}	0	$T_K \cos \beta$	$-T_2 \sin 45^\circ$	X_A
F_{iy}	0	$-T_K \sin \beta$	$-T_2 \cos 45^\circ$	Y_A
F_{iz}	$-P$	0	T_1	Z_A
$m_x (F_i)$	$-Pa$	0	$T_1 b$	0
$m_z (F_i)$	0	$-T_K \cdot \frac{a}{2} \cos \beta$	$T_2 b \sin 45^\circ$	0

Աղյուսակում բերված չեն ուժերի մոմենտները y առանցքի նկատմամբ, քանի որ բոլոր ուժերի մոմենտները y առանցքի նկատմամբ հավասար են զրոյի (ուժերը հատում են y առանցքը): T_C ուժի մոմենտները կոորդինատական առանցքների նկատմամբ հաշվելիս նպատակահարմար է T_C ուժը վերլուծել T_1 և T_2 բաղադրիչների ($T_1 = T_C \cos \alpha$, $T_2 = T_C \sin \alpha$):

Նկատի ունենալով T_1 -ի ու T_2 -ի արժեքները և օգտվելով աղ-
յուսակից, կազմենք հավասարակշռության հետևյալ հավասարում-
ները,

$$\Sigma F_{ix} = T_k \cos 60^\circ - T_c \sin 30^\circ \sin 45^\circ + X_A = 0, \quad (1)$$

$$\Sigma F_{iy} = -T_k \sin 60^\circ - T_c \sin 30^\circ \cos 45^\circ + Y_A = 0, \quad (2)$$

$$\Sigma F_{iz} = -P + T_c \cos 30^\circ + Z_A = 0, \quad (3)$$

$$\Sigma m_x(F_i) = -P_a + T_c \cdot b \cos 30^\circ = 0, \quad (4)$$

$$\Sigma m_z(F_i) = -T_k \frac{a}{2} \cos 60^\circ + T_c b \sin 30^\circ \sin 45^\circ = 0, \quad (5)$$

Վերջին հավասարումը կազմելիս նպատակահարմար է օգտ-
վել զծ. 244-ից: Լուծելով (1)–(5) հավասարումների սխեման,
կստանանք՝

$$T_c = \frac{2Pa}{b\sqrt{3}}, \quad Z_A = P \frac{b-a}{b}, \quad T_k = 2\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot P,$$

$$Y_A = P \left(\sqrt{2} + \frac{a}{\sqrt{6}d} \right), \quad X_A = P \left(\frac{a}{b\sqrt{6}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \right),$$

$$\text{Պատ.} \quad X_A = P \left(\frac{a}{b\sqrt{6}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \right), \quad Y_A = P \left(\sqrt{2} + \frac{a}{\sqrt{6}b} \right),$$

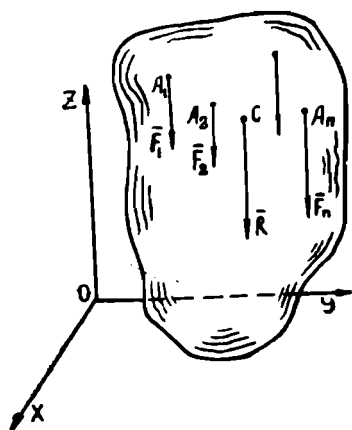
$$T_c = \frac{2Pa}{b\sqrt{3}}, \quad Z_A = P \cdot \frac{b-a}{b}, \quad T_k = 2\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot P,$$

§ 10. ԾԱՆՐՈՒԹՅԱՆ ԿԵՆՏՐՈՆ

1. Զուգահեռ ուժերի կենտրոնը: Դիցուք պինդ մարմնի $A_1, A_2, \dots, A_n$ կետերում կիրառված են նույն կողմն ուղղված $F_1, F_2, \dots, F_n$ զուգահեռ ուժերը (զծ. 246): Ակնհայտ է, որ այս ու-
ժասխառեմն ունի համագոր, որն ուղղված է նույն կողմը, ինչ կողմ
ուղղված են տված ուժերը և ըստ մոդուլի հավասար է՝

$$R = \sum_{i=1}^n F_i, \quad (1)$$

Այն C կետը, որով միշտ անցնում է զուգահեռ ուժերի սխա-
տեմի համագորի ազդման գիծը, երբ այդ ուժերը պտտում ենք



Պժ. 246

իրենց կիրառման կետերի շուրջը, միևնույն կամայական անկյան տակ, կոչվում է զուգահեռ ուժերի կենտրոն:

Զուգահեռ ուժերի սիստեմի կենտրոնի շառավիղ վեկտորը որոշվում է

$$r_c = \frac{\sum_{i=1}^n F_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n F_i} \quad (2)$$

բանաձևով, իսկ կոորդինատները՝

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n F_i x_i}{R}, \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^n F_i y_i}{R}, \quad (3)$$

$$z_c = \frac{\sum_{i=1}^n F_i z_i}{R}$$

բանաձևերով, որտեղ x_i , y_i , z_i -ն F_i ուժի կիրառական կետի կոորդինատներն են, իսկ R -ը որոշվում է (1) բանաձևով:

Զուգահեռ ուժերի կենտրոնի գիրքը կախված չէ ուժերի ուղղություններից, այլ կախված է միայն տված ուժերի թվալին արժեքներից և նրանց կիրառման կետերից:

2. Պիճզ մարմնի ծանրության կենտրոնը: Այն ուժեր, որով մարմինը ձգվում է դեպի երկիրը, կոչվում է ծանրության ուժ կամ մարմնի կշիռ:

Եթե մարմինը բաժանենք շատ մեծ թվով էլեմենտար մասնիկների, ապա այդպիսի ամեն մի էլեմենտար մասնիկի կշիռը կիրառված կլինի մասնիկի որևէ մի կետում: Երբ դիտարկվող մարմնի չափերը համեմատաբար փոքր են (համեմատած երկրի շառավիղի հետ), ապա այդ ուժերի ուղղությունները կլինեն իրար զուգահեռ:

Մարմնի մասնիկների վրա ազդող բոլոր ծանրության ուժերի համագործը թվապես հավասար է մարմնի կշիռն և անցնում է մարմնի ծանրության կենտրոնով: Պինդ մարմնի ծանրության կենտրոն կոչվում է այդ մարմնի այն կետը, որով անցնում է մարմնի մասնիկների ծանրության ուժերի համագործի ազդման գիծը, տարածության մեջ մարմնի գրաված ամեն մի կամայական դիրքի դեպքում:

Պինդ մարմնի ծանրության կենտրոնի կոորդինատները որոշված են

$$x_c = \frac{\lim_{\max \Delta V_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n x_i \Delta P_i}{P}, \quad y_c = \frac{\lim_{\max \Delta V_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n y_i \Delta P_i}{P},$$

$$z_c = \frac{\lim_{\max \Delta V_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n z_i \Delta P_i}{P} \quad (4)$$

բանաձևերով, որտեղ x_i , y_i , z_i -ն i -րդ մասնիկի ծանրության ΔP_i ուժի կիրառման կետի կոորդինատներն են, իսկ $P = \Sigma \Delta P_i$ ամբողջ մարմնի կշիռն է: Այստեղ օգտագործված է այն հանգամանքը, որ երբ մարմնի մասնիկների թիվը ձգտում է անվերջության, իսկ ամենամեծ ծավալ ունեցող մասնիկի ծավալը ձգտում է զրոյի, ապա յուրաքանչյուր մասնիկի ծանրության ուժի կիրառման կետը համընկնում է հենց այդ մասնիկի հետ:

