

Վ. Բ. ՊԱՆԱԼՈՎ

ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

ԼԱԲՈՐԱՏՈՐ ԱՆԽԱՏԱՆՔՆԵՐԻ
ՈՒՍՈՒՄՆԱԿԱՆ ՁԵՌՆԱՐԿ

Հաստատված է հրատարակության
ՀՀ կրթության և գիտության նախարարության կողմից
որպես Բարձրագույն ուսումնական հաստատությունների
լաբորատոր աշխատանքների ուսումնական ձեռնարկ

ԵՐԵՎԱՆ

ԵՊՀ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ
2011

ՀՏԴ 53 (07)
ԳՄԴ 22.3 ց7
Պ 140

Հրատարակության է երաշխավորել
ԵՊՀ ֆիզիկայի ֆակուլտետի խորհուրդը

Գրախոսներ՝

Ֆիզ. մաթ. գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր Խ Վ. ՆԵՐԿԱՐԱՐՅԱՆ
Ֆիզ. մաթ. գիտ. թեկնածու, դոցենտ Ա. Հ. ՍԱԿԱՐՅԱՆ

ՊԱՆԱՆՈՎ Վ. Բ.

Պ 140

Ոչ գծային ֆիզիկայի ներածություն: Լաբորատոր
աշխատանքների ուսումնական ձեռնարկ / Վ.Բ. Պա-
խալով. – Եր.: ԵՊՀ հրատ., 2011 թ., 72 էջ:

Վերջին տարիներին զարգանում է մի գիտություն,
որը կապված է տարբեր բնագավառների ոչ գծային
երևույթների հետ: Այն առնչվում է ինչպես բնական գիտու-
թյունների, այնպես էլ հումանիտար և սոցիալական հասարա-
կական գիտությունների հետ: Այն ունի մի շարք անվա-
նումներ՝ ոչ գծային ֆիզիկա կամ դինամիկա, սիներգետի-
կա և այլն:

Այդ բազմազանության մեջ անփոխարինելի է ներկա-
յացվող լաբորատոր աշխատանքների դերը, որը կրում է
փորձարարական և համակարգչային մոդելավորման
բնույթ: Սույն ձեռնարկի նպատակն է տարբեր գիտություն-
ների խնդիրները դիտարկել ոչ գծային ֆիզիկայի տե-
սանկյունից:

Ձեռնարկը նախատեսված է «Ոչ գծային ֆիզիկա»
առարկան ուսումնասիրողների գիտելիքների խորացման
համար:

ԵՊՀ Գրադարան

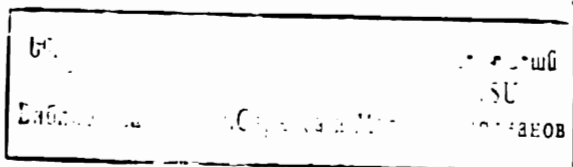


ISBN 978-5-8084-1450-1

SU0188290

ՀՏԴ 53 (07)
ՄԴ 22.3 ց7

© ԵՊՀ հրատարակչություն, 2011 թ.
© Պախալով Վ.Բ., 2011 թ.



XX դարի երկրորդ կեսը նշանավորվեց ֆիզիկայի, ռադիոֆիզիկայի (և ոչ միայն) համար լուրջ զարգացումներով: Այդ կտրուկ փոփոխությունները առնչվում էին ինչպես բնական, այնպես էլ հումանիտար գիտությունների բնագավառներին: Արդյունքում զարգացավ նոր ուղղություն, որն այսօր մի շարք անվանումներ ունի՝ ոչ գծային ֆիզիկա, ոչ գծային դինամիկա, սիներգետիկա և այլն: Այն ներառում է այնպիսի ուղղություններ, ինչպիսիք են՝ բիֆուրկացիաները, քաոսը, տարօրինակ ատրակտորները, ֆրակտալները, պատկերների ձևավորումը, սոլիտոնները, կոմպլեքս համակարգերը և այլն:

Երևույթների այդ նոր և հսկայական բազմազանության ընկալման գործում անփոխարինելի է ուսումնական լաբորատոր աշխատանքների դերը: Ոչ գծային ֆիզիկայի ասպարեզում այդ լաբորատոր աշխատանքների իրականացումը առանձնանում է հատկապես այն հանգամանքով, որ այստեղ, բացի ավանդական փորձարարական աշխատանքներից, զգալի տեղ են զբաղեցնում համակարգչային մոդելավորման հետ կապված աշխատանքները:

Սակայն, առկա մեծաքանակ տեսական դասագրքերի պայմաններում, լաբորատոր աշխատանքների համակարգված շարադրումը պարունակող գրքերը բացակայում են: Սույն ձեռնարկի նպատակն է լրացնել այդ բացը:

Այն կարող է օգտակար լինել բակալավրիատի ու մագիստրատուրայի ուսանողներին, ինչպես նաև բոլոր նրանց, ովքեր ցանկանում են ինքնակրթությամբ ստանալ ներածական գիտելիքներ ոչ գծային ֆիզիկայի մասին:

Ձեռնարկում բերված լաբորատոր աշխատանքները կարելի է բաժանել երեք խմբի.

- Ջուտ փորձարարական
- Միայն համակարգչային մոդելավորման կիրառմամբ
- Աշխատանքներ, որոնցում փորձարարական չափումները ուղեկցվում են համակարգչային մոդելավորմամբ:

Լաբորատոր աշխատանքներում անդրադարձ կա ոչ միայն ֆիզիկայի, ռադիոֆիզիկայի, այլ նաև քիմիայի, կենսաբանության հետ կապված հարցերին:

Ոչ գծային ֆիզիկայի բազմադիսցիպլինային բնույթն այն դարձնում է անհրաժեշտ դասընթաց ուսանողների մտահորիզոնը ընդարձակելու համար, ինչը խիստ կարևոր է հետագա մասնագիտական առաջընթացի համար:

Զեռնարկի համար հիմք են ծառայել Երևանի պետական համալսարանի ֆիզիկայի ֆակուլտետի «Ոչ գծային ֆիզիկա» առարկայից հեղինակի կողմից լաբորատոր աշխատանքների կազմակերպումն և անցկացումը:

Հեղինակն իր երախտագիտությունն է հայտնում ՀՀ ԳԱԱ ֆիզմաթ. բաժանմունքի վարիչ, ակադեմիկոս Յ. Ս. Զիլինգարյանին, օպտիկայի ամբիոնի վարիչ ֆիզմաթ. գիտ. դոկտ. պրոֆեսոր Ռ. Ս. Հակոբյանին, օպտիկայի ամբիոնի պրոֆեսոր, ֆիզմաթ. գիտ. դոկտ. Լ. Ս. Ասլանյանին, ռադիոֆիզիկայի ֆակուլտետի ԳԲՀ ռադիոֆիզիկայի և հեռահաղորդակցության ամբիոնի պրոֆեսոր, ֆիզմաթ. գիտ. դոկտ. Խ Վ. Ներկարարյանին և ֆիզմաթ. գիտ.թեկնածու, դոցենտ Ա. Հ. Մակարյանին՝ ձեռնարկն ընթերցելու և արժեքավոր դիտողությունների համար:

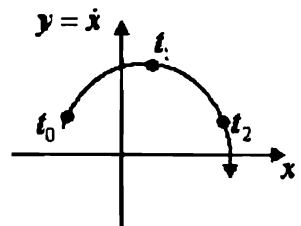
ՓՈԽԼԱՅԻՆ ԴԻՄԱՆԿԱՐ

Աշխատանքի նպատակն է պարզ օրինակով ծանոթանալ դիմաձևիկ համակարգի նկարագրության որակական մեթոդներին:

ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Շարժման մասին առավել ամբողջական տեղեկություն, իհարկե, կարելի է ստանալ համակարգի վարքը նկարագրող հավասարման լուծումից: Սակայն միշտ չէ, որ այդպիսի լուծում հնարավոր է գտնել: Ուստի և առաջնահերթ են դառնում որակական նկարագրման մեթոդները:

Տատանման պատկերման համար, բացի $x(t)$ կախվածությունից, կիրառում են *փուլային հարթության* մեթոդը: Համակարգի վիճակը նկարագրենք $(\dot{x}, x)$ առանցքներով հարթության վրա, որը կանվանենք փուլային (ազատության մեկից ավելի աստիճանների դեպքում ընդունված է անվանել փուլային տարածություն): Համակարգի վիճակը տվյալ պահին հարթության վրա նկարագրվում է կետով, որը ժամանակի ընթացքում տեղաշարժվում է գծելով, այսպես կոչված, փուլային հետագիծ (նկ.1):



Նկ.1. Փուլային հետագծի տեսքը:

Հարկ է նշել, որ տվյալ դեպքում ժամանակը խաղում է պարամետրի դեր և փուլային հետագիծը տրվում է $y = y(x)$ կախվածությամբ:

Պարզության համար քննարկենք ազատության մեկ աստիճան ունեցող կոնսերվատիվ համակարգի՝ նյութական կետի, շարժումը կոորդինատից կախված ուժի ազդեցությամբ: Նյութական կետի դիրքն ամբողջությամբ նկարագրվում է մեկ x կոորդինատով, իսկ համակարգի մեխանիկական վիճակը՝ կետի դիրքով (x) և արագու-

թյամբ ($\dot{x} = y$): Պարզության համար ընդունենք, որ զանգվածը՝ $m = 1$: Այդպիսի համակարգի շարժումը կարելի է նկարագրել Նյուտոնի օրենքով

$$\ddot{x} = f(x) \quad (1)$$

կամ առաջին կարգի երկու հավասարումների օգնությամբ

$$\frac{dx}{dt} = y, \quad \frac{dy}{dt} = f(x): \quad (2)$$

Փուլային հարթության վրա պատկերող կետի վարքը նկարագրող դիֆերենցիալ հավասարումն ունի հետևյալ տեսքը

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(x)}{y} \quad \text{կամ} \quad \frac{dy}{dx} = \varphi(x, y), \quad (3)$$

իսկ կետի շարժման արագությունը

$$v = \sqrt{(dx/dt)^2 + (dy/dt)^2} = \sqrt{y^2 + [f(x)]^2} \quad (4)$$

Ընդգծենք, որ անհրաժեշտ է տարբերել նյութական կետի արագությունը և փուլային հարթության վրա պատկերող կետի շարժման արագությունը: Ինչպես երևում է (4) արտահայտությունից պատկերող կետի արագությունը միշտ տարբեր է 0-ից, բացի հավասարակշռության դիրքից ($f(x) = 0$), որտեղ միաժամանակ

$$y = 0: \quad (5)$$

Ուստի, բոլոր այդ կետերը համապատասխանում են հավասարակշռության վիճակներին (մասնիկն անշարժ է մնում) և ընկած են փուլային հարթության աբսցիսների առանցքի վրա:

Կոնսերվատիվ համակարգի դեպքում (3) հավասարումն ինտեգրվում է, քանի որ փոփոխականներն անջատվում են

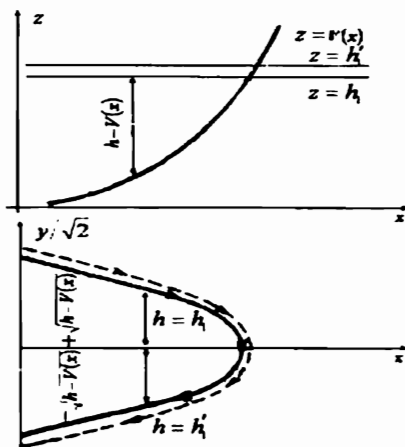
$$\frac{1}{2} y^2 + V(x) = h, \quad (6)$$

որտեղ $V(x) = -\int_0^x f(\xi) d\xi$ և $V'(x) = -f(x)$, իսկ h -ը՝ ինտեգրման

հաստատունն է: Տվյալ դեպքում (6)-ն արտահայտում է էներգիայի պահպանման օրենքը: Իսկապես, $y^2/2 = m\dot{x}^2/2$ չէ կինետիկ էներ-

գիան է, $V(x)$ -ը՝ համակարգի պոտենցիալ էներգիան. h -ը՝ սկզբնական ($x(t=0)=x_0, \dot{x}(t=0)=\dot{x}_0$) պայմաններից կախված հաստատուն (կուտակված լրիվ մեխանիկական էներգիան): Նկատենք հետևյալը. բոլոր այն արժեքներին՝ $x = \bar{x}_1, \bar{x}_2 \dots \bar{x}_i$ (հատուկ կետերի արացիսները), որտեղ $f(\bar{x}_i) = 0$, համապատասխանում են $V'(\bar{x}_i) = 0$: Հետևաբար, այդ արժեքները համապատասխանում են պոտենցիալ էներգիայի էքստրեմալ արժեքներին, այսինքն՝ կամ մի-նիմումին, կամ մաքսիմումին, կամ շրջման կետին: Կարելի է կատարել (6) հավասարման հատուկ կետերի դասակարգում՝ ելնելով հատուկ կետերում պոտենցիալ էներգիայի վարքից: Մինչ այդ հարցին անցնելը՝ նկատենք նաև հետևյալը: (6) հավասարումը չի փոխվում $y \rightarrow -y$ փոխարինման ժամանակ: Հետևաբար, բոլոր կորերը (փուլային հետագծերը) համաչափ են արացիսների առանցքի նկատմամբ:

Նկատենք, եթե հայտնի է $V(x)$ ֆունկցիայի տեսքը, ապա կարելի է նշել փուլային դիմանկարը կառուցելու պարզ ճանապարհ: Օգտվենք այսպես կոչված «էներգիայի հաշվեկշռի հարթությունից» z, x -կոորդինատական առանցքներով, որի վրա կառուցենք $z = V(x)$ պոտենցիալ էներգիան (նկ.2):



Նկ.2. փուլային դիմանկարի կառուցումը «էներգիայի հաշվեկշռի հարթության» օգնությամբ էներգիայի երկու տարբեր արժեքների դեպքում:

Քանի որ $y^2/2 = h - V(x)$, ապա h -ը տրված լինելու դեպքում՝ կինետիկ էներգիան կաատկերվի $h - V(x)$ տարբերությամբ: Ինչպես ասվել էր, այն տիրույթում, որտեղ կինետիկ էներգիան բացասական է, շարժումն արգելված է: Փուլային դիմանկարը ստանալու

համար բավական է արմատ հանել $h - V'(x)$ մեծությունից և տեղադրել փուլային հարթության վրա (x -երի առանցքի նկատմամբ համաչափ). Նկատենք, որ $v/\sqrt{2} = \pm\sqrt{h - V(x)}$ կրկնակի նշանը մեծ նշանակություն ունի համակարգի վարքի համար: Դրանով է պայմանավորված պարբերական լուծումների առկայությունը: Շարժումը հետագծի այդ հատվածով կարելի է գտնել արդեն քննարկված դատողությունների օգնությամբ: Փոփոխելով h -ը՝ կարելի է ստանալ այլ հետագծեր ևս:

Այժմ բերված մեթոդն օգտագործենք պարզ համակարգի վարքը հավասարակշռության վիճակների շրջակայքում ուսումնասիրելու համար: Քննարկենք ներդաշնակ տատանումը նկարագրող

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (7)$$

հավասարումը: Ինչպես հայտնի է, այս հավասարմամբ կարող է նկարագրվել թե զսպանակին ամրացված բեռի, թե մաթեմատիկական ճոճանակի, թե տատանողական կոնտուրի տատանումները: Նման հավասարմամբ են նկարագրվում նաև մի շարք այլ համակարգեր, որոնց կանդրադառնանք հետագայում: Նշանակենք $y = \dot{x}$ և ներկայացնենք այն առաջին աստիճանի երկու հավասարումների համակարգի օգնությամբ

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -\omega_0^2 x. \quad (7a)$$

Արտաքսելով ժամանակը՝ կստանանք փուլային հետագծի հավասարումը

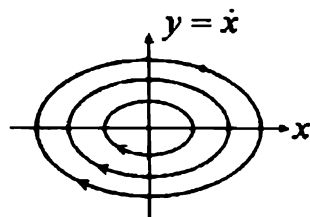
$$dy/dx = -\omega_0^2 x/y: \quad (8)$$

(8) հավասարման լուծումների բազմությունը կազմում են ինտեգրալ կորերի ընտանիք: Այն ինտեգրալ կորերը, որոնց վրա նշված է շարժման ուղղությունը, կոչվում են փուլային հետագծեր: (8) հավասարման ինտեգրումից հետո փուլային հետագծի համար ստանում ենք

$$\frac{x^2}{W} + \frac{y^2}{W\omega_0^2} = 1 \quad (9)$$

W հաստատունը որոշվում է սկզբնական պայմաններից և իրենից ներկայացնում է համակարգին հաղորդված էներգիայի մեծությունը (հաստատուն արտադրիչի ճշտությամբ): Ինչպես տեսնում

ենք (նկ.3), վերին կիսահարթությունում փուլային կետը կարող է շարժվել միայն ձախից աջ, քանի որ $x > 0$ և x -ը կարող է միայն աճել: Նման ձևով ստորին կիսահարթությունում սլաքը պետք է ուղղված լինի աջից ձախ:



Նկ. 3. Ներդաշնակ տատանման փուլային հետազոծը:

Այստեղ նույնպես ճշգրիտ լուծումը կարելի է ստանալ ինտեգրմամբ: Եթե փուլային հետազոծի տեսքը տրված է $\dot{x} = y(x)$, ապա, անջատելով փոփոխականները, կստանանք

$$dt = dx/y(x) \quad (10)$$

և ինտեգրելուց հետո

$$t - t_0 = \int_{x_0}^x \frac{dx}{y(x)}: \quad (11)$$

Տեղադրելով ներդաշնակ տատանակի փուլային հետազոծի հավասարումը՝ (11)-ից կստանանք

$$T = 2 \int_{-\sqrt{W}}^{\sqrt{W}} \frac{dx}{\omega_0 \sqrt{W - x^2}} = \frac{2}{\omega_0} \arcsin \frac{x}{\sqrt{W}} \bigg|_{-\sqrt{W}}^{\sqrt{W}} = \frac{2\pi}{\omega_0}. \quad (12)$$

Այսպիսով, ներդաշնակ տատանակի տատանման պարբերությունը (կամ փուլային կետի՝ մեկ լրիվ պտույտ կատարելու ժամանակը) կախված չէ նրա սկզբնական էներգիայից (W -մեծությունից): Այս հատկությունը կոչվում է սինքրոնություն:

Փուլային հետազոծերի համախումբը կոչվում է փուլային դիմանկար: Փուլային դիմանկարը հնարավորություն է ընձեռում ստանալ մի շարք կարևոր տվյալներ դինամիկ համակարգի շարժման վերաբերյալ: Փուլային դիմանկարի մեջ, իհարկե, պետք է մտցվի նաև $x = \dot{x} = 0$, այսինքն՝ տատանակի հավասարակշռության վիճակը նկարագրող կետը: Ինչպես տեսնում ենք, ներդաշնակ տատանակի դեպքում այդպիսի կետը առանձնացված է և կոչվում է **կենտրոն**: Եզրափակելով՝ նշենք, որ փուլային հարթության վրա փակ հետազոծերի առկայությունը նշանակում է պարբերական շարժման գոյություն:

Վանող ուժով գծային համակարգի հավասարումը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով

$$\ddot{x} - a^2 x = 0: \quad (13)$$

Այսպիսի հավասարմամբ, մասնավորապես, նկարագրվում է մաթեմատիկական ճոճանակի շարժումը վերին՝ անկայուն հավասարակշռության վիճակի շրջակայքում: Ինտեգրելով նախորդ դեպքի նման՝ ստանում ենք

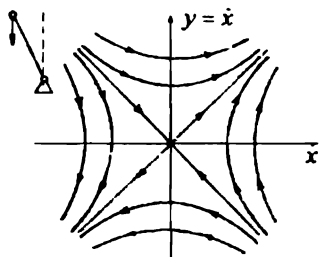
$$y^2 - a^2 x^2 = C: \quad (14)$$

Սա հիպերբոլների ընտանիքի հավասարումն է (տես նկ 4): $C = 0$ -ն համապատասխանում է այդ ընտանիքի ասիմպտոտներին

$$y = \pm ax, \quad (15)$$

որոնք անցնում են հավասարակշռության վիճակով.

