

Ա. Ա. ԿԻՐԱԿՈՍՅԱՆ

ՊԻՆԴ ՄԱՐՄՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ  
ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԿՐՈՐԴ ՀՐԱՏԱՐԱԿՈՒԹՅՈՒՆ  
ՍԱՍ II

ԵՐԵՎԱՆ  
ԵՊՀ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ  
2015

ՀՏԴ 538.9  
ԳՄԴ 22.37  
Կ 530

Հրատարակության է երաշխավորել  
ԵՊՀ ֆիզիկայի ֆակուլտետի գիտխորհուրդը

Ուսումնամեթոդական աշխատանքների մատենաշար  
պրոֆ. Ա. Կիրակոսյանի ընդհանուր խմբագրությամբ

**Խմբագիր՝** ակադեմիկոս Է. Մ. Ղազարյան

**Գրախոսներ՝** ֆմգդ., պրոֆ. Ա. Մուրադյան  
ֆմգդ., պրոֆ. Ա. Սահակյան

Ա. Ա. Կիրակոսյան

Կ 530 Պինդ մարմնի ֆիզիկայի ներածություն, Մաս II/Ա. Կիրակոսյան: -  
Եր.: ԵՊՀ հրատ., 2015, 364 էջ:

Դասագրքի II մասում շարադրված են դասական էլեկտրոնային տեսությունը, էլեկտրոնային գազի քվանտային տեսությունը, տրված են նախնական տեղեկություններ բյուրեղում էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրի գոտիական կառուցվածքի մասին: Առանձին գլուխներ են նվիրված գերհաղորդականության երևույթի, պինդ մարմնի մագնիսական հատկությունների և արատների ուսումնասիրմանը: Տրված են նախնական տեղեկություններ ամորֆ պինդ մարմինների և հեղուկ բյուրեղների մասին:

Նախատեսված է Երևանի պետական լսարանի ֆիզիկայի և ռադիոֆիզիկայի ֆակուլտետների, Արցախի պետական համալսարանի բնագիտական ֆակուլտետի, Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարանի կիբեռնետիկայի, կիսահաղորդչային սարքերի ֆիզիկայի, նյութաբանության և հարակից բնագավառներում մասնագիտացող բակալավրների, մագիստրոսների և ասպիրանտների համար:

Գիրքը կարող է օգտակար լինել նաև պինդ մարմնի ֆիզիկան ինքնուրույն ուսումնասիրել ցանկացող գիտաշխատողների և ճարտարագետների համար:

ՀՏԴ 538.9  
ԳՄԴ 22.37

ISBN 978-5-8084-2016-8

© ԵՊՀ հրատ., 2015  
© Ա. Կիրակոսյան, 2015

*Նվիրում եմ ծնողներին՝*

***Ավետիսի և Արմենուհու***

*հիշատակին*

# ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

## Գլուխ VI. Դասական էլեկտրոնային տեսություն

|                                                                                |    |
|--------------------------------------------------------------------------------|----|
| § 1. Դրուդեի էլեկտրոնային տեսությունը .....                                    | 8  |
| § 2. Մետաղի էլեկտրահաղորդականությունը .....                                    | 10 |
| § 3. Մետաղի դինամիկական հաղորդականությունը .....                               | 15 |
| § 4. Մագնիսադինադրություն: Հոլի երևույթը .....                                 | 21 |
| § 5. Ջերմահաղորդականություն: Վիդեման-Ֆրանցի օրենքը:<br>Ջեներելի երևույթը ..... | 27 |
| § 6. Լորենցի էլեկտրոնային տեսությունը .....                                    | 32 |
| § 7. Կինետիկ հավասարման լուծումը: Կինետիկական<br>գործակիցների հաշվարկը .....   | 37 |

## Գլուխ VII. Մետաղների տեսությունն ըստ Ջոմերֆելդի

|                                                                                             |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| § 1. Ֆերմի-Դիրակի բաշխումը .....                                                            | 43 |
| § 2. Էլեկտրոնային գազը հիմնական վիճակում .....                                              | 45 |
| § 3. Էլեկտրոնային գազը զրոյից տարբեր ջերմաստիճաններում .....                                | 52 |
| § 4. Էլեկտրոնային գազի ջերմունակությունը .....                                              | 58 |
| § 5. Էլեկտրոնային գազի էլեկտրահաղորդականությունը և<br>ջերմահաղորդականությունը .....         | 63 |
| § 6. Դասական տեսության մեջ Ֆերմի-Դիրակի քվանտային<br>բաշխման օգտագործման հիմնավորումը ..... | 70 |
| § 7. Դասական էլեկտրոնային տեսության թերությունները .....                                    | 72 |

## Գլուխ VIII. Գոտիական տեսության հիմունքները

|                                                                                                               |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| § 1. Էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան պարբերական դաշտում:<br>Բլոխի թեորեմը .....                                  | 77  |
| § 2. Կրոնիզ-Պեննիի մոդելը .....                                                                               | 84  |
| § 3. Կրոնիզ-Պեննիի մոդելը: Վերլուծական արտահայտություններ .....                                               | 92  |
| § 4. Քվազիիմպուլս: Արտաքին դաշտի ազդեցությունը բյուրեղում<br>շարժվող էլեկտրոնի վրա: Արդյունաբար զանգված ..... | 97  |
| § 5. Հաղորդիչներ և մեկուսիչներ: Խոռոչի գաղափարը .....                                                         | 103 |

## **Գլուխ IX. Պինդ մարմինների մագնիսական հատկությունները**

|                                                                                                                  |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| § 1. Պինդ մարմինների դասակարգումն ըստ մագնիսական հատկությունների .....                                           | 115 |
| § 2. Ատոմային դիամագնիսականություն: Բոր-Վան-Լենենի թեորեմը .....                                                 | 119 |
| § 3. Ատոմային ընկալունակության հաշվարկը .....                                                                    | 126 |
| § 4. Դիէլեկտրիկների մագնիսական ընկալունակությունը .....                                                          | 130 |
| § 5. Ազատ էլեկտրոնների ուղեծրային դիամագնիսականությունը .....                                                    | 135 |
| § 6. Ատոմների և իոնների պարամագնիսականությունը:<br>Կյուրիի օրենքը .....                                          | 147 |
| § 7. Սպինային պարամագնիսականություն .....                                                                        | 157 |
| § 8. Մագնիսական կարգավորվածություն .....                                                                         | 165 |
| § 9. Ֆեռոմագնիսականություն .....                                                                                 | 171 |
| § 10. Ֆեռոմագնիսի մագնիսացվածության կախումը<br>ջերմաստիճանից և արտաքին մագնիսական դաշտի<br>լարվածությունից ..... | 174 |
| § 11. Հակաֆեռոմագնիսականություն .....                                                                            | 181 |
| § 12. Ֆեռիմագնիսականություն .....                                                                                | 188 |
| § 13. Փոխանակային փոխազդեցություն: Հայզենբերգի մոդելը .....                                                      | 197 |
| § 14. Սպինային ալիքները ֆեռոմագնիսներում .....                                                                   | 204 |
| § 15. Մագնիսական անիզոտրոպություն .....                                                                          | 213 |
| § 16. Ֆեռոմագնիսական դոմեններ .....                                                                              | 218 |

## **Գլուխ X. Գերհաղորդականություն**

|                                                                         |     |
|-------------------------------------------------------------------------|-----|
| § 1. Գերհաղորդականության հայտնագործումը .....                           | 230 |
| § 2. Իդեալական դիամագնիսականություն: Մայսների երևույթը .....            | 236 |
| § 3. Միջանկյալ վիճակ: I և II սեռի գերհաղորդիչներ .....                  | 242 |
| § 4. Գերհաղորդիչ վիճակի ջերմադինամիկան: Ջերմունակության<br>թռիչքը ..... | 250 |
| § 5. Լոնդոնների տեսությունը .....                                       | 258 |
| § 6. Հոսքի քվանտացում: Կուպերյան գույգեր .....                          | 265 |

|                                                                                                 |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| § 7. Գերհաղորդականության միկրոսկոպական տեսության<br>ֆիզիկական հիմունքները: Կուպերի խնդիրը ..... | 270 |
| § 8. Գաղափար գերհաղորդականության ԲԿՇ տեսության մասին .....                                      | 279 |
| § 9. Ջոզեֆսոնի երևույթները .....                                                                | 288 |
| § 10. Գաղափար բարձրջերմաստիճանային<br>գերհաղորդականության մասին .....                           | 296 |

## **Գլուխ XI. Արատները բյուրեղներում**

|                                                   |     |
|---------------------------------------------------|-----|
| § 1. Բյուրեղային արատների դասակարգումը .....      | 304 |
| § 2. Կետային արատներ .....                        | 310 |
| § 3. Կետային արատներն իոնային բյուրեղներում ..... | 314 |
| § 4. Դիսլոկացիաներ .....                          | 320 |
| § 5. Դիսլոկացիայի առաձգական դաշտը .....           | 327 |

## **Գլուխ XII. Ամորֆ մարմիններ և հեղուկ բյուրեղներ**

|                                                       |     |
|-------------------------------------------------------|-----|
| § 1. Ամորֆ մարմիններ .....                            | 333 |
| § 2. Ամորֆ մարմինների առաձգական հատկությունները ..... | 340 |
| § 3. Գաղափար հեղուկ բյուրեղների մասին .....           | 344 |

|                                                            |     |
|------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Հավելված 1.</b> Ֆիզիկական մեծությունների աղյուսակ ..... | 355 |
|------------------------------------------------------------|-----|

|                                                                                                |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Հավելված 4.</b> Մետաղների տեսակարար դիմադրությունները<br>և էլեկտրոնային խտությունները ..... | 356 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

|                                                                           |     |
|---------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Հավելված 5.</b> VIII.1.11 և VIII. 1.12 առնչությունների արտածումը ..... | 357 |
|---------------------------------------------------------------------------|-----|

|                                                                                                |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Հավելված 6.</b> Տարրերի կրիտիկական ջերմաստիճանները և<br>կրիտիկական մագնիսական դաշտերը ..... | 358 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| <b>Գրականություն</b> ..... | 359 |
|----------------------------|-----|

## ԴԱՍԱԿԱՆ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

### § 1. Դրուղեի էլեկտրոնային տեսությունը

1897 թ. Ջ.Ջ. Թոմսոնը հայտնագործեց էլեկտրոնը: Երեք տարի անց Պ. Դրուդեն ստեղծեց էլեկտրոնային տեսություն, որը հաջողությամբ բացատրում էր մետաղների էլեկտրա- և ջերմահաղորդականությունը:

Էլեկտրոնների համախումբը մետաղում Դրուդեն դիտարկել է որպես էլեկտրոնային գազ և հաշվարկել մետաղի որոշ պարամետրեր՝ օգտվելով գազերի կինետիկ տեսությունից: Այս տեսության պարզագույն տարբերակում մոլեկուլները համարվում են կոշտ, միատեսակ գնդեր, որոնք փոխազդում են միայն կարճատև բախումների ժամանակ: Քանի որ մետաղն էլեկտրաչեզոք է, ապա էլեկտրոնների հետ մեկտեղ մետաղում պետք է լինեն նաև դրական լիցքավորված մասնիկներ (իոններ), որոնք, համաձայն Դրուդեի, անշարժ են և համակշռում են էլեկտրոնների բացասական լիցքը:

Էլեկտրոնային գազի կարևոր բնութագիրը խտությունն է՝  $1\text{ սմ}^3$ -ում պարունակվող էլեկտրոնների թիվը՝

$$n = \frac{N}{V} = N_A \frac{z\rho}{A}, \quad (1.1)$$

որտեղ  $N_A$ -ն Ավոգադրոյի հաստատունն է,  $\rho$ -ն՝ նյութի խտությունը,  $A$ -ն՝ հարաբերական ատոմային զանգվածը,  $z$ -ը՝ ատոմի արժեքականությունը, այսինքն՝ այն էլեկտրոնների թիվը, որոնք հեռանում են ատոմից, երբ առանձին ատոմներից առաջանում է մետաղը: Մետաղներում էլեկտրոնների խտությունը  $10^{22}$  սմ $^{-3}$  կարգի մեծություն է և փոփոխվում է  $0,91 \cdot 10^{22}$  սմ $^{-3}$ -ից (Cs) մինչև  $24,7 \cdot 10^{22}$  սմ $^{-3}$  (Be) (Հավելված 4):

Մետաղներում էլեկտրոնային գազի խտությունը մոտ  $1000$  անգամ մեծ է նորմալ պայմաններում դասական գազի խտությունից՝ Լոշմիդտի թվից՝  $n_L \approx 2,7 \cdot 10^{19}$  սմ $^{-3}$ : Չնայած այս հանգամանքին, ինչպես նաև ուժեղ էլեկտրոն-էլեկտրոն և էլեկտրոն-իոն փոխազդեցությունների առկայությանը, Դրու-

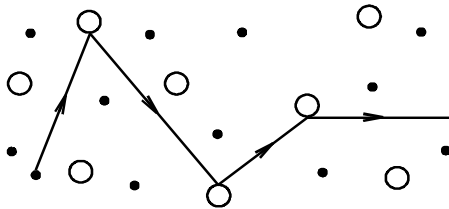
դեի տեսության մեջ էլեկտրոնային գազի ուսումնասիրության համար կիրառվում են չեզոք, նոսր գազերի կինետիկ տեսության մեթոդները:

Դրուդեի էլեկտրոնային տեսության մեջ արվում են հետևյալ հիմնական ենթադրությունները.

1. Երկու բախումների միջև ընկած ժամանակամիջոցում հաշվի չի առնվում էլեկտրոնի փոխազդեցությունը մյուս էլեկտրոնների և իոնների հետ, այլ կերպ ասած՝ արտաքին էլեկտրամագնիսական դաշտերի բացակայությամբ յուրաքանչյուր էլեկտրոն շարժվում է ուղղագիծ և հավասարաչափ: Արտաքին դաշտերի առկայությամբ էլեկտրոնը շարժվում է Նյուտոնի օրենքներին համապատասխան, ընդամին հաշվի են առնվում միայն այդ դաշտերը, իսկ մյուս էլեկտրոնների և իոնների լրացուցիչ բարդ ազդեցությունը հաշվի չի առնվում: Այն մոտավորությունը, որի դեպքում արհամարհվում է բախումների միջև ընկած ժամանակամիջոցում էլեկտրոն-էլեկտրոն փոխազդեցությունը, հայտնի է որպես անկախ էլեկտրոնների մոտավորություն, իսկ երբ արհամարհվում է էլեկտրոն-իոն փոխազդեցությունը, ապա գործ ունենք ազատ էլեկտրոնների մոտավորության հետ:

2. Բախումն ակնթարթային պատահար է, որը հանկարծակիորեն փոխում է էլեկտրոնի արագությունը: Էլեկտրոնները հետ են թռչում դրական իոններից, ինչպես կոշտ գնդերից, իսկ էլեկտրոնի բախումները մյուս էլեկտրոնների հետ ընդհանրապես հաշվի չեն առնվում (նկ. 96):

Իրականում այս պատկերը հեռու է ճշմարտացի լինելուց: Բարեբախտաբար, շատ խնդիրներում կարևոր չէ բախման մեխանիզմի մանրամասն իմացությունը. բավական է միայն ենթադրել, որ գործում է ցրման որևէ մեխա-



Նկ. 96. Էլեկտրոնի բախումներն իոնների հետ



նիզմ: Կարելի է օգտագործել ցրման պրոցեսի մի քանի ընդհանուր հատկություններ, առանց սահմանափակվելու այս կամ այն մեխանիզմով: Այդ ընդհանուր հատկությունները տրվում են հետևյալ երկու ենթադրություններով.

3. Միավոր ժամանակում էլեկտրոնի ցրման հավանականությունը  $1/\tau$  է, իսկ  $dt$  ժամանակամիջոցում՝  $dt/\tau$ :  $\tau$ -ն կոչվում է ռելաքսացիայի ժամանակ կամ ազատ վազքի ժամանակ և կախված չէ էլեկտրոնի դիրքից և դրա արագությունից:

4. Էլեկտրոնների և շրջապատի միջև ջերմային հավասարակշռություն հաստատվում է բացառապես բախումների շնորհիվ: Բախումները պահպանում են տեղային ջերմային հավասարակշռությունը հետևյալ կերպ. բախումից անմիջապես հետո էլեկտրոնի արագությունը կապված չէ բախումից առաջ դրա ունեցած արագության հետ, ընդ որում արագությունն ուղղված է պատահական ձևով, իսկ մեծությունը համապատասխանում է այն տիրույթի ջերմաստիճանին, որտեղ տեղի է ունեցել բախումը:

1-4 ենթադրությունների հիման վրա Դրուդեի մոդելի շրջանակներում հաշվարկենք մետաղների որոշ ֆիզիկական բնութագրեր և համեմատենք դրանք փորձից հայտնի տվյալների հետ:

## § 2. Մետաղի էլեկտրահաղորդականությունը

Օհմի օրենքի համաձայն՝ հոսանքի ուժը հաղորդիչում համեմատական է դրա ծայրերին կիրառված լարմանը՝

$$I = \frac{U}{R}, \quad (2.1)$$

որտեղ հաղորդիչի  $R$  դիմադրությունը կախված է նմուշի ձևից, չափերից, ինչպես նաև նյութի տեսակից: Դրուդեի տեսությունը հնարավորություն է տալիս բացատրելու (2.1) կապը և գնահատելու հաղորդիչի դիմադրությունը:

Ինչպես գիտենք,  $v_i$  արագությամբ շարժվող էլեկտրոնը համարժեք է  $j_i = -ev_i/V$  խտությամբ հոսանքի ( $e$ -ն տարրական լիցքն է,  $-e$ -ն՝ էլեկտրոնի լիցքը,  $V$ -ն՝ հաղորդիչի ծավալը): Գումարելով բոլոր  $N$  էլեկտրոնների ստեղծած հոսանքների խտությունները՝ կստանանք.

$$\mathbf{j} = \sum_{i=1}^N \mathbf{j}_i = -\frac{e}{V} \sum_{i=1}^N v_i = -en\mathbf{v} , \quad (2.2)$$

որտեղ

$$v = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i \quad (2.3)$$

վեկտորն էլեկտրոնների միջին արագությունն է, որն անվանում են նաև հոսքնթացի (դրեյֆ) արագություն: Այն էլեկտրոնների համակարգի՝ որպես ամբողջություն շարժման արագությունն է:

Մետաղի կամայական կետում էլեկտրոնները շարժվում են բոլոր հնարավոր ուղղություններով և ունեն տարբեր արագություններ: Արտաքին դաշտերի բացակայությամբ էլեկտրոնների շարժման բոլոր ուղղությունները հավասարահնարավոր են, ուստի  $v = 0$  :

Արտածենք էլեկտրոնների համակարգի շարժման հավասարումը, երբ էլեկտրոնների վրա ազդում է  $\mathbf{f}$  արտաքին ուժը: Էլեկտրոնի միջին իմպուլսը  $t$  պահին նշանակենք  $\mathbf{p}(t)$ -ով և հաշվենք այն  $dt$  ժամանակ անց՝  $\mathbf{p}(t+dt)$ -ն: Հավանականությունն այն բանի, որ պատահական  $t$  պահին տվյալ էլեկտրոնը կբախվի մինչև  $t+dt$  պահը, այսինքն՝ կբախվի  $dt$  ժամանակահատվածում,  $dt/\tau$  է, ուստի  $dt$ -ում չբախվելու հավանականությունը կլինի  $1-dt/\tau$ : Բախման բացակայությամբ էլեկտրոնը շարժվում է արտաքին ուժի ազդեցությամբ և ձեռք է բերում լրացուցիչ  $\mathbf{f}(t)dt + O(dt)^2$  իմպուլս ( $O(dt)^2$ -ն նշանակում է  $(dt)^2$ -ու կարգի մեծություն): Այսպիսի էլեկտրոնների ներդրումը  $t+dt$  պահին ունեցած իմպուլսի մեջ հավասար է

$$\left(1 - \frac{dt}{\tau}\right) \left[ \mathbf{p}(t) + \mathbf{f}(t)dt + O(dt)^2 \right] : \quad (2.4)$$

Այժմ որոշենք  $dt$ -ում բախված էլեկտրոնների ներդրումը: Այսպիսի էլեկտրոնների թիվը համեմատական է  $dt/\tau$ -ին: Քանի որ բախումից անմիջապես հետո էլեկտրոնի արագությունը (և իմպուլսը) ուղղված է պատահական ձևով, ապա յուրաքանչյուր բախված էլեկտրոնի ներդրումը միջին իմպուլսում  $t+dt$  պահին պայմանավորված կլինի  $dt$ -ի ընթացքում տեղի ունեցած բախումից

հետո  $f(t)$  ուժի շնորհիվ ձեռք բերած որոշակի իմպուլսով, որը  $f(t)dt$  կարգի է: Այսպիսով՝ բախված էլեկտրոնների ներդրումը

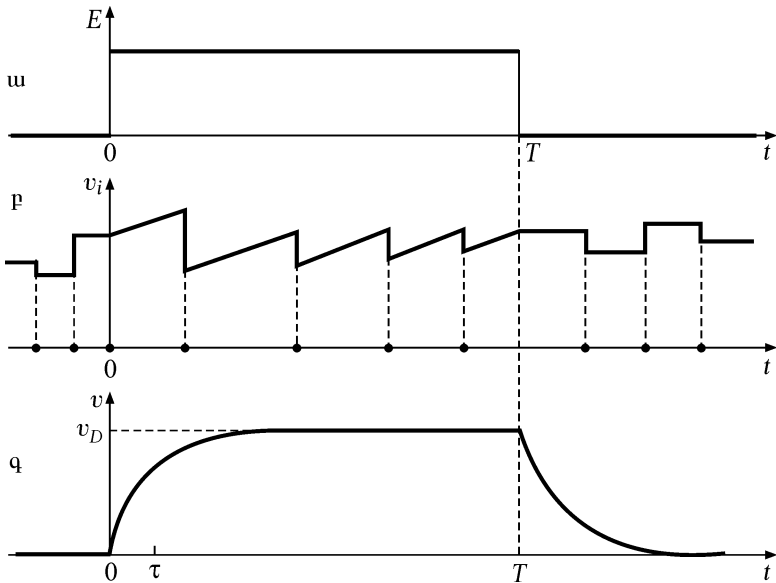
$$\left(\frac{dt}{\tau}\right)f(t)dt \sim O(dt)^2 \quad (2.5)$$

կարգի է: (2.4) և (2.5) արտահայտություններից հետևում է, որ  $t + dt$  պահին էլեկտրոնի իմպուլսը՝

$$\begin{aligned} p(t+dt) &= \left(1 - \frac{dt}{\tau}\right) \left[ p(t) + f(t)dt + O(dt)^2 \right] + \frac{dt}{\tau} f(t)dt = \\ &= p(t) + f(t)dt - \frac{dt}{\tau} p(t) + O(dt)^2 : \end{aligned} \quad (2.6)$$

Կատարելով սահմանային անցում՝  $dt \rightarrow 0$ , կստանանք՝

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{p}{\tau} + f(t) : \quad (2.7)$$



Նկ. 97. ա.  $E$  էլեկտրական դաշտի,  $p$ . էլեկտրոնի արագության և  $q$ . հոսընթացի արագության կախումները ժամանակից

Այս հավասարումից հետևում է, որ էլեկտրոնների՝ իոնների հետ բախումների շնորհիվ ծագում է էլեկտրոնների շարժման արգելակող, արդյունաբար «շփման» ուժ՝  $-\mathbf{p}/\tau$  անդամը:

(2.7) հավասարման օգնությամբ որոշենք էլեկտրոնի հոսքնթացի արագությունը հաստատուն, համասեռ էլեկտրական դաշտում, որի  $\mathbf{E}$  լարվածությունը զրոյից տարբեր է  $(0, T)$  ժամանակամիջոցում (նկ. 97, ա): Էլեկտրոնի վրա ազդող

$$\mathbf{f} = -e\mathbf{E} \quad (2.8)$$

ուժի ազդեցությամբ երկու հաջորդական բախումների միջև յուրաքանչյուր էլեկտրոն կատարում է արագացող շարժում (նկ. 97, բ): (2.7) հավասարումից հոսքնթացի արագության համար կստանանք (նկ. 97, գ)՝

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{p}}{m} = -\frac{e\tau\mathbf{E}}{m} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] : \quad (2.9)$$

Այս արտահայտությունից հետևում է, որ էլեկտրական դաշտը միացնելուց  $t \gg \tau$  (սակայն  $t \leq T$ ) ժամանակ անց էլեկտրոնները ձեռք են բերում հոսքնթացի հաստատված (ստացիոնար) արագություն՝

$$\mathbf{v} \equiv \mathbf{v}_D = -\frac{e\tau\mathbf{E}}{m} , \quad (2.10)$$

որին, ըստ (2.2) առնչության, համապատասխանում է հոսանքի հաստատուն խտություն՝

$$\mathbf{j} = \frac{ne^2\tau}{m} \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E} : \quad (2.11)$$

(2.11) արտահայտությունն Օհմի օրենքն է դիֆերենցիալ տեսքով, իսկ

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} \quad (2.12)$$

մեծությունը մետաղի էլեկտրահաղորդականության գործակիցն է:

Եթե  $\sigma$  -ից անցնենք նյութի տեսակարար դիմադրությանը՝

$$\rho = \frac{1}{\sigma} , \quad (2.13)$$

ապա, օգտվելով դրա փորձնականորեն չափված արժեքներից, (2.12) բանաձևով կարելի է գնահատել ռելաքսացիայի  $\tau$  ժամանակը՝

$$\tau = \frac{m}{\rho n e^2} : \quad (2.14)$$

Տեսակարար դիմադրությունը կախված է ջերմաստիճանից: Սենյակային ջերմաստիճաններում այն մի քանի մկՕմ-սմ կարգի մեծություն է (տես Հավելված 4): Եթե  $\rho_\mu$ -ով նշանակենք տեսակարար դիմադրությունը՝ արտահայտված մկՕմ-սմ-ով, ապա (2.14) առնչությունը կարելի է արտագրել հետևյալ հարմար տեսքով՝

$$\tau \approx \left( \frac{35}{\rho_\mu} \right) \frac{n_0}{n} 10^{-14} \text{ վ} , \quad (2.15)$$

որտեղ  $n_0 = 10^{22} \text{ սմ}^{-3}$ : Փորձնական տվյալների համաձայն՝ սենյակային ջերմաստիճաններում  $\tau \sim 10^{-14} - 10^{-15}$  վ կարգի մեծություն է: Նույն պայմաններում էլեկտրոնի միջին ջերմային արագությունը՝  $v_T = (3k_B T / m)^{1/2} \sim 10^7 \text{ սմ/վ}$ : Ազատ վազքի  $l = \tau v_T$  միջին երկարության համար ստացված արժեքները  $1 - 10 \text{ \AA}$  տիրույթում են: Քանի որ  $l \sim a$ -ին՝ միջատոմային հեռավորությանը, ապա ստացված արդյունքը լիակատար համաձայնության մեջ է Դրուդեի՝ իոնների հետ էլեկտրոնների բախման վերաբերյալ արված 2-րդ ենթադրության հետ:

Հարկ է նշել, որ Օհմի օրենքը՝ (2.11) հավասարումը, տեղի ունի թույլ դաշտերում, երբ  $v_D \ll v_T$  (տես նաև (6.5) պայմանը):  $T = 300 \text{ Կ}$ -ում կարելի է թույլ համարել  $10^4 \text{ Վ/սմ}$ -ը չգերազանցող լարվածությամբ դաշտերը:

Եթե արտաքին էլեկտրական դաշտն անջատվում է ( $E = 0$ , երբ  $t \geq T$ , նկ. 97. ա), ապա (2.7) հավասարումից հետևում է, որ անջատելուց հետո  $t$  վ անց հոսքնթացի արագությունը տրվում է (նկ. 97, գ)

$$v(t) = v_D \exp \left( -\frac{t}{\tau} \right) \quad (2.16)$$

արտահայտությամբ, որի համաձայն՝ ուղղորդված շարժման արագությունը ձգտում է զրոյի: Նշանակում է՝ դաշտն անջատելուց հետո  $t \sim \tau$  ժամանակ անց համակարգը ջերմային հավասարակշռության վիճակում է:

Օգտվելով  $v_D$ -ի և  $E$ -ի միջև (2.10) կապից՝ ներմուծենք մի նոր բնութագրի՝ շարժունության գաղափարը: Շարժունությունը սահմանվում է որպես հոսքնթացի արագության և դաշտի լարվածության միջև համեմատականության գործակից՝

$$v_D \equiv \mu E = -\frac{e\tau}{m} E : \quad (2.17)$$

Մասնավորապես, էլեկտրոնի շարժունությունը՝

$$\mu = -\frac{e}{m} \tau \quad (2.18)$$

և ունի նույն նշանը, ինչ որ մասնիկի լիցքը:

(2.12) և (2.18) բանաձևերի միջոցով էլեկտրահաղորդականության գործակիցը կարելի է արտահայտել հետևյալ բանաձևով՝

$$\sigma = -en\mu : \quad (2.19)$$

Ընդհանուր դեպքում, երբ համակարգն անիզոտրոպ է, էլեկտրահաղորդականության, տեսակարար դիմադրության և շարժունության գործակիցներն արտահայտվում են երկրորդ կարգի թենզորներով:

### § 3. Մետաղի դինամիկական հաղորդականությունը

Ենթադրենք՝ էլեկտրոնային գազը ժամանակի ընթացքում փոփոխվող էլեկտրական դաշտում է: Սահմանափակվենք ներդաշնակորեն փոփոխվող դաշտերով, երբ

$$E(t) = E(\omega) \exp(-i\omega t) : \quad (3.1)$$

Այս դեպքում (2.7) հավասարման լուծումը կփնտրենք

$$p(t) = p(\omega) \exp(-i\omega t) \quad (3.2)$$

տեսքով: (3.1) և (3.2) առնչությունները տեղադրելով (2.7) հավասարման մեջ՝  $p(\omega)$  անհայտ գործակցի համար կստանանք.

$$p(\omega) = \frac{-e\tau E(\omega)}{1 - i\omega\tau} : \quad (3.3)$$

Մյուս կողմից, (2.2) արտահայտության համաձայն՝

$$j(t) = -env(t) = j(\omega) \exp(-i\omega t), \quad (3.4)$$

որտեղ

$$\mathbf{j}(\omega) = -\frac{en\mathbf{p}(\omega)}{m} = \frac{ne^2\tau\mathbf{E}(\omega)}{m(1-i\omega\tau)} = \sigma(\omega)\mathbf{E}(\omega) : \quad (3.5)$$

$\sigma(\omega)$  մեծությունը կոչվում է դիմամիկական կամ բարձրհաճախային հաղորդականություն և տրվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma}{1-i\omega\tau} , \quad (3.6)$$

որտեղ  $\sigma$ -ն ստատիկ էլեկտրահաղորդականության գործակիցն է:

Եթե  $\omega\tau \ll 1$ , ապա (3.6) բանաձևից հետևում է, որ  $\sigma(\omega) \approx \sigma$ : Այսպիսով՝  $\omega \ll \omega_0 = 1/\tau$  (երբ  $\tau \sim 10^{-14}$  վ,  $\omega_0 \sim 10^{14}$  ռադ/վ) հաճախությամբ փոփոխվող դաշտում էլեկտրոնի վարքը գործնականորեն չի տարբերվում էլեկտրաստատիկ դաշտում դրա վարքից:

Եթե (3.1) առնչության փոխարեն արտաքին դաշտի ժամանակային կախումը ներկայացնենք  $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}(\omega)\exp(i\omega t)$  տեսքով, ապա (3.6) բանաձևի փոխարեն կստանանք՝

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma}{1+i\omega\tau} : \quad (3.7)$$

Դաշտի լարվածության

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}(\omega)\exp(i\omega t) \quad \text{և} \quad \mathbf{E}(t) = \mathbf{E}(\omega)\exp(-i\omega t) \quad (3.8)$$

ներկայացումները համարժեք են, քանի որ ֆիզիկական իմաստ ունեցող իրական  $\mathbf{E}(t) = \frac{1}{2}\mathbf{E}(\omega)(\exp(i\omega t) + \exp(-i\omega t)) = \mathbf{E}(\omega)\cos(\pm\omega t)$  մեծությունը կախված չէ  $\exp$ -ի նշանից: Նույն դատողությունն իրավացի է նաև  $\mathbf{j}$ -ի համար.

$$\mathbf{j}(t) = \frac{1}{2}(\mathbf{j} + \mathbf{j}^*) = \frac{1}{2}(\sigma\mathbf{E} + \sigma^*\mathbf{E}^*) : \quad (3.9)$$

$\sigma(\omega)$  կոմպլեքս հաղորդականությունը ներկայացնելով  $\sigma = |\sigma(\omega)|\exp(\pm i\delta)$  տեսքով՝ (3.9) առնչությունից կստանանք.

$$\mathbf{j} = |\sigma(\omega)|\mathbf{E}(\omega)\cos(\omega t - \delta) : \quad (3.10)$$

Համաձայն (3.10) բանաձևի՝ դիմամիկական հաղորդականության կոմպլեքս լինելը, նշանակում է հոսանքի և լարման միջև փուլի շեղում, ընդ որում,

հոսանքը փուլով հետ է մնում լարումից: (3.6) բանաձևը ներկայացնելով էքսպոնենցիալ տեսքով,  $\delta$  փուլի համար կստանանք՝

$$tg\delta = \omega\tau : \quad (3.11)$$

Այս բանաձևից հետևում է, որ  $\omega$ -ի աճին զուգընթաց հոսանքի շեղումը լարումից դառնում է ավելի ու ավելի զգալի, որը վերջին հաշվով պայմանավորված է էլեկտրոնների իներտությամբ:

Այժմ ուշադրություն դարձնենք հետևյալ երկու հանգամանքների վրա:

1. Ինչպես հայտնի է, ժամանակի ընթացքում փոփոխվող էլեկտրական դաշտը շրջապատում մակածում է մագնիսական դաշտ, հետևաբար՝ պետք է միաժամանակ հաշվի առնել և՛ էլեկտրական, և՛ մագնիսական դաշտերը, որոնք ազդում են էլեկտրոնի վրա: Սակայն էլեկտրոնի միջին իմպուլսի համար գրված (2.7) շարժման հավասարման մեջ հաշվի ենք առել էլեկտրոնի վրա ազդող միայն էլեկտրական դաշտի  $-e\mathbf{E}$  ուժը՝ անտեսելով մագնիսական  $\mathbf{H}$  դաշտում ազդող  $-(e/c)[\mathbf{v}, \mathbf{H}]$  Լորենցի ուժը: Այդ ուժերի հարաբերությունը՝

$$\frac{F_E}{F_H} = \frac{eE}{(e/c)vH} = \frac{c}{v} \frac{E}{H} \sim \frac{c}{v} \quad (3.12)$$

և շատ մեծ է մեկից, քանի որ հոսանքի խտության  $j \sim 1\text{Ա/մմ}^2$  է էլեկտրոնների խտության  $n \sim n_0 = 10^{22}\text{սմ}^{-3}$  բնութագրական արժեքների համար էլեկտրոնների հոսընթացի արագությունը՝  $v = j/en \sim 0,1\text{սմ/վ}$  կարգի մեծություն է: Հետևաբար՝ մակածված մագնիսական դաշտի անտեսումը լիովին հիմնավորված է:

2. (2.7) հավասարման մեջ ենթադրվում է, որ բոլոր էլեկտրոնների վրա ազդում է նույն ուժը, բայց այս ենթադրությունը կարող է խախտվել, եթե դաշտը կետից կետ փոփոխվում է:

Հարկ է նշել, որ կետում հոսանքի խտությունը որոշելու համար բավական է հաշվի առնել դաշտի ազդեցությունն էլեկտրոնի վրա վերջին բախումից հետո անցած ժամանակամիջոցում, այսինքն՝ այնպիսի հեռավորությունների համար, որոնք ազատ վազքի երկարության կարգի են՝  $\tilde{r} \sim l = \tau v_0$ : Ուստի, եթե էլեկտրական դաշտը  $\tilde{r} \sim l$  հեռավորությամբ կետերում էապես չի փոփոխվում, ապա կարելի է  $\mathbf{j}$ -ն հաշվարկելիս ընդունել, որ դաշտն ամբողջ



տարածության մեջ տվյալ պահին նույնն է, ինչ որ  $\mathbf{r}$  կետում: Այսպիսով՝ արված ենթադրությունից բխող

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) = \sigma(\omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \quad (3.13)$$

առնչությունն իրավացի է, եթե էլեկտրական դաշտի փոփոխման բնութագրական երկարությունը՝  $\lambda$  -ն, զգալիորեն գերազանցում է ազատ վազքի  $l$  երկարությունը՝

$$\lambda \gg l : \quad (3.14)$$

Մետաղներում (3.14) պայմանը խախտվում է տեսանելի լույսի ալիքի երկարությունից ( $\lambda \sim 8 \cdot 10^3 - 4 \cdot 10^3 \text{ \AA}$ ) փոքր ալիքի երկարությամբ էլեկտրամագնիսական ալիքների համար:

Նկատի ունենալով արված պարզաբանումները՝ ուսումնասիրենք էլեկտրամագնիսական ալիքի տարածումը մետաղում:

Գրենք Մաքսվելի հավասարումները միջավայրում  $\mathbf{j}$  հոսանքի առկայությամբ, և երբ մակաձված լիցքի խտությունը զրո է՝

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{E} &= 0, & \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \mathbf{H} &= 0, & \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} : \end{aligned} \quad (3.15)$$

(3.15) հավասարումներում բոլոր մեծությունների ժամանակային կախումները կփնտրենք  $\exp(-i\omega t)$  տեսքով: Նկատի ունենալով նաև (3.13) կապը՝ որոշ ձևափոխություններից հետո (3.15) հավասարումներից կստանանք

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = 0 \quad (3.16)$$

ալիքային հավասարումը, որտեղ

$$\varepsilon(\omega) = 1 + i \frac{4\pi\sigma(\omega)}{\omega} \quad (3.17)$$

մեծությունը կոմպլեքս դիէլեկտրական թափանցելիությունն է:

Մեծ հաճախությունների տիրույթում, երբ

$$\omega \tau \gg 1, \quad (3.18)$$

առաջին մոտավորությամբ (3.17) և (3.6) առնչություններից հետևում է, որ

$$\varepsilon(\omega) \approx 1 + i \frac{4\pi}{\omega} \frac{\sigma}{-i\omega\tau} = 1 - \frac{4\pi\sigma}{\tau\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (3.19)$$

որտեղ

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi\sigma}{\tau} = \frac{4\pi ne^2}{m} \quad (3.20)$$

մեծությունն այսպես կոչված պլազմային հաճախությունն է: Եթե  $\omega < \omega_p$ , ապա  $\varepsilon(\omega) < 0$ , և (3.16) հավասարման լուծումները տարածության մեջ էքսպոնենտալին օրենքով մարում են, այսինքն՝ ալիքը չի կարող տարածվել միջավայրում: Սակայն եթե  $\omega > \omega_p$ , ապա  $\varepsilon(\omega) > 0$ , և (3.16) հավասարումն ունի տատանողական լուծումներ, որոնք համապատասխանում են մետաղում տարածվող ալիքին: Այսինքն՝  $\omega > \omega_p$  հաճախությամբ ալիքների համար մետաղը թափանցիկ է: Այս եզրակացությունը ճիշտ է, եթե  $\omega = \omega_p$  հաճախության համար տեղի ունի (3.18) պայմանը: Օգտվելով  $\tau$ -ի (2.14) արտահայտությունից՝ կստանանք.

$$\omega_p \tau \approx 2 \cdot 10^3 \left( \frac{n_0}{n} \right)^{1/2} \frac{1}{\rho_\mu} : \quad (3.21)$$

Քանի որ  $\rho_\mu$ -ն մի քանի մկՕսմ-ի կարգի է, իսկ  $n_0/n \sim 0,04-1$ , ապա  $\omega_p \tau \gg 1$ :

Փորձում, իրոք, հայտնաբերվել է ակալիական մետաղների թափանցիկությունն անդրամանուշակագույն տիրույթում:  $\omega_p$ -ին համապատասխանող ալիքի երկարությունը կարելի է գնահատել (3.20) առնչության օգնությամբ՝

$$\lambda_p = \frac{2\pi c}{\omega_p} \approx 3,3 \left( \frac{n_0}{n} \right)^{1/2} 10^3 \text{ \AA} : \quad (3.22)$$

Սակայն հարկ է նշել, որ (3.22) բանաձևով հաշվարկված արժեքները փորձից ստացված տվյալների հետ բավարար համաձայնության մեջ են միայն ակալիական մետաղների համար:

Դիէլեկտրական թափանցելիության (3.19) բանաձևից հետևում է էլեկտրոնային գազում լիցքի  $\rho(\mathbf{r}, t)$  խտության տատանումների հնարավորությունը, որոնց ժամանակային կախումը տրվում է  $\exp(-i\omega t)$  օրենքով:

Իրոք, անընդհատության և Պուասոնի հավասարումներից հետևում է, որ

$$\operatorname{div} \mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) = i\omega \rho(\mathbf{r}, \omega), \quad (3.23)$$

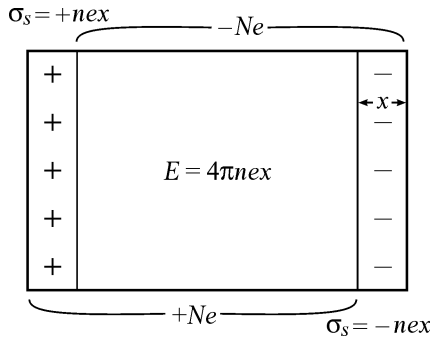
$$\operatorname{div} \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = 4\pi \rho(\mathbf{r}, \omega) : \quad (3.24)$$

Նկատի ունենալով նաև (3.13) կապը՝ կստանանք.

$$i\omega \rho(\mathbf{r}, \omega) = 4\pi \sigma(\omega) \rho(\mathbf{r}, \omega) : \quad (3.25)$$

(3.25) հավասարման ոչ զրոյական լուծում ունենալու պայմանը՝

$$1 + i \frac{4\pi \sigma(\omega)}{\omega} = \varepsilon(\omega) = 0 \quad (3.26)$$



Նկ. 98. Պլազմային տատանումների առաջացման մոդելը

հավասարումը հենց  $\omega = \omega_p$  հաճախությունը որոշող պայմանն է (տես (3.19) բանաձևը): Տվյալ դեպքում (3.26) հավասարումն այն պայմանն է, որն ապահովում է լիցքի խտության ավիքի տարածումը միջավայրում (մետաղում): Այս տատանումների (ընդունված է անվանել «պլազմային») բնույթը կարելի է հասկանալ հետևյալ պարզ մոդելի օգնությամբ:

Ենթադրենք՝ էլեկտրոնային գազը որպես ամբողջություն  $x$ -ով շեղել ենք դրական ֆոնի նկատմամբ (նկ. 98): Շեղման ուղղությամբ համակարգի եզրերին կառաջանան հակառակ նշանի մակերևութային լիցքեր  $\sigma_s = \pm e n x$  խտությամբ, որոնց ստեղծած դաշտը՝  $E = 4\pi \sigma_s$ : Էլեկտրոնային համակարգի

շարժման հավասարումը կարելի է ներկայացնել

$$Nm\ddot{x} = -eN4\pi\sigma_s \quad \text{կամ} \quad \ddot{x} + \omega_p^2 x = 0, \quad (3.27)$$

բանաձևով, որը նկարագրում է  $\omega_p$  հաճախությամբ երկայնական տատանումներ: Կան բազմաթիվ փորձեր, որոնցում հայտնաբերվել են լիցքի խտության պարբերական փոփոխություններ  $\omega_p$  հաճախությամբ:

#### § 4. Մագնիսադինամիայություն: Հոլի երևույթը

Ուսումնասիրենք էլեկտրոնային գազի հաղորդականությունը համասեռ հաստատուն մագնիսական դաշտում: Ինչպես հայտնի է, մագնիսական դաշտը  $v_i$  արագությամբ շարժվող լիցքի վրա ազդում է Լորենցի ուժով՝

$$\mathbf{f}_i = \frac{q}{c}[\mathbf{v}_i, \mathbf{H}], \quad (4.1)$$

որտեղ  $q$ -ն մասնիկի լիցքն է: Այդ ուժը համեմատական է արագությանը, ուստի միջին իմպուլսի համար գրված (2.7) հավասարման մեջ էլեկտրոնների վրա ազդող (4.1) ուժերի միջինի համար կարող ենք օգտվել (4.1) բանաձևից՝  $v_i$ -ն փոխարինելով միջին (հոսքնթացի)  $\mathbf{v}$  արագությամբ:

Եթե կա նաև հաստատուն  $\mathbf{E}$  էլեկտրական դաշտ, ապա միջին իմպուլսի համար շարժման հավասարումը՝

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e\mathbf{E} - \frac{e}{mc}[\mathbf{p}, \mathbf{H}] - \frac{\mathbf{p}}{\tau} : \quad (4.2)$$

Ենթադրենք՝ էլեկտրական դաշտի լարվածության վեկտորն  $(x, y)$  հարթության մեջ է՝  $\mathbf{E}(E_x, E_y, 0)$ , իսկ մագնիսական դաշտն ուղղված է  $z$  առանցքով՝  $\mathbf{H}(0, 0, H)$ : (4.2) հավասարումն արտագրենք պրոյեկցիաներով՝

$$\begin{aligned} \frac{dp_x}{dt} &= -eE_x - \frac{eH}{mc}p_y - \frac{p_x}{\tau}, \\ \frac{dp_y}{dt} &= -eE_y + \frac{eH}{mc}p_x - \frac{p_y}{\tau}, \\ \frac{dp_z}{dt} &= 0 : \end{aligned} \quad (4.3)$$

Հավասարումների (4.3) համակարգում առկա

$$\omega_c = \frac{eH}{mc} \quad (4.4)$$

պարամետրը մագնիսական դաշտում էլեկտրոնի շրջանային («ցիկլոտրոնային») հաճախությունն է:

Ստացիոնար վիճակում, երբ հոսանքի  $j$  խտությունը հաստատուն է, (4.3) համակարգից հետևում է, որ

$$\begin{aligned} 0 &= -eE_x - \omega_c p_y - \frac{1}{\tau} p_x, \\ 0 &= -eE_y + \omega_c p_x - \frac{1}{\tau} p_y : \end{aligned} \quad (4.5)$$

Նկատի ունենալով (2.2) կապը և (4.5) համակարգի հավասարումները բազմապատկելով  $-ne\tau/m$  արտադրիչով, համակարգը կարելի է ներկայացնել

$$\begin{aligned} \sigma E_x &= j_x + \omega_c \tau j_y, \\ \sigma E_y &= -\omega_c \tau j_x + j_y, \end{aligned} \quad (4.6)$$

տեսքով, որտեղ  $\sigma$ -ն ստատիկ էլեկտրահաղորդականության գործակիցն է, երբ  $H=0$  (տես (2.12) բանաձևը): Լուծելով (4.6) համակարգը  $j_x$ -ի և  $j_y$ -ի նկատմամբ՝ կստանանք.

$$\begin{aligned} j_x &= \frac{\sigma}{1 + (\omega_c \tau)^2} (E_x - \omega_c \tau E_y) \equiv \sigma_{xx} E_x + \sigma_{xy} E_y, \\ j_y &= \frac{\sigma}{1 + (\omega_c \tau)^2} (\omega_c \tau E_x + E_y) \equiv \sigma_{yx} E_x + \sigma_{yy} E_y : \end{aligned} \quad (4.7)$$

Այսպիսով՝ (4.7) հավասարումների համաձայն՝ մագնիսական դաշտին ուղղահայաց հարթության մեջ էլեկտրոնային գազի հաղորդականությունը նկարագրվում է երկրորդ կարգի թենզորով՝

$$\sigma_{ik} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix},$$

որտեղ

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} = \sigma_{yy} &= \frac{\sigma}{1 + (\omega_c \tau)^2} \equiv \sigma_{xx}(H) , \\ \sigma_{xy} = -\sigma_{yx} &= -\frac{\sigma \omega_c \tau}{1 + (\omega_c \tau)^2} \equiv \sigma_{xy}(H) : \end{aligned} \quad (4.8)$$

Եթե (4.6) համակարգը լուծենք  $E_x$ -ի և  $E_y$ -ի նկատմամբ, կստանանք՝

$$\begin{aligned}E_x &= \frac{1}{\sigma} j_x + \frac{\omega_c \tau}{\sigma} j_y \equiv \rho_{xx} j_x + \rho_{xy} j_y , \\ E_y &= -\frac{\omega_c \tau}{\sigma} j_x + \frac{1}{\sigma} j_y \equiv \rho_{yx} j_x + \rho_{yy} j_y : \end{aligned} \quad (4.9)$$

(4.9) հավասարումների օգնությամբ որոշվում է տեսակարար դիմադրության թեմզորը՝

$$\rho_{ik} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} ,$$

որտեղ

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \frac{1}{\sigma} , \quad \rho_{xy} = -\rho_{yx} = \frac{\omega_c}{\sigma} \tau \equiv \rho_{xy}(H) : \quad (4.10)$$

(4.8) և (4.10) բանաձևերի օգնությամբ կարելի է  $\rho_{ik}$  և  $\sigma_{ik}$  թեմզորների բաղադրիչներն արտահայտել իրար միջոցով՝

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} , \quad \rho_{xy} = -\rho_{yx} = -\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} , \quad (4.11)$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\rho_{xx}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2} , \quad \sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = -\frac{\rho_{xy}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2} : \quad (4.12)$$

Տեսակարար դիմադրության (հաղորդականության)՝ մագնիսական դաշտի լարվածությունից կախման երևույթը հայտնի է որպես մագնիսադիմադրություն:

Քանի որ մագնիսական դաշտը չի ազդում այդ դաշտի ուղղությամբ շարժվող լիցքի վրա, ապա էլեկտրոնային համակարգի հաղորդականությունը  $z$  առանցքի ուղղությամբ մնում է նույնը, ինչ որ մագնիսական դաշտի բացա-

կայությամբ ((4.3) համակարգի երկրորդ հավասարման համաձայն՝  $p_z = \text{const}$ ):

Եթե զրոյից տարբեր է մաս էլեկտրական դաշտի լարվածության  $z$  բաղադրիչը՝  $E_z \neq 0$ , ապա հոսանք կառաջանա մաս  $z$  առանցքի ուղղությամբ՝

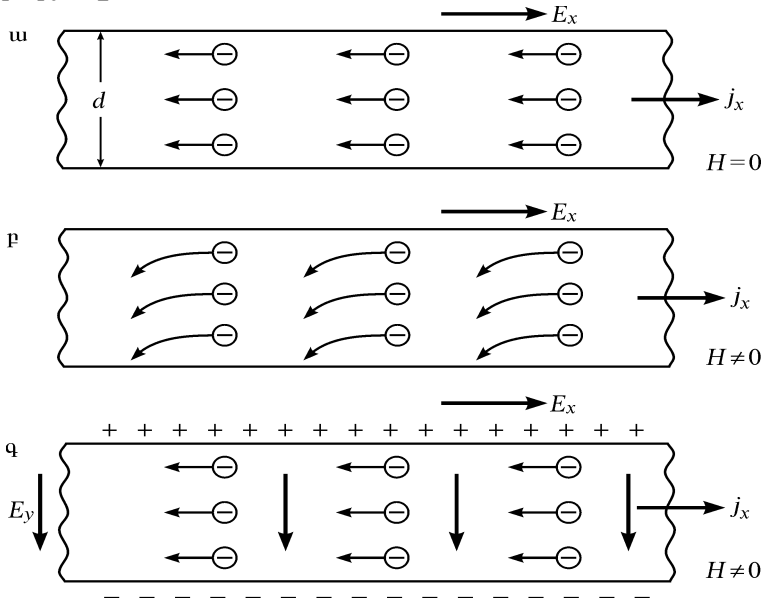
$$j_z = \sigma E_z \equiv \sigma_{zz} E_z, \quad \sigma_{zz} = \sigma : \quad (4.13)$$

Այսպիսով՝  $\mathbf{E}$  և  $\mathbf{H}$  վեկտորների կամայական փոխդասավորության դեպքում հաղորդականության թենզորը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\sigma_{ik} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix}, \quad (4.14)$$

որի բաղադրիչները տրվում են (4.8) և (4.13) արտահայտություններով:

Այժմ ուսումնասիրենք փորձում մագնիսադինամիայի չափման հնարավորությունը:



Նկ. 99. Հոլի երևույթի ( $E_y$  լայնական դաշտի առաջացման) սխեմայական պատկերումը

Նմուշն ընտրենք ժապավենաձև թիթեղի տեսքով (նկ. 99, ա): Կիրառված արտաքին  $E(E_x, 0, 0)$  դաշտն ուղղված է  $X$  առանցքով, ուստի էլեկտրոնների հոսընթացի արագությունը կունենա հակադիր ուղղությունը, մագնիսական դաշտը բացակայում է (նկ. 99, ա): Երբ  $H \neq 0$ , էլեկտրոնների վրա ազդում է Լորենցի ուժը, որն էլեկտրոններին շեղում է դեպի թիթեղի ստորին եզրը (նկ. 99, բ): Էլեկտրոնները բաշխվում են ստորին եզրի երկայնքով, իսկ վերին եզրի մոտ առաջանում է դրանց պակաս, այսինքն՝ դրական լիցքի ավելցուկ: Լիցքի վերաբաշխման պրոցեսը մագնիսական դաշտին ուղղահայաց հարթության մեջ շարունակվում է այնքան ժամանակ, մինչև որ վերաբաշխման հետևանքով թիթեղում առաջացած ներքին էլեկտրական դաշտում էլեկտրոնի վրա ազդող ուժը համակշռում է Լորենցի ուժը:  $y$  առանցքի ուղղությամբ էլեկտրոնի վրա ազդող ուժը, հետևաբար՝ և հոսանքի խտության  $j_y$  բաղադրիչը, հավասարվում է զրոյի, և թիթեղում հաստատվում է  $j_x$  հոսանքը (նկ. 99, գ):  $E_y$  դաշտը, որն անվանում են Հոլի լայնական դաշտ, որոշվում է (4.6) հավասարումներից, երբ  $j_y = 0$ ՝

$$E_y = -\omega_c \tau E_x = -\frac{eH\tau}{mc} E_x : \quad (4.15)$$

Դաշտի լարվածության  $E_y$  բաղադրիչը փորձով կարելի է որոշել, չափելով թիթեղի վերին և ստորին եզրերի միջև առաջացած պոտենցիալների տարբերությունը՝  $V_H$ -ը:

Հոլի չափումների համաձայն՝  $V_H$ -ն ուղիղ համեմատական է հոսանքի  $j_x$  խտությանը, մագնիսական դաշտի  $H$  լարվածությանը և թիթեղի  $d$  լայնությանը՝

$$V_H = R_H j_x H d , \quad (4.16)$$

իսկ  $R_H$  մեծությունը Հոլի գործակիցն է: (4.15) և (4.16) առնչություններից Հոլի գործակիցը որոշվում է՝

$$R_H = \frac{V_H}{j_x H d} = \frac{E_y}{j_x H} = -\frac{(eH\tau/mc)E_x}{(ne^2\tau/m)E_x H} = -\frac{1}{enc} \quad (4.17)$$



արտահայտությամբ, որի համաձայն՝ ազատ էլեկտրոնների համար  $R_H < 0$ , այսինքն՝  $R_H$ -ի նշանը համընկնում է ազատ լիցքակիրների նշանի հետ, իսկ  $R_H$ -ի արժեքը կախված է միայն էլեկտրոնների խտությունից: Այս պարզ արդյունքը՝ (4.17) բանաձևը, հետևանք է այն ենթադրության, որի համաձայն ռելաքսացիայի  $\tau$  ժամանակը միևնույնն է բոլոր էլեկտրոնների համար, անկախ դրանց արագություններից: Այս ենթադրության հետևանքն է նաև այն տեսական արդյունքը, ըստ որի՝ տեսակարար դիմադրությունը կախված չէ մագնիսական դաշտի լարվածությունից:

Իրոք, (4.6) հավասարումներից առաջինի համաձայն՝ Հոլի հաստատված դաշտում, երբ  $j_y = 0$ ,

$$j_x = \sigma E_x, \quad (4.18)$$

այսինքն՝ հաղորդականությունը նույնն է, ինչ որ  $H = 0$  դեպքում:

Փորձում չափված  $R_H$  գործակցի միջոցով (4.17) բանաձևից էլեկտրոնների  $n$  խտությունը որոշելիս ծագում է դժվարություն, կապված այն բանի հետ, որ  $R_H$ -ը կախված է մագնիսական դաշտի լարվածությունից, ջերմաստիճանից և մոլի ալ բնութագրերից: Որոշ իմաստով սա անսպասելի է, քանի որ նշված մեծություններից կախված հիմնական բնութագիրը՝  $\tau$ -ն, չի մասնակցում (4.17) բանաձևում: Այնուամենայնիվ, ինչպես հետևում է ավելի ընդհանուր տեսությունից, շատ մետաղների համար Դրուդեի տեսության շրջանակներում ստացված (4.17) արտահայտությունը շատ ցածր ջերմաստիճաններում և ուժեղ ( $H \geq 10^4$  Գս) դաշտերում, իրոք, համապատասխանում է իրականությանը:

Աղյուսակ 23-ում տրված են Հոլի  $R_H$  գործակցի արժեքները որոշ մետաղների համար  $n^*/n = -1/R_H \text{ enc}$  հարաբերության տեսքով, ընդ որում՝  $n^* = -1/R_H \text{ ec}$  այն խտությունն է, որի դեպքում փորձում չափված  $R_H$ -ը համընկնում է (4.17) բանաձևով հաշվարկված արժեքի հետ:

Աղյուսակ 23-ի տվյալներից հետևում է, որ ալկալիական մետաղների համար Դրուդեի տեսության համընկնումը փորձի հետ բավական լավ է, ազնիվ մետաղների (**Cu**, **Ag**, **Au**) համար՝ համեմատաբար վատ, իսկ որոշ մե-

| Մետաղ     | <i>Z</i> | <i>n</i> <sup>*</sup> / <i>n</i> | Մետաղ     | <i>Z</i> | <i>n</i> <sup>*</sup> / <i>n</i> |
|-----------|----------|----------------------------------|-----------|----------|----------------------------------|
| <b>Li</b> | 1        | 0,8                              | <b>Ag</b> | 1        | 1,3                              |
| <b>Na</b> | 1        | 1,2                              | <b>Au</b> | 1        | 1,5                              |
| <b>K</b>  | 1        | 1,1                              | <b>Be</b> | 2        | −0,2                             |
| <b>Rb</b> | 1        | 1,0                              | <b>Mg</b> | 2        | −0,4                             |
| <b>Cs</b> | 1        | 0,9                              | <b>In</b> | 3        | −0,3                             |
| <b>Cu</b> | 1        | 1,5                              | <b>Al</b> | 3        | −0,3                             |

տաղների համար ընդհանրապես տեղի չունի: Այս վերջինների համար  $R_H > 0$ , այսինքն՝ դրանցում հոսանքը պայմանավորված է ոչ թե էլեկտրոնների, այլ դրական լիցք ունեցող մասնիկների ուղղորդված շարժումով: (Այս փաստի որակական բացատրությունը տրված է VIII.4-ում):

## § 5. Ջերմահաղորդականություն: Վիդեման-Ֆրանցի օրենքը: Ջեներելի երևույթը

Դրուդեի տեսության ամենամեծ նվաճումը Վիդեման-Ֆրանցի՝ դեռևս 1853 թ. փորձով հայտնաբերված օրենքի բացատրությունն է, որի համաձայն՝ մետաղի ջերմահաղորդականության և էլեկտրահաղորդականության գործակիցների հարաբերությունը ջերմաստիճանի գծային ֆունկցիա է՝

$$\frac{\kappa}{\sigma} = LT, \quad (5.1)$$

որտեղ  $L$  համեմատականության գործակիցը (Լորենցի թիվ) նույն արժեքն ունի բոլոր մետաղների համար (Աղյուսակ 24):

Այս բացատրության շրջանակներում ենթադրվում է, որ ջերմային հոսքի հիմնական մասը պայմանավորված է էլեկտրոններով: Ենթադրության համար հիմք է ծառայում այն փաստը, որ մետաղները շատ ավելի լավ են հաղորդում ջերմությունը, քան մեկուսիչները:

Եթե մետաղե ձողի ծայրերի միջև պահպանվում է ջերմաստիճանների հաստատուն տարբերություն, ապա ձողում հաստատվում է ջերմության

ստացիոնար հոսք: Միավոր ժամանակում հոսքի ուղղությանն ուղղահայաց միավոր մակերեսով անցած էներգիան (ջերմային հոսքը)

$$\mathbf{j}_q = -\kappa \nabla T : \quad (5.2)$$

**Աղյուսակ 24.**

***Լորենցի թիվը (փորձական տվյալներ)***

| Մետաղ     | $L, 10^{-8} \text{Վ}^2 \text{Կ}^{-2}$ |       | Մետաղ     | $L, 10^{-8} \text{Վ}^2 \text{Կ}^{-2}$ |       |
|-----------|---------------------------------------|-------|-----------|---------------------------------------|-------|
|           | 273 Կ                                 | 373 Կ |           | 273 Կ                                 | 373 Կ |
| <b>Li</b> | 2,22                                  | 2,43  | <b>Au</b> | 2,32                                  | 2,36  |
| <b>Na</b> | 2,12                                  | —     | <b>Be</b> | 2,36                                  | 2,42  |
| <b>K</b>  | 2,23                                  | —     | <b>Mg</b> | 2,14                                  | 2,25  |
| <b>Rb</b> | 2,42                                  | —     | <b>Fe</b> | 2,61                                  | 2,88  |
| <b>Cu</b> | 2,20                                  | 2,29  | <b>Al</b> | 2,14                                  | 2,19  |
| <b>Ag</b> | 2,31                                  | 2,38  | <b>Zn</b> | 2,28                                  | 2,30  |

Ջերմահաղորդականության գործակիցը՝  $\kappa > 0$ , ուստի ջերմային հոսքն ուղղված է  $\nabla T$ -ին հակառակ, այսինքն՝ ջերմաստիճանի նվազման ուղղությամբ: Քանի որ էլեկտրոնային գազը Դրուդեի մոդելում դիտարկվում է որպես դասական իդեալական գազ, ապա կարելի է օգտվել ջերմահաղորդականության գործակցի՝ դասական գազերի կինետիկ տեսության հայտնի բանաձևից՝

$$\kappa = \frac{1}{3} l \bar{v} c_v, \quad (5.3)$$

որտեղ  $l$ -ն ազատ վազքի միջին երկարությունն է,  $\bar{v}$ -ն՝ միջին ջերմային արագությունը,  $c_v$ -ն՝ գազի միավոր ծավալի ջերմունակությունը, որը միատոմ գազի համար տրվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$c_v = \frac{3}{2} n k_B, \quad (5.4)$$

որտեղ  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-16}$  էրգ/Կ Բոլցմանի հաստատունն է: Կազմելով (5.3) արտահայտության և էլեկտրահաղորդականության գործակցի (2.12) բանաձևի հարաբերությունը և նկատի ունենալով, որ

$$\frac{m\overline{v}^2}{2} \approx \frac{m\overline{v^2}}{2} = \frac{3}{2} k_B T, \quad (5.5)$$

կատանանք՝

$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{3}{2} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 T : \quad (5.6)$$

(5.6) առնչության աջ մասը համեմատական է բացարձակ ջերմաստիճանին, իսկ համեմատականության գործակիցը կախված է միայն հիմնարար՝  $k_B$  և  $e$  հաստատուններից, քանի որ կոնկրետ մետաղը բնութագրող  $n$  և  $l$  մեծությունները կրճատվում են: Այսպիսով՝ (5.6) կապը համընկնում է (5.1) առնչության հետ, և Լորենցի թվի համար ստացվում է

$$L = \frac{\kappa}{\sigma T} = \frac{3}{2} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 = 1,11 \cdot 10^{-8} \text{ Վ}^2 \cdot \text{Ա}^{-2} \quad (5.7)$$

արժեքը, որը միջին հաշվով գրեթե երկու անգամ փոքր է Ադյուսակ 24-ում բերված տվյալներից:

Հարկ է նշել, որ էլեկտրահաղորդականության հաշվարկի սկզբնական տարբերակում Դրուդեն սխալմամբ ստացել էր (2.12) բանաձևով տրվող ճիշտ արտահայտությունից երկու անգամ փոքր արտահայտություն, որի պատճառը հետևյալն է: Էլեկտրոնի ուղղորդված շարժման արագությունը բախումից անմիջապես հետո զրո է, իսկ հաջորդ բախման պահին, այսինքն՝  $\tau$  ժամանակ անց, այն  $-eE\tau/m$  է, ուստի հոսքնթացի միջին արագությունը՝

$$v_{av}^D = \frac{1}{2} [v(0) + v(\tau)] = \frac{1}{2} \left( 0 - \frac{eE\tau}{m} \right) = -\frac{eE\tau}{2m} : \quad (5.8)$$

Սակայն պետք է նկատի ունենալ, որ էլեկտրոններն ունեն ազատ վազքի տարբեր ժամանակներ՝  $0 - \infty$  բոլոր հնարավոր արժեքներով:  $t, t + dt$  ժամանակահատվածում բախման հավանականությունը  $w(t)dt$  է, ընդ որում՝

$$w(t) = \frac{1}{\tau} \exp \left( -\frac{t}{\tau} \right) \quad (5.9)$$

Ֆունկցիան էլեկտրոնի՝  $(0, t)$  ժամանակահատվածում ազատ (առանց բախման) շարժման հավանականությունն է: Հետևաբար՝ ուղղորդված շարժման՝ ըստ բոլոր էլեկտրոնների միջինացված արագությունը՝

$$v_{av} = \int_0^{\infty} w(t) v(t) dt = - \int_0^{\infty} \frac{eEt}{m} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \frac{dt}{\tau} = -\frac{eE\tau}{m} : \quad (5.10)$$

Նշված սխալի հետևանքով Լորենցի թվի համար ստացվում է

$$L_D = 3 \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 = 2,22 \cdot 10^{-8} \text{ Վ}^2 \cdot \text{ւ}^{-2} \quad (5.11)$$

արժեքը, որը հիանալի համաձայնության մեջ է փորձի հետ: Այս հաջողությունը մեծապես խթանել է Դրուդեի մոդելի հետագա հետազոտությունները:

Այժմ ծանոթանանք Ջեյմսի երևույթին, որի համաձայն՝ անհամասեռ տաքացված ձողում ծագում է ներքին էլեկտրական դաշտ՝ ուղղված ջերմաստիճանային գրադիենտին հակառակ:

Ջերմաստիճանային գրադիենտի ազդեցությամբ էլեկտրոնները կատարում են ուղղորդված շարժում՝ ուղղված դեպի ձողի ցածր ջերմաստիճանով ծայրը: Քանի որ էլեկտրոններն ունեն լիցք, ապա դրանց ուղղորդված շարժումն իրենից հոսանք է ներկայացնում, այսինքն՝ ձողի տաք մասից դեպի սառը մասն էլեկտրական լիցք է տեղափոխվում: Դրա հետևանքով ձողի բարձր ջերմաստիճանով ծայրը լիցքավորվում է դրական, իսկ ցածր ջերմաստիճանով ծայրը՝ բացասական: Լիցքի վերաբաշխման հետևանքով առաջացող այդ ներքին դաշտն աստիճանաբար արգելակում է լիցքի հետագա վերաբաշխումը, այնպես որ հավասարակշռության վիճակում գոյություն ունի հաստատված ներքին էլեկտրական դաշտ, որը լիովին համակշռում է ջերմաստիճանների տարբերությամբ պայմանավորված միջին արագությունը, իսկ էլեկտրական հոսանքը հավասարվում է զրոյի: Ջերմաստիճանների տարբերության հետևանքով առաջացած ջերմաէլեկտրական դաշտի լարվածությունը՝

$$\mathbf{E} = Q \nabla T, \quad (5.12)$$

որտեղ  $Q$  գործակիցը կոչվում է դիֆերենցիալ ջերմաէլեկտրաշարժ ուժ: Այն որոշելու համար ենթադրենք, որ ջերմաստիճանային գրադիենտն ուղղված է  $x$  առանցքով: Որևէ  $x$  կետում էլեկտրոնի միջին արագությունը, պայմանավորված  $\nabla T$ -ով՝

$$v_Q = \frac{1}{2} [v_x(x - v_x \tau) - v_x(x + v_x \tau)] = -\tau v_x \frac{dv_x}{dx} = -\tau \frac{d}{dx} \left( \frac{v_x^2}{2} \right) : (5.13)$$

Քանի որ ըստ արագությունների բաշխումն իզոտրոպ է, ապա կարելի է (5.13) արտահայտությունն ընդհանրացնել, անցնելով «եռաչափ»  $v$  արագությանը՝

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle ,$$

այնպես որ (5.13) արտահայտության փոխարեն կստացվի

$$v_Q = -\tau \frac{d}{dx} \left( \frac{\langle v^2 \rangle}{6} \right) = -\frac{\tau}{6} \frac{d}{dT} \langle v^2 \rangle \nabla T : (5.14)$$

Հավասարակշռության վիճակում

$$v_E + v_Q = 0 , (5.15)$$

որտեղ  $v_E$ -ն տրվում է (2.10) բանաձևով: Օգտվելով (2.10), (5.12), (5.14) արտահայտություններից՝ (5.15) պայմանից կստանանք դիֆերենցիալ ջերմաէլեկտրի արտահայտությունը.

$$Q = -\frac{1}{3e} \frac{d}{dT} \left( \frac{m \langle v^2 \rangle}{2} \right) = -\frac{c_v}{3ne} : (5.16)$$

Ինչպես և  $\kappa/\sigma$  հարաբերությունը,  $Q$  գործակիցը կախված չէ ռելաքսացիայի  $\tau$  ժամանակից: Օգտվելով դասական էլեկտրոնային զազի ջերմունակության (5.4) արտահայտությունից՝  $Q$ -ի համար կստանանք.

$$Q = -\frac{k_B}{2e} = -0,43 \cdot 10^{-4} \text{ Վ} \cdot \text{Կ}^{-1} : (5.17)$$

Սենյակային ջերմաստիճաններում մետաղների դիֆերենցիալ ջերմաէլեկտրի բնութագրական արժեքները  $1\text{մկՎ/Կ}$  կարգի են, այսինքն՝ գրեթե 100 անգամ փոքր են, քան (5.17) արտահայտությամբ տրվող արժեքը:

## § 6. Լորենցի էլեկտրոնային տեսությունը

Դրուդեի տեսության մեջ գործ ունենք միջինացված էլեկտրոնների հետ, այսինքն՝ կինետիկական գործակիցները հաշվելիս բոլոր էլեկտրոններին վերագրվում է միևնույն միջին արագությունը: Սակայն էլեկտրոնային գազում առկա են բոլոր հնարավոր արագություններով էլեկտրոններ: Բացի այս, ընդհանուր դեպքում էլեկտրոնները կարող են նաև տարածականորեն անհամասեռ բաշխված լինել:

Ազատ էլեկտրոնային գազն ավելի կատարյալ՝ վիճակագրական մեթոդներով նկարագրելու համար անհրաժեշտ է օգտվել կինետիկ տեսության և վիճակագրական ֆիզիկայի ապարատից:

Վիճակագրական մեթոդներով հաշվարկներ կատարելիս անհրաժեշտ է ժամանակի կամայական  $t$  պահին գիտենալ էլեկտրոնների բաշխումն ըստ արագությունների և կոորդինատների, այսինքն՝ էլեկտրոնների  $f(t, \mathbf{r}, v)$  բաշխման ֆունկցիան: Վերջինս սահմանվում է հետևյալ առնչությամբ՝

$$dN = f(t, \mathbf{r}, v) d\mathbf{r} dv, \quad (6.1)$$

որտեղ  $dN$ -ն այն էլեկտրոնների թիվն է, որոնց արագություններն ընկած են  $v, v + dv$  տիրույթում, իսկ կոորդինատները՝  $\mathbf{r}, \mathbf{r} + d\mathbf{r}$  տիրույթում: (6.1) արտահայտությունից հետևում է, որ  $f(t, \mathbf{r}, v)dv$  մեծությունն այն էլեկտրոնների խտությունն է, որոնց արագությունները  $v, v + dv$  տիրույթում են: Հետևաբար՝ միավոր ծավալում էլեկտրոնների թիվը (էլեկտրոնների խտությունը)՝

$$n(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{r}, v, t) dv : \quad (6.2)$$

Բաշխման ֆունկցիան փոփոխվում է ինչպես արտաքին դաշտերի և անհամասեռությունների ազդեցությամբ, այնպես էլ բախումների հետևանքով և ընդհանուր դեպքում բավարարում է Բոլցմանի կինետիկ հավասարմանը: Սակայն որոշակի ենթադրությունների օգնությամբ, որոնք հաշվի են առնում քննարկվող համակարգի առանձնահատկությունները, Լորենցն առաջարկել է կինետիկ հավասարման մի նոր տարբերակ:

Լորենցը ենթադրել է, որ

1. ցրող կենտրոնները (մետաղի իոնները) պինդ գնդեր են և էլեկտրոնների հետ բախվելիս իրենց պահում են որպես առաձգական մարմիններ (առաձգական հարվածի մոտավորություն),

2. էլեկտրոնների բախումներն իրար հետ կարելի է անտեսել (անկախ էլեկտրոնների մոտավորություն),

3. բոլոր ցրող կենտրոնները միասին զբաղեցնում են մետաղի ամբողջ ծավալի չնչին մասը,

4. եթե մետաղն անհամասեռ է կամ կան ջերմաստիճանային գրադիենտներ, ապա էլեկտրոնի ազատ վազքի  $l$  միջին երկարության կարգի հեռավորություններում բոլոր մեծությունները փոփոխվում են փոքր չափով՝

$$l \left| \frac{dA}{dr} \right| \equiv l |\nabla A| \ll A : \quad (6.3)$$

5. Արտաքին դաշտում ազատ վազքի միջին երկարությանը հավասար ճանապարհին էլեկտրոնի ձեռքբերած էներգիան շատ փոքր է դրա միջին ջերմային էներգիայից՝

$$e l E \ll \bar{\varepsilon} : \quad (6.4)$$

Քանի որ  $l = \tau v_T$ , իսկ  $\bar{\varepsilon} \sim m v_T^2$ , որտեղ  $v_T$ -ն էլեկտրոնի ջերմային արագությունն է, ապա (6.4) պայմանը կարելի է ներկայացնել նաև այլ տեսքով՝

$$e \tau E \ll m v_T$$

կամ

$$|v_D| = \frac{e \tau E}{m} \ll v_T , \quad (6.5)$$

այսինքն՝ արտաքին դաշտում էլեկտրոնի ձեռքբերած ուղղորդված շարժման արագությունը շատ փոքր է դրա միջին ջերմային արագությունից:

4. և 5. ենթադրությունները ներկայացնում են դանդաղ փոփոխվող և թույլ դաշտերի մոտավորությունը:

Այժմ արտածենք Լորենցի կինետիկ հավասարումը:

Եթե  $t$  պահին էլեկտրոնը  $\mathbf{r}(x, y, z)$  կետում է և ունի  $\mathbf{v}(v_x, v_y, v_z)$  արագություն, ապա  $dt$  ժամանակ անց, եթե բախում տեղի չի ունեցել, այն կհասնի  $\mathbf{r} + \mathbf{v} dt$  ( $x + v_x dt$ ,  $y + v_y dt$ ,  $z + v_z dt$ ) կետը և կունենա  $\mathbf{v} + \mathbf{a} dt$  ( $v_x + a_x dt$ ,  $v_y + a_y dt$ ,  $v_z + a_z dt$ ) արագություն: Շարժման և արագացման հե-



տևանքով  $t$  պահին  $d\mathbf{r} d\mathbf{v} = dx dy dz dv_x dv_y dv_z$  ծավալում եղած էլեկտրոնները  $t + dt$  պահին կհայտնվեն  $d\mathbf{r}' d\mathbf{v}' = dx' dy' dz' dv'_x dv'_y dv'_z$  ծավալում: Արագության և արագացման փոքր փոփոխությունների հետևանքով

$$d\mathbf{r}' d\mathbf{v}' = d\mathbf{r} d\mathbf{v} : \quad (6.6)$$

Բախման պրոցեսում էլեկտրոնի արագությունը փոփոխվում է վերջավոր չափով, այսինքն՝ եթե բախումից առաջ էլեկտրոնի արագությունը  $\mathbf{v}, \mathbf{v} + d\mathbf{v}$  տիրություն էր, ապա բախումից հետո այն այլևս չի պատկանի նշված տիրության: Նույն ձևով, բախումից առաջ  $\mathbf{v}, \mathbf{v} + d\mathbf{v}$  տիրության չպատկանող էլեկտրոնը բախման հետևանքով կարող է հայտնվել այդ տիրություն (նկ. 100):

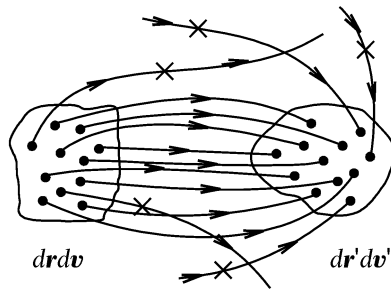
Բախումների հետևանքով  $dt$  ժամանակամիջոցում,  $d\mathbf{r} d\mathbf{v}$  ծավալում էլեկտրոնների թվի փոփոխությունը նշանակենք հետևյալ կերպ՝

$$\left[ \frac{\partial f}{\partial t} \right]_{st} dt d\mathbf{r} d\mathbf{v} : \quad (6.7)$$

(6.1), (6.6) և (6.7) արտահայտություններից կարող ենք գրել հաշվեկշռի հավասարում  $d\mathbf{r} d\mathbf{v}$  ծավալում էլեկտրոնների թվի համար՝

$$dN(t + dt) = dN(t) + \left[ \frac{\partial f}{\partial t} \right]_{st} dt d\mathbf{r} d\mathbf{v} \quad (6.8)$$

կամ



Նկ. 100. Բախումների հետևանքով  $d\mathbf{v}$  տիրությունը լրող (1-ով նշված գծեր) և  $d\mathbf{v}$  տիրությից մտնող (2-ով նշված գծեր) էլեկտրոններ (բախումները նշված են  $\times$ -ով):

$$f(t+dt, \mathbf{r}+\mathbf{v}dt, \mathbf{v}+\mathbf{a}dt) d\mathbf{r}d\mathbf{v} = f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{r}d\mathbf{v} + \left[ \frac{\partial f}{\partial t} \right]_{st} dt d\mathbf{r}d\mathbf{v} : \quad (6.9)$$

որտեղ  $\mathbf{a} = \mathbf{F}/m$ ,  $\mathbf{F}$  -ն էլեկտրոնի վրա ազդող ուժն է, իսկ  $[\partial f / \partial t]_{st}$  մեծությունը բախումների ինտեգրալն է՝ միավոր ծավալում, միավոր ժամանակում բաշխման ֆունկցիայի փոփոխությունը, պայմանավորված բախումներով: Բախումների ինտեգրալի արտահայտությունը սահմանելուց հետո միայն (6.9) առնչությունը ձեռք կբերի ստույգ մաթեմատիկական իմաստ:

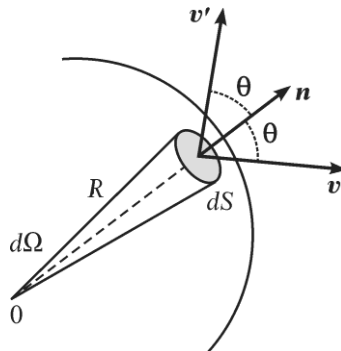
Որոշենք ցրող կենտրոնների հետ էլեկտրոնների բախումների ինտեգրալի արտահայտությունը: Կենթադրենք, որ կենտրոններն անշարժ ամրացված են, ունեն  $R$  շառավիղ և բաշխված են  $N_0$  խտությամբ:

Այն էլեկտրոնների թիվը, որոնք միավոր ժամանակում բախվում են ցրող կենտրոնի  $dS = R^2 d\Omega$  մակերեսին և որոնց արագություններն ընկած են  $\mathbf{v}, \mathbf{v} + d\mathbf{v}$  տիրույթում (այսպես կոչված « $d\mathbf{v}$  էլեկտրոնների»), հավասար է  $dS$  հիմքով և  $n\mathbf{v}$  բարձրությամբ գլանում էլեկտրոնների թվին (նկ. 101)՝

$$dS n v f(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = R^2 d\Omega v \cos \theta f(\mathbf{v}) d\mathbf{v}, \quad (6.10)$$

որտեղ  $\mathbf{n}$ -ը  $dS$  -ի նորմալն է, իսկ  $\theta$  -ն՝  $\mathbf{v}$  -ի և  $\mathbf{n}$  -ի միջև անկյունը: Միավոր ծավալում, միավոր ժամանակում « $d\mathbf{v}$  էլեկտրոնների» բախումների ընդհանուր թիվը հավասար է

$$d\mathbf{v} \int N_0 R^2 v \cos \theta f(\mathbf{v}) d\Omega \equiv a d\mathbf{v} : \quad (6.11)$$



Նկ. 101. Էլեկտրոնի բախվելը ցրող կենտրոնին (կոշտ գնդի մոդել)

Սա հենց այն էլեկտրոնների թիվն է, որոնք  $1\text{սմ}^3$ -ում  $1\text{վ}$ -ում դուրս են ընկնում  $d\sigma$  տիրույթից:

Այն էլեկտրոնների թիվը, որոնք  $1\text{սմ}^3$ -ում  $1\text{վ}$ -ում բախումների հետևանքով դառնում են « $d\sigma$  էլեկտրոններ», հավասար է

$$d\sigma \int N_0 R^2 v \cos \theta f(v') d\Omega \equiv b dv, \quad (6.12)$$

որտեղ  $v'$ -ն այն էլեկտրոնի արագությունն է, որը բախումից հետո ունի  $v$  արագություն: Զանի որ բախումն առաձգական է, ապա

$$|v'| = |v| = v, \quad (6.13)$$

իսկ  $v' \rightarrow v$  անցման ժամանակ արագության փոփոխությունը՝

$$v - v' = 2v n \cos \theta : \quad (6.14)$$

(6.11) և (6.12) արտահայտություններից բախումների ինտեգրալի համար կստանանք՝

$$\left[ \frac{\partial f}{\partial t} \right]_{st} = b - a = N_0 R^2 v \int [f(v') - f(v)] \cos \theta d\Omega : \quad (6.15)$$

(6.15) արտահայտությունը տեղադրելով (6.9) հաշվեկշռի հավասարման մեջ՝ կստանանք կինետիկ հավասարումը  $L$  որենցի տեսքով՝

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = N_0 R^2 v \int [f(v') - f(v)] \cos \theta d\Omega : \quad (6.16)$$

Այն գծային, ինտեգրողիֆերենցիալ հավասարում է  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$  բաշխման ֆունկցիայի համար:

Բախումների ինտեգրալի (6.15) արտահայտությունից հետևում է, որ արտաքին դաշտերի և գրադիենտների բացակայությամբ ստացիոնար վիճակի բաշխման ֆունկցիան բավարարում է

$$f(v') = f(v)$$

պայմանին, այսինքն՝ այն կախված է միայն էլեկտրոնի արագության մոդուլից՝

$$f_0(v) \equiv f_0(|v|) \equiv f_0(v^2) : \quad (6.17)$$

Դասական վիճակագրությունում  $f_0$ -ն տրվում է Մաքսվելի բաշխման ֆունկցիայով՝

$$f_0(v^2) = A \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right), \quad A = n \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2}, \quad (6.18)$$

որտեղ  $n$  -ն էլեկտրոնների խտությունն է:

## § 7. Կինետիկ հավասարման լուծումը: Կինետիկական գործակիցների հաշվարկը

Արտաքին ազդեցությունները խախտում են համակարգի հավասարակշռական վիճակը՝ առաջ բերելով համապատասխան հոսքեր: Կինետիկական գործակիցները կապ են հաստատում պատճառի (ազդեցության) և հետևանքի (հոսքի) միջև և որոշվում են համակարգի հիմնական բնութագրերով: Համակարգում ծագող հոսքերը հաշվարկելու համար անհրաժեշտ է գիտենալ (6.16) հավասարման լուծումը:

Ենթադրենք՝ էլեկտրոնային գազը հաստատուն էլեկտրական դաշտում է, որն ուղղված է  $x$  առանցքով: Նույն առանցքով ուղղենք նաև ջերմաստիճանային գրադիենտը: Դանդաղ փոփոխվող և թույլ դաշտերի մոտավորության շրջանակներում (տես 4. և 5. ենթադրությունները) (6.16) հավասարման լուծումը կփնտրենք

$$f(\mathbf{v}, \mathbf{r}) = f_0(v) + f_1(\mathbf{v}, \mathbf{r}) \quad (7.1)$$

տեսքով, որտեղ բաշխման ֆունկցիայի որոնելի  $f_1(\mathbf{v}, \mathbf{r})$  ուղղումը նույն կարգի է, ինչ որ արտաքին էլեկտրական դաշտի լարվածությունը և ջերմաստիճանային գրադիենտը՝

$$f_1(\mathbf{v}, \mathbf{r}) \sim O(E, dT/dx) : \quad (7.2)$$

Հարկ է նշել, որ ստացիոնար վիճակի բաշխման ֆունկցիան  $T = T(x)$  կապի հետևանքով անբացահայտորեն կախված է  $x$  կոորդինատից, այսինքն՝  $f_0$  -ն Մաքսվելի տեղային բաշխում է  $T(x)$  ջերմաստիճանով:

Ձևավորենք (6.16) հավասարման ձախ մասը, դրանում պահելով միայն  $E$  -ին և  $dT/dx$  -ին համեմատական անդամները՝

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial t} &= 0, & \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} &= \mathbf{v} \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{v} \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} \approx v_x \frac{\partial f_0}{\partial x} \sim O(dT/dx), \\ \frac{\mathbf{F}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} &= -\frac{eE_x}{m} \frac{\partial f}{\partial v_x} = -\frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} - \frac{eE}{m} \frac{\partial f_1}{\partial v_x} \approx -\frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} \sim O(E): \end{aligned} \quad (7.3)$$

Այժմ ձևափոխենք (6.16) հավասարման աջ մասը: Նպատակահարմար է բաշխման ֆունկցիայի ուղղումը ներկայացնել

$$f_1(\mathbf{v}) = v_x \chi(v), \quad (7.4)$$

տեսքով, որտեղ  $\chi(v)$ -ն անհայտ ֆունկցիա է: Ենթադրվում է, որ այն կախված է միայն արագության մոդուլից: (7.4) առնչության համաձայն՝  $f_1$  ֆունկցիան հակահամաչափ է ըստ  $v_x$ -ի:  $f_1$ -ի այսպիսի ընտրությունը համապատասխանում է այն իրողությանը, որ  $E_x$  դաշտի և  $dT/dx$  գրադիենտի առկայությունը խախտում է տարածության իզոտրոպությունը, տվյալ դեպքում՝  $x$  և  $-x$  ուղղությունների համարժեքությունը: Օգտվելով (7.4) նշանակումից, ինչպես նաև նկատի ունենալով (6.14) կապը  $v$ -ի և  $v'$ -ի միջև, կստանանք՝

$$\begin{aligned} \int [f(v') - f(v)] \cos \theta d\Omega &= \chi(v) \int (v'_x - v_x) \cos \theta d\Omega = \\ &= -2v\chi(v) \int \cos \alpha \cos^2 \theta d\Omega, \end{aligned} \quad (7.5)$$

որտեղ  $\alpha$ -ն  $x$  առանցքի հետ  $\mathbf{n}$  նորմալի կազմած անկյունն է:

Հաշվենք (7.5) բանաձևում ըստ մարմնային անկյան ինտեգրալը: Օ կետից (նկ. 101) տանենք  $v$ -ի ուղղությամբ զուգահեռ OP ուղիղը, որից կհաշվենք  $\mathbf{n}$ -ին զուգահեռ OQ ուղղի կազմած  $\theta$  անկյունը (նկ. 102):  $\psi$  քնեռային անկյան հաշվարկը տարվում է POX հարթությունից: Քանի որ

$$\cos \alpha = \cos \theta \cos \varphi + \sin \theta \sin \varphi \cos \psi, \quad (7.6)$$

այսպ ըստ  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\psi$  մարմնային անկյան ինտեգրալը՝

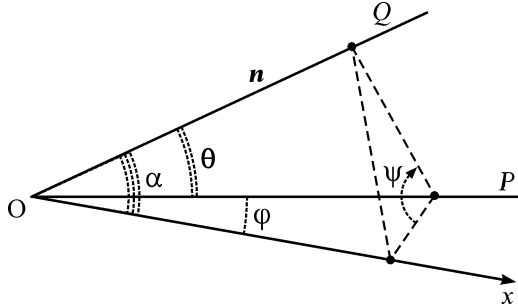
$$\begin{aligned} \int \cos \alpha \cos^2 \theta d\Omega &= \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta (\cos \theta \cos \varphi + \sin \theta \sin \varphi \cos \psi) d\psi = \\ &= 2\pi \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos^3 \theta d\theta \cos \varphi = \frac{\pi}{2} \cos \varphi, \end{aligned} \quad (7.7)$$

որտեղ (նկ. 102)

$$\cos \varphi = \frac{v_x}{v} : \quad (7.8)$$

Սահմաններ նաև ազատ վազքի միջին երկարությունը հետևյալ առնչությամբ՝

$$l = \frac{1}{\pi N_0 R^2} : \quad (7.9)$$



Նկ. 102. Գնդի մակերևույթի  $\mathbf{n}$  նորմալի,  $x$ -երի առանցքի և էլեկտրոնի արագության ուղղությունների միջև անկյունները

Ձևափոխություններից հետո (6.16) հավասարման փոխարեն ստացվում է

$$v_x \frac{\partial f_0}{\partial x} - \frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} = -\frac{v_x}{l} v \chi(v) \quad (7.10)$$

առնչությունը  $\chi(v)$  անհայտ ֆունկցիայի համար:

Որպես հավասարակշռական վիճակի բաշխման ֆունկցիա Լորենցն օգտագործել է Մաքսվելի բաշխումը՝ (6.18) բանաձևը: Այս դեպքում (7.10) առնչությունից  $\chi(v)$  ֆունկցիայի համար հետևում է

$$\chi(v) = -\frac{f_0(v)}{T} \frac{l}{v} \left[ \frac{eE}{k_B} + \frac{dT}{dx} \left( \frac{mv^2}{2k_B T} - \frac{3}{2} \right) \right] \quad (7.11)$$

արտահայտությունը, որի համաձայն՝  $\chi(v)$  ֆունկցիան կախված է միայն արագության մոդուլից:

Այժմ որոշենք համակարգում հաստատված հոսանքի խտությունը:

Ենթադրության համաձայն՝ էլեկտրական դաշտը և ջերմաստիճանային գրադիենտն ուղղված են  $x$  առանցքով, ուստի զրոյից տարբեր կլինի հոսանքի խտության միայն  $x$  բաղադրիչը՝

$$j_x = -e \int_{-\infty}^{\infty} v_x f(v) dv = -e \int_{-\infty}^{\infty} v_x f_0(v) dv - e \int_{-\infty}^{\infty} v_x f_1(v) dv : \quad (7.12)$$

Այս մասի առաջին ինտեգրալը զրո է, քանի որ ջերմադինամիկական հավասարակշռության վիճակում արագությունների իզոտրոպ բաշխման հետևանքով հոսքերը բացակայում են: Մաթեմատիկորեն այս փաստը պայմանավորված է ենթահինտեգրալ  $v_x f_0(v)$  ֆունկցիայի կենտությամբ: Նկատի ունենալով (7.4) նշանակումը՝ կստանանք.

$$j_x = -e \int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 \chi(v) dv : \quad (7.13)$$

Քանի որ  $\chi(v)$  ֆունկցիան կախված է միայն արագության մոդուլից, ապա դժվար չէ համոզվել, որ

$$\int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 \chi(v) dv = \int_{-\infty}^{\infty} v_y^2 \chi(v) dv = \int_{-\infty}^{\infty} v_z^2 \chi(v) dv = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{v^2}{3} \chi(v) dv : \quad (7.14)$$

Արագությունների տարածության մեջ դեկարտյան կոորդինատներից անցնելով գնդային կոորդինատների, (7.11), (6.18) և (7.13) արտահայտություններից կստանանք՝

$$j_x = -\frac{4\pi e}{3} \int_0^{\infty} v^4 \chi(v) dv = \frac{4\pi e l}{3T} \left[ A \left( \frac{eE}{k_B} - \frac{3}{2} \frac{dT}{dx} \right) I_3 + \frac{mA}{2k_B T} \frac{dT}{dx} I_5 \right], \quad (7.15)$$

որտեղ (տես Մաս I, Հավելված 2)

$$I_{2k+1}(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{2k+1} e^{-\alpha x^2} dx = \frac{k!}{2\alpha^{k+1}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (7.16)$$

$$\alpha = \frac{m}{2k_B T} : \quad (7.17)$$

Տարրական ձևափոխություններից հետո հոսանքի խտությունը կարելի է ներկայացնել հետևյալ վերջնական արտահայտությամբ՝

$$j_x = \frac{4ek_B \ln}{3(2\pi mk_B T)^{1/2}} \left( \frac{eE}{k_B} + \frac{1}{2} \frac{dT}{dx} \right) : \quad (7.18)$$

Ջերմային հոսքի խտությունը հաշվելու համար պետք է միայն (7.12) արտահայտության մեջ էլեկտրոնի լիցքը՝  $(-e)$ -ն, փոխարինել էլեկտրոնի էներգիայով՝  $mv^2/2$ -ով, ուստի՝

$$q_x = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{mv^2}{2} v_x f(v) dv : \quad (7.19)$$

Հաշվարկները, որոնք չեն տարբերվում վերը կատարվածներից, հանգեցնում են հետևյալ վերջնական արդյունքին՝

$$q_x = -\frac{4}{3} k_B n l \left( \frac{2k_B T}{\pi m} \right)^{1/2} \left( \frac{eE}{k_B} + \frac{3}{2} \frac{dT}{dx} \right) : \quad (7.20)$$

Հաշվենք էլեկտրահաղորդականության գործակիցը: Երբ  $T = const$ , որը համապատասխանում է փորձում հաղորդականության չափման պայմաններին, (7.18) բանաձևից կստանանք՝

$$j_x = \sigma E, \quad \sigma = \frac{4}{3} \frac{n l e^2}{(2\pi m k_B T)^{1/2}} : \quad (7.21)$$

Ջերմահաղորդականության գործակիցը որոշելիս պետք է նկատի ունենալ, որ հաստատված (ստացիոնար) ջերմային հոսք ստանալու համար անհրաժեշտ է ապահովել

$$j_x = 0 \quad \text{կամ} \quad \frac{eE}{k_B} + \frac{1}{2} \frac{dT}{dx} = 0 \quad (7.22)$$

պայմանի կատարումը, որը համարժեք է էլեկտրոնների ուղղորդված շարժման արագության զրո լինելու պայմանին (տես (5.15) բանաձևը): (7.20) և (7.22) արտահայտությունների համաձայն՝

$$q_x = -\frac{4}{3} k_B n l \left( \frac{2k_B T}{\pi m} \right)^{1/2} \frac{dT}{dx} \equiv -\kappa \frac{dT}{dx}, \quad (7.23)$$

ուստի ջերմահաղորդականության գործակիցը՝



$$\kappa = \frac{4}{3} k_B n l \left( \frac{2k_B T}{\pi m} \right)^{1/2} : \quad (7.24)$$

(7.21) և (7.24) բանաձևերի համաձայն՝ Վիդեման-Ֆրանցի օրենքը կրճատվում է հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{\kappa}{\sigma T} = \frac{4}{3} k_B n l \left( \frac{2k_B T}{\pi m} \right)^{1/2} \frac{3(2\pi m k_B T)^{1/2}}{4n l e^2 T} = 2 \left( \frac{k_B}{e} \right)^2, \quad (7.25)$$

այսինքն՝ Լորենցի թվի համար ստացվում է  $L_L = 2(k_B/e)^2$  արժեքը, որն ընդհանուր առմամբ ավելի վատ է համապատասխանում փորձին, քան Դրուդեի տեսությանը ստացված  $L_D = 3(k_B/e)^2$  արժեքը:

Վերջապես, (7.22) առնչությունից հետևում է դիֆերենցիալ ջերմաէլեկտրական առաջադասությունը, որը համընկնում է (5.17) բանաձևի հետ:

## ՄԵՏԱՂՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆՆ ԸՍՏ ԶՈՄԵՐՖԵԼԴԻ

### § 1. Ֆերմի-Դիրակի բաշխումը

Դրուդե-Լորենցի դասական էլեկտրոնային տեսությունը հաջողությամբ բացատրեց մետաղների մի շարք հատկություններ: Սակայն լինելով զուտ դասական, այս տեսությունը չէր կարող բացատրել, մինչև անգամ որակապես, բազմաթիվ ֆիզիկական հատկություններ, որոնց հիմքում, ինչպես պարզվեց ավելի ուշ, ընկած են քվանտային օրինաչափություններ: Բավական է հիշել թեկուզ էլեկտրոնային գազի ջերմունակության պարադոքսը, ինչպես նաև պարամագնիսական ընկալունակության պրոբլեմը:

Ինչպես հայտնի է, դասական տեսության արդյունքները հավաստի են այնպիսի պայմաններում, երբ քվանտային երևույթների դերը կարելի է անտեսել: Եթե մասնիկին վերագրվող ալիքային «փաթեթի» չափը՝  $\lambda$ -ը Բրոյլի ալիքի  $\lambda_B$  երկարությունը, զգալիորեն փոքր է մասնիկների միջև միջին  $\bar{r}$  հեռավորությունից՝

$$\lambda_B \ll \bar{r}, \quad (1.1)$$

ապա մասնիկների ալիքային «փաթեթների» վերադրում տեղի չի ունենում, ուստի կարելի է օգտվել դասական տեսությունից: Համակարգի վիճակը բնութագրող մակրոսկոպական պարամետրերի միջոցով արտահայտված (1.1) առնչությունը (Մաս I, IV.1)՝

$$B \equiv \frac{N}{V} \left( \frac{h^2}{Mk_B T} \right)^{3/2} \ll 1 \quad (1.2)$$

պայմանը դասական (Բոլցմանի) վիճակագրության կիրառելիության չափանիշն է, որտեղ  $N$ -ը մասնիկների թիվն է,  $V$ -ն՝ համակարգի ծավալը,  $M$ -ը՝ մասնիկի զանգվածը,  $T$ -ն՝ համակարգի ջերմաստիճանը:

Ի տարբերություն մոլեկուլային գազերի, էլեկտրոնային գազը մետաղներում, սենյակային ջերմաստիճանում չի բավարարում (1.2) չափանիշին, քանի որ էլեկտրոնի զանգվածն ավելի քան  $10^4$  անգամ փոքր է միջին մոլեկուլային զանգվածից, և, բացի այդ, մետաղներում էլեկտրոնային խտու-

թյունները շուրջ  $10^3 - 10^4$  անգամ գերազանցում են նորմալ պայմաններում մոլեկուլային գազերի բնութագրական խտությունը: Գնահատման համաձայն՝ մետաղներում էլեկտրոնային խտության  $n = N/V \sim n_0 = 10^{22}$  սմ $^{-3}$  բնութագրական արժեքի համար և  $T = 300$  Կ ջերմաստիճանում  $B \sim 10^4$ -ի կարգի մեծություն է, որը համապատասխանում է (1.2) չափանիշին հակառակ անհավասարությանը:

Քանի որ  $B \sim T^{-3/2}$ , ապա սենյակայինից ցածր ջերմաստիճաններում այն էլ ավելի մեծ արժեքներ կընդունի:

Այսպիսով, հանգում ենք այն եզրակացության, որ էլեկտրոնային գազը մետաղում չի կարելի նկարագրել դասական վիճակագրությամբ:

Էլեկտրոնների նկատմամբ քվանտային վիճակագրության կիրառումը հիմնվում է քվանտային մեխանիկայում հայտնի նույնականության սկզբունքի և Պաուլիի սկզբունքի վրա, որի համաձայն՝ յուրաքանչյուր քվանտային վիճակում կարող է լինել միայն մեկ էլեկտրոն (կամ, ավելի ընդհանուր ձևակերպումով, կիսամբողջ սպինով մասնիկ՝ ֆերմիոն): Այս սկզբունքից անմիջապես հետևում է, որ եթե գործ ունենք մեծ թվով էլեկտրոններից կազմված համակարգի հետ, ապա դրա նույնիսկ ամենափոքր էներգիայով (հիմնական) վիճակում բոլոր քվանտային վիճակները, այդ թվում՝ նաև ոչ փոքր էներգիաներ ունեցողները, զբաղեցված կլինեն: Սա է էլեկտրոնային համակարգը նկարագրող Ֆերմի-Դիրակի քվանտային վիճակագրության հիմնական տարբերությունը Բոլցմանի դասական վիճակագրությունից, ըստ որի՝ կամայական թվով մասնիկներ կարող են ունենալ միևնույն էներգիան և իմպուլսը: Մասնավորապես, դասական համակարգի ամենափոքր էներգիան զրո է, երբ բոլոր մասնիկներն ունենան զրոյական էներգիա:

Ֆերմի-Դիրակի բաշխման հայտնագործումից հետո Զոմերֆելդն այն կիրառեց մետաղի էլեկտրոնային համակարգի նկատմամբ, որը հնարավորություն տվեց ազատվելու Դրուդեի տեսության մեջ առկա հիմնականում ջերմադինամիկական հակասություններից: Փաստորեն Զոմերֆելդի մոդելն էլեկտրոնային գազի Դրուդեի դասական մոդելն է, միայն այն տարբերությամբ, որ էլեկտրոնների բաշխումն ըստ արագությունների (էներգիաների) նկարագրվում է ոչ թե դասական (բոլցմանյան), այլ Ֆերմի-Դիրակի քվանտային բաշխումով, որն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$f(\varepsilon_i) = \left( \exp \frac{\varepsilon_i - \mu}{k_B T} + 1 \right)^{-1} : \quad (1.3)$$

$f(\varepsilon_i)$ -ն հավանականությունն է այն քանի, որ իդեալական էլեկտրոնային գազում ջերմային հավասարակշռության վիճակում էլեկտրոնն զբաղեցնում է  $\varepsilon_i$  էներգիայով քվանտային վիճակը:  $\mu$  մեծությունը՝ քիմպոտենցիալը, ջերմադինամիկական պարամետրերի ֆունկցիա է և որոշվում է այն պայմանից, որ էլեկտրոնների  $N$  թիվը համակարգում տրված մեծություն է՝

$$\sum_{(i)} f(\varepsilon_i) = N , \quad (1.4)$$

որտեղ գումարումը կատարվում է քվանտային թվերի  $(i)$  հավաքածուով որոշվող բոլոր քվանտային վիճակներով:

Քվանտային թվերի  $(i)$  հավաքածուով որոշվող  $\varepsilon_i$  էներգիաները համապատասխան Շրյոդինգերի հավասարման սեփական արժեքներն են:

## § 2. Էլեկտրոնային գազը հիմնական վիճակում

Ուսումնասիրենք էլեկտրոնային գազի հատկությունները հիմնական վիճակում, երբ  $T = 0$  Կ:  $N$  էլեկտրոններն զբաղեցնում են  $V$  ծավալ և քանի որ չեն փոխազդում իրար հետ (անկախ էլեկտրոնների մոտավորություն), ապա հիմնական վիճակը կարելի է որոշել, հաշվելով սկզբում առանձին էլեկտրոնի էներգիական մակարդակները  $V$  ծավալում, իսկ հետո՝ լրացնել այդ մակարդակները, նկատի ունենալով Պաուլիի սկզբունքը:

Ազատ էլեկտրոնի համար Շրյոդինգերի ստացիոնար հավասարումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi \equiv -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = \varepsilon \psi : \quad (2.1)$$

Մետաղի  $V$  ծավալում էլեկտրոնի շարժման սահմանափակությունը հաշվի առնելու համար անհրաժեշտ է օգտվել սահմանային պայմաններից, որոնց պետք է բավարարեն (2.1) հավասարման լուծումները:

Հարմարության համար մետաղի ծավալն ընտրենք  $L = V^{1/3}$  կողով խորանարդի ձևով: Նկատի ունենալով, որ տեղափոխման երևույթների ուսումնասիրման համար հարմար է օգտվել վազոդ էլեկտրոնային ալիքներից՝ դիմենք այսպես կոչված «շրջանային» կամ Բոռն-Կառմանի սահմանային պայմաններին (Մաս I, III.7)՝

$$\begin{aligned}\psi(x+L, y, z) &= \psi(x, y, z), \\ \psi(x, y+L, z) &= \psi(x, y, z), \\ \psi(x, y, z+L) &= \psi(x, y, z) : \end{aligned} \quad (2.2)$$

(2.1) հավասարման նորմավորված լուծումն ունի

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \quad (2.3)$$

տեսքը, իսկ դրան համապատասխանող սեփական էներգիան՝

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad , \quad (2.4)$$

որտեղ  $\mathbf{k}$ -ն կոորդինատից անկախ կամայական վեկտոր է:  $\mathbf{k}$  վեկտորի իմաստը պարզելու համար նկատենք, որ (2.3) արտահայտությունն իմպուլսի օպերատորի սեփական ֆունկցիան է  $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$  սեփական արժեքով՝

$$\hat{\mathbf{p}}\psi_{\mathbf{k}} = -i\hbar\nabla\left(\frac{1}{\sqrt{V}}e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}\right) = \hbar\mathbf{k}\frac{1}{\sqrt{V}}e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} = \hbar\mathbf{k}\psi_{\mathbf{k}} : \quad (2.5)$$

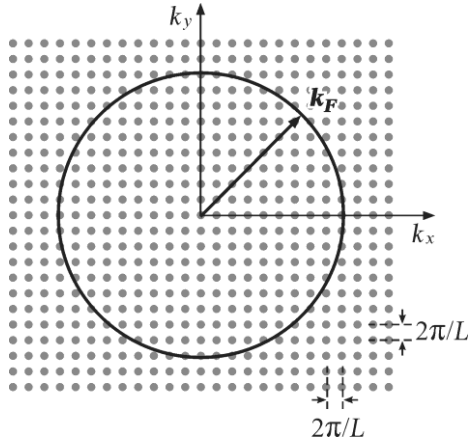
Այսպիսով,  $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$  ալիքային ֆունկցիայով նկարագրվող էլեկտրոնն ունի  $\mathbf{p}$  իմպուլս՝ համեմատական  $\mathbf{k}$ -ին, որը կարելի է մեկնաբանել որպես ալիքային վեկտոր:

Այժմ օգտվենք (2.2) սահմանային պայմաններից: Ինչպես հետևում է (2.3) և (2.2) արտահայտություններից,  $\mathbf{k}$  վեկտորը կարող է ընդունել միայն այնպիսի արժեքներ, որոնց համար տեղի ունեն հետևյալ պայմանները՝

$$e^{ik_x L} = e^{ik_y L} = e^{ik_z L} = 1, \quad (2.6)$$

որոնցից ստացվում են ալիքային վեկտորի բաղադրիչների արժեքները՝

$$k_x = \frac{2\pi}{L}n_x, \quad k_y = \frac{2\pi}{L}n_y, \quad k_z = \frac{2\pi}{L}n_z, \quad n_x, n_y, n_z = 0, \pm 1, \pm 2, \dots : \quad (2.7)$$



Նկ. 103. Քվանտային  $(k_x, k_y)$  վիճակները երկչափ  $k$  - տարածության մեջ

Այսպիսով, եռաչափ  $k$  -տարածության մեջ էլեկտրոնի քվանտային վիճակները նկարագրվում են այնպիսի ալիքային վեկտորներով, որոնց բաղադրիչները  $2\pi/L$  մեծության պատիկներ են (նկ. 103):  $k$  -տարածության մեջ յուրաքանչյուր ալիքային  $\mathbf{k}$  վեկտորի (յուրաքանչյուր վիճակի) բաժին է ընկնում  $(2\pi/L)^d$  ծավալ, որտեղ  $d$ -ն տարածության չափայնությունն է: Մասնավորապես, եռաչափ  $k$  -տարածության միավոր ծավալում վիճակների թիվը՝

$$\frac{1}{(2\pi/L)^3} = \frac{L^3}{(2\pi)^3} = \frac{V}{(2\pi)^3} : \quad (2.8)$$

Նկատի ունենալով Պաուլիի սկզբունքը և էլեկտրոնի երկու հնարավոր սպինային վիճակները, յուրաքանչյուր էներգիական մակարդակ կարող է զբաղեցնել միայն երկու էլեկտրոն՝  $\mathbf{k} \uparrow$  և  $\mathbf{k} \downarrow$  վիճակներում: Համակարգի ներքին էներգիան կրնո՞ւնի նվազագույն արժեք այն դեպքում, երբ բոլոր մակարդակները զբաղեցված են երկուսական էլեկտրոններով՝  $k=0$  վիճակից մինչև առավելագույն  $k_F$  ալիքային թվով վիճակը: Զբաղեցված վիճակները  $\mathbf{k}$  -տարածության մեջ մի գնդում են, որի  $k_F$  շառավիղը (Ֆերմիի շառավիղ) կարելի է որոշել մասնիկների թվի և զբաղեցված վիճակների թվի հավասարության պայմանից՝

$$N = 2 \frac{4\pi}{3} k_F^3 \frac{V}{(2\pi)^3} = \frac{k_F^3}{3\pi^2} V : \quad (2.9)$$

Անհրաժեշտ է նշել, որ չնայած ակիքային վեկտորի ընդունած արժեքների ընդհատությանը, (2.9) հավասարությունը գործնականորեն ճշգրիտ է, քանի որ  $N$ -ը շատ մեծ է ( $10^{22} - 10^{23}$ ), իսկ մեկ վիճակին բաժին ընկնող  $(2\pi)^3/V$  ծավալը՝ շատ փոքր, որի հետևանքով զբաղեցված վիճակների տիրույթը գործնականորեն գունդ է:

(2.9) առնչությունից որոշվում է Ֆերմիի  $k_F$  շառավիղը՝

$$k_F = \left( 3\pi^2 \frac{N}{V} \right)^{1/3} = (3\pi^2 n)^{1/3} : \quad (2.10)$$

$k > k_F$  վիճակները  $k$ -տարածության մեջ ազատ են: Այսպիսով,  $k_F$  շառավղով գնդի (Ֆերմիի գունդ) մակերևույթը (Ֆերմիի մակերևույթ) իրարից սահմանազատում է զբաղեցված ( $k \leq k_F$ ) և ազատ ( $k > k_F$ ) վիճակների տիրույթները:

Էլեկտրոնային գազի հիմնական վիճակը նկարագրելու համար անհրաժեշտ է գիտենալ էլեկտրոնների խտությունը, քանի որ դրա բոլոր բնութագրերն արտահայտվում են վերջինիս միջոցով: Այսպես՝ Ֆերմիի իմպուլսը՝

$$p_F = \hbar k_F = \hbar (3\pi^2 n)^{1/3} , \quad (2.11)$$

Ֆերմիի էներգիան՝

$$\varepsilon_F = \frac{p_F^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3} , \quad (2.12)$$

Ֆերմիի արագությունը՝

$$v_F = \frac{\hbar k_F}{m} = \frac{\hbar}{m} (3\pi^2 n)^{1/3} : \quad (2.13)$$

Աղյուսակ 25-ում տրված են մի շարք մետաղներում էլեկտրոնային գազի որոշ բնութագրեր: Ինչպես հետևում է բերված տվյալներից,  $k_F \sim 10^8 \text{ սմ}^{-1}$ ,  $v_F \sim 10^8 \text{ սմ/վ}$ ,  $\varepsilon_F \sim 1,5 - 15 \text{ էՎ}$ :

Որոշենք էլեկտրոնային համակարգի ներքին էներգիան հիմնական վիճակում, երբ  $k \leq k_F$  վիճակները զբաղեցված են.

$$U_0 = 2 \sum_{k \leq k_F} \frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \quad (2.14)$$

որտեղ 2 գործակիցը պայմանավորված է էլեկտրոնային սպինի երկու հնարավոր կողմնորոշումներով:

Ընդհանրապես

$$\sum_{\mathbf{k}} F(\mathbf{k}) \quad (2.15)$$

տեսքի գումար կարելի է հաշվել, կատարելով անցում ինտեգրալի (Մաս I, III.7.12): Եթե  $F(\mathbf{k})$  ֆունկցիան  $2\pi/L$  կարգի հեռավորություններում էապես չի փոփոխվում, ապա (2.15) գումարը կարելի է ներկայացնել

$$\sum_{\mathbf{k}} F(\mathbf{k}) \Rightarrow \int F(\mathbf{k}) \frac{d\mathbf{k}}{(\Delta\mathbf{k})}, \quad (2.16)$$

տեսքով, որտեղ  $(\Delta\mathbf{k}) = (2\pi)^3/V$  մեծությունը  $\mathbf{k}$ -տարածության մեջ մեկ թույլատրելի  $\mathbf{k}$ -ին բաժին ընկնող ծավալն է: Վերջապես, կատարելով անցում այսպես կոչված ջերմադինամիկական սահմանին ( $V \rightarrow \infty$ ,  $N \rightarrow \infty$ ,  $N/V < \infty$ ), կստանանք՝

$$\lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}} F(\mathbf{k}) = \int \frac{d\mathbf{k}}{8\pi^3} F(\mathbf{k}) : \quad (2.17)$$

(2.14) և (2.17) բանաձևերից հետևում է էլեկտրոնային գազի հիմնական վիճակի էներգիայի արտահայտությունը՝

$$U_0 = 2 \frac{V}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} 4\pi k^2 dk = \frac{V \hbar^2 k_F^5}{10\pi^2 m} = \frac{3}{5} N \varepsilon_F : \quad (2.18)$$

Մեկ մասնիկին բաժին ընկնող էներգիան՝

$$\bar{\varepsilon} = \frac{U_0}{N} = \frac{3}{5} \varepsilon_F : \quad (2.19)$$

Այս էներգիան մետաղների տեսության մեջ խաղում է նույն կարևոր դերը, ինչ որ  $\bar{\varepsilon} = 3k_B T/2$  էներգիան՝ դասական վիճակագրության մեջ:

Ֆերմիի էներգիային կարելի է համապատասխանության մեջ դնել



$$T_F = \frac{\varepsilon_F}{k_B} \quad (2.20)$$

Ֆերմիի ջերմաստիճանը: Եթե  $\varepsilon_F$  էներգիան արտահայտենք էլեկտրոն-վոլտով, ապա  $T_F$  ջերմաստիճանի համար կստանանք՝

$$T_F \approx \varepsilon_F (\text{էՎ}) \cdot 1,16 \cdot 10^4 \text{ Կ} : \quad (2.21)$$

$T_F$  -ը կարելի է մեկնաբանել որպես ջերմաստիճան, որի դեպքում դասական գազի մասնիկի միջին ջերմային էներգիան հավասարվում է Ֆերմիի էներգիային: Ակնհայտ է, որ  $T_F$  -ը ոչ մի կապ չունի էլեկտրոնային գազի ջերմաստիճանի հետ, որը քննարկվող դեպքում զրո է: Ինչպես երևում է Աղյուսակ 25-ից,  $T_F$  -ի բնութագրական արժեքները  $10^4 - 10^5$  Կ տիրույթում են:

#### Աղյուսակ 25.

##### *Էլեկտրոնային գազի որոշ բնութագրեր*

| Տարր      | $\varepsilon_F$ (էՎ) | $k_F$ ( $\text{\AA}^{-1}$ ) | $v_F$ ( $10^8$ սմ/վ) | $T_F$ ( $10^4$ K) | $T_m / T_F$ |
|-----------|----------------------|-----------------------------|----------------------|-------------------|-------------|
| <b>Li</b> | 4,74                 | 1,12                        | 1,29                 | 5,51              | 0,0083      |
| <b>Na</b> | 3,24                 | 0,92                        | 1,07                 | 3,77              | 0,0098      |
| <b>K</b>  | 2,12                 | 0,75                        | 0,86                 | 2,46              | 0,0136      |
| <b>Rb</b> | 1,85                 | 0,70                        | 0,81                 | 2,15              | 0,0145      |
| <b>Cs</b> | 1,59                 | 0,65                        | 0,75                 | 1,84              | 0,0165      |
| <b>Cu</b> | 7,00                 | 1,36                        | 1,57                 | 8,16              | 0,0166      |
| <b>Ag</b> | 5,49                 | 1,20                        | 1,39                 | 6,38              | 0,0193      |
| <b>Au</b> | 5,53                 | 1,21                        | 1,40                 | 6,42              | 0,0208      |
| <b>Be</b> | 14,3                 | 1,94                        | 2,25                 | 16,6              | 0,0094      |
| <b>Mg</b> | 7,08                 | 1,36                        | 1,58                 | 8,23              | 0,0112      |
| <b>Ca</b> | 4,69                 | 1,11                        | 1,28                 | 5,44              | 0,0205      |
| <b>Sr</b> | 3,93                 | 1,02                        | 1,18                 | 4,57              | 0,0228      |
| <b>Al</b> | 11,7                 | 1,75                        | 2,03                 | 13,6              | 0,0068      |

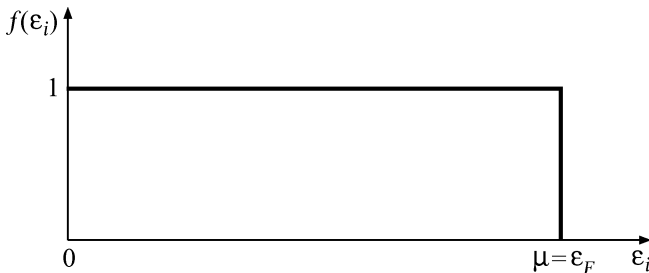
Կարևոր հետևություն կարելի է անել մետաղի հալման ( $T_m$ ) և Ֆերմիի ջերմաստիճանների համեմատությունից: Մետաղների մեծ մասի համար  $T_m / T_F$  հարաբերությունը  $10^{-2}$  կարգի մեծություն է (տես Աղյուսակ 25), ուս-

տի էլեկտրոնային գազի հատկություններն էլեկտրոնների ջերմային շարժման հետևանքով միայն փոքր փոփոխություններ են կրել:

Աղյուսակ 25-ից հետևում է մաս, որ Ֆերմիի արագությունը լույսի արագության 0,01 մասի կարգի մեծություն է: Այն գրեթե 10 անգամ գերազանցում է սենյակային ջերմաստիճանում ( $T \sim 300$  Կ) դասական տեսությամբ էլեկտրոնի միջին արագության համար ստացվող արժեքը:

Այժմ ուսումնասիրենք (1.3) բաշխման ֆունկցիան  $T \rightarrow 0$  Կ դեպքում:

Երբ  $\varepsilon_i \leq \mu$ ,  $f(\varepsilon_i) = 1$ , իսկ երբ  $\varepsilon_i > \mu$ ,  $f(\varepsilon_i) = 0$ : Սա համարժեք է մեզ արդեն ծանոթ իրադրությանը, երբ  $\varepsilon_i \leq \varepsilon_F$  էներգիաներով բոլոր մակարդակներն զբաղեցված են, իսկ  $\varepsilon_i > \varepsilon_F$  էներգիաներով մակարդակները՝ ազատ: Հետևաբար՝ քիմպոտենցիալը՝  $\mu(T) \rightarrow \varepsilon_F$ , երբ  $T \rightarrow 0$  Կ:



Նկ. 104. Ֆերմի-Դիրակի բաշխման ֆունկցիան  $T = 0$  Կ ջերմաստիճանում

Նկ. 104-ում պատկերված է Ֆերմի-Դիրակի բաշխման ֆունկցիայի գրաֆիկը  $T = 0$  Կ-ում (Ֆերմիի «աստիճանը»): (1.3) բաշխման ֆունկցիան  $T = 0$  Կ-ում կարելի է ներկայացնել միավոր թռիչքի ֆունկցիայի միջոցով՝

$$f(\varepsilon_i) = \theta(\varepsilon_F - \varepsilon_i) = \begin{cases} 1, & \varepsilon_i \leq \varepsilon_F, \\ 0, & \varepsilon_i > \varepsilon_F: \end{cases} \quad (2.22)$$

$T = 0$  Կ ջերմաստիճանում էլեկտրոնային գազն անվանում են լրիվ ալյասերված, նշելով այն փաստը, որ ալդայիսի գազի հատկությունները հիմնավորապես տարբերվում են դասական էլեկտրոնային գազի հատկություններից:

### § 3. Էլեկտրոնային գազը զրոյից տարբեր ջերմաստիճաններում

Պարզենք էլեկտրոնային գազի ջերմադինամիկական բնութագրերի կախումները գազի ջերմաստիճանից: Այդ նպատակով որոշենք էլեկտրոնային գազի ներքին էներգիան:

Անկախ էլեկտրոնների մոտավորությամբ համակարգի ներքին էներգիան հավասար է բոլոր մակարդակներում էլեկտրոնների էներգիաների գումարին՝

$$U = 2 \sum_k \varepsilon(\mathbf{k}) f(\mathbf{k}), \quad (3.1)$$

որտեղ  $2f(\mathbf{k})$  մեծությունը  $\varepsilon(\mathbf{k})$  էներգիայով էլեկտրոնների միջին թիվն է: Բաշխման ֆունկցիայի կախումը  $\mathbf{k}$  ալիքային վեկտորից արտահայտվում է էներգիայի միջոցով, ընդ որում քվանտային թվերի  $(i)$  հավաքածուն բաղկացած է  $k_x, k_y, k_z$  մեծություններից և միարժեքորեն որոշում է  $\varepsilon(\mathbf{k})$  էներգիայով մակարդակը (էլեկտրոնի քվանտային վիճակը որոշելու համար անհրաժեշտ է տալ նաև սպինային քվանտային թիվը): Ջերմադինամիկական սահմանում

$$U = \frac{V}{4\pi^3} \int \varepsilon(\mathbf{k}) f(\varepsilon(\mathbf{k})) d\mathbf{k} : \quad (3.2)$$

Մասնիկների թվի (1.4) արտահայտությունը կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$N = \frac{V}{4\pi^3} \int f(\varepsilon(\mathbf{k})) d\mathbf{k} : \quad (3.3)$$

Քանի որ (3.2) և (3.3) բանաձևերում ենթաինտեգրալ արտահայտությունները կախված են  $\varepsilon(\mathbf{k})$ -ից, ապա նպատակահարմար է վիճակների թիվը նույնպես արտահայտել էներգիայի միջոցով:

Նշանակենք  $G(\varepsilon)$ -ով վիճակների խտության ֆունկցիան, այսինքն՝ միավոր էներգիական տիրույթում վիճակների թիվը:  $\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon$  տիրույթում վիճակների թիվը հավասարեցնելով  $k, k + dk$  տիրույթում վիճակների թվին, կստանանք՝

$$G(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{V}{4\pi^3} k^2 dk \int_{(4\pi)} d\Omega = \frac{V}{\pi^2} k^2 dk : \quad (3.4)$$

Նկատի ունենալով (2.4) դիսպերսային օրենքը, վիճակների խտության ֆունկցիան ներկայացնենք հետևյալ տեսքով՝

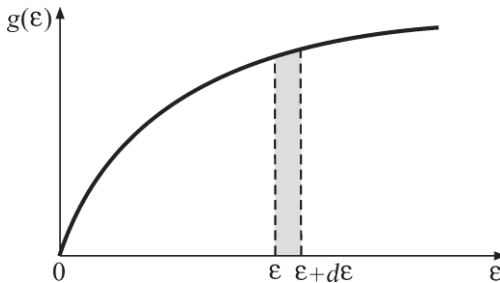
$$G(\varepsilon) = \frac{Vm}{\pi^2 \hbar^2} k = \frac{Vm}{\pi^2 \hbar^2} \left( \frac{2m\varepsilon}{\hbar^2} \right)^{1/2} \equiv V \cdot A\varepsilon^{1/2} , \quad (3.5)$$

որտեղ

$$A = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} : \quad (3.6)$$

$G(\varepsilon)$  ֆունկցիայի կախումն էներգիայից  $\varepsilon^{1/2}$  օրենքով պայմանավորված է միմիայն (2.4) դիսպերսային օրենքով և ոչ մի առնչություն չունի վիճակագրության հետ:  $G(\varepsilon)$ -ի միջոցով է արտահայտվում համակարգի միավոր ծավալին բաժին ընկնող վիճակների խտության ֆունկցիան՝

$$g(\varepsilon) = \frac{G(\varepsilon)}{V} = A\varepsilon^{1/2} , \quad (3.7)$$



*Նկ. 105. Վիճակների խտության ֆունկցիայի գրաֆիկը քառակուսային դիսպերսային օրենքի դեպքում*

որի գրաֆիկը պատկերված է նկ. 105-ում: Միավոր ծավալին բաժին ընկնող վիճակների թիվը  $\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon$  տիրույթում հավասար է նկ. 105-ում ընդգծված մակերեսին:

Արտագրենք (3.2) և (3.3) արտահայտությունները, օգտագործելով (3.5) և (3.7) բանաձևերով որոշված ֆունկցիաները.

$$U = \int_0^{\infty} \varepsilon f(\varepsilon) G(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (3.8)$$

$$N = \int_0^{\infty} f(\varepsilon) G(\varepsilon) d\varepsilon : \quad (3.9)$$

Ներքին էներգիայի խտությունը տրվում է

$$u = \frac{U}{V} = \int_0^{\infty} \varepsilon f(\varepsilon) g(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (3.10)$$

իսկ էլեկտրոնների խտությունը՝

$$n = \int_0^{\infty} f(\varepsilon) g(\varepsilon) d\varepsilon \quad (3.11)$$

բանաձևերով: (3.8) – (3.11) բանաձևերում  $f(\varepsilon)$  -ն Ֆերմի-Դիրակի բաշխման ֆունկցիան է՝

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{e^{(\varepsilon - \mu)/k_B T} + 1} : \quad (3.12)$$

Գրված ինտեգրալները հաշվելու համար նախ ուսումնասիրենք  $f(\varepsilon)$  ֆունկցիայի վարքը:

Ինչպես հետևում է (3.12) արտահայտությունից,  $f(\varepsilon)$  -ն էապես փոփոխվում է  $\mu - k_B T \leq \varepsilon \leq \mu + k_B T$  տիրույթում, ընդունելով  $\varepsilon = \mu$  կետում  $1/2$  արժեքը:  $T = 0$  Կ-ում  $\varepsilon = \mu(0) = \varepsilon_F$  արժեքին համապատասխանող կտրուկ «աստիճանը» լողզվում է, ընդ որում՝ լողզման չափը  $k_B T$ -ի կարգի է (նկ. 106, ա): Սա նշանակում է, որ  $\varepsilon \leq \mu$  էներգիայով վիճակները մասամբ դատարկվում են, իսկ  $\varepsilon \geq \mu$  վիճակները՝ մասամբ լրացվում էլեկտրոններով: Ջերմաստիճանից կախված փոփոխվում է նաև  $\mu(T)$  սահմանային էներգիան, սակայն ինչպես ցույց կտանք ստորև,  $k_B T \ll \varepsilon_F$  դեպքում բավարար ճշտությամբ կարելի է ընդունել  $\mu(T) \approx \mu(0) = \varepsilon_F$ :

Բաշխման ֆունկցիայի ածանցյալը տրվում է

$$-\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} = \frac{1}{k_B T} \frac{e^{(\varepsilon - \mu)/k_B T}}{\left[ e^{(\varepsilon - \mu)/k_B T} + 1 \right]^2} = \frac{1}{4k_B T} \operatorname{ch}^{-2} \left( \frac{\varepsilon - \mu}{2k_B T} \right) \quad (3.13)$$

արտահայտությամբ, որը  $\varepsilon - \mu$  արգումենտի գույգ ֆունկցիա է (նկ. 106, ք):

Այն  $\varepsilon = \mu$  կետում ունի սուր մաքսիմում, որի մեծությունը  $(4k_B T)^{-1}$  է:

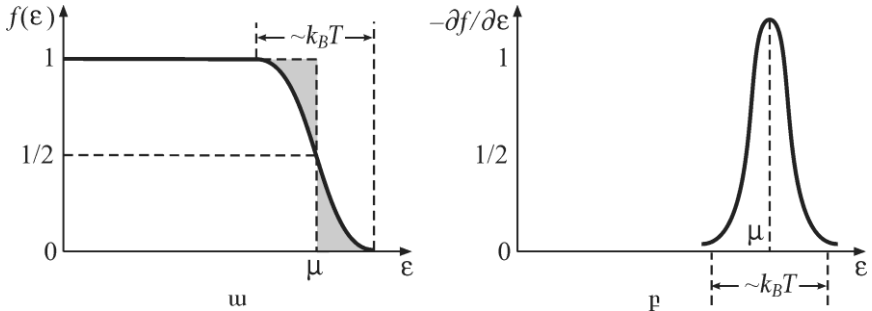
Եթե  $k_B T \ll \mu$ , ապա (3.13) արտահայտության ինտեգրալը՝

$$-\int_0^\infty \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} d\varepsilon = f(0) - f(\infty) = \frac{1}{e^{-\mu/k_B T} + 1} \approx 1, \quad (3.14)$$

ուստի երբ  $T \rightarrow 0$ ,  $-\partial f / \partial \varepsilon$  ֆունկցիան իրեն պահում է որպես «դելտա»-ֆունկցիա՝

$$-\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} = \delta(\varepsilon_F - \varepsilon) : \quad (3.15)$$

Այսպիսով՝ բաշխման ֆունկցիան էապես փոփոխվում է միայն  $\mu$ -ի շրջակա  $k_B T$ -ի կարգի լայնությամբ տիրություն:



Նկ. 106 ա. Ֆերմի-Դիրակի բաշխման ֆունկցիայի և ք. դրա ածանցյալի գրաֆիկները

Նկատի ունենալով  $f(\varepsilon)$  և  $f'(\varepsilon)$  ֆունկցիաների նշված հատկությունները, արտածենք հաշվարկային բանաձև

$$I = \int_0^{\infty} f(\varepsilon) \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} d\varepsilon \quad (3.16)$$

տեսքի ինտեգրալի համար, որտեղ  $F(\varepsilon)$  ֆունկցիան բավարարում է հետևյալ պայմաններին՝

$$1. \text{ երբ } \varepsilon \rightarrow 0, \quad F(\varepsilon)\text{-ն աճում է } n\text{-արագ, քան } \varepsilon^{1-\alpha} \quad (0 < \alpha < 1), \quad (3.17)$$

$$2. \text{ երբ } \varepsilon \rightarrow \infty, \quad F(\varepsilon)\text{-ն աճում է } n\text{-արագ, քան } \exp(\varepsilon/k_B T)\text{-ը:}$$

Այս պայմաններն ապահովում են (3.16) ինտեգրալի գումարադրությունը:

(3.16) ինտեգրալում կատարելով մասերով ինտեգրում և ստացված ինտեգրալում տեղադրելով  $\varepsilon = \mu$  կետի շուրջ  $F(\varepsilon)$  ֆունկցիայի Թեյլորի շարքը՝

$$F(\varepsilon) = F(\mu) + (\varepsilon - \mu)F'(\mu) + \frac{1}{2}(\varepsilon - \mu)^2 F''(\mu) + \dots, \quad (3.18)$$

$I$  ինտեգրալը կարելի է ներկայացնել

$$I = L_0 F(\mu) + L_1 F'(\mu) + L_2 F''(\mu) + \dots \quad (3.19)$$

արտահայտությամբ, որտեղ  $L_0, L_1, L_2, \dots$  գործակիցները որոշվում են հետևյալ ընդհանուր բանաձևով՝

$$L_n = -\frac{1}{n!} \int_0^{\infty} (\varepsilon - \mu)^n \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} d\varepsilon, \quad n = 0, 1, 2, \dots : \quad (3.20)$$

Օգտվելով (3.13) արտահայտությունից և անցնելով ինտեգրման  $z = (\varepsilon - \mu)/k_B T$  փոփոխականին՝ կստանանք.

$$L_n = \frac{(k_B T)^n}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{z^n dz}{(e^z + 1)(1 + e^{-z})} = C_n (k_B T)^n, \quad (3.21)$$

եթե  $n$ -ը գույգ է: Կենտ  $n$ -երի դեպքում ենթաինտեգրալ ֆունկցիան կենտ է, և  $L_n = 0$ :  $C_n$  գործակիցները մեկի կարգի թվեր են. այսպես, օրինակ,

$$C_0 = 1, \quad C_2 = \frac{\pi^2}{6}, \quad C_4 = \frac{7\pi^4}{360} : \quad (3.22)$$

(3.18) – (3.22) բանաձևերից (3.16) ինտեգրալի համար ստացվում է հետևյալ ասիմպտոտային վերլուծությունը՝

$$I = F(\mu) + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 F''(\mu) + \frac{7\pi^4}{360} (k_B T)^4 F^{IV}(\mu) + \dots : \quad (3.23)$$

Որպես (3.23) բանաձևի կիրառության կոնկրետ օրինակ որոշենք էլեկտրոնային գազի քիմպոտենցիալը, օգտվելով նորմավորման պայմանից՝ գրված (3.11) տեսքով: Վերջինս համեմատելով (3.16) առնչության հետ՝ կորոշենք  $F(\varepsilon)$  ֆունկցիան.

$$\frac{\partial F}{\partial \varepsilon} = g(\varepsilon) , \quad F(\varepsilon) = \int_0^\varepsilon g(\varepsilon') d\varepsilon' : \quad (3.24)$$

Քանի որ էլեկտրոնների խտությունը ջերմաստիճանից անկախ, տրված մեծություն է, ապա նպատակահարմար է (3.11) պայմանի ձախ մասում դրա փոխարեն գրել (3.23) ինտեգրալի արժեքը  $T = 0$  և դեպքում, երբ բաշխման ֆունկցիան տրվում է (2.22) բանաձևով, այսինքն՝

$$\int_0^{\varepsilon_F} g(\varepsilon) d\varepsilon = \int_0^\mu g(\varepsilon) d\varepsilon + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 g'(\mu) + O(T^4) \quad (3.25)$$

կամ

$$0 = (\mu - \varepsilon_F) g(\varepsilon_F) + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 g'(\varepsilon_F) : \quad (3.26)$$

(3.26) բանաձևից կորոշենք քիմիական պոտենցիալը՝

$$\mu = \varepsilon_F - \frac{\pi^2}{6} \frac{g'(\varepsilon_F)}{g(\varepsilon_F)} (k_B T)^2 : \quad (3.27)$$

Հարկ է նշել, որ (3.27) բանաձևից կարելի է օգտվել նաև անկախ էլեկտրոնների այլ մոդելների դեպքում, երբ դիսպերսային օրենքը քառակուսային չէ:

Ազատ էլեկտրոնների համար (3.7) և (3.6) առնչություններից հետևում են վիճակների խտության ֆունկցիայի և դրա ածանցյալի արտահայտությունները  $\varepsilon = \varepsilon_F$  կետում՝

$$g(\varepsilon_F) = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \varepsilon_F^{1/2} = \frac{3n}{2\varepsilon_F} , \quad (3.28)$$



$$g'(\varepsilon_F) = \frac{g(\varepsilon_F)}{2\varepsilon_F}, \quad (3.29)$$

իսկ (3.27) բանաձևով որոշվող քիմպոտենցիալը՝

$$\mu = \varepsilon_F \left[ 1 - \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{k_B T}{\varepsilon_F} \right)^2 \right]: \quad (3.30)$$

Վերջին բանաձևի համաձայն՝ ջերմաստիճանի բարձրացմանը զուգընթաց քիմպոտենցիալը նվազում է, իսկ դրա փոփոխությունը համեմատական է  $(k_B T / \varepsilon_F)^2 = (T / T_F)^2$  մեծությանը, ուստի անգամ հալման ջերմաստիճանում այն  $10^{-4}$  կարգի մեծություն է (տես Աղյուսակ 25):

Մետաղի գոյության ամբողջ ջերմաստիճանային տիրույթում մեկ էլեկտրոնին բաժին ընկնող ջերմային էներգիան՝  $k_B T \ll \varepsilon_F$ : Այս պայմաններում էլեկտրոնային գազը կոչվում է ուժեղ ալյասերված: Հետևաբար՝ կամայական ջերմաստիճանում մետաղներում էլեկտրոնային գազն ուժեղ ալյասերված վիճակում է:

## § 4. Էլեկտրոնային գազի ջերմունակությունը

Մետաղների դասական էլեկտրոնային տեսության համար էլեկտրոնային գազի ջերմունակության պրոբլեմը մնաց անլուծելի:

Բանն այն է, որ դասական տեսության շրջանակներում էլեկտրոնների համախումբը մետաղում դիտվում էր որպես դասական գազ, ուստի յուրաքանչյուր էլեկտրոնի բաժինը գազի ջերմունակության մեջ պետք է լիներ  $3k_B/2$ : Մեկ մոլ մետաղի ջերմունակության մեջ էլեկտրոնների ներդրումը՝

$C_V^{cl} = zN_A(3k_B/2) = 3Rz/2$ , որտեղ  $R$  -ը գազային հաստատունն է, իսկ  $z$  -ը՝ մետաղի արժեքականությունը: Դասական էլեկտրոնային տեսության համաձայն՝ սենյակային ջերմաստիճաններում մետաղի լրիվ ջերմունակությունը պետք է լիներ հավասար ցանցի և էլեկտրոնային գազի ջերմունակությունների գումարին՝

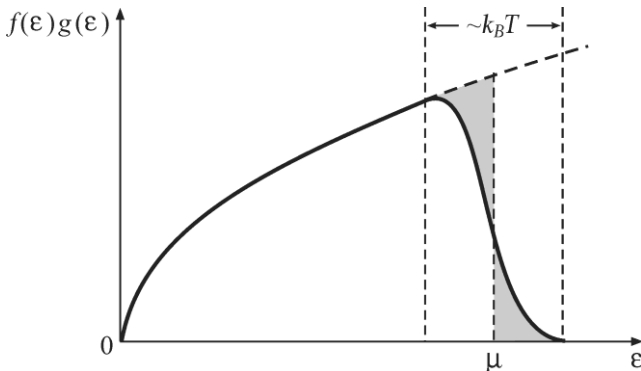
$$C_V^\mu = C_V^{g\mu} + C_V^{e\mu} = 3R \left( 1 + \frac{z}{2} \right), \quad (4.1)$$

և, հետևաբար, զգալիորեն տարբերվեր մեկուսիչ նյութի՝ միայն ցանցային  $C_V^{gl} = 3R$  մոլային ջերմունակությունից:

Սակայն փորձից հետևում է, որ և՛ մետաղների, և՛ մեկուսիչների համար սենյակային ջերմաստիճաններում տեղի ունի Դյուլոնգ-Պտիի օրենքը՝  $C_{մետաղ} \approx C_{մեկուսիչ} \approx 3R$ . Ավելի նուրբ չափումների համաձայն՝ մետաղում էլեկտրոնային ջերմունակության ներդրումը սենյակային ջերմաստիճաններում չի գերազանցում  $3R$  արժեքի 1%-ը: Ստացվում է այնպես, որ էլեկտրոն- և ջերմահաղորդականությանը մասնակցող և կարծես լրիվ ազատ շարժվող էլեկտրոններն ինչ-ինչ պատճառներով ջերմունակության մեջ ներդրում չունեն (էլեկտրոնային գազի ջերմունակության պարադոքս):

Պարադոքսն իսկույն բացատրվում է, երբ դասական բաշխման փոխարեն օգտագործվում է Ֆերմի-Դիրակի քվանտային բաշխումը:

Էլեկտրոնային համակարգը տաքացնելիս ջերմային էներգիա կարող են կլանել միայն լրոգման տիրույթի էլեկտրոնները, որոնց էներգիաների տարբերությունն ազատ վիճակների էներգիաներից  $k_B T$ -ի կարգի է (նկ. 107):



Նկ. 107. Լրացված վիճակների խտության՝ էներգիայից կախման գրաֆիկը ( $k_B T \ll \varepsilon_F$ )

Խորքային էլեկտրոնները չեն կարող կլանել  $k_B T$  մեծությամբ ջերմային էներգիան, քանի որ մոտակա էներգիական մակարդակներն զբաղեցված են: Ջերմային եղանակով կարող են ակտիվանալ և, այսպիսով, իրենց պահել որ-

պես դասական մասնիկներ միայն  $\mu \approx \varepsilon_F$ -ի շուրջ  $k_B T$  տիրույթի էլեկտրոնները, որոնց թիվը՝

$$\Delta N \sim g(\varepsilon_F) k_B T V \sim k_B T \frac{N}{\varepsilon_F}, \quad (4.2)$$

իսկ էլեկտրոնային գազի ներքին էներգիայում դրանց ներդրումը՝

$$\Delta U \sim \Delta N k_B T \sim \frac{N}{\varepsilon_F} (k_B T)^2 : \quad (4.3)$$

Ջերմունակության համար (4.3) արտահայտությունից ստացվում է

$$C_V^e = \left( \frac{\partial \Delta U}{\partial T} \right)_V \sim N k_B \frac{T}{T_F} \quad (4.4)$$

զնախատականը, որի համաձայն՝ էլեկտրոնային ջերմունակությունը դասական տեսությամբ ստացվող  $\sim N k_B$  արժեքի  $T / T_F$  մասն է: Մասնավորապես, սենյակային ջերմաստիճանում՝  $T \sim 300$  Կ,  $T / T_F \sim 0,01$ :

Այժմ արտածենք էլեկտրոնային ջերմունակության համար ճշգրիտ արտահայտություն  $k_B T \ll \varepsilon_F$  տիրույթում: Այդ նպատակով հաշվարկենք էլեկտրոնային գազի ներքին էներգիան, որը (3.8) և (3.23) բանաձևերի միջոցով կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$U = \int_0^{\mu} \varepsilon G(\varepsilon) d\varepsilon + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 \frac{d}{d\varepsilon} [\varepsilon G(\varepsilon)]_{\varepsilon=\mu} + \dots : \quad (4.5)$$

(4.5) բանաձևում հաշվի առնելով  $T^2$ -ն համեմատական բոլոր անդամները՝ կստանանք.

$$\begin{aligned} U &= \int_0^{\varepsilon_F} \varepsilon G(\varepsilon) d\varepsilon + \int_{\varepsilon_F}^{\mu} \varepsilon G(\varepsilon) d\varepsilon + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 \mu G'(\mu) + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 G(\mu) + \dots \approx \\ &\approx U_0 + \varepsilon_F \left[ (\mu - \varepsilon_F) G(\varepsilon_F) + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 G'(\varepsilon_F) \right] + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 G(\varepsilon_F) + O(T^4) : \end{aligned} \quad (4.6)$$

Քանի որ  $\mu - \varepsilon_F \sim T^2$  և  $G'(\mu)$ -ի գործակիցը նույնպես  $T^2$  կարգի է, ապա քառակուսի փակագծերում  $G(\mu)$ -ի և  $G'(\mu)$ -ի արգումենտը փոխարին-

ված է  $\varepsilon_F$ -ով: Նկատի ունենալով նաև (3.26) հավասարումը, էլեկտրոնային գազի ներքին էներգիան և ջերմունակությունը կարելի է ներկայացնել հետևյալ արտահայտություններով՝

$$U = U_0 + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 G(\varepsilon_F), \quad (4.7)$$

$$C_V^e = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = \frac{\pi^2}{3} k_B^2 G(\varepsilon_F) T : \quad (4.8)$$

(3.28) և (3.7) բանաձևերի միջոցով ջերմունակության (4.8) արտահայտությունը կարելի է ներկայացնել

$$C_V^e = \frac{\pi^2}{2} N k_B \frac{k_B T}{\varepsilon_F} = \frac{\pi^2}{2} N k_B \frac{T}{T_F} \quad (4.9)$$

տեսքով, որը որակական գնահատումով ստացված (4.4) արտահայտությունից տարբերվում է ընդամենը թվային գործակցով:

(4.9) բանաձևի համաձայն՝ մոլային ջերմունակությունը՝

$$C_V^{\mu} = \gamma T, \quad \gamma = \frac{\pi^2 N_A k_B^2}{2 T_F} = \frac{\pi^2 R z}{2 T_F} : \quad (4.10)$$

Ցածր ջերմաստիճաններում, երբ  $T \ll T_D$ , որտեղ  $T_D$ -ն Դեբայի ջերմաստիճանն է, մետաղի ջերմունակությունը կարելի է ներկայացնել էլեկտրոնային և ցանցային ջերմունակությունների գումարի տեսքով՝

$$C_V^{\mu} = \gamma T + \alpha T^3, \quad (4.11)$$

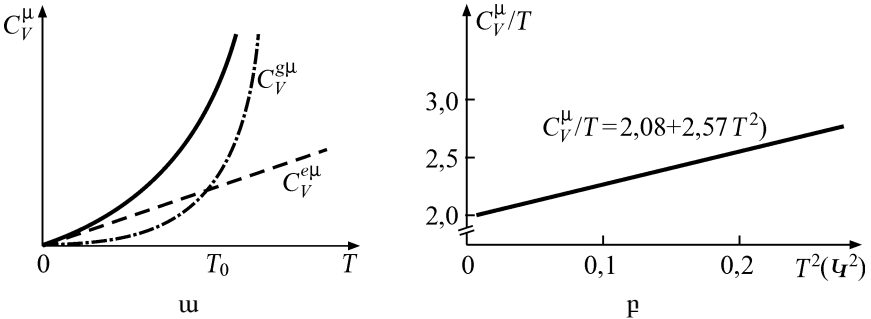
որտեղ  $\alpha$  հաստատունն արտահայտվում է  $T_D$ -ի միջոցով (Մաս I, IV.5.12)՝

$$\alpha = \frac{12\pi^4 R}{5 T_D^3} : \quad (4.12)$$

Ներմուծենք  $T_0$  ջերմաստիճանը, որի դեպքում էլեկտրոնային և ցանցային ջերմունակությունները հավասարվում են (նկ. 108, ա)՝

$$T_0 = \left( \frac{\gamma}{\alpha} \right)^{1/2} = \left( \frac{5}{24\pi^2} \right)^{1/2} z^{1/2} T_D \left( \frac{T_D}{T_F} \right)^{1/2} \approx 0,145 T_D \left( \frac{T_D}{T_F} \right)^{1/2} z^{1/2} : \quad (4.13)$$

Երբ  $T < T_0$ , ջերմունակության մեջ գերակշռում է գծային անդամը, իսկ  $T > T_0$  դեպքում՝ խորանարդայինը:  $T_0$ -ի արժեքները մի շարք մետաղների համար տրված են Աղյուսակ 26-ում: Մետաղների մեծ մասի համար  $T_0$ -ն մի քանի կելվինի կարգի մեծություն է:



Նկ. 108. ա.  $T_0$  ջերմաստիճանի որոշումը, բ.  $C_V^μ/T$  հարաբերության կախումը  $T^2$ -ուց կալիումի համար ( $C_V^μ/T$ -ն չափվում է մՋ/մոլ·  $°K^2$  միավորով):

Փորձում ստացված արժեքները հարմար է մեկնաբանել, կառուցելով  $C_V^μ/T$  մեծության կախումը  $T^2$ -ուց, որն ուղիղ գիծ է: Դրա թեքությունը հավասար է (4.11) բանաձևում առկա  $\alpha$  հաստատունին, իսկ ուղղի շարունակությունը  $C_V^μ/T$  առանցքից հատում է  $\gamma$ -ին հավասար հատված: Նկ. 108, բ-ում պատկերված է  $C_V^μ/T$ -ի  $T^2$ -ուց կախման գրաֆիկը կալիումի համար:  $\alpha$  հաստատունի միջոցով որոշված Դեբայի ջերմաստիճանի արժեքները որոշ մետաղների համար բերված են Աղյուսակ 26-ում:

Փորձում  $\gamma$  գործակիցը չափվում է մեծ ճշտությամբ, սակայն տեսական և փորձնական արժեքները երբեմն զգալիորեն տարբերվում են իրարից: Այդ տարբերությունը կարելի է վերագրել ազատ էլեկտրոնի զանգվածի համեմատությամբ, մետաղում էլեկտրոնի զանգվածի փոփոխությանը, քանի որ (4.10) առնչության համաձայն՝  $\gamma \sim 1/T_F \sim 1/\varepsilon_F \sim m$  և

| Տարր      | $z$ | $T_D, \text{ }^\circ\text{C}$ | $T_D / T_F$ | $T_0, \text{ }^\circ\text{C}$ | $\gamma, \text{ մՋ}\cdot\text{մոլ}^{-1}\text{ }^\circ\text{C}^{-2}$ |       | $m_{th}/m$ |
|-----------|-----|-------------------------------|-------------|-------------------------------|---------------------------------------------------------------------|-------|------------|
|           |     |                               |             |                               | տես.                                                                | փորձ. |            |
| <b>Li</b> | 1   | 344                           | 0,079       | 3,9                           | 0,74                                                                | 1,76  | 2,3        |
| <b>Na</b> | 1   | 158                           | 0,065       | 1,5                           | 1,09                                                                | 1,47  | 1,3        |
| <b>K</b>  | 1   | 91                            | 0,061       | 0,8                           | 1,67                                                                | 1,97  | 1,2        |
| <b>Rb</b> | 1   | 56                            | 0,051       | 0,4                           | 1,93                                                                | 2,43  | 1,3        |
| <b>Ag</b> | 1   | 225                           | 0,059       | 1,9                           | 0,63                                                                | 0,67  | 1,1        |
| <b>Au</b> | 1   | 165                           | 0,051       | 1,2                           | 0,63                                                                | 0,67  | 1,1        |
| <b>Cu</b> | 1   | 343                           | 0,065       | 3,2                           | 0,50                                                                | 0,67  | 1,3        |
| <b>Be</b> | 2   | 1440                          | 0,093       | 27                            | 0,50                                                                | 0,21  | 0,42       |
| <b>Mg</b> | 2   | 400                           | 0,070       | 5,8                           | 1,00                                                                | 1,34  | 1,3        |
| <b>Sr</b> | 2   | 147                           | 0,057       | 1,7                           | 1,80                                                                | 3,64  | 2,0        |
| <b>Al</b> | 3   | 428                           | 0,056       | 6                             | 0,92                                                                | 1,26  | 1,4        |

$$\frac{\gamma_{ex}}{\gamma} = \frac{m_{th}}{m} : \quad (4.14)$$

$m_{th}$  մեծությունն ընդունված է անվանել ջերմային արդյունարար զանգված: Դրա տարբերությունը ազատ էլեկտրոնի  $m$  զանգվածից պայմանավորված է այնպիսի գործոններով, ինչպիսիք են էլեկտրոնի փոխազդեցությունը բյուրեղային պարբերական դաշտի, ատոմների (իոնների) տատանումների, ինչպես նաև այլ էլեկտրոնների հետ:

## § 5. Էլեկտրոնային գազի էլեկտրահաղորդականությունը և ջերմահաղորդականությունը

Էլեկտրահաղորդականության և ջերմահաղորդականության ջոմերֆելդի տեսության մեջ արվում են նույն ենթադրությունները և օգտվում են նույն կինետիկ հավասարումից, ինչ որ Լորենցի էլեկտրոնային տեսության մեջ (տես VI.6): Տարբերությունն այն է, որ Մաքսվել-Բոլցմանի ֆունկցիայի փոխարեն որպես հավասարակշռական բաշխման ֆունկցիա օգտագործվում

է Ֆերմի-Դիրակի բաշխումը, իսկ ազատ վազքի երկարությունը, որը Լորենցի տեսության մեջ տրվում է (VI.7.9) բանաձևով, Ջոմերֆելդի տեսության մեջ կատարում է տեսության պարամետրի դեր: Այն ընդհանուր դեպքում կախված է էլեկտրոնի էներգիայից՝  $l=l(\varepsilon)$  և կարող է որոշվել տեսական և փորձարարական տվյալների համեմատումից:

Արտաքին էլեկտրական դաշտի և ջերմաստիճանային գրադիենտի առկայությամբ բաշխման ֆունկցիայի անհավասարակշռական մասը կարելի է ներկայացնել

$$f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = v_x \chi(v) \quad (5.1)$$

տեսքով, որտեղ  $\chi(v)$  ֆունկցիան տրվում է (VI.7.10) բանաձևով՝

$$\chi(v) = -\frac{l}{v} \left( \frac{\partial f_0}{\partial x} - \frac{eE}{mv_x} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} \right): \quad (5.2)$$

Հավասարակշռական  $f_0$  ֆունկցիան  $v_x$ -ից կախված է էներգիայի միջոցով, ուստի

$$\frac{\partial f_0}{\partial v_x} = mv_x \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}, \quad (5.3)$$

և, հետևաբար՝

$$\chi(\varepsilon) = -\frac{l(\varepsilon)}{v} \left( \frac{\partial f_0}{\partial x} - eE \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right): \quad (5.4)$$

Հոսանքի խտությունը՝

$$j_x = -\frac{e}{V} 2 \sum_{\mathbf{k}} v_x(\mathbf{k}) f(\mathbf{k}): \quad (5.5)$$

(2.17) առնչության միջոցով կատարելով անցում ըստ  $\mathbf{k}$ -ի գումարից՝ ինտեգրալի և օգտվելով (VI.7.14) և (5.4) բանաձևերից՝ կստանանք.

$$j_x = -\frac{e^2 E}{3} \int_0^\infty v l(\varepsilon) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} g(\varepsilon) d\varepsilon + \frac{e}{3} \int_0^\infty v l(\varepsilon) \frac{\partial f_0}{\partial x} g(\varepsilon) d\varepsilon: \quad (5.6)$$

Նման ձևով ջերմային հոսքի խտության համար ստանում ենք

$$q_x = \frac{meE}{6} \int_0^\infty v^3 l(\varepsilon) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} g(\varepsilon) d\varepsilon - \frac{m}{6} \int_0^\infty v^3 l(\varepsilon) \frac{\partial f_0}{\partial x} g(\varepsilon) d\varepsilon \quad (5.7)$$

արտահայտությունը:  $g(\varepsilon)$  -ն տրվում է (3.6) – (3.7) բանաձևերով:

Չոմերֆելդի տեսության շրջանակներում որոշենք էլեկտրահաղորդականության և ջերմահաղորդականության գործակիցների արտահայտությունները:

### 1. Էլեկտրահաղորդականություն

Դիտարկենք հոսանքը համասեռ, հավասարաչափ տաքացված լարում: Այս դեպքում  $f_0$  հավասարակշռական բաշխման ֆունկցիայում  $\mu$  և  $T$  պարամետրերը կախված չեն կոորդինատից, ուստի  $\partial f_0 / \partial x = 0$ , և (5.6) բանաձևի համաձայն՝

$$j_x = \sigma E, \quad \sigma = -\frac{e^2}{3} \int_0^\infty v(\varepsilon) l(\varepsilon) g(\varepsilon) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d\varepsilon : \quad (5.8)$$

Էլեկտրահաղորդականության  $\sigma$  գործակցի համար ստացված արտահայտության ինտեգրալում ներդրում ունի միայն  $\varepsilon_F$ -ի շուրջ  $k_B T$ -ի կարգի էներգիական տիրույթը, քանի որ դրանից դուրս  $\partial f_0 / \partial \varepsilon$  ածանցյալը զրո է (տես (3.13) բանաձևը և նկ. 106, ք): Առաջին մոտավորությամբ այդ ածանցյալը կարելի է փոխարինել «դելտա»-ֆունկցիայով՝

$$\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\delta(\varepsilon_F - \varepsilon) : \quad (5.9)$$

(5.9) և (5.8) առնչությունների համաձայն՝

$$\sigma = \frac{e^2}{3} v_F l_F g_F = \frac{e^2}{3} v_F l_F \frac{3n}{2\varepsilon_F} = \frac{ne^2 \tau_F}{m}, \quad (5.10)$$

որտեղ

$$\tau_F = \frac{l_F}{v_F} : \quad (5.11)$$

(« $F$ » ցուցիչով նշանակված է տվյալ մեծության՝ Ֆերմիի էներգիային համապատասխանող արժեքը):

(5.10) բանաձևն արտաքուստ լրիվ համընկնում է Դրուդեի տեսության մեջ ստացված (VI.2.12) արտահայտության հետ: Սակայն  $\tau_F$ -ը կախված չէ ջերմաստիճանից, ի տարբերություն (VI.2.12) բանաձևում գրված  $\tau$ -ի, որը,



լինելով հակադարձ համեմատական միջին ջերմային արագությանը՝ կախված է  $T^{-1/2}$ -ից:

(5.10) բանաձևից հետևում է մի կարևոր արդյունք՝

$$\sigma = \frac{ne^2 l_F}{m v_F} \sim n^{2/3} l_F : \quad (5.12)$$

Սա նշանակում է, որ էլեկտրահաղորդականության գործակցի մեջ ներդրում են տալիս ոչ բոլոր էլեկտրոնները, այսինքն՝ ոչ բոլոր ազատ էլեկտրոններն են մասնակցում հաղորդականությանը: Այսպիսով, ի տարբերություն Դրուդեի տեսության, որտեղ բոլոր ազատ էլեկտրոնները մասնակցում են հաղորդականության պրոցեսին («ազատ էլեկտրոն» հասկացությունը նույնական է «հաղորդականության էլեկտրոն» հասկացությանը), Ջոմերֆելդի տեսության մեջ առաջ է գալիս նոր՝ «հաղորդականության էլեկտրոն» հասկացությունը:

## 2. Ջերմահաղորդականություն

Դիտարկենք էլեկտրոններով ստեղծված ջերմային հոսքը:

(5.6) և (5.7) բանաձևերում առկա  $\partial f_0 / \partial x$  ածանցյալը պայմանավորված է ջերմաստիճանային գրադիենտով, ուստի այն կարելի է ներկայացնել

$$\frac{\partial f_0}{\partial x} = \frac{\partial f_0}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (5.13)$$

տեսքով, որտեղ  $\partial f_0 / \partial T$  ածանցյալը նպատակահարմար է արտահայտել  $\partial f_0 / \partial \varepsilon$  ֆունկցիայի միջոցով: Դժվար չէ համոզվել, որ

$$\frac{\partial f_0}{\partial T} = - \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \left( \frac{\varepsilon - \mu}{T} + \frac{\partial \mu}{\partial T} \right) = - \frac{m v^2}{2T} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \left( \frac{\mu}{T} - \frac{\partial \mu}{\partial T} \right) : \quad (5.14)$$

(5.13) և (5.14) արտահայտությունները տեղադրենք հոսանքի խտության (5.6) և ջերմային հոսքի խտության (5.7) բանաձևերի մեջ:  $\partial f_0 / \partial x$ -ով անդամները կարելի է գրել մեկ միասնական տեսքով՝

$$\int_0^\infty v^i l(\varepsilon) \frac{\partial f_0}{\partial x} g(\varepsilon) d\varepsilon = \left( \frac{\mu}{T} - \frac{\partial \mu}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial x} K_i - \frac{m}{2T} \frac{\partial T}{\partial x} K_{i+2}, \quad (5.15)$$

որտեղ  $i=1, 3$ , ինչպես նաև կատարված է նշանակում՝

$$K_i = \int_0^\infty v^i l(\varepsilon) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} g(\varepsilon) d\varepsilon : \quad (5.16)$$

Ինչպես գիտենք, հաստատված ջերմային հոսքի դեպքում (տես VI.5), տեղի ունի  $j_x = 0$  պայմանը: (5.6), (5.15) և (5.16) բանաձևերի միջոցով նշված պայմանից որոշվում է ներքին (ջերմաէլեկտրական) դաշտի լարվածությունը՝

$$E = \frac{1}{e} \frac{\partial T}{\partial x} \left( \frac{\mu}{T} - \frac{\partial \mu}{\partial T} - \frac{m}{2T} \frac{K_3}{K_1} \right): \quad (5.17)$$

(5.17) և (5.7) բանաձևերից ջերմային հոսքի համար հետևում է

$$q_x = -\frac{m^2}{12T} \frac{K_3^2 - K_1 K_5}{K_1} \frac{\partial T}{\partial x} \equiv -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \quad (5.18)$$

արտահայտությունը, որտեղից ջերմահաղորդականության գործակիցը

$$\kappa = \frac{m^2}{12T} \left( \frac{K_3^2}{K_1} - K_5 \right): \quad (5.19)$$

$K_i$  ինտեգրալները հաշվարկելու նպատակով (5.16) բանաձևում կատարենք մասերով ինտեգրում և օգտվենք (3.23) վերլուծությունից՝

$$\begin{aligned} K_i &= \int_0^\infty F_i(\varepsilon) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d\varepsilon = F_i(\varepsilon) f_0(\varepsilon) \Big|_0^\infty - \int_0^\infty f_0 \frac{\partial F_i}{\partial \varepsilon} d\varepsilon = \\ &= - \left[ F_i(\mu) + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 F_i''(\mu) + \dots \right], \end{aligned} \quad (5.20)$$

որտեղ կատարված է

$$F_i(\varepsilon) = v^i l(\varepsilon) g(\varepsilon) \quad (5.21)$$

նշանակումը: Նկատի ունենալով նաև, որ

$$F_i(\mu) = F_i(\varepsilon_F) + F_i'(\varepsilon_F)(\mu - \varepsilon_F) + O(T^4), \quad (5.22)$$

(5.19) բանաձևից կորոշենք ջերմահաղորդականության գործակիցը՝

$$\kappa = \frac{m^2}{12TK_1} \left\{ A + (\mu - \varepsilon_F)B + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 C \right\}, \quad (5.23)$$

որտեղ կատարված են հետևյալ նշանակումները՝

$$A = F_3^2(\varepsilon_F) - F_1(\varepsilon_F)F_5(\varepsilon_F), \quad (5.24)$$

$$B = 2F_3F_3' - F_1F_5' - F_1'F_5, \quad (5.25)$$

$$C = 2F_3F_3'' - F_1F_5'' - F_1''F_5, \quad (5.26)$$

իսկ ըստ էներգիայի  $F_i'$  և  $F_i''$  ածանցյալները վերցված են  $\varepsilon_F$  կետում:

(5.21) նշանակման համաձայն՝  $A = 0$ : Անմիջական հաշվարկներով կարելի է համոզվել, որ նաև  $B = 0$ : Բանի որ (5.23) արտահայտության համարիչը  $T^2$  կարգի է, ապա հայտարարում կարելի է  $K_1$ -ը փոխարինել  $-F_1(\varepsilon_F)$ -ով:  $C$  գործակիցը հաշվելիս պարզվում է, որ  $l(\varepsilon)$ -ի I և II կարգի ածանցյալներն ըստ էներգիայի կրճատվում են, և ջերմահաղորդականության գործակցի համար ստացվում է հետևյալ վերջնական արտահայտությունը՝

$$\kappa = \frac{\pi^2}{3} \frac{n l_F}{m v_F} k_B^2 T : \quad (5.27)$$

$T = 0$  Կ ջերմաստիճանում ջերմահաղորդականության գործակիցը՝  $\kappa = 0$ , ի տարբերություն էլեկտրահաղորդականության գործակցի, որը  $T = 0$  Կ -ում զրոյից տարբեր մեծություն է:

Նշենք մի կարևոր հանգամանք ևս: (4.9) բանաձևի համաձայն՝ էլեկտրոնային զազի միավոր ծավալի ջերմունակությունը՝

$$c_V = \frac{C_V^e}{V} = \frac{\pi^2}{3} k_B^2 g(\varepsilon_F) T = \frac{\pi^2 n k_B^2 T}{2 \varepsilon_F} = \frac{\pi^2 n k_B^2 T}{m v_F^2} : \quad (5.28)$$

Համեմատելով  $c_V$ -ի այս արտահայտությունը (5.27) բանաձևի հետ, ստանում ենք

$$\kappa = \frac{1}{3} c_V l_F v_F \quad (5.29)$$

առնչությունը, այսինքն՝ դասական կինետիկ տեսության արդյունքը:

Այս արդյունքն, իհարկե, անսպասելի չէր: Եթե դասական տեսության մեջ ջերմահաղորդականության պրոցեսին մասնակցում են բոլոր մասնիկները, որոնց վերագրվում է  $v$  միջին ջերմային արագություն, ապա քննարկվող դեպքում նույն դերը կատարում են Ֆերմիի մակերևույթի մոտ  $k_B T$ -ին

համեմատական էներգիական շերտի էլեկտրոնները, որոնց միջին արագությունը  $v_F$  է:

(5.27) և (5.10) առնչություններից Վիդեման-Ֆրանցի օրենքը կարելի է ներկայացնել հետևյալ կերպ՝

$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 T : \quad (5.30)$$

Այս արդյունքը, ինչպես արդեն նշվել է, պայմանավորված է այն հանգամանքով, որ մետաղը բնութագրող  $n$  և  $I$  մեծությունները կրճատվում են: (5.30) առնչությունից Լորենցի թվի համար ստացվում է

$$L_S = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 \quad (5.31)$$

արժեքը, որը միջին հաշվով ավելի լավ է համապատասխանում փորձին, քան Դրուդեի տեսությամբ ստացված  $L_D = 3(k_B/e)^2$  արժեքը:

(5.17) արտահայտությունից և դիֆերենցիալ ջերմաէլեկտրաշարժ ուժի սահմանումից (տես VI.5.12 բանաձևը) հետևում է, որ

$$Q = \frac{1}{e} \left( \frac{\mu}{T} - \frac{\partial \mu}{\partial T} - \frac{m}{2T} \frac{K_3}{K_1} \right) : \quad (5.32)$$

Նկատի ունենալով քիմպոտենցիալի (3.30) արտահայտությունը և օգտվելով (5.20) – (5.22) բանաձևերից, որոշ ձևափոխություններից հետո  $Q$  գործակցի համար կստանանք հետևյալ վերջնական արտահայտությունը՝

$$Q = -\frac{k_B}{e} \frac{\pi^2 k_B T}{6\varepsilon_F} \left( 1 + \frac{d \ln l(\varepsilon)}{d \ln v(\varepsilon)} \right) \bigg|_{\varepsilon=\varepsilon_F} : \quad (5.33)$$

Հարկ է նշել, որ, որպես կանոն, ռելաքսացիայի ժամանակի՝ էներգիայից ունեցած կախումն էապես չի ազդում մետաղի հատկությունների վրա: Բացառություն է կազմում ջերմաէլեկտրոն, որի (5.33) արտահայտության մեջ բացահայտորեն մասնակցում է  $l'(\varepsilon)$  ածանցյալը: Մասնավորապես, եթե ռելաքսացիայի ժամանակը՝  $\tau = l/v \sim l\varepsilon^{-1/2} \sim \varepsilon^{-1/2}$ , այսինքն՝,  $l(\varepsilon)$ -ն կախված չէ էներգիայից, ապա

$$Q = -\frac{k_B}{2e} \frac{\pi^2 k_B T}{3\varepsilon_F} = Q_D \frac{\pi^2}{3} \frac{k_B T}{\varepsilon_F} : \quad (5.34)$$

Այս արտահայտությունը Դրուդեի տեսությամբ ստացված արդյունքից (տես VI.5.17) հիմնականում տարբերվում է  $k_B T / \varepsilon_F$  գործակցով, որը սենյակային ջերմաստիճաններում  $10^{-2}$  կարգի մեծություն է: (5.34) բանաձևով ստացված արժեքը՝  $Q \sim 10^{-6}$  Վ/Կ, մոտ է փորձում դիտվող արժեքներին: Դժվար չէ համոզվել, որ (5.34) արտահայտությունը կարելի է ստանալ նաև (VI.5.16) բանաձևից, նրանում տեղադրելով էլեկտրոնային ջերմունակության (4.8) արտահայտությունը:

## **§ 6. Դասական տեսության մեջ Ֆերմի-Դիրակի քվանտային բաշխման օգտագործման հիմնավորումը**

Ինչպես արդեն նշվել է, Ջոմերֆելդի էլեկտրոնային տեսության հիմքում Լորենցի դասական էլեկտրոնային տեսությունն է, որտեղ էլեկտրոնի վիճակը որոշվում է միաժամանակ կոորդինատով և իմպուլսով: Մյուս կողմից, Ջոմերֆելդի տեսության մեջ օգտագործվում է Ֆերմի-Դիրակի քվանտային բաշխումը: Հարց է առաջանում, թե որքանով է հիմնավորված նման մոտեցումը:

Հայտնի է, որ էլեկտրոնի շարժման դասական նկարագրությունը հիմնավորված է այն դեպքում, երբ դրա կոորդինատը և իմպուլսը չափվում են այնպիսի ճշտությամբ, որը չի խախտում անորոշությունների առնչությունը:

Սետադում էլեկտրոնի բնութագրական իմպուլսը  $\hbar k_F$ -ի կարգի է, ուստի դրա իմպուլսի  $\Delta p$  անորոշությունը պետք է շատ փոքր լինի  $\hbar k_F$ -ից: Կոորդինատի անորոշությունը պետք է բավարարի

$$\Delta x \sim \frac{\hbar}{\Delta p} \gg \frac{\hbar}{\hbar k_F} = \frac{1}{k_F} \sim n^{-1/3} \sim \bar{r} \quad (6.1)$$

անհավասարությանը, որտեղ էլեկտրոնների միջև միջին  $\bar{r}$  հեռավորությունը մի քանի  $\text{\AA}$ -ի կարգի մեծություն է:

Այսպիսով, դասական նկարագրությունը հիմնավորված է, եթե կոորդինատի անորոշությունը շատ մեծ է ցանցի հաստատունից: Հետևաբար, չի կա-

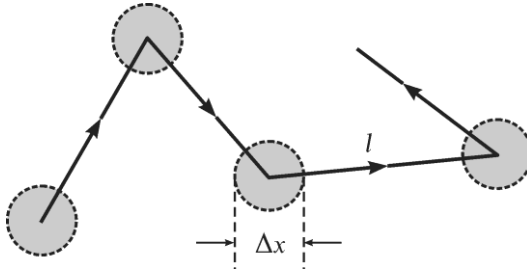
րելի դասականորեն նկարագրել միջատոմական կարգի հեռավորություններում տեղայնացված էլեկտրոնները: Սակայն մետաղում հաղորդականության էլեկտրոնները կապված չեն որոշակի իոնների հետ, այլ ազատ շարժվում են մակրոսկոպական մոտում, ուստի դրանց կոորդինատների անորոշության բնութագրական չափը՝  $\Delta x \sim V^{1/3} \sim L \gg \bar{r}$ :

Դրուդեի մոդելում էլեկտրոնի կոորդինատների գիտենալն էական է հիմնականում երկու տեսակետից:

1. Երբ մետաղի վրա ազդում է անհամասեռ էլեկտրական դաշտ կամ առկա է ջերմաստիճանային գրադիենտ, ապա անհրաժեշտ է տալ էլեկտրոնի կոորդինատներն այնպիսի  $\Delta x$  ճշտությամբ, որը զգալիորեն փոքր է արտաքին ազդակների փոփոխման բնութագրական երկարությունից: Որպես կանոն, այդ բնութագրական երկարությունները շատ մեծ են  $\text{\AA}$ -ից, ուստի անհրաժեշտ  $\Delta x$ -ի ապահովումը չի հանգեցնում իմպուլսի զգալի անորոշության: Օրինակ՝ լույսի ալիքի էլեկտրական դաշտի էապես փոփոխման երկարությունը՝  $\lambda \sim 1000 \text{\AA}$ -ի կարգի է, ուստի եթե  $\Delta x \sim 100 \text{\AA}$  ( $\ll \lambda$ ), ապա  $\Delta k \sim 1/\Delta x \sim 10^6 \text{ սմ}^{-1}$ , այն դեպքում, երբ  $n \sim 10^{23} \text{ սմ}^{-3}$ ,  $k_F \sim 10^8 \text{ սմ}^{-1} \gg \Delta k$ -ից: Սակայն եթե  $\lambda$ -ն  $100 \text{\AA}$  կարգի կամ ավելի փոքր է, ապա  $\Delta k \sim k_F$ , ուստի այս դեպքում պետք է օգտվել քվանտային մեխանիկայից:

2. Դրուդեի մոդելում անբացահայտորեն ենթադրվում է, որ էլեկտրոնը կարելի է տեղայնացնել այնպիսի տիրույթներում, որոնց զծային չափերը զգալիորեն փոքր են ազատ վազքի միջին երկարությունից՝  $\Delta x \ll l$  (նկ. 109), այլապես անիմաստ է օգտվել բախումների մասին պատկերացումից: Նկատի ունենալով  $\Delta x$ -ի բնութագրական արժեքները ( $\Delta x \gg a$ -ից՝ ցանցի հաստատունից), չի կարելի հավատ ընծայել այն դասական դատողություններին, որոնց համաձայն  $l \leq 10 \text{\AA}$ . Բարեբախտաբար,  $l$ -ը զգալիորեն գերազանցում է բերված արժեքը: Իրոք, օգտվելով ռելաքսացիայի ժամանակի (VI.2.15) բանաձևից և նկատի ունենալով, որ բնութագրական էլեկտրոնային արագությունը  $v_F$ -ի կարգի է, ազատ վազքի միջին երկարության համար կստանանք՝

$$l = v_F \tau = \frac{2,7}{\rho_\mu} \left( \frac{n_0}{n} \right)^{2/3} 10^3 \text{\AA} : \quad (6.2)$$



Նկ. 109. Էլեկտրոնի տեղայնացման տիրույթների չափերը  
և ազատ վազքի երկարությունը

Սենյակային ջերմաստիճաններում տեսակարար դիմադրությունը մի քանի մկՕմ-սմ կարգի մեծություն է, իսկ  $n_0/n$  պարամետրը փոփոխվում է 0,04–1 տիրույթում, ուստի  $l$ -ը մի քանի հարյուր Å-ի կարգի մեծություն է: Ջերմաստիճանի նվազմանը զուգընթաց  $l$ -ը զգալիորեն աճում է:

Այսպիսով, կան բազմաթիվ երևույթներ, որոնցում  $l$ ՝ առանձին էլեկտրոնի,  $l$ ՝ էլեկտրոնների համախմբի վարքը կարելի է բավարար ճշտությամբ նկարագրել դասական մեխանիկայով:

## § 7. Դասական էլեկտրոնային տեսության թերությունները

Դասական էլեկտրոնային տեսությունը հաջողությամբ բացատրում է մետաղների բազմաթիվ հատկություններ: Այն բացահայտ թերությունները, որոնք բնորոշ են Դրուդեի տեսությանը, էլեկտրոնային գազը դասական վիճակագրությամբ նկարագրելու հետևանք են: Այս հանգամանքով է պայմանավորված ջերմունակության պարադոքսը, երբ էլեկտրոնային ջերմունակությունը մոտ երկու կարգով փոքր է ստացվում դասական տեսությամբ կանխատեսված արժեքից, ինչպես նաև ջերմաէլշուի հաշվարկված արժեքը, որը սենյակային ջերմաստիճաններում մոտ երկու կարգով գերազանցում է փորձում դիտվող արժեքները:

Ինչպես համոզվեցինք, Ջոմերֆելդը հաջողությամբ վերացրեց նշված թերությունները, օգտագործելով Ֆերմի-Դիրակի վիճակագրությունը, սակայն թողեց առանց փոփոխության ազատ էլեկտրոնների մոդելի մյուս հիմնական ենթադրությունները: Այսպիսի մոտեցման հետևանքով ազատ էլեկտրոնների

Ջոմերֆելդի տեսության շրջանակներում ստացվող շատ քանակական արդյունքներ հակասում են փորձին: Բացի դրանից, Ջոմերֆելդի տեսությունը պատասխան չի տալիս մի շարք սկզբունքային հարցերի:

Ստորև նշենք այն հիմնական փաստերը, որոնց բացատրությունը դասական էլեկտրոնային տեսության շրջանակներում չի համապատասխանում փորձին:

**1. *Էլեկտրահաղորդականության գործակցի ջերմաստիճանային կախումը (ստատիկ հաղորդականություն):***

Փորձից հայտնի է, որ էլեկտրահաղորդականության գործակիցը ջերմաստիճանից կախված փոփոխվում է: Լորենցի տեսության համաձայն՝ այդ կախումը տրվում է  $T^{-1/2}$  օրենքով (տես VI.2.21), որը հակասում է փորձին, որի համաձայն բարձր ջերմաստիճաններում  $\sigma \sim T^{-1}$  ( $\rho \sim T$ ), իսկ ցածր ջերմաստիճաններում  $\sigma \sim T^{-5}$  ( $\rho \sim T^5$ ): Փորձում դիտվող վարքը բացատրելու համար Ջոմերֆելդի տեսության մեջ արհեստականորեն մտցվում է ջերմաստիճանից կախված ռելաքսացիայի ժամանակ:

**2. *Հոլի գործակից***

Դասական էլեկտրոնային տեսությամբ Հոլի գործակցի համար ստացվում է  $R_H = -1/enc$  արտահայտությունը, որը կախված չէ ջերմաստիճանից, ռելաքսացիայի ժամանակից և մագնիսական դաշտի լարվածությունից: Փորձում չափված արժեքները նույն կարգի են, ինչ որ  $R_H$ -ի բանաձևից ստացվածները, սակայն փորձում դիտվում է կախում ինչպես մագնիսական դաշտի լարվածությունից, այնպես էլ ջերմաստիճանից: Որոշ մետաղներում (**Be, Mg, In, Al**) Հոլի գործակիցը դրական է, փաստ, որն այս տեսության շրջանակներում ընդհանրապես անհասկանալի է:

**3. *Մագնիսադիմադրություն***

Դասական տեսության համաձայն՝ մագնիսական դաշտին ուղղահայաց ուղղությամբ մետաղի դիմադրությունը կախված չէ դաշտի լարվածությունից, որը հակասում է փորձին: Որոշ դեպքերում (օրինակ՝ **Cu**-ի, **Ag**-ի, **Au**-ի համար) փորձում դիմադրությունը դաշտի լարվածությունից կախված կարող է անվերջ աճել, ընդ որում, որոշ դեպքերում էլ այն կախված է դաշտի նկատմամբ նմուշի կողմնորոշումից:



Փորձում դիտվում է նաև երկայնական մագնիսադինամոդրոյան ( $H\|E$ ) երևույթը, որն ըստ դասական տեսության՝ գոյություն ունենալ չի կարող:

#### **4. Ջերմաէլշու**

Գործակցի մեծությունը կարգով համընկնում է փորձի հետ, սակայն նշանը միշտ չէ, որ համընկնում է տեսության կանխատեսածի հետ:

#### **5. Վիդեման-Ֆրանցի օրենք**

Այս օրենքի բացատրությունը դասական էլեկտրոնային տեսության մեծագույն նվաճումն է: Իրականում այն համապատասխանում է փորձին սենյակային ջերմաստիճաններում, հաճախ՝ նաև շատ ցածր (մի քանի կելվին) ջերմաստիճաններում: Միջանկյալ ջերմաստիճանների տիրույթում այն տեղի չունի, և Լորենցի  $\kappa/\sigma T$  թիվը կախված է ջերմաստիճանից:

#### **6. Էլեկտրոնային ջերմունակություն**

Չոմերֆելդի տեսության կարևոր նվաճումն էլեկտրոնային գազի ջերմունակության պարադոքսի բացատրությունն է: Ջերմունակության գծային օրենքը լավագույնս տեղի ունի ավալիական մետաղների համար, փոքր-ինչ վատ՝ ազնիվ մետաղների և վատ՝ անցումային (**Fe**, **Mn**) մետաղների համար ( $\gamma$ -ի արժեքը շատ փոքր է տեսական արժեքից), ինչպես նաև **Bi**-ի և **Sb**-ի համար ( $\gamma$ -ի արժեքը շատ մեծ է տեսական արժեքից):

Նշված, ինչպես նաև մի շարք այլ դժվարությունների հետ մեկտեղ, դասական էլեկտրոնային տեսության մեջ կան հիմնարար դժվարություններ.

1. Ինչո՞ւ է որոշվում հաղորդականության էլեկտրոնների թիվը: Տեսության մեջ ենթադրվում է, որ բոլոր արժեքական էլեկտրոնները դառնում են հաղորդականության էլեկտրոններ, իսկ մյուս էլեկտրոնները մնում են կապված իոնների հետ: Հարց է ծագում, թե ինչո՞ւ է այդպես և ինչպե՞ս վարվել այն դեպքում, երբ տվյալ մետաղն ունի մի քանի տարբեր արժեքականություն (օրինակ՝ **Fe**):

2. Ինչո՞ւ որոշ տարրեր մետաղներ չեն: Մեկուսիչների գոյությունը խոսում է վերն ընտրված փորձառական կանոնի լուրջ թերությունների մասին: Ինչո՞ւ, օրինակ, բորը (**B**) մեկուսիչ է, իսկ հարևան ալյումինը (**Al**)՝ լավագույն մետաղ, ածխածնի «ալմաստ» տարածքը մեկուսիչ է, իսկ «գրաֆիտ» տարածքը՝ հաղորդիչ:

Նշված դժվարությունների հաղթահարման ուղիներ գտնելու համար անհրաժեշտ է մեկ անգամ ևս քննարկել այն մոտավորությունները, որոնք ընկած են դասական էլեկտրոնային տեսության հիմքում: Դրանցից հիմնականներն են.

**ա. Ազատ էլեկտրոնների մոտավորություն**

Ենթադրվում է, որ իոնների դերը մետաղում աննշան է: Նրանք ոչ մի ազդեցություն չեն գործում էլեկտրոնների վրա բախումների միջև ընկած ժամանակամիջոցում: Իրականում և՛ Դրուդեի, և՛ Ջոմերֆելդի մոդելներում իոնները միայն ապահովում են մետաղի էլեկտրաչեզոքությունը:

**բ. Անկախ էլեկտրոնների մոտավորություն**

Հաշվի չի առնվում միջէլեկտրոնային փոխազդեցությունը:

**գ. Ռեալքսադիայի ժամանակի մոտավորություն**

Ենթադրվում է, որ բախման արդյունքը կախված չէ բախման պահին էլեկտրոնի վիճակից:

Պինդ մարմնի ճշգրիտ տեսություն կառուցելու համար անհրաժեշտ է հրաժարվել այս մոտավորություններից: Սակայն տեսությունը կառուցելիս կարելի է զգալիորեն առաջ գնալ, եթե սկզբում փորձենք բարելավել ազատ էլեկտրոնների մոտավորության որոշ կողմեր, շարունակելով օգտվել բ. և գ. մոտավորություններից:

Դասական էլեկտրոնային տեսության դժվարությունների հիմնական պատճառը ա. մոտավորությունն է, որն, իր հերթին, բաղկացած է մի քանի պարզեցումից:

1. Բախումների միջև ընկած ժամանակահատվածում արհամարհվում է իոնների ազդեցությունն էլեկտրոնների վրա:

2. Չի պարզաբանվում իոնների դերը բախման պրոցեսում:

3. Հաշվի չի առնվում այն հանգամանքը, որ իոնները, որպես ինքնուրույն դինամիկական օբյեկտներ, կարող են իրենց ներդրումն ունենալ տարբեր ֆիզիկական երևույթներում:

Եթե, օրինակ, չարվեն 2. և 3. պարզեցումները, ապա կարելի է բացատրել Վիդեման-Ֆրանցի օրենքը մաս միջանկյալ ջերմաստիճաններում, ինչպես մաս էլեկտրահաղորդականության ջերմաստիճանային կախումը:

Կարևորագույն նշանակություն ունի 3. պարզեցումից հրաժարվելը, այսինքն՝ իոնների դինամիկական վարքի հաշվառումը: Պարզվում է, որ եթե հաշվի չառնենք իոնների շարժումը («անշարժ իոնների» մոտավորություն),

ապա անշարժ խոնների ստատիկ դաշտը կարելի է լրիվ հաշվի առնել ազատ էլեկտրոնների մոդելի փոքր ձևափոխության միջոցով, ընդ որում այդ տեսության մեջ բախումներն ընդհանրապես բացակայում են: Իոնների դերը բախումներում բացահայտվում է միայն դրանց շարժման հաշվառման շնորհիվ:

## ԳՈՏԻԱԿԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

### § 1. Էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան պարբերական դաշտում: Բլոխի թեորեմը

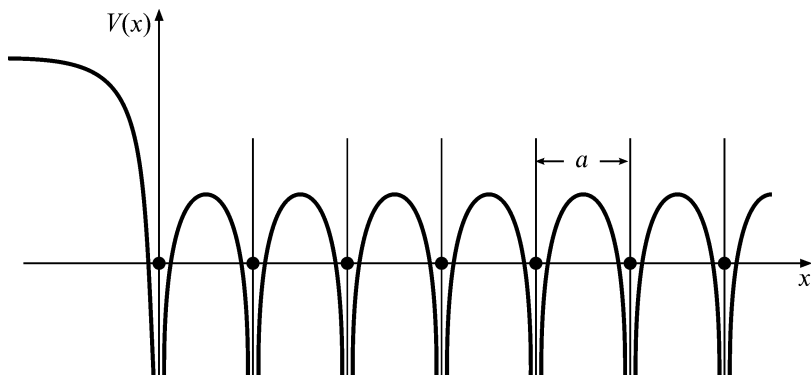
Ազատ էլեկտրոնների մոդելը հաջողությամբ բացատրում է մետաղների մի շարք էլեկտրոնային հատկություններ, սակայն բազմաթիվ այլ ֆիզիկական հատկություններ այս մոդելի շրջանակներում չեն բացատրվում: Մասնավորապես, ազատ էլեկտրոնների մոդելը չի կարող պատասխանել այն հիմնական հարցին, թե ինչո՞ւ որոշ նյութեր բյուրեղային վիճակում հաղորդիչներ են, իսկ մյուսները՝ մեկուսիչներ կամ կիսահաղորդիչներ, որոնց հատկություններն էապես կախված են ջերմաստիճանից:

Մետաղների և մեկուսիչների ֆիզիկական հատկությունների և հատկապես՝ էլեկտրահաղորդականության, տարբերությունները բացատրելու համար անհրաժեշտ է վերանայել ազատ էլեկտրոնների մոդելը, առաջին հերթին հաշվի առնելով բյուրեղային մարմնի ամենահիմնական հատկությունը՝ տարածական պարբերականությունը:

Բյուրեղում յուրաքանչյուր էլեկտրոնի վրա ազդում է բյուրեղի ներքին դաշտը, որն ստեղծում են տարածական ցանցի հանգույցների շուրջ տատանվող իոնները և բյուրեղում առկա բոլոր էլեկտրոնները: Էլեկտրոնի վրա ազդող, ժամանակի ընթացքում միջինացված ներքին բյուրեղային դաշտի պոտենցիալը խորանարդային բյուրեղում, օրինակ՝  $\langle 100 \rangle$  ուղղությամբ պատկերված է նկ. 110-ում:

Բյուրեղի մակերևույթին մոտենալիս բյուրեղային դաշտի պոտենցիալի պարբերականությունը խախտվում է, ցանցի հաստատունն այդ տիրույթում փոփոխվում է, սակայն ցանցի մի քանի հաստատունի չափով բյուրեղի ծավալի մեջ խորանալիս կարելի է մեծ ճշտությամբ համարել, որ ցանցի հաստատունն այլևս չի փոփոխվում (եթե, իհարկե, ցանցում արատներ չկան):

Հետագա ուսումնասիրություններում կենթադրենք, որ մնուշն օժտված է տարածական պարբերականությամբ, որն էլ համարժեք է այն ենթադրությանը, որ մնուշն ունի «անվերջ» մեծ տարածական չափեր (Մաս I, 1.1):



Նկ. 110. Էլեկտրոնի պոտենցիալ էներգիայի գրաֆիկը.  
բյուրեղն զբաղեցնում է  $x > 0$  տիրույթը:

Այսպիսով, ծագում է հետևյալ հիմնական հարցը. ինչպե՞ս է բյուրեղի պարբերական պոտենցիալն ազդում էլեկտրոնի վիճակի և, դրանով իսկ, բյուրեղի ֆիզիկական հատկությունների վրա: Այլ կերպ ասած, ինչպե՞ս են փոփոխվում ազատ էլեկտրոնի քվանտային վիճակները բյուրեղի պարբերական պոտենցիալային դաշտի ազդեցությամբ:

Այս հարցին պատասխանելու համար նախ և առաջ անհրաժեշտ է պարզել էլեկտրոնի վիճակը նկարագրող ալիքային ֆունկցիայի վարքը պարբերական դաշտում:

Պարզության համար քննարկենք միաչափ խնդիրը, այսինքն՝ որոշենք էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան միաչափ, ամսահմանափակ բյուրեղում:

Միաչափ բյուրեղում Շրյոդինգերի հավասարումը կարելի է ներկայացնել հետևյալ ընդհանրացված տեսքով՝

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + f(x)\psi = 0, \quad (1.1)$$

որտեղ

$$f(x) = \frac{2m}{\hbar^2} [\varepsilon - V(x)], \quad (1.2)$$

$m$  -ն էլեկտրոնի զանգվածն է,  $\varepsilon$  -ն՝ էներգիան,  $V(x)$  -ը՝ պարբերական պոտենցիալը (ավելի ստույգ՝ էլեկտրոնի պոտենցիալ էներգիան պարբերական դաշտում):

Հետագա հաշվարկներում կօգտվենք միայն պոտենցիալի պարբերականության հատկությունից, այսինքն, կենթադրենք, որ

$$f(x+a) = f(x) , \quad (1.3)$$

որտեղ  $a$ -ն ցանցի հաստատունն է՝ պոտենցիալի տարածական պարբերականության բնութագիրը: Այսպիսի մոտեցման դեպքում ստորև ստացվող արդյունքները կրում են համընդհանուր բնույթ, այսինքն՝ կախված չեն  $f(x)$  ֆունկցիայի, այսինքն՝  $V(x)$  պոտենցիալի կոնկրետ տեսքից:

Ուսումնասիրենք (1.1) հավասարումը: Այն երկրորդ կարգի դիֆերենցիալ հավասարում է, ուստի  $\mathcal{E}$  պարամետրի ամեն մի արժեքի համար ունի երկու անկախ լուծումներ՝  $g(x)$  և  $h(x)$ : (1.1) հավասարման ընդհանուր լուծումը կարելի է ներկայացնել այդ անկախ լուծումների գծային համակցության տեսքով՝

$$\psi(x) = Ag(x) + Bh(x) , \quad (1.4)$$

որտեղ  $A$ -ն և  $B$ -ն հաստատուն գործակիցներ են:  $f(x)$  ֆունկցիայի (1.3) հատկության համաձայն՝ (1.1) հավասարմանը բավարարում են նաև  $g(x+a)$  և  $h(x+a)$  լուծումները: Քանի որ (1.1) հավասարման կամայական լուծում պետք է արտահայտվի անկախ  $g(x)$  և  $h(x)$  լուծումների միջոցով, ապա կարելի է  $g(x+a)$  և  $h(x+a)$  լուծումները ներկայացնել հետևյալ կերպ՝

$$g(x+a) = \alpha_1 g(x) + \alpha_2 h(x) , \quad (1.5)$$

$$h(x+a) = \beta_1 g(x) + \beta_2 h(x) , \quad (1.6)$$

որտեղ  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$  և  $\beta_2$  գործակիցները հաստատուններ են:

(1.4) – (1.6) առնչությունների համաձայն՝

$$\psi(x+a) = Ag(x+a) + Bh(x+a) = (\alpha_1 A + \beta_1 B)g(x) + (\alpha_2 A + \beta_2 B)h(x) : \quad (1.7)$$

Այժմ ապացուցենք, որ  $\psi(x+a)$  ֆունկցիան միշտ կարելի է ներկայացնել

$$\psi(x+a) = \lambda \psi(x) \quad (1.8)$$

տեսքով, որտեղ  $\lambda$  հաստատունը պետք է որոշել:

(1.4), (1.7) և (1.8) հավասարումներից հետևում է, որ

$$\begin{cases} (\alpha_1 - \lambda)A + \beta_1 B = 0 \\ \alpha_2 A + (\beta_2 - \lambda)B = 0: \end{cases} \quad (1.9)$$

Հավասարումների (1.9) համակարգը կունենա ոչ զրոյական լուծում՝  $A \neq 0$ ,  $B \neq 0$ , եթե դրա որոշիչը զրո է, այսինքն՝

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 - \lambda & \beta_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - \lambda(\alpha_1 + \beta_2) + (\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1) = 0 \quad : \quad (1.10)$$

Կարելի է ցույց տալ (Հավելված 5), որ

$$\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1 = 1 \quad , \quad (1.11)$$

$$\alpha_1 = g(a), \quad \alpha_2 = g'(a), \quad \beta_1 = h(a), \quad \beta_2 = h'(a) \quad , \quad (1.12)$$

որից հետո (1.10) պայմանը կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$\lambda^2 - 2L_0\lambda + 1 = 0 \quad , \quad (1.13)$$

որտեղ կատարված է նշանակում՝

$$2L_0 = g(a) + h'(a) \quad : \quad (1.14)$$

(1.13) հավասարման լուծումները տրվում են

$$\lambda_1 = L_0 + \sqrt{L_0^2 - 1} \quad , \quad \lambda_2 = L_0 - \sqrt{L_0^2 - 1} \quad (1.15)$$

արտահայտություններով և բավարարում են

$$\lambda_1\lambda_2 = 1 \quad (1.16)$$

պայմանին: Հարկ է նշել, որ (1.14) նշանակման համաձայն՝  $L_0$  մեծությունը կախված է (1.1) հավասարման  $\varepsilon$  պարամետրից, այսինքն՝ էլեկտրոնի էներգիայից:

Այսպիսով, ապացուցվեց, որ գոյություն ունի  $\lambda$  հաստատունի երկու արժեք (բացի  $L_0 = 1$  դեպքից), և, (1.8) առնչության համաձայն, երկու ֆունկցիա՝

$$\psi_{(1)}(x+a) = \lambda_1 \psi_{(1)}(x) \quad , \quad (1.17)$$

$$\psi_{(2)}(x+a) = \lambda_2 \psi_{(2)}(x) \quad : \quad (1.18)$$

Եթե  $|L_0| > 1$ , ապա  $\lambda_1$  և  $\lambda_2$  արմատներն իրական են, ընդ որում՝ դրանցից մեկը մեծ է, իսկ մյուսը՝ փոքր մեկից: Այս դեպքում, օգտվելով (1.17) և (1.18) առնչություններից, կստանանք՝

$$\psi_{(1)}(x+na) = \lambda_1^n \psi_{(1)}(x) \quad , \quad \psi_{(2)}(x+na) = \lambda_2^n \psi_{(2)}(x) \quad : \quad (1.19)$$

Եթե  $n \rightarrow \infty$ , ապա  $\lambda_1^n \rightarrow \infty$ , իսկ  $\lambda_2^n \rightarrow 0$  (կամ հակառակը), այսինքն, երբ  $x \rightarrow \infty$ ,  $\psi_{(1)}(x) \rightarrow \infty$ , իսկ  $\psi_{(2)}(x) \rightarrow 0$  (կամ հակառակը), իսկ երբ  $x \rightarrow -\infty$  ( $n \rightarrow -\infty$ ),  $\psi_{(1)}(x) \rightarrow 0$ , իսկ  $\psi_{(2)}(x) \rightarrow \infty$ : Այստեղից հետևում է, որ  $n$  չ  $\psi_{(1)}(x)$ -ը,  $n$  չ  $\psi_{(2)}(x)$ -ը, հետևաբար՝ և դրանց գծային համակցությունը, չեն կարող ծառայել որպես էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիա տարածական պարբերականությանը օժտված միջավայրում: Եվ քանի որ  $L_0$  պարամետրի արժեքը որոշվում է  $\varepsilon$  էներգիայով, ապա կարելի է պնդել, որ բյուրեղում չեն կարող գոյություն ունենալ  $\varepsilon$  էներգիայով էլեկտրոնային վիճակներ, որոնց համար  $|L_0| > 1$ : Այսինքն՝ այդպիսի էներգիաներով վիճակներն «արգելված» են:

Եթե  $|L_0| < 1$ , ապա կարելի է ընդունել, որ  $L_0 = \cos ka$ , որտեղ  $k$ -ն իրական հաստատուն է: (1.15) բանաձևերի համաձայն՝

$$\lambda_{1,2} = \cos ka \pm i \sin ka = \exp(\pm ika) , \quad (1.20)$$

հետևաբար՝

$$\psi_{(1,2)}(x+a) = e^{\pm ika} \psi_{(1,2)}(x) , \quad (1.21)$$

այսինքն՝ էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիայի արգումենտը ցանցի հաստատունով փոխելիս ֆունկցիայի մոդուլը չի փոխվում, փոխվում է միայն դրա փուլը: Հետևաբար՝ և՛  $\psi_{(1)}(x)$ -ը, և՛  $\psi_{(2)}(x)$ -ը, և՛ դրանց գծային համակցությունը կարող են լինել Շրյոդինգերի հավասարման լուծումներ: Այսպիսով, բյուրեղում կարող են իրականանալ միայն այնպիսի  $\varepsilon$  էներգիայով էլեկտրոնային վիճակներ, որոնց համար  $|L_0| < 1$ : Այսինքն՝ այդպիսի էներգիաներով վիճակները «թույլատրված» են:

Էլեկտրոնի (1.21) ալիքային ֆունկցիան կարելի է ներկայացնել նաև

$$\psi(x) = e^{\pm ikx} u(x) \quad (1.22)$$

տեսքով, որտեղ  $u(x)$  ֆունկցիան ունի մույն պարբերությունը, ինչ որ տարածական ցանցը: Իրոք, (1.22) և (1.21) առնչությունների համաձայն՝

$$u(x+a) = e^{\mp ik(x+a)} \psi(x+a) = e^{\mp ik(x+a)} e^{\pm ika} u(x) = e^{\mp ikx} \psi(x) \equiv u(x) ,$$

այսինքն՝



$$u(x+a)=u(x) : \quad (1.23)$$

Այս արդյունքները կարելի է ձևակերպել որպես թեորեմ, որի համաձայն՝ պարբերական դաշտում էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան միշտ կարելի է ներկայացնել

$$\Psi_k(x) = e^{ikx} u_k(x) \quad (1.24)$$

տեսքով, որտեղ  $u_k(x)$  ֆունկցիան ունի նույն պարբերականությունը, ինչ որ տարածական ցանցը (Ֆ. Բլոխ, 1928 թ.):

Եթե հաշվի առնենք նաև էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիայի ժամանակային կախումը, ապա լրիվ ալիքային ֆունկցիան կարելի է ներկայացնել

$$\psi_k(x,t) = e^{-i\left(\frac{\varepsilon}{\hbar}t - kx\right)} u_k(x) = e^{-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon t - \hbar kx)} u_k(x) \quad (1.25)$$

տեսքով: Այս ալիքները նկարագրում են էլեկտրոնի «ազատ» շարժումը բյուրեղում, երբ դրա վրա ազդում է միայն բյուրեղի ներքին դաշտը, իսկ արտաքին ուժերը բացակայում են: Այս ալիքները հայտնի են որպես Բլոխի ալիքներ: Ի տարբերություն ազատ տարածության մեջ տարածվող Դը Բրոյլի ալիքների, Բլոխի ալիքի լայնությամբ՝  $u_k(x)$  ֆունկցիան, մոդուլված է, այսինքն՝ տարրական բջջի տարբեր կետերում ընդունում է տարբեր արժեքներ: (1.25) ալիքում առկա  $\hbar k$  մեծությունը կատարում է նույն դերը, ինչ որ ազատ տարածության մեջ շարժվող էլեկտրոնի իմպուլսը:

Եռաչափ պարբերական դաշտի դեպքում Բլոխի թեորեմը տրվում է (1.24) բանաձևի ընդհանրացված տարբերակով՝

$$\psi_k(\mathbf{r}) = e^{ik\mathbf{r}} u_k(\mathbf{r}) \quad (1.26)$$

առնչությամբ, որտեղ  $\mathbf{k}$ -ն էլեկտրոնի ալիքային վեկտորն է, իսկ  $u_k(\mathbf{r})$  ֆունկցիան ունի բյուրեղի տարածական ցանցի պարբերականությունը:

Շրջողինգերի հավասարման լուծման (1.24) կամ (1.26) ներկայացումը համապատասխանում է այն ֆիզիկական իրողությանը, որ էլեկտրոնին  $\mathbf{r}$  և  $\mathbf{r} + \mathbf{l}$  կետերում հայտնաբերելու հավանականությունը չպետք է կախված լինի տարրական բջջի դիրքից, այսինքն՝ տեղափոխության  $\mathbf{l}$  վեկտորից (տեղափոխական համաչափության հատկություն): Իրոք, Բլոխի թեորեմի համաձայն՝ էլեկտրոնին  $\mathbf{r} + \mathbf{l}$  կետում հայտնաբերելու հավանականությունը՝

$$w(\mathbf{r} + \mathbf{l}) = \psi_{\mathbf{k}}^*(\mathbf{r} + \mathbf{l})\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{l}) = e^{-ikl}\psi_{\mathbf{k}}^*(\mathbf{r})e^{ikl}\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \psi_{\mathbf{k}}^*(\mathbf{r})\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \equiv w(\mathbf{r}) :$$

Բլոխի (1.26) թեորեմից անմիջապես հետևում է, որ իդեալական պարբերական դաշտում  $\mathbf{k}$  ալիքային վեկտորը պահպանվում է: Այլ կերպ ասած՝ իդեալական պարբերականությամբ օժտված ցանցում էլեկտրոնը չի ցրվում: Էլեկտրոնի ցրումները պայմանավորված են ցանցի պարբերականության խախտումներով՝ իոնների ջերմային տատանումներով և արատներով: Ուստի իդեալական պարբերականությամբ օժտված բյուրեղի էլեկտրական դիմադրությունը զրո է:

Այժմ պարզենք, թե ինչպիսի արժեքներ կարող է ընդունել  $\mathbf{k}$  մեծությունը (տես (1.20)): Միաչափ դեպքում, օգտվելով Բռոն-Կառմանի շրջանային պայմանից (Մաս I, III.2.16)՝

$$\psi_k(x + Na) = \psi_k(x) , \quad (1.27)$$

որտեղ  $L = Na$  մեծությունը միաչափ բյուրեղի երկարությունն է, և Բլոխի թեորեմից՝

$$\psi_k(x + Na) = e^{ikNa}\psi_k(x) , \quad (1.28)$$

կատանանք, որ  $k$  մեծության ընդունած արժեքները որոշվում են

$$\exp(ikNa) = 1 \quad (1.29)$$

պայմանից՝

$$k_n = \frac{2\pi}{Na}n \equiv \frac{2\pi}{L}n , \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) : \quad (1.30)$$

Եթե  $n$  ամբողջ թվի ընդունած արժեքները սահմանափակենք  $(-N/2, N/2)$  տիրույթում, ապա  $k_n$  մեծության համապատասխան արժեքների բազմությունը կլրացնի Բրիլյուենի առաջին զոնան՝

$$-\frac{\pi}{a} \leq k_n < \frac{\pi}{a} : \quad (1.31)$$

Եռաչափ բյուրեղի դեպքում  $\mathbf{k}$  ալիքային վեկտորի թույլատրելի արժեքներն ստացվում են (1.27) և (1.28) բանաձևերի ընդհանրացումից և պատկանում են  $k$ -տարածության մեջ

$$-\pi \leq \mathbf{k}\mathbf{a}_i < \pi , \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.32)$$

առնչություններով որոշվող Բրիլյուենի առաջին զոնային:

Ստացված արդյունքները նույնաբար համընկնում են բյուրեղային ցանցի տատանումները բնութագրող  $q$  ալիքային վեկտորի սեփական արժեքները որոշող բանաձևերի հետ (Մաս I, III.7): Համընկնումն, անշուշտ, պատահական չէ, քանի որ  $u'$  ցանցային դիմամիկայի հիմնական հավասարումների լուծումների,  $u'$  պարբերական դաշտում էլեկտրոնի համար Շրյոդինգերի հավասարման լուծումների տեսքը հետևանք են միևնույն ֆիզիկական պատճառի՝ բյուրեղական ցանցի տարածական պարբերականության:

Հետագայում, նկատի ունենալով վերը նշվածը, էլեկտրոնի  $k$  ալիքային վեկտորի, Բրիլլուեյնի զոնայում դրա ընդունած արժեքների բաշխման և դրանց թվի մասին տեղեկություններ ստանալու նպատակով կարող ենք օգտվել Մաս I, III-ում ստացված արդյունքներից:

## § 2. Կրոնիզ-Պեննիի մոդելը

Էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիայի տեսքը պարբերական դաշտում որոշելիս առնչվեցինք այնպիսի իրադրության, երբ էլեկտրոնի էներգիան կարող է ընդունել որոշակի՝ «թույլատրված» արժեքներ, իսկ էներգիայի այլ արժեքներ էլեկտրոնն ընդունել չի կարող, դրանք էլեկտրոնի համար «արգելված» են:

Այժմ պարզենք, թե ինչպիսին է պարբերական դաշտում էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրի բնույթը:

Շրյոդինգերի հավասարման մեջ  $V(r)$  պոտենցիալ էներգիայի վերլուծական տեսքը, որպես կանոն, հայտնի չէ: Եթե անգամ այն հայտնի լիներ, ապա Շրյոդինգերի հավասարումը կբերվեր երկրորդ կարգի մասնակի ածանցյալներով, պարբերական գործակիցներով դիֆերենցիալ հավասարման, որի լուծումը հնարավոր չէ ներկայացնել վերլուծական տեսքով: Ուստի խնդիրը կարելի է առավելագույնս պարզեցնել, դիտարկելով միաչափ բյուրեղի դեպքը և ընտրելով էլեկտրոնի պոտենցիալ էներգիայի համար ամենապարզ վերլուծական արտահայտությունը, որը բավարարում է պարբերականության պայմանին: Այս մոտեցումը (մոդելը) առաջարկել են Ռ. Կրոնիզը և Վ. Պեննին 1931 թ.:

Կրոնիզ-Պեննիի մոդելի շրջանակներում միաչափ բյուրեղի պոտենցիալը մոտարկվում է հետևյալ մոդելային պոտենցիալով (նկ. 111)

$$V(x) = \begin{cases} 0, & nc \leq x \leq nc + a, \\ V_0, & nc + a \leq x \leq (n+1)c, \end{cases} \quad (2.1)$$

այսինքն՝ այն ուղղանկյուն,  $a$  լայնությամբ պոտենցիալ փոսերի անվերջ համակարգ է, որոնք միմյանցից բաժանված են  $b$  լայնությամբ արգելքներով:  $n$ -ը փոսի համարն է ( $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ),  $c$ -ն՝ պոտենցիալի պարբերությունը՝

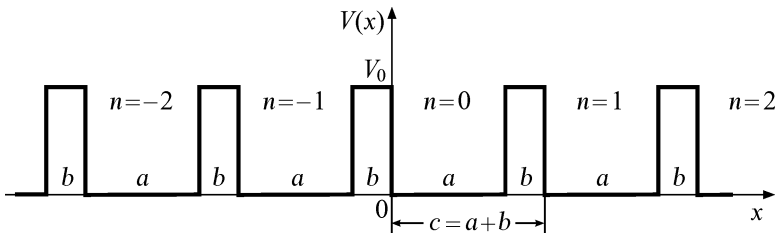
$$c = a + b : \quad (2.2)$$

Այս մոդելը, լինելով բավականաչափ կոպիտ, այնուհանդերձ չափազանց օգտակար է, քանի որ բացահայտորեն ցուցադրում է պարբերական դաշտում էլեկտրոնի քվանտային (ալիքային) բնույթով պայմանավորված առանձնահատկությունները:

Բլոխի թեորեմի համաձայն՝ (2.1) պարբերական պոտենցիալով դաշտում էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան տրվում է (1.24) առնչությամբ (պարզության համար հետագա հաշվարկներում  $u_k(x)$  ֆունկցիայում  $k$  ցուցիչը բաց է թողնված)՝

$$\psi(x) = e^{ikx} u(x) : \quad (2.3)$$

(2.3) արտահայտությունը տեղադրելով Շրյոդինգերի միաչափ հավասարման մեջ՝ կստանանք հավասարում  $u(x)$  պարբերական ֆունկցիայի համար՝



Նկ. 111. Էլեկտրոնի պոտենցիալ էներգիան միաչափ բյուրեղում ըստ Կրոնիգ-Պեննիի մոդելի

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + 2ik \frac{du}{dx} - \left[ k^2 - \alpha^2 + \frac{2m}{\hbar^2} V(x) \right] u = 0, \quad (2.4)$$

որտեղ

$$\alpha = \frac{1}{\hbar} (2m\varepsilon)^{1/2} : \quad (2.5)$$

Օգտվելով պոտենցիալի (2.1) արտահայտությունից՝ (2.4) հավասարումից՝ կստանանք.

$$\frac{d^2 u_1}{dx^2} + 2ik \frac{du_1}{dx} - (k^2 - \alpha^2) u_1 = 0, \quad nc \leq x < nc + a, \quad (2.6)$$

$$\frac{d^2 u_2}{dx^2} + 2ik \frac{du_2}{dx} - (k^2 - \beta^2) u_2 = 0, \quad nc + a \leq x < (n+1)c, \quad (2.7)$$

որտեղ  $u_1(x)$ -ը (2.4) հավասարման լուծումն է փոսի տիրույթում ( $V = 0$ ),  $u_2(x)$ -ը՝ արգելքի տիրույթում ( $V = V_0$ ), իսկ

$$\beta = \frac{1}{\hbar} [2m(\varepsilon - V_0)]^{1/2} : \quad (2.8)$$

Հաստատուն գործակիցներով (2.6) և (2.7) հավասարումների լուծումներն ունեն էքսպոնենտալին տեսք՝  $\exp(\gamma_{1,2}x)$ , որտեղ

$$\gamma_1 = -i(k \pm \alpha), \quad \gamma_2 = -i(k \pm \beta) : \quad (2.9)$$

$n$ -րդ փոսում (2.6) հավասարման լուծումը կարելի է ներկայացնել

$$u_1^{(n)}(x) = A_n \exp[i(\alpha - k)x] + B_n \exp[-i(\alpha + k)x] \quad (2.10)$$

տեսքով, իսկ  $n$ -րդ արգելքի տիրույթում՝

$$u_2^{(n)}(x) = C_n \exp[i(\beta - k)x] + D_n \exp[-i(\beta + k)x] \quad (2.11)$$

տեսքով, որտեղ  $A_n, B_n, C_n$  և  $D_n$  մեծությունները կամայական հաստատուններ են:

Եթե օգտվենք  $u(x)$  ֆունկցիայի պարբերականության պայմանից՝

$$u_{1,2}^{(n)}(x + nc) = u_{1,2}^{(n)}(x) = u_{1,2}^{(0)}(x), \quad (2.12)$$

առնչություններ կստանանք  $A_n, B_n, C_n$  և  $D_n$  անհայտ հաստատունների միջև: Իրոք, (2.10) և (2.12) բանաձևերի համաձայն, փոսի տիրույթում ( $0 \leq x \leq a$ )

$$A_0 e^{i(\alpha - k)x} + B_0 e^{-i(\alpha + k)x} = A_n e^{i(\alpha - k)(x + nc)} + B_n e^{-i(\alpha + k)(x + nc)}, \quad (2.13)$$

որտեղից

$$A_n = A_0 e^{-i(\alpha-k)nc}, \quad B_n = B_0 e^{i(\alpha+k)nc} : \quad (2.14)$$

Նույն ձևով արգելքի տիրույթում ( $-b \leq x \leq 0$ ) (2.11) և (2.12) բանաձևերից հետևում են

$$C_n = C_0 e^{-i(\beta-k)nc}, \quad D_n = D_0 e^{i(\beta+k)nc} \quad (2.15)$$

առնչությունները: Համակարգի պարբերականության հետևանքով  $A_1, \dots, A_n, B_1, \dots, B_n, C_1, \dots, C_n$  և  $D_1, \dots, D_n$  հաստատուններն արտահայտվում են ընդամենը 4՝  $A_0, B_0, C_0$  և  $D_0$  անհայտ հաստատուններով: Վերջինները որոշվում են (2.3) բանաձևով տրվող լրիվ ալիքային ֆունկցիայի և դրա ածանցյալի վրա  $x=0$  և  $x=a$  կետերում դրվող անընդհատության պայմաններից:

(2.3), (2.10), (2.11), (2.14) և (2.15) բանաձևերից հետևում են ալիքային ֆունկցիայի արտահայտությունները փոսի և արգելքի տիրույթներում՝

$$\psi_1^{(n)}(x) = \left[ A_0 e^{i\alpha(x-nc)} + B_0 e^{-i\alpha(x-nc)} \right] e^{iknc}, \quad (2.16)$$

$$\psi_2^{(n)}(x) = \left[ C_0 e^{i\beta(x-nc)} + D_0 e^{-i\beta(x-nc)} \right] e^{iknc} : \quad (2.17)$$

(2.16) բանաձևում քառակուսի փակագծերում գրված արտահայտությունն էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան է  $n=0$  բջջին պատկանող փոսում:  $n$ -րդ բջջին պատկանող փոսում էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան՝  $\psi_1^{(n)}(x)$ -ը,  $\psi_1^0(x)$ -ից տարբերվում է միայն  $\exp(ikcn)$  փուլային արտադրիչով: Նույնը տեղի ունի նաև (2.17) արտահայտությամբ տրվող արգելքի տիրույթի ալիքային ֆունկցիայի համար:

Ալիքային ֆունկցիայի և դրա ածանցյալի անընդհատության

$$\begin{aligned} \psi_{1,0}(0) &= \psi_{2,0}(0), & \psi'_{1,0}(0) &= \psi'_{2,0}(0) \\ \psi_{1,0}(a) &= \psi_{2,1}(a), & \psi'_{1,0}(a) &= \psi'_{2,1}(a) \end{aligned} \quad (2.18)$$

պայմաններից հետևում է,  $A_0, B_0, C_0$  և  $D_0$  անհայտ գործակիցները բավարարում են հավասարումների հետևյալ համակարգին՝

$$\begin{aligned}
A_0 + B_0 - C_0 - D_0 &= 0 \\
i\alpha A_0 - i\alpha B_0 - i\beta C_0 + i\beta D_0 &= 0 \\
e^{i\alpha a} A_0 + e^{-i\alpha a} B_0 - e^{-i\beta b + ikc} C_0 - e^{i\beta b + ikc} D_0 &= 0 \\
i\alpha e^{i\alpha a} A_0 - i\alpha e^{-i\alpha a} B_0 - i\beta e^{-i\beta b + ikc} C_0 + i\beta e^{i\beta b + ikc} D_0 &= 0
\end{aligned} \quad : (2.19)$$

որն ունի ոչ զրոյական լուծում, եթե նրա որոշիչը զրո է՝

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ i\alpha & -i\alpha & -i\beta & i\beta \\ e^{i\alpha a} & e^{-i\alpha a} & -e^{-i\beta b + ikc} & -e^{i\beta b + ikc} \\ i\alpha e^{i\alpha a} & -i\alpha e^{-i\alpha a} & -i\beta e^{-i\beta b + ikc} & i\beta e^{i\beta b + ikc} \end{vmatrix} = 0 : \quad (2.20)$$

Բացելով որոշիչը՝ կստանանք

$$-\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2\alpha\beta} \sin \alpha a \sin \beta b + \cos \alpha a \cos \beta b = \cos k(a+b) = \cos kc \quad (2.21)$$

հավասարումը, որը կապ է հաստատում  $\alpha, a, b, V_0$  և  $k$  մեծությունների միջև: Քանի որ  $\alpha$  և  $\beta$  մեծությունները, (2.5) և (2.8) բանաձևերի համաձայն՝ արտահայտվում են էլեկտրոնի  $\varepsilon$  էներգիայի միջոցով, ապա (2.21) հավասարումը անբացահայտորեն ներկայացնում է  $\varepsilon$ -ի և  $k$ -ի միջև կապը՝  $\varepsilon(k)$  դիսպերսային հավասարումը տրված  $V_0$ ,  $a$  և  $b$  պարամետրերով նկարագրվող պարբերական դաշտում:

Ուսումնասիրենք (2.21) տրանսցենդենտ հավասարումը:

Եթե (2.21) հավասարման ձախ մասը ներկայացնենք՝

$$f(\varepsilon) \equiv -\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2\alpha\beta} \sin \alpha a \sin \beta b + \cos \alpha a \cos \beta b \equiv A \cos(\alpha a - \delta) \quad (2.22)$$

տեսքով, և, օգտվելով երկու անկյունների տարբերության կոսինուսի արտահայտությունից՝ հավասարեցնենք  $\sin \alpha a$  և  $\cos \alpha a$  անդամների գործակիցները, կստանանք  $A$  լայնության և  $\delta$  փուլի արտահայտությունները՝

$$A = \left[ 1 + \frac{(\alpha^2 - \beta^2)^2}{4\alpha^2\beta^2} \sin^2 \beta b \right]^{1/2}, \quad (2.23)$$

$$\operatorname{tg} \delta = -\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2\alpha\beta} \operatorname{tg} \beta b : \quad (2.24)$$

$\varepsilon = 0$  կետում  $f(\varepsilon)$  ֆունկցիան ընդունում է առավելագույն արժեք՝

$$f(0) = ch \left( \frac{2mb^2 V_0}{\hbar^2} \right)^{1/2} + \frac{mb^2 V_0}{\hbar^2} sh \left( \frac{2mb^2 V_0}{\hbar^2} \right)^{1/2} > 1 : \quad (2.25)$$

Էներգիայի մեծացմանը զուգընթաց  $A(\varepsilon)$  լայնույթը մոնոտոն նվազում է՝ միշտ մնալով 1-ից մեծ  $\beta$ -ի և՛ կեղծ (երբ  $0 < \varepsilon < V$ ), և՛ իրական (երբ  $V_0 \leq \varepsilon < \infty$ ) արժեքների համար (նկ. 112):

(2.21) հավասարման աջ մասն արժեքներ է ընդունում  $[1, -1]$  տիրույթում:  $f(\varepsilon)$  ֆունկցիայի՝  $[-1, 1]$  տիրույթում արժեքներին համապատասխանում են իրական  $k$ -եր: Մյուս կողմից, եթե  $|f(\varepsilon)| > 1$ , ապա  $\varepsilon$ -ի այդ արժեքներին համապատասխանող  $k$ -երի համար

$$\cos k(a+b) > 1 \quad \text{կամ} \quad \cos k(a+b) < -1, \quad (2.26)$$

որտեղից բխում է, որ  $k$  ալիքային թիվը կոմպլեքս է՝  $\operatorname{Im} k \neq 0$ : Այս դեպքում (2.3) լուծումները չեն բավարարում ալիքային ֆունկցիայի վրա դրվող ֆիզիկական պահանջներին: Կոմպլեքս ալիքային թվերին համապատասխանող էներգիայի արժեքներ էլեկտրոնն ընդունել չի կարող, այսինքն՝ էներգիայի այդպիսի արժեքներն էլեկտրոնի համար «արգելված» են (նկ. 112-ում մուգ տիրույթները):

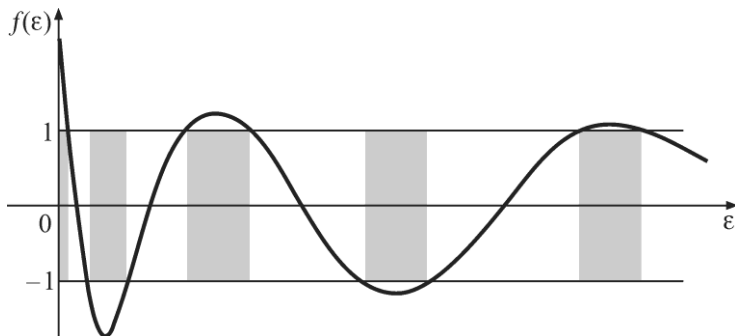
Այսպիսով, պարբերական դաշտում էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրն ունի շերտավոր կառուցվածք՝ այն բաղկացած է էներգիայի՝ իրար հաջորդող «արգելված» և «թույլատրելի» սեփական արժեքների տիրույթներից, որոնք կոչվում են համապատասխանաբար արգելված և թույլատրելի էներգիական գոտիներ:

Էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրի որոշ ընդհանուր հատկություններ անմիջականորեն բխում են (2.21) հավասարումից, տրված կրճատ տեսքով՝

$$f(\varepsilon) = \cos kc : \quad (2.26)$$

ա. Եթե (2.26) հավասարման աջ մասում  $k$ -ի փոխարեն տեղադրենք  $-k$ , ապա հավասարումը կմնա անփոփոխ, այսինքն՝  $k$  և  $-k$  ալիքային թվով քվանտային վիճակներում էլեկտրոնն ունի նույն էներգիան: Այլ կերպ





Նկ. 112.  $f(\varepsilon)$  ֆունկցիայի գրաֆիկը և էներգիայի «թույլատրելի» (սպիտակ) և արգելված (մուգ) տիրույթները

ասած, էլեկտրոնի դիսպերսային հավասարումն ավիքային թվի գույգ ֆունկցիա է՝

$$\varepsilon(-k) = \varepsilon(k) : \quad (2.27)$$

Այս պայմանը տեղի ունի յուրաքանչյուր էներգիական գոտու համար:

բ. Եթե (2.26) հավասարման մեջ կատարենք անցում նոր՝  $k'$  ավիքային թվի, որը  $k$ -ի հետ կապված է

$$k' = k + \frac{2\pi}{c}l, \quad l = \pm 1, \pm 2, \pm \dots \quad (2.28)$$

առնչությամբ, ապա հավասարումը կմնա անփոփոխ, այսինքն՝  $k$  և  $k'$  ավիքային թվերով քվանտային վիճակներում էլեկտրոնն ունի նույն էներգիան՝

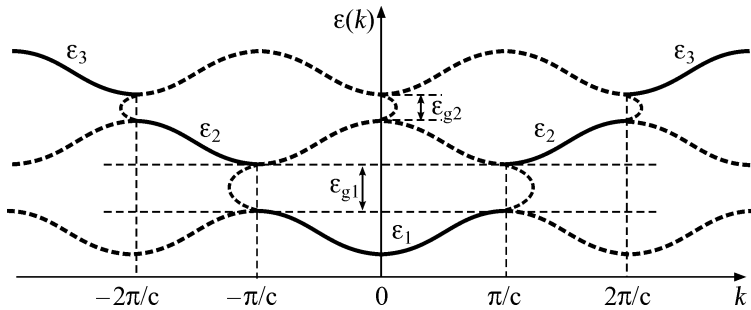
$$\varepsilon(k') \equiv \varepsilon\left(k + \frac{2\pi}{c}l\right) = \varepsilon(k), \quad l = \pm 1, \pm 2, \pm \dots : \quad (2.29)$$

Սա նշանակում է՝ պարբերական դաշտում էլեկտրոնի էներգիան ավիքային թվի պարբերական ֆունկցիա է, որի պարբերությունը  $2\pi/c$  է:

գ. (2.26) հավասարումն ածանցենք ըստ էներգիայի.

$$\frac{d\varepsilon}{dk} = -\frac{c \sin kc}{f'(\varepsilon)}, \quad (2.30)$$

որտեղ  $f' \equiv df/d\varepsilon$ : Այս առնչության աջ մասն ընդունում է զրոյական արժեքներ միայն  $k = \pm \pi m/c$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ) կետերում, որոնցում  $f'(\varepsilon) \neq 0$  (նկ.112): Հետևաբար՝  $\varepsilon(k)$  ֆունկցիան էքստրեմալ արժեքներ կարող է ընդու-



Նկ. 113. (2.21) հավասարման լուծումները՝  $\varepsilon_n(k)$  էներգիական գոտիները (հոծ գծեր)

նել միայն Բրիլյուենի զոնայի կենտրոնում և դրա սահմանների վրա, բայց ոչ զոնայի ներքին կետերում (բացի  $k=0$  կետից):

Ինչպես տեսանք, արգելված գոտուն պատկանող էներգիաների համար ակիքային թիվն ընդունում է կոմպլեքս արժեքներ՝

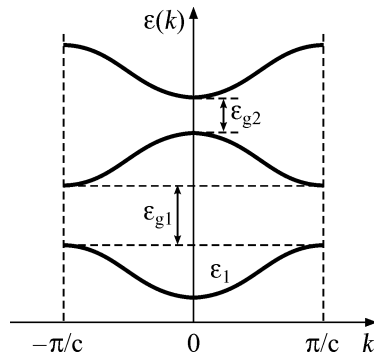
$$k = \text{Re } k + i \text{Im } k \equiv k_1 + i k_2 : \quad (2.31)$$

$\cos kc$  ֆունկցիան իրական է կամայական  $k$ -ի համար, ուստի

$$k = \frac{\pi}{c} m + i k_2, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm \dots, \quad (2.32)$$

իսկ  $k_2$  մեծությունը, որպես  $\varepsilon$  էներգիայի ֆունկցիա, որոշվում է

$$(-1)^m \text{ch}(k_2 c) = f(\varepsilon) \quad (2.33)$$



Նկ. 114. Էլեկտրոնի էներգիայի բերված գոտիական սխեման

հավասարումից: Երբ  $\varepsilon \rightarrow \infty$ ,  $|f(\varepsilon)| \rightarrow 1$  արգելված գոտիներին պատկանող էներգիաների համար, ուստի  $k_2 \rightarrow 0$ , այսինքն՝  $k \rightarrow k_1$ , և էլեկտրոնի վարքը գործնականորեն համընկնում է ազատ էլեկտրոնի վարքի հետ: Նկ. 113-ում պատկերված է (2.21) հավասարումից ստացվող  $\varepsilon(k)$  դիսպերսային հավասարումը և (2.33) հավասարումից որոշվող  $k_2(\varepsilon)$  ֆունկցիան (մանր կետագծեր) արգելված գոտիներում:

Օգտվելով (2.28) առնչությունից՝  $k$  ավիքային թվի փոփոխման տիրույթը կարելի է սահմանափակել  $(-\pi/c, \pi/c)$  տիրույթով (Բրիլյուենի առաջին գոնայով) և  $\varepsilon(k)$  դիսպերսային կորը դիտարկել միայն այդտեղ: Դրա համար անհրաժեշտ է նկ. 113-ում պատկերված կորերը  $2\pi m/c$ -ով տեղափոխել  $(-\pi/c, \pi/c)$  տիրույթ ( $m = \pm 1, \pm 2, \pm \dots$ ): Արդյունքում կստացվի այսպես կոչված բերված գոտիական սխեման (նկ. 114, տես նաև Մաս I, III.5):

### § 3. Կրոնիզ-Պեննիի մոդելը: Վերլուծական արտահայտություններ

Դիսպերսային հավասարման բացահայտ տեսքը գտնելու նպատակով օգտվենք այն հանգամանքից, որ խնդրի պարամետրերը՝  $V_0$ ,  $a$ ,  $b$  մեծությունները կարող են ընդունել կամայական արժեքներ:

Մասնավորապես, ստորև կենթադրենք, որ արգելքի լայնությունը՝  $b \rightarrow 0$ , իսկ բարձրությունը՝  $V_0 \rightarrow \infty$ , բայց այնպես, որ

$$bV_0 = \text{const} : \quad (3.1)$$

Քանի որ  $\varepsilon < V_0$  դեպքում (2.8) առնչությամբ տրվող  $\beta$  մեծությունը կեղծ է՝  $\beta = i\gamma$ ,  $\gamma > 0$ , ապա (2.21) հիմնական հավասարումից հետևում է, որ

$$\frac{\gamma^2 - \alpha^2}{2\gamma\alpha} \operatorname{sh} \gamma b \sin \alpha a + \operatorname{ch} \gamma b \cos \alpha a = \cos k(a+b) : \quad (3.2)$$

Երբ  $b \rightarrow 0$ , (2.8) և (3.1) առնչությունների համաձայն՝

$$\gamma b = \frac{1}{\hbar} [2m(V_0 - \varepsilon)]^{1/2} b \approx \frac{1}{\hbar} (2mV_0 b)^{1/2} b^{1/2} \sim b^{1/2} \rightarrow 0$$

$$\operatorname{sh} \gamma b \approx \gamma b, \quad \operatorname{ch} \gamma b \approx 1, \quad c = a + b \approx a,$$

ուստի (3.2) հավասարումը կընդունի

$$P \frac{\sin \alpha a}{\alpha a} + \cos \alpha a = \cos ka \quad (3.3)$$

տեսքը, որտեղ պոտենցիալին արգելքը բնութագրող  $P$  պարամետրը տրվում է հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$P = \frac{\gamma^2 b a}{2} \approx \frac{m V_0 b a}{\hbar^2} = \text{const} : \quad (3.4)$$

Ուսումնասիրենք (3.3) հավասարման լուծումները  $P$  պարամետրի տարբեր արժեքների դեպքում:

1.  $P \rightarrow 0$ : (3.3) հավասարումից կստանանք՝

$$\cos \alpha a = \cos ka \quad \text{և} \quad \left( \frac{2m\varepsilon}{\hbar^2} \right)^{1/2} a = ka,$$

հետևաբար՝

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \quad (3.5)$$

որն ազատ մասնիկի դիսպերսային հավասարումն է:

2.  $P$  պարամետրի մեծ արժեքների համար (3.3) հավասարումը հարմար է ներկայացնել

$$\frac{\sin \alpha a}{\alpha a} + \frac{1}{P} \cos \alpha a = \frac{1}{P} \cos ka \quad (3.6)$$

տեսքով: Եթե  $P \rightarrow \infty$   $b = \text{const}$ ,  $V_0 \rightarrow \infty$ , որը համապատասխանում է անվերջ խոր պոտենցիալ փոսի մոտավորությանը, (3.6) հավասարումից հետևում է, որ

$$\frac{\sin \alpha a}{\alpha a} = 0, \quad (3.7)$$

այսինքն՝

$$\alpha a = \pi n, \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm \dots: \quad (3.8)$$

Նշենք, որ  $n = 0$  արժեքը բացառվում է, քանի որ այդ դեպքում (3.8) հավասարման ձախ մասը հավասար է մեկի:

(3.8) և (2.5) առնչություններից հետևում է, որ էլեկտրոնի էներգիայի արտահայտությունը՝

$$\varepsilon_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2 : \quad (3.9)$$

Այսպիսով,  $P \rightarrow \infty$  դեպքում թույլատրելի էներգիական գոտիները վերածվում են ընդհատ մակարդակների:

3.  $P \gg 1$  և վերջավոր է: Ֆիզիկորեն այս դեպքը համապատասխանում է տվյալ հանգույցի հետ ամուր կապված (կամ փոսում տեղայնացված) մասնիկին, որն, այնուամենայնիվ, կարող է թունելային անցումներ կատարել մի հանգույցից (փոսից) մյուսը: Ասվածին համապատասխան, (3.6) հավասարման լուծումը կփնտրենք

$$\alpha a = \pi n + \delta, \quad \delta \ll 1 \quad (n \neq 0) \quad (3.10)$$

տեսքով: Սահմանափակվելով գծային ( $\sim \delta$ ) անդամներով՝ կստանանք.

$$\delta = \frac{\pi n}{P} \left[ (-1)^n \cos ka - 1 \right] : \quad (3.11)$$

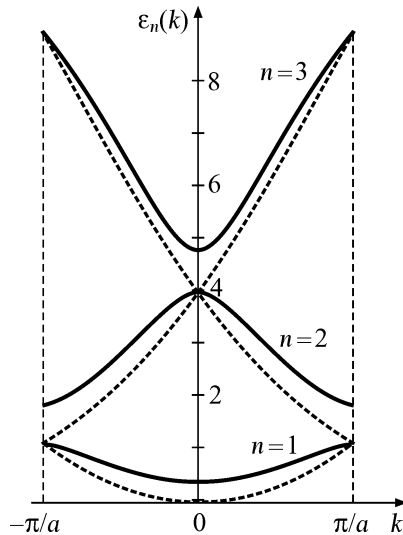
(2.5), (3.9) – (3.11) առնչություններից հետևում է էլեկտրոնի դիսպերսային հավասարումը՝

$$\varepsilon_n(k) = \varepsilon_n \left( 1 - \frac{2}{P} \right) + (-1)^n \frac{2\varepsilon_n}{P} \cos ka : \quad (3.12)$$

Տրված  $n$ -ի դեպքում ( $n$ -ն էներգիական գոտու համարն է)  $k$ -ի փոփոխման հետ էլեկտրոնի էներգիան փոփոխվում է  $\varepsilon_n^{\min}$  և  $\varepsilon_n^{\max}$  արժեքների միջև, որոնք համապատասխանաբար որոշում են  $n$ -րդ թույլատրելի գոտու հատակը և առաստաղը:  $n$ -րդ էներգիական թույլատրելի գոտու լայնությունը՝

$$\Delta \varepsilon_n \equiv \varepsilon_n^{\max} - \varepsilon_n^{\min} = \frac{4\varepsilon_n}{P} \sim \frac{n^2}{P}, \quad (3.13)$$

այսինքն՝ որքան բարձր է էներգիական գոտին, այնքան լայն է այն: Տրված  $n$ -ի դեպքում գոտու լայնությունը՝  $\Delta \varepsilon_n \sim 1/P$ , այսինքն՝ որքան «ամուր» է կապված էլեկտրոնը տվյալ հանգույցի հետ, այնքան նեղ է էներգիական գոտին:



Նկ. 115. (3.3) հավասարման  $n = 1, 2$  և  $3$  լուծումների (էներգիական գոտիների) գրաֆիկները, երբ  $P = 2$ . Կետագծերով կորերը համապատասխանում են ազատ էլեկտրոնների մոտավորությանը (էներգիան չափված է  $\varepsilon_1 = \pi^2 \hbar^2 / 2ma^2$  միավորով):

Քննարկվող մոդելի շրջանակներում, (3.12) բանաձևից հետևում է, որ կենտ համարով էներգիական գոտիների հատակները  $k=0$  կետում են, իսկ առաստաղները՝  $k = \pm(2m+1)\pi/a$  կետերում (Բրիլյուենի գոնայի եզրերին), զույգ  $n$ -երի դեպքում՝ հակառակը:  $n$ -րդ արգելված էներգիական գոտու լայնությունը սահմանվում է որպես հաջորդ՝ վերին  $n+1$ -րդ թույլատրելի գոտու հատակին և  $n$ -րդ թույլատրելի գոտու առաստաղին համապատասխանող էներգիաների տարբերություն՝

$$\varepsilon_{gn} = \varepsilon_{n+1}^{\min} - \varepsilon_n^{\max} = \varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n - \frac{4}{P} \varepsilon_{n+1} : \quad (3.14)$$

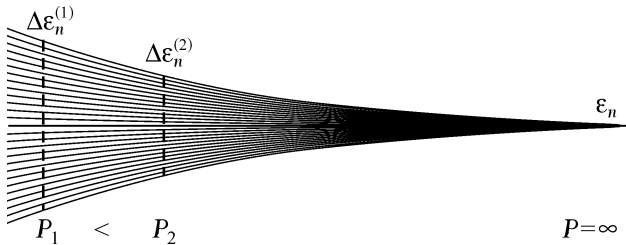
Այս արտահայտությունից հետևում է, որ արգելված գոտու լայնությունը  $P$ -ի մեծացման հետ աճում է:

Նկ. 115-ում պատկերված են (3.3) հավասարումից  $P=2$  դեպքում ստացվող առաջին երեք ( $n = 1, 2, 3$ ) էներգիական գոտիները, երբ  $-\pi \leq k < \pi/a$

(բերված գոտիական սխեմա):

$P$  պարամետրի տարբեր արժեքներին համապատասխանող դեպքերի քննարկումը հնարավորություն է տալիս պարբերական դաշտում էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրի շերտավոր բնույթը մեկնաբանելու հետևյալ ֆիզիկական դատողություններով:

$P = \infty$  դեպքում միաչափ ցանցը կարելի է պատկերել որպես  $N \gg 1$  թվով պոտենցիալ փոսերի հավաքածու, ընդ որում, քանի որ բոլոր պոտենցիալ փոսերը (ցանցի հանգույցները) նույնական են, ապա էլեկտրոնի՝ (3.9) բանաձևով տրվող էներգիական մակարդակները նույնն են բոլոր փոսերում: Էլեկտրոնը տվյալ էներգիայով վիճակ կարող է ունենալ,  $N$  փոսերից յուրաքանչյուրում, այսինքն՝ էլեկտրոնի վիճակն ըստ դիրքի  $N$ -պատիկ այլասերված է:



Նկ. 116.  $n$ -րդ էներգիական գոտու առաջանալն  $n$ -րդ ընդհատ էներգիական մակարդակից ( $P_1 < P_2$ )

Եթե  $P$  պարամետրն ընդունում է մեծ, բայց վերջավոր արժեքներ, ապա փոսերն սկսում են «փոխազդել», այսինքն՝ մի փոսի ներկայությունը (որն էլեկտրոնը «գտնում» է թունելային անցման հնարավորության հետևանքով) ազդում է հարևան փոսում էլեկտրոնի էներգիական մակարդակի դիրքի վրա: Դրա հետևանքով տվյալ էներգիայով մակարդակի այլասերումը հանվում է՝  $N$ -պատիկ այլասերված մակարդակը վերածվում է իրար մոտ դասավորված էներգիական մակարդակների «խրձի»՝ էներգիայի թույլատրելի արժեքների գոտու, որտեղ մակարդակների թիվը  $N$  է (նկ. 116):  $P$  պարամետրի նվազմանը զուգընթաց թույլատրելի գոտիների լայնությունները մեծանում են:

## § 4. Քվազիիմպուլս: Արտաքին դաշտի ազդեցությունը բյուրեղում շարժվող էլեկտրոնի վրա: Արդյունաբար զանգված

Եթե Բլոխի  $u_k(x)$  լայնույթը հաստատուն մեծություն է, ապա էլեկտրոնի (1.22) ալիքային ֆունկցիան վերածվում է  $\exp(\pm ikx)$  հարթ ալիքի, որը նկարագրում է  $p = \pm \hbar k$  իմպուլսով ազատ էլեկտրոնի շարժումը, որին համապատասխանում է

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} \quad (4.1)$$

Էներգիա: § 2-ում ստացված արդյունքների համաձայն՝ էներգիայի  $\varepsilon \gg V_0$  արժեքների համար էլեկտրոնի դիսպերսային հավասարումը հանգում է (4.1) բանաձևին:

Էլեկտրոնի քվանտային վիճակը նկարագրող  $k$  մեծությունը շարժումը բնութագրող հաստատուն է, իսկ  $\hbar k$  մեծությունն ունի իմպուլսի չափայնություն: Երբ էլեկտրոնի էներգիան մեծանում է, այսինքն՝ էլեկտրոնն ավելի ու ավելի «ազատ» է դառնում,  $k$  մեծության արժեքները մոտենում են ազատ մասնիկի իմպուլսի  $\hbar k$ -ի հարաբերությանը: Ընդամենը, այս եզրակացությունը կապ չունի պարբերական պոտենցիալի կոնկրետ տեսքի հետ:

$\hbar k$  մեծությունը նկարագրում է էլեկտրոնի դինամիկական վարքը բյուրեղային ցանցում, այնպես, ինչպես իմպուլսը՝ էլեկտրոնի վարքը վակուումում: Նշված մասնություններից ելնելով՝  $\hbar k$  մեծությունն անվանել են քվազի-իմպուլս, որը միաժամանակ նշում է մաս դրա՝ իմպուլսից տարբեր լինելու հանգամանքը: Այս տարբերությունն ավելի հստակեցնելու համար հարկ է նշել, որ բյուրեղային պոտենցիալի առկայությամբ էլեկտրոնի ակնթարթային իմպուլսը շարժման հաստատուն չէ: Սակայն կարելի է հաշվել էլեկտրոնի միջին արագությունը, քանի որ տրված էներգիայով վիճակում  $\hbar k$  քվազի-իմպուլսն ունի խիստ որոշակի, հաստատուն արժեք:

Ուսումնասիրենք էլեկտրոնի շարժումը բյուրեղում արտաքին դաշտում:



Էլեկտրոնի շարժումն ավելի ակնառու դարձնելու նպատակով տեղայնացնենք էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան, վերադրելով տարբեր  $k$ -երով լուծումներ: Էլեկտրոնը «ներկայացնող» ալիքային փաթեթի խմբային արագությունը տրվում է

$$v_g \equiv v = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{\hbar} \frac{d\varepsilon}{dk} \quad (4.2)$$

բանաձևով, որտեղ օգտագործված է էլեկտրոնի էներգիայի և հաճախության միջև  $\varepsilon = \hbar\omega$  կապը: (4.2) բանաձևից հետևում է, որ բյուրեղային դաշտի ազդեցությունն էլեկտրոնի շարժման վրա ամբողջությամբ պայմանավորված է  $\varepsilon(k)$  դիսպերսային հավասարումով: Եռաչափ բյուրեղում էլեկտրոնի միջին (քվանտամեխանիկական) արագությունը որոշվում է (4.2) բանաձևն ընդհանրացնող

$$\mathbf{v} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{k}} \equiv \frac{1}{\hbar} \nabla_{\mathbf{k}} \varepsilon(\mathbf{k}) \quad (4.3)$$

առնչությամբ, որտեղ  $\nabla_{\mathbf{k}} \equiv \partial/\partial \mathbf{k}$ -ն գրադիենտն է  $k$ -տարածության մեջ:

Եթե բյուրեղը  $E$  արտաքին էլեկտրական դաշտում է, ապա դաշտի ազդեցությամբ  $dt$  ժամանակում էլեկտրոնի էներգիան կփոխվի

$$d\varepsilon = -eE dx = -eE v dt \equiv \frac{d\varepsilon}{dk} dk \quad (4.4)$$

չափով: (4.2) և (4.4) բանաձևերից հետևում է, որ

$$dk = -\frac{eE}{\hbar} dt \quad (4.5)$$

կամ

$$\hbar \frac{dk}{dt} = \frac{dp}{dt} = -eE = F, \quad (4.6)$$

որտեղ  $p = \hbar k$ -ն էլեկտրոնի քվազիիմպուլսն է,  $F = -eE$ -ն՝ էլեկտրոնի վրա արտաքին դաշտում ազդող ուժը: Եռաչափ բյուրեղի դեպքում

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F} : \quad (4.7)$$

(4.6) բանաձևի համաձայն՝ էլեկտրոնի քվազիիմպուլսի փոփոխման արագությունը հավասար է էլեկտրոնի վրա ազդող արտաքին ուժին: (4.6) բանաձևը Նյուտոնի II օրենքի մմանակն է և ցույց է տալիս, որ պարբերական

դաշտում էլեկտրոնի քվազիիմպուլսն արտաքին դաշտի ազդեցությամբ փոփոխվում է ճիշտ այնպես, ինչպես ազատ էլեկտրոնի իմպուլսը: Եթե բյուրեղն արտաքին մագնիսական դաշտում է, որի  $\mathbf{H}$  լարվածությունն այնպիսին է, որ էներգիական գոտիական կառուցվածքը մնում է անփոփոխ, ապա (4.7) հավասարումը տեղի ունի նաև Լորենցի ուժի առկայությամբ`

$$\hbar \frac{d\mathbf{k}}{dt} = -\frac{e}{c} [\mathbf{v}, \mathbf{H}] : \quad (4.8)$$

Նկատի ունենալով (4.3) առնչությունը` (4.8) հավասարումը կարելի է ներկայացնել

$$\frac{d\mathbf{k}}{dt} = -\frac{e}{c\hbar^2} [\nabla_{\mathbf{k}} \varepsilon(\mathbf{k}), \mathbf{H}] \quad (4.9)$$

տեսքով: Քանի որ յուրաքանչյուր  $\mathbf{k}$  կետում  $\nabla_{\mathbf{k}} \varepsilon(\mathbf{k})$  վեկտորն ուղղահայաց է  $\varepsilon(\mathbf{k}) = \text{const}$  մակերևույթին, ապա (4.9) բանաձևից հետևում է, որ  $k$ -տարածության մեջ էլեկտրոնը շարժվում է այդ մակերևույթով, ընդ որում` դրա քվազիիմպուլսի պրոյեկցիան մագնիսական դաշտի ուղղության վրա`  $\mathbf{k}_H$  վեկտորը մնում է հաստատուն:

Եթե բյուրեղը  $\mathbf{E}$  էլեկտրական և  $\mathbf{H}$  մագնիսական դաշտերում է, ապա շարժման հավասարումն ընդունում է հետևյալ տեսքը`

$$\frac{d\mathbf{k}}{dt} = -e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}, \mathbf{H}] \right) : \quad (4.10)$$

Միաչափ պարբերական դաշտում էլեկտրոնի արագացումը կարելի է որոշել, ըստ ժամանակի ածանցելով (4.2) բանաձևը`

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{\hbar} \frac{d}{dt} \left( \frac{d\varepsilon}{dk} \right) = \frac{1}{\hbar} \frac{d^2 \varepsilon}{dk^2} \frac{dk}{dt} : \quad (4.11)$$

Նկատի ունենալով նաև (4.6) հավասարումը` կստանանք.

