

ՀՀ ՊԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
ՌՈՒՄ-ՀԱՅԿԱԿԱՆ (ՍԼԱԿՈՆԱԿԱՆ) ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Է.Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ս.Գ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉԱՅԻՆ ՆԱՆՈՒԼԵԿՏՐՈՆԻԿԱՅԻ ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

ՌԴՀ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ
ԵՐԵՎԱՆ 2005

Տպագրվում է ՌՀՀ խմբագրական-հրատարակչական
խորհրդի որոշմամբ

ՀՏԴ 53
ԳՄԴ 22.3
Ղ – 158

Պատասխանատու խմբագիր՝ ֆիզ.-մաթ.
գիտ. դոկտոր, պրոֆ. Ա.Ա.Կիրակոսյան
Գրախոսներ՝ ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս,
ֆիզ.-մաթ. գիտ. դոկտոր,
պրոֆ. Վ.Մ.Հարությունյան
Ֆիզ.-մաթ. գիտ. դոկտոր Ա.Գ.Ալեքսանյան

Ղազարյան Է.Մ., Պետրոսյան Ա.Գ.
Ղ -158 Կիսահաղորդչային նանոէլեկտրոնիկայի ֆիզիկական հիմունքները. Ե.:
ՌՀՀ Հրատարակչություն. 424 էջ

*Գրքի նպատակն է ընթերցողներին ծանոթացնել կիսահաղորդչային ցածր չափայնու-
թյամբ կառուցվածքներում ընթացող ֆիզիկական երևույթներին, որոնք ընկած են ժամանա-
կակից նանոէլեկտրոնային սարքերի գործողության հիմքում: Շարադրված են քվանտային
փոսերի, լարերի և կետերի ստացման մեթոդները, այդպիսի համակարգերում էլեկտրոնային,
խառնուրդային և էքսիտոնային վիճակները: Սանրամասն նկարագրված են լիցքակիրների
ցրման, տեղափոխության, թունելային անցման և այլ երևույթների՝ զանազան տիպի նանոկա-
ռուցվածքներում ի հայտ եկող առանձնահատկությունները և դրանց ֆիզիկական մեկնաբանու-
թյունները:*

*Գիրքը նախատեսված է կոնդենսացված միջավայրի ֆիզիկայի և կիսահաղորդչային
էլեկտրոնիկայի բնագավառի մասնագետների՝ տեսաբանների, փորձարար ֆիզիկոսների, ինչ-
պես նաև քվանտային կառուցվածքների կիրառությունների բնագավառի հետազոտող-ճար-
տարագետների համար: Այն մեծապես կօգնի նաև ֆիզիկական և ֆիզիկատեխնիկական մաս-
նագիտությունների գծով սովորող մագիստրոսներին ու ասպիրանտներին՝ ուսումնասիրելու
պինդ մարմնի ֆիզիկայի, կիսահաղորդիչների և կիսահաղորդչային սարքերի ֆիզիկայի և
միկրոէլեկտրոնիկայի բնագավառի ժամանակակից նվաճումները և զարգացման միտումները:*

192797
540028510

Ղ $\frac{1604010000}{0112(01)-2005}$ 2005

ԳՄԴ 22.3

ISBN 99941-952-9-5
© ՌՀՀ Հրատարակչություն, 2005

Նախաբան

Տեղեկատվական և բարձր տեխնոլոգիաները, այդ թվում՝ նաև մանոտեխնոլոգիաները, 21-րդ դարում հասարակության կայուն զարգացման այն հիմնական նախադրյալներն են, որոնք մարդկության առջև նոր հեռանկարներ և հնարավորություններ են բացում: Նանոտեխնոլոգիաների մի կարևորագույն բնագավառ է կիսահաղորդչային մանոէլեկտրոնիկան, որն իր մեջ ներառում է մանոմետրական չափերի արհեստական կիսահաղորդչային նյութերի, կառուցվածքների և սարքերի ստեղծումը, դրանց բազմակողմանի հետազոտումը և կիրառությունները հաշվողական տեխնիկայում, էլեկտրոնիկայում, բժշկության մեջ, ռազմական գործում և այլուր: Նանոտեխնոլոգիաները հիմնված են այնպիսի երևույթների վրա, որոնք սկսվել են լայնորեն հետազոտվել սկսած 1980-ական թվականներից:

Այսօր արդեն կանխատեսվում է, որ կիսահաղորդչային մանոէլեկտրոնիկայի հիման վրա կստեղծվեն նոր տիպի քվանտային համակարգիչներ, որոնց արագագործությունը և հիշողության ծավալը՝ ներկա սերնդի համակարգիչների հետ համեմատած, կմեծանա հազարավոր անգամ, իսկ նրանցում օգտագործվող էլեկտրաէներգիայի և նյութերի քանակը կփոքրանա միլիոնավոր անգամ:

Սոտակա տարիներին մանոէլեկտրոնիկան հնարավորություն կընձեռի արտադրելու այնպիսի սարքեր, որոնք կարող են արդյունավետ ձևով հաղորդել էլեկտրական հոսանք, կատարել մեծ ծավալի հաշվարկներ, ինքնուրույն շարժվել և ճանաչել շրջապատող աշխարհը, իսկ անհրաժեշտության դեպքում՝ իրենք իրենց վերանորոգել:

Այս գրքի նպատակն է ընթերցողներին ծանոթացնել կիսահաղորդչային քվանտային հետերոկառուցվածքներում ընթացող ֆիզիկական երևույթներին, որոնք ընկած են ժամանակակից մանոէլեկտրոնային սարքերի գործողության հիմքում:

Ակնհայտ է, որ մանոէլեկտրոնիկայի բնագավառով զբաղվող մասնագետները և ասպիրանտները պետք է խորությամբ տիրապետեն այն գիտելիքներին, որոնք վերաբերվում են տարբեր տիպի սարքերի աշխատանքների հիմքում ընկած ֆիզիկական երևույթներին: Միասնական տեսանկյունից և հնարավորին չափ ամբողջական տեսքով գիրքը նպատակադրված է ծառայել հենց այդ նպատակին:

Ներկայումս համալսարանների ֆիզիկատեխնիկական մասնագիտությունների գործող ծրագրերում նախատեսված են հատուկ դասընթացներ ցածր չափայնությամբ համակարգերի և մանոէլեկտրոնիկայի առանձին բաժինների վերաբերյալ, սակայն այդ բնագավառում մայրենի լեզվով դասագրքեր դեռևս չկան: Նման դասագրքի անհրաժեշտությունը հեղինակները խորապես զգացել են ցածր չափայնությամբ համակարգերի վերաբերյալ վերջին տարիներին ԵՊՀ ֆիզիկայի և ռադիոֆիզիկայի ֆակուլտետների մագիստրոսներին դասախոսություններ կարդալիս:

Հեղինակներին հայտնի են նաև այն դժվարությունները, որոնք սովորաբար ի հայտ են գալիս գրքում քննարկվող հարցերի և դրանց մատուցման մակարդակի ընտրության ժամանակ, մանավանդ որ նպատակ է դրված, որ այն լինի մատչելի նաև

ուսանողների համար: Այդ դժվարություններն առավել մեծ են, երբ գործ ունենք այն-պիսի արագ և բուռն զարգացող ուղղության հետ, ինչպիսին կիսահաղորդչային նանոէլեկտրոնիկան է: Հիմնական դժվարություններից մեկը կապված է այն բանի հետ, թե ինչ խորությամբ և ծավալով պետք է անդրադառնալ այս կամ այն երևույթի նկարագրությանը, որպեսզի այն մատչելի լինի ընթերցողին: Շարադրանքի ընթացքում միշտ ի հայտ է գալիս մի բնական պահանջ՝ քվանտային հետերոկառուցվածքներում դիտարկվող երևույթները համեմատել ծավալային (եռաչափ) նմուշներում ընթացող նույնանման երևույթների հետ: Այդ նպատակով հաճախ անհրաժեշտ հղումներ են արվում եռաչափ դեպքի վրա՝ ենթադրելով, որ ընթերցողը տիրապետում է համալսարանական ֆիզիկա-տեխնիկական ֆակուլտետների ծրագրերով նախատեսված մաթեմատիկայի, ընդհանուր ֆիզիկայի և տեսական ֆիզիկայի դասընթացներին, ինչպես նաև առնվազն արդեն ուսումնասիրել է “Պինդ մարմնի ֆիզիկա”, “կիսահաղորդիչների և կիսահաղորդչային սարքերի ֆիզիկա” առարկաները:

Նյութը շարադրելիս մենք խուսափել ենք տեքստում տարբեր հեղինակների սկզբնագրային կամ ակնարկային հոդվածների և մենագրությունների վրա բազմաթիվ հղումներ կատարելուց՝ նկատի ունենալով, որ դրանք հիմնականում անգլերեն լեզվով են, և որոշ դեպքում՝ դժվարմատչելի ուսանողների համար: Այս բացը մենք փորձել ենք որոշ չափով լրացնել՝ յուրաքանչյուր գլխի վերջում բերելով այն մենագրությունների և ակնարկային հոդվածների ցանկը, որոնցում ընթերցողը կարող է գտնել իրեն հետաքրքրող հարցերի վերաբերյալ լրացուցիչ տեղեկություններ:

Գրքի ծավալի սահմանափակվածության պատճառով նրանում տեղ չեն գտել տարբեր թեմաների վերաբերյալ խնդիրներ և վարժություններ, որոնք կօգնեին ընթերցողին ավելի խոր հասկանալու դիտարկվող երևույթները: Միայն որոշ դեպքերում բերված են հաշվողական օրինակներ, որոնք նպատակ ունեն ցուցադրելու այս կամ այն սկզբունքային դրույթի իրականացման հնարավորությունը կոնկրետ կառուցվածքում, ինչպես նաև հնարավորություն են տալիս ընթերցողին գաղափար կազմելու կիսահաղորդչային նանոկառուցվածքներին բնորոշ մեծությունների կարգի մասին: Սակայն հետազայում մենք նախատեսում ենք կազմել խնդրագիրք կիսահաղորդչային նանոէլեկտրոնիկայի վերաբերյալ:

Ընթերցողի ուշադրությանը ներկայացվող գրքի առաջին մասը բաղկացած է յոթ գլուխներից, որոնք վերաբերվում են՝ նանոկառուցվածքների իրականացման հնարավորություններին (Գլ.1), դրանց էլեկտրոնային(Գլ.2), խառնուրդային ու էքսիտոնային (Գլ.3) և ֆոնոնային (Գլ.4) հատկություններին, նանոկառուցվածքներում լիցքակիրների ցրման (Գլ.5), տեղափոխության (Գլ.6) և թունելային անցման (Գլ.7) երևույթների ուսումնասիրմանը: Գրքի երկրորդ մասը, որը նախապատրաստական փուլում է, նվիրված է լինելու կիսահաղորդչային նանոկառուցվածքների օպտիկական, մագնիսական և ֆոտոէլեկտրական հատկությունների ուսումնասիրմանը, ինչպես նաև զանազան էլեկտրոնային և օպտոէլեկտրոնային սարքերում նանոկառուցվածքների կիրառություններին:

Ժամանակակից գրականության կարևորագույն հարցերից մեկը օգտագործվող տերմինների և նշանակումների ճշգրիտ իմաստավորումն է: Քանի որ նանոէլեկ-

տրոնիկայի բնագավառում դեռևս այս հարցերը չեն ստացել համընդհանուր ճանաչում, նպատակահարմար ենք գտել գրքի վերջում՝ հավելվածի տեսքով, տալ անգլերեն գրականության մեջ հաճախ հանդիպող այն նոր տերմինների և բառակապակցությունների հայերեն թարգմանությունները, որոնք օգտագործված են գրքում:

Գրքում ընդունված է պարագրաֆների, բանաձևերի և նկարների հետևյալ թվանշումը: Յուրաքանչյուր պարագրաֆ ունի կրկնակի թվանշում, որի առաջին թիվը ցույց է տալիս գլխի համարը, իսկ երկրորդը՝ պարագրաֆի հերթական համարը: Բանաձևերը նույնպես ունեն կրկնակի թվանշում, ընդ որում առաջին թիվը պարագրաֆի համարն է, իսկ նրանից՝ կետով բաժանված երկրորդը՝ այդ պարագրաֆում նրա ի հայտ գալու հերթական համարը: Նկարները և աղյուսակները համարակալված են ըստ գլուխների:

Հեղինակները խորին երախտագիտություն են հայտնում գրքի գիտական խմբագիր, պրոֆեսոր Ա.Կիրակոսյանին աշխատանքի մանրագնին ընթերցման ու խմբագրման, ինչպես նաև օգտակար դիտողությունների և առաջարկությունների համար:

Հեղինակներն անկեղծ շնորհակալություն են հայտնում ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս Վ.Մ.Հարությունյանին և ֆիզ.մաթ. գիտ. դոկտոր Ա.Ալեքսանյանին՝ գիրքը գրախոսելու և արժեքավոր դիտողությունների համար:

Երախտապարտ ենք նաև Ա.Եսայանին, Կ.Բեգոյանին և Գ.Պետրոսյանին գրքի նախապատրաստման գործում ցուցաբերած տեխնիկական օգնության համար:

*Է. Ղազարյան
Ս. Պետրոսյան*

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՆԱԽԱԲԱՆ.....	3
ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ.....	6
ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ.....	9
ՊԼՈՒՒՑ 1. ԿԻՍԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ԳՈՏԻԱԿԱՆ ԿԱՌՈՒՑԱԾՔԻ ՓՈՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ՊԻՆԴԼՈՒԾՈՒՅԹՆԵՐՈՒՄ ԵՎ ՀԵՏԵՐՈԱՆՑՈՒՄՆԵՐՈՒՄ	
§1.1 Կիսահաղորդչային պինդ լուծույթների գոտիական կառուցվածքը.....	15
§1.2 Որոշ կիսահաղորդչային պինդ լուծույթների գոտիական կառուցվածքը.....	26
§1.3 Հետերոանցումներ, դրանց գոտիական կառուցվածքը և տեսակները.....	32
§1.4 Հետերոանցումների և տարբեր միկրոկառուցվածքների ածի մեթոդները.....	42
§1.5 Մի շարք նանոկառուցվածքների օրինակներ.....	45
§1.6 Ցանցի հաստատունների անհամաձայնեցվածության (ապալարքի) ազդեցությունը լարված հետերոանցումների հատկությունների վրա	52
§1.7 Կարևորագույն կիսահաղորդչային հետերոանցումների օրինակներ.....	60
§1.8 Ցածր չափայնությամբ համակարգերի առանձնահատկությունները.....	66
Գրականություն 1-ին գլխի վերաբերյալ.....	76
ՊԼՈՒՒՑ 2. ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԸ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ԿԱՌՈՒՑԱԾՔՆԵՐՈՒՄ	
§2.1 Քվանտային փոսեր.....	78
§2.2 Պարաբոլային քվանտային փոս.....	91
§2.3 Եռանկյուն քվանտային փոս.....	96
§2.4 Վիճակների խտությունը քվանտային փոսերում.....	101
§2.5 Ընդհանուր եզրակացություններ և դիտողություններ.....	104
§2.6 Քվանտային լարեր	109
§2.7 Գլանային համաչափությամբ անվերջ խոր երկչափ պոտենցիալային փոս.....	112
§2.8 Վերջավոր խորությամբ երկչափ գլանային պոտենցիալային փոս.....	114
§2.9 Երկչափ պարաբոլային փոս.....	116
§2.10 Վիճակների խտության ֆունկցիան քվանտային լարերում.....	118
§2.11 Քվանտային կետեր	119
§2.12 Վերջավոր խորությամբ գնդային պոտենցիալային փոս	125
§2.13 Եռաչափ պարաբոլային փոս (տարածական իզոտրոպ ներդաշնակ տատանակ).....	127
§2.14 Վիճակների խտության ֆունկցիան քվանտային կետերում.....	130
§2.15 Պոտենցիալային արգելքով բաժանված կրկնակի քվանտային փոս.....	132
§2.16 Գերցանցեր.....	143
Հավելված 2-1	154
Հավելված 2-2.....	156
Գրականություն 2-րդ գլխի վերաբերյալ.....	159
ՊԼՈՒՒՑ 3. ԿՈՒՐՆՅԱՆ ԿԱՊԱԾ ՎԻՃԱԿՆԵՐԸ ՑԱԾՐ ԶԱՓԱՅՆՈՒԹՅԱՄԲ ԿԱՌՈՒՑԱԾՔՆԵՐՈՒՄ	
§3.1 Կուլոնյան կապված վիճակները ծավալային բյուրեղներում.....	160
§3.2 Երկչափ կուլոնյան խնդիր	165
§3.3 Երկչափ կուլոնյան խնդրում դիսպերսիայի օրենքի ոչ պարաբոլայնության հաշվառումը	166
§3.4 Միաչափ կուլոնյան խնդիր	169

§3.5	Միաչափ կուլոնյան խնդրում դիսպերսիայի օրենքի ոչ պարաբոլայնության հաշվառումը	173
§3.6	Խառնուրդային վիճակները քվանտային կառուցվածքներում	175
§3.7	Միջսահմանային արատներով պայմանավորված կապված վիճակները քվանտային փոսերում.....	179
§3.8	Էքսիտոնները քվանտային փոսերում	183
	Գրականություն 3-րդ գլխի վերաբերյալ.....	187
ԳԼՈՒԽ 4. ՖԻՆՈՆՆԵՐԸ ՏԱՐԲԵՐ ԶԱՓԱՅՆՈՒԹՅԱՄԲ ՆԱՆՈՎԱՌՈՒՑՎԱԾՔՆԵՐՈՒՄ		
§ 4.1	Ներածություն	188
§ 4.2	Բյուրեղական ցանցի ծայնային տատանումները նանոկառուցվածքներում	189
§ 4.3	Չայնային տատանումները մոդերը քվանտային լարերով և կետերով կառուցվածքներում.....	199
§ 4.4	Չայնային ալիքների տարածումը գերցանցերում	204
§ 4.5	Ցանցի կարծալիքային տատանումները (որակական վերլուծություն).....	209
§ 4.6	Երկայնական օպտիկական (LO) ֆոնոնների սահմանափակված մոդերը բևեռային հետերոկառուցվածքներում	212
§ 4.7	Միջսահմանային օպտիկական ֆոնոնները բևեռային հետերոկառուցվածքներում.....	216
	Գրականություն 4-րդ գլխի վերաբերյալ.....	219
ԳԼՈՒԽ 5. ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ՑՐՈՒՄԸ ԶԱՓԱՅՆՈՐԵՆ ՔՎԱՆՏԱՑՎԱԾ ՀԱՍՎԱՐԳԵՐՈՒՄ		
§5.1.	Ներածություն	220
§5.2	Էլեկտրոնների խառնուրդային ցրման ընդհանուր նկարագրությունը.....	221
§5.3	Ցրումը կարծ ազդեցության շառավղով խառնուրդի կողմից	228
§5.3	Լիցքավորված խառնուրդի պոտենցիալի էկրանավորումը (ընդհանուր նկարագրություն).....	231
§5.5	Լիցքավորված խառնուրդների էկրանավորումը երկչափ էլեկտրոնների կողմից	239
§5.6	Տարածականորեն հեռացված լիցքավորված խառնուրդների կողմից երկչափ էլեկտրոնների ցրման արագության հաշվարկը	244
§5.7	Էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցությամբ պայմանավորված անցումներ	251
§5.8	Նանոկառուցվածքներում ծայնային ֆոնոնների կողմից էլեկտրոնների ցրման ընդհանուր նկարագրում	253
§5.9	Քվանտային փոսերում ծայնային ֆոնոնների կողմից էլեկտրոնների ցրման արագությունը	259
§5.10	Էլեկտրոնների ցրումը ծայնային ֆոնոնների վրա քվանտային լարերում.....	266
§5.11	Էլեկտրոնների ցրումը ծավալային օպտիկական ֆոնոնների կողմից քվանտային փոսերում.....	268
§5.12	Էլեկտրոնների ցրումը սահմանափակված օպտիկական ֆոնոնների վրա քվանտային փոսերում	282
§5.13	Էլեկտրոնի ցրումը բևեռային օպտիկական ֆոնոնների վրա քվանտային լարում.....	286
	Գրականություն 5-րդ գլխի վերաբերյալ.....	289
ԳԼՈՒԽ 6. ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ՏԵՂԱՓՈԽՄԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԸ ԶԱՓԱՅՆՈՐԵՆ ՔՎԱՆՏԱՑՎԱԾ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔՆԵՐՈՒՄ		
§6.1	Տեղափոխման ռեժիմների դասակարգումը նանոկառուցվածքներում	290

§6.2	Էլեկտրոնների զուգահեռ տեղափոխությունը թույլ էլեկտրական դաշտերում (տեղափոխության գծային կամ օհմական ռեժիմ).....	298
§6.3	Քվազիերկչափ և քվազիմիաչափ էլեկտրոնների զուգահեռ տեղափոխման երևույթներն ուժեղ էլեկտրական դաշտերում	309
§6.4.	Տաք էլեկտրոնների տեղափոխությունն իրական տարածության մեջ.....	319
§6.5.	Քվանտային հետերոկառուցվածքներում տաք էլեկտրոններով պայմանավորված մի քանի երևույթներ.....	322
§6.6	Քվանտային փոսի իոնացումն էլեկտրական դաշտում.....	327
§6.7	Գերցանցի վոլտ-ամպերային բնութագիծը.....	329
§6.8.	Սեկէլեկտրոնային տեղափոխության և կուլոնյան շրջափակման (բլոկադայի) երևույթը.....	336
	Գրականություն 6-րդ գլխի վերաբերյալ.....	342
ԳԼՈՒԽ	7. ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ԹՈՒՆԵԼԱՅԻՆ ՏԵՂԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆԸ ՆԱՆՈՎԱՌՈՒՑՎԱԾ ՆԵՐՈՒՄ	
§7.1	Ներածություն	343
§7.2	Աստիճանաձև պոտենցիալային արգելք.....	344
§7.3	<i>T</i> -մատրիցներ.....	348
§7.4	Ուղղանկյուն պոտենցիալային արգելք.....	351
§7.5	<i>T</i> - մատրիցների ընդհանուր հատկությունները.....	358
§7.6	Թունելային հոսանքը և հաղորդունակությունը միաչափ դեպքում.....	365
§7.7	Թունելային հոսանքը երկչափ և եռաչափ դեպքերում.....	370
§7.8	Էլեկտրոնի թունելային անցումը կրկնակի արգելքներով կառուցվածքներում (ռեզոնանսային թունելավորում).....	374
§7.9	Կրկնակի էլեկտրոնի արգելքներով թունելային անցման գործակիցը.....	377
§7.10	Սասնակի ալիքներ.....	383
§7.11	Թունելային հոսանքը ռեզոնանսային թունելավորմամբ դիողով.....	385
§7.12	Բազմամոդային կոհերենտ տեղափոխման երևույթներ.....	392
§7.13	Բազմաուղետարային համակարգեր.....	399
§7.14	Թունելային հոսանքի հաշվարկն իրական հետերոկառուցվածքներում.....	405
§7.15	Պինդ լուծույթների էներգիական սպեկտրի բազմափոփոխությամբ պայմանավորված թունելային հոսանքի հնարավոր ձևափոխությունները	408
§7.16	Եզրափակիչ նկատառումներ.....	413
	Գրականություն 7-րդ գլխի վերաբերյալ.....	416
	Հավելվածներ.....	417
	Աղյուսակներ.....	420

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Տեղեկատվական և բարձր տեխնոլոգիաների զարգացումը հիմնված է մի շարք գիտատեխնիկական բաղադրիչների, այդ թվում՝ կիսահաղորդչային միկրոէլեկտրոնիկայի և օպտոէլեկտրոնիկայի վրա: Վերջին տասնամյակներում այս բնագավառների զարգացումը հիմնականում նպատակաուղղված է եղել բավարարելու տեղեկատվական, կապի և հաշվողական համակարգերի օրեցօր աճող պահանջները՝ նրանց հիշողության ծավալի, ազդանշանների վերամշակման և հաղորդման արագության մեծացման ուղղությամբ: Ժամանակակից միկրոէլեկտրոնիկայի և օպտոէլեկտրոնիկայի առջև մի շարք հատուկ պահանջներ են դնում նաև դրանց կիրառություններն ավիացիայում, ռազմական գործում և տիեզերական հետազոտություններում:

Այս խնդիրների լուծման ճանապարհին կիսահաղորդչային և այլ պինդմարմնային սարքերի բնութագրերի նկատմամբ առաջ են քաշվում մի շարք նոր պահանջներ, որոնց իրագործումը հիմնականում պայմանավորված է ոչ թե հայտնի նյութերի և սարքերի էլեկտրական, օպտիկական և այլն հատկությունների կատարելագործմամբ, այլ արհեստական կիսահաղորդիչների, բազմաշերտ հետերոկառուցվածքների և ֆիզիկական նոր սկզբունքներով գործող սարքերի ստեղծմամբ:

Միկրոէլեկտրոնիկայի զարգացումը վերջին երկու տասնամյակներում բերել է միկրոսխեմաներում տարրերի ինտեգրացման աստիճանի կտրուկ մեծացման, ընդ որում այդ աճը տարեցտարի տեղի է ունեցել էքսպոնենցիալ օրենքով և ուղեկցվել սխեմային տարրերի (առանձին էլեկտրոնային սարքերի) բնութագրական չափերի նույնպես էքսպոնենցիալ նվազմամբ: Այսպես, օրինակ, եթե 80-ական թվականների վերջին հաշվիչ տեխնիկայի և անհատական համակարգիչների համար զանգվածաբար արտադրվող, 4 Մբիտ հիշողության ծավալ ապահովող մեծ ինտեգրալային սխեմաներում տարրերի նվազագույն չափը կազմում էր 0,5 մկմ, ապա այսօր արդեն արտադրվում են 4 Գբիտ հիշողությամբ ինտեգրալային սխեմաներ, որոնցում տարրերի չափերն արդեն հասցվել են 0,13 մկմ: Կանխատեսվում է, որ 2010 թվականին կստեղծվեն 64 Գբիտ հիշողությամբ գերմեծ ինտեգրալային սխեմաներ, որոնց մակերեսի 1սմ^2 վրա տեղադրված կլինի մոտ 10^8 տրանզիստոր, ինչը նշանակում է, որ տարրերի չափերը պետք է փոքրացվեն մինչև մի քանի հարյուր անգամ:

Միկրոէլեկտրոնիկայի այդպիսի զարգացումը, որը, ինչպես նշվեց, կերի կիսահաղորդչային սարքերի ակտիվ տիրույթների չափերի փոքրացման մինչև նանոմետրական մասշտաբներ, կարող է հանգեցնել սարքերի գործողության հիմքում ընկած ֆիզիկական երևույթների բնույթի որակական փոփոխության, այնպես որ սովորական (դասական) մոդելները, մոտեցումները և տեսությունները կարող են դառնալ ոչ պիտանի: Բանն այն է, որ մարմինների ենթամիկրոնային և նանոմետրական չափերի դեպքում, որոնք արդեն համեմատելի են էլեկտրոնային զազը բնութագրող միկրոսկոպական երկարությունների հետ (ազատ վազքի երկարություն, դը Բրոյլի ալիքի երկարություն, ալիքային ֆունկցիայի կոհերենտության երկարություն և այլն), նրանց

ֆիզիկական (և ոչ միայն ֆիզիկական) հատկությունները դառնում են էականորեն կախված չափերից և երկրաչափական ձևից: Այդպիսի մանոհամակարգերում էլեկտրոնային գազի շարժումը տարածականորեն խիստ սահմանափակված է, ինչի հետևանքով նրա էներգիական սպեկտրը ձեռք է բերում լրացուցիչ ընդհատություն՝ դառնալով կախված համակարգի չափերից և ձևից (չափային քվանտացում):

Չափային քվանտացումը կարելի է իրագործել տարածական մեկ, երկու կամ երեք ուղղություններով, ինչի հետևանքով փոխվում են ոչ միայն էլեկտրոնային գազի հատկությունները, այլև զգալիորեն ձևափոխվում է նաև ֆոնոնային սպեկտրը: Չափային քվանտացման արդյունքում որակապես փոխվում է նաև լիցքի տեղափոխման, լիցքակիրների գեներացման և վերամիավորման, լույսի կլանման ու առաքման պրոցեսների բնույթը:

Նանոկառուցվածքներում հաճախ անհրաժեշտ է լինում հրաժարվել լիցքակիրների տեղափոխման սովորական մեխանիզմներից (դիֆուզիա, դրեյֆ) և օրենքներից: Առաջին պլան են մղվում տարբեր քվանտային երևույթներ, ինչպիսիք են թուլնելային (այդ թվում՝ ռեզոնանսային) անցումն արգելքներով և գերցանցերով, էլեկտրոնային ալիքների ինտերֆերենցը, լիցքակիրների զավթումը քվանտային փոսերում, վերջիններիս էլեկտրական կամ ֆոտոիոնացումը, Շտարկի երևույթը, կուլոնյան շրջափակումը և այլն:

Այսպիսով, կարելի է փաստել, որ ժամանակակից նանոէլեկտրոնիկայի հիմքում ընկած է նանոմետրական չափերի կիսահաղորդչային հետերոկառուցվածքներում առկա էլեկտրոնային և ֆոնոնային գազերի քվանտային ֆիզիկան:

Նանոկառուցվածքներում տեղի ունեցող ֆիզիկական պրոցեսներն ավելի բարդ են և բնութագրվում են ավելի բարդ մաթեմատիկական մոդելներով, քան սովորական՝ դասական, կիսահաղորդչային սարքերում ընթացող երևույթները: Նանոմետրական տիրույթներում սահմանափակված էլեկտրոնների, ֆոնոնների, ֆոտոնների հատկությունների բացատրությունը և նկարագրությունը հիմնված է ֆիզիկայի այնպիսի ուղղությունների վրա, ինչպիսիք են քվանտային մեխանիկան, հավասարակշիռ և անհավասարակշիռ վիճակագրությունը, ֆիզիկական կինետիկան և էլեկտրադինամիկան: Ասածից հետևում է, որ համեմատած միկրոէլեկտրոնիկայի հետ, նանոէլեկտրոնիկան ավելի սերտորեն է կապված հիմնարար գիտական հետազոտությունների հետ:

Հասկանալի է, որ նանոէլեկտրոնիկայի զարգացման գործում էական է դառնում նյութերի և հետերոկառուցվածքների աճեցման տեխնոլոգիաների դերը, որոնք վերջին տասնամյակներին նույնպես զգալի զարգացումներ են ապրել: Նանոկառուցվածքների ստեղծման նորագույն տեխնոլոգիական մեթոդների թվին են պատկանում առաջին հերթին մոլեկուլային փնջերի էպիտաքսիան (MBE) և մետաղօրգանական միացություններից գազային էպիտաքսիան (MOCVD): Այս մեթոդներն իրենցից ներկայացնում են տարբեր միացությունների բարակ շերտերի էպիտաքսային աճի պրոցեսում համապատասխան բաղադրիչների՝ ջերմային եղանակով ստեղծվող մոլեկուլային կամ ատոմային փնջերի և գերբարձր վակուումում գտնվող, համեմատաբար ցածր ջերմաստիճանով տակդիրի միջև ընթացող ռեակցիաներ:

Բացի բյուրեղների ածխ մեթոդներից, լայն զարգացում են ստացել նաև խայտածման, վիմագրման, իոնային ներդրման, մետաղացման և այլ մեթոդներ, որոնք հնարավորություն են տալիս պրոցեսներն իրականացնել նաոմետրական մասշտաբի ճշտությամբ: Նշված տեխնոլոգիաները հնարավորություն են տալիս աճեցնել գերբարակ ($\leq 100\text{\AA}$) կիսահաղորդչային շերտեր, որոնք օժտված են մեծ համասեռությամբ, բյուրեղական ցանցի բարձր կատարելությամբ և ունեն բաղադրության և լեգիրման փոփոխման տրված պրոֆիլը: Այդպիսի շերտերի հիման վրա հեշտությամբ ստեղծվում են շատ փոքր կտրվածքով լարեր (քվանտային լարեր) և նանոբյուրեղիկներ (քվանտային կետեր):

Բարձրհաճախային էլեկտրոնիկայի և օպտոէլեկտրոնիկայի համար վերը նշված տեխնոլոգիական եղանակներով գալիումի արսենիդի, ինդիումի արսենիդի, գալիումի նիտրիդի և A^3B^5 ու A^2B^6 տիպի այլ միացությունների հիման վրա արդեն ստեղծվել են տարբեր նանոկառուցվածքներ: Այսպիսի նանոկառուցվածքները որակական նոր հնարավորություններ են ընձեռնում գերարագագործ սարքերի, լազերների, ֆոտոդետեկտորների և այլ սարքերի ստեղծման համար: Այս սարքերի գործողության հիմքում ընկած են այնպիսի ֆիզիկական նոր երևույթներ, ինչպիսիք են «տաք» էլեկտրոնների բալիստիկ թռիչքը, քվանտային փոսերով ռեզոնանսային թունելային անցումը, կուլոնյան շրջափակումը, էլեկտրոնային ալիքների ինտերֆերենցը, էլեկտրոնների զավթումը և արտանետումը քվանտային փոսից և այլն: Նշված երևույթների հիման վրա ներկայումս ստեղծված են 50 պմ փոխարկման ժամանակով և 20 Գց աշխատանքային առավելագույն հաճախությամբ տրանզիստորներ, ինչպես նաև բացահայտված են էլ ավելի լավ բնութագրերով տրանզիստորների ստեղծման հնարավորությունները:

Օպտոէլեկտրոնիկայի բնագավառում նույնպես ստեղծված են սարքեր, որոնց բնութագրերը զգալիորեն գերազանցում են նմանօրինակ ավանդական սարքերի բնութագրերը: Այդպիսի սարքերից են քվանտային փոսերով ներարկումային (ինժեկցային) և կասկադային հետերոլազերները, լայնական p-n-անցումներով շերտավոր հետերոլազերների հիման վրա ստեղծված բազմալիքային ճառագայթիչները, սպեկտրի կապույտ-կանաչ տիրույթում գործող հետերոլազերները և ֆոտոդիոդները, գերցանցների, քվանտային փոսերի և քվանտային կետերի վրա հիմնված հեղեղային շեմային ֆոտոընդունիչները, վարիզոնային կառուցվածքների հիման վրա ստեղծված հեղեղային ֆոտոընդունիչները, ֆոտոտրանզիստորները և այլն: Քվանտային կետերով հետերոլազերներում շեմային հոսանքի խտությունը հաջողվել է իջեցնել մինչև 100 Ա/սմ^2 , որը ներկայումս ներարկումային լազերների համար հնարավոր ամենափոքր արժեքն է:

Կիսահաղորդչային բազմաշերտ նանոկառուցվածքների ֆիզիկայի զգալի հաջողությունները մեծ հեռանկարներ են բացում նաև արևային էներգիայի արդյունավետ փոխակերպիչներ ստեղծելու գործում: Այսօր արդեն երկկասկաղ նանոկառուցվածքներով արևային տարրերի ՕԳԳ-ն հասցված է ավելի քան 30% -ի:

Հաջողությամբ շարունակվում են քվանտային կետերի հիման վրա փոխարկիչների և տրամաբանական տարրերի ստեղծման աշխատանքները, որոնք նոր սերնդի համակարգիչների տարրային հիմքն են: Քվանտային կետերի գերբարձր խտությունը և նրանցում տեղայնացման մեծ էներգիաները լայն հնարավորություններ են ընձեռում հիշողության տարրերի նոր սերնդի իրականացման համար, որոնք կարող են հիմնված լինել մեկ էլեկտրոնի տեղափոխության վրա: Այդպիսի սարքերում ավանդական լիցքային էլեկտրական հոսանքի փոխարեն հաճախ օգտագործվում է սպինային հոսանքը, որը հնարավորություն է տալիս ստեղծելու սպինային տրանզիստորներ և դրանց հիման վրա ինֆորմացիայի փոքրագույն միավոր՝ քվանտային բիտ: Նոր զարգացող այս վերջին բնագավառը կրում է *սպինտրոնիկա* անվանումը:

Գալիումի և ինդիումի նիտրիդների տիպի, լայն էներգիական գոտիով նյութերի հիման վրա վերջին երկու-երեք տարվա ընթացքում ստեղծվել են կապույտ-կանաչ և մանուշակագույն լույսի ոչ կոհերենտ և կոհերենտ աղբյուրներ: Դրանց լայնամասշտաբ արտադրությունը թույլ կտա լուծել ժամանակակից էլեկտրոնիկայի երկու կարևորագույն խնդիրները. առաջին՝ ժամանակակից հաշվիչ մեքենաների գրանցման հանգույցների և ինֆորմացիայի ընթերցման բլոկներում կարմիր լազերների փոխարինում կապույտ լազերներով, ինչը թույլ կտա ավելի քան չորս անգամ մեծացնել ինֆորմացիայի գրանցման խտությունը: Երկրորդ՝ սպիտակ լույսի կիսահաղորդչային արդյունավետ աղբյուրների ստեղծում:

Զափազանց հեռանկարային են սիլիցիումային մանոկառուցվածքների օպտիկական բնութագրերի, տարբեր գազերի, կենսաբանական ակտիվ միջավայրերի և արևային լուսավորման նկատմամբ զգայնության բարելավման նպատակով դրանց օգտագործմանը միտված աշխատանքները:

Ներկայումս հաջողությամբ զարգանում է նաև սիլիցիում-ալմաստ, սիլիցիում-սիլիցիումի կարբիդ, սիլիցիումի նիտրիդ - սիլիցիումի կարբիդ, ալմաստի խողովակ - սիլիցիում «խառը» հետերոկառուցվածքների մանոէլեկտրոնիկան: Նշված նյութերը գերազանցում են սիլիցիումը մի շարք բնութագրերով, այդ թվում՝ ջերմահաղորդականությամբ և օպտիկական հատկություններով, ինչն այդ նյութերի հիման վրա նոր, հեռանկարային մանոէլեկտրոնային սարքերի ստեղծման լայն հնարավորություններ է ընձեռում:

Նանոէլեկտրոնային սարքերի վերը բերված ոչ լրիվ թվարկումը ցույց է տալիս, թե ինչքան կարևոր է ժամանակակից պինդ մարմնի ֆիզիկայի, կիսահաղորդիչների և կիսահաղորդչային սարքերի ֆիզիկայի, միկրոէլեկտրոնիկայի և օպտոէլեկտրոնիկայի բնագավառներում աշխատող մասնագետների համար խորությամբ հասկանալ ցածր չափայնությամբ համակարգերի (քվանտային մանոհետերոկառուցվածքների) էլեկտրոնային, ֆոնոնային, կինետիկական, օպտիկական, մագնիսական, ֆոտոէլեկտրական և այլ հատկությունները, ինչպես նաև դրանց վրա հիմնված սարքերի գործողության սկզբունքները:

Գրքում մենք նպատակադրված ենք եղել ձևակերպել մանոէլեկտրոնիկայի՝ մեր կարծիքով, ամենակարևոր և հեռանկարային հիմնախնդիրները և ցույց տալ դրանց լուծման եղանակները: Հասկանալի է, որ իրական կառուցվածքներում դի-

տարկվող երևույթները չափազանց բարդ են, և դրանց լուծումները հնարավոր չեն առանց մոտավորությունների և պարզեցումների: Այդ պատճառով էլ ընտրված տեսական մոտեցումները նպատակ են ունեցել ոչ այնքան կառուցելու երևույթների խիստ տեսությունը, որքան ստանալու դրանց հիմնական օրինաչափությունները նկարագրող և համեմատաբար պարզ բանաձևեր: Մենք միշտ աշխատել ենք հիմնավորել կատարված մոտավորությունները և ընդգծել դրանց կիրառելիության սահմանները, իսկ ստացված բանաձևերի և օրինաչափությունների հավաստիության մեջ համոզվելու համար հաշվումները շատ հաճախ հասցվել են մինչև կոնկրետ թվային տվյալներ, որոնք հնարավորության դեպքում համեմատվել են փորձնական արդյունքների հետ: Այդպիսի մոտեցումը համահունչ է հեղինակների այն կարծիքին, որ ավելի ճիշտ է ընթերցողին ոչ թե ստիպել հիշել այս կամ այն բանաձևը, այլ բացատրել, թե տվյալ գիտական կամ տեխնիկական հիմնախնդրի լուծման համար ինչու է ընտրված այս կամ այն ճանապարհը:

Ողջունելով ընթերցողի մուտքը դեպի կիսահաղորդչային քվանտային սարքերի աշխարհ, մենք հույս ունենք, որ, ուսումնասիրելով գիրքն ամբողջությամբ, ընթերցողն ինքը լիովին կհամոզվի այդպիսի մոտեցման արդյունավետության մեջ:



ԿԻՍԱՀԱԴՈՐՂԻՉՆԵՐԻ ԳՈՏԻԱԿԱՆ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔԻ ՓՈՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ՊԻՆԴ ԼՈՒԾՈՒՅԹՆԵՐՈՒՄ ԵՎ ՀԵՏԵՐՈԱՆՑՈՒՄՆԵՐՈՒՄ

Հայտնի է, որ կիսահաղորդիչների էլեկտրոնային և օպտիկական հատկությունները պայմանավորված են նրանց գոտիական կառուցվածքով: Վերջինս, որպես կանոն, տրվում է հաղորդականության և վալենտական գոտիների $E_{cv}(\vec{k})$ դիսպերսիայի օրենքներով, որոնք սովորաբար պատկերվում են համաչափության որոշակի առանցքների ուղղությամբ՝ Բրիլյուենի առաջին գոտու սահմաններում: Հաճախ հարց է ծագում. հնարավո՞ր է, արդյոք, փոփոխել նյութի գոտիական կառուցվածքը: Ինքնըստինքյան հասկանալի է, որ նման հնարավորությունը փորձարար ֆիզիկոսների համար կարող է դառնալ մի հզորագույն մեթոդ՝ տված պարամետրերով կիսահաղորդչի աճեցման, ինչպես նաև նոր, դեկավարելի բնութագրերով սարքերի նախագծման և պատրաստման համար:

Բարեբախտաբար, վերը բերված հարցի պատասխանը դրական է: Կիսահաղորդչի գոտիական կառուցվածքը իրապես կարելի է փոփոխել, և այս փաստը վերջին 20 ÷ 30 տարիների ընթացքում դարձել է կիսահաղորդչների ֆիզիկայի զարգացման հիմնական խթանիչներից մեկը: Եթե այդպիսի հնարավորությունը բացակայեր, ապա կիսահաղորդչների ֆիզիկայով զբաղվող հետազոտողների և ճարտարագետների հնարավորությունները հիմնականում սահմանափակված կլինեին միայն «բնական» կիսահաղորդիչների, օրինակ՝ սիլիցիումի (Si), գերմանիումի (Ge), կամ գալիումի արսենիդի ($GaAs$) հատկությունների ու պարամետրերի ընձեռած շրջանակներով:

Այս գլխում մենք կծանոթանանք կիսահաղորդիչների գոտիական կառուցվածքի փոփոխության հետևյալ երեք հիմնական եղանակներին.

1. երկու կամ ավելի կիսահաղորդիչների համաձուլում (պինդ լուծույթների ստեղծում),
2. հետերոանցումների և բազմաշերտ հետերոկառուցվածքների օգտագործում,
3. ներդրված ներքին մեխանիկական լարումներով էպիտաքսային կառուցվածքների ստեղծում:

Նշված եղանակները ներկայումս լայնորեն և անընդհատ աճող տեմպերով օգտագործվում են տարբեր կիսահաղորդչային նյութերի ստացման և դրանց հիման վրա պատրաստված էլեկտրոնային և օպտիկական սարքերի կատարելագործման համար: Սպասվում է, որ կիսահաղորդիչների ֆիզիկայի և նանոտեխնոլոգիաների զարգացմանը զուգընթաց այդ եղանակների դերն էլ ավելի կբարձրանա:

§1.1 Կիսահաղորդչային պինդ լուծույթների գոտիական կառուցվածքը

Նյութերի համաձուլման եղանակով նոր հատկություններով նյութերի ստացումը մարդկությանը շատ վաղուց հայտնի տեխնոլոգիաներից մեկն է: Բավական է հիշել «բրոնզե» դարը: Հայտնի է, որ բրոնզը պղնձի և արույրի համաձուլվածք է: Դարերի ընթացքում համաձուլումն օգտագործվել է նյութերի հատկությունների բարելավման և նոր հատկություններով նյութերի ստացման համար: Կիսահաղորդիչների ֆիզիկայում երկու կամ ավելի տարրական կիսահաղորդիչների կամ կիսահաղորդչային միացությունների «համաձուլվածքը», որում բաղադրիչները բաշխված են պատահականորեն, անվանում են *պինդ լուծույթ*: Սովորաբար պինդ լուծույթ հասկացությունն օգտագործվում է այն բյուրեղական նյութի համար, որի բյուրեղական ցանցը նույնն է, ինչ որ բաղադրիչ կիսահաղորդիչներինը, սակայն այդ ցանցում բաղադրիչ նյութերի ատոմները (իոնները) բաշխված են պատահականորեն: Պինդ լուծույթների օգտագործման հիմնական պատճառները երկուսն են.

1. Փոփոխել արգելված գոտու լայնությունը՝ ստանալու համար նրա պահանջվող մեծությունը: Այս փաստը հատկապես կարևոր նշանակություն ունի լույսի աղբյուրների և ֆոտոընդունիչների հետազոտման և նախագծման համար: Այսպես, կիսահաղորդչային լազերի ճառագայթած ալիքի երկարությունը հիմնականում որոշվում է նրա ակտիվ տիրույթի արգելված գոտու լայնությամբ: Օպտիկական մանրաթելքային կապի համակարգում լազերային ճառագայթի օգտագործման համար անհրաժեշտ է ունենալ $\lambda = (1 + 1.6)$ մկմ երկարությամբ լույսային ալիք, որի տարածմանը կվարցե ապակու մանրաթելում համապատասխանում են լուսային ալիքի ամենափոքր կորուստներ և ցրումներ: Իսկ, օրինակ, գիշերային տեսողական սարքերում, որոնց գործողությունը հիմնված է երկար ինֆրակարմիր տիրույթի ($\lambda > 10$ մկմ) էլեկտրամագնիսական ալիքների կլանման երևույթի վրա, անհրաժեշտ է օգտագործել փոքր արգելված գոտիով նյութեր: Շատ հաճախ այդպիսի ֆոտոընդունիչներում օգտագործվում է $CdHgTe$ պինդ լուծույթը: Իսկ վերը նշված տիպի կիսահաղորդչային լազերներում որպես ակտիվ և սահմանափակող տիրույթներ սովորաբար օգտագործում են քառաբաղադրիչ $InGaAsP$ և եռաբաղադրիչ $AlGaAs$ պինդ լուծույթները:

2. Ստեղծել պահանջվող մեծությամբ ցանցի հաստատուն ունեցող կիսահաղորդիչ, որպեսզի այն հնարավոր լինի համակցել հնարավոր տակդիրների բյուրեղական ցանցերի հետ (էպիտաքսային կառուցվածք): Օրինակ՝ շատ նպատակների համար կարելի է օգտագործել $In_{0.53}Ga_{0.47}As$ պինդ լուծույթը, որի ցանցի հաստատունը համընկնում է լայնորեն տարածված և հաճախ որպես տակդիր ծառայող InP միացության ցանցի հաստատունի հետ,:

Բացի նշված երկու պատճառներից, պինդ լուծույթների օգտագործումը պայմանավորված է նաև մի շարք այլ հանգամանքներով, ինչպիսիք են հետերոանցում-

ների պատրաստումը, բազմահովիտ կիսահաղորդիչներում հովիտների փոխադարձ դիրքի ղեկավարումը, լիցքակիրների արդյունաբար զանգվածի և շարժունության նպատակային փոփոխությունները և այլն:

Համապատասխան ածի մեթոդով երկու՝ A և B կիսահաղորդիչների միախառնման արդյունքում ստացված համաձուլվածքի մասին անհրաժեշտ է ունենալ հետևյալ տեղեկությունները.

1. Ինչպիսի՞ն է ստացված բյուրեղական ցանցի կառուցվածքը:

Պինդ լուծույթների բաղադրիչ կիսահաղորդիչների մեծ մասն ունի ալմաստի կամ ցինկի խաբուսակի տիպի բյուրեղական կառուցվածք: Ուստի դրանց առաջացրած պինդ լուծույթները նույնպես ունեն նմանատիպ կառուցվածքներ: Այդպիսի նյութերի համար ցանցի հաստատումը սովորաբար ենթարկվում է Վեգարդի օրենքին, որի համաձայն A_xB_{1-x} տիպի պինդ լուծույթի ցանցի հաստատումը՝

$$a = xa_A + (1-x)a_B, \quad (1.1)$$

որտեղ x մեծությունը կոչվում է պինդ լուծույթի բաղադրություն և ցույց է տալիս, թե միջին հաշվով նրա բյուրեղական ցանցի հանգույցների որ մասն է զբաղված A տիպի ատոմներով: A_3B_5 տիպի միացությունների որոշ պինդ լուծույթների համար ցանցի հաստատումի կախումը բաղադրությունից բերված է նկ. 1-1 -ում:

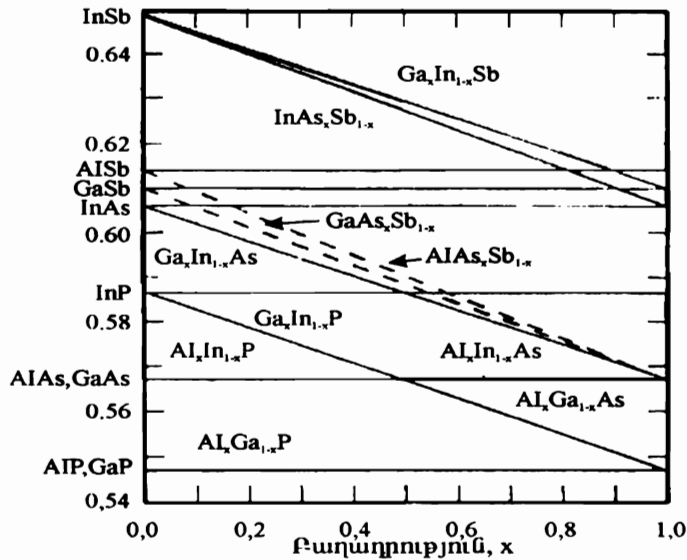
2. Ինչպե՞ս են A_xB_{1-x} պինդ լուծույթի բաղադրիչ ատոմները բաշխված նրա բյուրեղական ցանցի հանգույցներով: Այստեղ հնարավոր են մի շարք սահմանային դեպքեր.

ա) բոլոր A տիպի ատոմները հավաքված են մի տիրույթում, իսկ բոլոր B տիպի ատոմները՝ մեկ այլ տիրույթում: Այդպիսի պինդ լուծույթները կոչվում են *ֆազերով տարանջատված*:

բ) A և B տիպի ատոմները բաշխված են ցանցի հանգույցներով լրիվ պատահականորեն: Այս դեպքում այն բանի հավանականությունը, որ տվյալ A տիպի ատոմի ամենամոտ հարևան ատոմը A տիպի է՝ հավասար է x -ի, իսկ որ այն B տիպի է՝ հավասար է $(1-x)$: Նման պինդ լուծույթները կոչվում են *պատահական*:

գ) A և B տիպի ատոմները ձևավորում են խիստ կարգավորված, պարբերական կառուցվածք: Այդպիսի պինդ լուծույթները կոչվում են *գերցանցեր*:

Նկ. 1-2 -ում պատկերված են վերը նշված երեք դեպքերին համապատասխանող բաշխումները: Պինդ լուծույթի գոտիական կառուցվածքը էապես կախված է ատոմների կարգավորվածությունից: Էլեկտրոնիկայում և օպտոէլեկտրոնիկայում օգտագործվող պինդ լուծույթները, որպես կանոն, աճեցվում են այնպես, որ դրանք լինեն լրիվ պատահական: Սովորաբար շեղումը պատահական բաշխումից բերում է սարքի արդյունավետության նվազման:



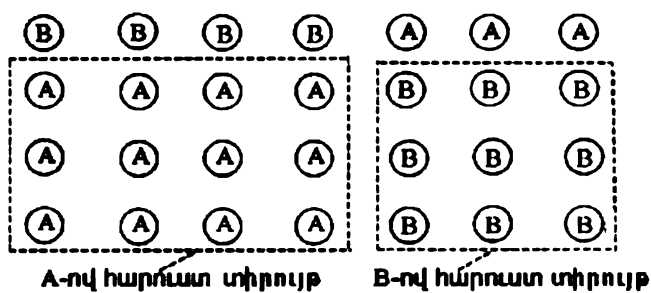
Նկ.1-1. A_3B_5 տիպի միացությունների մի շարք պինդ լուծույթների ցանցի հաստատունների կախումը բաղադրությունից: Բերված բոլոր դեպքերում տեղի ունի Վեգարդի օրենքը:

Ջերմադինամիկայի տեսանկյունից պինդ լուծույթների վերը բերված կառուցվածքային հատկություններն ընդհանուր դեպքում որոշվում են A և B բաղադրիչների լուծույթի $F = E - TS$ ազատ էներգիայի մինիմումով, որտեղ U -ն լուծույթի ներքին էներգիան է, T -ն՝ պինդ լուծույթի ածխ պրոցեսի ջերմաստիճանը, իսկ S -ը՝ համակարգի էնտրոպիան: Կատարյալ պատահական պինդ լուծույթն ունի ամենամեծ էնտրոպիան, քանի որ այն ներկայացնում է ամենաանկարգավորված վիճակը: Ֆազերով տարանջատված կամ կարգավորված պինդ լուծույթն օժտված է շատ ավելի փոքր էնտրոպիայով: Կարելի է օգտագործել մի պարզագույն մոտեցում, որը կօգնի հասկանալու այն շարժիչ ուժերը, որոնք վերջին հաշվով որոշում են ձևավորվող պինդ լուծույթի բնույթը:

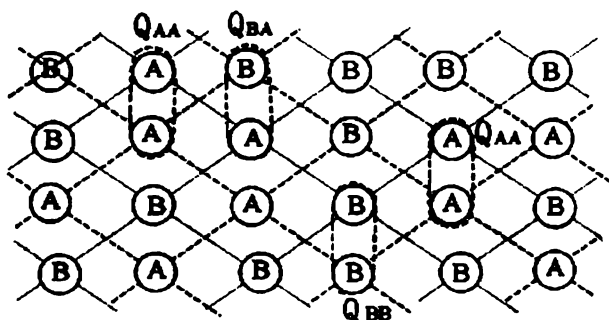
A_xB_{1-x} պինդ լուծույթի մոտակա հարևան ատոմների միջև կարող են գոյություն ունենալ երեք տիպի կապեր, որոնց էներգիաները նշանակենք V_{AA} -ով, V_{BB} -ով և V_{AB} -ով (նկատենք, որ կապի էներգիաները բացասական են): Սահմանենք

$$\Delta = \frac{1}{2}(V_{AA} + V_{BB}) - V_{AB} \quad (1.2)$$

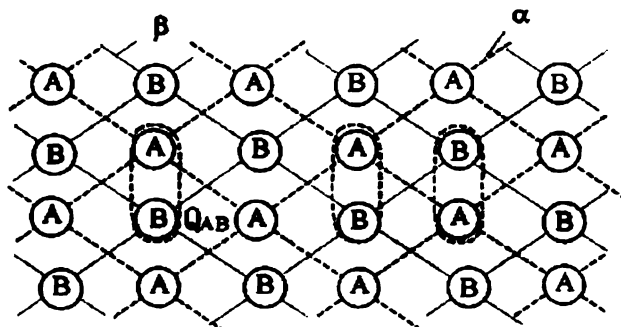
պարամետրը, որն իրենից ներկայացնում է ատոմների երկու տիպի դասավորությունների միջև եղած շահութային էներգիան: Այդ դասավորություններից մեկը համապատասխանում է այն դեպքին, երբ տրված ատոմը շրջապատված է իր նման, իսկ



ա)



բ)



գ)

Նկ. 1-2. ա) ֆազերով տարանջատված (կլաստերներով) պինդ լուծույթ; բ) պատահական պինդ լուծույթ; գ) կարգավորված պինդ լուծույթ (գերցանց):

երկրորդը՝ իրենից տարբեր ատոմներով: Հնարավոր են հետևյալ երեք որակական դեպքերը.

1. $|\Delta| \approx k_B T$ (k_B -ն Բոլցմանի հաստատունն է, իսկ T -ն բացարձակ ջերմաստիճանը), ինչը նշանակում է, որ գոյություն չունի ատոմների որևէ գերադասելի դա-

սավորություն: Այսպիսի պինդ լուծույթները կլինեն լրիվ պատահական բաշխված բաղադրիչներով (նկ.1-2, բ):

2. $|\Delta| \gg k_B T$ և $\Delta < 0$: Այս նշանակում է, որ նույն տիպի ատոմների միջև

կապը շատ ավելի ուժեղ է, քան տարբեր ատոմների միջև: Այս փաստը բերում է պինդ լուծույթներում ֆազերի տարանջատման կամ բաղադրության կլաստերների առաջացման: Այդպիսի դեպքերում ասում են, որ տվյալ պինդ լուծույթի համար գոյություն ունի անլուծելիության տիրույթ (նկ.1-2, ա):

3. $|\Delta| \gg k_B T$ և $\Delta > 0$: Այս դեպքում տվյալ տիպի ատոմը ծգտում է շրջա-

պատվել մյուս տիպի ատոմներով: Այն կարող է բերել պինդ լուծույթում ատոմների բնական կարգավորվածության և պարբերականության, ինչը կարևոր ազդեցություն կթողնի նաև նյութի էլեկտրոնային հատկությունների վրա:

Գործնականում հանդիպում են նշված երեք տիպերին պատկանող կիսահաղորդչային պինդ լուծույթներ: Մինչև կոնկրետ օրինակների քննարկումը կարևոր է նշել, որ պինդ լուծույթի բաղադրիչ ատոմների բաշխման վերաբերյալ վերը բերված որակական դատողությունները հիմնված են ազատ էներգիայի հասկացության վրա, ինչը կարող է արդարացված լինել, եթե բյուրեղների աճը տեղի է ունեցել ջերմադինամիկական հավասարակշռությանը մոտ պայմաններում:

Հեղուկային էպիտաքսիան և նման տեխնոլոգիաները համարվում են հավասարակշիռ մեթոդներ, քանի որ նրանցում բյուրեղների աճը տեղի է ունենում հավասարակշռությանը շատ մոտ պայմաններում: Հայտնի են նաև այնպիսի մեթոդներ, որոնցով բյուրեղների աճը կարող է իրականացվել ինչպես հավասարակշռությանը մոտ, այնպես էլ խիստ անհավասարակշիռ պայմաններում: Դրանց թվին են պատկանում մոլեկուլային փնջային էպիտաքսիան, մետաղ-օրգանական միացությունների գոլորշիներից քիմիական մատցումը կամ լազերային փոշենստեցումը:

Անհավասարակշիռ պայմաններում աճեցված պինդ լուծույթներում հաճախ առաջանում են որոշակի տիրույթներ (կլաստերներ), որտեղ բաղադրությունը միջինից մեծ շեղումներ ունի: Այդպիսի կլաստերները կարևոր դեր են խաղում լիցքակիրների շարժունության մեջ, քանի որ ուժեղ ցրման «կենտրոններ» են: Պինդ լուծույթներում ատոմների դասավորությունը բնութագրելու համար մտցվում են տարբեր ձևերով սահմանված *կարգի պարամետրեր*: Սահմանենք այդ պարամետրերը, օրինակ, $A_x B_{1-x}$ տիպի տեղակալման պինդ լուծույթի համար:

Սկսենք այն դեպքից, երբ A և B տիպի ատոմները պինդ լուծույթի բյուրեղական ցանցի հանգույցներով բաշխված են խիստ կարգավորված ձևով, և մենք գործ ունենք պարբերական կառուցվածքի հետ (նկ.1-2, գ): Այդպիսի կարգավորված պինդ լուծույթի բյուրեղական ցանցը կարելի է բաժանել երկու՝ α և β ենթացանցների, որոնցից α ենթացանցի բոլոր հանգույցները զբաղեցված են A տիպի ատոմներով, իսկ β ենթացանցի բոլոր հանգույցները՝ B տիպի ատոմներով: Մենք կհամարենք պինդ լուծույթը մասնակիորեն չկարգավորված, եթե ատոմների այդպիսի

տարաբաշխում ըստ ենթացանցների այլևս տեղի չունի և, հետևաբար, անհրաժեշտ է գտնել α և β ենթացանցների հանգույցները զբաղեցնող A և B տիպի ատոմների թիվը: Ամբողջ բյուրեղում հանգույցների թիվը նշանակենք N -ով, իսկ A և B տիպի ատոմների թվերը՝ N_A -ով և N_B -ով: Հասկանալի է, որ վերջիններս նաև α և β ենթացանցների հանգույցների թվերն են, ուստի $N = N_A + N_B$: Ըստ պինդ լուծույթի բաղադրության սահմանման $x = N_A/N$ և $1 - x = N_B/N$: Չկարգավորված պինդ լուծույթում A տիպի ատոմների մի մասը ($N_{A\alpha}$) գտնվում է α ենթացանցի, իսկ մյուս մասը ($N_{A\beta}$)՝ β ենթացանցի հանգույցներում: Նմանապես են բաշխված նաև B տիպի ատոմները ($N_{B\alpha}, N_{B\beta}$): Հասկանալի է, որ պետք է տեղի ունենան հետևյալ հավասարումները.

$$\begin{cases} N_{A\alpha} + N_{B\alpha} = N_{A\alpha} + N_{A\beta} = N_A = xN, \\ N_{A\beta} + N_{B\beta} = N_{B\alpha} + N_{B\beta} = N_B = (1-x)N : \end{cases} \quad (1.3)$$

Ընդ որում, պետք է նկատի ունենալ, որ $N_{A\beta} = N_{B\alpha}$: Այժմ կարող ենք գտնել տվյալ ենթացանցի հանգույցների այն մասը, որը պինդ լուծույթում զբաղեցված է տրված տիպի ատոմներով.

$$\begin{aligned} f_{A\alpha} &= \frac{N_{A\alpha}}{N_A} = \frac{N_{A\alpha}}{xN}; & f_{A\beta} &= \frac{N_{A\beta}}{N_B} = \frac{N_{A\beta}}{(1-x)N}; & f_{B\alpha} &= \frac{N_{B\alpha}}{N_A} = \frac{N_{B\alpha}}{xN}; \\ & & f_{B\beta} &= \frac{N_{B\beta}}{N_B} = \frac{N_{B\beta}}{(1-x)N} : \end{aligned} \quad (1.4)$$

Մեր կողմից վերը դիտարկված կարգավորված պինդ լուծույթի համար $f_{A\alpha} = f_{B\beta} = 1$: Լրիվ պատահական պինդ լուծույթում տվյալ տիպի ատոմների բաշխումը թե՛ α և թե՛ β ենթացանցների հանգույցներով հավասար հավանական է, և $f_{A\alpha} = f_{A\beta} = x$, $f_{B\alpha} = f_{B\beta} = 1 - x$: Ուստի ատոմների դասավորության կարգը նկարագրելու համար հարմար է մտցնել

$$R = \frac{f_{A\alpha} - x}{1 - x} = \frac{f_{B\beta} - (1 - x)}{x} \quad (1.5)$$

պարամետրը: Այստեղից հետևում է, որ կարգավորված պինդ լուծույթի համար $R = 1$, իսկ լրիվ պատահական պինդ լուծույթի համար $R = 0$: Վերը սահմանված R պարամետրը տալիս է կարգավորվածության այն աստիճանը, որով բնութագրվում է յուրաքանչյուր ենթացանցի բնակեցվածությունը «ծիշտ» տիպի ատոմներով (α -ն՝ A տիպով, իսկ β -ն՝ B տիպով): Այդ պարամետրը կոչվում է *հեռակա կարգի* պարա-

մետր, քանի որ նրա մեծությունը դեռևս ոչինչ չի ասում ընտրված ատոմի անմիջական շրջապատի մասին:

Ատոմների դասավորության մոտակա կարգը բնութագրելու համար մտցվում է մի նոր պարամետր σ , որը կոչվում է *մոտակա կարգի* պարամետր: Այն տալու համար անհրաժեշտ է գտնել AB տիպի *ամենամոտ* հարևան զույգերի թիվը: Հասկանալի է, որ այդպիսի տարբեր տիպի ատոմներից բաղկացած զույգերի թիվը կլինի առավելագույնը լրիվ կարգավորված պինդ լուծույթում և ամենափոքրը՝ լրիվ պատահական լուծույթում: Այսպիսի նկարագրությունն ունի խիստ տեղայնացված բնույթ, քանի որ այն արտացոլում է ոչ թե ենթացանցների բնակեցվածությունն ընդհանրապես, այլ տալիս է ատոմի մոտակա շրջապատի փոխդասավորությունը: Դիցուք՝ Q_{AB} -ն վերը նշված այնպիսի զույգերի թիվն է, որոնց մեջ մտնող A տիպի ատոմը գտնվում է α ենթացանցի հանգույցում, իսկ B տիպի ատոմը՝ β ենթացանցի հարևան ամենամոտ հանգույցում: Նմանապես Q_{BA} -ն այն զույգերի թիվն է, որոնց B ատոմն α ենթացանցի հանգույցում է, իսկ A ատոմը՝ β ենթացանցի: Բացի նման զույգերից, բյուրեղում հանդիպում են նաև AA և BB տիպի մոտակա հարևան ատոմական զույգեր, որոնց թվերը կնշանակենք համապատասխանաբար Q_{AA} -ով և Q_{BB} -ով: Հետևաբար, բյուրեղում մոտակա ատոմական զույգերի ընդհանուր թիվը կլինի՝

$$Q = Q_{AB} + Q_{BA} + Q_{AA} + Q_{BB} = \frac{1}{2} zN : \quad (1.6)$$

Այս արտահայտության մեջ z -ը բյուրեղական ցանցի կոորդինացիոն (մոտակա հարևանների) թիվն է: Օրինակ՝ խորանարդային ծավալակենտրոնացված ցանցի համար $z = 8$, իսկ նիստակենտրոնացվածի համար $z = 12$: Մենք հետաքրքրվում ենք տարբեր տիպի մոտակա հարևան ատոմներից կազմված զույգերով, որոնք բյուրեղի ընդհանուր զույգերի մեջ կկազմեն

$$q \equiv \frac{Q_{AB} + Q_{BA}}{Q} \quad (1.7)$$

մասը: Հասկանալի է, որ q -ի մեծությունը կախված է պինդ լուծույթի բաղադրությունից, ընդ որում լրիվ կարգավորված վիճակում այն հասնում է իր առավելագույն արժեքին՝ $q = q_m$, իսկ լրիվ պատահական պինդ լուծույթում ընդունում է իր փոքրագույն արժեքը՝ $q = q_0$: Հետևաբար, որպես *մոտակա կարգի* պարամետր կարելի է մտցնել

$$\sigma \equiv \frac{q - q_0}{q_m - q_0} \quad (1.8)$$

մծծությունը: Օրինակ, երբ $x = 0.5$, այսինքն՝ $N_A = N_B$, ապա լրիվ կարգավորված լուծույթում $Q_{AB} + Q_{BA} = Q$, և $q_m = 1$: Այսպիսի բաղադրությամբ լրիվ պատահական լուծույթում $Q_{AB} + Q_{BA} = Q_{AA} + Q_{BB}$ և $q_0 = 0.5$: Այսինքն՝ $A_{0.5} B_{0.5}$ բաղադրությամբ պինդ լուծույթի համար մոտակա կարգի պարամետրը կլինի՝ $\sigma = 2q - 1$:

Վերը բերված (1.8) բանաձևից երևում է, որ լրիվ պատահական լուծույթում, երբ $q = q_0$, $\sigma = 0$: Լրիվ կարգավորված վիճակում $q = q_m$ և $\sigma = 1$:

Մոտակա կարգի վերը բերված սահմանումը հիմնված էր տարբեր տիպի մոտակա զույգերի քանակների հաշվարկի վրա, որը, սակայն, կախված է պինդ լուծույթի ատոմների փոխդասավորվածության վիճակից: Վերջինիս որոշման համար անհրաժեշտ է բյուրեղական ցանցի բոլոր հանգույցները համարակալել և տալ յուրաքանչյուր հանգույցում գտնվող ատոմի տեսակը: Դա անելու համար կարելի է օգտվել հայտնի Այզինգի մոդելից, որը շատ հաճախ օգտագործվում է մագնիսական համակարգերում տեղայնացված մագնիսական մոմենտների պատահական բաշխումների ուսումնասիրման համար: Դրա համար մտցվում է մի σ_i փոփոխական (i -ով համարակալված են հանգույցները), որն ընդունում է երկու արժեք՝ $+1$, եթե տվյալ հանգույցը զբաղեցված է A տիպի ատոմով և -1 , եթե այն զբաղեցված է B տիպի ատոմով: Իմանալով ըստ հանգույցների σ_i թվերի բաշխման ֆունկցիան, կարելի է նկարագրել այն բոլոր երևույթները, որոնք պայմանավորված են պինդ լուծույթի անկարգավորվածությամբ:

Այժմ անցնենք պինդ լուծույթների գոտիական կառուցվածքի քննարկմանը, որը շատ ավելի բարդ է, քան պարզագույն կիսահաղորդիչների կամ կիսահաղորդչային միացությունների դեպքերում: Բանն այն է, որ, չնայած պինդ լուծույթը բյուրեղական նյութ է, նրա տարբեր բաղադրիչ ատոմներ պատահականորեն են բաշխված ցանցի հանգույցներով, ինչի հետևանքով ներբյուրեղական պոտենցիալն օժտված չէ տարածական պարբերականությամբ (բացառությամբ կարգավորված պինդ լուծույթի՝ գերցանցի դեպքի): Սա նշանակում է, որ այդպիսի բյուրեղում էլեկտրոնների ալիքային ֆունկցիաները այլևս չեն նկարագրվում բլոխյան ֆունկցիաներով: Ընդհանուր դեպքում էլեկտրոնային վիճակները չեն տրվում պարզագույն վազող ալիքներով, այլ շատ ավելի բարդ են և բնութագրվում են կոորդինատից կախված հավանականություններով: Պինդ լուծույթների բնական անկարգավորվածության հետևանքով միշտ գոյություն ունի զրոյից տարբեր հավանականություն, որ նրա որևէ վերջավոր V ծավալ (նույնիսկ լրիվ պատահական պինդ լուծույթի դեպքում) կլինի ավելի հարուստ A տիպի ատոմներով, քան դա պետք է լիներ միջին բաղադրության դեպքում: Այդպիսի տիրույթը կարող է գրավել էլեկտրոնին և ձևավորել տեղայնացված ալիքային ֆունկցիա: Պարզ է, որ ցածր ջերմաստիճաններում այդպիսի վիճակում գտնվող էլեկտրոնն այլևս ի վիճակի չէ մասնակցելու հաղորդականությանը, եթե, իհարկե, բացառվում է թունելային անցման հնարավորությունը: Ընդհա-

նուր դեպքում բոլոր էլեկտրոնային վիճակները կարելի է դասակարգել որպես տեղայնացվածների կամ ապատեղայնացվածների: Ապատեղայնացված վիճակները տարածված են բյուրեղի ամբողջ ծավալով, չնայած որ պարտադիր չէ, որ դրանք լինեն բլոխյան տիպի և ամենուրեք ունենան զրոյից տարբեր հավանականություն: Այն էներգիական մակարդակը, որը բաժանում է տեղայնացված և ապատեղայնացված վիճակները, կոչվում է *շարժունության շեմ* (այն սովորական կիսահաղորդչի թույլատրելի գոտու եզրի նմանակն է):

Պինդ լուծույթների գոտիական կառուցվածքի ուսումնասիրման հիմնական և լայնորեն կիրառվող մոտավոր մեթոդներից մեկը կոչվում է *վիրտուալ բյուրեղի* մոտավորություն: Այս մոտավորությունը հասկանալու համար նկ. 1-3 -ում սխեմորեն բերված է *A* և *B* ատոմներից բաղկացած միաչափ պինդ լուծույթում պոտենցիալ էներգիաների տարածական բաշխումը:

Ակնհայտ է, որ էլեկտրոնը, շարժվելով պինդ լուծույթում, պետք է զգա պատահական պոտենցիալի ազդեցությունը: Սակայն վիրտուալ բյուրեղի մոտավորությամբ այդպիսի պատահական պոտենցիալի փոխարեն դիտարկվում է մի միջինացված պարբերական պոտենցիալ, որը ստացվում է պինդ լուծույթի տվյալ նմուշի կազմի մեջ մտնող *A* և *B* տիպի ատոմների բոլոր հնարավոր դասավորություններով միջինացման արդյունքում, այսինքն՝

$$\bar{U}(\vec{r}) = x U_A(\vec{r}) + (1-x) U_B(\vec{r}) : \quad (1.9)$$

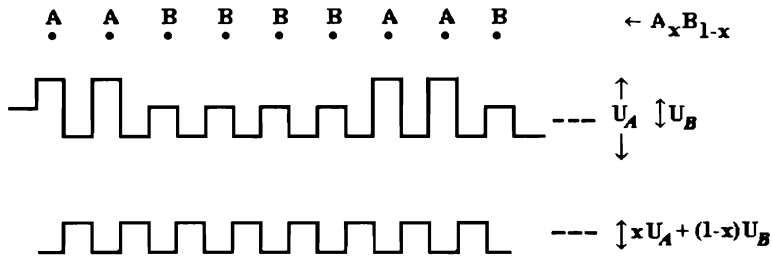
Եթե այժմ փորձենք ուսումնասիրել կիսահաղորդչի էներգիական սպեկտրը, օրինակ, ուժեղ կապի մոտավորությամբ, ապա ներբյուրեղական պոտենցիալի (1.9) տեսքը կբերի այն բանին, որ պինդ լուծույթը բնութագրող բոլոր մատրիցական տարրերը կներկայացվեն որպես *x* և $(1-x)$ կշիռներով միջինացված U_A և U_B պոտենցիալներին պատասխանող մատրիցական տարրեր: Հայտնի է, որ ուղիղ գոտիներով կիսահաղորդչի համար, երբ գոտիների էքստրեմումները Γ - տիպի են և գտնվում են Բրիլյուենի գոտու կենտրոնում, արգելված գոտու լայնությունը տրվում է ուժեղ կապի մոտավորության մատրիցական տարրերի գումարով, որի հետևանքով էլ կարելի է սպասել, որ պինդ լուծույթի արգելված գոտու լայնությունը՝

$$E_g^{\bar{A}} = x E_g^A + (1-x) E_g^B : \quad (1.10)$$

Սակայն բազմաթիվ պինդ լուծույթներում նկատվում են (1.10) գծային օրենքից շեղումներ, որոնց պատճառը նրանցում անկարգավորվածությունների մեծ աստիճանն է: Սովորաբար պինդ լուծույթի արգելված գոտու լայնությունը ներկայացվում է

$$E_g(x) = a + bx + cx^2 \quad (1.11)$$

տեսքով, որտեղ *a* -ն, *b* -ն և *c* -ն պարամետրեր են: Աղյուսակ 1.1 -ում բերված է $E_g(x)$ կախվածությունը մի շարք կիսահաղորդչային պինդ լուծույթների համար:



Նկ.1-3. Վիրտուալ բյուրեղի մոտավորության հիմնավորումը: Նկարի վերին մասում ցույց է տրված A և B տիպի ատոմների բաշխումը ցանցի հանգույցներով: Այդ ատոմների հետ կապված են U_A և U_B ատոմական կարծազդեցության պոտենցիալներ: Վիրտուալ բյուրեղում ենթադրվում է, որ էլեկտրոնները ապակենտրոնացված վիճակներում “տեսնում” են մի միջինացված պոտենցիալ՝ $xU_A + (1-x)U_B$, որն օժտված է տարածական պարբերականությամբ:

Նկ.1-4 -ում բերված են A^3B^5 տիպի տարբեր կիսահաղորդիչների և դրանց հնարավոր պինդ լուծույթների արգելված գոտիների փոփոխության միջակայքերը ինչպես ուղիղ (հոծ գծեր), այնպես էլ թեք գոտիների (կետագծեր) տիրույթներում: Աջ սանդղակի վրա բերված են նաև արգելված գոտիներին համապատասխանող ֆոտոնի ալիքի երկարություններն ըստ

$$\lambda_c = \frac{hc}{E_g} = \frac{1.24}{E_g \text{ (էՎ)}} \text{ մկմ} \quad (1.12)$$

բանաձևի (որտեղ h -ը Պլանկի հաստատունն է, c -ն՝ լույսի արագությունը վակուումում): Երևում է, որ A^3B^5 տիպի միացությունների պինդ լուծույթների օգնությամբ կարելի է ծածկել արգելված գոտիների բավականաչափ լայն միջակայք՝ սկսած 0.2 էՎ-ից մինչև 2.4 էՎ:

Վերջում նշենք, որ վիրտուալ բյուրեղի մոտավորությամբ գոտիների եզրերին մոտ գտնվող վիճակներում լիցքակրի արդյունաբար զանգվածն արտահայտվում է A և B բաղադրիչ նյութերի արդյունաբար զանգվածներով հետևյալ կերպ.

$$\frac{1}{m^*} = \frac{x}{m_A^*} + \frac{1-x}{m_B^*} : \quad (1.13)$$

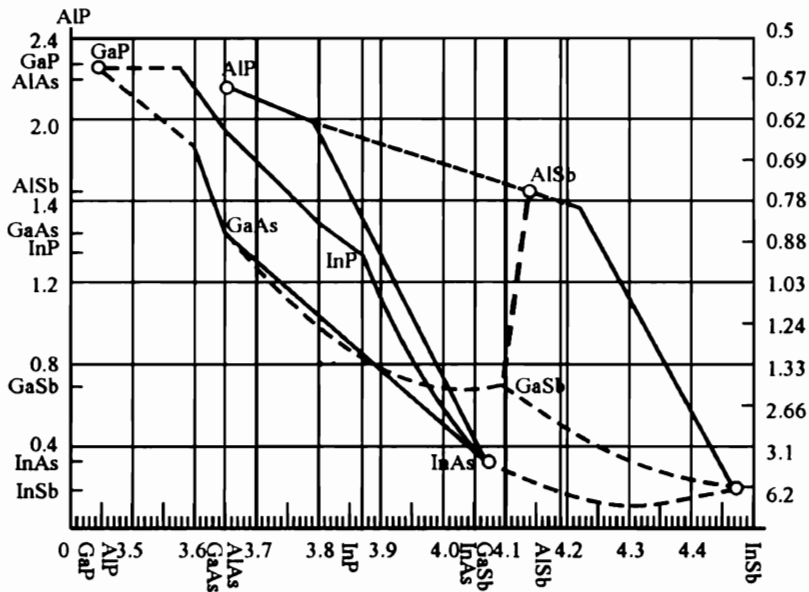
Պինդ լուծույթ	Արգելված գոտու լայնություն, E_g (էՎ)
$Al_xIn_{1-x}P$	$1.351 + 2.23x$
$Al_xGa_{1-x}As$	$1.424 + 1.247x$
$Al_xIn_{1-x}As$	$0.360 + 2.012x + 0.698x^2$
$Al_xGa_{1-x}Sb$	$0.726 + 1.129x + 0.368x^2$
$Al_xIn_{1-x}Sb$	$0.172 + 1.621x + 0.43x^2$
$Ga_xIn_{1-x}P$	$1.351 + 0.643x + 0.786x^2$
$Ga_xIn_{1-x}As$	$0.36 + 1.064x$
$Ga_xIn_{1-x}Sb$	$0.172 + 0.139x + 0.415x^2$
GaP_xAs_{1-x}	$1.424 + 1.150x + 0.176x^2$
$GaAs_xSb_{1-x}$	$0.726 - 0.502x + 1.2x^2$
InP_xAs_{1-x}	$0.360 + 0.891x + 0.101x^2$
$InAs_xSb_{1-x}$	$0.18 - 0.41x + 0.58x^2$

Աղյուսակ 1.1. A^3B^5 տիպի միացությունների պինդ լուծույթների արգելված գոտու լայնության կախումը բաղադրությունից ուղիղ գոտիների տիրույթում:

Այս հավասարումը հետևում է այն փաստից, որ

$$E(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m^*} = \frac{x \hbar^2 \vec{k}^2}{2m_A^*} + \frac{(1-x) \hbar^2 \vec{k}^2}{2m_B^*} : \quad (1.14)$$

Այսպիսով, մենք համոզվեցինք, որ պինդ լուծույթներում, փոփոխելով բաղադրությունը, կարելի է փոփոխել կիսահաղորդչի արգելված գոտու լայնությունը, ցանցի հաստատունը և ստանալ պահանջվող պարամետրերով նյութեր: Այսպիսի արհեստական կիսահաղորդիչներից մի քանիսը հատկապես կարևոր դեր են խաղացել էլեկտրոնիկայում և օպտոէլեկտրոնիկայում: Համառոտ քննարկենք դրանցից մի քանիսի հատկությունները:



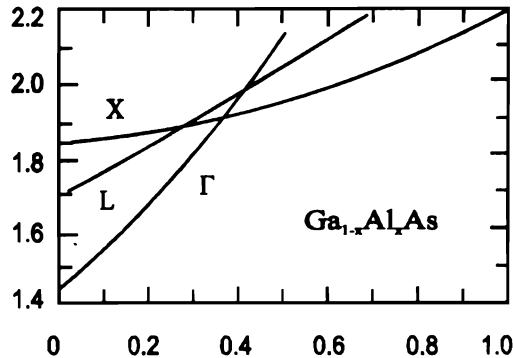
Նկ.1-4. A^3B^5 տիպի կիսահաղորդչային միացությունների պինդ լուծույթների արգելված գոտիների և ցանցի հաստատունների փոփոխման միջակայքերը:

§1.2 Որոշ կիսահաղորդչային պինդ լուծույթների գոտիական կառուցվածքը

GaAs – AlAs պինդ լուծույթներ

Այս համակարգում ձևավորվող $Ga_{1-x}Al_xAs$ տիպի պինդ լուծույթները թերևս ամենակարևոր և ամենամոդելային պինդ լուծույթներն են: Դրանց հիման վրա ստեղծվել են մի շարք բարձր արագագործությամբ էլեկտրոնային սարքեր (օրինակ՝ մոդուլված լեզիրմամբ դաշտային տրանզիստորներ), ինչպես նաև այնպիսի օպտոէլեկտրոնային սարքեր, ինչպիսիք են մոդուլարարները, ֆոտոընդունիչները և լազերները: $GaAs$ -ի տակդիրի հետ ցանցի հաստատունով գրեթե իդեալական համընկման պատճառով $Ga_{1-x}Al_xAs$ պինդ լուծույթները հանդիսացել են մեծ թվով քվանտային փոսերով կառուցվածքների բաղադրիչ մաս: Այս պինդ լուծույթին բնորոշ են նաև մի շարք հետաքրքիր հատկություններ՝ պայմանավորված Al -ի բաղադրության մեծացմանը զուգընթաց նրա գոտիական կառուցվածքի ձևափոխմամբ՝ ուղիղից դեպի թեք: Նկ. 1-5 -ում ցույց է տրված հաղորդականության գոտու հովիտների եզրերի դիրքերի կախումը պինդ լուծույթի բաղադրությունից: Նկարից երևում է, որ $x > 0,4$ դեպքում X հովիտն ավելի ցածր է, քան Γ կամ L հովիտները, ինչի պատճառով էլ մեծ թվով գործնական կիրառությունների համար նպատակահարմար

է օգտագործել միայն $x < 0,4$ բաղադրությամբ $Ga_{1-x}Al_xAs$ պինդ լուծույթներ: Պարզվում է նաև, որ երբ $x \approx 0,4$, ապա պինդ լուծույթում ի հայտ են գալիս յուրահատուկ տիպի խոր մակարդակներ, որոնք կոչվում են “ $D-X$ կենտրոններ”: Այդ կենտրոնների բնույթը դեռևս այնքան էլ պարզ չէ, միայն հայտնի է, որ դրանց



Նկ.1-5. $Ga_{1-x}Al_xAs$ պինդ լուծույթի հաղորդականության գոտու հովիտների եզրերի կախվածությունը բաղադրությունից:

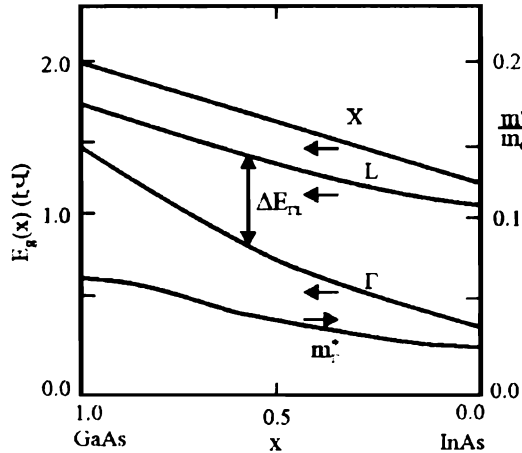
հանդես գալը կապված է այն փաստի հետ, որ հաղորդականության գոտու երեք՝ Γ, X, L հովիտներն ունեն գրեթե նույն էներգիան:

$InAs - GaAs$ պինդ լուծույթներ

Այս պինդ լուծույթները կարող են սկզբունքորեն ծածկել արգելված գոտիների բավական լայն տիրույթ՝ 0.39 էՎ -ից մինչև 1.5 էՎ: Սակայն $InAs$ և $GaAs$ -ի միջև գոյություն ունի ցանցի հաստատունների մեծ՝ մոտ 7%, տարբերություն, որը կարող է էական դեր խաղալ ստացվող պինդ լուծույթների հատկություններում: Տարբեր բաղադրությամբ $In_xGa_{1-x}As$ պինդ լուծույթները լայն կիրառություններ են գտել գերարագագործ տրանզիստորներում և հատուկ մանրաթելային օպտիկական կապի համար ստեղծված կիսահաղորդչային լազերներում: Երբ $x = 0,53$, $In_xGa_{1-x}As$ պինդ լուծույթի ($E_g = 0,8$ էՎ) ցանցի հաստատունը ճշգրտորեն համընկնում է InP -ի ($E_g = 1,35$ էՎ) ցանցի հաստատունի հետ, և այն կարող է ծառայել որպես իդեալական տակդիր: Վերջինս ցանցի հաստատունով համընկնում է նաև $InAs$ -ի վրա հիմնված մեկ այլ պինդ լուծույթի՝ $In_{0.52}Al_{0.48}As$ -ի ($E_g = 1,45$ էՎ) ցանցի հետ: Հետևաբար՝ $In_{0.53}Al_{0.47}As$ -ի հիման վրա կարելի է ստեղծել քվան-

տային փոսեր շրջափակված InP -ի կամ $In_{0.52}Al_{0.48}As$ -ի արգելքային տիրույթներով: Նկ.1-6 -ում բերված է $In_xGa_{1-x}As$ պինդ լուծույթի գոտիական կառուցվածքի կախվածությունը նրա բաղադրությունից:

Բացի ցանցով համակցված պինդ լուծույթներից, մեծ հետաքրքրություն են ներկայացնում նաև տակդիրի ցանցի հաստատունից մեծ շեղումներ ունեցող պինդ լուծույթները (օրինակ՝ $GaAs$ -ի տակդիրի վրա աճեցված $In_xGa_{1-x}As$ -ը): Այս դեպքում պինդ լուծույթի աճեցված շերտերում առաջանում են շատ ուժեղ մեխանիկա-



Նկ.1-6. $In_xGa_{1-x}As$ պինդ լուծույթի հազորդականության գոտու Γ, X, L հովիտների դիրքերի կախվածությունները x բաղադրությունից: Աջ սանդղակի վրա ցույց է տրված էլեկտրոնների արդյունադարձ զանգվածի մեծությունը պինդ լուծույթում: $x = 0,53$ դեպքում պինդ լուծույթը բնութագրվում է փոքր արդյունադարձ զանգվածով ($m_F^* = 0,04 m_0$) և մեծ $\Gamma - L$ և $\Gamma - X$ միջհովտային հեռավորություններով, ինչը նման պինդ լուծույթները դարձնում է հեռանկարային նյութեր բարձրհաճախային և բարձրավոլտ էլեկտրոնիկայի համար:

կան լարումներ, ինչի արդյունքում նրա գոտիական կառուցվածքը ձեռք է բերում մի շարք նոր հատկություններ, որոնք կարող են օգտագործվել արագագործ էլեկտրոնային և օպտոէլեկտրոնային սարքերի նախագծման համար:

Վերջին տարիներին $GaAs / InGaAs$ մեխանիկորեն լարված հետերոանցումները լայնորեն կիրառվում են նաև, այսպես կոչված, Ստրանսկի-Կրաստանովի մեթոդով քվանտային կետերի աճեցման համար: Երբ $GaAs$ -ի վրա նստեցված է մի քանի մենաշերտի հաստությամբ $InAs$ կամ $In_xGa_{1-x}As$, որոնց ցանցերի հաստատունները զգալի տարբերվում են $GaAs$ -ի ցանցի հաստատունից, ապա առաջացած հսկայական մեխանիկական լարումներով շերտերը գտնվում են շատ անկայուն վիճակում, և աճի ջերմաստիճանը ցածրացնելիս ջերմադինամիկորեն ավելի

շահավետ է դառնում այդ հարթ շերտերի տրոհումը և $GaAs$ -ի մակերևույթին մեծ թվով կղզյակների ձևավորումը: Սովորաբար այդ կղզյակներն ունեն բուրգի կամ կիսաուռուցիկ ոսպնյակի տեսք, իսկ նրանց չափերը $100\text{\AA}$ -ի կարգի են: Այս եղանակով հնարավոր է աճեցնել մեծ խտությամբ քվանտային կետեր նաև կիսահաղորչային այլ համակարգերում:

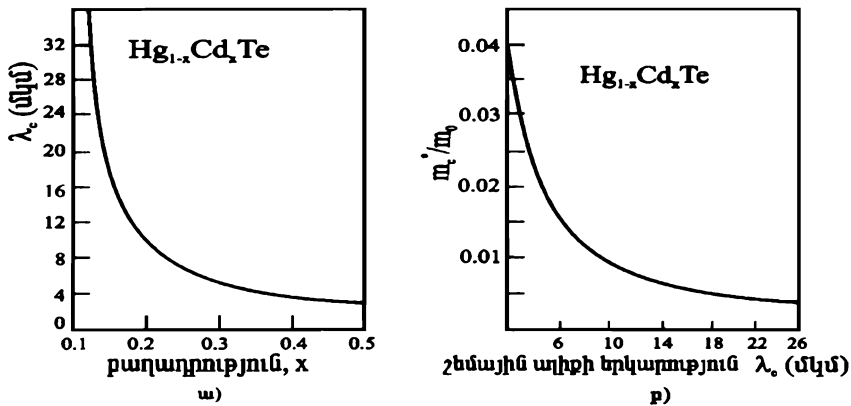
$HgTe - CdTe$ պինդ լուծույթներ

$Hg_{1-x}Cd_xTe$ պինդ լուծույթներն օժտված են բազմակողմանի հատկություններով: Դրանց երկու բաղադրիչների ցանցի հաստատունները մեծ ճշտությամբ համընկնում են և կարող են առաջացնել անընդհատ պինդ լուծույթներ x -ի կամայական արժեքի դեպքում: $Hg_{1-x}Cd_xTe$ պինդ լուծույթները ծածկում են արգելված գոտիների լայն տիրույթ՝ 0 -ից մինչև 1.5 էՎ, մնալով միշտ ուղիղ անցումներով կիսահաղորդիչ: Համեմատաբար նեղ արգելված գոտու շնորհիվ այսպիսի պինդ լուծույթները հիմնականում կիրառվում են գիշերային տեսողության, արդյունաբերական կամ բժշկական նպատակներով ջերմային դաշտերի երևակման (կերպավորման), խիտ մառախուղի միջով պատկերների երևակման և այլ սարքերում: Որպես դիտարկվող պինդ լուծույթների առավելություն կարելի է համարել նաև այն, որ դրանք կարելի է աճեցնել լայնորեն տարածված $CdTe$ -ի, $ZnTe$ -ի, Si -ի և $GaAs$ -ի տակդիրների վրա: Մասնավորապես, այս փաստը հնարավորություն է ընձեռում $Hg_{1-x}Cd_xTe$ -ի վրա հիմնված ինֆրակարմիր ֆոտոընդունիչներն ինտեգրելու $GaAs$ -ի վրա աշխատող արագագործ սարքերի կամ մեծ խտությամբ սիլիցիումային միկրոսխեմաների հետ:

Հայտնի է, որ $HgTe$ -ն ունի «բացասական» արգելված գոտի: s -տիպի վիճակներից առաջացած Γ -գոտին, որը սովորական կիսահաղորդիչներում ձևավորում է հաղորդականության գոտին, $HgTe$ -ում ընկած է ավելի ցածր, քան p -տիպի Γ -գոտիները: Պինդ լուծույթում $CdTe$ -ի բաղադրության աճին զուգընթաց կարելի է ստանալ արգելված գոտիների լայն միջակայք: Էլեկտրոնների արդյունաբար զանգվածի փոքրության և շատ մեծ շարժունության շնորհիվ դիտարկվող պինդ լուծույթները դառնում են գրավիչ նաև արագագործ սարքերի համար: $Hg_{1-x}Cd_xTe$ պինդ լուծույթի արգելված գոտու լայնությունը (էՎ -ով) տրվում է հետևյալ առնչությամբ՝

$$E_g(x) = -0.3 + 1.9 x : \quad (2.1)$$

Նկ.1-7 -ում բերված են տարբեր բաղադրությամբ $Hg_{1-x}Cd_xTe$ պինդ լուծույթների արգելված գոտիներին համապատասխանող ալիքի երկարությունները և էլեկտրոնի արդյունաբար զանգվածները:



Նկ.1-7. ա) $Hg_{1-x}Cd_xTe$ պինդ լուծույթի շենային ալիքի երկա-
րության կախումը նրա բաղադրությունից: բ) Տարբեր շենային
ալիքի երկարությամբ պինդ լուծույթներում էլեկտրոնի արդյունա-
րար զանգվածը:

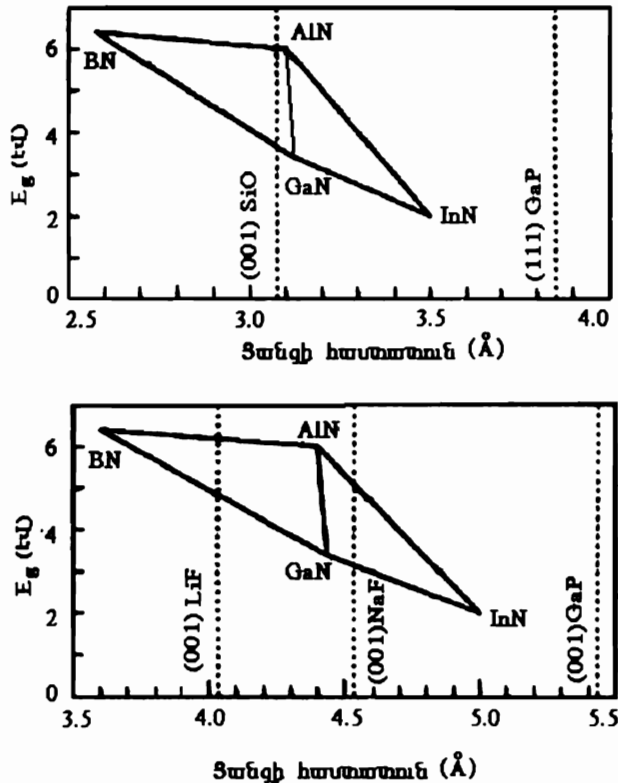
Si – Ge պինդ լուծույթներ

Գերմանիումի և սիլիցիումի ցանցի հաստատունների տարբերությունը կազմում է մոտավորապես 4%, այդ պատճառով էլ շատ դժվար է գտնել համապատասխան տակ-
դիրներ աճեցվող Si_xGe_{1-x} պինդ լուծույթների համար: Այդպիսի պինդ լուծույթները միշտ օժտված են ոչ ուղիղ գոտիներով, ուստի նրանք օպտոէլեկտրոնային սարքերի համար մեծ նշանակություն չունեն: Սակայն վերջին տարիներին Si_xGe_{1-x} պինդ լու-
ծույթի նկատմամբ ի հայտ է եկել որոշակի հետաքրքրություն այն պատճառով, որ այն կարող է $Si-Si_xGe_{1-x}$ հետերոանցման մեջ ծառայել որպես փոքր արգելված գոտի-
ով տիրույթ, ինչը թույլ է տալիս այդպիսի հետերոանցումը ներառնել սիլիցիումային ինտեգրալային սխեմաներում: Հայտնի է, որ սիլիցիումի հաղորդականության գո-
տու հիմնական մինիմումը գտնվում է Բրիլյուենի գոտու X համաչափության կե-
տում, իսկ գերմանիումինը՝ L - կետում: Գերմանիումի մինչև 85% պարունակության
դեպքում $Si_{1-x}Ge_x$ պինդ լուծույթի հիմնական մինիմումը մնում է X - կետում, իսկ
ավելի մեծ պարունակությունների համար այն տեղափոխվում է L -կետ՝ փոխելով
իր համաչափությունը:

GaN – InN և այլ նիտրիդների պինդ լուծույթներ

Վերջին տարիներին մեծ հետաքրքրություն է առաջացել նաև մեծ ($E_g > 2$ էՎ)
արգելված գոտիով կիսահաղորդիչների նկատմամբ: Այդպիսի կիսահաղորդիչները
հատկապես կարևոր նշանակություն ունեն բարձր ջերմաստիճանային պայմաններ-

րում աշխատող սարքերի համար: Ուժային էլեկտրոնիկայի սարքերի ապագան նույնպես կապված է մեծ արգելված գոտիով կիսահաղորդիչների ստացման և մշակման տեխնոլոգիաների զարգացման հետ, քանի որ, ինչպես հայտնի է, $p-n$ -անցումների ծակման լարումը մեծանում է արգելված գոտու լայնության մեծացմանը զուգընթաց: Նշենք նաև, որ մեծ արգելված գոտիով ուղիղ անցումներով կիսահաղորդիչները հնարավորություն են տալիս ստեղծելու կապույտ և սպիտակ լույսի աղբյուրներ: Այս փաստի նշանակությունը դժվար է գերազնահատել, եթե նկատի ունենանք էներգիայի այն խնայողությունները, որոնք ուղղակիորեն կստացվեն փոքր օգ-



Նկ. 1-8. Ցինկի խաբուսակի կառուցվածքով միտրիդների արգելված գոտու մեծությունները, ցանցի հաստատունները և դրանց հնարավոր պինդ լուծույթները:

տակար գործողության գործակից ունեցող շիկացման լամպերը կիսահաղորդչային սպիտակ լուսադիոդներով փոխարինելու արդյունքում: Հայտնի է նաև, որ ժամանակակից խտաշատ սկավառակների վրա գրված ինֆորմացիայի վերարտադրման համար օգտագործվում են գալիումի արսենիդի $\lambda \approx 0,8$ մկմ ալիքի երկարությամբ «կարմիր» լազերներ: Եթե այդ նույն բանը կատարվի մեծ արգելված գոտիով կիսա-

հաղորդիչների վրա հիմնված «կապույտ» ($\lambda \approx 0,4$ մկմ) լազերի օգնությամբ, ապա հնարավոր կլինի մի քանի անգամ մեծացնել սկավառակի հիշողության ծավալը:

Մեծ արգելված գոտիով կիսահաղորդիչների թվին են պատկանում այսպես կոչված նիտրիդները՝ A_3B_5 տիպի InN , GaN , AlN և BN միացությունները և դրանց պինդ լուծույթները: Նկ. 1-8 -ում բերված են այդ նյութերի արգելված գոտիների և ցանցի հաստատունների փոփոխության միջակայքերը: Անհրաժեշտ է նշել, որ այս նյութերը կարող են աճեցվել ինչպես վյուրցիտի, այնպես էլ ցինկի խաբուսակի բյուրեղական ցանցերով: Հաճախ գերադասելի են ցինկի խաբուսակի ցանցով ֆազերը, քանի որ դրանց համար կան InP -ի և $GaAs$ -ի՝ ցանցի հաստատուններով մոտ տակդիրներ: Նկ. 1-8 -ից երևում է, որ $Ga_xIn_{1-x}N$ պինդ լուծույթները կարող են ծածկել արգելված գոտու 2 էՎ -ից մինչև 3.5 էՎ միջակայքը:

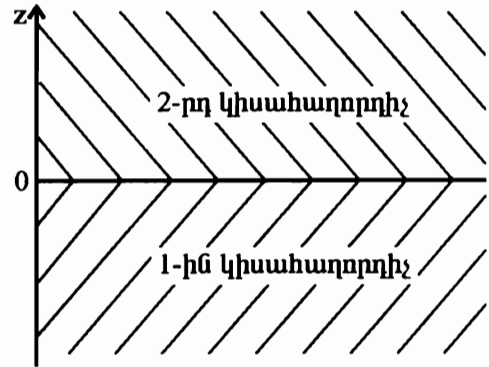
Վերջում անհրաժեշտ է նշել, որ նիտրիդների և նրանց պինդ լուծույթների աճեցումը կապված է մի շարք դժվարությունների հետ: Առաջին հերթին դա պայմանավորված է նրանով, որ աճի պրոցեսում սովորաբար առաջանում են ազոտի ատոմների մեծ թվով թափուրքներ, որոնք դոնորական կենտրոնների դեր են խաղում և դժվարացնում են p -տիպի նյութերի ստացումը: Սակայն, ներկայումս մոլեկուլային փնջային կամ մետաղ-օրգանական միացությունների գազաֆազային էպիտաքսիայի մեթոդները հնարավորություն են տալիս հաղթահարելու այս դժվարությունը:

§1.3 Հետերոանցումներ, նրանց գոտիական կառուցվածքը և տեսակները

Կիսահաղորդիչների էներգիական գոտիների փոփոխության մյուս եղանակը հիմնված է հետերոանցումների վրա: Հետագայում մենք կուսումնասիրենք ցածր չափայնությամբ էլեկտրոնային գազ պարունակող զանազան միկրոկառուցվածքներ և կտեսնենք, որ դրանց կազմում սովորաբար պարունակվում են մի քանի հետերոանցումներ:

Հետերոանցումը սահմանվում է որպես երկու տարբեր տիպի կիսահաղորդիչների անմիջական հպման տիրույթ (բաժանման սահման, հպակ): Նկ. 1-9 -ում բերված է պարզագույն հետերոանցման սխեման, որտեղ $z = 0$ հարթությունը հետերոանցման բաժանման սահմանն է: Այդ հարթությունից ներքև գտնվում է 1-ին տիպի կիսահաղորդիչ, իսկ վերևում՝ 2-րդ տիպի կիսահաղորդիչ: Օրինակ, եթե 1-ին կիսահաղորդիչը $GaAs$ է, իսկ 2-ը՝ Ge , ապա կունենանք $GaAs/Ge$ հետերոանցումը:

Կախված այն փաստից, թե բաժանման սահմանից հաշված ինչ հեռավորության վրա է տեղի ունենում անցում մի նյութից մյուսին, հետերոանցումները լինում են երկու տիպի՝ կտրուկ և սահուն: Կտրուկ հետերոանցում ստացվում է, երբ անցումը կատարվում է մի քանի ցանցի հաստատունի հավասար հեռավորության վրա: Եթե անցումը մի նյութից մյուսը կատարվում է սահուն ձևով՝ լիցքակիրների մի քանի դիֆուզիոն երկարության կարգի հեռավորությունների վրա, ապա այդպիսի հետերոանցումը կոչվում է սահուն հետերոանցում կամ վարիզոնային կիսահաղորդիչ:



Նկ. 1-9. Կիսահաղորդչային հետերոանցման սխեման:

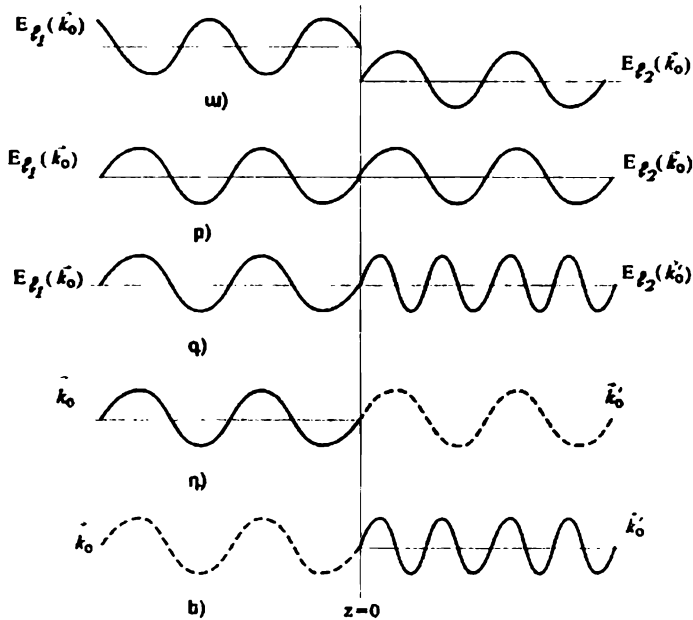
Հաճախ հետերոանցումները դասակարգվում են նաև ըստ նրանց կազմի մեջ մտնող տիրույթների հաղորդականության տիպերի: Եթե հետերոզույգ կազմող երկու կիսահաղորդիչներն ունեն մույն տիպի հաղորդականություն, ապա հետերոանցումը կոչվում է *իզոտիպ*: Հակառակ դեպքում այն կոչվում է *անիզոտիպ*:

Մենք այսուհետև կգրադվենք միայն կտրուկ հետերոանցումների ուսումնասիրությամբ: Առաջին կարևոր խնդիրը հետերոանցման էլեկտրոնային վիճակների բնույթի հետազոտումն է: Նախ՝ ենթադրենք, որ կիսահաղորդիչները լեգիրված չեն (ազատ լիցքակիրների և իոնացված խառնուրդների ազդեցությունը հետերոանցման գոտիական կառուցվածքի վրա կքննարկվի ավելի ուշ) և դիտարկենք չլեգիրված հետերոանցումներում տարբեր մեկէլեկտրոնային վիճակների վարքը:

Հարկ է սկզբից նկատել, որ հետերոանցման մեջ բացակայում է բյուրեղի եռաչափ տեղափոխական համաչափությունը: Ավելի շուտ նրա կառուցվածքին բնորոշ է *երկչափ տեղափոխական համաչափությունը*: Հետևաբար՝ ընդհանուր դեպքում մեկէլեկտրոնային վիճակները բնութագրվում են $\psi_{\vec{k}_{||}}(r_{||}, z)$ տիպի ալիքային ֆունկ-

ցիաներով, որոնք հետերոանցման բաժանման սահմանին զուգահեռ հարթությունների մեջ ըստ $\vec{r}_{||}$ երկչափ շառավիղ-վեկտորից և $\vec{k}_{||}$ երկչափ քվադրալիքային վեկտորից ունեցած կախվածության Բլոխի ֆունկցիաների տիպի են: Էներգիայի համապատասխան սեփական արժեքները ձևավորում են թույլատրելի գոտիներ հետերոանցման Բրիլյուենի առաջին երկչափ գոտում: Պարզվում է, որ եթե հետերոզույգ կազմող կիսահաղորդիչներից յուրաքանչյուրը դիտարկվի որպես զանգվածային, անվերջ մեծ նմուշ, ապա դրանցից յուրաքանչյուրի էներգիայի սեփական արժեքները՝ $E_{l_1}(\vec{k})$ և $E_{l_2}(\vec{k})$, համարյա ամբողջությամբ հանդիսանում են նաև դրանց միջև ձևավորված հետերոանցման էներգիայի սեփական արժեքները: Հետևաբար՝

հետերոանցման ձևավորման հետևանքով առավել մեծ փոփոխության են ենթարկվում այդ գոտիների սեփական ֆունկցիաները: Որպեսզի դա հասկանանք, դիտարկենք սկզբնական $\vec{k}_0$ քվազիալիքային վեկտորով բնութագրվող որևէ վիճակ: Ճնարավոր են հետևյալ դեպքերը.



Նկ. 1-10. Տարբեր տիպի էլեկտրոնային վիճակներ հետերոանցումներում:

1. Երկրորդ նյութի $E_{\ell_2}(\vec{k}_0)$ էներգիական մակարդակը չի համընկնում 1-ին նյութի նույն $\vec{k}_0$ -ով բնութագրվող որևէ թույլատրելի գոտիական մակարդակի հետ՝ $E_{\ell_2}(\vec{k}_0) \neq E_{\ell_1}(\vec{k}_0)$: Այդ դեպքում տվյալ $\vec{k}_0$ -ով բնութագրվող սեփական ֆունկցիան կլինի տեղայնացված 2-րդ նյութում: Այն հավասարապես բաշխված է $0 < z < +\infty$ կիսանվերջ տիրույթում և ձևավորում է 2-րդ նյութին բնորոշ բլոխյան վիճակ:
- Այդպիսի վիճակ բերված է նկ.1-10, ա -ում, որտեղ էներգիական մակարդակները պատկերված են $z = 0$ -ից դեպի $\pm \infty$ գնացող հորիզոնական գծերով: Ճիշտ է և հակառակը. եթե $\vec{k}_0$ -ին համապատասխանող 1-ին նյութի $E_{\ell_1}(\vec{k}_0)$ էներգիական մակարդակը չի համընկնում 2-րդ նյութի թույլատրելի որևէ $E_{\ell_2}(\vec{k}_0)$ մակարդակի հետ, ապա համապատասխան վիճակը ձևավորում է 1-ին նյութի ծավալային վիճակ՝ $-\infty < z < 0$ կիսանվերջ տարածության մեջ:

2. Տրված $\vec{k}_0$ -ի համար ինչպես 1-ին, այնպես էլ 2-րդ կիսահաղորդիչներում գոյություն ունեն իրար հետ համընկնող էներգիական մակարդակներ՝ $E_{\epsilon_1}(\vec{k}_0) = E_{\epsilon_2}(\vec{k}_0)$: Այդ դեպքում համապատասխան ալիքային ֆունկցիան տարածվում է ամբողջ հետերոանցմամբ (նկ. 1-10,բ):

3. Վերջապես, հնարավոր է, որ 1-ին և 2-րդ նյութերում գոյություն ունենան իրար հետ համընկնող էներգիական մակարդակներ, որոնք ոչ միայն պատկանում են տարբեր թույլատրելի գոտիների, այլև նրանց համապատասխանում են ալիքային վեկտորի տարբեր $\vec{k}_0$ և $\vec{k}'_0$ արժեքներ՝ $E_{\epsilon_1}(\vec{k}_0) = E_{\epsilon_2}(\vec{k}'_0)$: Թե ինչպիսին կլինի այս դեպքում ալիքային ֆունկցիան՝ միանգամից պարզ չէ: Եթե $z = 0$ հարթության մեջ հնարավոր է համապատասխան ալիքային ֆունկցիաները և նրանց ածանցյալները համակցել, ապա կարող են գոյություն ունենալ ամբողջ հետերոկառուցվածքով՝ $-\infty$ մինչև $+\infty$, տարածվող վիճակներ (տես նկ.1-10, գ): Իսկ եթե դա անել հնարավոր չէ, ապա համապատասխան երկու սեփական ֆունկցիաները կմնան տեղայնացված՝ յուրաքանչյուրն իր տիրույթում (նկ.1-10, դ, ե):

Պետք է նշել, որ իրավիճակն այստեղ ճշգրտորեն նման է էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածմանը մի կիսաանվերջ դիէլեկտրիկից մյուսը. որոշ ալիքային վեկտորների համար էլեկտրամագնիսական ալիքները կարող են մի տիրույթից անցնել մյուսը, իսկ այլ վեկտորների համար կարող է տեղի ունենալ լրիվ ներքին անդրադարձում (ինչպես դա ցույց է տրված նկ. 1-10 դ) -ում կամ ե) -ում):

Վերջում անհրաժեշտ է նշել, որ, բացի դիտարկված ծավալային վիճակներից, հետերոանցման ձևավորման հետևանքով կարող են առաջանալ այնպիսի ստացիոնար վիճակներ, որոնց համապատասխանող էներգիայի սեփական արժեքները չեն պատկանում հետերոգույգի կազմի մեջ մտնող կիսահաղորդիչների թույլատրելի էներգիական գոտիներին: Այդպիսի վիճակների ալիքային ֆունկցիաները տեղայնացված են բաժանման սահմանի մոտ և նրանից հեռանալիս էքսպոնենցիալ օրենքով նվազում են: Դրանք կոչվում են կապված *միջսահմանային* վիճակներ: Այդ վիճակների մակերևութային խտությունը կախված է հետերոանցման կատարելությունից: Եթե հետերոանցումը ձևավորող կիսահաղորդիչները բաղկացած են քիմիապես նման ատոմներից, ինչպես, օրինակ, *GaAs* և *AlAs* հետերոգույգի դեպքում, ապա բաժանման սահմանի գրգռումները շատ թույլ են և միջսահմանային վիճակներ գրեթե չեն առաջանում:

Այժմ ուսումնասիրենք հետերոանցման գոտիական կառուցվածքը: Սահմանափակվենք միայն այնպիսի կիսահաղորդիչների դիտարկմամբ, որոնց վալենտական գոտու մաքսիմումը գտնվում է Բրիլլուենի գոտու կենտրոնում: Այս պայմանին բավարարում է այսօր հայտնի կիսահաղորդիչների գերակշռող մասը:

Հայտնի է, որ կիսահաղորդիչների ֆիզիկայում, երբ գործ ունենք միայն մեկ անվերջ, ծավալային նմուշի հետ, կարևոր է միայն նրա թույլատրելի և արգելված գոտիների փոխադարձ դասավորությունը, և այդ պատճառով էներգիայի հաշվարկման սկզբնական ելակետը կարող է ընտրվել կամայականորեն: Սովորաբար որպես այդպիսի սկզբնական ելակետ է ընտրվում է հաղորդականության գոտու հատակը կամ վալենտական գոտու առաստաղը: Հետերոանցման դեպքում վիճակը տարբեր է, քանի որ միաժամանակ գործ ունենք երկու նյութի հետ, այնինչ էներգիայի հաշվարկման սկզբնական ելակետ է նույնը լինի ամբողջ համակարգի (հետերոանցման) համար: Եթե որպես էներգիայի զրո ընտրվում է որևէ նյութի վալենտական գոտու մաքսիմումը, ապա մյուս նյութի վալենտական գոտու առաստաղը, ընդհանուր դեպքում, չեղված կլինի զրոյից: Այդ պատճառով հետերոանցման համար հարմար է որպես էներգիայի ընհանուր զրոյական մակարդակ ընտրել այսպես կոչված վակուումի մակարդակը: Այն կարող է սահմանվել որպես նվազագույն էներգիա, որով պետք է օժտված լինի էլեկտրոնն անվերջ կիսահաղորդչում, որպեսզի կարողանա դուրս գալ կիսահաղորդչից վակուում՝ հաղթահարելով բյուրեղական ցանցի իոնների ձգողությունը: Այլ կերպ ասած, վակուումի մակարդակը համընկնում է նյութից դուրս և նրա նկատմամբ հարաբերական դադարի մեջ գտնվող էլեկտրոնի էներգիայի հետ: Նշանակենք i -րդ կիսահաղորդչի ($i = 1, 2$) վալենտական գոտու եզրին համապատասխանող էներգիան $E_{v_i}^0$ -ով (վակուումի մակարդակից հաշված): Այդ դեպքում այն նվազագույն էներգիան, որն անհրաժեշտ է հաղորդել վալենտական գոտու էլեկտրոնին՝ նրան նյութից հեռացնելու (վակուումի մակարդակին հասցնելու) համար, կլինի հավասար ($-E_{v_i}^0$): Եթե էլեկտրոնը դուրս է թռչում նյութից, կլանելով ֆոտոն, ապա անհրաժեշտ է, որ $(\hbar\omega)_{\min} = -E_{v_i}^0$:

Հետերոանցման մեջ, սակայն, վալենտական գոտու E_{v_1} և E_{v_2} եզրերի համար $E_{v_1}^0$ և $E_{v_2}^0$ մեծությունները (որոնք անվերջ ծավալային նմուշների բնութագրերն են) ունեն միայն անուղղակի նշանակություն: Բանն այն է, որ հետերոանցման կազմի մեջ մտնող կիսահաղորդիչներից յուրաքանչյուրի համար մյուսը հանդիսանում է արտաքին գրգռում: Եթե նույնիսկ ազատ լիցքակիրները բացակայում են (ինչն արդեն ենթադրել ենք), ապա հետերոանցման ձևավորման հետևանքով յուրաքանչյուր կիսահաղորդիչ պետք է արծազանքի նշված արտաքին գրգռմանը, վերադասավորելով իր վալենտական գոտու էլեկտրոնները: Ֆիզիկորեն պարզ է, որ հավասարակշռություն հաստատելու համար էներգիապես ավելի բարձր գտնվող վալենտական գոտուց էլեկտրոնների մի մասը պետք է անցնի մյուս կիսահաղորդչի՝ էներգիապես ավելի ցածր գտնվող վալենտական գոտի: Արդյունքում հետերոանցման բաժանման սահմանին կծկավորվի մի քանի ատոմական շերտերի հաստությունը էլեկտրական դիպոլային շերտ: Մակրոսկոպական տեսանկյունից, այդպիսի դիպոլային շերտի տարածական լայնությունը համարյա զրո է, սակայն նրա հետ

կապված դիպոլային մոմենտն ունի զրոյից տարբեր մակրոսկոպական արժեք: Ինչպես հայտնի է էլեկտրաստատիկայից, կրկնակի դիպոլային շերտի առկայությամբ φ պոտենցիալը խզվում է: Նշանակենք այդպիսի շերտի ծախ եզրում պոտենցիալը φ_1 -ով, իսկ աջում՝ φ_2 -ով: Այդ դեպքում առաջին և երկրորդ տիրույթներում հետերոանցման վալենտական գոտու իրական եզրերը կլինեն՝

$$E_{v_1} = E_{v_1}^0 - e\varphi_1, \quad E_{v_2} = E_{v_2}^0 - e\varphi_2, \quad (3.1)$$

որոնց միջև տարբերությունը՝

$$\Delta E_v = E_{v_1} - E_{v_2} = (E_{v_1}^0 - E_{v_2}^0) - e(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (3.2)$$

կոչվում է վալենտական գոտու խզում (e -ն տարրական լիցքն է): (3.2) բանաձևից հետևում է, որ գոտիների խզման մեջ, բացի զուտ ծավալային ($E_{v_1}^0 - E_{v_2}^0$) ներդրումից, կա նաև $e(\varphi_1 - \varphi_2)$ դիպոլային ներդրում: Վերջինս, ընդհանուր դեպքում, կախված է բաժանման սահմանի հատկություններից: Եթե հնարավոր լինի արհամարհել դիպոլային ներդրումը, ապա գոտիների ΔE_v խզումը կենթարկվի, այսպես կոչված, «փոխանցական» կանոնին, որի համաձայն, եթե A կիսահաղորդիչը հետերոանցում է կազմում B -ի հետ, իսկ վերջինս՝ C -ի հետ, ապա

$$\Delta E_v(A/B) + \Delta E_v(B/C) = \Delta E_v(A/C): \quad (3.3)$$

Օրինակ, եթե դիտարկենք քառաշերտ կառուցվածք՝ բաղկացած ցանցի հաստություններով համակցված հետևյալ հետերոանցումներից՝ Ge -ի վրա $ZnSe$, նրա վրա՝ $GaAs$, իսկ վերջինիս վրա՝ Ge , ապա կունենանք՝

$$\begin{aligned} \Delta E_v(Ge/ZnSe) + \Delta E_v(ZnSe/GaAs) - \Delta E_v(Ge/GaAs) = \\ = -1.52\text{էՎ} + 0.96\text{էՎ} + 0.53\text{էՎ} = -0.03\text{ էՎ:} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Այսինքն՝ որակյալ հետերոանցումների դեպքում փոխանցական կանոնը տեղի ունի մեծ ճշտությամբ, ինչը նշանակում է, որ գոտիների խզման մեջ դիպոլային ներդրումը շատ փոքր է:

Գիտենալով հետերոանցման մեջ վալենտական գոտու եզրի խզումը, կարելի է գտնել հաղորդականության գոտու եզրերի միջև խզումը: Այն միարժեքորեն որոշվում է հետերոգոյգի կազմի մեջ մտնող ծավալային կիսահաղորդիչների գոտիական կառուցվածքով (արգելված գոտու լայնությամբ): Եթե հաղորդականության գոտու հիմնական միմիմումը գտնվում է Γ -կետում, ապա

$$E_{c_1} = E_{v_1} + E_{g_1}, \quad E_{c_2} = E_{v_2} + E_{g_2}, \quad (3.5)$$

որտեղ E_{g_1} -ը և E_{g_2} -ն առաջին և երկրորդ կիսահաղորդիչների արգելված գոտիների լայնություններն են: Հետևաբար՝ հաղորդականության գոտու եզրի խզումը՝

$$\Delta E_c = E_{c_2} - E_{c_1} = -\Delta E_v + \Delta E_g, \quad (3.6)$$

որտեղ $\Delta E_g = E_{g2} - E_{g1}$ -ն արգելված գոտու խզումն է: Այսպիսով, եթե ΔE_v -ն և ΔE_g -ն հայտնի են, ապա կարելի է (3.6) -ի օգնությամբ գտնել ΔE_c -ն: Վերջինս կարելի է նաև գնահատել, ելնելով ծավալային կիսահաղորդչի, այսպես կոչված, էլեկտրոնային խնամակցության հասկացությունից: Որպես կիսահաղորդչի էլեկտրոնային խնամակցություն սահմանվում է այն նվազագույն էներգիան, որն անհրաժեշտ է հաղորդականության գոտու հատակից էլեկտրոնին վակուումի մակարդակ հասցնելու, այսինքն՝ կիսահաղորդչից դուրս բերելու համար: Հաճախ այն կոչվում է նաև արտաքին ելքի աշխատանք: Դիպոլային ներդրման անտեսման դեպքում ΔE_c -ն պարզապես հավասար է էլեկտրոնային խնամակցությունների տարբերությանը՝

$$\Delta E_c = E_{c2} - E_{c1} = \chi_1 - \chi_2, \quad (3.7)$$

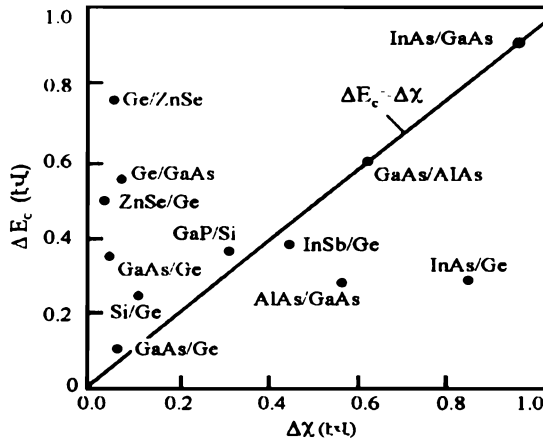
որտեղ χ -ով նշանակված է էլեկտրոնային խնամակցությունը: Սակայն հարկ է նշել, որ շատ հետերոանցումների համար այս պարզ կանոնը խախտվում է և անհրաժեշտ է հաշվի առնել նաև դիպոլային ներդրումները: Օրինակ՝ նկ.1-11 -ում տարբեր հետերոանցումների ΔE_c -ի և $\Delta \chi$ -ի համար բերված արժեքներից հետևում է, որ էլեկտրոնային խնամակցության կանոնը որոշ դեպքերում կարող է ունենալ միայն կողմնորոշիչ նշանակություն:

Սովորաբար $\Delta E_c \neq \Delta E_v$, ուստի գոտիների եզրերի խզումներն ընդունված է արտահայտել կիսահաղորդիչների արգելված գոտիների ΔE_g տարբերության տո-

$$\text{կոսներով՝ } Q_c = \frac{|\Delta E_c|}{|\Delta E_g|} \cdot 100\%, \quad Q_v = \frac{|\Delta E_v|}{|\Delta E_g|} \cdot 100\%:$$

Հետերոանցումների և դրանց

վրա հիմնված զանազան կառուցվածքների բնութագրերի հաշվարկման համար շատ կարևոր է Q_c և Q_v մեծությունների տեսական հաշվարկը կամ փորձնական որոշումը, ինչը, սակայն, բավական բարդ խնդիր է: Օրինակ, այնպիսի լավ ուսումնասիրված հետերոանցման համար, ինչպիսին է $GaAs / AlAs$ համակարգը, երկար ժամանակ համարվում էր, որ ΔE_g -ի 85% -ը բաժին է ընկնում է հաղորդական գոտուն, իսկ 15% -ը՝ վալենտական գոտուն: Սակայն հետագայում ճշգրիտ օպտիկական չափումներով պարզվեց, որ գոտիների խզման համար ավելի ճիշտ է 60:40 հարաբերությունը: Q_c և Q_v մեծությունների ճշգրիտ որոշման բարդությունը պայմանավորված է այն հանգամանքով, որ շատ հաճախ դրանք չափվում են քվանտային փոսերով հետերոկառուցվածքներում, որտեղ $Q_c \cdot \Delta E_g$ և $Q_v \cdot \Delta E_g$ մեծությունները հանդես են գալիս որպես փոսերի խորություններ, համապատասխանաբար, էլեկտրոնների և խոռոչների համար: Քվանտային փոսերում միջգոտիական օպտի-



Նկ. 1-11. Հաղորդական գոտու խզումները և էլեկտրոնային խնամակցությունների տարբերությունները զանազան հետերոնացումների համար: Տվյալ հետերոգոյգի համար առաջին տեղում գրված է տակդիրի նյութը:

կական անցումների ուսումնասիրման ժամանակ (լույսի կլանում, ֆոտո- կամ էլեկտրալումինեսցենց) սովորաբար չափվում են էլեկտրոնային և խոռոչային համապատասխան ենթագոտիների միջև էներգիական հեռավորությունները, որոնք, սակայն, պարզվում է, այնքան էլ զգայուն չեն գոտիների հարաբերական խզումների նկատմամբ: Այսպես, օրինակ, $GaAs/Ga_{0.7}Al_{0.3}As$ -ի $100 \text{ \AA}$ լայնությամբ քվանտային փոսում էլեկտրոնների և խոռոչների հիմնական ենթագոտիների եզրերի միջև էներգիական հեռավորությունը փոխվում է ընդամենը 3 մեՎ-ով, երբ գոտիների խզումների 80:20 հարաբերությունը փոխարինվում է 50:50 հարաբերությամբ: Այսինքն՝ $Q_C : Q_V$ հարաբերության փոփոխման հետևանքով կարող են զգալիորեն փոփոխվել հաղորդականության և վալենտական գոտիներից յուրաքանչյուրին պատկանող չափային քվանտացման ենթագոտիների դիրքերը, սակայն դրանց հարաբերական փոփոխությունն այնքան էլ մեծ չէ: Հենց այդ պատճառով էլ Q_C և Q_V մեծությունների չափման համար ավելի հարմար է օգտվել այնպիսի փորձերից, որոնցում ուսումնասիրվում են քվանտային փոսերի ներգոտիական հատկությունները:

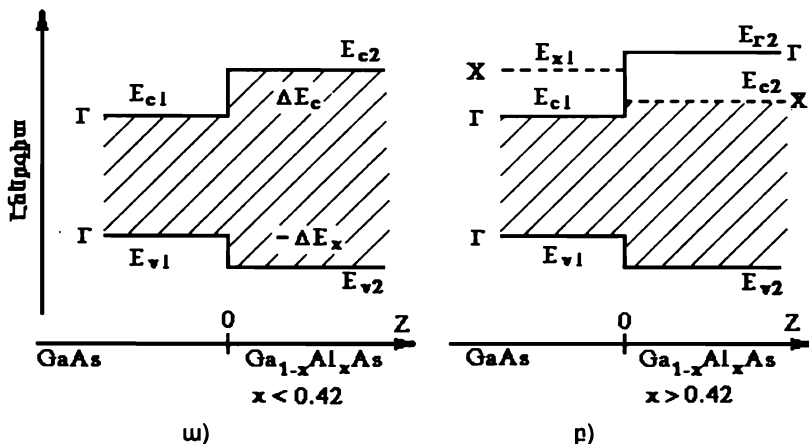
Գոտիների հարաբերական խզման գնահատման համար հաճախ օգտվում են այսպես կոչված *ընդհանուր անիոնի* մոտավոր կանոնից: Բանն այն է, որ շատ կիսահաղորդչային միացությունների վալենտական գոտու վիճակներն առաջանում են միացությունների կազմի մեջ մտնող անիոնների ատոմական վիճակներից: Հետևաբար, եթե հետերոնացման մեջ մտնող երկու կիսահաղորդիչներն ունեն ընդհանուր անիոն (օրինակ՝ $GaAs/AlAs$ -ի կամ $CdTe/HgTe$ -ի դեպքում ընդհանուր անիոններ են As -ը և Te -ը), ապա կարելի է սպասել, որ վալենտական գոտում խզում

ընդհանրապես չի լինի, կամ այն կլինի շատ փոքր: Հետևաբար՝ այդպիսի հետերոանցումների համար ΔE_v -ն կլինի փոքր ΔE_c -ից: Նկատենք, որ ընդհանուր անիոնի կանոնն ունի միայն կողմնորոշիչ նշանակություն և հաճախ դրանից դիտվում են շեղումներ:

Հետերոանցման բաժանման սահմանի վրա առաջացած գոտիների խզումները նկարագրելիս պետք է նկատի ունենալ նաև մի կարևոր հանգամանք՝ կապված այն բանի հետ, որ հետերոգոյգ կազմող կիսահաղորդիչներից մեկը կարող է լինել ուղիղ, իսկ մյուսը՝ թեք անցումներով: Դիտարկենք, օրինակ, $GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ հետերոանցումը: Հայտնի է, որ $GaAs$ -ը, ինչպես նաև $Ga_{1-x}Al_xAs$ -ը, երբ $x < 0.4$, ուղիղ անցումներով կիսահաղորդիչներ են, որոնց վալենտական գոտու մաքսիմումը և հաղորդականության գոտու մինիմումը գտնվում են Բրիլյուենի գոտու կենտրոնում (Γ - համաչափության կետում): Այդ դեպքում հետերոանցման գոտիների փոխադարձ դասավորությունը կլինի այնպիսին, ինչպես այն պատկերված է նկ. 1-12, ա - ում: $x > 0.4$ -ով պինդ լուծույթներում հետերոանցման գոտիական դիագրամը դառնում է ավելի բարդ, քանի որ հաղորդականության գոտու վիճակներին տարբեր տիրույթներում համապատասխանում են տարբեր $\vec{k}$ -եր: Հետևաբար, անցնելով հետերոանցման բաժանման սահմանով, Γ -էլեկտրոնները պետք է ենթարկվեն միջիովտային ցրման՝ հայտնվելու համար աջ տիրույթի հաղորդականության գոտու հիմնական X -մինիմումում: Այդպիսի ցրման ժամանակ էլեկտրոնի քվազիալիքային վեկտորը պետք է փոփոխվի π/a մեծությամբ: Վերադառնալով հետերոանցման մեկէլեկտրոնային վիճակների դիտարկմանը, պետք է նկատի ունենալ, որ այսպիսի դեպքերում առանձնապես մեծ իմաստ չունի հետերոանցման հաղորդական գոտու եզրը պատկերել մեկ ընդհանուր գծով: Հիմա ավելի ճիշտ է ուղղակի պատկերել Γ և X հովիտների եզրերը և՛ ձախ, և՛ աջ տիրույթներում, ինչպես դա պատկերված է նկ. 1-12, բ - ում: Ըստ այդ նկարի, $GaAs$ -ի հաղորդականության գոտու Γ -վիճակներում գտնվող էլեկտրոնների համար $Ga_{1-x}Al_xAs$ -ի տիրույթը ներկայացնում է պոտենցիալային արգելք, իսկ $Ga_{1-x}Al_xAs$ -ի տիրույթի X -էլեկտրոնների համար $GaAs$ -ի տիրույթն է ներկայացնում պոտենցիալային արգելք:

Վերջում կանգ առնենք հետերոանցումների դասակարգման վրա, որն ընդունված է կատարել ըստ գոտիների փոխադարձ դասավորության:

Դիցուք՝ հետերոգոյգը կազմող կիսահաղորդիչների հաղորդականության գոտիների հիմնական մինիմումը և վալենտական գոտու մաքսիմումը գտնվում են Γ -



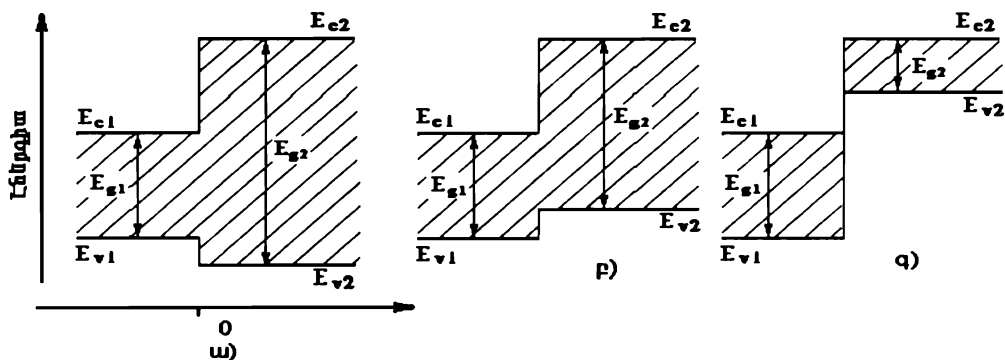
Նկ.1-12. Հաղորդականության և վալենտական գոտիների փոխադարձ դիրքերը $GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ հետերոառնցման համար, երբ $x < 0,4$ (ա) և $x > 0,4$ (բ): Վերջին նկարում ցույց են տրված նաև X և Γ հովիտների եզրերը $GaAs$ և $GaAlAs$ տիրույթներում, որտեղ նրանք չեն ներկայացնում հաղորդականության գոտու հատակները:

համաչափության կետում: Ընդհանուր դեպքում, կախված էլեկտրոնային խնամակցության և արգելված գոտու մեծություններից, հնարավոր են գոտիների E_{C_i} և E_{V_i}

($i = 1,2$) եզրերի տարբեր դասավորություններ: Եթե մի նյութի նեղ արգելված գոտին ամբողջովին ընկած է մյուս նյութի լայն արգելված գոտու դիմաց և այդ պատճառով լայն արգելված գոտիով կիսահաղորդիչը ձևավորում է արգելքներ և՛ էլեկտրոնների, և՛ խոռոչների համար, ապա այդպիսի հետերոառնցումը կոչվում է *առաջին սեռի*:

Երկրորդ սեռի հետերոառնցումը համապատասխանում է գոտիների այնպիսի դասավորությանը, երբ նեղ արգելված գոտիով կիսահաղորդիչի գոտիների եզրերը՝ E_{C_1} -ը և E_{V_1} -ը, ավելի ցածր են, քան E_{C_2} -ը և E_{V_2} -ը, սակայն միաժամանակ $E_{C_1} > E_{V_2}$ (Նկ.1-13, բ): Այս դեպքում լայն արգելված գոտիով տիրույթը էլեկտրոնների համար հանդիսանում է արգելք, իսկ խոռոչների համար՝ փոս:

Եվ, վերջապես, հնարավոր է, որ հետերոգույգի մեջ մտնող կիսահաղորդիչների արգելված գոտիներն ընդհանրապես չհատվեն, իսկ առաջին կիսահաղորդիչի հաղորդականության գոտին մասնակիորեն հատվի երկրորդ կիսահաղորդիչի վալենտական գոտու հետ: Այդպիսի հետերոառնցումը կոչվում է *III սեռի* և պատկերված է Նկ. 1-13,գ-ում:



Նկ. 1-13. I, II և III հետերոանցումներ:

I սեռի հետերոանցման օրինակ է *Ge/GaAs* հետերոանցումը, իսկ II և III սեռի հետերոանցումների օրինակներ են, համապատասխանաբար, *CdS/InP* և *InAs/GaSb* հետերոանցումները:

§1.4 Հետերոանցումների և տարբեր միկրոկառուցվածքների աճեցման մեթոդները

Հետերոանցումներ չեն կարող ձևավորել ուղղակի իրար վրա կիպ դրված երկու, ողորկ մակերևույթներ ունեցող, կիսահաղորդիչներ, քանի որ առաջացած բաժանման սահմանը, լինելով հարուստ բազմապիսի արատներով, հնարավորություն չի տա ձևավորելու ամբողջ հետերոանցումով տարածվող էլեկտրոնային վիճակներ, որոնք վճռական դեր են խաղում հետերոանցման էլեկտրոնային վարքում: Ուստի գործնականում հետերոանցում ստեղծելու համար մի կիսահաղորդչային տակդիրի վրա պետք է աճեցվի մյուս կիսահաղորդչի շերտը, ընդ որում, այդ շերտի բյուրեղական ցանցը պետք է ձևավորվի որպես տակդիրի ցանցի շարունակություն: Այսպիսի աճը կոչվում է *էպիտաքսային*: Ուրիշ խոսքով, էպիտաքսային աճի պրոցեսում տակդիրն իր բյուրեղական կառուցվածքը պարտադրում է աճող շերտին: Այս հատկությամբ էպիտաքսային աճի մեթոդն էապես տարբերվում է հանրաձայն փոշենստեցման կամ գոլորշացման եղանակներից, որոնցով սովորաբար ստացվում են ոչ կատարյալ կառուցվածքով շերտեր: Որպեսզի տեղի ունենա էպիտաքսային աճ, անհրաժեշտ է, որ նյութերն ունենան նմանատիպ բյուրեղական կառուցվածքներ և ցանցի իրար հնարավորինս մոտ արժեքներով հաստատուններ: Էպիտաքսային աճի մեթոդով կարելի է ստեղծել ինչպես պարզագույն կառուցվածքներ՝ բաղկացած տակդիրից և նրա վրա աճեցված շերտից, այնպես էլ բարդ, բազմաշերտ կառուցվածքներ, որոնք ստացվում են տակդիրի վրա մի շերտը մյուսի վրա հաջորդաբար աճեցնելով: Այդպիսի կառուցվածքի կազմի մեջ կարող են մտնել բազմաթիվ կտրուկ կամ սահուն հետերոանցումներ: Որպես բազմաշերտ հետերոկառուցվածքի

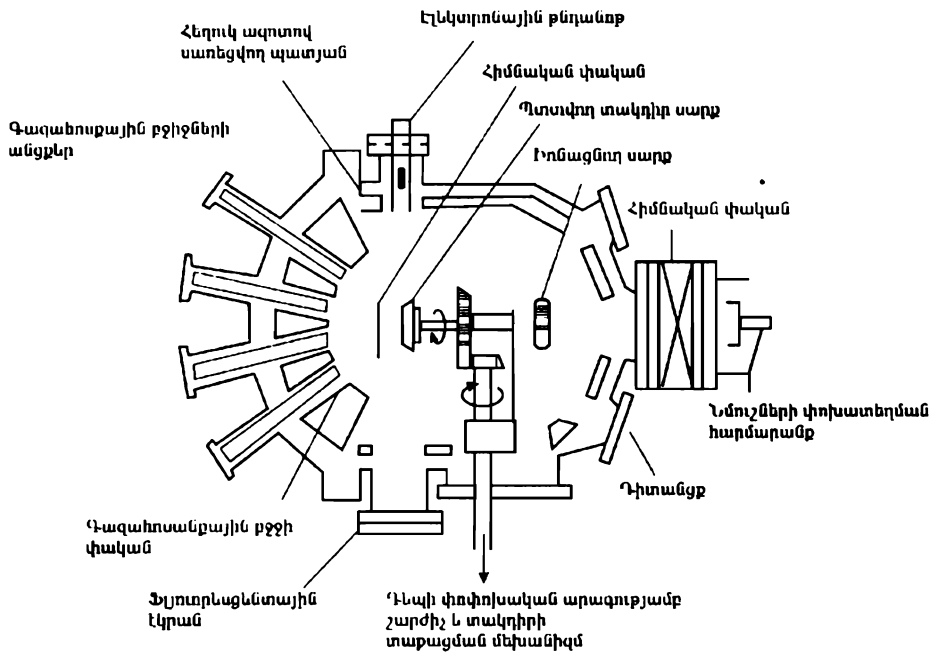
օրինակ կարող է ծառայել գերցանքը, որը երկու (կամ ավելի թվով) տարբեր նյութերի՝ միմյանց պարբերաբար հաջորդող մեծ թվով շերտերի համախումբ է:

Հետերոկառուցվածքների աճեցման մեթոդներից այսօր ամենամեծ կարևորություն ունեն, այսպես կոչված, մոլեկուլային փնջային էպիտաքսիան (ՄՓԷ) և մետաղ-օրգանական միացությունների գոլորշիներից քիմիական նստեցումը (ՄՕՄԳՔՆ): ՄՓԷ մեթոդի սկզբունքային սխեման տրված է նկ.1-14 -ում: Աճի ամբողջ պրոցեսն իրականացվում է վակուումային խցիկում՝ գերխոր վակուումի (մոտ $2 \cdot 10^{-11}$ մմ.սն. սյան) պայմաններում: Ջերմաստիճանի խստագույն վերահսկման նպատակով այդ խցիկը շրջապատից մեկուսացված է հեղուկ ազոտի «մուշտակով» (ջերմային էկրանավորում): Խցիկի ներսում գտնվող տակդիրը տեղադրված է մի շարք գազահոսքային (էֆուզիոն) բջիջների կամ աղբյուրների դիմաց: Բջիջները պարունակում են այն քիմիական տարրերը, որոնք, որպես աճեցվող թաղանթի բաղադրիչներ կամ լեգիրող խառնուրդներ, պետք է նստեցվեն տակդիրի վրա: Յուրաքանչյուր բջիջից դուրս եկող մոլեկուլային փնջի ուժգնությունը խստորեն կարգավորվում է նրա ջերմաստիճանով: Փականների օգնությամբ կարելի է շատ արագ փոփոխել տակդիրի վրա ընկնող տարբեր նյութերի ատոմների հոսքերը և ստանալ բաղադրության կտրուկ պրոֆիլներ: Եթե, օրինակ, *GaAs*-ի տակդիրի վրա աճեցվում է *AlAs*-ի շերտ, ապա անհրաժեշտ է ունենալ երկու բջիջ (աղբյուր), մեկը *Al*-ի, մյուսը՝ *As*-ի համար, և անհրաժեշտ է, որ դրանց փականները բացվեն միաժամանակ: Աճող շերտի լեգիրման համար պետք է ունենալ նաև մեկ ուրիշ բջիջ, որը պարունակում է խառնուրդային նյութի ատոմներ: Եթե աճեցված *AlAs*-ի շերտի վրա պահանջվում է նստեցնել *GaAs*-ի մի նոր շերտ, ապա անհրաժեշտ է ավելացնել նաև չորրորդ՝ *Ga*-ի բջիջը: Գերցանց աճեցնելու համար անհրաժեշտ է *As*-ի աղբյուրի փականը միշտ թողնել բաց, իսկ *Ga*-ի և *Al*-ի աղբյուրների փականները բացել և փակել հերթականությամբ: Այս մեթոդում աճի պրոցեսը ղեկավարելու համար գոյություն ունեն մի շարք լրացուցիչ միջոցներ, մասնավորապես՝ կարելի է փոփոխել տակդիրի ջերմաստիճանը, գազահոսքային բջիջներից եկող մոլեկուլային փնջերի ուժգնությունը և խցիկի ներսում տարբեր քիմիական տարրերի մասնական ճնշումները:

Արտավիժումային բջիջներից դուրս թոչող ատոմները կամ իոնները բնութագրվում են տակդիրին կաչելու հատկությամբ: Հայտնի է, որ, օրինակ, արսենի ատոմները *GaAs*-ի տակդիրին կաչում են ավելի թույլ ձևով, քան գալիումի ատոմները: Հետևաբար՝ *GaAs*-ի վրա *GaAs*-ի կատարյալ էպիտաքսային շերտ աճեցնելու համար արսենի մասնական ճնշումն աճի խցիկում պետք է ավելի բարձր լինի, քան գալիումի մասնական ճնշումը:

ՄՓԷ մեթոդում աճն իրականացվում է գերխոր վակուումի պայմաններում, ինչը հնարավորություն է տալիս աճի պրոցեսի վերահսկման համար օգտագործել այնպիսի մեթոդներ, որոնք նույնպես պահանջում են խոր վակուումի պայմաններ: Օրինակ՝ մակերևութի կատարելության աստիճանի ստուգման համար օգտագործ-

վում է անդրադարձած մեծ էներգիայով էլեկտրոնների դիֆրակցիայի (RHEED) սարքը, իսկ աճի խցիկում մնացորդային գազերի բաղադրությունը ստուգվում է քվադրուպոլային մասսպեկտրաչափի միջոցով: Տակդիրի վրա աճեցված շերտի քիմիական բաղադրության որոշման համար ՄՓԷ սարքի կազմի մեջ սովորաբար մտնում է նաև էլեկտրոնային Օժե-սպեկտրաչափ:



Նկ. 1-14. ՄՓԷ մեթոդի սկզբունքային սխեման:

Ի տարբերություն ՄՓԷ մեթոդի, ՄՕՄԳՔՆ իրականացվում է քիմիական ռեակտորում, որտեղ ճնշումը մոտ է մթնոլորտայինին: *ALAs* -ի շերտ աճեցնելու համար օգտագործում են մետաղների օրգանական գազեր, օրինակ՝ $Al(CH_3)_3$ (ալումինի եռամեթիլ) և AsH_3 (արսին): Տաքացված տակդիրի մակերևույթի վրա այդ միացություններից *Al* -ի և *As* -ի անջատումը տեղի է ունենում պիրոլիտային ռեակցիաների արդյունքում, որից հետո ատոմները քիմիապես կապվում են տակդիրին: Օգտագործելով ուրիշ գազեր, օրինակ՝ գալիումի եռամեթիլ, կարելի է ստեղծել *GaAs* -ի շերտ և այլն: Պետք է նկատի ունենալ, որ, ի տարբերություն ՄՓԷ մեթոդի, այստեղ թաղանթի աճը տեղի ունի հավասարակշռությանը շատ մոտ պայմաններում, և աճի արագությունն ավելի մեծ է, քան ՄՓԷ-ում, որի պատճառով այն ավելի հարմար է օգտագործել արտադրական նպատակներով:

Վերը նշված եղանակներով հնարավոր է աճեցնել տարբեր կիսահաղորդչային միացությունների և դրանց պինդ լուծույթների վրա հիմնված կատարյալ հետերոկա-

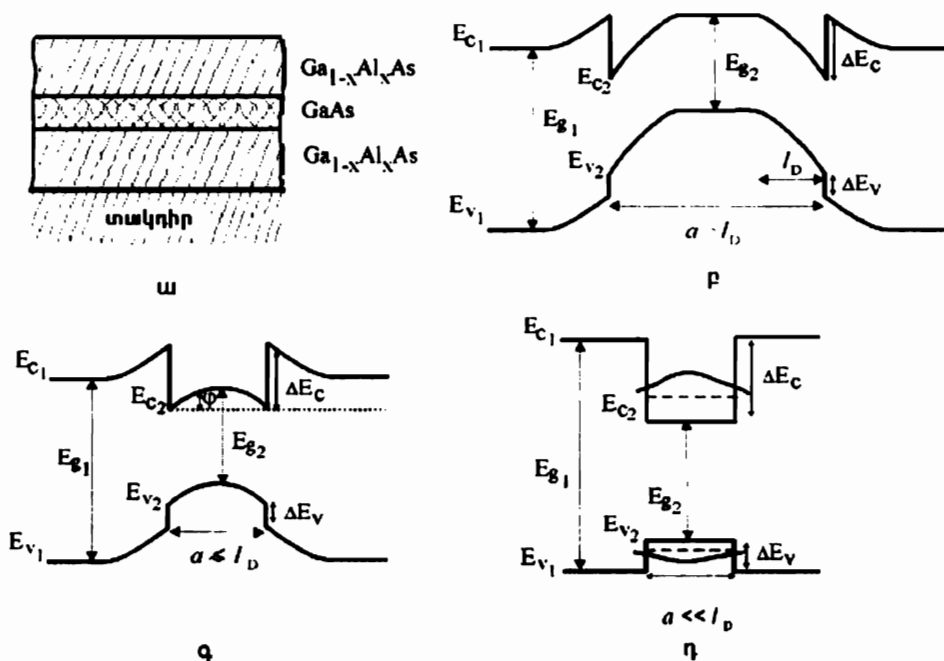
ռուցվածքներ, որոնցում տարբեր շերտերի միջև բաժանման սահմաններն այնքան կտրուկ են, որ մի նյութից անցումը մյուսին գործնականում տեղի է ունենում մեկերկու ատոմական մենաշերտի տիրույթում: Քննարկվող մեթոդները հնարավորություն են տալիս աճեցնելու տարբեր հաստության շերտեր՝ սկսած մի քանի ատոմական մենաշերտերից և վերջացրած միլիմետրերի կարգի հաստություններով: Ներկայումս ՄՓԷ և ՄՕՄՔՆ մեթոդները նախնական կարգի հաստությամբ շերտեր պարունակող հետերոկառուցվածքների աճեցման հիմնական տեխնոլոգիական մեթոդներն են:

§1.5 Մի շարք նանոկառուցվածքների օրինակներ

Բազմաշերտ հետերոկառուցվածքի էլեկտրոնային հատկություններն էապես տարբերվում են նրա կազմի մեջ մտնող նյութերի ծավալային հատկություններից, քանի որ նախնական կարգի հաստությամբ շերտերում դիտվում են չափային քվանտացման երևույթներ: Քննարկենք մի քանի այդպիսի հետերոկառուցվածքների հատկությունները: Ենթադրենք՝ որևէ տակդիրի վրա հաջորդաբար աճեցվել է երեք շերտ, որոնք ձևավորում են կրկնակի հետերոնացումներով կառուցվածք: Որպես օրինակ կարող է ծառայել $GaAs$ -ի շերտը, որը ներքևից և վերևից շրջափակված է $Ga_{1-x}Al_xAs$ -ի ($x < 0.4$) շերտերով: Գոտիների խզման պատճառով այդպիսի կառուցվածքի հաղորդականության և վալենտական գոտիներում կառաջանան պոտենցիալային փոսեր թե՛ էլեկտրոնների և թե՛ խոռոչների համար:

Եթե հետերոկառուցվածքի շերտերը լեգիրված են, ապա գոտիների եզրերի վերջնական պրոֆիլները գտնվելու համար պետք է հաշվի առնել նաև այն էլեկտրաստատիկ պոտենցիալը, որն առաջանում է ազատ լիցքակիրների վերաբաշխման և տարածական լիցքի ձևավորման հետևանքով:

Եթե $GaAs$ -ի շերտը բավականաչափ լայն է, այսինքն՝ նրա a հաստությունը գերազանցում է Դեբայի էկրանավորման շառավիղը՝ $a \gg l_D$, ապա նրա կենտրոնական մասում գոյություն կունենա քվազիչեզոք տիրույթ, որտեղ գոտիների ընթացքը հորիզոնական է: Այս դեպքում առաջացած պոտենցիալային փոսերը պատկերված են նկ. 1-15, բ -ում: Երբ a -ն դառնում է l_D -ից փոքր, այդ քվազիչեզոք տիրույթները փոքրանում և վերանում են, և $GaAs$ -ի շերտի ամբողջ տիրույթը վերածվում է $+eN_D$ խտությամբ տարածական լիցքի շերտի (N_D -ն նեղ արգելված գոտի-



Նկ.1-15. Կրկնակի հետերոանցումներով կառուցվածքի (ա) գոտիական դիագրամը նեղ արգելված գոտիով շերտի տարրեր հաստությունների համար. $a \gg l_D$ (բ), $a \sim l_D$ (գ) և $a \ll l_D$ (դ):

ով տիրույթը (եզիրող դոնորների կոնցենտրացիան է): Օգտվելով Պուլասոնի հավասարումից, կարելի է ցույց տալ, որ այս դեպքում փոսում պոտենցիալի ընթացքն ունի պարաբոլային տեսք, և նրա փոփոխության առավելագույն արժեքը՝

$$\Delta \varphi = \frac{e N_D a^2}{8 \epsilon_0 \epsilon} : \quad (5.1)$$

Այսինքն՝ փոքր a -երի դեպքում գոտիների ծավածությունը՝ $e \Delta \varphi$ -ն, կարող է դառնալ $k_B T$ -ից փոքր, ինչը հնարավորություն կտա գոտիների ծավածությունը տվյալ ջերմաստիճանում անտեսել և համարել, որ կրկնակի հետերոանցումներով կառուցվածքի հաղորդականության և վալենտական գոտիներում առաջանում են ΔE_C և ΔE_V խորությամբ ուղղանկյուն պոտենցիալային փոսեր (նկ. 1-15, դ): Եթե առաջացած փոսի լայնությունը լիցքակիրների դը Բրոյլի ալիքների երկարության կարգի մեծություն է, ինչը կիսահաղորդիչներում սովորաբար տասնյակ նանոմետրեր է, ապա այն կոչվում է *քվանտային փոս*, շեշտելու համար այն հանգամանքը, որ այդպիսի փոսում էլեկտրոնների և խոռոչների էներգիական սպեկտրները լրացուցիչ չափային-քվանտացված են:

Բազմաշերտ հետերոակառուցվածքի կարևոր օրինակ է գերցանքը: Իրար վրա հաջորդաբար աճեցված $GaAs$ -ի և $Ga_{1-x}Al_xAs$ ($x < 0,4$)-ի բավականաչափ բարակ շերտերով պարբերական կառուցվածքում՝ գերցանցում, հաղորդականության և վալենտական գոտիներում առաջանում են իրար հետ կապված քվանտային փոսերի համախմբություններ: Էլեկտրոնները և խոռոչներն այստեղ հնարավորություն ունեն կատարելու թունելային անցումներ մի փոսից մյուսը և այսպիսով ձևավորելու ամբողջ գերցանցով տարածվող վիճակներ: Դրա հետևանքով առաջանում են նոր տիպի բլոխյան վիճակներ և լրացուցիչ էներգիական գոտիական կառուցվածք (միմիգոտիներ), որոնք վերադրվում են ծավալային կիսահաղորդիչների գոտիական կառուցվածքի վրա (նկ. 1-16, ա) (տես. Գլ. 2):

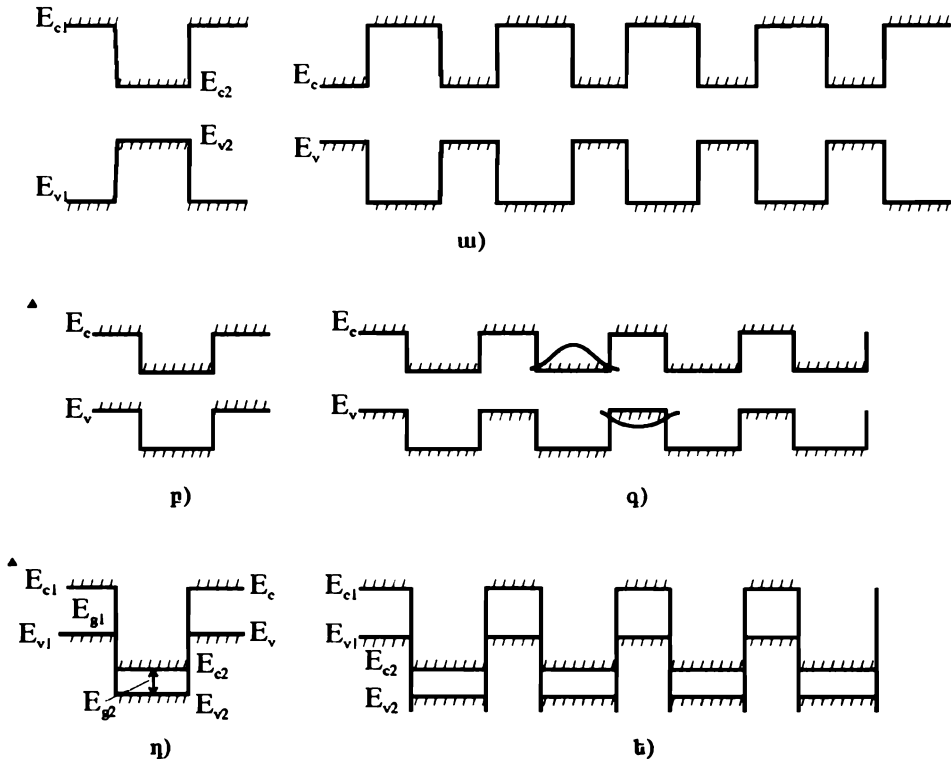
Եթե առաջին սեռի հետերոանցման փոխարեն վերցնենք II սեռի հետերոանցում, ապա կրկնակի հետերոանցումներով կառուցվածքում էլեկտրոնները և խոռոչները կսահմանափակվեն տարբեր նյութերի շերտերում (նկ.1-16,բ): Այս դեպքում կենտրոնական շերտը ձևավորում է փոս էլեկտրոնների համար և արգելքային տիրույթ՝ խոռոչների համար, իսկ շրջապատող շերտերն առաջացնում են արգելքներ՝ էլեկտրոնների համար և փոսեր՝ խոռոչների համար: Այս տիպի բազմաշերտ կառուցվածքներն ունեն մի շարք առանձնահատկություններ: Նախ՝ էլեկտրոնները և խոռոչները տարածականորեն բաժանված են և նրանց վերամիավորումը դժվարացված է: Մի պոտենցիալային փոսից մյուսը թունելային անցման հավանականությունը կարող է էապես տարբերվել էլեկտրոնների և խոռոչների համար, քանի որ էլեկտրոնների համար պոտենցիալային արգելքի լայնությունը հավասար է խոռոչների համար պոտենցիալային փոսի լայնությանը և ընդհակառակը: Վերջապես, III սեռի կրկնակի հետերոանցումներով կառուցվածքում (նկ. 1-16, գ) առկա է էներգիայի մի տիրույթ, որտեղ հատվում են արգելքային տիրույթի կիսահաղորդիչի վալենտական և փոսի տիրույթի կիսահաղորդիչի հաղորդականության գոտիները, ինչի հետևանքով կարող են ձևավորվել համակարգի այնպիսի ստացիոնար վիճակներ, որոնք արգելքային տիրույթի խոռոչային և փոսերի տիրույթի էլեկտրոնային վիճակների խառնուրդ են: Այդպիսի հետերոանցումների հիման վրա կարելի է ստեղծել հետաքրքիր հատկություններով օժտված գերցանքեր, որոնցում գոյություն ունեն վերը նշված տիպի հիբրիդային տարածվող վիճակները (նկ. 1-16, ե):

Անհրաժեշտ է նշել, որ վերը նկարագրված հետերոկառուցվածքներում չափային քվանտացման և թունելային անցման երևույթներն էական են դառնում, երբ շերտերի լայնությունները նանոմետրերի կարգի են ($1\text{ նմ} = 10 \text{ \AA}$): Միայն այդպիսի հաստությամբ շերտերով հետերոկառուցվածքներում է, որ դիտվում են էլեկտրոնային գազի ձևափոխված՝ չափայնորեն քվանտացված էներգիական սպեկտրներ: Եվ այդ պատճառով էլ նման կառուցվածքները հաճախ անվանվում են կիսահաղորդչային *արհեստական միկրոկառուցվածքներ կամ նանոկառուցվածքներ*:

Բացի վերը ներկայացված էպիտաքսային հետերոկառուցվածքներից, որոնցում առաջանում է միաչափ պոտենցիալային ռելիեֆ, հնարավոր է ստեղծել նաև այնպիսի կառուցվածքներ, որոնցում հետերոանցումների բաժանման սահմաններ և

դրանցով պայմանավորված սահմանափակող պոտենցիալներ գոյություն ունեն երկու կամ երեք ուղղություններով:

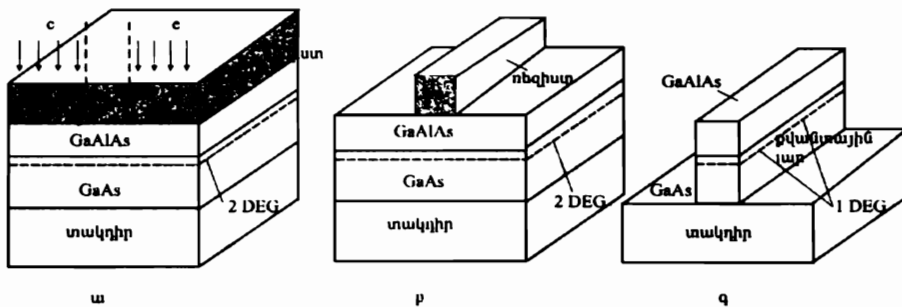
Ընդհանրապես ասած, եթե տվյալ համակարգում որոշակի ուղղություններով լիցեկայինների շարժման տիրույթների չափերը միկրոսկոպիկական չեն, ապա էլեկտրոնային գազի տարածական ազատության աստիճանների թիվը հավասար է այդպիսի ուղղությունների թվին: Այսպես, եթե տարածական սահմանափակում կա միայն մեկ ուղղությամբ, ինչպես քվանտային փոսում, ապա համակարգը կոչվում է



Նկ.1-16. (ա) $GaAs - Ga_{1-x}Al_xAs$ գերցանցի գոտիական դիագրամը: II սեռի հետերոանցման վրա հիմնված քվանտային փոս (բ) և գերցանց (գ): III սեռի հետերոանցման վրա հիմնված քվանտային փոս (դ) և գերցանց (ե):

քվազիերկչափ. Եթե էլեկտրոնների շարժումը սահմանափակված է տարածական երկու ուղղություններով և կա ազատ շարժման միայն մեկ ուղղություն, ինչպես քվանտային լարում, ապա համակարգը կոչվում է **քվազիմիաչափ.** Եվ, վերջապես, եթե էլեկտրոնների շարժումը սահմանափակված է բոլոր երեք տարածական ուղղություններով, ինչպես քվանտային կետում, ապա էլեկտրոնային գազը գրկված է ազատ շարժման հնարավորությունից, և այդպիսի համակարգը կոչվում է **զրոչափանի:**

Օգտագործելով բարակ, չափայնորեն քվանտացված թաղանթներ և մտցնելով լրացուցիչ տարածական սահմանափակումներ, կարելի է դրանց հիման վրա ստեղծել նաև քվանտային լարեր և կետեր: Սովորաբար այդպիսի սահմանափակումներ ստեղծվում են էլեկտրոնային վիճագրման (լիտոգրաֆիայի) օգնությամբ: Օրինակ՝ երկչափ էլեկտրոնային գազից քվանտային լարի ձևավորումը կարելի է իրականացնել հետևյալ եղանակով: Նախ՝ ՄՓԷ մեթոդով աճեցվում է $GaAs/GaAlAs$ կտրուկ հետերոաճում, որի բաժանման սահմանին մոտ՝ $GaAs$ -ի տիրույթում առաջանում է քվազիերկչափ էլեկտրոնային գազ: Այնուհետև $GaAlAs$ -ի արգելքային տիրույթը ծածկվում է ռեզիստ կոչվող նյութով (պոլիմեթիլ-մեթակրիլ), որի պոլիմերային շղթաները հեշտությամբ քայքայվում են էլեկտրոնների փնջի ազդեցության տակ (նկ.1-17, ա): Այդպիսի փնջով ռմբահարելու արդյունքում ռեզիստի քայքայված մասերը, որոնք ենթարկվել էին էլեկտրոնային ռմբակոծության, կարող են հեշտությամբ լուծվել և հեռացվել հատուկ խայտածող լուծույթների օգնությամբ: Նկատենք, որ խայտածոյիչը, լուծելով կարող է հեռացնել ոչ միայն ռեզիստի շերտը, այլև նրա տակ գտնվող կիսահաղորդչային շերտերը: Սակայն ռեզիստի այն տիրույթները, որոնք չեն ենթարկվել էլեկտրոնային ռմբակոծության, մնում են կայուն, չեն լուծվում և ծառայում են որպես դիմակ՝ խայտածումից զերծ պահելով իրենց տակ գտնվող կիսահաղորդչային շերտերը: Նկ.1-17-ում սխեմորեն ցույց է տրված վերը նկարագրված էլեկտրոնային վիճագրման պրոցեսը: Խայտածումից հետո մնացած երկչափ էլեկտրոնային գազի նեղ և երկար շերտն իրենից ներկայացնում է քվանտային լար, որի ակտիվ տիրույթի լայնությունը սովորաբար շատ ավելի նեղ է, քան այդ շերտի երկրաչափական լայնությունը: Դա պայմանավորված է $GaAs$ -ի կողմնային միստերի վրա խայտածումից հետո ի հայտ եկած մեծ

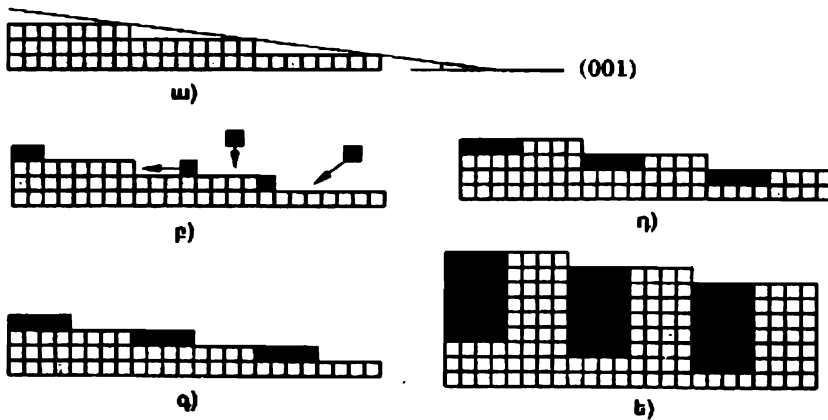


Նկ. 1-17. Երկչափ էլեկտրոնային գազից (2DEG) քվանտային լարի ձևավորումն էլեկտրոնային վիճագրման օգնությամբ. (ա) $GaAlAs$ -ի շերտը պատված է ռեզիստով, որի կենտրոնական մասից բացի մնացած մասը ենթարկված է էլեկտրոնային ռմբահարության, (բ) ռեզիստը խայտածելուց հետո. (գ) կառուցվածքը վերջնական խայտածումից հետո:

թվով մակերևութային վիճակներով: Այդ վիճակները, գրավելով էլեկտրոններ, լայնական ուղղությամբ առաջացնում են աղքատացման շերտեր, որոնք զուրկ են էլեկտրոններից, իսկ հաղորդականության էլեկտրոններ մնում են $GaAs$ -ի շերտի

միայն կենտրոնական մասերում (լրացուցիչ լայնական սահմանափակում): Այդ էլեկտրոններն ունեն ազատ շարժման հնարավորություն միայն շերտի երկայնքով, ուստի իրենցից ներկայացնում են քվազիմիաչափ էլեկտրոններ:

Հաճախ, սակայն, գերադասելի է քվանտային լարեր աճեցնել ուղղակիորեն, այլ ոչ թե դրանք ստանալ երկչափ էլեկտրոնային գազից էլեկտրոնային վիմագրության վերը նշված մեթոդով: Դրա համար օգտագործում են ոչ հարթ, ծալքավոր մակերևույթով տակդիրների վրա աճի առանձնահատկությունները: Նկ.1-18 -ում պատկերված են մման տակդիրի վրա քվանտային լարի աճեցման հաջորդական քայլերը: Նախ՝ տակդիրը կողմնորոշում են այնպես, որ նրա վերին մակերևույթը (001) բյուրեղագիտական հարթության հետ կազմի փոքր անկյուն: Այդ հարթության մեջ մակերևույթի ատոմական կառուցվածքն իրենց ներկայացնում է կարճ դարավանդներ՝ բաժանված աստիճաններով (այդպիսի տակդիրը հաճախ կոչվում է վիցինալային):



Նկ.1-18. *AlAs -ի քվանտային լարերի աճեցումը GaAs -ի վիցինալային տակդիրի վրա.*

ա) GaAs -ի տակդիրը մինչև աճը. ցույց են տրված դարավանդները և աստիճանները;

բ) Al -ի և As -ի ատոմների հոսքը և նրանց տարաշարժը (միգրացիան) մակերևույթով մինչև աստիճանին կաշեկը; գ) կես մենաշերտ AlAs -ի մատեցման ավարտը; դ) GaAs -ի կես մենաշերտի մատեցումը; ե) AlAs -ի հաջորդ կես մենաշերտի մատեցումը և վերը նկարագրված պրոցեսի բազմաթիվ նոր կրկնությունները, ինչի արդյունքում առաջանում են մեծ թվով իրար զուգահեռ քվանտային լարեր:

Երբ *Al*-ի և *As*-ի ատոմների հոսքն ուղղվում է դեպի այդպիսի տակդիր, ապա ատոմները նախ “նստում են” տակդիրի մակերեսին և այնուհետև, եթե աճի պայմաններն ընտրված են այնպես, որ այդ ատոմները շարժունակ են, ապա նրանք տարաշարժվում են մինչև աստիճանը և ամրապնդվում այնտեղ, ինչն էներգիապես ավելի ձեռնասու է, քան դարավանդի կենտրոնական մասերում կապած մնալը (Նկ.1-18,բ): Եթե մակերևույթի վրա է ուղղվել *Al*-ի և *As*-ի ատոմների այնպիսի գումարային հոսք, որը բավարար է տակդիրի մակերևույթի կեսը մեկ մենաշերտով ծած-

կելու համար, հոսքը դադարեցվում է: Նկ.1-18,գ-ում ցույց է տրված ստացված կառուցվածքը: Այնուհետև աճեցվում է կես մենաշերտ *GaAs*, որը վերականգնում է աստիճաններն իրենց սկզբնական, բայց մի մենաշերտով ավելի բարձր դիրքերում (Նկ.1-18, դ): Վերը նկարագրված աճի պրոցեսի կրկնությամբ ստացվում է Նկ.1-18, ե-ում պատկերված քվանտային լարերի՝ իրար զուգահեռ և պարբերականորեն դասավորված համախումբը: Նրանք, իրենց հերթին, կարող են ձևավորել յուրահատուկ գերցանց: Նշենք, որ կարելի է մեծ հաջողությամբ աճեցնել նաև քվանտային լարերի համախումբ *V* -աձև ծալքավոր տակդիրների մակերևույթներին:

Նկարագրված տեխնոլոգիական մեթոդներով կարելի է ստանալ նաև տարածական բոլոր երեք ուղղություններով սահմանափակված էլեկտրոնային գազ, այսինքն՝ ձևավորել քվանտային կետ կամ զրո չափանի էլեկտրոնային գազ: Այս դեպքում ևս գերադասելի են այն մեթոդները, որոնց օգնությամբ կարելի է անմիջականորեն աճեցնել քվանտային կետեր՝ առանց վիմագրության կամ խայտածման մեթոդների օգտագործման: Այդպիսի մեթոդներից վերջերս մեծ տարածում է գտել, այսպես կոչված, Ստրանսկի-Կրաստանովի աճի եղանակը: Ինչպես արդեն ասվել է, այս եղանակով հնարավոր է աճեցնել, օրինակ, *InAs* -ի քվանտային կետեր *GaAs* -ի տակդիրի վրա: Եթե *GaAs* -ի մակերևույթի վրա նստեցվի *InAs* -ի մի քանի մենաշերտ հաստությամբ թաղանթ, ապա այն կլինի խիստ լարված, քանի որ այդ կիսահաղորդիչների ցանցի հաստատուններն իրարից զգալիորեն (մոտ 7%-ով) տարբերվում են: Ջերմաստիճանն իջեցնելիս այդ լարումներն ավելի են մեծանում, և ջերմադինամիկական տեսակետից ավելի շահավետ է դառնում, որ *InAs* բարակ շերտը տրոհվի՝ կազմավորելով առանձին կոլպակներ (հաճախ՝ քառանկյուն բուրգերի տեսքով) *GaAs* -ի մակերևույթի վրա: Այս պրոցեսը կոչվում է ինքնակազմավորում, որի արդյունքում *GaAs* -ի մակերևույթին ձևավորվում են մեծ խտությամբ *InAs* -ի բրգաձև քվանտային կետեր, որոնց բարձրությունը և հիմքի կողի երկարությունը սովորաբար $100 + 200 \text{ \AA}$ -ի կարգի են: Նման եղանակով կարելի է աճեցնել նաև ուրիշ նյութերի, օրինակ՝ *Ge* -ի, քվանտային կետեր *Si* -ի տակդիրի վրա:

Ստրանսկի-Կրաստանովի մեթոդով աճեցված քվանտային կետերը սովորաբար ձևավորվում են կիսահաղորդչային մատրիցում, ինչը հնարավորություն է տալիս դրանց օգտագործել ներարկումային սարքերում: Հաճախ քվանտային կետերն աճեցվում են նաև ապակե կամ պոլիմերային մատրիցներում: Դրա համար օգտվում են տարբեր կիսահաղորդչային նյութերով ուժեղ լեզիրված սիլիկատային ապակու ֆազային տրոհումից կամ մետաղօրգանական ռեագենտների բարձրջերմաստիճանային պիրոլիզից: Վերջին եղանակով հնարավոր է նաև ստանալ մեծ քանակությամբ կիսահաղորդչային ազատ մանոգնդիկներ, որոնք կարող են ունենալ բավականաչափ բարդ կառուցվածք, օրինակ՝ բաղկացած լինել *InAs* -ի կորիզից՝ շրջափակված *InP* -ի կամ *CdSe* -ի բարակ շերտերով: Այդպիսի մանոգնդիկների մեծ քանակությունը մեխանիկորեն իրար կիպ սեղմելով ստանում են բարակ թաղանթներ՝

յուրահատուկ արհեստական պինդ նյութեր, որոնցում ատոմների դեր կատարում են քվանտային կետերը:

§1.6 Ցանցի հաստատունների անհամաձայնեցվածության (ապալարքի) ազդեցությունը լարված հետերոանցումների հատկությունների վրա

Ժամանակակից կիսահաղորդիչների գերակշռող մասը, ինչպես նշվեց, ունի ավաստի կամ ցինկի խաբուսակի տիպի բյուրեղական ցանց: Հետևաբար՝ նրանց միջև հետերոանցումների ձևավորման ժամանակ ի հայտ եկող միակ կառուցվածքային տարբերությունը կարող է պայմանավորված լինել նրանց ցանցերի հաստատունների տարբերությամբ:

Բյուրեղային ցանցերով իրար հետ իդեալականորեն համակցված հետերոանցումները բնութագրվում են բարձր կատարելությամբ օժտված բաժանման սահմանով, որը չի պարունակում այնպիսի արատներ, ինչպիսիք են դիսլոկացիաները և մակերևութային վիճակները: Այդպիսի արատները սովորաբար բերում են հետերոանցումների էլեկտրական, օպտիկական և ֆոտոէլեկտրական հատկությունների վատթարացման, ինչը հաճախ դառնում է նաև դրանց վրա հիմնված սարքերի աստիճանական վատթարացման պատճառը:

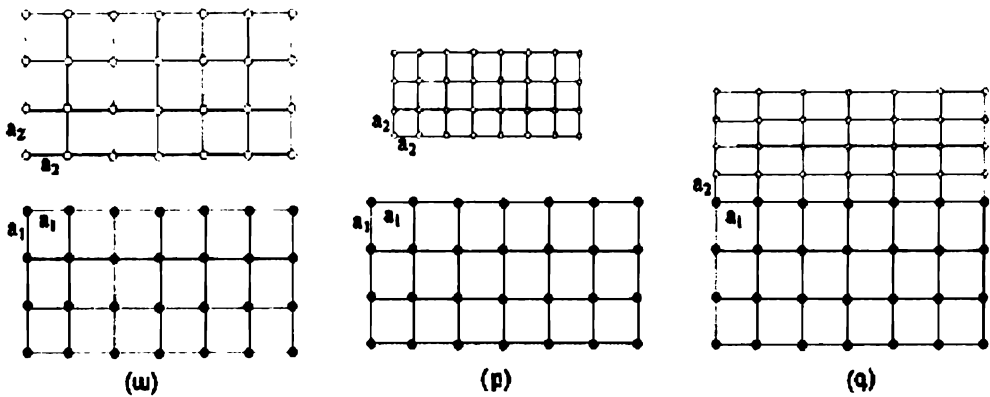
Նախորդ պարագրաֆներում նշել ենք, որ որակյալ հետերոանցումների օգնությամբ կարելի է ղեկավարել կիսահաղորդիչների գոտիական կառուցվածքը և էլեկտրոնների և խոռոչների համար ստանալ այս կամ այն պոտենցիալային պրոֆիլը: Նկատենք, որ նույնիսկ իդեալական հետերոանցման դեպքում, նրա կազմի մեջ նյութերը կարող են բնութագրվել տարբեր առաձգական հատկություններով և դիէլեկտրական թափանցելիությամբ: Այսպիսի տարբերությունները բերում են հետերոանցումներում բյուրեղային ցանցի ծայնային և օպտիկական տատանումների սպեկտրների ձևափոխությունների (տես Գլ.4):

Սկզբունքորեն հետերոանցումներ կարելի է աճեցնել նաև ցանցի հաստատունով իրարից որոշ չափով տարբերվող կիսահաղորդիչների միջև: Սակայն այս դեպքում աճող շերտը չի կարող ունենալ նույն ցանցի հաստատունը, ինչ որ այդ նյութի ազատ, ծավալային բյուրեղը: Հետերոանցման բաժանման սահմանին զուգահեռ ուղղությամբ աճող շերտի ցանցի հաստատունը ձգտում է հավասարվել տակդիրի ցանցի հաստատունին (տես նկ.1-19 բ, գ): Հնարավոր են ցանցի որոշ աղավաղումներ նաև աճի ուղղությամբ:

Այսպիսով, եթե աճող շերտը բաժանման սահմանի հարթությամբ զուգահեռ ուղղությամբ ընդունում է տակդիրի ցանցի հաստատունը, ապա ասվում է, որ այն աճել է *պսևրոմորֆ* ֆազում:

Հասկանալի է, որ ցանցերի՝ հետերոանցման սահմանին զուգահեռ ուղղությամբ հաստատունների հավասարեցումը հանգեցնում է նրանցում մեծ մեխանի-

կական դեֆորմացիաների, հետևաբար՝ նաև ածող շերտերում զգալի առաձգական լարումների առաջացման: Առաձգական լարումների E_{el} էներգիան բերում է շերտի



Նկ. 1-19. (ա) Զանցերով համակցված նյութեր, (բ) ցանցի հաստատուններով չհամաձայնեցված նյութեր, (գ) ձևավորվել է լարված հետերոանցում և վերևի շերտը բաժանման հարթության մեջ ընդունել է տակդիրի ցանցը:

լրիվ էներգիայի աճի, ընդ որում, շերտի հաստության մեծացմանը զուգընթաց կուտակվող մեխանիկական էներգիան աճում է: Մյուս կողմից, հայտնի է, որ բաժանման սահմանի մոտ արատների կամ դիսլոկացիաների առաջացման համար պահանջվում է էներգիայի որոշակի ծախս՝ E_{defect} : Եթե ցանցի դեֆորմացիայի հետևանքով ածող շերտում կուտակված էներգիան գերազանցում E_{defect} -ը, ապա լարված հետերոկառուցվածքը կարող է ռելաքսացիա կատարել դեպի մոտ, ավելի փոքր էներգիայով վիճակ՝ առաջացնելով միջսահմանային արատ կամ դիսլոկացիա: Նկատենք, որ հենց այս մեխանիզմով է տեղի ունենում ցանցի հաստատունների մեծ տարբերությամբ օժտված հետերոանցումների աստիճանական վատթարացումն աշխատանքի ընթացքում:

Բարակ թաղանթներում, երբ տեղի ունի $E_{el}(d) < E_{defect}$ պայմանը, կուտակված էներգիան բավարար չէ արատ առաջացնելու համար, ուստի այդպիսի լարված հետերոանցումն օժտված է մեծ կատարելությամբ: Յուրաքանչյուր հետերոգույգի համար գոյություն ունի ածող շերտի հաստության որոշակի կրիտիկական արժեք, մինչև որը ցանցերի հաստատունների ապալարքը բերում է շերտի միայն մեխանիկական լարման՝ առանց նրանում արատների առաջացման: Հենց այդպիսի կառուցվածքներն էլ կոչվում են *պսևդոմորֆ*: Վերը նշված կրիտիկական հաստությունը կախված է ցանցի հաստատունների ապալարքի մեծությունից: Ենթադրենք՝ խորանարդային բյուրեղական ցանց ունեցող առաջին նյութի (100) մակերևույթին աճեցվել է նույն համաչափությամբ երկրորդ նյութի մի բարակ շերտ, ընդ որում, տակդիրը

և ածող շերտն ունեն իրարից տարբեր ցանցի հաստատուններ՝ a_1 և a_2 : Ցանցերի անհամաձայնեցվածությունը սովորաբար բնութագրվում է $f = \frac{a_2 - a_1}{a_1} 100\%$ մեծու-

թյամբ: Եթե f -ը կազմում է մի քանի տոկոս, ապա աճեցվող թաղանթի կրիտիկական հաստությունը կարող է հասնել մինչև $100\text{\AA}$ -ի: Եթե $f \leq 0,1\%$, ապա ցանցի հաստատունների ապալարքը ոչ մի էական դեր չի խաղում, այն կարելի է արհամարել, իսկ հետերոառնցումը համարել իդեալական:

Դիտարկենք դեֆորմացիաների և լարումների բաշխումը ցանցի հաստատուններով չհամաձայնեցված հետերոառնցման տարբեր շերտերում: Որպես այդպիսիք կարող են հանդես գալ տակդիրը և նրա վրա աճեցված շերտը, իսկ որոշ դեպքերում՝ նաև նրանց միջև եղած անցումային (բուֆերային) շերտը, որը հաճախ օգտագործվում է մասնակիորեն հարթելու ցանցերի հաստատունների ապալարքը:

Մինչև բուն նյութին անցնելը հիշեցնենք առաձգականության տեսության որոշ դրույթներ, որոնք հետագայում կիրառվում են ինչպես հետերոկառուցվածքներում դեֆորմացիաների և լարումների բաշխման, այնպես էլ ցանցի ջերմային տատանումների նկարագրման համար (Գլ.4):

Չայտնի է, որ պինդ մարմնի առաձգական դեֆորմացիաները բնութագրվում են հարաբերական շեղման $\vec{u}$ վեկտորով: Այն ցույց է տալիս, թե մարմնի $\vec{r}$ շառավիղ-վեկտորով կետը դեֆորմացիայի հետևանքով ինչպիսի նոր $\vec{r}'$ դիրքում է հայտնվել՝ $\vec{r}' = \vec{r} + \vec{u}$: Բյուրեղի տարբեր մասերն, ընդհանուր դեպքում դեֆորմացվում են տարբեր չափով, հետևաբար՝ շեղման վեկտորը կախված է կետի կոորդինատներից՝ $\vec{u} = \vec{u}(\vec{r})$: Չասկանալի է, որ դեֆորմացիայի համար կարևոր են երկու հարևան կետերի ոչ թե բացարձակ, այլ հարաբերական շեղումները, որոնք և որոշում են դեֆորմացիայի տենզորի բաղադրիչները՝

$$u_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right): \quad (6.1)$$

Չայտնի է, որ փոքր դեֆորմացիաների դեպքում դեֆորմացիայի տենզորի անկյունագծային տարրերը որոշում են դեֆորմացիայի հետևանքով բյուրեղի ծավալի հարաբերական փոփոխությունը՝

$$\delta = \frac{V' - V}{V} = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = \text{div} \vec{u}: \quad (6.2)$$

Դեֆորմացիայի ժամանակ մարմնում առաջանում են ներքին լարումներ՝ պայմանավորված միջնուլեկուլային փոխազդեցության ուժերով, որոնք ձգտում են մարմինը վերադարձնել չդեֆորմացված, հավասարակշիռ վիճակ: Այդ լարումները կարող են նկարագրվել երկրորդ կարգի համաչափ տենզորով՝ այսպես կոչված

լարումների σ_{ik} տենզորով: σ_{ik} մեծությունն իրենից ներկայացնում է կոորդինատների x_k առանցքին ($x_1 \equiv x, x_2 \equiv y, x_3 \equiv z$) ուղղահայաց միավոր մակերեսի վրա ազդող ուժի i -րդ բաղադրիչը: Այսպես, օրինակ, x -առանցքին ուղղահայաց, միավոր մակերեսով հարթակի վրա նրան ուղղահայաց ազդում է σ_{xx} ուժ, իսկ տանգենցիալ ուղղություններով՝ y և z առանցքներով, σ_{yx} և σ_{zx} ուժեր: Դեֆորմացված մարմնի միավոր ծավալի վրա ազդող $\vec{F}^{(1)}$ ուժը կարելի է արտահայտել լարումների տենզորի միջոցով.

$$F_i^{(1)} = \frac{\partial \sigma_{i1}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{i2}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{i3}}{\partial x_3}, \quad (i = 1, 2, 3): \quad (6.3)$$

Պինդ մարմնի դեֆորմացիայի ժամանակ նրա ծավալի միավորում ի հայտ եկած ներքին լարման ուժերի կատարած աշխատանքն արտահայտվում է

$$dA = -\sigma_{ik} du_{ik} \quad (6.4)$$

բանաձևով, որտեղ du_{ik} -ն դեֆորմացիայի տենզորի u_{ik} բաղադրիչի փոփոխությունն է (ըստ կրկնվող ինդեքսների, ինչպես միշտ, կատարվում է գումարում): Ընդհանուր դեպքում դեֆորմացիայի ժամանակ փոփոխվում է պինդ մարմնի ներքին էներգիան, ընդ որում, այդ փոփոխությանը հավասար է մարմին հաղորդած δQ ջերմության քանակի և ներքին լարման ուժերի կատարած աշխատանքի տարբերությանը: Քանի որ հակադարձելի դարձելի պրոցեսում $\delta Q = TdS$, որտեղ T -ն մարմնի ջերմաստիճանն է, S -ը՝ միավոր ծավալի էնտրոպիան, ապա

$$dU = T dS - dA = TdS + \sigma_{ik} du_{ik}: \quad (6.5)$$

Հաճախ ներքին էներգիայի փոխարեն ավելի հարմար է օգտվել ազատ էներգիայից. $\wp = U - TS$: Ուստի կարող ենք գրել, որ

$$d\wp = dU - T dS - S dT = -S dT + \sigma_{ik} du_{ik}: \quad (6.6)$$

Այստեղից երևում է, որ լարումների տենզորի բաղադրիչներն իզոթերմ պայմաններում կարելի գտնել, դիֆերենցելով ազատ էներգիան ըստ u_{ik} բաղադրիչների.

$$\sigma_{ik} = \left(\frac{\partial \wp}{\partial u_{ik}} \right)_T: \quad (6.7)$$

Այսպիսով, որպեսզի դեֆորմացիայի այս կամ այն տեսակի համար հնարավորություն ունենանք կիրառելու ջերմադինամիկական առնչություններ, անհրաժեշտ է պինդ մարմնի ազատ էներգիան արտահայտել դեֆորմացիայի տենզորի բաղադրիչներով: Սկզբում կատարենք այն *իզոտրոպ* մարմնի համար, որը ենթարկված է փոքր դեֆորմացիաների: Նախ, հասկանալի է, որ երբ մարմինն ընդհանրապես դեֆորմացված չէ

($u_{ik}=0$), ապա ներքին լարումները բացակայում են ($\sigma_{ik}=0$): Այդ պատճառով, համաձայն (6.7) առնչության, եթե $\wp$ -ը վերածենք շարքի ըստ փոքր դեֆորմացիաների, ապա այն չպետք է պարունակի գծային անդամներ: Եվ, վերջապես, պետք է նկատի ունենալ, որ էներգիան, լինելով սկալյար մեծություն, իր վերլուծության մեջ կարող է պարունակել միայն սկալյար անդամներ: Նման անդամների տեսքը գտնելու համար վերիիշենք, որ u_{ik} համաչափ տենզորի բաղադրիչներից կարելի է կազմել միայն երկու անկախ, երկրորդ կարգի սկալյարներ: Դրանցից մեկը տենզորի անկյունագծային տարրերի քառակուսիների գումարն է՝ $u_{ii}^2 = u_{11}^2 + u_{22}^2 + u_{33}^2 \equiv u_{xx}^2 + u_{yy}^2 + u_{zz}^2$, իսկ մյուսը՝ բոլոր տարրերի քառակուսիների գումարը՝

$$\sum_{i,k} u_{ik}^2 = u_{11}^2 + u_{22}^2 + u_{33}^2 + 2u_{12}^2 + 2u_{13}^2 + 2u_{23}^2:$$

Ուստի երկրորդ կարգի մոտավորությամբ ազատ էներգիայի համար կունենանք՝

$$\wp = \wp_0 + \frac{\lambda}{2}(u_{11}^2 + u_{22}^2 + u_{33}^2) + \mu(u_{11}^2 + u_{22}^2 + u_{33}^2 + 2u_{12}^2 + 2u_{13}^2 + 2u_{23}^2): \quad (6.8)$$

λ և μ մեծությունները կոչվում են Լամեի գործակիցներ, իսկ $\wp_0$ հաստատուն անդամը չդեֆորմացված մարմնի ազատ էներգիան է, որը հետագայում կարող ենք բաց թողնել՝ $\wp$ -ի տակ հասկանալով դեֆորմացիայի հետևանքով մարմնի ազատ էներգիայի փոփոխությունը:

(6.7) -ի և (6.8) -ի օգնությամբ կարող ենք գտնել լարումների տենզորի բաղադրիչները՝

$$\sigma_{ik} = \lambda u_{jj} \delta_{ik} + 2\mu u_{ik}: \quad (6.9)$$

Ցանկացած դեֆորմացիա կարելի է ներկայացնել երկու տիպի՝ մաքուր սահքի և համակողմանի սեղմման դեֆորմացիաների գումարի տեսքով: Դրանում համոզվելու համար բավական է դեֆորմացիայի տենզորը գրել

$$u_{ik} = (u_{ik} - \frac{1}{3} \delta_{ik} u_{ll}) + \frac{1}{3} \delta_{ik} u_{ll}: \quad (6.10)$$

տեսքով: Քանի որ ծավալի հարաբերական փոփոխությունը տրվում է անկյունագծային տարրերի ($u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}$) գումարով, ապա երկրորդ անդամը նկարագրում է համակողմանի սեղմման դեֆորմացիան, իսկ առաջին անդամը, որի անկյունագծային տարրերի գումարը զրո է, ակնհայտորեն նկարագրում է մաքուր սահքի դեֆորմացիան: Նման տեսքով կարելի է ներկայացնել նաև ազատ էներգիայի (6.8) արտահայտությունը՝

$$\wp = \mu(u_{ik} - \frac{1}{3} \delta_{ik} u_{ll})^2 + \frac{K}{2} u_{ll}^2, \quad (6.11)$$

որտեղ K -ն կոչվում է համակողմանի սեղմման, իսկ μ -ն՝ սահքի մոդուլ: K -ն կարելի է արտահայտել Լամեի գործակիցներով՝

$$K = \lambda + \frac{2}{3} \mu, \quad (6.12)$$

որոնք, իրենց հերթին, հաճախ գրվում են Յունգի E մոդուլի և Պուասոնի σ գործակիցի օգնությամբ՝

$$\lambda = \frac{E\sigma}{(1-2\sigma)(1+\sigma)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\sigma)}: \quad (6.13)$$

Այդպիսի նշանակումներից հետո ազատ էներգիայի (6.10) արտահայտությունը կարելի է ներկայացնել

$$\wp = \frac{E}{2(1+\sigma)} \left[(u_{ik} - \frac{1}{3} \delta_{ik} u_{ll})^2 + \frac{1+\sigma}{3(1-2\sigma)} u_{ll}^2 \right] \quad (6.14)$$

տեսքով, որը կամ (6.8) -ը ածանցելով, կարելի է գտնել լարման տենզորի տարրերը՝ արտահայտված դեֆորմացիայի տենզորի տարրերով՝

$$\sigma_{ik} = \lambda u_{ll} \delta_{ik} + 2\mu u_{ik} = \frac{E}{1+\sigma} (u_{ik} + \frac{\sigma}{1-2\sigma} u_{ll} \delta_{ik}): \quad (6.15)$$

Այժմ ընդհանրացնենք ստացված արդյունքները *բյուրեղական* մարմնի դեֆորմացիայի համար: Իզոտրոպ մարմինների նմանությամբ վերջինիս ազատ էներգիան դեֆորմացիայի տենզորից պետք է լինի քառակուսային ֆունկցիա: Սակայն այս դեպքում այդ ֆունկցիան պարունակում է ոչ թե երկու, այլ ավելի մեծ թվով անկախ գործակիցներ: Ընդհանուր տեսքով դեֆորմացված բյուրեղի ազատ էներգիան կարող է ներկայացվել

$$\wp = \frac{1}{2} \lambda_{iklm} u_{ik} u_{lm} \quad (6.16)$$

տեսքով, որտեղ λ_{iklm} չորրորդ ռանգի տենզորը կոչվում է առաձգականության մոդուլների տենզոր: (6.16) -ից և (6.7) -ից հեշտությամբ կարող ենք գտնել լարումների և դեֆորմացիաների տենզորների կապը՝

$$\sigma_{ik} = \frac{\partial \wp}{\partial u_{ik}} = \lambda_{iklm} u_{lm}: \quad (6.17)$$

Առաձգականության մոդուլների λ_{iklm} տենզորը համաչափ է իր ինդեքսների զույգի նկատմամբ, որի պատճառով նրա 81 տարրերից անկախ են միայն 21-ը: Բացի այդ բյուրեղի այս կամ այն համաչափության հետևանքով տենզորի տարրերի միջև կան որոշակի կապեր, ինչի հետևանքով անկախ մոդուլների թիվը դառնում է 21 -ից շատ ավելի քիչ: Այսպես, օրինակ, խորանարդային բյուրեղի դեպքում մնում են միայն երեք անկախ առաձգականության մոդուլներ՝ λ_{1111} , λ_{1122} , λ_{1212} , որոնք

նշանակվում են, համապատասխանաբար, c_{11} -ով, c_{12} -ով և c_{44} -ով: Խորանարդային բյուրեղի ազատ էներգիան՝

$$\wp = \frac{1}{2} c_{11} (u_{xx}^2 + u_{yy}^2 + u_{zz}^2) + c_{12} (u_{xx} u_{yy} + u_{xx} u_{zz} + u_{yy} u_{zz}) + 2 c_{44} (u_{xy}^2 + u_{xz}^2 + u_{yz}^2): \quad (6.18)$$

Վերադառնալով լարված հետերոանցման խնդրին և նորից դիտարկելով այն պարզագույն դեպքը, երբ խորանարդային ցանցով երկրորդ նյութի շերտն աճեցվել է նույն տիպի ցանցով առաջին նյութի (100) մակերևույթին, կարող ենք պնդել, որ երկու շերտերում լարումների տենզորի միայն $\sigma_{xx}(i)$ և $\sigma_{yy}(i)$ ($i=1,2$) տարրերն են զրոյից տարբեր, ընդ որում՝ $\sigma_{xx}(i) = \sigma_{yy}(i)$: Իսկ դեֆորմացիայի տենզորի զրոյից տարբեր տարրերն են $u_{xx}(i)$ -ն, $u_{yy}(i)$ -ն և $u_{zz}(i)$ -ն, ընդ որում՝ $u_{xx}(i) = u_{yy}(i)$ (հիշեցնենք, որ աճի ուղղությունը z -ն է): Յուրաքանչյուր շերտում լարումների և դեֆորմացիաների տենզորների տարրերի միջև գոյություն ունեն հետևյալ անկախ առնչությունները.