Հավասարակշռության վիճակը, որով անցնում են միայն երկու ինտեգրալ կորեր, կոչվում է **թանձ**: Ի՞նչ հետևություն կարելի է անել այս փուլային դիմանկարից: Դիտելով պատկերող կետի շարժումը՝ կարելի է համոզվել, որ որտեղ էլ լինի այն (բացի հատուկ կետից և $y = -ax$ ասիմպտոտից), ի վերջո, կհեռանա հավասարակշռության վիճակից, ընդ որում, նրա շարժումը միշտ կլինի ոչ պարբերական: Պատկերող կետի արագությունը զրո է դառնում միայն հատուկ կետում: Այսպիսով, եթե անգամ պատկերող կետը շարժվում է որևէ ինտեգրալ կորով, սկզբնապես հատուկ կետի ուղղությամբ, ապա, ի վերջո, այն կհայտնվի հավասարակշռության վիճակից հեռու, բացի $y = -ax$ ասիմպտոտով շարժման դեպքից, այսինքն, նշված հավա-



Նկ. 4. Վանող ուժով գծային համակարգի փուլային դիմանկարը:

սարակշռության վիճակն անկայուն է:

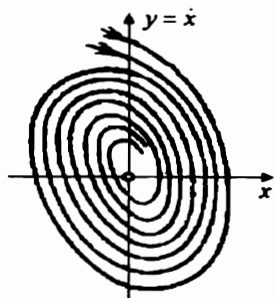
Իրական համակարգերում միշտ տեղի է ունենում էներգիայի կորուստ: Մեխանիկական համակարգերում առավել տարածված է "շփման ուժի" գծային կախվածությունը արագությունից (ընդունված է այն անվանել մածուցիկ շփում): Մածուցիկ շփման առկայությամբ գծային տատանակի ազատ տատանումները նկարագրվում են հետևյալ հավասարմամբ

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0. \quad (16)$$

որը համարժեք է հետևյալ երկու հավասարումների համակարգին

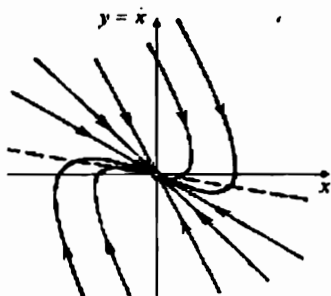
$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ y = -2\gamma y - \omega_0^2 x \end{cases} \quad (17)$$

Ոչ բարդ, սակայն երկար ձևափոխությունների օգնությամբ կարելի է ցույց տալ, որ փոքր մարման դեպքում ($\gamma^2 \ll \omega_0^2$) փուլային դիմանկարը հավաքվող պարույր է: Հավասարակշռության վիճակն այս դեպքում կոչվում է *կայուն կիզակետ* (տես նկ.5): Այսպիսով, փուլային դիմանկարի տեսքից արդեն հետևում է, որ ցանկացած սկզբնական պայմանների դեպքում (բացի հավասարակշռության վիճակից) մեր դիսիպատիվ համակարգի շարժումը մարող տատանողական պրոցես է:

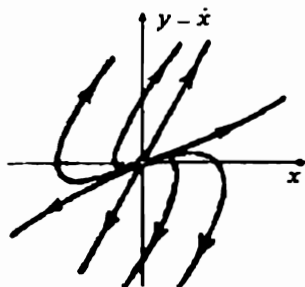


Նկ. 5. Փոքր մարմամբ գծային տատանակի փուլային դիմանկարը Հավասարակշռության վիճակը՝ կայուն կիզակետ:

Փուլային հարթության վրա բոլոր պարույրներն ասիմպտոտորեն մոտենում են կոորդինատների սկզբնակետին, իսկ պատկերող կետի շառավիղ վեկտորն անընդհատ նվազում է: Եթե $\gamma^2 > \omega_0^2$, ապա գծային տատանակի շարժումը լինում է ոչ պարբերական մարող (տես նկ.6):



ա) $\gamma > 0$



բ) $\gamma < 0$

Նկ.6. Ոչ պարբերական տատանումներ կատարող գծային տատանակի փուլային դիմանկարը՝ Հավասարակշռության վիճակը՝ հանգույց:

ա) կայուն, բ) անկայուն

Այստեղից ակնհայտ է. որ $\gamma < 0$ դեպքում համակարգի էներգիան ժամանակի ընթացքում աճում է: Պա հնարավոր է միայն, եթե համակարգում առկա է էներգիայի սեփական աղբյուր. Իհարկե, դա այլևս սովորական իմաստով չփում չէ. սակայն, քանի որ այն նկարագրվում է դիֆերենցիալ հավասարման նույն $\dot{x}$ պարունակող գումարելիով, ինչ որ սովորական շփումը, ընդունված է $\gamma < 0$ դեպքում օգտագործել "բացասական շփում" հասկացությունը:

Ամփոփենք՝ թվարկելով հավասարակշռության վիճակները.

1 **Կենտրոն**՝ $\gamma = 0$, այսինքն՝ մածուցիկ շփումը բացակայում է, $\lambda_{1,2} = \pm i\omega_0$:

2 **Կիզակետ**՝ $\omega_0 > \gamma > 0$, $\lambda_{1,2} = -\gamma \pm i\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ Կիզակետը կարող է լինել կայուն ($\gamma > 0$) և անկայուն ($\gamma < 0$):

3. **Հանգույց**՝ $\omega_0 < \gamma$, $\lambda_{1,2} = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$; $\gamma > 0$:

4. **Այլաստրված հանգույց**՝ $\omega_0 = \gamma$, $\lambda_{1,2} = -\gamma$.

5 **Թամբ**՝ $\omega_0 < |\gamma|$, $\lambda_{1,2} = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$; $\gamma < 0$:

Սա հավասարակշռության խիստ կարևոր տեսակ է. որը հանգեցնում է սոլիտոնի և քառսի:

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔԸ

1. Հավաքել (17) մաթեմատիկական մոդելին համապատասխանող ծրագիր:
2. Կառուցել $x(t)$, $y(t)$ գրաֆիկները և $y(x)$ փուլային դիմանկարը:
3. Փոփոխելով առաջարկված պարամետրերը ուսումնասիրել համապատասխան գրաֆիկների վարքը:
4. Պարզ էլեկտրոնային սխեմայի օգնությամբ ստանալ փուլային դիմանկարը օսցիլոգրաֆի վրա (տես աշխ. 3 և 4):

**«ԳԻՆԱՏԻՉ - ՋՈՀ» ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ
ՄԱԹԵՄԱԹԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՈՒՄ**

Աշխատանքի նպատակն է պարզագույն «Գիշատիչ-զոհ» համակարգի օրինակով ծանոթանալ մրցակցային հավասարումներին:

ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ինչպես հայտնի է, կենդանի էակների փոփոխության հարցում ընտրության կարևորագույն գաղափարին Դարվինը հանգել է արհեստական ընտրության մեթոդների ուսումնասիրման ժամանակ: Բնության մեջ այդ ընտրության անալոգը նա գտել է Մալթուսի աշխատանքներին ծանոթանալուց հետո, ըստ որի բնական ընտրության պատճառ է մի կողմից կենդանի էակների թվի գերաճը, մյուս կողմից անկատար էակների հսկայական չափերի հասնող կոտորածը: Մեզ համար առավել կարևոր է այն հանգամանքը, որ 1798 թ. Մալթուսն արդեն օգտվում էր պարզ մաթեմատիկական մոդելից

$$\frac{dN}{dt} = \varepsilon N, \quad N = N_0 \exp(\varepsilon t), \quad (1)$$

որտեղ N –ը տվյալ տեսակի թվաքանակն է, ε –ը՝ աճի տեսակարար արագությունը, N_0 –ն՝ տեսակի թվաքանակը ժամանակի սկզբնական պահին:

Այս տեսության բնական զարգացում էր հանդիսանում 1928-1929թթ. Վոլտերայի կողմից առաջարկված «Գոյության կռվի մաթեմատիկական տեսությունը», որի համար հիմք էին ծառայել միջերկրական ծովի շուկաներում գիշատիչ ձկների թվի տատանումները տարբեր տարիների ընթացքում: Ներկայումս այս մոդելը հիմք է հանդիսանում տեսական էկոլոգիայի և կյանքի էվոլյուցիայի տեսության համար:

Ենթադրենք, փակ արգելանոցում բնակվում են երկու տեսակներ գիշատիչներ և զոհեր: Ջոհերը (օրինակ, նապաստակները, որոնց թիվը $N_1(t)$ է) սնվում են բուսական կերով, որի քանակն անսպառ է, իսկ գիշատիչները (օրինակ, աղվեսներ, որոնց քանակը

$N_2(t)$ է) սընվում են բացառապես զոհերով: Եթե արգելանոցում բնակվում են միայն զոհեր, ապա նրանց քանակն աճում է

$$N_1 = \varepsilon_1 N_1 : \quad (2)$$

$\varepsilon_1 > 0$ -ն աճի հաստատուն գործակիցն է: Արգելանոցում միայն գիշատիչների բնակվելու դեպքում նրանց քանակը նվազում է

$$N_2 = -\varepsilon_2 N_2 : \quad (3)$$

$\varepsilon_2 > 0$ -ն նվազման հաստատուն գործակիցն է: Երկու տեսակների համատեղ գոյակցության պայմաններում գիշատիչների քանակը կաճի, իսկ զոհերինը՝ կնվազի այնքան ավելի արագ, որքան մեծ է նրանց հանդիպման հաճախությունը: Այսպիսով, տեսակների համատեղ գոյակցությունը կարելի է նկարագրել հավասարումների հետևյալ համակարգով

$$N_1 = N_1(\varepsilon_1 - \gamma_2 N_2) \quad (4a)$$

$$N_2 = -N_2(\varepsilon_2 - \gamma_1 N_1) : \quad (4բ)$$

Նկատենք $\gamma_1 \neq \gamma_2$, քանի որ մեկ գիշատիչը կարող է ոչնչացնել մի քանի զոհի: Համակարգի դինամիկ հավասարակշռության վիճակին համապատասխանում է $N_1 = N_2 = 0$, ուստի

$$N_1^0 = \frac{\varepsilon_2}{\gamma_1}, \quad N_2^0 = \frac{\varepsilon_1}{\gamma_2} : \quad (5)$$

Ստացիոնար վիճակից փոքր շեղումների ($n_i \ll N_i, i = 1, 2$) դեպքում

$$N_1(t) = N_1^0 + n_1(t), \quad (6a)$$

$$N_2(t) = N_2^0 + n_2(t) : \quad (6բ)$$

Գծայնացնելուց հետո ստանում ենք

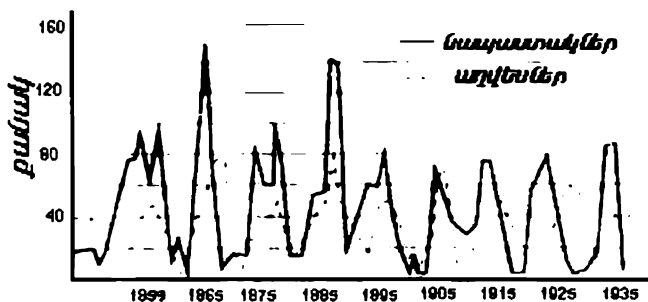
$$\dot{n}_1 = -\frac{\gamma_2}{\gamma_1} \varepsilon_2 n_2, \quad \dot{n}_2 = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \varepsilon_1 n_1 :$$

Որտեղից, դիֆերենցելով առաջին հավասարումն ըստ t -ի և, օգտվելով երկրորդից, ստանում ենք.

$$\ddot{n}_1 + \omega_0^2 n_1 = 0, \quad (7)$$

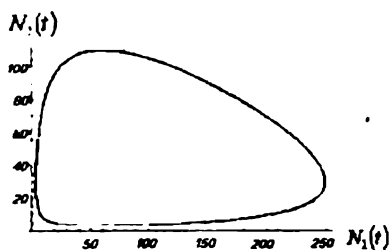
որտեղ $\omega_0^2 = \varepsilon_1 \varepsilon_2 :$

Ինչպես տեսնում ենք, գծայնացված դեպքում համակարգում տեղի են ունենում բնակեցվածությունների թվի ներդաշնակ տատանումներ:

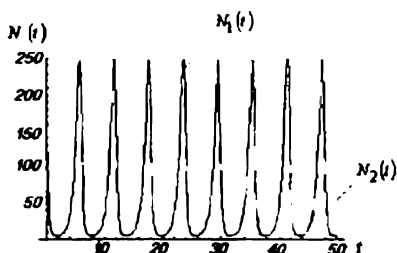


Նկ.1 Զիկլիկ տատանումները զիշատիչ-զոի համակարգում:

Առավել ընդհանուր դեպքում տատանումները պահպանվում են, սակայն նրանց ներդաշնակ բնույթը խախտվում է: Ստորև բերված նկ.1-ում պատկերված են աղվեսների և նապաստակների քանակի ժամանակային կախվածությունը (Կանադայի հյուսիսում կատարված դիտումների արդյունքները 1845-1935թթ.):



Նկ.2 զիշատիչ-զոի համակարգի փուլային դիմանկարը:



Նկ.3. $N_1(t)$ և $N_2(t)$ մեծությունների ժամանակային կախվածությունները:

Դժվար չէ կառուցել (4) համակարգի փուլային դիմանկարը օգտվելով թվային մոդելավորումից: Նկ.2-ում պատկերված է զիշատիչների և զոիների շրջանային փոփոխությունը պատկերող փուլային դիմանկարը, իսկ նկ.3-ում՝ նրան համապատասխանող $N_1(t)$ և $N_2(t)$ կախվածությունները:

Նման մոդելը, սակայն հաշվի չի առնում, որ անգամ գիշատիչների բացակայության դեպքում զոհերի թիվը սահմանափակ տարածքում չի կարող անսահման աճել: Երկու տեսակների աճի ինքնասահմանափակումը հաշվի առնող համակարգն ունի հետևյալ տեսքը

$$\begin{aligned}\dot{N}_1 &= N_1(\varepsilon_1 - \gamma_{11}N_1 - \gamma_{12}N_2) \\ \dot{N}_2 &= -N_2(\varepsilon_2 + \gamma_{22}N_2 - \gamma_{21}N_1)\end{aligned}\quad (8)$$

Ավելացված $-\gamma_{11}N_1^2$ և $-\gamma_{22}N_2^2$ գումարելիները հենց արտահայտում են ինքնասահմանափակման պրոցեսները՝ պայմանավորված կերի սահմանափակմամբ:

Քննարկված պարզագույն մոդելը կարելի է ընդհանրացնել տեսակների ավելի մեծ թվի համար: n -տեսակների առկայությամբ հավասարումների համակարգը կունենա հետևյալ տեսքը

$$\frac{dN_r}{dt} = \varepsilon_r N_r + \frac{1}{\beta_r} \sum_{s=1}^n \alpha_{sr} N_s N_r : \quad (r=1,2,..n)$$

Այստեղ N_r -ը r -րդ տեսակի քանակն է: ε_r գործակիցները պայմանավորում են r -րդ տեսակի վարքը մյուս տեսակների բացակայության դեպքում: Հանդիպումների բացակայության դեպքում բոլոր տեսակները ժամանակի ընթացքում կամ անհետանում են ($\varepsilon_r < 0$), կամ նրանց թիվն անընդհատ աճում է ($\varepsilon_r > 0$): Երկրորդ գումարելին բնութագրում է տեսակների փոխազդեցությունը: Ըստ Վոլտերայի՝ $\alpha_{sr} = -\alpha_{rs}$: Եթե $\beta_r = 1$, ապա մի տեսակի կենսազանգվածի նվազումը ճշգրիտ կհամակշռվեր մյուսի աճով: $1/\beta_r$ դրական թիվը համարժեքության Վոլտերայի թիվն է, այնպես որ տեսակների միջև զույգ առ զույգ հանդիպումների դեպքում անհետացած (կամ ավելացած) s -րդ տեսակի քանակի հարաբերությունը r -րդ տեսակի ավելացածին (կամ կորցրածին) նույն ժամանակահատվածում հավասար է $\beta_s^{-1}/\beta_r^{-1}$: Երկու տեսակների առկայության դեպքում այս հավասարումը վերածվում է (8) համակարգին:

ՕՐԳԱՆԻԶՄԻ ԻՄՈՒՆԱՅԻՆ ՈՒԺԵՐԸ

Նախորդ քննարկումը տարածենք քաղցկեղածին բջիջների հետ օրգանիզմի իմունային համակարգի պայքարը նկարագրելու համար: Որպես փոփոխականներ հանդես են գալիս չարորակ բջիջների y («զոհ») և լիմֆոցիտների x («գիշատիչ») թվերը: Հայտնի է, որ չարո-

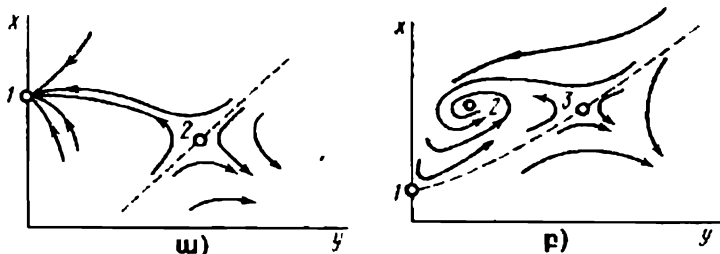
րակ նորագոյացությունների առկայությամբ լիմֆոցիտները սկզբնապես հայտնվում են մեծ քանակությամբ, իսկ ուռուցքի աճին զուգընթաց իմունային համակարգի ակտիվությունը նվազում է Այդ դեպքում փոխազդեցության մոդելը ներկայացվում է հետևյալ տեսքով

$$\frac{dx}{dt} = axy - bxy^2 - vx - \gamma xy + \chi, \quad (9a)$$

$$\frac{dy}{dt} = ay - \gamma xy: \quad (9բ)$$

Ընդունում են, որ 1) ուռուցքի բջիջների թիվն աճում է էքսպոնենցիալ օրենքով, 2) քաղցկեղային բջիջների և լիմֆոցիտների փոխազդեցության ժամանակ ոչնչանում են երկուսն էլ, 3) լիմֆոցիտների բազմացման տեսակարար արագությունը $\mu = ay^2 - by$ (փոքր y -երի դեպքում լիմֆոցիտների աճը խթանվում է ուռուցքի կողմից, մեծի դեպքում արգելակվում): 4) Գոյություն ունի լիմֆոցիտների մշտական հոսք հաստատուն χ արագությամբ և նրանց բնական վախճան՝ $-vx$ արագությամբ:

Եթե χ հոսքը բավականաչափ մեծ է, ապա համակարգն ունի երկու հատուկ կետ: Նրա փուլային դիմանկարը պատկերված է նկ 4 -ում:



Նկ.4. Լիմֆոցիտների (x) և չարորակ բջիջների (y) փոխազդեցությունը նկարագրող փուլային դիագրամը: Ընդհատ գիծը համակարգի սեպարատրիսան է

ա) 1 - կայուն հանգույց 2 – թամբ, բ) 1 և 3 – թամբ, 2 – կայուն կիզակետ.

Կախված սկզբնական պայմաններից ինտեգրալ կորերը կամ գնում են կայուն 1 կետը, կամ հեռանում են անվերջություն ($x \rightarrow 0, y \rightarrow 0$): Առաջին դեպքում մենք ունենք լրիվ առողջացում, երկրորդ դեպքում ուռուցքի անսահման աճ և լիմֆոցիտների նվազում: Առողջացման և հիվանդության տիրույթները բաժանված են

սեպարատրիստով, որն անցնում է 2 կետով: Շատ փուլային դիմանկարի, հասկանալի է, որ ուռուցքի ճնշման համար երբեմն բարերար ազդեցություն կարող է ունենալ իմունային համակարգի կողմնակի խթանումը, որը սակայն արդյունավետ կարող է լինել միայն հիվանդության նախնական փուլում:

Պարամետրերի որոշ կոմբինացիաների դեպքում հնարավոր է այլ տարբերակ և՛ երբ հայտնվում է երրորդ հատուկ կետը, x առանցքի վրայի 1 կետը դառնում է անհավասարակշիռ և ինտեգրալ կորերը փաթաթվում են կայուն 2 կետին, իսկ 3 կետով անցնում է սեպարատրիսան: Այս դեպքում լրիվ առողջացում չի դիտվում և մի շարք տատանումներից հետո օրգանիզմի իմունային ուժերի և չարորակ նորագոյացության միջև հաստատվում է հավասարակշիռ վիճակ:

Այսպիսով, նույնիսկ պարզագույն մոդելը հնարավորություն է տալիս լուսաբանել ուռուցքի հետ օրգանիզմի պայքարի մի շարք հարցեր: Իհարկե, այն չի առաջարկում պայքարի արդյունավետ մեթոդներ, սակայն մոդելավորումը խթանում է այդ բնագավառում փորձարարական ուսումնասիրությունները: Այսպես, օրինակ, իմունային համակարգերի մոդելները հնարավորություն են տվել բացահայտել մի շարք սուր վարակիչ հիվանդությունների ընթացքի առանձնահատկությունները (օրինակ, մալարիա, թոքախտ) ճշտվել են մի շարք դեղամիջոցների ներարկման հետ կապված խնդիրները:

Այսպիսով, կենսաբանական կինետիկան կարող է օգնել բժշկությանը հայտնաբերելու բուժման մեթոդների ռացիոնալ ստրատեգիան, քանի որ դեղի ազդեցությունը մաթեմատիկական լեզվով նշանակում է կենդանի օրգանիզմները բնութագրող պարամետրերի ղեկավարում:

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑԵԸ

1. Հավաքել (4) մաթեմատիկական մոդելին համապատասխանող ծրագիր
2. Կառուցել $N_1(t)$, $N_2(t)$ գրաֆիկները և $N_1(N_2)$ փուլային դիմանկարը:
3. Փոփոխելով առաջարկված պարամետրերը ուսումնասիրել համապատասխան գրաֆիկների վարքը:
4. γ_{11} , γ_{22} գործակիցների տարբեր արժեքների դեպքում (8) համակարգի ուսումնասիրությամբ քննարկել համապատասխան գրաֆիկների փոփոխությունը սննդի պաշարի սահմանափակության հաշվառման պայմաններում:

ՎԻՆԻ ԿԱՄՐՋԱԿ: ԿԱՅՈՒՆ ՍԱՀՄԱՆԱՅԻՆ ՑԻԿԼ

Աշխատանքի նպատակն է Վինի կամրջակն օգտագործել այն-պիսի ազդանշանի հետազոտման համար, որը սկսվում է անկայուն կիզակետում և ավարտվում կայուն սահմանային ցիկլում (Աշխ. 1): Ընդ որում, աշխատանքի ընթացքում ուսումնասիրվում էն ազդանշանի թե անցումային, թե կայուն փուլերը:

ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Կայուն սահմանային ցիկլ ստանալու համար աշխատանքում որպես գեներատոր օգտագործվում է էլեկտրոնային շղթա, որը կոչվում է Վինի կամրջակ: Վինի կամրջակը հատուկ ուսումնասիրվում է տարրական էլեկտրոնիկայի դասընթացում, քանի որ այն ձևավորում է շատ ճշգրիտ և կայուն սինուսոիդալ տատանումներ: Այդ դասընթացում, սակայն, Վինի կամրջակի ոչգծայնությունը հազվադեպ է հիշատակվում և հետազոտվում:

Վինի կամրջակի ստեղծած տատանումներն ավտոնոմ են, այսինքն հարկադրող ուժը հաստատուն է: Ստացված պարբերական շարժումը կոչվում է սահմանային ցիկլ և այն հետևանք է համակարգի ավտոնոմության և կորուստների նշանափոխության: Վինի կամրջակում օգտագործվում է դրական և բացասական հակադարձ կապերի (ԴՀԿ և ԲՀԿ)^{*} հավասարակշռումը կայուն սինուսոիդային ազդանշան ստանալու համար (հիշեք ձայնագրիչում սուլոցի առաջացումը երբ միկրոֆոնը մոտիկ է գտնվում բարձրախոսին): Երբ շղթան նոր է միացված սնման աղբյուրին, դրական հակադարձ կապն ուժեղ է քան ոչ գծային բացասական հակադարձ կապը: Սկզբնական ցանկացած աղմուկ (լայն սպեկտրով), որը միշտ առկա է շղթայում, աճում է և համակարգը հեռանում է անկայուն կիզակետից: Քանի որ ԲՀԿ-ի ոչ գծային դիմադրությունում (շիկացման լամպ կամ թերմիստորներ) տատանման լայնույթը մեծանում է, հո-

^{*} ԴՀԿ-ն ելքային լարման որոշակի մասի վերադարձն է մուտք առանց փուլի փոփոխության (համափուլ), իսկ ԲՀԿ-ն նույնը, սակայն 180° փուլային շեղմամբ (հակափուլ):

սանքը նույնպես աճում է և, որպես հետևանք, ոչգծային դիմադրությամբ վերահսկվող բացասական հակադարձ կապն աճում է մինչև դրական հակադարձ կապին համակշռելը: Երբ նրանք հավասարվում են, շղթան հասնում է սահմանային ցիկլի շեմին և սկսվում են պարբերական տատանումները:

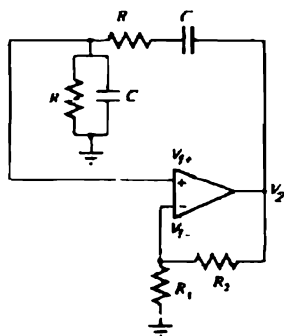
Վինի կամրջակի շղթան հիմնականում աշխատում է շեմի շրջակայքում, և, այդ դեպքում, գեներատորի ելքային լարումը գրեթե իդեալական սինուսոիդալ տատանում է: Սահմանային ցիկլի փուլային դիմանկարը շրջանագիծ է: Վինի կամրջակի ուրվագիծ պատկերը ներկայացված է նկ.1-ում: Նկարում եռանկյունով նշանակված է օպերացիոն ուժեղացուցիչը (ՕՈՒ), որն ունի երկու անկախ մուտքեր:

Ներկայացնենք իդեալական օպերացիոն ուժեղացուցիչի աշխատանքի վերաբերյալ որոշ տեղեկություններ:

1. Օպերացիոն ուժեղացուցիչ մուտքերը նշանակված են (+) և (-) նշաններով: ՕՈՒ-ի շրջող (ինվերտող) մուտքում բացասական (-) նշանը բևեռայնությունը չէ: Դա նշանակում է, որ մուտքային և ելքային ազդանշանները շեղված են 180° -ով (հակափուլ): (+) նշանը համապատասխանում է փուլային շեղման բացակայությանը (համափուլ):

2. Չշրջող և շրջվող մուտքերի մեջ կապ գոյություն չունի: Իդեալական ՕՈՒ-ն ունի անվերջ մեծ մուտքային դիմադրություն:

3. Հաստատուն լայնությով ելքային ազդանշան ստանալու համար չշրջող և շրջող մուտքերի լարումները պետք է լինեն հավասար:



Նկ. 1. Վինի կամրջակը որպես գեներատոր (ԴՀԿ և ԲՀԿ):

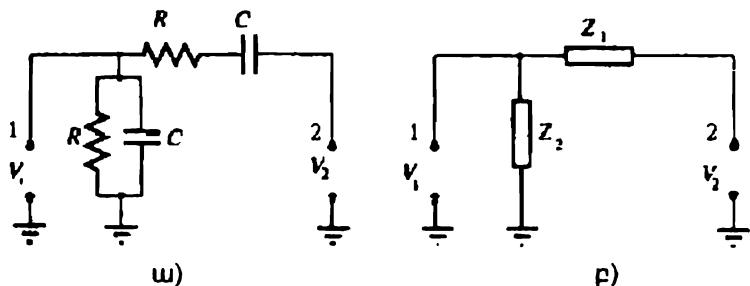
4. ՕՈՒ-ը չունի ելքային դիմադրություն, կամ այն շատ փոքր է: Այդ կանոններից կարելի է հաշվել $R < Y$ և $Y < Y$ մեծությունը:

Ամբողջ շղթայի գործողությունը հասկանալի դարձնելու համար նախ քննարկենք դրական և բացասական հակադարձ կապերն առանձին-առանձին, այնուհետև միաժամանակյա աշխատանքի դեպքում:

Նկ. 1-ում դրական հակադարձ կապի (ԴՀԿ) առանձնացված տիրույթի համարժեք սխեման բերված է նկար 2-ում: Z_1 և Z_2 դիմադրու-

թյունների կոմպլեքս դիմադրությունները ներկայացված են ուղղանկյան տեսքով:

Որոշենք ՕՈՒ-ի V_2 ելքից փոփոխական ազդանշանի ո՞ր մասն է վերադառնում V_1 մուտք: Բոլոր ազդանշանների լարումները չափվում են հողանցման 0 կետի նկատմամբ: Օպերացիոն ուժեղացուցչի 2 և 0 կետերի միջև V_2 ելքային լարման առկայությամբ է պայմանավորված հոսանքը Z_1 և Z_2 կոմպլեքս դիմադրություններով:



Նկ.2. Դրական հակադարձ կապը (ա) և նրա համարժեք սխեման (բ):

Հաջորդաբար միացված Z_1 և Z_2 կոմպլեքս դիմադրություններով հոսանքի մեծությունը

$$I = \frac{V_2}{Z_1 + Z_2}, \quad (1)$$

որտեղ $Z_1 = R - jX$, $Z_2 = -jRX/(R - jX)$, ունակության ռեակտիվ դիմադրությունը $X = 1/\omega C = 1/2\pi\nu C$, $j = \sqrt{-1}$ կեղծ միավոր է, ν -ն՝ փոփոխական ազդանշանի հաճախությունը: Փոփոխական ազդանշանի լարումը հողանցման և 1 ելքի միջև $V_{1+} \equiv V_1$ է, այսինքն, $V_1 = IZ_2$ և, վերջնականորեն,

$$V_1 = V_2 \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}: \quad (2)$$

R և X նշանակումները հաշվի առնելով (2)-ը կգրենք հետևյալ տեսքով

$$V_1 = V_2 \frac{(-jRX)}{(R^2 - X^2) - j(3RX)}: \quad (3)$$

Հավասարումից անմիջապես երևում է, որ V_1 -ն իր առավելագույն արժեքին հասնում է $R = X$ դեպքում. Ղրանում կարելի է համոզվել ածանցելով (3) հավասարումն ըստ X -ի և հավասարեցնելով ստացվածը զրոյի: Հետևաբար V_1 -ի առավելագույն արժեքն է

$$V_1 = V_2/3, \quad (4)$$

ինչը ապահովում է առավելագույն ՂՀԿ: Ղա նշանակում է, որ ելքային լարման $1/3$ մասը տրվում է մուտքային սեղմակներին: Ներմուծենք ՂՀԿ-ի գործակիցը որպես V_2/V_{1*} , հարաբերություն: Այդ դեպքում նախորդ քննարկումներից հետևում է, որ

$$V_2/V_{1*} = V_2/V_1 = 3:$$

Նկ. 1-ում ցույց է տրված, թե ինչպես է դրական հակադարձ կապը ապահովված գործող օպերացիոն ուժեղացուցչում: Երբ $R = X$, ապա ազդանշանի մեկ երրորդ մասը վերադառնում է հետ օպերացիոն ուժեղացուցչի չըջող (+) մուտքին: ՂՀԿ-ի զրոյականից տարբերվելու հետևանքով, ցանկացած փոքր ելքային ազդանշանի առկայության դեպքում ՕՈԻ-ն արագ հասնում է հագեցման: Օրինակ, ենթադրենք ելքային ազդանշանն ունի միավոր արժեք: ՂՀԿ-ի հետևանքով առաջին անգամ ազդանշանն ուժեղացվում է մինչև $1+1/3$, այնուհետև մինչև $1,33+1,33/3$, հետո $1,77+1,77/3$ և այսպես մինչև հագեցում: Հագեցումը տեղի ունի, քանի որ շղթան չի կարող լարումը բարձրացնել առավել քան օպերացիոն ուժեղացուցչի լարման սահմանային արժեքը:

Փորձում կարելի է որոշել նաև դրական հակադարձ կապի մուտքի և ելքի միջև եղած *փուլային շեղումը*: Կարելի է ասել, որ մուտքում և ելքում փուլային շեղման առկայության դեպքում ՂՀԿ-ն առաջացնում է ելքային ազդանշանի դեստրուկտիվ ինտերֆերենցիա: Բազմապատկելով (3)-ի համարիչը և հայտարարել հայտարարի կոմպլեքս համալուծով, և առանձնացնելով իրական ու կեղծ մասերը՝ կստանանք Φ փուլային շեղումը

$$\operatorname{tg} \Phi = \frac{R^2 - X^2}{3RX}. \quad (5)$$

(5) հավասարումը ցույց է տալիս, որ երբ X -ը փոփոխվում է R -ի մերձակայքում, ապա V_2 և V_1 -ի միջև փուլային շեղումը փոքր

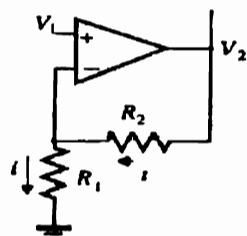
է և այն կարելի է անտեսել (հակադարձ կապը դրական է): $\Gamma<4$ -ի գործակիցը մնում է $1/3$, ինչպես կար նախկինում:

$$R = X = 1/\omega C = 1/2\pi\nu C$$

դեպքում ν հաճախության համար ունենք

$$\nu = \frac{1}{2\pi RC} : \quad (6)$$

Մնացած բոլոր հաճախությունները ստեղծում են փուլային շեղում: Շղթայում առկա աղմուկը կարող է ընդգրկել ռեզոնանսային հաճախություն: Այդ հաճախությունն արագորեն ուժեղացվում է մինչև հագեցման հասնելը: Ինչպես վերևում նշեցինք, ակուստիկական համակարգը պատահականորեն ուժեղացնելով սեփական աղմուկը, հասնում է հագեցման և ստեղծում սաստիկ սուլոց: Դա տեղի ունի միկրոֆոնի և բարձրախոսի $\Gamma<4$ -ի պատճառով, որը կարելի է դեկավարել փոփոխելով նրանց միջև եղած հեռավորությունը: Ինչ կարելի է անել, որպեսզի սահմանափակենք այդ «էլեկտրոնային աղետը»: $\Gamma<4$ -ն վերահսկելու համար Վինի գեներատորում օգտագործվում է ոչ գծային բացասական հակադարձ կապ ($\mathcal{A}<4$): Կամրջակի $\mathcal{A}<4$ -ի հատվածը ցույց է տրված նկ. 3-ում: Ինչպես երևում է, V_2 լարման համար կարող ենք գրել



Նկ.3. Վինի կամրջակի բացասական հակադարձ կապի հատված

$$V_2 = I(R_2 + R_1): \quad (7)$$

ՕՈՒ-ի (-) մուտքի լարումը ներկայացնենք

$$V_- = IR_1 \quad (8)$$

տեսքով:

Եթե $V_- = V_+ = V_1$, ապա $\mathcal{A}<4$ -ի գործակիցը նշանակելով $B = V_2/V_1$, կստանանք

$$B = \frac{V_2}{V_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} : \quad (9)$$

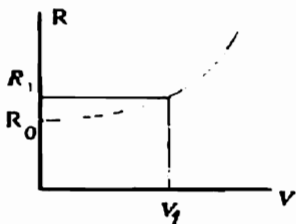
Ցածր հաճախությունների համար հաճախ օգտագործվում է այնպիսի ՕՈՒ, որն ունի շատ մեծ (10^5 և ավելի) ուժեղացում: $\mathcal{A}<4$ -ն, արտահայտված B -ով, փոքրացնում է լրիվ ուժեղացումը մինչև

$V_{1-} = V_2 / B$ արժեքը՝ Այժմ լրիվ ուժեղացման գործակիցը նշանակելով G տառով, կգրենք

$$G = V_{1+} / V_{1-} = B/3 \quad (10)$$

Որպեսզի լրիվ շղթայի ուժեղացումը հավասար լինի մեկի (կայուն ռեժիմ), պետք է որ $B = 3$, իսկ (9) հավասարման մեջ $R_2 = 2R_1$, ($R_1 = 0,5R_2$): Եթե $R_2 > 2R_1$, ապա $B > 3$ և լրիվ ուժեղացումը մեծ է մեկից: Եթե $R_2 < 2R_1$, ապա $B < 3$, և V_2 -ում առկա ցանկացած մուտքային ազդանշան կծգտի զրոյի: Հետևաբար, ԲՀԿ-ի կրիտիկական արժեքը 3 է: Վինի կամրջակի սխեման ստեղծում է կայուն սինուսոիդալ տատանումներ՝ պահպանելով ԲՀԿ-ի արժեքը: Եթե $B = 3$, ապա $G = 1$, ուրեմն համակարգը կայուն է:

Վինի կամրջակը ոչ գծային շղթա է, քանի որ R_1 դիմադրությունն



Նկ.4. Լամպի R_1 դիմադրության կախվածությունը V լարումից:

ունի ոչ գծային բնութագիր: Այսպիսի ոչ գծային դիմադրությունն այս աշխատանքում իրականացվում է շիկացման լամպի միջոցով: Լամպի դիմադրությունն աճում է պոտենցիալների տարբերության մեծացման ժամանակ, ինչպես ցույց է տրված Նկ.4-ում: Փոքր V լարման համար լամպի դիմադրությունը ներկայացվում է Թեյլորի շարքի տեսքով

$$R_1(V) = R_0 + R'(0)V + \frac{1}{2!} R''(0)V^2 + \dots \quad (11)$$

Քանի որ $V = 0$ շրջակայքում կորի թեքությունը հավասար է զրոյի, ուրեմն բավականին փոքր V -երի համար կարելի է գրել.

$$R_d = R_1 - R_0 = KV^2, \quad (12)$$

որտեղ $K = R''(0)/2!$, իսկ ավելի բարձր կարգի անդամները (11)-ում անտեսվել են: R_d -ն ներկայացնում է լամպի դիմամիկ կամ դիֆերենցիալ դիմադրությունը: R_0 արժեքը լամպի դիմադրությունն է, երբ հոսանքը լամպում բացակայում է (չափվում է փորձը կատարելուց առաջ):

R_d դինամիկ դիմադրության փոփոխության արագությունը դեկավարվում է երկու մրցակից մեխանիզմներով.

1. Կիրառված լարման հետևանքով լամպի տաքացում:
2. Շրջապատի ազդեցությամբ լամպի սառեցում (մինչև սենյակային ջերմաստիճան):

Ենթադրելով, որ R_d -ի փոփոխության արագությունը ժամանակի ընթացքում ուղիղ համեմատական է R_d -ին՝ կստանանք

$$\frac{dR_d}{dt} = -\frac{R_d}{\tau} + KV^2 \quad (13)$$

Այդ մասի առաջին անդամը համապատասխանում է սառեցմանը և ունի բացասական նշան: τ -ն սառեցման կամ ռելաքսացիայի ժամանակն է, այսինքն, այն ժամանակը, որի ընթացքում դիմադրությունը փոքրանում է e անգամ: Սառեցման (օրինակ շղթան անջատելիս կամ R_2 դիմադրությունը փոքրացնելիս) կամ տաքացման հետևանքով (13) բանաձևից հետևում է (միայն առաջին անդամի հաշվառմամբ)

$$R_d = R_1 e^{-\frac{t}{\tau}} = R_1 e^{-\gamma t} \quad (14)$$

որտեղ $\gamma = 1/\tau$ -ն մարման գործակիցն է: Մարման առկայությամբ ելքային լարումը կներկայացվի հետևյալ տեսքով

$$V_2 = V_{2\max} e^{-\gamma t} \cos(\omega_0 t + \varphi): \quad (15)$$

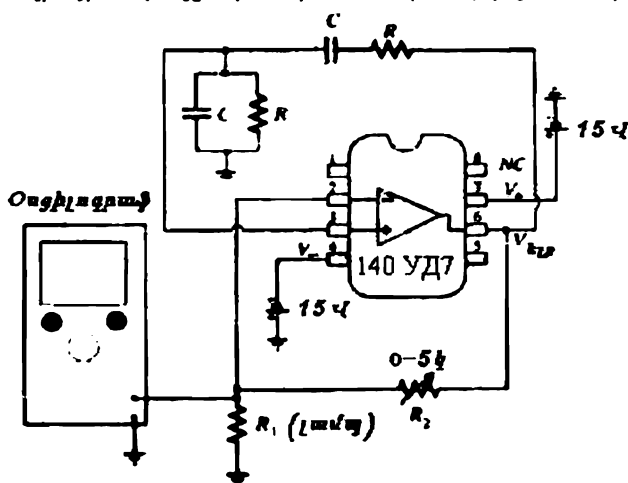
(13) բանաձևի աջ մասի երկրորդ անդամը գրգռման պայմանն է, որը հետևում է (12) բանաձևից: Որպեսզի Վինի կամրջակը միանա, լամպի դիմադրության R_0 արժեքը պետք է փոքր լինի $0.5R_2$ -ից (ինչպես հետևում է (9) բանաձևից): Այդ դեպքում $B > 3$ և, որպես հետևանք, լրիվ ուժեղացումը մեծ է մեկից ($G > 1$): Զանի որ լամպի հոսանքը մեծանում է, դիմադրությունն աճում է և B -ն հասնում է 3 արժեքին: Այդ կետում շղթան գրգռում է համարյա իդեալական սինուսոիդային տատանումներ հաստատուն լայնույթով և հաճախությամբ: Երբ հոսանքը ինչ-որ պատահական պատճառով աճի, ապա լամպի դիմադրությունը (R_1) կմեծանա, B -ի արժեքը 3-ից կփոքրա-

նա և ուժեղացումը կդառնա 1-ից փոքր, որի հետևանքով շղթան ինքնաբերաբար այնպես կշտկվի, որ կփոքրանա ելքային ազդանշանի արժեքը և B -ի արժեքը նորից կհասնի երեքի: Ընդհանրապես դիմադրության ջերմային ռելաքսացիայի ժամանակը ավելի մեծ է, քան ազատ տատանումների պարբերությունը: Եթե ռելաքսացիայի ժամանակը ավելի փոքր լիներ, քան պարբերությունը, ապա R_1 -ի ցանկացած փոփոխություն կաղավաղեր ազդանշանը: Լամպի ռելաքսացիայի ժամանակը հիմնականում $0.2 - 2.0$ վայրկյան տիրույթում է, այնպես որ աշխատանքում ստացված տատանման պարբերությունը մոտ տասն անգամ փոքր է այդ ռելաքսացիայի ժամանակից: Դա նշանակում է, որ Վինի կամրջակը կարող է գրգռել հինգ հերցից բարձր հաճախությամբ սինուսոիդալ տատանում:

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔԸ

Առաջադրանք 1. Ստանալ սինուսոիդային տատանում (սահմանային ցիկլ). Շղթայում փոփոխություններ չմտցնել և գրանցել տվյալները, քանի որ դրանք օգտագործվելու են հաջորդ աշխատանքում:

1.1. Շղթայի ամբողջական սխեման պատկերված է նկ 1.5-ում:



Նկ. 1.5 Վինի կամրջակի սխեման:

Որպես օպերացիոն ուժեղացուցիչ օգտագործվում է 140YΔ7: Սնման համար ցանկալի է օգտագործել +15 և -15V լարման երկու առանձին աղբյուրներ: Երկու դիմադրությունների և երկու ունակությունների արժեքները կրիտիկական չեն, բայց պետք է հավասար լինեն իրար: Փորձում ստացված հաճախությունը կլինի 5 Հց -ից բարձր: Օրինակ կարելի է վերցնել $R = 47$ կՕմ և $C = 0,022$ մկՖ:

1.2 R_2 դիմադրության համար օգտագործում են դիմադրությունների արկղ, որի միջոցով կարելի է ընտրել R_2 դիմադրության ճշգրիտ արժեքը:

1.3 Թվային չափիչ սարքի միջոցով որոշել լամպի R_0 սկզբնական դիմադրությունը: R_1 դիմադրության դերում շատ լավ են աշխատում փոքր շիկացման լամպերը (12V): Որոշել այն R_2 արժեքը, որի դեպքում գեներատորը կհեռանա իր շեմից (կիզակետից):

1.4. Օգտագործել (6) հավասարումը, շղթայի ռեզոնանսային հաճախության արժեքը հաշվելու համար:

1.5. Միացնել շղթան:

1.6. R_1 -ը ($R_2 \approx 2R_0$) այնպես կարգավորեք, որ օսցիլոգրաֆի վրա դիտվի սինուսոիդային տատանում: Համոզվել, որ սինուսոիդ ստացվելու դեպքում $2R_1 = R_2$:

1.7. Ինչպիսի՞ն է R_2 -ի կրիտիկական արժեքը: Հաշվել R_1 -ը: Ինչպիսի՞ն է R_d դինամիկ դիմադրությունը, որտեղ $R_d = R_1 - R_0$:

1.8. Օսցիլոգրաֆի կամ հաճախաչափիչի օգնությամբ չափել սահմանային ցիկլին համապատասխանող հաճախության արժեքը և համեմատել (6) հավասարումից ստացված տեսական արժեքի հետ:

1.9. Օսցիլոգրաֆի վրա սինուսոիդալ տատանում ստացվելուց հետո անջատել սնման աղբյուրը:

1.10. Միացնել սխեման և հետևել սահմանային ցիկլին ձգտող ազդանշանին:

1.11. Փորձել բացատրել անցումային պրոցեսը:

1.12. Կրկնել նույն քայլերը R_2 -ի մեծ արժեքների համար:

Առաջադրանք 2. Ռելաքսացիայի ժամանակի որոշումը:

2.1. Միացրել սխեման և միացման ընթացքում հետևել անցումային տատանմանը. Չափել սահմանային տատանման մոդուլացման պարբերությունը և հաճախությունը:

2.2. Չափել ռելաքսացիայի ժամանակը: Դա մոտավորապես այն ժամանակն է, որի ընթացքում մոդուլացիայի լայնույթը փոքրանում է սկզբնականի նկատմամբ e կամ ≈ 3 անգամ: Այս չափումները կարելի է կատարել միայն անցումային ռեժիմում:

2.3. Հարմարության համար օգտվել արտաքին իմպուլսային գեներատորից, կարգավորելով նրա հաճախությունը և շղթայի R_2 դիմադրությունն այնպես, որ շղթան գտնվի շեմից ներքև և արտաքին ազդանշանի ազդեցության տակ առաջանան տատանումներ: Օսցիլոգրաֆի օգնությամբ որոշել ռելաքսացիայի τ ժամանակը:

Առաջադրանք 3. Լամպի ոչգծայնության որոշումը.

3.1. Շղթայից հանել լամպը:

3.2. Այն հաջորդաբար միացնել հաստատուն սնուցման լարման աղբյուրի և ամպերմետրի հետ:

3.3 Լամպին զուգահեռ միացնել վոլտմետրը:

3.4. Գրանցել լամպով անցնող հոսանքի արժեքները սկսած 0,05 -ից մինչև 1 Վոլտ պոտենցիալների տարբերությունը: Որոշել R_d արժեքը:

3.5. Կառուցել R_d կախվածության գրաֆիկը V -ից:

3.6. Հաշվի առնել, որ (12) հավասարումը նախատեսված է փոքր լարումների համար: Որոշել K -ի արժեքը: Պահպանվում է արդյոք այդ կապը բաժր լարումների համար:

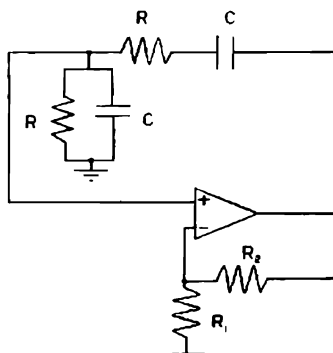
ՎԱՆ ԴԵՐ ՊՈԼԻ ՍԱՀՄԱՆԱՅԻՆ ՑԻԿԼ

Աշխատանքի նպատակն է ստանալ և ուսումնասիրել Վան դեր Պոլի (ՎդՊ) հավասարմամբ նկարագրվող սահմանային ցիկլը:

ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Այս աշխատանքում օգտագործվում է Վինի նույն զեներատորը, որն օգտագործվել է աշխատանք 1-ում: Հարմարության համար սխեման կրկին բերված է նկար 1-ում:

Ինչպես ցույց է տրված աշխատանք 3-ում, կամրջակն առաջացնում է ինքնատատանումներ: Փուլային հարթության վրա փուլային կետն, այդ դեպքում, դուրս գալով կիգակետից հասնում է սահմանային ցիկլի, ինչը տվյալ դեպքում համապատասխանում է իդեալական սինուսոիդալ տատանման: Փորձի ընթացքում գրանցվող մեծությունը R_1 դիմադրության վրա V լարումն է (միջին քառակուսային արժեքները): Ինչպես հայտնի է, այդ լարման տատանումները նկարագրվում են հետևյալ դիֆերենցիալ հավասարմամբ



Նկ. 1. Վինի կամրջակը որպես զեներատոր

$$\ddot{V} + 2\gamma\dot{V} + \omega^2 V = f(t), \quad (1)$$

որտեղ γ -ն մարման գործակիցն է, իսկ $f(t)$ -ն ներկայացնում է արտաքին աղմուկը: Հիշեցնենք, որ փոքր մարումների համար Q անչափ քանակական մեծությունը (բարորակությունը) սահմանվում է որպես կուտակված լրիվ էներգիայի և մեկ պարբերության ընթացքում էներգիայի կորստի հարաբերություն և, հեշտ է ցույց տալ, որ

այն տրվում է $Q = \omega/2\gamma$ հարաբերությամբ: Հարմարության համար նշանակենք $\Gamma = 1/Q$ և տեղադրենք (1) հավասարման մեջ

$$\ddot{V} + \Gamma \omega \dot{V} + \omega^2 V = f(t): \quad (2)$$

Վիճի կամրջակի նման շղթաների դեպքում սահմանային ցիկլին մոտ գտնվելու համար Γ գործակիցը պետք է լինի նշանափոխ (տես (2) հավասարման լուծումը (աշխատանք 3, բանաձև (15)): Որպեսզի հասկանանք, թե ինչպես կարող է դա տեղի ունենալ, հիշենք, որ նախորդ փորձում (աշխ. 3) Վիճի կամրջակի սխեմայի լրիվ ուժեղացումը

$$G = B/3, \quad (3)$$

որտեղ բացասական հակադարձ կապի ($R < 4$) B գործակիցը հավասար էր

$$B = \frac{R_1 + R_2}{R_1}: \quad (4)$$

Հիշենք նաև, որ փորձում B -ի արժեքը կախված էր շիկացման լամպի R_1 ոչ գծային դիմադրությունից: Տատանումները սկսվում են, երբ B -ի արժեքը մի փոքր մեծ է 3-ից: Հետևաբար $G > 1$: Այդ դեպքում $\gamma < 0$ -ից, $\Gamma < 0$ -ից և տատանումները կաճեն քանի դեռ բավարարված է այդ պայմանը: R_1 դիմադրությամբ հոսանքի աճին զուգընթաց B -ի արժեքը նվազում է: Արդյունքում G -ն նվազում է մինչև 1-ից փոքր արժեք: Այդ դեպքում տատանումները մարում են այնքան ժամանակ, քանի դեռ Γ գործակիցը դրական է: Երբ $\Gamma < 0$, տատանումներն աճում են: Որպեսզի հաշվի առնենք Γ -ի նշանափոխ լինելը՝ գրենք այն հետևյալ տեսքով

$$\Gamma = -\beta \left(1 - \frac{1}{G} \right) = -\beta \left(1 - \frac{3}{B} \right), \quad (5)$$

որտեղ β -ն որևէ դրական հաստատուն է: Միավորելով (2) ը և (5)-ը՝ կստանանք

$$\ddot{V} - \beta \omega \left(1 - \frac{3}{B} \right) \dot{V} + \omega^2 V = 0, \quad (6)$$

որտեղ արտաքին գրգռման անդամը բաց է թողնված ($f(t) = 0$), քանի որ այդ անդամն անհրաժեշտ է միայն տատանումներ առա-

ջացնելու, այլ ոչ թե այն պահպանելու համար: Կարելի է ցույց տալ, որ (6) հավասարումը համարժեք է Վինի կամրջակի (2) հավասարմանը՝ գրված հետևյալ տեսքով

$$\ddot{V} + 9\omega(\alpha - \alpha_c)\dot{V} + \omega^2 V = 0 : \quad (7)$$

Որպեսզի ցույց տանք (6)-ի և (7)-ի համարժեքությունը, ընդունենք, որ

$$\alpha = 1/B, \quad \alpha_c = 1/3, \quad \beta = 3 :$$

Տեղադրելով (4)-ը (6)-ի մեջ և նկատելով, որ շիկացման լամպի R_d դիմադրությունը հավասարակշռության վիճակում ($dR_d/dt \approx 0$) որոշվում է աշխատանք 3-ի (12) և (13) բանաձևերից որպես

$$R_1 = R_0 + \tau K V^2, \quad (8)$$

կստանանք

$$\ddot{V} - 3\omega \left(1 - \frac{3(R_0 + \tau K V^2)}{R_0 + R_2 + \tau K V^2} \right) \dot{V} + \omega^2 V = 0 \quad (9)$$

կամ

$$\ddot{V} - 3\omega \left(\frac{R_2 - 2R_0 - 2\tau K V^2}{R_0 + R_2 + \tau K V^2} \right) \dot{V} + \omega^2 V = 0 \quad (10)$$

Քանի որ $R_2 > R_1$, $R_0 + R_2 \gg \tau K V^2$, (10) հավասարումից կստանանք

$$\ddot{V} - 3\omega \left(\frac{R_2 - 2R_0 - 2\tau K V^2}{R_0 + R_2} \right) \dot{V} + \omega^2 V = 0 \quad (11)$$

(11) հավասարումը ՎդՊ-ի չնորմավորված հավասարումն է: Այս աշխատանքի նպատակն է փորձարարական ճանապարհով ուսումնասիրել ՎդՊ-ի հավասարումով նկարագրվող համակարգի վարքը:

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔԸ

1. Աշխատանքում օգտագործվող սխեման պատկերված է նկ 2-ում: Այն նույնն է, ինչ որ աշխատանք 3-ում: Համոզվեք, որ օգտագործվում է նույն շիկացման լամպը: Այն կազատի ձեզ R_0 -ի, τ -ի և K -ի նոր չափումներից:

2. Օգտագործել $\nu = 1/2\pi RC$ բանաձը, բանաձը բանաձը շղթայի տատանման սեփական հաճախությունը որոշելու համար:

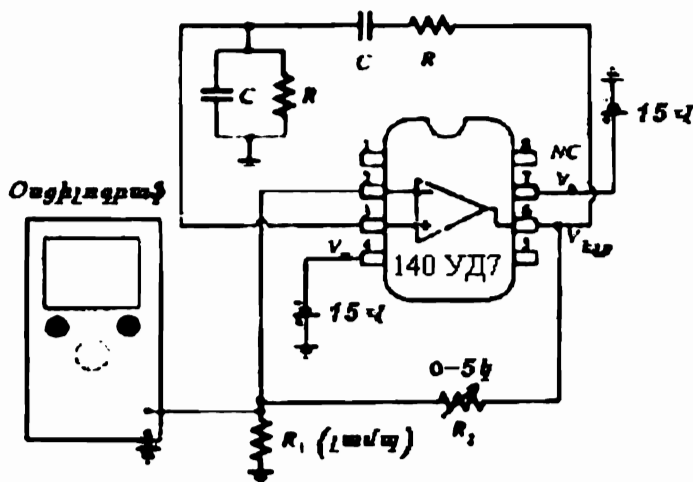
3. Միացնել սխեման:

4. Ընտրել R_2 ($R_2 \approx 2R_0$)-ն այնպես, որ օսցիլոգրաֆի միջոցով գրանցվի սինուսոիդալ ազդանշան: Որոշել R_2 -ի կրիտիկական արժեքը:

5. Տեղադրել R_2 -ի արժեքը ճիշտ կրիտիկական արժեքին հավասար, օսցիլոգրաֆի միջոցով համոզվել սինուսոիդային ազդանշանի ի հայտ գալու մեջ: Չափել հաճախությունը և համեմատել տեսական արժեքի հետ:

6. Սահմանային ցիկլի գրանցումից հետո չափել R_2 -ի և V լարման լայնության արժեքները:

7. Մեծացրել R_2 -ի արժեքը և կրկնել վերևի քայլերը:



Նկ. 2. Վիճի կամրջակի վրա հիմնված գեներատորի սկզբունքային սխեման:

Առաջադրանք 1. Փուլային դիմանկարի և անցումային պրոցեսի ուսումնասիրությունը արտաքին ազդանշանի առկայությամբ:

1. Ունակության օգնությամբ արտաքին իմպուլսային գեներատորը միացրել սխեմայի 3 – մուտքին:

2. Անջատելով օսցիլոգրաֆի x փոման լարումը և փոխարինելով այն արտաքին իմպուլսային գեներատորի լարումով (3-րդ մուտք՝ ունակությունից հետո)՝ ստանալ փուլային դիմանկարը:

3. Ընտրել R_2 դիմադրության շեմայինից մեծ և փոքր արժեքները: Դիտել բացվող և փակվող պարույրները:

4. Չափել ռելաքսացիայի ժամանակները շեմից վերև և ներքև գտնվելու պահերին:

Առաջադրանք 2. Մաթեմատիկական մոդելավորման կիրառում:

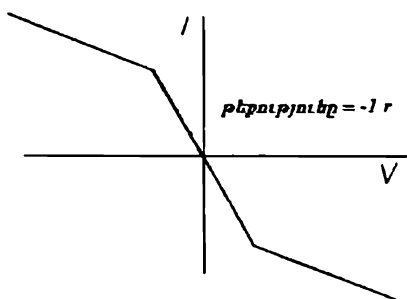
Տեղադրել ձեր փորձարարական արժեքները թվային մոդելավորման ծրագրի մեջ և համեմատել ստացված փորձարարական արդյունքները (մարման T ժամանակը, V հաճախությունը) համակարգչի արդյունքների հետ:

ԼՈՐԵՆՑԻ ԱՏՐԱԿՏՈՐ

Աշխատանքի նպատակն է ստանալ քառսային ռեժիմ, որի փուլային դիմանկարը կրկնակի պարույրով տարօրինակ ատրակտոր է (Լորենցի ատրակտորի տիպի): Աշխատանքի ընթացքում ցույց է տրվում, որ անցումը քառսային ռեժիմի իրականացվում է պարբերության կրկնապատկման կամ այսպես կոչված Ֆեյզենբաումի սցենարով:

ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Այս աշխատանքում օպերացիոն ուժեղացուցչի շղթան (ՕՌԻ)



Նկ. 1. Փորձում օգտագործվող օպերացիոն ուժեղացուցիչով շղթայի վոլտ-ամպերային բնութագիրը:

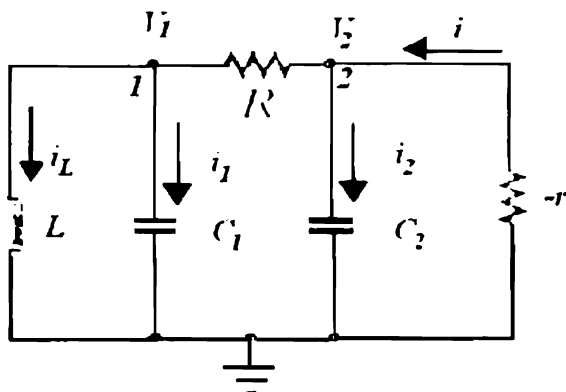
օգտագործված է բացասական դիմադրություն ստանալու համար: Այլ աշխատանքների (օրինակ՝ թունելային դիոդի) համեմատ կա, սակայն, որոշակի տարբերություն: Բացասական դիմադրությունն այստեղ մասնակի գծային է և նրա վոլտ-ամպերային բնութագիծը բերված է նկ.1-ում:

Շնորհիվ բացասական դիմադրության՝ տեղի ունի տատանողական պրոցես, իսկ մաս-

նակի գծային բնույթը պայմանավորում է համակարգի վարքի քառսային դառնալը:

Օգտագործվող շղթայի համարժեք սխեման բերված է նկ 2-ում: Ստանանք համակարգի ժամանակային էվոլյուցիան նկարագրող հավասարումների համակարգը: Էլեկտրոնային համակարգերում հիմնական փոփոխականներն են ունակության լարումը և ինդուկտիվությամբ անցնող հոսանքը: Հավասարումները ճրելիս օգտագործվում է Կիրխոֆի առաջին կանոնը հոսանքների համար: Շղթան ունի երեք

զլխավոր անկախ կոնտուրներ: Հետևաբար, այն ունի երեք ազատության աստիճան և հավասարումների համակարգը փակ լինելու համար պահանջվում է նվազագույնը երեք հավասարում:



Նկ. 2. Շղթայի համարժեք սխեման

Որպես շղթայի փոփոխականներ ընտրված են V_1 (լարման անկումը C_1 կոնդենսատորի վրա), V_2 (անկումը C_2 -ի վրա) և i_L (L ինդուկտիվությամբ անցնող հոսանքը) մեծությունները: Համաձայն Կիրխհոֆի առաջին կանոնի՝ երկրորդ հանգույց (կետ 2) մտնող i հոսանքը պետք է հավասար լինի դուրս եկող հոսանքների գումարին: Արդյունքում

$$i = C_2 \frac{dV_2}{dt} + \frac{V_2 - V_1}{R} : \quad (1)$$

Ընդունելով, որ $-r$ բացասական դիմադրությամբ անցնող հոսանքը որոշակի ֆունկցիա է 2 հանգուցային կետի լարումից, և տեղադրելով այն (1) հավասարման մեջ, կունենանք

$$\frac{dV_2}{dt} = \frac{V_1 - V_2}{C_2 R} + \frac{f(V_2)}{C_2} : \quad (2)$$

Նույն ձևով 1 հանգուցային կետի նկատմամբ կունենանք

$$\frac{V_2 - V_1}{R} = i_L + i_1 : \quad (3)$$

Քանի որ $q_1 = C_1 V_1$, $i_1 = C_1 dV_1/dt$, կարելի է գրել (3) հավասարումը հետևյալ կերպ

$$\frac{dV_1}{dt} = \frac{V_2 - V_1}{C_1 R} - \frac{i_L}{C_1} \quad (4)$$

Շղթայի 3-րդ հավասարումը կգրենք այսպես

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{V_1}{L} \quad (5)$$

քանի որ $V_1 = -L di_L/dt$. Նշենք, որ հավասարումների համակարգը ամբողջական է, քանի որ ունենք երեք հավասարումներ երեք անհայտներով: Ստացվում է կապված երեք ոչգծային դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգ. Ինչպես հայտնի է ոչգծային ֆիզիկայի դասընթացից, նման համակարգում պարամետրերի համապատասխան ընտրությամբ հնարավոր է ստանալ քառային ռեժիմ:

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔԸ

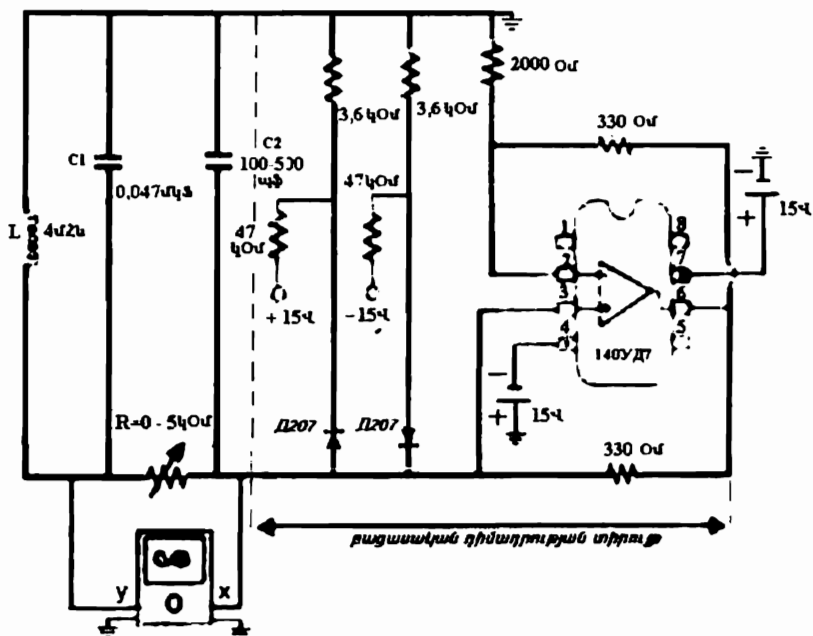
Աշխատանքի սկզբունքային սխեման պատկերված է նկ.3-ում: Շղթայում առկա երկու դիոդները ստեղծում են բացասական դիմադրության կտոր առ կտոր գծային ֆունկցիան: Այդ դիոդները գործում են որպես անջատիչներ, որոնք բացվում են, երբ ուղիղ լարումը գերազանցում է ~ 0.5 Վ: Երբ դիոդները բաց են, 3.6 կՕմ և 2 կՕմ դիմադրությունները դառնում են բացասական դիմադրության մաս: Որպես ինդուկտիվություն օգտագործված է սոլենոիդը: Այն պետք է ունենա փոքր ակտիվ դիմադրություն և 4 մՀն ինդուկտիվություն: Որպես արտաքին R փոփոխական դիմադրություն օգտագործվում է 0-5 կՕմ դիմադրությունների արկղը: Ուսումնասիրվող ազդանշանը արտաքին փոփոխական դիմադրության երկու ծայրերում եղած լարումներն են և միացվում են օսցիլոգրաֆի x և y մուտքերին:

1. Միացնել արտաքին դիմադրությունը և սնման աղբյուրները սխեմային:

2. Փուլային դիմանկարում տարօրինակ ատրակտորի կրկնակի գալարը տեսնելու համար օսցիլոգրաֆի x և y մուտքերին

միացնել R դիմադրության ծայրերը և անջատել օսցիլոգրաֆի սեփական փոման գեներատորը: Այդ մուտքերի լարումները հողակցման կետի նկատմամբ համապատասխանում են C_1 և C_2 կոնդենստորների V_1 և V_2 լարումներին:

3. Ղանդաղ փոփոխել R դիմադրության մեծությունը նրա առավելագույն արժեքից մինչև բացասական դիմադրության մոտ գտնվող կետը (մեր սխեմայում 2 կՕմ): Այդ տիրույթում փուլային դիմանկարը մեկ փակ գալարից վերածվում է կրկնակի, հետագա ամման դեպքում քառակի և այլն գալարների՝ մինչև քառասային ռեժիմի անցնելը: Այս շղթան շատ զգայուն է դիմադրության փոքր փոփոխությունների նկատմամբ: Այնպես որ պետք է զգույշ հետազոտել կրիտիկական տիրույթը: Կրկնակի գալարի ի հայտ գալը հեշտ է դիտել R դիմադրության նուրբ փոփոխման միջոցով:



Նկ.3. Լորենցի ատրակտոր ստանալու սկզբունքային սխեման

4. Երբ գտնվում եք կրկնակի զալարի տիրույթում, անջատել օս-
ցիլոգրաֆը $x - y$ ռեժիմից և միացրնել միաճառագայթային ռեժիմին:
Այս ժամանակային գրաֆիկները համապատասխանաբար նկարա-
գրում են համակարգի քվազիպարբերական և քառսային վարքը:

5. Որոշել հաճախականությունների և լարումների փոփոխման
տիրույթները:

6. Եթե ազդանշանը ծայնային հաճախությունների տիրույթում
է, (100 - 15000 Հց), ուժեղացուցչի միջոցով միացնել ելքը բարձրա-
խոսին և լսել քառսային ռեժիմին համապատասխանող աղմուկը:

7. Փորձել ստանալ նկ.1-ի ասիմետրիկ մասնակի խզված
ֆունկցիան մեծացնելով կամ փոքրացնելով սնման աղբյուրների
լարումներն առանձին-առանձին:

8. Էլեկտրոնային սպեկտրաանալիզատորի միջոցով ուսում-
նասիրել ելքային ազդանշանի սպեկտրը: Համոզվել, որ տեղի ունի
քառսի անցման պարբերության կրկնապատկման սցենարը: Ստու-
գել քառսային ռեժիմում անընդհատ սպեկտրի առաջանալը

ԼՈՂԻՍՏԱԿԱՆ ԱՐՏԱՊԱՏԿԵՐՈՒՄ

Աշխատանքի նպատակն է ծանոթանալ դետերմինացված քառսի անցման պարբերության կրկնապատկման սցենարին:

ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Բազմաթիվ համակարգերի էվոյուցիան կարող է նկարագրվել առաջին աստիճանի սովորական n դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգով.

$$\frac{d}{dt} \bar{X}(t) = \bar{F}(\bar{X}, t), \quad (1)$$

որտեղ $\bar{X}$ -ը n չափանի վեկտոր է R^n փուլային տարածությունում, իսկ $\bar{F}$ -ը այդ տարածության վրա վեկտորական դաշտը:

Հենց այդպիսի տեսք ունեն տարբեր տատանակների վարքը նկարագրող հավասարումները: Այն դեպքերում, երբ հավասարումն ավելի բարձր կարգի է, համապատասխան նշանակումով այն կարելի է հանգեցնել առաջին կարգի մի քանի հավասարումների համակարգի: Նկատենք, որ դինամիկ համակարգի վարքի նկարագրությունը դիֆերենցիալ հավասարումների օգնությամբ միակը չէ: Մի շարք դեպքերում համակարգի դինամիկան նկարագրում են վերջավոր-տարբերական հավասարումների օգնությամբ.

$$\bar{X}(t_{n+1}) = F(\bar{X}(t_n)) \quad (2)$$

կամ ավելի համառոտ $\bar{X}_{n+1} = F(\bar{X}_n)$:

Այսպիսի արտապատկերման օրինակ են բազմաթիվ խաղեր, որոնցում n վիճակից $n+1$ -ին անցումը պայմանավորված է քայլով:

Համառոտ հիշեցնենք, թե ինչպես կարող է մեկ դիֆերենցիալ հավասարումով նկարագրվող համակարգում առաջանալ արտապատկերումը կամ դիսկրետ ժամանակը: Դիտարկենք հետևյալ հավասարումը

$$\frac{dx}{dt} = f(x):$$

Ըստ սահմանման՝

$$\frac{dx}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

ուստի և

$$x(t + \Delta t) - x(t) \approx \frac{dx}{dt} \cdot \Delta t,$$

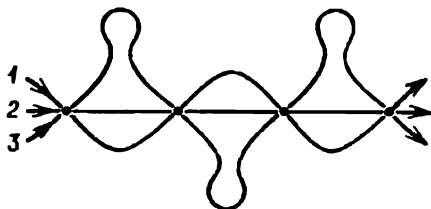
որտեղից էլ

$$x(t + \Delta t) = x(t) + f(x(t)) \cdot \Delta t$$

կամ

$$x_{k+1} \equiv f_1(x_k):$$

Այսպիսով, դիֆերենցիալ հավասարմամբ նկարագրվող հոսքը կարելի է հանգեցնել դիսկրետ ժամանակով ներկայացվող արտապատկերման: Եթե, սակայն, դինամիկ համակարգը նախապես տրված է արտապատկերմամբ, ապա միշտ չէ, որ կարելի է գտնել նրան համարժեք դիֆերենցիալ հավասարումները: Պա մասնավորապես պայմանավորված է հետևյալ հանգամանքով. եթե տրված կետերով կարելի է տանել մեկ կոր, ապա կարելի է տանել նաև անվերջ թվով այլ կորեր: Որպես օրինակ, նկ.1-ում բերված են երեք տարբեր կորեր, որոնք անցնելով միևնույն կետերով, ներկայացվում են տարբեր հավասարումներով:



Նկ. 1. 1,2,3 կորերը անցնելով նույն կետերով կարող են բավարարել տարբեր հավասարումների:

Ոչգծային ֆիզիկայում հաճախակի ուսումնասիրվում է

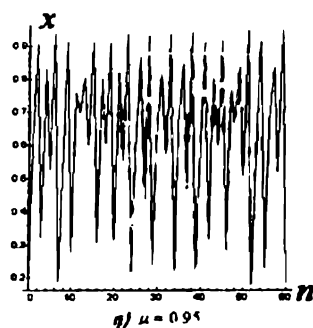
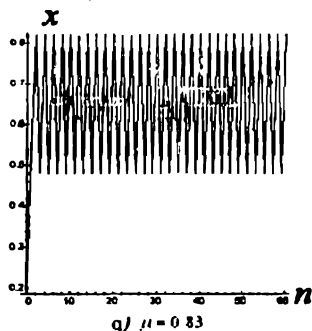
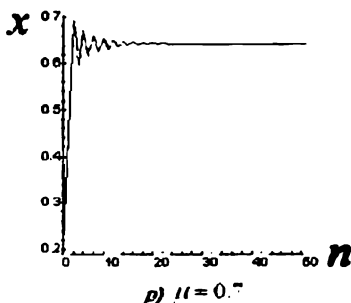
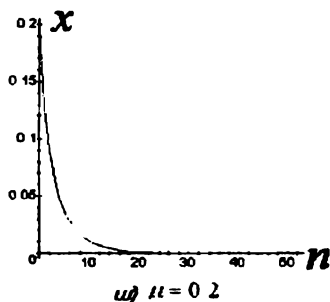
$$x_{n+1} = f(x_n) = rx_n - sx_n^2$$

տեսքի ոչ գծային միաչափ արտապատկերումներ: Այսպիսի հավասարմամբ նկարագրվող համակարգի ակնհայտ օրինակ է հետևյալը: Պատկերացնենք, առանձնացված կղզի, որը բնակեցված է միջատ-

ներով: Ամռանը նրանք ծվադրում են, իսկ սերունդը հայտնվում է հաջորդ ամռանը: Տվյալ դեպքում որպես փոփոխական հանդես է գալիս ամռանը բնակեցվածության քանակը: Հավասարման առաջին անդամը նկարագրում է միջատների քանակի բնական աճը, իսկ երկրորդ անդամը նրանց թվի սահմանափակումը պայմանավորված սննդի պակասով: Անցնելով նորմավորված մեծությունների՝ $x_n \rightarrow (r/s)x_n$, և վերանշանակելով $r = 4\mu$, ստանում ենք

$$x_{n+1} = 4\mu x_n (1 - x_n): \quad (3)$$

Այստեղ $0 \leq \mu \leq 1$: Այժմ խնդիրը հանգեցվում է այս հավասարման լուծման վարքի ուսումնասիրմանը: Մասնավորապես, հետաքրքրություն է ներկայացնում այդ լուծման կախվածությունը μ պարամետրից: (3) հավասարման թվային լուծումը μ պարամետրի տարբեր արժեքների դեպքում բերված է նկ.2-ում: Ակնառության համար հաջորդական լուծումները միացված են ուղիղներով:

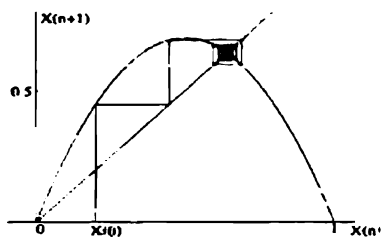


Նկ.2. Լոգիստական արտապատկերման (3) հավասարման լուծումը $x_0 = 0.2$ սկզբնական պայմանի դեպքում

Ինչպես երևում է նկարից, μ պարամետրի փոփոխման դեպքում համակարգի վարքն էապես փոխվում է՝ կայունացված լուծման գրոյական արժեքից սկսած (նկ.2ա) մինչև քաոսային վարք (նկ.2դ)։ Սասնավորապես, նկ.2բ-ում կարճ անցումային տիրույթից հետո բնակեցվածության թիվը հասնում է կայունացված արժեքի $x^* = 0.642857\dots$ ։ Նկ.2գ-ում այդ արժեքները երկուսն են՝ $x_1^* = 0.479427\dots$ և $x_2^* = 0.823603\dots$ ։ Ղա նշանակում է, որ բնակեցվածությունը կրկնվում է երկու ցիկլից հետո։ Վերջին դեպքում, ինչպես տեսնում ենք, համակարգի վարքը դառնում է քաոսային։

ԵՐԿՐԱԶԱԾԱԿԱՆ ՄԵԿՆԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

(x_n, x_{n+1}) հարթության վրա միաչափ արտապատկերման ուսումնասիրման դասական միջոցը գրաֆիկական եղանակն է՝ $x_{n+1} = f(x_n)$ ֆունկցիայի և նույնական $x_{n+1} = x_n$ արտապատկերման գրաֆիկների միջոցով։ Որպես այս մեթոդի ցուցադրման օրինակ քննարկենք ոչ գծային (3) արտապատկերումը։ Հարթության վրա նախ պատկերենք $y = 4\mu \cdot x \cdot (1-x)$ պարաբոլը, իսկ այնուհետև



*Նկ.3. Լոգիստական արտապատկերման երկրաչափական ներկայացումը.
 $\mu = 0.7; x_0 = 0.2$*

45° ուղիղ գիծը, որը համապատասխանում է $x_{n+1} = x_n$ արտապատկերմանը։ Սկսենք, օրինակ, $x_0 = 0.2$ արժեքից։ Տեղադրենք այս արժեքը (3) հավասարման մեջ և որոշենք $x_1 = f(x_0)$ արժեքը։

x_1 արժեքը երկրաչափորեն համապատասխանում է $x_0 = 0.2$ կետում կանգնեցված ուղղահայացի և պարաբոլի հատման կետին։ Հատման կետից կառուցենք

հորիզոնական ուղիղ մինչև 45° ուղղի հետ հատվելը։ Ստացված արժեքը կլինի սկզբնական արժեք նոր ցիկլի համար և այսպես շարունակ։ Նկ.3-ում պատկերված դեպքի համար ստացվում է ֆիքսված կետ $x_1^* = 0.642857\dots$, որը համապատասխանում է $x_1^* = f(x_1^*)$

արտապատկերմանը: Տվյալ դեպքում կարելի է ասել, որ ունենք ատրակտոր մեկ պարբերությամբ: Ինչպիսին էլ լինի սկզբնական x_0 արժեքը, կստացվի միշտ նույն անշարժ x_1^* արժեքը: Նկ.4-ում պատկերված է լոգիստական արտապատկերումը $\mu = 0.83$ դեպքում: Ինչպես երևում է նկարից, արտապատկերումը շատ արագ դուրս է գալիս երկպարբերական ռեժիմի (ուղղանկյան):

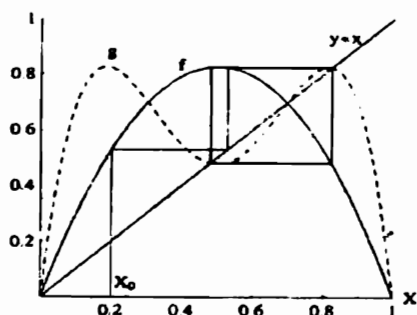
Այս իրավիճակը մաթեմատիկորեն ներկայացվում է հետևյալ տեսքի արտապատկերմամբ

$$x_2^* = f(x_1^*); x_1^* = f(x_2^*) \quad (4)$$

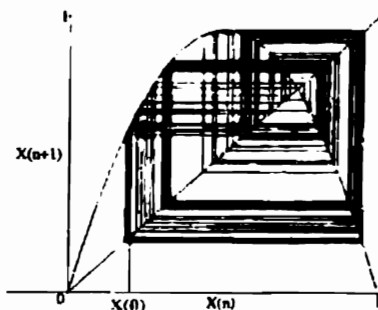
Հեշտ է տեսնել, որ x_1^*, x_2^* կետերը հանդիսանում են

$$g(x) = f(f(x)) = f^2(x) \quad (5)$$

արտապատկերման անշարժ կետեր: Այդ արտապատկերումը նույնպես ներկայացված է նկ.4-ում ընդհատ գծով: Վերջապես, նկ.5-ում պատկերված է լոգիստական արտապատկերումը $\mu = 0.95$ դեպքում:



Նկ.4. Լոգիստական արտապատկերման երկրաչափական ներկայացումը. $\mu = 0.83$; $x_0 = 0.2$



Նկ.5. Լոգիստիկական արտապատկերման երկրաչափական ներկայացումը. $\mu = 0.95$; $x_0 = 0.2$

Ինչպես տեսնում ենք համակարգի վարքում չկան անշարժ կետեր և վարքը քաոսային է:

Այժմ գտնենք μ պարամետրի այն արժեքները, որի դեպքում անշարժ կետերը կորցնում են իրենց կայունությունը: Նախ, անդրադառնանք միակ անշարժ կետին համապատասխանող արտապատկերմանը

$$x_1^* = 4\mu x_1^*(1 - x_1^*) :$$

Համապատասխան լուծումները երկուսն են. $x_1^* = 0$ և $x_1^* = 1 - 1/4\mu$: Պարզենք, թե այս լուծումներից յուրաքանչյուրը երբ է դադարում անշարժ կետ լինել. Դիտարկենք փոքր շեղում x_1^* անշարժ կետից

$$x_0 = x_1^* + \varepsilon$$

$x_1 = f(x_0)$ արտապատկերման համար: Վերածելով թելլորի շարքի՝ ստանում ենք

$$x_1 = f(x_1^*) + \varepsilon(\partial f / \partial x_0)_{x_1^*} :$$

Այստեղից

$$|x_1 - x_1^*| = |x_0 - x_1^*| \left| (\partial f / \partial x_0)_{x_1^*} \right| : \quad (6)$$

(6) արտահայտությունից հետևում է, որ, եթե $\left| (\partial f / \partial x_0)_{x_1^*} \right| < 1$, ապա $|x_1 - x_1^*| < |x_0 - x_1^*|$, ինչը նշանակում է, որ x_1^* -ը կայուն է: Դժվար չէ այս դատողություններով համոզվել, որ $x_1^* = 0$ անշարժ կետը կորցնում է կայունությունը, երբ $\mu_0 > 0,25$: Նման ծևով համոզվում ենք, որ $x_1^* = 1 - 1/4\mu$ անշարժ կետը կորցնում է իր կայունությունը, երբ $\mu_1 > 0,75$: Նման ճանապարհով կարելի է վերլուծել նաև (5) և ավելի բարձր կարգի արտապատկերումների անշարժ կետերի կայունության հարցը: Կտանանք հետևյալ աղյուսակը.

Աղյուսակ 1

Ատրակտորի պարբերությունը	μ_i -ի արժեքը
$2^0 = 1$	$\mu_1 = 0,75$
$2^1 = 2$	$\mu_2 = 0,86237$
$2^2 = 4$	$\mu_3 = 0,88602$
$2^3 = 8$	$\mu_4 = 0,89218$
...	...
$2^\infty = \infty$	$\mu_\infty = 0,892486418...$

Նկ.6-ում պատկերված է ստացիոնար լուծումների կախվածությունը μ պարամետրից.

Քառսի անցման այս սցենարը կոչվում է պարբերության կրկնապատկման կամ Ֆեյզենբաումի սցենար: Կարելի է համոզվել, որ կրկնապատկման (կամ, ինչպես ընդունված է անվանել, բիֆուրկացայի) կետերին համապատասխանող μ պարամետրի արժեքները բավարարում են հետևյալ առնչությանը



Նկ.6. Ստացիոնար լուծումների կախումը μ պարամետրից

$$\delta = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\mu_n - \mu_{n-1}}{\mu_{n-1} + \mu_n} = 4,6692016091029909....$$

Այս δ հաստատունը կոչվում է Ֆեյզենբաումի հաստատուն:

Միաչափ արտապատկերման անշարժ կետի գոյության ու կայունության վերաբերյալ այստեղ քննարկված արդյունքները ճշմարիտ են ոչ միայն ցուցադրման համար ընտրված քառակուսային ֆունկցիայի, այլ նաև ավելի ընդհանուր արտապատկերումների համար:

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑԵԸ

1. Հավաքել (3) մաթեմատիկական մոդելին համապատասխանող ծրագիր:
2. Կառուցել $x(n)$ կախվածությունը μ պարամետրի տարբեր արժեքների դեպքում:
3. Փոփոխելով առաջարկված պարամետրերը ուսումնասիրել համապատասխան գրաֆիկների վարքը:
4. Կառուցել $x(n+1)$ կախվածությունը $x(n)$ -ից μ պարամետրի տարբեր արժեքների դեպքում:
5. Կառուցել ստացիոնար լուծումների μ պարամետրից կախումը պատկերող դիագրամը.

ԵՐԶՎԱԾ ՏԱՏԱՆԱԿԻ ՀԱՐԿԱԴՐԱԿԱՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԸ

Աշխատանքի նպատակն է ծանոթանալ քառասային վարքի անցմանը պարզ մեխանիկական համակարգում:

ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Դիմամիկ համակարգ ասելով հասկանում են ցանկացած բնության օբյեկտ, որի վարքը ժամանակի ընթացքում փոխվում է համաձայն որոշակի օրինաչափության, այսինքն էվոլյուցիայի դետերմինացված օպերատորի ազդեցությամբ: Այսպիսով, *դետերմինացված* համակարգ հասկացությունը որոշակի իդեալականացման հետևանք է, երբ անտեսվում են իրական ֆիզիկական համակարգում մշտապես առկա *պատահական գործոնները*: Հետևաբար, դետերմինիստական մոտեցումը արդարացված է բոլոր այն դեպքերում, երբ պատահական ուժերի (ֆլուկտուացիաների) ազդեցությունը արհամարհելիորեն փոքր է, և նրանց վիճակագրական բնութագրերը էական դեր չեն խաղում համակարգի վարքի բնութագրման ժամանակ: Դիմամիկ համակարգերի լայն դասում առանձնահատուկ դեր են զբաղեցնում այն համակարգերը, որոնցում հնարավոր են տատանումներ (ճոճանակի տատանումները, էլեկտրական տատանումները LC կոնտուրում, ակուստիկական տատանումները, բազմաբնույթ կենսառիթմերը և այլն):

Միաչափ համակարգի վարքի նկարագրությունը կարող ենք ստանալ օգտվելով Լագրանժի հավասարումից

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = - \frac{\partial R}{\partial \dot{\theta}}: \quad (1)$$

Այստեղ $L = \dot{\theta}^2/2 - u(\theta)$ դիմամիկ համակարգի Լագրանժի ֆունկցիան է, $R = \Gamma \dot{\theta}^2/2$ դիսսիպատիվ ֆունկցիան, որը հաշվի է առնում բոլոր հնարավոր կորուստները (Γ -ն մարման գործակիցն է): Համակարգի $\theta = 0$ հավասարակշռության վիճակից փոքր շե-

դուռների դեպքում $u(\theta)$ պոտենցիալ էներգիան կարելի է վերածել թեյլորի շարքի

$$u(\theta) = u(0) + \sum_{n=1} \frac{u^{(n)}(0)}{n!} \theta^n : \quad (2)$$

Նշանակենք $u^{(n)}(0)/n! = \beta_{n-1}$ -ով: Հաշվի առնելով, որ հավասարակշռության դիրքում $u'(0) = 0$ և տեղադրելով (1) հավասարման մեջ, ստանում ենք

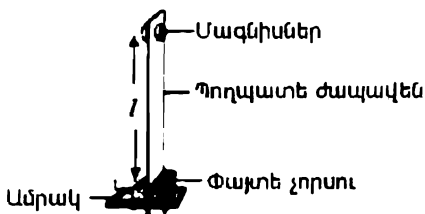
$$\ddot{\theta} + \gamma \dot{\theta} + \beta_1 \theta + \beta_2 \theta^2 + \beta_3 \theta^3 + \dots = 0 : \quad (3)$$

(3) հավասարման աջ մասում ավելացնելով նաև պարբերական արտաքին ազդեցությունը, ստանում ենք ոչ գծային ոչ ավտոնոմ դիսսիպատիվ համակարգի վարքը նկարագրող հավասարումը

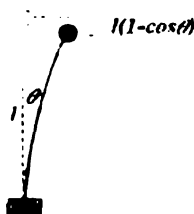
$$\ddot{\theta} + \gamma \dot{\theta} + \beta_1 \theta + \beta_2 \theta^2 + \beta_3 \theta^3 + \dots = F \cos \omega t : \quad (4)$$

Առանձնահատուկ հետաքրքրություն է ներկայացնում այն դեպքը, երբ ոչգծայնությունը խորանարդային է, այսինքն $\beta_n = 0$, երբ $n = 2$ և $n \geq 4$: Համապատասխան հավասարումն ընդունված է անվանել Դյուֆինգի հավասարում, որը հաճախ է հանդիպում տարբեր ֆիզիկական խնդիրներում: Ինչպես հայտնի է, $\beta_1 > 0$ դեպքը համապատասխանում է դրական նշանով վերադարձնող ուժին, իսկ $\beta_1 < 0$ բացասական: Վերջին դեպքը հատկապես աչքի է ընկնում, քանի որ արտաքին ներդաշնակ ուժի առկայությամբ նշված համակարգը դրոսևորում է քաոսային վարք:

Բացասական վերադարձնող ուժով համակարգի օրինակ է շրջված ճոճանակը (էյլերի սյուն), որը պատկերված է նկ.1-ում



Նկ. 1. Շրջված ճոճանակի պատկերը



Նկ. 2. Շրջված ճոճանակի տատանումները

Փոխազդեցության պոտենցիալ էներգիայի գրոյական մակարդակ ընտրենք հավասարակշռության դիրքը և համակարգը հանենք հավասարակշռության վիճակից (նկ. 2):

Քանի որ, բացի գրավիտացիոն պոտենցիալ էներգիայից, ճոճանակն ունի նաև պոդպատե ժապավենի առածգական դեֆորմացիայով պայմանավորված պոտենցիալ էներգիա, կարող ենք գրել

$$V = \frac{k\theta^2}{2} - mgl(1 - \cos\theta), \quad (5)$$

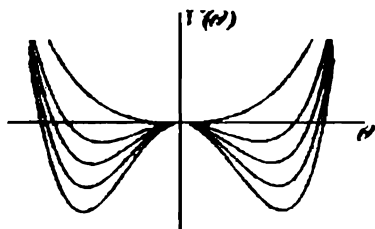
այստեղ V -ն համակարգի լրիվ պոտենցիալ էներգիան է, իսկ k -ն պոդպատե ժապավենի կոշտությունը: Համարելով θ -ն փոքր՝ վերածենք $\cos\theta$ -ն թեյլորի շարքի

$$\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2} + \frac{\theta^4}{4}, \quad (6)$$

որտեղից պոտենցիալ էներգիայի համար կստանանք

$$V = \frac{1}{2}(k - mgl)\theta^2 + \frac{1}{24}mgl \cdot \theta^4: \quad (7)$$

Հեշտ է տեսնել, որ θ^2 -ու գործակիցը կարող է լինել ինչպես



Նկ. 3. V -ի կախվածությունը θ -ից

դրական, այնպես էլ բացասական: l -ի մեծությունից կախված պոտենցիալ էներգիայի տեսքը բերված է նկ. 3-ում:

Ինչպես տեսնում ենք, $\theta = 0$ կետում գոյություն ունի պոտենցիալ էներգիայի լոկալ մաքսիմում, որը համապատասխանում է «թամբ» հավասարակշռության վիճակին:

Այժմ կարելի է ստանալ այսպիսի ճոճանակի տատանման հավասարումը: Գրենք Լագրանժի ֆունկցիան

$$L = \frac{ml^2\dot{\theta}^2}{2} - \frac{1}{2}(k - mgl)\theta^2 - \frac{mgl}{24}\theta^4 \quad (8)$$

և տեղադրենք այն Լագրանժի (1) հավասարման մեջ: Որոշակի գործողություններ կատարելուց հետո կստանանք.

$$ml^2\ddot{\theta} + 2\Gamma\dot{\theta}(k - mgl)\theta + \frac{1}{6}mgl\theta^3 = F \cos\omega t \quad (9)$$

Բաժանելով ml^2 -ու վրա, վերջնականորեն ստանում ենք.

$$\ddot{\theta} + 2 \frac{\Gamma}{ml} \dot{\theta} + \left(\frac{k}{ml^2} - \frac{g}{l} \right) \theta + \frac{1}{6} \frac{g}{l} \theta^3 = f \cos \omega t \quad (10)$$

Դժվար չէ այս հավասարումը ներկայացնել առաջին աստիճանի հավասարումների համակարգի տեսքով

$$\left. \begin{aligned} \dot{\theta} &= y \\ \dot{y} &= -\frac{\Gamma}{ml} y - \left(\frac{k}{ml^2} - \frac{g}{l} \right) \theta - \frac{1}{6} \frac{g}{l} \theta^3 + f \cos \Phi \\ \dot{\Phi} &= \omega \end{aligned} \right\} : \quad (11)$$

Պարզության համար նշանակենք

$$\alpha = \left(\frac{k}{ml^2} - \frac{g}{l} \right), \quad \gamma = \frac{\Gamma}{ml}, \quad \beta = \frac{1}{6} \frac{g}{l} :$$

Այսպիսով, անհրաժեշտ է ուսումնասիրել հավասարումների (11) համակարգի վարքը α, β, γ, f պարամետրերի տարբեր արժեքների դեպքում:

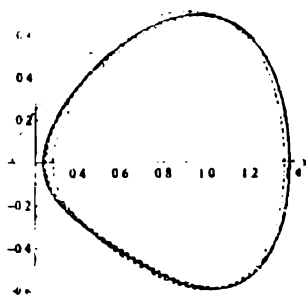
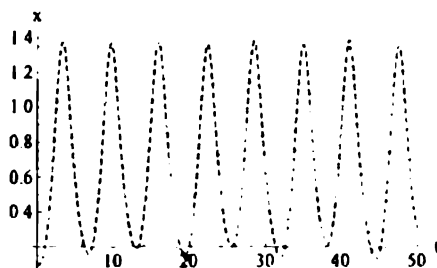
Ուսումնասիրման համար վերցնենք հետևյալ թվային արժեքները

$$\alpha = -1; \quad \gamma = 0,25; \quad \beta = 1; \quad \omega = 1$$

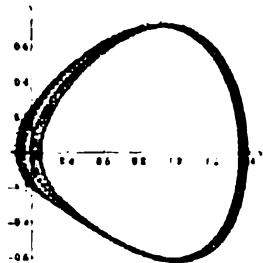
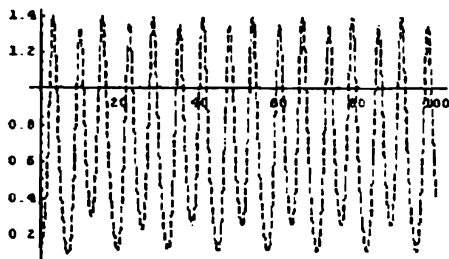
և հետևյալ սկզբնական պայմանները

$$\theta(0) = 0,09; \quad \dot{\theta}(0) = 0; \quad \Phi(0) = 0$$

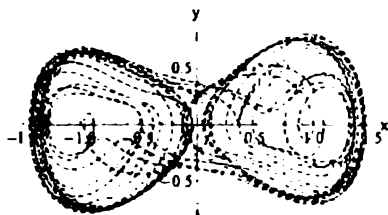
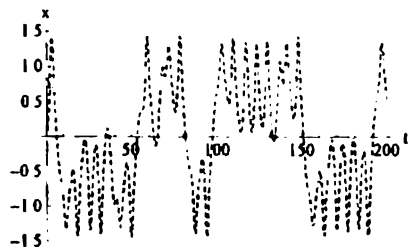
ա) $f = 0,32$ - սահմանային ջիկլ



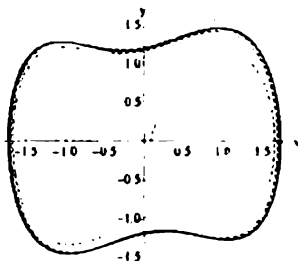
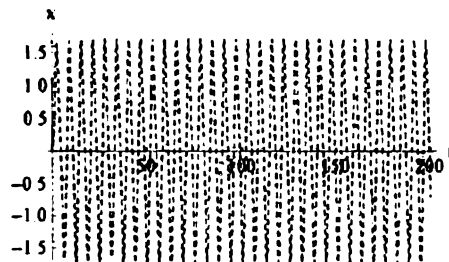
բ) $f = 0,34875$ - կրկնակի տախմանային ցիկլ



գ) $f = 0,42$ - քառու:



դ) $f = 0,85$ - անցում քառսային ռեժիմից կարգավորվածի



ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔԸ

1. Հավաքել (11) մաթեմատիկական մոդելին համապատասխանող ծրագիր:
2. Կառուցել $x(t)$ կախվածությունը f պարամետրի տարբեր արժեքների դեպքում:
3. Փոփոխելով առաջարկված պարամետրերը ուսումնասիրել համապատասխան գրաֆիկների վարքը:
4. Մեկնաբանել ստացված արդյունքները:

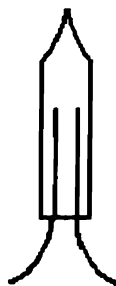
ՈՇԼԱՔՍԱՑԻՈՆ ՏՍՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՍՏԱՑՈՒՄԸ ՆԵՐՆԱՅԻՆ ԼԱՄՊԻ ՄԻՋՈՑՈՎ

Աշխատանքի նպատակն է ուսումնասիրել հաստատուն լարման աղբյուրից, նեոնային լամպից և կոնդենսատորից բաղկացած շղթայում առաջացող ռելաքսացիոն տատանումները: Աշխատանքում ռելաքսացիոն տատանումներ ստանալու համար օգտագործվում է նեոնային լամպի աշխատանքային որոշակի տիրույթում բացասական դիմադրության առաջացումը:

ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Փուլային հարթության վրա կայուն պարբերական տատանումներին (որոնք առաջանում են ավտոնոմ (ժամանակից անկախ) ուժի ազդեցությամբ) համապատասխանող փուլային դիմանկարը կոչվում է սահմանային ցիկլ (Աշխ.1): Եթե համակարգը նկարագրող փոփոխականը ժամանակի որոշակի փոքր ինտերվալում (պարբերության համեմատ) արագ է փոխվում, ապա ասում են, որ տատանակը կատարում է ռելաքսացիոն տատանումներ:

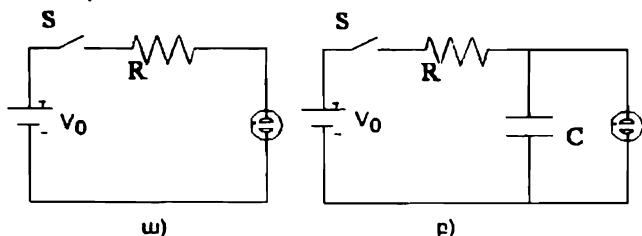
Նկ.1-ում պատկերված է նեոնային լամպի պարզագույն մոդելը՝ ~1.0 սմ երկարությամբ լամպը լարվածակում է 2 էլեկտրոդ, որոնք հեռացված են իրարից ~2 մմ-ով և լցված ցածր ճնշման նեոն գազով: Էլեկտրական դաշտն էլեկտրոդների միջև արագացնում է լամպում ինչ-ինչ պատճառով առկա էլեկտրոններին և նեոնի իոններին: Եթե էլեկտրական դաշտը բավականաչափ մեծ է, ապա էլեկտրոնները ազատ վազքի երկարության վրա ձեռք են բերում արագություն, որը բավարար է ատոմների և էլեկտրոդների հետ բախման ժամանակ նոր էլեկտրոններ պոկելու համար: Շղթայական պրոցեսը շարունակվում է մինչև համակարգի հագեցման հասնելը: Այսպիսով էլեկտրոդների միջև լարման որոշակի ցածր արժեքի դեպքում, երբ լամպը դեռ բռնկված չէ, լամպն ունենում է մեծ դիմադրություն: Բռնկման կրի-



Նկ.1. Նեոնային լամպ:

տիկական լարման V_h արժեքի դեպքում, երկրորդային էլեկտրոնների առաջացման հաշվին լամպը դառնում է հաղորդիչ: Ռա արտահայտվում է լամպի լուսարձակումով (մարմրող պարպում): Լուսարձակման ժամանակ, նրա լարումն ընկնում է ի հաշիվ հոսանքը սահմանափակող բեռի դիմադրության (նկ.2ա), որը միացված է լամպին հաջորդաբար: Հոսանքը սահմանափակող դիմադրությունը միացվում է այնպես, որ նրա մեծությունն ապահովի լամպի մարմրող պարպումը: Եթե դիմադրությունը ճիշտ է ընտրված, ապա լամպն անընդհատ լուսարձակում է, եթե դիմադրությունը շատ մեծ է այն մարում է: Եթե R դիմադրությունը շատ փոքր է, իսկ V_0 լարումը՝ մեծ, ապա հոսանքը կարող է աճել մինչև լամպի շարքից դուրս գալը:

Աշխատանքում կիրառված նեոնային լամպի սխեման պատկերված է նկ.2բ-ում: Շղթան առաջացնում է ռելաքսացիոն տատանումներ:

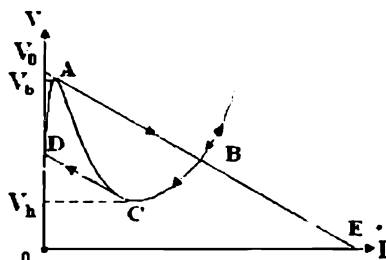


Նկ. 2. Նեոնային լամպով շղթան՝ ա) առանց C կոնդենսատորի, բ) լամպին զուգահեռ միացված C կոնդենսատորով

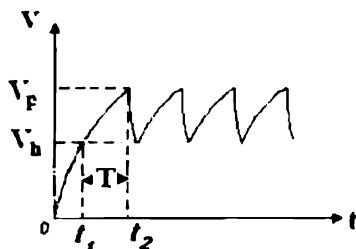
Կոնդենսատորի դանդաղ լիցքավորման պատճառը մեծ R դիմադրությունն է: Կոնդենսատորի թիթեղների վրա լարումը մեծանում է, մինչև լարումը լամպի թիթեղների վրա հասնում է V է բռնկման կրիտիկական լարմանը, և լամպը բացվում է: Այն պահից, երբ լամպը լուսարձակում է, նրա դիմադրությունը փոքրանում է, և կոնդենսատորը սկսում է լամպով արագ լիցքաթափվել: Երբ կոնդենսատորը լիցքաթափվում է, լամպի վրա լարումը փոքրանում է մինչև V_h հանգման լարումը (C -կետ), որը հավասարվում է այդ պահին կոնդենսատորի թիթեղների վրա եղած լարմանը: Այն պահից, երբ լամպը հանգում է, նրա դիմադրությունը կտրուկ աճում է: Կոնդենսատորը սկսում է լիցքավորվել և այնպիսով ստացվում է սահմանային ցիկլ (բնութագծի վրա հիսթերեզիս $ABCD$, ABE - բեռի

գիծ): Նկ. 3-ում, երբ լարումը լամպում մեծանում է 0 կետից A , լամպով հոսանք համարյա չի անցնում: V_b (բռնկման) լարմանը հասնելիս լամպը բռնկվում է, և նրա դիմադրությունը՝ կտրուկ ընկնում, լամպը դառնում է հաղորդիչ:

Դիմադրության կտրուկ փոքրացումը բերում է լամպի հոսանքի կտրուկ աճի ($A \rightarrow B$): Այնուհետև, կոնդենսատորի լիցքաթափման պատճառով ($B \rightarrow C$) լարումը ընկնում է մինչև արժեքը, որը բերում է հոսանքի փոքրացմանը: Լիցքաթափումը կատարվում է շատ արագ, քանի որ բռնկված լամպի դիմադրությունը շատ փոքր է համեմատած արտաքին դիմադրության հետ: Կոնդենսատորի լարումը V_F -ին հավասարվելիս՝ լամպը հանգում է և հոսանքը՝ փոքրանում ($C \rightarrow D$): Այսպիսով, ցիկլն ավարտվում է: Այդ պրոցեսն էապես կախված է արտաքին R դիմադրությունից (նկ.3. ABE - բեռի գիծ): Եթե R -ը փոքր է որոշակի կրիտիկական արժեքից, ապա տատանողական պրոցեսը դադարում է:



Նկ. 3. Լամպի վոլտ-ամպերային բնութագիրը և բեռի ABE գիծը: AC բացասական դիմադրության տիրույթն է:



Նկ.4. Լամպի լարման կախումը ժամանակից:

Նկ.4-ում ցույց է տրված լարման կախումը ժամանակից: Արտաքին դիմադրությունը ընտրված է այնպես, որ կոնդենսատորի

* ABE բեռի գիծը որոշվում է $V_0 = V + IR$ հավասարումով (V_0 -ն սնման աղբյուրի լարումն է, $V(I)$ -ն լամպի $OACB$ վոլտ-ամպերային բնութագիրը նկարագրող կախվածությունը): Բեռի գծի և լամպի $V(I)$ բնութագրի հատման կետը կոչվում է աշխատանքային կետ:

լիցքավորման ժամանակը լինի շատ ավելի մեծ, քան լամպով լիցքաթափման ժամանակը: Լամպի V լարման կախումը ժամանակից կարելի է ներկայացնել հետևյալ արտահայտությամբ

$$V = V_0 \left(1 - e^{-t/(RC)} \right). \quad (1)$$

(1) բանաձևում V_0 -ն աղբյուրի լարումն է: Այս բանաձևը կարող է օգտագործվել ռելաքսացիոն տատանման T պարբերությունը հաշվելիս:

Պարբերությունը՝ $T = t_2 - t_1$, հաշվվում է լուծելով (1) հավասարումը V_h և V_b լարումների համար:

$$e^{-t_1/RC} = \frac{V_0 - V_h}{V_0}: \quad (2)$$

Նկատենք, որ $t_1 = RC$ -ն կոնդենսատորի լիցքավորման ժամանակի հաստատունն է: Լոգարիթմելով երկու կողմերը գտնում ենք t_1 -ի արժեքը.

$$t_1 = -RC \ln \left| \frac{V_0 - V_h}{V_0} \right|: \quad (3)$$

Նույն ձևով, t_2 -ի համար կստանանք՝

$$t_2 = -RC \ln \left| \frac{V_0 - V_b}{V_0} \right|: \quad (4)$$

Եթե ենթադրենք, որ կոնդենսատորի լիցքավորման t_1 ժամանակը զգալիորեն մեծ է լիցքաթափման t_2 ժամանակից, քանի որ լիցքավորումն իրականացվում է R դիմադրությամբ, իսկ լիցքաթափումը՝ շատ անգամ փոքր դիմադրություն ունեցող լամպով: Այդ պատճառով կարելի է համարել, որ $T \approx t_2 - t_1$: Ուստի, պարբերության համար ստանում ենք

$$T = RC \ln \left| \frac{V_0 - V_h}{V_0 - V_b} \right|: \quad (5)$$

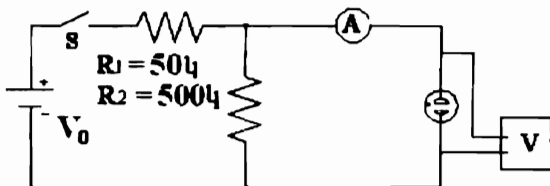
(5) արտահայտությունը ցույց է տալիս, որ ֆիքսված V_h և V_b լարումների դեպքում սնման աղբյուրի V_0 լարումը մեծացնելիս

պարբերությունը փոքրանում է, իսկ հաճախությունը՝ համապատասխանաբար, աճում:

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔԸ

ա) V_h և V_b սահմանային լարումների որոշումը:

1. Հավաքել շղթան ըստ նկ.5-ի: Օգտագործվող նեոնային լամպերն ունեն տարբեր բռնկման լարումներ՝ ընկած 120-ից 170Վ սահմաններում և համապատասխան հանգման 50-ից 70 Վ: Հաստատուն հոսանքի աղբյուրը (V_0) տալիս է առավելագույն լարում մինչև 200 Վ, դիմադրությունները 1 Վտ հզորությամբ:



Նկ.5. Շղթա V_h և V_b -ի որոշման համար:

2. Դանդաղորեն մեծացնել աղբյուրի լարումը և չափել V_b պոտենցիալը նեոնային լամպի բռնկման պահին:

3. Բռնկվելուց հետո, դանդաղորեն փոքրացնել աղբյուրի լարումը: Որոշել V_h լարումն այն պահին, երբ լամպը հանգում է: Կրկնել վերևի քայլերը 2 անգամ, ճշտության մեջ համոզվելու համար:

բ) Լարում-հոսանք կախվածության գրաֆիկի ստացումը:

1. Մեծացնել աղբյուրի լարումը մինչ լամպի բռնկվելը, նշել բռնկման V_b լարումը:

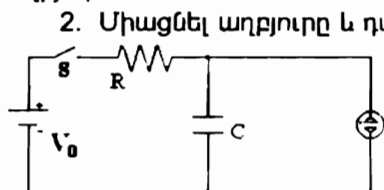
2. Մեծացնելով աղբյուրի լարումը միաժամանակ գրանցել հոսանքն ու լարումը լամպում: Տրված լարումը չափեք է գերազանցի 200 Վ:

3. Դանդաղորեն փոքրացնելով աղբյուրի լարումը՝ որոշել V_h հանգման լարումը:

4. Կառուցել լարում-հոսանք կախվածության գրաֆիկը:

գ) Ռելաքսացիոն տատանումներ:

1. Հավաքել շղթան ըստ նկ 6-ի. օգտագործելով $R = 0.5 \text{ ՄՕմ}$ և $C = 0.47 \text{ մկՖ}$ արժեքներով տարրեր և V_0 (0-200 Վ) լարմամբ սնման աղբյուր:



Նկ. 6. Ռելաքսացիոն տատանումների գեներատորի սխեման

2. Միացնել աղբյուրը և դանդաղորեն մեծացնել լարումը մինչև լամպի բռնկումը: Գրանցել հոսանքի աղբյուրի V_0 լարման արժեքը:

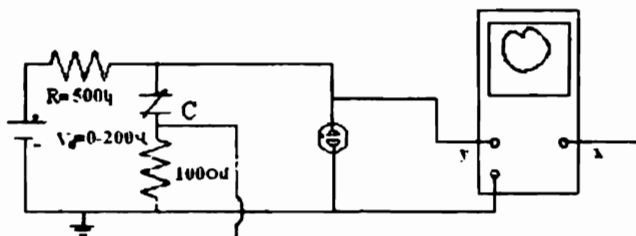
3. Վայրկենաչափի կամ օսցիլոգրաֆի օգնությամբ չափել բռնկման պարբերությունը: Դուք կարող եք ընտրել C -ի և R -ի արժեքներն այնպես, որ պարբերությունը լինի փոքր, որպեսզի հեշ-

տանա վայրկենաչափի օգնությամբ չափելը: Բարձր հաճախությունների դեպքում օգտվել օսցիլոգրաֆից:

4. Օգտվելով (5) հավասարումից և իմանալով V_0 , V_h և V_0 արժեքները՝ հաշվել պարբերությունը և համեմատել փորձնական արդյունքների հետ:

դ) Դիտել ռելաքսացիոն տատանումների փուլային դիմանկարը:

1. Հավաքել նկ. 7-ի շղթան.



Նկ. 7. Փուլային դիմանկարի ստացման սխեմա:

2. Մեծացնելով աղբյուրի V_0 լարումը մինչև լամպի բռնկումը՝ պարբերությունը հասցնել $T = 0.2$ վ:

3. Միացնել օսցիլոգրաֆի $x - y$ մուտքերը արտաքին փոման ռեժիմում (ներքին փոման գեներատորի անջատված վիճակում) և դիտել փուլային դիմանկարը:

**ԹՈՒՆԵԼԱՅԻՆ ՂԻՈՂԻ ԲԱՑԱՍԱԿԱՆ
ԴԻՄԱՂՐՈՒԹՅՈՒՆԸ**

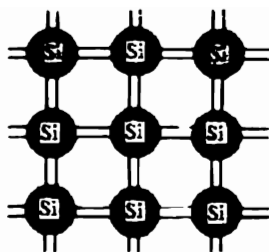
Աշխատանքի նպատակը թունելային ղիողի վոլտ-ամպերային բնութագծի փորձարարական ստացումն է: Չնայած կիսահաղորդչային էլեմենտները սկզբնապես ստեղծված են եղել գծային տիրույթում աշխատելու համար, սակայն նրանց բնորոշ է նաև ոչ գծայնությունը: Այս աշխատանքում ուսումնասիրվում է ամենահետաքրքիր ոչ գծային կիսահաղորդչային սարքերից մեկը՝ թունելային ղիողը: Նրա վոլտ-ամպերային բնութագիծն ունի բացասական դիմադրության տիրույթ: Համեմատության համար ստորև բերված է սովորական թունելային ղիողների համառոտ նկարագրությունը:

ա) Բ-Ո տիպի կիսահաղորդչային ղիողներ. Սովորական կիսահաղորդչային ղիողները (կիդ) պատրաստվում են սիլիցիումից կամ գերմանիումից, որոնք քառավալենտ են և արտաքին (վալենտական) թաղանթում ունեն 4 էլեկտրոն: Կիսահաղորդիչների սեփական հաղորդականությունը մեծացնելու համար սիլիցիումի ատոմների որոշակի քանակությունը փոխարինվում է եռավալենտ կամ հնգավալենտ ատոմներով: Նման տիպի կիսահաղորդիչներին անվանում են խառնուրդային:

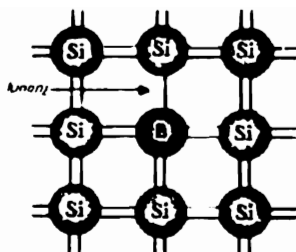
Ստորև ներկայացվող տեսական մասում բացատրվում է, թե ինչպես կարող են օգտագործվել այդ երկու խառնուրդային տարրերը երկու՝ *n* և *p* տիպի հաղորդականություն ունեցող կիսահաղորդիչներ ստեղծելու համար:

Նկ.1-ը ներկայացնում է մաքուր կիսահաղորդչի (Si^{4+}) ատոմային մոդելը:

Սիլիցիումի յուրաքանչյուր ատոմ արտաքին թաղանթում ունի չորս վալենտական էլեկտրոն, որոնք ապահովում են հարևան ատոմների հետ կովալենտ կապը: Նկ.1-ում յուրաքանչյուր ուղիղ գիծ պատկերում է այդ կապն ու կապված էլեկտրոնը: Եթե սիլիցիումի ատոմների ոչ մեծ տոկոսը փոխարինենք եռավալենտ խառնուրդային ատոմներով (ակցեպտորներով), օրինակ՝ բորով (B^{3+}), կստեղծվի ազատ կապ (խոռոչ):



Նկ. 1. Ատոմները միացնող ուղիղ գծերը պատկերում են կովալենտ (կամ զույգ էլեկտրոն) կապը

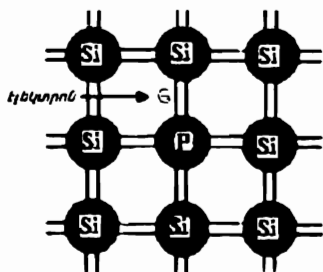


Նկ. 2. Միլիցիումին ավելացված բորի խառնուրդը առաջացնում է p -տիպի կիսահաղորդիչ

Եթե ունենք խոռոչ ստեղծող խառնուրդով կիսահաղորդիչ, ապա այն կոչվում է խոռոչային կամ p -տիպի:

Նկ.2-ում պատկերված է p -տիպի կիսահաղորդիչի սխեմատիկ պատկերը: Խոռոչները կարող են զբաղեցվել հարևան ատոմներից պոկված թափառող շարժում կատարող էլեկտրոնների կողմից: Արդյունքում ստեղծվում է այնպիսի տպավորություն, ասես բյուրեղում խոռոչն է շարժվում էլեկտրոնի հակառակ ուղղությամբ: Այդ պատճառով խոռոչների շարժումը համարվում է համարժեք դրական լիցքի շարժմանը:

Եթե Si -ում որպես խառնուրդ օգտագործված է ֆոսֆորի (դոնոր) P^{5+} հնգավալենտ ատոմ, ապա առաջանում են ազատ էլեկտրոններ: Նկ 3-ում ցույց է տրված այդպիսի խառնուրդի օրինակը:



Նկ.3. Si -ին ավելացված ֆոսֆորի խառնուրդը առաջացնում է n -տիպի կիսահաղորդիչ:

Կիսահաղորդիչի օրինակը: p -տիպի կիսահաղորդիչներում, դրական խոռոչների նման, այդ ազատ էլեկտրոնները կարող են կիսահաղորդիչի երկայնքով թափառող շարժում կատարել: Ազատ էլեկտրոններով կիսահաղորդիչը կոչվում է n -տիպի կիսահաղորդիչ: p -տիպի և n -տիպի կիսահաղորդիչային նյութերի միացությունը կոչվում է դիոդ (նկ.4): Ազատ էլեկտրոնները թափառող շարժում են կատարում n -ից դեպի p

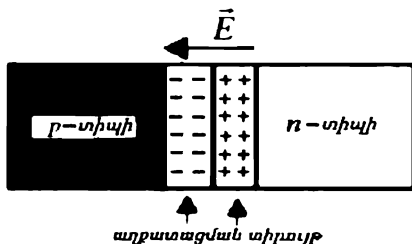
տիպի կիսահաղորդիչ և զբաղեցնում են անցմանը մոտիկ գտնվող խոռոչները: Դա քչացնում է խոռոչների թիվը անցմանը մոտիկ

գտնվող տիրույթում ու, համապատասխանաբար, փոքրացնում է վերամիաորվելու ընդունակ էլեկտրոնների թիվը:

էլեկտրոնների տեղաշարժման պատճառով p -տիպի նյութի մաքուր (սեփական) լիցքը անցման շերտին մոտ դառնում է բացասական և այդ նույն պատճառով էլ n -տիպի նյութը անցմանը մոտ տիրույթում դառնում է դրական:

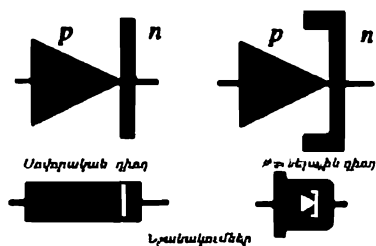
Դա առաջացնում է $\vec{E}$ էլեկտրական դաշտ, ինչպես ցույց է տրված նկ.4-ում:

Նկ.4-ից երևում է, որ այդ ստեղծված էլեկտրական դաշտի ուղղությունն այնպես է ազդում, որպեսզի խոչընդոտի էլեկտրոնների կամ խոռոչների հետագա շարժմանը անցման

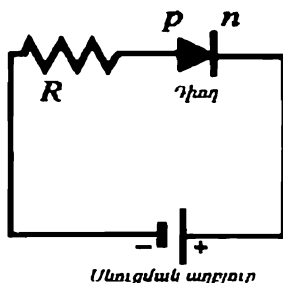


Նկ.4. Անցման տիրույթը ցույց է տալիս $p-n$ դիոդի միացումը:

շերտով: Քանի որ անցման տիրույթը և սեփական լիցքը շարունակում են աճել, էլեկտրական դաշտի լարվածությունը և պոտենցիալը մեծանում են: էլեկտրական դաշտի լարվածությունը կաճի այնքան, մինչև այն դադարեցնի անցումով էլեկտրոնների միգրացիան: Si -ի համար 0.74-ի կարգի պոտենցիալների տարբերությունը (Ge -ի համար 0.354) հանգեցնում է հավասարակշռության: Նկ.5-ում ցույց են տրված դիոդի և թունելային դիոդի սիմվոլիկ պատկերները: Դիոդի սլաքը ներկայացնում է p -տիպի նյութ (անոդ), իսկ ուղղաձիգ շերտը՝ n -կատոդ: Դիոդի պայմանական նշանի սլաքի ուղղությունը համընկնում է նրանում հոսանքի ուղիղ ուղղության հետ:

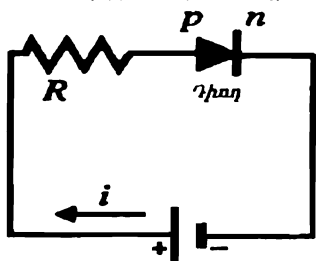


Նկ.5. Դիոդի և թունելային դիոդի նշանակումը:



Նկ.6 $p-n$ դիոդը հակադարձ միացման դեպքում

Եթե լարման աղբյուրը սովորական դիողին միացնենք այնպես, ինչպես նկ.6-ում է ցույց տրված, ապա էլեկտրական արգելակող դաշտը դիողային անցումով կաճի: Դա կբերի անցման տիրույթի մեծացմանը և ավելի կդժվարացնի այդ տիրույթով հոսանքի անցմանը: Այդպիսի դիողային շղթան անվանում են հակադարձ միացման շղթա: Հակադարձ միացման դեպքում շղթայում հոսանք չկա (կամ այն շատ փոքր է): Եթե սովորական դիողը միացված է արտաքին աղբյուրին, ինչպես նկ.7-ում, ապա ասում են, որ իրականացված է ուղիղ միացում: Ուղիղ միացման դեպքում, եթե արտաքին լարումը բավականին մեծ է (Si -ի համար մեծ է 0.7 Վ-ից, Ge -ի համար մեծ է 0.35 Վ-ից), ապա հաղթահարվում է անցման ներքին պոտենցիալը:



Անցման աղբյուր

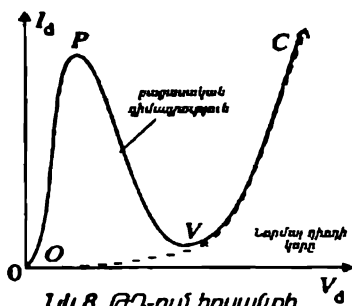
Նկ.7. $p - n$ դիողը ուղիղ միացման դեպքում:

Անցման շերտով էլեկտրոնների և խոռոչների պահպանվող հոսքը կարող է ստեղծել համեմատաբար մեծ հոսանք արտաքին շղթայում:

Նկ.7-ի համար, եթե մարտկոցը փոխարինենք փոփոխական հոսանքի աղբյուրով, ապա ստացվում է բաբախող հոսանք:

Հոսանքի ուղղումը սովորական դիողների ամենակարևոր կիրառություններից մեկն է:

բ) Թունելային դիող



Նկ.8. ԹՂ-ում հոսանքի կախվածությունը պոտենցիալների (V_d) տարբերությունից:

Չնայած թունելային դիողները պատրաստված են սովորական դիողների նման, բայց նրանք աշխատում են բոլորովին այլ ձևով և սովորաբար պատրաստում են Ge -ից (Si -ի փոխարեն): Սովորական դիողներում խառնուրդի կոնցենտրացիան կազմում է 10^{20} մ $^{-3}$: Թունելային դիողներում խառնուրդի կոնցենտրացիան 10^4 անգամ ավել է և հասնում է մինչև 10^{24} մ $^{-3}$: Մեծ կոնցենտրացիաները ավելի շատ խոռոչներ են առաջացնում, n և p տիպի կիսահաղորդիչներում: Խառնուրդն ավելացնելիս

անցման տիրույթը փոքրանում է:

Պահանջվող հոսանքը պահպանելու համար անհրաժեշտ է, որ փակող շերտը շատ անգամ փոքր լինի նորմալ դիողի համեմատությամբ: Խառնուրդի ավելացումը բերում է անցման գոտու փոքրացման 10^{-6} -ից 10^{-8} մ: Երբ անցման տիրույթն այդքան փոքր է, ուղիղ ուղղությամբ հոսանքը առաջանում է այնպիսի էլեկտրոնների կողմից, որոնք ընդունակ են կատարել քվանտամեխանիկական թունելային անցում էներգետիկ արգելքի միջով: Նկ 8-ում հոծ գծով բերված է ԹԴ-ի միջով անցնող (I_d) հոսանքի կախվածությունը պոտենցիալների (V_d) տարբերությունից. Գրաֆիկի OPV տիրույթը նկարագրում է թունելային էֆեկտը: Կետագծերով ցույց է տրված հոսանքի կախվածությունը պոտենցիալների տարբերությունից սովորական գերմանիումային դիողի համար: Կորի բացասական թեքության P -ից V տիրույթը բացասական դիմադրության տիրույթն է: Տարբեր թունելային դիողները տարբեր աշխատանքային բնութագրեր ունեն: Բայց վոլտամպերային բնութագծի որակական տեսքը համընկնում է (նկ 8):

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔԸ

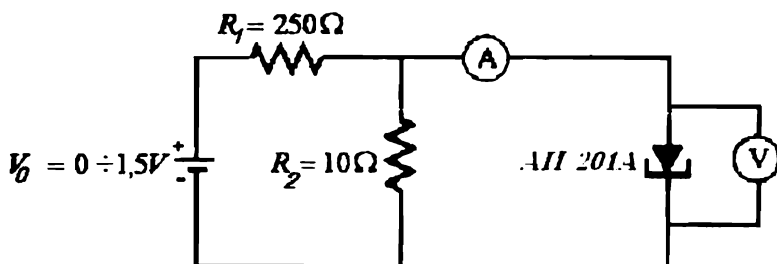
1. Նկ.9-ում տրված է թունելային դիողի վոլտ-ամպերային բնութագծի ստացման սկզբունքային սխեման: Հավաքեք այդ շղթան: Այստեղ օգտագործվում է $AH201A$ տիպի ԹԴ:

2. V_0 սնման աղբյուրի լարումը դանդաղ մեծացրեք միաժամանակ գրանցելով դիողի պոտենցիալը և նրանով անցնող հոսանքը: ԹԴ-ն հեշտությամբ է շարքից դուրս գալիս, դրա համար պետք է ուշադիր լինել և հետևել չափող սարքերի ցուցմունքներին, որպեսզի չգերազանցվի հոսանքի հանձնարարված առավելագույն արժեքը: $AH201A$ դիողի համար այն 8 մԱ է:

3. Լարման մեծացմանը զուգընթաց դիողով անցնող հոսանքը մեծանում է և հետագայում սկսում փոքրանալ: Պա համապատասխանում է բացասական դիմադրության տիրույթին:

4. Շարունակել մեծացնել սնման աղբյուրի լարումը այնքան ժամանակ, մինչև դիողն անցնի դրական դիմադրության տիրույթը չգերազանցելով հոսանքի առավելագույն արժեքը:

5. Կառուցել I_d -ի կախվածությունը V_d -ից: Պարզել, թե ինչպիսի՞ն պետք է լինի բացասական դիմադրության միջին արժեքը (կորի թեքության անկյան տանգենսը թվապես հավասար է դիմադրությանը):



Նկ.9. Թունելային դիոդի վոլտ-ամպերային բնութագրի ստացման սխեման:

6. Ո՞րն է R_1 և R_2 դիմադրությունների դերը: Գնահատել նրանց վրա լարման անկումները:

7. 10 Օմ դիմադրությունը փոխարինեք 50 Օմ-ով և կրկնեք չափումները: Բացատրել, թե ինչ է տեղի ունենում. երբ գերազանցում են կրիտիկական լարումը: Հասնելով կրիտիկական լարման արժեքին սնման լարումը դանդաղ փոքրացրել և հետևել չափվող արժեքների կտրուկ թռիչքներին: Ուսումնասիրեք հիսթերեզիսի երևույթը: Ինչու՞ դիմադրության փոփոխությունը կարող է բերել հիսթերեզիսի ընդհատման:

8. ԹՂ կորը նկարագրելով

$$I_D = A_1 V + A_2 V^2 + A_3 V^3$$

հավասարմամբ՝ որոշեք A_1 , A_2 և A_3 հաստատունների արժեքները:

9. Ենթադրելով, որ աշխատանքային կետը գտնվում է բացասական դիմադրության միջին մասում, հավասարումը կարող է ապրոքսիմացվել. ինչպես $I = -aV + bV^3$: Գտնել a -ի և b -ի արժեքները:

**ԹՈՒՆԵԱՅԻՆ ԴԻՈԴՈԿ ԻՆՔՆԱԳՐՈՄԱՆ
ԳԵՆԵՐԱՏՈՐ**

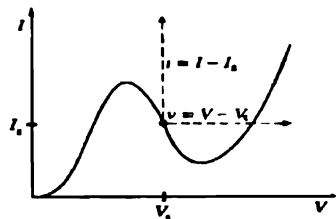
Աշխատանքի նպատակն է ուսումնասիրել Վան դեր Պոլի (ՎդՊ) հավասարմամբ նկարագրվող ինքնագրգռման գեներատորի աշխատանքը: Առանձնահատուկ ուշադրություն է դարձվում տատանումների ձևի փոփոխության՝ կախված ղեկավարվող պարամետրերից: Փորձի ընթացքում առավել հասկանալի կդառնան հետևյալ հասկացությունները՝ սահմանային ցիկլ, ինքնագրգռվող տատանումներ, ռելաքսացիոն տատանումներ և այլն:

Այս աշխատանքը թույլ է տալիս նաև, փորձի արդյունքները համեմատել տեսության հետ:

ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Այստեղ օգտագործվում է աշխատանքում 9-ում նկարագրված փորձնական աշխատանքի սխեման: Նկ.1-ում բերված է թունելային դիոդի վոլտամպերային բնութագիծը ($I - V$):

Աշխատանք 9-ում նկարագրված է, թե ինչպես ստանալ այդ կորը: $I = f(V)$ կորի հավասարումը I_S, V_S աշխատանքային կետի շրջակայքում կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով



Նկ.1. Թունելային դիոդի $I - V$ վոլտ-ամպերային բնութագիծը:

$$I = -aV + bV^3: \quad (1)$$

ԱՄ201Ա դիոդի համար որոշել a և b արժեքները:

Օգտագործելով հոսանքների և լարումների համար Կիրխոֆի օրենքը՝ կարող եք ստանալ Վան դեր Պոլի հավասարումը (Աշխ. 4)

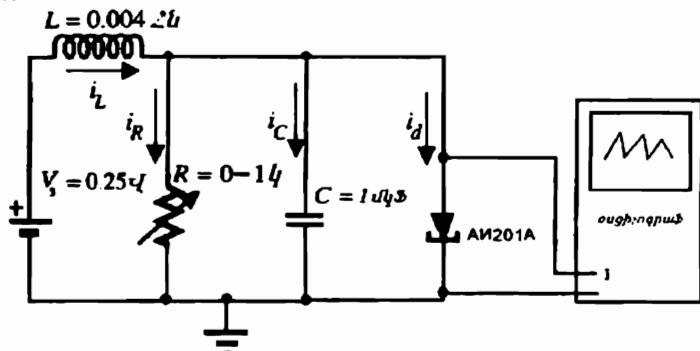
$$\ddot{V} - (\alpha - \beta I'^2) \dot{V} + \omega^2 V = 0, \quad (2)$$

որտեղ $\alpha = \frac{1}{C} \left(a - \frac{1}{R} \right)$, $\beta = \frac{3b}{C}$ և $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

R դիմադրությունը փոփոխելով կարելի է պարզել այդ պարամետրի ազդեցությունը տատանումների ձևի վրա:

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔԸ

1. Հավաքել նկ 2 -ում բերված սխեմային համապատասխանող շղթան:



Նկ.2. Չեներատորի սկզբունքային սխեման

ԹՐ-ի հիման վրա իրականացված Չեներատորում պարազիտային ունակությունները և ինդուկտիվությունները կարող են առաջացնել որոշ խնդիրներ, ուստի ցանկալի է օգտվել կարճ հաղորդալարերից: Աշխատանքում հարկավոր է իմանալ ԹՐ-ի a և b պարամետրերը: Ճշկրիտ չափումներ կատարելու համար փոփոխական R դիմադրության փոխարեն օգտագործեք դիմադրությունների արկղ:

2. Միացրել շղթան և ճշտեք աղբյուրի լարումը: R -ի արժեքը ընտրեք 50Ω :

3. Օսցիլոգրաֆի միջոցով որոշել տատանման հաճախությունը և համեմատել տեսական $\nu = 1/2\pi\sqrt{LC}$ արժեքի հետ:

4. Դանդաղ փոքրացնելով R -ը հետևել տատանումների տեսքի փոփոխմանը:

5. Պարզել R -ի փոքրացման դեպքում, հնարավոր է արդյոք կորը ապրոքսիմացնել սինուսիդով:

6. Միմյանցից շատ տարբերվող R -ի 4 արժեքների համար պատկերել տատանումների տեսքը:

7. Պարզել R -ի ի՞նչ արժեքի դեպքում են վերանում տատանումները:

8 R -ի կրիտիկականից մեծ արժեքների համար ստանալ տատանումներ: R -ի արժեքը կտրուկ իջեցրեք մինչև կրիտիկականից շատ քիչ տարբերվող արժեք: Ինչպե՞ս կփոխվի տատանման տեսքը:

9 Փորձնական ստացված արդյունքները համեմատեք համակարգչային մոդելավորման միջոցով ստացվածի հետ:

Դիտողություններ 1 կետի վերաբերյալ

ա) Սնուցման աբյուրի լարումը պետք է հաստատուն պահվի $V_s = 0,25$ Վ (ցանկալի է օգտագործել փոքր r ներքին դիմադրությամբ սնուցման աղբյուր):

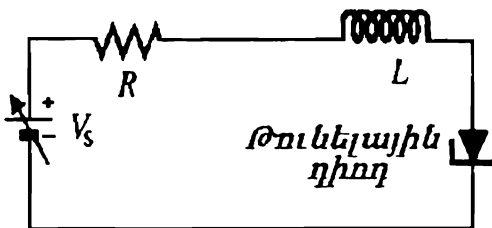
բ) Ինդուկտիվությունը պետք է ունենա փոքր ակտիվ դիմադրություն, որպեսզի R -ի արժեքը ճիշտ որոշվի: Այսպես օրինակ, կարելի է օգտագործել $0,04 \text{ Հենրի}$ և $1,0 \text{ Օմ}$ -ից փոքր դիմադրությամբ ինդուկտիվություն:

ՌԵԼԱՔՍԱՑԻՈՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՍՏԱՑՈՒՄԸ ԹՈՒՆԵԼԱՅԻՆ ԴԻՈԴԻ ՄԻՋՈՑՈՎ

Աշխատանքի նպատակն է ուսումնասիրել լարման աղբյուր, ԹՂ, ինդուկտիվություն և դիմադրություն պարունակող զենքերատորի առաջացրած ռելաքսացիոն ինքնատատանումները և տատանումների տեսքից որոշել ԹՂ բացասական դիմադրության տիրույթը:

Տ Ե Ս ՈՒ Թ Յ ՈՒ Ն

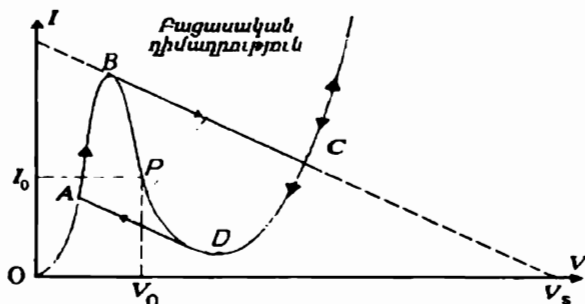
Ինքնատատանումների զենքերատորները ոչ գծային համակարգեր են, որոնք սնվելով հաստատուն էներգիայի աղբյուրից կատարում են չմարող տատանումներ: Այդ տատանումները նկարագրվում են աշխատանք 10-ի (2) բանաձևով: Կախված α և β գործակիցներից՝ տատանումներն ունենում են տարբեր բնույթ: Այն դեպքում, երբ $\alpha \gg \beta$ -ից, այդ տատանումները զգալիորեն տարբերվում են ներդաշնակից և բաժանվում են երկու տիրույթների՝ սահուն փոփոխության և կտրուկ թռիչքների: Այդպիսի տատանումները կոչվում են ռելաքսացիոն:



Նկ. 1. Ռելաքսացիոն տատանումների զենքերատորի սխեմա:

Նկ.1-ում բերված էլեկտրական շղթան օգտագործվում է ինքնամակածված տատանումների առաջացումը բացատրելու համար: Շղթայում պարամետրերը ընտրված են այնպես, որ նրա V_0 աշխատանքային կետը գտնվի թուներային դիոդի բացասական դիմադրու-

թյան անկայուն տեղամասի մեջտեղում (նկ.2-ի P կետը): Երբ սնման աղբյուրի լարումը, դանդաղ մեծացնել, հաստատուն հոսանքը աճում է այնքան ժամանակ, մինչև դիոդի միջով հոսանքը O -ից հասնի B կետին (նկ.2) (I ինդուկտիվության վրա պոտենցիալի անկումը կարելի է անտեսել, քանի որ նրա ակտիվ դիմադրությունը շատ փոքր է):



Նկ.2 Թունելային դիոդի վոլտ-ամպերային բնութագիր:

Եթե շարունակենք մեծացնել լարումը, դիոդը աշխատանքային B կետից թռիչքածն կանցնի C կետ (այստեղ B և C կետերը գտնվում են բեռի գծի՝ վրա): Եթե R դիմադրությունը մեծ է որոշակի արժեքից (BPD բացասական դիմադրության տիրույթին համապատասխանող), ապա տեղի է ունենում թռիչք B -ից C կետ: Այդ թռիչքը տեղի է ունենում շատ արագ և լարման անկումը ինդուկտիվության վրա արագ փոխում է նշանը: C կետում դիոդի լարումը փոքրանում է ինդուկտիվության վրա լարման փոփոխության չափով: Աշխատանքային կետը C -ից տեղափոխվում է D : Այդ կետում լա-

* Բեռի գիծը հաջորդական միացված դիոդի R դիմադրության և սնման աղբյուրի դեպքում որոշվում է ըստ Կիրխոֆի օրենքի, համաձայն հետևյալ բանաձևի

$$V_s = V_d + IR.$$

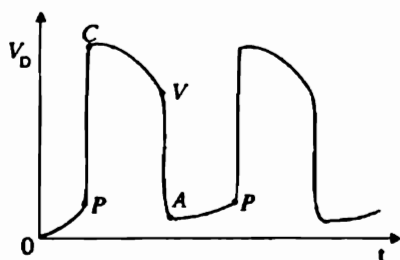
որտեղ V_s -ը սնման աղբյուրի, V_d -ը՝ դիոդի լարումն է, I -ը՝ ընդհանուր հոսանքը.

Այդ ուղղի և դիոդի ստատիկ $V_d(I)$ բնութագրի հատման կետը որոշում է աշխատանքային կետը. Հաստատուն R -ի դեպքում, եթե փոխվում է սնման լարումը BC ուղիով մնում է ինքն իրեն զուգահեռ և աշխատանքային կետը տեղաշարժվում է դիոդի ստատիկ բնութագրի վրայով

րումը, մնալով մեծ V_0 -ից, կփոքրանա ինքնամակածման պատճառով և թռիչքածն կանցնի A կետ: Համանման պատճառով A կետը տեղափոխվում է B և պրոցեսը կրկնվում է: Այս որակական բացատրության մեջ ենթադրվում է, որ ինդուկտիվությունն ունի բավականին մեծ արժեք որպեսզի հնարավոր լինի մեծ թռիչք B -ից C և D -ից A :

Փոքր L -ի դեպքում հնարավոր է, որ համակարգն աշխատի բացասական դիմադրության տիրույթում: Այդ տիրույթում փոքր տատանումները սինուսոիդալ են:

Լարման կախումը ժամանակից ցույց է տրված նկ 3-ում: Կորը բնութագրում է լաբորատոր աշխատանքում ստացվող ռելաքսացիոն տատանումները:



Նկ.3. Լարման կախումը ժամանակից ռելաքսացիոն տատանումների դեպքում:

Հարկավոր է նշել, որ ԹԴ-ի հիման վրա աշխատող շղթաները շատ մեծ դժվարությամբ են վերարտադրում նկարագրված տատանումները՝ նույն շղթայի պարագիտային (մակաբուծային) ունակության և ինդուկտիվության պատճառով: Դա բերում է մեծ դժվարությունների էլեկտրոնային շղթաներ նախագծողների համար:

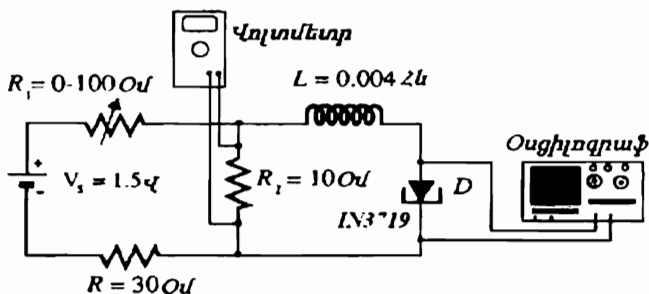
ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԿԱՏԱՐՄԱՆ ԸՆԹԱՑՔԸ

Հավաքել նկ.4-ում կամ նկ 5-ում բերված սխեմաներից որևէ մեկին համապատասխանող շղթան: Եթե օգտագործվում է երկրորդ շղթան, ապա աղբյուրի լարումը պետք է պահել հաստատուն: Սխեմաներում կարող է աշխատել ցանկացած ԹԴ, բայց խորհուրդ է տրվում օգտագործել *АН201А*:

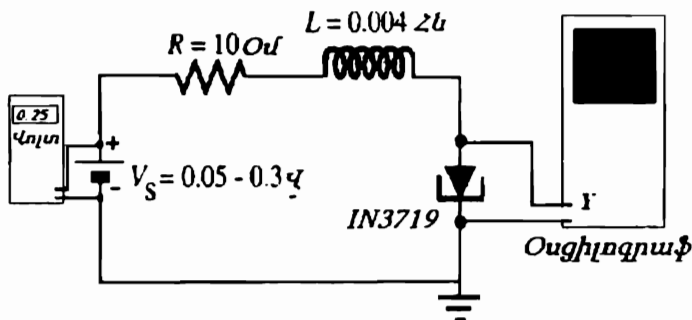
1. Եթե օգտագործվում է նկ.4-ի սխեման, ապա R փոփոխական դիմադրության կարգավորման միջոցով գտնել վոլտ-ամպերային բնութագծի բացասական դիմադրության տիրույթին համապատասխանող աշխատանքային կետը, որի դեպքում օսցիլոգրաֆի էկրանին կհայտնվի ռելաքսացիոն տատանումների նկ. 3-ին նման կորը:

2. Օսցիլոգրաֆի օգնությամբ չափել տատանումների պարբերությունը:

3. Չափել լարման արժեքները A , P , V և C կետերում: Եթե կատարել եք աշխատանք 5-ը, համեմատեք այս արժեքները նրանում ստացված արժեքների հետ:



Նկ.4 ԹԴ-ով ռելաքսացիոն տատանումների գեներացիայի շղթա:



Նկ.5 Այլընտրանքային սխեմա ռելաքսացիոն տատանումների գեներացիայի համար

4. Անջատել ինդուկտիվությունը շղթայից: Բացատրել, տեղի՞ են ունենում, արդյոք, ռելաքսացիոն տատանումներ:

ՕԳՏԱԳՈՐԾՎԱԾ ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. Լ. Ս. Ավանյան, Ռ. Ս. Հակոբյան, Յու. Ս. Զիլինգարյան: Ոչ գծային ֆիզիկայի ներածություն: ԵՊՀ հրատարակչություն: Երևան, 2006:
2. Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. М.: Мир, 1991.
3. L. Lam. Introduction to nonlinear Physics. 1997
4. R. H. Enns, G. C. Mc. Guine. Nonlinear Physics with mathematica for scientists and engineers 2001.
5. H. D. I. Abarbanel, M. I. Rabinovich, M. M. Sushchik. Introduction to nonlinear dynamics for physicists. Singapore. 1993.
6. Заславский Г. М., Сагдеев Р. С. Введение в нелинейную физику. М.: Наука, 1988.
7. В. С. Анищенко. Знакомство с нелинейной динамикой. М.: 2002
8. В. С. Анищенко, Т. В. Вадивасова. Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Изд.-во Саратовского университета, 1999.
9. В. С. Анищенко. Сложные колебания в простых системах. М.: Наука, 1990.
10. М. И Рабинович, Д. И. Трубецков. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 2003.
11. H. Goldstein, Ch. Poole, J. Safko. Classical mechanics. Third ed. Addition Wesley. Longman.2002.
12. Е. Г. Пугачева, К. Н. Соловьевко. Самоорганизация социально-экономических систем. Иркутск, БГУЭП, 2003.
13. Н. В. Карлов, Н. А. Кириченко. Колебания, волны, структуры. М. Физматлит. 2003.

Ներածություն	3
<i>Աշխատանք 1</i>	
Փուլային դիմանկար	5
<i>Աշխատանք 2</i>	
«Գիշատիչ-զոհ» համակարգի մաթեմատիկական մոդելավորում	13
<i>Աշխատանք 3</i>	
Վինի կամրջակ: Կայուն սահմանային ցիկլ	19
<i>Աշխատանք 4</i>	
Վան դեր Պոլի սահմանային ցիկլ	29
<i>Աշխատանք 5</i>	
Լորենցի ատրակտոր	34
<i>Աշխատանք 6</i>	
Լոգիստական արտապատկերում	39
<i>Աշխատանք 7</i>	
Շրջված տատանակի հարկադրական տատանումները	46
<i>Աշխատանք 8</i>	
Ռելաքսացիոն տատանումների ստացում նեոնային լամպի միջոցով	51
<i>Աշխատանք 9</i>	
Թունելային դիոդի բացասական դիմադրություն	57
<i>Աշխատանք 10</i>	
Թունելային դիոդով ինքնագրոման գեներատոր	63
<i>Աշխատանք 11</i>	
Ռելաքսացիոն տատանումների ստացումը թունելային դիոդով	66
Օգտագործված գրականության ցանկ	70