Անհրաժեշտ է նշել, որ ծանրության կենտրոնը երկրաչափական կետ է, նա կարող է գտնվել նաև տված մարմնի սահմաններից դուրս:

¹ Հայտնի է, որ $\Delta P_i = \Delta m_i g_i$, որտեղ Δm_i -ն i -րդ մասնիկի մասսան է, իսկ g_i -ն այդ նույն մասնիկի ծանրության ուժի արագացումն է: Եթե մարմինը շատ փոքր է, ապա g -ն կլինի հաստատուն մեծություն և (4) բանաձևերը կրճատելով g -ի վրա, կստանանք՝

$$x_c = \frac{\lim_{i \rightarrow 1} \sum x_i \Delta m_i}{M}, \quad y_c = \frac{\lim_{i \rightarrow 1} \sum y_i \Delta m_i}{M},$$

$$z_c = \frac{\lim_{i \rightarrow 1} \sum_{i=1}^n z_i \Delta m_i}{M}, \quad (5)$$

որտեղ $M = \Sigma \Delta m_i$ ամբողջ մարմնի մասսան է:

Տարածության այն կետը, որի դիրքը որոշվում է (5) բանաձևերով, կոչվում է մարմնի մասսաների կենտրոն կամ իներցիայի կենտրոն:

Այն մարմինը, որի մի չափումը (հաստությունը) նրա մյուս երկու չափումների հետ համեմատած շատ փոքր է, ընդունված է անվանել նյութական մակերևույթ: Եթե նյութական մակերևույթի հաստությունը հաստատուն է, ապա այդպիսի նյութական մակերևույթի ծանրության կենտրոնի կոորդինատները որոշվում են հետևյալ բանաձևերով՝

$$x_c = \frac{\lim_{\max \Delta S_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n x_i \gamma'_i \Delta S_i}{P}, \quad y_c = \frac{\lim_{\max \Delta S_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n y_i \gamma'_i \Delta S_i}{P},$$

$$z_c = \frac{\lim_{\max \Delta S_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n z_i \gamma'_i \Delta S_i}{P} \quad (6)$$

որտեղ $\gamma'_i \Delta S_i$ -ն նյութական մակերևույթի մասնիկի կշիռն է, իսկ նույն մասնիկի γ'_i -ը միավոր մակերեսի կշիռը:

Այն մարմինը, որի երկու չափերը նրա մյուս չափի հետ համեմատած շատ փոքր են, ընդունված է անվանել նյութական գծի երկայնական կտրվածքի մակերեսը ամենուրեք նույնն է, ապա այդպիսի նյութական գծի ծանրության կենտրոնի կոորդինատները կորոշվեն հետևյալ բանաձևերով՝

$$x_c = \frac{\lim_{\max \Delta l_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n x_i \gamma''_i \Delta l_i}{\lim_{\max \Delta l_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \gamma''_i \Delta l_i}, \quad y_c = \frac{\lim_{\max \Delta l_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n z_i \gamma''_i \Delta l_i}{\lim_{\max \Delta l_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \gamma''_i \Delta l_i},$$

$$z_c = \frac{\lim_{\max \Delta l_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n z_j \gamma''_i \Delta l_i}{\lim_{\max \Delta l_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \gamma''_i \Delta l_i}; \quad (7)$$

Այստեղ $\gamma''_i \Delta l_i$ -ն նյութական գծի i -րդ մասնիկի կշիռն է, իսկ γ''_i -ը նույն մասնիկի միավոր երկարության կշիռը:

Հոծ նյութական մարմնի ծանրության կենտրոնի կոորդինատները որոշելիս հաճախ (4)-(7) բանաձևերում եղած գումարները փոխարինվում են համապատասխան ինտեգրալներով (տված մարմինը բաժանվում է անվերջ մեծ թվով անվերջ փոքր մասերի): Այս դեպքում (4) բանաձևերի մեջ մասնիկի կշռի փոխարեն պետք է վերցնել γdV , որտեղ γ -ն մարմնի տեսակարար կշիռն է նրա ընթացիկ (x, y, z) կետում, իսկ dV -ն էլեմենտար մասնիկի ծավալն է: Սովորաբար ենթադրվում է, որ γ -ն x, y, z կոորդինատների անընդհատ ֆունկցիա է:

Այսպիսով, հոծ մարմնի ծանրության կենտրոնի կոորդինատները որոշվում են հետևյալ բանաձևերով՝

$$x_c = \frac{\iiint_{(V)} \gamma(x, y, z) x \, dx \, dy \, dz}{P},$$

$$y_c = \frac{\iiint_{(V)} \gamma(x, y, z) y \, dx \, dy \, dz}{P}, \quad (8)$$

$$z_c = \frac{\iiint_{(V)} \gamma(x, y, z) z \, dx \, dy \, dz}{P},$$

որտեղ $P = \iiint_{(V)} \gamma(x, y, z) \, dx \, dy \, dz$ մարմնի կշիռն է:

Հոծ նյութական մակերևույթի դեպքում ծանրության կենտրոնի կոորդինատների (6) բանաձևերը ընդունում են հետևյալ տեսքը՝

$$x_c = \frac{\int_{(s)} \gamma' x ds}{\int_{(s)} \gamma' ds}, \quad y_c = \frac{\int_{(s)} \gamma' y ds}{\int_{(s)} \gamma' ds}, \quad z_c = \frac{\int_{(s)} \gamma' z ds}{\int_{(s)} \gamma' ds}, \quad (9)$$

իսկ հոծ գծի դեպքում՝

$$x_c = \frac{\int_{(L)} \gamma'' x dl}{\int_{(L)} \gamma'' dl}, \quad y_c = \frac{\int_{(L)} \gamma'' y dl}{\int_{(L)} \gamma'' dl}, \quad z_c = \frac{\int_{(L)} \gamma'' z dl}{\int_{(L)} \gamma'' dl}, \quad (10)$$

3. Համասեռ մարմինների ծանրության կենտրոնների կոորդինատները: Երբ մարմինը համասեռ է (γ , γ' և γ'' հաստատուններ են), ապա (4), (6) և (7) բանաձևերը կընդունեն հետևյալ տեսքը՝

$$x_c = \frac{\lim_{\max \Delta V_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n x_i \Delta V_i}{V}, \quad y_c = \frac{\lim_{\max \Delta V_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n y_i \Delta V_i}{V},$$

$$z_c = \frac{\lim_{\max \Delta V_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n z_i \Delta V_i}{V}, \quad (4')$$

$$x_c = \frac{\lim_{\max \Delta S_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n x_i \Delta S_i}{S}, \quad y_c = \frac{\lim_{\max \Delta S_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n y_i \Delta S_i}{S},$$

$$z_c = \frac{\lim_{\max \Delta S_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n z_i \Delta S_i}{S}, \quad (6')$$

$$x_c = \frac{\lim_{\max \Delta l_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n x_i \Delta l_i}{L}, \quad y_c = \frac{\lim_{\max \Delta l_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n y_i \Delta l_i}{L},$$

$$z_c = \frac{\lim_{\max \Delta l_k \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n z_i \Delta l_i}{L}, \quad (7)$$

Հոծ համասեռ մարմնի համար (8)–(10) բանաձևերի փոխարին կունենանք

$$x_c = \frac{\iiint_{(V)} x \, dx \, dy \, dz}{V}, \quad y_c = \frac{\iiint_{(V)} y \, dx \, dy \, dz}{V},$$

$$z_c = \frac{\iiint_{(V)} z \, dx \, dy \, dz}{V}. \quad (8')$$

$$x_c = \frac{\int_{(S)} x \, ds}{S}, \quad y_c = \frac{\int_{(S)} y \, ds}{S}, \quad z_c = \frac{\int_{(S)} z \, ds}{S}, \quad (9')$$

$$x_c = \frac{\int_{(L)} x \, dl}{L}, \quad y_c = \frac{\int_{(L)} y \, dl}{L}, \quad z_c = \frac{\int_{(L)} z \, dl}{L}, \quad (10')$$

Հետևապես, համասեռ մարմինների ժանրություն կենտրոնների գտնելը հանգում է այդ մարմինների ծավալների ժանրության կենտրոնները գտնելուն, համասեռ մակերևույթների համար՝ մակերևույթի մակերեսի ժանրության կենտրոնները գտնելուն, իսկ յուրթական համասեռ գծի դեպքում՝ գծի ժանրության կենտրոնի գտնելուն, և այսպիսով, նշված դեպքերում ժանրության կենտրոնի որոշումը զուտ երկրաչափական խնդիր է:

4. Մարմինների ծանրության կենտրոնները գտնելու եղանակները: Այժմ նշք մարմինների ժանրության կենտրոնները գտնելու վերաբերյալ հետևյալ կոնկրետ եղանակները:

ա) ՍԻՄԵՏՐԻԱՅԻ ԵՂԱՃԱԿԸ: Եթե համասեռ մարմինը ունի սիմետրիայի հարթություն, ապա նրա ծանրության կենտրոնը գտնվում է այդ հարթության վրա: Այս դեպքում կոորդինատական առանցքներից մեկը, օրինակ, Z առանցքը, նպատակահարմար է ուղղել այդ հարթությանն ուղղահայաց: Քանի որ ծանրության կենտրոնը գտնվում է սիմետրիայի հարթության վրա, այսինքն՝ $X_C = Y_C = 0$, ուստի մնում է որոշելու միայն երկու կոորդինատ՝ X_C և Y_C :

Եթե համասեռ պինդ մարմինը ունի սիմետրիայի առանցք, ապա նրա ծանրության կենտրոնը գտնվում է այդ առանցքի վրա: Այս դեպքում անհրաժեշտ է կոորդինատական առանցքներից մեկը, օրինակ՝ X -ը ուղղել սիմետրիայի առանցքով: Քանի որ ծանրության կենտրոնը գտնվում է սիմետրիայի X առանցքի վրա, ապա $Y_C = Z_C = 0$, ուստի մնում է որոշել միայն X_C կոորդինատը:

Այնհայտ է, որ եթե համասեռ մարմինը ունի սիմետրիկի կենտրոն, ապա նրա ծանրության կենտրոնը կգտնվի հենց այդ կետում: Եթե սիմետրիայի կենտրոնը ընդունենք որպես կոորդինատական սկսումի կենտրոն, ապա նրա ծանրության կենտրոնի կոորդինատները կլինեն՝ $X_C = Y_C = Z_C = 0$:

բ) ՑՐՈՒՄԱՆ ԵՂԱՃԱԿԸ: Եթե մարմինը կարելի է բաժանել վերջավոր թվով այնպիսի մասերի, որոնցից յուրքանչյուրի ծանրության կենտրոնը հայտնի է, կամ հեշտությամբ կարելի է որոշել, ապա ամբողջ մարմնի ծանրության կենտրոնը գտնելու համար կիրառվում է տրոհման խմբավորման դանակը: Այս դեպքում ծանրության կենտրոնի կոորդինատները դարձյալ որոշվում են (4)–(8) բանաձևերով, միայն թե այդ դեպքում համարիչում եղած գումարելիների թիվը պետք է համընկի մարմնի քաժանված մասերի թվի հետ: Դիցուք մարմինը քաժանված է $m_1, m_2, \dots, m_n$ մասսաների ունեցող n մասերի և գտնված են այդ մասերի $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \dots, (x_n, y_n, z_n)$ մասրների կենտրոնների կոորդինատները: Այդ դեպքում ամբողջ արմնի մասսաների կենտրոնի կոորդինատները կորոշվեն հետևյալ բանաձևերով՝

$$X_C = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n},$$

$$Y_C = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots + m_n y_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n},$$

$$z_c = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \dots + m_n z_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n},$$

Տրոհման եղանակը լայն կիրառություն ունի տարրեր մարմինների ծանրության կենտրոնները գտնելու վերաբերյալ տեխնիկական խնդիրների լուծման ժամանակ:

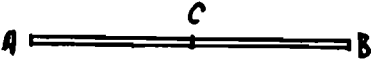
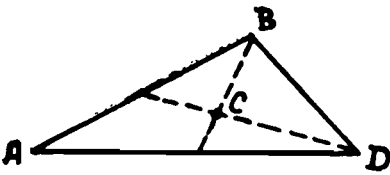
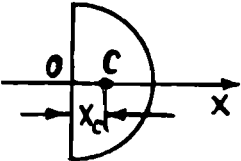
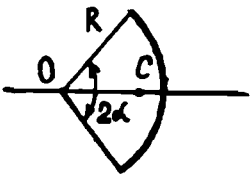
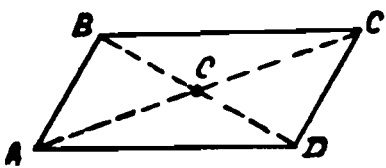
գ) Բացասական մասսայի եղանակը: Որոշ դեպքերում նպատակահարմար է մարմինը ներկայացնել ոչ թե որպես նրա էի քանի մասերի գումար, այլ նրա առանձին մասերի տարբերություն: Այս եղանակը օգտակար է կիրառել այն դեպքում, երբ մարմնի մեջ կան դատարկություններ կամ անցքեր: Այս եղանակի դեպքում այդ անցքերը պետք է մտքով լրիվ լցնել մասսաներով և որոշել հոծ մարմնի ծանրության կենտրոնի դիրքը: Դիցուք M_0 -ն մարմնի մասսան է, երբ անցքերը և դատարկությունները լցված են համապատասխան մասսաներով, իսկ x_0, y_0, z_0 -ն նրա մասսաների կենտրոնի կոորդինատներն են: Այնուհետև պետք է լցնել բացասական մասսաներով միայն անցքերն ու դատարկությունները և գտնել այս անցքերի մասսաների կենտրոնների կոորդինատները: Ենթադրենք $m_1, m_2, \dots, m_n$ լցված մասսաներն են և $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \dots, (x_n, y_n, z_n)$ նրանց ծանրության կենտրոնի կոորդինատները: Օգտվելով տրոհման եղանակից, կորոշենք այս մարմնի մասսաների կենտրոնի կոորդինատները հետևյալ բանաձևերով՝