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}(i) &= c_{11}(i) u_{xx}(i) + c_{12}(i) [u_{yy}(i) + u_{zz}(i)], \\ \sigma_{zz}(i) &= c_{11}(i) u_{zz}(i) + c_{12}(i) [u_{xx}(i) + u_{yy}(i)], \end{aligned} \quad (6.19)$$

որտեղ $c_{11}(i)$ -ն և $c_{12}(i)$ -ն i -րդ նյութի առաձգական հաստատուններն են: Քանի որ դիտարկվող դեպքում աճի ուղղությամբ ցանցը չի դեֆորմացվում, ապա $\sigma_{zz}(i) = 0$ պայմանից և (6.19) -ից կստանանք.

$$u_{zz}(i) = -2 \frac{c_{12}(i)}{c_{11}(i)} u_{xx}(i) \equiv -k_i u_{xx}(i): \quad (6.20)$$

Իսկ զուգահեռ ուղղությամբ դեֆորմացիայի տենզորի բաղադրիչների համար կարող ենք գրել՝

$$u_{xx}(2) - u_{xx}(1) = u_{yy}(2) - u_{yy}(1) = \frac{a_2 - a_1}{a_1} = u: \quad (6.21)$$

Այստեղից երևում է, որ արդյունաբար դեֆորմացիայի մեծությունը պարզապես հավասար է ցանցի հաստատունների ապալարքին:

Օգտագործելով լարման և դեֆորմացիայի տենզորների բաղադրիչները, կարող ենք հաշվել երկու շերտերում կուտակված առաձգական էներգիաների գումարը՝

$$E_d = \frac{1}{2} c_1 d_1 u_{xx}^2(1) + \frac{1}{2} c_2 d_2 u_{xx}^2(2), \quad (6.22)$$

որտեղ $c_i = [c_{11}(i) + (1 - k_i) c_{12}(i)]$, իսկ d_1 և d_2 -ը շերտերի հաստություններն են:

Եթե (6.22) -ում տեղադրենք $u_{xx}(2) = u + u_{xx}(1)$ և գտնենք $E_{c1}(u_{xx}(1))$ -ի միմիումը, ապա կհամոզվենք, որ այն տեղի ունի, երբ

$$u_{xx}(1) = -\frac{d_2 c_2}{c_1 d_1 + c_2 d_2} u; \quad u_{xx}(2) = \frac{d_1 c_1}{d_1 c_1 + d_2 c_2} u: \quad (6.23)$$

Այստեղից երևում է, որ հետերոգույգ կազմած շերտերից ավելի մեծ չափով դեֆորմացված է այն շերտը, որն ավելի բարակ է (եթե, իհարկե, շերտերի առաձգական հաստատուններն իրարից շատ չեն տարբերվում): Սա նշանակում է, որ հետերոանցման տակդիրը գործնականում լարված չէ, իսկ ցանցի հաստատունների տարբերության հետևանքով առաջացած ամբողջ դեֆորմացիան կուտակված է էպիտաքսային շերտում:

Վերջում անհրաժեշտ է պարզել, թե ցանցի հաստատունների ապալարքի հետևանքով առաջացած դեֆորմացիաներն ինչպիսի ազդեցություն կարող են ունենալ հետերոանցման գոտիական կառուցվածքի վրա:

Տեսական հետազոտությունները և փորձնական տվյալները միարժեքորեն ցույց են տալիս, որ այդպիսի ազդեցությունը կարող է լինել շատ զգալի: Որպես օրինակ քննարկենք *Ge*-ի տակդիրի վրա աճեցված *Si*-ի բարակ շերտի դեֆորմացիան և նրա գոտիների ձևափոխությունը: Այս դեպքում ցանցի հաստատունների 4% ապալարքին կհամապատասխանի *Si*-ի շերտի դեֆորմացիայի տենզորի բաղադրիչների $u_{xx} = u_{yy} = 0,04$ արժեքը: Եթե որպես *Si*-ի առաձգական գործակիցներ վերցնենք $c_{11} = 16,1 \cdot 10^{10}$ Պա և $c_{12} = 6,4 \cdot 10^{10}$ Պա, ապա կստանանք, որ

$u_{zz} = -0,03$: Այդպիսի դեֆորմացիայի հետևանքով $\vec{k} = 0$ կետում *Si*-ի վալենտական գոտու այլասերումը հանվում է. ծանր և թեթև խողջների գոտիներն իրարից բաժանվում են 0.31 էՎ -ով: Նկատենք, որ նման ճեղքում հնարավոր է առաջ բերել նաև *Si*-ի միառանցք դեֆորմացիայի միջոցով, սակայն այս դեպքում անհրաժեշտ է կիրառել 73 կՊա արտաքին ճնշում:

Բերված գնահատականներից հետևում է, որ ցանցի հաստատունների տարբերության հետևանքով լարված հետերոանցումներում պետք է սպասել գոտիական կառուցվածքի զգալի փոփոխություններ: Այդ փոփոխությունները քննարկելիս պետք է նկատի ունենալ, որ ընդհանուր դեպքում տարբեր նյութերի համար դրանք տարբեր են, ընդ որում, տարբեր են նաև Բրիլյուենի գոտու տարբեր կետերում դեֆորմացիայի հետևանքով էներգիական մակարդակների շեղումները: Հաճախ այսպիսի առանձնահատկություններն օգտագործվում են հետերոանցումներում գոտիների խզումները և աճող շերտի արգելված գոտու լայնությունը որոշակի պահանջների հարմարեցնելու համար: Այդ առումով էլ ցանցերի հաստատունների ապալարքը և դրա հետևանքով առաջացած մեխանիկական լարումները հետերոանցումների գոտիական կառուցվածքի և այլ հատկությունների ղեկավարման մի լրացուցիչ եղանակ են:

§1.7 Կարևորագույն կիսահաղորդչային հետերոանցումների օրինակներ

Դիտարկենք տարբեր սեռի մի քանի հետերոանցումների օրինակներ, որոնք ներկայումս մեծ կիրառություններ են գտել էլեկտրոնիկայում և օպտոէլեկտրոնիկայում:

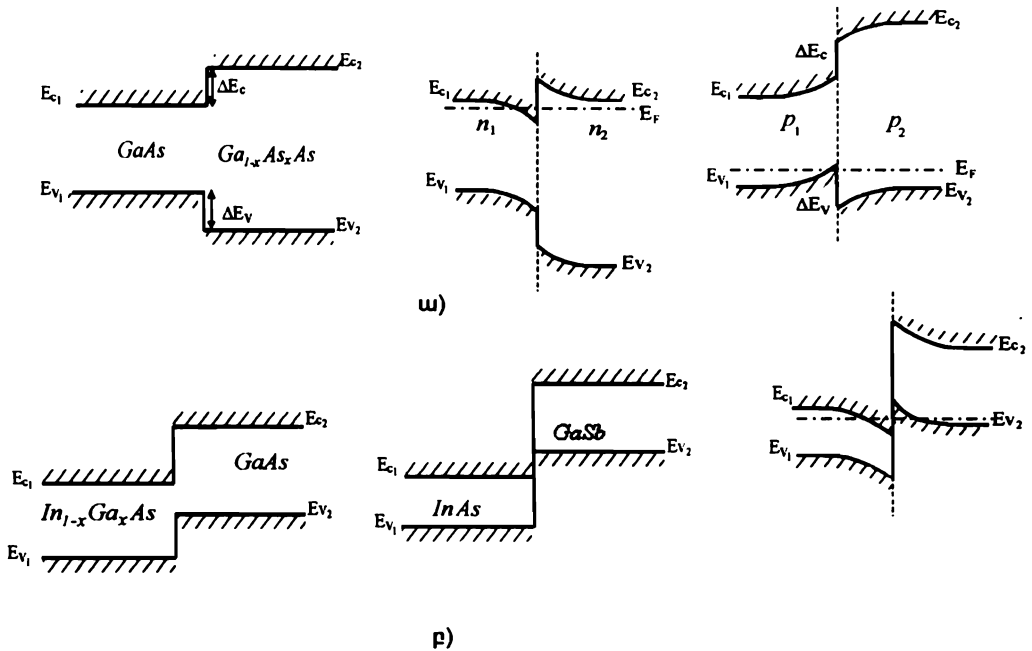
1. $GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$

Այս հետերոանցումը պինդ լուծույթի տարբեր բաղադրությունների համար ցանցերով համակցված մոդելային առաջին սեռի հետերոանցում է, որի հաղորդականության և վալենտական գոտիների եզրերի դիրքերն արդեն նկարագրվել են §1.2-ում: Այստեղ մեզ մնում է բերել ևս մի քանի քանակական գնահատականներ: Պարզվում է, որ վալենտական գոտու խզման մեծությունը կախված է պինդ լուծույթի բաղադրությունից համարյա գծայնորեն՝ $\Delta E_v \approx 0,45 \cdot x$ էՎ: Արգելված գոտու խզման համար հաճախ ընդունվում է $\Delta E_g = 1,25 \cdot x$ էՎ առնչությունը, եթե $x < 0,4$ (պինդ լուծույթի ուղիղ գոտիներով տիրույթ): Այստեղից ստացվում է, որ $\Delta E_c = 0,85 \cdot x$ էՎ: Հետևաբար՝ $Q_c : Q_v$ հարաբերությունն այսօրվա դրությամբ ընդունվում է հավասար 64:36 -ի:

Նկ. 1-20,ա -ում բերված են գոտիների խզումները և դրանց ծովածությունը բաժանման սահմանի մոտ կենտրոնացված տարածական լիցքի դաշտում $n - n$ և $p - p$ - տիպի հետերոանցումների համար: $GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ զույգը իդեալական համակարգ է հետերոանցման հատկությունները մոդելավորելու համար, իսկ նրա վրա հիմնված հետերոկառուցվածքները ներկայումս մեծ կիրառություններ են գտել ցածր չափայնությամբ սարքերում, օրինակ՝ արագության մոդուլմամբ դաշտային կամ երկբևեռ տրանզիստորներում, հետերոանցումային փոսերով (լարերով, կետերով) լազերներում և այլն:

2. $(In,Ga)As/Ga(Sb,As)$

$In_{1-x}Ga_xAs/GaSb_{1-y}As$ հետերոզույգը ձևավորում է երկրորդ կամ երրորդ սեռի հետերոանցում: x -ի և y -ի բոլոր արժեքների համար հաղորդականության գոտու հատակը և վալենտական գոտու առաստաղը $In_{1-x}Ga_xAs$ -ի տիրույթում ավելի ցածր են ընկած, քան $GaSb_{1-y}As_y$ -ում (տես նկ. 1-20,բ): Փոքր x և y -ների (մասնավորապես՝ $InAs/GaSb$ ($x = y = 0$)-ի) դեպքում նրանց արգելված գոտիներն ընդհանրապես չեն հատվում, և արդյունքում առաջանում է երրորդ սեռի հետերոանցում (նկ. 1-20, բ): Պարզվում է, որ $InAs$ -ի հաղորդականության գոտու հատակը 0.14 էՎ -ով ցածր է ընկած, քան $GaSb$ -ի վալենտական գոտու առաստաղը:



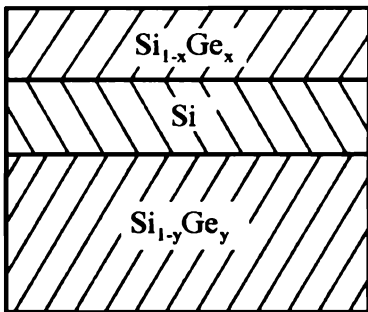
Նկ. 1-20. Գոտիների ընթացքը և խզումները տարբեր տիպի հետերոանցումներում: Լեգիրված հետերոանցումների բաժանման սահմանի մոտ առաջանում են տարածական լիցքի շերտեր, որտեղ գոտիները ծովում են: (ա) I սեռի հետերոանցում: (բ) II և III սեռի հետերոանցումներ:

$InAs/GaSb$ -ի վրա հիմնված գերցանցերը մեծ հետաքրքրություն են ներկայացնում նաև հիմնարար հետազոտությունների համար: Որոշակի պայմաններում այդպիսի գերցանցերը կարող են ցուցաբերել մետաղական վարք: Մեծ x և y -ների դեպքում հաղորդականության գոտու եզրերն ավելի բարձր են, քան վալենտական գոտու եզրերը, և միշտ առաջանում է II սեռի հետերոանցում: Մասնավորապես, եթե $y = 0.918x + 0.082$, ապա $In_{1-x}Ga_xAs$ ցանցի հաստատունը ճշգրտորեն համընկնում է $GaSb_{1-y}As_y$ -ի ցանցի հաստատունի հետ:

3. $Si/Si_{1-x}Ge_x$

Սիլիցիումի և գերմանիումի ցանցերի հաստատունները հավասար են, համատասխանաբար, $5.43 \text{ \AA}$ -ի և $5.65 \text{ \AA}$ -ի, ուստի ցանցի հաստատունների ապալարքը կազմում է մոտ 4%, ինչին համապատասխանում է ածող շերտի $d_c \approx 30 \text{ \AA}$ ոչ շատ մեծ կրիտիկական հաստություն: Չետևաբար՝ Si/Ge հետերոանցումը, որի շերտերի հաստությունը շատ անգամ գերազանցում է d_c -ն, պարունակում է մեծ կոնցենտրացիայով արատներ և այդ պատճառով էլ գործնական հետաքրքրություն չի ներկայացնում: Սակայն իրավիճակն այլ է այն հետերոանցման դեպքում, որը

ստացվում է սիլիցիումի տակդիրի վրա $Si_{1-x}Ge_x$ այնպիսի պինդ լուծույթի աճեցման ժամանակ, որում Ge -ի պարունակությունը շատ մեծ է ($x < 0,5$): Գնահատումները ցույց են տալիս, որ այս դեպքում, կախված x -ից, d_c -ն կարող է գերազանցել $100 \text{ \AA}$: Հետևաբար՝ այս դեպքում հնարավորություն կա աճեցնելու որակյալ բազմաշերտ կառուցվածքներ՝ բաղկացած Si -ի և $Si_{1-x}Ge_x$ -ի լարված շերտերից: Որպես օրինակ դիտարկենք $Si_{1-y}Ge_y$ տակդիրի վրա աճեցված՝ նկ. 1-21 -ում ցույց տրված կառուցվածքը, որի շերտերի հաստությունը փոքր է d_c -ից: Այս դեպքում $Si_{1-y}Ge_y$ տակդիրի վրա սկզբում աճեցվել է Si -ի բարակ էպիտաքսային շերտ, որը լարված է և գտնվում է պսևդոմորֆ ֆազում: Բաժանման սահմանի հարթության մեջ այդ շերտը ենթարկված է ծգման դեֆորմացիայի (Si -ի ցանցի հաստատունն ազատ վիճակում փոքր է $Si_{1-y}Ge_y$ -ի ցանցի հաստատունից): Եթե Si -ի էպիտաքսային շերտի վրա աճեցված է $x > y$ բաղադրությամբ $Si_{1-x}Ge_x$ շերտ, ապա այն կլինի լարված (այն ենթարկված է սեղմման դեֆորմացիայի): Այսինքն՝ $Si/Si_{1-x}Ge_x$ հետերոանցման բաժանման սահմանն իր հարթության մեջ ձևավորված է Si -ի ծգված և $Si_{1-x}Ge_x$ -ի սեղմված շերտերի միջև: Նկատենք, որ եթե նույն կրկնակի $Si/Si_{1-x}Ge_x$ շերտն աճեցվեր ոչ թե $Si_{1-y}Ge_y$ -ի, այլ Si -ի տակդիրի վրա, ապա ցանցերի հաստատունների ապալարքի հետևանքով լարված կլինեին միայն $Si_{1-x}Ge_x$ էպիտաքսային շերտը, իսկ Si -ի շերտը կմնար չդեֆորմացված:



Նկ.1-21. $Si_{1-y}Ge_y$ տակդիրի վրա աճեցված բազմաշերտ լարված հետերոկառուցվածք ($y < x$):

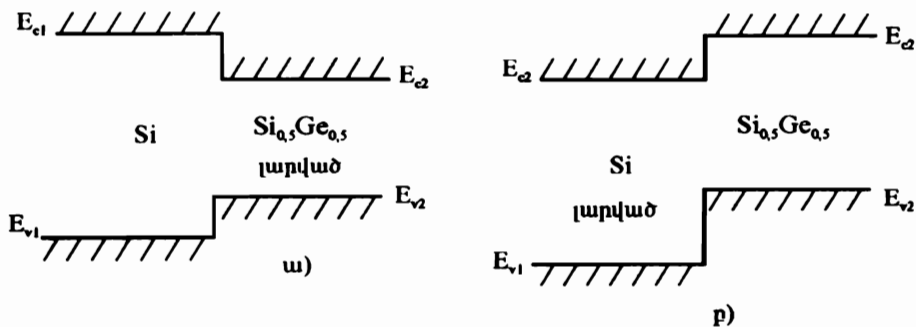
Դեֆորմացիաների բաշխման տարբերության հետևանքով տարբեր է նաև հետերոանցումներում գոտիների փոխադարձ դասավորությունը: Այսպես, օրինակ, $Si_{0,75}Ge_{0,25}$ -ի տակդիրի վրա աճեցված $Si/Si_{0,5}Ge_{0,5}$ հետե-

րոանցման գոտիական դիագրամը պետք է տարբերվի Si -ի տակդիրի վրա աճեցված $Si/Si_{0,5}Ge_{0,5}$ հետերոանցման դիագրամից: Հայտնի է, որ վերջինս առաջին սեռի հետերոանցում է, այսինքն՝ պինդ լուծույթի տիրույթում հաղորդականության գոտու եզրն ավելի ցածր է, քան Si -ում, իսկ վալենտական գոտու եզրը, ընդհակառակը, ավելի բարձր է, քան Si -ում (նկ.1-22, ա):

Ի տարբերություն վերը բերված օրինակի, $Si_{0.75}Ge_{0.25}$ -ի վրա աճեցրած $Si/Si_{0.5}Ge_{0.5}$ հետերոանցումը, ի հաշիվ Si -շերտի դեֆորմացիայի, II սեռի հետերոանցում է, քանի որ այդ դեպքում պինդ լուծույթում թե՛ վալենտական գոտու և թե՛ հաղորդականության գոտու եզրերն ավելի բարձր են դասավորված, քան Si -ի գոտիների համապատասխան եզրերը (նկ.1-22, բ): Վերջին տիպի հետերոանցումները լայնորեն կիրառվում են էլեկտրոնային սարքերում, քանի որ ազատ էլեկտրոնները ձգտում են $Si_{1-x}Ge_x$ -ի արգելքային տիրույթից անցնել Si -ի չլեգիրված տիրույթ, որտեղ նրանք օժտված են շատ ավելի մեծ շարժունությամբ, քան պինդ լուծույթի տիրույթում:

4. $(Ga, In)(As, P)/InP$

$In_{1-x}Ga_xAs_yP_{1-y}$ քառաբաղադրիչ պինդ լուծույթը կարելի է պատկերացնել ծևավորված չորս A_3B_5 տիպի միացությունների՝ $InAs$, InP , $GaAs$ և GaP -ի հիման վրա, ընդ որում, նրանց բաղադրությունները վերցված են հավասար, համապատասխանաբար, $(1-x)y$ -ի, $(1-x)(1-y)$ -ի, xy -ի և $x(1-y)$ -ի: Ընդհանրացնելով



Նկ.1-22. $Si/Si_{0.5}Ge_{0.5}$ հետերոանցման մեջ գոտիների փոխադարձ դասավորությունը, երբ (ա) Si -ի շերտը դեֆորմացված չէ (I սեռի հետերոանցում) և (բ) ենթարկված է ձգման դեֆորմացիայի (II սեռի հետերոանցում):

Վեգարդի օրենքը, քառաբաղադրիչ պինդ լուծույթի ցանցի հաստատունի համար կարող ենք գրել.

$$a_{ss}(\text{\AA}) = 6,058(1-x)y + 5,69(1-x)(1-y) + 5,653xy + 5,451x(1-x) \quad (7.1)$$

Այս բանաձևից հետևում է, որ x -ի և y -ի միջև որոշակի հարաբերակցության դեպքում կարող է ստացվել այնպիսի պինդ լուծույթ, որը ցանցով իդեալականորեն համակցված

և InP -ի հետ: $a_{ss} = a_{InP} = 5,869 \text{ \AA}$ պայմանի դեպքում (7.1) -ից ունենք, որ պետք է տեղի ունենա հետևյալ առնչությունը՝

$$x = \frac{0,189y}{0,418 - 0,013y} : \quad (7.2)$$

Փոփոխելով y -ը 0-ից մինչև 1, կտեսնենք, որ ցանցով համակցված քառաբաղադրիչ կիսահաղորդիչը սկսում է InP -ից ($y=0, x=0$) և վերջանում է $In_{0,53}Ga_{0,47}As$ ($y=1, x=0.47$) պինդ լուծույթով: Այդ դեպքում արգելված գոտու լայնությունը փոփոխվում է 1.35ԷՎ -ից մինչև 0.85 ԷՎ, որի հետևանքով հնարավոր է $InP/In_{1-x}Ga_xAs_yP_{1-y}$ հետերոանցման վրա պատրաստել մոտակա ինֆրակարմիր տիրույթում աշխատող լազերային դիոդներ և ֆոտոընդունիչներ: Մասնավորապես, օգտագործելով $InP/In_{0,53}Ga_{0,47}As$ իդեալական հետերոանցման վրա հիմնված կառուցվածքները, կարելի է ստեղծել 1,55 մկմ ալիքի երկարությամբ լազեր և ֆոտոընդունիչ, որոնք շատ կարևոր դեր են խաղում ժամանակակից մանրաթելքային օպտիկական կապի համակարգերում, քանի որ, ինչպես արդեն նշվել է, այդ ալիքի երկարության վրա քվարցի ապակե մանրաթելքում կորուստները նվազագույնն են:

5. $(Zn, Cd)(Se, S)/GaAs$

$ZnSe$ -ը և $GaAs$ -ն ունեն շատ մոտ ցանցի հաստատուններ և իրար հետ ձևավորում են համարյա իդեալական, չլարված I սեռի հետերոանցում: Եթե որոշակի x և y բաղադրությամբ քառաբաղադրիչ $Zn_{1-x}Cd_xS_ySe_{1-y}$ -ի պինդ լուծույթը հավում է մեկ ուրիշ x' և y' բաղադրությամբ $Zn_{1-x'}Cd_{x'}S_{y'}Se_{1-y'}$ հետ, ապա առաջանում է առաջին սեռի լարված հետերոանցում: Քանի որ դիտարկվող պինդ լուծույթն ունի մեծ արգելված գոտի, ապա, օգտագործելով $GaAs$ -ի տակդիրի վրա աճեցված $ZnS_xSe_{1-x}/Zn_yCd_{1-y}S/ZnS_xSe_{1-x}/$ կրկնակի հետերոանցումներով կառուցվածքները, կարելի է ստանալ կանաչ-կապույտ տիրույթում ճառագայթող հետերոլազերներ:

6. $(Hg, Cd)Te/CdTe$

$HgTe$ և $CdTe$ նյութերը կարելի է համարել ցանցերով լավ համակցված, քանի որ նրանց ցանցերի հաստատունների ապալարքը շատ փոքր է՝ մոտավորապես 0,4%: Քանի որ $HgTe$ -ն ունի զրոյական արգելված գոտի, ապա այն $CdTe$ -ի հետ ձևավորում է յուրահատուկ հետերոանցում (հաճախ անվանվում է չորրորդ սեռի): Պարզվում է, որ վալենտական գոտում խզումը շատ փոքր է ($\sim 0,02$ ԷՎ): Եթե $HgTe$ -ի փոխարեն օգտագործվում է $Hg_{1-x}Cd_xTe$ պինդ լուծույթը, ապա 0-ից տարբեր արգելված գոտի սկսում է ի հայտ գալ, երբ $x > 0,15$: Բաղադրությունների

$0,15 < x < 1$ տիրույթում պինդ լուծույթն իրենից ներկայացնում է ուղիղ անցումներով կիսահաղորդիչ, որի վալենտական գոտու մաքսիմումը և հաղորդականության գոտու մինիմումը գտնվում են Բրիլյուենի գոտու Γ կենտրոնում: Այդպիսի պինդ լուծույթները $CdTe$ տակդիրի հետ ձևավորում են առաջին սեռի հետերոառնցումներ, որոնք փոքր x -երի համար լայնորեն կիրառվում են ինֆրակարմիր ֆոտոընդունիչներում:

7. $(Pb,Sn)Te/PbTe$

Քանի որ $PbTe$ -ի և $SnTe$ -ի ցանցերի հաստատունների ապալարքը մոտ 2% է, ապա $Pb_{1-x}Sn_xTe/PbTe$ հետերոառնցումներում դեֆորմացիաները զգալի են և եական դեր են խաղում այդպիսի հետերոառնցումների հատկություններում:

Չայտնի է, որ $Pb_{1-x}Sn_xTe$ պինդ լուծույթներն ուղիղ գոտիներով կիսահաղորդիչներ են, սակայն հաղորդականության գոտու հիմնական մինիմումը և վալենտական գոտու մաքսիմումը գտնվում են Բրիլյուենի առաջին գոտու եզրին՝ L համաչափության կետի մոտ: Սա նշանակում է, որ այսպիսի պինդ լուծույթների թե՛ հաղորդականության և թե՛ վալենտական գոտիներն ունեն բազմահոլիտ կառուցվածք (յուրաքանչյուրում՝ 4 լրիվ համարժեք հոլիտներ): Այս հատկությունը խիստ յուրահատուկ է A_4B_6 տիպի միացություններին և չի հանդիպում մյուս հայտնի կիսահաղորդչային ընտանիքներում: Չայտնի է, որ $PbTe$ -ի հաղորդականության գոտին ձևավորվում է L_6^+ վիճակներից, իսկ վալենտական գոտին՝ L_6^- վիճակներից: $SnTe$ -ի մոտ այդ հերթականությունը հակառակ է, ինչը նշանակում է, որ $Pb_{1-x}Sn_xTe$ պինդ լուծույթի արգելված գոտին, որը $x = 0$ դեպքում հավասար է 0,2 էՎ, x -ի աճին զուգընթաց պետք է սկզբում փոքրանա, ինչ-որ $x = x_0$ արժեքի դեպքում դառնա 0 և հետո նորից սկսի աճել (բայց արդեն կարգափոխված գոտիների եզրերով): 77 K -ի դեպքում այդպիսի բան տեղի ունի $x_0 \approx 0.4$ բաղադրության համար: Այսպիսով, $x < x_0$ -ի դեպքում $Pb_{1-x}Sn_xTe/PbTe$ հետերոառնցումն առաջին սեռի է, $x = x_0$ -ի դեպքում՝ չորրորդ սեռի ($E_{g1} = 0$), իսկ $x > x_0$ -ի դեպքում այն նորից առաջին սեռի է, բայց արդեն կարգափոխված գոտիների եզրերով: Կախված դեֆորմացիաների մեծությունից, հնարավոր է նաև երկրորդ սեռի հետերոառնցումների ձևավորում: $Pb_{1-x}Sn_xTe/PbTe$ հետերոառնցումների վրա հիմնված միկրոկառուցվածքները լայն կիրառություն են գտել ինֆրակարմիր լազերային դիոդներում:

§1.8 Ցածր չափայնությամբ համակարգերի առանձնահատկությունները

1. Բարակ թաղանթներ

Պարզագույն համակարգը, որում կարելի է ստանալ քվադիերկչափ էլեկտրոնային գազ, բարակ, չափայնորեն քվանտացված թաղանթն է: Չափային քվանտացման երևույթներն առավել ցայտուն ի հայտ են գալիս կիսահաղորդչային կամ կիսամետաղական թաղանթներում, որոնցում էլեկտրոնների ոչ շատ մեծ կոնցենտրացիաների հետևանքով լրացված են միայն մի քանի չափային քվանտացման ենթագոտիներ: Այդպիսի թաղանթն իրենից ներկայացնում է պոտենցիալային փոս էլեկտրոնների համար, քանի որ թաղանթ-վակուում բաժանման սահմանի մոտ գոյություն ունի նյութի ելքի աշխատանքին հավասար արգելք: Այդ արգելքի բնութագրական մեծությունը $4 + 5$ էՎ-ի կարգի է, ինչը կարգերով գերազանցում է ջերմային էներգիայի քվանտը՝ $k_B T$ -ն (սենյակային ջերմաստիճանում $k_B T \approx 0,026$ էՎ-ի): Այս փաստը նշանակում է, որ բարակ թաղանթների նկարագրման համար շատ հաճախ օգտագործվող անվերջ խոր պոտենցիալային փոսի մոտավորությունը լրիվ արդարացված է:

Չափային քվանտացման երևույթներն առաջին անգամ դիտվել են բիսմութի բարակ թաղանթներում: Բանը ոչ այնքան այն է, որ բիսմութը կիսամետաղ է, այլ այն, որ նրանում էլեկտրոնների արդյունարար զանգվածը շատ փոքր է, իսկ դը Բրոյլի ալիքի երկարությունը՝ մեծ, ինչի շնորհիվ չափային քվանտացում դիտվում է համեմատաբար հաստ (մի քանի հարյուր անգստրեմի կարգի) թաղանթներում: Այդպիսի թաղանթներ հեշտությամբ կարող են աճեցվել պարզ վակուումային փոշենստեցման եղանակով: Սակայն պետք է նշել, որ բարակ թաղանթերը լավագույն օբյեկտները չեն քվանտաչափային երևույթների ուսումնասիրման համար: Վերը բերված բիսմութի թաղանթերը, որոնք սովորաբար ունեն հայելային անդրադարձնող մակերեւույթներ, ավելի շուտ բացառություն են, քան օրինաչափություն և դրա պատճառը, ինչպես արդեն նշվեց, կապված է այդ նյութում էլեկտրոնի փոքր արդյունարար զանգվածի և դը Բրոյլի ալիքի համեմատաբար մեծ երկարության հետ:

Կիսահաղորդչային թաղանթերի դեպքում խնդիրն ավելի է բարդանում, քանի որ նրանց ազատ մակերևույթի վրա սովորաբար առաջանում են մեծ խտությամբ մակերևութային վիճակներ, որոնք լիցքակիրների ուժեղ ցրման կենտրոններ են: Այդ պատճառով 60-ական թվականների վերջերից մեծ հետաքրքրություն առաջացավ սիլիցիումային մետաղ-օքսիդ-կիսահաղորդիչ (ՄՕԿ) կառուցվածքների նկատմամբ, որոնց հակադարձված (ինվերսային) շերտերում նույնպես կարող է առաջանալ քվադիերկչափ էլեկտրոնային գազ:

2. ՄՕԿ - կառուցվածքներ

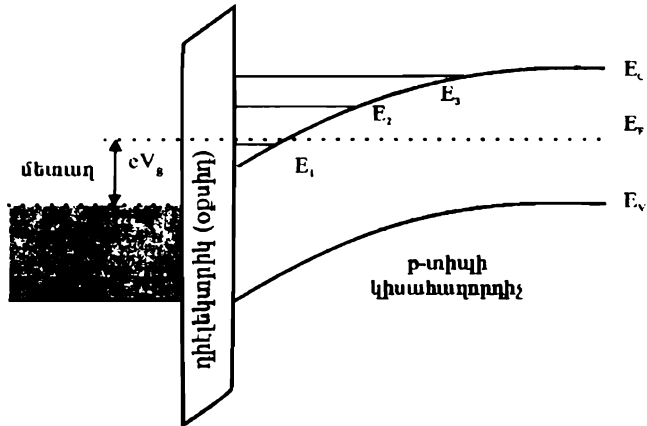
Այս կառուցվածքները վաղուց արդեն լայնորեն օգտագործվում են կիսահաղորդչային էլեկտրոնիկայում՝ դաշտային տրանզիստորների և ինտեգրալային սխեմաների պատրաստման համար: ՄՕԿ-կառուցվածքի էներգիական դիագրամը

բերված է նկ.1-23 -ում: Մետաղական էլեկտրոդը կիսահաղորդչից բաժանված է բավականին հաստ մեկուսիչի շերտով, ուստի երբ նրա վրա կիրառվում է արտաքին լարում, ապա շղթայով գործնականում հոսանք չի հոսում: Մետաղական էլեկտրոդի նկատմամբ կիրառված լարումը պետք է ունենա այնպիսի նշան, որ դաշտի երևույթի հետևանքով p -տիպի կիսահաղորդչի գոտիները ծովեն դեպի ներքև, իսկ նրա մերձակերևութային տիրույթում առաջանա խոռոչներից լրիվ աղքատացած տարածական լիցքի շերտ: Մետաղական էլեկտրոդին կիրառված մեծ V_g լարումների դեպքում գոտիների ծովածությունը կարող է դառնալ արգելված գոտու լայնության կարգի, ինչը նշանակում է մակերևույթի մոտ, այսպես կոչված, *հակադարձված շերտի* առաջացում, որում ազատ լիցքակիրների նշանը հակառակ է ծավալում հիմնական ազատ լիցքակիրների նշանին (դիտարկվող դեպքում խոռոչային կիսահաղորդչի մակերևույթի մոտ առաջանում է էլեկտրոններով հարստացած շերտ): Այդ շերտում էլեկտրոնային գազն այլասերված է, քանի որ Ֆերմիի մակարդակը մակերևույթի մոտ գտնվում է հաղորդականության գոտում: Մետաղական էլեկտրոդը և էլեկտրոնների հակադարձված շերտը կարելի է դիտարկել որպես հարթ կոնդենսատորի թիթեղներ և հեշտությամբ որոշել հակադարձված շերտում էլեկտրոնների n_s մակերևութային խտությունը, որն ուղիղ համեմատական է կոնդենսատորի վրա կիրառված լարմանը՝

$$n_s = \frac{\epsilon_d}{4\pi e d} (V_g - V_0), \quad (8.1)$$

որտեղ d -ն մեկուսիչի հաստությունն է, ϵ_d -ն՝ դիէլեկտրական թափանցելիությունը, իսկ V_0 -ն՝ շեմային լարումը, որի դեպքում սկսում է ձևավորվել էլեկտրոնային ուղեւտարը, այսինքն՝ մակերևութային շերտում սկսում են հայտնվել ազատ էլեկտրոններ: Նկատենք, որ ՄՕԿ-կառուցվածքների համար ամենատարածված կիսահաղորդչի սիլիցիումն է, որի մակերևույթի պարզ օքսիդացման եղանակով հեշտությամբ կարելի է աճեցնել համասեռ, բարձր կատարելությամբ և դեկավարվող հաստությամբ SiO_2 օքսիդի մեկուսիչ շերտ:

Նկ. 1-23 -ում պատկերված ՄՕԿ-կառուցվածքը կարելի է օգտագործել նաև քվանտաչափային երևույթների ուսումնասիրման համար: Հակադարձված շերտը իրենից ներկայացնում է պոտենցիալային հոր էլեկտրոնների համար, որի մի «պատը» (ուղղահայաց) կիսահաղորդչի-դիէլեկտրիկ բաժանման սահմանն է, իսկ մյուս «պատը» ձևավորվում է տարածական լիցքի դաշտում հաղորդականության գոտու հատակի ծովածության հետևանքով: Վերջինիս ընթացքը որոշվում է պոտենցիալի կոորդինատային կախվածությամբ՝ $e\phi(z) = eEz$, որտեղ $E = 4\pi e n_s / \epsilon_d$ մեծությունն էլեկտրական դաշտի լարվածությունն է բաժանման սահմանի մոտ և ըստ (8.1) բանաձևի, ուղիղ համեմատական է փականի լարմանը (ϵ -ը կիսահաղորդչի



Նկ. 1-23 ՄՕԿ-կառուցվածքի գոտիական դիագրամը:

դիէլեկտրական թափանցելիություն է): Եթե առաջացած եռանկյուն փոսն ունի բավականաչափ «սուր» հատակ, ապա նրանում էլեկտրոնի էներգիայի չափային քվանտացումը կլինի զգալի, ընդ որում, հնարավոր մակարդակների դիրքերը կորոշվեն հայտնի արտահայտությամբ (տես Գլ.2, § 2.3).

$$E_N = \left(\frac{\hbar^2}{2m^*} \right)^{1/3} \left[\frac{3\pi e E}{2} \left(N - \frac{1}{4} \right) \right]^{2/3}, \quad N = 1, 2, 3, \dots \quad (8.2)$$

Կարելի է նաև գնահատել առաջացած էլեկտրոնային ուղեծարի Δz լայնությունը: Որպես Δz կարելի է ընդունել E_N էներգիայով էլեկտրոնի համար դասակարգված թույլատրելի տիրույթի գծային չափերը՝ $\Delta z = E_N / eE$: (8.2) -ից հետևում է,

որ $\Delta z \sim E^{-1/3}$, այսինքն՝ մետաղական էլեկտրոդի (փականի) վրա կիրառված լարման մեծացմանը զուգընթաց այն նվազում է:

Հակադարձված շերտում պոտենցիալի ընթացքը գտնելու համար պետք է հաշվի առնել նաև ազատ էլեկտրոնների լիցքը և նրանց բաշխումն ըստ z կոորդինատի, որը նկարագրվում է ալիքային ֆունկցիայի z բաղադրիչով: Հետևաբար՝ ուղեծարի տեսքը և նրանում չափային քվանտացման մակարդակների դիրքը որոշելու համար անհրաժեշտ է ինքնահամաձայնեցված եղանակով համատեղ լուծել Շրեդինգերի և Պուասոնի հավասարումները: Արդյունքում, օրինակ, ստացվում է, որ Si -ի (001) մակերևույթի վրա ձևավորված հակադարձված շերտում առաջին երկու մակարդակների միջև հեռավորությունը հավասար է 38 մԷՎ-ի, երբ երկչափ էլեկտրոնների կոնցենտրացիան՝ $n_s = 10^{12} \text{ սմ}^{-2}$:

Ժամանակակից սիլիցիումային տեխնոլոգիաները հնարավորություն են տալիս ստանալու $Si-SiO_2$ -ի՝ մակերևութային վիճակների փոքր խտությամբ բնութա-

գրվող բարձրորակ բաժանման սահման: Այդ պատճառով էլեկտրոնների ցրումը բաժանման սահմանի վրա գտնվող արատների կողմից շատ թույլ է և այն էլեկտրոնների շարժունությունը սահմանափակող հիմնական պատճառը չէ: Սովորաբար սիլիցիումի հակադարձված շերտերում շարժունությունը բավական մեծ է՝ $10^3 + 10^4$ սմ²/Վ·վ, ինչը բավարար է քվանտաչափային երևույթների դիտման համար:

Ի տարբերություն մյուս քվանտաչափային համակարգերի, ՄՕԿ -կառուցվածքներն ունեն մի շարք առանձնահատկություններ: Ամենակարևոր առանձնահատկություններից մեկն այն է, որ երկչափ էլեկտրոնների կոնցենտրացիան ուղեւտարում հնարավոր է փոփոխել լայն միջակայքում՝ փոփոխելով փականի վրա կիրառվող լարումը (տես (8.1)): n_s -ի առավելագույն արժեքը, սակայն, վերևից սահմանափակված է, քանի որ մեծ V_g լարումների դեպքում մեկուսիչը կարող է “ծակվել”: SiO_2 -ի համար $n_{s,max} \sim 10^{13}$ սմ⁻²:

Պետք է նշել, որ ուղեւտարում էլեկտրոնների կոնցենտրացիայի փոփոխման հետ միաժամանակ փոխվում է նաև պոտենցիալային փոսի տեսքը և, հետևաբար, քվանտաչափային մակարդակների միջև հեռավորությունները: Այս փաստն ինչ-որ իմաստով սահմանափակում է ՄՕԿ -կառուցվածքների հնարավորությունները բարակ թաղանթների համեմատ, քանի որ վերջիններում էլեկտրոնների կոնցենտրացիան և մակարդակների դիրքերը որոշվում են, համապատասխանաբար, լեգիրման աստիճանով և թաղանթի հաստությամբ, որոնք կարող են փոփոխվել իրարից անկախ:

Վերջապես, ՄՕԿ -կառուցվածքների և բարակ թաղանթների միջև կա նաև մեկ այլ կարևոր տարբերություն: Բանն այն է, որ բարակ թաղանթը պոտենցիալային փոսի դեր է խաղում միաժամանակ երկու տիպի լիցքակիրների՝ էլեկտրոնների և խոռոչների համար: Իսկ ՄՕԿ-կառուցվածքներում, որտեղ սահմանափակող պոտենցիալն ունի էլեկտրաստատիկ բնույթ, միշտ առաջանում է պոտենցիալային փոս միայն մի տիպի լիցքակիրների համար, իսկ մյուս տիպի համար՝ ընդհակառակը, առաջանում է արգելք և այդ պատճառով նրանց սպեկտրը մնում է անընդհատ:

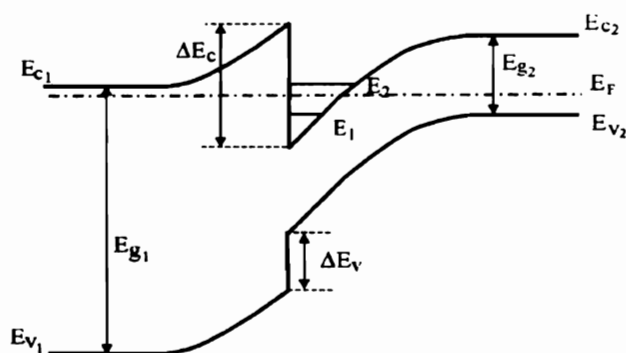
3. Միայնակ հետերոանցման բաժանման սահման

Ներկայումս քվազիերկչափ էլեկտրոնային գազի իրականացման համար շատ հաճախ օգտագործում են կտրուկ հետերոանցման բաժանման սահմանը, որի մոտակայքում գոտիների խզման և տարածական լիցքի առկայության հետևանքով կարող է առաջանալ նեղ քվանտային փոս: Նկ. 1-24 -ում ցույց է տրված այդպիսի փոսի առաջացումը n -տիպի (մեծ արգելված գոտիով) և p -տիպի (փոքր արգելված գոտիով) կիսահաղորդիչների անիզոտիպ հետերոանցման բաժանման սահմանի մոտ: Այն նման է ՄՕԿ -կառուցվածքում առաջացող փոսին (տես նկ.1-23), սակայն ավելի ծանծաղ է, քանի որ ձախակողմյան պատի բարձրությունը հավասար է ΔE_c -

ի, որի բնութագրական արժեքը $\sim 0,3$ էՎ է, ինչը շատ փոքր է, քան $Si-SiO_2$ բաժանման սահմանին առաջացող պատի բարձրությունը:

Չնայած այդպիսի քանակական տարբերությանը, երկու դեպքում էլ բաժանման սահմանի մոտ առաջանում է հակադարձված շերտ, որտեղ էլեկտրոնների շարժումը հետերոսահմանին ուղղահայաց ուղղությամբ սահմանափակված է, իսկ էներգիական սպեկտրը՝ չափայնորեն քվանտացված:

Հետերոանցման հակադարձված շերտում երկչափ էլեկտրոնների շարժունությունը սովորաբար շատ անգամ մեծ է, քան $Si-SiO_2$ կառուցվածքներում: Դրա պատճառն այն է, որ ցանցերով բավական լավ համակցված հետերոանցման բաժան-



Նկ. 1-24. Միայնակ հետերոանցման գոտիական դիագրամը:

ման սահմանի վրա մակերևութային վիճակների խտությունը չի գերազանցում 10^8 սմ⁻², ինչը մի քանի կարգով փոքր է $Si-SiO_2$ բաժանման սահմանի վրա սովորաբար գոյություն ունեցող մակերևութային վիճակների խտությունից: Մակերևութային վիճակների փոքր խտությունը, ինչպես նաև հետերոանցման ատոմական-հարթ բաժանման սահմանը հնարավորություն են տալիս ստանալու քվազիերկչափ էլեկտրոնների՝ 10^7 սմ² / Վ-վ արժեքը գերազանցող շարժունություններ:

Նկատենք, որ լավագույն սիլիցիումային ՄՕԿ-կառուցվածքներում էլեկտրոնների շարժունությունը սովորաբար չի գերազանցում $5 \cdot 10^4$ սմ² / Վ-վ արժեքը: Այս փաստը նշանակում է, որ հետերոանցման հակադարձված շերտի քվանտաչափային մակարդակների՝ ցրումներով պայմանավորված լայնությունը շատ փոքր է, ինչը թույլ է տալիս ուսումնասիրել մի շարք նուրբ երևույթներ, ինչպես նաև պատրաստել մեծ արագագործությամբ դաշտային տրանզիստորներ:

Ուղեւորում ազատ լիցքակիրների մակերևութային խտությունը կախված է հետերոանցման բաժանման սահմանի մոտ հաղորդականության գոտու եզրի խզման ΔE_c մեծությունից և հետերոանցման տիրույթների լեգիրման մակարդակից: Հաճախ այդ նպատակների համար օգտագործվում են, այսպես կոչված, մոդուլված

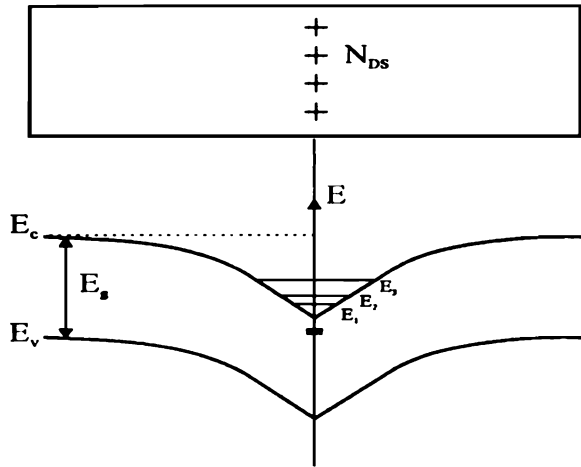
լեզիրմամբ հետերոկառուցվածքներ: Դրանցում ուղետարային շերտերն ընդհանրապես չեն լեզիրվում, իսկ ազատ էլեկտրոններ մատակարարող դոնորային խառնուրդները տեղադրվում են մեծ արգելված գոտիով արգելքային շերտում՝ հետերոսահմանից որոշ հեռավորության վրա: Այդպիսի “հեռացված” խառնուրդների վրա ուղետարի էլեկտրոնների ցրումները շատ թույլ են՝ նրանց միջև մեծ հեռավորության պատճառով: $GaAs-Ga_{1-x}Al_xAs$ հետերոանցման դեպքում քվազիերկչափ էլեկտրոնների խտությունը սովորաբար չի գերազանցում 10^{12} սմ⁻² մեծությունը:

4. Դեւտա-լեզիրմամբ շերտեր և $p-i-n-p-i-n-\dots$ գերցանցեր

Մինչև այժմ դիտարկված քվանտաչափային համակարգերում սահմանափակող պոտենցիալը գոնե մեկ կողմից ունեւ պոտենցիալային աստիճանի տեսք, որն ի հայտ էր գալիս երկու միջավայրերի կտրուկ բաժանման սահմանի մոտ: Այսպես, բարակ թաղանթի դեպքում կտրուկ աստիճան կա կիսահաղորդիչ-վակուում, ՄՕԿ-կառուցվածքում՝ կիսահաղորդիչ-մեկուսիչ, իսկ միայնակ հետերոանցման մեջ՝ կիսահաղորդիչ-կիսահաղորդիչ բաժանման սահմանների մոտ: Նկատենք, որ նման պոտենցիալային պատերի առաջացումը պայմանավորված է ներքյուրեղական պոտենցիալի (գոտիների) խզմամբ և չունի էլեկտրաստատիկ բնույթ:

Սակայն հնարավոր են նաև ցածր չափայնությամբ այնպիսի կառուցվածքներ, որոնցում սահմանափակող պոտենցիալը պայմանավորված է իոնացված խառնուրդների ոչ համասեռ բաշխմամբ և ունի զուտ էլեկտրաստատիկ բնույթ: Դեւտա-լեզիրմամբ շերտն այդպիսի մի համակարգի օրինակ է, երբ լեզիրող խառնուրդները կենտրոնացված են շատ նեղ՝ մինչև մի քանի ատոմական մենաշերտի լայնությամբ տիրույթում: Խառնուրդներից “պոկված” էլեկտրոնները պահվում են լեզիրման հարթության մոտակայքում իոնացված խառնուրդների էլեկտրաստատիկ ձգողության շնորհիվ: Իոնացված խառնուրդները ձևավորում են մի լիցքավորված հարթություն, որը ստեղծում է $E = 2\pi e N_i / \epsilon$ լարվածությամբ էլեկտրական դաշտ (N_i -ն խառնուրդների մակերևութային խտությունն է, ϵ -ը՝ կիսահաղորդչի դիէլեկտրական թափանցելիությունը): Այդ դաշտն էկրանավորված է նույն N_i խտությամբ էլեկտրոններով, ինչի արդյունքում ստեղծվում է նկ. 1-25 -ում պատկերված պոտենցիալային փոսը: Այսպիսի պոտենցիալային փոսում կարող են առաջանալ մի շարք քվանտային մակարդակներ՝ E_N , որոնք որոշվում են ինքնահամաձայնեցման եղանակով Շրեդինգերի և Պուասոնի հավասարումների համատեղ լուծումից: Պարզ է, որ դեւտա-լեզիրմամբ շերտի հարթության մեջ էլեկտրոնների շարժումն ազատ է, և այդ պատճառով լրիվ էներգիական սպեկտրը սովորական քվանտային փոսի նման իրենից ներկայացնում է երկչափ ենթագոտիների համախումբ:

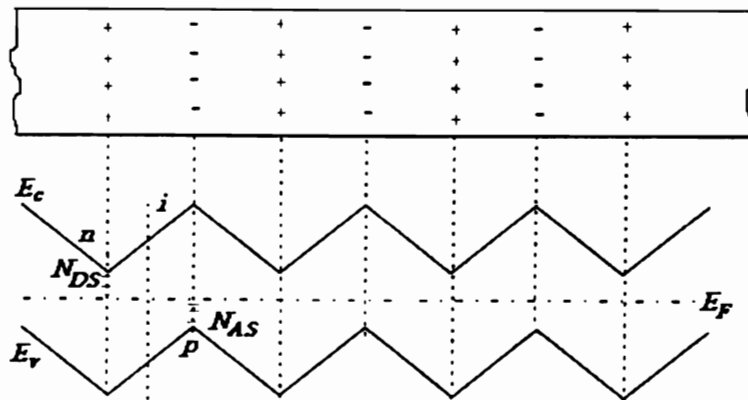
Նկատենք, որ դիտարկվող դեպքում պոտենցիալային փոս առաջանում է միայն հիմնական լիցքակիրների համար, իսկ ոչ հիմնականների համար դեւտա-լեզիրմամբ շերտն իրենից ներկայացնում է արգելքային տիրույթ:



Նկ. 1-25. Դելտա-լեգիրմամբ շերտի գոտիական դիագրամը:

Դելտա-լեգիրմամբ կառուցվածքի ամենակարևոր առանձնահատկությունը կայանում է նրանում, որ նրա օգնությամբ կարելի է ստանալ երկչափ էլեկտրոնների մեծ՝ մինչև 10^{14} սմ⁻², կոնցենտրացիաներ, ինչը հնարավոր չէ մինչ այժմ դիտարկված կառուցվածքներում: Հնարավոր է նաև աճի ընթացքում կիսահաղորդիչ ներդնել բազմաթիվ դելտա-լեգիրմամբ զուգահեռ շերտեր, որոնց պարբերական դասավորության դեպքում կստացվի է, այսպես կոչված, լեգիրված գերցանց: Նման գերցանցում գոտիները մոդուլող պոտենցիալային ռելիեֆը կունենա առավելագույն լայնույթ, եթե դելտա - շերտերը հաջորդաբար պարունակեն դոնորային և ակցեպտորային խառնուրդներ: Արդյունքում կստացվի n - և p - տիպի դելտա - շերտերից բաղկացած կառուցվածք, որը պատկերված է Նկ. 1-26 -ում: Ըստ էության այսպիսի գերցանցը պարբերական $p-n$ - անցումների համախումբ է, որոնց տարածական լիցքը զուգահեռ ձևով մոդուլում է հաղորդականության և վալենտական գոտիները՝ թողնելով հաստատուն կիսահաղորդչի արգելված գոտու լայնությունը: Եթե դոնորների և ակցեպտորների մակերևութային խտությունները վերցվեն իրար հավասար, ապա հավասարակշռության վիճակում համակարգում ազատ լիցքակիրները կբացակայեն, իսկ պոտենցիալի ընթացքը կլինի “սղոցածն”:

Նման կառուցվածքում լույսի միջգոտիական կլանման հետևանքով առաջացած անհավասարակշիռ էլեկտրոնները և խոռոչները ներքին դաշտերի ազդեցությամբ տարածականորեն բաժանվում են, այնպես որ էլեկտրոնները հավաքվում են պոտենցիալային ռելիեֆի մինիմումներում, իսկ խոռոչները՝ մաքսիմումներում, ինչի հետևանքով էապես դժվարանում է նրանց վերամիավորումը:



Նկ.1-26. Դելտա-լեգիրմամբ գերցանցը հավասարակշռության պայմաններում ($N_{DS} = N_{AS}$): Դոնորային և ակցեպտորային դելտա-շերտերի մոտ կիսահաղորդիչը, համապատասխանաբար, n - և p -տիպի է, իսկ նրանց մեջտեղում այն սեփական է:

Տարածականորեն բաժանված էլեկտրոնները և խոռոչներն իրենց հերթին ստեղծում են էլեկտրական դաշտեր, որոնք ուղղված են իոնացված խառնուրդների դաշտերին հակառակ: Հետևաբար՝ լույսի ազդեցությամբ պոտենցիալների ռելիեֆի լայնույթը փոքրանում է, ինչի հետևանքով փոփոխվում են կառուցվածքի բոլոր կարևորագույն հատկությունները, այդ թվում՝ անհավասարակշիռ լիցքակիրների կյանքի տևողությունը:

Վերջում նկատենք, որ եթե դոնորային և ակցեպտորային դելտա-շերտերը դասավորված են պարբերաբար, իսկ նրանց միջև հեռավորությունը լիցքակիրների դը Բրոյլի ալիքի երկարության կարգի է, ապա ստացված կառուցվածքն իրենից ներկայացնում է մի յուրահատուկ գերցանց, որի գոտիական դիագրամը կախված է նրանում էլեկտրոնների և խոռոչների կոնցենտրացիաներից: Այդպիսի գերցանցերը կարող են գտնել հետաքրքիր գործնական կիրառություններ:

5. Ֆուլերեններ և նանոխողովակներ

Ցածր չափայնությամբ համակարգերից վերջերս շատ մեծ հետաքրքրություն են առաջացրել, այսպես կոչված, ֆուլերենները՝ ածխածնի բազմատոմ մոլեկուլների մի դաս, որոնց ատոմները կանոնավոր ձևով տարաբաշխված են փակ մակերևույթի վրա: Այդպիսի մոլեկուլ-կլաստերներում ածխածնի ատոմներն իրար հետ կապված են կովալենտ կապերով և ձևավորում են վեցանկյուն և հինգանկյուն գոյաձևեր: Պարզվում է սակայն, որ միայն վեցանկյուններով հնարավոր չէ ձևավորել փակ մակերևույթ: Ըստ էլեքի թեորեմի, յուրաքանչյուր փակ մակերևույթ հնարավոր

է ձևավորել, վերցնելով միայն 12 հատ վեցանկյուն և դրանց ավելացնելով տարբեր թվով հնգանկյուններ: Ֆուլերենային նանոմասնիկների շարքում ներկայումս կենտրոնական դեր է խաղում C_{60} - մոլեկուլը, որը բնութագրվում է ամենամեծ համաչափությամբ և, որպես հետևանք, օժտված է ամենամեծ կայունությամբ: Այդպիսի նանոմասնիկը բաղկացած է ածխածնի 60 ատոմից՝ դասավորված գնդային մակերևութի վրա՝ 12 վեցանկյունների և 20 հնգանկյունների գազաթնրում: Այս կառուցվածքը կոչվում է հատած իկոսաեդր և հիշեցնում է ֆուտբոլի գնդակը (տես նկ. 1-27): C_{60} -ի մոլեկուլի կազմի մեջ մտնող ատոմների միջև գործում են կովալենտ կապեր՝ ձևավորված վալենտական էլեկտրոնների ընդհանրացմամբ: Նկ. 1-27-ից երևում է, որ C_{60} -ի կազմի մեջ մտնող ածխածնի ամեն մի ատոմ կապված է այդպիսի կապերով իր երեք հարևան ատոմների հետ՝ ձևավորելով կանոնավոր հնգանկյուն (20 հատ) և ոչ կանոնավոր վեցանկյուն (12 հատ): Հնգանկյունների մեջ $C-C$ կապերի երկարությունը հավասար է $1.43\text{\AA}$ -ի, ինչի հետ համընկնում են նաև վեցանկյունների այն կողմերի երկարությունները, որոնք ընդհանուր են հընգանկյունների հետ: Վեցանկյունների համար ընդհանուր կողմերի երկարությունը թեթևակի փոքր է և հավասար է $1.39\text{\AA}$ -ի: C_{60} -ի մոլեկուլը կարելի է դիտարկել նաև որպես գնդային թաղանթ, որի հաստությունը $1\text{\AA}$ -ի կարգի է, իսկ շառավիղը՝ մոտ $3.6\text{\AA}$:

Որոշակի պայմաններում C_{60} - մոլեկուլներից կարող են ձևավորել մոլեկուլային բյուրեղներ (ֆուլերիդներ), որոնք ունեն խորանարդային բյուրեղային ցանց (նիստակենտրոնացված՝ սենյակային ջերմաստիճանում և պարզ խորանարդային՝ ցածր ջերմաստիճաններում): Հայտնի է, որ ֆուլերիդի ցանցի հաստատունը մոտ $14\text{\AA}$ է:

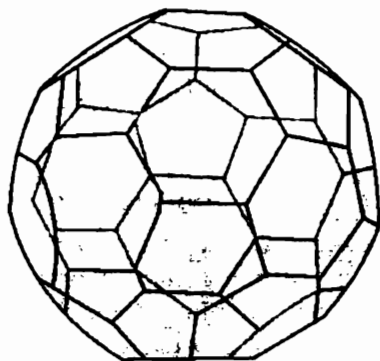
Ֆուլերենային նանոմասնիկների սինթեզը սովորաբար իրականացվում է գրաֆիտի ջերմային քայքայման եղանակով, որի ժամանակ տեղի է ունենում նրա շերտերի միջև գործող թույլ կապերի քայքայում, ընդ որում, գոլորշացող գրաֆիտը չի բաժանվում առանձին ատոմների, այլ բաղկացած է ածխածնի ատոմների վեցանկյուն բեկորներից, որոնցից էլ տեղի է ունենում C_{60} -ի մոլեկուլների ձևավորումը:

Բյուրեղական C_{60} -ֆուլերիդը կիսահաղորդիչ է, որի արգելված գոտու լայնությունը մոտ 1.5 էՎ է: Այն տեսանելի լույսով լուսավորելիս դիտվում է ֆոտոհաղորդականություն, ընդ որում, 280 նմ-ից մինչև 680 նմ սպեկտրային միջակայքում ֆոտոէֆեկտի ներքին քվանտային ելքը կազմում է մոտ 0.9:

Այսօր արդեն հայտնագործված են նաև C_{70} -, C_{72} -, C_{76} -, C_{78} - և C_{82} - ֆուլերենները, որոնք սակայն օժտված են ավելի ցածր համաչափությամբ, քան C_{60} -ը: Ֆուլերենների հայտնագործումը նոր հեռանկարներ է բացում նաև արհեստական ալմաստի ստացման ասպարեզում: Պարզվում է, որ բյուրեղային ֆուլերենը կարելի է փոխակերպել ալմաստի ավելի ցածր ճնշումների և ջերմաստիճանների դեպքում, քան սովորական գրաֆիտը:



ա)



բ)

Նկ. 1-27. C_{60} մոլեկուլի կառուցվածքը. ա) ընդհանուր տեսքը, բ) մոլեկուլում

ածխածնի ատոմների միջև կապերի կառուցվածքը:

Ֆուլերիդները դրսևորում են հետաքրքիր հատկություններ հատկապես լեգիրման շնորհիվ: Մասնավորապես, ալկալիական մետաղներով լեգիրված ֆուլերիդները ձեռք են բերում մետաղական հաղորդականություն, ընդ որում, ցածր ջերմաստիճաններում կարող է տեղի ունենալ անցում գերհաղորդիչ վիճակի: Առ այսօր հայտնագործված ֆուլերիդների մոտ գերհաղորդականության առավելագույն կրիտիկական ջերմաստիճանը՝ $T_c = 30\text{ K}$: Օրգանական նյութերով լեգիրման արդյունքում ֆուլերիդները կարող են ձեռք բերել նաև ֆեռոմագնիսական հատկություններ: Օրինակ՝ C_{60} ֆուլերենը եռաերկմեթիլամինոթիլենով լեգիրումից հետո դառնում է ֆեռոմագնիս, որի Կյուրիի ջերմաստիճանը 16 K է:

Ֆուլերիդները, լինելով ոչ շատ լայն արգելված գոտիով կիսահաղորդիչներ (արդեն նշվել է, օրինակ, որ C_{60} - ֆուլերիդի արգելված գոտին 1.5 eV է), տեսանելի լույսով լուսավորելիս ձեռք են բերում զգալի ֆոտոհաղորդականություն, ուստի հեռանկարում կարող են օգտագործվել արեգակնային մարտկոցներում:

Վերջում անհրաժեշտ է նշել, որ գրաֆիտի այրման ժամանակ, ֆուլերեններից բացի, կարող են առաջանալ նաև այլ տիպի մանոկառուցվածքներ, որոնցից մեծ հետաքրքրություն ներկայացնում են մանոխողովակները: Վերջիններս գլանային մակերևույթի տեսքով փաթաթված գրաֆիտի վերջավոր հարթություններ են: Նանոխողովակի տրամագիծը մոտ $9\text{ \AA}$ է, իսկ երկարությունը հասնում է մի քանի միկրոմետրի: Նրա կողմնային մակերևույթի վրա ատոմները դասավորված են վեցանկյունների զագաթներում, ճիշտ այնպես, ինչպես սովորական գրաֆիտի հարթություններում: Հաճախ մանոխողովակները կարող են ձևավորել նաև համառոտ ցլանների տեսքով գոյացություններ: Կարելի է սպասել, որ մանոխողովակները գրա-

ֆիտի նման կլինեն հոսանքի լավ հաղորդիչներ, իսկ ցածր ջերմաստիճաններում՝ նաև գերհաղորդիչներ: Մագականության երևույթի հիման վրա կարելի է նաև խողովակները լցնել հալված մետաղներով և ստանալ յուրատեսակ քվանտային լարեր: Այսպիսի գոյացությունները միաչափ համակարգերի լավագույն մոդելներ են և մեծ հետաքրքրություն են ներկայացնում նաև հիմնարար ֆիզիկայի տեսանկյունից:

Գրականություն I գլխի վերաբերյալ

1. М.Херман, Полупроводниковые сверхрешетки. М., Мир, 1989.
2. Молекулярно-лучевая эпитаксия и гетероструктуры. Под ред. Л.Ченга и К.Плога, М., Мир, 1989.
3. Х.Кейси, М.Паниш, Лазеры на гетероструктурах, т.1, 2, М., Мир, 1981.
4. А.Милнс, Д.Фойхт, Гетеропереходы и переходы металл-полупроводник. М., Мир, 1975.
5. Л.Жирифалько, Статистическая физика твердого тела, М., Мир, 1975.
6. Дж.Займан, Модели беспорядка, М., Мир, 1982.
7. В.И.Иверонова, А.А.Кацнельсон, Ближний порядок в твердых телах, М., Наука, 1977.
8. A.Shik, Quantum wells: Physics and Electronics of Two-dimensional Systems, World Scientific, Singapore, 1998.
9. C.Weisbuch, B.Vinter, Quantum Semiconductors Structures: fundamentals and applications. Academic Press, San Diego, 1991.
10. M.Kelly, Low-dimensional Semiconductors, Clarendon Press, 1995.
11. Delta-doping of Semiconductors, ed. E.F.Schubert, Cambridge Univ. Press, 1996.
12. R.Enderlein, N.J.M.Horing, Fundamentals of Semiconductor Physics and Devices, World Scientific, Singapore, 1999.
13. Handbook Series on Semiconductor Parameters, eds. M. Levinshtein, S.Rumyantsev, M. Shur. World Scientific, v.1, 1996, v.2, 1999.
14. S.Adachi, Properties of III-V Semiconductor Compounds, John Wiley and Sons, New-York, 1992.
15. D.Bimberg, M.Grundman, N.Ledentsov, Quantum Dot Heterostructures, John Wiley and Sons, 1999.
16. А.В.Елецкий, Б.М.Смирнов, Фуллерены и структуры углерода. УФН, т.165, с.977-1009, 1995.
17. M.S.Dresselhaus, G. Dresselhaus, P.S.Eklund, Science of Fullerenes and Carbon Nanotubes, Academic Press, N.Y., 1996.
18. Нанотехнологии в ближайшем десятилетии, прогноз направления исследований, под. ред. М. Роки, Р.Уильямса, П.Аливистоса, М., Мир, 2002.
19. В.П.Драгунов, И.Г.Неизвестный, В.А.Гридчин, Основы наноэлектроники, Новосибирск, 2004.

ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԸ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔՆԵՐՈՒՄ

Այս գլխում մենք կուսումնասիրենք էլեկտրոնների էներգիական սպեկտրները և ալիքային ֆունկցիաները երեք տիպի քվանտային կառուցվածքներում (քվանտային փոսեր, լարեր, կետեր): Գլխի վերջում կքննարկենք էլեկտրոնի շարժման առանձնահատկությունները պարբերական կիսահաղորդչային կառուցվածքներում (գերցանցելու): Կանգ կառնենք նաև տարբեր չափայնությամբ կառուցվածքներում վիճակների խտության ֆունկցիայի առանձնահատկությունների վրա:

§2.1 Քվանտային փոսեր

Ինչպես նշվեց առաջին գլխում, քվանտային փոսի պարզագույն մոդել կարելի է իրականացնել B նյութից (օրինակ՝ $GaAs$ -ից) պատրաստված միայնակ շերտում, եթե վերջինս աճեցվել է այլ՝ A նյութից (օրինակ՝ $GaAlAs$ -ից) կազմված երկու շերտերի միջև (նկ.1-15): Ընդ որում, պետք է ենթադրել, որ ընտրված A և B նյութերի արգելված գոտիների համար տեղի ունի $E_g^B < E_g^A$ անհավասարությունը: Այդպիսի եռաշերտ հետերոկառուցվածքը գոտիների եզրերի խզումների հետևանքով ապահովում է էլեկտրոնի շարժման սահմանափակումը B շերտում տարածական մեկ (օրինակ՝ z առանցքի) ուղղությամբ (տես §1.5): Քանի որ $V(z)$ պոտենցիալ էներգիան կախված է միայն z կոորդինատից, ապա էլեկտրոնի շարժումը x և y ուղղություններով կլինի ազատ և, հետևաբար, կնկարագրվի հարթ ալիքներով: Համապատասխանաբար, արդյունաբար զանգվածի մոտավորությամբ գրված Շրեդինգերի

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + V(z) \right] \psi(x, y, z) = E \psi(x, y, z) \quad (1.1)$$

ստացիոնար հավասարման լուծումը կփնտրենք

$$\psi(x, y, z) = e^{i(k_x x + k_y y)} \chi(z) \quad (1.2)$$

տեսքով: Տեղադրելով (1.2) -ը (1.1) հավասարման մեջ, ալիքային ֆունկցիայի $\chi(z)$ պարուրիչի համար կստանանք՝

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + V(z) \right] \chi(z) = \left(E - \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*} \right) \chi(z) \quad (1.3)$$

հավասարումը, որտեղ $\vec{k}_{\parallel}(k_x, k_y)$ -ն էլեկտրոնի ալիքային վեկտորն է (x, y) հարթության մեջ, իսկ $\varepsilon_{\parallel} = \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*}$ -ը՝ այդ հարթության մեջ էլեկտրոնի շարժման կինետիկ էներգիան, m^* -ը՝ արդյունադարձ զանգվածը, որն առայժմ համարվում է տարածականորեն համասեռ (վերջինիս կոոդինատային կախվածությամբ պայմանավորված երևույթները կքննարկենք հետագայում): Էլեկտրոնի լրիվ E էներգիայի և $\varepsilon_{\parallel}$ -ի տարբերությունը՝

$$\varepsilon = E - \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*} \quad (1.4)$$

մեծությունը, z ուղղությամբ մասնիկի շարժման էներգիան է: Այսպիսով, (1.1) եռաչափ խնդիրը բերվեց Շրեդինգերի՝

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + V(z) \right] \chi(z) = \varepsilon \chi(z) \quad (1.5)$$

միաչափ հավասարման լուծմանը:

Այս հավասարման հետագա ուսումնասիրումը մենք կիրականացնենք $V(z)$ միաչափ պոտենցիալի երեք տարբեր մոդելների համար. դրանք են՝ ուղղանկյուն, պարաբոլային և եռանկյուն քվանտային փոսերը:

ա) Ուղղանկյուն քվանտային փոս

Ընտրենք $V(z)$ պոտենցիալ էներգիան հետևյալ տեսքով (նկ.2-1).

$$V(z) = \begin{cases} V_1, & z \leq 0; \\ 0, & 0 \leq z \leq L; \\ V_3, & z \geq L; \end{cases} \quad (1.6)$$

Այն իրենից ներկայացնում է ոչ համաչափ ($V_1 \neq V_3$), վերջավոր պոտենցիալային փոս: Որպես էներգիայի հաշվարկման սկիզբ ընտրված է փոսի հատակը:

Քննարկենք ընդհատ (դիսկրետ) սպեկտրի դեպքը, երբ $\varepsilon < V_1$ ($V_1 < V_3$):

Քանի որ II տիրույթում $V(z) = 0$, ապա (1.5) հավասարումը կբերվի

$$\frac{d^2 \chi(x)}{dz^2} + k^2 \chi(z) = 0 \quad (1.7)$$

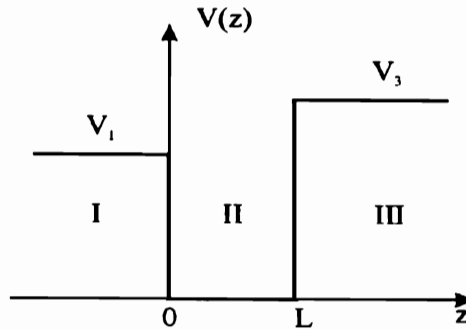
տեսքի, որտեղ

$$k = \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2} \varepsilon} : \quad (1.8)$$

(1.7) հավասարման լուծումը կարելի է ներկայացնել հետևյալ ընդհանուր տեսքով՝

$$\chi_I(z) = C_2 \sin(kz + \delta), \quad 0 \leq z \leq L, \quad (1.9)$$

որտեղ C_2 -ը և δ -ն առայժմ անորոշ հաստատուններ են: Իսկ I և III տիրույթների



Նկ. 2-1. Ուղղանկյուն ոչ համաչափ քվանտային փոս:

համար կատարելով համապատասխան նշանակումներ՝

$$\kappa_1 = \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2} (V_1 - \varepsilon)}, \quad \kappa_3 = \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2} (V_3 - \varepsilon)}, \quad (1.10)$$

(1.5) հավասարումից կստանանք հետևյալ երկու հավասարումները՝

$$\frac{d^2 \chi(z)}{dz^2} - \kappa_1^2 \chi(z) = 0, \quad \text{երբ } z \leq 0, \quad (1.11)$$

և

$$\frac{d^2 \chi(z)}{dz^2} - \kappa_3^2 \chi(z) = 0, \quad \text{երբ } z \geq L,$$

որոնց լուծումները կրում են էքսպոնենցիալ բնույթ: Ելնելով ակիքային ֆունկցիաների վրա դրվող ստանդարտ պայմաններից ($\chi(z)$ -ը պետք է ամենուրեք լինի վերջավոր, այդ թվում նաև $z \rightarrow \infty$ դեպքում), I տիրույթի համար պետք է ընտրել $\chi \sim e^{\kappa_1 z}$ տեսքի լուծումը, իսկ III տիրույթի համար՝ $\chi \sim e^{-\kappa_3 z}$: Ուրիշ խոսքով

$$\chi_I(z) = C_1 e^{\kappa_1 z}, \quad z \leq 0 \quad \text{և} \quad \chi_{III}(z) = C_3 e^{-\kappa_3 z}, \quad z \geq L: \quad (1.12)$$

Այս արտահայտություններից բխում է, որ քվանտային մասնիկի համար կա փոսից դուրս գտնվելու զրոյից տարբեր հավանականություն: Ճիշտ է, $|\chi(z)|^2$ հավանականության խտությունն էքսպոնենցիալ օրենքով նվազում է փոսից դուրս տիրույթներում, բայց այն հավասար չէ զրոյի, եթե փոսը սահմանվող արգելքներն աջից

(V_3) և ձախից (V_1) ունեն վերջավոր արժեք: Վերջինս միկրոմասնիկի բնութագրական քվանտային հատկությունն է՝ թափանցել տիրույթ, որն արգելված է դասական մասնիկի համար (թունելային երևույթ):

Այժմ օգտվենք ալիքային ֆունկցիայի անընդհատությունից և ողորկությունից: Քննարկվող խնդիրը վերաբերում է այն դեպքին, երբ մասնիկի պոտենցիալ էներգիան տարածության առանձին տիրույթներում ունի տարբեր, բայց հաստատուն արժեքներ, իսկ տիրույթների բաժանման սահմաններին այն թռիչքաձև անցում է կատարում մի հաստատուն արժեքից մյուսը: Կարևոր է նշել, որ ալիքային ֆունկցիայի վրա դրվող անընդհատության պայմանը կրում է համընդհանուր բնույթ և պահպանվում է նաև այն դեպքում, երբ $V(z)$ ֆունկցիան ունի խզման մակերևույթներ: Այդ մակերևույթների վրա և՛ ալիքային ֆունկցիան, և՛ նրա ածանցյալը պետք է մնան անընդհատ: Էներգիայի թույլատրելի արժեքների որոշման համար օգտվենք վերջին պնդումից, պահանջելով $z = 0$ և $z = L$ կետերում ալիքային ֆունկցիաների լոգարիթմական ածանցյալների անընդհատությունը:

Հաշվի առնելով (1.9) -ը և (1.12) -ը $z = 0$ կետում կունենանք՝

$$k \operatorname{ctg} \delta = \alpha_1 = \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2} V_1 - k^2} : \quad (1.13)$$

Նմանապես, $z = L$ կետում կստանանք՝

$$k \operatorname{ctg}(kL + \delta) = -\alpha_3 = -\sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2} V_3 - k^2} : \quad (1.14)$$

Ձևափոխենք առաջին հավասարումը.

$$k \sqrt{1 - \sin^2 \delta} = \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2} V_1 - k^2} \cdot \sin \delta, \quad (1.15)$$

որտեղից՝

$$\sin \delta = \frac{\hbar k}{\sqrt{2m^* V_1}} : \quad (1.16)$$

Նման ձևափոխության օգնությամբ (1.14) հավասարումը կբերվի

$$\sin(kL + \delta) = -\frac{\hbar k}{\sqrt{2m^* V_3}} \quad (1.17)$$

տեսքի: Արտաքսելով վերջին երկու հավասարումներից δ -ն՝ կստանանք.

$$kL = \pi n - \arcsin \frac{\hbar k}{\sqrt{2m^* V_1}} - \arcsin \frac{\hbar k}{\sqrt{2m^* V_3}} \quad (1.18)$$

տրանսցենդենտ հավասարումը, որի արմատները կորոշեն $\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$ էներգիայի ար-

ժեքները: Այստեղ $n = 1, 2, 3, \dots$, իսկ $\arcsin$ -ի արժեքները վերցրվում են $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ տի-

րույթում: n -ի արժեքները համարակալում են էներգիայի մակարդակներն աճող հեր-
թականությամբ:

Ուսումնասիրենք (1.18) հավասարումը: Քանի որ $\arcsin$ -ի արգումենտը չի
կարող մեկից մեծ լինել, ապա k -ի արժեքներն ընկած են $\left[0, \sqrt{2m^*V_1}/\hbar\right]$ տիրույ-

թում: Մյուս կողմից, դժվար չէ նկատել, որ հավասարման ձախ կողմը k -ից կախված
մոնոտոն աճող ֆունկցիա է, իսկ աջը՝ մոնոտոն նվազող, ուստի (1.18)-ը կարող է
ունենալ լուծում, եթե k -ի առավելագույն արժեքի համար աջ կողմը լինի ավելի
փոքր, քան ձախը: Մասնավորապես, $n = 1$ արժեքի դեպքում փոսում գոնե մեկ մա-
կարդակ գոյություն ունենալու համար անհրաժեշտ է պահանջել, որ

$$\frac{\sqrt{2m^*V_1}}{\hbar} L > \frac{\pi}{2} - \arcsin \sqrt{\frac{V_1}{V_3}} : \quad (1.19)$$

Ինչպես երևում է (1.19) -ից, ոչ համաչափ պոտենցիալային փոսում ($V_1 \neq V_3$)
միշտ կգտնվեն փոսի L լայնության այնպիսի արժեքներ, որոնց դեպքում (1.19) ան-
հավասարությունը կխախտվի և, հետևաբար, այդպիսի փոսում ոչ մի ընդհատ մակար-
դակ (կապված վիճակ) չի կարող լինել: Վերջինս յուրօրինակ արդյունք է միաչափ, ոչ
համաչափ քվանտային փոսի համար, քանի որ ինչպես հետևում է (1.19) -ից, $V_1 = V_3$
համաչափ փոսում առնվազն մեկ մակարդակ միշտ գոյություն ունի:

Անցնենք (1.18) հավասարման հնարավոր լուծումների ուսումնասիրման առա-
վել մեծ հետաքրքրություն ներկայացնող մի շարք մասնավոր դեպքերում:

բ) Անվերջ խոր ուղղանկյուն պոտենցիալային փոս

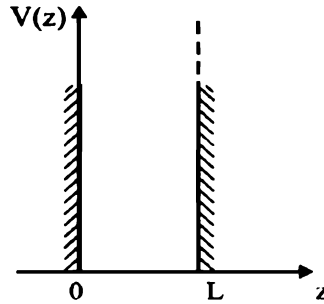
Այս մոդելը, բնականաբար, չի կարող գործնականում իրականացվել, սակայն
այս դեպքում ստացվող արդյունքներն շատ պարզ են, ունեն կողմնորոշիչ նշանա-
կություն, ուստի հետազոտողները հաճախ են օգտվում այս մոդելից:

Այսպիսով, դիցուք՝ $V_1, V_3 \rightarrow \infty$ (նկ. 2-2): Այս դեպքում (1.18) -ից հետևում է, որ
 $kL = n\pi$, ուստի, համաձայն (1.8) -ի, էներգիայի մակարդակների համար կունենանք՝

$$\varepsilon_n = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots : \quad (1.20)$$

Ստացված արտահայտության օգնությամբ գնահատենք էներգիայի արժեք-
ները $GaAs$ -ի քվանտային փոսի համար, որտեղ էլեկտրոնի արդյունաբար զանգ-

վածը՝ $m^* = 0,067 m_0$, իսկ m_0 -ն ազատ էլեկտրոնի զանգվածն է: Ընդունելով փոսի լայնությունը՝ $L = 12,5$ նմ, հիմնական ($n = 1$) վիճակի համար կստանանք՝ $\varepsilon_1 \approx 35$ մԷՎ, իսկ հաջորդ ($n = 2$) մակարդակի համար՝ $\varepsilon_2 \approx 140$ մԷՎ:



Նկ. 2-2. Անվերջ խոր ուղղանկյուն պոտենցիալային փոս:

Կարող ենք հեշտությամբ գնահատել նաև երկու հարևան էներգիական մակարդակների տարբերությունը՝

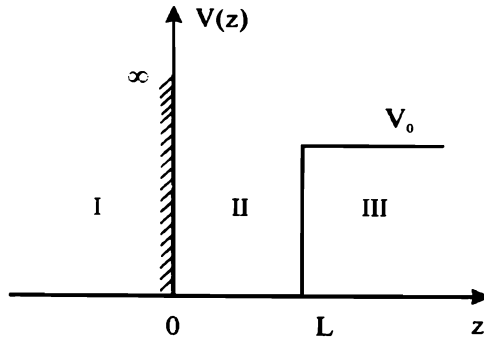
$$\Delta \varepsilon_n = \varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^* L^2} [(n+1)^2 - n^2] = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^* L} (2n+1): \quad (1.21)$$

Չնայած այն n -ից կախված աճում է, սակայն $\frac{\Delta \varepsilon_n}{\varepsilon_n}$ հարաբերությունը, բնականաբար, մեծ քվանտային թվերի համար ձգտում է զրոյի.

$$\frac{\Delta \varepsilon_n}{\varepsilon_n} = \frac{2n+1}{n^2} \approx \frac{2}{n} \rightarrow 0: \quad (1.22)$$

Ի դեպ, $L \approx 10$ նմ փոսի լայնության դեպքում $\Delta \varepsilon_n$ -ը նույնպես $10 + 100$ մԷՎ կարգի մեծություն է, և բարձր ջերմաստիճաններում կարող է դառնալ էլեկտրոնի միջին ջերմային էներգիայի կարգի (օրինակ՝ $T = 300 \text{ K}$ սենյակային ջերմաստիճանում $k_B T \approx 26$ մԷՎ է): Ուստի կարող ենք պնդել, որ քվանտային փոսում մակարդակների ընդհատության դրսևորումն առավել ցայտում է, եթե էլեկտրոններով զբաղեցված են միայն ցածր էներգիական մակարդակները:

զ) Պոտենցիալային փոսի հաջորդ մասնավոր դեպքը պատկերված է Նկ. 2-3 - ում: Վերջինս համապատասխանում է $V_1 \rightarrow \infty$, $V_3 = V_0$ սահմանային դեպքին: Տվյալ խնդրում ենթադրվում է, որ $z = 0$ կետում պոտենցիալ էներգիան դառնում է անվերջ հետևաբար, մասնիկը չի կարող թափանցել $z < 0$ տիրույթ: Այսինքն՝ ալիքային ֆունկցիան հավասարվում է զրոյի $z = 0$ կետում: Ուստի կարելի է դիտարկել ալիքային ֆունկցիան միայն II և III տիրույթներում և պահանջել, որ $\psi(z = 0) = 0$:



Նկ. 2-3. Մեկ կողմից անթափանց պատով սահմանափակված քվանտային փոս:

(1.18) հավասարման մեջ կատարելով սահմանային անցում՝ $V_1 \rightarrow \infty, V_3 = V_0$, կստանանք՝

$$\arcsin \frac{\hbar k}{\sqrt{2m^* V_0}} = n\pi - kL: \quad (1.23)$$

Կատարելով

$$\xi = kL \quad \text{և} \quad \gamma = \frac{\hbar}{L\sqrt{2m^* V_0}} \quad (1.24)$$

նշանակումները, (1.23) հավասարումը կարելի է ներկայացնել

$$\sin \xi = \pm \gamma \xi \quad (1.25)$$

տեսքով: Այս հավասարման լուծման ժամանակ ընտրվում են այն արմատները, որոնց համար $\xi \gamma < 0$ (զույգ քառորդներ):

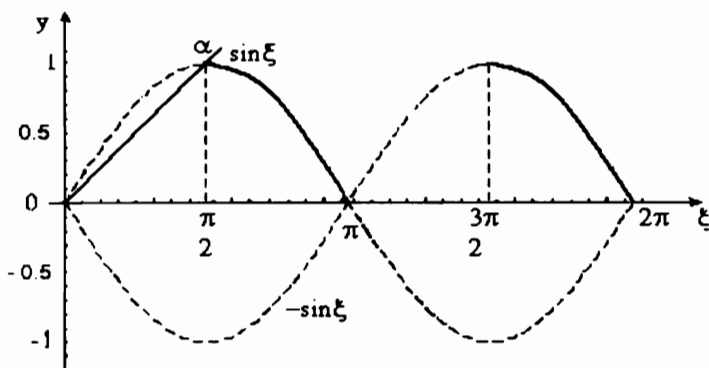
Այսպիսով, խնդիրը հանգում է $y = \gamma \xi$ ուղղի և $y = \pm \sin \xi$ կորի հատման այն կետերի որոշմանը, որոնց համար $\xi \gamma < 0$: Այդ պայմանին բավարարող $y = \pm \sin \xi$ կորերի համապատասխան հատվածները նկ. 2.4 -ում պատկերված են հոծ գծերով:

Միաժամանակ նկ. 2-4 -ից երևում է, որ բավական մեծ γ -ների համար, որոնց համապատասխանում են V_0 -ի փոքր արժեքներ, հատման կետեր ընդհանրապես չկան: Առաջին այդպիսի կետ ի հայտ է գալիս, երբ $y = \gamma \xi$ ուղիղը զբաղեցնում է 0α

դիրքը, այսինքն, երբ $\gamma = \frac{2}{\pi}$, որը համապատասխանում է $\alpha \xi = \frac{\pi}{2}$ կետին: Այսիսով՝

$\sin \frac{\pi}{2} = \gamma \frac{\pi}{2} = 1$ պայմանից կարող ենք որոշել փոսի նվազագույն խորությունը, որի

դեպքում ի հայտ է գալիս առաջին կապված վիճակը՝ $V_{0min} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{8m^* L^2}$:



Նկ. 2-4. (1.25) տրանսցենդենտ հավասարման գրաֆիկական լուծումը:

Ինչքան փոքր է L -ը, այնքան խորը պետք է լինի փոսը կապված մակարդակ ունենալու համար: $V_0 < V_{0min}$ պայմանի դեպքում մասնիկը չի կարող “բռնվել” այդպիսի փոսում, այսինքն՝ նրանում կապված վիճակներ ընդհանրապես չկան:

դ) Վերջավոր խորությամբ համաչափ ուղղանկյուն պոտենցիալային փոս

Քննարկենք $V_1 = V_3 \equiv V_0$ դեպքը (Նկ. 2-5): Նախ՝ նորից նշենք, որ այս դեպքում (1.19) անհավասարությունը միշտ տեղի ունի և, հետևաբար, վերջավոր խորությամբ պոտենցիալային փոսում գոյություն ունի առնվազն մեկ մակարդակ: Դիտարկվող դեպքում (1.18) հավասարումը բերվում է

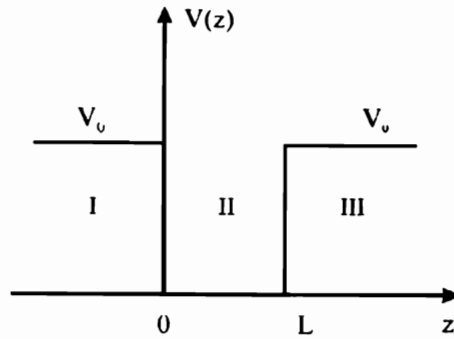
$$\arcsin \frac{\hbar k}{\sqrt{2m^*V_0}} = \frac{n\pi - kL}{2}; \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.26)$$

տեսքի: Ստացնենք նոր փոփոխական՝ $\theta = \frac{kL}{2}$, որից հետո (1.26)-ը կենտ n -երի դեպքում կբերվի հետևյալ տեսքի՝

$$\cos \theta = \pm \gamma' \theta, \quad (1.27)$$

որտեղ՝ $\gamma' = \frac{\hbar}{L} \sqrt{\frac{2}{m^*V_0}} :$

Ստացված հավասարման արմատները պետք է բավարարեն $\tan \theta > 0$ պայմանին:



Նկ. 2-5. Համաչափ ուղղանկյուն քվանտային փոս

Ձույզ n -երի համար (1.26) -ը կբերվի

$$\sin \theta = \pm \gamma' \theta \quad (1.28)$$

հավասարմանը, որի լուծումներից պետք են ընտրվեն $\operatorname{tg} \theta < 0$ պայմանին բավարարողները: (1.27) և (1.28) հավասարումների գրաֆիկական ուսումնասիրությունը կարելի է իրականացնել նախորդ սահմանային դեպքի մեմանությամբ (տես (1.25) -ի լուծումը):

Սակայն որոշ նկատառումներից ելնելով նպատակահարմար է քննարկել (1.27) և (1.28) հավասարումներին համարժեք հետևյալ հավասարումները՝

$$k \operatorname{tg} \theta = \alpha; \quad -k c \operatorname{tg} \theta = \alpha, \quad (1.29)$$

որտեղ տեղադրելով k -ի և α -ի արտահայտությունները, կստանանք՝

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} \theta \\ -c \operatorname{tg} \theta \end{array} \right\} = \sqrt{\frac{m^* V_0 L^2}{2 \hbar^2 \theta^2} - 1} = \sqrt{\frac{\theta_0^2}{\theta^2} - 1}, \quad (1.30)$$

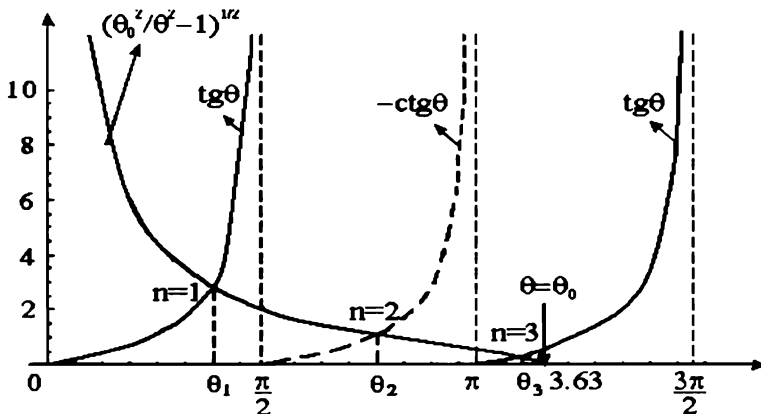
որտեղ $\theta_0^2 = \frac{m^* V_0 L^2}{2 \hbar^2}$ չափազուրկ պարամետրի մեջ ներառված են խնդրի բոլոր ֆիզիկական մեծությունները՝ մասնիկի զանգվածը, քվանտային փոսի լայնությունը և խորությունը: Փաստորեն θ_0 -ն որոշում է θ -ի թույլատրելի արժեքների տիրույթը և թույլ է տալիս լուծել (1.30) հավասարումները չափազուրկ միավորներով: Գրաֆիկորեն գտնենք (1.30) -ի լուծումները՝ կառուցելով աջ և ձախ մասերի կախումները θ -ից: Մինչ այդ գնահատենք θ_0 պարամետրը $GaAs$ -ի $L = 10$ նմ լայնությամբ և $V_0 = 0,3$ էՎ խորությամբ քվանտային փոսում գտնվող էլեկտրոնի համար. վերցնելով

$m^* = 0,067 m_0$, կստանանք $\theta_0^2 = 13,2$ արժեքը: Քանի որ (1.30) հավասարումների աջ մասում քառակուսի արմատը միշտ դրական է, ապա պետք է վերցնել θ -ի արժեքների այն տիրույթները, որոնք կապահովեն նաև ձախ մասի դրական լինելը: Հետևաբար՝ $\operatorname{tg} \theta$ -ի համար պետք է ընտրել $(0, \frac{\pi}{2}), (\pi, \frac{3}{2}\pi), \dots$, իսկ $c \operatorname{tg} \theta$ -ի հա-

մար՝ $(\frac{\pi}{2}, \pi), (\frac{3}{2}\pi, 2\pi), \dots$ տիրույթները: Նկ. 2-6 -ում պատկերված են (1.30) հավա-

սարումների գրաֆիկական լուծումները $\theta_0^2 = 13,2$ արժեքի համար: Ինչպես երևում է, տվյալ պարամետրերով փոստում գոյություն ունի երեք կապված վիճակ, որոնք համապատասխանում են θ_1, θ_2 և θ_3 արմատներին:

Վերջում կանգ առնենք մի քանի կարևոր արդյունքների վրա, որոնք բխում են քննարկվող վերջավոր խորությամբ համաչափ ուղղանկյուն պոտենցիալային փոսի մոդելից:



Նկ. 2-6. Համաչափ ուղղանկյուն քվանտային փոսի համար դիսպերսիայի (1.30) հավասարումների գրաֆիկական լուծումը:

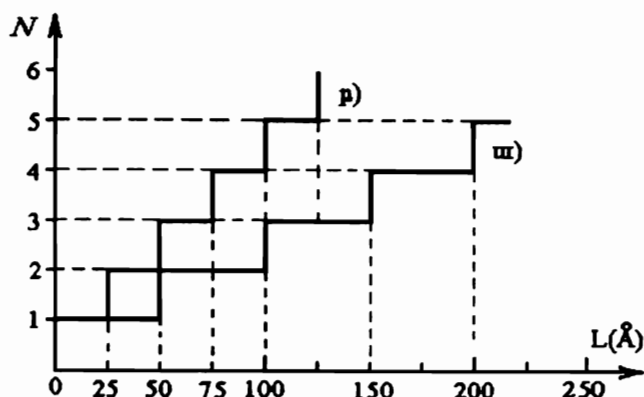
1. (1.30) հավասարումների աջ մասի գրաֆիկը θ առանցքը հատում է θ_0 կետում, այն դեպքում, երբ ձախ կողմը ներկայացնող $\text{tg} \theta$ և $-\text{ctg} \theta$ ֆունկցիաները θ առանցքը հատում են $\theta = \frac{\pi}{2}n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) կետերում: Ուստի կարող են ասել, որ տվյալ θ_0 -ի դեպքում (1.30) հավասարման լուծումների, այսինքն՝ կապված վիճակների N թիվը որոշվում է

$$N = 1 + \text{Int} \left[\frac{2}{\pi} \theta_0 \right] = 1 + \text{Int} \left[\sqrt{\frac{2m^*V_0L^2}{\pi^2 \hbar^2}} \right] \quad (1.31)$$

բանաձևով, որտեղ $\text{Int}[x]$ -ն x մեծության ամբողջ արժեքն է:

Նկ. 2-7-ում պատկերված է էլեկտրոնների (ա) և խոռոչների (բ) կապված վիճակների (էներգիական մակարդակների) թվի կախումները քվանտային փոսի լայնությունից $\text{AlGaAs}/\text{GaAs}/\text{AlGaAs}$ կառուցվածքի համար (էլեկտրոնների համար վերցված են $V_0 = 220$ մԷՎ, $m^* = 0,067 m_0$, իսկ խոռոչների համար՝ $V_0 = 150$ մԷՎ,

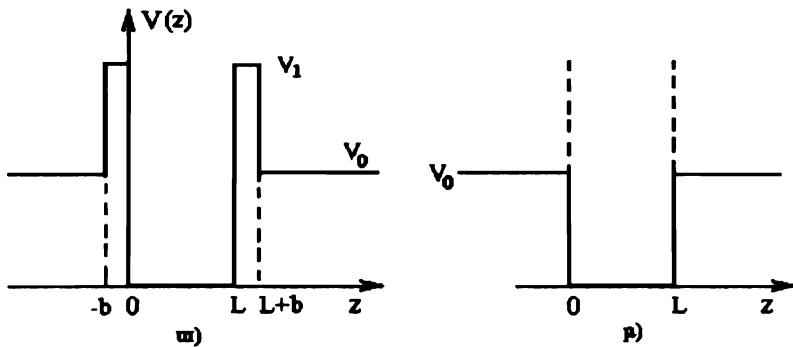
$m^* = 0,4 m_0$ արժեքները): Նկարից երևում է, որ նշված փոսում առնվազն մեկ կապված վիճակ միշտ կա, անկախ փոսի լայնությունից: Վերջինս, ինչպես վերը նշվեց, հետևանք է խնդրի միաչափության և պոտենցիալի համաչափության, իսկ փոսի ուղղանկյուն լինելու հանգամանքն այս պնդման մեջ դեր չի խաղում: Քվանտային փոսում առնվազն մեկ կապված վիճակ լինելու պնդումը ճիշտ է նաև երկչափ խնդրում: Սակայն, ինչպես կհամոզվենք հետագայում, այս արդյունքը ճիշտ չէ եռաչափ քվանտային փոսերի համար:



Նկ. 2-7. Կապված վիճակների թվի կախումը փոսի լայնությունից (ա) էլեկտրոնների և (բ) խոռոչների համար

2. Շատ հաճախ քվանտային փոսերը ձևավորվում են բարդ, բազմաշերտ կառուցվածքներում, որտեղ նրանք, բացի հիմնական արգելքներից, երկու կողմից շրջապատված են լրացուցիչ, թունելային թափանցիկ արգելքներով (տես նկ. 2-8):

Այդպիսի փոսը կարող է պարունակել կապված վիճակներ էներգիայի միայն $E < V_0$ տիրույթում, իսկ $E > V_0$ էներգիայով էլեկտրոնների շարժումը սահմանափակ (ֆինիտ) չէ՝ նրանք հնարավորություն ունեն կատարել թունելային անցում շրջափակող արգելքներով և հեռանալ անվերջություն (նրանց էներգիական սպեկտրն անընդհատ է): Այդ իմաստով $E > V_0$ վիճակների վարքը նման է սովորական փոսի դեպքին, սակայն կա մի էական տարբերություն: Հեշտությամբ կարելի է տեսնել, որ կախված էներգիայից անընդհատ սպեկտրին պատկանող վիճակների ալիքային ֆունկցիաների լայնությունները փոսի տիրույթում ունեն մաքսիմումներ և մինիմումներ, որոնք այնքան ավելի հստակ են արտահայտված, ինչքան ավելի փոքր են շրջապատող արգելքների թունելային թափանցելիությունները: Բավականաչափ մեծ V_1 -ի կամ b -ի համար (նկ.2-8) անընդհատ սպեկտրի տիրույթում հստակ կարելի է առանձնացնել որոշակի էներգիայով վիճակներ, որոնց համապատասխանում է ալիքային ֆունկցիայի առավելագույն կենտրոնացում քվանտային փոսի տիրույ-



Նկ. 2-8. Կրկնակի արգելքներով շրջափակված քվանտային փոս (ա):
Այդ փոսը դեկտա - սահմանում (բ):

թում: Այսպիսի վիճակները փոսի տիրույթում ունեն կյանքի մեծ տևողություն և կոչվում են քվազիկապված վիճակներ: Նկատենք նաև, որ $V_1 \rightarrow \infty$ կամ $b \rightarrow \infty$ դեպքերում այդ վիճակներն ուղղակի վերածվում են իրական կապված վիճակների: Քվազիկապված վիճակները կարող են լական դեր խաղալ փոսի ներգոտիական օպտիկական հատկություններում՝ պայմանավորված կապված վիճակներից քվազիկապված վիճակներ անցումներով: Բացի այդ, դրանք լական դեր են խաղում դիտարկվող կառուցվածքներով $E > V_0$ էներգիայով էլեկտրոնների թունելային անցման պրոցեսում: Երբ ընկնող էլեկտրոնի էներգիան ճշգրտորեն համընկնում է որևէ քվազիկապված վիճակի էներգիայի հետ, դիտվում է այսպես կոչված ռեզոնանսային թունելավորման երևույթ, որի դեպքում անցման գործակիցը դառնում է հավասար մեկի: Այս երևույթին ավելի մանրամասն կանդդադառնանք Գլ.7-ում:

Այժմ վերադառնանք կապված վիճակներին: Լրացուցիչ սահմանափակող արգելքների առկայությունն ըստ էության համարժեք է փոսի խորության մեծացմանը, ինչի արդյունքում կապված վիճակների էներգիայի մակարդակները սովորական փոսի մակարդակների նկատմամբ շեղվում են էներգիայի սանդղակով դեպի վեր: Իր հերթին, սա նշանակում է, որ դիտարկվող քվանտային փոսում կապված վիճակների թիվը չի կարող գերազանցել համապատասխան սովորական փոսում գոյություն ունեցող կապված վիճակների թիվը: Բավականաչափ ծանծաղ և նեղ փոսի դեպքում կարող է առաջ գալ հետաքրքիր իրավիճակ, երբ առանց շրջապատող արգելքների փոսը, որն ընդամենը պարունակում է մեկ կապված վիճակ, լրացուցիչ արգելքներով շրջափակելուց հետո կարող է ընդհանրապես ոչ մի կապված վիճակ չպարունակել: Այդ դեպքում լրացուցիչ արգելքները պետք է այնքան «հզոր» լինեն, որ մակարդակը, բարձրանալով հայտնվի փոսի V_0 եզրից վեր՝ անընդհատ էներգիայի սպեկտրի տիրույթում: Սրանում կարելի է համոզվել, եթե սովորական փոսի նմանությամբ լուծենք Շրեդինգերի հավասարումը տարբեր տիրույթներում և օգտագործենք ստանդարտ

եզրային պայմանները: Մասնավորապես, դելտա-տիպի շրջափակող արգելքների համար ($V_1 \rightarrow \infty, b \rightarrow 0$, բայց $\frac{2m^*}{\hbar^2} V_1 b \equiv C = const$) (նկ.2-8, բ) հիմնական կապված վիճակի էներգիան (1.30) -ի փոխարեն կորոշվի

$$tg\theta = \sqrt{\frac{\theta_0^2}{\theta^2} - 1} + \frac{CL}{\theta} \quad (1.32)$$

հավասարումից, որտեղ C -ն դելտա-տիպի արգելքների անթափանցելիության գործակիցն է: Նկատենք, որ առանց այդ արգելքների ($C = 0$) (1.32) հավասարման աջ մասը դառնում է զրո $\theta = \theta_0$ կետում և այս պատճառով $0 < \theta < \pi/2$ տիրույթում այն միշտ հատում է $tg\theta$ -ի գրաֆիկը (տես նկ. 2-6), այսինքն՝ միշտ գոյություն ունի գոնե մեկ կապված վիճակ: Իսկ $C \neq 0$ դեպքում $\theta = \theta_0$ կետում (1.32) -ի աջ մասն արդեն զրո չէ և հավասար է $\frac{CL}{\theta_0}$ -ին: Եթե փոսի սկզբնական պարամետրերն ընտրված են

այնպես, որ $\theta_0 < \pi/2$, ապա հնարավոր է, որ բավականաչափ մեծ C -երի համար $\left(C > \frac{\theta_0}{L} tg\theta_0\right)$ (1.32) -ի աջ և ձախ մասերն ընդհանրապես չհատվեն, ինչը նշանա-

կում է, որ դիտարկվող քվանտային փոսում չկա կապված վիճակ: Նկատենք, որ առաջին հայացքից զարմանալի թվացող այս արդյունքը չի հակասում կամայական համաչափ միաչափ փոսում առնվազն մեկ կապված վիճակի գոյության մասին վերը բերված հայտնի դրույթին: Բանն այն է, որ, խոսելով միաչափ համաչափ փոսի մասին սովորաբար ենթադրվում է, որ այն բավարարում է՝ (1) $V(z) = V(-z)$ և (2) $V(z) < V(+\infty) = V(-\infty) = 0$ պայմաններին: Մեր դեպքում փոսի համաչափության (1) պայմանը բավարարված է, սակայն (2) պայմանը երկու կետերում խախտված է, որի պատճառով էլ հարցականի տակ է առնվում դիտարկվող տիպի միաչափ փոսում կապված վիճակի գոյությանը:

3. Այժմ մանրամասն քննարկենք ուղղանկյուն, ոչ խոր փոսի դեպքը ($\theta_0^2 \ll 1$,

կամ որ նույնն է՝ $V_0 \ll \frac{\hbar^2}{2m^*L^2}$), երբ փոսում կա ընդամենը մեկ կապված վիճակ:

Այդ դեպքում (1.30) հավասարումներից երկրորդը լուծում չունի, իսկ առաջինն ունի միայն մեկ արմատ: Քանի որ $\theta \leq \theta_0 \ll 1$, ապա, կատարելով $tg\theta \approx \theta$ փոխարինումը, կստանանք՝

$$\theta = \sqrt{\frac{\theta_0^2}{\theta^2} - 1} \quad (1.33)$$

կամ

$$\theta^4 + \theta^2 - \theta_0^2 = 0, \quad (1.34)$$

որի իրական լուծումը՝

$$\theta^2 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 4\theta_0^2} - 1 \right): \quad (1.35)$$

Քառակուսի արմատը վերածելով շարքի և պահպանելով ըստ θ_0^2 -ու երկրորդ կարգի ճշտության անդամները.

$$\theta^2 = \theta_0^2 - \theta_0^4 = \frac{m^* V_0 L^2}{2\hbar^2} - \left(\frac{m^* V_0 L^2}{2\hbar^2} \right)^2, \quad (1.36)$$

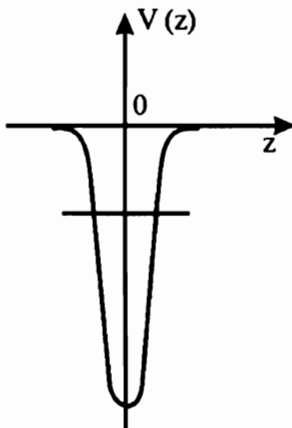
եներգիայի համար կստանանք.

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 4}{2m^* L^2} \theta^2 \approx V_0 - \frac{m^* V_0 L^2}{2\hbar^2} V_0, \quad (1.37)$$

որտեղից կապի էներգիան՝

$$\varepsilon_0 = V_0 - \varepsilon = \frac{m^* V_0 L^2}{2\hbar^2} V_0: \quad (1.38)$$

Այսպիսով, միակ կապված վիճակի էներգիան կախված է քվանտային փոսի V_0 խորությունից քառակուսային օրենքով և, հետևաբար, ավելի փոքր է, քան V_0 -ն: Այն գտնվում է շատ մոտ փոսի գագաթին (այսպես կոչված “ծանծաղ” մակարդակ): Անհրաժեշտ է նշել, որ ծանծաղ, համաչափ միաչափ փոսում կապված վիճակի առ-



Նկ.2-9. Դելտա - պո-
տենցիալային փոս:

կայությունը ճիշտ է ոչ միայն ուղղանկյուն, այլև կամայական փոսի համար, որը բավարարում է վերը բերված երկու պայմաններին: Համարելով ծանծաղ փոսում էլեկտրոնի պոտենցիալ էներգիան որպես խոտորում, կարելի է ցույց տալ, որ նրանում գո-
յություն ունեցող վիճակի կապի էներգիան տրվում է

$$|E| = \frac{m^*}{2\hbar^2} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} V(z) dz \right)^2 \quad (1.39)$$

արտահայտությամբ, որտեղից երևում է, որ այն ամե-
նաընդհանուր դեպքում փոսի խորության համեմա-
տությամբ ավելի բարձր (երկրորդ) կարգի փոքր մե-
ծություն է:

4. Օգտվելով “ծանծաղ” մակարդակի վերաբերյալ
վերը ստացված (1.38) արդյունքից, հեշտությամբ
կարող ենք որոշել էլեկտրոնի էներգիայի մակար-
դակները

$$U(z) = -\alpha \delta(z) \quad (1.40)$$

դելտա - պոտենցիալային փոստում: $\alpha > 0$ դեպքում այն գրաֆիկորեն պատկերված է նկ. 2-9 -ում: Նշենք որ, α -ի չափայնությունը՝ $[\alpha] = [\text{էներգիա}] [\text{երկարություն}]$:

Վերջավոր ուղղանկյուն պոտենցիալային փոսի համար ստացված բանաձևերում, կատարենք սահմանային՝ $L \rightarrow 0$, $V_0 \rightarrow \infty$ անցում, պահպանելով սակայն (LV_0) արտադրյալը հաստատուն (նշանակենք այն α -ով՝ $LV_0 = \text{const} \equiv \alpha$) :

Երբ $L \rightarrow 0$, $\theta_0^2 = \frac{m^* V_0 L}{2\hbar^2} \cdot L$ մեծությունը նույնպես ծագում է զրոյի, ուստի

կարող ենք օգտվել “ծանծաղ” փոսի համար ստացված կապված վիճակի (1.38) արտահայտությունից: Այսպիսով, կարող ենք պնդել, որ դելտա - պոտենցիալային փոսում կա միայն մեկ էներգիական մակարդակ, որի մեծությունը որոշվում է

$$E_0 = \frac{m^* L^2 V_0^2}{2\hbar^2} = \frac{\alpha m^*}{2\hbar^2} \quad (1.42)$$

արտահայտությամբ: Այսպիսով, “ծանծաղ” փոսում հիմնական վիճակի էներգիայի համար ստացված մոտավոր (1.38) արտահայտությունը դելտա - պոտենցիալային փոսի համար ճշգրիտ արդյունք է:

§2.2 Պարաբոլային քվանտային փոս

Այսպիսի փոսում մասնիկի պոտենցիալ էներգիան տրվում է

$$V(z) = \frac{1}{2} \beta z^2 = \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 z^2 \quad (2.1)$$

տեսքով: Այն նկարագրում է միաչափ ներդաշնակ տատանակը (օսցիլյատորը): Պարաբոլային ներդաշնակ տատանակի օրինակ է զսպանակից կախված m զանգվածով գնդիկը: Այդ դեպքում z -ը գնդիկի հավասարակշռության դիրքից շեղումն է, β -ն՝ զսպանակի կոշտությունը: Բյուրեղային ցանցի տատանումները ներդաշնակ մոտավորությամբ նույնպես նկարագրվում են պարաբոլային պոտենցիալով: Մեկ այլ օրինակ է լիցքի համասեռ բաշխումը, որի ստեղծած էլեկտրաստատիկ դաշտի պոտենցիալի համար Պուլասոնի հավասարման լուծումը պարաբոլային է: Հնարավոր է նաև պինդ լուծույթի բաղադրության անընդհատ փոփոխմամբ աճեցնել պարաբոլային փոս, օրինակ՝ $Al_x Ga_{1-x} As$ -ում անընդհատ փոփոխելով Al -ի բաղադրության տոկոսը: Հետազայում կիսմոզվենք, որ ազատ էլեկտրոնի խնդիրը հաստատուն մագնիսական դաշտում նույնպես բերվում է ներդաշնակ տատանակի խնդրին:

(2.1) պոտենցիալ էներգիայով և m^* զանգվածով դասական մասնիկը կատարում է ներդաշնակ տատանումներ $z = z_0 \cos \omega_0 t$ օրենքով, որտեղ $\omega_0 = \sqrt{\frac{\beta}{m^*}}$ -ն սեփական (շրջանային) հաճախությունն է, իսկ z_0 -ն՝ տատանման լայնությունը: Ներդաշնակ տատանակի գլխավոր հատկությունն այն է, որ ω_0 -ն կախված չէ z_0 -ից: Վերջինս մոտավորություն է և ճիշտ է միայն փոքր շեղումների համար:

(2.1) տեսքի պոտենցիալային դաշտում քվանտային մասնիկի շարժումը նկարագրող Շրեդինգերի ստացիոնար հավասարումն ունի

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 z^2 \right) \psi(z) = E \psi(z) \quad (2.2)$$

տեսքը: Մինչև բուն հավասարման լուծումը նպատակահարմար է ազատվել երկարության և էներգիայի չափայնությունն ունեցող մեծություններից: Փորձենք գտնել երկարության $\tilde{z}$ և էներգիայի և $\tilde{E}$ բնութագրական մեծություններ՝ արտահայտված խնդրի՝ m^* և ω_0 ֆիզիկական պարամետրերով:

(2.2) հավասարումը ներկայացնենք հետևյալ տեսքով՝

$$\left[-\frac{d^2}{dz^2} + \left(\frac{m^* \omega_0}{\hbar} \right)^2 z^2 \right] \psi(z) = \frac{2m^* E}{\hbar^2} \psi(z) \quad (2.3)$$

Միջակ փակագծերում գրված առաջին անդամն ունի (երկարություն)⁻² չափայնություն, այն դեպքում, երբ երկրորդ անդամը պարունակում է (երկարություն)², որ գալիս է z^2 անդամից: Հետևաբար՝ երկրորդ անդամի գործակիցը պետք է ունենա (երկարություն)⁴ չափայնություն, այսինքն՝

$$\tilde{z} = \left(\frac{\hbar}{m^* \omega_0} \right)^{1/2} \quad (2.4)$$

արտահայտությունը խնդրի երկարության չափայնությամբ բնութագրական մեծություն է: $\bar{z} = z/\tilde{z}$ փոփոխականի փոխարինումով (2.3) հավասարումը կրելովի

$$\left[-\frac{d^2}{d\bar{z}^2} \psi(\bar{z}) + \bar{z}^2 \right] \psi(\bar{z}) = 2 \frac{E}{\hbar \omega_0} \psi(\bar{z}) \quad (2.5)$$

տեսքի: Կատարելով նաև $\bar{E} = \frac{E}{\tilde{E}} = \frac{E}{\hbar \omega_0}$ նշանակումը, $\bar{z}$ և $\bar{E}$ չափագուրկ մեծու-

թյունների միջոցով Շրեդինգերի հավասարումը կարելի է ներկայացնել հետևյալ վերջնական տեսքով՝

$$-\frac{d^2}{d\bar{z}^2}\psi(\bar{z}) + (2\bar{E} - \bar{z}^2)\psi(\bar{z}) = 0: \quad (2.6)$$

Կարելի է ասել, որ մենք արդեն ինչ-որ հաջողության հասանք, քանի որ պետք է սպասել, որ ալիքային ֆունկցիաների փոփոխման տիրույթը կլինի $\tilde{z}$ -ի, իսկ էներգիական մակարդակների տարբերությունը՝ $\tilde{E}$ -ի կարգի:

Քննարկենք (2.6)-ը մեծ $\bar{z}$ -երի համար: Այդ դեպքում $2\bar{E}$ անդամն անտեսելով $\bar{z}^2$ -ու նկատմամբ՝ կստանանք $\psi'' = \bar{z}^2 \psi$ հավասարումը, որի ասիմպտոտական ինտեգրալներն ունեն $\psi \sim e^{\pm \bar{z}^2/2}$ տեսքը (իսկապես, եթե այն ածանցենք երկու անգամ, ապա ըստ $\bar{z}$ -ի ավելի ցածր կարգի անդամների ճշտությամբ կունենանք $\psi'' = \bar{z}^2 \psi$): $\psi(\bar{z})$ -ի վերջավորության պայմանից հետևում է, որ որպես $\psi(\bar{z} \rightarrow \pm\infty)$ պետք է ընտրել $e^{-\bar{z}^2/2}$ ֆունկցիան:

Ուստի, (2.6) հավասարման լուծումը կամայական $\bar{z}$ -ի համար փնտրենք

$$\psi(z) = e^{-\bar{z}^2/2} U(\bar{z}) \quad (2.7)$$

տեսքով և տեղադրելով այն (2.6) հավասարման մեջ, $U(\bar{z})$ ֆունկցիայի համար կստանանք

$$U'' - 2\bar{z}U' + 2nU = 0 \quad (2.8)$$

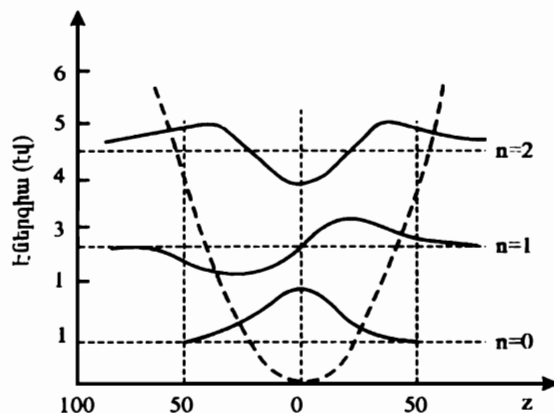
հավասարումը, որտեղ $2\bar{E} - 1 = 2n$ (քանի որ $\bar{E}$ -ն դրական է, ուստի $n > -1/2$):

(2.8)-ից որոշվող $U(\bar{z})$ ֆունկցիան պետք է լինի վերջավոր $\bar{z}$ -ի բոլոր վերջավոր արժեքների համար, իսկ երբ $\bar{z} \rightarrow \pm\infty$, կարող է ձգտել անվերջության ոչ արագ, քան $\bar{z}$ -ի վերջավոր աստիճանը (այն հաշվով, որ ψ -ն ձգտի զրոյի): Կարելի է ապացուցել, որ այդպիսի լուծումներ գոյություն ունեն n -ի միայն դրական ամբողջ

արժեքների համար: Ուստի $2\frac{E}{\hbar\omega_0} - 1 = 2n$ հավասարումից կորոշենք էներգիայի սեփական արժեքները՝

$$E_n = \hbar\omega_0 \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.9)$$

Ընդ որում, n -ի դրական ամբողջ արժեքների համար ալիքային ֆունկցիաները տրվում են էրմիտի $H_n(\bar{z})$ բազմանդամների միջոցով՝



Նկ. 2-10. Ներդաշնակ տատանակի էներգիական մակարդակները և ալիքային ֆունկցիաները ($n = 0, 1, 2$): Կետագծով պատկերված է պարաբոլային քվանտային փոսը: Էներգիան տրված է մէՎ -ով, իսկ կոորդինատը՝ նանոմետրերով (նմ):

$$U_n(\bar{z}) = CH_n(\bar{z}), \text{ որտեղ } H_n(\bar{z}) = (-1)^n e^{\bar{z}^2} \frac{d^n e^{-\bar{z}^2}}{d\bar{z}^n}, \quad (2.10)$$

իսկ C - հաստատունը որոշվում է

$$\int \psi_n^2(\bar{z}) d\bar{z} = 1$$

Նորմավորման պայմանից: Արդյունքում համապատասխան նորմավորված ալիքային ֆունկցիաները կգրվեն տեսքով:

$$\psi_n(z) = \left(\frac{m^* \omega_0}{\pi \hbar} \right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} e^{-\frac{m^* \omega_0}{2\hbar} z^2} H_n \left(\sqrt{\frac{m^* \omega_0}{\hbar}} z \right) \quad (2.11)$$

Որոշ վիճակների համար ալիքային ֆունկցիաները պատկերված են նկ. 2-10-ում: Հիմնական վիճակի համար ($n = 0$) այն հիշեցնում է պարագագույն գաուսյան ֆունկցիան՝

$$\psi_0(z) = \left(\frac{m^* \omega_0}{\pi \hbar} \right)^{1/4} e^{-\frac{m^* \omega_0}{2\hbar} z^2} : \quad (2.12)$$

Նկատի ունենալով խնդրի գործնական նշանակությունը, քննարկենք նաև համասեռ էլեկտրական դաշտի ազդեցությունը ներդաշնակ տատանակի էներգիական սպեկտրի վրա: Պոտենցիալ էներգիայի էլեկտրական մասը հավասար է $-eFz$ (որոշակիության համար ընդունում ենք էներգիան հավասար զրոյի $z = 0$ կետում), ուստի խնդրի համիլտոնիանը կտրվի հետևյալ տեսքով՝

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + \frac{m^* \omega_0^2 z^2}{2} - eFz : \quad (2.13)$$

Կատարելով փոփոխականի փոխարինում՝

$$z_1 = z - \frac{eF}{m^* \omega_0^2} \quad (2.14)$$

կունենանք՝

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz_1^2} + \frac{m^* \omega_0^2 z_1^2}{2} - \frac{(eF)^2}{2m^* \omega_0^2} : \quad (2.15)$$

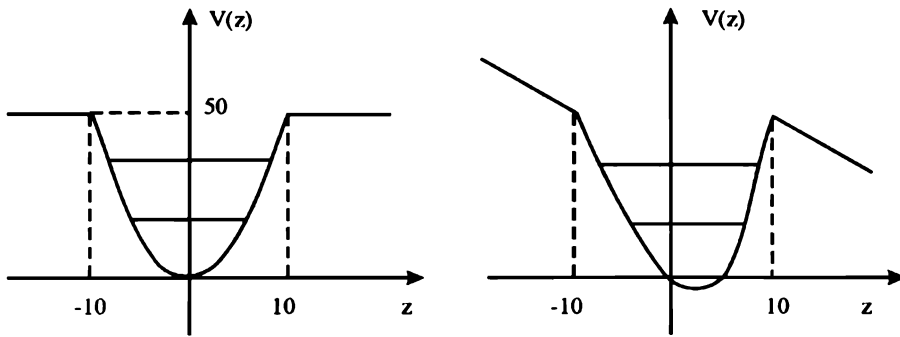
Ստացված համիլտոնիանը $-\frac{(eF)^2}{2m^* \omega_0^2}$ հաստատուն անդամի ճշտությամբ

համընկնում է առանց էլեկտրական դաշտի ներդաշնակ տատանակի համիլտոնիանի հետ: Այն ունի նույն հաճախությունը, սակայն նրա հավասարակշռության դիրքը

տեղաշարժված է $\frac{eF}{m^* \omega_0^2}$ մեծության չափով (ինչը հետևում է $z_1 = 0$ պայմանից):

Իհարկե, դժվար չէ կռահել հավասարակշռության դիրքի այդպիսի տեղաշարժի պատճառը. նոր դիրքը որոշվում է էլեկտրական և առաձգական ուժերի հավասարության պայմանից ($eF - m^* \omega_0^2 z = 0$):

Այսպիսով, համասեռ էլեկտրական դաշտում ներդաշնակ տատանակի էներգիական մակարդակների համակարգը չի փոխվում: Ըստ էության, փոխվում է պարաբոլական փոսի մինիմումը՝ այն շեղվում է դաշտի ուղղությամբ $\Delta z = eF/m^* \omega_0^2$ մեծությամբ, իսկ նրա հատակն է իջնում $\Delta E = -(eF)^2/2m^* \omega_0^2$ չափով: Սակայն պարաբոլի պրոֆիլը չի փոխվում և, հետևաբար, անփոփոխ են մնում մակարդակների դիրքերը հատակի նկատմամբ (նկ. 2-11): Այդ պարագայում, օրինակ՝ ներգոտիական կլանման ռեզոնանսային հաճախությունը գործնականորեն կախված չէ էլեկտրական դաշտի լարվածությունից, իհարկե, քանի դեռ չի սկսվել փոսի թունելային իոնացման երևույթը:



Նկ. 2-11. Համասեռ էլեկտրական դաշտի ազդեցությունը պարաբոլային քվանտային փոսի վրա: Էներգիան տրված է մէՎ-ով, իսկ կոորդինատը՝ նանոմետրերով:

Վերջում նշենք, որ էլեկտրական դաշտում ներդաշնակ տատանակի ալիքային ֆունկցիաները տրվում են (2.11) արտահայտությամբ, որտեղ, սակայն, արգումենտը շեղված է $eF/m^* \omega_0^2$ մեծության չափով .

$$\psi_n(z) = \left(\frac{m^* \omega_0}{\pi \hbar} \right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} e^{\frac{m^* \omega_0}{2\hbar} \left(z - \frac{eF}{m^* \omega_0^2} \right)^2} H_n \left[\sqrt{\frac{m^* \omega_0}{\hbar}} \left(z - \frac{eF}{m^* \omega_0^2} \right) \right] : \quad (2.16)$$

§2.3 Եռանկյուն քվանտային փոս

Նկ. 2-12 -ում պատկերված պարզ հետերոանցումը նկարագրող եռանկյուն պոտենցիալային փոսը կարելի է ներկայացնել

$$V(z) = \begin{cases} \infty, & z < 0; \\ eFz, & z > 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

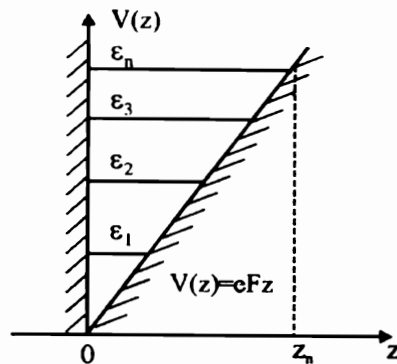
տեսքով, որտեղ F -ը էլեկտրական դաշտի լարվածությունն է, որի ուղղությունը ընտրված է այնպես, որ eF արտադրյալն էլեկտրոնի համար լինի դրական: Այսպիսի եռանկյուն պոտենցիալային փոս, կարող է ձևավորվել, օրինակ, մի կողմից հաղորդականության գոտու եզրի խզման, իսկ մյուս կողմից՝ իոնացված խառնուրդային ատոմների էլեկտրական դաշտի համատեղ ազդեցության արդյունքում:

Փոսում ($z > 0$) Շրեդինգերի հավասարումը կընդունի

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + eFz \right) \chi(z) = E \chi(z) \quad (3.2)$$

տեսքը, իսկ փոսից դուրս ($z \leq 0$) ալիքային ֆունկցիան պետք է բավարարի $\chi(z) = 0$ պայմանին:

Նորից փորձենք խնդիրը բնութագրող պարամետրերի օգնությամբ կազմել երկարության և էներգիայի չափայնություն ունեցող մեծություններ: Քանի որ $[\hbar^2/2m^*] = (\text{էներգիա}) \cdot (\text{երկարություն})^2$, իսկ $[eF] = (\text{էներգիա}) / (\text{երկարություն})$, ապա



Նկ. 2-12. Եռանկյուն պոտենցիալային փոս:

$$z_0 = \left(\frac{\hbar^2}{2m^* eF} \right)^{1/3} \quad (3.3)$$

մեծությունն ունի երկարության չափայնություն, իսկ

$$E_0 = eFz_0 = \left(\frac{\hbar(eF)^2}{2m^*} \right)^{1/3} \quad (3.4)$$

արտահայտությունն ունի էներգիայի չափայնություն:

Եթե ներմուծենք չափայնություն չունեցող

$$\bar{z} = \frac{1}{z_0} \left(z - \frac{E}{eF} \right) = \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{1/3} \left(z - \frac{E}{eF} \right): \quad (3.5)$$

կոորդինատը, ապա (3.2) հավասարումը կրելովի

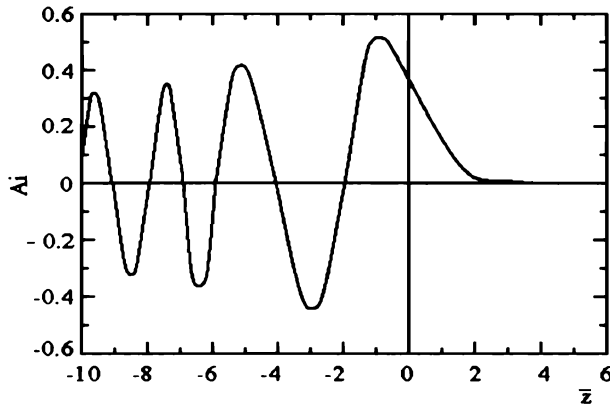
$$\chi''(\bar{z}) - \bar{z} \chi(\bar{z}) = 0 \quad (3.6)$$

պարզ տեսքի: Հայտնի է, որ այս հավասարման լուծումը վերջավոր $\bar{z}$ -ի (հետևաբար՝ և z -ի) բոլոր արժեքների համար տրվում է էյրիի $A_i(\bar{z})$ ֆունկցիայով՝

$$\chi(\bar{z}) = CA_i(\bar{z}) = C \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \cos \left(u\bar{z} - \frac{1}{3}u^3 \right) du, \quad (3.7)$$

որտեղ C -ն նորմավորման հաստատունն է:

Նկ. 2-13 -ում պատկերված է $A_i(\bar{z})$ ֆունկցիայի գրաֆիկը: Նախապես պարզ է, որ էլեկտրոնի էներգիայի մակարդակները Նկ. 2-12-ում պատկերված պոտենցիալ փոսում կազմում են ընդհատ սպեկտր, և դրանց թիվն անվերջ է: Այդ մակարդակները



Նկ.2-13. Էյրիի ֆունկցիայի գրաֆիկը:

որոշվում են եզրային $\chi(\bar{z} = 0) = 0$ պայմանից, ուստի, օգտվելով (3.7) -ից և (3.5)-ից՝ կստանանք

$$Ai\left[-\left(\frac{2m^*eF}{\hbar^2}\right)^{1/3} \frac{E}{eF}\right] = Ai\left[-\left(\frac{2m^*}{\hbar^2(eF)^2}\right)^{1/3} E\right] = 0: \quad (3.8)$$

Նշանակենք Էյրիի ֆունկցիայի արմատները α_n -ով ($n=1,2,3,\dots$), ընդ որում՝

$$0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \dots < \alpha_n < \dots: \quad (3.9)$$

Հաջորդաբար հավասարեցնելով Ai ֆունկցիայի արգումենտը α_n արմատներին՝ էներգիայի ընդհատ արժեքների համար կստանանք՝

$$-\left(\frac{2m^*}{\hbar^2(eF)^2}\right)^{1/3} E_n = -\alpha_n, \quad (3.10)$$

որտեղից

$$E_n = \left(\frac{\hbar^2(eF)^2}{2m^*}\right)^{1/3} \cdot \alpha_n, \quad (n=1,2,3,\dots): \quad (3.11)$$

Ինչպես և սպասվում էր, վերջավոր տիրույթում միաչափ շարժման դեպքում էներգիայի մակարդակներն այլասերված չեն:

Մասնավորապես, հիմնական վիճակի ($n=1, \alpha_1 = 2.34$) էներգիան կլինի՝

$$E_1 \approx 2.34 \left(\frac{\hbar^2(eF)^2}{2m^*}\right)^{1/3}: \quad (3.12)$$

Այժմ ուսումնասիրենք ալիքային ֆունկցիաների վարքը դասական շրջման կետից բավականաչափ հեռու տիրույթում, ինչը հնարավորություն կտա որոշելու

էներգիական մակարդակները $n \gg 1$ դեպքում, այսինքն՝ քվազիդասական մոտավորությամբ: Դասական շրջման կետը որոշվում է $E_n = eFz_n^{cl}$ պայմանից (այդ կետում մասնիկը կանգ է առնում), որտեղից $z_n^{cl} = E_n/eF$: Տեղադրելով E_n -ի (3.11) արժեքը, կստանանք՝

$$z_n^{cl} = \left(\frac{\hbar^2 (eF)^2}{2m^*} \right)^{1/3} \frac{\alpha_n}{eF} = z_0 \alpha_n \quad (3.13)$$

և

$$\bar{z} = \frac{z - z_n^{cl}}{z_0} = \frac{z}{z_0} - \alpha_n : \quad (3.14)$$

1. Քննարկենք մասնիկի համար դասականորեն անհասանելի տիրույթը, ընդունելով, որ z -ը մոտ է z_n^{cl} -ին: Այդ դեպքում $z - z_n^{cl} \gg z_0$, այսինքն՝ $\bar{z} \gg 1$: Օգտվելով մեծ $\bar{z}$ -երի համար էյրիի ֆունկցիայի արտահայտությունից՝

$$Ai(z) \approx \frac{1}{2(\bar{z})^{1/4}} e^{-\frac{2}{3}\bar{z}^{3/2}}, \quad (3.15)$$

n -րդ ստացիոնար վիճակի ալիքային ֆունկցիան կարելի է ներկայացնել

$$\psi_n(z) = \frac{A}{2} \left(\frac{z_0}{z - z_n^{cl}} \right)^{1/4} \exp \left[-\frac{2}{3} \left(\frac{z - z_n^{cl}}{z_0} \right)^{3/2} \right] \quad (3.16)$$

տեսքով: (3.16)-ից հետևում է, որ դասականորեն անհասանելի տիրույթում $|\psi_n|^2$ հավանականության խտությունը նվազում է էքսպոնենցիալ օրենքով:

2. Դիտարկենք դասական շարժման տիրույթը և ընդունենք, որ նորից z -ը շատ մոտ է z_n^{cl} -ին, այսինքն՝ $0 < z < z_n^{cl}$, $|z - z_n^{cl}| \gg z_0$ կամ $-\alpha_n < \bar{z} < 0$, $|\bar{z}| \gg 1$: Պարզ է, որ այդ պայմաններից երկրորդը տեղի ունի, եթե $\alpha_n \gg 1$: Ստորև ցույց կտրվի, որ $\alpha_n \sim n^{2/3}$, հետևաբար, $|\bar{z}| \gg 1$ պայմանն իրականացնում է միայն $n \gg 1$ էներգիայի մակարդակների համար (քվազիդասական մոտավորություն): Այս մոտավորությամբ ($|\bar{z}| \gg 1$) էյրիի ֆունկցիան ունի

$$Ai(z) \approx \frac{1}{|\bar{z}|^{1/4}} \sin \left(\frac{2}{3} |\bar{z}|^{3/2} + \frac{\pi}{4} \right) \quad (3.17)$$

ասիմպտոտական տեսքը և, հետևաբար,

$$\psi_n(z) = A_n \left(\frac{z_0}{z - z_n^{cl}} \right)^{1/4} \cdot \sin \left[\frac{2}{3} \left(\left(\frac{|z - z_n^{cl}|}{z_0} \right)^{3/2} + \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (3.18)$$

(3.17) -ի օգնությամբ կարելի է բացահայտ տեսքով որոշել էյրիի ֆունկցիայի արմատները՝ $-\bar{z}_n = -\alpha_n$ և, հետևաբար, էներգիայի մակարդակները քվազիդասական մոտավորությամբ: Դրա համար անհրաժեշտ է սինիուսի արգումենտը հավասարեցնել π -ի ամբողջ բազմապատիկի՝

$$\frac{2}{3} \bar{z}^{3/2} + \frac{\pi}{4} = (n+1)\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \quad (3.19)$$

որտեղից

$$\alpha_n = |z_n| = \left[\frac{3\pi}{2} \left(n + \frac{3}{4} \right) \right]^{2/3} \quad (3.20)$$

և, հետևաբար,

$$E_n = \frac{1}{2} \left(9\pi^2 \frac{\hbar^2 (eF)^2}{m^*} \right) \cdot \left(n + \frac{3}{4} \right)^{2/3} \quad (3.21)$$

Չիշեցնենք, որ վերջին բանաձևը ստացվել է քվազիդասական մոտավորությամբ և, հետևաբար, ճիշտ է, եթե $n \gg 1$: Սակայն քվազիդասական մոտավորությամբ ստացված էներգիայի արժեքները $n \sim 1$ դեպքում էլ շատ չեն տարբերվում իրենց ճշգրիտ արժեքներից: (3.21) -ից հետևում է, որ երբ $n \gg 1$, $E_n \sim n^{2/3}$, այսինքն՝ կարող ենք պնդել, որ, ի տարբերություն ուղղանկյուն փոսի, էներգիայի մակարդակների տարբերությունը n -ի մեծացմանը զուգընթաց նվազում է:

Վերջում գնահատենք հիմնական և առաջին գրգռված վիճակների էներգիաները $AlGaAs / GaAs / AlGaAs$ հետերոանցումային փոսի համար: Չեշտ է համոզվել, որ $E_0 = 3.94 \cdot 10^{-5} F^{2/3}$ (էՎ); $E_1 = 6.96 \cdot 10^{-5} F^{2/3}$ (էՎ), որտեղ F -ը չափվում է Վ/սմ-ով: Դժվար չէ գտնել նաև F -ի կախումը եռանկյուն քվանտային փոսում լիցքակիրների խտությունից: Անտեսելով նեղ արգելված գոտի ունեցող կիսահաղորդչում իոնացված խառնուրդների խտությունը և $z > 0$ տիրույթում, օգտվելով Գաուսի թեորեմից, կստանանք $F = 4\pi e N_s / \varepsilon$, որտեղ N_s -ը էլեկտրոնների մակերևութային խտությունն է, ε -ը՝ դիէլեկտրիկական թափանցելիությունը: Եթե $N_s \approx 10^{12}$ սմ⁻², $\varepsilon \approx 13$ ($AlAs - GaAs$ միջավայրի համար), ապա էլեկտրական դաշտի լարվածության համար կստանանք $F = 1.4 \cdot 10^5$ Վ/սմ, իսկ քվանտաչափային էներգիաների համար՝ $E_0 = 106$ մէՎ, $E_1 = 190$ մէՎ: Այսպիսով, առաջին երկու մա-

կարդակների տարբերությունը կազմում է մոտ 100 մէՎ, այնպես որ նույնիսկ սենյակային ջերմաստիճանում միայն հիմնական վիճակն է զբաղեցված էլեկտրոններով:

§2.4 Վիճակների խտությունը քվանտային փոսերում

Ինչպես տեսանք, ի տարբերություն ծավալային բյուրեղների, քվանտային փոսում էլեկտրոնի շարժման սահմանափակումը տարածական մեկ ուղղությամբ էապես փոխում է նրա էներգիական սպեկտրը (ի հայտ են գալիս այսպես կոչված քվանտաչափային ենթագոտիներ):

$$E_{n,k_{\parallel}} = E_n + \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2) = E_n + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*}: \quad (4.1)$$

Այստեղ E_n -ը չափային քվանտացման էներգիան է և պայմանավորված է հետերոկառուցվածքի շերտերին ուղղահայաց ուղղությամբ շարժման սահմանափակմամբ, իսկ $\vec{k}_{\parallel}$ -ը լայնական (x և y) ուղղություններով էլեկտրոնի ազատ շարժման ալիքային վեկտորն է: Յուրաքանչյուր ենթագոտի նկարագրվում է n և $\vec{k}_{\parallel}(k_x, k_y)$ քվանտային թվերի հավաքածուով: Համապատասխանաբար, ալիքային ֆունկցիան ներկայացվում է

$$\psi_{n,\vec{k}_{\parallel}}(\vec{\rho}, z) = \exp(i\vec{k}_{\parallel} \vec{\rho}) \chi_n(z) \quad (4.2)$$

տեսքով, որտեղ $\vec{\rho}(x, y)$ -ը երկչափ շառավիղ-վեկտոր է (x, y) հարթության մեջ: Նկատենք, որ սևեռված n -ի դեպքում $\vec{k}_{\parallel}$ -ի անընդհատ տիրույթը ծածկում է էներգիական մի միջակայք՝ ձևավորելով երկչափ ենթագոտի իր E_n միմիումումով:

Այսպիսով, քվանտային փոսում էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրը բարդ է՝ այն կազմված է ենթագոտիներից և ունի անընդհատ և ընդհատ մասեր: Ենթագոտիների միջև հեռավորությունները որոշվում են $V(z)$ պոտենցիալ էներգիայի կոնկրետ պրոֆիլով, իսկ յուրաքանչյուր ենթագոտում սպեկտրն անընդհատ է, և այդ անընդհատ տիրույթները կարող են մասնակիորեն իրար ծածկել: Այդպիսի ենթագոտիների համախումբը կարող է էապես փոխել էլեկտրոնային համակարգի ֆիզիկական բնութագրերը: Եթե ջերմաստիճանը կամ էլեկտրոնների խտությունն այնպիսին են, որ էլեկտրոններով լրացված է միայն ամենացածր ենթագոտին, ապա էլեկտրոնի ազատ շարժումը հնարավոր է միայն (x, y) ուղղություններով, և էլեկտրոնային գազը կոչվում է քվազիերկչափ ($2D$ կամ $2DEG$), իսկ նրա ֆիզիկական հատկություններն էապես տարբերվում են ծավալային (եռաչափ, $3D$) բյուրեղում էլեկտրոնային գազի հատկություններից:

Հաշվենք (4.1) էներգիական սպեկտր ունեցող քվազիերկչափ էլեկտրոնային համակարգի վիճակների խտության ֆունկցիան: Համաձայն սահմանման՝ $dN = \rho(E)dE$, որտեղ dN -ը $(E, E + dE)$ էներգիական միջակայքում քվանտային վիճակների թիվն է, իսկ $\rho(E)$ -ն՝ վիճակների խտության ֆունկցիան է, որն ընդհանուր դեպքում կարող է ներկայացվել՝

$$\rho(E) = \sum_{\nu} \delta(E - E_{\nu}) \quad (4.3)$$

տեսքով, որտեղ ν -ն էլեկտրոնային վիճակը բնութագրող քվանտային թվերի հավաքածուն է, E_{ν} -ն՝ այդ վիճակում էներգիան: Քվանտային փոսում գտնվող էլեկտրոնի վիճակը որոշվում է $\nu \equiv \{\sigma, n, \vec{k}_{||}\}$ հավաքածուով, որտեղ σ -ն սպինային քվանտային թիվն է: (4.3)-ում տեղադրելով (4.1)-ը, կստանանք՝

$$\rho(E) = 2 \sum_{n, k_x, k_y} \delta\left(E - E_n - \frac{\hbar^2(k_x^2 + k_y^2)}{2m^*}\right): \quad (4.4)$$

Նշանակենք քվանտային փոսի մակերեսը $S = L_x \cdot L_y$ -ով, որտեղ L_x -ը և L_y -ը փոսի չափերն են, համապատասխանաբար, x և y ուղղություններով, ընդ որում, այդ չափերը մակրոսկոպական են և բավարարում են $L_x L_y \gg L$ պայմանին (L -ը համակարգի չափն է z -ուղղությամբ): Օգտվելով x և y ուղղություններով Բոռն-Կարմանի պայմանից, կարող ենք որոշել երկչափ քվազիալիքային վեկտորի պրոյեկցիաների հնարավոր արժեքները.

$$k_x = \frac{2\pi}{L_x} \ell_x, \quad k_y = \frac{2\pi}{L_y} \ell_y, \quad (4.5)$$

որտեղ $\ell_x, \ell_y = 0 \pm 1 \pm 2 \pm \dots$: Հետևաբար, կարող ենք պնդել, որ k_x և k_y մեծությունները օժտված են

$$\Delta k_x = \frac{2\pi}{L_x}, \quad \Delta k_y = \frac{2\pi}{L_y}, \quad (4.6)$$

քվազիընդհատությամբ, ինչը նշանակում է, որ կարելի է k_x -ով և k_y -ով կատարվող գումարումը փոխարինել ինտեգրումով.

$$\sum_{k_x, k_y} (...) = \frac{L_x L_y}{(2\pi)^2} \iint dk_x dk_y (...): \quad (4.7)$$

Օգտվելով վերջին ձևափոխությունից, վիճակների խտության ֆունկցիայի համար կստանանք՝

$$\rho(E) = \frac{m^* L_x L_y}{\pi \hbar^2} \sum_n \int_0^\infty dE_{||} \delta(E - E_n - E_{||}) = \frac{Sm^*}{\pi \hbar} \sum_n \theta(E - E_n), \quad (4.8)$$

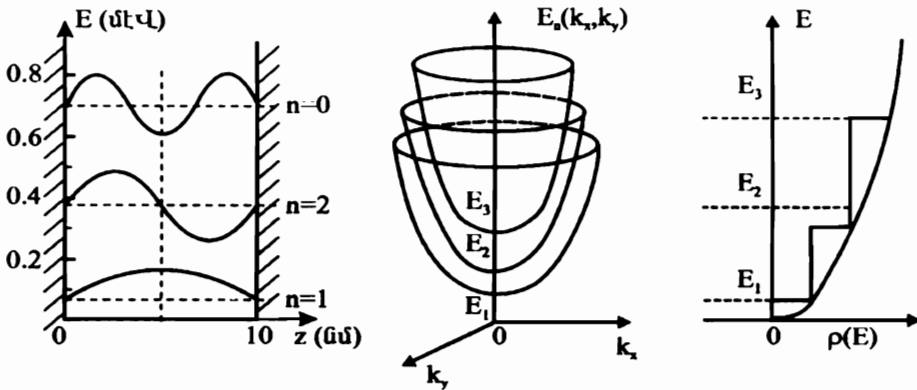
որտեղ $E_{||} = \frac{\hbar^2 k_{||}^2}{2m^*}$, իսկ $\theta(x)$ -ը միավոր թռիչքի ֆունկցիան է՝

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x < 0: \end{cases} \quad (4.9)$$

Միավոր մակերեսին բաժին ընկնող վիճակների խտության ֆունկցիան՝

$$\frac{\rho(E)}{S} = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \sum_n \theta(E - E_n): \quad (4.10)$$

Ստացված արտահայտության գումարի յուրաքանչյուր անդամ տվյալ ենթա-գոտու ներդրումն է վիճակների խտության ֆունկցիայի մեջ:



Նկ.2-14. էլեկտրոնի եներգիայի մակարդակները, ալիքային ֆունկցիաները, դիսպերսիայի օրենքը և վիճակների խտության ֆունկցիան ուղղանկյուն փոստմ ($L = 10$ նմ, $m^* = 0.067 m_0$, $n = 1, 2, 3$):

Համեմատության համար հիշեցնենք, որ վիճակների խտության ֆունկցիան ծավալային ($3D$) բյուրեղում որոշվում է

$$\rho^{3D} = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E} \quad (4.11)$$

արտահայտությամբ, որտեղ V -ն բյուրեղի ծավալն է:

Ստացված արդյունքները ցուցադրված են նկ. 2-14 -ում: Չախ կողմում պատկերված են անվերջ խոր ուղղանկյուն պոտենցիալային փոստմ էլեկտրոնի եներգիայի E_n թույլատրելի արժեքները և $\chi_n(z)$ ալիքային ֆունկցիաները: Կենտրոնում

տրված է (4.1) -ով որոշվող լրիվ էներգիան (դիսպերսիայի օրենքը), որը յուրաքանչյուր n -ի համար ունի պատման պարաբոլարդի տեսք (ենթագոտի): $0 < E < E_1$ տիրույթում էներգիայի թույլատրելի արժեքներ չկան. դրանք ի հայտ են գալիս $E_1(\vec{k}_\parallel = 0) = E_1$ արժեքից սկսած: $E_1 < E < E_2$ տիրույթում գոյություն ունեն միայն ամենացածր ենթագոտուն պատկանող վիճակներ: $E_2 < E < E_3$ տիրույթում վիճակները համապատասխանում են առաջին և երկրորդ ենթագոտիներին:

Աջ կողմում պատկերված է վիճակների խտության ֆունկցիան ըստ (4.10) բանաձևի: Այստեղ յուրաքանչյուր ենթագոտի ունի իր հաստատուն՝ $m^*/\pi\hbar^2$ ներդրումը, իսկ վիճակների լրիվ խտությունն իրենից ներկայացնում է էներգիայից աստիճանաձև ֆունկցիա, ընդ որում յուրաքանչյուր ենթագոտու հատակի էներգիային համապատասխանող կետում այն աճում է թռիչքով:

§ 2.5. Ընդհանուր եզրակացություններ և դիտողություններ

Վերը քննարկված տարբեր պոտենցիալներով մոդելներն այս կամ այն չափով նկարագրում են էլեկտրոնային գազի առանձնահատկությունները հետերոկառուցվածքներում, սակայն հարկ է նշել, որ դրանք խիստ պարզեցված են և հաշվի չեն առնում լրացուցիչ դժվարություններ ստեղծող մի շարք գործոններ:

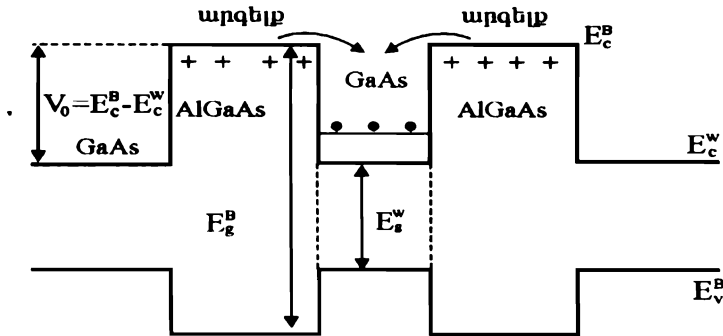
Մենք նորից կշարունակենք ընդունել, որ կիսահաղորդիչներում հաղորդականության գոտու հատակը համապատասխանում է $\vec{k}$ -տարածության մեջ միևնույն Γ կետին, և միաժամանակ հետագա քննարկմանն ենք թողնում այն բազմաթիվ դժվարությունները, որոնք կապված են բարդ վալենտական գոտու հետ:

Սկզբում կփորձենք հաշվի առնել երկու տարբեր նյութերում էլեկտրոնի արդյունաբար զանգվածի տարբերությունը, ինչն անմիջապես բերում է երկու հիմնախնդրի: Նախ՝ ինչպե՞ս է ազդում զանգվածների տարբերությունը եզրային պայմանների վրա, անընդհատ է, արդյո՞ք, ալիքային ֆունկցիայի ածանցյալը, թե՞ այն պետք է նորովի ձևափոխվի: Մյուս կողմից, քվանտային փոսում և փոսից դուրս զանգվածների տարբերությունը վճռորոշ ազդեցություն է ունենում եռաչափ խնդրից միաչափին անցնելիս ստացվող արդյունքների վրա, մասնավորապես, մենք կտեսնենք, որ էլեկտրոնի շարժումը բերվում է երկչափ ալիքային վեկտորից կախված արդյունաբար պոտենցիալ դաշտում խնդրի ուսումնասիրմանը:

1. Պարզության համար դիտարկենք $AlGaAs/GaAs/AlGaAs$ քվանտային կառուցվածքի հաղորդականության գոտին, որտեղ առաջանում է L լայնությամբ և V_0 խտությամբ քվանտային փոս, որտեղ էլեկտրոնի արդյունաբար զանգվածը m_w է, իսկ փոսից դուրս (արգելքում)՝ m_b (նկ. 2-15): Մտցնենք փոսում և փոսից դուրս տիրույթների համար ալիքային թվեր հետևյալ կերպ՝

$$k_w = \sqrt{\frac{2m_w(E - E_c^w)}{\hbar^2}}, \quad k_B = \sqrt{\frac{2m_B(E_c^B - E)}{\hbar^2}}, \quad (5.1)$$

որտեղ E_c^w -ն և E_c^B -ն համապատասխանում են հաղորդականության գոտու հատակին փոստում և արգելքի տիրույթում: Հասկանալի է, որ էլեկտրոնների համար փոսի խորությունը տրվում է $V_0 = E_c^B - E_c^w = \Delta E_c$ արտահայտությամբ:



Նկ. 2-15. AlGaAs/GaAs/AlGaAs համակարգում ստեղծված քվանտային փոս:

Խնդրի լուծման ընթացքը նույնն է, ինչ որ $m_w = m_B$ դեպքում: Քանի որ պոտենցիալ էներգիան համաչափ է փոսի կենտրոնի նկատմամբ ($V(-z) = V(z)$), ապա Շրեդինգերի հավասարման լուծումներն օժտված են որոշակի զույգությամբ $z \rightarrow -z$ ձևափոխության նկատմամբ: Զույգ լուծումների համար ունենք՝

$$\begin{aligned} \chi_{\text{even}}(z) &= A \cos k_w z, \quad -\frac{L}{2} \leq z \leq \frac{L}{2}; \\ \chi_{\text{even}}(z) &= B \exp(-k_B z), \quad |z| > \frac{L}{2}, \end{aligned} \quad (5.2)$$

ըստ որում՝

$$\chi_{\text{even}}(-z) = \chi_{\text{even}}(z): \quad (5.3)$$

Կենտ լուծումների համար՝

$$\begin{aligned} \chi_{\text{odd}}(z) &= A \sin(k_w z), \quad -\frac{L}{2} \leq z \leq \frac{L}{2}; \\ \chi_{\text{odd}}(z) &= B \exp(-k_B z), \quad |z| > \frac{L}{2}, \end{aligned} \quad (5.4)$$

ըստ որում՝

$$\chi_{\text{odd}}(-z) = -\chi_{\text{odd}}(z): \quad (5.5)$$

(Ներկայացված լուծումները համեմատել (1.9) և (1.12) արտահայտությունների հետ): Անցնելով սահմանային պայմաններին, նախ նշենք, որ ալիքային ֆունկցիան A և B միջավայրերում արդյունաբար զանգվածների տարբերության դեպքում նորից մնում է անընդհատ: Մյուս կողմից, ալիքային ֆունկցիայի ածանցյալի անընդհատությունը բաժանման սահմանի վրա այլևս տեղի չունի: Կարելի է ապացուցել, որ եթե $m_w \neq m_B$, ապա անընդհատությունը պահպանվում է $\frac{1}{m_z} \frac{d\chi}{dz}$ մեծու-

թյան համար (տես Չավելված 2-1): Այսպիսով, ընդհանուր դեպքում պետք է պահանջել, որ $z = L$ կետում տեղի ունենան

$$\chi(z = L^-) = \chi(z = L^+) \quad (5.6)$$

և

$$\left. \frac{1}{m_w} \frac{d\chi}{dz} \right|_{z=L^-} = \left. \frac{1}{m_B} \frac{d\chi}{dz} \right|_{z=L^+} \quad (5.7)$$

պայմանները: Օգտվելով (5.2), (5.4) և (5.7) արտահայտություններից, ստանդարտ ճանապարհով կարող ենք ստանալ զույգ և կենտ վիճակների համար, հետևյալ տրանսցենդենտ հավասարումները՝

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg} k_w L \\ -\operatorname{ctg} k_w L \end{array} \right\} = \frac{m_w k_B}{m_B k_w} = \sqrt{\frac{m_w}{m_B} \left(\frac{2m_w V_0}{\hbar^2 k^2} - 1 \right)}: \quad (5.8)$$

$\theta = k_w L$ և $\theta_0^2 = \frac{m_w V_0 L^2}{2\hbar^2}$ նշանակումների օգնությամբ (5.8) -ը կբերվի հետևյալ տեսքի՝

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg} \theta \\ -\operatorname{ctg} \theta \end{array} \right\} = \sqrt{\frac{m_w}{m_B} \left(\frac{\theta_0^2}{\theta^2} - 1 \right)}: \quad (5.9)$$

Չեշտ է նկատել, որ տրված m_w -ի և V_0 -ի դեպքում m_B -ն մեծացնելիս հավասարման աջ մասը փոքրանում է և, հետևաբար, կապված վիճակների էներգիաները փոքրանում են, ինչը հասկանալի է, քանի որ մեծ զանգվածին համապատասխանում է փոքր էներգիա: Մյուս կողմից, m_B -ի փոփոխության հետևանքով կապված վիճակների թիվը չի փոխվում, քանի որ, ինչպես ցույց է տրվել նախկինում, վերջինս կախված է միայն θ_0 -ից, և բնութագրվում է միայն փոսը նկարագրող (m_w, V_0, L) պարամետրերով:

Դիտարկենք $AlAs/GaAs/AlAs$ եռաշերտ հետերոկառուցվածքում ստեղծված քվանտային փոս, որի պարամետրերն են՝ $L = 5$ նմ է, $V_0 = 1$ էՎ, $m_w = 0.067 m_0$, $m_B = 0.15 m_0$: Վերջինիս ընտրությունը պայմանավորված է զանգվածների տարբե-

րության ազդեցությունն էլ ավելի շեշտելու նպատակով: Այդ արժեքների համար $\theta_0 = 3,3$, և փոսում կա երեք կապված վիճակ (մակարդակ), որոնց համապատասխանող էներգիաների արժեքները բերված են Աղյուսակ 2.1-ում: Ինչպես երևում է աղյուսակում բերված տվյալներից m_B -ն մեծացնելիս, երեք մակարդակներն էլ իջնում են: Նկատելի է նաև, որ m_B -ի փոփոխության ազդեցությունն ավելի բարձր մակարդակների վրա համեմատաբար փոքր է:

Աղյուսակ 2.1.

m_B/m_0	E_1 (էՎ)	E_2 (էՎ)	E_3 (էՎ)
0,067	0,131	0,504	0,981
0,15	0,108	0,446	0,969

2. Քննարկենք զանգվածների տարբերությամբ պայմանավորված երկրորդ հիմնախնդիրը՝ անցումը եռաչափ խնդրից միաչափին: Ներկայացնենք քննարկվող մոդելի համար Շրեդինգերի հավասարումը յուրաքանչյուր միջավայրի համար (փոսում և արգելքի տիրույթում) առանձին-առանձին.

$$\left[E_c^w - \frac{\hbar^2}{2m_w} \nabla^2 \right] \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}) ; \quad (5.10)$$

$$\left[E_c^B - \frac{\hbar^2}{2m_B} \nabla^2 \right] \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}) : \quad (5.11)$$