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 \varepsilon}{dk^2} F : \quad (4.12)$$

Այս արտահայտությունը համեմատելով Նյուտոնի II օրենքի`  $a = F/m$  ձևակերպման հետ, գալիս ենք եզրակացության, որ  $F$ -ի գործակիցը կատարում է հակադարձ զանգվածի դեր: Սահմաններ էլեկտրոնի արդյունաբար զանգվածը հետևյալ արտահայտությամբ`

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2\varepsilon}{dk^2} : \quad (4.13)$$

Պարբերական դաշտում էլեկտրոնին վերագրելով  $m^*$  արդյունարար զանգված՝ այն կարելի է համարել ազատ և դրա շարժումն արտաքին դաշտում նկարագրել որպես ազատ էլեկտրոնի շարժում:

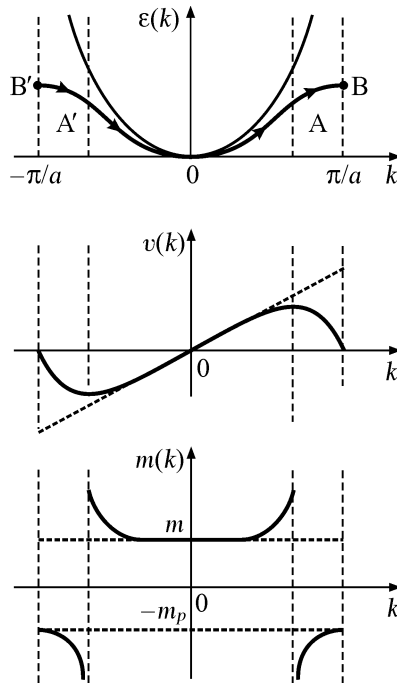
Եթե բյուրեղային դաշտը բացակայում է, ապա էլեկտրոնի (4.1) դիսպերսային հավասարումից և արդյունարար զանգվածի (4.13) սահմանումից հետևում է  $m^* = m$  արդյունքը, այսինքն՝ արդյունարար զանգվածի տարբերությունը մասնիկի իրական (վակուումում ունեցած) զանգվածից հետևանք է բյուրեղային ցանցի ազդեցության:

Հարկ է նշել, որ պարբերական դաշտում արդյունարար զանգվածի ներմուծումն էլեկտրոնի վարքը նկարագրելու հարմար միջոց է: Արդյունարար զանգվածը զանգված չէ սովորական իմաստով՝ այն չի որոշում էլեկտրոնի գրավիտացիոն և իներցիոն հատկությունները: Այն կարող է վակուումում էլեկտրոնի զանգվածից և՛ մեծ, և՛ փոքր լինել: Ավելին. այն կարող է լինել նաև բացասական այն  $k$ -երի համար, որոնց դեպքում  $d^2\varepsilon/dk^2 < 0$ :

Այժմ ուսումնասիրենք էլեկտրոնի դինամիկան արտաքին էլեկտրական դաշտում և պարզենք միաչափ բյուրեղային պարբերական դաշտի առկայությամբ պայմանավորված դրա առանձնահատկությունները (նկ. 117):

Դիցուք՝  $t = 0$  պահին էլեկտրոնը  $k = 0$  կետում է:  $E \neq 0$  դաշտի ազդեցությամբ էլեկտրոնը կարագանա, էներգիան կմեծանա, և այն կգբադեցնի գոտու ավելի ու ավելի մեծ էներգիաներով քվանտային վիճակներ:

Փոքր  $k$ -երի համար, քանի դեռ  $\varepsilon(k) \sim k^2$ , էլեկտրոնի արագությունը՝  $v = \hbar k / m^* \sim k$ , քանի որ արդյունարար զանգվածը՝  $m^* = \hbar^2 (d^2\varepsilon/dk^2)^{-1} = m$  մնում է հաստատուն: Այսպիսի էլեկտրոնն իրեն պահում է որպես «նորմալ» մասնիկ՝ ունի դրական, հաստատուն զանգված և արտաքին ուժի ազդեցությամբ արագանում է:  $k$ -ի մեծացմանը զուգընթաց  $\varepsilon(k)$  կորն աճում է ավելի դանդաղ, քան պարաբոլը,  $m^*$ -ն սկսում է մեծանալ, իսկ  $v$ -ի աճը դանդաղում է:  $A$  կետը  $\varepsilon(k)$  կորի շրջման կետն է՝ այդ կետում  $(d\varepsilon/dk)_A = \max$ , իսկ  $(d^2\varepsilon/dk^2)_A = 0$ , ուստի էլեկտրոնի արագությունը դառ-



*Նկ. 117. Էլեկտրոնի ա. էներգիայի, բ. խմբային արագության և գ. արդյունարար զանգվածի՝ ալիքային թվից կախման գրաֆիկները միաչափ բյուրեղում արտաքին էլեկտրական դաշտում*

նում է առավելագույնը, իսկ  $m^* \rightarrow \infty$ :  $A$  շրջման կետն անցնելիս  $m^*$ -ը փոխում է նշանը՝ այն դառնում է բացասական, որի հետևանքով  $k$ -ի հետագա մեծացման հետ էլեկտրոնի արագությունը փոքրանում է, չնայած արտաքին ուժի և՛ մեծությունը, և՛ ուղղությունը մնացել են անփոփոխ:  $B$  կետում՝ Բրիլյուենի զոնայի սահմանի վրա էլեկտրոնը կրում է բրեգյան անդրադարձում և հայտնվում  $B'$  կետում:  $B'A'$  տիրույթում այն արագանում է արտաքին ուժին հակառակ ուղղությամբ, և արագությունը փոխվում է գրոյից մինչև  $-v_{\max}$ , իսկ արդյունարար զանգվածը՝  $-m_p^*$ -ից մինչև  $-\infty$ :  $A'$  շրջման

կետում  $m^*$ -ը փոխում է նշանը և դառնում դրական, ուստի  $A'O$  տիրույթում էլեկտրոնն արագանում է արտաքին ուժի ուղղությամբ, դրա արագությունն

աստիճանաբար աճում է, իսկ  $m^*$ -ն ընդունում է  $m$  հաստատուն արժեքը: Այսպիսով՝ պարբերական դաշտում էլեկտրոնն արտաքին հաստատուն էլեկտրական դաշտի ազդեցությամբ կատարում է պարբերական, ժամանակի մեջ կրկնվող շարժում:

Էլեկտրոնի այսպիսի վարքը պայմանավորված է արտաքին  $F$  ուժի և բյուրեղային դաշտում էլեկտրոնի վրա ազդող ներքին ուժի հարաբերակցության փոփոխությամբ: ՕԱ տիրույթում ներքին ուժը, մնալով փոքր արտաքին ուժից, աստիճանաբար մեծանում է և  $A$  կետում հավասարվում է արտաքին ուժին: Այս տիրույթում էլեկտրոնն արագանում է արտաքին ուժի ուղղությամբ, սակայն արագացման մեծությունը փոքրանում է և  $A$  կետում հավասարվում զրոյի՝  $(dv/dt)_A \sim (d^2\varepsilon/dk^2)_A = 0$ : Քանի որ արտաքին ուժը մնում է հաստատուն, ապա էլեկտրոնն «իրեն պահում» է այնպես, որ կարծես դրա զանգվածն անընդհատ մեծանում է՝  $A$  կետում դառնալով անվերջ: AB տիրույթում բյուրեղային ցանցն էլեկտրոնի վրա ազդում է ավելի մեծ ուժով, քան արտաքին ուժն է, ուստի էլեկտրոնը ձեռք է բերում բացասական արագացում, դրա արագությունը փոքրանում է և  $B$  կետում դառնում զրո: Այսինքն՝ էլեկտրոնն իրեն պահում է որպես բացասական փոփոխական զանգվածով մասնիկ:  $B$  կետում անդրադարձման հետևանքով  $k$ -ն փոխում է նշանը ( $k = \pi/a \rightarrow -\pi/a$ ), և էլեկտրոնը հայտնվում է  $B'$  կետում:  $B'A'$  տիրույթում այն արագացվում է ցանցի դաշտով, որը դրա վրա ազդում է ավելի մեծ ուժով, քան արտաքին ուժն է, ուստի արագանում է  $F$ -ին հակառակ ուղղությամբ, իրեն պահելով որպես բացասական փոփոխական զանգվածով մասնիկ:  $A'$  կետից աջ ներքին ուժը դառնում է արտաքին ուժից փոքր, և էլեկտրոնն իրեն պահում է որպես սովորական՝  $m = const > 0$  զանգվածով մասնիկ:

Որոշենք  $E = const$  դաշտում միաչափ բյուրեղում էլեկտրոնի շարժման  $T_0$  պարբերությունը:  $T_0$  ժամանակում էլեկտրոնի  $\hbar k$  քվազիիմպուլսը փոխվում է  $2\pi\hbar/a$  չափով, ուստի (4.5) հավասարումից հետևում է

$$T_0 = \frac{2\pi\hbar}{aeE} \quad (4.14)$$

առնչությունը, որտեղ  $a$ -ն ցանցի հաստատունն է: Թույլ՝  $E \leq 10^4$  Վ/սմ դաշտերում  $T_0 \geq 10^{-11}$  վ կարգի մեծություն է և զգալիորեն գերազանցում է էլեկտրոնի կյանքի  $\tau \sim 10^{-14}$  վ միջին տևողությունը:  $\tau \ll T_0$  պայմանը բացառում է իրական բյուրեղում էլեկտրոնի պարբերական շարժման հնարավորությունը, քանի որ մինչև Բրիլյուենի զոնայի սահմանին հասնելը և անդրադառնալը, էլեկտրոնը բազմիցս ցրվում է բյուրեղում առկա արատների վրա: Վերջին տարիներին ստեղծված արհեստական պարբերական կառուցվածքներում՝ գերցանցերում (ցանցի  $c \geq 100 \text{ \AA}$  հաստատունով), որոշակի պայմաններում  $T_0 \sim \tau$ , և դիտվում են երևույթներ, որոնցում ի հայտ է գալիս էլեկտրոնի շարժման պարբերական բնույթը:

Հարկ է նշել, որ բյուրեղի պարբերական դաշտում շարժվող էլեկտրոնի խնդիրը և արդյունաբար զանգվածով էլեկտրոնի խնդիրը միևնույն արտաքին ուժի դեպքում տալիս են միևնույն արդյունքը, եթե էլեկտրոնի վիճակները ընկած են էներգիական գոտու էքստրեմումների շրջակայքում, որտեղ արդյունաբար զանգվածը հաստատուն մեծություն է:

## § 5. Հաղորդիչներ և մեկուսիչներ: Խոռոչի գաղափարը

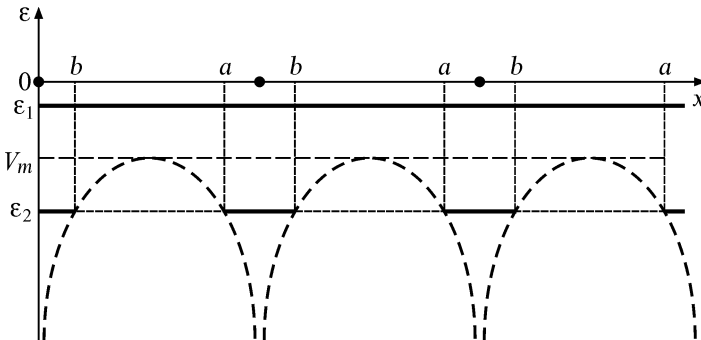
Պարբերական դաշտում էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրի բնույթի պարզաբանումը հնարավորություն ընձեռեց միասնական հիմքի վրա բացատրելու մարմինների՝ ըստ հաղորդականության դասակարգումը հաղորդիչների և մեկուսիչների: Դասական պատկերացումների համաձայն՝ հաղորդիչների և մեկուսիչների տարբերությունը պայմանավորված է հաղորդիչներում այսպես կոչված «ազատ» էլեկտրոնների առկայությամբ, որոնք անարգել կարող են շարժվել բյուրեղի ծավալում և արտաքին, կամայական չափով թույլ էլեկտրական դաշտի ազդեցությամբ ձեռքբերել շարժման ուղղորդված բաղադրիչ, այսինքն՝ ստեղծել էլեկտրական հոսանք: «Ազատ» համարվում է այն էլեկտրոնը, որի լրիվ էներգիան՝  $\varepsilon_1$ -ը, ավելի մեծ է, քան բյուրեղային պոտենցիալի  $V_m$  առավելագույն արժեքը (նկ. 118): Եթե էլեկտրոնի լրիվ էներգիան՝  $\varepsilon_2 < V_m$ , ապա այն կարող է շարժվել միայն երկու հարևան մաքսիմումների

միջև  $ab$  տիրություն՝ այն «կապված» է ցանցի որոշակի հանգույցի հետ, ուստի չի կարող մասնակցել ազատ էլեկտրոնների ուղղորդված շարժմանը: Այսպիսով, դասական մոտեցման դեպքում շրջանցվում է հետևյալ հիմնական հարցը. ինչո՞ւ որոշ նյութերում կան «ազատ» էլեկտրոններ, իսկ մյուսներում՝ չկան:

Քվանտամեխանիկական մոտեցումը քննարկվող խնդրին բերում է այն եզրակացության, որ բյուրեղային ցանցում էլեկտրոնները մի բջջից մյուսը կարող են անցնել ինչպես  $\varepsilon > V_m$ , այնպես էլ  $\varepsilon < V_m$  դեպքում, երբ անցումը կատարվում է թունելային եղանակով՝ առանց էներգիայի փոփոխության:

Բյուրեղում էլեկտրոնի ալիքային ֆունկցիան  $\varepsilon < V_m$  դեպքում բոլոր կետերում գրոյից տարբեր է: Ուստի, չնայած արգելքների առկայությանը, էլեկտրոններն ազատ են, քանի որ դրանցից յուրաքանչյուրը կարող է հայտնվել կամայական տարրական բջջում, այսինքն՝ շարժվել բյուրեղով:

Այս տեսանկյունից բյուրեղի բոլոր էլեկտրոններն այս կամ այն չափով ազատ են: Մի բջջից մյուսն անցման հավանականությունն ընդունում է տարբեր արժեքներ, կախված էլեկտրոնի էներգիայից, արգելքի բարձրությունից և լայնությունից: Ատոմի ներքին թաղանթին պատկանող էլեկտրոնների համար  $\varepsilon \ll V_m$ , ուստի հավանականության խտությունը, բացի տվյալ ատոմը պարունակող բջջից, մնացածներում շատ փոքր է՝  $|\psi_k|^2 \ll 1$ : Այս էլեկտրոնները գործնականորեն «տեղայնացված» են, «կապված» տվյալ ատոմի հետ,



Նկ. 118. «Ազատ» ( $\varepsilon_1 > V_m$ ) և «կապված» ( $\varepsilon_2 < V_m$ ) էլեկտրոնը բյուրեղում ըստ դասական պատկերացման

ուստի չեն կարող մասնակցել էլեկտրահաղորդականության պրոցեսին:

Ընդհակառակը, ատոմի արտաքին՝ թույլ կապված էլեկտրոնների համար  $|\psi_k|^2$  մեծությունը զգալի է բյուրեղի բոլոր տարրական բջիջներում, ուստի այս էլեկտրոնները կարող են շարժվել ամբողջ բյուրեղով և էլեկտրական դաշտի առկայության դեպքում՝ մասնակցել հոսանքին:

Սակայն հաղորդիչների և մեկուսիչների տարբերությունը պայմանավորված է ոչ թե դրանցում մեծ կամ փոքր թվով թույլ կապված կամ արժեքական էլեկտրոններով, այլ էլեկտրոնների շարժման ազատությունը սահմանափակող այլ գործոններով:

Համակարգում էլեկտրական հոսանք ծագելու համար անհրաժեշտ է, որ արտաքին էլեկտրական դաշտը համակարգում ստեղծի էլեկտրոնների՝ ըստ իմպուլսների բաշխման անհամաչափություն, այսինքն՝ այնպիսի վիճակ, երբ դաշտի ուղղությամբ և հակառակ ուղղությամբ շարժվող էլեկտրոնների թվերը տարբերվում են իրարից:

Ձերմադինամիկական հավասարակշռության վիճակում, երբ արտաքին էլեկտրական դաշտը բացակայում է, էլեկտրոնների բաշխման ֆունկցիան իմպուլսի գույգ ֆունկցիա է՝

$$f_0(-\mathbf{p}) = f_0(\mathbf{p}) : \quad (5.1)$$

Այսպիսով, հարցը հանգում է հետևյալին. հնարավո՞ր է արդյոք թույլ արտաքին էլեկտրական դաշտի միջոցով խախտել էլեկտրոնների բաշխման ֆունկցիայի գույգությունը, այսինքն՝ համակարգում ստեղծել էլեկտրոնների՝ ըստ իմպուլսների բաշխման անհամաչափություն՝

$$f(-\mathbf{p}; \mathbf{E}) \neq f(\mathbf{p}; \mathbf{E}) : \quad (5.2)$$

Ինչպես գիտենք, էլեկտրոնները բյուրեղում զբաղեցնում են քվանտային վիճակներ, որոնք կազմում են էներգիական թույլատրելի գոտիներ:  $n$ -րդ էներգիական գոտում յուրաքանչյուր քվանտային վիճակ տրվում է քվանտային թվերի  $(\mathbf{k}, s_z)$  հավաքածուով, որտեղ  $\mathbf{k}(k_x, k_y, k_z)$ -ն ալիքային վեկտորն է,  $s_z$ -ը՝ սպինի պրոյեկցիան: Քվանտային վիճակների թիվը որոշվում է քվանտային թվերի հնարավոր թույլատրելի արժեքներով: Քանի որ տարբեր ֆիզիկական վիճակներ նկարագրող ալիքային վեկտորները հաստատուն խտությամբ բաշխված են Բրիլյուենի առաջին զոնայում, որտեղ դրանց թիվը  $N$  է ( $N$ -ը տարրական բջիջների թիվն է մնուշում), իսկ տվյալ  $\mathbf{k}$ -ով քվանտային

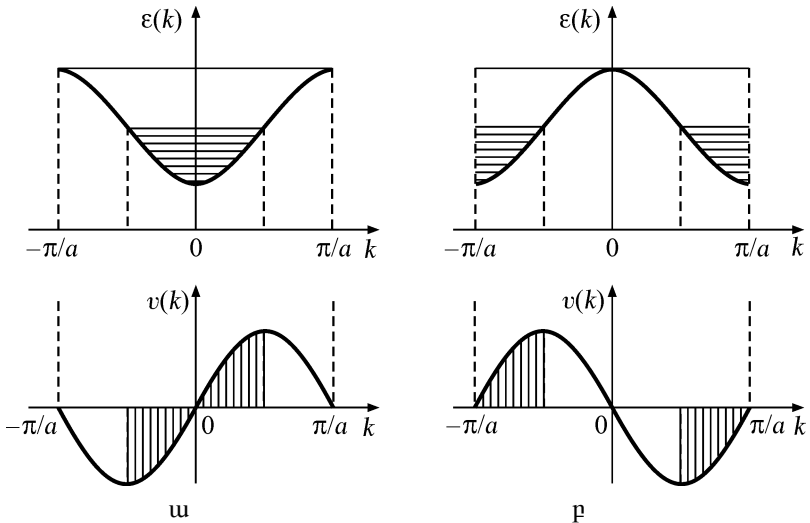


վիճակում, համաձայն Պաուլիի սկզբունքի, կարող է լինել երկու էլեկտրոն, ապա յուրաքանչյուր էներգիական գոտում էլեկտրոնի թույլատրելի քվանտային վիճակների թիվը  $2N$  է:

Եթե  $T=0$  Կ-ում էներգիական գոտիները լրացնենք էլեկտրոններով, ապա դրանք կգրադեցնեն մեկ կամ մի քանի ստորին էներգիական գոտիներ, իսկ վերջին գոտին կարող է լինել մասամբ կամ լրիվ լրացված:

1. Դիցուք՝ ամենավերջին էներգիական գոտին մասամբ է լրացված:

Եթե արտաքին դաշտը՝  $E=0$ , ապա էլեկտրոններն ըստ քվադրիմպուլների բաշխված են համաչափ՝  $p$  քվադրիմպուլտով ամեն մի էլեկտրոնի կարելի է համապատասխանության մեջ դնել  $-p$  քվադրիմպուլտով էլեկտրոն: Հետևաբար՝ չլրացված գոտու էլեկտրոնների միջին քվադրիմպուլտը կլինի հավասար զրոյի, որը համապատասխանում է համակարգի ջերմադինամիկական հավասարակշռության վիճակին:

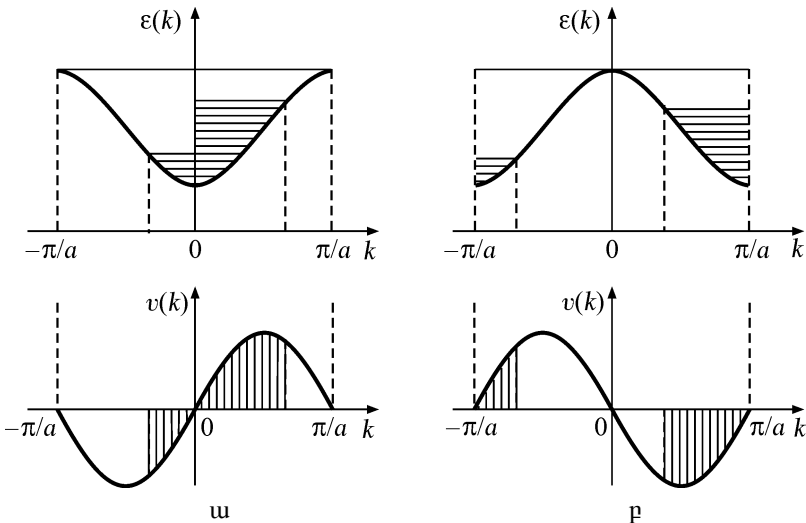


Նկ. 119. Մասամբ լրացված էներգիական գոտին և էլեկտրոնի արագությունը. արտաքին էլեկտրական դաշտը բացակայում է՝  $E=0$  (ա. զույգ գոտի, բ. կենտ գոտի): Լրացված վիճակները ստվերագծված են:

Նկ. 119-ում պատկերված են էլեկտրոնի էներգիայի և արագության՝  $k$  քվանտային թվից կախման գրաֆիկները կենտ (ա) և գույզ (բ) գոտիների համար, որոնցում էլեկտրոններով զբաղեցված վիճակները ստվերագծված են:

Եթե  $E \neq 0$ , ապա դաշտի ուղղությամբ շարժվող էլեկտրոնները կդանդաղեցվեն, դրանց էներգիաները և քվադրիմպուլսները կփոքրանան, իսկ դաշտին հակառակ շարժվող էլեկտրոններինը՝ կմեծանան: Գոտում առկա մեծ էներգիայով և մինչև դաշտ միացնելն ազատ մակարդակները կլցվեն, իսկ ավելի փոքր էներգիայով և մինչև դաշտ միացնելը զբաղեցված մակարդակները կդատարկվեն: Այսպիսով, էլեկտրական դաշտի ազդեցությամբ մասնակիորեն լրացված գոտու էլեկտրոնները վերաբաշխվում են, դրանց բաշխման ֆունկցիան դառնում է անհամաչափ ըստ  $p$ -ի, իսկ միջին արագությունը՝ զրոյից տարբեր, ուստի առաջանում է հոսանք (նկ. 120):

Այսպիսով, եթե էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրում վերջինը մասամբ լրացված թույլատրելի գոտին է, ապա արտաքին թույլ էլեկտրական դաշտում դրանում կառաջանա հոսանք, այսինքն՝ այդպիսի բյուրեղը հաղորդիչ է:

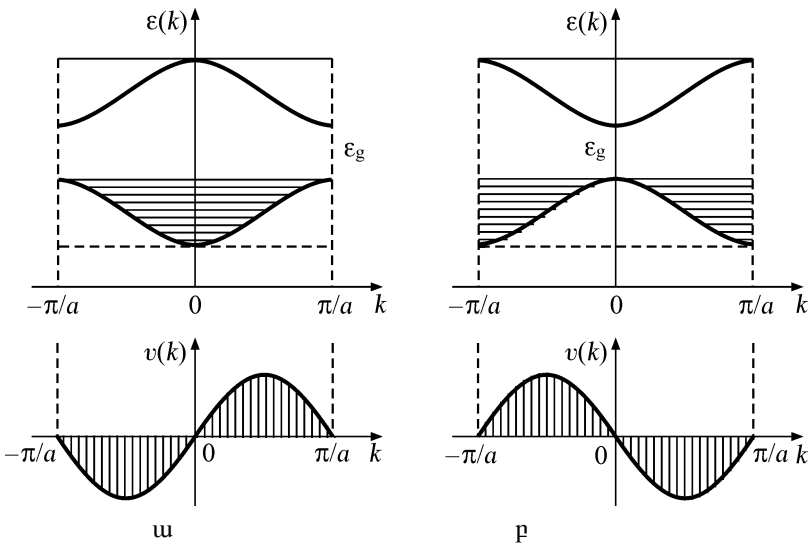


Նկ. 120. Մասամբ լրացված էներգիական գոտին և էլեկտրոնի արագությունը արտաքին էլեկտրական դաշտում՝  $E \neq 0$  (ա. գույզ գոտի, բ. կենտ գոտի) լրացված վիճակները ստվերագծված են:

Հարկ է նշել, որ  $T=0$  Կ սահմանափակումն սկզբունքային նշանակություն չունի, քանի որ, անգամ սենյակային ջերմաստիճանում, էլեկտրոնային գազն ուժեղ ալյասերված է՝  $k_B T \ll \varepsilon_F(0)$ :

Սակայն ջերմաստիճանի դերը կարևորվում է այլ առնչությամբ: Ջերմաստիճանի բարձրացման հետ մեծանում է ցանցի հանգույցների շուրջ իոնների տատանումների լայնույթը (Մաս I, IV.7), և էլեկտրոնների բախումները ցանցին ավելի հաճախակի են դառնում: Այդ բախումներն ուղեկցվում են էլեկտրոնների էներգիայի կորուստներով, ուստի տրված արտաքին դաշտում հաստատվում է դինամիկ հավասարակշռություն դաշտից էլեկտրոններին տրված և էլեկտրոններից բյուրեղային ցանցին տրված հզորությունների միջև, որից հետո էլեկտրոնների միջին արագությունն ալյաս չի աճում՝ հանգեցնելով հաստատուն դաշտում հաստատուն հոսանքի գոյության:

2. Այժմ դիտարկենք այն դեպքը, երբ վերջին էներգիական գոտին լրիվ լրացված է:



Նկ. 121. Լրիվ լրացված էներգիական գոտին և էլեկտրոնի արագությունը (ա. գույգ գոտի, բ. կենտ գոտի)

$T = 0$  Կ-ում բոլոր քվանտային վիճակներն զբաղեցված են էլեկտրոններով: Հաջորդ թույլատրելի էներգիական գոտին, որը վերջին, լրիվ լցված գոտուց բաժանված է  $\varepsilon_g$  լայնությամբ արգելված գոտիով, լրիվ ազատ է (նկ. 121): Լրացված գոտու էլեկտրոնների միջին իմպուլսը զրո է, քանի որ ըստ իմպուլսների բաշխումը համաչափ է:

Եթե  $E \neq 0$ , ապա լրացված էներգիական գոտու էլեկտրոններն արագանալ չեն կարող, քանի որ տվյալ քվանտային վիճակի էներգիայից և՛ մեծ, և՛ փոքր էներգիաներով բոլոր վիճակներն զբաղեցված են: Հոսանք առաջանալու համար անհրաժեշտ է վերջին լրացված գոտուց էլեկտրոններին «տեղափոխել» հաջորդ, ավելի մեծ էներգիաներով ազատ գոտի: Դրա համար անհրաժեշտ է նրանց հաղորդել արգելված գոտու լայնությունը գերազանցող էներգիա: Եթե արգելված գոտու լայնությունը շատ փոքր չէ, ապա թույլ արտաքին էլեկտրական դաշտը չի կարող էլեկտրոններին հաղորդել պահանջվող էներգիան, ուստի նմուշում հոսանք չի առաջանա: Այսպիսով՝ լրիվ լրացված վերջին էներգիական գոտիով բյուրեղը մեկուսիչ է:

Այս հայտանիշի օգնությամբ որոշենք տրված ատոմներից բաղկացած միաչափ բյուրեղի հաղորդիչ լինելու պայմանը:

Դիտարկենք  $N$  տարրական բջիջներով միաչափ բյուրեղ, որի յուրաքանչյուր բջջում կա  $s$  հատ ատոմ՝  $Z$  կարգաթվով և նույն  $z$  արժեքականությամբ: Լրացված էներգիական գոտիների թիվը հավասար է էլեկտրոնների թվի և մեկ գոտում տեղերի թվի հարաբերությանը՝

$$N_0 = \frac{NsZ}{2N} = \frac{1}{2}Zs : \quad (4.3)$$

Ատոմի էլեկտրոնների թիվը կարելի է ներկայացնել որպես փակ էլեկտրոնային թաղանթների զույգ թվով էլեկտրոնների և վերջին թաղանթի արժեքական էլեկտրոնների թվի գումար՝  $Z = 2m + z$ , որտեղ  $m = 0, 1, 2, \dots$ : Հետևաբար՝ լրացված գոտիների թիվը՝

$$N_0 = ms + \frac{1}{2}sz : \quad (4.4)$$

Եթե  $s$ -ը զույգ է, ապա, անկախ  $z$ -ից,  $N_0$ -ն ամբողջ է, ուստի գործ ունենք մեկուսիչի հետ: Սակայն եթե  $s$ -ը կենտ է, ապա  $N_0$ -ի ամբողջ կամ կիսամբողջ լինելը կախված է  $z$ -ի արժեքից՝

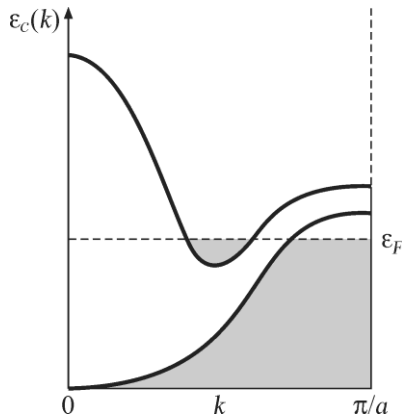
$$N_0 = ms + nz + \frac{z}{2} : \quad (4.5)$$

Եթե  $z$  -ը կենսա է, ապա վերջին էներգիական գոտին լրացված է կիսով չափ, և բյուրեղը հաղորդիչ է: Եթե  $z$  -ը գույգ է, ապա բյուրեղը մեկուսիչ է:

Միաչափ բյուրեղի համար ստացված այս հետևությունը, որպես կանոն, կիրառելի չէ եռաչափ բյուրեղի դեպքում, քանի որ դրանում դիտվում է էներգիական գոտիների «ծածկման» երևույթը, երբ Բրիլյուենի զոնայի որևէ կետում վերին գոտու էներգիան ավելի փոքր է, քան դրանից ցածր գոտուն պատկանող էներգիան (ընդհանուր դեպքում՝ Բրիլյուենի զոնայի այլ կետում, նկ. 122):

Եթե գոտիները «ծածկվում» են, ապա մեկուսիչին բնորոշ վերջին լրացված գոտու փոխարեն, առաջանում են երկու (երբեմն՝ ավելի), մասամբ լրացված գոտիներ, և բյուրեղը ի հայտ է բերում զգալի հաղորդականություն:

Այսպես, հիմնային և ազնիվ մետաղներում տարրական բջջին բաժին է ընկնում մեկ էլեկտրոն, և, ինչպես ցույց է տալիս փորձը, դրանք լավագույն հաղորդիչներ են՝ տիպիկ մետաղներ՝  $\rho = 10^{-5}$  Օմ·սմ կարգի տեսակարար դիմադրությամբ (տես Հավելված 4):



Նկ. 122. Էներգիական գոտիների «ծածկվելը»

Աղյուսակ 26.

*Հազվագյուտ հողային մետաղների հաղորդականությունը*

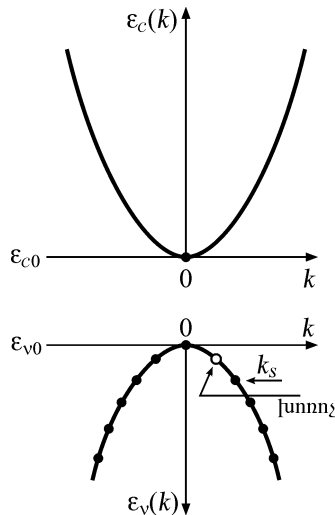
| Տարր      | $\sigma(10^5 \text{Oմ}^{-1} \text{սմ}^{-1})$ | Տարր      | $\sigma(10^5 \text{Oհմ}^{-1} \text{սմ}^{-1})$ |
|-----------|----------------------------------------------|-----------|-----------------------------------------------|
| <b>Ce</b> | 0,12                                         | <b>Tb</b> | 0,09                                          |
| <b>Pr</b> | 0,15                                         | <b>Dy</b> | 0,11                                          |
| <b>Nd</b> | 0,17                                         | <b>Ho</b> | 0,13                                          |
| <b>Sm</b> | 0,10                                         | <b>Tm</b> | 0,16                                          |
| <b>Eu</b> | 0,11                                         | <b>Yb</b> | 0,38                                          |
| <b>Gd</b> | 0,07                                         | <b>Lu</b> | 0,19                                          |

Հազվագյուտ հողային մետաղներում տարրական բջջին բաժին է ընկնում երկու էլեկտրոն, այսինքն՝ դրանք «պետք» է լինեին մեկուսիչներ, սակայն էներգիական գոտիները «ծածկվում» են, ուստի դրանք մետաղներ են (Աղյուսակ 26: Տվյալները տրված են առանց մնացորդային դիմադրության,  $T = 295 \text{ Կ}$ ):

Եթե  $T \neq 0 \text{ Կ}$ , ապա վերջին լրացված գոտուց (որն ընդունված է անվանել արժեքական) որոշ էլեկտրոններ ջերմային շարժման արդյունքում կարող են ձեռք բերել մինչև մոտակա դատարկ գոտին (որն ընդունված է անվանել հաղորդականության) ընկած արգելված գոտու լայնությանը հավասար էներգիա և անցնել հաղորդականության գոտի: Այս պարագայում թույլ էլեկտրական դաշտի կիրառումը կբերի հոսանքի առաջացման: Որքան փոքր է տվյալ արգելված գոտու լայնությունը, այնքան շատ էլեկտրոններ տրված ջերմաստիճանում կարող են անցնել հաղորդականության գոտի: Ջերմաստիճանի բարձրացման հետ հաղորդականության գոտի անցնող էլեկտրոնների թիվն արագ աճում է, որի հետևանքով մեծանում է  $T = 0 \text{ Կ}$ -ում մեկուսիչ բյուրեղի էլեկտրահաղորդականությունը:

Էլեկտրոնների՝ հաղորդականության գոտի անցումների հետևանքով արժեքական գոտու առաստաղի մոտակայքում որոշ քվանտային վիճակներ ազատվում են: Արժեքական գոտում մնացած էլեկտրոնները, դաշտի ազդեցությամբ մեծացնելով իրենց էներգիաները, կարող են զբաղեցնել այդ ազատված վիճակները: Այսպիսով,  $T \neq 0 \text{ Կ}$ -ում արտաքին դաշտն ի վիճակի է վերաբաշխել նաև լրիվ չլրացված արժեքական գոտու էլեկտրոնների բաշխումն ըստ իմպուլսների և ստեղծել հոսանք:

Երբ արժեքական գոտում որևէ էլեկտրոն, դաշտում մեծացնելով իր էներգիան, զբաղեցնում է ազատված քվանտային վիճակ, ապա դրա ազատված քվանտային վիճակն էլ զբաղեցնում է մեկ այլ էլեկտրոն (նկ. 123.  $\varepsilon_{v0}$  -ն հաղորդականության (c) գոտու հատակն է,  $\varepsilon_{v0}$  -ն՝ արժեքական (v) գոտու առաստաղը): Դրա հետևանքով էլեկտրոնի ազատված քվանտային վիճակը շարժվում է էլեկտրոնի շարժման ուղղությանը հակառակ ուղղությամբ, այնպես, ինչպես տրված էլեկտրական դաշտում կշարժվեր էլեկտրոնի լիցքի բացարձակ արժեքին հավասար  $+e$  լիցքով և դրական զանգվածով մասնիկը: Այսպիսի շարժունակ վիճակները, որոնք բնութագրվում են էլեկտրոնների պակասորդով և շարժման բնույթով նման են դրական լիցքով մասնիկների շարժմանը, կոչվում են խոռոչներ: Էներգիական գոտում որևէ քվանտային վիճակում խոռոչի առկայությունը համարժեք է այդ վիճակում էլեկտրոնի բացակայության: Տեսականորեն զգալի դյուրին է քննարկել ոչ թե էլեկտրոնների «փոխանցումավազքը», այլ դրան համարժեք մեկ մասնիկի՝ խոռոչի շարժումը:



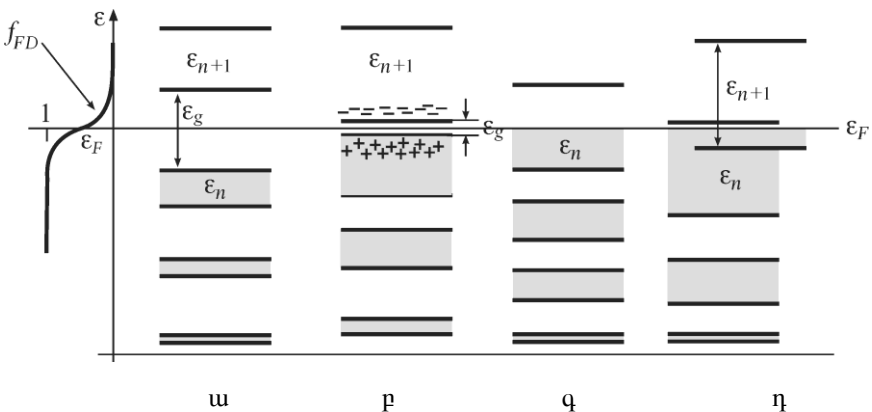
Նկ. 123. Խոռոչի առաջանալն արժեքական գոտում. մուգ կետիկներով պատկերված են էլեկտրոնները:

Երբ էլեկտրոնն արժեքական գոտուց անցնում է հաղորդականության գոտի, ապա բյուրեղում միաժամանակ առաջանում է երկու լիցքակիր՝ էլեկտրոն (հաղորդականության գոտում) և խոռոչ (արժեքական գոտում), որոնք  $E \neq 0$  դեպքում մասնակցում են հոսանքի ստեղծմանը, այսինքն՝ հոսանքը պայմանավորված է և՛ էլեկտրոնների, և՛ խոռոչների ուղղորդված շարժումով:

Հարկ է հիշել սակայն, որ խոռոչի գաղափարի ներմուծումը պարզապես հարմար տեսական հնարք է. խոռոչն իրական մասնիկ չէ, ինչպիսին էլեկտրոնն է, այն չի կարող գոյություն ունենալ վակուումում:

Այն նյութերը, որոնց էլեկտրահաղորդականությունը պայմանավորված է վերը նկարագրված ֆիզիկական պրոցեսներով, կոչվում են կիսահաղորդիչներ: Կիսահաղորդիչների և մեկուսիչների միջև տարբերությունը որոշ իմաստով պայմանական է: Որքան փոքր է հաղորդականության և արժեքական գոտիների միջև ճեղքի լայնությունը, այնքան ավելի շատ էլեկտրոններ կարող են ջերմային ակտիվացման ճանապարհով անցնել հաղորդականության գոտի, ուստի և ավելի մեծ կլինի մոուլի հաղորդականությունը:

Նկ. 124-ում պատկերված են էներգիական գոտիների լրացման դիտարկված դեպքերը, երբ  $T \neq 0$  Կ (ա՝ մեկուսիչ, բ՝ կիսահաղորդիչ, գ՝ մետաղ, դ՝ մետաղ. գոտիների «ծածկումը»:  $f_{FD}$ -ն Ֆերմի-Դիրակի բաշխման ֆունկցիան է):



Նկ. 124. Էներգիական գոտիների լրացումը ա. մեկուսիչում, բ. կիսահաղորդչում, գ. մետաղում, դ. մետաղում, երբ գոտիները «ծածկվում» են:



Հաղորդականության գոտի անցած էլեկտրոնները նորից կարող են վերադառնալ արժեքական գոտի, որտեղ կան ազատ քվանտային վիճակներ: Քանի որ ջերմային շարժման հետևանքով էլեկտրոնների անցումները հաղորդականության գոտի չեն դադարում, ապա տրված ջերմաստիճանում դեպի հաղորդականության գոտի և հակառակ ուղղությամբ էլեկտրոնային հոսքերն իրար համակշռում են: Հաստատվում է շարժուն հավասարակշռություն, որի ընթացքում էլեկտրոնների և խոռոչների խտությունները մնում են հաստատուն:

Գոտիական տեսության շրջանակներում խոռոչի գաղափարի ներմուծումը հնարավորություն տվեց հեշտությամբ բացատրելու որոշ մետաղների Հոլի  $R_H$  գործակցի դրական լինելու փաստը (VI.4, Աղյուսակ 23): Նշված մետաղներում տեղի ունի էներգիական գոտիների «ծածկում» (նկ. 122), և լրիվ չլրացված գոտու առաջացում, որի ներդրումը Հոլի գործակցում դրական է և գերազանցում է մասնակիորեն լրացված գոտու էլեկտրոնների ներդրումը:

## ՊԻՆԴ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

### § 1. Պինդ մարմինների դասակարգումն ըստ մագնիսական հատկությունների

Նյութը կազմող տարրական մասնիկները՝ էլեկտրոնները, պրոտոնները և նեյտրոններն օժտված են իմպուլսի մոմենտով, որը հետևանք է ինչպես դրանց ուղեծրային շարժման, այնպես էլ սեփական մեխսանիկական մոմենտի՝ սպինի գոյության: Հայտնի է, որ և՛ ուղեծրային շարժման, և՛ սպինի հետ կապված է մագնիսական մոմենտ, ուստի տարրական մասնիկները իրենցից ներկայացնում են տարրական մագնիսներ, և դրանցից կազմված յուրաքանչյուր համակարգ՝ միջուկ, էլեկտրոնային թաղանթ, ատոմ, մոլեկուլ, մակրոմարմին, սկզբունքորեն մագնիսականության աղբյուր է: Այս տեսանկյունից բնության մեջ գոյություն ունեցող բոլոր մարմինները մագնիսական նյութեր են, այսինքն՝ մագնիսականությունը համընդհանուր բնույթ է կրում:

Նյութերի դասակարգումն ըստ մագնիսական հատկությունների կարելի է կատարել երևութաբանորեն՝ օգտագործելով նյութի մագնիսական որևէ բնութագիր, առանց պարզելու մագնիսականության կոնկրետ կրողներին և դրանց միջև գործող փոխազդեցությունները: Ընդունված է այդ դասակարգումը կատարել ըստ մագնիսական ընկալունակության նշանի և մեծության:

Նյութը ***H*** լարվածությամբ մագնիսական դաշտում ձեռք է բերում որոշակի մագնիսական մոմենտ՝ այն մագնիսանում է: Եթե ***M***-ով նշանակենք նյութի միավոր ծավալի մագնիսական մոմենտը, որն ընդունված է անվանել մագնիսացվածություն, ապա կապը մագնիսացվածության և դաշտի լարվածության միջև տրվում է

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H} \quad (1.1)$$

բանաձևով, որտեղ  $\chi$ -ն նյութի մագնիսական ընկալունակությունն է: Նյութում մագնիսական դաշտը բնութագրվում է ինդուկցիայի ***B*** վեկտորով՝

$$\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M} = \mathbf{H} (1 + 4\pi \chi) = \mu \mathbf{H} , \quad (1.2)$$

որտեղ  $\mu$  -ն նյութի մագնիսական թափանցելիությունն է և արտահայտվում է մագնիսական ընկալունակության միջոցով՝

$$\mu = 1 + 4\pi\chi : \quad (1.3)$$

Ընդհանուր դեպքում մագնիսական ընկալունակությունը և մագնիսական թափանցելիությունը երկրորդ կարգի թենզորներ են, ուստի (1.1) և (1.2) առնչությունները տեղի ունեն միայն իզոտրոպ մարմինների համար: Հետագայում կենթադրենք, որ գործ ունենք իզոտրոպ պինդ մարմնի՝ բազմաբյուրեղի հետ:

(1.1) սահմանման համաձայն՝  $\chi$  մեծությունը չափագուրկ է՝

$$\chi = \frac{M}{H} , \quad (1.4)$$

քանի որ  $M$ -ը և  $H$ -ը նույն չափայնությունն ունեն:  $\chi$ -ի հետ մեկտեղ հաճախ օգտագործվում են միավոր զանգվածի ընկալունակության՝  $\chi_p$ -ի և մոլային (ատոմային) ընկալունակության՝  $\chi_\mu$ -ի հասկացությունները՝

$$\chi_p = \frac{MV}{Hm} = \frac{\chi}{\rho} , \quad (1.5)$$

$$\chi_\mu = \frac{MV}{Hv} = \frac{\chi}{\rho} \bar{\mu} = \chi_p \bar{\mu} , \quad (1.6)$$

որտեղ  $V$  -ն մարմնի ծավալն է,  $\rho$  -ն՝ խտությունը,  $v$  -ն՝ մոլերի թիվն  $m$  զանգվածում,  $\bar{\mu}$  -ն՝ մոլային զանգվածը:

Ըստ մագնիսական հատկությունների՝ պինդ մարմինները բաժանվում են երեք խմբի.

*ա. Դիամագնիսական նյութեր (դիամագնիսներ)*, որոնց ընկալունակությունը բացասական է՝  $\chi < 0$ , բացարձակ արժեքով  $10^{-6} - 10^{-5}$  կարգի մեծություն է և կախված չէ ջերմաստիճանից և մագնիսական դաշտի լարվածությունից: Մագնիսական թափանցելիությունը՝  $\mu \approx 1$ , ուստի **B** և **H** վեկտորները գործնականորեն նույնն են:

*բ. Պարամագնիսական նյութեր (պարամագնիսներ)*, որոնց ընկալունակությունը դրական է՝  $\chi > 0$  և  $10^{-5} - 10^{-3}$  կարգի մեծություն է. կախված է

ջերմաստիճանից, սակայն գործնականորեն կախված չէ մագնիսական դաշտի լարվածությունից:  $\mu \approx 1$ , ուստի **B** և **H** վեկտորները գրեթե նույնն են:

գ. Մագնիսակարգավորված կամ ուժեղ մագնիսական նյութեր (*ֆեռոմագնիսներ, հակաֆեռոմագնիսներ, ֆերիմագնիսներ*), որոնց ընկալունակությունը դրական է և շատ անգամ մեծ պարամագնիսների ընկալունակությունից, էապես կախված է ջերմաստիճանից և մագնիսական դաշտի լարվածությունից: Այս նյութերի մագնիսական քափանցելիությունը կարող է ընդունել շատ մեծ արժեքներ, ուստի **B** և **H** վեկտորներն իրարից կարող են զգալիորեն տարբերվել:

Դիսմագնիսական և պարամագնիսական հատկությունները բնորոշ են նյութերին բոլոր ազդեցատային վիճակներում, սակայն մագնիսակարգավորված վիճակ հնարավոր է միայն բյուրեղներում:

Քանի որ դիսմագնիսների և պարամագնիսների ընկալունակությունը շատ փոքր է մեկից՝  $|\chi| \ll 1$ , ապա այս նյութերի համար ընդունված է «թույլ մագնիսական նյութեր» անվանումը: Թույլ մագնիսական նյութերում մագնիսացվածությունը մագնիսական դաշտի լարվածության գծային ֆունկցիա է, ուստի ընկալունակության

$$\chi = \frac{M}{H} \quad \text{և} \quad \chi = \frac{dM}{dH} \quad (1.7)$$

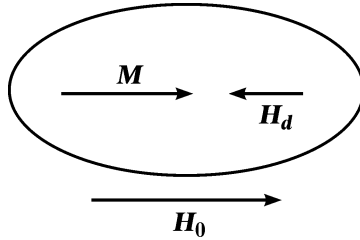
սահմանումները համարժեք են:

Ի տարբերություն թույլ մագնիսական նյութերի՝ ուժեղ մագնիսական նյութերը բնութագրվում են երկու տարբեր ընկալունակություններով՝ լրիվ ընկալունակություն, որը սահմանվում է (1.1) առնչությամբ, և դիֆերենցիալ ընկալունակություն, որը սահմանվում է որպես

$$\chi_d = \frac{dM}{dH} \quad (1.8)$$

և կախված է մագնիսական դաշտի լարվածությունից ոչ գծային օրենքով:

Ուժեղ մագնիսական նյութերի մյուս առանձնահատկությունը «նյութի ընկալունակություն» և «նմուշի ընկալունակություն» հասկացությունների տարբերությունն է: Բանն այն է, որ ուժեղ մագնիսական նյութի մագնիսացվածությունը կախված է ոչ միայն ընկալունակությունից (նյութի տեսակից), այլ նաև նմուշի երկրաչափական բնութագրերից, քանի որ մագնիսացման հետևանքով նմուշում առաջանում է արտաքին մագնիսական դաշտին հակա-



Նկ. 125. Ուժեղ մագնիսական նյութի էլիպսարդաձև նմուշը  $\mathbf{H}_0$  արտաքին մագնիսական դաշտում.  $\mathbf{M}$  -ն էլիպսարդի մագնիսացվածությունն է,  $\mathbf{H}_d$  -ն՝ ապամագնիսացնող դաշտը:

ռակ ուղղված, այսպես կոչված «ապամագնիսացնող» դաշտ՝  $\mathbf{H}_d$  (նկ. 125), որի մեծությունը համեմատական է նմուշի մագնիսացվածությանը՝

$$H_d = 4\pi n M : \quad (1.9)$$

$n$  գործակիցը կոչվում է ապամագնիսացնող գործոն և համընկնում է Մաս I, V-ում ներմուծված ապաքնեռացման գործակցի հետ: Դրա մեծությունը (համասեռ նյութում) կախված է միայն նմուշի ձևից:

Գումարային մագնիսական դաշտը նմուշում՝

$$H = H_0 - 4\pi n M = H_0 - 4\pi n \chi H \quad (1.10)$$

որտեղից արտաքին դաշտի լարվածությունը՝

$$H_0 = H(1 + 4\pi n \chi) : \quad (1.11)$$

Նմուշի ընկալունակությունը՝

$$\chi_0 = \frac{M}{H_0} = \frac{M}{H(1 + 4\pi n \chi)} = \frac{\chi}{1 + 4\pi n \chi} : \quad (1.12)$$

Ապամագնիսացնող գործոնի արժեքներն ընկած են  $0 \leq n \leq 1$  տիրույթում, ուստի թույլ մագնիսական նյութերի համար  $4\pi n \chi \ll 1$  և  $\chi_0 \approx \chi$ , այսինքն՝ նմուշի ընկալունակությունը համընկնում է նյութի ընկալունակության հետ, սակայն ուժեղ մագնիսական նյութերում  $\chi_0$  և  $\chi$  մեծություններն իրարից կարող են էապես տարբերվել: Փորձարարական հետազոտություններում, որպես կանոն, ուժեղ մագնիսական նյութի նմուշին տալիս են բարակ, երկար գլանի ձև, որի դեպքում  $n \ll 1$  և  $\chi_0 \approx \chi$ :

Հետագա շարադրանքի առաջին մասը (§§ 2-7) նվիրված է թույլ մագնիսական նյութերի, իսկ երկրորդ մասը (§§ 8-16)՝ ուժեղ մագնիսական նյութերի ուսումնասիրությանը:

## § 2. Ատոմային դիամագնիսականություն: Բոր-Վան Լենենի թեորեմը

Դիամագնիսականությունը պայմանավորված է էլեկտրական լիցքերի՝ արտաքին մագնիսական դաշտը մասնակիորեն էկրանավորելու հատկությամբ: Դա Լենցի կանոնի դրսևորումն է, որի համաձայն՝ կոնտուրում մագնիսական հոսքի փոփոխությունը դրանում մակաձուլ է հոսանք, որը խոչընդոտում է այդ հոսքի փոփոխությանը: Հետևաբար՝ դիամագնիսականությամբ օժտված են առանց բացառության բոլոր մարմինները, սակայն այն շատ հաճախ ի հայտ չի գալիս ավելի ուժեղ պարամագնիսականությամբ քողարկվելու պատճառով:

Ծանոթանանք դիամագնիսականության դասական տեսությանը (Պ.Լանժվեն, 1905 թ.):

Պարզության համար նախ դիտարկենք մեկ էլեկտրոնի շարժումը մագնիսական դաշտի ուղղությանն ուղղահայաց հարթության մեջ:

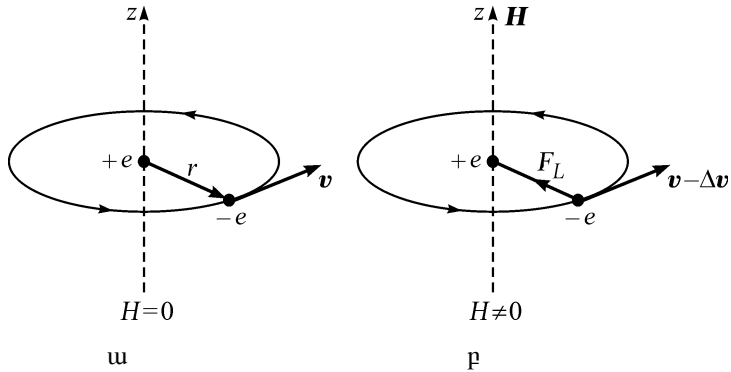
Արտաքին մագնիսական դաշտի բացակացությամբ էլեկտրոնը պտտվում է միջուկի շուրջը կոլոմյան ուժի ազդեցությամբ (նկ. 126, ա), ուստի դրա շարժման հավասարումն է

$$m\omega_0^2 r = \frac{e^2}{r^2}, \quad (2.1)$$

որտեղից որոշվում է էլեկտրոնի  $\omega_0$  անկյունային արագությունը՝

$$\omega_0 = \left( \frac{e^2}{mr^3} \right)^{1/2} : \quad (2.2)$$

Երբ մագնիսական դաշտի լարվածությունը գրոյից աճելով, հասնում է որոշակի  $H$  արժեքի, էլեկտրոնի ուղեծրով սահմանափակված մակերեսով մագնիսական հոսքն աճում է, որի հետևանքով ծագում է ուղեծրի շոշափողով



Նկ. 126. Էլեկտրոնի շարժումը  $\mathbf{H}$  վեկտորին ուղղահայաց հարթության մեջ. ա.  $\mathbf{H} = 0$ , բ.  $\mathbf{H} \neq 0$

ուղղված մակաձված էլեկտրական դաշտ: Այն փոփոխում է էլեկտրոնի գծային արագությունը (նկ. 126, բ-ում պատկերված դեպքում էլեկտրոնի արագությունը փոքրանում է): Միաժամանակ էլեկտրոնի վրա ազդում է Լորենցի ուժը՝

$$\mathbf{F}_L = -\frac{e}{c} [\mathbf{v}, \mathbf{H}], \quad (2.3)$$

որն ուղղված է շրջանի շառավղով (նկ. 128, բ): Լորենցի ուժի հաշվառումով էլեկտրոնի շարժման հավասարումը կընդունի

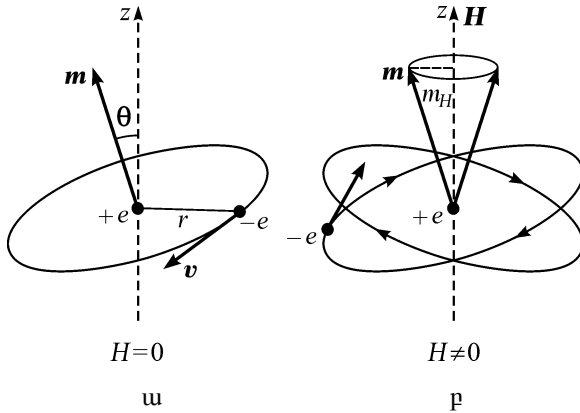
$$m\omega^2 r = m\omega_0^2 r \mp \frac{e}{c} \omega r H \quad (2.4)$$

տեսքը, որտեղ  $\omega$ -ն մագնիսական դաշտում էլեկտրոնի պտտման նոր հաճախությունն է,  $(\mp)$  նշանները համապատասխանում են շրջանագծով պտտման երկու հնարավոր ուղղություններին: (2.4) հավասարման լուծումներն են՝

$$\omega_{1,2} = \mp \frac{eH}{2mc} \pm \sqrt{\left(\frac{eH}{2mc}\right)^2 + \omega_0^2} : \quad (2.5)$$

Եթե մագնիսական դաշտի լարվածությունը բավարարում է

$$H \ll H_0 = \frac{2mc\omega_0}{e} = 2 \left( \frac{mc^2}{r^3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.6)$$



Նկ. 127. Էլեկտրոնի շարժումը հարթության մեջ, որի նորմալը  $z$  առանցքից շեղված է  $\theta \neq 0$  անկյունով. ա.  $\mathbf{H} = 0$ , բ.  $\mathbf{H} \neq 0$  :

պայմանին, ապա (2.5) բանաձևից հետևում է, որ

$$\omega_{1,2} \approx \mp \frac{eH}{2mc} \pm \omega_0 : \quad (2.7)$$

Մագնիսական դաշտի ազդեցությամբ էլեկտրոնի պտույտի հաճախության փոփոխությունը՝

$$\omega_L = \frac{eH}{2mc} \quad (2.8)$$

մեծությունը, կոչվում է լարմոյան հաճախություն: Այն բնութագրում է էլեկտրոնի ուղեծրային շարժման վրա արտաքին մագնիսական դաշտի ազդեցության չափը: (2.2) և (2.6) բանաձևերից հետևում է, որ երբ  $r \sim a_B = 0,53 \text{ \AA}$ ,

$\omega_0 \sim 10^{16} \text{ ռադ}\cdot\text{վ}^{-1}$ ,  $H_0 \approx 10^9 \text{ Գ-ս}$ : Հարկ է նշել, որ փորձում կիրառվող մագնիսական դաշտերը չեն գերազանցում  $10^7 \text{ Գ-ս}$ -ը, ուստի արտաքին  $H$  դաշտը կարելի է համարել թույլ:

Եթե էլեկտրոնային ուղեծրի հարթության նորմալը դաշտի լարվածության ուղղության հետ կազմում է գրոյից տարբեր անկյուն (նկ. 127, ա), ապա նորմալով ուղղված կլինի նաև էլեկտրոնի ստեղծած փակ հոսանքի մագնիսական մոմենտի  $\mathbf{m}$  վեկտորը: Եթե  $\mathbf{H} \neq 0$ , ապա էլեկտրոնի վրա կազդի

$$\mathbf{K} = [\mathbf{m}, \mathbf{H}] \quad (2.9)$$



ուժի մոմենտ, որը պայմանավորում է համակարգի  $\mathbf{L}$  մեխանիկական մոմենտի փոփոխությունը ժամանակի ընթացքում՝

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{K} = [\mathbf{m}, \mathbf{H}] : \quad (2.10)$$

Նկատի ունենալով համակարգի մեխանիկական և մագնիսական մոմենտների միջև

$$\mathbf{m} = -\frac{e}{2mc} \mathbf{L} \quad (2.11)$$

կապը, (2.10) հավասարումը կարելի է ներկայացնել

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = -\frac{e}{2mc} [\mathbf{m}, \mathbf{H}] = -[\mathbf{m}, \omega_L] \quad (2.12)$$

տեսքով, որտեղ  $\omega_L$  վեկտորն ուղղված է  $\mathbf{H}$ -ով, իսկ դրա մեծությունը տրվում է (2.8) բանաձևով: (2.12) հավասարման համաձայն՝  $\mathbf{m}$  վեկտորը  $\omega_L$  անկյունային արագությամբ պտտվում է  $\mathbf{H}$  վեկտորի շուրջը, ընդ որում դրա մեծությունը և  $\mathbf{H}$ -ի ուղղության հետ կազմած անկյունը չեն փոփոխվում ժամանակի ընթացքում (լարմորյան կոնսպտույտ, նկ. 127, ք): Իրոք, եթե (2.12) հավասարումը սկալյարորեն բազմապատկենք նախ՝  $\mathbf{m}$ -ով, իսկ հետո՝  $\mathbf{H}$ -ով, և նկատի ունենանք, որ  $(\mathbf{m}[\mathbf{m}, \mathbf{H}]) = (\mathbf{H}[\mathbf{m}, \mathbf{H}]) = 0$ , կստանանք՝

$$\begin{aligned} \mathbf{m} \frac{d\mathbf{m}}{dt} &= \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (|\mathbf{m}|^2) = 0, & |\mathbf{m}| &= \text{const} \\ \mathbf{H} \frac{d\mathbf{m}}{dt} &= \frac{d}{dt} (\mathbf{H}\mathbf{m}) = H \frac{dm_H}{dt} = 0, & m_H &= \text{const} : \end{aligned} \quad (2.13)$$

Այսպիսով, անկախ էլեկտրոնային ուղեծրի հարթության դիրքից, արտաքին մագնիսական դաշտը հանգեցնում է էլեկտրոնի պտտման անկյունային արագության փոփոխության  $\omega_L$ -ով:

Մագնիսական դաշտում էլեկտրոնի ձեռքբերած լրացուցիչ  $\omega_L$  անկյունային արագությունը պայմանավորում է լրացուցիչ հոսանք՝

$$i = \frac{-e}{T_L} = -\frac{e\omega_L}{2\pi} = -\frac{e^2 H}{4\pi mc}, \quad (2.14)$$

որի ստեղծած մագնիսական մոմենտը՝

$$\Delta m = \frac{1}{c} iS = -\frac{e^2 HS}{4\pi mc^2}, \quad (2.15)$$

որտեղ  $S$ -ն էլեկտրոնի ուղեծրով սահմանափակված մակերեսի պրոյեկցիան է դաշտին ուղղահայաց հարթության վրա՝

$$S = \pi(x^2 + y^2) = \pi\rho^2 : \quad (2.16)$$

$Z$  կարգաթվով ատոմի՝ արտաքին մագնիսական դաշտում ձեռքբերած մագնիսական մոմենտը՝

$$\langle M_1 \rangle = z \langle \Delta m \rangle = -\frac{e^2 H}{4mc^2} \sum_{k=1}^Z (\langle x_k^2 \rangle + \langle y_k^2 \rangle), \quad (2.17)$$

որտեղ  $\langle \dots \rangle$  փակագծերը նշանակում են տարածական միջինացում: Գնդային համաչափությամբ օժտված ատոմի համար

$$\langle x_k^2 \rangle = \langle y_k^2 \rangle = \langle z_k^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle R_k^2 \rangle, \quad (2.18)$$

որտեղ  $R_k$ -ն  $k$ -րդ էլեկտրոնի ուղեծրի շառավիղն է: Եթե նյութի միավոր ծավալում պարունակվում է  $N_1$  ատոմ, ապա (2.17) և (2.18) բանաձևերից հետևում է մագնիսացվածության

$$M = N_1 \langle M_1 \rangle = -\frac{e^2 N_1 Z}{6mc^2} \langle R^2 \rangle H \quad (2.19)$$

արտահայտությունը, որտեղ

$$\langle R^2 \rangle = \frac{1}{Z} \sum_{k=1}^Z \langle R_k^2 \rangle \quad (2.20)$$

մեծությունն էլեկտրոնային ուղեծրերի միջինացված շառավիղն է: (1.1) սահմանումից և (2.19) արտահայտությունից հետևում է, որ

$$\chi = -\frac{e^2 N_1 Z}{6mc^2} \langle R^2 \rangle = -\frac{e^2 N_A \rho Z}{6mc^2 \mu} \langle R^2 \rangle, \quad (2.21)$$

որտեղ  $N_A$ -ն Ավոգադրոյի թիվն է: (2.21), (1.5) և (1.6) բանաձևերից միավոր զանգվածի և մոլային ընկալունակությունների համար ստացվում են հետևյալ արտահայտությունները՝

$$\chi_{\rho} = \frac{1}{\rho} \chi = -\frac{e^2 N_A Z}{6mc^2 \bar{\mu}} \langle R^2 \rangle, \quad (2.22)$$

$$\chi_{\mu} = \bar{\mu} \chi_{\rho} = -\frac{e^2 N_A Z}{6mc^2} \langle R^2 \rangle : \quad (2.23)$$

Վերջին բանաձևում տեղադրելով հիմնարար հաստատունների արժեքները՝ կստանանք՝

$$|\chi_{\mu}| \approx 2,832 \cdot 10^{10} Z \langle R^2 \rangle \quad (2.24)$$

Այս բանաձևից հետևում է, որ  $|\chi_{\mu}|$  մեծությունը կախված է միայն էլեկտրոնային ուղեծրի շառավղից: Եթե ընդունենք  $\langle R^2 \rangle \sim 10^{-16} \text{ սմ}^2$ , ապա (2.23) բանաձևից

$$|\chi_{\mu}| \sim 10^{-6} Z, \quad (2.25)$$

որը կարգով համընկնում է փորձի հետ (Ադյուսակ 27):

Ադյուսակ 27-ում տրված են իներտ տարրերի և ալկալի-հալոիդային միացություններում իոնների մոլային ընկալունակությունները: Սիևնույն հորիզոնականում տրված իոններն ունեն միևնույն (շարքի իներտ տարրերի) էլեկտրոնային փոխդասավորությունը:

**Ադյուսակ 27.**

***Ալկալի-հալոիդային միացություններում իոնների և իներտ տարրերի ատոմների մոլային ընկալունակությունները***

| Իոն                   | $ \chi_{\mu} , 10^{-6} \text{ սմ}^3/\text{մոլ}$ | Իոն                   | $ \chi_{\mu} , 10^{-6} \text{ սմ}^3/\text{մոլ}$ | Տարր      | $ \chi_{\mu} , 10^{-6} \text{ սմ}^3/\text{մոլ}$ |
|-----------------------|-------------------------------------------------|-----------------------|-------------------------------------------------|-----------|-------------------------------------------------|
|                       |                                                 | <b>Li<sup>+</sup></b> | 0,7                                             | <b>He</b> | 1,9                                             |
| <b>F<sup>-</sup></b>  | 9,4                                             | <b>Na<sup>+</sup></b> | 6,1                                             | <b>Ne</b> | 7,2                                             |
| <b>Cl<sup>-</sup></b> | 24,2                                            | <b>K<sup>+</sup></b>  | 14,6                                            | <b>Ar</b> | 19,4                                            |
| <b>Br<sup>-</sup></b> | 34,5                                            | <b>Rb<sup>+</sup></b> | 22,0                                            | <b>Kr</b> | 28,0                                            |
| <b>I<sup>-</sup></b>  | 50,6                                            | <b>Cs<sup>+</sup></b> | 35,1                                            | <b>Xe</b> | 43,0                                            |

Դիամագնիսական ընկալունակության վերը բերված հաշվարկը գուտ դասական է և հաշվի չի առնում ատոմի սպինը: Այդ պատճառով  $\chi$  -ի,  $\chi_{\rho}$  -ի և  $\chi_{\mu}$  -ի արտահայտությունները վերաբերում են փակ՝  $S = 0$  սպինով էլեկտ-

րոնային թաղանթներ ունեցող ատոմներին (այսպես կոչված ատոմային դիամագնիսականություն):

Ընկալունակության (2.21) բանաձևն արտածելիս անբացահայտորեն ենթադրվել է, որ տարրական շրջանային հոսանքները կայուն են, որը հակասում է դասական պատկերացումներին:

Այժմ ապացուցենք, որ արտաքին մագնիսական դաշտում լիցքերի դասական համակարգի մագնիսական մոմենտը հավասարակշռության վիճակում գրո է (Բոր-Վան-Լեենենի թեորեմ):

Արտաքին մագնիսական դաշտում դասական մասնիկների (լիցքերի) համակարգի համիլտոնիանն ընդհանուր դեպքում ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\mathcal{H} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{2m_k} \left( \mathbf{p}_k + \frac{q_k}{c} (\mathbf{A}_k^{ex} + \mathbf{A}_k^{in}) \right)^2 + U(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N), \quad (2.26)$$

որտեղ  $\mathbf{p}_k$ -ն  $k$ -րդ մասնիկի իմպուլսն է,  $m_k$ -ն՝ զանգվածը,  $q_k$ -ն՝ լիցքը,  $U(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N)$ -ը՝ մասնիկների փոխազդեցության պոտենցիալ էներգիան,  $\mathbf{A}_k^{ex}$ -ն՝ արտաքին մագնիսական դաշտի վեկտոր-պոտենցիալը, իսկ

$$\mathbf{A}_k^{in} = \sum_{j \neq k}^n \frac{q_j \mathbf{v}_j}{c r_{kj}} \quad (2.27)$$

անդամը լիցքերի շարժումով ստեղծված ներքին մագնիսական դաշտի վեկտոր-պոտենցիալն է: Դասական համակարգի վիճակագրական ինտեգրալը՝

$$Z_{cl} = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty(V)}^{\infty} \dots \int_{(V)} \exp \left\{ -\frac{\mathcal{H}}{k_B T} \right\} d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2 \dots d\mathbf{p}_N d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \dots d\mathbf{r}_N: \quad (2.28)$$

(2.28) բանաձևում տեղադրելով (2.26) և (2.27) արտահայտությունները և անցնելով ինտեգրման նոր փոփոխականների՝

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{p}_k + \frac{q_k}{c} \mathbf{A}_k^{ex} + \sum_{j \neq k}^N \frac{q_j \mathbf{p}_j}{m_j c r_{kj}}, \quad (k = 1, 2, \dots, N), \quad (2.29)$$

(2.28) վիճակագրական ինտեգրալը կարելի է ներկայացնել

$$Z_{cl} = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{1}{k_B T} \sum_{k=1}^N \frac{\mathbf{P}_k^2}{2m_k} \right\} \frac{\partial(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_N)}{\partial(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_N)} d\mathbf{P}_1 d\mathbf{P}_2 \dots d\mathbf{P}_N \times$$

$$\times \int_{(V)} \dots \int_{(V)} \exp \left\{ -\frac{1}{k_B T} U(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N) \right\} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \dots d\mathbf{r}_N \quad (2.30)$$

տեսքով: (2.29) առնչություններից բխում է, որ  $(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_N) \rightarrow (\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_N)$  ձևափոխության

$$I = \frac{\partial(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_N)}{\partial(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_N)} \quad (2.31)$$

յակոբիանը կախված չէ արտաքին  $\mathbf{H}$  մագնիսական դաշտից (տես (2.29)), ուստի  $Z_{cl}$  մեծությունը կախված կլինի համակարգի  $V$  ծավալից և  $T$  ջերմաստիճանից, բայց ոչ արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածությունից՝  $Z_{cl} = Z(T, V)$ :

Ջերմադինամիկայի հայտնի առնչության համաձայն՝ համակարգի մագնիսական մոմենտն արտահայտվում է համակարգի  $F$  ազատ էներգիայի միջոցով՝

$$M = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial F}{\partial H} \right)_{T, V} = \frac{k_B T}{V} \left( \frac{\partial}{\partial H} \ln Z \right)_{T, V} : \quad (2.32)$$

$Z$ -ը կախված չէ մագնիսական դաշտի լարվածությունից, ուստի  $M = 0$ : Այսպիսով, հանգում ենք կարևոր եզրակացության՝ մագնիսականությունն իր էությանմբ զուտ քվանտային երևույթ է:

### § 3. Ատոմային ընկալունակության հաշվարկը

Այժմ արտածենք ատոմային ընկալունակության ընդհանուր քվանտամեխանիկական արտահայտությունը:

Եթե էլեկտրոններից բաղկացած համակարգը (ատոմ, իոն) արտաքին մագնիսական դաշտում է, ապա դրա համիլտոնիանը տրվում է

$$\hat{\mathcal{H}} = \sum_k \frac{1}{2m} \left( \hat{\mathbf{p}}_k + \frac{e}{c} \mathbf{A}_k \right)^2 + U + \sum_k \frac{e}{mc} (\hat{\mathbf{s}}_k \text{rot } \mathbf{A}_k) \quad (3.1)$$

արտահայտությամբ, որտեղ  $\hat{\mathbf{p}}_k = -i\hbar\nabla_k$ -ն  $k$ -րդ էլեկտրոնի իմպուլսի օպերատորն է,  $\hat{\mathbf{s}}_k$ -ն՝ սպինի օպերատորը,  $\mathbf{A}_k \equiv \mathbf{A}(\mathbf{r}_k)$ -ն՝ արտաքին մագնիսական դաշտի վեկտոր-պոտենցիալը  $k$ -րդ էլեկտրոնի տեղում,  $U \equiv U(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N)$ -ը՝ էլեկտրոնների էլեկտրաստատիկ փոխազդեցության և արտաքին էլեկտրական դաշտի հետ փոխազդեցության էներգիան,  $e > 0$  . գումարումը կատարվում է ըստ համակարգի բոլոր էլեկտրոնների:

Ենթադրենք, որ արտաքին մագնիսական դաշտը համասեռ և հաստատուն է, և վեկտոր-պոտենցիալն ընտրենք

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2}[\mathbf{H}, \mathbf{r}] \quad (3.2)$$

տեսքով, որտեղից, նկատի ունենալով  $\mathbf{H} = \text{const}$  պայմանը, կստանանք՝

$$\begin{aligned} \text{rot} \mathbf{A} &= \frac{1}{2} \text{rot}[\mathbf{H}, \mathbf{r}] = \frac{1}{2} \{ (\mathbf{r} \nabla) \mathbf{H} - (\nabla \mathbf{H}) \mathbf{r} + (\nabla \mathbf{r}) \mathbf{H} - (\mathbf{H} \nabla) \mathbf{r} \} = \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{H} \text{div} \mathbf{r} - \mathbf{H}) = \frac{1}{2} (3\mathbf{H} - \mathbf{H}) = \mathbf{H}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\text{div} \mathbf{A} = \frac{1}{2} \text{div}[\mathbf{H}, \mathbf{r}] = \frac{1}{2} (\mathbf{r} \text{rot} \mathbf{H} - \mathbf{H} \text{rot} \mathbf{r}) = 0 : \quad (3.4)$$

(3.1) համիլտոնիանում ձևափոխենք կինետիկ էներգիայի օպերատորը.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2m} \left( \hat{\mathbf{p}}_k + \frac{e}{c} \mathbf{A}_k \right)^2 &= \frac{1}{2m} \left[ \hat{\mathbf{p}}_k^2 + \frac{e}{c} (\hat{\mathbf{p}}_k \mathbf{A}_k + \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{p}}_k) + \frac{e^2}{c^2} \mathbf{A}_k^2 \right] = \\ &= -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_k^2 - \frac{ie\hbar}{c} (\nabla_k \mathbf{A}_k + \mathbf{A}_k \nabla_k) + \frac{e^2}{c^2} \mathbf{A}_k^2 : \end{aligned} \quad (3.5)$$

Օգտվելով (3.4) պայմանից՝ կարելի է գրել, որ

$$\begin{aligned} (\nabla_k \mathbf{A}_k + \mathbf{A}_k \nabla_k) \psi &= \nabla_k (\mathbf{A}_k \psi) + \mathbf{A}_k \nabla_k \psi = \psi (\nabla_k \mathbf{A}_k) + \\ &+ 2 \mathbf{A}_k \nabla_k \psi \equiv \psi \text{div} \mathbf{A}_k + 2 \mathbf{A}_k \nabla_k \psi = 2 \mathbf{A}_k \nabla_k \psi \end{aligned}$$

այսինքն՝  $\mathbf{A}_k$  և  $\nabla_k$  օպերատորները կոմուտացվում են: Եթե մագնիսական դաշտն ուղղված է  $z$  առանցքով՝  $\mathbf{H} \equiv \mathbf{H}(0, 0, H)$ , ապա

$$A_{kx} = -\frac{1}{2} H y_k, \quad A_{ky} = \frac{1}{2} H x_k, \quad A_{kz} = 0, \quad (3.6)$$

$$2\mathbf{A}_k \nabla_k = 2 \left( A_{kx} \frac{\partial}{\partial x_k} + A_{ky} \frac{\partial}{\partial y_k} \right) = H \left( x_k \frac{\partial}{\partial y_k} - y_k \frac{\partial}{\partial x_k} \right), \quad (3.7)$$

$$A_k^2 = A_{kx}^2 + A_{ky}^2 = \frac{1}{4} H^2 (x_k^2 + y_k^2) : \quad (3.8)$$

(3.3) – (3.8) արտահայտությունների օգնությամբ Համիլտոնի (3.1) օպերատորը կներկայացվի

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_0 + \frac{e\hbar H}{2mc} (\hat{L}_z + 2\hat{S}_z) + \frac{e^2 H^2}{8mc^2} \sum_k (x_k^2 + y_k^2) \quad (3.9)$$

տեսքով, որտեղ  $\hat{\mathcal{H}}_0$ -ն համակարգի համիլտոնիանն է արտաքին դաշտի բացակայությամբ,  $\hbar\hat{L}_z$ -ը համակարգի էլեկտրոնների ուղեծրային շարժման մեխանիկական մոմենտի՝

$$\hbar\hat{\mathbf{L}} = \sum_k [\mathbf{r}_k, \hat{\mathbf{p}}_k] \quad (3.10)$$

օպերատորի  $z$  բաղադրիչն է, իսկ  $\hbar\hat{S}_z$ -ը՝ էլեկտրոնների սեփական մեխանիկական մոմենտի (սպինի)

$$\hbar\hat{\mathbf{S}} = \sum_k \hat{\mathbf{s}}_k \quad (3.11)$$

օպերատորի  $z$  բաղադրիչը:

Այսպիսով՝ արտաքին մագնիսական դաշտն ազդում է և՛ ուղեծրային, և՛ սեփական շարժման վրա, ընդ որում այդ ազդեցությունը նկարագրվում է

$$\hat{\mathcal{H}}' = \frac{e\hbar H}{2mc} (\hat{L}_z + 2\hat{S}_z) + \frac{e^2 H^2}{8mc^2} \sum_k (x_k^2 + y_k^2) \quad (3.12)$$

օպերատորով:

Հետագա հաշվարկները կկատարենք, օգտվելով խոտորումների տեսությունից, քանի որ ստորև կատարված գնահատումների համաձայն՝ ներկայումս փորձում ստացվող մագնիսական դաշտերում  $\hat{\mathcal{H}}'$  օպերատորով պայմանավորված փոփոխությունը շատ անգամ փոքր է ատոմի գրգռման էներգիայից:

Խոտորումների տեսության համաձայն՝  $n$ -րդ մակարդակի էներգիայի փոփոխությունը  $\hat{\mathcal{H}}'$  օպերատորի երկրորդ կարգի անդամների հաշվառումով, տրվում է

$$\Delta E_n = \langle n | \hat{\mathcal{H}}' | n \rangle + \sum_{n \neq n'} \frac{|\langle n | \hat{\mathcal{H}}' | n' \rangle|^2}{E_n - E_{n'}} \quad (3.13)$$

արտահայտությամբ, որտեղ  $E_n$ -ը  $\hat{\mathcal{H}}_0$  օպերատորի սեփական արժեքն է: (3.12) և (3.13) բանաձևերից հետևում է, որ ատոմի  $n$ -րդ մակարդակի էներգիայի՝ մագնիսական դաշտի ազդեցությամբ պայմանավորված փոփոխությունը՝

$$\begin{aligned} \Delta E_n = & \frac{e\hbar H}{2mc} \langle n | \hat{L}_z + 2\hat{S}_z | n \rangle + \frac{e^2 \hbar^2 H^2}{4m^2 c^2} \sum_{n \neq n'} \frac{\langle n | \hat{L}_z + 2\hat{S}_z | n' \rangle^2}{E_n - E_{n'}} + \\ & + \frac{e^2 H^2}{8mc^2} \sum_k \langle n | x_k^2 + y_k^2 | n \rangle : \end{aligned} \quad (3.14)$$

(3.14) բանաձևն այն հիմնական արտահայտությունն է, որի միջոցով կատարվում է ատոմների, իոնների և մոլեկուլների ընկալունակության հաշվարկը: Այս բանաձևով կարելի է հաշվել մաս բյուրեղի մագնիսական ընկալունակությունը, եթե այն կարելի է ներկայացնել որպես թույլ դեֆորմացված ազատ ատոմների կամ իոնների համախմբ:

Գնահատենք  $\Delta E_n$ -ի առանձին գումարելիների կարգը:

Եթե  $\langle n | \hat{L}_z + 2\hat{S}_z | n \rangle \neq 0$ , ապա այն միավորի կարգի է, հետևաբար՝

$$\frac{e\hbar}{2mc} H \langle n | \hat{L}_z + 2\hat{S}_z | n \rangle \sim \frac{e\hbar}{mc} H = \hbar \omega_c, \quad (3.15)$$

որտեղ

$$\omega_c = \frac{eH}{mc} \quad (3.16)$$

մեծությունն էլեկտրոնի շրջանային (ցիկլոտրոնային) հաճախությունն է:

$H \sim 10^5$  Գս դաշտում  $\hbar \omega_c$ -ն  $10^{-3}$  էՎ կարգի մեծություն է և զգալի փոքր է ատոմի գրգռման էներգիայից, որը էՎ կարգի մեծություն է:



(3.14) բանաձևում երկրորդ գումարելին համեմատական է

$$\frac{e^2 \hbar^2 H^2}{4m^2 c^2} \sum_{n \neq n'} \frac{1}{|E_n - E_{n'}|} \sim \frac{(\hbar \omega_c)^2}{\Delta} = \frac{\hbar \omega_c}{\Delta} \hbar \omega_c \quad (3.17)$$

մեծությանը և շատ փոքր է առաջին գումարելուց, քանի որ ատոմի գրգռման բնութագրական էներգիան՝  $|E_n - E_{n'}| \sim \Delta \gg \hbar \omega_c$  :

Վերջապես, նկատի ունենալով, որ  $\langle n | (x_k^2 + y_k^2) | n \rangle$  անդամն ատոմի բնութագրական չափի՝  $a_0 = \hbar^2 / m e^2$  մեծության քառակուսու կարգի է, երրորդ գումարելու համար կստանանք՝

$$\begin{aligned} \frac{e^2 H^2}{8m c^2} \sum_k \langle n | (x_k^2 + y_k^2) | n \rangle &\sim O(\omega_c^2 m a_0^2) = \left( O \omega_c^2 m a_0 \frac{\hbar^2}{m e^2} \right) \sim \\ &\sim (\hbar \omega_c)^2 \frac{1}{e^2 / a_0} = \hbar \omega_c \frac{\hbar \omega_c}{e^2 / a_0} \ll \hbar \omega_c, \end{aligned} \quad (3.18)$$

քանի որ  $e^2 / a_0 \approx 27$  էՎ:

Կատարված գնահատումներից հետևում է, որ (3.14) բանաձևում  $H$ -ի գծային անդամը, անգամ շատ ուժեղ՝  $H \sim 10^4$  Գ-ս լարվածությամբ դաշտում միշտ հիմնականն է, եթե, իհարկե, այն մույնաբար զրո չէ:

## § 4. Դիէլեկտրիկների մագնիսական ընկալունակությունը

Ուսումնասիրենք մագնիսական ընկալունակության հաշվարկի (3.14) հիմնական բանաձևից բխող մի քանի կարևոր մասնավոր դեպքեր:

1. Եթե բյուրեղը կազմված է փակ (լրացված) էլեկտրոնային թաղանթների ունեցող ատոմներից կամ իոններից, որոնց սպինը, ուղեծրային մոմենտը, ինչպես նաև լրիվ մոմենտը հավասար են զրոյի՝

$$\hat{L}|0\rangle = \hat{S}|0\rangle = \hat{J}|0\rangle = 0, \quad (4.1)$$

ապա հիմնական  $|0\rangle$  վիճակի էներգիայի  $\Delta E_0$  ուղղման մեջ զրոյից տարբեր է միայն (3.14) արտահայտության երրորդ գումարելին՝

$$\Delta E_0 = \frac{e^2 H^2}{8mc^2} \langle 0 | \sum_k (x_k^2 + y_k^2) | 0 \rangle = \frac{e^2 H^2}{12mc^2} \sum_k \langle 0 | R_k^2 | 0 \rangle, \quad (4.2)$$

որն արտածելիս օգտվեցինք փակ էլեկտրոնային թաղանթներով ատոմի գնդային համաչափության հատկությունից հետևող (2.18) պայմանից:

Այժմ հաշվենք համակարգի մագնիսական ընկալունակությունը:

$E_n$  ատոմային մակարդակների միջև զգալի (էՎ կարգի) էներգիական տարբերության հետևանքով դրանց ջերմային զրգռման հավանականությունը գործնականորեն զրո է, ուստի կարելի է այն հաշվի չառնել, որը համարժեք է  $T = 0$  Կ ենթադրությանը: Այս պայմաններում համակարգի ազատ էներգիան հավասար է ներքին էներգիային, ուստի (2.32), (1.4) և (4.1) արտահայտությունների օգնությամբ կստանանք՝

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{M}{H} = -\frac{1}{HV} \left( \frac{\partial F}{\partial H} \right)_{V,0} \equiv -\frac{1}{HV} \left[ \frac{\partial}{\partial H} (E_0 + \Delta E_0) \right]_{V,0} = \\ &= -\frac{1}{HV} \left( \frac{\partial \Delta E_0}{\partial H} \right)_{V,0} = -\frac{Ne^2}{6mc^2 V} \sum_{k=1}^{Z_i} \langle 0 | R_k^2 | 0 \rangle = -\frac{Ne^2 Z_i}{6mc^2 V} \langle R^2 \rangle, \end{aligned} \quad (4.3)$$

որտեղ  $N$  -ը համակարգի ատոմների թիվն է,  $Z_i$  -ին՝ էլեկտրոնների թիվն իոնում (ատոմում), իսկ  $\langle R^2 \rangle$  -ը տրվում է (2.20) բանաձևով: Այս արտահայտությունն ատոմային դիամագնիսականության՝ «դասականորեն» ստացված (2.21) արդյունքն է, որի միջոցով կարելի է հաշվել իներտ գազերի բյուրեղների, ինչպես նաև պարզ իոնային (օրինակ՝ հողալկալիական) բյուրեղների դիամագնիսական ընկալունակությունը, քանի որ թվարկված բյուրեղներում իոնների՝ բյուրեղական դաշտի ազդեցությամբ պայմանավորված դեֆորմացիան շատ փոքր է և կարող է անտեսվել (տես Աղյուսակ 28):

2. Դիտարկենք այն դեպքը, երբ պինդ մարմինը բաղկացած է մեկ չլրացված էլեկտրոնային թաղանթ ունեցող ատոմներից:

Եթե ատոմի լրիվ մոմենտը՝  $J = 0$ , իսկ  $L = S \neq 0$ , որը տեղի ունի հնարավոր տեղերի կեսից մեկով պակաս էլեկտրոններ պարունակող էլեկտրոնային թաղանթ ունեցող ատոմում (օրինակ՝  $d$  -թաղանթում ( $l = 2$ ) հնարավոր տեղերի թիվը  $2 \cdot (2l + 1) = 10$  է,  $f$  -թաղանթում ( $l = 3$ )՝  $2(2l + 1) = 14$ , ուստի  $d$  - թաղանթ ունեցող ատոմում կունենանք  $10 : 2 - 1 = 4$ , օրինակ՝  $\text{Cr}^{2+}$ ,  $\text{Mn}^{3+}$ , իսկ  $f$  -

թաղանթ ունեցող ատոմում՝  $14 : 2 - 1 = 6$ , օրինակ՝  $\text{Eu}^{3+}$ ), ապա (3.14) արտահայտության առաջին գումարելին, որն ատոմի սեփական մագնիսական մոմենտի էներգիան է մագնիսական դաշտում, հավասար է զրոյի՝

$$\frac{e\hbar}{2mc} \langle n | \hat{L}_z + 2\hat{S}_z | n \rangle = \frac{e\hbar}{2mc} \langle 0 | \hat{L}_z + 2\hat{S}_z | 0 \rangle = 0, \quad (4.4)$$

որը պայմանավորված է  $J = 0$  վիճակի համաչափությամբ: Սակայն, ի տարբերություն լրացված էլեկտրոնային թաղանթով ատոմի, (3.14) արտահայտության երկրորդ գումարելին դիտարկվող դեպքում զրոյից տարբեր է, ուստի հիմնական վիճակի էներգիայի փոփոխությունը՝

$$\Delta E_0 = -\frac{e^2 \hbar^2 H^2}{4m^2 c^2} \sum_{n \neq 0} \frac{\left| \langle 0 | \hat{L}_z + 2\hat{S}_z | n \rangle \right|^2}{E_n - E_0} + \frac{e^2 H^2}{8mc^2} \langle 0 | \sum_k (x_k^2 + y_k^2) | 0 \rangle, \quad (4.5)$$

(4.3) և (4.5) բանաձևերից հետևում է  $N$  մասնիկների համակարգի մագնիսական ընկալունակության արտահայտությունը՝

$$\chi = \frac{e^2 \hbar^2 N}{2m^2 c^2 V} \sum_{n \neq 0} \frac{\left| \langle 0 | \hat{L}_z + 2\hat{S}_z | n \rangle \right|^2}{E_n - E_0} - \frac{e^2 N Z_i}{6mc^2 V} \langle R^2 \rangle : \quad (4.6)$$

Քանի որ  $E_n - E_0 > 0$  ( $n \neq 0$ ) (հիմնական վիճակի էներգիան ամենափոքրն է), ապա առաջին անդամը միշտ դրական է, այսինքն՝ այն նպաստում է մագնիսական մոմենտի՝ դաշտի լարվածության ուղղությամբ և համապատասխանում է պարամագնիսականության առաջացմանը (վանֆլեկյան կամ բևեռային պարամագնիսականություն):

3. Այժմ քննարկենք այն դեպքը, երբ էլեկտրոնային թաղանթի լրիվ մոմենտը՝  $J \neq 0$  :

Կատարված գնահատումների համաձայն՝ (3.14) արտահայտության մեջ հիմնականը մագնիսական դաշտի լարվածությանը համեմատական առաջին գումարելին է, որը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$(\Delta E_n)_1 = \frac{e\hbar}{2mc} H(\bar{J}_z + \bar{S}_z) \equiv \mu_B H(\bar{J}_z + \bar{S}_z), \quad (4.7)$$

որտեղ

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc} = 0,927 \cdot 10^{-20} \text{ էրգ/Գս} \quad (4.8)$$

մեծությունը մագնիսական մոմենտի քվանտն է՝ Բորի մագնետոնը, իսկ հորիզոնական գծիկով նշված է համապատասխան օպերատորի քվանտամեխանիկական միջինը: Նկատի ունենալով, որ  $J_z$ -ը մագնիսական դաշտում շարժման ինտեգրալ է, դրա միջին արժեքի համար կարող ենք գրել՝  $\bar{J}_z = m_J$ , որտեղ  $m_J$ -ն  $\hat{J}_z$  օպերատորի սեփական արժեքն է:  $\bar{S}_z$  միջինը հաշվելու համար նախ գրենք  $\hat{\mathbf{S}}$  օպերատորի պրոյեկցիան  $\mathbf{J}$  վեկտորի ուղղության վրա՝

$$\hat{S}_J = \frac{(\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{J}})}{J} \mathbf{n}_J \equiv \frac{(\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{J}})\hat{\mathbf{J}}}{J^2}, \quad (4.9)$$

իսկ հետո՝ դաշտի ուղղության ( $z$  առանցքի) վրա՝

$$\bar{S}_z = \frac{(\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{J}})}{J^2} \bar{J}_z = \frac{m_J}{J^2} (\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{J}}) : \quad (4.10)$$

(4.10) արտահայտությունը տեղադրելով (4.7) բանաձևում՝ կստանանք.

$$(\Delta E_n)_1 = \mu_B H \left( 1 + \frac{(\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{J}})}{J^2} \right) m_J : \quad (4.11)$$

$\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{J}}$  սկալյար արտադրյալը կորոշենք

$$\hat{L}^2 = (\hat{\mathbf{J}} - \hat{\mathbf{S}})^2 = \hat{\mathbf{J}}^2 + \hat{\mathbf{S}}^2 - 2\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{S}}$$

նույնությունից, որը միջինացնելուց հետո կստանանք՝

$$\overline{\hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{S}}} \equiv \langle n | \hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{S}} | n \rangle = \frac{1}{2} [J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)] : \quad (4.12)$$

Այս արդյունքը տեղադրելով (3.28) բանաձևում և կատարելով

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (4.13)$$

նշանակումը, որը հայտնի է որպես Լանդեի բազմապատկիչ,  $(\Delta E_n)_1$  էներգիան կարելի է ներկայացնել կրճատ ձևով՝

$$(\Delta E_n)_1 \equiv \Delta E_1 = \mu_B m_J g_J H, \quad (4.14)$$

որտեղ  $m_J = -J, -(J-1), \dots, (J-1), J$ , այսինքն՝ ընդունում է  $2J+1$  հատ արժեք: Այսպիսով՝  $H = 0$  դաշտում  $(2J+1)$ -պատիկությամբ այլասերված

հիմնական վիճակը  $H \neq 0$  մագնիսական դաշտում ճեղքվում է առանձին վիճակների, որոնցից յուրաքանչյուրի էներգիան տրվում է (4.14) բանաձևով: Եթե (4.14) բանաձևը ներկայացնենք

$$\Delta E_1 = -\mu_J H \quad (4.15)$$

տեսքով, ապա

$$\mu_J = -\mu_B m_J g_J \quad (4.16)$$

մեծությունն իրենից կներկայացնի ատոմի էլեկտրոնային թաղանթի մագնիսական մոմենտը, ընդ որում  $(-)$  նշանն արտահայտում է այն փաստը, որ մագնիսական մոմենտն ուղղված է  $\hbar m_J$  մեխանիկական մոմենտին հակառակ (տես (2.11) առնչությունը):

(3.14) և (4.5) բանաձևերն արտածելիս ենթադրվել է, որ հիմնական և առաջին գրգռված մուլտիպլետի միջև էներգիական հեռավորությունը՝

$$E_{L'SJ'} - E_{LSJ} \gg k_B T, \quad (4.17)$$

երբ ազատ էներգիայի մեջ հիմնական ներդրումը տալիս են հիմնական մուլտիպլետի  $(2J+1)$  հատ վիճակները: Մյուս կողմից, հիմնական վիճակի այլասերման հետևանքով մագնիսական դաշտում մույն մուլտիպլետին պատկանող մակարդակների միջև

$$\left| (\Delta E_1)_{m_J, m_J \pm 1} \right| = \mu_B g_J H \quad (4.18)$$

էներգիական հեռավորությունը կարող է զգալի փոքր լինել  $k_B T$  էներգիայից: Եթե ներմուծենք բնութագրական

$$T_0 = \frac{\mu_B g_J H}{k_B} \quad (4.19)$$

ջերմաստիճանը, ապա  $T \gg T_0$  պայմանը  $H \sim 10^4$  Գ-ս դաշտերում տեղի ունի, սկսած տասնյակ կելվինից:

Այս պայմաններում մագնիսական ընկալունակությունը հաշվարկելիս անհրաժեշտ է հաշվի առնել էներգիական մակարդակների ջերմային գրգռման հնարավորությունը և օգտվել  $F$  ազատ էներգիայի (բայց ոչ ներքին էներգիայի) արտահայտությունից:

## § 5. Ազատ էլեկտրոնների ուղեծրային դիամագնիսականությունը

Բոր-Վան-Լենենի թեորեմի համաձայն՝ դասական լիցքերի համակարգի, այդ թվում և էլեկտրոնային գազի, մագնիսական ընկալունակությունը զրո է։ Հասկանալի է, որ դասական քննարկման դեպքում բացակայում է լիցքի սեփական մագնիսական մոմենտի գաղափարը, ուստի խոսքը վերաբերում է ուղեծրային շարժումով պայմանավորված մագնիսականությանը։

Դասական համակարգի էներգիայի անկախությունը մագնիսական դաշտի լարվածությունից հետևանք է այն հանգամանքի, որ շարժվող լիցքի վրա դաշտում ազդող Լորենցի ուժն աշխատանք չի կատարում՝

$$\delta A = \mathbf{F}_L \delta \mathbf{r} = -\frac{e}{c} ([\mathbf{v}, \mathbf{H}] \mathbf{v}) \delta t = 0, \quad (5.1)$$

որի հետևանքով էլեկտրոնների հավասարակշռական բաշխման ֆունկցիան մագնիսական դաշտում չի փոփոխվում։

Այլ է իրադրությունը քվանտային դիտարկման դեպքում։ Մագնիսական դաշտում, դաշտի լարվածության վեկտորին ուղղահայաց հարթության մեջ էլեկտրոնի շարժման տիրույթը սահմանափակվում է շրջանագծով, որի շառավիղը՝

$$r_c = \frac{v_{\perp}}{\omega_c} = \frac{p_{\perp}}{m\omega_c}, \quad (5.2)$$

որտեղ  $v_{\perp}$ -ն ( $p_{\perp}$ -ն) էլեկտրոնի արագության (իմպուլսի) բաղադրիչն է դաշտի  $\mathbf{H}$  վեկտորին ուղղահայաց հարթության մեջ (նկ. 130), իսկ  $\omega_c$ -ն՝ էլեկտրոնի շրջանային հաճախությունը (տես (3.16))։

Ուղղահայաց հարթության մեջ շարժման սահմանափակման հետևանքով էլեկտրոնի էներգիան քվանտանում է, և այն կարելի է գնահատել անորոշությունների առնչության օգնությամբ, որի համաձայն՝

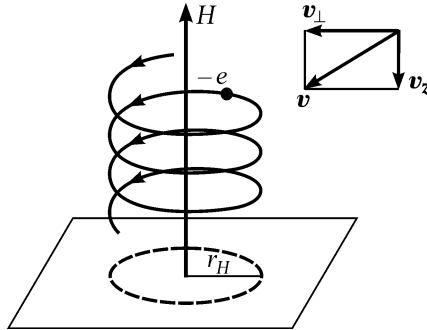
$$\Delta r \Delta p \geq \hbar :$$

Կոորդինատի  $\Delta r$  անորոշությունն էլեկտրոնի տեղայնացման տիրույթի չափերի կարգի է՝  $\Delta r \sim r_c$ ,  $\Delta p \sim p_{\perp}$ , ուստի անորոշությունների առնչությունից և (5.2) բանաձևից հետևում է, որ

$$r_c p_{\perp} = \frac{p_{\perp}}{m\omega_c} p_{\perp} = \frac{p_{\perp}^2}{m\omega_c} \geq \hbar$$

կամ

$$\varepsilon_{\perp} = \frac{p_{\perp}^2}{2m} \geq \frac{\hbar\omega_c}{2} \sim H : \quad (5.3)$$



*Նկ. 128. Էլեկտրոնի շարժումը համասեռ հաստատուն մագնիսական դաշտում (դասական պատկերացում)*

Մագնիսական դաշտի ուղղությամբ էլեկտրոնի արագությունը չի փոխվում՝  $v_z = \text{const}$ , ուստի էլեկտրոնի էներգիան, դաշտի լարվածությունից կախված, աճում է գծային օրենքով, որի հետևանքով էլեկտրոնային գազը կունենա էլեկտրոնների ուղեծրային շարժումով պայմանավորված դիամագնիսականություն:

Որոշենք էլեկտրոնային գազի ուղեծրային դիամագնիսական ընկալունակությունը քվանտային տեսության շրջանակներում (Լ.Դ.Լանդաու, 1930թ.):

Ենթադրենք՝ իդեալական էլեկտրոնային գազը  $z$  առանցքով ուղղված համասեռ հաստատուն  $\mathbf{H}(0,0,H)$  մագնիսական դաշտում է, որը նկարագրվում է  $\mathbf{A}(0,Hx,0)$  վեկտոր-պոտենցիալով: Էլեկտրոնի համար Շրյոդինգերի հավասարումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$\left[ \frac{1}{2m} \hat{p}_x^2 + \frac{1}{2m} \left( \hat{p}_y + \frac{e}{c} Hx \right)^2 + \frac{1}{2m} \hat{p}_z^2 \right] \psi(x, y, z) = \varepsilon \psi(x, y, z) : \quad (5.4)$$

Չախ մասում գրված Համիլտոնի օպերատորը բացահայտ ձևով չի պարունակում  $y$  և  $z$  կոորդինատները, ուստի  $\hat{p}_y$ -ը և  $\hat{p}_z$ -ը կոմուտացվում են համիլտոնիանի հետ, այսինքն՝ դրանց սեփական արժեքները պահպանվում են: Ուրեմն, (5.4) հավասարման լուծումները կարելի է ներկայացնել

$$\psi(x, y, z) = \exp [i(yk_y + zk_z)] u(x) \quad (5.5)$$

տեսքով, որտեղ  $k_y = p_y/\hbar$ ,  $k_z = p_z/\hbar$  մեծություններն ավիային վեկտորի  $y$  և  $z$  բաղադրիչներն են, իսկ  $u(x)$  ֆունկցիան որոշվում է (5.5) արտահայտությունը (5.4) հավասարման մեջ տեղադրելուց հետո ստացվող

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{m\omega_c^2 (x - x_0)^2}{2} \right] u(x) = \varepsilon' u(x) \quad (5.6)$$

հավասարումից, որտեղ կատարված են հետևյալ նշանակումները՝

$$x_0 = -\frac{c\hbar}{eH} k_y = -\frac{\hbar k_y}{m\omega_c} = -\frac{v_y}{\omega_c}, \quad \varepsilon' = \varepsilon - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} : \quad (5.7)$$

(5.6) հավասարումը միաչափ, ներդաշնակ տատանակի Շրյոդինգերի հավասարումն է, որի սեփական արժեքները տրվում են

$$\varepsilon'_n \equiv \varepsilon_n = \hbar\omega_c \left( n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (5.8)$$

բանաձևով (Լամդաուի մակարդակներ), իսկ սեփական ֆունկցիաներն արտահայտվում են Էրմիտի  $H_n$  բազմանդամների միջոցով՝

$$u_0(x - x_0) = \frac{1}{(\sqrt{\pi}\lambda_H)^{1/2}} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} \exp \left[ -\frac{(x - x_0)^2}{2\lambda_H^2} \right] H_n \left( \frac{x - x_0}{\lambda_H} \right), \quad (5.9)$$

որտեղ

$$\lambda_H = \left( \frac{c\hbar}{eH} \right)^{1/2} = \left( \frac{\hbar}{m\omega_c} \right)^{1/2} \quad (5.10)$$



պարամետրը մագնիսական երկարությունն է, որը բնութագրում է  $x_0$  կետի շուրջն էլեկտրոնի տեղայնացման տիրույթի գծային չափերը:

(5.5) և (5.9) բանաձևերի համաձայն՝ էլեկտրոնի վիճակը մագնիսական դաշտում որոշվում է  $k_y$ ,  $k_z$  և  $n$  քվանտային թվերով (առանց սպինային վիճակի հաշվառման), իսկ էլեկտրոնի էներգիան, (5.9) և (5.8) բանաձևերի համաձայն՝ տրվում է

$$\varepsilon_{n,k_z} = \hbar\omega_c \left( n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m} \equiv \varepsilon_n + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \quad (5.11)$$

արտահայտությամբ և կախված է միայն երկու՝  $n$  և  $k_z$  քվանտային թվերից: Այսպիսով, տեղի ունի էներգիական մակարդակների այլասերում ըստ  $k_y$  քվանտային թվի՝ բոլոր քվանտային վիճակներում, որոնք իրարից տարբերվում են միայն  $k_y$ -ով, էլեկտրոնն ունի միևնույն էներգիան: Այլասերման պատճառը համասեռ մագնիսական դաշտում ներդաշնակ տատանակի էներգիայի անկախությունն է տատանակի կենտրոնի  $x_0$  կոորդինատից, կամ, (5.7) բանաձևի համաձայն՝  $k_y$ -ից:

Էներգիայի (5.11) և ազատ էլեկտրոնի էներգիայի

$$\varepsilon_{k_x, k_y, k_z} = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \equiv \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \quad (5.12)$$

արտահայտությունների համեմատությունից հետևում է, որ մագնիսական դաշտում  $\mathbf{H}$ -ին ուղղահայաց (տվյալ դեպքում՝  $xy$ ) հարթության մեջ էլեկտրոնի շարժումը քվանտանում է՝

$$\varepsilon_{\perp} = \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m} \rightarrow \varepsilon_n = \hbar\omega_c \left( n + \frac{1}{2} \right), \quad (5.13)$$

իսկ  $\mathbf{H}$ -ի ուղղությամբ էլեկտրոնի էներգիան մնում է անփոփոխ:

Պարզենք  $\varepsilon_{n,k_z}$  մակարդակի այլասերման պատիկությունը, այսինքն՝ որոշենք, թե քանի տարբեր արժեքներ կարող է ընդունել  $k_y$  բաղադրիչը:

Ենթադրենք՝ էլեկտրոնն  $L_x$ ,  $L_y$  և  $L_z$  կողերով զուգահեռանիստում է:

Մագնիսական դաշտում էլեկտրոնը տատանվում է  $x_0$  կենտրոնի շուրջը, որը պատկանում է  $L_x$  կողին, այսինքն՝

$$0 \leq |x_0| \leq L_x, \quad (5.14)$$

կամ, եթե նկատի ունենանք  $x_0$ -ի (5.7) նշանակումը՝

$$0 \leq k_y \leq \frac{eH}{c\hbar} L_x : \quad (5.15)$$

Քանի որ  $k_y$ -ն ընդունում է քվազիանընդհատ արժեքներ, որոնց միջև հեռավորությունը՝  $\Delta k_y = 2\pi/L_y$ , ապա  $eHL_x/c\hbar$  մեծությամբ տիրույթում  $k_y$ -ի տարբեր արժեքների թիվը՝

$$g_n = \frac{(eHL_x/c\hbar)}{2\pi/L_y} = \frac{L_x L_y}{2\pi} \frac{eH}{c\hbar} = \frac{S}{2\pi\lambda_H^2}, \quad (5.16)$$

որտեղ  $S = L_x L_y$ -ը համակարգի մակերեսն է մագնիսական դաշտին ուղղահայաց հարթության մեջ:  $S_1 = \pi\lambda_H^2$ -ն էլեկտրոնի տեղայնացման տիրույթի մակերեսն է, որտեղ կարող է լինել երկու էլեկտրոն՝ հակառակ սպիններով, ուստի  $S/S_1$  հարաբերությունը ներկայացնում է  $x_0$  կոորդինատի, այսինքն՝  $k_y$ -ի տարբեր արժեքների լրիվ թիվը: Հարկ է նշել նաև, որ  $g_n$ -ը կախված չէ  $n$ -ից, այսինքն՝ մագնիսական դաշտում բոլոր էներգիական մակարդակներն ունեն այլասերման միևնույն պատիկությունը, որը (5.16) արտահայտության համաձայն, համեմատական է մագնիսական դաշտի լարվածությանը: Նկ. 131-ում պատկերված են ազատ էլեկտրոնի քվազիանընդհատ  $\varepsilon_\perp$  սպեկտրը (ա) և Լանդաուի մակարդակները (բ):

Այլասերման պատիկության (5.16) արտահայտությունը կարելի է արտածել նաև այլ եղանակով, ելնելով վիճակների թվի հասկացությունից:  $H=0$  դեպքում վիճակների թիվը  $dk_x dk_y$  տիրույթում (առանց սպինի հաշվառման)՝

$$dg = \frac{dk_x}{2\pi/L_x} \frac{dk_y}{2\pi/L_y} = \frac{L_x L_y}{(2\pi)^2} dk_x dk_y = \frac{S}{2\pi} k_\perp dk_\perp = \frac{Sm}{2\pi\hbar^2} d\varepsilon_\perp : \quad (5.17)$$

$H \neq 0$  դեպքում  $xy$  հարթության մեջ շարժման քվանտացման հետևանքով  $\varepsilon_{\perp}$ -ի ամենափոքր հնարավոր փոփոխությունը, (5.13) արտահայտության համաձայն՝ հավասար է  $(\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n)$ -ի, ուստի

$$g = \int_{\varepsilon_n}^{\varepsilon_{n+1}} \frac{Sm}{2\pi\hbar^2} d\varepsilon_{\perp} = \frac{Sm}{2\pi\hbar^2} (\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n) = \frac{Sm\omega_c}{2\pi\hbar} = \frac{S}{2\pi\lambda_H^2} : \quad (5.18)$$

$N$  էլեկտրոններից բաղկացած համակարգի ջերմադինամիկական բնութագրերը որոշելու համար անհրաժեշտ է հաշվարկել համակարգի վիճակագրական գումարը: Դիտարկելով էլեկտրոնների համակարգը որպես իդեալական գազ, որը նկարագրվում է բոլցմանյան վիճակագրությամբ, այն կարելի է ներկայացնել հետևյալ բանաձևով՝

$$Z = \frac{1}{N!} z_1^N, \quad (5.19)$$

որտեղ  $z_1$ -ը մեկ էլեկտրոնի վիճակագրական գումարն է՝

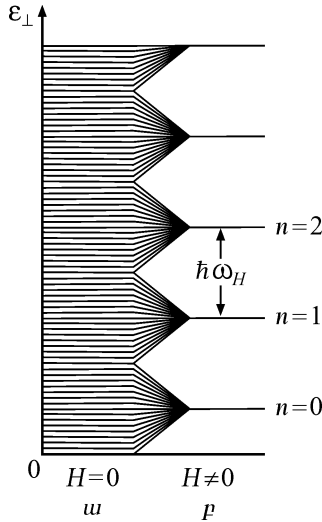
$$z_1 = \sum_{(i)} \exp\left(-\frac{\varepsilon(i)}{k_B T}\right) : \quad (5.20)$$

Քվանտային քվերի հավաքածուն՝  $(i) \equiv (n, k_z, k_y, s_z)$ , որտեղ  $s_z$  սպինային քվանտային թիվն ընդունում է երկու արժեք, միարժեքորեն որոշում է էլեկտրոնի վիճակը: Քանի որ էլեկտրոնի էներգիան մագնիսական դաշտում կախված է միայն  $n$ -ից և  $k_z$ -ից, ապա, կատարելով գումարում ըստ  $k_y$ -ի և  $s_z$ -ի,  $z_1$ -ը կարելի է ներկայացնել

$$z_1 = \sum_{n, s_z} \exp\left(-\frac{\varepsilon_{n, k_z}}{k_B T}\right) = 2g \frac{L_z}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \sum_{n=0}^{\infty} \exp\left[-\frac{\hbar\omega_c}{k_B T} \left(n + \frac{1}{2}\right) - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2mk_B T}\right] \quad (5.21)$$

տեսքով, որտեղ ըստ քվադրանդնդիատ  $k_z$  փոփոխականի կատարվել է անցում գումարից՝ ինտեգրալի:

(5.21) բանաձևում անվերջ երկրաչափական պրոգրեսիայի գումարը՝



Նկ. 129. Էլեկտրոնի երկչափ շարժման էներգիան ( $\varepsilon_{\perp}$ ) ա.  $H = 0$  դեպքում (ազատ շարժում,  $\varepsilon_{\perp}$ -ն ընդունում է քվազիանընդհատ արժեքներ), բ.  $H \neq 0$  դեպքում (շարժումը քվանտացված է,  $\varepsilon_{\perp}$ -ն ընդունում է ընդհատ արժեքներ):

$$\sum_{n=0}^{\infty} \exp \left[ -\frac{\hbar \omega_c}{k_B T} \left( n + \frac{1}{2} \right) \right] = \frac{\exp(-\hbar \omega_c / 2k_B T)}{1 - \exp(-\hbar \omega_c / k_B T)} = \left( 2 \operatorname{sh} \frac{\hbar \omega_c}{k_B T} \right)^{-1}, \quad (5.22)$$

իսկ ըստ  $k_z$ -ի ինտեգրալը՝

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp \left( -\frac{\hbar^2 k_z^2}{2m k_B T} \right) dk_z = \left( \frac{2\pi m k_B T}{\hbar^2} \right)^{1/2} : \quad (5.23)$$

Նպատակահարմար է մաս  $\hbar \omega_c$ -ն ներկայացնել հետևյալ կերպ՝ օգտագործելով Բորի մագնետոնի (4.8) սահմանումը.

$$\hbar \omega_H = \hbar \frac{eH}{mc} = \frac{e\hbar}{2mc} 2H = 2\mu_B H : \quad (5.24)$$

(5.16), (5.22)–(5.24) բանաձևերի օգնությամբ մեկ էլեկտրոնի  $z_1$  վիճակագրական գումարը կարելի է ներկայացնել հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$z_1 = \frac{SeHL_z(2\pi mk_B T)^{1/2}}{4\pi^2 \hbar^2 c \operatorname{sh}\left(\frac{\mu_B H}{k_B T}\right)} = V \left(\frac{mk_B T}{2\pi \hbar^2}\right)^{3/2} \frac{\frac{\mu_B H}{k_B T}}{\operatorname{sh}\left(\frac{\mu_B H}{k_B T}\right)}, \quad (5.25)$$

որտեղ  $V = SL_z = L_x L_y L_z$  -ը համակարգի ծավալն է: Օգտվելով համակարգի մագնիսացվածության որոշման (2.32) արտահայտությունից, կստանանք՝

$$\begin{aligned} M &= -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial F}{\partial H} \right)_{T,V} = \frac{k_B T}{V} \frac{\partial}{\partial H} \ln Z = \\ &= \frac{N\mu_B}{V} \left( \frac{k_B T}{\mu_B H} - \operatorname{cth} \frac{\mu_B H}{k_B T} \right) = -n\mu_B L \left( \frac{\mu_B H}{k_B T} \right), \end{aligned} \quad (5.26)$$

որտեղ  $n$ -ն էլեկտրոնների խտությունն է, իսկ

$$L(x) = \operatorname{cth} x - \frac{1}{x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} - \frac{1}{x} \quad (5.27)$$

արտահայտությունը Լանժլենի ֆունկցիան է:

Ուսումնասիրենք մագնիսացվածության վարքը տարբեր սահմանային դեպքերում:

1. *Թույլ մագնիսական դաշտեր՝*

$$x = \frac{\mu_B H}{k_B T} \ll 1 : \quad (5.28)$$

Նկատի ունենալով  $x \ll 1$  արժեքների համար  $L(x)$  ֆունկցիայի վերլուծությունը՝

$$L(x) \approx \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + O(x^5), \quad (5.29)$$

(5.26) բանաձևից մագնիսական ընկալունակության համար կստանանք՝

$$\chi = \frac{M}{H} = -n\mu_B \frac{\mu_B}{3k_B T} = -\frac{n\mu_B^2}{3k_B T}, \quad (5.30)$$

որից հետևում է էլեկտրոնային գազի՝ ուղեծրային շարժումով պայմանավորված դիամագնիսականությունը:

2. *Ուժեղ մագնիսական դաշտեր՝*

$$x = \frac{\mu_B H}{k_B T} \gg 1 : \quad (5.31)$$

Այս դեպքում  $L(x)$  ֆունկցիայի վերլուծությունը տրվում է

$$L(x) \approx 1 - \frac{1}{x} + O(e^{-2x}) \quad (5.32)$$

արտահայտությամբ, ուստի մագնիսացվածությունը՝

$$M \approx -n\mu_B : \quad (5.33)$$

Եթե  $T \rightarrow 0$  Կ, (5.30) բանաձևից հետևում է, որ  $|\chi| \rightarrow \infty$ , որը հակասում է փորձին: Պատճառն այն է, որ (5.30) արտահայտությունն արտածելիս օգտվել ենք բոլցմանյան վիճակագրությունից, որն ակնհայտորեն խախտվում է ցածր ջերմաստիճաններում: Այնուամենայնիվ, (5.30) արտահայտությունից կարելի է ստանալ էլեկտրոնային գազի դիամագնիսական ընկալունակության ճիշտ արտահայտությունը, եթե էլեկտրոնների լրիվ  $n$  խտությունը փոխարինենք Ֆերմիի մակերևույթին հարող  $k_B T$  լայնությամբ շերտի՝ իրենց «դասականորեն» պահող էլեկտրոնների  $n_T$  խտությամբ (VII.3.28)՝

$$n_T = k_B T g(\varepsilon_F) = \frac{3n k_B T}{2\varepsilon_F} : \quad (5.34)$$

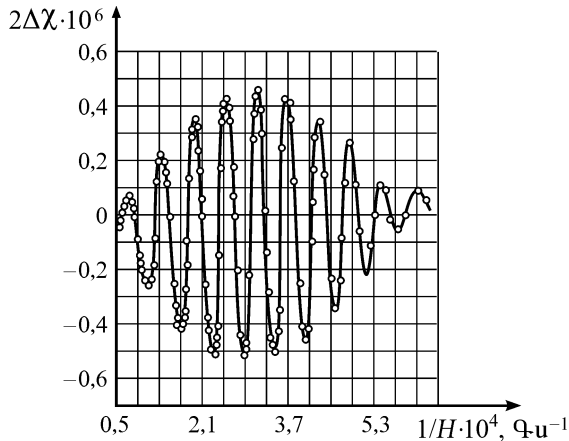
(4.31) արտահայտության մեջ կատարելով անցում  $n$ -ից  $n_T$ -ին՝ կստանանք էլեկտրոնային գազի ուղեծրային դիամագնիսականության արտահայտությունը (Լ. Լանդաու).

$$\chi = -\frac{n_T \mu_B^2}{3k_B T} = -\frac{n \mu_B^2}{\varepsilon_F} = -\frac{m \mu_B^2}{\hbar^2 (3\pi^2)^{2/3}} n^{1/3}, \quad (5.35)$$

որը կախված է միայն էլեկտրոնային գազի խտությունից:

Մագնիսական դաշտում իդեալական էլեկտրոնային գազի ջերմադինամիկական մեծությունների ճշգրիտ հաշվարկը կատարվում է Ֆերմի-Դիրակի վիճակագրության շրջանակներում, ընդ որում՝ ազատ էներգիայի համար ստացվում է հետևյալ արտահայտությունը (առանց սպինի հաշվառման)

$$F = N\mu - \frac{VeHk_B T}{2\pi^2 c\hbar} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \ln \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{\mu - \varepsilon_n(k_z)}{k_B T} \right] \right\} dk_z, \quad (5.36)$$



Նկ. 130. Յինկի միաբյուրեղի մագնիսական ընկալունակությունների  $\Delta\chi = \chi_z - \chi_x$  տարբերության  $1/H$ -ից կախման փորձարարական կորը

որտեղ  $\mu \equiv \mu(T, V, N)$  ֆունկցիան համակարգի քիմպոտենցիալն է:

Այս արտահայտության հաշվարկը կապված է զգալի մաթեմատիկական դժվարությունների հետ, սակայն բերում է կարևորագույն արդյունքի, որի համաձայն՝ բոլոր ջերմադինամիկական մեծություններն ըստ  $1/H$ -ի պարբերական ֆունկցիաներ են, որն առավելապես արտահայտվում է ուժեղ մագնիսական դաշտերում և ցածր ջերմաստիճաններում, երբ  $\mu_B H \gg k_B T$ : Մասնավորապես, մագնիսական դաշտը մոնոտոն փոփոխելիս էլեկտրոնային գազի դիամագնիսական մոմենտի պարբերական փոփոխությունը հայտնի է որպես Դե-Հաագ-Վան-Ալֆենի երևույթ և առաջին անգամ դիտվել է քիսմոթում (**Bi**) 1930 թ.: Նկ. 130-ում տրված է ընկալունակության ( $1/H$ )-ից կախման փորձարարական կորը ցինկի համար  $T = 4,2$  Կ ջերմաստիճանում. օրդինատների առանցքի վրա տեղադրված է  $z$  և  $x$  (կամ  $y$ ) առանցքների ուղղությամբ **Zn**-ի միաբյուրեղի մագնիսական ընկալունակությունների  $\Delta\chi = \chi_z - \chi_x$  տարբերությունը:

Ջերմադինամիկական մեծությունների՝ ըստ  $1/H$ -ի պարբերական վարքը մագնիսական դաշտում որակապես կարելի է բացատրել հետևյալ դատո-

դուրյունների օգնությամբ:

$T = 0$  Կ-ում Ֆերմիի մակարդակից ներքև բոլոր մակարդակները զբաղեցված են, իսկ դրանից վեր՝ բոլորն ազատ են (նկ. 133): Էլեկտրոնային զազի  $n \sim 10^{22} - 10^{23} \text{ սմ}^{-3}$  խտությունների դեպքում Ֆերմիի էներգիան մի քանի էՎ-ի կարգի մեծություն է (տես Աղյուսակ 25), ուստի լրացված էներգիական մակարդակների թիվը՝

$$N_1 = \frac{\varepsilon_F}{2\mu_B H} \sim \frac{10^{-12}}{10^{-20} H} \sim \frac{10^8}{H} \sim 10^3 - 10^4 \quad (5.37)$$

կարգի մեծություն է անգամ  $H \sim 10^4 - 10^5$  Գ-ս դաշտերում:

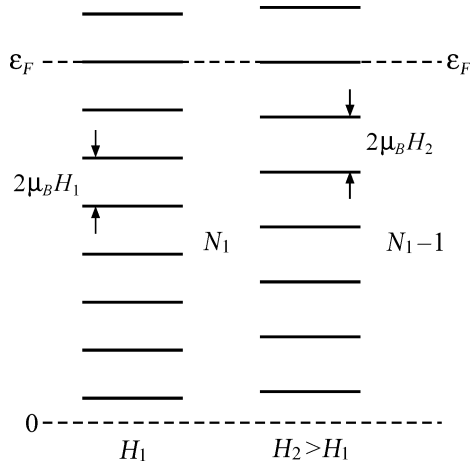
Երբ մագնիսական դաշտի լարվածությունն աճում է, մեծանում է Լանդաուի մակարդակների միջև  $2\mu_B H$  հեռավորությունը, և  $H$ -ի որոշակի արժեքի դեպքում լրացված մակարդակներից ամենավերինը հավասարվում և անցնում է Ֆերմիի մակարդակը: Դրանից հետո էներգիական մակարդակների բաշխումը նմանվում է նախկին բաշխմանը, միայն այն տարբերությամբ, որ այժմ Ֆերմիի մակարդակից ներքև կա  $N_1 - 1$  մակարդակ (նկ. 133): Քանի որ (5.37) գնահատման համաձայն,  $N_1 \gg 1$ , ապա այդ տարբերությունը գործնականորեն աննշան է, այդ իսկ պատճառով նոր, ավելի մեծ մագնիսական դաշտում համակարգի վիճակը կլինի լիովին համարժեք հին վիճակին, որն էլ նշանակում է պարբերական կախում մագնիսական դաշտի լարվածությունից:

Որոշենք ջերմադինամիկական ֆունկցիաների փոփոխման պարբերությունը: Մագնիսական դաշտի լարվածության մեծացմանը զուգընթաց, (5.16) բանաձևի համաձայն՝ մեծանում է յուրաքանչյուր էներգիական մակարդակում տեղերի թիվը: Այդ տեղերը զբաղեցվում են ամենավերին մակարդակից դեպի ստորիններն անցնող էլեկտրոններով, երբ վերջինս գերազանցում է Ֆերմիի մակարդակը: Քանի որ համակարգում էլեկտրոնների թիվը կախված չէ դաշտի լարվածությունից, ապա

$$N = N_1 g_1 = (N_1 - 1) g_2 = \text{const} : \quad (5.38)$$

Օգտվելով (5.16) և (5.37) արտահայտություններից՝ (5.38) պայմանը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝





Նկ. 131. Լանդաուի մակարդակները. մագնիսական դաշտի լարվածության  $H_1(H_2)$  արժեքի դեպքում ամենավերին՝ 8-րդ (7-րդ) մակարդակը համընկնում է Ֆերմիի մակարդակի հետ:

$$\frac{\varepsilon_F}{2\mu_B H_1} H_1 = \left( \frac{\varepsilon_F}{2\mu_B H_1} - 1 \right) H_2, \quad (5.39)$$

որտեղից հետևում է

$$\Delta \left( \frac{1}{H} \right) \equiv \frac{1}{H_1} - \frac{1}{H_2} = \frac{2\mu_B}{\varepsilon_F} \quad (5.40)$$

արտահայտությունը: Այն ջերմադինամիկական ֆունկցիաների փոփոխման պարբերությունն է ըստ  $1/H$  փոփոխականի և գործնականորեն հաստատուն մեծություն է:  $\Delta(1/H)$ -ի միջոցով կարելի է արտահայտել նաև ըստ  $H$ -ի փոփոխման պարբերությունը՝

$$\Delta H \equiv H_2 - H_1 = H_1^2 \Delta \left( \frac{1}{H} \right) = H_1^2 \frac{2\mu_B}{\varepsilon_F}, \quad (5.41)$$

որն, ի տարբերություն  $\Delta(1/H)$  պարբերության, փոփոխվող մեծություն է:

## § 6. Ատոմների և իոնների պարամագնիսականությունը: Կյուրիի օրենքը

Եթե ատոմի (իոնի) կամ մոլեկուլի սեփական մագնիսական մոմենտը զրոյից տարբեր է, ապա այդպիսի մասնիկներից կազմված նյութը պարամագնիս է: Մասնավորապես, զրոյից տարբեր մագնիսական մոմենտ ունեն չլրացված էլեկտրոնային թաղանթում կենտ թվով էլեկտրոն պարունակող ատոմները (օրինակ՝ ալկալիական մետաղները), քանի որ էլեկտրոնների գումարային սպինը, որը կիսամբողջ ( $\hbar$  միավորով) մեծություն է, չի կարող համակշռվել ուղեծրային մոմենտով, որը միշտ ամբողջ է: Պարամագնիսականությամբ կարող են օժտված լինել նաև զույգ թվով էլեկտրոններ ունեցող ատոմները կամ մոլեկուլները:

Արտաքին մագնիսական դաշտի բացակայությամբ մարմնի մագնիսացվածությունը զրո է, քանի որ ջերմային շարժման հետևանքով մասնիկների մագնիսական մոմենտներն ունեն պատահական ուղղություններ: Սակայն մագնիսական դաշտի աճին զուգընթաց բոլոր մասնիկների մագնիսական մոմենտները ձեռք են բերում դաշտի ուղղությամբ բաղադրիչներ, որոնք, գումարվելով, ստեղծում են զրոյից տարբեր մագնիսացվածություն:

Ստորև ծանոթանանք պարամագնիսականության դասական տեսությանը (Պ. Լանժևեյն, 1905 թ.):

Դիտարկենք  $\mu$  մագնիսական մոմենտների իդեալական գազ՝ արտաքին ***H*** լարվածությամբ մագնիսական դաշտում:  $\mu$  մագնիսական մոմենտի պոտենցիալ էներգիան այդ դաշտում՝

$$W = -\boldsymbol{\mu}\mathbf{H} = -\mu_z H = -\mu H \cos \theta, \quad (6.1)$$

որտեղ  $\mu_z$ -ը մագնիսական մոմենտի պրոյեկցիան է դաշտի լարվածության ուղղությամբ,  $\theta$ -ն՝  $\boldsymbol{\mu}$  և ***H*** վեկտորների կազմած անկյունը:

Հավանականությունն այն բանի, որ  $\mu$  վեկտորի ուղղությունը  $(\theta, \varphi)$  ուղղության շուրջ  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$  մարմնային անկյան մեջ է, տրվում է Բոլցմանի բաշխման ֆունկցիայով՝

$$f(\theta, \varphi) d\Omega = A \exp\left(-\frac{W}{k_B T}\right) d\Omega = A \exp\left(-\frac{\mu H \cos \theta}{k_B T}\right) d\Omega, \quad (6.2)$$

իսկ նորմավորման  $A$  հաստատունն արտահայտվում է մեկ մասնիկի վիճակագրական ինտեգրալի՝  $H$ -ից կախված մասի միջոցով՝

$$\frac{1}{A} = z_1(H, T) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta \exp\left(\frac{\mu H}{k_B T} \cos\theta\right) = \frac{4\pi k_B T}{\mu H} \operatorname{sh} \frac{\mu H}{k_B T} : \quad (6.3)$$

Վիճակագրական գումարի մնացած մասը կախված է համակարգի ծավալից և ջերմաստիճանից և մագնիսացվածությունը հաշվելիս դեր չի խաղում (կարելի է ենթադրել, որ  $\mu$  մոմենտը գամված է և միայն կարող է սևեռված կենտրոնի շուրջը պտտվել բոլոր ուղղություններով)։

$N$  մագնիսական մոմենտների համակարգի ազատ էներգիայի՝  $H$ -ից կախված մասն արտահայտվում է  $z_1$ -ի միջոցով՝

$$F(H, T) = -Nk_B T \ln z_1(H, T) = -Nk_B T \ln \left( \frac{4\pi k_B T}{\mu H} \operatorname{sh} \frac{\mu H}{k_B T} \right) \quad (6.4)$$

բանաձևով, որը տեղադրելով (2.32) արտահայտության մեջ, մագնիսացվածության համար կստանանք՝

$$M = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial F}{\partial H} \right)_{T,V} = n\mu \left( \operatorname{cth} \frac{\mu H}{k_B T} - \frac{k_B T}{\mu H} \right) \equiv n\mu L \left( \frac{\mu H}{k_B T} \right), \quad (6.5)$$

որտեղ  $n$ -ը մագնիսական մոմենտների խտությունն է։

(6.5) բանաձևն արտահայտում է մագնիսացվածության՝ ջերմաստիճանից և մագնիսական դաշտի լարվածությունից կախումները։

Ուսումնասիրենք մագնիսացվածության վարքը տարբեր սահմանային դեպքերում։

1. *Ուժեղ մագնիսական դաշտեր՝*

$$x = \frac{\mu H}{k_B T} \gg 1 : \quad (6.6)$$

Օգտվելով  $L(x)$  ֆունկցիայի (5.32) վերլուծությունից՝ մագնիսացվածության համար ստանում ենք

$$M \approx n\mu \quad (6.7)$$

արտահայտությունը, որի համաձայն՝ բոլոր մագնիսական մոմենտներն ուղղված են դաշտի ուղղությամբ, այսինքն՝ տեղի ունի հագեցում՝ մագնիսացվածությունը կախված չէ դաշտի լարվածությունից և ջերմաստիճանից։

## 2. Թույլ մագնիսական դաշտեր

$$x = \frac{\mu H}{k_B T} \ll 1 \quad : \quad (6.8)$$

Նկատի ունենալով  $x \ll 1$  արժեքների համար  $L(x)$  ֆունկցիայի (5.29) վերլուծությունը, մագնիսացվածության համար կստանանք՝

$$M \approx n\mu \frac{\mu H}{3k_B T} = \frac{n\mu^2}{3k_B T} H \equiv \chi H \quad , \quad (6.9)$$

որտեղ

$$\chi = \frac{n\mu^2}{3k_B T} \quad : \quad (6.10)$$

Ընդունված է մագնիսական ընկալունակության (6.10) արտահայտությունը ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

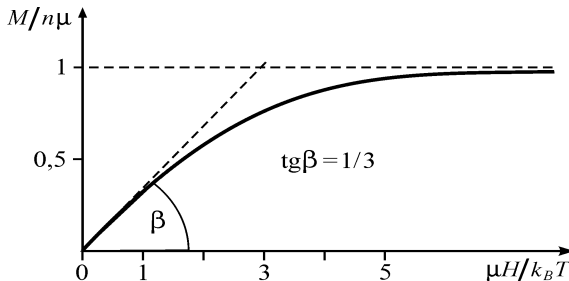
$$\chi = \frac{C}{T} \quad , \quad (6.11)$$

որը հայտնի է որպես Կյուրիի օրենք պարամագնիսների համար, իսկ

$$C = \frac{n\mu^2}{3k_B} \quad (6.12)$$

մեծությունը կոչվում է Կյուրիի հաստատուն: Նկ. 132-ում պատկերված է մագնիսացվածության կախումը  $\mu H/k_B T$  փոփոխականից:

Ազատ էներգիայի (6.4) բանաձևի օգնությամբ համակարգի էնտրոպիայի՝ դաշտի լարվածությունից կախված մասը կարելի է ներկայացնել



Նկ. 132. Լամբերտի ֆունկցիայի գրաֆիկը

$$S(H, T) = - \left( \frac{\partial F}{\partial T} \right)_H = Nk_B \left[ \ln \left( \frac{4\pi k_B T}{\mu H} \operatorname{sh} \frac{\mu H}{k_B T} \right) - \frac{\mu H}{k_B T} L \left( \frac{\mu H}{k_B T} \right) \right] \quad (6.13)$$

արտահայտությամբ: Երբ  $T \rightarrow 0$  և,  $x = \mu H / k_B T \rightarrow \infty$ , ուստի

$$S(H, T) \approx -Nk_B \ln \left( \frac{\mu H}{k_B T} \right) \rightarrow -\infty : \quad (6.14)$$

Այս արդյունքը հակասում է ջերմադինամիկայի երրորդ օրենքին, որի համաձայն, երբ  $T \rightarrow 0$  և,  $S \rightarrow 0$  (Նեոնատի թեորեմ): Նշված հակասությունը հետևանք է դասական տեսության սահմանափակության և պայմանավորված է այն հանգամանքով, որ դրանում հաշվի չի առնված մոմենտի տարածական քվանտացումը, որի համաձայն՝ տրված  $\mathbf{J}$  մոմենտի պրոյեկցիան ընդունում է  $2J + 1$  հատ արժեք՝  $m_J = -J, -(J-1), \dots, J-1, J$ : Ի տարբերություն դասական քննարկման, երբ մագնիսական մոմենտի պրոյեկցիան դաշտի ուղղությամբ՝  $\mu_z = \mu \cos \theta$  մեծությունն ընդունում է անվերջ թվով արժեքներ ( $\theta$  անկյունը փոփոխվում է անընդհատ  $[0, \pi]$  տիրույթում), տարածական քվանտացման հաշվառումով մագնիսական մոմենտի պրոյեկցիայի արժեքները տրվում են (4.16) բանաձևով:

Մագնիսական մոմենտի տարածական քվանտացման հաշվառումն իրականացվում է (6.3) վիճակագրական ինտեգրալից գումարին անցումով, որի մեջ տեղադրվում է մագնիսական մոմենտի էներգիայի (4.14) արտահայտությունը՝

$$z_1(H, T) = \sum_{m_J=-J}^J \exp \left( \frac{\mu_B g_J m_J H}{k_B T} \right) \equiv \sum_{-J}^J e^{m\alpha}, \quad (6.15)$$

որտեղ

$$\alpha = \frac{\mu_B g_J H}{k_B T} : \quad (6.16)$$

(6.15) վերջավոր երկրաչափական պրոգրեսիայի գումարը՝

$$\sum_{-J}^J e^{m\alpha} = e^{-J\alpha} \frac{e^{(2J+1)\alpha} - 1}{e^{\alpha} - 1} = \frac{\operatorname{sh}[(J + 1/2)\alpha]}{\operatorname{sh}(\alpha/2)} : \quad (6.17)$$

Ազատ էներգիայի (6.4) սահմանման մեջ տեղադրելով (6.17) բանաձևը և ամանցելով այն ըստ  $H$ -ի կստանանք մագնիսացվածության արտահայտությունը.

$$M = n\mu_B g_J J B_J \left( \frac{J\mu_B g_J H}{k_B T} \right), \quad (6.18)$$

որտեղ  $B_J(y)$ -ը Բրիլյուենի ֆունկցիան է՝

$$B_J(y) = \frac{2J+1}{2J} \operatorname{cth} \left( \frac{2J+1}{2J} y \right) - \frac{1}{2J} \operatorname{cth} \left( \frac{1}{2J} y \right) : \quad (6.19)$$

Ուսումնասիրենք մագնիսացվածության վարքը տարբեր սահմանային դեպքերում:

1. *Ուժեղ մագնիսական դաշտեր՝*

$$y = \frac{J\mu_B g_J H}{k_B T} \gg 1 : \quad (6.20)$$

Արգումենտի մեծ արժեքների համար

$$\begin{aligned} B_J(y) &\approx \frac{2J+1}{2J} \left[ 1 + 2 \exp \left( -\frac{2J+1}{J} y \right) \right] - \frac{1}{2J} \left[ 1 + 2 \exp \left( -\frac{1}{J} y \right) \right] = \\ &= 1 - \frac{1}{J} e^{-y/J} \left[ 1 - (2J+1) e^{-2y} \right], \end{aligned} \quad (6.21)$$

ուստի մագնիսացվածության համար ստացվում է

$$M = n\mu_B g_J J \quad (6.22)$$

ակնհայտ արդյունքը:

2. *Թույլ մագնիսական դաշտեր՝*

$$y = \frac{J\mu_B g_J H}{k_B T} \ll 1 : \quad (6.23)$$

Օգտվելով  $\operatorname{cth} y$  ֆունկցիայի վերլուծությունից՝

$$\operatorname{cth} y = \frac{1}{y} + \frac{y}{3} - \frac{y^3}{45} + \dots, \quad (6.24)$$

$B_J(y)$  ֆունկցիան արգումենտի փոքր արժեքների համար կարելի է ներկայացնել հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$B_J(y) \simeq \frac{J+1}{3J} y - \frac{(J+1)(2J^2+2J+1)}{90J^3} y^3 + \dots : \quad (6.25)$$

$J$  մեծության ամենափոքր արժեքը  $1/2$  է, ուստի  $y=0$  կետում  $B'_J(y)$  ածանցյալի արժեքները սահմանափակված են

$$1/3(J=\infty) \leq B'_J(0) \leq 1(J=1/2)$$

տիրույթում:  $B_J(y)$  ֆունկցիայի ( $M/Jn g_J \mu_B$  չափագործի մագնիսացվածության) գրաֆիկները  $J$ -ի մի քանի արժեքների համար տրված են նկ. 133-ում (1.  $J=1/2$ , 2.  $J=1$ , 3.  $J=7/2$ , 4.  $J=\infty$ ):

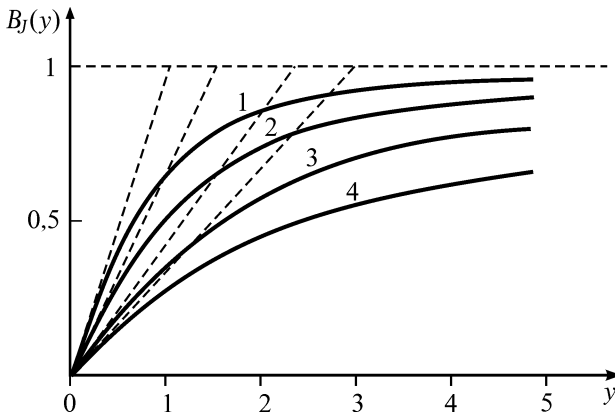
(6.18) և (6.25) բանաձևերի համաձայն՝

$$M = n \mu_B g_J J \frac{J+1}{3J} \frac{\mu_B g_J J H}{k_B T} = \frac{n \mu_B^2 g_J^2 J(J+1) H}{3k_B T} \equiv \chi H, \quad (6.26)$$

ուստի մագնիսական ընկալունակությունը

$$\chi = \frac{n \mu_B^2 g_J^2 J(J+1)}{3k_B T} \equiv \frac{C}{T}, \quad (6.27)$$

իսկ Կյուրիի հաստատունի նոր արժեքը՝



Նկ. 133. Բրիլյուենի ֆունկցիայի գրաֆիկները. 1.  $J=1/2$ , 2.  $J=1$ , 3.  $J=7/2$ , 4.

$J=\infty$

$$C = \frac{n\mu_B^2 g_J^2 J(J+1)}{3k_B} : \quad (6.28)$$

(4.19) գնահատման համաձայն՝ Կյուրիի օրենքը տեղի ունի շատ լայն ջերմաստիճանային տիրույթում, սկսած ( $10^{-4} H$ ) Կ ջերմաստիճաններից:

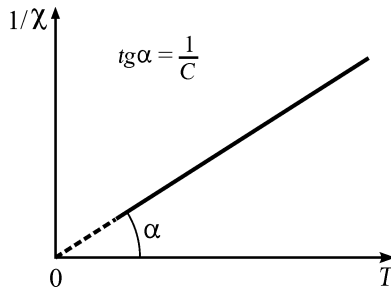
Փորձում Կյուրիի հաստատումը որոշվում է  $\chi^{-1} = T/C$  կախումն արտահայտող ուղիղ գծի թեքության միջոցով (նկ. 136):

Այժմ համեմատենք պարամագնիսական և ատոմային դիամագնիսականության ընկալունակությունները:

(6.27) և (4.3) բանաձևերի համաձայն՝

$$\left| \frac{\chi_p}{\chi_d} \right| = \frac{g_J^2 J(J+1)}{2Z_i k_B T} \frac{\hbar^2}{m \langle R^2 \rangle} : \quad (6.29)$$

$Gd^{3+}$  իոնի համար ( $J = S = 7/2$ ,  $L = 0$ ,  $g_J = 2$ ,  $Z_i = 61$ ) սենյակային ( $T \sim 300$  Կ) ջերմաստիճաններում  $|\chi_p/\chi_d| \approx 500$ : Նշանակում է՝  $J = 7/2$  մոմենտով չլրացված թաղանթի պարամագնիսական ներդրումը լրիվ ընկալունակության մեջ շուրջ 500 անգամ գերազանցում է բոլոր էլեկտրոնների դիամագնիսական ներդրումը և որի բացարձակ արժեքը  $Gd$ -ի համար, ըստ (2.21) բանաձևի ( $\rho \approx 8,23$  գ/սմ<sup>3</sup>,  $\bar{\mu} = 157,25$  գ/մոլ)՝  $|\chi_d| \approx 9,5 \cdot 10^{-6}$ :



Նկ. 134. Կյուրիի օրենքի գրաֆիկը. ուղղի թեքությամբ որոշվում է Կյուրիի հաստատումը:

Մագնիսացվածության (6.18) ընդհանուր արտահայտությունից սահմանային անցումով կարելի է ստանալ (6.5) դասական արդյունքը:



Իրոք, երբ  $\hbar \rightarrow 0$ , վերջավոր մագնիսական մոմենտ ստանալու համար անհրաժեշտ է, որ միաժամանակ  $J \rightarrow \infty$ : Այս դեպքում

$$g_J \mu_B J = g_J \frac{e\hbar}{2mc} J \rightarrow \mu : \quad (6.30)$$

Մյուս կողմից, երբ  $J \rightarrow \infty$ ,

$$\begin{aligned} B_J(y) &= \frac{2J+1}{2J} \operatorname{cth} \left( \frac{2J+1}{2J} \frac{\mu H}{k_B T} \right) - \frac{1}{2J} \operatorname{cth} \left( \frac{1}{2J} \frac{\mu H}{k_B T} \right) \approx \\ &\approx \operatorname{cth} \frac{\mu H}{k_B T} - \frac{1}{2J} \frac{2J k_B T}{\mu H} + O \left( \frac{1}{J^2} \right) = L \left( \frac{\mu H}{k_B T} \right), \end{aligned}$$

այսինքն՝

$$M = n g_J \mu_B J B_J \left( \frac{J g_J \mu_B H}{k_B T} \right) \bigg|_{\substack{\hbar \rightarrow 0 \\ J \rightarrow \infty}} = n \mu L \left( \frac{\mu H}{k_B T} \right) :$$

Պարզենք մագնիսական մոմենտների իդեալական «գազի» համար ստացված արդյունքների կիրառելիությունը պինդ մարմնում, քանի որ նրանում առումի (իոնի) վրա կարող է որոշիչ լինել շրջապատի ազդեցությունը:

Ինչպես ցույց է տալիս փորձը, հազվագյուտ հողային տարրերի իոններ պարունակող մեկուսիչ բյուրեղների պարամագնիսական ընկալունակությունը մեծ ճշտությամբ նկարագրվում է Կյուրիի (6.27) օրենքով: Դրանում առկա  $C$  հաստատունը կարելի է ներկայացնել

$$C = \frac{n \mu_B^2 p_{eff}^2}{3 k_B} \quad (6.31)$$

բանաձևով, որտեղ ներմուծված է Բորի մագնետոնների արդյունաբար թիվը՝

$$p_{eff} = g_J \sqrt{J(J+1)} : \quad (6.32)$$

Աղյուսակ 28-ում տրված են  $p_{eff}$ -ի արժեքները չլրացված 4f էլեկտրոնային քաղանթով հազվագյուտ հողային տարրերի եռարժեք իոնների համար, որոնք որոշվել են (6.32) բանաձևով ( $p_{eff}$ , տես.) և ստացվել են փորձից՝ Կյուրիի հաստատունի չափումներից և (6.31) բանաձևից ( $p_{eff}$ , փորձ.): Փոր-

ծի և տեսության մեծ ճշտությամբ համընկնումը (բացի  $\text{Eu}^{3+}$ -ից և  $\text{Sm}^{3+}$ -ից) հնարավորություն է տալիս եզրակացնելու, որ շրջապատը գործնականորեն չի ազդում 4f թաղանթի էլեկտրոնների վրա: Բանն այն է, որ 4f թաղանթն իր-  
նի «խորքում» է (դրա շառավիղը  $0,3 \text{ \AA}$  է) և էկրանավորված է շրջապատի ազդեցությունից  $5s^2$  և  $5p^6$  լրացված էլեկտրոնային թաղանթներով:  $\text{Eu}^{3+}$  և  $\text{Sm}^{3+}$  իոնների համար դիտվող զգալի շեղումները տեսությունից հետևանք են այն բանի, որ տրված  $L$ -ի և  $S$ -ի, այսինքն՝ տրված մուլտիպլետի համար սեն-  
յակային ջերմաստիճաններում տարբեր (հիմնականում՝ փոքր)  $J$ -երով մա-  
կարդակների միջև հեռավորությունը՝  $|\Delta E_{J,J\pm 1}| \sim k_B T$ , այնինչ Կյուրիի օ-  
րենքն ստացվել է  $|\Delta E_{J,J\pm 1}| \gg k_B T$  ենթադրության դեպքում:

#### Աղյուսակ 28.

*$p_{\text{eff}}$ -ի արժեքները հազվագյուտ  
հողային տարրերի եռարժեք իոնների համար*

| $Z$ | Տարր      | 4f-թաղանթի<br>կազմությունը | $p_{\text{eff}}$ , տես. | $p_{\text{eff}}$ , փորձ. |
|-----|-----------|----------------------------|-------------------------|--------------------------|
| 57  | <b>La</b> | $4f^0$                     | 0,00                    | դիսամագն.                |
| 58  | <b>Ce</b> | $4f^1$                     | 2,54                    | 2,4                      |
| 59  | <b>Pr</b> | $4f^2$                     | 3,58                    | 3,5                      |
| 60  | <b>Nd</b> | $4f^3$                     | 3,62                    | 3,5                      |
| 61  | <b>Pm</b> | $4f^4$                     | 2,68                    | —                        |
| 62  | <b>Sm</b> | $4f^5$                     | 0,84                    | 1,5                      |
| 63  | <b>Eu</b> | $4f^6$                     | 0,00                    | 3,4                      |
| 64  | <b>Gd</b> | $4f^7$                     | 7,94                    | 8,0                      |
| 65  | <b>Tb</b> | $4f^8$                     | 9,72                    | 9,5                      |
| 66  | <b>Dy</b> | $4f^9$                     | 10,63                   | 10,6                     |
| 67  | <b>Ho</b> | $4f^{10}$                  | 10,60                   | 10,4                     |
| 68  | <b>Er</b> | $4f^{11}$                  | 9,59                    | 9,5                      |
| 69  | <b>Tm</b> | $4f^{12}$                  | 7,57                    | 7,3                      |
| 70  | <b>Yb</b> | $4f^{13}$                  | 4,54                    | 4,3                      |
| 71  | <b>Lu</b> | $4f^{14}$                  | 0,00                    | դիսամագն.                |

Այլ է իրադրությունն անցումային մետաղների, օրինակ՝ երկաթի խմբի իոնների համար: Թեև դրանց համար նույնպես տեղի ունի Կյուրիի օրենքը, սակայն փորձին ավելի մոտ են  $p_{eff}$ -ի այն արժեքները, որոնք որոշվում են  $p_{eff} = \sqrt{S(S+1)}$  բանաձևով, այսինքն՝ կարծես ուղեծրային  $L$  մոմենտն ընդհանրապես բացակայում է: Այս փաստը հայտնի է որպես ուղեծրային մոմենտի «սառեցում», որն ավելի ընդհանուր երևույթի՝ բյուրեղական ներքին էլեկտրական դաշտում էներգիական մակարդակների ճեղքման մասնավոր դրսևորումն է: Ի տարբերություն 4f-էլեկտրոնների, երկաթի իոնի 3d-թաղանթը փաստորեն «ամենադրսին» է, ուստի և առավել ենթակա բյուրեղային անհամասեռ դաշտի ներգործությանը: Բյուրեղային դաշտի ազդեցությամբ խախտվում է կապը  $L$  և  $S$  վեկտորների միջև, ուստի վիճակներն այլևս չի կարելի դասակարգել ըստ  $J$ -ի արժեքների: Բացի այդ, բյուրեղային դաշտը մասնակիորեն կամ լրիվ վերացնում է ատոմի՝ տրված  $L$ -վիճակի  $(2L+1)$ -պատիկ այլասերվածությունն ըստ  $L_z$ -ի:

Ինչպե՞ս հասկանալ մոմենտի «սառեցման» երևույթը:

Կենտրոնահամաչափ դաշտում (օրինակ՝ միջուկի կուլոնյան դաշտում) դասական ուղեծրի հարթությունը տարածության մեջ սևեռված է, ուստի մոմենտի բոլոր բաղադրիչները՝  $L_x$ ,  $L_y$ ,  $L_z$ -ը, պահպանվում են: Քվանտային մեխանիկայում այս դեպքում պահպանվում են  $L^2$ -ն և  $L_z$ -ը: Եթե դաշտը կենտրոնահամաչափ չէ, ապա ուղեծրի հարթությունը տարածության մեջ պտտվում է, մոմենտի բաղադրիչներն այլևս հաստատուն չեն և կարող են միջին հաշվով զրո դառնալ: Չնայած  $L^2 \neq 0$ , սակայն զրո է դառնում նաև  $L_z$ -ի միջինը և քանի որ մագնիսական մոմենտի  $z$  բաղադրիչը, համաձայն (2.11) առնչության, համեմատական է  $L_z$ -ին, ապա զրո է դառնում նաև այն:

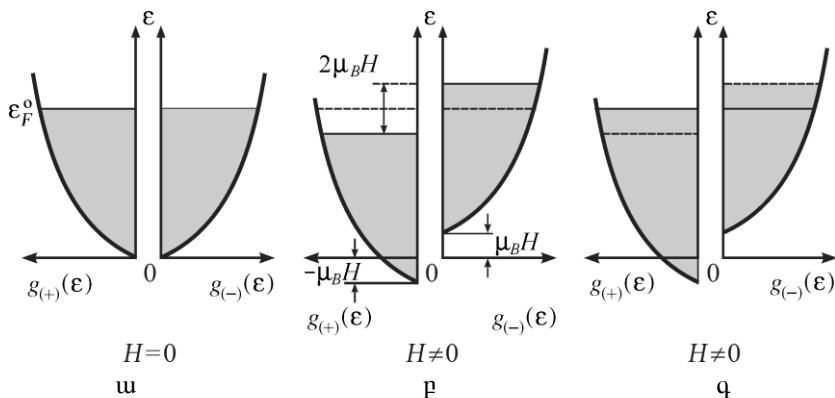
## § 7. Սպինային պարամագնիսականություն

Էլեկտրոնների ուղեծրային շարժումով պայմանավորված մագնիսացվածությունը որոշելիս ենթադրվել է, որ էլեկտրոնները չունեն սեփական մագնիսական մոմենտ:

Ստորև կհաշվարկենք էլեկտրոնի սեփական մագնիսական մոմենտի ներդրումն էլեկտրոնային գազի մագնիսացվածության մեջ: Կենթադրենք, որ էլեկտրոնի ուղեծրային շարժումը չի ազդում էլեկտրոնի սեփական մագնիսական մոմենտի վրա, այսինքն՝ հաշվի չենք առնի սպին-ուղեծրային փոխազդեցությունը:

Քանի որ էլեկտրոնն ունի սեփական մագնիսական մոմենտ՝  $\mu_B$ , ապա դասական վիճակագրության շրջանակներում էլեկտրոնների համակարգի մագնիսացվածությունը և ընկալունակությունը կարելի է որոշել՝ (6.26) և (6.27) բանաձևերում տեղադրելով  $J = S = 1/2$ ,  $g_J = 2$ ՝

$$M = \frac{n\mu_B^2}{k_B T} H, \quad \chi = \frac{n\mu_B^2}{k_B T} : \quad (7.1)$$



$H=0$

ա

$H \neq 0$

բ

$H \neq 0$

գ

Նկ. 135. Սպինային պարամագնիսականության առաջանալը.

ա.  $H = 0$  դաշտում կան մույն թվով (+) և (-) սպիններ ( $M = 0$ ), բ.  $H \neq 0$  տեղի է

ունենում սպինների վերաբաշխում, գ.  $H \neq 0$  ջերմադինամիկական

հավասարակշռության վիճակում (+) սպինների թիվը մեծ է (-) սպինների թվից ( $M \neq 0$ ):

Սակայն փորձը ցույց է տալիս, որ մետաղների մեծամասնության մագնիսական ընկալունակությունը կախված չէ ջերմաստիճանից, իսկ դրա

մեծությունը սենյակային ջերմաստիճաններում մոտ 100 անգամ փոքր է (7.1) բանաձևով տրվող արժեքից: Վ. Պաուլին ցույց է տվել, որ փորձի հետ համընկնող արդյունքներ կարելի է ստանալ, եթե էլեկտրոնային գազը նկարագրվի Ֆերմի-Դիրակի բաշխումով:

Արտաքին մագնիսական դաշտի բացակայությամբ էլեկտրոնային գազի արդյունաբար մագնիսական մոմենտը  $T = 0$  Կ-ում զրո է, քանի որ կան նույն թվով և հակառակ ուղղություններով սպիններ: Որևէ ուղղության զուգահեռ (+) և հակազուգահեռ (-) սպիններով վիճակների խտություններն իրար հավասար են (նկ. 135, ա)

$$g_+(\varepsilon) = g_-(\varepsilon) = \frac{1}{2} g(\varepsilon), \quad (7.2)$$

որտեղ  $g(\varepsilon)$ -ն վիճակների խտության լրիվ ֆունկցիան է:

Եթե  $H \neq 0$ , ապա, սեփական մագնիսական մոմենտի էներգիայի  $W = -\mu_z H$  արտահայտության համաձայն,  $\mathbf{H}$ -ին զուգահեռ (+) սպինի ( $\mu_z = \mu_B$ ) էներգիան փոքրանում է  $\mu_B H$ -ով, իսկ հակազուգահեռ (-) սպինի ( $\mu_z = -\mu_B$ ) էներգիան՝ մեծանում  $\mu_B H$ -ով: Տեղի է ունենում (+) և (-) սպիններով վիճակների էներգիական մակարդակների՝ իրար նկատմամբ  $2\mu_B H$  տեղաշարժ (նկ. 135, բ), որի հետևանքով (+) և (-) վիճակների միատեսակ լրացումն այլևս չի համապատասխանում համակարգի նվազագույն էներգիային: Հավասարակշռության վիճակին անցնելիս (-) սպիններով էլեկտրոնների որոշ մասն զբաղեցնում է ավելի փոքր էներգիաներով և ազատ (+) վիճակները, որի հետևանքով համակարգի լրիվ էներգիան փոքրանում է, և համակարգը ձեռք է բերում զրոյից տարբեր մագնիսական մոմենտ (նկ. 135, գ): Գնահատումների համաձայն՝ փորձում ստացվող նույնիսկ ամենաուժեղ մագնիսական դաշտերում  $\mu_B H \ll \varepsilon_F$ , ուստի  $\mu_B H$  էներգիական շերտում  $g_{\pm}(\varepsilon)$  ֆունկցիաների փոքր փոփոխությունները կարելի է անտեսել և (+) և (-) սպիններով էլեկտրոնների խտությունների փոփոխությունները ներկայացնել

$$\delta n_{\pm} \approx \pm g_{\pm}(\varepsilon_F) \mu_B H \quad (7.3)$$

առնչությամբ:

Համակարգի մագնիսացվածության համար (7.3) առնչությունների օգնությամբ կստանանք՝

$$\begin{aligned}
 M &= \mu_B \delta n_+ + (-\mu_B) \delta n_- = \mu_B (\delta n_+ - \delta n_-) = \\
 &= \mu_B^2 H [g_+(\varepsilon_F) + g_-(\varepsilon_F)] = \mu_B^2 g(\varepsilon_F) H :
 \end{aligned}
 \quad (7.4)$$

Նկատի ունենալով վիճակների խտության ֆունկցիայի (VII.3.28) բանաձևը՝ (7.4) առնչությունից կատանանք էլեկտրոնային գազի մագնիսական ընկալունակության արտահայտությունը (Վ. Պաուլի, 1927 թ.)՝

$$\chi = \mu_B^2 g(\varepsilon_F) = \frac{3n\mu_B^2}{2\varepsilon_F} : \quad (7.5)$$

Դժվար չէ համոզվել, որ այս բանաձևն անմիջականորեն ստացվում է (7.1) բանաձևից, եթե դրանում էլեկտրոնների լրիվ խտության փոխարեն տեղադրենք «դասական» էլեկտրոնների խտության (5.34) արտահայտությունը: Սենյակային ջերմաստիճաններում  $\chi$ -ի փորձնական արժեքի գրեթե 100 անգամ փոքրությունը (7.1) դասական արժեքից պայմանավորված է հենց  $n_T$  և  $n$  խտությունների հարաբերությամբ: Իրոք, (5.37) առնչության համաձայն՝

$$\frac{n_T}{n} = \frac{3k_B T}{2\varepsilon_F} = \frac{3}{2} \frac{T}{T_F} \sim \frac{10^2}{10^4} \sim 0,01 : \quad (7.6)$$

Այժմ որոշենք էլեկտրոնային գազի սպինային պարամագնիսական ընկալունակությունը ջերմաստիճանների ամբողջ տիրույթում:

Մագնիսական դաշտի ուղղությամբ կողմնորոշված սպիներով էլեկտրոնների թիվը  $\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon$  տիրույթում որոշելու համար անհրաժեշտ է որոշել  $g_+(\varepsilon)$  վիճակների խտության ֆունկցիան  $H \neq 0$  դեպքում: (+) սպինով էլեկտրոնի իմպուլսը որոշվում է

$$p_+ = [2m(\varepsilon + \mu_B H)]^{1/2}, \quad \varepsilon \geq -\mu_B H \quad (7.7)$$

արտահայտությամբ, ուստի վիճակների թիվը  $\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon$  տիրույթում՝

$$\begin{aligned}
 g_+(\varepsilon) d\varepsilon &= \frac{4\pi p_+^2 dp_+}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{4\pi 2m(\varepsilon + \mu_B H)(2m)^{1/2}}{8\pi^3 \hbar^3 2(\varepsilon + \mu_B H)^{1/2}} d\varepsilon = \\
 &= \frac{1}{4\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} (\varepsilon + \mu_B H)^{1/2} d\varepsilon = \frac{1}{2} g(\varepsilon + \mu_B H) d\varepsilon,
 \end{aligned}
 \quad (7.8)$$

որտեղից հետևում է, որ

$$g_+(\varepsilon) = \frac{1}{2} g(\varepsilon + \mu_B H) \quad , \quad \varepsilon \geq -\mu_B H : \quad (7.9)$$

Նույն ձևով կարելի է ստանալ  $(-)$  սպիններով վիճակների խտության ֆունկցիայի արտահայտությունը՝

$$g_-(\varepsilon) = \frac{1}{2} g(\varepsilon - \mu_B H) \quad , \quad \varepsilon \geq \mu_B H : \quad (7.10)$$

(7.9) և (7.10) արտահայտությունների օգնությամբ  $(+)$  և  $(-)$  սպիններով էլեկտրոնների խտությունների համար կստանանք՝

$$n_+ = \int_{-\mu_B H}^{\infty} f(\varepsilon) g_+(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{1}{2} \int_{-\mu_B H}^{\infty} f(\varepsilon) g(\varepsilon + \mu_B H) d\varepsilon = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} f(\varepsilon - \mu_B H) g(\varepsilon) d\varepsilon \quad , \quad (7.11)$$

$$n_- = \int_{\mu_B H}^{\infty} f(\varepsilon) g_-(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{1}{2} \int_{\mu_B H}^{\infty} f(\varepsilon) g(\varepsilon - \mu_B H) d\varepsilon = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} f(\varepsilon + \mu_B H) g(\varepsilon) d\varepsilon \quad , \quad (7.12)$$

որտեղ  $f(\varepsilon)$ -ն Ֆերմի-Դիրակի բաշխման ֆունկցիան է:

Համակարգի մագնիսական մոմենտը բոլոր էլեկտրոնների սեփական մագնիսական մոմենտների գումարն է՝

$$M = \mu_B (n_+ - n_-) = \frac{1}{2} \mu_B \int_0^{\infty} [f(\varepsilon - \mu_B H) - f(\varepsilon + \mu_B H)] g(\varepsilon) d\varepsilon \quad , \quad (7.13)$$

իսկ էլեկտրոնների խտությունը՝

$$n = n_+ + n_- = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [f(\varepsilon - \mu_B H) + f(\varepsilon + \mu_B H)] g(\varepsilon) d\varepsilon : \quad (7.14)$$

Վերջին արտահայտությունն անբացահայտորեն որոշում է համակարգի քիմպոտենցիալը որպես ջերմաստիճանի, էլեկտրոնների խտության և մագնիսական դաշտի լարվածության ֆունկցիա՝

$$\mu = \mu(T, n, H) : \quad (7.15)$$

(7.14) արտահայտության օգնությամբ պարզենք քիմպոտենցիալի կախումը մագնիսական դաշտի լարվածությունից: Քանի որ  $\mu_B H \ll \bar{\varepsilon}$  բնութագրական միջին էներգիայից, ապա (7.14) բանաձևում բաշխման ֆունկցիան կարելի է վերածել շարքի ըստ  $\mu_B H$  «փոքր» պարամետրի՝

$$\begin{aligned}
n &= \int_0^{\infty} f(\varepsilon)g(\varepsilon)d\varepsilon + (\mu_B H)^2 \int_0^{\infty} \frac{\partial^2 f}{\partial \varepsilon^2} g(\varepsilon)d\varepsilon + \dots = \\
&= \int_0^{\infty} f(\varepsilon)g(\varepsilon)d\varepsilon + O\left(\frac{\mu_B H}{\varepsilon}\right)^2 :
\end{aligned}
\tag{7.16}$$

Այս արտահայտությունը  $(\mu_B H/\overline{\varepsilon})^2$  կարգի անդամների ճշտությամբ համընկնում է  $H=0$  դեպքում գրված նորմավորման պայմանի հետ, ուստի նշված ճշտությամբ քիմպոտենցիալը՝

$$\mu(T, n, H) \approx \mu(T, n, 0) , \tag{7.17}$$

իսկ մագնիսացվածության (7.13) արտահայտությունից հետևում է, որ

$$M = -\mu_B^2 H \int_0^{\infty} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} g(\varepsilon)d\varepsilon \equiv \chi H : \tag{7.18}$$

(7.18) առնչությունից բխում է էլեկտրոնային գազի պարամագնիսական ընկալունակության ընդհանուր բանաձևը՝

$$\chi = -\mu_B^2 \int_0^{\infty} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} g(\varepsilon)d\varepsilon : \tag{7.19}$$

Քննարկենք մի քանի մասնավոր դեպքեր:

1. *Լրիվ ալլասերված էլեկտրոնային գազ՝  $T=0$  Կ:*

Այս դեպքում

$$\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} = -\delta(\varepsilon - \varepsilon_F) , \tag{7.20}$$

և (7.19) բանաձևից ստացվում է (7.5) արտահայտությունը:

2. *Ուժեղ ալլասերված էլեկտրոնային գազ՝  $k_B T \ll \varepsilon_F$ :*

(7.19) ինտեգրալը մասերով ինտեգրելուց հետո բերվում է (VII.3.23) տեսքի, որտեղ  $F(\mu) \equiv g(\mu)$ , ուստի

$$\chi = \mu_B^2 \left[ g(\mu) + \frac{\pi^2}{6} (k_B T)^2 \left( \frac{d^2 g}{d\varepsilon^2} \right)_{\mu} \right] : \tag{7.21}$$



Նկատի ունենալով  $\mu$  քիմպոտենցիալի ջերմաստիճանային ուղղումը՝ (տես VII.3.27)  $g(\mu)$  -ի համար կստանանք.

$$g(\mu) \approx g(\varepsilon_F) + \left( \frac{dg}{d\varepsilon} \right)_{\varepsilon_F} (\mu - \varepsilon_F) = g(\varepsilon_F) \left[ 1 - \frac{\pi^2}{24} \left( \frac{k_B T}{\varepsilon_F} \right)^2 \right], \quad (7.22)$$

Նշենք նաև, որ (7.21) բանաձևում  $(k_B T)^2$  գործակցի շնորհիվ  $g''(\mu)$  -ն կարելի է փոխարինել  $g''(\varepsilon_F)$  -ով՝

$$\left( \frac{d^2 g}{d\varepsilon^2} \right) \approx \left( \frac{d^2 g}{d\varepsilon^2} \right)_{\varepsilon_F} = -\frac{g(\varepsilon_F)}{4\varepsilon_F^2} : \quad (7.23)$$

(7.22) և (7.23) արտահայտությունները տեղադրելով (7.21) բանաձևում՝ կստանանք ուժեղ այլասերված էլեկտրոնային գազի մագնիսական ընկալունակության արտահայտությունը.

$$\chi(T) = \mu_B^2 g(\varepsilon_F) \left[ 1 - \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{k_B T}{\varepsilon_F} \right)^2 \right] = \chi(0) \left[ 1 - \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{k_B T}{\varepsilon_F} \right)^2 \right], \quad (7.24)$$

որի համաձայն՝ էլեկտրոնային գազի պարամագնիսական ընկալունակությունը գործնականում կախված չէ ջերմաստիճանից:

3. *Դասական էլեկտրոնային գազ*: Այն նկարագրվում է դասական (բոլցմանյան) բաշխումով՝

$$f(\varepsilon) = \exp \frac{\mu - \varepsilon}{k_B T}, \quad (7.25)$$

որի միջոցով (7.19) բանաձևից կստանանք՝

$$\chi = \frac{\mu_B^2}{k_B T} \int_0^\infty f(\varepsilon) g(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{n \mu_B^2}{k_B T} : \quad (7.26)$$

Վերջինս դասական արդյունքից՝ (6.10) բանաձևից, տարբերվում է  $1/3$  գործակցով, որը հետևանք է դաշտի ուղղության վրա էլեկտրոնի սպինի միայն երկու պրոյեկցիայի գոյության, ի տարբերություն դասական տեսության մեջ հնարավոր բոլոր պրոյեկցիաների, որոնք ընկած են  $(-\mu_B, \mu_B)$  տիրույթում:

Հարկ է նշել նաև, որ (7.26) բանաձևը համընկնում է (7.1) բանաձևի հետ, քանի որ վերջինս ստացվել է Կյուրիի օրենքից տարածական քվանտացման հաշվառմամբ:

Սպինային ընկալունակությունը գնահատելու համար (7.5) արտահայտության մեջ տեղադրենք Ֆերմիի էներգիայի  $\hbar^2 k_F^2 / 2m$  և Բորի մագնետոնի  $\mu_B = e\hbar / 2mc$  արտահայտությունները.

$$\chi = \left( \frac{\alpha}{2\pi} \right)^2 a_0 k_F \approx 1,3 \cdot 10^{-6} a_0 k_F, \quad (7.27)$$

որտեղ  $\alpha = e^2 / \hbar c \approx 1/137$  մեծությունը նուրբ կառուցվածքի հաստատունն է,  $a_0 = \hbar^2 / m e^2 \approx 0,53 \text{ \AA}$  Բորի շառավիղը,  $k_F$ -ը՝ Ֆերմիի ալիքային թիվը: Էլեկտրոնների մետաղական խտությունների համար  $a_0 k_F \sim 1$  և  $\chi \approx 10^{-6}$ :

Այսպիսով՝  $\chi$ -ն ունի փոքր՝ դիամագնիսական ընկալունակության կարգի արժեք, որը զգալի փոքր է իոնների պարամագնիսական ընկալունակությունից: Այս հանգամանքը պայմանավորված է ջերմային անկարգավորության նկատմամբ Պաուլիի սկզբունքի գերակայությամբ, որն ավելի արդյունավետ ձևով է ճնշում մագնիսական դաշտի ազդեցության տակ սպինների՝ նույն ուղղությամբ դասավորվելու ձգտումը: Իրոք, մագնիսական դաշտի կողմնորոշիչ ազդեցության չափանիշը մագնիսական  $\mu_B H$  էներգիայի և էլեկտրոնի  $\bar{\epsilon}$  միջին էներգիայի հարաբերությունն է: Դասական էլեկտրոնային գազում  $\bar{\epsilon} \sim k_B T$ , իսկ այլասերված գազում  $\bar{\epsilon} \sim \epsilon_F$ , ուստի

$$\frac{\mu_B H}{\epsilon_F} = \frac{\mu_B H}{k_B T} \frac{k_B T}{\epsilon_F} = \frac{\mu_B H}{k_B T} \frac{T}{T_F} \ll \frac{\mu_B H}{k_B T}, \quad (7.28)$$

քանի որ  $T \ll T_F$ :

Էլեկտրոնային գազի ուղեծրային դիամագնիսական ընկալունակության (5.35) և սպինային պարամագնիսական ընկալունակության (7.5) արտահայտությունների միջև տեղի ունի

$$\chi_d = -\frac{1}{3} \chi_s \quad (7.29)$$

կապը, որից հետևում է, որ էլեկտրոնային գազի լրիվ ընկալունակությունը՝

$$\chi = \chi_s + \chi_d = \frac{2}{3} \chi_s = \frac{n\mu_B^2}{\varepsilon_F} > 0, \quad (7.30)$$

այսինքն՝ ազատ էլեկտրոնային գազը պարամագնիսական է:

Եթե ազատ էլեկտրոնային գազի մոդելը կիրառենք, ինչպես սովորաբար արվում է, մետաղների նկատմամբ, ապա (7.30) արդյունքը համարժեք է այն պնդմանը, որ բոլոր (ոչ ֆեռոմագնիսական) մետաղները պարամագնիսներ են: Սակայն հայտնի է, որ կան շատ մետաղներ, որոնք դիամագնիսներ են: Որակապես այս փաստը բացատրվում է այն հանգամանքով, որ մետաղում (ավելի ճիշտ՝ բյուրեղի պարբերական դաշտում) էլեկտրոնի էներգիական սպեկտրը զգալիորեն տարբերվում է ազատ էլեկտրոնի սպեկտրից (VIII.3): Մասնավորապես, դիսպերսիայի քառակուսային օրենքի դեպքում, ոչ մեծ իմպուլսների տիրույթում էլեկտրոնին վերագրվում է  $m^*$  արդյունարար զանգված, որը կարող է էապես տարբերվել ազատ էլեկտրոնի  $m = 9,1 \cdot 10^{-28}$  գ զանգվածից: Ի տարբերություն սպինային պարամագնիսականության, որը որոշվում է ազատ էլեկտրոնի  $m$  զանգվածով, ուղեծրային դիամագնիսականությունը որոշվում է  $m^*$  զանգվածով, ուստի դրանում Բորի մագնետոնի փոխարեն պետք է ներմուծել Բորի «արդյունարար» մագնետոնը՝

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc} \rightarrow \mu_B^* = \frac{e\hbar}{2m^*c} = \mu_B \frac{m}{m^*}: \quad (7.31)$$

Նշված փոփոխությունից հետո էլեկտրոնային գազի լրիվ ընկալունակությունը՝

$$\chi = \chi_s + \chi_d = \frac{3n\mu_B^2}{2\varepsilon_F^0} - \frac{n\mu_B^{*2}}{2\varepsilon_F^0} = \chi_s \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{m}{m^*} \right)^2 \right]: \quad (7.32)$$

Եթե  $m^* < m/\sqrt{3}$ , ապա լրիվ ընկալունակությունը՝  $\chi < 0$ , և էլեկտրոնային գազը դիամագնիսական է, հակառակ՝  $m^* > m/\sqrt{3}$  դեպքում այն պարամագնիսական է:

Դիամագնիսական ընկալունակությունը համեմատաբար մեծ արժեքներ է ընդունում որոշ կիսահաղորդիչներում, որոնք բնութագրվում են փոքր՝  $m^* \leq 0,1m$  կարգի արդյունարար զանգվածներով:

## § 8. Մագնիսական կարգավորվածություն

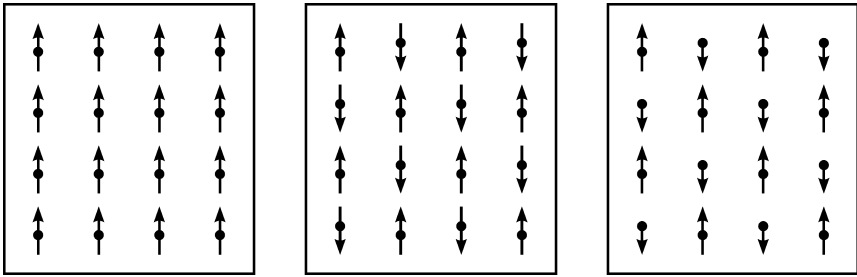
Պարամագնիսական նյութերում, մասնավորապես՝ պինդ պարամագնիսներում, արտաքին մագնիսական դաշտում ձեռքբերված մագնիսական մոմենտը՝ մագնիսացվածությունը, պայմանավորված է արտաքին դաշտի ուղղորդող և ջերմային շարժման քառասյությունը բնութագրող էներգիաների՝  $\mu_B H$ -ի և  $k_B T$ -ի հարաբերակցությամբ: Բյուրեղային ցանցի հանգույցում տեղայնացված մասնիկին բաժին ընկնող միջին մագնիսական մոմենտը տրվում է (6.18) բանաձևով, որի համաձայն՝  $H = 0$  դեպքում, կամայական ջերմաստիճանում միջին մագնիսական մոմենտը զրո է (նյութի պարամագնիսական վիճակ):

Որոշ պինդ մարմիններում, որոշակի ջերմաստիճանից ցածր ջերմաստիճանային տիրույթում, մեկ մասնիկին բաժին ընկնող մագնիսական մոմենտը զրոյից տարբեր է մաս արտաքին մագնիսական դաշտի բացակայությամբ: Այդպիսի պինդ մարմիններին ընդունված է անվանել մագնիսակարգավորված:

Ջրոյից տարբեր, տեղայնացված մագնիսական մոմենտները կարող են փոխել կամ չփոխել մարմնի մագնիսացվածությունը: Եթե մագնիսական մոմենտները փոխում են մագնիսացվածությունը, ապա միկրոսկոպական մակարդակում գոյություն ունեցող մագնիսական կարգավորվածությունը, անգամ արտաքին մագնիսական դաշտի բացակայությամբ, ի հայտ է գալիս մակրոսկոպական մագնիսացվածության ձևով, որը կոչվում է ինքնաբեր (սպոնտան) մագնիսացվածություն: Այդպիսի կարգավորված վիճակն ընդունված է անվանել ֆեռոմագնիսական (նկ. 136, ա):

Եթե միկրոսկոպական մակարդակում գոյություն ունեցող կարգավորվածությունը չի բերում մակրոսկոպական մագնիսական մոմենտի առաջացման, այսինքն՝ առանձին, զրոյից տարբեր մագնիսական մոմենտների գումարը զրո է, ապա այդպիսի մագնիսակարգավորված վիճակն ընդունված է անվանել հակաֆեռոմագնիսական (նկ. 136, բ):

Պարզագույն ֆեռոմագնիսական նյութերում բոլոր տեղայնացված մագնիսական մոմենտներն ունեն միևնույն մեծությունը և գրեթե մույն ուղղությունը, իսկ հակաֆեռոմագնիսական նյութերում մագնիսական մոմենտները կազմում են միևնույն կառուցվածքն ունեցող և իրար մեջ ներդրված մագնիսական ենթացանցեր: Յուրաքանչյուր ենթացանցում բոլոր մագնիսական մո-



ա

բ

գ

Նկ. 136. Մագնիսական կարգավորվածություն. ա. ֆեռոմագնիսական, բ. հակաֆեռոմագնիսական, գ. ֆեռիմագնիսական

մեմտները և նրանց ուղղությունները նույնն են, սակայն ենթացանցերի գումարային մագնիսական մոմենտներն իրար հավասար են և ուղղված են հակառակ, այնպես որ մագնիսական ենթացանցերի գումարային մագնիսական մոմենտը զրո է:

Եթե ենթացանցերի մագնիսական մոմենտներն իոնների կամ դրանց քվի տարրերության հետևանքով իրար հավասար չեն, ընդ որում դրանց տարրերությունն առանձին մագնիսական ենթացանցերի մոմենտների կարգի է, ապա այդպիսի մագնիսակարգավորված վիճակն ընդունված է անվանել ֆեռիմագնիսական (նկ. 136, գ. ընդունված է նաև «չհամակշռված հակաֆեռոմագնիսականություն» անվանումը):

Որոշ նյութեր, հակաֆեռոմագնիսականությամբ օժտված լինելով հանդերձ, ունեն ինքնաբեր մագնիսական մոմենտ, որը կազմում է առանձին մագնիսական ենթացանցի մագնիսացվածության  $10^{-3} - 10^{-2}$  մասը: Այսպիսի ինքնաբեր մոմենտը որոշակի պայմաններում ենթացանցերի մագնիսական մոմենտների խիստ հակադրագիտության խախտման հետևանք է: Այդ նյութերն ընդունված է անվանել թույլ ֆեռոմագնիսական:

Ֆեռիմագնիսականությունը կարելի է դիտել որպես մագնիսական կարգավորվածության ամենաընդհանուր վիճակ, որը բնութագրվում է երկու և ավելի մագնիսական ենթացանցերի գոյությամբ:

Մագնիսակարգավորված մետաղների համար տեղայնացված մագնիսական մոմենտի գաղափարը կիրառելի չէ, ուստի դրանց դասակարգումն ըստ մագնիսական հատկությունների կատարվում է սպինային խտության ֆունկցիայի միջոցով՝

Աղյուսակ 29.

*Ֆեռոմագնիսների  $T_c$  և  $M_0$  քննարկումները*

| Նյութ                   | $T_c$ , Կ | $M_0$ , Գ-ս | Նյութ                     | $T_c$ , Կ | $M_0$ , Գ-ս |
|-------------------------|-----------|-------------|---------------------------|-----------|-------------|
| <b>Fe</b>               | 1043      | 1752        | <b>Au<sub>2</sub>MnAl</b> | 200       | 323         |
| <b>Co</b>               | 1388      | 1446        | <b>Cu<sub>2</sub>MnAl</b> | 630       | 726         |
| <b>Ni</b>               | 627       | 510         | <b>Cu<sub>2</sub>MnIn</b> | 500       | 613         |
| <b>Gd</b>               | 293       | 1980        | <b>EuO</b>                | 77        | 1910        |
| <b>Dy</b>               | 85        | 3000        | <b>EuS</b>                | 16,5      | 1184        |
| <b>CrBr<sub>3</sub></b> | 37        | 270         | <b>MnAs</b>               | 318       | 870         |
| <b>MnBi</b>             | 670       | 675         | <b>GdCl<sub>3</sub></b>   | 2,2       | 550         |

$$s_z(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} [n_{\uparrow}(\mathbf{r}) - n_{\downarrow}(\mathbf{r})] , \quad (8.1)$$

որը որոշված է յուրաքանչյուր կետում կամայական  $z$  ուղղության համար:  $n_{\uparrow}(\mathbf{r})$ -ով և  $n_{\downarrow}(\mathbf{r})$ -ով նշանակված են տարբեր սպինային ( $\uparrow\downarrow$ ) վիճակներում էլեկտրոնների խտությունները:

Մագնիսակարգավորված վիճակում  $s_z(\mathbf{r}) \neq 0$ : Ֆեռոմագնիսական մետաղում զրոյից տարբեր է նաև  $\int d\mathbf{r} s_z(\mathbf{r})$  ինտեգրալը, իսկ հակաֆեռոմագնիսական մետաղում այդ ինտեգրալը կամայական  $z$ -ուղղությամբ զրո է:

Մագնիսակարգավորված վիճակում մագնիսացվածությունը (ֆեռո- և ֆեռիմագնիսներում) կամ ենթացանցերի մագնիսական մոմենտները (հակաֆեռոմագնիսներում) ամենամեծ՝  $M_0$  արժեքն ունեն  $T = 0$  Կ ջերմաստիճանում և ջերմաստիճանի աճին զուգընթաց, որպես կանոն, նվազում են՝ որոշակի ջերմաստիճանում հավասարվելով զրոյի: Ֆեռո- և ֆեռիմագնիսական նյութերում այդ ջերմաստիճանն ընդունված է անվանել Կյուրիի ջերմաստիճան (Կյուրիի կետ)՝  $T_c$ , իսկ հակաֆեռոմագնիսական նյութերում՝ Նեելի ջերմաստիճան՝  $T_N$ :  $T_c$  կամ  $T_N$  ջերմաստիճանից բարձր ջերմաստիճաններում մագնիսակարգավորված նյութն անցնում է պարամագնիսական վիճակի: 29, 30 և 31 աղյուսակներում տրված են որոշ ֆեռո-, հակաֆեռո- և ֆե-

ռիմագնիսական նյութերի  $T_c$  և  $T_N$  ջերմաստիճանները և առավելագույն ինքնաբեր մագնիսացվածության արժեքները:

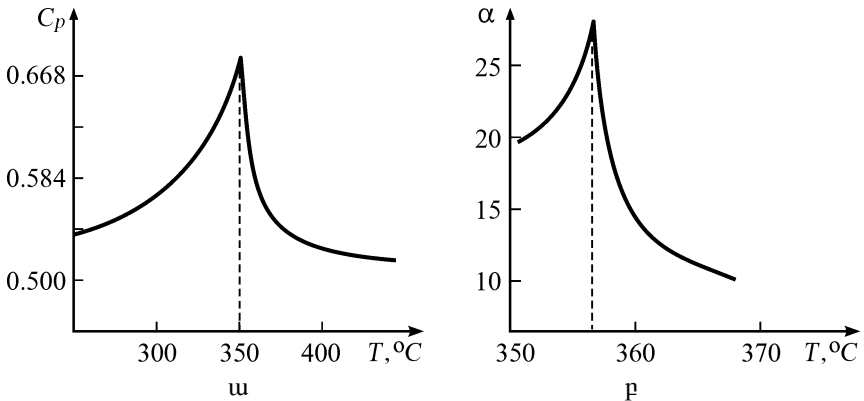
Մագնիսակարգավորված վիճակում ( $T \leq T_c$ ) ինքնաբեր մագնիսացվածության կախումը ջերմաստիճանից նկարագրվում է աստիճանային օրենքով՝

$$M(T) \sim (T_c - T)^\beta, \quad (8.2)$$

ընդ որում՝ տարբեր ֆեռոմագնիսների համար, փորձից ստացված տվյալների համաձայն՝  $0,33 \leq \beta \leq 0,37$ :  $T_c$  բնութագրական ջերմաստիճանին պարամագնիսական տիրույթից մոտենալիս ( $T \geq T_c, T \rightarrow T_c$ ) աստիճանային օրենքով է աճում մաս ֆեռոմագնիսի ընկալունակությունը՝

$$\chi(T) \sim (T - T_c)^{-\gamma} \quad (8.3)$$

ընդ որում՝ տարբեր նմուշների համար  $1,2 \leq \gamma \leq 1,7$ :



Նկ. 137. Նիկելի ա. տեսակարար ջերմունակության ( $C_p$ ) և բ. տեսակարար դիմադրության  $\alpha = \rho'/\rho$  ջերմաստիճանային գործակցի ( $\chi^{-1}$  միավորով) կախումները ջերմաստիճանից

Հակաֆեռոմագնիսական նյութերում  $\chi(T)$ -ն ընդունում է առավելագույն (վերջավոր) արժեք  $T^* \geq T_c$  կետում, իսկ  $T_c$  անցումային կետում առավելագույն է  $\chi'(T)$  ածանցյալը:

**Աղյուսակ 30.**  
**Հակաֆեռոմագնիսների**  
 **$T_N$  ջերմաստիճանը**

| Նյութ                                            | $T_c, \text{Կ}$ | $M_0, \text{Գ.ս}$ |
|--------------------------------------------------|-----------------|-------------------|
| <b>Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub></b>               | 858             | 510               |
| <b>CoFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub></b>             | 793             | 475               |
| <b>NiFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub></b>             | 858             | 300               |
| <b>CuFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub></b>             | 728             | 160               |
| <b>MnFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub></b>             | 573             | 560               |
| <b>Y<sub>3</sub>Fe<sub>5</sub>O<sub>12</sub></b> | 560             | 195               |

**Աղյուսակ 31.**  
**Ֆեռիմագնիսների  $T_c$  և  $M_0$**   
**բնութագրերը**

| Նյութ                   | $T_N, \text{Կ}$ | Նյութ                   | $T_N, \text{Կ}$ |
|-------------------------|-----------------|-------------------------|-----------------|
| <b>MnO</b>              | 122             | <b>KCoF<sub>3</sub></b> | 125             |
| <b>FeO</b>              | 198             | <b>MnF<sub>2</sub></b>  | 67,34           |
| <b>CoO</b>              | 291             | <b>FeF<sub>2</sub></b>  | 78,4            |
| <b>NiO</b>              | 600             | <b>CoF<sub>2</sub></b>  | 37,7            |
| <b>KFeF<sub>3</sub></b> | 115             | <b>VS</b>               | 1040            |
| <b>KMnF<sub>3</sub></b> | 88,3            | <b>Cr</b>               | 311             |

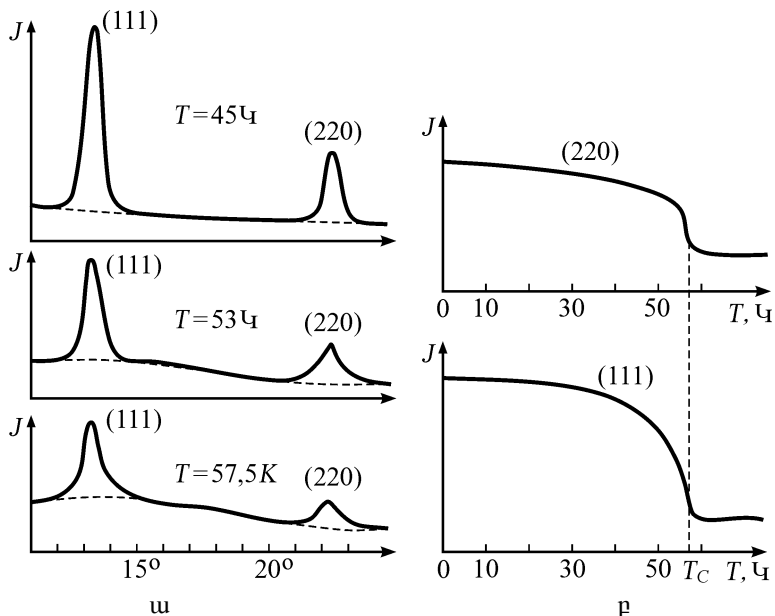
Հարկ է նշել, որ  $T \approx T_c$  կետում մագնիսակարգավորված նյութերի ոչ միայն մագնիսական, այլ բոլոր ֆիզիկական բնութագրերն ունեն այսպես կոչված ֆեռոմագնիսական շեղումներ (անոմալիաներ), որոնցով և այս նյութերը տարբերվում են թույլ մագնիսական նյութերից:

Ֆեռոմագնիսական շեղումների առկայությունը հնարավորություն է տալիս բավականաչափ մեծ ճշտությամբ նյութի ոչ մագնիսական բնութագրերից որոշելու անցումային ջերմաստիճանը: Նկ. 137-ում պատկերված են միկելի տեսակարար ջերմունակության (ա) և տեսակարար դիմադրության ջերմաստիճանային գործակցի (բ) ջերմաստիճանային կախման կորերը, որոնց վրա հստակորեն երևում են  $T \approx T_c$  կետում ֆեռոմագնիսական շեղումները:

Մագնիսակարգավորված նյութերի կառուցվածքային ուսումնասիրությունների լավագույն միջոցը մագնիսական մեյտրոնագրությունն է, որն ուսումնասիրում է մագնիսակարգավորված նյութերում դանդաղ մեյտրոնների ցրման օրինաչափությունները: Քանի որ մեյտրոնն ունի մագնիսական մոմենտ՝  $\mu_n = -1,91\mu_N$ , ( $\mu_N \approx 5,4 \cdot 10^{-4} \mu_B$ ), ապա մեյտրոնագրերում, բացի բրեգյան մաքսիմումներից, որոնք պայմանավորված են ատոմային միջուկների վրա մեյտրոնների ցրումով և առկա են նաև մագնիսական կարգավորվածությունից զուրկ բյուրեղներում, առաջանում են լրացուցիչ մաքսիմումներ, որոնք պայմանավորված են մեյտրոնների մագնիսական մոմենտների և էլեկտրոնային սպինների փոխազդեցությամբ: Ընդամենը, լրա-



ցուցիչ (մագնիսական) մաքսիմումները հեշտությամբ տարբերվում են սովորական մաքսիմումներից, քանի որ ջերմաստիճանի աճին զուգընթաց դրանց ուժգնությունը նվազում է և  $T \geq T_c$  տիրույթում հավասարվում զրոյի:



Նկ. 138. Մանգանի վանադիտում ա. նեյտրոնների ցրման բրեգյան (111) և (200) մաքսիմումները որոշակի ջերմաստիճաններում, բ. մաքսիմումների ջերմաստիճանային կախման գրաֆիկները

Մագնիսական մաքսիմումները փոփոխվում են նաև արտաքին մագնիսական դաշտի ազդեցությամբ:

Նկ. 138, ա-ում պատկերված է նեյտրոնների ցրման բրեգյան (111) և (220) մաքսիմումների  $J$  ուժգնությունների փոփոխությունները՝ կախված ջերմաստիճանից հակաֆեռոմագնիսական նյութում (մանգանի վանադիտ՝  $\text{MnV}_2\text{O}_4$ ,  $T_N = 56$  K), իսկ նկ. 138, բ-ում՝ այդ գծերի ուժգնությունների ջերմաստիճանային կախման կորերը: Ինչպես երևում է գծագրերից, երբ  $T > T_N$ , մաքսիմումների ուժգնությունները գործնականորեն կախված չեն ջերմաստիճանից:

## § 9. Ֆեռոմագնիսականություն

Ֆեռոմագնիսական վիճակի հիմնական առանձնահատկությունն արտաքին դաշտի բացակայությամբ նյութում վերջավոր ինքնաբերական մագնիսական մոմենտի (հագեցման մագնիսացվածություն) գոյությունն է  $0 \leq T \leq T_c$  ջերմաստիճանային տիրույթում:

Ինքնաբեր մագնիսացվածության գոյությունը ֆեռոմագնիսներում երևութաբանորեն բացատրել է Պ.Վեյսը 1907 թ.: Վեյսի վարկածի համաձայն՝ ֆեռոմագնիսական վիճակում բյուրեղում մագնիսական մոմենտների միջև գործում է արդյունաբար փոխազդեցություն, որն ստիպում է բոլոր մոմենտներին ուղղվել իրար գուգահեռ և միևնույն ուղղությամբ: Այդ փոխազդեցությանը համապատասխանության մեջ է դրվում ներքին արդյունաբար մագնիսական դաշտ՝  $H_E$  (ընդունված են նաև «Վեյսի դաշտ», «մոլեկուլային միջին դաշտ» և «փոխանակային դաշտ» անվանումները): Ներքին  $H_E$  դաշտը կողմնորոշիչ ազդեցություն է ունենում մագնիսական մոմենտների ջերմային շարժման վրա, հանգեցնելով գումարային մագնիսական մոմենտի առաջացման:

Սիջին դաշտի մոտավորության շրջանակներում, արդյունաբար ներքին դաշտը համեմատական է նմուշի մագնիսացվածությանը՝

$$H_E = \lambda M, \quad (9.1)$$

որտեղ  $\lambda$  մեծությունը կոչվում է մոլեկուլային դաշտի կամ Վեյսի հաստատուն և կախված չէ ջերմաստիճանից: (9.1) բանաձևում  $M$  մագնիսացվածությունը համապատասխանում է  $H_E$  դաշտում և  $T$  ջերմաստիճանում ջերմային հավասարակշռության վիճակին:

Ներքին մագնիսական դաշտի լարվածությունը կարելի է գնահատել, իրար հավասարեցնելով  $H_E$  դաշտում մագնիսական մոմենտի առավելագույն էներգիան և  $T_c$  ջերմաստիճանում մեկ մագնիսական մոմենտին բաժին ընկնող ջերմային էներգիան՝

$$g_J \mu_B J H_E (T = 0) \sim k_B T_c : \quad (9.2)$$

Երկաթի համար ( $J \approx S = 1$ ,  $g_J \approx 2$ ,  $T_c \approx 10^3$  Կ) կատարված գնահատման համաձայն՝  $H_E \approx 7 \cdot 10^6$  Գս: Համեմատության համար նշենք, որ ցանցի հաստատունի կարգի ( $a \sim 2 - 3 \text{ \AA}$ ) հեռավորությամբ կետում մագնիսական մոմենտի երկբևեռային դաշտի լարվածությունը՝

$$H_d \sim \frac{\mu_B}{a^3} \sim 10^3 \text{ Գս}$$

կարգի մեծություն է՝ առնվազն 1000 անգամ փոքր արդյունարար ներքին դաշտի  $H_E$  լարվածությունից:

Գնահատումներից ակնհայտորեն բխում է, որ  $H_E$  ներքին դաշտը չի կարող լինել մագնիսական երկբևեռային փոխազդեցության արդյունք: Եթե այն իր ծագումով պայմանավորված լիներ մագնիսական երկբևեռային փոխազդեցությամբ, ապա ֆեռոմագնիսական կարգավորվածությունը, համաձայն (9.2) առնչության և արված գնահատականի, կանհետանար

$$T_c^* \sim \frac{\mu_B H_d}{k_B} \approx \frac{\mu_B H_E}{k_B} \frac{H_d}{H_E} = T_c \frac{H_d}{H_E} \sim 10^{-3} T_c \sim 1 \text{ Կ}$$

կարգի ջերմաստիճաններում: Այսպիսով, ներքին մագնիսական դաշտի գոյությունը պայմանավորված է ոչ մագնիսական բնույթի փոխազդեցությամբ:

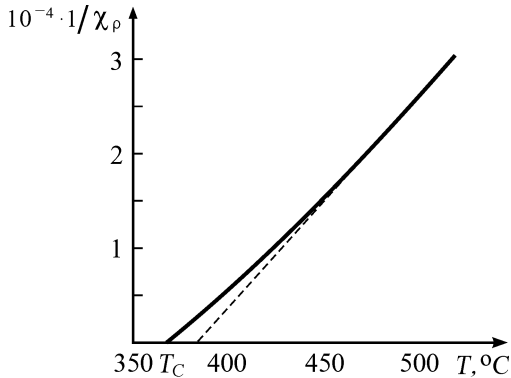
Ծանոթանանք ֆեռոմագնիսական վիճակի երևութաբանական տեսությանը, առանց պարզելու ներքին արդյունարար դաշտի ծագման պատճառը, որը հնարավոր է բացատրել միայն քվանտային տեսության շրջանակներում:

Եթե ֆեռոմագնիսական նյութը պարամագնիսական վիճակում է՝  $T > T_c$ , ապա, Կյուրիի օրենքի համաձայն (տես (6.11) բանաձևը),

$$M = \frac{C}{T} (H + H_E) = \frac{C}{T} (H + \lambda M), \quad (9.3)$$

որտեղ  $C$ -ն Կյուրիի հաստատունն է, իսկ  $H$ -ը՝ արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածությունը: Նկատի ունենալով մագնիսական ընկալունակության (1.4) սահմանումը՝ (9.3) հավասարումից կստանանք.

$$\chi = \frac{M}{H} = \frac{C}{T - C\lambda} : \quad (9.4)$$



Նկ. 139.  $\chi_{\rho}^{-1}$  մեծության ջերմաստիճանային կախման գրաֆիկը նիկելի համար. կետագծերով շարունակված ուղիղը համապատասխանում է Կյուրի-Վեյսի օրենքին:

Այս առնչության համաձայն՝  $H = 0$  դեպքում զրոյից տարբեր մագնիսացվածություն ( $M \neq 0$ ) ի հայտ է գալիս Կյուրիի կետում՝

$$T_c = C\lambda \quad (9.5)$$

ջերմաստիճանում: Այսպիսով, պարամագնիսական վիճակում ֆեռոմագնիսական նյութի մագնիսական ընկալունակությունը նկարագրվում է

$$\chi = \frac{C}{T - T_c} \quad (9.6)$$

առնչությամբ, որը հայտնի է որպես Կյուրի-Վեյսի օրենք: Այս օրենքը մեծագույն ճշտությամբ տեղի ունի  $T > T_c$  ջերմաստիճաններում, սակայն երբ  $T \rightarrow T_c$ ,  $\chi(T)$  կախումը տրվում է (8.3) օրենքով: Նկ. 139-ում պատկերված է միավոր զանգվածի ընկալունակության հակադարձ մեծության ջերմաստիճանային կախման կորը նիկելի համար, իսկ կետագծերով պատկերված է բարձրջերմաստիճանային տիրույթից կատարված արտարկումը:

Օգտվելով (9.5) առնչությունից և Կյուրիի հաստատունի (6.28) բանաձևից՝ մոլեկուլային դաշտի հաստատունի համար կստանանք.

$$\lambda = \frac{T_c}{C} = \frac{3k_B T_c}{ng_J^2 \mu_B^2 J(J+1)} = \frac{3k_B T_c \bar{\mu}}{\rho N_A g_J^2 \mu_B^2 J(J+1)} : \quad (9.7)$$

Երկաթի համար ( $T_c \approx 10^3$  Կ,  $\bar{\mu} \approx 56$  գ/մոլ,  $\rho \approx 7,8$  գ/սմ<sup>3</sup>,  $J \approx S=1$ ,  $g_J \approx 2$ ) կատարված գնահատման համաձայն՝  $\lambda \approx 5000$  : Ուստի, օգտվելով Ադյուսակ 30-ում տրված երկաթի հազեցման մագնիսացվածության  $M_0 \approx 1750$  Գ-ս արժեքից, (9.1) առնչությունից կստանանք՝  $H_E \approx \lambda M \sim 9 \cdot 10^6$  Գ-ս, որը, բնականաբար, համընկնում է (9.2) առնչությունից ստացված գնահատականի հետ:

## § 10. Ֆեռոմագնիսի մագնիսացվածության կախումը ջերմաստիճանից և արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածությունից

Վեյսի տեսության շրջանակներում որոշենք ֆեռոմագնիսի ինքնաբեր մագնիսացվածության կախումը ջերմաստիճանից և արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածությունից տարբեր սահմանային դեպքերում:

Օգտվելով պարամագնիսական նյութի մագնիսական մոմենտի (6.18) բանաձևից և դրանում  $H$ -ի փոխարեն տեղադրելով լրիվ դաշտի  $H + H_E = H + \lambda M$  արտահայտությունը՝ մագնիսացվածությունը որոշելու համար կստանանք

$$M = M_{S0} B_J \left[ \frac{g_J \mu_B J (H + \lambda M)}{k_B T} \right] \quad (10.1)$$

տրանսցենդենտ հավասարումը, որտեղ  $M_{S0} = n g_J \mu_B J$  հազեցման մագնիսացվածությանը համապատասխանում է բոլոր մագնիսական մոմենտների՝ զուգահեռ և միևնույն կողմն ուղղվածությունը,  $B_J(x)$ -ը Բրիլյուենի ֆունկցիան է (տես (6.19) բանաձևը):

Անցնելով նոր փոփոխականի՝

$$\alpha = \frac{g_J \mu_B J}{k_B T} (H + \lambda M) = \frac{\mu}{k_B T} (H + \lambda M), \quad (10.2)$$

որտեղ  $\mu = g_J \mu_B J$ -ն մեկ մասնիկի մագնիսական մոմենտն է, (10.1) հավասարումը կարելի է ներկայացնել

$$M = n\mu B_J(\alpha) \quad (10.3)$$

տեսքով: (10.2) կապից  $M$  -ը նույնպես արտահայտենք  $\alpha$  -ով՝

$$M = \frac{k_B T}{\lambda \mu} \alpha - \frac{H}{\lambda} : \quad (10.4)$$

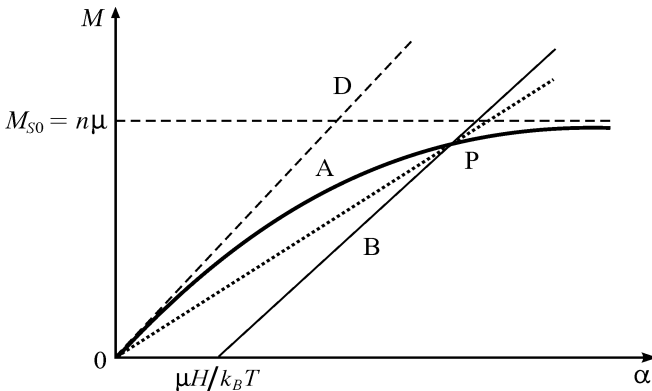
Այսպիսով՝ (10.1) հավասարման լուծումը հավասարագոր է (10.3) և (10.4) հավասարումների համատեղ լուծմանը, երբ անկախ փոփոխականն  $\alpha$  -ն է:

(10.3) և (10.4) հավասարումները պատկերենք ( $M, \alpha$ ) հարթության մեջ (նկ. 140, A կորը տրվում է (10.3), իսկ B ուղիղը՝ (10.4) հավասարումով): A և B կորերի հատման P կետի կոորդինատները (10.3) և (10.4) հավասարումների համակարգի լուծումներն են:

1. Քննարկենք նախ  $H = 0$  դեպքը և որոշենք ինքնաբեր մագնիսացվածության ջերմաստիճանային կախումը: Այս դեպքում B ուղիղն անցնում է O կետով:

ա) Ցածր ջերմաստիճաններ՝  $\alpha \gg 1$  :

Երբ  $T \rightarrow 0$  Կ, A և B կորերի հատման P կետը տեղաշարժվում է դեպի  $\alpha$  -ի մեծ արժեքների տիրույթ, իսկ մագնիսացվածությունը ձգտում է սահմանային  $M_{S0}$  արժեքին: Օգտվելով Բրիլյուենի ֆունկցիայի՝ արգումեն-



Նկ. 140. (10.3) և (10.4) հավասարումների գրաֆիկական պատկերումը ( $M, \alpha$ ) կոորդինատային հարթությունում.  $H = 0$  դեպքում B ուղիղն անցնում է O կետով (կետիկներով ուղիղը):

տի մեծ արժեքների համար (6.21) վերլուծությունից և դրանում տեղադրելով  $\lambda$  հաստատունի (9.7) արտահայտությունը՝ (10.3) բանաձևից կորոշենք ինքնաբեր մագնիսացվածության ջերմաստիճանային կախումը.

$$M \approx M_{SO} \left[ 1 - \frac{1}{J} \exp \left( - \frac{3}{J+1} \frac{T_c}{T} \right) \right] : \quad (10.5)$$

Նշենք, որ այս արտահայտությունը ճիշտ չի նկարագրում մագնիսացվածության ջերմաստիճանային վարքը  $T \rightarrow 0$  Կ տիրույթում (տես §12):

*p) Բարձր ջերմաստիճաններ՝  $\alpha \ll 1$  :*

Ջերմաստիճանի բարձրացմանը զուգընթաց  $B$  կորի թեքությունն աճում է, և հատման  $P$  կետը տեղաշարժվում է դեպի արգունների փոքր արժեքների տիրույթ: Երբ  $B$  ուղիղը համընկնում է  $A$  կորին կոորդինատների սկզբնական տարված (OD) շոշափողի հետ,  $P$  կետը համընկնում է  $O$  կետի հետ, որը համապատասխանում է  $M=0$  վիճակին:  $\alpha=0$  կետում  $A$  և  $B$  կորերի ածանցյալների հավասարության պայմանից, նկատի ունենալով նաև (5.25) վերլուծությունը՝ կստանանք.

$$\left( \frac{dM}{d\alpha} \right)_{\alpha=0} = \frac{k_B T_0}{\lambda \mu} = n \mu B'_J(\alpha)|_{\alpha=0} = \frac{J+1}{3J} n \mu : \quad (10.6)$$

Այս առնչությունը որոշում է այն  $T_0$  ջերմաստիճանը, որի դեպքում  $M=0$ ՝

$$\begin{aligned} T_0 &= \frac{\lambda \mu^2 n (J+1)}{3Jk_B} = \frac{\lambda J^2 \mu_B^2 g_J^2 n (J+1)}{3Jk_B} = \\ &= \lambda \frac{\mu_B^2 g_J^2 n J (J+1)}{3k_B} \equiv \lambda C = T_c, \end{aligned} \quad (10.7)$$

որտեղ  $C$  -ն Կյուրիի հաստատունն է:  $T > T_c$  տիրույթում  $A$  և  $B$  կորերի հատման միակ կետը  $\alpha=0$  կետն է, որին համապատասխանում է  $M=0$  վիճակը (նկ. 141) :

Պարզենք ինքնաբեր մագնիսացվածության ջերմաստիճանային կախման տեսքը  $T \sim T_c$  տիրույթում: Օգտվելով (6.25) վերլուծությունից և դրանում պահելով նաև  $\alpha^3$ -ին համեմատական անդամը՝ (10.3) հավասարումը կարելի է ներկայացնել

$$M \approx n\mu(A\alpha - B\alpha^3) = n\mu \left[ A \frac{\mu\lambda}{k_B T} M - B \left( \frac{\mu\lambda}{k_B T} \right)^3 M^3 \right] \quad (10.8)$$

տեսքով, որտեղ

$$A = \frac{J+1}{3J}, \quad B = \frac{(J+1)(2J^2 + 2J + 1)}{90J^3} : \quad (10.9)$$

(10.6), (10.7) և (10.9) առնչությունների համաձայն՝

$$\frac{An\mu^2\lambda}{k_B} = T_c, \quad (10.10)$$

$$\begin{aligned} B \left( \frac{\mu\lambda}{k_B T} \right)^3 n\mu &= B \left( \frac{T_c}{T} \right)^3 \frac{n\mu}{A^3(n\mu)^3} = \frac{3(2J^2 + 2J + 1)}{10(J+1)^2} \left( \frac{T_c}{T} \right)^3 \frac{1}{M_{S0}^2} \equiv \\ &\equiv a \left( \frac{T_c}{T} \right)^3 \frac{1}{M_{S0}^2}, \quad a = \frac{3(2J^2 + 2J + 1)}{10(J+1)^2}, \end{aligned} \quad (10.11)$$

ուստի (10.8) արտահայտությունը կընդունի հետևյալ վերջնական տեսքը՝

$$\frac{M}{M_{S0}} \left[ \left( 1 - \frac{T_c}{T} \right) + a \left( \frac{T_c}{T} \right)^3 \left( \frac{M}{M_{S0}} \right)^2 \right] = 0 : \quad (10.12)$$

Պարամագնիսական տիրույթում  $T > T_c$ , և  $(1 - T_c/T) > 0$ , ուստի (10.12) հավասարումն ունի միայն զրոյական լուծում՝  $M = 0$ , որը համապատասխանում է ինքնաբեր մագնիսացվածության բացակայությանը:

Եթե  $T < T_c$ , ապա (10.12) հավասարումից մագնիսացվածությունը՝

$$M = M_{S0} a^{-1/2} \left( \frac{T_c}{T} \right)^{-3/2} \left( \frac{T_c}{T} - 1 \right)^{1/2} \sim (T_c - T)^{1/2}, \quad (10.13)$$

որը փորձում դիտված (8.2) օրենքից տարբերվում է  $\beta$  ցուցչի արժեքով: Այս հանգամանքը, ինչպես նաև մագնիսացվածության՝ (10.5) բանաձևից բխող արդյունքի և փորձի չհամընկնելը, երբ  $T \rightarrow 0$  Կ, ցույց են տալիս միջին դաշտի մոտավորության սահմանափակությունը:



Եթե բոլոր ջերմաստիճաններում ( $0 \leq T \leq T_c$ )  $P$  հատման կետի կոորդինատները տեղադրվեն  $M/M_{S0}$  և  $T/T_c$  առանցքների վրա, ապա կստացվի ինքնաբեր մագնիսացվածության ջերմաստիճանային կախման կորը  $J$ -ի ամեն մի արժեքի համար: Նկ. 141-ում պատկերված են  $M(T)$  կորերը  $J = \infty$ ,  $J = 1$  և  $J = 1/2$  արժեքների համար և փորձում երկաթի ( $\times$ ) և նիկելի ( $\circ$ ) համար ստացված արժեքները: Տեսական կորերը բավականաչափ լավ են մոտարկում փորձնական տվյալները. նիկելի համար ստացված արժեքները մոտ են  $J = 1/2$  կորին, իսկ երկաթի համար ստացվածները՝  $J = 1$  կորին:

2. Այժմ ուսումնասիրենք ֆեռոմագնիսական նյութի մագնիսացվածության կախումն արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածությունից: Նկատի ունենալով ընդհանուր դեպքում մագնիսացվածության ոչ գծային կախվածությունը մագնիսական դաշտի լարվածությունից՝ որոշենք դիֆերենցիալ ընկալունակությունը՝

$$\chi_d = \frac{dM}{dH} = n\mu \frac{dB_J}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dH} = n\mu B_J'(\alpha) \frac{d\alpha}{dH} : \quad (10.14)$$

(10.2) հավասարման համաձայն՝

$$\frac{d\alpha}{dH} = \frac{\mu}{k_B T} + \frac{\mu\lambda}{k_B T} \frac{dM}{dH} = \frac{\mu}{k_B T} + \frac{\mu\lambda}{k_B T} \chi_d , \quad (10.15)$$

ուստի (10.14) և (10.15) առնչություններից կստանանք դիֆերենցիալ ընկալունակության արտահայտությունը՝

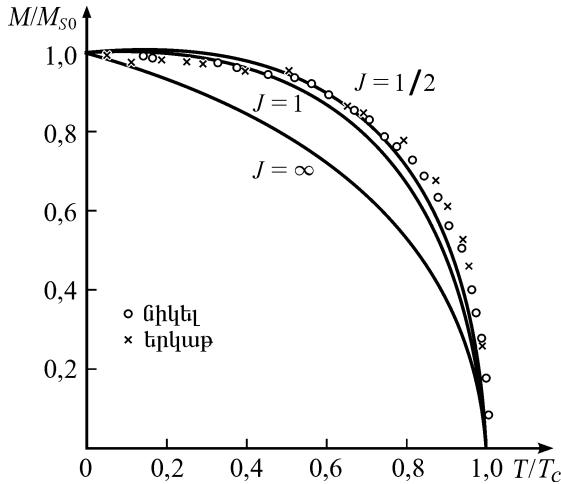
$$\chi_d = \frac{n\mu^2 B_J'(\alpha)}{k_B \left[ T - \frac{n\lambda\mu^2}{k_B} B_J'(\alpha) \right]} : \quad (10.16)$$

Պարզենք  $\chi_d$  ֆունկցիայի վարքը տարբեր սահմանային դեպքերում:

ա. Ցածր ջերմաստիճաններ՝  $T \ll T_c$  ( $\alpha \gg 1$ ):

Օգտվենք  $B_J(\alpha)$ -ի՝ արգումենտի մեծ արժեքների համար (6.21) վերլուծությունից և որոշենք դրա ածանցյալը՝

$$B_J'(\alpha) \simeq \frac{1}{J^2} \exp\left(-\frac{\alpha}{J}\right) : \quad (10.17)$$



Նկ. 141. Ինքնաբեր մագնիսացվածության ջերմաստիճանային կախման գրաֆիկները. փորձնական տվյալները պատկերված են փոքրիկ խաչերով (երկաթի համար) և շրջանակներով (նիկելի համար):

Երբ  $T \rightarrow 0$ , (10.16) արտահայտության հայտարարը համեմատական է  $T$ -ին (տես (6.21)), ուստի դիֆերենցիալ ընկալունակությունը՝

$$\chi_d \sim T^{-1} B'_J(\alpha) \sim T^{-1} \exp\left(-\frac{\mu H}{J k_B T} - \frac{\mu M}{J k_B T}\right) \rightarrow 0 : \quad (10.18)$$

Ընկալունակության նման վարքը պայմանավորված է այն հանգամանքով, որ արտաքին մագնիսական դաշտը շատ փոքր է ներքին արդյունաբար դաշտի համեմատությամբ, և զգալի  $\chi_d$  ստանալու համար անհրաժեշտ են ուժեղ մագնիսական դաշտեր: Այս իմաստով  $T \ll T_c$  տիրույթում  $\chi$ -ն անվաճում են ընկալունակություն ուժեղ դաշտերում:

*բ) Բարձր ջերմաստիճաններ՝  $T \gg T_c$ , ինչպես նաև  $T \sim T_c$  ( $\alpha \ll 1$ ):*

Նկատի ունենալով, որ  $H \ll H_E$  և  $\alpha \ll 1$ , (10.1) հավասարման աջ մասը վերածենք շարքի ըստ  $\alpha$ -ի, պահելով մաս  $\alpha^3$ -ի կարգի անդամները, իսկ ըստ  $\alpha$ -ի գծային անդամում կպահենք մաս  $H$ -ին համեմատական անդամը: Այս մոտավորությամբ (10.3), (10.8) – (10.12) առնչություններից հետևում է

$$\frac{M}{M_{S0}} \left( 1 - \frac{T_c}{T} \right) + a \left( \frac{T_c}{T} \right)^3 \left( \frac{M}{M_{S0}} \right)^3 = \frac{T_c}{T} \frac{H}{\lambda M_{S0}} \quad (10.19)$$

հավասարումը, որտեղից որոշվում է  $M$ -ը: Դիֆերենցիալ ընկալունակության սահմանումից և (10.19) հավասարումից հետևում է, որ

$$\chi_d = \left[ \frac{3H}{M} + 2\lambda \left( 1 - \frac{T}{T_c} \right) \right]^{-1}, \quad (10.20)$$

որտեղ  $M$ -ը (10.19) հավասարման լուծումն է: (10.19) հավասարումը (10.12) հավասարումից տարբերվում է միայն աջ մասում առկա անդամով:

Ուսումնասիրենք (10.19) և (10.20) հավասարումները տարբեր դեպքերում:

1) Եթե  $T \gg T_c$ , ապա (10.19) հավասարման ձախ մասի երկրորդ գումարելին կարելի է անտեսել առաջինի նկատմամբ, ուստի

$$M \approx \frac{T_c}{(T - T_c)\lambda} H = \frac{C}{T - T_c} H :$$

Այս արտահայտությունը տեղադրելով (10.20) բանաձևի մեջ՝ կստանանք.

$$\chi_d = \chi = \frac{C}{T - T_c}, \quad (10.21)$$

որն իրենից ներկայացնում է Կյուրի-Վեյսի օրենքը:

2) Եթե  $T \geq T_c$  կամ  $T \leq T_c$ , ապա (10.19) հավասարման ձախ մասում անհրաժեշտ է պահել երկու գումարելիներն էլ, իսկ ընկալունակությունը հաշվարկել (10.20) բանաձևով:

3) Եթե  $T = T_c$ , ապա մագնիսացվածության կախումը մագնիսական դաշտի լարվածությունից տրվում է

$$M = M_{S0} \left( \frac{H}{\lambda a M_{S0}} \right)^{1/3} \sim H^{1/3} \quad (10.22)$$

օրենքով, որը հաստատվում է ֆեռոմագնիսական մետաղների և համաձուլվածքների համար փորձում ստացված տվյալներով:

Ընկալունակության (10.20) բանաձևից բխող

$$\chi_d = \frac{1}{3} \frac{M}{H} \sim H^{-2/3} \quad (10.23)$$

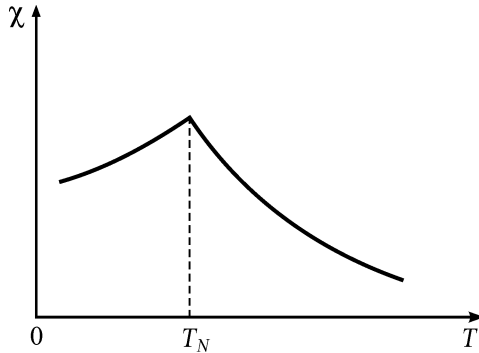
առնչությունն անմիջապես հետևում է նաև (10.22) բանաձևից և դիֆերենցիալ ընկալունակության (1.8) սահմանումից:

## § 11. Հակաֆեռոմագնիսականություն

Մագնիսական մոմենտների հակաֆեռոմագնիսական դասավորության դեպքում տարբեր մագնիսական ենթացանցերի պատկանող հարևան սպիններն ուղղված են իրար հակառակ, ուստի միմյանց չեզոքացնում են: Այս չեզոքացման հետևանքով ինքնաբեր մագնիսացվածությունը գործնականում հավասարվում է զրոյի, ուստի հակաֆեռոմագնիսական նյութը դասակարգվում է որպես թույլ մագնիսական, իսկ դրա մագնիսական ընկալունակությունը  $10^{-5} - 10^{-2}$  կարգի մեծություն է, ինչպես և պարամագնիսական նյութերինը:

Սակայն, ի տարբերություն պարամագնիսների, հակաֆեռոմագնիսում մագնիսական մոմենտների հակազուգահեռ դասավորությունը պայմանավորված է հենց ուժեղ փոխազդեցությամբ, որը խոչընդոտում է մագնիսական մոմենտների կողմնորոշմանն արտաքին մագնիսական դաշտի ուղղությամբ, և որի հետևանքով հակաֆեռոմագնիսի մագնիսական ընկալունակությունը կարող է լինել նաև ավելի փոքր, քան պարամագնիսինը: Ջերմաստիճանի բարձրացման հետ մագնիսական մոմենտների կարգավորվածությունն աստիճանաբար խախտվում է, որի հետևանքով, հակառակ պարամագնիսների, մագնիսական ընկալունակությունը մեծանում է: Ռոշալսկի  $T_N$  ջերմաստիճանում (Նեելի ջերմաստիճան) մագնիսական ենթացանցերի մագնիսական մոմենտների գումարը դառնում է զրո, ստեղծվում է լրիվ անկանոն, քառսային վիճակ, որից հետո ջերմաստիճանի հետագա աճի հետ մագնիսական ընկալունակությունը, ինչպես և պարամագնիսներում, նվազում է: Հակաֆեռոմագնիսի մագնիսական ընկալունակության ջերմաստիճանային կախման կորը պատկերված է նկ. 142-ում:

Ծանոթանալով հակաֆեռոմագնիսականության երևութաբանական տեսությանը (Լ. Նեել, 1932 թ.): Պարզության համար դիտարկենք երկու մագնիսական ենթացանցերից բաղկացած կառուցվածք, որտեղ յուրաքանչյուր



Նկ. 142. Հակաֆեռոմագնիսի մագնիսական ընկալունակության ջերմաստիճանային կախման գրաֆիկը

մագնիսական մոմենտի ամենամոտ հարևանները պատկանում են մյուս մագնիսական ենթացանցին: Միջին մոլեկուլային դաշտի տեսության շրջանակներում «1» ենթացանցի որևէ հանգույցում արդյունաբար ներքին մագնիսական դաշտի լարվածությունը կարելի է ներկայացնել

$$H_1 = \lambda_{11} M_1 + \lambda_{12} M_2 \quad (11.1)$$

տեսքով, որտեղ  $M_1$  ( $M_2$ )-ն առաջին (երկրորդ) մագնիսական ենթացանցի մագնիսական մոմենտն է,  $\lambda_{11}$ -ը՝ մոլեկուլային դաշտի հաստատունը, պայմանավորված «1» ենթացանցի մագնիսական մոմենտների (սպինների) փոխազդեցությամբ,  $\lambda_{12}$ -ը՝ «1» և «2» ենթացանցերի սպինների փոխազդեցությամբ: Նույն ձևով «2» ենթացանցի որևէ հանգույցում արդյունաբար ներքին մագնիսական դաշտի լարվածության համար կարելի է գրել՝

$$H_2 = \lambda_{21} M_1 + \lambda_{22} M_2 : \quad (11.2)$$

Քանի որ «1» և «2» ենթացանցերը համաթեք են, ապա

$$\lambda_{11} = \lambda_{22} \equiv \lambda, \quad \lambda_{12} = \lambda_{21} \equiv \nu, \quad (11.3)$$

ընդ որում  $\lambda > 0$ , իսկ  $\nu < 0$ , ինչպես նաև

$$M_2 = -M_1, \quad (11.4)$$

այսինքն՝ ենթացանցերի մոմենտները հավասար են և ուղղված հակառակ: (11.1) – (11.4) առնչություններից հետևում է, որ

$$H_1 = (\lambda - \nu) M_1, \quad (11.5)$$

$$H_2 = (\lambda - \nu)M_2 : \quad (11.6)$$

Մյուս կողմից, «1» և «2» ենթացանցների մագնիսացվածությունների հավասարակշռական արժեքները կարելի է ներկայացնել (6.18) արտահայտության միջոցով, դրանում արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածության փոխարեն տեղադրելով արդյունարար մագնիսական դաշտի արտահայտությունը համապատասխան ենթացանցի համար՝

$$M_1 = \frac{n\mu}{2} B_J \left( \frac{\mu H_1}{k_B T} \right) = \frac{n\mu}{2} B_J \left[ \frac{\mu(\lambda - \nu)M_1}{k_B T} \right], \quad (11.7)$$

$$M_2 = \frac{n\mu}{2} B_J \left( \frac{\mu H_2}{k_B T} \right) = \frac{n\mu}{2} B_J \left[ \frac{\mu(\lambda - \nu)M_2}{k_B T} \right], \quad (11.8)$$

որտեղ  $n$ -ն ատոմների խտությունն է ( $n/2$  յուրաքանչյուր ենթացանցի համար):

Ջերմաստիճանի բարձրացմանը զուգընթաց  $M_1$  և  $M_2$  մագնիսացվածությունները նվազում են և  $T = T_N$  ջերմաստիճանում դառնում զրո: Երբ  $T \sim T_N$  և  $M_{1,2} \rightarrow 0$ , կարող ենք օգտվելով  $B_J(x)$  ֆունկցիայի (6.25) վերլուծությունից՝

$$M_1 = \frac{n\mu}{2} \left[ \frac{J+1}{3J} \frac{\mu(\lambda - \nu)}{k_B T} M_1 + O(M_1^3) \right], \quad (11.9)$$

կամ

$$M_1 \left[ \frac{n\mu^2 (J+1)(\lambda - \nu)}{6Jk_B T} - 1 + O(M_1^2) \right] = 0 : \quad (11.10)$$

Եթե  $M_1 \neq 0$ , ապա պետք է զրո լինի փակագծերի մեջ գրված արտահայտությունը, այսինքն՝

$$\frac{n\mu^2 (J+1)(\lambda - \nu)}{6Jk_B T} = 1 - O(M_1^2), \quad (11.11)$$

և երբ  $M_1 \rightarrow 0$ , (11.11) բանաձևից կորոշվի Նեելի ջերմաստիճանը՝

$$T_N = \frac{n\mu^2(J+1)(\lambda - \nu)}{6Jk_B} = \frac{n\mu_B^2 g_J^2 J(J+1)}{3k_B} \cdot \frac{\lambda - \nu}{2} = \frac{C(\lambda - \nu)}{2}, \quad (11.12)$$

որտեղ  $C$  -ն Կյուրիի հաստատունն է:

Այժմ ուսումնասիրենք հակաֆեռոմագնիսական նյութի վարքն արտաքին մագնիսական դաշտում: Հարկ է նշել, որ արտաքին դաշտի առկայությամբ մագնիսական ենթացանցերի մագնիսացվածությունների մեծությունների հավասարության (11.4) պայմանը խախտվում է:

ա. Եթե նմուշը  $H$  լարվածությամբ դաշտում է, որն ուղղված է «1» ենթացանցի մագնիսացվածության վեկտորի ուղղությամբ, ապա «1» և «2» ենթացանցերի մագնիսացվածությունները որոշվում են

$$M_1 = \frac{n\mu}{2} B_J \left[ \frac{\mu(H + \lambda M_1 + \nu M_2)}{k_B T} \right], \quad (11.13)$$

$$M_2 = \frac{n\mu}{2} B_J \left[ \frac{\mu(H + \lambda M_2 + \nu M_1)}{k_B T} \right] \quad (11.14)$$

տրանսցենդենտ հավասարումների համակարգից:

Որոշենք հակաֆեռոմագնիսի «երկայնական» ( $\mathbf{H} \uparrow \uparrow \mathbf{M}_1$ ) մագնիսական ընկալունակությունը՝

$$\chi_{||} = \frac{\partial(M_1 + M_2)}{\partial H} : \quad (11.15)$$

Ածանցելով (11.13) և (11.14) հավասարումներն ըստ  $H$ -ի՝

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_1}{\partial H} &= \frac{n\mu}{2} B_J' \frac{\mu}{k_B T} \left( 1 + \lambda \frac{\partial M_1}{\partial H} + \nu \frac{\partial M_2}{\partial H} \right), \\ \frac{\partial M_2}{\partial H} &= \frac{n\mu}{2} B_J' \frac{\mu}{k_B T} \left( 1 + \lambda \frac{\partial M_2}{\partial H} + \nu \frac{\partial M_1}{\partial H} \right) \end{aligned}$$

և գումարելով իրար այս արտահայտությունները՝ կստանանք.

$$\chi_{||} = \frac{n\mu^2}{k_B T} \frac{B_J'}{\left[ 1 - \frac{n\mu^2}{2k_B T} (\lambda + \nu) B_J' \right]}, \quad (11.16)$$

որտեղ  $B'_J$  -ն Բրիլյուենի ֆունկցիայի ածանցյալն է ըստ իր արգումենտի:

Եթե ջերմաստիճանը մոտ է  $T_N$  -ին և դրանից փոքր-ինչ բարձր է՝  $T \geq T_N$ , ապա  $B_J(x)$  ֆունկցիայի արգումենտը (տես, օրինակ, (11.13) բանաձևը)՝  $x = \mu(H + \lambda M_1 + \nu M_2)/k_B T_N \ll 1$ , ուստի, նկատի ունենալով (6.25) վերլուծությունը, կարելի է համոզվել, որ

$$\frac{n\mu^2}{k_B} B'_J = \frac{n\mu^2}{k_B} \frac{J+1}{3J} = \frac{ng_J^2 \mu_B^2 J(J+1)}{3k_B} \equiv C :$$

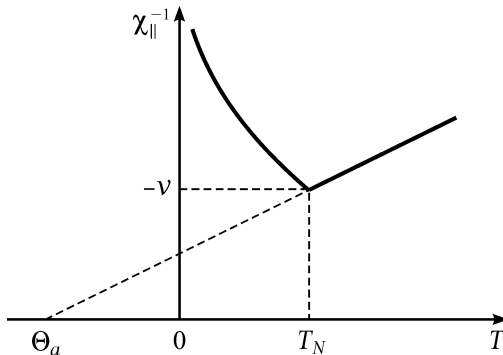
Ներմուծելով նոր բնութագիր՝

$$\theta_a = \frac{1}{2} C (\lambda + \nu), \quad (11.17)$$

որն ընդունված է անվանել հակաֆեռոմագնիսական նյութի Կյուրիի պարամագնիսական (կամ ասինպոտոտային) ջերմաստիճան, (11.16) առնչությունը կարելի է ներկայացնել

$$\chi_{\parallel} = \frac{C}{T - \theta_a} \quad (11.18)$$

բանաձևով, որը հակաֆեռոմագնիսի համար  $T > T_N$  տիրույթում Կյուրի-Վեյսի օրենքի նմանակն է: ( $\chi_{\parallel}^{-1}, T$ ) հարթության վրա  $\chi_{\parallel}^{-1}$  ֆունկցիայի գրաֆիկը հատում է  $T$  առանցքը  $\theta_a$  կետում (նկ. 143):



Նկ. 143. Հակաֆեռոմագնիսի «երկայնական» ( $\mathbf{H} \uparrow \mathbf{M}$ ) ընկալունակության հակադարձ մեծության՝ ջերմաստիճանից կախման գրաֆիկը



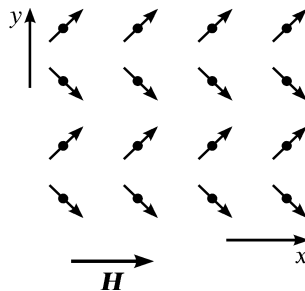
Հարկ է նշել, որ եթե ֆեռոմագնիսական նյութի համար առաջին մոտավորությամբ Կյուրիի պարամագնիսական ( $\theta_a$ ) և ֆեռոմագնիսական ( $T_c$ ) ջերմաստիճաններն իրար հավասար են, ապա հակաֆեռոմագնիսական նյութերում դրանք էապես տարբերվում են իրարից ( $\theta_a$  և  $T_N$ ): Իրոք, քանի որ  $M_1$  և  $M_2$  մագնիսացվածություններն իրար հակառակ են ուղղված, ապա  $v < 0$ , և, (11.12) առնչության համաձայն,  $T_N > 0$ , իսկ  $\theta_a$ -ն, ըստ (11.17) նշանակման, տարբերվում է  $T_N$ -ից և կարող է լինել նաև բացասական՝  $\theta_a < 0$ , եթե  $\lambda < |v|$ :  $T_N$  և  $\theta_a$  ջերմաստիճանները կապված են

$$T_N = \theta_a \frac{\lambda - v}{\lambda + v} = \theta_a \frac{\lambda + |v|}{\lambda - |v|} \quad (11.19)$$

առնչությամբ, որը հետևում է (11.12) և (11.17) բանաձևերից:  $T = T_N$  կետում, (11.18) արտահայտության համաձայն՝

$$\chi_{||} = \frac{C}{T_N - \theta_a} = \frac{C}{\frac{C(\lambda - v)}{2} - \frac{C(\lambda + v)}{2}} = -\frac{1}{v} = \frac{1}{|v|}: \quad (11.20)$$

Ջերմաստիճանի նվազմանը զուգընթաց յուրաքանչյուր մագնիսական ենթացանցի մագնիսացվածությունն աճում է, իսկ  $B'_j$  ածանցյալը նվազում է քսպոնենտալին օրենքով (տես (6.21) բանաձևը), և երբ  $T \rightarrow 0$ ,  $\chi_{||} \rightarrow 0$  (նկ. 144):



Նկ. 144. Հակաֆեռոմագնիսը ենթացանցերի մագնիսացվածություններին ուղղահայաց մագնիսական դաշտում

բ. Այժմ որոշենք հակաֆեռոմագնիսի մագնիսական ընկալունակությունը ենթացանցերի մագնիսական մոմենտներին ուղղահայաց արտաքին  $\mathbf{H}$  մագնիսական դաշտում՝  $\chi_{\perp}$ -ը (նկ. 145):

Մագնիսական դաշտի ազդեցությամբ «1» և «2» ենթացանցերի մագնիսացվածությունները թեքվում են միևնույն ուղղությամբ, այնպես որ, անգամ  $T = 0$  Կ ջերմաստիճանում, ընկալունակությունը զրոյից տարբեր է: Եթե արտաքին դաշտն ուղղված է  $x$  առանցքով (նկ. 145), ապա «1» ենթացանցի արդյունարար մագնիսական դաշտի բաղադրիչները՝

$$\begin{aligned} H_{1x} &= \lambda M_{1x} + \nu M_{2x}, \\ H_{1y} &= \lambda M_{1y} + \nu M_{2y}: \end{aligned} \quad (11.21)$$

Քանի որ «1» և «2» ենթացանցերը համաչափ են, ապա

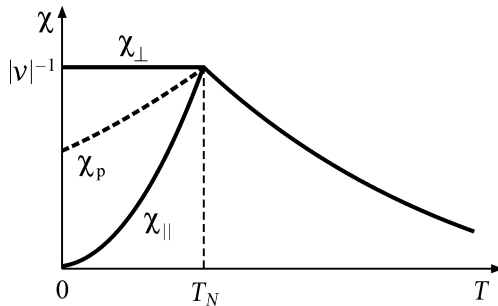
$$M_{1x} = M_{2x}, \quad M_{1y} = -M_{2y}, \quad (11.22)$$

հետևաբար՝ (11.21) և (11.22) արտահայտություններից

$$H_{1x} = (\lambda + \nu) M_{1x}, \quad H_{1y} = (\lambda - \nu) M_{1y}: \quad (11.23)$$

Քանի որ արտաքին դաշտն ուղղված է  $x$  առանցքով, ապա արդյունարար մագնիսացվածությունն ուղղված կլինի  $\mathbf{H}_0(H_{0x}, H_{0y}) \equiv (H + H_{1x}, H_{1y})$  արդյունարար դաշտի ուղղությամբ՝

$$\frac{H_{0x}}{H_{0y}} = \frac{H + H_{1x}}{H_{1y}} = \frac{H + (\lambda + \nu) M_{1x}}{(\lambda - \nu) M_{1y}} = \frac{M_{1x}}{M_{1y}}, \quad (11.24)$$



Նկ. 145. Հակաֆեռոմագնիսի մագնիսական ընկալունակության ջերմաստիճանային կախման գրաֆիկը. կետագծերով կորը համապատասխանում է բազմաբյուրեղային նմուշին:

որտեղից՝

$$M_{1x} = -\frac{H}{2\nu} : \quad (11.25)$$

(11.22) և (11.25) առնչություններից հետևում է ընկալունակության

$$\chi_{\perp} = \frac{M_x}{H} = \frac{M_{1x} + M_{2x}}{H} = \frac{2M_{1x}}{H} = -\frac{1}{\nu} = \frac{1}{|\nu|} \quad (11.26)$$

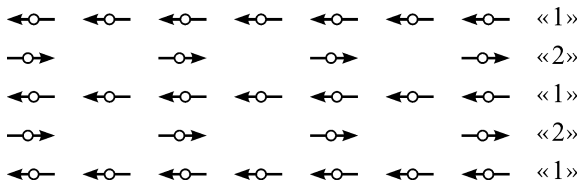
արտահայտությունը, որը համընկնում է (11.20) արտահայտության հետ: Այսպիսով,  $(0, T_N)$  տիրույթում  $\chi_{\perp}$ -ը մնում է հաստատուն (նկ. 145):

Անհրաժեշտ է նկատի ունենալ, որ նկ. 145-ում պատկերված կորերը նկարագրում են միաբյուրեղի մագնիսական ընկալունակությունների վարքը: Բազմաբյուրեղային մմուշի ընկալունակությունն ըստ անկյան համապատասխան ձևով միջինացման արդյունք է (նկ. 145,  $\chi_p$  կորը):

## § 12. Ֆեռիմագնիսականություն

Ի տարբերություն հակաֆեռոմագնիսական նյութերի, որոնցում առանձին մագնիսական ենթացանցերի մագնիսացվածություններն իրար հավասար են և ուղղված հակադիր կողմեր, ֆեռիմագնիսական նյութերում մագնիսացվածություններն իրար հավասար չեն, իսկ դրանց տարբերությունը ենթացանցերի մագնիսացվածությունների կարգի է:

Ֆեռիմագնիսականության երևութաբանական տեսությունն ստեղծել է Լ. Նեելը (1948թ.) պարզ մոդելի հիման վրա, որի համաձայն՝ ֆեռիմագնիսական



Նկ. 146. Ֆեռիմագնիսի մոդելն ըստ Նեելի

նյութը բաղկացած է միևնույն տեսակի ատոմներից, որոնք բաշխված են «1» և «2» ենթացանցերի միջև  $a : b$  հարաբերությամբ (նկ. 146), ընդ որում

$$a + b = 1 : \quad (12.1)$$

Տվյալ ենթացանցի կամայական հանգույցում միջին մոլեկուլային դաշտը, ինչպես և հակաֆեռոմագնիսներում, որոշվում է որպես այդ ենթացանցի և մյուս ենթացանցի մագնիսացվածություններով ստեղծված արդյունադարձ դաշտերի գումար: «1» և «2» ենթացանցերի հանգույցներում արդյունադարձ մագնիսական դաշտերը տրվում են համապատասխանաբար

$$H_1 = \lambda_{11} M_1 + \lambda_{12} M_2, \quad H_2 = \lambda_{21} M_1 + \lambda_{22} M_2 \quad (12.2)$$

բանաձևերով: Կենթադրենք, որ միևնույն ենթացանցին պատկանող հանգույցներում սպինների փոխազդեցությունը ֆեռոմագնիսական բնույթ ունի՝  $\lambda_{11} > 0$ ,  $\lambda_{22} > 0$ , իսկ տարբեր ենթացանցերի սպինների փոխազդեցությունը՝ հակաֆեռոմագնիսական՝  $\lambda_{12} = \lambda_{21} < 0$ : Կատարենք նշանակումներ՝

$$\lambda_{12} = \lambda_{21} = -w, \quad \lambda_{11} = \alpha w, \quad \lambda_{22} = \beta w, \quad (12.3)$$

որտեղ  $\alpha$  ( $\beta$ ) գործակիցը բնութագրում է միջին մոլեկուլային դաշտը «1» («2») մագնիսական ենթացանցում (արտահայտված  $w$  միավորներով): Նշանակենք նաև  $J_1$  ( $J_2$ )-ով «1» («2») ենթացանցի մեկ հանգույցին վերագրվող միջին մագնիսական մոմենտը՝ բազմապատկած համակարգի մասնիկների թվով: Մագնիսական ենթացանցերի մագնիսացվածություններն արտահայտվում են  $J_1$  և  $J_2$  մեծությունների միջոցով՝

$$M_1 = aJ_1, \quad M_2 = bJ_2 : \quad (12.4)$$

(12.2) – (12.4) բանաձևերից հետևում են ներքին արդյունադարձ դաշտերի արտահայտությունները՝

$$H_1 = w(\alpha aJ_1 - bJ_2), \quad H_2 = w(\beta bJ_2 - aJ_1) : \quad (12.5)$$

Մագնիսական մոմենտների հավասարակշռական արժեքները  $H$  դաշտում, ինչպես և §§ 10, 11-ում քննարկված դեպքերում, որոշվում են

$$\begin{aligned} J_1 &= n\mu B_J \left[ \frac{\mu w(\alpha aJ_1 - bJ_2) + \mu H}{k_B T} \right], \\ J_2 &= n\mu B_J \left[ \frac{\mu w(\beta bJ_2 - aJ_1) + \mu H}{k_B T} \right] \end{aligned} \quad (12.6)$$

տրանսցենդենտ հավասարումներից:

Որոշենք ֆեռիմագնիսի մագնիսական ընկալունակությունը: Սահմանման համաձայն՝

$$\chi = \frac{\partial M}{\partial H} = \frac{\partial}{\partial H} (aJ_1 + bJ_2) = a \frac{\partial J_1}{\partial H} + b \frac{\partial J_2}{\partial H} : \quad (12.7)$$

(12.6) հավասարումներից որոշելով  $\partial J_1 / \partial H$  և  $\partial J_2 / \partial H$  ածանցյալները և տեղադրելով (12.7) արտահայտության մեջ, կստանանք՝

$$\chi = C \frac{T - Cwab(\alpha + \beta + 2)}{T^2 - Cw(\alpha a + \beta b)T + C^2 w^2 ab(\alpha\beta - 1)} , \quad (12.8)$$

որտեղ

$$C = \frac{n\mu^2}{k_B} B'_J : \quad (12.9)$$

Ուսումնասիրենք ընկալունակության (12.8) արտահայտությունը պարամագնիսական տիրություն: Այս տիրություն  $B_J$  ֆունկցիայի արգումենտը շատ փոքր է մեկից, ուստի, օգտվելով (6.25) վերլուծությունից՝ կհամոզվենք, որ (12.9) առնչությամբ որոշված մեծությունը Կյուրիի հաստատունն է՝

$$C = \frac{n\mu^2}{k_B} \frac{J+1}{3J} = \frac{n\mu_B^2 g_J^2 J(J+1)}{3k_B} :$$

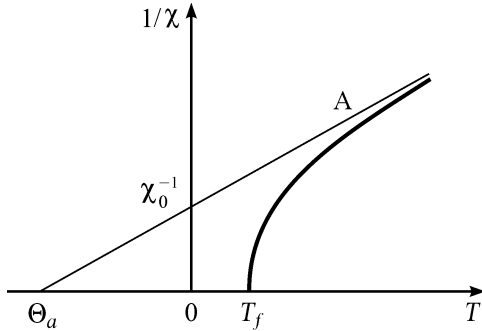
Ընկալունակության ջերմաստիճանային կախումը հարմար է ներկայացնել

$$\frac{1}{\chi} = \frac{T}{C} + \frac{1}{\chi_0} - \frac{\sigma}{T - \theta} \quad (12.10)$$

տեսքով, որտեղ ներմուծված են հետևյալ պարամետրերը.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\chi_0} &= w(2ab - \alpha a^2 - \beta b^2) , \\ \sigma &= Cw^2 ab [a(\alpha + 1) - b(\beta + 1)]^2 , \\ \theta &= Cwab(\alpha + \beta + 2): \end{aligned} \quad (12.11)$$

Երբ  $T \rightarrow \infty$ , (12.10) արտահայտության երրորդ գումարելին ձգտում է զրոյի, ուստի (12.10) բանաձևով տրվող ֆունկցիայի ասիմպտոտը՝



Նկ. 147. Ֆեռոմագնիսի մագնիսական ընկալունակության հակադարձ մեծության՝ ջերմաստիճանից կախման գրաֆիկը

$$\frac{1}{\chi} = \frac{T}{C} + \frac{1}{\chi_0} \quad (12.12)$$

ուղիղը, հատում է օրդինատների առանցքը  $\chi_0^{-1}$  կետում և ունի  $C^{-1}$  թեքություն, իսկ ասիմպտոտի հատման կետն արսցիսների առանցքի հետ որոշում է այսպես կոչված Կյուրիի ասիմպտոտական ջերմաստիճանը (նկ. 147)՝

$$\Theta_a = -\frac{C}{\chi_0} : \quad (12.13)$$

Մյուս կողմից, երբ ջերմաստիճանը նվազում է,  $1/\chi(T)$  ֆունկցիայի գրաֆիկն ավելի և ավելի է հեռանում A ասիմպտոտից, և  $T_f$  ջերմաստիճանում, որը կոչվում է Կյուրիի ֆեռոմագնիսական կետ, այն հավասարվում է զրոյի՝  $\chi^{-1}(T_f) = 0$  (նկ. 147):  $T_f$  ջերմաստիճանի սահմանումից և (12.8) բանաձևից բխում է  $T_f$  ջերմաստիճանը որոշելու

$$T_f^2 - Cw(\alpha + \beta b)T_f + C^2w^2ab(\alpha\beta - 1) = 0 \quad (12.14)$$

հավասարումը, որի լուծումները տրվում են

$$T_f = \frac{Cw}{2} \left[ \alpha a + \beta b \pm \sqrt{(\alpha a - \beta b)^2 + 4ab} \right] \quad (12.15)$$

արտահայտությամբ:

Եթե  $T_f \leq 0$ , ապա ամբողջ ջերմաստիճանային տիրույթում նյութը պարամագնիսական վիճակում է: Եթե  $T_f > 0$ , ապա  $0 \leq T \leq T_f$  տիրույթում նյութը ձեռք է բերում ինքնաբեր մագնիսացվածություն, որը տրվում է

$$M = aJ_1 + bJ_2 \quad (12.16)$$

արտահայտությամբ, իսկ  $J_1$ -ը և  $J_2$  -ը որոշվում են (12.6) հավասարումներից  $H = 0$  և  $T < T_f$  դեպքում:

Եթե  $T_f = 0$ , ապա, (12.15) արտահայտության համաձայն,

$$\alpha a + \beta b \pm \sqrt{(\alpha a - \beta b)^2 + 4ab} = 0$$

կամ

$$\alpha\beta = 1 : \quad (12.17)$$

Եթե  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$ , ապա (12.17) և (12.15) առնչություններից հետևում է, որ

$$T_{f1} = Cw(\alpha a + \beta b) > 0, \quad T_{f2} = 0, \quad (12.18)$$

այսինքն՝ նյութը ֆեռիմագնիսական վիճակում է:

Եթե  $\alpha < 0$ ,  $\beta < 0$ , ապա

$$T_{f1} = 0, \quad T_{f2} = Cw(\alpha a + \beta b) < 0, \quad (12.19)$$

այսինքն՝ նյութը պարամագնիսական վիճակում է:

Ֆեռիմագնիսական վիճակի ամենակարևոր առանձնահատկությունն այն է, որ մագնիսական ենթացանցերի ինքնաբեր մագնիսացվածությունների ջերմաստիճանային կախումները կարող են էապես տարբեր տեսքեր ունենալ, կախված  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $a$ ,  $b$  պարամետրերի արժեքներից: Այդ կախումների մասին պատկերացում կազմելու համար պարզենք, թե  $T = 0$  է ջերմաստիճանում ինչպես են փոփոխվում  $J_1$  և  $J_2$  հավասարակշռական մագնիսացվածությունները:

$H = 0$  դեպքում, տրված  $J_1$  և  $J_2$  մեծությունների համար արդյունարար մոլեկուլային դաշտի և մագնիսացվածությունների փոխազդեցության

$$E = -\frac{1}{2}aJ_1H_1 - \frac{1}{2}bJ_2H_2, \quad (12.20)$$

էներգիան (12.5) բանաձևերի օգնությամբ կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$E = -\frac{1}{2} w(\alpha a^2 J_1^2 - 2ab J_1 J_2 + \beta b^2 J_2^2) : \quad (12.21)$$

Կախված  $J_1$  և  $J_2$  մեծություններից,  $E$ -ն ընդունում է նվազագույն արժեքներ, որոնց մեծությունները որոշվում են  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $a$  և  $b$  պարամետրերի արժեքներով: Հնարավոր է չորս դեպք:

1. Պարամագնիսական վիճակ՝

$$J_1 = J_2 = 0 , \quad (12.22)$$

և (12.21) առնչության համաձայն՝

$$E = 0 : \quad (12.23)$$

2. Լրիվ հագեցման վիճակ, երբ  $J_1$  և  $J_2$  մեծություններն ընդունում են առավելագույն արժեքներ՝

$$J_1 = n\mu , \quad J_2 = -n\mu , \quad (12.24)$$

$$E = -\frac{1}{2} w n^2 \mu^2 (\alpha a^2 + 2ab + \beta b^2) : \quad (12.25)$$

3. «1» ենթացանցի մագնիսացվածությունն առավելագույնն է՝  $J_1 = n\mu$ , իսկ «2» ենթացանցը հագեցած չէ, և դրա մագնիսացվածության հավասարակշռական արժեքը որոշվում է էներգիայի մինիմումի պայմանից՝

$$\frac{\partial E}{\partial J_2} = 0 , \quad \text{որտեղից՝ } J_2 = \frac{a}{\beta b} n\mu , \quad (12.26)$$

$$E = -\frac{1}{2} w n^2 \mu^2 a^2 \left( \alpha - \frac{1}{\beta} \right) : \quad (12.27)$$

4. «2» ենթացանցի մագնիսացվածությունն առավելագույնն է՝  $J_2 = -n\mu$ , իսկ «1» ենթացանցինը որոշվում է էներգիայի մինիմումի պայմանից՝

$$\frac{\partial E}{\partial J_1} = 0 , \quad \text{որտեղից՝ } J_1 = -\frac{b}{\alpha a} n\mu , \quad (12.28)$$

$$E = -\frac{1}{2} w n^2 \mu^2 b^2 \left( \beta - \frac{1}{\alpha} \right) : \quad (12.29)$$



Թե թվարկված դեպքերից որը կիրականանա  $T=0$  Կ-ում, կախված է  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $a$  և  $b$  պարամետրերի արժեքներից:

Եթե ենթացանցի մագնիսացվածությունը հազեցված չէ (3. և 4. դեպքեր), ապա ջերմաստիճանի բարձրացմանը զուգընթաց մագնիսական մոմենտների կարգավորվածությունը խախտվում է: Ուստի, կախված  $J_1$  և  $J_2$  մեծությունների հարաբերակցությունից, արդյունաբար մագնիսացվածությունը՝ որպես ջերմաստիճանի ֆունկցիա, կարող է արագ նվազել կամ, ընդհակառակը՝ աճել, որը և հանգեցնում է  $M(T)$  կախման բազմազանության: Նկ. 148-ում պատկերված են ֆեռիմագնիսի ինքնաբեր մագնիսացվածության ջերմաստիճանային կախումների հնարավոր կորերը:

Միայն ֆեռիմագնիսին բնորոշ առանձնահատկություն է այն փաստը, որ ջերմաստիճանի բարձրացմանը զուգընթաց հնարավոր է ինքնաբեր մագնիսացվածության նշանի (ուղղության) փոփոխություն որոշակի կետում՝  $T_K$ , որն ընդունված է անվանել համակշռման (կոմպենսացիայի) ջերմաստիճան (նկ. 148, դ):

Մագնիսացվածության նման ջերմաստիճանային վարքը պարզելու համար ենթադրենք, որ  $H=0$ ,  $T \leq T_f$  և օգտվենք (12.6) հավասարումներից: Սահմանափակվելով  $B_J$  ֆունկցիայի վերլուծության առաջին անդամով և նկատի ունենալով (6.28) առնչությունը՝ կստանանք.

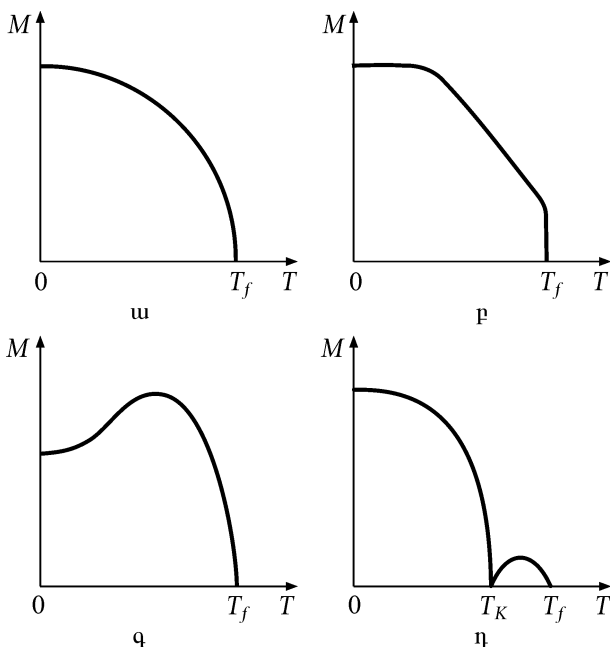
$$J_1 = \frac{Cw}{T}(\alpha a J_1 - b J_2), \quad J_2 = \frac{Cw}{T}(\beta b J_2 - a J_1) : \quad (12.30)$$

Քանի որ  $T = T_K$  ջերմաստիճանում  $M(T_K) = 0$ , ապա

$$\begin{aligned} M &= a J_1 + b J_2 = \frac{Cw}{T_K} \left[ (\alpha a^2 - ab) J_1 + (\beta b^2 - ab) J_2 \right] = \\ &= \frac{Cw}{T_K} \left[ (\alpha a - b) - (\beta b - a) \right] a J_1 = 0 : \end{aligned} \quad (12.31)$$

Այսպիսով, տարբեր նշաններ ունեցող մագնիսացվածություններով վիճակների բաժանման սահմանը որոշվում է հետևյալ պայմանից՝

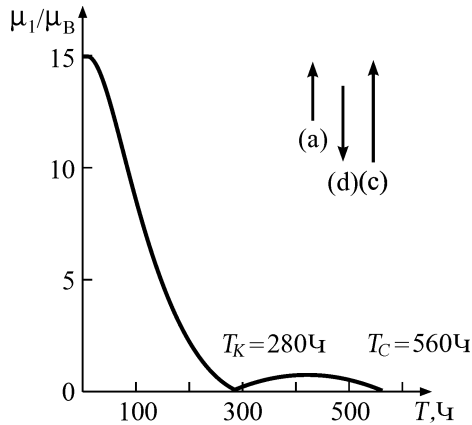
$$a(\alpha + 1) - b(\beta + 1) = 0 : \quad (12.32)$$



Նկ. 148. Ֆեռիմագնիսի ինքնաբերական մագնիսացվածության՝ ջերմաստիճանից կախման հնարավոր դեպքերը

Եթե  $a(\alpha+1) > b(\beta+1)$ , ապա  $M > 0$ , իսկ եթե  $a(\alpha+1) < b(\beta+1)$ , ապա  $M < 0$ : Դժվար չէ տեսնել, որ (12.32) պայմանի դեպքում (12.11) բանաձևով որոշվող  $\sigma$  մեծությունը զրո է, ուստի վերանում է ինքնաբերական մագնիսացվածություն առաջանալու միտումը:

Ֆեռիմագնիսների դասական ներկայացուցիչներն են ֆեռիտները, որոնց ընդհանուր քիմիական բանաձևն է  $\text{MOFe}_2\text{O}_3$ , որտեղ **M**-ը մետաղի (**Zn**, **Cd**, **Fe**, **Ni**, **Cu**, **Co**, **Mg**) երկարժեք կատիոնն է: Հարկ է նշել նաև ֆեռիտոնաքարերը, որոնք խորանարդային կառուցվածքով մեկուսիչ բյուրեղներ են  $\text{M}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$  ընդհանուր բանաձևով, որտեղ **M**-ը եռարժեք մետաղի իոն է, իսկ **Fe**-ը՝ երկարժեք իոնը ( $S=5/2$ ,  $L=0$ ):



Նկ. 149.  $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$  նոնաքարի մեկ բանաձևային միավորին բաժին ընկնող մագնիսական մոմենտի՝ ջերմաստիճանից կախման գրաֆիկը

Հազվագյուտ հողային ֆեռիտ-նոնաքարերում  $\text{M}^{3+}$  իոնները հազվագյուտ հողային մետաղների խմբից են և տեղադրվում են c-ենթացանցի հանգույցներում: Երկաթի 5 իոններից 3-ը զբաղեցնում են d-ենթացանցի, իսկ 2-ը՝ a-ենթացանցի հանգույցները: a-ենթացանցում մագնիսական մոմենտներն ուղղված են d-ենթացանցի մագնիսական մոմենտներին հակառակ: c-ենթացանցի մագնիսացվածությունն ուղղված է a- և d-ենթացանցերի գումարային ( $3 \cdot 5\mu_B - 2 \cdot 5\mu_B = 5\mu_B$ ) մագնիսացվածությանը հակառակ (նկ. 149):  $T = 0$  K ջերմաստիճանում  $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$  նոնաքարի մեկ բանաձևային միավորին բաժին ընկնող մագնիսական մոմենտը՝  $\mu_I(0) = (3 \cdot 7 - 5)\mu_B = 16\mu_B$ , որտեղ  $7\mu_B$ -ն գադոլինիումի (Gd) մեկ իոնի մագնիսական մոմենտն է: Յաճր ջերմաստիճաններում Gd-ի 3 իոնների գումարային մագնիսացվածությունը մեծ է երկաթի իոնների գումարային մագնիսացվածությունից, սակայն ջերմաստիճանի բարձրացման հետ այն կտրուկ նվազում է, որի հետևանքով բյուրեղի լրիվ մագնիսական մոմենտը դառնում է զրո և ապա նորից աճում՝ շնորհիվ  $\text{Fe}^{3+}$  իոնների ներդրման գերակշռման: Նկ. 149-ում պատկերված է  $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ -ի մեկ բանաձևային միավորի մագնիսացվածության ջերմաստիճանային կախման գրաֆիկը:

### § 13. Փոխանակային փոխազդեցություն: Հայզենբերգի մոդելը

Ուժեղ մագնիսական նյութերի ֆիզիկական հատկություններն ուսումնասիրելիս ենթադրվել է, որ դրանցում գոյություն ունի  $H_E$  ներքին արդյունաբար մագնիսական դաշտ, որի ազդեցությամբ տարրական մագնիսական մոմենտները ձեռք են բերում որոշակի կարգավորված դասավորություն: Կարելի էր ենթադրել, որ մոմենտների միջև գործող մագնիսական փոխազդեցությունը, որին համապատասխանության մեջ է դրվում  $H_E$  դաշտ, պայմանավորված է մագնիսական մոմենտների երկբևեռային փոխազդեցությամբ: Սակայն § 9-ում կատարված գնահատումների համաձայն՝ այդ փոխազդեցությամբ հնարավոր չէ բացատրել մագնիսական մոմենտների միջև իրական փոխազդեցությունը: Մագնիսական փոխազդեցության հիմնական պատճառների թվից կարելի է բացառել նաև սպին-ուղեծրային փոխազդեցությունը, որը, սակայն, կարևոր դեր է խաղում առանձին ատոմի լրիվ մագնիսական մոմենտը որոշելիս:

Մագնիսական փոխազդեցության հիմնական աղբյուրն էլեկտրոնների էլեկտրաստատիկ (կուլոնյան) փոխազդեցությունն է: Սակայն, ի տարբերություն անմիջական ուժային փոխազդեցության, մագնիսական փոխազդեցությունը կախված է էլեկտրոնների (մագնիսական իոնների) սպինների ուղղություններից և Պաուլիի սկզբունքի հետևանք է:

Որպեսզի պարզենք կապը համակարգի էներգիայի և սպինի միջև, դիտարկենք ընդամենը երկու էլեկտրոն ունեցող համակարգ և օգտվենք ջրածնի մոլեկուլի տեսության որոշ արդյունքներից (Մաս I, II.6):

Ինչպես գիտենք, էլեկտրոնային համակարգի ալիքային ֆունկցիան օժտված է հսկահամաչափության հատկությամբ, այսինքն՝ փոխում է իր նշանը, երբ կատարվում է երկու էլեկտրոնների փոխատեղություն՝  $\mathbf{r}_1, \mathbf{s}_1 \rightleftharpoons \mathbf{r}_2, \mathbf{s}_2$ : Սպին-ուղեծրային փոխազդեցության անտեսման և արտաքին մագնիսական դաշտի բացակայության պայմաններում համակարգի համիլտոնիանը կախված չէ սպինից, ուստի ալիքային ֆունկցիան տրվում է կոօրդինատային՝  $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  և սպինային՝  $\chi(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$  ֆունկցիաների արտադրյալի տեսքով՝

$$\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{s}_1; \mathbf{r}_2, \mathbf{s}_2) = \psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \chi(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) : \quad (13.1)$$

Հնարավոր սպինային վիճակներից, որոնց համապատասխանում են  $\mathbf{s}_1$  և  $\mathbf{s}_2$  սպինների  $z$ -պրոյեկցիաների որոշակի արժեքներ (այն է՝  $s_{z1}=1/2$  ( $\uparrow$ ),  $s_{z2}=1/2$  ( $\uparrow$ ), որը համառոտակի կնշանակենք  $\langle s_{z1}, s_{z2} | \equiv | \uparrow \uparrow \rangle$  սինվոլով, ինչ-պես նաև մնացած երեք հնարավոր վիճակները՝  $| \uparrow \downarrow \rangle$ ,  $| \downarrow \uparrow \rangle$  և  $| \downarrow \downarrow \rangle$ ), կարող ենք կազմել հետևյալ գծային համակցություններ՝

$$\chi_1(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle), \quad S = |\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2| = 0, \quad S_z = s_{1z} + s_{2z} = 0, \quad (13.2)$$

$$\chi_2(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = |\uparrow\uparrow\rangle, \quad S = 1, \quad S_z = 1, \quad (13.3)$$

$$\chi_3(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle), \quad S = 1, \quad S_z = 0, \quad (13.4)$$

$$\chi_4(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = |\downarrow\downarrow\rangle, \quad S = 1, \quad S_z = -1 : \quad (13.5)$$

Այս չորս ֆունկցիաներից  $\chi_1(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$ -ը հակահամաչափ է՝

$$\chi_1(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = -\chi_1(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2), \quad (13.6)$$

իսկ մնացած երեքը՝ համաչափ՝

$$\chi_i(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = \chi_i(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2), \quad (i = 2, 3, 4), \quad (13.7)$$

հետևաբար՝  $S = 0$  (սինգլետ) սպինային վիճակում համակարգը կնկարագրվի համաչափ կոորդինատային  $\psi_s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  ֆունկցիայով, իսկ  $S = 1$  (տրիպլետ) սպինային վիճակում՝ հակահամաչափ  $\psi_{as}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  ֆունկցիայով: Կոորդինատային  $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  ալիքային ֆունկցիան բավարարում է Շրյոդինգերի հավասարմանը՝

$$\hat{\mathcal{H}}\psi \equiv \left[ -\frac{\hbar^2}{2m}(\nabla_1^2 + \nabla_2^2) + V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \right] \psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = E\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2), \quad (13.8)$$

որտեղ  $V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ -ը տրվում է (Մաս I, II.2.2) բանաձևով:

(13.8) հավասարման ամենափոքր սեփական արժեքները, որոնք համապատասխանում են սինգլետ՝  $\psi_s$  և տրիպլետ՝  $\psi_{as}$  լուծումներին, նշանակենք, համապատասխանաբար  $E_s$ -ով և  $E_t$ -ով: Համակարգի հիմնական վիճակում համակարգի սպինը կլինի զրո՝  $S = 0$ , եթե  $E_s < E_t$  և կլինի մեկ՝  $S = 1$ ,

եթե  $E_t < E_s$ : Այսպիսով՝ առկա է փոխադարձ կապ (13.8) հավասարման լուծման համաչափության և համակարգի լրիվ սպինի միջև, որը պայմանավորված է ոչ թե ուղղակի սպին-ուղեծրային փոխազդեցությամբ, որն ընդհանրապես հաշվի չի առնված (13.8) հավասարման մեջ, այլ Պաուլիի սկզբունքով:

Պարզենք էլեկտրոնային համակարգի լրիվ սպինի կախումը սինգլետ և տրիպլետ վիճակներում էներգիաների տարբերությունից: Այդ նպատակով կառուցենք նոր օպերատոր՝ այսպես կոչված սպինային համիլտոնիան, որի սեփական արժեքները համընկնում են (13.8) հավասարման  $E_s$  և  $E_t$  սեփական արժեքների հետ, իսկ սեփական ֆունկցիաները որոշում են համապատասխան վիճակներում համակարգի լրիվ սպինը: Երկէլեկտրոնային համակարգի լրիվ սպինի օպերատորի քառակուսին՝

$$\hat{S}^2 = (\hat{s}_1 + \hat{s}_2)^2 = \hat{s}_1^2 + \hat{s}_2^2 + 2\hat{s}_1\hat{s}_2 : \quad (13.9)$$

Փոխարինելով օպերատորների քառակուսիները համապատասխան սեփական արժեքներով՝

$$\hat{s}_1^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right) = \frac{3}{4}, \quad \hat{s}_2^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right) = \frac{3}{4}, \quad \hat{S}^2 \Rightarrow S(S+1), \quad (13.10)$$

կստանանք՝

$$\hat{s}_1\hat{s}_2 = \frac{1}{2}\left[\hat{S}^2 - \hat{s}_1^2 - \hat{s}_2^2\right] \Rightarrow \frac{1}{2}\left[S(S+1) - \frac{3}{2}\right] = \begin{cases} -\frac{3}{4}, & S=0, \\ \frac{1}{4}, & S=1: \end{cases} \quad (13.11)$$

Հետևաբար՝ որոնելի սպինային օպերատորը կարելի է ներկայացնել

$$\hat{\mathcal{H}}_s = \frac{1}{4}(E_s + 3E_t) - (E_s - E_t)\hat{s}_1\hat{s}_2 \quad (13.12)$$

տեսքով, որի սեփական արժեքներն են  $E_s$  -ը (երբ  $S=0$ ) և  $E_t$  -ն (երբ  $S=1$ ):

Առաջին՝  $\bar{E} = (E_s + 3E_t)/4$  գումարելին կախված չէ սպինից և ըստ սպինային 4 հնարավոր վիճակների (1 սինգլետ և 3 տրիպլետ) միջինացված էներգիան է, որը որպես հաստատուն կարելի է բաց թողնել, իսկ երկրորդ գումարելին կախված է համակարգի սպինից: Ընդունված է սպինային համիլտոնիանը ներկայացնել հետևյալ տեսքով (Վ. Հայզենբերգ, 1927 թ.)՝

$$\hat{\mathcal{H}}_s = -J\hat{s}_1\hat{s}_2 \quad , \quad (13.13)$$

որտեղ

$$J = E_s - E_t : \quad (13.14)$$

Եթե  $J > 0$  , ապա, (13.13) առնչության համաձայն՝ համակարգի փոքր էներգիայով վիճակին համապատասխանում է երկու էլեկտրոնների սպինների զուգահեռությունը ( $S = 1$ ), իսկ  $J < 0$  դեպքին՝ հակազուգահեռությունը ( $S = 0$ ) :

Ի տարբերություն մագնիսական երկբևեռային փոխազդեցության

$$u_{12} = \frac{1}{R^3} \left[ \boldsymbol{\mu}_1 \boldsymbol{\mu}_2 - \frac{3}{R^2} (\boldsymbol{\mu}_1 \mathbf{R})(\boldsymbol{\mu}_2 \mathbf{R}) \right] \quad (13.15)$$

էներգիայի, որը կախված է մագնիսական մոմենտների տարածական դիրքերից  $\boldsymbol{\mu} \mathbf{R}$  արտադրյալի միջոցով, սպինային համիլտոնիանով տրվող փոխազդեցության էներգիան իզոտրոպ է՝ այն կախված է միմիայն  $\mathbf{s}_1$  և  $\mathbf{s}_2$  սպինների փոխադարձ դիրքից: Այս իզոտրոպությունը հետևանք է (13.8) հավասարման  $\hat{\mathcal{H}}$  օպերատորի սպինային անկախության և կախված չէ նրա տարածական համաչափությունից:

(13.14) արտահայտությամբ տրվող  $J$  մեծությունը, որն ընդունված է անվանել փոխանակային փոխազդեցության հաստատուն կամ պարամետր, կարելի է ներկայացնել

$$J = \frac{Q + A}{1 + S^2} - \frac{Q - A}{1 - S^2} = \frac{2(A - QS^2)}{1 - S^4} \quad (13.16)$$

տեսքով, որտեղ  $Q$ -ն՝ կուլոնյան,  $A$  -ն՝ փոխանակային, իսկ  $S$ -ը՝ ծածկման ինտեգրալներն են (Մաս I, 6.25 – 6.28 բանաձևերը.  $W_s \equiv E_s$  ,  $W_{as} \equiv E_t$ ):  $R$  հեռավորությունը մեծացնելիս ( $R > a_B$ )  $J(R)$  մեծությունը նվազում է էքսպոնենտալին օրենքով:

Ընդհանրացնենք (12.13) արտահայտությունը  $N$  էլեկտրոններից կազմված համակարգի համար՝

$$\hat{\mathcal{H}}_s = - \sum_{i \neq j} J_{ij} \hat{s}_i \hat{s}_j \quad , \quad (13.17)$$

որտեղ  $\hat{\mathbf{s}}_i$ -ն  $i$ -րդ էլեկտրոնի սպինի օպերատորն է, իսկ  $J_{ij} \equiv J(R_{ij})$  մեծությունն է՝  $(ij)$  զույգի փոխանակային փոխազդեցության պարամետրը:

Անհրաժեշտ է նշել, որ, որպես կանոն,  $N$  էլեկտրոնների համար գրված (13.17) արտահայտությունը կիրառվում է նաև  $\hat{\mathbf{S}}_\alpha = \sum_i \hat{\mathbf{s}}_i$ ,  $S_\alpha > 1/2$  գումարային սպինով ատոմների դեպքում՝

$$\hat{\mathcal{H}}_s = - \sum_{\alpha \neq \beta} J_{\alpha\beta} \hat{\mathbf{S}}_\alpha \hat{\mathbf{S}}_\beta : \quad (13.18)$$

Այսպիսով, մագնիսական մոմենտների կարգավորվածությունը մագնիսական բյուրեղներում պայմանավորված է (13.18) համիլտոնիանով նկարագրվող փոխանակային փոխազդեցությամբ: Տեսության մյուս խնդիրը փոխանակային փոխազդեցության  $J_{\alpha\beta} \equiv J(\mathbf{R}_\alpha, \mathbf{R}_\beta)$  հաստատունի նշանի որոշումն է, որով պայմանավորված է մագնիսական կարգավորվածության բնույթը՝ ֆեռոմագնիսական, թե հակաֆեռոմագնիսական: Եթե  $J < 0$ , ապա էներգիայես ձեռնտու է այնպիսի վիճակ, երբ հարևան ատոմների սպիները հակազուգահեռ են: Այսպիսի վիճակը համապատասխանում է հակաֆեռոմագնիսական կարգավորվածությանը (նկ. 136, բ):  $J > 0$  դեպքում տեղի ունի ֆեռոմագնիսական կարգավորվածություն, երբ բոլոր ատոմների մագնիսական մոմենտներն իրար զուգահեռ են (նկ. 136, ա):

Հետագա հաշվարկներում պարզության համար կենթադրենք, որ սպինն իրեն պահում է որպես դասական մեխանիկական մոմենտ:

Եթե փոխանակային փոխազդեցության  $J$  պարամետրի նշանը որոշում է մագնիսական կարգավորվածության բնույթը, ապա դրա մեծությունը որոշում է մագնիսական կարգավորվածության վիճակը նկարագրող երևութաբանական բնութագրերը, մասնավորապես՝ Կյուրիի ջերմաստիճանը:

Իրոք, (13.18) համիլտոնիանն արտագրենք հետևյալ տեսքով՝

$$\mathcal{H}_s = - \sum_{\alpha} \left( \sum_{\beta} J_{\alpha\beta} \mathbf{S}_{\beta} \right) \mathbf{S}_{\alpha} \equiv \sum_{\alpha} \mathcal{H}_{\alpha} : \quad (13.19)$$

Մոլեկուլային դաշտի մոտավորության շրջանակներում  $\mathbf{S}_{\alpha}$  սպինի հարևան սպիները պետք է փոխարինել իրենց միջին արժեքներով՝



$$\mathbf{S}_\beta \rightarrow \bar{\mathbf{S}}_\beta = -\frac{1}{g\mu_B} \bar{\boldsymbol{\mu}} , \quad (13.20)$$

որտեղ  $\bar{\boldsymbol{\mu}}$ -ն ատոմի միջին մագնիսական մոմենտն է: Այս դեպքում փոխանակային փոխազդեցության միջին էներգիայի համար կարելի է գրել

$$\mathcal{H}_s = -\sum_{\alpha \neq \beta} J_{\alpha\beta} \mathbf{S}_\alpha \mathbf{S}_\beta \Rightarrow -\sum_{\alpha \neq \beta} J_{\alpha\beta} \mathbf{S}_\alpha \bar{\mathbf{S}}_\beta = \frac{1}{g\mu_B} \sum_{\alpha \neq \beta} J_{\alpha\beta} \mathbf{S}_\alpha \bar{\boldsymbol{\mu}} \equiv -\bar{\boldsymbol{\mu}} \mathbf{H}_E , \quad (13.21)$$

որտեղ միջին մոլեկուլային մագնիսական դաշտի լարվածությունը՝

$$\mathbf{H}_E = -\frac{1}{g\mu_B} \sum_{\beta} J_{\alpha\beta} \mathbf{S}_\beta = \frac{1}{(g\mu_B)^2} \sum_{\beta} J_{\alpha\beta} \bar{\boldsymbol{\mu}} : \quad (13.22)$$

Այս արտահայտության օգնությամբ մոլեկուլային դաշտի  $\lambda$  հաստատունի համար կստանանք՝

$$\mathbf{H}_E = \lambda \mathbf{M} \equiv \lambda n \bar{\boldsymbol{\mu}} \equiv \frac{1}{(g\mu_B)^2} \bar{\boldsymbol{\mu}} \sum_{\beta} J_{\alpha\beta} ,$$

որտեղից՝

$$\lambda = \frac{1}{n(g\mu_B)^2} \sum_{\beta} J_{\alpha\beta} : \quad (13.23)$$

Նկատի ունենալով մոլեկուլային դաշտի  $\lambda$  հաստատունի և Կյուրիի ջերմաստիճանի միջև կապը, ինչպես նաև Կյուրիի հաստատունի (6.28) արտահայտությունը, կստանանք՝

$$T_c = \lambda C = \frac{1}{n(g\mu_B)^2} \sum_{\beta} J_{\alpha\beta} \frac{ng^2\mu_B^2 S(S+1)}{3k_B} = \frac{S(S+1)}{3k_B} \sum_{\beta} J_{\alpha\beta} : \quad (13.24)$$

$J_{\alpha\beta}$  գործակիցները հեռավորությունից կախված շատ արագ նվազում են, ուստի (13.24) գումարում կարելի է սահմանափակվել միայն ամենամոտ հարևանների մոտավորությամբ: Նշանակելով այդ հարևանների թիվը  $z$ -ով, Կյուրիի  $T_c$  ջերմաստիճանի համար (13.24) բանաձևից կարելի է գրել՝

$$T_c \approx \frac{S(S+1)}{3k_B} z J(a) \sim \frac{J(a)}{k_B} , \quad (13.25)$$

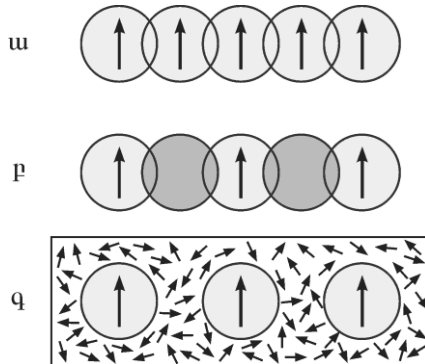
ընդ որում

$$J(a) \sim \gamma \frac{e^2}{a} \approx \gamma E_c, \quad (13.26)$$

որտեղ  $a$  -ն ցանցի հաստատունն է,  $E_c$  -ն՝ էլեկտրաստատիկ (կուլոնյան) փոխազդեցության էներգիան, իսկ  $\gamma$  մեծությունը որոշվում է հարևան հանգույցների ատոմների ալիքային ֆունկցիաների ծածկումով: Գնահատումների ժամանակ կարելի է օգտվել

$$\gamma \approx \frac{T_c}{T_m} \quad (13.27)$$

բանաձևից, որտեղ  $T_m$ -ը բյուրեղի հալման ջերմաստիճանն է:  $\gamma$  պարամետրը համեմատաբար մեծ է 3d-տարրերի միացությունների համար և փոքր է հազվագյուտ հողային միացությունների համար, քանի որ 4f-էլեկտրոնները բավականաչափ խորն են ընկած ատոմում և դրանց ալիքային ֆունկցիաները շատ քիչ են ծածկվում: Սա է պատճառը, որ հազվագյուտ հողային իոնների մագնիսական կարգավորվածությունը տեղի է ունենում համեմատաբար ցածր ջերմաստիճաններում:



Նկ. 150. *ա.* Ուղղակի փոխաձայնության, *բ.* գերփոխաձայնության, *գ.* անուղղակի փոխաձայնության սխեմայական պատկերումները

Մագնիսական փոխազդեցության վերն ուսումնասիրված դեպքը հայտնի է ուղիղ (կամ անմիջական) փոխաձայնություն անվամբ, քանի որ այն պայմանավորված է երկու իոնների էլեկտրոնների ուղղակի կուլոնյան փոխազ-

դեցությունը (նկ. 150, ա): Սակայն հաճախ մագնիսական իոնները միմյանցից բաժանված են ոչ մագնիսական (լրացված էլեկտրոնային թաղանթներ ունեցող) իոններով: Նման մագնիսական իոնների միջև մագնիսական փոխազդեցությունն իրականացվում է ոչ մագնիսական իոնի էլեկտրոնների միջոցով, և որն ավելի էական է, քան մագնիսական իոնների ուղղակի փոխանակային փոխազդեցությունը: Մագնիսական փոխազդեցության դիտարկվող դեպքը հայտնի է որպես գերփոխանակություն (նկ. 150, բ) և իրականանում է մեկուսիչ մագնիսական բյուրեղներում:

Հազվագյուտ հողային մետաղներում մագնիսական փոխազդեցությունն իրականացվում է այլ ճանապարհով: Բացի անմիջական ուղղակի փոխանակային փոխազդեցությունից, որը բավականաչափ թույլ է 4f- էլեկտրոնների համեմատաբար ուժեղ տեղայնացման հետևանքով, մագնիսական իոնները հիմնականում փոխազդում են հաղորդականության էլեկտրոնների միջոցով (նկ. 150, գ): Փոխանակային փոխազդեցության այս դեպքը հայտնի է որպես անուղղակի փոխանակություն:

## § 14. Սպինային ալիքները ֆեռոմագնիսներում

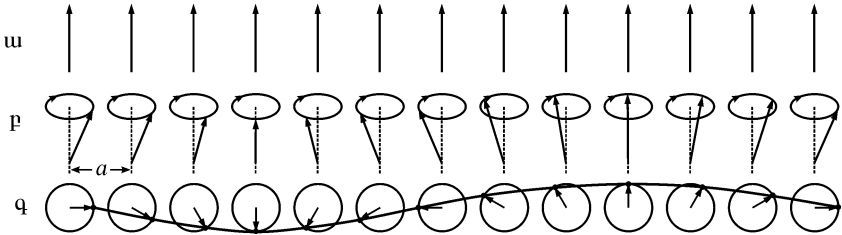
Ուժեղ մագնիսական նյութերի ջերմադինամիկական հատկությունները որոշելու և, մասնավորապես, ինքնաբեր մագնիսացվածության ջերմաստիճանային վարքը ցածր ջերմաստիճանների տիրույթում ճշտելու համար անհրաժեշտ է քննարկել սպինային համակարգի գրգռված վիճակը:

Հիմնական վիճակում ( $T = 0$  Կ) ֆեռոմագնիսի բոլոր մագնիսական մոմենտները (սպինները) ուղղված են մույն ուղղությամբ (նկ. 151, ա): Սպինային համակարգի ամենափոքր էներգիայով գրգռված վիճակը համապատասխանում է մեկ սպինի՝ այդ ուղղությունից շեղվելուն: Քանի որ այդ սպինը փոխազդում է հարևան սպինների հետ, ապա դրա շեղումը հաղորդվում է հարևաններին: Այսպիսով՝ սպինի շեղումը չի մնում տեղայնացված, այն տարածվում է ամբողջ բյուրեղով որպես սպինային ալիք:

Նկարագրված մեխանիզմը մույնական է բյուրեղային ցանցի որևէ հանգույցի ատոմի տատանողական շարժման և ցանցում առաձգական ալիքի առաջացման մեխանիզմի հետ: Նկ. 151, բ. և գ.-ում պատկերված է սպինային ալիքը միաչափ ցանցում ժամանակի տրված պահին: Յուրաքանչյուր սպին

կատարում է կոնապտույտ, և դրա փուլը որոշվում է  $k$  ալիքային թվով (սպինային ալիքի երկարությունը՝  $\lambda = 12a$ , որտեղ  $a$ -ն ցանցի հաստատունն է):

Որոշենք ֆեռմոնագնիստում սպինային ալիքի դիսպերսային հավասարումը՝  $\omega = \omega(\mathbf{k})$  կախումը:



Նկ. 151. Ֆեռմոնագնիսի  $\omega$  հիմնական վիճակը,  $p$  գրգռված վիճակը (սպինային ալիքի առաջացումը),  $q$  սպինային ալիքը գծային շղթայում. ալիքը պատկերված է սպինային վեկտորների ծայրերով անցնող կորագծով:

Ենթադրելով, որ սպինն իրեն պահում է որպես դասական մեխանիկական մոմենտ, կարող ենք օգտվել շարժման դասական հավասարումներից: Կենթադրենք նաև, որ տվյալ սպինը փոխազդում է միայն իր ամենամոտ հարևան սպինների հետ:  $\mathbf{R}$  հանգույցի  $\mathbf{S}_{\mathbf{R}}$  սպինի փոխազդեցության էներգիան մոտակա  $\mathbf{R} + \boldsymbol{\delta}$  հանգույցների  $z$  հատ  $\mathbf{S}_{\mathbf{R}+\boldsymbol{\delta}}$  սպինների հետ կտրվի

$$\mathcal{H}_{\mathbf{R}} = -J \mathbf{S}_{\mathbf{R}} \sum_{\boldsymbol{\delta}} \mathbf{S}_{\mathbf{R}+\boldsymbol{\delta}} \quad (14.1)$$

արտահայտությամբ, որտեղ  $J$ -ն փոխանակային փոխազդեցության իզոտրոպության հետևանքով միևնույնն է բոլոր  $z$  հարևանների համար: (14.1)

արտահայտությամբ տրվող էներգիան կարելի է մեկնաբանել որպես  $\mathbf{S}_{\mathbf{R}}$  սպինի էներգիա արդյունաբար «արտաքին» մագնիսական դաշտում՝

$$\mathcal{H}_{\mathbf{R}} = -\boldsymbol{\mu}_s \mathbf{H}_{\mathbf{R}}, \quad \boldsymbol{\mu}_s = -g \mu_B \mathbf{S}_{\mathbf{R}}, \quad (14.2)$$

որի լարվածությունը (տես նաև (13.22) բանաձևը)

$$\mathbf{H}_{\mathbf{R}} = -\frac{J}{g \mu_B} \sum_{\boldsymbol{\delta}} \mathbf{S}_{\mathbf{R}+\boldsymbol{\delta}} : \quad (14.3)$$

Ինչպես հայտնի է մեխանիկայից, մասնիկի իմպուլսի մոմենտի ( $\hbar \mathbf{S}_R$ ) փոփոխման արագությունը հավասար է մոմենտի վրա ազդող ուժի մոմենտին՝

$$\frac{d}{dt}(\hbar \mathbf{S}_R) = [\boldsymbol{\mu}_s, \mathbf{H}_R] = -\frac{J}{g\mu_B} \sum_{\boldsymbol{\delta}} [\boldsymbol{\mu}_s, \mathbf{S}_{R+\boldsymbol{\delta}}] = J \left[ \mathbf{S}_R, \sum_{\boldsymbol{\delta}} \mathbf{S}_{R+\boldsymbol{\delta}} \right] : \quad (14.4)$$

Արտագրենք (14.4) շարժման հավասարումն ըստ պրոյեկցիաների՝

$$\begin{aligned} \frac{dS_R^x}{dt} &= \frac{J}{\hbar} \left( S_R^y \sum_{\boldsymbol{\delta}} S_{R+\boldsymbol{\delta}}^z - S_R^z \sum_{\boldsymbol{\delta}} S_{R+\boldsymbol{\delta}}^y \right), \\ \frac{dS_R^y}{dt} &= \frac{J}{\hbar} \left( S_R^z \sum_{\boldsymbol{\delta}} S_{R+\boldsymbol{\delta}}^x - S_R^x \sum_{\boldsymbol{\delta}} S_{R+\boldsymbol{\delta}}^z \right), \\ \frac{dS_R^z}{dt} &= \frac{J}{\hbar} \left( S_R^x \sum_{\boldsymbol{\delta}} S_{R+\boldsymbol{\delta}}^y - S_R^y \sum_{\boldsymbol{\delta}} S_{R+\boldsymbol{\delta}}^x \right) : \end{aligned} \quad (14.5)$$

Հավասարումների (14.5) համակարգը ոչ գծային է, քանի որ համակարգի հավասարումների աջ մասերը պարունակում են սպինի պրոյեկցիաների արտադրյալներ:  $T=0$  Կ վիճակում սպինի ուղղությունից փոքր շեղումների (թույլ գրգռումների) համար կարելի է համարել  $S_R^z \approx S$  և (14.5) հավասարումների աջ մասերում արհամարիել  $S_R^x$  և  $S_R^y$  պրոյեկցիաների արտադրյալներով անդամները: Նկատի ունենալով նաև, որ  $\sum_{\boldsymbol{\delta}} S_{R+\boldsymbol{\delta}}^z = zS$ , (14.5) համակարգի փոխարեն կստանանք գծային հավասարումների հետևյալ համակարգը՝

$$\frac{dS_R^x}{dt} = \frac{J}{\hbar} \left( zS S_R^y - S \sum_{\boldsymbol{\delta}} S_{R+\boldsymbol{\delta}}^y \right) = \frac{JS}{\hbar} \left( zS_R^y - \sum_{\boldsymbol{\delta}} S_{R+\boldsymbol{\delta}}^y \right), \quad (14.6)$$

$$\frac{dS_R^y}{dt} = \frac{J}{\hbar} \left( S \sum_{\boldsymbol{\delta}} S_{R+\boldsymbol{\delta}}^x - zS \cdot S_R^x \right) = -\frac{JS}{\hbar} \left( zS_R^x - \sum_{\boldsymbol{\delta}} S_{R+\boldsymbol{\delta}}^x \right), \quad (14.7)$$

$$\frac{dS_R^z}{dt} = 0 : \quad (14.8)$$

(14.8) հավասարումից հետևում է  $S_{\mathbf{R}}^z = const = S$  պայմանը: (14.6) և (14.7) հավասարումների լուծումները կփնտրենք վազոդ ալիքների տեսքով՝

$$S_{\mathbf{R}}^x = u \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{R} - \omega t)], \quad S_{\mathbf{R}}^y = v \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{R} - \omega t)], \quad (14.9)$$

որտեղ  $u$  և  $v$  անհայտ լայնույթները բավարարում են

$$\begin{aligned} -i\omega u - \frac{JS}{\hbar} \left[ z - \sum_{\boldsymbol{\delta}} \exp(i\mathbf{k}\boldsymbol{\delta}) \right] v &= 0, \\ \frac{JS}{\hbar} \left[ z - \sum_{\boldsymbol{\delta}} \exp(i\mathbf{k}\boldsymbol{\delta}) \right] u - i\omega v &= 0 \end{aligned} \quad (14.10)$$

հավասարումների համակարգին, որի ոչ զրոյական լուծումներ ունենալու պայմանից ստացվում է սպինային ալիքի դիսպերսային հավասարումը՝

$$\omega(\mathbf{k}) = \frac{JS}{\hbar} \left[ z - \sum_{\boldsymbol{\delta}} \exp(i\mathbf{k}\boldsymbol{\delta}) \right] = \frac{JS}{\hbar} \left[ z - \sum_{\boldsymbol{\delta}} \cos(\mathbf{k}\boldsymbol{\delta}) \right] : \quad (14.11)$$

Մասնավորապես, միաչափ բյուրեղի դեպքում ( $\boldsymbol{\delta} \rightarrow \delta = \pm a$ ,  $z = 2$ )

$$\hbar\omega(k) = 2JS(1 - \cos ka) : \quad (14.12)$$

Ինչպես հետևում է (14.11) առնչությունից և (14.10) համակարգից,

$$v = -iu, \quad (14.13)$$

հետևաբար՝ (14.9) առնչություններով տրվող պրոյեկցիաները մեծությամբ հավասար են, իսկ ժամանակի յուրաքանչյուր պահի՝ փոխվելով շեղված են  $\pi/2$ -ով, որը նշանակում է  $\mathbf{S}_{\mathbf{R}}$  վեկտորի կոնապտույտ  $z$  առանցքի շուրջը:

Եթե  $ka \ll 1$ , (14.11) հավասարումից հետևում է սպինային ալիքի դիսպերսային հավասարումը երկարալիքային սահմանում

$$\omega(\mathbf{k}) \approx \frac{JS}{\hbar} a^2 k^2, \quad (14.14)$$

որը նույնությամբ տեղի ունի և՛ պարզ ( $\boldsymbol{\delta} = \pm a, 0, 0; 0, \pm a, 0; 0, 0, \pm a$ ), և՛ ծավալակենտրոն ( $\boldsymbol{\delta} = \pm a/2, \pm a/2, \pm a/2$ ), և՛ նիստակենտրոն ( $\boldsymbol{\delta} = \pm a/2, \pm a/2, 0; \pm a/2, 0, \pm a/2; 0, \pm a/2, \pm a/2$ ) խորանարդային ցանցերի համար:

Ի տարբերություն ձայնային ալիքների, որոնց համար երկարալիքային սահմանում  $\omega(\mathbf{k}) \sim k$ , սպինային ալիքների դեպքում  $\omega(\mathbf{k}) \sim k^2$ , որը պայմանավորում է ֆեռոմագնիսական նյութի որոշ ջերմադինամիկական բնութագրերի առանձնահատկությունները:

Որոշենք ֆեռոմագնիսական նմուշի մագնիսացվածության ջերմաստիճանային կախումը ցածր ջերմաստիճանների տիրույթում՝ օգտվելով սպինային ալիքների (14.11) դիսպերսային հավասարումից:

$N$  սպինների համակարգի լրիվ սպինը հիմնական վիճակում հավասար է  $NS$ , քանի որ բոլոր սպիններն իրար գուգահեռ են և ուղղված միևնույն կողմը (նկ. 151, ա): Երբ համակարգում գրգռվում է սպինային ալիք, համակարգի լրիվ սպինը փոքրանում է, քանի որ խախտվում է սպինների գուգահեռությունը:

Կապ հաստատենք սպինային ալիքի լայնության և սպինի  $Z$ -բաղադրիչի միջև: Զանի որ  $S_{\mathbf{R}}^x, S_{\mathbf{R}}^y \ll S_{\mathbf{R}}^z \sim S$ , ապա

$$S^z = \left[ S^2 - (S_x^2 + S_y^2) \right]^{1/2} \approx S \left( 1 - \frac{S_{\perp}^2}{S^2} \right)^{1/2} \approx S - \frac{S_{\perp}^2}{2S}, \quad (14.15)$$

որտեղ  $S_{\perp}^2 = S_x^2 + S_y^2 = 2u^2$ : Եթե  $n_{\mathbf{k}}$ -ով նշանակենք գրգռված սպինային ալիքների թիվը ( $n_{\mathbf{k}} = 0, 1, 2, \dots$ ), որոնց ալիքային վեկտորը  $\mathbf{k}$  է և նկատի ունենանք, որ ամեն մի նոր սպինային ալիք առաջանալիս համակարգի լրիվ սպինի բաղադրիչը  $Z$  ուղղությամբ փոքրանում է միավորով, կստանանք՝

$$NS^z = NS - n_{\mathbf{k}} \approx NS - \frac{Nu_{\mathbf{k}}^2}{S}$$

կամ

$$n_{\mathbf{k}} \approx \frac{Nu_{\mathbf{k}}^2}{S}, \quad (14.16)$$

որտեղից՝

$$u_{\mathbf{k}}^2 = \frac{S}{N} n_{\mathbf{k}}: \quad (14.17)$$

(14.1) բանաձևի համաձայն՝ սպինային համակարգի փոխանակային էներգիան ամենամոտ հարևանների մոտավորությամբ տրվում է

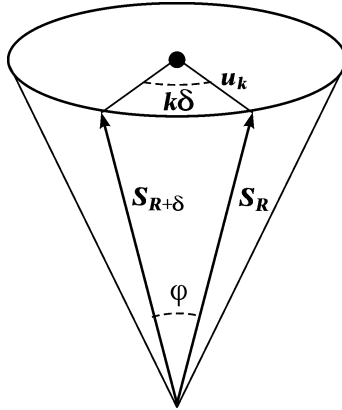
$$U = N\mathcal{H}_{\mathbf{R}} = -JN \sum_{\delta} \mathbf{S}_{\mathbf{R}} \mathbf{S}_{\mathbf{R}+\delta} = -JNS^2 \sum_{\delta} \cos(\mathbf{S}_{\mathbf{R}} \mathbf{S}_{\mathbf{R}+\delta}) \quad (14.18)$$

արտահայտությամբ:  $\mathbf{S}_{\mathbf{R}}$  և  $\mathbf{S}_{\mathbf{R}+\delta}$  սպինների միջև  $\varphi$  անկյունը կապված է սպինային ալիքում  $\mathbf{S}_{\mathbf{R}}$  և  $\mathbf{S}_{\mathbf{R}+\delta}$  սպինների միջև փուլերի  $\mathbf{k}\delta$  տարբերության հետ հետևյալ առնչությամբ (նկ. 152)՝

$$2S \sin \frac{\varphi}{2} = 2u_{\mathbf{k}} \sin \frac{\mathbf{k}\delta}{2} ,$$

որտեղից՝

$$\cos \varphi = 1 - 2 \left( \frac{u_{\mathbf{k}}}{S} \right)^2 \sin^2 \left( \frac{\mathbf{k}\delta}{2} \right) : \quad (14.19)$$



Նկ. 152. Սպինային ալիքում սպինի վեկտորի հաջորդական դիրքերը

(14.19) և (14.18) արտահայտություններից հետևում է, որ փոխանակային էներգիան՝

$$\begin{aligned} U &= -JNS^2 \sum_{\delta} \left[ 1 - 2 \frac{u_{\mathbf{k}}^2}{S^2} \sin^2 \left( \frac{\mathbf{k}\delta}{2} \right) \right] = -JNzS^2 + JNu_{\mathbf{k}}^2 \sum_{\delta} 2 \sin^2 \left( \frac{\mathbf{k}\delta}{2} \right) = \\ &= -JNzS^2 + JNu_{\mathbf{k}}^2 \left( z - \sum_{\delta} \cos \mathbf{k}\delta \right) \equiv -JNzS^2 + \varepsilon_{\mathbf{k}} , \end{aligned} \quad (14.20)$$



որտեղ

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = JNu_{\mathbf{k}}^2 \left( z - \sum_{\boldsymbol{\delta}} \cos \mathbf{k} \boldsymbol{\delta} \right) \quad (14.21)$$

մեծությունը սպինային համակարգի գրգռման էներգիան է: Նկատի ունենալով (14.17) և (14.11) արտահայտությունները՝  $\varepsilon_{\mathbf{k}}$  գրգռման էներգիան կարելի է ներկայացնել

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = \hbar \omega(\mathbf{k}) n_{\mathbf{k}} \quad (14.22)$$

տեսքով, որը համընկնում է ներդաշնակ տատանակի էներգիական սպեկտրի հետ: Ուստի ջերմային հավասարակշռության վիճակում  $\mathbf{k}$  ալիքային վեկտորով գրգռումների (սպինային ալիքների) միջին թիվը կտրվի Բոզե-Այնշտայնի բաշխումով՝

$$\bar{n}_{\mathbf{k}} = \left[ \exp \frac{\hbar \omega(\mathbf{k})}{k_B T} - 1 \right]^{-1} : \quad (14.23)$$

$T \neq 0$  և ջերմաստիճանում համակարգում գրգռված սպինային ալիքների լրիվ թիվը (անկախ  $\mathbf{k}$  ալիքային վեկտորի արժեքից) տրվում է

$$\sum_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}} \bar{n}_{\mathbf{k}} = \int_{\Omega_0} \frac{V d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \bar{n}_{\mathbf{k}} = \int_0^{\omega_m} G(\omega) \bar{n}(\omega) d\omega \quad (14.24)$$

արտահայտությամբ, որտեղ  $\mathbf{k}$ -ով ինտեգրումը կատարվում է Բրիլյուենի զոնայի  $\Omega_0$  ծավալով,  $\omega_m$ -ը սպինային ալիքի ամենամեծ հնարավոր հաճախությունն է, իսկ վիճակների խտության ֆունկցիան՝

$$G(\omega) = \frac{4\pi k^2}{(2\pi)^3} \frac{dk}{d\omega} V : \quad (14.25)$$

Երբ  $\mathbf{k} = \mathbf{k}_{\max}$ , որը համապատասխանում է Բրիլյուենի զոնայի սահմանին,  $\mathbf{k}_m \boldsymbol{\delta} = \pm \pi$ , ուստի, նկատի ունենալով (14.11) առնչությունը, կարելի է գրել, որ (տես նաև (13.25) բանաձևը)

$$\frac{\hbar \omega(k_{\max})}{k_B T} \equiv \frac{\hbar \omega_m}{k_B T} = \frac{2JSz}{k_B T} = \frac{6}{S+1} \frac{T_c}{T} , \quad (14.26)$$

որտեղ  $T_c$ -ն Կյուրիի ջերմաստիճանն է: Քննարկվող դեպքում  $T \ll T_c$ , ուստի մեծ հաճախություններով (մեծ  $k$ -երով) սպինային ալիքների ներդրումը (12.24) ինտեգրալում կարելի է հաշվի չառնել նրանց միջին թվի էքսպոնենտային կարգի փոքր լինելու պատճառով և ինտեգրումը կատարել  $(0, \infty)$  տիրույթում: Այսպիսով, հիմնական ներդրումը (14.24) ինտեգրալում պայմանավորված է փոքր ( $ka \ll 1$ ) ալիքային թվով սպինային ալիքներով, որոնց դիսպերսային հավասարումը տրվում է (13.14) առնչությամբ: Այս մոտավորությամբ վիճակների խտության ֆունկցիայի (13.25) արտահայտությունից և (13.14) բանաձևից հետևում է, որ

$$G(\omega) = \frac{V}{4\pi^2} \left( \frac{\hbar}{JSa^2} \right)^{3/2} \omega^{1/2} : \quad (14.27)$$

(14.23) և (14.27) արտահայտությունները տեղադրելով (14.24) ինտեգրալում՝ կստանանք.

$$\begin{aligned} \sum_k \bar{n}_k &\approx \frac{V}{(2\pi)^2} \left( \frac{\hbar}{JSa^2} \right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{\omega^{1/2} d\omega}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1} = \\ &= \frac{V}{(2\pi)^2} \left( \frac{k_B T}{JSa^2} \right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{t^{1/2} dt}{e^t - 1} = \frac{V}{(2\pi)^2} \left( \frac{k_B T}{JSa^2} \right)^{3/2} \zeta\left(\frac{3}{2}\right) \Gamma\left(\frac{3}{2}\right), \end{aligned} \quad (14.28)$$

որտեղ  $\zeta(x)$ -ը Ռիմանի ձետա-ֆունկցիան է,  $\Gamma(x)$ -ը՝ գամմա-ֆունկցիան.  $\zeta(3/2) \approx 2,612$ ,  $\Gamma(3/2) = \sqrt{\pi}/2$ : Մագնիսացվածության հարաբերական փոփոխությունը տրվում է հետևյալ բանաձևով՝

$$\frac{\Delta M}{M_0} = \frac{1}{N_0 S} \frac{1}{V} \sum_k \bar{n}_k, \quad (14.29)$$

որտեղ  $N_0 = Q/a^3$  մեծությունն ատոմների թիվն է միավոր ծավալում, իսկ  $Q = 1, 2, 4$  համապատասխանաբար պարզ, ծավալակենտրոն և նիստակենտրոն խորանարդային ցանցերի համար: (14.28) և (14.29) բանաձևերից հետևում է ֆեռոմագնիսական նմուշի մագնիսացվածության ջերմաստիճանային կախման արտահայտությունը  $T \ll T_c$  տիրույթում՝

$$M(T) = M_0 \left( 1 - \frac{\Delta M}{M_0} \right) = M_0 \left[ 1 - \frac{0,0587}{SQ} \left( \frac{k_B T}{JS} \right)^{3/2} \right], \quad (14.30)$$

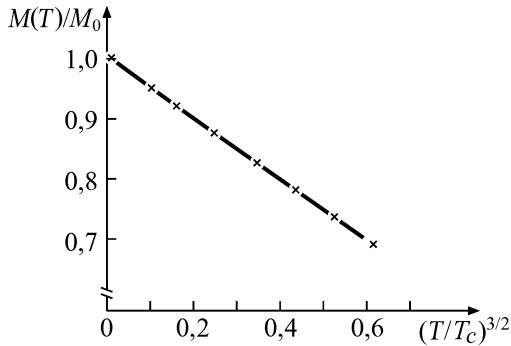
որը հայտնի է որպես Բոլիսի «3/2-ի օրենք»։  $T^{3/2}$  ջերմաստիճանային կախումը հետևանք է (14.14) դիսպերսային հավասարման և, ի տարբերություն (10.5) արտահայտության, համապատասխանում է փորձարարական արդյունքներին։ Ջերմաստիճանի բարձրացմանը զուգընթաց մագնիսացվածության նվազումը պայմանավորված է սպինային ալիքների թվի մեծացմամբ։ Նկ. 153-ում պատկերված է գադոլինիումի ( $T_c = 293$  Կ) հարաբերական մագնիսացվածության՝  $(T/T_c)^{3/2}$ -ից կախման գրաֆիկը, որն ուղիղ գիծ է, և համապատասխանում է Բոլիսի (14.30) օրենքին։

Սպինային ալիքներ կարող են գրգռվել նաև հակաֆեռոմագնիսական նյութերում։ Սպինային ալիքների տեսությունը հակաֆեռոմագնիսներում զգալիորեն բարդ է. ամենաընդհանուր դեպքում դրանցում գրգռվում են իրարից տարբեր դիսպերսային հավասարումներով սպինային ալիքներ։ Մասնավորապես, իզոտրոպ հակաֆեռոմագնիսական նյութում, արտաքին մագնիսական դաշտի բացակայությամբ, սպինային ալիքի դիսպերսային հավասարումը կամայական  $k$ -երի համար գծային է՝

$$\omega(\mathbf{k}) = \frac{Ja}{\hbar} [S(S+1)]^{1/2} k : \quad (14.31)$$

Սպինային ալիքների դիսպերսային հավասարման իմանալը հնարավորություն է տալիս որոշելու նաև համակարգի ջերմունակության մեջ դրանց ներդրումը։ Մասնավորապես, վերն արված ենթադրությունների շրջանակներում, օգտվելով (14.23), (14.27) առնչություններից և ջերմունակության սահմանումից, կարելի է որոշել սպինային ալիքների ներդրումը ֆեռոմագնիսի ջերմունակության մեջ՝

$$\begin{aligned} C_{VS}^F &= \frac{\partial}{\partial T} \int_0^\infty \hbar \omega \bar{n}(\omega) G(\omega) d\omega = \frac{\partial}{\partial T} \left\{ \frac{V\hbar}{4\pi^2} \left( \frac{\hbar}{JSa^2} \right)^{3/2} \left( \frac{k_B T}{\hbar} \right)^{5/2} \int_0^\infty \frac{t^{3/2} dt}{e^t - 1} \right\} = \\ &= \frac{Vk_B}{a^3} \left( \frac{k_B T}{JS} \right)^{3/2} \frac{15\zeta(5/2)}{32\pi^{3/2}} \equiv AT^{3/2} : \end{aligned} \quad (14.32)$$



Նկ. 153. Գաղղիինիումի հարաբերական մագնիսացվածության կախումը  $(T/T_c)^{3/2}$  - ից. փոքրիկ խաչերը նշում են փորձնական տվյալները:

Առանց մանրամասն արտածումների, նկատի ունենալով միայն (14.31) դիսպերսային հավասարման նմանությունը (այն է՝ գծայնությունը) ցանցային տատանումների դիսպերսային հավասարմանը երկարալիքային սահմանում (Մաս I, IV.4.7) և ցանցային ջերմունակության արտահայտությունը (Մաս I, IV.4.37), հակաֆեռոմագնիսի ջերմունակության մեջ սպինային ալիքների ներդրման ջերմաստիճանային կախման համար կստանանք՝  $C_{VS}^{AF} \sim T^3$ , որը Դեբայի օրենքի նմանակն է:

## § 15. Մագնիսական անիզոտրոպություն

Բացի փոխանակային փոխազդեցություններից, որոնք որոշում են մագնիսական կարգավորվածության բնույթը և ունեն կուլոնյան ծագում, մագնիսակարգավորված նյութերում կարևոր դեր են խաղում նաև մագնիսական բնույթի ուժերը, որոնք զգալիորեն թույլ են կուլոնյան ուժերից: Փոխանակային փոխազդեցությունն օժտված է իզոտրոպությամբ, քանի որ այն հանգեցնում է փոխազդող սպինների զուգահեռության կամ հակազուգահեռության (կախված փոխանակային ինտեգրալի նշանից) և ոչ մի կերպ չի որոշում դրանց ուղղությունները տարածական ցանցի նկատմամբ: Միայն փոխանակային փոխազդեցության առկայության պայմաններում մագնիսակարգավորված բյուրեղի մագնիսացվածության վեկտորի ուղղությունը բյուրեղում կլինեք լրիվ անորոշ: Սակայն, ինչպես ցույց է տալիս փորձը, իոնների մագնի-

սակաճ մոմենտները (սպինները) մագնիսականադավորված բյուրեղում ուղղված են ոչ թե պատահականորեն, այլ բյուրեղագրական առանցքների նկատմամբ միանգամայն որոշակի անկյուններով: Այս երևույթը՝ մագնիսացվածության վեկտորի կախումը ուղղությունից, հայտնի է որպես մագնիսաբյուրեղագրական անիզոտրոպություն և պայմանավորված է մագնիսական բնույթի փոխազդեցությունների գոյությամբ:

Այս փոխազդեցություններից առաջինը երկբևեռ-երկբևեռ փոխազդեցությունն է, որը  $\mu = g\mu_B S$  մագնիսական մոմենտով և իրարից  $r_{ij}$  հեռավորությամբ  $i$  և  $j$  մոմենտների համար տրվում է

$$E_{ij} = \frac{g^2 \mu_B^2}{r_{ij}^3} \left[ \mathbf{S}_i \mathbf{S}_j - \frac{3(\mathbf{S}_i \mathbf{r}_{ij})(\mathbf{S}_j \mathbf{r}_{ij})}{r_{ij}^2} \right] \quad (15.1)$$

արտահայտությամբ, որի համաձայն՝ փոխազդեցության էներգիան կախված է  $\mathbf{r}_{ij}$  շառավիղ-վեկտորի կամ, այլ կերպ ասած, բյուրեղային ցանցի նկատմամբ  $\mathbf{S}_i$  և  $\mathbf{S}_j$  սպինների դիրքից: Փոխազդեցության հետևանքով սպինները ցանցի նկատմամբ կողմնորոշվում են այնպես, որ դրանց լրիվ էներգիան ըստ ցանցի բոլոր ատոմների, այսինքն՝  $E_{ij}$  մեծությունների գումարը լինի նվազագույնը: Ընդամին, միմյանց նկատմամբ հարևան սպինների կողմնորոշումը մնում է անփոփոխ, քանի որ այն պայմանավորված է շատ ավելի ուժեղ փոխանակային փոխազդեցությամբ: Բյուրեղագրական ուղղությունը, որով ուղղվում են սպինները էներգիայի մինիմումի պայմաններում, ընդունված է անվանել հեշտ մագնիսացման ուղղություն կամ հեշտ մագնիսացման առանցք:

Մագնիսական բնույթի մյուս փոխազդեցությունը, որը նույնպես կախված է սպինների՝ ցանցի նկատմամբ կողմնորոշումից, պայմանավորված է սպին-ուղեծրային փոխազդեցությամբ, որը բնութագրվում է

$$E_{sl} \sim \lambda (\mathbf{L} \mathbf{S}) \quad (15.2)$$

էներգիայով, որտեղ  $\mathbf{L}$ -ն ատոմի ուղեծրային մոմենտն է, որը որոշում է ատոմի (իոնի) էլեկտրոնային ամպի տեսքը,  $\lambda$  հաստատունը կախված չէ  $\mathbf{L}$ -ից և  $\mathbf{S}$ -ից և համեմատական է  $(Ze^2/\hbar c)^2$  մեծությանը ( $Z$ -ը ատոմի կարգաթիվն է): Բյուրեղում ատոմների (իոնների) էլեկտրոնային թաղանթները

որոշակի դիրքեր են գրավում տարածական ցանցի նկատմամբ, որն, իր հերթին, հանգեցնում է ցանցի նկատմամբ սպինների որոշակի կողմնորոշման:

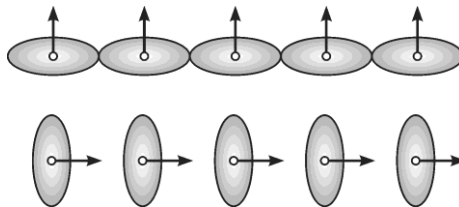
Մագնիսաբյուրեղագրական անիզոտրոպությունը սխեմատիկորեն պատկերված է նկ. 155-ում, որից հետևում է, որ էլեկտրոնների փոխանակային փոխազդեցության էներգիաների տարբերությունը հետևանք է էլեկտրոնային ամպերի ծածկման տարբերության:

Մագնիսական փոխազդեցություններին համապատասխանության մեջ է դրվում որոշակի էներգիա, որը կախված է մագնիսական մոմենտի տարածական դիրքից և կոչվում է անիզոտրոպության էներգիա: Անիզոտրոպության էներգիան զգալիորեն թույլ է փոխանակային փոխազդեցության էներգիայից, քանի որ ունի ռելյատիվիստական ծագում. իրոք

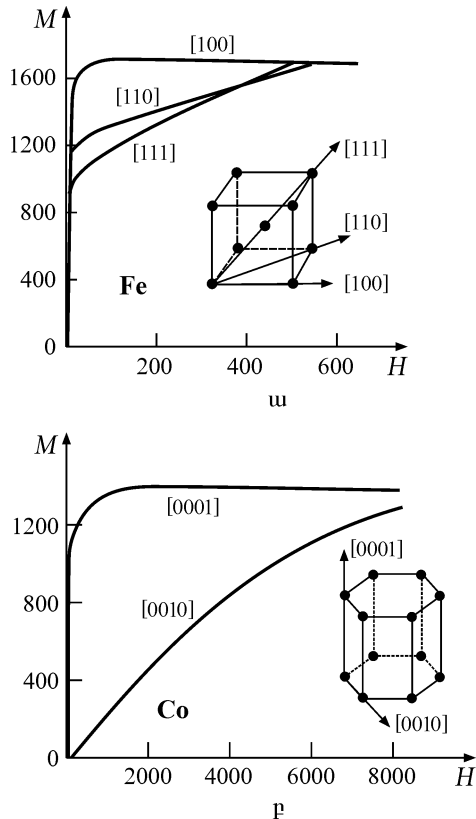
$$E_{ij} \sim \frac{\mu_B^2}{r_{ij}^3} \sim \frac{\mu_B^2}{a_B^3} \sim \left( \frac{e\hbar}{mc} \right)^2 \left( \frac{me^2}{\hbar^2} \right)^3 \sim \left( \frac{e^2}{\hbar c} \right)^2 \frac{me^4}{\hbar^2} \sim \alpha^2 Ry ,$$

$$E_{sl} \sim \lambda \sim \left( \frac{Ze^2}{\hbar c} \right)^2 Ry \sim Z^2 \alpha^2 Ry ,$$
(15.3)

որտեղ  $\alpha = e^2/\hbar c \approx 1/137$  մեծությունը նուրբ կառուցվածքի հաստատունն է, իսկ  $Ry = me^4/2\hbar^2 \approx 13,6$  էՎ՝ Ռիդբերգի էներգիան: (15.3) բանաձևի համաձայն՝  $E_{ij} \sim 10^{-4}$  էՎ, իսկ  $E_{sl} \sim 10^{-2}$  էՎ ( $Z \sim 10$ ): Այս է պատճառը, որ բյուրեղի մագնիսացվածության մեծությունը որոշելիս անիզոտրոպության էներգիան հաշվի չի առնվում. այն որոշում է միայն մագնիսացվածության վեկտորի ուղղությունը:



Նկ. 154. Հարևան խոնների էլեկտրոնային թաղանթների ծածկման անիզոտրոպությունը հանգեցնում է մագնիսաբյուրեղագրական անիզոտրոպության:



Նկ. 155. ա. Երկաթի և բ. կոբալտի միաբյուրեղների մագնիսացման կորերը

Խորանարդային բյուրեղի (օրինակ՝ երկաթի) հեշտ մագնիսացման ուղղությունները համընկնում են խորանարդի կողերի հետ, իսկ վեցանկյունային բյուրեղի (օրինակ՝ կոբալտի) հեշտ մագնիսացման ուղղությունը համընկնում է վեցերորդ կարգի առանցքի հետ:

Նկ. 155-ում տրված են մագնիսացվածության՝ արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածությունից կախման գրաֆիկները տարբեր բյուրեղագրական ուղղությունների համար:

Ինչպես երևում է բերված կորերից, երկաթի համար հեշտ մագնիսացման ուղղություն է  $[100]$ , կոբալտի համար՝  $[0001]$  ուղղությունը, իսկ դժվար

մագնիսացման ուղղություններն են համապատասխանաբար  $[111]$ -ը (**Fe**) և  $[10\bar{1}0]$ -ն (**Co**): Եթե բյուրեղը մագնիսացվել է ինչ-որ ուղղությամբ, ապա մնուշի միավոր ծավալի մագնիսական անիզոտրոպության էներգիան արտահայտվում է մագնիսացվածության վեկտորի՝ բյուրեղագրական ուղղությունների հետ կազմած ուղղորդ կոսինուսներով՝

$$E_a = \Phi(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3), \quad (15.4)$$

որտեղ  $\Phi$ -ն  $\alpha_i$  ուղղորդ կոսինուսների գույգ ֆունկցիա է, քանի որ բյուրեղագրական առանցքների հակառակ ուղղությունները մագնիսական տեսակետից իրար համարժեք են: Խորանարդային բյուրեղների համար այն մաս համաչափ ֆունկցիա է  $\alpha_i \leftrightarrow \alpha_j$  փոխատեղությունների նկատմամբ: Ըստ  $\alpha_i$  փոփոխականների ամենացածր՝ քառակուսային կարգում, նշված պայմաններին բավարարում է  $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2$  ձևը, որը, սակայն հավասար է միավորի և չի կարող նկարագրել անիզոտրոպության երևույթը: Հաջորդ՝ ըստ  $\alpha_i$  փոփոխականների չորրորդ և վեցերորդ աստիճանի անդամները տրվում են համապատասխանաբար

$$\alpha_1^4 + \alpha_2^4 + \alpha_3^4 = 1 - 2(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_1^2\alpha_3^2) \quad (15.5)$$

և

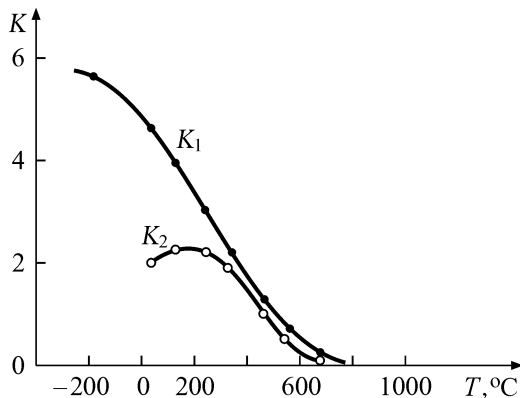
$$\alpha_1^6 + \alpha_2^6 + \alpha_3^6 = 1 - 3(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_1^2\alpha_3^2) + 3\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2 \quad (15.6)$$

բանաձևերով, որոնք հետևում են  $(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2)^n = 1$  ( $n=0,1,2,\dots$ ) նույնությոնից: Այսպիսով, ներառյալ  $\alpha_i$  փոփոխականների վեցերորդ կարգի անդամները, խորանարդային բյուրեղի անիզոտրոպության էներգիայի խտությունը կարելի է ներկայացնել

$$E_a = K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_1^2\alpha_3^2) + K_2\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2, \quad (15.7)$$

արտահայտությամբ, որտեղ  $K_1$  և  $K_2$  գործակիցները կոչվում են անիզոտրոպության առաջին և երկրորդ հաստատուններ: Հաճախ (15.7) բանաձևում երկրորդ գումարելին անտեսվում է առաջինի նկատմամբ: Անիզոտրոպության հաստատունների նշանները և մեծությունները որոշում են տվյալ բյուրեղի համար «հեշտ» մագնիսացման բյուրեղագրական ուղղությունը:





Նկ. 156. Երկաթի անիզոտրոպության առաջին՝  $K_1$  և երկրորդ՝  $K_2$  հաստատունների ջերմաստիճանային կախումները

Նկ. 156-ում պատկերված են անիզոտրոպության հաստատունների ջերմաստիճանային կախման կորերը երկաթի համար ( $K$ -ն տրված է  $10^5$  էրգ/սմ<sup>3</sup> միավորով): Ջերմաստիճանի բարձրացմանը զուգընթաց անիզոտրոպության հաստատունները նվազում են և ձգտում գրոյի, երբ  $T \rightarrow T_c$ :

## § 16. Ֆեռոմագնիսական դոմեններ

Ֆեռոմագնիսի ֆիզիկական հատկություններն ուսումնասիրելիս մինչև այժմ ենթադրվել է, որ բյուրեղի ամբողջ ծավալում մագնիսացվածությունը (փոքր տատանումների ճշտությամբ, պայմանավորված սպինային ալիքների գոյությամբ) ունի միևնույն մեծությունն ու ուղղությունը: Սակայն եթե սենյակային ջերմաստիճաններում դիտարկենք, օրինակ՝ երկաթի ( $T_c \sim 1000$  Կ) մի կտոր, ապա հեշտությամբ կհամոզվենք, որ նրա մագնիսացվածությունը շատ փոքր է հազեցման վիճակին համապատասխանող արժեքից, և հազեցում ստանալու համար պահանջվում է արտաքին մագնիսական դաշտ:

Այս փաստը բացատրելու համար անհրաժեշտ է դիտարկել մագնիսական մոմենտների երկբևեռային փոխազդեցությունը, որն առայժմ արհամարհվել է փոխանակային փոխազդեցության նկատմամբ: Սակայն փոխանակային փոխազդեցությունն ունի ցանցի հաստատունի կարգի գործողության շառավիղ, ուստի սպինների միջև հեռավորությունն աճելիս այն շատ

արագ (էքսպոնենտային օրենքով) նվազում է, ի տարբերություն երկբևեռային փոխազդեցության, որը նվազում է  $r^{-3}$  օրենքով: Այս երկու փոխազդեցությունների մրցակցության արդյունքում մակրոսկոպական մնուշի մագնիսական փոխազդեցությունը կարող է բավականաչափ բարդ լինել, քանի որ հսկայական թվով սպինների երկբևեռային փոխազդեցության էներգիան դառնում է զգալի, և դրա ազդեցությունը կարող է էապես փոխել փոխամակային փոխազդեցության տեսանկյունից նպաստավոր սպինային փոխազդեցությունը:

Երկբևեռային փոխազդեցության տեսանկյունից ֆեռոմագնիսական մնուշի համասեռ մագնիսացվածության վիճակը բոլորովին նպաստավոր չէ: Իրոք, համասեռ մագնիսացվածության վիճակում մնուշի հանդիպակաց մակերևույթներին տեղի ունի մագնիսացվածության թռիչք, քանի որ մնուշում  $\mathbf{M} \neq 0$ , իսկ դրանից դուրս  $\mathbf{M} = 0$ , այսինքն՝  $\operatorname{div} \mathbf{M} \neq 0$ : Համաձայն մագնիսաստատիկայի հիմնական հավասարման՝

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = \operatorname{div} (\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}) = 0, \quad (16.1)$$

կամ

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = -4\pi \operatorname{div} \mathbf{M} \neq 0, \quad (16.2)$$

որտեղից անմիջապես հետևում է, որ  $\mathbf{H} \neq 0$ : Ընդունված է ասել, որ մնուշի մակերևույթին առաջանում են «մագնիսական բևեռներ» (նկ. 157, ա): Նմուշը «վերածվում է» մագնիսի, որը շրջապատող տարածության մեջ ստեղծում է զգալի էներգիայով օժտված մագնիսական դաշտ: Մագնիսական էներգիան՝

$$E_m = \frac{1}{8\pi} \int B^2 dV, \quad (16.3)$$

որտեղ ինտեգրումը կատարվում է ամբողջ տարածությամբ՝ ներառյալ մնուշի  $V$  ծավալը:

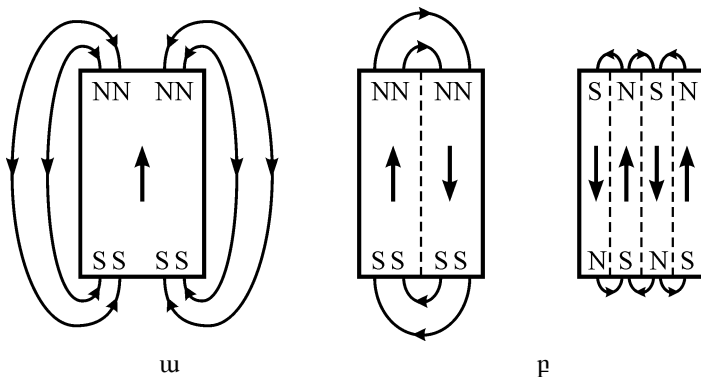
Նմուշից դուրս  $\mathbf{M} = 0$ ,  $B = H \sim r^{-3}$ , իսկ մնուշի ներսում  $H = 0$ , ուստի

$$\mathbf{B} = 4\pi \mathbf{M}: \quad (16.4)$$

(16.3) բանաձևով գնահատենք մագնիսական էներգիան՝

$$E_m = \frac{1}{8\pi} \int (4\pi M)^2 dV + \frac{1}{8\pi} \int H^2 dV \sim 2\pi M^2 V: \quad (16.5)$$

Երկբևեռային փոխազդեցության, հետևաբար և մագնիսական էներգիան էապես կփոքրանա, եթե մնուշը տրոհվի առանձին մակրոսկոպական տիրույ-



Նկ. 157. Դոմենների առաջացումը. ա. միադոմեն մոլու, բ. մոլուի տրոհումն ավելի փոքր դոմենների

թների՝ դոմենների, որոնց մագնիսական մոմենտների ուղղությունները խիստ տարբեր են (նկ. 157, բ):

Իրոք, եթե մոլուի տրոհվի  $n$  դոմենի, ապա յուրաքանչյուր դոմենում հագեցման մագնիսացվածությունը կլինի  $M/n$ , իսկ մոլուի մագնիսական էներգիան՝

$$E_m \sim n \left( \frac{M}{n} \right)^2 V \sim \frac{1}{n} M^2 V, \quad (16.6)$$

որն  $n$  անգամ փոքր է դոմենների չտրոհված մոլուի մագնիսական էներգիայից: Հետևաբար՝ մագնիսական (երկբևեռային) փոխազդեցության տեսանկյունից նպատակահարմար է մոլուի՝ հնարավորին չափ շատ դոմենների տրոհվելը:

Մյուս կողմից, դոմենների տրոհված մոլուում հարևան դոմենների սպիններն ունեն իրարից զգալիորեն տարբեր ուղղություններ, որի հետևանքով սպինների փոխաձայնային փոխազդեցության էներգիան մեծանում է: Սակայն վերջինիս կարճազդեցության հետևանքով այն կմեծանա միայն դոմենների բաժանման սահմանին մոտ տեղակայված սպինների համար: Սրան հակառակ, երկբևեռային փոխազդեցության էներգիայի փոքրացումն իրենից ներկայացնում է ծավալային երևույթ: Հետևաբար՝ դոմենների տրոհվելու հետևանքով մոլուի լրիվ էներգիան փոքրանում է, քանի որ բոլոր սպինների

երկբևեռային փոխազդեցության էներգիայի արդյունարար նվազումը, որպես ծավալային երևույթ ( $\sim V$ -ին), կարող է գերազանցել դոմենների բաժանման սահմաններին մոտ տեղակայված սպինների փոխանակային փոխազդեցության արդյունարար աճը, որպես մակերևութային երևույթ ( $\sim S_D$ ), եթե, իհարկե, դոմենները դեռևս շատ փոքր չեն (տես՝ ստորև):

Միջդոմենային սահմանի առաջացումով պայմանավորված աճը կարելի է փոքրացնել, եթե մի դոմենից մյուսին անցնելիս սպինների ուղղությունները փոխվեն ոչ թե ցանցի հաստատունի, այլ դրանից զգալիորեն մեծ երկարության վրա, ընդգրկելով որոշակի անցումային շերտ (դոմենային կամ Բլոխի պատ, նկ. 158):

Իրոք, սպինները դասականորեն դիտարկելիս երկու սպինի փոխանակային փոխազդեցության էներգիան՝

$$H_s = -JS_1S_2 = -JS^2 \cos \varphi, \quad (16.7)$$

որտեղ  $\varphi$ -ն սպինների միջև անկյունն է: Երկու հարևան 180-աստիճանային ( $\varphi = 180^\circ$ ) դոմեններին պատկանող սպինների համար (նկ. 158)  $H_s = JS^2$ :

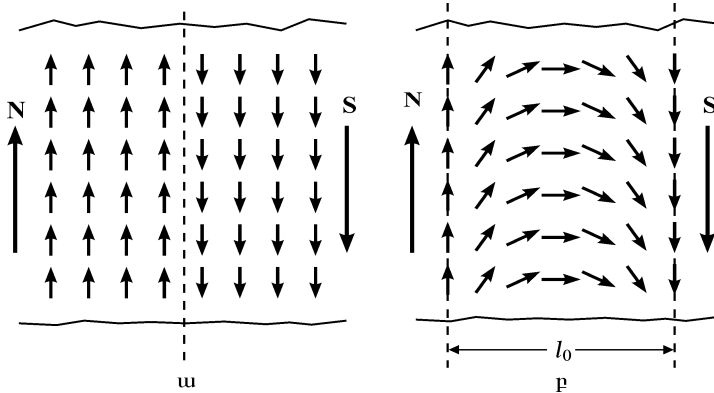
Մյուս կողմից, եթե մի դոմենից մյուսին անցումը կատարվում է  $N$  հավասար քայլերով, ապա երկու հարևան սպինների միջև անկյունը՝  $\varphi = \pi/N$  ( $N \gg 1$ ), իսկ դրանց փոխանակային փոխազդեցության էներգիան՝

$$H'_s = -JS^2 \cos \frac{\pi}{N} \approx -JS^2 \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{N} \right)^2 \right]: \quad (16.8)$$

Սպինի շրջվելը  $180^\circ$ -ով կատարվում է  $N$  քայլով, ուստի դրա համար պահանջվող էներգիան՝

$$\Delta E = N \left[ H'_s - (-JS^2) \right] = \frac{\pi^2}{2N} JS^2, \quad (16.9)$$

որը  $2N/\pi^2$  անգամ փոքր է  $H_s = JS^2$  էներգիայից: (16.9) արտահայտության համաձայն՝  $\Delta E \sim N^{-1}$ , ուստի անցումային տիրույթը՝ Բլոխի պատը, կարող է հաստությամբ հավասարվել նմուշի չափերին: Սակայն դրան խոչընդոտում է մագնիսական անիզոտրոպության երևույթը, այսինքն՝ Բլոխի պատի վերջավոր  $l_0$  լայնությունը հետևանք է անիզոտրոպության էներգիայի գոյությամբ:



Նկ. 158. Սպինների ուղղությունների փոփոխությունն անցումային շերտում

(Բլոխի պատ)

Գնահատենք  $l_0$ -ն (նկ. 158): Պատի միավոր մակերեսին բաժին ընկնող էներգիան հավասար է փոխանակային փոխազդեցության և անիզոտրոպության էներգիաների գումարին՝

$$\sigma = \sigma_{ex} + \sigma_a : \quad (16.10)$$

Պատի միավոր մակերեսով անցնող ատոմային (սպինային) շղթաների թիվը (նկ. 158-ում պատկերված է մեկ այդպիսի շղթա)  $1/a^2$  է: Բազմապատկելով այն մեկ ատոմային շղթայի  $\Delta E$  էներգիայով՝ (16.9) արտահայտությամբ՝ կստանանք միավոր մակերեսին բաժին ընկնող փոխանակային էներգիան.

$$\sigma_{ex} = \frac{1}{a^2} \Delta E = \frac{\pi^2 JS^2}{2Na^2} : \quad (16.11)$$

Ըստ մեծության կարգի, պատի միավոր մակերեսին բաժին ընկնող անիզոտրոպության էներգիան՝

$$\sigma_a = \frac{KNaS_0}{S_0} \simeq KNa , \quad (16.12)$$

որտեղ  $K$ -ն անիզոտրոպության հաստատունն է,  $S_0$ -ն՝ պատի մակերեսը: Տեղադրենք (16.11) և (16.12) արտահայտությունները (16.10) առնչության մեջ և որոշենք դրա մինիմումն ըստ  $N$ -ի՝

$$\left(\frac{d\sigma}{dN}\right)_{N=N_0} = -\frac{\pi^2 JS^2}{2a^2 N_0^2} + Ka = 0, \quad (16.13)$$

որտեղից՝

$$N_0 = \pi \left( \frac{JS^2}{2a^3 K} \right)^{1/2} : \quad (16.14)$$

Բոլիսի պատի հաստությունը՝

$$l_0 = aN_0 = \pi \left( \frac{JS^2}{2aK} \right)^{1/2}, \quad (16.15)$$

իսկ պատի միավոր մակերեսին բաժին ընկնող էներգիան՝

$$\sigma_0 = \frac{\pi^2 JS^2}{2aN_0} + KaN_0 = \pi \left( \frac{JS^2 K}{a} \right)^{1/2} : \quad (16.16)$$

Թվային գնահատումներ կատարելու համար նպատակահարմար է ստացված արտահայտություններում օգտագործել փոխանակային  $J$  ինտեգրալի և Կյուրիի  $T_c$  ջերմաստիճանի միջև (12.25) կապը, որի օգնությամբ կստանանք՝

$$N_0 \approx \left( \frac{k_B T_c}{Ka^3} \right)^{1/2}, \quad l_0 \approx \left( \frac{k_B T_c}{Ka} \right)^{1/2}, \quad \sigma_0 \approx \left( \frac{Kk_B T_c}{a} \right)^{1/2} : \quad (16.17)$$

Երկաթի համար ( $T_c \approx 1000$  Կ,  $a \approx 3$  Å) սենյակային ջերմաստիճաններում ( $K \approx 4 \cdot 10^5$  էրգ/սմ<sup>3</sup>) ստացվում են հետևյալ բնութագրական արժեքները՝

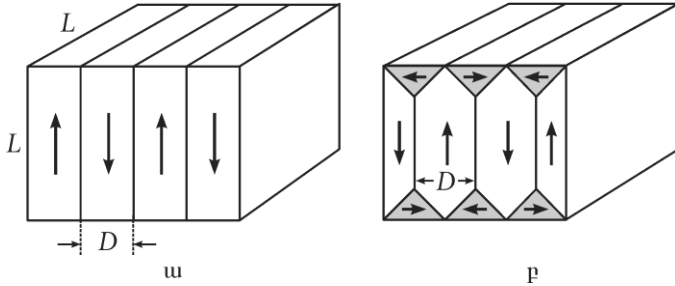
$$N_0 \approx 300, \quad l_0 \approx 1000 \text{ Å} = 10^{-5} \text{ սմ}, \quad \sigma_0 \approx 1 \text{ էրգ/սմ}^3 :$$

Այսպիսով՝ երկու հարևան դոմենների միջև անցումային շերտի լայնությունը՝  $l_0 \gg a$ , իսկ սպինի պտույտն իրականացվում է  $N_0 \gg 1$  սպինների փոքր՝  $\phi_0 = \pi/N_0 \leq 1^\circ$  անկյունով պտույտներով արդյունքում:

Այժմ որոշենք դոմենի բնութագրական չափերը:

Դիտարկենք շերտավոր դոմենային կառուցվածքով ֆեռոմագնիսական մուշ, որն ունի  $L$  կողով խորանարդի տեսք (նկ. 159, ա):  $D$ -ն դոմենի լայ-

նությունն է,  $n$  -ը՝ դոմենների թիվը: Նմուշի մագնիսական էներգիան տրվում է (15.6) բանաձևով՝



Նկ. 159. Նմուշի տրոհումը դոմենների. ա. շերտավոր դոմենային կառուցվածք, բ. Lանդառու-Lփշիցի տիպի դոմենային կառուցվածք

$$E_m \approx \frac{1}{n} M^2 V = \frac{L^3}{n} M^2 = D L^2 M^2, \quad (16.18)$$

իսկ դոմենային պատերի լրիվ էներգիան՝

$$E_w \approx \sigma_0 L^2 n = \frac{\sigma_0 L^3}{D} : \quad (16.19)$$

Նմուշի միավոր ծավալին բաժին ընկնող էներգիան՝

$$\varepsilon = \frac{1}{L^3} (E_m + E_w) = \frac{\sigma_0}{D} + \frac{D M^2}{L}, \quad (16.20)$$

ունի նվազագույն արժեք, երբ

$$\left( \frac{d\varepsilon}{dD} \right)_{D=D_0} = -\frac{\sigma_0}{D_0^2} + \frac{M^2}{L} = 0, \quad (16.21)$$

որտեղից՝

$$D_0 = \left( \frac{L \sigma_0}{M^2} \right)^{1/2} = \frac{1}{M} (L \sigma_0)^{1/2} \sim L^{1/2}, \quad (16.22)$$

իսկ էներգիայի խտությունը՝

$$\varepsilon_0 = \frac{2\sigma_0}{D_0} = 2M \left( \frac{\sigma_0}{L} \right)^{1/2} \sim \frac{1}{\sqrt{L}} : \quad (16.23)$$

(16.22) բանաձևի համաձայն՝ որքան մեծ է հագեցման  $M$  մագնիսաց-վածությունը, այնքան փոքր է դոմենի  $D_0$  հաստությունը, այսինքն՝ այնքան շատ դոմենների է բաժանվում մնուշը.

$$n_0 = \frac{L}{D_0} = \frac{LM}{(L\sigma_0)^{1/2}} = M \left( \frac{L}{\sigma_0} \right)^{1/2} : \quad (16.24)$$

Մյուս կողմից, մեծ  $\sigma_0$ -ին համապատասխանում է մեծ  $D_0$ , այսինքն՝ պատ-ստեղծելու համար անհրաժեշտ էներգիայի մեծացումը խոչընդոտում է դոմեն-ների բաժանման պրոցեսին:

Թվային գնահատումների համաձայն՝  $M \approx 2 \cdot 10^2$  Գ-ս մոմենտով և  $L = 1$  սմ կողով երկաթի խորանարդային մնուշի համար  $D_0 \approx 5 \cdot 10^{-3}$  սմ, որն ավելի քան երկու կարգով գերազանցում է Բլոխի պատի  $l_0$  հաստությունը, իսկ  $\varepsilon_0 \approx 5 \cdot 10^2$  էրգ/սմ<sup>3</sup>: Համասեռ մագնիսացված մնուշի համար  $\varepsilon_0 \sim M^2 \sim 4 \cdot 10^4$  էրգ/սմ<sup>3</sup>, այսինքն՝ դոմենների չտրոհված վիճակում մագնի-սացման էներգիան մոտ երկու կարգով գերազանցում է մույն մնուշի էներ-գիան դոմենների տրոհված վիճակում: Սա է պատճառը, որ ջերմադինամի-կական հավասարակշռության վիճակում ֆեռոմագնիսական մնուշը տրոհ-վում է դոմենների:

Դիտարկենք մեկ այլ՝ Լանդաու-Լիֆշիցի տիպի դոմենային կառուց-վածք (նկ. 159, բ): Տվյալ դեպքում մնուշի հանդիպակաց նիստերին մագնի-սական բևեռներ չեն առաջանում, ուստի մագնիսական դաշտը մնուշից դուրս բացակայում է, և  $E_m = 0$ : Եռանկյուն կտրվածքով «փակող» դոմենները շեր-տավոր դոմենների նկատմամբ ունեն  $90^\circ$ -ով շեղված և դժվար մագնիսական առանցքով ուղղված մագնիսական մոմենտներ, ուստի դրանց հետ կապված է մագնիսաբյուրեղագրական անիզոտրոպության որոշակի էներգիա՝

$$E_a \approx KV_1 , \quad (16.25)$$

որտեղ  $V_1$  -ը «փակող» դոմենների զբաղեցրած ծավալն է՝

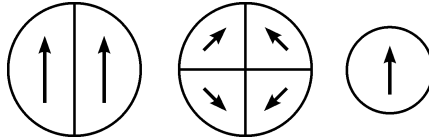


$$V_1 = \frac{D^2}{4} \frac{L}{n} 2n = \frac{DL^2}{2} : \quad (16.26)$$

(16.26), (16.25) և (16.19) բանաձևերից հետևում է մմուշի միավոր ծավալի էներգիայի արտահայտությունը՝

$$\varepsilon' = \frac{1}{L^3} \left( \frac{\sigma_0 L^3}{D} + K \frac{DL^2}{2} \right) = \frac{\sigma_0}{D} + \frac{KD}{2L} , \quad (16.27)$$

որն ընդունում է նվազագույն արժեք՝



Նկ. 160. Փոքր չափերով ( $R < R_0$ ) միադմեն մմուշ

$$\varepsilon'_0 = \left( \frac{2\sigma_0 K}{L} \right)^{1/2} , \quad (16.28)$$

երբ

$$D'_0 = \left( \frac{2\sigma_0 L}{K} \right)^{1/2} : \quad (16.29)$$

Ինչպես և շերտավոր դոմենային կառուցվածքում,  $D'_0 \sim L^{1/2}$  և  $\sigma_0^{1/2}$ :

Էներգիայի խտության (16.23) և (16.28) արտահայտությունների համեմատությունից հետևում է, որ շերտավոր դոմենային կառուցվածքն ավելի նպաստավոր է, քան Լանդաու-Լիֆշիցի տիպի կառուցվածքը, եթե  $\varepsilon_0 < \varepsilon'_0$ , այսինքն՝

$$2M \left( \frac{\sigma_0}{L} \right)^{1/2} < \left( \frac{2\sigma_0 K}{L} \right)^{1/2} \quad \text{կամ} \quad K > 2M^2 , \quad (16.30)$$

որը համապատասխանում է ուժեղ անիզոտրոպության դեպքին: Հակառակ՝  $K < 2M^2$  դեպքում իրացվում է Լանդաու-Լիֆշիցի տիպի դոմենային կառուցվածքը: Սի տիպի կառուցվածքից մյուսին անցնելու ճշգրիտ պայմանը տրվում է հետևյալ առնչությամբ՝

$$K = 2\pi M^2 : \quad (16.31)$$

(16.23) և (16.28) արտահայտությունների համաձայն՝ մնուշի էներգիայի խտությունը դրա չափերի փոքրացման հետ աճում է  $L^{-1/2}$  օրենքով և բավականաչափ փոքր  $L$ -երի դեպքում կարող է այնքան մեծանալ, որ դոմենային կառուցվածքի առաջանալը դառնա էներգիապես ոչ ձեռնտու, և մնուշը մնա միադոմեն վիճակում: Բանն այն է, որ մնուշի չափերը փոքրացնելիս դոմենային պատերի էներգիան կազմում է մնուշի էներգիայի ավելի ու ավելի մեծ մասը:

Գնահատենք մնուշի ամենամեծ չափը, որից հետո այն կմնա միադոմեն վիճակում: Եթե նշանակենք  $R$ -ով դոմենի շառավիղը, ապա ըստ մեծության կարգի

$$E_w \sim \sigma_0 R^2 > M^2 R^3 \sim E_m ,$$

որտեղից՝

$$R \leq R_0 \sim \frac{\sigma_0}{M^2} \sim \frac{\sigma_0}{K} \sim K^{1/2} : \quad (16.32)$$

Երբ  $\sigma \sim 1$  էրգ/սմ<sup>2</sup>,  $M \approx 2 \cdot 10^2$  Գս և  $R_0 \approx 10^{-5}$  սմ, այսինքն՝ ավելի փոքր՝  $R < R_0$  շառավղով մնուշները կլինեն միադոմեն վիճակում (նկ. 160): Հարկ է նշել, որ, բացի քննարկված գործոններից, դոմենային կառուցվածքի վրա էական ազդեցություն կարող է ունենալ նաև մնուշի կոնկրետ ձևը:

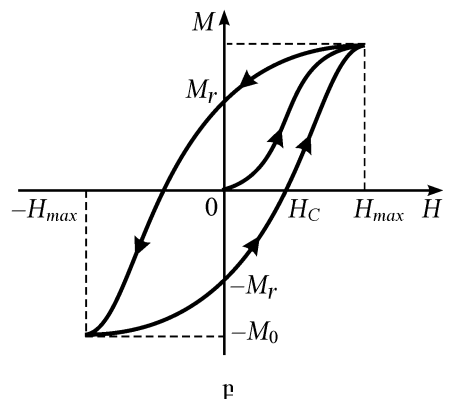
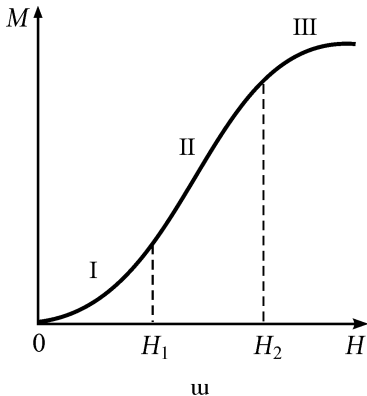
Հակաֆեռոմագնիսական բյուրեղներում գումարային մագնիսական մոմենտը զրո է, ուստի մագնիսաստատիկ էներգիան զրո է, հետևաբար՝ պատճառներ չկան, որպեսզի մնուշը տրոհվի դոմենների: Այնուամենայնիվ, ինչպես ցույց են տալիս փորձերը, որոշ դեպքերում հակաֆեռոմագնիսական նյութերը նույնպես ունեն դոմենային կառուցվածք, որը, չնայած էներգիական տեսանկյունից ձեռնտու չէ, սակայն կարող է լինել բավականաչափ կայուն:

Այժմ ուսումնասիրենք արտաքին մագնիսական դաշտի ազդեցությունը ֆեռոմագնիսական մնուշի դոմենային կառուցվածքի վրա:

Դոմենների տրոհված մնուշն ապամագնիսացված՝  $M = 0$  մագնիսացվածությամբ վիճակում է: Արտաքին մագնիսական դաշտ կիրառելիս ծագում է զրոյից տարբեր մագնիսացվածություն, որը դաշտի մեծացմանը զուգընթաց աճում է մինչև բյուրեղի հագեցման մագնիսացվածության  $M_0$  արժեքը: Մագ-

նիսացվածության՝ արտաքին դաշտից ունեցած ոչ գծային կախումը (նկ. 162, ա) պայմանավորված է երկու՝ իրարից անկախ պրոցեսներով.

1. Արտաքին դաշտի նկատմամբ «հարմար» ձևով կողմնորոշված մոմենտներով դոմենների աճ՝ այլ, «ոչ հարմար» կողմնորոշմամբ դոմենների հաշվին: Այս պրոցեսն իրականանում է թույլ արտաքին մագնիսական դաշտերում և հետևանք է դոմենային սահմանների դարձելի տեղափոխության, այսինքն՝ երբ արտաքին դաշտը ձգտում է զրոյի, դոմենային սահմանները վերադառնում են իրենց սկզբնական ( $H = 0$ ) դիրքերին (նկ. 161, ա, I տիրույթ՝  $0 \leq H \leq H_1$ ): Դաշտի հետագա աճը հանգեցնում է դոմենային սահմանների անդարձելի տեղափոխության (նկ. 161, II տիրույթ՝  $H_1 \leq H \leq H_2$ ):

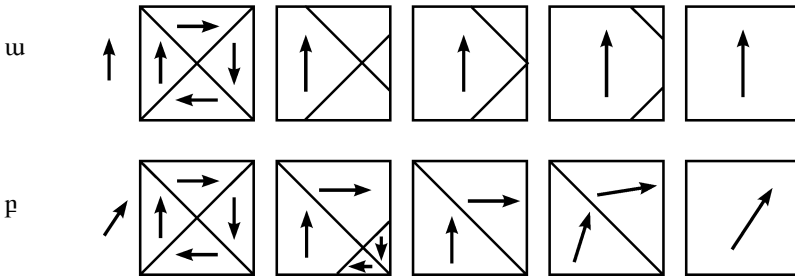


Նկ. 161. ա. Մագնիսացվածության ոչ գծային կախումն արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածությունից, բ. հիստերեզիսի օղակը

2. Ուժեղ ( $H > H_2$ ) արտաքին դաշտում դոմենների մագնիսական մոմենտների վեկտորների պտույտ՝ դաշտի ուղղությամբ (նկ. 161, III տիրույթ): Եթե մագնիսական դաշտը փոխվի  $0 \rightarrow H_{\max} \rightarrow 0 \rightarrow -H_{\max} \rightarrow 0$  հաջորդականությամբ, ապա նմուշի մագնիսացվածության՝ կախումը  $H$ -ից կպատկերվի նկ. 161, բ-ում պատկերված կորով՝ հիստերեզիսի օղակով (ընդունված է նաև «տեխնիկական մագնիսացվածության կոր» անվանումը), որը բնութագրվում է հետևյալ մեծություններով՝ հագեցման  $M_0$  մագնիսացվածությամբ, մնացորդային  $M_r$  մագնիսացվածությամբ և  $H_c$  կոերցիտիվ դաշտով:  $M_0$ -ն բնու-

բազրում է նյութը, իսկ  $M_r$  և  $H_c$  մեծություններն էապես կախված են մնուշի նախապատմությունից՝ դրա մեխանիկական, ջերմային և մագնիսական մշակումից, արատների տեսակից և դրանց խտությունից (այսպես կոչված կառուցվածքազգայուն բնութագրեր):

Հիստերեզիսի կորի բացատրությունը հանգում է բազմադոմեն մնուշներում դոմենային պատերի շարժման, ինչպես նաև մագնիսական դոմենների ստեղծման պրոցեսի բացատրությանը միադոմեն, այսինքն՝ հագեցած մնուշներում:



Նկ. 162. Միաբյուրեղային մնուշի դոմենային կառուցվածքի փոփոխությունը.  
ա. արտաքին դաշտի լարվածությունն ուղղված է հեշտ մագնիսացման առանցքով,  
բ. որոշակի անկյուն է կազմում այդ առանցքի հետ:

Նկ. 162-ում պատկերված է միաբյուրեղային մնուշի դոմենային կառուցվածքի փոփոխությունը մագնիսական դաշտի աճին զուգընթաց, երբ դաշտն ուղղված է հեշտ մագնիսացման առանցքի ուղղությամբ՝ (ա), և երբ այն հեշտ մագնիսացման ուղղության հետ որոշակի անկյուն է կազմում (բ):

Հնարավոր է նաև դոմենային սահմանների տեղաշարժ և դոմենների մագնիսական մոմենտների պտույտ՝ միաժամանակ:

Շատ փոքր՝  $R < R_0$  չափերով միադոմեն, այսինքն՝ հագեցած մագնիսացվածությամբ մասնիկների համակարգը կարող է մագնիսանալ միայն մագնիսական մոմենտի պտույտի միջոցով, ընդ որում, այդ պտույտի համար կարող են պահանջվել շատ մեծ մագնիսական դաշտեր, պայմանավորված ինչպես մագնիսական անիզոտրոպությամբ, այնպես էլ մասնիկների ձևի անիզոտրոպությամբ:

## ԳԵՐՀԱՂՈՐԴԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

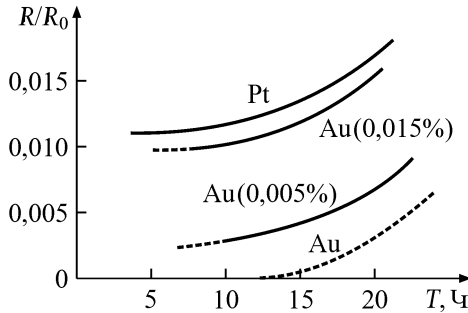
## § 1. Գերհաղորդականության հայտնագործումը

1908 թ. Հ. Կամեռլինգ-Օնեսին հաջողվեց հեղուկացնել վերջին իներտ գազը՝ հելիումը (հեղուկացման ջերմաստիճանը՝  $T_h = 4,2 \text{ Կ}$ ), որը հնարավորություն ընձեռեց կատարելու ֆիզիկական հետազոտություններ  $1-10 \text{ Կ}$  ջերմաստիճանների տիրույթում:

Մետաղների, մասնավորապես պլատինի (**Pt**) և ոսկու (**Au**), էլեկտրական դիմադրության չափումների հիման վրա Կամեռլինգ-Օնեսը եկավ այն եզրակացության, որ երբ  $T \rightarrow 0 \text{ Կ}$ , մետաղի դիմադրությունը ( $R$ ) ձգտում է դրա մնացորդային դիմադրությանը, որի մեծությունը կախված է նմուշի մաքրության աստիճանից (նկ. 163.,  $R_0$ -ն դիմադրությունն է  $0^\circ \text{C}$ -ում): Պետք էր սպասել, որ կատարյալ մաքուր պլատինը և ոսկին հելիումի հեղուկացման և ավելի ցածր ջերմաստիճաններում կունենան անվերջ փոքր դիմադրություն (նկ. 163, ամբողջությամբ կետագիծ կորը համապատասխանում է կատարյալ մաքուր ոսկուն): Այսպիսի պատկերացումը չէր հակասում քվանտային տեսությունից բխող եզրակացություններին:

Իրոք, պինդ մարմնի տեսության համաձայն, երբ  $T \rightarrow 0 \text{ Կ}$ , հավասարակշռության դիրքերի շուրջ տատանվող ատոմներից յուրաքանչյուրին բաժին ընկնող միջին ջերմային էներգիան նվազում է էքսպոնենտալին օրենքով (Մաս I, IV.2.14)՝  $\varepsilon(\omega, T) \approx \hbar \omega \exp(-\hbar \omega / k_B T)$ , որտեղ  $\omega$ -ն տատանումների հաճախությունն է: Կամեռլինգ-Օնեսի իրավացի ենթադրության համաձայն՝ քանի որ մաքուր նմուշների դիմադրությունը պայմանավորված է ատոմների շարժումով, որի ուժգնությունը ջերմաստիճանը ցածրացնելիս էապես նվազում է, ապա փորձի արդյունքները լիովին համապատասխանում են տեսության եզրակացություններին:

Սնդիկի հետ կատարված փորձերը (սնդիկը կարելի է ստանալ շատ մաքուր վիճակում) կարծես հաստատեցին այս ենթադրությունը, սակայն կա-



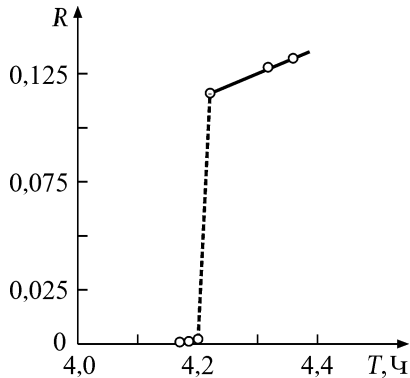
Նկ. 163. Պլատինի և ոսկու դիմադրությունների ենթադրյալ վարքը ջերմաստիճանը ցածրացնելիս

տարելագործված չափիչ սարքերով կատարված փորձերը ցույց տվեցին, որ դիմադրությունը նվազում է ոչ թե աստիճանաբար, այլ թռիչքաձև, մի քանի հարյուրերորդական աստիճանների տիրույթում ընկնելով գործնականում մինչև զրո (Նկ. 165. փորձում դիմադրությունը սնդիկի հալման ջերմաստիճանում ունեցած դիմադրության համեմատությամբ փոքրանում է շուրջ  $10^6$  անգամ):

Փաստորեն, տեղի էր ունենում սնդիկի անցում նոր վիճակի, որը, ելնելով դրա արտակարգ էլեկտրական հատկություններից, Կամեռլինգ-Օնեսն անվանեց գերհաղորդիչ վիճակ, իսկ երևույթը՝ գերհաղորդականություն (1911 թ.): Հետագա փորձերը ցույց տվեցին, որ գերհաղորդականության հատկությամբ օժտված են բազմաթիվ այլ նյութեր՝ մետաղներ, կիսահաղորդիչներ և տարբեր համաձուլվածքներ, այսինքն՝ գերհաղորդիչ վիճակը նյութի նոր վիճակ է:

Այն ջերմաստիճանը, որի դեպքում նյութը նորմալ՝  $R \neq 0$  վիճակից անցնում է գերհաղորդիչ վիճակի, կոչվում է կրիտիկական ջերմաստիճան՝  $T_c$ : Աղյուսակ 33-ում տրված են  $T_c > 2$  K կրիտիկական ջերմաստիճանով քիմիական տարրերի (տես նաև Հավելված 6) և որոշ միացությունների կրիտիկական ջերմաստիճանները:

Որքա՞ն է դիմադրության թռիչքը գերհաղորդականության վիճակին անցնելիս, այլ կերպ ասած, որքանո՞վ կարելի է խոսել էլեկտրական դիմադրության անհետացման մասին:



Նկ. 164. Սնդիկի դիմադրության կախումը ջերմաստիճանից (փորձ).  
գրաֆիկի վրա  $R$ -ը տրված է օմով:

Սկզբնական փորձերում, որոնցում դիմադրությունը չափվում էր ավանդական եղանակով ( $R = U/I$ , չափվում է նմուշին կիրառված  $U$  լարումը և նմուշով անցնող  $I$  հոսանքը), գերհաղորդականության վիճակին անցնելիս դիմադրությունը փոքրանում էր ավելի քան 1000 անգամ: Ինչ վերաբերում էր

### Աղյուսակ 33.

#### *Որոշ նյութերի կրիտիկական ջերմաստիճանները*

| Տարր      | $T_c$ , K | Միացություն                                              | $T_c$ , K |
|-----------|-----------|----------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Nb</b> | 9,26      | <b>Nb<sub>3</sub> (Al<sub>0,8</sub>Ge<sub>0,2</sub>)</b> | 20,9      |
| <b>Tc</b> | 7,77      | <b>Nb<sub>3</sub>Sn</b>                                  | 18,05     |
| <b>Pb</b> | 7,19      | <b>Nb<sub>3</sub>Al</b>                                  | 17,5      |
| <b>La</b> | 6,06      | <b>V<sub>3</sub>Si</b>                                   | 17,1      |
| <b>V</b>  | 5,30      | <b>V<sub>3</sub>Ga</b>                                   | 16,5      |
| <b>Ta</b> | 4,48      | <b>NbN</b>                                               | 16,0      |
| <b>Hg</b> | 4,15      | <b>MoN</b>                                               | 12,0      |
| <b>Sn</b> | 3,72      | <b>Nb<sub>3</sub>Au</b>                                  | 11,5      |
| <b>In</b> | 3,40      | <b>La<sub>3</sub>In</b>                                  | 10,4      |
| <b>Tl</b> | 2,39      | <b>Ti<sub>2</sub>Co</b>                                  | 3,44      |

դրա անհետանալուն, ապա կարելի էր միայն պնդել, որ այն դառնում է չափիչ սարքի գգայնությունից փոքր, այնպես որ այն հնարավոր չէր չափել:

1914 թ. Կամեռլինգ-Օնեսն առաջարկեց շատ փոքր դիմադրությունների չափման լավագույն եղանակ՝ չափել գերհաղորդիչ օղակում մակաձված հոսանքի մարումը: Եթե օղակի դիմադրությունը լինի զրոյից տարբեր, ապա էլեկտրական հոսանքի էներգիան աստիճանաբար կվերածվի ջոուլյան ջերմության: Գիտենալով գերհաղորդիչ օղակի երկրաչափական չափերը և փորձում չափելով օղակում հոսանքի մարման ժամանակը, կարելի է գնահատել օղակի դիմադրությունը գերհաղորդիչ վիճակում:

Դիտարկենք կապարե օղակ, որը հաստատուն մագնիսի դաշտում նորմալ վիճակում է, այսինքն՝ նրա ջերմաստիճանը՝  $T > T_c$  (նկ. 165, ա.): Սառեցնենք կապարե օղակը մինչև  $T < T_c$ , դարձնելով այն գերհաղորդիչ, և ապա հեռացնենք մագնիսը:

Օղակ թափանցող մագնիսական հոսքի փոփոխությունը դրանում մակաձում է  $I_s$  հոսանք: Էներգիայի պահպանման օրենքի համաձայն՝ մակաձման հոսանքի էներգիայի փոփոխությունը միավոր ժամանակում հավասար է  $R$  դիմադրությամբ օղակում անջատված հզորությանը՝

$$-\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}LI_s^2\right) = I_s^2 R, \quad (1.1)$$

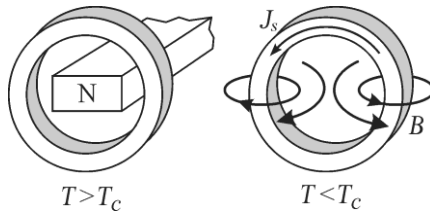
որտեղ  $L$ -ն օղակի ինդուկտիվությունն է: (1.1) հավասարման լուծումը տրվում է

$$I_s(t) = I_s(0) \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \quad (1.2)$$

բանաձևով, որտեղ  $I_s(0)$ -ն հոսանքն է սկզբնական  $t = 0$  պահին:

Օրինակ, եթե  $t = 1$  ժամում 1 մմ հաստությամբ կապարե լարից պատրաստված  $r = 5$  սմ շառավղով օղակում ( $L \approx 1,3 \cdot 10^{-7}$  Հն) հոսանքը փոքրանա 1%-ով, այսինքն՝  $I_s(t)/I_s(0) \approx 0,99$ , ապա (1.2) բանաձևից դիմադրության համար կհետևի  $R \leq 3,6 \cdot 10^{-13}$  Օմ գնահատականը: Նշանակում է՝ գերհաղորդիչ վիճակին անցնելիս կապարե օղակի դիմադրությունը փոքրանում է ավելի քան  $10^8$  անգամ:



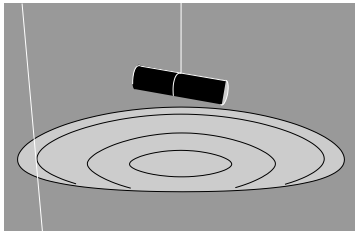


Նկ. 165. Գերհաղորդիչ հոսանքի մակածմունը կապարե օղակում.

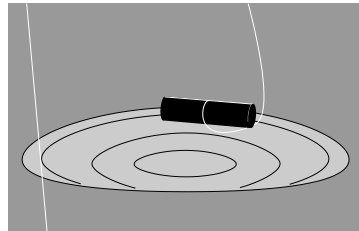
$$\text{ա. } T > T_C, J = 0, \text{ բ. } T < T_C, J_S \neq 0$$

Ս. Քոլինգի փորձում գերհաղորդիչ օղակում մակածված հոսանքը պահպանվել է 2,5 տարուց ավելի (փորձն ընդհատել է փորձարարը): Նշված ժամանակամիջոցում հոսանքի փոփոխության բացակայության փաստից հնարավոր եղավ գնահատել օղակի տեսակարար դիմադրության վերին սահմանը՝  $\rho_{\max} = 10^{-21}$  Օմ·սմ: Անցյալ դարի 60-ական թվականների սկզբներին Ջ. Ֆայլի և Ռ. Միլսի փորձում ուսումնասիրվել է  $\text{Nb}_{0,75}\text{Zr}_{0,25}$  համաձուլվածքից պատրաստված սոլենոիդում գերհաղորդիչ հոսանքի նվազումը միջուկային մագնիսական ռեզոնանսի (ՄՄՌ) ճշգրիտ մեթոդով: Ստացված արդյունքների համաձայն՝ հոսանքի նվազման ժամանակը գնահատվել է առնվազն  $10^5$  տարի:

Որոշ փորձնական տվյալների համաձայն՝ գերհաղորդիչ վիճակի անցնելիս դիմադրությունը թռիչքաձև փոքրանում է  $10^{14}$  անգամ: Այս թիվը պատ-



ա



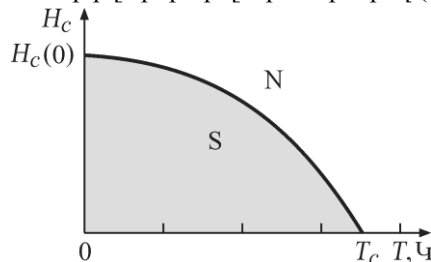
բ

Նկ. 166. ա. Մագնիսը մոտեցվում է գերհաղորդիչ վիճակում պահվող կապարե ափսեին (մագնիսը պահող թելը ձգված է), բ. մագնիսը «ճախրում է» ափսեի վերևում (թելը ձգված չէ):

կերացնելու համար կատարենք հետևյալ համեմատությունը. գերհաղորդիչ և նորմալ վիճակներում մետաղի դիմադրությունների հարաբերությունն ավելի փոքր է, քան կապարի և սովորական մեկուսիչի (օրինակ՝ չոր փայտի) տեսակարար դիմադրությունների հարաբերությունը: Բերված տվյալներից կարելի է վստահորեն եզրակացնել, որ գերհաղորդիչ վիճակում դիմադրությունը (հաստատուն հոսանքի դեպքում) իրոք անհետանում է:

Գերհաղորդիչ վիճակում չմարող հաստատուն հոսանքի գոյության փաստն ապացուցվում է նաև «ճախրող» մագնիսի հանրահայտ փորձով: Փոքրիկ հաստատուն մագնիսն իջեցվում է գերհաղորդիչ վիճակում պահվող կապարե ափսեի վրա (նկ. 166, ա): Լենցի կանոնի համաձայն՝ ափսեի կտրվածք թափանցող մագնիսական հոսքի փոփոխությունն ափսեում մակա-ծում է այնպիսի ուղղությամբ հոսանք, որի ստեղծած մագնիսական դաշտը վանում է մագնիսը, պահելով դրան ափսեից որոշակի հավասարակշռական հեռավորությունում (նկ. 166, բ. փոքրիկ մագնիսին կապված թելը ձգված չէ): Քանի դեռ ափսեում հոսանքները չեն մարել, այսինքն՝ քանի դեռ այն գեր-հաղորդիչ վիճակում է, մագնիսը «ճախրում է» ափսեի վերևում:

Գերհաղորդիչ վիճակում մետաղի դիմադրությունը զրո է: Սակայն Կամեռլինգ-Օնեսի փորձերից պարզվել է, որ առանց բարձրացնելու մետաղի ջերմաստիճանը ( $T < T_c$ ), կարելի է «քանդել» գերհաղորդիչ վիճակը, եթե նմուշը տեղադրվի որոշակի լարվածությամբ մագնիսական դաշտում: Մագնիսական դաշտի լարվածության ամենափոքր արժեքը, որի դեպքում գերհաղորդականությունն անհետանում է, այսինքն՝ նմուշն անցնում է նորմալ վիճակի, կոչվում է կրիտիկական (շեմային) դաշտ՝  $H_c$ : Կրիտիկական դաշտի արժեքը կախված է նմուշի ջերմաստիճանից: Այդ կախումը բավարար ճշտությամբ կարելի է մոտարկել պարաբոլական օրենքով (Տյուինի օրենք՝



Նկ. 167. Նմուշի գերհաղորդիչ (S) և նորմալ (N) վիճակների տիրույթները

$$H_c(T) = H_{c0} \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right], \quad (1.3)$$

որտեղ  $H_{c0} \equiv H_c(0)$  -ն կրիտիկական դաշտի արժեքն է  $T = 0$  Կ-ում (նկ. 167, Հավելված 6):  $H_c(T)$  կորը բաժանում է իրարից գերհաղորդիչ ( $S$ ) վիճակի և նորմալ ( $N$ ) վիճակի տիրույթները, իսկ նկ. 167-ը գերհաղորդիչ վիճակի ֆազային դիագրամն է ( $H_c, T$ ) կոորդինատներով:

## § 2. Իդեալական դիամագնիսականություն: Մայսների երևույթը

Մետաղական հաղորդչի էլեկտրական դիմադրության զրո դառնալը  $T_c$  -ից ցածր ջերմաստիճաններում հանգեցնում է չափազանց կարևոր հետևանքի՝ գերհաղորդիչ կոնտուր թափանցող մագնիսական լրիվ հոսքը մնում է հաստատուն, քանի դեռ կոնտուրի դիմադրությունը՝  $R = 0$ :

Եթե կոնտուրը  $H$  համասեռ մագնիսական դաշտում է, ապա մագնիսական հոսքը դրա  $S$  կտրվածքով (նկ. 168, ա)՝

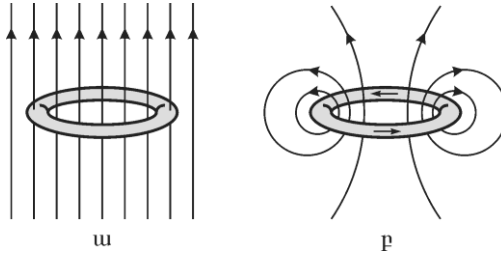
$$\Phi = HS :$$

Եթե մագնիսական դաշտը ժամանակից կախված փոփոխվի, ապա կոնտուրում կմակաձվի հոսանք, որը, Լենցի կանոնի համաձայն, կխոչընդոտի կոնտուր թափանցող հոսքի փոփոխությանը, և որի մեծությունը կորոշվի մակաձման ԷԼՇՈւ-ի մեծությամբ: Նկատի ունենալով նշված ԷԼՇՈւ-ի առկայությունը կոնտուրում, վերջինիս համար Օհմի օրենքը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$-S \frac{dH}{dt} - L \frac{dI}{dt} = IR : \quad (2.1)$$

Եթե կոնտուրը գերհաղորդիչ վիճակում է, ապա  $R = 0$ , և (2.1) հավասարումից հետևում է

$$LI + SH = \text{const} \quad (2.2)$$



Նկ. 168. ա. Գերհաղորդիչ օղակն արտաքին մագնիսական դաշտում, բ. մագնիսական դաշտի փոփոխությունը հանգեցնում է օղակում չմարող հոսանքի առաջացման:

առնչությունը, որի ձախ մասը կոնտուր թափանցող լրիվ մագնիսական հոսքն է՝ ստեղծված արտաքին  $H$  մագնիսական դաշտով և կոնտուրով հոսող մակաձման հոսանքով: Եթե մագնիսական դաշտը փոփոխվի, ապա կոնտուրում կմակաձվի լրացուցիչ հոսանք, որը կհամակշռի արտաքին դաշտի փոփոխմամբ պայմանավորված հոսքի փոփոխությունը: Մասնավորապես, եթե  $H$  դաշտը դառնա զրո, ապա ամբողջ մագնիսական հոսքը պայմանավորված կլինի միայն մակաձման հոսանքով:

Այժմ ենթադրենք, որ մնուշը սառեցվել է և բերվել գերհաղորդիչ վիճակի, այսինքն՝ այն դարձել է իդեալական հաղորդիչ՝  $R = 0$ : Նմուշի ներսում ընտրված կամայական կոնտուրի դիմադրությունը զրո է, հետևաբար՝ դրանով անցնող մագնիսական հոսքը չի կարող փոփոխվել: Այս պնդումը ճիշտ է, եթե մագնիսական դաշտը մնուշում ժամանակից կախված չի փոփոխվում՝

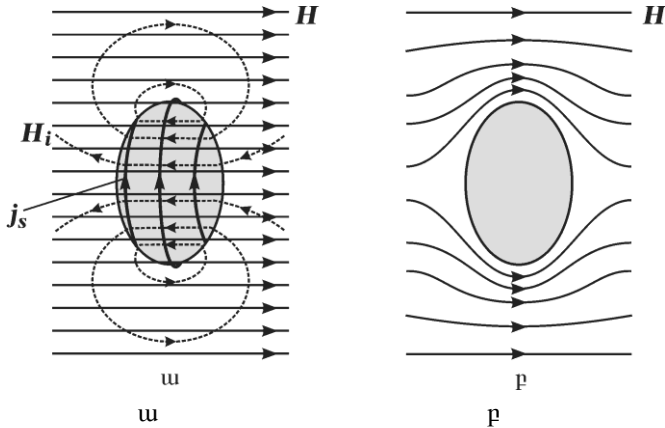
$$\dot{\mathbf{B}} = 0 : \quad (2.3)$$

Այսպիսով, մագնիսական հոսքի բաշխումը մնուշում պետք է մնա այնպիսին, ինչպիսին էր դիմադրությունը զրո դառնալու պահին:

Ուսումնասիրենք այսպիսի իդեալական հաղորդչի վարքը տարբեր պայմաններում:

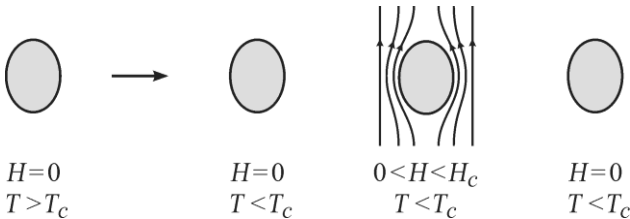
1. Ենթադրենք՝ մնուշն անցնում է գերհաղորդիչ վիճակի արտաքին դաշտի բացակայությամբ, որից հետո կիրառվում է մագնիսական դաշտ: Քանի որ մնուշում  $\mathbf{B}$  ինդուկցիան փոփոխվել չի կարող, ապա պետք է մնա հավասար իր սկզբնական, այսինքն՝  $\mathbf{B} = 0$  արժեքին: Հետևաբար՝ արտաքին մագնիսական դաշտը մնուշում մակաձում է չմարող հոսանքներ, որոնք, հոսելով մնուշի մակերևութային շերտով, մնուշի յուրաքանչյուր կետում ստեղծում են կիրառված մագնիսական դաշտին հավասար և հակառակ ուղղված

դաշտ: Նմուշից դուրս մակերևութային հոսանքների դաշտը գումարվում է արտաքին դաշտին (նկ. 169, ա):



Նկ. 169. ա. Գերհաղորդիչ  $j_s$  հոսանքը և դրա մագնիսական դաշտը, բ. մագնիսական  $H_i$  դաշտը նմուշի ծավալում բացակայում է:

Քննարկվող դեպքում մագնիսական դաշտը չի թափանցում նմուշի ծավալ, ուստի դրանում մագնիսական դաշտը բացակայում է (նկ. 169, բ):



Նկ. 170. Նմուշի վիճակի փոփոխության փուլերը, երբ այն անցնում է գերհաղորդիչ վիճակի  $H = 0$  դեպքում:

Ընդունված է ասել, որ նմուշը ցուցաբերում է իդեալական դիամագնիսականություն: Եթե արտաքին դաշտը դառնա զրո, ապա նմուշը կմնա իր սկզբնական՝ չմագնիսացված վիճակում: Նկ. 170-ում պատկերված են նմուշի վիճակի փոփոխության հաջորդական փուլերը:

2. Ենթադրենք՝ նմուշն արտաքին մագնիսական դաշտում նորմալ վիճակում է ( $T > T_c$ ): Դաշտը կթափանցի նմուշի մեջ, և ներքին դաշտը գործնականում չի տարբերվի կիրառված դաշտից (եթե նմուշը ֆեռոմագնիսական նյութից չէ): Եթե նմուշն անցնի գերհաղորդիչ վիճակի, ապա դիմադրության զրո դառնալը չի անդրադառնա դրա մագնիսացման վրա, և դաշտը նմուշի ներսում կմնա անփոփոխ: Սակայն եթե սկսենք փոքրացնել արտաքին մագնիսական դաշտը, ապա իդեալական հաղորդչում կմակաձվեն մակերևութային հոսանքներ, որոնք կպահպանեն նմուշի ծավալում մագնիսական ինդուկցիայի սկզբնական արժեքը: Հետևաբար՝ նմուշը կմնա մագնիսացված վիճակում (նկ. 171):

Նկ. 170-ում և նկ. 171-ում պատկերված փուլերից վերջին՝ չորրորդ փուլում նմուշը միևնույն պայմաններում է ( $H = 0$ ,  $T < T_c$ ), սակայն դրա մագնիսացվածությունը տարբեր է: Այսպիսով, հանգում ենք եզրակացության, որ իդեալական հաղորդչի մագնիսացվածությունը միարժեքորեն չի որոշվում արտաքին պայմաններով՝ այն կախված է առաջին փուլից չորրորդին անցման եղանակի ընտրությունից:

Սակայն Վ. Մալսների և Ռ. Օքսենֆելդի՝ գնդաձև նմուշի շուրջ մագնիսական դաշտի բաշխման մանրակրկիտ չափումները (1933 թ.) ցույց են տվել, որ անկախ անցման եղանակի ընտրությունից, վերջնական վիճակը միշտ համընկնում է նկ. 169, բ-ում պատկերված վիճակի հետ, այսինքն՝ մագնիսական հոսքը դուրս է մղվում գերհաղորդչի ծավալային տիրույթից: Այլ կերպ ասած, գերհաղորդիչ վիճակում նմուշի ներսում մագնիսական դաշտի ինդուկցիան զրո է՝

$$\mathbf{B} = 0 : \quad (2.4)$$

Այս փաստը հայտնի է որպես Մալսների երևույթ: Նկ. 172-ում պատկերված են գերհաղորդիչ նմուշի մագնիսացման տարբեր եղանակներ:

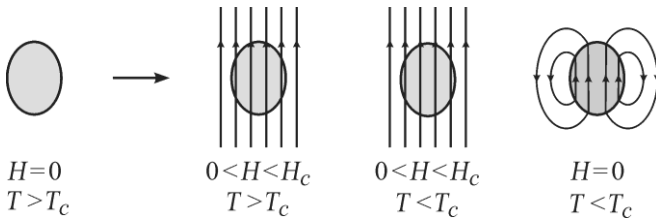
Անհրաժեշտ է մեկ անգամ ևս շեշտել, որ Մալսների երևույթը չի հետևում իդեալական հաղորդականության  $R = 0$  պայմանից: Իրոք, Օհմի օրենքի համաձայն՝

$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{j} , \quad (2.5)$$

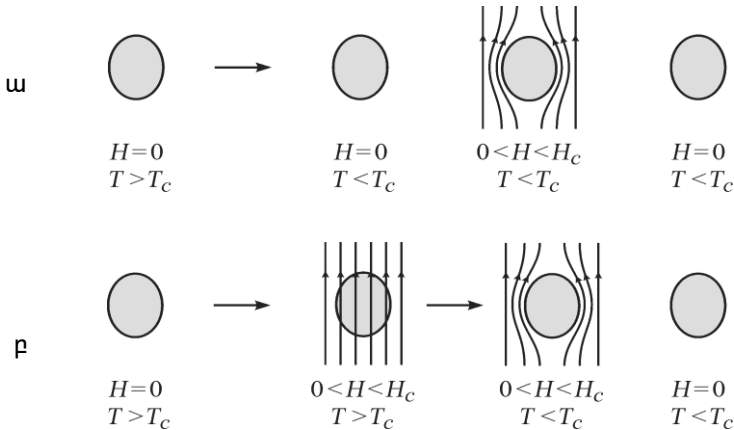
ուստի եթե  $\mathbf{j} \neq 0$ , ապա  $\rho = 0$  պայմանից հետևում է, որ  $\mathbf{E} = 0$ : Մյուս կողմից, Մաքսվելի

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.6)$$

հավասարման համաձայն՝  $\dot{\mathbf{B}} = 0$ , որը (2.3) պայմանն է, որի համաձայն, երբ  $R = 0$ , մագնիսական հոսքը փոփոխվել չի կարող: Մասյների երևույթը հակասում է այս պնդմանը, և հիմք է տալիս եզրակացնելու, որ իդեալական դիամագնիսականությունը ( $\mathbf{B} = 0$ ) և իդեալական հաղորդականությունը ( $\rho = 0$ ) գերհաղորդիչ վիճակի երկու, իրարից էապես տարբեր առանձնահատկություններ են:



Նկ. 171. Նմուշի վիճակի փոփոխության փուլերը, եթե այն անցնում է գերհաղորդիչ վիճակի  $H \neq 0$  դեպքում:



Նկ. 172. Գերհաղորդիչ նմուշի մագնիսացման եղանակները.

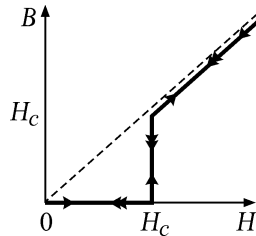
ա.  $H = 0$ ,  $T < T_C$ , բ.  $H \neq 0$ ,  $T < T_C$ :

Ուսումնասիրենք մագնիսական ինդուկցիայի փոփոխությունը՝ կախված արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածությունից, երբ մնուշը տարբեր վիճակներում է: Եթե մնուշը ոչ ֆեռոմագնիսական մետաղ է նորմալ վիճակում, ապա մագնիսական ինդուկցիան մնուշում գործնականում չի տարբերվում արտաքին դաշտից, քանի որ  $\mu \approx 1$ , և (նկ. 173, կետագիծը)

$$B = \mu H \approx H : \quad (2.7)$$

Եթե մնուշն անցել է գերհաղորդիչ վիճակի, ապա այն իդեալական դիամագնիս է, ուստի արտաքին դաշտի լարվածությունը մեծացնելիս մագնիսական ինդուկցիան մնում է հավասար զրոյի: Երբ այն հավասարվում է  $H_c$  կրիտիկական լարվածությանը, մնուշն անցնում է նորմալ վիճակի, և դրանում մագնիսական դաշտի ինդուկցիան փոխվում է (2.7) առնչության համաձայն (նկ. 173):

Մաքուր՝ արատներ չպարունակող մնուշի համար այս պրոցեսը դարձելի է, այսինքն, եթե արտաքին դաշտի լարվածությունը փոքրացվի և դառնա հավասար  $H_c$ -ի, ապա մնուշը կանցնի գերհաղորդիչ վիճակի և դրանում  $H < H_c$  բոլոր արժեքների համար  $\mathbf{B} = 0$  (նկ. 173. կրկնակի սլաքները պատկերում են հակառակ պրոցեսը):



Նկ. 173. Մագնիսական ինդուկցիայի վարքը

Ինչպես գիտենք (IX.1.2) միավոր ծավալի մագնիսական մոմենտը՝  $\mathbf{M}$  մագնիսացվածությունը և  $\mathbf{B}$  ու  $\mathbf{H}$  վեկտորները կապված են

$$\mathbf{M} = \frac{1}{4\pi} (\mathbf{B} - \mathbf{H}) \quad (2.8)$$

առնչությամբ, որից և (2.7) բանաձևից հետևում է ընկալունակության

$$\chi = \frac{1}{4\pi} (\mu - 1) \quad (2.9)$$

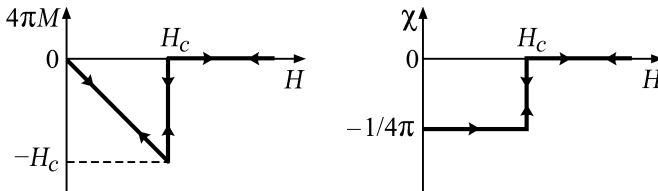


արտահայտությունը: (2.8) և (2.9) բանաձևերի համաձայն՝ նորմալ վիճակում մնուշի մագնիսական մոմենտը և մագնիսական ընկալունակությունը գործնականում զրո են:

Երբ  $T < T_c$ , գերհաղորդիչ մնուշում  $\mathbf{B} = 0$ ,  $\mathbf{M} = -\mathbf{H}/4\pi$ , հետևաբար՝

$$\chi = -\frac{1}{4\pi}, \quad (2.10)$$

որը համապատասխանում է իդեալական դիամագնիսին: Նկ. 174-ում պատկերված են գերհաղորդիչ մնուշի մագնիսական մոմենտի և մագնիսական ընկալունակության կախումներն արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածությունից:



Նկ. 174. Գերհաղորդիչի ա. մագնիսական մոմենտի և բ. մագնիսական ընկալունակության՝ դաշտի լարվածությունից կախման գրաֆիկները

Մայսների երևույթի մաթեմատիկական արտահայտությունը՝ (2.4) պայմանը, խախտվում է զանգվածեղ մնուշի մակերևութային բարակ շերտում, որի հաստությունը կախված է ինչպես մետաղի տեսակից, այնպես էլ ջերմաստիճանից և, որպես կանոն,  $10^{-5}$  սմ կարգի մեծություն է: Այս պատճառով բարակ մետաղական թաղանթներում և կոլիդային մասնիկներում, որոնց հաստությունը կամ չափերը մակերևութային շերտի հաստության կարգի են, Մայսների երևույթը չի դիտվում:

### § 3. Միջանկյալ վիճակ: I և II սեռի գերհաղորդիչներ

Գերհաղորդիչի ներսում մագնիսական ինդուկցիայի զրո լինելը պայմանավորված է մակերևութային հոսանքներով, որոնց մեծությունը և բաշխումն այնպիսին է, որ դրանց ստեղծած մերքին դաշտը հակառակ է ուղղված կիրառված արտաքին դաշտին և համակշռում է այն:

Իրադրությունը կարելի է ներկայացնել երկու ձևով:

1. *Գերհաղորդիչ մնուշի ներսում*

$$\mathbf{B}_i = \mathbf{H}_i = \mathbf{M}_i = 0 ,$$

*մնուշի մակերևույթին*

$$\mathbf{j}_s \neq 0 ,$$

*մնուշից դուրս*

$$\mathbf{B}_e = \mathbf{H} + \mathbf{H}_s ,$$

որտեղ  $\mathbf{H}_i$  -ն և  $\mathbf{M}_i$  -ն՝ դաշտի լարվածությունը և մնուշի մագնիսական մոմենտն է մնուշի ներսում,  $\mathbf{j}_s$  -ը՝ մակերևութային հոսանքի խտությունը, իսկ  $\mathbf{H}_s$  -ը՝ դրա ստեղծած մագնիսական դաշտի լարվածությունը, որով և պայմանավորված է  $\mathbf{H}$  դաշտի «աղավաղումը» մնուշի մոտակայքում (նկ. 169, բ):

Սակայն ավելի հարմար է համարժեք ներկայացումը, որի համաձայն՝ մագնիսական դաշտում գերհաղորդիչը ներկայացվում է որպես մագնիսական նյութ՝ ներքին դաշտով և մագնիսական մոմենտով: Այսպիսով, համաձայն այսպես կոչված «դիամագնիսական» ներկայացման՝

2. *գերհաղորդիչ մնուշի ներսում*

$$\mathbf{B}_i = 0 , \mathbf{H}_i \neq 0 , \mathbf{M}_i \neq 0 ,$$

*մնուշի մակերևույթին*

$$\mathbf{j}_s = 0 ,$$

*մնուշից դուրս*

$$\mathbf{B}_e = \mathbf{H} + \mathbf{H}_s ,$$

որտեղ  $\mathbf{H}_s$  -ը պայմանավորված է մնուշի մագնիսական մոմենտով: Այս մոտեցման համաձայն՝ (2.8) բանաձևից հետևում է, որ

$$\mathbf{M} \equiv \mathbf{M}_i = -\frac{1}{4\pi} \mathbf{H}_i , \quad (3.1)$$

այսինքն՝ մնուշն իդեալական դիամագնիս է (2.10) արտահայտությամբ տրվող ընկալունակությամբ:

Նկ. 174, ա-ում պատկերված է զանգվածեղ, բարակ և երկար գլանաձև գերհաղորդչի մագնիսացվածության կախումը դաշտի լարվածությունից, որն

ուղղված է գլանի երկայնական առանցքով: Երբ արտաքին դաշտը՝  $H < H_c$ , մնուշն անցնում է գերհաղորդիչ վիճակի, ընդ որում դաշտը լրիվ դուրս է մղվում մնուշից: Այսպիսի վարք ունեցող գերհաղորդիչներն ընդունված է անվանել I սեռի գերհաղորդիչներ:

Այժմ պարզենք, թե ինչպես է ազդում մնուշի երկրաչափական ձևը դրա գերհաղորդականության վրա:

Եմթադրենք՝ մնուշն  $a > b$  կիսաառանցքներով պտտման էլիպսարդ է, և արտաքին դաշտն ուղղված է մեծ կիսաառանցքով, որը համընկնում է կոորդինատային համակարգի  $x$  առանցքի հետ: Սահմանային պայմաններից, նկատի ունենալով մաս համասեռ էլիպսարդում  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{H}_i$  և  $\mathbf{M}_i$  վեկտորների հաստատունությունը և զուգահեռությունը  $\mathbf{H}$  արտաքին մագնիսական դաշտին, հետևում է, որ

$$H_i = H - 4\pi n_x M_i, \quad (3.2)$$

որտեղ  $n_x$  ապամագնիսացման գործակիցը տրվում է դիէլեկտրական էլիպսարդի ապաբևեռացման գործակցի

$$n_x = \frac{1 - \eta^2}{2\eta^2} \left( \ln \frac{1 + \eta}{1 - \eta} - 2\eta \right) \quad (3.3)$$

բանաձևով (Մաս I, V.2.8),  $\eta = (1 - b^2/a^2)^{1/2}$ : (3.1) և (3.2) արտահայտություններից հետևում է, որ

$$H_i = \frac{H}{1 - n_x}, \quad (3.4)$$

$$M_i = -\frac{H}{4\pi(1 - n_x)} : \quad (3.5)$$

«Անվերջ» գլանի դեպքում ( $a \gg b$ ,  $\eta \rightarrow 0$ )  $n_x \rightarrow 0$ , ուստի մնուշի մակերևույթի բոլոր կետերում արտաքին դաշտը նույնն է, որի հետևանքով մնուշը մնում է լրիվ գերհաղորդիչ վիճակում, քանի դեռ  $H \leq H_c$ , իսկ երբ  $H > H_c$ , այն ամբողջությամբ անցնում է նորմալ վիճակի:

Ընդհանուր դեպքում  $\mathbf{B}$ -ի նորմալ բաղադրիչի և  $\mathbf{H}$ -ի տանգենցիալ բաղադրիչի անընդհատությունից հետևում է, որ էլիպսարդաձև մնուշի (նկ. 175)

հասարակածի վրա

$$H_q = H_i = \frac{H}{1 - n_x} , \quad (3.6)$$

իսկ բևեռներում՝

$$H_p = B_i = 0 : \quad (3.7)$$

Բացի «անվերջ» երկար գլանաձև մոլորից, կամայական ձևի մոլորի ապաբևեռացման գործակիցը՝  $n_x \neq 0$ , և դաշտը մոլորի շուրջ անհամասեռ է, ուստի ծագում է հետևյալ հարցը. ի՞նչ կկատարվի գերհաղորդիչ մոլորի հետ, եթե  $n_x \neq 0$ , այսինքն՝ երբ  $H_q = H_c > H$  :

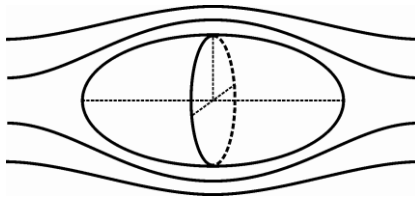
Մանրամասն քննարկենք գնդի օրինակը ( $n_x = 1/3$ ): Եթե արտաքին դաշտը գնդի հասարակածի վրա հավասարվի  $2H_c/3$ -ի, ապա (3.6) բանաձևի համաձայն՝ հասարակածի վրա ներքին դաշտը՝

$$H_q = H_c , \quad (3.8)$$

և առաջին հայացքից կարող է թվալ, թե գունդը կանցնի նորմալ վիճակի: Սակայն եթե դա տեղի ունենար, ապա նորմալ վիճակում,  $\mu \approx 0$  պայմանի հետևանքով կստացվեր, որ

$$H_i = H = \frac{2}{3} H_c < H_c , \quad (3.9)$$

այսինքն՝ գունդը նորմալ վիճակում է կրիտիկականից թույլ մագնիսական դաշտում:



Նկ. 175. Գերհաղորդիչ էլիպսաձև մագնիսական դաշտում

Այս պարադոքսը կարելի է լուծել, եթե ենթադրենք, որ երբ  $H_i = H_c$ , նմուշում հնարավոր է գերհաղորդիչ և նորմալ ֆազերի համատեղ գոյությունը (այնպես, ինչպես հեղուկ և գոլորշի ֆազերի համատեղ գոյությունը, եթե ճնշումը հավասար է հազեցած գոլորշու ճնշմանը):

Պարզության համար կարելի է ենթադրել, որ  $H_c(1-n_x) \leq H < H_c$  դեպքում գունդը տրոհվում է նորմալ ( $N$ ) և գերհաղորդիչ ( $S$ ) շերտերի, որոնք զուգահեռ են կիրառված դաշտին (նկ. 176, ա): Մագնիսական ուժագծերի մի մասը շրջանցում է գունդը, իսկ մյուս մասն անցնում է դրա նորմալ վիճակում մնացած տիրույթներով. նորմալ տիրույթում՝  $B = H_c$ , իսկ գերհաղորդիչ տիրույթում՝  $B = 0$ :  $N$  և  $S$  տիրույթները բաշխված են այնպես, որ մագնիսացվածությունը գծային օրենքով փոփոխվում է  $H = H_c(1-n_x)$  դաշտում ունեցած

$$M_i = -\frac{1}{4\pi} H_i = -\frac{H}{4\pi(1-n_x)} = -\frac{H_c}{4\pi} \quad (3.10)$$

արժեքից մինչև  $M_i = 0$  արժեքը, երբ  $H = H_c$ :

Այսպիսով՝  $H_c(1-n_x) \leq H < H_c$  տիրույթում

$$M_i = -\frac{1}{4\pi n_x} (H_i - H) = -\frac{1}{4\pi n_x} (H_c - H), \quad (3.11)$$

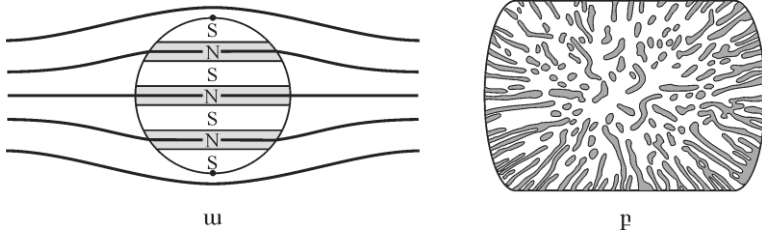
$$H_i = H - 4\pi n_x M_i = H_c, \quad (3.12)$$

$$B_i = H_i + 4\pi M_i = H_c - \frac{1}{n_x} (H_c - H): \quad (3.13)$$

Մագնիսական դաշտի  $H_c(1-n_x) \leq H < H_c$  արժեքների համար նմուշը մասամբ նորմալ, մասամբ՝ գերհաղորդիչ վիճակում է, որն ընդունված է անվանել միջանկյալ վիճակ: Հարկ է նշել, որ միջանկյալ վիճակ գոյություն ունի մագնիսական դաշտի որոշակի՝  $\Delta H = n_x H_c$  տիրույթում կամայական ձևի նմուշի համար, բացի անվերջ երկար գլանից ( $n_x \rightarrow 0$ ):

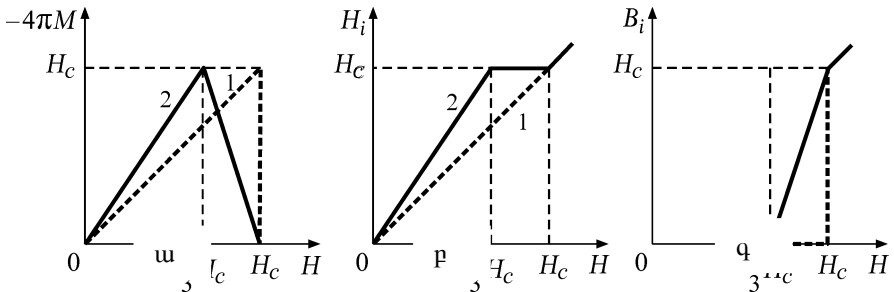
Միջանկյալ վիճակում նմուշը բաղկացած է գերհաղորդիչ տիրույթներից՝ դոմեններից, որոնք իրարից բաժանված են նորմալ վիճակի տիրույթներով: Դոմենային կառուցվածքի առաջանալը, ինչպես և մագնիսակարգավորված նյութերում (տես IX.15), պայմանավորված է նմուշի՝ տրված վիճակում հնա-

րավոր նվազագույն էներգիա ունենալու միտումով: Նկ. 176, բ-ում պատկերված է անագե գնդի միջանկյալ վիճակի կառուցվածքը ( $T = 2,85$  Կ,  $H = 0,7H_c$ , նորմալ տիրույթներն ստվերագծված են):



Նկ. 176. ա. Գնդի տրոհումը նորմալ (N) և (S') գերհաղորդիչ շերտերի, բ. անագե գնդի միջանկյալ վիճակի կառուցվածքը. նորմալ տիրույթները ստվերագծված են:

Նկ. 177-ում տրված են  $M_i(H)$ ,  $H_i(H)$  և  $B_i(H)$  կախումներն արտաքին դաշտի փոփոխման  $0 \leq H \leq H_c$  տիրույթում անվերջ գլանի ( $n_x = 0$ , 1 կետագծեր) և գնդի ( $n_x = 1/3$ , 2 հոծ գծեր) համար:

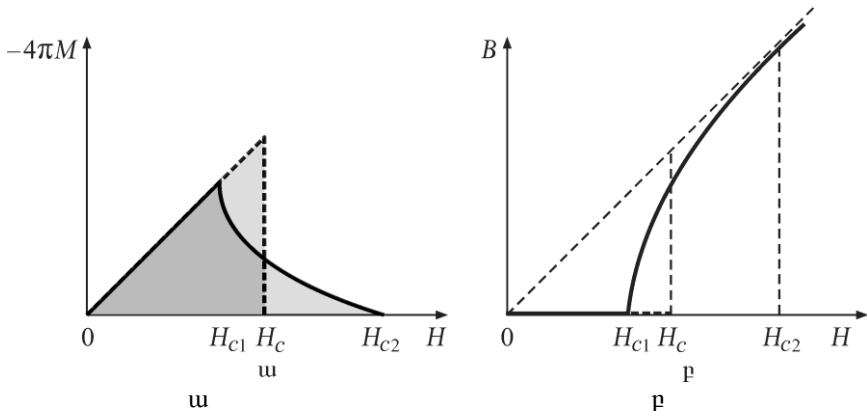


Նկ. 177. Անվերջ գլանի ( $n_x = 0$ , կետագծեր) և գնդի ( $n_x = 1/3$ , հոծ գծեր)  
ա. մագնիսական մոմենտի, բ. մագնիսական դաշտի լարվածության և  
գ. մագնիսական ինդուկցիայի կախումներն արտաքին դաշտի լարվածությունից

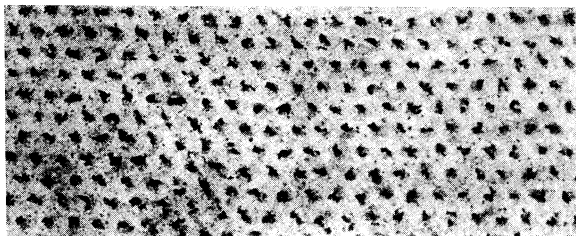
II սեռի գերհաղորդիչներում գոյություն ունի ներքին՝  $H_{c1}(T)$  կրիտիկական դաշտ, որից փոքր դաշտը չի կարող թափանցել մնուշի մեջ: Երբ մագնի-

սակաճ դաշտի լարվածությունը գերազանցում է վերին՝  $H_{c2}(T)$  կրիտիկական արժեքը, նմուշն ամբողջությամբ անցնում է նորմալ վիճակի, և մագնիսական հոսքը թափանցում է նմուշի մեջ: Արտաքին դաշտի  $H_{c1}(T) \leq H \leq H_{c2}(T)$  միջանկյալ արժեքների համար հոսքը մասամբ է թափանցում նմուշի մեջ՝ դրանում ստեղծելով միկրոսկոպական չափերի ( $\sim 10^{-5}$  սմ) նորմալ և գերհաղորդիչ տիրույթների տրոհված բարդ կառուցվածք, որն ընդունված է անվանել խառը վիճակ: Խառը վիճակում II սեռի գերհաղորդչում մագնիսական դաշտը նմուշի ծավալ է թափանցում բարակ մրրկային թելերի (լարերի) տեսքով, որոնցից յուրաքանչյուրի ներսում դաշտն ունի մեծ արժեք, այնպես որ այդ տիրույթում նյութը նորմալ վիճակում է: Լարի միջուկից դուրս նյութը մնում է գերհաղորդիչ վիճակում, իսկ յուրաքանչյուր լար շրջապատված է մրրկային հոսանքներով, որոնք էկրանացնում են լարի ներսում գոյություն ունեցող մագնիսական դաշտը:

Նկ. 178-ում պատկերված է II սեռի գերհաղորդչում մագնիսացվածության և ինդուկցիայի՝ արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածությունից կախման գրաֆիկները (ենթադրվում է, որ նմուշն ունի անվերջ երկար գլանի տեսք):  $H_c$  արժեքն ընտրված է  $-4\pi M(H)$  կորի տակ ընկած և  $OH_c$  հիմքով եռանկյան մակերեսների հավասարության պայմանից:



Նկ. 178. II սեռի գերհաղորդչում ա. մագնիսական մոմենտի, բ. ինդուկցիայի՝ արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածությունից կախման գրաֆիկները



Նկ. 179. **Pb<sub>96</sub>In<sub>4</sub>** II սեռի գերհաղորդչի խառը վիճակը ( $T = 1,1$  Կ, մուգ կետերը մրրիկների ելքերն են):

Նկ. 179-ում պատկերված է II սեռի գերհաղորդիչ **Pb<sub>96</sub>In<sub>4</sub>**-ի մակերևույթին խառը վիճակում կոբալտի փոքրիկ մասնիկների բաշխման էլեկտրոնային միկրոլուսանկարը, որտեղ հստակորեն երևում է մրրկային թելերով ստեղծված ցանցը (մուգ կետեր):

#### Աղյուսակ 34.

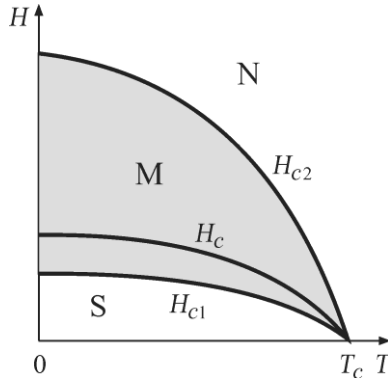
##### *II սեռի որոշ գերհաղորդիչների բնութագրեր*

| II սեռի գերհաղորդիչ                                                 | $H_{c2}$ (4,2K), Գ-ս | $T_c$ , Կ |
|---------------------------------------------------------------------|----------------------|-----------|
| <b>Mo<sub>3</sub>Re</b>                                             | 8400                 | 10        |
| <b>Ti<sub>2</sub>Nb</b>                                             | ~100000              | 9         |
| <b>Nb<sub>3</sub>Sn</b>                                             | ~230000              | 18        |
| <b>Nb<sub>3</sub>Al</b>                                             | ~300000              | 18,7      |
| <b>V<sub>3</sub>Si</b>                                              | ~240000              | ~17       |
| <b>V<sub>3</sub>Ga</b>                                              | ~200000              | 14        |
| <b>Nb<sub>79</sub>(Al<sub>73</sub>Ge<sub>27</sub>)<sub>21</sub></b> | ~410000              | ~20,7     |

Ի տարբերություն I սեռի գերհաղորդիչների, որոնց կրիտիկական դաշտի արժեքները  $10^2 - 10^3$  Գ-ս կարգի են, II սեռի այսպես կոչված «կոշտ» գերհաղորդիչներում վերին  $H_{c2}$  կրիտիկական դաշտը կարող է հասնել մինչև  $10^5$  Գ-ս-ի (Աղյուսակ 34), որի շնորհիվ դրանք ունեն մեծ կիրառական նշանակություն: Նրանցից պատրաստում են սուլեմոդներ, որոնցում հնարավոր է ստեղծել ուժեղ  $10^5$  Գ-ս և ավելի մեծ լարվածությամբ կայուն դաշտեր:



Անհրաժեշտ է հստակորեն իրարից տարբերել II սեռի գերհաղորդիչների խառը վիճակը I սեռի գերհաղորդիչների միջանկյալ վիճակից: Միջանկյալ վիճակի առաջացումը պայմանավորված է ապամագնիսացման գործակցի զրոյից տարբեր լինելու հանգամանքով և կախված է մնուշի ձևից, իսկ խառը վիճակը II սեռի գերհաղորդիչի ներքին հատկությունն է և առաջանում է անգամ անվերջ երկար գլանում, որի ապամագնիսացման գործակիցը՝  $n_x = 0$ :



Նկ. 180. II սեռի գերհաղորդիչի ֆազային դիագրամը. նորմալ (N), միջանկյալ (M) և գերհաղորդիչ (S) ֆազերը

Նկ. 180-ում պատկերված է II սեռի գերհաղորդիչի ֆազային դիագրամը, որտեղ նշված են գերհաղորդիչ ( $S$  կամ մայսներյան), խառը ( $M$  կամ շուբնիկովյան) և նորմալ ( $N$ ) ֆազերը:

#### § 4. Գերհաղորդիչ վիճակի ջերմադինամիկան: Ջերմունակության թռիչքը

Մայսների երևույթի հայտնագործությունից հետո պարզ դարձավ, որ, անկախ գերհաղորդիչ վիճակի անցման ձևից, մագնիսական դաշտը միշտ դուրս է մղվում մնուշի ծավալից, այսինքն՝  $T \leq T_c$  և  $H \leq H_c(T)$  պայմաններում գոյություն ունի միայն գերհաղորդիչ ֆազը:

Եթե գերհաղորդիչ մմուշի ջերմաստիճանը բարձրացվի, ապա այն նույնից կանցնի նորմալ վիճակի: Նշանակում է՝ նորմալ և գերհաղորդիչ վիճակների միջև անցումը դարձելի է: Այս հանգամանքը հնարավորություն է տալիս մմուշի հատկություններն ուսումնասիրելիս կիրառելու ջերմադինամիկայի հզոր և համընդհանուր մեթոդները:

Նմուշի էներգիան նպատակահարմար է ներկայացնել Գիբսի  $G(T, P, H)$  ջերմադինամիկական պոտենցիալով, քանի որ այն կախված է փորձում հեշտությամբ փոփոխվող  $T$ ,  $P$  և  $H$  անկախ փոփոխականներից:

$G$  պոտենցիալի դիֆերենցիալի համար ջերմադինամիկայի հիմնական հավասարումից բխում է

$$dG = -SdT + VdP - \mathcal{M}dH \quad (4.1)$$

արտահայտությունը, որտեղից մմուշի  $S$  էնտրոպիան,  $V$  ծավալը և  $\mathcal{M}$  մագնիսական մոմենտը կարելի է ներկայացնել

$$S = -\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_{P, H}, \quad V = \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_{T, H}, \quad \mathcal{M} = -\left(\frac{\partial G}{\partial H}\right)_{P, T} \quad (4.2)$$

առնչություններով: Հաստատուն ճնշման ( $dP = 0$ ) և հաստատուն ջերմաստիճանի ( $dT = 0$ ) դեպքում

$$dG = -\mathcal{M}dH, \quad (4.3)$$

որը մմուշի էներգիայի փոփոխությունն է, պայմանավորված արտաքին  $H$  դաշտի կատարած աշխատանքով: Հետագայում կրնդունենք, որ  $\mathcal{M}$  և  $H$  վեկտորներն ուղղված են միևնույն ուղղով և գործ կունենանք դրանց մեծությունների հետ ( $\mathcal{M}$ -ը կարող է լինել նաև բացասական, եթե  $\mathcal{M}$  և  $H$  վեկտորները հակազուգահեռ են):

$G_s(0)$ -ով նշանակենք գերհաղորդիչ մմուշի Գիբսի ջերմադինամիկական պոտենցիալը  $H = 0$  արտաքին դաշտում:  $H \leq H_c$  արտաքին մագնիսական դաշտում  $G_s(H)$  էներգիան կարելի է ներկայացնել

$$G_s(H) = G_s(0) - \int_0^H \mathcal{M}dH' = G_s(0) - \int_0^H dH' \int_0^{V_s(H')} M(V, H')dV \quad (4.4)$$

առնչությամբ, որտեղ  $M(V, H)$  -ը մնուշի մագնիսացվածությունն է: Ելիպսար-  
դաձև մնուշում մագնիսացվածությունը համասեռ է՝ այն կախված չէ ծավա-  
լից: Եթե անտեսենք նաև ծավալի թույլ կախումը մագնիսական դաշտից  
(մագնիսաստրիկցիա) և  $S \rightarrow N$  անցման հետևանքով նրա չնչին փոփոխու-  
թյունը՝ ընդունելով, որ  $V_n = V_s = V$ , ապա (4.4) առնչությունից կստանանք՝

$$G_s(H) = G_s(0) - V \int_0^H M(H') dH' : \quad (4.5)$$

$H_c$  կրիտիկական դաշտում երկար, գլանաձև մնուշի համար ( $n_x \approx 0$ )  
(4.4), (4.5) և (3.1) բանաձևերից հետևում է, որ

$$G_s(H_c) = G_s(0) + V \frac{H_c^2}{8\pi} : \quad (4.6)$$

Եթե մնուշը կամայական ձևի է ( $n_x \neq 0$ ), ապա այն կլինի միջանկյալ վի-  
ճակում, երբ  $H > H_c(1 - n_x)$ , ուստի (4.5) բանաձևով  $G_s(H_c)$  -ն հաշվարկելիս  
անհրաժեշտ է օգտվել (3.1), (3.4), (3.11) և (3.12) առնչություններից: (4.5)  
բանաձևում առկա ինտեգրալն  $M(H)$  կորի տակ ընկած մակերեսն է, ուստի  
նկ. 170, ա-ից հետևում է, որ միևնույն  $H_c$  հիմքով և միևնույն  $H_c/4\pi$  բարձ-  
րությամբ բոլոր (այդ թվում՝ և՛ 1, և՛ 2 ուղիղներով կազմված) եռանկյուններն  
ունեն միևնույն՝  $H_c^2/8\pi$  մակերեսը: Այսպիսով, անկախ մնուշի ձևից, մնուշի  
մագնիսացման համար արտաքին դաշտի կատարած աշխատանքը տրվում է  
(4.6) առնչության երկրորդ գումարելիով:

Հայտնի է (տես IX), որ նորմալ վիճակում ոչ ֆեռոմագնիսական մնուշի  
մագնիսական ընկալունակությունը չափազանց փոքր է ( $|\chi_d| \sim 10^{-6} - 10^{-5}$ ,  
 $\chi_p \sim 10^{-4} - 10^{-3}$ ), ուստի դրա ջերմադինամիկական  $G_n$  պոտենցիալը  
գործնականորեն կախված չէ մագնիսական դաշտի լարվածությունից՝

$$G_n(H_c) = G_n(0) : \quad (4.7)$$

Գերհաղորդիչ և նորմալ ֆազերի հավասարակշռության պայմանը  
դրանց ջերմադինամիկական պոտենցիալների հավասարությունն է՝

$$G_n(H_c) = G_s(H_c), \quad (4.8)$$

որտեղից տրված ճնշման դեպքում որոշվում է ֆազային հավասարակշռության  $H_c = H_c(T)$  կախման կորը:

(4.6) – (4.8) առնչություններից հետևում է գերհաղորդիչների ջերմադինամիկայի հիմնական հավասարումը  $H = 0$  մագնիսական դաշտում՝

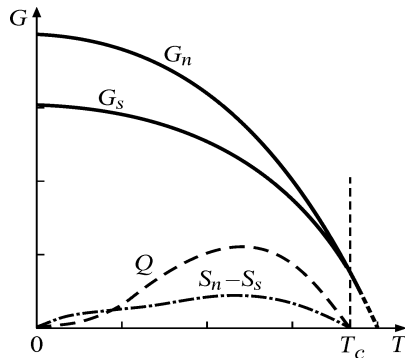
$$G_n(T, P, 0) - G_s(T, P, 0) = \frac{VH_c^2}{8\pi} : \quad (4.9)$$

Էնտրոպիայի (4.2) արտահայտությունից և (4.9) բանաձևից կստանանք՝

$$S_n(0) - S_s(0) = -\frac{VH_c}{4\pi} \frac{dH_c}{dT}, \quad (4.10)$$

որտեղ հաշվի չի առնված ծավալի թույլ ջերմաստիճանային կախումը:

Եթե  $T = T_c$  և  $H_c = 0$ , ապա  $S_n(0) = S_s(0)$ : Եթե  $0 < T < T_c$ , ապա (1.3) առնչության համաձայն՝  $dH_c/dT < 0$ , այսինքն՝ զրոյական մագնիսական դաշտում  $S_s(0) < S_n(0)$ : Նշանակում է՝ գերհաղորդիչ ֆազն ավելի կարգավորված է, քան նորմալ ֆազը: Մյուս կողմից, երբ  $T \rightarrow 0$ , Ներնստի թեորեմի համաձայն՝  $S_s(0) = S_n(0) = 0$ , հետևաբար՝  $T = 0$  կետում  $dH_c/dT = 0$ , որը համապատասխանում է (1.3) առնչությանը: Այսպիսով,  $S_n(0) - S_s(0)$  տարբերությունը, հավասարվելով զրոյի  $T = 0$  և  $T = T_c$  կետերում, անպայման կունենա առավելագույն արժեք  $(0, T_c)$  տիրույթի որևէ կետում:



Նկ. 181.  $G_n, G_s$  պոտենցիալների, էնտրոպիաների  $S_n - S_s$  տարբերության և  $Q$  կլանված ջերմաքանակի ջերմաստիճանային կախման գրաֆիկները

(4.10) հավասարումից և թաքնված ջերմության

$$Q = T(S_n - S_s) \quad (4.11)$$

արտահայտությունից հետևում է որ  $Q = 0$ , երբ  $T = T_c$  (անցում գրոյական դաշտում) և  $Q > 0$ , երբ  $H_c > 0$ : Այսինքն՝ գերհաղորդիչ վիճակից նորմալ վիճակին իզոթերմ ( $T = const$ ) անցման ժամանակ ջերմություն է կլանվում՝  $Q > 0$ , ուստի  $0 < T < T_c$  տիրույթում նորմալ վիճակին անցումն I կարգի ֆազային անցում է (թռիչք ունի ջերմադինամիկական պոտենցիալի I ածանցյալ՝  $S$ -ը), իսկ  $T = T_c$  կետում անցումը II (կամ ավելի բարձր) կարգի է, քանի որ առաջին ածանցյալ՝ էնտրոպիան, անընդհատ է, սակայն թռիչք ունի II կարգի ածանցյալ՝ ջերմունակությունը: Նկ. 181-ում պատկերված են  $G_n$  և  $G_s$  պոտենցիալները, էնտրոպիաների  $S_n - S_s$  տարբերությունը և  $Q$  կլանված ջերմաքանակը՝ կախված ջերմաստիճանից:

Համակարգի ջերմունակությունը հաստատուն ճնշման դեպքում արտահայտվում է Գիբսի ջերմադինամիկական պոտենցիալի միջոցով՝

$$C_P = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_P = -T \left( \frac{\partial^2 G}{\partial T^2} \right)_{P,H} : \quad (4.12)$$

Գերհաղորդիչ և նորմալ ֆազերի ջերմունակությունների տարբերության համար (4.12) և (4.9) առնչություններից կստանանք՝

$$C_s - C_n = \frac{VT}{4\pi} \left[ H_c \frac{d^2 H_c}{dT^2} + \left( \frac{dH_c}{dT} \right)^2 \right] : \quad (4.13)$$

Երբ  $T = T_c$ ,  $H_c = 0$  և (4.13) արտահայտությունից հետևում է, որ

$$\Delta C \equiv C_s - C_n = \frac{VT_c}{4\pi} \left( \frac{dH_c}{dT} \right)_{T_c}^2 > 0 , \quad (4.14)$$

այսինքն՝ ջերմունակությունը  $T_c$  կետում ունի վերջավոր թռիչք:

(4.14) առնչությունը հայտնի է որպես Ռուտգերսի բանաձև և մեծ ճշտությամբ տեղի ունի մի շարք գերհաղորդիչների համար (Աղյուսակ 35):

Աղյուսակ 35.

*Ջերմունակության թռիչքը որոշ գերհաղորդիչներում*

| Տարր      | $T_c, \text{ K}$ | $\Delta C, 10^{-3} \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ |                        |
|-----------|------------------|--------------------------------------------------------------------|------------------------|
|           |                  | տեսական հաշվարկ ըստ Ռ-ուտգերսի բանաձևի                             | կալորաչափական տվյալներ |
| <b>Sn</b> | 3,72             | 10,6                                                               | 10,6                   |
| <b>In</b> | 3,40             | 9,62                                                               | 9,75                   |
| <b>Tl</b> | 2,39             | 6,15                                                               | 6,2                    |
| <b>Ta</b> | 4,39             | 41,6                                                               | 41,5                   |
| <b>Pb</b> | 7,2              | 41,8                                                               | 52,6                   |

$T < T_c$  տիրույթում, ջերմաստիճանի նվազմանը զուգընթաց (4.13) հավասարման աջ մասը փոքրանում է, և  $T = T^*$  կետում  $\Delta C(T^*) = 0$ : (1.3) առնչությունը տեղադրելով (4.13) հավասարման մեջ և արդյունքը հավասարեցնելով զրոյի՝ կորոշենք  $T^*$  ջերմաստիճանը՝

$$T^* = \frac{T_c}{\sqrt{3}} : \quad (4.15)$$

Երբ  $T < T^*$ ,  $C_s < C_n$ , և երբ  $T \rightarrow 0$ , ապա  $C_s$  և  $C_n$  ջերմունակությունները, ըստ ջերմադինամիկայի երրորդ օրենքի, ձգտում են զրոյի:

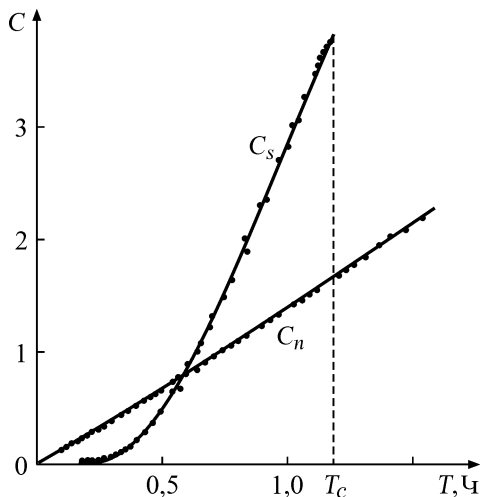
Ինչպես հայտնի է, նորմալ հաղորդչի ջերմունակությունը կարելի է ներկայացնել հաղորդականության էլեկտրոնների  $C_{ne} = \gamma T$  (VII. 4.9) և ցանցային  $C_{ng} = \alpha T^3$  (Մաս I, IV.5.12) ջերմունակությունների գումարի տեսքով: Փորձնական տվյալներից հետևում է, որ գերհաղորդիչ վիճակի անցնելիս ցանցային ջերմունակությունը գործնականորեն չի փոփոխվում, ուստի մնուշի ջերմունակությունների  $C_s - C_n$  տարբերությունը պայմանավորված է մնուշի էլեկտրոնային համակարգի փոփոխությամբ՝

$$C_s - C_n = C_{se} - C_{ne} : \quad (4.16)$$

Փորձերը ցույց են տալիս, որ գերհաղորդիչ վիճակում էլեկտրոնային ջերմունակության  $\gamma T$  գծային անդամը փոխարինվում է ցածր ջերմաստիճաններում

շատ ավելի արագ զրոյի ձգտող անդամով, քան  $\gamma T$ -ն է:

Նկ. 182-ում պատկերված են ալյումինի՝ նորմալ և գերհաղորդիչ վիճակներում ջերմունակության ջերմաստիճանային կախումները (կետերով տրված են փորձում ստացված արժեքները):  $T < T_c$  տիրույթում նորմալ վիճակ ստեղծվում է  $H \approx 300$  Գ-ս թույլ մագնիսական դաշտի օգնությամբ, որը «քանդում» է գերհաղորդիչ վիճակը, չափելով ջերմունակության մեծության վրա: Բնութագրական է  $C_s(T)$  կախման վարքը 0,3 Կ-ից ցածր ջերմաստիճանների տիրույթում կարելի է մոտարկել  $\exp(-\Delta/k_B T)$  էքսպոնենտային կախումով, որտեղ առկա  $\Delta$  մեծությունը բնութագրական էներգիայի իմաստ ունի և  $T = 0$  Կ-ում  $\Delta(0) \neq 0$ :



Նկ. 182. Նորմալ ( $C_n$ ) և գերհաղորդիչ ( $C_s$ ) վիճակներում ալյումինի ջերմունակության ջերմաստիճանային կախումները.  $C$  -ն չափված է մՋ/մոլ· Կ միավորով:

Ջերմաստիճանային նման վարքը յուրահատուկ է այն համակարգին, որի հիմնական և զրգոված վիճակների միջև առկա է  $2\Delta$  մեծությամբ էներգիական ճեղք:

Գնահատենք էլեկտրոնային ջերմունակության գծային կախման  $\gamma$  գործակիցը նշված ցածրջերմաստիճանային տիրույթում, որտեղ  $C_{se}$  անդամը կարելի է անտեսել  $C_{ne}$  անդամի նկատմամբ:

(4.13) և (4.16) բանաձևերի համաձայն, երբ  $C_{se} \ll C_{ne}$ ,

$$\gamma = \frac{C_{ne}}{T} = -\frac{V}{4\pi} \left[ \left( \frac{dH_c}{dT} \right)^2 + H_c \frac{d^2 H_c}{dT^2} \right]_{T \rightarrow 0} : \quad (4.17)$$

Երբ  $T \rightarrow 0$ , օգտվելով (1.3) բանաձևից, կստանանք՝

$$\gamma = \frac{V}{2\pi} \left[ \frac{H_c(0)}{T_c} \right]^2 : \quad (4.18)$$

(VII.4.8) բանաձևի համաձայն՝  $\gamma$  գործակիցը համեմատական է ֆերմի-մակարդակի վրա վիճակների խտության  $N(\varepsilon_F)$  ֆունկցիայի արժեքին, հետևաբար՝  $T \rightarrow 0$  և ջերմաստիճաններում փորձից ստացվող  $H_c(T)$  կախման միջոցով կարելի է որոշել էլեկտրոնային համակարգի  $N(\varepsilon_F)$  կարևորագույն բնութագիրը:

Քննարկված խնդիրներում մոուլի ծավալի հաստատունության մասին ենթադրությունը հիմնավորելու նպատակով օգտվենք  $N \rightarrow S$  փազային անցման արդյունքում մոուլի ծավալի

$$\Delta V \equiv V_n(H_c) - V_s(H_c) = \frac{V_s H_c}{4\pi} \left( \frac{\partial H_c}{\partial P} \right)_T \quad (4.19)$$

փոփոխության արտահայտությունից: Տարբեր փորձերից հետևում է, որ  $(\partial H_c / \partial P)_T$  ածանցյալի բնութագրական արժեքները  $10^{-9} - 10^{-8}$  Գս<sup>-1</sup> կարգի են: (4.19) բանաձևով կատարված գնահատումների համաձայն՝ երկար զլանի երկարության հարաբերական փոփոխությունը  $10^{-8}$ -ի կարգի մեծություն է, որը հիմնավորում է ծավալի հաստատունության մասին վերն արված ենթադրությունը:



## § 5. Լոնդոնների տեսությունը

Գերհաղորդիչ վիճակին անցնելիս մոուլի ծավալից մագնիսական դաշտի դուրս մղվելու մասին պնդումը կրում է մոտավոր բնույթ: Իրոք, եթե այդ դուրս մղումը լիներ լրիվ, ապա մագնիսական դաշտը հաղորդչի մակերևույթի վրա պետք է վերջավոր արժեքից բռնիչքով ընկներ մինչև զրոյական արժեք, որը հնարավոր կլիներ միայն անվերջ մեծ խտությամբ մակերևութային հոսանքների առկայության դեպքում: Հասկանալի է, որ այդպիսի հոսանքներ գոյություն ունենալ չեն կարող, ուստի պետք է ենթադրել, որ մագնիսական դաշտը որոշ չափով թափանցում է մոուլի մեջ, և դրա մերձմակերևութային բարակ շերտում ծագում են արտաքին դաշտն էկրանացնող հոսանքներ: Այս հոսանքներն էլ հենց նվազեցնում են դաշտը մինչև զրո, ապահովելով գերհաղորդչի ծավալում  $\mathbf{B} = 0$  պայմանը:

Մայսների երևույթի քանակական ուսումնասիրությունը տեսականորեն առաջինն իրականացրել են Ֆ. և Հ. Լոնդոնները: Առաջարկված երևութաբանական տեսությունը հիմնվում է այսպես կոչված էլեկտրոնային «երկհեղուկ» մոդելի վրա, որի համաձայն՝ գերհաղորդչում  $T < T_c$  ջերմաստիճանում միայն  $n_s(T)$  խտությամբ հաղորդականության էլեկտրոններ կարող են մասնակցել գերհաղորդիչ հոսանքի ստեղծմանը:

Երբ  $T \rightarrow 0$  Կ, «գերհաղորդիչ» էլեկտրոնների խտությունը ձգտում է էլեկտրոնների  $n$  լրիվ խտությանը, իսկ երբ  $T \rightarrow T_c$ , ապա այն ձգտում է զրոյի: Մնացած  $n - n_s(T) = n_n(T)$  խտությամբ էլեկտրոնները կազմում են «նորմալ» էլեկտրոնային «հեղուկ», որի մասնակցությունը հոսանքին անպայմանորեն ուղեկցվում է դիսիպացիայով՝ էներգիական կորուստներով: Քանի որ գերհաղորդչի դիմադրությունը՝  $R = 0$ , ապա կամայական չափով թույլ էլեկտրական դաշտում առաջացած հոսանքին մասնակցում են միմիայն «գերհաղորդիչ» էլեկտրոնները:

$E$  լարվածությամբ էլեկտրական դաշտում «գերհաղորդիչ» էլեկտրոնի շարժման հավասարումը կարելի է ստանալ (VI.2.7) հավասարումից, դրանում ցրումներով պայմանավորված ռելաքսացիայի ժամանակը ձգտեցնելով անվերջության ( $\tau \rightarrow \infty$ , դիմադրությունը՝  $R \rightarrow 0$ ) և էլեկտրոնների  $n$  խտության փոխարեն տեղադրելով «գերհաղորդիչ» էլեկտրոնների  $n_s$  խտությունը:

Անցնելով նաև «գերհաղորդիչ» էլեկտրոնների  $v_s$  արագությունից գերհաղորդիչ հոսանքի խտությանը՝  $\mathbf{j}_s = -en_s v_s$ , կստանանք՝

$$\frac{d\mathbf{j}_s}{dt} = \frac{e^2 n_s}{m} \mathbf{E} : \quad (5.1)$$

Սա Լոնդոնների առաջին հավասարումն է և նկարագրում է  $R = 0$  դիմադրությամբ (իդեալական) հաղորդիչը: (5.1) հավասարման մեջ ըստ ժամանակի  $d/dt = \partial/\partial t + (\mathbf{v} \nabla)$  րիվ ածանցյալը կարելի է փոխարինել  $\partial/\partial t$  մասնական ածանցյալով, քանի որ գերհաղորդիչ հոսանքի իրական  $v_s$  արագությունները շատ փոքր են Ֆերմիի  $v_F$  բնութագրական արագությունից:

(5.1) հավասարումը տեղադրելով Մաքսվելի

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (5.2)$$

հավասարման մեջ, կստանանք՝

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \text{rot } \mathbf{j}_s + \frac{e^2 n_s}{mc} \mathbf{B} \right) = 0 : \quad (5.3)$$

(5.3) առնչությունը և Մաքսվելի

$$\text{rot } \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_s \quad (5.4)$$

հավասարումը, որտեղ շեղման հոսանքներն անտեսված են  $\mathbf{j}_s$ -ի նկատմամբ, որոշում են իդեալական հաղորդչում մագնիսական դաշտերն ու հոսանքները: Ժամանակից անկախ կամայական  $\mathbf{B}$  և  $\mathbf{j}_s$  վեկտորները (5.3) և (5.4) հավասարումների տրիվիալ լուծումներ են, ուստի այդ հավասարումները համատեղելի են  $\mathbf{B}$ -ի կամայական արժեքների դեպքում: Սակայն այս արդյունքը հակասում է գերհաղորդչի վարքին մագնիսական դաշտում, քանի որ գերհաղորդիչ մմուշի ներսում  $\mathbf{B} = 0$ : Մայսների երևույթը կարելի է նկարագրել, եթե (5.3) հավասարման լուծումների բազմությունից ընտրվեն միայն այն լուծումները, որոնք բավարարում են

$$\text{rot } \mathbf{j}_s = -\frac{e^2 n_s}{mc} \mathbf{B} \quad (5.5)$$

հավասարմանը, որը Լոնդոնների երկրորդ հավասարումն է:

Այսպիսով, ի տարբերություն (5.3) հավասարման, որը տեղի ունի առանց կորուստների հաղորդիչ միջավայրի համար և նշանակում է փակագծերում գրված  $\text{rot } \mathbf{j}_s + e^2 n_s \mathbf{B} / mc$  մեծության անկախություն ժամանակից, գերհաղորդչի առանձնահատկությունն ավելի խիստ պայման է դնում, այն է՝ ժամանակից անկախ հաստատունը պետք է լինի զրո:

Մագնիսական դաշտի վարքը գերհաղորդչում պարզելու նպատակով Լոնդոնների (5.5) հավասարման մեջ տեղադրենք  $\mathbf{j}_s$ -ի արտահայտությունը (5.4) հավասարումից.

$$\text{rot rot } \mathbf{B} = -\frac{4\pi n_s e^2}{mc^2} \mathbf{B} : \quad (5.6)$$

Քանի որ

$$\text{rot rot } \mathbf{B} \equiv [\nabla, [\nabla, \mathbf{B}]] = \nabla(\nabla \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B}, \text{ և } \nabla \mathbf{B} \equiv \text{div } \mathbf{B} = 0, \quad (5.7)$$

ապա (5.6) և (5.7) առնչություններից կստանանք

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \frac{1}{\lambda_L^2} \mathbf{B} \quad (5.8)$$

հավասարումը, որտեղ

$$\lambda_L = \left( \frac{mc^2}{4\pi n_s e^2} \right)^{1/2} \quad (5.9)$$

պարամետրն ունի երկարության չափայնություն: (5.8) հավասարումից հետևում է, որ այն չունի  $\mathbf{B} = \text{const} \neq 0$  լուծում, այսինքն՝ գերհաղորդչում համասեռ մագնիսական դաշտ գոյություն ունենալ չի կարող:

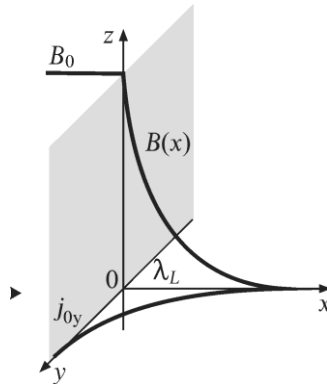
Եթե գերհաղորդիչն զբաղեցնում է  $x > 0$  կիսատարածությունը, իսկ մագնիսական դաշտն ուղղված է  $z$  առանցքով՝  $\mathbf{B} = \mathbf{B}(0, 0, B_z)$  (նկ. 184), ապա (5.8) հավասարումից հետևում է

$$\frac{d^2 B_z}{dx^2} - \frac{1}{\lambda_L^2} B_z = 0 \quad (5.10)$$

հավասարումը, որի  $B_z(0) = B_0$  եզրային պայմանին բավարարող և  $x \rightarrow \infty$  վերջավոր լուծումը՝

$$B(x) \equiv B_z(x) = B_0 \exp\left(-\frac{x}{\lambda_L}\right) : \quad (5.11)$$

Այսպիսով՝ գերհաղորդչի ներսում ( $x > 0$ ) դաշտը նվազում է էքսպոնեն-տային օրենքով,  $x = \lambda_L$  խորությունում փոքրանալով  $e \approx 2,71...$  անգամ:  $\lambda_L$  մեծությունը կոչվում է լոնդոնյան թափանցման խորություն: Մագնիսական դաշտը գերհաղորդչում զրոյից տարբեր է մերձմակերևութային շերտում, որի հաստությունը  $\lambda_L$ -ի կարգի է:



Նկ. 183. Մագնիսական ինդուկցիայի՝  $x$  կոորդինատից կախման գրաֆիկը

Ընտրված երկրաչափության դեպքում (5.4) հավասարումն ընդունում է հետևյալ տեսքը՝

$$-\frac{dB_z}{dx} = \frac{4\pi}{c} j_{sy} , \quad j_{sx} = j_{sz} = 0 , \quad (5.12)$$

հետևաբար, նկատի ունենալով (5.11) արտահայտությունը, հոսանքի խտու-թյունը կարելի է ներկայացնել հետևյալ բանաձևով՝

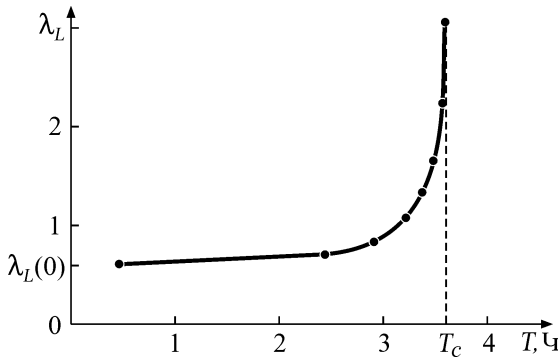
$$j_{sy} = \frac{cB_0}{4\pi\lambda_L} \exp\left(-\frac{x}{\lambda_L}\right) \equiv j_{0y} \exp\left(-\frac{x}{\lambda_L}\right) , \quad (5.13)$$

որի համաձայն՝ հոսանքը զրոյից տարբեր է  $\lambda_L$  կարգի հաստությամբ մակե-րևութային շերտում :

Թափանցման  $\lambda_L$  խորությունը  $n_s(T)$  խտության միջոցով կախված է մնուշի ջերմաստիճանից: Փորձարարական տվյալների համաձայն՝  $\lambda_L(T)$  կախումը կարելի է լավագույնս մոտարկել

$$\frac{\lambda_L(T)}{\lambda_L(0)} = \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^4 \right]^{-1/2} \quad (5.14)$$

արտահայտությամբ, որտեղ  $\lambda_L(0)$ -ն թափանցման խորությունն է  $0 \text{ Կ}$ -ում:



Նկ. 184. Անագում թափանցման խորության կախումը ջերմաստիճանից

Նկ. 184-ում պատկերված է թափանցման խորության կախումը ջերմաստիճանից անագում: Երբ  $T \leq T_c$

$$\frac{\lambda_L(T)}{\lambda_L(0)} \approx \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{T}{T_c} \right)^{-1/2}, \quad (5.15)$$

հետևաբար՝ կրիտիկական ջերմաստիճանին մոտենալիս մագնիսական դաշտն ավելի և ավելի խորն է թափանցում մնուշի մեջ, և  $T_c$  ջերմաստիճանում  $\lambda_L(T_c) = \infty$ , այսինքն՝ նորմալ վիճակի անցնելիս մագնիսական դաշտը լրիվ թափանցում է մնուշի մեջ:

Գնահատենք  $\lambda_L(0)$  մեծությունը:  $T = 0 \text{ Կ}$ -ում գերհաղորդչի բոլոր էլեկտրոնները «գերհաղորդիչ» են՝  $n_s \approx n \sim 10^{22} \text{ սմ}^{-3}$ : Այս արժեքը տեղադրելով (5.9)

բանաձևում՝ կատանանք.  $\lambda_L(0) \approx 600 \text{ \AA}$ : Աղյուսակ 36-ում բերված են  $\lambda_L(0)$ -ի արժեքները մի քանի գերհաղորդիչների համար: Նշենք, որ սնդիկում(**Hg**)  $\lambda_L(0)$ -ի որոշակի տիրույթի առկայությունը հետևանք է անիզոտրոպության՝  $\lambda_L(0)$ -ի կախման մագնիսական դաշտի ուղղությունից:

### Աղյուսակ 36.

#### *Թափանցման խորության արժեքները որոշ մետաղներում*

| Տարր                        | Al  | Cd   | Hg        | In  | Nb  | Pb  | Sn  | Tl  |
|-----------------------------|-----|------|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|
| $\lambda_L(0), \text{ \AA}$ | 500 | 1300 | 380 – 450 | 640 | 470 | 390 | 510 | 920 |

Լոնդոնների (5.5) հավասարման ֆիզիկական իմաստը պարզելու նպատակով գրենք  $\mathbf{A}$  վեկտորական պոտենցիալով դաշտում  $q$  լիցքով և  $m_q$  զանգվածով մասնիկի իմպուլսը՝

$$\mathbf{p}_s = m_q \mathbf{v}_s + \frac{q}{c} \mathbf{A} : \quad (5.16)$$

$\mathbf{v}_s$  արագությունից անցնելով հոսանքի խտությանը՝  $\mathbf{v}_s = \mathbf{j}_s / qn_q$ , որտեղ  $n_q$ -ն մասնիկների խտությունն է, (5.16) բանաձևը ներկայացնենք հետևյալ կերպ՝

$$\mathbf{j}_s = \frac{qn_q}{m_q} \mathbf{p}_s - \frac{q^2 n_q}{m_q c} \mathbf{A} : \quad (5.17)$$

«Երկհեղուկ» մոդելի համաձայն՝ գերհաղորդիչ վիճակում լիցքակիրներն ունեն  $\mathbf{p}_s = 0$  իմպուլս (« $p$ »-տարածության մեջ տեղի է ունենում «կոնդենսացում»), ուստի (5.17) բանաձևից հետևում է

$$\mathbf{j}_s = -\frac{q^2 n_q}{m_q c} \mathbf{A} \equiv \frac{c}{4\pi\lambda^2} \mathbf{A} \quad (5.18)$$

հավասարումը, որը համարժեք է (5.5) հավասարմանը, և որտեղ

$$\lambda = \left( \frac{m_q c^2}{4\pi q^2 n_q} \right)^{1/2} : \quad (5.19)$$

Ինչպես հետևում է գերհաղորդականության միկրոսկոպական տեսությունից (§7), գերհաղորդիչներում որպես լիցքակիրներ հանդես են գալիս էլեկտրոնա-

յին գույգերը՝  $q = -2e$  լիցքով,  $m_q = 2m$  զանգվածով և  $n_q = n_s/2$  խտությամբ: Այս արժեքները տեղադրելով (5.19) արտահայտության մեջ՝ կստանանք թափանցման լոնդոնյան խորության (5.9) բանաձևը:

Ընդհանուր դեպքում լրիվ հոսանքը «նորմալ» և «գերհաղորդիչ» հոսանքների գումարն է՝

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_n + \mathbf{j}_s : \quad (5.20)$$

«Նորմալ» հոսանքը նկարագրվում է Մաքսվելի հավասարումներով և Օհմի օրենքով՝

$$\mathbf{j}_n = \sigma_n \mathbf{E} , \quad (5.21)$$

որտեղ  $\sigma_n$ -ը «նորմալ» էլեկտրոնների հաղորդականությունն է:

Այսպիսով, գերհաղորդիչ մետաղը նկարագրող (5.20), (5.21), (5.5) և (5.1) հավասարումների համակարգի օգնությամբ կարելի է որոշել տարբեր վիճակներում գերհաղորդչում հոսանքների և դաշտերի բաշխումը:

Հարկ է նշել, որ Լոնդոնների հավասարումները հիմնարար ֆիզիկական սկզբունքներից չեն արտածված և չեն բացատրում գերհաղորդականության երևույթը: Դրանք որոշակի սահմանափակումներ են, որոնք դրվում են էլեկտրամագնիսականության հավասարումների վրա, որպեսզի ստացված օրինաչափությունները համապատասխանեն փորձի արդյունքներին: Լոնդոնների հավասարումները լրացուցիչ պայմաններ են, որոնց ենթարկվում են գերհաղորդիչ հոսանքները:

Լոնդոնների տեսությունը որակապես բացատրում է փորձում ստացված բազմաթիվ օրինաչափություններ, սակայն տեսության քանակական համապատասխանությունը փորձին շատ դեպքերում հեռու է բավարար լինելուց: Բանն այն է, որ այս տեսությունն իր էությանմբ դասական է, դրանում էլեկտրոնները դիտվում են որպես դասական մասնիկներ, այնինչ գերհաղորդականության երևույթում հիմնական դերը կատարում են քվանտային օրինաչափությունները:

Լոնդոնների տեսության մեջ ենթադրվում է, որ թափանցման  $\lambda_L$  խորությունը կախված չէ մագնիսական դաշտի լարվածությունից և նմուշի չափերից: Առաջին ենթադրությունը համարժեք է այն պնդմանը, որ «գերհաղորդիչ» էլեկտրոնների թիվը կախված չէ մագնիսական դաշտի լարվածությունից: Սակայն հայտնի է, որ մագնիսական դաշտն էապես ազդում է էլեկտրոնների

վարքի վրա, ընդհուպ մինչև գերհաղորդիչ վիճակի վերացումը: Այս տեսանկյունից Լոնդոնների տեսությունը համապատասխանում է թույլ դաշտի մոտավորությանը:

Երկրորդ ենթադրության սահմանափակությունը դառնում է ակնհայտ հատկապես բարակ ( $L \sim 10^3 \text{ \AA}$  կարգի հաստությամբ) թաղանթների գերհաղորդիչ հատկություններն ուսումնասիրելիս:

Նշված թերություններից գերծ է Վ. Գինզբուրգի և Լ. Լանդաուի տեսությունը, որը նույնպես երևութաբանական է, սակայն հիմնվում է քվանտային մեխանիկայի և երկրորդ կարգի ֆազային անցումների տեսության վրա:

## § 6. Հոսքի քվանտացում: Կուպերյան զույգեր

Գերհաղորդիչ վիճակում օղակում հոսանքը պահպանվում է առանց փոփոխության գործնականորեն անվերջ երկար ժամանակ: Կարելի է ասել, որ «օղակ + հոսանք» համակարգը ստացիոնար, այսինքն՝ ժամանակի ընթացքում չփոփոխվող վիճակում է: «Օղակ + հոսանք» համակարգի համար այլ ստացիոնար վիճակ կարելի է ստանալ, եթե օղակը սառեցվի մեկ այլ մեծությամբ մագնիսական դաշտում: Դաշտն անջատելիս օղակում կմակաձվի գերհաղորդիչ հոսանք, որի մեծությունը կախված է դաշտի լարվածությունից: Նման հնարավոր ստացիոնար վիճակներից ամենափոքր էներգիա կունենա  $j_s = 0$ ՝ առանց հոսանքի վիճակը: Կարելի է մտածել, որ մագնիսական դաշտի լարվածության ընտրությամբ կարելի է ստանալ կամայական մեծության հոսանք:

Սակայն, քվանտային մեխանիկայի համաձայն՝ ստացիոնար վիճակները որոշվում են համակարգի վրա դրվող քվանտացման պայմաններով: Հետևաբար՝ բնական է ենթադրել, որ «օղակ + հոսանք» համակարգը ևս կարող է ունենալ քվանտացման պայմաններով որոշվող ստացիոնար վիճակներ:

1950 թ. Ֆ. Լոնդոնը կանխատեսել է գերհաղորդիչ օղակում մագնիսական հոսքի քվանտացման երևույթը:

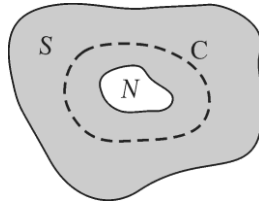
Եթե ենթադրենք, որ «օղակ + հոսանք» համակարգը որոշակի քվանտային վիճակում է, ապա քվանտացման պայմանը կընդունի հետևյալ տեսքը՝



$$\oint_C \mathbf{p}_s d\mathbf{l} = nh, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (6.1)$$

որտեղ  $\mathbf{p}_s$ -ը գերհաղորդիչ հոսանք ստեղծող մասնիկի իմպուլսն է,  $d\mathbf{l}$ -ը՝ հետագծի տարրը,  $C$ -ն՝ ինտեգրման կոնտուրը, (նկ. 185,  $S$ -ը գերհաղորդիչ տիրույթն է,  $N$ -ը՝ նորմալ տիրույթը, որտեղ մագնիսական դաշտի լարվածությունը զրոյից տարբեր է. կետագծով պատկերված է  $C$  կոնտուրը):  $\mathbf{p}_s$  իմպուլսը որոշում է մասնիկի դը Բրոյի ալիքի երկարությունը՝  $\lambda = h/|\mathbf{p}_s|$  և կապված է մասնիկի «կինետիկական» (մասնիկի կինետիկ էներգիան որոշող)  $m\mathbf{v}_s$  իմպուլսի հետ (5.16) առնչությամբ: (5.17) առնչության օգնությամբ քվանտացման (6.1) պայմանը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{m_q}{q^2 n_q} \oint_C \mathbf{j}_s d\mathbf{l} + \frac{1}{c} \oint_C \mathbf{A} d\mathbf{l} = \frac{h}{q} n : \quad (6.2)$$



Նկ. 185. Ինտեգրման  $C$  կոնտուրը

Օգտվելով Ստոքսի թեորեմից՝

$$\oint_C \mathbf{A} d\mathbf{l} = \iint_S \text{rot} \mathbf{A} d\mathbf{S}, \quad (6.3)$$

որտեղ  $S$ -ը  $C$  կոնտուրով սահմանափակված մակերեսն է, և նկատի ունենալով  $\text{rot} \mathbf{A} = \mathbf{B}$  կապը, (6.2) առնչության փոխարեն կստանանք՝

$$\frac{m_q}{q^2 n_q} \oint_C \mathbf{j}_s d\mathbf{l} + \frac{1}{c} \iint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = \frac{h}{q} n : \quad (6.4)$$

(6.4) առնչության ձախ մասում գրված մեծությունը  $\Phi$ . և  $\chi$ . Լոնդոններն անվանել են ֆլուքսոիդ, որի երկրորդ գումարելին (առանց  $1/c$  գործակցի) մագնիսական հոսքն է  $S$  մակերեսով (ներառյալ նաև թափանցման շերտը): (6.4)

պայմանի համաձայն՝ ֆլուքստիղը կարող է ընդունել միայն ընդհանուր,  $h/q$  մեծության բազմապատիկ արժեքներ, այսինքն՝ այն քվանտանում է:

Եթե  $C$  կոնտուրն ամբողջությամբ գերհաղորդիչ տիրույթում է, որտեղ  $\mathbf{j}_s = 0$ , ապա (6.4) հավասարումից հետևում է մագնիսական հոսքի քվանտացման պայմանը՝

$$\iint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} \equiv \Phi_s = n \frac{ch}{q} \equiv n \Phi_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (6.5)$$

այսինքն՝  $C$  կոնտուրը «ձգող»  $S$  մակերեսով մագնիսական հոսքը կարող է ընդունել միայն  $\Phi_0$  մեծության բազմապատիկ արժեքներ, ընդամին

$$\Phi_0 = \frac{ch}{q} \quad (6.6)$$

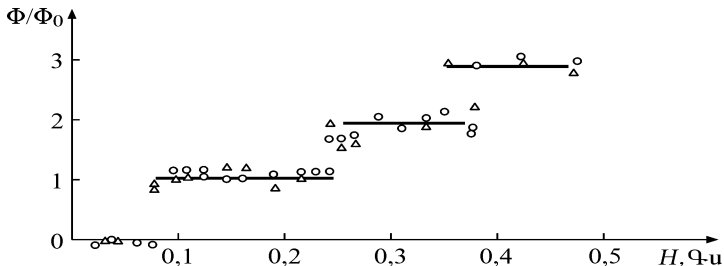
մեծությունը մագնիսական հոսքի քվանտն է («ֆլուքսոն»):

Լոնդոնների տեսության մեջ որպես «գերհաղորդիչ» լիցքակիրներ հանդես են գալիս էլեկտրոնները, ուստի մագնիսական հոսքի քվանտի համար ստացվում է հետևյալ արժեքը՝

$$\Phi_0^{(L)} = \frac{ch}{q} \approx 4,14 \cdot 10^{-7} \text{ Գ.ս.սմ}^2:$$

Սակայն, ինչպես ցույց են տալիս փորձերը, (Ռ. Դոլ և Մ. Նեբաուեր, Գերմանիա, 1961 թ.; Բ. Դիվեր և Ռ. Ֆեյրբենկ, ԱՄՆ, 1961 թ.), մագնիսական հոսքի քվանտի համար ստացվում է երկու անգամ փոքր արժեք՝

$$\Phi_0 = \frac{ch}{2e} \approx 2,07 \cdot 10^{-7} \text{ Գ.ս.սմ}^2: \quad (6.7)$$



Նկ. 186. Անագե գլանիկում  $\Phi/\Phi_0$  մեծության կախումը մագնիսական դաշտի լարվածությունից

Այս արտահայտությունից և (6.6) սահմանումից հետևում է, որ  $q=2e$ , այսինքն՝ գերհաղորդիչ հոսանքը պայմանավորված է էլեկտրոնային գույգերով (այսպես կոչված «կուպերյան գույգեր»), որոնց վերագրվում է նաև  $m_q=2m$  զանգված: Նկ. 186-ում պատկերված է ամագե գլանիկում մագնիսական հոսքի չափումների արդյունքը՝ բերված մագնիսական հոսքի՝  $\Phi/\Phi_0$  մեծության կախումը գլանիկում «բռնված» (կամ «սառեցված») մագնիսական դաշտի մեծությունից (Բ. Դիվեր, Ու. Ֆեյրբենկ): Նկարից հստակորեն երևում են մագնիսական հոսքի 0, 1 և 2 քվանտներով վիճակները:

Հարկ է նշել, որ (6.4) արտահայտության մեջ  $m_q/q^2 n_q$  գործակցի մեծությունը կախված չէ այն բանից, թե ինչ մասնիկներով է տեղափոխվում հոսանքը՝ առանձին էլեկտրոններով, թե՞ կուպերյան գույգերով: Վերջին դեպքում, բացի  $q=2e$  և  $m_q=2m$  առնչություններից, որպես լիցքակիրների խտություն պետք է վերցնել  $n_q = n/2$  մեծությունը:

Մագնիսական հոսքի քվանտացման երևույթը վկայում է նաև կուպերյան գույգերի ուժեղ փուլային կոռելյացիայի (փոխկապակցվածության, փոխհամաձայնեցվածության) մասին, քանի որ, փորձի համաձայն, բոլոր կուպերյան գույգերն ունեն միևնույն  $n$  քվանտային թիվը: Հաջորդ՝  $n'$  քվանտային թվին անցնելիս բոլոր կուպերյան գույգերն անցնում են միևնույն նոր՝  $n'$ -ով որոշվող քվանտային վիճակին: Եթե մեկ առանձին կուպերյան գույգ իր քվանտային թիվը մեծացնի միավորով, իսկ մյուսները մնան նույն  $n$ -ով վիճակում, ապա դրա հետ կապված մագնիսական հոսքի փոփոխությունը՝  $\Delta\Phi = \Phi_0/N_c$ , որտեղ  $N_c$ -ն կուպերյան գույգերի թիվն է տվյալ ջերմաստիճանում:  $N_c$  թվի մակրոսկոպական բնույթի պատճառով  $\Delta\Phi$ -ն շատ անգամ փոքր է փորձում դիտվող  $\Phi_0$  արժեքից:

Ներմուծելով կուպերյան գույգի գաղափարը՝ արտաքին մագնիսական դաշտում գերհաղորդիչ հոսանքի քվանտամեխանիկական բանաձևը կարելի է գրել ընդհանրացված տեսքով, դրանում վերցնելով  $q=-2e$  և  $m_q=2m$ ՝

$$\mathbf{j}_s = -\frac{e}{2m} \left\{ \psi^* \left( -i\hbar\nabla + \frac{2e}{c} \mathbf{A} \right) \psi + \psi \left[ \left( -i\hbar\nabla + \frac{2e}{c} \mathbf{A} \right) \psi \right]^* \right\} : \quad (6.8)$$

Այս արտահայտությունից, որն առաջարկել են Վ. Գինզբուրգը և Լ. Լանդաուն, կատարելով որոշ ենթադրություններ՝ կարելի է ստանալ Լոնդոնների տեսության (5.5) (կամ (5.18)) հավասարումը:

Իրոք, ենթադրենք, որ  $\psi$  ալիքային ֆունկցիայի փոփոխությունը տարածության մեջ պայմանավորված է միայն նրա փուլի փոփոխությամբ՝

$$\psi(\mathbf{r}) = |\psi| \exp[i\varphi(\mathbf{r})] ; \quad |\psi| \approx \text{const} : \quad (6.9)$$

Ֆիզիկորեն այս ենթադրությունը նշանակում է, որ կուպերյան գույգերի խտությունն էսպես չի տարբերվում ջերմադինամիկական հավասարակշռության վիճակում դրանց խտությունից: Կուպերյան գույգերը կարող են տեղափոխվել, բայց չկուտակվել և ոչ էլ ոչնչանալ: (6.9) հավասարումը տեղադրելով (6.8) արտահայտության մեջ՝ կստանանք.

$$\mathbf{j}_s \approx - \left( \frac{2e^2}{mc} \mathbf{A} + \frac{e\hbar}{m} \nabla \varphi \right) |\psi|^2 : \quad (6.10)$$

(6.10) հավասարման աջ և ձախ մասերի վրա ազդելով  $\text{rot}$  օպերատորով և նկատի ունենալով, որ կամայական ֆունկցիայի համար  $\text{rot}(\nabla \varphi) = 0$ , կստանանք Լոնդոնների հավասարումը՝

$$\text{rot } \mathbf{j}_s = - \frac{e^2 n_s}{mc} \mathbf{B},$$

որտեղ որպես կուպերյան գույգերի խտություն հանդես է գալիս

$$n_s = 2 |\psi|^2 \quad (6.11)$$

մեծությունը: Այս համապատասխանեցումը հիմնավորված է, եթե  $\psi$ -ն մեկնաբանվում է որպես կուպերյան գույգի ալիքային ֆունկցիա:

Գերհաղորդիչ հոսանքի (6.10) արտահայտությունից ուղղակիորեն հետևում է նաև մագնիսական հոսքի քվանտացման (6.5) պայմանը: Իրոք, եթե (6.10) արտահայտությունն ինտեգրենք  $C$  փակ կոնտուրով, որն ամբողջությամբ գերհաղորդիչ տիրույթում է (նկ. 185) և դրանում տեղադրենք  $\mathbf{j}_s = 0$ , ապա նկատի ունենալով նաև (6.3) առնչությունը, կստանանք՝

$$\frac{2e^2}{mc} \Phi_s = - \frac{e\hbar}{m} \oint_C \nabla \varphi d\mathbf{l} : \quad (6.12)$$

Մյուս կողմից, քանի որ  $\psi$  ալիքային ֆունկցիան միարժեք է, ապա փակ կոնտուրով պատվելիս դրա փուլը պետք է փոփոխվի  $\Delta\varphi = 2\pi n$  մեծությամբ, որտեղ  $n$ -ն ամբողջ թիվ է: Հետևաբար՝

$$\oint_C \nabla\varphi d\mathbf{l} = \oint_C \frac{\partial\varphi}{\partial l} d\mathbf{l} = \oint_C d\varphi \equiv \Delta\varphi = 2\pi n : \quad (6.13)$$

(6.12) և (6.13) բանաձևերի համաձայն՝

$$|\Phi_s| = \frac{\hbar c}{2e} 2\pi n = \frac{\hbar c}{2e} n \equiv \Phi_0 n : \quad (6.14)$$

Արված ենթադրությունների շրջանակներում ստացված այս ոչ խիստ ապացուցումը հիմնավորում է գերհաղորդիչ վիճակը (6.9) ալիքային ֆունկցիայով նկարագրելու իրավացիությունը:

## § 7. Գերհաղորդականության միկրոսկոպական տեսության ֆիզիկական հիմունքները: Կուպերի խնդիրը

Գերհաղորդականության երևույթի փորձարարական ուսումնասիրությունները և երևութաբանական տեսությունների արդյունքները համոզիչ ձևով ցույց տվեցին, որ գերհաղորդիչ վիճակն օժտված է որոշակի կարգավորվածությամբ, որն ի հայտ է գալիս նորմալ վիճակից գերհաղորդիչ վիճակին անցնելիս:

Ամեն մի կարգավորվածություն, անկախ դրա ծագման ֆիզիկական պատճառներից, հետևանք է որոշակի փոխազդեցության, որի ուժգնությամբ էլ հենց որոշվում է տվյալ կարգավորված վիճակին անցնելու բնութագրական ջերմաստիճանը: Օրինակ՝ գազերի, հեղուկների և պինդ մարմինների փոխադարձ փոխակերպումները պայմանավորված են ատոմների և մոլեկուլների միջև գործող ուժերով, ընդ որում մեկ մասնիկին բաժին ընկնող կապի էներգիաներն ընկած են  $10^{-2}$  էՎ-ից մինչև մի քանի էՎ տիրույթում (Մաս I, 10 – 13 Աղյուսակներ), և որոնց համապատասխանում են մի քանի տասնյակից մինչև մի քանի հազար կեՎի բնութագրական ջերմաստիճաններ: Եվ հատկանշական է, որ անցման ջերմաստիճանի նվազման հետ նյութն անցնում է ավելի կարգավորված վիճակի (գազ  $\rightarrow$  հեղուկ  $\rightarrow$  պինդ բյուրեղային մարմին):

Յաճախ ջերմաստիճանների տիրույթում հանդես են գալիս ավելի և ավելի թույլ փոխազդեցություններ: Օրինակ՝  $10^{-4}$  էՎ ( $T \sim 1$  Կ) էներգիաները բնութագրական են ատոմների և մոլեկուլների մագնիսական մոմենտների փոխազդեցության համար և կարող են նպաստել մագնիսական կարգավորվածության առաջացմանը (IX.7, IX.14):

Գերհաղորդիչ վիճակին անցման կրիտիկական ջերմաստիճաններն ընկած են  $10^{-2}$  Կ– $10$  Կ տիրույթում (Աղյուսակ 33, Հավելված 6), ուստի բնական է ենթադրել, որ գերհաղորդականության պատճառ փոխազդեցությունը բավականաչափ թույլ է:

Կատարենք գնահատումներ: Նորմալ մետաղի և գերհաղորդիչի  $1\text{սմ}^3$ -ին բաժին ընկնող էներգիաների տարբերությունը, (4.9) բանաձևի համաձայն՝  $H_c \sim 10^3$  Գ-ս դաշտում  $10^5$  էրգ կարգի մեծություն է: Քանի որ մետաղի  $1\text{սմ}^3$ -ը պարունակում է  $N \sim 10^{22}$  էլեկտրոն, ապա գերհաղորդիչ վիճակում յուրաքանչյուր էլեկտրոնին բաժին է ընկնում  $(10^5/10^{22})$  էրգ  $\approx 10^{-5}$  էՎ էներգիա: Մյուս կողմից, հայտնի է, որ մետաղներում էլեկտրոնների կուլոնյան փոխազդեցության էներգիան էՎ-ի կարգի է և դրա անտեսումը բոլորովին չի խանգարում ժամանակակից մետաղների տեսությանը՝ համարժեքորեն նկարագրելու դրանց ֆիզիկական հատկությունները: Այսպիսով, անհրաժեշտ է բացատրել էլեկտրոնային համակարգում կարգավորվածության առաջացումը, պայմանավորված  $10^{-5}$  էՎ կարգի էներգիայով, որը շատ անգամ փոքր է տեսության շրջանակներում անտեսվող էներգիայից:

Գերհաղորդականության երևույթը բացատրելու համար անհրաժեշտ է նախ և առաջ գտնել այն փոխազդեցությունը, որի հետևանքով էլեկտրոնային համակարգում առաջանում է կարգավորվածություն:

1950 թ. Հ. Ֆրյոդիխը տեսականորեն ցույց է տվել, որ էլեկտրոնների և բյուրեղային ցանցի տատանումների միջև փոխազդեցությունը կարող է հանգեցնել էլեկտրոնների միջև լրացուցիչ փոխազդեցության, որը որոշակի պայմաններում դրսևորվում է որպես ձգողություն: Եթե այն գերազանցի էլեկտրոնների միջև վանողությունը, ապա մետաղում կառաջանա էլեկտրոնների արդյունաբար ձգողություն և, որպես հետևանք՝ գերհաղորդականություն:

Ինչպե՞ս պատկերացնել պինդ մարմնի բյուրեղային ցանցի միջոցով իրականացվող էլեկտրոն-էլեկտրոն փոխազդեցությունը:

Ենթադրենք՝  $\mathbf{p}_1$  իմպուլսով էլեկտրոնը տարածվում է բյուրեղում: Ինչ-որ պահի այն գրգռում է ցանցը, այսինքն՝ ստեղծում տատանում, կամ ինչպես ընդունված է ասել, արձակում է ֆոնոն<sup>\*)</sup>, որը մինչ այդ գոյություն չուներ, և անցում է նոր՝  $\mathbf{p}'_1$  իմպուլսով վիճակի:

Իմպուլսի պահպանման օրենքի համաձայն՝

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}'_1 + \hbar \mathbf{q}, \quad (7.1)$$

որտեղ  $\hbar \mathbf{q}$  մեծությունը ֆոնոնի իմպուլսն է: Ծնված ֆոնոնն անմիջապես կլանում է մի այլ՝  $\mathbf{p}_2$  իմպուլսով էլեկտրոնը, անցնելով նոր՝  $\mathbf{p}'_2$  իմպուլսով վիճակի, ընդ որում՝

$$\mathbf{p}'_2 = \mathbf{p}_2 + \hbar \mathbf{q} : \quad (7.2)$$

Այսպիսով՝  $\mathbf{p}_1$  և  $\mathbf{p}_2$  իմպուլսներով էլեկտրոնները ցանցի միջնորդությամբ անցնում են  $\mathbf{p}'_1$  և  $\mathbf{p}'_2$  իմպուլսներով վիճակների, այսինքն՝ ցրվում են իրար վրա, որն էլ հենց նշանակում է փոխազդեցության առկայություն էլեկտրոնների միջև, որի դեպքում, (7.1) և (7.2) բանաձևերի համաձայն, դրանց գումար իմպուլսը չի փոխվում՝

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}'_1 + \mathbf{p}'_2 : \quad (7.3)$$

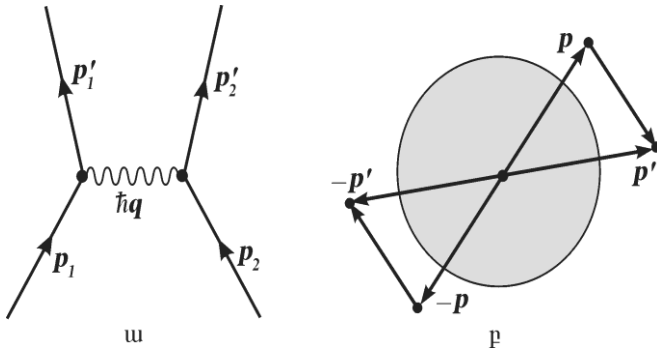
Նկ. 187, ա-ում տրված է էլեկտրոնների փոխազդեցության գրաֆիկական պատկերը:

Այժմ պարզենք փոխազդեցության բնույթը:

Երբ էլեկտրոնը  $\mathbf{p}_1$  իմպուլսով և  $\varepsilon_{\mathbf{p}_1} = \mathbf{p}_1^2 / 2m$  էներգիայով վիճակից անցնում է  $\mathbf{p}'_1$ ,  $\varepsilon_{\mathbf{p}'_1}$  վիճակի, միջավայրում ծագում է էլեկտրոնային խտության փոփոխություն  $\omega = (\varepsilon_{\mathbf{p}_1} - \varepsilon_{\mathbf{p}'_1}) / \hbar$  հաճախությամբ: Դիցուք՝ այսպիսի փոփոխության դեպքում տվյալ տեղում առաջանում է էլեկտրոնների տեղային խտության աճ: Իոնները կծգվեն դեպի այդ տեղը և, քանի որ ունեն զգալի զանգվածներ, ապա բացասական լիցքի հավելուրդը համակշռելուց հետո էլ

---

<sup>\*)</sup> Ընդունված է ցանցի՝ որոշակի հաճախությամբ և ալիքային վեկտորով տատանմանը (մոդին) համապատասխանության մեջ դնել  $\varepsilon_{\mathbf{p}} = \hbar \omega_{\mathbf{p}}$  էներգիայով և  $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$  իմպուլսով «մասնիկ»՝ ֆոնոն, այնպես, ինչպես էլեկտրամագնիսական դաշտի տատանման մոդին համապատասխանության մեջ է դրվում այդ դաշտի քվանտ՝ ֆոտոն:



Նկ. 187. ա. Էլեկտրոնների փոխազդեցության գրաֆիկական պատկերը,  $p$ ,  $p$  և  $-p$  էլեկտրոնների փոխազդեցությունը վիրտուալ ֆոնոնի փոխանակման միջոցով (մուգ գույնով նշված է  $p_F$  շառավղով ֆերմի-մակերևույթը)

դեռ կշարունակեն շարժվել նույն ուղղությամբ, որի հետևանքով կառաջանա լիցքի վերահամակշռում: Այսինքն՝ տվյալ կետում այժմ կստեղծվի դրական լիցքի ավելցուկ, որն էլ կծգի երկրորդ էլեկտրոնը: Այս ձգողությունը կառաջանա, եթե ցանցի հարկադրական տատանումները փուլով համընկնում են հարկադրող ուժի, այլ կերպ՝ էլեկտրոնային խտության փոփոխության հետ, որը կատարվում է  $\omega = (\varepsilon_{p_1} - \varepsilon_{p_1'})/\hbar$  հաճախությամբ: Ինչպես հայտնի է, հարկադրական տատանումները փուլով համընկնում են արտաքին ուժի հետ, եթե տատանողական համակարգի սեփական հաճախությունը մեծ է հարկադրող ուժի հաճախությունից՝  $\omega_0 > \omega$ :

Այսպիսով՝ երկու էլեկտրոնների փոխազդեցությունը կունենա ձգողության բնույթ, եթե էլեկտրոնային խտության  $\omega$  հաճախությունը փոքր է բյուրեղային ցանցի սեփական տատանումների Դեբայի բնութագրական  $\omega_D$  հաճախությունից, որը (Մաս I, IV.4, III.3) կախված է տատանվող մասնիկի (իոնի)  $M$  զանգվածից՝

$$\omega_D \sim M^{-1/2}: \quad (7.4)$$

Հ. Ֆրյոիլիխի առաջարկած էլեկտրոն-էլեկտրոն փոխազդեցության ֆոնոնային մեխանիզմը հաստատվել է երկու, իրարից անկախ փորձարարական խմբերի (Է. Մաքսվել և Ս. Ռեյնոլդս ու այլք) հայտնաբերած իզոտոպա-



յին երևույթով, որի համաձայն՝ տվյալ մետաղի տարբեր իզոտոպներ ունեն տարբեր կրիտիկական ջերմաստիճաններ և տարբեր կրիտիկական մագնիսական դաշտեր:

Իզոտոպային երևույթը նկարագրվում է հետևյալ առնչություններով՝

$$T_c M^a = \text{const} , \quad H_{0c} M^a = \text{const} , \quad (7.5)$$

ընդ որում, տարրերի մեծ մասի համար  $a \sim 0,5$  (Աղյուսակ 37):

### Աղյուսակ 37.

#### *a* պարամետրի արժեքները

| Տարր      | <i>a</i>        | Տարր      | <i>a</i>        | Տարր      | <i>a</i>        |
|-----------|-----------------|-----------|-----------------|-----------|-----------------|
| <b>Zn</b> | $0,45 \pm 0,05$ | <b>Sn</b> | $0,47 \pm 0,02$ | <b>Pb</b> | $0,49 \pm 0,02$ |
| <b>Cd</b> | $0,32 \pm 0,07$ | <b>Hg</b> | $0,50 \pm 0,03$ | <b>Tl</b> | $0,61 \pm 0,10$ |

(7.4) և (7.5) առնչությունների համաձայն՝

$$T_c \sim \omega_D , \quad H_{0c} \sim \omega_D : \quad (7.6)$$

Այսպիսով՝ իզոտոպական երևույթից հետևում է, որ չնայած գերհաղորդչի վիճակի անցնելիս մետաղի բյուրեղային ցանցը գործնականում փոփոխություններ չի կրում, այնուամենայնիվ այն անմիջականորեն մասնակցում է գերհաղորդչի վիճակ ստեղծելուն: Եթե իզոտոպի զանգվածը մեծ է, ապա  $\omega_D$ -ն համեմատաբար փոքր է, ցանցի՝ էլեկտրոնով պայմանավորված տեղային բևեռացումը փոքր է, ուստի և փոխազդեցությունը՝ թույլ: Դրա հետևանքով կրիտիկական ջերմաստիճանը նվազում է, որն էլ հաստատում է փորձը:

Ցանցում էլեկտրոնների միջև արդյունաբար ձգողության ի հայտ գալը կարելի է մեկնաբանել ավելի ընդհանուր՝ քվանտամեխանիկական փոխանակային փոխազդեցությունների տեսանկյունից, որի համաձայն փոխազդող էլեկտրոնները փոխանակում են ֆոնոններ: (Ընդունված է էլեկտրոնի ստեղծած և մյուս էլեկտրոնի կլանած ֆոնոնն անվանել «վիրտուալ», այսինքն՝ առանց էլեկտրոնի գոյություն չունեցող, ի տարբերություն ռեալ ֆոնոնների՝ ցանցի տատանումներին համապատասխանող քվանտների):

Գերհաղորդականության միկրոսկոպական մեխանիզմը հասկանալու գործում հաջորդ վճռորոշ քայլը կատարել է Լ.Կուպերը 1956 թ.: Նա ցույց է տվել, որ  $T = 0$  Կ-ում ազատ էլեկտրոնային գազի նվազագույն էներգիայով

հիմնական վիճակը էլեկտրոնների միջև կամայական չափով թույլ ձգողության առկայության պայմաններում դառնում է անկայուն:

Թվում է քիչ հավանական, որ կամայական չափով թույլ ձգողություն եռաչափ դեպքում բերի երկու էլեկտրոնների կապված վիճակի (էլեկտրոնային գույգի) առաջացման: Իրոք, անորոշությունների առնչության համաձայն,  $r_0$  շառավղով գույգում էլեկտրոնների իմպուլսների անորոշությամբ պայմանավորված էներգիան  $\hbar^2/mr_0^2$  կարգի մեծություն է, ուստի կապված վիճակ կառաջանա, եթե կապի էներգիան գերազանցի այդ մեծությունը (Մաս I, II.6): Սակայն L. Կուպերը ցույց է տվել, որ նման քիչ հավանական թվացող հնարավորությունը կարող է իրականանալ Պաուլիի սկզբունքի և մնացած էլեկտրոնների՝ գույգի վրա ազդեցության շնորհիվ:

Էլեկտրոնային համակարգի  $T=0$  Կ-ում հիմնական վիճակի անկայունության ծագման (հետևաբար՝ և կուպերյան գույգի առաջացման) պատճառը պարզելու նպատակով ուսումնասիրենք երկու առանձնացված էլեկտրոնների վարքը, որոնք  $\mathbf{r}_1$  և  $\mathbf{r}_2$  կետերում են, և որոնց իմպուլսներն ընկած են  $p_F$  շառավղով ֆերմի-գնդաձևից դուրս՝  $p_1, p_2 > p_F$ : Նշանակենք այդ էլեկտրոնների ալիքային ֆունկցիան  $\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ -ով և առայժմ դիտարկենք միայն այնպիսի վիճակներ, երբ գույգի զանգվածների կենտրոնը դադարի վիճակում է: Այս դեպքում ալիքային ֆունկցիան կախված է միայն  $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$  տարբերությունից և այն կարելի է ներկայացնել հարթ ալիքների գումարի տեսքով՝

$$\Phi(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \sum_{\mathbf{p}} g(\mathbf{p}) \exp \left[ \frac{i}{\hbar} \mathbf{p}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \right], \quad (7.7)$$

որտեղ  $|g(\mathbf{p})|^2$  մեծությունը հավանականությունն է այն բանի, որ մի էլեկտրոնը  $\mathbf{p}$ , իսկ մյուսը՝  $-\mathbf{p}$  իմպուլսով վիճակում է: Բանի որ բոլոր  $p < p_F$  վիճակները զբաղեցված են, ապա Պաուլիի սկզբունքի համաձայն,

$$g(\mathbf{p}) = 0, \quad \text{եթե} \quad p < p_F: \quad (7.8)$$

(7.7) արտահայտությունը տեղադրելով երկու էլեկտրոնի համար գրված Շրյոդինգերի հավասարման մեջ՝

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_2^2 + V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \right] \Phi(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = E \Phi(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) , \quad (7.9)$$

ծախից բազմապատկելով  $\exp[-i\mathbf{p}'(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)/\hbar]$  արտադրիչով և ինտեգրելով ըստ  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$  փոփոխականի, կստանանք հավասարում անհայտ  $g(\mathbf{p})$  ֆունկցիայի համար՝

$$2\frac{\mathbf{p}^2}{2m}g(\mathbf{p}) + \sum_{\mathbf{p}'} V_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}g(\mathbf{p}') = Eg(\mathbf{p}) , \quad (7.10)$$

որտեղ

$$V_{\mathbf{p},\mathbf{p}'} = \frac{1}{L^3} \int V(\mathbf{r}) e^{i(\mathbf{p}-\mathbf{p}')\mathbf{r}/\hbar} d\mathbf{r} \quad (7.11)$$

մեծությունը երկու էլեկտրոնների փոխազդեցության  $V(\mathbf{r})$  էներգիայի մատրիցական տարրն է  $\mathbf{p}$  և  $\mathbf{p}'$  վիճակների միջև,  $L^3$ -ը՝ համակարգի ծավալը: Եթե  $E > 2\varepsilon_F$ , ապա (7.10) հավասարումն ունի անընդհատ էներգիական սպեկտր և նկարագրում է երկու էլեկտրոնների ցրումը  $(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p})$  սկզբնական վիճակից  $(\mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}')$  վերջնական վիճակ (նկ. 187, բ):

Յույց տանք, որ երկու էլեկտրոնների միջև արդյունաբար ձգողության դեպքում, երբ  $V(\mathbf{r}) < 0$ , հնարավոր է այդ էլեկտրոնների կապված վիճակի առաջացում, որին համապատասխանում է բացասական կապի էներգիա:

Պարզության համար ենթադրենք, որ (7.11) մատրիցական տարրը կառելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$V_{\mathbf{p},\mathbf{p}'} = \begin{cases} -\frac{V_0}{L^3}, & \text{եթե } \varepsilon_F \leq \frac{\mathbf{p}^2}{2m}, \frac{\mathbf{p}'^2}{2m} \leq \varepsilon_F + \hbar\omega_D, \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում:} \end{cases} \quad (7.12)$$

Այս ենթադրության համաձայն՝ երկու էլեկտրոն իրար ձգում են միայն այն դեպքում, երբ դրանց էներգիաները ֆերմի-մակերևույթին հարող  $\hbar\omega_D$  լայնությամբ շերտում են: Նկատի ունենալով (7.12) մոտավորությունը, (7.10) հավասարումից կստանանք՝

$$(-2\varepsilon_{\mathbf{p}} + E)g(\mathbf{p}) = -\frac{V_0}{L^3} \sum_{\mathbf{p}'} g(\mathbf{p}') : \quad (7.13)$$

Կատարենք նշանակում՝

$$C = -\frac{V_0}{L^3} \sum_{\mathbf{p}'} g(\mathbf{p}') = \text{const} , \quad (7.14)$$

որտեղ գումարումը կատարվում է միայն ֆերմի-մակերևույթին հարող  $\hbar\omega_D$  շերտում ընկած վիճակներով: (7.13) հավասարման համաձայն՝

$$g(\mathbf{p}) = \frac{C}{E - 2\varepsilon_{\mathbf{p}}} , \quad (7.15)$$

որը տեղադրելով (7.14) նշանակման մեջ, կստանանք էլեկտրոնային զույգի  $E$  էներգիան որոշելու հավասարումը՝

$$\frac{V_0}{L^3} \sum_{\mathbf{p}'} \frac{1}{E - 2\varepsilon_{\mathbf{p}'}} = -1 : \quad (7.16)$$

Նկատի ունենալով էլեկտրոնային համակարգի մակրոսկոպական քնույթը, (7.16) հավասարման մեջ ըստ  $\mathbf{p}'$ -ի գումարից անցնենք ինտեգրալի (VII,2.17)՝

$$\frac{V_0}{L^3} \frac{L^3}{(2\pi\hbar)^3} \int \frac{d\mathbf{p}'}{2\varepsilon_{\mathbf{p}'} - E} = 1 : \quad (7.17)$$

Ենթաինտեգրալ արտահայտությունը կախված է միայն իմպուլսի մոդուլից, ուստի անցնելով էներգիային և ներմուծելով վիճակի խտության ֆունկցիան սպինի մեկ ուղղության և ծավալի միավորի համար՝

$$N(\varepsilon') d\varepsilon' = \frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^3} \equiv \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi\hbar)^3} , \quad (7.18)$$

(7.17) հավասարումը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով՝

$$f(E) \equiv V_0 \int_{\varepsilon_F}^{\varepsilon_F + \hbar\omega_D} \frac{N(\varepsilon') d\varepsilon'}{2\varepsilon' - E} = V_0 \int_0^{\hbar\omega_D} \frac{N(\varepsilon + \varepsilon_F) d\varepsilon}{2\varepsilon_F - E + 2\varepsilon} = 1 : \quad (7.19)$$

Սահմանենք էլեկտրոնային զույգի կապի էներգիան որպես երկու չփոխազդող էլեկտրոնների և էլեկտրոնային զույգի էներգիաների տարբերություն՝

$$\Delta = 2\varepsilon_F - E : \quad (7.20)$$

Քանի որ  $\hbar\omega_D \ll \varepsilon_F$ , ապա կարելի է (7.19) ինտեգրալում կատարել  $N(\varepsilon + \varepsilon_F) \approx N(\varepsilon_F)$  մոտավորությունը և հաշվել ինտեգրալը՝

$$V_0 N(\varepsilon_F) \int_0^{\hbar\omega_D} \frac{d\varepsilon}{2\varepsilon + \Delta} = \frac{1}{2} N(\varepsilon_F) V_0 \ln \left( 1 + \frac{2\hbar\omega_D}{\Delta} \right) = 1, \quad (7.21)$$

որտեղից հետևում է կապի էներգիայի վերջնական արտահայտությունը՝

$$\Delta = \frac{2\hbar\omega_D}{\exp \left[ \frac{2}{N(\varepsilon_F) V_0} \right] - 1} : \quad (7.22)$$

Այսպես կոչված թույլ կապի մոտավորությամբ, երբ  $N(\varepsilon_F) V_0 \ll 1$ ,

$$\Delta \approx 2\hbar\omega_D \exp \left[ -\frac{2}{N(\varepsilon_F) V_0} \right] : \quad (7.23)$$

Ստացված արդյունքի յուրահատկությունն այն է, որ անգամ շատ թույլ ( $V_0 \rightarrow 0$ ) ձգողական փոխազդեցության դեպքում գոյություն ունի  $\Delta \neq 0$  կապի էներգիա և, հետևաբար՝ երկու էլեկտրոնների կապված վիճակ:

Կամայական չափով թույլ ձգողական պոտենցիալի համար վերջավոր կապի էներգիայի գոյությունը պայմանավորված է լցված վիճակների ֆերմի-գնդորոտի գոյությամբ:

Իրոք,  $\varepsilon_F = 0$  դեպքում (7.19) հավասարման աջ մասը՝

$$I(E) = \int_0^{\hbar\omega_D} N(\varepsilon) \frac{d\varepsilon}{2\varepsilon - E} \quad (7.24)$$

ինտեգրալը,  $E = 0$ -ում  $I(0)$  վերջավոր մեծություն է, քանի որ  $N(\varepsilon) \sim \varepsilon^{1/2}$ : Եթե  $E < 0$ , ապա  $I(E) < I(0)$  կամ  $V_0 I(0) > V_0 I(E) = f(E) = 1$ : Այս պայմանից հետևում է, որ  $V_0 I(0) < 1$  դեպքում կապված, այսինքն՝  $E < 0$  վիճակներ չկան: Սակայն, եթե  $N(\varepsilon) \approx \text{const}$ , ապա  $I(2\varepsilon_F) = \infty$ , ուստի կամայա-

կան չափով փոքր  $V_0$ -ի համար միշտ կգտնվի այնպիսի  $\Delta = 2\varepsilon_F - E > 0$ , որ  $I(2\varepsilon_F - \Delta) = 1/V_0$ , և որի լուծումը տրվում է (7.22) արտահայտությամբ:

(7.23) արտահայտությունը չի կարելի վերածել շարքի ըստ  $V_0$ -ի, երբ  $V_0 \rightarrow 0$ : Այս արդյունքից հետևում է, որ գերհաղորդականության միկրոսկոպական տեսությունը հնարավոր չէ կառուցել խոտորումների ստանդարտ տեսության շրջանակներում:

## § 8. Գաղափար գերհաղորդականության ԲԿՇ տեսության մասին

Գերհաղորդականության միկրոսկոպական տեսությունը, որը հաջողությամբ բացատրում է փոքրում դիտվող օրինաչափությունները, ստեղծել են գերհաղորդականության երևույթի հայտնագործությունից 46 տարի անց՝ Ջ. Բարդինը, Լ. Կուպերը և Ջ. Շրիֆերը 1957 թ. (գերհաղորդականության ԲԿՇ տեսություն):

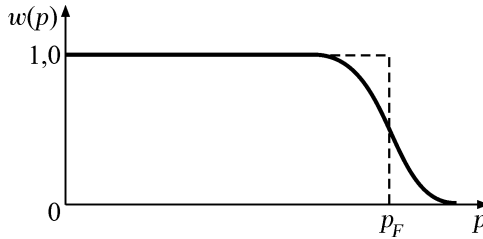
ԲԿՇ տեսության մեջ, Կուպերի խնդրի համեմատությամբ, կատարվում է հաջորդ քայլը՝ կառուցվում է հիմնական վիճակ, որտեղ կուպերյան զույգեր են կազմում բոլոր էլեկտրոնները: Այս մոտեցումն ավելի ընդհանուր է, քան Կուպերինը, քանի որ յուրաքանչյուր էլեկտրոն կատարում է կրկնակի դեր՝

ա. Պաուլիի սկզբունքի համաձայն՝ ապահովում է իմպուլսների արժեքների անհրաժեշտ սահմանափակում, որը մյուս էլեկտրոններին հնարավորություն է տալիս ստեղծելու կապված զույգեր կամայական չափով թույլ ձգողության առկայության պայմաններում,

բ. մասնակցում է որևէ կապված զույգի ստեղծմանը:

Ուսումնասիրենք գերհաղորդչի հիմնական վիճակը, որն իրացվում է  $T = 0$  Կ-ում, և որին համապատասխանում է նվազագույն էներգիա:

Նորմալ մետաղում նվազագույն էներգիայով վիճակին իմպուլսային տարածության մեջ համապատասխանում է լրիվ «ցված» ֆերմի-գնդոլորտը, իսկ դրանից դուրս՝ ազատ վիճակների բազմությունը: Այս վիճակում էլեկտրոնային համակարգի կինետիկ էներգիան ամենափոքրն է, իսկ պոտենցիալ էներգիան ազատ էլեկտրոնների մոդելի շրջանակներում պարզապես բացակայում է:



Նկ. 188.  $T = 0$  ջերմաստիճանում  $(\mathbf{p}, -\mathbf{p})$  էլեկտրոնային վիճակի զբաղեցվածության հավանականության իմպուլսից կախման գրաֆիկը

«Սիացնենք» էլեկտրոնների միջև բյուրեղային ցանցի միջնորդությամբ փոխազդեցությունը: Այն ունի ձգողական բնույթ, ուստի էներգիայի մեջ կտա բացասական ներդրում՝ փոքրացնելով համակարգի լրիվ էներգիան: Էլեկտրոնների փոխազդեցությունը (ցրումը) հնարավոր է, եթե  $(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$  սկզբնական վիճակը զբաղեցված է, իսկ  $(\mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2)$  վերջնական վիճակը՝ ազատ: Հետևաբար՝  $T = 0$  Կ-ում լրիվ լցված ֆերմի-գնդուորտն այլևս չի համապատասխանի համակարգի լրիվ էներգիայի նվազագույն արժեքին (կիներտիկ էներգիայի աճը փոքր է փոխազդեցության բացասական պոտենցիալ էներգիայից):

ԲԿԾ տեսության մեջ էլեկտրոնների միջև փոխազդեցությունը նկարագրվում է հետևյալ հիմնական մոտավորությամբ: Այն էլեկտրոնները, որոնց էներգիաները ֆերմի-էներգիայից տարբերվում են ոչ ավելի, քան  $\hbar\omega_D$ -ով ( $\omega_D$ -ն Դեբայի հաճախությունն է), փոխադարձաբար ձգվում են, ընդ որում դրանց փոխազդեցության էներգիան հաստատուն է: Մնացած էլեկտրոնները չեն փոխազդում: Էլեկտրոնների փոխազդեցության մատրիցական տարրը տրվում է (7.12) արտահայտությամբ:

Փոխազդող էլեկտրոնների էներգիաներն ընկած են

$$\Delta\varepsilon = \frac{(p_F + \Delta p)^2}{2m} - \frac{(p_F - \Delta p)^2}{2m} = \frac{2p_F \Delta p}{m} = 4\varepsilon_F \frac{\Delta p}{p_F} \sim \hbar\omega_D \quad (8.1)$$

լայնությամբ շերտում: (8.1) արտահայտությունից հետևում է, որ

$$\frac{\Delta p}{p_F} \approx \frac{\hbar\omega_D}{4\varepsilon_F} \sim \frac{T_D}{4T_F} : \quad (8.2)$$

Բնութագրական ջերմաստիճանների կարգը՝  $T_D \sim \sim 10^2$  Կ,  $T_F \sim 10^4 - 10^5$  Կ, ուստի՝  $\Delta p/p_F \sim 10^{-3}$ : Այսպիսով՝ էլեկտրոնային համակարգը մի վիճակում է, երբ ֆերմի-մակերևույթից դուրս որոշ վիճակներ զբաղեցված են, իսկ դրանից ներս կան որոշ ազատ վիճակներ: Դրա հետևանքով  $T = 0$  Կ-ում ֆերմի-մակերևույթը դառնում է «լողված» ի հաշիվ ոչ լրիվ զբաղեցված ( $\varepsilon_{\mathbf{p}} \geq \varepsilon_F$ ) և ոչ լրիվ ազատ ( $\varepsilon_{\mathbf{p}} \leq \varepsilon_F$ ) վիճակների: Նկ. 188-ում պատկերված է  $T = 0$  Կ-ում  $(\mathbf{p}, -\mathbf{p})$  երկէլեկտրոնային վիճակի զբաղեցված լինելու  $w(p)$  հավանականության իմպուլսից կախման գրաֆիկը:

Ի տարբերություն նորմալ մետաղի (նկ. 188, կետագիծ), անգամ բացարձակ զրո ջերմաստիճանում էլեկտրոնների բաշխումն ըստ իմպուլսների  $p = p_F$  կետում խզում չունի:

ԲԿԸ մոտավորությամբ էլեկտրոնային համակարգի հիմնական վիճակի ալիքային ֆունկցիան կառուցվում է հետևյալ ձևով: Խմբավորենք  $N$  էլեկտրոններն ըստ  $N/2$  զույգերի և ենթադրենք, որ յուրաքանչյուր զույգ նկարագրվում է կապված վիճակի  $\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{s}; \mathbf{r}', \mathbf{s}')$  ալիքային ֆունկցիայով ( $\mathbf{s}, \mathbf{s}'$ -ն էլեկտրոնների սպիններն են): Այնուհետև դիտարկենք  $N$ - էլեկտրոնային ալիքային ֆունկցիա, որը  $N/2$  նույնական ալիքային ֆունկցիաների արտադրյալ է՝

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{s}_1; \mathbf{r}_2, \mathbf{s}_2; \dots; \mathbf{r}_N, \mathbf{s}_N) = \\ = \Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{s}_1; \mathbf{r}_2, \mathbf{s}_2) \Phi(\mathbf{r}_3, \mathbf{s}_3; \mathbf{r}_4, \mathbf{s}_4) \dots \Phi(\mathbf{r}_{N-1}, \mathbf{s}_{N-1}; \mathbf{r}_N, \mathbf{s}_N) \end{aligned} \quad (8.3)$$

Այս ֆունկցիան նկարագրում է մի վիճակ, որտեղ բոլոր էլեկտրոնները զույգ-զույգ կապված են, այսինքն՝ կազմում են նույնական երկէլեկտրոնային վիճակների համախումբ: Սակայն (8.3) ֆունկցիան չի բավարարում Պաուլիի սկզբունքից բխող հակահամաչափության հատկությանը, ուստի անհրաժեշտ է այն դարձնել հակահամաչափ: Այսպիսով՝

$$\Psi_{BCS}(\mathbf{r}_1, \mathbf{s}_1; \dots; \mathbf{r}_N, \mathbf{s}_N) = \hat{A} \Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{s}_1; \dots; \mathbf{r}_N, \mathbf{s}_N), \quad (8.4)$$

որտեղ  $\hat{A}$  օպերատորի ազդեցությունը հանգում է  $\Psi$ -ի վրա  $N! - 1$  այլ ֆունկցիաներ գումարելուն, որոնցից յուրաքանչյուրն ստացվում է (8.3) ֆունկցիա-



յից բոլոր հնարավոր փոխատեղություններով՝ վերցրած  $(+1)$  կամ  $(-1)$  գործակցով, կախված փոխատեղությունների թվի գույգ կամ կենտ լինելուց:

ԲԿԸ տեսության մեջ  $\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{s}; \mathbf{r}', \mathbf{s}')$  ֆունկցիաները համարվում են սինգլետ, ուստի դրանց կոորդինատական մասերը՝  $\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  ֆունկցիաները, համաչափ են: Եթե կապված գույգի վիճակն օժտված է տեղափոխական համաչափությամբ, այն է՝  $\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \Phi(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ , ապա վերջինս կարելի է ներկայացնել (7.7) տեսքով, այսինքն՝ որպես մեկէլեկտրոնային վիճակների ալիքային ֆունկցիաների արտադրյալների վերադրում: (7.7) արտահայտության յուրաքանչյուր գումարելի նկարագրում է հակառակ ուղղված սպիններով և հակառակ ուղղված իմպուլսներով վիճակ՝  $(\mathbf{p}\uparrow; -\mathbf{p}\downarrow)$ : Քանի որ (7.7) գումարը նույնական գույգերի վիճակների վերադրում է, ապա այն տեղայնացված է կոորդինատների  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$  տարածության մեջ:

Գնահատենք գույգը նկարագրող ալիքային ֆունկցիայի տեղայնացման տիրույթի բնութագրական  $\xi_0$  չափը: (7.7) գումարում հիմնական ներդրում են տալիս այն մեկէլեկտրոնային վիճակները, որոնց իմպուլսներն ընկած են (8.2) առնչությամբ որոշվող  $\Delta p$  տիրույթում, ուստի, օգտվելով անորոշությունների առնչությունից, կստանանք՝

$$\xi_0 \sim \frac{\hbar}{\Delta p} \sim \frac{1}{k_F} \frac{\varepsilon_F}{\hbar \omega_D} \sim 10^{-5} - 10^{-4} \text{ սմ} \quad (8.5)$$

( $k_F \sim 10^8 \text{ սմ}^{-1}$ ;  $\varepsilon_F \sim 10^3 \hbar \omega_D$ ): Մեկ կուպերյան գույգի զբաղեցրած  $\xi_0^3$  կարգի ծավալով տիրույթում կլինեն ավելի քան  $\xi_0^3 n \sim 10^{-15} 10^{22} \sim 10^7$  այլ գույգերի կենտրոններ: Այսինքն՝ կուպերյան գույգերը չի կարելի պատկերացնել որպես անկախ մասնիկներ, դրանք տարածության մեջ «խառնված» են իրար, որն էական է հիմնական վիճակի ալիքային ֆունկցիայի կայունության համար:

Այսպիսով՝ հիմնական՝ նվազագույն էներգիայով վիճակ առաջանում է, երբ  $\Delta p$  տիրույթին պատկանող իմպուլսներով էլեկտրոնները կազմում են  $(\mathbf{p}\uparrow; -\mathbf{p}\downarrow)$  կուպերյան գույգեր: Այս վիճակը հաճախ անվանում են կոնդենսացված, քանի որ կուպերյան գույգերն առաջացնում են նվազագույն էներգիայով վիճակ այնպես, ինչպես գազի ատոմները խտանալիս առաջացնում են հեղուկ (ի դեպ, կուպերյան գույգերի համակարգը երբեմն անվանում են

նաև էլեկտրոնային կոնդենսատ): Բոլոր կուպերյան զույգերը պատկանում են միևնույն քվանտային վիճակին և ունեն միևնույն էներգիան, քանի որ դրանք անընդհատ ցրվում են մեկէլեկտրոնային վիճակների միջև, որոնց համապատասխանող իմպուլսներն ընկած են  $\Delta p$  տիրույթում:

Նվազագույն էներգիայի տեսանկյունից իրար հակառակ ուղղված  $\mathbf{p}$  և  $-\mathbf{p}$  իմպուլսներով զույգերի առաջացումը կարելի է բացատրել հետևյալ ձևով: Երկու էլեկտրոնների փոխազդեցության ժամանակ տեղի ունի իմպուլսի պահպանման (7.3) օրենքը: Որքան շատ են անցումները  $(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$  և  $(\mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2)$  վիճակների միջև, այնքան մեծ է դրանց բացասական ներդրումը համակարգի լրիվ էներգիայի մեջ: Եթե, օրինակ,  $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \hbar \mathbf{q}$  (նկ. 189), ապա նշված անցումներին կարող են մասնակցել միայն այն էլեկտրոնները, որոնց իմպուլսներն ընկած են իրարից  $\hbar \mathbf{q}$  հեռավորությամբ կենտրոններով ֆերմի-գնդալորտների  $\Delta p$  հաստությամբ գնդային շերտերի հատումից առաջացած օղակաձև ծավալում, որի կտրվածքները նկ. 189-ում ստվերագծված են: Եթե  $\mathbf{q}$  վեկտորն աստիճանաբար փոքրացնենք, ապա ստվերագծված տիրույթները (իմպուլսային տարածության մեջ՝ օղակաձև ծավալը) կմեծանան:  $\mathbf{q} = 0$  կամ որ նույնն է՝  $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$  դեպքում, համակարգի լրիվ էներգիայի փոքրացմանը կնպաստեն բոլոր այն էլեկտրոնները, որոնց վիճակներն ընկած են  $2\hbar\omega_D$  լայնությամբ էներգիական շերտում:

Այժմ ծանոթանանք ԲԿՇ տեսության կարևորագույն հասկացություններից մեկի՝ էներգիական սպեկտրի ճեղքի գաղափարին, որի գոյությունը հետևում է բազմաթիվ փորձերից (էլեկտրամագնիսական ճառագայթման կլանումը գերհաղորդչում, ջերմունակության ջերմաստիճանային վարքը (§ 4), էլեկտրոնների թունելային անցման երևույթները և այլն):

Փորձենք որևէ եղանակով (օրինակ՝ ճառագայթահարման կամ տաքացման միջոցով) գերհաղորդչին էներգիա հաղորդել: Եթե կուպերյան զույգին հաղորդվում է էներգիա, ապա կարելի է կարծել, որ զույգի էներգիայի մեծացումը տեղի կունենա (7.7) ալիքային ֆունկցիայում առկա իմպուլսների մեծացման հաշվին: Սակայն  $\Phi(\mathbf{r})$  ֆունկցիան արդեն պարունակում է բոլոր այն իմպուլսները, որոնք ընկած են  $\Delta p \sim p_F \hbar\omega_D / \varepsilon_F$  շերտում և բավարարում

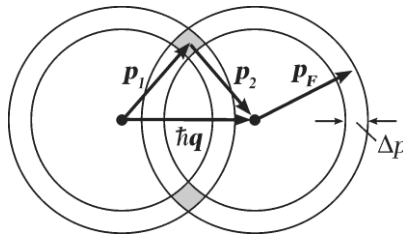
է լրիվ իմպուլսի զրո լինելու պայմանին: Հետևաբար՝ չի կարելի մեծացնել զույգի էներգիան, մեծացնելով զույգ կազմող էլեկտրոնների իմպուլսները և միաժամանակ պահպանել դրանց հակառուդվածության և հավասարության պայմանը:

Եթե զույգը «քանդվի», ապա առաջացած էլեկտրոններն այլևս չեն ունենա հավասար և հակառուդված իմպուլսներ, ուստի այլևս չեն կարող մասնակցել մեծ թվով ցրումներին, որոնց մասնակցում է կուպերյան զույգը, որի արդյունքում այդ ցրումներով (փոխազդեցությամբ) պայմանավորված պոտենցիալ էներգիան գործնականորեն կդառնա զրո: Անիմաստ է խոսել զույգում առանձին էլեկտրոնների իմպուլսների մասին (7.7) բանաձևով տրված  $\Phi(\mathbf{r})$  ֆունկցիայով որոշվող վիճակում: Ընդհակառակը, զույգը քանդվելուց հետո կարելի է էլեկտրոնին վերագրել որոշակի իմպուլս, քանի որ այն գործնականորեն ազատ մասնիկ է:

ԲԿՇ տեսության համաձայն՝ կուպերյան զույգը քանդելու և  $\mathbf{p}$  և  $\mathbf{p}'$  իմպուլսներով (կամ  $\varepsilon_{\mathbf{p}}$  և  $\varepsilon_{\mathbf{p}'}$  էներգիաներով) էլեկտրոններ ստանալու համար պահանջվող էներգիան՝

$$E = E_{\mathbf{p}} + E_{\mathbf{p}'} = \left[ (\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_F)^2 + \Delta^2 \right]^{1/2} + \left[ (\varepsilon_{\mathbf{p}'} - \varepsilon_F)^2 + \Delta^2 \right]^{1/2}, \quad (8.6)$$

որտեղ  $\Delta$  մեծությունը էներգիական ճեղքի կիսալայնությունն է: (8.6) արտահայտությունից բխում է կուպերյան զույգը քանդելու համար անհրաժեշտ ամենափոքր էներգիան  $2\Delta$  է և համապատասխանում է  $\varepsilon_{\mathbf{p}} = \varepsilon_{\mathbf{p}'} = \varepsilon_F$  արժեքներին:



Նկ. 189.  $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \hbar\mathbf{q}$  առնչությանը բավարարող  $\mathbf{p}_1$  և  $\mathbf{p}_2$  իմպուլսները պատկանում են ստվերագծված կտրվածքներով օղակին, որն ստացվում է նկարը  $\hbar\mathbf{q}$  -ով ուղղված առանցքի շուրջը  $360^\circ$ -ով պտտելիս:

Նորմալ մետաղում էլեկտրոնը  $|\mathbf{p}| < p_F$  զբաղեցված վիճակից  $|\mathbf{p}'| > p_F$  ազատ վիճակ տալու համար անհրաժեշտ էներգիան՝

$$E_n = E_{\mathbf{p},n} + E_{\mathbf{p}',n} = |\varepsilon_F - \varepsilon_{\mathbf{p}}| + |\varepsilon_{\mathbf{p}'} - \varepsilon_F|, \quad (8.7)$$

որը ձգտում է գրոյի, երբ  $|\mathbf{p}|$  և  $|\mathbf{p}'|$  մեծությունները ձգտում են Ֆերմիի սահմանային  $p_F$  իմպուլսին: Այսպիսով, նորմալ մետաղի էլեկտրոնային սպեկտրում ճեղք չկա՝ (8.7) մեծությունը կարող է ընդունել գրոյից սկսած կամայական արժեք:

Գերհաղորդչի էլեկտրոնային համակարգի էներգիական սպեկտրում ճեղքի գոյությունը պայմանավորված է երկու պատճառով: Նախ՝ կուպերյան գույգի տրոհումն էլեկտրոնների հանգեցնում է դրանց կապի էներգիայի վերացման, այսինքն՝ գույգը քանդելու համար անհրաժեշտ է ծախսել որոշակի էներգիա՝ այնպես, ինչպես մոլեկուլն ատոմների տրոհելիս: Երկրորդ՝ եթե էլեկտրոնը զբաղեցրել է  $\mathbf{p} \uparrow$  վիճակը, իսկ  $-\mathbf{p} \downarrow$  վիճակն ազատ է, ապա մնացած (չտրոհված) կուպերյան գույգերն այլևս չեն կարող անցնել  $(\mathbf{p} \uparrow; -\mathbf{p} \downarrow)$  վիճակի, ուստի ցրումների թիվը, որոնց կարող են մասնակցել գույգերը, կփոքրանա: Որպես հետևանք՝ կփոքրանա դրանց կապի էներգիան և դրանց (բացասական) ներդրումը համակարգի լրիվ էներգիայի մեջ և գերհաղորդչի լրիվ էներգիան կմեծանա:

Էներգիական ճեղքի մեծությունը ջերմաստիճանի բարձրացմանը զուգընթաց փոքրանում է: Իրոք, եթե գերհաղորդչի ջերմաստիճանն այնպիսին է, որ  $k_B T \sim 2\Delta$ , ապա բազմաթիվ կուպերյան գույգեր կենթարկվեն ջերմային տրոհման, և « $\mathbf{p}$ » տարածության շատ վիճակներ զբաղեցված կլինեն էլեկտրոններով: Լրացված վիճակների էլեկտրոնները, ինչպես նշվեց, չեն կարող մասնակցել գույգերի միջև փոխադարձ անցումներին և, հետևաբար՝ գերհաղորդչի լրիվ էներգիայի նվազմանը:

ԲԿԸ տեսության մեջ էներգիական ճեղքի ջերմաստիճանային կախման համար ստացված կորը պատկերված է նկ. 190-ում:  $T \leq T_c$  տիրույթում  $\Delta(T)$  կախումն արտահայտվում է

$$\Delta(T) \sim (T_c - T)^{1/2} \quad (8.8)$$

բանաձևով, որի համաձայն՝  $\Delta(T_c) = 0$ , այսինքն՝  $T = T_c$  ջերմաստիճանում

գերհաղորդիչն անցնում է նորմալ վիճակի:

Էներգիական ճեղքի համար ԲԿՇ տեսության հայտնի հավասարումից  $\Delta(T_c) = 0$  դեպքում ստացվում է կրիտիկական ջերմաստիճանի արտահայտությունը՝

$$k_B T_c \approx 1,14 \hbar \omega_D \exp \left[ -\frac{1}{N(\varepsilon_F) V_0} \right]: \quad (8.9)$$

$T = 0$  Կ ջերմաստիճանում էներգիական ճեղքը՝

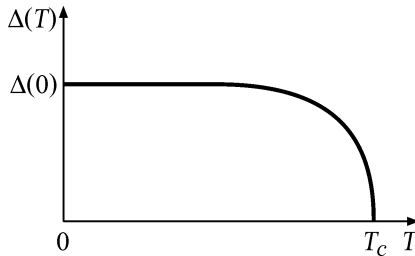
$$E_g(0) \equiv 2\Delta(0) \approx 4\hbar \omega_D \exp \left[ -\frac{1}{N(\varepsilon_F) V_0} \right]: \quad (8.10)$$

(8.9) և (8.10) բանաձևերից հետևում է էներգիական ճեղքի և կրիտիկական ջերմաստիճանի միջև կապը՝

$$\frac{2\Delta(0)}{k_B T_c} \approx 3,52, \quad (8.11)$$

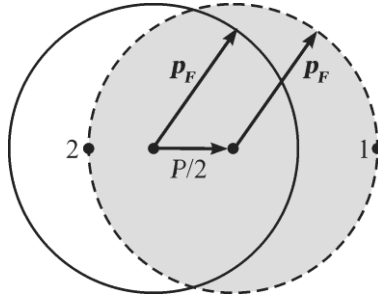
որը լավագույնս համընկնում է տարբեր փորձերում ստացված քանակական տվյալների հետ:

(8.9) բանաձևից անմիջականորեն հետևում է իզոտոպական երևույթի բացատրությունը: Իրոք, բանաձևում առկա էքսպոնենտային արտադրիչը կախված չէ իոնի զանգվածից, իսկ Դեբայի հաճախությունը՝  $\omega_D \sim M^{-1/2}$ :



Նկ. 190. Գերհաղորդչի էներգիական ճեղքի՝ ջերմաստիճանից կախման գրաֆիկն ըստ ԲԿՇ տեսության

Այժմ ցույց տանք, որ գերհաղորդչի էներգիական ճեղքի գոյության փաստից անմիջապես հետևում է գերհաղորդչի հիմնական հատկությունը՝ դրանում չմարող հոսանքի գոյությունը:



Նկ. 191. Ֆերմի-գնդոլորտի տեղաշարժը  $\mathbf{p}$  -տարածության մեջ, երբ գերհաղորդիչ հոսանքը զրո չէ:

Եթե գերհաղորդչում ծագել է հոսանք, ապա բոլոր գույգերն ունեն միևնույն  $\mathbf{P}$  իմպուլսը: Այս դեպքում գույգի ավիքային ֆունկցիան ձևավորող վիճակները կունենան  $(\mathbf{p} + \mathbf{P}/2) \uparrow, (-\mathbf{p} + \mathbf{P}/2) \downarrow$  իմպուլսներ, հետևաբար՝ իմպուլսային տարածության մեջ ֆերմի-գնդոլորտը կտեղաշարժի  $\mathbf{P}/2$  վեկտորի չափով (նկ. 191): Դիցուք՝ հոսանքն ուղղված է  $x$  առանցքով, այսինքն՝  $\mathbf{P} = (P, 0, 0)$ : Դիտարկենք  $(p_F \pm P/2, 0, 0)$  իմպուլսներով էլեկտրոններից կազմված կուպերյան գույգը: Առավելագույն՝  $(p_F + P/2)^2/2m$  կինետիկ էներգիայով (1) էլեկտրոնին էներգիապես ձեռնառու է անցնել (2) էլեկտրոնի մոտ՝  $(p_F - P/2)^2/2m$  իմպուլսով ազատ վիճակի, որի արդյունքում համակարգի էներգիան կնվազի

$$\frac{1}{2m} \left( p_F + \frac{P}{2} \right)^2 - \frac{1}{2m} \left( p_F - \frac{P}{2} \right)^2 = \frac{1}{m} p_F P \quad (8.12)$$

մեծության չափով: Բայց այս դեպքում գույգը կքանդվի, որի արդյունքում համակարգի էներգիան կմեծանա  $2\Delta$ -ով:

Եթե  $\mathbf{P}$ -ն բավականաչափ փոքր է, ապա էներգիայի (8.12) շահումը չի կարող ծածկել  $2\Delta$  կորուստը, այսինքն՝ գույգի քանդվելը էներգիապես նպաստակահարմար չէ:

$\mathbf{P} \neq 0$  իմպուլսով վիճակը, լինելով մետաստաբիլ, այսինքն՝ ավելի քիչ կայուն, քան  $\mathbf{P} = 0$  վիճակը, այնուամենայնիվ կարող է գոյատևել անվերջ

երկար ժամանակ: Այս վիճակը կսկսի քանդվել, երբ զույգի տրոհումը դառնա էներգիապես նպատակահարմար, այսինքն՝ եթե

$$P > P_c = \frac{2m\Delta}{p_F} : \quad (8.13)$$

Եթե համեմատենք (8.1), (8.2) և (8.13) կիսմոզվենք, որ  $P_c$  կրիտիկական իմպուլսը համընկնում է  $p_F$  շառավղով ֆերմի-մակերևույթի շուրջ  $2\Delta p$  շերտի լայնության հետ, որին պատկանող իմպուլսներով էլեկտրոնները միայն կարող են կազմել կուպերյան զույգեր:

$P_c$  իմպուլսին համապատասխանում է  $j_c$  կրիտիկական հոսանք՝

$$j_c = \frac{n_s}{2} 2ev_c = n_s e \frac{P_c}{2m} = \frac{n_s e \Delta}{p_F} = \frac{n_s e \Delta}{\hbar k_F} : \quad (8.14)$$

Գնահատենք  $j_c$  հոսանքը: Եթե ընդունենք, որ  $T=0$  Կ-ում  $n_s \sim 10^{22}$  սմ<sup>-3</sup>,  $\Delta \sim 1$  Կ  $\sim 10^{-16}$  էրգ,  $k_F \sim 10^8$  սմ<sup>-1</sup>, ապա  $j_c \sim 10^6$  Ա/սմ<sup>2</sup>:

Եթե  $T \neq 0$  Կ, ապա որոշ կուպերյան զույգեր, անգամ  $j_c$ -ից փոքր հոսանքների դեպքում, տրոհվում են էլեկտրոնների, որոնք իրենց պահում են «նորմալ» մասնիկների մեջ՝ կարող են գրգռվել, ցրվել, և եթե դրանք մասնակցում են հոսանքին, ապա առաջանում է դիմադրություն:

## § 9. Ջոզեֆսոնի երևույթները

Գերհաղորդչում չմարող հոսանքի գոյությունը պայմանավորված է կուպերյան զույգերի շարժումով:  $2m$  զանգվածով և  $2e$  լիցքով զույգի արագությունը որոշվում է «կապված» էլեկտրոնների զանգվածների կենտրոնի արագությամբ: Ինչպես և սովորական մասնիկներին, կուպերյան զույգին ևս կարելի է վերագրել ալիք, որը ներկայացվում է

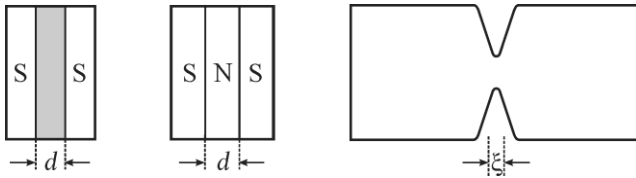
$$\Phi_0 = \Phi(\mathbf{r}) \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{P} \mathbf{R}\right) \equiv \Phi(\mathbf{r}) \Psi_{\mathbf{P}}(\mathbf{R}) \quad (9.1)$$

արտահայտությամբ, որտեղ  $\mathbf{P}$ -ն զույգի լրիվ իմպուլսն է,  $\mathbf{R}$ -ը՝ զանգվածների կենտրոնի շառավիղ-վեկտորը: Էքսպոնենտալին արտադրիչը նկարա-

գրում է զույգի՝ որպես ամբողջություն, շարժումը և համապատասխանում է վազոդ ալիքի: Բոլոր կուպերյան զույգերը բնութագրվում են միևնույն  $\mathbf{P}$  իմպուլսով, ուրեմն՝ և ալիքի նույն երկարությամբ՝  $\lambda = h/P$ , ուստի  $\Psi_{\mathbf{P}}(\mathbf{R})$  հարթ ալիքը պահպանում է փուլի կոհերենտությունը կամայական չափով մեծ հեռավորություններում: Իրոք, քանի որ  $\Delta\mathbf{P} = 0$ , ապա, ըստ անորոշության,  $\Delta x \sim \hbar/|\Delta\mathbf{P}| \rightarrow \infty$ :

Ի տարբերություն գերհաղորդչի, նորմալ մետաղում հաղորդականության էլեկտրոնները ցրման հետևանքով զգալիորեն փոփոխում են իմպուլսները:

Եթե ցրման հետևանքով իմպուլսի փոփոխությունը՝  $|\Delta\mathbf{P}| \sim p_F$ , ապա կոհերենտության երկարությունը՝  $\Delta x \sim \hbar/p_F \sim k_F^{-1} \approx 10^{-8}$  սմ, այսինքն՝ էլեկտրոնային ալիքները կոհերենտ են շատ փոքր՝ ցանցի հաստատունի կարգի հեռավորություններում:



Նկ. 192. Թույլ կապով համակարգեր

Գերհաղորդիչներում կուպերյան զույգերի կոհերենտության ցայտուն դրսևորման ապացույցներից են 1962 թ. Բ. Ջոզեֆսոնի հայտնագործած երեւույթները:

Ջոզեֆսոնի առաջին երևույթը, թունելային անցում ունեցող համակարգում հնարավոր է գերհաղորդիչ հոսանքի գոյություն  $U = 0$  պոտենցիալների տարբերության դեպքում:

Ջոզեֆսոնի երկրորդ երևույթը, երբ գերհաղորդիչ հոսանքը գերազանցում է որոշակի (կրիտիկական) արժեք, թունելային անցումը դառնում է բարձր հաճախությամբ էլեկտրամագնիսական ալիքների առաքման աղբյուր:

Հետագայում պարզվել է, որ Ջոզեֆսոնի երևույթները բնորոշ են ոչ միայն թունելային անցումների, այլ այսպես կոչված թույլ կապի բոլոր տեսակների համար, այսինքն՝ գերհաղորդիչ շղթայի այն տեղամասերի համար,



որոնցում կրիտիկական հոսանքն էապես փոքրացված է, իսկ տեղամասի չափը կոհերենտության երկարության կարգի է: Նկ. 192-ում պատկերված է թույլ կապի իրականացման մի քանի տարբերակ (Տ՝ գերհաղորդիչ թաղանթ,  $i$ ՝ մեկուսիչ շերտ,  $\xi$ ՝ կոհերենտության երկարություն):

Իրարից բարակ մեկուսիչ շերտով բաժանված երկու գերհաղորդիչներից կազմված համակարգն իրեն պահում է որպես մեկ՝ միասնական գերհաղորդիչ: Այսպիսի թույլ կապով համակարգերում դիտվող գերհաղորդականությունն ընդունված է անվանել «թույլ գերհաղորդականություն», քանի որ համակարգի կրիտիկական պարամետրերը, օրինակ՝ կրիտիկական հոսանքը, զգալիորեն փոքր են սովորական գերհաղորդիչ համակարգերի համապատասխան պարամետրերից:

Թույլ գերհաղորդականությամբ համակարգերում դիտվող երևույթների հիմքում ընկած են գերհաղորդիչ վիճակի քվանտային հատկությունները, մասնավորապես այն հանգամանքը, որ բոլոր կուպերյան զույգերը նույն քվանտային վիճակում են և նկարագրվում են նույն ալիքային ֆունկցիայով, այնպես որ դրանց վարքը փոխհամաձայնեցված է՝ դրանք կոհերենտ են:

Եթե ունենք միևնույն գերհաղորդիչի՝ իրարից մեկուսացված, նույն ջերմաստիճանով երկու կտոր, ապա դրանց ալիքային ֆունկցիաների մոդուլները պետք է համընկնեն, իսկ փուլերը կարող են լինել կամայական: Ստեղծենք կտորների միջև թույլ կապ, այսինքն՝ այնպիսի միացում, որն էապես չազդի կտորների վրա, այլ խաղա գրգռման դեր: Կապի առկայությամբ առաջանում է միասնական համակարգ՝ մեկ ալիքային ֆունկցիայով, որը կարելի է դիտել որպես երկու կտորների ալիքային ֆունկցիաների վերադրման հետևանքով առաջացող ինտերֆերենցի արդյունք: Այսինքն՝ կապի հետևանքով տեղի է ունենում ալիքային ֆունկցիաների փուլերի փոխհամաձայնեցում, որն ընդունված է անվանել փուլային կոհերենտություն:

Ջոզեֆսոնի երևույթներն ուսումնասիրենք երկմակարդակ համակարգի պարզ մոդելի օգնությամբ:

Նշանակենք  $\Psi_1$ -ով և  $\Psi_2$ -ով 1 և 2 համակարգերի ալիքային ֆունկցիաները: Եթե համակարգերը մեկուսացված են, ապա ալիքային ֆունկցիաների փոփոխությունը ժամանակի ընթացքում նկարագրվում է Շրյոդինգերի հավասարումով՝

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} = E_1 \Psi_1, \quad i\hbar \frac{\partial \Psi_2}{\partial t} = E_2 \Psi_2, \quad (9.2)$$

որտեղ  $E_1$ -ը և  $E_2$ -ը 1 և 2 համակարգերի հիմնական վիճակների էներգիաներն են: Եթե համակարգերը կապվեն թույլ կապով, ապա  $\Psi_1$ -ի փոփոխությունը կազդի  $\Psi_2$ -ի վրա և հակառակը: Կապի առկայությամբ  $\Psi_1$  և  $\Psi_2$  ֆունկցիաները կորոշվեն հետևյալ հավասարումների համակարգից՝

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} = E_1 \Psi_1 + K \Psi_2, \quad (9.3)$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_2}{\partial t} = E_2 \Psi_2 + K \Psi_1: \quad (9.4)$$

Ֆիզիկորեն կապը 1 և 2 գերհաղորդիչների միջև նշանակում է թունելային եղանակով կուպերյան զույգեր փոխանակելու հնարավորություն, որի ուժգնությունը որոշվում է  $K$  հաստատունով:

Երկու թույլ կապված գերհաղորդիչների առանձնահատկությունը երկու վիճակներ ունեցող մեկ այլ համակարգի, օրինակ՝  $\mathbf{H}_2^+$  մոլեկուլի իոնի, համեմատությամբ այն է, որ  $\Psi_1$  և  $\Psi_2$  ֆունկցիաները նկարագրում են մակրոսկոպական լրացման թվերով վիճակներ: Այս դեպքում ալիքային ֆունկցիայի լայնության քառակուսին կարելի է դիտարկել որպես կուպերյան զույգերի խտություն և գրել, որ

$$\Psi_1 = \sqrt{n_1} \exp(i\varphi_1), \quad \Psi_2 = \sqrt{n_2} \exp(i\varphi_2), \quad (9.5)$$

որտեղ  $n_1$ -ը և  $n_2$ -ը կուպերյան զույգերի խտություններն են 1 և 2 գերհաղորդիչներում, իսկ  $\varphi_1$  և  $\varphi_2$ -ը՝ փուլերը: (9.5) արտահայտությունները տեղադրելով (9.3) և (9.4) հավասարումներում և առանձնացնելով ստացված հավասարումների իրական և կեղծ մասերը՝ կստանանք.

$$\frac{dn_1}{dt} = \frac{2K}{\hbar} \sqrt{n_1 n_2} \sin(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (9.6)$$

$$\frac{dn_2}{dt} = \frac{2K}{\hbar} \sqrt{n_1 n_2} \sin(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (9.7)$$

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = -\frac{1}{\hbar} \left[ E_1 + K \sqrt{\frac{n_2}{n_1}} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \right], \quad (9.8)$$

$$\frac{d\varphi_2}{dt} = -\frac{1}{\hbar} \left[ E_2 + K \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \right] : \quad (9.9)$$

Ինչպես հետևում է (9.6) և (9.7) հավասարումներից,  $\dot{n}_1 = -\dot{n}_2$ : Եթե 1 և 2 համակարգերը նույն գերհաղորդիչներից են, ապա  $n_1 = n_2$  և

$$\frac{dn_1}{dt} = \frac{2K}{\hbar} n_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) = -\frac{dn_2}{dt} : \quad (9.10)$$

Ջուլգերի խտության փոփոխությունը 1 գերհաղորդչում բազմապատկելով դրա  $V$  ծավալով և զույգի  $2e$  լիցքով, կստանանք 1-ից 2 գերհաղորդիչ թույլ կապով անցնող հոսանքի արտահայտությունը՝

$$I_s = 2eV \frac{dn_1}{dt} = 2eV \frac{2Kn_1}{\hbar} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \equiv I_{s\max} \sin(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (9.11)$$

որտեղ առավելագույն (կամ ջոզեֆսոնյան) հոսանքը՝

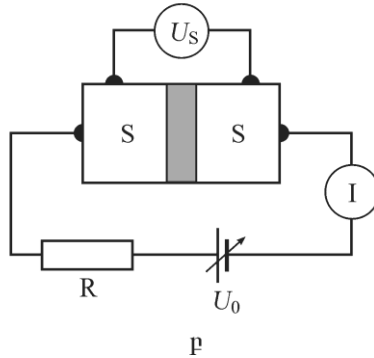
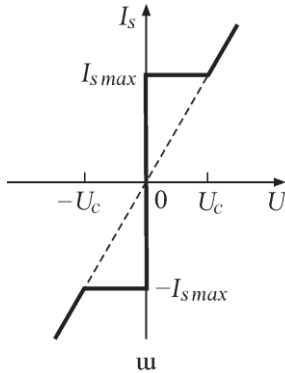
$$I_{s\max} = \frac{4eVKn_1}{\hbar} : \quad (9.12)$$

Այս բանաձևի համաձայն՝ ջոզեֆսոնյան հոսանքը կախված է ինչպես գերհաղորդչի, այնպես էլ մեկուսիչ շերտի բնութագրերից (արգելքի լայնությունից և բարձրությունից):

Այսպիսով, արտաքին լարման բացակայությամբ թույլ կապով կարող է հոսել հաստատուն հոսանք, որն արժեքներ է ընդունում  $I_{s\max}$  և  $-I_{s\max}$  տիրույթում, կախված փուլերի  $\varphi_2 - \varphi_1$  տարբերությունից (Ջոզեֆսոնի ստացիոնար երևույթ):

Նկ. 193, ա-ում պատկերված է թույլ կապի վոլտ-ամպերային բնութագիծը (սկզբնակետով անցնող և մասամբ կետագծված ուղիղը համապատասխանում է Օհմի օրենքին):

Հարկ է նշել, որ 1 և 2 գերհաղորդիչները միացված են հոսանքի աղբյուրին, որն ապահովում է դրանցում  $n_1 = \text{const}$ ,  $n_2 = \text{const}$  պայմանների իրականացումը (նկ. 193, բ):



Նկ. 193. ա. Թույլ կապի վոլտ-ամպերային բնութագիծը, բ. հոսանքի աղբյուրն ապահովում է  $n_1 = \text{const}$  և  $n_2 = \text{const}$  պայմանների իրականացումը:

Այժմ ուսումնասիրենք Ջոզեֆսոնի ոչ ստացիոնար երևույթը:

(9.8) և (9.9) հավասարումներից  $n_1 = n_2$  դեպքում հետևում է, որ

$$\frac{d}{dt}(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{1}{\hbar}(E_1 - E_2) : \quad (9.13)$$

Եթե  $E_1 = E_2$ , ապա  $\varphi_2 - \varphi_1 = \text{const}$  ըստ ժամանակի: Սակայն եթե գերհաղորդիչների միջև կիրառված է պոտենցիալների  $U$  տարբերություն, ապա

$$E_1 - E_2 = 2eU : \quad (9.14)$$

(9.13) բանաձևի համաձայն՝ փուլերի  $\varphi_2 - \varphi_1$  տարբերությունը ժամանակից կախված փոխվում է

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2eU}{\hbar}t + \Delta\varphi_0 , \quad (9.15)$$

գծային օրենքով, որտեղ  $\Delta\varphi_0$ -ն փուլերի տարբերությունն է  $t = 0$  պահին:

(9.15) բանաձևը տեղադրելով Ջոզեֆսոնյան հոսանքի (9.11) արտահայտության մեջ, կստանանք՝

$$I_s = I_{s\text{max}} \sin\left(\frac{2eU}{\hbar}t + \Delta\varphi_0\right) , \quad (9.16)$$

այսինքն՝ անցումով հոսում է

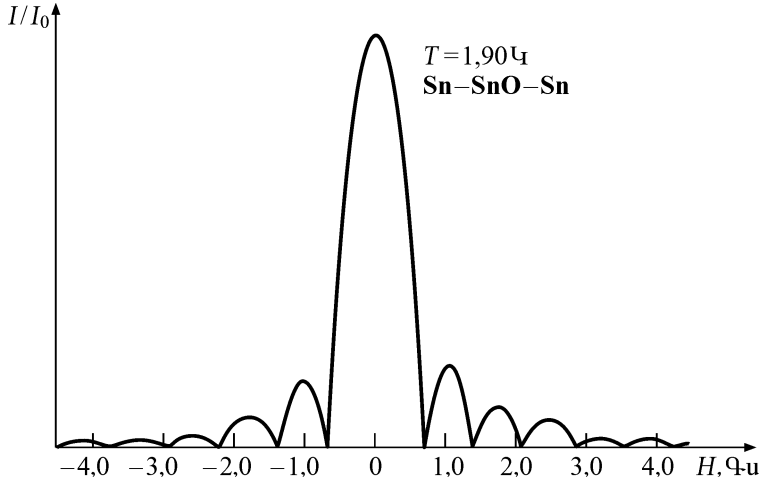
$$\omega = \frac{2eU}{\hbar} \quad (9.17)$$

հաճախությամբ փոփոխական հոսանք (Ջոզեֆսոնի ոչ ստացիոնար երևույթ): (9.17) բանաձևի համաձայն՝ երբ կուպերյան զույգն անցնում է թույլ կապով, առաքվում կամ կլանվում է  $\hbar\omega = 2eU$  էներգիայով քվանտ:

Ջրոյից տարբեր գերհաղորդիչ հոսանքը կարող է պայմանավորված լինել ոչ միայն փուլերի տարբերությամբ ((9.11) բանաձև), այլ նաև մագնիսական դաշտի վեկտորական պոտենցիալով: Ըստ հաշվարկների, մագնիսական դաշտում թույլ կապով անցնող թունելային հոսանքը, երբ մագնիսական դաշտը թույլ կապի հարթության մեջ է, տրվում է

$$I = I_0 \frac{|\sin(\pi\Phi/\Phi_0)|}{\pi\Phi/\Phi_0}, \quad (9.18)$$

բանաձևով, որտեղ  $\Phi$ -ն լրիվ մագնիսական հոսքն է թույլ կապի տիրույթում,  $\Phi_0 = hc/2e$ -ն հոսքի քվանտն է, իսկ  $I_0$  պարամետրը կախված է ջերմաստիճանից և թույլ կապի բնութագրերից, բայց ոչ մագնիսական դաշտի լարվածությունից:



Նկ. 194. Թունելային հոսանքի՝ մագնիսական դաշտի լարվածությունից կախման գրաֆիկը **Sn-SnO-Sn** հպակում

Նկ. 194-ում պատկերված է թունելային հոսանքի կախումը մագնիսական դաշտի լարվածությունից **Sn-SnO-Sn** հպակում:

Երբ  $\Phi = n\Phi_0$ , որտեղ  $n$  -ն ամբողջ թիվ է,  $I = 0$  :

Այժմ քննարկենք այն դեպքը, երբ շղթայում զուգահեռ միացված է երկու թույլ կապ (նկ. 195, ա):

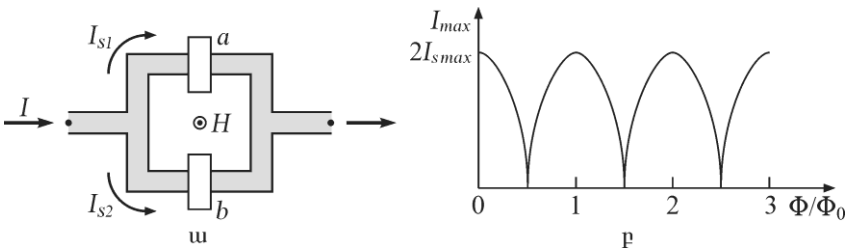
Ենթադրենք, որ 1 և 2 կետերի միջև փուլերի տարբերությունը  $a$  անցումով  $\varphi_a$  է, իսկ  $b$  անցումով՝  $\varphi_b$ : Մագնիսական դաշտի բացակայությամբ  $\varphi_a = \varphi_b$ : Եթե մագնիսական դաշտը զրոյից տարբեր է և թունելային հպակների հարթության մեջ է, ապա շղթայի մակերես թափանցող  $\Phi$  մագնիսական հոսքը պայմանավորում է  $a$  և  $b$  կետերի միջև փուլերի տարբերություն, որը տրվում է

$$\varphi_b - \varphi_a = \frac{2e}{\hbar c} \Phi \quad (9.19)$$

արտահայտությամբ: (9.11) բանաձևի համաձայն՝

$$I_{s1} = I_{s\max} \sin \varphi_a, \quad I_{s2} = I_{s\max} \sin \varphi_b, \quad (9.20)$$

ուստի լրիվ հոսանքը՝



Նկ. 195. ա. Երկու թույլ կապերի զուգահեռ միացումը, բ. հոսանքի՝ մագնիսական հոսքից կախման գրաֆիկը

$$\begin{aligned} I &= I_{s\max} (\sin \varphi_a + \sin \varphi_b) = I_{s\max} 2 \sin \frac{\varphi_a + \varphi_b}{2} \cos \frac{\varphi_a - \varphi_b}{2} = \\ &= 2I_{s\max} \cos \left( \frac{e}{\hbar c} \Phi \right) \sin \left( \varphi_b + \frac{e}{\hbar c} \Phi \right): \end{aligned} \quad (9.21)$$

Նկատի ունենալով մագնիսական հոսքի քվանտի (6.7) արտահայտությունը՝ (9.21) բանաձևը կարելի է ներկայացնել հետևյալ տեսքով.

$$I = 2I_{s\max} \cos\left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \sin\left(\varphi_b + \pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) : \quad (9.22)$$

Ստացված բանաձևից հետևում է, որ զուգահեռ միացված տեղամասով

$$I_{\max} \equiv 2I_{s\max} \cos\left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \quad (9.23)$$

լրիվ առավելագույն հոսանքը՝ կախված տեղամաս թափանցող մագնիսական հոսքի (դաշտի լարվածության) մեծությունից, փոփոխվում է պարբերաբար՝ ընդունելով առավելագույն արժեք՝  $2I_{s\max}$ , երբ  $\Phi = n\Phi_0$  և դառնալով 0, երբ  $\Phi = (n + 1/2)\Phi_0$ , որտեղ  $n = 0, 1, 2, \dots$  (նկ. 195, բ):

Երկու թույլ կապերից (ջոզեֆսոնյան տարրերից) կազմված տեղամասը գերզգայուն չափիչ սարքի՝ քվանտային ինտերֆերաչափի (SQUID՝ գերհաղորդիչ քվանտային ինտերֆերաչափական սարք) հիմնական մասն է: Այս սարքով կարելի է չափել կամայական մեծություն, որի փոփոխությունը կարելի է փոխակերպել մագնիսական հոսքի փոփոխության: Սարքի զգայնության սահմանափակումը պայմանավորված է միայն ջերմային աղմուկով և, ըստ տեսական գնահատումների, կարող է լինել  $10^{-5}\Phi_0 \sim 10^{-12}$  Գ-սմ<sup>2</sup> կարգի: Այսպես, եթե ինտերֆերաչափի (զուգահեռ միացված տեղամասի) մակերեսը  $1\text{սմ}^2$  կարգի է, ապա դրանով կարելի է չափել մինչև  $10^{-10} - 10^{-11}$  Գ-ս կարգի մագնիսական դաշտեր: Համեմատության համար նշենք, որ երկրագնդի մագնիսական դաշտի լարվածությունը մոտ 0,5 Գ-ս է:

## § 10. Գադափար բարձրջերմաստիճանային գերհաղորդականության մասին

1986 թ. շվեյցարացի գիտնականներ Ի. Գ. Բեդնորցը և Կ. Ա. Մյուլերը հայտնագործեցին գերհաղորդականության երկույթն այսպես կոչված մետաղ-օքսիդային խեցեղեններում (կերամիկաներում)՝ **Ba-La-Cu-O** համակարգերում, որոնց կրիտիկական ջերմաստիճանը՝  $T_c \approx 30 - 35$  Կ և զգալիորեն

գերազանցում էր մինչ այդ հայտնի ամենաբարձր կրիտիկական ջերմաստիճանը՝  $T_c = 23,2 \text{ Կ}$ , որը դիտվել է **Nb<sub>3</sub>Ge** միացությունում:

Կառուցվածքային հետազոտություններից պարզվել է, որ այդ խեցեղենը մի քանի ֆազերի խառնուրդ է, որոնցից գերիաղորդիչ է **La<sub>2-x</sub>Ba<sub>x</sub>CuO<sub>4</sub>** քիմիական բանաձևով նկարագրվող ֆազը: Ստրոնցիումային խեցեղենի համար գերիաղորդիչ է **La<sub>2-x</sub>Sr<sub>x</sub>CuO<sub>4</sub>** ֆազը, ընդ որում **La<sub>1,8</sub>Sr<sub>0,2</sub>CuO<sub>4</sub>** միացությունում դիտվում է խիստ նեղ գերիաղորդիչ անցում  $T_c = 36 \text{ Կ}$  ջերմաստիճանում:

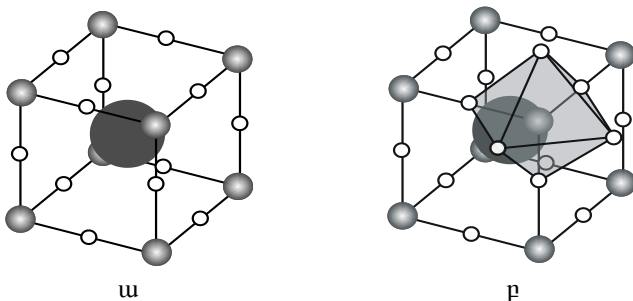
Շատ շուտով պարզ դարձավ, որ Ի. Գ. Բեդնորցը և Կ. Ա. Մյուլերը հայտնագործել են պինդ մարմնի ֆիզիկայի մի նոր ուղղություն՝ օքսիդային բարձրջերմաստիճանային գերիաղորդականությունը (ԲՋԳՀ): Այս հայտնագործությունը կարևորվում է նաև այն տեսանկյունից, որ ցույց տրվեց որոշ տեսական գնահատումներից բխող առավելագույն կրիտիկական ջերմաստիճանի վերին՝  $T_c \sim 30 \text{ Կ}$  սահմանի բացակայությունը:

Մի քանի ամիս անց, 1987 թ. գարնանը սինթեզվեց այսպես կոչված «1-2-3» համակարգը՝ **ABa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub>**, որտեղ **A**-ն մետաղ է, որը կարող է լինել իտրիում (**Y**) կամ լանթանի ընտանիքի որևէ ներկայացուցիչ, օրինակ՝ **Gd**, **Ho**, **Pr**, **Lu**: Այս համակարգի կրիտիկական ջերմաստիճանը 90 – 95Կ տիրույթում է, այսինքն՝ գերազանցում է «ազոտային արգելքը»  $T_N \approx 77 \text{ Կ}$ ՝ ազոտի հեղուկացման ջերմաստիճանը<sup>\*)</sup>։ Մասնավորապես, **YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub>** միացության համար  $T_c \approx 92 \text{ Կ}$ : Արդեն 1987 թ. տարեվերջին սինթեզվեցին բիսմութային խեցեղենները՝ **Bi<sub>4</sub>(SrCa)<sub>6</sub>CuO<sub>16</sub>**, ( $T_c \approx 105 \text{ Կ}$ ) և թալիումային խեցեղենները՝ **Tl<sub>2</sub>BaCa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>10</sub>**  $T_c \approx 125 \text{ Կ}$  ռեկորդային կրիտիկական ջերմաստիճանով: Այսպիսով, եթե 75 տարվա ընթացքում (1911-1986 թթ.) կրիտիկական ջերմաստիճանը բարձրացել էր ընդամենը 19 Կ-ով՝ 4,2 Կ-ից (սնդիկ) մինչև 23,2Կ (**Nb<sub>3</sub>Ge**), այսինքն՝ մոտ 0,3 Կ՝ մեկ տարում, ապա ԲՋԳՀ -ներում այն մեկ տարվա ընթացքում 35Կ -ից հասավ 125Կ -ի:

<sup>\*)</sup> Ներկայում «ճախրող» մագնիսի միջոցով Մասյների երևույթը կարելի է ցուցադրել առանց բարդ փորձարարական սարքավորումների, որպես սառեցնող հեղուկ օգտագործելով հեղուկ ազոտ:



Ուսումնասիրությունները ցույց են տալիս, որ բոլոր ԲՁԳ-Հ-ները, անկախ դրանցում առկա արատներից, պատկանում են պերովսկիտների բյուրեղագրական ընտանիքին և ներկայացնում են խեցեղեններ՝ մետաղական և ոչ մետաղական տարրերից (սովորաբար՝ թթվածնից) կազմված պինդ նյութեր:



Նկ. 196. Պերովսկիտների ( $ABX_3$ ) իդեալական կառուցվածքը.  
ա. խորանարդային մոդել, բ. բազմանիստային մոդել

Պերովսկիտների իդեալական կառուցվածքը խորանարդային է և նկարագրվում է  $ABX_3$  բանաձևով: Յուրաքանչյուր խորանարդ կազմված է երեք տարբեր քիմիական տարրերից (A, B, X), վերցված համապատասխանաբար 1:1:3 հարաբերությամբ: A և B տարրերը մետաղական կատիոններ են, X-ը՝ ոչ մետաղական անիոն: A տարրը՝ երկու մետաղական տարրերից ավելի խոշորը, զբաղեցնում է խորանարդի կենտրոնը, B-ն՝ խորանարդի գագաթները, իսկ X անիոններն զբաղեցնում են խորանարդի 12 կողերի կենտրոնները (նկ. 196, ա):

Երբեմն խորանարդային մոդելի փոխարեն օգտագործվում է բազմանիստային մոդելը (նկ. 196, բ): Վեց X անիոնները, որոնք շրջապատում են յուրաքանչյուր B կատիոն, կազմում են ութանիստի 6 գագաթները: Այս մոդելում հիմնական կառուցվածքային տարրը բջջում դառնում է ութ ութանիստերից կազմված խումբը, որի անդամները կապված են գագաթներով և դասավորված են A կատիոնի շուրջը:

ԲՁԳ-Հ պերովսկիտները դրսևորում են ամենաբազմազան էլեկտրական հատկություններ, պայմանավորված կառուցվածքային փոփոխություններով և բյուրեղային կառուցվածքի արատներով: Որպես կանոն, դրանք մի քանի ֆազերի խառնուրդ են: Մասնավորապես, լավ ուսումնասիրված **Y-Ba-Cu-O**

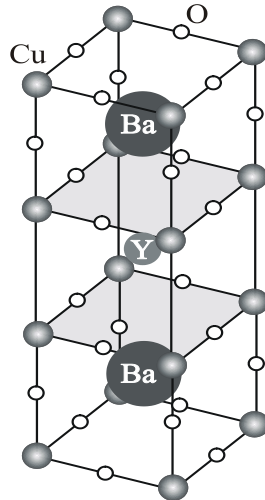
միացությունը երկու հիմնական ֆազերի խառնուրդ է, որոնցից մեկը, որը կազմում է խառնուրդի մոտ 2/3-ը, բաղկացած է փոքր, հարթեցված եզրերով հատիկներից և պարունակում է **Y**, **Ba** և **Cu** համապատասխանաբար 2:1:1 հարաբերությամբ և ունի կանաչավուն գույն: Մյուս ֆազը, որը սև գույնի է և կազմված է անթափանցիկ, կանոնավոր ձև ունեցող հատիկներից, պարունակում է **Y**, **Ba** և **Cu** 1:2:3 հարաբերությամբ: Այս ֆազը «1-2-3» միացությունն է, որն օժտված է գերհաղորդականությամբ, և որի տարրական բջջի կառուցվածքը պատկերված է նկ. 197-ում:

Տարրական բջիջը կազմված է երեք խորանարդից: Պղինձը (**Cu**) զբաղեցնում է B-դիրքերը, բարիումը (**Ba**)՝ A-դիրք, իսկ խորիումը (**Y**)՝ A-դիրք կենտրոնական խորանարդում: «1-2-3» միացության երկու հիմնական՝ **YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub>** և **YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6</sub>** ձևերում էլ խորիում պարունակող կենտրոնական խորանարդի ուղղաձիգ չորս կողերի վրա թթվածնի ատոմներ չկան: Ինչպես երևում է նկ. 197-ից, **YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub>** կառուցվածքի տարրական բջջում կա երկու հարթություն, որոնք պարունակում են **Cu** և **O** ատոմներ և որոնք ուղղահայաց են C-առանցքին (նկ. 197-ում ստվերագծված հարթությունները): **Cu-O** հարթություններ կան նաև բիսմութային և թալիումային խեցեղեններում: Փորձ է արվել կապ հաստատել այդ հարթությունների թվի և կրիտիկական ջերմաստիճանի միջև: Այսպես, **La<sub>1,8</sub>Sr<sub>0,2</sub>CuO<sub>4</sub>** միացության տարրական բջջում կա մեկ **Cu-O** հարթություն, և  $T_c \sim 40$  Կ: «1-2-3» համակարգում կա այդպիսի 2 հարթություն, և  $T_c \approx 90$  Կ ( $\sim 2 \times 40$  Կ), իսկ թալիումային խեցեղենում՝ 2 կամ 3 հարթություն, համապատասխանաբար  $T_c \approx 100$  Կ ( $\sim 2 \times 40$  Կ) և  $T_c \approx 120$  Կ ( $\sim 3 \times 40$  Կ) կրիտիկական ջերմաստիճաններով:

ԲՋԳ-Հ-ների համակողմանի հետազոտությունների արդյունքում պարզվել է, որ նոր տիպի գերհաղորդիչների մակրոսկոպական հատկությունները հիմնականում չեն տարբերվում լավ ուսումնասիրված «հելիումային» գերհաղորդիչների հատկություններից: Փորձից հետևում է, որ այս նյութերում ևս մագնիսական հոսքի քվանտը՝  $\Phi_0 = hc/2e$ , այսինքն՝ լիցքի տեղափոխությունը կատարվում է էլեկտրոնային գույգերով:

ԲՋԳ-Հ-ները II սեռի գերհաղորդիչներ են: Դրանց յուրահատկությունն ի հայտ է գալիս հատկապես կրիտիկական մագնիսական դաշտի չափումներում: Մասնավորապես, արտակարգ մեծ արժեքներ է ընդունում  $H_{c2}$  կրիտի-

կական դաշտը, որը  $T=0$  Կ-ին մոտ տիրություն կարող է գերազանցել  $10^6$  Գս արժեքը: Աղյուսակ 38-ում բերված են  $T=0$  Կ-ում  $H_{c2}$  դաշտի և  $dH_{c2}/dT$  մեծության արժեքները, մի քանի ԲՋԳ-Հ-ների համար, երբ  $T \rightarrow T_c$ :



Նկ. 197.  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  ֆազի տարրական բջջի կառուցվածքը

Օքսիդային ԲՋԳ-Հ-ներն օժտված են զգալի մագնիսական բյուրեղագրական անիզոտրոպությամբ: Կախված արտաքին մագնիսական դաշտի ուղղությունից (c-առանցքով, թե դրան ուղղահայաց),  $H_{c2}$ -ը կարող է փոփոխվել տասնյակ անգամ: Դրանով պայմանավորված անիզոտրոպություն է հանդես բերում և կոհերենտության երկարությունը: Ամենամեծ հարաբերությունը՝ մոտավորապես 40 անգամ, դիտվում է  $\text{Ba}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_6$  միացությունում, որտեղ c-առանցքով  $\xi_{||} = 1 \text{ \AA}$ , իսկ դրան ուղղահայաց ուղղությամբ՝  $\xi_{\perp} \approx 42 \text{ \AA}$ : Կոհերենտության  $\xi_{||}$  երկարության փոքրությունը c-առանցքի ուղղությամբ ցանցի հաստատունից ևս մի փաստարկ է այն բանի օգտին, որ առնվազն տվյալ միացությունում գերհաղորդականությունը պայմանավորված է իրար հետ թույլ կապված  $\text{Cu-O}$  հարթությունների երկչափ էլեկտրոններով:

| Միացություն                                                                  | $T_c$ , Կ | $-dH_c/dT$ , Գս/Կ,<br>երբ $T \rightarrow T_c$ | $H_{c2 \perp c}$ , $10^4$ Գս, $H_{c2}$ -ի<br>առավելագույն արժեքը |
|------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| <b>BaPb<sub>0,75</sub>Bi<sub>0,25</sub>O<sub>3</sub></b>                     | 12        | 50                                            | 4,5 – 6                                                          |
| <b>La<sub>1,8</sub>Sr<sub>0,2</sub>CuO<sub>4</sub></b>                       | 38        | 145                                           | 35                                                               |
| <b>YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub></b>                            | 91        | 165                                           | 230                                                              |
| <b>Ba<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>y</sub></b>             | 81        |                                               | 400                                                              |
| <b>Tl<sub>2</sub>Ca<sub>2</sub>Ba<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>x</sub></b> | 125       |                                               | 130                                                              |

ԲՋԳ-Հ-ների յուրահատկությունները պայմանավորված են իրենց կառուցվածքային առանձնահատկություններով: Խեցեղենների պատրաստման տեխնոլոգիայի համաձայն՝ մնուշները կազմված են գերհաղորդիչ հատիկներից, որոնք իրար են միանում շիկամշակման պրոցեսում ընթացող քիմիական ռեակցիաների շնորհիվ: Հատիկների ներսի համեմատությամբ տարբեր հատիկների կցատեղերում գերհաղորդիչ հատկությունները «ճնշված» են: Դա, մասնավորապես, պայմանավորված է շիկամշակման պրոցեսում հատիկի ծավալում առկա խառնուկների՝ հատիկի մակերևույթ դուրս գալով, ինչպես նաև հատիկների սահմանների ոչ իդեալականությամբ: Այլ կերպ ասած, խեցեղեն մնուշը կարելի է դիտարկել որպես բազմաթիվ գերհաղորդիչ բյուրեղահատիկներից կազմված և միմյանց հետ թույլ ջոգեֆսոնյան անցումներով կապված մի համակարգ: Այսպիսի համակարգի մագնիսական հատկություններն ավելի բարդ են, քան համասեռ մնուշինը, քանի որ կախված են բազմաթիվ գործոններից՝ հատիկների միջև տարբեր անցումների կրիտիկական հոսանքներից, անցումներում «քոնված» մագնիսական հոսքերից և այլն:

Խեցեղեններում կրիտիկական հոսանքները մեծ չեն: Խեցեղենից պատրաստված ամենաորակյալ լարում  $T = 77$  Կ-ում  $j_c = 4 \cdot 10^3$  Ա/սմ<sup>2</sup>: Նույն ջերմաստիճանում զգալի մեծ կրիտիկական հոսանք՝  $j_c = 10^6$  Ա/սմ<sup>2</sup>, հաջողվել է ստանալ **YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub>** ԲՋԳ-Հ-ից պատրաստված թաղանթում և առանցքին ուղղահայաց ուղղությամբ:

Օքսիդային **ABa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub>** գերհաղորդիչների անսպասելի հատկություններից մեկն էլ կրիտիկական ջերմաստիճանի անկախությունն է այն բանից, թե

**A** տարրը մագնիսական է, թե՞ ոչ: Ինչպես հայտնի է, «սովորական» գերհաղորդիչներում մագնիսական խառնուկների անգամ մոտ 1% խտությունն էապես ցածրացնում է կրիտիկական ջերմաստիճանը, քանի որ մագնիսական մոմենտի և կուպերյան գույզի էլեկտրոնների փոխազդեցության հետևանքով գույզը քանդվում է: Օբսիդային գերհաղորդիչներում այս երևույթը չի նկատվում: Դեռ ավելին՝ պարզվել է, որ հաղորդականության էլեկտրոնները և **A** տարրերի էլեկտրոնները կազմում են կարծես իրարից անկախ համակարգեր. էլեկտրոններն անցնում են գերհաղորդիչ վիճակի, իսկ **A** ատոմների մագնիսական մոմենտները՝ մագնիսակարգավորված վիճակի (համապատասխան ջերմաստիճանում), որպես կանոն՝ հակաֆեռոմագնիսական: Այսպես, **GdBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub>** ( $T_c = 95$  K) միացությունում գերհաղորդիչ ֆազում  $T = 2$  K ջերմաստիճանում ջերմունակությունն ունի մաքսիմում, որը վկայում է հակաֆեռոմագնիսական կարգավորվածության առկայության մասին (IX.7): Որակապես այս փաստը կարելի է բացատրել, ենթադրելով, որ հաղորդականության (իսկ  $T < T_c$ -ում՝ գերհաղորդիչ) էլեկտրոնները կազմում են երկչափ համակարգ, որի վրա համեմատաբար հեռու մագնիսական ատոմները գործնականորեն չեն ազդում:

Ջերմունակության չափումներից հետևում է ԲՋԳ-Հ-ի էներգիական սպեկտրում էներգիական ճեղքի առկայությունը, սակայն տարբեր մեթոդներով ստացված արդյունքները զգալիորեն տարբերվում են իրարից: Այնուամենայնիվ, կարելի է համարել հաստատված, որ  $2\Delta/k_B T_c$  հարաբերությունը և՛ լանթանային, և՛ իտրիումային գերհաղորդիչների համար գերազանցում է ԲԿՇ տեսությունից հայտնի 3,52 արժեքը: Գնահատումների համաձայն՝ **YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub>** միացության համար այն ընկած է 6-ի և 8-ի միջև:

Հասկանալի է, որ ԲՋԳ-Հ-ների հատկությունների բացատրությունն էլեկտրոն-ֆոնոնային փոխազդեցության վրա հիմնված ԲԿՇ տեսության շրջանակներում, առանց դրա էական փոփոխության, հիմնավորված չէ (ԲՋԳ-Հ-ներում կրիտիկական ջերմաստիճաններն էապես բարձր են): Սակայն չի կարելի բացառել էլեկտրոն-ֆոնոնային փոխազդեցության դերը բարձրջերմաստիճանային գերհաղորդականության երևույթում:

Չնայած ներկայումս առաջարկվել են ԲՋԳ-Հ բացատրության տարբեր մեխանիզմներ (ֆոնոնային, բիպոլարոնային, էքսիտոնային և այլն), այնուամենայնիվ, դեռևս ստեղծված չէ այդ երևույթի միասնական տեսությունը:

Հետազոտությունները ցույց են տալիս, որ էլեկտրամագնիսական դաշտում ԲՋԳ-Հ-ներն իրենց վարքով չեն տարբերվում սովորական գերհաղորդիչներից՝ փակ օղակում հոսանքը պահպանվում է, տեղի ունի Մայսների երևույթը և այլն: Տարբերությունն այն է, որ «սովորական» գերհաղորդիչներում բոլոր հատկություններն ի հայտ են գալիս հելիումային ջերմաստիճաններում՝ իսկ ԲՋԳ-Հ-ներում՝ ազոտական ջերմաստիճաններում: Այս հանգամանքը մեծապես խթանում է ԲՋԳ-Հ-ները գործնական նպատակներով կիրառելու փորձերը:

## ԱՐԱՏՆԵՐԸ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ

## § 1. Բյուրեղային արատների դասակարգումը

Իդեալական բյուրեղային կառուցվածքների մաթեմատիկական տեսությունը (Մաս I, I) հնարավորություն է տալիս բացատրելու բյուրեղների այնպիսի հատկություններ, ինչպիսիք են խտությունը, առաձգականությունը, ջերմունակությունը, դիէլեկտրական և մագնիսական թափանցելիությունները: Այս հատկությունները կոչվում են ծավալային կամ ոչ կառուցվածքազգայուն:

Բոլոր իրական բյուրեղները, ինչպես բնության մեջ հանդիպող, այնպես էլ արհեստականորեն ստացվող, իդեալական չեն՝ դրանցում միշտ առկա են կառուցվածքային խախտումներ, որոնց անվանում են անկատարելություններ կամ արատներ: Բյուրեղների ծավալային հատկությունները գործնականորեն կախված չեն դրանցում առկա արատներից: Սակայն կառուցվածքային արատներն էապես ազդում են բյուրեղների մի շարք այլ հատկությունների վրա: Այսպես, բազմաթիվ բյուրեղների և, մասնավորապես, կիսահաղորդիչների էլեկտրահաղորդականությունը կարող է ամբողջությամբ կախված լինել քիմիապես օտար խառնուկների առկայությունից: Շատ բյուրեղների գունավորումը հետևանք է դրանցում առկա արատների: Բյուրեղների լյումինեսցենցը գրեթե միշտ կապված է խառնուկների առկայության հետ: Դիֆուզիայի երևույթն էապես արագանում է շնորհիվ արատների առկայության: Պինդ մարմինների մեխանիկական և պլաստիկ հատկությունները, որպես կանոն, պայմանավորված են արատներով: Թվարկած, ինչպես նաև բյուրեղների շատ այլ հատկություններ, զգալիորեն կախված են դրանց կատարելության աստիճանից, ուստի կոչվում են կառուցվածքազգայուն:

Բյուրեղային կառուցվածքի արատներից բացի, կարևոր նշանակություն ունեն այլ տիպի անկատարելություններ՝ էլեկտրոնային կառուցվածքի խախտումները, որոնք ազդում են հատկապես բյուրեղների կարևորագույն էլեկտրական և մագնիսական հատկությունների վրա:

Մովորաբար, արատ են անվանում բյուրեղի կամայական տիրույթ, որտեղ միկրոսկոպական մակարդակով մասնիկների (ատոմների, իոնների, մո-

լեկույնների) դասավորությունը կտրուկ տարբերվում է իդեալական բյուրեղին բնորոշ դասավորությունից:

Բյուրեղի ֆիզիկական հատկությունների վրա արատի ազդեցության բնույթը մեծապես կախված է արատի «չափայնությունից», այսինքն՝ տարածական չափումների թվից, որոնց ուղղությամբ արատն ունի մակրոսկոպական ցանցի  $a$  հաստատունից շատ անգամ մեծ, չափեր:

Կետային կամ գրո չափանի արատ է կոչվում բյուրեղային ցանցի աղավաղումը, որը տեղայնացված է ատոմի ծավալի կարգի մեծությամբ տիրույթում:

Եթե ատոմների կանոնավոր դասավորությունը խախտվում է միայն որոշակի գծի փոքր ( $\sim a$ ) շրջակա տիրույթում, ապա այդպիսի արատը կոչվում է գծային կամ միաչափ:

Եթե ատոմների կանոնավոր դասավորությունը խախտվում է որոշակի մակերևույթի փոքր ( $\sim a$ ) շրջակայքում, ընդգրկելով միջատոմային հեռավորությունների կարգի շերտ, ապա այդպիսի արատը կոչվում է մակերևութային կամ երկչափ:

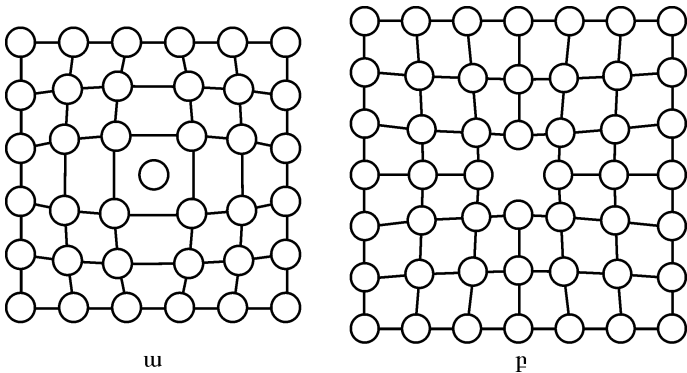
Եռաչափ կամ ծավալային արատ է կոչվում բյուրեղային ցանցի կամայական աղավաղում, որը տարածական երեք ուղղություններով էլ ունի մակրոսկոպական չափեր:

Արատի ազդեցությունը բյուրեղի ֆիզիկական հատկությունների վրա կարող է դրսևորվել երկու ճանապարհով: Նախ՝ արատին հարող տիրույթում բյուրեղը խաթարված է, և արատը հանդես է գալիս որպես բյուրեղի տեղային անհամասեռություն: Երկրորդ՝ արատի առկայությունը հանգեցնում է արատից զգալի հեռավորություններում բյուրեղային ցանցի ստացիոնար աղավաղումների, որոնք, վերջին հաշվով, դրսևորվում են որպես ատոմների շեղումներ իդեալական բյուրեղում դրանց հավասարակշռական դիրքերից: Այսպիսով, բյուրեղում արատը կատարում է նաև շեղումների դաշտի աղբյուրի դեր: Արատի շուրջ ծագող շեղումների դաշտը կախված է բյուրեղային ցանցի (մատրիցի) վրա արատի ազդեցության բնույթից:

Ծանոթանա՞նք բյուրեղային ցանցի տարբեր կառուցվածքային արատների կոնկրետ օրինակների:

Պարզագույն կետային արատներ են «սեփական», այսինքն՝ տվյալ բյուրեղային կառուցվածքին պատկանող միջհանգուցային ատոմները: Ինչպես



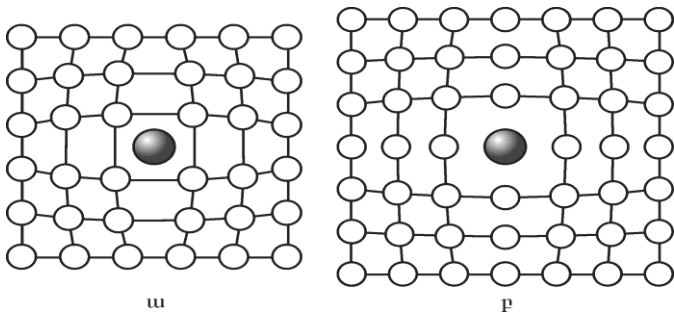


Նկ. 198. ա. Միջհանգուցային ատոմ, բ. թափուրք

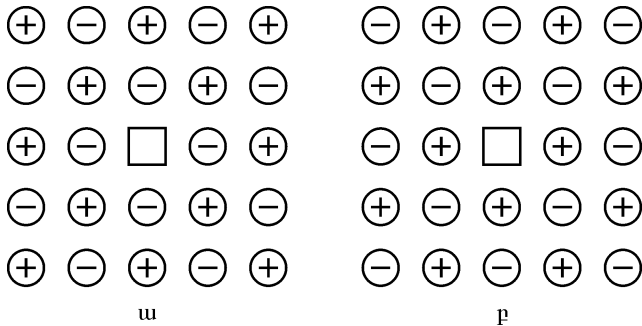
բխում է անվանումից, միջհանգուցային ատոմը տեղ է զբաղեցնում իդեալական ցանցի ատոմների հավասարակշռության դիրքերի միջև (նկ. 198, ա): Եթե ատոմը չի զբաղեցնում բյուրեղական ցանցի հագույցը, այսինքն՝ հանգույցը թափուր է, ապա այդպիսի արատն անվանում են թափուրք (նկ. 198, բ):

Եթե տվյալ բյուրեղային կառուցվածքի միջհանգուցային դիրքում «օտար» (այլ քիմիական տարրի) ատոմ է, ապա այդպիսի արատը կոչվում է ներդրման խառնուկ (նկ. 199, ա), իսկ եթե «օտար» ատոմն զբաղեցնում է «սեփական» (մատրիցի) ատոմի հանգույցը, ապա այդպիսի արատը կոչվում է տեղակալման խառնուկ (նկ. 199, բ):

Միջհանգուցային ատոմը («սեփական» կամ «օտար») ստեղծում է ցանցի իդեալականության տեղային խախտում, ընդ որում ատոմի մոտակա հանգույցները շեղվում են արատից դեպի «զուրա»:



Նկ. 199. ա. Ներդրման խառնուկ, բ. տեղակալման խառնուկ



Նկ. 200. ա. Անիոնային և բ. կատիոնային թափուրքներ

Թափուրքը միջհանգուցային ատոմից տարբերվում է նրանով, որ դրա ստեղծած շեղումներն ուղղված են դեպի «ներս» դեպի թափուրքը: Այսպիսով, միջհանգուցային ատոմը և թափուրքը կարծես հակառակ նշանի արատներ են, և որոշակի պայմաններում, հնարավոր է դրանց ոչնչացումը (անիհիլացում):

Այսպիսի կետային արատների առաջացման ամենապարզ սխեմայի համաձայն՝ ատոմը, տարբեր գործոնների ազդեցության հետևանքով, թողնում է «իր» հանգույցը և անցնում միջհանգուցային դիրքի, միաժամանակ ստեղծելով թափուրք և միջհանգուցային ատոմ: Արատների այս գույգն ընդունված է անվանել Ֆրենկելի արատ կամ ֆրենկելյան գույգ: Ատոմին «իր» հանգույցից հանող գործոններից են, օրինակ, ջերմային ֆլուկտուացիաները, ռենտգենյան ճառագայթահարումը, մեծ էներգիաներով մասնիկները:

Ի տարբերություն մետաղական և կովալենտ կապերով բյուրեղներում առաջացող կետային արատների՝ իոնային բյուրեղներում, որոնք կազմված են իրար մեջ ներդրված դրական և բացասական իոնների ենթացանցներից (Մաս I, II), առաջանում են երկու տեսակի՝ կատիոնային և անիոնային թափուրքներ (նկ. 200): Այս թափուրքները տարբերվում են իրենց էլեկտրական հատկություններով: Իրոք, բյուրեղային ցանցի հանգույցում դրական իոնի բացակայությունը (կատիոնային թափուրք) էլեկտրական լիցքի բաշխման տեսանկյունից համարժեք է այդ հանգույցում բացասական լիցքի հայտնվելուն: Հետևաբար՝ կատիոնային թափուրքը բյուրեղում հանդես է գալիս որպես բացասական լիցքավորված կետային արատ: Համանման ձևով, անիոնային թափուրքը դրական լիցքի կրող է: Բյուրեղի էլեկտրաչեզո-

քուրքյունը կպահպանվի, եթե իոնները ոչ թե հեռանան բյուրեղից, այլ անցնեն միջհանգուցային դիրքեր (Ֆրենկելի արատ), կամ էլ եթե անիոնային և կատիոնային թափուրքները (իոնների հավասար արժեքականության դեպքում) առաջանան հավասար քանակություներով (Շոտկիի արատներ):

Իոնային բյուրեղներում թափուրքի շուրջ ծագող տեղային դեֆորմացիաները տարբերվում են ոչ իոնային բյուրեղներում դիտվող դեֆորմացիաներից: Թափուրքին ամենամոտն են նույն նշանով իոնները, ուստի թափուրքի անմիջական մոտակայքում գործում է վանող (հրող) ուժ, և մոտակա իոնները շեղվում են թափուրքից «գուրս» ուղղություներով: Ամենամոտ հաջորդող հարևաններին, հակառակ նշանի իոնները ձգտում են շեղվել դեպի թափուրքը: Ուստի, իոնային բյուրեղում թափուրքի շուրջ ծագող դեֆորմացիոն դաշտն ունի բավականաչափ բարդ բնույթ:

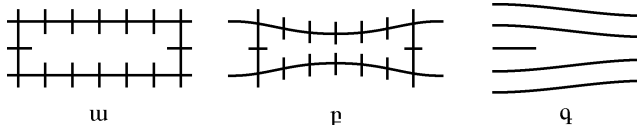
Քանի որ իոնային բյուրեղներում լիցքի էլեկտրաստատիկ դաշտը գործնականորեն չի էկրանավորվում, ապա լիցքավորված թափուրքներն օժտված են լրացուցիչ կուլոնյան էներգիայով, որից զուրկ են ոչ իոնային բյուրեղներում առաջացող թափուրքները: Այս հանգամանքն էներգիապես ձեռնառու է դարձնում հակառակ նշաններով թափուրքներից կազմված գույզի առաջացումը, որն անվանում են երկթափուրք: Ընդհանրապես, երկթափուրքների առաջացումն էներգիապես ձեռնառու է նաև ոչ իոնային բյուրեղներում: Երկթափուրքը նույնպես կետային արատ է: Նույնը վերաբերում է նաև 3, 4 և ավելի թափուրքներից կազմված կոմպլեքսներին:

Խառնուկային ատոմները նույնպես կարող են առաջացնել տարբեր կոմպլեքսներ՝ միավորվելով ինչպես իրար հետ, այնպես էլ մատրիցի սեփական արատների՝ թափուրքների և միջհանգուցային ատոմների հետ:

Եթե կոմպլեքս կազմող թափուրքների թիվը շատ մեծանա, ապա առաջ կգան որակապես նոր հատկություններ:

Քննարկենք մի օրինակ, երբ միավորվող թափուրքները մեկ ատոմային հարթության մեջ են և առաջացնում են սկավառակ: Նկ. 201-ում պատկերված է թափուրքների հարթ կուտակման լայնական կտրվածքը չռելաքսված (ա) և ռռելաքսված (բ) փոխդասավորության համար, ինչպես նաև մեծ շառավղով թափուրքային սկավառակի եզրի փոխդասավորությունը (գ):

Սկավառակի եզրերի ատոմների միջև գործող ձգողության ուժերի ազդեցությամբ առաջանում է (բ) փոխդասավորությունը: Սկավառակի շառավղի բավականաչափ մեծ՝  $R \gg a$ , արժեքների դեպքում դրա եզրի որևէ կետում ա-



*Նկ. 201. Թափուրքների կուտակումը մեկ ատոմային հարթության մեջ.  
ա. չռելաքսացված փոխդասավորություն, բ. ռելաքսացված փոխդասավորություն,  
գ. եզրի փոխդասավորությունը*

տոմների փոխդասավորությունը կախված չէ  $R$ -ից (գ), իսկ դրա միջին մասում բյուրեղի նորմալ կառուցվածքը վերականգնված է, առկա է միայն ցանցի առաձգական ոչ մեծ ձգում: Նկ. 201, գ-ում պատկերված փոխդասավորությունը համապատասխանում է ատոմային հարթության մի տիրույթի, որն ընդհատվում է որոշակի գծի, տվյալ դեպքում՝ սկավառակի եզրի երկայնքով: Քանի որ  $R \gg a$ , ապա առաջացած արատը մեկ ուղղությամբ՝ սկավառակի պարագծով, ունի մակրոսկոպական չափեր, ուստի այն միաչափ կամ գծային արատ է: Այն անվանում են եզրային դիսլոկացիա: Ակնհայտ է, որ մյուս երկու (նկարի հարթության մեջ ընկած) ուղղություններով, ընդհատվող հարթության եզրից փոքր՝  $r \sim a$  կարգի հեռավորություններում ատոմների փոխադարձ դիրքերը շատ քիչ են տարբերվում իդեալական բյուրեղին համապատասխանող դիրքերից, այսինքն՝ նշված երկու ուղղություններով արատն ունի միկրոսկոպական չափեր:

Այժմ ծանոթանա՞նք երկչափ կամ մակերևութային արատի մի օրինակի՝ դարսման արատի հետ:

Դիտարկենք նիստակենտրոն խորանարդային ցանց: Հայտնի է (Մաս I, I.4), որ այն կարելի է պատկերել որպես ատոմ-գնդիկների շերտերի խիտ դարավածք  $\{111\}$  բյուրեղագրական հարթություններում, ընդ որում շերտերի դարավածքը կարելի է ներկայացնել  $\dots ABCABCABC\dots$  հաջորդականությամբ: Ենթադրենք, որ այս ցանցի որևէ, օրինակ՝ C, շերտում առաջացել է թափուրքների կուտակում այնքան մեծ չափերով, որ առաջացած սկավառակի հանդիպակաց եզրերի A և B հանգույցների ատոմների ձգողության հետևանքով այդ եզրերը միակցվում են (միակցման տեղը կնշենք սլաքով՝  $\downarrow$ ): Դրա հետևանքով հանված C հարթության տեղում ատոմային հարթությունների կանոնավոր հաջորդականությունը դառնում է խախտված՝  $\dots ABCABCAB \downarrow ABCABC\dots$ : Այսպիսի խախտումն անվանում են դարսման ա-

րատ: Երկու չափումներով այն ունի մակրոսկոպական չափեր, իսկ արատի հարթության նորմալի ուղղությամբ կանոնավոր դասավորմանը համապատասխանող հարթություններն սկսվում են հենց հաջորդ ատոմային հարթությունից: Այսպիսով, դարսման արատը ցանցի երկչափ արատ է: Նույն տիպի արատների օրինակներ են նաև միջհատիկային սահմանները բազմաբյուրեղներում, դոմենային սահմանները սեգնետաէլեկտրիկներում և ֆեռոմագնիսներում, մնուշի մակերևույթը:

Բյուրեղային կառուցվածքի եռաչափ (ծավալային) արատների թվին են պատկանում այլ բյուրեղական կառուցվածքով ներխառնուկները (երկրորդ ֆազի անջատում), ամորֆ ներխառնուկները, մնուշի հոծության խախտումները (ճաքեր, ծակոտիներ):

## § 2. Կետային արատներ

Կետային արատների ազդեցությունը բյուրեղի ֆիզիկական հատկությունների վրա պայմանավորված է ինչպես արատների տեսակով, այնպես էլ դրանց խտությամբ:

Դիտարկենք  $N$  միատեսակ ատոմներից բաղկացած բյուրեղ և որոշենք դրանում  $n$  բափուրքների թիվը ջերմադինամիկական հավասարակշռության վիճակում: Եթե բյուրեղը հաստատուն  $P$  ճնշման տակ է, որը, մեծ մասամբ, համապատասխանում է փորձում իրականացվող պայմաններին, ապա հարմար է որպես անկախ ջերմադինամիկական պարամետրեր ընտրել  $P$ ,  $T$ ,  $N$  մեծությունները և օգտվել ջերմադինամիկական կամ Գիբսի  $G(P, T, N; n)$  պոտենցիալի՝ հավասարակշռական վիճակում ըստ  $n$  փոփոխականի նվազագույնը լինելու պայմանից՝

$$\left( \frac{\partial G}{\partial n} \right)_{P, T, N} = 0 : \quad (2.1)$$

Գիբսի պոտենցիալը որոշվում է

$$G(P, T, N; n) = U - TS + PV \equiv F + PV \quad (2.2)$$

արտահայտությամբ, որտեղ  $U$ -ն համակարգի ներքին էներգիան է,  $F$ -ը՝ ազատ էներգիան,  $S$ -ը՝ էնտրոպիան և  $V$ -ն՝ ծավալը:

Պարզենք  $G$  ֆունկցիայի կախումը թափուրքների թվից:  $N$  ատոմից և  $n$  թափուրքից բաղկացած բյուրեղը հարմար է ներկայացնել որպես  $N + n$  ատոմից բաղկացած իդեալական բյուրեղ, որից  $n$  ատոմ հեռացվել է: Այս դեպքում, առաջին մոտավորությամբ, կարելի է ծավալի՝  $n$ -ից ունեցած կախումը ներկայացնել

$$V(n) \approx (N + n)v_0 \quad (2.3)$$

բանաձևով, որտեղ  $v_0$ -ն իդեալական բյուրեղում մեկ ատոմին բաժին ընկնող ծավալն է: Թափուրքների յուրաքանչյուր կոնկրետ փոխադասավորության համար կարելի է հաշվարկել առաջացած ոչ իդեալական բյուրեղի  $F_0(n) = U - TS$  ազատ էներգիան: Քանի որ  $n \ll N$  (եթե  $n \leq N$ , բյուրեղի գաղափարը կդառնար անիմաստ), ապա կարելի է ընդունել, որ  $F_0(n)$  մեծությամբ կախված է միայն թափուրքների թվից, բայց ոչ դրանց փոխադարձ դիրքից:

Բացի այդ, էնտրոպիայի  $S$  արժեքին անհրաժեշտ է ավելացնել նաև մի անդամ, որը հաշվի է առնում  $n$  թափուրքներն  $N + n$  հանգույցներում բաշխելու բոլոր հնարավոր ձևերով պայմանավորված «անկարգության» չափը՝

$$S_c = k_B \ln \frac{(N + n)!}{N!n!} : \quad (2.4)$$

(2.2) – (2.4) բանաձևերից Գիբսի  $G$  պոտենցիալի համար կստանանք հետևյալ արտահայտությունը՝

$$G(P, T, N; n) = F_0(n) - k_B T \ln \frac{(N + n)!}{N!n!} + P(N + n)v_0 : \quad (2.5)$$

$N$  և  $n$  թվերը մակրոսկոպական են, ուստի, օգտվելով Ստիռլինգի բանաձևից՝

$$\ln M! \approx M \ln M - M, \quad M \gg 1, \quad (2.6)$$

ինչպես նաև (2.5), (2.6) արտահայտություններից և (2.1) պայմանից՝ կստանանք.

$$\left( \frac{\partial F_0}{\partial n} \right)_{P, T, N} + P v_0 - k_B T \ln \left( 1 + \frac{N}{n} \right) = 0 : \quad (2.7)$$

Նկատի ունենալով  $n \ll N$  պայմանը, կարելի է գրել, որ

$$\left(\frac{\partial F_0}{\partial n}\right)_{P,T,N} \approx \left(\frac{\partial F_0}{\partial n}\right)_{P,T,N,n=0} = \varepsilon, \quad (2.8)$$

որտեղ  $\varepsilon$  մեծությունը կախված չէ թափուրքների թվից:

Այսպիսով՝ (2.7) պայմանի համաձայն,  $G = G_{\min}$ , եթե

$$n = N \exp\left(-\frac{\varepsilon + P v_0}{k_B T}\right): \quad (2.9)$$

Պարզենք  $\varepsilon$  բնութագրական էներգիայի իմաստը:

$F_0$  ազատ էներգիան  $n$  թափուրք պարունակող ցանցի  $U_0$  հավասարակշռական պոտենցիալ էներգիայի (Մաս I, III) և ատոմների ջերմային տատանումների  $F_T$  ազատ էներգիայի գումարն է՝

$$F_0(P, T, N; n) = U_0 + F_T: \quad (2.10)$$

Որպես կանոն,  $F_T$  գումարելին շատ փոքր է  $U_0$ -ից, ուստի զրոյական մոտավորությամբ (2.8) բանաձևից կստանանք՝

$$\varepsilon_0 = \left(\frac{\partial U_0}{\partial n}\right)_{P, N, n=0}, \quad (2.11)$$

որը կախված չէ ջերմաստիճանից:  $\varepsilon_0$ -ն այն էներգիան է, որն անհրաժեշտ է հանգույցից ատոմը հեռացնելու համար: Կարելի է ընդունել, որ  $\varepsilon_0$ -ն մեկ ատոմին բաժին ընկնող կապի էներգիայի (1 էՎ) կարգի մեծություն է: (2.9) բանաձևում  $P v_0$  գումարելին մթնոլորտայինին մոտ ճնշումների դեպքում ( $P_0 \approx 10^5$  Պա)  $10^{-5}$  էՎ-ի կարգի մեծություն է, որը  $\varepsilon_0$ -ի նկատմամբ կարելի է անտեսել:

Այսպիսով, ջերմադինամիկական հավասարակշռության վիճակում թափուրքների թիվը՝

$$n = N \exp\left(-\frac{\varepsilon_0}{k_B T}\right): \quad (2.12)$$

Եթե  $N$ -ը ցանցի հանգույցների (ատոմների) թիվն է  $1 \text{ սմ}^3$ -ում, ապա (2.12) բանաձևը ներկայացնում է թափուրքների խտությունը:

(2.12) բանաձևի համաձայն՝  $T \neq 0$  Կ ջերմաստիճանում հավասարակշռական վիճակում  $n \neq 0$ , այսինքն՝ բնության մեջ առանց արատների բյուրեղներ գոյություն ունենալ չեն կարող: Սենյակային ջերմաստիճաններում,  $\varepsilon_0 \sim 1$  էՎ բնութագրական արժեքների համար  $n/N \approx \exp(-40) \approx 10^{-17}$ , և թափուրքների միջև հեռավորությունը՝  $r_0 \sim 10^6 a \sim 10^{-2}$  սմ: Սակայն հալման ( $T_m \sim 1000$  Կ) ջերմաստիճանի մոտակայքում  $n/N$  հարաբերությունը կարող է ընդունել  $10^{-4}$  կարգի արժեքներ, իսկ  $r_0 \sim 10a \sim 10^{-7}$  սմ:

(2.10) բանաձևում  $F_T$  անդամի հաշվառումը բերում է (2.8) առնչությամբ որոշվող  $\varepsilon$  էներգիայի որոշ փոքրացման, քանի որ  $(\partial F_T / \partial n)_0 < 0$ , որը հետևանք է թափուրքների առկայության պայմաններում տատանողական որոշ մոդերի հաճախությունների փոքրացման: Դրա հետևանքով  $n$ -ի արժեքները որոշ չափով մեծանում են:

Թափուրքների թվի (2.12) արտահայտությունն ընդհանրացնենք տարբեր տիպի թափուրքների և տարբեր տիպի միջհանգուցային ատոմների համար:

Եթե բյուրեղում կա  $j$  տիպի  $n_j$  կետային արատ և  $n_j \ll N_j$ , որտեղ  $N_j$ -ն այն հանգույցների (միջհանգուցային դիրքերի) թիվն է, որոնք կարող է զբաղեցնել  $j$  տիպի արատը, ապա, ամտեսելով  $Pv_0$  անդամը, կարելի է գրել՝

$$n_j = N_j \exp\left(-\frac{\varepsilon_j}{k_B T}\right), \quad \varepsilon_j = \left(\frac{\partial F_0}{\partial n_j}\right)_{n_j=0} : \quad (2.13)$$

Որպես կանոն,  $\varepsilon_j \gg k_B T$ , և եթե  $\varepsilon_j$ -ի երկու ամենափոքր արժեքների միջև տարբերությունը նույնպես զգալիորեն մեծ է  $k_B T$ -ից, ապա արատների ճնշող մասը կունենա ամենափոքր  $\varepsilon_j$ -ն և  $n_1 \gg n_j$  ( $j \neq 1$ ):



### § 3. Կետային արատներն իոնային բյուրեղներում

(2.13) բանաձևն իրավացի է այն դեպքում, երբ որևէ տեսակի արատների քիվը կախված չէ այլ արատների ներկայությունից, այսինքն՝ բոլոր  $n_j$  փոփոխականներն իրարից անկախ են: Սակայն եթե  $n_j$  մեծությունների միջև կան որոշակի կապեր, ապա խնդիրը պետք է նորից լուծել, հաշվի առնելով այդ կապերը: Օրինակ՝ իոնային բյուրեղում չեն կարող գոյություն ունենալ միայն դրականի իոնների ենթացանցի թափուրքներ, քանի որ հավելուրդային բացասական լիցքերի կուլոնյան փոխազդեցության էներգիան կընդունի մեծ արժեքներ: Այդ հավելուրդային լիցքը պետք է համակշռվի կամ միջհանգուցային դրական իոններով, կամ բացասական իոնների տեղերում թափուրքներով, կամ էլ այս արատների որևէ համակցությամբ: Հետևաբար՝  $G$  պոտենցիալի մինիմումը պետք է որոշել համակարգի էլեկտրաչեզոքության

$$\sum_{j=+,-} q_j n_j = 0 \quad (3.1)$$

լրացուցիչ պայմանի դեպքում, որտեղ  $q_j$ -ն  $j$  տեսակի արատի լիցքն է ( $q_j = +e$  բացասական իոնի տեղում առկա թափուրքի և  $q_j = -e$  դրական իոնի տեղում առկա թափուրքի կամ միջհանգուցային իոնի համար):

Կազմելով

$$G' = G + \lambda \sum_j q_j n_j \quad (3.2)$$

ֆունկցիան, որտեղ  $\lambda$ -ն Լագրանժի անորոշ գործակիցն է, և որոշելով դրա մինիմումը, (3.2) առնչության փոխարեն կստանանք՝

$$n_j = N_j \exp \left( - \frac{\varepsilon_j + \lambda q_j}{k_B T} \right) : \quad (3.3)$$

(3.3) արտահայտությունը պետք է բավարարի (3.1) լրացուցիչ պայմանին, որտեղից և որոշվում է  $\lambda$  գործակիցը: Ամենափոքր էներգիաներով, «+» և «-» նշաններով արատների համար (3.3) բանաձևից կստանանք՝

$$n_+ = N_+ \exp\left(-\frac{\varepsilon_+ + \lambda e}{k_B T}\right), \quad (3.4)$$

$$n_- = N_- \exp\left(-\frac{\varepsilon_- - \lambda e}{k_B T}\right), \quad (3.5)$$

որտեղ  $\varepsilon_{\pm} = \min(\varepsilon_j)$ ,  $q_j = \pm e$  : Քանի որ մնացած այլ տեսակի արատների համար  $\varepsilon_j > \varepsilon_{\pm}$ , ապա

$$\begin{aligned} n_j &\ll n_+, q_j = +e, \\ n_j &\ll n_-, q_j = -e, \end{aligned} \quad (3.6)$$

ուստի էլեկտրաչեզոքության (3.1) պայմանից հետևում է

$$n_+ = n_- \quad (3.7)$$

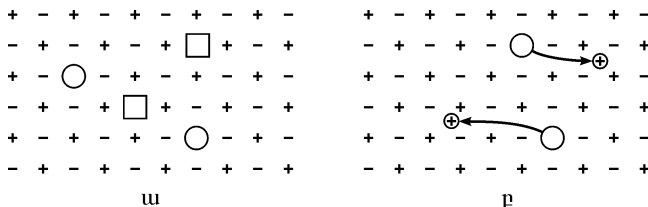
հավասարությունը: (3.4), (3.5) և (3.7) առնչությունների համաձայն՝

$$n_+ n_- = N_+ N_- \exp\left(-\frac{\varepsilon_+ + \varepsilon_-}{k_B T}\right) \equiv n_+^2 \quad (3.8)$$

և

$$n_+ = n_- = (N_+ N_-)^{1/2} \exp\left(-\frac{\varepsilon_+ + \varepsilon_-}{2k_B T}\right): \quad (3.9)$$

(3.4) և (3.5) արտահայտություննից բխում է, որ էլեկտրաչեզոքության պայմանը բերում է մի նշանի արատների թվի մեծացման և հակառակ նշանի արատների թվի փոքրացման՝ ի հաշիվ  $\pm \lambda e$  լրացուցիչ գումարելիների: Արդյունաբար թիվը հավասար է արատների այն թվերի միջին երկրաչափականին, որոնք գոյություն կունենային լրացուցիչ պայմանի բացակայությամբ ( $\lambda = 0$ ):



Նկ. 202. ա. Շոտկիի արատներ, բ. Ֆրենկելի արատներ

Իոնային բյուրեղներում էլեկտրաչեզոքության պայմանը կարելի է ապահովել տարբեր եղանակներով: Օրինակ՝ կարող են իրար հավասար լինել դրական և բացասական իոնների թափուրքները (Շոտկիի արատներ, նկ. 203, ա), ինչպես նաև միջհանգուցային իոնները և դրանց թափուրքները (Ֆրենկելի արատներ, նկ. 202, բ): Առաջին հնարավորությունը հիմնականում իրականանում է ալկալի-հալոիդային բյուրեղներում, իսկ երկրորդը՝ արծաթի հալոգենիդներում:

Հնարավոր է մեկ տարբերակ ևս, երբ առկա են միջհանգուցային դրական և բացասական իոններ՝ հավասար քանակություններով: Սակայն այս տարբերակն ամենայն հավանականությամբ չի իրագործվում, քանի որ միջհանգուցային իոնի առաջացումը կապված է ավելի մեծ էներգիա ծախսելու հետ, քան պահանջվում է հանգույցում թափուրք ստեղծելու համար:

Կետային արատները, հատկապես՝ թափուրքները, զգալիորեն ազդում են իոնային բյուրեղի էլեկտրական հատկությունների վրա:

Իոնային բյուրեղներն օժտված են իոնային հաղորդականությամբ՝ դրանցում հոսանքը պայմանավորված է դրական և բացասական իոնների ուղղորդված շարժումով: Տեսակարար դիմադրությունն ունի ուժեղ արտահայտված ջերմաստիճանային կախում և փոփոխվում է  $10^2 - 10^8$  Օմ-սմ տիրույթում: Իոնային բյուրեղի էլեկտրահաղորդականության՝ ջերմաստիճանը բարձրացնելիս դիտվող կտրուկ աճն անմիջականորեն պայմանավորված է թափուրքների թվի (2.13) բանաձևից հետևող աճով: Բանն այն է, որ իոնների հոսքնաջր բյուրեղով էապես հեշտանում է թափուրքների առկայության պայմաններում, քանի որ թափուրքը բյուրեղում տեղափոխելու համար պահանջվում է զգալի քիչ էներգիա, քան խիտ դարսված ատոմային շերտերի միջով իոնը տեղափոխելու համար անհրաժեշտ աշխատանքն է (նկ. 203, ա-դ):

Փորձականորեն ապացուցված է, որ ոչ շատ բարձր ջերմաստիճաններում ալկալի-հալոիդային և արծաթի հալոգենիդի իոնային բյուրեղների հաղորդականությունն ուղիղ համեմատական է երկարժեք խառնուկի (օրինակ՝ **Ca, Cd, Ba, Sr**) խտությանը:

Այս երևույթի պատճառն այն է, որ էլեկտրաչեզոքության պայմանի շնորհիվ, օրինակ՝  $\text{Na}^+$  իոնին տեղակալած  $\text{Ca}^{++}$  իոնն ապահովում է ևս մեկ  $\text{Na}^+$  իոնի տեղում թափուրքի առաջացումը, այսինքն՝ երկու  $\text{Na}^+$  իոնի փոխարեն ցանցում ներդրվում է մեկ  $\text{Ca}^{++}$  իոն: Այս մասին է վկայում այն փաս-

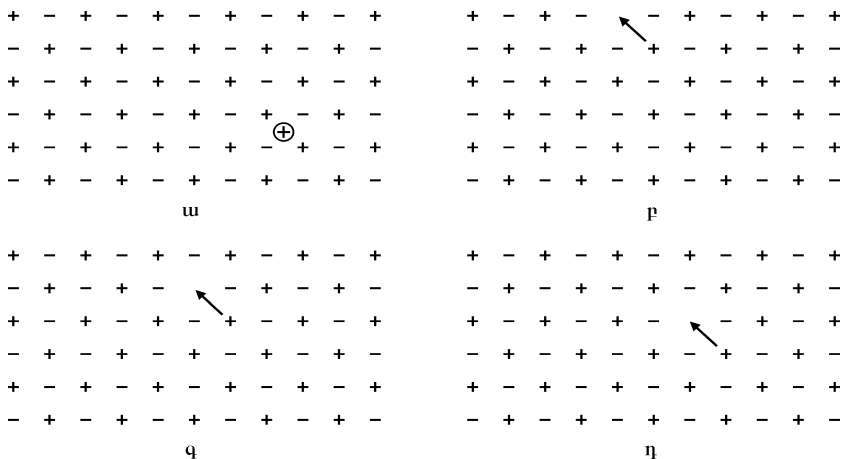
316

տը, որ խառնուկներ պարունակող բյուրեղի խտությունն ավելի փոքր է, քան մաքուր բյուրեղինը: Իրոք՝  $\text{Ca}^{++}$  իոնի զանգվածը (40 գ.ա.մ.) ավելի փոքր է, քան երկու  $\text{Na}^+$  իոնների գումարային զանգվածը (46 գ.ա.մ.):

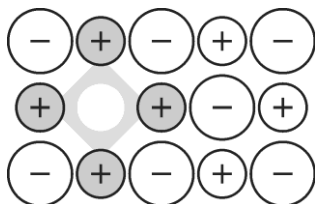
Թափուրքների առկայությունն իոնային բյուրեղներում ցայտուն ձևով դրսևորվում է հատկապես նմուշների օպտիկական բնութագրերում:

Հայտնի է, որ ալկալի-հալոիդային բյուրեղները թափանցիկ են սպեկտրի տեսանելի մասում: Բյուրեղի գունավորումը, ի թիվս այլ պատճառների, պայմանավորված է նաև դրանում մետաղի իոնի լրացուցիչ քանակի ներդրումով, որը կարելի է իրականացնել՝ բյուրեղը տաքացնելով ալկալիական մետաղի գոլորշիներում և ապա այն արագ սառեցնելով: Նատրիումի գոլորշիներում տաքացված  $\text{NaCl}$ -ը դեղնում է, կալիումի գոլորշիներում տաքացված  $\text{KCl}$  -ը՝ կարմրում: Բյուրեղների գունավորումը պայմանավորված է դրանցում նոր տիպի կետային արատների, այսպես կոչված գունավորման կենտրոնների առաջացումով:

Պարզագույն գունավորման կենտրոնը F-կենտրոնն է: Սովորաբար այն ստեղծում են ալկալիական մետաղի գոլորշիներում բյուրեղը տաքացնելով կամ այն ռենտգենյան ճառագայթներով ճառագայթահարելով: F-կենտրոնը բաղկացած է էլեկտրոնից և դրան պահող անիոնային թափուրքից (նկ. 204):



Նկ. 203. Իոնային բյուրեղում թափուրքի շարժման հաջորդական քայլերը  
( $w \rightarrow p \rightarrow q \rightarrow \eta$ )

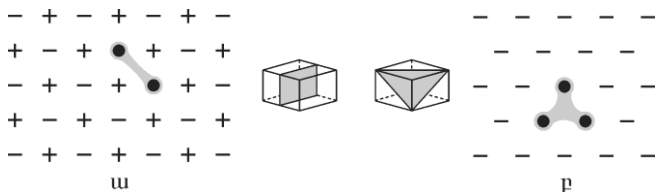


Նկ. 204. F-կենտրոն (էլեկտրոն+անիոնային թափուրք)

Իոնային բյուրեղի մեջ ալկալիական մետաղի լրացուցիչ քանակ ներարկելիս առաջանում են անիոնային թափուրքներ: Ալկալիական մետաղի արժեքական էլեկտրոնը կապված չէ ատոմի հետ և շարժվում է բյուրեղում, ի վերջո բռնվելով անիոնային թափուրքի տեղում և ստեղծելով կապված վիճակ: F-կենտրոնի մոդելի օգտին են խոսում հետևյալ փորձարարական փաստերը.

ա. F-կենտրոններով պայմանավորված կլանման շերտերը բնութագրական են տվյալ բյուրեղի համար և կախված չեն F-կենտրոններ ստեղծելու համար օգտագործված ալկալիական մետաղի տեսակից: Օրինակ՝ KCl-ի F-շերտը նույնն է և՛ Na-ի, և՛ K-ի գոլորշիներում այն տաքացնելիս: Հետևաբար՝ ալկալիական մետաղի հիմնական դերը բացասական իոնի տեղում թափուրք ստեղծելն է, որը բերում է դրան կապված էլեկտրոնի հայտնվելուն և որի էներգիական մակարդակներով էլ հենց որոշվում է կլանման սպեկտրը:

բ. Քիմիական վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ ալկալիական մետաղի գոլորշիներում տաքացված բյուրեղի  $1\text{սմ}^3$ -ում պարունակվում է  $10^{16} - 10^{19}$  կարգի լրացուցիչ, այսինքն՝ տարրաչափությամբ (ստեխիոմետրիայով) պահանջվող քանակից ավելի ատոմ, որը համապատասխանում է F-շերտի լրիվ օպտիկական կլանման չափումներից ստացվող արդյունքին:



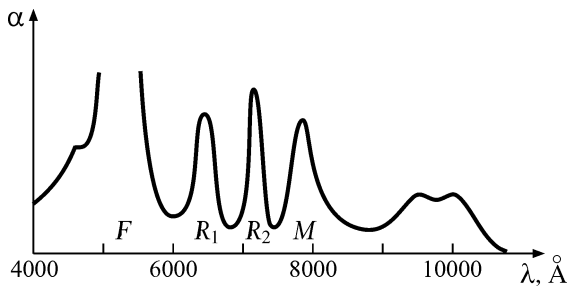
Նկ. 205. ա. M-կենտրոն (երկու հարևան անիոնային թափուրքներ +2 էլեկտրոն),  
բ. R-կենտրոն (երեք հարևան անիոնային թափուրքներ +3 էլեկտրոն)

գ. Գունավորված բյուրեղի խտությունը սովորաբար ավելի փոքր է, քան չգունավորված (մաքուր) բյուրեղինը:

Բյուրեղի գունավորումը կարող է պայմանավորված լինել նաև գունավորման այլ կենտրոններով: Օրինակ՝ M-կենտրոնը բաղկացած է (100) հարթության երկու հարևան անիոնային թափուրքներից և դրանց կապված երկու էլեկտրոնից (նկ. 205, ա), իսկ R-կենտրոնը՝ բացասական իոնների ենթացանցի (111) հարթության երեք անիոնային թափուրքներից և երեք էլեկտրոնից (նկ. 205, բ):

Նկ. 206-ում պատկերված է **KCl**-ի կլանման գործակցի՝ փորձում ստացված կախումն ընկնող լույսի ալիքի երկարությունից: Կլանման սպեկտրում դիտվող ռեզոնանսները պայմանավորված են F-կենտրոնների տարբեր համակցություններով:

Ինչպես երևում է նկ. 206-ից, օպտիկական կլանման ռեզոնանսներն արտահայտված են նվազ կտրուկ, քան մեկուսացված ատոմների կլանման սպեկտրներում դիտվող ռեզոնանսները: Դրա պատճառն այն է, որ սպեկտրային գծի լայնությունը հակադարձ համեմատական է գրգռված վիճակի կյանքի տևողությանը: Մեկուսացված ատոմները կարող են վերադառնալ հիմնական վիճակին միայն համեմատաբար դանդաղ պրոցեսի՝ ֆոտոնի առաքման արդյունքում: Պինդ մարմնում «ատոմը» (գունավորման F-, M-կամ R-կենտրոնը) ուժեղ փոխազդում է շրջապատի հետ և արագ կորցնում է իր էներգիան:



Նկ. 206. **KCl**-ի կլանման գործակցի՝ լույսի ալիքի երկարությունից կախման կորը

## § 4. Դիսլոկացիաներ

Պինդ մարմինը որպես իդեալական բյուրեղ դիտարկող մոդելի անհամապատասխանությունը փորձին դրսևորվել է հատկապես պլաստիկ, այսինքն՝ մնացորդային և ոչ դարձելի դեֆորմացիա առաջացնելու համար պահանջվող լարման մեծությունը տեսականորեն գնահատելիս:

Որոշենք պլաստիկ դեֆորմացիա առաջացնող սահմանային լարման արժեքն իդեալական բյուրեղի համար: Վերջինս կարելի է ներկայացնել որպես իրար գուգահեռ և  $d$  հեռավորությամբ հարթությունների ընտանիք (նկ. 207, ա):

Դիտարկենք բյուրեղի սահքի դեֆորմացիան, երբ յուրաքանչյուր ատոմային հարթություն ինքն իրեն գուգահեռ, տրված ուղղությամբ տեղափոխվում է իր հարևան ատորին հարթության նկատմամբ  $x$  չափով (նկ. 208, բ): Փոքր (առաձգական) դեֆորմացիաների համար պահանջվող  $\sigma$  լարումը որոշվում է Հուկի օրենքից՝

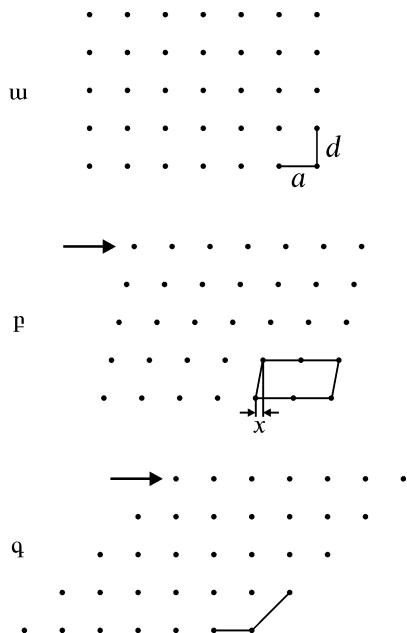
$$\sigma = G \frac{x}{d}, \quad x \ll d, \quad (4.1)$$

որտեղ  $G$ -ն բյուրեղի սահքի մոդուլն է տրված ուղղությամբ: Մեծ՝  $|x| \leq d$  շեղումների համար Հուկի (4.1) օրենքը տեղի չունի: Սահմանային դեպքում, երբ  $x$  շեղումը հավասարվում է սահքի ուղղությամբ ցանցի հաստատունին՝  $x = a$ , բյուրեղի տեղաշարժված և չտեղաշարժված մասերի ներքին փոխդասավորությունները նույնական են (նկ. 208, գ): Այսինքն՝  $x = 0$  և  $x = a$  դեֆորմացիաների համար  $\sigma = 0$ : Առաջին մոտավորությամբ  $\sigma(x)$  ֆունկցիան կարելի է ներկայացնել

$$\sigma(x) = \frac{Ga}{2\pi d} \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \quad (4.2)$$

տեսքով, որից փոքր՝  $x \ll d$  դեֆորմացիաների դեպքում ստացվում է Հուկի (4.1) օրենքը: (4.2) արտահայտության համաձայն՝ սահմանային՝ «ջարդող» լարումը համապատասխանում է  $x_c = a/4$  չափով շեղմանը և տրվում է

$$\sigma_c = \frac{Ga}{2\pi d} \quad (4.3)$$



Նկ. 207. Պլաստիկ դեֆորմացիան իդեալական բյուրեղում.  
 ա. չդեֆորմացված վիճակ՝  $\sigma = 0$ , բ. սարքի դեֆորմացիան,  
 գ. շեղումը՝  $x = a$ ,  $\sigma = 0$

առնչությամբ: Նկատի ունենալով, որ  $a \sim d$ , սահմանային  $\sigma_c$  լարման համար ստանում ենք

$$\sigma_c \approx \frac{G}{6} \quad (4.4)$$

արժեքը: Ավելի ճշգրիտ հաշվարկների համաձայն՝  $\sigma_c \approx G/30$ : Աղյուսակ 39-ում տրված են մի քանի պինդ մարմինների սահքի մոդուլների՝ փորձում դիտվող սահմանային  $\sigma_c^{ex}$  լարման արժեքները, ինչպես նաև սահմանային լարման տեսական և փորձարարական արժեքների հարաբերությունը:



Աղյուսակ 39.

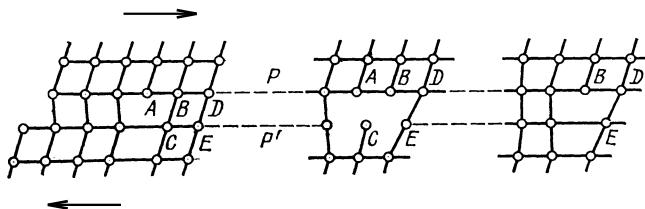
*Որոշ մարմինների սահքի մոդուլները և սահմանային լարումները*

| Նյութ                   | $G, 10^{10}$ Պա | $\sigma_c^{ex}, 10^5$<br>Պա | $\sigma_c / \sigma_c^{ex}$ |
|-------------------------|-----------------|-----------------------------|----------------------------|
| Անագ (միաբյուրեղ)       | 1,9             | 13                          | 500                        |
| Արծաթ (միաբյուրեղ)      | 2,8             | 6                           | 1500                       |
| Ալյումին (միաբյուրեղ)   | 2,5             | 4                           | 2000                       |
| Ալյումին (բազմաբյուրեղ) | 2,5             | 260                         | 30                         |
| Երկաթ (բազմաբյուրեղ)    | 7,7             | 1500                        | ~8                         |

Աղյուսակի տվյալներից հետևում է, որ սահմանային լարման փորձարարական արժեքը  $10^2 - 10^3$  անգամ փոքր է դրա տեսական արժեքից, նշանակում է՝ բյուրեղի՝ վերը դիտարկված սահքի մեխանիզմը չի համապատասխանում իրականությանը:

Փորձի և տեսության միջև տարածայնությունը հիմք ծառայեց ենթադրելու, որ իրական բյուրեղներում գոյություն ունեն դիսլոկացիաներ (Գ. Թեյլոր, Է. Օրովան, Մ. Պոլյանի, 1934 թ.):

Նկ. 208-ից ակնհայտ է, որ A դիսլոկացիան առաձգականորեն դեֆորմացված միջավայրում տեղաշարժելու համար պարտադիր չէ խզել P և P' ատոմային հարթությունների միջև բոլոր կապերը: Բավական է միայն խզել BC կապը և վերականգնել AC կապը (նույն գործողությունը կատարվում է նկարի հարթությանը զուգահեռ բոլոր ատոմային հարթություններում): Դիսլոկացիայի գծի շուրջ մեծ լարումների առկայության պայմաններում այդպիսի խզման համար անհրաժեշտ են  $\sigma_c$ -ից մի քանի կարգով փոքր լարումներ: Հաջորդ փուլում խզվում են DE և հաջորդ կապերը, մինչև որ սահքը հասնում է բյուրեղի եզրին: Բյուրեղից դուրս եկած դիսլոկացիան բյուրեղի մակերևույթին ստեղծում է մեկ ատոմի բարձրությամբ աստիճան: Եթե այդ նույն հարթությամբ անցնեն շատ դիսլոկացիաներ, ապա առաջացած աստիճանի բարձրությունը կմեծանա և այն հնարավոր կլինի դիտել զինված աչքով: Այսպիսով, դիսլոկացիաների շարժման արդյունքում բյուրեղի մի մասը ոչ դարձելի ձևով սահում է մյուս մասի վրայով, այսինքն՝ դիսլոկացիաների շարժումը հենց բյուրեղի պլաստիկ դեֆորմացիան է:



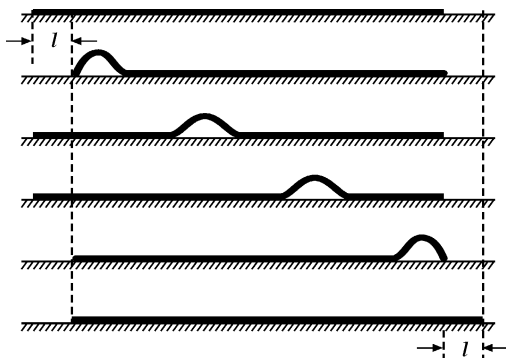
Նկ. 208. Դիսլոկացիայի շարժումը բյուրեղում

Դիսլոկացիաների տեսության մեջ սահմանային (ջարդող) լարման համար ստացվել է հետևյալ արտահայտությունը (Ռ.Պայերլս)

$$\sigma_c^0 = \frac{2G}{1-\nu} \exp \left[ -\frac{2\pi d}{a(1-\nu)} \right], \quad (3.5)$$

որտեղ  $\nu$ -ն Պուասոնի գործակիցն է ( $0 < \nu \leq 0,5$ ): Բյուրեղների մեծ մասի համար  $\nu \approx 0,3$ , ուստի (3.5) բանաձևից  $d \approx a$  դեպքում կստանանք  $\sigma_c^0 \approx 3 \cdot 10^{-4} G \sim 10^{-2} \sigma_c$ , որը համապատասխանում է փորձին:

Սահքի դիսլոկացիոն մեխանիզմի օրինակ կարող է ծառայել հատակին փռված գորգի շարժումը: Այն ամբողջությամբ որոշակի  $l$  չափով տեղաշարժելու համար պահանջվում է զգալի ջանքերի գործադրում, սակայն գորգը նույն չափով կարելի է հեշտությամբ տեղաշարժել, եթե դրա լայնությամբ ստեղծենք ծալք և տեղաշարժենք այդ ծալքը (նկ. 209):

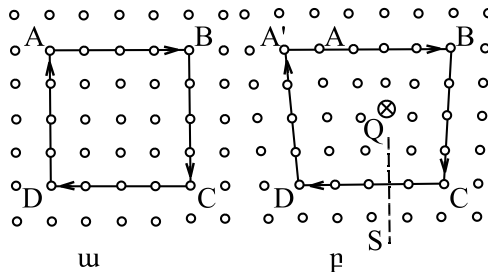


Նկ. 209. Սահքի դիսլոկացիոն մեխանիզմի օրինակ. գորգի շարժումը

Այժմ տանք դիսկրետացիայի հստակ սահմանումը:

Դիտարկենք ատոմային հարթության մի մաս և դրանում կառուցենք փակ կոնտուր (Բյուրգերսի կոնտուր), որն անցնում է ցանցի հանգույցներով, ժամացույցի սլաքի պտտման ուղղությամբ: Դիցուք՝ կոնտուրն սկսվում է  $A$  կետում և, անցնելով  $B$ ,  $C$  և  $D$  կետերով, փակվում է  $A$  կետում (նկ. 210, ա): Կրկնենք նույն կոնտուրի կառուցումը հարթության այն մասում, որը հատում է ընդհատվող ատոմային կիսահարթության եզրը և այնպես, որ կոնտուրն ընդգրկի այդ եզրը: Եթե կոնտուրի սկիզբն ընտրենք  $A$  կետում և նույն թվով քայլերով, ինչպես (ա) դեպքում, հաջորդաբար անցնենք  $B$ ,  $C$  և  $D$  կետերը, կհասնենք  $A'$  հանգույցին, որը չի համընկնում  $A$  հանգույցի հետ (նկ. 210, բ): Այսինքն՝ Բյուրգերսի կոնտուրն ունի անկապություն՝  $A'A$  հատվածը: Բյուրեղի առաձգական դեֆորմացիայի հետևանքով դիսկրետացիայի շրջակայքում քայլի (երկու հանգույցների միջև) երկարությունը հավասար չէ չդեֆորմացված ցանցում քայլի երկարությանը, ուստի  $A'A \neq a$ -ին՝ ցանցի հաստատունին: Այն կհավասարվի  $a$ -ին, եթե «հանվի» ցանցի առաձգական դեֆորմացիան, օրինակ՝ բյուրեղը  $QS$  հարթությամբ հատելով և թողնելով, որ այն գա հավասարակշռական վիճակի:  $b$  վեկտորը, որը Բյուրգերսի կոնտուրի վերջնական  $A'$  կետը միացնում է սկզբնական  $A$  կետի հետ, կոչվում է Բյուրգերսի վեկտոր: Այն դիսկրետացիայի՝ գծային արատի քանակական բնութագիրն է:

Այսպիսով, դիսկրետացիան բյուրեղի գծային արատ է, որի համար Բյուրգերսի կոնտուրն ունի զրոյից տարբեր անկապություն: Բյուրգերսի  $b$  վեկտոր-



Նկ. 210. Բյուրգերսի կոնտուրը. ա. իդեալական բյուրեղում, բ. դիսկրետացիայով բյուրեղում

րի նշանը կախված է Բյուրգերսի կոնտուրի շրջանցման ուղղությունից, իսկ վերջինս որոշվում է դիսկոկացիոն գծին տարված **I** շոշափողով: Հետևաբար՝ դիսկոկացիան բնութագրվում է **b** և **I** վեկտորներով: **b** և **I** վեկտորներով անցնող հարթությունը կոչվում է դիսկոկացիայի սահքի հարթություն: Բյուրգերսի կոնտուրի կառուցման կանոնից հետևում է, որ Բյուրգերսի վեկտորի մոդուլը հավասար է միջատոմային հեռավորություններից որևէ մեկին, որպես կանոն՝ ամենափոքրին:

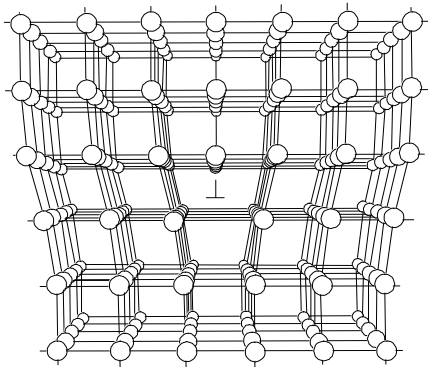
Լրացուցիչ ատոմային հարթության եզրը շրջապատող և 2–3 ատոմային տրամագծի կարգի չափերով տիրույթը, որտեղ տվյալ ատոմի ամենամոտ հարևանների թիվը (կոօրդինացիոն թիվ՝ *z*) միարժեքորեն չի որոշվում, կոչվում է դիսկոկացիայի միջուկ: Բյուրեղի մնացած մասը, որը պարունակում է իդեալական կառուցվածքի չնչին աղավաղումներ, կոչվում է առաձգական տիրույթ (ընդունված է նաև «լավ բյուրեղ» անվանումը):

Նկ. 210-ում կոնտուրը կառուցելիս ենթադրել ենք, որ այն հարթ է, և **b** ու **I** վեկտորներն իրար ուղղահայաց են: Այդպիսի դիսկոկացիան կոչվում է եզրային: Նկ. 211, ա-ում տրված է եզրային դիսկոկացիա պարունակող բյուրեղի տարածական պատկերը: Եզրային դիսկոկացիան կարելի է ներկայացնել հետևյալ ձևով: Եթե իդեալական բյուրեղից հեռացնենք մեկ ատոմային կիսահարթություն և հեռացված կիսահարթության տարբեր կողմերի երկու հարևան հարթությունները ճշտորեն համընկեցնենք իրար, ապա ատոմների՝ իդեալական բյուրեղին բնորոշ դասավորությունը կմնա անփոփոխ ամենուրեք, բացի չհեռացված կիսահարթության եզր հանդիսացող ուղիղ գծի ամմիջական շրջակայքից:

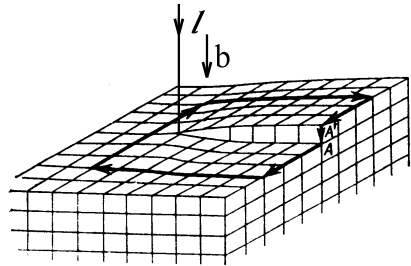
Եթե **b** և **I** վեկտորներն իրար զուգահեռ են, ապա դիսկոկացիան կոչվում է պտուտակային: Ատոմների դասավորությունը պտուտակային դիսկոկացիայի շուրջ և նրա Բյուրգերսի կոնտուրը պատկերված են նկ. 211, բ-ում:

Բյուրգերսի կոնտուրով շրջանցելով պտուտակային դիսկոկացիան, **A** սկզբնական կետից գալիս ենք **A'** վերջնական կետը, որը մեկ միջհարթությունային հեռավորությամբ վեր է **A** կետից: Կատարելով ևս մեկ պտույտ նույն ուղղությամբ, վեր կբարձրանանք մեկ հարթությամբ ևս:

Այսինքն՝ պտուտակային դիսկոկացիա պարունակող բյուրեղը կարելի է ներկայացնել որպես մեկ ատոմային հարթություն, որն ունի պտուտասանդուղքի տեսք:

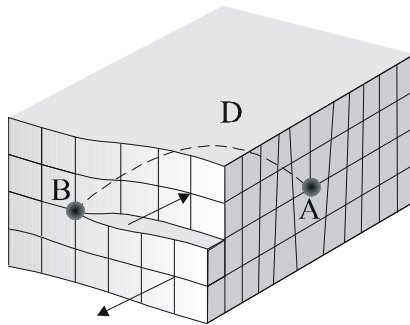


ա



բ

Նկ. 211. ա. Եզրային դիսլոկացիա, բ. պտուտակային դիսլոկացիան և նրա Բյուրգեսի կոնտուրը



Նկ. 212. Խառը տիպի դիսլոկացիա

Դիսլոկացիան բնութագրող  $\mathbf{b}$  և  $\mathbf{l}$  վեկտորները կարող են իրար նկատմամբ կողմնորոշված լինել կամայական ձևով՝ կազմել սուր կամ բութ անկյուն: Այդ դեպքում դիսլոկացիան կոչվում է խառը տիպի: Նկ. 212-ում պատկերված դիսլոկացիան A կետում ունի եզրային, իսկ B կետում՝ պտուտակային բնույթ:

## § 5. Դիսլոկացիայի առաձգական դաշտը

Դիսլոկացիայի շուրջ բյուրեղային ցանցն աղավաղված է, սակայն դիսլոկացիայի միջուկից դուրս շեղումները փոքրանում են այնքան, որ դրանք կարելի է որոշել առաձգականության գծային տեսության շրջանակներում:

Անվերջ, իզոտրոպ միջավայրում դիսլոկացիայի ստեղծած առաձգական դաշտի շեղման վեկտորի և լարումների թենզորի բաղադրիչների համար ստացված են վերլուծական արտահայտություններ: Դրանք պարզ տեսք ունեն հասկապես անվերջ երկար պտտոտակային դիսլոկացիայի համար: Եթե կոորդինատական  $z$  առանցքն ուղղենք  $\mathbf{l}$  վեկտորի ուղղությամբ, ապա շեղման վեկտորի բաղադրիչները կարելի է ներկայացնել

$$u_x = u_y = 0, \quad u_z = \frac{b\theta}{2\pi} = \frac{b}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \quad (5.1)$$

բանաձևերով, որտեղ  $\theta$ -ն ազիմուտային անկյունն է,  $x$ -ը և  $y$ -ը կետի կոորդինատներն են XOY հարթության մեջ: (5.1) բանաձևերից և Հուկի օրենքից հետևում են լարման թենզորի բաղադրիչների արտահայտությունները՝

$$\sigma_{xz} = -\frac{Gb}{2\pi} \frac{y}{x^2 + y^2}, \quad \sigma_{yz} = \frac{Gb}{2\pi} \frac{x}{x^2 + y^2}, \quad \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \sigma_{xy} = 0 : (5.2)$$

Եզրային դիսլոկացիայի առաձգական դաշտի շեղման վեկտորի բաղադրիչները տրվում են

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{b}{2\pi} \left[ \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \frac{xy}{2(1-\nu)(x^2 + y^2)} \right], \\ u_y &= -\frac{b}{2\pi} \left[ \frac{1-2\nu}{4(1-\nu)} \ln(x^2 + y^2) + \frac{x^2 - y^2}{4(1-\nu)(x^2 + y^2)} \right], \\ u_z &= 0, \end{aligned} \quad (5.3)$$

իսկ լարման թենզորի բաղադրիչները՝

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -D \frac{y(3x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^2}, \quad \sigma_{yy} = D \frac{y(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2}, \quad \sigma_{zz} = -2D\nu \frac{y}{x^2 + y^2}, \\ \sigma_{xy} &= D \frac{x(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2}, \quad \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0 \end{aligned} \quad (5.4)$$

արտահայտություններով, որտեղ

$$D = \frac{Gb}{2\pi(1-\nu)} : \quad (5.5)$$

(5.2) և (5.4) առնչությունների համաձայն՝  $\sigma_{ik}$  թենզորի գրոյից տարբեր բաղադրիչները հեռավորությունից կախված նվազում են  $r^{-1}$  օրենքով՝

$$|\sigma_{ik}| \sim \frac{D}{r} : \quad (5.6)$$

Այսպիսով, եթե նույնիսկ դիսլոկացիաներ պարունակող մարմնի վրա արտաքին լարումները բացակայում են, դրանում միշտ առկա են ներքին լարումներ, որոնց աղբյուրը դիսլոկացիաներն են: Ներքին լարումներն ըստ կարգի կարելի է գնահատել, ենթադրելով  $\sigma \sim D/R_0$ , որտեղ  $R_0$ -ն դիսլոկացիաների միջև միջին հեռավորությունն է:

Դիսլոկացիաների քանակական բնութագիր է ծառայում նյութի միավոր ծավալում դիսլոկացիաների գումարային երկարությունը կամ, որ նույնն է, միավոր մակերեսը հատող դիսլոկացիաների թիվը: Այդ մեծությունը կոչվում է դիսլոկացիաների խտություն՝  $\rho$  և չափվում է սմ<sup>-2</sup> միավորով: Հասկանալի է, որ  $R_0 \sim \rho^{-1/2}$ , ուստի  $\sigma \sim D\rho^{1/2}$ :

(5.1)–(5.4) առնչությունների վերաբերյալ հարկ է կատարել հետևյալ պարզաբանումը: Չնայած դրանք գրված են անվերջ և իզոտրոպ միջավայրի համար, այնուամենայնիվ այդ բանաձևերը բավարար ճշտությամբ կիրառելի են նաև բյուրեղների համար գրեթե բոլոր, ֆիզիկական հետաքրքրություններ կայացնող դեպքերում:

Դիսլոկացիա պարունակող միջավայրը ներքին լարումների շնորհիվ օժտված է առաձգական էներգիայով, որն ընդունված է անվանել դիսլոկացիայի էներգիա: Դա այն աշխատանքն է, որն անհրաժեշտ է առաձգական միջավայրում մեկ դիսլոկացիա ստեղծելու համար:

Հաշվենք գծային դիսլոկացիայի էներգիան:

Բյուրեղը պատկերենք որպես  $R$  շառավղով և  $L$  երկարությամբ մի գլան և այն հատենք միևնույն դրա առանցքը հասնող հարթությամբ, առաջացնելով հատույթ  $xOz$  կոորդինատային հարթության մեջ (նկ. 213):

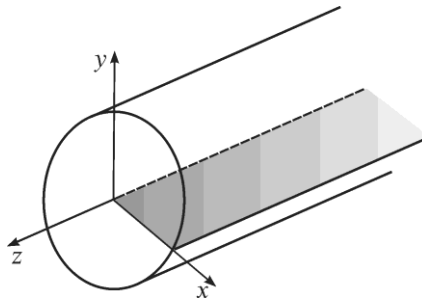
Պտուտակային դիսկկացիա ստեղծելու համար հատույթի եզրերն իրար նկատմամբ  $z$  առանցքով տեղաշարժելու համար պահանջվող  $F_z$  ուժը որոշվում է լարման թենզորի  $\sigma_{yz}(x, 0)$  բաղադրիչով, իսկ եզրային դիսկկացիայի դեպքում, երբ տեղաշարժը կատարվում է  $x$  առանցքով,  $F_x$  ուժը որոշվում է  $\sigma_{yx}(x, 0)$  բաղադրիչով: Հետևաբար՝  $xOz$  հարթության մեջ  $dS = Ldx$  մակերեսի վրա ազդող  $\tilde{\sigma}_i(x, 0)Ldx (i = yx, yz)$  ուժի կատարած աշխատանքը «Բյուրգերսի  $\mathbf{b}'$ » վեկտորը  $0$ -ից  $b$  փոփոխելու համար կլինի՝

$$E_i = \int_0^b \int_{r_0}^R \tilde{\sigma}_i(x, 0; b') L dx db', \quad (5.7)$$

որտեղ  $r_0$ -ն դիսկկացիայի միջուկի շառավիղն է:  $\tilde{\sigma}_i(x, 0; b')$  արտահայտությունները ստացվում են (5.2), (5.4) և (5.5) բանաձևերից  $b \rightarrow b'$  փոխարինումով և վերցնելով  $y = 0$ ՝

$$i = yx \quad \tilde{\sigma}_{yx}(x, 0; b') = \frac{Gb'}{2\pi(1-\nu)} \frac{1}{x} \quad (\text{եզրային դիսկկացիա}), \quad (5.8)$$

$$i = yz \quad \tilde{\sigma}_{yz}(x, 0; b') = \frac{Gb'}{2\pi} \frac{1}{x} \quad (\text{պտուտակային դիսկկացիա}): \quad (5.9)$$



Նկ. 213. Գլանի հատումը  $xOz$  հարթությամբ

(5.8) և (5.9) արտահայտությունները տեղադրելով (4.7) բանաձևում և կատարելով ինտեգրումները, եզրային դիսկկացիայի էներգիայի համար կստանանք՝



$$E_{\perp} = \frac{LGb^2}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{R}{r_0}, \quad (5.10)$$

իսկ պտուտակային դիսլոկացիայի էներգիայի համար՝

$$E_{\lambda} = \frac{LGb^2}{4\pi} \ln \frac{R}{r_0} \quad (5.11)$$

արտահայտությունները:

Խառը տիպի դիսլոկացիայի էներգիայի համար, նկատի ունենալով Բյուրգերսի վեկտորի բաղադրիչների  $b_{\perp} = b \sin \theta$  և  $b_{\lambda} = b \cos \theta$  արտահայտությունները, (5.10) և (5.11) առնչությունների օգնությամբ կստանանք՝

$$E = E_{\perp}(b_{\perp}) + E_{\lambda}(b_{\lambda}) = \frac{LGb^2}{4\pi(1-\nu)} (1 - \nu \cos^2 \theta) \ln \frac{R}{r_0} : \quad (5.12)$$

Ինչպես հետևում է դիսլոկացիայի միավոր երկարությամբ բաժին ընկնող էներգիայի՝  $\varepsilon_{\perp} = E_{\perp}/L$  և  $\varepsilon_{\lambda} = E_{\lambda}/L$  (5.10) և (5.11) արտահայտություններից, անվերջ մեծ բյուրեղի դեպքում ( $R \rightarrow \infty$ )  $\varepsilon_{\perp}$  և  $\varepsilon_{\lambda}$  մեծությունները տարամիտում են, ինչպես  $\ln R$ -ը: Իրականում սովորական չափերով բյուրեղը պարունակում է բազմաթիվ դիսլոկացիաներ, որոնք, որպես կանոն, ունեն պատահական բաշխում: Դրա հետևանքով դիսլոկացիաների ստեղծած առաձգական դաշտերը տեղ-տեղ իրար մարում են, տեղ-տեղ՝ ուժեղացնում: Կարելի է ընդունել, որ տվյալ դիսլոկացիայից որոշակի  $R$  հեռավորությամբ կետերում դրա դաշտը համակշռված է հարևան դիսլոկացիաների դաշտերով, ուստի  $R$ -ը կլինի միջին միջդիսլոկացիոն  $R_0 \sim \rho^{-1/2}$  հեռավորության կարգի:

(5.10) և (5.11) արտահայտությունները տարամիտում են նաև  $r_0 \rightarrow 0$  սահմանում: Սակայն ատոմներն ունեն վերջավոր չափեր, ուստի դիսլոկացիայի միջուկում միջավայրը ոչ մի կերպ չի կարելի համարել անընդհատ, հետևաբար՝ առաձգականության տեսությունն այդ տիրույթում կիրառելի չէ: Բնական է ցանցի հաստատունի կարգի շառավղով այդ տիրույթը բացառել քննարկումից: Մյուս կողմից, միջուկից դուրս տիրույթը, որտեղ կենտրոնացած են առաձգական դեֆորմացիաները, այնքան մեծ է, որ, որպես կանոն, կարելի է հաշվի չառնել միջուկով պայմանավորված երևույթները:

Գնահատենք  $\ln(R/r_0)$  արտադրիչը: Եթե ընդունենք, որ շիկամշակված բյուրեղներում, որպես կանոն,  $\rho \sim 10^7 \text{ սմ}^{-2}$  կարգի մեծություն է, իսկ  $r_0 \sim b \approx 2,5 \text{ \AA}$ , ապա  $R/r_0 \sim R_0/r_0 \sim \rho^{-1/2} b^{-1} \approx 10^4$ , և  $\ln(R/r_0) \approx 10$ : Բերված հաշվարկները հնարավորություն են տալիս գնահատելու դիսլոկացիոն գծի ուղղությամբ մեկ միջատոմական հեռավորությանը բաժին ընկնող էներգիան, որը, օրինակ, պտուտակային դիսլոկացիայի համար ( $a \approx b$ ) տրվում է

$$E_0 = \varepsilon_\lambda b = \frac{Gb^3}{4\pi} \ln \frac{R}{r_0} \approx Gb^3 \quad (5.13)$$

բանաձևով և կոչվում է դիսլոկացիայի գծային էներգիա կամ դիսլոկացիայի գծային ձգման էներգիա:  $G \sim 10^{10}$  Պա և  $b \approx 2,5 \text{ \AA}$  բնութագրական արժեքների համար  $E_0$ -ն էՎ-ի կարգի մեծություն է: Եզրային դիսլոկացիայի դեպքում նույն  $E_0$  բնութագիրը, համաձայն (5.10) բանաձևի, (5.12) առնչությունից տարբերվում է  $(1-\nu)^{-1} \sim 1$  գործակցով, ուստի նույն կարգի մեծություն է:

Աղյուսակ 40-ում տրված են (5.13) բանաձևով  $E_0$ -ի համար հաշվարկված արժեքները մի քանի պինդ մարմինների համար: Այդ արժեքներն ընկած են 3–10 էՎ և ավելի մեծ էներգիաների տիրույթում:

#### Աղյուսակ 40.

##### *Որոշ նյութերում $E_0$ բնութագրական էներգիայի արժեքները*

| Նյութ             | $G, 10^{10}$ Պա | $E_0$ , էՎ | Նյութ      | $G, 10^{10}$ Պա | $E_0$ , էՎ |
|-------------------|-----------------|------------|------------|-----------------|------------|
| <b>Al</b>         | 2,85            | 3,1        | <b>Ge</b>  | 6,7             | 18         |
| <b>Cu</b>         | 7,56            | 5,3        | <b>KCl</b> | 0,6             | 9,3        |
| <b>Ag</b>         | 4,4             | 4,5        | <b>Si</b>  | 7,9             | 19         |
| <b>C (ալմաստ)</b> | 43,0            | 29         | <b>W</b>   | 15,1            | 13         |

Փոքր գծային էներգիայով օժտված են փոքր Բյուրգերսի վեկտոր ունեցող դիսլոկացիաները, որոնք էլ հիմնականում առկա են բյուրեղներում:

Կատարված գնահատումները հանգեցնում են մի կարևոր եզրակացության: Եթե անգամ դիսլոկացիան ունենա ընդամենը ցանցի 10 հաստատունի հավասար երկարություն, ապա դրա էներգիան կլինի 100 էՎ-ի կարգի մեծու-

թյուն, որին համապատասխանում են  $10^6$  Կ կարգի ջերմաստիճաններ: Այս գնահատականից հետևում է, որ դիսլոկացիաները չեն կարող առաջանալ ջերմային ֆլուկտուացիաների հետևանքով (դրանց հավանականությունն անգամ հալման ամենաբարձր ջերմաստիճանին ( $T_m \approx 3500$  Կ, վոլֆրամ) մոտ տիրույթում  $\exp(-300)$  կարգի մեծություն է), ուստի ջերմային հավասարակշռության վիճակում պինդ մարմնում դիսլոկացիաներ լինել չեն կարող: Այլ կերպ ասած, ի տարբերություն կետային արատների, դիսլոկացիաները ջերմադինամիկապես հավասարակշռված արատներ չեն, դրանց խտությունը կախված չէ ջերմաստիճանից:

Դիսլոկացիաների վերը շարադրված համառոտ տեսությունը հնարավորություն է տալիս ոչ միայն ճիշտ բացատրելու բյուրեղներում դիտվող պլաստիկ դեֆորմացիայի երևույթը, այլև որակապես հասկանալու և քանակապես բավարար ճշտությամբ հաշվարկելու պինդ մարմինների տարբեր մեխանիկական բնութագրեր:

Դիսլոկացիաները մեծապես ազդում են պինդ մարմինների մակ մյուս՝ էլեկտրական, մագնիսական, ջերմային և օպտիկական հատկությունների վրա: Դրանց դերը հատկապես կարևորվում է բյուրեղների աճի պրոցեսում:

## ԱՄՈՐՖ ՍԱՐՄԻՆՆԵՐ: ՀԵՂՈՒԿ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐ

### § 1. Ամորֆ մարմիններ

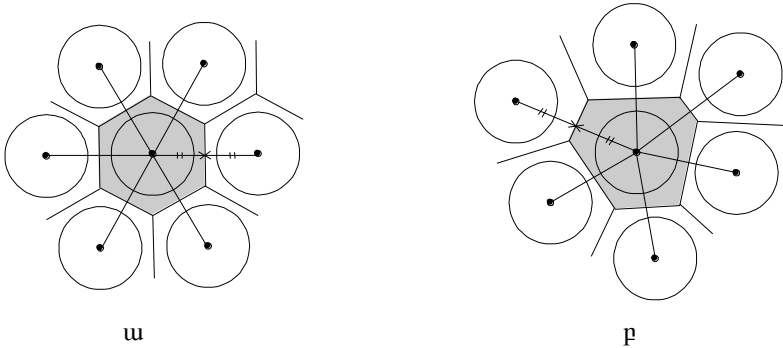
Ամորֆ անվանում են այն նյութերը, որոնք կոնդենսացված վիճակում չունեն բյուրեղային կառուցվածք, սակայն, ի տարբերություն հեղուկների, օժտված են առաձգական հատկություններով՝ ունեն գրոյից տարբեր սափքի մոդուլ:

Ամորֆ նյութերը կարելի է բաժանել երկու խմբի՝ ատոմներից և ոչ շատ բարդ մոլեկուլներից բաղկացած նյութեր և պոլիմերներ՝ ամորֆ միացություններ, որոնք միմյանց հետ կապված պարզ մոլեկուլների հսկայական կազմավորումներ են  $10^4 - 10^6$  հարաբերական մոլային զանգվածներով:

Ստորև կուսումնասիրենք միայն առաջին տիպի ամորֆ նյութերը:

Բյուրեղներում մասնիկների տարածական բաշխման կարգավորվածությունը, որը նույնությամբ կրկնվում է կամայական չափով մեծ հեռավորություններում, կոչվում է հեռակա կարգ: Ամորֆ մարմիններում հեռակա կարգը բացակայում է. գոյություն ունի միայն մոտակա կարգ, այսինքն՝ միայն հարևան մասնիկների տարածական բաշխման որոշակի կարգավորվածություն, որը մեծ հեռավորություններում «լողվում» է՝ անցնելով անկարգավորվածության: Սակայն մոտակա կարգի առկայությունն ամորֆ մարմիններում հնարավորություն է տալիս պահպանելու տարրական բջջի գաղափարը: Իրոք, եթե ամորֆ մարմնում որևէ մասնիկ ընտրելով կենտրոն՝ կատարենք Վիգներ-Ջեյտցի բջջի կառուցման գործողությունները (Մաս I, I.2), ապա բյուրեղային կառուցվածքին բնորոշ Վիգներ-Ջեյտցի բջջի (նկ. 214, ա) փոխարեն կստանանք ոչ նույնական և անհամաչափ բազմանիստեր (նկ. 214, բ): Քանի որ այս բազմանիստերից յուրաքանչյուրը (Վորոնոյի բազմանիստ) պարունակում է մեկ ատոմ, ապա այն չի կարող էապես տարբերվել Վիգներ-Ջեյտցի բջջից: Հետևաբար՝ ամորֆ նյութում յուրաքանչյուր մասնիկ ունի շրջապատ, որը չի կարող շատ տարբերվել այդ նյութի խտությանը մոտ խտությամբ բյուրեղում մասնիկի շրջապատից: Այսպիսով, ամորֆ մարմնում մոտակա կարգն առկա է տարրական բջջի դեր կատարող Վորոնոյի բազմանիստի շրջանակ-

ներում: Յուրաքանչյուր հաջորդ տարրական բջիջ նախորդի նկատմամբ փոքր-ինչ շրջված է, ընդ որում, պտույտի ուղղությունը կրում է պատահական (վիճակագրական) բնույթ: Այս է պատճառը, որ ամորֆ մարմիններն իզոտրոպ են:



Նկ. 214. ա. Վիզներ-Ջեյտցի բջիջը, բ. Վորտնոյի բազմանիստը

Ամորֆ նյութերը որոշակի պայմաններում ապակիանում են, այսինքն՝ տեղի է ունենում անցում հեղուկ վիճակի հատկություններից և օրինաչափություններից պինդ վիճակին բնորոշ հատկություններին: Ջերմաստիճանը կամ ճնշումը փոփոխելիս ամորֆ նյութի անցումը հեղուկ վիճակից պինդ վիճակի, կոչվում է կառուցվածքային ապակիացում: Այսպիսի անցման ժամանակ փոխվում են նյութի ծավալը, ջերմունակությունը, ինչպես նաև մեխանիկական, էլեկտրական և այլ հատկություններ:

Կամայական ջերմաստիճանում հեղուկում առկա է որոշակի հավասարակշռական մոլեկուլային կառուցվածք: Մոլեկուլները կատարում են ջերմային տատանումներ հավասարակշռության դիրքերի շուրջը  $1/\tau_0$  հաճախությամբ, որը մոտ է բյուրեղներում ատոմների տատանումների հաճախություններին, իսկ տատանումների լայնույթը որոշվում է տվյալ մասնիկին հարևան մասնիկների ընձեռած «ազատ ծավալով»:  $\tau \gg \tau_0$  ժամանակ անց հավասարակշռության դիրքերը տեղափոխվում են մասնիկների չափերի կարգի ( $\sim 10^{-8}$  սմ) հեռավորություններով: Ըստ մեծ թվով մոլեկուլների միջինացված

$\bar{\tau}$  մեծությունն այն բնութագրական ժամանակն է, որի ընթացքում մասնիկը տեղափոխվում է հարևան մասնիկների միջև միջին հեռավորության՝

$$\bar{\delta} \sim n_0^{-1/3} = (\mu/\rho N_A)^{1/3} \quad (1.1)$$

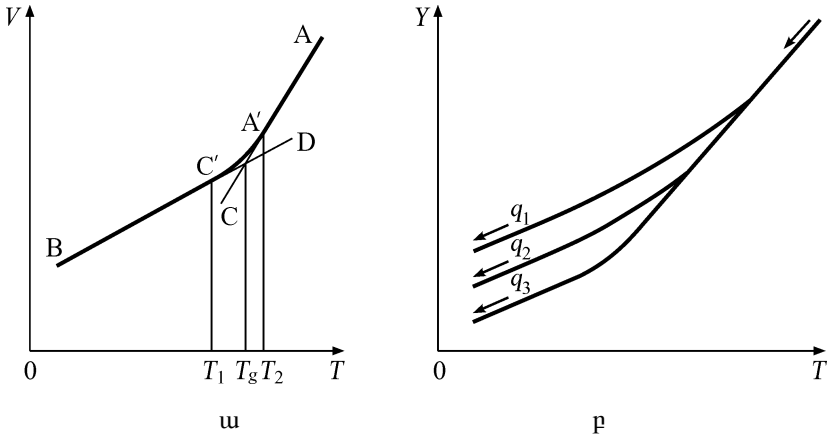
մեծության չափով, որտեղ  $n_0$ -ն մոլեկուլների խտությունն է,  $\mu$ -ն՝ մոլային զանգվածը,  $\rho$ -ն՝ նյութի խտությունը: Ջրի համար  $\bar{\delta} \approx 3 \cdot 10^{-8}$  սմ է: Սակայն հեղուկում մոլեկուլների տեղափոխությունները կատարվում են ոչ թե անընդ-հատ, այլ որպես ակտիվացված թռիչքներ, ցատկեր, որոնք կապված են որոշակի պոտենցիալային արգելքների հաղթահարման հետ, և որոնց  $W$  «բարձրությունը» պայմանավորված է տվյալ մասնիկի՝ իր հարևանների հետ փոխազդեցությամբ: Մասնիկի «նստակյաց» կյանքի  $\bar{\tau}$  տևողությունը ժամանակավոր հավասարակշռության դիրքում հակադարձ համեմատական է ցատկի  $w$  հավանականությանը և գործակցի ճշտությամբ տրվում է

$$\bar{\tau} \sim \frac{1}{w} \sim \exp\left(\frac{W}{k_B T}\right) \quad (1.2)$$

առնչությամբ: Այն որոշում է հեղուկում մոլեկուլի՝ ջերմային շարժման շնորհիվ տեղափոխության միջին արագությունը՝  $\bar{v} \approx \bar{\delta}/\bar{\tau}$ : Ջերմաստիճանը փոփոխելիս հեղուկի կառուցվածքը վերափոխվում է՝ ձգտելով տրված ջերմաստիճանին համապատասխանող հավասարակշռական վիճակին: Վերակառուցման արագությունը կախված է  $\bar{\tau}$  բնութագրական (ռելաքսացիայի) ժամանակից: Բարձր ջերմաստիճաններում ռելաքսացիայի  $\bar{\tau}$  ժամանակը փոքր է, ուստի հեղուկի կառուցվածքը գործնականորեն չի տարբերվում ջերմադինամիկական հավասարակշռական կառուցվածքից: Հատկությունների (օրինակ՝ ծավալի, նկ. 215, ա) փոփոխությունը պայմանավորված է մասնիկների փոխադարձ դիրքերի և դրանց միջև հեռավորությունների փոփոխությամբ (նկ. 215, ա, AA' տիրույթ):

Հեղուկը վերջավոր արագությամբ սառեցնելիս  $\bar{\tau}$ -ն արագ մեծանում է, և կառուցվածքի փոփոխությունն սկսում է հետ մնալ ջերմաստիճանի փոփոխությունից: Համակարգը դադարում է լինել հավասարակշռական:  $T_2$  ջերմաստիճանն ապակիացման տիրույթի վերին սահմանն է: Դրանից ցածր  $T_1$  ջերմաստիճանից սկսած  $\bar{\tau}$ -ն այնքան է մեծանում, որ կառուցվածքի փոփո-

խություններն ընդհանրապես դադարում են:  $T_1$  ջերմաստիճանը ապակիացման տիրույթի ստորին սահմանն է, որից ցածր ջերմաստիճաններում նյութը պինդ վիճակում է (նկ. 215, ա, C'B տիրույթ): Պինդ վիճակում ամորֆ նյութը կոչվում է ապակիացած նյութ կամ պարզապես ապակի:



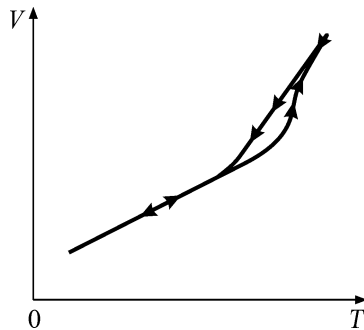
Նկ. 215. ա. Ամորֆ նյութի ծավալի՝ ջերմաստիճանից կախման գրաֆիկը.  $T_g$ -ն ապակիացման ջերմաստիճանն է, բ. ֆիզիկական  $Y$  պարամետրի՝ ջերմաստիճանից կախման գրաֆիկը

Ապակիացումը և դրա հակառակ պրոցեսը՝ փափկացումը, տեղի է ունենում մինչև մի քանի տասնյակ աստիճանի հասնող ջերմաստիճանային տիրույթում: Պայմանականորեն այդ անցումը բնութագրում են  $T_g$  ապակիացման ջերմաստիճանով կամ  $T'_g$  փափկացման ջերմաստիճանով: Ամորֆ նյութի ծավալային հատկություններն ուսումնասիրելիս սովորաբար այդ ջերմաստիճանն ընտրվում է որպես BD և CA ուղղագիծ հատվածների հատման կետի արագիս (նկ. 215, ա), իսկ ջերմունակությունն ուսումնասիրելիս որպես  $T_g$  ջերմաստիճան ընտրվում է  $C_p(T)$  կորի շրջման կետը:

Ապակիացող նյութի հավասարաչափ սառեցման պրոցեսում դրա որևէ ֆիզիկական  $Y$  պարամետր փոփոխվում է նկ. 215, բ-ում պատկերված ձևով:  $Y$  պարամետրի փոփոխությունը կախված է միայն ջերմաստիճանից և դրա փոփոխման  $\dot{T} = q$  արագությունից: Որքան դանդաղ է ընթանում նյութի սա-

ռեցումը, այսինքն՝ որքան փոքր է  $q$ -ն, այնքան ավելի ցածր ջերմաստիճանում է սկսվում նյութի կառուցվածքի սառեցումը, այսինքն՝ այնքան ավելի փոքր է  $T_g$ -ն: Նկ. 215, բ-ում  $q_1 > q_2 > q_3$ , ուստի  $T_{g1} > T_{g2} > T_{g3}$  :

Ավելի լայն իմաստով ապակիացում նշանակում է նյութը կազմող մասնիկների շարժման կոնկրետ տեսակի սառեցում (համապատասխան «ազատության աստիճանի» «անջատում»): Այն կարող է լինել շարժում, որն ապահովում է մարմնի դեֆորմացիան սառչի լարման ազդեցության տակ, լիցքավորված մասնիկի շարժում էլեկտրական դաշտի ազդեցության տակ և այլն: Սակայն կարևորագույն նշանակություն ունի հեղուկում մասնիկների այն տեղափոխությունների «սառեցումը», որոնք ջերմաստիճանը կամ ճնշումը փոփոխելիս ապահովում են հեղուկի կառուցվածքի կամ, այլ կերպ ասած, նյութը կազմող մասնիկների փոխդասավորությունը, որն էլ հենց իրենից ներկայացնում է կառուցվածքային ապակիացում:



Նկ. 216. Փափկեցման պրոցեսում նմուշի ծավալի աճը

Պինդ ամորֆ նյութը տաքացնելիս դրա հատկությունների փոփոխման բնույթը փափկացման տիրույթում կախված է նմուշի ջերմային նախապատմությունից: Նմուշի հատկությունները կախված են ոչ միայն տաքացման արագությունից, այլ նաև նմուշում առկա հաստատված (սևեռված) կառուցվածքից, այսինքն՝ նախնական սառեցման արագությունից, քանի որ դրանով է որոշվում «սառեցված» կառուցվածքը: Տվյալ ջերմաստիճանում որքան շատ է սևեռված կառուցվածքը տարբերվում մույն ջերմաստիճանում ջերմադինամիկական հավասարակշռական վիճակից, այնքան ավելի «անոմալ» են փափկացման տիրույթում նմուշի հատկությունների փոփոխությունները: Եթե



տաքացման արագությունը մեծ է նախորդած սառեցման արագությունից, ապա փափկացման տիրույթն ընկած է ապակիացման տիրույթից վեր: Փափկացման տիրույթում նմուշն ունի ավելի խիտ կառուցվածք, քան տվյալ ջերմաստիճանում հավասարակշռական կառուցվածքը. կառուցվածքի ռելաքսացիան բերում է մասնիկների ավելի փոքր խտությամբ դարսման, այսինքն՝ փափկացման պրոցեսում նմուշի ծավալի կտրուկ աճի (նկ. 216):

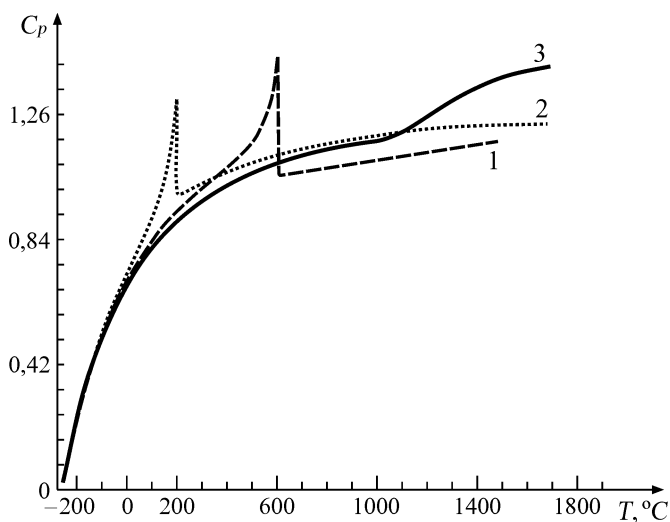
Ապակիացման կամ փափկացման պրոցեսում նյութի որոշ հատկությունների, մասնավորապես՝ ջերմունակության, բավականաչափ կտրուկ փոփոխությունը հիշեցնում է ֆազային անցում: Սակայն կառուցվածքային ապակիացման սկզբունքային տարբերությունը ֆազային անցումներից պայմանավորված է մի շարք փաստարկներով: Նախ՝ II կարգի ֆազային անցումներում նյութը որոշակի համաչափությամբ վիճակից անցնում է ավելի բարձր համաչափությամբ օժտված վիճակի, այնինչ «հեղուկ  $\rightarrow$  ապակի» անցումը կապված չէ կառուցվածքային փոփոխության հետ: Երկրորդ՝ ֆազային անցումները կատարվում են ջերմադինամիկական հավասարակշռական ֆազերի միջև, իսկ ապակիացման դեպքում կատարվում է անցում հավասարակշռական ֆազից (հեղուկ) անհավասարակշռական համակարգի (ապակի): Եվ, վերջապես, սառեցման մեծ արագությունների դեպքում I կարգի ֆազային անցման սկզբի  $T_0$  ջերմաստիճանը կարող է կախված լինել արագությունից, այսինքն՝ կարող է դիտվել հեղուկի գերսառեցում: Սառեցման արագության մեծացման հետ գերսառեցման աստիճանը մեծանում է, իսկ  $T_0$ -ն՝ իջնում, այնինչ արագության մեծացումը բերում է  $T_g$  ջերմաստիճանի բարձրացման (նկ. 215, բ), որը ցուցադրում է այս անցման ոչ ջերմադինամիկական բնույթը:

II կարգի ֆազային անցման պրոցեսում թաքնված ջերմությունը կլանվում է շատ նեղ ( $1\text{ Կ}$ -ից փոքր) ջերմաստիճանային տիրույթում, ուստի ջերմունակությունն անցման  $T_c$  կետում ընդունում է շատ մեծ արժեք:  $T > T_c$  ջերմաստիճաններում նորից բյուրեղին տրված ջերմության քանակը ծախսվում է մասնիկների տատանողական էներգիայի մեծացման վրա՝ արդեն նոր մոտակա կարգին համապատասխանող բաշխման համար: Ուստի այս տիրույթում ջերմունակությունը նորից մոտ է իր նախկին՝  $T \leq T_c$  տիրույթում

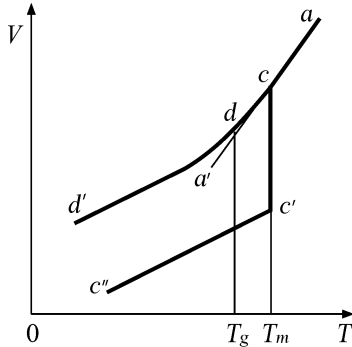
ունեցած արժեքին: Այսպիսի վարքն էապես տարբերվում է ամորֆ նյութի՝ փափկացման պրոցեսում ցուցաբերած վարքից, երբ  $C_p$  ջերմունակությունը, աճելուց հետո էլ շարունակում է պահել իր մեծացած արժեքը, որը պայմանավորված է մոտակա կարգի անընդհատ կատարվող վերակառուցման համար պահանջվող լրացուցիչ ջերմաքանակի կլանումով: Նկ. 217-ում պատկերված են քվարցի ( $\text{SiO}_2$ ) բյուրեղային երկու տարատեսակների՝ քրիստոբալիտի (1), տրիդիմիտի (2) և ամորֆ  $\text{SiO}_2$ -ի (3) ջերմունակությունների կորերը, որոնք հաստատում են ամորֆ նյութի ջերմունակության վերը նկարագրված վարքը:

Այժմ համեմատենք նմուշի ծավալի ջերմաստիճանային վարքը «հեղուկ  $\rightarrow$  բյուրեղ» և «հեղուկ  $\rightarrow$  ամորֆ նյութ» անցումներում: Նկ. 218-ում  $\text{acc}'\text{c}''$  կորը պատկերում է հեղուկի ծավալի փոփոխությունը բյուրեղացման պրոցեսում:

Հալման  $T_m$  ջերմաստիճանից ցածր ջերմաստիճաններում նվազագույն ազատ էներգիա ունի բյուրեղը, ուստի  $T < T_m$  ջերմաստիճանում նյութը մետաստաբիլ հավասարակշռության վիճակում է (ca՝ հատվածը):



Նկ. 217. Բյուրեղային քվարցի տարատեսակների ջերմունակությունների ջերմաստիճանային կախման կորերը. քրիստոբալիտ (1), տրիդիմիտ (2), ամորֆ  $\text{SiO}_2$  (3) ( $C_p$  -ն չափված է կՋ/կգ· $^{\circ}\text{C}$  միավորով):



Նկ. 218. Նմուշի ծավալի կախումը ջերմաստիճանից.  $acc''$  կորը համապատասխանում է հեղուկի բյուրեղացմանը,  $acd'$  կորը՝ ապակիացմանը:

Հեղուկը հաջողվում է գերսառեցնել համեմատաբար փոքր ( $cd$ ) ջերմաստիճանային տիրույթում, քանի որ մետաստաբիլ հավասարակշռություն պահպանելու համար անհրաժեշտ է չափազանց դանդաղ սառեցում՝  $\dot{T} \rightarrow 0$  . Այդ տիրույթից ներքև նյութն անհավասարակշիռ ապակիացման վիճակում է ( $cd'$  հատվածը): Ավաժից հետևում է, որ գերսառեցված հեղուկը տարբերվում է ապակույց: Գերսառեցված հեղուկի վիճակը սահմանային «հավասարակշռական» վիճակ է ապակու համար:

## § 2. Ամորֆ մարմինների առաձգական հատկությունները

Ամորֆ նյութերի հիմնական առանձնահատկությունը՝ սահքի մոդուլի և դինամիկական մածուցիկության՝ միաժամանակ զրոյից տարբեր լինելն է, որը հատկապես ցայտունորեն է դրսևորվում ապակիացման տիրույթում: Ուսումնասիրենք այդ տիրույթում ամորֆ նյութի առաձգական հատկությունները սահքի դեֆորմացիայի պրոցեսում:

Հուլի օրենքի համաձայն՝ առաձգական դեֆորմացիայի պրոցեսում մարմնում ծագող  $\sigma$  լարումը համեմատական է  $\varepsilon$  հարաբերական դեֆորմացիային՝

$$\sigma = G\varepsilon : \quad (2.1)$$

Եթե դեֆորմացիան կատարվում է վերջավոր  $\dot{\varepsilon} \equiv d\varepsilon/dt$  արագությամբ, ապա համապատասխան ձևով փոփոխվում է նաև մարմնում ծագող լարումը, այսինքն՝

$$\dot{\sigma} = G\dot{\varepsilon} : \quad (2.2)$$

Մարմնի պլաստիկության հետևանքով դրանում ծագող լարումները մասնաբաժնի «ներծծվում» են, ուստի աճում են ավելի դանդաղ, քան զուտ առաձգական դեֆորմացիայի դեպքում: Մածուցիկ հոսքի պայմաններում «ներծծման» արագությունը համեմատական է լարմանը, ուստի «ներծծման» հաշվառման նպատակով (2.2) հավասարման աջ մասում կարելի է ավելացնել  $\sigma$ -ին համեմատական անդամ՝  $-\sigma/\tau_M$

$$\dot{\sigma} = G\dot{\varepsilon} - \frac{\sigma}{\tau_M} , \quad (2.3)$$

որտեղ  $\tau_M$ -ը ժամանակի չափայնությամբ գործակից է: Եթե (2.3) հավասարումը ներկայացնենք

$$\sigma + \tau_M \dot{\sigma} \equiv \sigma^* = G\tau_M \dot{\varepsilon} \quad (2.4)$$

տեսքով, ապա  $\sigma^*$  լարման և հոսքի  $\dot{\varepsilon}$  արագության միջև կապից կարելի է որոշել մածուցիկության գործակիցը՝

$$\eta = G\tau_M : \quad (2.5)$$

(2.5) և (2.3) արտահայտություններից հետևում է Մաքսվելի հավասարումը՝

$$\dot{\sigma} + \frac{G\sigma}{\eta} = G\dot{\varepsilon} : \quad (2.6)$$

Ուսումնասիրենք (2.6) հավասարման լուծումները տարբեր դեպքերում:

1. Ենթադրենք, որ մինչև  $t=0$  պահը մարմինը դեֆորմացված չէ, այսինքն՝  $t \leq 0$ ,  $\varepsilon(t)=0$ : Այս դեպքում (2.6) հավասարման լուծումը տրվում է

$$\sigma(t) = G\varepsilon(t) - \frac{G}{\tau_M} \int_0^t \varepsilon(t') \exp\left(-\frac{t'-t}{\tau_M}\right) dt' \quad (2.7)$$

առնչությամբ: Պարզենք  $\tau_M$  գործակցի ֆիզիկական իմաստը: Դրա համար ենթադրենք, որ  $t_0 > 0$  պահից սկսած  $\varepsilon$  դեֆորմացիան մնում է հաստատուն՝

$\varepsilon(t) = \varepsilon(t_0) = \text{const} : (2.7)$  հավասարումից կստանանք լարման արտահայտությունը  $t \geq t_0$  պահերի համար՝

$$\sigma(t) = \sigma(t_0) \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau_M}\right), \quad (2.8)$$

որի համաձայն՝  $\tau_M$ -ն այն ժամանակամիջոցն է, որի ընթացքում լարումը  $t_0$  պահին ունեցած  $\sigma(t_0)$  արժեքից փոքրանում է  $e \approx 2,71\dots$  անգամ:  $\tau_M$ -ը կոչվում է մաքսվելյան ռելաքսացիայի ժամանակ:

Մեծ մածուցիկության դեպքում (2.6) հավասարման  $G\sigma/\eta$  անդամը կարելի է արհամարհել  $\dot{\sigma}$ -ի նկատմամբ, որը համապատասխանում է առաձգական դեֆորմացիային: Հակառակ սահմանային դեպքում, երբ մածուցիկությունը փոքր է և  $G\sigma/\eta$  անդամը՝ մեծ  $\dot{\sigma}$ -ից, մարմնում ծագող լարումները հասցնում են անընդհատ «ներծծվել», և դիտվում է մոուլի հոսում:

(2.6) հավասարման համաձայն՝ առաձգական կամ պլաստիկ հատկությունների ի հայտ գալը պայմանավորված է ոչ թե  $\tau_M$ -ի կամ  $\eta$ -ի արժեքներով, այլ դեֆորմացիայի  $\dot{\varepsilon}$  արագության և պլաստիկ հոսքի  $\sigma/\eta$  արագության հարաբերակցությամբ: Երկարատև ազդող լարումների դեպքում ( $\dot{\sigma} \rightarrow 0$ ) կարելի է դիտել մեծ մածուցիկությամբ նյութի պլաստիկ դեֆորմացիա ( $\dot{\varepsilon} \approx \sigma/\eta$ ): Մյուս կողմից, հարվածային լարումների դեպքում, երբ  $\dot{\sigma} \gg G\sigma/\eta$ , անգամ փոքր մածուցիկությամբ նյութում պլաստիկ դեֆորմացիան չի հասցնում զարգանալ, և նյութն իրեն պահում է որպես առաձգական մարմին՝  $\dot{\sigma} = G\dot{\varepsilon}$ :

Քննարկենք, օրինակ, կուպրի վարքն արտաքին ազդեցության տակ սենյակային ջերմաստիճանում, երբ դրա մածուցիկությունը՝  $\eta \approx 10^{10}$  պուազ է: Փորձում դեֆորմացիայի բնութագրական արագությունը՝  $\dot{\varepsilon} \sim 10 \text{ վ}^{-1}$ , ուստի ընդունելով կուպրի համար սահմանային լարման բնութագրական արժեքը՝  $\sigma_p \sim 10^8$  Պա, կստանանք՝  $\sigma_p/\eta \sim 10^{-2} \text{ վ}^{-1} \sim 10^{-3} \dot{\varepsilon}$ , այսինքն՝  $\dot{\varepsilon} \gg \sigma_p/\eta$ : Այս պայմաններում կուպրը փխրուն ձևով կոտրվում է՝ առանց պլաստիկորեն դեֆորմացվելու, այսինքն՝ իրեն պահում է որպես պինդ մարմին:

2. Այժմ ուսումնասիրենք (2.6) հավասարման լուծումն այն դեպքում, երբ մարմինը ենթարկվում է պարբերական դեֆորմացիայի՝

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin \omega t : \quad (2.9)$$

(2.6) հավասարման լուծումը փնտրելով նույն  $\omega$  հաճախությամբ ֆունկցիայի տեսքով, կստանանք՝

$$\sigma(t) = \frac{\eta \omega \varepsilon_0}{\sqrt{1 + (\omega \tau_M)^2}} \sin(\omega t + \delta) , \quad (2.10)$$

որտեղ լարման և դեֆորմացիայի միջև  $\delta$  փուլը որոշվում է

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{\omega \tau_M} \quad (2.11)$$

առնչությամբ:

Մեծ հաճախությունների դեպքում, երբ  $\omega \gg \tau_M^{-1}$ ,  $\delta \rightarrow 0$ , և

$$\sigma(t) \approx \frac{\eta}{\tau_M} \varepsilon_0 \sin \omega t \equiv G \varepsilon(t) ,$$

որը համընկնում է (2.1) հավասարման (Հուլի օրենքի) հետ: Այսպիսով՝ մեծ հաճախությունների դեպքում ամորֆ մարմինը դրսևորում է առաձգական հատկություններ:

Փոքր հաճախությունների դեպքում, երբ  $\omega \ll \tau_M^{-1}$ ,  $\delta \rightarrow \pi/2$ ,

$$\sigma(t) \approx \eta \omega \varepsilon_0 \cos \omega t \equiv \eta \dot{\varepsilon} , \quad (2.12)$$

որը Նյուտոնի հավասարումն է մածուցիկության համար: Այսպիսով՝ փոքր հաճախությունների դեպքում ամորֆ մարմինը դրսևորում է հեղուկին բնորոշ մածուցիկ հատկություններ:

Մածուցիկության առկայությունը հանգեցնում է ամորֆ մարմնում ներքին շփումով պայմանավորված մեխանիկական էներգիայի կորուստների: (2.9) և (2.10) առնչությունների միջոցով որոշվում է միավոր ծավալում մեկ պարբերության ընթացքում անջատված էներգիան՝

$$Q = \frac{\pi \eta \varepsilon_0^2 \omega}{1 + (\omega \tau_M)^2} = \frac{\pi \eta \varepsilon_0^2}{\tau_M} \frac{\omega \tau_M}{1 + (\omega \tau_M)^2} , \quad (2.13)$$

որն առավելագույն՝  $Q_{\max} = \pi \eta \varepsilon_0^2 / 2 \tau_M$  արժեքն է ընդունում, երբ  $\omega = \tau_M^{-1}$ :

Ամորֆ նյութերը բնության մեջ ավելի քիչ են տարածված, քան բյուրեղները: Ամորֆ նյութերի թվին են պատկանում արևակնը (ընդունված է մաս ծիածանաքար կամ օպալ անվանումը), վանակատը (օբսիդիան կամ «ատանի եղունգ»), սաթը, հանքաձյուղերը (քիտումներ), խեժերը և այլ նյութեր:

Ամորֆ նյութեր ստացվում են մաս արհեստական եղանակով: Քանի որ ցածր ջերմաստիճաններում բյուրեղացման պրոցեսը շատ մեծ ժամանակներ է պահանջում, ապա ամորֆ վիճակ կարելի է ստանալ հալույթի արագ սառեցման միջոցով: Օրինակ՝ հալելով բյուրեղական քվարցը և այն արագ սառեցնելով, ստանում են ամորֆ քվարցե ապակի:

Ամորֆ մետաղները (մետաղական ապակիներ) մետաղական համաձուլվածքներ են ապակիացման վիճակում և ստացվում են հալույթի գերաբազմից՝ մինչև  $10^6$  Կ/վ արագությամբ սառեցման եղանակով:

### § 3. Գաղափար հեղուկ բյուրեղների մասին

Մի շարք օրգանական նյութեր պինդ բյուրեղային վիճակից անցնում են իզոտրոպ հեղուկ վիճակի ոչ անմիջապես, այլ մեկ կամ ավելի թվով միջանկյալ վիճակներով (ֆազերով), որոնց ընդունված է անվանել հեղուկբյուրեղային: Միջանկյալ վիճակին, որն անվանում են մաս մեզոֆազ կամ մեզոմորֆ ֆազ, բնորոշ են ինչպես սովորական հեղուկի հատկություններ (հոսունություն, կաթիլային վիճակում լինելը, կաթիլների միացումն իրար մոտեցնելիս և այլն), այնպես էլ պինդ բյուրեղային մարմնի հատկություններ (անիզոտրոպություն): Այսպիսի տարաբնույթ հատկությունների զուգակցումն էլ բերել է նյութի նոր ազդեցատային վիճակի՝ «հեղուկ բյուրեղի» հասկացությանը:

Հեղուկ բյուրեղի յուրահատկություններն ուսումնասիրելու համար վերհիշենք, թե ինչ է տեղի ունենում պինդ բյուրեղային մարմնի հետ հալման ջերմաստիճանում:

Ինչպես գիտենք, բյուրեղում մոլեկուլների զանգվածների կենտրոնները կազմում են եռաչափ տարածական ցանց կամ, ինչպես ընդունված է ասել, բյուրեղային վիճակին բնորոշ է հեռակա կարգը: Հեղուկ վիճակում հեռակա կարգը վերանում է, և հեղուկը բնութագրվում է մոտակա կարգով:

Եթե բյուրեղը կազմող մոլեկուլներն անիզոտրոպ են, այսինքն՝ դրանց ձևը զգալիորեն տարբերվում է գնդայինից, ապա բյուրեղային վիճակում մոլե-

կույների զանգվածների կենտրոնների բաշխման հեռակա կարգի հետ մեկտեղ, առկա է նաև մոլեկուլների կողմնորոշումների հեռակա կարգ: Որպես կանոն, նշված երկու տիպի հեռակա կարգերը բյուրեղի հալման ջերմաստիճանում անհետանում են՝ բյուրեղը հալվում է, անցնելով իզոտրոպ հեղուկ վիճակի:

Սակայն հեղուկ բյուրեղների դեպքում իրադրությունն այլ է: Հալվելիս հեղուկ բյուրեղի վերածվող (կամ մեզոգեն) բյուրեղում հալման ջերմաստիճանում մոլեկուլների զանգվածների կենտրոնների դիրքերի կարգավորվածությունը շատ փոքրանում է կամ անհետանում, սակայն կողմնորոշման կարգավորվածությունը որոշ չափով պահպանվում է: Այսպիսի բյուրեղների մոլեկուլները, որպես կանոն, մի ուղղությամբ խիստ ձգված կամ սեղմված են և դրանց երկար առանցքներն իրար զուգահեռ են, որը մասամբ խախտվում է ջերմային ֆլուկտուացիաների ազդեցությամբ:

Եթե բյուրեղային մարմինն ունի հեղուկբյուրեղային ֆազ, ապա հալման ջերմաստիճանում այն վերածվում է բավական պղտոր հեղուկի, որն օժտված է խիստ արտահայտված երկբեկման հատկությամբ: Հետագա տաքացման ժամանակ, որոշակի ջերմաստիճանում պղտոր հեղուկը դառնում է թափանցիկ, որը վկայում է իզոտրոպ հեղուկի առաջացման մասին: Այդ ջերմաստիճանը կոչվում է լիաթափանցության (պայծառացման) ջերմաստիճան՝  $T_l$ : Հալման  $T_m$  և լիաթափանցության  $T_l$  ջերմաստիճանները որոշում են այն ջերմաստիճանային տիրույթը, որտեղ միջանկյալ ֆազը՝ հեղուկ բյուրեղը, ջերմադինամիկապես կայուն է: Ե՛վ հալումը, և՛ պայծառացումը I կարգի ֆազային անցումներ են, ուստի բնութագրվում են անցման թաքնված ջերմությամբ և խտության թռիչքաձև փոփոխությամբ, ընդ որում  $T_l$  կետում անցման թաքնված ջերմությունը և խտության փոփոխությունը կարգով փոքր են հալման  $T_m$  կետում ունեցած համապատասխան արժեքներից:

Եթե հեղուկ բյուրեղն առաջանում է բյուրեղային նյութի տաքացման արդյունքում, ապա նյութը կոչվում է թերմոտրոպ: Պինդ բյուրեղային վիճակի և իզոտրոպ հեղուկ վիճակի միջև կարող են գոյություն ունենալ այլ միջանկյալ ֆազեր, որոնք ընդունված է անվանել լիոտրոպ: Ի տարբերություն թերմոտրոպ հեղուկ բյուրեղների, որոնք միաբաղադրիչ նյութեր են, լիոտրոպ հեղուկ բյուրեղները բազմաբաղադրիչ համակարգեր են, որոնց վարքը կախված է լուծիչի քանակից:



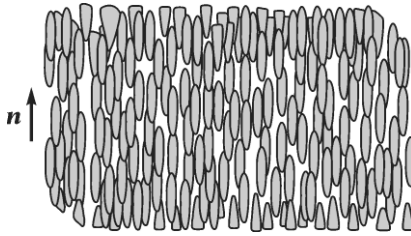
Հարկ է նշել, որ հեղուկբյուրեղային վիճակի գոյությունը պայմանավորված է ոչ միայն ջերմաստիճանով, այլև նյութի խտությամբ: Դրանում կարելի է համոզվել հետևյալ որակական դատողությունների հիման վրա:

Եթե անիզոտրոպ մոլեկուլների խտությունը մեծ չէ, ապա դրանք միմյանցից հեռու են: Դրանցից յուրաքանչյուրը կարող է ազատորեն պտտվել տարածության մեջ՝ գրավելով կամայական դիրք, ուստի այդ մոլեկուլներից կազմված հեղուկը կլինի իզոտրոպ: Եթե մոլեկուլի ամենամեծ չափը նշանակենք  $l$ -ով, ապա մեկ մոլեկուլին միջին՝  $v_0 \geq l^3$  ծավալ բաժին ընկնելու դեպքում մոլեկուլը  $v_0$  ծավալում կարող է ունենալ կամայական ուղղորդվածություն: Եթե մոլեկուլների խտությունը մեծացնենք, ապա մեկ մոլեկուլին բաժին ընկնող ծավալը կփոքրանա  $l^3$ -ից, պտտվելիս մոլեկուլներն իրար կխանգարեն և ստիպված կլինեն գրավելու շատ թե քիչ չափով զուգահեռ կողմնորոշում: Եթե մոլեկուլի տրամագիծը նշանակենք  $2a$ -ով, ապա մեկ մոլեկուլին  $v_0 \approx la^2$  ծավալ բաժին ընկնելու դեպքում մոլեկուլները կդասավորվեն երկար առանցքներով իրար զուգահեռ, քանի որ մոլեկուլների միջև փոքր հեռավորություններում գործող վանդալական ուժերը բացառում են դրանց՝ ավելի, քան  $2a$ -ով իրար մոտենալու հնարավորությունը: Հետևաբար, եթե մեկ մոլեկուլին բաժին ընկնող ծավալը  $la^2 \leq v_0 < l^3$  տիրույթում է, ապա մոլեկուլների համակարգն օժտված կլինի որոշակի կողմնորոշումային կարգավորվածությամբ:

Հեղուկ բյուրեղ առաջացնող նյութերի մոլեկուլների չափերի մասին պատկերացում կազմելու համար բերենք օրինակներ: Ոչ մեծ օրգանական մոլեկուլների համար հաճախ ընտրվում է պինդ ձողի մոդելը, որի չափերն են՝  $l \approx 20 \text{ \AA}$  և  $a \approx 5 \text{ \AA}$ : Որոշ սինթետիկ պոլիպեպտիդներ համապատասխան պայմաններում ընդունում են  $l \approx 300 \text{ \AA}$  երկարությամբ և  $2a \sim 20 \text{ \AA}$  հաստությամբ ձողի ձև, իսկ ծխախոտի խճանկարի մանրէի բնութագրական չափերն են՝  $l \sim 3000 \text{ \AA}$ ,  $a \sim 100 \text{ \AA}$ :

Ներկայումս ընդունված է հեղուկ բյուրեղները դասակարգել երեք հիմնական տիպերի՝ նեմատիկներ, խոլեստերիկներ և սմեկտիկներ: Ծանոթանալով դրանց կառուցվածքային առանձնահատկություններին:

### 1. Նեմատիկ հեղուկ բյուրեղներ (նեմատիկներ)



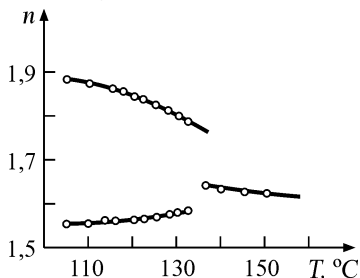
Նկ. 219. Նեմատիկ հեղուկ բյուրեղ

Նեմատիկում մոլեկուլների զանգվածների կենտրոնների դիրքերի միջև հարաբերակցությունն այնպիսին է, ինչպես սովորական իզոտրոպ հեղուկում: Նեմատիկների տիպիկ ներկայացուցիչների մածուցիկությունը 0,1 պուազի կարգի է (համեմատության համար նշենք, որ  $T \approx 300$  Կ-ում ջրի մածուցիկությունը 0,01 պուազ է): Նեմատիկի մոլեկուլները ձգտում են ուղղվել զուգահեռ որոշակի առանցքի, որը բնութագրվում է  $\mathbf{n}$  միավոր վեկտորով, որը կոչվում է ուղղորդիչ (դիրեկտոր) (նկ. 219): Նեմատիկն օպտիկապես միառանգք միջավայր է, որի օպտիկական առանցքն ունի  $\mathbf{n}$  ուղղորդչի ուղղությունը: Այսպիսի միջավայրն ունի երկու գլխավոր բեկման ցուցիչ, որոնցից մեկը ( $n_0 \equiv n_{\perp}$ ) բնութագրում է սովորական լուսային ալիքի տարածումը (լուսային դաշտի էլեկտրական լարվածության  $\mathbf{E}$  վեկտորն ուղղահայաց է միջավայրի օպտիկական առանցքին), իսկ մյուսը՝  $n_e \equiv n_{\parallel}$ -ն՝ ոչ սովորական գծային բևեռացված լուսային ալիքի տարածումը ( $\mathbf{E}$  վեկտորը զուգահեռ է միջավայրի օպտիկական առանցքին): Նկ. 220-ում տրված են  $\mathbf{n}$ -ազոկսիանիզոլի բեկման ցուցիչների կորերը.  $\mathbf{n}$ -ը իզոտրոպ հեղուկի բեկման ցուցիչն է:  $\mathbf{n}$ -ի ուղղությունը տարածության մեջ կամայական է: Գործնականում այն որոշվում է թույլ ուժերով, օրինակ՝ հեղուկ բյուրեղը սահմանափակող անոթի պատերի կողմնորոշիչ ազդեցությամբ:

Նեմատիկում  $\mathbf{n}$  և  $-\mathbf{n}$  ուղղորդիչների վիճակներն անգանազանելի են: Այսպես, եթե նեմատիկի մոլեկուլն ունի երկբևեռային մոմենտ, ապա «վեր» և «ներքև» ուղղված երկբևեռների թվերն իրար ճշտորեն հավասար են, ուստի  $\mathbf{P} = 0$ , և համակարգը սեզնետաէլեկտրական չէ (Մաս I, V):

Եթե մախազգուշական միջոցներ չձեռնարկվեն, ապա հալվելիս կամ հալույթը սառելիս առաջանում է թելանման տեքստուրա, որը հեղուկ բյուրեղ-

ների այս տիպի անվանման պատճառ է դարձել (հունարեն «նեմա»՝ թել բառից): Հաստ՝ 50 – 200 մկմ չափերով նմուշներում և՛ բնական, և՛ բևեռացված լույսով հատակորեն տեսանելի են այդ «թելերը», որոնք չունեն որոշակի, հաստատուն երկրաչափական ձև: Այդ թելանման տիրույթները միջավայրի օպտիկական անընդհատության խզման տեղերն են, որոնց անվանում են դիսկլինացիաներ: Դրանք միջանկյալ ֆազի առանձին, համասեռ «միաբյուրեղների», այսինքն՝ միևնույն ուղղորդվածությունն ունեցող մոլեկուլներից բաղկացած տիրույթների միջև սահմաններն են: Յուրաքանչյուր այդպիսի «միաբյուրեղ» օպտիկապես համասեռ է:



Նկ. 220.  $n$  -ազդակահանիզողի բեկման ցուցիչները

Եթե նեմատիկի շերտում մոլեկուլներն իրենց երկար առանցքներով զուգահեռ են ուղղված պահող ապակիներին, ապա այդպիսի տեքստուրան կոչվում է հարթ (պլանար): Այն իր օպտիկական հատկություններով չի տարբերվում օպտիկապես դրական միաբյուրեղից կտրված թիթեղից, որի առանցքը զուգահեռ է օպտիկական առանցքին: Հնարավոր է ստեղծել նեմատիկի նաև նորմալ շերտ, որտեղ մոլեկուլների երկար առանցքներն ուղղահայաց են պահող ապակիների հարթություններին:

Որպես կանոն, նեմատիկի մոլեկուլները բավականաչափ ամուր են կաշույն պահող ապակիներին, ուստի եթե հարթ շերտը պահող ապակիներից մեկը պտտենք որոշակի անկյունով, ապա դրա հետ կպտտվի նաև նեմատիկի՝ ապակույն կպած շերտը: Վերջինս, իր հերթին, պտտում է իրեն անմիջականորեն մոտ շերտը և այդպես, մինչև որոշակի խորություն, որը կարող է հասնել մի քանի մկմ-ի: Առաջացած կառուցվածքը հայտնի է որպես «փվիստ-կառուցվածք», և այն օպտիկապես ակտիվ է:

Հեղուկ բյուրեղի նեմատիկ ֆազը հանդիպում է միայն այն օրգանական նյութերում, որոնց մոլեկուլների «աջ» և «ձախ» ձևերն անգամազանելի են, այսինքն՝ մոլեկուլի հայելային պատկերը նույնական է մոլեկուլին: Այսպիսի մոլեկուլն ընդունված է անվանել ոչ քիրալ: Սակայն նեմատիկ կարող է լինել նաև քիրալ մոլեկուլներից կազմված խառնուրդը, եթե այ և ձախ քիրալությամբ մոլեկուլները վերցված են հավասար քանակներով:

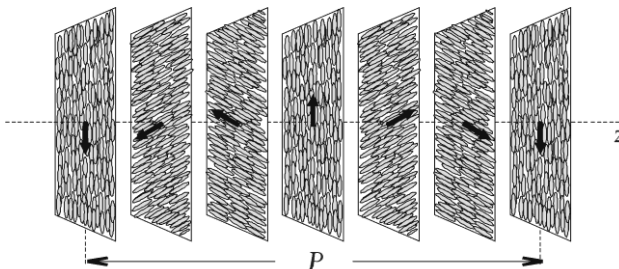
## 2. Խոլեստերիկ հեղուկ բյուրեղներ (խոլեստերիկներ)

Հեղուկ բյուրեղի մոլեկուլների չափի կարգի հեռավորությունների վրա խոլեստերիկ նյութը շատ նման է նեմատիկին: Խոլեստերիկում ևս բացակայում է մոլեկուլների զանգվածների կենտրոնների դիրքերի հեռակա կարգը, իսկ մոլեկուլներն ուղղված են հիմնականում  $\mathbf{n}$  ուղղորդչի ուղղությամբ: Սակայն  $\mathbf{n}$ -ը տարածության մեջ չունի սևեռված ուղղություն՝ մի շերտից մյուսին անցնելիս դրա ուղղությունը փոխվում է:  $\mathbf{n}$  ուղղորդչի ծայրը տարածության մեջ գծում է պարուրազիծ, որի  $z$ -առանցքն ուղղահայաց է  $\mathbf{n}$  ուղղորդչի ուղղությանը բոլոր հարթություններում (նկ. 221), ուստի դրա բաղադրիչները տրվում են

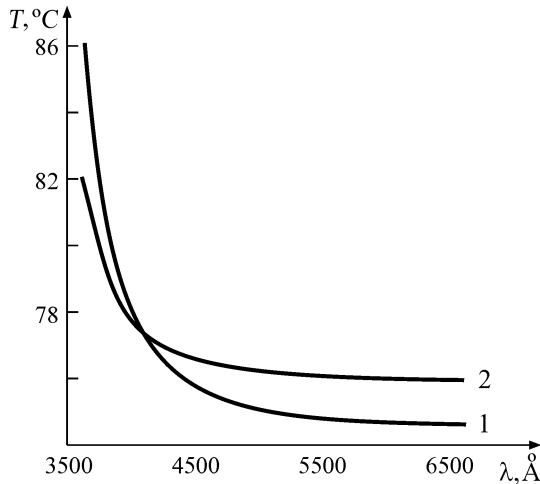
$$n_x = \cos(q_0 z + \Phi), \quad n_y = \sin(q_0 z + \Phi), \quad n_z = 0 \quad (2.1)$$

քանադներով, որտեղ պտույտի առանցքի ուղղությունը և  $\Phi$  մեծությունը կամայական են: (2.1) առնչության համաձայն՝ պարույրի քայլը՝

$$P = \frac{2\pi}{|q_0|}, \quad (2.2)$$



Նկ. 221. Խոլեստերիկ հեղուկ բյուրեղ



Նկ. 222. Ընտրողական անդրադարձման ալիքի երկարության կախումը ջերմաստիճանից. խոլեստերիլպելարգոնատ (1), խոլեստերիլկապրինատ (2)

որտեղ  $q_0$  ալիքային թիվը ձախ և աջ պարույրների համար ունի տարբեր նշաններ: Տրված ջերմաստիճանում, տրված նմուշում  $q_0$ -ն միշտ մույն նշանն ունի: Ջերմաստիճանը փոփոխելիս  $q_0$ -ն փոփոխվում է, և, որպես կանոն՝  $dq_0/dT > 0$ , այսինքն՝ պարույրի քայլը փոքրանում է: Սակայն կան խոլեստերիկներ, որոնցում  $dq_0/dT < 0$ :

Այսպիսով, խոլեստերիկն ունի պարբերական կառուցվածք պարույրի առանցքի ուղղությամբ, ընդ որում պարբերության մեծությունը հավասար է պարույրի քայլի կեսին՝

$$L = \frac{P}{2} = \frac{\pi}{|q_0|}, \quad (2.3)$$

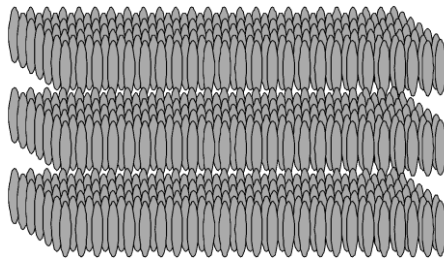
որը հետևանք է  $\mathbf{n}$  և  $-\mathbf{n}$  ուղղորդիչների համարժեքության: Պարբերության բնութագրական արժեքը 3000 Å-ի կարգի է, որը զգալիորեն գերազանցում է մոլեկուլների չափերը: Ի տարբերություն նեմատիկների, խոլեստերիկներում հնարավոր է տեսանելի լույսի դիֆրակցիա պարբերական կառուցվածքի վրա: Նկ. 222-ում պատկերված է ընտրողական անդրադարձման (անդրադարձման մաքսիմումներին համապատասխանող) ալիքի երկարության կա-

խումը ջերմաստիճանից խոլեստերիլլաելարգոնատի (1) և խոլեստերիլ-կապրինատի (2) համար:

Ջերմադինամիկական տեսանկյունից խոլեստերիլը շատ մման է նեմատիկին, քանի որ ոլորման հետ կապված էներգիան մոլեկուլների զուգահեռ կողմնորոշումով պայմանավորված էներգիայի շատ փոքր՝  $10^{-5}$  մասի կարգի է: Մոլեկուլների պարուրաձև դարսվածքը խոլեստերիլի եզակի օպտիկական հատկությունների պատճառն է: Դրանցից հարկ է առաջին հերթին նշել շրջանային բևեռացված լույսի ընտրողական անդրադարձման հատկությունը, ինչպես նաև չափազանց մեծ օպտիկական ակտիվությունը՝ միավոր երկարության վրա լուսային ալիքի էլեկտրական դաշտի լարվածության վեկտորի պտույտի անկյունը՝  $\beta \sim 10^4$  աստ/սմ (համեմատության համար նշենք, որ օպտիկապես ակտիվ, իզոտրոպ հեղուկում  $\beta \sim 1$  աստ/սմ է):

### 3. Սմեկտիկ հեղուկ բյուրեղներ (սմեկտիկներ)

Սմեկտիկ հեղուկ բյուրեղներն ավելի կարգավորված են, քան նեմատիկները: Դրանցում, բացի նեմատիկներին բնորոշ կողմնորոշումային կարգավորվածությունից, առկա է նաև մոլեկուլների զանգվածների դիրքերի որոշակի կարգավորվածություն, քանի որ մոլեկուլները կազմում են շերտեր, որոնց



Նկ. 223. Սմեկտիկ հեղուկ բյուրեղ

միջև հեռավորությունները հավասար են որոշակի մեծության (նկ. 223), որը կարելի է որոշել ռենտգենյան ճառագայթների դիֆրակցիայի մեթոդով:

Սմեկտիկում տարբեր շերտերի մոլեկուլների միջև փոխազդեցությունը զգալիորեն թույլ է մույն շերտին պատկանող մոլեկուլների միջև փոխազդեցությունից, որի հետևանքով շերտերը հեշտությամբ սահում են իրար նկատ-

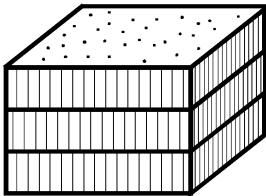
մամբ: Շոշափեղիս սմեկտիկը թողնում է օճառի տապալորություն (հունարեն «սմեզմա»՝ օճառ բառից):

Տվյալ նյութի համար սմեկտիկ ֆազն առաջանում է ավելի ցածր ջերմաստիճանում, քան նեմատիկ ֆազը:

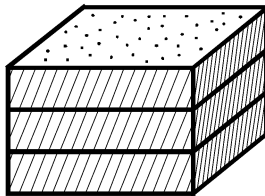
Գոյություն ունեն սմեկտիկ հեղուկ բյուրեղների բազմաթիվ տարատեսակներ: Դիտարկենք դրանցից մի քանիսը:

*A-սմեկտիկը* (նկ. 224, ա) շերտավոր կառուցվածք է, որի շերտերի հաստությունը մոտ է մոլեկուլի երկարությանը: Շերտի ներսում մոլեկուլների զանգվածների կենտրոնները չունեն դասավորման հեռակա կարգ, յուրաքանչյուր շերտ իրենից ներկայացնում է երկչափ հեղուկ: Համակարգն օպտիկապես միառանցք է, ընդ որում օպտիկական առանցքն ուղղահայաց է շերտերի հարթություններին:

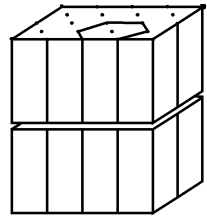
*C-սմեկտիկը* (նկ. 224, բ) շերտավոր կառուցվածք է, որի շերտերը երկչափ հեղուկ են: Համակարգն օպտիկապես երկառանցք է: Այս առանձնահատկությունը բացատրվում է, ենթադրելով, որ մոլեկուլների երկար առանցքները թեքված են շերտերի նորմալի նկատմամբ: Այս ֆազին բնորոշ կառուցվածքն ստացվում է, եթե նյութի մոլեկուլներն օպտիկապես ակտիվ չեն, կամ եթե խառնուրդը պարունակում է աջ և ձախ քիրալությամբ մոլեկուլներ՝ հավասար քանակներով:



ա



բ

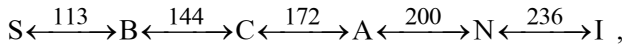


գ

Նկ. 224. ա. A-սմեկտիկ, բ. C-սմեկտիկ, գ. B-սմեկտիկ հեղուկ բյուրեղներ

*B-սմեկտիկ* (նկ. 224, գ): Եթե A- և C-սմեկտիկներում յուրաքանչյուր շերտ դրսևորում է երկչափ հեղուկի հատկություն, ապա B-սմեկտիկում շերտերն օժտված են պարբերականությամբ և պինդ մարմնին բնորոշ կոշտությամբ: Ռենտգենյան ճառագայթների ցրումը ցույց է տալիս յուրաքանչյուր շերտում կարգավորվածության առկայություն: Շերտերը շատ ճկուն չեն: B ֆազը երեք հիմնական սմեկտիկ ֆազերից ամենակարգավորվածն է:

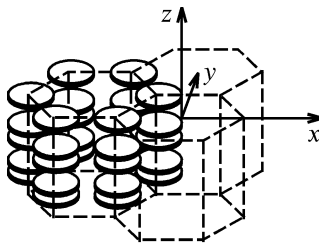
Եթե որևէ նյութ կարող է գոյություն ունենալ  $A$ ,  $B$ ,  $C$  ֆազերում, ապա դրանց առաջացման հաջորդականությունը ջերմաստիճանը բարձրացնելիս կլինի՝  $S \leftarrow B \leftarrow C \rightarrow A$ : Օրինակ՝ նշված ֆազերն ունեցող նյութերի տիպիկ ներկայացուցիչն է  $SP^2U$  (տերեֆտալ-բիս-( $n$ -բուրիլանիլին)) օրգանական միացությունը, որում դիտվում են անցումների հետևյալ ջերմաստիճանները ( $^{\circ}C$ -ով)



որտեղ  $N$ -ով նշանակված է նեմատիկ ֆազը, իսկ  $I$ -ով՝ իզոտրոպ հեղուկ ֆազը:

Ներկայումս հայտնի են սմեկտիկների այլ տարատեսակներ, որոնց կոչում են «էկզոտիկ»:

Հեղուկ բյուրեղների վերը դիտարկված բոլոր տեսակներում նյութի մոլեկուլներն ունեն մեկ ուղղությամբ խիստ ձգված, ձողաձև տեսք: Սակայն 1977թ. հայտնաբերվեցին հեղուկ բյուրեղներ, որոնց մոլեկուլները սկավառակի ձև ունեն: Այդպիսի մոլեկուլներից կազմված համակարգն անվանվեց դիսկոտիկ հեղուկ բյուրեղ: Ինչպես և նեմատիկները, դիսկոտիկը նկարագրվում է  $n$  ուղղորդիչով, որն ուղղված է մոլեկուլ-սկավառակների մորմալների գերադասելի ուղղությամբ:



Նկ. 225. Դիսկոտիկ հեղուկ բյուրեղ

Նկ. 225-ում պատկերված է դիսկոտիկ կառուցվածքը հեղուկբյուրեղային ֆազում: Յուրաքանչյուր սյունակում սկավառակները գրեթե զուգահեռ են, իսկ դրանց միջև հեռավորությունները կամայական են: Մոլեկուլները կարող են ազատ շարժվել սյունակների առանցքների ուղղությամբ, որոնք տարածության մեջ դասավորված են իրար զուգահեռ և հարթության մեջ կազմում են կանոնավոր վեցանկյունային երկչափ ցանց: Դիսկոտիկի այսպիսի կառուցվածքը պայմանավորված է այն հանգամանքով, որ երկու սկավառակ-



մոլեկուլների միջև ձգողության ուժն առավելագույնն է, եթե դրանք միմյանց զուգահեռ են և տեղադրված մեկմեկու վրա և նվազագույնն է, եթե դրանք միևնույն հարթության մեջ են: Վեցանկյունային երկչափ ցանցն առաջանում է ուժեղ վանողական ուժերի գործողության շնորհիվ:

Պինդ բյուրեղային վիճակում դիսկոտիկը տաքացնելիս նախ խախտվում են սյունակներ կազմող մոլեկուլների միջև հեռավորությունները, և դիսկոտիկը վերածվում է հեղուկ նեմատիկ սյունակներից կազմված համակարգի, որտեղ դեռևս պահպանված է վեցանկյուն հարթ կառուցվածքը: Հետագա տաքացման արդյունքում քանդվում է նաև երկչափ վեցանկյուն ցանցը, և առաջանում է եռաչափ նեմատիկ, որը հոսում է, պահպանելով մոլեկուլ-սկավառակների հարթությունների զուգահեռությունը:

Ներկայում ստացվում են դիսկոտիկներ, որոնցում նեմատիկ սյունակները հարթության մեջ կազմում են վեցանկյունայինից տարբեր համաչափությամբ երկչափ ցանցեր, որը պայմանավորված է մոլեկուլների կառուցվածքային առանձնահատկություններով, մասնավորապես՝ սկավառակների ձևերի տարբերությամբ:

Հեղուկ բյուրեղները հայտնի են արդեն ավելի քան 125 տարի (առաջին հեղուկ բյուրեղը սինթեզել է ավստրիացի բուսաբան Ֆ. Ռ-այնիտցերը 1888 թ.), սակայն դրանց բուռն ուսումնասիրությունները ծավալվել են անցյալ դարի 70-ական թվականներից, որն առաջին հերթին պայմանավորված էր դրանց լայն կիրառություններով: Բանն այն է, որ հեղուկ բյուրեղների հատկությունները կարելի է փոփոխել չափազանց թույլ արտաքին ազդակների միջոցով, քանի որ հեղուկը հեշտ դեֆորմացվող միջավայր է:

Հեղուկ բյուրեղների կիրառությունը հեղափոխել է տեղեկատվության ներկայացման տեսողական սարքերի՝ ցուցասարքերի բնագավառը:

Հեղուկբյուրեղային, հատկապես լիտրոդայ, ֆազի ուսումնասիրությունն ունի կարևոր նշանակություն կենսաբանության մեջ, քանի որ կենսաբանորեն ակտիվ համակարգերում, այդ թվում՝ մարդու օրգանիզմում, կան հեղուկբյուրեղային կառուցվածքով կենսաբանական նյութեր (միոզին, կոլագեն, ԴՆԹ, լիպիդներ և այլն):

Եվ, վերջապես, հեղուկ բյուրեղների ֆիզիկական ժամանակակից ֆիզիկայի տարբեր բնագավառներում առաջարկվող տեսական մոդելների ստուգման և փորձարկման հարմար «փորձադաշտ» է:

Հավելված 1. ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՀԱՍՏԱՏՈՒՆՆԵՐԻ ԱՂՅՈՒՄԱԿ  
(ըստ X-Ray data Booklet, Lawrence Berkeley National Laboratory,  
Second edition, January 2001 գրքույկի)

| Սեծություն                  | Նշանակում               | Թվային արժեք և միավոր (CGSE)                                                                                          |
|-----------------------------|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Էլեկտրոնի զանգված           | $m$                     | $9,10938188(72) \cdot 10^{-28} \text{ գ}$                                                                             |
| Տարրական լիցք               | $e$                     | $4,80320420^{-19} \cdot 10^{-10} \text{ CGSE}_q$                                                                      |
| Պրոտոնի զանգված             | $M_p$                   | $1,67262158(13) \cdot 10^{-24} \text{ գ}$                                                                             |
| Լույսի արագություն          | $c$                     | $2,99792458 \cdot 10^{10} \text{ սմ/վ}$                                                                               |
| Պլանկի հաստատուն            | $h$<br>$\hbar = h/2\pi$ | $6,62606876(52) \cdot 10^{-27} \text{ էրգ}\cdot\text{վ}$<br>$1,054571596(82) \cdot 10^{-27} \text{ էրգ}\cdot\text{վ}$ |
| Ավոգադրոյի հաստատուն        | $N_A$                   | $6,02214199(47) \cdot 10^{23} \text{ մոլ}^{-1}$                                                                       |
| Բոլցմանի հաստատուն          | $k_B$                   | $1,3806503(24) \cdot 10^{-16} \text{ էրգ/Կ}$                                                                          |
| Նուրբ կառուցվածքի հաստատուն | $\alpha = e^2/\hbar c$  | $1/137,03599976(50)$                                                                                                  |
| Բորի շառավիղ                | $a_B = \hbar^2/me^2$    | $0,52917772083(19) \cdot 10^{-8} \text{ սմ}$                                                                          |
| Ռիդբերգի հաստատուն          | $Ry = me^4/2\hbar^2$    | $13,60569172(53) \text{ (էՎ)}$                                                                                        |
| Բորի մագնետոն               | $\mu = e\hbar/2mc$      | $0,927400(87) \cdot 10^{-20} \text{ էրգ/Գս}$                                                                          |
| 1 էլեկտրոն-վոլտ             | 1 էՎ                    | $1,6021765 \cdot 10^{-12} \text{ էրգ}$                                                                                |
|                             | 1 էՎ/ $h$               | $2,417989 \cdot 10^{14} \text{ Հգ}$                                                                                   |
|                             | 1 էՎ/ $hc$              | $8,065554 \cdot 10^3 \text{ սմ}^{-1}$                                                                                 |
|                             | 1 էՎ/ $k_B$             | $1,16045 \cdot 10^4 \text{ Կ}$                                                                                        |

Մաթեմատիկական հաստատուններ

$\pi = 3,141592653589793$ ,  $e = 2,718281828459045$

Հավելված 4. ՄԵՏԱՂՆԵՐԻ ՏԵՍԱԿԱՐԱՐ ԴԻՍԱԴՐՈՒԹՅՈՒՆ-  
ՆԵՐԸ ԵՎ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ԽՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

| Մետաղ     | $\rho$ , մկՕմ·սմ |           |           | $n$ , $10^{22}$ սմ <sup>-3*</sup> ) |
|-----------|------------------|-----------|-----------|-------------------------------------|
|           | 77 Կ             | 273 Կ     | 373 Կ     |                                     |
| <b>Li</b> | 1,04             | 8,55      | 12,4      | 4,70 (78 Կ)                         |
| <b>Na</b> | 0,8              | 4,2       | Հալվում է | 2,65 (5 Կ)                          |
| <b>K</b>  | 1,38             | 6,1       | „         | 1,40 (5 Կ)                          |
| <b>Rb</b> | 2,2              | 11,0      | „         | 1,15 (5 Կ)                          |
| <b>Cs</b> | 4,5              | 18,8      | „         | 0,91 (5 Կ)                          |
| <b>Cu</b> | 0,2              | 1,56      | 2,24      | 8,47                                |
| <b>Ag</b> | 0,3              | 1,51      | 2,13      | 5,86                                |
| <b>Au</b> | 0,5              | 2,04      | 2,84      | 5,90                                |
| <b>Be</b> |                  | 2,8       | 5,3       | 24,7                                |
| <b>Mg</b> | 0,62             | 3,9       | 5,6       | 8,61                                |
| <b>Ca</b> |                  | 3,43      | 5,0       | 4,61                                |
| <b>Sr</b> | 7                | 23        |           | 3,55                                |
| <b>Ba</b> | 17               | 60        |           | 3,15                                |
| <b>Nb</b> | 3,0              | 15,2      | 19,2      | 5,56                                |
| <b>Fe</b> | 0,66             | 8,9       | 14,7      | 17,0                                |
| <b>Zn</b> | 1,1              | 5,5       | 7,8       | 13,2                                |
| <b>Cd</b> | 1,6              | 6,8       |           | 9,27                                |
| <b>Hg</b> | 5,8              | Հալվում է | Հալվում է | 8,65 (78 Կ)                         |
| <b>Al</b> | 0,3              | 2,45      | 3,55      | 18,1                                |
| <b>Ga</b> | 2,75             | 13,6      | Հալվում է | 15,4                                |
| <b>In</b> | 1,8              | 8,0       | 12,1      | 11,5                                |
| <b>Tl</b> | 3,7              | 15        | 22,8      | 10,5                                |
| <b>Sn</b> | 2,1              | 10,6      | 15,8      | 14,8                                |
| <b>Pb</b> | 4,7              | 19,0      | 27,0      | 13,2                                |
| <b>Bi</b> | 35               | 107       | 156       | 14,1                                |
| <b>Sb</b> | 8                | 39        | 59        | 16,5                                |

\*) Նորմալ մթնոլորտային ճնշման տակ և սենյակային ջերմաստիճաններում (բացի նշված դեպքերից):

Հավելված 5. (VIII.1.11) ԵՎ (VIII.1.12) ԱՌՆՉՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ  
ԱՐՏԱԾՈՒՄԸ

(VIII.1.1) հավասարման մեջ տեղադրենք դրա  $g(x)$  և  $h(x)$  անկախ լուծումները և ստացված հավասարումները հանենք իրարից.

$$g(x)h''(x) - h(x)g''(x) \equiv \frac{d}{dx} [g(x)h'(x) - h(x)g'(x)] = 0 : \quad (2.1)$$

Փակագծերում գրված արտահայտությունը (VIII.1.1) հավասարման վռոնսկիանն է (Վռոնսկու որոշիչը)՝

$$W(x) = g(x)h'(x) - h(x)g'(x) \equiv \begin{vmatrix} g(x) & h(x) \\ g'(x) & h'(x) \end{vmatrix} : \quad (2.2)$$

(2.1) առնչության համաձայն՝  $W(x) = \text{const}$  : Օգտվելով (VIII.1.5) և (VIII.1.6) բանաձևերից՝ գրենք վռոնսկիանի արտահայտությունը  $x+a$  կետում.

$$\begin{aligned} W(x+a) &= g(x+a)h'(x+a) - h(x+a)g'(x+a) = \\ &= (\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1)W(x) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Վռոնսկիանի հաստատունության պայմանից հետևում է

$$\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1 = 1$$

(VIII.1.11) առնչությունը:

Եթե  $g(x)$  և  $h(x)$  անկախ լուծումները կազմում են ֆունդամենտալ համակարգ, ապա տեղի ունեն հետևյալ պայմանները՝

$$g(0)=1, \quad g'(0)=0, \quad h(0)=0, \quad h'(0)=1 : \quad (2.4)$$

Այս դեպքում  $W(0)=1$ : (2.4) պայմաններից և  $x=0$  կետում (VIII.1.5) և (VIII.1.6) հավասարումներից հետևում է, որ

$$\begin{aligned} g(a) &= \alpha_1g(0) + \alpha_2h(0) = \alpha_1; & \alpha_1 &= g(a), \\ h(a) &= \beta_1g(0) + \beta_2h(0) = \beta_1; & \beta_1 &= h(a), \\ g'(a) &= \alpha_1g'(0) + \alpha_2h'(0) = \alpha_2; & \alpha_2 &= g'(a), \\ h'(a) &= \beta_1g'(0) + \beta_2h'(0) = \beta_2; & \beta_2 &= h'(a): \end{aligned} \quad (2.5)$$

Հավելված 6. ՏԱՐՐԵՐԻ ԿՐԻՏԻԿԱԿԱՆ ՁԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆՆԵՐԸ ԵՎ ԿՐԻՏԻԿԱԿԱՆ ՍԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏՆԵՐԸ

| Տարր                                          | $T_c$ , Կ | $H_c(0)$ , Գս |
|-----------------------------------------------|-----------|---------------|
| <b>Al</b>                                     | 1,196     | 99            |
| <b>Cd</b>                                     | 0,56      | 30            |
| <b>Ga</b>                                     | 1,091     | 51            |
| <b>Hf</b>                                     | 0,09      | –             |
| <b>Hg <math>\alpha</math></b> (եռանկյունային) | 4,15      | 411           |
| <b>Hg <math>\beta</math></b>                  | 3,95      | 339           |
| <b>In</b>                                     | 3,4       | 293           |
| <b>Ir</b>                                     | 0,14      | 19            |
| <b>La <math>\alpha</math></b> (վեցանկ. խ. դ.) | 4,9       | 798           |
| <b>La <math>\beta</math></b> (ՆԿԽ)            | 6,06      | 1096          |
| <b>Mo</b>                                     | 0,92      | 98            |
| <b>Nb</b>                                     | 9,26      | 1980          |
| <b>Os</b>                                     | 0,655     | 65            |
| <b>Pa</b>                                     | 1,4       | –             |
| <b>Pb</b>                                     | 7,19      | 803           |
| <b>Re</b>                                     | 1,698     | 198           |
| <b>Ru</b>                                     | 0,49      | 66            |
| <b>Sn</b>                                     | 3,72      | 305           |
| <b>Ta</b>                                     | 4,48      | 830           |
| <b>Tc</b>                                     | 7,77      | 1410          |
| <b>Th</b>                                     | 1,368     | 162           |
| <b>Ti</b>                                     | 0,39      | 100           |
| <b>Tl</b>                                     | 2,39      | 171           |
| <b>U <math>\alpha</math></b>                  | 0,68      | –             |
| <b>U <math>\gamma</math></b>                  | 1,80      | –             |
| <b>V</b>                                      | 5,30      | 1020          |
| <b>W</b>                                      | 0,012     | 1             |
| <b>Zn</b>                                     | 0,875     | 53            |
| <b>Zr</b>                                     | 0,65      | 47            |

## ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

### Ընդհանուր գրականություն

1. Ч. Киттель. Введение в физику твердого тела. М., Наука, 1978.
2. Дж. Займан. Принципы теории твердого тела. М., Мир, 1974.
3. Н. Ашкрофт, Н. Мермин. Физика твердого тела (тт. I, II). М., Мир, 1979.
4. А. И. Ансельм. Введение в теорию полупроводников. М., Наука, 1978.
5. Дж. Блейкмор. Физика твердого тела. М., Мир, 1988.
6. Ч. Киттель. Элементарная теория твердого тела. М., Наука, 1978
7. Ч. Уерт, Р. Томсон. Физика твердого тела. М., Мир, 1966.
8. ДЖ. Най. Физические свойства кристаллов и их описание при помощи тензоров и матриц. М., ИЛ, 1970.
9. Г. С. Жданов. Физика твердого тела. М., Изд. Московского университета, 1961.
10. Л. Д. Ландау, Е.М.Лифшиц. Статистическая физика, ч. I, М., Наука, 1976.
11. Л. Д. Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика. М., ФМЛ, 1963.
12. Р. Кубо. Статистическая механика. М., Мир, 1967.
13. Таблицы физических величин. Справочник, под ред. акад. И.К.Кикоина. М., Атомиздат, 1976.
14. Ch. Kittel. Introduction to Solid State Physics, 8th ed., 2004.
15. G. Grosso. Solid State Physics, 2nd ed., 2013.
16. Ph. Hofmann. Solid State Physics. An introduction, Wiley-VCH, 2008
17. Н. С. Gupta. Solid State Physics. Vikas Publ. House, PVT Ltd. 2nd revised and enlarged ed., 2001.
18. R. I. Turton. The Physics of Solids. Oxford University Press, 2000.
19. H. Ibach, H. Lüth. Solid-State Physics. 4th extensively updated and enlarged ed., Springer, 2009.
20. I. D. Patterson, B.C. Bailey. Solid-State Physics. Introduction to the Theory, Springer, 2007.

## **VI գլխի գրականություն**

1. А. Вильсон. Квантовая теория металлов. М., 1941.
2. П. Гроссе. Свободные электроны в твердых телах. М., Мир, 1982.

## **VII գլխի գրականություն**

1. Г. Бете, А. Зоммерфельд. Электронная теория металлов. М., Л., 1938.
2. Ф. Зейтц. Современная теория твердого тела. М., Л., 1948.
3. Л. Жирифалько. Статистическая физика твердого тела. М., Мир, 1975.

## **VIII գլխի գրականություն**

1. П. Гроссе. Свободные электроны в твердых телах. М., Мир, 1982.
2. А. Ярив. Введение в теорию и приложения квантовой механики. М., Мир, 1984.
3. И. И. Петровский. Электронная теория полупроводников, Минск, Высшая школа, 1964.
4. З. Флюгге. Задачи по квантовой механике, т.1. М., Мир, 1974.
5. П. П. Павинский. Введение в теорию твердого тела. Изд. Ленинградского университета, 1979.
6. J. P. McKelvey. Solid state and semiconductor physics. Harper international edition (2nd printing), 1969.

## **IX գլխի գրականություն**

1. С. В. Вонсовский. Магнетизм. М., Наука, 1971.
2. С. Тикадзуми. Физика ферромагнетизма. М., Мир, 1983.
3. Г. А. Смоленский, В. В. Леманов. Ферриты и их техническое применение, Ленинград, Наука, 1975.
4. J. H. Van Vleck. Theory of electrical and magnetic susceptibilities. Oxford, 1932.
5. S. Blundell. Magnetism in Condensed Matter, Oxford University Press, 2001

6. К. Н. J. Buschow, F. L. de Boer. Physics of Magnetism and Magnetic Materials, Springer, 2003

### **X գլխի գրականություն**

1. В. Буккель. Сверхпроводимость. М., Мир, 1975.
2. Э. А. Линтон. Сверхпроводимость. М., Мир, 1964.
3. А. Роуз-Инс, Е. Родерик. Введение в физику сверхпроводимости. М., Мир, 1972.
4. П. Де Жен. Сверхпроводимость металлов и сплавов. М., Мир, 1968.
5. В. В. Шмидт. Введение в физику сверхпроводников. М., Наука, 1982.
6. Дж. Шриффер. Теория сверхпроводимости. М., Наука, 1970.
7. Р. М. Хейзен. В мире науки (Scientific American), №8, 1988.
8. Л. Г. Асламазов, В. Н. Губанков. Слабая сверхпроводимость. Знание, сер."Физика", № 4, 1982.
9. В. В. Мошталков. Высокотемпературные сверхпроводники. Знание, сер."Физика", № 9, 1987.
10. И. Г. Беднорц, К. А. Мюллер. Успехи физических наук (УФН), 156(2), 323, 1988.
11. J. B. Ketterson, S. N. Song. Superconductivity, Cambridge University Press, 1999

### **XI գլխի գրականություն**

1. Ван Бюрен. Дефекты в кристаллах. М., ИЛ, 1962.
2. Дж. Хирт, И. Лоте. Теория дислокаций. М., Атомиздат, 1972.
3. А. Н. Орлов. Введение в теорию дефектов в кристаллах. М., Высшая школа, 1983.
4. А. Х. Коттрелл. Дислокации и пластическое течение в кристаллах. М., Металлургиздат, 1958.
5. А. М. Косевич. Физическая механика реальных кристаллов, Киев, Наукова думка, 1981.



## **XII գլխի գրականություն**

1. Дж. Займан. Модели беспорядка. М., Мир, 1982.
2. О. В. Мазурин. Стеклование. Ленинград, Наука, 1986.
3. П. П. Кобеко. Аморфные вещества. М., Л., Изд. АН СССР, 1952.
4. Я. И. Френкель. Введение в теорию металлов. М., ФМЛ, 1958.
5. И. Г. Чистяков. Жидкие кристаллы. М., Наука, 1966.
6. В. де Же. Физические свойства жидкокристаллических веществ. М., Мир, 1982.
7. А. С. Сонин. Введение в физику жидких кристаллов. М., Наука, 1983.
8. Физика за рубежом '83. (Сборник научно-популярных статей), М., Мир, 1983.
9. Л. М. Блинов, С. А. Пикин. Жидкокристаллическое состояние вещества. Знание, сер."Физика", № 6, 1986.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

ԱԼԲԵՐՏ ԱՎԵՏԻՍԻ ԿԻՐԱԿՈՍՅԱՆ

ՊԻՆԴ ՄԱՐՄՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ  
ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԿՐՈՐԴ ՀՐԱՏԱՐԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱՍ II

Համակարգչային ձևավորումը՝ Ն. Հովակիմյանի  
Կազմի ձևավորումը՝ Ա. Պատվականյանի  
Տեխ. խմբագրումը՝ Վ. Դերձյանի

Տպագրված է «Վարդան Մկրտչյան» ԱԶ տպագրատանը:  
Երվանդ Քոչար 7-62

Չափսը՝ 60x84  $\frac{1}{16}$ : Տպ. մամուլ 22.75:  
Տպաքանակը՝ 200:

---

ԵՊՀ հրատարակչություն  
ք. Երևան, 0025, Ալեք Մանուկյան 1