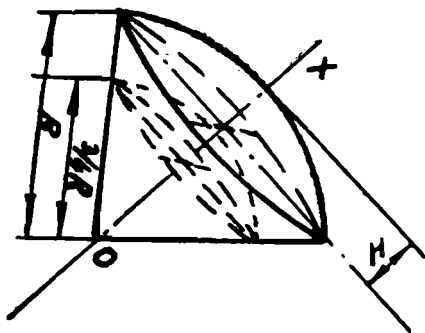
$$x_c = \frac{M_0 x_0 - m_1 x_1 - m_2 x_2 - \dots - m_n x_n}{M_0 - m_1 - m_2 - \dots - m_n},$$

$$y_c = \frac{M_0 y_0 - m_1 y_1 - m_2 y_2 - \dots - m_n y_n}{M_0 - m_1 - m_2 - \dots - m_n},$$

$$z_c = \frac{M_0 z_0 - m_1 z_1 - m_2 z_2 - \dots - m_n z_n}{M_0 - m_1 - m_2 - \dots - m_n},$$

5. Պարզագույն երկրաչափական զծեհի, պասկերների և մարմինների ծանրության կենտրոնները: Ստորև աղյուսակում բերված են մի քանի երկրաչափական զծերի, պասկերների և մարմինների ծանրության կենտրոնների կոորդինատների արտահայտությունները:

1		Ձողի ծանրության կենտրոնը գտնվում է նրա միջնակետում $AB = BC$:
2	2. 	Շրջանային աղեղի ծանրության կենտրոնը գտնվում է $OC = R \frac{\sin \alpha}{\alpha}$ հեռավորության վրա, որտեղ α-ն չափվում է ռադիաններով:
3		Ծնանկյուն թիթեղի ծանրության կենտրոնը գտնվում է նրա միջնագծերի հատման կետում (աք կետը միջնագծեր բաժնում է 1:2 հարաբերությամբ):
4		R շառավղով կիսշրջանի մակերեսի ծանրության կենտրոնը գտնվում է նրա ախտաբանի x առանցքի վրա 1. հեռավոր է կենտրոնից $x_c = \frac{4}{3\pi}$ հեռավորությամբ:
5		Շրջանային եկտորի ծանրության կենտրոնը գտնվում է 2 անկյան կենտրոնի վրա և հեռացված է O կենտրոնից $OC = \frac{2}{3} R \frac{\sin \alpha}{\alpha}$ հեռավորությամբ (x անկյունը չափվում է ռադիաններով):
6	6. 	Ձուահեռակողմի մակերեսի ծանրության կենտրոնը գտնվում է նրա անկյունագծերի հատման կետում:

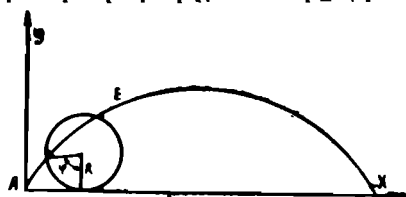


Գնդային սեկտորի ծավալի ծանրության կենտրոնը գտնվում է $x_0 = \frac{3}{4} \left(R - \frac{H}{2} \right)$ հեռավորության վրա:

Խ Ն Դ Ի Ր Ն Ե Ր

Ստորև բերվում են ծանրության կենտրոնի վերաբերյալ մի քանի խնդիրների լուծումները:

Խ Ն Դ Ի Ր 105: Որոշել R շառավղով շրջանագծի գլխումից (առանց շփման) առաջացած AEB համասեռ ցիկլոիդի ծանրության կենտրոնի կոորդինատները (գծ. 247):



Գծ. 247

Լ ու ծ ու մ: Գծագիր 247-ից հետևում է, որ AEB ցիկլոիդի համար

$$x = \frac{AB}{2} = \frac{2\pi R}{2} = \pi R$$

ուղիղը կլինի սիմետրիալի առանցք: Հետևաբար,

$$x_c = \pi R:$$

Այժմ որոշենք ծանրության կենտրոնի y_c կոորդինատը: Այդ նպատակով գրենք

$$y_c = \frac{\int_{(L)} y dl}{\int_{(L)} dl}, \quad (1)$$

Գրենք ցիկլոիդի հավասարումը պարամետրական տեսքով՝
 $x = R(\varphi - \sin \varphi), \quad y = R(1 - \cos \varphi),$ (2)

Հաշվենք

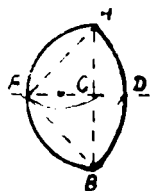
$$dl = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} = R \sin \frac{\varphi}{2} d\varphi, \quad (3)$$

(1) բանաձևը (2)-ի և (3)-ի շնորհիվ կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$y_c = \frac{8R^2 \int_0^{2\pi} \sin^3 \frac{\varphi}{2} d\varphi}{4R \int_0^{2\pi} \sin \frac{\varphi}{2} d\varphi} = \frac{2R \int_0^{2\pi} \left(1 - \cos^2 \frac{\varphi}{2}\right) \sin \frac{\varphi}{2} d\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\left(-\cos \frac{\varphi}{2}\right)_0^{2\pi}} = \frac{4}{3} R.$$

Պատ. $x_c = \pi R, \quad y_c = \frac{4}{3} R;$

Խ 6 Դ Ի Բ 106 (286): Որոշել AFB ձողային եզրագծի C ծանրության կենտրոնի դիրքը, որը բաղկացած է FD = R շառավիղ ունեցող քառորդ շրջանագծի ADB աղեղից և AB լարը որպես տրամագիծ ունեցող AFB կիսաշրջանագծի աղեղից: Ձողերը ունեն նույն գծային խտությունները:



Գծ. 248

Լ ու ծ ու մ: Կոորդինատական սիստեմի սկզբը նակետը վերցնենք F կետում, x առանցքը ուղղելով FD-ով՝ դեպի աջ, իսկ y առանցքը՝ ուղղահայաց x-ին (գծ. 248): Քանի որ AFB-ն համասեռ է և դասավորված է x-երի առանցքի նրկատմամբ սիմետրիկ, ապա $y_c = 0$: Այժմ հաշվենք նրա x_c կոորդինատը: Իրա համար օգտուվենք խմբավորման եղանակից: Բաժանենք տրված եզրագիծը երկու մասերի՝ A և B կետերով: Ստացված աղեղները կլինեն շրջանագծային աղեղներ, ADB-ն R շառավղով և $\frac{\pi}{2}$

կենտրոնական անկյունով, իսկ AFB-ն $\frac{R}{\sqrt{2}}$ շառավղով և π կենտրոնական անկյունով: Համաձայն աղյուսակի 2-րդ բանաձևի AFB աղեղի ծանրության կենտրոնի հեռավորությունը F կետից կլինի՝

$$x_{c_1} = R \frac{\sqrt{2}}{2} - R \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2}{\pi}, \quad (1)$$

իսկ ADB-ի ծանրության կենտրոնի հեռավորությունը F կետից՝

$$x_{c_2} = R \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{\pi} = \frac{R 2\sqrt{2}}{\pi}, \quad (2)$$

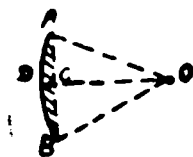
Կիրառելով խմբավորման եղանակը, կունենանք՝

$$x_c = FC = \frac{x_{c_1} \cdot \frac{\pi R}{\sqrt{2}} + x_{c_2} \cdot \frac{\pi}{2} R}{\frac{\pi R}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{2} R}, \quad (3)$$