Քանի որ $\Delta E_c = E_c^B - E_c^w$ մեծությամբ պայմանավորված պոտենցիալ էներգիան փոխվում է միայն z ուղղությամբ, ապա ալիքային ֆունկցիան, ինչպես և զանգվածների հավասարության դեպքում, կփնտրենք

$$\psi_{k_{||},n}(\vec{\rho}, z) = \exp(i\vec{k}_{||}\rho) \chi_n(z) \quad (5.12)$$

տեսքով: Տեղադրելով այն փոսի և արգելքի համար վերը գրված եռաչափ Շրեդինգերի հավասարումների մեջ, կունենանք՝

$$\left[E_c^w - \frac{\hbar^2}{2m_w} \frac{d^2}{dz^2} + \frac{\hbar^2 k_{||}^2}{2m_w} \right] \chi_n(z) = E \chi_n(z), \quad (5.13)$$

$$\left[E_c^B - \frac{\hbar^2}{2m_B} \frac{d^2}{dz^2} + \frac{\hbar^2 k_{||}^2}{2m_B} \right] \chi_n(z) = E \chi_n(z) : \quad (5.14)$$

Գրված հավասարումներից հետևում է, որ երկու տիրույթներում էներգիաների տարբերությունը, որը և փաստորեն ձևավորում է քվանտային փոսը, այս դեպքում կախված է նաև $|\vec{k}_{||}|$ երկչափ ալիքային վեկտորի մոդուլից և տրվում է

$$V_0(k_{||}) = \left(E_B^C + \frac{\hbar^2 k_{||}^2}{2m_B} \right) - \left(E_C^w + \frac{\hbar^2 k_{||}^2}{2m_w} \right) = \Delta E_C + \frac{\hbar^2 k_{||}^2}{2m} \left(\frac{1}{m_B} - \frac{1}{m_w} \right) \quad (5.15)$$

արտահայտությամբ: Քանի որ $AlGaAs/GaAs$ կառուցվածքների համար $m_B > m_w$, ապա (5.15) -ում $k_{||}$ -ով պայմանավորված ուղղումը բացասական է: Ուրիշ խոսքով էլեկտրոնի, լայնական շարժմամբ պայմանավորված կինետիկ էներգիայի աճը կհանգեցնի փոսի արդյունադար խորության փոքրացման՝ ի վերջո այն դարձնելով ծանծաղ: Այսպիսով, էլեկտրոնի լրիվ էներգիան տրվում է

$$E'_n(k_{||}) = \frac{\hbar^2 k_{||}^2}{2m_w} + E_n(k_{||}) \quad (5.16)$$

տեսքով, որտեղ կապված վիճակի $E_n(k_{||})$ էներգիան նույնպես կախված է $k_{||}$ -ից, քանի որ վերջինս փոխում է քվանտային փոսի խորությունը: Այս փաստն իր հերթին նշանակում է, որ արդյունադար զանգվածի տարածական անհամասեռությունն ընդհանուր դեպքում բերում է քվանտային փոսում էլեկտրոնի լայնական և երկայնական շարժումների փոխկապակցվածության:

Դիտարկենք նորից $AlAs/GaAs/AlAs$ կառուցվածքում 5 նմ լայնությամբ քվանտային փոս: Ընտրենք $k_{||}$ -ի երեք տարբեր արժեքներ՝ 0, 0.5, 1 նմ⁻¹, և կազմենք Աղյուսակ 2.2 -ը, որտեղ տրված են $k_{||}$ -ի երեք արժեքների համար կինետիկ էներգիաների, պոտենցիալային փոսի արդյունադար խորության և կապված վիճակների էներգիաների արժեքները:

Ինչպես երևում է Աղյուսակ 2.2 -ից, փոսի խորությունը $k_{||}$ -ից կախված այնքան է փոքրանում, որ $k_{||} = 1$ նմ⁻¹ արժեքի համար երրորդ կապված վիճակն այլևս բացակայում է: Երկրորդ վիճակի էներգիան փոքրանում է 49 մեՎ -ով: Փոքր $k_{||}$ -երի համար (5.16) -ը կարելի է ներկայացնել նորովի՝ ներմուծվող արդյունադար զանգվածի օգնությամբ: Իսկապես, քանի որ $k_{||} = 0$, $E'_n(k_{||} = 0) = E_n(k_{||} = 0)$, ապա $k_{||}^2$ -ու անդամի ճշտությամբ կարող ենք լրիվ էներգիան ներկայացնել

$$E'_n(k_{||}) = E_n(k_{||} = 0) + \frac{\hbar^2 k_{||}^2}{2m_{eff}} \quad (5.17)$$

տեսքով, որտեղ m_{eff} -ը կախված է կապված վիճակները բնութագրող n քվանտային

Աղյուսակ 2.2

$k_{\parallel}$, (նմ ⁻¹)	$\frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_w}$ (էՎ)	$\frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_B}$, (էՎ)	$V_0(k_{\parallel})$, (էՎ)	E_1 (էՎ)	E_2 , (էՎ)	E_3 , (էՎ)	$\frac{m_{eff}}{m_0}$
0	0.000	0.000	1	0.108	0.446	0.969	0.067
0.5	0.142	0.064	0.921	0.106	0.435	0.919	0.069
1.0	0.570	0.254	0.685	0.096	0.397	-	0.076

թվից: Այս հավասարման մեջ մտնող երկրորդ անդամը փաստորեն իր մեջ ներառում է ինչպես կինետիկ էներգիայի աճը (x, y հարթությունում), այնպես էլ z ուղղությամբ կապված վիճակի էներգիայի նվազումը: Այսպիսի մոտեցմանը կարելի է տալ ֆիզիկական բացատրություն, եթե հաշվի առնենք, որ էլեկտրոնը, որոշակի հավանականությամբ, իր ժամանակի մի մասն անցկացնելով արգելքում և «խաղի մեջ» է ներքաշում արգելքը բնութագրող պարամետրերը: Կարելի է ցույց տալ, որ

$$m_{eff} \approx P_w m_w + P_B m_B, \quad (5.18)$$

որտեղ P_w -ն էլեկտրոնի՝ փոսում, P_B -ն՝ արգելքում գտնվելու հավանականությունն է:

§2.6 Քվանտային լարեր

Քվանտային փոսերն ուսումնասիրելիս մենք համոզվեցինք, որ եռաչափ էլեկտրոնային գազից անցումը երկչափի պայմանավորված է մեկ ուղղությամբ էլեկտրոնի շարժման քվանտացմամբ: Վերջինս առաջանում էր միաչափ սահմանափակող $V(z)$ պոտենցիալի առկայության հետևանքով, որը ձևավորվում էր հետերոկառուցվածքի հարթությունում կամ հետերոանցումներից կազմված շերտավոր կառուցվածքներում: Անցումը միաչափ էլեկտրոնային գազի, բնականաբար, հնարավոր է; եթե էլեկտրոնի շարժումը սահմանափակված է երկու ուղղություններով, օրինակ՝ պայմանավորված $V(x, y)$ պոտենցիալով: Այդ դեպքում էլեկտրոնը կարող է ազատ շարժվել միայն z ուղղությամբ: Գլ.1-ում մենք մանրամասն կանգ ենք առել այդպիսի կառուցվածքների ստացման ժամանակակից տեխնոլոգիաների վրա:

Քննարկենք Շրեդինգերի հավասարումը երկչափ $V(x, y)$ սահմանափակող պոտենցիալի առկայությամբ: Օգտվելով փոփոխականների անջատման եղանակից, լուծումը փնտրենք հետևյալ տեսքով՝

$$\psi(x, y, z) = e^{ik_z z} \chi(x, y): \quad (6.1)$$

Այդ դեպքում էլեկտրոնի լայնական շարժումը բնութագրող $\chi(x, y)$ ալիքային ֆունկցիան կրավարարի

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + V(x, y) \right] \chi(x, y) = E\chi(x, y) \quad (6.2)$$

հավասարմանը, որտեղ

$$\varepsilon = E - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*} \quad (6.3)$$

մեծությունն էլեկտրոնի՝ լայնական ուղղություններով շարժման հետ կապված էներգիան է: Լուծելով (6.2) հավասարումը և գտնելով էներգիայի ε_i ընդհատ սեփական արժեքները կորոշենք նաև էլեկտրոնի լրիվ էներգիան՝

$$E = \varepsilon_i + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*} \quad (6.4)$$

Հասկանալի է, որ այս դեպքում, ի տարբերություն քվանտային փոսերի, մենք գործ ունենք միաչափ ենթագոտիների հետ: Դա նշանակում է, որ i -րդ քվանտային վիճակում գտնվող էլեկտրոնները սահմանափակված են x և y ուղղություններով՝ $V(x, y)$ պոտենցիալի V_0 մինիմումի շուրջ և կարող են ազատ շարժվել միայն z ուղղությամբ: Այդպիսի արհեստական համակարգերը, որոնցում էլեկտրոնները կարող են ազատ տարածվել միայն մեկ ուղղությամբ, ինչպես գիտենք (Գլ.1), կոչվում են քվանտային լարեր:

Շրեդինգերի (6.2) հավասարումն ունի պարզագույն լուծում միայն անվերջ ուղղանկյուն պոտենցիալ փոսի դեպքում, երբ

$$V(x, y) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq L_x, \quad 0 \leq y \leq L_y \\ \infty, & x \leq 0, \quad x \geq L_x, \quad y \leq 0, \quad y \geq L_y \end{cases} \quad (6.5)$$

Այդ դեպքում ալիքային ֆունկցիաները տրվում են

$$\chi(x, y) = \chi_{n_1}(x) \chi_{n_2}(y) \quad (6.6)$$

տեսքով, որտեղ

$$\chi_{n_1}(x) = \frac{1}{\sqrt{L_x}} \sin\left(\frac{\pi x}{L_x} n_1\right), \quad \chi_{n_2}(y) = \frac{1}{\sqrt{L_y}} \sin\left(\frac{\pi y}{L_y} n_2\right),$$

$$(n_1, n_2 = 1, 2, 3, \dots): \quad (6.7)$$

էներգիայի ընդհատ արժեքները որոշվում են n_1 և n_2 քվանտային թվերով՝

$$\epsilon_{n_1 n_2} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^*} \left(\frac{n_1^2}{L_x^2} + \frac{n_2^2}{L_y^2} \right); \quad (6.8)$$

Որոշ դեպքերում՝ կախված քվանտային կառուցվածքի ստացման տեխնոլոգիական եղանակից, պոտենցիալ էներգիան մեկ ուղղությամբ կարող է մոտարկվել պարաբոլական տիպի կորով՝

$$V(x, y) = V_1(x) + V_2(y), \quad V_1(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 V_1}{dx^2} \right)_{x=0} \cdot x^2; \quad (6.9)$$

Այստեղ $V_2(y)$ -ը նույնն է, ինչ որ նախորդ դեպքում: Քննարկվող մոդելի համար էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիաները և էներգիական մակարդակները կտրվեն

$$\chi_{n_1 n_2}(x, y) = \text{Const} \cdot e^{-\alpha^2 x^2} \cdot H_{n_1}(\alpha x) \sin \frac{\pi y}{L_y} n_2, \quad (6.10)$$

$$\epsilon_{n_1 n_2} = \hbar \omega \left(n_1 + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^* L_y^2} n_2^2, \quad (6.11)$$

արտահայտություններով, որտեղ

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{m^*} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right)_{x=0}}, \quad \alpha = \frac{m^* \omega}{\hbar}, \quad H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}; \quad (6.12)$$

Դիտարկված օրինակները հաստատում են, որ քվանտային լարերում էներգիական վիճակները խիստ կախված են սահմանափակող պոտենցիալի տեսքից: Կարևոր է նաև նկատի ունենալ, որ էլեկտրոնների շարժման լրացուցիչ սահմանափակումը բերում է ամենացածր էներգիական մակարդակի բարձրացման, և այստեղ մենք գործ ունենք կրկնակի մակարդակների հավաքածուի հետ: Վերջիններս բնութագրվում են n_1 և n_2 քվանտային թվերով, իսկ էլեկտրոնի լրիվ էներգիան իր մեջ ներառում է նաև z ուղղությամբ միաչափ շարժումը բնութագրող k_z ալիքային թիվը:

Զնայած վերը նշված արդյունքները պարզ և ընդունելի են, սակայն գործնականում քվանտային լարերը, որպես կանոն, օժտված են գլանային համաչափությամբ: Ուստի հետագա շարադրանքում կըքննարկենք գլանային համաչափությամբ օժտված քվանտային լարերի մի շարք մոդելներ:

§2.7 Գլանային համաչափությամբ անվերջ խոր երկչափ պոտենցիալային փոս

Քննարկենք մասնիկի ստացիոնար վիճակները և էներգիայի մակարդակներն անվերջ խոր երկչափ փոսում՝

$$V(\rho) = \begin{cases} 0, & \rho < a, \\ \infty, & \rho > a \end{cases} \quad (7.1)$$

Պահանջվում է լուծել Շրեդինգերի հավասարումն a շառավղով շրջանի ներսում ($\rho \leq a$),

$$\psi(\rho, \varphi)_{\rho=a} = 0, \quad (7.2)$$

եզրային պայմանով: Գլանային (առանցքային) համաչափությամբ օժտված համակարգի համիլտոնիանը կամայական $V(\rho)$ պոտենցիալային դաշտում ներկայացնենք ρ, φ, z փոփոխականներով՝

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] + V(\rho): \quad (7.3)$$

Մասնիկի իմպուլսի $\hat{p}_z$ և իմպուլսի մոմենտի $\hat{L}_z$ բաղադրիչների օպերատորները կոմուտացվում են ինչպես իրար հետ, այնպես էլ (7.3) -ով տրվող $\hat{H}$ -ի հետ, ուստի դրանց սեփական ֆունկցիաների լրիվ համակարգը կարող ենք ներկայացնել՝

$$\Psi_{n_\rho, m, p_z}(\rho, \varphi, z) = \exp i(k_z z) \chi_{n_\rho | m|}(\rho) e^{im\varphi} \quad (7.4)$$

տեսքով, որտեղ $\chi_{n_\rho | m|}(\rho)$ -ն մասնիկի “լայնական” շարժմանը համապատասխանող Շրեդինգերի շառավղային

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) - \frac{m^2}{\rho^2} \right] \chi_{n_\rho | m|}(\rho) + V(\rho) \chi_{n_\rho | m|}(\rho) = \\ = E_{n_\rho | m|}(\rho) \chi_{n_\rho | m|}(\rho) \end{aligned} \quad (7.5)$$

հավասարման լուծումն է: Այստեղ $E_{n_\rho | m|}(\rho)$ -ն լայնական շարժմանը համապատասխանող էներգիան է, n_ρ -ն՝ այսպես կոչված շառավղային քվանտային թիվը, որը համընկնում է շառավղային ալիքային ֆունկցիայի զրոների թվի հետ (չհաշված $\rho = 0$ և $\rho = a$ կետերը), իսկ $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$: (7.4) ալիքային ֆունկցիայով նկարագրվող վիճակում մասնիկի լրիվ էներգիան՝

$$E_{n_\rho | m|, k_z} = E_{n_\rho | m|} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*}: \quad (7.6)$$

Երկչափ փոստում էներգիայի թույլատրելի արժեքները որոշելու համար օգտվենք (7.5) հավասարումից, որը

$$k_{n\rho,|m|} = \sqrt{\frac{2m^* E_{n\rho,|m|}}{\hbar^2}} \quad (7.7)$$

նշանակման օգնությամբ $\rho < a$ տիրույթում կբերվի

$$\left[\frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} + k_{n\rho,|m|}^2 - \frac{m^2}{\rho^2} \right] \chi_{n\rho,|m|}(\rho) = 0 \quad (7.8)$$

տեսքի: Վերջինիս լուծումները պետք է բավարարեն

$$\chi_{n\rho,|m|}(\rho = a) = 0 \quad (7.9)$$

եզրային պայմանին: Նրա ընդհանուր լուծումը տրվում է Բեսելի m -րդ կարգի առաջին (I_m) և երկրորդ (N_m) սեռի ֆունկցիաներով՝

$$\chi_{n\rho,|m|}(\rho) = C_1 I_m(k_{n\rho,|m|}\rho) + C_2 N_m(k_{n\rho,|m|}\rho), \quad (7.10)$$

որտեղ C_1 -ը և C_2 -ը կամայական հաստատուններ են^{*)}: $\rho = 0$ կետում ալիքային ֆունկցիայի վերջավոր լինելու պայմանից հետևում է, որ $C_2 = 0$: Մյուս կողմից, $\rho = a$ կետում (7.10) լուծումը պետք է բավարարի (7.9) եզրային պայմանին, որտեղից ստացվում է մասնիկի էներգիայի թույլատրելի արժեքները որոշելու

$$I_m(k_{n\rho,|m|} \cdot a) = 0 \quad (7.11)$$

հավասարումը: Նշանակելով $\lambda_n^{|m|}$ -ով Բեսելի m -րդ կարգի առաջին սեռի ֆունկցիայի n -րդ արմատը, կունենանք՝

$$k_{n\rho,|m|} = \frac{\lambda_n^{|m|}}{a}, \quad (7.12)$$

իսկ (7.7)-ից լայնական շարժման էներգիայի սպեկտրը՝

$$E_{n\rho,|m|} = \frac{\hbar^2 (\lambda_n^{|m|})^2}{2m^* a^2}: \quad (7.13)$$

Մասնավորապես, հայտնի է, որ $\lambda_1^{(0)} \approx 2.48$, $\lambda_1^{(1)} \approx 3.83$, ուստի առաջին երկու էներգիական մակարդակների համար կունենանք՝

$$E_{0,0} \approx 2,88 \frac{\hbar^2}{m^* a^2}, \quad E_{0,1} \approx 7,33 \frac{\hbar^2}{m^* a^2}: \quad (7.14)$$

^{*)} Ապացուցման համար բավական է (7.5) հավասարման մեջ կատարել փոփոխականի փոխարինում՝ $t = k_{n\rho,|m|} \cdot \rho$: Այդ դեպքում (7.5)-ի փոխարեն կստանանք $t^2 \chi'' + t \chi' + (t^2 - m^2) \chi = 0$, որն էլ հենց Բեսելի հայտնի հավասարումն է:

Նորմավորման C_1 գործակիցը որոշվում է

$$\int_0^a \chi_{n_p, |m|}^2(\rho) \rho d\rho = 1 \quad (7.15)$$

պայմանից: Օգտվելով

$$\int [I_m(k\rho)]^2 \rho d\rho = \frac{\rho^2}{2} \{ [I_m(k\rho)]^2 - I_{m-1}(k\rho) I_{m+1}(k\rho) \} \quad (7.16)$$

առնչությունից,

$$I_{m-1}(x) + I_{m+1}(x) = \frac{2m}{x} I_m(x) \quad (7.17)$$

անդրադարձ (ռեկուրենտ) բանաձևից և (7.9) պայմանից, նորմավորված ալիքային ֆունկցիաների համար կստանանք՝

$$\psi_{m,n}(\rho, \varphi) = \frac{1}{a \sqrt{\pi} I_{|m|+1}(\lambda_{n_p}^{(|m|)})} I_m \left(\lambda_{n_p}^{(|m|)} \frac{\rho}{a} \right) e^{im\varphi}: \quad (7.18)$$

§2.8 Վերջավոր խորության երկչափ գլանային պոտենցիալային փոս

Այժմ ուսումնասիրենք մասնիկի էներգիական մակարդակները

$$V(\rho) = \begin{cases} -V_0, & \rho < a; \\ 0, & \rho \geq a, \end{cases} \quad (8.1)$$

պոտենցիալային փոսում: Նշենք, որ այս խնդրի քննարկումը $m=0$ մասնավոր դեպքում թույլ է տալիս պարզաբանել ընդհատ մակարդակի՝ հիմնական կապված վիճակի գոյության հարցը ծանոթ երկչափ փոսում և համեմատել այն միաչափ դեպքի հետ:

Այսպիսով, դիտարկենք Շրեդինգերի հավասարումը (8.1) դաշտում էներգիայի $E_{n_p, |m|}$ բացասական արժեքների համար (ընդհատ սպեկտր)՝

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \left[\frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} - \frac{m^2}{\rho^2} \right] \chi_{n_p, |m|}(\rho) + V_0 \chi_{n_p, |m|}(\rho) = E_{n_p, |m|}(\rho) \chi_{n_p, |m|}(\rho): \quad (8.2)$$

Հաշվի առնելով $\rho=0$ և $\rho=\infty$ կետերում χ -ի վրա դրվող ստանդարտ պայմանները, կարող ենք գտնել (8.2) հավասարման լուծումները փոսում և փոսից դուրս տիրույթում՝

$$\chi_{n_p, |m|}(\rho) = \begin{cases} C_1 I_{|m|} \left(\frac{\sqrt{2m^* (V_0 - |E_{n_p, |m|}|)} }{\hbar} \rho \right), & \rho < a, \\ C_2 K_{|m|} \left(\frac{\sqrt{2m^* |E_{n_p, |m|}|} }{\hbar} \rho \right), & \rho > a \end{cases} \quad (8.3)$$

որտեղ $K_{|m|}$ -ը Մակդոնալդի ֆունկցիան է^{*)}:

$\rho = a$ կետում ալիքային ֆունկցիաների և նրանց ածանցյալների անընդհատության (այլ կերպ՝ լոգարիթմական ածանցյալների անընդհատության) պայմանից ստանում ենք հետևյալ տրանսցենդենտ հավասարումը,

$$\begin{aligned} \sqrt{|E_{n_p, |m|}|} \cdot I_{|m|} \left(\sqrt{2m^* |E_{n_p, |m|}|} \frac{a^2}{\hbar^2} \right) K'_{|m|} \left(\sqrt{2m^* |E_{n_p, |m|}|} \frac{a^2}{\hbar^2} \right) = \\ \sqrt{(V_0 - |E_{n_p, |m|}|)} \cdot I'_{|m|} \left(\sqrt{2m^* (V_0 - |E_{n_p, |m|}|)} \frac{a^2}{\hbar^2} \right) K_{|m|} \left(\sqrt{2m^* |E_{n_p, |m|}|} \frac{a^2}{\hbar^2} \right), \end{aligned} \quad (8.4)$$

որի լուծումները տալիս են $0 < |E_{n_p, |m|}| < V_0$ տիրույթում գտնվող էներգիայի ընդհատ մակարդակները:

Ուսումնասիրենք (8.4) հավասարումը $m = 0$ մասնավոր դեպքում: Ծանոթ ափսոսի դեպքում կարելի է գրել, որ

$$\xi = \frac{m^* a^2}{\hbar^2} V_0 \ll 1, \quad (8.5)$$

ուստի կարող ենք օգտվել $I_{|m|}$ -ի և $K_{|m|}$ -ի ասիմպտոտական արտահայտություններից՝

$$I_0(x) \approx 1; \quad I'_0(x) \approx -\frac{x}{2}; \quad K_0(x) \approx \ln\left(\frac{2}{x}\right), \quad K'_0(x) \approx -\frac{1}{x}, \quad (8.6)$$

որոնք ճիշտ են $x \ll 1$ պայմանի դեպքում: Նշված սահմանային դեպքում (8.4) հավասարումն ունի միայն մեկ լուծում՝ E_{00} -ն, որը կարելի է որոշել

^{*)} Մակդոնալդի ֆունկցիան բավարարում է $t^2 \chi'' + t \chi' - (t^2 + m^2) \chi = 0$ հավասարմանը, որը ստացվում է Բեսելի հավասարումից $t \rightarrow it$ փոփոխականի փոխարինմամբ: Երբ $t \rightarrow \infty$, $K_{|m|}(t) \sim t^{-1/2} e^{-t}$:

$$\frac{m^* a^2}{\hbar^2} (V_0 - |E_{\infty}|) \ln \frac{2}{\sqrt{\frac{2m^* a^2}{\hbar^2} |E_{\infty}|}} \approx 1 \quad (8.7)$$

մոտավոր հավասարումից: Իսկապես, հաշվի առնելով, որ $|E_{\infty}| \ll V_0$ և անտեսելով (8.7) -ի առաջին արտադրիչում $|E_{\infty}|$ -ն, կունենանք՝

$$E_{\infty} \approx -\frac{2\hbar^2}{m^* a^2} \exp\left(-\frac{2\hbar^2}{m^* a^2 V_0}\right) \equiv -2V_0 \xi^{-1} \exp\left(-\frac{2}{\xi}\right): \quad (8.8)$$

Այսպիսով, կարող ենք պնդել, որ, ինչպես և միաչափ փոսում, ծանծաղ երկչափ փոսում նույնպես միշտ կա առնվազն մեկ կապված վիճակ և նրա էներգիան շատ փոքր է փոսի V_0 խորությունից՝

$$\frac{|E_{\infty}|}{V_0} \approx \frac{2}{\xi} \exp\left(-\frac{2}{\xi}\right) \ll 1: \quad (8.9)$$

Չիշեցնենք, որ միաչափ դեպքում $\frac{|E_{\infty}|}{V_0} \sim \xi \ll 1$:

Վերջապես, նշենք, որ (8.8) արտահայտությունը կարելի է ընդհանրացնել կամայական $V(\rho)$ երկչափ ծանծաղ փոսի համար, համարելով, որ $\int_0^{\infty} V(\rho) \rho d\rho$ ինտեգրալը զուգամիտում է: Չաշվումները ցույց են տալիս, որ այդպիսի ծանծաղ փոսում միակ կապված վիճակին համապատասխանող էներգիան որոշվում է

$$|E_0| \approx \frac{\hbar^2}{m^* a^2} \exp\left(-\frac{\hbar^2}{m^*} \left(\int_0^{\infty} |V(\rho)| \rho d\rho\right)^{-1}\right) \quad (8.10)$$

արտահայտությամբ: Ինչպես և սպասվում էր, այն փոսի խորության համեմատ էքսպոնենցիալ փոքր մեծություն է:

§2.9 Երկչափ պարաբոլային փոս

Երկչափ պարաբոլային փոսում քվանտամեխանիկական խնդրի լուծման համար կարելի է օգտվել երկու մոտեցումից:

Առաջին մոտեցում: Երկչափ ներդաշնակ տատանակի համիլտոնիանը կարելի է ներկայացնել

$$\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2 \quad (9.1)$$

տեսքով, որտեղ

$$\hat{H}_1 = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{k_0 x^2}{2}, \quad \hat{H}_2 = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{k_0 y^2}{2} \quad (9.2)$$

օպերատորները կոմուտացվում են ինչպես իրար հետ, այնպես էլ $\hat{H}$ -ի հետ: Չետևաբար՝ կարելի է որպես սեփական ֆունկցիաների լրիվ համակարգ ընտրել $\hat{H}_1$ -ի և $\hat{H}_2$ -ի սեփական ֆունկցիաները: Չաշվի առնելով այդ հանգամանքը, ինչպես նաև միաչափ տատանակի հայտնի սեփական ֆունկցիաները և էներգիական սպեկտրը (տես § 2.2), կարող ենք երկչափ պարաբոլային փոստում ստացիոնար վիճակների նորմավորված ալիքային ֆունկցիաները և էներգիայի սեփական արժեքները ներկայացնել

$$\psi_{n_1, n_2}(x, y) = \psi_{n_1}(x) \cdot \psi_{n_2}(y), \quad E_N = \hbar \omega_0 (N+1), \quad N = 0, 1, 2, \dots \quad (9.3)$$

տեսքով, որտեղ

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_0}{m^*}}, \quad N = n_1 + n_2, \quad n_1 = 0, 1, 2, \dots, \quad n_2 = 0, 1, 2, \dots: \quad (9.4)$$

Չեշտ է նկատել նաև, որ երկչափ տատանակի էներգիական վիճակներն այլասերված են: Իսկապես, տրված N -ով E_N էներգիական մակարդակին համապատասխանում են գծայնորեն անկախ ψ_{n_1, n_2} ալիքային ֆունկցիաներ $n_1 = 0, 1, 2, \dots, N$ արժեքներով (n_2 -ը, համապատասխանաբար, պետք է ընդունի $n_2 = N, N-1, \dots, 0$ արժեքները, այնպես որ $n_1 + n_2 = \text{const} = N$), այսինքն՝ տրված էներգիական մակարդակի այլասերման աստիճանը $(N+1)$ է:

Երկրորդ մոտեցում: Օգտվենք (7.5) հավասարումից՝ նրանում տեղադրելով $V(\rho) = \frac{1}{2} k_0 \rho^2$: Գլանային կոորդինատներով երկչափ տատանակի խնդրի լուծմանը մենք կանդրադառնանք այլ առիթով, մասնավորապես, մագնիսաօպտիկայի հարցերը քվանտային լարերում ուսումնասիրելիս: Այստեղ միայն նշենք, որ սպեկտրը նորից ներկայացվում է

$$E_{n_\rho, l} = \hbar \omega_0 (2n_\rho + m + 1) = \hbar \omega_0 (N+1) \quad (9.5)$$

բանաձևով, որտեղ $N = 2n_\rho + m$ (n_ρ -ն շառավղային քվանտային թիվն է, իսկ m -ը՝ մագնիսական): Տվյալ N -ի դեպքում էներգիայի այլասերվածության աստիճանը նորից $(N+1)$ է:

§2.10 Վիճակների խտության ֆունկցիան քվանտային լարերում

Ինչպես և քվանտային փոսերի դեպքում, օգտվենք վիճակների խտության ֆունկցիայի ընդհանուր (2.56) արտահայտությունից: Ուղղանկյուն կտրվածքով քվանտային լարում լիցքակրի վիճակը որոշվում է քվանտային թվերի

$$\nu \equiv \{\sigma, n_1, n_2, k_z\} \quad (10.1)$$

հավաքածուով, որտեղ σ -ն սպինային քվանտային թիվն է, n_1 -ը և n_2 -ը նկարագրում են (x, y) ուղղություններով շարժման քվանտացումը, իսկ k_z ալիքային վեկտորը՝ z -երի ուղղությամբ ազատ շարժումը: Էլեկտրոնի լրիվ էներգիան կներկայացնենք

$$E_{n_1, n_2, k_z} = E_{n_1, n_2} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*} \quad (10.1)$$

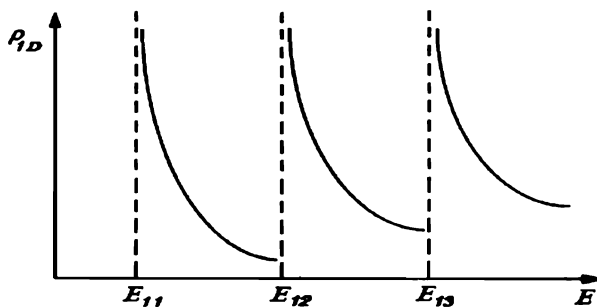
տեսքով: Հաշվի առնելով վերը նշվածը՝ վիճակների խտության ֆունկցիայի համար կունենանք՝

$$\rho_{1D}(E) = 2 \sum_{n_1, n_2, k_z} \delta\left(E - E_{n_1, n_2} - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*}\right): \quad (10.2)$$

Ըստ k_z -ի գումարը կարող ենք հաշվել այնպես, ինչպես երկչափ դեպքում: Նկատի ունենալով k_z -ի քվադրանդիատությունը ($L_z \gg L_x, L_y$) և (10.2) -ում գումարից անցնելով ինտեգրալի, համաձայն

$$\sum_{k_z} (...) = \frac{L_z}{2\pi} \int \delta k_z (...) \quad (10.4)$$

կանոնի, վիճակների խտության համար կստանանք



Նկ. 2-16. Վիճակների խտության կախումն էներգիայից քվանտային լարում:

$$\rho_{1D}(E) = \frac{2L_z}{\pi} \sum_{n_1, n_2} \int_0^{+\infty} dk_z \delta\left(E - E_{n_1, n_2} - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*}\right) = \frac{L_z}{\pi} \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2}} \sum_{n_1, n_2} \frac{\theta(E - E_{n_1, n_2})}{\sqrt{E - E_{n_1, n_2}}}, \quad (10.5)$$

որտեղ L_z -ը քվանտային լարի երկարությունն է, իսկ 2 գործակիցը հայտնվել է ըստ k_z -ի ինտեգրման $(-\infty, +\infty)$ տիրույթից $(0, +\infty)$ -ին անցնելիս:

Նկ.2.16-ում սխեմորեն պատկերված է միաչափ վիճակների խտության ֆունկցիայի կախումն էներգիայից (տես նաև Հավելված 2-2): Երևում է, որ միաչափ ենթազոտիների հատակին մոտ վիճակների խտությունը տարամիտում է, ինչը միաչափ շարժման կարևորագույն առանձնահատկությունն է:

§2.11 Քվանտային կետեր

Մինչև հիմա մենք քննարկում էինք այնպիսի կիսահաղորդչային կառուցվածքներ, որոնցում էլեկտրոնի շարժումը սահմանափակված էր մեկ կամ երկու ուղղություններով: Դա բերեց մի կողմից էլեկտրոնային սպեկտրի մասնակի քվանտացման երկչափ կամ միաչափ ենթազոտիների առաջացմամբ, մյուս կողմից՝ կտրուկ փոփոխությունների ենթարկվեց վիճակների խտության ֆունկցիան: Սակայն դիտարկված դեպքերում էլեկտրոնը միշտ ունի գոնե մեկ ուղղությամբ կառուցվածքով ազատ տարածվելու հնարավորություն (զուգահեռ պոտենցիալային արգելքներին): Այդպիսի կառուցվածքները կարող են կիրառվել այն էլեկտրոնային սարքերում, որոնք գործում են տեղափոխման երևույթների հենքի վրա (տես Գլ.6):

Առաջին գլխում մենք արդեն նշել ենք, որ ժամանակակից կիսահաղորդչային տեխնոլոգիաներն այսօր արդեն թույլ են տալիս ստեղծել հետերոկառուցվածքներ, որոնցում էլեկտրոնների շարժումը սահմանափակված է բոլոր ուղղություններով: Այդ այսպես կոչված, «քվանտային կետ» կամ «քվանտային արկղ» համակարգերը շատ նման են արհեստական ատոմների և դրսևորում են բազմապիսի և արտակարգ հետաքրքիր հատկություններ: Մինչև այդպիսի զրոգափանի համակարգերի ուսումնասիրումը փորձենք հասկանալ դրանց հնարավոր կիրառման օգտավետությունն էլեկտրոնիկայում և օպտոէլեկտրոնիկայում: Պատկերացնենք, որ հնարավոր է էլեկտրոնի շարժումը քվանտացնել երեք ուղղություններով և ստանալ նոր ֆիզիկական օբյեկտ՝ մակրոատոմ: Անմիջապես ծագում են այդ օբյեկտների կիրառման օգտավետության վերաբերյալ բազմաբնույթ հարցեր: Հիմնարար հարցը հետևյալն է. ի՞նչ է իրենից ներկայացնում հոսանքն այդ մակրոատոմներից բաղկացած համակարգերում: Նախ պարզ է, որ այդպիսի օբյեկտներում հոսանքը կարող է միայն պայմանավորված լինել ատոմի քվանտային մակարդակներով էլեկտրոնների թունելային անցումներով: Մյուս կողմից, պետք է նկատի ունենալ, որ այստեղ կառավարման գործոնները իրականացվում են ոչ միայն էլեկտրական և մագնիսական մեթոդներով: Կառավարումը կարելի է իրականացնել նաև լույսի օգնությամբ, ծայնային ալիքների

և այլ միջոցներով: Այս տեսանկյունից քվանտային կետերով համակարգերը շատ հեռանկարային օբյեկտներ են էլեկտրոնային և օպտիկական նոր տիպի սարքերի ստեղծման համար:

Գոյություն ունեն քվանտային կետերում էլեկտրոնային վիճակների նկարագրման տարբեր մոդելներ:

Անվերջ խոր եռաչափ քվանտային փոս.

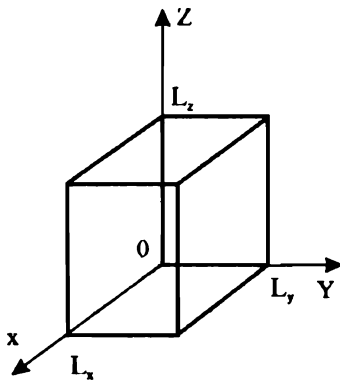
Քննարկենք էլեկտրոնների շարժման եռաչափ քվանտացման երկու պարզագույն օրինակ՝ անվերջ խոր պոտենցիալային արկղ և անվերջ խոր գնդային փոս:

ա) Առաջին դեպքում պոտենցիալը տրվում է

$$V(x, y, z) = \begin{cases} 0, & \text{արկղի ներսում;} \\ \infty, & \text{արկղից դուրս,} \end{cases} \quad (11.1)$$

տեսքով, ինչը նշանակում է, որ արկղը զբաղեցնում է $0 < x < L_x$, $0 < y < L_y$, $0 < z < L_z$ տիրույթը (տես նկ. 2-17): Շրեդինգերի հավասարումը փոփոխականների անջատման եղանակով այս դեպքում լուծվում է անմիջապես՝

$$\psi_{n_1, n_2, n_3}(x, y, z) = \sqrt{\frac{8}{L_x L_y L_z}} \sin \frac{\pi n_1}{L_x} x \sin \frac{\pi n_2}{L_y} y \sin \frac{\pi n_3}{L_z} z,$$



Նկ. 2-17. Եռաչափ քվանտային փոս (անթափանց արկղ):

$$E_{n_1, n_2, n_3} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^*} \left(\frac{n_1^2}{L_x^2} + \frac{n_2^2}{L_y^2} + \frac{n_3^2}{L_z^2} \right), \quad (11.2)$$

որտեղ $n_1, n_2, n_3 = 1, 2, 3, \dots$ քվանտային թվեր են:

Նշենք երկու կարևոր առանձնահատկություն: Նախ, ի տարբերություն քվանտային փոսերի և լարերի, $E_{n_1 n_2 n_3}$ -ն էլեկտրոնի լրիվ էներգիան է քվանտային արկղում և այն լրիվ ընդհատ է: Մյուս կողմից, որպես երեք ուղղություններով շարժման քվանտացման արդյունք, էներգիան կախված է երեք՝ n_1, n_2, n_3 քվանտային թվերից:

Այսպիսով, մենք ստացանք եռակի ընդհատ էներգիայի մակարդակներ և երեք ուղղություններով ալիքային ֆունկցիաների տեղայնացում՝ քվանտային արկղի սահմաններում: Ընդհանուր դեպքում, արկղում բոլոր վիճակների էներգիաները տարբեր են (այլասերումը բացակայում է):

Սակայն, եթե արկղի երկու կամ բոլոր կողերն իրար հավասար են կամ նրանց հարաբերությունն ամբողջ թիվ է, ապա տարբեր քվանտային թվերով որոշ մակարդակներ կարող են համընկնել (այլասերում): Մասնավորապես, խորանարդային արկղում բոլոր մակարդակները, որոնց երկու քվանտային թվերը տարբեր են, այլասերված են, ինչպես, օրինակ, $E_{n_1, n_2, n_3} = E_{n_2, n_1, n_3}$: Այսպիսի այլասերումը արդյունք է համակարգի երկրաչափական համաչափության և կոչվում է *կանոնակարգված այլասերում*: Իսկ եթե այլասերումն ուղղակիորեն կապված չէ համակարգի համաչափության հետ, այն կոչվում է *պատահական*: Մեր խնդրում, օրինակ, $E_{5,5,n_3} = E_{7,1,n_3}$ կամ $E_{7,4,n_3} = E_{8,1,n_3}$ ($n_3 = 0, 1, 2, \dots$): Մակարդակների արժեքների այդպիսի համընկնումը վերաբերվում է պատահական այլասերմանը:

բ) Դիտարկենք a շառավղով անվերջ խոր գնդային փոս՝

$$V(\vec{r}) = \begin{cases} 0 & r < a \\ \infty & r \geq a \end{cases} : \quad (11.3)$$

Չայտնի է, որ կենտրոնահամաչափ դաշտում շարժման քանակի մոմենտը պահպանվում է: Զննարկենք ստացիոնար վիճակները, որոնցում շարժման քանակի մոմենտի օպերատորի քառակուսին ($\hat{L}^2$) և նրա պրոյեկցիան z առանցքի վրա ($\hat{L}_z$) ունեն որոշակի արժեքներ: Ուրիշ խոսքով, փնտրենք $\hat{H}$ -ի, $\hat{L}^2$ -ի և $\hat{L}_z$ -ի ընդհանուր սեփական ֆունկցիաները գնդային կոորդինատներով՝

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R_{n, \ell} Y_{\ell m}(\theta, \varphi), \quad (11.4)$$

որտեղ n, ℓ -ը շառավղային, ℓ -ը՝ ուղեծրային, m -ը՝ մագնիսական քվանտային թվերն են, իսկ $Y_{\ell m}(\theta, \varphi)$ -ն ալիքային ֆունկցիայի անկյունային մասն է և որոշվում է

$$\hat{L}^2 Y_{\ell m} = \ell(\ell+1) Y_{\ell m}, \quad (11.5)$$

հավասարումից: $R_{n, \ell}(r)$ շառավղային մասը բավարարում է

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR_{n, \ell}}{dr} \right) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} R_{n, \ell} + \frac{2m^*}{\hbar^2} (E - V(r)) R_{n, \ell} = 0 \quad (11.6)$$

հավասարմանը:

Նշենք, որ այս հավասարումն ընդհանրապես չի պարունակում m մագնիսական քվանտային թիվը, ինչը խոսում է էներգիական մակարդակների $2\ell + 1$ պատիկ այլասերման մասին:

Ձևափոխենք (11.6) շառավղային հավասարումը՝ ներմուծելով նոր ֆունկցիա՝

$$R_{n, \ell}(r) = \frac{\chi_{n, \ell}(r)}{\sqrt{r}} : \quad (11.7)$$

Նկատի ունենալով (11.3) -ը, կստանանք, որ $\chi_{n,r,l}$ -ը բավարարում է

$$\chi''_{n,r,l} + \frac{1}{r} \chi'_{n,r,l} + \left[k_{n,r,l}^2 - \frac{1}{r^2} \left(l + \frac{1}{2} \right)^2 \right] \chi_{n,r,l} = 0, \quad r \leq a \quad (11.8)$$

հավասարմանը և $\chi_{n,r,l}(r=0) = \chi_{n,r,l}(r=a) = 0$ եզրային պայմաններին: Այստեղ $k_{n,r,l}$ մեծությունն արտահայտվում է էներգիայի միջոցով՝

$$E_{n,r,l} = \frac{\hbar^2 k_{n,r,l}^2}{2m^*} : \quad (11.9)$$

$r=0$ կետում եզրային պայմանին բավարարող (11.8) հավասարման լուծումները տրվում են Բեսելի առաջին սեռի կիսամաքողջ կարգի $I_{l+1/2}$ ֆունկցիաներով: Իսկ $r=a$ կետում $\chi_{n,r,l}(a)=0$ եզրային պայմանից հետևում է, որ

$$I_{l+1/2}(k_{n,r,l}a) = 0 : \quad (11.10)$$

Այս հավասարումը յուրաքանչյուր ℓ -ի համար ունի անվերջ թվով արմատներ՝

$$k_{n,r,l} \cdot a = \lambda_{n\ell} \quad (n=0,1,2,\dots) \quad (11.11)$$

Այսպիսով, շառավղային ֆունկցիաների և էներգիայի մակարդակների համար, օգտվելով (11.7)-(11.9) արտահայտություններից, վերջնականապես կստանանք՝

$$R_{n,\ell}(r) = \frac{C}{\sqrt{r}} I_{l+1/2} \left(\lambda_{n\ell} \frac{r}{a} \right), \quad E_{n,\ell} = \frac{\hbar^2 k_{n,\ell}^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2 \lambda_{n\ell}^2}{2m^* a^2}, \quad (11.12)$$

որտեղ C -ն նորմավորման հաստատունն է: Նշենք, որ ամենացածր մակարդակը համապատասխանում է $\ell=0$, $n_r=1$ արժեքներին, բայց ոչ $n_r=0$, քանի որ այդ դեպքում $k_{00}=0$ և համապատասխան ալիքային ֆունկցիան նույնաբար դառնում է զրո:

Օգտվենք Բեսելի ֆունկցիաների արտահայտություններից $\ell=0, \ell=1$ մասնավոր դեպքերում՝

$$\begin{aligned} I_{1/2}(x) &= \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x, \quad \ell=0; \\ I_{3/2}(x) &= \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \left(\frac{\sin x}{x} - \cos x \right), \quad \ell=1: \end{aligned} \quad (11.13)$$

$\ell=0$ դեպքում էներգիայի մակարդակների համար կունենանք.

$$k_n a = n_r \pi, \quad E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^* a^2} n_r^2, \quad (11.14)$$

իսկ $\ell=1$ դեպքում էներգիայի թույլատրելի արժեքները կորոշվեն

$$tg ka = ka \quad (11.15)$$

տրանսցեդենտ հավասարումից:

Վերջապես, եթե $x \gg 1$ և $x \gg l$, ապա

$$I_{\ell+1/2}(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin\left(x - \frac{\ell\pi}{2}\right) \quad (11.16)$$

և էներգիայի բարձր մակարդակները քվազիդասական մոտավորությամբ կամայական ℓ -ի համար կորոշվեն

$$k_n^{(\ell)} a \approx \pi n + \frac{\ell\pi}{2}, \quad (n \gg 1) \quad (11.17)$$

արտահայտությունից:

Հարկ է նշել, որ քննարկված անվերջ խոր գնդային փոսը, որպես քվանտային կետի մոդել, կոպիտ մոտավորություն է առնվազն երկու առումով: Նախ՝ տեխնոլոգիական աճի պրոցեսում դժվար է ապահովել քվանտային փոսը սահմանափակող մակերևույթի իդեալական գնդայնությունը, մյուս կողմից՝ ցանկացած փոս ունի վերջավոր խորություն: Փորձենք նշված դիտողություններն այս կամ այն չափով հաշվի առնել:

Նախ՝ խոտորումների տեսության շրջանակներում փորձենք հաշվի առնել փոսը սահմանափակող մակերևույթի ոչ գնդայնությունը: Դիցուք՝ գնդային անվերջ փոսը ենթարկվել է փոքր դեֆորմացիայի առանց ծավալի փոփոխության: Այդ դեպքում կարող ենք ընդունել, որ մասնիկը գտնվում է անթափանց պատերով պատման էլիպսարդում՝

$$U(x, y, z) = \begin{cases} 0, & \frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} < 1; \\ \infty, & \frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} > 1, \end{cases} \quad (11.18)$$

ընդ որում, $|a - b| \ll a$: Կատարենք փոփոխականների փոխարինում՝

$$x' = x, \quad y' = y, \quad z' = \frac{a}{b} z: \quad (11.19)$$

$\ell = 0$ դեպքում Շրեդինգերի հավասարումը էլիպսարդի ներսում կընդունի

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} + \frac{a^2}{b^2} \frac{\partial^2}{\partial z'^2} \right) \psi = E \psi \quad (11.20)$$

տեսքը, իսկ սահմանային պայմանը կլինի՝

$$\psi(r' = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} = a) = 0: \quad (11.21)$$

Քանի որ $|a - b| \ll a$, ապա նշանակելով $a = b(1 + \varepsilon)$, որտեղ $\varepsilon \ll 1$, խնդրի համիլտոնիանը կարելի է ներկայացնել

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V} \quad (11.22)$$

տեսքով, որտեղ

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2}{\partial z'^2} \right); \quad \hat{V} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} (2\varepsilon + \varepsilon^2) \frac{\partial^2}{\partial z'^2}, \quad (11.23)$$

ըստ որում չխտտորված $\hat{H}_0$ համիլտանիանի հիմնական վիճակի սեփական ֆունկցիան և սեփական էներգիան հայտնի են և տրվում են (11.4), (11.7), (11.13) և (11.14) բանաձևերով՝

$$\psi_0^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{2a\pi}} \frac{\sin \pi r'/a}{r'}, \quad E_0^{(0)} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^* a^2}: \quad (11.24)$$

Համաձայն խտտորումների տեսության, էներգիայի առաջին կարգի ուղղումն ըստ $\varepsilon \ll 1$ պարամետրի՝

$$E_0^{(1)} = \int \psi_0^{*(0)} V \psi_0 dV' = -\frac{\hbar^2}{2m} 2\varepsilon \int \psi_0^{*(0)} \frac{\partial^2}{\partial z'^2} \psi_0^{(0)} dx' dy' dz': \quad (11.25)$$

Քանի որ չխտտորված խնդրի ալիքային ֆունկցիաներն օժտված են գնդային համաչափությամբ, ապա կարող ենք պնդել, որ

$$\frac{\partial^2}{\partial x'^2} = \frac{\partial^2}{\partial y'^2} = \frac{\partial^2}{\partial z'^2} = \frac{1}{3} \Delta', \quad (11.26)$$

որտեղ $\Delta' = \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2}{\partial z'^2}$: Մյուս կողմից, օգտվելով $\Delta' \psi_0^{(0)} = -\frac{\pi^2}{a^2} \psi_0^{(0)}$ հավասարությունից, առաջին մոտավորությամբ էներգիայի ուղղման և լրիվ էներգիայի համար վերջնականապես կստանանք՝

$$E_0^{(1)} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{3m^* a^2} \cdot \varepsilon, \quad (11.27)$$

$$E_0 = E_0^{(0)} + E_0^{(1)} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^* a^2} \left(1 + \frac{2}{3} \varepsilon \right): \quad (11.28)$$

§2.12 Վերջավոր խորությամբ գնդային պոտենցիալային փոս

Այս դեպքում գնդային կետի պոտենցիալը տրվում է

$$V(\vec{r}) = \begin{cases} 0, & r < a; \\ V_0, & r \geq a, \end{cases} \quad (12.1)$$

տեսքով, որտեղ a -ն գնդային կետի շառավիղն է: Օգտվելով շառավղային ֆունկցիաների համար գրված Շրեդինգերի (11.6) հավասարումից և կատարելով

$$R(r) = \frac{\chi(r)}{r} \quad (12.2)$$

նշանակումը $\chi(r)$ ֆունկցիայի համար կստանանք հետևյալ հավասարումը¹⁾.

$$\frac{d^2 \chi}{dr^2} + \left[\frac{2m^*}{\hbar^2} (E - V) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] \chi = 0: \quad (12.3)$$

Քանի որ $R(r)$ ալիքային ֆունկցիան պետք է ամենուր (այդ թվում՝ նաև $r = 0$ կետում) լինի վերջավոր, ապա ներմուծված $\chi(r)$ ֆունկցիան պետք է բավարարի

$$\chi(r=0) = 0 \quad (12.4)$$

պայմանին: Գրված (12.3) հավասարումը ձևակազմելով համընկնում է միաչափ շարժման համար

$$V_{\ell}(r) = V(r) + \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \frac{\hbar^2}{2m^*} \quad (12.5)$$

պոտենցիալով Շրեդինգերի հավասարման հետ:

Այսպիսով, կենտրոնահամաչափ դաշտում խնդիրը հանգում է միաչափ շարժման ուսումնասիրությանը՝ մի կողմից $r = 0$ կետում սահմանափակված տիրույթով: $\ell = m = 0$ հիմնական վիճակի համար ստացվում է

$$sinka = \pm \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m^* V_0}} k \quad (12.6)$$

հավասարումը, որի լուծումները բավարարում են $tgka < 0$ պայմանին: Այս հայտնի արդյունքը կարելի է անմիջապես ստանալ նաև Շրեդինգերի (12.13) հավասարու-

¹⁾ Անվերջ խոր քվանտային փոսի խնդրում $R = \frac{\chi}{r}$ նշանակման օգնությամբ խնդիրը բերվեց

Բեսելի հավասարմանը ($\frac{2}{r} \frac{d}{dr} \rightarrow \frac{1}{r} \frac{d}{dr}$, $\ell(\ell+1) \rightarrow (\ell+1/2)^2$), իսկ այստեղ $R = \chi/r$ նշանակմամբ մենք ամբողջությամբ ազատվում ենք R -ի առաջին ածանցյալից:

միջ (12.1) արտահայտությամբ տրված $V(r)$ քվանտային փոսի համար: Իսկապես, $\ell = 0$ դեպքում

$$R(r) = \begin{cases} A \frac{\sin kr}{r}, & k = \sqrt{2m^*E/\hbar}, \quad r < a; \\ B \frac{e^{-k_b r}}{r}, & k_b = \sqrt{2m^*(V_0 - E)/\hbar}, \quad r > a: \end{cases} \quad (12.7)$$

Կարելի է այս ֆունկցիաները և նրանց ածանցյալները $r = a$ կետում, հեշտությամբ կստանանք էներգիայի որոշման համար տրանսցենդենտ հավասարում: Մենք չենք կրկնի այդ տրանսցենդենտ հավասարման մանրամասն ուսումնասիրումը: Միայն նորից հիշենք, որ V_0 խորությամբ եռաչափ քվանտային փոսում էներգիական մակարդակներ կարող են գոյություն ունենալ, եթե

$$V_0 \geq \frac{\pi^2 \hbar^2}{8m^* a^2}: \quad (12.8)$$

Այսպիսով, պոտենցիալ փոսը կամ պետք է բավականաչափ լայն լինի, կամ բավականաչափ խոր, որպեսզի կարողանա "բռնել" էլեկտրոնին:

Ինչպես և սպասվում էր, մասնավոր դեպքում, անվերջ խորը փոսի համար (12.6)-ից հեշտությամբ կստանանք՝

$$k_w a = \pi n \quad \text{կամ} \quad E_{n,\ell=0} = -V_0 + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^* a^2} n^2 \quad (12.9)$$

(մենք այստեղ էներգիայի սկզբնակետը շեղել ենք, որպեսզի կապված վիճակի համար ստանանք բացասական արժեքներ՝ $E_{n,\ell=0} < 0$): Մյուս կողմից, եթե $\ell \neq 0$, ապա շառավղային ալիքային ֆունկցիաները կտրվեն

$$R(r) \approx \frac{I_{l+1/2}(kr)}{\sqrt{r}} \quad (12.10)$$

տեսքով, իսկ $I_{l+1/2}(ka) = 0$ հավասարման արմատները կորոշեն էներգիայի մակարդակները: Այժմ դրանք կախված կլինեն ուղեծրային քվանտային թվից: Ատոմական սպեկտրոփսի մեջ ընդունված է $\ell = 0$ գնդային համաչափությամբ օժտված վիճակը ներկայացնել որպես s վիճակ, իսկ $\ell = 1, 2, 3, \dots$ որպես, համապատասխանաբար, $p, d, f, \dots$ վիճակներ:

Օգտվելով Բեսելի ֆունկցիաների արմատների դասակարգումից, գնդային քվանտային կետում էներգիայի մակարդակների համար կստանանք հետևյալ սերիաները.

$$1s(2), 1p(6), 1d(10), 2s(2), 1f(14), 2p(6), \dots \quad (12.11)$$

որտեղ փակագծերում տրված թվերը ներկայացնում են այլասերման աստիճանը՝ սպինի հաշվառմամբ: Օգտակար է համեմատել այդ սերիաները $V = -e^2/r$ կուլոնյան դաշտում էլեկտրոնային սերիաների հետ՝

$$1s(2), 2s(2), 2p(8), 3s(2), 3p(6), 3d(18), \dots \quad (12.12)$$

Ինչպես հետևում է համեմատությունից, կա որոշակի նմանություն ատոմային և զնդային քվանտային կետի սպեկտրների միջև: Պարզ է, որ էլեկտրոնային մակարդակների այս բարձր կարգի այլասերումն իրական կառուցվածքներում կարող է մասնակիորեն հանվել, բերելով ենթամակարդակների առաջացման:

§2.13 Եռաչափ պարաբոլային փոս (տարածական իզոտրոպ ներդաշնակ տատանակ)

Ըստ խնդրի պայմանի, տատանակի պոտենցիալ էներգիան այս դեպքում տրվում է

$$U(x, y, z) = \frac{1}{2} m^* \omega^2 x^2 + \frac{1}{2} m^* \omega^2 y^2 + \frac{1}{2} m^* \omega^2 z^2 = \frac{1}{2} m^* \omega^2 r^2 \quad (13.1)$$

տեսքով և, քանի որ U -ն կախված է միայն r -ից, կփորձենք փոփոխականների անջատման եղանակով լուծել համապատասխան Շրեդինգերի հավասարումը իզոտրոպ տատանակի համար: (r, θ, φ) զնդային կոորդինատային համակարգում Շրեդինգերի հավասարումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} \right) \right] + \\ + \frac{2m^*}{\hbar^2} \left(E - \frac{m^* \omega^2 r^2}{2} \right) \psi = 0 \end{aligned} \quad (13.2)$$

Փնտրենք լուծումը $\psi(r, \theta, \varphi) = R(r)Y(\theta, \varphi)$ տեսքով: Տեղադրելով այն (13.2)-ի մեջ, $R(r)$ շառավղային ֆունկցիայի համար կստանանք՝

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} + \frac{2m^*}{\hbar^2} \left[E - \frac{\hbar^2(\ell+1)\ell}{2m^* r^2} - \frac{m^* \omega^2}{2} r^2 \right] R = 0 \quad (13.3)$$

հավասարումը: Ներմուծելով

$$\xi = \frac{m^* \omega}{\hbar} r^2 = \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \quad (13.4)$$

անչափ փոփոխականը, որտեղ $r_0 = (\hbar/m^* \omega)^{1/2}$ մեծությունն ունի երկարության չափականություն, (13.3) հավասարումը կարելի է ներկայացնել

$$\xi \frac{d^2 R}{d\xi^2} + \frac{3}{2} \frac{dR}{d\xi} + \left[\frac{E}{2\hbar\omega} - \frac{l(l+1)}{4\xi} - \frac{\xi}{4} \right] R = 0 \quad (13.5)$$

տեսքով: Հետագոտենք ստացված հավասարումը մեծ ու փոքր ξ -ների համար: Մեծ ξ -ների համար ($\xi \rightarrow \infty$) (13.5) հավասարումից, անտեսելով ξ^{-1} -ին և ξ^{-2} -ին համեմատական անդամները, կստանանք՝

$$\frac{d^2 R}{d\xi^2} - \frac{1}{4} R = 0, \quad (13.6)$$

հավասարումը, որի երկու հնարավոր լուծումներից բաց թողնելով անվերջությունում անընդհատ աճող լուծումը, կունենանք՝

$$R \approx \exp(-\xi/2), \quad \xi \rightarrow \infty: \quad (13.7)$$

Մյուս կողմից, փոքր ξ -ների համար (13.5) -ում պահելով ըստ ξ -ի ամենացածր աստիճան պարունակող անդամները, կունենանք՝

$$\frac{d^2 R}{d\xi^2} + \frac{3}{2\xi} \frac{dR}{d\xi} - \frac{\ell(\ell+1)}{4\xi^2} R = 0: \quad (13.8)$$

Ստացված հավասարման լուծումը փնտրենք $R \sim \xi^s$ տեսքով: Տեղադրելով այն վերջին հավասարման մեջ, կունենանք՝

$$s(s-1) + \frac{3}{2}s - \frac{\ell(\ell+1)}{4} = 0: \quad (13.9)$$

Քանի որ R -ը պետք է մնա վերջավոր, երբ $\xi \rightarrow 0$, ապա s -ի նկատմամբ քառակուսի հավասարման արմատներից կընտրենք ոչ բացասականը, այն է՝ $s = l/2$: Այսպիսով՝

$$R \sim \xi^{l/2}, \quad \text{երբ } \xi \rightarrow 0: \quad (13.10)$$

Այժմ խնդրի ընդհանուր լուծումը ներկայացնենք

$$R(\xi) = e^{-\xi/2} \xi^{l/2} U(\xi) \quad (13.11)$$

արտադրյալի տեսքով: Տեղադրելով (13.11) -ը Շրեդինգերի (13.5) հավասարման մեջ, $U(\xi)$ ֆունկցիայի համար կստանանք հետևյալ հավասարումը՝

$$\xi \frac{d^2 U}{d\xi^2} + \left(\ell + \frac{3}{2} - \xi \right) \frac{dU}{d\xi} + \left(\frac{E}{2\hbar\omega} - \frac{\ell}{2} - \frac{3}{4} \right) U = 0: \quad (13.12)$$

Նկատի ունենալով (13.7) -ը և $R(\xi)$ -ի վերջավոր լինելու պահանջը ξ -ի բոլոր արժեքների համար, կարող ենք եզրակացնել, որ վերջին հավասարման լուծումը

մեծ ξ -ների համար կարող է տարամիտել ոչ ավելի արագ, քան ξ -ի վերջավոր աստիճանը, իսկ $\xi = 0$ -ում պետք է լինի վերջավոր: (13.12) հավասարման նշված պայմաններին բավարարող լուծումը տրվում է այլասերված հիպերերկրաչափական ֆունկցիայի միջոցով: Այն որոշվում է

$$F(\alpha, \gamma, z) = 1 + \frac{\alpha z}{\gamma!} + \frac{\alpha(\alpha-1)z^2}{\gamma(\gamma-1)2!} + \dots \quad (13.13)$$

շարքով, որը զուգամիտում է վերջավոր z -երի համար: Ըստ որում, α պարամետրը կամայական է, իսկ γ -ն հավասար չէ զրոյի կամ ամբողջ բացասական թվի: Միաժամանակ, եթե α -ն ամբողջ բացասական թիվ է (կամ զրո), ապա $F(\alpha, \gamma, z)$ -ը բերվում է α աստիճանի բազմանդամի: $F(\alpha, \gamma, z)$ -ը բավարարում է

$$zU'' + (\gamma - z)U' - \alpha U = 0 \quad (13.14)$$

դիֆերենցիալ հավասարմանը, որում կարելի է համոզվել պարզ տեղադրմամբ: Այս հավասարումն ունի նաև գծային անկախ երկրորդ լուծումը, որը, ի տարբերություն առաջինի, $z = 0$ կետում տարամիտում է:

Համեմատելով (13.14) -ը (13.12) -ի հետ, հեշտությամբ կգտնենք, որ (հաստատուն գործակցի ճշտությամբ)

$$U(\xi) = F\left(-\frac{E}{2\hbar\omega} + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4}, \ell + \frac{3}{2}, \xi\right), \quad (13.15)$$

ըստ որում, նշված լուծումն անվերջությունում վերջավոր լինելու պայմանին կբավարարի, եթե F -ի առաջին արգումենտն ընդունի ամբողջ բացասական արժեքներ (հակառակ դեպքում, երբ $\xi \rightarrow \infty$, F -ը կծգտի անվերջության, ինչպես e^ξ ֆունկցիան): Այսպիսով,

$$-\frac{E}{2\hbar\omega} + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4} = -n_r, \quad (n_r = 0, 1, 2, \dots),$$

որտեղից

$$E = \hbar\omega(2n_r + \ell + \frac{3}{2}): \quad (13.16)$$

Նշանակելով $N = 2n_r + \ell$, վերջնականապես իզոտրոպ տատանակի էներգիայի արժեքների համար կստանանք՝

$$E_N = \hbar\omega(N + \frac{3}{2}), \quad (13.17)$$

որտեղ $N = 0, 1, 2, \dots$: Այսպիսով, իզոտրոպ տատանակի էներգիական սպեկտրը կազմված է անվերջ քանակությամբ հավասարահեռ էներգիական մակարդակներից, որոնք այլասերված են: Հեշտ է համոզվել, որ տրված N -ի դեպքում այլասերման

աստիճանը՝ $g(N) = (N+1)(N+2)/2$ է: Իսկապես, N -ի տրված արժեքներին համապատասխանում են $\ell = N, N-2, \dots$ ուղեծրային մոմենտով վիճակներ և, քանի որ տրված ℓ -ի դեպքում m -ն իր հերթին ընդունում է $2\ell + 1$ արժեք, ապա

$$g(N) = \sum_{\ell=N, N-2} (2\ell+1) = \frac{(N+1)(N+2)}{2}: \quad (13.18)$$

Վերջում նշենք, որ (13.17)-ով ներկայացված էներգայի մակարդակներին համապատասխանող ալիքային ֆունկցիաները տրվում են

$$\psi_{n_r, \ell, m} = C r^\ell \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar} r^2\right) F\left(-n_r, \ell + \frac{3}{2}, \frac{m\omega}{\hbar} r^2\right) Y_{\ell m}(\theta, \varphi) \quad (13.19)$$

արտահայտությամբ: Մասնավորապես, հիմնական վիճակի ($n_r = 0, m = \ell = 0$ և $Y_{00} = (4\pi)^{-1/2}$) նորմավորված ալիքային ֆունկցիան՝

$$\psi_{000} = \left(\frac{m^* \omega}{\pi \hbar}\right)^{3/4} \exp\left(-\frac{m^* \omega^2 r^2}{2\hbar}\right): \quad (13.20)$$

§2.14 Վիճակների խտության ֆունկցիան քվանտային կետերում

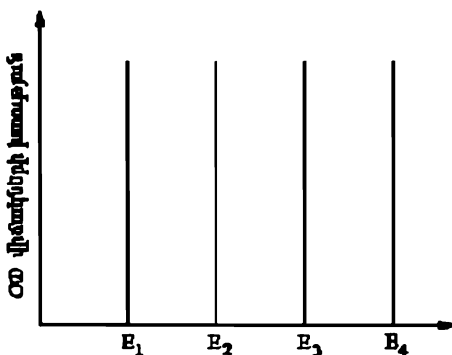
Ինչպես տեսանք, քվանտային կետերում, անկախ եռաչափ փոսը սահմանափակող մակերևույթի տեսքից, մասնիկի շարժումը երեք ուղղություններով սահմանափակված է և, հետևաբար, էներգիական սպեկտրն ամբողջությամբ ընդհատ է:

Ուստի վիճակների խտության ֆունկցիան այս դեպքում իրենից ներկայացնում է դելտաձև պիկերի գումար՝

$$\rho(E) = \sum_v \delta(E - E_v), \quad (14.1)$$

որտեղ $v \equiv (n_1, n_2, n_3)$ -ը քվանտային թվերի լրիվ հավաքածուն է (տես նաև Հավելված 2-2):

Իդեալական համակարգերի համար ընդհանուր մակարդակներին համապատասխանող պիկերն անվերջ նեղ են և անվերջ բարձր, ինչպես ցուցադրված է նկ. 2-18-ում: Իրականում էլեկտրոնները փոխազդում են խառնուրդային կենտրոն-



Նկ. 2-18. Վիճակների խտությունը քվանտային կետում:

ների, ֆոնոնների և այլ արատների հետ, որի արդյունքում ընդհատ մակարդակները լայնանում են, վիճակների խտության ֆունկցիայի պիկերը դառնում են վերջավոր և ձեռք են բերում որոշակի լայնություն:

Նախորդ քննարկումից պարզ դարձավ, որ քվանտային կետերում էներգիական սպեկտրի կառուցվածքը բարդ է և նկարագրվում է՝ երեք քվանտային թվերի հավաքածուով: Յուրաքանչյուր կոնկրետ պոտենցիալի դեպքում սպեկտրը կարելի է հաշվել թվային եղանակներով: Սակայն կարելի է բավական ճշգրիտ գնահատել էներգիայի մակարդակների թիվը քվանտային կետում, եթե այն մեծ է (քվազիդասական մոտավորություն):

Իսկապես, $\Delta x \Delta y \Delta z \Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z$ արտադրյալով որոշվող փուլային ծավալում քվանտային վիճակների թիվը տրվում է

$$\Delta \rho^{3D} = 2 \frac{\Delta x \Delta y \Delta z \Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z}{(2\pi)^3} \quad (14.2)$$

արտահայտությամբ: Դիցուք՝ ունենք կամայական $V(x, y, z) < 0$ պոտենցիալ: $\vec{r}$ կետի շրջակայքում $\Delta x \Delta y \Delta z$ փոքր ծավալում քվանտային վիճակների թիվը որոշելու համար անհրաժեշտ է պարզել սահմանափակված տիրույթում էլեկտրոնի ալիքային վեկտորի հնարավոր արժեքները՝ $0 \leq k(\vec{r}) \leq k_{\max}(\vec{r})$: Քվազիդասական մոտավորությամբ $k_{\max}$ -ը կորոշենք

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} + V(r) \quad (14.3)$$

արտահայտությունից, նկատի ունենալով, որ կապված վիճակների համար $E \leq 0$: Այդ դեպքում

$$k_{\max}(r) = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m^* |V(r)|} : \quad (14.4)$$

Այսպիսով, $\Delta x \Delta y \Delta z$ ծավալում քվանտային վիճակների թիվը կորոշվի հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$\Delta N = 2 \Delta x \Delta y \Delta z \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \int_0^{k_{\max}} k^2 dk = 2 \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \frac{k_{\max}^3}{3} = \frac{k_{\max}^3}{3\pi^2} \Delta x \Delta y \Delta z : \quad (14.5)$$

Այժմ գումարելով ըստ էներգիաների դասականորեն թույլատրելի տիրույթի բոլոր կոորդինատներով, քվանտային փոստում վիճակների թվի համար կունենանք՝

$$N_i = \frac{(2m^*)^{3/2}}{3\pi^2 \hbar^2} \int dx dy dz |V(r)|^{3/2} : \quad (14.6)$$

Մասնավորապես, եթե

$$V = \begin{cases} -V_0, & 0 < x < L_x, 0 < y < L_y, 0 < z < L_z, \\ 0, & x > L_x, y > L_y, z > L_z, (x, y, z < 0), \end{cases} \quad (14.7)$$

ապա

$$N_l = \frac{(2m^*)^{3/2}}{3\pi^2 \hbar^2} V_0^{3/2} L_x L_y L_z : \quad (14.8)$$

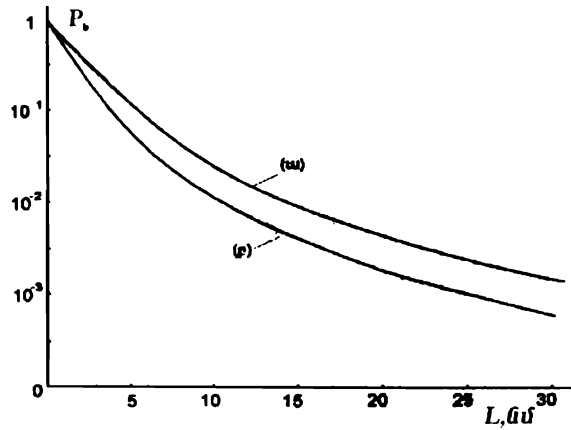
եթե, օրինակ, $L_x = L_y = L_z = 100 \text{ \AA}$, $V_0 = 0.2 \text{ էՎ}$, $m^* = 0.067m_0$, ապա էներգիական մակարդակների լրիվ թիվը խորանարդային քվանտային կետում $N_l = 75$: Սակայն փաստացի գոյություն ունեցող էլեկտրոնների թիվը մակարդակների թվի համեմատ կարող է շատ ավելի քիչ լինել, ինչը պայմանավորված է քվանտային կետի լեգիրման աստիճանով: Փոսում տեղայնացված լիցքակիրների թիվը կարելի է նաև կառավարել, կիրառելով միջև մեկ տասնյակ վոլտի հասնող արտաքին լարումներ (տես Գլ.7):

§2.15 Պոտենցիալ արգելքով բաժանված կրկնակի քվանտային փոս

Ինչպես գիտենք, վերջավոր խորությամբ քվանտային փոսում գտնվող մասնիկը կարող է որոշ հավանականությամբ թափանցել արգելքի տիրույթ (դա արտահայտվում է նրանով, որ ալիքային ֆունկցիան փոսից դուրս զրո է): Օրինակ՝ E_l էներգիայով հիմնական վիճակում գտնվող էլեկտրոնի՝ փոսից դուրս՝ արգելքի տիրույթում գտնվելու հավանականությունը կարելի է որոշել

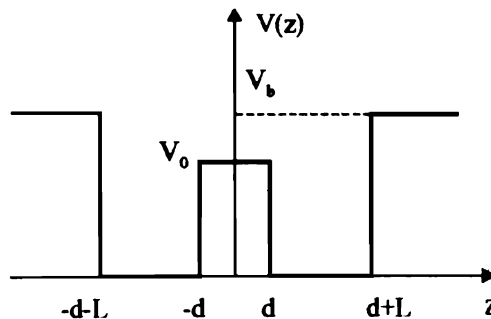
$$P_b = \int_{\substack{z>L \\ z<0}} dz |\chi(z)|^2 = \frac{\theta_1^2}{\theta_0^2 (1 + \sqrt{\theta_0^2 - \theta_1^2})} \quad (15.1)$$

արտահայտությամբ, որտեղ θ_1 -ը (2.23) հավասարման առաջին արմատն է: Նկ. 2-19-ում պատկերված է P_b -ի կախումն ուղղանկյուն փոսի լայնությունից: Մասնիկների այդպիսի “թունելային” վարքի դրսևորումը քվանտային մեխանիկայի կարևորագույն երևույթներից է, որը քվանտային նանոկառուցվածքներում հանգեցնում է նոր ֆիզիկական երևույթների ի հայտ գալուն և հնարավորություն է տալիս դրանց հիման վրա նախագծելու բազմատեսակ օպտոէլեկտրոնային և էլեկտրոնային սարքեր (այդ երևույթի մասին ավելի մանրամասն կխոսենք Գլ.7-ում):



Նկ. 2-19. Էլեկտրոնի՝ փոսից դուրս գտնվելու հավանականության կախումը փոսի լայնությունից. (ա) էլեկտրոնների ($V_b = 300$ մէՎ, $m^* = 0.06 m_0$) և (բ) խոռոչների ($V_b = 150$ մէՎ, $m^* = 0.4 m_0$) համար:

Այս պարագրաֆում մենք կքննարկենք էլեկտրոնների վարքը կրկնակի քվանտային փոս կոչվող կառուցվածքում, որտեղ երկու միատեսակ ուղղանկյուն, վերջավոր V_b և L լայնությամբ խորությամբ փոսեր բաժանված են V_0 բարձրությամբ և $2d$ լայնությամբ պոտենցիալային արգելքով (Նկ.2-20): Ինչպես երևում է Նկ. 2-20 - ից, համակարգի պոտենցիալ էներգիան համաչափ է $z = 0$ հարթության նկատմամբ:



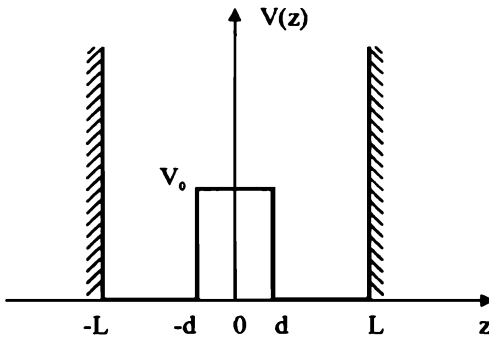
Նկ. 2-20. Կրկնակի քվանտային փոս:

Մինչ վերևում ձևակերպված խնդրի քննարկումը, փորձենք ավելի պարզ՝ անվերջ խոր պոտենցիալային փոսի մոդելի դեպքում հասկանալ պոտենցիալային արգելքի առկայության ազդեցությունը ստացիոնար վիճակների վրա:

Դիցուք՝ $2d$ հաստությամբ և վերջավոր V_0 բարձրությամբ արգելապատնեհն անվերջ քվանտային փոսը բաժանում է երկու հավասար մասերի: Բնականաբար $d \rightarrow 0, V_0 \rightarrow \infty$ սահմանային դեպքում գործ կունենանք կիսաթափանց միջնապատի հետ (եթե, իհարկե, $V_0 \cdot d = \text{const}$) (նկ.2- 21):

Ներմուծենք հետևյալ նշանակումները՝

$$k = \left(\frac{2m^* E}{\hbar^2} \right)^{1/2}, \quad \kappa = \left(\frac{2m^* (V_0 - E)}{\hbar^2} \right)^{1/2} : \quad (15.2)$$



Նկ. 2-21. Պոտենցիալային արգելքով բաժանված անվերջ խոր քվանտային փոս:

Այս խնդրում, բացի $\chi(\pm L) = 0$ պայմաններից, կա ևս չորս եզրային պայման, քանի որ $z = \pm d$ կետերում պետք է պահանջել նաև $\chi(z)$ և $\chi'(z)$ ֆունկցիաների անընդհատությունը: Հաշվի առնելով առաջին երկու պայմանները, Շրեդինգերի հավասարման լուծումները տարբեր տիրույթների համար կարող ենք ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\chi(z) = \begin{cases} A_1 \sin k(z+L) & , \quad -L \leq z \leq -d; \\ Be^{-\kappa z} + Ce^{\kappa z} & , \quad -d \leq z \leq d; \\ A_2 \sin k(z-L) & , \quad d \leq z \leq L: \end{cases} \quad (15.3)$$

Պահանջելով $\chi(z)$ -ի և $\chi'(z)$ -ի անընդհատությունը $z = \pm d$ կետերում, կստանանք՝

$$\begin{aligned} A_1 \sin k(L-d) &= Be^{\kappa d} + Ce^{-\kappa d} \\ kA_1 \cos k(L-d) &= \kappa(-Be^{\kappa d} + Ce^{-\kappa d}) \\ A_2 \sin k(d-L) &= Be^{-\kappa d} + Ce^{\kappa d} \\ kA_2 \cos k(d-L) &= \kappa(-Be^{-\kappa d} + Ce^{\kappa d}) \end{aligned} : \quad (15.4)$$

Ստացված հավասարումների համակարգից, արտաքսելով A_1 և A_2 գործակիցները, C և B գործակիցների որոշման համար կստանանք

$$k \operatorname{ctgk}(L-d) = \alpha \frac{-Be^{2\alpha d} + C}{Be^{2\alpha d} + C}, \quad (15.5)$$

$$k \operatorname{ctgk}(L-d) = \alpha \frac{B - Ce^{2\alpha d}}{B + Ce^{2\alpha d}}:$$

առնչությունները: (15.5) հավասարումներից հետևում է C և B գործակիցների կապը, այն է՝ $B = \pm C$: Դժվար չէ նկատել, որ $B = C$ պայմանի դեպքում (15.4) -ից հետևում է, որ $A_1 = -A_2$ և, հետևաբար, այս դեպքում գործ ունենք դրական զույգությամբ լուծումների հետ ($z = 0$ հարթության նկատմամբ համաչափ լուծումներ): Այն դեպքում, երբ $B = -C$, ապա $A_1 = A_2$, և ստանում ենք բացասական զույգությամբ լուծումներ (հակահամաչափ լուծումներ):

Հետագա քննարկումը կատարենք այնպիսի սահմանային դեպքի համար, երբ $d \rightarrow 0$, $\alpha \rightarrow \infty$, այնպես, որ $\alpha d \rightarrow 0$, բայց $\alpha^2 d$ -ն մնում է վերջավոր՝

$$\alpha^2 d = \alpha: \quad (15.6)$$

Այս դեպքում պոտենցիալային արգելքը հաջողությամբ կարող ենք նկարագրել նաև Դիրակի ֆունկցիայի օգնությամբ՝ $V(z) \sim \alpha \delta(z)$, որտեղ α -ն կոչվում է միջնարգելքի անթափանցելիության գործակից, քանի որ α -ն մեծացնելիս այն դառնում է էլ ավելի անթափանցելի: Քանի որ $\alpha d \ll 1$, ապա (15.5) հավասարումներում կարող ենք էքսպոնենտ պարունակող անդամները վերլուծել շարքի: Այդ դեպքում դրական զույգությամբ վիճակների համար ($B = C$) կունենանք՝

$$k \operatorname{ctgk}L = -\alpha, \quad (15.7)$$

իսկ բացասական զույգությամբ վիճակների համար ($B = -C$)՝

$$k \operatorname{ctgk}L \rightarrow -\infty: \quad (15.8)$$

Երկրորդ դեպքը շատ ավելի պարզ է: Ալիքային ֆունկցիաները միջնարգելքի վրա դառնում են նույնաբար զրո և, հետևաբար,

$$\chi_n^-(z) = \begin{cases} A \operatorname{sink}_n^-(z+L), & -L < z < 0; \\ A \operatorname{sink}_n^-(z-L), & 0 \leq z \leq L; \end{cases} \quad (15.9)$$

որտեղ $k_n^- L = \pi n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), $\chi_n^-(-z) = -\chi_n^-(z)$: Հիշեցնենք, որ անվերջ խոր փոսում կենտ վիճակների դիրքը նույնպես տրվում է նույն՝ $k_n^- L = n\pi$ պայմանով: Այսինքն՝ դելտա-մասն արգելքի գոյությունը ոչ մի կերպ չի ազդում այն վիճակների դիրքի վրա, որոնց հանգույցները համընկնում են նրա կիրառման կետի հետ:

Ինչ վերաբերվում է առաջին հավասարմանը (դրական զույգություն), ապա այն թույլ է տալիս միայն որոշել k_n^+ -ների հնարավոր արժեքները թվային հաշվումների օգնությամբ՝ բացառությամբ երկու սահմանային դեպքերի.

1. Լրիվ ոչ թափանցիկ միջնարգելք ($\alpha \rightarrow \infty$): Այս դեպքում սեփական արժեքները կորոշվեն $k_n^+ L = \pi n$ հավասարումից (որոնք համընկնում են k_n^- արժեքների հետ):

2. Լրիվ թափանցելի միջնարգելք ($\alpha = 0$): Այս դեպքում $k_n^+ L = \left(n - \frac{1}{2}\right)\pi$: α -ի

վերջավոր արժեքի դեպքում k_n^+ -ի արժեքները գտնվում են k_n^- և k_{n-1}^- արժեքների միջև, ուրիշ խոսքով, ինչպես անվերջ խոր պոտենցիալային փոստում, այստեղ նույնպես դրական և բացասական զույգությամբ էներգիայի մակարդակներն իրար հաջորդում են:

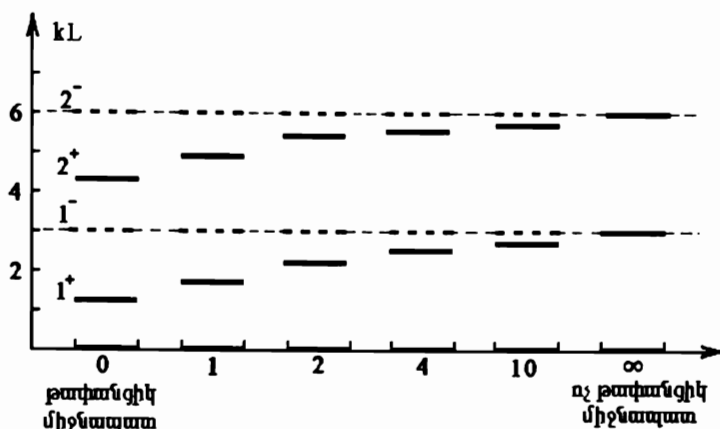
Այսպիսով՝ վերջավոր α -ի համար դրական զույգությամբ ալիքային ֆունկցիաները կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\chi_n^+(z) = \begin{cases} -A \operatorname{sink}_n^+(z+L), & -L \leq z < 0; \\ A \operatorname{sink}_n^+(z-L), & 0 \leq z \leq L; \end{cases} \quad (15.10)$$

որտեղ $\left(n - \frac{1}{2}\right)\pi < k_n^+ L < \pi n$, $n = 1, 2, 3, \dots$:

Նկ. 2-22 -ում և 2-23 -ում ներկայացված են էներգիական մակարդակների դասավորությունը և առաջին երկու ստացիոնար վիճակներին համապատասխանող ալիքային ֆունկցիաները միջնարգելքի անթափանցելիության գործակցի տարբեր արժեքների համար (հոծ գծերը համապատասխանում են դրական, իսկ կետագծերը՝ բացասական զույգությանը): Նկ.2-22 -ում ձախ եզրը համապատասխանում է $\alpha = 0$ դեպքին (միջնարգելքը լրիվ թափանցիկ է): Ինչպես երևում է գծագրից, միջնարգելքի անթափանցելիության մեծացման հետ (գծագրի աջ եզրին մոտենալիս) դրական զույգությամբ մակարդակները տեղաշարժվում են դեպի վեր, բացասական զույգությամբ մակարդակները մնում են իրենց տեղերում: Էներգիական մակարդակների նման վարքն իր արտացոլումն է գտնում նաև ալիքային ֆունկցիաների պահվածքում: Որպես օրինակ նկ.2-23 -ում պատկերված է $n = 1$ վիճակի ալիքային ֆունկցիան, որը անթափանցելի միջնարգելքի դեպքում ($\alpha \rightarrow \infty$) $z = 0$ կետում դառնում է զրո, և փաստորեն երկու փոսերը դառնում են մեկը մյուսից անկախ: Նշանի ճշտությամբ այն համընկնում է առաջին կետ ալիքային ֆունկցիայի հետ, որը պատկերված է նկ. 2-23 -ի ներքևի մասում: Այսպիսով, $\alpha \rightarrow \infty$ դեպքում էներգիական մակարդակները դառնում են կրկնակի ալյասերված (նկ. 2-22 -ում աջ եզրային շերտը):

Վերադառնալով պոտենցիալային արգելքով բաժանված կառուցվածքին, որը պատկերված է նկ.2-20 -ում: Համանման նախորդ քննարկված օրինակի, այս խնդիրը նույնպես կախելի է լուծել ճշգրիտ, առանց որևէ մոտավորության:



Նկ. 2-22. Էներգիական մակարդակների դիրքի կախումը փոսի կենտրոնում գտնվող դելտա-մասն միջնարգելքի անթափանցելիությունից:

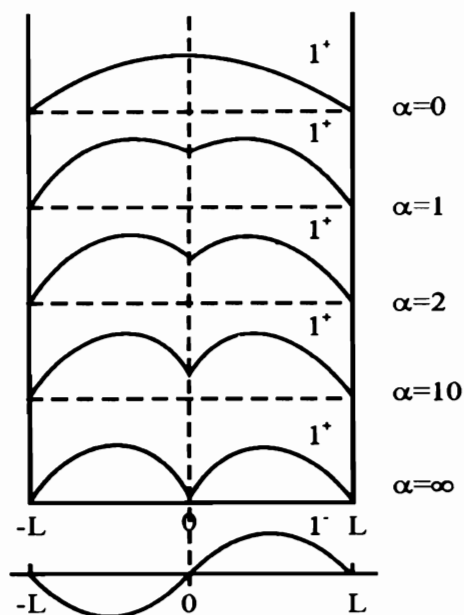
Այստեղ մենք կներկայացնենք միայն համակարգի թույլատրելի էներգիական մակարդակները որոշող տրանսցենդենտ հավասարման վերջնական տեսքը՝

$$2\cos kL + \left(\frac{\varepsilon}{k} - \frac{k}{\varepsilon}\right)\sin kL \pm \left(\frac{\varepsilon}{k} + \frac{k}{\varepsilon}\right)e^{-\varepsilon d}\sin kL = 0: \quad (15.11)$$

Նկատենք, որ (+) և (-) նշանները համապատասխանում են համաչափ և հակահամաչափ լուծումներին: Բերված արտահայտությունից հետևում է, որ բավականաչափ հաստ արգելքի դեպքում հավասարման վերջին անդամը կարելի է անտեսել: Այդ դեպքում (15.11) -ը կբերվի մեր կողմից արդեն քննարկված վերջավոր ուղղանկյուն պոտենցիալ փոսի խնդրին: Վերջավոր d -ի դեպքում կարևոր դեր է խաղում հավասարման վերջին անդամը, որով պայմանավորված է միայնակ պոտենցիալ փոսին համապատասխանող էներգիական մակարդակների ճեղքումը: Եվ, վերջապես, երբ $d \rightarrow 0$, (15.11) արտահայտությունը բերվում է $2L$ լայնությամբ քվանտային փոսի խնդրին:

Այսպիսով, ուղղանկյուն քվանտային փոսի հատկությունները կարելի է դեկավարել ոչ միայն ստանդարտ եղանակով՝ փոփոխելով նրա խորությունը և (կամ) լայնությունը, այլև նաև նրա ներսում տեղադրելով որոշակի պոտենցիալային արգելք, այն վերածելով իրար հետ կապված երկու փոսերի համակարգի: Սակայն, ի տարբերություն առաջին դեպքի, երբ փոփոխվում են միաժամանակ քվանտային փոսի բոլոր վիճակները, նոր մոտեցման դեպքում հնարավոր է փոփոխել միայն որոշ վիճակների դիրքեր և ալիքային ֆունկցիաներ՝ թողնելով անփոփոխ մյուսներին: Իրոք, դիցուք՝ ներդրված վանդակալ պոտենցիալը կարճադրու դելտա-մասն պոտենցիալ է, որի կիրառման կետը շեղված է փոսի կենտրոնից: Քանի որ տվյալ

վիճակի վրա այդպիսի գրգռման ունեցած ազդեցությունը որոշվում է նրա կիրառման կետում սովորական փոսում այդ վիճակի ունեցած ալիքային ֆունկցիայի արժեքով, ապա կարելի է սպասել, որ տվյալ վիճակի վրա դելտա-նման պոտենցիալի



Նկ.2-23. Ալիքային ֆունկցիաների տեսքի փոփոխությունը՝ կախված դելտա-նման միջնարգելքի անթափանցելիությունից: Վերևի մասում պատկերված է 1^+ ֆունկցիան α -ի տարբեր արժեքների համար, ներքևից՝ 1-ը, որի վրա դելտա-նման միջնարգելքի գոյությունը չի ազդում:

ազդեցությունը կախված կլինի նրա դիրքից: Եթե այն համընկնում է տվյալ վիճակի ալիքային ֆունկցիայի մաքսիմումի հետ, ապա նրա ազդեցությունը կլինի առավելագույնը: Իսկ եթե այն համընկնում է ալիքային ֆունկցիայի հանգույցի հետ, ապա նրա ազդեցությունը կհավասարվի զրոյի: Ուստի սպասելի է, որ տվյալ վիճակի էներգիայի շեղման չափի կախվածությունը փոսի կենտրոնից դելտա-նման պոտենցիալի ունեցած հեռավորությունից կնմանակի ալիքային ֆունկցիայի տատանողական վարքը: Դա նաև իր արտահայտումը պետք է ունենա ներդրված արգելքներով քվանտային փոսերում միջենթագոտիական կամ միջգոտիական օպտիկական անցումներով պայմանավորված երեվույթներում: Մասնավորապես, տարբեր վիճակների ալիքային ֆունկցիաների համաչափության փոփոխության հետեվանքով փոփոխվում են նաև օպտիկական անցումների ջոկման կանոնները:

Մինչև այժմ խոսք էր գնում քվանտային փոսում տեղադրված լրացուցիչ վանողական պոտենցիալի մասին, որը բերում էր, որպես կանոն, փոսում վիճակների կապի էներգիաների նվազմանը

(մակարդակները դուրս էին հրվում վանողական պոտենցիալի կողմից): Այդպիսի կառուցվածք կարելի է ստեղծել, օրինակ, $Al_xGa_{1-x}As$ -ի արգելքային շերտերով սահմանափակված $GaAs$ -ի քվանտային փոսում տեղադրելով մի քանի ատոմական մենաշերտի հաստությամբ $Al_yGa_{1-y}As$ -ի գերբարակ շերտ, որն առաջացնում է իզոէլեկտրոնային վանողական պոտենցիալ: Հասկանալի է, որ կարելի է ստեղծել նաև ուրիշ տիպի քվանտային փոս, որտեղ տեղադրված է ոչ թե վանողական, այլ ձգողական պոտենցիալ: Դրա համար նույն $GaAs$ -ի մեջ պետք է ներդնել ավելի փոքր արգելված գոտիով կիսահաղորդչի, օրինակ՝ $InAs$ -ի մի գերբարակ շերտ, որը

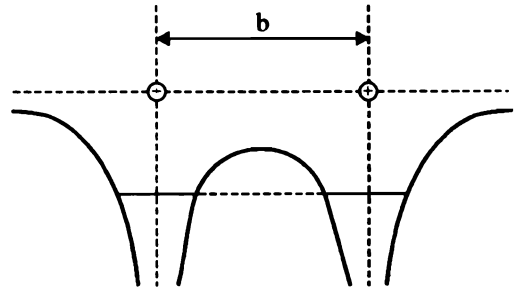
կառաջացնի լրացուցիչ ավելի խոր փոս: Այդպիսի գրգռումն արդեն կբերի կապված վիճակների էներգիաների տեղաշարժի դեպի փոսի հատակ:

Նշենք նաև, որ տարբեր վիճակների վրա ներդրված դելտա-մասն պոտենցիալների տարբեր չափի ազդեցության հետևանքով հնարավոր է, որ ուղղանկյուն քվանտային փոսի առաջին երեք մակարդակները դառնան հավասարահեռ, ինչը հնարավորություն է տալիս ստանալ նաև լազերային ճառագայթման հաճախության կրկնապատկում՝ օգտագործելով դիտարկվող տիպի քվանտային փոսերի ոչ գծային օպտիկական հատկությունները:

Վերջում կանգ առնենք ներդրված վանդակաձև արգելքով փոսի խնդրի լուծման մեկ այլ մոտեցման վրա, որը ճիշտ է բաժանող արգելքի ոչ մեծ թափանցելիության դեպքում և հիմնվում է ջրածնի մոլեկուլի այլասերված վիճակների համար մշակված՝ հայտնի քվանտամեխանիկական խոտորումների տեսության վրա:

Պատկերացնենք իրարից b հեռավորության վրա գտնվող երկու դրական լիցքեր և էլեկտրոն, որը շարժվում է նրանց ստեղծած պոտենցիալային դաշտում (նկ. 2-24): Չնայած պոտենցիալային փոսերը չունեն ուղղանկյուն տեսք, սակայն հասկանալի է, որ կրկնակի ուղղանկյուն փոսերի համար ստացված արդյունքները որակապես ճիշտ են նաև այս դեպքում:

Եթե նշանակենք էլեկտրոնի էներգիան որևէ վիճակում $W(n)$ -ով, երբ լիցքերը իրարից բավականաչափ հեռու են և փոսերը կարելի է համարել իրարից անկախ, ապա վերջավոր b հեռավորության դեպքում այդ մակարդակը ճեղքվում է երկուսի, որոնցից մեկին՝ $W^+(n, b)$ -ին, համապատասխանում է համաչափ, մյուսին՝ $W^-(n, b)$ -ին, հակահամաչափ ալիքային ֆունկցիա:



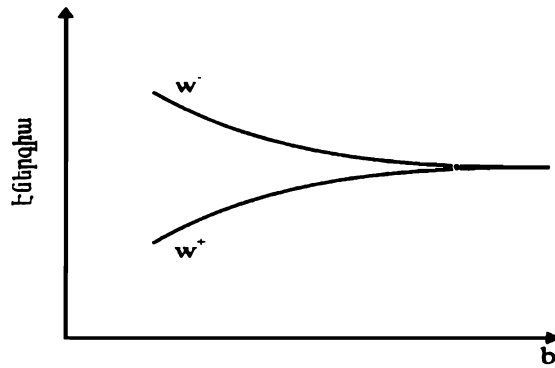
Նկ. 2-24. Էլեկտրոնի պոտենցիալ էներգիան երկու դրական լիցքերի դաշտում:

Հասկանալի է, որ $W^+(n, b)$ և $W^-(n, b)$ էներգիաները կախված են b -ից, (նկ. 2-25):

Պարզ է նաև, որ b -ի մեծ արժեքների դեպքում $W^+(n, b) = W^-(n, b) = W(n)$:

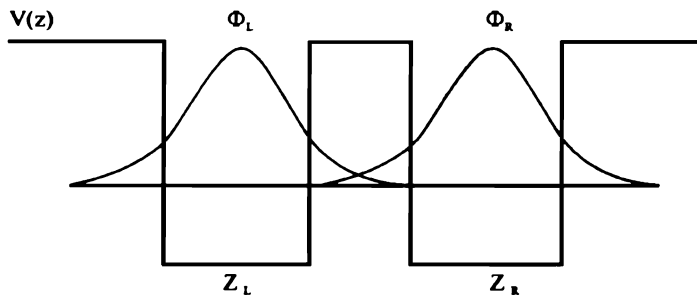
Այժմ դիտարկենք երկու փոսերի հիմնախնդիրն այլ տեսանկյունից: Քվանտային փոսերը ներկայացնենք Z_L և Z_R կոորդինատներով (նկ.2-26): Խնդրի համիլտոնիանը՝

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{V}_L + \hat{V}_R, \quad (15.12)$$



Նկ. 2-25. Էլեկտրոնի էներգիայի կախումը դրական լիցքերի միջև հեռավորությունից համաչափ և հակահամաչափ վիճակներում:

որտեղ $\hat{V}_L$ -ը և $\hat{V}_R$ -ը, համապատասխանաբար, ծախս և աջ պոտենցիալային փոսերն են: Բնական է ենթադրել, որ կրկնակի փոսում մասնիկի ալիքային ֆունկցիան կարելի ներկայացնել որպես L (ծախ) և R (աջ) առանձին փոսերում ամենացածր



Նկ. 2-26. Իրար հետ փոխազդող քվանտային փոսեր:

վիճակներին համապատասխանող Φ_L և Φ_R ալիքային ֆունկցիաների “խառնուրդ”: Փաստորեն մենք պետք է մտովի օգտվենք այլասերված վիճակների համար խտորանմաների տեսությունից, որում հաշվի չենք առնում մնացած վիճակները: Բայց նույնիսկ այդ դեպքում մենք գործ չունենք ճշգրիտ խտորանմաների տեսության հետ, քանի որ Φ_L -ը և Φ_R -ը Շրեդինգերի տարբեր հավասարումների լուծումներ են՝

$$(\hat{T} + \hat{V}_L)\Phi_L = \varepsilon\Phi_L, \quad (\hat{T} + \hat{V}_R)\Phi_R = \varepsilon\Phi_R \quad (15.13)$$

Բնականաբար, Φ_L -ը և Φ_R -ն օրթոգոնալ չեն, ինչպես դա երևում է նաև նկ. 2-26 -ից: Սակայն գաղափարը նույնն է՝ (15.12) համիլտոնիանով Շրեդինգերի հավա-

սարումից որոշվող ալիքային ֆունկցիան ներկայացնենք $\psi = \sum_n a_n \Phi_n$ տեսքով, որտեղ n -ն ընդունում է L և R արժեքները՝

$$\hat{H} \sum_n a_n \Phi_n = E \sum_n a_n \Phi_n : \quad (15.14)$$

Վերջինս ծախսից բազմապատկելով Φ_m^* -ով և ինտեգրելով ըստ z -ի, կստանանք՝

$$\sum_n H_{mn} a_n = E \sum_n S_{mn} a_n , \quad (15.15)$$

որտեղ՝

$$H_{mn} = \int \Phi_m^* \hat{H} \Phi_n dz, \quad S_{mn} = \int \Phi_m^* \Phi_n dz : \quad (15.16)$$

Այս մատրիցական տարրերը կարելի է գրել երկու փոսի համար: Օրինակ, աջ փոսի համար

$$H_{LL} = \int \Phi_L^* (\hat{T} + \hat{V}_L + \hat{V}_R) \Phi_L dz = \varepsilon + \int \Phi_L^* \hat{V}_R \Phi_L dz \equiv \varepsilon - C , \quad (15.17)$$

քանի որ $(T + V_L) \Phi_L$ -ով անդամը, համաձայն (15.13) -ի, պարզապես հավասար է ε -ի: Երկրորդ անդամը V_R -ի քվանտամեխանիկական միջին արժեքն է ըստ Φ_L ֆունկցիաների և կոչվում է «բյուրեղական» դաշտ (այն նշանակված է $-C$ -ով, քանի որ պոտենցիալային փոսերն իրար «ծգում» են): Նույն տեսքն ունի նաև H_{RR} մատրիցական տարրը: Մյուս երկու ոչ անկյունագծային անդամները կբերվեն հետևյալ տեսքի՝

$$\begin{aligned} H_{LR} = H_{RL} &= \int \Phi_R^* (\hat{T} + \hat{V}_L + \hat{V}_R) \Phi_L dz = \\ &= \varepsilon \int \Phi_R^* \Phi_L dz + \int \Phi_R^* \hat{V}_R \Phi_L dz \equiv \varepsilon S - t \end{aligned} : \quad (15.18)$$

Նկատենք, որ այստեղ t հայտ եկած «ծածկման» S ինտեգրալն ալիքային ֆունկցիաների ոչ օրթոգոնալության (փոխհատման) արդյունք է: Մյուս անդամը $(-t)$ -ն, ամենակարևորն է և կոչվում է թունելային կամ տեղափոխման ինտեգրալ: Այն որոշվում է երկու փոսերի ալիքային ֆունկցիաների և դրանցից մեկի պոտենցիալի արտադրյալով և նկարագրում է էլեկտրոնի՝ մի փոսից մյուսն անցման հնարավորությունը: Վերջապես, քանի որ վիճակները նկարագրող ալիքային ֆունկցիաներն օրթոգոնալ չեն, ապա պարզ է, որ (15.15) հավասարության աջ մասում հանդես եկող $\hat{S}$ մատրիցը միավոր տեսքի չէ, իսկ նրա ոչ անկյունագծային տարրերը նույնն են և հավասար S -ի:

Այսպիսով, ըստ (15.13) -ի, սեփական արժեքների (15.15) խնդիրն ընդհանրացված տեսքով կարելի է գրել հետևյալ մատրիցական հավասարումով՝

$$\hat{H} a = E \hat{S} a , \quad (15.19)$$

որտեղ

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \varepsilon - C & \varepsilon S - t \\ \varepsilon S - t & \varepsilon - C \end{pmatrix}, \quad \hat{S} = \begin{pmatrix} 1 & S \\ S & 1 \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} \Phi_L \\ \Phi_R \end{pmatrix}; \quad (15.20)$$

էներգիայի սեփական արժեքները կորոշվեն հետևյալ հավասարումից՝

$$\det|ES - H| = \det \begin{vmatrix} E - \varepsilon + C & ES - \varepsilon S + t \\ ES - \varepsilon S + t & E - \varepsilon + C \end{vmatrix} = 0; \quad (15.21)$$

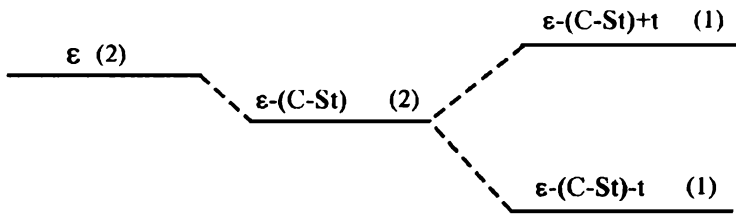
Վերջինիս լուծումներն են՝

$$E^- = \varepsilon - \frac{C}{1+S} - \frac{t}{1+S}; \quad E^+ = \varepsilon - \frac{C}{1-S} + \frac{t}{1-S}; \quad (15.22)$$

Նկատենք, որ մեր կողմից կատարված մոտավորությունն, այն է՝ անտեսել ավելի բարձր էներգիական վիճակները, հիմնավորված է, եթե Φ_L և Φ_R ալիքային ֆունկցիաներն իրար քիչ են «ծածկում»։ Այդ դեպքում ոչ օրթոգոնալության գործոնը՝ $S \ll 1$ և, հետևաբար,

$$E^\pm \approx \varepsilon + (St - C) \pm t; \quad (15.23)$$

Ըստ էության այս արտահայտությունը աջ մասի երրորդ՝ թունելային, անդամով էլ պայմանավորված է էներգիական մակարդակի ճեղքումը։ Երկրորդ անդամն էներգիական մակարդակի ընդհանուր շեղումն է՝ պայմանավորված ինչպես բյուրեղական դաշտով (C), այնպես էլ ոչ օրթոգոնալությամբ (St) (տես նկ. 2-27)։ Վերջիններս, որպես կանոն, արհամարհելի փոքր են թունելային ինտեգրալի համեմատ։



Նկ. 2-27. Էներգիական մակարդակի փոփոխությունը կրկնակի հետերոկառուցվածքային փոստում՝ շեղման և տեղափոխական ինտեգրալների հաշվառմամբ։ Փակագծերում տրված է վիճակի ալիքային մասի ծանրությունը։

Դժվար չէ ցույց տալ, որ E^- -ին համապատասխանում է $\frac{1}{\sqrt{2}}(\Phi_L + \Phi_R)$

համաչափ, իսկ E^+ -ին՝ $\frac{1}{\sqrt{2}}(\Phi_L - \Phi_R)$ հակահամաչափ ալիքային ֆունկցիան։

Նշենք, որ (15.22) -ով տրվող էներգիայի արտահայտությունները նկարագրում են էլեկտրոնի լայնական շարժումը կրկնակի քվանտային փոսով կառուցվածքում: Հաշվի առնելով (x, y) հարթությունում էլեկտրոնի ազատ շարժման կինետիկ էներգիան, նրա էներգիայի լրիվ արժեքները կլինեն՝

$$E_{k_1}^{\pm} = E^{\pm} + \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2): \quad (15.24)$$

Այդպիսի էներգիաներով վիճակներին համապատասխանում են

$$\psi_{k_1}^{\pm} = \frac{(\Phi_L \pm \Phi_R)}{\sqrt{2}} e^{i(k_x x + k_y y)} \quad (15.25)$$

տեսքի ալիքային ֆունկցիաներ:

Վերջում նշենք, որ եթե էլեկտրոնը սկզբից գտնվում է քվանտային փոսերից մեկում, ապա այն հետագայում թունելային անցման շնորհիվ կսկսի կատարել տատանումներ երկու փոսերի միջև: Դժվար չէ կռահել, որ այդ տատանումները տեղի կունենան $\omega = |E_+ - E_-|/\hbar = 2t/\hbar$ հաճախությամբ: Եթե t -ն բավականաչափ փոքր է, ապա տատանումների պարբերությունը կլինի շատ մեծ, և այդ դեպքում դժվար է խոսել կապված քվանտային փոսերի համակարգի մասին:

§2.16 Գերցանցեր

Մենք բավականին մանրամասն դիտարկեցինք էլեկտրոնի վարքն իրար հետ կապված երկու քվանտային փոսերով համակարգում: Մեր հաջորդ քայլը պետք է լինի ավելի բարդ՝ բազմաթիվ քվանտային փոսեր և արգելքներ պարունակող բազմաշերտ կառուցվածքների ուսումնասիրումը: Մասնավորապես, եթե կառուցվածքը պարունակում է “անվերջ” թվով պարբերաբար տեղադրված փոսեր և արգելքներ, ապա այն ձևավորում է այսպես կոչված “գերցանց”: Ընդհանրապես ընդունված է գերցանց անվանել այնպիսի պինդմարմնային կառուցվածքը, որտեղ էլեկտրոնի վրա, բացի բյուրեղական ցանցի պարբերական դաշտից, ազդում է նաև լրացուցիչ, նույնպես պարբերական դաշտ, որի պարբերությունը զգալիորեն գերազանցում է ցանցի հաստատունը: Այդպիսի լրացուցիչ պարբերական դաշտն էապես փոխում է համակարգի էներգիական սպեկտրը, որի շնորհիվ գերցանցերը ձեռք են բերում յուրատեսակ հատկություններ:

Առավել գրավիչ է այն հանգամանքը, որ լրացուցիչ պարբերական դաշտը կարող է ստեղծվել արհեստական ճանապարհով: Ըստ որում, ցանցի պարամետրերը և, հետևաբար, էներգիական սպեկտրի բնութագրերը կարելի է փոփոխել լայն տիրույթում, ինչը թույլ է տալիս գերցանցերը դիտել որպես կառավարվող գոտիական կառուցվածքով միջավայրեր: Դա, մասնավորապես, գերցանցերի հենքի վրա նոր կիսահաղորդչային սարքերի ստեղծման հնարավորություն է ընձեռում:

Արհեստական գերցանների գաղափարը տրվել է դեռևս 1962թ. Կելդիշի կողմից: Նա առաջարկել է ստեղծել արհեստական պարբերական պոտենցիալ բյուրեղի պարբերական դեֆորմացիաների օգնությամբ՝ տեղադրելով այն հզոր ուլտրաձայնային կանգուն ալիքի դաշտում: Հետագայում ավելի ուշ Եսակիի և Ցուի կողմից առաջարկվեց գերցանց իրականացնելու մեկ այլ տարբերակ՝ իրար հաջորդող տարբեր կիսահաղորդչային շերտերի պարբերական կրկնությամբ ստեղծված կառուցվածք: Առաջին արհեստական կիսահաղորդչային գերցանցն աճեցվել է մոլեկուլային-փնջային էպիտաքսիայի եղանակով (Գլ.1): Այդ եղանակով ստացված առաջին գերցանցերը կազմված էին մի քանի հարյուր $GaAs$ -ի և $AlGaAs$ -ի ($0,15 \leq x \leq 0,35$) շերտերից՝ 5-ից մինչև 20 նմ պարբերություններով:

Այդպիսի գերցանների մասին մենք արդեն խոսել ենք Գլ.1-ում: Հետերոանցման գոտիական դիագրամը նկարագրելիս նշել ենք, որ էներգիական տարածության մեջ տարբեր կիսահաղորդչների գոտիների եզրերի դասավորությունը համեմատելիս, որպես էներգիայի հաշվարկի միասնական սկզբնակետ սովորաբար ընտրվում է վակուումի մակարդակը: Եվ այդպիսի համադրումը կարելի է հեշտությամբ իրականացնել՝ բնութագրելով յուրաքանչյուր կիսահաղորդիչ θ էլեկտրոնային խնամակցության մեծության օգնությամբ:

Ինչպես հայտնի է, տարբերում են երեք տիպի երկբաղադրիչ կոմպոզիցիոն գերցանցեր (Գլ.1, նկ.1-20): I սեռի գերցանցում հաղորդականության և վալենտական գոտիների ΔE_C և ΔE_V խզումներն ունեն տարբեր նշաններ, իսկ արգելված գոտիները լրիվ իրար ծածկում են (նկ. 1-20,ա): Այդպիսի գերցանցերն անվանում են «հակափոփոխական» (կոնտրավարիանտ): II սեռի գերցանցերում հաղորդականության և վալենտական գոտիների եզրերի մոդուլյացիան ունի նույն նշանը, իսկ տարբեր շերտերի արգելված գոտիները իրար ծածկում են մասնակիորեն («համափոփոխական» կամ կովարիանտ գերցանցեր) (նկ.1-20,գ): Կան նաև III սեռի գերցանցեր (նկ.1-20, ե), որոնցում հատվում են տարբեր շերտերի հաղորդականության և վալենտական գոտիները:

Գոտիների կովարիանտ մոդուլավորում տեղի ունի նաև այնպիսի կառուցվածքներում, որտեղ գերցանցի պոտենցիալն ունի զուտ էլեկտրաստատիկ բնույթ (օրինակ՝ $p-n$ անցումների կամ պարբերական դելտա-լեգիրմամբ ստեղծված գերցանցերը): Այսպիսի դեպքում օպտիկական արգելված գոտու մեծությունն ամենուր անփոփոխ է, իսկ $V_{SL}(z)$ -ը բոլոր գոտիների համար նույնն է: Գոտիների կոնտրավարիանտ մոդուլավորում կարելի է ապահովել միայն փոփոխելով շերտերի քիմիական բաղադրությունը (այսինքն՝ ստեղծելով հետերոանցումներ) կամ կիսահաղորդիչը ենթարկելով պարբերական դեֆորմացիաների: Այս դեպքում հաղորդականության և վալենտական գոտիների փոփոխությունների լայնույթներն ընդհանուր առմամբ տարբեր են:

Վերը նկարագրված համակարգերի էներգիական սպեկտրը որոշվում է համապատասխան Շրեդինգերի հավասարման լուծումից, որում անհրաժեշտ է հաշվի

առնել ինչպես բյուրեղական ցանցի հիմնական $V_0(\vec{r})$ պարբերական պոտենցիալը, այնպես էլ լրացուցիչ պարբերական $V_{SL}(\vec{r})$ պոտենցիալը: Լուծել ճշգրիտ այսպիսի խնդիրը գործնականում հնարավոր չէ: Սակայն այն խիստ պարզեցվում է շնորհիվ այն բանի, որ V_{SL} պոտենցիալի պարբերությունը զգալիորեն գերազանցում է ցանցի հաստատունը, իսկ լայնությամբ, որպես կանոն, փոքր է V_0 -ից: Հետևաբար՝ կարելի է պնդել, որ լրացուցիչ գերցանցային V_{SL} պոտենցիալը կարող է եսալես ազդել միայն էներգիական գոտիների եզրերին մոտ վիճակների վրա, որտեղ լիցքակիրների դիսպերսիայի օրենքը կարելի է համարել քառակուսային և օգտվել արդյունաբար զանգվածի մոտավորությունից: Այդ դեպքում գերցանցի էներգիական սպեկտրը կորոշվի Շրեդինգերի հետևյալ հավասարումից՝

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 \psi(\vec{r}) + V_{SL}(\vec{r})\psi(\vec{r}) = \varepsilon\psi(\vec{r}) : \quad (16.1)$$

Քանի որ V_{SL} -ը պարբերական է, ապա (16.1) հավասարման համար կիրառելի են գոտիների տեսության բոլոր հիմնական եզրակացությունները. ալիքային ֆունկցիան տրվում է բլոխյան ֆունկցիաների տեսքով, իսկ էներգիական սպեկտրն ունի գոտիական բնույթ և որոշվում է գոտու n համարով և $\vec{k}$ ալիքային վեկտորով: V_{SL} պարբերական դաշտում ստացվող գոտիները փաստորեն իրենցից ներկայացնում են հիմնական բյուրեղի էներգիական գոտիների հետագա ավելի փոքր տրոհումների արդյունք և այդ պատճառով կոչվում են մինիգոտիներ:

Ներկայումս գերցանցերի աճեցման հիմնական մեթոդները, որպես կանոն, թույլ են տալիս ստանալու միայն միաչափ գերցանցեր, ուստի V_{SL} -ը կախված է միայն մեկ փոփոխականից (նշանակենք այն z -ով): z առանցքն ուղղահայաց է գերցանցի շերտերին և այն կոչվում է ցանցի առանցք: Այսպիսի գերցանցերում էներգիական սպեկտրը խիստ անիզոտրոպ է: Քանի որ V_{SL} -ը կախված չէ տարածական x և y կոորդինատներից, ապա մասնիկի շարժումը գերցանցի շերտերի հարթության մեջ կլինի ազատ և հետևաբար՝

$$\varepsilon(\vec{k}) = \varepsilon_{\parallel}(k_x, k_y) + \varepsilon_{\perp}(k_z) = \frac{\hbar^2(k_x^2 + k_y^2)}{2m^*} + \varepsilon_{\perp}(k_z), \quad (16.2)$$

իսկ մինիգոտիական բնույթ կրում է սպեկտրի միայն $\varepsilon_{\perp}(k_z)$ մասը, որը պայմանավորված է գերցանցի առանցքով էլեկտրոնի շարժմամբ:

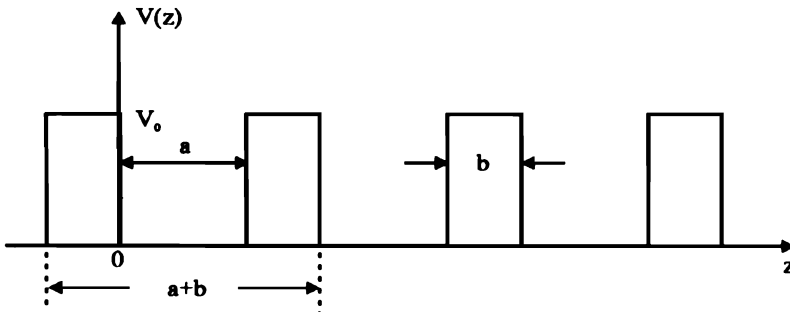
Այժմ ուսումնասիրենք միաչափ գերցանցի էներգիական սպեկտրի առանձնահատկությունները՝ ընտրելով V_{SL} -ի համար ամենապարզ վերլուծական արտահայտությունը (Կրոնիգ, Պեննի, 1931թ.):

Կրոնիզ-Պեննիի մոդելի շրջանակներում միաչափ լրացուցիչ պարբերական դաշտը մոտարկվում է հետևյալ մոդելային պոտենցիալով (նկ.2-28)՝

$$V(z) = \begin{cases} 0, & nc < z < nc + a, \\ V_0, & nc + a \leq z \leq (n+1)c; \end{cases} \quad (16.3)$$

այսինքն, այն a լայնությամբ ուղղանկյուն պոտենցիալ փոսերի անվերջ համակարգ է, որոնք միմյանցից բաժանված են b լայնությամբ արգելքներով: Այստեղ n -ը փոսի համարն է ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), իսկ $c = a + b$ -ն՝ գերցանցի պարբերությունը:

Այս մոդելը, լինելով բավականաչափ մասնավոր, այնուհանդերձ չափազանց օգտակար է, քանի որ բացահայտորեն ցուցադրում է պարբերական դաշտում էլեկտրոնի շարժման քվանտային բնույթով պայմանավորված առանձնահատկությունները:



Նկ. 2-28. Գերցանցի պարբերական պոտենցիալն ըստ Կրոնիզ-Պեննիի մոդելի:

Համաձայն Բլոխի թեորեմի, (16.3) պարբերական պոտենցիալով դաշտում էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան՝

$$\psi(z) = e^{k_z z} U_{k_z}(z), \quad U_{k_z}(z + nc) = U_{k_z}(z): \quad (16.4)$$

Տեղադրելով (16.4) -ը (16.1) հավասարման մեջ, կստանանք՝

$$\begin{aligned} \frac{d^2 U_{k_z}^{(1)}}{dz^2} + 2ik_z \frac{dU_{k_z}^{(1)}}{dz} - (k_z^2 - \alpha^2) U_{k_z}^{(1)} &= 0; \quad nc \leq z \leq nc + b, \\ \frac{d^2 U_{k_z}^{(2)}}{dz^2} + 2ik_z \frac{dU_{k_z}^{(2)}}{dz} - (k_z^2 - \beta^2) U_{k_z}^{(2)} &= 0; \quad nc + b \leq z \leq (n+1)c, \end{aligned} \quad (16.5)$$

որտեղ $U_{k_z}^{(1)}(z)$ -ը հավասարման լուծումն է փոսի տիրույթում ($V = 0$), $U_{k_z}^{(2)}(z)$ -ն՝ արգելքի տիրույթում ($V = V_0$), իսկ

$$\alpha = \left(\frac{2m^* \varepsilon_{\perp}(k_z)}{\hbar^2} \right)^{1/2}, \quad \beta = \left(\frac{2m^* [\varepsilon_{\perp}(k_z) - V_0]}{\hbar^2} \right)^{1/2} \quad (16.6)$$

Օգտվելով $U_{k_z}(z)$ -ի պարբերականությունից և ալիքային ֆունկցիայի և նրա ածանցյալի անընդհատությունից $z=0$ և $z=a$ կետերում, կստանանք Կրոնիզ-Պեննիի մոդելի համար հայտնի դիսպերսիայի հավասարումը՝

$$\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2\alpha\beta} \sin \alpha a \sin \beta b + \cos \alpha a \cos \beta b = \cos k_z(a+b): \quad (16.7)$$

Քանի որ α և β մեծություններն արտահայտվում են էլեկտրոնի $\varepsilon_{\perp}$ էներգիայի միջոցով, ապա (16.7) հավասարումը ոչ բացահայտորեն ներկայացնում է $\varepsilon_{\perp}$ -ի և k_z -ի միջև եղած կապը, այսինքն՝ $\varepsilon_{\perp}(k_z)$ դիսպերսիայի հավասարումը՝ տրված V_0, a և b պարամետրերով նկարագրվող պարբերական դաշտում:

Նշենք, որ եթե $V_0 < \varepsilon_{\perp} < \infty$, այսինքն, եթե z առանցքով էլեկտրոնի շարժման էներգիան մեծ է պոտենցիալային արգելքի բարձրությունից, ապա, ըստ (16.6) նշանակման, β -ն իրական է, իսկ երբ $0 < \varepsilon_{\perp} < V_0$, ապա β -ն կեղծ է: Այդ դեպքում

$$\beta = i\gamma, \quad \text{որտեղ} \quad \gamma = \sqrt{\frac{2m^*(V_0 - \varepsilon_{\perp})}{\hbar^2}}: \quad (16.8)$$

Նկատի ունենալով $\cos ix = chx$ և $\sin ix = ish x$ առնչությունները, (16.7) հավասարումն էներգիայի այդ տիրույթում կրելովի

$$\frac{(\gamma^2 - \alpha^2)}{2\alpha\gamma} \sin \alpha a \sinh \gamma b + \cos \alpha a \cosh \beta \gamma = \cos k_z(a+b) \quad (16.9)$$

տեսքի: Էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրի որոշ ընդհանուր հատկություններ անմիջականորեն բխում են (16.7) և (16.9) հավասարումներից, որոնք կարելի է ներկայացնել մեկ հավասարումով՝

$$f(\varepsilon_{\perp}) = \cos k_z c, \quad (16.10)$$

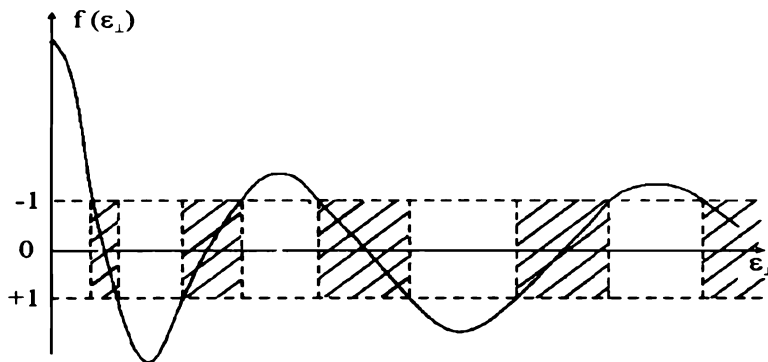
որտեղ $f(\varepsilon_{\perp})$ -ն (16.7) կամ (16.9) հավասարման ձախ մասն է, համապատասխանաբար $\varepsilon_{\perp} < V_0$ և $\varepsilon_{\perp} > V_0$ դեպքերում:

Թվարկենք այդ հատկություններից առավել կարևորները.

1. $f(\varepsilon_{\perp})$ ֆունկցիայի $[-1, 1]$ տիրույթում ընկած արժեքներին համապատասխանում են իրական k_z -եր (տես նկ. 2-29): Մյուս կողմից, եթե $|f(\varepsilon_{\perp})| > 1$, ապա $\varepsilon_{\perp}$ -ի այդ արժեքներին համապատասխանող k_z -երի համար $\cos k_z(a+b) > 1$

կամ $\cos k_z(a+b) < -1$, որտեղից բխում է, որ k_z ալիքային թիվը կոմպլեքս է՝ $\text{Im}k_z \neq 0$:

Այս դեպքում բլոխյան լուծումները չեն բավարարում ալիքային ֆունկցիայի վրա դրվող ֆիզիկական պահանջներին: Կոմպլեքս ալիքային թվերին համապատասխան



Նկ.2-29. $f(\varepsilon_{\perp})$ ֆունկցիայի գրաֆիկը: Ստվերագծված տիրույթները

համապատասխանում են էներգիայի թույլատրելի միջնիզոտիներին:

Ողղ էներգիայի արժեքներ էլեկտրոնն ընդունել չի կարող, այսինքն՝ էներգիայի այդպիսի արժեքներն էլեկտրոնի համար “արգելված” են: Նկ.2-29 -ում թույլատրելի էներգիաներին համապատասխանող տիրույթները ստվերագծված են:

Այսպիսով, պարբերական դաշտում էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրն ունի շերտավոր կառուցվածք՝ այն բաղկացած է էներգիայի՝ իրար հաջորդող “արգելված” և “թույլատրելի” սեփական արժեքների տիրույթներից:

2. Եթե (16.10) հավասարման աջ մասում k_z -ից անցնենք $-k_z$ -ի, ապա հավասարումը կմնա անփոփոխ, այսինքն՝ k_z և $-k_z$ ալիքային թվով քվանտային վիճակներում էլեկտրոնն ունի նույն էներգիան՝

$$\varepsilon(-k_z) = \varepsilon(k_z): \quad (16.11)$$

3. Ածանցելով (16.10) -ն ըստ էներգիայի, կստանանք՝

$$\frac{d\varepsilon_{\perp}}{dk_z} = -\frac{c \cdot \sin k_z c}{f'(\varepsilon_{\perp})}, \quad (16.12)$$

որտեղ $f'(\varepsilon_{\perp}) = df/d\varepsilon_{\perp}$: Այս հավասարման աջ մասն ընդունում է զրոյական արժեքներ միայն $k_z = \pm \frac{\pi}{c} m$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) կետերում, որոնցում $f'(\varepsilon_{\perp}) \neq 0$:

Չետևաբար՝ $\varepsilon_{\perp}(k_z)$ ֆունկցիան էքստրեմալ արժեքներ կարող է ընդունել միայն

Բրիլյուենի գոտու կենտրոնում կամ նրա սահմանների վրա, բայց ոչ գոտու ներսի կետերում (բացի $k_z = 0$ կետի):

4. Եվ, վերջապես, դժվար չէ համոզվել, որ

$$\varepsilon_{\perp}\left(k_z + \frac{2\pi}{c}\ell\right) = \varepsilon_{\perp}(k_z), \quad \ell = \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (16.13)$$

այսինքն՝ պարբերական դաշտում էլեկտրոնի էներգիան ալիքային թվի պարբերական ֆունկցիա է, որի պարբերությունը հավասար է $2\pi/c$ -ի:

Դիսպերսիայի օրենքի բացահայտ տեսքը կարելի է որոշել հետևյալ մասնավոր դեպքում, ենթադրելով, որ արգելքի լայնությունը՝ $b \rightarrow 0$, իսկ բարձրությունը՝ $V_0 \rightarrow \infty$, բայց այնպես, որ $bV_0 = \text{const}$: Այդ դեպքում, քանի որ $\gamma b \rightarrow 0$ և, հետևաբար, $sh\gamma b \approx \gamma b$, $ch\gamma b \rightarrow 1$, $c = a + b \rightarrow a$, (16.9) հավասարումը կընդունի

$$\frac{\sin \alpha a}{\alpha a} + \frac{1}{P} \cos \alpha a = \frac{1}{P} \cos k_z a \quad (16.14)$$

տեսքը, որտեղ պոտենցիալային արգելքը բնութագրող P պարամետրը տրվում է հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$P = \lim_{\substack{b \rightarrow 0 \\ V_0 \rightarrow \infty}} \frac{\gamma^2 b a}{2} \approx \frac{m^* V_0 b a}{\hbar^2} = \text{const}: \quad (16.15)$$

Ուսումնասիրենք (16.14) հավասարման լուծումները P պարամետրի մեծ արժեքների դեպքում (ուժեղ կապի մոտավորություն): $P \rightarrow \infty$, սահմանային դեպքում, ինչը համապատասխանում է անվերջ խոր պոտենցիալ փոսի մոտավորությանը, (16.14)-ից կստանանք՝

$$\frac{\sin \alpha a}{\alpha a} = 0, \quad (16.16)$$

այսինքն՝ $\alpha a = \pi n$ ($n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$) ($n = 0$ արժեքը բացառվում է, քանի որ այդ դեպքում (16.16) հավասարման ձախ մասը հավասար է մեկի), և

$$\varepsilon_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* a^2} n^2: \quad (16.17)$$

Այսպիսով, $P \rightarrow \infty$ -ի դեպքում թույլատրելի էներգիական գոտիները վերածվում են անվերջ խոր փոսում առկա ընդհատ մակարդակների:

Դիցուք $P \gg 1$ և վերջավոր է: Ֆիզիկորեն այս դեպքը համապատասխանում է փոսում տեղայնացված մասնիկին, որն այնուամենայնիվ թունելային անցումներ է կատարում մի փոսից մյուսը: Անվաճի՜ն համապատասխան, (16.14) հավասարման լուծումները փնտրենք

$$\alpha a = \pi n + \delta, \quad (\delta \ll 1) \quad (n \neq 0) \quad (16.18)$$

տեսքով: Սահմանափակվելով ըստ δ -ի գծային անդամներով, կստանանք՝

$$\varepsilon_{\perp n}(k_z) = \varepsilon_n \left(1 - \frac{2}{P} \right) + (-1)^n \frac{2\varepsilon_n}{P} \cos k_z a \quad (16.19)$$

դիսպերսիայի հավասարումը:

Տրված n -ի դեպքում (n -ը էներգիական մինիգոտու համարն է) k_z -ի փոփոխման հետ էլեկտրոնի էներգիան փոփոխվում է $\varepsilon_n^{\min}$ և $\varepsilon_n^{\max}$ արժեքների միջև, որոնք համապատասխանաբար որոշվում են n -րդ թույլատրելի մինիգոտու հատակը և առաստաղը: Քննարկվող մոդելի շրջանակներում, ըստ (16.19) բանաձևի, կենտ համարներով էներգիական գոտիների «հատակները» գտնվում են $k_z = 0$ կետում, իսկ «առաստաղները»՝ Բրիլյուենի գոտու եզրերին՝ $k_z = \pm (2m+1)\pi/a$ կետերում (զույգ n -երի դեպքում հակառակ պատկերն է): n -րդ թույլատրելի մինիգոտու լայնությունը՝

$$\Delta\varepsilon_n = \varepsilon_n^{\max} - \varepsilon_n^{\min} = \frac{4\varepsilon_n}{P} \sim \frac{n^2}{P}: \quad (16.20)$$

Այսինքն՝ ինչքան բարձր է ընկած էներգիական գոտին, այնքան այն լայն է և, միաժամանակ, որքան ամուր է կապված էլեկտրոնը տվյալ փոսի հետ (P -ն մեծ է), այնքան գոտին նեղ է:

Քննարկենք մինիգոտիների առաջացման ֆիզիկական պատճառը: Նախ՝ նկատենք, որ $P = \infty$ դեպքը նշանակում է, որ միաչափ ցանցը կարելի է պատկերացնել որպես $N \gg 1$ թվով պոտենցիալային փոսերի հավաքածու, ընդ որում՝ քանի որ բոլոր փոսերը նույնական են, ապա էլեկտրոնի էներգիական մակարդակները, որոնք տրվում են (16.17) բանաձևով, նույնն են բոլոր փոսերում: Էլեկտրոնը կարող է ունենալ տվյալ վիճակը, գտնվելով փոսերից ցանկացածում, այսինքն՝ էլեկտրոնի տվյալ էներգիայով վիճակն ըստ դիրքի N -ապատիկ այլասերված է:

Եթե P պարամետրն ընդունում է մեծ, բայց վերջավոր արժեքներ, ապա փոսերը սկսում են «փոխազդել», այսինքն՝ հարևան փոսի ներկայությունը (որն էլեկտրոնը զգում է թունելային անցման հնարավորության հետևանքով) ազդում է տվյալ փոսում էլեկտրոնի էներգիական մակարդակի դիրքի վրա: Արդյունքում տվյալ էներգիայով մակարդակը վերածվում է իրար մոտ դասավորված էներգիական մակարդակների «խրժի» կամ էներգիայի թույլատրելի արժեքների գոտու, որում մակարդակների թիվը հավասար է N -ի: P պարամետրի նվազմանը զուգընթաց թույլատրելի գոտիների լայնությունները մեծանում են:

Գնահատենք մինիգոտիների լայնությունը: Դրա համար (16.19) -ի մեջ կատարենք վերանշանակումներ՝ $\varepsilon_{n0} = \varepsilon_n(1 - 2/P)$, $\Delta_n = (-1)^n \varepsilon_n/P$ և (16.19) -ը ներկայացնենք հետևյալ տեսքով՝

$$\varepsilon_{\perp n}(k_z) = \varepsilon_{n0} - 2\Delta_n \cos(k_z a): \quad (16.21)$$

Պարզեցմենք այս դիսպերսիայի օրենքը միմիգոտու հատակի և առաստաղի մոտ: $\varepsilon_n(k_z)$ -ը վերածելով շարքի $k_z = 0$ կետի շրջակայքում, կստանանք՝

$$\varepsilon_{\perp n}(k_z) = \varepsilon_{n0} - 2\Delta_n + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_{zn}^*}, \quad \text{որտեղ} \quad m_{zn}^* = \frac{\hbar^2}{2a^2 \Delta_n}: \quad (16.22)$$

Ինչպես երևում է ստացված արտահայտությունից, z ուղղությամբ էլեկտրոնի արդյունադար զանգվածը որոշվում է Δ_n -ով, այսինքն՝ կրում է թունելային բնույթ: Խնդիրն ըստ էության ծեռք է բերում խիստ անիզոտրոպություն, ինչը կարելի է կառավարել շերտերի հաստության և արգելքների բարձրության ընտրությամբ:

Մյուս հետաքրքիր արդյունքը, որը բխում է (16.21) դիսպերսիայի հավասարումից, դա բացասական արդյունադար զանգվածի տիրույթի գոյությունն է ($\varepsilon_n(k_z)$ -ի երկրորդ ածանցյալը $k_z = \pi/2a$ կետում փոխում է իր նշանը): Միմիգոտու առաստաղի մոտ արդյունադար զանգվածը դառնում է հավասար $-m_{zn}^*$ -ի: Վերջինս նշանակում է, որ արտաքին դաշտում այդպիսի էլեկտրոնը շարժվում է ազդող ուժին հակառակ ուղղությամբ:

Գնահատենք միմիգոտու լայնությունը և նրանում գտնվող էլեկտրոնի արդյունադար զանգվածը: Ենթադրենք՝ $a = 5$ նմ, $m^* = 0,067m_0$, որից հետո ըստ (16.17) -ի կստանանք՝ $\varepsilon_n \approx 225n^2$ մեՎ և $P = 60$ -ի դեպքում, օրինակ առաջին ենթագոտու համար կունենանք $4\Delta_1 \approx 15$ մեՎ և $m_{z1}^* = 4,4m_0$, այսինքն՝ արդյունադար զանգվածը գերցանցում մոտ մեկ կարգով մեծ է, քան ծավալային բյուրեղներում և հակառակը՝ միմիգոտիների լայնությունները համեմատաբար փոքր են: Այդ պատճառով միմիգոտիներով պայմանավորված երևույթները նախընտրելի է ուսումնասիրել ցածր ջերմաստիճաններում:

Վերջավոր լայնությամբ գոտու առկայությունը հնարավորություն է ընձեռում դիտել նոր երևույթներ, որոնք տեղի ունեն կամայական պարբերական համակարգերում արտաքին էլեկտրական դաշտերի առկայության պայմաններում: Եթե էլեկտրոնային ցրումները բացակայում են, ապա էլեկտրոնն էլեկտրական դաշտում արագանալով՝ կարող է հասնել մինչև գոտու առաստաղը (Բրիլլուենի գոտու եզրը): Հետո այն անդրադառնում է և շարունակում տարածվել հակառակ ուղղությամբ, մինչև հասնում է գոտու հատակին (Բրիլլուենի գոտու հակառակ եզրին): Հետո նորից է անդրադառնում և այդպես շարունակ: Այսպիսով, վերջավոր լայնությամբ միմիգոտում էլեկտրոնը տատանումներ է կատարում $\vec{k}$ -տարածության մեջ (Բլոխի տատանումներ): Ավելի մանրամասն այդ մասին կխոսենք Գլ. 6 -ում:

Վերջում անհրաժեշտ է նշել երկու առանձնահատկություն, որոնցով իրական գերցանցերը տարբերվում են վերևում քննարկված մոդելից.

ա) գերցանցի աճի (պատրաստման) պրոցեսում, որպես կանոն, չի հաջողվում պահպանել ցանցի իդեալական պարբերականությունը: Արդյունքում պարբերականությունից շոշափելի շեղումները կարող են բերել սպեկտրի միմիգոտիական բնույթի խախտման և էլեկտրոնի տեղայնացման V_{SL} պոտենցիալի միմիմումներից մեկի մոտ:

բ) էլեկտրոնի հնարավոր ցրումները բերում են էներգիայի $\hbar/\tau$ անորոշությանը (τ -ն ռելաքսացիայի ժամանակն է): Եթե τ -ն բավականաչափ փոքր է, ապա սպեկտրի միմիգոտիական կառուցվածքը դառնում է աննկատ: Որպեսզի դա տեղի չունենա, անհրաժեշտ է, որ էլեկտրոնի ազատ վազքի երկարությունը բավարարի

$$\ell \gg a \quad \text{կամ} \quad \frac{\hbar}{\tau} \ll \varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n \quad (16.23)$$

պայմանին: Այնպիսի պարբերական կառուցվածքներում, որտեղ նշված պայմանը տեղի չունի, լիցքակիրներն իրենց շարժման ընթացքում ենթարկվում են ուժգին ցրումների, չեն զգում պարբերական պոտենցիալը, և միմիգոտիներ չեն ձևավորվում:

Այժմ անցնենք գերցանցերում վիճակների խտության ֆունկցիայի վարքի ուսումնասիրմանը: Էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրի անիզոտրոպությունը և միմիգոտիական բնույթը գերցանցերում վիճակների խտության ֆունկցիային տալիս են առանձնահատուկ տեսք: Քննարկենք այդ ֆունկցիայի հիմնական առանձնահատկությունները:

Գերցանցի լրիվ էներգիական սպեկտրը քվանտային փոսի նման (տես (16.2)-ը) ըստ էության չի պարունակում նոր արգելված գոտիներ, այսինքն՝ էներգիայի տիրույթներ, որտեղ $\rho(\varepsilon) = 0$: Սակայն ինչպես արդեն ցույց տրվեց կոնկրետ մոդելի համար, $\varepsilon_{\perp}(k_z)$ -ը պարունակում է արգելված տիրույթներ, և լրիվ էներգիան կարող է լրացնել այդ տիրույթները միայն x, y հարթության մեջ էլեկտրոնի երկչափ շարժման շնորհիվ: Քանի որ երկչափ շարժման դեպքում վիճակների խտությունը կախված չէ էներգիայից, ապա արգելված միմիգոտիների տիրույթում այն կլինի հաստատուն (զուգահեռ էներգիայի առանցքին), իսկ թույլատրելի միմիգոտիներին համապատասխանող տիրույթներում այն կունենա էներգիայից կախված աճող բնույթ, ինչպես եռաչափ շարժման դեպքում:

Փորձենք ստանալ վերլուծական արտահայտություն գերցանցի վիճակների խտության ֆունկցիայի համար վերը քննարկված ուժեղ կապի մոդելի դեպքում: Գերցանցում էլեկտրոնի վիճակը բնութագրվում է $(n, k_z, \vec{k}_{\parallel}, \sigma)$ քվանտային թվերի հավաքածուով, որտեղ n -ը միմիգոտու համարն է, k_z -ը ցանցի առանցքով ալիքային թիվը $\vec{k}_{\parallel}(k_x, k_y)$ -ը՝ (x, y) հարթության մեջ էլեկտրոնի ալիքային վեկտորը, σ -ն՝ սպինի քվանտային թիվը: Էլեկտրոնի լրիվ էներգիան՝ $\varepsilon(n, k_z, k_{\parallel}, \sigma)$ -ն, տրվում է

(16.2) բանաձևով, որտեղ $\varepsilon_{\perp n}(k_z)$ -ը տրվում է (16.19) արտահայտությամբ: Վիճակների խտության ֆունկցիան՝

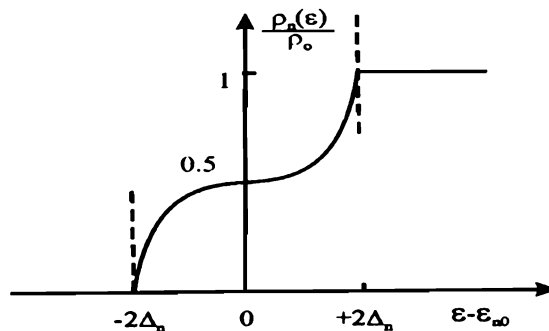
$$\rho(\varepsilon) = \sum_{n, k_z, k_{\parallel}, \sigma} \delta\left(\varepsilon - \varepsilon_{\perp n}(k_z) - \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m^*}\right): \quad (16.24)$$

$L_z = Na$ -ով նշանակենք z առանցքով ցանցի երկարությունը (N -ը գերցանցում քվանտային փոսերի թիվն է), իսկ $S = L_x L_y$ -ով՝ շերտերի մակերեսը, և այնուհետև ըստ k_z -ի և $k_{\parallel}$ -ի գումարից անցնելով ինտեգրալի, կստանանք՝

$$\rho(\varepsilon) = \frac{L_z S}{\pi^2} \frac{m^*}{\hbar^2} \sum_n \int_0^{\pi/a} dk_z \theta(\varepsilon - \varepsilon_n(k_z)) = \sum_n \rho_n(\varepsilon), \quad (16.25)$$

որտեղ $\rho_n(\varepsilon)$ -ն վիճակների խտությունն է n -րդ մինիգոտում, $\theta(x)$ -ը՝ միավոր թռիչքի ֆունկցիան: (16.25) -ից երևում է, որ գերցանցի առանցքով էլեկտրոնի շարժումը բնութագրող յուրաքանչյուր $\varepsilon_{\perp n}(k_z)$ մակարդակ մի երկչափ ենթագոտու հատակ է, իսկ այդ ենթագոտիներում վիճակների խտությունների գումարը տալիս է գերցանցի վիճակների լրիվ խտությունը:

Կարևոր է նշել, որ երբ k_z -ը փոխվում է $[0, \pi/a]$ տիրույթում, ապա $\varepsilon_{\perp n}(k_z)$ -ը փոփոխվում է $\varepsilon_{n\min} \leq \varepsilon_n(k_z) \leq \varepsilon_{n\max}$ վերջավոր տիրույթում: Ընդ որում, $\rho_n(\varepsilon) = 0$, եթե $\varepsilon < \varepsilon_{n\min}$ և $\rho_n(\varepsilon) = \frac{Nm^*S}{\pi\hbar^2} = \text{const}$, եթե $\varepsilon > \varepsilon_{n\max}$: Ինչպես երևում է, այդ հաստատունն իրենից ներկայացնում է միայնակ քվանտային փոսում վիճակների խտու-



Նկ. 2-30 Վիճակների խտության $\rho_n(\varepsilon)$ ֆունկցիան գերցանցում:

թյան N -պատիկը: Թույլատրելի մինիգոտիների տիրույթներին համապատասխանող էներգիաների համար վիճակների խտության ֆունկցիայի տեսքը կարող ենք

որոշել ուժեղ կապի մոտավորությամբ՝ օգտվելով (16.21) արտահայտությունից, ըստ որի $-k_\epsilon < k_z < k_\epsilon$, որտեղ

$$k_\epsilon = \frac{1}{a} \arccos \left(\frac{\epsilon_{n0} - \epsilon}{2\Delta_n} \right): \quad (16.26)$$

(16.25) -ում կատարելով ինտեգրում ըստ k_z -ի վերը նշված միջակայքում, n -րդ միմիգոտու վիճակների խտության համար կստանանք՝

$$\rho_n(\epsilon) = \frac{L_x L_y m^*}{\pi \hbar^2} N \begin{cases} 0, & \epsilon < \epsilon_{n0} - 2\Delta_n; \\ \frac{1}{\pi} \arccos \left(\frac{\epsilon_{n0} - \epsilon}{2\Delta_n} \right), & \epsilon_{n0} - 2\Delta_n < \epsilon < \epsilon_{n0} + 2\Delta_n; \\ 1, & \epsilon > \epsilon_{n0} + 2\Delta_n \end{cases} \quad (16.27)$$

Այն պատկերված է նկ. 2.30 -ում, որտեղ ρ_0 -ով նշանակված է $L_x L_y m^* / \pi \hbar^2$ մեծությունը:

Հավելված 2-1

Ձևակերպենք Բեն Դանիել-Դյուկի քվանտամեխանիկական խնդիրը $AlGaAs / GaAs / AlGaAs$ հետերոկառուցվածքում ստեղծված քվանտային փոսի պարզագույն մոդելի համար^{*)}.

$$\left[\frac{1}{2} \hat{P}_z \frac{1}{m(z)} \hat{P}_z + V(z) \right] \chi(z) = E_n \chi(z), \quad (2-1.1)$$

որտեղ

$$m(z) = \begin{cases} m_w, & \text{եթե } z \text{ -ը պատկանում է } B \text{ շերտին;} \\ m_B, & \text{եթե } z \text{ -ը պատկանում է } A \text{ շերտին,} \end{cases} \quad (2-1.2)$$

և

$$V(z) = \begin{cases} 0, & \text{եթե } z \text{ -ը պատկանում է } B \text{ շերտին;} \\ V_0, & \text{եթե } z \text{ -ը պատկանում է } A \text{ շերտին,} \end{cases} \quad (2-1.3)$$

^{*)} Նշենք, որ կիմենտիկ էներգիայի օպերատորը սովորական $\frac{\hat{P}_z^2}{2m^*(z)}$ տեսքով էրմիտական չէ,

ուստի էներգիայի կոմպլեքս արժեքներից խուսափելու համար այն մեր խնդրում

ներկայացված է $\frac{1}{2} \hat{P}_z \frac{1}{m^*(z)} \hat{P}_z$ տեսքով, որն արդեն էրմիտական է:

(տես նկ. 2-1): Այստեղ ենթադրվում է, որ $k_1 = 0$. Փորձենք այս կոնկրետ խնդրի օրինակով հասկանալ, թե ինչպիսին պետք է լինի ալիքային ֆունկցիայի ածանցյալի վրա դրվող պայմանը շերտերը բաժանող սահմանի վրա: Ենթադրվում է, որ ալիքային ֆունկցիան անընդհատ է ամենուրեք:

Ուրիշ խոսքով, փորձենք քննարկվող քվանտամեխանիկական խնդրի համար ձևակերպել χ' -ի վրա դրվող սահմանային պայմանները: Դրա համար ուսումնասիրենք հավանականության խտության ժամանակային փոփոխությունը.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} [\chi^*(z, t) \chi(z, t)] = \frac{\partial \chi^*}{\partial t} \chi + \chi^* \frac{\partial \chi}{\partial t}: \quad (2-1.4)$$

Օգտվելով Շրեդինգերի ոչ ստացիոնար հավասարումից՝

$$i\hbar \frac{\partial \chi(z, t)}{\partial t} = \hat{H} \chi(z, t), \quad (2-1.5)$$

(2-1.4)-ը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} &= +\frac{i}{\hbar} [\hat{H}^* \chi^*(z, t) \cdot \chi(z, t) - \chi^*(z, t) (\hat{H} \chi(z, t))] = \\ &= \frac{i}{\hbar} \left[\chi(z, t) \left(\frac{1}{2} \hat{P}_z^* \frac{1}{m(z)} \hat{P}_z + V(z) \right) \chi^*(z, t) - \chi^*(z, t) \left(\frac{1}{2} \hat{P}_z^* \frac{1}{m(z)} \hat{P}_z + V(z) \right) \chi(z, t) \right], \end{aligned} \quad (2-1.6)$$

որտեղից, նկատի ունենալով, որ $P_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z}$, կստանանք՝

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{i\hbar}{2} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \chi^*(z, t) \frac{1}{m^*(z)} \frac{\partial \chi}{\partial z} - \chi(z, t) \frac{1}{m^*(z)} \frac{\partial \chi^*(z, t)}{\partial z} \right\}: \quad (2-1.7)$$

Այուս կողմից, քանի որ ստացիոնար վիճակների համար

$$\chi(z, t) = \chi(z) \exp\left(-\frac{i E_n t}{\hbar}\right), \quad (2-1.8)$$

(E_n -ն էներգիայի սեփական արժեքն է) և, հետևաբար, $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, (2-1.6)-ից կստանանք՝

$$G(z) = \chi^*(z) \frac{1}{m^*(z)} \frac{d \chi(z)}{dz} - \chi(z) \frac{1}{m^*(z)} \frac{d \chi^*(z)}{dz} = \text{const}(z): \quad (2-1.9)$$

Այժմ պահանջենք $G(z)$ ֆունկցիայի անընդհատությունը A/B բաժանման սահմանի վրա (զրո կետի շրջակայքում ձախից (0^-) և աջից (0^+)).

$$\begin{aligned} \chi^*(0^-) \frac{1}{m_B} \frac{d\chi}{dz}(z=0^-) - \chi(0^-) \frac{1}{m_B} \frac{d\chi^*}{dz}(z=0^-) = \\ = \chi^*(0^+) \frac{1}{m_w} \frac{d\chi}{dz}(z=0^+) - \chi(0^+) \frac{1}{m_w} \frac{d\chi^*}{dz}(z=0^+) \end{aligned} \quad (2-1.10)$$

Դժվար չէ նկատել, որ (2-1.10) -ը մեխանիկորեն տեղի կունենա, եթե պահանջենք հետևյալ պայմանների բավարարումը՝

$$\chi(0^-) = \chi(0^+) \quad \text{և} \quad \frac{1}{m_B} \frac{d\chi}{dz}(z=0^-) = \frac{1}{m_w} \frac{d\chi}{dz}(z=0^+) : \quad (2-1.11)$$

Այսպիսով, Բեն Դանիել-Դյուկի խնդրում մենք պարտավոր ենք հրաժարվել

$$\chi(0^-) = \chi(0^+) \quad \text{և} \quad \frac{d\chi}{dz}(z=0^-) = \frac{d\chi}{dz}(z=0^+)$$

ավանդական սահմանային պայմաններից, քանի որ վերջիններս չեն ապահովում (2-1.9) պայմանը և, հետևաբար, վերջին հաշվով ենթադրական վիճակների ստացիոնարությունը:

Հավելված 2-2

Փորձենք բոլոր քվանտային կառուցվածքների համար վիճակների խտության ֆունկցիան ներկայացնել մեկ միասնական բանաձևով: Նշանակենք D -ով համակարգում էլեկտրոնի ազատության աստիճանների թիվը: $D=3$ դեպքը համապատասխանում է ծավալային բյուրեղին, $D=2$ -ը՝ քվանտային փոսին, $D=1$ -ը՝ քվանտային լարին և վերջապես $D=0$ -ն՝ քվանտային կետին: Նշանակենք n -ով ենթագոտում էլեկտրոնի ենթադրական վիճակը բնութագրող քվանտային թվերի հավաքածուն: Այդ դեպքում

$$E_n(k) = E_n + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}, \quad (2-2.1)$$

որտեղ k -ն D չափանի ալիքային վեկտորն է: Ներկայացնենք վիճակների խտության ֆունկցիան հետևյալ կերպ՝

$$\rho^D(E) = \sum_{n,\sigma,k} \delta(E - E_n(k)) = 2 \sum_{n,k} \delta(E - E_n(k)), \quad (2-2.2)$$

որտեղ σ -ն սպինային քվանտային թիվն է, իսկ գումարից անցումն ինտեգրալի իրականացվում է սովորական ճանապարհով՝ հաշվի առնելով, որ $\Delta k_i = 2\pi/L_i$ և

$L_i \rightarrow \infty$: Այսպիսով՝

$$\rho^D(E) = 2 \frac{L^D}{(2\pi)^D} \sum_n \int d^D k \cdot \delta\left(E - \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} - E_n\right): \quad (2-2.3)$$

Քանի որ $d^D k = k^{D-1} dk d\Omega_D$, որտեղ Ω_D -ն անկյունային մասն է, և ըստ որի ինտեգրումը տալիս է՝

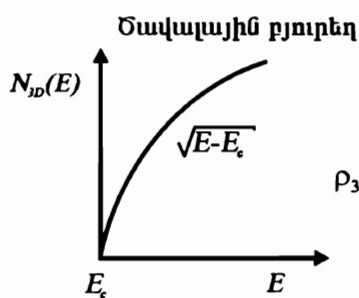
$$\Omega_D = \begin{cases} 4\pi, & D=3, \\ 2\pi, & D=2, \\ 1, & D=1, \end{cases} \quad (2-2.4)$$

ապա, նշանակելով $\frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} = x$ և, հետևաբար, $k = \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2}} x^{1/2}$ և

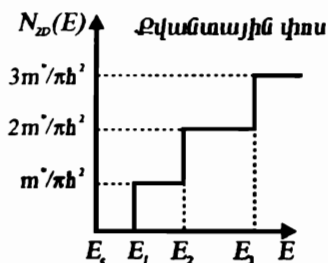
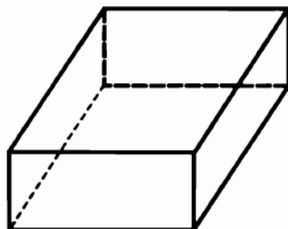
$dk = \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2}} \frac{1}{2} x^{-1/2} dx$, վերջնականապես կստանանք՝

$$\rho^D(E) = \left(\frac{L}{2\pi} \right)^D \Omega_D \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{\frac{D}{2}} \sum_n (E - E_n)^{\frac{D}{2}-1} \theta(E - E_n) \quad (2-2.5)$$

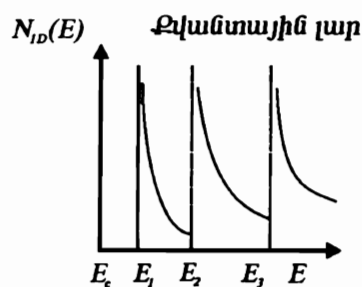
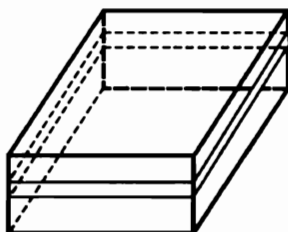
Նկ. 2-31 -ում սխեմատիկորեն պատկերված է վիճակների խտության մեծության ֆունկցիայի ($N_{nD} = \rho^D / L^D$) կախումն էներգիայից $D=3, 2$ և 1 դեպքերի համար:



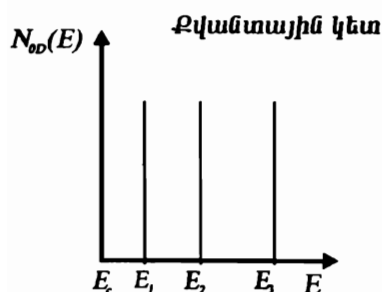
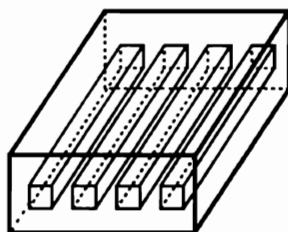
$$\rho_{3D}(E) = \frac{\sqrt{2} m^{3/2} L^3}{\pi^2 \hbar^3} (E - E_c)^{1/2}$$



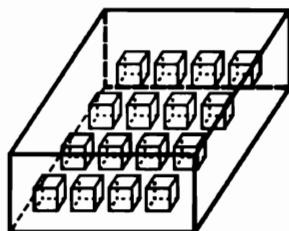
$$\rho_{2D}(E) = \frac{m^* L^2}{\pi \hbar^2} \sum_i \theta(E - E_i)$$



$$\rho_{1D}(E) = \frac{\sqrt{2} m^{1/2} L}{\pi \hbar} \sum_i \frac{\theta(E - E_i)}{\sqrt{E - E_i}}$$



$$\rho_{0D}(E) = \sum_i \delta(E - E_i)$$



Նկ. 2-31 Վիճակների խտության կախումն էներգիայից տարբեր չափայնությամբ համակարգերում:

Գրականություն II գլխի վերաբերյալ

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Квантовая механика, Нерелятивистская теория. М., Изд. Физ.мат.лит., 1963.
2. А.С.Давидов, Квантовая механика, М., Изд. Физ.мат.лит., 1963.
3. А.Мессиа, Квантовая механика, т. 1,2, М., Наука, 1978.
4. В.М.Галицкий, Б.М.Карнаков, В.И.Коган, Задачи по квантовой механике, М., Наука, 1981.
5. В.И.Коган, В.М.Галицкий, Сборник задач по квантовой механике, М., Госиздат., 1956.
6. З.Флюкте, Задачи по квантовой механике, т. 1,2, М., Мир, 1974.
7. Т.Андо, А.Фаулер, Ф.Стерн, Электронные свойства двумерных систем, М., Мир, 1985.
8. G.Bastard, Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructures, Halsted, New York, 1988.
9. V.Mitin, V.Kochelap, M.Stroscio, Quantum Heterostructures, Microelectronics and Optoelectronics, Cambridge Univ. Press, 2001.
10. A.Shik, Quantum Wells: Physics and Electronics of Two-dimensional Systems, World Scientific, Singapore, 1998.
11. C.Weisbuch and B.Vinter, Quantum Semiconductor Structures: fundamentals and application, Academic Press, San Diego, 1991.
12. Confined Electrons and Photons, E.Burstein and C.Weisbuch (eds.) Plenum Press, New York, 1995.
13. Ա.Ա.Կիրակոսյան, Պինդ մարմնի ֆիզիկայի ներածություն, մաս I, II, Երևան, 1999.
14. М.Херман, Полупроводниковые сверхрешетки. М., Мир, 1989.
15. Spectroscopy of Systems with Spatially Confined Structures, Edited by Baldassare Di Bartolo, NATO Science series II, v.20, Dordrecht (Boston), London, 2001-2002.
16. J.Singh, Physics of Semiconductors and Their Heterostructures, Mc Graw-Hill, Inc, New York, 1993.
17. P.Butcher, N.March, M.Tosi, Physics of Low-dimensional Semiconductor Structures, Plenum Press, New York, 1993.
18. В.Я.Демиховский, Г.А.Вугальтер, Физика квантовых низкоразмерных структур, Москва, "Логос", 2000.
19. В.Л.Драгунов, И.Г.Неизвестный, В.А.Гриджин, Основы наноэлектроники, Новосибирск, Изд-во, НГТУ, 2004.



ԿՈՒՆՈՅԱՆ ԿԱՊՎԱԾ ՎԻՃԱԿՆԵՐԸ ՑԱԾՐ ՉԱՓԱՅՆՈՒԹՅԱՄԲ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔՆԵՐՈՒՄ

Ինչպես և ծավալային բյուրեղները, միայնակ հետերոանցումը կամ բազմա-
շերտ հետերոկառուցվածքները կարող են պարունակել բազմապիսի արատներ՝ չե-
զոք լիցքավորված խառնուրդային կենտրոններ, միայն հետերոկառուցվածքներին
բնորոշ միջսահմանային արատներ, որոնք բյուրեղում ստեղծում են կարճազդու կամ
հեռազդու պոտենցիալային դաշտեր և այն:

Նախորդ գլխում էլեկտրոնային վիճակները քվանտային կառուցվածքներում
քննարկելիս մենք անտեսեցինք այդպիսի արատների գոյությունը, ինչպես նաև
լիցքակիրների միջև գործող կուլոնյան փոխազդեցության ուժերը: Սակայն լիցքակիր-
ների միջև գործող կուլոնյան փոխազդեցության հաշվառումը շատ կարևոր է և բերում
է ինչպես ծավալային բյուրեղներում, այնպես էլ հետերոկառուցվածքներում սկզ-
բունքորեն նոր ֆիզիկական երևույթների դրսևորման: Մասնավորապես, հայտնի է, որ
էլեկտրոն-խոռոչ փոխազդեցությամբ է պայմանավորված էքսիտոնային վիճակների
առաջացումը, որն էապես ազդում է տվյալ միջավայրի օպտիկական հատկությունների
վրա:

Այս գլխում մենք կուսումնասիրենք քվանտային կառուցվածքներում ինչպես
կուլոնյան փոխազդեցությամբ (խառնուրդային կենտրոն, էքսիտոն), այնպես էլ
կարճազդու պոտենցիալով (միջսահմանային արատ) պայմանավորված կապված
վիճակների առաջացումը:

§3.1 Կուլոնյան կապված վիճակները ծավալային բյուրեղներում

Մինչ ցածր չափայնությամբ համակարգերում կուլոնյան փոխազդեցությամբ
պայմանավորված երևույթների քննարկումը, հիշեցնենք խառնուրդային և էքսիտո-
նային վիճակների հիմնական առանձնահատկությունները եռաչափ բյուրեղում:
Նախ նշենք, որ անվերջ բյուրեղական կառուցվածքում կարևոր չէ, թե ո՞ր տար-
րական բջջում է գտնվում խառնուրդային իոնը: Իսկապես, $\vec{R}_i$ և $\vec{R}_j$ շառավիղ-վեկ-
տորներով խառնուրդային իոններն իրար լրիվ համարժեք են, քանի որ $(\vec{R}_i - \vec{R}_j)$
տարբերությունը որոշվում է բյուրեղական ցանցի վեկտորի ճշտությամբ: Հետևա-

բար, $\bar{R}_i$ -ում տեղայնացված խառնուրդային իոնի կապի էներգիան ճիշտ նույնն է, ինչ որ $\bar{R}_j$ -ում տեղայնացված խառնուրդային իոնինը:

Իհարկե, ասածը չի վերաբերում այն դեպքին, երբ $\bar{R}_i$ և $\bar{R}_j$ -երին համապատասխանում են բյուրեղական ցանցի ոչ համարժեք կետեր, օրինակ, եթե նրանք համապատասխանում են նույն տարրական բջջին: Այսպես, եթե $GaAs$ -ի բյուրեղում Si -ի խառնուրդային ատոմը փոխարինում է As -ի ատոմին, ապա այն առաջացնում է ակցեպտորային մակարդակ, իսկ երբ փոխարինում է նույն տարրական բջջի Ga -ի ատոմին, ապա առաջացնում է դոնորային մակարդակ:

Քննարկենք պարզագույն դեպք՝ իզոտրոպ արդյունաբար զանգվածով և քառակուսային (պարաբոլական) դիսպերսիայի օրենքով նկարագրվող էլեկտրոնը գտնվում է խառնուրդային կենտրոնի կուլոնյան դաշտում: Այդ դեպքում, ինչպես հայտնի է, էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիայի $F(r)$ պարուրիչը բավարարում է

$$\left[\frac{\hat{p}^2}{2m^*} - \frac{e^2}{\epsilon r} \right] F(r) = EF(r) \quad (1.1)$$

հավասարմանը, որտեղ m^* -ը լիցքակրի արդյունաբար զանգվածն է, ϵ -ը՝ միջավայրի դիէլեկտրական թափանցելիությունը: Գիտենք, որ $1s$ հիմնական վիճակն այդ դեպքում կներկայացվի

$$F_{1s}(\vec{r}) = \frac{1}{(\pi a_B^3)^{1/2}} \exp\left(-\frac{r}{a_B}\right) \quad (1.2)$$

ջրածնային ալիքային ֆունկցիայով, որտեղ a_B -ն Բորի արդյունաբար շառավիղն է և որոշվում է

$$a_B = \frac{\epsilon \hbar^2}{m^* e^2} = 0,53 \epsilon \frac{m_0}{m^*} \text{ \AA} \quad (1.3)$$

արտահայտությամբ: Մասնավորապես, $GaAs$ -ի բյուրեղի համար $\epsilon = 12.85$, $m^* = 0.067 m_0$ և, հետևաբար, $a_B \approx 100 \text{ \AA}$: $1s$ վիճակի կապի էներգիան կտրվի

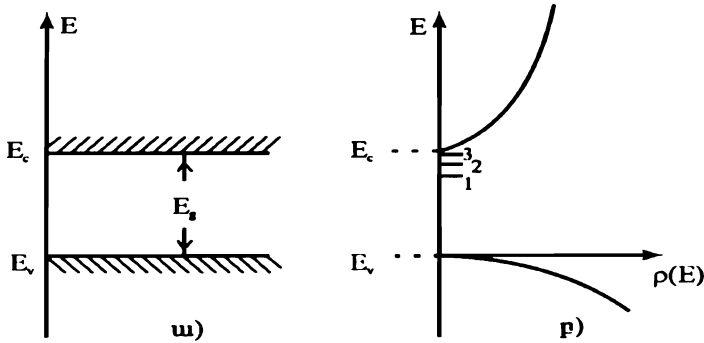
$$R_y^{3D} = \frac{m^* e^4}{2 \epsilon^2 \hbar^2} = \frac{13600}{\epsilon^2} \frac{m^*}{m_0} \text{ մԷՎ} \quad (1.4)$$

արտահայտությամբ: $GaAs$ -ի համար $R_y^{3D} \approx 5.5$ մԷՎ կարգի մեծություն է:

Անցնելով էքսիտոնային կապված վիճակների ուսումնասիրմանը ծավալային բյուրեղներում, նախ պատկերենք պարաբոլական օրենքներով նկարագրվող վալենտական և հաղորդականության գոտիները (տես նկ.3-1).

$$E_c(k) = E_g + \frac{\hbar^2 k_c^2}{2m_c^*}, \quad E_v(k) = -\frac{\hbar^2 k_h^2}{2m_v^*}, \quad (1.5)$$

որտեղ m_c^* -ն և m_v^* -ն էլեկտրոնի և խոռոչի արդյունաբար զանգվածներն են:



Նկ. 3-1 Ծավալային կիսահաղորդչի գոտիական կառուցվածքը (ա) և նրանում խառնուրդային մակարդակների դիրքը (բ):

Նշենք, որ էքսիտոնն էլեկտրոն-դրական լիցքավորված խառնուրդային իոն» համակարգի նմանակն է, քանի որ երկու դեպքերն էլ նկարագրվում են նույն կուլոնյան փոխազդեցությամբ: Սակայն, ի տարբերություն խառնուրդային վիճակների, էլեկտրոն-խոռոչ զույգի բոլոր վիճակները բյուրեղի գրգռված վիճակներ են: Իսկապես, $T = 0^\circ K$ -ում բյուրեղի հիմնական վիճակին համապատասխանում են էլեկտրոններով լրիվ լցված վալենտական գոտին և լրիվ դատարկ հաղորդականության գոտին: Բյուրեղի ցանկացած վիճակ, որին համապատասխանում է վալենտական գոտում խոռոչի, իսկ հաղորդականության գոտում՝ էլեկտրոնի առկայությունը, իրենից ներկայացնում է գրգռված վիճակ: Ուստի էքսիտոնը միշտ բյուրեղի գրգռված վիճակ է և, հետևաբար, ունի կյանքի վերջավոր տևողություն (ի տարբերություն խառնուրդային հիմնական վիճակի):

Այսպիսով, ունենք խոռոչ՝ վալենտական գոտում և էլեկտրոն՝ հաղորդականության գոտում: Այդ վիճակի առաջացումը կարող ենք նկարագրել որպես էլեկտրոնի $(v, \vec{k}_v) \rightarrow (c, \vec{k}_c)$ անցում, որտեղ $\vec{k}_v$ -ն և $\vec{k}_c$ -ն էլեկտրոնի ալիքային վեկտորներն են, համապատասխանաբար, վալենտական և հաղորդականության գոտում: Մյուս կողմից, վալենտական գոտու առաստաղին մոտ գոյություն ունեցող դատարկ վիճակին կարող ենք համապատասխանության մեջ դնել դրական $m_v^* = m_h$ զանգվածով և $\vec{k}_v = -\vec{k}_h$ ալիքային վեկտորով խոռոչ և, հետևաբար, գրգռված վիճակի էներգիան ներկայացնել

$$E_g + E_c(k_c) + |E_v(k_v)| \equiv E_g + \frac{\hbar^2 k_c^2}{2m_e} + \frac{\hbar^2 k_h^2}{2m_h} \quad (1.6)$$

տեսքով: Հաշվի առնելով նաև էլեկտրոն-խոռոչ կուլոնյան փոխազդեցության՝

$$V = -\frac{e^2}{\varepsilon |\vec{r}_e - \vec{r}_h|} \quad (1.7)$$

պոտենցիալ էներգիան էքսիտոնի խնդիրը կբերվի երկմասնիկային Շրեդինգերի հավասարմանը՝

$$\begin{aligned} (\hat{H}_e + \hat{H}_h + V) \psi(\vec{r}_e, \vec{r}) &= \left(\frac{\hat{p}_e^2}{2m_e} + \frac{\hat{p}_h^2}{2m_h} + V \right) \psi(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = \\ &= (E - E_g) \psi(\vec{r}_e, \vec{r}_h) \end{aligned} \quad (1.8)$$

որտեղ $\hat{H}_{e,h} = \hat{p}_{e,h}^2 / 2m_{e,h}$ -երը, համապատասխանաբար, ազատ էլեկտրոնի և խոռոչի համիլտոնիանի օպերատորներն են:

Մտցնենք էլեկտրոն-խոռոչ զույգի ծանրության կենտրոնի $\vec{R}$ շառավիղ-վեկտորը և նրանց հարաբերական դիրքը բնութագրող $\vec{r}$ վեկտորը՝

$$\vec{R} = \frac{m_e \vec{r}_e + m_h \vec{r}_h}{m_e + m_h}, \quad \vec{r} = \vec{r}_e - \vec{r}_h : \quad (1.9)$$

Այս նոր փոփոխականներով (1.8) -ը կբերվի

$$\left(\frac{\hat{p}^2}{2(m_e + m_h)} + \frac{\hat{p}_r^2}{2m_r} - \frac{e^2}{\varepsilon r} \right) \psi(\vec{r}, \vec{R}) = (E - E_g) \psi(\vec{r}, \vec{R}) \quad (1.10)$$

տեսքի, որտեղ $m_r = m_e m_h / (m_e + m_h)$ մեծությունը՝ էլեկտրոն-խոռոչ զույգի բերված զանգվածն է, $\hat{P} = -i\hbar \partial / \partial \vec{R}$ -ն՝ զույգի, որպես ամբողջության, իմպուլսի օպերատորը, իսկ $\hat{p} = -i\hbar \partial / \partial \vec{r}$ -ը՝ էլեկտրոն-խոռոչ զույգի ներքին շարժման իմպուլսի օպերատորը:

(1.10) հավասարման լուծումը փնտրենք

$$\psi(\vec{r}, \vec{R}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp(ik\vec{R}) \psi(r) \quad (1.11)$$

տեսքով: Համակարգի լրիվ էներգիան տրվում է

$$E = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2(m_e + m_h)} + E_{ex} \quad (1.12)$$

արտահայտությամբ, որտեղ երկրորդ գումարելին էքսիտոնի՝ որպես մեկ ամբողջական մասնիկի կիներտիկ էներգիան է: Ուրիշ խոսքով, $M^{ex} = m_e + m_h$ զանգվածով և

$\vec{k}$ ալիքային վեկտորով էքսիտոնը տարածվում է ամբողջ բյուրեղով որպես հարթ ալիք:

Էլեկտրոն-խոռոչ գույգի ներքին (հարաբերական) շարժումը բնութագրող $\psi(\vec{r})$ ալիքային ֆունկցիան բավարարում է

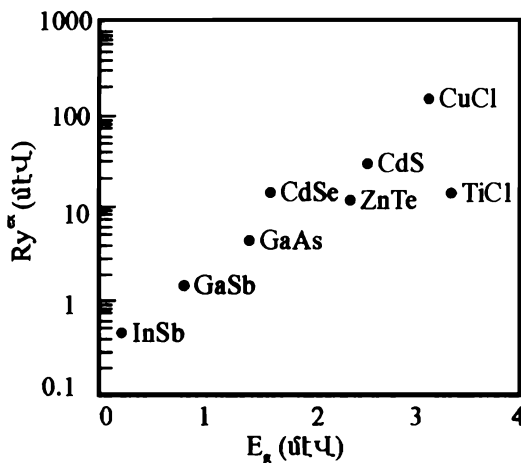
$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_r} \Delta - \frac{e^2}{\epsilon r} \right) \psi(\vec{r}) = E_{ex} \psi(\vec{r}) \quad (1.13)$$

հավասարմանը, որի լուծումը հիմնական վիճակի համար ունի հետևյալ հայտնի տեսքը՝

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi(a_B^{ex})^3}} \exp\left(-\frac{r}{a_B^{ex}}\right), \quad (1.14)$$

իսկ էքսիտոնային շառավիղը և հիմնական վիճակի էներգիան տրվում են՝

$$a_B^{ex} = \frac{\hbar^2 \epsilon}{m_r e^2}; \quad E_{ex} = -Ry^{ex}; \quad Ry^{ex} = \frac{m_r e^4}{2 \epsilon^2 \hbar^2} \quad (1.15)$$



Նկ. 3-2. Էքսիտոնային կապի էներգիաները տարբեր կիսահաղորդիչներում:

բանաձևերով: Էքսիտոնային վիճակի շառավիղը համեմատական է միջավայրի դիէլեկտրական թափանցելիությանը և հակադարձ համեմատական բերված արդյունարար զանգվածին, ինչով էլ պայմանավորված է A_3B_5 տիպի կիսահաղորդչային միացությունների համար a_B^{ex} -ի համեմատաբար մեծ արժեքը (ավելի քան $100 \text{ \AA}$): Նկ. 3-2 -ում պատկերված են տարբեր արգելված գոտի ունեցող բյուրեղների համար էքսիտոնային էներգիաների արժեքները հիմնական վիճակում ($|E_{ex}|$): Քանի որ արգել-

ված գոտու լայնության մեծաց-

մանը զուգընթաց էլեկտրոնային արդյունարար զանգվածները, որպես կանոն, աճում են, ապա հասկանալի է դառնում գրաֆիկում պատկերված էքսիտոնային հիմնական վիճակի էներգիայի աճը կիսահաղորդչի արգելված գոտու լայնության մեծացմանը զուգընթաց:

§ 3.2 Երկչափ կոլոնյան խնդիր

Մինչև որոշակի հետերոկառուցվածքի համար խառնուրդային կամ էքսիտոնային վիճակների ուսումնասիրումը, քննարկենք ճշգրիտ լուծում ունեցող մոդելային խնդիր՝ էլեկտրոնի շարժումը երկչափ կոլոնյան ձգողական դաշտում: Անհրաժեշտ է նկատի ունենալ, որ շատ նեղ քվանտային փոսի դեպքում, երբ $L \ll a_B$, խառնուրդային կամ էքսիտոնային վիճակների խնդիրն առաջին մոտավորությամբ բերվում է երկչափ կոլոնյան խնդրին:

$U(\rho) = -e^2/\rho$ երկչափ կոլոնյան դաշտում էլեկտրոնի համիլտոնիանը գլանային կոորդինատներով կարելի է գրել ρ -ից և φ -ից կախված մասերով՝

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] - \frac{e^2}{\rho}, \quad (2.1)$$

ուստի, ներկայացնելով ալիքային ֆունկցիան

$$\psi_{n,\rho|m|}(\rho) = \exp(im\varphi) \cdot \chi_{n,\rho|m|}(\rho) \quad (2.2)$$

տեսքով, էլեկտրոնի $\psi_{n,\rho|m|}(\rho)$ շառավղային ալիքային ֆունկցիայի համար կստանանք՝

$$\frac{\hbar^2}{2m^*} \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{m^2}{\rho^2} \right] \chi_{n,\rho|m|} - \frac{e^2}{\rho} \chi_{n,\rho|m|} = E_{n,\rho|m|} \chi_{n,\rho|m|}, \quad (2.3)$$

որտեղ n_ρ -ն շառավղային քվանտային թիվն է, իսկ m -ը՝ մագնիսական: Կատարենք նոր նշանակում՝

$$\chi_{n,\rho|m|}(\rho) = \frac{U_{n,\rho|m|}}{\sqrt{\rho}}, \quad (2.4)$$

որից հետո հեշտ է համոզվել, որ (2.3) հավասարումը կբերվի

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \left[\frac{d^2}{d\rho^2} - \frac{m^2 - 1/4}{\rho^2} \right] U_{n,\rho|m|} - \frac{e^2}{\rho} U_{n,\rho|m|} = E_{n,\rho|m|} U_{n,\rho|m|} \quad (2.5)$$

տեսքի, ընդ որում, նրա լուծումները պետք է բավարարեն $U_{n,\rho|m|}(\rho=0)=0$, $U_{n,\rho|m|}(\rho \rightarrow \infty)=0$ սահմանային պայմաններին: Նշենք, որ համանման հավասարում է ստացվում նաև $U = -\frac{e^2}{r}$ եռաչափ կոլոնյան խնդրում, եթե ալիքային ֆունկցիան ներկայացնենք $\psi_{n,\ell,m}(\vec{r}, \theta, \varphi) = Y_{\ell,m}(\theta, \varphi) U_\ell(r)/r$ տեսքով, միայն մեկ տարբերությամբ՝ կենտրոնախույս էներգիայի արտահայտության մեջ $\ell(\ell+1)$ արտա-

դրյալը պետք է փոխարինվի $(m^2 - 1/4)$ արտահայտությամբ: Վերհիշենք եռաչափ կուլոնյան խնդրում կապված վիճակների էներգիական մակարդակները որոշող բանաձևը՝

$$E_{n_r, \ell} = -\frac{m^* e^4}{2\hbar^2 (n_r + \ell + 1)^2} : \quad (2.6)$$

Վերջինիս մեջ կատարելով $\ell + \frac{1}{2} = |m|$ փոխարինումը, հեշտությամբ կորոշենք երկչափ կուլոնյան խնդրի էներգիայի արտահայտությունը՝

$$E_{n_r, \ell} = -\frac{m^* e^4}{2\hbar^2 \left(n_\rho + |m| + \frac{1}{2} \right)^2} : \quad (2.7)$$

Ստացված արտահայտությունից երևում է, որ, ինչպես և եռաչափ դեպքում, տեղի ունի էներգիական մակարդակների պատահական այլասերում, քանի որ էներգիան կախված է քվանտային թվերի միայն $(n_\rho + |m|)$ համակցությունից: Եթե եռաչափ դեպքի նմանությամբ կատարենք $N = n_\rho + |m| + 1$ նշանակումը, ապա երկչափ դեպքում էներգիական մակարդակների համար վերջնականապես կունենանք

$$E_N = -\frac{m^* e^4}{2\hbar^2 (N - 1/2)^2} , \quad (2.8)$$

որտեղ $N = 1, 2, 3, \dots$: Դժվար չէ նկատել, որ երկչափ կուլոնյան դաշտում էլեկտրոնի հիմնական ($N = 1$) կապված վիճակի էներգիան չորս անգամ գերազանցում է եռաչափ խնդրում հիմնական վիճակի էներգիայի արժեքը:

§3.3 Երկչափ կուլոնյան խնդրում դիսպերսիայի օրենքի ոչ պարաբոլականության հաշվառումը

Քվանտային կառուցվածքներում հաճախ օգտագործվում են փոքր արգելված գոտի ունեցող $A_3 B_5$ տիպի կիսահաղորդչային միացություններ, որոնցում լիցքակիրների դիսպերսիայի օրենքն էապես ոչ պարաբոլական է: Այդպիսի կիսահաղորդիչներում վալենտական գոտին բաղկացած է երեք ենթագոտիներից՝ թեթև (V_l) և ծանր (V_h) խռոչների ենթագոտիներ՝ այլասերված $\vec{k} = 0$ կետում և սպին-ուղեծրային փոխազդեցությամբ պայմանավորված V_{so} ենթագոտին: Համաձայն Կեյնի,

V_h -ը չի փոխազդում հաղորդականության գոտու հետ, և նրա դիսպերսիայի օրենքը որոշվում է այլ գոտիների հետ փոխազդեցությամբ, այն դեպքում, երբ V_i և V_{so} գոտիները “փոխազդում են” հաղորդականության գոտու հետ: Այդ փոխազդեցության ճշգրիտ հաշվառումը էներգիայի համար հանգեցնում է խորանարդային հավասարման:

$$E(E + E_g)(E + E_g + \Delta) - k^2 P_{cv}^2 \left(E + E_g \frac{2}{3} \Delta \right) = 0, \quad (3.1)$$

որտեղ Δ -ն սպին-ուղեծրային փոխազդեցության էներգիան է, P_{cv} -ն վալենտական և հաղորդականության գոտիների փոխազդեցության մատրիցական տարրը, որը կարելի է ներկայացնել $P_{cv} = \sqrt{\frac{3}{2}} s \hbar$ տեսքով, որտեղ s պարամետրն ունի արագության չափանիշ (որպես կանոն, s -ը 10^8 սմ/վ կարգի մեծություն է):

Չեշտ է տեսնել, որ $\Delta \gg E_g$ պայմանի դեպքում (3.1) հավասարումը բերվում է քառակուսային տեսքի և, եթե հաշվի առնենք նաև, որ էլեկտրոնի արդյունադար զանգվածը հաղորդականության գոտու հատակի մոտ (m_e) անհամեմատ փոքր է ազատ էլեկտրոնի զանգվածից (m_0), ապա (3.1) -ից լիցքակիրների դիսպերսիայի օրենքների համար կստանանք

$$E_{c,v}(\vec{k}) = -\frac{E_g}{2} \pm \frac{E_g}{2} \left[1 + \left(\frac{2\hbar s k}{E_g} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \left(\frac{m_e}{m_0} \ll 1 \right): \quad (3.2)$$

Կատարելով $E_g = 2m_e s^2$ նշանակումը, (3.2) արտահայտությունը կարելի է ներկայացնել

$$E_{c,v}(\vec{k}) = -m_e s^2 \pm \sqrt{(m_e s^2)^2 + (\hbar k s)^2} \quad (3.3)$$

տեսքով, համաձայն որի, լիցքակիրների դիսպերսիայի օրենքները երկգոտիական մոտավորությամբ ունեն ռեյատիվիստական էլեկտրոնի դիսպերսիայի օրենքի տեսքը:

Հաշվի առնելով վերը նշվածը, դիտարկենք երկչափ ռեյատիվիստական ջրածնանման ատոմի խնդիրը, համարելով Z լիցքային թվով միջուկն անշարժ: Էլեկտրոնի սպինի անտեսումը թույլ է տալիս օգտվել Կլայն-Գորդոնի հավասարումից: Երկչափ ռեյատիվիստական ջրածնանման ատոմի էներգիական սպեկտրը կարելի է հեշտությամբ որոշել, համեմատելով համապատասխան դիֆերենցիալ հավասարումը ոչ ռեյատիվիստական երկչափ դեպքի հետ:

Այսպես, երկչափ ռեյատիվիստական ատոմի էներգիական մակարդակները և ալիքային ֆունկցիաները որոշվում են Կլայն-Գորդոնի հավասարումից, որը գլանային կոորդինատներով ունի հետևյալ տեսքը՝

$$(-\hbar^2 c^2 \Delta_{\rho, \varphi} + m_0^2 c^4) \psi(\rho, \varphi) = \left(\varepsilon + \frac{Ze^2}{\rho} \right) \psi(\rho, \varphi): \quad (3.4)$$

Ներկայացնելով ալիքային ֆունկցիան $\psi(\rho, \varphi) = R(\rho) \exp(im\varphi)$ արտադրյալի տեսքով, կունենանք՝

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{d}{d\rho} \right) + \frac{\hbar^2 (m^2 - Z^2 \alpha^2)}{2m_0 \rho^2} - \frac{Ze^2 \varepsilon}{\rho m_0 c^2} \right] R(\rho) = \frac{\varepsilon^2 - m_0^2 c^4}{2m_0 c^2} R(\rho), \quad (3.5)$$

որտեղ $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, իսկ $\alpha = e^2 / \hbar c$ -ն նուրբ կառուցվածքի հաստատունն է:

Մյուս կողմից, հիշենք, որ երկչափ, ոչ ռեյատիվիստական կուլոնյան խնդիրը նկարագրվում է

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{d}{d\rho} \right) R + \frac{\hbar^2 m^2 R}{2m_0 \rho^2} - \frac{Ze^2}{\rho} R = \varepsilon R \quad (3.6)$$

հավասարմամբ: Դժվար չէ նկատել, որ (3.5) -ը կրելով (3.6) հավասարման, եթե կատարենք ձևական վերանշանակումներ՝

$$m^2 \rightarrow m^2 - Z^2 \alpha^2, \quad Z \rightarrow \frac{Z\varepsilon}{m_0 c^2}, \quad \varepsilon \rightarrow \frac{\varepsilon^2 - m_0^2 c^4}{2m_0 c^2}: \quad (3.7)$$

Ուստի, օգտվելով ոչ ռեյատիվիստական երկչափ ջրածնանման ատոմի էներգիական սպեկտրի

$$\varepsilon_{n, m} = -\frac{m_0 Z^2 e^4}{2\hbar^2 \left(n_\rho + |m| + \frac{1}{2} \right)^2} \quad (3.8)$$

արտահայտությունից և հաշվի առնելով (3.7) -ը, ռեյատիվիստական դեպքում էներգիայի որոշման համար կստանանք հետևյալ հանրահաշվական հավասարումը

$$\frac{\varepsilon^2 - m_0^2 c^4}{2m_0 c^2} = -\frac{1}{2\hbar^2} \frac{m_0 Z^2 e^4 \varepsilon^2}{m_0^2 c^4 \left(\sqrt{m^2 - Z^2 \alpha^2} + n_\rho + \frac{1}{2} \right)^2}, \quad (3.9)$$

որտեղից էներգիական սպեկտրի համար կունենանք՝

$$\varepsilon_{n, m} = m_0 c^2 \left[1 - \frac{Z^2 \alpha^2}{Z^2 \alpha^2 + \left(n_\rho + 1/2 + \sqrt{m^2 - Z^2 \alpha^2} \right)^2} \right]^{1/2}: \quad (3.10)$$

$Z\alpha \ll 1$ դեպքում (3.10) -ից հեշտությամբ կստանանք՝

$$\varepsilon_{n,m} = m_0 c^2 \left[1 - \frac{Z^2 \alpha^2}{2n^2} - \frac{Z^4 \alpha^4}{2|m|n^3} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{|m|}{n} \right) \right], \quad (3.11)$$

որտեղ $n = n_r + |m| + 1/2$: Ստացված արտահայտության մեջ վերլուծության երկրորդ անդամն իրենից ներկայացնում է ոչ ռեյատիվիստական երկչափ ջրածնանման ատոմի էներգիան, ընդ որում ռեյատիվիստական ուղղումները մեծացնում են կապի էներգիան: Մյուս կողմից, ինչպես երևում է (3.11) -ից, ռեյատիվիստական երևույթների հաշվառումը հանում է ըստ $|m|$ -ի էներգիական մակարդակների այլասերումը:

Վերջապես, կանգ առնենք էներգիական սպեկտրի արտահայտության վրա $m = 0$ դեպքում, երբ, ինչպես հետևում է (3.10) -ից, էներգիան դառնում է կոմպլեքս մեծություն, ինչը կապված է տվյալ խնդրում անկայունության ծագման հետ: Այդպիսի անկայունության պատճառը դժվար չէ հասկանալ, եթե նկատի ունենանք (3.5) հավասարման մեջ մտնող $Z^2 e^4 / 2 m_0^2 \rho^2$ անդամը: Այն ոչ ռեյատիվիստական տեսության շրջանակներում կարելի է դիտարկել որպես ձգողական բնույթ կրող պոտենցիալ էներգիայի մաս: $m = 0$ դեպքում վերջինս դառնում է գերակշռող, որով էլ պայմանավորվում է մասնիկի անկումը կենտրոնի վրա: Հիշեցնենք, որ նման իրադրություն ծագում է նաև եռաչափ ռեյատիվիստական ջրածնանման ատոմում $Z\alpha > 1/2$ պայմանի դեպքում:

Փորձենք (3.10) և (3.11) արտահայտությունները ներկայացնել նաև Կեյնի դիսպերսիայի (3.2) օրենքով նկարագրվող էլեկտրոնի համար: (3.2) բանաձևը համադրելով ազատ էլեկտրոնի ռեյատիվիստական դիսպերսիայի օրենքի հետ, կարելի է նկատել, որ լույսի c արագության դերն այս դեպքում կատարում է s պարամետրը: Փոխարինելով $m_0 \rightarrow m^*$, $e^2 \rightarrow e^2/\varepsilon$, որտեղ ε -ը կիսահաղորդչի դիէլեկտրական թափանցելիությունն է, կարող ենք պնդել, որ էներգիայի համար ստացված արտահայտություններում նուրբ կառուցվածքի $\alpha = e^2/\hbar c$ հաստատունը պետք է փոխարինել նուրբ կառուցվածքի $\alpha' = e^2/\varepsilon \hbar s$ արդյունարար հաստատունով:

§ 3.4 Միաչափ կուլոնյան խնդիր

Միաչափ ջրածնանման ատոմի խնդրի նկատմամբ հետաքրքրությունը սկզբնական շրջանում պայմանավորված է եղել ուժեղ մագնիսական դաշտերի առկայության պայմաններում կիսահաղորդիչներում էքսիտոնների հատկությունների ուսումնասիրմամբ: Ավելի վաղ այդ հիմնախնդիրն ուսումնասիրվել է, կապված աստղագիտական օբյեկտների, մասնավորապես՝ բաբախիչների (պուլսարների)

հետ, որոնց շրջակայքում ենթադրվում էր հզոր մագնիսական դաշտերի առկայություն: Այդպիսի արտաքին պայմաններում էլեկտրոն-խոռոչ զույգի շարժումը էքսիտոնում կամ էլեկտրոնի շարժումը ջրածնի ատոմում տարածականորեն սահմանափակված է ուժեղ մագնիսական դաշտի ազդեցությամբ (մագնիսական դաշտին ուղղահայաց հարթության մեջ): Ներկայումս նշված օբյեկտի նկատմամբ հետաքրքրությունն էլ ավելի է ակտիվացել, քանի որ կիսահաղորդչային քվանտային լարերում լիցքակիրներն ազատ շարժվում են միայն լարի առանցքի ուղղությամբ և, հետևաբար, այդպիսի միաչափ կառուցվածքներում ջրածնանման խառնուրդային և էքսիտոնային վիճակների ուսումնասիրման խիստ անհրաժեշտություն է առաջացել:

Ոչ ռելյատիվիստական միաչափ ջրածնանման ատոմի խնդիրն առաջին անգամ լուծել է Լուդոլֆը, որը պարզել է լուծման երկու կարևոր առանձնահատկություն: Նախ՝ ցույց է տրվել, որ միաչափ կուլոնյան դաշտում, բացի հիմնական վիճակից, մյուս բոլոր վիճակները կրկնակի այլասերված են¹⁾, և, մյուս կողմից, հիմնական վիճակում կապի էներգիան անվերջ է, իսկ հավանականության խտությունը համեմատական է դելտա-ֆունկցիային, որը նկարագրում է (կուլոնյան պոտենցիալի սկզբնակետում) միջուկի վրա տեղայնացված էլեկտրոնը: Հիմնական վիճակի նշված առանձնահատկությունները պայմանավորված են $-e^2/|x|$ միաչափ կուլոնյան պոտենցիալի եզակիությամբ $x = 0$ կետում: Նշենք, որ ջրածնանման խառնուրդի հիմնական վիճակի էներգիան՝ կախված կիսահաղորդչի D չափայնությունից, կարելի է ներկայացնել մեկ ընդհանրացված բանաձևով՝

$$E_D = \left(\frac{2}{D-1} \right)^2 \frac{m^* e^4}{2\varepsilon^2 \hbar^2} : \quad (4.1)$$

Միաչափ կուլոնյան պոտենցիալային դաշտում Շրեդինգերի հավասարումը գրվում է

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2 \psi}{dx^2} - \frac{e^2}{|x|} \psi = E \psi \quad (4.2)$$

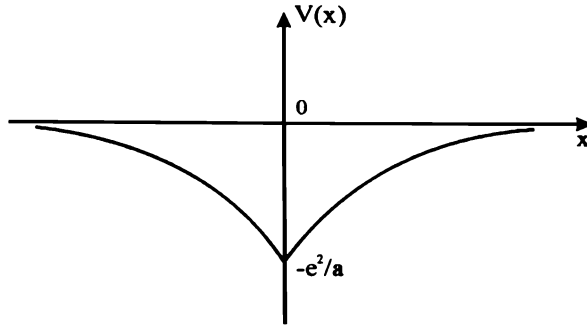
տեսքով, որը $x > 0$ և $x < 0$ տիրույթներում ունի ճշգրիտ լուծումներ: Սակայն $x = 0$ կետում եզակության առկայությունը թույլ չի տալիս երկու տիրույթներում լուծումները կապել միմյանց հետ: Սակայն նշված դժվարությունը կարելի է հաղթահարել, փոխարինելով միաչափ ջրածնանման ատոմի պոտենցիալը նրանից փոքր-ինչ տարբերվող $-e^2/(a+|x|)$ պոտենցիալով (նկ. 3-3), որտեղ a -ն դրական մեծություն է և շատ փոքր է Բորի a_B շառավղից: Ինչպես երևում է նկ. 3-3 -ից, նոր ընտրված պո-

¹⁾ Այս օրինակում մենք գործ ունենք միաչափ համակարգերում այլասերվածության բացակայության մասին թեորեմի խախտման հետ:

տենցիալը $x = 0$ կետում մնում է վերջավոր, ինչը հնարավորություն է տալիս լուծել Շրեդինգերի

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2\psi}{dx^2} - \frac{e^2}{a+|x|} \psi = E\psi \quad (4.3)$$

հավասարումը ստանդարտ եղանակով: Դիտարկենք կապված վիճակները ($E < 0$):



Նկ. 3-3. Ձևափոխված կուլոնյան պոտենցիալի տեսքը

Մտցնենք β անչափ մեծությունն այնպես, որ

$$E = -\frac{\hbar^2}{2m^* a_B^2} \frac{1}{\beta^2}, \quad (4.4)$$

ինչպես նաև x -ը փոխարինենք z նոր փոփոխականով՝

$$z = \frac{2(x+a)}{\beta a_B}, \quad x > 0; \quad z = -\frac{2(a-x)}{\beta a_B}, \quad x < 0: \quad (4.5)$$

(4.4) և (4.5) նշանակումների միջոցով, (4.3) -ը բերվում է հետևյալ տեսքի՝

$$\frac{d^2\psi}{dz^2} - \frac{1}{4}\psi + \frac{\beta}{|z|}\psi = 0: \quad (4.6)$$

Այս հավասարման լուծումները ներկայացվում են Ուիտեկերի $W_{\beta, \frac{1}{2}}(z)$ ֆունկցիաների միջոցով: Այժմ դրական և բացասական x -երի համար լուծումները կարելի է “կարել” $x = 0$ կետում ինչպես կենտ, այնպես էլ զույգ ֆունկցիաների համար (քանի որ խնդրի պոտենցիալն անփոփոխ է $x \rightarrow -x$ անդրադարձման նկատմամբ, մենք կարող ենք պնդել, որ ալիքային ֆունկցիաներն x -ից կախված կամ կենտ են, կամ՝ զույգ):

$x = 0$ կետում կենտ ֆունկցիաների համար կստանանք՝

$$W_{\beta, \frac{1}{2}}\left(\frac{2a}{\beta a_0}\right) = 0, \quad (4.7)$$

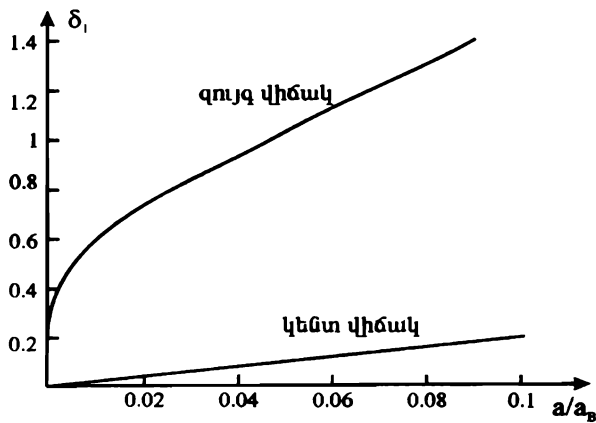
իսկ զույգ ֆունկցիաների համար՝

$$\frac{d}{dz} \left[W_{\beta, \frac{1}{2}}(z) \right]_{z=\frac{2a}{\beta a_B}} = 0 \quad (4.8)$$

պայմանները: Ստացված հավասարումները սկզբունքորեն հնարավորություն են տալիս որոշելու համակարգի էներգիայի սեփական արժեքները տրված a -ի համար: Մտցնենք, այսպես կոչված, էներգիական մակարդակների քվանտային պակասորդի (դեֆեկտի)՝ δ_N -ի, հասկացությունը հետևյալ առնչության օգնությամբ՝

$$\delta_N = \beta - N, \quad (4.9)$$

որտեղ N -ն ամբողջ թիվ է: Այդ դեպքում, համարելով, որ $2a/a_B$ -ն շատ փոքր է



Նկ. 3-4. Հիմնական վիճակի քվանտային պակասորդի կախումը a պարամետրից:

մեկից և β -ն ընդունում է դրական, ամբողջ N թվին մոտ արժեքներ, δ_N -երի համար կունենանք՝

$$\delta_N = 2 \frac{a}{a_B} \quad \text{կենտ վիճակների համար և}$$

$$\delta_N = - \left[\log \frac{2a}{Na_B} \right]^{-1} \quad \text{զույգ վիճակների համար:} \quad (4.10)$$

Նկ. 3-4 -ում, որպես օրինակ պատկերված է δ_1 -ի կախումը a/a_B հարաբերությունից կենտ և զույգ վիճակների համար

Եվ, վերջապես, նշենք, որ (4.10) -ով ներկայացված լուծումները ճիշտ են, եթե α -ն մոտ է N -ին: Սակայն կա ևս մեկ լուծում, երբ $\beta \rightarrow 0$: Ապացուցվում է, որ $\beta \rightarrow 0$ պայմանի դեպքում կենտ վիճակին համապատասխանող լուծում գոյություն չունի, իսկ զույգ վիճակի համար ստացվող միակ լուծումը համապատասխանում է

հիմնական վիճակին: Եվ քանի որ $N = 0$ դեպքում $\beta = \delta_0$, հիմնական վիճակում β -ի մոտավոր արժեքը կարելի է որոշել

$$\log\left(\frac{2a}{\beta a_B}\right) + \frac{1}{2\beta} = 0 \quad (4.11)$$

հավասարումից:

§3.5 Միաչափ կուլոնյան խնդրում դիսպերսիայի օրենքի ոչ պարաբոլայնության հաշվառումը

Վերջում, ինչպես և երկչափ կուլոնյան խնդրում, քննարկենք ռեյատիվիստական դիսպերսիայի օրենքով նկարագրվող էլեկտրոնի միաչափ կուլոնյան խնդիրը: Ինչպես ցույց կտանք ստորև, միաչափ դեպքում ռեյատիվիզմի դրսևորումը հիմնական վիճակի համար դառնում է սկզբունքային: Նախ՝ նույնիսկ կուլոնյան $(-e^2/|x|)$ պոտենցիալի դեպքում հիմնական վիճակի էներգիան մնում է վերջավոր: Այնուհետև, էլեկտրոնի տեղայնացումը պոտենցիալի եզակիության շրջակայքում իրականանում է Քոմփթոնի ($\lambda_c = \hbar/m_0c$) ալիքի երկարության վրա (հիշենք, որ ոչ ռեյատիվիստական միաչափ կուլոնյան խնդրում հավանականության խտությունը համեմատական է $\delta(x)$ -ին):

Նորից օգտվենք Կլայն-Գորդոնի հավասարումից, ընդունելով մասնիկի սպինը հավասար զրոյի: Այդ դեպքում միաչափ ջրածնանման ատոմի ռեյատիվիստական հավասարումը կընդունի

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{1}{\hbar^2 c^2} \left(E^2 + \frac{2Ze^2 E}{|x|} + \frac{Z^2 e^4}{x^2} - m_0^2 c^4 \right) \psi = 0 \quad (5.1)$$

տեսքը: Մտցնենք անչափ փոփոխականներ՝

$$\rho = 2\epsilon x, \quad \alpha = e^2/\hbar c, \quad \epsilon = \frac{(m_0^2 c^4 - E^2)^{1/2}}{\hbar c}, \quad (5.2)$$

$$\lambda = Z\alpha E (m_0^2 c^4 - E^2)^{-1/2}$$

և (5.1) հավասարման լուծումը փոխրենք

$$\psi(\rho) = \rho^s e^{-\rho/2} f(\rho) \quad (5.3)$$

տեսքով: Նկատի ունենալով (5.2) նշանակումները, դժվար չէ ցույց տալ, որ $f(\rho)$ ֆունկցիան բավարարում է

$$\rho f'' + (2s - \rho)f' + (\lambda - s)f = 0 \quad (5.4)$$

հավասարմանը, որտեղ s -ն ընդունում է երկու արժեք՝ $s = 1/2 \pm 1/2(1-4Z^2\alpha^2)^{1/2}$: Կապված վիճակների համար $E < m_0c^2$, այնպես որ ε -ն իրական է: (5.4) հավասարման լուծումները տրվում են հիպերերկրաչափական ֆունկցիաների միջոցով՝

$$f(\rho) = C_1 F(s - \lambda, 2s, \rho) + C_2 F(1 - s - \lambda, 2 - 2s, \rho) \rho^{1-2s}, \quad (5.5)$$

որտեղ C_1 -ը և C_2 -ը հաստատուններ են: Ալիքային ֆունկցիաների վրա դրվող ստանդարտ պայմանները թույլ են տալիս անդելու, որ նախ $C_2 = 0$, իսկ մյուս կողմից՝ $\lambda = n + s$, որտեղ $n = 0, 1, 2, \dots$ (վերջին պայմանի դեպքում $f(\rho)$ -ն վերածվում է վերջավոր բազմանդամի և, հետևաբար, ալիքային ֆունկցիան $x \rightarrow \pm\infty$ մնում է վերջավոր): Այսպիսով, (5.5) -ի առաջին անդամը s -ի երկու արժեքների համար տալիս է տրված հավասարման երկու գծայնորեն անկախ լուծումներ: $\lambda = n + s$ պայմանից հեշտությամբ կորոշենք ռեյատիվիստական միաչափ ջրածնանման ատոմի էներգիական սպեկտրը՝

$$E = \frac{m_0 c^2}{\left(1 + \frac{Z^2 \alpha^2}{(n+s)^2}\right)^{1/2}}: \quad (5.6)$$

Ալիքային ֆունկցիաները, որոնք մնում են վերջավոր անվերջությունում, $x > 0$ և $x < 0$ տիրույթներում համապատասխանաբար կարող ենք ներկայացնել որպես

$$\begin{aligned} \psi(\rho) &= A_1 \rho^s \exp(-\rho/2) F(-n, 2\rho, \rho), \quad x > 0, \\ \psi(\rho) &= A_2 (-\rho)^s \exp(-\rho/2) F(-n, 2\rho, -\rho), \quad x < 0: \end{aligned} \quad (5.7)$$

A_1 և A_2 հաստատունները որոշվում են նորմավորման և սկզբնականում դրվող եզրային պայմաններից, ընդ որում, զույգ վիճակների համար $A_1 = A_2$, իսկ կենտ վիճակների համար $A_1 = -A_2$:

Ինչպես վերևում արդեն նշվեց, ռեյատիվիստականության ազդեցությունը միաչափ կուլոնյան խնդրում առանձնահատուկ դրսևորվում է հիմնական վիճակի վրա: Այն էլ ավելի ցայտուն է ի հայտ գալիս $Z\alpha \ll 1$ պայմանի դեպքում: Ներկայացնենք հիմնական վիճակի ալիքային ֆունկցիան և էներգիան նշված դեպքում՝ օգտվելով (5.6) և (5.7) արտահայտություններից՝

$$E = m_0 c^2 \left(Z\alpha - \frac{1}{2} Z^3 \alpha^3 \right),$$

$$\psi_0(x) = \left(\frac{1}{\alpha a_B} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{|x|}{\alpha a_B} \right), \quad n = 0: \quad (5.8)$$

Այս մոտավորությամբ միաչափ ջրածնանման ատոմի հիմնական վիճակի էներգիան կազմում է հանգստի էներգիայի $(Z\alpha)$ -րդ մասը, այսինքն՝ շատ անգամ փոքր է հանգստի էներգիայից, բայց որ կարևոր է՝ այն դրական է և վերջավոր: Եթե սահմանենք ատոմի կապի էներգիան որպես ռեյալտիվիստական էներգիայի և հանգստի էներգիայի տարբերություն ($E_b = E - m_0 c^2$), ապա միաչափ ատոմի կապի էներգիան $Z\alpha \ll 1$ դեպքում $-m_0 c^2$ կարգի մեծություն է: Այն փաստը, որ միաչափ ատոմի լրիվ ռեյալտիվիստական էներգիան հիմնական վիճակի համար դրական է, խոսում է էլեկտրոն-պոզիտրոնային զույգի ծնման նկատմամբ նրա կայունության մասին: Նկատենք նաև (5.8)-ից, որ իրոք հիմնական վիճակում էլեկտրոնը կուլոնյան պոտենցիալի սկզբնակետի նկատմամբ տեղայնացված է

$$\lambda_C = \alpha a_B = \frac{e^2}{\hbar c} \cdot \frac{\hbar^2}{m_0 e^2} = \frac{\hbar}{m_0 c} \quad \text{Քոպտոնի ալիքի երկարության վրա:}$$

§3.6 Խառնուրդային վիճակները քվանտային կառուցվածքներում

Հետերոկառուցվածքներում խառնուրդային վիճակներն ուսումնասիրելիս անհրաժեշտ է հաշվի առնել երկու կարևոր առանձնահատկություն:

Ինչպես արդեն նշել ենք, հետերոկառուցվածքներում էլեկտրոնային կապված վիճակները կախված են խառնուրդային կենտրոնի դիրքից: Խառնուրդային կենտրոնը կարող է գտնվել քվանտային փոսում, բաժանման սահմանի վրա կամ էլ արգելքի շերտում, որի պատճառով էլ տարբեր տեղակայման վիճակներում խառնուրդային էներգիական մակարդակները կլինեն նույնպես տարբեր: Բացի այդ, խառնուրդային իոնի հետ կապված էլեկտրոնի բնութագրերն ընդհանուր դեպքում կախված են նաև քվանտային փոսի պարամետրերից (փոսի բարձրությունից և լայնությունից):

Ջրածնանման խառնուրդային կենտրոնի խնդիրը լուծելու համար անհրաժեշտ է Շրեդինգերի հավասարման մեջ ներգրավել նաև քվանտային փոսի $V(z)$ սահմանափակող պոտենցիալը: Այդ դեպքում արդյունաբար զանգվածի մոտավորությամբ Շրեդինգերի հավասարումը կընդունի

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + V(z) - \frac{e^2}{\varepsilon} \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + (z-z_i)^2}} \right] \psi = E\psi \quad (6.1)$$

տեսքը: Այստեղ կուլոնյան փոխազդեցության պոտենցիալը ներկայացված է $(\vec{\rho}(x, y), z)$ կոորդինատներով, z առանցքն ուղղված է փոսի հարթությանն ուղղահայաց, իսկ $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ -ն՝ դիտարկման կետի հեռավորությունն է առանցքից: Խառնուրդի դիրքը բնութագրվում է z_i -ով, իսկ փոսի սահմանափակող $V(z)$ պոտենցիալը սովորականի նման տրվում է

$$V(z) = \begin{cases} 0, & |z| \leq L/2, \\ V_b, & |z| \geq L/2 \end{cases} \quad (6.2)$$

հավասարումով: Դիցուք՝

$$\psi_{n\vec{k}_{\parallel}}(\vec{\rho}, z) = \exp(i\vec{k}_{\parallel} \vec{\rho}) \chi_n(z) \quad (6.3)$$

Ֆունկցիան միայնակ, առանց խառնուրդային ատոմի, քվանտային փոսում էլեկտրոնի սեփական ֆունկցիաների հանրույթն է, որտեղ n -ը քվանտային փոսում մակարդակի համարն է, իսկ $\vec{k}_{\parallel}$ -ը՝ փոսի հարթության մեջ ազատ շարժման ալիքային վեկտորը: (6.1) հավասարման ճշգրիտ լուծումը կարելի է ներկայացնել որպես (6.3)-ով տրվող ալիքային ֆունկցիաների վերադրում՝ ըստ $\vec{k}_{\parallel}$ -ի բոլոր հնարավոր արժեքների: Սակայն այսպիսի մոտեցումը բավականաչափ բարդ է և ունի միայն թվային լուծում: Խնդիրը պարզեցնենք, ընդունելով, որ էական է միայն ամենացածր էներգիական մակարդակի ($n=1$) ներդրումը: Ուրիշ խոսքով, կդիտարկենք չափային քվանտացման միայն առաջին ենթագոտու հետ կապված խառնուրդային վիճակները: Այս դեպքում խառնուրդային կենտրոնի էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան կարելի է ներկայացնել

$$\psi(\rho, z) = \Phi(\rho) \chi_1(z) \quad (6.4)$$

մոտավոր տեսքով, որտեղ $\Phi(\rho)$ -ն բավարարում է

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla_2^2 + V_{\text{eff}}(\rho) \right] \Phi(\rho) = (E - E_1) \Phi(\rho), \quad (6.5)$$

երկչափ ալիքային հավասարմանը, որտեղ ∇_2^2 -ը Լապլասի երկչափ օպերատորն է, E_1 -ը էլեկտրոնի էներգիայի առաջին քվանտա-չափային մակարդակն է փոսում, իսկ նրա միջինացված պոտենցիալ էներգիան՝ $V_{\text{eff}}(\rho)$ -ն, տրվում է

$$V_{eff}(\rho) = -\frac{e^2}{\varepsilon} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz |\chi_1(z)|^2}{\sqrt{\rho^2 + (z-z_i)^2}} \quad (6.6)$$

ինտեգրալ տեսքով և պարամետրական տեսքով կախված է նաև z_i -ից:

Փորձենք խնդրի լուծումը հասցնել ավարտին փոփոխական (վարիացիայի) մեթոդի օգնությամբ: Մտցնենք տվյալ խնդրի համար համապատասխան ֆունկցիոնալ՝

$$\varepsilon_i = \iint \left[-\frac{\hbar^2}{2m^*} (\nabla_2 \Phi)^2 + V_{eff} |\Phi|^2 \right] dx dy : \quad (6.7)$$

Ընտրենք մեկ պարամետրից կախված պարզագույն ալիքային ֆունկցիա՝

$$\Phi(\rho) = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\rho/\lambda} , \quad (6.8)$$

որտեղ λ պարամետրն ըստ էության խառնուրդային կապված վիճակի շառավիղն է քվանտային փոսում: Տեղադրելով (6.8) -ը (6.7) -ի մեջ, ε_i -ի համար կստանանք՝

$$\varepsilon_i(\lambda, z_i) = \frac{\hbar^2}{2m^* \lambda^2} - \frac{2e^2}{\varepsilon \lambda} \int_0^{+\infty} dx x e^{-x} \int_{-\infty}^{+\infty} dz \frac{|\chi_1^2(z)|^2}{\sqrt{x^2 + \frac{4}{\lambda^2} (z-z_i)^2}} : \quad (6.9)$$

Այսպիսով, խառնուրդային հիմնական վիճակի կապի լրիվ էներգիան կորոշվի

$$E = E_i + \min_{\lambda} \varepsilon_i(\lambda, z_i) \quad (6.10)$$

արտահայտությամբ: Վերջնական լուծումն այս փուլում հնարավոր է միայն թվային մեթոդներով: Սակայն մասնավոր դեպքում, երբ պոտենցիալ փոսն անվերջ խոր է, իսկ նրա լայնությունը շատ փոքր է կապված վիճակի շառավիղից ($\lambda \gg L$), հիմնական վիճակի էներգիայի համար հնարավոր է ստանալ վերլուծական արտահայտություն: Իսկապես, նշված պայմանի դեպքում էլեկտրոնը սահմանափակված է քվանտային փոսում, որտեղ $2|z-z_i| \ll \lambda$: Այդ դեպքում բավարար մոտավորությամբ (6.9)-ում քառակուսի արմատատակ արտահայտության երկրորդ անդամը կարելի է անտեսել և հաշվել ինտեգրալը, ինչի արդյունքում կստանանք՝

$$\varepsilon_i = \frac{\hbar^2}{2m^* \lambda^2} - \frac{2e^2}{\varepsilon \lambda} : \quad (6.11)$$

Այս արտահայտության մինիմումի պայմանից կունենանք.

$$\frac{d\varepsilon}{d\lambda} = -\frac{\hbar^2}{m^* \lambda^3} + \frac{2e^2}{\varepsilon \lambda^2} = 0 \quad \text{կամ} \quad \lambda_{min} = \frac{\varepsilon \hbar^2}{2m^* e^2} = \frac{1}{2} a_B^{3D}, \quad (6.12)$$

որտեղ a_B^{3D} -ն եռաչափ դեպքում կապված վիճակի շառավիղն է: Այսպիսի λ_{min} -ին համապատասխանող հիմնական վիճակի էներգիան՝

$$\varepsilon_{min} = E_{i1}^{2D} = -4 Ry^* : \quad (6.13)$$

Այսպիսով, նեղ և խոր փոսում լիցքավորված խառնուրդային կենտրոնի շուրջ էլեկտրոնը տեղայնացվում է $a_B^{3D}/2$ միջին հեռավորության վրա, իսկ հիմնական վիճակի էներգիան չորս անգամ գերազանցում է եռաչափ նմուշում կուլոնյան կապված հիմնական վիճակի էներգիան: Վերջավոր փոսի դեպքում էլեկտրոնային վիճակները խիստ կախված են ինչպես խառնուրդային կենտրոնի դիրքից, այնպես էլ արգելքի բարձրությունից, փոսի լայնությունից և փոսի ու արգելքի տիրույթներում էլեկտրոնի արդյունաբար զանգվածների հարաբերությունից:

Համանման ծավալային բյուրեղներում խառնուրդային վիճակների, էլեկտրոնները քվանտային փոսում նույնպես կարող են գտնվել խառնուրդային գրգռված մակարդակներում: Բավականաչափ նեղ քվանտային փոսում ($\lambda \gg L$) այդ վիճակների իոնացման էներգիայի արժեքները կարելի է ներկայացնել

$$E_{i1}^{2D} = \frac{E_{i1}^{2D}}{\left(n - \frac{1}{2}\right)^2} \quad (6.15)$$

տեսքով, որտեղ $n = 1, 2, 3, \dots$: Ընդհանուր դեպքում գրգռված կապված վիճակների ալիքային ֆունկցիաներն օժտված չեն գլանային համաչափությամբ և, հետևաբար, m մագնիսական քվանտային թվն իրեն դրսևորում է էներգիական մակարդակներում և ալիքային ֆունկցիաներում: Վերջիններս կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

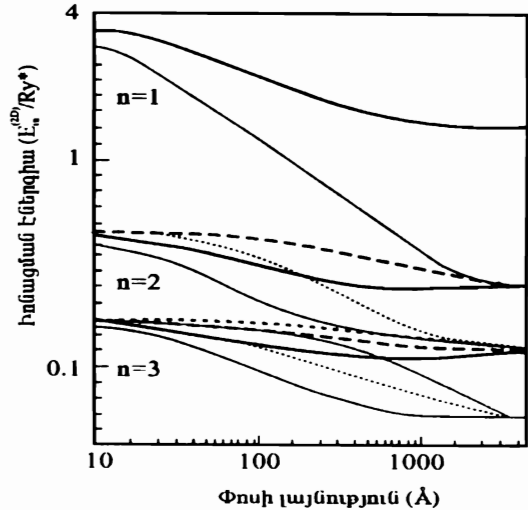
$$\psi_{n,m}(\rho, \theta, z) = \Phi_{n,m}(\rho) \chi_1(z) e^{im\theta} : \quad (6.16)$$

Էներգիական սպեկտրն այս դեպքում ավելի բարդ է: Նկ. 3-5 -ում բերված են խառնուրդային կենտրոնի երկու տարբեր դիրքերի համար առաջին ենթագոտու հետ կապված խառնուրդային ամենացածր մի քանի կապված վիճակների իոնացման էներգիաների թվային արժեքները՝ կախված փոսի լայնությունից: $L \gg a_0$ և

$L \ll a_0$ սահմանային դեպքերում արդյունքները համընկնում են համապատասխանաբար եռաչափ և երկչափ (6.15) դեպքերի հետ: Ընդ որում, $n = 1$ հիմնական վիճակն այլասերված չէ: Գրգռված վիճակները նշված երկու սահմանային դեպքերում այլասերված են, սակայն վերջավոր լայնությամբ փոսի դեպքում այլասերումն ըստ ազիմուտային m քվանտային թվի հանվում է և դրանք տրոհվում են: Այսպես, երկրորդ ($n = 2$) գրգռված վիճակը տրոհվում է $2s(m = 0)$ և $2p(m = 1)$ վիճակների: Երրորդ գրգռված վիճակը տրոհվում է համապատասխանաբար $3s(m = 0)$, $3p(m = 1)$ և $3d(m = 2)$ վիճակների: Ինչպես երևում է նկ. 3-5 -ից,

էներգիական մակարդակների տրոհումն ավելի ցայտուն է արտահայտվում խառնուրդի ոչ համաչափ դիրքի դեպքում:

Վերջում անհրաժեշտ է նշել, որ ընդհանուր դեպքում քվանտային փոստում առաջանում են խառնուրդային վիճակներ, կապված բոլոր չափային քվանտացման ենթագոտիների հետ: Այդպիսի խառնուրդային մակարդակների սերիաներ տեղադրված են յուրաքանչյուր ենթագոտու հատակի տակ: Սակայն պետք է նկատի ունենալ, որ բացի առաջին ենթագոտուն պատկանող մակարդակներից, մնացած ենթագոտիներին պատկանող խառնուրդային մակարդակներն ունեն իրենց էներգիային հավասար էներգիայով և ավելի ցածր ենթագոտիների անընդհատ սպեկտրին պատկանող ֆոնային վիճակներ: Դրա պատճառով էլեկտրոնները կարող են խառնուրդային վիճակից ինքնաբերաբար անցնել անընդհատ սպեկտրի վիճակներ, որի հետևանքով քվանտային փոսի ոչ հիմնական ենթագոտիներին պատկանող խառնուրդային վիճակները կունենան վերջավոր կյանքի տևողություն նույնիսկ ցրումների բացակայության պայմաններում:



Նկ.3-5. AlGaAs/GaAs քվանտային փոսի կենտրոնում (հաստ հոծ գծեր) և նրա եզրում (բարակ հոծ գծեր) գտնվող խառնուրդի զրգոված վիճակների իոնացման էներգիաների կախումը փոսի լայնությունից: Հոծ գծերով, երկար կետագծերով և կարճ կետագծերով կորերը համապատասխանում են $m = 0,1,2$ դեպքերին:

§3.7 Միջսահմանային արատներով պայմանավորված կապված վիճակները քվանտային փոսերում

Նախքան էքսիտոնային վիճակներին անցնելը կանգ առնենք նաև այնպիսի կապված վիճակների վրա, որոնք քվանտային փոսերում ի հայտ են գալիս առանձնահատուկ տիպի արատների՝ միջսահմանային արատների հետևանքով: Այդպիսի արատները մեծ հետաքրքրություն են ներկայացնում կիսահաղորդչային պինդ լուծույթների հիման վրա ստեղծված հետերոկառուցվածքային սարքերի համար, քանի որ դրանք առկա են նույնիսկ ամենակատարյալ հետերոանցումներում: Երկու՝ A և B ՝ նյութերի բաժանման սահմանում սովորաբար կա թեկուզ շատ նեղ, բայց, այնուամենայնիվ, վերջավոր անցումային տիրույթ: Այդ տիրույթում A նյութը կարող

է թափանցել B , և հակառակը: Փաստորեն երկու, երեք և ավելի բաղադրիչներով բարդ պինդ լուծույթների վրա հիմնված կառուցվածքներում հարակից շերտերի ատոմները, միախառնվելով հետերոառնցման սահմանագծում, ստեղծում են բաղադրության անհամասեռ բաշխում: Նյութերի ներթափանցումը բնականաբար կրում է քառասային բնույթ, այն բերում է շերտերի երկայնքով հետերոկառուցվածքի համասեռության խախտման՝ առաջացնելով անկատարելություններ կետային արատների և բաղադրության ֆլուկտուացիաների տեսքով: Այսպես, օրինակ, նույնիսկ ամենակատարյալ $GaAs/AlGaAs$ հետերոառնցումում առաջանում են բաժանման սահմանի ֆլուկտուացիաներ, որոնք խորությամբ մեկ մենաշերտի կարգի են ($2,83 \text{ \AA}$), իսկ կողմնային չափերով տարածվում են մինչև մի քանի հարյուր անգստրեմ: Այդ, այսպես կոչված, կոլյակներն իրենց բաղադրությամբ տարբերվում են արգելքային շերտի միջին բաղադրությունից: Մեր կողմից դիտարկվող դեպքում այդպիսի կոլյակները բնութագրվում են Al -ի պարունակության տեղային ֆլուկտուացիաներով:

Այդպիսի արատների ուսումնասիրման համար համընդհանուր քանակական տեսություն գոյություն չունի, ուստի անհրաժեշտ է ընտրել պարզագույն մոդել: Այսպես, դիցուք՝ ունենք բաղադրության ֆլուկտուացիայով պայմանավորված արատ, որը կարելի է բնութագրել z առանցքով b խորությամբ, իսկ x, y հարթության մեջ, համապատասխանաբար, a և c չափերով:

Ուսումնասիրենք այդպիսի արատներով պայմանավորված կապված վիճակները քվանտային փոսում: Դիցուք՝ A և B նյութերի բաժանման մետալուրգիական սահմանը ճիշտ համընկնում է $z = 0$ հարթության հետ (B նյութը ներկայացնում է արգելքի, իսկ A -ն՝ փոսի տիրույթ): Նշանակենք արգելքի բարձրությունը V_b -ով: Էլեկտրոնի փոխազդեցությունն արատի հետ ընդունված է նկարագրել հետևյալ պարզագույն մոդելների օգնությամբ.

1. “Տափակ արկղ” տիպի արատ, որը նկարագրվում է

$$V_{def}(x, y, z) = -V_b \theta(-z) \theta(b+z) \theta\left(\frac{a}{2} - |x|\right) \theta\left(\frac{c}{2} - |y|\right) \quad (7.1)$$

տեսքի պոտենցիալով:

2. “Դեղահար” տիպի արատ, որի պոտենցիալը գլանային կոորդինատներով ունի հետևյալ տեսքը՝

$$V_{def}(\rho, z) = -V_b \theta(-z) \theta(b+z) \theta(a-\rho): \quad (7.2)$$

3. Գլանային համաչափությամբ օժտված կիսազառուսյան տիպի արատ՝

$$V_{def}(\rho, z) = -V_b \theta(-z) \exp\left(-\frac{\rho^2}{2a^2}\right) \exp\left(-\frac{z^2}{2b^2}\right): \quad (7.3)$$

(7.1), (7.2) և (7.3) բանաձևերում ենթադրվում է, որ արատը ձևավորվել է փոսի A նյութի ներթափանցմամբ B արգելքի տիրույթ: Որոշակիության համար բերված

պոտենցիալներում վերցված է միևնույն նշանը, ինչը նշանակում է, որ քննարկվում է ձգողականության դեպքը (էլեկտրոնը ձգվում է արատի կողմից, որը նրա համար ներկայացնում է պոտենցիալային փոս): Շրեդինգերի հավասարումը քննարկվող արատի համար ներկայացնենք

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(z) + V_{def}(x, y, z) \right] \psi = E\psi, \quad (7.4)$$

տեսքով, որտեղ $V(z)$ -ը քվանտային փոսը սահմանափակող պոտենցիալն է: Չըխտորված քվանտային փոսի դեպքում ($V_{def} = 0$) (7.4) հավասարման լուծումը կարող ենք ներկայացնել $\chi_n(z) \exp(i\vec{k}_\parallel \vec{\rho})$ տեսքով, որին համապատասխանում է $E_{n,k_\parallel} = E_n + \hbar^2 k_\parallel^2 / 2m^*$ սեփական արժեքը: Արատի առկայությամբ (7.4) հավասարման լուծումը փնտրենք

$$\psi(\vec{r}) = \sum_n \chi_n(z) f_n(x, y) \quad (7.5)$$

գումարի տեսքով: Ինչպես և նախորդ՝ լիցքավորված խառնուրդային կենտրոնի դեպքում, ընդունենք, որ յուրաքանչյուր ենթագոտի ձևավորում է իր սեփական արատային կապված վիճակները և թույլ է փոխազդում այլ ենթագոտիների հետ: Այդ դեպքում չափային քվանտացման n -րդ ենթագոտու համար կապված վիճակները նկարագրող երկչափ ալիքային հավասարումը կընդունի

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V_{eff}^{(n)}(x, y) \right] f_n(x, y) = (E - E_n) f_n(x, y), \quad (7.6)$$

տեսքը, որտեղ արատի արդյունաբար պոտենցիալն n -րդ ենթագոտու համար ըստ z -ի միջինացումից հետո՝

$$V_{eff}^{(n)}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} dz V_{def}(x, y, z) |\chi_n(z)|^2: \quad (7.7)$$

Անհայտ f_n ֆունկցիաները և $E = E_n$ էներգիայի արժեքները որոշելու համար նորից օգտվենք փոփոխական մեթոդից: Պարզության համար քննարկենք $n=1$ դեպքը: Բնականաբար, $f_1(x, y)$ -ի տեսքը կախված է արատի տեսակից: Որոշակիության համար հաշվարկները կատարենք “դեղահար” տիպի արատի համար, ընտրելով փորձնական ֆունկցիան

$$f_1(\rho) = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\rho/\lambda} \quad (7.8)$$

տեսքով: Այդ դեպքում (7.6) հավասարման փոփոխականային ֆունկցիոնալի համար կունենանք՝

$$\varepsilon(\chi) = \frac{\hbar^2}{2m^* \lambda^2} - V_b \left[1 - \left(\frac{2a}{\lambda} + 1 \right) \exp\left(-\frac{2a}{\lambda}\right) \right] \int_{-b}^0 dz |\chi_1(z)|^2 : \quad (7.9)$$

Կարելի է համոզվել, որ $\varepsilon(\lambda)$ -ն ընդունում է իր նվազագույն արժեքը, երբ

$$\lambda = \lambda_{\min} = \frac{2a}{\ln \left[\frac{4m^* a^2}{\hbar^2} V_b P_b (1 - e^{-2bk_b}) \right]}, \quad (7.10)$$

որտեղ

$$P_b = \int_{-b}^0 dz |\chi_1(z)|^2 \quad (7.11)$$

մեծությունն արգելքի տիրույթում էլեկտրոնի գտնվելու հավանականությունն է, իսկ $k_b = \sqrt{2m^* V_b / \hbar^2}$ ալիքային թիվը նկարագրում է ալիքային ֆունկցիայի նվազումն արգելքի տիրույթում: Քանի որ կապված վիճակի շառավիղը՝ λ -ն, դրական է, ապա ըստ (7.10)-ի, լուգարիթմական ֆունկցիայի արգումենտը պետք է մեծ լինի մեկից: Հետևաբար՝ կապված վիճակի գոյության համար “դեղահաբի” a շառավիղը պետք է գերազանցի որոշակի a_c կրիտիկական արժեքը՝

$$a > a_c = \frac{\hbar}{2\sqrt{m^* V_b P_b (1 - e^{-2bk_b})}} : \quad (7.12)$$

Կապված վիճակի էներգիան, լիցքավորված խառնուրդային կենտրոնի դեպքի մոմանտայն, կորոշվի $E_{1D} = \varepsilon_1 + \varepsilon(\lambda_{\min})$ գումարով, որտեղ $\varepsilon(\lambda_{\min}) \leq 0$: Այսինքն՝ կապված վիճակի մակարդակի դիրքը ավելի ցածր է, քան ենթազոտու հատակի ε_1 էներգիան: (7.12) անհավասարությունը սահմանափակում է միջսահմանային այնպիսի արատների լայնական չափերը, որոնք կարող են քվանտային փոստում ստեղծել լրացուցիչ կապված վիճակ: Այսպես, արդյունաբար զանգվածի $m_0^* = 0.06m_0$ (էլեկտրոններ), $m_h^* = 0.4m_0$ (խոռոչներ) բնութագրական արժեքների համար, ենթադրելով $V_b \cdot P_b = 3$ մԷՎ, (7.12) -ից կստանանք, որ արատի կրիտիկական չափը էլեկտրոնների համար կազմում է $140 \text{ \AA}$, իսկ խոռոչների համար՝ $60 \text{ \AA}$:

Եզրափակելով այսպիսի արատների հատկությունների ուսումնասիրումը, հարկ է ընդգծել, որ դրանք քվանտային կառուցվածքներում կարող են կրկնակի դեր խաղալ: Նախ՝ որպես անկատարելություններ, դրանք հանդես են գալիս որպես էլեկտրոնների և խոռոչների ցրման կենտրոններ: Մյուս կողմից, այդ արատները որոշակի պայմաններում կարող են առաջացնել լիցքակիրների կապված վիճակներ: Չնայած այդ վիճակները ծանծաղ են և, հետևաբար, աշխատանքային ջերմաստիճաններում՝ իոնաց-

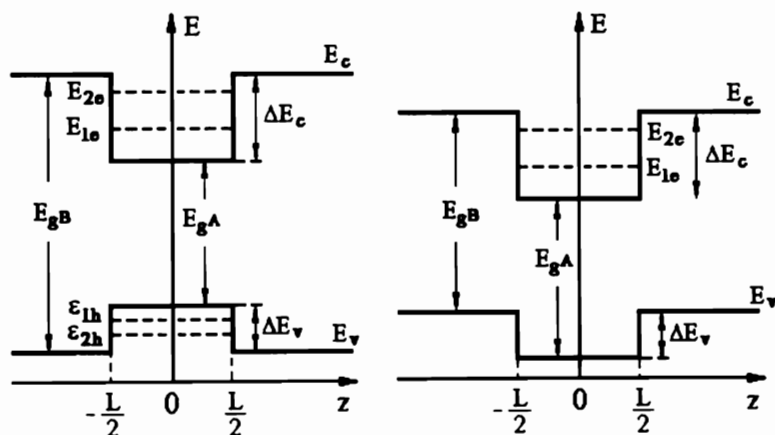
ված, սակայն կարող են լրացուցիչ դեր խաղալ քվանտային փոսերում ստեղծված անհավասարակշիռ լիցկակիրների գեներացման-վերամիավորման պրոցեսներում:

§ 3.8 Էքսիտոնները քվանտային փոսերում

Էքսիտոնային վիճակները քվանտային փոսերով հետերոկառուցվածքներում ուսումնասիրվում են նույն մոտեցումների շրջանակներում, ինչ ծավալային բյուրեղներում: Դիցուք՝ կառուցվածքը կազմված է A նյութի շերտից, որը շրջապատված է B նյութի երկու կիսաանվերջ շերտերով: Անվերջ ծավալային բյուրեղում էքսիտոնների հատկությունները խստորեն կախված են հաղորդականության և վալենտական գոտիներից տեսքից, իսկ հետերոկառուցվածքներում՝ նաև A և B նյութերի բնութագրիչների հարաբերությունից:

Գլ.1-ում մենք արդեն ծանոթացել ենք հետերոանցումների էներգիական գոտիական դիագրամի տարբեր տեսակների հետ: I սեռի հետերոկառուցվածքներում հաղորդականության գոտու ΔE_c , ինչպես նաև վալենտական գոտու ΔE_v , խզումներն այնպիսին են, որ էլեկտրոնները և խոռոչները տարածականորեն սահմանափակված են միևնույն շերտում: Այդպիսին է, օրինակ, իրավիճակը $AlGaAs / GaAs / AlGaAs$ հետերոկառուցվածքում, որտեղ $GaAs$ -ի շերտը պոտենցիալային փոս է և՛ էլեկտրոնների, և՛ խոռոչների համար (նկ. 3-6, ա):

II սեռի հետերոկառուցվածքներում յուրաքանչյուր շերտ սահմանափակվում է միայն մեկ տեսակի լիցքակրի շարժումը, ինչպես պատկերված է նկ. 3-6, բ-ում:



Նկ. 3-6. I և II հետերոկառուցվածքներ, որոնցում առաջանում են սովորական (ա) կամ "թեք" (բ) էքսիտոններ:

Այդպիսի հետերոկառուցվածքի օրինակ է $GaSb/InAs/GaSb$ համակարգը, որտեղ էլեկտրոնները սահմանափակված են $InAs$ -ի շերտում, իսկ խոռոչները՝ $GaSb$ -ում: $InAs$ -ի շերտն իրենից ներկայացնում է պոտենցիալային փոս էլեկտրոնների համար, և միաժամանակ, պոտենցիալային արգելք՝ խոռոչների համար: $GaAs$ -ի շերտը, ընդհակառակը, պոտենցիալային փոս է խոռոչների համար և պոտենցիալային արգելք՝ էլեկտրոնների համար:

I սեռի հետերոկառուցվածքներում էքսիտոնն իր շատ հատկություններով հիշեցնում է ծավալային էքսիտոններին: Սակայն II սեռի հետերոկառուցվածքներում ֆիզիկական պատկերը որակապես այլ է, քանի որ էլեկտրոնը և խոռոչն էքսիտոնային զույգում տարածականորեն բաժանված են. այդպիսի էքսիտոնները կոչվում են «թեք» էքսիտոններ:

Մենք կքննարկենք I սեռի քվանտային փոսերը (նկ.3-6, ա): էքսիտոնի համիլտոնիանը, բացի երկու մասնիկների կինետիկ էներգիաների օպերատորներից, իր մեջ ներառում է նաև քվանտային փոսերում մասնիկներին սահմանափակող $V_e(z_e)$ և $V_h(z_h)$ պոտենցիալ էներգիաները՝

$$V_e(z_e) = \begin{cases} 0 & |z_e| \leq L/2 \\ \Delta E_c & |z_e| \geq L/2 \end{cases}, \quad V_h(z_h) = \begin{cases} 0 & |z_h| < L/2 \\ \Delta E_v & |z_h| > L/2 \end{cases}, \quad (8.1)$$

ինչպես նաև էլեկտրոն-խոռոչ փոխազդեցության էներգիան՝

$$\hat{H} = E_g + \frac{\hat{p}^2_e}{2m_e} + \frac{\hat{p}^2_h}{2m_h} + V_e(z_e) + V_h(z_h) - \frac{e^2}{\epsilon|\vec{r}_h - \vec{r}_e|}, \quad (8.2)$$

Եթե քվանտային փոսում էլեկտրոնի և խոռոչի համար առանձին-առանձին ամրագրենք ինչ-որ վիճակներ, ասենք՝ $\chi_{n,e}(z_e)$, $\chi_{l,h}(z_h)$ և անտեսենք էլեկտրոն-խոռոչ փոխազդեցությունը, ապա կարող ենք այդ զույգի ալիքային ֆունկցիան ներկայացնել

$$\psi(\vec{r}_h - \vec{r}_e) = \frac{1}{S} \exp[i(\vec{k}_e \vec{\rho}_e + \vec{k}_h \vec{\rho}_h)] \chi_{n,e}(z_e) \chi_{l,h}(z_h), \quad (8.3)$$

տեսքով, որտեղ $\vec{k}_{e||}$ -ը և $\vec{k}_{h||}$ -ը մասնիկների (էլեկտրոնի և խոռոչի) երկչափ ալիքային վեկտորներն են, $\vec{\rho}_e$ և $\vec{\rho}_h$ -երը՝ երկչափ շառավիղ-վեկտորները, իսկ S -ը՝ (x, y) հարթության մեջ քվանտային փոսի մակերևույթի մակերեսն է: (8.3) վիճակին համապատասխանող էներգիան՝

$$E = E_g + \epsilon_{no} + \epsilon_h + \frac{\hbar^2 k_{e||}^2}{2m_e} + \frac{\hbar^2 k_{h||}^2}{2m_h}, \quad (8.4)$$

Պարզ է, որ (8.3) -ը և (8.4) -ը նկարագրում են էլեկտրոնի և խոռոչի չկոռելացված ազատ շարժումը: Այժմ, ինչպես և եռաչափ դեպքում, անցնենք նոր փոփոխ-

կանների, սակայն, քանի որ քննարկվող դեպքում z ուղղությամբ համակարգի տեղափոխական համաչափությունը խախտված է, ապա ձևափոխությունները կվերաբերեն միայն քվանտային փոսի շերտերի հարթության մեջ x և y փոփոխականներին՝

$$\bar{R}_I = \frac{m_e \bar{\rho}_{Ie} + m_h \bar{\rho}_{Ih}}{m_e + m_h}, \quad \bar{\rho} = \bar{\rho}_{eII} - \bar{\rho}_{hI} : \quad (8.5)$$

Ներմուծված նոր փոփոխականներով համակարգի (8.2) համիլտոնիանը կընդունի

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}_I^2}{2M^e} + \frac{\hat{P}_I^2}{2m_r} - \frac{e^2}{\varepsilon \sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}} + \frac{\hat{P}_{ze}^2}{2m_e} + \frac{\hat{P}_{zh}^2}{2m_h} + V_e(z_e) + V_h(z_h) \quad (8.6)$$

տեսքը, որտեղ $M^e = m_e + m_h$ -ը էքսիտոնի զանգվածն է: Այս համիլտոնիանին համապատասխանող $\psi(\vec{r}_e, \vec{r}_h)$ ալիքային ֆունկցիան ներկայացնենք

$$\psi(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = \frac{1}{\sqrt{S}} e^{i\vec{k}_I \vec{R}_I} \varphi(z_e, z_h, \bar{\rho}), \quad (8.7)$$

տեսքով, որտեղ $\vec{k}_I$ ալիքային վեկտորը բնութագրում է զույգի զանգվածների կենտրոնի շարժումը փոսի հարթության մեջ: Եվ, վերջապես, $\varphi(z_e, z_h, \bar{\rho})$ ֆունկցիան կարող ենք պարզեցնել, եթե էլեկտրոնի և խոռոչի համար հաշվի առնենք միայն որոշակի (դիցուք՝ n և l) ենթագոտիներ և անտեսենք մյուս բոլոր ենթագոտիները: Այդ դեպքում

$$\varphi(z_e, z_h, \bar{\rho}) = \chi_{n,e}(z_e) \chi_{l,h}(z_h) \Phi(\bar{\rho}), \quad (8.8)$$

որտեղ $\Phi(\bar{\rho})$ -ն նկարագրում է էլեկտրոնի և խոռոչի հարաբերական շարժումը: Կանգ առնենք նշված մոտավորության ֆիզիկական իմաստի վրա: Ըստ էության, ալիքային ֆունկցիայի ներկայացումը (8.8) տեսքով նշանակում է, որ էլեկտրոնը և խոռոչը փոխազդում են միայն (x, y) հարթության մեջ, իսկ z ուղղությամբ շարժվում են մեկը մյուսից անկախ: Այս մոտավորությունը ճիշտ է, եթե մասնիկների կապի էներգիաները շատ անգամ փոքր են էլեկտրոնի և խոռոչի մեկմասնիկային ենթագոտիների միջև հեռավորություններից: Ուրիշ խոսքով, ենթադրվում է, որ քվանտային փոսի լայնությունը շատ փոքր է Բորի արդյունաբար շառավղից: Նշենք, որ այս մոտավորությամբ հաղորդական գոտու (n, e) և վալենտական գոտու (l, h) ենթագոտիների յուրաքանչյուր համախմբի համապատասխանում են իր՝ այդպիսի էլեկտրոն-խոռոչ զույգի կապված հիմնական և գրգռված վիճակներ:

Տեղադրենք (8.8) -ը (8.6) համիլտոնիանով նկարագրվող Շրեդինգերի հավասարման մեջ, այնուհետև այն բազմապատկենք ծախից $\chi_{1e}^*(z_e)$ և $\chi_{1h}^*(z_h)$ -ով և ին-

տեղերնք z_e -ով և z_h -ով: էլեկտրոն-խոռոչ զույգի երկչափ արդյունաբար կուլոնյան փոխազդեցության էներգիայի համար կստանանք՝

$$V_{eff}^{ex}(\rho) = -\frac{e^2}{\varepsilon} \iint d z_e d z_h \frac{|\chi_{1e}(z_e)|^2 |\chi_{1h}(z_h)|^2}{\sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}} : \quad (8.9)$$

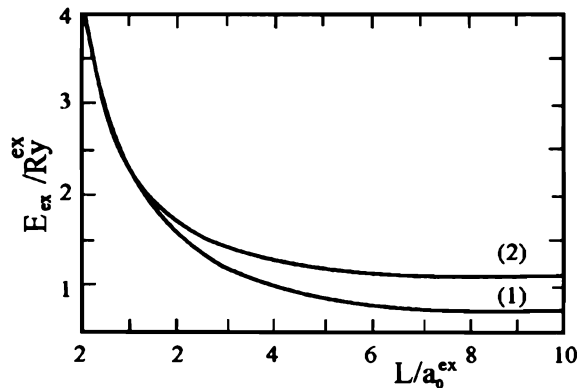
Օգտվենք փոփոխական մեթոդից, որը պահանջում է

$$\mathcal{E}_{ex}\{\Phi\} = \iint d x d y \left[\frac{\hbar^2}{2 m_r} (\nabla_2 \Phi)^2 + V_{eff}^{ex}(\rho) \Phi^2 \right] \quad (8.10)$$

Ֆունկցիոնալի մինիմումը (∇_2 -ն երկչափ գրադիենտի օպերատորն է): Նորից ընտրենք $\Phi(\rho)$ ալիքային ֆունկցիան (7.5) փոփոխականային տեսքով, ինչը թույլ կտա որոշել քվանտային փոսում գտնվող էքսիտոնի էներգիան և շառավիղը: Կատարված մոտավորությամբ էլեկտրոնի և խոռոչի լայնական շարժումներն իրարից անջատված են և չեն կոռելացվում: Կարելի է հաշվումներն ավելի մոտեցնել իրականությանը և որոշ չափով հաշվի առնել էլեկտրոնի և խոռոչի լայնական շարժումներում առկա կոռելացիան, եթե փորձնական ֆունկցիան ընտրենք

$$\Phi(\rho, z) = C \exp \left[-\frac{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}{\lambda} \right] \quad (8.11)$$

տեսքով: Ե՛վ նախորդ, և՛ այս վերջին դեպքում վերջնական արդյունքները կարելի է ստանալ միայն թվային հաշվարկների օգնությամբ: Նկ.3-7-ում պատկերված են էքսիտոնի կապի էներգիաները՝ կախված քվանտային փոսի L լայնությունից՝ երկու



Նկ.3-7. *Էքսիտոնի կապի էներգիայի կախումը փոսի լայնությունից: (1)-ը համապատասխանում է (7.5), իսկ (2)-ը (8.11) տեսքի փորձնական ալիքային ֆունկցիաներին:*

տարբեր՝ (7.5) և (8.11), փորձնական ալիքային ֆունկցիաների համար: Ինչպես երևում է Նկ.3-7-ից, L -ի փոքրացման հետ կապի էներգիան աճում է և սահմանային

$L \rightarrow 0$ դեպքում հասնում է $E_{ex}/R_{ey}^{\epsilon\epsilon} = 4$ արժեքին, ինչը նշանակում է, որ երկչափ էքսիտոնի կապի էներգիան չորս անգամ գերազանցում է ծավալային բյուրեղում նրա ունեցած արժեքը: Մյուս կողմից, ինչպես երևում է գծագրից, երկրորդ դեպքում էլեկտրոն-խոռոչ կապն ավելի ուժեղ է, ինչը համարժեք է ավելի լայն քվանտային փոսին համապատասխանող կապի էներգիային:

Քանի որ ընտրված երկու պարզագույն ֆունկցիաներն էլ կախված են միայն մեկ փոփոխական պարամետրից, ստացված արդյունքը միարժեքորեն վկայում է, որ էլեկտրոն-խոռոչ զույգի լայնական և հարթության մեջ շարժումները կոռելացված են: Նշենք, որ միայն երկրորդ դեպքում տեղի ունի ճշգրիտ սահմանային անցում, երբ $L \gg a_0^{\epsilon\epsilon}$, որտեղ $a_0^{\epsilon\epsilon}$ -ն եռչափ էքսիտոնի շառավիղն է: Այս սահմանային դեպքում քվանտային փոսում էքսիտոնի վարքը կրկնում է ծավալային բյուրեղում նրա վարքը:

Գրականություն III գլխի վերաբերյալ

1. А.И.Ансельм, Введение в теорию полупроводников, М., Наука, 1978.
2. В.М.Галицкий, Б.И.Карнаков, В.И.Коган, Задачи по квантовой механике, М., Наука, 1981.
3. R.Loudon, One-dimensional Hydrogen Atom, Amer. J. Phys., v.27, 649, 1959.
4. H.N.Spector, J.Lee, Relativistic One-dimensional Hydrogen Atom, Amer. J. Phys., v. 53, N3, 1985.
5. G.Bastard, Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructures, Halsted, New York, 1988.
6. A. Shik, Quantum Wells: Physics and Electronics of Two-dimensional Systems, World Scientific, Singapore, 1998.
7. M.Sugawara, Theoretical Bases of the Optical Properties of Semiconductor Quantum Nano-structures, Semiconductors and Semimetals, Academic Press, v. 60, Chapter 1, 1999.
8. J.Singh, Physics of Semiconductors and Their Heterostructures, Mc Graw-Hill, Inc New York, 1993.
9. J.Singh, Electronic and Optoelectronic Properties of Semiconductor Structures, Cambridge Univ. Press, 2003.
10. В.П.Драгунов, И.Г.Неизвестный, В.А.Гридчин, Основы наноэлектроники, Новосибирск, Изд-во ИГТУ, 2004.

ՖՈՆՈՆՆԵՐԸ ՏԱՐԲԵՐ ԶԱՓԱՅՆՈՒԹՅԱՄԲ ՆԱՆՈԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔՆԵՐՈՒՄ

§4.1 Ներածություն

Նախորդ գլուխներում էլեկտրոնների վարքը զանազան նանոկառուցվածքներում ուսումնասիրելիս ցույց տրվեց, որ չափային քվանտացման հետևանքով նրանց ալիքային ֆունկցիաները, էներգիական սպեկտրը և վիճակների խտությունը ծավալային նմուշների համանման բնութագրերի համեմատությամբ ենթարկվում են էական փոփոխությունների: Գլ.1-ում մանրամասն քննարկվել է նաև հետերոկառուցվածքի մեջ մտնող շերտերի բյուրեղական ցանցերի հնարավոր ձևափոխությունները հետերոանցումների օգնությամբ: Նշվել է, որ, երբ իրար վրա աճեցվում են ցանցի հաստատունների մեծ ապալարքով կիսահաղորդիչներ, ապա աճող շերտերի բյուրեղական ցանցը՝ ձգտելով ընդունել տակդիրի ցանցի պարբերականությունը, ենթարկվում է ուժեղ դեֆորմացիայի: Այդպիսի դեպքերում առաջացած մեխանիկական լարումներն էապես ազդում են ոչ միայն ցանցի ստատիկ, այլև էլեկտրոնային հատկությունների վրա:

Այս գլխում մենք հիմնական ուշադրությունը կսևեռենք զանազան նանոկառուցվածքներում բյուրեղական ցանցի դինամիկական հատկությունների վրա:

Պինդ մարմնի ֆիզիկայի ընդհանուր դասընթացից հայտնի է, որ ցանցի դինամիկական հատկությունները կարելի է նկարագրել հատուկ տիպի քվազիմասնիկների՝ ֆոնոնների, օգնությամբ: Ծավալային նմուշների նմանությամբ նանոկառուցվածքներում նույնպես կարելի է մտցնել ֆոնոնների գաղափարը, որոնք վարքը, սակայն, կարող է էապես տարբերվել ծավալային ֆոնոնների վարքից:

Նանոկառուցվածքներում ցանցի ջերմային տատանումների ուսումնասիրությունը կարևորվում է նաև էլեկտրոնային և օպտիկական հատկությունների վրա նրանց ազդեցության տեսանկյունից: Հայտնի է, որ ֆոնոնների հետ փոխազդեցությունը ցածր չափայնությամբ էլեկտրոնների շարժունության սահմանափակման հիմնական գործոններից մեկն է: Արձակելով կամ կլանելով ֆոնոն՝ էլեկտրոնը կարող է կատարել անցումներ չափային քվանտացման ենթագոտիների միջև: Անհավասարակշիռ էլեկտրոնների էներգիական ռելաքսացիան կամ գրավումը քվանտային փոսի (լար, կետ) կողմից նույնպես պայմանավորված է ֆոնոնների արձակման պրոցեսներով: Բացի այդ, գոյություն ունի երևույթների մի ամբողջ դաս, ինչպիսիք են ակուստաէլեկտրոնային և ջերմաէլեկտրոնային երևույթները, որոնք ամբողջովին հիմնված են ֆոնոնների դինամիկայի վրա: Եվ վերջապես, ֆոնոնները կարևոր

դեր են խաղում զանազան էլեկտրական և օպտոէլեկտրական սարքերի ակտիվ տիրույթներում անջատվող ջերմային էներգիայի հեռացման գործում:

Նշենք նաև, որ հետերոկառուցվածքներում ցանցի դիմամիկայի ուսումնասիրությունը լրացուցիչ հնարավորություն է ընձեռում հետազոտողին՝ տարբեր շերտերի պարամետրերի ընտրությամբ հասնել էլեկտրոն-ֆոնոնային փոխազդեցության ուժեղացման կամ թուլացման:

Այսպիսով, այս գլխի հիմնական նպատակն է՝ ուսումնասիրել քվանտային մանկառուցվածքներում ցանցի ջերմային տատանումները, ֆոնոնների հնարավոր սահմանափակումները և դրանց մոտ տիպի մոդերի առաջացումը: Դիտարկումը սկսենք ծայնային տատանումներից:

§4.2 Բյուրեղական ցանցի ծայնային տատանումները նանոկառուցվածքներում

Ծավալային (մակրոսկոպական) մոլուցներում, ինչպես էլեկտրոնների շարժման վարքի, այնպես էլ ցանցի ջերմային տատանումների ուսումնասիրության ժամանակ բյուրեղի մակերևույթին դրվող եզրային պայմանները կարևոր դեր չեն կարող խաղալ, և հաճախ այդ նպատակով օգտվում են հայտնի շրջանայնության Բոռն-Կարմանի պայմանից: Սակայն այլ է վիճակը նանոկառուցվածքներում: Գլ.2-ում մենք տեսանք, որ նրանցում էլեկտրոնների էներգիական սպեկտրը որոշվում էր ալիքային ֆունկցիայի վրա դրվող եզրային պայմաններով: Բնականաբար, պետք է սպասել, որ եզրային պայմանները նանոկառուցվածքներում կրեբեն նաև ֆոնոնային մոդերի և նրանց սպեկտրների ձևափոխության:

Քվանտային հետերոկառուցվածքներում ցանցի ջերմային տատանումների ճշգրիտ, միկրոսկոպական նկարագրությունը պահանջում է թվային մեթոդների օգտագործում, իսկ ստացվող արդյունքները հաճախ լինում են ֆիզիկորեն ոչ այնքան ակնհայտ: Դետեկտ, ավելի հարմար է օգտվել ցանցի տատանումների նկարագրման մոտավոր մեթոդներից, օրինակ՝ այսպես կոչված, երկարալիքային կամ հոծ, առաձգական միջավայրի մոտավորությունից: Այդպիսի մոտեցման ճշմարտացիության հիմնական չափանիշը կայանում է նրանում, որ առաձգական ալիքի երկարությունը զգալիորեն գերազանցում է ցանցի հաստատունը: Հաջորդ գլխում մենք կտեսնենք, որ հենց այդպիսի երկարալիքային ֆոնոններն են, որ հիմնականում պատասխանատու են նանոկառուցվածքներում էլեկտրոնների ցրման համար:

Երկարալիքային սահմանում ցանցի տատանումների նկարագրման համար կարող ենք օգտվել առաձգականության տեսությունից: Հիշեցնենք նրա հիմնական գաղափարները: Հայտնի է, որ պինդ մարմնի փոքր լայնությամբ, առաձգական տատանումները սովորաբար նկարագրվում են հարաբերական շեղման $\vec{u} = \vec{u}(\vec{r}, t)$ վեկտորով, որն ընդհանուր դեպքում կարող է կախված լինել և ժամանակից (տես

Գլ.1, § 6): Հոծ, առաձգական միջավայրի շարժման հավասարումը հետևում է Նյուտոնի II օրենքից և ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \quad (2.1)$$

որտեղ ρ -ն բյուրեղի խտությունն է, σ_{ij} -ն՝ լարումների տենզորը, և ըստ կրկնվող ցուցիչների կատարվում է գումարում, այնպես որ աջ մասն իրենից ներկայացնում է $\partial \sigma_{i1}/\partial x_1 + \partial \sigma_{i2}/\partial x_2 + \partial \sigma_{i3}/\partial x_3$ գումարը: Հիշեցնենք, որ լարումների տենզորի բաղադրիչներն իրենցից ներկայացնում են դեֆորմացված բյուրեղի ազատ էներգիայի ածանցյալներն ըստ դեֆորմացիայի տենզորի բաղադրիչների (տես Գլ.1, (6.7)): (2.1) հավասարման վերջնական տեսքը ստանալու համար կարող ենք օգտագործել դեֆորմացված մարմնի $\wp$ ազատ էներգիայի արտահայտությունը՝ գրված Յունգի E մոդուլի և Պուասոնի σ գործակցի օգնությամբ (ըստ Գլ.1-ի (6.11), (6.11) և (6.12) բանաձևերի): Հեշտությամբ կարելի է համոզվել, որ

$$\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial \wp}{\partial u_{ik}} \right)_T = \frac{E}{1+\sigma} \left(\frac{\partial u_{ik}}{\partial x_k} + \frac{\sigma}{1-2\sigma} \frac{\partial u_{ll}}{\partial x_i} \right): \quad (2.2)$$

Օգտվելով դեֆորմացիայի տենզորի (6.1) սահմանումից (Գլ. 1), (2.2) -ը կարելի է ներկայացնել

$$\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = \frac{E}{2(1+\sigma)} \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k^2} + \frac{1}{1-2\sigma} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_i \partial x_l} \right) \quad (2.3)$$

տեսքով, որից հետո (2.1) -ի համար վերջնականապես կունենանք՝

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{E}{2(1+\sigma)} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k^2} + \frac{E}{2(1+\sigma)(1-2\sigma)} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_i \partial x_l}: \quad (2.4)$$

Ստացված հավասարումը հաճախ գրվում է վեկտորական տեսքով: Դրա համար պետք է նկատել, որ $\partial^2 u_i / \partial x_k^2$ մեծությունները $\Delta \vec{u}$ վեկտորի բաղադրիչներն են, իսկ $\partial u_l / \partial x_l \equiv \text{div } \vec{u}$: Այսպիսով, ամենաընդհանուր տեսքով շարժման հավասարումը կլինի՝

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \frac{E}{2(1+\sigma)} \Delta \vec{u} + \frac{E}{2(1+\sigma)(1-2\sigma)} \text{grad}(\text{div } \vec{u}): \quad (2.5)$$

Հայտնի է, որ անսահմանափակ միջավայրում տարածվող կամայական առաձգական ալիք կարելի է ներկայացնել տարբեր արագություններով տարածվող երկու անկախ ալիքների գումարի տեսքով: Ուստի (2.5) հավասարման մեջ ներմուծելով ծավալային մոլուշում ծայնային երկայնական (LA) և լայնական (TA) ալիքների տարածման արագությունները՝

$$s_i = \left(\frac{E(1-\sigma)}{\rho(1+\sigma)(1-2\sigma)} \right)^{1/2} = \left(\frac{\lambda+2\mu}{\rho} \right)^{1/2}, \quad s_i = \left(\frac{E}{2\rho(1+\sigma)} \right)^{1/2} = \left(\frac{\mu}{\rho} \right)^{1/2}, \quad (2.6)$$

կունենանք՝

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = s_i^2 \nabla^2 \bar{u} + (s_i^2 - s_i^2) \text{grad}(\text{div} \bar{u}): \quad (2.7)$$

Ստացված վեկտորական հավասարումը հնարավոր է ձևակերպել այնպես, որ այն գրվի նաև սկալյար հավասարումների տեսքով: Իրոք, համաձայն առաձգականության տեսության, $\text{div} \bar{u}$ -ն իրենից ներկայացնում է ծավալի հարաբերական փոփոխությունը՝ $\text{div} \bar{u} = \Delta V/V$, իսկ $\text{rot} \bar{u}/2$ -ը ցույց է տալիս տարրական բջջի պտտման անկյունը: Եթե այժմ (2.7) հավասարման վրա ազդենք դիվերգենցիայի օպերատորով, ապա կստանանք սկալյար հավասարում $\text{div} \bar{u}$ -ի համար՝

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\text{div} \bar{u}) = s_i^2 \bar{\nabla}^2 \text{div} \bar{u}: \quad (2.8)$$

(2.7) հավասարման երկու կողմերի վրա ազդելով ռոտորի օպերատորով, կստանանք հավասարում $\text{rot} \bar{u}$ -ի համար՝

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\text{rot} \bar{u}) = s_i^2 \bar{\nabla}^2 \text{rot} \bar{u}: \quad (2.9)$$

Ստացված ալիքային (2.8) և (2.9) հավասարումների լուծումները կարելի է ներկայացնել A_d և $\bar{A}_r$ լայնույթներով հարթ ալիքների տեսքով՝

$$\text{div} \bar{u} = A_d \exp[i(\bar{q}\bar{r} - \omega_i t)], \quad \omega_i = s_i |\bar{q}|, \quad (2.10)$$

$$\text{rot} \bar{u} = \bar{A}_r \exp[i(\bar{q}\bar{r} - \omega_i t)], \quad \omega_i = s_i |\bar{q}|: \quad (2.11)$$

Այսպիսով, (2.10) հավասարումը նկարագրում է երկայնական ալիքներ, իսկ (2.11) -ը՝ ոլորման ալիքներ: Վերջինս կարող է ներկայացվել նաև երկու տիպի լայնական մոդերի գումարի տեսքով:

Ալիքային հավասարումները լուծելիս պետք է դրվեն որոշակի եզրային պայմաններ: Արդեն նշվել է, որ ծավալային մոուլի դեպքում նրա մակերևույթի վրա դրվող եզրային պայմանները զգալիորեն չեն ազդում ցանցի տատնումների վարքի վրա: Քվանտային կառուցվածքներում իրավիճակն էապես տարբեր է, և եզրային պայմաններն արտացոլում են այն փաստը, որ բաժանման սահմանի մոտ տեղի ունի նյութի բաղադրության ու առաձգական հատկությունների կտրուկ փոփոխություն, իսկ կառուցվածքը՝ մեկ կամ ավելի ուղղություններով ունի վերջավոր (միկրոսկոպական) չափեր:

Հասկանալի է, որ եզրային պայմանների կոնկրետ տեսքը կախված է նանոկառուցվածքի տեսակից: Օրինակ, եթե խոսքը միայնակ հետերոանցման բաժանման սահմանի մասին է (նկ.4-1, ա), ապա եզրային պայմանները երկուսն են: Նախ՝ պետք

է պահանջել շեղման վեկտորի անընդհատությունը՝ $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$: Այնուհետև, բաժանման սահմանի երկայնքով պետք է անընդհատ լինեն ձգող ուժերը (միավոր մակերեսի վրա ազդող ուժերը): Այդ ուժերն արտահայտվում են լարումների տենզորով՝

$$f_i = \sigma_{ij} N_j, \quad (2.12)$$

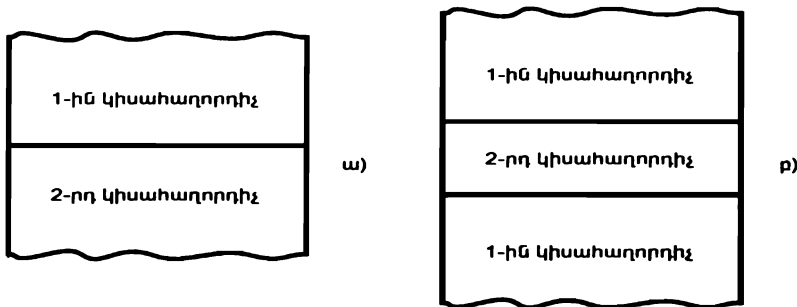
որտեղ $\vec{N}$ -ը բաժանման սահմանին ուղղահայաց միավոր վեկտորն է: Եթե այդ ուղղությամբ ուղղենք z առանցքը, ապա կունենանք հետևյալ եզրային պայմանը՝ $f_{z1} = f_{z2}$, որն, ըստ (2.12)-ի, համարժեք է

$$\sigma_{iz,1} = \sigma_{iz,2}, \quad i = x, y, z, \quad (2.13)$$

պայմանին: Սա նշանակում է, որ z առանցքին ուղղահայաց բաժանման սահմանի միավոր մակերևույթին ազդող ուղղահայաց (σ_{zz}) և տանգենցյալ (σ_{xz} , σ_{yz}) ուժերը իրար հավասար են:

Հետագայում մենք կդիտարկենք երկու տիպի հետերոկառուցվածքներ, որոնք պատկերված են նկ.4-1-ում.

- ա) երկու տարբեր, կիսահաղորդիչների կտրուկ հետերոսահման, ք)
- եռաշերտ կիսահաղորդչային կառուցվածք, որը կենտրոնում պարունակում է նանոմետրերի կարգի հաստությամբ մի շերտ:



Նկ.4-1. Երկու տիպի հետերոկառուցվածքներ, որոնցում կարող են ի հայտ գալ ֆոնոնային սահմանափակումներ:

Ձայնային ֆոնոնների սպեկտրը կախված է դիտարկվող հետերոկառուցվածքի տիպից.

(ա) տիպի հետերոկառուցվածքներում գոյություն ունեն որոշակի տիպի առաձգական ալիքներ, որոնք տարածվում են 1-ին և 2-րդ կիսահաղորդիչների ծավալով, և մասնակիորեն անդրադառնում ու անցնում են բաժանման սահմանով: Պարզվում է, որ շերտերի առաձգական պարամետրերի որոշակի հարաբերության դեպքում գոյություն ունեն միջսահմանային (մակերևութային) ալիքներ, այսինքն՝ այնպիսի տատանումներ, որոնք տեղայնացված են բաժանման սահմանի մոտակայքում և

տարածվում են միայն նրա երկայնքով: Այդ տատանումների լայնույթը բաժանման սահմանից հեռանալիս էքսպոնենցիալ օրենքով նվազում է:

Եթե դիտարկենք քվանտային փոսով հետերոկառուցվածք (նկ.4-1,բ), որի մեջ 2-րդ տիպի կիսահաղորդչի բարակ շերտը երկու կողմից շրջապատված է 1-ին տիպի կիսահաղորդչի կիսաանվերջ շերտերով, ապա տարբեր տիպի ֆոնոնների ի հայտ գալը կախված է շերտերի առաձգական հատկությունների տարբերության մեծությունից: Եթե նրանց առաձգականության հաստատունները և խտությունները իրարից շատ չեն տարբերվում, ապա առաջացող ձայնային ֆոնոններն ունեն նույն տեսքը, ինչ որ ծավալային նյութերում, այսինքն՝ հարթ ալիքներ են: Քանի որ A_3B_5 տիպի միացություններից մեծ մասի մոտ, իրոք, առաձգական պարամետրերն իրարից շատ չեն տարբերվում, ապա դրանց հիման վրա պատրաստված հետերոանցումներում ձայնային ալիքները հեշտությամբ կարող են մի տիրույթից անցնել մյուսը: Օրինակ՝ $GaAs$ -ի համար $C_{11}=11.88 \cdot 10^{10}$ Պա, իսկ $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ -ի համար $C_{11}=11.92 \cdot 10^{10}$ Պա: Այդ պատճառով, շատ հաճախ հետերոկառուցվածքներում տարածվող ձայնային տատանումները դիտարկում են որպես ծավալային ֆոնոններ: Սակայն հասկանալի է, որ ամեն դեպքում բաժանման սահմանների առկայության հետևանքով համակարգում առաջանում են ալիքների մասնակի անդրադարձումներ և բեկումներ, ինչի հետևանքով հնարավոր է նոր տիպի՝ տեղայնացված, ֆոնոնային մոդերի առաջացում: Քննարկենք այս պրոցեսն ավելի մանրամասն:

Այդ նպատակով դիտարկենք նկ.4-1,բ -ում պատկերված՝ քվանտային փոս պարունակող, շերտավոր հետերոկառուցվածքը: Պարզության համար ենթադրենք, որ 1-ին և 2-րդ նյութերն իզոտրոպ են, իսկ նրանց առաձգականության մոդուլներից μ -ն բավարարում է $\mu_1 = \mu_2 = 0$ պայմանին: Այդպիսի նյութերում բացակայում են ոլորման դեֆորմացիաները ($rot \vec{u} = 0$), ուստի անհրաժեշտ է դիտարկել միայն երկայնական տատանումները, այսինքն՝ $div \vec{u}$ -ի համար գրված (2.8) հավասարումը: Մտցնենք նոր ֆունկցիա՝ $\xi = \lambda div \vec{u}$, որից հետո այդ հավասարումը կընդունի

$$\frac{1}{s_i^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \nabla^2 \xi \quad (2.14)$$

տեսքը: Ստացվեց ալիքային հավասարում, որը դիտարկվող պարզ դեպքում նկարագրում է երկայնական ձայնային ալիքների տարածումը: Նրա լուծման համար 1-ին և 2-րդ միջավայրերի բաժանման սահմանների վրա պետք է գրվեն համապատասխան եզրային պայմաններ: Քանի որ ըստ Գլ.1-ի (6.7) և (6.8) հավասարումների,

$$\sigma_{zz} = \lambda(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}) = \lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = \lambda div \vec{u} = \xi, \quad (2.15)$$

ապա $\sigma_{z1} = \sigma_{z2}$ անընդհատության պայմանը համարժեք է բաժանման սահմանների վրա $\xi_1 = \xi_2$ հավասարմանը: Բացի այդ, եթե (2.14) հավասարումն ինտեգրենք ըստ z -ի բաժանման սահմանի շուրջ ընտրված մեղ տիրույթով, ապա կտեսնենք, որ բաժանման սահմանի վրա պետք է անընդհատ լինի նաև $\partial\xi/\partial z$ մեծությունը: Հեշտ է համոզվել, որ (2.14) հավասարումն ունի այնպիսի լուծումներ, որոնք իրենցից ներկայացնում են շերտերի հարթությանը զուգահեռ տարածվող հարթ ալիքներ: x -առանցքով տարածվող այդպիսի ալիքը գրենք

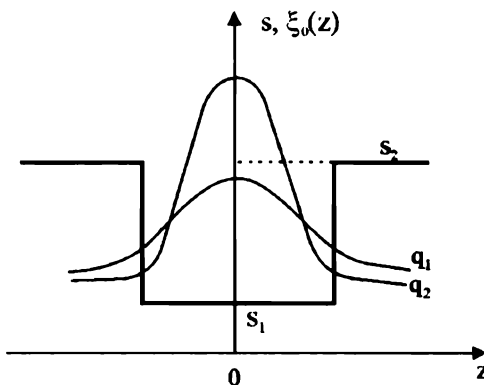
$$\xi = \xi_0(z) e^{i(qx - \omega t)} \quad (2.16)$$

տեսքով, որտեղ q -ն ծայնային ալիքի ալիքային վեկտորն է, իսկ $\xi_0(z)$ ֆունկցիան բնութագրում է ալիքի բաշխվածությունը կառուցվածքի կտրվածքով: Եթե (2.16)-ը տեղադրենք (2.14) -ի մեջ, ապա կտեսնենք, որ $\xi_0(z)$ -ը բավարարում է

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2 \xi_0(z)}{dz^2} - \frac{\hbar^2 \omega^2}{2m^* s_l^2(z)} \xi_0(z) = -\frac{\hbar^2}{2m^*} q^2 \xi_0(z) \quad (2.17)$$

հավասարմանը: Նկատենք, որ վերջին հավասարման բոլոր անդամները բազմապատկված են $\hbar^2/2m^*$ գործակցով, որպեսզի այն գրվի նույն տեսքով, ինչ Շրեդինգերի հավասարումը: Պարզ է, որ $-(\hbar^2/2m) d^2/dz^2$ -ին խաղում է կինետիկ էներգիայի օպերատորի նմանակի դերը:

Նմանապես $-\hbar^2 \omega^2 / 2m^* s_l^2$ -ին և $-\hbar^2 q^2 / 2m^*$ -ը կարելի է մեկնաբանել որպես պոտենցիալ և լրիվ էներգիաներ, իսկ $\xi_0(z)$ -ը՝ որպես ալիքային ֆունկցիա: Այսպիսով, խնդիրը լրիվ համարժեք է միաչափ պոտենցիալային փոսում էլեկտրոնի շարժման խնդրին: Եթե 2-րդ կիսահաղորդը չունի ծայնի արագությունը ավելի փոքր է, քան շրջափակող 1-ին կիսահաղորդը չունի՝ $s_{l2} < s_{l1}$, ապա նկ.4-1, բ) -ի 2-րդ շերտն իրենից կներկայացնի “փոս” ծայնային ալիքների համար: Հետևաբար, պետք է գոյություն ունենա այնպիսի լուծում, որը կլինի տեղայնացված 2-րդ շերտի տի-



Նկ.4-2 Ծայնի ավելի փոքր արագությամբ բնութագրվող 2-րդ շերտում տարածվում են տեղայնացված ծայնային մոդեր: Ցույց են տրված $s_l(z)$ և $\xi_0(z)$ ֆունկցիաները երկու տարբեր՝ $q_1 < q_2$, ալիքային վեկտորների համար:

րույթում (տես նկ.4-2): Ուրիշ խոսքով, տվյալ հաճախությամբ ծայնային տատանումները չեն կարող 2-րդ միջավայրից անցնել 1-ին միջավայր, եթե այդ ալիքների տարածման արագությունները տարբեր են:

Ինչպես գիտենք, համաչափ փոսում միշտ գոյություն ունի առնվազն մեկ տեղայնացված մոդ: Տեղայնացված ծայնային ալիքների հաճախության և ալիքային վեկտորի համար տեղի ունի հետևյալ առնչությունը՝

$$\frac{\omega}{s_{\ell 2}} > q > \frac{\omega}{s_{\ell 1}}: \quad (2.18)$$

Ինչքան մեծ է ծայնի տարածման արագությունների տարբերությունը 1-ին և 2-րդ միջավայրերում, այնքան խորն է “փոսը” և այնքան ավելի ուժեղ է տեղայնացումը: Առաձգական պարամետրերի խզման հետևանքով առաջացած “փոսի” խորությունը տրվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$V_{\xi} = \omega^2 \left(\frac{1}{s_{\ell,2}^2} - \frac{1}{s_{\ell,1}^2} \right): \quad (2.19)$$

Ի տարբերություն էլեկտրոնային պոտենցիալային փոսի, V_{ξ} -ն կախված է ալիքի հաճախությունից, ինչը նշանակում է, որ բարձր հաճախությամբ (կարճալիքային) մոդերն ավելի ուժեղ են տեղայնացված, քան ցածր հաճախությամբ (երկարալիքային) մոդերը (տես նկ. 4-2, $q_1 < q_2$ կորերը):

Այն փաստը, որ ծայնային ֆոնոններին սահմանափակող “փոսի” խորությունը կախված է հաճախությունից, իր հերթին բերում է վերջինիս մեծացմանը զուգընթաց նոր՝ տեղայնացված մոդերի առաջացման: Գոյություն ունի ալիքային վեկտորի որոշակի q_{c0} կրիտիկական արժեք, որից մեծ արժեքների դեպքում “փոսում” գոյություն ունի միայն ցածրագույն $\omega_0(q_{c0})$ հաճախությամբ տեղայնացված մոդ: Հաջորդ մոդն ի հայտ է գալիս, երբ հաճախությունը դառնում է մեծ երկրորդ կրիտիկական $\omega_1(q_{c1})$ հաճախությունից, իսկ ալիքային վեկտորը՝ $q > q_{c1}$ և այլն:

Այսպիսով, $\mu = 0$ դեպքում առաձգական հոծ միջավայրի մոտավորությամբ շերտավոր կառուցվածքում կարող է տեղի ունենալ երկայնական ծայնային մոդերի տեղայնացում այն շերտի տիրույթում, որտեղ դրանց տարածման արագությունը փոքր է: Ընդհանուր վերլուծությունը, սակայն, ցույց է տալիս, որ, բացի երկայնական մոդերից, կարող են տեղայնացվել և լայնական ծայնային մոդերը: Դրա համար պետք է համատեղ դիտարկել (2.8) այլև (2.9) հավասարումները՝ գրելով նրանց համար համապատասխան եզրային պայմաններ:

Նորից ենթադրենք, որ ալիքը տարածվում է x -առանցքի երկայնքով: Ներկայացնենք $\text{div} \vec{u}(\vec{r}, t)$ -ն և $\text{rot} \vec{u}(\vec{r}, t)$ -ն

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{u}(\vec{r}, t) &= \operatorname{div} \vec{u}(z) e^{i(qx - \omega t)}, \\ \operatorname{rot} \vec{u}(\vec{r}, t) &= \operatorname{rot} \vec{u}(z) e^{i(qx - \omega t)} \end{aligned} \quad (2.20)$$

տեսքով: Տեղադրելով (2.20) –ը (2.8) և (2.9) հավասարումների մեջ, կստանանք՝

$$\frac{d^2 \operatorname{div} \vec{u}(z)}{dz^2} + \left(\frac{\omega^2}{s_i^2} - q^2 \right) \operatorname{div} \vec{u}(z) = 0, \quad (2.21)$$

$$\frac{d^2 \operatorname{rot} \vec{u}(z)}{dz^2} + \left(\frac{\omega^2}{s_i^2} - q^2 \right) \operatorname{rot} \vec{u}(z) = 0: \quad (2.22)$$

Ստացված հավասարումներն ունեն նույն տեսքը, ինչ (2.17) հավասարումը: Դրանց լուծման համար պետք է նորից գրվեն երկու տիպի եզրային պայմաններ: Նախ՝ պետք է պահանջել, որ շեղման $\vec{u}(\vec{r}, t)$ վեկտորը լինի անընդհատ 1-ին և 2-րդ միջավայրերի բաժանման $z = \pm L/2$ հարթությունների վրա: Այնուհետև, նույն այդ հարթությունների վրա պետք է տեղի ունենա (2.13) պայմանը, որը կարելի է ներկայացնել շեղման $\vec{u}(\vec{r}, t)$ վեկտորի բաղադրիչներով: Համաձայն (2.5) -ի, $\sigma_{xz} = 2\mu u_{xz}$, $\sigma_{yz} = 2\mu u_{yz}$, $\sigma_{zx} = 2\mu u_{zx}$, $\sigma_{zy} = 2\mu u_{zy}$, $\sigma_{zz} = \lambda \operatorname{div} \vec{u}(\vec{r}, t) + 2\mu u_{zz}$, հետևաբար՝

$$\begin{aligned} \mu_1 \left(\frac{\partial u_{x1}}{\partial z} + \frac{\partial u_{z1}}{\partial x} \right) &= \mu_2 \left(\frac{\partial u_{x2}}{\partial z} + \frac{\partial u_{z2}}{\partial x} \right), \\ \mu_1 \left(\frac{\partial u_{y1}}{\partial z} + \frac{\partial u_{z1}}{\partial y} \right) &= \mu_2 \left(\frac{\partial u_{y2}}{\partial z} + \frac{\partial u_{z2}}{\partial y} \right), \\ \lambda_1 \operatorname{div} \vec{u}_1(\vec{r}, t) + 2\mu_1 \frac{\partial u_{z1}}{\partial z} &= \lambda_2 \operatorname{div} \vec{u}_2(\vec{r}, t) + 2\mu_2 \frac{\partial u_{z2}}{\partial z}, \end{aligned} \quad (2.23)$$

որտեղ 1 և 2 ցուցիչները վերաբերվում են 1-ին և 2-րդ միջավայրերին:

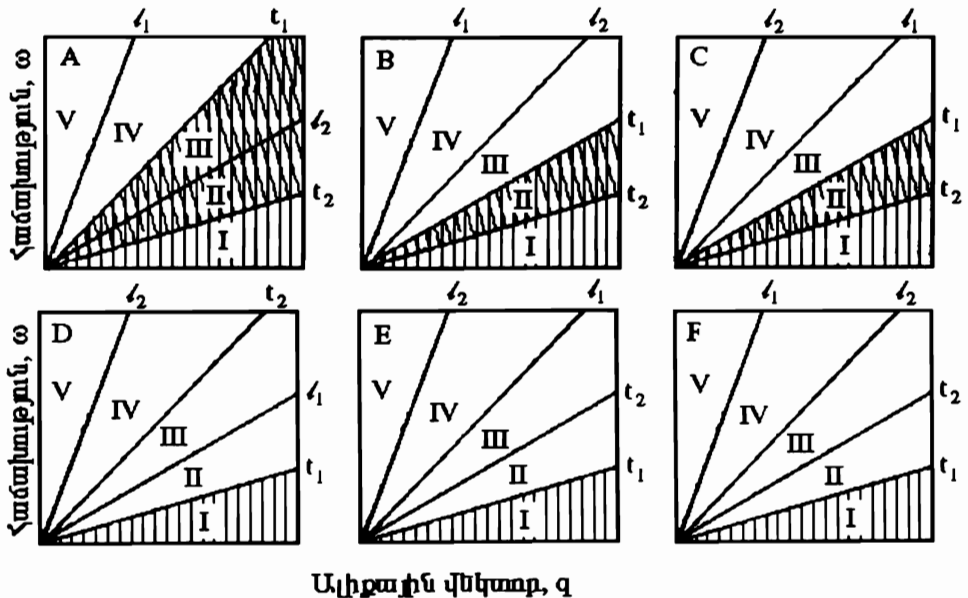
Քվանտային փոս պարունակող եռաշերտ կառուցվածքում (նկ.4-1, բ) հնարավոր է երկու տիպի ծայնային տատանումների տարածում: Այդ ալիքները տարբերվում են շեղման $\vec{u}$ վեկտորի ուղղվածությամբ (բևեռացմամբ): Եթե ալիքները բևեռացված են շերտերի երկայնքով, այսինքն՝ $\vec{u} = [0, u_y(z), 0]$, ապա դրանք կլինեն զուտ տանգենցիալային (TA) (հիշենք, որ ալիքը տարածվում է x -առանցքով): Այդպիսի ալիքները կոչվում են սահող-հորիզոնական (SH): Եթե տատանումները բևեռացված են այնպես, որ շեղման վեկտորն ունի զրոյից տարբեր երկու բաղադրիչ՝ մեկը տարածման ուղղությամբ, մյուսը՝ տարածմանն ուղղահայաց, այսինքն՝ $\vec{u} = [u_x(z), 0, u_z(z)]$, ապա այդպիսի ծայնային ալիքները կոչվում են սահող-ուղղահայաց ալիքներ (SV): Վերջին տիպի ալիքներն իրենց հերթին կարող են դասակարգվել որպես $z = 0$ հարթության նկատմամբ համաչափ և հակահամաչափ մոդեր: Համաչափ մոդերի համար $u_x(z)$ բաղադրիչը զույգ ֆունկցիա է, իսկ $u_z(z)$ -

ը՝ կենտ: Իսկ հակահամաչափ մոդերի դեպքում, ընդհակառակը, $u_x(z)$ -ը կենտ է, իսկ $u_z(z)$ -ը՝ զույգ: Հաճախ SV համաչափ ալիքներն անվանվում են նաև լայնացնող, իսկ հակահամաչափ ալիքները՝ ծոող: Հասկանալի է, որ SV ալիքները “խառն” ալիքներ են. նրանք երկայնական՝ $u_x(z)$ և լայնական՝ $u_z(z)$ բաղադրիչ ալիքների համախումբ են:

Այժմ, եթե մեր կողմից դիտարկվող շերտավոր կառուցվածքում նշանակենք $s_{1l}, s_{1t}, s_{2l}, s_{2t}$ -ով 1-ին և 2-րդ նյութերում տարածվող երկու տիպի ծայնային ալիքների արագությունները, ապա այդ մեծությունների միջև հնարավոր են տարբեր առնչություններ: Քանի որ, որպես կանոն, $s_l < s_t$, ապա հնարավոր են հետևյալ 6 դեպքերը՝

$$\begin{aligned} A: & s_{2t} < s_{2l} < s_{1t} < s_{1l}, & B: & s_{2t} < s_{1t} < s_{2l} < s_{1l}, \\ C: & s_{2t} < s_{1t} < s_{1l} < s_{2l}, & D: & s_{1t} < s_{1l} < s_{2t} < s_{2l}, & (2.24) \\ E: & s_{1t} < s_{2t} < s_{1l} < s_{2l}, & F: & s_{1t} < s_{2t} < s_{2l} < s_{1l}: \end{aligned}$$

Այս դեպքերից յուրաքանչյուրը կարելի է պատկերել դիագրամի տեսքով (տես նկ.4-3): Գծագրերում բերված են չորս տիպի ծայնային ալիքների դիսպերսի-



Նկ.4-3. Եռաշերտ հետերոկառուցվածքում ծայնային ալիքների տարածման վերլուծության $\omega - q$ դիագրամներ (l_1, l_2 -ով և t_1, t_2 -ով նշված են 1-ին և 2-րդ միջավայրերում տարածվող երկայնական և լայնական ալիքների դիսպերսիայի օրենքները): Ստվարագծված են այն տիրույթները, որոնց համապատասխանող ալիքները տեղայնացված են կենտրոնական 2-րդ, շերտում:

այի կորերը, որոնք “ $\omega - q$ ” հարթությունը բաժանում են 5 տիրույթների: Մեզ հետաքրքրում են այն լուծումները, որոնց համապատասխանող ալիքները տեղայնացված են երկրորդ շերտում, և նրանից հեռանալիս այդ ալիքների լայնություններն էքսպոնենցիալ օրենքով նվազում են: (2.21) և (2.22) հավասարումներից հետևում է, որ այդպիսի բան հնարավոր է, եթե

$$q^2 > \frac{\omega^2}{s_{1t}^2} \quad \text{և} \quad q^2 > \frac{\omega^2}{s_{1t}^2}: \quad (2.25)$$

Ուրիշ խոսքով, տեղայնացված մոդերի դիսպերսիայի կորերը պետք է ընկած լինեն 1-ին միջավայրին բնորոշ լայնական t_1 մոդին համապատասխանող կորից ներքև ($\omega^2 < q^2 s_{1t}^2 < q^2 s_{1t}^2$), այսինքն՝ I, II և III տիրույթներում՝ A դեպքում, I և II տիրույթներում՝ B և C դեպքերում, և I տիրույթում՝ D, E, F դեպքերում:

Քանի որ SH-ալիքները զուտ լայնական են և նկարագրվում են միայն (2.22) հավասարումով, ապա վերջինս նույնպես կարելի է գրել Շրեդինգերի հավասարման նման՝ (2.17) տեսքով: Հեշտ է նկատել, որ այդ հավասարման տեղայնացված լուծումներն իրական ω -ի և q -ի համար գոյություն ունեն, եթե միայն

$$\frac{\omega}{s_{1t}} < q < \frac{\omega}{s_{2t}}: \quad (2.26)$$

Այսպիսով, A դեպքում տեղայնացված SH-ալիքներ կարող են գոյություն ունենալ միայն կրկնակի ստվարագծված II և III տիրույթներում, B և C դեպքերում՝ միայն II տիրույթում, իսկ D, E, F դեպքերում նման ալիքներ ընդհանրապես գոյություն ունենալ չեն կարող: Ինչ վերաբերվում է SV-ալիքներին, ապա դրանք միաժամանակ ունեն և՛ երկայնական, և՛ լայնական բաղադրիչներ և նկարագրվում են (2.21) և (2.22) հավասարումներով: Մանրամասն դիտարկումը ցույց է տալիս, որ տեղայնացված SV-մոդեր կարող են A դեպքում գոյություն ունենալ I, II և III տիրույթներում, B և C դեպքերում՝ I և II տիրույթներում, իսկ D, E, F դեպքերում՝ միայն I տիրույթում:

Վերը նկարագրված ընդհանուր քննարկումից անցնենք կոնկրետ կառուցվածքում տեղայնացված ձայնային տատանումների առաջացման հնարավորության գնահատմանը և համոզվենք, որ գոյություն ունեն բազմաթիվ հետերոկառուցվածքներ, որոնցում քվանտային փոսի տիրույթում տեղայնացված են ոչ միայն էլեկտրոններ (խոռոչներ), այլև ձայնային ֆոնոններ:

Դրա համար պետք է իմանալ հետերոկառուցվածքը ձևավորող ծավալային կիսահաղորդչային բյուրեղներում ձայնի տարածման արագությունը:

Դիտարկենք, օրինակ, $Al_{0.25}Ga_{0.75}As / GaAs / Al_{0.25}Ga_{0.75}As$ կրկնակի հետերոանցումով կառուցվածքը, որն առաջացնում է քվանտային փոս և՛ էլեկտրոնների և՛ խոռոչների համար (տես Գլ.1): Հայտնի է, որ [100] ուղղությամբ տարածվող երկայնական և լայնական ձայնային ալիքների արագությունների համար տեղի ունեն

$$s_l = 4.73 + 0.68x + 0.24x^2 \quad (10^5 \text{ սմ/վ}),$$

$$s_i = 3.34 + 0.46x + 0.16x^2 (10^5 \text{ սմ/վ}): \quad (2.27)$$

առնչությունները, հետևաբար $GaAs$ -ի համար $s_i = 4,73 \cdot 10^5$ սմ/վ, $s_i = 3,34 \cdot 10^5$ սմ/վ, իսկ $Al_{0.25}Ga_{0.75}As$ -ի համար՝ $s_i = 4,91 \cdot 10^5$ սմ/վ, $s_i = 3,47 \cdot 10^5$ սմ/վ, ինչը նշանակում է, որ դիտարկվող հետերոկառուցվածքը համապատասխանում է B դեպքին: Այսինքն՝ SH-տիպի տեղայնացված մոդեր գոյություն ունեն միայն II տիրույթում: Քանի որ s_{i1} -ը և s_{i2} -ը տվյալ դեպքում իրարից շատ չեն տարբերվում, ապա “ $\omega - q$ ” դիագրամի II տիրույթը շատ նեղ է: Չնայած դրան, այդպիսի մոդերը շատ կարևոր են, քանի որ դրանք (հատկապես մեծ հաճախությամբ օժտվածները) հիմնականում տեղայնացված են քվանտային փոսի տիրույթում և կարող են զգալի ներդրում ունենալ այնպիսի երևույթներում, որոնցում կարևոր դեր են խաղում էլեկտրոն-ֆոնոնային փոխազդեցությունները (ցրումներ, կիներտիկական երեվույթներ և այլն):

§4.3 Չայնային տատանումների մոդերը քվանտային լարերով և կետերով կառուցվածքներում

Նախորդ պարագրաֆում քննարկված ծայնային տատանումների սահմանափակված մոդերի առաջացման պրոցեսը կարելի է ընդհանրացնել նաև քվանտային լարերով կամ կետերով կառուցվածքների համար, եթե լարի (կետի) տիրույթի կիսահաղորդիչը և նրանց շրջապատող միջավայրն ունեն տարբեր առաձգական պարամետրեր:

Սկզբում դիտարկենք R շառավղով լարի դեպքը: Հարմար է օգտվել գլանային (r, φ, z) կոորդինատային համակարգից, համարելով, որ z -առանցքն ուղղված է լարի առանցքով: Եթե ծայնային ալիքը տարածվում է գլանի առանցքի երկայնքով, ապա նրա հետ կապված շեղման վեկտորը կարելի է ներկայացնել

$$\vec{u}_{\alpha,n}(r, \varphi, z) = \vec{w}_{\alpha,n} e^{in\varphi} e^{i(qz - \omega t)}, \quad (3.1)$$

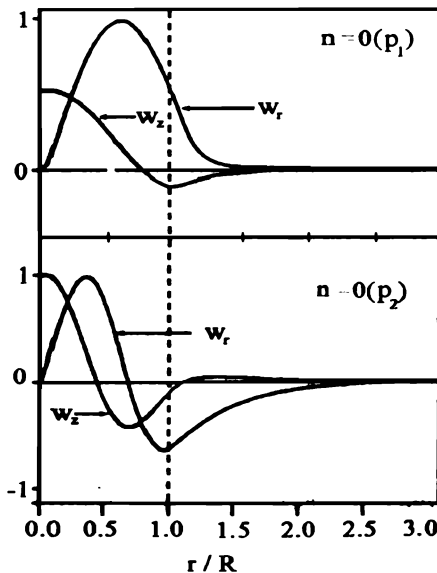
տեսքով, որտեղ n -ն ազիմուտային քվանտային թիվն է, իսկ α -ով նշանակված են հնարավոր տարբեր լուծումները: Տարբեր տիպի ալիքների տարածումը նորից նկարագրվում է (2.21) և (2.22) հավասարումներով, որոնք սակայն պետք է գրվեն գլանային կոորդինատային համակարգում՝ օգտագործելով $\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi$ և $\vec{e}_z$ օրթոնորմալ բազիսը: Մասնավորապես, շեղման վեկտորը պետք է ներկայացվի երեք բաղադրիչների տեսքով (w_r ՝ շեղման վեկտորի շառավղային պրոյեկցիա, w_φ ՝ շեղման վեկտորի ազիմուտային պրոյեկցիա և w_z ՝ շեղման վեկտորի z -պրոյեկցիա):

Շերտավոր կառուցվածքի մանրությամբ այստեղ նույնպես կարելի առանձնացնել երեք տիպի մոդեր՝ ոլորող մոդ (T), որն ունի միայն ազիմուտային բաղադրիչ՝ $\vec{w} = (0, w_\varphi, 0)$; լայնացող մոդ (D), որն ունի երկու՝ զրոյից տարբեր, բաղադրիչ՝

$\vec{w} = (w_r, 0, w_z)$; ծռող մոդ (F), որի բոլոր երեք բաղադրիչները զրոյից տարբեր են՝ $\vec{w} = (w_r, w_\phi, w_z)$: Յուրաքանչյուր տիպի ալիք՝ $\alpha = T, D, F$ կարող է ունենալ մի շարք մոդեր, որոնք բնութագրվում են p և n ամբողջ թվերով և $\vec{q}$ ալիքային վեկտորով: Հետևաբար՝ ձայնային ալիքները բնութագրվում են քվանտային թվերի $\{\alpha, p, n, \vec{q}\}$ լրիվ հավաքածուով:

Կախված քվանտային լարի և նրան շրջապատող միջավայրի առաձգական պարամետրերի հարաբերությունից, կարելի է առանձնացնել այն նույն A-F դեպքերը (տես (2.28) արտահայտությունը), ինչ քվանտային փոսի դեպքում:

Մասնավորապես, եթե խոսքը GaAs-ի քվանտային լարի մասին է, որը շրջա-



Նկ.4-4. $R = 100 \text{ \AA}$ շառավղով լարում լայնացնող ալիքների տեղայնացումը: Պատկերված են շեղման w_r և w_z բաղադրիչների կախումները r -ից: ա) դեպքը համապատասխանում է առաջին գրգռված p_2 մոդին; բ) դեպքը համապատասխանում է ցածրագույն p_1 մոդին:

րի համար, որոնք ունեն զրոյական ազիմուտային քվանտային թվեր: Երկու մոդերին էլ համապատասխանում է տատանման նույն հաճախությունը՝ $\nu = 0,6 \text{ THz}$, բայց տարբեր ալիքային վեկտորներ:

պատված է GaAlAs-ի արգելքային մատրիցով, ապա երկայնական և լայնական ձայնային ալիքների տարածման արագությունների միջև տեղի ունի B առնչությունը: Պարզվում է, որ քվանտային լարի տիրույթում ձայնային ալիքների տեղայնացում հնարավոր չէ փոքր ալիքային վեկտորների դեպքում, ինչը լրիվ հակառակ է շերտավոր կառուցվածքի դեպքին: Տեղայնացում հնարավոր է, եթե ալիքային վեկտորը բավականաչափ մեծ է և գերազանցում է որոշակի q_{0c} կրիտիկական արժեքը: Այդ q_{0c} արժեքը տարբեր է վերը նկարագրված ոլորող, լայնացնող և ծռող մոդերի պատկանող տատանումների համար: Պիտարկենք ավելի մանրամասն լայնացնող մոդերը:

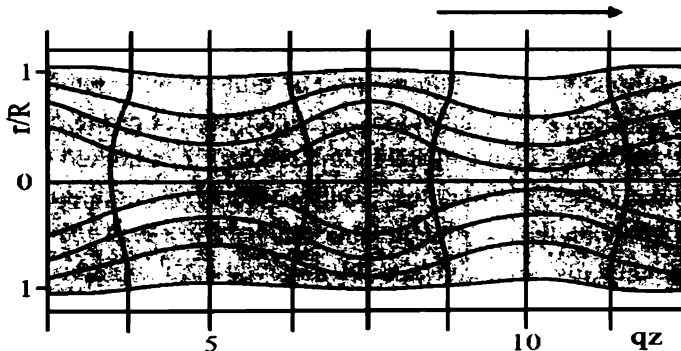
Նկ.4-4 -ում պատկերված են w_r և w_z բաղադրիչների կախումները r -ից p_1 (ցածրագույն) և p_2 (առաջին գրգռված) լայնացող մոդե-

Ընդհանուր դեպքում w_r և w_z -ի միջև առկա է փուլերի որոշակի φ տարբերություն, որի պատճառով էլ միջավայրի տատանումներն ունեն բավականին բարդ տեսք: Իրոք, ըստ (3.1) -ի, շեղման վեկտորի իրական մասը $n = 0$ դեպքում կլինի

$$\bar{e}_r w_r(r) \cos(qz - \omega t) + \bar{e}_z w_z \cos(qz - \omega t + \varphi): \quad (3.2)$$

Այս արդյունքը նշանակում է, որ կամայական (r, z) կետում միջավայրի տարրը կատարում է շարժում էլիպտական հետագծով: Բացառություն են կազմում միայն լարի առանցքի վրա գտնվող կետերը, որոնց համար $w_r(0) = 0$, և որոնք շեղվում են միայն լարի առանցքի երկայնքով:

Նկ.4-5 -ում ցածրագույն լայնացնող մոդի համար պատկերված է շեղումների դաշտը լարի ներսում և նրան շրջապատող միջավայրում: Տարված գծերը ցույց են տալիս յուրաքանչյուր կետում շեղումները չդեֆորմացված վիճակի նկատմամբ: Գծագրից հստակ երևում են շառավղային և առանցքային շեղումները: Լարի առանցքի մոտ ($r \rightarrow 0$) գոյություն ունի միայն առանցքային ղեֆորմացիա: Երևում է, որ ցածրագույն մոդը գրեթե ամբողջությամբ տեղայնացված է լարի տիրույթում: Լարից դուրս ($r > R$) այդ մոդի հետ կապված շեղումները շատ արագ ձգտում են զրոյի (տես նաև նկ. 4-4,բ):



Նկ. 4-5. Լայնացնող p_1 մոդի համար շեղումների նախշապատկերը քվանտային լարում և նրան շրջապատող միջավայրում: Ստվերագծված է տատանվող լարի տիրույթը:

Ինչ վերաբերվում է տեղայնացված լայնացնող ալիքների դիսպերսիային, ապա այն սովորական լայնական ծայնային ալիքների նման գծային է և ընկած է լարի տիրույթի նյութին (օրինակ՝ $GaAs$ -ին) և շրջապատող տիրույթի նյութին (օրինակ՝ $AlAs$ -ին) բնորոշ լայնական (TA) ֆոնոնների դիսպերսիայի օրենքների միջև: Ընդ որում, տարբեր տիպի լայնացնող p_1 , p_2 և այլ մոդեր ի հայտ են գալիս՝ սկսած ալիքային վեկտորի որոշակի արժեքից: Մասնավորապես, $GaAs/AlAs$ համակար-

գում ցածրագույն p_1 մոդն ի հայտ է գալիս սկսած $\nu \geq \nu_c = 0.22 U^3 g$ հաճախությունից, երբ ալիքի երկարությունը $\lambda = 2\pi/q \sim R$: Այսինքն քվանտային լարում տեղայնացված մոդը համեմատաբար կարճալիքային և բարձր հաճախային տատանում է: Նման եզրակացությունը ճիշտ է նաև վերը նկարագրված ոլորող և ծող մոդերի համար:

Այսպիսով, կարող ենք եզրակացնել, որ քվանտային փոսերի նմանությամբ, քվանտային լարեր պարունակող հետերոկառուցվածքներում նույնպես կարող են առաջանալ ցանցի ծայնային տատանումների տեղայնացված մոդեր, սակայն նրանք կարճալիքային են և օժտված են տատանումների բարձր հաճախությամբ:

Ծայնային տատանումների ավելի ուժեղ տարածական սահմանափակում և տեղայնացում կարելի է սպասել քվանտային կետերով հետերոկառուցվածքներում: Ի տարբերություն քվանտային փոսերի և լարերի, որոնցում կա ալիքի ազատ տարածման առնվազն մեկ ուղղություն, քվանտային կետի տիրույթից կամայական ուղղությամբ ցանցի տատանումների տարածման ժամանակ դրանք հանդիպում են հետերոսահմանին, որի վրա տեղի ունի միջավայրի առաձգական պարամետրերի կտրուկ փոփոխություն, և կարող են առաջանալ քվանտային կետի տիրույթում ամբողջովին (այլ ոչ թե մեկ կամ երկու ուղղությամբ) տեղայնացված մոդեր: Գնդային քվանտային կետում կարող են տարածվել, այսպես կոչված, շառավղային ծայնային ալքեր, որոնց առաջ բերած դեֆորմացիաների շեղման վեկտորը յուրաքանչյուր կետում ուղղված է շառավղով և նրա մեծությունը կախված է միայն շառավղավեկտորի մեծությունից: Գտնենք այդպիսի ալիքների հնարավոր հաճախությունները մի պարզ դեպքում՝ ազատ (վակուումում գտնվող) քվանտային կետի համար, երբ շառավղային ալիքները չեն կարող դուրս գալ կետի սահմաններից և լրիվ տեղայնացված են գնդում: Հասկանալի է, որ իրական կառուցվածքներում քվանտային կետը միշտ չրջապատված է որոշակի մատրիցով և, կախված գնդի և միջավայրի առաձգական պարամետրերի տարբերության չափից, շառավղային ալիքները կարող են լինել ոչ խիստ սահմանափակված և տարածվող դեպի շրջակա միջավայր:

Ընտրենք գնդային կոորդինատային համակարգն այնպես, որ նրա սկզբնակետը համընկնի քվանտային կետի կենտրոնի հետ: Քանի որ $\vec{u} = \vec{u}(u, 0, 0; t)$, ապա $rot \vec{u} = 0$: Հետագա նկարագրության համար հարմար է մտցնել շեղման պոտենցիալ կոչվող φ մեծությունը, այնպես որ $u_r \equiv u = \partial \varphi / \partial r$: Օգտվելով շարժման (2.5) հավասարումից և նկատի ունենալով, որ $grad(div \vec{u}) = \Delta \vec{u} + rot(rot \vec{u}) = \Delta \vec{u}$, կունենանք՝

$$\ddot{\vec{u}} = \frac{E(1-\sigma)}{\rho(1+\sigma)(1-2\sigma)} grad(div \vec{u}) \equiv s_l^2 grad(div \vec{u}): \quad (3.3)$$

Գնդային կոորդինատական համակարգում, երբ $u_\theta = u_\varphi = 0$,

$$\text{grad}(\text{div}\vec{u}) = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 u_r)}{\partial r} \right), \quad (3.4)$$

ուստի (3.3) -ից կստանանք՝

$$\frac{\partial^3 \varphi}{\partial r \partial t^2} = s_l^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r}) \right), \quad (3.5)$$

կամ՝

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = s_l^2 \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) \equiv s_l^2 \Delta \varphi: \quad (3.6)$$

Նկատի ունենալով, որ $\varphi \sim \exp(i\omega t)$, որտեղ ω -ն տատանումների հաճախությունն է, և նշանակելով $k = \omega/s_l$, վերջնականապես, φ -ի շառավղային մասի համար կստանանք՝

$$\frac{d^2 \varphi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr} + k^2 \varphi = 0, \quad (3.7)$$

հավասարումը, որի՝ գնդի ամբողջ ծավալում (այդ թվում և նրա կենտրոնում) վերջավոր լուծումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\varphi = A \frac{\text{sinkr}}{r}: \quad (3.8)$$

Ելնելով Գլ.1-ի (6.14) բանաձևից, դեֆորմացիայի ազատ էներգիան գնդային կոորդինատական համակարգում կներկայացվի

$$\wp = \frac{E}{2(1+\sigma)} \left[u_{rr}^2 + u_{\theta\theta}^2 + u_{\varphi\varphi}^2 + 2u_{r\theta}^2 + 2u_{r\varphi}^2 + 2u_{\theta\varphi}^2 + \frac{\sigma}{1-2\sigma} (u_{rr} + u_{\theta\theta} + u_{\varphi\varphi})^2 \right] \quad (3.9)$$

տեսքով, որտեղ u_{ij} -երը դեֆորմացիայի տենզորի տարրերն են գնդային կոորդինատական համակարգում: (3.9) -ի օգնությամբ կարող ենք որոշել լարման տենզորի շառավղային բաղադրիչը՝ արտահայտված u_{ij} -ով,

$$\sigma_{rr} = \frac{\partial \wp}{\partial u_{rr}} = \frac{E}{(1+\sigma)(1-2\sigma)} [(1-\sigma)u_{rr} + \sigma(u_{\theta\theta} + u_{\varphi\varphi})]: \quad (3.10)$$

Հայտնի է, որ (3.10) -ում առկա դեֆորմացիայի տենզորի բաղադրիչները զրոյային կոորդինատական համակարգում տրվում են

$$u_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, u_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r}, u_{\varphi\varphi} = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_\theta}{r} \cot \theta + \frac{u_r}{r} \quad (3.11)$$

բանաձևերով, ուստի՝

$$\sigma_{rr} = \rho \left[s_l^2 \frac{\partial u_r}{\partial r} + 2(s_l^2 - 2s_t^2) \frac{u_r}{r} \right] = \rho \left[s_l^2 \frac{d^2 \varphi}{dr^2} + (s_l^2 - 2s_t^2) \frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr} \right], \quad (3.12)$$

որտեղ δ այնի երկայնական՝ s_l և լայնական՝ s_t , արագությունները տրվում են (2.6) հավասարումներով: Օգտագործելով (3.7) -ը, (3.12) -ը ներկայացնենք

$$\sigma_{rr} = -\omega^2 \varphi - \frac{4s_t^2}{r} \frac{d\varphi}{dr} \quad (3.13)$$

տեսքով: Չնդի ազատ մակերևույթի վրա դրվող եզրային պայմանի համաձայն $\sigma_{rr}(r=R)=0$, ինչը հանգում է հետևյալ տրանսցենդենտ հավասարմանը՝

$$\frac{tgkR}{kR} = \frac{1}{1 - \left(\frac{kR s_t}{2s_l} \right)^2} : \quad (3.14)$$

Ստացված հավասարման ընդհատ լուծումները որոշում են առաձգական զնդի սեփական տատանումների հաճախությունները՝ $\omega = s_l k$: (3.14) -ից ակնհայտ է, որ զնդի շառավղային տատանումների հնարավոր հաճախությունները կախված են s_t/s_l հարաբերությունից: Հայտնի է, որ միշտ $s_l > (4/3)^{1/2} s_t > s_t$: Օրինակ՝ *GaAs* -ի համար $s_l \approx 1.4 s_t$, և (3.14) հավասարմանը բավարարարող փոքրագույն ալիքային վեկտորն ընկած է $(\pi/2R, \pi/R)$ միջակայքում: Մասնավորապես, երբ $s_l \gg s_t$, $k_1 \rightarrow \pi/R$, կամ հնարավոր շառավղային ծայնային ալիքներից ամենամեծ ալիքի երկարությունը հավասար է $2R$ -ի: Նկատենք նաև, որ կարճալիքային տիրույթում՝ $kR \gg 1$, զնդի սեփական տատանումների հաճախությունները մեծ ճշտությամբ տրվում են $\omega_n = \pi s_l n/R$ ($n \gg 1$) արտահայտությամբ:

§4.4 Զայնային ալիքների տարածումը գերցանցում

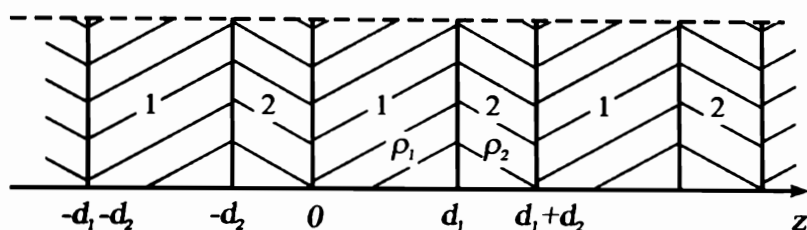
Գերցանցելու՝ պարբերական շերտավոր կառուցվածքներում, երկարալիքային ծայնային տատանումների տարածումը կարելի է ուսումնասիրել (2.8) և (2.9) ալիքային հավասարումների օգնությամբ՝ պահանջելով շերտերի բաժանման սահմանների վրա շեղման վեկտորի և նրա ածանցյալի անընդհատությունը (տես (2.13)-ը): Պարզության համար դիտարկենք գերցանցի շերտերին ուղղահայաց z -ուղղությամբ երկայնական ծայնային ալիքների տարածումը: Գերցանցը բաղկացած է պարբերաբար կրկնվող d_1 և d_2 հաստություններով 1 և 2 կիսահաղորդիչների շերտերից (նկ.4-6): Քանի որ երկայնական ալիքների դեպքում զրոյից տարբեր է շեղման վեկտորի միայն u_z բաղադրիչը, ապա, ըստ Գլ.1-ի (6.13) բանաձևի՝

$$\sigma_{zz} = \lambda \frac{du_z}{dz} + 2\mu \frac{du_z}{dz} = (\lambda + 2\mu) \frac{du_z}{dz} : \quad (4.1)$$

Չետևաբար՝ շերտերի բաժանման սահմանին լարման տենզորի z բաղադրիչի անընդհատությունը համարժեք է

$$\Lambda_1 \frac{du_{1,z}}{dz} = \Lambda_2 \frac{du_{2,z}}{dz} \quad (4.2)$$

եզրային պայմանին, որտեղ $\Lambda_{1,2} = \lambda_{1,2} + 2\mu_{1,2}$ ։ Այս պայմանի հետ մեկտեղ պետք է նաև տեղի ունենա $u_{1,z} = u_{2,z}$ պայմանը։



Նկ.4-6. *Կիսահաղորդչային 1 և 2 շերտերից կազմված պարբերական կառուցվածք։*

Ալիքային հավասարման լուծումը յուրաքանչյուր շերտում կարելի է գրել կանգուն ալիքների տեսքով՝

$$\begin{aligned} u_{1z} &= (Ae^{iq_1 z} + Be^{-iq_1 z})e^{-i\omega t}, \\ u_{2z} &= (Ce^{iq_2 z} + De^{-iq_2 z})e^{-i\omega t}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

որտեղ $q_{1,2} = \omega/s_{1,2}$, իսկ $s_{1,2} = \sqrt{\Lambda_{1,2}/\rho_{1,2}}$ -ը ծայնի արագությունն է 1 և 2 միջավայրերում։ Քանի որ կամայական պարբերական համակարգի համար տեղի ունի Բլոխի թեորեմը, ապա անվերջ թվով շերտերով գերցանցում տարածվող q ալիքային թիվ ունեցող ալիքը պետք է ունենա

$$u_z(z, t) = U(z)e^{i(qz - \omega t)} \quad (4.4)$$

տեսքը, որտեղ $U(z) = U(z+d)$, իսկ $d = d_1 + d_2$ -ը գերցանցի պարբերությունն է։ Ինչպես միշտ, այս դեպքում էլ իմաստ ունի դիտարկել ալիքային վեկտորի փոփոխությունը միայն Բրիլյուենի առաջին գոտու սահմաններում՝ $-\pi/d < q \leq \pi/d$ ։

Պահանջելով $u_z(z, t)$ -ի անընդհատություն $z = 0$ կետում (տես նկ.4-6) և օգտվելով (4.3) -ից, կստանանք՝

$$A + B = C + D : \quad (4.5)$$

Նմանապես (4.2) -ից և (4.3) -ից կստանանք՝

$$q_1 \Lambda_1 (A - B) = q_2 \Lambda_2 (C - D) : \quad (4.6)$$

Այժմ, օգտվելով Բլոխի թեորեմից, կարող ենք գրել (տես նկ. 4-6), որ

$$u_z(d_1 + 0, t) = e^{iqd} u_z(-d_2 + 0, t) : \quad (4.7)$$

Նկատի ունենալով, որ

$$\begin{aligned} u_z(d_1 + 0, t) &= (Ae^{iq_1 d_1} + Be^{-iq_1 d_1}) e^{-i\omega t} , \\ u_z(-d_2 + 0) &= (Ce^{-iq_2 d_2} + De^{iq_2 d_2}) e^{-i\omega t} , \end{aligned} \quad (4.8)$$

(4.7) -ից կստանանք՝

$$Ae^{iq_1 d_1} + Be^{-iq_1 d_1} = e^{iqd} (Ce^{-iq_2 d_2} + De^{iq_2 d_2}) : \quad (4.9)$$

Վերջապես, օգտվելով u_z -ի ածանցյալի պարբերականությունից, կունենանք ևս մի հավասարում՝

$$Ae^{iq_1 d_1} - Be^{-iq_1 d_1} = \frac{\Lambda_2 q_2}{\Lambda_1 q_1} e^{iqd} (Ce^{-iq_2 d_2} - De^{iq_2 d_2}) : \quad (4.10)$$

Այսպիսով A, B, C, D անհայտ գործակիցների համար ստացվեց (4.5), (4.6), (4.9) և (4.10) համասեռ գծային հավասարումների համակարգը, որն ունի ոչ զրոյական լուծումներ, եթե նրա որոշիչը հավասար է զրոյի: Վերջին պայմանից կստանանք հետևյալ դիսպերսիայի առնչությունն ալիքի ω հաճախության և q ալիքային թվի միջև՝

$$\cos qd = \cos \frac{\omega d_1}{s_1} \cos \frac{\omega d_2}{s_2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_2 s_2}{\rho_1 s_1} + \frac{\rho_1 s_1}{\rho_2 s_2} \right) \sin \frac{\omega d_1}{s_1} \sin \frac{\omega d_2}{s_2} : \quad (4.11)$$

Հասկանալի է, որ գերցանցում տարածվող ալիքների վարքն էապես կախված է նրա կազմի մեջ մտնող կիսահաղորդչային շերտերի առաձգական պարամետրերի տարբերությունից, ուստի հարմար է ներմուծել մի նոր՝

$$\eta = \frac{\rho_2 s_2 - \rho_1 s_1}{\sqrt{\rho_1 \rho_2 s_1 s_2}} \quad (4.12)$$

պարամետր, որը բնութագրում է գերցանցի առանցքով նյութի առաձգական պարամետրերի մոդուլավորման չափը: Այս նշանակումից հետո (4.11) -ի փոխարեն կունենանք

$$\cos qd = \cos \left[\omega \left(\frac{d_1}{s_1} + \frac{d_2}{s_2} \right) \right] - \frac{\eta^2}{2} \sin \frac{\omega d_1}{s_1} \sin \frac{\omega d_2}{s_2} \quad (4.13)$$

հավասարումը:

Հարկ է նշել, որ $A_3 B_5$ կամ $A_2 B_6$ տիպի կիսահաղորդիչների վրա հիմնված գերցանցների համար $\eta \ll 1$, ուստի առաջին մոտավորությամբ (4.13) -ում կարելի է η^2 -ում համեմատական անդամն անտեսել: Արդյունքում կստանանք

$$\cos qd = \cos \left[\omega \left(\frac{d_1}{s_1} + \frac{d_2}{s_2} \right) \right] \quad (4.14)$$

հավասարումը, որի լուծումներն են՝

$$q = \pm \frac{\omega}{d} \left(\frac{d_1}{s_1} + \frac{d_2}{s_2} \right) + \frac{2\pi n}{d}, n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.15)$$

Այսպիսով, առաջին մոտավորությամբ դիսպերսիայի օրենքը, օրինակ, Բրիլյուենի առաջին գոտու $0 \leq q \leq \pi/d$ տիրույթում, կարելի է ներկայացնել

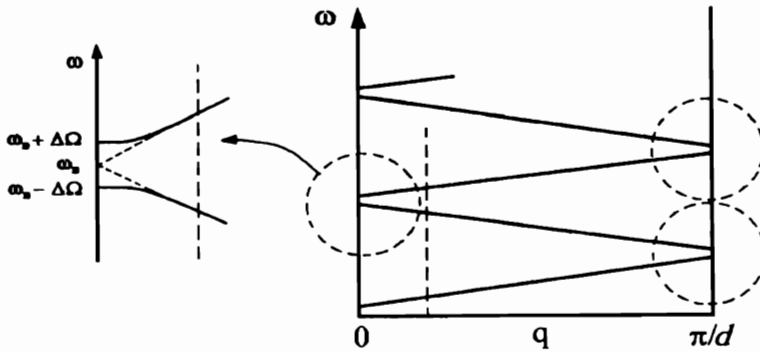
$$\omega^{(0)}(q) = q \frac{ds_1 s_2}{s_1 d_2 + s_2 d_1} \quad (4.16)$$

տեսքով: Բերված ալիքային վեկտորի սխեմայում $\omega(q)$ կախումը պատկերված է

Նկ. 4-7 -ում հոծ գծերով: Երևում է, որ կատարված մոտավորության արդյունքում

$$\omega_n = \pi n \frac{s_1 s_2}{s_1 d_2 + s_2 d_1} \quad (4.17)$$

հաճախությունների վրա, որոնք համապատասխանում են Բրիլյուենի գոտու կենտրոնին (երբ n -ը զույգ է) կամ եզրին (երբ n -ը կենտ է), ի հայտ են եկել կրկնակի այ-



Նկ. 4-7. Գերցանցում ձայնային ալիքների դիսպերսիայի $\omega(q)$ օրենքը բերված ալիքային վեկտորի սխեմայում: Ներդիրը ցույց է տալիս դիսպերսիայի օրենքի ճյուղերի ճեղքումը Բրիլյուենի գոտու կենտրոնում և եզրին:

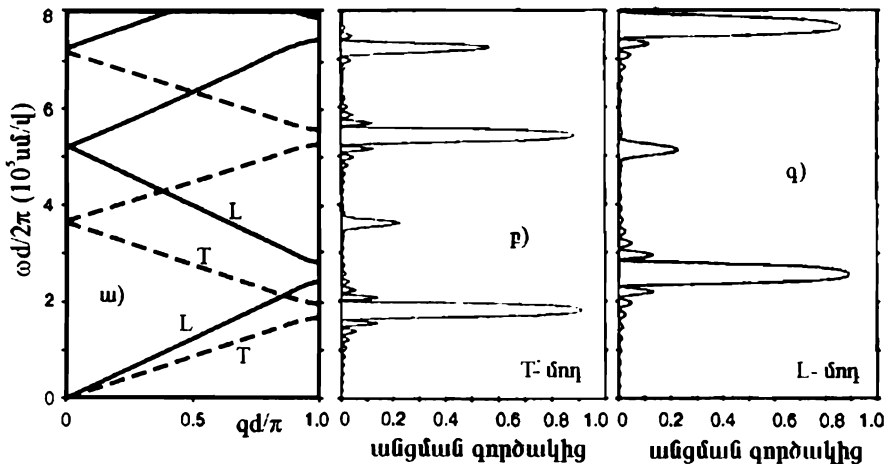
լասերումներ: Այդ այլասերումները, սակայն, հեշտությամբ կարելի է վերացնել, եթե (4.13) հավասարումը լուծենք ավելի ճշգրիտ և նրա մեջ η^2 -ուն համեմատական անդամը ոչ թե անտեսենք, այլ հաշվի առնենք որպես առաջին կարգի խտորում: Այդ հավասարման աջ մասի առաջին անդամում տեղադրելով $\omega \approx \omega_n \pm \Delta\Omega$,

$\Delta\Omega \ll \omega_n$, իսկ վերջինում՝ $\omega \approx \omega_n$, կարելի է ցույց տալ, որ Բրիլյուենի գոտու կենտրոնում և եզրում այլասերումը վերանում է, իսկ “ճեղքման” չափը՝

$$\Delta\Omega \approx \eta \frac{s_1 s_2}{s_1 d_2 + s_2 d_1} \sin\left(\frac{\pi n}{2} \frac{s_2 d_1 - s_1 d_2}{s_1 d_2 + s_2 d_1}\right): \quad (4.18)$$

Ստացվեց, որ ճեղքման չափը համեմատական է η -ին, չնայած Բրիլյուենի գոտու ներսում ընկած վիճակների համար ուղղումն՝ ըստ (4.13) -ի, համեմատական է η^2 -ուն: Նկ. 4-7-ի ներդիրում ցույց են տրված դիսպերսիայի օրենքի ճյուղերի միջև առկա ճեղքումները: Նկատենք նաև, որ $\omega(q)$ կախվածությունն ունի այնպիսի մի կարևոր առանձնահատկություն, ինչպիսին $q = 0, \pi/d$ կետերում հաճախությունների արգելված գոտիների առաջացումն է: Այս փաստը նշանակում է, որ տվյալ գերցանցի համար գոյություն ունեն հաճախությունների միջակայքեր, որոնց համապատասխանող ծայնային ալիքները չեն կարող նրանում ընդհանրապես տարածվել:

Մասնավորապես, եթե ուսումնասիրենք ալիքների տարածումը մի կառուցվածքում, որն իր մեջ ներառում է գերցանցի վերջավոր շերտ՝ շրջափակված երկու կողմից համասեռ կիսահաղորդիչներով, ապա կտեսնենք, որ երբ ալիքի հաճախությունը պատկանում է որևէ թույլատրելի գոտու, այն կարող է անցնել մի շերտից մյուսը և տարածվել ամբողջ կառուցվածքով, չնայած շերտերի բաժանման սահմաններից մաս-



Նկ.4-8. ա) *AlAs/GaAs* գերցանցի ծայնային ալիքների դիսպերսիան լայնական (*T*) և երկայնական (*L*) մոդերի համար; բ) և գ) այդ մոդերի անցման գործակիցների հաճախային կախումները:

նակի անդրադարձումների հետևանքով այդպիսի ալիքի անցման գործակիցը կարող է լինել մեկից փոքր: Այն դեպքում, երբ ալիքի հաճախությունը համապատասխանում է դիսպերսիայի օրենքի արգելված գոտիներին, տեղի ունի ուժեղ անդրադարձում, և այդպիսի ալիքները չեն կարող տարածվել կառուցվածքով: Որպես օրինակ նկ. 4-8-ում բերված են $AlAs/GaAs$ ($d_1 = d_2$) 15-ական շերտ պարունակող գերցանցով տարածվող երկայնական (L) և լայնական (T) ձայնային ալիքների դիսպերսիայի օրենքները (նկ.4-8, ա), ինչպես նաև տարբեր հաճախությունների համար նրանց անցման գործակիցները (նկ. 4-8, բ) և գ)): Նկարում հստակ արտահայտված են հաճախային արգելված գոտիները, որոնց լայնությունները կախված են գոտու համարից: Երևում է, որ արգելված տիրույթին համապատասխանող հաճախությունների համար անցման գործակիցը թեև շատ փոքր է, սակայն ճշգրիտ զրո չէ: Դա այն փաստի արդյունք է, որ դիտարկվող գերցանքը կազմված է վերջավոր թվով շերտերից: Շերտերի թիվն անվերջության ձգտեցնելիս արգելված տիրույթի հաճախությունների համար ալիքների անցման գործակիցը ձգտում է զրոյի:

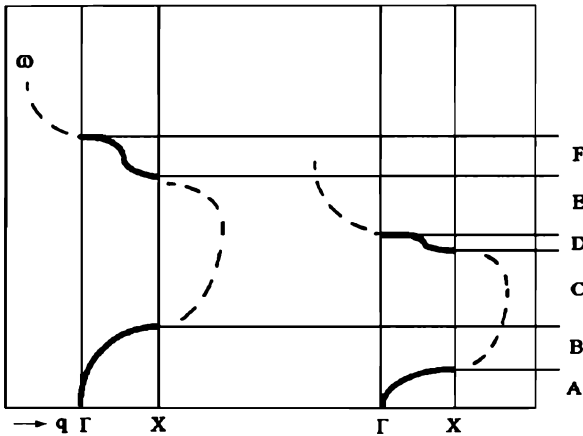
Վերջում հարկ է նշել, որ գերցանցում ձայնային ալիքների տարածումը շատ նման է էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածմանը շերտավոր, պարբերական կառուցվածքներում (Ֆաբրի-Պերոյի չափանմուշ), երբ կախված լույսի հաճախությունից դիտվում են անցման և անդրադարձման գործակիցների ռեզոնանսներ:

§4.5 Զանցի կարճալիքային տատանումները (որակական վերլուծություն)

Մենք դիտարկեցինք ցանցի ձայնային տատանումները միայն երկարալիքային տիրույթում: Կարճալիքային տատանումները կարելի է նկարագրել միայն թվային եղանակներով: Այդպիսի տատանումները հատկապես մեծ հետաքրքրություն են ներկայացնում բարակ շերտեր պարունակող կառուցվածքներում, այդ թվում՝ նաև գերցանցերում: Նպատակ ունենալով որակապես վերլուծել դիտարկվող տատանումների լայնական կառուցվածքը, կենթադրենք, որ հետերոանցման սահմանների երկայնքով այդ տատանումներն ունեն ալիքի մեծ երկարություն ($q_{11} \rightarrow 0$): Ենթադրենք նաև, որ բաժանման սահմանն ուղղահայաց է z -առանցքին, որն, իր հերթին, համընկնում է բյուրեղագիտական որևէ ուղղության, օրինակ՝ $[001]$ -ի հետ, իսկ հետերոկառուցվածք առաջացնող 1-ին և 2-րդ կիսահաղորդիչներն ունեն խորանարդային համաչափություն: Քանի որ այս դեպքում բաժանման սահմանի գոյությունը ինքնըստինքյան չի բերի լայնական և երկայնական տատանումների զուգավորման, ապա վերջիններս կարելի է դիտարկել առանձին-առանձին:

Մենք կհամարենք, որ տրված են ցանցի տատանումները բնութագրող դիսպերսիայի կորերը և՛ 1-ին, և՛ 2-րդ ծավալային նյութերի համար: Նկ. 4-9 -ում որակապես պատկերված են լայնական (ձայնային և օպտիկական) տատանումների դիսպերսիայի

կորերը 1-ին և 2-րդ ծավալային նյութերի համար: Այդ կորերն արտահայտում են, օրինակ, երկատոմ շղթայի հնարավոր տատանումների ճյուղերը և դիսպերսիայի հավասարման լուծումներն են իրական q_z -երի համար: Այդ հավասարումը միշտ ունի նաև լուծումներ կոմպլեքս կամ լրիվ կեղծ q_z -երի համար, որոնք, սակայն, անվերջ բյուրեղի դեպքում արհամարհվում են, քանի որ դրանք նկարագրում են տարածականորեն տեղայնացված տատանումներ, որոնց գոյությունն անվերջ միատար բյուրեղում ֆիզիկորեն անհասկանալի է: Հետերոկառուցվածքներում, սակայն, այդպիսի լուծումները կարող են որոշակի իմաստ ձեռք բերել և համապատասխանել որոշակի ֆիզիկական իրավիճակի:



Նկ.4-9. 1-ին և 2-րդ ծավալային նյութերում ցանցի ծայրային և ծպտիկական տատանումների դիսպերսիայի օրենքների որակական տեսքերը: Ալիքային վեկտորը փոխվում է Բրիլյուենի I գոտում $\Gamma \rightarrow X$ առանցքով: Կետագծերով պատկերված են այն հաճախությունները, որոնք համապատասխանում են ալիքային վեկտորի կոմպլեքս արժեքներին: A-ից մինչև F միջակայքերը համապատասխանում են $\omega_1(q)$ և $\omega_2(q)$ տարբեր կախվածություններին:

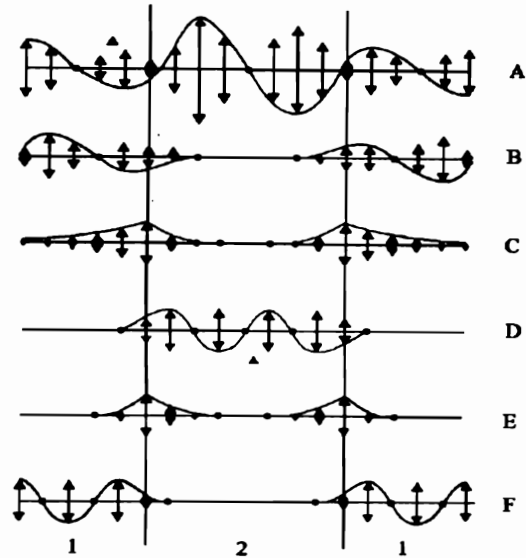
տերոսահմանով և տարածվել ամբողջ կառուցվածքով: Հասկանալի է, որ այդ տատանումների լայնության որոշման համար պետք է կատարվեն մանրամասն հաշվարկներ:

Եթե դիտարկենք հաճախությունների B կամ F միջակայքը, ապա իրական q_{z1} ալիքային վեկտորով բնորոշվող լուծումներ կարելի է գտնել միայն 1-ին նյութի համար, մինչդեռ 2-րդ նյութի համար հնարավոր է գտնել լուծումներ միայն կոմպլեքս q_{z2} -ի համար: Հասկանալի է, որ այդ միջակայքերին պատկանող հաճախությամբ

Նկ.4-9 -ում կետագծերով պայմանականորեն ցույց են տրված $\omega(q_z)$ դիսպերսիայի կորերի այն տեղամասերը, որոնք շարունակված են կոմպլեքս ալիքային վեկտորների համար: Համեմատելով երկու նյութերում տատանումների սպեկտրները, կարելի է առանձնացնել հաճախությունների վեց միջակայքեր՝ A -ից մինչև F:

Սկսենք A միջակայքից, որի կամայական հաճախության համար կարող ենք գտնել q_{z1} և q_{z2} իրական ալիքային վեկտորներ, համապատասխանաբար 1-ին և 2-րդ նյութերի համար: Սանշանակում է, որ A միջակայքի կամայական տատանում կարող է թափանցել հե-

ալիքները կարող են ազատ տարածվել միայն 1-ին նյութում, իսկ 2-րդ նյութում նրանք արագ մարում են: Ուրիշ խոսքերով, այդպիսի տատանումները լրիվ անդրադառնում են հետերոսահման բաժանման սահմանից: Եթե դիտարկենք բազմաշերտ կառուցվածք, որում 1-ին նյութի բարակ շերտը երկու կողմից շրջապատված է 2-րդ նյութի կիսաանվերջ տիրույթներով, ապա վերը նկարագրված ալիքները կանդրադառնան երկու հետերոսահմաններից և, վերադարձվելով առաջին շերտում, կծնավորեն կանգուն ալիքներ (սահմանափակված մոդեր): Նման արդյունք կստացվի նաև հաճախությունների D միջակայքի համար: Այդպիսի հաճախությամբ տատանումները համապատասխանում են 2-րդ նյութում սահմանափակված կամ տարածվող մոդերին: Եվ, վերջապես, C և E միջակայքերին համապատասխանող հաճախություններով տատանումներ չեն կարող գոյություն ունենալ ոչ 1-ին և ոչ էլ 2-րդ միջավայրերում, թեև կարող են ձևավորել միջսահմանային մոդեր: Նկ.4-10 -ում սխեմորեն պատկերված են վերը նկարագրված բոլոր հնարավոր տատանումների դեպքերն այն կառուցվածքի համար, որում 2-րդ նյութի շերտը երկու կողմից շրջապատված է 1-ին նյութի միջավայրով: Երևում է, որ քվանտային փոսի տիրույթում առաջանում է այնպիսի ֆոնոնների սահմանափակում և տեղայնացում (D դեպք), որոնց համապատասխան հաճախություններով տատանումներ չրջապատող միջավայրում գոյություն ունենալ չեն կարող:



Նկ.4-10. Կրկնակի հետերոսահմանով շերտավոր կառուցվածքում (նկ.4-1,բ) ցանցի տատանումների սխեմային պատկերը հաճախությունների A-F տիրույթներում՝ տարբեր միջավայրերի համար:

համար, որում 2-րդ նյութի շերտը երկու կողմից շրջապատված է 1-ին նյութի միջավայրով: Երևում է, որ քվանտային փոսի տիրույթում առաջանում է այնպիսի ֆոնոնների սահմանափակում և տեղայնացում (D դեպք), որոնց համապատասխան հաճախություններով տատանումներ չրջապատող միջավայրում գոյություն ունենալ չեն կարող:

Որպես օրինակ դիտարկենք $AlAs/GaAs/AlAs$ կառուցվածքը: Հայտնի է, որ Բրիլյուենի գոտու կենտրոնում LO -ֆոնոնի հաճախությունները $GaAs$ -ի և $AlAs$ -ի ծավալային նմուշներում, համապատասխանաբար, հավասար են 8.76 և 12.1 ՄՀց, իսկ LO -ֆոնոնային գոտիներն իրար հետ չեն հատվում: Այդ պատճառով էլ կարելի է սպասել, որ դիտարկվող կառուցվածքում հնարավոր է LO -ֆոնոնի տեղայնացված մոդերի առաջացում $GaAs$ -ի շերտի տիրույթում: Հնարավոր է նաև միջսահմանային ֆոնոնների առաջացում (C, E դեպքերում):

Ուժեղ սահմանափակված ֆոնոնների համար առաջին մոտավորությամբ կարելի է արհամարհել նրանց ներթափանցումը շրջապատող միջավայրեր և ընդունել, որ համապատասխան տատանումների լայնությո՞ւնը հետերոսահմանի վրա դառնում է զրո: Ուրիշ խոսքով, սա նշանակում է, որ սահմանափակված ֆոնոնների դեպքում կիրառելի է, այսպես կոչված, կոշտ-մեխանիկական սահմանի մոտավորությունը: Բնականաբար, որպես այդպիսի ենթադրության արդյունք, ալիքի լայնության z -կախվածության համար կստացվեն սինուսի կամ կոսինուսի նման ֆունկցիաներ՝ համապատասխանաբար, կենտ և զույգ մոդերի համար: Այդպիսի կանգուն ալիքները համարժեք են ծավալային նմուշի այնպիսի տատանումներին, որոնք ունեն

$$q_{z,n} = \frac{\pi n}{L}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (5.1)$$

ալիքային թվեր (կենտրոնական շերտին համապատասխանում է $-L/2 < z < L/2$ տիրույթը): Հետևաբար, սահմանափակված մոդերի հաճախությունները կարելի է գտնել, եթե հայտնի են ծավալային նյութի ցանցի տատանումների դիսպերսիայի կորերը՝

$$\omega_{\alpha,n} = \omega_{\alpha}(q_{z,n}): \quad (5.2)$$

Վերջում նշենք, որ նման սահմանափակված ֆոնոնային մոդեր կարող են առաջանալ նաև գերցանցերում:

§4.6 Երկայնական օպտիկական (LO) ֆոնոնների սահմանափակված մոդերը բևեռային հետերոկառուցվածքներում

Այժմ ուսումնասիրենք ցանցի տատանումների տեղայնացումը A_3B_5 տիպի միացությունների (կամ նրանց պինդ լուծույթների) հիման վրա ստեղծված քվանտային հետերոկառուցվածքներում: Հայտնի է, որ նման միացություններում զգալի դեր են խաղում իոնական կապերը, ուստի նրանց ֆոնոնային սպեկտրի նկարագրության համար անհրաժեշտ է հաշվի առնել իոնների միջև գործող երկար գործողության շառավղով էլեկտրաստատիկ փոխազդեցությունները: Հետևաբար, իրավիճակն այս դեպքում ավելի բարդ է, քան Ge -ի կամ Si -ի նման կովալենտ բյուրեղներում: Նախորդ պարագրաֆում մենք տեսանք, որ կոշտ-մեխանիկական եզրային պայմանների օգտագործումը բավարար էր գտնելու կովալենտ նյութերում սահմանափակված ֆոնոնների ալիքային վեկտորների՝ (5.1) և հաճախությունների՝ (5.2) արժեքները: Բևեռային նյութերի դեպքում անհրաժեշտ է ներմուծել լրացուցիչ փոփոխականներ, որոնք համապատասխանում են բևեռացմանը՝ $\vec{P}(\vec{r})$ և էլեկտրական դաշտի լարվածությանը՝ $\vec{F}(\vec{r})$: Այսինքն, բացի այն եզրային պայմանից, որը պահանջում է, որպեսզի տատանումների լայնությո՞ւնը բաժանման սահմանի վրա դառնա զրո, անհրաժեշտ են նոր եզրային պայմաններ: Այդ պայմանները հայտնի են էլեկ-

տրաստատիկայից և վերաբերվում են երկու միջավայրերի բաժանման սահմանի վրա էլեկտրական դաշտի լարվածության զուգահեռ և ինդուկցիայի վեկտորի նորմալ բաղադրիչների անընդհատությանը՝ $F_{111} = F_{211}$, $D_{1z} = D_{2z}$: Քանի որ երկու տիպի՝ մեխանիկական և էլեկտրական, եզրային պայմանների օգտագործումը կարող է հաճախ առաջացնել շփոթմունք, ապա անհրաժեշտ է այս հարցը քննարկել ավելի մանրամասն:

Դիտարկենք երկու կիսահաղորդիչ՝ 1 և 2, որոնք բնութագրվում են LO և TO ֆոնոնային՝ ω_{LO1} , ω_{TO1} , ω_{LO2} , ω_{TO2} հաճախություններով: Ընդհանուր դեպքում ենթադրվում է, որ այդ հաճախությունները տարբեր են: Նշանակենք $\varepsilon_1(\omega)$ -ով և $\varepsilon_2(\omega)$ -ով միջավայրերի դիէլեկտրական թափանցելիությունները: Նրանց հաճախային կախվածությունը տրվում է

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty \frac{\omega^2 - \omega_{LO}^2}{\omega^2 - \omega_{TO}^2} \quad (6.1)$$

հայտնի բանաձևով, որտեղ ε_∞ -ը բարձրհաճախային կամ օպտիկական թափանցելիությունն է:

Որոշակիության համար դիտարկենք LO -տատանումները, որոնց դեպքում էլեկտրաստատիկ դաշտը լրիվ բնութագրվում է սկալյար պոտենցիալով: Այս դեպքում թե՛ 1-ին և թե՛ 2-րդ միջավայրերում կարող ենք գրել, որ

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} \Phi: \quad (6.2)$$

Միջավայրում ազատ լիցքերի բացակայության հետևանքով $\vec{F}$ դաշտը պետք է բավարարի՝ $\text{div}(\varepsilon \vec{F}) = 0$ պայմանին, որը համարժեք է

$$\varepsilon(\omega) \Delta \Phi = 0 \quad (6.3)$$

հավասարմանը: Այդ հավասարումն ունի երկու տիպի լուծումներ: Նախ՝ այն ինքնընտանեցյալ բավարարվում է, եթե $\varepsilon(\omega) = 0$: Ինչպես հետևում է (6.1) -ից, այս պայմանը տալիս է լայնական օպտիկական տատանումների հաճախությունը՝ $\omega = \omega_{LO}$: Այդ տատանումներն ուղեկցվում են զրոյից տարբեր էլեկտրական դաշտերի առաջացմամբ թե՛ 1-ին և թե՛ 2-րդ նյութերում: (6.3) -ի մյուս լուծումը, որը համապատասխանում է $\varepsilon(\omega) \neq 0$ և $\Delta \Phi = 0$ պայմաններին, հանգեցնում է միջսահմանային օպտիկական մոդերի գոյությանը:

Բևեռային օպտիկական տատանումների սահմանափակված մոդերը քննարկելու համար ենթադրենք, որ ալիքները տարածվում են x առանցքով: Այդ դեպքում երկայնական տատանումներին բնորոշ էլեկտրաստատիկ դաշտի պոտենցիալի համար լուծումները կարելի է դասակարգել որպես երկու տիպի համաչափությամբ լուծումներ՝

$$\Phi_s = \Phi_{0,s} e^{iq_x x} \cos(q_z z), \quad \Phi_a = \Phi_{0,a} e^{iq_x x} \sin(q_z z), \quad (6.4)$$

որտեղ $\Phi_{0,s}$ -ը և $\Phi_{0,a}$ -ն զույգ և կենտ համաչափությամբ ալիքների լայնույթներն են: Որպեսզի ստանանք 2-րդ շերտում տեղայնացված մոդերը, պետք է ենթադրել, որ շրջապատող միջավայրում էլեկտրական դաշտը դառնում է զրո՝ $\vec{F}_1 = 0$ և, հետևաբար, բաժանման սահմանի վրա պետք է պատշաճ ձևով գրվեն եզրային պայմանները՝

$$F_{x,1} = F_{x,2} = 0, \quad \varepsilon_2(\omega) F_{z,2} = \varepsilon_1(\omega) F_{z,1} = 0, \quad \text{երբ} \quad z = \pm \frac{L}{2}: \quad (6.5)$$

Օգտագործելով (6.4) հավասարումները, կունենանք՝

$$iq_x \Phi_{0,s} e^{iq_x x} \cos \frac{q_z L}{2} = 0, \quad iq_x \Phi_{0,a} e^{iq_x x} \sin \frac{q_z L}{2} = 0; \quad (6.6)$$

$$q_z \varepsilon_2(\omega) \Phi_{0,s} e^{iq_x x} \sin \frac{q_z L}{2} = 0, \quad q_z \varepsilon_2(\omega) \Phi_{0,a} e^{iq_x x} \cos \frac{q_z L}{2} = 0: \quad (6.7)$$

Ինչպես արդեն նշվեց վերևում, վերջին երկու հավասարումները բավարարվում են $\omega = \omega_{LO}$ հաճախության համար: Իսկ (6.6) հավասարումներն իրենցից ներկայացնում են լայնական ալիքային վեկտորի քվանտացման պայմանները, ինչն ըստ էության համընկնում է (5.1) պայմանի հետ: Համաչափ և հակահամաչափ լուծումների համար համապատասխանաբար կունենանք՝

$$q_{z,s} = \frac{\pi(2n+1)}{L}, \quad q_{z,a} = \frac{2\pi n}{L}, \quad n = 1, 2, \dots: \quad (6.8)$$

Համեմատության նպատակով հիշեցնենք, որ (5.1) պայմանը ստացվել է մեխանիկական եզրային պայմաններից, որոնք պահանջում էին, որպեսզի բաժանման սահմանի վրա իոնների շեղման վեկտորը տեղայնացված տատանումների համար դառնա զրո: Տեսնենք, թե ինչպես են առնչվում միմյանց այդ և (6.6), (6.7) պայմանները: Կարելի է ցույց տալ, որ $u_x \sim F_x$ և $u_z \sim F_z$, հետևաբար,

$$u_x \left(z = \pm \frac{L}{2} \right) = 0 \quad (6.9)$$

պայմանը համարժեք է (6.6) պայմանին, որը ստացվում է $F_x = 0$ պայմանից: Մյուս՝

$$u_z \left(z = \pm \frac{L}{2} \right) = 0 \quad (6.10)$$

պայմանը համարժեք է $F_z \left(z = \pm \frac{L}{2} \right) = 0$ պայմանին, ինչը նշանակում է, որ

$$q_z \Phi_{0,s} e^{iq_x x} \sin \frac{q_z L}{2} = 0, \quad q_z \Phi_{0,a} e^{iq_x x} \cos \frac{q_z L}{2} = 0: \quad (6.11)$$

Այս հավասարումները լրիվ չեն համընկնում (6.7)-ի հետ, նրանք չեն պարունակում $\varepsilon_2(\omega)$ արտադրիչը և, հետևաբար, ավտոմատորեն զրո չեն դառնում, երբ

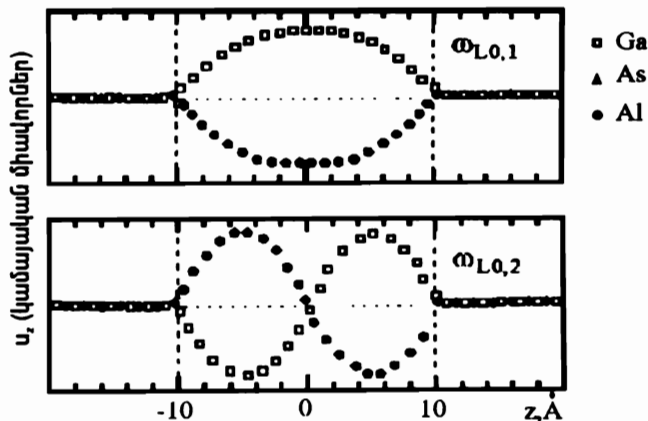
$\omega = \omega_{LO}$: (6.11) հավասարումների լուծումները համաչափ և հակահամաչափ ալիքների համար տալիս են՝

$$q_{zs} = \frac{2\pi n}{L}, \quad q_{za} = \frac{\pi(2n+1)}{L}, \quad n = 1, 2, \dots: \quad (6.12)$$

Եթե այժմ համեմատենք (6.12) և (6.8) հավասարումներն, ապա կտեսնենք, որ էլեկտրաստատիկ (6.5) և մեխանիկական (6.9) և (6.10) եզրային պայմանները չեն կարող միաժամանակ բավարարվել (համեմայն դեպս, եթե $q_x \neq 0$ կամ $q_z \neq 0$): Սակայն, երբ $q_x = 0$, ունենք, որ $u_x \sim F_x = 0$, այնպես որ (6.7) էլեկտրաստատիկ եզրային պայմանները բավարարվում են $\omega = \omega_{LO,2}$ պայմանի դեպքում, իսկ (6.12) պայմաններն ուղղակի համընկնում են (5.1) մեխանիկական եզրային պայմանի հետ: Հիշենք, որ (5.1) պայմանը դուրս էր բերված $q_x = 0$ պայմանի դեպքում: Հասկանալի է, որ $q_x \neq 0$ դեպքում (6.12) հավասարումները կիրառելի են, եթե

$$q_z \gg q_x: \quad (6.13)$$

Իրոք, այս դեպքում $|F_z| \gg |F_x|$, և ավելի շուտ անհրաժեշտ են (6.7), քան (6.6) հավասարումները (դաշտի F_x բաղադրիչները շատ փոքր են, և (6.6) հավասարումներն առաջին մոտավորությամբ կարելի է անտեսել):



Նկ.4-11. Սահմանափակված LO-ֆոնոններին համապատասխանող երկու ցածրագույն մոդերում ատոմական շեղումների լայնությունները AlAs-ով շրջապատված GaAs -ի բարակ շերտում:

Ընդհանրացնելով վերն ասվածը, կարելի է պնդել, որ $q_z \gg q_x$ անհավասարության պայմաններում պետք է պահել միայն (6.7) էլեկտրաստատիկ եզրային պայ-

մանները: Նրանք հիմա համատեղելի են շեղման u_z բաղադրիչի վրա դրվող մեխանիկական եզրային պայմանների հետ և հանգեցնում են մի շարք սահմանափակված երկայնական մոդերի առաջացման: Նշենք, որ նման վերլուծություն կարելի էր կատարել նաև TO տատանումների համար, սակայն այս դեպքում ալիքային վեկտորի քվանտացման պայմանը որոշվում է մեխանիկական եզրային պայմանից ստացվող (6.12) հավասարումներով:

Նկ. 4-11 -ում պատկերված են $AlAs$ -ով շրջապատված $20\text{\AA}$ հաստությամբ $GaAs$ -ի շերտում երկու ցածրագույն LO-մոդերի համար կատարված միկրոսկոպական հաշվարկների արդյունքները, որոնք ստացված են $q_z \gg q_x$ սահմանային դեպքի համար: Նկարում ցույց են տրված Al , Ga և As իոնների u_z շեղումները տարբեր տիրույթներում: Հստակ երևում է, որ օպտիկական LO-տատանումները տեղայնացված են $GaAs$ -ի շերտում, իսկ $AlAs$ -ի տիրույթում իոնները գրեթե չեն տատանվում:

§4.7 Միջսահմանային օպտիկական ֆոնոնները բևեռային հետերոկառուցվածքներում

Բևեռային հետերոկառուցվածքներում օպտիկական տատանումների քննարկումը եզրափակենք միջսահմանային ֆոնոնների համառոտ դիտարկմամբ:

Պարզության համար դիտարկումը սկսենք միայն մեկ հետերոսահմանով կառուցվածքից: Ինչպես արդեն նախօրոք նշվել է, միջսահմանային ֆոնոնները կարող են ստացվել (6.3) հավասարումից՝ $\varepsilon_{1,2}(\omega) \neq 0$ պայմանի դեպքում: Այդ դեպքում էլեկտրաստատիկ դաշտի պոտենցիալի համար ուղղակի ստացվում է Լապլասի հավասարումը՝ $\Delta \Phi = 0$: Վերջինիս լուծումը $z = 0$ բաժանման հարթությամբ հետերոանցման համար ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\Phi_{1,2}(x, z) = \Phi_0 e^{iq_1 x} \cdot e^{\pm q_2 z}, \quad (7.1)$$

(հետերոանցման երկու տիրույթների համար): Այստեղ ($\pm$) նշանները պետք է ընտրվեն այնպես, որ բաժանման սահմանից թե՛ աջ և թե՛ ձախ հեռանալիս տատանումների լայնույթն էքսպոնենցիալ օրենքով նվազի: Հենց այդպիսի լուծումներն են նկարագրում բաժանման սահմանի մոտ տեղայնացված ցանցի տատանումները (միջսահմանային ֆոնոններ): Նկատենք, որ թեև (7.1) հավասարումով նկարագրվող պոտենցիալը $z = 0$ հարթության նկատմամբ համաչափ է, սակայն էլեկտրական դաշտի լարվածության և միջավայրի բևեռացման վեկտորի լայնույթներն առաջին և երկրորդ տիրույթներում տարբեր են, ինչը հետևանք է այն փաստի, որ միջավայրերը բնութագրվում են տարբեր դիէլեկտրական թափանցելիություններով՝ $\varepsilon_1(\omega) \neq \varepsilon_2(\omega)$: (7.1) արտահայտությունը $z = 0$ հարթության վրա բավարարում է ոչ միայն էլեկ-

տրաստատիկ պոտենցիալի անընդհատության պայմանին, այլև ապահովում է, որ-պեսզի տեղի ունենա նաև էլեկտրական դաշտի լարվածության վրա դրվող առաջին եզրային պայմանը ($F_{1x} = F_{2x} = 0$ հետերոսահմանի վրա, տես (6.5) հավասարումը): Իսկ (6.5) -ի երկրորդ եզրային պայմանը տալիս է միջսահմանային ֆոնոնների դիսպերսիայի օրենքը՝

$$-\varepsilon_1(\omega) \frac{d\Phi_1}{dz} \Big|_{z=-0} = -\varepsilon_1(\omega) \frac{d\Phi_1}{dz} \Big|_{z=+0} \quad \text{կամ} \quad \varepsilon_1(\omega) + \varepsilon_2(\omega) = 0: \quad (7.2)$$

Օգտագործելով (6.1) հավասարումը, կարելի է վերջին հավասարումը ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\varepsilon_{\infty,1} \frac{\omega^2 - \omega_{OL,1}^2}{\omega^2 - \omega_{OT,1}^2} + \varepsilon_{\infty,2} \frac{\omega^2 - \omega_{OL,2}^2}{\omega^2 - \omega_{OT,2}^2} = 0: \quad (7.3)$$

Ստացվեց ω^2 -ու նկատմամբ քառակուսային հավասարում, որը, ինչպես հեշտ է համոզվել, միշտ ունի երկու դրական լուծում: Այսինքն՝ գոյություն ունեն երկու ($\omega_{IF}^{\pm}$) տարբեր հաճախությամբ միջսահմանային մոդեր: Հաշվի առնելով, որ բևեռային բյուրեղներում սովորաբար $\omega_{TO} < \omega_{LO}$, կարելի է առանձնացնել հետևյալ հնարավոր դեպքերը (կախված $\omega_{LO,1,2}$ և $\omega_{TO,1,2}$ չորս պարամետրերի հարաբերությունից) .

$$\omega_{TO,1} < \omega_{IF}^- < \omega_{TO,2} < \omega_{LO,1} < \omega_{IF}^+ < \omega_{LO,2}, \quad (7.4)$$

եթե $\omega_{TO,1} < \omega_{TO,2}$, $\omega_{LO,1} < \omega_{LO,2}$ և

$$\omega_{TO,2} < \omega_{IF}^- < \omega_{TO,1} < \omega_{LO,1} < \omega_{IF}^+ < \omega_{LO,2}, \quad (7.5)$$

եթե $\omega_{TO,2} < \omega_{TO,1}$, $\omega_{LO,1} < \omega_{LO,2}$: (7.4) և (7.5) անհավասարությունները գրելիս մենք ենթադրեցինք ծավալային նյութերին բնորոշ հաճախությունների որոշակի կարգ: Օրինակ՝ $AlAs/GaAs$ հետերոանցման համար տեղի ունի հետևյալ անհավասարությունների շարքը՝

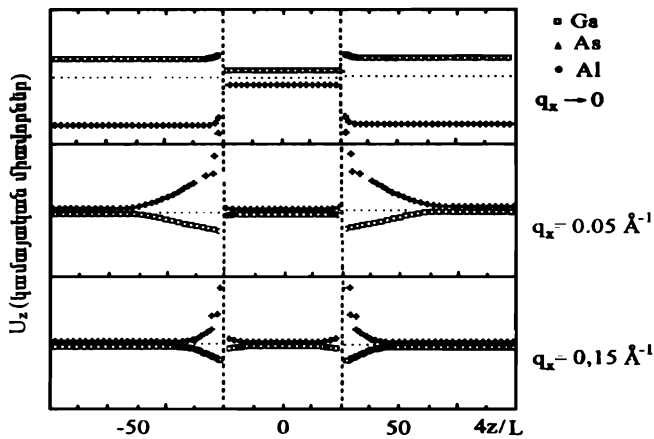
$$\omega_{TO,GaAs} < \omega_{LO,GaAs} < \omega_{TO,AlAs} < \omega_{LO,AlAs}, \quad (7.6)$$

ինչը նշանակում է, որ միջսահմանային մոդերից մեկը պետք լինի $AlAs$ -ի նման մոդ, իսկ մյուսը՝ $GaAs$ -ի նման մոդ: Ընդ որում, $AlAs$ -ի նման մոդի հաճախությունն ընկած է ($\omega_{TO,AlAs}$, $\omega_{LO,AlAs}$), իսկ $GaAs$ -ի նման մոդինը՝ ($\omega_{TO,GaAs}$, $\omega_{LO,GaAs}$) միջակայքերում:

Նկ. 4-12 -ում բերված են $AlAs/GaAs/AlAs$ կրկնակի հետերոանցումով կառուցվածքի համար միջսահմանային մոդերի միկրոսկոպական հաշվարկի արդյունք-

ները: Դիտարկված է ալիքային վեկտորի երկայնական q_x բաղադրիչի երեք արժեք՝ $q_x \approx 0; 0,05 \text{ \AA}^{-1}; 0,015 \text{ \AA}^{-1}$: Ստացված արդյունքները հաստատում են միայնակ հետերոսահմանի մոտ տեղայնացված մոդերի առաջացման վերը նկարագրված պրոցեսը: Դիտարկվող տատանումների հաճախությունը մեծ է և մոտ $\omega_{LO, AlAs}$ -ին: Երևում է, որ ինչքան մեծ է q_x -ը, այնքան ուժեղ է տեղայնացված մոդը, ընդ որում, այն $AlAs$ -ին նման մոդ է, և էքսպոնենցիալ օրենքով մարում է, երբ ներթափանցում է $GaAs$ -ի տիրույթ:

Որպես եզրակացություն կարելի է փաստել, որ $AlAs/GaAs/AlAs$ կրկնակի հետերոսահմանով կառուցվածքում կարող են գոյություն ունենալ երեք տիպի օպտիկական տատանումներ: Բարձր հաճախությունների դեպքում գոյություն ունեն $AlAs$ -ի համանման մոդեր, որոնք տարածվում են արգելքային տիրույթներում և



Նկ. 4-12. $AlAs/GaAs/AlAs$ կառուցվածքում ատոմական շեղումների լայնույթները $AlAs$ -ի նման միջսահմանային մոդերի համար ($L = 20 \text{ \AA}$):

ներթափանցելով $GaAs$ -ի շերտ՝ շատ արագ (էքսպոնենցիալորեն) մարում են: Եթե տատանումների հաճախությունը մոտ է $GaAs$ -ի ծավալային ֆոնոնների հաճախությանը, ապա առաջանում են քվանտային փոսում տեղայնացված մոդեր, որոնք ունեն տարբեր q_z -եր:

Բացի նշվածներից, կարող են գոյություն ունենալ նաև մեկ կամ երկու միջսահմանային մոդեր, որոնք տեղայնացված են բաժանման սահմանին մոտ և հիմնականում գտնվում են $GaAs$ -ի կամ $AlAs$ -ի տիրույթներում:

Այս բոլոր օպտիկական տատանումները ստեղծում են էլեկտրաստատիկ դաշտեր, որոնց միջոցով դրանք ուժեղ փոխազդում (զուգավորվում) են $GaAs$ -ի քվանտային փոսում տեղայնացված էլեկտրոնների հետ:

Գրականություն 4-րդ գլխի վերաբերյալ

1. Л.Д. Ландау, Е.М.Лифшиц, Теория упругости, М., Наука, 1987.
2. В.Ф.Гантмахер, И.Б.Левинсон, Рассеяние носителей тела в металлах и полупроводниках. М., Наука, 1984.
3. И.Киттель, Квантовая теория твердых тел, М., Наука, 1967.
4. И.Ашкрофт, Н.Мермин, Физика твердого тела, т.1,2, М., Мир, 1979.
5. Ա.Ա.Կիրակոսյան, Պինդ մարմնի ֆիզիկայի ներածություն, մաս I, II, Երևան, 1999.
6. I. Ipatova, V. Mitin, Introduction to Solid-State Electronics, Addison-Wesley, New-York, 1996.
7. P.Y.Yu, M.Cardona, Fundamentals of Semiconductors. Physics and Material Properties, Springer, Berlin, 1999.
8. Handbook Series on Semiconductor Parameters, v.2, Ternary and Quaternary A_3B_5 Semiconductors, Eds., M. Levinshtein, S.Rumyantsev, M.Shur, Word Scientific, Singapore, 1999.
9. V.Mitin, V.Kochelap, M.Stroscio, Quantum Heterostructures, Microelectronics and Optoelectronics, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK, 1999.
10. Ch.Hamaguchi, Basic Semiconductor Physics, Springer, Berlin, 1999.

ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ՑՐՈՒՄԸ ՔՎԱՆՏԱԶԱՓԱՅԻՆ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔՆԵՐՈՒՄ

§5.1 Ներածություն

Մինչև հիմա մենք ուսումնասիրում էինք զանազան տիպի քվանտաչափային կառուցվածքներում էլեկտրոնային գազի էներգիական վիճակները և հավասարակշիռ հատկությունները, որոնք որոշվում էին սահմանափակող պոտենցիալի տեսքով, էլեկտրոնների վիճակագրությամբ, նրանց միջև գործող կուլոնյան փոխազդեցությամբ և այլն:

Էլեկտրոն-ֆոտոնային փոխազդեցությամբ պայմանավորված երևույթները, լեզիրող խառնուրդների կոնցենտրացիաների ֆլուկտուացիաները և ցրումները զանազան արատների կողմից սովորաբար չեն կարող փոփոխել էլեկտրական գազի հավասարակշռական հատկությունները: Ի հակադրություն նշվածին, էլեկտրահաղորդականությունը, էլեկտրոնների դիֆուզիան, նրանց օպտիկական արձագանքը և այլն, իրենց մեջ էականորեն ներառում են էլեկտրոնների շարժումն արտաքին զրգռումների ազդեցության տակ և նրանց ցրումները տարբեր արատների վրա: Այս գլխում մեր նպատակն է ուսումնասիրել էլեկտրոնների ցրման այն առանձնահատկությունները, որոնք ի հայտ են գալիս քվանտային կառուցվածքներում էլեկտրոնների և ֆոնոնների տարածական սահմանափակվածության հետևանքով:

Հայտնի է, որ հավասարակշռությունից հեռու վիճակներում էլեկտրոնների շարժումն իրենից ներկայացնում է ազատ վազքի (թռիչքի) միջակայքեր, որոնք ընդհատվում են ցրման ակտերով: Երկու հաջորդական ցրման ակտերի միջև ընկած ժամանակահատվածում էլեկտրոնը կարող է կատարել արագացող շարժում արտաքին դաշտերի ազդեցության տակ: Ցրման հետևանքով էլեկտրոնը կարող է կորցնել իր իմպուլսը և էներգիան, այն կարող է փոխել իր ենթագոտու համարը, սպինի ուղղությունը և այլն: Յուրաքանչյուր այդպիսի պրոցես բնութագրելու համար կարելի է մտցնել ազատ վազքի միջին տևողության և այլ բնութագրական ժամանակների գաղափարներ, որոնք կբնութագրեն իմպուլսի, էներգիայի, սպինի և այլ մեծությունների ժամանակային ռելաքսացիաները: Բնութագրական ժամանակների մեծությունները կախված են ցրման մեխանիզմներից և դրանց ուժգնությունից: Կարևոր է նկատի ունենալ, որ ցրումները, վերևից սահմանափակելով էլեկտրոնների շարժունության և հոսքնթացի (դրեյֆի) արագության մեծությունները, ըստ էության որոշում են նաև կիսահաղորդչային սարքերի արագագործության աստիճանը: Մյուս կողմից, ցրումները, լինելով պատահական պրոցեսներ, բնութագրում են էլեկտրոնա-

յին գազի աղմուկների ներքին սահմանը, ինչն, իր հերթին, որոշում է կիսահաղորդչային սարքի զգայունության շենը: Հետևաբար՝ նանոէլեկտրոնային սարքերի աշխատանքի համար շատ կարևոր է հասկանալ քվանտային հետերոկառուցվածքներում էլեկտրոնների ցրման մեխանիզմների առանձնահատկությունները:

Գոյություն ունեն ցրման տարբեր մեխանիզմներ: Դրանք են՝ ցրում լիցքավորված կամ չեզոք խառնուրդների վրա, փոխազդեցություն ծավալային կամ սահմանափակված ֆոտոնների հետ, ցրումներ բաժանման սահմանի խորդուբորդությունների, բաղադրության ֆլուկտուացիաների վրա և այլն: Քվանտաչափային կառուցվածքներում այդ ցրման մեխանիզմները կարող են զգալիորեն տարբերվել ծավալային նմուշներում գործող նմանատիպ ցրման մեխանիզմներից:

Հայտնի է, որ քվանտային մեխանիկայում ցրման պրոցեսը սովորաբար բնութագրվում է i սկզբնական վիճակից դեպի f վերջնական վիճակ միավոր ժամանակում էլեկտրոնների անցման W_{if} հավանականությամբ: Երբ քննարկվում են էլեկտրոնների տեղափոխական երևույթները, ապա սկզբնական և վերջնական վիճակները բնութագրող քվանտային թվերի հավաքածուները պետք է ներառեն նաև սկզբնական $\vec{k}$ և վերջնական $\vec{k}'$ քվազիալիքային վեկտորները: Եթե սկզբնական և վերջնական վիճակները բնութագրվում են նաև լրացուցիչ n և m ընդհատ քվանտային թվերով, ապա ընդհանուր դեպքում քվանտային վիճակների միջև ցրման հետևանքով էլեկտրոնի անցման հավանականությունը կարելի է ներկայացնել $W(n, \vec{k}; m, \vec{k}')$ տեսքով: Եռաչափ (ծավալային) նմուշներում n -ի տակ հասկացվում է միայն սպինային s քվանտային թիվը, իսկ $\vec{k}$ -ն՝ եռաչափ քվազիալիքային վեկտորը է: Երկչափ դեպքում $n \equiv \{s, i\}$, որտեղ i -ն ենթագոտու համարն է, իսկ $\vec{k}$ -ն՝ երկչափ քվազիալիքային վեկտորը: Միաչափ դեպքում $n \equiv \{s, i, j\}$, որտեղ i -ն և j -ն բնութագրում են երկու ուղղություններով չափային քվանտացված վիճակները (միաչափ ենթագոտիները), իսկ k -ն քվանտային լարի առանցքի ուղղությամբ ազատ շարժման քվազիալիքային թիվն է:

Եթե $W(n, \vec{k}; m, \vec{k}')$ հավանականությունները հայտնի են, ապա սկզբունքորեն կարելի է հաշվել բախումների ինտեգրալը և ռելաքսացիայի ժամանակը (տես Գլ.6): Ստորև մենք կգբաղվենք տարբեր ցրման մեխանիզմների համար $W(n, \vec{k}; m, \vec{k}')$ մեծության հաշվարկով, ինչը հնարավորություն կտա հաշվելու մեկմասնիկային և տրանսպորտային ռելաքսացիաների ժամանակները: Սկսենք խառնուրդային դրումից:

§5.2 Էլեկտրոնների խառնուրդային ցրման ընդհանուր նկարագրությունը

Խառնուրդային ցրումը սահմանափակում է էլեկտրոնների շարժունությունը ցածր ջերմաստիճաններում, երբ կիսահաղորդչային բյուրեղում ֆոնոնների թիվը շատ փոքր է: Խառնուրդների հետ կապված ցրող պոտենցիալի բնույթը կարող է լի-

նել տարբեր: Օրինակ՝ լիցքավորված խառնուրդները, ինչպիսիք են իոնացված դոնորները կամ ակցեպտորները, բնութագրվում են հեռազդեցության բնույթի կուլոնյան պոտենցիալով, իսկ չեզոք խառնուրդները՝ սովորաբար ցուցաբերում են բարդ տեսքի, կարճազդեցության բնույթի պոտենցիալ: Այս երկու տիպի կենտրոնները տարբեր ձևով են ազդում լիցքակիրների ցրման արագության վրա: Նախքան երկչափ էլեկտրոնների ցրման մանրամասն նկարագրությանն անցնելը նպատակահարմար է դիտարկել խառնուրդային ցրման ընդհանուր տեսությունը:

Դիցուք՝ ունենք ազատ երկչափ էլեկտրոնային գազ: $\vec{\rho}$ -ով նշանակենք էլեկտրոնի շառավիղ-վեկտորը երկչափ էլեկտրոնային գազի հարթության մեջ: Տեղադրենք համակարգը $S = L \times L$ մակերեսով անվերջ խոր պոտենցիալային արկղի մեջ: Պարզ է, որ վերջին քայլն արվում է մաթեմատիկական հաշվումները հեշտացնելու համար, և մեծ S -երի դեպքում ֆիզիկական արդյունքները չպետք է կախված լինեն այդ S մեծությունից: Էլեկտրոնի սկզբնական և վերջնական վիճակները բնութագրվող նորմավորված ալիքային ֆունկցիաները վերցնենք հարթ ալիքների տեսքով՝

$$\psi_i = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(i\vec{k}\vec{\rho}), \quad \psi_f = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp[i(\vec{k} + \vec{q})\vec{\rho}], \quad (2.1)$$

որտեղ նկատի է առնված, որ ցրումից հետո էլեկտրոնի քվազիալիքային վեկտորը փոխվել է և դարձել $\vec{k} + \vec{q}$: Այս դեպքում որպես գրգռում հանդես է գալիս խառնուրդի դաշտում էլեկտրոնի լրացուցիչ պոտենցիալ էներգիան $V(\vec{\rho})$ -ն, ուստի ցրման մատրիցական տարրը՝

$$\begin{aligned} V_{fi} &= \int_S \psi_f^* \hat{V} \psi_i d^2\vec{\rho} = \frac{1}{S} \int_S e^{-i(\vec{k}+\vec{q})\vec{\rho}} V(\vec{\rho}) e^{i\vec{k}\vec{\rho}} d^2\vec{\rho} = \\ &= \frac{1}{S} \int_S V(\vec{\rho}) e^{-i\vec{q}\vec{\rho}} d^2\vec{\rho} = S^{-1} \tilde{V}(\vec{q}), \end{aligned} \quad (2.2)$$

որտեղ $\tilde{V}(\vec{q})$ -ն ցրող պոտենցիալի երկչափ ֆուրյե-պատկերն է: Խոտորումների տեսության հիման վրա կարող ենք գրել միավոր ժամանակամիջոցում $\vec{k}$ վիճակից $(\vec{k} + \vec{q})$ վիճակ ցրման հավանականությունը (արագությունը)՝

$$W_{\vec{k}+\vec{q},\vec{k}} = \frac{1}{S^2} \frac{2\pi}{\hbar} |\tilde{V}(\vec{q})|^2 \delta[\varepsilon(\vec{k} + \vec{q}) - \varepsilon(\vec{k})]: \quad (2.3)$$

Վերը ստացված պարզ արդյունքն այն մասին, որ ցրման արագությունը համեմատական է ցրող պոտենցիալի ֆուրյե-պատկերի մոդուլի քառակուսուն, հայտնի է նաև որպես Բորնի մոտավորություն: Այս մոտավորությունը շատ հաճախ է կիրառվում ցրման տեսությունում և նրա կիրառման պայմանները մանրամասն ուսումնասիրվում են քվանտային մեխանիկայի դասընթացներում: (2.3) բանաձևից հետևում է,

որ ցրման արագությունը պարունակում է S^{-2} գործոնը, որի շնորհիվ ցրման հավանականությունը դառնում է շատ փոքր, երբ համակարգի չափերը դառնում են շատ մեծ ($S \rightarrow \infty$): Սա բնական արդյունք է մեկ ցրող կենտրոնի համար, որի՝ որպես ցրողի, դերն այնքան ավելի փոքր է, որքան մեծ են համակարգի չափերը: Սակայն հասկանալի է, որ այս փաստը չի կարող ունենալ որևէ ֆիզիկական հետևանք, ասենք՝ շարժունության կամ հաղորդականության վրա, որոնք մակրոսկոպական նմուշում, իհարկե, չպետք է կախված լինեն նրա չափերից:

Այժմ անցնենք $\vec{k}$ սկզբնական վիճակից կամայական վերջնական վիճակ էլեկտրոնի ցրման լրիվ արագության հաշվարկին: Նշանակենք այն $1/\tau_i(\vec{k})$ -ով, որը, իհարկե, կախված է $\vec{k}$ -ից: Ինչպես արդեն նշվել է, գոյություն ունեն էլեկտրոնի ցրման տարբեր ժամանակներ, և մեր կողմից մտցված τ_i ժամանակն էլ հաճախ կոչվում է տարբեր անուններով: Մենք այն կանվանենք *մեկմասնիկային* ռելաքսացիայի ժամանակ: Որոշ դեպքերում այն կոչվում է նաև քվանտային կյանքի տևողություն և այլն: Ենթադրենք, որ վերջնական վիճակն ազատ է (էլեկտրոնով զբաղեցված չէ), և, հետևաբար, կարիք չկա հաշվի առնելու վիճակների զբաղեցման Ֆերմիի գործոնը: Հասկանալի է, որ մեկ խառնուրդի կողմից ցրման լրիվ արագությունը հավասար կլինի տարբեր $\vec{q}$ -ով ցրումների արագությունների գումարին՝

$$\left(\frac{1}{\tau_i}\right)_{imp} = \sum_{\vec{q}} W_{\vec{k}+\vec{q}, \vec{k}} : \quad (2.4)$$

Սովորականի նման ըստ $\vec{q}$ -ի գումարումը մակրոսկոպական համակարգում կարելի է փոխարինել ինտեգրումով ըստ հետևյալ կանոնի՝

$$\sum_{\vec{q}} \rightarrow \frac{S}{(2\pi)^2} \int d^2 q : \quad (2.5)$$

Մենք տեսնում ենք, որ այստեղ նորից ի հայտ եկավ S մեծությունը և դա բնական է, քանի որ վերջնական վիճակների խտությունը համեմատական է համակարգի մակերեսին:

Նկատենք, որ (2.5) արտահայտության մեջ սովորականի նման 2 գործակից չի մտնում, քանի որ ենթադրվում է, որ ցրող պոտենցիալը չի փոխազդում էլեկտրոնի սպինի հետ և հետևաբար նրան չի շրջում, ինչի պատճառով էլ վերջնական վիճակներում սպինի ընտրության հարց չի առաջանում:

Հաջորդ փաստը, որ պետք է նկատի ունենալ, դա կամայական նմուշում ոչ թե մեկ, այլ բազմաթիվ ցրող կենտրոնների առկայությունն է: Եթե միավոր մակերեսի վրա խառնուրդների միջին խտությունը նշանակենք $n_i^{(2D)}$ -ով, ապա նրանց լրիվ թիվը նմուշում կլինի՝ $N_i^{(2D)} = S n_i^{(2D)}$: Պարզվում է, սակայն, որ տարբեր խառնուրդ-

ներից եկող ցրումները ոչ միշտ է հնարավոր պարզ ձևով իրար միավորել, քանի որ էլեկտրոններն ալիքներ են, և իրար մոտ գտնվող խառնուրդներից ցրված ալիքները կարող են վերադրվելով տալ ինտերֆերենց: Էլեկտրոնային ալիքների այդպիսի ինտերֆերենցը շատ կարևոր է հաղորդականության մեզասկզպական ռեժիմում, և նրա արդյունքը կախված է խառնուրդների ճշգրիտ դասավորությունից: Նման ինտերֆերենցը կարող է շատ ուժեղ լինել հատկապես միաչափ դեպքում: Բավական է հիշել ռեզոնանսային թունելավորման երևույթը, որն ըստ էության հենց արգելապատերից ցրված ալիքների ինտերֆերենցի արդյունք է (տես Գլ. 7):

Բարեբախտաբար, շատ դեպքերում, մասնավորապես մակրոսկոպական չափերով մոնիշերում և բարձր ջերմաստիճաններում հնարավոր է արհամարհել ինտերֆերենցի երևույթը և ենթադրել, որ ամեն մի խառնուրդային կենտրոնից ցրումն անկախ է մյուսներից: Հետևաբար՝ այդպիսի դեպքերում ցրման լրիվ արագությունը կստացվի (2.4) արտահայտությունն ուղղակի $N_i^{(2D)}$ -ով բազմապատկելով.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_i} &= S n_i^{(2D)} \frac{S}{(2\pi)^2} \int \frac{1}{S^2} \frac{2\pi}{\hbar} |\tilde{V}(\vec{q})|^2 \delta[\epsilon(\vec{k} + \vec{q}) - \epsilon(\vec{k})] d^2 \vec{q} = \\ &= n_i^{(2D)} \frac{2\pi}{\hbar} \int |\tilde{V}(\vec{q})|^2 \delta[\epsilon(\vec{k} + \vec{q}) - \epsilon(\vec{k})] \frac{d^2 \vec{q}}{(2\pi)^2} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Ինչպես և սպասվում էր, էլեկտրոնի մեկմասնիկային կյանքի տևողության վերջնական բանաձևից S գործոնը կրճատվեց:

Այստեղ հարկ է նշել, որ մեր կողմից մտցված մեկմասնիկային կյանքի տևողությունը՝ τ_i -ն, այն ժամանակը չէ, որը սովորաբար ի հայտ է գալիս հաղորդականության կամ շարժունության հաշվարկներում: Վերջիններս պարունակում են էլեկտրոնի, այսպես կոչված, տրանսպորտային կյանքի տևողությունը՝ τ_{tr} , որի օգնությամբ, օրինակ, շարժունությունը տրվում է $\mu = e\tau_{tr}/m^*$ առնչությամբ: τ_i -ի և τ_{tr} -ի միջև եական տարբերությունը կայանում է նրանում, որ τ_{tr} -ը հաշվարկվելիս տարբեր բախումներ հաշվի են առնվում կշռավորված ձևով: Նկ. 5-1 -ում պատկերված է ցրման դիագրամը, որից երևում է, թե ինչպես է $\vec{q}$ վեկտորը կապված ցրման θ անկյան հետ:

Քանի որ ցրումը խառնուրդների վրա առաձգական է, ապա էներգիայի պահպանման օրենքից հետևում է, որ ալիքային վեկտորը ցրումից առաջ և վերջում ունի նույն մեծությունը $|\vec{k} + \vec{q}| = |\vec{k}|$, հետևաբար՝ բոլոր հնարավոր վեջնական $|\vec{k} + \vec{q}|$ վեկտորների ծայրերը պետք է ընկած լինեն շրջանագծի վրա: Գծագրից ակնհայտ է, որ

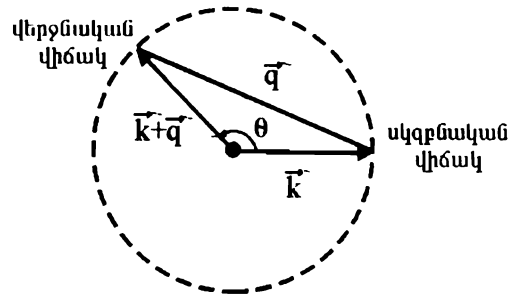
$$q = 2k \sin \frac{\theta}{2}: \quad (2.7)$$

Նկատենք, որ մեկմասնիկային կյանքի տևողությունը հաշվելիս օգտագործված (2.6) արտահայտության մեջ բոլոր անկյուններով ցրումները պարունակվում են միատեսակ կշռավորված: Ուրիշ խոսքով, (2.6) բանաձևում շատ փոքր ($\theta \approx 0$) անկյունների տակ ցրումների ազդեցությունը հաշվի ենք առել ճիշտ նույն չափով, ինչ որ մեծ՝ $\theta \approx \pi$ անկյունների տակ ցրումներինը: Սակայն, հասկանալի է, որ դրանք նույն ազդեցությունը չունեն շարժունության և հոսանքի տեղափոխման պրոցեսների վրա: Ինքընստինքյան հասկանալի է նաև, որ ճակատային ցրումները ($\theta \approx \pi$) շատ ավելի մեծ ազդեցություն պետք է բողոքեն հոսանքի վրա, քան փոքր անկյունների տակ ցրումները: Հետևաբար՝ անհրաժեշտ է այս փաստն ինչ-որ ձևով հաշվի առնել: Պարզ է, որ ցրման հետևանքով էլեկտրոնի տեղափոխման արագության բաղադրիչը սկզբնական շարժման ուղղությամբ փոքրանում է և դառնում է համեմատական $\cos\theta$ -ին: Կարելի է մտածել, որ շարժման ուղղության փոփոխության գործում ցրման ակտի “արդյունավետությունը” տրվում է 1 -ի և այդ $\cos\theta$ -ի տարբերությամբ, ինչը հաստատվում է նաև մանրամասն հաշվումներով: Մյուս կողմից, ըստ (2.7) -ի, $1 - \cos\theta = q^2/2k^2$, հետևաբար՝ տրանսպորտային ռելաքսացիայի ժամանակը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{1}{\tau_{tr}} = n_i^{(2D)} \frac{2\pi}{\hbar} \int \frac{q^2}{2k^2} |\tilde{V}(\vec{q})|^2 \delta[\varepsilon(\vec{k} + \vec{q}) - \varepsilon(\vec{k})] \frac{d^2 q}{(2\pi)^2} : \quad (2.8)$$

Նկատենք, որ այս բանաձևում առկա $q^2/2k^2$ լրացուցիչ գործոնը գերակշռելի ներդրում է ապահովում միայն մեծ անկյունների տակ ցրումների համար:

Այսպիսով, ստացանք ընդհանուր արտահայտություններ ցրման $\tau_i^{-1}(\vec{k})$ և $\tau_{tr}^{-1}(\vec{k})$ արագությունների համար: Այդ արտահայտությունները հաճախ կարելի է պարզեցնել, քանի որ շատ ցրող պոտենցիալներ ունեն շրջանային համաչափություն: Թերևս բացառություն կարող է կազմել միայն ցրումը լիցքավորված դիպոլների կողմից: Ձևափոխենք տրանսպորտային ռելաքսացիայի τ_{tr} ժամանակի (2.8) արտահայտությունը, ժամանակավորապես մտցնելով նոր ալիքային վեկտոր՝ $\vec{k}' = \vec{k} + \vec{q}$.



Նկ. 5-1. $\vec{k}$ -տարածության մեջ $\vec{q}$ ալիքային վեկտորի և ցրման θ անկյան կապը:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_{rr}} &= n_i^{(2D)} \frac{2\pi}{\hbar} \int \frac{|\vec{k}' - \vec{k}|^2}{2k^2} |\tilde{V}(\vec{k}' - \vec{k})|^2 \delta[\varepsilon(\vec{k}') - \varepsilon(\vec{k})] \frac{d^2 \vec{k}'}{(2\pi)^2} = \\ &= \frac{n_i^{(2D)}}{2\pi \hbar} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} k' dk' \frac{|\vec{k}' - \vec{k}|^2}{2k^2} |\tilde{V}(\vec{k}' - \vec{k})|^2 \delta\left(\frac{\hbar^2 k'^2}{2m_n^*} - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n^*}\right): \quad (2.9) \end{aligned}$$

Այս բանաձևը գրելիս մենք բևեռային (k', θ) կոորդինատային համակարգի առանցքն ընտրեցինք $\vec{k}$ -ի ուղղությամբ, հետևաբար՝ բևեռային անկյունը համընկնում է ցրման θ անկյան հետ: δ -ֆունկցիայի գոյությունը պահանջում է, որ ալիքային վեկտորի մեծությունը պահպանվի՝ $k' = k$: Ըստ k' -ի ինտեգրման համար կատարենք նշանակում՝ $k'^2 - k^2 = 2m_n^* x / \hbar^2$, որտեղից՝ $k' dk' = m_n^* dx / \hbar^2$: Սյուս կողմից, ըստ կոսինուսների թեորեմի՝

$$|\vec{k}' - \vec{k}|^2 = k'^2 + k^2 - 2kk' \cos \theta: \quad (2.10)$$

Քանի որ $k' = k$ -ին, ապա այս վերջին հավասարումը նորից հանգում է $|\vec{k}' - \vec{k}| = 2k \sin(\theta/2) = q$ հավասարմանը: Այսպիսով, (2.8) հավասարումը կստանա հետևյալ տեսքը՝

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_{rr}} &= \frac{n_i^{(2D)}}{2\pi \hbar} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{m_n^*}{\hbar^2} dx \frac{2k^2 + \frac{2m_n^*}{\hbar^2} x - 2k \cos \theta \sqrt{\frac{2m_n^*}{\hbar^2} x + k^2}}{2k^2} \times \\ &\times \left| \tilde{V} \left(\sqrt{2k^2 + \frac{2m_n^*}{\hbar^2} x - 2k \cos \theta} \sqrt{\frac{2m_n^*}{\hbar^2} x + k^2} \right) \right|^2 \delta(x) = \\ &= \frac{n_i^{(2D)} m_n^*}{2\pi \hbar^3} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta (1 - \cos \theta) \left| \tilde{V} \left(2k \sin \frac{\theta}{2} \right) \right|^2 = \\ &= \frac{n_i^{(2D)} m_n^*}{\pi \hbar^3} \int_0^{\pi} d\theta (1 - \cos \theta) \left| \tilde{V} \left(2k \sin \frac{\theta}{2} \right) \right|^2: \quad (2.11) \end{aligned}$$

Ստացված արտահայտությունը կարելի է նաև ներկայացնել ըստ q -ի ինտեգրալի տեսքով՝ հաշվի առնելով, որ $q = 2k \sin \frac{\theta}{2}$.

$$\frac{1}{\tau_{ir}} = n_i^{(2D)} \frac{m_n^*}{2\pi \hbar^3 k^3} \int_0^{2k} |\tilde{V}(q)|^2 \frac{q^2 dq}{\sqrt{1 - \left(\frac{q}{2k}\right)^2}} : \quad (2.12)$$

Նկատենք, որ նման ձևով վարվելով τ_i^{-1} -ի արտահայտության հետ, այն կարող ենք բերել (2.11) -ի տեսքի, սակայն մի տարբերությամբ՝ նրանում կբացակայի կշռավորող $(1 - \cos \theta)$ անդամը:

Այստեղից կարելի է անել մի կարևոր հետևություն խառնուրդային ցրման մասին: Եթե ցրումն իզոտրոպ է, այսինքն՝ $V(\vec{q})$ -ն կախված չէ $\vec{q}$ վեկտորի ուղղությունից, ապա անկյունային միջինացումը ոչ մի դեր չի խաղում, և $\tau_{ir} = \tau_i$: Այսպիսի հատկությամբ օժտված է ազդեցության փոքր շառավիղ ունեցող պոտենցիալը: Լիցքավորված խառնուրդների դեպքում (հատկապես երկչափ համակարգերում), հաճախ տեղի ունի հակառակ դեպքը: Այստեղ $\tilde{V}(\vec{q})$ մեծությունը կախված է $\vec{q}$ -ի ուղղությունից և մեծությունից բավականին ուժեղ ձևով. q -ի մեծացման հետ, մասնավորապես, այն կարող է շատ արագ նվազել, որի հետևանքով էլ τ_{ir} -ի և τ_i -ի միջև կարող է առաջանալ կարգերի տարբերություն: Մեր կողմից գրած վերջին (2.12) արտահայտության մեջ q -ն փոխվում 0-ից մինչև $2k$, որը $\vec{q}$ -ի այն ամենամեծ արժեքն է, ինչը բավարարում է էներգիայի պահպանման օրենքին և համապատասխանում է ճակատային ցրմանը (երբ $\theta = \pi$, նկ. 5-1):

Եթե խոսքը գնում է մետաղների կամ ուժեղ ալյասերված երկչափ կիսահաղորդիչների մասին, ապա հայտնի է, որ հաղորդականությունը մասնակցում են այն էլեկտրոնները, որոնց $k \approx k_F$: Հետևաբար՝ (2.12) բանաձևի մեջ τ_{ir} հաշվելիս կարելի է վերցնել հենց այս վերևի սահմանը: Եթե համակարգը խիստ ալյասերված չէ, ապա k -ի համար պետք է վերցնել ակտիվ տիրույթում գտնվող էլեկտրոնների միջինացված k -ն:

Հարկ է նշել, որ ցրումը հաճախ բնութագրվում է ոչ թե ռելաքսացիայի ժամանակով, այլ ցրման արդյունաբար կտրվածքով (որը եռաչափ համակարգում ունի սմ²-ու, իսկ երկչափ համակարգերում՝ սմ-ի չափողականություն): Կարելի է մեկնասանկային ռելաքսացիայի ժամանակի հետ կապել ազատ վազքի միջին երկարությունը՝ $l_i = v\tau_i$, որտեղ $v = \hbar k/m$: Ենթադրենք՝ ամեն մի խառնուրդ կարելի է պատկերել էլեկտրոնի արագությանն ուղղահայաց, σ_i երկարությամբ հատվածով: Եթե վերցնենք արագությանը զուգահեռ մի ուղղանկյուն՝ $l_i\sigma_i$ մակերեսով, ապա էլեկտրոնը, անցնելով l_i հեռավորություն, պետք է հարվածի նրա մեջ գտնվող բոլոր

խառնուրդներին: Ըստ ազատ վազքի միջին երկարության սահմանման, ընտրված մակերեսում միջինում պետք է լինի մեկ խառնուրդ, այսինքն՝

$$n_i^{(2D)} l_i \sigma_i = 1 \text{ կամ}$$

$$\sigma_i = \frac{1}{l_i n_i^{(2D)}} = \frac{1}{v \tau_i n_i^{(2D)}} = \frac{m^*}{\hbar k \tau_i n_i^{(2D)}}: \quad (2.13)$$

Օգտվելով (2.11) արտահայտությունից և բաց թողնելով $(1 - \cos \theta)$ կշռավորող անդամը, կարող ենք τ_i -ի համար ստացվող արտահայտությունը տեղադրել վերջին հավասարման մեջ և ստանալ ցրման արդյունարար կտրվածքը՝

$$\sigma_i = \frac{m^*}{\pi \hbar^2 k} \int_0^\pi \left| \tilde{V} \left(2k \sin \frac{\theta}{2} \right) \right|^2 d\theta: \quad (2.14)$$

Հաճախ այս արտահայտությունը գրվում է նաև

$$\sigma_i = \int_{-\pi}^{\pi} \sigma(\theta) d\theta, \quad \sigma(\theta) = \frac{m^*}{\pi \hbar^2 k} \left| \tilde{V} \left(2k \sin \frac{\theta}{2} \right) \right|^2 \quad (2.15)$$

տեսքով, ինչը նշանակում է, որ ցրման արդյունարար կտրվածքը ցրման $\sigma(\theta)$ դիֆերենցիալ կտրվածքների ինտեգրալն է ըստ բոլոր հնարավոր ցրման անկյունների:

Նման ձևով հնարավոր է գրել նաև տրանսպորտային ցրման արդյունարար կտրվածքը՝ պահպանելով (2.12) -ի մեջ $(1 - \cos \theta)$ անդամը: Այսպիսով, ցրման կտրվածքի գաղափարը համարժեք է ռելաքսացիայի ժամանակի գաղափարին, սակայն այն կարծես թե ցրման ֆիզիկական ավելի տեսանելի է դարձնում, քանի որ տալիս է ցրող «կենտրոնի» այն թվացող չափը, որից մոտ հեռավորությամբ դեպի այն թռչող էլեկտրոնը ենթարկվում է ցրման (պետք է նկատի ունենալ, որ այս իմաստով ցրող «կենտրոնի» չափը կարող է տարբերվի նրա իրական չափերից):

Այժմ արդեն կարող ենք անցնել ցրման արագության կոնկրետ հաշվարկին, որի համար, սակայն, առաջին հերթին պետք է իմանալ ցրող պոտենցիալի Ֆուրյեի ձևափոխության $V(\vec{q})$ գործակիցները:

§5.3 Յրումը կարճ ազդեցության շառավղով խառնուրդի կողմից

Երկչափ համակարգերում որպես պարզագույն խառնուրդային ցրման մոդել կարող է ծառայել ջրումը a շառավղով շրջանային արգելքի վրա: Այսպիսի պոտենցիալը որոշ հեռավորության վրա դառնում է զրո (ընդունված է ասել «կտրվում է») և բնութագրվում այն կարճազրու է: Կիսահաղորդիչներում այդպիսի պոտենցիալով բնութագրվում են չեզոք խառնուրդները, օրինակի՝ Al -ի ատոմը, որը դիֆունդվում է հետերոանցման արգելքային տիրույթից դեպի $GaAs$ քվանտային փոս, որտեղ և շարժ-

վում են երկչափ էլեկտրոնները: Որպես երկար ազդեցության շառավղով ցրող կենտրոն կարող է ծառայել լիցքավորված խառնուրդը (դոնորը կամ ակցեպտորը), որին մենք կանդրադառնանք ավելի ուշ: Նկատենք, սակայն, որ երկու տիպի խառնուրդներն էլ բնութագրվում են շրջանային համաչափությամբ (եռաչափ դեպքում՝ զնդային համաչափությամբ):

Դիցուք՝ ունենք հետևյալ ցրող պոտենցիալը.

$$V(\rho) = \begin{cases} V_0, & \rho < a \\ 0, & \rho > a \end{cases} \quad (3.1)$$

Այսպիսի պոտենցիալի ֆուրյեի ձևափոխությունը՝

$$\tilde{V}(q) = \int V(\rho) e^{-i\vec{q}\vec{\rho}} d^2\rho = \int_0^\infty \rho V(\rho) d\rho \int_0^{2\pi} d\theta e^{-iq\rho\cos\theta}, \quad (3.2)$$

որտեղ θ -ն $\vec{\rho}$ -ի և $\vec{q}$ -ի կազմած անկյունն է: (3.2) -ում ըստ θ անկյան ինտեգրալն արտահայտվում է Բեսելի առաջին սեռի զրո կարգի ֆունկցիայով, ինչը երկչափ ֆուրյե-ձևափոխության բնորոշ գիծն է: Արդյունքում կունենանք

$$\tilde{V}(q) = 2\pi \int_0^\infty V(\rho) J_0(q\rho) \rho d\rho: \quad (3.3)$$

Մասնավորապես (3.1) արտահայտությամբ տրված պոտենցիալի համար

$$\tilde{V}(q) = 2\pi V_0 \int_0^a J_0(q\rho) \rho d\rho = \pi a^2 V_0 \frac{J_1(qa)}{qa}, \quad (3.4)$$

որտեղ $J_1(x)$ -ը Բեսելի առաջին սեռի առաջին կարգի ֆունկցիան է:

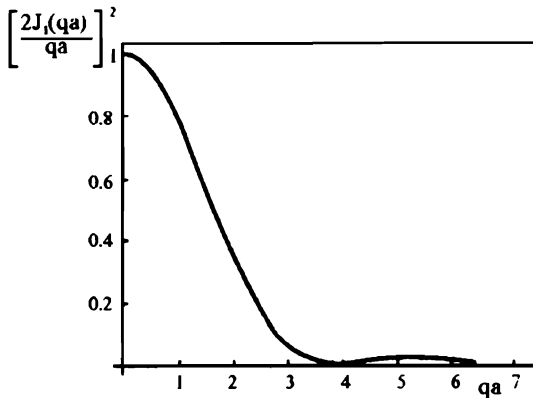
Այժմ կարող ենք հաշվել ցրման արագությունը, որն ըստ (2.3)-ի, համեմատական է $|V(q)|^2$ -ուն: Նկ.5-2 -ում պատկերված է վերջինիս կախվածությունը չափազուրկ qa մեծությունից: Ինչպես երևում է, այն ցուցաբերում է շատ արագ մարող տատանումներ, որոնց ի հայտ գալու պատճառը ցրող պոտենցիալի կտրուկ եզրն է: Եթե ցրող պոտենցիալի եզրը բնութագրենք սահուն ֆունկցիայով, ապա այդ տատանումները կվերանան: Երբ $qa \rightarrow 0$, $J_1(qa) \approx qa$, հետևաբար՝ փոքր q -երի համար

$$\tilde{V}(q) \approx \pi a^2 V_0, \quad (3.5)$$

ինչը նշանակում է, որ ցրումն իզոտրոպ է (անկախ է q -ից): Այս արդյունքը շատ հաճախ ճիշտ է նաև այլ ցրող պոտենցիալների համար: Դրա համար, սակայն, պոտենցիալը պետք է բավարարի որոշակի պայմանների: (2.2) արտահայտությունից հետևում է, որ

$$\lim_{\vec{q} \rightarrow 0} \tilde{V}(\vec{q}) = \int V(\vec{\rho}) d^2\rho, \quad (3.6)$$

որտեղ ինտեգրալը տարածվում է այն տիրույթների վրա, որտեղ ցրող պոտենցիալը տարբեր է զրոյից: Ուրեմն, որ-



Նկ. 5-2 Շրջանաձև, V_0 բարձրությամբ արգելքի համար $|V(q)|^2$ -ու կախումը ցրման ալիքային վեկտորից:

$qa \geq \pi$, $V(q) \approx 0$: Այսինքն՝ այն առավելագույն ալիքային վեկտորը, որով կարող է տեղի ունենալ ցրում տված a շառավղով արգելքից, հավասար է πa -ի: Ցրման անկյունը տրվում է $\sin \theta/2 = q/2k$ առնչությամբ և փոքր ցրման անկյունների դեպքում $\theta \approx q/k$: Ուստի առավելագույն ցրման անկյունը՝ $\theta_{max} \approx \pi/ak$, որն այնքան ավելի փոքր է, որքան մեծ է ընկնող էլեկտրոնների էներգիան: Արդյունք, որը ֆիզիկորեն լրիվ սպասելի էր:

Նկատենք, որ չեզոք խառնուրդային ատոմի բնութագրական չափը կիսահաղորդչում անգստրեմների կարգի է, հետևաբար՝ $q \ll 10^8$ սմ⁻¹ դեպքերում ցրումը կարելի է համարել q -ից անկախ: Երկչափ էլեկտրոնային գազում սովորաբար $k_F \sim 10^6$ սմ⁻¹ կարգի է, ուստի ցրումը չեզոք խառնուրդների վրա միշտ կարելի է համարել իզոտրոպ:

Վերջում ևս մի քանի նկատառումներ խառնուրդային ցրման վերաբերյալ:

Բոռնի մոտավորությամբ գրված ցրման արագության բանաձևն ունի այն առանձնահատկությունը, որ կախված չէ ցրող պոտենցիալի նշանից. V_0 խորությամբ պոտենցիալային փոսը ցրում է ճիշտ նույն ձևով, ինչպես V_0 բարձրությամբ պոտենցիալային արգելքը: Սակայն մեծ V_0 -ի դեպքում այսպիսի արդյունքը ճիշտ չէ, քանի որ ուժեղ ցրող կենտրոնի համար Բոռնի մոտավորությունն այլևս կիրառելի չէ: Օրինակ՝ մեծ բարձրությամբ շրջանաձև արգելքն էլեկտրոնի համար անթափանցելի

տարբեր է զրոյից: Ուրեմն, որպեսզի փոքր q -երի համար ցրման ֆուրյե-ձևափոխության գործակիցները լինեն անկախ q -ից և ցրումը լինի իզոտրոպ, անհրաժեշտ է, որ (3.6) ինտեգրալը լինի սահմանափակ:

Նշենք, որ հաճախ որոշ տիպի պոտենցիալների ունեն մեծ գործողության շառավիղ, և (3.6) ինտեգրալը տարամիտում է: Որպես օրինակ կարող է ծառայել ռեզերֆորդյան ցրումը չէկրանավորված կուլոնյան պոտենցիալի վրա: Նկ. 5-2 -ից հետևում է, որ q -ի մեծ արժեքների համար ցրումը զգալի թուլանում է և գործնականում, երբ

է, եթե նրա բարձրությունը շատ անգամ գերազանցում է ընկնող էլեկտրոնի էներգիան: Այս դեպքում ցրումն արդեն դառնում է անկախ V_0 -ի արժեքից: Նման արգելքներից ցրման խնդիրը լուծելիս պետք է օգտագործվեն ավելի ճշգրիտ մեթոդներ (օրինակ՝ փուլային շեղման մեթոդը): Այդ դեպքում անթափանց, շրջանաձև արգելքի վրա ցրման խնդիրը հնարավոր է ճշգրտորեն լուծել:

Ցրման տեսությունը հնարավորություն է տալիս նաև ապացուցել, որ տվյալ ցրող օբյեկտը չի կարող ունենալ կամայական մեծ ցրման ուժգնություն: Ամեն մի ցրող կենտրոնի համար գոյություն ունի ցրման արդյունաբար կտրվածքի առավելագույն արժեք: Օրինակ՝ իզոտրոպ ցրող կենտրոնը չի կարող ապահովել ավելի մեծ ցրման կտրվածք, քան $4/k$ -ն է:

Ցրման նկարագրման ընթացքում կարող են որոշակի բարդություններ առաջանալ ձգողական պոտենցիալի (պոտենցիալային փոսի) դեպքում, մասնավորապես, երբ վերջինիս եզրի մոտ գոյություն ունի կապված վիճակ (փոքր կապի էներգիայով): Այսպիսի հնարավորության հաշվառումը կարևոր է հատկապես երկչափ համակարգերում, քանի որ, ինչպես հայտնի է, կամայական խորությամբ երկչափ պոտենցիալային փոսում կա գոնե մեկ կապված վիճակ (տես Գլ.2): Այնուամենայնիվ, ճշգրիտ հաշվարկները ցույց են տալիս, որ ցրման պայմանների բավական լայն տիրույթում Բոռնի մոտավորությունը մնում է ընդունելի:

Եվ, վերջապես, կանգ առնենք մի հատուկ ցրման կենտրոնի վրա: Խոսքը գնում է երկչափ δ -պոտենցիալի մասին: Երբ շրջանաձև արգելքի շառավիղը ձգտում է զրոյի, իսկ $V_0 \rightarrow \infty$ ($V_0 a = \text{const}$), հանգում ենք $V(\vec{\rho}) = C\delta(\vec{\rho})$ տեսքի պոտենցիալով ցրող արգելքի խնդրին: Այս պոտենցիալի Ֆուրյեի ձևափոխությունը ըստ (2.2)-ի տալիս է $\tilde{V}(q) = C$ և, հետևաբար, ցրումն իզոտրոպ է: Այս մոտավորությամբ հաշվարկները շատ են պարզեցնում և այդ սահմանում մեկմասնիկային և տրանսպորտային ռելաքսացիաների ժամանակները համընկնում են: Սակայն պարզվում է, որ երկչափ համակարգերում խառնուրդային ցրման մեջ էական դեր են խաղում ոչ թե չեզոք, այլ լիցքավորված խառնուրդները, որոնց համար ցրման կտրվածքը հեռու է իզոտրոպ լինելուց: Այդ պատճառով էլ δ -կենտրոնների վրա ցրումն ունի միայն մոդելային նշանակություն:

§5.4 Լիցքավորված խառնուրդի պոտենցիալի էկրանավորումը (ընդհանուր նկարագրություն)

Նախ՝ վերհիշենք լիցքավորված դոնորի կուլոնյան դաշտի էկրանավորումը եռչափ դեպքում, այնուհետև հաջորդ պարագրաֆում կանցնենք այդ երևույթի դիտարկմանը երկչափ էլեկտրոնային համակարգերում:

Խոսելով էլեկտրական դաշտերի էկրանավորման մասին, անհրաժեշտ է սկզբից վերհիշել էլեկտրաստատիկայում դիէլեկտրիկների ազդեցության մասին: Ինչպես գիտենք, կետային լիցքի (օրինակ՝ լիցքավորված դոնորի) պոտենցիալի մեծությունը կիսահաղորդչային բյուրեղում ազատ տարածության համեմատ փոքրանում է ε անգամ (ε -ը կիսահաղորդչային բյուրեղի դիէլեկտրական հաստատունն է): Նման պատկերը, սակայն, կիրառելի է միայն այնպիսի պինդ մարմինների համար, որոնցում չկան ազատ էլեկտրոններ: Դոնորի էլեկտրական դաշտը բևեռացնում է դիէլեկտրական միջավայրի ամեն մի ատոմ, առաջացնելով նրանցից յուրաքանչյուրի մոտ $\vec{p}$ դիպոլային մոմենտ: Դիէլեկտրիկի բևեռացումը բնութագրվում է $\vec{P} = n\vec{p}$ բևեռացման վեկտորով (n -ը դիպոլների ծավալային խտությունն է): Թույլ դաշտերի դեպքում միշտ կարելի է համարել, որ մակածված դիպոլային մոմենտը համեմատական է լրիվ էլեկտրական դաշտին՝ $\vec{p} = \varepsilon_0 \vec{E}$ կամ $\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}$, որտեղ χ -ն բևեռացվածության գործակիցն է, ε_0 -ն էլեկտրական հաստատուն, իսկ $\chi = n\alpha$ մեծությունը կոչվում է միջավայրի դիէլեկտրական ընկալունակություն: Էլեկտրական դաշտի շեղման վեկտորը՝ $\vec{D} = \vec{P} + \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$: Եթե միջավայրի բևեռացման վեկտորը արտահայտենք մակածված լիցքի խտությամբ՝ $\operatorname{div} \vec{P} = -\rho_{ind}$, ապա կարելի է հեշտությամբ ցույց տալ, որ $\vec{D}$ -ն ստեղծվում է միայն արտաքին լիցքերի կողմից (մեր դեպքում՝ միայն դոնորների), այն դեպքում, երբ $\vec{E}$ -ն իր մեջ ներառում է ոչ միայն արտաքին, այլև մակածված լիցքերի կողմից ստեղծված դաշտերը: Ահա սրանում է կայանում լիցքի դաշտի էկրանավորումը պարզագույն դեպքում՝ դիէլեկտրիկի ներսում: Կարևոր է նորից նշել, որ այսպիսի էկրանավորման պրոցեսում լիցքերը կապված են: Մենք կարող էինք դիէլեկտրիկի յուրաքանչյուր ատոմ պատկերել որպես դրական և բացասական լիցքերի մի համախումբ՝ կապված իրար հետ որոշակի “գսպանակներով” (այս մոդելը, օրինակ, օգտագործվել է Լորենցի կողմից միջավայրի օպտիկական արձագանքը նկարագրելու համար): Սա, իր հերթին, նշանակում է, որ այդպիսի լիցքերը չեն կարող արտաքին էլեկտրական դաշտի ազդեցության տակ կատարել ուղղորդված շարժում: Պարզ է, որ կիսահաղորդիչներում կամ մետաղներում, որտեղ կան մեծ թվով նաև ազատ լիցքեր, այդպիսի սահմանափակում չկա. ազատ լիցքերը կարող են ազատորեն տեղաշարժվել և առաջ բերել էլեկտրական դաշտերի ուժեղ էկրանավորում: Հենց այդպիսի էկրանավորման իմաստով կարելի է ասել, որ $e/4\pi\varepsilon_0 R$ տիպի պոտենցիալը չէկրանավորված կուլոնյան պոտենցիալ է, քանի որ նրա մեջ միայն հաշվի է առնված միջավայրի կապված լիցքերի առկայությունը, որոնք միայն ε անգամ են թուլացրել պոտենցիալի մեծությունը՝ թողնելով այն $1/R$ տեսքի (այսինքն՝ երկար ազդեցության շառավղով): Ընդհանուր դեպքում $\vec{D}$ և $\vec{E}$ դաշտերը կարելի է ենթարկել Ֆուրիեի ձևա-

փոխության և յուրաքանչյուր բաղադրիչ դիտարկել անկախ մյուսներից, այսինքն՝ գրել $\tilde{D}(\vec{Q}, \omega) = \varepsilon_0 \varepsilon(\vec{Q}, \omega) \tilde{E}(\vec{Q}, \omega)$, որտեղ $\vec{Q}$ -ն ալիքային վեկտորն է, ω -ն՝ հաճախությունը, իսկ $\varepsilon(\vec{Q}, \omega)$ -ն կոչվում է դիէլեկտրական ֆունկցիա: Խոսելով էկրանավորման մասին, պետք է նկատի ունենալ, որ ընդհանուր դեպքում կարող ենք գործ ունենալ նաև ժամանակից կախված դաշտերի հետ: Հետևաբար՝ էլեկտրական դաշտի բնութագրիչների, մասնավորապես՝ դաշտի $\tilde{E}(\vec{R}, t)$ լարվածության Ֆուրյեի բաղադրիչները պետք է իրենցից ներկայացնեն $\vec{Q}$ ալիքային վեկտորով և ω հաճախությամբ հարթ ալիքներ՝ $\tilde{E}(\vec{Q}, \omega) \exp[i(\vec{Q}\vec{R} - \omega t)]$: Անհրաժեշտ է սակայն հիշել, որ այսպիսի մոտեցումը ճիշտ է միայն թույլ դաշտերի դեպքում, երբ միջավայրի արձագանքը կարելի է հաշվել գծային մոտավորությամբ:

Դիէլեկտրական ֆունկցիայի ֆորմալիզմը շատ հաճախ կիրառելի է մետաղներում, սակայն կիսահաղորդիչներում այն կարող է օգտագործվել միայն որոշակի դեպքերում, քանի որ նրանցում էլեկտրական դաշտերի էկրանավորման ժամանակ կարող են առաջանալ պոտենցիալի մեծ փոփոխություններ և, որպես արդյունք, ազատ լիցքակիրներից լրիվ աղքատացված շերտեր: Այդպիսի մեծ ոչ գծայնությունների հետ կծանոթանանք գրքի երկրորդ մասում, երբ կուսումնասիրենք կոնտակտային երևույթները ցածր չափայնությամբ համակարգերում:

Ինչպես նշվեց, միջավայրի բևեռացումը՝ $\vec{P}$ -ն, կարելի է արտահայտել նաև մակածված լիցքի ծավալային ρ_{ind} խտությամբ: Հատկապես դա նպատակահարմար է, երբ լիցքերն ունեն շարժվելու հնարավորություն: Մյուս կողմից, խտորումների տեսության մեջ պետք է հաշվարկել պոտենցիալ էներգիայի մատրիցական տարրը, ուստի հարմար է էլեկտրական դաշտի լարվածության փոխարեն գործ ունենալ դաշտի պոտենցիալի հետ: Նշանակենք Φ_{total} -ով, Φ_{ext} -ով և Φ_{ind} -ով այն պոտենցիալները, որոնք համապատասխանաբար, ստեղծում են լրիվ, արտաքին և մակածված լիցքերը: Վերջիններս կապված են $\vec{E}$, $\vec{D}$ և $\vec{P}$ վեկտորի հետ, և պարզ է, որ տեղի ունի $\Phi_{total} = \Phi_{ext} + \Phi_{ind}$ հավասարումը: Դիէլեկտրական ֆունկցիան կարող է նաև տրվել նշված պոտենցիալների Ֆուրյեի ձևափոխությունների օգնությամբ՝

$$\tilde{\varepsilon}(\vec{Q}, \omega) = \frac{\tilde{\Phi}_{ext}(\vec{Q}, \omega)}{\tilde{\Phi}_{total}(\vec{Q}, \omega)} = 1 - \frac{\Phi_{ind}(\vec{Q}, \omega)}{\Phi_{total}(\vec{Q}, \omega)}: \quad (4.1)$$

Այժմ փորձենք ստանալ դիէլեկտրական ֆունկցիայի արտահայտությունը եռաչափ նմուշում: Էկրանավորման հաշվարկը կարելի է բաժանել երկու քայլի: Նախ՝ անհրաժեշտ է հաշվել մակածված լիցքի տարածական խտությունը՝ $\tilde{\rho}_{ind}$: Էլեկտրոնները չեն կարող տարբերել, թե որն է իրենց վրա ազդող դաշտի աղբյուրը և

շարժվում են գումար դաշտի ազդեցության տակ: Հետևապես $\tilde{\rho}_{ind}$ -ը պետք է ֆունկցիա լինի $\tilde{\Phi}_{total}$ լրիվ պոտենցիալից:

Այնուհետև պետք է գտնել, թե ինչպիսի պոտենցիալ է ստեղծում այդ $\tilde{\rho}_{ind}$ մակածված լիցքը: Սրանով խնդրի լուծումը դառնում է համապարփակ:

Պարզվում է, որ երկրորդ քայլն ավելի հեշտ է իրականացնել, ուստի և սկսենք դրանից:

Եթե դիտարկենք կիսահաղորդիչ, որում ազատ էլեկտրոններ չկան, ապա այդպիսի բյուրեղում էլեկտրական դաշտի պոտենցիալը կէկրանավորվի սովորական դիէլեկտրական էկրանավորման մեխանիզմով, և պոտենցիալը կփոքրանա ϵ_b անգամ: Պոտենցիալը և մակածված լիցքը կապված են Պուասոնի հավասարման միջոցով՝

$$\nabla^2 \Phi_{ind}(\vec{r}) = -\frac{\rho_{ind}(\vec{r})}{\epsilon_0 \epsilon_b} : \quad (4.2)$$

Այս հավասարման Ֆուրիեի ձևափոխությունից հետևում է

$$-Q^2 \tilde{\Phi}_{ind}(\vec{Q}) = -\frac{\tilde{\rho}_{ind}(\vec{Q})}{\epsilon_0 \epsilon_b} : \quad (4.3)$$

հավասարումը, որտեղից

$$\tilde{\Phi}_{ind}(\vec{Q}) = \frac{\tilde{\rho}_{ind}(\vec{Q})}{\epsilon_0 \epsilon_b Q^2} : \quad (4.4)$$

Մասնավորապես, նշված ձևով կարելի է գտնել, օրինակ, կոորդինատների համակարգի սկզբնակետում գտնվող e կետային լիցքի ստեղծած պոտենցիալի Ֆուրյեի ձևափոխությունը: Այս դեպքում լիցքի խտությունը՝ $\rho(\vec{r}) = e\delta(\vec{r})$, որի Ֆուրյեի ձևափոխությունը կտա $\tilde{\rho}(Q) = e$ (ω հաճախությունն այստեղ բացակայում է, քանի որ խոսքը գնում է էլեկտրաստատիկ դաշտի մասին): Հետևաբար՝ ըստ (4.4) -ի, ստեղծված դաշտի պոտենցիալի ֆուրյեի բաղադրիչը կլինի

$$\tilde{\Phi}(Q) = \frac{e}{\epsilon_0 \epsilon_b Q^2} : \quad (4.5)$$

Եթե այս դաշտում դնենք մեկ ուրիշ էլեկտրոն, ապա նրա ձեռք բերած պոտենցիալ էներգիայի ֆուրյե-բաղադրիչը՝

$$\tilde{V}_{3D}(Q) = -e\tilde{\Phi}(Q) = -\frac{e^2}{\epsilon_0 \epsilon_b Q^2} , \quad (4.6)$$

որը և կուլոնյան պոտենցիալ էներգիայի ֆուրյե-ձևափոխությունն է եռաչափ դեպքում:

Վերադառնալով էկրանավորման խնդրին ընդհանուր դեպքում, նշենք, որ փոփոխական դաշտերի համար էլ ճիշտ է (4.4) -ի նման

$$\tilde{\Phi}_{ind}(\vec{Q}, \omega) = \frac{\tilde{\rho}_{ind}(\vec{Q}, \omega)}{\varepsilon_0 \varepsilon_b Q^2}; \quad (4.7)$$

առնչությունը: Հետևաբար, դիէլեկտրական ֆունկցիայի համար կստանանք՝

$$\varepsilon(\vec{Q}, \omega) = 1 - \frac{\tilde{\Phi}_{ind}(\vec{Q}, \omega)}{\tilde{\Phi}_{total}(\vec{Q}, \omega)} = 1 - \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_b Q^2} \cdot \frac{\tilde{\rho}_{ind}(\vec{Q}, \omega)}{\tilde{\Phi}_{total}(\vec{Q}, \omega)}; \quad (4.8)$$

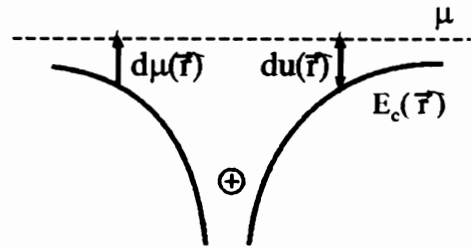
Եթե այժմ ինդուկտված լիցքի ֆուրյե-բաղադրիչը գրենք $\tilde{\rho}_{ind}(\vec{Q}, \omega) = -ed\tilde{n}(\vec{Q}, \omega)$ տեսքով, որտեղ $d\tilde{n}$ -ն էլեկտրոնների խտության շատ փոքր փոփոխությունն է, $d\tilde{n}(\vec{Q}, \omega)$ -ը վերջինի ֆուրյե-բաղադրիչը, և սահմանելով $d\tilde{u}(\vec{Q}, \omega) = -e\tilde{\Phi}_{total}(\vec{Q}, \omega)$ -ն որպես այդ էլեկտրոնների պոտենցիալ էներգիայի փոփոխություն, կունենանք՝

$$\varepsilon(\vec{Q}, \omega) = 1 - \frac{e^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_b Q^2} \cdot \frac{d\tilde{n}(\vec{Q}, \omega)}{d\tilde{u}(\vec{Q}, \omega)} \equiv 1 - \tilde{V}_{3D}(\vec{Q}) \Pi(\vec{Q}, \omega), \quad (4.9)$$

որտեղ ներմուծված $\Pi(\vec{Q}, \omega) =$

$= d\tilde{n}(\vec{Q}, \omega)/d\tilde{u}(\vec{Q}, \omega)$ մեծությունը կոչվում է էլեկտրոնային գազի բևեռացման ֆունկցիա, որը բնութագրում է պոտենցիալ էներգիայի փոփոխության հետևանքով էլեկտրոնների խտության փոփոխությունը: Տեսության ամենադժվար մասը կապված է $\Pi(\vec{Q}, \omega)$ ֆունկցիայի հաշվարկի հետ, ինչը ընդհանուր

դեպքում պահանջվում է բազմամասնիկային համակարգերի հատկությունների հաշվառում: Արտածենք այն միայն թոմաս-Ֆերմիի հայտնի մոտավորությամբ, որը նկարագրում է համակարգի ստատիկ արձագանքը ($\omega = 0$) երկարալիքային գրգռումների նկատմամբ ($Q \ll k_F$): Նախ՝ ենթադրենք, որ էլեկտրոնների պոտենցիալ էներգիայի $du(\vec{r}, t)$ փոփոխությունը կիսահաղորդչում Φ_{total} պոտենցիալի առկայության դեպքում կախված չէ կոորդինատից և ժամանակից և հաստատուն մեծություն է: Նկ. 5-3 -ում պատկերված է դոնորի դաշտի թոմաս-Ֆերմիի էկրանավորման սխեման: Երևում է, որ էլեկտրոնի պոտենցիալ էներգիայի փոփոխությունը կա-



Նկ. 5-3. Հաղորդականության գոտու ծոված հատա-կից Ֆերմիի մակարդակի էկրանավորության փոփոխությունը:

մայական կետում՝ $du(\vec{r})$ -ը համարժեք է այդ կետում Ֆերմիի մակարդակի դիրքի հեռավորության փոփոխությանը հաղորդական գոտու հատակից, որն իր հերթին, ծռվել է դաշտի առկայության հետևանքով՝ $du(\vec{r}) = -d\mu(\vec{r})$: Հասկանալի է, որ հավասարակշռության վիճակում Ֆերմիի մակարդակի բացարձակ դիրքը պետք է ամբողջ համակարգում լինի հաստատուն:

Թոմաս-Ֆերմիի մոտավորությունը հենց այս փաստարկը տարածվում է նաև այնպիսի պոտենցիալների վրա, որոնք հաստատուն չեն, սակայն տարածության մեջ փոփոխվում են շատ դանդաղ: Այժմ արդեն ունենք

$$\Pi_{TF} = \frac{dn}{du} = -\frac{dn}{d\mu}, \quad (4.10)$$

առնչությունը, որն իրենից ներկայացնում է էլեկտրոնների խտության ածանցյալն ըստ Ֆերմիի էներգիայի և այն հաճախ կոչվում է ջերմադինամիկական վիճակների խտություն: Պարզ է, որ էլեկտրոնների պոտենցիալ էներգիայի աճը (գոտիների ծռումը դեպի վեր) փոքրացնում է հաստատուն Ֆերմիի մակարդակից մինչև հաղորդականության գոտու եզր հեռավորությունը, ինչը նշանակում է էլեկտրոնների կոնցենտրացիայի նվազում, որը (4.10) -ում բացահայտում է “միմուս” նշանի ֆիզիկական իմաստը: Այս պայմաններում դիէլեկտրական ֆունկցիան կրճատվում է հետևյալ տեսքով՝

$$\varepsilon_{TF}(\vec{Q}, 0) = 1 - \tilde{V}_{3D}(\vec{Q}) \Pi_{TF} = 1 + \frac{e^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_b Q^2} \frac{dn}{d\mu} = 1 + \frac{Q_{TF}^2}{Q^2}, \quad (4.11)$$

որտեղ ներմուծված

$$Q_{TF} = \sqrt{\frac{e^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_b} \cdot \frac{dn}{d\mu}} \quad (4.12)$$

մեծությունը կոչվում է Թոմաս-Ֆերմիի էկրանավորման շառավիղ: Նրանում առկա է կիսահաղորդչային բյուրեղի դիէլեկտրական թափանցելիությունը՝ ε_b -ն, հետևաբար՝ նախքան ազատ էլեկտրոններով պայմանավորված դիէլեկտրական ֆունկցիայի՝ $\varepsilon(\vec{Q}, \omega)$ -ի, կիրառումը, պետք է արտաքին պոտենցիալը բաժանել այդ ֆոնային դիէլեկտրական հաստատունի վրա:

Այժմ դիտարկենք Թոմաս-Ֆերմիի էկրանավորումը դոնորի համար: Լիցքավորված դոնորի էկրանավորված պոտենցիալը հենց դրական կետային լիցքի պոտենցիալն է, իսկ էլեկտրոնի պոտենցիալ էներգիայի ֆուրյե-ձևափոխությունը հավասար է $\tilde{V}_{3D}(\vec{Q})$ (տես (4.6)): Բաժանելով պոտենցիալ էներգիայի այդ բաղադրիչը $\varepsilon_{TF}(\vec{Q}, 0)$ -ի վրա, ըստ (4-11) -ի և (4.6) -ի կարիքի, կստանանք դոնորի էկրանավորված դաշտում էլեկտրոնի պոտենցիալ էներգիայի ֆուրյե-ձևափոխության արտահայտությունը՝

$$\tilde{V}_{scr}(Q) = -\frac{e^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_b} \cdot \frac{1}{Q^2 + Q_{TF}^2} : \quad (4.13)$$

Նկատենք, որ $Q \rightarrow 0$ դեպքում այս արտահայտությունն ունի վերջավոր սահման (հայտարարում Թոմաս-Ֆերմիի վերջավոր էկրանավորման շառավղի առկայության հետևանքով): Արդյունքում ստանում ենք $\tilde{V}_{scr}(0) = -(dn/d\mu)^{-1}$: Սա նշանակում է, որ էկրանավորման արդյունքում դոնորից մեծ հեռավորությունների վրա (մեծ ալիքի երկարություններ) էլեկտրոնների ավելցուկային տարածական լիցքը դառնում է զրո և միայն մնում է նրանց այն քանակը, որը համապատասխանում է ջերմադինամիկական վիճակների խտությանը:

(4.13) -ի օգնությամբ կատարելով Ֆուրյեի հակադարձ ձևափոխություն, կստանանք դոնորի էկրանավորված դաշտում էլեկտրոնի պոտենցիալ էներգիայի տարածական կախումը՝

$$\tilde{V}_{scr}(r) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_b} \cdot \frac{\exp(-Q_{TF} \cdot r)}{r} : \quad (4.14)$$

Ստացված արտահայտությունը հայտնի է Յուկավայի պոտենցիալ անունով, որով հաճախ բնութագրվում է նուկլոնների այն փոխազդեցությունը, որն իրագործվում է մեզոնների միջոցով: Նրա ամենակարևոր առանձնահատկությունը կայանում է նրանում, որ կուլոնյան պոտենցիալի երկար շառավղային բնույթն էկրանավորման շնորհիվ վերանում է: Ըստ (4.14) -ի, դաշտի պոտենցիալն էքսպոնենցիալ օրենքով նվազում է Q_{TF}^{-1} -ի կարգի բնութագրական երկարությունների վրա: Լիցքավորված դոնորի պոտենցիալի այդպիսի էկրանավորումը սկզբունքային նշանակություն ունի իոնացված խառնուրդների վրա լիցքակիրների ցրման հաշվարկի համար:

Խնդրի քննարկումն ամբողջական դարձնելու համար անհրաժեշտ է գտնել Թոմաս-Ֆերմիի էկրանավորման շառավիղն այլասերված և չայլասերված էլեկտրոնային գազերի համար: Գտնենք ջերմադինամիկական վիճակների խտության բացահայտ տեսքը, նկատի ունենալով, որ էլեկտրոնների լրիվ կոնցենտրացիան՝

$$n = \int_{E_c}^{\infty} N_c(E) f(E, \mu) dE , \quad (4.15)$$

որտեղ $N_c(E)$ -ն վիճակների սովորական խտությունն է, իսկ $f(E, \mu)$ -ն՝ Ֆերմի-Դիրակի բաշխման ֆունկցիան է: Ուստի՝

$$\frac{dn}{d\mu} = \int_{E_c}^{\infty} N_c(E) \frac{\partial f(E, \mu)}{\partial \mu} dE = \int_{E_c}^{\infty} N_c(E) \left[-\frac{\partial f(E, \mu)}{\partial E} \right] dE : \quad (4.16)$$

Վերջին ինտեգրալում հաշվի առանք այն, որ f -ը կախված է $(E - \mu)$ տարբերությունից և ըստ μ -ի ածանցյալը՝ միևնույն նշանով, համընկնում է ըստ E -ի ածանցյալի հետ:

Ցածր ջերմաստիճաններում, երբ էլեկտրոնային գազն ուժեղ այլասերված է, $f(E, \mu)$ -ն կարելի է մոտարկել աստիճանաձև ֆունկցիայով՝ $f(E, \mu) \approx \theta(\mu - E)$, և, հետևաբար, $-\partial f / \partial E = \delta(E - \mu)$: Սա նշանակում է, որ $dn/d\mu = N_c(\mu)$, այսինքն՝ ջերմադինամիկական վիճակների խտությունը պարզապես հավասար է վիճակների խտությանը Ֆերմիի մակարդակի վրա: Այսպիսի վարքը բնորոշ է մետաղներին և ուժեղ լեգիրված կիսահաղորդիչներին: Օրինակ, եթե $GaAs$ -ը լեգիրված է մինչև $n_{3D} = 10^{18} \text{ սմ}^{-3}$, ապա, ըստ (4.12)-ի, կունենանք՝ $Q_{TF} = 0.2 \text{ նմ}^{-1}$: Այսինքն՝ այս դեպքում Թոմաս-Ֆերմիի էկրանավորման շառավիղը 5 նմ է, ինչը նշանակում է, որ էկրանավորումն էապես «կտրել» է լիցքավորված խառնուրդի կուլոնյան դաշտի ազդեցության (ցրման) շառավիղը: Մետաղներում էկրանավորման շառավիղը շատ ավելի փոքր է և հասնում է ատոմական չափերի:

Բարձր ջերմաստիճաններում և թույլ լեգիրված կիսահաղորդիչներում էլեկտրոնային գազն այլասերված չէ և նկարագրվում է բոլցմանյան էսպոտենցիալ բաշխումով, ուստի՝ $dn/d\mu = n_{3D}/k_B T$, որտեղ n_{3D} -ն եռաչափ էլեկտրոնների լրիվ կոնցենտրացիան է: Այս դեպքում (4.12) բանաձևից Q_{TF} -ի համար կստանանք՝

$$Q_{TF} = \sqrt{\frac{e^2 n_{3D}}{\epsilon \epsilon_b k_B T}} : \quad (4.17)$$

Նշենք, որ $r_D = Q_{TF}^{-1}$ մեծությունը հայտնի է որպես Դեբայի էկրանավորման շառավիղ:

Վերջում մի քանի խոսք քվանտային մեխանիկայում $\Pi(\vec{Q}, \omega)$ բևեռացման ֆունկցիայի հաշվարկի մասին: Այստեղ կիրառելի է նույն մոտեցումը, ինչ սովորաբար օգտագործվում է միջավայրի բարձր հաճախային (օպտիկական) հաղորդականության հաշվարկի ժամանակ: Միակ տարբերությունը կայանում է նրանում, որ կիրառված դաշտը հիմա լայնական է (որի պատճառով էլ այն նկարագրելիս օգտագործվում է սկալյար, այլ ոչ թե վեկտորական պոտենցիալը), իսկ նրա ալիքային վեկտորը չի կարելի արհամարել (ինչպես ֆոտոնի ալիքային վեկտորը) և այս դեպքում ավելի շատ հետաքրքրվում ենք ալիքային ֆունկցիաների փոփոխությամբ, այլ ոչ թե անցումների հավանականությամբ:

Բարեբախտաբար այս երկու պրոցեսներն իրար հետ խոր կապ ունեն և տալիս են կոմպլեքս դիէլեկտրական ֆունկցիայի (որը հայտնի է նաև որպես Լինդհարդի ֆունկցիա) իրական և կեղծ մասերը.

$$\tilde{\epsilon}(\vec{Q}, \omega) = 1 - \tilde{V}_{3D}(Q) \frac{2}{\Omega} \sum_{\vec{k}} \frac{f(\vec{k}) - f(\vec{k} + \vec{Q})}{E(\vec{k} + \vec{Q}) - E(\vec{k}) - \hbar\omega + i0_+}, \quad (4.18)$$

որտեղ Ω -ն բյուրեղի ծավալն է, իսկ 0_+ -ը նշանակում է անվերջ փոքր դրական մեծություն: Այս արտահայտությունը բնութագրում է ինչպես միջավայրի բևեռացումը, այնպես

էլ կլանուին էլեկտրոնային գազի կողմից: Այն համընկնում է Թոմաս-Ֆերմիի մոտավորության հետ, երբ $\omega = 0$, $Q \rightarrow 0$: Միաժամանակ այն ցույց է տալիս, որ Q -ի մեծացման հետ էկրանավորումը դառնում է ավելի քիչ արդյունավետ, հատկապես, երբ $Q > 2k_F$: Այս արտահայտության մյուս կարևոր սահմանում, երբ $Q \rightarrow 0$,

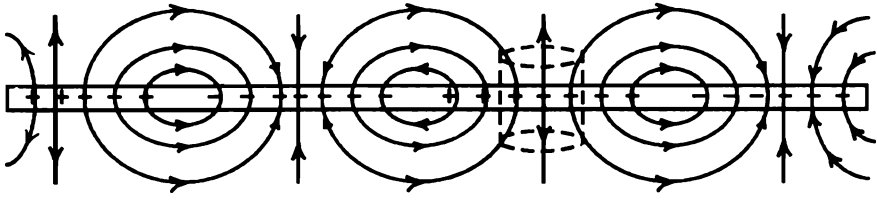
$$\varepsilon(0, \omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \omega_p^2 = \frac{e^2 n_{3D}}{\varepsilon_0 \varepsilon_b m^*}, \quad (4.19)$$

որն առանց բախումների դասական պլազմայի դիէլեկտական ֆունկցիան է: Երբ ω -ն դառնում է հավասար ω_p պլազմային հաճախությունը, $\varepsilon(0, \omega_p) = 0$, ինչը նշանակում է, որ $\vec{E}$ էլեկտրական դաշտը կարող է գոյություն ունենալ առանց $\vec{D}$ -ի, կամ, ուրիշ խոսքով, առանց որևէ արտաքին լիցքերի միջավայրում կարող է գոյություն ունենալ բաբախող ($\omega = \omega_p$ հաճախությամբ փոփոխվող) էլեկտրական դաշտ: Այդպիսի սեփական տատանումները կոչվում են պլազմային տատանումներ, իսկ դրանք քվանտը՝ պլազմոն: Ուժեղ լեգիրված $GaAs$ -ում պլազմոնի էներգիան՝ $\hbar\omega_p \approx 40$ մԷՎ, որն օպտիկական ֆոնոնի էներգիայի կարգի է: Հետևաբար՝ օպտիկական ֆոնոնի մմանությամբ, պլազմոնի արձակումը շատ կարևոր է “տաք” էլեկտրոնների էներգիական ռելաքսացիայի և “սառեցման” համար:

§5.5 Լիցքավորված խառնուրդների էկրանավորումը երկչափ էլեկտրոնների կողմից

Երկչափ համակարգերում $\Pi(\vec{q}, \omega)$ բևեռացման ֆունկցիայի հաշվարկը շատ նման է նախորդ պարագրաֆում նկարագրված հաշվարկին: Հիմնական տարբերությունը կապված է էլեկտրաստատիկայի հետ: Պարզության համար առայժմ կարիսմարիենք երկչափ էլեկտրոնային գազի հաստությունը, որի պատճառով երկչափ հարթությանն ուղղահայաց ուղղությամբ լիցքերի բաշխումը կնկարագրվի δ -ֆունկցիայով: Լիցքի տարածական խտությունը ներկայացնենք $\rho(\vec{r}) = \sigma(\vec{\rho})\delta(z)$ տեսքով, որտեղ $\sigma(\vec{\rho})$ -ն լիցքի մակերևութային խտությունն է: Սեզ անհրաժեշտ է երկչափ էլեկտրոնների հարթության վրա որոշել մակածված լիցքի Ֆուրյեի բաղադրիչի կապը պոտենցիալի հետ:

Պարզվում է, որ այդ բանն անելը հիմա շատ ավելի դժվար է, քան եռաչափ դեպքում: Ինչպես երևում է նկ. 5-4 -ից, լիցքերը գտնվում են միայն երկչափ հարթության մեջ, և մեզ հետաքրքրում են միայն այն պրոցեսները, որոնք տեղի ունեն երկչափ էլեկտրոնային գազում, իսկ էլեկտրական դաշտը միշտ եռաչափ է և տեղայնացված չէ $z = 0$ հարթության վրա, այլ տարածված է շրջապատող միջավայրում:



Նկ. 5-4. Պարբերաբար բաշխված ստատիկ երկչափ մակերևութային լիցքերի ալիքի ստեղծած էլեկտրական դաշտի ուժագծերը:

Ենթադրենք, որ հաճախություններն այնքան փոքր են, որ դաշտերը հաշվարկելիս դրանք կարելի է համարել ստատիկ: Հարթության վրա մակածված լիցքի խտության ֆունկցիա բաղադրիչը՝

$$\sigma_{ind}(\vec{\rho}) = \tilde{\sigma}_{ind}(\vec{q}) e^{i\vec{q}\vec{\rho}}: \quad (5.1)$$

Այս լիցքը կստեղծի պոտենցիալ, որի մեծությունը երկչափ գազի հարթության վրա կլինի՝

$$\varphi_{ind}(\vec{\rho}, z=0) = \tilde{\varphi}_{ind}(\vec{q}) e^{i\vec{q}\vec{\rho}}: \quad (5.2)$$

Հիշեցնենք, որ այստեղ $\vec{q}$ -ն երկչափ ալիքային վեկտոր է: Մակածված պոտենցիալը շրջապատող տարածության մեջ տրվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\varphi_{ind}(\vec{\rho}, z) = \tilde{\varphi}_{ind}(\vec{q}) e^{i\vec{q}\vec{\rho}} \exp(-|qz|): \quad (5.3)$$

Այս ֆունկցիան բավարարում է Լապլասի հավասարմանը (այդ թվում՝ նաև z -ից նվազող էքսպոնենտը, երբ $z \neq 0$): Վերջինս ապահովում է, որպեսզի պոտենցիալը երկչափ գազի հարթությունից շատ հեռու նվազի մինչև զրո: Պոտենցիալի ածանցյալն ըստ z -ի, այսինքն՝ էլեկտրական դաշտի նորմալ բաղադրիչը, $z=0$ հարթության վրա ունի խզում, ինչը պայմանավորված է մակերևութային լիցքի առկայությամբ: Ըստ Գաուսի թեորեմի (Նկ. 5-4 -ում ցույց է տրված նաև ընտրված գաուսյան փակ մակերևույթը) այդ խզումը հավասարակշռվում է մակերևութային լիցքի խտությամբ: Հաշվի առնելով (5.3) -ը, հեշտությամբ կստանանք՝

$$\frac{\tilde{\sigma}_{ind}(\vec{q})}{\epsilon_0 \epsilon_b} = E_z(0_+) - E_z(0_-) = -\frac{\partial \varphi_{ind}}{\partial z} \Big|_{0_+} + \frac{\partial \varphi_{ind}}{\partial z} \Big|_{0_-} = 2q \tilde{\varphi}_{ind}(\vec{q}) \quad (5.4)$$

կամ՝

$$\tilde{\varphi}_{ind}(\vec{q}) = \frac{\tilde{\sigma}_{ind}(\vec{q})}{2\epsilon_0 \epsilon_b q}: \quad (5.5)$$

Դիէլեկտրական ֆունկցիան կարելի է ստանալ (4.1) -ի նմանությամբ.

$$\epsilon(\vec{q}, \omega) = 1 - \frac{\tilde{\varphi}_{ind}(\vec{q}, \omega)}{\tilde{\varphi}_{total}(\vec{q}, \omega)} = 1 - \frac{1}{2\epsilon_0 \epsilon_b q} \frac{\tilde{\sigma}_{ind}(\vec{q}, \omega)}{\tilde{\varphi}_{total}(\vec{q}, \omega)} = 1 + \frac{e}{2\epsilon_0 \epsilon_b q} \frac{(-ed \tilde{n}(\vec{q}, \omega))}{(-e \tilde{\varphi}_{total}(\vec{q}, \omega))} =$$

$$= 1 - \frac{e^2}{2\epsilon_0\epsilon_b q} \frac{d\tilde{n}(\vec{q}, \omega)}{d\tilde{u}(\vec{q}, \omega)} = 1 - \frac{e^2}{2\epsilon_0\epsilon_b q} \Pi(\vec{q}, \omega) \equiv 1 - \tilde{V}_{2D}(q) \Pi(\vec{q}, \omega): \quad (5.6)$$

(5.6) -ում ներմուծված $\tilde{V}_{2D}(q)$ -ն կուլոնյան պոտենցիալի Ֆուրյեի ձևափոխության բաղադրիչն է: Նորից օգտագործելով Թոմաս-Ֆերմիի մոտավորությունը, երկչափ էլեկտրոնային գազի բևեռացման ֆունկցիան ներկայացնենք $\Pi_{TF} = -dn/d\mu$ տեսքով: Ցածր ջերմաստիճաններում այս (ջերմադինամիկական) վիճակների խտությունը հաստատուն է և հավասար է $m^*/\pi\hbar^2$ (երկչափ էլեկտրոնային գազի սովորական վիճակների խտությանը): Իրոք, քանի որ $n = \int N_{2D}(E) f(E, \mu) dE$, ապա

$$\begin{aligned} -\frac{dn}{d\mu} &= -\int N_{2D}(E) \frac{\partial f}{\partial \mu} dE = \int N_{2D}(E) \frac{\partial f}{\partial E} dE = \\ &= \int N_{2D}(E) \delta(E - \mu) dE = N_{2D}(\mu) = \frac{m^*}{\pi\hbar^2} \end{aligned} \quad (5.7)$$

Ուստի, ըստ (5.6) -ի՝

$$\epsilon_{TF}(q, \omega) = 1 + \frac{q_{TF}}{q}, \quad \text{որտեղ} \quad q_{TF} = \frac{m^* e^2}{2\pi\epsilon_0\epsilon_b \hbar^2} = \frac{2}{a_B^*}: \quad (5.8)$$

Ինչպես տեսնում ենք, այստեղ ի հայտ եկավ a_B^* -ն Բորի արդյունարար շառավիղը, որն այլասերված էլեկտրոնային գազում խաղում է էկրանավորման բնութագրական երկարության դեր:

Այժմ կարող ենք գտնել կետային լիցքի, օրինակ՝ դոնորի, էկրանավորված դաշտի տեսքը: Օգտակար է դիտարկումը սկսել ավելի ընդհանուր դեպքից, երբ լիցքավորված դոնորը գտնվում է երկչափ հարթությունից որոշ $d \geq 0$ հեռավորության վրա: Սկզբում դիտարկենք այդ դաշտում էլեկտրոնի պոտենցիալ էներգիայի Ֆուրյեի ձևափոխությունը՝ առանց էլեկտրոնների էկրանավորման հաշվառման.

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{nonsc}(q) &= \int_0^\infty \rho d\rho \int_0^{2\pi} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_b \sqrt{\rho^2 + d^2}} e^{i q \rho \cos\theta} d\theta = \\ &= -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_b} \int_0^\infty \frac{2\pi I_0(q\rho) \rho d\rho}{\sqrt{\rho^2 + d^2}} = \frac{e^2}{2\epsilon_0\epsilon_b} \frac{e^{-qd}}{q} \equiv \tilde{V}_{2D}(q) \exp(-qd): \end{aligned} \quad (5.9)$$

Ստացված արտահայտության ամենակարևոր առանձնահատկությունը կայանում է նրանում, որ պոտենցիալը կախված է երկչափ գազի հարթությունից լիցքի ունեցած հեռավորությունից և էքսպոնենցիալ օրենքով նվազում է այդ հեռավորության մեծացմանը զուգընթաց: Այս փաստը, ինչպես կտեսնենք հետագայում, շատ

կաևոր է մոդուլված լեզիրմամբ հետերոկառուցվածքներում երկչափ էլեկտրոնների մեծ շարժունության ապահովման համար:

Այժմ ստացված արտահայտությունը կարելի է բաժանել $\varepsilon_{TF}(q, 0)$ -ի վրա և ստանալ d հեռավորության վրա գտնվող իոնացված դոնորի՝ երկչափ էլեկտրոնների կողմից էկրանավորված պոտենցիալը (ավելի ճիշտ՝ այդ դաշտում էլեկտրոնի պոտենցիալ էներգիան).

$$\tilde{V}_{sc}(q) = -\frac{e^2}{2\varepsilon_0\varepsilon_b} \frac{e^{-qd}}{q + q_{TF}}: \quad (5.10)$$

Մեզ մնում է կատարել Ֆուրյեի հակադարձ ձևափոխություն և ստանալ պոտենցիալի (պոտենցիալ էներգիայի) բաշխումն իրական տարածության մեջ՝

$$V_{sc}(\rho) = \int \tilde{V}_{sc}(q) e^{iq\vec{\rho}} d^2\vec{q}: \quad (5.11)$$

Սակայն, այս ինտեգրալը կարելի է հաշվել միայն մոտավոր ձևով: Կարելի է ցույց տալ, որ նրա հիմնական հատկությունն այն է, որ բավական մեծ ρ -երի համար՝ $\rho \gg q_{TF}^{-1}$, պոտենցիալը (պոտենցիալ էներգիան) նվազում է ρ^{-3} օրենքով.

$$V_{sc}(\rho) \approx -\frac{e^2}{4\varepsilon_0\varepsilon_b} \frac{q_{TF}(1 + q_{TF})}{(q_{TF}\rho)^3}: \quad (5.12)$$

Այսինքն՝ երկչափ էլեկտրոնները կարող են իրականացնել միայն թույլ էկրանավորում, որի արդյունքում պոտենցիալը նվազում է $1/\rho^3$ օրենքով (այլ ոչ թե էքսպոնենցիալ օրենքով, ինչպես եռաչափ էլեկտրոնային գազում): Ֆիզիկորեն այս փաստը հասկանալի է, քանի որ էլեկտրական դաշտի որոշ ուժագծեր կարող են «խուսափել» երկչափ էլեկտրոնային գազի հարթությունից և էկրանավորող լիցքերից: Սակայն եռաչափ մոնոլներում դա այդպես չէ. արտաքինից մտցված լիցքը բոլոր կողմերից շրջապատվում է մակածված լիցքերով, ուստի էկրանավորումը շատ ավելի ուժեղ է:

Թոմաս-Ֆերմիի մոտավորությամբ հաշվարկված էկրանավորված պոտենցիալի մի կարևոր առանձնահատկության մասին վերելվում մենք արդեն հպանցիկորեն նշել ենք: Խոսքը վերաբերվում է q_{TF} ալիքային վեկտորին (կամ $a_B^*/2$ էկրանավորման շառավղին), որը հաստատուն մեծություն է և կախված չէ երկչափ էլեկտրոնների կոնցենտրացիայից: Այսինքն՝ շատ փոքր կոնցենտրացիայով երկչափ գազը էկրանավորում է ճիշտ նույն կերպ, ինչ մեծ խտությամբ գազը: Ստացված ոչ ֆիզիկական եզրակացության պատճառը հասկանալու համար անհրաժեշտ է վերհիշել, որ $q_{TF} \stackrel{\text{է}}{=} 2/a_B^*$ միայն խիստ այլասերված էլեկտրոնային գազի համար: Ընդհանուր դեպքում երկչափ էլեկտրոնային գազի դիէլեկտրական ֆունկցիայի համար անհրաժեշտ է գրել Լինդհարդի բանաձևը՝

$$\varepsilon(q, \omega) = 1 + \frac{q_{TF}}{q} \left\{ 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2k_F}{q} \right)^2} \right\} \theta(q - 2k_F), \quad (5.13)$$

որտեղ $\theta(x)$ -ը միավոր թռիչքի ֆունկցիան է: (5.13) -ից հետևում է, որ հաստատուն շառավղով էկրանավորում տեղի ունի միայն $q < 2k_F$ տիրույթում, որի լայնությունը փոքրանում է էլեկտրոնների խտության փոքրացմանը զուգընթաց, իսկ $q > 2k_F$ տիրույթում էկրանավորման շառավիղը դառնում է կախված էլեկտրոնների կոնցենտրացիայից:

Նշենք, որ (5.8) բանաձևի կիրառման համար գոյություն ունի նաև մեկ ուրիշ սահմանափակում: Բանն այն է, որ այն ճիշտ է միայն թույլ դաշտերի համար, երբ գործ ունենք, այսպես կոչված, գծային էկրանավորման հետ: Ուժեղ դաշտերում (գոտիների մեծ ծովածության հետևանքով) երկչափ գազում կարող են առաջանալ աղքատացման տիրույթներ, ինչը նշանակում է, որ գծային էկրանավորում չի կարող տեղի ունենալ: Այսպիսի դեպքեր ավելի հաճախ հանդիպում են ոչ ուժեղ լեզիրված համակարգերում, հատկապես կոնտակտային երևույթներում: Սակայն դեպքերի բերմամբ մենք շատ հաճախ գործ ունենք իրոք թույլ դաշտերի և գրգռումների հետ, որոնց համար բավական է իմանալ $\varepsilon(q, 0)$ -ն այն տիրույթում, որտեղ այն համարյա հաստատուն է:

Վերջում նշենք, որ իրարից էապես տարբերվում են նաև երկչափ և եռաչափ էլեկտրոնային գազերի պլազմային հատկությունները: Այսպես, երբ $q \rightarrow 0$ եռաչափ գազում պլազմոնի հաճախությունը ձգտում է $\omega_{p3D} = (e^2 n_{3D} / \epsilon_0 \epsilon_b m^*)^{1/2}$ հաստատուն սահմանին, իսկ երկչափ գազի դեպքում պլազմոնի դիսպերսիայի օրենքը տրվում է

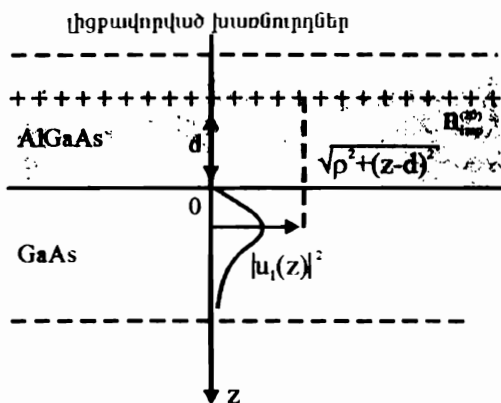
$$\omega_{p2D} \sim \sqrt{\frac{e^2 n_{2D} q}{2\epsilon_0 \epsilon_b m^*}} \quad (5.14)$$

առնչությամբ, այսինքն՝ $\omega_{p2D} \sim q^{1/2}$:

Հասկանալի է, որ կուլոնյան պոտենցիալի էկրանավորումն էապես կազդի նաև նրա կողմից էլեկտրոնների ցրման արդյունաբար կտրվածքի վրա: Հաջորդ պարագրաֆում կքննարկենք հենց այդ հարցը:

§5.6 Տարածականորեն հեռացված լիցքավորված խառնուրդների կողմից երկչափ էլեկտրոնների ցրման արագության հաշվարկը

Երկչափի էլեկտրոնային համակարգերը հիմնականում կիրառվում են մեծ շարժունություն պահանջող սարքերում, քանի որ դրանցում հնարավոր է ցածր ջերմաստիճանային տիրույթում ապահովել էլեկտրոնների ազատ վազքի մեծ երկարություններ: Այդպիսի հնարավորություն ընձեռում են այսպես կոչված մոդուլված լեզիրմամբ



Նկ. 5-5. Էլեկտրոնների ցրման երկ-
րաչափությունը մոդուլված լեզիրմամբ
կառուցվածքում, սպեյսերի d չափով
հեռացված խառնուրդների կողմից:

քավորված խառնուրդներից տարանջատիչ շերտով (սպեյսերով) (նկ. 5-5): Ցածր քերմաստիճաններում $GaAs/GaAlAs$ բաժանման սահմանի երկայնքով շարժվող էլեկտրոնների ցրման հիմնական պատճառ կարող են լինել արգելքային շերտում տեղադրված լիցքավորված դոնորները:

Ստորև կդիտարկենք այն երկչափ էլեկտրոնները, որոնք գտնվում են հետեւ-
րոանցման բաժանման սահմանի մոտ՝ *GaAs*-ի տիրույթում առաջացած պոտեն-
ցիալային փոսում: Սակայն նույն սկզբունքները կիրառելի են նաև քվանտային փո-
սում գտնվող քվազիերկչափ էլեկտրոնների համար: Միակ տարբերությունը կայա-
նում է էլեկտրոններին z առանցքով սահմանափակող պոտենցիալի և, հետևաբար,
ալիքային ֆունկցիաների տարբերության մեջ: Մենք կենթադրենք, որ էլեկտրոնային
գազն ուժեղ այլասերված է, և այդ պատճառով բավական է հաշվել ցրման արագու-
թյունը միայն Ֆերմիի էներգիային մոտ էներգիաների համար: Ենթադրենք՝ *GaAs*
արգելքային տիրույթը δ -լեգիրված է դոնորներով, և խառնուրդների մակերևութա-

կառուցվածքները, որոնցում երկչափ էլեկտրոնները տարածականորեն բաժանված են իրենց «ծնող» դոմոններից: Ներկայումս այդպիսի կառուցվածքներում ստացվում են էլեկտրոնների ցածր ջերմաստիճանային մեծ շարժունություններ, որոնք գերազանցում են 10^6 սմ²/Վ-վ մեծությունը: Բարձր ջերմաստիճաններում այդպիսի շարժունություններ հնարավոր չէ ստանալ, քանի որ ցրման հիմնական մեխանիզմն է դառնում ֆոնոնների վրա ցրումը, և այդ պատճառով երկչափ էլեկտրոնները սովորաբար ունեն նույն կարգի շարժունություն, ինչ որ նույն նյութի եռաչափ նմուշներում:

Մոդուլված լեզիվմամբ կառուցվածքում երկչափ էլեկտրոնները հաճախ տարածականորեն բաժանված են լից-

յին խտությունը հավասար է $n_{imp}^{(2D)}$: Նկ. 5-5 -ում z առանցքն ընտրված է դեպի ներքև, հետևաբար, խառնուրդների հեռավորությունը բաժանման հետերոսահմանից բացասական է ($d < 0$): Օգտվենք տրանսպորտային ռելաքսացիայի ժամանակի

$$\frac{1}{\tau_{ir}} = n_{imp}^{(2D)} \frac{m^*}{2\pi \hbar^3 k_F^3} \int_0^{2k_F} |\tilde{V}(q)|^2 \frac{q^2 dq}{\sqrt{1 - \left(\frac{q}{2k_F}\right)^2}} \quad (6.1)$$

արտահայտությունից (տես (1.12) բանաձևը) և հիշենք, որ մեկմասնիկային ռելաքսացիայի ժամանակը կարելի է ստանալ նաև, եթե (6.1) -ում վերացնենք $q^2/2k_F^2$ գործոնը: Մեզ մնում է հիշել պոտենցիալի տեսքը և նրա ֆուրյեի ձևափոխությունը: Օգտվելով լիցքավորված դոնորի էկրանավորված դաշտում էլեկտրոնի պոտենցիալ էներգիայի ֆուրյե-պատկերի (5.10) բանաձևից, (6.1)-ից կստանանք՝

$$\frac{1}{\tau_{ir}} = n_{imp}^{(2D)} \frac{m^*}{2\pi \hbar^3 k_F^3} \left(\frac{e^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon_b} \right)^2 \int_0^{k_F} \frac{\exp(-2qd)}{(q + q_{TF})^2} \frac{q^2 dq}{\sqrt{1 - \left(\frac{q}{2k_F}\right)^2}} : \quad (6.2)$$

Չնայած ստացված արտահայտությունը պարունակում է ցրման ֆիզիկայի կարևորագույն առանձնահատկությունները, սակայն, մինչև կոնկրետ գնահատումներ կատարելը նպատակահարմար է այն որոշ չափով ձևափոխել:

Բանն այն է, որ (6.2) բանաձևը ստացված է զուտ երկչափ էլեկտրոնային գազի համար, երբ անտեսվում է երկչափ գազին ուղղահայաց ուղղությամբ սահմանափակող պոտենցիալային փոսի վերջավոր լայնությունը և, հետևաբար, էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիայի ոչ զրոյական լայնությունը: Իրականում պետք է նկատի ունենալ, որ երկչափ էլեկտրոնային գազը քվադիերկչափ է: Այդ դեպքում էլեկտրոնների ալիքային ֆունկցիաները պետք է ներկայացնել եռաչափ տեսքով, նկատի ունենալով, որ ազատ շարժում և ալիքային վեկտոր գոյություն ունեն միայն բաժանման հարթությանը զուգահեռ ուղղություններով: Սովորականի նման ալիքային ֆունկցիան նեկայացնենք արտադրյալի տեսքով՝

$$\phi_{\vec{k},n}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{S}} U_n(z) \exp(i\vec{k}\vec{\rho}), \quad (6.3)$$

որտեղ $\vec{r} = (\vec{\rho}, z)$, S -ը երկչափ գազի հարթության մակերեսն է, $\vec{k}$ -ն՝ երկչափ ալիքային վեկտորը, իսկ n -ը՝ ենթագոտու համարը: Ցրման պրոցեսում, ընդհանուր դեպքում կարող է փոփոխվել էլեկտրոնի և՛ ալիքային վեկտորը, և՛ ենթագոտու համարը: Այդ պատճառով սկզբնական ալիքային ֆունկցիան գրենք $S^{-1/2} U_m(z) \exp(i\vec{k}\vec{\rho})$, իսկ վերջ-

նականը՝ $S^{-1/2} U_n(z) \exp[i(\vec{k} + \vec{q}) \vec{\rho}]$ տեսքով: Ցրման մատրիցական տարրը կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$\begin{aligned} V_{nm}(q) &= \frac{1}{S} \int U_n^*(z) e^{-i(\vec{k} + \vec{q}) \vec{\rho}} V(\vec{\rho}, z) U_m(z) e^{i\vec{k} \vec{\rho}} d^3 \vec{r} = \\ &= \frac{1}{S} \int dz U_n^*(z) U_m(z) \int d^2 \vec{\rho} V(\vec{\rho}, z) e^{-i\vec{q} \vec{\rho}} \end{aligned} \quad (6.4)$$

Նշանակենք $\tilde{V}(q, z)$ -ով $V(\rho, z)$ պոտենցիալի Ֆուրյեի ձևափոխությունը, ենթադրելով, որ պոտենցիալն ունի զլանային համաչափություն (այդ պատճառով $\vec{\rho}$ -ի և $\vec{q}$ -ի վեկտորների նշանները բաց կթողնենք): Կունենանք՝

$$V_{nm}(q) = \frac{1}{S} \int U_n^*(z) \tilde{V}(q, z) U_m(z) dz : \quad (6.5)$$

Եթե ցրման ժամանակ էլեկտրոնը մնում է նույն ենթագոտում ($n = m$), իսկ ալիքային ֆունկցիաներն ունեն զրոյական լայնություն ($|U_n(z)|^2 = \delta(z)$), ապա (6.5) արտահայտությունից կստացվի ուղղակի $\tilde{V}(q, 0)$, որը մեր կողմից նախկինում դուրս բերված մատրիցական տարրն է (այն պարունակում էր խառնուրդային իոնի պոտենցիալը միայն $z = 0$ հարթության վրա): Ընդհանուր դեպքում այսպիսի մոտավորությունը ճիշտ չէ, և մատրիցական տարրը կներկայացնենք հետևյալ կերպ՝

$$V_{nm}(q) = \frac{1}{S} F_{nm}(q) \tilde{V}(q, 0), \quad (6.6)$$

որտեղ $F_{nm}(q)$ -ն կոչվում է ձևային գործոն և սահմանային դեպքում $F_{nm}(0) = 1$:

Դիտարկենք սկզբում ներենթագոտիական ցրումները, օրինակ, երբ $n = m = 1$: ($\rho, -d$) կետում գտնվող իոնացված դոնորի ստեղծած (չէկրանավորված) դաշտի ($\rho, z > 0$) կետում էլեկտրոնի պոտենցիալ էներգիայի ֆյուրե-բաղադրիչի մեծությունը տրվում է (5.9) բանաձևով՝

$$\tilde{V}(q, z) = -\frac{e^2}{2\epsilon_0 \epsilon_b q} \exp[-q(d+z)] : \quad (6.7)$$

Հիմնական ենթագոտում գտնվող էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան կարելի է ներկայացնել Ֆենզի և Դոուվարդի հայտնի մոտավորությամբ՝

$$U_1(z) = \frac{1}{\sqrt{2}} b^{3/2} z \exp\left(-\frac{bz}{2}\right), \quad (6.8)$$

որտեղ b -ն վարիացիոն պարամետր է, որը որոշվում է Ֆենգի և Հոուվարդի տեսության մեջ: Այս մոտավորությամբ (6.5) մատրիցական տարրը կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$V_{11}(q) = \frac{1}{S} \frac{e^2}{4\varepsilon_0 \varepsilon_b q} \int_0^\infty b^3 z^2 e^{-bz} e^{-q(z+d)} dz = \frac{1}{S} \frac{e^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon_b} \frac{e^{-qd}}{q} \left(\frac{b}{b+q} \right)^3 : \quad (6.9)$$

Ստացված արտահայտությունը համեմատելով (6.6) -ի հետ, կգտնենք, որ

$$F_{11}(q) = \frac{SV_{11}(q)}{\tilde{V}(q,0)} = \left(\frac{b}{b+q} \right)^3 : \quad (6.10)$$

Նկատենք, որ $F_{11}(q)$ ձևային գործոնը հիմնականում հաշվի է առնում այն փաստը, որ էլեկտրոնների միջին դիրքը շեղված է $z=0$ բաժանման սահմանից մոտավորապես b^{-1} հեռավորությամբ: Ցրման արագությունը պարունակում է $V_{nm}(q)$ մատրիցական տարրի քառակուսին, որն, ըստ (6.6) -ի, իր մեջ ներառում է $\tilde{V}(q,0)$ -ի և ձևային գործոնի քառակուսիները:

Արդյունքում, ըստ (6.2) և (6.9) բանաձևերի, հեռացված խառնուրդների վրա ցրման տրանսպորտային ժամանակի համար կստանանք՝

$$\frac{1}{\tau_{ir}} = n_{imp}^{(2D)} \frac{m^*}{2\pi \hbar^3 k_F^3} \left(\frac{e^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon_b} \right)^2 \int_0^{2k_F} \frac{e^{-2qd}}{(q+q_{TF})^2} \left(\frac{b}{b+q} \right)^2 \frac{q^2 dq}{\sqrt{1 - \left(\frac{q}{2k_F} \right)^2}} : \quad (6.11)$$

Հարկ է նշել, որ (6.2) -ում և (6.11) -ում էկրանավորման երևույթները հաշվի են առնված Թոմաս-Ֆերմիի $\mathcal{E}(q, \omega)$ դիէլեկտրական ֆունկցիայի օգնությամբ, որը հաշվված է զուտ երկչափ էլեկտրոնների համար, այսինքն, երբ $U_1(z)$ -ը վերցվել է $\delta(z)$ ֆունկցիայի տեսքով: Այժմ փորձենք հաշվի առնել էլեկտրոնների բաշխումը z -ով, և դրա ազդեցությունը նրանց կողմից իրականացվող էկրանավորման պրոցեսի վրա: Այդ նպատակով որպես լիցքի խտություն վերցնենք $\rho(\vec{r}) = \sigma(\vec{\rho}) |U_1(z)|^2$ մեծությունը և նրա օգնությամբ հաշվենք Φ_{ind} պոտենցիալը, այնուհետև ստացված արդյունքը միջինացնենք ըստ $|U_1(z)|^2$ բաշխման: Առանց կատարելու պահանջվող երկար հաշվարկները բերենք վերջնական արդյունքը՝

$$\frac{1}{\tau_{ir}} = n_{imp}^{(2D)} \frac{m^*}{2\pi \hbar^3 k_F^3} \left(\frac{e^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon_b} \right)^2 \int_0^{2k_F} \frac{e^{-2q|d|}}{(q+q_{TF}G(q))^2} \left(\frac{b}{b+q} \right)^6 \frac{q^2 dq}{\sqrt{1 - \left(\frac{q}{2k_F} \right)^2}}, \quad (6.12)$$

որը տարբերվում է (6.11) -ից միայն հայտարարում առկա $G(q)$ մեկ այլ ձևային գործոնով, որը տրվում է

$$G(q) = \frac{1}{8} \left[2 \left(\frac{b}{b+q} \right)^3 + 3 \left(\frac{b}{b+q} \right)^2 + 3 \left(\frac{b}{b+q} \right) \right] \quad (6.13)$$

արտահայտությամբ: Այսպիսով, (6.12) -ը հեռացված լիցքավորված դոնորների կողմից քվազիերկչափ էլեկտրոնների ցրման արագության վերջնական արտահայտությունն է, որի ունի բարդ տեսք և կարող է հաշվարկվել թվային ինտեգրման միջոցով: Այնուամենայնիվ որոշ մոտավորությունների օգնությամբ կարելի է ստանալ նաև վերլուծական արդյունքներ:

Նախ, ի սկզբանե պարզ է, որ էկրանավորումը խաղում է էական դեր: Իրոք, $q \rightarrow 0$ սահմանում չէկրանավորված պոտենցիալը՝ $V(q) \sim q^{-2}$ տեսքի է, մինչդեռ էկրանավորված պոտենցիալը՝ $\tilde{V}(q) \sim q_{TF}^{-2}$, ուստի $q \rightarrow 0$ դեպքում $V(q)$ -ն հսկայական ներդրում էր տալիս ցրման մեջ, ինչի արդյունքում τ_i^{-1} -ում ինտեգրալը տարամիտում էր: Հետևաբար՝ վերջավոր ռելաքսացիայի ժամանակ ստանալու համար էկրանավորման հաշվառումն էական է:

Այժմ դիտարկենք ենթաինտեգրալային արտահայտության մեջ մտնող մեծությունների հնարավոր փոփոխության տիրույթները և որոշենք ըստ q -ի ինտեգրման կարևորագույն տիրույթը:

1. Լիցքավորված խառնուրդների և երկչափ էլեկտրոնների միջև ընկած սպեյսերի լայնությունը՝ d -ն, առկա է էքսպոնենտի ցուցիչում և $q \gg d^{-1}$ արժեքների համար այն ենթաինտեգրալային ֆունկցիան դարձնում է զրո: Քանի որ d -ի բնութագրական արժեքները 10 նմ -ի կարգի են, ապա ըստ q -ի ինտեգրման մեջ հիմնական ներդրումը պայմանավորված կլինի $q < 0,1 \text{ նմ}^{-1}$ ալիքային թվերով:

2. Թոմաս-Ֆերմիի էկրանավորման ալիքային վեկտորը՝ $q_{TF} \approx 0,2 \text{ նմ}^{-1}$ և այն գտնվում է հայտարարում՝ $q + q_{TF}$ գումարի տեսքով: Քանի որ ինտեգրման տիրույթի նշանակալի մասում $q < 0,1 \text{ նմ}^{-1}$, ապա կարելի է հայտարարում q -ն ընդհանրապես բաց թողնել: Այս փաստն ավելի արտահայտիչ է դարձնում էկրանավորման դերը:

3. Ցրման պրոցեսում ալիքային վեկտորի առավելագույն փոփոխության չափը չի գերազանցում $q_{\max} = 2k_F$, որը $n^{(2D)} \sim 3 \cdot 10^{11} \text{ սմ}^{-2}$ խտությամբ էլեկտրոնային գազի համար ունի $0,3 \text{ նմ}^{-1}$ -ի կարգի արժեք: Այսինքն, այն նորից գերազանցում է d^{-1} մեծությունը: Հետևաբար՝ ինտեգրման վերին սահմանը կարելի է փոխարինել $+\infty$ -ով, քանի որ ենթաինտեգրալային ֆունկցիայում e^{-2qd} -ի առկայության հետևանքով

$q > d^{-1}$ ալիքային թվերի ներդրումն արագորեն ձգտում է զրոյի: Նույն պատճառով էլ հայտարարի քառակուսի արժանի կարելի է փոխարինել մեկով:

4. Ֆենզի և Յոուվարդի վարիացիոն պարամետրը՝ $b \approx 0,2 \text{ նմ}^{-1}$ (էլեկտոնային գազի $n^{(2D)} \sim 10^{11} \text{ սմ}^{-2}$ բնութագրական խտությունների համար), ինչը նորից գերազանցում է d^{-1} -ը: Հետևաբար $G(q)$ ձևային գործոնի մեջ կարող ենք վերցնել $q \approx 0$, և համաձայն (6.13) -ի $G(0) = 1$:

Այսպիսի մոտավորությունների արդյունքում կստանանք՝

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_{ir}} &= n_{imp}^{(2D)} \frac{m^*}{2\pi \hbar^3 k_F^3} \left(\frac{e^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon_b q_{TF}} \right)^2 \int_0^\infty q^2 e^{-2qd} dq = \\ &= n_{imp}^{(2D)} \frac{m^*}{8\pi \hbar^3 (k_F d)^3} \left(\frac{e^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon_b q_{TF}} \right)^2 = \frac{\pi \hbar n_{imp}^{(2D)}}{8m^* (k_F d)^3} : \end{aligned} \quad (6.14)$$

Վերջնական արտահայտությունը գրելիս հաշվի է առնվել, որ

$$q_{TF} = \frac{2}{a_B^*} = \frac{m^* e^2}{2\varepsilon \varepsilon_0 \pi \hbar^2} : \quad (6.15)$$

Ստացվեց պարզ, բայց ոչ այնքան ճշգրիտ արդյունք: Այն այնքան ավելի ճշգրիտ է, որքան մեծ է սպեյսերի լայնությունը:

Այժմ (6.14) բանաձևի օգնությամբ կարող ենք հաշվել այլասերված քվազի-երկչափ էլեկտրոնային գազի շարժունությունը՝

$$\mu = \frac{e \tau_{ir}}{m^*} = \frac{8e(k_F d)^3}{\pi \hbar n_{imp}^{(2D)}} , \quad (6.16)$$

և ազատ վազքի միջին երկարությունը՝

$$\ell_{ir} = v_F \tau_{ir} = \frac{32\pi n_{2D} d^3}{n_{imp}^{(2D)}} : \quad (6.17)$$

Վերջին արտահայտությունը գրելիս հաշվի առանք, որ $v_F = \hbar k_F / m^*$, իսկ

$$n_{2D} = E_F \frac{m^*}{\pi \hbar^2} = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m^*} \cdot \frac{m^*}{\pi \hbar^2} = \frac{k_F^2}{2\pi} : \quad (6.18)$$

Նկատենք, որ վերը ստացված արդյունքները հետաքրքիր են այն իմաստով, որ էլեկտրոնների արդյունաբար զանգվածն ուղղակիորեն առկա չէ μ -ի և ℓ_{ir} -ի արտահայտություններում: Բացի դա, ինչպես երևում է (6.14) -ից, ցրման արագությունը կախված չէ էլեկտրոնի լիցքից:

Այժմ կատարենք որոշ թվային գնահատումներ: Դիցուք՝ $n_{2D} \approx 3 \cdot 10^{11} \text{ սմ}^{-2}$, $k_F = 0,14 \text{ նմ}^{-1}$, $d = 30 \text{ նմ}$ և $n_{imp}^{(2D)} \approx 10^{12} \text{ սմ}^{-2}$: (6.15) և (6.16) բանաձևերից կստանանք՝ $l_{rr} = 2,4 \text{ մկմ}$ և $\mu = 2,7 \cdot 10^5 \text{ սմ}^2/\text{վ}$: Համեմատության համար նշենք, որ (6.12) ինտեգրալի ճշգրիտ թվային ինտեգրման արդյունքում պարամետրերի նշված արժեքների դեպքում կստացվեր՝ $l_{rr} = 5 \text{ մկմ}$, իսկ $\mu = 5,6 \cdot 10^5 \text{ սմ}^2/\text{վ}$, ինչը նշանակում է, որ մեր ստացած պարզագույն բանաձևերն, իրոք, մոտավոր են, բայց ըստ կարգի տալիս են ճիշտ արդյունքներ և այդ իմաստով էլ օգտակար են:

Այսպիսով, ստացանք, որ ազատ վազքի երկարությունը այնքան էլ մեծ չէ: Այն խիստ՝ (d^3 օրենքով) կախված է դոնորների և երկչափ էլեկտրոնների միջև հեռավորությունից, ուստի d -ն մեծացնել կարելի է l_{rr} -ը զգալի մեծացնել: Այսպես, օրինակ, վերցնելով $d = 100 \text{ նմ}$, կստանանք $l_{rr} = 0,1 \text{ մմ}$, իսկ $\mu = 10^7 \text{ սմ}^2/\text{վ}$: Վերջինս կիսահաղորդիչների համար ռեկորդային շարժունություն է, քանի որ սենյակային ջերմաստիճաններում սովորաբար $\mu < 10^4 \text{ սմ}^2/\text{վ}$:

Թվում է, թե շարժունությունն այս ճանապարհով կարելի է անընդհատ մեծացնել, սակայն չպետք է մոռանալ, որ կարող են ի հայտ գալ նաև նոր ցրման մեխանիզմներ, օրինակ՝ ցրում բաժանման սահմանի անհարթությունների, պինդ մարմնի բաղադրության ֆլուկտուացիաների, կամ $GaAs$ -ի մեջ առկա ֆոնային (մնացորդային) խառնուրդների վրա, որոնք ինչ-որ սահմանից սկսում են սահմանափակել շարժունությունը: (6.16) և (6.18) արտահայտություններից հետևում է, որ շարժունությունը կախված է նաև էլեկտրոնների կոնցենտրացիայից $\mu \sim n_{2D}^{3/2}$ օրենքով: Այսպիսի կախում տեղի ունի, իհարկե, այն դեպքում, երբ էլեկտրոնները զբաղեցնում են միայն հիմնական ենթազոտին: Մեծ կոնցենտրացիաների դեպքում, երբ սկսում են զբաղեցվել ավելի բարձր ենթազոտիները, շարժունության կախումը երկչափ էլեկտրոնների կոնցենտրացիայից դառնում է ոչ մոնոտոն: Այս հարցերը մանրամասն կքննարկվեն հաջորդ գլխում:

Ներկայումս $GaAs/GaAlAs$ համակարգում փորձնականորեն ստացվել են քվազիերկչափ էլեկտրոնների շատ մեծ շարժունություններ: Օրինակ՝ $d = 70 \text{ նմ}$ սպեյսերով կառուցվածքում, որտեղ $n^{(2D)} \approx 2,4 \cdot 10^{11} \text{ սմ}^{-2}$, ստացվել են $10^7 \text{ սմ}^2/\text{վ}$ մեծությունը գերազանցող շարժունություններ:

§5.7 Էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցությամբ պայմանավորված անցումներ

Սկզբունքորեն հնարավոր է քվանտային հետերոկառուցվածքներում վերացնել էլեկտրոնների ցրումը բյուրեղական ցանցի արատների և խառնուրդների կողմից: Դրա համար անհրաժեշտ է աճի ընթացքում մեծացնել բյուրեղական ցանցի և հետերոկառուցումների կատարելությունը, ինչպես նաև օգտագործել ընտրողունակ լեզիրման սկզբունքը: Սակայն գոյություն ունի մի ցրման մեխանիզմ, որն, ըստ էության, անկախ է բյուրեղի կատարելությունից, և այն վերացնել չի կարելի: Դա ցրումն է ցանցի ջերմային տատանումների (ֆոնոնների) վրա: Մենք նախորդ գլխում ծանոթացել ենք քվանտային հետերոկառուցվածքներում տարբեր տիպի ֆոնոնների հետ: Ընդհանրապես էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցությունը կարևոր է կամայական չափայնությամբ համակարգի համար: Ցածր չափայնությամբ համակարգերում, եթե բաժանման սահմաններն իդեալական են, իսկ խառնուրդները բաժանված են էլեկտրոնային ուղեւորից լայն “սպեյսերի” շերտով, էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցությունը կարող է դառնալ շարժունությունը սահմանափակող միակ մեխանիզմը: Պետք է նկատի ունենալ նաև, որ նաև կառուցվածքներում զգալիորեն ձևափոխվում են ոչ միայն էլեկտրոնային, այլև ֆոնոնային սպեկտրները: Ուստի ցածր չափայնությամբ էլեկտրոնների կինետիկան ճիշտ նկարագրելու համար անհրաժեշտ է հաշվի առնել էլեկտրոնների փոխազդեցությունը ձևափոխված սպեկտրներով ֆոնոնների հետ:

Այժմ անցնենք ֆոնոնային ցրման հավանականության հաշվարկին: Էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցության ֆիզիկական պատճառը կարելի է հասկանալ հետևյալ կերպ: Ինչպես գիտենք, իդեալական բյուրեղում էլեկտրոնի վիճակը կարելի է նկարագրել բլոխյան ֆունկցիաներով, որոնք տրվում են α դիսկրետ քվանտային թվով (գոտու համար) և $\vec{k}$ ալիքային վեկտորով: Ցանցի տատանումները ձևափոխում են ներբյուրեղական պոտենցիալը և խախտում նրա տեղափոխական համաչափությունը: Բյուրեղական պոտենցիալի այդ գրգռումը հենց էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցության պատճառն է: Եթե այս փոխազդեցությունը համեմատաբար թույլ է, ապա այն առաջ կբերի անցումներ բյուրեղի տարբեր վիճակների միջև: Այդ վիճակների տակ պետք է հասկանալ բյուրեղի՝ իրար հետ չփոխազդող էլեկտրոնային և ֆոնոնային ենթահամակարգերի վիճակները: Եթե էլեկտրոնների ալիքային ֆունկցիան $\psi_{\alpha, \vec{k}}(\vec{r})$ է, իսկ ֆոնոններին՝ $\Phi(\vec{r})$ -ը, ապա բյուրեղի լրիվ ալիքային ֆունկցիան կլինի՝ $\Phi(\vec{r}) \cdot \psi_{\alpha, \vec{k}}(\vec{r})$: Էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցությունը կբերի $\Phi(\vec{r}) \cdot \psi_{\alpha, \vec{k}}(\vec{r}) \rightarrow \Phi'(\vec{r}) \cdot \psi_{\alpha', \vec{k}'}(\vec{r})$ տիպի անցումների: Պետք է նկատի ունենանալ, որ էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցությունն առաջ է բերում փոփոխություններ միաժամանակ և՛ էլեկտրոնների, և՛ ֆոնոնների վիճակներում: Եթե, ընդհակառակը, էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցությունն ուժեղ է, ապա այն կարող է բերել այնպիսի նոր երևույթների, ինչպիսիք են նոր քվազիմասնիկների (օրինակ՝ պոլյարոնի) առաջացումը:

Հետագայում մենք կուսումնասիրենք միայն թույլ էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցությամբ պայմանավորված երևույթների վրա, որոնք էական դեր են խաղում էլեկտրոնների կինետիկական և օպտիկական հատկություններում:

Օգտվելով խոտորումների տեսությունից (Ֆերմիի ոսկե կանոնից) կարող ենք գրել, որ էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցության հետևանքով անցման հավանականությունը՝

$$W(\alpha, \vec{k}, \alpha', \vec{k}', \vec{q}) = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle \Phi' \Psi_{\alpha, \vec{k}} | H_{e-ph} | \Phi' \Psi_{\alpha, \vec{k}} \rangle \right|^2 \delta[E_{\alpha}(\vec{k}) - E_{\alpha'}(\vec{k}') \mp \hbar\omega(\vec{q})], \quad (7.1)$$

որտեղ $\hbar\omega(\vec{q})$ -ն տվյալ մոդի ֆոնոնի էներգիան է, իսկ H_{e-ph} -ը էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցության էներգիան: Եթե $(\alpha, \vec{k})$ -ն էլեկտրոնի սկզբնական վիճակն է, իսկ $(\alpha', \vec{k}')$ -ը նրա վերջնական վիճակը փոխազդեցությունից հետո, ապա (7.1)-ում δ -ֆունկցիայի արգումենտում վերին նշանը համապատասխանում է ֆոնոնի արձակմանը, իսկ ստորինը՝ կլանմանը: Այսինքն՝ ֆոնոնային ենթամակարդակի $\phi(\vec{r})$ և $\Phi'(\vec{r})$ վիճակները տարբերվում են նաև ֆոնոնների թվով: (7.1) -ի մեջ δ -ֆունկցիայի ներկայությունը ապահովում է բյուրեղի էներգիայի պահպանման օրենքը՝

$$E_{\alpha'}(\vec{k}') - E_{\alpha}(\vec{k}) = \mp \hbar\omega(\vec{q}): \quad (7.2)$$

Նշենք, որ (7.1) արտահայտությունը գրված է էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցության համար համասեռ ծավալային նմուշում: Այդ արդյունքներն անհրաժեշտ է ընդհանրացնել հետերոկառուցվածքների համար, որոնցում սովորականի նման էլեկտրոնների վիճակները կնկարագրենք արդյունաբար զանգվածի մոտավորությամբ, որն, ինչպես գիտենք, ճիշտ է միայն դանդաղ փոփոխվող արտաքին դաշտերի համար: Էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցության դեպքում պոտենցիալի գրգռման տիրույթի չափերը տրվում են ֆոնոնի հակադարձ ալիքային վեկտորով՝ q^{-1} -ով: Սա նշանակում է, որ, երբ դիտարկում ենք էլեկտրոն-ֆոնոնային ցրումներ, որոնք առաջ են բերում անցումներ էլեկտրոնային տարբեր վիճակների միջև, ապա պետք է սահմանափակվենք միայն երկարալիքային ֆոնոններով ($qa_0 \ll 1$, որտեղ a_0 -ն ցանցի հաստատունն է):

Այժմ ենթադրենք, որ էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցությունը տեղի ունի քվանտաչափային կառուցվածքում, և էլեկտրոնային անցումները տեղի ունեն նույն գոտու սահմաններում (այսինքն՝ α -ն մնում է անփոփոխ): Այս դեպքում էլեկտրոնի սկզբնական և վերջնական ալիքային ֆունկցիաները կարող ենք ներկայացնել

$$\Psi_{\beta} = F_{\beta} U_{\alpha, \vec{k}_0}, \quad \Psi_{\beta'}(\vec{r}) = F_{\beta'} U_{\alpha, \vec{k}_0}, \quad (7.3)$$

տեսքով, որտեղ $U_{\alpha, \vec{k}_0}$ -ն Բլոխի ֆունկցիան է α -րդ գոտում էներգիայի $\vec{k} = \vec{k}_0$ մինիմումի մոտ, $F_\beta, F_{\beta'}$ -ը պարուրիչ ալիքային ֆունկցիաներն են, իսկ β և β' -ը վիճակը բնութագրող քվանտային թվերի հավաքածուներն են: Օրինակ՝ քվանտային փոսի դեպքում β -ն պարունակում է քվանտաչափային ենթագոտու համարը և երկչափ ալիքային վեկտորը: Այսպիսի ալիքային ֆունկցիաների համար պետք է քննարկել $\phi F_\beta U_{\alpha, \vec{k}_0} \rightarrow \phi' F_{\beta'} U_{\alpha, \vec{k}_0}$ տիպի անցումները: Ընդհանրացնելով (7.1) հավասարումը՝ կարող ենք եզրակացնել, որ քվանտային փոսում անցման հավանականությունը կտրվի

$$W(\beta, \beta', |\vec{q}) = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \left\langle \phi' F_{\beta'} U_{\alpha, \vec{k}_0} \middle| H_{e-ph} \middle| \phi F_\beta U_{\alpha, \vec{k}_0} \right\rangle \right|^2 \delta[E_\beta - E_{\beta'} \mp \hbar \omega(\vec{q})] \quad (7.4)$$

արտահայտությամբ, իսկ էներգիայի պահպանման օրենքը կընդունի $E_{\beta'} - E_\beta = \mp \hbar \omega(\vec{q})$ տեսքը:

§5.8 Նաևոկառուցվածներում ձայնային ֆոնոնների կողմից էլեկտրոնների ցրման ընդհանուր նկարագրում

Ծավալային նմուշներում էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցության ուսումնասիրման օրինակով նորից բյուրեղը կոիտարկենք որպես երկու՝ էլեկտրոնային և ֆոնոնային ենթահամակարգերի մի համախումբ: Այդ ենթահամակարգերի միջև գոյություն ունեցող փոխազդեցության նկարագրությունն էլ ըստ էության կդառնա մեր հետագա քննարկման առարկան:

Քվանտային հետերոկառուցվածքներում նախ պետք է հաշվի առնել բոլոր այն փոփոխությունները, որոնք ի հայտ են գալիս վերը նշված երկու ենթահամակարգերում: Այնուհետև պետք է նկատի ունենալ, որ ընդհանուր դեպքում կարող է փոփոխվել նաև ինքնին էլեկտրոն-ֆոնոնային փոխազդեցությունը: Այդ փոփոխության պատճառները կարելի է բաժանել երկու տեսակի: Մի պատճառը էլեկտրոնների և ֆոնոնների ալիքային ֆունկցիաների ձևափոխությունն է քվանտաչափային կառուցվածքներում (բոլոր մատրիցական տարրերը կախված են այդ ֆունկցիաներից և իրենց հերթին ձևափոխվում են): Մյուս տիպի պատճառ ի հայտ է գալիս փոխազդեցության H_{e-ph} օպերատորի մեջ մտնող պարամետրերի՝ շերտից-շերտ և տիրույթից-տիրույթ հնարավոր փոփոխությունների հետևանքով: Հետագայում, սակայն, մենք կարհամարենք պարամետրերի այդ փոփոխությունը և մեր ուշադրությունը կկենտրոնացնենք միայն այն երևույթների վրա, որոնք պայմանավորված են էլեկտրոնային և ֆոնոնային ենթահամակարգերի ձևափոխություններով:

Այժմ ձևակերպենք էլեկտրոն-ֆոնոնային փոխազդեցությունը՝ հաշվի առնելով վերը նշված ձևափոխությունները: Էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան մտնում է էլեկտրոն - ֆոնոն ցրման մատրիցական տարրի մեջ բացահայտ տեսքով, և այն չի պահանջում հատուկ քննարկում: Մենք պարզապես կօգտագործենք էլեկտրոնների F_β և $F_{\beta'}$ պարուրիչ ալիքային ֆունկցիաները, որտեղ

$$\beta = \{n, \bar{k}_0\}, \quad \beta' = \{n', \bar{k}\} \quad (8.1)$$

քվանտային փոսի դեպքում և

$$\beta = \{l_1, l_2, \bar{k}_0\}, \quad \beta' = \{l'_1, l'_2, \bar{k}\} \quad (8.2)$$

քվանտային լարի համար: Այստեղ n_0, n' և l_1, l_2, l'_1, l'_2 քվանտային թվերով նշանակված են քվանտաչափային ենթագոտիները (տես Գլ.2), իսկ $\bar{k}_0$ -ն և $\bar{k}$ -ն երկչափ կամ միաչափ քվադրալիքային վեկտորներն են:

Քննարկենք ավելի մանրամասն ֆոնոնային ենթահամակարգի դերը: Դա կարելի է անել, այսպես կոչված, ֆոնոնային պարուրիչ ալիքային ֆունկցիաների մեթոդի սահմաններում: Հիմնական գաղափարն այստեղ կայանում է հետևյալում. էլեկտրոն-ֆոնոնային փոխազդեցությունները ներմուծվում են որպես ատոմական շեղումներից էականորեն գծային ֆունկցիաներ: Քանի որ էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցության ժամանակ կարևոր են միայն երկարալիքային ֆոնոնները, ապա կարելի է օգտվել փոխազդեցության մակրոսկոպական նկարագրությունից, որը ծավալային նմուշների նման արտահայտվում է դանդաղ փոփոխվող ծայնային կամ օպտիկական շեղումներով: Ուրիշ խոսքով, էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցությունը կարող է գրվել դեֆորմացիոն պոտենցիալի օգնությամբ:

Ինչպես նշվեց, վերլուծության ընթացքում դիտարկվում են միայն երկարալիքային ֆոնոններ: Վերջիններս կարող են ազդել էլեկտրոնների վրա երկու ձևով: Նախ՝ նրանք առաջ են բերում բյուրեղական՝ պոտենցիալի կարճամասշտաբ գրգռումներ, որոնք կարող են նկարագրվել որպես էլեկտրոնի տեղային պոտենցիալ էներգիայի փոփոխություն, այսպես կոչված, դեֆորմացիոն պոտենցիալի միջոցով, որը պետք է մտցվի տարբեր տատանողական մոդերի (օպտիկական, ծայնային) համար: Երկրորդ՝ ցանցը կազմող ատոմների տատանումներն առաջ են բերում դեֆորմացիաներ, որոնք կարող են հանգեցնել տեղային էլեկտրաչեզոքության խախտման և բյուրեղի էլեկտրական բևեռացման: Այդ բևեռացումն առաջ է բերում երկարամասշտաբ գործողության շառավղով էլեկտրական դաշտեր, որոնք խոտորում են էլեկտրոնի շարժումը՝ ցրում այն: Նկատենք, որ այդպիսի մակրոսկոպական դաշտերը ծայնային տատանումների դեպքում հանգեցնում են էլեկտրոնի և ֆոնոնի պիեզոէլեկտրական, իսկ օպտիկական տատանումների դեպքում՝ բևեռային փոխազդեցությունների:

Նշանակենք $\vec{U}(\vec{r})$ -ով ցանցի ատոմների շեղումը՝ կապված նրա ծայնային ($\vec{U}(\vec{r}) \equiv \vec{u}(\vec{r})$) կամ օպտիկական ($\vec{U}(\vec{r}) \equiv \vec{u}^{(0)}(\vec{r})$) տատանումների հետ և ենթադրենք, որ հետերոկառուցվածքի համար ցանցի տատանումները և էլեկտրաստատիկ պոտենցիալը նկարագրող բոլոր հավասարումները (համապատասխան եզրային պայմանների հաշվառմամբ) լուծված են և հայտնի են բոլոր հնարավոր ծայնային և օպտիկական ֆոնոնային մոդերը (տես Գլ.4):

Նշանակենք այդ տատանումները նկարագրող լուծումները $\vec{w}_\nu(\vec{r})$ -ով, որտեղ ν -ն ֆոնոնային քվանտային թվերի հավաքածուն է տատանումների բոլոր մոդերի համար: Այդ լուծումները պետք է լինեն նորմավորված և օրթոգոնալ, ինչը հնարավորություն է տալիս դրանց դիտարկել որպես ֆոնոնային ձևային գործոններ կամ ֆոնոնների պարուրիչ ալիքային ֆունկցիաներ:

Կամայական շեղման $\vec{u}(\vec{r})$ վեկտորը կարելի է վերլուծել շարքի ըստ այդ $\vec{w}_\nu(\vec{r})$ ֆունկցիաների՝

$$\vec{u}(\vec{r}) = \sum_{\nu} Q_{\nu} \vec{w}_{\nu}(\vec{r}): \quad (8.3)$$

Վերլուծության Q_{ν} գործակիցները հայտնի են որպես, այսպես կոչված, նորմալ կոորդինատներ՝ մտցված լրիվ բազիս կազմող $\vec{w}_{\nu}(\vec{r})$ ֆունկցիաների բազմության հիման վրա: Պետք է նկատի ունենալ, որ (8.3) վերլուծությունը ծավալային մոլուչի համար սովորաբար կատարվող վերլուծության ընդհանրացումն է: Միայն թե ծավալային մոլուչների համար, որպես վերլուծության բազիս, $\vec{w}_{\nu}(\vec{r})$ -ի փոխարեն վերցընում են տարբեր բևեռացման հարթ ալիքներ: Պարզվում է, որ (8.3) հավասարման հիման վրա մտցված նորմալ կոորդինատներն ունեն նույն վարքը, ինչ հարթ ալիքային բազիսի վրա մտցվածները: Մասնավորապես Q_{ν} նորմալ կոորդինատների օգնությամբ նորից կարող են մտցվել ֆոնոնների ծնման և ոչնչացման օպերատորները՝

$$C_{\nu}^{+} = \left(\frac{\omega_{\nu} M}{2\hbar V_0} \right)^{1/2} Q_{\nu} - \left(\frac{2\hbar V_0}{\omega_{\nu} M} \right)^{1/2} \frac{\partial}{\partial Q_{\nu}}, \quad (8.4)$$

$$C_{\nu}^{-} = \left(\frac{\omega_{\nu} M}{2\hbar V_0} \right)^{1/2} Q_{\nu} + \left(\frac{2\hbar V_0}{\omega_{\nu} M} \right)^{1/2} \frac{\partial}{\partial Q_{\nu}}, \quad (8.5)$$

այնպես, որ

$$Q_{\nu} = \sqrt{\frac{\hbar V_0}{2M\omega_{\nu}}} (C_{\nu}^{+} + C_{\nu}^{-}) \quad (8.6)$$

Այստեղ ω_ν -ն ν -րդ մոդի հաճախությունն է, V_0 -ն՝ տարրական բջջի ծավալը, M -ը տարրական բջջի զանգվածը՝ ծայնային տատանումների դեպքում կամ տարրական բջջի կազմի մեջ մտնող իոնների բերված զանգվածը՝ օպտիկական տատանումների դեպքում:

Այս մոտեցմամբ ֆոնոնային ենթահամակարգի էներգիայի օպերատորը կարելի է ներկայացնել

$$H_{ph} = \sum_{\nu} \hbar \omega_{\nu} \left(C_{\nu}^{+} C_{\nu}^{-} + \frac{1}{2} \right), \quad (8.7)$$

տեսքով, որի համաձայն տատանումների յուրաքանչյուր մոդ լրիվ էներգիայի օպերատորում իր նեղրումն է տալիս որպես անկախ, $\hbar \omega_{\nu}$ էներգիայով տատանակ:

Հաջորդ քայլում անհրաժեշտ է էլեկտրոն-ֆոնոնային փոխազդեցության օպերատորն արտահայտել C_{ν}^{-} և C_{ν}^{+} օպերատորների միջոցով: Քանի որ, ենթադրության համաձայն, համիլտոնիանն ատոմական շեղումներից գծային ֆունկցիա է, ապա ընդհանուր դեպքում էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցության օպերատորը նույնպես կլինի C_{ν}^{-} -ից և C_{ν}^{+} -ից գծային ֆունկցիա: Մասնավորապես, էլեկտրոն-ծայնային ֆոնոն կարճամասշտաբ փոխազդեցության համար կարող ենք գրել՝

$$H_{e-ph,A} (\text{կարճամասշտաբ}) = \sum_{\nu} \Gamma(\vec{r}|\nu, A) [C_{\nu A}^{-} + C_{\nu A}^{+}], \quad (8.8)$$

որտեղ Γ -ն կոչվում է էլեկտրոն-ֆոնոն զուգավորման գործոն և տրվում է

$$\Gamma(\vec{r}|\nu, A) = \sqrt{\frac{\hbar V_0}{2VM \omega_{\nu A}}} D \operatorname{div}(\vec{w}_{\nu A}(\vec{r})) \quad (8.9)$$

արտահայտությամբ, որտեղ V_0 տարրական բջջի ծավալն է, V -ն բյուրեղի լրիվ ծավալն է, D -ն՝ դեֆորմացիոն պոտենցիալի հաստատունը: Օպտիկական ֆոնոնի հետ էլեկտրոնի նորից կարճամասշտաբ փոխազդեցության համար կունենանք՝

$$H_{e-ph,O} (\text{կարճամասշտաբ}) = \sum_{\nu} \Gamma(\vec{r}|\nu, 0) [C_{\nu 0}^{-} + C_{\nu 0}^{+}], \quad (8.10)$$

որտեղ էլեկտրոն-ֆոնոն զուգավորման գործոնը՝

$$\Gamma(\vec{r}|\nu, 0) = \sqrt{\frac{\hbar V_0}{2VM \omega_{\nu 0}}} (\vec{D}_0 \vec{w}_{\nu 0}(\vec{r})): \quad (8.11)$$

(8.11)-ում $\vec{d}_0$ մեծությունը նույնպես կոչվում է դեֆորմացիոն պոտենցիալի հաստատուն, որը, սակայն, ի տարբերություն ծայնային ֆոնոնի դեպքի, վեկտորական մեծություն է:

Ինչ վերաբերում է ֆոնոնների հետ էլեկտրոնների երկարամասշտաբ փոխազդեցությանը, ապա հնարավոր չէ այդ փոխազդեցության համիլտոնիանի տեսքը

գրել ընդհանուր դեպքում: Դժվարությունը կայանում է նրանում, որ թեև ցանցի բևեռացման վեկտորը՝ $\vec{P}$ -ն, հեշտությամբ կարելի է արտահայտել C_ν^- և C_ν^+ օպերատորներով, սակայն հաջորդ քայլում մակրոսկոպական պոտենցիալը գտնելու համար անհրաժեշտ է լուծել Պուասոնի

$$\varepsilon \cdot \nabla^2 \varphi = 4\pi \operatorname{div} \vec{P} \quad (8.12)$$

հավասարումը (ε -ը միջավայրի դիէլեկտրական բախանցելիությունն է), որը, սակայն, կարելի է իրագործել միայն որոշակի տեսքի $\vec{w}_\nu(\vec{r})$ ֆունկցիաների համար: Մենք հետագայում կկատարենք այդպիսի հաշվարկներ, օրինակ, բևեռային օպտիկական ֆոնոնների համար:

Այժմ դիտարկենք միայն ծայնային ֆոնոնների դեպքը: Շերտավոր քվանտային հետերոկառուցվածքներում ցանցի ծայնային տատանումներն ուսումնասիրելիս (տես Գլ.4) ցույց է տրվել, որ ծայնային տատանումներն ընդհանուր դեպքում բաղկացած են սահմանափակված և տարածվող մոդերից: Տարածվող մոդերին բնորոշ տատանումները տարածվում են ամբողջ հետերոկառուցվածքի ծավալում՝ բոլոր ուղղություններով: Մինչդեռ սահմանափակված մոդերի տատանումները տեղայնացված են քվանտային փոսի տիրույթում և կարող են ազատ տարածվել միայն փոսի շերտի երկայնքով: Շատ հաճախ, սակայն, $A_3 B_5$ տիպի միացությունների վրա հիմնված շերտավոր հետերոկառուցվածքներում առաձգականության պարամետրերի փոփոխությունը շերտից-շերտ շատ փոքր է, որի պատճառով էլ ծայնային ֆոնոնների տարածական սահմանափակումը շատ թույլ է, իսկ տարածվող մոդերը կարելի է մեծ ճշտությամբ նկարագրել հարթ ալիքներով: Այս փաստը հնարավորություն է տալիս առաջին մոտավորությամբ արհամարհել ծայնային ֆոնոնների տեղայնացված մոդերը և դիտարկել ցածր չափայնությամբ էլեկտրոնների ցրումը ծավալային նմուշներին բնորոշ ցանցի ծայնային տատանումների վրա: Էլեկտրոն-ֆոնոն ցրման հավանականությունը, որն ուղեկցվում է ծայնային ֆոնոնի արձակմամբ ($W^{(+)}$) կամ կլանմամբ ($W^{(-)}$), ծավալային դեպքի նմանությամբ, ունի հետևյալ տեսքը՝

$$W^{+}(\beta, \beta' | s, \vec{q}) = \frac{2\pi}{\hbar} |M(\beta, \beta' | s, \vec{q})|^2 (N_{\vec{q}, s} + 1) \delta[E_\beta - E_{\beta'} - \hbar\omega_s(\vec{q})], \quad (8.13)$$

$$W^{-}(\beta, \beta' | s, \vec{q}) = \frac{2\pi}{\hbar} |M(\beta, \beta' | s, \vec{q})|^2 N_{\vec{q}, s} \delta[E_\beta - E_{\beta'} + \hbar\omega_s(\vec{q})], \quad (8.14)$$

որտեղ $N_{\vec{q}, s}$ -ը $\hbar\omega_s(\vec{q})$ էներգիայով ֆոնոնների միջին թիվն է (Պլանկի բաշխումը), իսկ անցման մատրիցական տարրերն արտահայտվում են էլեկտրոն-ֆոնոն զուգավորման գործոններով հետևյալ կերպ՝

$$M(\beta, \beta' | s, \vec{q}) = \int d^3 \vec{r} F_{\beta'}^*(\vec{r}) \Gamma(\vec{r} | \vec{q}, s) e^{i\vec{q}\vec{r}} F_{\beta}(\vec{r}) \Big| U_{\alpha, \vec{k}_0} \Big|^2 : \quad (8.15)$$

Վերը տրված բանաձևերը նկարագրում են էլեկտրոնի ցրումը $\vec{q}$ ալիքային վեկտորով, s տիպի ծայնային ֆոնոնի կողմից, ինչի արդյունքում էլեկտրոնը, տալով կամ ստանալով $\hbar\omega_s(\vec{q})$ էներգիա, անցնում է β քվանտային թվերի համախմբով նկարագրվող սկզբնական վիճակից β' վերջնական վիճակ: Ծավալային երկայնական (LA) ծայնային ֆոնոնների համար

$$\Gamma(\vec{r}|\vec{q}, LA) = i \sqrt{\frac{\hbar V_0}{2V M_0 \omega(q)}} D \cdot q, \quad (8.16)$$

որտեղ $\omega(q) = v_s q$ -ն LA-ֆոնոնների դիսպերսիայի օրենքն է, M_0 -ն՝ տարրական բջջի զանգվածը, իսկ v_s -ն՝ ծայնի արագությունը միջավայրում: (8.16) -ից հետևում է, որ $\Gamma(\vec{r}|\vec{q}, LA)$ զուգավորման գործոնը կախված չէ էլեկտրոնի շառավիղ-վեկտորից՝ $\vec{r}$ -ից, որի պատճառով էլ (8.15) մատրիցական տարրի հաշվարկն ըստ եռյան հանգում է F_β և $F_{\beta'}$ պարուրիչային ալիքային ֆունկցիաների

$$I = \int d^3\vec{r} F_\beta^*(\vec{r}) e^{i\vec{q}\vec{r}} \cdot F_{\beta'}(\vec{r}) \quad (8.17)$$

ծածկման ինտեգրալի հաշվարկին: Հարկ է նշել, որ որ (8.17) -ում $\vec{q}$ -ն ֆոնոնի եռաչափ ալիքային վեկտորն է: Մասնավոր դեպքում, եթե գործ ունենք ծավալային մոնոչի հետ, ապա $F_\beta(\vec{r})$ -ը և $F_{\beta'}(\vec{r})$ -ը տրվում են հարթ ալիքների տեսքով, ուստի (8.17) ինտեգրալը տալիս է $\delta_{\vec{k}+\vec{q}, \vec{k}'}$, որտեղ “-” նշանը համապատասխանում է ֆոնոնի արծակմանը, իսկ “+” նշանը՝ կլանմանը:

Վերջում՝ մի քանի խոսք էլեկտրոն-ծայնային ֆոնոն երկարամասշտաբ փոխազդեցության մասին: Ցրման հավանականությունն այս դեպքում ևս տրվում է (8.13) կամ (8.14) հավասարումներով, սակայն էլեկտրոն-ֆոնոն զուգավորման գործոնը և ցրման մատրիցական տարրը տրվում են բոլորովին այլ բանաձևերով: Ինչպես արդեն նշվեց, երկարամասշտաբ էլեկտրոն-ֆոնոնային փոխազդեցության պատճառը բյուրեղի բևեռացման արդյունքում ստեղծված մակրոսկոպական էլեկտրական դաշտերն են: Եթե Φ -ով նշանակենք ծայնային ֆոնոնների կողմից ստեղծված պիեզոէլեկտրական դաշտի պոտենցիալը, ապա էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցության օպերատորը՝

$$H_{e-ph}(\text{երկարամասշտաբ}) \equiv -e\Phi: \quad (8.18)$$

Արտահայտելով բևեռացումը դեֆորմացիայի տենզորի միջոցով, կարելի է լուծել (8.12) Պուասոնի հավասարումը և ստանալ պիեզոէլեկտրական երևույթի հետևանքով էլեկտրոն-ֆոնոն զուգավորման գործոնը՝

$$\Gamma(\vec{r}|\vec{q}, LA) = -\frac{4\pi e}{q^2} \sqrt{\frac{\hbar V_0}{2V M_0 \omega_s(\vec{q})}} \beta_{i,ke} q_j q_k b_{l,\vec{q}s}, \quad (l=x, y, z), \quad (8.19)$$

որտեղ $\beta_{i,ke}$ -ը պիեզոէլեկտրական տենզորն է, $b_{l,\vec{q}s}$ -ը՝ բևեռացման միավոր վեկտորի պրոյեկցիան է համապատասխան առանցքի վրա: Այդ զուգավորումը կախված է ֆոնոնի $\vec{q}$ ալիքային վեկտորի (տարածման ուղղության) և բյուրեղագրական առանցքների կազմած անկյուններից: A_3B_5 տիպի միացություններում, որոնց տարրական բջիջը պարունակում է երկու տարբեր տիպի ատոմներ, բացակայում է ինվերսիայի կենտրոնը և, հետևաբար, պիեզոէլեկտրական տենզորը զրոյից տարբեր է: Ցինկի խաբուսակի տիպի ցանցի համաչափությունը բերում է նրան, որ այդ տենզորի բոլոր բազադրիչները դառնում են հավասար նույն, զրոյից տարբեր $\beta_{i \neq j \neq k} = \beta_{1,23} = \beta_{2,13} = \beta_{3,21} = \dots$ հաստատունին: Օրինակ՝ $GaAs$ -ի համար $\beta_{1,23} = 0,012$ Վ/մ²:

Մասնավորապես, երբ $\vec{q}$ -ն զուգահեռ է $[100]$ առանցքին, ապա զուգավորման գործոնը՝ $\Gamma = 0$, և էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցությունը բացակայում է: Եթե $\vec{q}$ -ն զուգահեռ է $[111]$ ուղղությանը, ապա զուգավորման գործոնը զրո է միայն լայնական ֆոնոնների համար, իսկ երկայնական ֆոնոնների համար այն վերջավոր է: Քանի որ անցման հավանականությունը համեմատական է Γ -ի մատրիցական տարրի քառակուսուն, ապա կարելի է մտցնել զուգավորման գործոնի քառակուսու միջին արժեքի գաղափարը, որը կստացվի ըստ տարածման բոլոր հնարավոր ուղղությունների միջինացման արդյունքում: Երկայնական և լայնական մոդերի համար զուգավորման գործոններ ունեն հետևյալ տեսքը՝

$$\tilde{\Gamma}(\vec{r}|\vec{q}, PLA) = -4\pi e \sqrt{\frac{\hbar V_0}{2VM_0\omega_L(\vec{q})}} \beta_{1,23} \sqrt{\frac{12}{35}}, \quad (8.20)$$

$$\tilde{\Gamma}(\vec{r}|\vec{q}, PTA) = -4\pi e \sqrt{\frac{\hbar V_0}{2VM_0\omega_T(\vec{q})}} \beta_{1,23} \sqrt{\frac{16}{35}}: \quad (8.21)$$

Ինչպես և նախորդ դեպքում (տես (8.16)-ը և (8.19)-ը) երկարամասշտաբ էլեկտրոն-ֆոնոնային փոխազդեցության զուգավորման գործոնները կոորդինատից կախված չեն:

§5.9 Քվանտային փոսում ծայնային ֆոնոնների կողմից էլեկտրոնների ցրման արագությունը

Քվանտային փոսում գտնվող էլեկտրոնի համար (8.17) ծածկման ինտեգրալն էապես կախված է կառուցվածքի երկրաչափությունից (փոսի տեսքից) և կարող է զգալիորեն ձևափոխվել: Քվազիերկչափ էլեկտրոնների համար $F_\beta(\vec{r})$ ալիքային ֆունկցիան սովորաբար ներկայացվում է (6.3) տեսքով: Ծածկման ինտեգրալի բացա-

հայտ տեսքը ստանալու համար պետք է իմանալ $U_n(z)$ ֆունկցիաների տեսքը: Դրա համար դիտարկենք անվերջ խոր ուղղանկյուն փոսի մոդելը, երբ ենթագոտիների էներգիան տրվում է Գլ.2-ի (1.20) բանաձևով, իսկ ալիքային ֆունկցիաներն ունեն հետևյալ տեսքը՝

$$F_{n,\vec{k}}(x,y,z) = \sqrt{\frac{2}{SL}} \cos \frac{2\pi n z}{L} e^{i\vec{k}\vec{\rho}}, \quad (9.1)$$

որտեղ L -ը քվանտային փոսի լայնությունն է, n -ը՝ ենթագոտու համարը, $\vec{k}$ -ն՝ էլեկտրոնի երկչափ ալիքային վեկտորը, S -ը՝ (x,y) հարթության մեջ նորմավորման մակերեսը, իսկ $\vec{\rho}(x,y)$ -ը՝ երկչափ շառավիղ-վեկտորը: Այս տիպի ալիքային ֆունկցիաները տեղադրելով (8.17) -ում, կգտնենք, որ

$$I = |I_{2D}|^2 = G_{n_0,n,q_z} \cdot \delta_{\vec{k}_0+\vec{q}_1,\vec{k}}, \quad (9.2)$$

որտեղ $\vec{q}_1$ -ը ֆոնոնի եռաչափ ալիքային վեկտորի պրոյեկցիան է (x,y) հարթության վրա, իսկ, այսպես կոչված, ձևային գործոնը՝

$$G_{n_0,n,q_z} = \frac{(\pi^2 n_0 n)^2 \left(\frac{q_z L}{2}\right)^2 \sin^2 \left[\frac{q_z L}{2} + \frac{\pi}{2} (n_0 + n) \right]}{\left[\left(\frac{q_z L}{2}\right)^2 - \frac{\pi^2}{4} (n_0 - n)^2 \right]^2 \left[\left(\frac{q_z L}{2}\right)^2 - \frac{\pi^2}{4} (n_0 + n)^2 \right]^2}: \quad (9.3)$$

Ինչպես հետևում է (9.2) բանաձևից, ցրման ժամանակ քվազիալիքային վեկտորի պահպանման օրենքը տեղի ունի միայն քվանտային փոսի հարթությանը զուգահեռ պրոյեկցիաների համար՝

$$\vec{k}_0 \mp \vec{q}_1 = \vec{k}, \quad (9.4)$$

իսկ ալիքային վեկտորների z -բաղադրիչների համար δ -ֆունկցիան ըստ էության փոխարինված է G_{n_0,n,q_z} ձևային գործոնով: Նրա համար վերը վերված (9.3) արտահայտությունից հետևում է, որ ֆոնոնի $\vec{q}$ ալիքային վեկտորի կամայական $q_z \neq 0$

արժեքի դեպքում սկզբունքորեն հնարավոր է, որ տեղի ունենա էլեկտրոն-ֆոնոն ցրման ակտ: Այս արդյունքը քվանտային հետերոկառուցվածքներում էլեկտրոնների ցրման բնութագրական և կարևոր առանձնահատկությունն է: Ցրման հավանականությունների (տես (8.13) կամ (8.14) բանաձևերը), ինչպես նաև ռելաքսացիայի ժամանակի արտահայտություններում կարևոր դեր են խաղում մի շարք գործոններ. G ձևային գործոնը, էներգիայի պահպանման օրենքը, փոսի հարթության մեջ իմպուլսի պահպանման օրենքը, ֆոնոնների միջին N_q թիվը: Հետևաբար նշված մեծությունների համար սովորաբար չեն ստացվում պարզ, վերլուծական արտահայտություն-

ներ և այդ պատճառով ցրման հավանականության մեջ վերը նշված գործոնների դերը քննարկենք միայն որակապես:

Նկ. 5-6 -ում պատկերված է (9.3) բանաձևով տրրվող G_{n_0, n, q_z}

ձևային գործոնի կախումը ծայրային ֆոնոնի ալիքային վեկտորի z բաղադրիչից՝ ներենթագոտիական և միջենթագոտիական տարբեր անցումների համար: Երևում է, որ հիմնական ենթագոտու սահմաններում տեղի ունեցող ցրման դեպքում ($n_0 = n = 1$) G_{n_0, n, q_z} -ն ունի

միակ մաքսիմում $q_z = 0$ կետում, իսկ նրա լայնությունը մո-

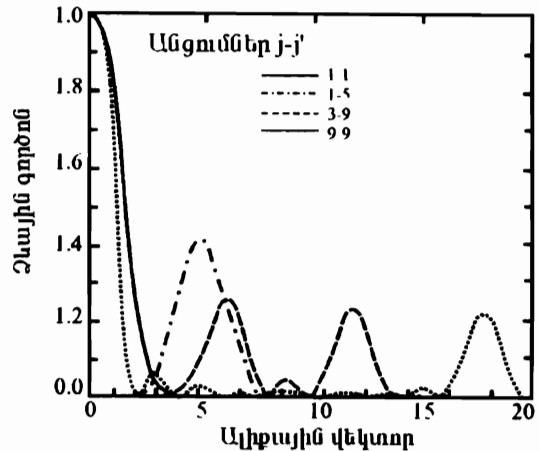
տավորապես $2\pi/L$ -ի կարգի է: Երբ $n_0 > 1$, ներենթագոտիական ցրումների համար ձևային գործոնն ունի երկու մաքսիմում՝ մեկը $q_z = 0$, իսկ մյուսը՝ $q_z = 2\pi n_0/L$ կետերում (տես Նկ. 5-6 -ում բերված $9 \leftrightarrow 9$ ցրման կորը):

Ինչ վերաբերվում է միջենթագոտիական ցրմանը, ապա այն նույնպես բնութա-

գրվում է երկու մաքսիմումով՝ $q_z = \pm \frac{\pi(n_0 \pm n)}{L}$ կետերում (տես Նկ. 5-6 -ում $1 \leftrightarrow 5$ և

$3 \leftrightarrow 9$ անցումները): Նկարից երևում է նաև, որ ձևային գործոնը q_z -ի անընդհատ ֆունկցիա և ըստ էության զրոյից տարբերվում է ֆոնոնի ալիքային վեկտորի միայն որոշակի տիրույթներում: Հասկանալի է, որ էլեկտրոնը կարող է արձակել կամ կլանել միայն ծայրային այնպիսի ֆոնոն, որի ալիքային վեկտորի q_z բաղադրիչին համապատասխանում է ձևային գործոնի ոչ զրոյական արժեք:

Այժմ անցնենք ցրման պրոցեսում քվազիալիքային վեկտորի պահպանման օրենքի դերի քննարկմանը: Հայտնի է, որ այդ օրենքը բյուրեղի տեղափոխական համաչափության հետևանք է: Քվանտային հետերոկառուցվածքներում այդպիսի համաչափությունը բացակայում է շերտերի բաժանման սահմանին ուղղահայաց ուղղությամբ: Այդ ուղղությամբ էլեկտրոնը տեղայնացված է քվանտային փոսի շերտում և, հետևաբար, նրա քվազիալիքային վեկտորի (քվազիիմպուլսի) բաղադրիչը կարող է տրվել միայն որոշակի՝



Նկ. 5-6. G_{n_0, n, q_z} ձևային գործոնի կախումը

$q_z L / \pi$ -ից, $1 \leftrightarrow 1$, $9 \leftrightarrow 9$ ներենթագոտիական և $1 \leftrightarrow 5$, $3 \leftrightarrow 9$ միջենթագոտիական անցումների համար:

$$\Delta k_z \geq \frac{2\pi}{L} : \quad (9.5)$$

ճշտությամբ: Մյուս կողմից, ծավալային ծայնային ֆոնոններն ունեն ալիքային վեկտորի խիստ որոշակի բաղադրիչներ բոլոր ուղղություններով: Հետևաբար՝ էլեկտրոն-ֆոնոն փոխազդեցության ժամանակ ֆոնոնի ալիքային վեկտորի q_z բաղադրիչը չի կարող ճշգրտորեն պահպանվել: Նրա անորոշությունը մոտավորապես հավասար է էլեկտրոնի ալիքային վեկտորի z բաղադրիչի՝ (9.5) արտահայտությամբ տրվող անորոշությանը: Այդ պատճառով է, որ նկ. 5-6 -ում պատկերված մաքսիմումներն ունեն այդ անորոշության կարգի լայնություններ:

Հաջորդ գործոնը, որի դերը պետք է քննարկել, էներգիայի պահպանման օրենքն է, ինչը (8.13) -ի կամ (8.14) -ի մեջ մտնում է δ -ֆունկցիայի տեսքով: Էլեկտրոն-ծայնային ֆոնոն ցրման պրոցեսի կինեմատիկան նկարագրելու համար սովորականի պես պետք է գրել միաժամանակ $\bar{k}'$ էներգիայի, և՛ իմպուլսի պահպանման օրենքները: Սակայն քվազիերկչափ էլեկտրոնների դեպքում էներգիայի պահպանման օրենքի հետ պետք է գրել միայն քվազիիմպուլսի *գուզահեռ* (փոսի հարթության մեջ ընկած) բաղադրիչի պահպանման օրենքը ($\bar{k}' = \bar{k} \pm \bar{q}_\parallel$): Վերջին փաստը ցրման կինեմատիկայում հանգեցնում է եռաչափ դեպքի համեմատ զգալի տարբերությունների: Զայնային ֆոնոնի վրա ցրման պրոցեսում էներգիայի պահպանման օրենքը գրվում է հետևյալ տեսքով՝

$$\varepsilon_n + \frac{\hbar^2 \bar{k}'^2}{2m^*} - \left(\varepsilon_{n_0} + \frac{\hbar^2 \bar{k}^2}{2m^*} \right) = \mp \hbar \omega_\ell(q) \equiv \mp \hbar v_\ell \sqrt{q_\parallel^2 + q_z^2}, \quad (9.6)$$

որտեղ – (+) նշանները համապատասխանում են ֆոնոնի արձակմանը (կլանմանը), երբ էլեկտրոնը ($n_0, \bar{k}$) սկզբնական վիճակից անցնում է ($n, \bar{k}'$) վերջնական վիճակ: Ներենթադրուիական ցրման դեպքում $n_0 = n$, և վերջին արտահայտությունը կարելի է ներկայացնել

$$\frac{q^2}{2k} \mp q_\parallel \cos \theta_q = \mp \left(\sqrt{\frac{m^* v_\ell^2 / 2}{\hbar^2 k^2 / 2m^*}} \right) \sqrt{q_\parallel^2 + q_z^2}, \quad (9.7)$$

տեսքով, որտեղ θ_q -ն $\bar{k}$ -ի և $\bar{q}_\parallel$ -ի կազմած անկյունն է:

Այս հավասարման աջ մասում գրված գործակիցը ցրվող էլեկտրոնների բնութագրական էներգիաների համար մեկից շատ փոքր է: Իրոք, $A_3 B_5$ միացություններում ծայնի բնութագրական արագությունը՝ $v_\ell \approx 5 \cdot 10^5$ սմ/վ, և վերցնելով $m^* \approx 0.1 m_0$, կստանանք, որ $m^* v_\ell^2 / 2 \approx 5 \cdot 10^{-3}$ մեՎ, ինչը շատ փոքր է քվանտային փոսում էլեկտրոնի բնութագրական էներգիաներից, որոնք տասնյակ մեՎ -ի

կարգի մեծություններ են: $q_{\parallel} \ll k$ պայմանի դեպքում (9.7) -ից անմիջապես հետևում է, որ պետք է տեղի ունենա $q_z \gg q_{\parallel}$ պայմանը, ինչն, իր հերթին, նշանակում է, որ քվազիերկչափ էլեկտրոնները հիմնականում փոխազդում են այնպիսի ծայրային ֆոնոնների հետ, որոնց ալիքային վեկտորի ուղղահայաց բաղադրիչը շատ անգամ մեծ է քվանտային փոսի հարթության մեջ ընկած նրա բաղադրիչից: Ուրիշ խոսքով, էլեկտրոնները մեծ արդյունավետությամբ փոխազդում են այնպիսի ֆոնոնների հետ, որոնք տարածվում են հետերոկառուցվածքի բաժանման սահմանին ուղղահայաց ուղղությամբ:

Քվանտային նանոկառուցվածքներում ծայրային ֆոնոնների վրա էլեկտրոնների ցրումը, ի տարբերություն ծավալային նմուշների, կարող է բնութագրվել զգալի ոչ առաձգականությամբ: Իրոք, էլեկտրոնների հետ ամենաարդյունավետ փոխազդող ծայրային ֆոնոնների ալիքային վեկտորի մեծությունը մոտավորապես կարելի է ընդունել հավասար $q \approx q_z \approx \Delta k_z \geq 2\pi / L$: Այսպիսի ալիքային վեկտորով ֆոնոնի էներգիան՝

$$\Delta E = \hbar v, q \geq \hbar v, \frac{2\pi}{L} : \quad (9.8)$$

Այստեղից հետևում է, որ ինչքան փոքր է քվանտային փոսի լայնությունը, այնքան մեծ է ֆոնոնին փոխանցվող ալիքային վեկտորը և նրա հետ կապված էներգիան: Նկատի ունենալով, որ հիմնական ենթագոտում գտնվող էլեկտրոն ունի $E_1 \sim \hbar^2 / m^* L^2$ կարգի էներգիա, (9.8) -ը կարող ենք գրել հետևյալ տեսքով՝

$$\Delta E \geq \sqrt{m^* v^2 E_1} : \quad (9.9)$$

$L \leq 100 \text{ \AA}$ լայնությամբ GaAs -ի քվանտային փոսում $E_1 \geq 60$ մեՎ, ուստի այն կարող է զգալի գերազանցել էլեկտրոնների կինետիկ էներգիան (վերջինս ոչ այլասերված գազում $k_B T$ -ի կարգի է, որը $T = 77 \text{ K}$ -ում կազմում է 8 մեՎ, իսկ այլասերված գազում այն $(E_F - E_1)$ -ի կարգի է, որը էլեկտրոնների $n_s \approx 5 \cdot 10^{11} \text{ սմ}^{-2}$ կոնցենտրացիայի համար կազմում է մոտ 18 մեՎ): Հետևաբար՝ քվանտային փոսին բնորոշ այսպիսի անորոշությունը հանգեցնում է էլեկտրոն-ծայրային ֆոնոն փոխազդեցության ոչ առաձգականության, ինչը, իհարկե, բացակայում է ծավալային նմուշներում: Քվանտային փոսի լայնությունը փոքրացնելիս այդպիսի ոչ առաձգականության աստիճանը մեծանում է, ինչի հետևանքով ցրումը ծայրային ֆոնոնների կողմից կարող է դառնալ նաև անհավասարակշիռ էլեկտրոնների էներգիայի ռելաքսացիայի հիմնական մեխանիզմներից մեկը:

Քվանտային փոսի լայնության փոքրացման հետևանքով ալիքային վեկտորի անորոշության նշված աճը բերում է նաև այն ֆոնոնների թվի մեծացման, որոնք կարող են փոխազդել էլեկտրոնի հետ: Հետևաբար՝ կարելի սպասել, որ ցրման հավանականությունը և արագությունը պետք է աճեն փոսի լայնությանը հակադարձ

համեմատական օրենքով: Սակայն այսպիսի աճը չի կարող բերել ցրման արագության տարամիտման $L \rightarrow 0$ սահմանում, քանի որ էներգիայի աճին զուգընթաց փոքրանում է ֆոնոնների միջին N_q թիվը (մեծ էներգիաների համար այն նվազում է էքսպոնենցիալ օրենքով): Եվ այդ գործոնը դառնում է գերակշռող, երբ L -ը դառնում է փոքր որոշակի L_c կրիտիկական արժեքից: Այն գնահատելու համար կարող ենք համեմատել առավելագույն՝ $2\pi/L$ ալիքային վեկտորով ֆոնոնի էներգիան $k_B T$ ջերմային էներգիայի հետ, որտեղից կստանանք, որ $L_c \sim 2\pi \hbar v_l / k_B T$:

Այսպիսով, ընդհանրացնելով ցրման հավանականության մեջ տարբեր գործոնների դերի վերը կատարված որակական վերլուծությունը, կարող ենք նշել, որ քվանտային փոսում ծայնային ֆոնոնի վրա էլեկտրոնի ցրման պրոցեսում հիմնականում մասնակցում են այն ֆոնոնները, որոնք տարածվում են շերտերի բաժանման սահմաններին ուղղահայաց ուղղությամբ և ունեն մեծ՝ $2\pi/L$ կարգի, ալիքային վեկտորներ: Վերջին փաստը հանգեցնում է երկու կարևոր հետևանքների. նախ՝ մեծանում է ցրման պրոցեսում փոխանցվող էներգիան (ցրման ոչ առաձգականությունը), այնուհետև՝ քվանտային փոսի լայնության փոքրացման բավականին լայն միջակայքում ցրման արագությունը մեծանում է հակադարձ համեմատական L -ին:

Ռելաքսացիայի ժամանակի համար վերլուծական արդյունք ստանալու համար հաշվարկներում կարելի է անտեսել ցրման ոչ առաձգականությունը: Տվյալ $(n_0, \vec{k})$ սկզբնական վիճակից դեպի բոլոր հնարավոր $(n, \vec{k})$ վերջնական վիճակներ էլեկտրոնի ցրման արագությունը, որի արդյունքում կլանվում կան արձակվում է ծայնային ֆոնոն, կարելի է ներկայացնել

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_s(n_0, \vec{k}_0)} &= \sum_{n, \vec{k}} [W^+(n_0, \vec{k}_0; n, \vec{k}) + W^-(n_0, \vec{k}_0; n, \vec{k})] = \\ &= \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{n, \vec{k}, \vec{q}} |M(n_0, \vec{k}_0; n, \vec{k} | A)|^2 (2N_q + 1) \delta[E_n(\vec{k}) - E_{n_0}(\vec{k}_0)] \end{aligned} \quad (9.10)$$

տեսքով, որտեղ N_q -ն ծայնային ֆոնոնների թիվն է, իսկ $M(n_0, \vec{k}_0; n, \vec{k} | A)$ -ն տրվում է (8.15) առնչությամբ: Օգտագործելով էլեկտրոն-ֆոնոն զուգավորման գործոնի համար ստացված (8.16) կամ (8.19) արտահայտությունները, կարելի է (8.15) և (9.10) արտահայտությունները ներկայացնել բացահայտ տեսքով: Մասնավորապես, եթե էլեկտրոն-ծայնային ֆոնոն փոխազդեցությունն իրագործվում է դեֆորմացիոն պոտենցիալի միջոցով, ապա

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_s(n_0, \vec{k}_0)} &= \frac{D^2}{8\pi^2 C_l} \sum_n \int dq_z dq_{\parallel} \cdot q_{\parallel} d\theta_q \cdot q \cdot \sin \theta_q \cdot G_{n_0, n, q_z} (2N_q + 1) \times \\ &\times \delta[E_n(\vec{k}) - E_{n_0}(\vec{k}_0)] \quad , \end{aligned} \quad (9.11)$$

որտեղ $C_l = M_0 v_l / V_0$ մեծությունը նյութի միջինացված առաձգականության հաստատունն է: Բարձր ջերմաստիճանային տիրույթում $k_B T \gg \hbar \omega_q$ (ինչն, ըստ (9.8)-ի, համարժեք է $k_B T \gg 2\pi \hbar v_l / L$ անհավասարությանը) կարելի է մոտավորապես ընդունել, որ $(2N_q + 1) \approx 2k_B T / \hbar v_l$, $q_{||}$: Այդպիսով (9.11)-ում ինտեգրումն ըստ $q_{||}$ -ի և θ_q -ի կարելի է հեշտությամբ կատարել, որից հետո կունենանք՝

$$\frac{1}{\tau_s(n_0, \bar{k}_0)} = \frac{D^2 m^* k_B T}{\pi \hbar^3 C_l} \sum_n \int_{-\infty}^{+\infty} G_{n_0, n, q_z} dq_z : \quad (9.12)$$

Այստեղ գումարը ներառում է միայն այն ենթագոտիները, դեպի որոնց n_0 ենթագոտուց անցումները թույլատրելի են, այսինքն՝ բավարարվում է $E_n \leq E_{n_0}(\bar{k}_0)$ պայմանը: Եթե քվանտային փոսի համար բավարարվենք անվերջ խոր պոտենցիալային փոսի մոդելով (տես (9.3) -ը), ապա (9.12) -ում առկա ինտեգրալը կարելի է հեշտությամբ հաշվել՝

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dq_z G_{n_0, n, q_z} = \frac{\pi}{L} (2 + \delta_{n_0, n}) : \quad (9.13)$$

Վերջնականապես, ռելաքսացիայի ժամանակի համար կստանանք

$$\frac{1}{\tau_s(n_0, \bar{k}_0)} = \frac{2D^2 m^* k_B T}{\hbar^3 C_l L} \sum_n \left(1 + \frac{1}{2} \delta_{n_0, n} \right) : \quad (9.14)$$

արտահայտությունը, որի համաձայն $\tau_s \sim L^{-1}$, այսինքն՝ ցրման արագությունն այնքան ավելի մեծ է, որքան մեղ է քվանտային փոսը: $\tau_s^{-1}(n_0, \bar{k}_0)$ -ի համար ստացված բանաձևի մեջ էլեկտրոնի կինետիկ էներգիան բացահայտորեն առկա չէ, սակայն հասկանալի է, որ այն ամեն անգամ պետք է կրի դեպի վեր աստիճանաձև թռիչքներ, երբ էլեկտրոնի էներգիան մեծանալով հասնում է հերթական ենթագոտու հատակին: Ուրիշ խոսքով, ցրման արագության կախումն էլեկտրոնի կինետիկ էներգիայից արտացոլում է երկչափ էլեկտրոնների վիճակների խտության աստիճանաձև վարքը:

Վերջում նշենք, որ ցրման պիեզոէլեկտրական մեխանիզմի դեպքում ցրման արագության համար, նույն քվազիառաձգական մոտավորությամբ, կարելի է ստանալ հետևյալ բանաձևը՝

$$\frac{1}{\tau_s(n_0, \bar{k}_0)} = \frac{e^2 m^* k_B T}{2\pi \hbar^3} \beta_{1,23}^2 \left(\frac{12}{35 C_l} + \frac{16}{35 C_l} \right) \sum_n \int_{-\infty}^{+\infty} dq_z \frac{G_{n_0, n, q_z}}{q_z \sqrt{q_z^2 + 4k_0^2}}, \quad (9.15)$$

որտեղ $C_l = M_0 v_l / V_0$, իսկ v_l -ն լայնական ծայրային ալիքների տարածման արագությունն է: Վերջին արտահայտության մեջ հետագա հաշվումները կարելի է կատարել միայն թվային եղանակով: Սակայն դատելով (9.15) -ի տեսքից, կարելի է

եզրակացնել, որ պիեզոէլեկտրական մեխանիզմով ծայնային ֆոնոնների կողմից էլեկտրոնների ցրման արագությունը նրանց $\bar{k}_0$ սկզբնական ալիքային վեկտորի մոդուլի մեծացման հետ նվազում է և ամեն անգամ կրում է աստիճանաձև անկումներ, երբ տեղի են ունենում անցումներ դեպի բարձր էներգիական ենթազոտիներ:

§5.10 էլեկտրոնների ցրումը ծայնային ֆոնոնների վրա քվանտային լարերում

Դիցուք՝ x առանցքն ուղղված է քվանտային լարի առանցքով, իսկ էլեկտրոնի շարժումը սահմանափակված է y և z ուղղություններով: Քանի որ էլեկտրոնն ունի միայն x -ով ազատ շարժման հնարավորություն, որը բնութագրվում է միաչափ ալիքային վեկտորով ($k = k_x$), ապա նրա ալիքային ֆունկցիան՝

$$\psi_{l_1, l_2, k}(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{L_x}} \chi_{l_1, l_2}(y, z) e^{ikx}, \quad (10.1)$$

որտեղ $\chi_{l_1, l_2}(y, z)$ -ը և (l_1, l_2) -ը միաչափ ենթազոտու ալիքային ֆունկցիան և քվանտային թվերն են, իսկ L_x -ը լարի երկարությունն է: Եթե քվանտային լարն ունի ուղղանկյուն ($L_x \times L_y$) կտրվածք և բնութագրվում է անվերջ խոր պոտենցիալային փոսի մոդելով, ապա $\chi_{l_1, l_2}(y, z)$ ալիքային ֆունկցիաներն արտահայտվում են սինուսներով կամ կոսինուսներով, իսկ (8.17) ծածկման ինտեգրալը՝

$$I_{ID} = G_{l_1, l'_1, q_y} \cdot G_{l_2, l'_2, q_z} \cdot \delta_{k', k+q_x}, \quad (10.2)$$

որտեղ G ձևային գործոնները տրվում են նույն (9.3) բանաձևով, որի մեջ, սակայն, պետք է կատարվեն համապատասխան տեղադրումներ՝ $\{n_0, n, q_z\} \rightarrow \{l_1, l'_1, q_y\}$ կամ $\{l_2, l'_2, q_z\}$: Նշենք, որ δ -ֆունկցիան ապահովում է ալիքային վեկտորի պահպանման օրենքը x -առանցքի ուղղությամբ (որի մեջ, բնականաբար, մտնում է ֆոնոնի ալիքային վեկտորի x -բաղադրիչը): Քանի որ քվանտային լարում էլեկտրոնն ազատ շարժվում է միայն x -առանցքի երկայնքով, ապա որոշակի վերջավոր k_x -ով էլեկտրոնի հնարավոր բոլոր ցրումները կարելի է դասակարգել որպես ցրում դեպի առաջ և ցրում դեպի ետ:

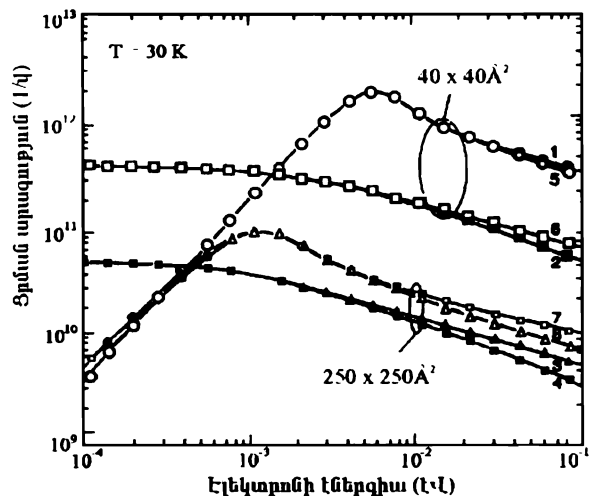
Պարզվում է, որ քվանտային փոսերի համար մեր վերը ստացած բոլոր որակական եզրակացությունները ճիշտ են նաև քվանտային լարերի համար: Դեռ ավելին, էլեկտրոնի՝ ֆոնոնի հետ փոխանակվող ալիքային վեկտորի անորոշության չափը և դրա հետ կապված ցրման ոչ առաձգականությունը լարում դառնում են ավելի զգալի:

Նախորդ դեպքի նմանությամբ, լարի կտրվածքի մակերեսի փոքրացմանը՝ զուգընթաց ձայնային ֆոնոնի վրա քվազիմիաչափ էլեկտրոնի ցրումը դառնում է ավելի ուժգին:

Քվազիառածգական մոտավորությամբ կատարված հաշվարկի արդյունքում ստացվում է, որ ցրման արագությունը տարամիտում է, երբ էլեկտրոնի էներգիան հավասարվում է որևէ միաչափ ենթագոտու հատակին: Այսինքն՝ ցրման արագությունը համեմատական է միաչափ վիճակների խտությանը:

Ցրման արագության ավելի ճշգրիտ գնահատական ստանալու համար լարի դեպքում նույնպես անհրաժեշտ է կատարել թվային հաշվարկներ: Նկ.5.7-ում բերված է այդպիսի հաշվարկի արդյունքը $GaAs$ -ի քվանտային լարի համար, որը շրջապատված է $AlAs$ -ի արգելքային տիրույթով: Դիտարկված է $40\text{\AA} \times 40\text{\AA}$ և $250\text{\AA} \times 250\text{\AA}$ կտրվածքներով լարերում $T = 30\text{ K}$ -ում էլեկտրոնի ցրումը ձայնային ֆոնոնների վրա, որը նկարագրվում է դեֆորմացիոն պոտենցիալի օգնությամբ:

Նկ. (5.7) -ում ցույց տրված արդյունքները դեպի առաջ և դեպի ետ ցրումների համար գրեթե համընկնում են՝ թեթևակիորեն տարբերվելով միան էլեկտրոնի մեծ ալիքային վեկտորների (էներգիաների) համար: Առանձին-առանձին ցույց են տրված ցրման արագությունները ֆոնոնի կլանման և արծակման դեպքերում: Մաքսիմումով կորերը համապատասխանում են ֆոնոնի արծակման պրոցեսներին: Կարելի է տեսնել, որ ինչքան բարակ է քվանտային լարը, այնքան մեծ է ցրման հավանականությունը: Ըստ բացարձակ արժեքի ցրման արագությունը բավական մեծ է և ընկած է $10^{11} + 10^{12}\text{ վ}^{-1}$ միջակայքում: Որպես կանոն, նման ցրումը դառնում է գերակշռող $30 + 40\text{ K}$ -ից ցածր ջերմաստիճանային տիրույթում:



Նկ. 5-7. Ձայնային ֆոնոնների վրա էլեկտրոնի ցրման արագության կախումը նրա էներգիայից $GaAs/AlAs$ քվանտային լարում: Մոնոտոն կորերը նկարագրում են ֆոնոնի կլանումով, իսկ ոչ մոնոտոն կորերը՝ ֆոնոնի արծակումով ուղեկցվող պրոցեսները: (1,2,3,4) կորերը համապատասխանում են դեպի ետ, իսկ (5,6,7,8)-կորերը՝ դեպի առաջ ցրումներին:

§5.11 Էլեկտրոնների ցրումը ծավալային օպտիկական ֆոնոնների կողմից քվանտային փոսում

Քվանտային նանոկառուցվածքները հիմնականում իրականացվում են կիսահաղորդչային (օրինակ՝ A_3B_5 տիպի) միացությունների և դրանց պինդ լուծույթների հիման վրա: Այսպիսի նյութերը, որպես կանոն բևեռային են, քանի որ բաղկացած են տարբեր էլեկտրաբացասականությամբ օժտված ատոմներից, ինչը հանգեցնում է նրանց բյուրեղներում գործող քիմիական կապերի որոշ իոնականության:

Պինդ մարմնի ֆիզիկայի ընդհանուր դասընթացից հայտնի է, որ այդպիսի նյութերում էլեկտրոն-ֆոնոնային փոխազդեցության (ցրման) մեջ գերակշռող դեր են խաղում երկայնական օպտիկական (LO) ֆոնոնները: Այդ ֆոնոնները համապատասխանում են ցանցի այնպիսի տատանումների, որոնց դեպքում ատոմների (իոնների) շեղման ու տատանումների էներգիայի տեղափոխման ուղղությունները նույնն են, իսկ հարևան, տարբեր նշանի լիցքերով իոնները տատանվում են հակափուլ: Ծավալային նմուշներում LO -ֆոնոնների հաճախության կախումն ալիքային վեկտորից համարյա հարթ կոր է, ինչը նշանակում է, որ այդպիսի ֆոնոնների համար դիսպերսիան ըստ էության բացակայում է: Հայտնի է, որ այդպիսի ֆոնոնների հետ էլեկտրոնների փոխազդեցության էներգիան կարելի է ներկայացնել տեսքով

$$H_{e-LO} = e \sum_{\vec{q}} \left(\frac{\hbar \omega_0 P}{2|\vec{q}|^2} \right)^{1/2} \frac{e^{-i\vec{q}\vec{r}}}{V^{1/2}}, \quad (11.1)$$

որտեղ $\vec{q}$ -ն ֆոնոնի եռաչափ ալիքային վեկտորն է, $\hbar \omega_0$ -ն՝ էներգիան, V -ն բյուրեղի ծավալը, $P = \varepsilon_{\infty}^{-1} - \varepsilon_s^{-1}$, իսկ ε_{∞} -ը և ε_s -ը՝ համապատասխանաբար, նյութի բարձր և ցածր հաճախային դիէլեկտրական թափանցելիությունները: Գլ.4-ում, ցանցի ջերմային տատանումները քվանտային նանոկառուցվածքներում ուսումնասիրելիս ցույց ենք տվել, որ, ի տարբերություն ծայնային տատանումների, A_3B_5 տիպի հետերոկառուցվածքներում օպտիկական տատանումները կարող են զգալիորեն ձևափոխվել: Մասնավորապես, եթե հետերոգույզի մեջ մտնող կիսահաղորդիչների օպտիկական ֆոնոնների հաճախությունների թույլատրելի գոտիներին համապատասխանող տիրույթներն իրար հետ չեն հատվում, ապա այդպիսի օպտիկական ֆոնոնները չեն կարող մի նյութից տարածվել մյուսի մեջ: Արդյունքում քվանտային փոսերով կամ լարերով հետերոկառուցվածքներում հնարավոր է դառնում նոր՝ հետերոսահմանների մոտ տեղայնացված միջսահմանային և քվանտային փոսի կամ լարի տիրույթում տեղայնացված սահմանափակված ֆոնոնային մոդերի գոյությունը: Քվանտային փոսում կամ լարում սահմանափակված էլեկտրոնն իր շարժման ընթացքում կարող է փոխազդել ինչպես այդ մոդերի, այնպես էլ ամբողջ կառուցված-

քով կամ միայն արգելքային տիրույթներում տարածվող ծավալային մոդերի հետ: Վերջին տիպի փոխազդեցությունը պայմանավորված է այն փաստով, որ քվանտային փոսում (լարում) էլեկտրոնի տեղայնացումը շատ խիստ չէ և այն որոշ չափով (ալիքային ֆունկցիայի “պոչով”) թափանցում է արգելքային տիրույթներ:

Սկզբում անտեսենք ֆոնոնների վրա հետերոսահմանների ազդեցությունը և ուսումնասիրենք երկչափ էլեկտրոնների ցրումը ծավալային ֆոնոնների վրա: Սովորական (ծավալային) երկայնական ֆոնոնի հետ քվանտային փոսում գտնվող էլեկտրոնի փոխազդեցությունը նորից նկարագրենք (11.1) բանաձևով: Որպեսզի օգտագործենք հետերոկառուցվածքի համաչափությունը, ներկայացնենք H_{e-LO} -ն քվանտային փոսի շերտերին ուղղահայաց (z) և զուգահեռ (x, y) բաղադրիչներով՝

$$H_{e-LO} = e \sum_{\vec{q}_{\parallel}} \sum_{q_z} \left(\frac{\hbar \omega_0 P}{2(|\vec{q}_{\parallel}| + |k_z|^2)} \right)^{1/2} \frac{e^{-i\vec{q}_{\parallel} \vec{\rho}} \cdot e^{-iq_z z}}{S^{1/2} L^{1/2}}, \quad (11.2)$$

որտեղ $\vec{q}_{\parallel}(q_x, q_y)$ -ը և $\vec{\rho}(x, y)$ -ը երկչափ ալիքային և շառավիղ վեկտորներ են, S -ը քվանտային փոսի մակերեսն է, L -ը՝ z -ուղղությամբ նորմավորման երկարությունը: Ինչպես միշտ, էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան ներկայացնենք (6.3) տեսքով: Համաձայն խոտորումների տեսության, ռելաքսացիայի արագության համար կունենանք՝

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_i} = & \frac{2\pi}{\hbar} \times \sum_{\vec{k}, n} \left| \iint U_n^*(z) \frac{e^{i\vec{k}\vec{\rho}}}{\sqrt{S}} e \sum_{\vec{q}_{\parallel}} \sum_{q_z} \left(\frac{\hbar \omega_0 P}{2(q_{\parallel}^2 + q_z^2)} \right)^{1/2} \times \right. \\ & \left. \times \frac{e^{-i\vec{q}_{\parallel} \vec{\rho}} \cdot e^{-iq_z z}}{S^{1/2} L^{1/2}} U_{n_0}(z) e^{-i\vec{k}_0 \vec{\rho}} dz d\vec{\rho} \right|^2 \times \delta(E - E_0), \end{aligned} \quad (11.3)$$

որտեղ հաշվառված են է n_0 -րդ ենթազոտու $\vec{k}_0$ սկզբնական վիճակից $\vec{q}$ ալիքային վեկտորով LO-ֆոնոնների հետ փոխազդող էլեկտրոնի բոլոր հնարավոր անցումները դեպի վերջնական ($n, \vec{k}$) վիճակներ:

Չնայած հետագա ծավալուն մաթեմատիկական հաշվարկներին, նպատակահարմար է այստեղ կատարել ռելաքսացիայի ժամանակի մանրամասն հաշվարկը, քանի որ այն ունի նաև մեթոդական կարևոր նշանակություն: Բնականաբար, էլեկտրոնի ալիքային վեկտորն ունի միայն k_x և k_y բաղադրիչներ և ընկած է քվանտային փոսի հարթության մեջ: (11.3) հավասարումն իրենից ներկայացնում է միավոր ժամանակում ցրման հավանականությունը, երբ $\vec{q}$ ֆոնոնային վիճակի բնակեցման աստիճանը հավասար է 1-ի: Սակայն ըստ բոլոր $\vec{q}$ -երի գումարի մեջ պետք հաշվի առնվի այն փաստը, որ միավոր ծավալում ֆոնոնների N_q թիվը (բնակեցման աստի-

ճանը) կախված է ֆոնոնների $\hbar\omega_q$ էներգիայից և համակարգի ջերմաստիճանից: Այս փաստն LO-ֆոնոնների համար կարելի է ներառել, հավասարումների մեջ ավելացնելով $\left(N_0 + \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2}\right)$ գործակիցը, որի մեջ վերին նշանը համապատասխանում է ցրման ժամանակ ֆոնոնի կլանմանը (որը փոքրացնում է նրանց թիվը $N_0 + 1$ -ից մինչև N_0), իսկ ստորին նշանը համապատասխանում է ֆոնոնի արծակմանը (որը նրանց թիվը N_0 -ից դարձնում է $N_0 + 1$): Վարվելով նման ձևով և պարզության համար $\left(N_0 + \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2}\right)$ գործոնը ներառնելով P գործակցի մեջ և այն ներկայացնելով

$$P' = \left(\frac{1}{\varepsilon_\infty} - \frac{1}{\varepsilon_s}\right) \left(N_0 + \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2}\right) \quad (11.4)$$

հակիրճ տեսքով, (11.3)-ի փոխարեն կստանանք՝

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_i} = & \frac{2\pi e^2 \hbar\omega_0 P'}{2\hbar S} \sum_{\vec{k}, n} \left| \sum_{\vec{q}_i} \frac{1}{\sqrt{L}} \int U_n^*(z) e^{-iq_i z} U_{n_0}(z) dz \times \right. \\ & \left. \times \sum_{\vec{q}_1} \frac{1}{(q_1^2 + q_z^2)^{3/2}} \frac{1}{S} \int e^{-i(\vec{k}_0 - \vec{k} + \vec{q}_1) \cdot \vec{\rho}} d\vec{\rho} \right|^2 \delta(E - E_0) \end{aligned} \quad (11.5)$$

Ըստ $\vec{\rho}$ -ի ինտեգրումը $(2\pi)^2$ գործակցի ճշտությամբ տալիս է δ -ֆունկցիա (երբ $L \rightarrow \infty$): Հետևաբար՝ կունենանք՝

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{\pi e^2 \omega_0 P'}{S L} \sum_{\vec{k}, n} \left| \sum_{q_z} G_{n_0, n, q_z} \cdot \sum_{\vec{q}_1} \frac{1}{\sqrt{q_1^2 + q_z^2}} \frac{(2\pi)^2}{S} \delta(\vec{k}_0 - \vec{k} + \vec{q}_1) \right|^2 \delta(E_0 - E), \quad (11.6)$$

որտեղ G_{n_0, n, q_z} ձևային գործոնն ունի հետևյալ հայտնի տեսքը՝

$$G_{n_0, n, q_z} = \int U_n^*(z) e^{-iq_z z} U_{n_0}(z) dz: \quad (11.7)$$

Անվերջ խոր փոսի մոդելով նկարագրվող քվանտային փոսի համար ձևային գործոնը տրվում է (9.3) արտահայտությամբ: Մասնավորապես, ներենթագոտիական ցրումների համար ($n_0 = n = 1$ կամ $n_0 = n = 9$) նկ.5.6-ից երևում է, որ $q_z \approx 0$ -ով ֆոնոնների համար G_{n_0, n, q_z} -ը միշտ ունի մաքսիմում, ինչը նշանակում է, որ այսպիսի ֆոնոնների հետ ցրումներն ամենահավանականն են: Ֆիզիկորեն այս փաստը հասկանալի է, եթե նկատի ունենանք, որ ներենթագոտիական ցրումների դեպքում էլեկտրոնի սկզբնական և վերջնական վիճակները պատկանում են միևնույն ենթագո-

տուն, և z -ուղղությամբ քվազիիմպուլսի որևէ փոփոխություն չի պահանջվում, որի պատճառով էլ քվանտային փոսի հարթությանը զուգահեռ տարածվող ֆոնոնները հանդես են գալիս որպես ամենաարդյունավետ ցրող կենտրոններ: Միջենթագոտիական ցրման դեպքում

($n_0 = 1, n = 5$ կամ $n_0 = 3, n = 9$),

երբ լիցքակիրներն անցնում են մի ենթագոտուց մյուսը, ձևային գործոնների կախումը q_z -ից բոլորովին այլ է (տես նկ. 5-6): Այն

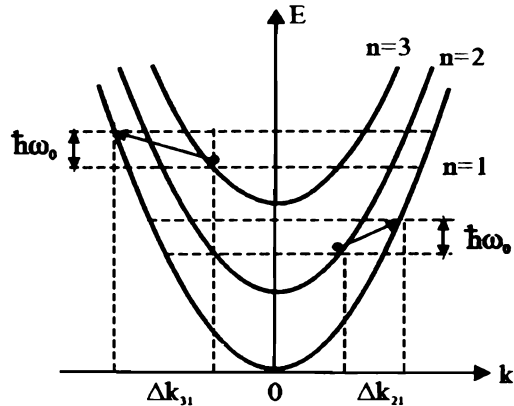
$q_z = 0$ -ի մոտ այլևս չունի մաքսիմում, և նրա մաքսիմումներին համապատասխանում են վերջավոր q_z -եր: Նկատենք, որ ինչքան մեծ է վերջնական և սկզբնական ենթագոտիների համարների տարբերությունը, այնքան ավելի մեծ q_z -ի է

համապատասխանում ձևային գործոնի հիմնական մաքսիմումը: Դա հասկանալի է, քանի որ էլեկտրոնի վերջնական և սկզբնական էներգիաների մույն տարբերության դեպքում ինչքան մեծ է ենթագոտիների համարների տարբերությունը, այնքան ավելի մեծ է էլեկտրոնի քվազիիմպուլսի փոփոխությունը՝ պայմանավորված LO-ֆոնոնի արձակմամբ կամ կլանմամբ (տես նկ.5-8):

Այժմ հարմար է (11.6) -ում ըստ $\vec{q}_\parallel$ և q_z -ի գումարներից անցնել ինտեգրալների (ինչը կբերի $S/(2\pi)^2$ և $L/2\pi$ լրացուցիչ գործոնների առաջացման): Նույն ծնով կարելի է վարվել նաև ըստ էլեկտրոնի վերջնական $\vec{k}$ ալիքային վեկտորի գումարի հետ, ինչն, իր հերթին, կբերի ևս մեկ $S/(2\pi)^2$ գործոն: Արդյունքում կունենանք՝

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{\pi e^2 \omega_0 P'}{SL} \frac{S}{(2\pi)^2} \int \left| \frac{L}{2\pi} \iint G_{n_0, n, q_z} \frac{\delta(\vec{k}_0 - \vec{k} + \vec{q}_\parallel)}{\sqrt{q_\parallel^2 + q_z^2}} dq_z d\vec{q}_\parallel \right|^2 d\vec{k} \delta(E - E_0): \quad (11.8)$$

Հարմար է ըստ $\vec{q}_\parallel$ -ի և q_z -ի ինտեգրալի մոդուլի քառակուսին ներկայացնել կոմպլեքս համալուծ ինտեգրալների արտադրյալի տեսքով՝



Նկ. 5-8. LO-ֆոնոնի կլանման հետևանքով էլեկտրոնի միջենթագոտիական ($2 \rightarrow 1$ և $3 \rightarrow 1$) անցումներում նրա քվազիիմպուլսի փոփոխություն:

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{\pi e^2 \omega_0 P' L}{(2\pi)^4} \int \left(\iint G_{n_0, n, q_z}^* \frac{\delta(\vec{k}_0 - \vec{k} + \vec{q}_I)}{\sqrt{q_I^2 + q_z^2}} dq_z d\vec{q}_I \right)^2 \times$$

$$\times \left(\iint G_{n_0, n, q_z'} \frac{\delta(\vec{k}_0 - \vec{k} + \vec{q}'_I)}{\sqrt{q_I'^2 + q_z'^2}} dq_z' d\vec{q}'_I \right) d\vec{k} \delta(E - E_0) \quad (11.9)$$

Փոփոխենք ինտեգրման հերթականությունը, սկզբում կատարելով ինտեգրումը ստ q_I -ի.

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{\pi e^2 \omega_0 P' L}{(2\pi)^4} \iiint G_{n_0, n, q_z}^* G_{n_0, n, q_z'} \iint \frac{\delta(\vec{k}_0 - \vec{k} + \vec{q}_I)}{\sqrt{q_I^2 + q_z^2}} \times$$

$$\times \frac{\delta(\vec{k}_0 - \vec{k} + \vec{q}'_I)}{\sqrt{q_I'^2 + q_z'^2}} d\vec{q}_I d\vec{k} dq_z' dq_z d\vec{q}'_I \times \delta(E - E_0) \quad (11.10)$$

Ըստ $\vec{q}_I$ -ի ինտեգրման ժամանակ երկրորդ ծփունկցիայի ներկայության շնորհիվ այդ ինտեգրալի ներդրումը պետք է վերցնել $\vec{q}'_I = -\vec{k}_0 + \vec{k}$ կետում: Արդյունքում կունենանք՝

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{\pi e^2 \omega_0 P' L}{(2\pi)^4} \iiint G_{n_0, n, q_z}^* G_{n_0, n, q_z'} \int \frac{\delta(\vec{k}_0 - \vec{k} + \vec{q}_I)}{\sqrt{q_I^2 + q_z^2}} \times$$

$$\times \frac{1}{\sqrt{(-\vec{k}_0 + \vec{k})^2 + q_z'^2}} d\vec{k} dq_z' dq_z d\vec{q}_I \times \delta(E - E_0) \quad (11.11)$$

Հաջորդ ինտեգրում կատարենք ըստ $\vec{k}$ -ի: Նրա ներդրումը նույնպես կսահմանափակվի $\vec{k} = \vec{k}_0 + \vec{q}_I$ կետով, հետևաբար՝

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{\pi e^2 \omega_0 P' L}{(2\pi)^4} \int d\vec{q}_I \int \frac{G_{n_0, n, q_z}^*}{\sqrt{q_I^2 + q_z^2}} dq_z \int \frac{G_{n_0, n, q_z'}}{\sqrt{q_I^2 + q_z'^2}} dq_z' \times \delta(E - E_0): \quad (11.12)$$

Սպասելի է, որ ցրման արագությունն ավելի շատ պետք է լինի կախված ըստ q_z -ի ինտեգրալի քառակուսուց, քան ենթաինտեգրալային արտահայտության քառակուսու ինտեգրալից: Այդ պատճառով վերջին արտահայտությունը գրենք հետևյալ կերպ՝

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{\pi e^2 \omega_0 P' L}{(2\pi)^4} \int d\vec{q}_\parallel \int \frac{G_{n_0, n, q_z}^*}{\sqrt{q_\parallel^2 + q_z^2}} \left[\int \frac{G_{n_0, n, q_z}}{\sqrt{q_\parallel^2 + q_z'^2}} \delta(q_z - q_z') \right] d q_z \cdot \quad (11.13)$$

$$\cdot d q_z' \cdot \delta(E - E_0)$$

Նկատենք, որ $\delta(q_z - q_z')$ ֆունկցիայի առկայության շնորհիվ այստեղ միջին փակագծերի մեջ եղած անդամը ներդրում է տալիս միայն $q_z = q_z'$ կետում և, հետևաբար, ըստ q_z -ի ինտեգրման ժամանակ այն կտա նույն անդամը, ինչ (11.12) -ի արտահայտության մեջ մտնող երկրորդ ինտեգրալը: Այժմ նորից փոխելով ինտեգրման հերթականությունը և կատարելով ինտեգրում ըստ q_z' -ի, կստանանք՝

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{\pi e^2 \omega_0 P'}{(2\pi)^4} \iint \frac{2\pi}{L} \frac{|G_{n_0, n, q_z}|^2}{q_\parallel^2 + q_z^2} d q_z d \vec{q}_\parallel \delta(E - E_0): \quad (11.14)$$

Վերջապես, վերիիշենք, որ “քվազիերկչափ էլեկտրոն - LO-ֆոնոն” համակարգի E_0 սկզբնական և E վերջնական էներգիաները կարող են ներկայացվել

$$E_0 = \varepsilon_{n_0} + \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m^*} \pm \hbar \omega_0, \quad (11.15)$$

$$E = \varepsilon_n + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}, \quad (11.16)$$

արտահայտություններով, որտեղ $\pm \hbar \omega$ անդամի առջևի վերին նշանը համապատասխանում է ֆոնոնի կլանմանը, իսկ ստորինը՝ արձակմանը: Նշանակենք $\varepsilon_n - \varepsilon_{n_0} \mp \hbar \omega_0 = \Delta_{n, n_0}$, որից հետո (11.14) -ը կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{\pi e^2 \omega_0 P'}{(2\pi)^3} \iint \frac{|G_{n_0, n, q_z}|^2}{q_\parallel^2 + q_z^2} \cdot \delta\left(\frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m^*} - \frac{\hbar^2 \vec{k}_0^2}{2m^*} + \Delta_{n, n_0}\right) d q_z d \vec{q}_\parallel: \quad (11.17)$$

Քվազիիմպուլսի պահպանման օրենքի համաձայն՝ $\vec{k} = \vec{k}_0 + \vec{q}_\parallel$, որտեղից՝ (տես նկ. 5-1)

$$k^2 = k_0^2 + q_\parallel^2 + 2 k_0 q_\parallel \cos \varphi, \quad (11.18)$$

իսկ φ -ն $\vec{k}_0$ և $\vec{q}_\parallel$ վեկտորների կազմած անկյունն է: Արդյունքում (11.17) -ը կբերվի հետևյալ տեսքի՝

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{\pi e^2 \omega_0 P'}{(2\pi)^3} \iint \frac{|G_{n_0, n, q_z}|^2}{q_1^2 + q_z^2} \cdot \frac{2m^*}{\hbar^2} \delta \left(q_1^2 + 2k_0 q_1 \cos \varphi + \frac{2m^* \Delta_{n, n_0}}{\hbar^2} \right) dq_z d\vec{q}_1 \quad (11.19)$$

Հարմար է քվանտային փոսի հարթության մեջ ըստ $\vec{q}_1(q_x, q_y)$ -ի ինտեգրումից անցնել ինտեգրման ըստ բևեռային (q_1, φ) կոորդինատների, ներկայացնելով $dq_x dq_y = q_1 dq_1 d\varphi$ տեսքով, որտեղ q_1 -ը ֆոնոնի ալիքային վեկտորի՝ փոսի հարթության մեջ ընկած բաղադրիչի մեծությունն է: Այսպիսով՝

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{m^* e^2 \omega_0 P'}{(2\pi)^2 \hbar^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} dq_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dq_z \frac{|G_{n_0, n, q_z}|^2 q_1}{q_1^2 + q_z^2} \delta \left(q_1^2 + 2k_0 \cdot q_1 \cos \varphi + \frac{2m^* \Delta_{n, n_0}}{\hbar^2} \right): \quad (11.20)$$

Ըստ φ -ի ինտեգրման ժամանակ պետք է նկատի ունենալ, որ $\cos \varphi$ -ն զույգ ֆունկցիա է, ուստի կարելի է ինտեգրում կատարել $(0, \pi)$ տիրույթում, իսկ ստացված արդյունքը՝ կրկնապատկել, որից հետո կստանանք՝

$$\frac{1}{\tau_i} = \gamma \int_{-\infty}^{+\infty} dq_z \int_0^{\infty} dq_1 \int_0^{\pi} \frac{|G_{n_0, n, q_z}|^2 q_1}{q_1^2 + q_z^2} \cdot \delta \left(q_1^2 + 2k_0 q_1 \cos \varphi + \frac{2m^* \Delta_{n, n_0}}{\hbar^2} \right) d\varphi, \quad (11.21)$$

որտեղ

$$\gamma = \frac{2m^* e^2 \omega_0' P'}{(2\pi)^2 \hbar^2}: \quad (11.22)$$

Ենթադրենք՝ $\Delta_{n, n_0} > 0$, ինչը նշանակում է, որ n -րդ և n_0 -րդ ենթագոտիների հատակների միջև էներգիական հեռավորությունը գերազանցում է LO -ֆոնոնի էներգիան: Երբ $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$, $\cos \varphi > 0$, և δ -ֆունկցիայի արգումենտի քառակուսի երկ-անդամն ունի երկու իրական և բացասական՝ $-\alpha_1$ և $-\alpha_2$, արմատներ և այն կարելի է վերածել $(q_1 + \alpha_1)(q_1 + \alpha_2)$ տեսքի արտադրյալի: Հեշտ է տեսնել, որ

$$\alpha_1 = k_0 \cos \varphi + \sqrt{k_0^2 \cos^2 \varphi - \frac{2m^* \Delta_{n,n_0}}{\hbar^2}} > 0, \quad (11.23)$$

$$\alpha_2 = k_0 \cos \varphi - \sqrt{k_0^2 \cos^2 \varphi - \frac{2m^* \Delta_{n,n_0}}{\hbar^2}} > 0,$$

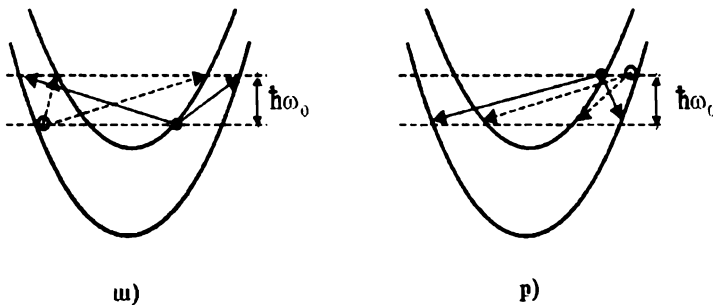
և, հետևաբար, $\alpha_1 + \alpha_2 = 2k_0 \cos \varphi$: Հասկանալի է, որ այս դեպքում δ -ֆունկցիայի արգումենտը ոչ մի կետում զրո չի դառնում ($q_{\parallel} > 0$) և (11.21) -ում հիմնական ներդրում է տալիս ինտեգրումը $\frac{\pi}{2} < \varphi < \pi$ տիրույթով, որտեղ $\cos \varphi < 0$: Կատարելով նշանակում՝ $\varphi' = \pi - \varphi$, (11.21) -ից կստանանք՝

$$\frac{1}{\tau_i} = \gamma \int_{-\infty}^{+\infty} dq_z \int_0^{\infty} q_{\parallel} dq_{\parallel} \int_0^{\pi/2} \frac{|G_{n_0, n, q_z}|^2}{q_{\parallel}^2 + q_z^2} \delta \left(q_{\parallel}^2 - 2k_0 q_{\parallel} \cos \varphi' + \frac{2m^* \Delta_{n,n_0}}{\hbar^2} \right) d\varphi': \quad (11.24)$$

Այս դեպքում δ -ֆունկցիայի արգումենտն ունի երկու իրական և դրական $\alpha_1 > \alpha_2$ արմատներ, ուստի

$$\frac{1}{\tau_i} = \gamma \int_{-\infty}^{+\infty} dq_z \int_0^{\infty} q_{\parallel} dq_{\parallel} \int_0^{\pi/2} \frac{|G_{n_0, n, q_z}|^2}{q_{\parallel}^2 + q_z^2} \delta[(q_{\parallel} - \alpha_1)(q_{\parallel} - \alpha_2)] d\varphi': \quad (11.25)$$

α_1 և α_2 -ը տրվում են (11.23)-ով, որտեղ, սակայն, պետք է φ -ի փոխարեն վերցնել φ' : Այսպիսով, գոյություն ունեն LO-ֆոնոնի երկու տարբեր $q_{\parallel}$ արժեքներ, որոնք կարող է ընդունել (տալ) էլեկտրոնի հետ փոխազդող ֆոնոնը (տես նկ. 5-9):



Նկ. 5-9. Հնարավոր անցումներ երկու հարևան ենթազոտիների միջև, որն ուղեկցվում է LO-ֆոնոնի (ա) կլանմամբ և (բ) արձակմամբ:

Ընդ որում, տրված երկու ենթազոտիների միջև ֆոնոնի կլանմամբ կամ արձակմամբ ուղեկցվող ցրումները կարող են տեղի ունենալ երկու ճանապարհով: Օրինակ՝

էլեկտրոնը, որը սկզբում գտնվում էր վերին ենթագոտում, կլանելով ֆոնոն՝ անցնում է ստորին ենթագոտու տարբեր $+k$ և $-k$, ալիքային վեկտորներով տրվող վիճակներ (նկ. 5-9, ա, հոծ գծերով նշված անցումներ): Նմանապես, սկզբում ստորին ենթագոտում գտնվող էլեկտրոնը, կլանելով LO -ֆոնոն՝ կարող է անցնել վերին ենթագոտու երկու տարբեր վիճակներ (նկ. 5-9, ա, կետագծերով նշված անցումներ):

Հասկանալի է, որ նման պրոցեսներ ուղեկցում են նաև LO -ֆոնոնի արձակումը (նկ. 5-9, բ): Նկատենք, որ նկարագրված պրոցեսներում միշտ պետք է տեղի ունենան էներգիայի և քվազիմպուլսի պահպանման օրենքները: Քանի որ $q_{\parallel} = \alpha_1$ արմատի շրջակայքում ($q_{\parallel} - \alpha_2$) արտահայտությունը համարյա հաստատուն մեծություն է, և ընդհակառակը, ապա, օգտվելով δ -ֆունկցիայի հայտնի հատկությունից $\delta(ax) = \delta(x)/a$, (11.25) -ից կստանանք՝

$$\frac{1}{\tau_i} = \gamma \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{\pi/2} \left| \frac{G_{n_0, n, q_z}}{q_{\parallel}^2 + q_z^2} \right|^2 \left[\frac{\delta(q_{\parallel} - \alpha_1)}{q_{\parallel} - \alpha_2} + \frac{\delta(q_{\parallel} - \alpha_2)}{q_{\parallel} - \alpha_1} \right] q_{\parallel} dq_{\parallel} dq_z d\varphi': \quad (11.26)$$

Կատարելով ինտեգրումը ըստ $q_{\parallel}$ -ի, որոշ ձևափոխություններից հետո կստանանք՝

$$\frac{1}{\tau_i} = \gamma \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{\pi/2} \left| G_{n_0, n, q_z} \right|^2 \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(q_z^2 + \alpha_1 \alpha_2)}{(\alpha_1 - \alpha_2) \cdot \{(\alpha_1 \alpha_2)^2 + [(\alpha_1 + \alpha_2)^2 - 2\alpha_1 \alpha_2] q_z^2 + q_z^4\}} d\varphi' dq_z: \quad (11.27)$$

Նկատի ունենալով (11.23) հավասարումները, վերջնականապես կունենանք՝

$$\frac{1}{\tau_i} = \gamma \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{\pi/2} \left| G_{n_0, n, q_z} \right|^2 \left(q_z^2 + \frac{2m^* \Delta_{n_0, n}}{\hbar^2} \right) \frac{k_0 \cos \varphi' d\varphi' dq_z}{\sqrt{k_0^2 \cos^2 \varphi' - \frac{2m^* \Delta_{n_0, n}}{\hbar^2} \cdot \left[\left(q_z^2 - \frac{2m^* \Delta_{n_0, n}}{\hbar^2} \right)^2 + 4k_0^2 q_z^2 \cos^2 \varphi' \right]}}: \quad (11.28)$$

Ըստ φ' -ի ինտեգրալը հաշվելիս պետք է նկատի ունենալ, որ φ' -ի համար գոյություն ունի առավելագույն՝ φ'_{max} արժեք, որը որոշվում է հայտարարի արմատատակ արտահայտության զրո դառնալու պայմանից՝ $k_0 \cos \varphi'_{max} = \sqrt{2m^* \Delta_{n_0, n}} / \hbar$: Նշանակենք I -ով հետևյալ ինտեգրալը.

$$I = \int_0^{\varphi'_{max}} \frac{\cos \varphi'}{(c + d \cos^2 \varphi') \sqrt{a \cos^2 \varphi' - b}} d\varphi', \quad (11.29)$$

$$\text{որտեղ } a = k_0^2, b = \frac{2m^* \Delta_{n_0,n}}{\hbar^2}, c = \left(q_z^2 - \frac{2m^* \Delta_{n_0,n}}{\hbar^2} \right)^2, d = 4k_0^2 q_z^2:$$

(11.29) -ում կատարենք փոփոխականի փոխարինում՝ $x = \cos^2 \varphi'$, որից հետո կունենանք՝

$$I = \frac{1}{2\sqrt{a}} \int_{\cos^2 \varphi'_{\max}}^1 \frac{1}{(c+dx) \sqrt{\frac{(a-b)^2}{4a^2} - \left(x - \frac{a+b}{2a}\right)^2}} dx: \quad (11.30)$$

Նորից կատարենք նշանակում՝

$$x - \frac{a+b}{2a} = \frac{a-b}{2a} \cos \alpha, \quad (11.31)$$

որից հետո (11.30)-ը կստանա հետևյալ վերջնական տեսքը՝

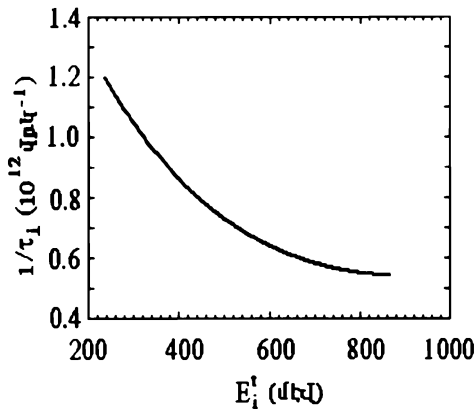
$$I = \frac{1}{2\sqrt{a}} \int_0^{\pi} \frac{1}{c+d \left(\frac{a+b}{2a} + \frac{a-b}{2a} \cos \alpha \right)} d\alpha: \quad (11.32)$$

Այս ինտեգրալն արտահայտվում է $\arctg$ -ներով և հեշտությամբ հաշվվում է:

Կատարելով որոշ ձևափոխություններ, τ_i^{-1} -ի համար վերջնականապես կստանանք՝

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{m^* e^2 \omega_0 P'}{(2\pi)^2 \hbar^2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\pi |G_{n_0,n,q_z}|^2}{\sqrt{q_z^4 + 2q_z^2 \left(2k_0^2 - \frac{2m^* \Delta_{n_0,n}}{\hbar^2} \right) + \left(\frac{2m^* \Delta_{n_0,n}}{\hbar^2} \right)^2}} dq_z: \quad (11.33)$$

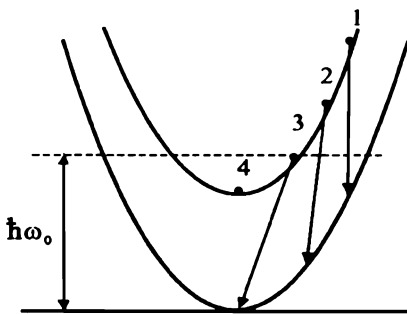
Նկատենք, որ ստացված արդյունքը ճիշտ է նաև $\Delta_{n_0,n} < 0$ դեպքում: Հետևաբար՝ (11.33) արտահայտությունն ընդհանուր է և տալիս է էլեկտրոնի կյանքի տևողությունը սկզբնական վիճակում մինչև LO -ֆոնոնի հետ փոխազդելը: Հատուկ նշենք, որ ստացված արդյունքը կիրառելի է բոլոր տիպի քվազիերկչափ գազերի համար, քանի որ ալիքային ֆունկցիայի պարուրիչը մտած է ձևային G_{n_0,n,q_z} գործոնի մեջ: Այսպիսով, տարբեր տիպի հետերոկառուցվածքներում քվազիերկչափ էլեկտրոնների ցրումը LO -ֆոնոնների կողմից նկարագրվում է (11.33) տիպի միաչափ ինտեգրալային արտահայտությամբ:



Նկ. 5-10. Էլեկտրոնի միջենթագոտիական ցրման արագությունը LO -ֆոնոնի արձակման հետևանքով՝ կախված նրա սկզբնական էներգիայից:

տասխանում է $E_2 = 220$ մեՎ էներգիա: Այս արդյունքն ունի ընդհանուր բնույթ և ճիշտ է միջենթագոտիական LO -ցլորման համար, եթե ենթագոտիների հատակների հեռավորությունը գերազանցում է $\hbar\omega_0$ -ն:

Եթե ենթագոտիների հատակների միջև հեռավորությունը փոքր է LO -ֆոնոնի էներգիայից՝ $|E_n - E_{n_0}| < \hbar\omega_0$, ապա պատկերը բոլորովին այլ է: Երբ էլեկտրոնի

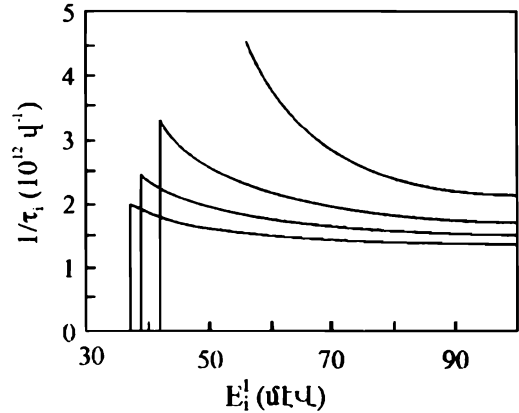


Նկ. 5-11. Միջենթագոտիական ցրման "անջատումը" LO-ֆոնոնի վերջավոր էներգիայի հետևանքով, երբ ենթագոտիների միջև հեռավորությունը փոքր է $\hbar\omega_0$ -ից:

Կիրառենք ստացված արդյունքը այնպիսի ցրման համար, երբ էլեկտրոնը սկզբում գտնվում էր անվերջ խոր ուղղանկյուն քվանտային փոսի երկրորդ ենթագոտում, և արձակելով LO -ֆոնոն՝ հայտնվում է առաջին՝ հիմնական, ենթագոտում: Նկ.5-10 -ում ցույց է տրված այդպիսի ցրման արագության կախումն էլեկտրոնի սկզբնական էներգիայից $100 \text{ \AA}$ լայնությամբ GaAs-ի քվանտային փոսում, 77 K ջերմաստիճանում: Երևում է, որ ցրման արագությունն աճում է, ձգտելով վերջավոր արժեքի, երբ էլեկտրոնի էներգիան մոտենում է երկրորդ ենթագոտու հատակին, որին տվյալ դեպքում համապատասխանում է

սկզբնական էներգիան մոտենում է վերին ենթագոտու հատակին, ապա ցրումը LO -ֆոնոնի արձակմամբ դառնում է անհնար, և ցրման արագությունը կտրուկ դառնում է զրո: Այս առանձնահատկությունը ցույց է տրված Նկ. 5-11-ում: Գտնվելով վերևի ենթագոտում և ունենալով մեծ կինետիկ էներգիա, էլեկտրոնը կարող է արձակել LO -ֆոնոն և անցնել ստորին ենթագոտի: 3 էլեկտրոնն ունի այն նվազագույն էներգիան, որի դեպքում դեռևս հնարավոր է նման անցում: Այդ էներգիայից փոքր էներգիայով էլեկտրոնները (օրինակ՝ 4-ը), որոնք գտնվում են ենթագոտու հատակի մոտակայքում, այլևս չեն կարող արձակել LO -ֆոնոն, և նրանց ցրման արագությունը կտրուկ դառնում է զրո:

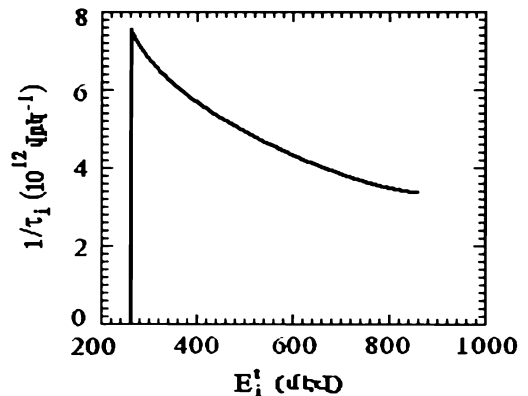
Նկ. 5-12 -ում բերված է $\approx E_2 \rightarrow E_1$ ցրման արագության կախումն էլեկտրոնի սկզբնական էներգիայից տարբեր լայնությամբ քվանտային փոսերում: Ակնհայտ է, որ դիտարկվող բոլոր քվանտային փոսերում ցրման արագությունը մեծանում է, երբ էլեկտրոնի էներգիան մոտենում է երկրորդ ենթագոտու հատակին: Սակայն, երբ քվանտային փոսի լայնությունը մեծանում է, ապա ենթագոտիների միջև հեռավորությունը փոքրանում է, և $300 \text{ \AA}$ -ից լայն քվանտային փոսերում այն դառնում է ավելի փոքր, քան LO-ֆոնոնի էներգիան: Այդ պատճառով էլ այդպիսի փոսերում ցրման արագությունը, էլեկտրոնի կինետիկ էներգիայի փոքր արժեքների դեպքում կտրուկ դառնում է զրո:



Նկ.5-12 էլեկտրոնի՝ LO-ֆոնոնի արձակմամբ ուղեկցվող ցրման ($E_2 \rightarrow E_1$) արագության կախումը նրա սկզբնական էներգիայից տարբեր լայնությամբ փոսերում

(1.–200Å, 2–300Å, 3–400Å, 4–500Å):

Այժմ դիտարկենք LO-ֆոնոնների վրա էլեկտրոնի ներենթագոտիական ցրումները: Նկ. 5-13 -ում որպես օրինակ բերված է երկրորդ ենթագոտու ներսում ցրման արագության կախվումն էլեկտրոնի սկզբնական լրիվ էներգիայից, երբ տեղի է ունենում LO-ֆոնոնի արձակում: Երևում է, որ ցրման արագության կախումն էլեկտրոնի էներգիայից ունի նույն որակական տեսքը, ինչ միջենթագոտիական ցրման դեպքում: Սակայն կա մի էական տարբերություն, կապված այն փաստի հետ, որ մոտավորապես 260 մԷՎ էներգիայի դեպքում տեղի ունի ցրման “անջատում”: Այսինքն, երբ էլեկտրոնի կինետիկ էներգիան դառնում է ավելի փոքր, քան 40 մԷՎ -ը, որը մոտավորապես համընկնում է LO-ֆոնոնի էներգիայի հետ, ապա այն այլևս չի կարող արձակել ֆոնոն:



Նկ.5-13. Ներենթագոտիական ցրման արագության կախումն էլեկտրոնի սկզբնական էներգիայից (LO-ֆոնոնի արձակում): Հաշվումները կատարված են նույն քվանտային փոսի համար, ինչ որ Նկ.5.10 -ում:

Համեմատելով Նկ. 5-10 -ը և Նկ.

5-13 -ը, դժվար չէ նկատել, որ LO-ֆոնոնի վրա ցրման դեպքում էլեկտրոնի ներեն-

թագոտիական ցրման արագությունը մոտ մեկ կարգով գերազանցում է միջենթագոտիական ցրման արագությունը: Դրա պատճառն այն է, որ ներենթագոտիական ցրման ժամա-նակ էլեկտրոնի սկզբնական և վերջնական վիճակները պատկանում են միևնույն ենթագոտուն և բնութագրվում են նույն $U_n(z)$ պարուրիչ ալիքային ֆունկցիայով, որի հատումն ինքն իր հետ առավելագույնն է (ծնային գործոնն առավելագույն է): Միջենթագոտիական ցրման ժամանակ սկզբնական և վերջնական վիճակների ալիքային ֆունկցիաների հատումը միայն մասնակի է:

Վերջում կանգ առնենք մի կարևոր փաստի վրա: Մեր կողմից ստացված (11.33) բանաձևը տալիս է էլեկտրոնի կյանքի տևողությունը n_0 -րդ ենթագոտու $\tilde{k}_0$ ալիքային վեկտորով բնութագրվող սկզբնական վիճակում (որը ենթադրվում է, որ զբաղեցված է էլեկտրոնով) մինչև LO -ֆոնոնի հետ փոխազդելը, և ապա դրա ցրման հետևանքով մեկ ուրիշ ենթագոտու վերջնական վիճակ (վերջինս ենթադրվում է, որ ազատ է) անցնելը:

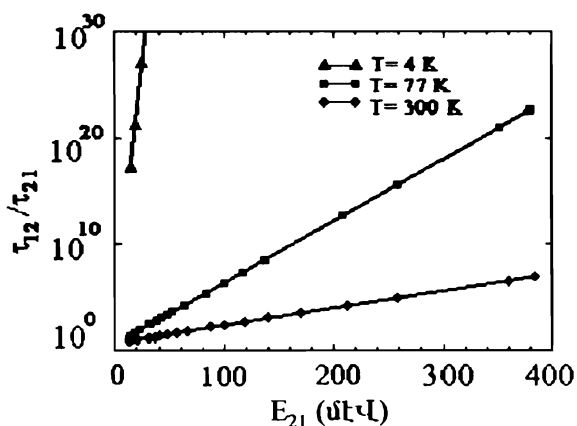
Իրական կառուցվածքներում սկզբնական ենթագոտում կան ոչ թե մեկ, այլ բազմաթիվ էլեկտրոններ և միշտ չէ, որ վերջնական ենթագոտու վիճակն ազատ է: Էլեկտրոնների բաշխումը ենթագոտիների հնարավոր վիճակներով, ինչպես գիտենք, տրվում է Ֆերմի-Դիրակի բաշխման ֆունկցիայով: Հետևաբար՝ անհրաժեշտ է մտցնել նաև էլեկտրոնների ցրման միջին ժամանակի գաղափարը, որը կստացվի վերը բերված τ_i^{-1} -ի արտահայտությունն ըստ սկզբնական վիճակներում էլեկտրոնների բաշխման միջինացնելով, միաժամանակ հաշվի առնելով նաև վերջնական վիճակների ազատ լինելու հավանականությունը: Այս ձևով միջինացված ցրման արագությունը՝

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{\int \tau_i^{-1}(E) f_i(E) f_f(E - \hbar \omega_0) dE}{\int \tau_i^{-1}(E) f_i(E) dE}, \quad (11.34)$$

որտեղ $f_i(E)$ -ն սկզբնական վիճակի զբաղեցման, իսկ $f_f(E - \hbar \omega_0)$ -ն վերջնական վիճակի ազատ լինելու հավանականություններն են: Հասկանալի է, որ այս դեպքում ցրման արագությունը կախված կլինի ջերմաստիճանից: Այդ կախումն առանձնապես ուժեղ է հատկապես այն դեպքերում, երբ ենթագոտիների հեռավորությունը ավելի փոքր է, քան LO -ֆոնոնի էներգիան: Շատ ցածր ջերմաստիճաններում ցրման արագության “անջատումը” համարյա նույն չափ կտրուկ է, որքան մեկէլեկտրոնային ցրման ժամանակ: Սակայն ջերմաստիճանը բարձրացնելիս, էլեկտրոնների բաշխումը դառնում է տարալուծված, և չնայած ենթագոտիների հատակների հեռավորությունը $\hbar \omega_0$ -ից փոքր է, որոշ էլեկտրոններ վերին ենթագոտում ունեն մեծ կինետիկ էներգիա և կարող են արձակել LO -ֆոնոն և ցրվելով՝ անցնել ստորին ենթագոտի: Ջերմաստիճանի բարձրացմանը զուգընթաց այդպիսի էլեկտրոնների հարաբերական թիվը մեծանում է, և ցրման միջին արագությունն աճում է:

Ինչպես տեսանք, LO -ֆոնոնների վրա ցրման ժամանակ էլեկտրոնը՝ ունենալով բավարար կինետիկ էներգիա, կարող էր արձակել ֆոնոն, որից հետո, կատարելով էներգիական ռելաքսացիա, անցնել ավելի ցածր էներգիայով նույն կամ տարբեր ենթազոտուն պատկանող վիճակ: Բացի այդպիսի պրոցեսից, էլեկտրոնը կարող էր նաև կլանել բյուրեղում առկա LO -ֆոնոններից մեկը և, ցրվելով՝ անցնել ավելի բարձր էներգիայով վիճակ (տես նկ. 5-8): Այդպիսի պրոցեսի հավանականությունն էապես կախված է տվյալ ջերմաստիճանում գոյություն ունեցող LO -ֆոնոնների թվից: Բնականաբար,

որքան շատ են ֆոնոնները, այնքան ավելի հավանական են դառնում ֆոնոնների կլանմամբ ուղեկցվող ցրումները: Ֆոնոնների միջին թիվը՝ N_q -ն, որը տրվում է Բոզե-Այնշտայնի բաշխումով, ջերմաստիճանը բարձրացնելիս աճում է և, հետևաբար, մեծանում է ֆոնոնների կլանման հավանականությունը: Կարելի է իրար հետ համեմատել էլեկտրոն - LO-ֆոնոն փոխազդեցության ժամանակ ֆոնոնի արձակման և կլանման արագությունների հարաբերությունը, որը կախված կլինի ենթազոտիների հեռավորությունից և, իհարկե, ջերմաստիճանից: Նկ. 5-14 -ում բերված են այդպիսի մի հաշվարկի արդյունքները նույն պարամետրերով քվանտային փոսի համար, ինչ որ նկ.5-10 -ում: Գրաֆիկից ակնհայտ է, որ ֆոնոնի արձակման արագությունը շատ անգամ գերազանցում է նրա կլանման արագությունը: Սա նշանակում է, որ եթե գրգռված ենթազոտում տանք էլեկտրոնների որոշակի բաշխում, ապա համակարգի ռելաքսացիան դեպի հավասարակշռության վիճակ կուղեկցվի հիմնականում ֆոնոնների արձակմամբ և, էլեկտրոնները, ցրվելով՝ կանցնեն ավելի ցածր էներգիական վիճակներ (էներգիայի ռելաքսացիա): Հաշվումները ցույց են տալիս, որ ջերմաստիճանը բարձրացնելիս τ_{12}/τ_{21} հարաբերությունն էքսպոնենցիալ օրենքով նվազում է: Եթե, օրինակ, վերցնենք $E_{12} = 36$ մԷՎ, այսինքն՝ առաջին և երկրորդ ենթազոտիների հատակների միջև եղած հեռավորությունը հավասար $GaAs$ -ում LO -ֆոնոնի էներգիային, ապա սենյակային ջերմաստիճանում $\tau_{12}/\tau_{21} = 4$: Ջերմաստիճանը ցածրացնելիս ֆոնոնի



Նկ. 5-14. Միջենթազոտիական ցրման ժամանակ LO-ֆոնոնի արձակման միջին արագության (τ_{21}^{-1}) հարաբերությունը LO-ֆոնոնի կլանման (τ_{12}^{-1}) արագությանը որպես ֆունկցիա ենթազոտիների միջև էներգիական հեռավորությունից:

Նկ. 5-14 -ում բերված են այդպիսի մի հաշվարկի արդյունքները նույն պարամետրերով քվանտային փոսի համար, ինչ որ նկ.5-10 -ում: Գրաֆիկից ակնհայտ է, որ ֆոնոնի արձակման արագությունը շատ անգամ գերազանցում է նրա կլանման արագությունը: Սա նշանակում է, որ եթե գրգռված ենթազոտում տանք էլեկտրոնների որոշակի բաշխում, ապա համակարգի ռելաքսացիան դեպի հավասարակշռության վիճակ կուղեկցվի հիմնականում ֆոնոնների արձակմամբ և, էլեկտրոնները, ցրվելով՝ կանցնեն ավելի ցածր էներգիական վիճակներ (էներգիայի ռելաքսացիա): Հաշվումները ցույց են տալիս, որ ջերմաստիճանը բարձրացնելիս τ_{12}/τ_{21} հարաբերությունն էքսպոնենցիալ օրենքով նվազում է: Եթե, օրինակ, վերցնենք $E_{12} = 36$ մԷՎ, այսինքն՝ առաջին և երկրորդ ենթազոտիների հատակների միջև եղած հեռավորությունը հավասար $GaAs$ -ում LO -ֆոնոնի էներգիային, ապա սենյակային ջերմաստիճանում $\tau_{12}/\tau_{21} = 4$: Ջերմաստիճանը ցածրացնելիս ֆոնոնի

կլանման հավանականությունը խիստ նվազում է և արդեն $T = 77 K$ -ում τ_{12}/τ_{21} հարաբերությունը դառնում է մոտ 200:

§ 5.12 Էլեկտրոնների ցրումը սահմանափակված օպտիկական ֆոնոնների վրա քվանտային փոսերում

Նախորդ պարագրաֆում մենք մանրամասն ուսումնասիրեցինք սահմանափակված էլեկտրոնների ցրումը սովորական, ծավալային LO -ֆոնոնների կողմից: Բազմիցս նշվել է, որ քվանտային հետերոկառուցվածքներում՝ բաղադրիչ շերտերի առաձգական հատկությունների տարբերության շնորհիվ, բացի ծավալային օպտիկական ֆոնոններից, կարող են առաջանալ նաև այլ տիպի օպտիկական ֆոնոնային մոդեր, որոնք սահմանափակված են մի տիրույթում կամ տեղայնացված են փոսի և նրան շրջապատող արգելքային տիրույթի բաժանման սահմաններին մոտակայքում (տես Գլ.4): Այժմ մեր նպատակն է համառոտակի դիտարկել էլեկտրոնների ցրումն այդպիսի ֆոնոնների կողմից:

Սկզբում դիտարկենք քվազիերկչափ էլեկտրոնների ցրումը սահմանափակված LO-ֆոնոնների վրա: Այս տիպի ֆոնոնային մոդերը բնութագրվում են փոսի հարթության մեջ իրենց $\vec{q}$ ալիքային վեկտորով և լայնական ուղղությամբ չափային քվանտացման m ընդհատ քվանտային թվով, և ըստ էության երկչափ են: Ընդհանուր դեպքում երկչափ ֆոնոնի հաճախությունը կախված է $\vec{q}$ -ից և m -ից, սակայն, նկատի ունենալով կարծալիքային տիրույթում օպտիկական ֆոնոնների շատ թույլ արտահայտված դիսպերսիան, կարելի է ընդունել, որ բոլոր սահմանափակված օպտիկական մոդերն ունեն նույն ω_0 հաճախությունը: Այդ տատանումները նկարագրելու համար, սովորականի նման, պետք է ներմուծել նորմալ կոորդինատներ, ընտրելով որևէ բազիս՝ օրթոգոնալ և նորմավորված ֆունկցիաների լրիվ բազմություն: Այդ նպատակով կարելի է օգտագործել երկայնական օպտիկական մոդերի համար Գլ.4 -ում ստացված նորմավորված $\tilde{w}_{\vec{q},m}(\vec{\rho}, z)$ լուծումները: Սահմանափակված մոդերի համար ֆոնոնի ալիքային վեկտորի z բաղադրիչը քվանտացված է, հետևաբար, $\tilde{w}_{\vec{q},m}(\vec{\rho}, z)$ վեկտորի պրոյեկցիան քվանտային փոսի հարթության վրա և z առանցքով կտրվեն հետևյալ արտահայտություններով.

$$\begin{aligned}
 (\bar{w}_{\bar{q},m})_{\parallel} &= \sqrt{\frac{2}{SL}} \cdot \frac{i\bar{q}H_m(z)}{\sqrt{q^2 + \left(\frac{\pi m}{L}\right)^2}} e^{i\bar{q}\bar{\rho}}, \\
 (\bar{w}_{\bar{q},m})_z &= \sqrt{\frac{2}{SL}} \cdot \frac{\frac{\pi m}{L} \frac{dH_m(z)}{dz}}{\sqrt{q^2 + \left(\frac{\pi m}{L}\right)^2}} e^{i\bar{q}\bar{\rho}},
 \end{aligned}
 \tag{12.1}$$

որտեղ $H_m(z)$ -ով նշանակված են z -ուղղությամբ կենտ և զույգ լուծումները՝

$$H_m(z) = \begin{cases} \cos \frac{\pi m z}{L}, \\ \sin \frac{\pi m z}{L} : \end{cases}
 \tag{12.2}$$

Ունենալով $\bar{w}_{\bar{q},m}(\bar{\rho}, z)$ ֆունկցիաների բացահայտ տեսքը, կարող ենք ներմուծել դրանցից յուրաքանչյուրին համապատասխանող օպտիկական շեղումները՝ $\bar{U}^{(0)} = Q_{\bar{q},m} \cdot \bar{w}_{\bar{q},m}$ և բևեռացման վեկտորները՝ $\bar{P} = \gamma \bar{U}^{(0)}$, որտեղ γ -ն հաստատուն է: Այնուհետև կարող ենք օգտվել Պուասոնի հավասարումից և գտնել $\Phi_{\bar{q},m}$ էլեկտրաստատիկ պոտենցիալը՝

$$-e\Phi_{\bar{q},m}(\bar{\rho}, z) = -4\pi e\gamma \sqrt{\frac{2}{SL}} \cdot \frac{Q_{\bar{q},m} \cdot H_m(z)}{\sqrt{q^2 + \left(\frac{\pi m}{L}\right)^2}} e^{i\bar{q}\bar{\rho}} :
 \tag{12.3}$$

Արդյունքում կգտնենք նաև էլեկտրոն-սահմանափակված LO-ֆոնոն զուգավորման գործոն՝

$$\Gamma(\vec{r}|q, m, LO) = -4\pi e\gamma \sqrt{\frac{\hbar V_0}{SLM \omega_{LO}}} \frac{H_m(z)}{\sqrt{q^2 + \left(\frac{\pi m}{L}\right)^2}} e^{i\bar{q}\bar{\rho}} :
 \tag{12.4}$$

Հաջորդ քայլում, օգտագործելով սահմանափակված էլեկտրոնների (9.1) տեսքի ալիքային ֆունկցիաները, պետք է հաշվել զուգավորման գործոնի մատրիցական տարրը: Արդյունքում կստացվի՝

$$M(n_0, \vec{k}_0, n, \vec{k} | q, m, LO) = -4\pi e \gamma \sqrt{\frac{\hbar V_0}{SLM \omega_{LO}}} \sqrt{\frac{G_{n_0, n, m}}{q^2 + \left(\frac{\pi m}{L}\right)^2}} \delta_{\vec{k}, \vec{k}_0 + \vec{q}} : \quad (12.5)$$

Այստեղ $G_{n_0, n, m}$ -ը փոխծածկման ինտեգրալի քառակուսին է և հաշվվում է վերլուծականորեն՝

$$G_{n_0, n, m} = \left[\frac{2}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \cos \frac{\pi n_0 z}{L} \cos \frac{\pi n z}{L} \cdot H_m(z) dz \right]^2 = \quad (12.6)$$

$$= \frac{32(n_0 n m)^2 [1 - (-1)^{n_0 + n + m}]}{\pi^2 [m^2 - (n_0 + n)^2]^2 \cdot [m^2 - (n_0 - n)^2]^2}$$

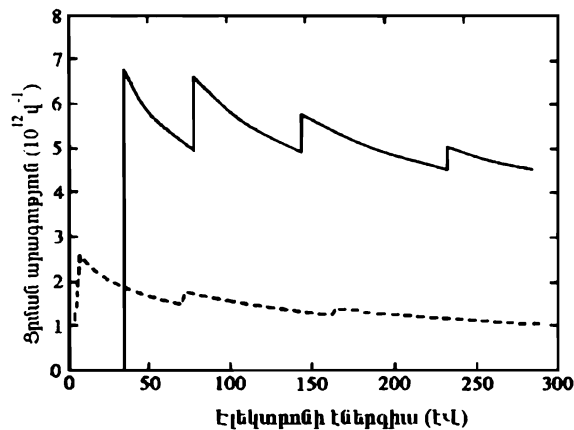
Վերջնականապես ցրման արագության համար կարելի է հանգել հետևյալ արտահայտությանը՝

$$\frac{1}{\tau_s(\vec{k}_0, n_0)} = \frac{2e^2 \omega_0}{L} \left(\frac{1}{\epsilon_\infty} - \frac{1}{\epsilon_0} \right) \left(N_{LO} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) \times \quad (12.7)$$

$$\times \sum_{n, m} G_{n_0, n, m} \int d^2 q \frac{\delta[E_n(\vec{k}_0 + \vec{q}) - E_{n_0}(\vec{k}_0) \mp \hbar \omega_0]}{q^2 + \left(\frac{\pi m}{L}\right)^2} :$$

Հետագա հաշվարկները հնարավոր է շարունակել միայն թվային եղանակով: Սակայն մինչ այդ կարելի է կատարել նաև որոշ որակական եզրակացություններ: Նախ՝ (12.5) -ից հետևում է քվանտային փոսի հարթության մեջ ալիքային վեկտորի պահպանման օրենքը՝ $\vec{k} = \vec{k}_0 + \vec{q}$: Այնուհետև $G_{n_0, n, m}$ փոխծածկման ինտեգրալի (12.6) տեսքից հետևում է, որ ցրման համար գոյություն ունեն որոշակի ջոկման կանոններ: Սասնավորապես, էլեկտրոնի ներենթագոտիական ցրում ($n_0 = n$) հնարավոր է, եթե ցրմանը մասնակցում է այնպիսի LO -ֆոնոնային մոդ, որը բնութագրվում է կենտ m -ով: Ցրման հետևանքով կարող են տեղի ունենալ անցումներ միայն այնպիսի ենթագոտիների միջև, որոնց համար $n + n_0 + m$ գումարը կենտ է: Այսպես, եթե էլեկտրոնը գտնվում է կենտ n_0 քվանտային թվով բնութագրվող ենթագոտում և ցրման հետևանքով անցնում է կենտ n -ով ենթագոտի, ապա այդ պրոցեսին կարող է մասնակցել կենտ m -ով որևէ սահմանափակված LO -ֆոնոնային մոդ: Սահմանափակված LO -ֆոնոնների հետ էլեկտրոնի զուգավորման գործոնի (12.4) տեսքից հետևում է, որ քվանտային փոսի լայնությունը փոքրացնելիս ցրման արագությունը նույնպես փոքրանում է, այլ ոչ թե աճում, ինչպես դա տեղի ուներ ծայնային ֆոնոնների դեպքում (տես § 5.9):

Նկ.5-15 -ում ցույց է տրված սահմանափակված LO -ֆոնոնների վրա էլեկտրոնի ցրման արագության կախումը նրա սկզբնական էներգիայից՝ $L = 200 \text{ \AA}$ լայնությամբ $\text{GaAs}/\text{GaAlAs}$ քվանտային փոսում, $T = 30 \text{ K}$ -ում: Դիտարկված է այնպիսի դեպք, երբ էլեկտրոնի սկզբնական վիճակը պատկանել է առաջին ենթագոտուն և LO -ֆոնոն արձակելով (հոծ գիծ) կամ կլանելով (կետագիծ)՝ էլեկտրոնը մնացել է նույն ենթագոտուն կամ անցել է ուրիշ ենթագոտի: Գրաֆիկներից հետևում է, որ ընդհանուր առմամբ ցրման արագության կախումն էլեկտրոնի սկզբնական էներգիայից նման է ծավալային ֆոնոնների վրա ցրման դեպքում համապատասխան կախմանը, սակայն այն ունի սղոցաձև նուրբ կառուցվածք, որն ի հայտ է գալիս միջենթագոտիական անցումների հետևանքով:



Նկ.5-15. Էլեկտրոնի՝ սահմանափակված LO-ֆոնոնների վրա ցրման արագությունը $L = 200 \text{ \AA}$ լայնությամբ $\text{GaAs}/\text{GaAlAs}$ քվանտային փոսում՝ $T = 30 \text{ K}$ -ում: Պոծ գծով պատկերված գրաֆիկը համապատասխանում է ֆոնոնի արձակմանը, կետագծով՝ կլանմանը:

Վերջում համառոտակի քննարկենք քվազիերկչափ էլեկտրոնների ցրումը միջ-սահմանային տեղայնացված ֆոնոնների վրա:

Վերհիշենք, որ միայնակ հետերոանցման բաժանման սահմանի մոտ կարող են ի հայտ գալ երկու տիպի միջսահմանային մոդեր, որոնք բնութագրվում են բաժանման սահմանին զուգահեռ $\vec{q}$ ալիքային վեկտորով, և որոնց լայնությամբ հետերոսահմանից հեռանալիս էքսպոնենցիալ օրենքով նվազում է: Բացի այդ, միջսահմանային մոդերն ունեն տարբեր հաճախություններ և լայնություններ:

Քվանտային փոսի դեպքում գոյություն ունի երկու հետերոսահման, և դրանցից յուրաքանչյուրը ծնում է իրեն բնորոշ միջսահմանային մոդ: Երկու հետերոանցումներից եկող մոդերի միավորումը կարելի է բնութագրել z -ից կախված համաչափ և հակահամաչափ ֆունկցիաներով: Վարվելով ճիշտ նույն ձևով, ինչպես սահմանափակված մոդերի դեպքում, կարելի է ըստ միջսահմանային մոդերի մտցնել նորմալ կոոր-

դինատներ և ստանալ էլեկտրոնների հետ նրանց զուգավորումը բնութագրող գործոնները (հաստատունները): Այնուհետև, օգտագործելով այդ հաստատունները, կարելի է հաշվել էլեկտրոնի ցրման արագությունը միջսահմանային ֆոնոնների վրա: Այս դեպքում էլ բաժանման սահմանի հարթության մեջ պետք է տեղի ունենա քվազիմպուլսի պահպանման օրենքը: Սակայն, ի տարբերություն սահմանափակված ֆոնոնների, միջսահմանային ֆոնոնների հետ զուգավորումն էապես կախված է ֆոնոնի ալիքային վեկտորի զուգահեռ բաղադրիչից: Այսու կարևոր տարբերությունը կայանում է նրանում, որ երբ փոսի լայնությունը փոքրանում է, միջսահմանային ֆոնոնների վրա ցրումն ուժեղանում է: Այս փաստը հետևանք է այն պարզ իրողության, որ ինչքան մեղ է փոսը, այնքան մեծ է էլեկտրոնի և միջսահմանային ֆոնոնի ալիքային ֆունկցիաների փոխադարձ հատումը:

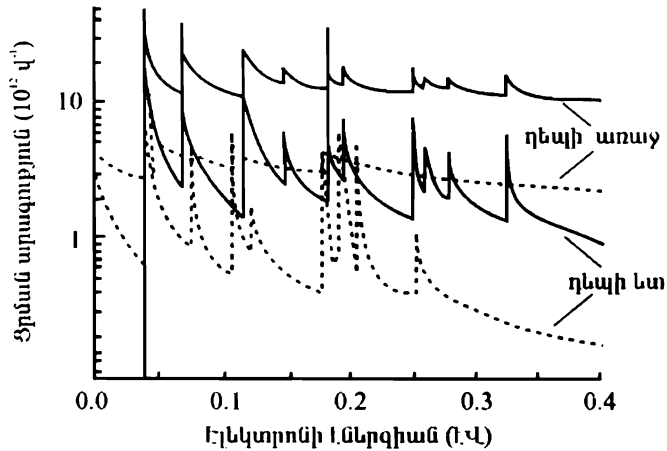
§5.13 էլեկտրոնների ցրումը բևեռային-օպտիկական ֆոնոնների վրա քվանտային լարում

Քվանտային լարերով հետերոկառուցվածքներում նույնպես գոյություն ունեն սահմանափակված և միջսահմանային (այս դեպքում՝ միաչափ) ֆոնոններ: Վերլուծությունները ցույց են տալիս, որ այս դեպքում քվազիմպուլսի պահպանման օրենքը տեղի ունի միայն մի ուղղությամբ՝ լարի առանցքի երկայնքով: Հասկանալի է, որ էլեկտրոնի ներենթագոտիական և միջենթագոտիական անցումները նորից կարող են ուղեկցվել սահմանափակված և միջսահմանային ֆոնոնների կլանմամբ կամ արձակմամբ: Ցրման լրիվ արագության մեջ սահմանափակված և միջսահմանային մոդերի հարաբերական ներդրումները կախված են լարի կտրվածքի մակերեսից: Փոքր կտրվածքով լարերում գերակշռում են ցրումները միջսահմանային ֆոնոնների վրա, մինչդեռ ավելի մեծ կտրվածքով լարերում էական են դառնում ցրումները սահմանափակված ֆոնոնների վրա:

Նկ.5-16 -ում ցույց է տրված էլեկտրոնի ցրման արագության կախումը նրա սկզբնական էներգիայից, երբ այն, փոխազդելով միայն սահմանափակված օպտիկական ֆոնոնների հետ, անցումներ է կատարում առաջին ենթագոտուց դեպի բոլոր հնարավոր վերջնական վիճակները: Հաշվումները կատարված են $150\text{\AA} \times 250\text{\AA}$ ուղղանկյուն կտրվածքով $GaAs/AlAs$ քվանտային լարի համար՝ ինչպես դեպի առաջ,

այնպես էլ դեպի ետ ցրումների համար, որոնք ուղեկցվում են օպտիկական ֆոնոնի կլանմամբ կամ արձակմամբ:

Գրաֆիկների վրա առկա են բազմաթիվ տարամիտող պիկեր, որոնցից յուրաքանչյուրը համապատասխանում է որոշակի միջենթագոտիական անցման: Այդպիսի տարամիտող պիկերի գոյության պատճառն ակնհայտորեն կապված է միաչափ ենթագոտիների հատակների մոտ վիճակների խտության $1/\sqrt{E-E_N}$ տեսքի տարա-



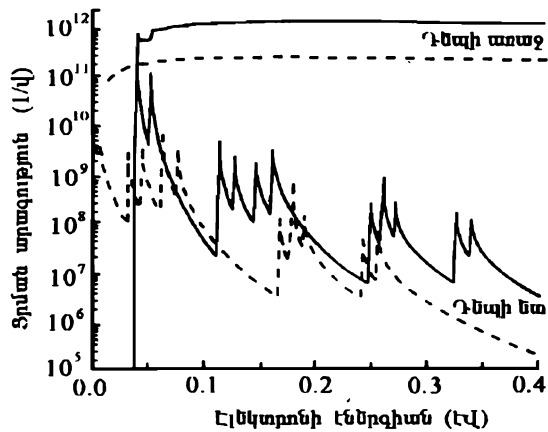
Նկ. 5-16. Էլեկտրոնի ցրման արագությունը սահմանափակված օպտիկական ֆոնոնների վրա $150 \text{ \AA} \times 250 \text{ \AA}$ կտրվածքով GaAs/AlAs քվանտային լարում, $T = 30 \text{ K}$ -ում:

միտման հետ: Քանի որ նման տարամիտումն ինտեգրելի է, ապա էլեկտրոնների ցրման միջին արագությունը ստացվում է մեծ, բայց վերջավոր:

Ցրման միջին արագության այս հատկությունը բերում է նաև մեկ ուրիշ կարևոր առանձնահատկության: Արտաքին էլեկտրական դաշտի ազդեցության հետևանքով քվազիմիաչափ էլեկտրոնը արագանալով, «թռչելով» անցնում է այն էներգիաներով, որոնց վրա ցրման արագությունը մեծ է և միջինում ենթարկվում է ցրման մեկից փոքր հավանականությամբ: Դա հիշեցնում է էլեկտրոնի թունելային անցումը δ -նման անվերջ բարձր և շատ փոքր լայնությամբ պոտենցիալային արգելքով:

Նկ. 5-17 -ում ցույց է տրված նույն քվանտային լարում էլեկտրոնի ցրման արագությունը միջսահմանային ֆոնոնային մոդերի կողմից: Գրաֆիկի վրա նորից ի հայտ են գալիս նույն տարամիտող պիկերը, բայց դրանց թիվը համեմատաբար փոքր է, քան սահմանափակված մոդերի կողմից ցրման դեպքում: Սա հետևանք է միջսահմանային ֆոնոնների և էլեկտրոնների ալիքային ֆունկցիաների համաչափության հետևանքով ի հայտ եկող լրացուցիչ ջոկման կանոնների, որոնց շնորհիվ որոշ միջենթագոտիական անցումներ դառնում են անհնար:

Ինչպես գիտենք, քվանտային լարերում հնարավոր ցրման ակտերը կարելի է բաժանել դեպի առաջ և դեպի ետ ցրումների: Նկ. 5-16 և 5-17-ում այդպիսի ցրումների համապատասխանող կորերը բերված են առանձին-առանձին, որոնց համաձայն, դեպի առաջ ցրման արագությունը շատ անգամ մեծ է, քան դեպի ետ ցրման արագությունը: Դրա պատճառը բևեռային օպտիկական ֆոնոնի վրա էլեկտրոնի ցրման հավանականության կախումն է ֆոնոնի ալիքային $\vec{q}$ վեկտորի մեծությունից:



Նկ.5-17. Էլեկտրոնի ցրման արագությունը միջսահմանային ֆոնոնների վրա նույն պարամետրերով քվանտային լարում, ինչ որ Նկ. 5-16 -ում:

Դեպի առաջ ցրման ակտերն իրենց մեջ ներառում են ավելի փոքր ալիքային վեկտորներ, քան դեպի ետ ցրումները, և այդ պատճառով ավելի հավանական են: Ուրիշ խոսքով, կարելի է եզրակացնել, որ քվանտային լարում ցրումը խիստ անիզոտրոպ է:

Այսպիսով, մենք համոզվեցինք, որ էլեկտրոնի ցրման պրոցեսները քվանտային փոսերում և լարերում էապես տարբերվում են նրանց ցրումից ծավալային նմուշներում, ինչը հանգեցնում է էլեկտրոնի ռելաքսացիայի ժամանակի՝ էներգիայից բարդ կախվածությունների: Այդ նոր կախվածությունները պետք է հաշվի առնվեն քվանտային հետերոկառուցվածքներում կինետիկական (տեղափոխման) երևույթների ուսումնասիրման ժամանակ (տես Գլ.6):

Վերջում նշենք, որ, բացի քննարկված ցրման մեխանիզմներից, քվանտային հետերոկառուցվածքներում հնարավոր է նաև ցրման այլ մեխանիզմների գոյությունը: Մասնավորապես, կարող են տեղի ունենալ ցածր չափայնությամբ էլեկտրոնների ցրումներ բաժանման սահմանների խորդուբորդությունների և պինդ լուծույթի բաղադրության անհամասեռությունների վրա: Սակայն որակյալ նաև կառուցվածքներում վերջիններս էական դեր չեն խաղում, և դրանց չենք անդրադառնա:

Գրականություն 5-րդ գլխի վերաբերյալ

1. B.K.Ridley, Hot electrons in Low-dimensional Structures, Rep. Prog. Phys., v. 54, p. 169-256 (1991).
2. P.Y.Yu, M.Cardona, Fundamentals of Semiconductors, Springer, 2000.
3. V.Mitin, V. Kochelap, M.Stroscio, Quantum Heterostructures. Microelectronics and Optoelectronics. Cambridge University Press, 1999.
4. В.Ф.Гантмахер, И.Б. Левинсон, Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках, М., Наука, 1984.
5. Properties of III-V Quantum Wells and Superlattices, Ed. Pallab Bhattacharya, EMIS Data Review Series (INSPEC, Institution of Electrical Engineering, London, 1996).
6. Hot Carriers in Semiconductor Nanostructures (Physics and Applications), J. Shah, ed., Academic, Boston, 1992.
7. J.H.Davies, The Physics of Low-dimensional Semiconductors, Cambridge Univ. Press, 1988.



ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ՏԵՂԱՓՈԽՄԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԸ ՉԱՓԱՅՆՈՐԵՆ ՔՎԱՆՏԱՑՎԱԾ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔՆԵՐՈՒՄ

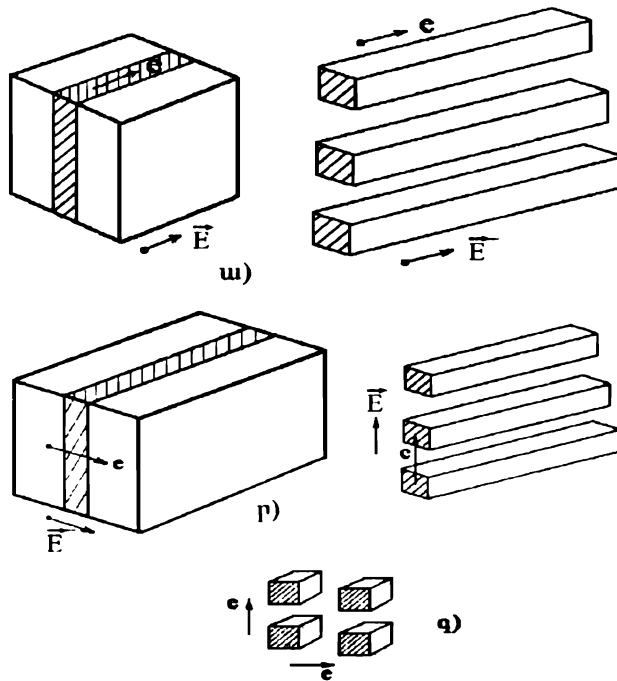
§6.1 Տեղափոխման ռեժիմների դասակարգումը նաև նկատագրվածքներում

Մենք արդեն ուսումնասիրել ենք տարբեր նաև նկատագրվածքներում էլեկտրոնային և ֆոնոնային սպեկտրները, ինչպես նաև նրանցում էլեկտրոնների ցրման հնարավոր մեխանիզմները և դրանց առանձնահատկությունները (տես գլ.5): Այդ ուսումնասիրությունները հիմք են ծառայում հասկանալու նաև քվանտային հետերոկառուցվածքներում ընթացող զանազան անհավասարակշիռ էլեկտրոնային պրոցեսները:

Հայտնի է, որ անհավասարակշիռ երևույթների առաջացման պատճառը տարբեր արտաքին ազդեցություններն են, որոնց առկայության պայմաններում նաև նկատագրվածքներում, ինչպես և սովորական (ծավալային) կիսահաղորդիչներում, դիտարկվում են բազմաթիվ կինետիկական երևույթներ: Ըստ էության հենց վերջիններս էլ ընկած են տարբեր սարքերի աշխատանքի հիմքում:

Այս գլխում մենք հիմնական ուշադրությունը կսեռենք այնպիսի էլեկտրոնային տեղափոխման երևույթների վրա, որոնք առաջանում են արտաքին էլեկտրական դաշտերի ազդեցության հետևանքով: Տարբեր չափայնությամբ նաև նկատագրվածքներում դիտարկվող օպտիկական երևույթները և նրանց գործնական կիրառությունները կքննարկվեն գրքի երկրորդ մասում: Ինչ վերաբերում է նաև նկատագրվածքների ջերմաէլեկտրական, ջերմամագնիսական կամ ակուստաէլեկտրական հատկություններին, ապա գրքի ծավալի սահմանափակության պատճառով դրանք ընդհանրապես չեն դիտարկվում, թեև նույնպես մեծ հետաքրքրություն են ներկայացնում և այսօր արդեն գտել են զանազան գործնական կիրառություններ: Հարկ է նաև նշել, որ նաև նկատագրվածքներում հնարավոր են շատ ավելի մեծ թվով, քան ծավալային նմուշներում, տեղափոխման երևույթներ, քանի որ նրանցում գոյություն ունեն լիցքակիրների էներգիայի սպեկտրի չափային քվանտացման որոշակի ուղղություններ, և, կախված կառուցվածքի կամ սարքի երկրաչափությունից, կարող են իրականացվել էլեկտրոնների տեղափոխման տարբեր ռեժիմներ: Օրինակ՝ բազմաշերտ կառուցվածքներում, ինչպիսիք են կտրուկ բաժանման սահմանով հետերոանցումը, քվանտային փոսերով կառուցվածքները, գերցանցերը կամ իրար զուգահեռ քվանտային լարերի մեծ համախումբը, կարելի է առանձնացնել էլեկտրոնների տեղափոխության

երկու տեսակ: Առաջինը վերաբերվում է էլեկտրոնների շարժմանը շերտերի երկայնքով կամ լարերի առանցքի ուղղությամբ և կոչվում է *զուգահեռ կամ հորիզոնական* տեղափոխություն (փոխադրում) (նկ. 6-1 ա, բ):



Նկ. 6-1. ա) *Զուգահեռ (հորիզոնական) տեղափոխություն* շերտերի երկայնքով կամ լարերի առանցքների ուղղությամբ: բ) *Շերտերի հարթությանը կամ լարերի առանցքներին ուղղահայաց տեղափոխություն:* գ) *Քվանտային կետերով համակարգերում էլեկտրոնների տեղափոխությունը միշտ ուղղահայաց է որևէ բաժանման սահմանի:*

Երկրորդ տիպի տեղափոխության ժամանակ էլեկտրոններն արտաքին էլեկտրական դաշտի ազդեցության տակ շարժվում են շերտի հարթությանը կամ լարի առանցքին ուղղահայաց և այդպիսի տեղափոխությունը կոչվում է **ուղղահայաց կամ ուղղաձիգ** (Նկ.6-1,բ): Ինչ վերաբերվում է քվանտային կետեր պարունակող կառուցվածքներում էլեկտրոնների տեղափոխության դասակարգմանը զուգահեռ կամ ուղղահայաց տեսակի, ապա պետք է նկատի ունենալ, որ այն կարող է լինել միայն պայմանական, քանի որ այս դեպքում էլեկտրոնների շարժումն ուղղահայաց է բաժանման որոշ հետերոսահմանների և միաժամանակ՝ զուգահեռ մյուսներին (Նկ.6-1, գ):

Կախված ֆիզիկական պայմաններից, վերը նկարագրված էլեկտրոնային տեղափոխումները կարող են իրականացվել դասական կամ քվանտային ռեժիմներում: Այդ ռեժիմները դասակարգելու համար անհրաժեշտ է իրար հետ համեմատել էլեկտրոնային գազը բնութագրող հիմնարար երկարությունները և կառուցվածքների բնու-

թագրական չափերը: Այդպիսի երկարությունների թվին են պատկանում էլեկտրոնների դը Բրոյլի ալիքի երկարությունը՝ λ -ն, ազատ վազքի միջին երկարությունը՝ l_e -ն և էլեկտրոնային ալիքների կոհերենտության երկարությունը՝ l_ϕ -ն:

Արդեն բազմիցս նշվել է, որ երբ կառուցվածքի երկրաչափական չափերից գոնե մեկն այնքան է փոքրանում, որ դառնում է համեմատելի էլեկտրոնի դը Բրոյլի ալիքի երկարության հետ, ապա ի հայտ է գալիս էներգիական սպեկտրի մասնակի չափային քվանտացում, և խնդրի քվանտամեխանիկական դիտարկումը դառնում է հրամայական պահանջ:

Ավելի մանրամասն անդրադառնանք մյուս երկու հիմնարար երկարություններին: Հայտնի է, որ էլեկտրոնները կիսահաղորդիչներում միշտ ենթարկվում են ցրումների՝ փոխազդելով բյուրեղական ցանցի սեփական արատների, խառնուրդների, ցանցի ջերմային տատանումների, պինդ լուծույթի բաղադրության ֆլուկտուացիաների և այլ արատների հետ: Ընդհանուր առմամբ այդ ցրման մեխանիզմները կարելի է բաժանել երկու խմբի՝ առաձգական և ոչ առաձգական: Հայտնի է, որ առաձգական ցրման դեպքում տեղի է ունենում մասնիկի միայն քվազիիմպուլսի վեկտորի ուղղության փոփոխություն, մինչդեռ ոչ առաձգական ցրումների արդյունքում միաժամանակ փոփոխվում են մասնիկի և՛ քվազիիմպուլսը, և՛ էներգիան:

Պարզենք, թե ցրման տարբեր մեխանիզմներն ինչպես են ազդում էլեկտրոնների քվանտային վարքի վրա: Սկզբից դիտարկենք, օրինակ, էլեկտրոնների առաձգական ցրումները խառնուրդների կողմից: Դիցուք՝ մինչև ցրվելն էլեկտրոնն ուներ $\vec{p}_i$ քվազիիմպուլս, իսկ նրա վիճակը բնութագրվում էր

$$\psi_i(\vec{r}, t) = A \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E(\vec{p}_i) t\right) \exp\left(i \frac{\vec{p}_i \vec{r}}{\hbar}\right) \quad (1.1)$$

հարթ ալիքով: Ցրումից հետո էլեկտրոնի վիճակը բնութագրվում է այլ՝ $\vec{p}$ քվազիիմպուլսով և $\psi_f(\vec{r}, t)$ ալիքային ֆունկցիայով: Քանի որ ցրումը համարվում է առաձգական, ապա էլեկտրոնի քվազիիմպուլսի մոդուլը և էներգիան չեն փոխվում՝ $|\vec{p}| = |\vec{p}_i|$, $E(\vec{p}) = E(\vec{p}_i)$: Ցրումից հետո էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան կարող ենք վերածել Ֆուրյեի շարքի ըստ հարթ ալիքների՝

$$\begin{aligned} \psi_f(\vec{r}, t) &= \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E(\vec{p}) t\right) \sum_{\vec{p}, |\vec{p}|=|\vec{p}_i|} A_{\vec{p}} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \vec{p} \vec{r}\right) = \\ &= \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E(\vec{p}) t\right) \psi(\vec{r}) \end{aligned} \quad (1.2)$$

Այսինքն՝ գոյություն ունի $|A_{\vec{p}}|^2$ -ին հավասար հավանականություն, որ ցրումից հետո էլեկտրոնը կունենա $\vec{p}$ քվազիիմպուլս: (1.2) -ից երևում է, որ ընկնող և ցրված

ալիքները ձևավորում են բարդ ալիքային դաշտ, սակայն շատ ավելի էական է այն , թո առաձգական ցրման արդյունքում էլեկտրոնային ալիքի փուլը չի խաթարվում, ինչի հետևանքով էլեկտրոնի տարածական բաշխումը մնում է ժամանակից անկախ՝

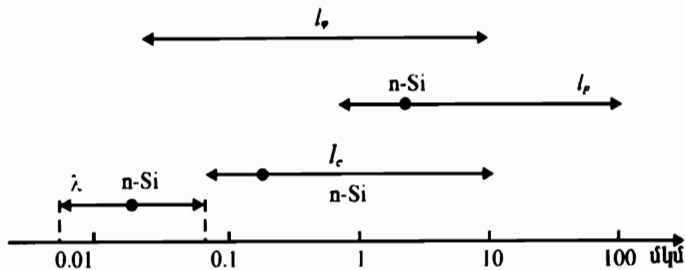
$|\psi_f(\vec{r}, t)|^2 = |\psi(\vec{r})|^2$: Այսինքն, կարելի է ասել, որ առաձգական ցրումները չեն կարող խոտորել (խաթարել) էլեկտրոնային ալիքների կոհերենտությունը: Այժմ τ_e -ով նշանակենք երկու առաձգական բախումների միջև ընկած միջին ժամանակը, իսկ l_e -ով՝ էլեկտրոնների ազատ վազքի միջին երկարությունը՝ $l_e = v \cdot \tau_e$ (v -ն էլեկտրոնների միջին արագությունն է): Կարելի է պնդել, որ, երբ էլեկտրոնը կատարում է այնպիսի տեղափոխություն, որի մեծությունը գերազանցում է l_e -ն, ապա անկախ առաձգական ցրումների առկայությունից, այդպիսի տեղափոխության ժամանակ նրա ալիքային հատկությունները մնում են կոհերենտ:

Իրադրությունը բոլորովին այլ է ոչ առաձգական բախումների դեպքում: Այդպիսի բախումների արդյունքում առաջանում են տարբեր էներգիաներով էլեկտրոնային ալիքներ, որոնք, բնականաբար, բնութագրվում են տարբեր ժամանակային կախվածություններով՝

$$\psi_f(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{p}, \vec{p} \neq \vec{p}_i} A_{\vec{p}} \exp\left(i \frac{\vec{p}\vec{r}}{\hbar}\right) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E(\vec{p})t\right): \quad (1.3)$$

Երևում է, որ այս դեպքում ցրված էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան ունի բարդ կախվածություն ոչ միայն կոորդինատից, այլև ժամանակից: $\psi_f(\vec{r}, t)$ -ի կազմի մեջ մտնող բաղադրիչ ալիքներն ունեն տարբեր հաճախություններ, ինչի հետևանքով վերանում են կոհերենտության երևույթները և էլեկտրոնների ալիքային վարքը: Իրոք, այս դեպքում $|\psi_f(\vec{r}, t)|^2$ -ն փոփոխվում է ոչ միայն տարածության մեջ, այլև ժամանակի ընթացքում:

Դիցուք՝ երկու ոչ առաձգական բախումների միջև ընկած միջին ժամանակը τ_E է, իսկ այդ ընթացքում էլեկտրոնի անցած հեռավորությունը՝ l_E (ոչ առաձգական ցրումների կամ էներգիայի ռելաքսացիայի երկարություն) : Հասկանալի է, որ էլեկտրոնը՝ կատարելով l_E -ից փոքր տեղափոխություններ, կպահպանի իր քվանտային կոհերենտությունը, իսկ ավելի մեծ տեղափոխությունների դեպքում այն կկորցնի: Սովորաբար, կիսահաղորդչային միջավայրում, որը չի գտնվում ծայրագույն անհավասարակշիռ վիճակներում, $l_E \gg \lambda$: Հաճախ l_E -ն գերազանցում է նաև ազատ վազքի l_e միջին երկարությունը: Համեմատության համար նկ.6-2 -ում ցույց են տրված կիսահաղորդիչներում էլեկտրոնային գազը բնութագրող երկարությունների փոփոխության հնարավոր միջակայքերը:



Նկ. 6-2. Կիսահաղորդչային միջավայրում էլեկտրոնային գազի բնութագրական երկարությունների փոփոխության հնարավոր միջակայքերը (λ -ն՝ դե Բրոյլի ալիքի երկարությունն է l_ϕ -ն՝ ազատ վազքի միջին երկարությունը, l_E -ն՝ էներգիայի ռելաքսացիայի երկարությունը և l_ϕ -ը՝ կոհերենտության երկարությունը): Կետերով նշված են այդ երկարությունների արժեքներն $n\text{-Si}$ -ի համար $T=77\text{ K}$ ջերմաստիճանում, ենթադրելով, որ էլեկտրոններ շարժունությունը հավասար է 10^4 սմ²/վ·վ-ի:

Եթե $l_E \gg l_\phi$, ապա էլեկտրոնը մինչև ոչ առածգականորեն բախվելը և իր էներգիայի կորուստը ենթարկվում է բազմաթիվ առածգական բախումների, ինչի հետևանքով նրա շարժումը դառնում է քառային, իսկ τ_E ժամանակահատվածում նրա կատարած տարածական տեղաշարժը որոշվում է դիֆուզիային շարժումը բնութագրող հայտնի բանաձևով՝

$$L_E = \sqrt{D\tau_E}, \quad (\tau_E \gg \tau_c), \quad (1.3)$$

որտեղ D -ն էլեկտրոնների դիֆուզիայի գործակիցն է, որն ըստ գազերի կինետիկական տեսության, կարելի է ներկայացնել $D = V^2 \tau_c / \alpha$ տեսքով, որտեղ $\alpha = 3, 2, 1$, համապատասխանաբար, եռաչափ, երկչափ և միաչափ գազերի համար: Նշենք, որ ջերմաստիճանի աճին զուգընթաց τ_E և l_E մեծությունները սովորաբար փոքրանում են:

Բացի ոչ առածգական ցրումներից, էլեկտրոնների քվանտային վարքի վրա կարող են էական ազդեցություն ունենալ նաև ջերմային երևույթները, որոնք հիմնականում ազդում են էլեկտրոնների էներգիական բաշխվածության վրա: Ինչպես գիտենք, էլեկտրոնները ենթարկվում են Ֆերմի-Դիրակի վիճակագրությանը, և բացարձակ զրո ջերմաստիճանում համակարգի բոլոր այն վիճակները, որոնց էներգիաներն ընկած են Ֆերմիի E_F էներգիայից ցածր, լրիվ զբաղեցված են էլեկտրոններով: Ֆերմիի էներգիայի դիրքը տրվում է էլեկտրոնային գազի լրիվ կոնցենտրացիայով: Բացարձակ զրո ջերմաստիճանում մի վիճակից մյուսն անցումներ կատարելու հնարավորություն ունեն միայն Ֆերմիի էներգիային հավասար էներգիայով էլեկտրոնները, քանի որ ազատ վիճակներ կան միայն Ֆերմիի մակարդակից վեր ընկած տիրույթում: Սակայն ջերմաստիճանը բարձրանալիս Ֆերմիի բաշխման կտրուկ ճակատը (Ֆերմիի աստիճանը) լողվում է, իսկ E_F -ի շրջակայքում ազատ վիճակների

թիվն ածում է: Այս դեպքում արդեն իրենց էներգիան կարող են մեծացնել E_F -ի $k_B T$ կարգի լայնությամբ շրջակայքի էլեկտրոնները, որոնք, անցնելով մի վիճակից մյուսը, կարող են մասնակցել տեղափոխման երևույթներին: Եթե էլեկտրոնային գազն ուժեղ ալյասերված է՝ $E_F \gg k_B T$, ապա տեղափոխմանը մասնակցող բոլոր էլեկտրոնային վիճակներն ունեն մոտավորապես նույն լայնությամբ և իրարից փոքր-ինչ տարբերվող փուլեր (հիշեցնենք, որ փուլը որոշվում է էներգիայով): Քանի որ փուլերի այս տարբերությունը շատ փոքր է, ապա միջինացումը, որը կատարվում է ըստ շատ թույլ "լողված" բաշխման ֆունկցիայի, չի կարող էապես խաթարել փուլը, և էլեկտրոնների կոհերենտությունը պահպանվում է: Սակայն ջերմաստիճանը բարձրացնելիս կինետիկական պրոցեսներին սկսում են մասնակցել էներգիաներով իրարից զգալի տարբերվող էլեկտրոններ, և նրանց ալիքային ֆունկցիաների փուլերի լայն բաշխվածության հետևանքով համակարգի կոհերենտությունը խախտվում է: Քանի որ էլեկտրոնների էներգիաների բաշխման տիրույթի լայնությունը $k_B T$ է, ապա t ժամանակի ընթացքում տեղի է ունենում փուլերի $t \cdot k_B T / \hbar$ ճապաղում: Յետևաբար, կարելի է ասել, որ փուլերի ճապաղման բնութագրական ժամանակը $\tau_T = \hbar / k_B T$: Եթե բախումները լրիվ առածական են, ապա $\tau_T > \tau_c$ ժամանակահատվածում էլեկտրոնը, կատարելով դիֆուզիա, անցնում է $L_T = \sqrt{D\tau_T}$ հեռավորություն, որից հետո միայն նրա կոհերենտությունը խաթարվում է: Այսպիսով, եթե նույնիսկ ուրիշ պատճառներ չկան, ապա էլեկտրոնների ջերմային բաշխումն ինքնին բերում է այն բանին, որ L_T -ի կարգի հեռավորությունների վրա ալիքային ֆունկցիայի փուլը ճապաղվում է այնքան, որ էլեկտրոնը կորցնում է իր կոհերենտությունը: Քանի որ ոչ առածական բախումների արդյունքում, բնականաբար, նույնպես տեղի է ունենում կոհերենտության կորուստ, ապա այն տարածական մասշտաբը, որի վրա կարող է պահպանվել էլեկտրոնների քվանտամեխանիկական կոհերենտությունը, որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$l_\phi = \min(l_E, L_T): \quad (1.5)$$

Էլեկտրոնի տեղափոխությունը որոշվում է նրա ալիքային ֆունկցիաների վերադրմամբ (ինտերֆերենցով): Վերը բերվածից կարելի է եզրակացնել, որ կոհերենտության l_ϕ բնութագրական երկարությունը տալիս է այն առավելագույն սահմանը, մինչև որն էլեկտրոնների տեղափոխումն ունի քվանտային բնույթ: Եթե նմուշի կամ սարքի չափերը l_ϕ -ի կարգի են, ապա դրանք չեն կարող բնութագրվել այնպիսի մակրոսկոպական պարամետրերով, ինչպիսիք են հաղորդականությունը, դրեյֆային արագությունը և այլն: Սովորաբար այդպիսի համակարգերը կոչվում են *մեզոսկոպական*: Այդպիսի մեզոսկոպական համակարգերի հատկություններում էական դեր

են խաղում էլեկտրոնների ալիքային բնույթը, մմուշի երկրաչափությունը, հպակների ձևը, խառնուրդային իոնների դիրքերը և այլն:

Այսպիսով, եթե տվյալ խնդրի պայմաններում մմուշի (սարքի) ակտիվ տիրույթի այն չափը (L_z), որի երկայնքով տեղի է ունենում էլեկտրոնների տեղափոխությունը, գերազանցում է l_ϕ -ն, ապա տեղափոխությունը կարելի է նկարագրել դասական ֆիզիկայի շրջանակներում: Այս դեպքում, բացի վերը մտցված ազատ վազքի l_e և l_E երկարություններից, կարելի է մտցնել նաև ուրիշ կինետիկական երկարություններ: Այսպես, եթե որևէ պրոցես բնութագրվում է τ_c ժամանակով, ապա կարելի է մտցնել $L_c = \sqrt{D\tau_c}$ երկարությունը: Օրինակ, եթե համակարգում տեղի ունի անհավասարակշիռ լիցքակիրների երկբևեռ ներարկում (ինժեկցիա), ապա τ_c -ի դերը կխաղա նրանց կյանքի տևողությունը՝ τ_r -ը, իսկ $L_D = \sqrt{D\tau_r}$ -ը հանդես կգա որպես նրանց դիֆուզային երկարություն:

Այժմ, համեմատելով իրար հետ վերը նկարագրված հիմնարար բնութագրական երկարությունները և մմուշի (սարքի) չափերը, կարող ենք դասակարգել էլեկտրոնների տեղափոխման բոլոր հնարավոր ռեժիմները: Պարզության համար ենթադրենք, որ էլեկտրոնների ուղղորդված տեղափոխություն տեղի ունի միայն մեկ, օրինակ՝ z առանցքի, երկայնքով, իսկ x և y առանցքներով լրիվ հոսանքը հավասար է զրոյի, թեև այդ ուղղություններով մմուշի լայնական չափերը կարող են և էական դեր խաղալ ընդհանուր տեղափոխման երևույթներում:

ա) Տեղափոխման քվանտային և մեզոսկոպական ռեժիմներ

Եթե դը Բրույլի ալիքի երկարությունը՝ λ -ն, z -առանցքի ուղղությամբ մմուշի L_z չափի կարգի մեծություն է, իսկ էլեկտրոնների ազատ վազքի երկարությունը շատ անգամ գերազանցում է λ -ն՝

$$\lambda \sim L_z \text{ և } l_e \gg \lambda, \quad (1.6)$$

ապա էլեկտրոնների տեղափոխությունը տեղի ունի այսպես կոչված *քվանտային-բալիստիկական* ռեժիմում: Եթե, իր հերթին, կոհերենտության երկարությունը գերազանցում է L_z -ը և λ -ն՝

$$l_\phi \gg L_z, \lambda, \quad (1.7)$$

ապա էլեկտրոնային տեղափոխության ռեժիմը կոչվում է *մեզոսկոպական*: Հարկ է հիշել, որ դասակարգումը կատարվում է միայն z ուղղությամբ էլեկտրոնների տեղափոխման համար: Այս ռեժիմի առավել մանրամասն դասակարգման համար պետք է հաշվի առնել նաև մմուշի լայնական չափերը: Եթե մմուշի լայնական չափերից մեկը, օրինակ՝ L_x -ը, նույնպես նույն λ -ի կարգի է, ապա էլեկտրոնային գազի էներգիական սպեկտրն արդեն չափայնորեն քվանտացված է երկու ուղղություն-

ներով և այդ պատճառով էլ նրա տեղափոխությունը z առանցքով իրենից կներկայացնի միաչափ էլեկտրոնների քվանտային-բալիստիկական տեղափոխություն ($\lambda \sim L_x, L_z$ և $l_e \gg \lambda$): Իսկ եթե $\lambda \ll L_x, L_y$ և $\lambda \sim L_z$, $l_e \gg \lambda$, ապա մենք գործ ունենք z առանցքով երկչափ էլեկտրոնների քվանտային-բալիստիկական տեղափոխության հետ: Նման դասակարգումներն ըստ մնուշի լայնական չափերի ճիշտ են նաև z առանցքով մեզոսկոպական տեղափոխման ռեժիմների համար:

բ) Տեղափոխման դասական ռեժիմ

Այս դեպքում L_z չափը գերազանցում է կոհերենտության երկարությունը՝

$$L_z > l_\phi: \quad (1.8)$$

Եթե տեղի ունի նաև $l_e > L_z$ պայմանը, ապա էլեկտրոնային տեղափոխությունը կիրագործվի դասական բալիստիկական ռեժիմում, ինչը նշանակում է, որ էլեկտրոնները շարժվում են մնուշի երկայնքով ըստ դասական հետագծերի՝ առիասարակ չենթարկվելով ցրումների:

Ընդհակառակը, եթե $l_e \ll L_z$, ապա մնուշի երկայնքով տեղափոխվելիս էլեկտրոնը կենթարկվի բազմաթիվ առաձգական (փուլը չխաթարող) ցրումների, և նրա տեղափոխությունը կենթարկվի դասական դիֆուզիայի օրինաչափություններին: Եթե L_z -ը նույն կարգի է, ինչ որ էներգիայի ռելաքսացիայի երկարությունը՝

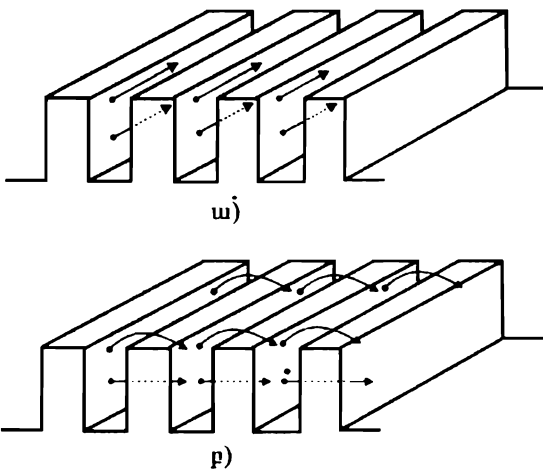
$L_z \sim L_E \gg l_e$, ապա, անցնելով մնուշի ողջ երկայնքով, էլեկտրոնը չի կորցնում իր էներգիան, և այդպիսի տեղափոխությունը կոչվում է դասական քվազիբալիստիկական: Չկորցնելուց բացի, էլեկտրոնը նաև չի ավելացնի իր էներգիան, եթե, իհարկե, մնուշի L_z երկայնքով բացակայում է էլեկտրական դաշտը: Նորից հարկ է հիշել, որ, կախված մնուշի լայնական չափերի և լիցքակիրների դը Բրոյլի ալիքի երկարության հարաբերակցությունից, z առանցքով դասական տեղափոխման ռեժիմները կարող են իրականացվել միաչափ, երկչափ և եռաչափ էլեկտրոնների համար:

Այստեղ անհրաժեշտ է հատուկ դիտարկել այն դեպքերը, երբ մնուշի լայնական չափերը գերազանցում են լիցքակիրների դը Բրոյլի ալիքի երկարությունը, սակայն համեմատելի են էլեկտրոնային գազը բնութագրող այնպիսի դասական բնութագրական երկարությունների հետ, ինչպիսիք են ազատ վազքի երկարությունը կամ դիֆուզիային երկարությունը (հաճախ այսպիսի դեպքում խոսում են դասական-չափային երևույթների մասին): Օրինակ, եթե մնուշի լայնական չափերից մեկը կամ նույնիսկ երկուսն ազատ վազքի միջին երկարությունը կարգի են՝ $L_x, L_y \sim l_e$, ապա էլեկտրոնների տեղափոխման վրա էականորեն կազդեն նրանց ցրումները մնուշը սահմանափակվող մակերևույթների վրա, որի պատճառով մնուշի դիմադրությունը էապես կախված կլինի նրա մակերևույթի վիճակից: Մասնավորապես, $L_x, L_y \ll l_e$ դեպքում մնուշի մակերևույթային խորդուբորդությունները կարող են էապես մեծացնել նրա դիմադրությունը՝ դարձնելով այն նույնիսկ անկախ ծավալային արատներ-

րից: Եվ, վերջապես, եթե նմուշի լայնական չափերը համեմատելի են լիցքակիրների դիֆուզային երկարության հետ, ապա մենք գործ ունենք մեկ այլ՝ դիֆուզային դասական չափային երևույթի հետ: Այդպիսի պայմաններում, եթե L_x -ը կամ L_y -ը համեմատելի են էներգիայի ռելաքսացիայի l_E երկարության հետ, ապա նմուշի սահմաններն իրենցից ներկայացնում են էներգիայի ռելաքսացիայի մի նոր ուղետար, ինչը նշանակում է, որ նմուշում ստեղծվող անհավասարակշիռ էլեկտրոնների միջին էներգիայի մեծությունն ըստ էության վերահսկվում է դիֆուզային դասական չափային երևույթով:

§ 6.2 Էլեկտրոնների զուգահեռ տեղափոխությունը թույլ էլեկտրական դաշտում (տեղափոխության գծային կամ օհմական ռեժիմ)

Սկսենք էլեկտրոնների զուգահեռ տեղափոխության երևույթից: Պարզվում է, որ ցածր չափայնությամբ էլեկտրոնների դասական տեղափոխման երևույթներն ընդհանուր առմամբ շատ նման են ծավալային նմուշներում դիտարկվող տեղափոխման երևույթներին, սակայն գոյություն ունեն նաև էական տարբերություններ:



Որպես օրինակ դիտարկենք քվազիերկչափ էլեկտրոնների դասական տեղափոխությունը շերտերին զուգահեռ ուղղություններով բազմաթիվ քվանտային փոսեր պարունակող կառուցվածքներում (նկ.6-3,ա):

Այսպիսի կառուցվածքներում էլեկտրոնների դասական տեղափոխությունը կարող է զգալիորեն տարբերվել ծավալային նմուշներում դիտվող տեղափոխությունից, քանի որ ընդհանուր դեպքում լայնական ուղղությամբ էլեկտրոնների և ֆոնոնների սպեկտրները չափայնորեն քվանտացված են, ինչի հետևանքով ցրման մեխանիզմները կարող են ունենալ տարբեր արագություններ և էներգիական կախվածություններ:

Նկ. 6-3. ա) էլեկտրոնների դասական զուգահեռ տեղափոխությունը բազմաշերտ կառուցվածքում: բ) էլեկտրոնների ուղղահայաց տեղափոխությունը մի շերտից դեպի մյուսը դասական ջերմաառաքման (հոծ սլաքներ) և քվանտամեխանիկական թունելային անցման (կետագծով սլաքներ) հետևանքով:

Իսկ դա նշանակում է, որ այդպիսի կառուցվածքներում, նույնիսկ թույլ էլեկտրական դաշտերում, դասական տեղափոխությանը բնորոշ մեծությունները, օրինակ՝ շարժունությունը, դիֆուզիայի գործակիցը և այլն, կարող են էապես տարբերվել ծավալային նյութերին բնորոշ

համապատասխան մեծություններից: Ինչ վերաբերվում է տեղափոխման երևույթներին ուժեղ էլեկտրական դաշտերում, ապա այստեղ տարբերությունները կարող են էլ ավելի զգալի լինել:

Նախ ուժեղ դաշտերը, “տաքացնելով” էլեկտրոնային գազը, առաջ են բերում անցումներ ինչպես քվանտաչափային ենթագոտիների միջև (էներգիական անցումներ), այնպես էլ հետերոկառուցվածքի տիրույթների միջև (տարածական անցումներ): Ծավալային նմուշներում «տաք» էլեկտրոնների նման անցումները բացակայում են:

Ուժեղ դաշտերը կարող են նաև ձևափոխել քվանտային հետերոկառուցվածքները սահմանափակող պոտենցիալային ռելիեֆը, որի հետևանքով փոխվում են էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրը և քվանտային փոսից, լարից կամ կետից էլեկտրոնների փախուստի հավանականությունը:

Նկ. 6-2 -ում պատկերված կառուցվածքում, բացի էլեկտրոնների զուգահեռ տեղափոխությունից, հնարավոր է նաև նրանց տեղափոխությունը շերտերին ուղղահայաց ուղղությամբ: Այդպիսի տեղափոխությունը կարող է իրագործվել երկու եղանակով՝ քվանտամեխանիկական թունելային անցմամբ կամ դասական ջերմաառաքման միջոցով (Նկ. 6-3,բ): Գլուխ 7-ում մենք մանրամասն կուսումնասիրենք էլեկտրոնների թունելային տեղափոխությունը և կտեսնենք, որ նման տեղափոխման ռեժիմ կարող է հանդիպել բազմաթիվ մանոկառուցվածքներում, և որն արդեն գտնել է շատ հետաքրքիր գործնական կիրառություններ (ռեզոնանսային թունելավորմամբ դիողներ, կասկադային լազերներ և այլն): Դասական ուղղահայաց տեղափոխությունը պայմանավորված է փոսերում էլեկտրոնների “տաքացմամբ”, նրանց անցումներով դեպի վերին էներգիական ենթագոտիներ և, այնուհետև, փոսերը բաժանող արգելքների գագաթների վրայով նրանց ջերմաառաքումով: Հասկանալի է, որ նման ուղղահայաց դասական կամ քվանտային տեղափոխությունները կարող են իրագործվել նաև քվանտային լարերով կամ կետերով մանոկառուցվածքներում:

Այս պարագրաֆում մեր հիմնական նպատակն է մանրամասն ուսումնասիրել արտաքին թույլ էլեկտրական դաշտերի ազդեցության հետևանքով էլեկտրոնների դասական զուգահեռ տեղափոխությունը Նկ. 6-3 -ում պատկերված քվանտային փոսերով բազմաշերտ կառուցվածքներում: Թույլ դաշտերում սովորաբար ասվում է, որ տեղափոխությունը գծային է, ինչը նշանակում է, որ կառուցվածքի վոլտ-ամպերային բնութագիծը ուղիղ գիծ է, այսինքն՝ տեղի ունի Օհմի օրենքը: Թույլ էլեկտրական դաշտում էլեկտրոնային գազը ենթարկվում է միայն թեթևակի խոտորման՝ այն մնում է հավասարակշիռ վիճակին շատ մոտ: Հաճախ ասում են, որ այն գտնվում է քվազի-հավասարակշիռ վիճակում, ինչը նշանակում է, որ էլեկտրոնների միջին էներգիան զգալիորեն չի տարբերվում նրանց հավասարակշռական ջերմային էներգիայից:

Հիշեցնենք, որ մենք ուսումնասիրում ենք շերտերի երկայնքով էլեկտրոնների դասական տեղափոխությունը: Ըստ § 6.1-ում կատարված դասակարգման, ենթադրվում է, որ տեղափոխման ուղղությամբ համակարգի չափերը շատ անգամ գերազանցում են էլեկտրոնների դը Բրոյլի ալիքի երկարությունը և նրանց կոհերենտության երկարությունը: Քանի որ, սովորաբար, երկու հաջորդական բախումների միջև

ընկած ժամանակահատվածը շատ ավելի մեծ է, քան բախման պրոցեսի սեփական տևողությունը, ապա էլեկտրոնների շարժումն արտաքին, դանդաղ փոփոխվող դաշտերի ազդեցության տակ կարելի է պատկերացնել որպես դասական շարժում՝ ակնթարթային ցրման ակտերի միջև:

Կիսահաղորդիչների ընդհանուր տեսությունից հայտնի է, որ էլեկտրոնների դասական տեղափոխման երևույթները կարելի է բավականին ճշգրիտ ձևով նկարագրել Բոլցմանի կինետիկական հավասարման օգնությամբ, որի լուծումն էլեկտրոնների $F(\vec{k}, \vec{r}, t)$ բաշխման ֆունկցիան է: Վերջինիս ֆիզիկական իմաստը կայանում է նրանում, որ $F(\vec{k}, \vec{r}, t) d\vec{r} d\vec{k}$ մեծությունը հավանականությունն է այն բանի, որ տվյալ t պահին էլեկտրոնի քվազիալիքային վեկտորն ընկած է $(\vec{k}, \vec{k} + d\vec{k})$ տիրույթում, իսկ նրա շառավիղ-վեկտորը՝ $(\vec{r}, \vec{r} + d\vec{r})$ տիրույթում: Հավասարակշռության վիճակում բաշխման $F(\vec{k}, \vec{r}, t)$ ֆունկցիան համընկնում է Ֆերմի-Դիրակի բաշխման ֆունկցիայի հետ՝ $F(\vec{k}, \vec{r}, t) = F_0(\vec{k}) = \left(1 + \exp\{[E(\vec{k}) - E_F]/k_B T\}\right)^{-1}$ ($E(\vec{k})$ -ն էլեկտրոնի էներգիան է, E_F -ը՝ Ֆերմիի մակարդակը), որը $\vec{k}$ -ի զույգ ֆունկցիա է: Սա նշանակում է, որ համակարգում կան հավասար քանակով $\vec{k}$ և $-\vec{k}$ քվազիալիքային վեկտորներով էլեկտրոններ ($F_0(\vec{k}) = F_0(E(\vec{k}))$ -ն $\vec{k}$ -ից զույգ ֆունկցիա է), ուստի էլեկտրոնների գումարային հոսանքը հավասար է զրոյի: Սակայն արտաքին էլեկտրական դաշտի (կամ ուրիշ գործոնների) ազդեցության հետևանքով բաշխման ֆունկցիան ձևափոխվում է՝ այն դառնում է $\vec{k} = 0$ կետի նկատմամբ ոչ համաչափ, և կիսահաղորդչում ի հայտ են գալիս ուղղորդված մակրոսկոպական հոսքեր, այդ թվում՝ և էլեկտրական հոսանք: Հայտնի է, որ Բոլցմանի կինետիկական հավասարումն այն փաստի մաթեմատիկական գրառումն է, ըստ որի բաշխման ֆունկցիայի՝ արտաքին գործոններով պայմանավորված փոփոխությունները, ի վերջո, համակշռվում են ցրման պրոցեսներով: Եթե $W(\vec{k}', \vec{k})$ -ով նշանակենք ցրումների հետևանքով միավոր ժամանակում $\vec{k}'$ քվազիալիքային վեկտորով սկզբնական վիճակից $\vec{k}$ -ով վերջնական վիճակ անցման հավանականությունը և հաշվի առնենք, որ, ըստ մանրակրկիտ հավասարակշռության սկզբունքի, $W(\vec{k}, \vec{k}') = W(\vec{k}', \vec{k})$, ապա տարածականորեն համասեռ էլեկտրոնային գազի ստացիոնար բաշխման ֆունկցիան կախված է միայն $\vec{k}$ -ից, և նրա որոշման համար Բոլցմանի կինետիկական հավասարումն ունի

$$-\frac{e}{\hbar} \vec{F} \vec{\nabla}_{\vec{k}} F(\vec{k}) = \sum_{\vec{k}'} W(\vec{k}', \vec{k}) [F(\vec{k}') - F(\vec{k})]: \quad (2.1)$$

տեսքը, որտեղ $\vec{F}$ -ն էլեկտրական դաշտի լարվածությունն է:

Այժմ փորձենք այս հավասարումն ընդհանրացնել ցածր չափայնությամբ էլեկտրոնների համար: Երբ էլեկտրոնները կատարում են զուգահեռ դասական տեղափոխություն քվանտային փոսի շերտի երկայնքով կամ քվանտային լարի առանցքի ուղղությամբ, ապա նրանք կարող են պատկանել քվանտաչափային տարբեր ենթագոտիների, և այդ պատճառով էլ անհրաժեշտ է նրանցից յուրաքանչյուրի համար մտցնել իր $F_n(\vec{k})$ բաշխման ֆունկցիան, որտեղ n քվանտային թիվը բնութագրում է երկչափ կամ միաչափ ենթագոտին, իսկ $\vec{k}$ -ն երկչափ կամ միաչափ քվազիալիքային վեկտոր է: Հասկանալի է, որ ընդհանուր դեպքում ցրման հավանականությունը կախված է նաև այն ենթագոտիների քվանտային թվերից՝ n և m , որոնց պատկանել են էլեկտրոնի սկզբնական (նախքան ցրումը) և վերջնական (ցրումից հետո) վիճակները: Հետևաբար, (6.8)-ի նմանությամբ կարող ենք $F_n(\vec{k})$ -երի համար գրել հետևյալ հավասարումների համակարգը՝

$$-\frac{e}{\hbar} \vec{F} \vec{\nabla}_{\vec{k}} F_n(\vec{k}) = \sum_{\vec{k}', m} [W(m, \vec{k}', n, \vec{k}) F_m(\vec{k}') - W(n, \vec{k}, m, \vec{k}') F_n(\vec{k})]: \quad (2.2)$$

Հավասարումների այս համակարգը լուծելիս, սովորաբար օգտագործվում են այն մոտավորությունները, որոնք կատարվում են ծավալային կիսահաղորդիչների դեպքում կամ օգտագործվում են թվային մեթոդներ:

Այժմ, հիմնվելով (2.2) հավասարումների համակարգի վրա, հաշվենք էլեկտրոնների շարժունությունը քվանտային համակարգերում զուգահեռ տեղափոխության դեպքում: Դիտարկվող թույլ էլեկտրական դաշտում, երբ էլեկտրոնային համակարգի շեղումը հավասարակշռության վիճակից մեծ չէ, ծավալային կիսահաղորդիչների դեպքի համանմանությամբ $F_n(\vec{k})$ -ն ներկայացնենք

$$F_n^0(\vec{k}) = F_n(\vec{k}) + \frac{e\hbar}{m^*} \vec{k} \vec{F} \frac{\delta F_n^0(\vec{k})}{\delta E_n} \tau_n [E_n(\vec{k})] \quad (2.3)$$

տեսքով, որտեղ $F_n^0(\vec{k})$ -ն n -րդ գոտում էլեկտրոնների Ֆերմի-Դիրակի բաշխման ֆունկցիան է: τ_n ֆունկցիան կախված է տվյալ ենթագոտում էլեկտրոնի $E_n(\vec{k}) \equiv \varepsilon_n + \hbar^2 \vec{k}^2 / 2m^*$ էներգիայից և ուղղակիորեն կախված չէ էլեկտրական դաշտի լարվածությունից: Այն կարող է մեկնաբանվել որպես n -րդ ենթագոտու էլեկտրոնների ցրման բնութագրական ժամանակ (ռելաքսացիայի ժամանակ), որն իր մեջ ներ է առնում ինչպես ներենթագոտիական, այնպես էլ միջենթագոտիական ցրման պրոցեսները:

(2.2) հավասարման մեջ մտնում է տարբեր «արատների» կողմից էլեկտրոնների ցրման $W(m, \vec{k}', n, \vec{k})$ հավանականությունը: Գլ.5-ում մենք ուսումնասիրել ենք ցածր չափայնությամբ համակարգում էլեկտրոնների ցրումների տեսությունը և համոզվել, որ

քվանտային հետերոկառուցվածքներում ցրման պրոցեսներն ունեն մի շարք առանձնահատկություններ: Մասնավորապես, լիցքավորված խառնուրդների վրա ցրման դեպքում կարևոր դեր էր խաղում այն փաստը, որ շատ հաճախ քվանտային հետերոկառուցվածքներում օգտագործվում է մոդուլված լեզիրման մեթոդը, երբ էլեկտրոնները և նրանց "ծնող" խառնուրդային իոնները տարածականորեն իրարից բաժանված են: Այդպիսի մանոկառուցվածքներում, սովորաբար, խառնուրդների բաշխումը խիստ անհամասեռ է, և էլեկտրոնների ցրումը թույլ է, քանի որ այն իրականացվում է "հեռացված" խառնուրդների կողմից: Մյուս կարևոր տարբերությունը կապված է ցածր չափանությամբ էլեկտրոնների կողմից խառնուրդային իոնների կուլոնյան պոտենցիալի էկրանավորման առանձնահատկությունների հետ:

Էլեկտրոնների՝ ցանցի ջերմային տատանումների վրա ցրումն ուսումնասիրելիս շատ կարևոր է քվանտաչափային հետերոկառուցվածքներում ֆոնոնային սպեկտրի ձևափոխման, ինչպես նաև նոր տիպի (օրինակ՝ տեղայնացված) ֆոնոնների գոյության հնարավորության հաշվառումը (տես Գլ. 5):

Եվ, վերջապես, էլեկտրոնների ցրման պրոցեսում կարող են զգալի դեր խաղալ հետերոշերտերի բաժանման սահմանների խորդուբորդությունները, միջսահմանային վիճակները, ինչպես նաև օգտագործվող պինդ լուծույթների բաղադրության ֆլուկուացիաները:

Հայտնի է, որ ցրման հավանականությունը կարելի է հաշվել խոտորումների տեսության օգնությամբ ստացված՝

$$W(m, \vec{k}', n, \vec{k}) = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle m, \vec{k}' | H_d | n, \vec{k} \rangle \right|^2 \delta[E_m(\vec{k}) - E_n(\vec{k})] \quad (2.4)$$

բանաձևով, որտեղ H_d -ն էլեկտրոնի և արատի փոխազդեցության համիլտոնիանն է, իսկ $\langle m, \vec{k}' | H_d | n, \vec{k} \rangle$ -ը՝ ցրման մատրիցական տարրը (տես Գլ.5): Նկատենք նաև, որ այս դեպքում նույնպես համաձայն մանրակրկիտ հավասարակշռության սկզբունքի՝ $W(m, \vec{k}', n, \vec{k}) = W(n, \vec{k}, m, \vec{k}')$: Առաջին մոտավորությամբ (2.2) հավասարման ձախմասում կարելի է տեղադրել $F_n(\vec{k}) = F_n^0(\vec{k})$: Նկատի ունենալով, որ

$$\nabla_k F_n^0(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 \vec{k}}{m^*} \frac{\partial F_n^0(\vec{k})}{\partial E_n}, \quad (2.5)$$

(2.2) ÷ (2.5) հավասարումների օգնությամբ անհայտ $\tau_n[E_n(\vec{k})]$ ֆունկցիաների համար կստանանք հետևյալ հավասարումների համակարգը՝

$$-\hbar(\vec{k}\vec{F})\frac{\partial F_n^0(\vec{k})}{\partial E_n} = 2\pi \sum_{m,\vec{k}'} \left| \langle m, \vec{k}' | H_d | n, \vec{k} \rangle \right|^2 \cdot$$

$$\cdot \left[\vec{k}'\vec{F} \frac{\partial F_m^0}{\partial E_m} \tau_m(E_m) - \vec{k}\vec{F} \frac{\partial F_n^0}{\partial E_n} \tau_n(E_n) \right] \times E_m(\vec{k}') - E_n(\vec{k}) : \quad (2.6)$$

Հարկ է նշել, որ ընդհանուր դեպքում էլեկտրոնի ցրումը $n \rightarrow m$ ենթագոտիների միջև կարող է իրագործվել նաև միջանկյալ ենթագոտիների միջոցով, սակայն այդպիսի անցումները (2.6) -ում հաշվի չեն առնված: Վերջիններիս հաշվառումը որևէ սկզբունքային դժվարություն չի ներկայացնում:

Կիրառենք այս հավասարումը թույլ էլեկտրական դաշտում երկչափ էլեկտրոնների շարժունության հաշվարկի համար, ենթադրելով, որ դաշտն ուղղված է քվանտային փոսի հարթությանը զուգահեռ, օրինակ՝ x առանցքով: Բազմապատկելով հավասարման աջ և ձախ մասերը երկչափ քվադրալիքային վեկտորի k_x բաղադրիչով և գումարելով ըստ $\vec{k}$ -ի բոլոր հնարավոր արժեքների, կունենանք՝

$$-\sum_{\vec{k}} k_x^2 \frac{\partial F_n^0(\vec{k})}{\partial E_n} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{m,\vec{k}'} \left| \langle m, \vec{k}' | H_d | n, \vec{k} \rangle \right|^2 (k_x k'_x - k_x^2 \delta_{mn}) \frac{\partial F_m^0}{\partial E_m} \tau_m(E_m) \times$$

$$\times \delta[E_m(\vec{k}') - E_n(\vec{k})] : \quad (2.7)$$

Ցածր ջերմաստիճանների տիրույթում, երբ Ֆերմիի բաշխումը շատ մոտ է կտրուկ աստիճանի, կարող ենք գրել, որ

$$\frac{\partial F_n^0(\vec{k})}{\partial E_n} \approx -\delta[E_F - E_n(\vec{k})] : \quad (2.8)$$

Այս դեպքում (2.7) հավասարման ձախ մասը կարելի է հեշտությամբ հաշվել, եթե նկատի ունենանք, որ $\vec{k}$ -ի k_x և k_y բաղադրիչները փոփոխվում են քվադրանդնդիատորեն և գումարից կարելի է անցնել ինտեգրալի՝

$$-\sum_{\vec{k}} k_x^2 \frac{\partial F_n^0(\vec{k})}{\partial E_n} = \sum_{\vec{k}} k_x^2 \delta(E_F - \epsilon_n - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m^*}) = \int \frac{2dk_x dk_y}{(2\pi/L)^2} k_x^2 \times$$

$$\times \delta(E_F - \epsilon_n - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m^*}) = \left(\frac{L}{2\pi} \right)^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty k dk \cdot k_x^2 \times \delta(E_F - \epsilon_n - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m^*}) =, \quad (2.9)$$

$$= \frac{m^* S}{2\pi \hbar^4} (E_F - \epsilon_n) \theta(E_F - \epsilon_n),$$

որտեղ $k_1 = k \cos \varphi$, իսկ $S = L^2$ -ին քվանտային փոսի հարթության մեջ նմուշի մակերեսն է: Ուստի (2.7) -ի փոխարեն կունենանք՝

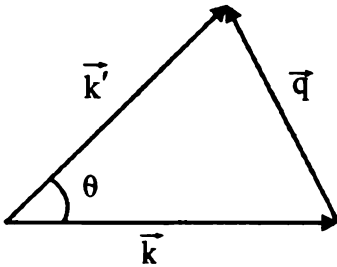
$$E_F - \varepsilon_n = \sum_m K_{mn}(E_F) \tau_m(E_F), \quad (2.10)$$

որտեղ՝

$$K_{mn}(E_F) = -\frac{2\pi^2 \hbar^3}{m^{*2} S} \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} \left| (m, \vec{k}' | H_d | n, \vec{k}) \right|^2 (k_x k'_x - k_x'^2 \delta_{mn}) \delta(E_F - \varepsilon_m - \frac{\hbar^2 \vec{k}'^2}{2m^*}) \times \\ \times \delta(E_F - \varepsilon_n - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m^*}): \quad (2.11)$$

Սկզբում դիտարկենք այսպես կոչված քվանտային սահմանի դեպքը, երբ էլեկտրոններով զբաղված է միայն առաջին ենթազոտին՝ $\varepsilon_1 < E_F < \varepsilon_2$: Այս դեպքում կարող են տեղի ունենալ ներենթազոտիական ցրումներ միայն առաջին ենթազոտում, և (2.10)-ի մեջ պետք է վերցնել $n = m = 1$: Արդյունքում առաջին ենթազոտում էլեկտրոնների ռելաքսացիայի ժամանակի համար կստանանք՝

$$\tau_1 = \frac{E_F - \varepsilon_1}{K_{11}}, \quad \varepsilon_1 < E_F < \varepsilon_2: \quad (2.12)$$



Նկ. 6-4 Առաձգական ցրման պրոցեսում ($\vec{k} = k$) քվազիալիքայի վեկտորի փոփոխությունը (θ -ն ցրման անկյունն է):

Հաշվենք այժմ K_{11} -ի արժեքը: Առանց ընդահուրությունը խախտելու կարող ենք համարել, որ հիմա k -ն ուղղված է x -առանցքով:

Ենթադրենք առաձգական ցրման արդյունքում էլեկտրոնը $\hbar \vec{q}$ իմպուլս է հաղորդում ցրող կենտրոնին, այսինքն՝ $\vec{q} = \vec{k}' - \vec{k}$ (Նկ.6-4): Գծագրից հետևում է, որ $k_x k'_x - k_x'^2 = k^2 (\cos \theta - 1)$:

Հետևաբար՝ K_{11} -ի համար ունենք՝

$$K_{11} = \frac{2\pi^2 \hbar^3}{m^{*2} S} \frac{S}{(2\pi)^2} \int 2\pi k dk \frac{S}{(2\pi)^2} \int k' dk' d\theta \left| (1, \vec{k}' | H_d | 1, \vec{k}) \right|^2 \cdot \\ \cdot k^2 (1 - \cos \theta) \delta(E_F - \varepsilon_1 - \frac{\hbar^2 \vec{k}'^2}{2m^*}) \times \delta(E_F - \varepsilon_1 - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m^*}): \quad (2.13)$$

Որոշ ձևափոխություններից հետո այս արտահայտությունը կարելի է բերել հետևյալ պարզ տեսքի՝

$$K_{11} = \frac{m^* S}{2\pi \hbar^3} (E_F - \varepsilon_1) \int_0^{2\pi} d\theta (1 - \cos \theta) \left| (1, \vec{k}' | H_d | 1, \vec{k} + \vec{q}) \right|^2 \Big|_{q=2k_F \left| \sin \frac{\theta}{2} \right|}, \quad (2.14)$$

որտեղ Φ երմիի քվազիալիքային k_F թիվը որոշվում է $\hbar^2 k_F^2 / 2m^* = E_F - \varepsilon_1$ պայմանից:

Ռելաքսացիայի ժամանակի համար, ըստ (2.12) -ի, կարող ենք վերջնականապես գրել՝

$$\frac{1}{\tau_1(E_F)} = \frac{m^* S}{2\pi \hbar^3} \int_0^{2\pi} d\theta (1 - \cos\theta) \left| \langle 1, \vec{k} | H_d | 1, \vec{k} + \vec{q} \rangle \right|_{q=2k_F}^2 \Big|_{\sin \frac{\theta}{2}} : \quad (2.15)$$

Հիշեցնենք, որ խառնուրդային իոնների կամ բաժանման սահմանի խորդուբորդությունների վրա առածգական ցրումների համար $\left| \langle 1, \vec{k}' | H_d | 1, \vec{k} + \vec{q} \rangle \right|$ մատրիցական տարրերը նախորդ գլխում արդեն գնահատվել են: Այդ արդյունքների հետ մեկտեղ (2.15) հավասարումը ցույց է տալիս, որ ցածր ջերմաստիճանների տիրույթում ռելաքսացիայի ժամանակի հակադարձ մեծության մեջ հիմնական ներդրում տալիս են այն առածգական բախումները, որոնք տեղի ունեն ֆերմիի շրջանագծի վրա: Այդպիսի բախումների արդյունքում էլեկտրոնը միշտ մնում է առաջին ենթազոտում, իսկ ռելաքսացիայի ժամանակը տրվում է (2.12) կամ (2.15) բանաձևերով: Սակայն, երբ քվանտային փոսում էլեկտրոնների կոնցենտրացիայի մեծացմանը զուգընթաց, ֆերմիի մակարդակը սկսում է մոտենալ երկրորդ ենթազոտու հատակին և այն սկսվում է լցվել էլեկտրոններով, τ_1 ռելաքսացիայի ժամանակը կտրուկ փոխվում է: Դա պայմանավորված է այն հանգամանքով, որ, բացի ներգոտիական ցրումներից, հնարավոր են դառնում նաև միջենթազոտիական ցրումները, որոնց պատճառով առաջին ենթազոտում գտնվող էլեկտրոնը ցրման արդյունքում հայտնվում է երկրորդ ենթազոտում: Երբ $\varepsilon_2 \leq E_F \leq \varepsilon_3$, (2.10) տիպի հավասարում պետք է գրվի $n = 1$ և $n = 2$ ենթազոտիների համար՝

$$\begin{cases} E_F - \varepsilon_1 = K_{11} \tau_1 + K_{12} \tau_2(E_F) \\ E_F - \varepsilon_1 = K_{21} \tau_1 + K_{22} \tau_2(E_F) \end{cases} \quad (2.16)$$

Այն դեպքում, երբ $E_F = E_2 + \eta$ ($\eta \rightarrow 0$), կունենանք՝

$$\tau_1(E_F) \approx \frac{E_F - E_1}{K_{11} - \frac{K_{21} K_{12}}{K_{22}}} : \quad (2.17)$$

Թեև այս պայմաններում երկրորդ ենթազոտին դեռևս չի մասնակցում հաղորդականությանը ($E_F \rightarrow E_2$ -ի դեպքում $n_2 \rightarrow 0$), ռելաքսացիայի τ_1 ժամանակը փոփոխվում է, քանի որ $K_{12} \neq 0$ և, իր հերթին, փոփոխվել է նաև K_{11} -ը:

Ուսումնասիրենք ավելի մանրամասն K_{12} և K_{11} մեծությունները: (2.11) հավասարումից ունենք՝

$$K_{12} = -\frac{2\pi^2 \hbar^3}{m^{*2} S} \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} k_x k'_x \delta(E_F - \varepsilon_2 - \frac{\hbar^2 \vec{k}'^2}{2m^*}) \cdot \delta(E_F - \varepsilon_1 - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m^*}) \left| \langle 1, \vec{k} | H_d | 2, \vec{k}' \rangle \right|^2 : \quad (2.18)$$

Քանի որ $E_F \rightarrow \varepsilon_2$, ապա $k' \approx 0$: Հետևաբար՝ $K_{12} \approx 0$, որովհետև այն համեմատական է k'_x -ին (նկատի պետք է ունենալ, որ ցրման մատրիցական տարրը վերջավոր է): Ինչ վերաբերվում է K_{11} -ին, ապա այն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$K_{11}(E_F = \varepsilon_2 + \eta) = K_{11}(E_F = \varepsilon_2 - \eta) + \frac{2\pi^2 \hbar^3}{m^* S} \sum_{\vec{k}} \frac{k^2}{m^*} \delta(E_F - \varepsilon_1 - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m^*}) \times \times \sum_{\vec{k}'} \delta(E_F - \varepsilon_2 - \frac{\hbar^2 \vec{k}'^2}{2m^*}) \left| \langle 1, \vec{k} | \bar{H}_d | 2, \vec{k}' \rangle \right|^2 : \quad (2.19)$$

Այստեղից երևում է, որ, ի տարբերություն K_{12} -ի, K_{11} -ի մեջ k'_x -ը չի մտնում որպես բազմապատկիչ և ըստ նրա գումարը չի ձգտում զրոյի, երբ $k' \rightarrow 0$: Եթե, օրինակ, ցրման մատրիցական տարրի քառակուսին կախված չէ $\vec{q}$ -ից, ապա ըստ $\vec{k}'$ -ի գումարն ուղղակի կտա երկրորդ ենթագոտում երկչափ վիճակների խտությունը: Ուրեմն, երբ էլեկտրոնի ցրման համար բացվում է մի նոր հնարավորություն (միջենթագոտիական անցումներ $(1, \vec{k}) \rightarrow (2, \vec{k}' \approx 0)$), ապա առաջին ենթագոտում նրա ռելաքսացիայի τ_1 ժամանակը կտրուկ նվազում է (նկատենք, որ ըստ (2.19) -ի, $\delta K_{11} > 0$): Եվ քանի որ քվազիերկչափ էլեկտրոնների վիճակների խտությունը հաստատուն է, ապա լրացուցիչ ցրման ճանապարհը ռելաքսացիայի ժամանակի մեջ տալիս է վերջավոր ներդրում նույնիսկ այն դեպքում, երբ $E_F = E_2(\vec{k}' \approx 0) \approx \varepsilon_2$: Քվազիերկչափ էլեկտրոնների վերը նկարագրված ներենթագոտիական և միջենթագոտիական ցրումները սխեմորեն պատկերված են նկ.6-5-ում:

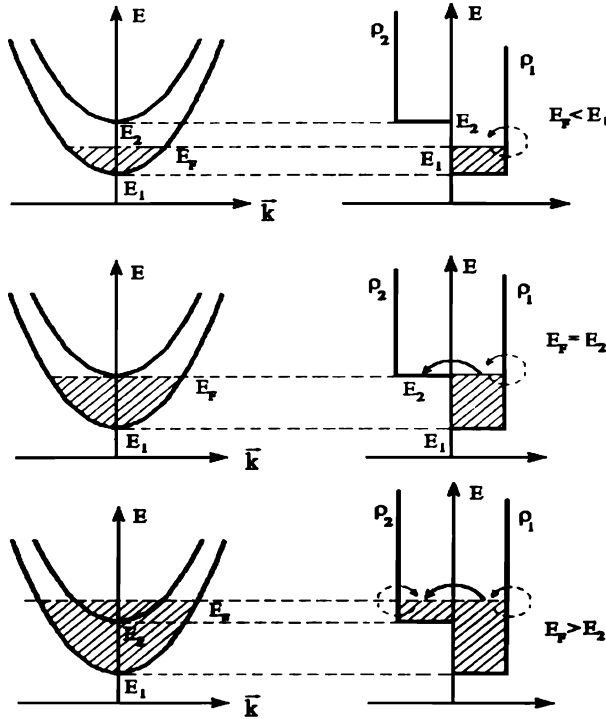
Քվազիերկչափ էլեկտրոնների զուգահեռ տեղափոխությունն էլեկտրական դաշտի ազդեցության տակ նշանակում է էլեկտրական հոսանքի առաջացում, որի խտությունը կարելի է հեշտությամբ հաշվել բաշխման ֆունկցիայի օգնությամբ՝

$$\vec{j} = -\frac{e}{S} \sum_{n, \vec{k}} \frac{\hbar \vec{k}}{m^*} F_n[E_n(\vec{k})] : \quad (2.20)$$

Հաշվի առնելով այն փաստը, որ բաշխման ֆունկցիայի համաչափ մասը F_n^0 -ն, $\vec{j}$ -ի մեջ ներդրում չի տալիս, ըստ (2.3) -ի և (2.8) -ի, $T = 0$ K -ի դեպքում կունենանք՝

$$\vec{j} = -\frac{e^2}{S} \frac{\hbar^2}{m^{*2}} \sum_{n, \vec{k}} \vec{k} (\vec{k} \vec{F}) \tau_n(E_F) \delta[E_F - E_n(\vec{k})] : \quad (2.21)$$

Ըստ $\vec{k}$ -ի գումարը հաշվելու համար անցնենք ինտեգրման՝ ընտրելով $\vec{F}$ -ը, նորից, ուղղված x առանցքով: (x, y) հարթության մեջ անցնելով բևեռային (k, φ)



Նկ. 6-5. $T = 0$ K -ում քվազիերկչափ էլեկտրոնների ցրման պրոցեսի սխեմային ներկայացումը. ա) $E_F < \varepsilon_2$, բ) $E_F = \varepsilon_2$, գ) $E_F > \varepsilon_2$: Երբ $E_F = \varepsilon_2$, ռելաքսացիայի τ_1 ժամանակը և էլեկտրոնների շարժունությունը կտրուկ նվազում են, քանի որ $E_F = \varepsilon_2$ էներգիայով վիճակների խտությունը՝ $\rho_2(E_F) = m^*/\pi \hbar^2 = \text{const}$:

Կոորդինատների, կունենանք՝

$$\vec{j} = -\frac{e^2}{S} \frac{\hbar^2}{m^{*2}} \sum_n \frac{S}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty 2k dk (\hat{x} \cos \varphi + \hat{y} \sin \varphi) \cdot \quad (2.22)$$

$$\cdot k F \tau_n(E_F) \cos \varphi \cdot \delta(E_F - \varepsilon_n - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m^*}),$$

որտեղ $\hat{x}$ և $\hat{y}$ -ը միավոր վեկտորներ են, համապատասխանաբար, x և y առանցքներով: Կատարելով վերջնական ինտեգրումները, կստանանք՝

$$\vec{j} = \sum_n \frac{n_n e^2 \tau(E_F)}{m^*} \vec{F}, \quad (2.23)$$

որտեղ n_n -ով նշանակված են առանձին ենթագոտիներին պատկանող երկչափ էլեկտրոնների կոնցենտրացիաները՝

$$n_n = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} (E_F - \varepsilon_n): \quad (2.24)$$

Այսպիսով, թույլ էլեկտրական դաշտերում, ինչպես և սպասվում էր, տեղի ունի Օհմի օրենքը՝

$$\vec{j} = \sum_n \sigma_n \cdot \vec{F} = \sigma \cdot \vec{F}, \quad (2.25)$$

որտեղ σ -ն լրիվ հաղորդականությունն է՝ $\sigma = \sum_n \sigma_n$, իսկ

$$\sigma_n = \frac{n_n e^2 \tau(E_F)}{m^*} \quad (2.26)$$

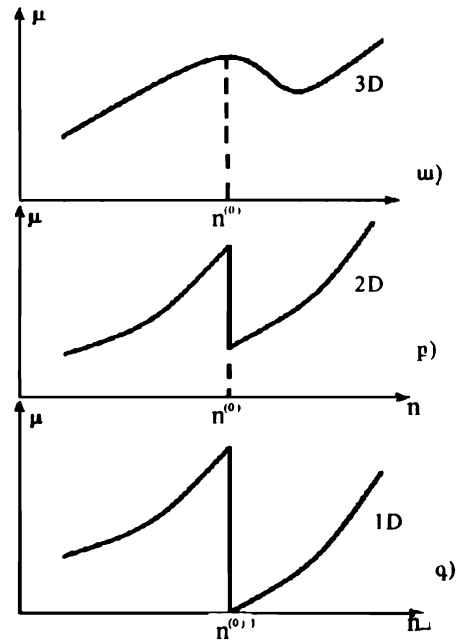
գումարելին միայն n -րդ ենթագոտու էլեկտրոններով պայմանավորված հաղորդականությունն է: Այն սովորաբար ներկայացվում է հետևյալ տեսքով՝

$$\sigma_n = e n_n \mu_n, \quad (2.27)$$

որտեղ

$$\mu_n = \frac{e \tau_n(E_F)}{m^*} \quad (2.28)$$

արտահայտությունը n -րդ ենթագոտու էլեկտրոնների շարժունությունն է: Մասնավորապես, առաջին ենթագոտու էլեկտրոնների համար պետք է (2.28)-ում տեղադրել $\tau_1(E_F)$ -ը, որը տրվում է (2.12) կամ (2.17) բանաձևերով: Վերը բերված բանաձևերը նշանակում են, որ էլեկտրոններով բնակեցված երկչափ ենթագոտիները լրիվ հաղորդականության մեջ իրենց ունեցած ներդրումներով կարող են դիտարկվել որպես հոսանքի ան-



Նկ. 6-6. *էլեկտրոնների շարժունության կախումը նրանց կոնցենտրացիայից. ա) եռաչափ, բ) քվադրերկչափ և գ) քվադրմիաչափ դեպքերում: Շարժունության շեղումները տեղի են ունենում, երբ սկսվում է բարձր էներգիական ենթագոտու (եռաչափ դեպքում՝ նոր միմիմումի) բնակեցումն էլեկտրոններով:*

կախ հաղորդական ուղեւորներ, որոնցից յուրաքանչյուրը բնութագրվում է իր շարժունությամբ:

Եթե այժմ վերհիշենք նաև, որ ռելաքսացիայի τ_1 ժամանակը կարող է կրել շենային թռիչքներ՝ պայմանավորված ցրման նոր միջենթագոտիական ուղեւորների բացմամբ, ապա կարող ենք պնդել, որ կախված էլեկտրոնների կոնցենտրացիայից, նման թռիչքներ պետք է ցուցաբերի և շարժունությունը (նկ. 6-6): Ցրման յուրաքանչյուր նոր ցրման ուղեւորի ի հայտ գալուն հետ մեկտեղ էլեկտրոնների շարժունությունը պետք է կտրուկ անկում ապրի:

Նկ.6-6,ա)-ում համեմատության համար բերված է նաև եռաչափ էլեկտրոնների շարժունության նմանատիպ նվազումը, որը տեղի է ունենում, երբ Ֆերմիի մակարդակը համընկնում է էլեկտրոնային սպեկտրի որևէ լրացուցիչ մինիմումի (օրինակ՝ $GaAs$ -ի հաղորդական գոտու X -մինիմումի) հետ:

Քվազիմիաչափ էլեկտրոնների դեպքում նույնպես պետք է դիտվի շարժունության կտրուկ անկում (նկ.6-6, գ), որը սակայն պետք է լինի ավելի մեծ, քան եռաչափ կամ երկչափ դեպքերում: Դա կապված է այն փաստի հետ, որ այս դեպքում յուրաքանչյուր ենթագոտու հատակի մոտ վիճակների միաչափ խտությունը տարամիտում է, և կարելի է սպասել, որ շարժունությունը պետք է անկում կատարի մինչև զրո: Սակայն այսպիսի եզրակացությունների դեպքերում ցրման նկարագրման համար մեր կողմից օգտագործվող Բոռնի մոտավորությունը (ցրումներն այլևս թույլ խտորումներ չեն), ինչպես նաև ռելաքսացիայի ժամանակի մոտավորությունն այլևս կիրառելի չեն, և անհրաժեշտ են ավելի ճշգրիտ մոտեցումներ:

Վերջում անհրաժեշտ է նշել, որ շարժունության վերը նկարագրված անկումները բազմիցս դիտվել են նաև փորձնականորեն:

§6.3 Քվազիերկչափ և քվազիմիաչափ էլեկտրոնների զուգահեռ տեղափոխման երևույթներն ուժեղ էլեկտրական դաշտերում

Հետերոկառուցվածքների վրա հիմնված բազմաթիվ սարքեր աշխատում են ուժեղ էլեկտրական դաշտերի ռեժիմում, քանի որ այդ դեպքում հնարավոր է ապահովել լիցքակիրների տեղափոխման մեծ արագություններ և ստանալ բարձր հաճախային լավագույն պարամետրեր: Արագանալով ուժեղ էլեկտրական դաշտերում՝ էլեկտրոնների միջին էներգիան և քվազիմիաչափ դառնում են էապես տարբեր իրենց հավասարակշռական արժեքներից, և էլեկտրոնային գազը հայտնվում է խիստ անհավասարակշիռ վիճակում: Այդպիսի էլեկտրոնները, որոնք սովորաբար կոչվում են “տաք”, ոչ միայն շարժվում են շատ արագ, այլև ձեռք են բերում մի շարք նոր տարբեր գործնական կիրառությունների համար պիտանի հատկություններ:

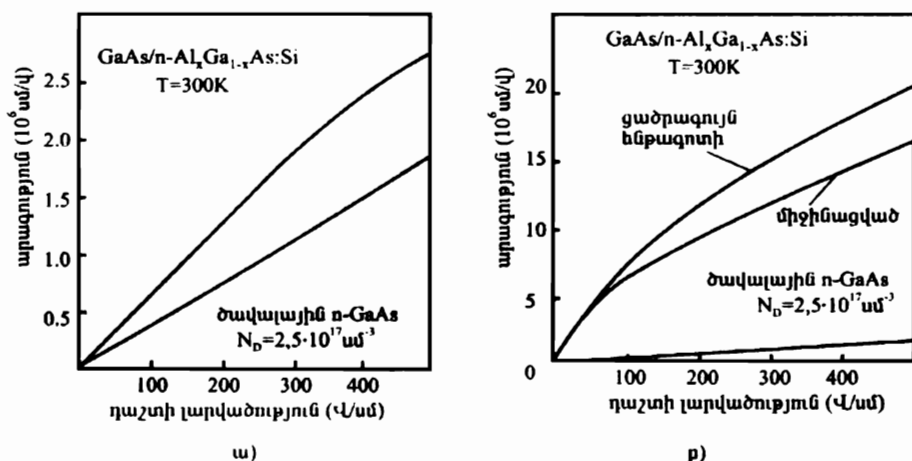
Ի տարբերություն ծավալային նմուշների, քվանտաչափային կառուցվածքներում էլեկտրոնների տաքացման պրոցեսն ունի մի շարք յուրահատկություններ՝ պայմանավորված հետևյալ գործոններով.

1. Ցրման նոր մեխանիզմների “միացում”:
2. Էլեկտրոնային և ֆոնոնային սպեկտրների չափային քվանտացման հետևանքով ցրումների հավանականությունների (արագությունների) փոփոխություն:
3. Միջենթագոտիական անցումների հաշվառում:
4. Քվանտային փոսերից “տաք” էլեկտրոնների արտանետում:

Մեր նպատակն է ուսումնասիրել քվազիերկչափ և քվազիմիաչափ էլեկտրոնների ոչ գծային տեղափոխությունը: Ոչ գծայնությունն այստեղ օգտագործվում է այն իմաստով, որ ուժեղ էլեկտրական դաշտի ազդեցության տակ, ծավալային կիսահաղորդիչների նմանությամբ, քվանտային հետերոկառուցվածքներում էլ տեղի է ունենում էլեկտրոնների տաքացում, որի հետևանքով փոփոխվում է նրանց շարժունությունը, և էլեկտրոնների դրեյֆային արագության կախվածությունն էլեկտրական դաշտի լարվածությունից դառնում է ոչ գծային:

Դիտարկումը սկսենք մոդուլված լեզիրմամբ, միայնակ n -GaAlAs/GaAs հետերոանցման ուղեծրում քվազիերկչափ էլեկտրոնների տաքացման պրոցեսի ուսումնասիրումից:

Հայտնի է (տես Գլ.5), որ լիցքերի վերաբաշխման արդյունքում այդպիսի հետերոանցման բաժանման սահմանի մոտ առաջանում է պոտենցիալային փոս, որում էլեկտրոնների շարժումը բաժանման սահմանին ուղղահայաց ուղղությամբ քվանտանում է: Սահմանի հարթությանը զուգահեռ էլեկտրական դաշտի ազդեցու-



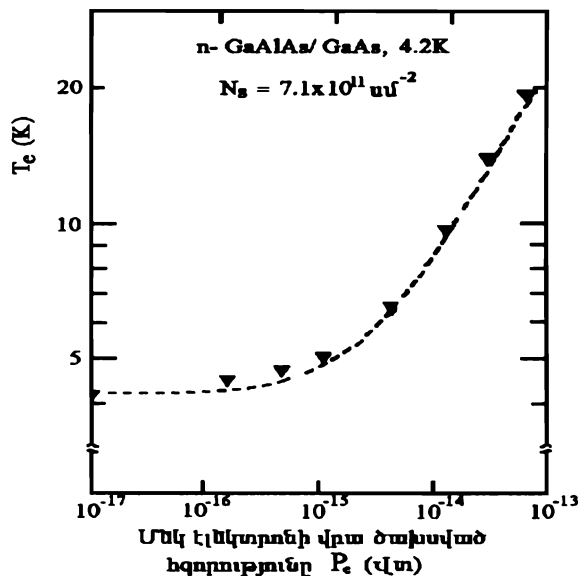
Նկ. 6-7. n -GaAlAs/GaAs մոդուլված լեզիրմամբ հետերոանցման մեջ էլեկտրոնների դրեյֆային արագության կախումն էլեկտրական դաշտի լարվածությունից՝ (ա) $T = 300\text{ K}$ և (բ) $T = 77\text{ K}$ ջերմաստիճաններում: Բերված են նաև ծավալային n -GaAs-ի համար կորերը:

թյան տակ տեղի է ունենում քվազիերկչափ էլեկտրոնների տեղափոխություն և տաքացում, ինչի հետևանքով նրանց դրեյֆային արագությունը կարող է դառնալ էլեկտրական դաշտի լարվածությունից ոչ գծային ֆունկցիա: Նկ. 6-7-ում բերված է նշված կառուցվածքներում էլեկտրոնների դրեյֆային արագության կախվածությունը դաշտի լարվածությունից՝ չափված սենյակային ($T = 300\text{ K}$) և հեղուկ ազոտի ($T = 77\text{ K}$) ջերմաստիճաններում: Համեմատության համար բերված են նույն կորերը GaAs -ի ծավալային նմուշների համար: Կարելի է նկատել հետևյալ օրինաչափությունները:

Նախ՝ երևում է, որ մոդուլված լեգիրմամբ կառուցվածքներում էլեկտրոնների դրեյֆային արագությունը զգալիորեն մեծ է, քան ծավալային նմուշներում: Ջերմաստիճանի ցածրացմանը զուգընթաց էլեկտրոնների արագությունը զգալիորեն մեծանում է: Նկարներից երևում է, որ քվազիերկչափ դեպքում արագության ոչ գծայնությունը սկսում է ի հայտ գալ ավելի թույլ էլեկտրական դաշտերում, քան ծավալային նմուշներում: Այսպես, $T = 300\text{ K}$ -ում դաշտի 100 V/սմ արժեքից սկսած ի հայտ է գալիս երկչափ էլեկտրոնների շարժունության կախվածությունը դաշտի լարվածությունից, այն դեպքում, երբ GaAs -ի ծավալային նմուշներում նման ոչ գծայնություններն ի հայտ են գալիս 10^3 V/սմ կարգի դաշտերում:

Նկ.6-7 բ) -ում էլեկտրոնային գազի լրիվ դրեյֆային արագությունից առանձնացված է հիմնական ենթագոտու էլեկտրոնների ներդրումը: Երևում է, որ սկսած 100 V/սմ դաշտերից քվազիերկչափ էլեկտրոններն արդեն այնքան են տաքանում, որ հնարավոր են դառնում միջենթագոտիական անցումները: Այդպիսի անցումների հետևանքով էլեկտրոնային գազի միջին արագությունը և, հետևաբար, շարժունությունը սովորաբար նվազում են, քանի որ բարձր էներգիական ենթագոտիներում գտնվող էլեկտրոնների ալիքային ֆունկցիաներն իրենց «պոչերով» ավելի խորն են թափանցում լեգիրված արգելքային GaAlAs -ի տիրույթ, ինչի հետևանքով էլ ուժեղանում են նրանց ցրումներն ուղեւարից տարանջատված, իոնացված խառնուրդների կողմից:

Չգայուն և նուրբ փորձերի օգնությամբ հնարավոր է նաև չափել տաք էլեկտրոնների միջին



Նկ. 6-8. Քվազիերկչափ էլեկտրոնների ջերմաստիճանի կախումը ծախսված տեսակարար հզորությունից:

էներգիան (կամ էլեկտրոնային ջերմաստիճանը): Նկ.6-8 -ում բերված է $GaAs/AlGaAs$ հետերոկառուցվածքի երկչափ ուղեւորում էլեկտրոնների ջերմաստիճանը (T_e), որպես մեկ էլեկտրոնի վրա ծախսված հզորության (P_e) ֆունկցիա, որպես մեկ էլեկտրոնի վրա ծախսված հզորության (P_e) ֆունկցիա, չափված հեղուկ հելիումի ջերմաստիճանում ($T = 4.2 K$): Փորձում էլեկտրոնների կոնցենտրացիան փոփոխվել է $(3+8) \cdot 10^{11} \text{ սմ}^{-2}$ տիրույթում, ինչը նշանակում է, որ էլեկտրոններով զբաղեցված է եղել միայն չափային քվանտացման առաջին (հիմնական) ենթազոտին, ինչի հետևանքով էլ էլեկտրոնների տաքացման աստճանը կախված չէ նրանց կոնցենտրացիայից:

Տաքացումն, իր հերթին, դառնում է նկատելի, երբ յուրաքանչյուր էլեկտրոնի վրա սկսվում է ծախսվել 10^{-15} Վտ -ի կարգի հզորություն: Էլեկտրոնների տաքացման այդպիսի ցածր շեմի պատճառն այն է, որ մոդուլված լեզիրմամբ կառուցվածքներում քվազիերկչափ էլեկտրոնները ցածր ջերմաստիճանների տիրույթում ունեն շատ մեծ ($>10^6 \text{ սմ}^2/\text{Վ}\cdot\text{վ}$) շարժունություններ: Նկարից երևում է, որ էլեկտրոնային գազը կարելի է տաքացնել ավելի քան $30 K$ -ով՝ միջինում ծախսելով ամեն մի էլեկտրոնի վրա $10^{-14} \div 10^{-13}$ Վտ հզորություն:

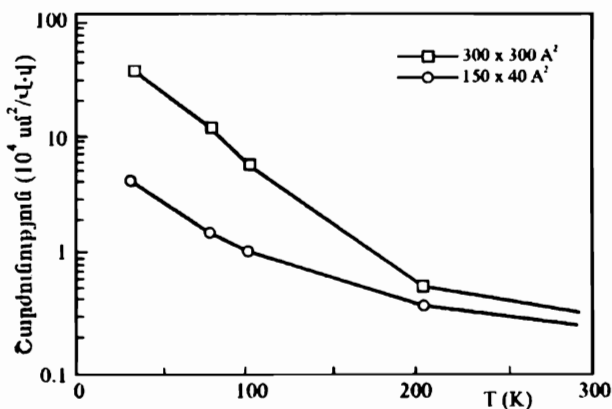
Էլեկտրական դաշտերի հետագա մեծացման ժամանակ էլեկտրոններն արդեն այնքան են տաքանում, որ հնարավոր են դառնում նրանց անցումները դեպի բարձր էներգիական ենթազոտներ, և նույնիսկ արտանետումը քվանտային փոսից դեպի շրջապատի արգելքային տիրույթներ: Վերջին երևույթը հայտնի է, որպես “տաք” էլեկտրոնների տեղափոխություն իրական տարածության մեջ և հետագայում այն կքննարկենք ավելի մանրամասն:

Այժմ անցնենք էլեկտրոնների ոչ գծային տեղափոխության ուսումնասիրմանը քվանտային լարերում: Գլ.5-ում մենք արդեն նշել ենք, որ քվանտային լարերում ընթացող էլեկտրոնների իմպուլսի և էներգիայի ռելաքսացիաների պրոցեսներում ցրումը ծայրային ֆոնոնների վրա շատ ավելի կակոր դեր է խաղում, քան ծավալային կիսահաղորդիչներում: Իրոք, “էլեկտրոն-ծայրային ֆոնոն” համակարգի իմպուլսի պահպանման օրենքը տեղի ունի միայն $2\pi\hbar/L$ ճշտությամբ, որտեղ $L^{-2} = L_y^{-2} + L_z^{-2}$, իսկ L_y -ը և L_z -ն ուղղանկյուն կտրվածքով քվանտային լարի լայնական չափերն են y և z առանցքներով (x առանցքն ուղղված է լարի առանցքով, որին զուգահեռ է ուղղված նաև արտաքին էլեկտրական դաշտը): Իմպուլսի այդ անորոշությանը համապատասխանում է ֆոնոնի $2\pi\hbar u/L$ էներգիա, որտեղ u -ն ծայրի արագությունն է: Օրինակ՝ $L_y = L_z = 100 \text{ \AA}$ չափերով քվանտային լարի դեպքում, վերցնելով $u = 5,2 \cdot 10^5 \text{ սմ/վ}$, կստանանք, որ այդ էներգիան հավասար է 3 մեՎ-ի: Վերջինս համապատասխանում է ազատ շարժման մեկ աստիճանով օժտված համակարգի միջին ջերմային էներգիային՝ $k_B T/2$ -ին $T = 70 K$ -ում: Այսինքն՝ քվան-

տային լարի պարամետրերի և ջերմաստիճանի փոփոխության լայն տիրույթներում քվադրմիաչափ էլեկտրոնները կարող են կլանել կամ արձակել այնպիսի ծայնային ֆոնոններ, որոնց էներգիան համեմատելի է էլեկտրոնի սեփական էներգիայի հետ: Ահա հենց այս պատճառով էլ քվանտային լարերում, ցածր և միջին ջերմաստիճանների տիրույթում, քվադրմիաչափ էլեկտրոնների տաքացման պրոցեսը և տեղափոխությունը ոչ շատ ուժեղ էլեկտրական դաշտում վերահսկվում են ծայնային ֆոնոնների հետ նրանց ոչ առաձգական բախումներով:

Պարզվում է, որ քվանտային լարերում ուժեղ էլեկտրական դաշտերի ազդեցության տակ էլեկտրոնների տեղափոխության նկարագրումը Բոլցմանի կինետիկական հավասարման օգնությամբ շատ բարդ է և հաճախ ավելի նպատակահարմար է օգտվել թվային մոդելավորման մեթոդներից, օրինակ՝ այսպես կոչված Մոնտե-Կառլոյի մեթոդից: Այդ մեթոդի էությունը կայանում է նրանում, որ էլեկտրոնների շարժումն իմպուլսային տարածության մեջ մոդելավորվում է պատահական թվերի օգնությամբ: Մասնիկի շարժումը ձևավորվում է էլեկտրական դաշտում նրա դրեյֆային շարժման և պատահական ցրումների վերադրմամբ, ընդ որում ցրումների հաճախությունը, ազատ վազքի ժամանակը և ցրումից հետո ի հայտ եկող վերջնական վիճակները նկարագրվում են պատահական թվերի հաջորդականությամբ: Միաժամանակ մոդելավորելով բազմաթիվ էլեկտրոնների շարժումը՝ կարելի է գտնել նրանց բաշխման ֆունկցիան, միջին էներգիան, դրեյֆային արագությունը, դիֆուզիայի գործակիցը և այլն: Բերենք այդպիսի հաշվումների արդյունքներն ուղղանկյուն կտրվածքով $GaAs$ -ի քվանտային լարի համար՝ շրջափակված $AlGaAs$ -ի մատրիցով: Չայնային և օպտիկական ֆոնոնների կողմից էլեկտրոնների ցրման հավանականու-

թյունը հաշվելիս օգտագործված են 91.5 -ում բերված արտահայտությունները (տես §5.8, §5.11): Հաշվումներում հաշվի չեն առնված ցրումները լիցքավորված խառնուրդների, լարի ընդլայնական կտրվածքի չափերի և պինդ լուծույթի բաղադրության հնարավոր ֆլուկտուացիաների վրա: Նկ. 6-9 -ում պատկերված է տարբեր ուղղանկյուն կտրվածքներով քվանտային լարերում էլեկտրոնների շարժունակության կախումը ջերմաստիճանից թույլ էլեկ-



Նկ. 6-9. Թույլ էլեկտրական դաշտերում էլեկտրոնների շարժունության կախումը ջերմաստիճանից տարբեր լայնական կտրվածքով քվանտային լարերում:

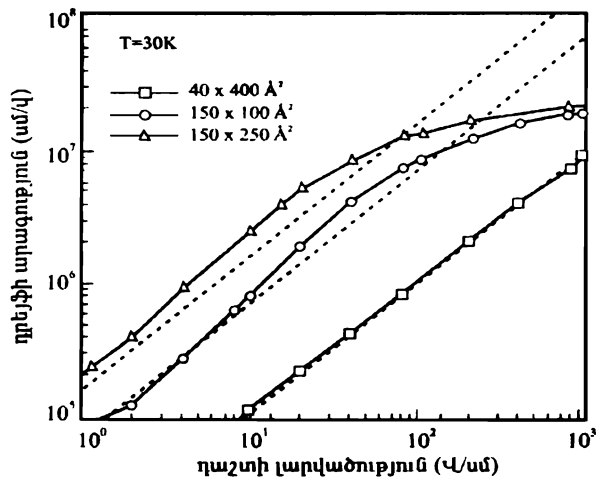
տրական դաշտերի տիրույթում: Օրինակ՝ $T = 30 K$ -ում $300 \text{ \AA} \times 300 \text{ \AA}$ կտրվածքով

լարում շարժունությունը հավասար է $3.5 \cdot 10^5 \text{ սմ}^2/\text{վ}$ -վ, այն դեպքում, երբ $150 \text{ \AA} \times 150 \text{ \AA}$ կտրվածքով լարում այն դառնում է հավասար $4 \cdot 10^4 \text{ սմ}^2/\text{վ}$ -վ:

Ջերմաստիճանի բարձրացմանը զուգընթաց աճում է ծայնային ֆոնոնների վրա էլեկտրոնների ցրման արագությունը: Մեծանում են ցրումները նաև միջսահմանային և սահմանափակված օպտիկական ֆոնոնների վրա, որոնք կարող են կլանվել էլեկտրոնների կողմից: Այդ պատճառով էլ, ինչպես երևում է նկ.6-8 -ից, ջեմաստիճանը մինչև սենյակային բարձրացներին էլեկտրոնների շարժունությունը կտրուկ նվազում է:

Հատկանշական է, որ ինչքան փոքր է լարի կտրվածքը, այնքան փոքր է էլեկտրոնների շարժունությունը: Դա կարելի է բացատրել նրանով, որ լարի կտրվածքի փոքրացման հետևանքով կտրուկ մեծանում է ծայնային ֆոնոնների վրա էլեկտրոնների ցրման արագությունը (այդ մասին արդեն նշվել էր Գլ.5 -ում):

Նկ.6-10-ում բերված է լայնական տարբեր կտրվածքներով $\text{GaAs}/\text{AlGaAs}$ լարերում էլեկտրոնների դրեյֆային արագության կախումը լարի առանցքին զուգահեռ ուղղված էլեկտրական դաշտի լարվածությունից՝ հաշվարկված $T = 30 \text{ K}$ -ում: Համեմատության համար կետագծերով բերված են նաև էլեկտրոնների դրեյֆային արագությունները, որոնք համապատասխանում են այն հաստատուն շարժունություններին, որոնցով օժտված են էլեկտրոնները թույլ դաշտում:

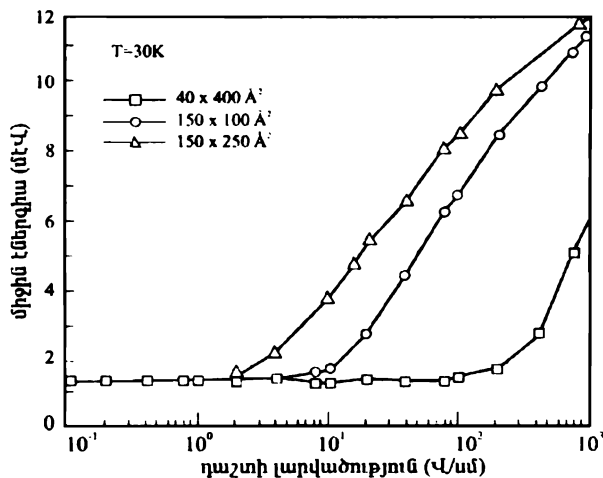


Նկ. 6-10. Տարբեր լայնական կտրվածքով քվանտային լարերում էլեկտրոնների դրեյֆային արագության կախումն էլեկտրական դաշտի լարվածությունից:

Երևում է, որ, բոլոր դիտարկված լարերում՝ թույլ դաշտերի տիրույթում, դրեյֆային արագությունը ցուցաբերում է գծային (օհմական) վարք, ընդ որում ինչքան բարակ է քվանտային լարը, այնքան փոքր է էլեկտրոնների դրեյֆային արագությունը: Գրաֆիկներից երևում է, որ էլեկտրական դաշտերի որոշակի տիրույթում դրեյֆային արագության կախումը լարվածությունից կարող է դառնալ գերգծային

($V_{dr} \sim E^a$, $E^a > 1$): Օրինակ՝ $150 \times 250 \text{ \AA}^2$ կտրվածքով լարում այդպիսի գերզոնայնություն դիտվում է սկսած մի քանի Վ/սմ դաշտերից: Լարի կտրվածքի մակերեսը փոքրացնելիս դրեյֆային արագության գերաճի շեմը շեղվում է դեպի ավելի մեծ դաշտերի տիրույթը: Շատ փոքր կտրվածքով լարերում արագության նման վարք կարող է ընդհանրապես չնկատվել (օրինակ, ինչպես $40 \times 40 \text{ \AA}^2$ լարի համար, տես նկ.6-9):

Անհրաժեշտ է նշել, որ էլեկտրոնների դրեյֆային արագության գերզոնային աճը զուտ միաչափ երևույթ է և պայմանավորված է այն փաստով, որ էլեկտրոնների տաքացմանը զուգընթաց փոքրանում է ծայնային ֆոնոնների վրա նրանց ցրման ուժգնությունը: Այն, որ թույլ դաշտերում, իրոք, կարող է տեղի ունենալ էլեկտրոնների զգալի տաքացում (հատկապես մեծ կտրվածքով լարերում), ցույց է տրված նկ.6-10-ում, որտեղ պատկերված է էլեկտրոնների միջին էներգիայի կախումն էլեկտրական դաշտի լարվածությունից մեր կողմից դիտարկված երեք տարբեր կտրվածքներով քվանտային լարերի համար: Նկատենք, որ $T = 30 \text{ K}$ -ում միաչափ էլեկտրոնի միջին ջերմային էներգիան՝ $k_B T / 2 = 1,3$ մեՎ, ինչին նկ.6-11-ում համապատասխանում է զրոյին մոտ էլեկտրական դաշտերի տիրույթը: Երբ էլեկտրական դաշտի լարվածությունն աճում է, էլեկտրոնները սկսում են տաքանալ, ինչը, սակայն, ի հայտ է գալիս սկսած դաշտի որոշակի *կրիտիկական* արժեքից:



Նկ. 6-11. Տարբեր լայնական կտրվածքներով քվանտային լարերում էլեկտրոնի միջին էներգիայի կախումը դաշտի լարվածությունից:

Նկ.6.11 -ից երևում է, որ ինչքան բարակ է լարը, այնքան մեծ է համապատասխան կրիտիկական դաշտի լարվածությունը: Ակնհայտ է, որ նման վարքի պատճառը

լարի կտրվածքի փոքրացմանը զուգընթաց ծայնային ֆոնոնների վրա ցրման արագության աճն է:

Կարելի է նաև նկատել, որ երբ դաշտի լարվածությունը մոտ երկու կարգով գերազանցում է տվյալ լարի համար կրիտիկական արժեքը, էլեկտրոնների միջին էներգիան միջին ջերմային էներգիայի համեմատությամբ մեծանում է մի քանի անգամ (օրինակ՝ $150 \times 250 \text{ \AA}^2$ կտրվածքով լարի համար այն մեծանում է մոտ վեց անգամ): Չայնային ֆոնոնների կողմից այդպիսի “տաք” էլեկտրոնների ցրման հավանականությունը կտրուկ նվազում է, և էլեկտրոնը՝ խուսափելով ցրումից, կարող է շատ արագ հավաքել օպտիկական ֆոնոնի էներգիային հավասար էներգիա: Այնուհետև այդ էլեկտրոնն ակնթարթորեն արձակում է օպտիկական ֆոնոն, կորցնելով համարյա իր ամբողջ էներգիան և ետ է վերադառնում դեպի ցածր էներգիաների տիրույթ (ենթագոտու հատակ): Դրանից հետո նկարագրված պրոցեսը նորից կրկնվում է: Էլեկտրոնների տեղափոխման այդպիսի պրոցեսը, որն իրենից ներկայացնում է իրար հաջորդող արագացող շարժումներ՝ ընդհատվող օպտիկական ֆոնոնի արձակմամբ, կոչվում է *հոսքային տեղափոխություն (streaming transport)*: Այդպիսի տեղափոխման ռեժիմում ուժեղ դաշտերում դիտվում է դրեյֆային արագության հագեցում (նկ.6-9): Այն հասկանալու համար ենթադրենք, որ երբ էլեկտրոնի էներգիան փոքր է օպտիկական ֆոնոնի էներգիայից, ապա նրա ցրումները շատ թույլ են: Իսկ, երբ էլեկտրոնի էներգիան գերազանցում է օպտիկական ֆոնոնի էներգիան, ապա օպտիկական ֆոնոնի արձակման հավանականությունը գերազանցում է մյուս ցրումների հավանականությանը: Ուրիշ խոսքով, էլեկտրական դաշտի ազդեցության տակ էլեկտրոնն արագանում է համարյա առանց ցրումների, և նրա էներգիան շատ արագ հասնում է օպտիկական ֆոնոնի էներգիային, որից հետո այն անմիջապես արձակում է օպտիկական ֆոնոն և, կորցնելով համարյա իր ամբողջ էներգիան, վերադառնում է դեպի գոտու հատակ: Քանի որ այս պրոցեսը կրկնվում է նորից ու նորից, ապա էլեկտրոնի շարժումը թե՛ ինպուլսային, և թե՛ էներգիական տարածություններում կկրի պարբերական բնույթ:

Հաստատուն էլեկտրական դաշտում էլեկտրոնի արագությունն էներգիայի պասիվ (օպտիկական ֆոնոնի էներգիայից փոքր) տիրույթում փոփոխվում է գծային օրենքով՝

$$V(t) = \frac{e}{m^*} Ft, \quad (3.1)$$

սկսած $V = 0$ մինչև $V = V_0$ արժեքը, որը որոշվում է այն պայմանից, որ էլեկտրոնի էներգիան հավասարվում է օպտիկական ֆոնոնի $\hbar \omega_0$, էներգիային՝

$$V_0 = \sqrt{\frac{2\hbar\omega_0}{m^*}}: \quad (3.2)$$

Այստեղից կարող ենք գտնել էլեկտրոնի հոսքային շարժման պարբերությունը՝

$$T = \frac{m^* V_0}{eF} = \sqrt{\frac{2m^* \hbar \omega_0}{eF}} : \quad (3.3)$$

Պարբերության ընթացքում, միջինացնելով $V(t)$ և $E(t) = \frac{m^* V^2(t)}{2}$ մեծությունները, կարող ենք գտնել էլեկտրոնների միջին դրեյֆային արագությունը և միջին էներգիան՝

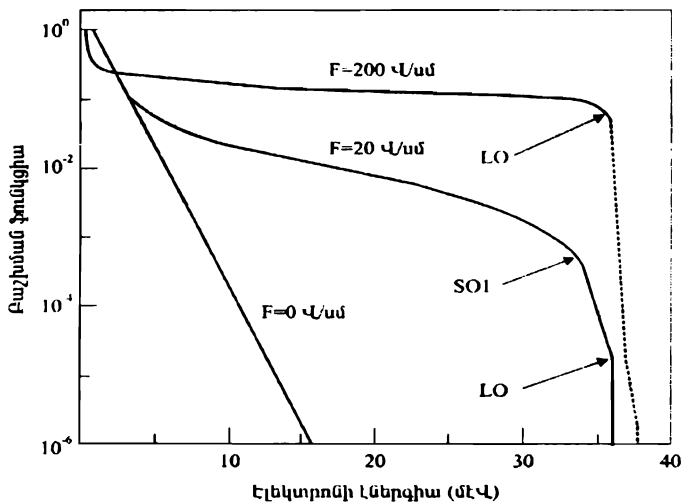
$$\langle V \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T V(t) dt = \frac{V_0}{2}, \quad \langle E \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T E(t) dt = \frac{\hbar \omega_0}{3} : \quad (3.4)$$

Ստացվեց, որ, իրոք, էլեկտրոնների տաքացման հոսքային ռեժիմում էլեկտրոնների միջին դրեյֆային արագությունը և էներգիան դադարում են կախված լինել դաշտի լարվածությունից, այսինքն՝ հասնում են հագեցման: Այս դեպքում հագեցման դրեյֆային արագության (3.2) բանաձևից $GaAs$ -ի համար ($\hbar \omega_0 = 36$ մԷՎ, $m^* = 0,067 m_0$) ստացվում է $2,2 \cdot 10^7$ սմ/վ արժեքը: Նկ.6-10 -ից երևում է, որ $150 \times 150 \text{ \AA}^2$ կտրվածքով $GaAs$ -ի քվանտային լարում Մոնոտե-Կառլոյի մոդելավորման արդյունքում, իրոք, ստացվում է բերված մեծությանը մոտ հագեցման արագություններ:

Հետաքրքիր է նաև նկատել, որ եթե քվանտային փոսում ապահովված են էլեկտրոնների իդեալական հոսքային շարժման պայմաններ (էլեկտրոն-օպտիկական ֆոնոն ցրման անվերջ մեծ արագություն և այլ ցրման բացառում), ապա էլեկտրոնները միաչափ k - տարածությունում դեպի առաջ և հետ կտատանվեն անվերջ երկար ժամանակ, ինչն, իր հերթին, նշանակում է էլեկտրոնների դրեյֆային արագության և միջին էներգիայի անընդհատ տատանումներ: Բարձր հաճախությունների տիրույթում այս երևույթը կարող է ի հայտ գալ որպես համակարգի ռեզոնանսային վարք: Սակայն իրական պայմաններում քվանտային լարում կարող են տեղի ունենալ նաև ցրումներ ծայնային ֆոնոնների վրա, որոնք կբերեն էլեկտրոնային համույթի փուլերի քառսացման: Բացի այդ, քանի որ իրականում էլեկտրոնների կողմից օպտիկական ֆոնոնի արձակման արագությունն անվերջ մեծ չէ, ապա որոշ էլեկտրոններ՝ “տաքանալով”, կարող են ձեռք բերել $\hbar \omega_0$ շենը գերազանցող էներգիաներ: Այս երկու գործոնները խաթարում են էլեկտրոնների իդեալական հոսքային շարժման պատկերը, սակայն որոշ պայմաններում վերը նշված տատանումները կարող են պահպանվել:

Պետք է նաև նշել, որ քվանտային լարերում հոսքային տեղափոխման ռեժիմն իրագործվում է ավելի թույլ էլեկտրական դաշտերում, քան ծավալային նմուշներում: Դա պայմանավորված է այն բանով, որ էլեկտրոնների ցածր ջերմաստիճանային շարժունությունը քվանտային լարերում շատ ավելի մեծ է, քան ծավալային նմուշներում:

Շատ օգտակար է դիտարկել նաև տարբեր լարվածությամբ էլեկտրական դաշտերում էլեկտրոնների բաշխման ֆունկցիայի տեսքը: Նկ.6-12-ում տրված են $T = 30\text{ K}$ -ում $150 \times 150 \text{ \AA}^2$ կտրվածքով GaAs -ի լարում բաշխման ֆունկցիայի գրաֆիկները դաշտի լարվածության $F = 0, 20, 200$ Վ/սմ արժեքների համար: Քվազիմիաչափ էլեկտրոնային գազը եղել է ոչ այլասերված, և զրոյական դաշտում նրա բաշխման ֆունկցիան համընկնում է բոլցմանյան էքսպոնենցիալային ֆունկցիայի հետ՝ վերցված $T = 30\text{ K}$ -ում: Վերջավոր մեծության թույլ դաշտերում բաշխման ֆունկցիան արդեն ունի լրիվ այլ տեսք: Միջին էներգիաների տիրույթում այն ունի հարթ դարավանդի տեսք, ընդ որում, նրա բարձր էներգիական «պոչը» տարածվում է մինչև օպտիկական ֆոնոնի էներգիան ($\hbar\omega_0 \approx 36$ մեՎ): Այսինքն՝ դիտարկվող դաշտերում քվանտային լարում գործնականում չկան $\hbar\omega_0$ -ից մեծ էներգիաներով էլեկտրոններ:



Նկ. 6-12. Երեք տարբեր էլեկտրական դաշտերում էլեկտրոնների բաշխման ֆունկցիան GaAs -ի $150 \times 200 \text{ \AA}^2$ կտրվածքով լարում: Ցույց են տրված լարի միջսահմանային, ծավալային երկայնական և տեղայնացված օպտիկական ֆոնոնների էներգիաները:

Համակարգում երկու տիպի օպտիկական ֆոնոնների առկայությունն իրեն գագաթնել է տալիս նաև բաշխման ֆունկցիայի գրաֆիկի վրա: Սկզբից ի հայտ են գալիս ավելի ցածր էներգիայով օժտված միջսահմանային օպտիկական ֆոնոններ (SO1 , $\hbar\omega_0 \approx 34,5$ մեՎ), իսկ հետո պրոցեսին միանում են ծավալային երկայնական օպտիկական ֆոնոնները, և բաշխման ֆունկցիան կտրուկ նվազում է: Երևում է, որ ուժեղ դաշտերում (օրինակ, երբ $F = 200$ Վ/սմ) որոշ էլեկտրոններ կարող են թափանցել միջսահմանային օպտիկական ֆոնոնի էներգիայից մեծ էներգիաների տիրույթ:

րույթ: Սակայն, երբ պրոցեսին միանում են տեղայնացված օպտիկական ֆոնոնները, բաշխման ֆունկցիան կտրուկ նվազում է մինչև զրո, ինչը նշանակում է, որ դիտակվող լարում տաքացման հետևանքով չեն կարող ստեղծվել տեղայնացված օպտիկական ֆոնոնի էներգիայից մեծ էներգիաներով էլեկտրոններ: Գլ.5-ում մենք ուսումնասիրել ենք լիցքակիրների ցրումները քվանտային հետերոկառուցվածքներում տարբեր տիպի օպտիկական ֆոնոնների կողմից և գիտենք, որ հաստ լարերում ցրումը տեղայնացված ֆոնոնների վրա շատ անգամ ավելի ուժեղ է, քան միջսահմանային ֆոնոնների վրա: Հենց այդ պատճառով էլ, տեղայնացված օպտիկական ֆոնոնի էներգիայի վրա «տաք» էլեկտրոնների բաշխման ֆունկցիան ունի շեմ:

Եվ, վերջապես, նկ. 6-12-ում պատկերված բաշխման ֆունկցիայի տեսքից կարելի է նաև որոշակի եզրակացություն անել էլեկտրոնների միջին էներգիայի մասին: Նկատելի է, որ լոգարիթմական սանդղակով պատկերված բաշխման ֆունկցիան ունի երկու բնութագրական թեքություն. մեկը՝ շատ ցածր, իսկ մյուսը՝ միջին էներգիաների տիրույթներում: Հետևաբար, այդ տիրույթներում բաշխման ֆունկցիան կարելի է ներկայացնել բոլցմանյան բաշխման ֆունկցիայի տեսքով՝ մտցնելով էլեկտրոնային գազի արդյունարար ջերմաստիճանի գաղափարը: Ընդ որում, ենթագոտու հատակին մոտ էներգիաների տիրույթում արդյունարար ջերմաստիճանը պետք է լինի շատ ավելի փոքր, քան հավասարակշռական ջերմաստիճանը, իսկ միջին էներգիաների տիրույթում, ընդհակառակը, պետք է շատ անգամ գերազանցի այն (տես նկ.6-12): Ուրիշ խոսքով, էլեկտրական դաշտերի ազդեցության տակ լարում, բացի տաք էլեկտրոններից, ի հայտ են եկել նաև «սառած» էլեկտրոններ: Սակայն վերջիններիս թիվը շատ փոքր է այն էլեկտրոնների թվի համեմատությամբ, որոնց էներգիան մեծ է $k_B T/2$ միջին ջերմային էներգիայից: Արդյունքում կարելի է պնդել, որ էլեկտրական դաշտի ազդեցության տակ քվանտային լարում միշտ տեղի է ունենում էլեկտրոնային գազի միջին էներգիայի աճ:

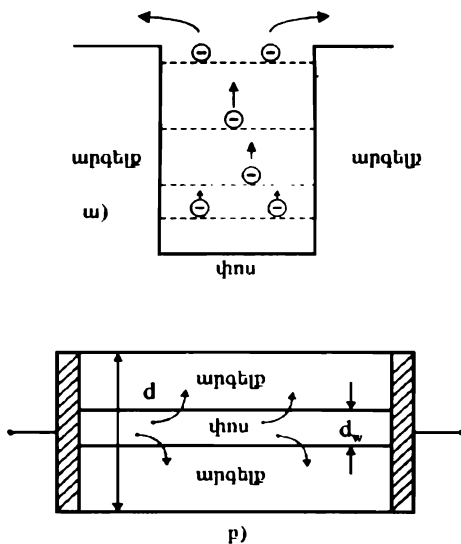
§6.4 Տաք էլեկտրոնների տեղափոխությունն իրական տարածության մեջ

Մենք արդեն նկարագրել ենք էլեկտրոնների «տաքացման» պրոցեսը քվանտային փոսում, որի արդյունքում տեղի էր ունենում էլեկտրոնների անցում դեպի բարձր էներգիական վիճակներ և նրանց վերաբաշխում ենթագոտիների միջև: Բավականին ուժեղ «տաքացման» դեպքում էլեկտրոնների միջին էներգիան կարող է դառնալ քվանտային փոսի խորության կարգի: Այդ դեպքում էլեկտրոնները, հասնելով փոսը շրջապատող արգելքային տիրույթների եզրերին, կարող են դուրս գալ քվանտային փոսից՝ և անցնել դեպի շրջապատող տիրույթներ (տես նկ.6-13,ա): Այս երևույթը հիշեցնում է էլեկտրոնների «տաքացումը» երկիմիտ կառուցվածքով կիսահաղորդիչներում, օրինակ՝ n -GaAs -ում, որի պատճառով, ինչպես գիտենք, ի հայտ են գալիս Գաննի տատանումները:

Արագանալով հիմնական Γ հովտում, որը բնութագրվում է փոքր արդյունաբար զանգվածով և մեծ շարժունությամբ, էլեկտրոնները, ցրվելով օպտիկական ֆոնոնների վրա, հնարավորություն են ստանում կատարել միջհովտային անցում և հայտնվել էներգիապես ավելի բարձր գտնվող L կամ X հովիտներում, որտեղ նրանք ունեն էապես ավելի մեծ արդյունաբար զանգվածներ և փոքր շարժունություններ: Սա նշանակում է, որ էլեկտրական դաշտի լարվածության մեծացմանը զուգընթաց էլեկտրոնների միջին դրեյֆային արագությունը պետք է նվազի, ինչը կարող է նմուշի վոլտ-ամպերային բնութագծի վրա առաջ բերել N -տիպի բացասական դիֆերենցիալ հաղորդականության տիրույթ:

Հայտի է, որ, եթե բացասական դիֆերենցիալ հաղորդականությամբ նմուշը ներ առնված է մի շղթայում, որտեղ հնարավոր է սևեռել նրա վրա կիրառված լարումը, ապա շղթայում առաջանում են հոսանքի տատանումներ (Գաննի երևույթ), որոնք կարող են օգտագործվել գերբարձր հաճախությունների տիրույթի ազդանշանների գեներացման և ուժեղացման համար:

Անհրաժեշտ է, սակայն, քվանտային հետերոկառուցվածքներում հստակ տա-



Նկ. 6-13. Տաք էլեկտրոնների վերաբաշխումն ըստ ենթազոտիների (ա) և նրանց մի մասի իրական տարածական տեղափոխությունը փոսի տիրույթից դեպի արգելքային տիրույթներ (բ):

րանջատել էլեկտրոնների միջհովտային անցումները նրանց տարածական տեղափոխությունից: Տաք էլեկտրոնների միջհովտային անցումները տեղի ունեն միայն քվազիհիմպուլսի տարածության մեջ, և այդպիսի անցումների ժամանակ էլեկտրոններն իրենց դիրքերը իրական տարածության մեջ չեն փոփոխում: Դրան հակառակ, քվանտային փոսից դեպի շրջապատող արգելքային տիրույթներ տաք էլեկտրոնների առաքումը նշանակում է տեղափոխություն իրական տարածության մեջ, ընդ որում, այդպիսի տեղա-

փոխությունը կատարվում է տաքացնող էլեկտրական դաշտին ուղղահայաց ուղղությամբ: Հարկ է նշել, որ իրական տարածության մեջ էլեկտրոնների տեղափոխությունը նույնպես կարող է հանգեցնել բացասական դիֆերենցիալ հաղորդականության առաջացման: Այն հասկանալու համար դիտարկենք Նկ.6-13,բ-ում բերված կառուցվածքով հոսող հոսանքի խտությունը: Նշանակենք էլեկտրոնների

շարժունությունները քվանտային փոսի և արգելքային տիրույթներում, համապատասխանաբար, μ_w -ով և μ_B -ով, իսկ նրանց ծավալային կոնցենտրացիաները՝ n_w -ով և n_B -ով: Քանի որ փոսը և արգելքային տիրույթներն իրենցից ներկայացնում են տարբեր կիսահաղորդիչներ, ապա նրանք ընդհանուր դեպքում բնութագրվում են տարբեր շարժունություններով (տարբեր արդյունարար զանգվածների և ռելաքսացիայի ժամանակների պատճառով): Դիտարկվող հետերոկառուցվածքի երկայնքով հոսանքի միջին խտությունը կարելի է գրել հետևյալ կերպ՝

$$j = \frac{j_B(d - d_w)L + j_w d_w L}{dL} = \frac{e(\mu_B n_B d_B + \mu_w n_w d_w)}{d} F, \quad (4.1)$$

որտեղ $d_B = d - d_w$ և d_w մեծություններն արգելքային շերտերի և քվանտային փոսի լայնություններն են: Չնայած տաքացման արդյունքում էլեկտրոնները վերաբաշխվում են տարբեր շերտերի միջև, նրանց լրիվ կոնցենտրացիան չի փոփոխվում՝ $n_B d_B + n_w d_w = const$: Որքան ավելի ուժեղ է էլեկտրական դաշտը, այնքան ավելի մեծ թվով էլեկտրոններ (բաշխման ֆունկցիայի “պոչի” տիրույթից) հնարավորություն կունենան ցրման հետևանքով փոխելու իրենց զուգահեռ շարժման ուղղությունը փոսում և անցնելու արգելքային տիրույթներ: Այդպիսի վերաբաշխման արդյունքում էլեկտրոնների կոնցենտրացիան արգելքային տիրույթներում աճում է, իսկ փոսերում՝ փոքրանում: Եթե $\mu_w \gg \mu_B$, ապա դա կբերի հոսանքակիր էլեկտրոնների միջին շարժունության կտրուկ անկման, ինչը և կարող է հանգեցնել կառուցվածքի բացասական դիֆերենցիալ հաղորդականության:

Վերը նկարագրածից երևում է, որ, իրոք, մեծ նմանություն կա Գաննի երևույթի և էլեկտրոնների տարածական վերաբաշխման երևույթի միջև, սակայն վերջինս ունի մի շարք առավելություններ, կապված այն փաստի հետ, որ, արհեստականորեն փոխելով շերտերի և քվանտային փոսի պարամետրերը, կարելի է հեշտությամբ դեկավարել կառուցվածքի վոլտ-ամպերային բնութագիծը (բացասական դիֆերենցիալ հաղորդականության շեմային դաշտի մեծությունը, հոսանքի պիկ/հովիտ հարաբերությունը և այլն):

Հարկ է նշել, որ ուժեղ դաշտերի ազդեցության տակ էլեկտրոնների տարածական վերաբաշխման և բացասական դիֆերենցիալ հաղորդականության երևույթը բազմիցս դիտվել է նաև փորձնականորեն: Այսպես, $GaAs/GaAlAs$ բազմաշերտ կառուցվածքներում ոչ միայն դիտարկվել է բացասական դիֆերենցիալ հաղորդականություն, այլև ստացվել են գերբարձր հաճախությունների տիրույթի էլեկտրական տատանումներ: Այդպիսի տատանումների ընթացքում էլեկտրոնները շրջապատույտ են կատարում արգելքային տիրույթների և փոսերի միջև: Յուրաքանչյուր այդպիսի շրջապատույտ բաղկացած է երկու պրոցեսից՝ տաք էլեկտրոնների առաքում դեպի փոքր շարժունությամբ արգելքային տիրույթներ և դրանց հետագա ետգրավում քվանտային փոսերի կողմից: Սակայն այս երկու պրոցեսները բնութագրվում են տարբեր արագություններով և այդ պատճառով տատանումների պարբերությունը

որոշվում է ամենադանդաղ պրոցեսի բնութագրական ժամանակով: Սովորաբար առաքումը կարելի է պատկերացնել որպես բարձր ջերմաստիճանով էլեկտրոնների ջերմաէլեկտրոնային առաքում՝ շրջապատող արգելքների գազաթնթրով, ինչը բնութագրվում է շատ ավելի կարճ ժամանակով, քան հակառակ պրոցեսը՝ էլեկտրոնների ետգրավումը քվանտային փոսի կողմից: Այսպես, օրինակ, *GaAs/GaAlAs* կառուցվածքում, սենյակային ջերմաստիճաններում էլեկտրոնների գրավման ժամանակը 10^{-11} վ կարգի մեծություն է, որի պատճառով էլ շերտերի միջև էլեկտրոնների շրջապտույտի պարբերությունը նույն կարգի մեծություն է, ինչը նշանակում է, որ դիտարկվող տատանումների հաճախությունը կարող է հասնել մինչև հարյուրավոր ԳՀց-ի:

Ուժեղ դաշտերում էլեկտրոնների զուգահեռ տեղափոխությանն ուղեկցող տարածական վերաբաշխման երևույթը բնորոշ է ոչ միայն քվանտային փոսերով կառուցվածքներին, այլև կամայական քվանտային նանոկառուցվածքի: Այս երևույթը կարող գտնել բազմապիսի գործնական կիրառություններ, որոնց մեծը կանդրադառնանք գրքի երկրորդ մասում:

§6.5 Քվանտային հետերոկառուցվածքներում տաք էլեկտրոններով պայմանավորված մի քանի երևույթներ

Ինչպես տեսանք, ուժեղ դաշտերի ազդեցության տակ քվանտային հետերոկառուցվածքներում ոչ միայն ձևափոխվում են կինետիկական երևույթները, այլև ի հայտ են գալիս բոլորովին նոր երևույթներ: Հնարավորություն չունենալով այս գրքի սահմաններում ավելի մանրամասն անդրադառնալու քվանտաչափային համակարգերում դիտարկվող բոլոր այդ հետաքրքիր երևույթներին, համառոտակի կանգ առնենք դրանցից մի քանիսի միայն որակական նկարագրության վրա:

ա) Արագության արտանետումները կարճատև ժամանակահատվածում կամ շատ փոքր հեռավորությունների վրա

Մինչ այժմ, խոսելով “տաք” էլեկտրոնների մասին, ենթադրվում էր, որ էլեկտրոնային գազը գտնվում էր անհավասարակշիռ, բայց հաստատված (ստացիոնար) պայմաններում և, հետևապես, բնութագրվում էր ժամանակից անկախ բաշխման ֆունկցիայով: Այդ պայմաններում էլեկտրոնների միջին դրեյֆային արագությունը, միջին էներգիան և այլ պարամետրեր հաշվելու համար պետք էր կատարել միջինացում այնպիսի ժամանակահատվածների ընթացքում, որոնք շատ անգամ գերազանցում են համակարգում գոյություն ունեցող բնութագրական ժամանակները, ինչպիսիք են ազատ վազքի միջին տևողությունը, քվազիմպուլսի և էներգիայի ռելաքսացիայի ժամանակները, միջիովտային անցման ժամանակը և այլն:

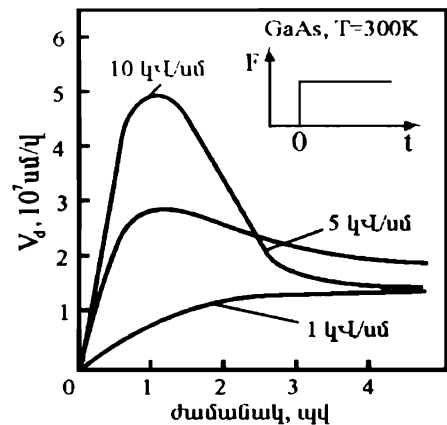
Այժմ մեր նպատակն է դիտարկել այն անցումային պրոցեսները, որոնք անմիջապես ի հայտ են գալիս էլեկտրոնային համակարգում, երբ արտաքին ազդեցության հետևանքով այն սկսում է դուրս գալ հավասարակշռության վիճակից: Մասնավորապես, տեսնենք, թե ինչպիսին կլինի էլեկտրոնային գազի արձագանքը, երբ ժա-

մանակի $t = 0$ պահին կտրուկ (թռիչքով) միանում է արտաքին էլեկտրական դաշտը: Քանի որ սովորաբար իմպուլսի ռելաքսացիայի ժամանակը՝ τ_p -ն, շատ ավելի փոքր է, քան էներգիայի ռելաքսացիայի ժամանակը՝ τ_E -ն, ապա էլեկտրոնների արագությունն ավելի արագ է արձագանքում էլեկտրական դաշտի միացմանը, քան նրանց էներգիան: Ժամանակի շատ կարճ հատվածներում՝ $t < \tau_p$, էլեկտրոնը կարագանա առանց բախումների և ձեռք կբերի

$$V_d = \frac{eF}{m^*} t \quad (t < \tau_p) \quad (5.1)$$

արագություն: Բավականաչափ ուժեղ դաշտերում այդ արագությունը կարող է զգալիորեն գերազանցել ստացիոնար պայմաններում էլեկտրոնների առավելագույն դրեյֆային արագությունը: Հետևաբար՝ էլեկտրոնների դրեյֆային արագության փոփոխությունը ժամանակի $t = 0$ պահին՝ էլեկտրական դաշտի ակնթարթային միացումից հետո, իրենից կներկայացնի կարճատև արտանետում, որից հետո արագությունը, մարելով՝ կձգտի իր ստացիոնար արժեքին:

Նկ.6-14-ում պատկերված է արագության այդպիսի ոչ ստացիոնար արտանետումների երևույթը *GaAs*-ում: Երևում է, որ այդ երևույթն էլ ավելի ցայտուն է ի հայտ գալիս ուժեղ դաշտերում: Օրինակ՝ $t = 0$ պահին 10 կՎ/սմ լարվածությամբ դաշտի միացումից հետո շատ կարճ՝ $t < 1$ սվ ժամանակահատվածում, էլեկտրոնի դրեյֆային արագությունը հասնում է մոտ $5 \cdot 10^7$ սմ/վ-ի, այնուհետև սկսվում են բախումներն օպտիկական ֆոնոնների հետ ($\tau_p \sim 10^{-12}$ վ),



Նկ.6-14 էլեկտրոնների ոչ ստացիոնար արագության արձագանքը $t = 0$ պահին միացված էլեկտրական դաշտի իմպուլսին (տես ներդիրը):

V_d -ն սկսում է նվազել և էներգիայի τ_E ռելաքսացիայի ժամանակի կարգի ժա-

մանակներից հետո ձգտում է իր ստացիոնար, $V_d \equiv \mu \cdot F \approx 1,5 \cdot 10^7$ սմ/վ արժեքին:

Նշենք, որ այդ պրոցեսում էլեկտրոնների միջին անհավասարակշռական էներգիան ժամանակի ընթացքում սահուն ձևով աճում է: Արագության ոչ ստացիոնար արտանետման երևույթը կարող է դիտվել նաև ավելի երկարատև ժամանակահատվածներում՝ $\tau_p < t < \tau_E$: Հայտնի է, որ շարժունությունը սովորաբար նվազում է էլեկտրոնների միջին էներգիայի աճին զուգընթաց: Հետևաբար՝ $t < \tau_E$ ժամանակա-

հատվածում, երբ էլեկտրոնի էներգիան դեռևս չի հասել իր E_s ստացիոնար արժեքին, նրա շարժունությունը կլինի ավելի մեծ, քան ստացիոնար շարժունությունը՝ $\mu(E) > \mu(E_s)$: Ուրիշ խոսքով, էլեկտրոնների դրեյֆային արագությունը՝ $V_d = \mu(E)F$ -ը կարող է ձեռք բերել կարճատև արտամետումներ ոչ միայն առանց բախումների արագացման հետևանքով, այլև բախումների առկայությամբ:

Այսպիսով, կարճատև ժամանակահատվածներում ուժեղ էլեկտրական դաշտում կարող են դիտվել արագության արտամետումներ: Փոքր չափերի ակտիվ տիրույթներով սարքերում արագության կարճատև արտամետումները կարող են բերել նաև արագության արտամետումների տարածության մեջ: Դիցուք՝ “սառն” էլեկտրոնը հպակից թափանցում է ակտիվ տիրույթ և այնտեղ առկա ուժեղ էլեկտրական դաշտի ազդեցության տակ սկսում է արագանալ: Ներարկող հպակից հեռանալուն զուգընթաց, էլեկտրոնի արագությունն արտանետման հետևանքով կմեծանա, այնուհետև բախումների հետևանքով կսկսի փոքրանալ մինչև իր հաստատված արժեքը: Եթե դիտարկվող սարքի ակտիվ տիրույթի չափերը շատ փոքր են և համեմատելի են այն հեռավորությունների հետ, որ անցնում է էլեկտրոնն արագության արտանետման ժամանակահատվածում, ապա էլեկտրոնի տեղափոխությունն ամբողջ ակտիվ տիրույթի երկայնքով տեղի կունենա ավելի մեծ արագությամբ, քան նրա հաստատված արագությունն է: Արդյունքում կփոքրանա ակտիվ տիրույթով նրա անցման ժամանակը: Այսպիսով, հնարավոր է, որ էլեկտրոնը սարքի ակտիվ տիրույթով անցնի ավելի մեծ արագությամբ, քան նրա հաստատված արագությունն է: Հետևաբար՝ այդպիսի սարքերն ի վիճակի կլինեն աշխատելու ավելի բարձր հաճախությունների տիրույթում:

բ) Անհավասարակշիռ ֆոնոնները քվանտային հետերոկառուցվածքներում

Ինչպես գիտենք, քվանտային հետերոկառուցվածքներում բաժանման սահմաններն առաջ են բերում ոչ միայն էլեկտրոնների, այլև ֆոնոնների սահմանափակումներ: Գլ.5-ում, նանոկառուցվածքների ֆոնոնային սպեկտրն ուսումնասիրելիս, ցույց է տրվել սահմանափակված օպտիկական ֆոնոնային մոդի գոյությունը: Նանոկառուցվածքում ազատ լիցքակիրների զուգահեռ տեղափոխության պայմաններում ակտիվ տիրույթում նրանց կողմից կարող են գեներացվել անհավասարակշիռ օպտիկական ֆոնոններ, որոնք ի վիճակի չեն հեռանալու այդ տիրույթից, քանի որ ուժեղ անդրադառնում են սահմանափակող հետերոսահմաններից և, հետևաբար, մնում են տեղայնացված ակտիվ տիրույթում: Որպես հետևանք նանոկառուցվածքներում անհավասարակշիռ ֆոնոնների բնակեցվածությունն աճում է ավելի արագ, քան ծավալային նմուշներում, ինչը կարող է բերել նույնիսկ բյուրեղական ցանցի քվազիջերմային քայքայման: Հետևաբար՝ կարելի է սպասել, որ նանոկառուցվածքների կինետիկական հատկությունների մեջ անհավասարակշիռ ֆոնոններով պայմանավորված երևույթները կարող են կարևոր դեր խաղալ:

Այդ երևույթները հատկապես նշանակալի են քվազիմիաչափ համակարգերի, մասնավորապես, քվանտային լարերի դեպքում: Դիցուք՝ $\vec{q}$ ալիքային վեկտորով

ֆոնոնի վրա էլեկտրոնի ցրման արդյունքում նրա ալիքային վեկտորը $\vec{k}$ -ից դառնում է $\vec{k}'$: Ելնելով իմպուլսի և էներգիայի պահպանման օրենքներից, կարող ենք գրել, որ

$$q = \sqrt{k^2 + k'^2 - 2kk' \cos \theta}, \quad k' = \sqrt{k^2 \pm \frac{2m^* \omega_0}{\hbar}}, \quad (5.2)$$

որտեղ θ -ն էլեկտրոնի ցրման անկյունն է, իսկ ցրմանը մասնակցած (կլանված կամ արձակված) օպտիկական ֆոնոնի էներգիան հավասար է $\hbar\omega_0$ -ի: Միաչափ համակարգում ցրված էլեկտրոնի համար գոյություն ունեն երկու հնարավոր վերջնական վիճակներ. ցրում դեպի առաջ, երբ $\cos \theta = 1$ և ցրում դեպի ետ՝ 180° -ով, երբ $\cos \theta = -1$: Հետևաբար, ամեն մի ցրվող էլեկտրոնի դեպքում արձակվող և կլանվող ֆոնոնների համար գոյություն ունեն երկուական հնարավոր ալիքային վեկտորներ՝ $q_{\min} = |k - k'|$ և $q_{\max} = (k' + k)$: Սրանով միաչափ համակարգը տարբերվում է քվանտային փոսից կամ եռաչափ մոուլից, որտեղ կան լրացուցիչ ազատության աստիճաններ, $\cos \theta$ -ն կարող է ընդունել $(-1, +1)$ միջակայքի ամեն մի արժեք, իսկ ֆոնոնի ալիքային վեկտորը կարող է անընդհատ փոփոխվել $q_{\min}$ -ից մինչև $q_{\max}$:

Տաք էլեկտրոնների կողմից քվազիմիաչափ համակարգերում անհավասարակշիռ ֆոնոնների գեներացումն ուսումնասիրելիս պետք է նշել, որ իրարից էներգիաներով զգալի տարբերվող էլեկտրոններն արձակում են այնպիսի ֆոնոններ, որոնք ունեն իրարից խիստ տարբերվող քվազիալիքային վեկտորներ: Ճիշտ է և հակառակը. անհավասարակշիռ ֆոնոնները կարող են կլանվել միայն այն էլեկտրոնների կողմից, որոնք կողմից նրանք արձակվել են: Իրավիճակն այս առումով բոլորովին տարբեր է քվանտային փոսից կամ ծավալային մոուլից, որտեղ էլեկտրոնները կարող են կլանել նաև այն ֆոնոնները, որոնք արձակվել են ուրիշ էլեկտրոնների կողմից: Բնականաբար, այս փաստը կարող է ազդել քվանտային լարերում էլեկտրոնների զուգահեռ տեղափոխման և “տաքացման” վրա, քանի որ օպտիկական ֆոնոնների արձակման և կլանման պրոցեսների օգնությամբ տարբեր էներգիաներով էլեկտրոններն ի վիճակի չեն վերաբաշխել իրենց էներգիան և քվազիմպուլսը:

գ) Տարբեր սահմանափակումների ազդեցությունը մանոկառուցվածքներում էլեկտրոնների և ֆոնոնների տեղափոխման երևույթների վրա

Բազմաշերտ հետերոկառուցվածքներում, ընդհանուր դեպքում, կարող են առաջանալ տարբեր աստիճանի սահմանափակումներ էլեկտրոնային և ֆոնոնային զազերի համար: Եթե, օրինակ, $GaAs$ -ի շերտերն իրարից բաժանված են $AlAs$ -ի մի քանի միաշերտի հաստությամբ բարակ շերտերով, ապա վերջիններս կլինեն համարյա թափանցիկ էլեկտրոնների համար, որոնք կարող են գրեթե մեկի հավասար հավանականությամբ թունելային անցումներ կատարել մի շերտից մյուսը: Սակայն նման բան ֆոնոնների համար տեղի չունի: $AlAs$ -ի և $GaAs$ -ի օպտիկական ֆոնոններն ունեն իրարից զգալի տարբերվող հաճախություններ, և օպտիկական ֆոնոն-

ները չեն կարող հեշտությամբ մի շերտից մյուսն անցնել: Կարելի է բերել չափայնորեն քվանտացված կառուցվածքների այլ օրինակներ, որտեղ, ընդհակառակը, ուժեղ է էլեկտրոնային սահմանափակումը, իսկ ֆոնոնային սպեկտրը գործնականում համընկնում է ծավալային նմուշի սպեկտրի հետ: Մասնավորապես, այդպիսի կառուցվածքների թվին են պատկանում այն նանոկառուցվածքները, որոնցում էլեկտրոնների սահմանափակումն իրականացվում է էլեկտրաստատիկ դաշտի օգնությամբ (ինվերսային շերտ, մոդուլված լեզիրմամբ կառուցվածք, լեզիրված գերցանց և այլն):

Չետևաբար, հարմար ձևով ընտրելով կառուցվածքը, նրա բաղադրիչ կիսահաղորդիչները և պարամետրերը, կարելի է “ճնշել” ֆոնոնների վրա էլեկտրոնների ցրման արագությունը և, այդպիսով, ապահովել մեծ շարժունություններ, կամ էլ կարելի է մեծացնել ցրման արագությունը, նրա ոչ առածգականությունը, ինչը նշանակում է էլեկտրոնների էներգիայի ռելաքսացիայի ժամանակի փոքրացում: Ուրիշ խոսքով, էլեկտրոնային և ֆոնոնային գազերի տարբեր սահմանափակումները հնարավորություն են տալիս նանոկառուցվածքներում արհեստականորեն վերահսկել էլեկտրոնների տեղափոխման և, տաքացման պրոցեսները:

դ) Իրար զուգահեռ քվանտային կառուցվածքների փոխադարձ “դիմադրությունը”

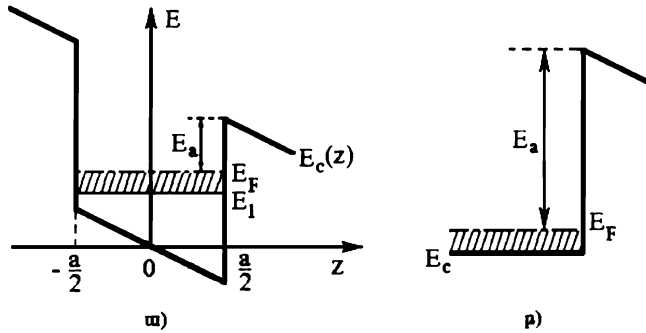
Դիցուք՝ ունենք երկու զուգահեռ էլեկտրոնային ուղետարներ (քվանտային փոսեր կամ լարեր), որոնք իրարից բաժանված են վերջավոր բարձրությամբ արգելքով: Այդ ուղետարներում զուգահեռ տեղափոխություն կատարող էլեկտրոնները կարող են փոխազդել միմյանց հետ կամ էլեկտրաստատիկ ուժերի միջոցով, կամ էլ փոխանակելով ֆոնոններ: Վերջին տեսակի փոխազդեցության համար անհրաժեշտ է, որ երկու էլեկտրոնային ուղետարների համար ֆոնոնները լինեն ընդհանուր: Այս փոխազդեցությունը հիմնականում կատարվում է ձայնային ֆոնոնների միջոցով, սակայն այն կարող է իրականացվել նաև օպտիկական ֆոնոնների միջոցով, եթե, իհարկե, ուղետարներում էլեկտրոնների սահմանափակումը չի ուղեկցվում միաժամանակ ֆոնոնային գազի խիստ սահմանափակմամբ: Վերը նշված փոխազդեցության մեխանիզմները կարող են բերել տարբեր ուղետարներում շարժվող էլեկտրոնների համար որոշակի “շփման ուժերի” առաջացման: Մասնավորապես, էլեկտրոնի ուղղորդված իմպուլսի հաղորդումն առաջին ուղետարից երկրորդ ուղետարի էլեկտրոններին կարող է վերջինում առաջացնել էլեկտրոնների դրեյֆ՝ այնտեղ արտաքին էլեկտրական դաշտի բացակայության պայմաններում: Այս երևույթը հնարավորություն է տալիս քվանտային կառուցվածքներում էլեկտրոնների տեղափոխությունը ղեկավարել մի նոր եղանակով, որն էապես տարբերվում է սովորական էլեկտրական եղանակներից, ինչը կարող է կարևոր լինել ապագա գործնական կիրառությունների համար:

§6.6 Զվանտային փոսի իոնացումն էլեկտրական դաշտում

Մինչև այժմ ուսումնասիրում էինք քվանտաչափային հետերոկառուցվածքներում էլեկտրոնների զուգահեռ տեղափոխությունը: Սակայն, ինչպես արդեն նշել ենք § 6.1-ում, քվանտային փոսեր պարունակող կառուցվածքներում, այդ թվում և գերցանցերում, հնարավոր է նաև էլեկտրոնների ուղղահայաց տեղափոխություն: Այն ի հայտ է գալիս, երբ էլեկտրական դաշտն ուղղված է շերտերին ուղղահայաց և էլեկտրոնների՝ մի փոսից մյուսը տեղափոխության արդյունքում այդ նույն ուղղությամբ կառուցվածքում առաջանում է էլեկտրական հոսանք:

Սկզբում դիտարկենք քվանտային փոսերով այնպիսի բազմաշերտ կառուցվածքի վոլտ-ամպերային բնութագիծը, որում փոսերն իրարից բաժանված են բավականաչափ հաստ արգելքային տիրույթներով, և նրանց միջև թունելային անցումները բացակայում են (էլեկտրոնների թունելային տեղափոխությունը մանրամասն դիտարկվում է Գլ.7-ում): Այս դեպքում ուղղահայաց հոսանքը կարող է պայմանավորված լինել միայն այն էլեկտրոններով, որոնք ջերմային ակտիվացման շնորհիվ փոսից անցել են մեծ արգելված գոտով արգելքային տիրույթներ (այսինքն՝ տեղի է ունեցել քվանտային փոսի իոնացում) և, հետևաբար, հոսանքի j խտությունը պետք է համեմատական լինի այդպիսի պրոցեսի հավանականությանը: Այդ հավանականությունն, իր հերթին, կախված է կիրառված էլեկտրական դաշտի $\bar{F}$ լարվածությունից, ինչը, վերջին հաշվով, որոշում է կառուցվածքի վոլտ-ամպերային բնութագիծը: Նկ.6-15-ում պատկերված է միայնակ քվանտային փոս, որը գտնվում է արտաքին էլեկտրական դաշտում: Ակնհայտ է, որ փոսից էլեկտրոնի հեռացման համար անհրաժեշտ է, որ այն ջերմային ակտիվացման շնորհիվ հաղթահարի E_a բարձրությամբ պոտենցիալային արգելքը, որը հավասար է Ֆերմիի մակարդակից մինչև փոսի աջակողմյան եզրը եղած էներգիական հեռավորությանը: Յետևաբար՝ կարելի է ենթադրել, որ $j \sim \exp(-E_a/k_B T)$: Նշենք, որ վիճակն այստեղ շատ նման է ծավալային կիսահաղորդչային (կամ մետաղական) մոուլից էլեկտրոնների սառն առաքմանը, երբ նրա մակերևույթի նկատմամբ կիրառված է արտաքին ուժեղ էլեկտրական դաշտ (Նկ.6-15, բ): Սակայն հայտնի է, որ այդ դեպքում արգելքի E_a բարձրությունը հավասար է արտաքին ելքի աշխատանքին և կախված չէ կիրառված դաշտի լարվածությունից: Յետևաբար՝ էլեկտրոնների սառն առաքման հոսանքի կախումը դաշտի լարվածությունից եռաչափ դեպքում կարող է միայն պայմանավորված լինել մի շարք նուրբ երևույթներով, որոնք մեր պարզագույն մոդելում արհամարհվում են: Խոսքն արգելքի գազաթին մոտ տիրույթով բարձր էներգիական էլեկտրոնների թունելային արտահոսքի (Ֆաուլեր-Նորդհայմի երևույթ) կամ արտապատկերման ուժերի կողմից արգելքի բարձրության ցածրացման (Շոտկիի երևույթ) երևույթների մասին է:

Քվանտային փոսի դեպքում վերջին երևույթն էական նշանակություն չունի, քանի որ այն ձևավորող շերտերի դիէլեկտրական թափանցելիությունները սովորաբար իրար շատ մոտ են, և արտապատկերման մեծ ուժեր չեն առաջացնում: Ինչ վերաբերվում է թունելային երևույթներին, ապա դրանք կարող են լինել կարևոր միայն շատ ցածր ջերմաստիճաններում:



Նկ. 6-15. Քվանտային փոսը (ա) և ծավալային նմուշը (բ) արտաքին էլեկտրական դաշտում (այլասերված էլեկտրոններով զբաղեցված վիճակները ստվերագծված են):

Բարձր ջերմաստիճանային տիրույթում վորտ-ամպերային բնութագիծը որոշվում է հիմնականում $E_a(F)$ կախվածությամբ: Այս գործոնը ծավալային նմուշի դեպքում բացակայում է, իսկ քվանտային փոսի համար այն էական է, քանի որ արտաքին դաշտը փոխում է նրա տեսքը (տես նկ. 6-15,ա): Հարկ է նշել, որ էլեկտրական դաշտի ազդեցությունը քվանտային փոսի վրա ունի երկու դրսևորում: Նախ՝ կարող է փոխվել կապված վիճակի էներգիայի դիրքը $F = 0$ դեպքում իր ունեցած դիրքի կամ $z = 0$ կետում փոսի հատակի նկատմամբ (Շտարկի երևույթ): Թույլ դաշտերի համար էներգիայի մակարդակի դիրքի շեղումը կարելի է գնահատել խոտորումների տեսությամբ: Հայտնի է, որ eFz խոտորման առաջ բերած շեղումը առաջին մոտա-

վորությամբ հավասար է $\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_1^*(z) e F z \Psi_1(z) dz$ -ին: Քանի որ հիմնական վիճակի

ալիքային ունկցիան զույգ է, ապա նշված ինտեգրալը զրո է և, հետևաբար, գծային մոտավորությամբ մակարդակի դիրքը չի փոփոխվում: Սակայն էլեկտրական դաշտի ազդեցությունը էական է փոսի աջ եզրի ցածրացման վրա, որը F -ից գծայնորեն նվազում է ($U_0 - eFa/2$) օրենքով: Քանի որ $(E_F - E_i)$ հեռավորությունը տրվում է փոսում էլեկտրոնների մակերևութային կոնցենտրացիայով և դաշտից կախված չէ, ապա դաշտի լարվածության մեծացմանը զուգընթաց փոսի իոնիզացման E_a էներգիան գծայնորեն նվազում է, իսկ վորտ-ամպերային բնութագիծը ձեռք է բերում էքսպոնենցիալային տեսք՝

$$j \sim \exp\left(\frac{eFa}{2k_B T}\right); \quad (6.1)$$

Ուժեղ էլեկտրական դաշտում, երբ փոսի արդյունաբար խորությունը զգալիորեն փոքրանում է, իսկ աջակողմյան սահմանափակող արգելքը դառնում է բավականաչափ սուր, էական դեր են սկսում խաղալ թունելային երևույթները: Հետևաբար՝ արգելքի գագաթին մոտ տիրույթներով էլեկտրոնների ջերմային ակտիվացմանը հետևող թունելային արտահոսքը կարող է ցածր ջերմաստիճաններում և ուժեղ դաշտերում դառնալ մեկուսացված քվանտային փոսերով համակարգերում լիցքակիրների ուղղահայաց տեղափոխման հիմնական մեխանիզմը:

§6.7 զերցանցի վոլտ-ամպերային բնութագիծը

Այժմ ենթադրենք, որ բազմաշերտ կառուցվածքը պարունակում է բազմաթիվ նույնական քվանտային փոսեր, որոնք բաժանված են բարակ, թունելային թափանցիկ, նույնական արգելքային տիրույթներով: Այդպիսի կառուցվածքները, ինչպես գիտենք, կոչվում են զերցանցեր: Գլ. 2-ում ցույց է տրվել, որ զերցանցում մի փոսից մյուսն էլեկտրոնի թունելային անցման հետևանքով մեկուսացված քվանտային փոսին բնորոշ էներգիայի ընդհատ մակարդակների փոխարեն ի հայտ են գալիս էներգիայի նեղ, թույլատրելի մինիգոտիներ, որոնց համապատասխանում են ամբողջ զերցանցին պատկանող կոլեկտիվ վիճակներ: Էլեկտրոնների այդպիսի ընդհանրացված վիճակները բնութագրվում են ամբողջ զերցանցի երկայնքով տարածվող ալիքային ֆունկցիաներով: Սովորաբար զերցանցի ստորին մինիգոտիներն իրարից բաժանված են արգելված մինիգոտիներով (տես գլ.2, § 2.16): Օրինակ՝ ուժեղ կապի մոտավորությամբ N -րդ թույլատրելի մինիգոտու դիսպերսիայի օրենքը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$E_N(k_z) = E_N - \Delta_N \cos(k_z d), \quad (7.1)$$

որտեղ d -ն զերցանցի պարբերությունն է, E_N -ը՝ մեկուսացված քվանտային փոսում էներգիայի N -րդ մակարդակը, իսկ Δ_N -ը՝ մինիգոտու կիսալայնությունը:

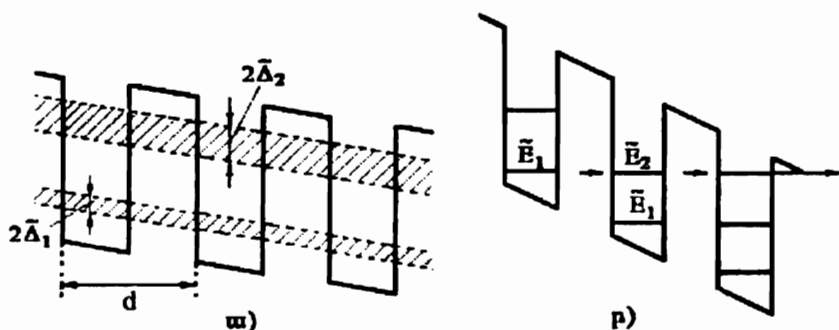
Ենթադրենք այդպիսի զերցանցը գտնվում է F լարվածությամբ արտաքին էլեկտրական դաշտում, որն ուղղված է z առանցքով՝ նրա շերտերին ուղղահայաց: Մեր նպատակն է հաշվել զերցանցի վոլտ-ամպերային բնութագիրը: Մինչև դա անելն անհրաժեշտ է քննարկել, թե ինչ տեղի կունենա (7.1) դիսպերսիայի օրենքի հետ ուժեղ էլեկտրական դաշտում: Այսպիսի հարց ծագում է այն պատճառով, որ արտաքին համասեռ էլեկտրական դաշտում էլեկտրոնը ձեռք է բերում լրացուցիչ՝ $\varphi_a(z) = -eFz$ պոտենցիալ էներգիա, և էլեկտրոնի վրա ազդող արդյունաբար պոտենցիալային ռելիեֆը, որը պարբերական քվանտային փոսերով զերցանցի պոտեն-

ցիալ էներգիայի և նշված $\varphi_a(z)$ -ի գումարն է, այլևս պարբերական չէ: Մինիգոտիներում էլեկտրոնի շարժման բնույթի փոփոխությունը կախված է էլեկտրական դաշտի լարվածության մեծությունից, ավելի ճիշտ՝ տվյալ մինիգոտու $2\Delta_N$ լայնության և գերցանցի երկու հարևան փոսերի միջև ի հայտ եկած պոտենցիալ էներգիաների eFd տարբերությունից:

Դիտարկենք թույլ և ուժեղ էլեկտրական դաշտերի դեպքերը:

ա) Թույլ դաշտերի տիրույթ՝ $eFd \ll \Delta_N$:

Գրված պայմանը նշանակում է, որ երկու հարևան փոսերի միջև պոտենցիալ էներգիայի անկումը շատ փոքր է մինիգոտու լայնությունից և չի կարող խոչընդոտել մի փոսից մյուսն էլեկտրոնների ռեզոնանսային թունելային անցմանը: Հայտնի է, որ հենց այդպիսի անցումներն են մինիգոտիների առաջացման ֆիզիկական պատճառը: Հետևաբար՝ թույլ դաշտերում մինիգոտիները պահպանվում են, բայց $\varphi_a(z)$ պոտենցիալի վերադրման հետևանքով նրանք թեթևակի թեքվում են (տես նկ.6-16,ա):



Նկ. 6-16. Գերցանցի էներգիական սպեկտրն էլեկտրական

դաշտում. ա) $eFd \ll \Delta_N$, բ) $eFd > \Delta_N$:

Դիցուք՝ էլեկտրոնը գտնվում է N -րդ մինիգոտուում և ունի $\varepsilon_N(k_{||}, k_z)$ էներգիա: $F = F_z$ դաշտի ազդեցության տակ նրա քվազիալիքային վեկտորը կփոփոխվի համաձայն

$$\hbar \frac{dk_z}{dt} = -eF \quad (7.2)$$

հավասարման, որի լուծումը հաստատում է դաշտերում ունի պարզ տեսք՝

$$k_z(t) = k_z(0) - \frac{eF}{\hbar} t: \quad (7.3)$$

Այսինքն՝ ալիքային վեկտորը ժամանակի ընթացքում փոփոխվում է գծային օրենքով: Հայտնի է, որ գերցանցի համար պետք է դիտարկել միայն k_z -ի փոփոխությունը Բրիլյուենի բերված առաջին գոտու սահմաններում՝ $-\pi/d < k_z \leq \pi/d$: Այդ տիրույթում էլեկտրոնի արագության z բաղադրիչի փոփոխությունը նկարագրվում է

$$V_z(k_z) = \frac{1}{\hbar} \frac{dE_N(k_z)}{dk_z} = -\frac{\Delta_N}{\hbar} d \sin(k_z d) \quad (7.4)$$

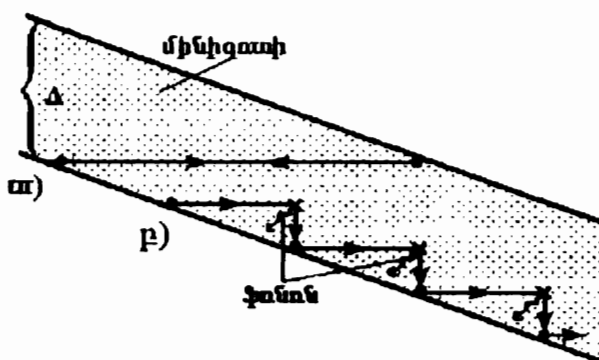
օրենքով: Երբ $k_z(t)$ -ն փոփոխվելով հասնում է Բրիլյուենի գոտու $+\pi/d$ եզրին, էլեկտրոնի արագությունն այդ կետում դառնում է զրո՝ $V_z(\pi/d) = 0$, իսկ քվազի-իմպուլսը՝ $P_z = \pi \hbar/d$: Բրիլյուենի գոտու այդ եզրից էլեկտրոնն անդրադառնում է՝ նրա քվազիիմպուլսը դառնում է $-\pi \hbar/d$, որից հետո նկարագրված պրոցեսը կրկնվում է: Հարկ է նշել, որ այդ ընթացքում էլեկտրոնի գումար էներգիան պահպանվում է և, երբ k_z -ը փոփոխվում է Բրիլյուենի գոտու ներքևի եզրից մինչև վերևին, սովորական տարածության մեջ էլեկտրոնը կատարում է սահմանափակ շարժում $\delta = 2\Delta_N/eF$ միջակայքում (տես նկ. 6-16,ա): Այսպիսով, շարժման ընթացքում էլեկտրոնի արագությունը հավասարվում է զրոյի Բրիլյուենի գոտու $k_z = 0, \pm \pi/d$ կետերում, որոնց համապատասխանում են միմիգոտու կենտրոնի, ներքևի և վերևի եզրերի էլեկտրոնային վիճակները: Ընդ որում, պետք է նկատել, որ $(-\pi/d, 0)$ և $(0, +\pi/d)$ միջակայքերում արագությունն ունի տարբեր նշաններ: Իր նշանն է փոխում նաև z առանցքով գերցանցի պարբերական դաշտում էլեկտրոնի շարժումը բնութագրող արդյունարար զանգվածը: Այսպես, ըստ սահմանման՝ $m_z^{-1} = \hbar^{-2} \cdot d^2 E/dk_z^2$, ինչը, համաձայն (7.1) -ի, նշանակում է, որ երբ էլեկտրոնը միմիգոտու ստորին կեսից անցնում է վերին կեսը, արդյունարար զանգվածը փոխում է իր նշանը: Արագանալով ներքևի կիսագոտում՝ էլեկտրոնը փոխում է իր արդյունարար զանգվածի նշանը, նրա արագությունը սկսում է նվազել և Բրիլյուենի գոտու եզրում դառնում է զրո: Հասնելով եզրին, էլեկտրոնը ենթարկվում է բրեգյան անդրադարձման և հայտնվում է միմիգոտու ներքևի եզրի մոտ, այնուհետև պրոցեսը նորից կրկնվում է: Այսպիսով, մնալով միմիգոտու սահմաններում՝ էլեկտրոնը կատարում է պարբերական շարժում կոորդինատային տարածության մեջ (հաճախ այդպիսի պարբերական շարժումը կրում է բլոխյան տատանումներ անվանումը): Այդ տատանումների պարբերությունը կարելի է գտնել, եթե $k_z(t)$ -ն (7.3) -ից տեղադրենք (7.1) հավասարման մեջ: Մենք կտեսնենք, որ էլեկտրոնի էներգիան և արագությունը պարբերաբար փոփոխվում են

$$\omega_B = \frac{eFd}{\hbar} \quad (7.5)$$

հաճախությամբ: Այս հաճախությունը կոչվում է նաև Վանյե-Շտարկի հաճախություն: Գնահատենք այն $d = 100 \text{ \AA}$ պարբերությամբ գերցանցի համար: Ոչ շատ ուժեղ դաշտերի դեպքում, օրինակ, երբ $F = 10^3 \text{ Վ/սմ}$, $\omega_B \approx 10^{12} \text{ վ}^{-1}$:

Նկատենք, որ մինչև այժմ մենք քննարկում էինք միմիգոտում էլեկտրոնի շարժումը ցրումների բացակայության պայմաններում: Բլոխյան տատանումներ կարող են դիտարկվել, եթե էլեկտրոնի ազատ վազքի տևողությունը շատ անգամ գերազանցում է այդ տատանումների պարբերությունը: Բլոխյան տատանումներ կատարող էլեկտրոնները տարածականորեն տեղայնացված են, և նրանց կողմից առաջացրած միջին հոսանքը հավասար է զրոյի: Որպեսզի միմիգոտում շարժվող էլեկտրոնը հոսանք առաջացնելու հնարավորություն ունենա, այն պետք է էլեկտրական դաշտի ուղղությամբ կատարի մակրոսկոպական տեղաշարժ: Իսկ դա հնարավոր է միայն ցրումների առկայության պայմաններում: Այդ դեպքում, արագանալով էլեկտրական դաշտում, էլեկտրոնը կարող է չհասնել միմիգոտու վերևի եզրին և ենթարկվել բրեզյան անդրադարձման: Մինչ այդ այն կարող է ցրվել, օրինակ՝ արձակել ֆոնոն և, կորցնելով իր էներգիան՝ հայտնվել միմիգոտու հատակի մոտ, որից հետո նորից սկսել իր արագացումը: Ինչպես երևում է նկ. 6-17-ից, այդ դեպքում էլեկտրոնը կարող է դաշտի ազդեցության տակ կատարել մակրոսկոպական տեղափոխություն և առաջացնել էլեկտրական հոսանք:

Դիտարկենք ավելի մանրամասն ցրումների ազդեցությունը բլոխյան տատանումների և գերցանցում հոսանքի առաջացման վրա: Դիցուք՝ էլեկտրոնը շարժվում է գերցանցի առաջին թույլատրելի միմիգոտում թույլ էլեկտրական դաշտի ազդեցության տակ:



Նկ. 6-17. Էլեկտրոնի շարժումը գերցանցի թույլատրելի գոտում արտաքին էլեկտրական դաշտի ազդեցության տակ՝ ցրումների բացակայության (ա) և առկայության (բ) պայմաններում:

Դիֆերենցելով (7.2) -ը, կստանանք dt ժամանակահատվածում դաշտի ազդեցության տակ արագության z բաղադրիչի աճը՝

$$dV_z(k_z) = \frac{1}{\hbar} \frac{d^2 E_N(k_z)}{dk_z^2} \frac{dk_z}{dt} dt = \frac{eF}{\hbar^2} \frac{d^2 E_N(k_z)}{dk_z^2} dt : \quad (7.6)$$

Այս հավասարման մեջ դեռևս հաշվի առնված չեն ցրումները: Կարելի է դա անել երևույթաբանորեն՝ մտցնելով ցրումներով պայմանավորված մարումները $-V_z(k_z)dt/\tau$ անդամի տեսքով, որտեղ τ -ն ցրումների միջին ժամանակն է: Էլեկտրոնի միջին դրեյֆային արագությունը կարելի է ներկայացնել

$$V_D = \int_0^\infty e^{-\frac{t}{\tau}} dV_z(k_z) = \int_0^\infty e^{-\frac{t}{\tau}} \frac{eF}{\hbar^2} \frac{d^2 E(k_z)}{dk_z^2} dt : \quad (7.7)$$

տեսքով: Հաշվի առնելով, որ ուժեղ կապի մոտավորությամբ գերցանցի համար դիսպերսիայի օրենքը տրվում է (7.1) բանաձևով, իսկ $k_z(t)$ -ն ժամանակից փոփոխվում է գծայնորեն՝ ըստ (7.3) -ի, կարող ենք հաշվել (7.7) ինտեգրալը (առանց ընդհանրությունը խախտելու վերցնելով $k_z(0) = 0$), ինչի արդյունքում կունենանք՝

$$V_D = \frac{\Delta_N d}{\hbar} \frac{\omega_B \tau}{1 + (\omega_B \tau)^2} : \quad (7.8)$$

Համաձայն (7.8)-ի, թույլ դաշտերում ($\omega_B \tau \ll 1$) $V_D = \mu_c^* F$, որտեղ ներմուծված է էլեկտրոնների արդյունարար μ_c^* շարժունությունը՝ $\mu_c^* = e\tau/M_c^*$, իսկ $M_c^* = \hbar^2/\Delta_N d^2$ մեծությունը միմիգուտու ներքևի եզրի մոտ էլեկտրոնների արդյունարար զանգվածն է: Էլեկտրական դաշտի լարվածության մեծացմանը զուգընթաց սկզբում V_D -ն աճում է և երբ $F = F_c = \hbar/edt$, այն հասնում է իր առավելագույն արժեքին: Երբ $\omega_B \tau$ դառնում է մեկից շատ մեծ, ապա ըստ (7.8)-ի, V_D -ն նվազում է F^{-1} օրենքով: Հասկանալի է, որ նման վարք պետք է ցուցաբերի նաև գերցանցով անցնող հոսանքի խտությունը: Ուրիշ խոսքով, նույնիսկ թույլ դաշտերի տիրույթում բախումների հետևանքով գերցանցի վոլտ-ամպերային բնութագիրը կարող է ցուցաբերել բացասական դիֆերենցիալ հաղորդականություն:

Հարկ է նշել, որ բլոխյան տատանումների և բացասական դիֆերենցիալ հաղորդականության վերաբերյալ վերը կատարված եզրահանգումները, խիստ ասած, բնորոշ են ոչ միայն գերցանցերին, այլև կամայական բյուրեղներին, քանի որ մենք այդ եզրակացությունների հանգել ենք՝ ելնելով միայն էներգիայի թույլատրելի գոտու վերջավոր լայնությունից և դիսպերսիայի օրենքի պարբերականությունից, ինչը ճիշտ է բոլոր բյուրեղական պինդ մարմինների համար: Սակայն, պարզվում է, որ զանգվածային բյուրեղներում գործնականում հնարավոր չէ դիտել բլոխյան տատանումները և նրա հետ կապված բացասական դիֆերենցիալ հաղորդականությունը: Բյուրեղում $\omega_B^* = eFa/\hbar$, որտեղ a -ն ցանցի հաստատունն է, և $\omega_B^* \tau = eFa\tau/\hbar > 1$

պայմանը կարող է բավարարվել միայն շատ ուժեղ էլեկտրական դաշտերում, որոնց դեպքում սովորաբար դիտվում է կիսահաղորդչային նմուշի ծակում:

Գերցանցում $d \gg a$, և $\omega_B \tau = eFd \tau / \hbar > 1$ պայմանը տեղի ունի մեկ-երկու կարգով փոքր էլեկտրական դաշտերում, ինչը նշանակում է, որ այս դեպքում բլոխ-յան տատանումների ստացումը գործնականում որևէ դժվարություն չի ներկայացնում:

Վերջում հիշենք, որ վերը բերված եզրահանգումները ճիշտ էին թույլ դաշտերի դեպքում, երբ տեղի ունենում է $\hbar \omega_B < \Delta_N$ պայմանը: Մյուս կողմից, որպեսզի վոլտ-ամպերային բնութագրի վրա ի հայտ գար “ընկնող” տեղամաս, անհրաժեշտ էր, որ տեղի ունենար $\omega_B \tau > 1$ պայմանը: Հետևաբար, որպեսզի միաժամանակ տեղի ունենան նշված երկու պայմանները, անհրաժեշտ է, որ գերցանցի միմիգոտու պարամետրերը բավարարեն $\Delta_N \tau > \hbar$ պայմանին, այսինքն՝ միմիգոտու լայնությունը պետք է գերազանցի ցրումների հետևանքով էներգիայի անորոշությունը (լայնացումը): Վերջին պահանջը բնական է գերցանցի համար, քանի որ միայն այս դեպքում իմաստ ունի խոսել էներգիայի միմիգոտիների մասին (տես Գլ. 2):

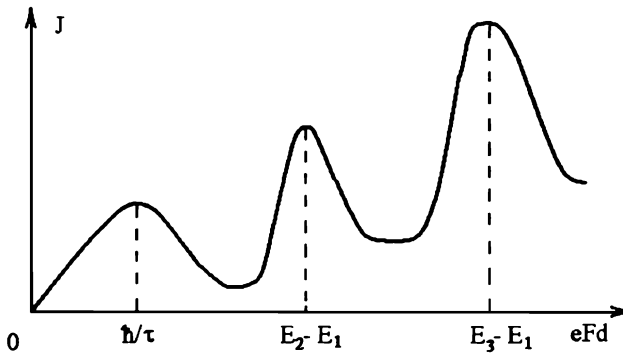
բ) Ուժեղ դաշտերի տիրույթ՝ $e F d > 2\Delta_N$:

Այս դեպքում երկու հարևան փոսերի միջև էներգիայի շեղումն այնքան մեծ է, որ էներգիական սպեկտրի միմիգոտիական կառուցվածքը վերանում է, և գերցանցը պետք է դիտարկել որպես իրար հաջորդող առանձին քվանտային փոսերի համախումբ, որոնցից ամեն մեկն էներգիայի սանդղակով $e F d$ չափով շեղված է իր հարևանի նկատմամբ (նկ. 6-17,բ): Կառուցվածքով հոսանք կարող է անցնել միայն ռեզոնանսային թունելային անցումների հետևանքով, որի համար անհրաժեշտ է, որ էներգիայի մակարդակները հարևան փոսերում համընկնեն, այսինքն՝ պետք է տեղի ունենա

$$\tilde{E}_2 - \tilde{E}_1 = e F_1 d : \quad (7.9)$$

պայմանը: Նկատենք, որ քվանտային փոսում էներգիայի մակարդակները վերանշանակված են $\tilde{E}_N$ -ով, մատնանշելու համար դրանց տարբերությունը դաշտի բացակայության պայմաններում քվանտային փոսի էներգիայի մակարդակներից: Նշենք նաև, որ նրանց նոր դիրքերն էլ կախված են կիրառված դաշտի լարվածությունից: Եթե քվանտային փոսում կան երկուսից ավել մակարդակներ, ապա հնարավոր են ռեզոնանսներ նաև դաշտերի այլ արժեքների դեպքում, օրինակ՝ երբ $\tilde{E}_3 - \tilde{E}_1 = e F_2 d$ և այլն: Դաշտի այդպիսի արժեքների դեպքում կառուցվածքի վոլտ-ամպերային բնութագրի վրա պետք է դիտվեն կտրուկ մաքսիմումներ: Հետևաբար՝ գերցանցի վոլտ-ամպերային բնութագիրը կունենա նկ.6-18 -ում պատկերված տեսքը: Այն ունի

թույլ արտահայտված մաքսիմում $F_1 = \hbar/ed\tau$ ոչ մեծ դաշտերի տիրույթում, որից հետո դիտարկվում են սուր ռեզոնանսային պիկեր՝ $F_N = (\tilde{E}_N - \tilde{E}_1)/ed$ կետերում:



Նկ.6-18. *Գերցանցի վոլտ-ամպերային բնութագծի որակական տեսքը:*

Յուրաքանչյուր այդպիսի պիկից դեպի աջ ընկած է բացասական դիֆերենցիալ հաղորդականության մի տիրույթ: Նման տիրույթների գոյությունը գերցանցի կարևորագույն հատկություններից մեկն է և այն կարող է օգտագործվել էլեկտրամագնիսական տատանումների ուժեղացման կամ գեներացման համար: Գեներացումն ավելի ցայտուն է հայտ գալիս այն դեպքում, երբ էլեկտրական դաշտի լարվածությունը թեթևակի գերազանցում է ռեզոնանսային պիկին համապատասխանող արժեքները: Օրինակ, երբ $F \geq F_1$, ապա յուրաքանչյուր փոսի առաջին մակարդակը փոքր-ինչ բարձր է, քան հաջորդող փոսի երկրորդ մակարդակը: Իրավիճակը շատ նման է լազերներում հանդիպող հակադարձված (ինվերսային) բնակեցմանը, քանի որ ամեն մի փոսում սովորաբար զբաղված է առաջին՝ հիմնական մակարդակը և որտեղից հնարավոր են թունելային անցումներ դեպի ցածր $\tilde{E}_2$ մակարդակը: Այդ անցումները կարող են ուղեկցվել ավելցուկային էներգիայի առաքմամբ՝ ֆոտոնի տեսքով, ընդ որում ճառագայթված ֆոտոնի էներգիան հավասար է $eFd - (\tilde{E}_2 - \tilde{E}_1)$ և կախված է կիրառված դաշտի լարվածությունից: Դաշտի լարվածության համապատասխան ընտրությամբ կարելի է գերցանցում ստանալ ճառագայթում, որի ալիքի երկարությունն ընկած է ենթամիլիմետրական տիրույթում: Ըստ էության հենց այս սկզբունքով աշխատում, այսպես կոչված, կասկադային լազերը:

Խոսելով գերցանցերի փորձարարական ուսումնասիրությունների մասին, անհրաժեշտ է նշել, որ գերցանցի վոլտ-ամպերային բնութագծին բնորոշ բլոխյան տատանումները և ռեզոնանսային մաքսիմումները երկար ժամանակ չէր հաջողվում դիտել: Բանն այն է, որ դրանց ի հայտ գալու համար անհրաժեշտ է որոշակի պայմանների բավարարում: Մասնավորապես, ինչպես նշվեց, բլոխյան տատանումների առաջացման համար անհրաժեշտ է, որ էլեկտրոնի ազատ վազքի ժամանակը լինի

շատ մեծ այդ տատանումների պարբերությունից: Օրինակ՝ $d = 35 \text{ \AA}$ պարբերությամբ գերցանցում, $F = 10 \text{ կՎ/սմ}$ էլեկտրական դաշտում, բլոխյան տատանումների պարբերությունը՝ $T_B = 2\pi/\omega_B = 2\pi\hbar/eFd \sim 10^{-12}$ վ: Հետևաբար՝ անհրաժեշտ է, որ $\tau \gg 10^{-12}$ վ, ինչը նշանակում է, որ գերցանցում էլեկտրոնների շարժունությունը պետք է գերազանցի $4000 \text{ սմ}^2/\text{վ}$ -վ արժեքը: Այնպիսի բարդ արհեստական կառուցվածքում, ինչպիսին գերցանցն է, մինչև վերջերս չէր հաջողվում ստանալ այդ կարգի շարժունություններ: Բացի դրանից, անհրաժեշտ է ապահովել գերցանցի պարբերության հաստատունություն, միջսահմանային արատների փոքր խտություն և այլն: Այսօր արդեն հեշտությամբ աճեցվում են մինչև $40+80$ շերտեր պարունակող $\text{GaAs}-\text{GaAlAs}-\text{GaAs}-\dots$ գերցանցեր, որոնց պարբերությունը տատանվում է $40 + 55 \text{ \AA}$ տիրույթում, իսկ գերցանցերի կատարելությունը այնքան մեծ է, որ նրանցում էլեկտրոնների կոհերենտության երկարությունը գերազանցում է $10+20$ պարբերությունը: Այդպիսի գերցանցերում կարելի է կիրառել մինչև 60 կՎ/սմ լարվածությամբ դաշտեր, որոնց դեպքում վոլտ-ամպերային բնութագծի վրա դիտվում են մի շարք պիկեր նույնիսկ սենյակային ջերմաստիճանում:

Վերջում մի քանի խոսք երկչափ գերցանցերի մասին: Մինչև այժմ մենք ուսումնասիրում էինք բազմաշերտ պարբերական կառուցվածքներում ձևավորված գերցանցերը, որոնցում էլեկտրոնների շարժումը չափայնորեն քվանտացված էր միայն մեկ ուղղությամբ, ինչը բնութագրվում էր միաչափ մինիգոտիական սպեկտրով: Գերցանց կարելի է ստանալ նաև լայնական համակարգերում՝ ստեղծելով երկչափ պարբերական պոտենցիալ քվանտային փոսի կամ ինվերսային շերտի հարթության մեջ: Օրինակ, եթե սովորական ՄՕԿ-կառուցվածքում մետաղական էլեկտրոդն իրենից ներկայացնի կրկնակի պարբերականությամբ կետային էլեկտրոդների համախումբ, ապա նրանց նկատմամբ կիրառելով տարբեր լարումներ, կարելի է ինվերսային շերտի հարթության մեջ ստեղծել երկչափ պարբերական պոտենցիալ, որի լայնությամբ (հետևաբար՝ էլեկտրոնների կոնցենտրացիան և մինիգոտիների լայնությունը) հեշտությամբ կարելի կլինի փոփոխել: Այս դեպքում ստանում ենք ղեկավարվող պարամետրերով բլոխյան տատանակ: Նշենք նաև, որ քվանտային կետերի եռաչափ պարբերական դասավորությամբ կարելի է ստանալ յուրատեսակ գերցանց (“պինդ մարմին”):

§6.8 Մեկէլեկտրոնային տեղափոխության և կոլլոնյան շրջափակման երևույթը

Մինչև այժմ, նաև կառուցվածքներում էլեկտրոնների ուղղահայաց տեղափոխությունն ուսումնասիրելիս մենք ենթադրել ենք, որ էլեկտրական հոսանքին մասնակցող էլեկտրոնների թիվն այնքան մեծ է, որ նրանց ընդհատ բնույթը որևէ էական դեր չի խաղում: Սակայն նախնաորեն կարգի ափսոսելի տիրույթներով սար-

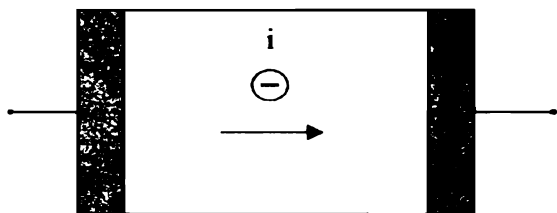
քերում, որոնք հաճախ բնութագրվում են մասնաշաղկապ փոքր ընդլայնական կտրվածքով, թույլ հոսանքների անցման ժամանակ վերը կատարված ենթադրությունը կարող է արդեն ճիշտ չլինել:

Հայտնի է, որ էլեկտրական լիցքի ընդհատությունը հաճախ ի հայտ է գալիս մասնակրոսկոպական սարքերի աշխատանքի ժամանակ: Բավական է հիշել, օրինակ, լիցքի ընդհատության ներդրումը սարքով անցնող հոսանքի ֆլուկտուացիաներում (այսպես կոչված, կոտորակային աղմուկ):

Երբ սարքի չափերը դառնում են տասնյակ մանոմետրերի կարգի, լիցքի ընդհատությունը դառնում է էլ ավելի էական, և ոչ միայն հոսանքի աղմուկների ձևավորման պրոցեսում, այլև այն կարող է բերել էլեկտրոնների տեղափոխման երևույթներում սկզբունքային նոր արդյունքների: Մասնավորապես, մանոկառուցվածքներում էլեկտրոնների տեղափոխումը կարող է դառնալ կոռելավորված (փոխկապակցված), ինչը նշանակում է, որ տվյալ էլեկտրոնի տեղափոխությունը դառնում է կախված մյուսների տեղափոխությունից: Այդպիսի պրոցեսների վրա է հիմնված սարքերի մի նոր դասի աշխատանքը, որոնք կոչվում են մեկէլեկտրոնային տեղափոխման սարքեր:

Էլեկտրոնների կոռելավորված տեղափոխության երեւույթն ուսումնասիրենք պարզագույն մի կառուցվածքում, որն իրենից ներկայացնում է երկու մետաղական էլեկտրոդ՝ բաժանված մեկուսիչի շատ բարակ, թունելային թափանցիկ շերտով (կառուցվածքը, ինչպես ցույց է տրված նկ.6-19 -ում, կարող է ունենալ մետաղ-մեկուսիչ-մետաղ կամ կիսահաղորդչային $n^+ - i - n^+$ կառուցվածքի տեսք): Կառուցվածքը բնութագրվում է C_j , ունակությամբ և G_j հաղորդունակությամբ: Կհամարենք, որ կառուցվածքի հաղորդունակությունը շատ փոքր է, և կոնդենսատորում առկա են հոսանքի միայն շատ փոքր մաղումներ: Քանի որ ունակությունը համեմատական է դիտարկվող կառուցվածքի լայնական հատույթի մակերեսին ($C_j \sim S$), ապա վերջինիս փոքրացման հաշվին սկզբունքորեն կարելի է ապահովել սարքի շատ փոքր ունակություն:

Եթե կոնդենսատորի լիցքը հավասար է Q_j -ի, ապա նրանում կուտակված էլեկտրաստատիկ դաշտի էներգիան՝ $E_{el} = Q_j^2 / 2C_j$: Դիցուք՝ դիտարկվող կոնդենսատորով տեղի է ունենում մեկ էլեկտրոնի անցում (մետաղական մի էլեկտրոդից դեպի մյուսը), ինչի հետևանքով նրա սկզբնական լիցքը e -ով փոխվում է: Արդյունքում կոնդենսատորի էներգիան կփոխվի՝



Նկ. 6-19. Մեկէլեկտրոնային տեղափոխմամբ պարզագույն սարքի սխեմա, որն իրենից ներկայացնում է շատ փոքր ունակությամբ թունելային անցում:

$$\Delta E_{el} = \frac{(Q_j - e)^2}{2C_j} - \frac{Q_j^2}{2C_j} = \frac{e(e - 2Q_j)}{2C_j} \quad (8.1)$$

չափով: Հասկանալի է, որ էլեկտրոնի տեղափոխությունը կրերի մասնանցման երկայնքով պոտենցիալների տարբերության ֆլուկտուացիայի, որը հավասար կլինի $\Delta\varphi_s = e/C_j$ -ի: Սրան համապատասխանում է հոսանքի $\Delta j = G_j \Delta\varphi_s$ ֆլուկտուացիա: Եթե դիտարկվող անցումը լինել մակրոսկոպական, օրինակ՝ ունենալ մեծ մակերես (ասենք՝ $S = 0.1 \times 0.1 \text{ մմ}^2$), ապա կարելի է հեշտությամբ համոզվել, որ նույնիսկ հեղուկ հելիումի ջերմաստիճանում ($T_{He} = 4 \text{ K}$) տեղի ունի հետևյալ անհավասարությունը՝ $k_B T_{He} \gg \Delta E_{el}$, այսինքն՝ մեկէլեկտրոնային տեղափոխման դերը բոլորովին էական չէ: Սակայն նանոմետրական մասշտաբի կառուցվածքում, օրինակ, երբ $S = 20 \times 20 \text{ նմ}^2$, մեկ էլեկտրոնի տեղափոխման հետ կապված էներգիան՝ $\Delta E_s = e^2/2C_j \geq 10 \text{ մեՎ}$, և ցածր ջերմաստիճանների տիրույթում այն կարող է դառնալ շատ կարևոր գործոն:

Ելնելով անորոշությունների առնչությունից, կարելի է գնահատել թունելային անցման ժամանակը՝ $\tau_i = 2\pi\hbar/\Delta E_s = 4\pi\hbar C_j/e^2$ և մեկ էլեկտրոնի թունելային տեղափոխության հետ կապված հոսանքի մեծությունը՝ $j_s \approx e/\tau_i = e^3/4\pi\hbar C_j$: Եթե այս հոսանքը գերազանցում է հոսանքի $\Delta j = G_j \Delta\varphi_s$ ֆլուկտուացիան, այսինքն՝ $j_s \gg \Delta j$ կամ $e^2/h \gg G_j$, ապա կառուցվածքով անցնող հոսանքը կըվերահսկվի մեկէլեկտրոնային տեղափոխմամբ: Նկատենք, որ e^2/h մեծությունը հաղորդունակության քվանտն է և այն առաջին անգամ մտցվել է Լանդաուերի կողմից (տես Գլ.7):

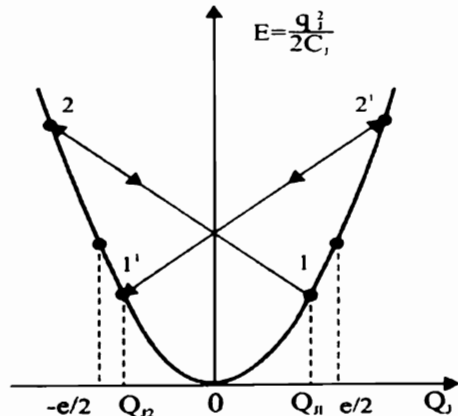
Այսպիսով, ընդհանրացնելով վերև ասվածը, կարելի է պնդել, որ եթե միկրոկառուցվածքի ունակությունն ու հաղորդունակությունն այնքան փոքր են, որ տեղի ունեն

$$C_j \ll \frac{e^2}{k_B T} \text{ և } G_j \ll \frac{e^2}{h} \quad (8.2)$$

անհավասարությունները, ապա էլեկտրոնների տեղափոխությունը կլինի կոռելացված, և մեկէլեկտրոնային երևույթներն այդ պրոցեսում էական դեր կխաղան: Նկատենք, որ (8.2) առնչություններից՝ կարելի է հանգել մասնավորապես շատ կարևոր եզրակացության կոնդենսատորի մի թիթեղից մյուսն էլեկտրոնի տեղափոխման մասին:

Դիցուք՝ կոնդենսատորի ծախ թիթեղի լիցքը հավասար է $-Q_j$ -ի, աչ թիթեղինը՝

$+Q_j$ -ի, և նրա սկզբնական լիցքը շատ փոքր է, օրինակ, $-e/2 < Q_j < +e/2$ ՝: Կառուցվածքով մեկ էլեկտրոնի թունելային տեղափոխությունից հետո թիթեղներից մեկի լիցքը կդառնա $(Q_j - e)$, իսկ մյուսինը՝ $(-Q_j + e)$: Կոնդենսատորի էներգիան $Q_j^2/2C_j$ -ից կդառնա հավասար $(Q_j - e)^2/2C_j$ -ի: Նկ.6-20 -ից երևում է, որ, եթե կոնդենսատորի սկզբնական լիցքը ընկած է $(-e/2, +e/2)$ միջակայքում, ապա մեկ էլեկտրոնի անցումը միշտ կրերի կոնդենսատորի էներգիայի աճի ($1 \rightarrow 2$ կամ $1' \rightarrow 2'$ անցումները): Ընդհակառակը, եթե սկզբնական լիցքը մեծ է $+e/2$ -ից կամ փոքր է $-e/2$ -ից, ապա էլեկտրոնի անցումը կրերի կոնդենսատորի էներգիայի նվազման ($2' \rightarrow 1'$ և $2 \rightarrow 1$ անցումները):



Նկ. 6-20 Կոնդենսատորի էներգիայի փոփոխությունը, երբ տեղի է ունենում մեկ էլեկտրոնի թունելային անցում: Էներգիայի $1 \rightarrow 2$ և $1' \rightarrow 2'$ փոփոխությունները համապատասխանում են $0 < Q_{j1} < e/2$ և $-e/2 < Q_{j2} < 0$ սկզբնական լիցքերի դեպքերին:

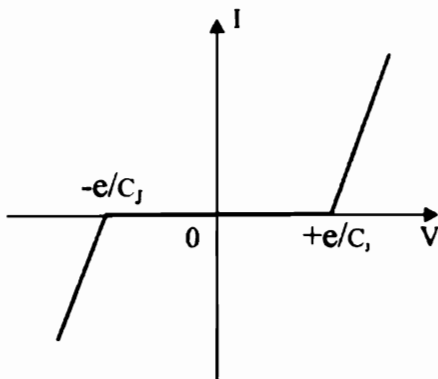
Այսպիսով, այս երկու դեպքերի միջև կա էական տարբերություն:

Հետևաբար, $|Q_j| < e/2$ դեպքում էլեկտրոնի թունելային անցումը մի էլեկտրոնից դեպի մյուսն էներգիապես ձեռնտու չէ, և ցածր ջերմաստիճաններում այդպիսի անցումն ընդհանրապես դառնում է անհնար (շրջափակված): Այս երևույթի հետևանքով կառուցվածքի վոլտ-ամպերային բնութագիծն ունի խիստ յուրահատուկ տեսք, ինչը սխեմորեն բերված է նկ.6-21-ում: Բնութագծի հիմնական առանձնահատկությունն այն է նրանում, որ արտաքին լարումների որոշակի միջակայքում՝ $-e/C_j < \Delta\varphi < e/C_j$, կառուցվածքով հոսանքի անցումն արգելված է: Հենց այս երեվույթն էլ հաճախ կոչվում է *կուլոնյան շրջափակում կամ բլոկադա*:

Էլեկտրոնների կոռելացված տեղափոխման երևույթի ի հայտ գալը խիստ կախված է այն արտաքին շղթայից, որին միացված է դիտարկվող թունելային մադմամբ կոնդենսատորը: Դիցուք՝ այն հաջորդաբար միացված է մի սովորական կոնդենսատորի հետ, որի ունակությունն է C_G (նկ. 6-22,ա): Երբ V լարման աղ-

⁷⁾ Այստեղ պետք է նկատի ունենալ, որ խոսքը գնում է կոնդենսատորի արդյունադարձ թվացյալ լիցքի մասին, որը կարող է լինել տարրական լիցքից փոքր:

բյուրը միացվում է, ապա C_G ունակությունը սկսում է հետզհետե լիցքավորվել համաձայն $Q = C_G V[1 - \exp(-t/\tau)]$ օրենքի, որտեղ $\tau = RC$ -ն շղթայի ժամանակի



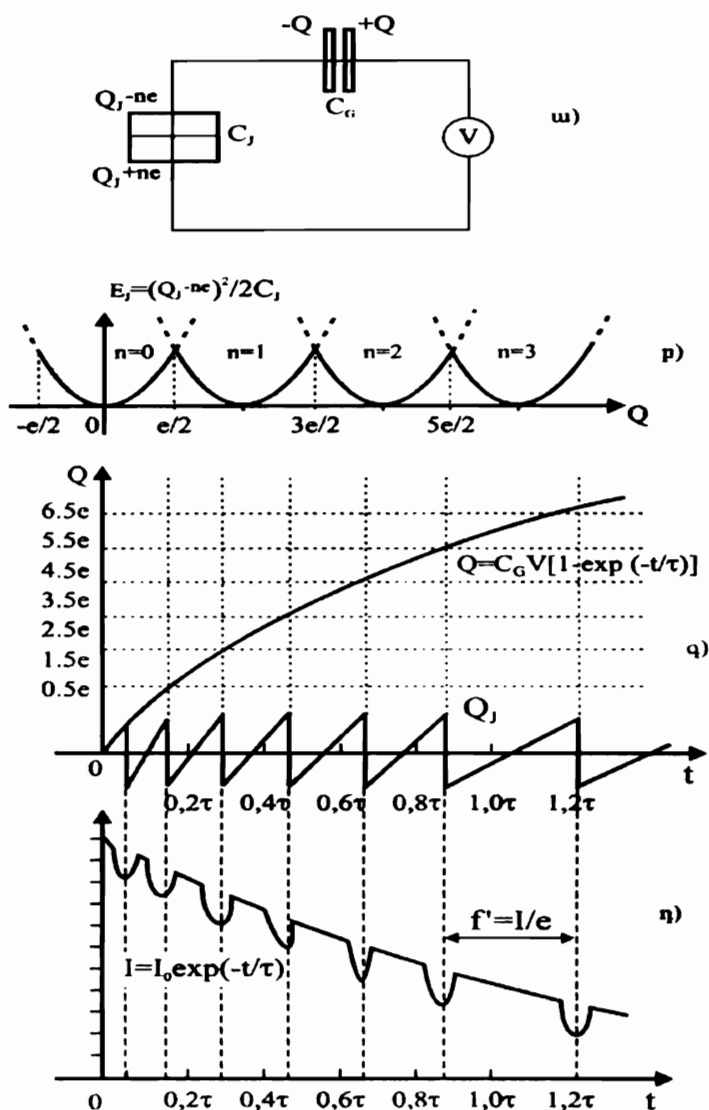
Նկ. 6-21. Կուլոնյան շրջափակման ազդեցությունը նանոկառուցվածքների վոլտ-ամպերային բնութագրի վրա: Կուլոնյան կոռելացիաների հետևանքով լարումների $-e/C_J < \Delta\phi < e/C_J$ տիրույթում կառուցվածքով հոսանք չի անցնում:

լիցքը նախ դառնում է զրո և միայն որոշ ժամանակ անց մորից դառնում է հավասար $+e/2$, որից հետո նրանով մորից տեղի է ունենում էլեկտրոնի թունելային անցում և նկարագրված պրոցեսը մորից կրկնվում է: Այսպիսով, թունելային մաղումով կոնդենսատորի էլեկտրաստատիկ էներգիան n -ը էլեկտրոնների թունելային անցումներից հետո կլինի հավասար $E_J(Q) = (Q - ne)^2 / 2C_J$, ինչը գրաֆիկորեն ցուցադրված է նկ.6-22,բ -ում: Ինչ վերաբերվում է կոնդենսատորների լիցքերին, ապա նրանց փոփոխությունները ժամանակի ընթացքում պատկերված են նկ. 6-22,գ -ում: Այն պահերին, երբ տեղի է ունենում որևէ էլեկտրոնի թունելային անցում, C_J կոնդենսատորի լիցքը կտրուկ նվազում է, իսկ շղթայի հոսանքը, որը որոշվում է $I = dQ/dt$ բանաձևով, այդ պահերին ցուցաբերում է կտրուկ անկումներ (տես նկ.6-22,դ): Դրա հետևանքով հոսանքի դիտարկվող տատանումները կոչվում են մեկէլեկտրոնային թունելային տատանումներ, որոնց պարբերությունը հավասար է e/I և լիցքավորման հոսանքի նվազմանը զուգընթաց աճում է:

Մեր կողմից քննարկված ոչ գծային վոլտ-ամպերային բնութագիրը, թունելային տատանումները, ինչպես նաև ուրիշ մեկէլեկտրոնային երևույթները սկզբունքային

հաստատունն է: Ինքնըստինքյան հասկանալի է, որ նույն չափի լիցք է սկսվում կուտակվել նաև նրան հաջորդաբար միացված C_J ունակության վրա: Սակայն երբ կուտակված լիցքի մեծությունը հասնում է $e/2$ արժեքին, C_J կոնդենսատորով տեղի է ունենում մեկ էլեկտրոնի թունելային անցում, որի հետևանքով այն դառնում է հակադարձ ուղղությամբ լիցքավորված, բայց մորից $e/2$ լիցքով:

Այնուհետև C_G կոնդենսատորի լիցքավորումը շարունակվում է, իսկ C_J -ն հետզհետե վերալիցքավորվում է: Քանի որ շղթայում լիցքավորման հոսանքի ուղղությունը միշտ նույն է, ապա վերջինիս



Նկ.6-22. (ա) Հաջորդական շղթա՝ կազմված սովորական կոնդենսատորի և թունելային մաղմամբ կոնդենսատորի (անցման) օգնությամբ: (բ) Թունելային կոնդենսատորի (անցման) էլեկտրաստատիկ պոտենցիալ էներգիան որպես C_G կոնդենսատորի վրա կուտակված լիցքի մեծությունից ֆունկցիա, որտեղ n -ը թունելային անցումներ կատարած էլեկտրոնների թիվն է: (գ) Սովորական և թունելային կոնդենսատորների վրա ի հայտ եկող Q և Q_J լիցքերը՝ կախված լիցքավորման t ժամանակից: (դ) Շղթայով հոսող լիցքավորման հոսանքը՝ $I = dQ/dt$: Բնութագրի վրա պատկերված հոսանքի կտրուկ անկումներին իրականում համապատասխանում են դելտանման նետվածքներ, որոնք ստացվում են Q_J -ի կտրուկ անկումների ժամանակային ածանցումից:

նոր հնարավորություններ են բացում ցածրներգիական էլեկտրոնիկայի համար:

Մեկէլեկտրոնային տեղափոխության վրա հիմնված երևույթների ֆիզիկան այսօր նանոէլեկտրոնիկայի արագ զարգացող ուղղություններից մեկն է և ունի կիրառական մեծ ներուժ: Մասնավորապես այդ երևույթի հիման վրա կարելի է իրագործել ինֆորմացիայի միավորի գրառում և վերարտադրում (քվանտային բիտ):

Գրականություն VI գլխի վերաբերյալ

1. A.Shik, Quantum Wells: Physics and Electronics of Two-dimensional Systems, World Scientific, Singapore, 1998.
2. V.Mitin, V.Kochelap, M.Stroscio, Quantum Nanostructures, Microelectronics and Optoelectronics, Cambridge Univ. Press, 2001.
3. Electronic Properties of Multilayers and Low-dimensional Structures, I.M.Chamberlain et al., eds, Plenum, New York, 1990.
4. I.Shah, ed., Hot Carriers in Semiconductor Nanostructures (Physics and Applications), Academic Press, Boston, 1992.
5. Ю.Пожела, Физика быстродействующих транзисторов, Вильнюс, Мокслас, 1989.
6. H.Koch, H.Lubbig, Eds., Single-Electron Tunneling and Mesoscopic Devices, Springer-Verlag, Berlin, 1992.
7. T.Ando, A.Fowler, F.Stern, Electronic Properties of Two-dimensional Systems. Rev.Mod.Phys., v. 54, p. 437-672, 1982.
8. C.Weisbuch, B.Vinter, Quantum Semiconductor Structures, Academic Press, San Diego, 1991.
9. B.K.Ridley, Electrons and Photons in Semiconductor Multilayers, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1997.
10. D.K.Ferry, S.M.Goodnick, Transport in Nanostructures, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1997.
11. Y.Imry, Introduc. to Mesoscopic Physics, New York, Oxford Univ. Press, 1997.
12. D.K.Ferry, H.L.Grubin, C.Jacoboni, Eds., Quantum Transport in Ultrasmall Devices, New York, Plenum, 1997.
13. H.Gravert, M.H.Devoret, Single Charge Tunneling, Coulomb Blockade Phenomena in Nanostructures, NATO ASI, Series B: Physics, v. 294, New York, Plenum, 1992.
14. J.Singh, Physics of Semiconductors and Their Heterostructures, Mc Graw-Hill, Inc., New York, 1993.
15. Physics of Low-dimensional Semiconductor Structures, P.Butcher, N.March, M.Tosi, Eds. Plenum Press, New York, 1993.

ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ԹՈՒՆԵԼԱՅԻՆ ՏԵՂԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆԸ ՆԱՆՈԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔՆԵՐՈՒՄ

§7.1 Ներածություն

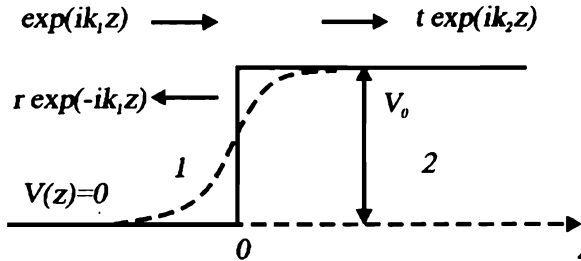
Բարձր կատարելությամբ կիսահաղորդչային հետերոկառուցվածքներում էլեկտրոնների ազատ վազքի երկարությունը ցածրջերմաստիճանային տիրույթում կարող է դառնալ շատ մեծ՝ տասնյակ միկրոմետրերի կարգի, և, հետևաբար, շատ անգամ գերազանցել այն տիրույթների չափերը, որոնց երկայնքով արտաքին կամ ներքին դաշտերի ազդեցության տակ տեղի է ունի էլեկտրոնների ուղղորդված տեղափոխություն: Այդպիսի դեպքերում էլեկտրոնների շարժումն ընդունված է անվանել բալիստիկ՝ նկատի ունենալով, որ այն շատ նման է առանց ցրումների թռիչքի, որի ընթացքում էլեկտրոնային ալիքները միշտ մնում են կոհերենտ (տես Գլ.6, §6.1), այսինքն՝ էլեկտրոններն անցնում են ամբողջ կառուցվածքով, չկրելով ոչ առածական բախումներ (ուրիշ էլեկտրոնների կամ ֆոնոնների հետ) և, հետևաբար, պահպանում են իրենց ալիքային ֆունկցիաների որոշակի փուլը: Նման դեպքերում էլեկտրոնները կարելի է դիտարկել որպես մաքուր ալիքներ, որոնք, էլեկտրոնագնիսական ալիքների նմանությամբ, տարածվում են ամբողջ կառուցվածքով առանց կլանման: Բազմաշերտ համակարգերում էլեկտրոնների բալիստիկ շարժման ժամանակ բաժանման սահմաններից տեղի են ունենում էլեկտրոնային ալիքների մասնակի անդրադարձումներ, ինչը, սակայն, ամբողջովին նկարագրվում է Շրեդինգերի մեկ, միասնական հավասարմամբ:

Գործնականում, իհարկե, դժվար է գործ ունենալ էլեկտրոնների մաքուր բալիստիկ շարժման հետ: Էլեկտրոնները, փոխազդելով այս կամ այն ազատության աստիճանների հետ, կարող են փոխել իրենց էներգիան. օրինակ՝ էլեկտրոնը, բախվելով ուրիշ էլեկտրոնի կամ ֆոնոնի հետ, կարող է անցնել մի սեփական վիճակից մյուսը: Հասկանալի է, որ նման բախումները որոշակի ազդեցություն կունենան էլեկտրոնների թունելային տեղափոխման երևույթի վրա և կարող են աղավաղել կառուցվածքով նրանց կոհերենտ թունելավորման պատկերը:

Նախքան զանազան քվանտային կառուցվածքներով թունելային հոսանքի հաշվարկը ծանոթանալք թունելային երևույթի հիմնական առանձնահատկություններին:

§7.2 Աստիճանաձև պոտենցիալային արգելք

Ենթադրենք, որ E էներգիայով էլեկտրոնը, որը թռչում է z առանցքի դրական ուղղությամբ, բախվում է $z = 0$ կետում տեղադրված պոտենցիալային աստիճանին՝ $V(z) = 0$, երբ $z < 0$ (1-ին տիրույթ) և $V(z) = V_0 > 0$, երբ $z > 0$ (2-րդ տիրույթ) (նկ. 7-1):

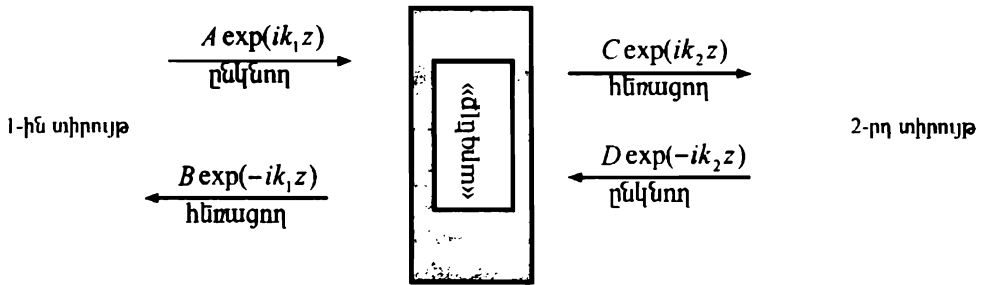


Նկ. 7-1. Պոտենցիալային աստիճան $z = 0$ կետում: $z < 0$ տիրույթում կա ընկնող ալիք, որն առաջացրել է դեպի ծախ գնացող անդրադարձած և դեպի աջ գնացող անցած ալիքներ:

Դասական ֆիզիկայի տեսանկյունից էլեկտրոնի անդրադարձման պատկերն այսպիսի արգելքից շատ պարզ է: Եթե $E < V_0$, ապա էլեկտրոնը միշտ անդրադառնում է, իսկ $E > V_0$ դեպքում այն միշտ հաղթահարում է պոտենցիալային աստիճանը և անցնում $z > 0$ տիրույթը: Սակայն քվանտային մեխանիկայում, էլեկտրոնի ալիքային բնույթի շնոր-

հիվ, այսպիսի պատկերը ձևափոխվում է: Առաջին $z < 0$ տիրույթում, ընկնող հարթ ալիքը ներկայացնենք $\exp(ik_1 z)$ տեսքով: Քանի որ դիտարկվող խնդրում բոլոր ալիքների համար ժամանակային $\exp(-iEt/\hbar)$ մասը նույն է, ապա այն կարելի է բաց թողնել: Գոյություն ունեն պոտենցիալային արգելքից հեռացող երկու ալիքներ. մեկն՝ անդրադարձող և 1-ին տիրույթում դեպի $-\infty$ գնացող՝ $r \exp(-ik_1 z)$, իսկ մյուսը՝ անցած և 2-րդ տիրույթում դեպի $+\infty$ գնացող՝ $t \exp(ik_2 z)$: Այստեղ r և t գործակիցներն անդրադարձման և անցման լայնություններն են և ընդհանուր դեպքում կոմպլեքս մեծություններ են, իսկ ալիքային թվերը որոշվում են $k_1^2 = 2m^*E/\hbar^2$ և $k_2^2 = 2m^*(E - V_0)/\hbar^2$ արտահայտություններով:

Նախ՝ դիտարկենք $E > V_0$ դեպքը, երբ k_2 -ն իրական է, և բոլոր ալիքները տարածվող են: Մենք կարող ենք պոտենցիալային աստիճանից ալիքների անդրադարձումը քննարկել ընդհանուր դեպքում՝ թույլատրելով, որ ընկնող ալիք գոյություն ունենա նաև 2-րդ տիրույթում: Դրա համար կարող ենք ենթադրել, որ 1-ին և 2-րդ տիրույթներն ընդհանուր դեպքում բաժանված են ինչ-որ «արգելքային» տիրույթով, որի կոնկրետ տեսքը որոշակիացված չէ, և ցրման խնդիրը սխեմորեն պատկերենք այնպես, ինչպես դա ցույց է տրված նկ. 7-2 -ում:



Նկ. 7-2. Անցման խնդիրն ընդհանուր տեսքով, երբ 1-ին և 2-րդ տիրույթները բաժանող արձեւը որոշակիացված չէ: Արձեւից ձախ և աջ տիրույթներում կան ինչպես ընկնող, այնպես էլ հեռացող ալիքներ: Արձեւքային տիրույթներից հեռու պոտենցիալը հաստատուն է, ուստի էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիաները հարթ ալիքներ են՝ ընդհանուր դեպքում k_1 և k_2 տարբեր ալիքային թվերով:

Կախված խնդրի դրվածքից, ընկնող և հեռացող ալիքների A, B, C և D լայնություններից երկուսը համարվում են տրված, իսկ մյուս երկուսը պետք է որոշվեն: 1-ին և 2-րդ տիրույթներում Շրեդինգերի հավասարման լուծումները կարող են ներկայացվել

$$\psi(z) = \begin{cases} Ae^{ik_1z} + Be^{-ik_1z}, & z < 0, \\ Ce^{ik_2z} + De^{-ik_2z}, & z > 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

տեսքով: Սովորականի նման պահանջելով ալիքային ֆունկցիայի և նրա առաջին ածանցյալի անընդհատությունը, մասնավորապես, $z = 0$ կետում, կստանանք՝

$$\begin{cases} A + B = C + D, \\ k_1(A - B) = k_2(C - D): \end{cases} \quad (2.2)$$

Նկատենք, որ ալիքային ֆունկցիայի երկրորդ ածանցիալը՝ $\psi''(z)$ -ը, արդեն անընդհատ չէ, քանի որ այն համեմատական է պոտենցիալային $V(z)$ ֆունկցիային, որը $z = 0$ կետում ունի խզում: Եթե առաջին տիրույթում ալիքները հայտնի են, ապա արձեւից՝ աջ ալիքներին բնութագրող գործակիցները հեշտորեն կորոշվեն վերը գրված (2.2) համակարգից՝

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{k_1}{k_2}\right) A + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{k_1}{k_2}\right) B, \\ D &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{k_1}{k_2}\right) A + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{k_1}{k_2}\right) B: \end{aligned} \quad (2.3)$$

Նկ.7-1 -ում պատկերված դեպքում կարող ենք ընդունել $A = 1$, $B = r$, $C = t$ և $D = 0$, որտեղից՝

$$t = \frac{2k_1}{k_1 + k_2}, \quad r = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} : \quad (2.4)$$

Հաճախ անհրաժեշտ է գտնել ոչ թե անցած և անդրադարձած ալիքների լայնությունները, այլ էլեկտրոնների հոսքը կամ հոսանքը: Հայտնի է, որ $\Psi = Fe^{ikz}$ հարթ ալիքին համապատասխանում է $\hbar/2m^* (\Psi^* \cdot \Psi' - \Psi \cdot \Psi'^*) = (\hbar k/m^*) |F|^2$ հոսանքի խտություն, որը կախված է ալիքային թվից և ալիքի լայնությունից: Հետևաբար՝ ըստ հոսքի էլեկտրոնների անցման (T) և անդրադարձման (R) գործակիցները, որոնք որոշվում են համապատասխան հոսքերի հարաբերությամբ, կունենան հետևյալ տեսքը՝

$$T = \frac{\frac{\hbar k_2}{m^*} |t|^2}{\frac{\hbar k_1}{m^*}} = \frac{k_2}{k_1} |t|^2 = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2}, \quad (2.5)$$

$$R = \frac{\frac{\hbar k_1}{m^*} |r|^2}{\frac{\hbar k_1}{m^*}} = |r|^2 = \frac{(k_1 - k_2)^2}{(k_1 + k_2)^2} : \quad (2.6)$$

Շատ կարևոր է համոզվել, որ ստացված գործակիցները բավարարում են մասնիկների ընդհանուր թվի պահպանման պայմանին - յուրաքանչյուր ընկած մասնիկ պետք է կամ անդրադառնա, կամ անցնի երկրորդ տիրույթ:

$$T + R = 1 : \quad (2.7)$$

Հեշտ է նկատել, որ (2.5) և (2.6) արտահայտություններից, իրոք, հետևում է վերը բերված պայմանը:

Այժմ դիտարկենք այն դեպքը, երբ առաջին տիրույթից դեպի պոտենցիալային աստիճան ընկնող էլեկտրոնի էներգիան՝ $E < V_0$: Այդ դեպքում $z > 0$ տիրույթում կարող է գոյություն ունենալ միայն իրական, մարող ալիք՝ k_2 ալիքային վեկտորով, որը որոշվում է $k_2^2 = 2m^*(V_0 - E)/\hbar^2$ արտահայտությամբ: Արգելքից հեռացող $C \exp(ik_2 z)$ ալիքը դառնում է էքսպոնենցիալ օրենքով նվազող՝ $C \exp(-k_2 z)$, իսկ դեպի արգելք եկող ալիքը, ընդհակառակը, դառնում է աճող՝ $D \exp(+k_2 z)$: Ուրիշ խոսքով, k_2 -ը փոխարինվեց ik_2 -ով: Կարևոր է նկատել, որ k_2 -ը դարձավ ik_2 , այլ ոչ թե $-ik_2$: Անցման և անդրադարձման լայնությունները կարելի է նորից գտնել, համակցելով ալիքները $z = 0$ կետում: Սակայն կարելի է ստանալ նույն արդյունքը, (1.4) հավասարման մեջ կատարելով $k_2 \rightarrow ik_2$ տեղադրումը:

$$r = \frac{k_1 - ik_2}{k_1 + ik_2}, \quad t = \frac{2k_1}{k_1 + ik_2}, \quad (2.8)$$

Ստացված լայնությունները կոմպլեքս են: $z > 0$ տիրույթում մարող՝ $\Psi = t \exp(-k_2 z)$, ալիքն իր հետ հոսք չի տանում, հետևաբար՝ $T = 0$

և $R = |r|^2 = 1$: Այսինքն՝ դասական դեպքի նման, այս դեպքում էլ տեղի ունի լրիվ անդրադարձում: Թեև ալիքային ֆունկցիան իր էքսպոնենցիալ «պոչով» թափանցում է արգելքի տիրույթ, բայց այն հոսանք չի տանում իր

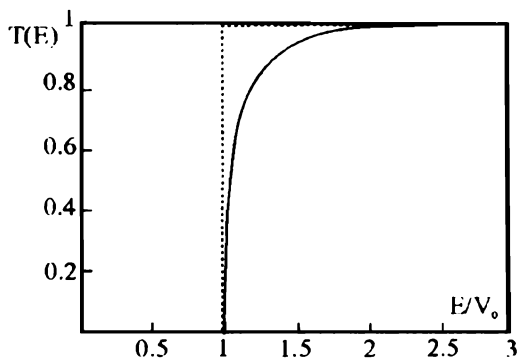
հետ: Հետևաբար՝ ըստ հոսքի անցման T գործակիցը $E < V_0$ տիրույթում հավասար է 0-ի, իսկ $E > V_0$ դեպքում կախված է ընկնող մասնիկի էներգիայից և աճում է

վերջինիս մեծացմանը զուգընթաց: $E \gg V_0$ դեպքում $T \rightarrow 1$ ըստ $T \approx 1 - \left(\frac{V_0}{4E}\right)^2$

օրենքի, այսինքն՝ պոտենցիալային աստիճանը գործնականում չի անդրադարձնում բարձր էներգիաներով էլեկտրոններին: Անցման գործակիցի նման վարքը պատկերված է նկ.7-3 -ում:

Նկատենք նաև, որ երբ $E > V_0$ և $E \rightarrow V_0$, ապա $T \sim 4\sqrt{\frac{E}{V_0} - 1} \rightarrow 0$:

Ինչպես գիտենք, դասական սահմանում $E > V_0$ -ով էլեկտրոնների համար անդրադարձման գործակիցը պետք է դառնա զրո: Սակայն վերջինիս համար ստացված (2.6) արտահայտությունը չի պարունակում $\hbar$ քվանտային հաստատունը, ուստի հնարավոր չէ, ընդունված կարգի համաձայն, այն ձևականորեն ձգտեցնել զրոյի և ստանալ համապատասխան դասական արդյունքը: Նման հակասության պատճառը կարելի է հասկանալ, եթե վերհիշենք, որ դասական սահմանը համապատասխանում է այն դեպքին, երբ մասնիկի դը Բրոյլի ալիքի երկարությունը շատ ավելի փոքր է, քան խնդրում առկա բնութագրական երկարությունը: Վերջինս տվյալ դեպքում այն տիրույթի չափն է, որտեղ $V(z)$ պոտենցիալը զգալիորեն փոփոխվում է: Պոտենցիալային աստիճանի դեպքում այդ տիրույթը կենտրոնացված է $z = 0$ կետում և ունի զրոյական չափ, ինչի պատճառով էլ R -ի արտահայտության մեջ հնարավոր չէ կատարել $\hbar \rightarrow 0$ սահմանային անցում: Նման սահմանային անցման հնարավորության բացակայությունը պոտենցիալային աստիճանի առանձնահատ-



Նկ.7-3. Էլեկտրոնի $T(E)$ անցման գործակիցի կախումն էներգիայից: Կետագծով ցույց է տրված $T(E)$ -ն դասական դեպքում:

կությունն է: Եթե կտրուկ աստիճանի փոխարեն վերցնենք որևէ վահուն պոտենցիալային պատմեն, որը նկարագրվում է, օրինակ, $V(z) = V_0[1 + \exp(-\alpha z)]^{-1}$ ֆունկցիայով, ապա կարելի է ցույց տալ, որ էլեկտրոնների վերարգելքային անդրադարձման գործակիցը՝

$$R = \left(\frac{\operatorname{sh} \frac{\pi}{\alpha} (k_1 - k_2)}{\operatorname{sh} \frac{\pi}{\alpha} (k_1 + k_2)} \right)^2, \quad (2.9)$$

որտեղից հետևում է, որ երբ $\hbar \rightarrow 0$, ապա

$$R \approx \exp\left(-2\pi\sqrt{2m^*(E - V_0)}/\alpha\hbar\right) \rightarrow 0: \quad (2.10)$$

Մեր կողմից դիտարկված պոտենցիալային աստիճանը շատ կարևոր է էլեկտրոնների սահմանափակման համար, նրա օգնությամբ կարելի է ստանալ տարբեր կառուցվածքներ, օրինակ, տեղադրելով իրար մոտ դեպի վերև և դեպի ներքև գնացող երկու աստիճաններ և այդպիսով ձևավորելով ուղղանկյունաձև պոտենցիալային արգելք: Այսպիսի արգելքի վրա էլեկտրոնների ցրման խնդիրը կարելի է լուծել պոտենցիալային աստիճանի նմանությամբ՝ ալիքային ֆունկցիաները «կարելով» պոտենցիալի թռիչքների կետերում, բայց որպես խնդրի լուծման ավելի հետաքրքիր և ընդհանուր մեթոդ, հաճախ օգտագործվում են այսպես կոչված T -մատրիցները, որոնք մենք կնկարագրենք հաջորդ պարագրաֆում:

§7.3 T -մատրիցներ

Պոտենցիալային աստիճանի աջ և ձախ տիրույթներում ալիքները բնութագրող լայնույթների միջև ստացված (7.3) կապերը կարելի է արտահայտել նաև մատրիցական հավասարումների տեսքով և այն էլ տարբեր եղանակներով: Ամենահիմնարար եղանակներից մեկն S -մատրիցների մեթոդն է, որոնք ցույց են տալիս, թե այն, ինչը «դուրս է գալիս», ինչպիսի ֆունկցիա է նրանից, ինչը «ներս է մտնում»՝

$$\begin{pmatrix} C \\ B \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} A \\ D \end{pmatrix}: \quad (3.1)$$

S - մատրիցները հաճախ կոչվում են նաև ցրման մատրիցներ:

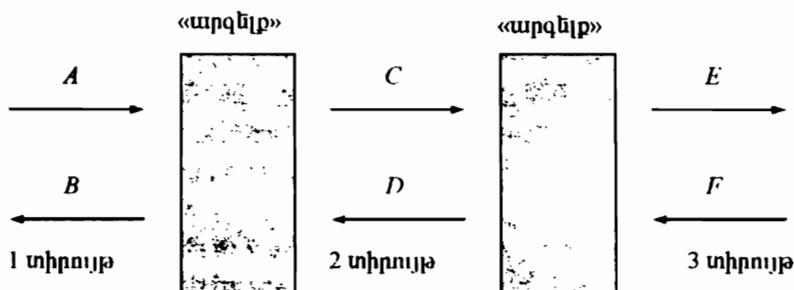
Սակայն այս գլխում S -մատրիցների փոխարեն մենք կօգտագործենք T -մատրիցները, որոնք հաճախ կոչվում են նաև անցման կամ տեղափոխման մատրիցներ: Այդ մատրիցները կապ են հաստատում արգելքից աջ՝ երկրորդ տիրույթում ալիքների և արգելքից ձախ՝ առաջին տիրույթում գոյություն ունեցող ալիքների լայնույթների միջև՝

$$\begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = T^{(21)} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11}^{(21)} & T_{12}^{(21)} \\ T_{21}^{(21)} & T_{22}^{(21)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Նկատենք, որ T -մատրիցը համարակալված է (21) ցուցչով, ինչի պատճառը շուտով պարզ կդառնա:

T -մատրիցների ներմուծման հիմնական առավելությունն այն է, որ դրանց ուղղակի բազմապատկմամբ կարելի է նկարագրել բարդ արգելքներ պարունակող միաչափ համակարգեր:

Իրոք, որպես օրինակ դիտարկենք երեք հորիզոնական (հարթ) պոտենցիալային ռելիեֆ ունեցող տիրույթներ, որոնք բաժանված են երկու արգելքային ինչ-որ տիրույթներով, և որոնց վրա ընդհանուր դեպքում տեղի ունեն էլեկտրոնային ալիքների ցրումներ (տես նկ.7-4):



Նկ. 7-4. Հաստատուն պոտենցիալ էներգիայով երեք տիրույթներ՝ բաժանված երկու արգելքային տիրույթներով, որոնցում ցույց են տրված դեպի աջ և ձախ գնացող ալիքներ:

Օգտագործելով T -մատրիցի (3.2) սահմանումը և արգելքից աջ ալիքները կապելով արգելքից ձախ ալիքների հետ, կունենանք՝

$$\begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = T^{(21)} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} E \\ F \end{pmatrix} = T^{(32)} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}: \quad (3.3)$$

Միավորելով այս առնչությունները, կստանանք՝

$$\begin{pmatrix} E \\ F \end{pmatrix} = T^{(32)} T^{(21)} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} \equiv T^{(31)} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

որտեղ $T^{(31)} = T^{(32)} \cdot T^{(21)}$: Ստացվածը բացատրում է T -մատրիցի ցուցչի նշանակման կարգը և կարող է պարզ ձևով ընդհանրացվել ցանկացած թվով արգելքներ պարունակող միաչափ պոտենցիալային ռելիեֆի համար: Նկատենք, որ թեև տիրույթները հարմար է համարակալել ձախից աջ, T -մատրիցները պետք է գրել հակառակ կարգով: Միայն այդ դեպքում նրանք ճիշտ հերթականությամբ կազդեն ալիքների լայնությունների վրա:

T -մատրիցայի տարրերով կարելի է հեշտությամբ արտահայտել անդրադարձման և անցման գործակիցները: Վերցնելով արգելքների համակարգից դեպի աջ հեռացող ալիքի լայնույթը՝ $E = t$ և բացառելով ետ եկող ալիքը ($F = 0$), կարող ենք գրել՝

$$\begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

որտեղ ընդունեցինք, որ ընկնող ալիքի լայնույթը՝ $A = 1$, իսկ անդրադարձողինը՝ $B = r$: Այստեղից կունենանք

$$r = -\frac{T_{21}}{T_{22}}, \quad t = T_{11} + T_{12} \cdot r = \frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}}: \quad (3.6)$$

Չետագայում մենք կտեսնենք, որ հաճախ t -ի համար ստացված (3.6) արտահայտության համարիչը հավասար է մեկի, այդ պատճառով էլ $t = T_{22}^{-1}$: Այս դեպքում T -մատրիցն ամբողջ պոտենցիալային ռելիեֆը բնութագրող համընդհանուր (գլոբալային) անցումային մատրիցն է: Օրինակ՝ պոտենցիալային աստիճանը բնութագրող T -մատրիցն, ըստ (2.3) -ի, կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$T^{(21)} = \frac{1}{2k_2} \begin{pmatrix} k_2 + k_1 & k_2 - k_1 \\ k_2 - k_1 & k_2 + k_1 \end{pmatrix} \equiv T(k_2, k_1): \quad (3.7)$$

Իսկ $E < V_0$ դեպքում (3.7) -ում պետք է k_2 -ի փոխարեն տեղադրել ik_2 :

Գրված T -մատրիցը նկարագրում է $z = 0$ կետում տեղադրված պոտենցիալային աստիճանը: Օգտակար է ընդհանրացնել նրա տեսքը նաև $z = d$ կետում գտնվող պոտենցիալային աստիճանի համար: Չասկանալի է, որ միակ տարբերությունը կարող է լինել արգելքներին բախվող ալիքների փուլերի միջև: Փուլերի այդ տարբերությունը կարելի է գտնել, կառուցելով $T(d)$ մատրիցան $T(0)$ մատրիցի հիման վրա, կատարելով հետևյալ երեք քայլերը.

1. Տեղափոխել պոտենցիալային աստիճանը $z = d$ կետից կոորդինատների սկզբնակետ՝ կատարելով $z' = z - d$ ձևափոխությունը: Ընկնող ալիքը, որն ունի $\exp(ik_1 z)$ տեսք, նոր կոորդինատային համակարգում կընդունի $\exp(ik_1 z')$ տեսքը: Այսինքն՝ անհրաժեշտ է ընկնող ալիքի լայնույթը բազմապատկել $\exp(ik_1 d)$ -ով: Նմանապես, աստիճանից ձախ անդրադարձած ալիքի լայնույթն անհրաժեշտ է բազմապատկել $\exp(-ik_1 d)$ -ով: Այս երկու գործոնները կարելի է ներկայացնել անկյունային մատրիցի տեսքով, որով պետք է բազմապատկել ընկնող և անդրադարձող ալիքների լայնույթների սկզբնական վեկտորը:

2. Կոորդինատների սկզբնակետի համար հաշվարկված անցման $T(0)$ մատրիցը կարող է այժմ օգտագործվել աջ տիրույթում ալիքների լայնությունը գրելու համար:

3. Պոտենցիալային աստիճանը նորից պետք է վերականգնվի իր հին տեղում: Դրա համար կատարվում է նոր՝ $z = z' + d$ տեղափոխությունը, որն, իր հերթին, ներմուծում է լրացուցիչ փուլային գործոններ: Սակայն այս դեպքում՝ ի տարբերություն 1-ին քայլի, վերջիններս ունեն հակառակ նշաններ և k_1 -ի փոխարեն պարունակում են k_2 ալիքային թվեր: Այդ երկու գործոնները նորից կարող են ներկայացվել անկյունագծային մատրիցի տեսքով:

Այսպիսով, $z = d$ կետում տեղադրված պոտենցիալային աստիճանի անցման $T(d)$ մատրիցը $T(0)$ -ի միջոցով կարելի է ներկայացնել հետևյալ կերպ՝

$$T(d) = \begin{pmatrix} e^{-ik_2 d} & 0 \\ 0 & e^{k_2 d} \end{pmatrix} T(0) \begin{pmatrix} e^{ik_1 d} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1 d} \end{pmatrix}: \quad (3.8)$$

Այս բանաձևի օգնությամբ հնարավոր է կառուցել պոտենցիալային աստիճանների տարբեր հերթականությամբ ձևավորված բարդ ռելիեֆների T -մատրիցները: Երբ պոտենցիալային արգելքից աջ և ձախ տիրույթներում պոտենցիալը և ալիքային վեկտորը նույնն են (օրինակ՝ ուղղանկյուն արգելքի դեպքում), ապա (3.7) տեղափոխական բանաձևն ընդունում է ավելի պարզ տեսք, քանի որ նրա եզրային երկու մատրիցները դառնում են մեկը մյուսին հակադարձ, և $T(d) = A^{-1}(d)T(0)A(d)$, որտեղ A -ն պարունակում է վերը բերված փուլային գործոնները: Վերջինս T -մատրիցի նույնական ձևափոխությունն է, որի արդյունքում պահպանվում են նրա բոլոր հատկությունները, այդ թվում՝ նրա որոշիչի արժեքը:

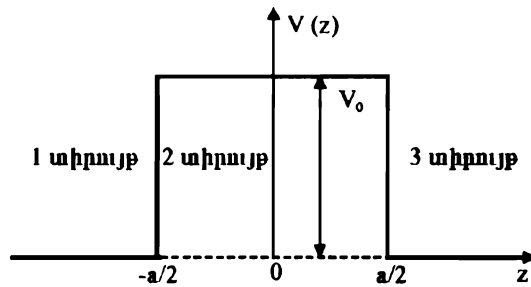
§7.4 Ուղղանկյուն պոտենցիալային արգելք

Այժմ վերը նկարագրված եղանակով կարող ենք կառուցել ուղղանկյուն արգելքի համար անցումային T -մատրիցը: Ենթադրենք՝ արգելքի կենտրոնը գտնվում է կոորդինատների սկզբնակետում (նկ.7-5)。

$$V(z) = \begin{cases} V_0, & |z| < \frac{a}{2}; \\ 0, & |z| > \frac{a}{2} \end{cases}: \quad (4.1)$$

Դիցուք՝ արգելքի վրա ընկնող էլեկտրոնի էներգիան՝ $E > V_0$: Քանի որ արգելքից ձախ և աջ տիրույթներում պոտենցիալը հավասար է զրոյի, ապա $k_1 = k_3$:

Այժմ T -մատրիցը կարելի է կառուցել, օգտագործելով երկու աստիճանների համար հայտնի T -մատրիցները: Սկզբում ալիքային թիվը փոփոխվում է k_1 -ից k_2 և առաջին քայլում կարող ենք գրել $T(k_2, k_1)$ մատրիցը՝ $z = -a/2$ կետում տեղադրված պոտենցիալային աստիճանի համար: Այդ նպատակով անհրաժեշտ է օգտվել (3.7) արտահայտությունից և ձևափոխել այն ըստ (3.6) օրենքի՝ $z = -a/2$ տեղափոխման պատճառով: Երկրորդ աստիճանի մոտ ալիքային թվերը փոխվում են հակառակ



Նկ. 7-5. a լայնությամբ ուղղանկյուն պոտենցիալային արգելք:

կարգով՝ k_2 -ից դեպի $k_3 = k_1$, հետևաբար՝ պետք է (3.7)-ի մեջ տեղափոխել k_1 և k_2 -ը և հետո, ըստ (3.8) -ի կատարել տեղափոխություն դեպի $z = +a/2$ կետը: Արդյունքում կունենանք՝

$$T^{(31)} = \begin{pmatrix} e^{\frac{ik_1 a}{2}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{ik_1 a}{2}} \end{pmatrix} T(k_1, k_2) \begin{pmatrix} e^{\frac{ik_2 a}{2}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{ik_2 a}{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{\frac{ik_2 a}{2}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{ik_2 a}{2}} \end{pmatrix} T(k_2, k_1) \begin{pmatrix} e^{\frac{ik_1 a}{2}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{ik_1 a}{2}} \end{pmatrix} : \quad (4.2)$$

Կենտրոնական երկու մատրիցների բազմապատկումից ստացվում է $\exp(\pm ik_2 a)$ անկումագծային տարրերով մի մատրից: Այն նկարագրում է ալիքի փուլի փոփոխությունը, երբ էլեկտրոնն անցնում է մի աստիճանից մինչև մյուսը: Կատարելով այդ մատրիցի բազմապատկումը $T(k_1, k_2)$ և $T(k_2, k_1)$ մատրիցների հետ, կստանանք՝

$$T^{(31)} = \frac{1}{2k_1k_2} \begin{pmatrix} e^{\frac{ik_1a}{2}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{ik_1a}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2k_1k_2 \cos k_2 a + i(k_1^2 + k_2^2) \sin k_2 a \\ i(k_1^2 - k_2^2) \sin k_2 a \\ -i(k_1^2 - k_2^2) \sin k_2 a \\ 2k_1k_2 \cos k_2 a - i(k_1^2 + k_2^2) \sin k_2 a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{\frac{ik_1a}{2}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{ik_1a}{2}} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

Երևում է, որ 4.2-ում միջին մատրիցը կախված է միայն արգելքի լայնությունից և կախված չէ նրա դիրքից: Արգելքի տարածական դիրքը տրվում է երկու կողմերից գրված փուլային գործոններով, որոնք կփոխվեն, եթե, օրինակ, արգելքը տեղադրված լիներ ոչ թե $-a/2$, $+a/2$ կետերի, այլ 0 և a կետերի միջև: Կատարելով վերջնական բազմապատկումները կստանանք $T^{(31)}$ մատրիցը, որի տարրերն են՝

$$T_{11}^{(31)} = \frac{2k_1k_2 \cos k_2 a + i(k_1^2 + k_2^2) \sin k_2 a}{2k_1k_2} e^{-ik_1a}, \quad (4.4)$$

$$T_{21}^{(31)} = \frac{i(k_1^2 - k_2^2)}{2k_1k_2} \sin k_2 a, \quad (4.5)$$

$$T_{12}^{(31)} = -\frac{i(k_1^2 - k_2^2)}{2k_1k_2} \sin k_2 a, \quad (4.6)$$

$$T_{22}^{(31)} = \frac{2k_1k_2 \cos k_2 a - i(k_1^2 + k_2^2) \sin k_2 a}{2k_1k_2} e^{ik_1a}. \quad (4.7)$$

Բերված արտահայտություններից հետևում է, որ $T_{11} = T_{22}^*$, $T_{12} = T_{21}^*$, և $\det|T| = |T_{11}|^2 - |T_{12}|^2 = 1$ (հակիրճության համար վերևում մատիցի (31) ցուցիչը բաց է թողնված): Հետագայում կապացուցվի, որ ստացված վերջին երկու արդյունքները ճիշտ են T -մատրիցների համար նաև ամենաընդհանուր դեպքում:

Այժմ կարող ենք որոշել անցման և անդրադարձման գործակիցները՝

$$t = \frac{T_{11} \cdot T_{22} - T_{12} T_{21}}{T_{22}} = \frac{\det|T|}{T_{22}} = \frac{1}{T_{22}}, \quad (4.8)$$

$$r = -\frac{T_{21}}{T_{22}}. \quad (4.9)$$

Ըստ հոսքի անցման գործակիցը վերջնականապես կլինի՝

$$T = |t|^2 = \frac{1}{\cos^2 k_2 a + \left(\frac{k_1^2 + k_2^2}{2k_1 k_2} \right)^2 \sin^2 k_2 a} = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2}{4E(E-V_0)} \sin^2 k_2 a}, \quad (4.10)$$

որտեղ $k_2 = [2m^*(E-V_0)/\hbar^2]^{1/2}$: Անդրադարձման գործակիցը՝ $R = 1 - T$:

Մենք գտանք անցման և անդրադարձման գործակիցները $E > V_0$ դեպքում: Եթե արգելքի վրա ընկնող էլեկտրոնի էներգիան $E < V_0$, ապա պետք է ստացված արտահայտությունների մեջ k_2 -ի փոխարեն տեղադրել ik_2 : Այդ դեպքում $\sin k_2 a = \sin(ik_2 a) = \sinh k_2 a$, և անցման գործակիցը կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$T = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2}{4E(V_0 - E)} \sinh^2 k_2 a}, \quad (4.11)$$

որտեղ $k_2 = [2m^*(V_0 - E)/\hbar^2]^{1/2}$: Մասնավոր դեպքում, երբ $E \rightarrow V_0$, այսինքն՝ $k_2 \rightarrow 0$, (4.9) -ից կամ (4.10) -ից կունենանք, որ

$$T(E = V_0) = \frac{1}{1 + \frac{m^* a^2 V_0}{2\hbar^2}}: \quad (4.12)$$

Կառուցենք անման գործակցի կախումն ընկնող էլեկտրոնի էներգիայից $a = 10$ նմ լայնությամբ $GaAs/Ga_{0.7}Al_{0.3}As/GaAs$ կտրուկ հետերոկառուցվածքի համար: Եթե արհամարհենք գոտիների հնարավոր ծավալությունը տարածական լիցքի գոյության պատճառով, ապա հաղորդական գոտու եզրի խզումները նշված հետերոկառուցվածքում կառաջացնեն ուղղանկյուն պոտենցիալային արգելք:

$GaAs$ -ի և $Ga_{0.7}Al_{0.3}As$ -ի արգելված գոտիների միջև ΔE_g տարբերությունը բաժանվում է հաղորդականության և վալենտական գոտիների խզումների միջև (տես Գլ.1): Ընդունելով $\Delta E_c \approx 0.6\Delta E_g$, արգելքի բարձրության համար կստանանք $V_0 = \Delta E_c \approx 0.3$ էՎ: Հաշվումների համար կենթադրենք նաև, որ երեք տիրույթներում էլ էլեկտրոնների արդյունաբար զանգվածը հավասար է $GaAs$ -ի Γ -հովտում նրանց արդյունաբար զանգվածին՝ $m^* = 0.067 m_0$:

Նկատենք, որ խնդրում ի հայտ է եկել պոտենցիալային արգելքի «հզորությունը» բնութագրող մի չափագուրկ մեծություն՝

$$\gamma = \sqrt{\frac{2m^*V_0a^2}{\hbar^2}}, \quad (4.13)$$

որն ընտրված պարամետրերի և $a = 10$ նմ լայնությամբ արգելքի դեպքում հավասար է 7,27 -ի (հիշեցնենք, որ նման պարամետր ի հայտ էր գալիս նաև Գլ. 2 -ում դիտարկված քվանտային փոսերի համար): Հետևաբար՝ անցման գործակցի գրաֆիկը կարելի է կառուցել հետևյալ աշխատանքային բանաձևերով.

$$T = \begin{cases} \frac{1}{1 + \left[4 \frac{E}{V_0} \left(\frac{E}{V_0} - 1 \right) \right]^{-1} \sin^2 \gamma \sqrt{\frac{E}{V_0} - 1}}, & \frac{E}{V_0} > 1; \\ \frac{1}{1 + \left[4 \frac{E}{V_0} \left(1 - \frac{E}{V_0} \right) \right]^{-1} \sinh^2 \gamma \sqrt{1 - \frac{E}{V_0}}}, & \frac{E}{V_0} < 1: \end{cases} \quad (4.14)$$

Այս կախվածությունը պատկերված է նկ.7-6 -ում: Վերհիշենք, որ դասական մոտեցմամբ $T = 0$, եթե $E < V_0$ և $T = 1$, եթե $E > V_0$: Քվանտային մեխանիկայում հնարավոր է էլեկտրոնների «թունելային» անցումն արգելքով նույնիսկ այն դեպքում, երբ $E < V_0$, թեև անցման հավանականությունը կարող է լինել չափազանց փոքր: Եթե $k_2 a \gg 1$, ապա, համաձայն (4.10) բանաձևի, թունելային անցման հավանականությունը՝

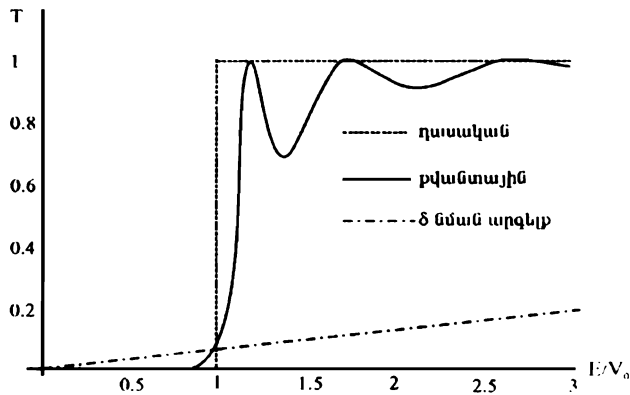
$$T \approx \frac{16E}{V_0} \exp(-2k_2 a), \quad (4.15)$$

շատ փոքր է և հիմնականում որոշվում է $\exp(-2k_2 a)$ արտադրիչով: Ստացված բանաձևը կարելի է օգտագործել որպես ուղղանկյուն արգելքով թունելային անցման հավանականության գնահատական:

(4.13) բանաձևի համաձայն, $E > V_0$ դեպքում անցման գործակիցն ունի ոչ մոնոտոն վարք և որոշակի $E = E_n$ էներգիաների համար, որոնք որոշվում են $\sin k_2 a = 0$ կամ $k_2 a = n\pi$ պայմանից, այն դառնում է հավասար մեկի.

$$E_n = V_0 + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* a^2} n^2: \quad (4.16)$$

Այսպիսի դեպքերում արգելքից անդրադարձող ալիքներ ընդհանրապես չկան:



Նկ.7-6. Անցման գործակիցի կախումն ընկնող էլեկտրոնի էներգիայից: Կետագծով ցույց է տրված անցման գործակիցը դասական դեպքում, ընդհատվող գծով՝ δ-նման արգելքով էլեկտրոնի անցման գործակիցը, երբ նրա հզորությունը՝ $S = V_0 a = \text{const}$:

Նկատենք, որ միայնակ պոտենցիալային աստիճանի դեպքում էլեկտրոնի վերարգելքային անցման գործակիցը մոնոտոն աճող է և նման տատանումներ չեն դիտվում: Ուղղանկյուն պոտենցիալային արգելքի դեպքում ի հայտ եկող տատանումների պատճառն արգելքի կտրուկ եզրերից անդրադարձած էլեկտրոնային ալիքների ինտերֆերենցն է: $\sin k_2 a = 0$ պայմանը նշանակում է, որ արգելքի ամբողջ լայնության վրա տեղավորվում են ամբողջ թվով կես ալիքներ, և պոտենցիալային արգելքի երկու տարբեր եզրերից անդրադարձած ալիքները 1-ին տիրույթում վերադրվելով՝ իրար լրիվ ոչնչացնում են: Նման «վերարգելքային» ռեզոնանսներն ունեն ընդհանուր ֆիզիկական բնույթ և կարող են դիտարկվել նաև ուրիշ տիպի ալիքային համակարգերում (օրինակ, ԳԲՀ ալիքների համար): Ողորկ գազաթնքով արգելքների դեպքում վերարգելքային անցման գործակիցն այլևս տատանումներ չի ցուցաբերում և այն էլեկտրոնների էներգիայից մոնոտոն աճող ֆունկցիա: Դրանում կարելի է համոզվել, օրինակ, ճշգրիտ լուծելով Շրեդինգերի հավասարումը $V(x) = V_0 c h^{-2} (x/a)$ տեսքի պոտենցիալի համար, որով հաճախ կարելի է մոտարկել իրական արգելքները:

Որպես ուղղանկյուն արգելքի տեսական պարզեցում հաճախ օգտագործում են δ-նման արգելքը: Այն ստացվում է, երբ արգելքի բարձրությունը՝ $V_0 \rightarrow \infty$ և միաժամանակ նրա լայնությունը՝ $a \rightarrow 0$, բայց այնպես, որ $S = V_0 a$ արտադրյալը պահպանվում է հաստատուն: Վերջինս տալիս է արգելքի «հզորության» չափը: Այսպիսի δ-սահմանում $k_2 \rightarrow \infty$, իսկ $k_2 a \rightarrow 0$, հետևաբար՝ T -մատրիցն ըստ (4.3)-(4.6)-ի, կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$T^{\delta} = \frac{1}{2k_1} \begin{pmatrix} 2k_1 - ik_2^2 a & -ik_2^2 a \\ ik_2^2 a & 2k_1 + ik_2^2 a \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 1 - iz & -iz \\ iz & 1 + iz \end{pmatrix}, \quad (4.17)$$

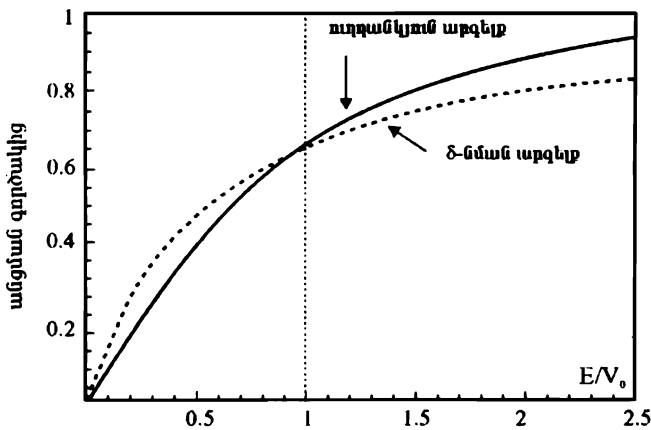
որտեղից երևում է, որ մատրիցի բոլոր տարրերը կախված են միակ՝

$$z = \frac{k_2^2 a}{2k_1} = \frac{m^* S}{\hbar^2 k_1} = S \sqrt{\frac{m^*}{2\hbar^2 E}} \quad (4.18)$$

պարամետրից: Այս դեպքում թունելային անցման գործակիցը՝

$$T = \frac{1}{1 + z^2} = \frac{1}{1 + \frac{2m^* S^2}{\hbar^2 4E}}, \quad (4.19)$$

որը մոնոտոն աճում է ընկնող էլեկտրոնների էներգիայի աճին զուգընթաց: Այդ կախվածությունը ցույց է տրված նկ.7-6 -ում նույն S -ով δ -արգելքի համար, ինչով բնութագրվում է համապատասխան ուղղանկյուն արգելքը: Երևում է, որ 10 նմ կարգի լայնությամբ արգելքների համար անցման հավանականությունները զգալիորեն տարբերվում են: Տրված էներգիայով էլեկտրոնի համար ուղղանկյուն արգելքն ավելի թափանցիկ է, քան նույն հզորությամբ δ -նման արգելքը: Բարակ արգելքների դեպքում այդ տարբերությունը փոքրանում է, և կորերը ավելի են իրար մոտենում (տես նկ.7-7)։



Նկ.7-7. $a = 5$ նմ լայնությամբ և $V_0 = 300$ մԷՎ բարձրությամբ արգելքի (հոծ գիծ) և δ -նման արգելքի (կետագիծ) թունելային անցման գործակիցների համամատումը:

§7.5 T - մատրիցների ընդհանուր հատկությունները

Ինչպես տեսանք, T -մատրիցաների ներմուծումը շատ օգտակար է, սակայն այն կապված է որոշակի բարդությունների հետ: Քանի որ ալիքային ֆունկցիաները ընդհանրապես ասած կոմպլեքս են, ապա T -մատրիցաների տարրերը նույնպես կոմպլեքս են: T -մատրիցը միաչափ դեպքում տրվում է 4 կոմպլեքս մեծություններով, ինչը նշանանակում է, որ այն որոշակի դարձնելու համար պետք է տրվեն ութ իրական մեծություններ: Մեր դիտարկված պարզագույն խնդիրներում r և t լայնությունները միարժեքորեն որոշվում էին ալիքային ֆունկցիաների համակցման պայմաններից և տրվում էին 2 կոմպլեքս թվերով կամ 4 իրական մեծություններով: Սակայն քանի որ հոսանքի պահպանման պայմանից հետևում է, որ $R + T = 1$, ապա մեր ստացած 4 իրական մեծություններից մնում են անկախ միայն 3-ը:

Պարզվում է, որ նման բան տեղի ունի կամայական T -մատրիցի համար, այսինքն՝ միշտ T -մատրիցի տարրերի միջև գոյություն ունի որոշակի կապ, որը բերում է միայն 3 անկախ մեծությունների գոյության: T -մատրիցների այդ հատկությունը պայմանավորված է մասնիկների հոսքի պահպանմամբ և ժամանակային ինվերսիայի նկատմամբ T -մատրիցների ինվարիանտությամբ:

Դիտարկենք $\Psi(z, t)$ ալիքային ֆունկցիան, որը բավարարում է Շրեդինգերի ժամանակային հավասարմանը՝

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(z, t)}{\partial t} = \hat{H}\Psi(z, t): \quad (5.1)$$

Ենթադրենք՝ $\hat{H}$ կախված չէ ժամանակից և իրական է (ավելի մանրամասն այս մասին կխոսվի հետագայում): Առաջին քայլում փոխենք այս հավասարման մեջ ժամանակի նշանը հակառակի՝

$$-i\hbar \frac{\partial \Psi(z, -t)}{\partial t} = \hat{H}\Psi(z, -t): \quad (5.2)$$

Այժմ վերցնենք այս հավասարման կոմպլեքս համալուծը՝

$$i\hbar \frac{\partial \Psi^*(z, -t)}{\partial t} = \hat{H}\Psi^*(z, -t): \quad (5.3)$$

Տեսնում ենք, որ ստացված հավասարումը ճշգրիտ համընկնում է (5.1)-ի հետ:

Այսպիսով, եթե $\Psi(z, t)$ -ն Շրեդինգերի հավասարման լուծում է, ապա $\Psi(z, -t)$ -ն նույնպես այդ հավասարման լուծում է: Հենց սրանում էլ կայանում է ժամանակի ինվերսիայի նկատմամբ ինվարիանտությունը: Նկատենք, որ մենք պահանջել էինք, որպեսզի $\hat{H}$ Համիլտոնիանը լիներ իրական, որը սակայն պարզունակ պահանջ չէ: Օրինակ՝ մագնիսական դաշտում այդ պահանջն արդեն տեղի չունի և որպեսզի ժամանակային ինվերսիայի հետևանքով Շրեդինգերի հավասարումը

չփոխվի, անհրաժեշտ է նաև միաժամանակ մագնիսական դաշտի ուղղությունը փոխել հակառակի:

Ժամանակային ինվերսիայի նկատմամբ ինվարիանտությունն ունի T -մատրիցների համար մի շարք կարևոր հետևանքներ:

Պարզության համար ենթադրենք, որ արգելքային տիրույթից ծախս և աջ տիրույթներում պոտենցիալ էներգիան հաստատուն է և հավասար նույն հաստատուն մեծությանը, որի պատճառով ալիքային թվերը նույնն են:

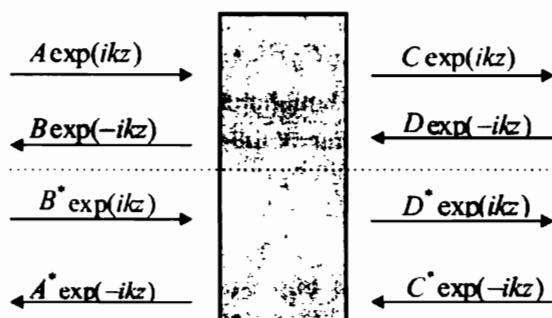
Ուսումնասիրենք էլեկտրոնի այնպիսի վիճակները, որոնց համապատասխանում են տարածվող ալիքներ: Բոլոր ալիքային ֆունկցիաներն այդ դեպքում կառուցվում են հետևյալ տիպի հարթ ալիքներից՝

$$\Psi_k(z, t) = A \exp[i(kz - \omega t)]: \quad (5.4)$$

Կատարելով այս արտահայտության մեջ ժամանակի ինվերսիա և վերցնելով նրա կոմպլեքս համալուծը կստանանք՝

$$\Psi_k^*(z, -t) = A^* \exp[i(-kz - \omega t)]: \quad (5.5)$$

Երևում է, որ k -ի նշանը և, հետևաբար, ալիքի տարածման ուղղությունը փոխվեց հակառակի, հանգամանք, որը սպասելի էր, ելնելով ժամանակի ուղղության ին-



Նկ. 7-8. Ընկնող և անդրադարձող ալիքներ՝ սկզբում և ժամանակային ինվերսիայից հետո:

վերսիայից: Ավելի քիչ կանխատեսելի էր, որ ալիքի լայնույթը պետք է փոխարինվեր իր կոմպլեքս համալուծով: Նկատենք, որ (5.5) -ի մեջ ժամանակից կախումը մնում է նույն՝ $\exp(-i\omega t)$ տեսքով, ինչը նշանակում է, որ $t \rightarrow -t$ ձևափոխության հետևանքով ստացիոնար վիճակի էներգիան չի փոխվում և այդ պատճառով հետագա հաշվարկներում վերջինով պայմանավորված ալիքային ֆունկցիայի ժամանակային մասը կարելի է բաց թողնել: Այսպիսով, եթե նկ. 7-2 -ում պատկերված արգելքային տիրույթից ծախս ունենք հետևյալ ալիքային ֆունկցիան՝

$$A \exp(ikz) + B \exp(-ikz), \quad (5.6)$$

ապա ժամանակի ինվերսիայի նկատմամբ ինվարիանտությունից կարող ենք պնդել, որ

$$B^* \exp(ikz) + A^* \exp(-ikz) \quad (5.7)$$

ֆունկցիան նույնպես պետք է լինի Շրեդինգերի հավասարման լուծում:

Եթե տիրույթից աջ ունենինք $C \exp(ikz)$ և $D \exp(-ikz)$ ալիքները, ապա ժամանակային ինվերսիայից հետո կունենանք $D^* \exp(ikz)$ և $C^* \exp(-ikz)$ ալիքները: Նկատի ունենալով, որ ըստ (3.2) սահմանման, T -մատրիցաները իրար հետ կապում են երկրորդ տիրույթում հեռացող և դեպի արգելք ընկնող ալիքների լայնություններն առաջին տիրույթում դեպի արգելք ընկնող և արգելքից հեռացող ալիքների լայնությունները, կարող ենք գրել (բաց թողնելով ցուցիչները), որ

$$\begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11}A + T_{12}B \\ T_{21}A + T_{22}B \end{pmatrix}: \quad (5.8)$$

Նման բան պետք է գրվի նաև ժամանակային ինվերսիայից հետո ստացված ալիքների համար: Քանի որ ֆիզիկական տեսակետից համակարգը չի փոխվել, ապա լայնությունների կապը կարտահայտվի նույն T -մատրիցով

$$\begin{pmatrix} D^* \\ C^* \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} B^* \\ A^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11}B^* + T_{12}A^* \\ T_{21}B^* + T_{22}A^* \end{pmatrix}: \quad (5.9)$$

Այս վերջին հավասարման մեջ տեղափոխենք տողերը և վերցնենք ստացված հավասարման կոմպլեքս համալուծը: Կստանանք

$$\begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{22}^*A + T_{21}^*B \\ T_{12}^*B^* + T_{11}^*A^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{22}^* & T_{21}^* \\ T_{12}^* & T_{11}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}: \quad (5.10)$$

Համեմատելով (5.8) հետ, կարող ենք նկատել, որ նրանք իրար հետ կհամընկնեն, եթե

$$T_{11} = T_{22}^* \quad (T_{22} = T_{11}^*) \quad \text{և} \quad T_{12} = T_{21}^* \quad (T_{21} = T_{12}^*) \quad (5.11)$$

Այսինքն՝ իրականում T -մատրիցի չորս տարրերից միայն երկուսն են անկախ: Այդ պատճառով այն կարող ենք գրել հետևյալ տեսքով՝

$$T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{12}^* & T_{11}^* \end{pmatrix}: \quad (5.12)$$

T -մատրիցի մնացած երկու անդամների միջև հաջորդ կապն է գալիս հոսքի պահպանման օրենքից, որը պետք է լինի նույնը արգելքից ձախ և աջ տիրույթներում: Քանի որ, ըստ ենթադրության ալիքային վեկտորը նույն էր մնում, ապա

$$|A|^2 - |B|^2 = |C|^2 - |D|^2: \quad (5.13)$$

Կամ կատարելով որոշ ձևափոխություններ կունենանք՝

$$\begin{aligned}
|A|^2 - |B|^2 &= C \cdot C^* - D \cdot D^* = (T_{11}A + T_{12}B)(T_{22}A^* + T_{21}B^*) - \\
&- (T_{21}A + T_{22}B)(T_{11}B^* + T_{12}A^*) = (T_{11}A + T_{12}B)(T_{11}^*A^* + T_{12}^*B^*) - \\
&- (T_{12}^*A + T_{11}^*B)(T_{11}B^* + T_{12}A^*) = (|T_{11}|^2 - |T_{12}|^2)|A|^2 - \\
&- (|T_{11}|^2 - |T_{12}|^2)|B|^2 = (|T_{11}|^2 - |T_{12}|^2)(|A|^2 - |B|^2),
\end{aligned} \tag{5.14}$$

որտեղից՝

$$|T_{11}|^2 - |T_{12}|^2 = 1 \equiv \det|T| \tag{5.15}$$

Հենց այս կապի պատճառով է, որ T -մատրիցը բնութագրող իրական անկախ մեծությունների թիվը չորսից դառնում է երեք: T -մատրիցը կարելի է ներկայացնել նաև անցման և անդրադարձման գործակիցներով, եթե վերիիշենք, որ $t = T_{22}^{-1} = T_{11}^{*-1}$, իսկ $r = -T_{21}/T_{22} = -T_{12}^*/T_{11}^* = -tT_{12}^*$ (տես (3.6)): Հետևաբար՝

$$T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{12}^* & T_{11}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{t^*} & -\frac{r^*}{t^*} \\ -\frac{r}{t} & \frac{1}{t} \end{pmatrix}: \tag{5.16}$$

Նկատենք, որ $\det|T|=1$ պայմանից անմիջապես հետևում է, որ տեղի ունի հոսքի պահպանման պայմանը՝ $|r|^2 + |t|^2 = 1$:

Հաճախ օգտակար է լինում T -մատրիցաները սահմանել ոչ թե վերը նկարագրած ձևով, այլ այնպես, որ դրանք տան ծախ տիրույթում եղած ալիքները՝ աջ մասում եղած ալիքների միջոցով: Եթե $T^{(21)}$ -մատրիցան տրված է սովորական (3.1) սահմանմամբ, ապա նրա հակադարձն $T^{(12)}$ մատրիցան կսահմանվի այսպես՝

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = T^{(12)} \begin{pmatrix} D \\ C \end{pmatrix}: \tag{5.17}$$

Նկատենք, որ $T^{(12)}$ մատրիցը սովորական իմաստով $T^{(21)}$ -մատրիցի հակադարձը չէ, քանի որ T -մատրիցը միշտ սահմանվում է այնպես, որ վերևի տողը համապատասխանում է դեպի աջ գնացող ալիքներին, իսկ $T^{(12)}$ -ի սահմանման մեջ վերևի տողում գրված են դեպի ձախ գնացող ալիքները: (5.8) հավասարումից կարելի է գրել, որ

$$\begin{pmatrix} D \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{21}A + T_{22}B \\ T_{11}A + T_{12}B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{21} & T_{22} \\ T_{11} & T_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}: \tag{5.18}$$

Տեղադրելով (5.17)-ի մեջ և նշանակելով $T^{(12)} = T'$, կստանանք հետևյալ հավասարումը՝

$$\begin{pmatrix} B \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T'_{11} & T'_{12} \\ T'_{21} & T'_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T_{21} & T_{22} \\ T_{11} & T_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}; \quad (5.19)$$

Այժմ, նկատի ունենալով, որ T -մատրիցի տարրերը փոխկապակցված են՝ $T_{21} = T_{12}^*$, $T_{22} = T_{11}^*$, և հավասարեցնելով A -ի և B -ի գործակիցները, (5.17) հավասարումից կստանանք 4 հավասարումների համակարգ, որտեղից հեշտությամբ կորոշվեն $T^{(12)}$ մատրիցի տարրերը

$$T^{(12)} = \begin{pmatrix} T'_{11} & T'_{12} \\ T'_{21} & T'_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & -T_{12}^* \\ -T_{12} & T_{11}^* \end{pmatrix}; \quad (5.20)$$

$T^{(12)}$ -մատրիցը կապում էր արգելքից ծախ տիրույթում հեռացող ալիքի (առաջին տող) և դեպի արգելք եկող ալիքի (երկրորդ տող) լայնույթներն աջից դեպի արգելք եկող և նրանից հեռացող ալիքների լայնույթների հետ: $T^{(21)}$ -ի նմանությամբ այն նկարագրում է աջ տիրույթից դեպի արգելք ընկնող ալիքի անցման պրոցեսը, ալիք, որը հիմա տարածվում է z -երի առանցքին հակառակ ուղղությամբ և ընկնելով արգելքային տիրույթի վրա, ցրվում է՝ մասամբ՝ անդրադառնալով և մասամբ էլ անցնելով: Նշանակելով այս դեպքի համար անցման և անդրադարձման լայնույթները t' -ով և r' -ով և նկատի ունենալով, որ $T_{11} = 1/t^*$, $T_{12} = -r^*/t^*$, կարող ենք գրել՝

$$T^{(12)} = \begin{pmatrix} \frac{1}{t'^*} & -\frac{r'^*}{t'^*} \\ -\frac{r'}{t'} & \frac{1}{t'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{t'^*} & \frac{r}{t} \\ \frac{r^*}{t'^*} & \frac{1}{t} \end{pmatrix}, \quad (5.21)$$

այսինքն՝

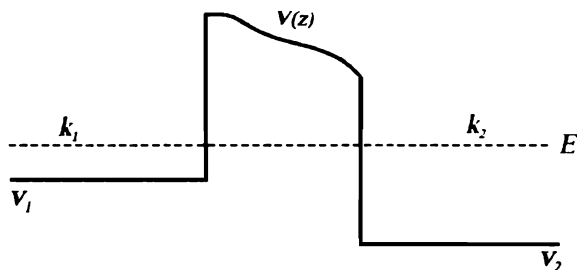
$$t' = t, \quad r' = -\frac{t'}{t^*} r; \quad (5.22)$$

Սա նշանակում է, որ անցման հավանականությունը նույնն է անկախ այն բանից, թե էլեկտրոնն արգելքի վրա որ կողմից է ընկնում՝ ծախի՞ց, թե՞ աջից: Անդրադարձման գործակիցը կարող է տարբերվել միայն փուլով, որը սակայն նորից նշանակում է, որ ըստ հոսքի անդրադարձման գործակիցը նույնպես նույնն է: Քանի որ արգելքային տիրույթում պոտենցիալ էներգիայի տեսքը չէր որոշակիացվել, ապա ստացված արդյունքը ճիշտ է կամայական, այդ թվում՝ և ոչ համաչափ արգելքի համար՝ պայմանով, որ արգելքի երկու կողմերում պոտենցիալ էներգիան հաստատուն է և հավասար նույն մեծությանը (հարթ ռելիեֆ):

Եթե արգելքը համաչափ է կոորդինատների սկզբնակետի նկատմամբ, ապա թե՛ աջից և թե՛ ծախից անկման դեպքում այն պետք է ունենա նույն r -ը և t -ն: Այս փաստը T -մատրիցի վրա դնում է նոր սահմանափակում: $r = r'$ պայմանը կարելի է գրել այսպես՝

$$-\frac{T_{12}^*}{T_{11}^*} = -\frac{t}{t^*} r^* = -\frac{T_{11}}{T_{11}^*} \left(-\frac{T_{12}}{T_{11}} \right) = \frac{T_{12}}{T_{11}}, \quad (5.23)$$

որտեղից՝ $T_{12} = -T_{12}^*$: Այսինքն՝ համաչափ արգելքի համար T_{12} միշտ պետք է լինի կեղծ: Եթե վերադառնանք համաչափ ուղղանկյուն արգելքի խնդրին (§7.4), ապա (4.5) բանաձևից կտեսնենք, որ այն իսկապես տեղի ունի:



Նկ. 7-9. Տարբեր պոտենցիալային հարթակներով արգելքային տիրույթ ($V_1 \neq V_2, k_1 \neq k_2$) :

Մինչև այժմ օգտագործվում հարթ ալիքները նորմավորված էին սովորական ձևով, այն է մինչև լայնության գործակիցներով բազմապատկվելը բոլորին համապատասխանում էր նույն հոսքի խտությունը: Պատճառն այն էր, որ արգելքային տիրույթից ձախ և աջ պոտենցիալ հարթակներն ունեին նույն բարձրությունը ուստի, էլեկտրոնային ալիքները բնութագրվում էին նույն ալիքային թվերով: Սակայն, երբ պոտենցիալային հարթակները տարբեր են, ինչպես, օրինակ, ցույց է տրված Նկ. 7-9-ում, ապա վերն ասվածը ճիշտ չէ և ավելի հարմար է տարածվող ալիքները նորմավորել այնպես, որ նրանց համապատասխանեն հավասար հոսքեր: Դրա համար պետք է ալիքները ներկայացնել այնպես, որ հոսքում առկա $\hbar k/m^*$ գործոնը կրճատվի: Ուրիշ խոսքով, հարմար է այս դեպքում ալիքային ֆունկցիաներն աջ և ձախ տիրույթներում վերցնել հետևյալ ձևով՝

$$A \sqrt{\frac{m^*}{\hbar k_1}} e^{ik_1 z} + B \sqrt{\frac{m^*}{\hbar k_1}} e^{-ik_1 z}, \quad C \sqrt{\frac{m^*}{\hbar k_2}} e^{ik_2 z} + D \sqrt{\frac{m^*}{\hbar k_2}} e^{-ik_2 z}: \quad (5.24)$$

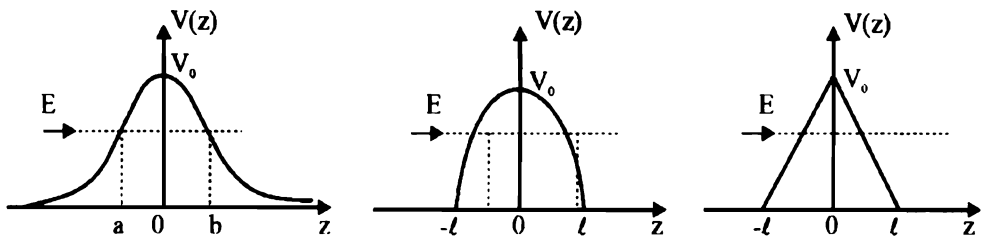
Այդ դեպքում ըստ հոսքի անցման գործակիցը կլինի $T = |C|^2 / |A|^2$ և այլևս չի պարունակի k_1 և k_2 գործոնները, իսկ նախաէպոնենցիալ գործոնները հաշվի կառնվեն T -մատրիցի տարրերի հաշվարկի մեջ: Հետևաբար՝ մեր կողմից հավասար հարթակների դեպքի համար ստացված արդյունքները կարող են կիրառվել և այն դեպքում, երբ հարթակները տարբեր են:

Վերջում հարկ է նշել, որ T -մատրիցների ընդհանուր տեսությունը կարելի է կիրառել նաև կամայական տեսքի արգելքի համար, քանի որ սահուն կորով նկա-

րագրվող պոտենցիալային ռելիեֆները միշտ կարելի է մոտարկել ուղղանկյուն արգելքների հաջորդականությամբ: Այդ դեպքում գլոբալ T -մատրիցը ուղղակի հավասար կլինի բոլոր պոտենցիալային աստիճանների T -մատրիցների արտադրյալին: Ներդրված ուղղանկյուն արգելքների թիվը սահմանում ձգտեցնելով անվերջության, սկզբունքորեն կարելի է ստանալ կամայական տեսքի արգելքի համընդհանուր T -մատրիցան: Սակայն նման մոտեցումը կապված է մաթեմատիկական մեծ դժվարությունների հետ, որի պատճառով էլ հաճախ բավարարվում են այդպիսի արգելքների թունելային թափանցելիության մոտավոր գնահատականով, ինչը կարող է կատարվել նաև քվադրատական մոտավորությամբ: Հայտնի է, որ այս դեպքում անցման գործակիցը տրվում է՝

$$T \approx \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_a^b \sqrt{2m^*[V(z) - E]} dz\right) \quad (5.25)$$

արտահայտությամբ, որտեղ a -ն և b -ն այն կետերի կոորդինատներն են, որոնց միջև $V(z) > E$ (տես նկ.7-10):



Նկ.7-10. Արգելքի թունելային թափանցելիության հաշվարկը քվադրատական մոտավորությամբ. ա) ընդհանուր դեպք, բ) պարաբոլային պոտենցիալային արգելք, գ) եռանկյունաձև պոտենցիալային արգելք:

Դժվար չէ ցույց տալ, որ, օրինակ, եռանկյունաձև պոտենցիալային արգելքի համար (նկ.7-10, բ)՝

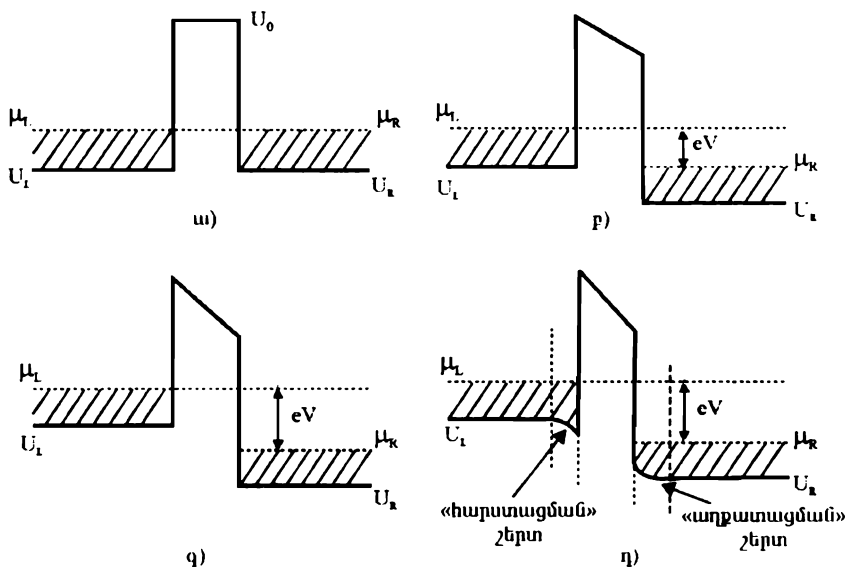
$$T \approx \exp\left(-\frac{8\ell\sqrt{2m^*}}{3\hbar V_0} (V_0 - E)^{3/2}\right): \quad (5.26)$$

Նմանապես, նկ.7-10 գ)-ում պատկերված պարաբոլային արգելքի համար

$$T \approx \exp\left[-\frac{\pi\ell}{\hbar} \sqrt{\frac{2m^*}{V_0}} (V_0 - E)\right]: \quad (5.27)$$

§7.6 Թունելային հոսանքը և հաղորդունակությունը միաչափ դեպքում

Նախորդ պարագրաֆում նկարագրված թունելային երևույթի տեսությունը հնարավորություն է տալիս գտնել անցման $T(E)$ գործակցի կախումն ընկնող էլեկտրոնի էներգիայից: Հաջորդ քայլը պետք է լինի այդ արտահայտության օգտագործումն այնպիսի ֆիզիկական մեծությունների հաշվելու համար, որոնք կարող են չափվել փորձով: Խոսքն, իհարկե, առաջին հերթին գնում է էլեկտրոնների թունելային հոսանքի և արտաքին կիրառված լարումից նրա ունեցած կախվածության մասին (վոլտ-ամպերային բնութագիր՝ $I(V)$): Այդ նպատակով դիտարկենք պարզագույն ուղղանկյուն արգելք, որը երկու կողմից շրջապատված է այլասերված էլեկտրոնային գազերով (հաճախ ասում են էլեկտրոնների Ֆերմիի «ծովերով») (նկ.7-11):



Նկ.7-11. Երկու կողմից էլեկտրոնների Ֆերմիի «ծովերով» շրջապատված ուղղանկյուն պոտենցիալային արգելքը. (ա) հավասարակշռության վիճակում, (բ) աջ տիրույթի նկատմամբ կիրառված է դրական փոքր շեղում, (գ) մեծ լարումների դեպքը, երբ աջ տիրույթի էլեկտրոնները ոչ մի ներդրում չունեն հոսանքի մեջ, (դ) գոտիների հնարավոր ծռումները: Նկատենք, որ կիրառված արտաքին լարումը հիմնականում ընկնում է արգելքի տիրույթի վրա, որի դիմադրությունը շատ ավելի մեծ է, քան շրջապատող տիրույթների:

Եթե արտաքին լարումը կիրառված է այնպես, որ աջ տիրույթը դրականորեն է շեղված ձախի նկատմամբ, ապա այդ տիրույթում բոլոր էլեկտրոնային էներգիաներն իջնում են $-eV$ չափով: Հավասարակշռության դեպքում էլեկտրոնների բաշխումն ամբողջ համակարգում տրվում էր միևնույն Ֆերմիի մակարդակով: Սակայն արտաքին լարման առկայության դեպքում, երբ հավասարակշռությունը խախտվում է,

այլևս նման նկարագրությունը ճիշտ չէ, և յուրաքանչյուր տիրույթ (արգելքից աջ և ձախ) արդեն պետք է ունենա իր սեփական Ֆերմիի «մակարդակը»՝ μ_L և μ_R ։ Այդ մակարդակներն իրարից տարբերվում են կիրառված լարման չափով՝

$$\mu_L - \mu_R = eV : \quad (6.1)$$

Նշենք, որ խիստ ասած, իրականում Ֆերմիի մակարդակներ գոյություն ունեն միայն հավասարակշռության պայմաններում, սակայն, եթե համակարգի շեղումը հավասարակշռության վիճակից մեծ չէ, ապա համակարգի տարբեր տիրույթների համար կարելի է նորից մտցնել իրենց Ֆերմիի մակարդակները, որոնք այս դեպքում կոչվում են Ֆերմիի քվազիմակարդակներ։ Քվազիմակարդակների ներմուծմամբ էլեկտրոնների բաշխումն ըստ էներգիաների աջ և ձախ տիրույթներում կարող ենք նորից նկարագրել Ֆերմիի բաշխումով, սակայն տարբեր μ_L և μ_R քվազիմակարդակներով։ Այս դեպքում թունելային հոսանքի հաշվարկը դառնում է պարզ խնդիր, եթե, իհարկե, ընդունենք, որ արգելքով անցած էլեկտրոններն այլևս ետ չեն անդրադառնում, և ընկնող էլեկտրոնների բաշխումը դրա արդյունքում չի խտտորվում։ Սկզբում հաշվենք թունելային հոսանքը մաքուր միաչափ շարժման դեպքում և պարզության համար հաշվի չառնենք իրական կառուցվածքներում առկա այլ ազատության աստիճանները՝ պայմանավորված, օրինակ, էլեկտրոնների լայնական շարժումով։ Լայնական շարժման ազդեցությունը կքննարկվի հաջորդ պարագրաֆում։

Նշենք նաև, որ նկ.7-11-ում պատկերված դիագրամն իդեալականացված է, քանի որ նրանում հաշվի չեն առնված տարածական լիցքի ազդեցության շնորհիվ գոտիների հնարավոր ծավառությունը։ Եթե, օրինակ, ձախ տիրույթում էլեկտրոնների կոնցենտրացիան լիներ ավելի փոքր, քան աջ տիրույթում, ապա հավասարակշռության պայմաններում արգելքից ձախ՝ մերձարգելքային տիրույթում կառաջանար «հարստացման» շերտ և գոտիները կծռվեն դեպի ներքև, իսկ աջ տիրույթում, ընդհակառակը, կառաջանար աղքատացման շերտ և գոտիների կծռվեին դեպի վերցը (նկ.7-10, դ)։ Այդ դեպքում որպես մուտքային և ելքային տիրույթներ կարելի է վերցընել նշված շերտերից դուրս եղած տիրույթները, որտեղ արդեն տարածական լիցքեր չկան ու պոտենցիալի ընթացքը հորիզոնական է։ Իսկ որպես «արգելք» հանդես կգա այն ամենը, ինչ մնում է այդ երկու տիրույթների միջև։ Սակայն մենք հետագայում քննարկելու ենք ուժեղ լեզվիման դեպքը, երբ արգելքից ձախ և աջ տիրույթներում էլեկտրոնային գազերն այլասերված են (ինչպես մետաղում), ուստի տարածական լիցքի շերտերը շատ բարակ են և կարող են անտեսվել։

Այդ մոտավորությամբ արգելքից ձախ և աջ տիրույթներում պոտենցիալն ամենուրեք կլինի հորիզոնական, իսկ ալիքային ֆունկցիաները կունենան հարթ ալիքների տեսք, ինչն էապես հեշտացնում է հոսանքի հաշվարկը։

Հոսանքի հաշվարկի համար պետք է նկատի ունենալ, որ էլեկտրոններն ընկնում են արգելքի վրա թե՛ ձախից և թե՛ աջից։ Ձախից դեպի աջ գնացող էլեկտրոնների կողմից առաջացրած հոսանքի խտությունը՝

$$I_L = 2e \int_0^{\infty} v(k) T(k) [1 - f(E(k), \mu_R)] f(E(k), \mu_L) \frac{dk}{2\pi} : \quad (6.2)$$

Այս արտահայտության մեջ մտնող անդամներն ունեն հետևյալ իմաստները.

1. էլեկտրոնի լիցքը՝ e -ն մտցված է, որպեսզի նրանց հոսքը դառնա էլեկտրական հոսանքի խտություն: էլեկտրոնի լիցքի բացասական նշանը հաշվի է առնված, քանի որ ձախից աջ գնացող էլեկտրոնները ստեղծում են հոսանք, որի ուղղությունը համարվում է դրական ընտրված լարման ուղղության դեպքում («+»-ն աջ տիրույթի վրա):

2. Ինտեգրումը կատարվում է ըստ k -ի դրական արժեքների, քանի որ հաշվի են առնված այն էլեկտրոնները, որոնք ձախից են ընկնում արգելքի վրա՝ շարժվելով z -առանցքի դրական ուղղությամբ: Միաչափ դեպքում, միավոր երկարության վրա, $(k, k + dk)$ միջակայքում վիճակների թիվը հավասար է $2dk / 2\pi$, իսկ այդ վիճակներում գտնվող էլեկտրոնների թիվը՝ $dn = f(E(k), \mu_L) 2dk / 2\pi$, որտեղ երկու գործակիցը հաշվի է առնում էլեկտրոնի սպինը:

3. $f(E(k), \mu_L)$ -ն այն բանի հավանականությունն է, որ արգելքից աջ տվյալ k -ով և $E(k)$ էներգիայով վիճակը զբաղված է էլեկտրոններով:

4. $v(k)$ արագությունն է հայտ է գալիս հոսանքի տարրական խտությունը հաշվելիս՝ $dI_L \sim e v(k) dn$:

5. Վերջապես, ձախից աջ ընկնող էլեկտրոնները կարող են հաղթահարել արգելքը և թունելային անցում կատարել $T(k)$ հավանականությամբ, եթե արգելքից աջ նույն էներգիայով վիճակն ազատ է: Այդ պատճառով (6.2) -ի մեջ մտնում է $T(k)[1 - f(E(k), \mu_R)]$ գործոնը:

(6.2) -ում հարմար է ինտեգրումը կատարել ըստ էներգիայի: Կատարելով փոփոխականի փոխարինում՝

$$dk = \frac{dk}{dE} dE = \frac{1}{\hbar v} dE, \quad (6.3)$$

այնուհետև (6.3)-ը տեղադրելով (6.2)-ի մեջ և նկատի ունենալով, որ $k=0$ մակարդակը համապատասխանում է հաղորդականության գոտու հատակին, որը նշանակված է U_L -ով, կստանանք՝

$$\begin{aligned} I_L &= 2e \int_{U_L}^{\infty} v(k) T(E) f(E(k), \mu_L) [1 - f(E(k), \mu_R)] \frac{dE}{2\pi \hbar v(k)} = \\ &= \frac{2e}{h} \int_{U_L}^{\infty} T(E) f(E(k), \mu_L) [1 - f(E(k), \mu_R)] dE \end{aligned} \quad (6.4)$$

Ինչպես երևում, է վերջնական արտահայտության մեջ էլեկտրոնի արագությունը $v(E)$ -ն բացակայում է, փաստ, որը, ինչպես ցույց կտրվի հետագայում, հանգեցնում է քվանտացված հաղորդունակության: Պետք է նշել, որ այս փաստը խնդրի միաչափության արդյունք է: Բանն այն է, որ բարձր էներգիայով վիճակներում էլեկտրոններն ունեն մեծ արագություններ և թվում էր, թե պետք է ստեղծեն ավելի մեծ հոսանք, սակայն մեծ արագությունների ներդրումը ճշտորեն համակշռվում է միաչափ վիճակների խտության նվազումով:

Այժմ կարող ենք գրել նաև աջից ծախս գնացող էլեկտրոնների հոսանքը: Այն ունի (6.4)-ի նման տեսք, բայց որոշ տարբերություններով: Նախ՝ այն ունի հակառակ նշան, քանի որ էլեկտրոնները շարժվում են արտաքին դաշտին հակառակ: Երկրորդ, էլեկտրոնների բաշխումը նկարագրվում է μ_R Ֆերմիի քվազիմակարդակով և, վերջապես, ինտեգրման ներքին սահմանը պետք է վերցնել $U_R < U_L$: Արդյունքում կստանանք՝

$$I_R = -\frac{2e}{h} \int_{U_R}^{\infty} T(E) f(E, \mu_R) [1 - f(E, \mu_L)] dE : \quad (6.5)$$

(6.5) -ում հաշվի է առնվել այն փաստը, որ արգելքով թունելային անցման գործակիցը ծախսից աջ և աջից ծախս նույնն է (տես (5.22) -ը): Պարզ է, որ աջ տիրույթում գտնվող այն էլեկտրոնները, որոնց էներգիաներն ընկած են $U_R < E < U_L$ տիրույթում, չեն կարող իրականում անցում կատարել աջից ծախս և առաջացնել հոսանք, քանի որ այդպիսի էներգիաներով վիճակներ ծախս տիրույթում չկան (արգելված գոտի) և նրանց չեն կարող համապատասխանել տարածվող վիճակներ: Այդ պատճառով, որպես ինտեգրման ստորին սահման պետք է վերցնել U_L -ը (ընդհանուր դեպքում, կամայական լարման դեպքում պետք է վերցնել U_L և U_R արժեքներից ամենամեծը):

Գումարելով (6.4) -ը և (6.5) -ը, կստանանք լրիվ հոսանքը՝

$$I = I_L + I_R = \frac{2e}{h} \int_{U_L}^{\infty} T(E) [f(E, \mu_L) - f(E, \mu_R)] dE : \quad (6.6)$$

Ստացված բանաձևով տրվող հոսանքի կախումը լարումից գծային չէ, և Օհմի օրենքը տեղի չունի: (6.6) արտահայտությունը բավարարում է այն ակնհայտ պայմանին, որ երբ $V = 0$, ապա $I = 0$, քանի որ այդ դեպքում համակարգը հավասարակշռության մեջ է և $\mu_L = \mu_R$:

Թունելային հոսանքի (6.6) արտահայտությունն առաջին անգամ ստացվել է Ցուի և Իսակիի կողմից: Որոշ սահմանային դեպքերում այն ընդունում է պարզ տեսքեր:

ա/ Ենթադրենք՝ արտաքին լարումն այնպիսին է, որ տեղի ունի նկ.7-11 -ում պատկերված (զ) դեպքը, երբ աջ տիրույթի զբաղված վիճակների էներգիաներն ընկած են U_L -ից ներքև և այդ պատճառով այդպիսի էլեկտրոնները չեն կարող մաս-

նակցել հոսանքի անցմանը (ցածր ջերմաստիճաններում $E > \mu_R$ վիճակներն էլեկտրոններով համարյա զբաղեցված չեն): Այս պայմաններում $f(E, \mu_R)$ ֆունկցիան (6.6)-ում կարելի է անտեսել և համարել, որ աջից ծախ գնացող էլեկտրոններով հոսանքի բաղադրիչ գոյություն չունի:

բ/ Ցածր ջերմաստիճաններում Ֆերմիի բաշխումը կարելի է մոտարկել աստիճանաձև բաշխումով: Ուստի հոսանքի մեջ ներդրում տալիս են միայն այն էլեկտրոնները, որոնց էներգիաները ընկած են μ_L -ի և μ_R -ի միջև և որոնց համար $f(E, \mu_L) \approx 1$.

$$I = \frac{2e}{h} \int_{\mu_R}^{\mu_L} T(E) dE : \quad (6.7)$$

Եթե $\mu_R < U_L$, ապա որպես ինտեգրալի ստորին սահման պետք է վերցնել U_L մակարդակը, ուստի հոսանքը՝

$$I = \frac{2e}{h} \int_{U_L}^{\mu_L} T(E) dE : \quad (6.8)$$

գ/ Ենթադրենք՝ արտաքինից կիրառված է փոքր լարում՝ $eV \ll \mu$, որտեղ μ -ն Ֆերմիի մակարդակն է հավասարակշռության պայմաններում: Այդ դեպքում Ֆերմիի ֆունկցիաների տարբերությունը (6.6)-ում մեջ կարելի է վերլուծել շարքի, պահելով ըստ V -ի գծային անդամները: Եթե վերցնենք $\mu_L = \mu + \frac{1}{2}V$, իսկ $\mu_R = \mu - \frac{1}{2}V$, ապա

$$f(E, \mu + \frac{1}{2}V) - f(E, \mu - \frac{1}{2}V) \approx eV \frac{\partial f(E, \mu)}{\partial \mu} = -eV \frac{\partial f(E, \mu)}{\partial E} : \quad (6.9)$$

Վերջին անդամը գրելիս նկատի ունեցանք, որ Ֆերմիի բաշխումը ֆունկցիա է $(E - \mu)$ տարբերությունից: Այսպիսով, կստանանք՝

$$I = \frac{2e^2 V}{h} \int_{U_L}^{\infty} \left(-\frac{\partial f}{\partial E} \right) T(E) dE : \quad (6.10)$$

Ըստ (6.10) -ի փոքր լարումների դեպքում տեղի ունի Օհմի օրենքը, իսկ համակարգի *հաղորդունակությունը* (դիմադրության հակադարձ մեծությունը, որը չպետք է շփոթել հաղորդականության հետ)՝

$$G = \frac{I}{V} = \frac{2e^2}{h} \int_{U_L}^{\infty} \left(-\frac{\partial f}{\partial E} \right) T(E) dE : \quad (6.11)$$

Այս արտահայտության մեջ մտնող ինտեգրալը չափազուրկ մեծություն է, ուստի հաղորդունակության չափայնությունը տրվում է նախահինտեգրալային գործո-

նով: e^2/h մեծությունը, որը կախված է միայն հիմնարար հաստատուններից՝ էլեկտրոնի լիցքից և Պլանկի հաստատունից, ներկայացնում է հաղորդունակության քվանտը, որը հավասար է $38,7 \cdot 10^{-6} \text{ Օմ}^{-1}$, իսկ դիմադրությունը քվանտը՝ $h/e^2 = 25,8 \text{ կՕմ}$:

դ/ Շատ ցածր՝ բացարձակ զրոյին ձգտող ջերմաստիճաններում, երբ Ֆերմիի բաշխման կորը $E = \mu$ -ի մոտ փոփոխվում է շատ ավելի կտրուկ, քան $T(E)$ կախվածությունը, կարող ենք օգտվել $-\partial f/\partial E = \delta(E - \mu)$ մոտավորությունից և հաղորդունակության համար կստանանք՝

$$G = \frac{2e^2}{h} T(\mu): \quad (6.12)$$

Այսինքն՝ հաղորդունակությունը կախված է միայն անցման գործակցից և կախված չէ համակարգը բնութագրող այլ պարամետրերից: Նկատենք, որ (6.11) -ում առկա $(-\partial f/\partial E)$ գործոնն ընդգծում է այն փաստը, որ այլասերված համակարգի հաղորդականությանը մասնակցում են Ֆերմիի մակարդակին մոտ գտնվող վիճակները: Հայտնի է, որ այլասերված գազի դեպքում $(-\partial f/\partial E)$ ֆունկցիան $E = \mu$ կետում ունի սուր պիկ, որի էներգիական լայնությունը մի քանի $k_B T$ -ի կարգի է: (6.12) բանաձևից երևում է, որ բացարձակ զրոյին մոտ ջերմաստիճաններում անցման գործակցի մեծության չափանիշը հաղորդունակությունն է: Միաժամանակ այն ցույց է տալիս, որ լրիվ կատարյալ միաչափ հաղորդիչը (լարը), որում չկան ցրող կենտրոններ (արգելքներ), օժտված է ունիվերսալ $G = 2e^2/h$ հաղորդունակությամբ և այն կախված չէ լարի երկարությունից: Այս արդյունքն, իրոք, զարմանալի է և անհասկանալի դասական ֆիզիկայի տեսանկյունից. հաղորդունակությունը հաստատուն է և լարի երկարության մեծացմանը զուգընթաց չի փոքրանում նրան հակադարձ համեմատական կարգով: Հասկանալի չէ, թե ինչու՝ կատարյալ հաղորդիչն ընդհանրապես ունի որոշակի դիմադրություն և ինչու՝ նրա հաղորդունակությունն անվերջ մեծ չէ, ինչպես դա տեղի ունի գերհաղորդիչների մոտ: Այս հարցերին, որոնք վերջին տարիներին հանդիսացել են բազմաթիվ բանավեճերի առարկա, մենք նորից կանդրադառնանք §7.13 -ում:

§7.7 Թունելային հոսանքը երկչափ և եռաչափ դեպքերում

Մինչև հիմա հոսանքը հաշվարկելիս մենք ենթադրել էինք, որ էլեկտրոնային գազն ուներ մեկ ազատության աստիճան: Սակայն պետք է նկատի ունենալ, որ իրական հետերոկառուցվածքները, որոնցում ստեղծվում են միաչափ պոտենցիալային ռելիեֆներ, իրենցից ներկայացնում են բազմաշերտ կառուցվածքներ, ընդ որում

շերտերի հարթության մեջ էլեկտրոնային գազի շարժումը կարելի է համարել ազատ: Սովորաբար հարթ (պլանար) հետերոկառուցվածքներում առաջացած պոտենցիալային $V(\vec{R})$ ռելիեֆը կախված է միայն մեկ կոորդինատից՝ z -ից, որի հետևանքով էլեկտրոնների շարժումը սահմանափակված է միայն z ուղղությամբ (շերտերին ուղղահայաց), իսկ x և y ուղղություններով համակարգն օժտված է տեղափոխական համաչափությամբ: Այս պայմաններում ալիքային ֆունկցիան ֆակտորիզացվում է՝ այն կարելի է ներկայացնել որպես առանձին կոորդինատներից կախված ֆունկցիաների արտադրյալ, իսկ էներգիան՝ որպես լայնական և երկայնական ուղղություններով շարժումների էներգիաների գումար:

Էլեկտրոնների վարքը ծախ տիրույթում (որտեղ $V(z) = U_L = \text{const}$) բնութագրվում է k_z ալիքային թվով և $\vec{k}_\parallel(k_x, k_y)$ երկչափ ալիքային վեկտորով՝

$$\Psi_{\vec{k}_\parallel, k_z}(\vec{\rho}, z) = e^{i\vec{\rho}\vec{k}_\parallel} \cdot \Psi_{k_z}(z), \quad (7.1)$$

որտեղ $\vec{\rho}(x, y)$ -ը երկչափ շառավիղ - վեկտորն է (x, y) հարթության մեջ, իսկ էլեկտրոնի էներգիան՝

$$E(\vec{k}_\parallel, k_z) = U_L + \frac{\hbar^2 \vec{k}_\parallel^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*}: \quad (7.2)$$

Անմիջական թունելային անցման պրոցեսում էլեկտրոնի լրիվ էներգիան և $\vec{k}_\parallel$ -ը պահպանվում են, իսկ թունելային անցման գործակիցը կախված է միայն z առանցքով շարժման էներգիայից, այսինքն՝ k_z -ից: Նախորդ պարագրաֆի նմանությամբ գրենք հոսանքի խտությունը (լայնական կտրվածքի միավոր մակերեսով անցնող հոսանքը):

$$I_L = 2e \int \frac{d\vec{k}_\parallel}{(2\pi)^2} \int_0^\infty \frac{dk_z}{2\pi} v_z T(k_z) f[E(\vec{k}_\parallel, k_z), \mu_L] \cdot \\ \cdot [1 - f[E(\vec{k}_\parallel, k_z), \mu_R]]: \quad (7.3)$$

Հոսանքը հոսում է միայն z առանցքով, ուստի մենք օգտագործեցինք արագության միայն z -բաղադրիչը՝ $v_z = (1/\hbar) dE/dk_z = \hbar k_z/m^*$: Ֆերմիի զբաղվածության գործոնները կախված են էլեկտրոնի լրիվ էներգիայից: Համաձայն (7.2) բանաձևի, լրիվ էներգիան կարելի է ներկայացնել որպես լայնական $E_\parallel = \hbar^2 k_\parallel^2/2m^*$ և երկայնական՝ $E_\perp = U_L + \hbar^2 k_z^2/2m^*$ էներգիաների գումար: (7.3) արտահայտության մեջ փոխելով ինտեգրման հաջորդականությունը, հաշվի առնելով, որ

$$dk_z = \frac{1}{\hbar v_z} dE_\perp, \quad 2 \frac{dk_x dk_y}{(2\pi)^2} = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} dE_\parallel, \quad (7.4)$$

և անցնելով ըստ $E_{\perp}$ -ի և $E_{\parallel}$ -ի ինտեգրման, կստանանք՝

$$I_L = \frac{em^*}{2\pi^2 \hbar^3} \int_{U_L}^{\infty} T(E_{\perp}) dE_{\perp} \int_0^{\infty} dE_{\parallel} f(E_{\parallel} + E_{\perp}, \mu_L) [1 - f(E_{\parallel} + E_{\perp}, \mu_u)]: \quad (7.5)$$

Նմանապես, աջից ծախ էլեկտրոնների թունելային հոսանքը՝

$$I_R = -\frac{em^*}{2\pi^2 \hbar^3} \int_{U_R}^{\infty} T(E_{\perp}) dE_{\perp} \int_0^{\infty} dE_{\parallel} f(E_{\parallel} + E_{\perp}, \mu_R) [1 - f(E_{\parallel} + E_{\perp}, \mu_L)]: \quad (7.6)$$

Քանի որ $U_R < U_L$ ապա (7.6) -ի մեջ ինտեգրման ստորին սահմանում U_R -ի փոխարեն կարելի է նորից գրել U_L : Գումարելով վերջին երկու արտահայտությունները, կստանանք լրիվ հոսանքը՝

$$I = I_L + I_R = \frac{em^*}{2\pi^2 \hbar^3} \int_{U_L}^{\infty} T(E_{\perp}) dE_{\perp} \int_0^{\infty} dE_{\parallel} [f(E_{\parallel} + E_{\perp}, \mu_L) - f(E_{\parallel} + E_{\perp}, \mu_R)]: \quad (7.7)$$

Կատարելով ինտեգրում ըստ $E_{\parallel}$ -ի և հաշվի առնելով, որ $\mu_L - \mu_R = eV$, կստանանք՝

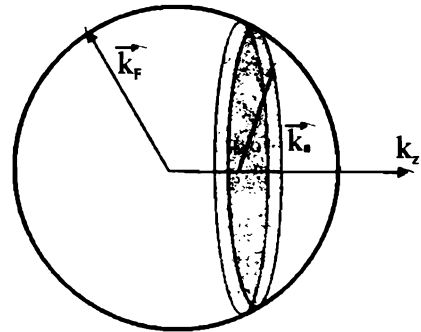
$$I = \frac{em^* k_B T}{2\pi^2 \hbar^3} \int_{U_L}^{\infty} dE_{\perp} T(E_{\perp}) \ln \left[\frac{1 + \exp\left(\frac{\mu_L - E_{\perp}}{k_B T}\right)}{1 + \exp\left(\frac{\mu_L - E_{\perp} - eV}{k_B T}\right)} \right]: \quad (7.8)$$

Ստացված վոլտ-ամպերային բնութագիրը կարելի է ավելի պարզեցնել սահմանային դեպքերում:

Նախ՝ դիտարկենք մեծ լարումների դեպքը, երբ աջից ծախ գնացող էլեկտրոնների թիվը ձգտում է զրոյի: Դա համարժեք է ենթալոգարիթմական արտահայտության հայտարարում էքսպոնենցիալային անդամի անտեսմանը մեկի նկատմամբ: Միաժամանակ, ցածր ջերմաստիճաններում Ֆերմիի բաշխումը ծախ տիրույթում կարելի է փոխարինել աստիճանաձև բաշխումով, ինչը նշանակում է, որ ենթալոգարիթմական արտահայտության մեջ մնացած 1-ը կարելի է արհամարել համարիչից եկող էքսպոնենցիալային անդամի նկատմամբ, իսկ ինտեգրման վերին սահմանը՝ փոխարինել μ_L -ով: Արդյունքում կստացվի՝

$$I = \frac{em^*}{2\pi^2 \hbar^3} \int_{U_L}^{\mu_L} (\mu_L - E_{\perp}) T(E_{\perp}) dE_{\perp}: \quad (7.9)$$

(7.9)-ում ինտեգրումը տարածվում է ծախսից արգելքի վրա ընկնող էլեկտրոնների էներգիաների ամբողջ՝ $U_L < E_\perp < \mu_L$ տիրույթով: Անսպասելի էր, որ $(\mu_L - E_\perp)$ գործոնի պատճառով ցածր էներգիաներով էլեկտրոնները կարծես թե ավելի մեծ ներդրում են տալիս թունելային հոսանքի մեջ, քան մեծ էներգիաներով էլեկտրոնները: Դա հասկանալու համար դիտարկենք նկ. 7-12-ը, որտեղ էլեկտրոնի $\vec{k}$ ալիքային վեկտորը ներկայացված է որպես $\vec{k} = \vec{k}_\parallel + \vec{k}_\perp$ ($\vec{k}$ -ն միավոր վեկտոր է z առանցքով): Նկարում ցույց է տրված k_F շառավղով Ֆերմիի գնդաձևը, որի սահմաններում կարող է փոփոխվել էլեկտրոնի ալիքային վեկտորը: Երևում է, որ փոքր k_z -երի (կամ երկայնական էներգիաների) դեպքում $(k_z, k_z + dk_z)$ գնդաձևի շերտն ունի ավելի մեծ ծավալ և ընդգրկում է ավելի մեծ թվով էլեկտրոններ, քան մեծ k_z -երի դեպքում: Մասնավորապես, երբ $k_z \rightarrow k_F$, այդպիսի էլեկտրոնների թիվը ձգտում է զրոյի:



Նկ.7-12. էլեկտրոնի $\vec{k}$ ալիքային վեկտորի վերածումը երկայնական k_z և լայնական $\hat{k}_\parallel$ բաղադրիչների: Ստվարագծված է $(k_z, k_z + dk_z)$ գնդաձևի շերտի տիրույթը:

Ինչպես կհամոզվենք հետագայում, այս փաստը կարևոր է նաև ռեզոնանսային թունելավորման ժամանակ $I(V)$ կախման բացատրության համար:

Եթե այժմ դիտարկենք փոքր արտաքին լարումների դեպքը և նկատի ունենանք, որ ցածր ջերմաստիճաններում $\mu_L - E_\perp \gg k_B T$, կարող ենք գրել, որ

$$\ln \frac{1 + \exp\left(\frac{\mu_L - E_\perp}{k_B T}\right)}{1 + \exp\left(\frac{\mu_L - E_\perp - eV}{k_B T}\right)} \approx \frac{eV}{k_B T}, \quad (7.10)$$

կամ, ելնելով (7.8) -ից՝

$$\tilde{G} = \frac{I}{V} = \frac{e^2}{h} \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \int_{U_L}^{\mu_L} T(E_\perp) dE_\perp: \quad (7.11)$$

Եթե համեմատենք ստացված արտահայտությունը (6.11) -ի կամ (6.12) -ի հետ, ապա կտեսնենք, որ, ի տարբերություն միաչափ դեպքի, երբ ցածր ջերմաստիճաններում հաղորդունակության մեջ հիմնական ներդրումը տալիս են Ֆերմիի մակարդակի վրա գտնվող էլեկտրոնները, եռաչափ դեպքում այն որոշվում է էներ-

գիայի մի ամբողջ տիրույթ ընդգրկող ինտեգրալով: Սակայն այս դեպքում էլ հոսանքի մեջ «ամենակտիվ» մասնակցությունն ունեն ֆերմիի մակերևույթի՝ մոտ գտնվող էլեկտրոնները, քանի որ այդպիսի էլեկտրոնների երկայնական՝ $E_{\perp}$ էներգիան (որը և դեր է խաղում թունելային հաղորդունակության մեջ), ըստ (7.10) -ի, փոփոխվում է U_L -ից մինչև μ_L : Նույն տրված E լրիվ էներգիայով էլեկտրոններից հոսանքի մեջ ամենամեծ ներդրումը տալիս են այն էլեկտրոնները, որոնց երկայնական էներգիան ամենամեծն է, քանի որ այդպիսի էլեկտրոնների անցման գործակիցը երկայնական էներգիայի աճմանը զուգընթաց էքսպոնենցիալ օրենքով աճում է (տես (4.13) -ը): Իսկ էլեկտրոնների երկայնական էներգիայի փոփոխության տիրույթի վերին սահմանն ամենամեծն է ֆերմիի մակերևույթի մոտ գտնվող էլեկտրոնների համար: Այդպիսի էլեկտրոնները թռչում են դեպի արգելք տարբեր անկյունների տակ, սակայն անցման ամենամեծ հավանականությունն ունեն այն էլեկտրոնները, որոնք ընկնում են 90° -ի անկյան մոտ անկյունների տակ և ունեն մեծ երկայնական էներգիաներ: Հենց սրանում էլ կայանում է (7.10) -ի մեջ մտած ինտեգրալի ֆիզիկական իմաստը:

Մենք մանրամասն ուսումնասիրեցինք այն դեպքը, երբ էլեկտրոնային գազը և՛ մուտքային և՛ ելքային տիրույթներում եռաչափ էր: Նման ձևով կարելի է հաշվարկել թունելային հոսանքը, երբ էլեկտրոնային գազը երկչափ է և կարող է ազատ շարժվել միայն մեկ՝ լայնական ուղղությամբ: Այդ դեպքում մուտքային և ելքային տիրույթները պետք է պատկերացնել որպես այլասերված երկչափ էլեկտրոնային գազեր՝ բաժանված մի արգելքային շերտով, որն իրեն ուղղահայաց ուղղությամբ առաջացնում է սահմանափակող արգելք: Այդ դեպքում էլ թունելային հաղորդունակությունը կորոշվի (7.10) տիպի ինտեգրալով:

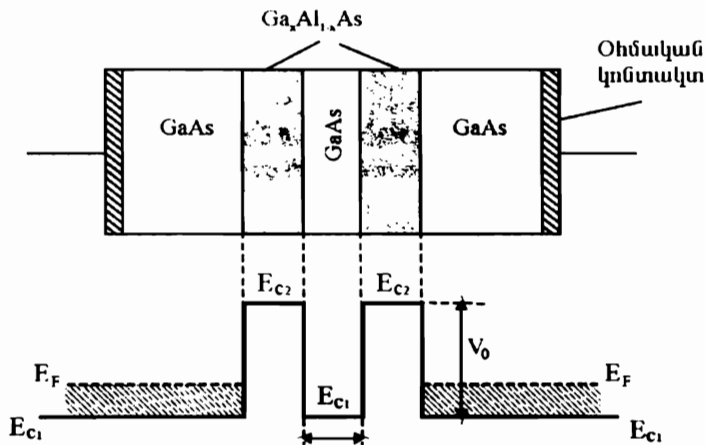
§7.8 Էլեկտրոնի թունելային անցումը կրկնակի արգելքներով կառուցվածքներում (ռեզոնանսային թունելավորում)

Կրկնակի արգելքներով սահմանափակված կառուցվածքները, որոնք առաջին անգամ առաջարկվել են դեռևս անցյալ դարի 70-ական թվականների սկզբներին Իսակիի և Յուի կողմից, մի լայն բնագավառ են բացել տարբեր հիմնարար և կիրառական բնույթի հետազոտությունների համար, ինչպես նաև հնարավորություն են տվել ստեղծել նոր տիպի սարքեր, որոնցում էլեկտրոնների տեղափոխությունը հիմնված է ռեզոնանսային թունելավորման երևույթի վրա:

Սովորաբար այդպիսի կառուցվածքներ կարելի է ստեղծել, իրար վրա հաջորդաբար աճեցնելով երկու՝ տարբեր արգելված գոտիներով, կիսահաղորդիչների, օրինակ՝ $GaAs$ -ի և $GaAlAs$ -ի, բարակ ($100 \text{ \AA}$ -ի կարգի) շերտեր (նկ.7-13,ա): Նկարում պատկերված դեպքում $GaAs$ -ի բարակ շերտը երկու կողմից տարանջատված է ռեզերվուարային, ուժեղ լեգիրված $GaAs$ տիրույթներից $Ga_x Al_{1-x} As$ -ի բարակ՝

թունելային թափանցիկ շերտերով: Ռեգերվուարային $GaAs$ -ի շերտերի հետ ստեղծվում են օհմական կոնտակտներ, որոնց միջոցով չափվում է կառուցվածքի վոլտ-ամպերային բնութագիրը: Արդյունքում կառուցվածքի էներգիական պրոֆիլը թե՛ հաղորդականության և թե՛ վալենտական գոտիներում պարունակում է մի շարք կտրուկ խզումներ, որոնք ի հայտ են գալիս շերտերի բաժանման հետերոսահմաններին:

Օրինակ, նկ.7-13, բ) -ում պատկերված է կրկնակի արգելքներով կառուցվածքի պոտենցիալային պրոֆիլը հաղորդականության գոտում: Նկատենք, որ նման պոտենցիալային պրոֆիլի ձևավորումը կարելի էր հասկանալ, հիմնվելով վերջավոր խորության համաչափ քվանտային փոսի համար ստացված արդյունքների վրա: Վերջինիս կապված վիճակներն արդեն մանրամասն ուսումնասիրվել են (տես § 2.1 , Գլ.2):

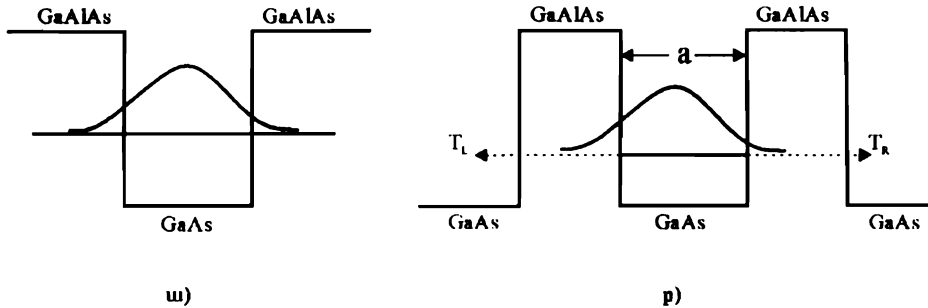


Նկ.7-13. ա) Բազմաշերտ հետերոկառուցվածքի օրինակ, որում առաջա-
նում է կրկնակի արգելքներով սահմանափակված քվանտային փոս: բ) Հա-
ղորդականության գոտու պոտենցիալային պրոֆիլը: Ստվարագծված են
էլեկտրոններով զբաղված տիրույթները:

Ենթադրենք՝ սկզբում ունենք $GaAs$ -ի քվանտային փոս, որը սահմանափակ-
ված է $Ga_{1-x}Al_xAs$ -ի կիսանվերջ արգելքային տիրույթներով (նկ. 7-14,ա): Նրանում
կարող են գոյություն ունենալ մի շարք կապված վիճակներ:

Եթե այժմ պատկերացնենք, որ $GaAlAs$ -ի տիրույթներն ունեն վերջավոր լայ-
նություն, իսկ դրանցից հետո նորից տեղադրված են $GaAs$ -ի անսահմանափակ շեր-
տեր, ապա կհանգենք նկ. 7-14, բ) -ում ցույց տրված պոտենցիալային ռելիեֆին, որը
բոլոր պարամետրերով նույնն է, ինչ որ 7-14, ա) -ում ցույց տված քվանտային փոսը,
բացառությամբ այն բանի, որ $GaAlAs$ -ի շերտերը վերջավոր են և օժտված են որո-
շակի թունելային թափանցելիությամբ: Այդպիսի արգելքներով սահմանափակված

քվանտային փոսում չկան արդեն իրական կապված վիճակներ, քանի որ էլեկտրոնը կարող է թունելային անցում կատարել դեպի ծախս և աջ տիրույթներ և՛ «փախչել» փոսից: Սակայն եթե շրջապատող արգելքները բավականաչափ հաստ են և բարձր, ապա էլեկտրոնը կարող է մնալ փոսում երկարատև ժամանակ, նրա վիճակը կլինի



Նկ. 7-14. *Կրկնակի արգելքներով քվանտային փոսի առաջացումը, երբ սահմանափակող արգելքային տիրույթներն ունենում են վերջավոր հաստություն:*

շատ մոտ կապված էլեկտրոնի վիճակին, և այդպիսի վիճակները կոչվում են քվադիկապված վիճակներ: Այդ վիճակի էներգիան չի կարող ճշգրիտ որոշվել, այն բաշխված է $\hbar/\tau$ լայնությամբ տիրույթում, որտեղ τ -ն փոսում էլեկտրոնի կյանքի տևողությունն է մինչև թունելային փախուստը:

Քվադիկապված վիճակները չափազանց կարևոր դեր ունեն ամբողջ կառուցվածքով էլեկտրոնի անցման պրոսպեկտում: Ընդհանուր դեպքում համակարգի անցման գործակիցը՝ T -ն, մոտավորապես կարելի է ներկայացնել որպես երկու արգելքների անցման գործակիցների արտադրյալ՝ $T \approx T_R \cdot T_L$ ($T_R \ll 1, T_L \ll 1$): Սակայն երբ ընկնող էլեկտրոնի էներգիան դառնում է շատ մոտ քվադիկապված վիճակի էներգիային, T -ն դառնում է շատ ավելի մեծ, քան $T_R \cdot T_L$ արտադրյալը և կարող է նույնիսկ հասնել մեկի, եթե համակարգը համաչափ է ($T_R = T_L$): Այսինքն՝ այսպիսի դեպքերում տեղի ունի կատարյալ անցում համակարգով, անկախ այն բանից, թե շրջափակող արգելքներն ինչպիսի փոքր թունելային թափանցելիությամբ են օժտված: Այս երևույթն էլ հենց կոչվում է ռեզոնանսային թունելավորում: Այն լայն տարածված ֆիզիկական երևույթ է և դիտարկվում է նաև օպտիկայում և ԳԲՅ էլեկտրամագնիսական ալիքների տիրույթում: Դիտարկվող կառուցվածքի վոլտ-ամպերային բնութագրի հաշվարկման համար սկզբից անհրաժեշտ է գտնել Նկ.7-14, բ)-ում պատկերված միաչափ պոտենցիալով էլեկտրոնի թունելային անցման գործակիցը:

§ 7.9 Կրկնակի արգելքներով էլեկտրոնի թունելային անցման գործակիցը

Պարզվում է, որ թունելային անցման գործակցի ընդհանուր հատկությունները կախված չեն փոսը շրջապատող արգելքների տեսքից, և այդ պատճառով էլ առայժմ մենք այն չենք որոշակիացնի: Եթե աջակողմյան արգելքը բնութագրվում է t_R և r_R անցման և անդրադարձման լայնություններով (երկուսն էլ կախված էլեկտրոնի k ալիքային թվից), և երբ այդ արգելքի կենտրոնը տեղադրված է կոորդինատների սկզբնակետում, ապա այն բնութագրող անցումային մատրիցը՝

$$T_R = \begin{pmatrix} \frac{1}{t_R^*} & -\frac{r_R^*}{t_R^*} \\ -\frac{r_R}{t_R} & \frac{1}{t_R} \end{pmatrix} : \quad (9.1)$$

Հետագա արդյունքները կգրվեն ավելի պարզ տեսքով, եթե երկու արգելքների միջև տեղայնացած էլեկտրոնի նկատմամբ հավասարումները գրվեն համաչափ տեսքով: Աջ արգելքով թունելային անցում կատարելու և դեպի $+\infty$ հեռանալու համար այդպիսի էլեկտրոնը պետք է շարժվի սովորականի նման ձախից դեպի աջ, բայց եթե այն փորձում է հեռանալ դեպի ձախ ($-\infty$), ապա ձախ արգելքի վրա նա պետք է ընկնի, շարժվելով հակառակ ուղղությամբ: Հետևաբար՝ ձախ արգելքի համար ավելի հարմար է օգտագործել անցման և անդրադարձման այն գործակիցները, որոնք համապատասխանում են նրա վրա էլեկտրոնների աջից անկմանը: Ինչպես գիտենք այս դեպքը նկարագրվում է $T^{(12)}$ մատրիցով, որը կարելի է գրել ձախ արգելքի անցման և անդրադարձման լայնություններով, որոնք հաշվվել են սովորական՝ ձախից դեպի աջ անկման համար (տես (5.21)):

$$T_L = \begin{pmatrix} \frac{1}{t_L^*} & \frac{r_L}{t_L^*} \\ \frac{r_L^*}{t_L} & \frac{1}{t_L} \end{pmatrix} : \quad (9.2)$$

Այժմ կարող ենք կառուցել $T \equiv T^{(31)}$ մատրիցն ամբողջ կառուցվածքի համար՝ վարվելով ճիշտ նույն կերպ, ինչպես դա արեցինք ուղղանկյուն պոտենցիալային արգելքի համար (§7.4): Դրա համար հարկ կլինի կատարել երկու տեղաշարժ՝ ձախ արգելքի կենտրոնը $-a/2$ -ով, իսկ աջ արգելքինը՝ $+a/2$ -ով: Այդպիսի տեղաշարժեր կատարելիս անցման գործակիցները կծեփվեն ըստ արդեն նկարագրած (3.8) կանոնի: Արդյունքում կունենանք՝

$$T = \begin{pmatrix} e^{-\frac{ika}{2}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{ika}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{t_R^*} & -\frac{r_R^*}{t_R^*} \\ -\frac{r_R}{t_R} & \frac{1}{t_R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{\frac{ika}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-\frac{ika}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{\frac{ika}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-\frac{ika}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{t_L^*} & \frac{r_L}{t_L^*} \\ \frac{r_L^*}{t_L} & \frac{1}{t_L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\frac{ika}{2}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{ika}{2}} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{(1 - r_R^* r_L^* e^{-2ika})}{t_R^* t_L^*} & \frac{(r_L e^{ika} - r_R^* e^{-ika})}{t_L t_R^*} \\ \frac{(r_L^* e^{-ika} - r_R e^{ika})}{t_R t_L^*} & \frac{(1 - r_R^* r_L e^{2ika})}{t_L t_R} \end{pmatrix} : \quad (9.3)$$

Ստացված մատրիցի ներքևի տողի աջ անկյունում գրված տարրն էլ կառուցվածքով համընդհանուր անցման գործակցի լայնույթն է՝

$$t = \frac{t_R t_L}{1 - r_R r_L \exp(2ika)} : \quad (9.4)$$

Վերջին արտահայտությունն ավելի հարմար է ուսումնասիրել, նրա մեջ մտնող կոմպլեքս լայնությունները գրելով փուլերն անջատված տեսքով (օրինակ՝ $r_R = |r_R| \exp(i\rho_R)$ և այլն): Այդ դեպքում ըստ հոսքի անցման գործակիցը՝

$$T = |t|^2 = \frac{T_L T_R}{1 + R_R R_L - 2\sqrt{R_R R_L} \cos(2ka + \rho_L + \rho_R)} =$$

$$= \frac{T_L T_R}{(1 - \sqrt{R_R R_L})^2 + 4\sqrt{R_R R_L} \sin^2 \frac{\Phi}{2}} , \quad (9.5)$$

որտեղ $T_L = |t_L|^2$, $T_R = |t_R|^2$, $R_L = |r_L|^2$, $R_R = |r_R|^2$, իսկ լրիվ փուլը՝

$$\Phi = 2ka + \rho_L + \rho_R : \quad (9.6)$$

Մեր նպատակն է ուսումնասիրել անցման գործակցի կախումն էներգիայից: Ստացված (9.5) արտահայտությունը շատ բարդ է, քանի որ նրա մեջ մտնող բոլոր անդամները կախված են էներգիայից, սակայն ռեզոնանսին մոտ վիճակներում ամենամեծ փոփոխությունը, սովորաբար կրում է լրիվ փուլը՝ Φ -ն: Հետևաբար՝ կարող ենք ենթադրել, որ այդ դեպքում մնացած անդամները շատ ավելի քիչ են փոփոխվում, քան $\sin^2 \Phi/2$ պարունակող անդամը: Դա նշանակում է, որ T -ն ընդունում է իր առավելագույն արժեքը, երբ հայտարարի սինուսը դառնում է զրո, այսինքն, երբ $\Phi = 2\pi n$ (n -ն ամբողջ թիվ է), հետևաբար՝ այդ դեպքում առաջանում է անցման գործակցի պիկ և

$$T_{\max} = \frac{T_R T_L}{(1 - \sqrt{R_R R_L})^2} : \quad (9.7)$$

Եթե ենթադրենք, որ առանձին արգելքների անցման գործակիցները փոքր են՝ $T_L \ll 1$, $T_R \ll 1$, ապա $\sqrt{R_L} = \sqrt{1 - T_L}$ և $\sqrt{R_R} = \sqrt{1 - T_R}$ արտահայտությունները վերլուծելով շարքի և պահելով վերլուծությունների երկրորդ անդամները, կարելի է գրել՝

$$T_{\max} \approx \frac{4T_R T_L}{(T_R + T_L)^2} : \quad (9.8)$$

Այստեղից հետևում է մի շարք կարևոր արդյունք: Եթե շրջապատող արգելքներն ունեն նույն տեսքը (կառուցվածքը համաչափ է), ապա ռեզոնանսային անցման գործակիցը՝ $T_{\max} = 1$, այսինքն՝ կառուցվածքով տեղի ունի կատարյալ թունելային անցում և դա այն դեպքում, երբ առանձին արգելքներ ունեն շատ փոքր թունելային թափանցիկություն:

Եթե շրջապատող արգելքներն իրարից խիստ տարբերվում են, ապա

$$T_{\max} \approx 4 \frac{\min(T_R, T_L)}{\max(T_R, T_L)} : \quad (9.9)$$

Ինչպես և սպասվում էր, համընդհանուր անցման գործակիցն այս դեպքում որոշվում է ամենաքիչ թափանցելի արգելքի անցման գործակցով, իսկ ռեզոնանսային պիկերի վրա անցման գործակիցը մեկից փոքր է:

Անհրաժեշտ է նկատել, որ ռեզոնանսի $\Phi = 2ka + \rho_L + \rho_R = 2\pi n$ պայմանը փոսի ներսում էլեկտրոնային ալիքների կառուցողական ինտերֆերենցի առաջացման պայմանն է: Իրոք փոսում՝ արգելքների միջև «բաբախող» էլեկտրոնը յուրաքանչյուր ուղղությամբ շարժվելիս ձեռք է բերում ka փուլ, գումարած լրացուցիչ այն փուլը, որ այն ձեռք է բերում աջ և ձախ արգելքներից անդրադարձման հետևանքով: Եվ երբ այդ գումար փուլը դառնում է հավասար $2\pi n$ -ի, ապա ընկնող և անդրադարձող ալիքները, վերադրվելով՝ իրար ուժեղացնում են: Ճիշտ նման պայման տեղի ունի նաև փոսի իրական կապված վիճակների համար, եթե, իհարկե, խնդիրը ձևակերպվի T -մատրիցների օգնությամբ:

$T_L \ll 1$, $T_R \ll 1$ դեպքում (9.5) -ով տրվող համընդհանուր անցման գործակիցը կարող ենք ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$T \approx \frac{T_R T_L}{\frac{1}{4}(T_R + T_L)^2 + 4 \sin^2 \Phi / 2} = \frac{T_{\max}}{1 + \frac{16}{(T_R + T_L)^2} \sin^2 \Phi / 2} : \quad (9.10)$$

Այս արտահայտության հայտարարում որոշիչ է $\sin^2 \Phi / 2$ -ով անդամը, քանի որ նրա գործակիցը մեկից շատ մեծ է: Որպես բնութագրական արժեք վերցնելով $\sin^2 \Phi / 2 \approx 1/2$, անցման գործակցի գնահատականի համար կունենանք՝ $T \approx T_R T_L / 2$, այսինքն՝ ընդհանուր դեպքում համընդհանուր անցման գործակիցը

(ռեզոնանսից հեռու) տրվում է ծախս և աջ արգելքների անցման գործակիցների արտադրյալով: Ռեզոնանսի մոտ, սակայն, տեղի ունի այսպիսի պատկերից խիստ շեղում ($\sin \Phi/2 \approx 0$ և արդեն ներդրում է տալիս հայտարարի մյուս փոքր անդամը): Տեղադրելով $\Phi = 2\pi n + \delta\Phi$ և սինուսը վերածելով շարքի, կստանանք՝

$$T \approx T_{\max} \left[1 + \frac{4(\delta\Phi)^2}{(T_R + T_L)^2} \right]^{-1} = T_{\max} \left[1 + \left(\frac{2\delta\Phi}{\Phi_0} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (9.11)$$

որտեղ $\Phi_0 = T_L + T_R$: Համաձայն (9.11) -ի, ռեզոնանսային մաքսիմումը ունի լորենցիանի տեսք: Ռեզոնանսից հեռանալիս անցման գործակիցը կտրուկ փոքրանում և հասնում է իր առավելագույն արժեքի կեսին, երբ $\delta\Phi = \pm \Phi_0/2$: Ուրիշ խոսքով, ռեզոնանսային պիկի լայնությունը՝ հաշվված իր մաքսիմումի կեսի վրա, տրվում է Φ_0 -ով: Այդ փուլային լայնությունը կարելի է արտահայտել նաև էներգիական միավորներով՝

$$\Gamma = \frac{dE}{dk} \frac{dk}{d\Phi} \Phi_0 = \frac{\hbar v}{2a} (T_R + T_L), \quad (9.12)$$

որտեղ v -ն էլեկտրոնի արագությունն է արգելքների միջև տիրույթում, ընդ որում մենք ենթադրեցինք, որ ռեզոնանսին մոտ Φ -ի փոփոխությունը հիմնականում կապված է $2ka$ անդամի հետ:

Այդ դեպքում, հաշվի առնելով, որ $\frac{\delta\Phi}{\Phi_0/2} = \frac{dE}{\Gamma/2}$, անցման գործակցի կախումը

էներգիայից կարելի է գրել՝

$$T(E) \equiv \frac{T_{\max}}{1 + \left(\frac{E - E_{\max}}{\Gamma/2} \right)^2}, \quad (9.13)$$

տեսքով, որտեղ $E_{\max}$ -ը համապատասխանում է ռեզոնանսային էներգիային: Ռեզոնանսային կորի համար ստացված Γ լայնությամբ լորենցիանը շատ բնութագրական է բոլոր տիպի ռեզոնանսների համար: Այն միջուկային ֆիզիկայում հայտնի է որպես Բրեյտ-Վիգների բանաձև: Օպտիկայում այն հանդես է գալիս Ֆաբրի-Պերոյի չափանմուշի հետազոտման ժամանակ և այլն: Նկատենք, որ $T(E)$ կորն ընդունում է լորենցիանի տեսք, երբ շրջապատող արգելքների անցման գործակիցները ռեզոնանսային էներգիային մոտ տիրույթներում ($\sim \Gamma$) կարելի է համարել համարյա հաստատուններ: Հակառակ դեպքում կորի տեքը կփոխվի և կտարբերվի լորենցիանից: Այդպիսի դեպք տեղի ունի, օրինակ, այնպիսի փոսի համար, որի ռեզոնանսային էներգիան շատ բարձր է և մոտ է շրջապատող արգելքների գագաթներին:

Այդ տիրույթում T_L -ը և T_R -ը շատ արագ են փոփոխվում, որի հետևանքով էլ ռեզոնանսային կորը զգալի տարբերվում է լորենցիանից:

Նկատենք, որ ռեզոնանսային կորի լայնության արտահայտությունը կարելի էր դուրս բերել նաև ուրիշ դատողություններից: Ռեզոնանսային էներգիային մոտ էներգիայով էլեկտրոնի արագությունը փոսում հավասար է v -ի, և որևէ պատի հարվածելուց հետո, այն նորից այդ պատին կհարվածի $2a/v$ ժամանակ անց: Հետևաբար՝ մեկ վայրկյանում փոսի յուրաքանչյուր պատին տեղացող հարվածների թիվը կլինի $v/2a$: Յուրաքանչյուր հարվածի դեպքում կա որոշակի T_L (կամ T_R) հավանականություն, որ էլեկտրոնը թունելային անցման հետևանքով դուրս կգա փոսից, հետևաբար՝ միջին հաշվով մեկ վայրկյանում մի ուղղությամբ էլեկտրոնի դուրս թռչելու հավանականությունը կլինի $T(v/2a)$: Եթե հաշվի առնենք նաև աջ արգելքով հեռանալու հնարավորությունը, ապա փոսից մեկ վայրկյանում հեռանալու հավանականությունը կլինի $(T_R + T_L)v/2a$: Հետևաբար՝ արգելքների արանքում տեղադրված էլեկտրոնը կունենա $\tau = 2a/v(T_R + T_L)$ կյանքի տևողություն, իսկ ըստ անորոշությունների առնչության, ռեզոնանսային մակարդակի լայնությունը՝

$$\Gamma \sim \Delta E \sim \frac{\hbar}{\tau} = \frac{\hbar v}{2a}(T_R + T_L) : \quad (9.14)$$

Ստացված գնահատականը լրիվ համընկնում է (9.12) -ի հետ:

Մինչև հիմա մենք քննարկում էինք ռեզոնանսային թունելավորումը, ուսումնասիրելով ըստ հոսքի անցման գործակիցը, սակայն հետաքրքիր է նաև դիտարկել անցման կոմպլեքս գործակիցը, որի փուլը ռեզոնանսի մոտ նույնպես ցուցաբերում է խիստ ընդգծված վարք: Պարզվում է, որ երբ էներգիան անցնում է ռեզոնանսի տիրույթով, այդ գործակցի փուլը կտրուկ փոխվում է π -ով: Փուլի այդպիսի փոփոխությունը հայտնի է նաև այնպիսի դասական ռեզոնանսային համակարգերի համար, ինչպիսիք են զսպանակից կախված բեռը կամ LC -շղթան: Անցման $t(E)$ գործակցի փուլի փոփոխության ուսումնասիրությունը շատ հաճախ օգտակար է ռեզոնանսներ փնտրելու ժամանակ, քանի որ $T(E)$ -ի ռեզոնանսային պիկերը շատ հաճախ այնքան նեղ են, որ հեշտությամբ կարող են չնկատվել:

Վերջում, որպես օրինակ կառուցենք կրկնակի արգելքներով կառուցվածքի անցման գործակցի կախվածության գրաֆիկը ընկնող էլեկտրոնների էներգիայից, երբ շրջափակող արգելքները մոտարկված են S հզորությամբ δ -ման արգելքներով: Այս դեպքում ելնելով (4.16) -ից, կարող ենք ձախ δ -ման արգելքի համար գրել, որ

$$r_L = \frac{z}{\sqrt{1+z^2}} e^{i\varphi_L}, \quad (9.15)$$

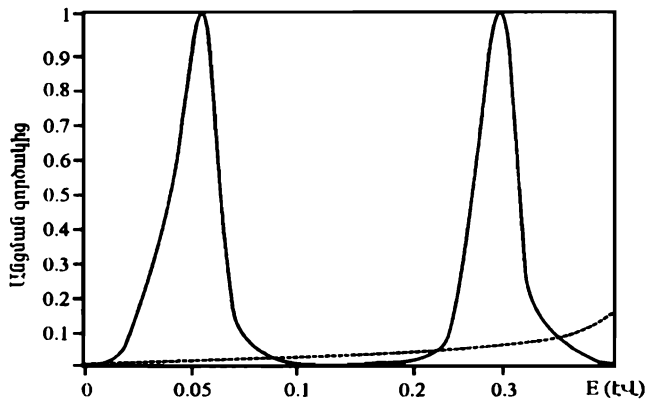
որտեղ $\rho_L = \arctg 1/z$, իսկ $z = S\sqrt{m^*/2\hbar^2 E}$: Նման արտահայտությամբ տրվում է նաև աջակողմյան δ -արգելքի անդրադարձման գործակցի փուլը՝ ρ_R -ը: Հետևաբար՝

$$\Phi = 2\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} a + 2\arctg \frac{1}{S} \sqrt{\frac{2\hbar^2 E}{m^*}} : \quad (9.16)$$

Հաշվի առնելով, որ $T_L = T_R = \frac{1}{1+z^2}$, իսկ $R_L = R_R = \frac{z^2}{1+z^2}$, համընդհանուր անցման գործակցի համար (9.5) -ից կունենանք հետևյալ բանաձևը՝

$$T = \frac{1}{1 + 4z^2(1+z^2)\sin^2 \frac{\Phi}{2}} : \quad (9.17)$$

Նկ.7-15 -ում պատկերված է այս կախումը, երբ δ -արգելքների հզորությունը՝ $S = 0.5$ էՎՁնմ, իսկ փոսի լայնությունը՝ $a = 8$ նմ:



Նկ. 7-15. Կրկնակի δ -արգելքներով սահմանափակված քվանտային փոսով էլեկտրոնի թունելային անցման գործակցի կախումն էներգիայից: Կետագծով ցույց է տրված առանձին δ -պոտենցիալի անցման գործակցը:

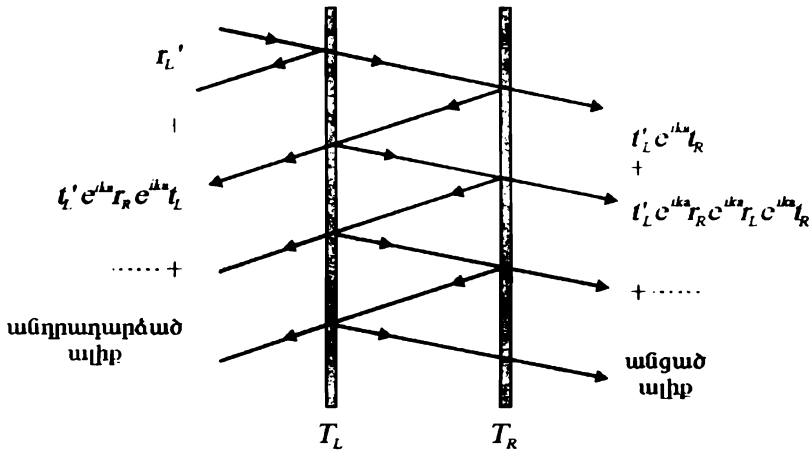
Փրաֆիկի վրա $0 \leq E \leq 0,5$ էՎ էներգիական տիրույթում երևում է ռեզոնանսային թունելավորման երկու պիկ, որոնց վրա անցման գործակիցը՝ $T_{\max} = 1$ -ի: Նկատենք, որ $T_{\max}$ -ը շատ անգամ մեծ է, քան երկու δ -արգելքների անցման գործակիցների արտադրյալը (տես նկ. 7-15, որտեղ կետագծով պատկերված է միայնակ δ -արգելքի անցման գործակիցը, որը շատ փոքր է 1-ից և ռեզոնանսների տիրույթում չունի որևէ առանձնահատկություն): Ինչպես և սպասվում էր, ավելի բարձր էներգիաների տիրույթում ընկած ռեզոնանսային պիկն ավելի տարածված է, քանի

որ այդ դեպքում արգելքներն ավելի թափանցիկ են, իսկ Γ -ն, ըստ (9.12)-ի, ավելի մեծ է:

Ռեզոնանսների մոտակայքում կորերը կարելի է մոտարկել լորենցիաններով: Օրինակ՝ երկրորդ ռեզոնանսը լավ նկարագրվում է (9.13) բանաձևով, որտեղ $E_{\max} = 0,294$ էՎ, իսկ Γ -ն հաշվված է ըստ (9.12) բանաձևի և հավասար է 4 մէՎ -ի:

§7.10 Մասնակի ալիքներ

Արգելքային որևէ տիրույթով էլեկտրոնների անցման գործակցի որոշման համար գոյություն ունի մեթոդական տեսանկյունից օգտակար մի մոտեցում, որը հաճախ օգտագործվում է նաև օպտիկայում: Այն հիմնված է այսպես կոչված “մասնակի” ալիքների գումարման վրա, որը սխեմորեն պատկերված է նկ.7-16 -ում:



Նկ.7-16. Կրկնակի արգելքով կառուցվածքով անցած մասնակի ալիքները, որոնք ծնավորում են անցման գործակիցը:

Ընկնող ալիքը մասնակիորեն անդրադառնում է առաջին արգելքից և մասնակիորեն թափանցում է ներարգելքային տիրույթ, որտեղ բազմաթիվ անգամ անդրադարձումներ է կատարում աջ և ձախ արգելքներից և ամեն անգամ անդրադառնալով, կորցնում իր լայնույթի մասը: Նշանակենք r_L' , t_L' և r_L , t_L -ով ձախ արգելքի անդրադարձման և անցման լայնույթները, երբ նրա վրա ալիքն ընկնում է, համապատասխանաբար, ձախից և աջից: Նման նշանակում կատարենք նաև աջ արգելքի համար: Անցած ալիքի լայնույթը ստանալու համար պետք է գումարել բոլոր մասնակի անցած ալիքները՝

$$t = t_L' e^{ika} t_R + t_L' e^{ika} r_R e^{ika} r_L e^{ika} t_R + t_L' e^{ika} r_R e^{ika} r_L e^{ika} r_R e^{ika} r_L e^{ika} t_R + \dots, \quad (10.1)$$

որն անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիա է $r_L r_R \exp(2ika)$ հայտարարով:

Նկատի ունենալով, որ $t'_L = t_L$, կստանանք՝

$$t = \frac{t_L t_R e^{ika}}{1 - z_R z_L e^{2ika}} : \quad (10.2)$$

Այս բանաձևն ըստ էության համընկնում է (9.4)-ի հետ, բացառությամբ e^{ika} ոչ կարևոր փուլային անդամի, որն ի հայտ է եկել անցման լայնույթի ճշգրիտ ձևակերպման պատճառով:

Մասնակի ալիքների ներմուծումը հնարավորություն է տալիս բացատրելու այն առեղծվածը, որն առաջանում է ռեզոնանսային ցրման ֆիզիկական պատկերից: Պատկերացնենք, որ էլեկտրոնը ներթափանցել է միջարգելքային տիրույթ և, հայտնվելով ռեզոնանսային վիճակում, մնում է այնտեղ երկար ժամանակ՝ բազմաթիվ անգամներ անդրադառնալով արգելքներից և շարժվելով մերթ առաջ, մերթ ետ: Արգելքներով թունելային անցում կատարելու հավանականությունները տրվում են T_L և T_R գործակիցներով, հետևաբար՝ կարելի է մտածել, որ անցած և անդրադարձած հոսքերը պետք է համեմատական լինեն այդ գործակիցներին: Այդպիսի պատկերացման դեպքում, եթե $T_L = T_R$, ապա ներսում եղած ալիքի էներգիայի կեսը պետք է դուրս գա աջ արգելքով, իսկ մյուս կեսը՝ ձախով, այսինքն՝ լրիվ անցման գործակիցը պետք է լինի հավասար $1/2$, այլ ոչ թե 1 -ի: Սա, իհարկե, չի համապատասխանում իրականությանը ռեզոնանսի դեպքում: Բանն այն է, որ մենք հաշվի չառանք այն ալիքը, որն ուղղակի անդրադարձել էր ձախ արգելքից, երբ նրա վրա առաջին անգամ ընկել էր էլեկտրոնը և ներթափանցել միջարգելքային տարածություն (նկ.7-16-ում ցույց տրված z_L ալիքը, որը սկզբից անդրադարձել է և այլևս երբեք չի ներթափանցել ռեզոնանսային վիճակ): Կատարյալ ռեզոնանսային անցում տեղի ունի, երբ այս ալիքը ճշգրտորեն ազդագերծվում է այն մասնակի անդրադարձած ալիքների գումարով, որոնք առաջանում են ներարգելքային տիրույթ թափանցած էլեկտրոնների բազմաթիվ բախումների արդյունքում: Իրոք, առաջին արգելքից լրիվ անդրադարձած ալիքի լայնույթը՝

$$z = z_L + \frac{t_L t'_L z_R e^{2ika}}{1 - z_L z_R e^{2ika}} : \quad (10.3)$$

Եթե նկատի ունենանք, որ ձախ արգելքի անդրադարձման լայնույթների միջև, նրա վրա ձախից և աջից անկումների դեպքում, գոյություն ունի կապ, որը տրվում է (5.22) բանաձևով՝

$$z'_L = -\frac{t_L}{t'_L} z^*, \quad (10.4)$$

և այն, որ $t_L = t'_L$, ապա (10.3) -ից կունենանք՝

$$\begin{aligned}
 z &= -\frac{t_L}{t_L^*} z_L^* + \frac{|t_L|^2 z_R e^{2ika}}{1 - z_L z_R e^{2ika}} = \frac{t_L}{t_L^* z_L} \left(-z_L^* z_L + \frac{|t_L|^2 z_R z_L e^{2ika}}{1 - z_L z_R e^{2ika}} \right) = \\
 &= \frac{t_L}{t_L^* z_L} \left(-1 + \frac{|t_L|^2}{1 - z_L z_R e^{2ika}} \right) = \frac{t_L}{t_L^* z_L} \left(-1 + \frac{|t_L|^2}{1 - |z_L| |z_R| \exp(i\Phi)} \right). \quad (10.5)
 \end{aligned}$$

Այստեղից հեշտ է նկատել, որ համաչափ արգելքների համար, ($|z_L| = |z_R|$) և ռեզոնանսի դեպքում, երբ $\Phi = 2\pi n$, $z = 0$, այսինքն՝ անդրադարձած ալիքը բացակայում է:

Վերջում նշենք, որ վերը նկարագրված ռեզոնանսները հանդիսանում են միաչափ համակարգերի առանձնահատկությունը: Կամայական երկու ցրող կենտրոն կարելի է նկարագրել T -մատրիցներով ճիշտ նույն ձևով, ինչպես մենք դա կատարեցինք ռեզոնանսային թունելավորմամբ կառուցվածքի երկու արգելքների համար: Այդպիսի միաչափ ցրող կենտրոնների միջև միշտ կարող են կառուցվել ռեզոնանսային վիճակներ և միշտ կգտնվեն ընկնող էլեկտրոնների էներգիայի այնպիսի արժեքներ, որոնց դեպքում համընդհանուր անցման գործակիցը կլինի շատ մեծ՝ մեկին մոտ, և էապես կտարբերվի այն անցման հավանականությունից, որը կտրվեր առանձին արգելքների անցման գործակիցների պարզ արտադրյալով: Հետևաբար՝ միաչափ դեպքում երբեք հնարավոր չի գտնել էլեկտրոնների ցրման արդյունքը, համարելով, որ առանձին արգելքներից ցրման ակտերը մեկը մյուսից անկախ են: Բարեբախտաբար, այս հիմնախնդիրը երկչափ և եռաչափ դեպքերում այդքան խիստ արտահայտված չէ: Կատարյալ թունելային անցման փոխարեն այդ դեպքում հաճախ կարելի է դիտարկել այսպես կոչված ռեզոնանսային ցրման երևույթը, որը տալիս է միավոր ժամանակում ցրման առավելագույն հավանականությունը, երբ ընկնող էլեկտրոնի էներգիան համընկնում է ցրող պոտենցիալի ներսում գոյություն ունեցող քվազիկապված վիճակի էներգիայի հետ:

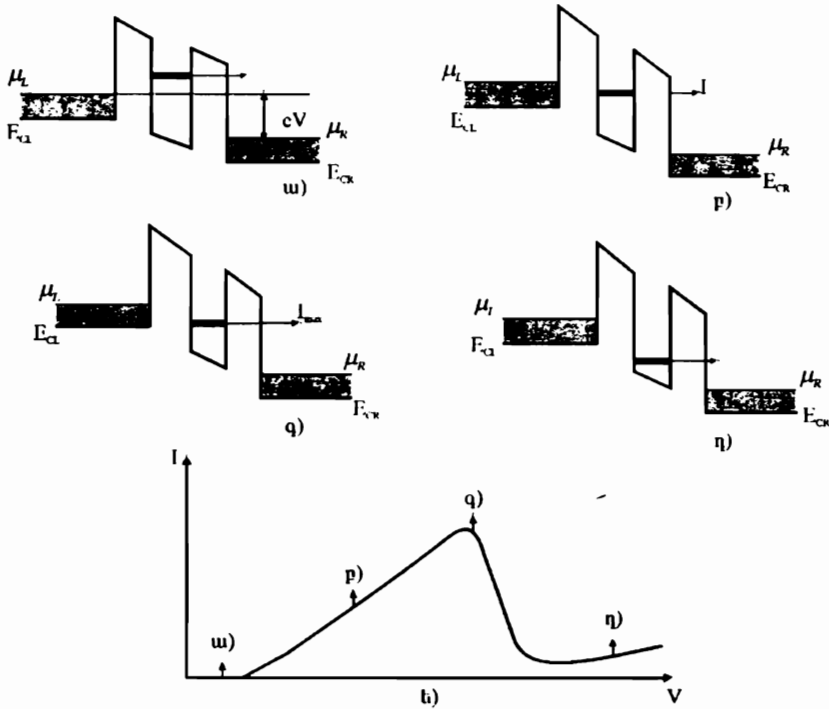
§7.11 Թունելային հոսանքը ռեզոնանսային թունելավորմամբ դիոդով

Կրկնակի արգելքներով սահմանափակված քվանտային փոսով էլեկտրոնների թունելային անցման գործակցի հաշվարկից պարզվեց, որ ընդհանուր դեպքում այն ունի խիստ արտահայտված ռեզոնանսային պիկեր: Այդ պիկերը սովորաբար գերակշռում են թունելային հոսանքի մեջ, սակայն պետք է նկատի ունենալ, որ միշտ կա նաև որոշակի ֆոնային հոսանք՝ պայամանավորված այն էլեկտրոններով, որոնք փոքր, բայց վերջավոր հավանականությամբ նույնպես թունելային անցումներ են կատարում արգելքներով:

Ենթադրենք, որ դիողի վրա կիրառված արտաքին լարումների տիրույթում գոյություն ունի մեկ ռեզոնանսային պիկ՝ $E = E_{\max}$ էներգիայի վրա: Վոլտ-ամպերային բնութագիրը հաշվարկելիս անցման գործակիցն այդ տիրույթում կարելի է մոտարկել լորենցիանով (տես (9.13) բանաձևը): Արտաքին լարման ազդեցությունը դիողային կառուցվածքի վրա ցույց է տրված նկ. 7-17-ում: Սկզբում, երբ լարումը փոքր է (ω)-դեպք, քվազիկապված վիճակի $E_{\max}$ էներգիան գտնվում է ծախսից ընկնող էլեկտրոնների Ֆերմիի «ծովից» շատ բարձր, և միայն փոքրաթիվ էլեկտրոններ (Ֆերմի-Դիրակի բաշխման «պոչի» վրա), որոնք ունեն $E_{\perp} = E_{\max}$ երկայնական էներգիա, կարող են կատարել թունելային անցում կառուցվածքով: Այդ վիճակում հոսանքը գործնականում բացակայում է (նկ. 7-17, ե, վոլտ-ամպերային բնութագրի ա) տիրույթ): Հաջորդ՝ բ) նկարում պատկերված դեպքում արտաքին լարումն արդեն այնքան է մեծացել, որ ռեզոնանսային մակարդակի էներգիան դարձել է ավելի ցածր, քան ծախ տիրույթում Ֆերմիի μ_L քվազիմակարդակը, և արդեն մեծ թվով էլեկտրոններ կարող են անցնել ծախից աջ՝ տալով ներդրում կառուցվածքով անցնող թունելային հոսանքի մեջ: Նկատենք, որ թունելային անցման համար անհրաժեշտ է, որ ծախից ընկնող էլեկտրոնների երկայնական $E_{\perp}$ էներգիան համընկնի $E_{\max}$ -ի հետ (պետք է նկատի ունենալ, որ ռեզոնանսային վիճակը քվազիկապված վիճակ է և, իր հերթին, ունի որոշակի էներգիական լայնություն): Հասկանալի է, որ այդպիսի էլեկտրոններ կան միայն այն էլեկտրոնների մեջ, որոնց լրիվ էներգիան գերազանցում է $E_{\max}$ -ը: Ցածր էներգիայով էլեկտրոնները, որոնց լրիվ էներգիան փոքր է $E_{\max}$ -ից, չեն կարող թունելային անցում կատարել, քանի որ եթե նույնիսկ այդ լրիվ էներգիան համապատասխանում է երկայնական շարժմանը ($k_{\parallel} = 0$), ապա միևնույն է դա բավարար չէ $E_{\perp} \approx E_{\max}$ պայմանը բավարարելու համար: Երբ $E_{\max}$ -ը մոտենում է ծախ տիրույթի էլեկտրոնների Ֆերմիի «ծովի» E_{CL} հատակին, հոսանքը գծայնորեն աճում է և դառնում առավելագույնը (գ) դեպք): Լարման հետագա մեծացմանը զուգընթաց հոսանքը կտրուկ նվազում է, քանի որ $E_{\max}$ մակարդակը շեղվում է E_{CL} -ից ներքև, և ռեզոնանսային անցման պայմանին բավարարող էլեկտրոններ այլևս չկան: Արդյունքում ստացվում է բացասական դիֆերենցիալ հաղորդականությամբ վոլտ-ամպերային բնութագիծ (նկ. 7-17, ե):

Նկ. 7-17-ից երևում է, որ արտաքին լարումը կրկնակի արգելքներով կառուցվածքի վրա թողնում է երեք տիպի ազդեցություն: Նախ՝ այն շեղում է Ֆերմիի մակարդակներն իրար նկատմամբ eV -ով, երկրորդ՝ արգելքների վրա լարման անկման չափով էներգիական սանդղակով տեղաշարժում է քվանտային փոսը և նրանում գտնվող ռեզոնանսային մակարդակի դիրքը, և, վերջապես, այն փոխում է արգելքների պոտեն-

ցիալային պրոֆիլը (տեսքը) և, հետևապես, նրանց անհատական թունելային անցման գործակիցները: Հասկանալի է, որ դիոդի վոլտ-ամպերային բնութագծի տեսքի համար առաջին երկու ազդեցությունները որոշիչ են, իսկ T_L -ի և T_R -ի փոփոխությունն արտաքին լարումից բերում է միայն որոշ ոչ գծայնություն և չի կարող փոխել

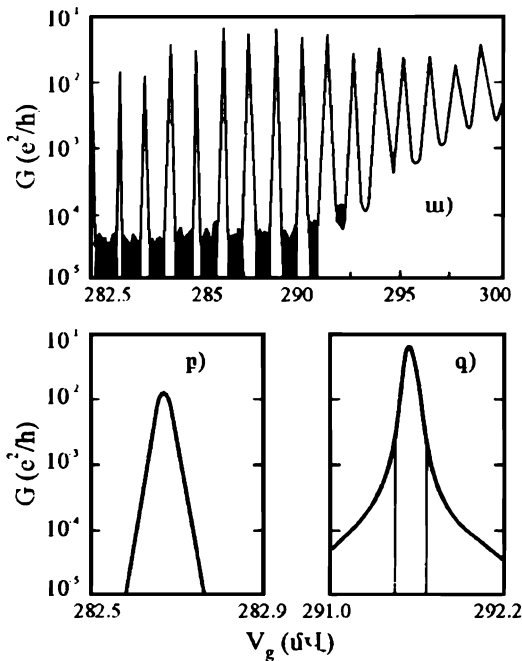


Նկ. 7-17. Ռեզոնանսային թունելավորմամբ դիոդի պոտենցիալային պրոֆիլը տարբեր արտաքին լարումների դեպքում: Լարումն աճում է ա)-ից դեպի դ), իսկ համապատասխան վոլտ-ամպերային բնութագիծը ցույց է տրված ե) նկարում:

ռեզոնանսային թունելավորման հիմնական ֆիզիկական պատկերը: Ավելի ճշգրիտ հաշվարկներում վերջիններս կարելի է հաշվի առնել, եթե անցման գործակցի հաշվման համար հարթ ալիքների փոխարեն օգտագործվեն էլիպի ֆունկցիաներ:

Որպեսզի ավելի խոր հասկանանք ռեզոնանսային թունելավորման եությունը, սկզբում դիտարկենք մաքուր միաչափ դեպքը, երբ էլեկտրոնները մուտքային և ելքային տիրույթներում ունեն ազատ շարժման հնարավորություն միայն մեկ ուղղությամբ (z -առանցքով): Այդ դեպքում փոքր լարումների համար կառուցվածքի հաղորդունակությունը կտրվի (6.11) բանաձևով: Նշենք, որ այդ բանաձևի տեսքն ընդհանուր է և ճիշտ է ոչ միայն այն պարզ դեպքում, երբ մուտքային և ելքային տիրույթները բաժանված են ուղղանկյուն պոտենցիալ արգելքով, այլ նաև կամայական արգելքային տիրույթով (այդ թվում՝ նաև ռեզոնանսային քվազիկապված վիճակ պարունակող): Միաչափ թունելային հոսանքը, օրինակ, կարելի է չափել նաև այն-

պիսի կառուցվածքում, որը պարունակում է քվանտային կետ՝ բաժանված երկու Ֆերմիի «ծովերից» ինչ-որ արգելքներով: Այդ դեպքում քվանտային կետի կապված վիճակները խաղում են ռեզոնանսային մակարդակների դեր, որոնց դիրքը կարելի է շեղել կամ մուտքային և ելքային տիրույթների միջև կիրառված լարումով, կամ էլ քվանտային կետին շատ մոտ տեղադրված մետաղական փականի պոտենցիալի փոփոխությամբ:



Նկ.7-18. Քվանտային կետով կառուցվածքի հաղորդունակության կախումը փականի լարումից, չափված $T=60$ մԿ և $B=2,53$ Տլ պայմաններում (ա): $V_g=282.7$ մԿ և 291.6 մԿ լարումներին համապատասխանող պիկերը մեծացված տեսքով ցույց են տրված (բ) և (գ) նկարներում: Առաջին՝ ցածր էներգիական պիկի լայնությունը կարելի է բացատրել ջերմային ծապաղումով: Երկրորդի լայնությունն համեմատաբար ավելի մեծ է և նրանում առկա են ջերմաստիճանային ծապաղման և անցման գործակցի լորենցիանի լայնությամբ պայմանավորված ներդրումները:

Այդպիսի կառուցվածքները ստանդարտ են և շատ հաճախ օգտագործվում են նաև կուլոնյան շրջափակման երևույթի ուսումնասիրման համար: Վերջին դեպքում քվանտային կետերի չափերն ընտրվում են այնպես, որ դրանցում էներգիայի մակարդակները որոշվեն ոչ այնքան չափային քվանտացմամբ, որքան այն կուլոնյան փոխազդեցությամբ, որն անհրաժեշտ է հաղթահարել քվանտային կետին մոտ էլեկտրոն ավելացնելու համար:

Նկ. 7-18-ում պատկերված է այդպիսի մի փորձի արդյունքը: Նկատենք, որ հաղորդունակության (6.11) ինտեգրալի մեջ պարունակվում են երկու պիկանման ֆունկցիաներ՝ մեկը պայմանավորված է Ֆերմիի ֆունկցիայի ածանցյալով (լայնությունը $\sim k_B T$) մյուսը՝ անցման գործակցի ռեզոնանսով (լայնությունը $\sim \Gamma$): Եթե $k_B T \ll \Gamma$, ապա $-\partial f / \partial E \sim \delta(E - \mu)$, և հաղորդունակությունն այդ դեպքում ուղղակի ցույց է տալիս $T(\mu)$ -ն: Այդպիսի պիկի օրինակ է համեմատաբար լայն՝ $V_g = 291.6$ մԿ -ի վրա ստացված պիկը (Նկ.7-18,ա),

որը կարելի է մոտարկել լորենցիանով: $V_g = 282.7$ մԿ -ի մոտ առկա ցածր էներգիական պիկն ավելի նեղ է, և նրա համար տեղի ունի հակառակ պայմանը՝

$\Gamma \ll k_B T$: Յետևաբար՝ այս դեպքում պիկի տեսքը $G(V_g) \sim -\partial f / \partial E$ և նրա լայնությունը տրվում է μ -ի շուրջ էլեկտրոնների բաշխման ջերմային ճապաղումով:

Այժմ անցնենք մեծ լարումների դեպքին, երբ աջ տիրույթից դեպի ծախ էլեկտրոնների հոսքը կարելի է արհամարհել (նկ.7-17, գ) դեպք): Ինչպես միշտ, էներգիան կչափենք ծախ տիրույթի Ֆերմիի «ծովի» հատակի նկատմամբ: Եթե կառուցվածքը համաչափ է (արգելքները նույն են), ապա արտաքին լարումը հավասարաչափ բաժանվում է արգելքների վրա, և ռեզոնանսային վիճակի էներգիան մոտավորապես $\frac{1}{2}eV$ -ով տեղաշարժվում է դեպի ներքև, հետևաբար՝ $E_{\max}(V) =$

$= E_{\max}(0) - \frac{1}{2}eV$: Բավականաչափ ցածր ջերմաստիճաններում հոսանքն այս դեպքում տրվում է (6.8) բանաձևով: Երբ անցման գործակցի պիկը գտնվում է ինտեգրման տիրույթից դուրս ($E_{\max} < U_L$ կամ $E_{\max} > \mu_L$), ապա կոնտակտով հոսում է շատ թույլ հոսանք: Հակառակ դեպքում ինտեգրալի մեջ հիմնական ներդրում տալիս է անցման գործակցի պիկի տիրույթը: Այդ դեպքում կարելի է մեծ ճշտությամբ ինտեգրման (U_L, μ_L) սահմանները փոխարինել $(-\infty, +\infty)$ -ով: Արդյունքում հոսանքը՝

$$I \approx \frac{2e}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} T(E) dE = \frac{2e}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[1 + \left(\frac{E - E_{\max}}{0.5\Gamma} \right)^2 \right]^{-1} dE = \frac{2e}{h} \frac{\pi}{2} \Gamma: \quad (11.1)$$

Այսինքն, քանի դեռ անցման գործակցի պիկը մնում է ընկնող էլեկտրոնների էներգիաների բաշխման տիրույթում՝ U_L -ից մինչև μ_L , թունելային հոսանքը մնում է հաստատուն և դառնում է զրո այդ տիրույթի եզրերից $E_{\max}$ -ից Γ -ի չափով դուրս գալուց հետո: Կարևոր է նշել, որ այս դեպքում հոսանքը կախված է $T(E)$ -ի ինտեգրալից՝ հաշվված էներգիայի որոշակի տիրույթով, այլ ոչ թե նրա արժեքով ռեզոնանսային պիկում: Յետևաբար, թունելային հոսանքի մեծությունը համեմատական է անցման գործակցի ռեզոնանսային Γ -լայնությունը: Փոքր թունելային թափանցելիությամբ արգելքների դեպքում, չնայած որ $T_{\max} = 1$, սակայն $\Gamma \rightarrow 0$, և կառուցվածքով միայն շատ փոքր հոսանք է անցնում:

Այժմ անցնենք եռաչափ կառուցվածքի դեպքին: Քննարկենք մեծ արտաքին լարումների և ցածր ջերմաստիճանների դեպքը, երբ հոսանքը, ինչպես գիտենք, տրվում է (7.9) բանաձևով, որում, ի տարբերություն միաչափ դեպքի, կա $(\mu_c - E)$ լրացուցիչ գործոնը: Սակայն այն դանդաղ փոփոխվող ֆունկցիա է, և ինտեգրալը հաշվելիս կարելի է նրա փոփոխությունը $T(E)$ -ի պիկի տիրույթում անտեսել՝ վերցնելով նրա արժեքը $E = E_{\max}$ կետում, այն է՝

$$I = \frac{em}{2\pi^2 \hbar^3} (\mu_L - E_{\max}) \frac{\pi}{2} \Gamma : \quad (11.2)$$

Այս բանաձևը ճիշտ է, եթե արտաքին լարումներն այնպիսին են, որ ռեզոնանսային էներգիան ընկած է $U_L < E_{\max} < \mu_L$ տիրույթում: Հոսանքն այս դեպքում շնոր-

հիվ $(\mu_L - E_{\max}) \approx (\mu_L - E_{\max}(0) - \frac{1}{2}eV)$ գործոնի կախված է լարումից: Սա համա-

պատասխանում է հոսանքի գծային աճին, ինչը պատկերված է նկ.7-17,ե -ում: Արդեն նշել ենք, որ թունելային հոսանքը հասնում է իր առավելագույն արժեքին, երբ $E_{\max}$ - ը մոտենում է Ֆերմիի «ծովի» E_{CL} հատակին, ինչը նշանակում է, որ առավելագույն թվով էլեկտրոններ հնարավորություն կունենան ձեռք բերելու $E_{\max}$ -ին հավասար

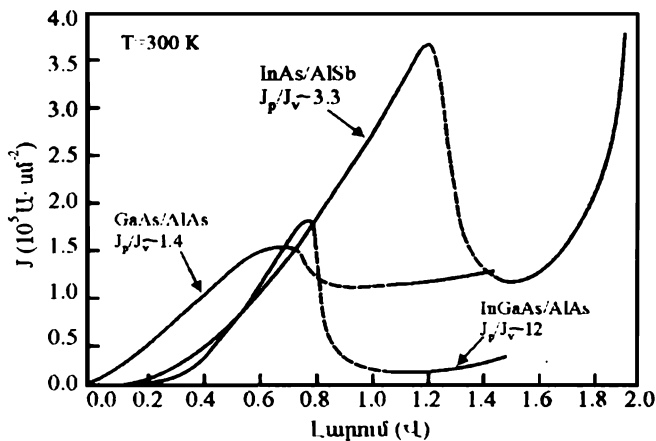
երկայնական էներգիա: Սկսած այս մաքսիմումից, հոսանքի կտրուկ նվազումը Γ -ի կարգի տիրույթում հանգեցնում է մեծ բացասական դիֆերենցիալ հաղորդականության, որը կարող է ունենալ բազմաթիվ օգտակար գործնական կիրառություններ:

Այժմ քննարկենք այն մոտավորությունները, որոնք օգտագործվել են թունելային հոսանքը հավարկելիս: Նախ՝ անտեսվել էր արտաքին լարման ազդեցության տակ սահմանափակող արգելքների տեսքի փոփոխությունը և ենթադրվել, որ դրանց թունելային թափանցելիությունը հաստատուն է: Սակայն իրականում արտաքին լարման հետևանքով ուղղանկյուն արգելքը դառնում է եռանկյուն գագաթով, իսկ թունելային արգելքի բարձրությունը փոքրանում է: Դա նշանակում է, որ եթե հավասարակշռության պայմաններում կառուցվածքը համաչափ էր (իսկ նրա թունելային անցման գործակիցը ռեզոնանսում՝ $T_{\max} = 1$), ապա մեծ լարման դեպքում այն

դառնում է ոչ համաչափ, և $T_{\max} < 1$: Հետևաբար՝ մեծ ռեզոնանսային հոսանք ապահովելու համար սարքի կառուցվածքը պետք է նախօրոք ընտրել այնպես, որ աջակողմյան արգելքը լինի սկզբում ավելի քիչ թունելային թափանցիկ (օրինակ՝ ավելի լայն կամ բարձր), այնպես որ արտաքին լարման տակ, ավելի շատ շեղվելով դեպի ներքև, դառնա ավելի շատ թունելային թափանցիկ և իր այս հատկությամբ հավասարվի ծախսակողմյան արգելքին: Արդյունքում ռեզոնանսում կապահովվի $T_{\max}$ -ի մեծ արժեք:

Պետք է նաև նկատի ունենալ, որ եթե ռեզոնանսային վիճակում կուտակվել են մեծ թվով էլեկտրոններ, ապա նրանք իրենց տարածական լիցքով կարող են ձևափոխել պոտենցիալի տեսքը, ինչը գտնելու համար պետք է արդեն լուծել Պուասոնի հավասարումը: Վերը նկարագրված երկու երևույթները կարող են սկզբունքորեն ներառնվել թունելային հոսանքի հաշվարկի մեջ, և այդ դեպքում կստացվի $I(V)$ կախվածության իրականին ավելի մոտ նկարագիրը: Սակայն նման մոտեցման դեպքում վերլուծական հաշվարկները դառնում են շատ ավելի բարդ և հաճախ անհրաժեշտ է լինում կատարել թվային մոտարկումներ: Իրական վոլտ-ամպերային բնութագրի վրա

իրենց ազդեցությունն են թողնում նաև մուտքային և ելքային տիրույթներում գոտիների հնարավոր ծավալությունները, լիցքակիրների ցրումը, հոսանքի անցման այլ հնարավոր մեխանիզմները և այլն: Այդ պատճառով փորձնական վոլտ-ամպերային բնութագծերը կարող են զգալիորեն տարբերվել (նկ.7-17, ե) -ում պատկերված տեսքից: Օրինակ՝ նկ. 7-19 -ում բերված են երեք տարբեր կիսահաղորդչային զույգերի հիման վրա պատրաստված ռեզոնանսային թունելավորման դիոդների վոլտ-ամպերային բնութագրերը՝ չափված սենյակային ջերմաստիճանում: Քանի որ մեր կողմից կատարված պարզեցումներից մեծ մասն այս դեպքում այնքան էլ ճիշտ չէ $GaAs - GaAlAs$ կառուցվածքի համար, ապա նրա վոլտ-ամպերային բնութագիծը (նկ.7-19) ամենաշատն է տարբերվում իդեալական տեսքից (նկ.7-17,ե): $InGaAs - AlAs$ կառուցվածքում արգելքների բարձրությունը շատ ավելի մեծ է և նրա $I(V)$ -ն ավելի մոտ է կանխատեսվող եռանկյան տեսքին: Ընդունված է բացասական դիֆերենցիալ հաղորդականությամբ բնութագիծը գնահատել հոսանքի «պիկային» և «հովտային» արժեքների հարաբերությամբ: $GaAs - GaAlAs$ -ի կառուցվածքում այն փոքր է և հավասար է 1.4 -ի, իսկ $InGaAs$ -ի վրա պատրաստված դիոդում այն մոտավորապես 12 է:



Նկ. 7-19. Երեք տարբեր ռեզոնանսային թունելավորմամբ դիոդների վոլտ-ամպերային բնութագծերը $T=300\text{K}$ -ում:

Նշենք նաև, որ ներկայացված պարզ տեսությունը չի կարող բացատրել իրական կառուցվածքների «հովտային» հոսանքի մեծությունը, հոսանք, որը անցնում է դիոդով առավելագույն հոսանքի կտրուկ անկումից հետո: Սովորաբար այն շատ ավելի մեծ է, քան տալիս է տեսությունը, քանի որ էլեկտրոնների համար կարող են լինել նաև ոչ ուղիղ թունելային անցման ճանապարհներ, էլեկտրոնների թունելային անցմանը կարող է նախորդել ջերմային ակտիվացումը, ինչպես նաև թունելային անցման պրոցեսին կարող են մասնակցել խառնուրդները կամ ֆոնոնները:

Նկ. 7-19-ում պատկերված երրորդ դիողում *InAs*-ի քվանտային փոսը սահմանափակված է *GaSb*-ի արգելքներով և այն նոր հետաքրքրություն է ներկայացնում, քանի որ այդ հետերոգոյգն առաջացնում է, այսպես կոչված, III սեռի հետերոանցում, երբ *InAs*-ի և *GaSb*-ի արգելված գոտիները չեն հատվում(տես Փլ.1): Թեև այս դեպքում «պիկ»-«հովիտ» հարաբերությունը մեծ չէ (~3.3), սակայն դիողն ունի մեծ պիկային հոսանք, որը որոշ գործնական կիրառությունների համար կարող է լինել շատ օգտակար:

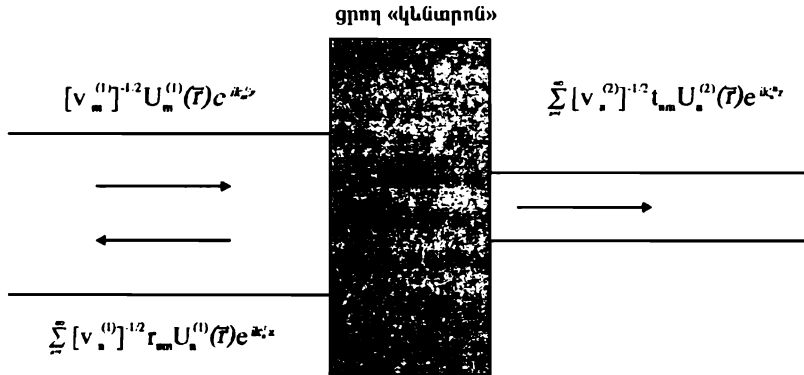
§7.12 Բազմամոդային կոհերենտ տեղափոխման երևույթներ

Այս գլխի սկզբում ուսումնասիրած համակարգերը համարվում էին մաքուր միաչափ այն իմաստով, որ էլեկտրոններով զբաղեցված էր միայն ամենացածր էներգիական ենթագոտին: Այդպիսի միաչափ համակարգը էլեկտրամագնիսական ալիքատարի նմանակն է, եթե վերջինում կարող է տարածվել ալիքների միայն մեկ մոդ: Եթե քվազիմիաչափ համակարգի Ֆերմիի մակարդակն էներգիական սանդղակով վեր է բարձրանում և չափային քվանտացման մյուս ենթագոտիները նույնպես սկսում են զբաղեցվել էլեկտրոններով, ապա դա էլեկտրամագնիսական ալիքների լեզվով նշանակում է, որ հաճախության մեծացմանը զուգընթաց ուրիշ մոդերով ալիքներ նույնպես կարող են տարածվել ալիքատարով:

Այս բաժնում մենք նախ կքննարկենք կոհերենտ հաղորդականության տեսությունն այն դեպքի համար, երբ երկու քվազիմիաչափ համակարգեր (“աղբյուրներ”) բաժանված են ինչ-որ ցրող կենտրոնով կամ օբյեկտով: Այդպիսի համակարգի օրինակ կարող է ծառայել երկու լայն տիրույթների միջև ընկած նեղացումը, որը դրսևորում է քվանտացված հաղորդունակություն: Այս դեպքը շատ ավելի բարդ է, քան մաքուր միաչափ դեպքը, քանի որ ալիքների անդրադարձումը և անցումը կարող է տեղի ունենալ տարբեր ենթագոտիների (մոդերի) միջև: Կառուցվող տեսության մեջ նորից կսահմանափակվենք էլեկտրոնների միայն կոհերենտ տեղափոխությամբ, ինչի համար պահանջվում է, որ օգտագործվող նմուշները լինեն այնքան փոքր, որ նրանցում ոչ առածական ցրումներ տեղի չունենան: Հետագայում կքննարկենք ցածր ջերմաստիճաններում այդպիսի համակարգերի միայն գծային արձագանքը (փոքր արտաքին լարումների դեպքը):

Նկ. 7-20 -ում պատկերված է այն սխեման, որի օգնությամբ կուսումնասիրենք քվազիմիաչափ էլեկտրոնների կոհերենտ տեղափոխությունը: Երկու քվազիմիաչափ “աղբյուրներ” բաժանված են ինչ-որ ցրող տիրույթով: Յուրաքանչյուր “աղբյուրում” կան էլեկտրոնային բազմաթիվ ենթագոտիներ, որոնք առաջանում են լայնական շարժման չափային քվանտացման հետևանքով: Այդ ենթագոտիները հաճախ անվանում են ուղեւորներ կամ մոդեր: Կարևոր է ենթադրել, որ յուրաքանչյուր “աղբյուրում” լայնական ուղղությամբ սահմանափակող պոտենցիալը մնում է նույնը բոլոր

$z = const$ հատույթներում, ընդ որում, այդ պոտենցիալի կոնկրետ տեսքը այնքան էլ կարևոր չէ:



Նկ. 7-20. Երկու քվազիմիաչափ աղբյուրներից բաղկացած համակարգով էլեկտրոնների կո-
հերենտ տեղափոխությունը մի շարք տարածվող վիճակների (մոդերի) առկայության պայ-
մաններում:

Այս ենթադրությունը “աղբյուրի” իդեալական համարվելու հիմնական պայ-
մաններից մեկն է: Եթե աղբյուրի մեջ ինչ-որ տիրույթում պոտենցիալը փոփոխվում է,
ապա այդ տիրույթի կողմից տեղի կունենան էլեկտրոնային ալիքների ցրումներ և
այդպիսի տիրույթը նորից պետք է համարվի որպես ցրող “կենտրոնի” մի մասը:

Լայնական տարբեր վիճակների առկայության պայմաններում “աղբյուրնե-
րում” ալիքային ֆունկցիաները պետք է գրվեն ավելի ընդհանուր տեսքով, քան
մինչև այժմ էր դա արվում (տես (7.1) հավասարումը).

$$\Psi(\vec{R}) = \sum_n \frac{1}{\sqrt{v_n}} [A_n e^{ik_n z} + B_n e^{-ik_n z}] U_n(\vec{r}), \quad (12.1)$$

Այստեղ լայնական վիճակները համարակալված են n -ով, որն իրականում
նկարագրում է չափային քվանտացում երկու ուղղություններով և, հետևաբար, ընդ-
հանուր դեպքում այն երկու քվանտային թվերի համախումբ է: Այդ երկչափ վիճակ-
ները նկարագրվում են $U_n(x, y)$ ալիքային ֆունկցիաներով և ունեն E_n էներգիա-

ներ: Էլեկտրոնի լրիվ էներգիան՝ $E = E_n + \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m^*}$, (k_n -ը նկարագրում է z առանց-

քով շարժումը): Երբ $E > E_n$, վիճակները տարածվող են, իսկ հակառակ դեպքում՝
մարող:

Ալիքային ֆունկցիայի (12.1) արտահայտության մեջ յուրաքանչյուր մոդի հա-
մար մտցված է արագությունից կախված $v_n^{-1/2}$ գործոնն այն նպատակով, որ այդ մո-

դերը նորմավորվեն ըստ հավանականության հոսքերի, այլ ոչ թե ըստ խտությունների (ինչպես դա արվել էր §7-5 -ում, տես (7.57) հավասարումը):

Ընդհանուր դեպքում ծախսակողմյան և աջակողմյան “աղբյուրները” համարվում են իրարից տարբեր, ուստի նրանցում միաչափ շարժման ենթագոտիներն ունեն տարբեր էներգիաներ: Տարբեր կլիմեն նաև այդ աղբյուրներում տարածվող վիճակների թվերը՝ $N_{\text{ծախ}}$, $N_{\text{աջ}}$:

Դիցուք՝ ծախ աղբյուրում դեպի աջ ներարկվում է ալիք, որն ամբողջովին պատկանում է m -րդ մոդին: Ցրող կենտրոնն իրար է խառնում տարբեր մոդեր, այնպես որ երկու աղբյուրներում ցրված ալիքներն իրենց մեջ կունենան ներդրումներ բոլոր հեռացող մոդերից: Այդ պատճառով ալիքային ֆունկցիաները ցրող կենտրոնից ծախ և աջ աղբյուրներում պետք է տրվեն

$$\begin{aligned}\Psi_L(x, y, z) &= \frac{1}{\sqrt{v_m^{(1)}}} U_m^{(1)}(x, y) e^{ik_m^{(1)}z} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{v_n^{(1)}}} r_{nm} U_n^{(1)}(x, y) e^{-ik_n^{(1)}z}, \\ \Psi_R(x, y, z) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{v_n^{(2)}}} t_{nm} U_n^{(2)}(x, y) e^{ik_n^{(2)}z}\end{aligned}\quad (12.2)$$

արտահայտություններով: Պարզ է, որ (12.2) -ում գումարը պետք է վերցնել ըստ n -ի բոլոր հնարավոր արժեքների, այդ թվում՝ նաև ըստ այն արժեքների, որոնք չեն համապատասխանում տարածվող ալիքների: Նկատենք, որ ալիքային ֆունկցիան լրիվ դարձնելու համար մարող ալիքների հաշվառումը շատ էական է: Ի տարբերություն մաքուր միաչափ դեպքի, այստեղ անդրադարձման r_{nm} և անցման t_{nm} գործակիցները բնութագրվում են երկու ցուցիչով, որոնք նկարագրում են ցրման պրոցեսում ալիքների հնարավոր անցումները մի մոդից մյուսը:

Մեր կողմից արդեն նկարագրած T - և S -մատրիցները սկզբունքորեն կարող են ընդհանրացվել նաև բազմամոդային դեպքի համար: Հետագա դատողությունների համար վերջիններիս ճշգրիտ տեսքը կարող է և չափահանվել, չնայած դրանք էական են մանրամասն հաշվումների համար: (12.2) -ի մեջ մտնող t_{nm} մեծություն-

ներից կարելի է կազմել մի t - մատրից, որի անդամները կնկարագրեն էլեկտրոնի անցման լայնություն այն դեպքում, երբ այն ընկնում է ծախից՝ պատկանելով m -րդ մոդին և, անցնելով արգելալիս տիրույթով, աջ մասում հայտնվում է n -րդ մոդում:

Անցման գործակիցները պետք է սահմանել միայն տարածվող վիճակների համար, այդ պատճառով էլ t -մատրիցը կունենա $N_{\text{աջ}} \times N_{\text{ծախ}}$ չափ: t -մատրիցի օգտագործման մեկ ուրիշ պատճառ է նաև այն, որ t -մատրիցը պարունակում է համակարգի հաղորդունակության հաշվման համար անհրաժեշտ ամբողջ ինֆորմացիան: Այդպիսի հաշվարկը հիմնված է (6.12) հավասարման վրա, որը մաքուր միաչափ դեպքում տալիս էր

$$G = \frac{2e^2}{\hbar} T = \frac{2e^2}{\hbar} |t|^2 : \quad (12.3)$$

Եթե այժմ դիտարկենք m -րդ մոդով ընկնող էլեկտրոնները, ապա նրանք, որոնք արգելքից անցնելուց հետո կհայտնվեն n -րդ մոդում, հաղորդունակության մեջ կունենան $2e^2 |t_{nm}|^2 / \hbar$ ներդրում: Հետևաբար՝ նկ. 7-20 -ում պատկերված համա-կարգի լրիվ հաղորդունակությունը ստանալու համար անհրաժեշտ է գումարել $2e^2 |t_{nm}|^2 / \hbar$ մեծություններն՝ ըստ բոլոր հնարավոր ընկնող և հեռացող մոդերի:

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_{m,n} |t_{nm}|^2 : \quad (12.4)$$

Այս արտահայտության ամենակարևոր առանձնահատկությունը այն է, որ նրա-նում ըստ էության գումարվում են ալիքների ինտեսիվությունները, այլ ոչ թե լայ-նությունները: Սա նշանակում է, որ տարբեր մոդերից ներարկված էլեկտրոնների միջև չկա փոխային կոհերենտություն, այնպես որ դրանց ներդրումները հոսանքի մեջ կա-րող են ուղղակիորեն իրար գումարվել, իսկ ինտերֆերենցային երևույթները կարող են հաշվի չառնվել: Կարևոր է, որ տարբեր մոդերին (ենթագոտիներին) պատկանող էլեկտրոններն ունեն միևնույն Ֆերմիի մակարդակը, որն իդեալական “աղբյուրի” սահմանման հաջորդ պահանջն է:

Հաղորդունակությունը կարելի է գրել ավելի ամփոփ տեսքով, եթե օգտագոր-ծվի t -մատրիցի էրմիտյան-համալուծ մատրիցը, որը սահմանվում է որպես

$$t_{mn}^+ = t_{nm}^* : \quad (12.5)$$

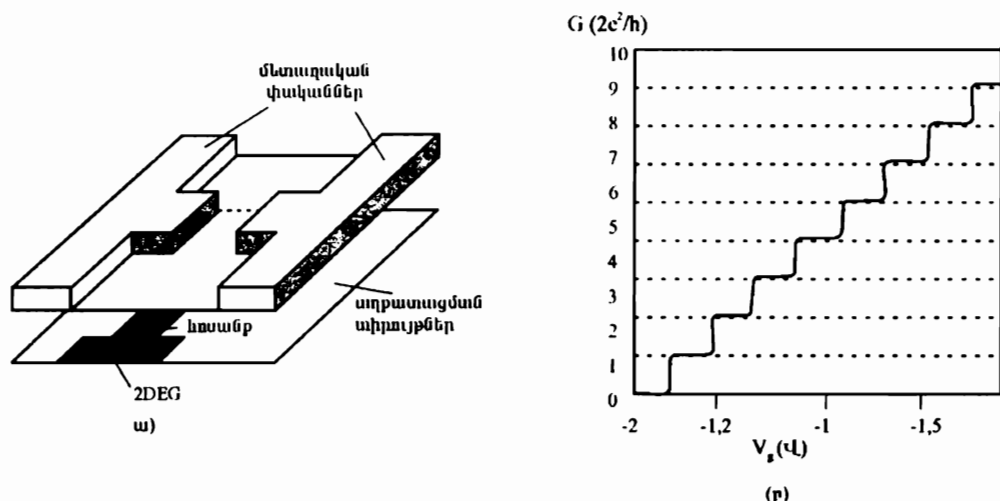
Հաղորդունակության (12.4) արտահայտությունը կծևափոխվի, ընդունելով հետևյալ վերջնական տեսքը.

$$\begin{aligned} G &= \frac{2e^2}{h} \sum_{m,n} t_{nm} \cdot t_{nm}^* = \frac{2e^2}{h} \sum_{m,n} t_{nm} \cdot t_{mn}^+ = \frac{2e^2}{h} \sum_n (t \cdot t^+)_{nn} = \\ &= \frac{2e^2}{h} \text{Tr}(tt^+) = \frac{2e^2}{h} \text{Tr}(t^+t), \end{aligned} \quad (12.6)$$

որտեղ Tr -ը նշանակում է մատրիցի անկյունագծային անդամների գումարը (հետ-քը): Նկատենք, որ tt^+ արտադրյալ մատրիցը քառակուսային է, անկախ այն բանից, թե t և t^+ մատրիցները քառակուսային են թե, ոչ, իսկ tt^+ և t^+t մատրիցների հետ-քերն իրար հավասար են, չնայած, որ նրանք կարող են լինել ոչ նույն չափի:

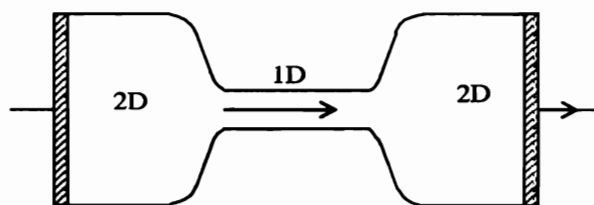
Ստացված արդյունքը կարող է օգտագործվել հաշվելու համար երկու մեծ, երկչափ էլեկտրոնային ռեզերվուարները միացնող կարճ քվանտային լարի կամ կա-մրջակի հաղորդունակությունը (հաճախ այս կառուցվածքը կոչվում է նաև քվան-

տային կետային կոնտակտ): Նկ. 7-21-ում ցույց է տրված նման կետային կոնտակտի տիպային մի օրինակ:



Նկ.7-21. Երկչափ էլեկտրոնային գազ պարունակող հետերոստրուկտուրայի մակերևութին դրված մետաղական էլեկտրոդների օգնությամբ քվանտային կետային կոնտակտի ձևավորումը (ա): Հաշվարկված հաղորդունակության կախումը փականի լարումից (բ):

Երկու ձևավոր մետաղական էլեկտրոդներ՝ դասավորված իրենց նեղ ելուստներով իրար դեմ, գտնվում են հետերոստրուկտուրայի մակերևութին, որի բաժանման սահմանի մոտ՝ մակերևութից որոշ փոքր խորության վրա, գտնվում է երկչափ էլեկտրոնային գազ: Մետաղական էլեկտրոդների (փականների) նկատմամբ կիրառված է բացասական լարում, որի արդյունքում դրանց տակ գտնվող երկչափ գազում առաջանում են համարյա մետաղական էլեկտրոդների տեսքը կրկնող աղքատացման շերտեր: Արդյունքում երկչափ էլեկտրոնային գազի հարթության մեջ ձևավորվում են երկու էլեկտրոնային ռեզերվուարներ՝ միացած քվադիմիաչափ կամրջակով (Նկ. 7-22):



Նկ. 7-22. Քվանտային կետային կոնտակտ, որում երկու 2D-տիրույթներ միացված են քվադիմիաչափ լարով:

Եթե այժմ ռեզերվուարների միջև կիրառվի լարում, ապա էլեկտրոնները հոսանքին մասնակցելու համար պետք է անցնեն առաջացած քվադիմիաչափ կամրջակով: Եթե փականների երկարությունները փոքր են, ապա նրանց տակ էլեկտրոն-

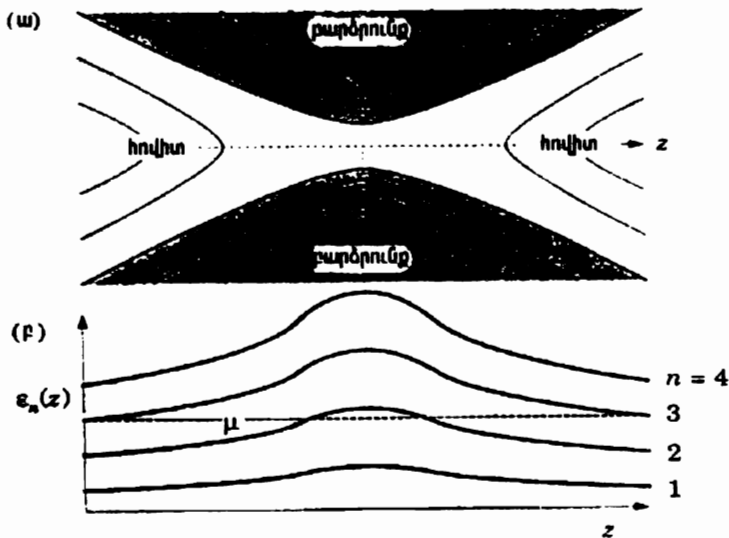
ների համար ստեղծված պոտենցիալային ռելիեֆը նման է թամբային կետի, որը բաժանում է երկչափ էլեկտրոններով լցված հովիտները (նկ.7-23,ա): Քանի որ պոտենցիալը փոփոխվում է շատ դանդաղ, ապա հնարավոր է օգտվել ադիաբատական մոտավորությունից: Ուրիշ խոսքով, յուրաքանչյուր մոդի ալիքային ֆունկցիաները կարելի է ներկայացնել այնպես, որ լայնական և երկայնական շարժումներն իրարից անջատված լինեն.

$$\psi_n(\vec{R}) \approx \frac{U_n(\vec{r}, z)}{\sqrt{v_n(z)}} \{A_n(z) e^{ik_n(z)z} + B_n(z) e^{-ik_n(z)z}\}: \quad (12.7)$$

Այդ դեպքում լայնական շարժման $U_n(\vec{r}, z)$ ալիքային ֆունկցիաները և $\varepsilon_n(z)$ էներգիաները որևէ z հարթության մեջ հաշվելիս ընդունվում է, որ այդ հարթության մեջ լայնական պոտենցիալը նույնն է ամբողջ լարի երկարությամբ: z - ից կախված ալիքային թվերն այդ դեպքում կորոշվեն հետևյալ արտահայտությունից.

$$E = \varepsilon_n(z) + \frac{\hbar^2 k_n^2(z)}{2m^*}: \quad (12.8)$$

Նկատենք, որ տվյալ մոդը կոնտակտի մի տիրույթում կարող է լինել տարածվող, իսկ մի այլ տիրույթում՝ մարող: Լայնական շարժման ալիքային ֆունկցիաները կարող են գրվել քվազիդասական մոտավորությամբ, քանի որ կամրջակի տիրույթ -



Նկ. 7-23. ա) Սահուն "թամբային" կետի շուրջ հաստատուն պոտենցիալի շրջագծերը: Ավելի հաստ գծով ցույց տրված շրջագիծը համապատասխանում է այն կետերին, որտեղ գոտիների ծոման չափը հավասար է Ֆերմիի էներգիային և ստվերագծված տիրույթն ունի ավելի մեծ պոտենցիալ:
բ) Լայնական մոդի էներգիաների $\varepsilon_n(z)$ դիրքի կախումը կոորդինատից:

թում, ենթադրության համաձայն, տեղի ունի պոտենցիալի սահուն փոփոխություն: Այդպիսի դեպքերում նույնիսկ կարելի է արհամարել մի մոդից դեպի մյուսը հնարա-

վոր ցրումները, որի պատճառով տարբեր մոդերի համար $A_n(z)$ և $B_n(z)$ լայնույթները կարող են հաշվարկվել առանձին-առանձին: Այդ դեպքում t -մատրիցը կդառնա անկյունագծային: Ինչպես երևում է նկ. 7-23, բ) -ից ենթագոտիների $\varepsilon_n(z)$ էներգիաները փոփոխվում են z երկայնական ուղղությանը զուգընթաց, ընդ որում, կամրջակի կենտրոնում նրանք ունեն առավելագույն արժեք և բնութագրվում են սահուն մաքսիմումով: $\varepsilon_n(z)$ -ի այդպիսի վարքը պայմանավորված է նրանով, որ z -ին ուղղահայաց ուղղությամբ ստեղծված լայնական պոտենցիալում սահմանափակումը և լրացուցիչ չափային քվանտացումն ամենաուժեղ ձևով տեղի ունեն կամրջակի կենտրոնական տիրույթներում: Կամրջակից դուրս էլեկտրոնային գազը քվազիերկչափ է և բնութագրվում է երկչափ ենթագոտիների եզրային $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \dots$ էներգիաներով: Երևում է, որ կամրջակից հեռու տիրույթներում շատ վիճակների կարող են համապատասխանել տարածվող ալիքներ, սակայն կամրջակի տիրույթին մոտենալիս նրանցից մի մասի համար ալիքային թիվը կարող է դառնալ կեղծ և $\varepsilon_n(z) > E$ դեպքում նրանց առջև, կարծես, ի հայտ են գալիս պոտենցիալային արգելքներ: Նկ.7-23,բ -ում իրադրությունն այդպիսին է 2,3 և 4 մոդերի համար: Էլեկտրոնը հնարավորություն ունի կատարելու թունելային անցում նշված արգելքներով, սակայն պարզվում է, որ նույնիսկ փոքր բարձրության արգելքների դեպքում էլեկտրոնային ալիքների մեծ մասն անդրադառնում է, քանի որ $\varepsilon_n(z)$ -ի մաքսիմումները լայն են: Այդ պատճառով էլ գործնականում կամրջակով անցնում են միայն այն էլեկտրոնները, որոնք պատկանում են ցածր էներգիական մոդերին (նկ.7-23,բ)-ում այդպիսի միայն մեկ մոդ է ցույց տրված՝ $\varepsilon_1(z)$ -ը): Հետևաբար՝ կարող ենք պնդել, որ ցածր էներգիական մոդերի համար t մատրիցի անկյունագծային տարրերը շատ մոտ են մեկին, որը համապատասխանում է լրիվ անցմանը, իսկ մյուս տարրերը՝ զրոյին: Եթե տարածվող մոդերի թիվը նշանակենք N_{trans} -ով, ապա, ըստ (12.6) -ի, կարող ենք գրել, որ

$$G = \frac{2e^2}{h} Tr(tt^*) \approx \frac{2e^2}{h} N_{trans} : \quad (12.9)$$

Հենց սա է կետային կոնտակտի քվանտացված հաղորդունակությունը: Անցնող մոդերի N_{trans} թիվը հեշտությամբ կարելի է փոփոխել, փոփոխելով կամրջակում լայնական սահմանափակում իրականացնող պոտենցիալային փոսի խորությունը և լայնությունը: Սովորաբար դա իրագործվում է փականի լարման փոփոխության միջոցով: Այսպիսով, եթե կառուցենք հաղորդունակության կախումը փականի լարումից՝ $G(V_g)$, ապա այն պետք է ունենա աստիճանի ձև, քանի որ ամեն անգամ, երբ

V_g լարումը մեծացնելիս ևս մի նոր մոդի է թույլատրվում դառնալ տարածվող “թամբային” կետով, հաղորդունակությունը կրում է թռիչքային աճ՝ $2e^2/h$ մեծությամբ:

Նկ. 7-21, բ) -ում ցույց է տրված այդպիսի մի կախվածության օրինակ: Նկատենք, որ նկարում հաղորդունակության աստիճանների եզրերը պատկերված են ողորկ այն պարզ պատճառով, որ իրականում հնարհավոր է որոշ էլեկտրոնների թւնելային անցում “թամբային” մաքսիմումով: Նման երևույթների կարող է բերել նաև ջերմաստիճանի բարձրացումը և Ֆերմիի մակարդակի մոտակայքում էլեկտրոնների բաշխման “լողզումը”: Ցածր ջերմաստիճանային հաղորդունակության նման աստիճաններ բազմիցս նկատվել են տարբեր տիպի կետային կոնտակտներն ուսումնասիրելիս:

Հասկանալի է, որ էլեկտրոնային ալիքների համար օգտագործված ադիաբատական տարածման պատկերը քվանտացված հաղորդունակության ի հայտ գալու համար անհրաժեշտ պայման չէ: Մյուս կողմից, հասկանալի է, որ մոդերի միջև հնարավոր ցրումները ոչ մի ազդեցությունը չեն թողնի հաղորդունակության վրա, եթե, իհարկե, տեղի ունենան ցրումներ միայն դեպի առաջ, որոնց դեպքում էլեկտրոնի շարժման ուղղությունը չի փոխվում: Իսկ դեպի ետ կամայական ցրում տարածվող մոդի վրա կունենա քայքայիչ ազդեցություն, որի հետևանքով քվանտացված հաղորդունակություն չի դիտվի: Հետևաբար՝ փորձնական կառուցվածքներում կամրջակը պետք է վերցնել բավականաչափ կարճ՝ ընդհանրապես ցրումները բացառելու համար: Սովորաբար այդպիսի պայմանին բավարարում են 1մկմ-ից կարճ երկարությամբ կամրջակները:

Պարզվում է, որ $G(V_g)$ կախվածության վրա իրենց ազդեցությունը կարող են թողնել նաև պոտենցիալային ռելիեֆի հնարավոր սուր անկյունները, ինչի արդյունքում շատ հաճախ կետային կոնտակտի փորձնական հաղորդունակությունը չի լինում ճշգրիտ քվանտացված: Հաճախ G -ի հարթակների վրա հաղորդունակությունն իր $N_{trans} 2e^2/h$ տեսական արժեքներից տարբերվում է 10% -ի չափով, սակայն նման համընկնումը համարվում է բավարար: Ինչպես հետագայում կտեսնենք, հաղորդունակության քվանտացումն իր այս հատկությամբ էապես տարբերվում է Հոլի քվանտային երևույթից, որի դեպքում հաղորդունակությունն ընդունում է նույն արժեքները, սակայն, դրանք շատ մեծ ճշտությամբ են համընկնում $2e^2/h$ -ի բազմապատիկների հետ:

§7.13 Բազմաուղետարային համակարգեր

Այժմ կարող ենք ընդհանրացնել հաղորդունակության քվանտացման երևույթը կամայական թվով քվազիմիաչափ ուղետարներով համակարգերի համար, որը սխեմորեն պատկերված է նկ.7-24,ա -ում: Սովորաբար որոշ ուղետարներ օգտագործվում են հոսանքի ներարկման համար, մինչդեռ մյուսները՝ լարման չափման համար, և

այդ պատճառով էլ բոլոր ուղեւորները բաժանվում են, այսպես կոչված, հոսանքի կամ լարման զոնդերի: Ենթադրվում է, որ լարման զոնդերը միացված են իդեալական վոլտմետրերի հետ, որոնցով հոսանք բացառապես չի անցնում: Նկ.7-24 -ի բ, գ և դ դեպքերում ցույց են տրված բազմաուղեւորային համակարգերի մի շարք կոնկրետ օրինակներ: Ընդ որում, գ) նկարում պատկերված դեպքն ունի առանձնահատկություն նշանակություն, քանի որ այն փորձնականորեն կարող է օգտագործվել դիմադրության չափման համար: Հոսանքն անցնում է ուղիղ գծով, իսկ լարման անկումը չափվում է մնացած երկու զոնդերի միջև: Չափումների համար այսպիսի չորսզոնդային մեթոդը գերադասելի է, քանի որ այն զգայուն չէ կոնտակտների դիմադրության նկատմամբ: Սկզբունքորեն լարումը կարելի էր չափել նաև հոսանքային զոնդերի միջև (երկզոնդային մեթոդ), բայց հետագայում կտեսնենք, որ արդյունքները կարող են սկզբունքորեն տարբերվել չորսզոնդային մեթոդով չափումներից:

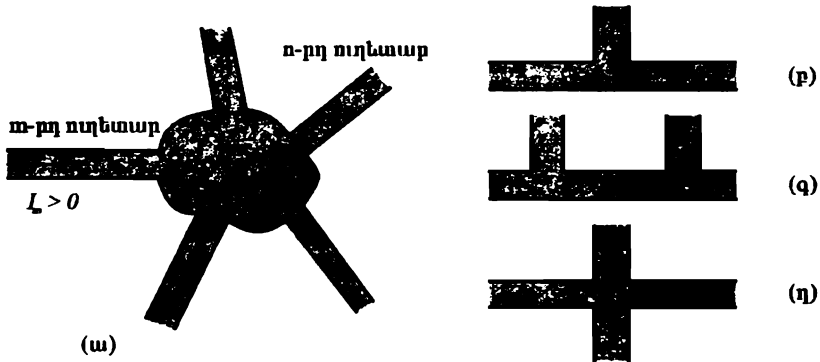
m և n թվերով նշանակենք ուղեւորները, իսկ α -ով և β -ով՝ յուրաքանչյուր ուղեւորում տարածվող մոդերը: Դիցուք՝ m -րդ ուղեւորում կա N_m հատ տարածվող մոդ: Սովորականի նման ենթադրենք, որ բոլոր ուղեւորներն ունենան հաստատուն լայնական կտրվածք, իսկ վիճակները նորմավորված են ըստ հաստատուն հոսքերի: Տվյալ ուղեւորում դեպի ներս գնացող հոսանքը կհամարենք դրական:

Դիտարկենք որոշակի ուղեւոր և նրանում տարածվող որևէ մոդ՝ (m, α) : Քննարկվող փոքր արտաքին լարումների դեպքում, երբ շեղումը հավասարակշռությունից շատ փոքր է, m -րդ ուղեւորով դեպի նմուշ գնացող հոսանքը կարող է գրվել §7.6 -ի նմանությամբ՝

$$I_{m\alpha}^{\text{նկ}} = -\frac{2e}{h} \delta\mu_m = \frac{2e^2}{h} V_m, \quad (13.1)$$

որտեղ $\delta\mu_m = -eV_m$ -ը Ֆերմիի էներգիաների տարբերությունն է նմուշի և m -րդ ուղեւորի միջև, երբ նրանց միջև կիրառված լարումը հավասար է V_m -ի: Նշենք, որ m -րդ ուղեւորի բոլոր N_m մոդերի համար հոսանքը տրվում է միևնույն (13.1) արտահայտությամբ: Այն էլեկտրոնների համար, որոնք ընկնում են m -րդ ուղեւորի α մոդում և նմուշում ցրվելով՝ անցնում են n -րդ ուղեւորի β մոդ, անցման գործակցի լայնույթը նշանակենք $t_{n\beta, m\alpha}$: Այսպիսի անցման արդյունքում n -րդ ուղեւորի հոսանքում առաջանում է բացասական ներդրում $-I_{m\alpha}^{\text{նկ}} |t_{n\beta, m\alpha}|^2$ (այն հոսում է դեպի դուրս): Հասկանալի է, որ ընդհանուր դեպքում ընկնող էլեկտրոնների որոշ մաս կարող է ետ անդրադառնում m -րդ ուղեւորի և նմուշի բաժանման սահմանից և անպայման չէ, որ նրանք անդրադառնան նույն այն մոդում, որում ընկել էին: Այդպիսի անդրադարձման լայնույթը նշանակենք $r_{m\beta, m\alpha}$ -ով: Քանի որ $t_{n\beta, m\alpha}$ գործակիցները որոշված

են միայն $n \neq m$ դեպքի համար, իսկ $r_{m\beta, m\alpha}$ գործակիցները ներմուծված են միայն $n = m$ դեպքում, ապա հաճախ կարելի է սահմանել, որ $t_{m\beta, m\alpha} = r_{m\beta, m\alpha}$:



Նկ. 7-24. ա) Բազմաուղեառար կոհերենտ տեղափոխությամբ նմուշի երկրաչափությունը: բ) T-աձև նմուշ: գ) երկայանական դիմադրության չափման չորսզոնդային մեթոդ: դ) Չոլի միկրոսկոպական նմուշ:

Այժմ կարող ենք n -րդ ուղեառարում առաջացած լրիվ հոսանքը, որը պայմանավորված է m -րդ ուղեառարի տարբեր մոդերով ընկած էլեկտրոններով, ներկայացնել

$$I_{nm} = -\frac{2e^2}{h} V_m \sum_{\beta=1}^{N_n} \sum_{\alpha=1}^{N_m} |t_{n\beta, m\alpha}|^2 \quad (13.2)$$

տեսքով, որտեղ գումարումը տարածվում է n -րդ և m -րդ ուղեառարների բոլոր մոդերով: I_{nm} -ի արտահայտությունը կարելի է պարզեցնել, եթե ներմուծենք գումարային անցման և անդրադարձման գործակիցներ՝

$$T_{nm} = \sum_{\beta=1}^{N_n} \sum_{\alpha=1}^{N_m} |t_{n\beta, m\alpha}|^2, \quad R_m = \sum_{\beta=1}^{N_m} \sum_{\alpha=1}^{N_m} |r_{m\beta, m\alpha}|^2: \quad (13.3)$$

Այս ձևով որոշված գործակիցները, ի տարբերություն պարզագույն անցման և անդրադարձման գործակիցների, կարող են լինել նաև մեկից մեծ: Օրինակ, երբ տեղի ունի կատարյալ անցում, $T_{nm} = \min\{N_n, N_m\} > 1$: Նորից մենք կարող ենք համարել, որ

$T_{nm} = R_m$ և անցումն ու անդրադարձումը դիտարկել համարժեք ձևով:

Այժմ վերադառնանք m -րդ ուղեառարով անցնող լրիվ հոսանքին, որը հավասար է ընկնող և անդրադարձած հոսանքների տարբերությանը: Ընկնող լրիվ հոսանքը հավասար է բոլոր մոդերով ընկնող հոսանքների գումարին՝ $2e^2 V_m N_m / h$, հետևաբար՝ լրիվ հոսանքի համար կունենանք՝

$$I_{mm} = \frac{2e^2}{h} (N_m - R_m) V_m : \quad (13.4)$$

Հոսանքի պահպանման օրենքի հիման վրա կարող ենք պահանջել, որ այս հոսանքը հավասար լինի դուրս գնացող այն հոսանքներին, որոնք առաջանում են մնացած բոլոր ուղեւորներում m -րդ ուղեւորով ընկած էլեկտրոնների լրիվ հոսանքի պատճառով: Այսինքն՝

$$I_{mm} = \sum_{n, n \neq m} I_{nm} = \sum_{n \neq m} \left(-\frac{2e^2}{h} V_m T_{nm} \right) = -\frac{2e^2}{h} V_m \sum_{n \neq m} T_{nm} : \quad (13.5)$$

Վերջին երկու հավասարումներից ստացվում է անցման գործակիցների գումարման հետևյալ կանոնը՝

$$R_m + \sum_{n \neq m} T_{nm} = N_m, \quad (13.6)$$

որն ըստ էության $R + T = 1$ արտահայտության ընդհանրացումն է մի շարք բազմամողային ուղեւորներով նմուշի դեպքում:

Մինչև այժմ մենք հաշվում էինք այն հոսանքները, որոնք առաջանում էին միայն m -րդ ուղեւորով էլեկտրոնների ներարկման հետևանքով (ինչպես մնացած ուղեւորներում, այնպես էլ հենց m -րդ ուղեւորում): Մնում է նկատի ունենալ, որ m -րդ ուղեւորում կարող են առաջանալ նաև դեպի դուրս գնացող հոսանքներ՝ պայմանավորված մյուս ուղեւորներով ներարկված էլեկտրոններով: n -րդ ուղեւորն m -րդ ուղեւորում կառաջացնի $-2e^2 V_m T_{nm} / h$ հոսանք, հետևաբար՝ վերջինիս լրիվ հոսանքը՝

$$I_m = \frac{2e^2}{h} \left[(N_m - R_m) V_m - \sum_{n, n \neq m} T_{nm} \cdot V_n \right] : \quad (13.7)$$

Այս բանաձևը կոչվում է Բյուտիկերի և Լանդաուերի անունով և տալիս է բազմաուղեւոր համակարգի հաղորդունակությունը:

Այն կարելի է ներկայացնել նաև հետևյալ տեսքով՝

$$I_m = \sum_n G_{mn} V_n; \quad G_{mn} = \frac{2e^2}{h} [(N_m - R_m) \delta_{mn} - T_{mn}] : \quad (13.8)$$

Այստեղ ներմուծված է G_{mn} հաղորդունակության մատրիցը, որը քառակուսային է, ընդ որում, նրա չափը տրվում է նմուշին միացված ուղեւորների ընդհանուր թվով: Նկատենք, որ այդ մատրիցն օգտագործելիս պետք է որոշակի զգուշավորություն ցուցաբերել: Բանն այն է, որ, ինչպես հետևում է (13.6) գումարման կանոնից, G մատրիցի ամեն մի n -րդ սյան անդամների գումարը հավասար է 0 -ի: Իսկ սա նշանակում է, որ նրա որոշիչը նույնպես հավասար է 0 -ի և մատրիցը եզակի է: G մատրիցի վրա մեկ ուրիշ սահմանափակում էլ չի հայտնվում գալիս այն պարզ պայ-

մանի պատճառով, որ եթե բոլոր ուղետարների լարումները նույնն են, ապա նմուշով հոսանք չի կարող հոսել: Իսկ սա նշանակում է, որ

$$\sum_n G_{nm} = 0 = (N_m - R_m) - \sum_{n, n \neq m} T_{mn}, \quad (13.9)$$

այսինքն՝ հաղորդունակության մատրիցի ոչ միայն ամեն մի սյան, այլև ամեն մի տողի տարրերի գումարն է հավասար զրոյի: Համեմատելով իրար հետ (13.9) -ը և (13.6) -ը, կստանանք, որ

$$\sum_n T_{mn} = \sum_m T_{mn}: \quad (13.10)$$

Օգտագործելով ստացված պայմանները, (13.7) հավասարումը կարելի է ներկայացնել տարբեր տեսքերով: Օրինակ՝ (13.6) -ից $(N_m - R_m)$ -ը կարելի է արտահայտել T_{nm} -երի գումարով և գրել, որ

$$I_m = \frac{2e^2}{h} \sum_{n, n \neq m} (T_{nm} \cdot V_m - T_{mn} \cdot V_n): \quad (13.11)$$

Այստեղից երևում է, որ T - մատրիցների T_{nn} անկյունագծային անդամներն անհրաժեշտ չեն հոսանքի հաշվարկման համար: Մյուս կողմից, օգտվելով (13.9)-ից, կարող ենք գրել, որ

$$I_m = \frac{2e^2}{h} \sum_{n, n \neq m} (T_{mn} \cdot V_m - T_{mn} \cdot V_n) = \frac{2e^2}{h} \sum_{n, n \neq m} T_{mn} \cdot (V_m - V_n): \quad (13.12)$$

Այս ձևով գրված արտահայտությունից հետևում է, որ հոսանքի առաջացման համար կարևոր են ոչ թե տարբեր ուղետարներին կիրառված լարումները, այլ դրանց տարբերությունները:

Նկատենք, որ (13.10) պայմանից ուղղակիորեն չի հետևում, որ մագնիսական դաշտի բացակայության պայմաններում հաղորդունակության մատրիցը պետք է լինի համաչափ՝ $G_{mn} = G_{nm}$: Մագնիսական դաշտում այդ համաչափությունը վերանում է, ինչը և հանգեցնում է ճյուղի երևույթին:

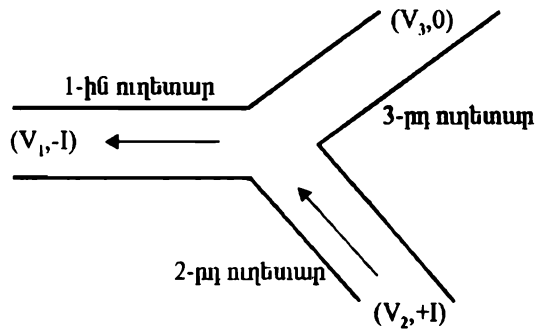
Ստացած ընդհանուր բանաձևերն օգտագործենք որոշ մասնավոր դեպքեր քննարկելու համար: Նախ՝ կարող ենք դիտարկել մեր կողմից նախորդ պարագրաֆում ուսումնասիրած երկու ուղետարներով նմուշի դեպքը: Առաջին ուղետարով ընկնում են էլեկտրոնները, որոնք “նմուշում” ցրվում են, նրանց մի մասն անցնում է երկրորդ ուղետար, իսկ մի մասը ետ է վերադառնում: Առաջինով հոսում է դրական հոսանք՝ $I_1 = +I$ (դեպի ներս), իսկ երկրորդով հոսում է բացասական՝ $I_2 = -I$ հոսանք (դեպի դուրս): (13.11) -ից ունենք՝

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{2e^2}{h} (T_{21} \cdot V_1 - T_{12} \cdot V_2) = I, \\ I_2 &= \frac{2e^2}{h} (T_{12} \cdot V_2 - T_{21} \cdot V_1) = -I : \end{aligned} \quad (13.13)$$

Առանց ընդհանրությունը խախտելու, կարելի է վերցնել $V_1 = 0$, այսինքն՝ որպես պոտենցիալի հաշվարկման զրոյական մակարդակ ընտրել առաջին ուղետարը։

$$I = \frac{2e^2}{h} T_{12} \cdot V_2 \equiv G \cdot V_2, \quad (13.14)$$

որտեղ $G = 2e^2 T_{12}/h$, իսկ T_{12} -ն, ըստ (13.3) -ի, իրենից ներկայացնում է առաջին և երկրորդ ուղետարների բոլոր մոդերի միջև անցման գործակիցների գումարը, ինչը ճշգրտորեն համընկնում է (12.4) արտահայտության հետ :



Նկ.7-25. Երեք ուղետարներով մոուլի սխեման։ Հոսանքը ներս է մտնում 2-րդ ուղետարով և դուրս է գալիս առաջինով։ 3-րդ ուղետարով, որը միացվում է վոլտմետրի հետ, հոսանք չի անցնում, և այն օգտագործվում է որպես լարման զոնդ։

Ավելի բարդ է երեք ուղետարներով մոուլի դեպքը (Նկ.7-25)։ Դիցուք՝ սկզբում 3-րդ ուղետարը լարման զոնդ է ($I_3 = 0$)։ I հոսանքը ներս է հոսում 2-րդ ուղետարով և դուրս է գալիս 1-ին ուղետարով, այնպես, որ $I_1 = -I$, $I_2 = I$ ։ Եթե նորից վերցնենք $V_1 = 0$ ապա (13.11) հավասարումից կստանանք.

$$\begin{aligned} I_1 &= -I = \frac{2e^2}{h} (-T_{12} \cdot V_2 - T_{13} \cdot V_3), \\ I_2 &= I = \frac{2e^2}{h} [(T_{12} + T_{32}) V_2 - T_{23} \cdot V_3], \\ I_3 &= 0 = \frac{2e^2}{h} [-T_{32} \cdot V_2 + (T_{13} + T_{23}) V_3] : \end{aligned} \quad (13.15)$$

Եթե այս երեք հավասարումները գումարենք, ապա ծախս և աջ կողմերում կստացվեն զրոներ, ինչը նշանակում է, որ այդ երեք հավասարումներից մեկն անկախ չէ: Լուծելով առաջին երկու հավասարումների համակարգը, կարող ենք գտնել 1-ին և 2-րդ ուղեւորների միջև հաղորդունակությունը՝

$$G_{12} = \frac{I}{V_2} = \frac{2e^2}{h} \left[T_{12} + \frac{T_{13} \cdot T_{32}}{T_{13} + T_{23}} \right] : \quad (13.16)$$

Ստացված բանաձևից հետևում է, որ հաղորդունակության մեջ կա երկու ներդրում՝ մեկը պայմանավորված է այն էլեկտրոններով, որոնք ուղղակի գնում են 1-ին ուղեւորից դեպի 2-րդ ուղեւորը, իսկ մյուսն անուղղակիորեն առաջանում է այն էլեկտրոններից, որոնք գնում են 1 -ին ուղեւորից դեպի 3 -րդը: Քանի որ 3-րդ ուղեւորը տվյալ դեպքում լարման զոնդ է և նրա գումար հոսանքը հավասար է զրոյի, ապա դա նշանակում է, որ 3 -րդ ուղեւորում գոյություն ունի էլեկտրոններին հակառակ հոսք, որը մեծությամբ հավասար է 1 -ից եկող էլեկտրոններ հոսքին: Այդ հակառակ հոսքը բաժանվում է 1 -ին և 2 -րդ ուղեւորների միջև ըստ դրանց անցման գործակիցների, ինչը և նկարագրվում է (13.16) -ի երկրորդ անդամով: (13.15) -ից հեշտությամբ կարելի է գտնել նաև 3-րդ ուղեւորում չափվող լարումը՝

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{T_{32}}{T_{13} + T_{23}} = \frac{T_{32}}{T_{31} + T_{32}} \quad (13.17)$$

Վերջին տեսքը գրելիս հաշվի առանք (13.10) կանոնը: Ստացված արտահայտությունը, կարծես, հիշեցնում է, որ մեր սարքը լարման բաշխիչ է: Մասնավոր դեպքում, եթե բոլոր ուղեւորները նույնն են և մեկից մյուսն անցման գործակիցներն իրար հավասար են, ապա $V_3/V_2 = 1/2$: Այսինքն՝ ստացվում է այն արդյունքը, ինչը սպասվում էր դասական լարման բաշխիչի համար:

§7.14 Թունելային հոսանքի հաշվարկն իրական հետերոկառուցվածքներում

Մինչև այժմ մենք ուսումնասիրում էինք էլեկտրոնների՝ տարբեր պոտենցիալային ռելիեֆներով թունելային անցման ընդհանուր առանձնահատկությունները, առանց կոնկրետացնելու և հաշվի առնելու այդպիսի պոտենցիալներ ստեղծող կիսահաղորդիչների առանձնահատկությունները: Ըստ էության մենք ենթադրում էինք, որ կառուցվածքը բաղկացած է ինչ-որ կիսահաղորդչային նյութից, որի վրա վերադրված է որոշակի միաչափ պոտենցիալ: Պարզ է, որ այդպիսի մոտեցումը հաշվի չի առնում հետերոկառուցվածքի տարբեր շերտում գտնվող կիսահաղորդիչների հատկությունները և խիստ ասած կիրառելի չէ իրական հետերոկառուցվածքների համար (օրինակ՝ $GaAlAs$ -ի արգելքային տիրույթներով շրջապատված $GaAs$ -ի

քվանտային փոսով կառուցվածքի համար), ինչի մասին որոշ չափով արդեն խոսվել է քվանտային փոսերի հատկությունների ուսումնասիրման ժամանակ (մեծ Գլ.2) :

Սակայն, շատ դեպքերում ստացված արդյունքները, որոշակի ուղղումներից հետո, կարելի կիրառել նաև իրական կառուցվածքների համար: Օրինակ՝ բազմաշերտ կառուցվածքներում, որտեղ կա արդյունաբար զանգվածի անհամասեռություն, էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան նույնպես կարելի է ներկայացնել լայնական հարթ ալիքների և երկայնական մասի արտադրյալի տեսքով, ընդ որում վերջինս կարելի է նկարագրել T -մատրիցներով, սակայն, ընդհանուր դեպքում էներգիան չի կարելի բաժանել լայնական և երկայնական մասերի, ինչի հետևանքով էլ արգելքների արդյունաբար բարձրությունն, իր հերթին, դառնում է կախված լայնական շարժման ալիքային վեկտորի մեծությունից: Թունելային հոսանքը հաշվելիս, նորից պետք է բաժանման սահմանի վրա պահանջել ոչ թե ալիքային ֆունկցիայի ածանցյալի, այլ վերջինիս և արդյունաբար զանգվածի հարաբերության անընդհատությունը: Հետաքրքիր է տեսնել, թե ինչ արդյունքի կհանգենք, եթե հետերոանցման բաժանման սահմանի վրա ածանցյալների համակցումը կատարելիս էլեկտրոն արդյունաբար զանգվածի փոփոխությունը հաշվի չառնվի:

Վերադառնանք սկզբում դիտարկված պոտենցիալային աստիճանի դեպքին (նկ. 7-1): Անցման և անդրադարձման գործակիցների լայնությունների համար ստացել էինք $t = 2k_1/(k_1 + k_2)$, $r = (k_1 - k_2)/(k_1 + k_2)$: Եթե այս արտահայտությունները կիրառենք հետերոանցման համար, վերցնելով $m_1 \neq m_2$, ապա ընկնող, անցած և անդրադարձած հոսքերի համար կունենանք՝

$$\begin{aligned} I_F &= \frac{\hbar k_1}{m_1}; \\ I_R &= \frac{\hbar k_1}{m_1} |r|^2 = \frac{\hbar k_1}{m_1} \frac{(k_1 - k_2)^2}{(k_1 + k_2)^2}; \\ I_T &= \frac{\hbar k_2}{m_2} |t|^2 = \frac{\hbar k_2}{m_2} \frac{4k_1^2}{(k_1 + k_2)^2} : \end{aligned} \quad (14.1)$$

Գումարելով արգելքից հեռացող հոսքերը, կստանանք՝

$$I_R + I_T = \frac{\hbar k_1}{m_1} \left[1 + \frac{4k_1 k_2}{(k_1^2 + k_2^2)^2} \left(\frac{m_1}{m_2} - 1 \right) \right] : \quad (14.2)$$

Հոսքի պահպանման օրենքը պահանջում է, որ $I_T + I_R = I_F$ սակայն այն, ինչպես տեսնում ենք, $m_1 \neq m_2$ դեպքում տեղի չունի: Այս սխալը հեշտությամբ կարելի է ուղղել, եթե հետերոանցման $z = 0$ բաժանման սահմանին համակցենք էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիայի ածանցյալի և արդյունաբար զանգվածի հարաբերությունը (տես Գլ.2, Հավելված 2-1)՝

$$\left. \frac{1}{m_1} \frac{d\psi(z)}{dz} \right|_{z=-0} = \left. \frac{1}{m_2} \frac{d\psi(z)}{dz} \right|_{z=+0} : \quad (14.3)$$

Այդ դեպքում (2.2) -ի փոխարեն կունենանք

$$A + B = C + D , \quad (14.4)$$

$$\frac{k_1}{m_1} (A - B) = \frac{k_2}{m_2} (C - D) :$$

Արդյունքում կստանանք՝

$$t = \frac{\frac{2k_1}{m_1}}{\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_2}}, \quad r = \frac{\frac{k_1}{m_1} - \frac{k_2}{m_2}}{\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_2}}, \quad (14.5)$$

իսկ անդրադարձած և անցած հոսքերի արտահայտությունները կլինեն՝

$$I_R = \frac{\hbar k_1}{m_1} \frac{\left(\frac{k_1}{m_1} - \frac{k_2}{m_2} \right)^2}{\left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \right)^2}, \quad I_T = \frac{\hbar k_1}{m_1} \frac{4 \left(\frac{k_1}{m_1} \right) \left(\frac{k_2}{m_2} \right)}{\left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \right)^2} : \quad (14.6)$$

Այստեղից արդեն հետևում է, որ $I_R + I_T = I_F$:

Հաճախ օգտակար է ալիքային ֆունկցիաների գործակիցները գրել ոչ թե որպես A, B, C, D , այլ այնպես, որ ըստ հոսքի անցման գործակիցն ուղղակի գրվի

$|t|^2$ տեսքով: §7-5 -ում արդեն նման հարց քննարկել ենք, կապված ոչ թե արդյունաբար զանգվածի անհամասեռության, այլ արգելքից ծախ և աջ պոտենցիալային տարբեր հարթակների առկայության հետ (տես.(5.22) հավասարումը): Ակնհայտ է, որ տարբեր արդյունաբար զանգվածների դեպքում ալիքներն արգելքից ծախ և աջ տիրույթներում պետք է վերցվեն հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{A}{\sqrt{v_1(k_1)}} e^{ik_1 z} + \frac{B}{\sqrt{v_1(k_1)}} e^{-ik_1 z}; \quad \frac{C}{\sqrt{v_2(k_2)}} e^{ik_2 z} + \frac{D}{\sqrt{v_2(k_2)}} e^{-ik_2 z}, \quad (14.7)$$

որտեղ $v_1(k_1) = \hbar k_1 / m_1$ -ն էլեկտրոնի արագությունն է առաջին նյութում, իսկ մասնիկների հոսքն այս դեպքում պարզապես կլինի՝

$$-\hbar/2im_1 (\Psi^* \Psi' - \Psi \Psi'^*) = |A|^2 - |B|^2 : \quad (14.8)$$

Նմանապես՝ $v_2(k_2) = \hbar k_2 / m_2$ -ն էլեկտրոնների արագությունն է երկրորդ նյութում:

Ուղղանկյուն պոտենցիալային աստիճանի համար անցման և անդրադարձման լայնությունները կարելի է անմիջականորեն ներկայացնել v_1 և v_2 նրազություններով՝

$$t = \frac{2\sqrt{v_1 v_2}}{v_1 + v_2}, \quad r = \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} \quad (14.9)$$

Այս ձևով գրված t և r լայնություններն ունեն 1-ին և 2-րդ տիրույթների նկատմամբ համաչափ տեսք, և հեշտ է տեսնել, որ $|t|^2 + |r|^2 = 1$ պայմանը բավարարված է:

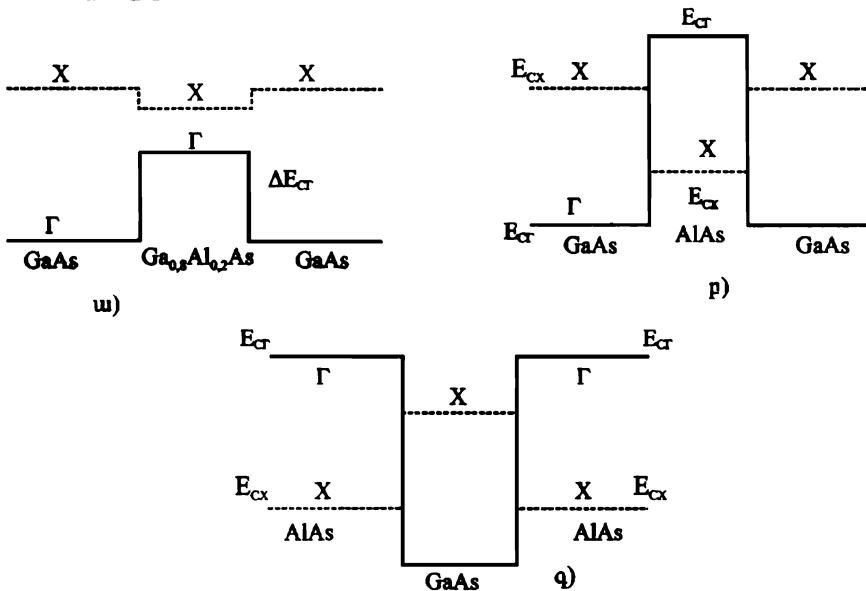
Այսպիսի մոտեցման դեպքում արդեն կարելի է օգտագործել t և r մեծությունները և T -մատրիցների նկարագրված ապարատը կամայական պոտենցիալային արգելքի համար, որն ընդհանուր դեպքում մինչև արգելք և արգելքից հետո եղած տիրույթներում բնութագրվում է տարբեր արդյունաբար զանգվածներով և տարբեր պոտենցիալ հարթակներով:

§7.15 Պինդ լուծույթներում էներգիական սպեկտրի բազմահոլ-տությամբ պայմանավորված թունելային հոսանքի հնարավոր ձևափոխությունները

Չետերոկառուցվածքային պոտենցիալային արգելքներով էլեկտրոնների թունելային անցման վրա կարող է զգալի ազդեցություն ունենալ կիսահաղորդիչների էներգիական սպեկտրի բազմահոլվիտ կառուցվածքը: Դա հասկանալու համար դիտարկենք $GaAs - Ga_{1-x}Al_xAs$ հետերոհամակարգը: Հայտնի է, որ հաղորդականության գոտու մինիմումների դիրքը կախված է պինդ լուծույթի x բաղադրությունից (տես Գլ.1): Երբ $x < 0.4$, ամենացածր մինիմումը Բրիլյուենի գոտու կենտրոնում գտնվող Γ մինիմումն է: $x > 0.4$ -ի դեպքում կիսահաղորդիչն արդեն դառնում է թեք անցումներով, և հաղորդականության գոտու հիմնական մինիմում է դառնում (100) ուղղությամբ գտնվող X -մինիմումը (ինչպես $AlAs$ -ում): Նկ. 7-26 -ում պատկերված են $GaAs/AlAs$ եռաշերտ հետերոկառուցվածքում Γ - և X -հովիտների եզրերը նկարագրող պոտենցիալային պրոֆիլները:

Առաջին դեպքում Γ -հովիտն ամենացածրն է, իսկ մնացած հովիտները կարելի է անտեսել, եթե, իհարկե, ուսումնասիրվում է այնպիսի էլեկտրոնների անցումը, որոնց էներգիան ΔE_{CT} արգելքի բարձրությունից փոքր է, կամ էլ շատ չի գերազանցում այն: Սակայն (բ) դեպքում կա որոշակի խնդիր: $AlAs$ շերտը Γ -էլեկտրոնների համար ներկայացնում է պոտենցիալային արգելք, սակայն այդ շերտի համար հիմնական հովիտ է հանդիսանում X -մինիմումը, որի եզրը E_{CX} -ը, արգելքի տի-

րույթում ավելի ցածր է, քան E_{CT} -ն : Մյուս կողմից, սակայն, E_{CX} եզրն ավելի բարձր է, քան E_{CT} -ն $GaAs$ -շերտերում և հասկանալի չէ, թե Γ -էլեկտրոնների համար ինչը պետք է վերցնել որպես արգելքի բարձրություն: Այս հարցին պատասխանելու համար պետք է կատարվեն մանրամասն հաշվարկներ՝ հաշվի առնելով էլեկտրոնների հնարավոր միջիովտային $\Gamma \rightarrow X$ անցումները: Եթե թունելային անցման ժամանակ, երբ էլեկտրոնը հարվածում է բաժանման սահմանին, տեղի է ունենում $\Gamma \rightarrow X$ միջիովտային անցում, ապա այն արգելքի բարձրությունը, որը “կտեսնեն” այդպիսի էլեկտրոնները, կլինի ավելի փոքր, քան եթե էլեկտրոնները մնան Γ -հովտում: Սակայն դեռևս պարզ չէ, թե ինչպիսին կլինի անցման գործակցի արժեքը, քանի որ X -հովտում արդյունաբար զանգվածը մեծ է, և ալիքային ֆունկցիան արգելքի տիրույթում նվազում է ավելի արագ: Հետևաբար՝ անցման գործակիցը կարող է դեռևս որոշվել E_{CT} արգելքի բարձրությամբ, չնայած որ այն $AlAs$ -ում ամենացածր հովիտը չէ:



Նկ. 7-26. Արգելքները և փոսերը $GaAs-Ga_{1-x}Al_xAs$ եռաշերտ համակարգերում: Ցույց են տրված հաղորդականության գոտու ցածրագույն երկու հովիտների եզրերի դիրքերը տարբեր տիրույթներում: (ա) Երբ բոլոր շերտերում Γ -հովիտն ամենացածրն է, ապա նրա եզրն էլեկտրոնների համար առաջացնում է պոտենցիալային արգելք, իսկ X -հովտի եզրը, ընդհակառակը՝ $Ga_{0.7}Al_{0.3}As$ տիրույթում առաջացնում է պոտենցիալային փոս: (բ) Եթե արգելքային տիրույթը $AlAs$ է, ապա այն Γ -էլեկտրոնների համար առաջացնում է մեծ արգելք, բայց նրանում X -հովիտն ընդգիստված ավելի ցածր է, և այդ հովտի էլեկտրոնների համար $AlAs$ -ի տիրույթում առաջանում է պոտենցիալային փոս: (գ) Երբ $GaAs$ տիրույթը երկու կողմից շրջափակված է $AlAs$ -ի շերտերով, ապա Γ -էլեկտրոնների համար $GaAs$ տիրույթում առաջանում է պոտենցիալային փոս, իսկ X -էլեկտրոնների համար՝ պոտենցիալային արգելք:

Մյուս կողմից, պետք է նշել, որ եթե տեղի ունի $\Gamma - X$ -անցում, ապա ընկնող էլեկտրոնների մեծ էներգիաների համար, երբ $E > E_{cx}(AlAs)$, ըստ էության մենք գործ ունենք էլեկտրոնների վերարգելքային անցման հետ, այլ ոչ թե թունելային անցման հետ, չնայած որ այս դեպքում էլ $E < E_{cr}(AlAs)$:

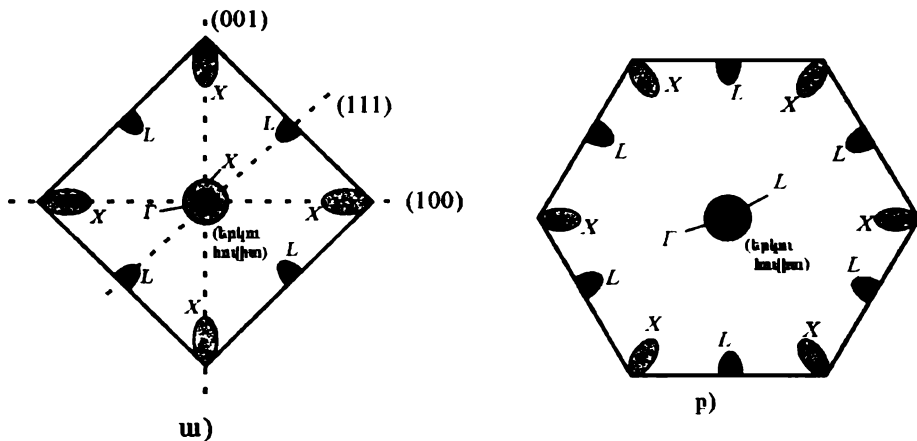
Այսպիսով, հասկանալի է, որ բազմահովիտ գոտիական կառուցվածքի դեպքում թունելային անցման պրոցեսն էապես կախված է միջիովտային անցումների արագությունից, որն, իր հերթին, կախված է կիսահաղորդչի գոտիական կառուցվածքից և միշտ չէ, որ հնարավոր է լինում ճշգրիտ գնահատել նրա մեծությունը: Սակայն, ելնելով միայն համաչափությունից, կարելի է որոշակի որակական արդյունքներ ստանալ թունելային անցման գործակցի համար: Ենթադրենք՝ հետերոանցման բաժանման սահմանը և դրան հարող կիսահաղորդիչներն իդեալական կարգավորված են, և բաժանման սահմանին զուգահեռ բլոխյան ալիքային վեկտորը՝ $\vec{k}_{||}$ -ը, պահպանվում է: Գնահատենք դրա մեծությունը: Քննարկվող խնդիրներում ընկնող էլեկտրոնի էներգիայի կարգը՝ $E \approx 0,3$ էՎ, որը $m^* = 0,067m_0$ արդյունաբար զանգվածի դեպքում տալիս է $k_{||} \approx 0,7$ նմ⁻¹: Հետևաբար՝ Բրիլյուենի գոտու բնութագրական չափերի համեմատ այն շատ փոքր է՝ $k_{||} \ll \pi/a \sim 6$ նմ⁻¹:

Հետերոանցման համար շատ կարևոր է նաև, թե այն ինչպիսի բյուրեղագիտական հարթության մեջ է ձևավորված: Սովորաբար շերտերն աճեցվում են [001] ուղղությամբ և հետորոտանցումը ընկած է լինում (001) հարթության մեջ: Քանի որ X -միմիմումները գտնվում են $\vec{k}$ -տարածության [100] ուղղությունների վրա, ապա այդպիսի համարժեք միմիմումների թիվը վեցն է, որոնցից երկուսը, որոնք ընկած են $\pm[001]$ ուղղության վրա, կենտրոնացած են $\vec{k}_{||} = 0$ կետի շուրջ: Γ -հովտին պատկանող էլեկտրոնն անկման ժամանակ (այդպիսի էլեկտրոնի $\vec{k}_{||} \approx 0$) կարող է միայն միջիովտային անցում կատարել այդ երկու միմիմումներից որևէ մեկը՝ պահպանելով իր $\vec{k}_{||}$ -ը: Այդ դեպքում պետք է տեղի ունենա k_z բաղադրիչի մեծ փոփոխություն (0-ին մոտ արժեքներից մինչև X -հովտի կենտրոնին մոտ արժեքներ), որը, սակայն, արգելված չէ (թեև այդպիսի անցման հավանականությունը այնքան էլ մեծ չէ): Քվազիիմպուլսի $\hbar \Delta k_z \sim \hbar \pi/a$ փոփոխության համար անհրաժեշտ քվազիիմպուլսն էլեկտրոնը կարող է ստանալ կամ տալ՝ փոխազդելով հետերոանցման բաժանման սահմանի հետ: Մնացած չորս X -միմիմումներն ընկած են Γ -հովտում, էլեկտրոնների առավելագույն էներգիային համապատասխանող համաէներգիական մակերևույթներից դուրս՝ $\pm[100]$ կամ $\pm[010]$ ուղղություններով և անհասանելի են $k_{||} \ll \pi/a$ քվազիալիքային վեկտոր ունեցող Γ -էլեկտրոնների համար (հիշեց-

նենք, որ $\vec{k}_{||}$ -ը պետք է պահպանվի): Նույն պատճառով էլեկտրոնները չեն կարող միջհովտային անցում կատարել դեպի մյուս կողմնային L -հովիտները, որոնք ընկած են $[111]$ ուղղություններով՝ Բրիլյուենի գոտու եզրերի վրա: Նկարագրած ջոկման կանոնները կարելի է պատկերավոր ցուցադրել, պրոյեկտելով գոտիական կառուցվածքը (100) հարթության վրա (նկ.7-27):

Եթե հետերոանցման բաժանման սահմանը համընկներ (111) հարթության հետ, ապա գոտիական կառուցվածքի պրոյեկցիան նրա վրա կունենար (նկ.7-27,բ) տեսքը և ջոկման կանոնները կլինեին ուրիշ: Երևում է, որ այս դեպքում բոլոր X -հովիտներն ընկած են $\vec{k}_{||}$ -ի մեծ արժեքների տիրույթում և, հետևաբար, անհասանելի են ընկնող Γ -էլեկտրոնների համար: Ութ L -կիսահովիտներից (կամ չորս լրիվ L -հովիտներից) երկուսի պրոյեկցիաները ծածկում են Γ -մինիմումի պրոյեկցիան և, հետևաբար, կարող են ապահովել դեպի այդ կիսահովիտ Γ -էլեկտրոնների անցումը, իսկ մնացած երեք լրիվ Γ -մինիմումներին պատկանող վիճակներն էլեկտրոնների համար անհասանելի են:

Վերը նկարագրված գոտիական կառուցվածքի պրոյեկցիաների մեթոդն օգնում է նաև հասկանալ այնպիսի հետերոկառուցվածքների հատկությունները, որոնցում հիմնական մինիմումները հետերոանցման երկու տիրույթներում էլ Γ -տիպի չեն (օրինակ՝ $Si-Ge$ հետերոանցման դեպքում):



Նկ.7-27. Համաձայնեցված մակերևույթների պրոյեկցիան (001) (ա) և (111) (բ) հարթությունների վրա $GaAs$ տիպի գոտիական կառուցվածքով հետերոգոյգի համար:

Պետք է նշել, որ գոտիների բազմահովտությունը և արդյունաբար զանգվածի անիզոտրոպությունն, իրենց հերթին, կարող են բերել քվանտային փոսերում տարբեր տիպի ենթագոտիների առաջացման, որոնց ներդրումը թունելային հոսանքի

մեջ, գնահատելու համար պետք է հաշվի առնվեն վերը նկարագրվածի նման ջուկ-ման կանոնները:

Օրինակ՝ դիտարկենք էլեկտրոնների ինվերսային շերտը, որն առաջանում է $p-Si/SiO_2$ բաժանման սահմանի մոտ: Եթե հետերոանցման բաժանման սահմանի վրա սիլիցիումի մակերևույթը համընկնում է (001) բյուրեղագիտական հարթության հետ, ապա այդ հարթության վրա համաեներգիական մակարդակների պրոյեկցիայի համար նորից կարող ենք օգտագործել նկ.7-30 ա)-ն: Պետք է միայն նկատի ունենալ, որ Si -ի մոտ հիմնական միմիմումը ոչ թե Γ -ն է, այլ X -ը: Նորից երկու X -միմիմումների պրոյեկցիաներն ընկած են Բրիլյուենի մակերևութային գոտու Γ' կենտրոնում: Այդ հովիտներում էլեկտրոնի արդյունադար զանգվածը բաժանման սահմանին ուղղահայաց z ուղղությամբ, երկայնական արդյունադար զանգվածն է՝ m_z -ը, որը շատ մեծ է լայնական m_x զանգվածից (Si -ում $m_z \approx 20m_x$): Քանի որ հենց այդ ուղղությամբ շարժումն է, որ ինվերսային շերտում քվանտանում է, ապա m_z մեծ արդյունադար զանգվածը որոշում է էներգիայի չափային քվանտացված մակարդակների դիրքը և, հետևաբար, արդյունքում Si -ի ինվերսային շերտում ստացվում են կապի մեծ էներգիաներ: Հետերոանցման հարթության մեջ շարժումը բնորոշվում է լայնական փոքր արդյունադար զանգվածով, որն իզոտրոպ է: Մնացած չորս X -հովիտները կենտրոնացած են Բրիլյուենի գոտու եզրերի մոտ: Նրանք հետերոանցման ուղղահայաց ուղղությամբ ցուցաբերում են m_z լայնական արդյունադար զանգված, հետևաբար՝ այդպիսի էլեկտրոններն ինվերսիոն շերտի փոստում ավելի թույլ են կապված: Այսպիսով, հետերոանցման բաժանման սահմանի հարթության մեջ շարժման համար այդ հովիտներից յուրաքանչյուրին պատկանող էլեկտրոնները ցուցաբերում են խիստ անիզոտրոպ արդյունադար զանգված՝ m_z արդյունադար զանգված (010) ուղղությամբ և m_x ՝ այդ ուղղությանն ուղղահայաց (100) ուղղությամբ: Սակայն, եթե նկատի ունենանք, որ այդպիսի հովիտների թիվը իրականում չորսն է, ապա ըստ նրանց միջինացնելուց հետո կտեսնենք, որ իրականում այդպիսի անիզոտրոպություն չի դիտվի:

Այսպիսով, Si -ի ինվերսային շերտում առաջանում են երկու տիպի երկչափ ենթագոտիների սերիաներ: Առաջինը՝ կրկնակի այլասերված ենթագոտիներ, որոնք առաջանում են այն X -վիճակներից, որոնց պրոյեկցիան (001) հարթության վրա կենտրոնացած է Բրիլյուենի գոտու կենտրոնում: Դրոնք բնորոշվում են ավելի խոր կապված մակարդակներով և հետերոանցման հարթության մեջ փոքր արդյունադար զանգվածով: Ենթագոտիների մյուս սերիան ունի քառակի այլասերում և առաջանում է այն X -վիճակներից, որոնց պրոյեկցիաները կենտրոնացած են Բրիլյուենի գոտու եզրերի մոտ և բնութագրվում են փոքր կապի էներգիայով ու ազատ շարժման մեծ արդյունադար զանգվածով: Ցածր ջերմաստիճաններում և քվազիերկչափ էլեկտրոնների ոչ մեծ կոնցենտրացիաների դեպքում սովորաբար զբաղեցված են միայն

առաջին տիպի ենթագոտիները: Սակայն էլեկտրոնների կոնցենտրացիայի աճի հետ հնարավոր է դառնում նաև երկրորդ ենթագոտիների զբաղեցումը, ինչը պետք է հաշվի առնել այդպիսի հետերոառնցումներում թունելային հոսանքի հաշվարկման կամ այլ կինետիկական երևույթների ուսումնասիրման ժամանակ: Ասվածը վերաբերվում է նաև *Si/Ge* հետերոառնցումներին և դրանց հիման վրա պատրաստված բազմաշերտ կառուցվածքներին:

§7.16 Եզրափակիչ նկատառումներ

Ընդհանուր դեպքում էլեկտրոնների տեղափոխման երևույթները հետերոկառուցվածքներում, մասնավորապես օհմային ռեժիմից դուրս, շատ բարդ են, և դրանց լրիվ նկարագրման համար օգտագործվում են բարդ կինետիկական հավասարումներ: Չնայած դրան, մեզ հաջողվեց առանց մեծ դժվարությունների լուծել էլեկտրոնների տեղափոխման մի շարք խնդիրներ՝ համարելով, որ այդ տեղափոխումը հիմնված էր կոհերենտ թունելային անցման երևույթի վրա: Այդպիսի մոտեցմամբ մեզ հաջողվեց ստանալ նույնիսկ այդպիսի ոչ գծային սարքի վոլտ-ամպերային բնութագիրը, ինչպիսին են ռեզոնանսային թունելավորմամբ դիոդը: Իհարկե, մեր մոտեցումը հիմնված էր որոշ մոտավորությունների վրա, և մի շարք հնարավոր երևույթներ հաշվի չէին առնվել: Համառոտակի կանգ առնենք այն երևույթների վրա, որոնք կարող են լինել ամենակարևորները թունելային հոսանքի մեջ և որոնց վերջնական դերի բացահայտումն այսօր դեռևս հետազոտությունների առարկա է:

1. Հզորության դիսիպացիա

Որտե՞ղ է տեղի ունենում հզորության դիսիպացիան թունելային անցման ժամանակ: Եթե էլեկտրոնների տեղափոխման երևույթը դիտարկենք սովորական հոսանքի անցման տեսանկյունից, ապա հզորության դիսիպացիան պետք է ընկալենք որպես ջրուլյան տաքացում: Անջատված ջերմային հզորությունը տրվում է $I^2 R$ բանաձևով, այսինքն՝ այն կախված է հոսանքի քառակուսուց և փոքր հոսանքների ռեժիմում այն հնարավոր է անտեսել: Սակայն հազիվ թե նման բացատրությունը բավարար լինի: Օրինակ՝ պոտենցիալային արգելքով կոհերենտ թունելային անցման ժամանակ էներգիայի ոչ մի կորուստ (դիսիպացիա) տեղի չի ունենում: Արգելքը սահմանափակում է էլեկտրոնների հոսքը, սակայն նրանց էներգիան չի կլանում: Այս փաստն ինչ-որ առումով հիշեցնում է ծորակից ջրի թափվելը: Փականը կարգավորում է ջրի հոսքը, սակայն ջրի էներգիայի մեծ մասն “անհետանում” է, երբ այն թափվելուց հետո տարածվում է լվացարանի հատակով:

Արգելքի վրա ընկնող այն էլեկտրոնները, որոնք կատարում են թունելային անցում, հայտնվում են ետարգելքային տիրույթում և ունեն խիստ անհավասարակշիռ բաշխում: Այդ տիրույթում տեղի ունեցող ռելաքսացիոն պրոցեսները ի վիճակի են միայն որոշ ժամանակ անց վերականգնել էլեկտրոնների հավասարակշռական բաշխումը:

Մենք, սակայն, միշտ համարում էինք, որ էլեկտրոնները և՛ նախարգելքային և՛ ետարգելքային տիրույթներում ունենին հավասարակշիռ բաշխում, ինչը նկարագրվում էր Ֆերմիի քվազիմակարդակներով: Արդյոք մի՞շտ կարելի է ընդունել, որ նման երևույթները թունելային հաղորդունակության վրա ունեն ոչ որոշիչ ազդեցություն:

2. Էլեկտրոնների բաշխումն ըստ էներգիաների

Կարելի՞ է, արդյոք, միշտ համարել, որ անկման տիրույթում ընկնող էլեկտրոնների բաշխումն ըստ էներգիաների նկարագրվում է Ֆերմիի բաշխումով: Չէ՞ որ այնտեղ նույնպես կարող է տեղի ունենալ էներգիայի դիսիպացիա, և ցրումները կաող են աղավաղել էլեկտրոնների բաշխումը: Հիշեցնենք, որ ընկնող էլեկտրոնների համար արգելքից աջ պոտենցիալային ռելիեֆն ամենուրեք մենք համարել ենք հորիզոնական: Իրականում, ինչպես ցույց է տրված նկ. 7-10, դ) դեպքում, արգելքից ձախ և աջ կարող են լինել հարստացման և աղքատացման շերտեր: Մասնավորապես, հարստացման շերտի եռանկյուն պոտենցիալային փոսը կարող է լինել շատ նեղ, ինչը նշանակում է, որ այնտեղ էլեկտրոնային գազը, մոդուլված լեգիրումով հետերոսոստացման նման, կարող է լինել չափայնորեն քվանտացված: Հետևաբար՝ հնարավոր է քվազիերկչափ էլեկտրոնների ձևավորումը, և այստեղ նորից հարց է առաջանում. ընկնող էլեկտրոնային վիճակները պատկանում են՞, արդյոք, քվազիերկչափ էլեկտրոնների ընդհատ վիճակներին, թե՞ եռաչափ անընդհատ սպեկտրին (ինչը մենք մինչև հիմա ենթադրել ենք): Հասկանալի է, որ նման լրացուցիչ քվանտացումը կարող է էապես ազդել ռեզոնանսային թունելավորմամբ դիողի վոլտ-ամպերային բնութագծի վրա, քանի որ վերջինիս եռանկյուն տեսքը (տես նկ. 7-16, ե) առաջանում էր նախարգելքային տիրույթի եռաչափ վիճակների խտության պատճառով: Հասկանալի է, որ $I(V)$ կախվածության հաշվարկը կդառնա շատ ավելի բարդ, քանի որ այսպիսի դեպքերում պետք է քննարկել, թե ինչպես են եռաչափ էլեկտրոնները սկզբից անցնում քվազիերկչափ հարստացման շերտ և հետո նոր կատարում ռեզոնանսային թունելային անցում:

3. Ոչ առաձգական ցրումներ

Մինչև այժմ մեր քննարկումները հիմնված էին այն հիմնական ենթադրության վրա, որ էլեկտրոնների տեղափոխությունը զանազան սարքերի ակտիվ տիրույթներով կոհերենտ էր և այդ ընթացքում տեղի չէր ունենում որևէ ոչ առաձգական ցրում: Իսկ ի՞նչ տեղի կունենար, եթե դա այդպես չլիներ: Օրինակ՝ վերհիշենք, որ ռեզոնանսային թունելավորմամբ դիողի հոսանքը հասնում էր իր առավելագույն արժեքին, երբ արտաքին լարումն այնպիսին էր, որ քվազիկապված վիճակի էներգիայի մակարդակը մոտավորապես համընկնում էր ընկնող էլեկտրոնների Ֆերմիի “ծովի” հատակի հետ (ձախ տիրույթում հաղորդականության գոտու եզրի հետ) (տես նկ. 7-16, գ): Դրանից հետո էլեկտրոնները, առաձգականորեն հարվածելով արգելքին, այլևս չեն կարող անցնել ռեզոնանսային վիճակ, բայց նրանք կարող են դա անել, եթե ենթարկվեն ոչ առաձգական ցրման և սկզբից արձակեն, օրինակ, օպտիկական ֆոնոն: Դա կրերի $I(V)$ բնութագրի վրա արբանյակային պիկի առաջացման, որն ընկած կլինի ավելի բարձր լարումների տիրույթում, քան առաձգական

անցման պիկն էր: Հնարավոր են նաև բազմաֆոնոնային պրոցեսներ, որոնք, սակայն, մինչև վերջ դեռևս լավ ուսումնասիրված չեն:

4. Անհամասեռություններ

Մեր նախորդ դիտարկումներում մենք համարում էինք, որ հետերոկառուցվածքներում անցումները կտրուկ էին, իսկ բաժանման սահմանները՝ իդեալական ողորկ և չէին պարունակում անհարթություններ կամ խառնուրդներ: Չնայած վերջիններից և ոչ մեկը չի հանդիսանում ոչ առաձգական ցրումների պատճառ և, հետևաբար, չի կարող ոչնչացնել էլեկտրոնային ալիքների կոհերենտությունը, սակայն նրանք կարող են զգալի դեր խաղալ թունելային հոսանքում, քանի որ նրանց վրա ցրումները փոխում են էլեկտրոնի շարժման ուղղությունը: Նման ցրումների առկայության պայմաններում արդեն չի կարելի կատարել քվազիմպուլսի և էներգիայի բաժանում երկայնական և լայնական բաղադրիչների, ինչը շատ էական էր §7.7-ում նկարագրված թունելային հոսանքի հաշվարկի համար:

Որպեսզի ավելի խոր հասկանանք առաձգական ցրումների դերը, նորից դիտարկենք ռեզոնանսային թունելավորմամբ դիողի աշխատանքը մեծ լարումների դեպքում, երբ կառուցվածքով անցնող թունելային հոսանքը դարձել է համարյա զրո (նկ.7-16, դ) դեպք): Ենթադրենք՝ կրկնակի արգելքի ներսում կա որևէ լիցքավորված խառնուրդ, որի հետ փոխազդելով՝ ընկնող էլեկտրոնն ի վիճակի է իր էներգիայի մի մասը փոխանցել լայնական շարժմանը: Այդ դեպքում հնարավոր է, որ նույնիսկ նման առաձգական ցրման դեպքում էլեկտրոնը ձեռք բերի այնքան երկայնական էներգիա, որ նորից հայտնվի ռեզոնանսի մեջ: Բանն այն է, որ թունելային անցման պրոցեսը կախված է էլեկտրոնի քվազիմպուլսի միայն մեկ բաղադրիչից (արգելքին ուղղահայաց ուղղությամբ), և առաձգական ցրումների արդյունքում, երբ փոխվում է քվազիմպուլսի ուղղությունը, փոխվում է նաև տվյալ բաղադրիչը և նրան համապատասխանող էներգիան:

Հասկանալի է, որ նման ցրումների պատճառ կարող են հանդիսանալ նաև պինդ լուծույթների բաղադրության ֆլուկտուացիաները: Հենց այդպիսի ցրումները բացառելու համար է, որ $GaAs$ -ի քվանտային փոսով ռեզոնանսային թունելավորմամբ դիողներում հաճախ որպես արգելքային տիրույթների նյութ օգտագործվում է ոչ թե $Ga_xAl_{1-x}As$ պինդ լուծույթը, այլ ուղղակի $AlAs$ միացությունը:

Գրականություն VII գլխի վերաբերյալ

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Квантовая механика, Нерелятивистская теория, М, Наука, 1974.
2. З.Флюге, Задачи по квантовой механике, т.1, М.,Мир,1974.
3. Туннельные явления в твердых телах, под ред. Э.Бурштейна и С.Лундквиста, М., Мир, 1973.
4. S.Datta, Electronic Transport in Mesoscopic Systems, Cambridge Univ. Press, 1995.
5. Single Charge Tunneling: Coulomb Blockade Phenomenon in Nanostructures, Eds. G.Hermann, H.Michel, NATO ASI Series, B, Physics, v. 294, Plenum Publishing Corporation, 1992.
6. M.Razavy, Quantum Theory of Tunneling, World Scientific, New Jersey, 2003.
7. H.Koch, H.Lubbig, Eds. Single-Electron Tunneling and Mesoscopic Devices, Springer-Verlag, Berlin, 1992.
8. I.M.Chamberlain et al., Eds, Electronic Properties of Multilayers and Low-Dimensional Structures, Plenum, New York, 1990.
9. J.Singh, Physics of Semiconductors and Their Heterostructures, McGraw-Hil, Inc, New York, 1993.
10. G.Bastard, Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructures, Ed. de Phys., Les Ulis, 1988.
11. C.Weisbuch, B.Vinter, Quantum Semiconductor Structures, Academic Press, San-Diego, 1991.
12. J.H. Davies, The Physics of Low-Dimensional Semiconductors, Cambridge Univ. Press, 1998.
13. Chihiro Hamaguchi, Basic Semiconductor Physics, Springer, Berlin, 2000.

Հավելված 1

- quantum well, wire, dot (box)	քվանտային փոս (հոր), լար, կետ (արկղ)
- confining potential	սահմանափակող պոտենցիալ
- quantum heterostructure (nanostructure)	քվանտային հետերոկա- ռուցվածք (նանոկառուցվածք)
- size quantization	չափային քվանտացում
- subband	ենթազոտի
- intraband (interband) transitions	ներզոտիական (միջզոտիական) անցումներ
- superlattice (SL)	գերցանց
- molecular beam epitaxy (MBE)	մոլեկուլային փնջային էպիտաքսիա
- metal-organic chemical vapor deposition (MOC VD)	մետաղ-օրգանական միացությունների գոլորշիներից
- interface phonon, defect	միջսահմանային ֆոնոն, արատ
- conductance	հաղորդունակություն
- ballistic transport	բալիստիկական տեղափոխություն
- coherence length	կոհերենտության երկարություն
- coulomb blockade	կուլոմյան շրջափակում
- modulation doping	մոդուլված լեգիրում
- resonant tunneling	ռեզոնանսային թունելավորում
- transfer matrix	անցումային մատրից
- microcavity	միկրոռեզոնատոր
- electron affinity	էլեկտրոնային խնամակցություն
- work function	ելքի աշխատանք
- bulk material	ծավալային (մակրոսկոպական). մարմին
- bandgap	արգելված գոտի
- longitudinal optical (LO) phonon	երկայնական օպտիկական ֆոնոն

Հավելված 2

Քվանտային նանոկառուցվածքներում էլեկտրոնային գազը բնորոշ մի շարք ֆիզիկական մեծությունների թվային գնահատականները ստանալու համար կարելի է օգտվել ներքոհիշյալ աշխատանքային բանաձևերից, որոնցում արդեն տեղադրված են համաշխարհային հաստատունները, իսկ անհայտ մեծությունները արտահայտված են բնութագրական միավորներով:

1. Վիճակների խտություն:

$$\underline{3D} \quad N(E) = \frac{(m^*)^{3/2} E^{1/2}}{\sqrt{2} \pi^2 \hbar^3} = 3,37 \cdot 10^{21} \left(\frac{m^*}{m_0} \right)^{3/2} E^{1/2} (\text{էՎ})^{-1/2} \text{ սմ}^{-3}$$

$$\underline{2D} \quad N(E) = \frac{m^*}{2\pi \hbar^2} = 2,08 \cdot 10^{14} \left(\frac{m^*}{m_0} \right) \text{ էՎ սմ}^{-2}$$

$$\underline{1D} \quad N(E) = \frac{(m^*)^{3/2} E^{-1/2}}{\sqrt{2\pi} \hbar^2} = 8,13 \cdot 10^6 \left(\frac{m^*}{m_0} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{E(\text{էՎ})}} \text{ էՎ սմ}^{-1}$$

2. Շարժունություն

$$\mu = \frac{e \tau}{m^*} = \frac{\tau(\text{պվ})}{(m^*/m_0)} \cdot 1,778 \cdot 10^3 \text{ սմ}^2/\text{Վ.վ}$$

3. Լանդաուի մակարդակների հեռավորություն

$$\hbar \omega_c = \frac{e B \hbar}{m^*} = 1,7 \left(\frac{B}{1 \text{ ԾԼ}} \right) \left(\frac{0,067}{m_0} \right) \text{ մէՎ}$$

4. Էներգիայի մակարդակներն a նմ լայնությամբ անվերջ խոր քվանտային փոստում

$$E_N = \frac{\pi^2 \hbar^2 N^2}{2 m^* a^2} = 56 N^2 \left(\frac{0,067 m_0}{m^*} \right) \left(\frac{10 \text{ նմ}}{a} \right)^2 \text{ մէՎ}$$

5. Էներգիայի մակարդակները հաստատուն F էլեկտրական դաշտում

$$E_N = \left[\frac{3\pi F \hbar}{2\sqrt{2m^*}} \left(N - \frac{1}{4} \right) \right]^{2/3} = 4 \left(\frac{0,067 m_0}{m^*} \right)^{1/3} \left(\frac{F}{1 \text{ էՎ/սմ}} \left(N - \frac{1}{4} \right) \right)^{2/3} \text{ մէՎ}$$

6. Երկչափ էլեկտրոնների Ֆերմիի էներգիան $T = 0 \text{ K}$ -ում

$$E_F = \frac{\pi \hbar^2 n_s}{m^*} = 35,7 \left(\frac{0,067 m_0}{m^*} \right) \left(\frac{n_s}{10^{12} \text{ սմ}^{-2}} \right) \text{ մէՎ}$$

7. Բորի արդյունադար շառավիղ

$$a_B = \frac{\epsilon \hbar^2}{m^* e^2} = 10,2 \left(\frac{0,067 m_0}{m^*} \right) \left(\frac{\epsilon}{12,85} \right) \text{ նմ}$$

8. Արդյունադար Ռիդբերգ

$$Ry^* = \frac{m^* e^4}{2\epsilon^2 \hbar^2} = 5,5 \left(\frac{m^*}{0,067 m_0} \right) \left(\frac{12,85}{\epsilon} \right)^2 \text{ մէՎ} :$$

Հավելված 3 Որոշ կիսահաղորդիչների պարամետրեր

1. Բյուրեղական ցանցը բնորոշող պարամետրեր (300K)

Նյութ	Ցանցի տիպը (Վյուրցիտի- ՎՑ, Ալմաստի - Ա, Ցինկի խաբուսակ (-ՑԽ)	Ցանցի հաս- տատուններ, Å	Գծային ջերմային ընդարձակման գործակից (K^{-1})	Խտություն, (գ/սմ ³)
AlN	ՎՑ	a= 3,1120 c= 4,9810	$\alpha_{\perp}= 5,27 \cdot 10^{-6}$ $\alpha_{\parallel}= 4,15 \cdot 10^{-6}$	3,23
AlAs	ՑԽ	5,6610	$-5,2 \cdot 10^{-6}$	3,76
AlSb	ՑԽ	6,1360	$3,7 \cdot 10^{-6}$	4,26
GaN	ՎՑ	a= 3,1890 c= 5,1850	$\alpha_{\perp}= 7,75 \cdot 10^{-6}$ $\alpha_{\parallel}= 5,59 \cdot 10^{-6}$	6,095
GaSb	ՑԽ	6,0960	$7,75 \cdot 10^{-6}$	5,61
GaP	ՑԽ	5,4506	$4,65 \cdot 10^{-6}$	4,14
GaAs	ՑԽ	5.6533	$5,73 \cdot 10^{-6}$	5,32
Ge	Ա	5,6461	$5,8 \cdot 10^{-6}$	5,33
InP	ՑԽ	5,8687	$4,6 \cdot 10^{-6}$	4,81
InAs	ՑԽ	6,0583	$4,52 \cdot 10^{-6}$	5,78
InSb	ՑԽ	6,4794	$5,37 \cdot 10^{-6}$	5,78
InN	ՎՑ	a= 3,5446 c= 8,7034	-	6,81
Si	Ա	5,4309	$2,6 \cdot 10^{-6}$	2,33

Հավելված 4
Լիցքակիրներին բնորոշող պարամետրեր (300K)

Նյութ	Արգելված գոտու լայնություն, (էՎ) (զոտու տիպը ուղիղ -(Ու) թեք - (Թ))	Էլեկտրոնային խնամակցություն χ , (էՎ)	Էլեկտրոնի արդյունադարձական զանգված m_e^*/m_0	Խոռոչի արդյունադարձական զանգված m_h^*/m_0	Դիէլեկտրական թափանցելիություն	
					ϵ_0	ϵ_∞
AlN	6,2 (Ու)	-	-	-	$c_{ }$: 5,066 $c_{\perp}$: 6,85	4,10 4,95
AlAs	2,95 (Թ)	3,5	0,1	$m_{lh}=0,5$ $m_{lh}=0,26$	10,06	8,16
AlSb	2,22 (Թ)	3,65	0,12	$m_{լից.խո.}=0,98$	12,04	10,24
GaN	3,44 (Թ)	-	0,19	$m_{լից.խո.}=0,6$	$c_{ }$: 10,4 $c_{\perp}$: 9,5	5,8 5,35
GaP	2,268 (Թ)	3,8	0,82	$m_{լից.խո.}=0,6$	11,1	9,07
GaAs	1,424 (Ու)	4,07	0,067	$m_{lh}=0,082$ $m_{hh}=0,45$	12,91	10,1
GaSb	0,726 (Ու)	4,06	0,042	$m_{լից.խո.}=0,4$	15,69	14,44
Ge	0,66 (Թ)	4,13	$m_e=1,64$ $m_l=0,082$	$m_{lh}=0,044$ $m_{hh}=0,28$	16,0	-
InP	1,344 (Ու)	4,38	0,083	$m_{լից.խո.}=0,64$	12,61	9,61
InAs	0,354 (Ու)	4,9	0,023	$m_{լից.խո.}=0,4$	15,15	12,25
InSb	0,17 (Ու)	4,59	0,013	$m_{լից.խո.}=0,4$	16,8	15,68
InN	1,89 (Ու)	4,01	-	-	-	-
Si	1,12 (Թ)	-	$m_e=0,98$ $m_l=0,19$	$m_{lh}=0,16$ $m_{hh}=0,49$	11,9	-

Հավելված 5
Կիմետիկական պարամետրեր (փակագծերում բերված են արժեքները
T=77K-ում)

№	Նյութ	LO ֆոնոնի էներգիան (մԷՎ)	μ_e (սմ ² /Վ·վ)		μ_h (սմ ² /Վ·վ)	
			N_D (սմ ⁻³) (10 ¹⁵)	(10 ¹⁷)	N_A (սմ ⁻³) (10 ¹⁵)	(10 ¹⁷)
1	AlN	113	-	-	-	-
2	AlAs	50,1	-	<200	-	<140
3	AlSb	42,1	-	-	450	375
4	GaN	92,4	-	375	-	10
5	GaP	50,0	200(2800)	160	150	120
6	GaAs	35,4	8500(150000)	4800	400 (9000)	320
7	GaSb	29,7	5000	3000	1500	880
8	Ge	37,0	3900	3600	1900	1100
9	InP	42,8	5000(60000)	3200	180 (1000)	150
10	InAs	29,6	30000(5.10 ⁵)	2000	480	-
11	InSb	25	(4.10 ⁵)	8000	1500 (9000)	-
12	Si	63,0	1500	1350	450	350

Издается по решению Редакционно-издательского совета РАУ

Отв. редактор, доктор физ.-мат. наук,
проф. А. А. Киракосян

Рецензенты:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик

НАН РА В. М. Арутюнян

доктор физ.-мат. наук А. Г. Алексанян

Э.М. Казарян, С.Г. Петросян

Физические основы полупроводниковой наноэлектроники

Целью книги является ознакомление читателей с физическими явлениями в низкоразмерных полупроводниковых структурах, лежащих в основе действия современных наноэлектронных приборов. Изложены методы получения структур с квантовыми ямами, проволоками и точками, а также электронные, примесные и экситонные состояния в таких системах. Подробно описаны особенности явлений рассеяния, переноса, туннельного прохождения и т. д. в различных наноструктурах и даны их физические интерпретации.

Книга рассчитана на специалистов – физиков-теоретиков и экспериментаторов, работающих в области физики конденсированных сред и полупроводниковой электроники, а также на инженеров-исследователей, занимающихся разработкой и практическим применением квантовых наноструктур.

Она также будет весьма полезной магистрам и аспирантам соответствующих физических и физико-технических специальностей при изучении современных достижений и тенденций развития физики твердого тела, физики полупроводников, полупроводниковых приборов и микроэлектроники.

Է.Ս. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ս.Գ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉԱՅԻՆ ՆԱՆՈՒԼԵԿՏՐՈՆԻԿԱՅԻ ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

**Համակարգչային շարվածքը՝ Հ. Փիլոյան, Ա.Համբարձումյան
Կազմի ձևավորումը՝ Ա.Օհանջանյան**

**Ստորագրված է տպագրության 25.04.2005:
Չափսը՝ 70x 100 1/16: Թուղթը՝ օֆսեթ N1: Տպագրական 26, 5 մամուլ:
Պատվեր N 18: Տպաքանակը՝ 300: Գինը՝ պայմանագրային:**

ՀՀ ԳԱՍ տպարան, Երևան, Մարշալ Բաղդասարյան 24: