ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Մ. Գ. Աբրահամյան

ԱՍՏՂԱՅԻՆ ԴԻՆԱՄԻԿԱ

ԵՐԵՎԱՆ
ԵՊՀ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ
2015

ՀՏԴ 524
ԳՄԴ 22.6
Ա 161

Հրատարակության է երաշխավորել
ԵՊՀ ֆիզիկայի ֆակուլտետի խորհուրդը

Աբրահամյան Մ. Գ.

Ա 161 Աստղային դինամիկա, Եր., ԵՊՀ հրատ., 2015, 160 էջ:

Ձեռնարկը կազմված է Աստղային դինամիկա առարկայի ներկա ծրագրերին համապատասխան, ընդգրկում է նրա բոլոր բաժինները: Նրանում հաշվի են առնված այդ ոլորտում գրեթե բոլոր վերջին ձեռքբերումները:

Նախատեսված է մագիստրոսների, ասպիրանտների, դասախոսների համար:

ՀՏԴ 524
ԳՄԴ 22.6

ISBN 978-5-8084-1972-8

ՑԱՆԿ

Գլուխ VI. Ոչ բախումային համախմբեր: Ասրղային ուղեծրեր

Գլուխ VII. Ջինսի հավասարումները

Գլուխ VIII. Գալակտիկաների պարուրաձև կառուցվածքը

Գլուխ IX. Աստղային համախմբերի բախումներ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Աստղային համակարգը տիեզերական ձգողականությամբ միավորված աստղերի կամ այլ կետային զանգվածների խումբ է: Սրանք ըստ չափսերի և զանգվածների մեծության աճելի միջակայքում՝ շուրջ տասնչորս կարգով, փոփոխվող համախմբեր են՝ կրկնակի աստղեր, աստղակույտեր՝ 10^2-10^6 աստղերով, գալակտիկաներ՝ 10^5-10^{12} աստղերով, և հազարավոր գալակտիկաներ պարունակող հսկայական կույտեր:

Այս համախմբերի վարքը նկարագրվում է Նյուտոնյան գրավիտացիոն ուժերով և շարժման օրենքներով, որն իրականացվում է աստղաֆիզիկայի *աստղային դինամիկա* բաժնում: Վերջինս անմիջական կապ ունի երկնային մեխանիկայի, որն զբաղվում է գրավիտացիոն դաշտերում շարժման ուղեծրերի ուսումնասիրությամբ, և որ առավել կարևոր է՝ վիճակագրական մեխանիկայի հետ: Վերջապես, աստղային համախմբերի ուսումնասիրության շատ մաթեմատիկական մեթոդներ փոխ են առնվել պլազմայի ֆիզիկայից:

Նախնական կողմնորոշման համար օգտակար է ներկայացնել մեր աստղային համակարգի՝ Ծիրկաթինի կամ Գալակտիկայի բնութագրական մեծությունները և կառուցվածքը: Այն բաղկացած է չորս հիմնական տարրերից.

- 10 կպկ շառավիղ և 0.5 կպկ հաստություն ունեցող բարակ սկավառակից, որում ընդհանուր $\sim 5\cdot 10^{10} M_\odot$ ($M_\odot = 1.99\cdot 10^{33}$գ) զանգվածով $\sim 10^{11}$ աստղերը շարժվում են շրջանայինին մոտ ուղեծրերով: Արեգակը գտնվում է սկավառակի համաչափության հարթությանը մոտ՝ կենտրոնից 8 կպկ (1պկ$\simeq 3.086\cdot 10^{16}$մ) հեռավորության վրա:
- Սկավառակը պարունակում է գազ, հիմնականում ատոմական և մոլեկուլային ջրածին՝ կենտրոնացված լայն դիապազոնում փոփոխվող տարածական չափսեր և զանգվածներ ունեցող ամպերում, ինչպես նաև փոշեհատիկներից, որոնք միջաստղային նյութը օպտիկական տիրույթում դարձնում են անթափանց մի քանի կպկ հեռա-

վորությունների վրա: Ատոմական ջրածնի հիմնական մասը չեզոք է (HI): Գազը և փոշին միասին կազմում են *միջաստղային նյութը*, որը կազմում է աստղերի զանգվածի մոտ 10%-ը, հետևաբար, Գալակտիկայի դինամիկայում նրա դերը էական չէ: Սակայն այն ունի հիմնական դեր գալակտիկայի քիմիայում, քանի որ միջաստղային նյութն աստղերի առաջացման օրրանն է: Մահանալով աստղը միջաստղային նյութ է վերադարձնում քիմիապես հարուստ նյութ...: Մեր մարմիններում քիմիական տարրերի միջուկները կազմավորված են եղել հենց աստղերում…:

- Ենթադրվում է, որ սկավառակի կենտրոնում $\sim 4\cdot 10^6 M_\odot$ զանգվածով սև խոռոչ կա, որի դիրքը որոշվում է Աղեղնավորի A* (SgrA*) ռադիոաղբյուրով:
- Ըստ զանգվածի և տարածական չափսերի՝ ամենամեծ բաղադրիչը ***մութ հալոն*** է՝ կասկածելի 200 կպկ շառավղով և $\sim 10^{12}\ M_\odot$ զանգվածով: Այն, հավանաբար, բաղկացած է թույլ փոխազդող տարրական մասնիկներից, որոնց փնտրում են տարբեր լաբորատորիաներում (Gaitskell 2004): Հալոն փոխազդում է Գալակտիկայի այլ բաղադրիչների հետ միայն տիեզերական ձգողության ուժերով, հետևաբար աստղային դինամիկան կարևոր միջոց է տիեզերքի այդ խորհրդավոր տարրի ուսումնասիրության հարցում:
- Շրջանային ուղեծրով շարժման բնութագրական արագությունը ~200կմ/վ ≈ 200 պկ/Մտա[1] է: Այստեղից ստացվում է, որ արևամերձ տիրույթի աստղերը Գալակտիկայի կենտրոնի շուրջ մեկ լրիվ պտույտը կատարում են 250 Մտարում, այնպես որ Գալակտիկայի գոյության (10Գտարի) ընթացքում արդեն հասցրել են կատարել ~40 շրջապտույտ: Ելնելով դրանից, կարելի է համարել, որ Գալակտիկան ներկայումս մոտ է հավասարակշռության վիճակին: Այս ենթադրությունը կարևոր է Գալակտիկայի կառուցվածքի և կազմավորման կարևոր հարցերը պարզաբանելու համար:

---

[1] 1 մեգատարի ≡ 1Մտարի = 10^6 տարի: 1 գիգատարի ≡ 1Գտարի = 10^9 տարի:

Քանի որ արևամերձ տիրույթում աստղերի ուղեծրային պարբերությունը մի քանի միլիոն անգամ գերազանցում է ճշգրիտ աստղագիտական դիտումների ժամանակահատվածին, մենք ստիպված ենք Գալակտիկայի ուսումնասիրությունը կառուցել նրա ակնթարթային պատկերի հիման վրա: Այդ պատկերը լրացվում է աստղերի անկյունային արագությունների և նրանց սպեկտրալ գծերի դոպլերյան շեղմամբ տեսագծային արագությունների որոշմամբ: Ուրեմն, որոշ աստղերի դիրքերն ու արագությունները դիտումներով կարող են որոշվել, սակայն արագացումները՝ ոչ:

Օգտվելով այս տվյալներից՝ կարելի է գնահատել աստղի ազատ վազքի միջին երկարությունը՝ $\lambda = 1/(n\sigma)$, որտեղ n-ը աստղերի կոնցենտրացիան է, σ-ն՝ լայնական հատվածքի մակերեսը: Ընդունելով արևի տիպի աստղերի համար $\sigma = \pi(2R_\odot)^2$, որտեղ $R_\odot = 6.96\cdot10^{10}$սմ՝ արևի շառավիղն է, և մտովի համասեռ բաշխենք 10^{11} աստղերը 10 կպկ շառավիղ և 0.5կպկ հաստություն ունեցող սկավառակով, ապա կստանանք $n = 0.6$պկ$^{-3}$, հետևաբար $\lambda \cong 2\cdot10^{14}$պկ: Բախումների միջև ժամանակը λ/v կարգի է, որտեղ v-ն աստղերի հարաբերական արագությունն է: Արևամերձ տիրույթում (v~50 կմ/վ) միջբախումային ժամանակը կլինի ~$5\cdot10^{18}$տարի, այսինքն 10^8 անգամ ավելի Գալակտիկայի տարիքից: Այնպես որ այդ տիրույթում աստղերի բախումները կարող են անտեսվել: Այդ իմաստով մեր բախտը բերել է՝ մեզանից նույնիսկ հազար $R_\odot$ հեռավորությամբ որևէ աստղի անցումը կործանարար կլիներ Երկրի վրա կյանքի համար:

20-րդ դարի առաջին կեսում գալակտիկաները համարվել են մեկուսացված «տիեզերքի կղզյակներ»՝ անփոփոխ կառուցվածքով, դինամիկայով և քիմիական բաղադրությամբ, որոնք կազմավորվել են հեռավոր անցյալում և էական փոփոխություն չեն կրել իրենց գոյության ընթացքում: Այս պատկերացումների մանկամիտ լինելը առաջինը մատնանշել է ակադեմիկոս Վ.Համբարձումյանը, համաձայն որի տիեզերքն անընդհատ փոփոխվող օրգանիզմ է, որում այսօր էլ ընթանում են ակտիվության բուռն պրոցեսներ՝ ծնվում և մահանում են աստղեր և աստղային տարբեր կազմավորումներ...:

Գալակտիկաներում զանգվածեղ մութ սփռված հալոների առկայությունը պարտադրում է ընդունել, որ գալակտիկաների էվոլուցիայի հարցերում նրանց փոխազդեցությունները հարևանների հետ խիստ կարևոր են: Այսօր ձևավորվել է գալակտիկաների կազմավորման հիերարխային մոդելը, համաձայն որի՝

- Գալակտիկաների բախումները կարևոր դեր ունեն նրանց զարգացման ընթացքում և, փաստորեն, փոքր գալակտիկաների միաձուլման արդյունք են,
- Նույնիսկ ակնհայտ մեկուսացված թվացող գալակտիկաները շրջապատված են շատ ավելի մեծ մութ հալոյով, որի հեռավոր թևերը հասնում են հարևան գալակտիկաների հալոներին,
- Գազը, աստղերը, մութ նյութը անընդհատ ակրեցվում են գալակտիկաների վրա:

Գլուխ I

Դիտողական որոշ տվյալներ

1.1. Աստղեր

Աստղերի վերաբերյալ ինֆորմացիան դիտումներով ստացվում է նրանց լուսատվության և սպեկտրի միջոցով: Արեգակի միավոր ժամանակում առաքած էներգիան սպեկտրի ամբողջ տիրույթում (բոլոմետրական լուսատվություն) $L_{\odot} = 3.84 \cdot 10^{26}$վտ է: Սակայն բոլոմետրական լուսատվության որոշումը դժվար է, քանի որ Երկրի մթնոլորտն անթափանց է ալիքի երկարության որոշ տիրույթների համար: Այնպես որ աստղագիտական լուսատվությունները չափվում են ալիքի երկարության մի քանի նեղ շերտերում, ինչպիսիք են կապույտ կամ B շերտը՝ $\lambda = 450$ նմ կենտրոնով, տեսանելի V շերտը՝ $\lambda = 550$ նմ, R շերտը՝ $\lambda = 660$ նմ, համարյա ինֆրակարմիր I շերտը՝ $\lambda = 810$ նմ, ինֆրակարմիր K շերտը՝ $\lambda = 2200$ նմ կենտրոնով, բոլորը $\Delta\lambda/\lambda = 0.2$ լայնությամբ: Օրինակ՝ երկնքում ամենապայծառ Սիրիուս աստղն ունի

$$L_V = 22\ L_{\odot V};\ L_R = 15\ L_{\odot R}, \tag{1.1}$$

այն դեպքում, երբ մեզ ամենամոտ Կենտավրոսի Պրոկսիմա կարմիր թզուկը՝

$$L_V = 5.2 10^{-5}\ L_{\odot V}\ ;\ L_R = 1.7 10^{-4}\ L_{\odot R}: \tag{1.2}$$

Լուսատվությունը հաճախ արտահայտում են լոգարիթմական սանդղակով՝ սահմանելով **բացարձակ աստղային մեծությունը**՝

$$M = -2.5\lg L + \text{constant}, \tag{1.3}$$

որում հաստատունը յուրաքանչյուր շերտի համար որոշվում է կամայականորեն: Արևի համար

$$M_{\odot B} = 5.48, \qquad M_{\odot V} = 4.83, \qquad M_{\odot R} = 4.42, \tag{1.4}$$

Սիրիուսինը՝ $M_V = 1.46$, $M_R = 1.47$, Կենտավրոսի Պրոկսիմանը՝ $M_V = 15.5$, $M_R = 13.9$.

L լուսատվության աստղից լուսային հոսքը d հեռավորության վրա կլինի $f = L/(4\pi d^2)$: Այս հոսքի լոգարիթմը **աստղի տեսանելի մեծությունն է**.

$$m = M + 5\lg(d/10պկ) = -2.5\lg[L(10պկ/d)^2] + constant, \qquad (1.5)$$

ուրեմն, աստղի բացարձակ մեծությունը նրա տեսանելի մեծությունն է, եթե այն լիներ 10 պկ հեռավորության վրա: Նկատեք, որ թույլ աստղերն ունեն ավելի մեծ աստղային մեծություններ: Սիրիուսը գտնվում է (2.64 ± 0.01) պկ հեռավորության վրա և ունի $m_V = -1.43$, այն դեպքում, երբ Կենտավրոսի Պրոկսիման երկու անգամ մոտ է մեզ և ունի $m_V = 11.1$. Անզեն աչքով տեսանելի են այն աստղերը, որոնց $m_V \leq 6$, իսկ ներկայիս սարքերի գրանցման սահմանային աստղային մեծությունը $m_V \cong 29$ է: Տեսանելի m_V և m_r-ը կրճատ ներկայացվում են *V* և *R:*

m-M = 5 lg(d/10պկ) մեծությունը կոչվում է **հեռավորության մոդուլ** և ծառայում է որպես հեռավորության չափ:

Աստղի **գույնը** չափվում է λ-ի երկու տարբեր շերտերում լուսատվությունների հարաբերությամբ, օրինակ՝ L_R/L_V կամ դրան համարժեք $M_V - M_R = m_V - m_R = V - R$: Սիրիուսը ունի V - R = - 0.01 գույն, իսկ Կենտավրոսի Պրոկսիման՝ V - R = 1.67: Աստղային սպեկտրները մոտ են բացարձակ սև մարմնի ճառագայթման սպեկտրին, հետևաբար գույնը աստղի մակերևույթի ջերմաստիճանի բնութագիր է:

Մակերևույթի ջերմաստիճանի առավել ճշգրիտ չափ է էֆեկտիվ ջերմաստիճանը: Դա աստղի շառավիղն ու բոլոմետրական լուսատվությունն ունեցող բացարձակ սև մարմնի ջերմաստիճանն է: Եթե աստղի շառավիղը R է, համաձայն Ստեֆան-Բոլցմանի՝ կունենա

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^{\ 4} \qquad (1.6)$$

բոլոմետրական լուսատվություն, որում

$$\sigma = 5.670\cdot10^{-8}\ Վտ/մ^2Կ^4,$$

Ստեֆան-Բոլցմանի հաստատունն է:

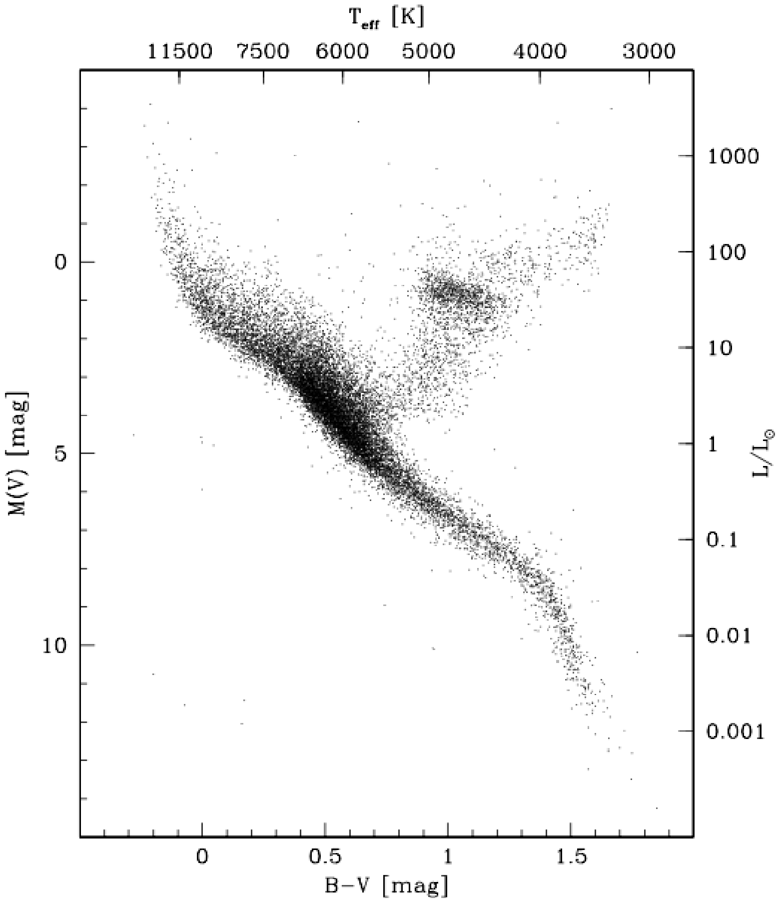
Կա աստղի մակերևույթի ջերմաստիճանի երրորդ բնութագիրը՝ աստղերի սպեկտրալ դասը, որը կազմվել է նրանց սպեկտրներում կլանման գծերի հիման վրա: Ըստ ջերմասիճանի նվազման՝ սպեկտրալ դասերը նշանակվում են O, B, A, F, G, K, M, L և T, որոնցից յուրաքանչյուրը բաժանվում է տասը ենթադասերի՝ 0, 1,... 9: Ուրեմն B0 դասի աստղը քիչ ավելի սառն է O9 դասի աստղից: Սիրիուսը A1 դասի է՝ T_{ef} = 9500 K-ով, իսկ Կենտավրոսի Պրոկսիման M5 դասի է՝ T_{ef} = 3000K: Արեգակը G2 դասի սովորական աստղ է T_{ef} = 5780 K-ով:

Ամենաջերմ աստղերի ուլտրամանուշակագույն ճառագայթումը իոնացնում է շրջակա միջաստղային գազը՝ առաջացնելով իոնացված ջրածնի ոլորտ՝ **HII տիրույթ:** Այլ գալակտիկաներում դիտվող ամենապայծառ օբյեկտները հաճախ առաքման գծերով HII տիրույթներ են և ոչ թե սովորական աստղերը, որոնք լուսարձակում են ջերմային ճառագայթմամբ:

Աստղերի կառուցվածքի, ֆիզիկական, քիմիական հատկությունների և էվոլյուցիայի վերաբերյալ մեծ տեղեկություններ է պարունակում գույն-աստղային մեծություն դիագրամը: Նրանում յուրաքանչյուր կետ համապատասխանում է աստղի կոնկրետ լուսատվության, էֆեկտիվ ջերմաստիճանի և շառավղի (տե՛ս (1.6) բանաձևը): Նախորդ դարում օգտվել են Հերցշպրունգ-Ռասելի դիագրամից, որում գույնը փոխարինված է սպեկտրալ դասով:

Աստղի դիրքը դիագրամի վրա կախված է նրա տարիքից և քիմիական բաղադրությունից: Աստղագետները հելիումից ծանր բոլոր տարրերին կոչում են «մետաղ»: Այս իմաստով աստղի քիմիական բաղադրությունը բնութագրում են $Z = m_{մետաղ}/M_{աստղ}$՝ **մետաղայնություն** մեծությամբ: Նույն կերպ որոշվում է ջրածնի և հելիումի հարաբերական պարունակությունը՝ X, Y (X+Y+Z=1): Արեգակի սկզբնական բաղադրությունը եղել է X = 0.71, Y = 0.27, Z = 0.012.

Նկ.1.1-ում բերված է Արեգակին մոտ 10^4 աստղերի գույն-աստղային մեծություն դիագրամը (Perryman և այլոք, 1995): Նրանում հըստակ ընդգծված շերտը՝ սփռված $(B-V,M_V)\simeq(0,0)$-ից $(B-V,M_V)\simeq(1.5,11)$ -ը, **գլխավոր հաջորդականության** աստղերն են, որոնք ընդերքում ջրածին են այրում: Կյանքի այս էտապում աստղի զանգվածը, ավելի քիչ Z-ը, միարժեք որոշում է ինչպես T_{ef} –ը, այնպես էլ լուսատվությունը, այնպես որ նրանց դիրքը շատ երկար անփոփոխ է



Նկ. 1.1 Գույն-աստղային մեծություն դիագրամը

մնում այդ դիագրամի վրա: Գլխավոր հաջորդականության աստղերին երբեմն կոչում են գաճաճ՝ նրանց հսկա հարևաններից տարբերելու համար: Գլխավոր հաջորդականության վրա աստղերը բաշխված են ըստ զանգվածի՝ առավել զանգվածեղները զբաղեցնում են վերին ձախ տիրույթը (մեծ պայծառություն, բարձր ջերմաստիճան, կապույտ գույն), իսկ առավել փոքր զանգված ունեցողները՝ ստորին աջ տիրույթը (փոքր պայծառություն և ջերմաստիճան, կարմիր գույն): Գլխավոր հաջորդականության ամենապայծառ և ամենաաղոտ աստղերը համապատասխանաբար ունեն $M \cong$ -2 և +12 աստղային մեծություններ և $10M_{\odot}$ и $0.2M_{\odot}$ զանգվածներ: Օբյեկտները, որոնց զանգվածները փոքր են ~0.08 $M_{\odot}$ -ից, չեն կարող ջրածին այրել իրենց ընդերքում և ճառագայթում են շնորհիվ իրենց սեղմման և սառեցման: Նման աստղերը կոչվում են **դարչնագույն թզուկներ**, որոնց պայծառությունը կախված է ինչպես զանգվածից, այնպես էլ տարիքից, այդ պատճառով չեն կազմում միապարամետրական հաջորդականություն, ինչպես նրանց զանգվածեղ եղբայրները:

Գլխավոր հաջորդականության վերին վերջույթի պայծառ և զանգվածեղ աստղերը արագ սպառում են իրենց ընդերքում ջրածինը և չեն մնում այդ դիրքերում երկար (<100Մտարի՝ M_V = -2 աստղերի համար), այն դեպքում, երբ ավելի ստորին դիրք զբաղեցնողները կարող են կայուն այրել ընդերքի ջրածինը շատ ավելի երկար, քան ներկայիս տիեզերքի տարիքն է: Օրինակ՝ Արեգակը դեռ 10 գիգատարի կարող է մնալ իր անփոփոխ դիրքում:

Դիագրամը (B-V, M_V) $\cong$ (0, 12) կետի շուրջ պարունակում է աղոտ կապույտ աստղերի խումբ: Դրանք **սպիտակ թզուկներն** են, որոնք սպառել են ընդերքի վառելիքը և այժմ սառելով հետզհետե դառնում են անտեսանելի: Սրանք ունեն շատ փոքր՝ $10^{-2}R_{\odot}$ շառավիղ և այնքան խիտ են, որ էլեկտրոնային գազը նրանցում այլասերված է. նրանց գրավիտացիոն սեղմմանը դիմակայում է ոչ թե ջերմային, այլ էլեկտրոնային գազի ճնշումը:

Դիագրամը պարունակում է գլխավոր հաջորդականությունից դեպի վեր ու աջ ճյուղավորված և (B-V, M_V) $\cong$ (0.3, 4) - ից (B-V, M_V) $\cong$ (1.5,-1) տիրույթում սփռված **կարմիր հսկաների** դասը, որոնք վաղուց սպառել են ընդերքի ջրածինը և այժմ այրում են հելիումային միջուկի շրջակա ոլորտում պարունակվող ջրածինը: Սրանք անհամեմատ խոշոր են գլխավոր հաջորդականության աստղերից: Հսկաների ճյուղի կատարում աստղերի շառավիղը ավելի քան երկու կարգով գերազանցում է արեգակի շառավիղը ($R > 100R_{\odot}$): Ի տարբերություն գլխավոր հաջորդականության, որում աստղերի դիրքերը գործնականորեն անփոփոխ են, կարմիր հսկաների ճյուղն էվոլյուցիոն հաջորդականություն է: Արևի տիպի աստղերը գլխավոր հաջորդականությունից բարձրանում են հսկաների ճյուղ և հասնում նրա կատար մոտավորապես մեկ գիգատարում:

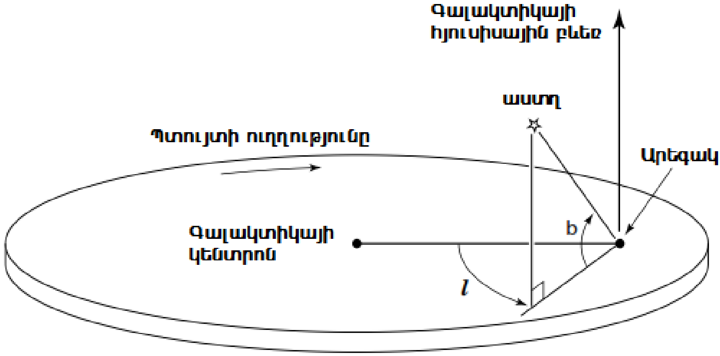
Կարմիր հսկաների ճյուղի միջին մասում (B-V, M_V) ≅ (1, 1), նկատելի է **կարմիր խտացում** կոչվող աստղերի խումբը, որոնք արդեն եղել են հսկաների ճյուղի կատարին և իջել են ցած: Նրանք արդեն այրում են ընդերքի հելիումը:

1.2. Գալակտիկա

Պարզ գիշերներին երկնակամարում դիտվում է աղոտ լուսատուների մի հսկա շերտ՝ Ծիր Կաթինը՝ մեր Գալակտիկան: Այդ սկավառակի համաչափության հարթությունը կոչվում է Գալակտիկայի հասարակած, որի հետ կապում են գալակտիկական (ℓ, b) կոորդինատները, որտեղ ℓ-ը երկայնությունն է, b-ն՝ լայնությունը: Սա արեվակենտրոն համակարգ է: Գալակտիկայի կենտրոնի ուղղությունը տրվում է (0,0) կոորդինատներով, իսկ բևեռներինը՝ (0,±90) (տե՛ս նկարը): Արեգակի հեռավորությունը Գալակտիկայի կենտրոնից R_0 = (8.0 ±0.5) կպկ է: Գալակտիկայում աստղերը հիմնականում կենտրոնացված են սկավառակում, որում աստղերի բաշխման մի բնութագիր է մակերևութային պայծառությունը՝ միավոր ժամանակում սկավառակի միավոր մակերեսից արձակվող լուսային էներգիան: Դիտումներից պարզվել է, որ այն շառավիղից ունի էքսպոնենտային կախում.

$$I(R) = I_d \exp(-r/R_d): \tag{1.7}$$

Սկավառակի R_d մասշտաբը դժվար է չափել Գալակտիկայի համար: Ներկայումս այն գնահատվում է 2-3 կպկ: Ուրեմն Արեգակը ավելի հեռու է Գալակտիկայի կենտրոնից, քան սկավառակի աստղերի 75-90%-ը: Աստղերի խտացումը Գալակտիկայի կենտրոնի շուրջ անզեն աչքով նշմարելի չէ միջաստղային փոշու կլանման պատճառով: Սակայն ինֆրակարմիր տիրույթում կլանումը չնչին է, և հստակ երևում է Աղեղնավոր (Sgr) համաստեղության ուղղությամբ ճառագայթման խտացումը: Ի տարբերություն դրա՝ Գալակտիկան թափանցիկ է բևեռների ուղղությամբ, որը հեշտացնում է արտագալակտիկ դիտումները:



Սկավառակի աստղերը Գալակտիկայի կենտրոնի շուրջ շարժվում են գրեթե շրջանային ուղեծրերով: Գալակտիկայի հասարակածային հարթության մեջ աստղի r շառավիղով շրջանային շարժման արագությունը նշանակում են $v_c(r)$, իսկ այդ կախվածությունն արտահայտող գրաֆիկը՝ **պտտման կոր**: Արեգակնային ուղեծրի շառավղով շրջանային շարժման արագությունը հավասար է

$$v_0 = v_c(r_0) = (220 \pm 20) \text{ կմ/վ}: \qquad (1.8)$$

Եթե Sgr A*-ն իրոք համընկնում է Գալակտիկայի կենտրոնի ենթադրյալ սև խոռոչի հետ, և եթե այն դադարի վիճակում է, ապա Արեգակի անկյունային արագության համար ստացվում է v_0/r_0 = (236± 1) կմ/վ/ (8 կպկ) (Reid & Brunthaler 2004):

Դադարի տեղական ստանդարտը՝ ԴՏՍ, Արեգակի հետ Գալակտիկայի պտույտի ուղղությամբ (1.8) արագությամբ շարժվող իներցիալ համակարգ է: Քանի որ արևամերձ տիրույթի աստղերը շարժվում են շրջանայինին մոտ ուղեծրերով, ապա ԴՏՍ-ի նկատմամբ նրանց արագությունները անհամեմատ փոքր են v_0-ից: Օրինակ՝ Արեգակի արագությունը ԴՏՍ-ի նկատմամբ հավասար է

$$13.4 կմ/վ`\ \ell = 28^{o},\ b = 32^{o}$$ ուղղությամբ: (1.9)

Սկավառակի տարեց աստղերի միջին քառակուսային արագությունը ԴՏՍ-ի նկատմամբ 50կմ/վ է, որը նույնպես փոքր է v_0-ից:

Ուղղաձիգ ուղղությամբ աստղերի խտությունը տվյալ R շառավղում նվազում է

$$\rho\ (R, z) = \rho\ (R, 0)\ \exp\ \{-|z|/z_d(R)\} \qquad (1.10)$$

օրենքով, որտեղ $z_d(R)$ -ը բարձրության մասշտաբն է: Գալակտիկայի սկավառակի $z_d(R)$ հաստությունը կախված է աստղերի տարիքից: Ավելի մեծ տարիքի աստղերի համար այն մեծ է: Արևամերձ տիրույթում z_d< 100պկ երիտասարդ O և B աստղերի համար, և $z_d \cong$ 300պկ՝ 10 գիգատարի տարիքով աստղերի համար, որոնք սկավառակի աստղերի մեծ մասն են կազմում:

Սկավառակը ներկայացվում է որպես երկու տարբեր աստղային բնակչություն ունեցող **բարակ** (z_d $\cong$ 300պկ) և **հաստ** (z_d $\cong$ 1կպկ) սկավառակների վերադրում: Հաստ սկավառակի աստղերը շատ ավելի ծեր են և ունեն ավելի ցածր մետաղայնություն: Նրա զանգվածի մակերևութային խտությունը բարակ սկավառակի խտության ընդամենը 7%-ն է կազմում:

Արևամերձ տիրույթում սկավառակի զանգվածի մակերևութային լրիվ խտության համար դիտումներից ստացվում է (49±6) $M_\odot$/պկ^2, իսկ աստղերի շարժման դինամիկայի ուսումնասիրություններից՝ (74±6) $M_\odot$/պկ^2 արժեքը (Flynn et al, 2006): Տարբերությունը՝ (25±9) $M_\odot$/պկ^2, մութ նյութի հավանական ներդրումն է:

Աստղային համակարգերը հաճախ բնութագրում են Υ= զանգված /լուսատվություն հարաբերությամբ, որը չափվում է $\Upsilon_\odot = M_\odot/L_\odot$ միավորներով: Արևամերձ տիրույթում $\Upsilon_R \cong 2\Upsilon_\odot$:

Գալակտիկայի կենտրոնական տիրույթում դիտվում է **բալջ** կոչվող աստղային ենթահամակարգը՝ համեմատաբար ավելի փոքր, սկավառակից ավելի հաստ, ամորֆ աստղային կազմավորում, որը տալիս է Գալակտիկայի ընդհանուր պայծառության ~15%-ը: Բալջի աստղերի կինեմատիկան, քիմիական բաղադրությունը, հետևաբար էվոլյուցիոն պատմությունը էապես տարբեր են արևամերձ սկավառակի աստղերից: Ենթադրվում է, որ բալջն առաջացել է Գալակտիկայի կազմավորման փուլում, այն դեպքում, երբ սկավառակի աստղերն ունեն տարիքային հսկայական դիապազոն, ընդ որում՝ նրանում աստղառաջացումը շարունակվում է նաև այսօր: Ի տարբերություն սկավառակի շրջանայինին մոտ ուղեծրերով շարժվող աստղերի, որոնց միջին քառակուսային արագությունները (ՄՔԱ) չեն գերազանցում 50 կմ/վ-ը, բալջի աստղերի արագությունների վեկտորները կողմնորոշված են անկանոն և ունեն ≅150 կմ/վ ՄՔԱ, լայն դիապազոն, միջինում 0.4$Z_{\odot}$, մետաղայնություն, որը էապես փոքր է արևամերձ երիտասարդ աստղերի միջին Z-ից (Zoccali 2004):

Դիտումները պարզել են, որ բալջը եռառանցք է՝ Գալակտիկայի հարթության մեջ կիսառանցքների 3:1 հարաբերությամբ, ընդ որում՝ այդ եռառանցք կառուցվածքը սփռվում է կենտրոնից մինչև 3 կպկ հեռավորությունը: Եռառանցք լինելու պատճառով նրան երբեմն «ձողիկ» են անվանում: Այնպես որ Գալակտիկան ձողիկավոր տիպի է:

Գալակտիկայի աստղերի շուրջ 1%-ը ծեր բնակչություն և ցածր մետաղայնություն (միջինում ~0.02$Z_{\odot}$) ունեցող **աստղային հալոյում** է: Խտության բաշխումը համարյա գնդային է՝ շառավիղից $\rho \propto r^{-3}$ կախվածությամբ, զոնե 50 կպկ-ից դուրս տիրույթում: Գնդային աստղակույտերը աստղային հալոյի բնակիչներ են: Ցածր մետաղայնությունը հուշում է, որ աստղային հալոն նոր կազմավորվող Գալակտիկայի առաջին բաղադրիչներից է:

Գալակտիկայի առավել խորհրդավոր բաղադրիչ է **մութ հալոն**: Առայժմ աղոտ պատկերացում ունենք նրա կառուցվածքի, ձևի, զանգվածի և տեղական խտության վերաբերյալ: Մութ նյութի բնույթի վերաբերյալ կան տարբեր առաջարկներ: Դրանցից առավել հետաքրքիր են.

ա) հիպոթետիկ չեզոք, թույլ փոխազդող զանգվածեղ (100ԳէՎ) տարրական մասնիկները՝ WIMPs (weakly interacting massive particles), կամ էլեկտրոնից անհամեմատ թեթև (մինչև 10ՄէՎ զանգվածով), ավելի էկզոտիկ հիպոթետիկ *ակսիոններ*, բ) ՄԱՉՈ անվանումը ստացած որոշ մակրոսկոպիկ օբյեկտները, ինչպիսիք են նեյտրոնային աստղերն ու սև խոռոչները…: Սակայն գրավիտացիոն լինզավորման դիտումները մերժում են դրանց գերակշռող լինելը մութ հալոյում, գոնե զանգվածի 10^{-7}-30$M_{\odot}$ տիրույթում (Alcock et al. 2001; Tisserand et al. 2007):

Ներկայումս հիմնական թեկնածուն WIMPs-ն է, որը, ի տարբերություն սովորական նյութի՝ աստղեր, միջաստղային նյութ, մաչո …, որոնց զանգվածն ունի բարիոնային բնույթ, **ոչ բարիոնային է**:

Հարթ համակարգերի կազմավորումը, ինչպիսիք են արեգակնային համակարգը կամ Գալակտիկայի սկավառակը, պահանջում է դիսիպացիա, որը նվազեցնում է մեխանիկական էներգիան, բայց անփոփոխ է թողնում անկյունային մոմենտը: Դրա շնորհիվ գնդային համակարգերը արագ վերածվում են բարակ սկավառակների: Քանի որ WIMPs-ը չի կարող դիսիպացնել էներգիա, ապա պետք է սպասել, որ մութ նյութի բաշխումը մոտավորապես գնդային է: Սակայն մութ հալոյի կազմավորման թվային հաշվարկները տալիս են կիսառանցքների 0.4, 0.6 հարաբերության եռառանցքություն: Կան նաև դա հաստատող դիտողական թույլ փաստարկներ:

Մութ հալոյի լրիվ զանգվածի և չափսերի վերաբերյալ տեղեկանում ենք հեռավոր գնդային աստղակույտերի և արբանյակ գալակտիկաների կինեմատիկայից: Այս կերպ ստացվել է (Wilkinson & Evans 1999)

$$M_{մութ\ հալո}\,(r < 100\ \text{կպկ}) = (5\text{-}10)\cdot 10^{11}\ M_{\odot}: \qquad (1.12)$$

1.3. Այլ գալակտիկաներ

Մեզ ամենամոտն է **Աղեղնավորի գաճաճ գալակտիկան**, որն ունի $L \cong 2\cdot 10^7 L_\odot$ պայծառություն և գտնըվում է Գալակտիկայի կենտրոնի հակառակ կողմում, կենտրոնից 16 կպկ հեռավորութան վրա: Այն, ծածկըված լինելով բալջի խիտ աստղերով, հայտնաբերվել է միայն 1994-ին: Նրա ուղեծիրը այնքան է մոտենում Գալակտիկայի կենտրոնին, որ մակընթացային ուժերի ազդեցությամբ այն աստիճանաբար քայքայվում է:

Աղեղնավորի գաճաճը

Մագելանի մեծ ամպը

Մագելանի փոքր ամպը

Հաջորդ մոտ հարևանը **Մագելանի մեծ ամպն** է՝ ՄՄԱ, որը թեև մոտ 50 անգամ պայծառ է Աղեղնավորի գաճաճից, այնուհանդերձ համեստ գալակտիկա է: Արեգակից այն 45-50 կպկ հեռավորության վրա է և անզեն աչքով տեսանելի է հարավային կիսագնդից: Այն հսկա լաբորատորիա է աստղերի և միջաստղային նյութի հատկությունների ուսումնասիրության համար: Նրանից 20°-ով շեղված և 20%-ով հեռու է **Մագելանի փոքր ամպը**՝ ՄՓԱ, որի պայծառությունը ՄՄԱ-ի պայծառության 20%-ն է կազմում: Հավանաբար դրանք նախկինում զույգ են կազմել, որն այժմ քանդվել է Գալակտիկայի մակընթացային ուժերով:

Մեզ ամենամոտ սկավառակային գալակտիկան **Անդրոմեդան** է՝ **M31**, որը 10 անգամ հեռու է, քան ՄՄԱ-ն ($d \cong 740$ կպկ), և շուրջ 10 անգամ պայծառ ($L = 4 \cdot 10^{10}\ L_{\odot}$):

Անդրոմեդա M31

Գալակտիկան մեկն է $\sim 10^9$ գալակտիկաներից, որոնք սփռված են մինչև մի քանի հազար Մպկ տիրույթներում: Դրանց հեռավորությունների որոշումը խիստ կարևոր է արտագալակտիկ աստղագիտության համար: Այստեղ նշենք միայն, որ տիեզերքում, որը մեծ մասշտաբներում համասեռ է և իզոտրոպ, գործում է Հաբլի օրենքը՝

$$v = H_0 r, \qquad (1.13)$$

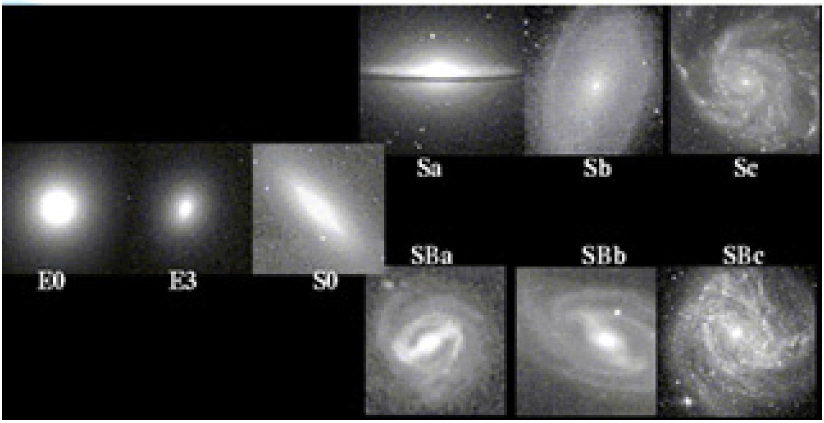
որտեղ v-ն իրարից մեծ r հեռավորության վրա երկու գալակտիկաների հարաբերական արագությունն է, H-ը՝ Հաբլի հաստատունը: Այն ներկայացվում է այսպես (Spergel et al. 2007).

$$H_0 \cong 70\ h_7 \text{ կմ/վ·Մպկ}, \quad 1/H_0 = 13.97\ h_7^{-1} \text{ Գտարի:} \qquad (1.14)$$

Այստեղ h_7-ը անչափ պարամետր է, որը 10% ճշտությամբ հավասար է մեկի: Այս հաստատունի ցանկացած փոփոխություն առաջացնում է տիեզերքի մասշտաբների փոփոխում՝ ազդելով առանձին գալակտիկաների միջին բնութագրերի վրա: Օրինակ՝ գալակտիկաների միջին խտությունը փոխվում է h_7^3 անգամ, լուսատվությունը՝ h_7^{-2}:

Համաձայն Հաբլի դասակարգման՝ գալակտիկաները բաժանվում են չորս տիպերի՝ **էլիպսական, պարուրաձև, ոսպնաձև, անկանոն**:

Էլիպսական գալակտիկաները ամորֆ աստղային համակարգեր են՝ առանց սառը միջաստղային նյութի և աստղային սկավառակի: M87-ը դրանց դասական օրինակն է: Սրանց մեծ մասի աստղերը տիեզերքի տարիքի են: Պայծառ էլիպտիկները նոսր գալակտիկ տիրույթներում կազմում են մոտ 10%, իսկ գալակտիկաների խիտ կույտերում՝ 40%: Նրանց իզոֆոտները համակենտրոն էլիպսներ են՝ կիսառանցք-



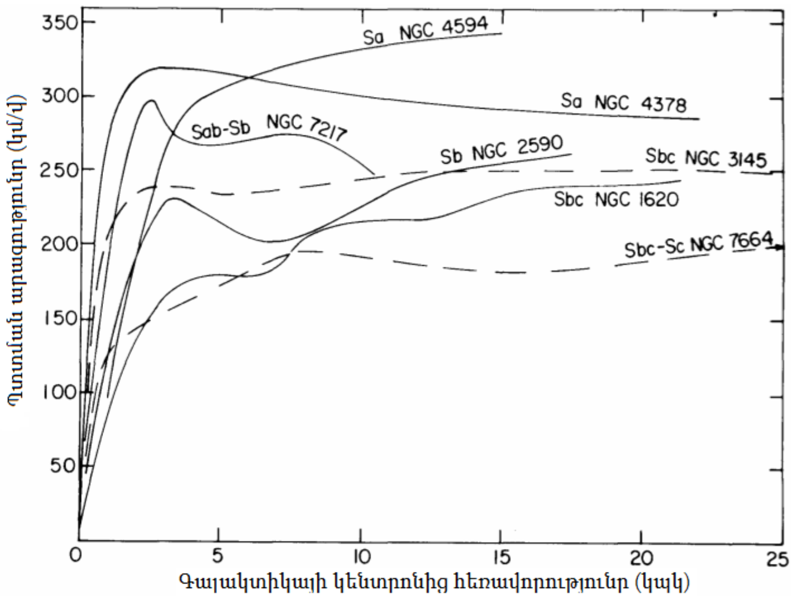
ների 1-0.3 միջակայքում փոխվող *b/a* հարաբերությամբ: Հաբլի նշանակմամբ՝ E0,E1,…,E7, որտեղ En-ում n=10(1 - *b/a*): Նրանց մեջ կան թե՛ սֆերոիդներ (հիմնականում տափակ, քան ձգված), թե՛ եռառանցք էլիպսոիդներ (օրինակ՝ NGC5128):

Ամենապայծառ էլիպտիկները, նույնիսկ եթե ունեն մեծ սեղմվածություն, չեն պտտվում, այնինչ նվազ լուսատվության էլիպտիկների սեղմվածության չափը կոռելացված է պտույտի հետ (Faber et al. 1997): Գալակտիկաները աստղերի պես կարող են կազմավորել գրավիտացիոն կապված համախմբեր՝ **խմբեր** կամ **կույտեր**: Պարզվում է՝ տիեզերքի ամենապայծառ և խոշոր E գալակտիկաները գտնվում են հենց նման կույտերում, զբաղեցնում են նրանց կենտրոնները, անշարժ են, և, որպես կանոն, շրջապատված են թույլ աստղերից բաղկացած հալոյով, որը սփռվում է 1 Մպկ-ից մեծ հեռավորություններ: Սրանք կոչվում են **cD գալակտիկաներ** կամ կույտի ամենապայծառ գալակտիկաներ:

Ամենանվաղ էլիպտիկները նույնպես անսովոր հատկություններ են դրսևորում: $10^9 L_\odot$-ից փոքր լուսատվության տիրույթում նշմարվում են **գաճաճ սֆերոիդային գալակտիկաները,** որոնց մակերևութային պայծառությունները թեև շատ փոքր են սովորական էլիպտիկներից, սակայն ունեն անհամեմատ գերազանցող էֆեկտիվ շառավիղներ: Մեր Գալակտիկայի 200 կպկ շառավղով շրջակայքում գրանցված են շուրջ 20 գաճաճ սֆերոիդային գալակտիկաներ (ենթադրվող քանակը` 50-100, Belokurov et al. 2007), որոնք հավանաբար մեր արբանյակներն են: Նրանց լուսատվությունները ընկած են $2\cdot10^7$-ից $\leq10^4$ $L_\odot$ միջակայքում, իսկ որոշներում մութ նյութի զանգվածը գերազանցում է տեսանելի զանգվածին:

Պայծառ, մեկուսացված էլիպտիկները պարունակում են մութ հալո, որն իր չափսերով (~300 կպկ) ու զանգվածով անհամեմատ (մոտ մի կարգով) գերազանցում է աստղային համակարգին, որին շրջապատում է:

Պարուրաձև գալակտիկաներ: Սրանց գազով և փոշով հարուստ աստղային սկավառակներում դիտվում են պարուրաթևեր, որոնցում անընդհատ առաջանում են աստղեր: Չեզոք ջրածնի 21սմ ճառագայթման դիտումներով ստացված պայծառ պարուրաձև գալակտիկաների $v_c(R)$ պտտման կորերը հարթ են և հաճախ շարունակվում են 2-10 աստղային սկավառակի շառավղի հեռավորություններ: Եթե գալակ-



տիկայի զանգվածը աստղերով պայմանավորված լիներ, այդ տիրույթում պտույտը պետք է լիներ կեպլերյան՝ $v_c(r)=(GM/r)1/2$. հետևությունը մեկն է՝ այդ մասերում նյու-թի դինամիկան թելադրվում է մութ հալոյի գրավիտացիայով:

NGC 4414

Ինչպես մեր, այնպես էլ մյուս պարուրաձև գալակտիկաները պարունակում են ***բալջ***, որի պայծառությունը կոռելացված է գալակտիկայի տարբեր բնութագրերի հետ, ինչպես օրինակ՝ սկավառակում գազի բաժնեմասի, գույնի, պարուրաթևերի սեղմության չափի և այլն: Սրանց վրա է հիմնված Հաբլի դասակարգումը, որը պարուրաձևերը բաժանում է չորս տիպերի՝ Sa, Sb, Sc, Sd: Sa→Sd անցումում բալջի հարաբերական պայծառությունը նվազում է, պարուրաթևերը դառնում են պակաս սեղմ, գազի հարաբերական զանգվածն աճում է, և պարուրաթևերը դառնում են ավելի փարթամ:

NGC 1300

Պարուրաձև գալակտիկաները բաժանվում են նաև նորմալ՝ S և ձողիկավոր՝ SB դասերի, որոնց քանակները տիեզերքում մոտավորապես հավասար են: Ձողիկը պտտման հարթության մեջ ավելի է ձգված, քան բալջը: Սրանք տափակ եռառանցք աստղային գոյացումներ են, որոնց միջև որևէ սկզբունքային տարբերություն չկա:

Տիեզերքի փոքր խտությամբ տիրույթներում պայծառ գալակտիկաների 60%-ը պարուրաձև են, իսկ խիտ գալակտիկ կույտերում՝ <10%:

Ոսպակերպերը E և S գալակտիկաների միջանկյալ հատկություններ են ցուցաբերում: S-երի պես ունեն արագ պտտվող աստղային սկավառակ, բայց, երբեմն՝ ճողիկ: E-երի նման համարյա զուրկ են սառը գազից, երիտասարդ աստղերից, արտաքնապես հարթ են և չունեն պարուրաթևեր: Սրանք հազվադեպ են հանդիպում տիեզերքի ցածր խտության տիրույթներում, սակայն կույտերի խիտ կենտրոնական

NGC 5866

տիրույթներում գալակտիկաների գրեթե կեսն են կազմում: Սա ենթադրում է, որ հավանաբար սրանք եղել են պարուրաձև, սակայն կորցրել են գազը կույտի ջերմ գազային ամպերով անցնելիս (van Gorkom 2004): Հաբլը նշանակել է սրանց SO կամ SBO, եթե ճողիկավոր է:

Անկանոն գալակտիկաներ: Sc→Sd անցումում գալակտիկաների պայծառությունը նվազում է, իսկ պարուրաթևերը դառնում են ավելի ու ավելի աննշմար: Այս տենդենցը շարունակվում է Sd-ից հետո: Օրինակ՝ դիտվում են գաճաճ սկավառակային գալակտիկաներ, որոնցում երիտասարդ աստղերը ցաքուցրիվ են, իսկ պարուրաթևերը բացակայում են: Սրանք կոչվում են անկանոններ, որոնց Sm և Im երկու դասերի ներկայացուցիչներն են Մագելանի մեծ և փոքր ամպերը: Սրանք շատ տարածված են, մեր հարևանների ավելի քան մեկ երրորդը անկանոններ են:

Անկանոնների սկավառակները պտտվում են համասեռ՝ սկավառակի եզրին շրջանային առավելագույն ~50-70 կմ/վ արագությամբ: Հիշենք, որ պայծառ պարուրաձև գալակտիկաների պտտման կորերը հարթ են, իսկ արագությունները՝ 100-200 կմ/վ:

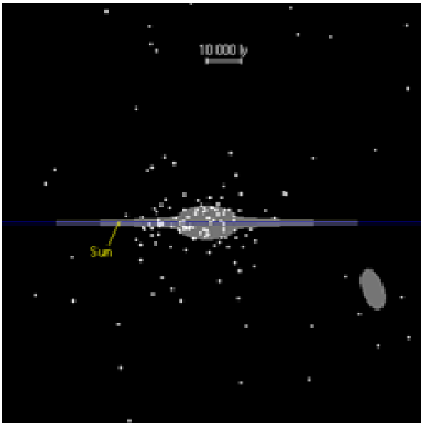
Ժամանակին Հաբլի դասակարգումը սխալմամբ ընկալվել է որպես էվոլյուցիոն հաջորդականություն՝

E→S0→Sa→Sb→Sc→Sd→Sm→Im,

այդ պատճառով շարքի սկզբի գալակտիկ դասերը համարվել են վաղ տիպի, իսկ վերջինները՝ ուշ տիպի: Ներկայումս, թեև այդ պատկերացումը հերքված է, սակայն տերմինաբանությունը մնացել է գործածության մեջ:

1.4. Բաց և գնդային աստղակույտեր

Տիպիկ գալակտիկան պարունակում է 10^2-10^6 աստղերից բաղկացած բազմաթիվ փոքր՝ **աստղակույտեր** կոչվող համակարգեր, որոնք երկու տիպի են:



Գնդային աստղակույտերը Գալ-ում

Բաց կամ **ցրված աստղակույտեր** – սրանք անկանոն աստղային համակարգեր են՝ 10^2-10^4 աստղերով, որոնք անընդհատ կազմավորվում են Գալակտիկայի սկավառակում և հիմնականում մեկ Գտարուց ավելի երիտասարդ են: Ավելի ծերերը հազվադեպ են, քանի որ հավանաբար տրոհվել են միջաստղային նյութի ամպերի հետ փոխազդեցության ընթացքում: Գալակտիկայում ենթադրյալ 10^5 բաց աստղակույտերից միայն հազարն են հաշվառված: Ենթադրվում է, որ սկավառակի աստղերի հիմնական մասն առաջացել է բաց աստղակույտերում, որոնք արդեն տրոհվել են:

M 30 Գալակտիկայում

Գնդային աստղակույտերը անհամեմատ մեծ զանգվածներ ունեն՝ 10^4-10^6 $M_\odot$: Նրանցում աստղերը մի քանի պկ շառավիղներում ունեն համարյա գնդային բաշխվածություն, զուրկ են գազից, փոշուց և երիտասարդ աստղերից[1] (Ashman & Zepf 1998, Carney & Harris 2001): Մեր Գալակտիկան պարունակում է մոտ 150, իսկ հսկա էլիպտիկները՝ մինչև 10^4 գնդային աստղակույտեր:

Գնդային աստղակույտերի մոտ 80%-ը աստղային հալոյում են, որոնք ունեն ցածր մետաղայնություն՝ $Z<0.1Z_{\odot}$, և չեն պտտվում, իսկ 20%-ը կապված են հարթ ենթահամակարգի սկավառակի և բալջի հետ, ունեն $Z>0.1Z_{\odot}$ մետաղայնություն և արագ պտույտ (Zinn 1985):


NGC 121 ՄՓԱ-ում

Աստղային խտությունը նրանց կենտրոններում անչափ բարձր է՝ 10^4 $M_{\odot}$/պկ^3 (համեմատության համար նշենք, որ արևամերձ տիրույթում այն 0.05 $M_{\odot}$/պկ^3 է):

1.5. Գալակտիկաների խմբեր և կույտեր

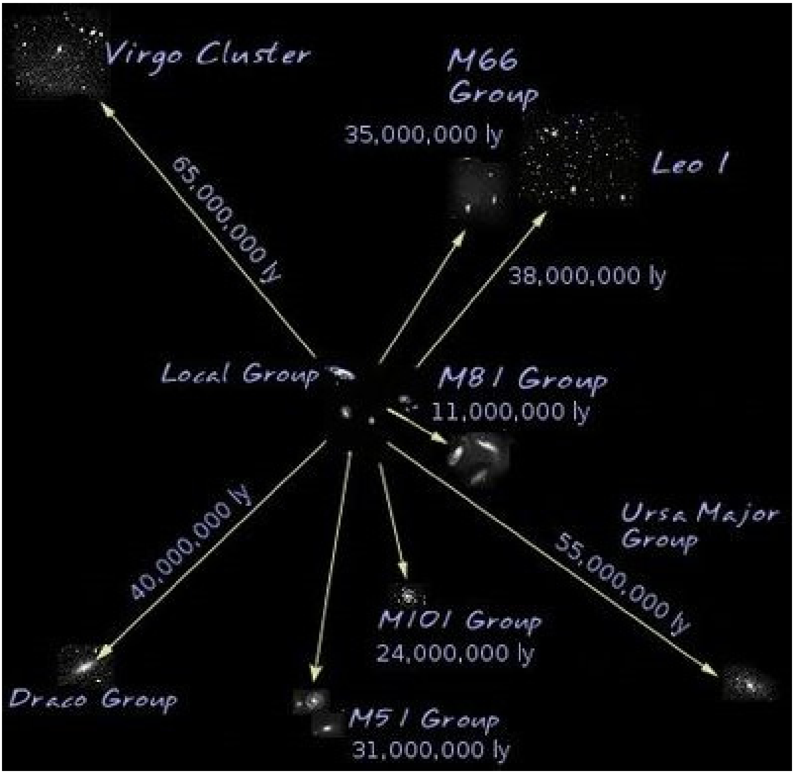
Գալակտիկաները տիեզերքում համասեռ չեն բաշխված, այլ կազմում են զույգեր, մի քանի գալակտիկաների **խմբեր**, թելեր և պատեր, որոնք սփռվում են տասնյակ Մպկ-ներ, և հազվադեպ հսկա՝ հազարավոր գալակտիկաներից բաղկացած **կույտեր** (Mulchaey, Dressler, & Oemler 2004): Միայն >100Մպկ մասշտաբներում է տիեզերքը համասեռ:

Մեր շրջակա մեկ Մպկ շառավղով տիրույթում գալակտիկաները կազմում են **Տեղական կույտը**, որում դոմինանտ են Գալակտիկան և Անդրոմեդան: Տասնյակ ավելի փոքր գալակտիկաներ, գլխավորապես այդ երկուսի արբանյակները, նույնպես կույտի անդամներ են (van den Bergh 2000): Տեղական կույտը ֆիզիկական համակարգ է, քանի որ

[1] Հանելուկային է, թե ինչու երիտասարդ գնդային աստղակույտեր չկան Գալակտիկայում, սակայն տարածված են այլ գալակտիկաներում, օրինակ՝ Անդրոմեդայում, Մագելանի մեծ ամպում…

այդ տիրույթում գալակտիկաների խտությունը էապես բարձր է միջին տիեզերականից, այդ պատճառով, ի հակադրություն Հաբլի օրենքի, Անդրոմեդայի և Գալակտիկայի իրար մոտենալը պատահական չէ: Գրավիտացիոն ձգողությունն իվերջո միավորելու է այդ երկու հսկաներին:

Նկարում ներկայացված են մեզ հայտնի գալակտիկ խմբերն ու կույտերը, նրանց հեռավորությունները Տեղական կույտից՝ լուսատարի (ly)[1] միավորով:



Գալակտիկաների խմբերն ու կույտերը էապես տարբերվում են աստղակույտերից: Կույտում գալակտիկաների զբաղեցրած ծավալի մասը

[1] Մեկ տարում լույսի անցած հեռավորությունն է, որը հավասար է ≈ 0.3պկ:

($>10^{-3}$) անհամեմատ մեծ է աստղակույտերի համապատասխան մեծությունից (10^{-19}): Այդ պատճառով կույտերում և խմբերում գալակտիկաների միջև բախումները շատ ավելի հաճախակի են, քան աստղակույտերում՝ աստղերի միջև:

Տիեզերքում ամենամեծ հավասարակշռված համախմբերը գալակտիկաների կույտերն են: Գերկույտերն ունեն $\sim10^{15}M_{\odot}$ զանգվածներ՝ իրենց կենտրոններից 2 Մպկ շառավղի ներսում, կենտրոնական մասում ~1000կմ/վ արագության դիսպերսիա, զանգված/ լուսատվություն հարաբերության $Y_R \cong (200\pm50)\ h_7 Y_{\odot}$ արժեք: Նկարում Կույսի գերկույտն է՝ կենտրոնում M87 գերհսկա էլիպտիկ cD գալակտիկայով:

Կույսի գերկույտը. կենտրոնում M87 cD գալակտիկան է

Բարիոնների հիմնական մասը կույտերում գտնվում է ջերմ գազային բաղադրիչում, որը կազմում է կույտի լրիվ զանգվածի $0.11h_7^{-3/2}$ մասը, այն դեպքում, երբ աստղերում կենտրոնացված է զանգվածի միայն $\sim0.02h_7^{-1}$ մասը: Ուրեմն, կույտերում բարիոնային զանգվածը կազմում է լրիվ զանգվածի ~0.13 ±0.02 մասը: Կույտի զանգվածի 87%-ը կազմում է WIMPs-ը կամ այլ ոչ բարիոնային մութ նյութ:

1.6. Գալակտիկաների ակտիվ միջուկներ

Գալակտիկաների կենտրոնական տիրույթների դինամիկ ուսումնասիրությունները ցույց են տվել, որ նրանք պարունակում են 10^6-10^9 $M_{\odot}$ զանգվածներով նյութի անտեսանելի խտացումներ՝ կենտրոններից մի քանի պկ շառավիղի ներսում: Այդ խտացումներից առավել ուսումնասիրվածը մեր Գալակտիկայի կենտրոնն է, որում 0.001 պկ-ից փոքր շառավիղով տիրույթում կենտրոնացված է $(3.9\pm0.3)10^6 M_\odot$ զանգված: Բացի դրանցից՝ շատ գալակտիկաների կենտրոններում գրանցված են ոչ աստղային բնույթի հզոր ճառագայթման աղբյուրներ, որոնք կոչվում են **գալակտիկաների ակտիվ միջուկներ** (ԳԱՄ, AGN): Դրանցից առավել հզորները՝ մինչև 10^{13} $L_\odot$ լուսատվությամբ քվազարները, հազվադեպ են հանդիպում և ստվերում են իրենց գալակտիկաներին երկու կարգով (Krolik 1999): Կ. Սեյֆերտի(1943), Բ. Մարգարյանի, Մ. Ղազարյանի ցուցակներում ակտիվ գալակտիկաները բնութագրվում են ճառագայթման ոչ ջերմային գերմանուշակագույն ավելցուկով: Հետաքրքիր է, որ այս գալակտիկաները խուսափում են հարուստ գալակտիկ կույտերից, սակայն հաճախ են զույգերում և փոքր խմբերում: Այժմ հայտնի են ավելի քան 13.000 նման գալակտիկաներ:

Գալակտիկաների միջուկների ակտիվության գաղափարը և նրա կարևորությունը ընդհանրապես Տիեզերքի էվոլյուցիայի համապատկերում առաջինը մատնանշել է ակադեմիկոս Վ.Համբարձումյանը: Այս ոլորտում Բյուրականի աստղադիտարանի ներդրումն անգնահատելի է:

Ներկայումս հակված են համարել, որ ԳԱՄ-ը սև խոռոչ է՝ երկու հիմնական պատճառով: Նախ, մեզ հայտնի չէ որևէ կայուն համակարգ, որն ունենա նման փոքր չափսերում այդքան մեծ զանգված: Սև խոռոչի մոդելում այդ էներգիան անջատվում է ակրեցիայի հետևանքով: Սև խոռոչի $M_\bullet$ զանգվածը, որպես կանոն, տվյալ գալակտիկայի աստղային զանգվածի 0.001-0.002 մասն է (Haring & Rix 2004): Կա կոռելացիա սև խոռոչի զանգվածի և նրա շրջակա տիրույթում արագության դիսպերսիայի միջև (Tremaine և այլոք, 2002)՝

$$\mathrm{Lg}(M_\bullet/10^8 M_\odot) = (4\pm0.3)\lg(\sigma_\parallel/200\text{կմ/վ}):$$

Գլուխ II

Աստղային դինամիկայի հիմնական հավասարումները

Այս դասախոսությունները նվիրված են աստղային դինամիկայի հիմնարար սկզբունքների շարադրանքին: Մեր նպատակը ոչ թե դիտվող այս կամ այն աստղային համախմբի մանրազնին քննարկումն է, այլ նրանցում ընթացող դինամիկ պրոցեսների ուսումնասիրության որոշ հիմնական տեսական մեթոդների ներկայացումը:

2.1. N մարմնի խնդիր

Դիտարկենք m_i զանգվածներով N աստղերից բաղկացած մեկուսացված գրավիտացվող համախումբ: Ընտրենք իներցիալ համակարգ՝ դեկարդյան x,y,z կոորդինատներով: i-րդ աստղի արագության բաղադրիչները կլինեն.

$$dx_i/dt = v_{xi};\;\; dy_i/dt = v_{yi};\;\; dz_i/dt = v_{zi}, \qquad (2.1)$$

իսկ i և j աստղերի միջև r_{ij} հեռավորությունը և j աստղի կողմից i-ի վրա ազդող ուժը կլինեն՝

$$r_{ij} = \left| r_i - r_j \right| = \sqrt{\left(x_i - x_j\right)^2 + \left(y_i - y_j\right)^2 + \left(z_i - z_j\right)^2},$$

և

$$\frac{Gm_i m_j}{r_{ij}^3}(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i):$$

Գումարելով ըստ j-ի՝ կստանանք i աստղի վրա ազդող լրիվ ուժը, որը, համաձայն Նյուտոնի II օրենքի, i աստղին կհաղորդի արագացում.

$$m_i \ddot{\boldsymbol{r}}_i = \sum_{j=1}^{N} \frac{Gm_i m_j}{r_{ij}^3}(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i), \qquad (\mathrm{j} \neq \mathrm{i} = 1,\dots,\mathrm{N}): \qquad (2.2)$$

Սա համարժեք է 3N սկալար հավասարումների, որոնք աստղային դինամիկայի, ինչպես նաև երկնային մեխանիկայի հիմքն են կազմում: Եթե հայտնի են ժամանակի որևէ պահին աստղերի դիրքերն ու արագությունները (սրանք 6N պարամետրեր են, որոնց քանակը որոշում համախմբի կարգը), ապա այս հավասարումները սկզբունքորեն թույլ են տալիս ստանալ համախմբի հետագա էվոլյուցիան: Սակայն մեզ հետաքրքրող համախմբերում աստղերի քանակի ահռելիության պատճառով թվային մեթոդներով դրանց ինտեգրումը կապված է մեծ սկզբունքային դժվարությունների[1] հետ: Պարզ է դառնում, որ անհրաժեշտ է որոնել անալիտիկ մեթոդներով այս օբյեկտների ուսումնասիրության ուղիներ:

2.2. Շարժման ինտեգրալներ

Ստանանք աստղային համախմբի ֆիզիկական բնութագրերը, որոնք ժամանակի ընթացքում մնում են անփոփոխ, այսինքն՝ պահպանվում են:

Զանգվածի կենտրոնի շարժումը: Գումարենք հավասարումներն ըստ i-ի.

$$\sum_{i=1}^{N} m_i \ddot{\boldsymbol{r}}_i = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} \frac{G m_i m_j}{r_{ij}^3} (\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i), \qquad (\mathrm{j} \neq \mathrm{i} = 1, \ldots, \mathrm{N}):$$

Աջ մասում համախմբում գործող բոլոր ներքին ուժերի վեկտորական գումարն է, որը, համաձայն Նյուտոնի III օրենքի, զրո է: Այստեղից կստանանք.

$$\sum_{i=1}^{N} m_i \boldsymbol{r}_i = \boldsymbol{a} t + \boldsymbol{b}, \tag{2.3}$$

որտեղ **a**, **b**-ն ինտեգրման հաստատուններ են:

[1] Հաշվարկի ընթացքում սխալների կուտակումը շատ արագ արդյունքը դարձնում է անվստահելի:

Հիշենք համախմբի զանգվածի կենտրոնի սահմանումը և հաշվի առնենք (2.3)-ը.

$$\boldsymbol{r}_c = \frac{\sum m_i \boldsymbol{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\boldsymbol{a}t + \boldsymbol{b}}{M}, \tag{2.4}$$

որտեղ M-ը լրիվ զանգվածն է: Ստացվածը ցույց է տալիս, որ համախմբի զանգվածի կենտրոնը շարժվում է ուղղագիծ և հավասարաչափ: Կապելով հաշվարկի իներցիալ համակարգը զանգվածի C կենտրոնի հետ՝ կստանանք $r_C = 0$ կամ $a = 0$, $b = 0$: C համակարգի ընտրությամբ վերանում ենք համախմբի ամբողջական շարժումից, որը տվյալ դեպքում մեզ չի հետաքրքրում: Մեզ հարկ է քննել աստղերի շարժումները համախմբի ներսում:

Իմպուլսի մոմենտի ինտեգրալը: Վեկտորապես բազմապատկենք (2.2) հավասարումները ձախից r_i -վ և գումարենք.

$$\sum_{i=1}^{N} m_i \boldsymbol{r}_i \times \ddot{\boldsymbol{r}}_i = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} \frac{G m_i m_j}{r_{ij}^3} \boldsymbol{r}_i \times (\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i), \qquad (\mathrm{j} \neq \mathrm{i} = 1, ..., \mathrm{N}): \tag{2.5}$$

Աջ մասում ներքին ուժերի մոմենտների գումարն է, որը նորից զրո է: Այնպես որ՝

$$\sum_{i=1}^{N} m_i \boldsymbol{r}_i \times \ddot{\boldsymbol{r}}_i = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{N} m_i \boldsymbol{r}_i \times \dot{\boldsymbol{r}} = 0,$$

որից ստանում ենք

$$\sum_{i=1}^{N} m_i \boldsymbol{r}_i \times \dot{\boldsymbol{r}} = c\ , \tag{2.6}$$

c-ն ինտեգրման հաստատունն է: Ստացվածը համախմբի լրիվ իմպուլսի մոմենտի պահպանումն է արձանագրում արտաքին ուժի մոմենտի բացակայության դեպքում: Կարևոր է, որ **c**-ն հնարավոր չէ զրո դարձնել հաշվարկի համակարգի ընտրությամբ, ինչպես դա կատարեցինք ***a***-*ի* և ***b***-*ի* հետ: **c** վեկտորը տալիս է համախմբի բնութագրական ուղղությունը (եթե համախումբն ունի համաչափության առանցք, ապա **c**-

ն ուղղված է այդ առանցքով), իսկ մեծությունը որոշում է համախմբի պտույտը, սեղմվածության չափը:

Էներգիայի ինտեգրալը: Օգտվելով ուժի և պոտենցիալ էներգիայի միջև $F = -\nabla U$ ընդհանուր կապից, (2.2) հավասարումը կարող ենք ներկայացնել այսպես՝

$$m_i d\mathbf{v}_i/dt = -\,\partial U/\partial \mathbf{r}_i, \qquad (2.7)$$

որտեղ U-ն համախմբի գրավիտացիոն լրիվ պոտենցիալ էներգիան է և հավասար է աստղերի զույգ փոխազդեցության $U_{ij} = -\,Gm_im_j/r_{ij}$ էներգիաների գումարին.

$$U = -\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}\frac{Gm_im_j}{r_{ij}}, \qquad (j \neq i = 1,...,N): \qquad (2.8)$$

Այժմ (2.7) հավասարումը սկալար բազմապատկենք $\mathbf{v}_i$-ով և գումարենք.

$$\sum_{i=1}^{N} m_i v_i \frac{dv_i}{dt} + \sum_{i=1}^{N}\frac{\partial U}{\partial r_i}\frac{dr_i}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{m_i v_i^2}{2} + U\right) = 0: \qquad (2.9))$$

Սա հանգեցնում է էներգիայի ինտեգրալին.

$$K + U = E = \text{constant}, \qquad (2.10)$$

որտեղ K-ն համախմբի կինետիկ էներգիան է:

Այստեղ ստացանք մի քանի ինտեգրման հաստատուններ՝ **a, b, c** և E, որոնք դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգի **տասը ինտեգրալներ**ն են: Յուրաքանչյուր ինտեգրալ թույլ է տալիս համախմբի մեխանիկական վիճակի 6N պարամետրերից մեկն արտահայտել մյուսներով՝ դրանով համախմբի կարգը նվազեցնելով մեկով: Հետևաբար, այս ինտեգրալները համախմբի կարգը դարձնում են 6N-10 կարգի:

Պարզագույն N=2 դեպքում՝ երկու մարմնի խնդիրը, հեշտությամբ լուծվում է, իսկ $N \geq 3$ դեպքում խնդիրը լուծելու համար հարկ է ունենալ ≥ 18 ինտեգրալներ: Այն դեռևս չի հաջողվել իրականացնել: Այնպես որ աստղակույտերի ($N \sim 10^2$-10^6) կամ գալակտիկաների ($N \sim 10^{11}$) համար անիմաստ է այս կերպ անալիտիկ լուծում ստանալու փորձ կատարելը: Ահա թե ինչու ենք ստիպված այս համախմբերի վարքը քննարկել վիճակագրական մեխանիկայի շրջանակներում:

2.3. Վիրիալ թեորեմ

Լագրանժի հավասարություն: Հավասարակշռված գրավիտացվող համախմբերի մեկ այլ կարևոր հատկություն կարելի է ստանալ շարժման հավասարումների օգնությամբ: Դիտարկենք հետևյալ մեծությունը.

$$J = \sum m_i r_i^2, \tag{2.11}$$

որը համախմբի իներցիայի մոմենտն է կետի նկատմամբ, և երկու անգամ ածանցենք ըստ ժամանակի՝

$$\ddot{J} = 2\sum m_i \dot{r}_i^2 + 2\sum m_i r_i \ddot{r}_i \ ,$$

որը, օգտվելով (2.2)-ից, կարելի է ներկայացնել այսպես.

$$\ddot{J} = 4K + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N} \frac{Gm_i m_j \boldsymbol{r}_i(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i)}{r_{ij}^3}, \qquad i \neq j: \tag{2.12}$$

Կրկնակի գումարում հաշվի առնելով, որ

$$\boldsymbol{r}_i\left(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right) + \boldsymbol{r}_j\left(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j\right) = -\left(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right)^2 = -r_{ij}^2,$$

կստանանք

$$\ddot{J} = 4K - 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N} \frac{Gm_i m_j}{r_{ij}}: \tag{2.13}$$

Այսինքն՝

$$d^2J/dt^2 = 4K + 2U: \tag{2.14}$$

Ստացվածը կոչվում է *Լագրանժի հավասարություն:*

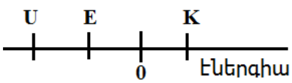
Վիրիալ հավասարակշռություն: Այժմ ենթադրենք, որ համախումբը գտնվում է հավասարակշիռ վիճակում: Չնայած աստղերի անընդհատ շարժման՝ համախմբի ծավալը համարյա չի փոփոխվում, և քանի որ J-ն կախված է նրա չափսերից, ապա այն կարող է կրել միայն փոքր ֆլուկտուացիաներ իր միջին արժեքի շուրջ, որը ժամանակի որոշ հատվածներում կարելի է համարել $\langle J\rangle$ = հաստատուն: Հետևաբար այդ ընթացքում (13)-ի ձախ մասը կլինի զրո, և կունենանք $4\langle K\rangle + 2\langle U\rangle=0$: Համադրելով վերջինս էներգիայի $\langle K\rangle+\langle U\rangle=E$-ի հետ՝ կստանանք.

$$\langle K\rangle = -E, \qquad \langle U\rangle = 2E: \qquad (2.15)$$

Ուրեմն, կինետիկ և պոտենցիալ էներգիաները միջինում նույնպես չեն փոխվի: Ֆլուկտուացիաների չափը կախված է համախմբում աստղերի քանակից և համեմատական է $\sim 1/\sqrt{N}$: Համեմատաբար փոքրաթիվ աստղերով բաց աստղակույտերի համար ֆլուկտուացիաները կարող են լինել նշանակալի, իսկ գնդային աստղակույտերի կամ գալակտիկաների համար դրանք աննշան են: Նման դեպքերում (14) առնչությունները կարող ենք գրել առանց միջինացման.

$$K = -E, \quad U = 2E \quad և \quad K+U=0, \qquad (2.16)$$

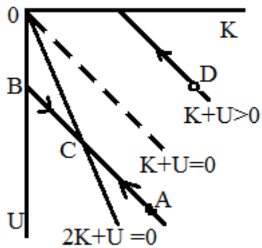
որոնք հայտնի են որպես **վիրիալ թեորեմ**: Այս էներգիաների հարաբերական դիրքը հեշտ է հիշել. բոլոր երեք ինտերվալները նկարում իրար



հավասար են: Այս հարաբերակցությունը բավարարված է բոլոր հավասարակշռված համակարգերում: Վիրիալ թեորեմը պնդում է, որ հավասարակշռության վիճակում համախմբի կինետիկ և պոտենցիալ էներգիաների միջև պետք է գործի խիստ որոշակի համամասնություն: Իրոք, կինետիկ էներգիան ունի աստղերն իրարից հեռացնելու միտում, իսկ պոտենցիալը՝ մերձեցման: Բնական է, հավասարակշիռ վիճակը հաստատվում է այդ տենդենցների համակշռման դեպքում, որն էլ մաթեմատիկորեն արտահայտում է վիրիալ թեորեմը:

Կայո՞ւն է արդյոք վիրիալ հավասարակըշռությունը: Ի՞նչ կկատարվի, եթե համախմբում խախտվի այն: Այդ նպատակով դիտարկենք համախումբը K,U դիագրամի վրա: Ցանկացած պահին համախմբի վիճակը դիագրամի վրա կներկայացվի կետով: Քանի որ $K + U = E = constant$, ապա կետի տեղաշարժը կարող է կատարվել միայն -1 թեքության ուղղի երկայնքով, իսկ հավասարակշռության վիճակում այն պետք է գտնվի $2K + U = 0$ գծի վրա:

Դիցուք համախմբի սկզբնական վիճակը տրվում է A կետով, որում 2K+U>0, հետևաբար համաձայն (13)-ի՝ J-ն կսկսի աճել՝ մեծացնելով համախմբի չափսերը և առաջացնելով պոտենցիալ էներգիայի բացարձակ արժեքի նվազում: Սակայն կինետիկ էներգիան էլ կսկսի նվազել, քանի որ իրարից հեռացող աստղերը կդանդաղեցվեն նրանց միջև ձգողության ուժերով: Սա որոշում է կետի շարժման ուղղությունը K,U դիագրամի վրա՝ $K + U = E$ ուղղի երկայնքով դեպի հավասարակշռության C կետը:



Այժմ դիտարկենք հակառակ դեպքը, երբ $2K+U<0$ համախումբը սկզբում զբաղեցնում է B դիրքը, որում աստղերն անշարժ են՝ $K=0$: Պարզ է՝ աստղերը գրավիտացիայի ազդեցությամբ կսկսեն մոտենալ իրար՝ մեծացնելով K-ն, փոքրացնելով համախմբի չափսերը, հետևաբար մեծացնելով |U|-ն: Կետի շարժումը նորից դեպի C կետն է: Ուրեմն, ցանկացած համախումբ աշխատում է տարածության մեջ սփռվել այնպես, որ բավարարի վիրիալ հավասարակշռության պայմաններին: Այս երևույթը անվանում են համախմբի **վիրիալացում**:

Կարևոր է իմանալ, որ համախումբը կարող է գալ հավասարակշռության, եթե այն ներկայացնող կետը K,U դիագրամի վրա ընկած է $K + U = 0$ ընդհատ գծից ցած, այսինքն՝ եթե այն օժտված է բացասական լրիվ էներգիայով. $K + U = E < 0$: Սա համախմբի *հավասարակշռության անհրաժեշտ պայմանն* է: Օրինակ՝ եթե համախումբը D կետում է, ապա այն չի կարող գալ վիրիալ հավասարակըշռության, այլ իր գոյությունը կավարտի K առանցքի վրա, որին համապատասխանում է $U=0$՝ աստղերի միմյանցից անվերջ հեռացված վիճակ: Դրական էներգիայով համախմբերը **դինամիկ անկայուն** են և շատ արագ քայքայվում են: Այդպիսիք են երիտասարդ աստղերի խմբերը՝ աստղասփյուռները, որոնք քայքայման պրոցեսում են:

2.4. Վիրիալ թեորեմի կիրառության օրինակներ

Արագությունների դիսպերսիայի և զանգվածի գնահատումը

Վիրիալ թեորեմը կապ է կինետիկ և պոտենցիալ էներգիաների միջև: K-ն զանգվածի և արագության ֆունկցիա է, U-ն՝ զանգվածի և համախմբի չափերի: Փաստորեն վիրիալ թեորեմը կապ է հանդիսանում համախմբի զանգվածի, արագությունների և չափերի միջև: Ստանանք այդ կապը.

$$K = 1/2\sum m_i v_i^2 \simeq 1/2N\langle mv^2\rangle:$$

Ներկայացնենք $\langle mv^2\rangle \simeq \langle m\rangle\langle v^2\rangle$, որը վատ մոտարկում է, քանի որ համախմբում աստղերի զանգվածների և արագությունների միջև կոռելացիա կա: Ինչևէ, կընդունենք, որ համախմբում աստղերի զանգվածներն իրարից շատ չեն տարբերվում: Մյուս կողմից՝

$$U = -\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}\frac{Gm_i m_j}{r_{ij}} \approx \frac{N(N-1)}{2}\mathrm{G}\left\langle\frac{m_i m_j}{r_{ij}}\right\rangle \approx \frac{N^2}{2}\mathrm{G}\frac{\langle m\rangle^2}{\langle r\rangle},$$

որտեղ $\langle r\rangle$-ը պատահական երկու աստղերի միջև հեռավորությունն է, որը համախմբի միջին շառավղի կարգի մեծություն է: Տեղադրելով սրանք վիրիալ թեորեմում՝

$$N\langle m\rangle\langle v^2\rangle - GN^2\langle m\rangle^2/2\langle r\rangle$$

և հաշվի առնելով, որ $N\langle m\rangle = M$-ը համախմբի լրիվ զանգվածն է, կստանանք.

$$\langle v^2\rangle \simeq GM/2\langle r\rangle: \qquad (2.17)$$

Սա վիրիալ թեորեմի գործնական տեսքն է, որը մոտավոր առնչություն է:

Կիրառենք ստացված բանաձևը:

Բաց աստղակույտերի համար $N\simeq500$, $\langle m\rangle\simeq1M_\odot$, իսկ $\langle r\rangle\simeq1$պկ: Գրավիտացիոն հաստատունը, երբ զանգվածը չափվում է $M_\odot$-ով, հեռավորությունը՝ պկ-ով, հավասար է՝ $G = 4.5\cdot10^{-15}$, այնպես որ (2.17)-ից ստանում ենք $\langle v^2\rangle=4.5\cdot10^{-15}\cdot500$(պկ/տարի)^2 = 2.25(պկ/Մտարի)^2 $\simeq2.25$(կմ/վ)^2: Ուրեմն, $\sqrt{\langle v^2\rangle}\simeq1.5$կմ/վ, որը աստղակույտում արագությունների դիսպերսիայի, այսինքն՝ նրանում պատահական երկու աստղերի հարաբերական արագության չափն է: Նկատեք, թե որքան փոքր է այն արևամերձ տիրույթում աստղերի արագության դիսպերսիայից ($\simeq30$կմ/վ): Դա նրանից է, որ մեր շրջապատի աստղերը չեն կազմում առանձին գրավիտացիոն կապված համախումբ, այլ Գալակտիկայի դաշտի աստղեր են:

Գնդային աստղակույտերում $N\simeq10^6$, $\langle m\rangle\simeq0.5M_\odot$, իսկ $\langle r\rangle\simeq10$ պկ: Արագության դիսպերսիայի համար նորից ստացվում է փոքր արժեք՝ $\simeq$ 4.7կմ/վ:

Գալակտիկաների կույտերի դիտումները տալիս են նրանց շառավիղների ու արագության դիսպերսիայի արժեքները՝ $r>\simeq0.5$ Մպկ, $\sqrt{\langle v^2\rangle}\simeq1000$ կմ/վ, որոնցով ստանում ենք կույտի զանգվածը՝ $\simeq10^{14}M_\odot$: Այն անհամեմատ մեծ է կույտի բաղադրիչների զանգվածների գումարից: Այս փաստը հիմք հանդիսացավ տիեզերքում թաքնված զանգվածի գոյության վերաբերյալ Ցվիկիի առաջարկած վարկածի:

Պուանկարեի սահմանը

Գրավիտացվող պտտվող համախմբի կինետիկ էներգիայի համար ունենք

$$K = I\Omega^2/2 + \sum mv^2/2,$$

որտեղ երկրորդ անդամը աստղերի մնացորդային արագություններով պայմանավորված «ջերմային» շարժման էներգիան է, I-ն համախմբի իներցիայի մոմենտն է պտտման առանցքի նկատմամբ, Ω-ն՝ պտույտի անկյունային արագությունը: Քանի որ «ջերմային» էներգիան դրական է, վիրիալ թեորեմից ստանում ենք

$$\Omega^2 < - U/I:$$

Մասնավորապես փոքր c կիսառանցքի շուրջ պտտվող, ρ համասեռ խտությամբ եռառանցք էլիպսոիդի համար

$$I = 4\pi abc(a^2 + b^2)/15; \ \ U = 8\pi^2 G\rho^2 (abc)^2 \int (a^2 + s)^{-1}(b^2 + s)^{-1}(c^2 + s)^{-1} ds:$$

Սֆերոիդի համար ($a = b$) ստացվում է

$$\Omega^2 < 2\pi G\rho c\ (a^2 - c^2)^{-1/2} \arcsin c/a,$$

իսկ սկավառակատիպ ($a \gg c$) օբյեկտների համար (S, SO գալակտիկաներ)

$$\Omega^2 < \pi^2 G\rho c/a:$$

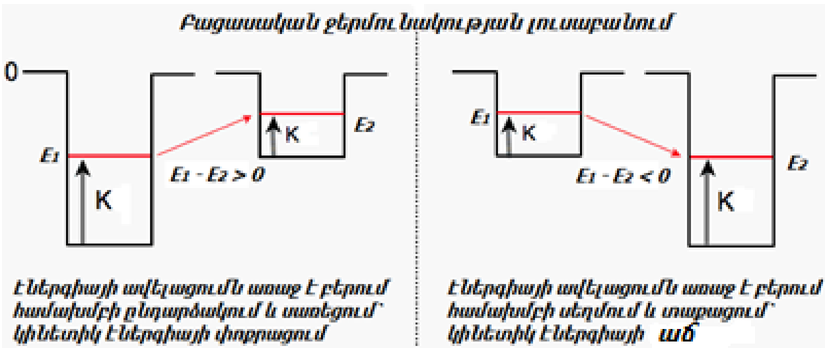
Գնդային մարմինների համար ստացվում է հենց Պուանկարեի սահմանը՝ $\Omega^2 < 2\pi G\rho$:

3. Աստղային համախմբի կապի էներգիան

Սա այն աշխատանքն է, որն անհրաժեշտ է կատարել աստղերն իրարից անվերջ հեռացնելու համար, կամ այն աշխատանքն է, որ կատարում են աստղերի միջև ձգողության ուժերը անվերջ հեռացված աստղերից համախումբ կազմավորելու համար: Բնական է՝ այդ աշխատանքը դրական մեծություն է, որը կգնահատենք այսպես: Չփոխազդող վիճակում ունենք $E_0 = K_0 = U_0 = 0$, իսկ հավասարակշռության վիճակում՝ $E = K + U = -K$: Փաստորեն կապի էներգիան կազմավորված համախմբի կինետիկ էներգիան է՝ $E_0 - E = K$: Այստեղից հետևում է, որ կոլափսի ընթացքում էներգիա է անջատվում՝ պոտենցիալ էներգիայի կեսը փոխարկվում է կինետիկ էներգիայի, իսկ մյուս կեսը հեռանում է համախմբից՝ աստղերի որոշ մասի գոլորշացման միջոցով:

Տիպիկ գալակտիկայի համար K ~ ½Mv_c^2 ~10^{50} Ջ է, որը նրա հանգստի էներգիայի միայն չնչին՝ $3 \cdot 10^{-7}$ մասն է կազմում, այնինչ ատոմական միջուկների համար այն զգալի է՝ $7 \cdot 10^{-3}$:

4. Աստղային համախմբերն օժտված են բացասական ջերմունակությամբ, քանի որ նրանց գրավիտացիոն էներգիան բացասական է: Իրոք, փորձեք դանդաղեցնել Երկրի ուղեծրային շարժումը՝ նրան շարժմանը հակառակ իմպուլս հաղորդելով (ուղեծրային էներգիան փոքրացնելով): Արդյունքում այն կտեղափոխվի ավելի փոքր շառավիղով ուղեծիր` արագացնելով իր շարժումը: Կամ կոլապսվող գազային ամպը ճառագայթում է էներգիա և սեղմվելով տաքանում է: Կամ եթե էներգիա հաղորդեք աստղակույտին` արագացնելով աստղերին, ապա աստղակույտը կընդարձակվի ու կսառչի: Բոլոր նշված դեպքերում լրիվ և կինետիկ էներգիաների աճերը հակառակ նշանի են` ΔE/ΔK<0:



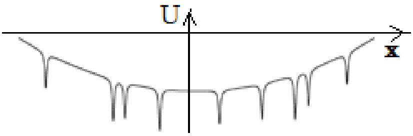
Ավարտելով վիրիալ թեորեմի շարադրանքը` հարկ է հատուկ շեշտել, որ.

- Այն կիրառելի է միայն հավասարակշռված համախմբերի համար, ինչպիսիք են գնդային աստղակույտերը, էլիպտիկ գալակտիկաները, գալակտիկաների որոշ կույտեր:
- Կիրառելի չէ միացող կամ անջատվող գալակտիկաների, նոր առաջացած աստղախմբերի` աստղասփյուռների, նոր կազմավորվող գալակտիկաների կամ կույտերի համար:

Գլուխ III

Աստղային համախմբերի խտության և պոտենցիալի բաշխման մոդելներ

Ցանկացած աստղային համախմբի գրավիտացիոն պոտենցիալը կարող է ներկայացվել երկու բաղադրիչների տեսքով: Առաջինը միջինացված, հարթ, սահուն փոփոխվող ֆունկցիա է կոորդինատից և պայմանավորված է համախումբը կազմող բոլոր բաղադրիչների՝ աստղերի, միջաստղային նյութի, մութ զանգվածի միացյալ ազդեցությամբ: Երկրորդը առանձին աստղերի խորը, նեղ պոտենցիալ փոսերն են: Առաջինը համախմբի **ռեգուլար** դաշտն է U(**r**) պոտենցիալով: Հետագա շարադրանքում մենք անտեսելու ենք աստղերի լոկալ պոտենցիալ հորերը՝ սահմանափակվելով միայն ռեգուլար դաշտով: Ոչ բախումային համախմբերի համար սա ընդունելի մոտավորություն է:



Նույն կերպ վարվելու ենք համախմբում զանգվածի բաշխվածության հետ՝ համարելով նրա ρ(**r**) խտությունը կոորդինատից սահուն փոփոխվող ֆունկցիա:

Պոտենցիալը ցանկացած կետում կապված է զանգվածի ծավալային խտության հետ Պուասոնի հավասարումով.

$$\Delta U(r) = 4\pi G\rho(r): \tag{3.1}$$

Եթե հայտնի է զանգվածի բաշխումը՝ ρ(r), ապա թվային կամ անալիտիկ մեթոդներով կարելի է որոշել U(r)-ը, և հակառակը: U(r)-ով կորոշվի գրավիտացիոն դաշտի լարվածությունը՝ **g** = -∇U(r), որով Պուասոնի հավասարումը կներկայացվի այսպես.

$$\nabla\mathbf{g} = -\,4\pi G\rho(r): \tag{3.2}$$

Դիտումներով խտության և պոտենցիալի իրական պրոֆիլներ որոշելը բարդ գործ է: Դիտումները տալիս են տեսանելի նյութի պրոյեկտված խտության բաշխումը երկնակամարում: Սակայն գրավիտացիոն դաշտը գրգռվում է համախմբի լրիվ զանգվածով՝ $\rho_{լր}(r) = \rho_{տես}(r) + \rho_{մութ}(r)$: Մութ նյութի բաշխման մասին կարելի է կռահել ելնելով միայն տեսանելի նյութի դինամիկայից: Նույնիսկ Գալակտիկայի համար զանգվածի եռաչափ բաշխումը և գրավիտացիոն պոտենցիալը վատ գիտենք, հատկապես կենտրոնից հեռու տիրույթներում, որտեղ մութ նյութը գերակշռող է:

3.1. Գնդային համաչափ մոդելներ

Սրանք E0 գալակտիկայի, գալակտիկաների հալո բաղադրիչի կամ գնդային աստղակույտի մոդելներ են, որոնցում զանգվածի բաշխումը համաչափ է կենտրոնի նկատմամբ, այսինքն՝ նրա խտությունը կախված է միայն շառավիղային r կոորդինատից՝ $\rho(r)$: Մտովի առանձնացնենք նրանում r շառավիղ և dr հաստություն ունեցող գնդային թաղանթ՝ $dM(r) = 4\pi r^2\rho(r)dr$ զանգվածով: Վերջինից կստանանք զանգվածի որոշման հավասարում.

$$dM/dr = 4\pi r^2\rho(r): \tag{3.3}$$

Գրավիտացիոն դաշտը ներքին r շառավիղով թաղանթի վրա կլինի

$$g(r) = -G\, M(r)/r^2: \tag{3.4}$$

Եթե հայտնի է ρ, U կամ M(r)-ից որևէ մեկը, հեշտությամբ կորոշենք մյուս երկուսը:

Այս համախմբերի համար Պուասոնի հավասարումն ունի հետևյալ տեսքը.

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dU}{dr}\right) = 4\pi G\rho\,, \tag{3.5}$$

որը, համեմատելով (3.3)-ի հետ, կստանանք

$$M(r) = \frac{r^2}{G}\frac{dU}{dr}: \tag{3.6}$$

Վերջինս կապ է հաստատում գնդային համաչափ զանգվածի և պոտենցիալի միջև:

Համասեռ գունդ: Քանի որ ρ-ն հաստատուն է, (3.5)-ից ստանում ենք.

$$U(r) = \begin{cases} -2\pi G\rho(R^2 - \tfrac{1}{3}r^2), & r < R \\ -\dfrac{4\pi G\rho R^3}{3r}, & r > R \end{cases} : \tag{3.7}$$

Գնդի ներսում աստղի շարժումը նկարագրվում է գծային օսցիլյատորի հավասարումով.

$$d^2r/dt^2 = - 4\pi G\rho r/3,$$

որը նկարագրում է $T=\sqrt{3\pi/G\rho}$ պարբերությամբ ներդաշնակ տատանումներ:

Իզոքրոն պոտենցիալ: Կարելի է սպասել, որ գնդային համախմբի կենտրոնական տիրույթը քիչ թե շատ համասեռ է, իսկ մեծ հեռավորություններում նվազում է: Այս հատկություններով է օժտված իզոքրոն կոչվող պոտենցիալով մոդելը.

$$U(r) = - GM/[b + \sqrt{(b^2 + r^2)}]: \tag{3.8}$$

Պուասոնի հավասարումը զանգվածի խտության բաշխման համար տալիս է

$$\rho(r) = M\frac{3(b+a)a^2 - r^2(b+3a)}{4\pi(b+a)^3 a^3}, \tag{3.8´}$$

որտեղ $a\equiv\sqrt{(b^2+r^2)}$: Խտությունը մեծ հեռավորություններում նվազում է $\rho\approx bM/2\pi r^4$ օրենքով:

Պլամերի պոտենցիալը (Plummer, 1919) օգտագործվել է գնդային աստղակույտերի նկարագրության համար և ներկայացվում է հետևյալ բանաձևով.

$$U = - GM/\sqrt{(r^2 +b^2)}, \tag{3.9}$$

որտեղ M-ը լրիվ զանգվածն է, b-ն հաստատուն է, որը հարթեցնում է պոտենցիալը կենտրոնում: Պուասոնի հավասարումից խտության բաշխման համար ստացվում է

$$\rho(r) = \left(\frac{3M}{4\pi b^2}\right)\left(1+\frac{r^2}{b^2}\right)^{-5/2}, \qquad (3.9')$$

որը մեծ հեռավորությունների վրա նվազում է $1/r^5$ օրենքով:

Մութ նյութի պրոֆիլ: Գալակտիկաների մոդելավորման ժամանակ հաճախ օգտվում են լրիվ խտության համար

$$\rho(r) = \rho_0 b^2/(b^2 + r^2) \qquad (3.10)$$

բաշխումից, որը կոչվում է մութ նյութի պրոֆիլ: Սրա համար

$$M(r) = 4\pi\rho_0(r - b\ \mathrm{arctg}\, r/b): \qquad (3.10')$$

Այս պրոֆիլով գալակտիկան $r \gg b$ հեռավորություններում ունի հարթ պտտման կոր, որը դիտվում է պայծառ պարուրաձևերի մոտ և ապահովում է այդ տիրույթներում մութ նյութի մեծ քանակությունը: Սրա թույլ կողմն այն է, որ օժտված է անսահման զանգվածով: Հետևաբար, իրական գալակտիկայում զանգվածի խտությունը մեծ հեռավորությունների վրա պետք է ավելի արագ նվազի, քան մութ նյութի պրոֆիլում:

Իզոթերմ գունդ: Իզոթերմ գազային գնդի վիճակի հավասարումը՝ $p = \sigma^2\rho$, որտեղ $\sigma^2 = kT/m$, k-ն Բոլցմանի հաստատունն է, m-ը մոլեկուլի զանգվածը, T-ն՝ ջերմաստիճանը, համադրելով հիդրոստատիկ հավասարակշռության $dp/dr = -GM(r)\rho(r)/r^2$ պայմանի հետ և ինտեգրելով՝ ստանում ենք

$$\rho(r) = \sigma^2/2\pi G r^2,\ \ M(r) = 2\sigma^2 r/G, \qquad (3.11)$$

որտեղ σ^2-ն միջին քառակուսային արագությունն է: Այս մոդելը նույնպես օժտված է անսահման զանգվածով, սակայն իր պարզության պատճառով հաճախ է օգտագործվում:

Խտության կրկնակի աստիճանային մոդելները տրվում են հետևյալ բանաձևով

$$\rho(r)=\frac{\rho_0}{(r/a)^{\alpha}(1+r/a)^{\beta-\alpha}}: \qquad (3.12)$$

β=4 դեպքում այս մոդելներն ունեն պարզ անալիտիկ հատկություններ (Dehnen 1993), և α-ի (0.6, 2) արժեքները հաջողությամբ նկարագրում են էլիպտիկ գալակտիկաների կենտրոնական տիրույթները: Ընդ որում՝ α=1, β=4 դեպքում (3.12)-ը կոչվում է Հեռնքվիստի (Hernquist 1990), α=2, β=4 դեպքում՝ Յաֆեի մոդել (Jaffe 1983), իսկ α=1, β=3 դեպքում՝ NFW մոդել (Navarro, Frenk & White 1995): Վերջինս կիրառվում է մութ հալոյում նյութի բաշխման նկարագրության համար: Այս մոդելներում զանգվածը, պարփակված r շառավիղում, կլինի

$$M(r)=4\pi\rho_0 a^3\int_0^{r/a}\frac{x^{2-\alpha}dx}{(1+x)^{\beta-\alpha}}=4\pi\rho_0 a^3\begin{cases}\dfrac{r/a}{1+r/a}; & Jaffe\\[2mm] \dfrac{(r/a)^2}{2(1+r/a)^2}; & Hernquist\\[2mm] \ln(1+r/a)-\dfrac{r/a}{1+r/a}; & NFW\end{cases} \qquad (3.12')$$

Նկատեք, որ առաջին երկու մոդելներում զանգվածը վերջավոր է, իսկ NFW մոդելում լոգարիթմական օրենքով տարամիտում է երբ r→∞: Այս մոդելների պոտենցիալներն են.

$$U(r)=-4\pi G\rho_0 a^2\begin{cases}\ln(1+r/a); & Jaffe\\[2mm] \dfrac{1}{2(1+r/a)}; & Hernquist\\[2mm] \dfrac{\ln(1+r/a)}{r/a}; & NFW\end{cases} \qquad (3.12'')$$

3.2. Առանցքային համաչափ մոդելներ

Հարթ-զուգահեռ մոդելներ: Սրանք խիստ տափակ (S, SO) գալակտիկաների պարզագույն մոդելներ են, որոնցով բացահայտվում են նրանց այս կամ այն հատկությունները:

Կուզմինի մոդելը: Սա գլանային կոորդինատներով տրվում է (Кузмин, 1956)

$$U_K(r,z) = -\frac{GM}{\sqrt{r^2 + (b + |z|)^2}} \tag{3.13}$$

պոտենցիալով: Այն համարժեք է (r,z)=(0,±b) կետերում գտնվող երկու կետային M զանգվածների ստեղծած դաշտին՝ ΔU_K-ն ամենուրեք զրո է՝ բացի z=0 հարթությունից: Գաուսի թեորեմից ստանում ենք z=0 հարթության վրա զանգվածի մակերևութային խտությունը.

$$\Sigma_K = \frac{bM}{2\pi(r^2 + b^2)^{3/2}} : \tag{3.13'}$$

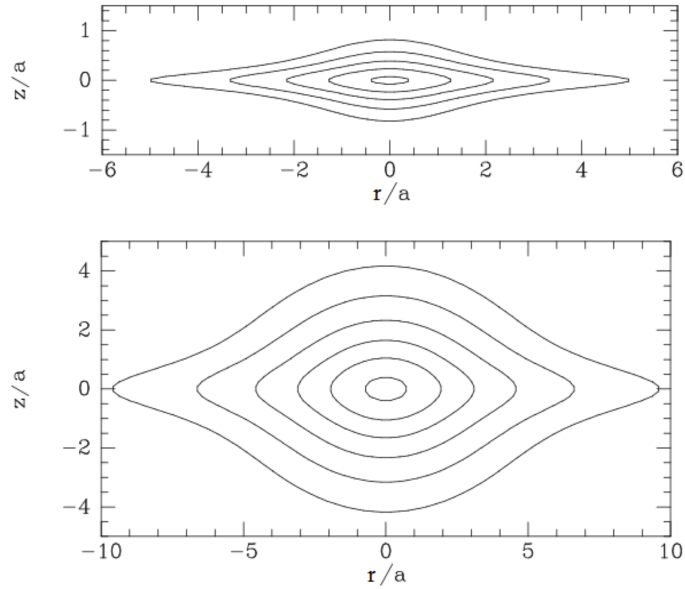
Միամոտո-Նագայի պոտենցիալը՝

$$U_M(r,z) = -\frac{GM}{\sqrt{r^2 + (a + \sqrt{z^2 + b^2})^2}} \tag{3.14}$$

b=0 դեպքում տալիս է Պլամերի գնդային պոտենցիալը, իսկ *a=0* դեպքում՝ Կուզմինի անվերջ բարակ սկավառակի պոտենցիալը: Այս պոտենցիալին համապատասխանում է խտության հետևյալ բաշխումը (Miyamoto & Nagai, 1975)

$$\rho_M(r,z) = \left(\frac{Mb^2}{4\pi}\right) \frac{ar^2 + \left(a + 3\sqrt{z^2 + b^2}\right)(a + \sqrt{z^2 + b^2})^2}{\left[r^2 + (a + \sqrt{z^2 + b^2})^2\right]^{5/2} \left(z^2 + b^2\right)^{3/2}} :$$

Ստորև պատկերված են ρ_M-ի իզոդենսները *b/a* հարաբերության 0.2 և 0.6 արժեքների դեպքում:



ρ_Mի իզոդենսերը b/a = 0.2 և 0.6 արժեքների դեպքում

Քանի որ Պուասոնի հավասարումը գծային է խտության և պոտենցիալի նկատմամբ, ապա ցանկացած երկու պոտենցիալ-խտություն զույգերի տարբերությունը նույնպես պոտենցիալ-խտություն զույգ է: Այնպես որ դիֆերենցելով որևէ պոտենցիալ-խտություն զույգն ըստ նրանցում պարունակվող պարամետրի՝ կստանանք նոր պոտենցիալ-խտություն զույգ: Այս կերպ Տոոմրեն (1963) ստացել է մոդելների ընտանիք՝ *b*-ի բաժանած Կուզմինի պոտենցիալը n անգամ ըստ b^2 ածանցելով: Նման ձևով b^2-ի բաժանած Պլամերի պոտենցիալից Սատոն (1980) ստացել է գնդային պոտենցիալների նոր ընտանիք:

Էքսպոնենտային սկավառակ

Սրա զանգվածի մակերևութային խտության բաշխումն է

$$\Sigma(r) = \Sigma_0 \exp(-r/R), \qquad (3.15)$$

որի պոտման կորն արտահայտվում է Բեսելի ֆունկցիաներով ($y \equiv r/2R$)՝

$$v_c^2(r) = r\partial U/\partial r = 4\pi G\Sigma_0 R y^2 . [I_0(y)K_0(r) - I_1(y)K_1(r)]: \quad (3.15')$$

Մեստելի սկավառակ:

Սրա զանգվածի մակերևութային խտությունը հակադարձ համեմատական է սկավառակի շառավղին (Mestel, 1963)՝

$$\Sigma(r) = \Sigma_0 R/r, \quad r<R, \quad (3.16)$$

իսկ պտտման կորը հարթ է.

$$v_c^2 = 2\pi G\Sigma_0 R = \text{const},$$

կամ

$$v_c^2 = GM(r)/r:$$

Լոգարիթմական պոտենցիալ: Տրվում է հետևյալ բանաձևով.

$$U_L(r,z) = \tfrac{1}{2} v_0^2 \ln(R^2 + r^2 + z^2/q^2), \quad (3.17)$$

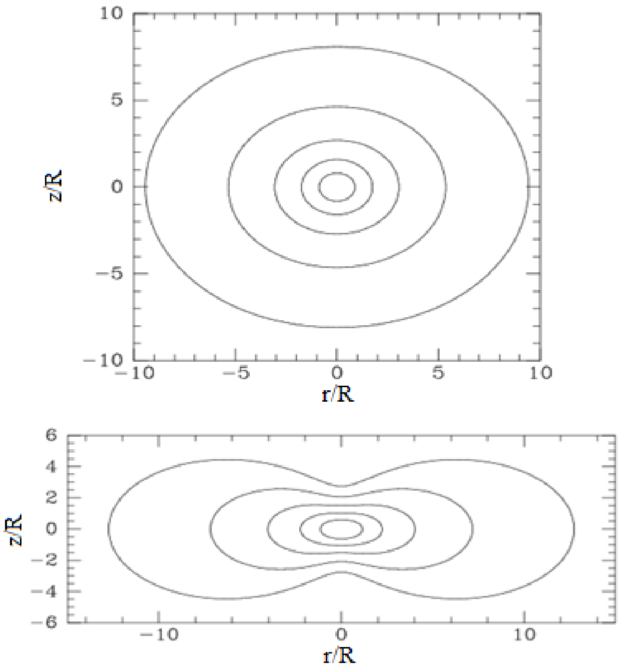
որտեղ R, v_0-ն հաստատուններ են, իսկ $q \le 1$: Սրան համապատասխանում է խտության

$$\rho_L(r,z) = \frac{v_0^2}{4\pi G q^2} \frac{\left(1+2q^2\right)R^2 + r^2 + 2\left(1 - 1/2q^2\right)z^2}{\left(R^2 + r^2 + z^2/q^2\right)^2} \quad (3.18)$$

բաշխումը, որը մեծ հեռավորություններում r և z կոորդինատներից կախված նվազում է քառակուսային օրենքով: Z առանցքի վրա խտությունը դառնում է բացասական, երբ $q < 1/\sqrt{2} = 0.707$: Շրջանային արագությունը z=0 հարթության մեջ հավասար է

$$v_c = v_0 r/\sqrt{(R^2+r^2)}: \quad (3.19)$$

Զանգվածի խիստ բարակ սկավառակային և առանցքային-համաչափ բաշխումների համար Պուասոնի հավասարման լուծման մեթոդները բազմազան են: Դրանց հետ կարող եք ծանոթանալ, օրինակ, Binney, Tremaine (1994) գրքում:



Լոգարիթմական մոդելի իզոդենսերը q = 0.95 և 0.7 արժեքների դեպքերում: q = 0.7 դեպքում մոդելը ոչ ֆիզիկական է, քանի որ խտությունը առանցքին մոտ z > 7R տիրույթում դառնում է բացասական

3.3. Էլիպսոիդային մոդելներ

Համասեռ, a_1, a_2, a_3 կիսաառանցքներով, էլիպսոիդի ներքին պոտենցիալը x_1, x_2 , x_3 ուղղանկյուն կոորդինատներով ունի հետևյալ տեսքը (Chandrasekar, 1969).

$$U_{\text{ն}}(x) = \pi G \rho \left(I - \sum A_i x_i^2\right); \qquad (i = 1,2,3), \tag{3.20}$$

որտեղ

$$I = a_1 a_2 a_3 \int \Delta^{-1}\, ds, \quad A_i = a_1 a_2 a_3 \int (s + a_i^2)^{-1} \Delta^{-1}\, ds;$$

$$\Delta = \sqrt{(s + a_1^2)(s + a_2^2)(s + a_3^2)}: \qquad (3.21)$$

Իսկ արտաքին պոտենցիալն արտահայտվում է հետևյալ ինտեգրալով.

$$U_ա(x) = \pi G\rho\, a_1a_2a_3\int(1 - \sum x_i^2/(s + a_i^2)\, \Delta^{-1}\, ds, \qquad (3.22)$$

որտեղ ինտեգրումը տարվում է (λ,∞) սահմաններում. λ-ն դիտարկվող կետի էլիպսոիդային կոորդինատն է, որը $\sum x_i^2/(\lambda + a_i^2) = 1$ հավասարման դրական լուծումն է:

Ֆերրերսյան պոտենցիալներ: Անհամասեռ էլիպսոիդների կարևոր դաս են

$$\rho(m^2) = \rho_0(1 - \sum x_i^2/a_i^2)^n \qquad (3.23)$$

խտության բաշխումով նկարագրվողները, որոնց ներքին կետում պոտենցիալն արտահայտվում է հետևյալ կերպ.

$$U_ն(x) = \pi G\rho_0\,(n+1)^{-1}a_1a_2a_3\int(1 - \sum x_i^2/(s + a_i^2)^{n+1}\, \Delta^{-1}\, ds: \qquad (3.24)$$

Այստեղ ինտեգրումը տարվում է (0, ∞) սահմաններում: Եթե n-ը ամբողջ թիվ է, ապա պոտենցիալը ստացվում է $A_{pqs}x_1^px_2^qx_3^s$ տեսքի անդամների գումար: Նման պարզ տեսքի պոտենցիալները իդեալական են եռառանցք գալակտիկաների թվային մոդելավորման համար: n=0 դեպքում ֆերրերսյան (3.24) պոտենցիալները տալիս են համասեռ դեպքը:

Սֆերոիդներ: Եռառանցք էլիպսոիդների համար (3.20)-(3.24) բանաձևերը կիսաառանցքներից որևէ երկուսի հավասարության դեպքում տալիս են սֆերոիդային անալոգների բանաձևերը: Օրինակ՝ $a_1 = a_2$ դեպքում (3.20) պոտենցիալն ընդունում է այս տեսքը

$$U_ն(x) = \pi G\rho\,(I - A_1r^2 - A_3z^2), \qquad (3.25)$$

որում (3.21) ինտեգրալները ներկայացված են հետևյալ աղյուսակում.

	$a_1 = a_2 > a_3$ (տափակ սֆերոիդ)	$a_1 = a_2 < a_3$ (ձգված սֆերոիդ)
էքսցենտ-րիսիտետ	$e = \sqrt{(1 - a_3^2/a_1^2)}$	$e = \sqrt{(1 - a_1^2/a_3^2)}$
I	$2\frac{\sqrt{1-e^2}}{e}\arcsin e$	$\frac{1-e^2}{e} ln\frac{1+e}{1-e}$
$A_1 = A_2$	$\frac{\sqrt{1-e^2}}{e^2}\left[\frac{\arcsin e}{e} - \sqrt{1-e^2}\right]$	$\frac{1-e^2}{e^2}\left[\frac{1}{1-e^2} - \frac{1}{2e} ln\frac{1+e}{1-e}\right]$
A_3	$2\frac{\sqrt{1-e^2}}{e^2}\left[\frac{1}{\sqrt{1-e^2}} - \frac{\arcsin e}{e}\right]$	$2\frac{1-e^2}{e^2}\left[\frac{1}{2e} ln\frac{1+e}{1-e} - 1\right]$
	$a_1 > a_2 > a_3$ (եռառանցք էլիպսոիդ)	
պարա-մետրեր	$k \equiv \sqrt{\frac{a_1^2 - a_2^2}{a_1^2 - a_3^2}}; \quad k'^2 \equiv 1 - k^2; \quad \theta \equiv \arccos\left(\frac{a_3}{a_1}\right)$	
I	$2\frac{a_2 a_3}{a_1^2}\frac{F(\theta,k)}{\sin\theta}$	
A_1	$2\frac{a_2 a_3}{a_1^2}\frac{F(\theta,k) - E(\theta,\mathrm{k})}{\mathrm{k}^2 \sin^3\theta}$	
A_2	$2\frac{a_2 a_3}{a_1^2}\frac{E(\theta,k) - k'^2 F(\theta,\mathrm{k}) - (a_3/a_2)k^2 \sin\theta}{\mathrm{k}'^2 \sin^3\theta}$	
A_3	$2\frac{a_2 a_3}{a_1^2}\frac{(a_2/a_3)\sin\theta - E(\theta,k)}{\mathrm{k}'^2 \sin^3\theta}$	

Մ. Աբրահամյանի (տե՛ս 1985-1986, 2004, 2006 և նրանցում հղումները) աշխատանքներում կառուցված են առանցքային համաչափ և ձողիկաձև համախմբերի բախումային և ոչ բախումային, համասեռ և անհամասեռ, իզոտրոպ և անիզոտրոպ էլիպսոիդային անալիտիկ մոդելներ՝ մութ հալոյի առկայությամբ:

3.4. Խտության բաշխումը Գալակտիկայում

Առայժմ մենք անկարող ենք զուտ դինամիկորեն մոդելավորել մեր Գալակտիկայում խտության և պոտենցիալի բաշխումները: Ներկայացվելիք պատկերը վերցված է Dehnen & Binney (1998) աշխատանքից, որն արդյունք է դինամիկ դիտարկումները ֆոտոմետրական տվյալների հետ համադրման, այն ենթադրությամբ, որ Գալակտիկայի բոլոր բաղադրիչների համար զանգված/լուսատվություն հարաբերությունը միևնույնն է և անկախ է կոորդինատից: Տարբեր բաղադրիչներում զանգվածի խտության բաշխումը ենթադրվում է հետևյալ ֆունկցիոնալ տեսքերով.

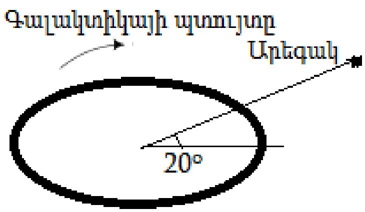
Բալջի համար

$$\rho_b(r,z) = \rho_{b0}\left(\frac{m}{a_b}\right)^{-\alpha_b} e^{-m^2/R_b^2}, \tag{3.26}$$

որում

$$m = \sqrt{r^2 + z^2/q_b^2}\ , \tag{3.26'}$$

$q_b<1$ դեպքում ներկայացնում է սեղմված սֆերոիդային մոդել, որը հատվում է արտաքին R_b շառավղում: Ինֆրակարմիր ֆոտոմետրական չափումներից ստացվել են α_b=1.8, q_b =0.6, R_b =1.9 կպկ, իսկ առանց խախտելու ընդհանրությունը կարելի է ընդունել a_b =1 կպկ: ρ_{b0}-ն և հետևաբար բալջի զանգվածը գնահատվում են նրա դինամիկայից:



Գալակտիկայի բալջը

Կան կինեմատիկ և ֆոտոմետրական վկայություններ, որ Գալակտիկայի բալջը իրականում ձողիկ է՝ կիսաառանցքների 1:0.3:0.3 հարաբերությամբ և 3 կպկ մեծ կիսաառանցքով, որը արեգակ-Գալակտիկայի կենտրոն տեսագծից շեղված է 20^0-ով (Bissantz & Gerhard, 2002):

Մութ հալոյի համար ընդունվում է հետևյալ կրկնակի աստիճանային մոդելը.

$$\rho_h(\mathrm{r,z}) = \rho_{h0}\left(\frac{m}{a_h}\right)^{-\alpha_h}\left(1+\frac{m}{a_h}\right)^{\alpha_h-\beta_h}, \tag{3.27}$$

որում բոլոր հինգ պարամետրերը կարող են որոշվել՝ ելնելով միայն դիտվող օբյեկտների դինամիկայից (m–ը տրվում է նույն (3.26') բանաձևով): Պայմանականորեն ընդունում են q_h =0.8:

Աստղային սկավառակը ներկայացվում է բարակ և հաստ սկավառակների վերադրման տեսքով.

$$\rho_d(r,z) = \Sigma_d e^{-r/R_d}\left(\frac{\alpha_0}{2z_0}e^{-|z|/z_0}+\frac{\alpha_1}{2z_1}e^{-|z|/z_1}\right), \tag{3.28}$$

որտեղ $\alpha_0+\alpha_1$ =1, Σ_d-ն կենտրոնական մակերևութային խտությունն է, R_d-ն սկավառակի շառավղային մասշտաբն է, z_0=0.3, z_1=1-ը բարակ և հաստ սկավառակների բարձրության մասշտաբներն են:

Միջաստղային նյութի խտության բաշխումը ներկայացվում է այսպես.

$$\rho_g(r,z) = \frac{\Sigma_g}{2z_g}\exp\left(-\frac{r}{R_g}-\frac{r_m}{R_g}-\frac{|z|}{z_g}\right), \tag{3.29}$$

որտեղ r_m = 4 կպկ, քանի որ այդ շառավղում դիտվում է միջաստղային նյութի խիստ նվազում, իսկ z_g = 80 պկ: Դիտումներից հետևում է, որ R_g = $2R_d$, իսկ սկավառակի լրիվ մակերևութային խտության մեջ միջաստղային նյութի ներդրումը 25% է արեգակի շրջակայքում: Ենթադրվում է, որ 2<R_d <3.2 կպկ: Ընդ որում՝ եթե այն մոտ է 2 կպկ արժեքին, ապա սկավառակի գրավիտացիոն պոտենցիալը գերակշռող է արեգակից դուրս տիրույթում: R_d=3.2 կպկ դեպքում հալոյի դաշտն է գերակշռող բոլոր շառավիղներում: Այս իմաստով դիտարկում են Գալակտիկայի երկու ծայրահեղ մոդելներ՝ մոդել I և մոդել II, որոնք ներկայացված են կից աղյուսակում: Աղյուսակի վերջին տողում պտկման արագությունն է արեգակի մերձակայքից:

Պարամետր	Մոդել I	Մոդել II
R_d/կպկ	2	3.2
$(\Sigma_d + \Sigma_g)$/ $M_\odot$պկ$^{-2}$	1905	536
ρ_{b0}/ $M_\odot$պկ$^{-3}$	0.427	0.30
ρ_{h0}/ $M_\odot$պկ$^{-3}$	0.711	0.266
α_h	-2	1.63
β_h	2.96	2.17
a_h/կպկ	3.83	1.90
$M_d/10^{10}M_\odot$	5.13	4.16
$M_d/10^{10}M_\odot$	0.52	0.36
$M_{h,<10կպկ}/10^{10}M_\odot$	2.81	5.23
$M_{h,<100կպկ}/10^{10}M_\odot$	60.0	55.9
$V_{պտկ}(R_0)$/կմ/վ	520	494

Գլուխ IV
Աստղային համախմբերի ռելաքսացիա

4.1. Հատման ժամանակ

Սա աստղային համախմբի կարևոր բնութագրերից է, և համարվում է նրա ժամանակի դինամիկ մասշտաբը: Այն սահմանվում է որպես

$$T_h = R/v,$$

որտեղ R-ը համախմբի բնութագրական չափսն է, v-ն՝ աստղերի բնութագրական արագությունը:

Որպես պարզագույն օրինակ՝ դիտարկենք R շառավիղով, միջին m զանգվածով N աստղերից բաղկացած աստղակույտ: Կհամարենք, որ այն հավասարակշռված վիճակում է՝ աստղերի համասեռ բաշխվածությամբ: Համաձայն վիրիալ թեորեմի՝ $<v^2> \simeq GM/R$, հետևաբար հատման ժամանակի համար կստանանք

$$T_h \cong 2\sqrt{R^3/GNm}: \tag{4.1}$$

Այն կարելի է արտահայտել զանգվածի ρ խտությամբ.

$$T_h = 2\sqrt{3/4\pi\rho G} \cong 1/\sqrt{G\rho}: \tag{4.2}$$

Չնայած այս արդյունքը ստացվեց համասեռության ենթադրությամբ, այն կարևոր արդյունք է և կարող է կիրառվել այլ իրավիճակներում: Օրինակ՝ էլիպտիկների համար $N \approx 10^{11}$, $R \approx 10$ կպկ, $m \approx M_\odot$, և հատման ժամանակի համար ստանում ենք $T_h \simeq 10^8$տարի: Եթե Գալակտիկան տիեզերքի տարիքի է՝ 14 Գտարի, ապա աստղերը հացրել են 100 անգամ հատել այն:

4.2. Աստղային մերձեցումներ

Կարելի էր սպասել, որ գալակտիկաներում աստղերն իրենց շարժման ընթացքում բախվում են իրար, որն էապես ազդում է համախմբի դինամիկայի վրա: Այսինքն՝ համախմբերի էվոլյուցիան հիմնականում պայմանավորված է աստղերի միջև բախումներով: Պարզվում է՝ իրականությունը բոլորովին այլ է:

Տարբերվում են աստղերի միջև մերձեցման երկու տեսակ.

- ուժեղ «բախումներ»՝ սրանք սերտ մերձեցումներն են,
- թույլ «բախումներ»՝ հեռավոր մերձեցումներն են:

Աստղերի սերտ մերձեցումները ծայրահեղ հազվադեպ են, իսկ հեռավոր մերձեցումները, թեև անհամեմատ հաճախ են, սակայն էֆեկտն այնքան չնչին է, որ երկար ժամանակ է պետք, որպեսզի նկատելի ազդեցություն ունենան համախմբի դինամիկայի վրա:

Առավել մանրամասն քննարկենք այս «բախումներ»[1]-ը:

Ուժեղ բախումներ: Այսպես կոչում են երկու աստղերի միջև այնպիսի սերտ մերձեցումները, երբ նրանց փոխազդեցության պոտենցիալ էներգիայի փոփոխությունը մեծ կամ հավասար է սկզբնական հարաբերական շարժման կինետիկ էներգիային: Գնահատենք մերձեցման այդ r_s հեռավորությունը՝ $Gm^2/r_s \simeq mv^2/2$, որտեղից

$$r_s \simeq 2Gm/v^2: \qquad (4.3)$$

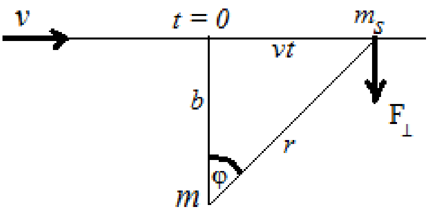
Այստեղ v-ն աստղերի սկզբնական հարաբերական արագությունն է:

Էլիպտիկ գալակտիկաներում $v \simeq 300$ կմ/վ, $m \simeq M_\odot$, հետևաբար $r_s \simeq 10^9$ մ = 0.02 ա.մ: Սա չնչին հեռավորություն է, քանի որ աստղերի միջև հեռավորությունները 1 պկ = $2 \cdot 10^5$ ա.մ կարգի են: Արեգակի շրջակա աստղերի համար $v \simeq 30$կմ/վ, $m \simeq M_\odot$, որը տալիս է $r_s \simeq 2$ա.մ՝ նորից չնչին հեռավորություն Գալակտիկայի աստղային դաշտի համար: Գալակտիկայի սկավառակում երկու աստղերի՝ իրար r_s հեռավորությամբ մոտենալու միջին ժամանակը 10^{15} տարի է, այն դեպքում, երբ

[1] Այսուհետ չակերտները բաց կթողնենք:

Գալակտիկայի տարիքը 10^{10} տարի է: Այնպես որ Գալակտիկայի սկավառակում լիովին կարելի է անտեսել ուժեղ բախումների էֆեկտը:

Թույլ բախումներ: r_s-ից մեծ հեռավորությամբ աստղային մերձեցումները առաջացնում են թույլ բախումներ, որոնք թեև շատ քիչ են փոփոխում աստղերի արագությունները, սակայն այնքան հաճախակի են, որ համախմբի դինամիկայի համար ավելի էական են, քան ուժեղները: Ստանանք թույլ բախման ընթացքում աստղի արագության δv գրգռումը: Դիտարկենք m_s զանգվածով աստղ, որը b նշանառային հեռավորությամբ v արագությամբ մոտենում է m զանգվածով անշարժ գրգռող աստղին: Ժամանակի t պահին, երբ նրանց հեռավորությունը r է, շարժմանն ուղղահայաց ուժի բաղադրիչը կլինի $F_\perp = Gm_s mr^{-2}cos\varphi$: Ընդունելով $v_\| = v$, որը հեռավոր բախումների ընթացքում համարյա չի փոփոխվում, հաշվի առնելով, որ



$$r = \sqrt{(b^2+v^2t^2)};\ \cos\varphi = b/\sqrt{(b^2+v^2t^2)},$$

արագության $v_\perp$ բաղադրիչի համար կարող ենք գրել.

$$F_\perp = m_s dv_\perp/dt = Gm_s m\ b/(b^2+v^2t^2)^{3/2}:$$

Ինտեգրելով այս հավասարումն ըստ t-ի -∞,+∞ սահմաններում՝ կստանանք արագության $v_\perp$ բաղադրիչի վերջնական արժեքը.

$$v_\perp\Big|_0^{v_\perp} = Gmb\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dt}{(b^2+v^2t^2)^{3/2}} = \frac{2Gm}{bv}:$$

Հենց սա էլ թույլ բախման հետևանքով աստղի արագության կրած փոփոխությունն է.

$$\delta v = 2Gm/bv, \qquad (4.4)$$

որտեղ m-ը գրգռող աստղի զանգվածն է:

4.3. Ռելաքսացիայի ժամանակ

Սա այն ժամանակն է, երբ բախումների հետևանքով աստղի կինետիկ էներգիան կրում է իր սկզբնական արժեքի կարգի փոփոխություն.

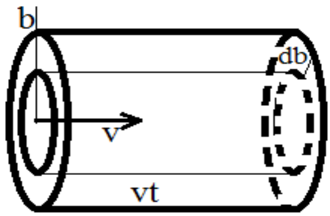
$$\Delta v^2 \cong v^2:$$

Աստղն իր շարժման ընթացքում ենթարկվում է բազմաթիվ հեռավոր մերձեցումների, որոնց արդյունքում արագության փոփոխությունները միջինում իրար չեզոքացնում են, այնպես որ՝ δv-ն միշտ մնում է փոքր, սակայն δv^2 մեծությունն անընդհատ աճում է: Սա հենց այն մեծությունն է, որը, դառնալով v^2 կարգի, որոշում է ռելաքսացիայի ժամանակը: Քանի որ թույլ բախման արդյունքում արագության գրգռումն ուղղահայաց է սկզբնական արագությանը՝ $\delta\mathbf{v}\perp\mathbf{v}$, ապա

$$\delta v^2 = (\mathbf{v} + \delta\mathbf{v})^2 - v^2 = v^2 + 2\mathbf{v}\,\delta\mathbf{v} + \delta\mathbf{v}\,\delta\mathbf{v} - v^2 = (\delta v)^2:$$

Ուրեմն, մեկ թույլ բախման արդյունքում v^2-ի փոփոխությունը կլինի.

$$\delta v^2 = (2Gm/bv)^2: \qquad (4.5)$$



Դիցուք, աստղը շարժվում է N աստղերից բաղկացած R շառավիղով համասեռ գնդային աստղակույտում: t ժամանակում b, b+db նշանառային ինտերվալում գրգռող աստղերի քանակը հավասար կլինի նրանց զբաղեցրած 2πbdbvt ծավալը բազմապատկած աստղերի կոնցենտրացիայով.

$$dN = 2\pi bdbvt\ 3N/4\pi R^3 = 3bvtNdb/2R^3:$$

Թույլ բախումներով առաջացած v^2-ի փոփոխությունը t ժամանակում հավասար կլինի մեկ բախման δv^2-ն բազմապատկած գրգռող աստղերի քանակով.

$$\delta v^2 dN = (2Gm/bv)^2\ 3bvtNdb/2R^3:$$

Ինտեգրելով վերջինս $b_{նվ}$, $b_{առ}$ սահմաններում՝ կստանանք

$$\Delta v^2 = 6N(Gm/v)^2 (vt/R^3) \ln(b_{\text{առ}}/b_{\text{նվ}}): \tag{4.6}$$

Հատման $T_h = R/v$ ժամանակում աստղի v^2-ի առավելագույն փոփոխությունը կստանանք $b_{\text{առ}} = R$ տեղադրելով.

$$\Delta v^2(T_h) = 12N(Gm/vR)^2 \ln(R/b_{\text{նվ}}): \tag{4.7}$$

Ռելաքսացիայի ժամանակը ստանալու համար (4.6)-ը կհավասարեցնենք v^2-ի $b_{\text{առ}}$=R դեպքում.

$$T_{\text{ռել}} = (Rv)^3 /6N(Gm)^2 \cdot \ln(R/b_{\text{նվ}}): \tag{4.8}$$

Այստեղ $\ln(R/b_{\text{նվ}})$-ը կուլոնյան լոգարիթմն է, որը աստղային համախմբերի համար մեծ արժեքներ ունի:

Ռելաքսացիայի ժամանակի գնահատումը խիստ կարևոր է, քանի որ այն հուշում է՝ համախմբի դինամիկայի ուսումնասիրության հարցում պե՞տք է արդյոք հաշվի առնել աստղային մերձեցումները, թե ոչ:

Համախումբ	N	R պկ	V կմ/վ	T_h տարի	$T_{\text{ռել}}$ տարի	Տարիք	Տարիք /$T_{\text{ռել}}$
Բաց աստղակույտեր	10^2	2	0.5	10^5	10^7	10^8	10
Գնդային աստղակույտեր	10^5	4	10	$5\cdot10^5$	$4\cdot10^8$	10^{10}	25
Գաճաճ գալակտիկա	10^9	10^3	50	$2\cdot10^7$	10^{14}	10^{10}	10^{-4}
Էլիպտիկներ	10^{11}	$10^{4.5}$	250	10^8	$6\cdot10^{16}$	10^{10}	10^{-7}
Պարուրաձև գալակտիկաներ	10^{11}	$10^{4.5}$	20	$1.5\cdot10^9$	$6\cdot10^{17}$	10^{10}	10^{-8}
Գալակտիկ կույտեր	10^2	$5\cdot10^5$	500	10^9	$3\cdot10^9$	10^{10}	3

Կոնկրետ օբյեկտների վրա (4.8)-ը կիրառելու համար անհրաժեշտ է ունենալ $b_{նվ}$-ը: Գործնականում վերցնում են այն հեռավորությունը, որից սկսում են ուժեղ բախումները: Այնպես որ՝ կընդունենք՝ $b_{նվ}$ =1ա.մ: Էլիպտիկների համար v~300կմ/վ, N~10^{11}, R~10կպկ, m~ $M_{\odot}$, ուրեմն $\ln(R/b_{նվ}) \approx 21$, և ստանում ենք $T_{ռել} \approx 10^{17}$տարի, որն անհամեմատ մեծ է տիեզերքի տարիքից: Ուրեմն, աստղային մերձեցումները էական չեն գալակտիկաների դինամիկայում:

Գնդային մեծ աստղակույտերի համար N$\simeq 10^6$, m$\simeq$0.5$M_{\odot}$, իսկ R$\simeq$10պկ, v$\simeq$10կմ/վ: Այնպես որ՝ $\ln(R/b_{նվ}) \approx 15$, իսկ $T_{ռել} \approx 10^7$ տարի, որը հազար անգամ փոքր է Գալակտիկայի տարիքից: Ակնհայտ է՝ այս օբյեկտների դինամիկայում աստղային մերձեցումներն էական են (տե՛ս աղյուսակը):

Հետաքրքիր է համեմատել ռելաքսացիայի և հատման ժամանակները.

$$T_{ռել}/ T_h = R^2 v^4 (Gm)^{-2}/12N\cdot\ln(R/b_{նվ}):$$

Համասեռ գնդային համախմբի համար, օգտվելով $v^2 \approx GNm/R$ վիրիալ գնահատականից և $b_{նվ}$-ը փոխարինելով ուժեղ բախման $r_s \simeq 2Gm/v^2$ հեռավորությամբ, կստանանք

$$T_{ռել}/ T_h \approx N/12\ln N, \tag{4.9}$$

որը կախված է միայն աստղերի քանակից: Գալակտիկաների համար այն 10^9 է, իսկ գնդային աստղակույտերի համար՝ 10^3:

4.4. Բախումային և ոչ բախումային համախմբեր

Կախված նրանից, թե աստղային մերձեցումները համախմբի դինամիկայում էական են, թե ոչ, աստղային համախմբերը լինում են.

- Բախումային, եթե բախումներն ազդում են աստղերի շարժումների վրա,
- Ոչ-բախումային, եթե բախումները չեն ազդում աստղային ուղեծրերի վրա:

Ռելաքսացիայի ժամանակի գնահատականները ցույց տվեցին, որ գալակտիկաները ոչ-բախումային են՝ բացառությամբ նրանց կենտրոններին մոտ փոքր տիրույթների, որոնցում աստղերի կոնցենտրացիան շատ մեծ է: Գնդային աստղակույտերը բախումային համախմբեր են: Այդպիսին է նաև գալակտիկաներում գազային բաղադրիչը:

Ստիպողական (violent) ռելաքսացիա: Հավասարակշիռ գալակտիկաներում աստղերը շարժվում են ստացիոնար ուղեծրերով՝ առանց գրգռելու մեկը մյուսին: Աստղերի բաշխումը նրանցում ժամանակի ընթացքում չի փոփոխվում:

Իրավիճակը էապես տարբեր է, եթե համախումբը *անհավասարակշիռ* վիճակում է: Փոփոխվող գրավիտացիոն պոտենցիալն առաջացնում է աստղերի ուղեծրերի խոտորում, որն իր հերթին հանգեցնում է գրավիտացիոն պոտենցիալի փոփոխության:

Աստղերի դինամիկայի փոփոխման պրոցեսը՝ պայմանավորված զուտ պոտենցիալի փոփոխությամբ, կոչվում է ստիպողական ռելաքսացիա:

Գալակտիկաները ենթարկվում են ստիպողական ռելաքսացիայի իրենց կազմավորման ընթացքում: Դա այն պրոցեսն է, որը տանում է նրանց հավասարակշիռ վիճակի:

Գալակտիկաների մերձեցումները նույնպես բերում են ստիպողական ռելաքսացիայի, որն ընթանում է համեմատաբար արագ՝ 10^8 տարի՝ վերաբաշխելով աստղերի շարժումները:

Գլուխ V

Աստղային համախմբերի վիճակագրական նկարագրությունը

5.1. Ֆազային տարածություն, բաշխման ֆունկցիա

Դիտարկենք 10^6-10^{12} աստղերից բաղկացած համախումբ: Տվյալ պահին նրա վիճակը բնութագրվում է աստղերի դիրքերով՝ $\mathbf{r}_i$, արագություններով՝ $\mathbf{v}_i$, և զանգվածներով՝ m_i:

Պատկերացնենք երևակայական տարածություն՝ $\mathbf{r}_i$, $\mathbf{v}_i$, m_i առանցքներով: Այս 7N չափանի ֆազային տարածության մեջ յուրաքանչյուր աստղ կներկայացվի կետով, որը ժամանակի ընթացքում կշարժվի ինչ-որ ֆազային հետագծով: Ուրեմն, ֆազային տարածության մեջ համախմբի վիճակը կտրվի N կետորով: Դրանց ճշգրիտ դիրքերը, նույնիսկ մեր Գալակտիկայի սահմաններում, անհնար է տալ: Այդ պատճառով նման համախմբերը կդիտարկենք վիճակագրական եղանակով, այսինքն՝ ֆազային տարածության (ՖՏ) մեջ համախումբը ներկայացնող կետերի խտության բաշխման միջոցով: Դա կկատարենք հետևյալ կերպ:

Մտովի տրոհենք ֆազային տարածությունը ֆիզիկական անվերջ փոքր՝ $d\tau = d\mathbf{r}d\mathbf{v}dm$ ծավալների, որոնցում պարունակվում են dn թվով աստղեր: Կետերի բաշխման խտությունը կորոշվի

$$F = dn/d\tau, \qquad (dn = Fd\tau) \tag{5.1}$$

բաշխման ֆունկցիա (ԲՖ) կոչվող մեծությամբ, որը կախված է ֆազային կոորդինատներից, ինչպես նաև ժամանակից, քանի որ տվյալ ծավալում կետերի քանակը ժամանակի ընթացքում կարող է փոփոխվել՝ F(r,v,m,t):

Համաձայն ԲՖ-ի սահմանման՝

$$\int F d\tau = N, \qquad \text{իսկ} \qquad \int F d\mathbf{v} = n(r,m,t): \tag{5.2}$$

$Fd\tau$-ն հավանականությունն է այն բանի, որ աստղերի դիրքերն ընկած են եռաչափ **r**,**r**+d**r** միջակայքում, արագությունները՝ **v**,**v**+d**v**, իսկ զանգվածները՝ m,m+dm:

5.2. Լիուվիլի թեորեմը, Լիուվիլի հավասարումը

Ենթադրենք՝ դիտարկվող աստղերի համախումբը շարժվում է համատեղ ստեղծած ռեգուլյար գրավիտացիոն U(r) պոտենցիալով դաշտում: Աստղերի շարժումները նկարագրվում են հետևյալ հավասարումների համակարգով.

$$dx/dt = v_x \equiv q_x; \;\; dy/dt = v_y \equiv q_y; \;\; dz/dt = v_z \equiv q_z; \;\; dv_x/dt = -\partial U/\partial x \equiv q_{vx} ,$$
$$dv_y/dt = -\partial U/\partial y \equiv q_{vy}; \;\; dv_z/dt = -\partial U/\partial z \equiv q_{vz\,;} \;\; dm/dt = 0 \equiv q_m: \qquad (5.3)$$

Վերջին պայմանով մենք անտեսում ենք համախմբում աստղերի ծնունդն ու մահը: Ներմուծված 7 չափանի **q** վեկտորը փազային կոորդինատների առաջին կարգի ածանցյալն է ըստ ժամանակի, այսինքն՝ ներկայացնում է այդ կետերի արագությունը ՖՏ-ում: Արտաքսելով (5.3)-ից ժամանակը՝ կստանանք փազային հետագծի հավասարումը: Հեշտ է կռահել, որ փազային հետագծերը իրար չեն կարող հատել:

Նկատենք, որ փազային արագության **q** վեկտորը սոլենոիդային է, այսինքն՝ div**q** = 0, որում կարող եք համոզվել (5.3)-ի օգնությամբ անմիջական ստուգմամբ:

Ուրեմն, ՖՏ-ում կետերի շարժումը նման է անսեղմելի հեղուկի շարժմանը: Եթե ՖՏ-ի մեջ t_0 պահին փիքսենք 7 չափանի փազային τ ծավալ, ապա նրանում պարփակված n կետերը շարժվելով իրենց փազային հետագծերով, t պահին կզբաղեցնեն թեև դեֆորմացված, բայց մեծությամբ նորից τ-ին հավասար ծավալ: Հետևաբար, փազային հետագծի երկայնքով $F = n/\tau$ ԲՖ-ն մնում է անփոփոխ: Սա հենց **Լիուվիլի թեորեմ**ն է: Այս փաստը կարելի է ապացուցել մաթեմատիկորեն: Նախ գրենք ՖՏ-ի մեջ կետերի շարժման համար անընդհատության հավասարումը, որը աստղերի քանակի պահպանությունն է արտահայտում.

$$\partial F/\partial t + \mathrm{div}(F\mathbf{q}) = 0: \qquad (5.4)$$

Բայց, քանի որ div$\mathbf{q}$ = 0, ապա div(F$\mathbf{q}$) = $\mathbf{q}\cdot\nabla$F: Արդյունքում ստանում ենք

$$\frac{\partial F}{\partial t}+v_x\frac{\partial F}{\partial x}+v_y\frac{\partial F}{\partial y}+v_z\frac{\partial F}{\partial z}-\frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial v_x}-\frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial F}{\partial v_y}-\frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial F}{\partial v_z}=0\ , \qquad (5.5)$$

որը **Լիուվիլի կամ Բոլցմանի ոչ բախումային հավասարումն** է, որն արտահայտում է Լիուվիլի թեորեմը մաթեմատիկորեն:

Վեկտորական տեսքով Լիուվիլի (5.5) հավասարումը ներկայացվում է այսպես.

$$\frac{\partial F}{\partial t}+(\boldsymbol{v}\nabla)F-\nabla U\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{v}}=0: \qquad (5.6)$$

5.3. Ուժեղ բախումների էֆեկտը

Կարելի է քննության առնել առանձին աստղերի ԲՖ-ները, օրինակ՝ F_i-ն կտա i-րդ աստղի ՖՏ **r**,**v**,m կետում գտնվելու հավանականությունը: Մասնավորապես

$$dw_i = F_i(r,v,m,t)drdvdm\text{-ը}$$

հավանականությունն է այն բանի, որ i-րդ աստղի r_i դիրքն ընկած է r,r+dr միջակայքում, v_i արագությունը՝ v,v+dv ինտերվալում, իսկ m_i զանգվածը՝ m,m+dm-ում: Փաստորեն համախումբը նկարագրում ենք N հատ ԲՖ-ներով, որոնցից յուրաքանչյուրը նորմավորվում է 1-ի.

$$\int F_i(\tau,t)d\tau = 1: \qquad (5.7)$$

Պարզվում է՝ աստղերի միջև ուժեղ բախումների առկայության դեպքում N հատ ԲՖ-ները բավական չեն համախմբի վարքը նկարագրելու համար: Օրինակ՝ հավանականությունն այն բանի, որ i-րդ աստղը ՖՏ dτ ծավալում է, իսկ j-րդը՝ dτ′-ում, հավասար կլինի

$$F_iF_jd\tau d\tau',$$

եթե այդ աստղերն իրարից անկախ են: Սակայն, քանի որ այդ աստղերը շարժվում են համախմբի միացյալ ստեղծած դաշտում, ապա նրանց շարժումների միջև պետք է գոյություն ունենա որոշակի կոռելացիա:

Ներմուծենք զույգ հավանականության ֆունկցիա.

$$F_{ij} = F_iF_j + \epsilon_{ij}, \tag{5.8}$$

որտեղ ϵ_{ij}-ն կոռելացիոն անդամն է: Ցույց է տրվում, որ $\epsilon_{ij}/F_iF_j \sim 1/N$: Հետևաբար մեծ թվով աստղերից բաղկացած համախմբերում կարելի է անտեսել կոռելացիոն անդամը՝ համարելով աստղերն իրարից անկախ: Այդպես կարող ենք վարվել, եթե դիտարկում ենք միայն ռեգուլար դաշտի ազդեցությունը: Աստղը զգում է մյուսի ազդեցությունը, երբ այնքան են մոտենում իրար, որ հատում են միմյանց պոտենցիալ հորերը, որը հանգեցնում է նրանց շարժումների խոտորմանը: Փոքրաթիվ աստղերով կույտերում պոտենցիալը սահուն չէ, և առանձին աստղի դիրքը էական է մյուսների շարժման դինամիկայի համար:

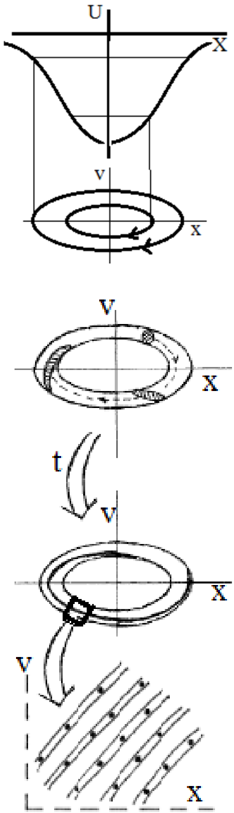
Փաստորեն աստղադինամիկան կարելի է բաժանել երկու էապես տարբեր մասերի: Առաջինը ոչ բախումային աստղադինամիկան է, որում անտեսվում են աստղային մերձեցումները, կոռելացիոն անդամը զրո է, կարելի է օգտվել միջինացված խտության ու պոտենցիալի գաղափարներից և օգտվել ոչ բախումային Բոլցմանի հավասարումից: Սա կիրառելի է, երբ դիտարկում ենք աստղային համախմբերի վարքը ոչ շատ երկար ժամանակահատվածների ընթացքում:

Երկրորդը շատ ավելի բարդ է: Այստեղ համախմբի դինամիկայում էական են աստղային մերձեցումները՝ ռելաքսացիոն էֆեկտները: Սրանք, ինչպես տեսանք, թեև շատ փոքր են, սակայն կուտակային (կումուլատիվ) էֆեկտի պատճառով երկար ժամանակներում էապես կարող են փոփոխել ԲՖ-ները: Փաստորեն բախումները հանգեցնում են Լիուվիլի թեորեմի խախտմանը: Այս երևույթը հավասարումներում հաշվի է առնվում Լիուվիլի հավասարման աջ մասում նոր անդամ ավելացնելով.

$$\frac{\partial F}{\partial t}+(\boldsymbol{v}\nabla)F-\nabla U\,\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{v}}=\left(\frac{\partial F}{\partial t}\right)_{col} \quad : \qquad (5.9)$$

Սա **Բոլցմանի հավասարումն** է, որի աջ մասը բախումների ինտեգ-րալն է: Այն պարզագույն դեպքերում կարելի է ներկայացնել $\Delta F/T_{\text{ռել}}$ տեսքով կամ օգտվել Ֆոկեր-Պլանկի մոտավորությունից:

5.4. Դինամիկ խառնում



Քննարկենք ֆազային խառնման երևույթը, որն անմիջականորեն առնչվում է ոչ բախումային համախմբի հավասարակշռության վիճակի գալու հետ: Այն կցուցադրենք պարզագույն օրինակով, երբ համախմբում շարժումները միաչափ են: Անտեսելով աստղերի զանգվածների տարբերությունները՝ կունենանք երկչափ ֆազային տարածություն՝ x և v կոորդինատներով:

Դիցուք, համախումբը շարժվում է նկարում պատկերված պոտենցիալով դաշտում: Այս դաշտում աստղերը տատանվում են կենտրոնի շուրջ տարբեր լայնույթներով, պարբերություններով և փուլերով: Չնայած տատանումները կատարվում են x առանցքով, սակայն x,v հարթության վրա նրանց ֆազային հետագծերը օվալակերպ կորեր են: Եթե շարժումը սկսվում է x > 0, v = 0 կետից, ապա մարմինը շարժվում է դեպի ձախ՝ նվազեցնելով x-ը: Քանի որ էներգիան անփոփոխ է, կորը ստացվում է փակ:

Այժմ դիտարկենք աստղերի խմբեր, որոնք գրավում են տարածության փոքր տիրույթներ և ունեն իրար մոտ արագություններ, այնպես որ ՖՏ-ում զբաղեցնում են փոքր ծավալներ (տե՛ս նկարը): Ժամանակի ընթացքում այս ֆազային ծավալները, շնորհիվ աստղերի պարբերությունների տարբերության, թեև ըստ մեծության կմնան անփոփոխ (համաձայն Լիուվիլի թեորեմի), սակայն անընդհատ կձգվեն և մի քանի շրջապտույտից կընդունեն նեղ պարույրի տեսք, որի տարբեր շերտերը այնքան կմոտենան իրար, որ հնարավոր չի լինի դրանք իրարից տարբերել: Սկզբնապես խմբեր կազմող աստղերը այժմ կբնութագրվեն համարյա համասեռ բաշխվածությամբ, որոնց արդեն կհամապատասխանեն ստացիոնար ֆազային ԲՖ-ներ: Սրան համապատասխանում է «վիրիալ հավասարակշռության» վիճակը:

Այս օրինակը ցույց տվեց, որ աստղային համախմբերում ստացիոնար վիճակի հաստատումը կատարվում է նրա ֆազային պատկերի խառնման միջոցով: Գործնականում ~30 հատման ժամանակ հետո համախումբը հիմնականում անցած է լինում հավասարակշիռ վիճակի՝ էներգիայի և անկյունային մոմենտի որոշակի բաշխվածությամբ:

5.5. Ջինսի թեորեմը

Արտաքսենք ԲՖ-ից աստղերի զանգվածները և սահմանենք **բերված ԲՖ**-ն հետևյալ կերպ.

$$f(r,v,t)=\int_0^\infty F(r,v,m,t)mdm: \qquad (5.10)$$

Զանգվածի խտությունը այս դեպքում կլինի

$$\rho(r,t)=\int_{-\infty}^\infty f(r,v,t)d\boldsymbol{v} \ , \qquad (5.11)$$

իսկ Պուասոնի հավասարումը կմնա անփոփոխ:

Նկատենք, որ f-ի ֆիզիկական իմաստը զանգվածի խտությունն է $(\mathbf{r},\mathbf{v})$ 6 չափանի ֆազային տարածության մեջ: Լիուվիլի հավասարումը mdm-ով բազմապատկելով և ըստ զանգվածի ինտեգրելով՝ կստանանք նույն հավասարումը, բայց արդեն բերված ԲՖ-ի համար: Հետաքրքիր է, որ Լիուվիլի հավասարումից զանգվածն արտաքսելով՝ միևնույնն է դառնում, թե ինչպիսին է տարբեր աստղերի զանգվածների բաշխումը, քանի դեռ միավոր ծավալի զանգվածն անփոփոխ է: Փաստորեն համախմբի դինամիկան անկախ է դառնում այն բանից՝ նրանում աստղեր են, թե փոշու հատիկներ:

Աստղի միջին իմպուլսը կորոշվի

$$\rho\bar{v} = \int vf(r,v)d^3v \qquad (5.12)$$

ինտեգրալով, իսկ միջին արագությունից շեղումները՝ արագության դիսպերսիայի սիմետրիկ տենզորով.

$$\rho\sigma_{ij}^2 = \int (v_i - v_j)(v_i - v_j)f(r,v)d^3v = <v_i v_j> - <v_i><v_j> : \qquad (5.13)$$

Մատրիցական հանրահաշվից հայտնի է, որ կամայական r կետում կարելի է ընտրել երեք փոխուղղահայաց առանցքներ, որոնցում **σ**^{2}-ն անկյունագծային է՝ $\sigma_{ij}^2 = \sigma_{ii}^2\delta_{ij}$: Էլիպսոիդը, որի կիսաառանցքները σ_{ii}-երն են, կոչվում է արագությունների էլիպսոիդ տվյալ r կետում:

Այժմ վերադառնանք աստղի շարժման հավասարումներին.

$$dx/dt = v_x;\ \ldots;\ dv_x/dt = -\partial U/\partial x;\ldots$$

և ենթադրենք՝ U(r) ֆունկցիան հայտնի է: Այդ դեպքում սրանք կազմում են կոորդինատների և արագությունների նկատմամբ 6 դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգ, որն ունի 6 անկախ $I_1,..,I_6$ ինտեգրալներ: Ինտեգրալը I(r,v,t) ֆունկցիա է, որում r(t),v(t) լուծումները տեղադրելիս վերածվում է հաստատունի: Ինտեգրալները կոչվում են անկախ, եթե նրանց միջև չկա $g(I_1,..,I_6)=0$ տիպի առնչություն: Եթե I-ն ինչ-որ 7-րդ կամայական ինտեգրալ է, ապա այն անկախ չէ և պետք է արտահայտվի $I_1,..,I_6$-ով.

$$I = f(I_1,..,I_6):$$

Քանի որ I(r,v,t)-ն r(t),v(t) լուծումների ֆունկցիա է, ապա

$$\frac{dI}{dt}=\frac{\partial I}{\partial t}+\frac{\partial I}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial I}{\partial y}\frac{dy}{dt}+\frac{\partial I}{\partial z}\frac{dz}{dt}+\frac{\partial F}{\partial v_x}\frac{dv_x}{dt}+\frac{\partial F}{\partial v_y}\frac{dv_y}{dt}+\frac{\partial F}{\partial v_z}\frac{dv_z}{dt}=0\ ,$$

որը շարժման հավասարումների հաշվառմամբ ճշգրտորեն համընկնում է Լիուվիլի հավասարման հետ: Հետևաբար բաշխման f ֆունկցիան նույնպես շարժման հավասարումների ինտեգրալ է: Սա իր հերթին նշանակում է, որ **Լիուվիլի հավասարման լուծումները շարժման ինտեգրալների ֆունկցիաներ են**.

$$f(\mathrm{r,v,t}) = \mathrm{f}(\mathrm{I}_1,..,\mathrm{I}_6):$$

Սա հենց **Ջինսի թեորեմն** է:

Եթե մենք դիտարկում ենք ստացիոնար վիճակի եկած համախմբեր, ապա նրանց համար $\partial f/\partial t=0$: Նրանց U-ն և ρ-ն նույնպես անկախ կլինեն ժամանակից: Ցույց տանք, որ այդ դեպքում 6 շարժման ինտեգրալները կարելի է ընտրել այնպես, որ նրանցից միայն մեկը բացահայտ կախված լինի ժամանակից:

Ապացույց: Արտաքսենք ժամանակը շարժման հավասարումներից.

$$\frac{dx}{v_x}=\frac{dy}{v_y}=\frac{dz}{v_z}=\frac{dv_x}{-\partial U/\partial x}=\frac{dv_y}{-\partial U/\partial y}=\frac{dv_z}{-\partial U/\partial z}:$$

Սրանք ֆազային հետագծի հավասարումներն են: Այժմ կարող ենք ֆազային կոորդինատներից որևէ մեկը, ասենք x-ը, վերցնել որպես անկախ փոփոխական, իսկ մյուսները՝ կախյալ, և գրել.

$$\frac{v_y}{v_x}=\frac{dy}{dx};\quad \frac{dz}{dx}=\frac{v_z}{v_x};$$

$$\frac{dv_x}{dx}=\frac{-\partial U/\partial x}{v_x};\quad \frac{dv_y}{dy}=\frac{-\partial U/\partial y}{dv_y};\quad \frac{dv_z}{dz}=\frac{-\partial U/\partial z}{dv_z},$$

որն արդեն 5-րդ կարգի է: Ուրեմն, ստացիոնար աստղային համախմբի ԲՖ-ն կախված է միայն շարժման 5 ինտեգրալներից.

$$f(\mathrm{r,v,t}) = \mathrm{f}(\mathrm{I}_1,..,\mathrm{I}_5):$$

Շարժման 5 ինտեգրալները, որոնք բացահայտ անկախ են ժամանակից, կոչվում են *կոնսերվատիվ* ինտեգրալներ, իսկ ժամանակից բացահայտ կախված I_6-ը կոչվում է *ոչ կոնսերվատիվ*, որից f-ը կախված լինել չի կարող:

5.6. Մեկուսացված և չմեկուսացված ինտեգրալներ

Շարժման կոնսերվատիվ ինտեգրալները լինում են երկու տիպի՝ մեկուսացված և չմեկուսացված, որոնք օժտված են լիովին տարբեր հատկություններով: Սա կցուցադրենք x,y հարթության մեջ համախմբի շարժման դիտարկմամբ: Ֆազային տարածությունն այդ դեպքում 4 չափանի է, և ունենք 4 անկախ ինտեգրալներ, որոնցից առնըվազն երեքը կոնսերվատիվ են:

Դիտարկենք պարզագույն պոտենցիալ՝

$$U = ½(a^2x^2 + b^2y^2):$$

Նրանում աստղի շարժման հավասարումները կլինեն

$$\dot{x} = v_x; \quad \dot{y} = v_y; \quad \dot{v}_x = -a^2x; \quad \dot{v}_y = -b^2u,$$

որոնց ընդհանուր լուծումներն են

$$\begin{aligned} x &= x_0 sina\left(t - t_1\right), \quad y = y_0 sinb\left(t - t_2\right), \\ v_x &= ax_0 cosa\left(t - t_1\right), \quad v_y = by_0 cosb\left(t - t_2\right), \end{aligned} \tag{5.14}$$

չորս անկախ ինտեգրալներով՝

$$\begin{aligned} I_1 &= x_0 = \pm\sqrt{x^2 + v_x^2 / a^2}, \quad I_2 = y_0 = \pm\sqrt{y^2 + v_y^2 / b^2}, \\ I_3 &= t_1 = t - \frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{ax}{v_x}, \quad I_3 = t_2 = t - \frac{1}{b}\operatorname{arctg}\frac{by}{v_y}, \end{aligned} \tag{5.15}$$

որոնք ֆունկցիա են x, y, v_x, v_y, t-ից: Նկատենք, որ սերտ կապ կա շարժման ինտեգրալների և ինտեգրման հաստատունների միջև:

Բերված ինտեգրալներից միայն առաջին երկուսն են կոնսերվատիվ, սակայն կարող ենք կազմել երրորդը.

$$I_3' = I_4 - I_3 = \frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{ax}{v_x} - \frac{1}{b}\operatorname{arctg}\frac{by}{v_y}: \qquad (5.16)$$

Համաձայն Ջինսի թեորեմի՝ ԲՖ-ն կամայական ֆունկցիա է այս երեք կոնսերվատիվ ինտեգրալներից՝ $f = f(I_1, I_2, I_3')$:

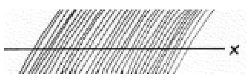
Սակայն մանրազնին դիտարկումը բացահայտում է I_3' ինտեգրալի անսովոր հատկություններ: Նախ, arctg ֆունկցիան ունի անվերջ բազմության արժեքներ, որոնք տարբերվում են πk-ով: Եթե $I_{3,0}'$-ն I_3'-ի ինչ-որ արժեք է, ապա մյուսները կլինեն

$$I_3' = I_{3,0}' + k\pi / a + \ell\pi / b,$$

որտեղ k,ℓ-ը ամբողջ թվեր են:

Ուրեմն, ֆազային տարածության ցանկացած կետում I_3'-ն ունի անհամար արժեքներ, որոնք a/b-ի իռացիոնալ լինելու դեպքում լրացնում են համախմբի ամբողջ ֆազային պատկերը: Իսկ եթե վերցնենք I_3'-ի մի կոնկրետ արժեք՝ $I_3' = c_3'$, և լուծենք այն, ասենք x-ի նկատմամբ, կստանանք

$$x = \frac{v_x}{a} tg\left[a\left(c_3' + \frac{1}{b}arctg\frac{by}{v_y}\right)\right], \qquad (5.17)$$



որը նույնպես բազմարժեք է և a/b-ի իռացիոնալության դեպքում լրացնում է համախմբի x առանցքի ողջ տիրույթը: Փաստորեն $I_3' = c_3'$ պայմանը համընկնում է ամբողջ ֆազային տարածության հետ: Նման ինտեգրալները կոչվում են չմեկուսացված: I ինտեգրալը կոչվում է **չմեկուսացված**, եթե $I=c$ լուծումների շարքը ամենուրեք լցնում է համախմբի փազային տարածությունը: Նման ինտեգրալներից ԲՖ-ն կախված լինել չի կարող:

Իսկ մյուս ինտեգրալները, օրինակ $I_l=c_l$, տալիս է

$$x = \pm\sqrt{(c_1^2 - a^2 v_x^2)}`$$

փազային տարածության երկու հարթություններ: Սա **մեկուսացված** ինտեգրալ է:

Ջինսի խիստ թեորեմը պնդում է, որ ռեգուլար պոտենցիալով ստացիոնար աստղային համախմբի բաշխման ֆունկցիան կախված կարող է լինել միայն մեկուսացված ինտեգրալներից, որոնց քանակը չի գերազանցում երեքը.

$$f(\mathrm{r,v,t}) = \mathrm{f}(\mathrm{I}_1,\mathrm{I}_2, \mathrm{I}_3): \tag{5.18}$$

Այս թեորեմի ապացույցը տե՛ս Binney, Tremaine 1994 գրքում (BT, 1994):

5.7. Բաշխման ֆունկցիայի որոշ տիպեր

Էներգիայից կախված բաշխման ֆունկցիաներ: Հավասարակշիռ U(r) պոտենցիալում էներգիան շարժման ինտեգրալ է, որում կարող եք համոզվել անմիջականորեն.

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\partial\varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial\varepsilon}{\partial r}\frac{dr}{dt} + \frac{\partial\varepsilon}{\partial v}\frac{dv}{dt} = \frac{dU}{dr}v - v\frac{dU}{dr} \equiv 0:$$

Միայն էներգիայից կախված ոչ բացասական ԲՖ-ները` f(ε)>0, կոչվում են **էրգոդիկ**: Նման ԲՖ-ներով նկարագրվող աստղային համախմբերում աստղերի միջին արագությունները ամենուրեք նույնաբար զրո են.

$$\rho(\mathrm{r})<\mathbf{v}(\mathrm{r})> = \int \mathbf{v} f(\mathrm{U(r)} + ½\mathrm{v}^2)\mathrm{d}^3\mathbf{v} = 0, \tag{5.19}$$

որն անմիջապես հետևում է ըստ արագության ԲՖ-ի զույգ լինելու հանգամանքից: Նույն պատճառով արագության դիսպերսիայի տենզորը ստացվում է իզոտրոպ.

$$\sigma_{ij}^2 = \langle v_i v_j \rangle = \sigma^2 \delta_{ij},$$

որտեղ

$$\rho(r)\sigma^2(r) = \int v_z^2 dv_z \int f[\tfrac{1}{2}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) + U(r)]dv_x dv_y = \\ = \tfrac{4\pi}{3}\int v^4 f(\tfrac{1}{2}(v^2 + U)dv : \qquad (5.20)$$

Ուրեմն, էրգոդիկ ԲՖ-ով նկարագրվող ցանկացած աստղային համախումբ իզոտրոպ է:

Էներգիայից և անկյունային մոմենտից կախված ԲՖ-ներ

Եթե համախմբի U-ն և ρ-ն հավասարակշռության վիճակում անկախ են ժամանակից և կախված են նրանց կենտրոններից աստղի $r=\sqrt{(x^2+y^2+z^2)}$ հեռավորությունից՝ U(r), ρ(r), այսինքն՝ համախումբը գնդային համաչափ է, ապա աստղի վրա ազդող ուժն ուղղված է դեպի կենտրոն, այնպես որ՝ նրա տեսակարար իմպուլսի մոմենտը կպահպանվի.

$$\boldsymbol{\ell} = \mathbf{r}\times\mathbf{v} = \text{const}: \qquad (5.21)$$

Սակայն, քանի որ գնդային համաչափ համախմբում չկա առանձնացված ուղղություն, ապա ԲՖ-ն չի կարող կախված լինել իմպուլսի մոմենտի առանձին ℓ_x, ℓ_y, ℓ_z բաղադրիչներից, այլ կախված կլինի նրա $\ell=\sqrt{(\ell_x^2+\ell_y^2+\ell_z^2)}$ մոդուլից: Այնպես որ՝ նման համախմբի ԲՖ-ն ոչ բացասական ֆունկցիա է՝ կախված ε,ℓ-ից: Եթե նշանակենք v_r, $\mathbf{v}_t$ արագության շառավիղային և նրան ուղղահայաց բաղադրիչները՝ $v_t^2 = v_\theta^2 + v_\varphi^2$, գնդային կոորդինատական համակարգում, ապա $\ell = rv_t$ և $\varepsilon = ½(v_r^2 + v_t^2) + U(r)$, և միջին արագությունները կլինեն.

$$\rho\overline{v}_r = \int v_r dv_r \int f[\tfrac{1}{2}(v_r^2 + v_t^2) + U(r), rv_t]\mathrm{d}^2 v_t = 0, \\ \rho\overline{v}_t = \int v_t dv_t \int f[\tfrac{1}{2}(v_r^2 + v_t^2) + U(r), rv_t]\mathrm{d}^2 v_r = 0 : \qquad (5.22)$$

Երկու դեպքում էլ ենթինտեգրալ ֆունկցիան կենտ է v_r, v_t-ի նկատմամբ, որի պատճառով ինտեգրալները զրո են: Նույն պատճառով ստացվում է, որ արագության դիսպերսիայի տենզորը անկյունագծային է գնդային կոորդինատական համակարգում, ընդ որում`

$$\sigma_r^2 \equiv \langle v_r^2 \rangle; \qquad \sigma_\theta^2 \equiv \langle v_\theta^2 \rangle; \qquad \sigma_\varphi^2 \equiv \langle v_\varphi^2 \rangle = \sigma_\theta^2: \qquad (5.23)$$

Ընդհանուր դեպքում $\sigma_r^2 \neq \sigma_\theta^2$ քանի որ f-ի կախումը v_r–ից և v_t–ից տարբեր է: Հետագայում կտեսնենք, որ աստղային համախմբերում $\rho\boldsymbol{\sigma}^2$ մեծությունը խաղում է ճնշման դեր: Վերջին ստացված արդյունքը ցույց է տալիս, որ գնդային աստղային համախմբերում շառավիղային և նրան ուղղահայաց ուղղություններով ճնշումները տարբեր են: Այլ կերպ ասած` ճնշումը աստղային համախմբերում ոչ թե սկալար է, այլ տենզոր:

Էներգիայից և ℓ_z-ից կախված ԲՖ-ներ

Եթե պոտենցիալը առանցքային համաչափ է, ապա $\ell_z = rv_\varphi$–ը մեկուսացված ինտեգրալ է: Այդ դեպքում

$$f = f\,[\tfrac{1}{2}(v_r^2 + v_z^2 + v_\varphi^2) + U(r), rv_\varphi] \equiv f(\varepsilon,\ell_z),$$

որից անմիջականորեն հետևում է, որ $\langle v_r \rangle = \langle v_z \rangle = 0$: Պարզ է, որ $\langle v_\varphi \rangle = 0$, եթե f-ը զույգ ֆունկցիա լինի ℓ_z-ից: Ընդհանուր դեպքում $f(\varepsilon,\ell_z)$-ը կարելի է ներկայացնել ըստ ℓ_z-ի զույգ և կենտ ֆունկցիաների գումարի տեսքով.

$$f(\varepsilon,\ell_z) = f_+(\varepsilon,\ell_z) + f_-(\varepsilon,\ell_z), \text{ որտեղ } f_\pm(\varepsilon,\ell_z) = \tfrac{1}{2}[\, f(\varepsilon,\ell_z) \pm f(\varepsilon,-\ell_z)]: \quad (5.24)$$

Զույգ մասը ներդրում չի ունենա $\rho\langle v_\varphi \rangle$-ում, իսկ կենտ մասը (5.11)` ρ-ում: Արագության դիսպերսիայի տենզորը կլինի անկյունագծային գլանային կոորդինատական համակարգում, զրոյից տարբեր հետևյալ բաղադրիչներով.

$$\rho < v_r^2 >= \rho\sigma_r^2 = \int v_r^2 dv_r \int dv_z \int f[\tfrac{1}{2}(v_r^2 + v_z^2 + v_\varphi^2) + U, rv_\varphi], \quad (5.25)$$

$$\rho < v_\varphi^2 >= \rho\sigma_\varphi^2 = \int dv_r \int dv_z \int (v_\varphi - \overline{v}_\varphi)^2 f[\tfrac{1}{2}(v_r^2 + v_z^2 + v_\varphi^2) + U, rv_\varphi] \mathrm{d} v_\varphi,$$

$$\sigma_z^2 = \sigma_r^2 \neq \sigma_\varphi^2 :$$

Ուրեմն, ազիմուտային ուղղությամբ ճնշումը տարբեր է միջօրեական հարթության մեջ ճնշումից: Այստեղ նորից ճնշումն անիզոտրոպ է:

Հաճախ հարմար է սահմանել այսպես կոչված *հարաբերական ψ գրավիտացիոն պոտենցիալ* և դրան համապատասխան աստղի *հարաբերական տեսակարար Ɛ էներգիա* հետևյալ առնչություններով.

$$\psi \equiv - U + U_0 \quad \mathcal{E} \equiv - \varepsilon + U_0 = \psi - \tfrac{1}{2}v^2 : \qquad (5.26)$$

Գործնականում U_0-ն ընտրում են այնպես, որ դրական հարաբերական էներգիային համապատասխանի դրական բաշխման ֆունկցիա՝ $f > 0$, եթե $\mathcal{E}>0$, և $f = 0$ եթե $\mathcal{E}\leq0$: Եթե մեկուսացված աստղային համախումբն ունի անվերջ սփռվածություն, ապա $U_0 = 0$, իսկ հարաբերական էներգիան հավասարվում է համախմբի կապի էներգիային:

Մեկուսացված համախմբի հարաբերական պոտենցիալը բավարարում է հետևյալ տեսքի Պուասոնի հավասարմանը.

$$\Delta\psi = - 4\pi G\rho \qquad (5.27)$$

$\psi(r \to\infty) \to U_0$ եզրային պայմանով:

ԳԼՈՒԽ VI

ՈՉ-ԲԱԽՈՒՄԱՅԻՆ ՀԱՄԱԽՄԲԵՐ: ԱՍՏՂԱՅԻՆ ՈՒՂԵԾՐԵՐ

6.1. Գնդային համաչափ համախմբեր

Այս համախմբերի օրինակներ են գնդային աստղակույտերը, թեև նրանցից շատերի տեսքը քիչ շեղված է գնդայինից, սակայն գնդային համաչափություն ենթադրող դինամիկ մոդելները լավ մոտարկում են այդ օբյեկտների, E0 գալակտիկաների, ինչպես նաև գալակտիկաների հալոների համար: Այս բաժնում կզբաղվենք նման մոդելներով:

Ինտեգրալները

Ինչպես տեսանք, այս համախմբերի համար մեկուսացված ինտեգրալներ են տեսակարար իմպուլսի մոմենտի մոդուլը՝

$$\ell = |\mathbf{r}\times\mathbf{v}| = \text{const}, \tag{6.1}$$

և էներգիան՝

$$\varepsilon = U(r) + \tfrac{1}{2}v^2: \tag{6.2}$$

Ուրեմն, գնդային համաչափ համախմբերի ԲՖ-ն կախված է երկու մեկուսացված ինտեգրալներից.

$$f(r,v,t) = f(\varepsilon,\ell): \tag{6.3}$$

Աստղային ուղեծրերը

Քանի որ $\boldsymbol{\ell}\perp\mathbf{r}$, ապա յուրաքանչյուր աստղ շարժվում է իր $\boldsymbol{\ell}$-ին ուղղահայաց հարթության մեջ, որի հետ կկապենք r,θ բևեռային կոորդինատների համակարգ: Տեսակարար էներգիան և անկյունային մոմենտը նրանում կներկայացվեն այսպես.

$$\varepsilon = U(r)+\tfrac{1}{2}(v_r^2+v_\theta^2) = U(r)+\tfrac{1}{2}[(dr/dt)^2+(rd\theta/dt)^2],$$

$$\ell = rv_\theta = r^2\, rd\theta/dt: \tag{6.4}$$

Այս հավասարումներից կգտնենք

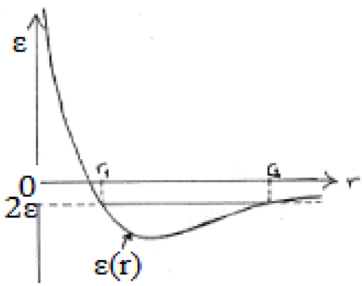
$$d\theta/dt = \ell/r^2,\ dr/dt = \pm\sqrt{[2\varepsilon - 2\,U(r) - \ell^2/r^2]}: \qquad (6.5)$$

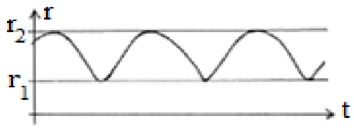
Ի լրումն արդեն հայտնի ε,ℓ ինտեգրալների վերջին երկու հավասարումներն ինտեգրելով, կստանանք ևս երկուսը.

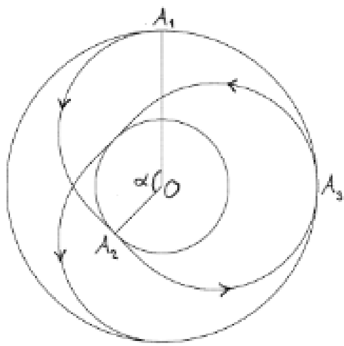
$$t = t_0 \pm\int[2\varepsilon - 2\,U(r) - \ell^2/r^2]^{-1/2}dr: \qquad (6.6)$$

Արտաքսելով (6.5)-ից ժամանակը, առաջինը երկրորդի վրա բաժանելով և ինտեգրելով՝ կունենանք

$$\theta = \theta_0 \pm\ell\int r^{-2}[2\varepsilon - 2\,U(r) - \ell^2/r^2]^{-1/2}dr, \qquad (6.7)$$







որտեղ t_0, θ_0-ն ինտեգրման հաստատուններ են, որոնցից առաջինը ակնհայտորեն ոչ կոնսերվատիվ է, իսկ θ_0-ն՝ կոնսերվատիվ: Վերջին լուծումների իրական լինելու համար արմատատակ արտահայտությունը պետք է լինի ոչ բացասական՝

$$2\varepsilon \geq 2U + \ell^2/r^2: \qquad (6.8)$$

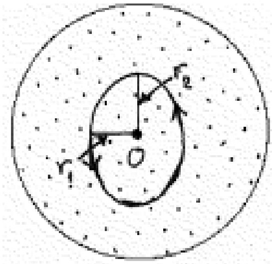
Տրված ℓ-ի համար ε-ը որոշում է ուղեծրի չափսերը՝ r_1, r_2, որոնցում արագության շառավղային բաղադրիչը զրո է դառնում (շրջման կետեր): Եթե սա համակցենք (6.7)-ով տրվող պատկերին, կստանանք, որ աստղը r_1, r_2 միջակայքում կատարում է ռոզետային ուղեծրով շարժում: Ուղեծրի A_1A_2 և A_2A_3 սեգմենտները համաչափ են OA_2-ի նկատմամբ, իսկ α անկյունն ընկած է [π/2,π] միջակայքում: Եթե α/π հարաբերությունը ռացիոնալ չէ, ապա ուղեծիրը փակ է: Նկարում պատկերված է α = 3π/4 դեպքը: Եթե α/π-ն ռացիոնալ է, ապա ուղեծիրը լցնում է r_1-ից r_2 ողջ տիրույթը: Սա չմեկուսացված ինտեգրալի դեպքն է:

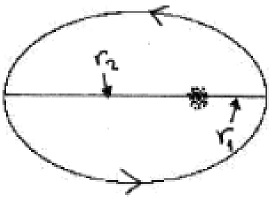
Փակ ուղեծրերը գործնականում ստացվում են երկու դեպքում.

- Համասեռ մոդելում.

$$\rho=const.,\ U(r) = U_0+\beta r^2,$$

որտեղ ուղեծրերը կենտրոնի շուրջ r_1, r_2 կիսաառանցքներով էլիպսներ են, որոնց $\alpha = \pi/2$:





- Կետային զանգվածի մոդելում. $\rho\sim\delta(r)$՝ Դիրակի ֆունկցիան է, $U = -GM/r$: Բոլոր ուղեծրեր էլիպսներ են, որոնց $\alpha = \pi$:

Ցավոք, այս մոդելներն իրականությունից շատ հեռու են, քանի որ դիտվող համախմ-բերում խտությունը նվազող ֆունկցիա է r-ից: Այնուամենայնիվ սրանք ունեն կիրառու-թյուններ: Օրինակ՝ համասեռ մոդելը վատ չի նկարագրում որոշ աստղային համախմբերի կենտրոնական տիրույթները, իսկ կետայինը՝ նրանց կենտրոններից շատ հեռացված տիրույթները:

6.2. Գնդային համաչափ համախմբերի ԲՖ-ներ

Գնդային համախմբի համար Պուասոնի հավասարումն ունի հետև-յալ տեսքը.

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dU}{dr}\right)=4\pi G\rho\,, \tag{6.9}$$

որտեղ զանգվածի խտությունն արտահայտվում է ԲՖ-ի միջոցով.

$$\rho(r,t)=\int f(r,v)d\boldsymbol{v} = 4\pi\int v^2 f(r,v)dv: \tag{6.10}$$

Պարզենք ինտեգրման սահմանները (6.10)-ում: Արագության մոդուլի նվազագույն արժեքը զրո է: Առավելագույն սահմանը որոշվում է էներգիայի ինտեգրալից: Եթե աստղի տեսակարար էներգիան ε է՝ $\varepsilon = U(r) + \frac{1}{2}v^2$, ապա համակարգում մնալու համար անհրաժեշտ է, որ $\varepsilon \le 0$: Այստեղից ստանում ենք արագության վերին սահմանը՝ $v_{max} = \sqrt{-2U}$.

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dU}{dr}\right) = (4\pi)^2 G\int_0^{\sqrt{-U(r)}} v^2 f dv : \qquad (6.11)$$

Ձևափոխենք ինտեգրալը ֆիքսված r դիրքի համար՝ անցնելով արագությունից տեսակարար էներգիային՝ $d\varepsilon = vdv$՝ U(r)-ից 0 սահմաններում.

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dU}{dr}\right) = (4\pi)^2\sqrt{2}G\int_{U(r)}^{0}\sqrt{\varepsilon - U(r)}\, f(\varepsilon)d\varepsilon : \qquad (6.12)$$

Եթե հայտնի է f-ը, ապա կարելի է ստանալ ρ-ն և U-ն:

Արագությունների իզոտրոպ բաշխման դեպքում, ինչպես տեսանք, համախումբը նկարագրվում է էրգոդիկ բաշխման ֆունկցիայով՝ $f = f(\varepsilon)$: Իսկ եթե ԲՖ-ն կախված է նաև այլ շարժման ինտեգրալներից, օրինակ անկյունային մոմենտից $f(\varepsilon,\ell)$ կամ նրա z բաղադրիչից՝ $f = f(\varepsilon,\ell_z)$, ապա արագությունների դաշտը կլինի անիզոտրոպ: Այս դեպքում գնդային համախմբերի հավասարակշռությունը կնկարագրվի

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dU}{dr}\right) = 4\pi G\int f\left(U(r) + \tfrac{1}{2}v^2, \ell \text{ or } \ell_z\right)d^3v \qquad (6.9')$$

հիմնական հավասարումով, որի f և U լուծումները ոչ միայն ինքնահամաձայնեցված են, այլև բավարարում են Բոլցմանի ոչ-բախումային հավասարմանը:

Դիտարկենք էրգոդիկ բաշխման ֆունկցիաների օրինակներ:

Պլամմերի մոդելը: Այս գնդային համաչափ իզոտրոպ մոդելին համապատասխանում է

$$f = a(-\varepsilon)^{7/2}, \text{ եթե } \varepsilon < 0; \text{ և } f = 0, \text{ եթե } \varepsilon \ge 0 \qquad (6.13)$$

բաշխման ֆունկցիան, որում a-ն դրական հաստատուն է: Զանգվածի բաշխման խտության համար այդ դեպքում կունենանք.

$$\rho(r) = 4\pi a\int_0^{\sqrt{-U}} (-U - v^2/2)^{7/2} v^2 dv = 4\pi a(-U)^5 \int_0^{\sqrt{2}} (1-\tau^2/2)^{7/2} \tau^2 d\tau ,$$

որտեղ երկրորդ ինտեգրալում տեղադրել ենք $v = \tau\sqrt{-U}$: Արդյունքում ստանում ենք

$$\rho = C(-U)^5, \tag{6.14}$$

որը տեղադրելով Պուասոնի հավասարման մեջ՝ կունենանք

$$\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dU}{dr} = \begin{cases} 4\pi GC\left(-U\right)^5; & U < 0 \\ 0; & U \geq 0 \end{cases}:$$

Այս հավասարումը հայտնի է աստղերի ներքին կառուցվածքի տեսության մեջ. այն 5 ինդեկսով պոլիտրոպի հավասարումն է, որի անալիտիկ լուծումները հայտնի են.

$$U = \frac{U_0}{\left(1+r^2/r_0^2\right)^{1/2}}; \quad \rho = \frac{\rho_0}{\left(1+r^2/r_0^2\right)^{5/2}}, \tag{6.15}$$

որոնցում r_0, U_0-ն հաստատուններ են, իսկ

$$\rho_0 = -\frac{3U_0}{4\pi G r_0^2}:$$

Իզոթերմ մոդել: Սա գազերի համար Մաքսվել-Բոլցմանի բաշխման անալոգն է, որը, ըստ ε-ի բաշխման, ունի հետևյալ տեսքը.

$$f(\varepsilon) = \frac{\rho_0}{(2\pi\sigma)^{3/2}} e^{-\varepsilon/\sigma^2} = \frac{\rho_0}{(2\pi\sigma)^{3/2}} \exp\frac{-v^2/2 + U(r)}{\sigma^2}, \tag{6.16}$$

որտեղ σ-ն ջերմաստիճանին փոխարինող աստղերի արագությունների դիսպերսիան է: Ինտեգրելով ըստ արագությունների՝ կստանանք զանգվածի խտության բաշխումը.

$$\rho(r)=\frac{4\pi\rho_0}{(2\pi\sigma)^{3/2}}\exp(-\frac{U}{\sigma^2})\int_0^\infty v^2\exp(-\frac{v^2}{2\sigma^2})\,\mathrm{d}v=\rho_0 e^{-\frac{U(r)}{\sigma^2}}: \qquad (6.16')$$

Նկատեք, որ իզոթերմ մոդելում առկա են 0-ից ∞ արագություններով աստղեր՝ ի տարբերություն 0-ից $\sqrt{-2U}$ դեպքի: Իրականում համախումբը չի կարող պարունակել աստղեր, որոնց արագությունները տվյալ r - ում գերազանցում են $\sqrt{-2U(r)}$ արժեքը:

(6.17)-ի օգնությամբ հիդրոստատիկ հավասարակշռության $dp/dr = -\rho dU/dr$ պայմանից և վիճակի $p = \sigma^2\rho$ հավասարումից ստանում ենք

$$U(r) = -\sigma^2 \ln\rho(r)/\rho_0:$$

Տեղադրելով վերջինս Պուասոնի հավասարման մեջ՝ կունենանք.

$$\frac{d}{dr}(\mathrm{r}^2\frac{d\ln\rho}{dr})=-\frac{4\pi G}{\sigma^2}r^2\rho,$$

որի մասնավոր լուծում է «սինգուլար իզոթերմ գունդ» կոչվող բաշխումը.

$$\rho(r)=\frac{\sigma^2}{2\pi G r^2}: \qquad (6.17)$$

Այս դեպքում r շառավղում զանգվածը, շրջանային արագությունը և գրավիտացիոն պոտենցիալն ու մակերևութային խտությունը տրվում են հետևյալ բանաձևերով.

$M(r) = 2\sigma^2 r/G$; $v_c = \sqrt{2}\sigma$; $U(r) = 2\sigma^2 \ln r + \mathrm{const}$; $\Sigma(r) = \sigma^2/2Gr$: (6.17′)

Իզոթերմ մոդելն օգտագործելիս այն հատում են մեծ r-երի վրա, հիմնականում գալակտիկաների հալոներում մութ նյութի քանակության գնահատման ժամանակ:

Կան իզոթերմ մոդելի որոշ ընդհանրացումներ, որոնցում զանգվածը վերջավոր է: Դրա տիպիկ օրինակ է Կինգի մոդելը.

$$f = a[\exp b(\varepsilon_\tau - \varepsilon) - 1]; \quad \varepsilon < \varepsilon_\tau \qquad (6.18)$$

որտեղ ε_τ-ն այսպես կոչված «մակընթացային էներգիան» է, որը համապատասխանում է աստղակույտի մակընթացային շառավիղին[1]:

Էդինգտոնի բանաձևը

Հարաբերական պոտենցիալով արտահայտված գնդային համախմբի զանգվածի խտությունը կորոշվի հետևյալ ինտեգրալով.

$$\rho(r) = 4\pi\int f(\psi - \tfrac{1}{2}v^2)v^2dv = 4\pi\int_0^{\psi}\sqrt{2(\psi-\varepsilon)}f(\varepsilon)d\varepsilon : \qquad (6.19)$$

Քանի որ ψ-ն մոնոտոն ֆունկցիա է r-ից, կարող ենք համարել, որ ρ=ρ(ψ): Այնպես որ՝

$$\frac{\rho(\psi)}{\sqrt{8}\pi} = 2\int_0^{\psi}\sqrt{\psi-\varepsilon}f(\varepsilon)d\varepsilon \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{\sqrt{8}\pi}\frac{d\rho}{d\psi} = \int_0^{\psi}\frac{f(\varepsilon)}{\sqrt{\psi-\varepsilon}}\mathrm{d}\varepsilon,$$

որն ածանցելով ըստ ψ-ի՝ կստանանք Աբելի ինտեգրալ հավասարումը, որի լուծումն է

$$\begin{aligned} f(\varepsilon) &= \frac{1}{\sqrt{8}\pi^2}\frac{d}{d\varepsilon}\int_0^{\varepsilon}\frac{d\psi}{\sqrt{\varepsilon-\psi}}\frac{d\rho}{d\psi} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{8}\pi^2}\left[\int_0^{\varepsilon}\frac{d\psi}{\sqrt{\varepsilon-\psi}}\frac{d^2\rho}{d\psi^2} + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\left(\frac{d\rho}{d\psi}\right)_{\psi=0}\right] : \end{aligned} \qquad (6.20)$$

Ստացվածը Էդինգտոնի բանաձևն է, որով կարելի է ստանալ տրված խտությանը համապատասխանող էրգոդիկ բաշխման ֆունկցիան, սակայն հարկ է անպայման ստուգել, որ այն բացասական չլինի: Դրա համար անհրաժեշտ է, որ

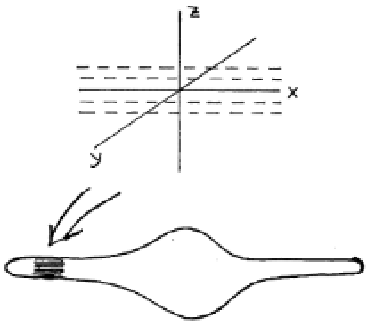
$$\int_0^{\varepsilon}\frac{d\psi}{\sqrt{\varepsilon-\psi}}\frac{d\rho}{d\psi}$$

ինտեգրալը լինի Ɛ-ից կախված աճող ֆունկցիա:

[1] Այն շառավիղն է, որում համախմբի պրոյեկտված խտության պրոֆիլը դառնում է զրո:

6.3. Հարթ-զուգահեռ աստղային համախմբեր

Այդպիսիք են պարուրաձև ու ոսպնաձև գալակտիկաների սկավառակները շառավիղի ոչ մեծ ինտերվալներում: Այդ տիրույթներում զանգվածի խտությունն ու պոտենցիալը կախված են միայն ուղղաձիգ z կոորդինատից, այնպես որ՝ հավասարակշռված վիճակում



$$f = f(z,\ v_x,\ v_y,\ v_z): \qquad (6.21)$$

Ինտեգրենք ԲՖ-ն ըստ v_x, v_y արագությունների.

$$f_l(z,v_z) = \int f(z,\ v_x,\ v_y,\ v_z)dv_x dv_y: \qquad (6.22)$$

Զանգվածի խտությունը կլինի.

$$\rho(z) = \int f_l(z,v_z)\ dv_z,$$

իսկ Պուասոնի ու Լիուվիլի հավասարումները՝

$$d^2U / dz^2 = 4\pi G\rho, \qquad v_z\frac{\partial f_1}{\partial z} - \frac{dU}{dz}\frac{\partial f_1}{\partial v_z} = 0: \qquad (6.23)$$

Միակ ինտեգրալը, որից կարող է կախված լինել f_l-ը, էներգիան է՝

$$\varepsilon = U(z) + ½v_z^2. \ f_l = f(\varepsilon),$$

որով Պուասոնի հավասարումը վերածվում է նույնության:

Աստղային ուղեծրերը

Քանի որ U = U(z), ապա աստղի վրա ազդող ուժն ուղղված է z առանցքով միայն: Հետևաբար v_x, v_y արագությունները հաստատուն են: Ուղղաձիգ առանցքով շարժման հավասարումներն են.

$$dz/dt = v_z,\ dv_z/dt = -dU/dz:$$

Պուասոնի հավասարումից հետևում է, որ U-ն զույգ ֆունկցիա է՝ մեկ մինիմումով, որը կհամարենք z=0-ն: Ուրեմն աստղին վերադարձնող ուժն ուղղված է դեպի z=0 հարթությունը: Շարժման օրենքը կստանանք էներգիայի ինտեգրալից՝ $v_z^2 = (dz/dt)^2 = 2\varepsilon - 2U$.

$$t = t_0 \pm \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\sqrt{2\varepsilon - 2U(z)}} \quad : \tag{6.24}$$

Այստեղ z_1 և z_2-ը $U(z) = \varepsilon$ հավասարման լուծում - շրջման հարթությունները են: Այնպես որ աստղերը տատանվում են այդ հարթություններ միջև:

Հարթ-զուգահեռ իզոթերմ մոդելը

Մաքսվել-Բոլցմանի բաշխման ֆունկցիան միաչափ ուղղաձիգ շարժման դեպքում կլինի

$$f_1(\varepsilon) = a\,\mathrm{e}^{-bU(z)}\, e^{-bv_z^2/2}, \tag{6.25}$$

այնպես որ՝

$$\rho(z) = ae^{-bU(z)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{bv_z^2/2} dv_z = a\sqrt{2\pi / b}e^{-bU(z)}, \tag{6.26}$$

իսկ Պուասոնի հավասարումը՝

$$\frac{d^2U}{dz^2} = 4\pi Ga\sqrt{2\pi / b}e^{-bU(z)},$$

որի ընդհանուր լուծումն է (z_0 և h կամայական հաստատուններով)

$$U(z) = U_0 + \frac{2}{b} \ln ctgh \frac{z - z_0}{h}, \tag{6.27}$$

որում

$$U_0 = \tfrac{1}{2b} \ln(5\pi^2 a^2 bh^4):$$

Ընդունելով $z_0 = 0$՝ կստանանք $U_0 = U(0)$, իսկ U(z)-ը կդառնա z_0=0 հարթության նկատմամբ համաչափ ֆունկցիա: Մեծ բարձրություններում

$$ctghz / h \approx e^{z/h} \ ,$$

հետևաբար

$$U \approx U_0 + \frac{2}{b} ln \frac{1}{2} + \frac{2}{bh} z \quad :$$

Զանգվածի խտության բաշխումն այսպիսին է.

$$\rho = \frac{1}{2\pi G b h^2} \frac{1}{ctgh^2\left(z/h\right)}, \tag{6.28}$$

որը համարյա գաուսյան բաշխում է՝ համեմատաբար հարթ կենտրոնական մաքսիմումով և արագ նվազող՝ մեծ բարձրություններում: Ուղղաձիգ արագացումը՝ -dU/dz, փոքր բարձրություններում համեմատական է z-ին և զրո է z = 0 հարթության վրա: Ուրեմն, ոչ մեծ բարձրություններում աստղերի տատանումները ներդաշնակ են:

Մեստելի սկավառակի բաշխման ֆունկցիան

3.2 բաժնում նշեցինք, որ շառավղին հակադարձ համեմատական զանգվածի մակերևութային խտությամբ սկավառակին՝

$$\Sigma(r) = \Sigma_0 R/r, \tag{6.29}$$

համապատասխանում է պտտման հարթ կոր.

$$v_c^2 = -r\partial U/\partial r = 2\pi G\Sigma_0 R = const, \text{ որտեղից } U = -v_c^2 \ln r: \tag{6.30}$$

Շարժման ինտեգրալներն այստեղ երկուսն են. էներգիան՝

$$\varepsilon = U + \tfrac{1}{2}(v_r^2 + v_\theta^2),$$

և իմպուլսի մոմենտի

$\ell_z = r v_\theta$ բաղադրիչը՝ $f = f(\varepsilon, \ell_z)$:

Ներկայացնենք բաշխման ֆունկցիան հետևյալ տեսքով.

$$f(\varepsilon, \ell_z) = \begin{cases} C\ell_z^q e^{-\varepsilon/\sigma^2}, & \ell_z > 0, \\ 0, & \ell_z \le 0, \end{cases} \tag{6.31}$$

որտեղ C,q,σ-ն անհայտ հաստատուններ են: Ինտեգրելով վերջինս ըստ v_r և v_θ արագությունների, հաշվի առնելով (6.30)-ը՝ կստանանք զանգվածի մակերևութային խտությունը.

$$\Sigma(r) = Cr^q \int_{v_\theta>0} v_\theta^q dv_\theta \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{v_c^2}{\sigma^2}\ln r - \frac{v_r^2+v_\theta^q}{2\sigma^2}\right) dv_r =$$

$$= Cr^{(q-v_c^2/\sigma^2)} \int_{v_\theta>0} v_\theta^q e^{-v_\theta^q/2\sigma^2} dv_\theta \int_{-\infty}^{\infty} e^{-v_r^2/2\sigma^2} dv_r = \tag{6.32}$$

$$= 2^{q/2}\sqrt{\pi}\left(\frac{q-1}{2}\right)! C\sigma^{q+2} r^{(q-v_c^2/\sigma^2)}:$$

Համեմատելով ստացվածը (6.29)-ի հետ՝ ստանում ենք

$$q = \frac{v_c^2}{\sigma^2} - 1, \quad C = \frac{\Sigma_0 R}{2^{q/2}\sqrt{\pi}(\frac{q-1}{2})!\sigma^{q+2}}: \tag{6.33}$$

Կարելի է ցույց տալ, որ σ-ն շառավղային արագության դիսպերսիան է:

Հաշվենք սկավառակում ազիմուտային արագության միջինը.

$$\langle v_\theta \rangle = \frac{\int v_\theta f(\varepsilon,\ell_z) dv_\theta dv_r}{\int f(\varepsilon,\ell_z) dv_\theta dv_r} = \frac{\int v_\theta^{q+1} exp\left(-v_\theta^2/2\sigma^2\right) dv_\theta}{v_\theta^q exp\left(-v_\theta^2/2\sigma^2\right) dv_\theta} = \frac{\sqrt{2}(q/2)!}{\left(\frac{q-1}{2}\right)!}\sigma:$$

Նկատենք, որ q-ի շատ մեծ արժեքների դեպքում աստղերը շարժվում են շրջանային ուղեծրերով՝ $\langle v_\theta \rangle = v_c$:

Կալնայսի սկավառակը

Դիտարկենք $a>a_3$ կիսաառանցքներով, ρ համասեռ խտության սֆերոիդային զանգված: Նրա հասարակածային հարթության r շառավղում պոտենցիալը կորոշվի (տե՛ս երրորդ գլխի վերջին աղյուսակը)

$$U(r) = \frac{\pi G\rho a_3}{ae^2}\left(\frac{\arcsin e}{e} - \sqrt{1-e^2}\right) r^2 + const, \tag{6.34}$$

որտեղ $e^2=1-a_3^2/a^2$ էքսցենտրիսիտետն է: Եթե այժմ սեղմենք սֆերոիդը a_3 առանցքով՝ $a_3 \to 0$՝ հաստատուն պահելով կենտրոնական մակերևութային խտությունը՝ $\Sigma_c = 2\rho a_3$, կստանանք բարակ սկավառակ՝

$$\Sigma(r) = \Sigma_c\sqrt{(1-r^2/a^2)} \tag{6.35}$$

մակերևութային խտությամբ և հետևյալ պոտենցիալով

$$U(r)=\frac{\pi^2 G\Sigma_0}{4a}r^2+const.=\tfrac{1}{2}\Omega_0^2 r^2\ , \qquad (6.36)$$

որտեղ $\Omega_0=\sqrt{(\pi^2 G\Sigma_c/2a)}$-ն շրջանային ուղեծրի անկյունային արագությունն է:

Պարզենք (6.35)-ին համապատասխանող բաշխման ֆունկցիան: Այդ նպատակով դիտարկենք հարաբերական էներգիայից և ℓ_z-ից կախված հետևյալ ԲՖ-ն.

$$f(\varepsilon,\ell_z)=\begin{cases} A\left[\left(\Omega_0^2-\Omega^2\right)a^2+2\left(\varepsilon+\Omega\ell_z\right)\right]^{-1/2}, & [...]>0,\\ 0, & [...]<0: \end{cases} \qquad (6.37)$$

Քանի որ $\mathcal{E}=\psi-\frac{1}{2}(v_\theta^2+v_r^2)$ և $\ell_z=rv_\theta$, (6.37)-ում միջակ փակագիծը կներկայացնենք այսպես.

$$\left(\Omega_0^2-\Omega^2\right)a^2-\left(v_\theta-\Omega r\right)^2-v_r^2+2\psi+\Omega^2 r^2, \qquad (6.38)$$

որտեղից երևում է, որ $v_\theta=\Omega r$-ը ազիմուտային արագության միջին արժեքն է r շառավղում: Այժմ հարաբերական ψ պոտենցիալում հաստատունն ընտրենք այնպես, որ

$$\psi(r)=-U(r)+\text{const.}=-\tfrac{1}{2}\Omega_0^2 r^2: \qquad (6.39)$$

Տեղադրելով վերջինս (6.37)-ում և ինտեգրելով ըստ արագություններին՝ կստանանք

$$\Sigma(r)=F\int_{v_{\varphi 1}}^{v_{\varphi 2}}dv_\varphi\int_{v_{r1}}^{v_{r2}}\frac{dv_r}{\sqrt{\left(\Omega_0^2-\Omega^2\right)\left(a^2-r^2\right)-\left(v_\varphi-\Omega r\right)^2-v_r^2}}, \qquad (6.40)$$

որտեղ v_{r1} և v_{r2}-ը v_r-ի արժեքներն են, որոնցում արմատատակ արտահայտությունը հավասարվում է զրոյի, այսինքն՝

$$\Sigma(r)=A\int_{v_{\varphi 1}}^{v_{\varphi 2}}dv_\varphi\int_{v_{r1}}^{v_{r2}}\frac{dv_r}{\sqrt{b^2-v_r^2}}=\pi F\int_{v_{\varphi 1}}^{v_{\varphi 2}}dv_\varphi=\pi A\left(v_{\varphi 2}-v_{\varphi 1}\right), \qquad (6.41)$$

իսկ $v_{\varphi 1}$ և $v_{\varphi 2}$-ը b=0 հավասարման լուծումներն են

$$b^2 = \left(\Omega_0^2 - \Omega^2\right)\left(a^2 - r^2\right) - \left(v_\varphi - \Omega r\right)^2 = 0 : \qquad (6.42)$$

Լուծելով վերջինս և տեղադրելով (6.41)-ում՝ կստանանք (6.35) խտության բաշխումը, որում

$$\Sigma_c = 2\pi A a\sqrt{(\Omega_0^2 - \Omega^2)}: \qquad (6.43)$$

6.4. Առանցքային համաչափ համախմբեր

Էլիպսական, նորմալ պարուրաձև, ոսպնաձև գալակտիկաները հիմնականում ցուցաբերում են աստղերի առանցքային համաչափ բաշխվածություն: Կոորդինատների գլանային համակարգում զանգվածի խտությունն ու պոտենցիալը կախված են միայն r, z-ից, իսկ աստղերի վրա ազդող ուժն ընկած է միջօրեական հարթության մեջ, սակայն ոչ դեպի կենտրոն տանող ուղղությամբ: Այնպես որ՝ աստղերի վրա ազդում է միջօրեական հարթությանն ուղղահայաց ուժի մոմենտ, որի պրոյեկցիան z առանցքի վրա զրո է: Այնպես որ՝ աստղի իմպուլսի մոմենտը z առանցքի նկատմամբ պահպանվում է.

$$\ell_z = r v_\theta = r^2 d\theta/dt = \mathrm{const.}: \qquad (6.44)$$

Երրորդ ինտեգրալ

Ընդհանուր դեպքում աստղային համախմբերի համար ε և ℓ-ից բացի՝ այլ ինտեգրալներ հայտնի չեն: Ամբողջ հարցը կայանում է նրանում՝ մնացյալ երեք կոնսերվատիվ ինտեգրալների մեջ չկա՞ արդյոք գոնե մեկ՝ երրորդ, մեկուսացված ինտեգրալ: Նման ինտեգրալի հնարավոր գոյության մի կարևոր հիմնավորում տալիս է արագությունների տարածության մեջ աստղերի էլիպսոիդային բաշխումը.

$$f(v_r,v_\theta,v_z) \sim \exp\{-(v_r^2/2\sigma_r^2+v_\theta^2/2\sigma_\theta^2+v_z^2/2\sigma_z^2)\}, \qquad (6.45)$$

որտեղ σ_i-երը արագության դիսպերսիաներն են շառավղային, ազիմուտային և ուղղաձիգ ուղղություններով: Փաստորեն այս մոդելում բաշխման ֆունկցիան երեք անկախ գաուսյան բաշխումների համադրում է:

Գալակտիկայի տեղական սկավառակում աստղային տարբեր բնակչությունների դիտումներից ստացված պատկերը միայն մոտավոր է զառույան, ըստ որում՝ շառավղային արագության դիսպերսիան էապես գերազանցում է ազիմուտային և ուղղաձիգ արագությունների դիսպերսիային: Այս փաստը հիմք է երրորդ ինտեգրալի մեկուսացված լինելու համար: Իրոք, եթե մեկուսացված լինեին միայն ε ու ℓ_z-ը, ապա արևամերձ տիրույթում բաշխման ֆունկցիան պետք է լիներ այսպիսին.

$$f\{½(v_r^2+v_\theta^2+v_z^2)+U(r_0,z);\ r_0 v_\theta\},\qquad (6.46)$$

որը լիովին համաչափ է v_r և v_z-ի նկատմամբ: Հետևապես, արագությունների դիսպերսիայի դիտվող ասիմետրիան հուշում է, որ կա երրորդ՝ մեկուսացված ինտեգրալ, որն էլ պատճառ է արագությունների նման վերաբաշխման:

Երրորդ ինտեգրալի անալիտիկ արտահայտություններ կան պոտենցիալի միայն հատուկ դեպքերում: Օրինակ՝ անջատվող պոտենցիալի դեպքում $U(r,z) = f(r) + \gamma(z)$, որտեղ f և γ-ն կամայական ֆունկցիաներ են: Այդ դեպքում z շարժումը անկախ է մյուսներից և որպես երրորդ ինտեգրալ՝ հանդես է գալիս z ուղղությամբ շարժման էներգիան, որը երբեմն անվանում են Լինդբլադի ինտեգրալ.

$$\varepsilon_z = \gamma(z)+½\, v_z^2:$$

Աստղային ուղեծրերը

Շարժման հավասարումներն ունեն հետևյալ տեսքը.

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -\partial U/\partial r;\quad \frac{d}{dr}\left(r^2\dot{\theta}\right) = 0;\quad \ddot{z} = -\partial U/\partial x:\qquad (6.47)$$

Երկրորդը անկյունային մոմենտի՝ $\ell_z = r v_\theta$ պահպանությունն է արտահայտում, իսկ մյուս երկուսը նկարագրում են աստղի շարժումը r,z միջօրեական հարթության մեջ, որը պտտվում է Գալակտիկայի կենտրոնի շուրջը, ընդհանրապես ասած, անհամասեռ: Օգտվելով $v_\theta = \ell_z/r$ կապից՝ առաջին հավասարումը կներկայացնենք

$$d^2r/dt^2 = -\partial U_{է.ֆ}/\partial r \tag{6.48}$$

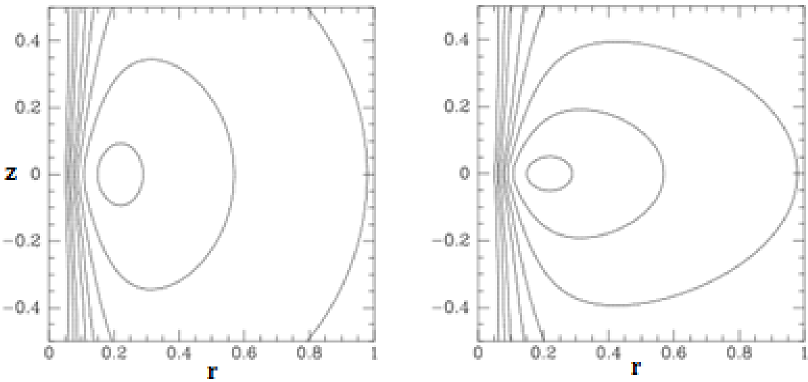
տեսքով, որը նկարագրում է աստղի շառավղային շարժումը էֆեկտիվ՝

$$U_{է.ֆ}(r,z) = U(r,z) + \ell_z^2/2r^2 \tag{6.49}$$

պոտենցիալով դաշտում: Ընտրենք $U_{է.ֆ}(r,z)$-ը լոգարիթմական տեսքով.

$$U_{է.ֆ}(r,z) = ½v_0^2\ln(r^2+z^2/q^2) + \ell_z^2/2r^2, \tag{6.50}$$

որի համապոտենցիալները պատկերված են նկարում: Այն նկարագրում է աստղերի վարքը տափակ սֆերոիդային գալակտիկաներում, որոնցում շրջանային արագությունը հաստատուն է:

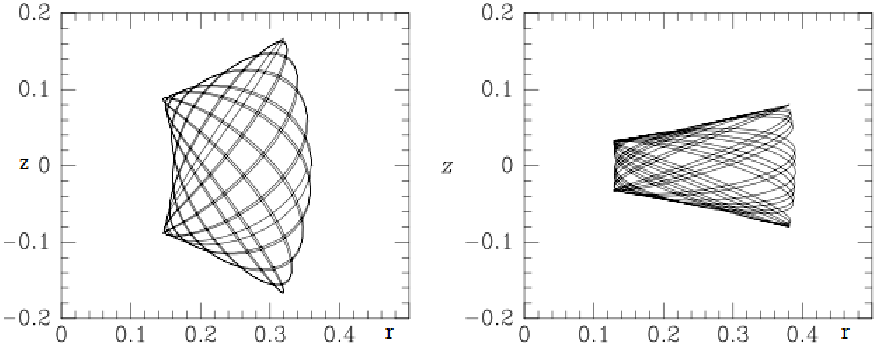


$U_{է.ֆ}$-ի համապոտենցիալները $v_0 = 1$, $\ell_z = 0.2$ արժեքների համար:
Կոնտուրները ներկայացնում են $U_{է.ֆ}$ = 1; 0:5; 0; 0:5; 1; 1:5; 2; 3; 5 դեպքերը:
Ձախ նկարում առանցքների հարաբերությունը՝ q = 0.9, աջում՝ q = 0.5:

Էֆեկտիվ պոտենցիալի մինիմումին համապատասխանում է շրջանային ուղեծրով շարժում՝ $\partial U/\partial r - \ell_z^2/r^3 = 0$, $\partial U/\partial z = 0$: Սրանցից երկրորդը բավարարվում է z=0 հարթության ցանկացած կետում, իսկ առաջինը տալիս է ուղեծրի r_g շառավիղը. $r_g = \ell_z/v_0$, ընդ որում՝ $U_{է.ֆ}$ $(r_g,0)$-ն շրջանային ուղեծրերով շարժման էներգիան է:

Կամայական ուղեծրով շարժվող աստղի տեսակարար էներգիան $U_{է.ֆ}(r,z)$-ից տարբերվում է միայն r,z հարթության մեջ նրա շարժման կինետիկ էներգիայով.

$$\varepsilon = ½(v_r^2 + v_\theta^2) + U_{է.ֆ}:$$



Աստղային ուղեծրերը ε=-0.8, ℓ_z =0.2, q=0.9, v_0=1 դեպքում

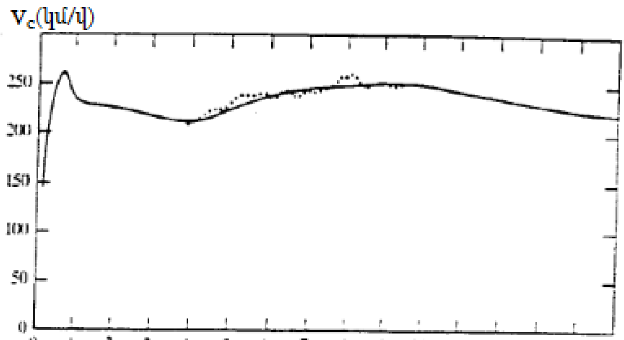
Քանի որ կինետիկ էներգիան դրական մեծություն է, ապա աստղի շարժումը սահմանափակված կլինի $\varepsilon \geq U_{է.ֆ}(r,z)$ պայմանով որոշվող տարածության տիրույթում: $\varepsilon = U_{է.ֆ}(r,z)$ հավասարման լուծում կորը սահմանափակում է այդ տիրույթը և կոչվում է *շրջման կամ զրո արագության կոր:*

Բացառությամբ պոտենցիալի որոշ հատուկ դեպքերի՝ (6.47) համակարգը չունի անալիտիկ լուծումներ: Պարամետրերի տարբեր արժեքների դեպքում անընդհատ փոփոխելով սկզբնական պայմանները՝ կարելի է թվային ինտեգրմամբ ստանալ աստղային ուղեծրերն ու շրջման կորը: Մասնավորապես լոգարիթմական պոտենցիալի համար նման հաշվարկներով ստացված երկու շրջման կորերն ու աստղային ուղեծրերը պատկերված են նկարում (Richstone, 1982): Այդ ուղեծրերին թեև համապատասխանում են էներգիայի և անկյունային մոմենտի միևնույն արժեքները, սակայն տարածության մեջ նրանց վարքը էապես տարբեր է: Դա նշանակում է, որ ֆազային տարածության մեջ դրանք զբաղեցնում են տարբեր տիրույթներ, որն էլ մեզ հուշում է այս համախմբերում երրորդ մեկուսացված ինտեգրալի գոյության մասին:

6.5. Հարթ շրջանային ուղեծրեր

Սա գալակտիկաների հարթ ենթահամակարգերում աստղերի շարժման հիմնական տեսակն է, եթե պոտենցիալը համաչափ է z առանցքի և z=0 հարթության նկատմամբ: Իրոք, այդ դեպքում z=0 հարթության մեջ ուղղաձիգ ուժը զրո է, ու նրանում աստղերը, որոնք չունեն արագության v_z բաղադրիչ, միշտ կշարժվեն այդ հարթության մեջ՝ - $\partial U/\partial r$ ուժի ազդեցությամբ: Ի՞նչ տեսք կունենան նրանց ուղեծրերը: Գնդային համաչափ դեպքում տեսանք, որ հարթության մեջ աստղերը շարժվում են ռոզետակերպ ուղեծրերով: Պարզվում է՝ դրանց մեջ կա շրջանային ուղեծրերի հատուկ ընտանիք: z=0 հարթության մեջ r հեռավորության վրա կա մեկ այդպիսի շրջանային ուղեծիր, որով աստղի շարժման արագությունը կորոշենք՝ կենտրոնաձիգ արագացումը գրավիտացիոն ուժին հավասարեցնելով.

$$v_c^2 = r\partial U/\partial r: \qquad (6.51)$$



Այն կոչվում է շրջանային արագություն, որին կհամապատասխանի $\omega_c = v_c/r$ անկյունային արագություն: Արևամերձ տիրույթում աստղերի շարժման դիտումներից ստացված կարևոր արդյունքները ներկայումս այսպիսին են.

ա) տարբեր սպեկտրալ դասի աստղերի միջին արագությունները Արևի նկատմամբ անհամեմատ փոքր են Գալակտիկայի կենտրոնի շուրջ Արեգակի շարժման շրջանային արագությունից:

բ) Սրանից եզրակացնում ենք, որ այդ աստղերն Արևի հետ մասնակցում են Գալակտիկայի կենտրոնի շուրջ շրջապտույտին մոտավորապես շրջանային v_c արագություններով: Արեգակի հետ, նրա v_0 շրջանային արագությամբ շարժվող հաշվարկի իներցիալ համակարգը անվանում են *դաշարի տեղական ստանդարտ* (ԴՏՍ): Նրա նկատմամբ Արեգակն ունի 13.4 կմ/վ արագություն՝ $\ell = 28^{\circ}$, $b = 32^{\circ}$ ուղղությամբ:

գ) Վաղ աստղային տիպերը ցուցաբերում են արագությունների մեծ դիսպերսիա և Գալակտիկայի պտույտից ետ մնալու տենդենց, որը կոչվում է *ասիմետրիկ դրեյֆ*:

Ավելի մեծ հեռավորության աստղերի, հատկապես միջաստղային գազի 21 սմ ճառագայթման դիտումներից ստացվել է Գալակտիկայի պտտման կորը, որը ներկայացված է նկարում: Ինչպես տեսնում ենք, պտույտը դիֆերենցիալ է. կենտրոնական և միջին մասերը ավելի արագ են պտտվում, քան փեշերը: Արեգակի շրջանային արագության վերջին չափումները տվել են

$$r_0 = 8\text{կպկ},\ v_0 = 220\text{կմ/վ},\ \omega_0 = 27\text{կմ/վ/կպկ}: \qquad (6.52)$$

6.6. Դիֆերենցիալ պտույտ, Օորտի հաստատուններ

Գալակտիկայի հյուսիսային բևեռից դիտելիս նրա պտույտը ժամսլաքով է ուղղված: Եթե անցնենք արևակենտրոն համակարգին, արա նրանում դեպի Գալակտիկայի կենտրոն ընկած աստղերը կպտտվեն ժամսլաքի ուղղությամբ, իսկ դրսի աստղերը՝ հակառակ:

Դիտումների առումով հարմար է աստղերի արագությունները բաժանել տեսագծային (շառավղային) և լայնական՝ նրան ուղղահայաց բաղադրիչների: Հաշվենք արագության այս բաղադրիչները Արեգակի նկատմամբ: Դիտարկվող M աստղի դիրքը կտրվի Արեգակից ունեցած r հեռավորությամբ և ℓ գալակտիկ երկայնությամբ: Եթե աստղը Գալակտիկայի կենտրոնից R հեռավորության վրա է, որը քիչ է տարբերվում Արեգակի R_0-ից, ապա նրանց անկյունային արագությունների տարբերությունը կլինի

$$\omega_c - \omega \approx \left(\frac{d\omega_c}{dR} \right)_0 \left(R - R_0 \right), \qquad (6.53)$$

որը, R-ով բազմապատկելով, կստանանք Գալակտիկայի կենտրոնի շուրջ նրա լայնական u արագությունը (տե՛ս գծագիրը).

$$u \approx R \left(\frac{d\omega_c}{dR} \right)_0 \left(R - R_0 \right): \qquad (6.54)$$

Այս վեկտորի բաղադրիչներն են.

$$\dot{r} = u \sin \ell, \quad r\dot{\ell} = u \cos \ell : \qquad (6.55)$$

Հաշվի առնելով, որ $R-R_0 \approx -r\cos\ell$, կունենանք.

$$\dot{r} = -R_0 \left(\frac{d\omega_c}{dR} \right)_0 r \sin \ell \cos \ell, \quad \dot{\ell} = -R_0 \left(\frac{d\omega_c}{dR} \right)_0 \cos^2 \ell, \qquad (6.56)$$

որտեղ առաջինը աստղի դիտվող տեսագծային արագությունն է, սակայն երկրորդը նրա լայնական շարժումը չի բնութագրում, քանի որ $d\ell/dt$-ն ω_0-ով պտտվող համակարգում է որոշված: Ուրեմն լայնական շարժումը պետք է որոշվի $\mu = d\ell/dt - \omega_0$-ից: Սակայն սա այդքան էլ պարզ գործընթաց չէ, դեռ հարկ է հաշվի առնել ԴՏՍ-ի նկատմամբ Արեգակի շարժումը…:

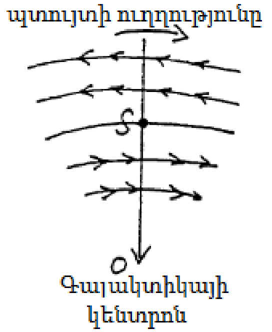
Ներմուծենք այժմ Օորտի հաստատունները.

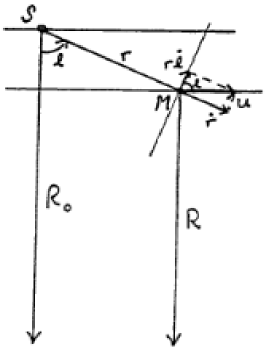
$$A = -\frac{1}{2} R_0 \left(\frac{d\omega_c}{dR} \right)_0, \quad B = A - \omega_0$$

կամ

$$A - B = \omega_0, \quad A + B = -\left(dv_c / dR \right)_0 : \qquad (6.57)$$

Այդ դեպքում շարժման հավասարումները կգրվեն այսպես.





$$\dot{r} = Ar\sin 2\ell, \quad \mu = A\cos 2\ell + B : \qquad (6.58)$$

Ուրեմն, Օորտի հաստատունների տարբերությունը Գալակտիկայի լոկալ անկյունային արագությունն է, իսկ գումարը՝ այդ մասում պտտման կորի թեքությունը՝ մինուս նշանով: Օորտի հաստատունների ճշգրիտ արժեքները մեզ հայտնի չեն[1]: Սակայն լոկալ սկավառակի տիրույթում պտտման կորի հարթ բնույթը թույլ է տալիս կատարել A≈−B մոտավորությունը: Քանի որ ω_0=27 կմ/վ/կպկ, ապա

$$A \approx -B \approx \omega_0 = 13.5 \text{կմ/վ/կպկ}: \qquad (6.59)$$

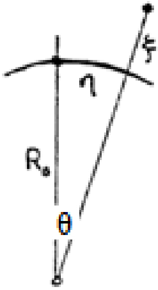
Պուասոնի հավասարման շառավղային ածանցման անդամն արտահայտելով Օորտի հաստատուններով՝ կունենանք

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - 2\left(A^2 - B^2\right) = 4\pi G\rho \; : \qquad (6.60)$$

Ուրեմն, հարթ լոկալ պտտման կորի դեպքում Պուասոնի հավասարումը վերածվում է հարթ-զուգահեռ շերտի մեր քննարկած դեպքին: Հարթ վարքից պտտման կորի ցանկացած փոքր շեղում կհանգեցնի լոկալ շերտում Պուասոնի հավասարման մեջ 2(A^2-B^2) անդամի ավելացման:

[1] Ներկայումս լավագույնն են համարվում A = 14.8±0.8 կմ/վ/կպկ, B = -12.4±0.6 կմ/վ/կպկ արժեքները:

6.7. Մոտակա շրջանային ուղեծրերի էպիցիկլային նկարագրությունը



Մաքուր շրջանային ուղեծրի համար ունենք R = R_0; θ = $\omega_0 t$; z = 0: Շրջակա աստղերի համար կարող ենք գրել

$$R = R_0 + \xi, \quad \theta = \omega_0 t + \eta / R_{0;} \quad Z = z, \tag{6.61}$$

որտեղ ξ,η,z մեծությունները աստղի կոորդինատներն են Արեգակի հետ կապված ω_0 անկյունային արագությամբ պտտվող համակարգում: Ենթադրվում է, որ այդ կոորդինատները անհամեմատ փոքր են R_0-ից, այնպես որ` աստղը շարժվում է R_0 շառավղով շրջանային ուղեծրին մոտ ուղեծրով:

Գալակտիկայի կենտրոնի շուրջ աստղի շարժման հավասարումները են.

$$\ddot{R} - R\dot{\theta}^2 = -\partial U / \partial R; \quad 2\dot{R}\dot{\theta} + R\ddot{\theta} = 0; \quad \ddot{Z} = -\partial U / \partial Z: \tag{6.62}$$

Անցնելով պտտվող համակարգին և շարքի վերածելով հավասարումների աջ մասերը (R_0,0) կետի շուրջ` գծային մոտավորությամբ կունենանք.

$$\begin{cases} \ddot{\xi} - (R_0 + \xi)\left(\omega_0 + \dot{\eta} / R_0\right)^2 = -\left(\dfrac{\partial U}{\partial R}\right)_{R_0,0} - \left(\dfrac{\partial^2 U}{\partial R^2}\right)_{R_0,0} \xi - \left(\dfrac{\partial^2 U}{\partial R \partial z}\right)_{R_0,0} z - \ldots \\ 2\dot{\xi}\left(\omega_0 + \dot{\eta} / R_0\right) + (R_0 + \xi)\ddot{\eta} / R_0 = 0, \\ \ddot{z} = -\left(\dfrac{\partial U}{\partial z}\right)_{R_0,0} - \left(\dfrac{\partial^2 U}{\partial z \partial R}\right)_{R_0,0} \xi - \left(\dfrac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right)_{R_0,0} z - \ldots: \end{cases} \tag{6.63}$$

z=0-ի նկատմամբ պոտենցիալի համաչափության հետևանքով R_0,0 ուղեծրի վրա

$$\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_{R_0,0} = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial R \partial z}\right)_{R_0,0} = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial z \partial R}\right)_{R_0,0} = 0:$$

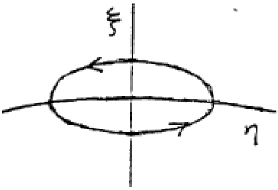
Քանի որ

$$R_0\omega_0^2 = \left(\frac{\partial U}{\partial R}\right)_{R_0,0}, \tag{6.64}$$

գծայնացնելով նաև (6.63) հավասարումների ձախ մասերը՝ կստանանք.

$$\ddot{\xi} - 2\omega_0\dot{\eta} - \omega_0^2 = -\left(\frac{\partial^2 U}{\partial R^2}\right)_{R_0,0}\xi, \quad \ddot{\eta} + 2\omega_0\dot{\xi} = 0; \quad \ddot{z} = -\left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right)_{R_0,0} z: \tag{6.65}$$

Պոտենցիալի երկրորդ ածանցյալները վերցված են R_0,0 կետում, հետևաբար հաստատուններ են: Ստացվեց հաստատուն գործակիցներով երկրորդ կարգի դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգ, որոնցից առաջին երկուսը պարունակում են միայն ξ,η, իսկ երրորդը՝ z: Վերջինիս ընդհանուր լուծումը Գալակտիկայի հարթությանն ուղղահայաց ներդաշնակ տատանումներ են $\omega_z^2 = (\partial^2 U/\partial z^2)_0$ հաճախությամբ.



$$z = z_0\cos\omega_z(t-t_2): \tag{6.66}$$

Ինտեգրենք (6.65)-ի երկրորդ հավասարումը մեկ անգամ և տեղադրենք առաջինում.

$$\ddot{\xi} = -\left[\left(\frac{\partial^2 U}{\partial R^2}\right)_{R_0,0} + 3\omega_0^2\right]\xi + 2a\omega_0: \tag{6.67}$$

Կատարենք նշանակում.

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial R^2}\right)_{R_0,0} + 3\omega_0^2 \equiv \kappa_0^2, \tag{6.68}$$

որը հաստատուն մեծություն է և կոչվում է էպիցիկլային հաճախություն: Այդ դեպքում ξ և η մեծությունների համար լուծումները կներկայացվեն հետևյալ տեսքով.

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{2\omega_0 a}{\kappa_0^2} + c\cos\kappa_0(t-t_0), \\ \eta &= a\left(1 - \frac{4\omega_0^2}{\kappa_0^2}\right)(t-t_1) - \frac{2\omega_0 a}{\kappa_0}\sin\kappa_0(t-t_0): \end{aligned} \tag{6.69}$$

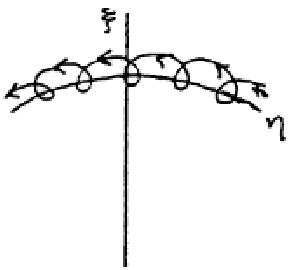
Նախ ենթադրենք՝ $a = 0$: Այդ դեպքում մնացյալ անդամները տալիս են քվազի-էլիպսական շարժում ξ,η հարթության մեջ՝ կիսառանցքների $2\omega_0/\kappa_0$ հարաբերությամբ, ընդ որում՝ այս շարժումը կատարվում է էպիցիկլային κ_0 հաճախությամբ, Գալակտիկայի պտույտին հակառակ: Սա կոչվում է էպիցիկլային շարժում: κ_0-ն կարելի է արտահայտել Օորտի հաստատուններով: Օգտվելով (6.68), (6.64) և (6.67) բանաձևերից՝ կստանանք

$$\kappa_0^2 = 4\omega_0^2 - 4\omega_0 A = - 4\, \omega_0 B, \tag{6.70}$$

որի միջոցով կորոշենք κ_0-ի արժեքը. κ_0 = 38կմ/վ/կպկ, տեղական էպիցիկլի կիսառանցքների հարաբերությունը՝ $2\omega_0/\kappa_0 \approx 1.4$, և $\kappa_0/\omega_0 \approx 1.38$: Վերջինս նշանակում է, որ Արեգակը 1.38 շառավղային տատանում պետք է կատարի ըստ ժամանակի՝ Գալակտիկայի կենտրոնի շուրջ իր ուղեծիրն ավարտելու համար, այսինքն՝ ուղեծիրը փակ շրջանագիծ չէ իներցիալ համակարգում, այլ ռոզետակերպ կոր:

Նկատենք, որ համասեռ պտույտին համապատասխանում է $\kappa_0 = 2\omega$ արժեք, իսկ կեպլերյան պտույտին ($\omega \sim r^{-3/2}$)՝ $\kappa_0 = \omega$: Այնպես որ՝ գալակտիկաներում $\omega \leq \kappa_0 \leq 2\omega$:

Եթե այժմ ենթադրենք՝ $c=0$, ապա կստանանք հաստատուն ξ, իսկ η-ն կփոփոխվի ժամանակին համեմատական օրենքով, այսինքն՝ հավասարաչափ: Սա շրջանային ռետրոգրադ դրեյֆ է Գալակտիկայի կենտրոնի շուրջը:



Ընդհանուր՝ $a\neq 0$, $c\neq 0$ դեպքում աստղի շարժումը կներկայացնի էպիցիկլային և դրեյֆային շարժումների համադրում, ինչպես պատկերված է գծագրում:

Աստղի էպիցիկլա-դրեյֆային շարժումը հետևանք է այն բանի, որ նրան հետևում ենք պտտվող հաշվարկի համակարգից:

Ի մի բերելով՝ կարելի է ասել, որ արևամերձ տիրույթում աստղի շարժումը երեք տատանումների համադրում է.

ա) Գալակտիկայի կենտրոնի շուրջ $\omega_c=v_c/r$ արագությամբ պտույտ, բ) փոքր մասշտաբի էպիցիկլա-դրեյֆային (6.69) շարժում,

գ) հասարակածային հարթությանն ուղղահայաց (6.66) տատանումներ:

Այս երեք տատանումների $\omega_c, \kappa_0, \omega_z$ հաճախությունները որոշվում են պոտենցիալի տարբեր ածանցյալներով, իրարից անկախ են և ունեն բոլորովին տարբեր արժեքներ:

Այժմ կարող ենք ներկայացնել երեք մեկուսացված ինտեգրալները ինտեգրման հաստատունների տեսքով.

$$a = 2\omega_0\xi + \dot{\eta}; \quad c^2 = \left[\left(1 - \frac{4\omega_0^2}{\kappa_0^2}\right)\xi - \frac{2\omega_0}{\kappa_0^2}\dot{\eta}\right]^2 + \frac{\dot{\xi}^2}{\kappa_0^2}; \quad z_0^2 = z^2 + \frac{\dot{z}^2}{\omega_z^2} : \quad (6.71)$$

Ուրեմն, Արեգակի շրջակա աստղերի շրջանային ուղեծրերի համար երրորդ ինտեգրալը մեկուսացված է: a-ի փոխարեն կարելի է վերցնել աստղի ուղեծրի միջին շառավիղը՝ $\langle R \rangle = R_0 + 2\omega_0 a/\kappa_0^2$: Այդ դեպքում երեք ինտեգրալները կլինեն աստղի երեք տատանումների լայնույթները՝ $f = f(\langle R \rangle, c^2, z_0^2)$:

6.8. Շարժումը հարթ, առանցքային անհամաչափ պոտենցիալում

Դիտարկենք ուղղանկյուն կոորդինատներով տրվող հետևյալ լոգարիթմական պոտենցիալը R, v_0, q-ն հաստատուններով.

$$U(x, y) = \tfrac{1}{2} v_0^2 \ln\left(R^2 + x^2 + y^2/q^2\right); \quad q \le 1, \qquad (6.72)$$

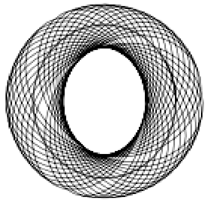
որի համապոտենցիալները էլիպսներ են՝ կիսաառանցքների q հարաբերությամբ:

Կենտրոնին մոտ $r = \sqrt{(x^2+y^2)} \ll R$ տիրույթում (6.72)-ը երկչափ ներդաշնակ օսցիլատորի պոտենցիալն է՝

$$U(x, y) = \tfrac{1}{2} v_0^2 \ln\left(x^2 + y^2/q^2\right) + const : \qquad (6.73)$$

Կենտրոնից մեծ հեռավորություններում՝ $r \gg R$ և $q = 1$ դեպքում ստանում ենք $U = v_0^2 \ln r$, որին համապատասխանում է հարթ պտտման կոր, ինչը դիտվում է շատ գալակտիկաների սկավառակներում:

Տուփ ուղեծիր

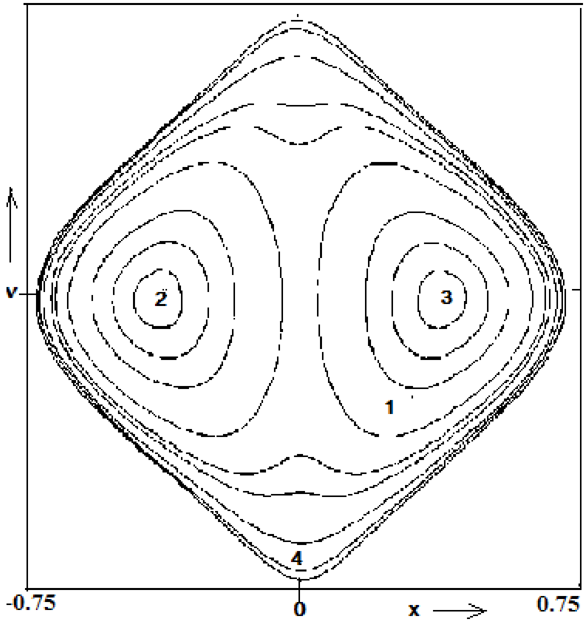


Հանգույց ուղեծիր

Պարզագույն ուղեծրերն ստացվում են $r \ll R$ տիրույթում, որոնք պարզապես x, y առանցքներով ներդաշնակ տատանումներ են՝ $\omega_x = v_0/R$ և $\omega_y = v_0/Rq$ հաճախություններով: Եթե ω_x/ω_y-ը n/m ամբողջ թվերի հարաբերություն չէ, ապա այդ ուղեծրերը լցնում են տատանման լայնույթներին հավասար կողմերով ուղղանկյուն տիրույթ: Սրանց անվանում են *տուփ ուղեծրեր* (box orbits) կամ Լիսաժուի պատկերներ, որոնց համապատասխանում է երկու ինտեգրալներից՝ անկախ տատանումների ε_x, ε_y էներգիաներից, կախված բաշխման ֆունկցիա:

$r \gtrsim R$ տիրույթում ուղեծրերն ստացվում են թվային ինտեգրմամբ: Դրանք, կախված աստղի էներգիայի և Z առանցքի նկատմամբ անկյունային մոմենտի արժեքներից, լրացնում են կենտրոնի շուրջ էլիպսական տորոիդային ծավալ: Սրանց կոչում են *հանգույց ուղեծրեր* (loop orbits): Ֆազային (x, v_x) հարթության մեջ ներկայացված փակ կորերից յուրաքանչյուրին համապատասխանում է մի ուղեծիր:

Փակ կորերը երկու տեսակի են, որոնց համապատասխանում են ուղեծրերի երկու հիմնական տիպերը: Տված էներգիայի արժեքով ուղեծրերը մի ամբողջ ընտանիք են կազմում, որոնք տարբերվում են ℓ_z-ով: Սրանց մեջ կա եզակի ուղեծիր, որով աստղը շարժվում է ժամսլաքին հակառակ և փակվում է մեկ պտույտից: Այն կոչվում է *փակ հանգուցային ուղեծիր* և ներկայացվում է 3 կետով (տես նկարը): Նրան շրջապատող փակ կորերից յուրաքանչյուրը տալիս է մի էլիպսական տորոիդի ծավալ զբաղեցնող հանգույց ուղեծիր: Օրինակ՝ 1-ով նշված փակ ֆազային կորը տալիս է վերևում պատկերված տորոիդային հանգույց ուղեծիրը: Նույնը, միայն թե ժամսլաքով ցիրկուլացվող ուղեծրերի են համապատասխանում 2-ը և այն շրջափակող կորերը:



(6.62) պոտենցիալում ուղեծրերի փազային պատկերը (x,v_x) հարթության մեջ: Իզոպոտենցիալը աստղի էներգիան հատում է x = 0.7 կետում:

Երկրորդ տիպի՝ տուփ ուղեծրեր են գրգռում փազային պատկերի եզրային փակ կորերը: Օրինակ՝ վերևում պատկերված տուփ ուղեծիրը տվել է 4 փակ փազային կորը: Ի տարբերություն հանգույց ուղեծրերի՝ տուփ ուղեծրերը որքան ասես կարող են մոտենալ գալակտիկայի կենտրոնին: Բացի դրանից, տուփ ուղեծրերով շարժումները չունեն կենտրոնի շուրջ հստակ պտույտի իմաստ, ինչպիսիք ունեն հանգույցները: Օրինակ՝ նկարում եզրափակիչ փազային փակ կորի համար $y=v_y=0$: Այն ծնում է x առանցքով աստղի ետ-առաջ տատանումներ: Այն կոչվում է *փակ երկար-առանցքային* ուղեծիր: Բոլոր փակ ուղեծրերը կայուն են: Նրանցից են ճյուղավորվում համապատասխան հանգույց և տուփ ուղեծրերի ընտանիքները:

6.9. Շարժումը պտտվող պոտենցիալում

Զոդիկների պտույտը SB գալակտիկաներում, որպես կանոն, համասեռ է: Այնպես որ՝ նրանցում աստղերի շարժումները հարմար է ուսումնասիրել ձողիկի հետ Ω անկյունային արագությամբ պտտվող հաշվարկի համակարգում: Նրանում աստղի վրա լրացուցիչ կազդեն իներցիայի կենտրոնախույս և Կորիոլիսի ուժերը.

$$\ddot{r} = -\nabla U - 2\Omega\times\dot{r} - \Omega\times(\Omega\times r): \tag{6.74}$$

Սկալար բազմապատկենք այս հավասարումը $\dot{r}$-ով, կստանանք $d\varepsilon_J/dt = 0$, որտեղ

$$\varepsilon_J = \tfrac{1}{2}\dot{r}^2 + U - \tfrac{1}{2}\left|\Omega\times r\right|^2 , \tag{6.75}$$

կոչվում է Յակոբիի ինտեգրալ: Այն կարելի է արտահայտել իներցիալ համակարգում աստղի $\varepsilon = \frac{1}{2}v_{\text{ի}}^2 + U$ տեսակարար էներգիայով, որտեղ $v_{\text{ի}}$-ն արագությունն է իներցիալ համակարգում: Քանի որ $\mathbf{v}_{\text{ի}} = \dot{r} + \mathbf{\Omega}\times \boldsymbol{r}$, ապա կունենանք.

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \tfrac{1}{2}(\dot{r} + \Omega\times r)^2 + U = \varepsilon_J + \dot{r}(\Omega\times r) + \left|\Omega\times r\right|^2 \\ &\equiv \varepsilon_J + \Omega(r\times\dot{r}) + \Omega^2 r_\perp^2 :\end{aligned} \tag{6.76}$$

Հաշվի առնելով, որ

$$\Omega L = \Omega(r\times\dot{r}) + \Omega\left[r\times(\Omega\times r)\right] = \Omega(r\times\dot{r}) + \Omega^2\, r_\perp^2,$$

որտեղ $r_\perp$-ը Ω-ին ուղղահայաց $\boldsymbol{r}$-ի բաղադրիչն է, կստանանք

$$\varepsilon_J = \varepsilon - \Omega L: \tag{6.77}$$

Ստացվեց, որ առանցքային անհամաչափ պտտվող պոտենցիալում էներգիան ու իմպուլս մոմենտի վեկտորը չեն պահպանվում, այլ պահպանվում է նրանց (6.77) կոմբինացիան:

Սահմանենք հետևյալ էֆեկտիվ պոտենցիալը.

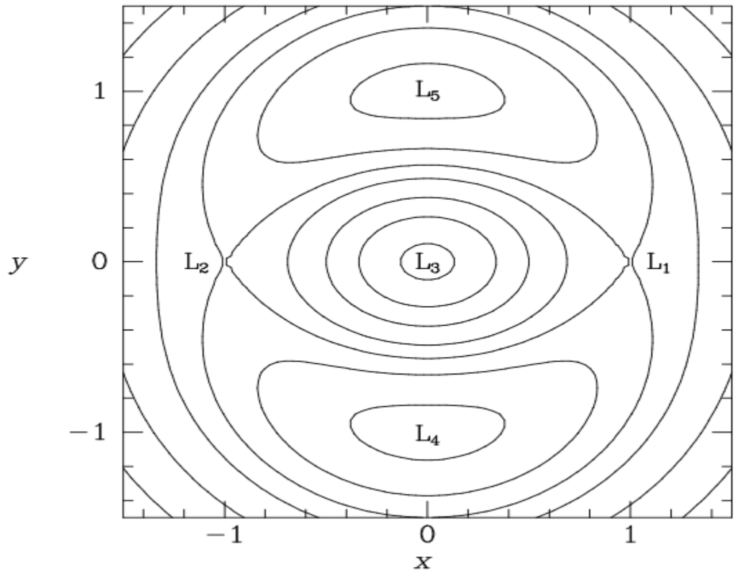
$$U_{ef} = U - \tfrac{1}{2}\Omega^2 r_\perp^2: \tag{6.78}$$

Աստղի շարժման (6.74) հավասարումը կլինի.

$$\ddot{r} = -\nabla U_{ef} - 2\left(\Omega \times \dot{r}\right), \tag{6.79}$$

իսկ Յակոբիի ինտեգրալը՝

$$\varepsilon_J = \tfrac{1}{2}\dot{r}^2 + U_{ef} : \tag{6.80}$$



U_{ef}-ի համապոտենցիալները v = 1, R = 0.1, q = 0.8,
Ω = 1 դեպքում

Զրո արագության մակերևույթը որոշվում է $U_{ef}(r) = \varepsilon_J$ հավասարումից: Տարածության $U_{ef}(r) > \varepsilon_J$ տիրույթներն արգելված են աստղի համար:

Նկարում պատկերված են U_{ef}-ի համապոտենցիալները լոգարիթմական (6.62) պոտենցիալի դեպքում: Նրանում L_3–ը՝ U_{ef}-ի մինիմումի, L_4, L_5-ը՝ մաքսիմումի, իսկ L_1 և L_2-ը x առանցքի վրա թամբային ստացիոնար կետեր են: Պարզ է, որ կենտրոնական L_3 մինիմումի և նրա շրջակա փոքր տիրույթում կենտրոնախույս պոտենցիալի դերն աննշան է: Մյուս չորս կետերում (կայունության դեպքում) հնարավոր է շրջանային ուղեծրերով աստղի շարժումը: Աստղերը, որոնց ε_J էներգիան փոքր է L_1 և L_2 կետերում U_{ef}-ի U_c արժեքից, անկարող են լքել համախումբը:

Շարքի վերածենք U_{ef}-ը $r_L=(x_L, y_L)$ կետերի շրջակայքում՝ ըստ $\xi=x-x_L$ և $\eta=y-y_L$-ի աստիճանների.

$$U_{ef} = U_{ef}(x_L,y_L) + ½U_{xx}\xi^2 + ½U_{yy}\eta^2 + ½(\partial^2U_{ef}/\partial x\partial y)_{rL}\xi\eta+\cdots, \quad (6.81)$$

որտեղ $U_{xx} \equiv (\partial^2U_{ef}/\partial x^2)_{rL}$, $U_{yy} \equiv (\partial^2U_{ef}/\partial y^2)_{rL}$: Ցանկացած ճողիկատիպ պոտենցիալ, որի առանցքներն ուղղված են x,y-ով, $(\partial^2U_{ef}/\partial y^2)_{rL} = 0$՝ ելնելով զուտ համաչափությունից: Այդ դեպքում շարժման հավասարումները կլինեն.

$$\ddot{\xi} = 2\Omega\dot{\eta} - U_{xx}\xi; \quad \ddot{\eta} = -2\Omega\dot{\xi} - U_{yy}\eta \ , \quad (6.82)$$

որոնց ընդհանուր լուծումները կփնտրենք $\xi=Xe^{\lambda t}$, $\eta=Ye^{\lambda t}$ տեսքով՝ X,Y,λ կոմպլեքս հաստատուններով: (6.82) հավասարումները կընդունեն հետևյալ տեսքը.

$$\left(\lambda^2 + U_{xx}\right)X - 2\lambda\Omega Y = 0; \quad \left(\lambda^2 + U_{yy}\right)Y + 2\lambda\Omega X = 0,$$

որի ոչ տրիվյալ լուծումների պայմանից ստացվում է λ-ի բնութագրական հավասարումը.

$$\lambda^4 + \lambda^2(U_{xx} + U_{yy} + 4\Omega^2) + U_{xx}U_{yy} = 0: \quad (6.83)$$

Եթե սրա լուծումներում կա որևէ մեկը, որն ունի զրոյից տարբեր իրական մաս՝ $\gamma=\mathrm{Re}\lambda$, ապա ξ, η-ն ժամանակից կախված էքսպոնենցիալ կաճեն, և աստղը կհեռանա այդ L կետից: Համապատասխան L կետը կլինի անկայուն:

Եթե (6.83) լուծումը կեղծ է՝ $\lambda_{1;2} =\pm i\alpha$, $\lambda_{3;4} =\pm i\beta$ ($0\leq\alpha\leq\beta$ իրական են), ապա կունենանք

$$\begin{aligned} \zeta &= X_1\cos(\alpha t + \phi_1) + X_2\cos(\beta t + \phi_2), \\ \eta &= Y_1\sin(\alpha t + \phi_1) + Y_2\sin(\beta t + \phi_2): \end{aligned} \quad (6.84)$$

Սրանք տեղադրելով (6.82)-ում՝ կստանանք

$$Y_1 = \frac{U_{xx} - \alpha^2}{2\Omega\alpha} X_1 = \frac{2\Omega\alpha}{U_{yy} - \alpha^2} X_1;$$
$$Y_2 = \frac{U_{xx} - \beta^2}{2\Omega\beta} X_2 = \frac{2\Omega\beta}{U_{yy} - \beta^2} X_2 : \tag{6.85}$$

Կայունության համար անհրաժեշտ է, որ (6.83)-ի λ^2 լուծումը լինի բացասական իրական թիվ: Դրա համար անհրաժեշտ է, որ

$$U_{xx}U_{yy} > 0 \text{ և } U_{xx} + U_{yy} + 4\Omega^2 > 2\sqrt{U_{xx}U_{yy}}: \tag{6.86}$$

Թամբային կետերը միշտ անկայուն են, քանի որ պոտենցիալի երկրորդ ածանցյալները նրանցում հակառակ նշաններ ունեն: Մինի-մումի L_3 կետում դրանք դրական են, այնպես որ (6.86)-ի առաջին պայմանը բավարարված է: Երկրորդը նույնպես բավարարված է, քա-նի որ այն, քառակուսի բարձրացնելով, կձևափոխենք հետևյալ տես-քի.

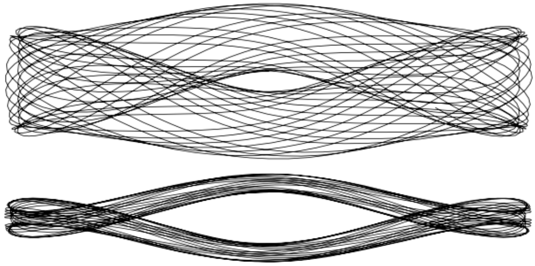
$$(U_{xx} - U_{yy})^2 + 8\Omega^2(U_{xx} + U_{yy}) + 16\Omega^4 > 0,$$

որն ակնհայտ դրական է: Ուրեմն, L_3-ը կայուն կետ է:

L_4, L_5-ի կայունության հարցը կախված է պոտենցիալի մանրամաս-ներից: Օրինակ՝ կարելի է ցույց տալ, որ զրոյի ձգտող միջուկի չափ-երով՝ $\Omega R/v_0 \ll 1$, (6.62) լոգարիթմական պոտենցիալի դեպքում այդ կետերը կայուն են, եթե $q>0.81$:

Կայուն L կետի շուրջ աստղի շարժումը նկարագրող (6.84) լուծում-ները α, β հաճախություններով երկու էլիպսական շարժումների վե-րադրում են: α-էլիպսը, որով աստղը շարժվում է պոտենցիալի պտույ-տի ուղղությամբ (ուղիղ կամ պրոգրադ շարժում), խիստ ձգված է ξ-ով՝ ձողիկի մեծ կիսառանցքով, իսկ β-էլիպսով աստղի շարժումը հակա-ռակ է պոտենցիալի պտույտին (ռետրոգրադ շարժում), որը α-էլիպսի շուրջ փոքր լայնույթով էպիցիկլային շարժում է:

Աստղի շարժումները L կետերից հեռու տիրույթներում ստացվում են թվային ինտեգրմամբ, որոնք չենք դիտարկի: Օրինակ՝ այդ կերպ ստացված երկու ոչ փակ ուղեծրեր լոգարիթմական պոտենցիալի դեպքում պատկերված են նկարում: Հաշվարկների մանրամասները շարադրված են BT 94 գրքում:



6.10. Թույլ ձողիկներ

Թույլ ձողիկի գրավիտացիոն դաշտը քիչ է աղավաղում պոտենցիալի առանցքային համաչափությունը: Դա հնարավոր է դարձնում անալիտիկ նկարագրել թույլ ձողիկներում աստղերի հանգույց ուղեծրերը:

Ձողիկի հետ Ω անկյունային արագությամբ պտտվող հաշվարկի համակարգում աստղի շարժման հավասարումները բևեռային r,θ կոորդինատներով կլինեն.

$$\ddot{r} = r\left(\dot{\theta}+\Omega\right)^2 - \frac{\partial U}{\partial r}, \quad \frac{d}{dt}\left[r^2\left(\dot{\theta}+\Omega\right)\right] = -\frac{\partial U}{\partial \theta}: \qquad (6.87)$$

Կենթադրենք, որ θ=0-ն համապատասխանում է ձողիկի մեծ կիսառանցքին:

Քանի որ ձողիկը թույլ է, ապա կներկայացնենք նրա պոտենցիալն այսպես.

$$U(r,\theta) = U_0(r) + U_1(r,\theta), \qquad (6.88)$$

որտեղ $|U_1/U_0| \ll 1$: Աստղի շարժման օրենքն այդ դեպքում նույնպես կարելի է ներկայացնել

$$r(t) = r_0 + r_1(t);\ \theta(t) = \theta_0(t) + \theta_1(t) \qquad (6.89)$$

տեսքով, որոնք տեղադրելով (6.87)-ում՝ զրո կարգի մոտավորությամբ կունենանք

$$r_0(\omega_0 + \Omega)^2 = (dU_0/dr)_{r0} \quad \text{և} \quad \omega_0 = \text{const}: \qquad (6.90)$$

Սրանք r_0 շառավիղով շրջանային ուղեծրով աստղի շարժման պայմաններն են առանցքային համաչափ պոտենցիալում: Գալակտիկայի կենտրոնի նկատմամբ աստղի շրջանային շարժման անկյունային արագությունը կլինի

$$\Omega_0 \equiv \Omega(r_0) = \omega_0 + \Omega,$$

որտեղ $\Omega(r) = \pm\sqrt{dU_0/rdr}$-ը U_0 պոտենցիալում r շառավիղով շրջանային ուղեծրով շարժման անկյունային արագությունն է, $\omega \equiv d\theta/dt$: (6.90)-ից կստանանք աստղին տանող (r_0,θ_0) կենտրոնի շարժման օրենքը.

$$\theta_0(t) = (\Omega_0 - \Omega)t, \qquad r_0 = \text{const}, \qquad (6.91)$$

որտեղ $\Omega_0 < 0$ ռետրոգրադ ուղեծրի համար:

Առաջին մոտավորությամբ շարժման (6.87) հավասարումները կներկայացնենք հետևյալ տեսքով.

$$\ddot{r}_1 + \left(\frac{d^2U_0}{dr^2} - \Omega^2\right)_{r_0} r_1 - 2r_0\Omega_0\dot{\theta}_1 = -\left(\frac{\partial U_1}{\partial r}\right)_{r_0},$$
$$\ddot{\theta}_1 + 2\Omega_0\frac{\dot{r}_1}{r_0} = -\frac{1}{r_0^2}\left(\frac{\partial U_1}{\partial \theta}\right)_{r_0}: \qquad (6.92)$$

Այժմ կոնկրետացնենք U_1-ը.

$$U_1(r,\theta) = \varphi(r)\cos 2\theta, \qquad (6.93)$$

որտեղ, քանի որ θ=0-ն համընկնում է ձողիկի մեծ կիսաառանցքի հետ, պետք է $\varphi(r)<0$:

Մինչև այժմ ենթադրել ենք, որ անկյունային արագության ω_1 գրգռումն է փոքր, θ_1-ն ինքնին կարող է փոքր չլինել: Սակայն մի պահ ենթադրենք՝ $\theta_1 \ll 1$, այսինքն՝ ընդունենք, որ θ(t)-ն մոտ է $(\Omega_0 - \Omega)t$-ին: Այդ դեպքում (6.92)-ի աջ մասերը կլինեն

$$-(d\varphi/dr)_{r0}\cos[2(\Omega_0 - \Omega)t],\ 2(\varphi_0/r_0^2)\sin[2(\Omega_0 - \Omega)t],$$

և ինտեգրելով երկրորդ հավասարումն ըստ ժամանակի՝ կստանանք.

$$\dot{\theta}_1 = -2\Omega_0 \frac{r_1}{r_0} - \frac{\varphi(r_0)}{r_0^2(\Omega_0 - \Omega)} \cos\left[2\left(\Omega_0 - \Omega\right)t\right], \tag{6.94}$$

որը տեղադրելով (6.92)-ի առաջին հավասարման մեջ՝ կունենանք.

$$\ddot{r}_1 + \kappa_0^2 r_1 = -\left[\frac{d\varphi}{dr} + \frac{2\Omega_0\varphi}{r(\Omega_0 - \Omega)}\right]_{r_0} \cos 2(\Omega_0 - \Omega)\,\mathrm{t}, \tag{6.95}$$

որտեղ κ_0-ն էպիցիկլային հաճախությունն է: (6.95)-ը κ_0-ն էպիցիկլային հաճախությամբ ներդաշնակ օսցիլյարորի ստիպողական տատանումների հավասարումն է $2(\Omega_0-\Omega)$ հաճախությամբ հարկադրող ուժի ազդեցությամբ: Նրա ընդհանուր լուծումն է

$$r_1(t) = C_1 \cos(\kappa_0 t + \alpha) - \left[\frac{d\varphi}{dr} + \frac{2\Omega_0\varphi}{r(\Omega_0 - \Omega)}\right]_{r_0} \frac{\cos 2(\Omega_0 - \Omega)\,\mathrm{t}}{\Delta}, \tag{6.96}$$

որտեղ C_1, α-ն ինտեգրման հաստատուններն են, իսկ $\Delta \equiv \kappa_0^2 - 4(\Omega_0 - \Omega)^2$: Եթե (6.91)-ի օգնությամբ ստացվածից արտաքսենք ժամանակը, կունենանք

$$r_1(\theta_0) = C_1 \cos\left(\frac{\kappa_0\theta_0}{\Omega_0 - \Omega} + \alpha\right) + C_2 \cos 2\theta_0, \tag{6.97}$$

որում

$$C_2 = -\frac{1}{\Delta}\left[\frac{d\varphi}{dr} + \frac{2\Omega_0\varphi}{r(\Omega_0 - \Omega)}\right]_{r_0} : \tag{6.98}$$

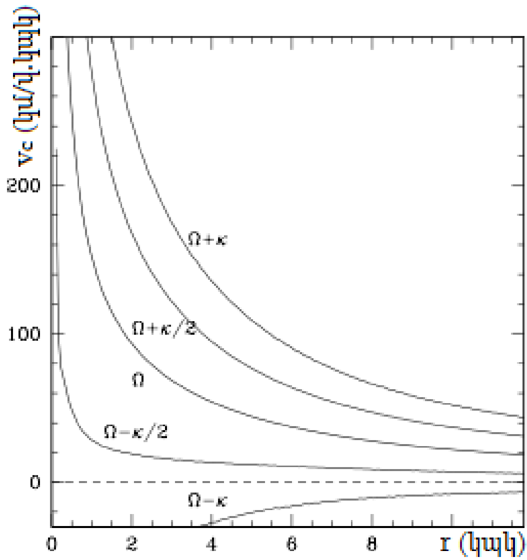
Եթե $C_1=0$, ապա r_1 (θ_0)-ն կդառնա π պարբերության ֆունկցիա, որին համապատասխանում է փակ հանգուցային ուղեծիր: $C_1 \neq 0$ դեպքում ուղեծրերը հանգուցային են, բայց ոչ փակ: Դիտարկենք $C_1=0$ դեպքը:

Նկատենք, որ (6.97)-ի աջ մասը խզում ունի r_0-ի որոշ արժեքների դեպքում. **Կոռոտացիայի ռեզոնանսում**՝ $\Omega_0 = \Omega$, որտեղ տանող կենտրոնը պտտվում է ձողիկի անկյունային արագությամբ (ω_0=0), **Լինդբլադի ռեզոնանսներում**՝ $2(\Omega_0-\Omega) = \pm\kappa_0$: Այս ռեզոնանսներն ունեն պարզ ֆիզիկական մեկնաբանություն: Շրջանային ուղեծիրն ունի երկու բնութագրական հաճախություններ: Եթե աստղը շեղեք շառավղով, ապա այն կտատանվի κ_0 էպիցիկլային հաճախությամբ, եթե շեղեք ազիմուտով, ապա այն նորից կշարժվի շրջանագծով, միայն փոքր-ինչ շեղված շառավղով[1]: Այսինքն՝ այս շեղումների նկատմամբ ուղեծիրն անտարբեր է՝ չեն առաջանում տատանումներ: Փաստորեն այս երկու տիպի ռեզոնանսներն առաջանում են, երբ հարկադրող $2(\Omega_0 - \Omega)$ հաճախությունը համընկնում է 0 կամ $\pm\kappa_0$ արժեքների հետ:

(6.97)-ից հետևում է, որ $C_2>0$ դեպքում աստղերի հանգուցային ուղեծրերը ձգված են ձողիկի երկայնքով, իսկ $C_2<0$ դեպքում ուղղահայաց են նրան: Երբ r_0-ն հատում է որևէ ռեզոնանս, ուղեծրի ձգվածությունը փոխվում է:

Նկարում պատկերված են $\Omega(r)$, $\Omega(r)\pm\kappa_0/2$ կորերը իզոքրոն պոտենցիալով նկարագրվող տիպիկ պարուրաձև գալակտիկայի համար: Ձողիկի տրված Ω-ի դեպքում գրաֆիկից կարելի է որոշել ռեզոնանսներին համապատասխանող շառավիղները, որոնք կարևոր դեր ունեն ձողիկների և պարուրաձև կառուցվածքի ուսումնասիրություններում:

[1] Ընդ որում՝ եթե շեղեք շարժման ուղղությամբ, այն կբարձրանա ավելի մեծ շառավղով ուղեծրի ու կփոքրացնի արագությունը: Շարժմանը հակառակ շեղելիս այն իջնում է փոքր շառավղով ուղեծրի՝ մեծացնելով արագությունը: Շրջանային ուղեծրերի համար այս երևույթին տվել են **ավանակի էֆեկտ** անվանումը (Lynden-Bell & Kalnajs, 1972):



6.11. Ուղեծրերի վարքը ռեզոնանսների շրջակայքում

Երբ r_0-ն մոտենում է կոռոտացիայի, կամ Լինդբլադի ռեզոնանսներին (6.97)-ով տրվող r_1 արժեքը խիստ մեծանում է, այդ տիրույթներում գծային մոտավորությունը խախտվում է: Այնպես որ՝ հարկ է վերանայել մեր դիտարկումը այս մասերում: Լինդբլադի ռեզոնանսների շրջակայքում նման վերանայում կատարվել է Goldreich & Tremaine (1981) աշխատանքում:

Այն համանման է Լագրանժի L_4 և L_5 կետերի շուրջ լոգարիթմական պոտենցիալում ուղեծրերի դիտարկմանը, որ կատարվեց 6.8 բաժնում, երբ $r \gg r_c$, և պոտենցիալի էլիպսականությունը՝ $\epsilon=1-q \to 0$: Այս դեպքում պոտենցիալի առանցքային անհամաչափությունը վերանում է, և ունենում ենք թույլ ձողիկի դեպքը: Տեսանք, որ այդ դեպքում աստղերի ուղեծրերը ներկայացնում են α և β հաճախություններով երկու էլիպսական շարժումների վերադրում: β-էլիպսը սովորական էպիցիկլային շարժում է, որը չենք դիտարկի: α-էլիպսը ազիմուտով շատ ձգված է՝

կիսառանցքների $|Y_1/X_1|=\sqrt{2\epsilon}$ հարաբերությամբ և փոքր $\alpha=\Omega_b\sqrt{2\epsilon}$ հաճախությամբ:

Այժմ ենթադրենք՝ r_1, $\partial r_1/\partial t$, $\partial\theta_1/\partial t$-ը փոքր են, իսկ θ_1-ը՝ ոչ: Սա նշանակում է, որ եթե ձողիկի գրգռման U_1 պոտենցիալը ϵ կարգի փոքր է, ապա θ_1-ը մեկի կարգի է, r_1-ը՝ $\epsilon^{1/2}$ կարգի, իսկ ըստ ժամանակի ածանցյալը նվազեցնում է մեծության կարգը $\epsilon^{1/2}$ անգամ: Տեղադրելով տանող կենտրոնը L_5-ում $[\Omega(r_0) = \Omega_b,\ \theta_0 = \pi/2]$ և օգտվելով (6.95)-ից՝ շարժման հավասարումները կներկայացվեն այսպես.

$$\ddot{r}_1+(\kappa_0^2-4\Omega_0^2)r_1-2r_0\Omega_0\dot{\theta}_1=-\partial U_1/\partial r,$$

$$\ddot{\theta}_1+2\Omega_0\frac{\dot{r}_1}{r_0}=-\frac{1}{r_0^2}\frac{\partial U_1}{\partial\theta}: \tag{6.99}$$

Համաձայն ընտրված մոտարկման՝ առաջին տողի ձախ մասի անդամները համապատասխանաբար $\epsilon^{3/2}$, $\epsilon^{1/2}$ և $\epsilon^{1/2}$ կարգի են, աջ մասը՝ ϵ կարգի, իսկ երկրորդ տողի բոլոր անդամները՝ ϵ կարգի:

Պահելով առաջին տողում միայն $\epsilon^{1/2}$ կարգի անդամները՝ կունենանք.

$$\kappa_0^2-4\Omega_0^2)r_1-2r_0\Omega_0\dot{\theta}_1=0, \tag{6.100}$$

որի օգնությամբ (6.99)-ի երկրորդ տողից արտաքսելով r_1-ը՝ կստանանք.

$$\ddot{\theta}_1\frac{\kappa_0^2}{\kappa_0^2-\Omega_0^2}=\frac{1}{r_0^2}\frac{\partial U_1}{\partial\theta}\bigg|_{(r_0,\theta_0+\theta_1)}\ : \tag{6.101}$$

Հաշվի առնելով այստեղ (6.93)-ը՝ կունենանք.

$$2\ddot{\theta}_1=-\frac{4U_b}{r_0^2}\frac{4\Omega_0^2-\kappa_0^2}{\kappa_0^2}\sin 2(\theta_0+\theta_1), \tag{6.102}$$

որը, քանի որ $\theta_0 = \pi/2$, իսկ $U_b<0$, ճոճանակի տատանման հավասարումն է $2\theta_1$ մեծության նկատմամբ՝

$$\omega^2=\frac{4U_b}{r_0^2}\frac{4\Omega_0^2-\kappa_0^2}{\kappa_0^2}$$

հաճախությամբ: Նկատենք, որ կոռոտացիայում r_1-ի խզումը այս ա-ռավել մանրազնին քննարկման դեպքում բացակայում է: Նկատենք նաև, որ ճոճանակի կայուն հավասարակշռության վիճակը ոչ թե U_1 պոտենցիալի մինիմումն է, այլ $\theta_1=0$ մաքսիմումը: Եթե (6.102) տատանման էներգիան՝

$$E_\omega = 2\dot{\theta}_1^2 - \omega^2 \cos 2\theta_1 , \tag{6.103}$$

փոքր է ω^2-ուց, աստղը դանդաղ լիբրացվում է L_5 կետի շուրջ, հակառակ դեպքում աստղը չի տարվում ճոճանակով, այլ շրջապտույտ է կատարում գալակտիկայի կենտրոնի շուրջ: Փոքր ամպլիտուդով լիբրացիաները կատարվում են ω հաճախությամբ: Մեծ ամպլիտուդով լիբրացիաների համար այս մոտավորությունը դառնում է ոչ կիրառելի:

Կարելի է ստանալ այս ուղեծրերի տեսքը (6.100)-ից՝ արտաքսելով նրանում $d\theta_1/dt$-ն (6.103)-ի օգնությամբ.

$$r_1 = -\frac{2r_0\Omega_0\dot{\theta}_1}{4\Omega_0^2 - \kappa_0^2} = \pm\frac{\sqrt{2}r_0\Omega_0}{4\Omega_0^2 - \kappa_0^2}\sqrt{E_\omega + \omega^2\cos 2\theta_1} : \tag{6.104}$$

Կարելի է ցույց տալ, որ $E_\omega \gg \omega^2$ դեպքում (6.104)-ը նկարագրում է նույն ուղեծրերը, որոնք ստացվում են (6.97)-ից, երբ $C_1 \neq 0$ և $\Omega \neq \Omega_b$:

Աստղային համակարգերի մեծ մասում հնարավոր չի լինում ուղեծրերը ստանալ անալիտիկ մեթոդներով: Նման դեպքերում ուղեծրերի ուսումնասիրությունը հարկ է իրականացնել թվային մեթոդներով: Այստեղ անչափ կարևոր է ուղեծրերի թվային ինտեգրման արդյունավետ ալգորիթմների մշակումը, որը ժամանակակից աստղային դինամիկայի առաջնահերթ խնդիրներից է: Մենք չենք քննարկելու այդ հարցերն այստեղ: Հետաքրքրվողները կարող են ծանոթանալ որոշ առաջատար մեթոդների հետ Hairer, Lubich, & Wanner (2002) և Aarseth (2003) աշխատանքներում:

Գլուխ VII
Ջինսի հավասարումները

7.1. Ջինսի հավասարումները

Սրանք «աստղային հիդրոդինամիկայի» հավասարումներն են, որոնք աստղային դինամիկայում առաջինը կիրառել է Ջինսը (Jeans, 1919):

Դիտարկենք հետևյալ մեծությունները.

$$\rho = \iiint f d\boldsymbol{v},\ \ \rho\langle v_i\rangle = \iiint v_i f d\boldsymbol{v},\ \ \rho\sigma_{ij}^2 = \iiint (v_i-\langle v_i\rangle)(v_j-\langle v_j\rangle) f d\boldsymbol{v}: \quad (7.1)$$

Առաջինը համախմբում զանգվածի ծավալային խտությունն է, երկրորդը՝ i-րդ աստղի տեսակարար իմպուլսը, σ_{ij}-ն արագությունների դիսպերսիա կոչվող մեծությունն է, որը բնութագրում է աստղային շարժումներում քաոսայնության չափը:

Գրենք Լիուվիլի հավասարումը (ըստ կրկնվող ինդեքսների՝ գումար է գնում).

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_i \frac{\partial f}{\partial r_i} - \frac{\partial U}{\partial r_i}\frac{\partial f}{\partial v_i} = 0, \qquad i = 1,2,3:$$

ρ-ի համար հավասարումը ստացվում է՝ Լիուվիլի հավասարումն ըստ արագությունների ինտեգրելով (հավասարման զրոյական մոմենտ).

$$\frac{\partial}{\partial t}\int f d^3v + \int v_i \frac{\partial f}{\partial r_i} d^3v - \frac{\partial U}{\partial r_i}\int \frac{\partial f}{\partial v_i} d^3v = 0: \qquad (7.2)$$

Քանի որ v_i-երը r_i-երից անկախ են, ապա

$$\int v_i \frac{\partial f}{\partial r_i} d^3v = \frac{\partial}{\partial r_i}\int v_i f d^3v = \frac{\partial \rho\langle v_i\rangle}{\partial r_i},$$

$$\int \frac{\partial f}{\partial v_i} d^3v \propto f\Big|_{-\infty}^{\infty} = 0:$$

Հաշվի առնելով սրանք (7.2)-ում՝ կստանանք զանգվածի պահպանումն արտահայտող անընդհատության հավասարումը, որը *Ջինսի առաջին հավասարումն* է.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial r_i}\rho\left\langle v_i\right\rangle=0, \qquad \frac{\partial \rho}{\partial t}+div(\rho\left\langle \boldsymbol{v}\right\rangle)=0: \tag{7.3}$$

Բազմապատկենք Լիուվիլի հավասարումը v_j-ով և ինտեգրենք ըստ արագությունների.

$$\int v_j\frac{\partial f}{\partial t}d^3v+\int v_i v_j\frac{\partial f}{\partial r_i}d^3v-\frac{\partial U}{\partial r_i}\int v_j\frac{\partial f}{\partial v_i}d^3v=0:$$

Հաշվի առնելով, r_i,v_i,t-ն իրարից անկախ են, ձևափոխենք անդամները.

$$\int v_j\frac{\partial f}{\partial t}d^3v=\int\frac{\partial (v_j f)}{\partial t}d^3v=\frac{\partial}{\partial t}\int v_j f d^3v=\frac{\partial}{\partial t}\rho\left\langle v_j\right\rangle,$$

$$\int v_i v_j\frac{\partial f}{\partial r_i}d^3v=\int\frac{\partial}{\partial r_i}(v_i v_j f)d^3v=\frac{\partial}{\partial r_i}\int v_i v_j f d^3v=\frac{\partial}{\partial r_i}\left(\rho\left\langle v_i v_j\right\rangle\right),$$

$$\int v_j\frac{\partial f}{\partial v_i}d^3v=\int\left(\frac{\partial\left(v_j f\right)}{\partial v_i}-\frac{\partial v_j}{\partial v_i}f\right)d^3v=$$

$$=\int\frac{\partial\left(v_j f\right)}{\partial v_i}d^3v-\delta_{ij}\int f d^3v=v_j f\Big|_{-\infty}^{\infty}-\rho\delta_{ij}=-\rho\delta_{ij}:$$

Հաշվի առնելով սրանք, և այն, որ $\delta_{ij}\partial/\partial r_i=\partial/\partial r_j$, կստանանք

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\left\langle v_j\right\rangle\right)+\frac{\partial}{\partial r_i}\left(\rho\left\langle v_i v_j\right\rangle\right)=-\rho\frac{\partial U}{\partial r_j}: \tag{7.4}$$

Սա *Ջինսի երկրորդ հավասարումն* է:

Արագությունների դիսպերսիայի ինտեգրալը համաչափ տենզոր է, որը անկյունագծային է և ցույց է տալիս միջին արժեքներից արագությունների միջին քառակուսային շեղումները: Ձևափոխելով այդ ինտեգրալը՝ կստանանք.

$$\sigma_{ij}^2=\left\langle v_i v_j\right\rangle-\left\langle v_i\right\rangle\left\langle v_j\right\rangle,$$

որտեղից

$$\left\langle v_i v_j\right\rangle=\sigma_{ij}^2+\left\langle v_i\right\rangle\left\langle v_j\right\rangle: \tag{7.5}$$

Տեղադրենք սա (7.4)-ում.

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}\left\langle v_j\right\rangle+\rho\frac{\partial\left\langle v_j\right\rangle}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial r_i}\left(\rho\sigma_{ij}^2\right)+\frac{\partial}{\partial r_i}\left(\rho\left\langle v_i\right\rangle\left\langle v_j\right\rangle\right)=-\rho\frac{\partial U}{\partial r_j}:$$

Ձևափոխենք առաջին և չորրորդ անդամների գումարը՝ օգտվելով Ջինսի առաջին հավասարումից: Բազմապատկենք այն $<v_j>$-ով.

$$\left\langle v_j\right\rangle\frac{\partial\rho}{\partial t}+\left\langle v_j\right\rangle\frac{\partial}{\partial r_i}\rho\left\langle v_i\right\rangle=\left\langle v_j\right\rangle\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial r_i}\left(\rho\left\langle v_i\right\rangle\left\langle v_j\right\rangle\right)-\rho\left\langle v_i\right\rangle\frac{\partial\left\langle v_j\right\rangle}{\partial r_i}=0$$

որտեղից

$$\left\langle v_j\right\rangle\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial r_i}\left(\rho\left\langle v_i\right\rangle\left\langle v_j\right\rangle\right)=\rho\left\langle v_i\right\rangle\frac{\partial\left\langle v_j\right\rangle}{\partial r_i}:$$

Հաշվի առնելով սա (7.5)-ում՝ կստանանք *Ջինսի երրորդ հավասարումը.*

$$\rho\frac{\partial\left\langle v_j\right\rangle}{\partial t}+\rho\left\langle v_i\right\rangle\frac{\partial\left\langle v_j\right\rangle}{\partial r_i}=-\rho\frac{\partial U}{\partial r_j}-\frac{\partial}{\partial r_i}\left(\rho\sigma_{ij}^2\right): \qquad (7.6)$$

Վեկտորական նշանակումներով այն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\rho\frac{\partial\left\langle \boldsymbol{v}\right\rangle}{\partial t}+\rho(\left\langle \boldsymbol{v}\right\rangle\nabla)\left\langle \boldsymbol{v}\right\rangle=-\rho\nabla U-\nabla\left(\rho\boldsymbol{\sigma}^2\right),$$

կամ ներմուծելով Սթոքսի ածանցյալը՝ $d/dt = \partial/\partial t + (<v>\nabla)$, կունենանք

$$\frac{d\left\langle \boldsymbol{v}\right\rangle}{dt}=-\nabla U-\frac{1}{\rho}\nabla\left(\rho\boldsymbol{\sigma}^2\right): \qquad (7.7)$$

Սա նման է հեղուկների դինամիկայում Էյլերի հավասարմանը.

$$\frac{d\left\langle \boldsymbol{v}\right\rangle}{dt}=-\nabla U-\frac{1}{\rho}\nabla P,$$

որտեղ P-ն մոլեկուլների հաճախակի բախումներով պայմանավորված իզոտրոպ ճնշումն է: (7.7)-ից հետևում է, որ աստղերն իրենց պահում են գազի նման, ընդ որում՝ $\nabla(\rho\boldsymbol{\sigma}^2)$ մեծությունը խաղում է անիզոտրոպ ճնշման դեր: Չնայած հեղուկ և աստղային համակարգերը նկարագրող հավասարումները արտաքնապես մնան են, սակայն նրանց միջև կան էական տարբերություններ: Օրինակ՝ եթե հեղուկում ստացիոնար հոսանքի գիծը մասնիկի հետագիծն է, ապա աստղային համախմբում աստղերի ուղեծրերը, ընդհանրապես ասած, չեն համընկնում միջին արագությունների դաշտի գծերի հետ:

Ջինսի (7.3) և (7.6) հավասարումները, ցավոք, չեն կազմում փակ համակարգ: Իրոք, եթե հայտնի են U(r,t) և ρ(r,t)-ն, ապա մենք կունենանք ինը անհայտ ֆունկցիաներ՝ երեք միջին արագություններ՝ <**v**> և $\boldsymbol{\sigma}^2$ համաչափ տենզորի վեց անկախ բաղադրիչներ, որոնց որոշման համար ընդամենը չորս հավասարում՝ անընդհատության սկալար հավասարումը և Էյլերի երեք հավասարումները: Այնպես որ՝ առանց լրացուցիչ տեղեկության անհնար է այդ հավասարումներից ստանալ <**v**> և $\boldsymbol{\sigma}^2$ մեծությունները: Իսկ եթե փորձենք այդ ինֆորմացիան ստանալ Բոլցմանի ոչ բախումային հավասարման երրորդ մոմենտի օգնությամբ, ապա այն կպարունակի <$v_i v_j v_k$> տիպի անդամներ, որոնց որոշման համար անհրաժեշտ կլինի գրել Բոլցմանի հավասարման չորրորդ մոմենտը, և այսպես շարունակ: Այս հավասարումները կարելի է փակել միայն որոշակի պայմաններում, օրինակ՝ եթե համախումբը գնդային համաչափ է և նկարագրվում է միայն էներգիայից կախված $f(\varepsilon)$ բաշխման ֆունկցիայով կամ եթե առանցքային համաչափ է և նկարագրվում է $f(\varepsilon,\ell_z)$ տիպի բաշխման ֆունկցիայով: Հավասարումները միշտ փակվում են կամայական Ստակել տիպի պոտենցիալի[1] դեպքում (van de Ven et al. 2003):

Ջինսի հավասարումներով կարելի է նկարագրել ինչպես Գալակտիկայի ամբողջական, այնպես էլ նրա առանձին աստղային բնակչությունների (G թզուկներ, K հսկաներ …) դինամիկան: Այս դեպքում ρ, <v>-ն տվյալ բնակչության բնութագրերն են, իսկ U-ն՝ ամբողջ Գալակտիկայի:

---

[1] $U(x,y)=\dfrac{X(x)-Y(y)}{sh^2x+\sin^2 y}$ տիպի անջատվող փոփոխականներով պոտենցիալ

7.2. Գալակտիկայի սկավառակի զանգվածի մակերևութային խտությունը

Օգտվելով արևամերձ տիրույթում աստղերի արագությունների համար ստացված տվյալներից՝ կարելի է Ջինսի հավասարումների օգնությամբ գնահատել Գալակտիկայի լոկալ սկավառակում զանգվածի մակերևութային խտությունը:

Գալակտիկայի կենտրոնի հետ կապված գլանային կոորդինատներով, հաշվի առնելով նրա առանցքային համաչափ լինելը, Ջինսի երկրորդ հավասարման ուղղաձիգ բաղադրիչը կլինի

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\left\langle v_z\right\rangle\right)+\frac{\partial}{\partial r}\left(\rho\left\langle v_z v_r\right\rangle\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho\left\langle v_z^2\right\rangle\right)+\frac{\rho\left\langle v_z v_r\right\rangle}{r}=-\rho\frac{\partial U}{\partial z}\ :$$

Համարելով սկավառակը հավասարակշռված՝ $\partial/\partial t=0$, իսկ համաձայն դիտումների՝ $<v_r v_z> \approx 0$, կունենանք

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho\left\langle v_z^2\right\rangle\right)=-\rho\frac{\partial U}{\partial z}\ : \qquad (7.8)$$

Անտեսելով պոտենցիալի կախվածությունը այդ տիրույթում նաև r-ից՝ Պուասոնի հավասարումը կլինի

$$d^2U/dz^2 = 4\pi G\rho,$$

որը (7.8)-ի օգնությամբ կընդունի հետևյալ տեսքը.

$$\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho\left\langle v_z^2\right\rangle\right)\right]=-4\pi G\rho :$$

Ինտեգրելով վերջինս Գալակտիկայի կենտրոնից r հեռավորության վրա սկավառակի -z, z սահմաններում, օգտվելով z=0 հարթության նկատմամբ սկավառակի համաչափությունից՝ կստանանք.

$$4\pi G\int_{-z}^{z}\rho dz=-\frac{1}{\rho}\frac{d}{dz}\left(\rho\left\langle v_z^2\right\rangle\right)\Big|_{-z}^{z}=-\frac{2}{\rho}\frac{d}{dz}\left(\rho\left\langle v_z^2\right\rangle\right):$$

Բայց

$$\Sigma(r,z)=\int_{-z}^{z}\rho dz \text{ -ը}$$

2z հաստության շերտի զանգվածի մակերևութային խտությունն է: Ուրեմն, r_0 արևամերձ տիրույթում կստանանք.

$$\Sigma(r_0,z)=-\frac{2}{n}\frac{d}{dz}\left(n\left\langle v_z^2\right\rangle\right), \tag{7.9}$$

որտեղ n-ը աստղերի կոնցենտրացիան է: Դիտումներից պարզելով n և $\langle v_z \rangle$-ի z-ից կախվածությունները՝ (7.9)-ից կստանանք Σ(z) ֆունկ-ցիան, որով հնարավոր կլինի գնահատել արևամերձ տիրույթում մութ նյութի քանակը, որը, ինչպես պարզվեց, մեծ չէ՝ ≈0.1M⊙/պկ^3:

7.3. Ջինսի հավասարումը գնդային համաչափ դեպքում

Ջինսի երկրորդ հավասարումը ստացիոնար գնդային համաչափ ($\partial/\partial\theta=\partial/\partial\varphi=0$) համախմբի համար սֆերիկ կոորդինատներով ունի հետևյալ տեսքը.

$$\frac{d}{dr}\left(n\left\langle v_r^2\right\rangle\right)+\frac{n}{r}\left(2\left\langle v_r^2\right\rangle-\left\langle v_\theta^2\right\rangle-\left\langle v_\varphi^2\right\rangle\right)=-n\frac{dU}{dr}: \tag{7.10}$$

Սա կարող է կիրառվել E0 գալակտիկաների, ինչպես նաև այլ գա-լակտիկաների աստղային կամ մութ հալոների նկարագրության խնդիրներում: Այս դեպքում

$$dU/dr = -g = -GM(r)/r^2$$

որտեղ M(r)-ը r շառավիղում պարփակված զանգվածն է:

Որպես օրինակ՝ դիտարկենք Գալակտիկայի աստղային հալոն՝ ընդունելով նրա պոտենցիալը լոգարիթմական տեսքով՝ $U = v_0^2\ln r$, արագությունների բաշխումը՝ իզոտրոպ.

$$\left\langle v_r^2\right\rangle=\left\langle v_\theta^2\right\rangle=\left\langle v_\varphi^2\right\rangle\equiv\sigma^2$$

և r-ից անկախ, իսկ աստղերի խտության բաշխումը ներկայացնենք $n(r) = \kappa r^{-\ell}$ տեսքով: Այդ դեպքում (7.10)-ը կընդունի պարզ տեսք.

$$\sigma^2 dn/dr = -nv_0^2/r, \tag{7.11}$$

որտեղից կստանանք $\sigma = v_0/\sqrt{\ell}$: Աստղերի խտության բաշխման համար դիտումները տալիս են $\ell = 3.5$ արժեքը, իսկ $v_0 \approx 220$կմ/վ: Սրանց միջոցով ստանում ենք $\sigma \approx 120$կմ/վ, որը բավարար համընկնում է դիտումների հետ՝ $\sigma \approx 120\text{-}150$կմ/վ:

7.4. Առանցքային համաչափ համախմբեր

Ջինսի առաջին երկու հավասարումները գլանային r,θ,z կոորդինատներով այս դեպքում ($\partial/\partial\theta=0$) ներկայացվում են այսպես.

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial\left(\rho\left\langle v_r v_z\right\rangle\right)}{\partial r}+\frac{\partial\left(\rho\left\langle v_z\right\rangle\right)}{\partial z}=0,\\
&\frac{\partial\rho\left\langle v_r\right\rangle}{\partial t}+\frac{\partial\left(\rho\left\langle v_r^2\right\rangle\right)}{\partial r}+\frac{\partial\left(\rho\left\langle v_r v_z\right\rangle\right)}{\partial z}+\rho\left(\frac{\left\langle v_r^2\right\rangle-\left\langle v_\theta^2\right\rangle}{r}+\frac{\partial U}{\partial r}\right)=0,\\
&\frac{\partial\rho\left\langle v_\theta\right\rangle}{\partial t}+\frac{\partial\left(\rho\left\langle v_r v_\theta\right\rangle\right)}{\partial r}+\frac{\partial\left(\rho\left\langle v_\theta v_z\right\rangle\right)}{\partial z}+\frac{2\rho}{r}\left\langle v_\theta v_r\right\rangle=0,\\
&\frac{\partial\rho\left\langle v_z\right\rangle}{\partial t}+\frac{\partial\left(\rho\left\langle v_r v_z\right\rangle\right)}{\partial r}+\frac{\rho\left\langle v_r v_z\right\rangle}{r}+\frac{\partial\left(\rho\left\langle v_z^2\right\rangle\right)}{\partial z}+\rho\frac{\partial U}{\partial z}=0:
\end{aligned} \tag{7.12}$$

Ասիմետրիկ դրեյֆ

6.5 բաժնում նշեցինք, որ Գալակտիկայի վաղ տիպի աստղային բնակչությունը, որին հատուկ է արագությունների մեծ դիսպերսիա (հատկապես r ուղղությամբ), ետ է մնում սկավառակի պտույտից: Ասիմետրիկ դրեյֆ կոչվող այս երևույթը քանակապես կարելի է բնութագրել Արեգակի շրջանային v_c և այդ աստղային բնակչության ազիմուտային միջին $\langle v_\theta\rangle$ արագության տարբերությամբ՝ անվանելով այն դրեյֆի արագություն: Դիտումները դրեյֆի արագության համար տվել են հետևյալ կապը՝ $v_a \equiv v_c - \langle v_\theta \rangle \approx \langle v_r^2 \rangle / D$, որտեղ $D \approx (80 \pm 3)$ կմ/վ: Ջինսի հավասարման շառավղային բաղադրիչով կարելի է բացատրել այդ երևույթը:

Լոկալ սկավառակի z=0-ի շրջակայքում $\partial\rho/\partial z \cong 0$, իսկ $v_c^2 = r\partial U/\partial r$, կունենանք

$$\frac{r}{\rho}\frac{\partial\left(\rho\left\langle v_r^2\right\rangle\right)}{\partial r}+r\frac{\partial\left\langle v_r v_z\right\rangle}{\partial z}+\left\langle v_r^2\right\rangle-\left\langle v_\theta^2\right\rangle+v_c^2=0; \quad (z=0)\ :$$

Սահմանելով արագությունների ազիմուտային դիսպերսիան՝

$$\sigma_\theta^2=\left\langle\left(v_\theta-\left\langle v_\theta\right\rangle\right)^2\right\rangle=\left\langle v_\theta^2\right\rangle-\left\langle v_\theta\right\rangle^2, \tag{7.13}$$

կստանանք

$$\sigma_\theta^2-\left\langle v_r^2\right\rangle-\frac{r}{\rho}\frac{\partial\left(\rho\left\langle v_r^2\right\rangle\right)}{\partial r}-r\frac{\partial\left\langle v_r v_z\right\rangle}{\partial z}=v_c^2-\left\langle v_\theta^2\right\rangle=v_a(2v_c-v_a)\ :$$

Անտեսելով v_a-ն $2v_c$-ի նկատմամբ, կստանանք՝

$$v_a\approx\frac{\left\langle v_r^2\right\rangle}{2v_c}\left[\frac{\sigma_\theta^2}{\left\langle v_r^2\right\rangle}-1-\frac{\partial\ln\left(\rho\left\langle v_r^2\right\rangle\right)}{\partial\ln r}-\frac{r}{\left\langle v_r^2\right\rangle}\frac{\partial\left\langle v_r v_z\right\rangle}{\partial z}\right]: \tag{7.14}$$

Այլ գալակտիկաների դիտումներից պարզվել է, որ $\langle v_r^2 \rangle \propto \rho$, այնպես որ՝ $\ln(\rho\langle v_r^2 \rangle) \sim 2\ln\rho$:

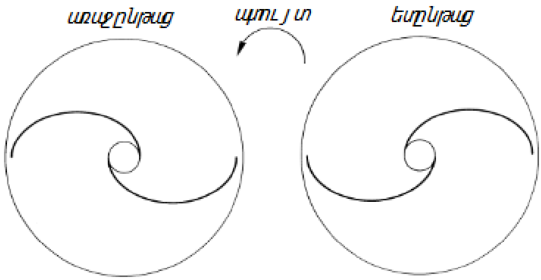
Ընդունելով արևամերձ տիրույթում $\sigma_\theta^2 \approx \langle v_z^2 \rangle \approx 0.35\langle v_r^2 \rangle$, խտության և $\langle v_r^2 \rangle$-ի բաշխումները էքսպոնենտային՝ ~ $\exp(-r/R)$, որտեղ $r_0/R=3.2$, փակագծի առաջին երեք անդամների գումարը կլինի 5.8-ի: Ինչ վերաբերում է փակագծի վերջին անդամին, ապա նրա արժեքը կախված է Գալակտիկայի հարթության անմիջական հարևանությամբ գտնվող կետերում արագությունների էլիպսոիդի կողմնորոշումից, որը դիտումներով դժվար է պարզել: Ըստ ուղեծրերի՝ թվային ինտեգրմամբ պարզվել է (Binney, Spergel, 1983), որ $\langle v_r v_z \rangle$-ը միջանկյալ արժեք ունի զրոյի և ~($\langle v_r^2\rangle - \langle v_z^2\rangle$)z/r -ի միջև: Միջինացնելով սրանք՝ փակագծի անդամների գումարի համար կստանանք 5.4±0.4 արժեքը: Հաշվի առնելով նաև, որ v_c=220կմ/վ, դրեյֆի արագության համար ստանում ենք դիտումների հետ հիանալի համընկնող գնահատական՝ $v_a \approx \langle v_r^2\rangle/(80\pm5$կմ/վ):

Գլուխ VIII

Գալակտիկաների պարուրաձև կառուցվածքը

8.1. Ներածություն

Պարուրաձև կառուցվածքը հատուկ է սկավառակային գալակտիկաներին: Պարուրաձև կառուցվածքի առաջացումը և էվոլյուցիան ժամանակակից աստղաֆիզիկայի առավել բարդ խնդիրներից են: Դիտումներից հայտնի է, որ պարուրաձև թևերը սկավառակում միջաստղային նյութի և երիտասարդ աստղերի առավելագույն խտության տիրույթներն են:



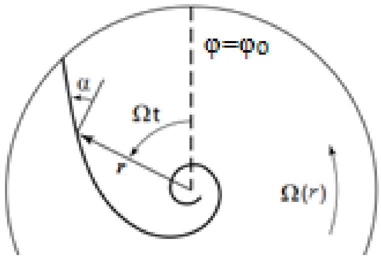
Պարուրաթևերը ըստ գալակտիկայի պտույտի նկատմամբ նրանց կողմնորոշման, կարող են լինել *առաջընթաց* կամ *ետընթաց*: Առաջընթացներում նյութը պտույտի ընթացքում շարժվում է դեպի պարուրաթևի ուռուցիկ կողմը, իսկ ետընթացներում՝ գոգավոր կողմը:

Դիտումներով պարուրաթևի տիպի որոշելը շատ դժվար է: Համարյա բոլոր այն դեպքերում, երբ հնարավոր է եղել միարժեք որոշել տիպը, պարուրաթևերը եղել են ետընթաց: Այդպիսիք են նաև մեր Գալակտիկայի պարուրաթևերը: Կան եզակի աշխատանքներ, որոնցում հաղորդվում է պարուրաթևերի առաջընթաց լինելը (Паша 1985; Buta, Byrd & Freeman 2003):

Պարուրաթևի բացվածության աստիճանը բնութագրվում է նրա *սեղմության α անկյունով*, որը տվյալ r շառավիղում r=const շրջանագծին և նրան հատող պարուրաթևին տարված շոշափողների կազմած անկյունն է:

Պարուրաթևի տեսքը մաթեմատիկորեն գալակտիկայի հարթության մեջ կարելի է ներկայացնել որպես

$$m\varphi + f(r,t) = \mathrm{const}, \qquad (8.1)$$



որտեղ m-ը թևերի քանակն է, f(r,t)-ն՝ *պարուրաթևի ձևի ֆունկցիան*: Հարմար է ներմուծել *շառավղային ալիքային թիվը*.

$$k(r,t) \equiv \partial f(r,t)/\partial r, \qquad (8.2)$$

որի նշանը որոշում է պարուրաթևի առաջընթաց ($k<0$) կամ ետընթաց ($k>0$) լինելը:

Պարուրաթևի սեղմության α անկյունը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\mathrm{ctg}\alpha = |r\partial\varphi/\partial r| = |kr/m|: \qquad (8.3)$$

Տիպիկ պարուրաթևերի համար $\alpha \cong 10^0$-15^0:

Այժմ պատկերացնենք՝ t=0 պահին սկավառակի $\varphi=\varphi_0$ շառավղով կա նյութի կուտակում (տե՛ս նկարը): Եթե պտույտը դիֆերենցիալ է՝ $\Omega = \Omega(r)$, ապա ժամանակի t պահին ռադիալ կուտակումը ստացած կլինի

$$\varphi(r,t) = \varphi_0 + \Omega(r)t \qquad (8.4)$$

պարույրի տեսք, որի սեղմության α անկյունը ժամանակի ընթացքում կփոփոխվի

$$\mathrm{ctg}\alpha = rt|d\Omega/dr| \qquad (8.5)$$

օրենքով: Հարթ պտտման կորի դեպքում $v_c=r\Omega(r)=200$ կմ/վ, r=5 կպկ-ի վրա t=10 Գտարուց կունենանք α=0.14°, որը շատ ավելի փոքր է դիտվող գալակտիկաների α-ներից: Նկարագրվածը կոչվում է *փաթաթման պրոբլեմ*, որը մերժում է պարուրաձև կառուցվածքի նյութական թևերի վարկածը:

Այդ պրոբլեմից զերծ է Լինի և Շուի առաջարկած պարուրաձև կառուցվածքի խտության ալիքային վարկածը (Lin & Shu, 1966), համաձայն որի՝ պարուրաձև թևերը խտության և պոտենցիալի ստացիոնար պարուրաձև ալիքներ են, որոնք տարածվում են դիֆերենցիալ պտտվող սկավառակում: Սակայն այս վարկածը նույնպես ունի լուրջ դժվարություններ, որոնցից մեկը, այսպես կոչված, *անփիսպիրալ թեորեմն* է (Lynden-Bell & Ostriker, 1967):

Բանն այն է, որ Նյուտոնյան մեխանիկան և գրավիտացիան, որոնց վրա հենված է Լին-Շուի տեսությունը, համաչափ է ժամանակի նկատմամբ: Հետևաբար, եթե սկավառակում գրգռվել են ետընթաց ստացիոնար պարուրաձև ալիքներ, ապա պետք է առաջանան նաև նույն տեսքի առաջընթաց ալիքներ, որոնք, վերադրվելով իրար, արագ կդճատեն պարուրաձև պատկերը: Ուրեմն, պարուրաձև կառուցվածքը չի կարելի ներկայացնել որպես Բոլցմանի ոչ բախումային հավասարման և նյուտոնյան գրավիտացիայի զուտ հավասարակշռված լուծումներ: Ուրեմն, կամ ա) պարուրաթևերը չեն գտնվում հավասարակշիռ վիճակում (ասենք, վերջերս հաղորդված գրգռման հետևանք են) կամ ունեն անընդհատ գրգռող աղբյուր, կամ էլ բ) պարուրաձև կառուցվածքը առաջանում է ժամանակի նկատմամբ անհամաչափ աղբյուրից, որպիսին կարող է լինել միջաստղային նյութում դիսիպացիան կամ Լինդբլադի ռեզոնանսներում կլանումը:

Ամեն դեպքում, ներկայումս բացակայում է գալակտիկաների պարուրաձև կառուցվածքի որևէ ավարտուն տեսություն: Այստեղ կներկայացնենք պարուրաձև կառուցվածքի ալիքային տեսանկյունից բացատրության որոշ արդյունքներ:

8.2. Անկյունային մոմենտի տեղափոխումը պարուրաթևով

Պարուրաթևերը ծնում են պարուրաձև գրավիտացիոն դաշտ, որն առաջացնում է ուժի մոմենտ՝ փոփոխելով գալակտիկայում անկյունային մոմենտի բաշխումը: Գնահատենք այդ ուժի մոմենտը:

Դիտարկենք գլանային (r,θ,z) համակարգում սկավառակի ρ_d խտությամբ և U (r,θ,z,t) պոտենցիալով նկարագրվող պարուրաձև գալակտիկա: Միավոր զանգվածի վրա գրավիտացիոն դաշտը կազդի

$$\tau_z = rg_\theta = -\partial U/\partial\theta$$

ուժի մոմենտով: Ուրեմն, սկավառակի r_0-ից դուրս տիրույթի վրա ազդող ուժի մոմենտը կլինի

$$\tau_z(r_0) = -\int_{r_0}^{\infty} rdr \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\infty}^{\infty} \rho_d \frac{\partial U}{\partial\theta} dz \ : \qquad (8.6)$$

Քանի որ z առանցքի ասիմետրիան պոտենցիալում պայմանավորված է սկավառակում պարուրաթևերով, ապա կարելի է (8.6)-ում U-ն փոխարինել սկավառակի U_d-ով և օգտվել սկավառակի համար Պուասոնի հավասարումից.

$$\tau_z(r_0) = -\frac{1}{4\pi G}\int_{r_0}^{\infty} rdr \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial U_d}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U_d}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2 U_d}{\partial z^2}\right]\frac{\partial U}{\partial\theta} dz : \qquad (8.7)$$

Միջակ փակագծի երկրորդ անդամի ինտեգրալը զրո է, քանի որ $g(\theta) = g(\theta+2\pi)$.

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial U}{\partial\theta}\frac{\partial^2 U}{\partial\theta^2} d\theta = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} d\theta \frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\partial U}{\partial\theta}\right)^2 = 0 :$$

Մնացած անդամները կարելի է մասերով ինտեգրել և օգտվել անվերջությունում դաշտի բացակայության պայմանից: Արդյունքում կստացվի.

$$\tau_z(r_0) = \frac{r_0}{4\pi G}\int_0^{2\pi} d\theta \frac{\partial U_d}{\partial\theta}\frac{\partial U_d}{\partial r}\Big|_{r=r_0} : \qquad (8.8)$$

Այս բանաձևը կարելի է պարզեցնել խիստ սեղմ պարուրաձև կառուցվածքների համար, որոնցում $|kr|\gg 1$: Ենթադրելով, որ սկավառակը բարակ է, նրա մակերևութային խտության առանցքային անհամաչափ բաղադրիչը կարող ենք ներկայացնել

$$\Sigma_d(r,\theta) = \Sigma_1(r)\cos[m\theta + f(r)], \quad (m>0), \qquad (8.9)$$

որտեղ Σ_1-ը r-ից թույլ փոփոխվող ֆունկցիա է, f(r)-ը պարուրաձևի ֆունկցիան է, $df/dr = k$, $|kr|\gg 1$: Կհամարենք, որ ժամանակից կախվածություն չկա, քանի որ ուժի մոմենտը կախված է միայն մակերևութային խտությունից և պոտենցիալից, որը կներկայացնենք հետևյալ տեսքով.

$$U_d(r,\theta,z)=U_1(r)e^{-|kz|}\cos[m\theta+f(r)],\quad U_1=-2\pi G\Sigma_1/|k|: \quad (8.10)$$

Ուժի մոմենտն այս դեպքում կարտահայտվի այսպես.

$$\tau_z(r_0)=\mathrm{sgn}(k)\frac{mr_0U_1}{4G}=\mathrm{sgn}(k)\frac{\pi^2 mr_0G\Sigma_1^2}{k^2}\ , \qquad (8.11)$$

որտեղ sgn(k) = ±1՝ կախված k-ի նշանից: Այս արդյունքը ստանալիս անտեսել ենք Σ_1-ի՝ ըստ r-ի ածանցյալը:

Քանի որ m>0, ուժի մոմենտի նշանը կորոշվի k-ով՝ անկախ նրանից՝ առաջընթաց են պարույրները, թե հետընթաց: Հետընթացի դեպքում մոմենտը դրական է, հետևաբար անկյունային մոմենտը տեղափոխվում է կենտրոնից դեպի փեշերը, իսկ առաջընթացի դեպքում՝ հակառակը:

Գնահատենք ուժի մոմենտը Մեստելի սկավառակի դեպքում, որի չգրգռված խտությունն է $\Sigma_0(r)$ = $v_0^2/2\pi Gr$, իսկ պարուրաձև գրգռման ամպլիտուդը ներկայացնենք $\Sigma_1(r)=A_m\Sigma_0(r)$ տեսքով: Չգրգռված սկավառակի r_0 շառավիղում լրիվ անկյունային մոմենտը կլինի.

$$L(r)=2\pi\int_0^{r_0}\Sigma_0(r)v_0r^2dr=\frac{v_0^3r_0^2}{2G}\ : \qquad (8.12)$$

t ժամանակ անց տեղափոխված անկյունային մոմենտի մասը կկազմի

$$\frac{\tau_z t}{L(r_0)}=\frac{m}{2}\mathrm{sgn}(k)\frac{A_m^2}{(kr_0)^2}\frac{v_0t}{r_0}=\mathrm{sgn}(k)\frac{tg^2\alpha}{m}\pi A_m^2N\ , \qquad (8.13)$$

որտեղ N-ը ժամանակն է՝ լոկալ պտտման պարբերության ($2\pi r_0/v_0$) միավորներով:

Դիտումներից հայտնի է, որ տիպիկ պարուրաձև գալակտիկայի մակերևութային խտության գրգռման ամպլիտուդը փոփոխվում է $A_m \sim 0.15\text{-}0.6$ տիրույթում, սեղմության անկյունը՝ $\alpha \sim 10°\text{-}15°$, որին համապատասխանող $tg\alpha \sim 0.2\text{-}0.3$, իսկ $N \sim 50\text{-}100$: Այս արժեքների դեպքում անկյունային մոմենտի հարաբերական տեղափոխությունը կազմում է 0.05-5:

Պարուրաթևերով անկյունային մոմենտի տեղափոխությունը Գալակտիկայի դարավոր էվոլյուցիայի օրինակ է: Դարավոր էվոլյուցիայի մեկ այլ օրինակ է գազային բաղադրիչում մածուցիկ դիսիպացիայով պայմանավորված գազի ներհոսքը կենտրոն:

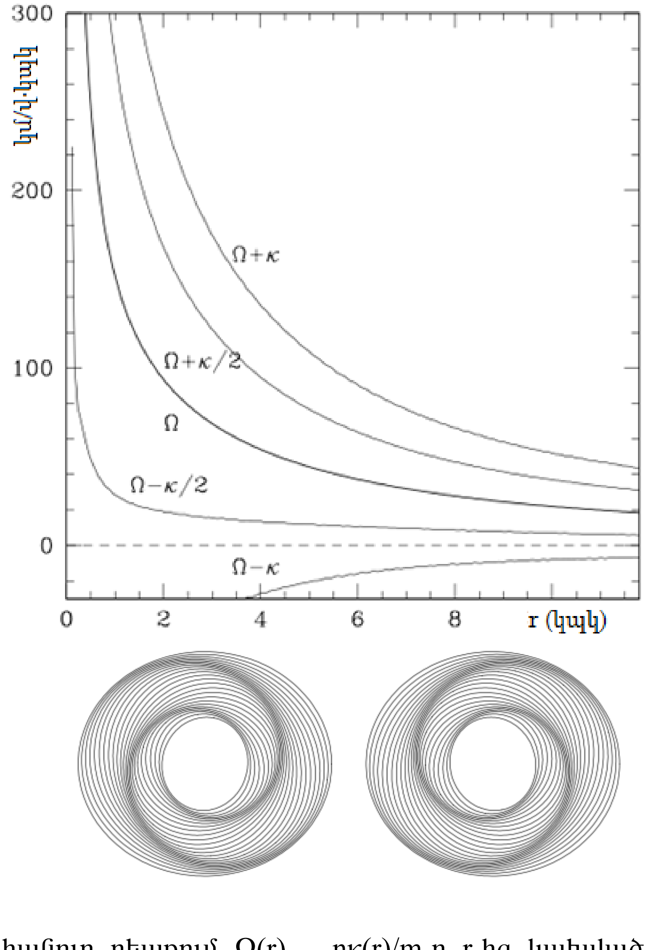
8.3. Կինեմատիկ խտության ալիքներ

Գալակտիկայի սկավառակում ուղեծրային շարժման ընթացքում աստղի հեռավորությունը գալակտիկայի կենտրոնից T_r պարբերության ֆունկցիա է ժամանակից: T_r ժամանակում ազիմուտային անկյունը կաճի $\Delta\theta$-ով: Այս մեծությունները կապված են ռադիալ և ազիմուտալ տատանումների հաճախությունների հետ՝ $\Omega_r = 2\pi/T_r$ և $\Omega_\theta = \Delta\theta/T_r$: Ընդհանուր դեպքում $\Delta\theta/2\pi$-ն իռացիոնալ է, այնպես որ ուղեծրերը ռոզետակերպ կորեր են:

Ենթադրենք՝ ուղեծրին հետևում ենք Ω_p անկյունային արագությամբ պտտվող հաշվարկի համակարգից: Նրանում ազիմուտային անկյունը կփոփոխվի $\theta_p = \theta - \Omega_p t$ օրենքով, որը T_r ժամանակում կստանա $\Delta\theta_p = \Delta\theta - \Omega_p T_r$ չափով աճ: Հետևաբար Ω_p-ն այնպես կարելի է ընտրել, որ պտտվող հաշվարկի համակարգում ուղեծիրը լինի փակ: Մասնավորապես, եթե $\Delta\theta_p = 2\pi n/m$, որտեղ n, m-ը ամբողջ թվեր են, ապա m շառավղային տատանումներից հետո ուղեծիրը կփակվի: Այս դեպքում

$$\Omega_p = \Omega_\theta - n\Omega_r/m \approx \Omega(r) - n\kappa(r)/m, \qquad (8.14)$$

որտեղ երկրորդ մոտավոր հավասարությունը շրջանայինին մոտ ուղեծրերի համար է (Ω-ն շրջանային շարժման անկյունային արագությունն է, κ-ն՝ էպիցիկլային հաճախությունը):



Ընդհանուր դեպքում $\Omega(r) - n\kappa(r)/m$-ը r-ից կախված է, և մի Ω_p ընտրելով՝ չի կարելի հասնել նրան, որ բոլոր շառավիղներում ուղեծրերը լինեն փակ: Նկարում պատկերված է մեր Գալակտիկայի I մոդելում $\Omega - n\kappa/m$ մեծության r-ից կախվածության կորերը, որոնցից երևում է, որ $n=1$, $m=2$ (կամ $n=2$, $m=4$, և այլն) դեպքում այդ մեծությունը

Գալակտիկայի մեծ մասում անփոփոխ է: Նման դեպքում ուղեծրերը փակ կլինեն 2 կպկ-ից մեծ բոլոր շառավիղներում, որոնք կձևավորեն պտտվող հաշվարկի համակարգում ստացիոնար թույլ ձողիկաձև պատկեր: Իներցիալ համակարգում կունենանք Ω_p-ով պտտվող խտության ալիք (տե՛ս նկարը): Կախված ձողիկի պտտման ուղղությունից կստացվեն հետընթաց կամ առաջընթաց պարուրաթևեր: Նկարագրված խտության ալիքը կոչվում է *կինեմատիկ:*

8.4. Խտության ալիքների դիսպերսիայի հավասարումը

Դիտարկենք բարակ, դիֆերենցիալ պտտվող սկավառակ, որի մակերևութային խտությունը կներկայացնենք որպես չգրգռված առանցքային համաչափ $\Sigma_0(r)$ և պարուրաձև գրգռումներ ներկայացնող $\Sigma_1(r,\theta,t)$ մակերևութային խտությունների գումար: Սեղմ պարուրաձև գրգռումների դեպքում Σ_1-ը ներկայացվում է հետևյալ տեսքով՝

$$\Sigma_1(r,\theta,t) = A(r,t)\cdot\exp\{i[m\theta + f(r,t)\}, \qquad (8.15)$$

որտեղ A(r,t)-ն կոորդինատից թույլ կախված պարուրաձև գրգռման ամպլիտուդն է, f(r,t)-ն՝ ձևի ֆունկցիան:

Խտության (8.15) գրգռմամբ առաջացած պոտենցիալի գրգռումը ստացվում է ՎԿԲ մոտավորությամբ ($|kr|\gg1$) Պուասոնի հավասարման ինտեգրմամբ (Lin & Shu, 1966).

$$U_1(r,\theta,t) = -\frac{2\pi G}{|k|}A(r,t)e^{i[m\theta+f(r,t)]}: \qquad (8.16)$$

Ածանցելով վերջինս ըստ r-ի և անտեսելով A-ի ածանցյալը f-ի ածանցյալի նկատմամբ՝ կստանանք.

$$\Sigma_1(r,\theta,t) = \frac{i\,\mathrm{sgn}(k)}{2\pi G}\frac{\partial}{\partial r}U_1(r,\theta,t) \ : \qquad (8.17)$$

Գազային սկավառակի պարուրաձև գրգռումները

Էյլերի երկչափ հավասարումները բարակ, Σ մակերևութային խտությամբ պոլիտրոպ սկավառակի համար գլանային կոորդինատներով այսպիսիք են.

$$\frac{\partial v_r}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_r}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \theta}-\frac{v_\theta^2}{r}=-\frac{1}{\Sigma}\frac{\partial \Pi}{\partial r}-\frac{\partial U}{\partial r},$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_\theta}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}+\frac{v_\theta v_r}{r}=-\frac{1}{\Sigma}\frac{\partial \Pi}{r\partial \theta}-\frac{\partial U}{r\partial \theta}, \qquad (8.18)$$

$$\Pi = K\Sigma^\gamma :$$

Ձայնային ալիքների արագությունը վիճակի այս հավասարման դեպքում կլինի.

$$v_s^2(\Sigma_0) = (d\Pi/d\Sigma)_{\Sigma 0} = \gamma K \Sigma_0^{\gamma-1}: \qquad (8.19)$$

Տեսակարար էնթալպիայի ներմուծմամբ՝

$$w = \gamma K \Sigma^{\gamma-1}/(\gamma-1), \qquad (8.20)$$

Էյլերի հավասարումները ստանում են պարզ տեսք: Օրինակ՝ r բաղադրիչի աջ մասը կլինի

$$-\frac{1}{\Sigma}\frac{\partial \Pi}{\partial r}-\frac{\partial U}{\partial r}=-\frac{\partial}{\partial r}(U+w) \;: \qquad (8.21)$$

Նույնը՝ երկրորդ հավասարման համար:

Չգրգռված սկավառակն առանցքային համաչափ է, $v_{0r} = 0$, իսկ $v_{0\theta}$-ն որոշվում է Էյլերի հավասարումից

$$v_{0\theta}^2/r = dU_0/dr + v_s^2 d\ln\Sigma_0/dr, \qquad (8.22)$$

որում աջ մասի երկրորդ անդամը Գալակտիկայի միջաստղային նյութի համար կարելի է անտեսել, քանի որ $v_s \sim 10$ կմ/վ, այն դեպքում, երբ $v_{0\theta} \sim 200$ կմ/վ: Ուրեմն

$$v_{0\theta} \cong \sqrt{(rdU/r)} = r\Omega(r), \qquad (8.23)$$

որտեղ Ω(r)-ը պտույտի անկյունային արագությունն է:

Այժմ սկավառակին հաղորդենք պարուրաձև գրգռումներ՝ ներկայացնելով

$$\Sigma = \Sigma_0 + \Sigma_a(r)\exp[i(m\theta-\omega t)],$$
$$v_r = 0 + v_{ra}(r)\exp[i(m\theta-\omega t)],$$
$$v_\theta = r\Omega(r) + v_{\theta a}(r)\exp[i(m\theta-\omega t)], \tag{8.24}$$
$$U = U_0 + U_a(r)\exp[i(m\theta-\omega t)];\ w = w_0 + w_a(r)\exp[i(m\theta-\omega t)]:$$

Տեղադրենք սրանք Էյլերի հավասարումներում, գծայնացնենք և լուծենք $v_{ra}(r)$ և $v_{\theta a}(r)$ ամպլիտուդների համար, կստանանք

$$v_{ra}(r) = \frac{i}{\Delta}\left[(\omega-\mathrm{m}\Omega)\frac{d}{dr}-\frac{2m\Omega}{r}\right](U_a+w_a),$$
$$v_{\theta a}(r) = \frac{1}{\Delta}\left[\kappa\frac{d}{dr}-\frac{m(\omega-\mathrm{m}\Omega)}{r}\right](U_a+w_a), \tag{8.25}$$

որտեղ

$$\Delta = \kappa^2 - (\omega-m\Omega)^2: \tag{8.26}$$

Վիճակի հավասարման գծայնացումից ստանում ենք

$$w_a = v_s^2\Sigma_a/\Sigma_0: \tag{8.27}$$

Եթե ω-ն իրական է, ապա ինչ-որ շառավղում Δ=0: Դա տեղի ունի, երբ

$$\Omega_p \equiv \omega/m = \Omega\pm\kappa/m, \tag{8.28}$$

որում Ω_p-ն պարուրաձև պատկերի պտտման անկյունային արագությունն է: Նկատենք, որ (8.28)-ը Լինդբլադի ռեզոնանսների պայմանն է: Այնպես որ՝ գծային մոտավորությամբ մեր ստանալիք արդյունքները կիրառելի չեն Լինդբլադի ռեզոնանսների մոտակայքում:

Մակերևութային խտության գրգռումը կապված է արագության գրգռման հետ անընդհատության հավասարումով, որը գծային մոտավորությամբ տալիս է

$$-i\left(\omega-m\Omega\right)\Sigma_a+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rv_{ra}\Sigma_0\right)+\frac{im\Sigma_0}{r}=0: \tag{8.29}$$

Ստացված (8.25), (8.27) և (8.29)-ը չորս հավասարումներ են հինգ անհայտ (8.24) մեծությունների համար: Հինգերորդը Պուասոնի հավասարումն է, որը կապ է հաստատում պոտենցիալի և խտության գրգռումների միջև: Նրա լուծումը սեղմ պարույրների դեպքում ՎԿԲ մոտավորությամբ տրվում է (8.17) առնչությամբ:

Անտեսելով գրգռման ամպլիտուդների՝ ըստ r-ի փոփոխությունը փուլերի արագ փոփոխման նկատմամբ, և օգտվելով լուծումների ոչ տրիվիալության պայմանից, կստանանք պարուրաձև խտության ալիքների դիսպերսիայի հավասարումը.

$$(\omega\text{-}m\Omega)^2 = \kappa^2 - 2\pi G\Sigma_0|k| + v_s^2k^2: \qquad (8.30)$$

Խտության ալիքները աստղային սկավառակում

Այստեղ նորից խտության և պոտենցիալի գրգռումների կապը ՎԿԲ մոտավորությամբ տրվում է (8.17)-ով: Պոտենցիալի U_a ամպլիտուդով գրգռման հետևանքով ռադիալ արագության v_{ra} գրգռման որոշումն ընդհանուր դեպքում բարդ խնդիր է: Սակայն եթե սկավառակը սառն է, ապա աստղերի չգրգռված ուղեծրերը շրջանային են, և v_{ra}-ն կորոշենք (8.25)-ից՝ w_a-ն զրո տեղադրելով, քանի որ սառն աստղային սկավառակը դինամիկորեն համարժեք է զրո ճնշմամբ գազային սկավառակի: Հաշվի առնելով նաև $|kr|\gg1$ պայմանը՝ կստանանք

$$v_{ra} = - (\omega\text{-}m\Omega)kU_a/\Delta: \qquad (8.31)$$

Այս կապը կիրառելի է, քանի դեռ աստղերի էպիցիկլային շարժման ամպլիտուդը անհամեմատ փոքր է պարուրաձև գրգռումների ալիքի $2\pi/k$ երկարությունից: Շատ աստղային սկավառակներում այս պայմանը խախտվում է: Այդ դեպքում (8.31)-ը ֆորմալ ներկայացնում են հետևյալ տեսքով.

$$v_{ra} = - \mathcal{F}\,(\omega\text{-}m\Omega)kU_a/\Delta, \qquad (8.32)$$

որտեղ $\mathcal{F}\leq1$ *ճշգրտման գործակից* է, որը հաշվի է առնում պարուրաձև գրգռումներում սառը սկավառակից շեղման ներդրումը: Այստեղ մենք չենք զբաղվի $\mathcal{F}$-ի բացահայտ տեսքի որոշմամբ: Հետաքրքրվողները այն կարող են գտնել Լինի և Շուի (Lin & Shu, 1966) աշխատանքում: Նշենք միայն, որ այն ֆունկցիա է երկու՝

$$s \equiv m(\mathbf{\Omega}_p - \mathbf{\Omega})/\kappa \text{ և } \chi \equiv \sigma_r^2 k^2/\kappa^2, \tag{8.33}$$

մեծություններից, $\mathcal{F}(s,0) = 1$ և ներկայացվում է հետևյալ ինտեգրալով.

$$\mathcal{F}(s,\chi) = \frac{1-s^2}{\sin \pi s}\int_0^{\pi} e^{-\chi(1+cos\tau)} \sin s\tau \sin \tau d\tau : \tag{8.34}$$

Ունենալով v_{ra}-ն՝ Ջինսի անընդհատության հավասարումից կստանանք

$$- (\omega - m\Omega)\, \Sigma_a + k\Sigma_0\, v_{ra} = 0: \tag{8.35}$$

Արտաքսելով (8.32) և (8.35)-ից v_{ra}-ն և օգտվելով Պուասոնի հավասարման (8.17) կապից՝ կստանանք սեղմ պարուրաձև խտության ալիքների դիսպերսիայի հավասարումը աստղային սկավառակի համար.

$$(\omega - m\Omega)^2 = \kappa^2 - 2\pi G\Sigma_0|k|\, \mathcal{F}, \tag{8.36}$$

որը գազային սկավառակում խտության ալիքների համար ստացված (8.30) հավասարման անալոգն է:

8.5. Դիֆերենցիալ պտտվող սկավառակի լոկալ կայունությունը

Ստացված (8.30) և (8.36) դիսպերսիայի հավասարումները նկարագրում են սեղմ խտության ալիքների լոկալ վարքը գազային և աստղային սկավառակներում: Նրանց օգնությամբ կարելի է ուսումնասիրել սկավառակի լոկալ կայունության հարցը առանցքային համաչափ m=0 գրգռումների նկատմամբ: Առանցքային անհամաչափ գրգռումները թե՛ գազային, թե՛ աստղային սկավառակներում ավելի ու ավելի սեղմ են դառնում և կայուն են: Անկայունությունը կարող է առաջանալ, եթե անցում լինի առաջընթաց և ետընթաց ալիքների միջև:

Նախ դիտարկենք սառը սկավառակի դեպքը: Այստեղ v_s=0 և $\mathcal{F}$=1, այնպես որ՝ գազային և աստղային սկավառակները այս դեպքում նկարագրվում են նույն դիսպերսիայի հավասարումով.

$$\omega^2 = \kappa^2 - 2\pi G\Sigma_0|k|: \tag{8.37}$$

Քանի որ անկայունության համար պետք է $\omega^2<0$, ապա (8.35)-ից հետևում է λ_{cr} կրիտիկական ալիքի երկարության գոյությունը՝

$$k_{cr} = \kappa^2/2\pi G\Sigma;\ \ \lambda_{cr} = 2\pi/k_{cr} = 4\pi^2 G\Sigma/\kappa^2, \tag{8.38}$$

որից մեծ երկարության՝ $\lambda>\lambda_{cr}$ ալիքների ամպլիտուդը ժամանակից կախված $e^{\gamma t}$ օրենքով աճում է $\gamma = \sqrt{(4\pi G\Sigma/\lambda - \kappa^2)}$ ինկրեմենտով և դառնում անկայուն:

Դիտարկենք ջերմ գազային սկավառակի կայունության հարցը: Այս դեպքում

$$\omega^2 = \kappa^2 - 2\pi G\Sigma_0|k| + v_s^2k^2, \tag{8.39}$$

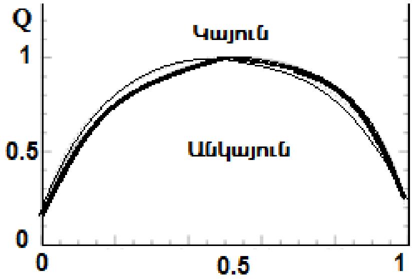
որի լուծումների իրական լինելու պայմանից ստացվում է ջերմ գազային սկավառակի կայունության պայմանը.

$$Q \equiv \kappa v_s/\pi G\Sigma > 1: \tag{8.40}$$

Նկարում $(Q,\lambda/\lambda_{cr})$ հարթության մեջ բարակ գծով պատկերված է գազային սկավառակի չեզոք կայունության (ω=0) կորը, որը բաժանում է սկավառակի կայուն և անկայուն տիրույթները:

Ընդհանուր դեպքում սկավառակի κ, v_s, Σ մեծությունները r-ից կախված ֆունկցիաներ են, հետևաբար Q-ն նույնպես կախված է r-ից: Ուրեմն, սկավառակի որոշ տիրույթներ, որոնցում Q(r)<1, կարող են լինել լոկալ անկայուն, իսկ մյուսները՝ կայուն:

Աստղային սկավառակի կայունության ուսումնասիրությունը կատարվում է համանման ձևով: Չեզոք կայունության կորը, որը նկարում ներկայացված է անընդհատ կորով, բաժանում է աստղային սկավառակի կայուն և անկայուն տիրույթները: Այստեղ կայունության հայտանիշը տրվում է (Toomre 1964)



$$Q \equiv \kappa\sigma_r/3.36G\Sigma > 1 \qquad (8.41)$$

բանաձևով, որտեղ σ_r-ը աստղերի շառավղային արագության դիսպերսիան է:

Տոոմրեյի Q պարամետրի արժեքով որոշվում է գալակտիկ սկավառակների ջերմ լինելու աստիճանը: Ջերմ սկավառակները ունեն մեծ արագության դիսպերսիա և Q-ի մեծ արժեքներ: Սառը սկավառակի համար Q=0:

Երբ Q-ն դառնում է մեկից փոքր, անկայունությունը սկսվում է ալիքի երկարության ինչ-որ, ասենք $\lambda_0 = \gamma\lambda_{cr}$, արժեքից[1], որին համապատասխանող ալիքը կանվանենք *առավել անկայուն:* Տոոմրեյի կայունության կրիտերիան իմաստ ունի, եթե λ_0-ն համակարգի չափսերից փոքր է և մեծ է սկավառակի հաստությունից:

Գալակտիկայի արևամերձ տիրույթը հարուստ է և՛ աստղերով, և՛ գազով: Աստղերի համար ստացվում է Q=2.7±0.4 արժեքը, իսկ գազային բաղադրիչի համար` Q=1.5: Առավել անկայուն ալիքի երկարությունը արևամերձ տիրույթում 2 կպկ-ի կարգի է:

8.6. Երկար և կարճալիքային խտության ալիքներ

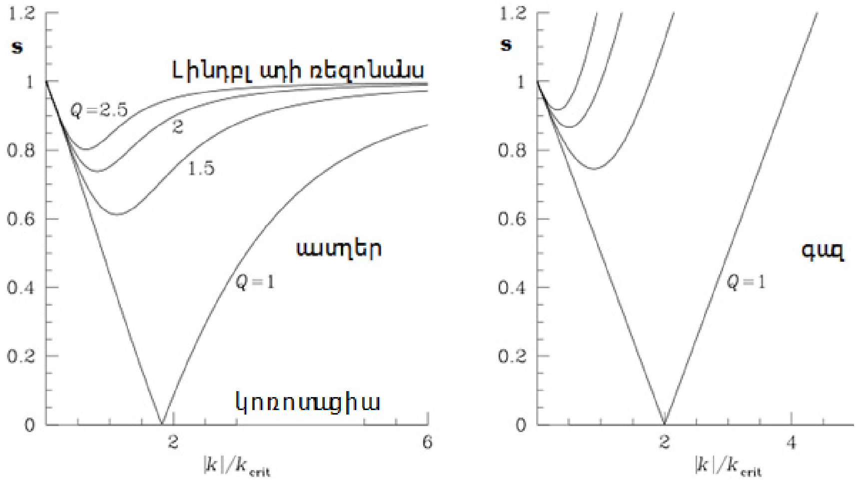
Սկավառակների համար ստացված դիսպերսիայի հավասարումները կապ են հաստատում խտության ալիքի ω հաճախության, (պարուրաձև պատկերի պտտման $\Omega_p=\omega/m$ արագության) և ալիքային թվի միջև: Նկարում պատկերված են այդ կախումները` պարզության համար ընդունելով Տոոմրեյի Q պարամետրը հաստատուն: Հորիզոնական առանցքը անչափ ալիքային թիվն է` $|k|/k_{cr}$, իսկ ուղղաձիգը` անչափ

[1] Բարակ սկավառակների համար γ =0.5 գազային դեպքում, և γ =0.55` աստղային դեպքում:

$$s \equiv m(\Omega_p - \Omega)/\kappa$$

հաճախության մոդուլը: Կոռոտացիայի ռեզոնանսում s=0, իսկ Լինդբլադի ռեզոնանսներում` s=±1:

Նկարում պատկերված կորերը ցուցադրում են հետևյալը.



Ա. Առաջընթաց (k<0) և ետընթաց (k>0) ալիքները նկարագրվում են միևնույն դիսպերսիայի հավասարումով, որը զույգ ֆունկցիա է s-ից: Ուրեմն, եթե $(s,k/k_{cr})$-ը լուծում է, ապա լուծումներ կլինեն նաև $(-s,k/k_{cr})$, $(-s,-k/k_{cr})$ և $(s,-k/k_{cr})$-ը:

Բ. Q >1 սկավառակի կոռոտացիայի շուրջ կա տիրույթ, որում դիսպերսիայի հավասարումը չունի իրական լուծում: Այս մասում սեղմ պարուրաձև ալիքները վերանում են: Այս արգելված տիրույթի լայնությունը մեծանում է Q-ի աճին զուգընթաց:

Գ. Արգելված գոտուց դուրս տիրույթում, որն ընկած է Լինդբլադի s=±1 ռեզոնանսների միջև, առկա են դիսպերսիայի հավասարման լուծման երկու ճյուղեր` երկարալիքային ճյուղը, որը գազային և աստղային սկավառակների համար անկախ Q-ից տրվում է

$$|k|/k_{cr} = 1 - s^2 \qquad (8.42)$$

տեսքով, սկիզբ է առնում k=0, |s|=1 կետից, և |k|-ի աճին զուգընթաց |s|-ը նվազում է:

Դ. Կարճալիքային ճյուղում |k|-ի աճին զուգընթաց |s|-ը աճում է: Աստղային սկավառակում այս ճյուղն ավարտվում է Լինդբլադի ռեզոնանսներում՝ $|k|\to\infty$, |s|=1: Գազային սկավառակում կարճալիքային ճյուղը սահուն հատում է Լինդբլադի ռեզոնանսները ալիքային թվի $|k|=4k_{cr}/Q^2 = 2\pi G\Sigma/ v_s^2$ արժեքում:

Ե. $Q\to\infty$ դեպքում արգելված գոտին ծածկում է Լինդբլադի ռեզոնանսների միջև ընկած տիրույթը: Ուրեմն $Q\gg1$ աստղային սկավառակում ստացիոնար գրգռումներ կարող են լինել միայն Լինդբլադի ռեզոնանսների մոտ: Գազային դեպքում ստացիոնար կարճալիքային խտության ալիքները կարող են տարածվել Լինդբլադի ռեզոնանսներից դուրս տիրույթում, որտեղ |s|>1: Դրանք տրվում են

$$s^2 =1+ v_s^2 k^2/\kappa^2$$

դիսպերսիայի հավասարումով և նկարագրում են կենտրոնախույս և կորիոլիսյան ուժերով վերափոխված ձայնային ալիքներ, որոնցում գրավիտացիան որևէ ներդրում չունի:

Նկարագրված վարքը ունի պարզ ֆիզիկական բացատրություն: Անչափ s մեծությունը հարկադրող ուժի $m(\Omega_p - \Omega)$ և մասնիկի շառավղային տատանումների սեփական κ հաճախությունների հարաբերությունն է: Եթե այլ գրգռող ուժեր չկան, սկավառակում պարուրաձև ալիքը կարող է հաստատվել միայն այդ երկու հաճախությունների հավասարության դեպքում, որը տեղի ունի Լինդբլադի s = -1 ռեզոնանսում: Եթե Q-ն մեկի կարգի է, ապա սկավառակի ինքնագրավիտացիան դառնում է կարևոր: Ինքնագրավիտացիան նվազեցնում է շառավղային տատանումների κ հաճախությունը, այնպես որ ալիքը կարող է տարածվել երբ |s|<1: Մեծ ալիքային թվերի դեպքում ինքնագրավիտացիայի դերն ավելի է մեծանում, քանի որ երկարալիքային ճյուղում է |s|-ը նվազում է |k|-ի մեծացման հետ: Արդյունքում ճնշման վանողական ուժերը գազային սկավառակում, կամ $\mathcal{F}$-ը՝ աստղային սկավառակում, գերազանցում են ինքնագրավիտացիային, այնպես որ |s|-ը նորից աճում է կարճալիքային ճյուղում: Գազային սկավառակում ճնշման ուժերը մեծացնում են շառավղային տատանումների սեփական κ հաճախություն, ապահովելով ալիքի տարածումը նաև |s|>1 դեպքում: Աստղային սկավառակում ճնշման բացակայությունը բացառում է նրանում |s|>1 ալիքների գոյությունը:

8.7. Խտության ալիքների խմբային արագությունը

Անհամասեռ իջավայրում ալիքային փաթեթի խմբային արագությունը տվյալ r շառավղում որոշվում է

$$v_g(r) = \partial\omega(k,r)/\partial k \tag{8.43}$$

բանաձևով, որը դիսպերսիայի հավասարումը ներկայացնող վերջին գրաֆիկի հետ համադրելով՝ կարելի է պարզել սեղմ պարուրաձև խտության ալիքային փաթեթի էվոլյուցիան: Խմբային արագության օգնությամբ կարելի է որոշել նաև սկավառակում անկյունային մոմենտի և էներգիայի տեղափոխման ուղղությունն ու թափը:

Գազային սկավառակի դիսպերսիայի հավասարումից խմբային արագության համար կստանանք.

$$v_g(r) = \mathrm{sgn}(k)\frac{|k|v_s^2 - \pi G\Sigma}{\omega - m\Omega}\ , \tag{8.44}$$

որից հետևում է, որ տվյալ r շառավղում ալիքային փաթեթը տարածվում է դեպի գալակտիկայի փեշերը, եթե $v_g(r)>0$, և դեպի կենտրոն, եթե $v_g(r)<0$:

Աստղային սկավառակում խմբային արագության համար ստացվում է

$$v_g(r) = -\kappa(1 + 2\partial\ln\mathcal{F}/\partial\ln\chi)/k\{\partial[\ln\mathcal{F}/(1 - s^2)]/\partial s\}: \tag{8.45}$$

Խմբային արագությունը կարելի է որոշել վերջին գրաֆիկից՝ հաշվի առնելով հետևյալը. գրաֆիկի առանցքներն են $x = k/k_{cr}$ և $s = (\omega\text{-}m\Omega)/\kappa$, հետևաբար

$$d\omega|_r = \kappa ds,\ dk|_r = k_{cr}dx,$$

որտեղից

$$v_g = (\partial\omega/\partial k)_r = (\kappa/k_{cr})(ds/dx):$$

Այլ կերպ ասած, խմբային արագությունը պարզապես դիսպերսիա-յի կորի շոշափողի անկյունային գործակիցն է՝ բազմապատկած $\kappa/k_{cr}=2\pi G\Sigma/\kappa$ արագությամբ, իսկ նշանը որոշվում է՝ շոշափողի և ks մեծության նշանները բազմապատկելով:

Գալակտիկայի արևամերձ տիրույթում $\kappa/k_{cr}\cong 36$ կմ/վ: Ընդունելով դիսպերսիոն կորերի շոշափողների միջին անկյունային գործակիցը 0.3՝ խմբային արագության համար կստանանք

$$v_g(r_0) = 0.3\kappa/k_{kr} \cong 12կմ/վ:$$

Գլուխ IX
Աստղային համախմբերի բախումներ

9.1. Դինամիկ շփման Չանդրասեկարի տեսությունը

Քննարկենք M զանգվածով աստղի շարժումը ինչ-որ աստղային բնակչության միջով, որոնց յուրաքանչյուրի զանգվածը m է: Նախ պարզենք մի աստղի հետ մերձեցմամբ պայմանավորված M-ի արագության խոտորումը, այնուհետև հաշվի կառնենք մյուսների հետ բախումների ինտեգրալ ազդեցությունը:

Հաշվարկի իներցիալ համակարգում այդ աստղերի շարժման հավասարումներն են

$$M d^2\mathbf{r}_M/dt^2 = - GMm\mathbf{r}/r^3, \quad m d^2\mathbf{r}_m/dt^2 = GMm\mathbf{r}/r^3, \tag{9.1}$$

որտեղ $\mathbf{r} = \mathbf{r}_M - \mathbf{r}_m$-ը որոշում է M-ի հարաբերական դիրքը m-ի նկատմամբ: Սրանց օգնությամբ r-ի համար ստանում ենք

$$d^2\mathbf{r}/dt^2 = - G(M+m)\mathbf{r}/r^3, \tag{9.2}$$

որը ֆիկտիվ մասնիկի շարժման հավասարում է M+m զանգվածով կետային մարմնի գրավիտացիոն դաշտում: Այդ մասնիկի արագությունը հավասար է $\mathbf{v} = \mathbf{v}_M - \mathbf{v}_m$: Եթե բախման արդյունքում աստղերի արագությունները կրել են $\Delta\mathbf{v}_M$ և $\Delta\mathbf{v}_m$ փոփոխություններ, ապա

$$\Delta\mathbf{v} = \Delta\mathbf{v}_M - \Delta\mathbf{v}_m: \tag{9.3}$$

Իմպուլսի պահպանման օրենքից ունենք, որ

$$M\Delta\mathbf{v}_M + m\Delta\mathbf{v}_m = 0: \tag{9.4}$$

Արտաքսելով (9.3) և (9.4)-ից $\Delta\mathbf{v}_m$-ը՝ կստանանք

$$\Delta\mathbf{v}_M = - m\Delta\mathbf{v}/(m+M): \tag{9.5}$$

Որոշենք Δv-ն**:** Եթե նշանակենք նշանառային հեռավորությունը b, ապա մասնիկի տեսակարար իմպուլսի մոմենտը m+M -ի նկատմամբ կլինի.

$$\ell = bv_0: \tag{9.6}$$

Բևեռային (r, φ) կոորդինատներով շարժման (9.2) հավասարումը կլինի

$$\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = -\frac{G(M+m)}{r^2}; \quad \frac{d}{dt}\left(r^2\dot{\varphi}\right) = 0: \tag{9.7}$$

Պարզ է, որ երկրորդը (9.6) անկյունային մոմենտի պահպանությունն է արտահայտում. $r^2 d\varphi/dt = \ell = bv_0$, որտեղից՝

$$\frac{d}{dt} = \frac{\ell}{r^2}\frac{d}{d\varphi} \; : \tag{9.8}$$

Վերջինիս օգնությամբ առաջին հավասարումն ընդունում է հետևյալ տեսքը.

$$\frac{\ell^2}{r^2}\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{1}{r^2}\frac{dr}{d\varphi}\right) - \frac{\ell^2}{r^3} = -\frac{G(M+m)}{r^2} \; ,$$

որը $u = 1/r$ նշանակմամբ կստանա այսպիսի տեսք.

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2} + u = \frac{G(M+m)}{\ell^2}, \tag{9.9}$$

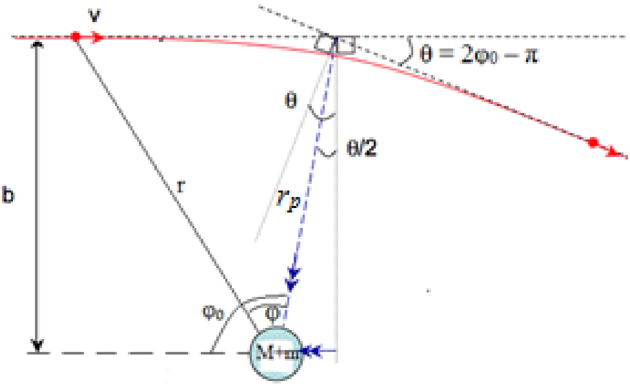
որն ունի հետևյալ ընդհանուր լուծումը.

$$\frac{1}{r} = C\cos\left(\varphi - \varphi_0\right) + \frac{G(M+m)}{\ell^2}, \tag{9.10}$$

որում φ_0 և C հաստատունները որոշվում են սկզբնական պայմաններից: Ածանցելով վերջինս ըստ ժամանակի՝ կստանանք շառավղային արագությունը.

$$\dot{r} = Cr^2\dot{\varphi}\sin\left(\varphi - \varphi_0\right) = Cbv_0\sin\left(\varphi - \varphi_0\right): \tag{9.11}$$

Ընդունենք φ=0 աստղերն իրարից անվերջ հեռացված (r→∞) դիրքում, երբ նրանց հարաբերական արագությունը v_0 է: Այդ դեպքում (9.11), (9.10)-ից կստանանք



$$-v_0 = Cbv_0\sin(-\varphi_0),$$
$$0 = C\cos\varphi_0 + G(M+m)/b^2v_0^2,$$

որոնցից արտաքսելով C-ն՝ կստանանք

$$tg\varphi_0 = bv_0^2/G(M+m): \qquad (9.12)$$

(9.10), (9.11)-ից հետևում է, որ աստղերի առավելագույն մերձեցումը կկայանա φ=φ₀ դեպքում, այնպես որ՝ մասնիկի ուղեծիրը համաչափ կլինի այդ դիրքի նկատմամբ (տե՛ս նկարը): Մասնիկի արագությունը բախման արդյունքում կփոխի իր շարժման ուղղությունը $\theta = 2\varphi_0 - \pi$ անկյունով: Էներգիայի ինտեգրալից բխում է, որ մասնիկի արագության մեծությունը կմնա նույնը՝ v_0, իսկ արագության կրած փոփոխությունները սկզբնական շարժման և նրան ուղղահայաց ուղղություններով կլինեն.

$$\Delta v_{\Uparrow} = v_0\left(1-\cos\theta\right) = \frac{2v_0}{1+tg^2\varphi_0} = 2v_0\left[1+\frac{b^2v_0^4}{G^2(\mathrm{M}+\mathrm{m})^2}\right]^{-1}, \qquad (9.13)$$

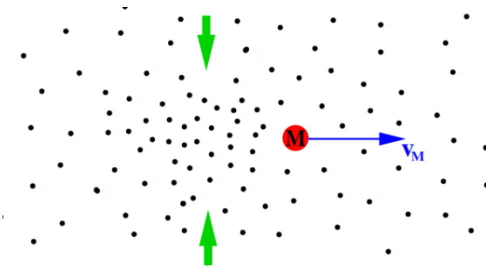
$$\Delta v_{\perp} = v_0\sin\theta = \frac{2v_0 tg\varphi_0}{1+tg^2\varphi_0} = \frac{2bv_0^3}{G(M+m)}\left[1+\frac{b^2v_0^4}{G^2(\mathrm{M}+\mathrm{m})^2}\right]^{-1}: \qquad (9.14)$$

(9.5)-ից ստանում ենք M աստղի արագության կրած փոփոխության բաղադրիչները.

$$\Delta v_{M\Downarrow} = \frac{2mv_0}{(M+m)}\left[1+\frac{b^2v_0^4}{G^2(\mathrm{M}+\mathrm{m})^2}\right]^{-1}, \tag{9.15}$$

$$\Delta v_{M\perp} = \frac{2mbv_0^3}{\mathrm{G}(M+m)^2}\left[1+\frac{b^2v_0^4}{G^2(\mathrm{M}+\mathrm{m})^2}\right]^{-1}: \tag{9.16}$$

Այժմ ենթադրենք M≫m զանգվածով աստղը շարժվում է անսահման սփռված աստղային համախմբում: Նրա գրավիտացիոն ձգողության հետևանքով շարժվող աստղն իր հետևում առաջացնում է միջավայրի զանգվածի հավելյալ կուտակում, որը ետ է ձգում նրան՝ դանդաղեցնելով վերջինիս շարժումը: Այս երևույթն էլ հենց կոչվում է *դինամիկ շփում*:



Որոշենք աստղի արագացումը:

Եթե համախմբում ըստ արագությունների աստղերի բաշխման ֆունկցիան $f(v_m)$ է, ապա $f(v_m)d^3v_m$ քանակի աստղերը, որոնց նշանառային հեռավորությունները ընկած են b, b+db միջակայքում, միավոր ժամանակում կառաջացնեն $2\pi bdbv_0\, f(v_m)d^3v_m$ թվով բախումներ: Բազմապատկելով սա մեկ բախման հետևանքով աստղի արագության կրած (9.15) փոփոխությամբ (նկատեք, որ $\Delta v_{M\perp}$-ի միջինը զրո է) և ինտեգրելով $0,b_{max}$ սահմաններում՝ կստանանք աստղի արագացումը.

$$\left.\frac{d\boldsymbol{v}_M}{dt}\right|_{v_m} = \boldsymbol{v}_0 f(v_m)d^3v_m\int_0^{b_{\max}}\frac{2mv_0}{(M+m)}\left[1+\frac{b^2v_0^4}{G^2(\mathrm{M}+\mathrm{m})^2}\right]^{-1}2\pi bdb, \tag{9.17}$$

որտեղ b_{max}-ը այն հեռավորությունն է, որում աստղերի կոնցենտրացիան շատ փոքր է M-ի շրջակայքի համեմատ: Կատարելով ինտեգրումը՝ կստանանք

$$\left.\frac{d\boldsymbol{v}_M}{dt}\right|_{v_m} = 2\pi \ln\left(1+\Lambda^2\right) G^2 m(M+m) f(v_m) d^3 v_m \frac{\boldsymbol{v}_m - \boldsymbol{v}_M}{\left|v_m - v_M\right|^3} \ , (9.17')$$

որտեղ

$$\Lambda = \frac{v_0^2 b_{\max}}{G(M+m)} \ : \quad (9.18)$$

Աստղային համախմբերի համար Λ-ն մեծ արժեքներ ունի: Օրինակ՝ գնդային աստղակույտերում v_0 ~100կմ/վ, b_{max} ~2կպկ, m~$M_\odot$, ստացվում է $\Lambda \simeq 4.6\cdot 10^3$, այնպես որ՝ ամենուրեք կարելի է կատարել փոխարինում՝

$$\tfrac{1}{2}\ln\left(1+\Lambda^2\right) \approx \ln\Lambda \ ,$$

որը կուլոնյան լոգարիթմն է:

Նկատենք, որ M աստղի արագացումն ուղղված է $\boldsymbol{v}_m$-$\boldsymbol{v}_M$=-$\boldsymbol{v}$ ուղղությամբ և հակադարձ համեմատական է այդ վեկտորի մոդուլի քառակուսուն: Ուրեմն, աստղը դանդաղում է շնորհիվ իրենից դանդաղ՝ $v_m < v_M$ շարժվող աստղերի ազդեցությամբ: Եթե բաշխման ֆունկցիան իզոտրոպ է, ապա արագացման համար կունենանք

$$\frac{d\boldsymbol{v}_M}{dt} = -16\pi^2 \ln\Lambda G^2 m(M+m) \frac{\boldsymbol{v}_M}{v_M^3} \int_0^{v_M} v_m^2 f(v_m) dv_m \ : \quad (9.19)$$

Սա դինամիկ շփման *Չանդրասեկարի բանաձևն* է (Chandrasekar, 1942):

Եթե աստղն անցնում է բավականաչափ փոքր արագություններով բնութագրվող աստղային համախմբով, ապա (9.19)-ում $f(v_m)$-ը կարող ենք փոխարինել $f(0)$-ով ու ստանալ

$$\frac{d\boldsymbol{v}_M}{dt} = -\frac{16\pi^2}{3} \ln\Lambda G^2 f(0) m(M+m) \boldsymbol{v}_M \ , \quad (9.20)$$

որը հիշեցնում է հեղուկում կամ գազում շարժվող գնդիկի դանդաղման Սթոքսի օրենքը:

Եթե $f(v_m)$-ը մաքսվելյան է, σ դիսպերսիայով

$$f=\frac{n_0}{\left(2\pi\sigma^2\right)^{3/2}}\exp\left(-\frac{v_m^2}{2\sigma^2}\right),$$

որտեղ n_0-ն աստղերի կոնցենտրացիան է, (9.19)-ից կստացվի

$$\frac{d\boldsymbol{v}_M}{dt}=-4\pi\ln\Lambda G^2 mn_0(M+m)\frac{\boldsymbol{v}_M}{v_M^3}\left[erf(x)-\frac{2x}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2}\right], \quad (9.21)$$

որտեղ

$$x\equiv\frac{v_M}{\sqrt{2}\sigma};\quad erf(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-x^2}dx=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)n!}-$$

սխալների ֆունկցիան է: *$M\gg m$ դեպքում* (9.21)-ը ցուցադրում է դինամիկ շփման երկու էական հատկություններ.

- Արագացումը համեմատական է համախմբի զանգվածի $\rho=mn_0$ խտությանը և անկախ է առանձին աստղի զանգվածից,

- Դինամիկ շփման ուժը համեմատական է շփման ենթարկվող օբյեկտի զանգվածի քառակուսուն՝ $F_դ\propto M^2$:

Այժմ քննարկենք այն դեպքը, երբ M-ը ոչ թե կետային է, այլ ունի R միջին շառավղով չափսեր: Այս դեպքում (9.16) բանաձևը հարկ է վերանայել, եթե R-ը գերազանցում է բախման մերձակետային r_p հեռավորությանը՝ $R\gtrsim r_p$: r_p *և* v_0-ի կապը կարելի է ստանալ անկյունային մոմենտի և էներգիայի ինտեգրալներից.

$$v_p=\frac{bv_0}{r_p};\quad \varepsilon=\frac{1}{2}v_0^2=-\frac{G(M+m)}{r_p}+\frac{1}{2}\left(\frac{bv_0}{r_p}\right)^2 :$$

Տեղադրելով այստեղ $r_p=R$՝ կստանանք նշանային հեռավորության նվազագույն արժեքը, որի դեպքում (9.16) բանաձևից դեռևս կարելի է օգտվել.

$$b_{\min}=R\sqrt{1+\frac{2G(M+m)}{Rv_0^2}} : \quad (9.22)$$

Կատարելով ինտեգրումը (9.17)-ում $b_{\min}$, $b_{\max}$ սահմաններում՝ կուլոնյան լոգարիթմը կփոխարինվի

$$\frac{\ln\left(1+\Lambda_R^2\right)}{\ln\left(1+\Lambda^2\right)}$$

հարաբերությամբ, որտեղ

$$\Lambda_R = \frac{b_{\min} v_0^2}{G(M+m)} = \Lambda\sqrt{\frac{R^2}{b_{\max}^2} + \frac{2R}{\Lambda b_{\max}}} : \qquad (9.23)$$

Քանի որ կուլոնյան լոգարիթմը մեծ թիվ է, ապա լոգարիթմների հարաբերությունը փոքր կլինի, քանի դեռ $\Lambda_R \lesssim 1$: Հետևաբար

$$R \lesssim b_{max}/\sqrt{\Lambda} = (G(M+m)b_{max})^{1/2}/v_0$$

պայմաններում կետային զանգվածի համար ստացված բանաձևերը կարելի է կիրառել:

9.2. Գնդային աստղակույտերի ուղեծրերի մարումը

Քանի որ գնդային աստղակույտերը շարժվում են Գալակտիկայի աստղային դաշտում, ապա ենթարկվում են դինամիկ շփման ազդեցության: Սա բերում է աստղակույտի էներգիայի կորստի, որի հետևանքով նրա ուղեծիրը պարուրաձև պետք է մոտենա Գալակտիկայի կենտրոնին: Գնահատենք $t_{շփ}(r_i)$ ժամանակը, որի ընթացքում r_i շառավղով ուղեծրից աստղակույտը կհասնի Գալակտիկայի կենտրոն:

Օգտվենք Գալակտիկայում զանգվածի բաշխման սինգուլար իզոթերմ գնդի մոդելից.

$$\rho(r) = \frac{v_c^2}{4\pi G r^2},$$

որին համապատասխանում են v_c շրջանային արագություն և $\sigma = v_c/\sqrt{2}$ արագության դիսպերսիա: Այդ դեպքում շփման ուժը կորոշվի (9.21)-ից հետևյալ բանաձևով.

$$F = -\frac{4\pi \ln\Lambda G^2 \rho(r) M^2}{v_c^2}\left[erf(1) - \frac{2}{\sqrt{\pi}}e^{-1}\right] = -0.428\ln\Lambda \frac{GM^2}{r^2} : \quad (9.24)$$

Ընդունելով $b_{max} \approx 2$կպկ, $M=10^6 M_\odot$ և $v_0 \approx v_c = 250$կմ/վ՝ կստանանք $\ln\Lambda \simeq 10$:

Քանի որ շփման ուժն ազդում է շարժմանը հակառակ, ապա նրա Fr մոմենտը կառաջացնի անկյունային մոմենտի նվազում.

$$\frac{d}{dt}\left(rv_c\right)=\frac{Fr}{M}, \quad \Rightarrow \quad r\frac{dr}{dt}=-0.428\frac{GM}{v_c}\ln\Lambda : \qquad (9.25)$$

Ինտեգրելով վերջինս և օգտվելով $r(0)=r_i$ սկզբնական պայմանից՝ կստանանք

$$t_{շփ} = 1.17 v_c r_i^2/GM\cdot\ln\Lambda \simeq 10^{10}\text{տարի}:$$

9.3. Արագ բախումներ

Կարևոր բախման տեսակ է r_1, r_2 միջին շառավիղներ և M_1, M_2 զանգվածներ ունեցող երկու աստղային համախմբերի բախումը, երբ նրանց հարաբերական V արագությունը շատ մեծ է: Եթե համախմբերի կենտրոնների հեռավորությունը b է, ապա բախման տևողությունը կարելի է կոպիտ գնահատել որպես

$$\tau \approx \frac{\max\left(r_1, r_2, b\right)}{V} : \qquad (9.26)$$

Եթե համախմբերում աստղերի արագության դիսպերսիաները σ_i $(i=1,2)$ են, նրանց հատման ժամանակները կլինեն $t_i = r_i/\sigma_i$ կարգի: Արագ կհամարենք այն բախումը, երբ բախման (9.26) ժամանակը անհամեմատ կարճ է համախմբերի հատման ժամանակներից. $\tau \ll t_i$.

$$V \gg \sigma_i \frac{\max\left(r_1, r_2, b\right)}{r_i} : \qquad (9.27)$$

Փաստորեն արագ բախման ընթացքում աստղերը չեն հասցնում փոփոխել իրենց դիրքերը համախմբում (իմպուլսային մոտավորություն): Այս դեպքում կարելի է ստանալ նրանց կենտրոնների շարժման մոտավոր բանաձև՝ համարելով համախմբերը սփռված պինդ մարմիններ: Ցույց տանք, որ իմպուլսային մոտավորությամբ կենտրոնները շարժվում են համարյա հավասարաչափ: Պարզության համար դիտարկենք այն դեպքը, երբ մեկի կենտրոնը չի անցնում մյուսի միջով՝ $r_i < b$: Կենտրոնների հարաբերական շարժումը կարող ենք մոտարկել որպես ֆիկտիվ մասնիկի շարժում $M_1 + M_2$ կետային զանգվածի կեպլերյան պոտենցիալում: Պարզ է, որ ֆիկտիվ մասնիկի շարժումը կլինի մոտավոր հավասարաչափ, եթե $G(M_1+M_2)/r \ll ½V^2$: Քանի որ ըստ վիրիալ թեորեմի $\sigma_i^2 \sim GM_i/r_i$, ապա

$$\frac{G\left(M_1+M_2\right)}{r} \leq \frac{G\left(M_1+M_2\right)}{b} \approx \frac{r_1\sigma_1^2+r_2\sigma_2^2}{b}, \qquad (9.28)$$

իսկ (9.27)-ից ստանում ենք, որ իմպուլսային մոտավորությամբ $\sigma_i \ll Vr_i/b$, այնպես որ՝

$$\frac{G\left(M_1+M_2\right)}{r} \ll V^2\frac{r_1^3+r_2^3}{b^3} < 2V^2, \qquad (9.29)$$

որտեղից էլ հետևում են կենտրոնների հարաբերական շարժան մոտավոր հավասարաչափ լինելը, ինչպես նաև b-ի նշանառային պարամետրի իմաստ ունենալը: Եթե ***R***-*ը* M_1-ի նկատմամբ M_2-ի շառավիղվեկտորն է, ապա այն կարելի է ներկայացնել այսպես.

$$\boldsymbol{R}(t) \approx (Vt,b,0): \qquad (9.30)$$

Այժմ քննարկենք համախմբերից մեկի, ասենք M_1-ի, որին կանվանենք խոտորվող, աստղերի շարժումների վրա M_2-ի (խոտորող) ազդեցությունը: Նշանակենք j-րդ աստղի արագության խոտորումը $\Delta v_j'$, որը կտրոհենք երկու բաղադրիչների՝

$$\Delta v=\Sigma m_j\Delta v_j'/M_1, \qquad (9.31)$$

որը համախմբի իներցիայի կենտրոնի արագության գրգռումն է, և

$$\Delta v_j = \Delta v_j' - \Delta v, \qquad (9.32)$$

որը j-րդ աստղի արագության խոտորումն է համախմբում իր միջին արագությունից: Գնահատենք Δv_j-ն: (9.30)-ը խոտորող կենտրոնի շարժման օրենքն է խոտորվող համախմբի $\boldsymbol{r}$ = 0 կենտրոնի նկատմամբ: Հետևաբար խոտորվող համախմբի $\boldsymbol{r}_j$ կետում աստղը խոտորող $U(R- r_j)\equiv U(r_j,t)$ պոտենցիալում կստանա արագացում.

$$dv_j'/dt = -\nabla U(r_j,t): \quad (9.33)$$

Իմպուլսային մոտավորությամբ բախման ընթացքում r_j-ն մնում է անփոփոխ, ուրեմն

$$\Delta v_j' = -\int_{-\infty}^{\infty} \nabla U\left(r_j,t\right)dt, \quad (9.34)$$

և (9.32)-ը կընդունի հետևյալ տեսքը.

$$\Delta v_j = -\int_{-\infty}^{\infty} \left[\nabla U\left(r_j,t\right) - \tfrac{1}{M_1}\sum_k m_k \nabla U\left(r_k,t\right)\right]dt: \quad (9.35)$$

Իմպուլսային մոտավորությամբ բախման ընթացքում համախմբի սեփական պոտենցիալ էներգիան չի փոփոխվում, հետևաբար փոփոխվում է միայն ներքին կինետիկ էներգիան.

$$\Delta E = \tfrac{1}{2}\sum m_j[(\mathbf{v}_j + \Delta\mathbf{v}_j)^2 - \mathbf{v}_j^2] = \tfrac{1}{2}\sum m_j[|\Delta\mathbf{v}_j|^2 + 2\mathbf{v}_j\Delta\mathbf{v}_j]: \quad (9.36)$$

Ցանկացած առանցքային համաչափ համախմբի համար[1]

$$\sum m_j\mathbf{v}_j\Delta\mathbf{v}_j = 0,$$

հետևաբար համախմբի ներքին էներգիայի փոփոխությունը կլինի

$$\Delta E = \tfrac{1}{2}\sum m_j|\Delta\mathbf{v}_j|^2 > 0: \quad (9.37)$$

Էներգիայի այս ներհոսքին համախումբը կարող է արձագանքել հետևյալ կարևոր պրոցեսներով՝ անցում նոր դինամիկ հավասարակշիռ վիճակի, կրել զանգվածի կորուստ և այլն, որոնք կքննարկենք առանձին-առանձին:

Վերադարձ հավասարակշիռ վիճակի: Վիրիալ թեորեմի բաժնում տեսանք, որ աստղային համախմբին էներգիա հաղորդելիս այն ըն-

[1] Ներկայացրեք $\mathbf{v}=[\boldsymbol{\omega}\mathbf{r}]$, իսկ $\Delta\mathbf{v}$-ն արտահայտեք U պոտենցիալով:

դարձակվում և սառչում է: Իրոք, (9.37) էներգիան ստանալուց հետո M_1 համախումբը կսկսի ռելաքսացվել նոր հավասարակշռված վիճակի: Սկզբնական վիճակում, համաձայն վիրիալ թեորեմի, K_0=-E_0: Բախման հետևանքով E=E_0+ΔE=E_0+ΔK: Այս էներգիայով նոր վիրիալ հավասարակշռված վիճակում

$$K=-E=-E_0-\Delta K=K_0-\Delta K:$$

Ստացվեց, որ ռելաքսացիայից անմիջապես առաջ համախումբն ուներ K=K_0+ΔK կինետիկ էներգիա, իսկ վերջում՝ K=K_0-ΔK, այսինքն՝ նվազել է 2ΔK-ով՝ ավելի շատ, քան ստացել էր:

Զանգվածի կորուստ: Հավելյալ ΔE էներգիան, բնական է, բաշխվում է աստղերի միջև: Աստղերը, որոնք տվյալ r շառավղում ունեին պարաբոլականին մոտ արագություններ, հավելյալ էներգիան ստանալով, կարող են լքել համախումբը: Թե աստղերի որ մասը կհեռանա համախմբից, կախված է ΔE էներգիայի չափից և ներարկման թափից: Համախումբը կկրի զանգվածի զգալի կորուստ բազմակի արագ բախումներում մի ժամանակում, որի ընթացքում ներարկված ΔE էներգիան կդառնա նրա սկզբնական կապի էներգիայի կարգի:

Մակընթացային մոտավորություն: Եթե r_i/b հարաբերությունը փոքր է՝ 0.1-0.2 կարգի, ապա (9.35)-ում պոտենցիալը շարքի վերածելով r=0-ի շուրջ և ինտեգրելով՝ կարելի է ստանալ թույլ բախումներին անալոգ բանաձև.

$$\Delta\boldsymbol{v}(\mathrm{r})=\frac{2GM}{bV}\left(-\frac{x}{b},\frac{y}{b},0\right)+O\left(\left\langle r^2\right\rangle\right)\ , \tag{9.38}$$

որտեղ X առանցքն ուղղված է հարաբերական շարժմամբ: Y առանցքով արագության աճը ձգտում է դեֆորմացնել համախումբը և տալ նրան դեպի խոտորող կենտրոնը ձգված տեսք, ինչը կատարում է Լուսինը օվկիանոսների մակերևույթի հետ: Այս մոտավորությամբ էներգիայի ներհոսքը կկազմի

$$\Delta E=\frac{2GM_2^2}{b^4V^2}\int\rho(r)\left(x^2+y^2\right)d^3r=\frac{4GM_2^2M_1}{3b^4V^2}\left\langle r^2\right\rangle, \tag{9.39}$$

որտեղ $<r^2>$-ն խոտորված համախմբի միջին քառակուսային շառավիղն է:

Ճակատային բախումներ: Ստացված բանաձևերից հետևում է, որ արագ բախման հետևանքով ներարկված էներգիան հակադարձ համեմատական է նշանառային b պարամետրին: Այս առումով հետաքրքիր է գնահատել սեղմ բախման հետևանքով ներարկվող էներգիան: Ճակատային բախման դեպքում` b=0, խոտորվող համախմբի աստղերի արագությունների միջին աճը զրոյից տարբեր է միայն հարաբերական V արագությանը ուղղահայաց ուղղությամբ: Օրինակ` Պլամերի` $U= - GM/\sqrt{(r^2+a^2)}$ մոդելով նկարագրվող երկու միանման համախմբերի ճակատային արագ բախման հետևանքով էներգիայի աճը կորոշվի

$$\Delta E = \frac{G^2 M^3}{3V^2 a^2} \tag{9.40}$$

բանաձևով, որը (9.39)-ից տարբերվում է նրանով, որ $b^4/<r^2>$ հարաբերությունը փոխարինված է $4a^2$ մեծությամբ: Ցանկացած արագ բախում մակընթացային և ճակատային բախումների միջանկյալ դեպք է, որի ΔE-ն (9.39) և (9.40)-ի ինչ-որ միջին է:

9.4. Իմպուլսային մոտավորության կիրառություններ

Բաց աստղակույտերի քայքայումը: Գալակտիկ սկավառակը պարունակում է նյութի ոչ ռեգուլար կուտակումներ, ինչպիսիք են բաց աստղակույտերը, հսկա մոլեկուլային ամպերը և պարուրաթևերը: Այստեղ մեր ուշադրությունը կսևեռենք բաց աստղակույտերի վրա մոլեկուլային ամպերի ազդեցությանը:

Բաց աստղակույտերն ունեն $M \sim 10^2\text{-}10^3 M_\odot$ զանգվածներ և $R \simeq 1$պկ միջին շառավիղներ: Գալակտիկայում ջրածնի մեծ մասը կենտրոնացված է $M_{ամպ} \gtrsim 10^5 M_\odot$ զանգվածներով և $R_{ամպ} \approx 10$պկ շառավիղներով մի քանի հազար հսկա մոլեկուլային ամպերում: Աստղակույտերը և ամպերն ունեն արագության $\sigma \approx 7$կմ/վ դիսպերսիա, որը նշանակալի գերազանցում է աստղակույտում աստղերի $\sigma_* \lesssim 1$կմ/վ դիսպերսիային: Հետևաբար թե՛ աստղակույտ-աստղակույտ, թե՛ ամպ-աստղակույտ բախումները կարելի է համարել արագ և օգտվել իմպուլսային մոտավորությամբ ստացված բանաձևերից:

Նախ (9.39) և (9.40)-ից հետևում է, որ էներգիայի աճը համեմատական է խոտորող համախմբի զանգվածի քառակուսուն: Հետևաբար ամպ-աստղակույտ բախումները շուրջ միլիոն անգամ ավելի մեծ էներգիա են ներարկում աստղակույտին, քան աստղակույտ-աստղակույտ բախումները: Հավանականությունն այն բանի, որ տվյալ աստղակույտը կբախվի հարաբերական արագության (V,V+dV) և բախման պարամետրի (b,b+db) միջակայքում ամպի հետ ամպերի մաքսվելյան բաշխվածության ենթադրությամբ, կլինի.

$$dP = \frac{4\pi V^2 dV}{[2\pi\left(\sqrt{2}\sigma\right)^2]^{3/2}} \exp(-\frac{V^2}{(2\sqrt{2}\sigma)^2}),$$

հետևաբար տվյալ V և b արժեքներով ամպի հետ աստղակույտի բախման հաճախությունը կլինի $n_{ամպ}V2\pi bdb$: Քանի որ մեկ բախումը աստղակույտի էներգիան ավելացնում է (9.39) չափով, ապա բազմապատկելով այն $n_{ամպ}V2\pi bdb$-ով և ինտեգրելով ըստ b-ի b_{min},∞, ըստ V-ի $0,\infty$ սահմաններում՝ կստանանք.

$$dE/dt = 4\sqrt{\pi}G^2(M^2n)_{ամպ}(M\langle r^2\rangle)_{ա\text{-}կույտ}/3\sigma b_{min}^2: \qquad (9.41)$$

Պարզենք b_{min}- արժեքը: Քանի որ $r_{ա\text{-}կույտ} < r_{ամպ}$, մակընթացային մոտավորությունը, որից օգտվեցինք (9.41)-ը ստանալիս, կիրառելի է $b \gtrsim 5$ $r_{ամպ}$ դեպքում: Ինչևէ, (9.40)-ից տեսնում ենք, որ ճակատային բախման դեպքում էներգիայի աճը համընկնում է մակընթացային մոտավորությամբ ստացված արդյունքի հետ $b_{min} = r_{ամպ}$ դեպքում: Այնպես որ՝ կընդունենք՝ $b_{min} = r_{ամպ}$: Հեռահար բախումներով աստղակույտի քայքայման ժամանակը կստանանք, եթե աստղակույտի կապի էներգիան՝

$$E_{կապ} \simeq 0.2G\,(M^2/r)_{ա\text{-}կույտ}$$

բաժանենք (9.41)-ի վրա.

$$t_{քայք} \backsimeq 0.03(\sigma/G)(M/r^3)_{ա\text{-}կույտ}(r^2/M^2n)_{ամպ},$$

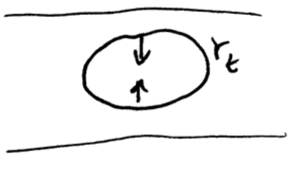
որը $\sim10^8$ տարի կարգի մեծություն է:

Նման ձևով կարելի է գնահատել կրկնակի աստղերի քայքայման ժամանակը՝ ընդունելով $M_{ա\text{-}կույտ} = 2M_{\odot}$ և $\sigma \approx 22$կմ/վ: Այս դեպքում ստացվում է $t_{քայք} \backsimeq 10^{10}$տարի:

Գնդային աստղակույտերի անցումը սկավառակով: Գնդային աստղակույտերը ռեգուլյար հատում են Գալակտիկայի սկավառակը, և քանի որ նրանց մակընթացային շառավիղներն ընկած են r_t ~30-100 պկ միջակայքում, իսկ սկավառակի հաստությունը $2z_0 \approx 700$ պկ է, ապա որոշ ժամանակ նրանք լիովին ընկղմված են լինում սկավառակում: Այդ ընթացքում աստղակույտի ձգողության դաշտը լրացվում է սկավառակի համապատասխան շերտերի գրավիտացիոն դաշտով: Աստղակույտի տվյալ շառավղում զանգվածի խտությունը՝

$$\rho_c(r) = 3m(r)/4\pi r^3,$$

աճում է r-ի մեծացմանը զուգընթաց, իսկ սկավառակի խտությունն անկախ է r-ից: Այնպես որ՝ մեծ r-երի տիրույթում սկավառակի աստղերի ազդեցությունը կույտի աստղերի վրա կլինի դոմինանտ, քանի դեռ կույտը սկավառակում է: Պարզվում է՝ $\rho_c(r_t)=3\rho_g(R)$, որտեղ $\rho_g(R) =3M(R)/4\pi R^3$, Գալակտիկայի միջին խտությունն է աստղակույտի ուղեծրի ներսում: Արեգակի ուղեծրի ներսում $\rho_g(R_0) \approx 0.04\ M_{\odot}/պկ^3$, որն անհամեմատ փոքր է արևամերձ տիրույթում նյութի $\approx 0.18 M_{\odot}/պկ^3$ խտությունից: r_t-ի սահմաններում սկավառակը ավելի քան երկու



անգամ մեծացնում է աստղակույտի զանգվածի խտությունը: Այնպես որ՝ սկավառակի աստղերի ձգողությունը կարող է էապես ազդել կույտի դինամիկայի վրա, քանի դեռ այն սկավառակում է:

Կույտերի արագության սկավառակին ուղղահայաց բաղադրիչը $V_{\perp} \simeq 170$ կմ/վ է, իսկ աստղակույտում աստղերի արագության դիսպերսիան $\sigma_* \cong 5$կմ/վ է, այնպես որ՝ սկավառակը հատելու $t_h=2z_0/V_{\perp}$ ընթացքում աստղն իր ուղեծրով կտեղափոխվի $\sigma_* t_h$ ≈20պկ: Վերջինս շատ փոքր չէ կույտի r_t-ից, այնուամենայնիվ կոպիտ մոտավորությամբ օգտվում են արագ բախման իմպուլսային մոտավորությունից:

Աստղակույտը, անցնելով սկավառակով, սեղմվում է ուղղաձիգ ուղղությամբ և տաքանում, որի արդյունքում արագանում են մակերևութային շերտից աստղերի գոլորշացման և կենտրոնական մասերի սեղմման պրոցեսները: Աստղակույտի գոլորշացման այս ***հարվածային մեխանիզմի*** բնութագրական ժամանակը ~$6\cdot10^9$ տարի է: Մեխանիզմն առավել էֆեկտիվ է փոքր խտության աստղակույտերի համար:

ԱՂՅՈՒՍԱԿՆԵՐ

Գալակտիկայի ընդհանուր բնութագրերը

սկավառակի շառավղային մասշտաբը՝ R_d	(2.5±0.5)կպկ
սկավառակի լուսատվությունը	$(2.5\pm0.1)10^{10}L_\odot$
բալջի լուսատվությունը	$(5\pm2)10^{9}L_\odot$
լրիվ լուսատվությունը	$(3\pm1)10^{10}L_\odot$
սկավառակի զանգվածը	$(4.5\pm0.5)10^{10}M_\odot$
բալջի զանգվածը	$(4.5\pm1.5)10^{9}M_\odot$
մութ հալոյի զանգվածը	$(2\pm^{3}_{1.8})10^{12}M_\odot$
մութ հալոյի կիսազանգվածի շառավիղը	$(100\pm^{100}_{80})$կպկ
սկավառակի M/L-ը	$(1.8\pm0.7)Y_\odot$
ԳԱ կորիզի զանգվածը	$(3.9\pm0.3)10^{6}M_\odot$

Արևամերձ տիրույթ

արեգակի ուղեծրի շառավիղը՝ r_0	(8±0.5)կպկ
շրջանային արագությունը՝ v_0	(220±20)կմ/վ
սկավառակի ρ_0 խտությունը	(0.09 ± 0.01) $M_\odot$/պկ^3
սկավառակի Σ_0 խտությունը	(49 ± 6) $M_\odot$/պկ^2
սկավառակի հաստությունը	500պկ
պտտման պարբերությունը	(220±30)Մտարի
Ուղղաձիգ տատանումների պարբերությունը	87 Մտարի
Օորտի A հաստատունը	(14.8±0.8)կմ/վ·կպկ
Օորտի B հաստատունը	-(12.4±0.6)կմ/վ·կպկ
էպիցիկլային հաճախությունը	(37±3)կմ/վ·կպկ
ծեր աստղերի շառավղային և ուղղաձիգ դիսպերսիաները	(38±2)կմ/վ·կպկ (19±2)կմ/վ·կպկ
ծեր աստղերի ՄՔԱ	(50±3)կմ/վ·կպկ
պարաբոլական արագությունը	(550±50)կմ/վ

Տվյալները վերցված են Wilkinson & Evans, 1999, Reid & Brunthaler, 2004, Smith et al, 2007 աշխատանքներից:

Աստղակույտեր

աստղակույտ	գնդային	բաց
կենտրոնական խտություն	$10^4 M_\odot/\text{պկ}^3$	$10 M_\odot/\text{պկ}^3$
կորիզի շառավիղ	1պկ	1պկ
կիսազանգվածի շառավիղ	3պկ	2պկ
մակընթացային շառավիղ	35պկ	10պկ
արագության դիսպեր-սիան կենտրոնում	6կմ/վ	0.3կմ/վ
հատման ժամանակ	0.5Մտարի	7Մտարի
զանգված	$2 \cdot 10^5 M_\odot$	300 $M_\odot$
տարիքը	10Գտարի	300Մտարի
քանակը գալակտիկայում	150	10^5

Տվյալները վերցված են Harris, 1996, Piskunov et al, 2007 աշխատանք-ներից:

Գրականություն

1. **Абрамян М. Г.,** Простейшие модели SB-галактики с перпендикулярным бару трехосным балджем. Письма в Астрон. ж., **11**, 1985, 583.
2. **Абрамян М. Г., Седракян Д. М., Чалабян М. А.,** Эллипсоидальные подсистемы в SB-галактиках. Астрон. журнал, **63**, 1986, 1089.
3. **Абрамян М. Г.,** Бесстолкновительные аналоги S эллипсоидов Римана с гало. Астрофизика, **25**, 1986. 342.
4. **Абрамян М. Г.** Анизотропные и неоднородные S эллипсоиды Римана внутри сфероидального гало. I. Астрофизика, **48**, 2005, 613-632.
5. **Абрамян М. Г.,** Анизотропные и неоднородные S эллипсоиды Римана внутри сфероидального гало. II. Астрофизика, **49**, 2006, 359-373.
6. **Амбарцумян В. А.,** К вопросу о динамике открытых звездных скоплений. Ученые записки ЛГУ, **22**, 1938, 19-22.
7. **Амбарцумян В. А.,** Проблемы эволюции Вселенной. Изд. АН АрмССР, 1968, 238.
8. **Агекян Т. А.,** Диссипация звездных скоплений, образованив корон и движущихся скоплений. Астрон. ж., **56**, 1979, 1-15.
9. **Антонов В. А.,** Наивероятнейшее фазовое распределение в сферических звездных системах и условия его существования. Вестник ЛГУ, **7**, 1962, 135-147.
10. **Кузмин Г. Г.,** Астрон. Ж., **33**, 1956, 27.
11. **Огородников К. Ф.,** Динамика звездных систем. М. Физматгиз, 1958, 628.
12. **Осипков Л. П.,** Общие принципы математического моделирования звездных систем. С. Петербург, изд. СПГУ. 2010, 102.
13. **Осипков Л. П.,** Модель короны сферического скопления звезд. Вестник СПГУ, 2008, 148.
14. **Казарян М. А.,** Астрофизика, **39**, 1996, 431.
15. **Кутузов С., Осипков Л.,** Математические методы моделирования галактик. Изд. СПГУ, 2012, 114.
16. **Маркарян В. Е.,** Астрофизика, **5**, 1969, 443.
17. **Паша И. И.,** Письма АЖ., **11**, 1985, 1.
18. **Aarseth S. J.**, Gravitational N-Body Simulations: Tools and Algorithms (Cambridge University Press), 2003.

19. Alcock C. et al., ApJ, L169, 2001, **550**.
20. **Ashman K. A. & Zepf S. E.,** Globular Cluster Systems (Cambridge Univ. Press), 1998.
21. **Belokurov V. et al.,** ApJ, **654**, 2007, 897.
22. **Binney J. Tremaine S.,** Galactic dynamics 1994 (Princeton university press) (BT 94).
23. **Binney J. & Spergel D.,** ApJ, **252**, 1982, 308.
24. **Binney J.,** MNRAS, **363**, 2005, 937.
25. **Buta R., Byrd G. G. & Freeman T.,** AJ, 125, 2003, 634.
26. **Chandrasekhar S.,** Principles of Stellar Dynamics (University of Chicago Press), 1942.
27. **Chandrasekhar S.,** Ellipsoidal Figures of Equilibrium (Yale University Press), 1969.
28. **Carney B. W. & Harris W. E.,** In Saas Fee Advanced Course 28, Star Clusters, ed. L. Labhardt & B. Binggeli (Berlin: Springer), 2001.
29. **Dehnen W.,** MNRAS, 265, 1993, 250.
30. **Dehnen W. & Binney J. J.,** MNRAS, 294, 1998, 429.
31. **Faber S. M. et al.,** AJ, **114**, 1997, 1771.
32. **Gaitskell R. J.,** Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., **54**, 2004, 315.
33. **Goldreich P. & Tremaine S.,** ApJ, 243, 1981, 1062.
34. Hairer E. Lubich C. & Wanner G., Geometric Numerical Integration (Berlin: Springer), 2002.
35. **Harris W. E.,** AJ, **112**, 1996, 1487.
36. **Hernquist L.,** ApJ, 356, 1990, 359.
37. **Jaffe W.,** MNRAS, 202, 1983, 995.
38. **Jeans J. H.,** Phil. Trans. R. Soc. London A, **218**, 1919, 157.
39. **Krolik J.,** Active Galactic Nuclei (Princeton University Press), 1999.
40. **Lin C. C. & Shu F. H.,** Proc. Nat.Acad. Sci., 55, 1966, 229.
41. **Lynden-Bell D. & Kalnajs A. J.,** MNRAS, 157, 1972, 1.
42. **Mestel L.,** MNRAS, 126, 1963, 553.
43. **Miyamoto M. & Nagai R.,** PASJ, 27, 1975, 533.
44. **Mulchaey J. S., Dressler A. & Oemler A.,** Clusters of Galaxies: Probes of Cosmological Structure and Galaxy Evolution (Cambridge University Press), 2004.
45. **Navarro J. F., Frenk C. S. & White S.D.M.,** MNRAS, 275, 1995, 720.

46. **Perryman V. et al.,** A&A, **304,** 1995, **69**.
47. **Piskunov A. E. et al.,** A&A, 468, 2007, 151.
48. **Plummer H. C.,** MNRAS, 71, 1911, 460.
49. Reid & Brunthaler. 2004. Ap.J, **616**,872.
50. **Satoh C.,** PASJ, 32, 1980, 41.
51. **Smith M. C. et al.,** MNRAS, 379, 2007, 755.
52. **Spergel D. N. et al.,** ApJS, 170, 2007, 377.
53. **Tisserand P. et al.,** A&A, 469, 2007, 387.
54. **Toomre A.,** ApJ. 138, 1963, 385.
55. **Toomre A.,** ApJ, 139, 1964, 1217.
56. **Tremaine S. et al.,** Ap.J., **574**, 2002, 740.
57. **van de Ven G. et al.,** MNRAS, 342, 2003, 1056.
58. **van den Bergh S.,** The Galaxies of the Local Group (Cambridge University Press), 2000.
59. **Wilkinson M. I. & Evans N. W.,** MNRAS, 310, 1999, 645.
60. **Zinn R.,** ApJ, 293, 1985, 424.
61. **Zoccali M. et al.,** A&A, 399, 2004, 931.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Մ. Գ. Աբրահամյան

ԱՍՏՂԱՅԻՆ ԴԻՆԱՄԻԿԱ

Համակարգչային ձևավորումը՝ Կ. Չալաբյանի
Կազմի ձևավորումը՝ Ա. Պատվականյանի
Տեխ. խմբագիր՝ Հ. Ասլանյան

Չափսը՝ 60x84 1/16: Տպ. մամուլը՝ 10:
Տպաքանակը՝ 100:

ԵՊՀ հրատարակչություն,
ք. Երևան, 0025, Ալեք Մանուկյան 1