Տեղադրելով x_{C_1} -ի և x_{C_2} -ի արժեքները (1) և (2)-ից x_C -ի արտահայտություն մեջ, կստանանք FC-ի որոնելի արժեքը:

$$\text{Պատ. } CF = R(\sqrt{2} - 1) + \frac{2R}{\pi}(3 - 2\sqrt{2}) = 0,524 R:$$

Խնդիր 107 (288): Գտնել $AO = 30$ սմ շառավիղ ունեցող ADB շրջանալին սեգմենտի մակերեսի C ծանրության կենտրոնը, եթե AOB անկյունը հավասար է 60° -ի (գծ. 249):



Գծ. 249

Ցուցում: Կոորդինատական սիստեմի սկզբնակետը վերցնենք շրջանագծի O կենտրոնում, x առանցքը ուղղենք սիմետրիալի առանցքով, իսկ y առանցքը ուղղենք ուղղաձիգ դեպի վեր: Քանի որ ADB շրջանալին սեգմենտի ծանրության կենտրոնը գտնվում է սիմետրիալի առանցքի վրա, ալսինքն՝ x առանցքի վրա, ապա $y_C = 0$: Մնում է որոշել ծանրության կենտրոնի x_C արացիսը: Դրա համար ADB սեգմենտի S մակերեսը ներկայացնենք որպես OADB սեկտորի S_1 և OAB հավասարաբուն S_2 մակերեսների տարբերություն, ալսինքն՝ $S = S_1 - S_2$:

Այդ դեպքում x_C կոորդինատը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$x_C = \frac{S_1 x_1 - S_2 x_2}{S_1 - S_2}, \quad (1)$$

որտեղ x_1 և x_2 -ը համապատասխանաբար S_1 և S_2 մակերեսների ծանրության կենտրոնների արացիսներն են:

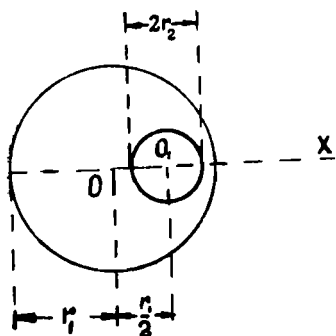
Մնում է հաշվել S_1 , S_2 , x_1 , x_2 -ը և ալնուհետև դրանց արժեքները տեղադրել (1) բանաձևում:

Պատ. $OC = 27,7$ սմ:

Խնդիր 108 (289): Որոշել կլոր անցքով համասեռ սկավառակի ծանրության կենտրոնի դիրքը, ենթադրելով, որ սկավառակի շառավիղը հավասար է r_1 -ի, իսկ անցքի շառավիղը՝ r_2 -ի. անցքի կենտրոնը սկավառակի կենտրոնից գտնվում է $\frac{r_1}{2}$ հեռավորության վրա:

Լուծում: Կոորդինատների սիստեմի սկզբնակետը վերցնենք O կետում, x առանցքը ուղղենք հորիզոնալան ուղղությամբ դեպի աջ, իսկ y-ների առանցքը՝ ուղղաձիգով դեպի վեր:

Քանի որ տված թիթեղը համասեռ է և սիմետրիկ է դասավորված x առանցքի նկատմամբ, ապա $y_C = 0$ (գծ. 250):



Պատ. 250

Հաշվենք x_c -ն օգտվելով, բացասական մասսայի եղանակից: Քանի որ թիթեղը համասեռ է, ապա նրա ծանրության կենտրոնը կհամընկնի նրա երկրաչափական կենտրոնի հետ: Հետևապես ծանրության կենտրոնի x_c կոորդինատը կարելի է հաշվել

$$x_c = \frac{S_1 x_{c1} - S_2 x_{c2}}{S_1 - S_2}$$

բանաձևով: Այստեղ $S_1 = \pi r_1^2$ մեծ շրջանի մակերեսն է, իսկ $x_{c1} = 0$, նրա ծանրության կենտրոնի արացիսն է: $S_2 = \pi r_2^2$ փոքր շրջանի մակերեսը $x_{c2} = \frac{r_1}{2}$ փոքր շրջանի ծանրության կենտրոնի արացիսն է:

Տեղադրելով S_1 , x_{c1} , S_2 և x_{c2} -ի արժեքները x_c -ի արտահայտության մեջ, կստանանք՝

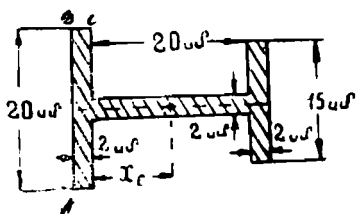
$$x_c = \frac{\pi r_1^2 \cdot 0 - \pi r_2^2 \cdot \frac{r_1}{2}}{\pi r_1^2 - \pi r_2^2} = - \frac{r_1 r_2^2}{2(r_1^2 - r_2^2)},$$

Պատ.

$$x_c = \frac{r_1 r_2^2}{2(r_1^2 - r_2^2)};$$

Խ Ն Պ Ի Ր 109 (292): Գտնել երկտավր պրոֆիլի ծանրության կենտրոնը, որի չափերը տված են գծ. 251-ում:

Լ ՈՒ Ծ ՈՒ Մ: Կոորդինատական սիստեմի սկզբնակետը ընտրենք Օ կետում, x և y առանցքները տանենք այնպես, ինչպես ցույց է տված գծագրում: Քանի որ պատյերը համասեռ է և սիմետրիկ է x առանցքի նկատմամբ, ապա $y_c = 0$: Հաշվենք x_c -ն:



Պատ. 251

Ե տված գծագրում: Քանի որ պատյերը համասեռ է և սիմետրիկ է x առանցքի նկատմամբ, ապա $y_c = 0$: Հաշվենք x_c -ն: Նրա համար օգտվենք խմբավորման եղանակից: Պրոֆիլը բաժա-

նենք երեք ուղղանկյունների (ինչպես ցույց է տված գծագրում), որոնց ժանրութիւն կենտրոնները գտնվում են նրանց անկյունագծերի հատման կետում: Այսպիսով, x_c -ի համար կունենանք՝

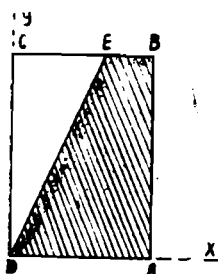
$$x_c = \frac{AB \cdot AD \cdot \frac{AD}{2} + EK \cdot EF \cdot \frac{EF}{2} + MN \cdot GM \cdot \left(EF + \frac{GM}{2} \right)}{AD \cdot AB + EK \cdot EF + MN \cdot GM} =$$

$$= \frac{20 \cdot 2 \cdot (-1) + 2 \cdot 20 \cdot 10 + 15 \cdot 2 \cdot (20 + 1)}{2 \cdot 20 + 2 \cdot 20 + 15 \cdot 2} = \frac{990}{110} = 9 \text{ սմ},$$

Պատ. $x_c = 9$ սմ:

Խ 6 դ ի ր 110 (295): ABCD համասեռ ուղղանկյան D գագաթից տանել DE ուղիղը ալնպես, որ մնացած ABED սեղանը E գագաթից կախելիս $AD = a$ կողմը լինի հորիզոնական (գծ. 252):

Լ ու ժ ու մ: E կետի դիրքը որոշելու համար բավական է պահանջել, որ E կետը և ժանրութիւն կենտրոնը գտնվեն միևնույն ուղղաձգի վրա, այսինքն՝ $CE = x_c$ (կոորդինատական առանցքները ընտրենք ալնպես, ինչպես ցույց է տված գծ. 252-ում): Նկատի ունենալով այդ, հաշվենք ստացված ADEB սեղանի ժանրութիւն



Գծ. 252

կենտրոնի x_c կոորդինատը՝ օգտվելով բացասական մասսայի եղանակից (ալնհայտ է, որ y_c կոորդինատը որոշելու հարկ չկա): Այդ դեպքում կունենանք.

$$x_c = \frac{a \cdot AB \cdot \frac{a}{2} - \frac{1}{2} AB \cdot CE \cdot \frac{CE}{3}}{a \cdot AB - \frac{1}{2} AB \cdot CE};$$

Տեղադրելով այստեղ $CE = x_c$, կստանանք x_c -ն որոշելու համար հետևյալ հավասարումը՝

$$2x_c^2 - 6a x_c + 3a^2 = 0,$$

որի արմատները կլինեն՝

$$x_c = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2} \cdot a;$$

Այստեղ պետք է վերցնել միայն

$$x_c = \frac{3 - \sqrt{3}}{2} \cdot a,$$

քանի որ մյուս՝ $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$. և արմատը մեծ է a -ից (որը հնարավոր չէ):

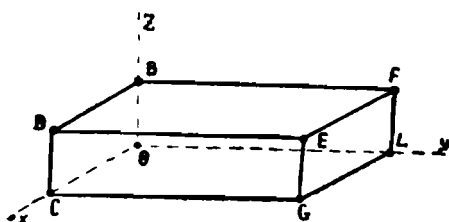
Այսպիսով, ստացանք, որ

$$CE = x_c = \frac{3 - \sqrt{3}}{2} \cdot a,$$

$$\text{իսկ } BE = a - CE = a - \frac{3 - \sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \cdot a = 0,366 a;$$

Պատ. $BE = 0,366 a$:

Խ 6 դ ի ր 111 (299): Որոշել ուղղանկյուն զուգահեռանիստի եզրագծի ծանրության կենտրոնի կոորդինատները, որի կողերը համասեռ չորսուներ են հետևյալ երկարություններով՝ $AO = 8$ դմ, $OB = 4$ դմ, $OC = 6$ դմ: Չորսուների կշիռները համապատասխանաբար հավասար են՝ OA —



ԳՅ. 253

— 250 գ, OB , OC և CD — 75-ական գրամ, CG — 200գ, AF — 125 գ, AG և GF — 50-ական գրամ: BD , BF , DF և EF — 25-ական գրամ (գծ. 253):

Լ ու ծ ու մ: Տանենք կոորդինատական առանցքերի գծագրում ցույց տված ձևով: Խնդիրը լուծելու համար օգտվենք մասերի բաժանման եղանակից: Կունենանք՝

$$x_c = \frac{\frac{OC}{2} \cdot 75 + OC \cdot 75 + \frac{OC}{2} \cdot 27 + OC \cdot 200 + OC \cdot 25}{250 + 3 \cdot 75 + 200 + 125 + 2 \cdot 50 + 4 \cdot 25} + \frac{OC \cdot 50 + \frac{1}{2} OC (50 + 25)}{250 + 3 \cdot 75 + 200 + 125 + 2 \cdot 50 + 4 \cdot 25},$$

$$y_c = \frac{\frac{1}{2} AO (250 + 200 + 25 + 25) + AO \cdot (50 + 50 + 25 + 125)}{250 + 3 \cdot 75 + 200 + 125 + 2 \cdot 50 + 4 \cdot 25},$$

$$z_c = \frac{\frac{1}{2} OB (75 + 75 + 50 + 125) + OB (25 + 25 + 25 + 25)}{250 + 3 \cdot 75 + 200 + 125 + 2 \cdot 50 + 4 \cdot 25}.$$

Տեղադրելով OC , AO և OB -ի արժեքները, կստանանք՝

$$x_c = \frac{2625}{1000} = 2,625 \text{ դմ},$$

$$y_c = \frac{4000}{1000} = 4 \text{ դմ},$$

$$z_c = \frac{1050}{1000} = 1,05 \text{ դմ}:$$

Պատ. $x_c = 2,625$ դմ, $y_c = 4$ դմ, $z_c = 1,05$ դմ:

Խ 6 դ ի ր 112 (303): Թեթև հաժանավի կորպուսը կշռում է 1900 ա: Կորպուսի ծանրության կենտրոնը գտնվում է ողնուցից (КНЛБ) ուղղաձիգով վերև $y_1 = 6$ մ բարձրության վրա: Ջրի վրա իջեցնելուց հետո կորպուսի մեջ դրվեցին կաթսաները և զըլխավոր մեքենաները: Գլխավոր մեքենաները կշռում են 450 ա, նրանց ծանրության կենտրոնի օրդինատը $y_2 = 3$ մ: Կաթսաների կշիռը հավասար է 500 ա, նրանց ծանրության կենտրոնի օրդինատը՝ $y_3 = 4,6$ ա: Որոշել կաթսաների, մեքենաների և կորպուսի ընդհանուր ծանրության կենտրոնի y_c օրդինատը:

Լ ու ծ ու մ: Հաժանավի, գլխավոր մեքենաների և կաթսայի ծանրության կենտրոնի y_c օրդինատը որոշելու համար օգտվենք տրոհման մեթոդից, բաժանելով հաժանավը երեք մասի՝ խընդրում նշված ձևով:

Օգտվենք հետևյալ բանաձևից՝

$$y_c = \frac{y_1 \cdot P_1 + y_2 \cdot P_2 + y_3 \cdot P_3}{P_1 + P_2 + P_3},$$

որտեղ $y_1 = 6$ մ, $y_2 = 3$ մ, $y_3 = 4,6$ մ, $P_1 = 1900$ ա, $P_2 = 450$ ա, $P_3 = 500$ ա: Տեղադրելով y_1 -ի և P_1 -ի արժեքները, կստանանք՝

$$y_c = \frac{6 \cdot 1900 + 3 \cdot 450 + 4,6 \cdot 500}{1900 + 450 + 500} = \frac{15050}{2850} = 5,28 \text{ մ}:$$

Պատ. $y_c = 5,28$ մ:

Խ 6 դ ի ր 113 (306): Ստորջրյա խարսխային ալանի կորպուսը ունի գլանի տեսք ուղուցիկ գնդային հատակներով: Գլանային գոտու շառավիղը $r = 0,4$ մ, գլանային գոտու բարձրությունը՝ $h = 2r$: Գնդային սեգմենտների բարձրությունները համապատասխանաբար հավասար են՝ $h_1 = 0,5r$ և $h_2 = 0,2r$: Գտնել կորպուսի մակերևույթի ծանրության կենտրոնը:

Լ ու ծ ու մ: Տանենք կոորդինատական առանցքները գծ. 254-ում ցույց տված տեսքով: Քանի որ տված մակերևույթը համասեռ է և սիմետրիկ է z առանցքի նկատմամբ, ապա ծանրության կենտրոնը կգտնվի z առանցքի վրա, այսինքն՝

$$x_c = y_c = 0;$$

Այժմ հաշվենք ծանրության կենտրոնի z_c կոորդինատը

$$z_c = \frac{S_1 z_1 + S_2 z_2 + S_3 z_3}{S_1 + S_2 + S_3} \quad (1)$$

բանաձևով: Այստեղ S_1 , S_2 , S_3 տված ականի կորպուսը կազմող մասերի մակերևույթի մակերեսներն են, իսկ z_1 , z_2 , z_3 -ը այդ մասերի ծանրության կենտրոնները: Գծագիր 254-ից երևում է, որ

$$\begin{aligned} z_1 &= 0,2r + r = 1,2r, \\ z_2 &= 0,2r + 2r + 0,25r = 2,45r, \\ z_3 &= 0,1r: \end{aligned} \quad (2)$$

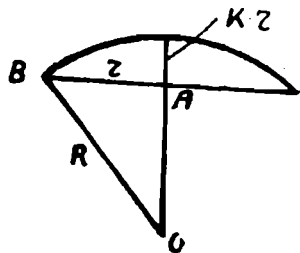
S_2 և S_3 հաշվելու համար նախ որոշենք գնդային սեգմենտների շառավիղները: Սեգմենտի բարձրությունը նշանակենք $f = kr$ -ով (գծ. 255): $\triangle OAB$ -ից կարող ենք գրել, որ

$$(R - kr)^2 + r^2 = R^2,$$

որտեղից

$$R = \frac{r(k^2 + 1)}{2k}: \quad (3)$$

(3) արտահայտության շնորհիվ կարող ենք գրել, որ ականի կորպուսի վերին մասի շառավիղը՝



Գծ. 255

$$R_2 = \frac{r[(0,5)^2 + 1]}{2 \cdot 0,5} = 1,25r,$$

իսկ

$$R_3 = \frac{r[(0,2)^2 + 1]}{0,4} = 2,6r:$$

Դիտարկվող մակերևույթը բաղկացած է շրջանային գլանից և երկու գնդային սեգմենտներից: Հետևաբար,

$$\begin{aligned} S_1 &= 2\pi r \cdot 2r = 4\pi r^2, \\ S_2 &= 2\pi \cdot 1,25r \cdot 0,5r = 1,25\pi r^2, \\ S_3 &= 2\pi \cdot 2,6r \cdot 0,2r = 1,04\pi r^2, \end{aligned} \quad (4)$$

Տեղադրելով z_1 , z_2 , z_3 , S_1 , S_2 և S_3 արժեքները (1)-ի մեջ, կստանանք՝

$$\begin{aligned} z_c &= \frac{1,2 \cdot 4 + 2,45 \cdot 1,25 + 0,1 \cdot 1,04}{4 + 1,25 + 1,04} \cdot r = \frac{7,9665}{6,29} r = \\ &= 1,267r = 0,507 \text{ մ:} \end{aligned}$$

Պատ. $x_c = y_c = 0$, $z_c = 1,267 \cdot r = 0,507$ մ:

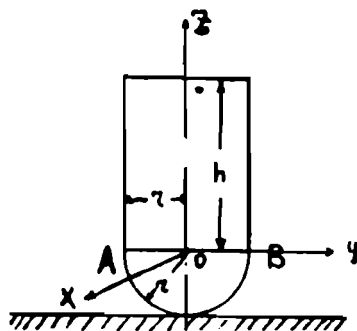
Խ 6 գ ի բ 114 (308): Մարմինը բաղկացած է միևնույն խտությու-
ն և միևնույն r շառավիղ ունեցող գլանից ու կիսագնդից,
որը հենվում է հարթ հորիզոնական հարթության վրա կիսագնդի
մակերևույթով: Գտնել գլանի ալն սահմանային ի բարձրությու-
նը, որի դեպքում մարմինը կկորցնի հավասարակշռության դիրքի
կայունությունը:

Ամբողջ մարմնի ծանրության կենտրոնը պետք է համընկնի
կիսագնդի կենտրոնի հետ: Համասեռ կիսագնդի ծանրության կենտ-
րոնի հեռավորությունը նրա հիմքից հավասար է $\frac{3}{8}r$:

Լ ու ծ ու մ: Գլանի ի բարձրություն հաշվելու համար նախ
որոշենք կիսագնդի և գլանից կազմված մարմնի ծանրության
կենտրոնը:

Քանի որ տված մարմինը համասեռ է և ունի սիմետրիալի
առանցք, ուստի նրա ծանրության կենտրոնը կգտնվի այդ առանց-
քի վրա: Եթե տանենք ուղղանկյուն կոորդինատական սիստեմ,
որի Z առանցքը համընկնի սիմետրիալի առանցքի հետ, իսկ x և
 y առանցքները լինեն ուղղահայաց Z -ին և անցնեն O կետով (գծ.
256), ապա $x_c = y_c = 0$: Մնում է որոշել z_c -ն: Այդ հաշվելու
համար օգտվենք մարմինը մասերի բաժանելու եղանակից: Այն
դիտենք որպես շրջանային գլանից և կիսագնդից բաղկացած
մարմին: Այդ դեպքում կունենանք

$$z_c = \frac{z_1 V_1 + z_2 V_2}{V_1 + V_2}, \quad (1)$$



ՊՖ. 256

կատանանք՝

$$z_c = \frac{\frac{5}{8}r \cdot \frac{2}{3}\pi r^3 + \left(r + \frac{h}{2}\right) \cdot \pi r^2 h}{\frac{2}{r}\pi r^3 + \pi r^2 h} = \frac{\frac{5}{12}r^2 + rh + \frac{h^2}{2}}{\frac{2}{3}r + h} = \frac{5r^2 + 12rh + 6h^2}{8r + 12h}.$$

Որպեսզի մարմնի հավասարակշռությունը կայուն լինի, բավական է որ $z_c \leq r$: Կրիտիկական վիճակում՝

$$z_c = r:$$

Տեղադրելով z_c -ի արժեքը, կստանանք՝

$$\frac{5r^2 + 12rh + 6h^2}{8r + 12h} = r:$$

Այս հավասարումից որոշելով h -ը, կստանանք՝

$$h = \frac{r}{\sqrt{2}}:$$

$$\text{Պատ. } h = \frac{r}{\sqrt{2}}.$$

Խ Ն Պ Ի Ր 115(309): Մարմինը բաղկացած է միևնույն խտություն և միևնույն r շառավիղ ունեցող կոնից և կիսագնդից: Գտնել կոնի պն սահմանային և բարձրությունը, որի դեպքում մարմինը կկորցնի հավասարակշռության գիրքի կայունությունը, նախորդ խնդրի պայմանների դեպքում:

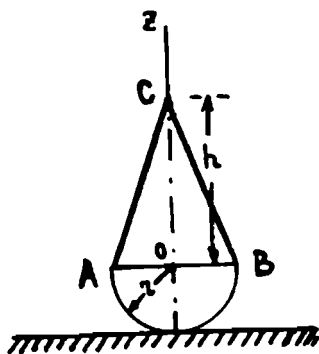
որտեղ $z_1 = r - \frac{3}{8}r = \frac{5}{8}r$ կիսագնդի ծանրության կենտրոնի Z ապլիկատն է, $z_2 = r + \frac{h}{2}$ ՝ կոնի ծանրության կենտրոնի Z ապլիկատը, $V_1 = \frac{2}{3}\pi r^3$ կիսագնդի ծավալն է, իսկ $V_2 = \pi r^2 h$ ՝ կոնի ծավալը:

Տեղադրելով z_1 , z_2 , V_1 և V_2 -ի արժեքները (1) բանաձևի, մեջ

Յ ու ց ու մ: Այս խնդրի լուծումը համընկնում է նախորդ խնդրի լուծման հետ, միայն տարրերու թվունը կախանում է նրանում, որ նախորդ խնդրի (1) բանաձևի մեջ մտնող V_2 -ի փոխարեն պետք է տեղադրել $r + \frac{1}{4} \cdot h$, իսկ V_2 -ի

փոխարեն՝ $\frac{1}{3} \pi r^2 h$ (գծ. 257):

Պատ. $h = r\sqrt{3}$:



Գծ. 257

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅԱՆ

Առաջաբան	էջ 3
-----------------	-------------

ԳԼՈՒԽ ԱՌԱՋԻՆ

Ներածություն	5
§ 1. Ստատիկայի հիմնական աքսիոմները և կապերի դասակարգումը	5
1. Ստատիկայի հիմնական սահմանումները և աքսիոմները	5
2. Կապերի դասակարգումը	8
3. Ներքին և արտաքին ուժեր	15
4. Հատումների մեթոդը	15
§ 2. Մեխանիկական մեծությունների միավորների սխեմաներ	16
1. Հիմնական և ածանցյալ միավորներ	16
2. Միավորների սխեմաները	17
3. Զափականություն	18

ԳԼՈՒԽ ԵՐԿՐՈՐԴ

Հարթ ուժասխեստմ	20
§ 3. Զուգամիտվող ուժեր	20
1. Զուգամիտվող ուժերի սահմանումը	20
2. Մի կետում կիրառված երկու ուժերի գումարումը	20
3. Մի կետում կիրառված մի քանի ուժերի գումարումը	21
4. Ուժերի վերլուծումը	23
5. Զուգամիտվող ուժասխեստմի հավասարակշռությունը	24
6. Երեք ոչ զուգահեռ ուժերի թեորեմը	26
7. Ստատիկորեն որոշելի և անորոշելի խնդիրներ	27
8. Ոչ ազատ պինդ մարմնի հավասարակշռության խնդրի լուծումը, երբ նրա վրա ազդում են հարթ զուգամիտվող ուժեր	28
9. Պինդ մարմնի հավասարակշռությունը սահքի շփման առկայությամբ	32
10. Խնդիրներ	35
§ 4. Զուգահեռ ուժեր և ուժազույգեր	69
1. Զուգահեռ ուժերի գումարումը	69
2. Ուժի վերլուծումը իրեն զուգահեռ երկու բաղադրիչ ուժերի	72
3. Ուժի մոմենտը կետի նկատմամբ	73

4. Ուժադույզի Ուժագույզի մոմենտը	74
5. Ուժադույզերի գումարումը և հավասարակշռության պայմանը	75
6. Զուգահեռ ուժերի սխեմայի ազդեցության տակ գտնվող պինդ մարմնի հավասարակշռության վերաբերյալ խնդիրների լուծումը	76
7. Պինդ մարմինների շրջումը	77
8. Խնդիրներ	79
§ 5. Կամայական հարթ ուժասխտեմ	87
1. Ուժերի զուգահեռ տեղափոխման թեորեմը	97
2. Հարթ ուժասխտեմի պարզագույն տեսքի բերումը	98
3. Վարիսյունի թեորեմը կամայական հարթ ուժասխտեմի համար	101
4. Կամայական հարթ ուժասխտեմի հավասարակշռության պայմանները	101
5. Կամայական հարթ ուժասխտեմի ազդեցության տակ գտնվող պինդ մարմնի հավասարակշռության վերաբերյալ խնդիրների լուծումը	102
6. Պինդ մարմինների սխեմայի հավասարակշռությունը	104
7. Գլորման շփում	109
Խնդիրներ	112
§ 6. Գրաֆոստատիկա	156
1. Ուժային և պարանային բազմանկյուն	156
2. Համազորի գրաֆիկական որոշումը	157
3. Արլյունարար զույգի գրաֆիկական կառուցումը	159
4. Հարթ ուժասխտեմի հավասարակշռության գրաֆիկական պայմանները	159
5. Հենարանային հակազդումների որոշումը	160
6. Հարթ ֆեմմաների գրաֆիկական հաշվարկը	160
7. Խնդիրներ	162

ԳԼՈՒԽ ԵՐՐՈՐԴ

Տարածական ուժասխտեմ	174
§ 7. Զուգամիտվող ուժասխտեմ	174
1. Զուգամիտվող տարածական ուժասխտեմի համազորը	174
2. Զուգամիտվող տարածական ուժասխտեմի հավասարակշռության պայմանները	175
3. Պինդ մարմնի հավասարակշռության խնդրի լուծումը, երբ նրա վրա ազդում են զուգամիտվող տարածական ուժեր	175
4. Կրկնակի պրոյեկտման մեթոդը	176
Խնդիրներ	176
§ 8. Ուժասխտեմի բերումը պարզագույն տեսքի	191
1. Ուժի մոմենտը կետի նկատմամբ	191
2. Ուժի մոմենտը առանցքի նկատմամբ	193
3. Ուժադույզի մոմենտը	194
4. Տարածական ուժասխտեմի պարզագույն տեսքի բերումը	195
Խնդիրներ	200
§ 9. Կամայական տարածական ուժասխտեմի հավասարակշռությունը	209

1. Պինդ մարմնի հավասարակշռությունը կամայական տարածական ուժասխստեմի ազդեցության դեպքում	209
2. Պինդ մարմնի հավասարակշռությունը զուգահեռ ուժերի տարածական սխստեմի ազդեցության դեպքում	209
3. Կամայական տարածական ուժասխստեմի ազդեցության տակ գտնվող պինդ մարմնի հավասարակշռության վերաբերյալ խնդիրների լուծումը	210
Մանրության կենտրոն	235
1. Զուգահեռ ուժերի կենտրոնը	235
2. Պինդ մարմնի ծանրության կենտրոնը	236
3. Համասեռ մարմինների ծանրության կենտրոնների կոորդինատները	240
4. Մարմինների ծանրության կենտրոնները գտնելու եղանակները	241
5. Պարզագույն երկրաչափական գծերի, պատկերների և մարմինների ծանրության կենտրոնները	243
Խնդիրներ	245

Մ. Մ. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ, Վ. Ս. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Մ. Ս. ԳԱՐԻԵԼՅԱՆ

ՏԵՍԱԿԱՆ ՄԵԽԱՆԻԿԱՑԻ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՐԱՆ ՈՒՂԵՑՈՒՑՑ

Պրակ առաջին

Ս ա տ ի կ ա

Հրատարակության է ներկայացրել մեխանիկայի ամբիոնը

Գրառ. թվագրեր՝ Ն. Պ. Նյանցյա

Խմբագիր՝ Ա. Մ. Գաբրիելյան

Նկարիչ՝ Գ. Բ. Նազարյան

Տեխն. խմբագիր՝ Հ. Ա. Հովսեփյան

Վերստ. սրբագրիչներ՝ Ք. Հ. Սմբատյան,

Ժ. Ա. Պետրոսյան

ՎՅ 08069

Գատվեր 1020

Տպաքանակ 5000

Հանձնված է արտադրության

30/VII 1969 թ.

Ծտորագրված է տպագրության

27/V 1970 թ.:

Թուղթ 60×90 $\frac{1}{16}$: Տպագր. 16,25 մամ.: Հրատ. 11,83 մամ.:

Գինը 56 կոպ.:

Երևանի պետական համալսարանի հրատարակչություն, Երևան, Արավյան
փող. № 52:

Երևանի պետական համալսարանի տպարան,

Երևան, Արավյան փող. № 52: