

ORAZIO SVELTO

PRINCIPLES of LASERS

FOURTH EDITION

TRANSLATION FROM ENGLISH
by D. N. KOSLOV, S. B. SOZINOV AND K. G. ADAMOVICH;
edited by T. A. SHMAONOV

• SAINT-PETERSBURG • MOSCOW • KRASNODAR
2008



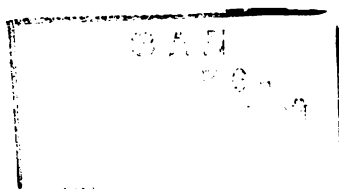
Орацио ЗВЕЛТО

ПРИНЦИПЫ ЛАЗЕРОВ

ИЗДАНИЕ ЧЕТВЕРТОЕ

Русский перевод переработан
и дополнен при участии автора книги

Перевод с английского
Д. Н. КОЗЛОВА, С. Б. СОЗИНОВА и К. Г. АДАМОВИЧ
под научной редакцией Т. А. ШМАОНОВА



РЕКОМЕНДУЕТСЯ студентам, аспирантам,
научным сотрудникам университетов, вузов
и научно-исследовательских учреждений



САНКТ-ПЕТЕРБУРГ • МОСКВА • КРАСНОДАР •
2008

Звелто О.

З 43 Принципы лазеров / Пер. под науч. ред. Т. А. Шмаонова.
4-е изд. — СПб.: Издательство «Лань», 2008. — 720 с.: ил. —
(Учебные пособия для вузов. Специальная литература).

ISBN 978-5-8114-0844-3

Книга проф. О. Звелто «Принципы лазеров» (4-е издание) посвящена теме современного состояния физики лазеров и основам их применений. Основная цель монографии состоит в том, чтобы дать всеобъемлющее и единое описание процессов в лазерах на высоком научном уровне и в то же время обеспечить ясность понимания его как для студентов и начинающих ученых, так и для активно работающих исследователей. Эта цель реализована автором благодаря тому, что он, будучи профессором Миланского политехнического института, активно работал в новой области знаний — квантовой электронике, практически с момента ее возникновения, 50 лет тому назад. Для широкого круга читателей ценным является то, что автор подходит к описанию явлений в лазерах с точки зрения физической картины, привлекая математический аппарат для получения необходимых формул, которые позволяют проводить и конкретные расчеты лазерных систем. В первых главах (1–6) монографии изложены общие принципы функционирования лазеров, рассмотрены по отдельности элементы всех современных лазеров. В главах 7–8 излагаются особенности различных режимов работы лазеров как непрерывного, так и импульсного действия. В главах 9–10 описываются особенности использования в лазерах различных активных сред. В главах 11–12 рассматриваются свойства и преобразования лазерного излучения с точки зрения его применения. Монография снабжена обширным иллюстративным и справочным аппаратом, в том числе списком литературы, насчитывающим несколько сот наименований.

ББК 32.86-5

Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту № 06-02-30013



Обложка
А. Ю. ЛАПШИН

*Охраняется законом РФ об авторском праве.
Воспроизведение всей книги или любой ее части
запрещается без письменного разрешения издателя.*

*Любые попытки нарушения закона
будут преследоваться в судебном порядке.*

© Д. Н. Козлов, С. Б. Созинов,
К. Г. Адамович, Т. А. Шмаонов,
перевод на русский язык, 2008
© Издательство «Лань»,
издание на русском языке,
художественное оформление, 2008

Translation from the English language edition:
Principles of Lasers, 4th ed. By Orazio Svelto
Copyright © 1998 Plenum Publishing Corporation,
being a part of Springer Science + Business Media
All Rights Reserved

ПРЕДИСЛОВИЕ К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Появление настоящего издания моей книги на русском языке мотивировано как успехом трех предыдущих изданий (опубликованных в Советском Союзе соответственно в 1979, 1984 и 1990 гг.), так и рядом значительных достижений в области лазеров, реализованных с момента опубликования четвертого издания книги в 1998 г. на английском языке. Среди них следует упомянуть мощные волоконные лазеры, мощные дисковые лазеры, квантово-каскадные лазеры, спектры излучения лазеров в виде гребенки частот и частотную метрологию с помощью фемтосекундных лазерных импульсов, генерацию гармоник высших порядков и генерацию аттосекундных импульсов.

Таким образом, настоящее русское издание представляет собой существенно переработанный и дополненный вариант четвертого издания на английском языке. Тем не менее основная цель книги осталась прежней — дать *широкое и единое* представление о процессах в лазерах на уровне упрощений, совместимых с корректным описанием физических явлений. Поэтому книга позиционируется как справочное издание и как учебное пособие для студентов и аспирантов. В книгу введены следующие наиболее интересные *дополнения*.

1. Дается значительно более полное описание волоконных лазеров (глава 9), которое включает раздел о мощных волоконных лазерах с обсуждением условий, при которых увеличение диаметра сердцевины волокна еще обеспечивает режим генерации в одной поперечной моде.

2. Добавлен новый раздел о мощных лазерах на тонких дисках (глава 9), где описываются преимущества использования тонких дисков для уменьшения влияния тепловых эффектов, возникающих в активных средах в виде цилиндрических стержней. Рассмотрен особенно интересный случай кристалла, материала $\text{Yb}(3+)\text{:YAG}$.

3. Добавлен новый раздел о квантово-каскадных лазерах (глава 9), где рассмотрены активные среды либо на основе трех связанных квантовых ям, либо сверхрешетки, либо чирпированной сверхрешетки (решетка с переменным периодом).

4. Рассмотрены спектры излучения лазеров в виде гребенки частот, образующейся в процессе самомодуляции фемтосекундных импульсов излучения лазера с модулированной добротностью при их распространении в оптических волокнах специального вида (глава 12). Значительное внимание уделено рассмотрению применений такой гребенки для высокоточной метрологии частот при стабилизации как абсолютной частоты, так и сдвига фазы огибающей относительно несущей (the carrier-envelope offset phase).

5. Наконец, рассмотрена физика процессов генерации гармоник высоких порядков, включая трехступенчатую модель и условия совпадения фаз (глава 12). Приведено также детальное описание ситуаций, когда генерируется либо цуг аттосекундных импульсов в дальней ультрафиолетовой области начиная с лазерных импульсов, состоящих из нескольких периодов световых колебаний, либо один аттосекундный импульс.

Авторами описанных выше дополнений являются, по большей части, хорошо известные специалисты в соответствующих областях. Это Дэвид Ханна (раздел 2, глава 9), Петр Крюков (раздел 6, глава 12), Мауро Низоли (раздел 7, глава 12) и Гаэтано Скамарчо (раздел 4, глава 9). Их имена приводятся в начале соответствующих разделов, но мне хотелось бы поблагодарить их здесь всех вместе.

Особо теплую благодарность я хотел бы выразить *Тиграну Шмаонову*, который, как и в случае трех предыдущих русских изданий, *координировал как усилия переводчиков (Дмитрия Козлова, Сергея Созинова и Ксении Адамович) четвертого английского издания, так и всю работу по реализации русского издания.*

Я благодарю также издательство «Шпрингер» за предоставление лицензии на перевод и издание в России моей книги. *И наконец, мне хотелось бы выразить особую благодарность санкт-петербургскому издательству «ЛАНЬ», которое, в лице его директора Александра Никифорова, всячески содействовало процессу подготовки и осуществления самого издания.*

Несмотря на введенные дополнения, основной замысел книги и ее организация остались прежними, т. е. такими же, как и в предыдущих изданиях. *Основная идея автора состояла в том, чтобы повсюду, где это возможно, прибегать к интуитивной картине, а не к подробному математическому описанию явлений. Везде, где это полезно для понимания физической картины, приводятся простые математические соотношения, тогда как обсуждение более детальных математических моделей перенесено в приложения. Организация книги основана на представлении о том, что лазер состоит из трех основных элементов — активной среды, резонатора и системы накачки. Соответственно, после вводной главы, в главах 2–6 по отдельности описываются самые существенные характеристики этих элементов. На основе сведений, полученных об этих элементах, появляется возможность обсудить в главах 7 и 8 соответственно как непрерывный, так и нестационарный режи-*

мы работы лазеров. В последующих главах (9 и 10) описываются наиболее важные свойства лазеров с активными средами высокой и низкой плотности. В заключение, в главах 11 и 12, свойства пучков лазерного излучения рассматриваются под углом зрения возможных применений, при этом обсуждаются процессы преобразования параметров этого излучения — усиление мощности, преобразование частоты, расширение и сжатие импульса.

По мере появления новых изданий объем книги непрерывно рос. Поэтому легко представить себе, что весь материал книги уже не может уместиться в односеместровый курс лекций. Однако организация книги допускает несколько различных подходов к изучению материала. Например, те, кому более интересно изучить *физические принципы работы лазеров*, могут обратить основное внимание на первую часть книги (главы 2–8), а также на главу 11. Если, с другой стороны, читатель более заинтересован в изучении лазеров *с инженерной точки зрения*, то его внимание должно концентрироваться в большей степени на ее второй части (главы 5–12). *Уровень понимания текста* также может *варьироваться* путем более или менее детального изучения многочисленных задач, которые зачастую дают расширенное толкование некоторых вопросов, а также материала многочисленных приложений.

Процесс подготовки обновленного издания книги, помимо удовлетворения от самого процесса овладения культурными ценностями, представляет собой тяжелую интеллектуальную, да и физическую нагрузку. Автор нес эту тяжесть с радостью и с надеждой, что новое русское издание удовлетворит настоящую потребность в наиболее полной книге о принципах, на которых основаны современные лазеры, т. е. основные физические законы и явления, лежащие в основе их работы, устройства и применений.

Милан, июль 2007. Орацио ЗВЕЛТО

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА ПЕРЕВОДА

/

Предлагаемое читателям четвертое (исправленное и дополненное) издание книги проф. Орацио Звелто, известного итальянского ученого, одного из пионеров исследований в новой области фундаментальной и прикладной физики — квантовой электроники, родившейся уже почти полвека назад, дает последовательное изложение основ физики лазеров. Большой опыт автора — ученого и педагога — позволил ему отобрать наиболее существенное, представить современный уровень и подать материал таким образом, что книга легко воспринимается как студентом, усвоившим курсы общей физики и квантовой механики, так и опытным научным работником и инженером, для которых она может служить справочным пособием.

Жизнь пишущего эти строки сложилась таким образом, что ему довелось сознательно наблюдать грандиозный научно-технический прогресс второй половины XX века (и принимать в нем посильное участие). Без преувеличения можно утверждать, что важнейшим краеугольным камнем его явилось продвижение человечества на пути понимания и освоения явлений в области сверхвысоких частот электромагнитных колебаний (миллиметровые и субмиллиметровые волны, свет, рентгеновский диапазон...). Эта область знания в русской литературе условно именуется квантовой электроникой.

Степень влияния этого прогресса на жизнь современного человека невозможно переоценить. Наш шарик стал маленьким благодаря доступности и надежности качественной дальней связи (в частности, видеотелефонии по интернету и по сотовой связи, для которой практически нет государственных границ) и широкому распространению авиационного транспорта. Неимоверно и за короткое, по историческим меркам, время возросла производительность труда во всех, без исклю-

чения, областях производства, человечество попросту стало богаче, а качество жизни значительной части населения планеты существенно выросло.

Вот небольшая иллюстрация влияния этого прогресса на повседневную работу людей. Рукопись перевода третьего (Москва, 1990 г.) издания этой книги (готовилось в 1988–1989 гг.) писалась авторучкой, перепечатывалась на механической пишущей машинке и на городском транспорте отвозилась в издательство. Там переводчики и научный редактор садились за стол рядом и часами снимали вопросы по правке редактора издательства. Окончательная рукопись снова перепечатывалась на такой же машинке и сдавалась в типографию, где наборщики на «современной» электромеханической наборной машине подготавливали печать книги. Дальше печать гранок на бумаге и т. д. до окончательной печати тиража книги. Сравните этот процесс с тем, что происходило при работе над настоящим изданием. Переводчики получили по интернету файлы книги от автора (из Милана, Италия). Бумажный вариант книги имел только научный редактор для контроля. Переводчики (и научный редактор) сидели дома перед компьютерами, включенными в интернет, и имели возможность работать над рукописью хоть в реальном времени. Готовая рукопись отсылалась опять по интернету в издательство (в другой город) и дальнейшее общение (снятие вопросов и т. п.) происходило по интернету. Далее издательство отправило файл макета книги в типографию, где, на уже действительно современном оборудовании, с минимальным участием человека, происходило печатание тиража книги.

В описанном примере непосредственно или косвенно участвовали лазеры. Непосредственно — в устройствах считывания и обработки информации в компьютерах, в системах волоконно-оптической связи интернета, а косвенно — в технологиях производства микропроцессоров и других элементов микроэлектроники. Как видите, прогресс привел к весьма значительному повышению производительности труда и его облегчению. И так практически во всех отраслях производства. С лазерами и результатами их применений современный человек встречается, опять же без преувеличения, на каждом шагу — в транспорте, в магазине, на работе, у врача и т. д.

В Советском Союзе книга О. Звелто выдержала три издания (О. Звелто. Физика лазеров. — М.: Мир, 1979; О. Звелто. Принципы лазеров. — М.: Мир, 1984; О. Звелто. Принципы лазеров. — М.: Мир, 1990). Все три издания (по 10 000 (!) экземпляров каждое) были раскуплены в течение трех-четырех месяцев (!) после выхода их в свет. Книга получила заслуженное признание в университетах, технических вузах и многочисленных научно-исследовательских учреждениях нашей страны.

С момента появления первого издания прошло почти 30 лет. Это был период закрепления и развития достигнутых знаний о лазерах и разработки и внедрения разработанной на их основе аппаратуры в промышленность и повседневную жизнь, что обусловило необходимость изучения лазеров специалистами самых разных областей знания. Лазеры стали необходимым элементом в таких жизненно важных областях, как связь (на основе волоконной оптики), технология обработки материалов, микроэлектроника, медицина, научные исследования, в частности космические и другие, и т. п.

Без применения лазерных приборов теперь невозможно представить себе ни современную науку, ни передовые технологии.

Успех книги объясняется, по-видимому, и тем обстоятельством, что автор непрерывно работает над ней в течение почти сорока лет и представляемое читателю 4-е издание отражает как сам прогресс в физике и принципах конструирования лазеров, так и расширение аудитории читателей. Последнее в большой степени связано с тем, что О. Звелто читает курс лекций по лазерам в Миланском политехническом институте (Италия) и одновременно руководит научными и прикладными исследованиями в активно сотрудничающем с промышленностью Лазерном центре этого института.

В заключение хотелось бы выразить благодарность, прежде всего, автору книги О. Звелто за действительно заинтересованное и активное участие в процессе подготовки перевода книги на русский язык и внесении в него очень существенных поправок и дополнений (по сравнению с оригиналом 4-го издания на английском языке). Авторам дополнений упомянул и поблагодарил в своем предисловии сам автор книги. Большая помощь при организации работы над переводом была оказана Российским фондом фундаментальных исследований своим грантом (06-02-30013-д), Институтом общей физики им. А. М. Прохорова Российской академии наук и его директором чл.-корр. РАН И. А. Щербаковым.

Перевод книги выполнен специалистами в области квантовой электроники Д. Н. Козловым (гл. 1–6), С. Б. Созиновым (гл. 7–12) и К. Г. Адамович (задачи, списки литературы, предметный указатель, приложения). Огромная им благодарность за отличную работу.

Мне хотелось бы поблагодарить два издательства, благодаря доброй воле которых настоящее издание увидело свет. Это издательство «Шпрингер», предоставившее лицензию на издание книги в России, и российское издательство «ЛАНЬ», директор которого А. В. Никифоров активно содействовал изданию на всех этапах работы.

Автору этого предисловия остается только надеяться, что книга проф. О. Звелто будет способствовать появлению в нашей стране большого числа молодых высококвалифицированных специалистов, так необходимых нашему возрождающемуся после перестройки народному хозяйству.

Москва, январь 2008 г. *Т. А. ШМАОНОВ*

ИСХОДНЫЕ КОНЦЕПЦИИ

В этой вводной главе в упрощенной форме описываются фундаментальные физические процессы и основные идеи, лежащие в основе работы лазеров. Кратко обсуждаются также свойства лазерных пучков. Таким образом, основная цель этой главы — познакомить читателя со множеством понятий и концепций, которые будут рассматриваться в последующих главах, и, следовательно, помочь ему понять логику организации книги.

Построение книги фактически основано на представлении о том, что лазер можно рассматривать как совокупность трех основных элементов: активной среды, системы накачки энергией и резонатора. В соответствии с этим в главах 2 и 3, следующих за вводной главой, рассмотрены процессы взаимодействия излучения с веществом различных типов — начиная с простейших, т. е. одиночных атомов или ионов (глава 2), и заканчивая более сложными, т. е. молекулами и полупроводниками (глава 3). В главе 4, в качестве введения в описание оптических резонаторов, обсуждаются некоторые вопросы, относящиеся к распространению лучей и волн в некоторых оптических средах и элементах, таких как свободное пространство, оптические элементы типа линзы, интерферометры Фабри–Перо и многослойные диэлектрические покрытия. В главе 5 излагается теория оптических резонаторов, а в главе 6 рассмотрены процессы накачки. Идеи, представленные в этих главах, используются затем в главах 7 и 8, где приводится теоретическое описание работы лазеров в режимах соответственно непрерывного и нестационарного (импульсного) излучения. Эта теория основана на приближении низшего порядка, т. е. использует скоростные уравнения. На самом деле такой подход оказывается применимым для описания большинства свойств лазеров. Поскольку лазеры,

в которых используются различные активные среды, существенно отличаются по своим параметрам, то в главах 9 и 10 рассматриваются характерные особенности некоторых типов лазеров: в главе 9 представлены лазеры на ионных кристаллах, растворах органических красителей и полупроводниках, имеющие несколько общих черт; в главе 10 описаны газовые и химические лазеры, а также лазеры на свободных электронах. Переходя к этой части книги, читатель уже должен обладать достаточным пониманием принципов работы лазеров, чтобы приступить к изучению тех свойств излучения на выходе из лазера (когерентности, монохроматичности, яркости, шумовых характеристик), которые рассмотрены в главе 11. Содержание главы 12 обусловлено тем, что перед непосредственным применением лазерное излучение, вообще говоря, подвергают некоторым преобразованиям, которые могут включать в себя: (1) преобразование параметров пространственной структуры пучка в результате его прохождения, например, через систему линз; (2) преобразование энергетических параметров пучка после прохождения его через усилитель; (3) преобразование спектра или частоты излучения с использованием каких-либо нелинейно-оптических явлений (генерация второй гармоники, параметрические процессы); (4) преобразование временных параметров излучения путем, например, сжатия или удлинения лазерного импульса.

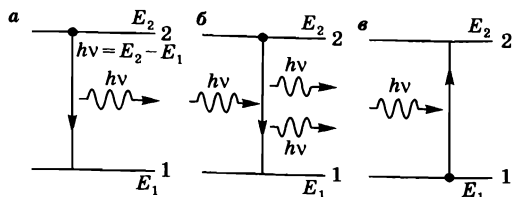
1.1. СПОНТАННОЕ И ВЫНУЖДЕННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, ПОГЛОЩЕНИЕ

Для описания явления спонтанного излучения (рис. 1.1а) рассмотрим два энергетических состояния, 1 и 2, некоторого атома или молекулы данного вещества, с энергиями соответственно E_1 и E_2 ($E_1 < E_2$). С точки зрения последующего рассмотрения это может быть любая пара из неограниченного набора состояний, характерных для данного атома. Удобно, однако, принять состояние 1 за основное. Предположим, что первоначально атом находится в состоянии 2. Поскольку $E_2 > E_1$, то атом будет стремиться перейти в состояние 1. В результате такого перехода атом должен выделить энергию, равную разности ($E_2 - E_1$), называемой иногда энергией перехода. Когда эта энергия выделяется в виде электромагнитной волны, процесс называют *спонтанным излучением*. При этом частота ν_0 излученной волны выражается хорошо известным соотношением:

$$\nu_0 = (E_2 - E_1)/h, \quad (1.1.1)$$

в котором h — постоянная Планка. Таким образом, спонтанное излучение характеризуется испусканием фотона с энергией $h\nu_0 = (E_2 - E_1)$ при переходе атома из состояния 2 в состояние 1 (рис. 1.1а). Отметим, что излучение фотона является для атома только одним из двух возможных способов перейти из одного состояния в другое. Такой переход может произойти также и без излучения фотона. В этом случае энергия перехода ($E_2 - E_1$) выделяется в иной, отличной от электромагнитного излучения, форме (например, избы-

Рис. 1.1
Схематическая иллюстрация
трех процессов: (а) спонтанного
излучения, (б) вынужденного
излучения, (в) поглощения.



ток энергии может перейти в кинетическую или внутреннюю энергию окружающих атомов или молекул). Такой процесс называют *безызлучательным переходом*, или *безызлучательной дезактивацией*.

Предположим теперь, что атом первоначально находится в состоянии 2, и при этом на среду падает электромагнитная волна с частотой $\nu = \nu_0$, равной частоте волны, которая испускалась бы при спонтанном переходе $2 \rightarrow 1$ (рис. 1.1б). Поскольку частоты этих двух волн одинаковы, оказывается, что существует конечная вероятность того, что падающая волна вызовет переход атома из состояния 2 в состояние 1. В этом случае энергия $(E_2 - E_1)$ выделится в виде электромагнитного излучения, которое добавится к падающему. В этом и заключается явление *вынужденного излучения*, иногда называемого также индуцированным излучением. Между процессами спонтанного и вынужденного излучения существует принципиальное различие. В случае спонтанного излучения различные атомы испускают электромагнитные волны, никак не связанные по фазе друг с другом. Более того, каждая из этих волн может быть испущена в любом направлении. В случае же вынужденного излучения, поскольку этот процесс вызывается падающей электромагнитной волной, волна, испущенная любым из атомов, добавляется к падающей, имея одинаковую с ней фазу и распространяясь в том же направлении.

Предположим теперь, что атом первоначально находится в состоянии 1 (рис. 1.1в). Если это состояние — основное, то атом будет оставаться в нем до тех пор, пока не появится какое-либо действующее на него внешнее возмущение. Пусть на среду падает электромагнитная волна с частотой $\nu = \nu_0$. В этом случае существует конечная вероятность того, что атом перейдет в верхнее состояние 2. Энергия $(E_2 - E_1)$, которая потребуется атому, чтобы осуществить этот переход, будет при этом заимствована из энергии падающей электромагнитной волны. В этом заключается процесс *поглощения*.

Для того чтобы ввести определения вероятностей описанных процессов излучения и поглощения, обозначим через N_i число атомов (или молекул) в единице объема, которые в момент времени t находятся в данном состоянии i . Далее величину N_i будем называть *населенностью состояния* (или соответствующего уровня) i .

В случае спонтанного излучения определить вероятность перехода можно исходя из утверждения, что скорость уменьшения населенности верхнего состояния $(dN_2/dt)_{sp}$ должна быть пропорциональна населенности N_2 . Следовательно, можно записать:

$$\left(\frac{dN_2}{dt} \right)_{sp} = -AN_2, \quad (1.1.2)$$

где знак минус означает, что населенность уменьшается со временем. Введенный таким образом коэффициент A является положительной константой, называемой *вероятностью спонтанного излучения для перехода*, либо *вероятностью спонтанного излучательного перехода* (в единицу времени), или *коэффициентом Эйнштейна A* (выражение для A было впервые получено Эйнштейном из термодинамических соображений). Величину $\tau_{sp} = 1/A$ называют *временем жизни при спонтанном излучении*, или *излучательным временем жизни, для перехода*. Аналогичным образом выражение для скорости уменьшения населенности верхнего состояния за счет безызлучательной дезактивации можно, вообще говоря, записать в виде

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{nr} = -\frac{N_2}{\tau_{nr}}, \quad (1.1.3)$$

где τ_{nr} называют *безызлучательным временем жизни для перехода*. Отметим, что в случае спонтанного излучения значение величины A (а также величины τ_{sp}) определяется только свойствами конкретно взятого перехода. Напротив, при безызлучательном переходе τ_{nr} зависит не только от свойств перехода, но и от параметров окружающей атом среды.

Перейдем, по аналогии, к вероятностям вынужденных процессов (излучения или поглощения). Для вынужденного излучения можно записать:

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{st} = -W_{21}N_2, \quad (1.1.4)$$

где $(dN_2/dt)_{st}$ — скорость переходов $2 \rightarrow 1$ за счет вынужденного излучения, а W_{21} — *вероятность вынужденного излучения для перехода*, или *вероятность вынужденного излучательного перехода* (в единицу времени). Как и коэффициент A , определяемый соотношением (1.1.2), коэффициент W_{21} также имеет размерность (время)⁻¹. Однако, в отличие от A , величина W_{21} зависит не только от характеристик конкретного перехода, но и от интенсивности падающей электромагнитной волны. Точнее, для плоской волны можно записать:

$$W_{21} = \sigma_{21}F, \quad (1.1.5)$$

где F — плотность потока фотонов в падающей волне, а σ_{21} — величина, имеющая размерность площади (ее называют *поперечным сечением*, или, кратко, *сечением вынужденного излучения для перехода*, либо *сечением вынужденного излучательного перехода*) и зависящая от характеристик данного перехода.

По аналогии с (1.1.4) можно определить *вероятность поглощения излучения для перехода*, или *вероятность вынужденного перехода с поглощением излучения* (в единицу времени) W_{12} , используя соотношение

$$\left(\frac{dN_1}{dt}\right)_a = -W_{12}N_1, \quad (1.1.6)$$

где $(dN_1/dt)_a$ — скорость переходов $1 \rightarrow 2$ за счет поглощения, а N_1 — населенность состояния 1. Величину W_{12} можно выразить соотношением, по виду подобным соотношению (1.1.5):

$$W_{12} = \sigma_{12}F, \quad (1.1.7)$$

где σ_{12} — некоторая характерная величина с размерностью площади (называемая *сечением поглощения для перехода*), которая зависит только от свойств рассматриваемого перехода.

Таким образом, вынужденные процессы можно охарактеризовать сечениями вынужденного излучения σ_{21} и поглощения σ_{12} . Еще в начале XX века Эйнштейн показал, что для невырожденных состояний справедливо равенство $W_{21} = W_{12}$ и, следовательно, $\sigma_{21} = \sigma_{12}$. Если же состояния 1 и 2 соответственно g_1 - и g_2 -кратно вырождены, то выполняется соотношение

$$g_2 W_{21} = g_1 W_{12}, \quad (1.1.8)$$

откуда следует, что

$$g_2 \sigma_{21} = g_1 \sigma_{12}. \quad (1.1.9)$$

Отметим, что элементарные акты процессов спонтанного излучения, вынужденного излучения и поглощения могут быть следующим образом описаны на основе представления об излучении и поглощении отдельных фотонов (см. рис. 1.1): (а) в процессе спонтанного излучения атом переходит из состояния 2 в состояние 1, при этом испускается один фотон; (б) в процессе вынужденного излучения один падающий фотон вызывает переход $2 \rightarrow 1$, в результате которого имеются уже два фотона — падающий и испущенный; (в) в процессе поглощения один падающий фотон просто исчезает, вызывая переход $1 \rightarrow 2$. Таким образом, в каждом акте вынужденного излучения происходит рождение, а в каждом акте поглощения — уничтожение одного фотона.

1.2. ПРИНЦИП РАБОТЫ ЛАЗЕРА

Рассмотрим два произвольных энергетических состояния 1 и 2 некоторого вещества и обозначим соответственно через N_1 и N_2 их населенности. Если в данном веществе вдоль оси z распространяется плоская электромагнитная волна с плотностью потока фотонов F (рис. 1.2), то малое изменение плотности потока dF в тонком слое толщиной dz (заштрихованная область на рис. 1.2) будет обусловлено как процессами вынужденного излучения, так и поглощения. Пусть через S обозначена площадь поперечного сечения пучка. Разность между числами фотонов, покидающих выделенный объем и поступающих в него в единицу времени, будет при этом равна SdF . Поскольку в каждом акте вынужденного излучения рождается, а в каждом акте поглощения уничтожается один фотон, то величина SdF должна равняться разнице между числом актов вынужденного излучения

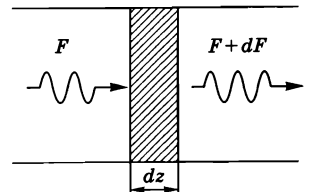


Рис. 1.2
Малое изменение плотности потока фотонов dF в плоской электромагнитной волне при прохождении через тонкий слой вещества толщиной dz

и поглощения, произошедших в рассматриваемом объеме в единицу времени. Используя соотношения (1.1.4) и (1.1.6), можно записать: $SdF = (W_{21}N_2 - W_{12}N_1)(Sdz)$, где Sdz — объем заштрихованной области. Отметим, что при выводе этого соотношения не учитывались спонтанные излучательные и безызлучательные переходы, поскольку последние не приводят к рождению новых фотонов, а спонтанно испущенные фотоны не дают вклада в падающую плоскую волну. Действительно, спонтанное излучение испускается по всем направлениям и на длине волны, не обязательно совпадающей с длиной волны падающего излучения.

Здесь и ниже будем полагать, для простоты, что рассматриваемые состояния либо невырождены, либо имеют одинаковую кратность вырождения (т. е. $g_1 = g_2$). Из приведенного выше соотношения с помощью (1.1.5) и (1.1.7) получаем

$$dF = \sigma F[N_2 - N_1]dz. \quad (1.2.1)$$

Здесь введено обозначение $\sigma_{21} = \sigma_{12} = \sigma$, а параметр σ будет далее называться *поперечным сечением перехода*.

Из соотношения (1.2.1) следует, что в случае $N_2 > N_1$ среда ведет себя как усиливающая (т. е. $dF/dz > 0$), а в случае $N_2 < N_1$ — как поглощающая. Известно, что при тепловом равновесии населенности состояний описываются статистикой Больцмана. Так, если N_1^e и N_2^e — равновесные населенности двух состояний, то

$$\frac{N_2^e}{N_1^e} = \exp\left[-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right], \quad (1.2.2)$$

где k — постоянная Больцмана, а T — абсолютная температура среды. Таким образом, видно, что в случае теплового равновесия $N_2^e < N_1^e$. Согласно (1.2.1) среда при этом должна поглощать излучение на частоте ν_0 . Именно это и происходит при обычных условиях. Однако если каким-то образом реализуются неравновесные условия, при которых $N_2 > N_1$, то среда будет вести себя как усилитель. В этих случаях говорят, что в среде существует *инверсия населенностей*. Имеется в виду, что разность населенностей $N_2 - N_1$ противоположна по знаку той, которая существует при тепловом равновесии ($N_2^e - N_1^e < 0$). Среду, в которой создается инверсия населенностей, называют *активной средой*.

Если частота перехода $\nu_0 = (E_2 - E_1)/h$ попадает в СВЧ-диапазон, то усилитель такого типа называют *мазерным* (англ. *maser*), что является акронимом английского названия соответствующего процесса: *Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation* — усиление микроволн за счет вынужденного испускания излучения. Если же частота перехода находится в оптическом диапазоне, то усилитель называют *лазерным*. Соответствующий акроним (англ. *laser*) получен из предыдущего заменой слова *Microwave* в названии на *Light* (свет).

Для того чтобы усилитель превратить в генератор, необходимо дополнить его подходящей положительной обратной связью. В СВЧ-диапазоне это достигается тем, что активную среду помещают в объемный резонатор, имею-

Рис. 1.3
Схематическое
изображение лазера



щий резонанс на частоте ν_0 . В случае лазерного генератора положительную обратную связь обычно обеспечивают путем размещения активной среды между двумя зеркалами с высоким коэффициентом отражения (например, между плоскопараллельными зеркалами, как показано на рис. 1.3). При этом плоская электромагнитная волна, распространяющаяся в среде вдоль направления нормали к плоскостям зеркал, будет поочередно отражаться от них обратно и усиливаться при каждом проходе через активную среду. Если одно из двух зеркал (например, зеркало 2) сделано частично прозрачным, то за этим зеркалом можно получить пучок выходящего из генератора излучения.

Важно понимать, что для работы как мазерных, так и лазерных генераторов требуется выполнение определенного, так называемого порогового, условия. Так, лазерный генератор начинает излучать тогда, когда усиление в активной среде компенсирует потери в нем (например, потери за счет частичного выхода излучения из резонатора через зеркало). Согласно соотношению (1.2.1) усиление за один проход в активной среде (т. е. отношение плотностей потока фотонов на выходе и на входе) составляет $\exp\{\sigma[N_2 - N_1]l\}$, где l — длина активной среды. Обозначим теперь энергетические коэффициенты отражения зеркал (рис. 1.3) соответственно через R_1 и R_2 , а *внутренние потери* за один проход внутри резонатора лазера — через L_i . Если F — это плотность потока фотонов в резонаторе, отраженных в данный момент времени от зеркала 1 и движущихся в направлении зеркала 2, то плотность потока фотонов F' , отраженных от зеркала 1 после одного полного прохода резонатора, будет составлять

$$F' = F \exp\{\sigma(N_2 - N_1)l\} \times (1 - L_i)R_2 \times \exp\{\sigma(N_2 - N_1)l\} \times (1 - L_i)R_1.$$

На пороге генерации должно выполняться условие $F = F'$ и, следовательно, соотношение $R_1 R_2 (1 - L_i)^2 \exp\{2\sigma(N_2 - N_1)l\} = 1$. Из него следует, что порог генерации достигается тогда, когда инверсия населенностей $N = (N_2 - N_1)$ возрастает до величины, называемой *критической*, или *пороговой, инверсией населенностей*, и равной

$$N_c = -[\ln R_1 R_2 + 2 \ln (1 - L_i)] / 2\sigma l. \quad (1.2.3)$$

Соотношение (1.2.3) можно упростить, вводя обозначения

$$\gamma_1 = -\ln R_1 = -\ln (1 - T_1), \quad (1.2.4a)$$

$$\gamma_2 = -\ln R_2 = -\ln (1 - T_2), \quad (1.2.4b)$$

$$\gamma_i = -\ln (1 - L_i), \quad (1.2.4c)$$

где T_1 и T_2 — энергетические коэффициенты пропускания зеркал (для упрощения поглощением в зеркалах пренебрегается). Подстановка соотношений (1.2.4) в (1.2.3) дает

$$N_c = \gamma / \sigma l, \quad (1.2.5)$$

где

$$\gamma = [2\gamma_i + (\gamma_1 + \gamma_2)]/2. \quad (1.2.6)$$

Заметим, что величину γ_i , определенную соотношением (1.2.4в), можно назвать внутренними логарифмическими потерями. Действительно, если $L_i \ll 1$, что обычно выполняется, то $\gamma_i = L_i$. Аналогично, поскольку как T_1 , так и T_2 характеризуют потери за счет выхода излучения из резонатора, то величины γ_1 и γ_2 , определяемые соотношениями (1.2.4а–б), можно назвать (*логарифмическими*) *потерями на зеркалах резонатора*. Таким образом, величину $2\gamma_i + (\gamma_1 + \gamma_2)$, стоящую в числителе выражения (1.2.3), будем называть (*логарифмическими*) *потерями за один полный обход резонатора*, а вдвое меньшую величину γ из соотношения (1.2.6) — (*логарифмическими*) *потерями за один проход резонатора*.

При достижении пороговой инверсии населенностей из спонтанного излучения развивается генерация. Действительно, фотоны, спонтанно испущенные вдоль оси резонатора, инициируют процесс усиления излучения. Этот механизм и лежит в основе работы лазерного генератора, который обычно называют просто лазером. Заметим, что, согласно смыслу акронима «лазер», его следует применять только по отношению к генераторам видимого излучения. Однако то же самое название широко используется для обозначения любого устройства, испускающего вынужденное излучение, — будь то в дальнем или ближнем ИК-, УФ- или даже в рентгеновском диапазонах. Чтобы уточнить тип испускаемого лазером излучения, говорят, соответственно, о лазерах инфракрасного, видимого, ультрафиолетового или рентгеновского диапазонов.

1.3. СХЕМЫ НАКАЧКИ

Посмотрим теперь, каким образом в данной среде можно создать инверсию населенностей. На первый взгляд может показаться, что ее можно получить в результате облучения среды интенсивным электромагнитным излучением, например испускаемым достаточно мощной лампой, на частоте $\nu = \nu_0$. Действительно, поскольку при тепловом равновесии $N_2 < N_1$, то поглощение будет преобладать над вынужденным излучением. В этом случае падающая волна будет вызывать больше переходов $1 \rightarrow 2$, чем переходов $2 \rightarrow 1$, и можно надеяться получить в результате инверсию населенностей. Однако нетрудно заметить, что такой механизм не работает (по крайней мере, при стационарных условиях). Когда будет достигнуто условие $N_2 = N_1$, процессы поглощения и вынужденного излучения будут компенсировать друг друга и, в соответствии с (1.2.1), среда станет прозрачной. Эту ситуацию обычно называют *насыщением* двухуровневой системы.

Таким образом, используя только два уровня, 1 и 2, невозможно создать инверсию населенностей.¹ Зададимся вопросом, возможно ли создать ее

¹ Здесь имеется в виду накачка «в лоб». Однако специальные методы позволяют создать инверсию населенностей и в случае двух уровней. — *Прим. редактора.*

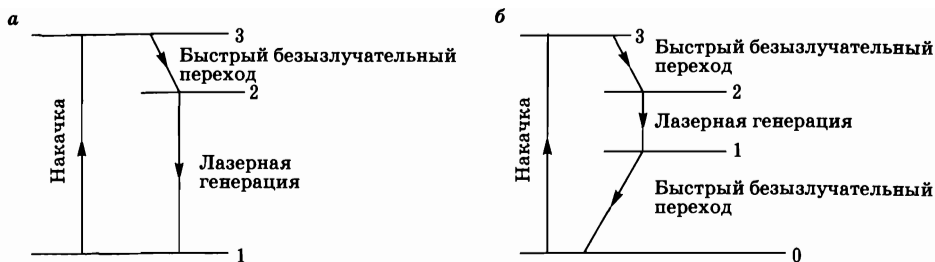


Рис. 1.4
Трехуровневая (а) и четырехуровневая (б) схемы лазера

с использованием более чем двух из неограниченного набора уровней данной атомарной системы. Как будет видно далее, в этом случае ответ будет положительным, и можно будет говорить соответственно о трех- или четырехуровневых лазерах, в зависимости от числа используемых уровней (рис. 1.4). В *трехуровневом лазере* (рис. 1.4а) атомы некоторым способом быстро переводят, или «накачивают», с уровня 1 (основного) на уровень 3. Если среда такова, что атом, возбужденный на уровень 3, быстро переходит на уровень 2 (возможно, в результате быстрого безызлучательного перехода), то в этой среде можно получить инверсию населенностей уровней 2 и 1. В *четырёхуровневом лазере* (рис. 1.4б) атомы также переводят с основного уровня (для удобства будем называть его нулевым) на уровень 3. Если после этого атом быстро переходит на уровень 2 (например, опять в процессе быстрой безызлучательной дезактивации), то можно и в этом случае получить инверсию населенностей уровней 2 и 1. Когда в таком четырехуровневом лазере начинается генерация, атомы за счет вынужденного излучения переходят с уровня 2 на уровень 1. Поэтому для работы четырехуровневого лазера в непрерывном режиме необходимо, чтобы переходы $1 \rightarrow 0$ также происходили очень быстро (обычно они обусловлены быстрыми безызлучательными переходами).

Итак, показано, каким образом можно использовать три или четыре энергетических уровня данной среды для создания инверсии населенностей. Можно задаться вопросом, зачем рассматривать использование четырехуровневой схемы, если уже и трехуровневая по-видимому весьма удобна для создания инверсии населенностей. Ответ состоит в том, что, вообще говоря, в четырехуровневой схеме гораздо проще получить инверсию населенностей, чем в трехуровневой. Чтобы убедиться в этом, прежде всего отметим, что разности энергий различных уровней, показанных на рис. 1.4, обычно гораздо больше kT . В соответствии со статистикой Больцмана (см., например, выражение (1.2.2)) можно при этом утверждать, что большая часть атомов вначале (т. е. в условиях теплового равновесия) находится на основном уровне. Если обозначить через N_i полную плотность числа атомов среды, то в случае трехуровневой схемы все эти атомы первоначально будут находиться на уровне 1. Начнем накачивать атомы с уровня 1 на уровень 3. Тогда с этого уровня они будут переходить на уровень 2, и если этот переход окажется достаточно быстрым, то уровень 3 останется практически незаселенным. Тогда, в соответствии с (1.2.1), потери на поглощение начнут компенсироваться усилением излучения

при достижении условия $N_2 = N_1 = N_t/2$. Только начиная с этого момента каждый атом, переведенный на верхний уровень, будет давать вклад в инверсию населенностей. В то же время при четырехуровневой схеме, поскольку уровень 1 первоначально также не заселен, любой атом, оказавшийся на верхнем уровне, будет сразу же давать вклад в инверсию населенностей. Эти рассуждения показывают, что по возможности следует выбирать активные среды, работающие по четырех-, а не по трехуровневой схеме. Отметим, что будет ли среда работать по какой-либо из этих схем (и будет ли она работать вообще!), зависит от того, насколько выполняются различные перечисленные выше условия.

Следует также отметить, что название «четырёхуровневый» применяют для любого лазера, чей нижний лазерный уровень практически не заселен, поскольку энергетически он находится выше основного уровня на величину, много большую kT . Если при этом уровни 2 и 3 совпадают, то получаем схему, которую в указанном выше смысле следовало бы описывать как четырехуровневую, хотя реально в среде есть только три уровня. Среды, отвечающие четырехуровневым схемам такого типа, действительно встречаются.

Отметим, что недавно к особому типу стали относить так называемые *квазитрехуровневые лазеры*. Их основной уровень состоит из большого числа подуровней, одним из которых является нижний лазерный уровень. Таким образом, для квазитрехуровневых лазеров можно по-прежнему использовать схему на рис. 1.4б, подразумевая, что уровень 1 — это один из подуровней, а уровень 0 — самый нижний подуровень основного уровня. Если все подуровни основного уровня сильно связаны между собой — возможно, за счет некоторого механизма безызлучательного обмена, — то их населенности всегда находятся в тепловом равновесии. Предположим далее, что разность энергий уровней 1 и 0 (см. рис. 1.4б) сравнима с kT . Тогда, согласно соотношению (1.2.2), населенность нижнего лазерного уровня будет всегда существенно отличаться от нуля. Такая лазерная система будет обладать свойствами трехуровневого лазера, в котором заметная доля частиц находится на нижнем лазерном уровне.

Процесс, в результате которого атомы переводят с уровня 1 на уровень 3 (в трехуровневой схеме), с уровня 0 на уровень 3 (в четырехуровневой схеме) или с основного уровня на уровень 3 (в квазитрехуровневой схеме), называют *накачкой*. Имеется несколько способов, с помощью которых можно практически осуществить этот процесс, — например использование некоторых типов достаточно мощных ламп или электрического разряда в активной среде. Более подробно процессы накачки будут рассмотрены в главе 6. Здесь же заметим только, что если накачиваемый уровень 3 не заселен, то скорость, с которой будет происходить заселение верхнего лазерного уровня 2 за счет накачки, $(dN_2/dt)_p$, можно в общем случае выразить в виде $(dN_2/dt)_p = W_p N_g$. Здесь W_p — коэффициент, характеризующий скорость процесса накачки, а N_g — населенность основного уровня для трех- и четырехуровневых лазеров, или населенность всех подуровней основного уровня — для квазитрехуровневых лазеров. В дальнейшем, однако, как правило, будут рассматриваться четырех- или квазитрехуровневые лазеры. Наиболее важный трехуровневый лазер — лазер на рубине — представляет прежде всего исторический интерес (это был первый когда-либо созданный лазер), поскольку он уже не имеет широкого распро-

странения. В большинстве используемых в настоящее время четырех- или квазитрехуровневых лазеров уменьшением населенности основного уровня за счет процессов накачки можно пренебречь.¹ Тогда можно положить $N_g = \text{const}$ и записать рассматриваемое соотношение для $(dN_2/dt)_p$ в более простом виде:

$$(dN_2/dt)_p = R_p, \quad (1.3.1)$$

где R_p можно назвать *скоростью накачки в единице объема*, или, кратко, *скоростью накачки*. Для того чтобы обеспечивалось выполнение пороговых условий генерации, скорость накачки должна достигнуть *пороговой*, или *критической*, величины R_{cr} . Конкретные выражения для R_{cr} будут получены в главах 6 и 7.

1.4. СВОЙСТВА ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ

Лазерное излучение характеризуется чрезвычайно высокой степенью монохроматичности, когерентности, направленности и яркости. К этим свойствам можно добавить пятое, а именно — малую длительность лазерных импульсов, которая непосредственно связана с возможностями генерации сверхкоротких импульсов света. Это свойство менее фундаментально, но тем не менее оно является весьма важным. Рассмотрим теперь перечисленные свойства более подробно.

1.4.1. МОНОХРОМАТИЧНОСТЬ

Свойство *монохроматичности* определяется следующими двумя обстоятельствами: (1) только электромагнитная волна с частотой ν , определяемой выражением (1.1.1), может быть усилена; (2) поскольку устройство из двух зеркал представляет собой резонатор, то генерация может происходить только на собственных частотах этого резонатора. Последнее обстоятельство приводит к тому, что ширина спектра лазерного излучения часто бывает значительно меньше (вплоть до 10 порядков величины), чем обычная ширина линии перехода $2 \rightarrow 1$, наблюдаемая при спонтанном излучении.

1.4.2. КОГЕРЕНТНОСТЬ

В первом приближении, для любой электромагнитной волны можно ввести две независимых характеристики когерентности, а именно: *пространственную когерентность* и *временную когерентность*. Для того чтобы определить понятие пространственной когерентности, рассмотрим две точки P_1 и P_2 , выбранные таким образом, что в момент времени $t = 0$ они находятся

¹ Отметим, что по мере того, как квазитрехуровневый лазер приближается по своим свойствам к чисто трехуровневому, предположение о том, что изменение населенности основного уровня за счет процессов накачки пренебрежимо мало, с очевидностью становится несправедливым. Отметим также, что в лазерах на основе оптических волокон, в которых при использовании диодных лазеров легко достигается очень высокая скорость накачки, основное состояние может быть почти полностью опустошено.

на одном и том же волновом фронте некоторой электромагнитной волны, и пусть $E_1(t)$ и $E_2(t)$ — соответствующие напряженности электрического поля в этих точках. По определению, в момент времени $t = 0$ разность фаз напряженностей электрического поля в этих точках равна нулю. Если эта разность фаз остается равной нулю в любой момент времени $t > 0$, то говорят, что между этими двумя точками имеется полная когерентность. Если такая когерентность существует между любыми парами точек волнового фронта, то говорят, что данная волна характеризуется *полной пространственной когерентностью*. В реальности, для любой точки P_1 все точки P_2 , фаза напряженности поля в которых достаточно коррелирована с фазой в точке P_1 , располагаются внутри некоторой конечной области вокруг этой точки P_1 . В этом случае говорят, что волна характеризуется *частичной пространственной когерентностью*, причем для любой точки P можно определенным образом ввести *площадь когерентности* $S_c(P)$.

Для того чтобы определить понятие временной когерентности, рассмотрим напряженности электрического поля электромагнитной волны в данной точке P в моменты времени t и $t + \tau$. Если при данной задержке τ разность фаз напряженностей поля остается постоянной в любой момент времени t , то говорят о существовании временной когерентности на интервале времени τ . Если это условие сохраняется при любом значении τ , то говорят, что волна характеризуется *полной временной когерентностью*. Классически электромагнитной волной с полной временной когерентностью является такая, напряженность электрического (и магнитного) поля которой может быть представлена синусоидой вида $E = E_0 \sin(\omega t + \phi)$, где как амплитуда E_0 , так и фаза ϕ не зависят от времени. В этом случае разность фаз в моменты времени t и

$t + \tau$, равная $\Delta\phi = [\omega(t + \tau) + \phi - (\omega t + \phi)] = \omega\tau$, действительно не зависит от времени. Если же разность фаз напряженностей поля остается постоянной (в среднем) при таких задержках τ , что $0 < \tau < \tau_0$, то говорят о *частичной временной когерентности* волны, с характерным *временем когерентности* τ_0 . Пример электромагнитной волны с временем когерентности, равным (примерно) τ_0 , приведен на рис. 1.5. Эта волна представляет собой синусоидальное электрическое поле со скачкообразными изменениями фазы через промежутки времени τ_0 . В этом случае при $\tau < \tau_0$ разность фаз напряженностей поля остается постоянной, т. е. равной $\omega\tau$, для всех моментов времени t , кроме тех, для которых в интервале между моментами времени t и $t + \tau$ происходит скачок фазы. Напротив, если $\tau > \tau_0$, то произвольный скачок фазы в интервале между моментами времени t и $t + \tau$ происходит всегда, так что получаемая разность фаз будет случайной величиной, изменяющейся в интервале от 0 до 2π .

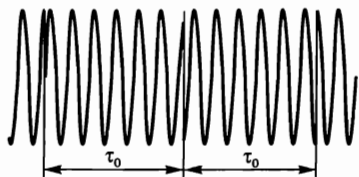


Рис. 1.5
Пример электромагнитной волны
с временем когерентности
порядка τ_0

Можно заметить, что волна, изображенная на рис. 1.5, не является монохроматической. Действительно, если применить к соответствующему сигналу преобразование Фурье, то можно показать, что спектральная ширина это-

го сигнала будет составлять $\Delta\nu \cong 1/\tau_0$. Таким образом, по крайней мере в рассмотренном случае, время когерентности равно $\tau_c \cong 1/\Delta\nu$, а представление о временной когерентности, как видно, напрямую связано с понятием монохроматичности. Однако в главе 11 будет показано, что приведенные результаты справедливы для любой стационарной электромагнитной волны. В той же главе покажем, что в случае нестационарного, но периодически повторяющегося излучения (например, излучения, получаемого в результате периодической модуляции добротности резонатора или синхронизации мод лазера), время когерентности не связано обратно пропорциональной зависимостью с шириной спектра генерации $\Delta\nu$ и фактически может намного превышать величину $1/\Delta\nu$.

Важно отметить, что временная и пространственная когерентности не связаны друг с другом. Действительно, можно привести примеры волн с полной пространственной и только частичной временной когерентностью (и наоборот). Например, предположим, что волна, изображенная на рис. 1.5, представляет собой (с точностью до амплитуды) напряженность электрического поля в рассмотренных выше точках P_1 и P_2 . Поскольку пространственная когерентность характеризуется разностью фаз напряженностей в двух точках в одно и то же время, то, как легко видеть, эта разность фаз всегда равна нулю. Таким образом, пространственная когерентность между точками P_1

и P_2 будет полной, хотя волны, проходящие через каждую из точек, имеют лишь частичную временную когерентность. В качестве второго примера допустим, что волны, проходящие через точки P_1 и P_2 , имеют все тот же вид, представленный на рис. 1.5, но при этом моменты фазовых скачков и их величины абсолютно некоррелированы. Эта ситуация продемонстрирована на рис. 1.6, где построена зависимость от времени фаз $\phi_1(t)$ и $\phi_2(t)$ двух волн. Поскольку по-прежнему степень пространственной когерентности определяется разностью фаз напряженностей в двух точках в одно и то же время, то из рис. 1.6 нетрудно заметить, что эта разность является случайной величиной. Таким образом, имеет место полное отсутствие пространственной когерентности между двумя рассматриваемыми точками, хотя волны и характеризуются частичной временной когерентностью.¹

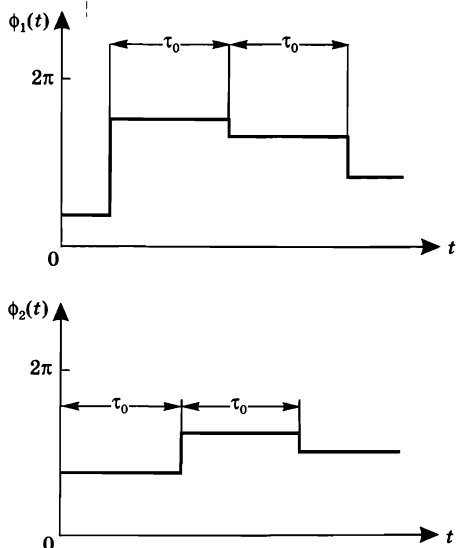


Рис. 1.6
Возможное поведение во времени фаз $\phi_1(t)$ и $\phi_2(t)$ электромагнитных волн в двух точках P_1 и P_2 , пространственная когерентность между которыми полностью отсутствует.

¹ Действительно, длительность интервала τ_0 на рис. 1.6, в принципе, может быть сделана сколь угодно большой, так что каждая из двух волн, зависимость фазы которых от времени показана на рисунке, будет становиться все более и более монохроматической.

В заключение этого раздела подчеркнем, что понятия временной и пространственной когерентности позволяют охарактеризовать только когерентность лазерного излучения первого порядка. Свойства когерентности высших порядков будут рассмотрены в главе 11. Подобное рассмотрение весьма важно для всестороннего выявления различий между классическим источником света и лазером. Будет показано, что за счет различий в соответствующих свойствах когерентности высших порядков лазерное излучение действительно принципиально отличается от света обычных источников.

1.4.3. НАПРАВЛЕННОСТЬ

Это свойство является простым следствием того, что активную среду помещают в резонатор. Например, в случае плоскопараллельного резонатора, изображенного на рис. 1.3, только волны, распространяющиеся в направлении, перпендикулярном к плоскостям зеркал (или очень близком к нему), будут оставаться в резонаторе. Для более глубокого понимания свойств направленности лазерного излучения (или, в общем случае, произвольной электромагнитной волны) удобно отдельно рассмотреть случаи волн с полной и частичной пространственной когерентностью.

Рассмотрим вначале волну с полной пространственной когерентностью. Даже в этом случае пучок с конечной апертурой будет неизбежно расходиться вследствие дифракции. Эту ситуацию можно представить себе с помощью рис. 1.7, на котором изображена волна с однородным поперечным распределением интенсивности и плоским волновым фронтом, падающая на экран S с круговым отверстием диаметром D . Согласно *принципу Гюйгенса* волновой фронт пучка в некоторой плоскости P за экраном можно представить как результат суперпозиции элементарных волн (*вэйвлетов*), испущенных из каждой точки отверстия. Видно, что из-за конечности диаметра отверстия D пучок должен иметь конечную расходимость. Для того чтобы определить

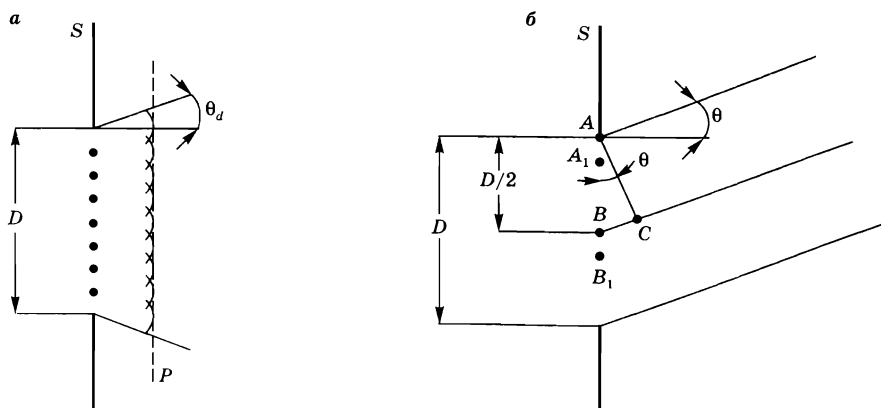


Рис. 1.7

Физическое объяснение расходимости плоской, пространственно-когерентной, электромагнитной волны вследствие дифракции (а) на экране S с круговым отверстием диаметра D , (б) на экране S с бесконечно длинной щелью шириной D

величину угла дифракции θ_d , рассмотрим вначале более простой случай, показанный на рис. 1.7б, где отверстие представляет собой щель, с шириной D в плоскости рисунка и бесконечной длиной в направлении, перпендикулярном к этой плоскости. Предположим также, что щель равномерно освещена. Из рисунка нетрудно заметить, что интерференция элементарных волн, испущенных из точек в плоскости щели, приводит к нулевой интенсивности в направлении, определяемом таким углом θ , для которого выполняется условие $kl = \pi$. Здесь k — это постоянная распространения волны в пространстве, связанная с длиной волны излучения λ соотношением $k = 2\pi/\lambda$, а l — длина отрезка BC . Действительно, в этом случае вклады в волну в направлении θ от вэйвлетов, испущенных из точек A и B , будут противоположны по фазе и, таким образом, будут гасить друг друга. То же самое будет происходить с вэйвлетами, испущенными из точек A_1 и B_1 на рисунке, и т. д. Поскольку $l = (D/2)\sin \theta \cong (D/2)\theta$, то, полагая, что угол дифракции пучка θ_d равен углу θ , из соотношения $kl = \pi$ сразу получаем, что $\theta_d = \lambda/D$.

В более сложных случаях величину угла θ_d можно рассчитать из теории дифракции, если заданы форма отверстия и поперечное распределение интенсивности волны. Обычно получают соотношение

$$\theta_d = \beta \lambda / D, \quad (1.4.1)$$

где множитель β — это числовой коэффициент порядка единицы, точное значение которого зависит от формы отверстия и вида распределения интенсивности излучения в его плоскости. Действительно, было показано, что в рассмотренном выше случае бесконечной щели $\beta = 1$. В качестве других примеров уместно упомянуть, что, как будет видно из последующих глав, $\beta = 1,22$ в случае равномерно освещенного кругового отверстия, тогда как $\beta = 2/\pi$ для пучка неограниченного поперечного размера с гауссовым поперечным распределением интенсивности. Пучок, угол расходимости которого может быть выражен соотношением (1.4.1), в котором $\beta \cong 1$, называют *дифракционно-ограниченным*.

Если пучок имеет только частичную пространственную когерентность, то его расходимость будет больше минимальной величины, обусловленной дифракцией. Действительно, для любой точки P' волнового фронта принцип Гюйгенса (рис. 1.7) может быть применен только к точкам, лежащим в пределах площади когерентности S_c вблизи P' . Таким образом, размеры области когерентности играют роль ограничивающего отверстия для когерентной суперпозиции элементарных волн. В соответствии с соотношением (1.4.1) угол расходимости пучка можно при этом записать в виде

$$\theta = \beta \lambda / [S_c]^{1/2}, \quad (1.4.2)$$

где, как и прежде, β — числовой коэффициент порядка единицы, точное значение которого зависит от того, каким образом определяются как угол расходимости θ , так и площадь когерентности S_c .

Теперь можно показать, что поскольку волны, испущенные из каждой области когерентности, некоррелированы, т. е. некогерентны, друг с другом, на достаточно больших расстояниях (в так называемой *дальней зоне*)

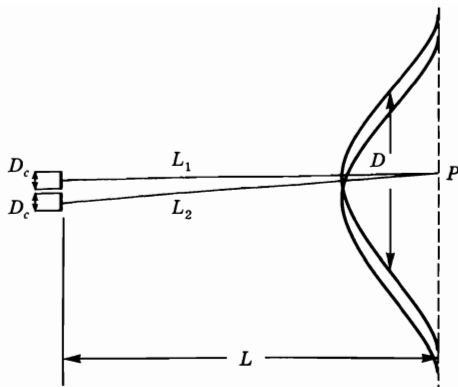


Рис. 1.8
 Поперечные профили пучков
 излучения от двух
 пространственно-
 некогерентных источников
 с диаметром поперечного
 сечения D_c на большом
 расстоянии L от источников

необходимо суммировать не напряженности, а интенсивности полей. Для того чтобы обсудить это обстоятельство, обратимся к простой ситуации, изображенной на рис. 1.8, в которой предполагается, что волна представляет собой два когерентных пучка от соседствующих источников, с диаметром поперечного сечения D_c каждый, причем эти пучки абсолютно не когерентны друг с другом. Для большей определенности положим $D_c = 100$ мкм и $\lambda = 1$ мкм. В соответствии с соотношением (1.4.1) имеем $\theta_d \approx 10^{-2}$ рад, так что на расстоянии, например, $L = 100$ м диаметр поперечного сечения пучка, исходящего из первой области когерентности, будет равен $D \approx D_c + 2\theta_d L \approx 2\theta_d L = 2$ м. В той же плоскости диаметр поперечного сечения пучка, исходящего из второй области когерентности, будет также равен D , при этом сечения будут сдвинуты на пренебрежимо малую величину, равную D_c . Мгновенное значение интенсивности электромагнитного поля в произвольной точке P рассматриваемой плоскости может быть представлено как $I(P) \propto [E_1(t) + E_2(t)]^2$, где $E_1(t)$ и $E_2(t)$ — напряженности электрических полей, наведенных в точке P двумя областями когерентности. Полагая, что амплитуды полей постоянны во времени, перепишем это выражение в виде

$$I(P) = C[E_{10}\sin(\omega t + \phi_1) + E_{20}\sin(\omega t + \phi_2)]^2,$$

где C — некоторая константа, E_{10} и E_{20} — амплитуды напряженности электрических полей, а $\phi_1 = \phi_1(t)$ и $\phi_2 = \phi_2(t)$ — соответствующие фазы (см., например, рис. 1.6). Интенсивность, измеряемая любым реальным детектором, будет определяться величиной $\langle I(P) \rangle$, которая представляет собой усредненную за несколько периодов колебаний интенсивность $I(P)$. Тогда получаем, что эта средняя величина равна

$$\begin{aligned} \langle I(P) \rangle &= C[E_{10}^2 \langle \sin^2(\omega t + \phi_1) \rangle + E_{20}^2 \langle \sin^2(\omega t + \phi_2) \rangle + \\ &+ 2E_{10}E_{20} \langle \sin(\omega t + \phi_1) \sin(\omega t + \phi_2) \rangle] = \\ &= C[(E_{10}^2/2) + (E_{20}^2/2) + E_{10}E_{20} \langle \cos(\phi_2 - \phi_1) \rangle]. \end{aligned}$$

Заметим, что два фазовых члена, $\phi_1(t)$ и $\phi_2(t)$, могут быть представлены соответственно в виде $\phi_1(t) = \psi_1(t) + kL_1$ и $\phi_2(t) = \psi_2(t) + kL_2$, где ψ_1 и ψ_2 — фазы напряженностей в рассматриваемых областях когерентности, а L_1 и L_2 — рас-

стояния от этих областей до точки P . Поскольку, однако, напряженности электрического поля в двух областях когерентности некоррелированы, то фазы $\psi_1(t)$ и $\psi_2(t)$ также некоррелированы. Таким образом, разность фаз, $\phi_2(t) - \phi_1(t)$, будет величиной, случайно изменяющейся во времени, так что среднее значение $\langle \cos(\phi_2 - \phi_1) \rangle$, стоящее в полученном выражении, будет равно нулю. При этом получаем:

$$\langle I(P) \rangle = C[(E_{10}^2/2) + (E_{20}^2/2)], \text{ т. е. } \langle I(P) \rangle = I_1 + I_2,$$

где $I_1 = C(E_{10}^2/2)$ и $I_2 = C(E_{20}^2/2)$ — соответственно интенсивности электромагнитных волн, пришедших в точку P из двух областей когерентности.

Согласно приведенному рассмотрению, в любой точке необходимо суммировать интенсивности излучений, полученных из двух областей когерентности. Отсюда следует, что на больших расстояниях суммарный пучок будет иметь такие же поперечные размеры, что и пучок, приходящий из одной зоны когерентности.

Таким образом, имеем: $D = 2\theta_d L = 2\beta(\lambda/D_c)L$. Следовательно, угол расходимости пучка составляет $\theta = D/2L = \beta(\lambda/D_c)$, т. е. равен величине (1.4.2), если считать диаметр D_c равным квадратному корню из площади когерентности S_c .

В заключение общего описания свойств направленности электромагнитных волн следует указать, что при обеспечении определенных условий работы лазера выходящий из него пучок можно сделать полностью пространственно когерентным и, следовательно, дифракционно-ограниченным.

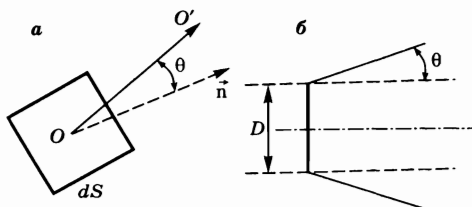
1.4.4. ЯРКОСТЬ

Определим *яркость* данного источника электромагнитных волн как мощность излучения, испускаемого с единицы поверхности источника в единичный телесный угол. Точнее, рассмотрим элемент dS площади поверхности источника в точке O (рис. 1.9а). Мощность dP , излучаемую элементом поверхности dS в телесный угол $d\Omega$ вблизи направления OO' , можно выразить в виде

$$dP = B \cos \theta dS d\Omega, \quad (1.4.3)$$

где θ — угол между направлением OO' и нормалью к поверхности $\mathbf{n}$. Отметим, что множитель $\cos \theta$ возникает из-за того, что физически важной величиной для мощности излучения в направлении OO' является проекция элемента dS на плоскость, перпендикулярную направлению OO' , т. е. $\cos \theta dS$. Величину B , определенную с помощью соотношения (1.4.3), называют яркостью

Рис. 1.9
(а) Поверхностная яркость в точке O произвольного источника электромагнитных волн. (б) Яркость лазерного пучка с диаметром D и углом расходимости θ



источника в точке O в направлении OO' . Эта величина зависит, вообще говоря, от полярных координат θ и φ направления OO' и от положения точки O . Если B является постоянной величиной, то источник называют изотропным (или *источником Ламберта*).

Рассмотрим теперь лазерный пучок мощностью P с поперечным сечением в виде круга диаметром D , распространяющийся вдоль заданного направления (рис. 1.9б). Вдоль этого направления яркость максимальна, а величина излучаемой при этом мощности определяется из соотношения (1.4.3), в котором $\cos \theta = 1$. При конечных величинах площади S и телесного угла излучения Ω максимальную величину яркости можно выразить в виде $B = P/S\Omega$. Поскольку площадь поперечного сечения пучка равна $\pi D^2/4$, а телесный угол, в который происходит излучение, составляет $\pi\theta^2$, где θ — угол расходимости пучка (предполагается, что расходимость мала), то в соответствии с (1.4.3) для максимальной яркости пучка получаем:

$$B = 4P/(\pi D\theta)^2. \quad (1.4.4)$$

Отметим, что если пучок дифракционно-ограничен, то $\theta = \theta_d$, и с помощью (1.4.1) выражение (1.4.4) преобразуется к соотношению

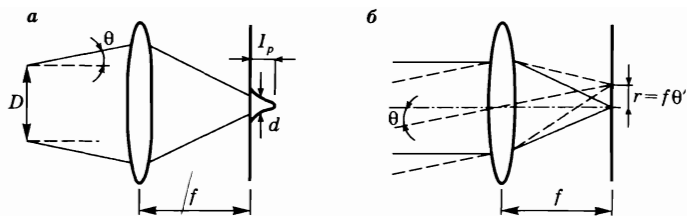
$$B = \left(\frac{2}{\beta\pi\lambda}\right)^2 P, \quad (1.4.5)$$

которое определяет наибольшую достижимую яркость пучка мощностью P .

Яркость является наиболее важным параметром лазерного пучка и, вообще говоря, любого источника света. Для того чтобы проиллюстрировать это утверждение, напомним вначале, что если с помощью оптической системы формируется изображение какого-либо источника света, причем и объект, и изображение находятся в одной и той же среде (например, воздухе), то справедливо следующее: яркость изображения всегда меньше или равна яркости источника, при этом равенство сохраняется только в том случае, когда в оптической системе нет потерь света, испущенного источником. Далее, предположим, что пучок на рис. 1.9б, с углом расходимости, равным θ , фокусируется линзой с фокусным расстоянием f . Рассчитаем интенсивность излучения в центре пятна в фокальной плоскости линзы (рис. 1.10а). Напомним, что для проведения расчета пучок можно представить в виде непрерывного набора плоских волн с распределением углов падения на линзу порядка θ вокруг направления распространения. Две такие волны, пересекающиеся под углом θ' , показаны непрерывной и пунктирной линиями на рис. 1.10б. Каждая из волн фокусируется в пятно в определенном месте фокальной плоскости, и при малом угле θ' эти два пятна удалены на расстояние $r = f\theta'$. Поскольку ширина распределения углов падения плоских волн, образующих пучок на рис. 1.10а, равна величине угла расходимости пучка θ , то можно положить диаметр фокального пятна на рис. 1.10а примерно равным $d = 2f\theta$. В случае идеальной непоглощающей линзы полная мощность излучения в фокальной плоскости равна мощности P падающей волны. Таким образом, интенсивность излучения в центре пятна (пиковая интенсивность) достигает в фокальной плоскости величины $I_p = 4P/\pi d^2 = P/(\pi(f\theta)^2)$. Переходя к яркости

Рис. 1.10

(а) Распределение интенсивности линзы для пучка с углом расходимости θ .
(б) Разложение на плоские волны пучка, изображенного в части (а)



пучка с использованием соотношения (1.4.4), получаем $I_p = (\pi/4)B(D/f)^2$. Видно, что I_p возрастает с увеличением диаметра пучка D . Максимальная величина I_p достигается, когда D становится равен диаметру линзы D_L . При этом получаем:

$$I_p = \pi(NA)^2 B, \quad (1.4.6)$$

где $NA = \sin[\tan^{-1}(D_L/2f)] \cong (D_L/2f)$ — числовая апертура линзы. Соотношение (1.4.6) показывает, что при заданной числовой апертуре пиковая интенсивность в фокальной плоскости линзы определяется только яркостью пучка.

Яркость лазера даже небольшой мощности (например, около нескольких мВт) на порядки превосходит яркость обычных источников света (см., в частности, задачу 1.7). Прежде всего этот факт является следствием высокой направленности лазерного пучка. В соответствии с соотношением (1.4.6) указанное различие означает, что пиковая интенсивность, получаемая в фокальной плоскости линзы, для лазерного пучка может быть на несколько порядков выше, чем для обычных источников света. Таким образом, интенсивность сфокусированного лазерного излучения может достигать огромных величин, что используется во многих областях применения лазеров.

1.4.5.

МАЛАЯ ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ИМПУЛЬСОВ

Не вдаваясь пока в детали, отметим, что применяя специальную технику, которая называется синхронизацией мод, оказывается возможным генерировать импульсы света, длительность которых примерно равна обратной ширине линии лазерного перехода $2 \rightarrow 1$. Так, длительность импульса газовых лазеров, имеющих относительно узкие линии, может достигать $\sim 0,1$ – 1 нс. Такие длительности не считаются достаточно малыми, и действительно, даже некоторые лампы-вспышки могут излучать импульсы длительностью менее 1 нс. С другой стороны, ширина линии у некоторых твердотельных и жидкостных лазеров может быть в 10^3 – 10^5 раз больше, чем у газовых лазеров; в этом случае можно получать гораздо более короткие импульсы (вплоть до ~ 10 фс). Это открывает потрясающие новые возможности для исследований и технологических применений лазеров.

Отметим, что свойство малой длительности импульса, предполагающее концентрацию энергии во времени, можно, в некотором смысле, рассматривать как противоположное монохроматичности, предполагающей концентрацию энергии в спектральном интервале. Однако это свойство, возможно, следует считать менее фундаментальным, чем монохроматичность.

Действительно, тогда как в принципе достаточную монохроматичность излучения могут обеспечивать все лазеры, только лазеры с широким спектром, а именно твердотельные и жидкостные, могут генерировать импульсы сверхкороткой длительности.

1.5. ТИПЫ ЛАЗЕРОВ

Различные типы лазеров, созданные к настоящему времени, демонстрируют широкий спектр физических и рабочих характеристик. Действительно, если лазеры классифицируют по физическому состоянию активной среды, то их называют *твердотельными*, *жидкостными* или *газовыми лазерами*. К особому типу относят такие, в которых активная среда состоит из свободных электронов, движущихся с релятивистскими скоростями через пространственно-периодическое магнитное поле (*лазеры на свободных электронах*). Если лазеры классифицируют по длине волны генерируемого излучения, то говорят о лазерах *инфракрасного (ИК)*, *видимого*, *ультрафиолетового (УФ)* или *рентгеновского* диапазонов. Соответствующие длины волн изменяются в пределах от ≈ 1 мм (т. е. от области миллиметровых волн) до ≈ 1 нм (т. е. до верхнего предела жесткого рентгеновского излучения). Разброс длин волн может достигать, таким образом, 10^6 (напомним, что видимый диапазон отвечает менее чем двукратному изменению длин волн — примерно от 400 до 700 нм). Мощности излучения на выходе из лазеров перекрывают еще более широкий диапазон величин. У непрерывных лазеров типичные мощности составляют от нескольких мВт — в лазерах, используемых в качестве источников оптических сигналов, до нескольких МВт (≈ 5 МВт к настоящему времени) — в лазерах, необходимых для некоторых военных применений (например, в качестве оружия направленной энергии). У импульсных лазеров пиковая мощность может быть гораздо выше, чем у непрерывных, достигая таких гигантских величин, как 1000 ТВт (10^{15} Вт)! Кроме того, длительность импульса лазерного излучения может изменяться в широких пределах — от нескольких мс, типичных для так называемого *режима свободной генерации* (т. е. без какого бы то ни было элемента для модуляции добротности или синхронизации мод), до порядка 10 фс ($1 \text{ фс} = 10^{-15} \text{ с}$), что типично для некоторых лазеров с синхронизацией мод. Сильно могут изменяться и геометрические размеры лазеров. В терминах длины резонатора, например, эта длина может быть малой, ~ 1 мкм, — для наиболее коротких лазеров, и огромной, порядка нескольких километров, — для наиболее протяженных (например, лазер для проведения геодезических исследований длиной 6,5 км, который был установлен в пещере).

Широта диапазона физических или рабочих характеристик лазеров является как достоинством, так и недостатком. Если говорить о применениях, то широкий спектр параметров обеспечивает огромный потенциал возможного использования лазеров в различных областях фундаментальных и прикладных исследований. С другой стороны, с точки зрения рынка большое разнообразие устройств и систем может служить препятствием для их массового производства и соответствующего удешевления продукции.

ЗАДАЧИ

- 1.1. Представляющая интерес для лазерной техники часть спектра электромагнитных волн начинается с субмиллиметрового диапазона и простирается, с уменьшением длин волн, до рентгеновского диапазона. Эта часть последовательно захватывает следующие спектральные области: дальнего инфракрасного (ИК), среднего ИК, ближнего ИК, видимого, ультрафиолетового (УФ), вакуумного ультрафиолетового (ВУФ), мягкого рентгеновского и жесткого рентгеновского излучений. Найдите в учебниках длины волн, отвечающих границам этих областей. Запомните или запишите их значения, поскольку они часто используются в этой книге.
- 1.2. Как частный случай задачи 1.1 запомните или запишите значения длин волн, отвечающих синему, зеленому и красному свету.
- 1.3. Уровни 1 и 2 на рис. 1.1 находятся на таком расстоянии по энергии ($E_2 - E_1$), что частота соответствующего перехода попадает в середину видимого диапазона. Рассчитайте равновесное отношение населенностей этих двух уровней при комнатной температуре.
- 1.4. В условиях теплового равновесия при $T = 300$ К отношение населенностей N_2/N_1 некоторой пары уровней равно $1/e$. Рассчитайте частоту ν перехода между ними. В какой диапазон спектра электромагнитных волн она попадает?
- 1.5. Резонатор лазера состоит из двух зеркал с коэффициентами отражения $R_1 = 1$ и $R_2 = 0,5$, при этом внутренние потери за проход составляют $L_1 = 1\%$. Вычислите полные логарифмические потери за проход. Положив длину активной среды равной $l = 7,5$ см, а сечение перехода равным $\sigma = 2,8 \cdot 10^{-19}$ см², рассчитайте пороговую инверсию.
- 1.6. Пучок лазера на рубине ($\lambda = 694$ нм) после прохождения телескопа с диаметром 1 м направляют на Луну. Рассчитайте примерный диаметр пятна на поверхности Луны, полагая, что пучок обладает полной пространственной когерентностью. (Расстояние между Землей и Луной приблизительно равно 384 000 км.)
- 1.7. Яркость, по-видимому, наиболее мощной в настоящее время лампы (РЕК Labs, тип 107/109ТМ, потребляет 100 Вт электрической мощности) в ее наиболее сильной зеленой линии ($\lambda = 546$ нм) достигает около 95 Вт/см² стер. Сравните эту величину с яркостью аргонового лазера мощностью 1 Вт ($\lambda = 514,5$ нм), пучок которого можно считать дифракционно-ограниченным.

ГЛАВА 2

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ С АТОМАМИ И ИОНАМИ

2.1. ВВЕДЕНИЕ

Данная глава посвящена взаимодействию излучения с атомами и ионами, которые слабо взаимодействуют с окружением, такими, как атомы или ионы, находящиеся в газовой фазе, или примесные ионы в ионных кристаллах. Более сложные случаи взаимодействия излучения с молекулами или полупроводниками будут рассмотрены в главе 3. Поскольку круг вопросов, относящихся к взаимодействию излучения с веществом, достаточно широк, ограничимся описанием явлений, имеющих отношение к атомам и ионам, которые используют в качестве активной среды лазеров. После введения в теорию излучения черного тела, которое является краеугольным камнем всей современной физики, рассмотрим элементарные процессы спонтанного излучения, поглощения, вынужденного излучения и безызлучательной дезактивации. Вначале опишем эти процессы при упрощающих предположениях о разреженности среды и малой интенсивности излучения. Затем рассмотрим случаи высокой интенсивности излучения и плотных сред (когда возникают такие явления, как насыщение и усиленное спонтанное излучение). Некоторые весьма важные, хотя и, возможно, менее общие вопросы, касающиеся фотофизики лазеров на красителях, лазеров на свободных электронах и рентгеновских лазеров, будут кратко обсуждаться в главах 9 и 10, непосредственно перед описанием соответствующих лазеров.

2.2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ИЗЛУЧЕНИЯ ЧЕРНОГО ТЕЛА

Рассмотрим замкнутую полость произвольной формы и предположим, что в одной из ее стенок проделано очень маленькое отверстие. Энергия светового пучка, проходящего через это отверстие в полость, будет распределяться внутри

нее, так что если размеры полости значительно больше размеров отверстия, то только очень малая, если вообще хоть какая-то, доля входящего излучения будет выходить наружу. Таким образом, полость с отверстием можно рассматривать как *абсолютно черное тело*, поскольку любой попадающий на поверхность отверстия пучок света полностью поглощается внутри полости и не выходит обратно.

Найдем характеристики излучения, испускаемого таким черным телом, когда его стенки находятся при температуре T . Предположим для простоты, что полость заполнена однородной и изотропной диэлектрической средой. Если стенки полости поддерживаются при постоянной температуре T , то они будут непрерывно испускать и поглощать энергию в виде электромагнитного излучения. После того как скорости поглощения и испускания сравняются, на стенках полости, так же как и в каждой точке диэлектрика, установится тепловое равновесие [1]. Данную ситуацию можно описать, введя *объемную плотность энергии излучения* ρ , представляющую собой электромагнитную энергию, заключенную в единице объема полости. Плотность энергии можно выразить через напряженности электрического $E(t)$ и магнитного $H(t)$ полей, используя соотношение:

$$\rho = \left\langle \frac{1}{2} \epsilon E^2 \right\rangle + \left\langle \frac{1}{2} \mu H^2 \right\rangle, \quad (2.2.1)$$

где константы ϵ и μ представляют собой соответственно диэлектрическую и магнитную проницаемости среды внутри полости, а символ $\langle \rangle$ означает усреднение по времени в пределах одного периода колебаний поля излучения. Далее, можно ввести спектральное распределение энергии этого излучения ρ_ν как функцию, которая зависит от частоты ν . Функция ρ_ν определяется следующим образом: $\rho_\nu d\nu$ представляет собой плотность энергии излучения в частотном диапазоне от ν до $\nu + d\nu$. Очевидно, что соотношение между ρ и ρ_ν имеет вид:

$$\rho = \int_0^\infty \rho_\nu d\nu. \quad (2.2.2)$$

Пусть I_ν — спектральная интенсивность покидающего полость через отверстие в ее стенке излучения, которое обусловлено энергией электромагнитного поля, заключенной внутри полости. Можно показать, что I_ν пропорциональна ρ_ν , а именно:

$$I_\nu = (c/4\pi) \rho_\nu, \quad (2.2.3)$$

где c — скорость света в вакууме, а n — показатель преломления среды внутри полости. Можно показать теперь, что I_ν и, следовательно ρ_ν , являются универсальными функциями, которые не зависят ни от материала стенок полости, ни от ее формы, и зависят лишь от частоты ν и от температуры полости T . Это свойство функции ρ_ν доказывается с помощью простых термодинамических рассуждений.

Предположим, что имеются две полости произвольной формы, стенки которых поддерживаются при одинаковой температуре T . Чтобы убедиться в том, что температура остается постоянной, представим себе, что стенки

обеих полостей находятся в тепловом контакте с двумя термостатами при температуре T . Предположим теперь, что при некоторой частоте ν плотность энергии в первой полости больше, чем соответствующее значение во второй полости. Далее, соединим оптически обе полости, проделав в стенке каждой из них отверстия, и спроецируем с помощью некоей оптической системы одно отверстие на другое. Помимо этого, установим в оптической системе идеальный спектральный фильтр, пропускающий излучение лишь в небольшом частотном диапазоне вблизи частоты ν . Если $\rho'_\nu > \rho''_\nu$, то, в соответствии с соотношением (2.2.3), $I'_\nu > I''_\nu$, т. е. имеется поток электромагнитной энергии из полости 1 в полость 2. Однако наличие такого потока энергии противоречит второму закону термодинамики, поскольку обе полости находятся при одной и той же температуре. Следовательно, для всех частот должно выполняться равенство $\rho'_\nu = \rho''_\nu$.

В свое время задача о нахождении универсальной функции $\rho_\nu(\nu, T)$ вызвала значительные затруднения у физиков. Полностью она была решена Планком, который для нахождения корректного решения ввел гипотезу о так называемых *квантах света*. Несомненно, теория излучения черного тела является одной из фундаментальных основ современной физики. [1] Прежде чем углубиться в ее описание, необходимо рассмотреть моды электромагнитного излучения в полости черного тела. Поскольку функция ρ_ν не зависит ни от формы полости, ни от природы диэлектрической среды в ней, выберем для рассмотрения относительно простой случай полости прямоугольной формы с идеально проводящими стенками, которая равномерно заполнена диэлектриком.

2.2.1. МОДЫ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОЛОСТИ

Рассмотрим *полость прямоугольной формы*, показанную на рис. 2.1. Для расчета функции ρ_ν определим вначале типы стоячих волн электромагнитного поля, которые могут существовать в данной полости. В соответствии с уравнениями Максвелла, напряженность электрического поля $E(x, y, z, t)$ должна удовлетворять *волновому уравнению*:

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c_n^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0, \quad (2.2.4)$$

где ∇^2 — оператор Лапласа, а c_n — скорость света в рассматриваемой среде. Помимо этого напряженность поля должна удовлетворять граничному условию на каждой из стенок полости:

$$\mathbf{E} \times \mathbf{n} = 0, \quad (2.2.5)$$

где $\mathbf{n}$ — нормаль к поверхности рассматриваемой стенки. Данное условие отражает тот факт, что для идеально проводящих стенок тангенциальная компонента электрического поля на стенках полости должна обращаться в нуль.

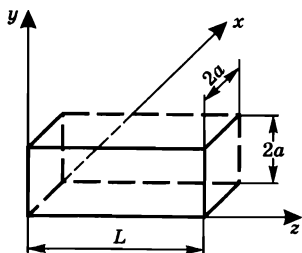


Рис. 2.1
Полость прямоугольной формы с идеально проводящими стенками, поддерживаемыми при постоянной температуре T

Нетрудно показать, что данная задача решается путем разделения переменных. А именно, если представить ее решение в виде:

$$E = u(x, y, z)E(t) \quad (2.2.6)$$

и затем подставить выражение (2.2.6) в уравнение (2.2.4), то получим соотношение

$$\frac{\nabla^2 u}{u} = \frac{1}{c_n^2} \cdot \frac{d^2 E}{dt^2}.$$

Поскольку левая часть данного равенства зависит только от пространственных координат x, y, z , тогда как правая часть зависит только от времени t , то для его выполнения при любых значениях пространственных и временных переменных необходимо и достаточно, чтобы обе его части были равны одной и той же константе, которую обозначим через $-k^2$. Отсюда получаем два уравнения для функций $u(x, y, z)$ и $E(t)$:

$$\nabla^2 u = -k^2 u, \quad (2.2.7a)$$

$$\frac{d^2 E}{dt^2} = -(c_n k)^2 E. \quad (2.2.7b)$$

Уравнение (2.2.7b) имеет общее решение вида:

$$E = E_0 \cos(\omega t + \phi), \quad (2.2.8)$$

где E_0 и ϕ — произвольные константы и

$$\omega = c_n k. \quad (2.2.9)$$

Поскольку функция $E(t)$ описывается выражением (2.2.8), то решение (2.2.6) можно записать в виде:

$$E(x, y, z, t) = E_0 u(x, y, z) \exp j(\omega t + \phi). \quad (2.2.9a)$$

Отсюда видно, что в произвольной точке пространства (x, y, z) напряженность электрического поля периодически изменяется во времени с постоянной амплитудой $u(x, y, z)$, что соответствует стоячей волне электромагнитного поля внутри полости. Решение такого типа называется *электромагнитной модой полости*.

Приступим теперь к решению уравнения (2.2.7a), известного как *уравнение Гельмгольца*, учитывая при этом граничное условие, заданное соотношением (2.2.5). Нетрудно проверить, что выражения:

$$u_x = e_x \cos k_x x \sin k_y y \sin k_z z, \quad (2.2.10a)$$

$$u_y = e_y \sin k_x x \cos k_y y \sin k_z z, \quad (2.2.10b)$$

$$u_z = e_z \sin k_x x \sin k_y y \cos k_z z \quad (2.2.10c)$$

удовлетворяют уравнению (2.2.7a) при любых значениях e_x, e_y, e_z , если только выполняется равенство:

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2. \quad (2.2.11)$$

Для того чтобы получить окончательное решение, необходимо потребовать выполнения граничного условия (2.2.5). Отметим вначале, что выражения

(2.2.10) в том виде, как они записаны, уже удовлетворяют этому условию на трех плоскостях $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Действительно, если взять, к примеру, плоскость $z = 0$, то условие (2.2.5) требует выполнения равенства $u_x = u_y = 0$, и из (2.2.10а) и (2.2.10б) видно, что оно справедливо, если положить $z = 0$. Если теперь потребовать выполнения условия (2.2.5) на трех других стенках полости, то получим:

$$k_x = l\pi/2a, \quad (2.2.12a)$$

$$k_y = m\pi/2a, \quad (2.2.12б)$$

$$k_z = n\pi/L, \quad (2.2.12в)$$

где l , m и n — положительные целые числа. Действительно, если взять, например, плоскость $z = L$, то условие (2.2.5) требует выполнения равенства $u_x = u_y = 0$, и из (2.2.10а) и (2.2.10б) видно, что оно справедливо, если положить $z = L$ и принять во внимание (2.2.12в). Физический смысл чисел l , m и n заключается в том, что они представляют собой количество узлов, которые имеет мода стоячей волны вдоль направлений x , y и z соответственно.

Нетрудно заметить, что данные значения l , m и n однозначно определяют резонансную частоту моды. В самом деле, величины k_x , k_y и k_z задаются соотношениями (2.2.12), и тогда, в соответствии с (2.2.9) и (2.2.11), угловая частота моды определяется соотношением:

$$\omega_{lmn} = c \left[\left(\frac{l\pi}{2a} \right)^2 + \left(\frac{m\pi}{2a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (2.2.13)$$

в котором явно показано, что частота моды ω_{lmn} зависит от индексов l , m и n . Отметим, что мода при этом все еще не полностью определена, поскольку величины e_x , e_y и e_z пока еще остаются произвольными. Однако из уравнений Максвелла вытекает другое условие, которому должно удовлетворять электрическое поле, а именно $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$, из которого, используя выражения (2.2.10), получаем равенство $e_x k_x + e_y k_y + e_z k_z = 0$. Это равенство можно кратко записать в виде:

$$\mathbf{e} \cdot \mathbf{k} = 0, \quad (2.2.14)$$

где введено два вектора $\mathbf{e}$ и $\mathbf{k}$, компонентами которых вдоль осей x , y и z являются величины e_x , e_y и e_z и k_x , k_y и k_z соответственно. Используя равенство (2.2.14), можно показать, что из трех величин e_x , e_y и e_z только две являются независимыми. Действительно, если зафиксировать l , m и n (определив тем самым вектор $\mathbf{k}$), то, согласно (2.2.14), вектор $\mathbf{e}$ должен лежать в плоскости, перпендикулярной $\mathbf{k}$. В этой плоскости для выбора вектора $\mathbf{e}$ остаются лишь две степени свободы. В самом деле, если обозначить через ξ и ψ два произвольных ортогональных единичных вектора, лежащих в некоторой плоскости, то любой вектор $\mathbf{e}$, лежащий в той же плоскости, можно представить в виде линейной комбинации этих двух векторов, т. е. $\mathbf{e} = e_\xi \xi + e_\psi \psi$. Это рассуждение показывает, что заданным величинам l , m и n соответствуют две независимые моды, с одной и той же резонансной частотой и ортогональными поляризациями напряженности электрического поля.

Определим теперь число резонансных мод $N(\nu)$, частоты которых лежат в диапазоне от 0 до ν . Это число будет равно количеству мод, волновой век-

тор k которых будет иметь величину k в диапазоне от 0 до $2\pi\nu/c_n$. Из соотношений (2.2.12) видно, что в системе координат k_x , k_y и k_z возможные значения вектора k задаются векторами, соединяющими начало координат с узловыми точками трехмерной пространственной решетки, изображенной на рис. 2.2. Однако поскольку величины k_x , k_y и k_z являются положительными, то необходимо учитывать только те точки, которые лежат в положительном октанте. Далее, как легко заметить, существует однозначное соответствие между этими точками и элементарными ячейками с размерами $(\pi/2a, \pi/2a, \pi/L)$. Следовательно, число точек с величинами k , лежащими в диапазоне от 0 до $(2\pi\nu/c_n)$, может быть определено как $1/8$ отношения объема сферы с радиусом $(2\pi\nu/c_n)$, центр которой расположен в начале координат, к объему элементарной ячейки размерами $(\pi/2a, \pi/2a, \pi/L)$. Поскольку, как уже говорилось выше, при каждом значении k существует две возможных моды, имеем:

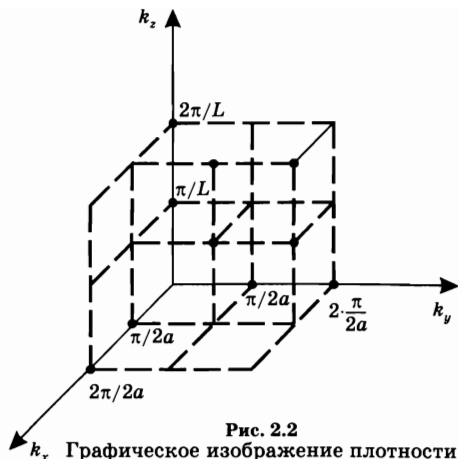


Рис. 2.2
Графическое изображение плотности числа мод в полости, изображенной на рис. 2.1. Каждая точка решетки соответствует двум независимым модам полости.

$$N(\nu) = 2 \frac{\frac{1}{8} \frac{4}{3} \pi \left(\frac{2\pi\nu}{c_n} \right)^3}{\frac{\pi}{2a} \frac{\pi}{2a} \frac{\pi}{L}} = \frac{8\pi\nu^3}{3c_n^3} V, \quad (2.2.15)$$

где V — объем всей полости.

2.2.2. ЗАКОН РЭЛЕЯ–ДЖИНСА И ФОРМУЛА ПЛАНКА ДЛЯ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Для того чтобы рассчитать плотность энергии ρ_ν , найдем вначале величину p_ν — число мод в единице объема и в единичном интервале частот (*плотность числа мод*, или *состояний электромагнитного поля, в полости*). Поскольку $p_\nu = dN(\nu)/Vd\nu$, то из (2.2.15) сразу же получим:

$$p_\nu = \frac{1}{V} \frac{dN}{d\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c_n^3}. \quad (2.2.16)$$

Определив величину p_ν , можно рассчитать ρ_ν как произведение числа мод в единице объема и в единичном частотном интервале p_ν на среднюю энергию $\langle E \rangle$, заключенную в каждой моде, т. е.:

$$\rho_\nu = p_\nu \langle E \rangle. \quad (2.2.17)$$

Для вычисления $\langle E \rangle$ предположим, что стенки полости поддерживаются при постоянной температуре T . Согласно статистике Больцмана вероятность dp

того, что энергия данной моды полости лежит в интервале от E до $E + dE$, равна $dp = C \exp[-(E/kT)]dE$, где C — константа, удовлетворяющая условию

$$\int_0^{\infty} C \exp[-(E/kT)]dE = 1.$$

Следовательно, средняя энергия $\langle E \rangle$ моды равна:

$$\langle E \rangle = \frac{\int_0^{\infty} E \exp[-(E/kT)]dE}{\int_0^{\infty} \exp[-(E/kT)]dE} = kT. \quad (2.2.18)$$

Из соотношений (2.2.16) — (2.2.18) получаем:

$$\rho_v = \left(\frac{8\pi\nu^2}{c_n^3} \right) kT. \quad (2.2.19)$$

Полученное соотношение — это хорошо известный *закон излучения Рэля–Джинса*. Однако эта формула полностью противоречит экспериментальным фактам. В самом деле, совершенно очевидно, что соотношение (2.2.19) ошибочно, поскольку оно приводит к бесконечно большой величине полной плотности энергии ρ (см. выражение (2.2.2)). Отметим вдобавок, что если бы оно было справедливо, то, в соответствии с (2.2.3), величина I_ν оказалась бы также пропорциональна ν^2 , что означает неограниченное возрастание интенсивности излучения, испускаемого поверхностью черного тела при $\nu \rightarrow \infty$ (эту ситуацию иногда называют ультрафиолетовой катастрофой). Тем не менее, данное выражение является неизбежным следствием всех предыдущих рассуждений в рамках классической теории.

Эти противоречия оставались неразрешенными до тех пор, пока Планк в начале XX века не высказал гипотезу о квантах света. Фундаментальная гипотеза Планка заключалась в том, что излучательный обмен энергией между стенками полости черного тела и ее внутренним пространством может происходить только дискретными порциями величиной $h\nu$, где ν — частота излучения, а h — некоторая постоянная величина, впоследствии названная *постоянной Планка*. Минимальная порция энергии, которая может участвовать в процессе обмена, была позже названа квантом света, или *фотоном*.

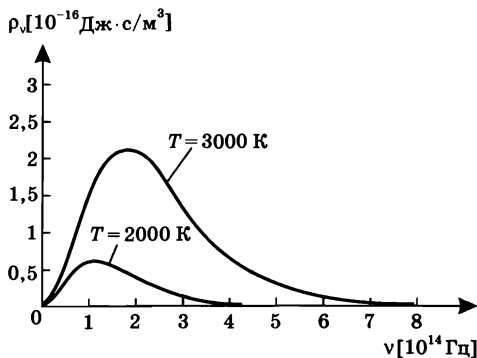
Из гипотезы Планка однозначно следует, что энергия электромагнитной волны с частотой ν может принимать не любые значения от 0 до ∞ , как это неявно предполагалось при выводе соотношения (2.2.18), а задается соотношением:

$$E = nh\nu, \quad (2.2.20)$$

где n — положительное целое число. Следовательно, средняя энергия моды, как было показано Планком, равна

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu \exp[-(nh\nu/kT)]}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp[-(nh\nu/kT)]} = \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1}. \quad (2.2.21)$$

Рис. 2.3
Зависимость функции $\rho_\nu(\nu, T)$
от частоты ν при двух
значениях температуры T



Полученное выражение существенно отличается от классического представления (2.2.18). Очевидно, что при $h\nu \ll kT$ (2.2.21) сводится к соотношению (2.2.18). Из соотношений (2.2.16), (2.2.17) и (2.2.21) можно вывести *формулу Планка*:

$$\rho_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1}, \quad (2.2.22)$$

которая полностью удовлетворяет экспериментальным результатам, при условии, что константа h выбирается равной $6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с. В качестве примера на рис. 2.3 показано поведение функции ρ_ν в зависимости от частоты ν при двух значениях температуры T .

В заключение следует отметить, что отношение

$$\langle \phi \rangle = \frac{\langle E \rangle}{h\nu} = \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad (2.2.23)$$

определяет среднее число фотонов $\langle \phi \rangle$ в каждой моде в условиях теплового равновесия. Для частоты $\nu = 4 \times 10^{14}$ Гц, лежащей в оптическом диапазоне, $h\nu \approx 1$ эВ. При температуре $T \approx 300$ К имеем $kT \approx (1/40)$ Эв, так что из (2.2.23) получаем, что $\langle \phi \rangle \approx \exp(-40)$. Таким образом, видно, что среднее число фотонов в каждой моде излучения черного тела при комнатной температуре оказывается намного меньше единицы. Это значение следовало бы сравнить с числом фотонов ϕ_0 , которое можно получить в одной моде резонатора лазера ($\approx 10^{10}$, см. пример 7.1 в гл. 7).

2.2.3. ГИПОТЕЗА ПЛАНКА И КВАНТОВАНИЕ ПОЛЯ

В течение некоторого времени после того, как фундаментальная гипотеза Планка, выраженная соотношением (2.2.20), была сформулирована, она воспринималась с некоей долей осторожности, если не с подозрением. Кое-кто даже рассматривал основанные на ней расчеты как не более чем математический трюк при преобразовании интеграла (2.2.18) в сумму (2.2.21), используемый для того, чтобы получить соответствие между полученным результатом и экспериментальными фактами. Однако предложенная Эйнштейном (1904) теория фотоэффекта, в принципе основанная на гипотезе Планка, вскоре предоставила новые доказательства того, что это предположение является

на самом деле корректным. Однако прошло еще много лет, прежде чем гипотеза Планка была полностью подтверждена квантовой теорией поля Дирака (1927). И хотя подробное описание квантования поля выходит за рамки этой книги, уделим некоторое внимание тому, как оно проводится [2]. Это поможет лучше разобраться в некоторых вопросах, которые рассматриваются далее в этой книге.

Рассмотрим электромагнитную моду полости, то есть моду, описываемую заданной формой стоячей волны, и обозначим через ν ее резонансную частоту. Если величины $E_x(\mathbf{r}, t)$ и $H_y(\mathbf{r}, t)$ являются поперечными компонентами соответственно электрического и магнитного полей этой моды, то отвечающая им плотность энергии ρ определяется соотношением (2.2.1), а энергия в моде равна

$$E = \int \rho dV, \quad (2.2.24)$$

где V — объем полости. Прежде всего, для понимания основ квантовой теории поля необходимо осознать, что величины $E_x(\mathbf{r}, t)$ и $H_y(\mathbf{r}, t)$ не могут быть одновременно измерены с произвольной точностью [2]. Это означает, что существует соотношение неопределенности Гейзенберга для величин $E_x(\mathbf{r}, t)$ и $H_y(\mathbf{r}, t)$, аналогичное тому, которое справедливо для положения p_x и импульса q_x частицы, движущейся, например, в направлении x .

Следует отметить, что соотношение неопределенности Гейзенберга для p_x и q_x является своего рода основой квантовой теории частиц. Действительно, оно показывает, что уравнения классической механики, которые основаны на канонических величинах p_x и q_x , неприемлемы в рамках квантовой теории. Аналогично соотношение неопределенности для $E_x(\mathbf{r}, t)$ и $H_y(\mathbf{r}, t)$ является основополагающим для квантовой теории излучения в том смысле, что оно показывает несостоятельность уравнений Максвелла, в частности уравнения (2.2.4).

Аналогия между квантовой теорией частиц и квантовой теорией излучения может быть продолжена, если рассмотреть частицу, связанную с заданной точкой пространства упругой силой. Это — случай квантового гармонического осциллятора, который представляет собой одну из важнейших моделей квантовой теории связанных частиц. Гармоническим осциллятором, колеблющимся, например, вдоль направления x , является механический осциллятор, полная энергия которого определяется выражением:

$$E = (kp_x^2/2) + (q_x^2/2m), \quad (2.2.25)$$

где k — константа упругости, а m — масса частицы. Такой осциллятор имеет несколько общих черт с электромагнитной модой полости. И тот, и другая действительно являются осцилляторами в том смысле, что характеризуются резонансной частотой. В механическом осцилляторе колебания происходят из-за того, что потенциальная энергия, представленная слагаемым $kp_x^2/2$, периодически преобразуется в кинетическую энергию, описываемую слагаемым $q_x^2/2m$. В электромагнитном осцилляторе, которым является мода полости, электрическая энергия, представленная слагаемым $\int (\epsilon \langle E_x^2 \rangle / 2) dV$, пе-

риодически преобразуется в магнитную энергию, которая описывается как $\int (\mu \langle H_x^2 \rangle / 2) dV$. Опираясь на эти аналогии, можно искать сходство и в правилах квантования. Корректно проведенная процедура квантования приводит к фундаментальному результату, который заключается в том, что энергия данной моды полости квантуется точно так же, как и энергия квантового гармонического осциллятора. А именно, собственные значения энергии моды записываются в виде:

$$E = (1/2)h\nu + nh\nu, \quad (2.2.26)$$

где n — целое число. Первый член — нулевая энергия в отсутствие колебательных квантов — имеет здесь то же происхождение, что и в случае гармонического осциллятора. Там этот член возникает, поскольку энергия осциллятора не может быть равна нулю, так как, согласно (2.2.25), это потребовало бы одновременного равенства нулю p_x и q_x , что, в свою очередь, противоречит принципу неопределенности Гейзенберга. Подобным же образом, в случае моды полости, энергия поля не может быть равна нулю, поскольку, согласно (2.2.1), это потребовало бы одновременного равенства нулю компонент E_x и H_x . Последнее невозможно также вследствие принципа неопределенности. Итак, квантование поля приводит к выводу, что значения энергии заданной моды полости (с частотой ν) выражаются соотношением (2.2.26), что вполне соответствует гипотезе Планка (см. соотношение (2.2.20)), за исключением члена, отвечающего нулевой энергии. Таким образом, результаты квантования поля дают предположению Планка фундаментальное подтверждение. Излишне говорить о том, что уравнения Максвелла (см. раздел 2.2.1) не задают ни одного из условий, которым должна удовлетворять полная плотность энергии моды полости. В частности, согласно этим уравнениям энергия моды может непрерывно изменяться в интервале от 0 до ∞ , принимая любые значения.

В качестве заключения к данному разделу отметим, что согласно соотношению (2.2.26) уровни энергии моды полости, как и уровни гармонического осциллятора, можно изобразить, как показано на рис. 2.4. На самом нижнем, нулевом, уровне энергии как $\langle E_x^2 \rangle$, так и $\langle H_x^2 \rangle$ отличны от нуля. Эти величины называют *нулевыми флуктуациями* соответственно электрического и магнитного полей.

Отметим также, что сама по себе нулевая энергия ($h\nu/2$) фактически не имеет физического смысла. Если вместо соотношения (2.2.24) определить энергию моды как

$$E = \left(\int \rho dV \right) - (h\nu/2), \quad (2.2.27)$$

то самый нижний уровень будет иметь энергию, равную нулю. Однако можно показать, что соответствующему состоянию поля по-прежнему отвечают нулевые флуктуации $\langle E_x^2 \rangle$ и $\langle H_x^2 \rangle$ той же величины, что и прежде. Таким образом, именно эти флуктуации в действительности и являются характеристиками нулевого энергетического состояния.

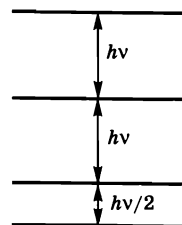


Рис. 2.4
Схема уровней
энергии моды
полости

2.3. СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

На первом этапе описания процесса спонтанного излучения будем использовать *полуклассический подход*, при котором атомы считаются квантовыми объектами (т. е. описываются квантовомеханически), а поля представляются классическим образом (т. е. описываются уравнениями Максвелла). Как будет видно позже, такой подход не позволяет адекватно (т. е. в соответствии с данными экспериментов) описать явление спонтанного излучения. Тем не менее он оказывается весьма поучительным. Полученные выводы будут в дальнейшем сопоставлены с более корректными результатами, предсказанными в рамках полной *квантовой теории*, где как атомы, так и поля рассматриваются как квантовые объекты, первые — в рамках квантовой механики, а вторые — в рамках квантовой теории поля. Таким образом, для корректного описания привычного и ежедневно наблюдаемого явления спонтанного излучения (свет от Солнца или от обычной лампы вызван спонтанным излучением) необходимо будет ввести сложные понятия квантовой теории.

2.3.1. ПОЛУКЛАССИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Предположим, что некоторый атом, первоначально находившийся в возбужденном состоянии 2 с энергией E_2 , переходит, со спонтанным излучением, в состояние 1 с энергией E_1 (см. рис. 1.1а). Полагая, что оба уровня являются невырожденными, запишем соответствующие волновые функции:

$$\psi_1(\mathbf{r}, t) = u_1(\mathbf{r})\exp[-j(E_1/\hbar)t] \quad (2.3.1a)$$

и

$$\psi_2(\mathbf{r}, t) = u_2(\mathbf{r})\exp[-j(E_2/\hbar)t], \quad (2.3.1b)$$

где $u_{1,2}(\mathbf{r})$ — собственные функции двух стационарных состояний 1 и 2, $\mathbf{r}$ — радиус-вектор электрона, совершающего переход (начало координат совпадает с ядром), и $\hbar = h/2\pi$. В процессе перехода $2 \rightarrow 1$ атома его волновая функция может быть представлена в виде линейной комбинации волновых функций двух состояний:

$$\psi = a_1(t)\psi_1 + a_2(t)\psi_2, \quad (2.3.2)$$

где a_1 и a_2 — комплексные величины, зависящие от времени. Отметим, что согласно принципам квантовой механики $|a_1|^2$ и $|a_2|^2$ представляют собой вероятности того, что в момент времени t атом будет обнаружен соответственно в состоянии 1 или 2. Кроме того, опять же в соответствии с квантовомеханическим подходом, получаем:

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1, \quad (2.3.3)$$

что подтверждает указанный выше смысл величин $|a_1|^2$ и $|a_2|^2$.

Для описания того, как возникает спонтанное излучение, определим *электрический дипольный момент* атома μ . Согласно квантовомеханическому представлению имеем:

$$\mu = -\int e |\psi|^2 \mathbf{r} dV, \quad (2.3.4)$$

где e — заряд электрона; при этом интеграл берется по всему объему атома. Смысл выражения (2.3.4) можно легко понять, заметив, что $e|\psi|^2 dV$ представляет собой элементарный заряд, который может быть обнаружен в объеме dV в точке $\mathbf{r}$, и что данный заряд порождает элементарный дипольный момент $d\mu = -(e|\psi|^2 dV)\mathbf{r}$. Подставляя (2.3.2) в (2.3.4), с учетом выражений (2.3.1) получим:

$$\mu = \int e\mathbf{r} |a_1|^2 |u_1|^2 dV + \int e\mathbf{r} |a_2|^2 |u_2|^2 dV + \int e\mathbf{r} [a_1 a_2^* u_1 u_2^* \exp j(\omega_0 t) + a_1^* a_2 u_1^* u_2 \exp[-j(\omega_0 t)]] dV, \quad (2.3.5)$$

где знак $*$ означает комплексное сопряжение, а $\omega_0 = (E_2 - E_1)/h$. Из выражения (2.3.5) видно, что μ содержит член μ_{osc} , осциллирующий с частотой ω_0 , который можно записать в виде:

$$\mu_{osc} = \text{Re}[2a_1 a_2^* \mu_{21} \exp j(\omega_0 t)], \quad (2.3.6)$$

где через Re обозначена действительная часть числа. Здесь введен не зависящий от времени дипольный момент μ_{21} , который определяется как

$$\mu_{21} = \int u_2^* e \mathbf{r} u_1 dV. \quad (2.3.7)$$

Вектор μ_{21} называют *матричным элементом оператора электрического дипольного момента*, или *электрическим дипольным моментом перехода атома*.

Из выражения (2.3.6) видно, что в процессе перехода $2 \rightarrow 1$ атом приобретает дополнительный дипольный момент μ_{osc} , осциллирующий с частотой ω_0 , амплитуда которого пропорциональна вектору μ_{21} , определяемому выражением (2.3.7). Из классической термодинамики известно, что любой осциллирующий диполь излучает энергию в окружающее пространство. Таким образом, в рамках полуклассического подхода спонтанное излучение может рассматриваться как результат такого испускания энергии. Для большей определенности запишем осциллирующий дипольный момент в виде:

$$\mu_{osc} = \mu_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) = \text{Re}[\mu_0' \exp(j\omega_0 t)],$$

где μ_0 — вещественный вектор, описывающий амплитуду дипольного момента, Re обозначает действительную часть числа, а μ_0' — комплексный вектор, определяемый как $\mu_0' = \mu_0 \exp(j\varphi)$.¹ Согласно классической электродинамике такой осциллирующий диполь испускает в окружающее пространство излучение, мощность P_r , которого определяется выражением:

$$P_r = \frac{n\mu^2\omega_0^4}{12\pi\epsilon_0 c^3}, \quad (2.3.8)$$

¹ Напомним, что комплексный вектор $\mathbf{A}$ — это вектор, чьи компоненты, например A_x , A_y и A_z , являются комплексными числами. Амплитуда A комплексного вектора является действительной величиной и определяется как $A = [\mathbf{A}\mathbf{A}^*]^{1/2}$, где $\mathbf{A}^*$ — вектор, сопряженный вектору $\mathbf{A}$ (т. е. вектор с компонентами A_x^* , A_y^* и A_z^* , которые сопряжены соответствующим компонентам вектора $\mathbf{A}$).

где $\mu = |\mu_0| = |\mu'_0|$ — амплитуда электрического дипольного момента, n — показатель преломления окружающей диполь среды, а c — скорость света в вакууме. Выражение (2.3.8) можно использовать и в рассматриваемом случае — при условии, что μ задается соотношением $\mu = 2|a_1 a_2^* \mu_{21}|$, т. е. является амплитудой комплексного вектора $2a_1 a_2^* \mu_{21}$. Таким образом, видно, что мощность излучения можно записать в виде:

$$P_r = P'_r |a_1|^2 |a_2|^2, \quad (2.3.9)$$

где P'_r — не зависящая от времени величина, задаваемая соотношением

$$P'_r = \frac{16\pi^3 n |\mu|^2 \nu_0^4}{3\epsilon_0 c^3}, \quad (2.3.10)$$

в котором $|\mu| = |\mu_{21}|$ обозначает модуль комплексного вектора μ_{21} .

Для того чтобы определить теперь вероятность, в единицу времени, перехода атома между данными состояниями со спонтанным излучением, или, кратко, *спонтанного излучательного перехода*, воспользуемся законом сохранения энергии и запишем:

$$\frac{dE}{dt} = -P_r, \quad (2.3.11)$$

где энергия атома E определяется как

$$E = |a_1|^2 E_1 + |a_2|^2 E_2. \quad (2.3.12)$$

Используя (2.3.3), соотношение (2.3.12) легко представить в виде:

$$E = E_1 + h\nu_0 |a_2|^2, \quad (2.3.13)$$

где $\nu_0 = (E_2 - E_1)/h$ — частота перехода.

С помощью соотношений (2.3.9), (2.3.10) и (2.3.13) уравнение (2.3.11) можно переписать следующим образом:

$$\frac{d|a_2|^2}{dt} = -\frac{1}{\tau_{sp}} |a_1|^2 |a_2|^2 = -\frac{1}{\tau_{sp}} (1 - |a_2|^2) |a_2|^2, \quad (2.3.14)$$

где введено характерное время $\tau_{sp} = h\nu_0 / P'_r$, равное

$$\tau_{sp} = \frac{3h\epsilon_0 c^3}{16\pi^3 \nu_0^3 n |\mu|^2}, \quad (2.3.15)$$

которое называют временем жизни атома в состоянии (на уровне) 2 при спонтанном излучении, или *излучательным временем жизни* атома в данном состоянии.¹ Решение уравнения (2.3.15) удобно представить в виде:

$$|a_2|^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \tanh \left(\frac{t - t_0}{2\tau_{sp}} \right) \right], \quad (2.3.16)$$

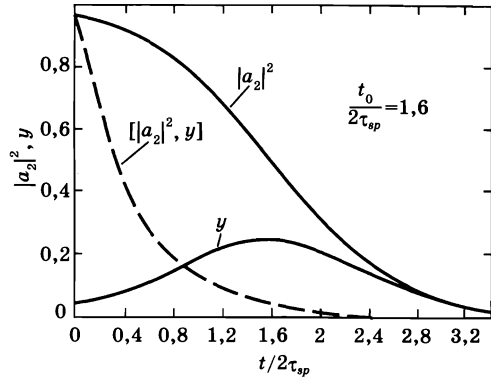
где момент t_0 задается начальными условиями, а именно величиной $|a_2(0)|^2$. В самом деле, из (2.3.16) получаем соотношение

¹ Иногда этот параметр кратко называют также излучательным временем жизни состояния или излучательным временем жизни на уровне. — *Прим. редактора.*

$$|a_2(0)|^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \tanh \left(-\frac{t_0}{2\tau_{sp}} \right) \right], \quad (2.3.17)$$

откуда при заданном значении $|a_2(0)|^2$ (при условии, что оно меньше 1) можно однозначно определить t_0 . В качестве примера на рис. 2.5 показано изменение во времени величины $|a_2(t)|^2$ при начальном условии $|a_2(0)|^2 = 0,96$. Отметим, что выбор различных значений $|a_2(0)|^2$ фактически соответствует изменению величины t_0 в (2.3.16), т. е. смещению начала оси времени. Если положить, например, $|a_2(0)|^2 = 0,8$, то кривую $|a_2(t)|^2$ можно получить про-

Рис. 2.5
Изменение во времени вероятности заселения верхнего состояния $|a_2(t)|^2$ и нормированной излучаемой мощности $y = \tau_{sp} P_r / h\nu_0$. Сплошные линии — результаты полуклассического расчета; пунктирная линия — результат квантового электродинамического расчета



стым горизонтальным сдвигом кривой на рис. 2.5 влево до тех пор, пока она не пересечет вертикальную ось $t = 0$ в точке 0,8. В этом заключается преимущество представления временной эволюции величины $|a_2(t)|^2$ в виде (2.3.16). Определив $|a_2(t)|^2$, можно, используя (2.3.11) и (2.3.13), найти излучаемую мощность P_r , записав $P_r = -h\nu_0 d|a_2|^2/dt$. Изменение во времени величины нормированной излучаемой мощности, $y = \tau_{sp} P_r / h\nu_0$, также представлено на рис. 2.5. Для последующего обсуждения важно заметить, что временную эволюцию величины $|a_2(t)|^2$ можно аппроксимировать экспоненциальной зависимостью вида:

$$|a_2(t)|^2 = |a_2(0)|^2 \exp[-(t/\tau_{sp})] \quad (2.3.18)$$

только при $|a_2(0)|^2 \ll 1$. Действительно, произведя в этом случае замену $|a_1|^2 \cong 1$ в уравнении (2.3.14), можно непосредственно получить соотношение (2.3.18).

Как будет более детально показано в следующем разделе, результаты, полученные с использованием полуклассического подхода, противоречат данным экспериментов. Корректные результаты можно получить, только применяя квантовый подход, при котором излучение также квантуется. Хотя такой расчет достаточно сложен и его особенности будут обсуждаться в следующем разделе, конечный результат оказывается простым и заключается в том, что соотношение (2.3.18) оказывается справедливым во всех случаях, при этом параметр τ_{sp} по-прежнему определяется формулой (2.3.15). Используя эту формулу, можно записать *вероятность спонтанного излучательного*

перехода атома, или вероятность спонтанного излучения для перехода, (в единицу времени) $A = 1/\tau_{sp}$ в виде:

$$A = \frac{16\pi^3 \nu_0^3 n |\mu|^2}{3h\epsilon_0 c^3}. \quad (2.3.19)$$

Отметим также, что если обозначить через N_i полную плотность числа частиц в двух состояниях, или суммарную населенность этих состояний, то можно записать: $N_2(t) = N_i |a_2(t)|^2$ и $N_2(0) = N_i |a_2(0)|^2$. Умножая обе части (2.3.18) на N_i , получим: $N_2(t) = N_2(0) \exp(-t/\tau_{sp})$ в соответствии с соотношением (1.1.2), которое было получено, исходя из общих соображений.

2.3.2. КВАНТОВО-ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Хотя рассмотрение *квантово-электродинамического подхода* к описанию явления спонтанного излучения и выходит за рамки данной книги, целесообразно, тем не менее, привести некоторые конечные результаты применения такого подхода и сравнить их с результатами полуклассического описания. Однако прежде рассмотрим полуклассическое описание важного для последующего обсуждения частного случая, а именно ситуации, когда $|a_2(0)|^2 = 1$. При этом из соотношения (2.3.17) следует, что $t_0 = \infty$. Это означает, что согласно полуклассической теории атом не должен переходить из возбужденного состояния. Действительно, если $|a_2(0)|^2 = 1$, то $|a_1(0)|^2 = 0$, и из (2.3.14) получаем, что $d|a_2|^2/dt = 0$. На данную ситуацию можно взглянуть и по-другому, если обратить внимание на то, что при $a_1(0) = 0$ вклад μ_{osc} , определяемый соотношением (2.3.6), равен нулю. Поскольку атом в этом случае не имеет осциллирующего дипольного момента, то он не может испускать излучение и, следовательно, находится в равновесном состоянии. Оценим теперь устойчивость такого равновесия. Чтобы сделать это, предположим, что состояние атома испытывает небольшое возмущение, такое что $|a_2| \neq 1$ при $t = 0$. Физически это означает, что в результате этого возмущения возникает отличная от нуля вероятность, равная $|a_1|^2$, найти атом в состоянии 1. Из соотношения (2.3.6) следует, что при этом появляется вклад в дипольный момент, осциллирующий с частотой ω_0 . Этот диполь будет излучать (т. е. испускать излучение) в окружающее пространство, а атом будет стремиться перейти в состояние 1. Это означает, что величина $|a_2|^2$ будет уменьшаться, так что атом будет еще дальше смещаться от положения равновесия. Таким образом, состояние атома является неустойчиво равновесным.

Прежде чем двигаться дальше, имеет смысл еще раз перечислить основные результаты, полученные в рамках полуклассического подхода:

1. Временная эволюция величины $|a_2|^2$ описывается согласно соотношению (2.3.16) функцией гиперболического тангенса, однако при слабом возбуждении (т. е. при $|a_2|^2 \ll 1$) она следует экспоненциальному закону (см. соотношение (2.3.18)).

2. Когда атом в начальный момент времени находится в возбужденном состоянии (т. е. $|a_2(0)|^2 = 1$), то это его состояние является равновесным (неустойчиво), и спонтанного излучения не происходит.

В отличие от перечисленного выше, наиболее важные результаты квантового описания явления спонтанного излучения сводятся к следующему [5, 6]:

1. В противоположность полуклассическому описанию, временная эволюция величины $|a_2|^2$ всегда с достаточной точностью (*приближение Вигнера–Вайскопфа*) описывается экспоненциальной функцией. Это означает, что соотношение (2.3.18) справедливо при любых величинах $|a_2(0)|^2$.

2. Излучательное время жизни состояния τ_{sp} и в случае квантового описания определяется соотношением (2.3.15).

3. Поскольку спонтанно излучаемая мощность выражается как $P_r = -\hbar\nu_0 d|a_2|^2/dt$, то эта величина также будет экспоненциально убывать с постоянной времени τ_{sp} .

Таким образом, видно, что полуклассический и квантово-электродинамический подходы совершенно по-разному описывают явление спонтанного излучения (см. рис. 2.5). Все известные результаты экспериментов¹ подтверждают, что квантовая электродинамика дает корректное решение рассматриваемой задачи.

Предшествующее рассмотрение приводит к выводу, что согласно квантовой электродинамике атом на верхнем уровне не находится в неустойчиво-равновесном состоянии. Физическая причина исчезновения неустойчивой равновесности при переходе от полуклассического к квантовому описанию требует дальнейших разъяснений. В рамках полуклассического подхода волновая функция атома записывается обычно в виде соотношения (2.3.2), которое означает, что атом не находится в стационарном состоянии. Согласно принципам квантовой механики это может иметь место, только если атом подвержен воздействию некоторого возмущения. Кроме того, для того, чтобы из теоретического описания не следовало бы существование рассмотренного выше неустойчивого равновесия, необходимо также предположить, что атом находится под действием какого-то возмущения, и указать его происхождение. На первый взгляд, можно легко поддаться искушению посчитать, что вещество всегда окружено некоторым фоновым излучением, которое может возмущать атом. Для большей конкретности представим, что вещество находится внутри полости черного тела, стенки которого поддерживаются при температуре T . Можно предположить, что в этом случае фоновое электромагнитное поле обеспечивается излучением этого черного тела внутри полости. Однако, данный вывод ошибочен, поскольку тогда испускание атомом излучения будет фактически вынужденным процессом, обусловленным излучением черного тела. При этом явление спонтанного излучения должно зависеть от температуры стенок и исчезать при $T = 0$ К. В действительности, возмущение, необходимое для описания явления спонтанного излучения, может быть корректно введено только в рамках квантово-электродинамического подхода. В самом деле, согласно рассмотрению,

¹ Среди них можно отметить очень точные измерения так называемого *лэмбовского сдвига* — эффекта, сопутствующего спонтанному излучению. Центральная частота спонтанно излучаемого света не совпадает с частотой ν_0 , а немного отличается от нее. Измерения лэмбовского сдвига в водороде относятся к наиболее прецизионным физическим измерениям, проведенным до настоящего времени, и их результаты всегда хорошо совпадают (в пределах ошибок экспериментов) с предсказаниями квантовой электродинамики.

проведенному в подразделе 2.2.3, среднеквадратичные величины $\langle E^2 \rangle$ и $\langle H^2 \rangle$ электрического и магнитного полей данной моды полости отличны от нуля даже при $T = 0$ К (определяя нулевые флуктуации электромагнитного поля). Поэтому можно рассматривать эти флуктуации как действующее на атом возмущение, которое, в частности, нарушает неустойчивое равновесие, предсказываемое полуклассической теорией. Соответственно, можно говорить, что процесс спонтанного излучения обусловлен нулевыми флуктуациями электромагнитного поля.

2.3.3. РАЗРЕШЕННЫЕ И ЗАПРЕЩЕННЫЕ ПЕРЕХОДЫ

Из выражения (2.3.19) видно, что для того, чтобы выполнялось условие $A \neq 0$, необходимо, чтобы $|\mu| \neq 0$. В этом случае спонтанное излучение обусловлено мощностью, излучаемой электрическим диполем атома, и говорят, что переход является *разрешенным электрическим дипольным*. Напротив, когда $|\mu| = 0$, то и $A = 0$, а переход называют *запрещенным электрическим дипольным*. В этом случае переход может произойти в результате других, мультипольных излучательных процессов, например за счет колебаний магнитного дипольного момента атома (*магнитный дипольный переход*). Однако такие процессы являются обычно гораздо менее вероятными.

Рассмотрим теперь случай запрещенного электрического дипольного перехода, т. е. когда $|\mu| = 0$. Поскольку $|\mu| = |\mu_{21}|$, то соотношение (2.3.7) показывает, что переход запрещен, если обе собственные функции u_1 и u_2 одновременно либо симметричны, либо антисимметричны (т. е. имеют одинаковую четность).¹ Действительно, рассмотрим два вклада в подынтегральное выражение в (2.3.7) в точках $\mathbf{r}$ и $-\mathbf{r}$, а именно $u_2^*(\mathbf{r})e r u_1(\mathbf{r})dV$ и $u_2^*(-\mathbf{r})(-e r)u_1(-\mathbf{r})dV$. Легко заметить, что когда обе собственных функции симметричны ($u(-\mathbf{r}) = u(\mathbf{r})$) или антисимметричны ($u(-\mathbf{r}) = -u(\mathbf{r})$), эти два вклада равны и противоположны по знаку. Поскольку это справедливо для произвольных точек $\mathbf{r}$ и $-\mathbf{r}$ пространства, то интеграл (2.3.7) в этом случае равен нулю, так что и $|\mu| = 0$. Напротив, когда оба состояния имеют противоположную четность (например, u_1 симметрична, а u_2 — антисимметрична), два вклада в подынтегральное выражение в (2.3.7) в точках $\mathbf{r}$ и $-\mathbf{r}$ равны и имеют одинаковый знак. В этом случае, очевидно, имеем $|\mu| \neq 0$, так что переход является разрешенным электрическим дипольным.

Подводя итоги, можно сказать, что разрешенные электрические дипольные переходы могут происходить только между состояниями противоположной четности, тогда как переходы между состояниями одинаковой четности могут происходить (хотя и с существенно меньшими вероятностями) только в результате других, мультипольных излучательных процессов (в частности, при магнитном дипольном излучении).²

¹ Напомним, что функция $f(\mathbf{r})$ симметрична (или является четной), если $f(-\mathbf{r}) = f(\mathbf{r})$, и антисимметрична (или нечетна), если $f(-\mathbf{r}) = -f(\mathbf{r})$.

² Необходимо напомнить, что в соответствии с квантовой механикой состояния часто могут иметь определенную четность (т. е. являются либо симметричными, либо антисимметричными). Это, например, имеет место в изолированных атомах или ионах, или в атомах или ионах во внешнем поле, когда центр инверсии отсутствует.

Пример 2.1. Оценка величин τ_{sp} и A для разрешенных и запрещенных электрических дипольных переходов. Для разрешенного электрического дипольного перехода на частоте, соответствующей середине видимого диапазона, оценку порядка величины A можно получить из (2.3.19) при подстановке $\lambda = c/\nu = 500$ нм и $|\mu| \cong ea$, где a — радиус атома ($a \cong 0,1$ нм). Таким образом, можно получить $A \cong 10^8$ с⁻¹ (т. е. $\tau_{sp} \cong 10$ нс). Для магнитного дипольного перехода величина A оказывается примерно в 10^5 раз меньше, так что $\tau_{sp} \cong 1$ мс. Отметим, что согласно (2.3.19) величина A возрастает как третья степень частоты перехода, так что значимость процесса спонтанного излучения быстро увеличивается с ростом частоты. Действительно, для переходов с частотами в диапазоне от среднего до дальнего ИК вероятность спонтанного излучения часто оказывается пренебрежимо малой, и в этом случае обычно доминирует безызлучательная дезактивация. С другой стороны, если рассматривать рентгеновский диапазон (скажем, при $\lambda \leq 5$ нм), то величина τ_{sp} становится исключительно малой (10–100 фс), что составляет основную проблему при получении инверсии населенностей в рентгеновских лазерах.

2.4. ПОГЛОЩЕНИЕ И ВЫНУЖДЕННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

В данном разделе рассмотрим более детально процессы поглощения и вынужденного излучения, происходящие в двухуровневой системе, для случая, когда с монохроматической электромагнитной волной взаимодействует одиночный атом. В частности, целью такого рассмотрения является расчет вероятностей поглощения W_{12} и вынужденного излучения W_{21} (см. соотношения (1.1.4) и (1.1.6)). Будем следовать полуклассическому подходу, при котором, как уже говорилось, атом рассматривается с квантовой, а электромагнитное излучение — с классической точек зрения. Действительно, может быть показано, что в тех случаях, когда число фотонов в данной моде излучения существенно больше единицы, квантово-электродинамический и полуклассический подходы приводят к одним и тем же результатам. Поскольку это условие выполняется практически во всех случаях, кроме ситуации с исключительно слабыми электромагнитными полями, то используя полуклассический подход можно обойти сложности последовательного квантового описания. Вначале будем считать, что два рассматриваемых уровня являются невырожденными, а случай вырожденных уровней рассмотрим в этой главе позже.

2.4.1. ВЕРОЯТНОСТИ ПОГЛОЩЕНИЯ И ВЫНУЖДЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Рассмотрим случай поглощения и предположим, что при $t \geq 0$ на атом падает монохроматическая электромагнитная волна, так что волновая функция атома описывается соотношением (2.3.2) при начальных условиях $|a_1(0)|^2 = 1$ и $|a_2(0)|^2 = 0$.

В результате взаимодействия с электромагнитной волной атом приобретает дополнительную энергию взаимодействия H' . При последующем рассмотрении эта энергия H' предполагается обусловленной взаимодействием электрического дипольного момента атома с электрическим полем $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ электромагнитной волны (*электрическое дипольное взаимодействие*), причем начало радиус-вектора $\mathbf{r}$ (начало координат) выбрано совпадающим с ядром. Электрическое поле в месте расположения ядра можно в этом случае записать в виде:

$$\mathbf{E}(0, t) = E_0 \sin(\omega t), \quad (2.4.1)$$

где ω — угловая частота волны. Будем также предполагать, что длина волны электромагнитного излучения гораздо больше размеров атома, так что изменение фазы волны на размерах атома пренебрежимо мало. Тогда выражение (2.4.1) можно использовать для представления величины электрического поля в любой точке атома (*электрическое дипольное приближение*). Будем также предполагать, что частота ω расположена вблизи резонансной частоты перехода ω_0 .

С классической точки зрения при данном положении $\mathbf{r}$ электрона внутри атома, этот атом будет иметь электрический дипольный момент $\boldsymbol{\mu} = -e\mathbf{r}$, где e — заряд электрона. Энергия взаимодействия H' , обусловленная внешним электрическим полем, будет определяться выражением:

$$H' = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E} = -e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_0 \sin \omega t. \quad (2.4.2)$$

При квантовомеханическом описании эта осциллирующая во времени величина рассматривается как гамильтониан взаимодействия $H'(t)$, который подставляется в зависящее от времени уравнение Шредингера. Поскольку $\omega \cong \omega_0$, то этот гамильтониан взаимодействия вызывает переход атома с одного уровня на другой. Это означает, что при $t > 0$ величина $|a_1(t)|^2$ уменьшается по сравнению со своим начальным значением $|a_1(0)|^2 = 1$, а $|a_2(t)|^2$ соответственно увеличивается. Для того чтобы получить выражение для $a_2(t)$, предположим дополнительно, что вероятность перехода мала, так что для решения уравнения Шредингера можно применить *теорию возмущений, зависящую от времени*, а взаимодействие длится в течение достаточно продолжительного времени после начального момента $t = 0$.

С учетом перечисленных предположений временная эволюция величины $|a_2(t)|^2$, как показано в Приложении А, описывается выражением:

$$|a_2(t)|^2 = \frac{\pi^2}{3\hbar^2} |\mu_{21}|^2 E_0^2 \delta(\nu - \nu_0) t, \quad (2.4.3)$$

где $\nu = \omega/2\pi$, $\nu_0 = \omega_0/2\pi$, δ — дельта-функция Дирака, E_0 — амплитуда вектора $\mathbf{E}_0$, а $|\mu_{21}|$ — модуль комплексного вектора μ_{21} , определяемого соотношением (2.3.7). Выражение (2.4.3) показывает, что при $t > 0$ величина $|a_2(t)|^2$ линейно возрастает со временем. Таким образом, для атома можно определить *вероятность перехода с поглощением излучения*, или *вероятность поглощения для перехода* (в единицу времени) W_{12}^{sa} как

$$W_{12}^{sa} = d|a_2|^2 / dt, \quad (2.4.4)$$

получив из выражения (2.4.3):

$$W_{12}^{sa} = \frac{\pi^2}{3\hbar^2} |\mu_{21}|^2 E_0^2 \delta(\nu - \nu_0). \quad (2.4.5)$$

Отметим, что вероятность перехода, определяемая соотношением (2.4.4), относится к случаю одиночного атома, взаимодействующего с монохроматическим излучением; это обозначено верхним индексом *sa* (от англ. *single atom* — одиночный атом), добавленным к W_{12} .

Для того чтобы дать более глубокое представление о физическом смысле явления поглощения, отметим, что при $t > 0$ волновую функцию можно записать в виде (2.3.2). Таким образом, при $t > 0$ атом приобретает осциллирующий дипольный момент μ_{osc} , описываемый выражением (2.3.6). Однако в отличие от спонтанного излучения, поскольку $a_1(t)$ и $a_2(t)$ в данном случае индуцированы электрическим полем электромагнитной волны, фаза μ_{osc} оказывается связанной с фазой этой волны. В частности, при поглощении, т. е. когда начальные условия соответствуют значениям $a_1(0) = 1$ и $a_2(0) = 0$, фаза дипольного момента такова, что диполь поглощает энергию из электромагнитной волны. Таким образом, видно, что рассматриваемый процесс очень похож на взаимодействие внешнего поля с индуцированным им классическим осциллирующим диполем [3].

Соотношение (2.4.5) можно также выразить через плотность энергии электромагнитной волны. Поскольку

$$\rho = n^2 \epsilon_0 E_0^2 / 2, \quad (2.4.6)$$

где n — показатель преломления среды, а ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, получаем

$$W_{12}^{sa} = \frac{2\pi^2}{3n^2\epsilon_0\hbar^2} |\mu_{21}|^2 \rho \delta(\nu - \nu_0). \quad (2.4.7)$$

Отметим, что величина W_{12}^{sa} пропорциональна дельта-функции Дирака. Отсюда следует не имеющий физического смысла вывод о том, что $W = 0$ при $\nu \neq \nu_0$ и $W_{12} = \infty$ при $\nu = \nu_0$, т. е. когда частота электромагнитной волны точно совпадает с частотой перехода в атоме. Источник данного нефизического результата находится в сделанном предположении о том, что взаимодействие электромагнитной волны с атомом непрерывно продолжается в течение бесконечно большого интервала времени. Действительно, с классической точки зрения, если синусоидальное электрическое поле на частоте ν индуцирует (без потерь энергии) дипольный момент, осциллирующий с собственной частотой ν_0 , то взаимодействие, т. е. передача энергии, будет происходить только в том случае, если выполняется условие $\nu = \nu_0$. В действительности же существует целый ряд возмущающих факторов (таких как столкновения с другими атомами или фононами кристаллической решетки), которые препятствуют бесконечной, без возмущений, продолжительности такого взаимодействия. Эти факторы будут рассмотрены в последующих разделах, но основной результат, к которому они приводят, можно сформулировать достаточно просто: соотношение (2.4.7) остается справедливым, если δ -функцию

Дирака — бесконечно узкую функцию, центрированную на частоте $\nu = \nu_0$ и имеющую единичную площадь под кривой, т. е. такую, что

$$\int \delta(\nu - \nu_0) d\nu = 1,$$

— заменить новой функцией $g(\nu - \nu_0)$, симметричной относительно $\nu \neq \nu_0$, снова имеющей единичную площадь под кривой, т. е. такой, что

$$\int g(\nu - \nu_0) d\nu = 1,$$

и обычно представимой в виде:

$$g(\nu - \nu_0) = \frac{2}{\pi \Delta \nu_0} \frac{1}{1 + [2(\nu - \nu_0) / \Delta \nu_0]^2}, \quad (2.4.8)$$

где параметр $\Delta \nu_0$ зависит от конкретного действующего механизма уширения линии. Таким образом, W_{12}^{sa} можно записать в виде:

$$W_{12}^{sa} = \frac{2\pi^2}{3n^2 \epsilon_0 h^2} |\mu_{21}|^2 \rho g(\nu - \nu_0). \quad (2.4.9a)$$

Вид нормированной функции $[g(\nu - \nu_0) \Delta \nu_0]$ в зависимости от безразмерной разности частот $(\nu - \nu_0) / (\Delta \nu_0 / 2)$ представлен на рис. 2.6. Полная ширина контура кривой (2.4.8) между двумя ее точками, имеющими интенсивность, равную половине максимальной (FWHM — от англ. *Full Width at Half Maximum* — полная ширина на половине высоты), составляет просто $\Delta \nu_0$. Максимум функции $g(\nu - \nu_0)$ находится на частоте $\nu = \nu_0$, при этом ее значение равно

$$g(0) = 2 / \pi \Delta \nu_0 = 0,637 / \Delta \nu_0. \quad (2.4.9б)$$

Линию, форма контура которой выражается соотношением (2.4.8), называют *лоренцевой линией* — в честь Г. Е. Лоренца, который впервые вывел соотношение (2.4.8) в своей теории электронного осциллятора [3].

В случае плоской электромагнитной волны часто бывает удобно выразить W_{12}^{sa} через интенсивность I падающего излучения. Поскольку

$$I = c \rho / n, \quad (2.4.10)$$

где n — показатель преломления среды, то из (2.4.9) находим, что

$$W_{12}^{sa} = \frac{2\pi^2}{3n\epsilon_0 ch^2} |\mu_{21}|^2 I g(\nu - \nu_0). \quad (2.4.11)$$

Рассмотрим теперь случай вынужденного излучения. Исходные величины, а именно волновая функция двухуровневой системы (соотношения (2.3.2) и (2.3.1)) и энергия взаимодействия H' (соотношение (2.4.2)) остаются при этом теми же самыми. Поэтому соответствующая пара уравнений, описывающих эволюцию во времени величин $|a_2(t)|^2$

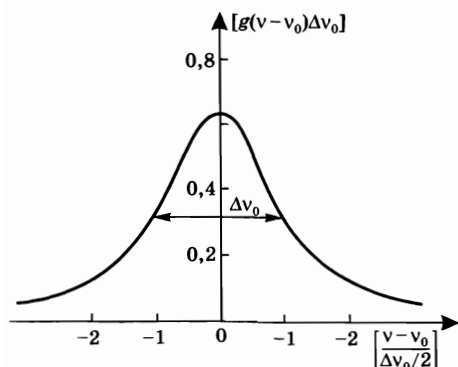


Рис. 2.6
Линия с нормированным лоренцевым контуром

и $|a_1(t)|^2$ (см. Приложение А) также остается неизменной. Единственное отличие от предыдущего описания заключается в том, что начальные условия теперь задаются соотношением $|a_2(0)|^2 = 1$ и, следовательно, $|a_1(0)|^2 = 0$. Нетрудно показать, что соответствующие новые соотношения для случая вынужденного излучения можно получить при этом простой перестановкой индексов 1 и 2. Так, выражение для *вероятности вынужденного излучательного перехода* атома, или *вероятности вынужденного излучения для перехода* (в единицу времени) W_{12}^{sa} получается из (2.4.5) также путем перестановки двух индексов. Из соотношения (2.3.7) сразу видно, что $\mu_{12} = \mu_{21}^*$, откуда следует равенство $|\mu_{12}| = |\mu_{21}|$. Таким образом, получаем соотношение

$$W_{12}^{sa} = W_{21}^{sa}, \quad (2.4.12)$$

показывающее, что вероятности поглощения и вынужденного излучения в рассматриваемом случае равны (ср. с (1.1.8)).

В заключение этого раздела, в соответствии с соотношениями (2.4.9а) и (2.4.11), запишем вероятность вынужденного перехода в виде:¹

$$W^{sa} = \frac{2\pi^2}{3n^2\varepsilon_0\hbar^2} |\mu|^2 \rho g(v - v_0), \quad (2.4.13a)$$

$$W^{sa} = \frac{2\pi^2}{3n\varepsilon_0 c \hbar^2} |\mu|^2 I g(v - v_0), \quad (2.4.13б)$$

где введены обозначения $|\mu| = |\mu_{12}| = |\mu_{21}|$ и, в соответствии с (2.4.12),

$$W^{sa} = W_{12}^{sa} = W_{21}^{sa}.$$

2.4.2. РАЗРЕШЕННЫЕ И ЗАПРЕЩЕННЫЕ ПЕРЕХОДЫ

Соотношения (2.4.13) и (2.3.19) показывают, что вероятности вынужденных W^{sa} и спонтанного A излучательных переходов пропорциональны величине $|\mu|^2$. Это означает, что как вынужденные, так и спонтанные переходы должны подчиняться одним и тем же *правилам отбора*. Таким образом, вынужденный переход за счет электрического дипольного взаимодействия (электрический дипольный переход) может происходить только между состояниями с волновыми функциями u_1 и u_2 , имеющими противоположную

¹ Примечание: множитель 3 в знаменателе соотношений (2.4.3), (2.4.5), (2.4.7), (2.4.9а), (2.4.11), (2.4.13а) и (2.4.13б) соответствует случаю линейно поляризованной волны, взаимодействующей с произвольно ориентированными атомами (как это имеет место в газах). В этом случае получаем:

$$W \propto \langle |\mu_{21} \cdot E_0|^2 \rangle = |\mu_{21}|^2 E_0^2 \langle \cos^2 \theta \rangle = |\mu_{21}|^2 E_0^2 / 3,$$

где θ — угол между векторами μ_{21} и E_0 , а усреднение берется по всем возможным взаимным ориентациям атома и вектора поля. Действительно, для произвольно ориентированных векторов μ_{21} имеем: $\langle \cos^2 \theta \rangle = 1/3$, где усреднение производится в трехмерном пространстве, т. е.

$$\langle \cos^2 \theta \rangle = \int \cos^2 \theta d\Omega / 4\pi.$$

Для разных случаев взаимной ориентации частиц и вектора поля множитель $|\mu_{21}|^2/3$ необходимо соответствующим образом изменить. Так, например, для выстроенных ионов (таких, как в ионном кристалле) и линейно поляризованной волны множитель 3 необходимо опустить, считая при этом, что $|\mu_{21}|$ обозначает величину проекции вектора μ_{21} на вектор E_0 .

четность. Его называют разрешенным электрическим дипольным переходом. Напротив, если четность обоих состояний одинакова, то $W^{sa} = 0$, а переход называют запрещенным электрическим дипольным. Это совсем не означает, тем не менее, что атом не может перейти между уровнями 1 и 2 под влиянием падающей электромагнитной волны. Переход в этом случае может произойти, например, в результате взаимодействия магнитного поля электромагнитной волны с магнитным дипольным моментом атома. Для того чтобы не усложнять описание, не будем дальше углубляться в рассмотрение этого случая *магнитного дипольного взаимодействия* и ограничимся констатацией того факта, что его анализ может быть проведен таким же образом, как это было сделано при выводе соотношения (2.4.11). Можно указать также, что магнитный дипольный переход между состояниями одинаковой четности (четно-четный или нечетно-нечетный переход) разрешен. Таким образом, переход, запрещенный при электрическом дипольном взаимодействии, тем не менее оказывается разрешенным при учете магнитного дипольного взаимодействия, и наоборот.

Полезно теперь оценить порядок величины отношения вероятностей электрического дипольного перехода W_e и магнитного дипольного перехода W_m . Очевидно, что такой расчет относится к разным переходам: одному — разрешенному за счет электрического дипольного, а другому — за счет магнитного дипольного взаимодействий. Предположим, что интенсивность электромагнитной волны одинакова в обоих случаях. Для разрешенного электрического дипольного перехода, согласно (2.4.5), можно записать $W_e \propto (\mu_e E_0)^2 \approx (eaE_0)^2$, где E_0 — амплитуда электрического поля, а электрический дипольный момент разрешенного перехода атома μ_e аппроксимирован произведением заряда электрона e и радиуса a атома. Для магнитного дипольного взаимодействия можно показать, что $W_m \propto (\mu_m B_0)^2 \approx (\beta B_0)^2$, где B_0 — амплитуда магнитного поля, а магнитный дипольный момент разрешенного перехода атома μ_m аппроксимирован магнетоном Бора β ($\beta = 9,27 \cdot 10^{-24}$ А · м²). Таким образом, получаем:

$$(W_e/W_m) = (eaE_0/\beta B_0)^2 = (eac/\beta)^2 \cong 10^5. \quad (2.4.14)$$

При нахождении численного результата (2.4.14) был использован тот факт, что в плоской электромагнитной волне выполняется соотношение $E_0/B_0 = c$ (где c — скорость света), и принято, что $a \cong 0,05$ нм. Таким образом, вероятность электрического дипольного перехода значительно превышает вероятность магнитного дипольного перехода.

2.4.3. СЕЧЕНИЕ И КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОГЛОЩЕНИЯ И УСИЛЕНИЯ ДЛЯ ПЕРЕХОДА

В разделе 2.4.1 вероятность вынужденного излучательного перехода была рассчитана для случая взаимодействия падающей электромагнитной волны с одиночным атомом, ширина контура линии перехода в котором определяется некоторым механизмом уширения. Рассмотрим теперь ансамбль из N_i атомов в единице объема и определим среднюю вероятность перехода, соответствующую этому случаю.

Вначале рассмотрим ситуацию, когда и резонансная частота ν_0 , и форма контура линии перехода одинаковы для всех атомов (случай *однородного уширения* линии). Вероятность перехода W_h в этом случае будет одной и той же для каждого из атомов, так что можно просто положить:

$$W_h(\nu - \nu_0) = W^{sa}(\nu - \nu_0). \quad (2.4.15)$$

Если считать теперь, что все атомы находятся в основном состоянии, то для скорости изменения населенности верхнего состояния за счет поглощения излучения, dN_2/dt , можно записать:

$$(dN_2/dt) = W_h N_1. \quad (2.4.16)$$

Поскольку W_h пропорциональна интенсивности электромагнитной волны, т. е. плотности потока фотонов $F = I/h\nu$, то можно ввести для перехода *сечение поглощения при однородном уширении* σ_h :

$$\sigma_h = W_h/F. \quad (2.4.17)$$

Из соотношений (2.4.13а) и (2.4.17) видно, что величина σ_h определяется соотношением

$$\sigma_h = \frac{2\pi^2}{3n\epsilon_0 ch} |\mu|^2 \nu g(\nu - \nu_0). \quad (2.4.18)$$

Проводя рассуждения, аналогичные тем, что использовались при обсуждении рис. 1.2, из (2.4.16) и (2.4.17), получим уравнение, описывающее изменение плотности потока фотонов вдоль оси z , в виде (ср. с уравнением (1.2.1)):

$$dF = -\sigma_h N_1 F dz. \quad (2.4.19)$$

Анализ вида уравнения (2.4.19) позволяет дать простую физическую интерпретацию введенного таким образом сечения. Прежде всего, представим себе, что каждому атому можно поставить в соответствие некую площадку — эффективное сечение поглощения σ_a — в том смысле, что если фотон проходит через эту площадку, то он будет поглощен атомом (рис. 2.7). Если обозначить через S площадь поперечного сечения пучка электромагнитных волн, то число атомов в слое вещества толщиной dz (см. также рис. 1.2) будет равно $N_1 S dz$, что дает суммарное сечение поглощения для слоя, равное $\sigma_a N_1 S dz$. Относительное изменение (dF/F) плотности потока фотонов на длине dz в веществе равно, таким образом,

$$(dF/F) = -(\sigma_a N_1 S dz/S). \quad (2.4.20)$$

Сравнение соотношений (2.4.20) и (2.4.19) показывает, что $\sigma_h = \sigma_a$, так что физический смысл, который можно приписать величине σ_h , — это определенное выше эффективное сечение поглощения.

В некотором смысле иная ситуация реализуется, когда резонансные частоты ν'_0 атомов распределены вблизи некоторой центральной частоты ν_0 (случай *неоднородного уширения* линии). Такое распределение можно описать

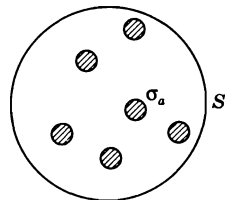


Рис. 2.7
Эффективное сечение поглощения σ_a для атомов в пучке света с поперечным сечением S

функцией $g^*(\nu'_0 - \nu_0)$, которая определяется таким образом, чтобы величина $dN_t = N_t g^*(\nu'_0 - \nu_0) d\nu'_0$ давала число атомов с резонансными частотами, попадающими в интервал между ν'_0 и $\nu'_0 + d\nu'_0$. В соответствии с (2.4.16) часть скорости изменения населенности верхнего состояния $d(dN_2/dt)$, за счет поглощения излучения этим числом атомов dN_t , составляет величину

$$d(dN_2/dt) = W_h dN_t = W_h(\nu - \nu'_0) N_t g^*(\nu'_0 - \nu_0) d\nu'_0,$$

где $W_h(\nu - \nu'_0)$ — вероятность переходов для атомов с резонансной частотой ν'_0 . Полная скорость изменения населенности верхнего состояния определяется при этом выражением

$$(dN_2/dt) = N_t \int W_h(\nu - \nu'_0) g^*(\nu'_0 - \nu_0) d\nu'_0. \quad (2.4.21)$$

Сравнение (2.4.21) и (2.4.16) показывает, что можно ввести вероятность перехода при неоднородном уширении W_{in} , используя соотношение

$$W_{in} = \int W_h(\nu - \nu'_0) g^*(\nu'_0 - \nu_0) d\nu'_0. \quad (2.4.22)$$

В соответствии с (2.4.17) для рассматриваемого перехода можно теперь определить *сечение поглощения при неоднородном уширении* σ_{in} как $\sigma_{in} = W_{in}/F$. Разделив обе стороны равенства (2.4.22) на F и используя (2.4.17), получим:

$$\sigma_{in} = \int \sigma_h(\nu - \nu'_0) g^*(\nu'_0 - \nu_0) d\nu'_0. \quad (2.4.23)$$

Следуя рассуждениям, относящимся к рис. 2.7, видим, что σ_{in} является эффективным сечением поглощения, которое может быть связано с одиночным атомом в том смысле, что фотон поглощается этим атомом, если он проходит через площадку с таким сечением. Отметим, однако, что в действительности при неоднородном уширении каждый атом характеризуется своим сечением $\sigma_h(\nu - \nu'_0)$ на частоте падающего излучения, а сечение σ_{in} является просто эффективным средним сечением. Отметим также, что согласно (2.4.23) форма и ширина контура линии σ_{in} определяются функцией $g^*(\nu'_0 - \nu_0)$, т. е. распределением резонансных частот атомов. Явления, приводящие к возникновению таких распределений частот, будут рассмотрены ниже. Здесь же ограничимся лишь указанием на то, что обычно $g^*(\nu'_0 - \nu_0)$ представляет функцию вида:

$$g^*(\nu'_0 - \nu_0) = \left[\frac{2}{\Delta\nu_0^*} \left(\frac{\ln 2}{\pi} \right)^{1/2} \right] \exp \left[- \frac{4(\nu'_0 - \nu_0)^2}{\Delta\nu_0^{*2}} \ln 2 \right], \quad (2.4.24)$$

где множитель в первой квадратной скобке правой части (2.4.24) обеспечивает нормировку $\int g^*(\nu'_0 - \nu_0) d\nu'_0 = 1$, и, как легко показать, параметр $\Delta\nu_0^*$ представляет собой полную ширину линии перехода (FWHM). Действительно, если подставить в экспоненту во второй квадратной скобке (2.4.24) значения $(\nu'_0 - \nu_0) = \pm \Delta\nu_0^*/2$, то получим, что величина экспоненты будет равна $1/2$, т. е. половине ее максимальной величины, равной 1, которая, очевидно, достигается при $(\nu'_0 - \nu_0) = 0$. Соотношение (2.4.24) представляет собой достаточно общую форму распределения $g^*(\nu'_0 - \nu_0)$, а величина параметра $\Delta\nu_0^*$ определяется конкретным действующим механизмом уширения.

С помощью соотношения (2.4.18) выражение (2.4.23) можно преобразовать к виду:

$$\sigma_{in} = \frac{2\pi^2}{3n\epsilon_0 ch} |\mu|^2 \nu g_t(\nu - \nu_0). \quad (2.4.25)$$

В (2.4.25) обозначение $g_t(\nu - \nu_0)$ используется для описания результирующей формы контура линии перехода, которая определяется как

$$g_t = \int_{-\infty}^{+\infty} g^*(x) g[(\nu - \nu_0) - x] dx, \quad (2.4.26)$$

где $x = (\nu'_0 - \nu_0)$. Выражение для сечения при неоднородном уширении σ_{in} получается, таким образом, из выражения для сечения при однородном уширении (2.4.18) путем замены в нем функции $g(\nu - \nu_0)$ на функцию $g_t(\nu - \nu_0)$. Отметим, что, в соответствии с (2.4.26), функция g_t является сверткой функций g и g^* . Можно показать, что, поскольку обе эти функции нормированы таким образом, чтобы площадь под контуром равнялась единице, функция g_t

также оказывается нормированной, т. е. $\int g_t(\nu - \nu_0) d\nu = 1$. Отметим также, что выражение (2.4.25) имеет более общий вид и включает в себя выражение (2.4.18). Действительно, из (2.4.25) и (2.4.26) сразу следует, что σ_{in} превращается в σ_h , когда $g^*(\nu'_0 - \nu_0) = \delta(\nu'_0 - \nu_0)$, т. е. когда резонансные частоты всех атомов одинаковы. Наоборот, если ширина контура $g(\nu - \nu'_0)$ линии перехода одиночного атома гораздо меньше ширины распределения $g^*(\nu'_0 - \nu_0)$, обусловленного неоднородным уширением, то $g(\nu - \nu'_0)$ в (2.4.26) можно заменить δ -функцией Дирака, получив при этом $g_t \cong g^*(\nu - \nu_0)$ (случай чисто неоднородного уширения). При этом из (2.4.24) получаем:

$$g_t = g^*(\nu - \nu_0) = \frac{2}{\Delta\nu_0^*} \left(\frac{\ln 2}{\pi} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{4(\nu - \nu_0)^2 \ln 2}{\Delta\nu_0^*} \right]. \quad (2.4.27)$$

Вид нормированной функции $[g^*(\nu - \nu_0)\Delta\nu_0^*]$ в зависимости от безразмерной разности частот $(\nu - \nu_0)/(\Delta\nu_0^*/2)$ представлен на рис. 2.8. Полная ширина, FWHM, контура (2.4.27) составляет $\Delta\nu_0^*$, а максимальное значение функции находится на частоте $\nu = \nu_0$ и равно при этом

$$g^*(0) = \frac{2}{\Delta\nu_0^*} \left(\frac{\ln 2}{\pi} \right)^{1/2} = \frac{0,939}{\Delta\nu_0^*}. \quad (2.4.28)$$

Линию, форма контура которой выражается соотношением (2.4.27), называют *гауссовой линией*.

Учитывая приведенное рассмотрение, будем впредь для обозначения сечения поглощения использовать символ $\sigma = \sigma_{in}$. В общем виде выражение для этого сечения записывается как

$$\sigma = \frac{2\pi^2}{3n\epsilon_0 ch} |\mu|^2 \nu g_t(\nu - \nu_0). \quad (2.4.29)$$

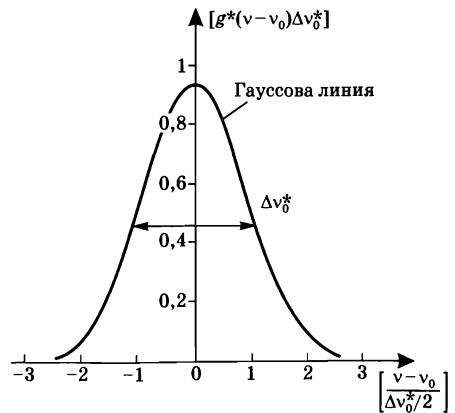


Рис. 2.8
Линия с нормированным гауссовым контуром

Соответствующее выражение для вероятности поглощения $W = \sigma F$ можно при этом представить в виде:

$$W = \frac{2\pi^2}{3n^2\varepsilon_0 h^2} |\mu|^2 \rho g_t(\nu - \nu_0), \quad (2.4.30)$$

где $\rho = (nI/c) = (nFh\nu/c)$ — объемная плотность энергии электромагнитной волны.

Аналогичное рассмотрение можно провести для случая вынужденного излучения. Из равенства (2.4.12) непосредственно следует, что для невырожденных уровней выражения общего вида для сечения и вероятности вынужденного излучения снова задаются соответственно соотношениями (2.4.29) и (2.4.30).

Необходимо подчеркнуть, что согласно (2.4.29) сечение σ для данного перехода определяется только свойствами среды ($|\mu|^2$, g_t и ν_0) и частотой ν падающей волны. Таким образом, зависимость σ от разности $(\nu - \nu_0)$ — это все, что необходимо знать для описания процесса взаимодействия излучения с веществом. Поэтому сечение σ является очень важной и широко используемой характеристикой перехода. Отметим, что в случае, когда населенности двух уровней равны N_1 и N_2 , соотношение (2.4.19) следует записывать в более общем виде:

$$dF = -\sigma(N_1 - N_2)Fdz. \quad (2.4.31)$$

По виду это выражение аналогично полученному ранее в главе 1 соотношению (1.2.1), в котором $g_1 = g_2$. В то же время проведенное в данном разделе рассмотрение дает более глубокое представление о физическом смысле (эффективного) сечения σ .

Другой подход к описанию взаимодействия излучения с веществом заключается в введении для данного перехода параметра α , определяемого как

$$\alpha = \sigma(N_1 - N_2). \quad (2.4.32)$$

Если $N_1 > N_2$, то величина α положительна, и ее называют *коэффициентом поглощения* вещества. Используя (2.4.29), можно следующим образом выразить α :

$$\alpha = \frac{2\pi^2}{3n\varepsilon_0 ch} (N_1 - N_2) |\mu|^2 \nu g_t(\nu - \nu_0). \quad (2.4.33)$$

Поскольку параметр α зависит от населенностей двух связанных переходом уровней, то он не слишком удобен при описании ситуаций, когда эти населенности изменяются, как, например, это происходит в лазерах. Однако преимущество его использования заключается в том, что коэффициент поглощения α часто можно непосредственно измерить. Действительно, из (2.4.31) и (2.4.32) получаем:

$$dF = -\alpha Fdz. \quad (2.4.34)$$

Отсюда следует, что отношение плотности потока фотонов, прошедших через слой вещества толщиной l , к плотности потока падающих фотонов равно $[F(l)/F(0)] = \exp(-\alpha l)$. Измерив это отношение в эксперименте при использовании излучения с достаточной степенью монохроматичности, можно опре-

делить величину α на данной длине волны. Соответствующую величину сечения для перехода можно затем получить, при известных величинах N_1 и N_2 , с помощью соотношения (2.4.32). Если среда находится в термодинамическом равновесии, то N_1 и N_2 можно определить из соотношения (1.2.2), если известны суммарная населенность $N_t = N_1 + N_2$ и кратности вырождения уровней. Прибор для измерения α называется спектрофотометром поглощения. Однако отметим, что измерение поглощения нельзя произвести, если уровень 1 не заселен. Такая ситуация имеет место, если, например, состояние 1 не является основным, и отстоит от него по энергии на величину много большую, чем kT .

В заключение следует отметить, что если $N_2 > N_1$, то величина коэффициента поглощения α , определяемая соотношением (2.4.32), становится отрицательной, так что, очевидно, электромагнитная волна будет усиливаться в среде, а не поглощаться. В этом случае принято использовать новый параметр g , а именно:

$$g = \sigma(N_2 - N_1), \quad (2.4.35)$$

величина которого положительна; его называют *коэффициентом усиления*.

2.4.4. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЙНШТЕЙНА

В данном разделе рассмотрим описание спонтанных и вынужденных переходов (поглощения и излучения), которое было предложено Эйнштейном [9]. В этом описании впервые сформулировано понятие вынужденного излучения, а также задолго до того, как сложились квантовая механика и квантовая электродинамика, установлено правильное соотношение между вероятностями спонтанного и вынужденного переходов. Расчеты построены на использовании элегантных термодинамических рассуждений.

Предположим, что вещество помещено в полость черного тела, стенки которого поддерживаются при постоянной температуре T . В условиях термодинамического равновесия полость заполнена электромагнитным излучением, в которое погружено вещество, а спектральное распределение ρ_ν плотности энергии излучения в единице объема определяется соотношением (2.2.22). При этом в веществе, вдобавок к процессам спонтанного излучения, происходят процессы как вынужденного излучения, так и поглощения. Поскольку система находится в состоянии термодинамического равновесия, то число переходов в единицу времени с уровня 1 на уровень 2 должно быть равно числу переходов с уровня 2 на уровень 1. Положим теперь

$$W_{21} = B_{21}\rho_{\nu_0}, \quad (2.4.36)$$

$$W_{12} = B_{12}\rho_{\nu_0}, \quad (2.4.37)$$

где B_{21} и B_{12} — постоянные коэффициенты (*коэффициенты Эйнштейна B*), и пусть N_1^e и N_2^e — равновесные населенности соответственно уровней 1 и 2. Таким образом, высказанное утверждение выражается равенством:

$$A_{21}N_2^e + B_{21}\rho_{\nu_0}N_2^e = B_{12}\rho_{\nu_0}N_1^e. \quad (2.4.38)$$

Для невырожденных уровней согласно статистике Больцмана имеем:

$$N_2^e / N_1^e = \exp(-h\nu_0 / kT). \quad (2.4.39)$$

Тогда из (2.4.38) и (2.4.39) следует, что

$$\rho_{\nu_0} = \frac{A}{B_{12} \exp(h\nu_0 / kT) - B_{21}}. \quad (2.4.40)$$

Сравнение выражений (2.4.40) и (2.2.22), при $\nu = \nu_0$, приводит к следующим соотношениям:

$$B_{12} = B_{21} = B, \quad (2.4.41)$$

$$\frac{A}{B} = \frac{8\pi h \nu_0^3 n^3}{c^3}. \quad (2.4.42)$$

Равенство (2.4.41) показывает, что вероятности поглощения и вынужденного излучения в присутствии излучения черного тела равны. Таким образом, соотношение (2.4.41) аналогично ранее уже установленному совершенно другим способом соотношению (2.4.12), которое справедливо в случае монохроматического излучения. С другой стороны, соотношение (2.4.42) позволяет определить коэффициент A , если известен коэффициент B вынужденного излучения в присутствии излучения черного тела. Величину B нетрудно получить из выражения (2.4.30), если вспомнить, что оно было получено для монохроматического излучения. Для излучения черного тела можно ввести величину $\rho_\nu d\nu$ — объемную плотность энергии излучения с частотами в малом спектральном интервале от ν до $\nu + d\nu$ — и считать, что эта доля энергии связана с монохроматической волной. Соответствующая часть вероятности перехода dW получается из (2.4.30) путем замены ρ на $\rho_\nu d\nu$.

После интегрирования получившегося соотношения в предположении, что функцию $g_i(\nu - \nu_0)$ можно, по сравнению с ρ_ν , аппроксимировать δ -функцией Дирака (см. рис. 2.3), получим

$$W = \frac{2\pi^2}{3n^2\epsilon_0 h^2} |\mu|^2 \rho_{\nu_0}. \quad (2.4.43)$$

Сравнение (2.4.43) с (2.4.36) или (2.4.37) дает при этом

$$B = \frac{2\pi^2 |\mu|^2}{3n^2\epsilon_0 h^2}, \quad (2.4.44)$$

так что из (2.4.42) получаем:

$$A = \frac{16\pi^3 \nu_0^3 n |\mu|^2}{3h\epsilon_0 c^3}. \quad (2.4.45)$$

Отметим, что полученное здесь выражение для A точно совпадает с тем, которое дает квантово-электродинамический подход (см. выражение (2.3.19)). Фактически, его вывод основан на использовании термодинамических соображений и закона Планка (который с точки зрения квантовой электродинамики справедлив).

2.5. МЕХАНИЗМЫ УШИРЕНИЯ ЛИНИЙ

В этом разделе различные физические механизмы уширения спектральных линий, которые уже упоминались в предыдущих разделах, рассматриваются более детально. В соответствии с предшествующим изложением необходимо с самого начала подчеркнуть существенное различие между однородным и неоднородным уширением линии. Уширение называется *однородным*, если механизм, за счет которого оно происходит, приводит к одинаковому уширению линии перехода каждого из атомов. В этом случае контуры линий поглощения одного атома и ансамбля атомов будут совпадать. Напротив, уширение называется *неоднородным*, если соответствующий механизм приводит к распределению резонансных частот атомов по некоторому спектральному интервалу. В результате такой механизм уширяет контур линии поглощения всего ансамбля атомов (т. е. контур α), не уширяя контуры линий отдельных атомов.

Прежде чем продолжить рассмотрение, необходимо напомнить, что форму контура функции $g_i(\nu - \nu_0)$ можно определить двумя способами:

1. В эксперименте по поглощению излучения, с помощью спектрофотометра. В этом случае измеряют зависимость коэффициента поглощения α от частоты ν , используя спектрофотометр для выбора частоты излучения. Из соотношения (2.4.33) видно, что $\alpha \propto \nu g_i(\nu - \nu_0)$. Поскольку ширина контура функции $g_i(\nu - \nu_0)$ обычно много меньше, чем ν_0 , то можно приблизительно считать, что $\alpha \propto \nu_0 g_i(\nu - \nu_0)$. Таким образом, зависимость функции $g_i(\nu - \nu_0)$ от частоты ν с очень хорошей точностью совпадает с формой контура α .

2. В эксперименте по испусканию излучения, когда спонтанно испущенный свет пропускают через спектрометр с достаточно высокой разрешающей силой и определяют $g_i(\nu - \nu_0)$, измеряя спектральный контур излучения.

Можно показать, что для любого перехода форма линии, полученная каким-либо из этих двух способов, всегда одна и та же. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать контур линии поглощения или излучения, в зависимости от того, что является более удобным.

2.5.1. ОДНОРОДНОЕ УШИРЕНИЕ

Первый из рассматриваемых механизмов однородного уширения линий связан со столкновениями и называется *столкновительным уширением*. В газах он реализуется при столкновениях атома с другими атомами, ионами, свободными электронами и т. д., либо со стенками сосуда. В твердых телах он обусловлен взаимодействием атома с фононами решетки. В результате столкновения волновые функции ψ_1 и ψ_2 для двух уровней атома (см. (2.3.1)) испытывают случайный скачок фазы. Это означает, что фаза осциллирующего дипольного момента μ_{osc} (см. (2.3.6)) также претерпевает случайный сдвиг относительно фазы падающей электромагнитной волны. Таким образом, эти столкновения прерывают процесс когерентного взаимодействия излучения

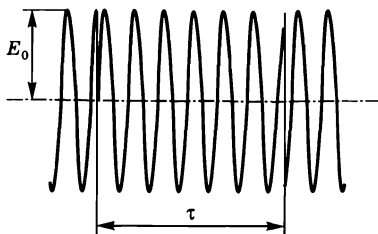


Рис. 2.9
Изменение во времени
напряженности электрического
поля электромагнитной волны $E(t)$,
воспринимаемое атомом,
испытывающим столкновения.
(Реально за время между
столкновениями τ может произойти
 10^7 или более колебаний.)

с атомом. Поскольку именно относительная фаза имеет значение при этом взаимодействии, то теоретическое описание ситуации не изменится, если предположить, что сдвиг при каждом столкновении испытывает фаза напряженности электрического поля, а не фаза дипольного момента μ_{osc} . В результате, напряженность электрического поля не может более считаться синусоидально изменяющейся во времени величиной, а будет иметь вид, представленный на рис. 2.9, где каждый скачкообразный сдвиг фазы связан со столкновением. Понятно, что при таких условиях атом уже не воспринимает электромагнитную волну как монохроматическую. В этом случае, записав объемную плотность энергии излучения в узком спектральном интервале от ν' до $\nu' + d\nu'$ в виде $d\rho = \rho_\nu d\nu'$, можно подставить эту величину в соотношение, справедливое для монохроматического излучения, т. е. в (2.4.7), что приводит к выражению:

$$dW_{12} = \frac{2\pi^2}{3n^2\epsilon_0 h^2} |\mu_{21}|^2 \rho_\nu \delta(\nu' - \nu_0) d\nu'. \quad (2.5.1)$$

Полная вероятность перехода получается путем интегрирования соотношения (2.5.1) по всему спектру частот излучения, что дает:

$$W_{12} = \frac{2\pi^2}{3n^2\epsilon_0 h^2} |\mu_{21}|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_\nu \delta(\nu' - \nu_0) d\nu'. \quad (2.5.2)$$

Теперь можно записать ρ_ν в виде:

$$\rho_\nu = \rho g(\nu' - \nu), \quad (2.5.3)$$

где ρ — плотность энергии волны в единице объема (см. соотношение (2.4.6)), а функция $g(\nu' - \nu)$ описывает спектральную зависимость величины ρ_ν . Поскольку, очевидно, $\rho = \int \rho_\nu d\nu'$, то интегрирование обеих частей выражения (2.5.3) показывает, что функция $g(\nu' - \nu)$ должна удовлетворять условию нормировки

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(\nu' - \nu) d\nu' = 1. \quad (2.5.4)$$

Подставляя (2.5.3) в соотношение (2.5.2) и используя хорошо известные математические свойства δ -функции, получим:

$$W_{12} = \frac{2\pi^2}{3n^2\epsilon_0 h^2} |\mu_{21}|^2 \rho g(\nu - \nu_0). \quad (2.5.5)$$

Как и предсказывалось в разделе 2.4.1, видно, что величину W_{12} действительно можно получить путем замены $\delta(v - v_0)$ в соотношении (2.4.7) на $g(v - v_0)$. Отметим, что согласно (2.5.4) справедливо также равенство

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(v - v_0) dv = 1. \quad (2.5.6)$$

Теперь остается рассчитать нормированную функцию спектральной плотности энергии падающего излучения $g(v' - v)$. Эта функция зависит от длительности интервала времени τ между двумя последовательными столкновениями (рис. 2.9), которая, очевидно, отличается от столкновения к столкновению. Предположим, что распределение величин τ можно описать плотностью вероятности

$$p_\tau = [\exp(-\tau/\tau_c)]/\tau_c. \quad (2.5.7)$$

При этом $p_\tau d\tau$ является вероятностью того, что длительность интервала времени между столкновениями находится в диапазоне от τ до $\tau + d\tau$. Отметим, что параметр τ_c в (2.5.7) имеет физический смысл среднего интервала времени между двумя последовательными столкновениями, $\langle \tau \rangle$. Действительно, легко видеть, что

$$\langle \tau \rangle = \int_0^{\infty} \tau p_\tau d\tau = \tau_c. \quad (2.5.8)$$

На данном этапе математическая задача, которую требуется решить, четко определена. Необходимо рассчитать нормированную спектральную плотность энергии электромагнитной волны, изображенной на рис. 2.9, для которой длительность интервала времени τ между столкновениями имеет статистическое распределение p_τ , задаваемое соотношением (2.5.7). Сославшись, в плане математических деталей, на Приложение Б, просто приведем здесь окончательный результат. Искомая нормированная спектральная функция определяется соотношением

$$g(v' - v) = 2\tau_c \frac{1}{[1 + 4\pi^2 \tau_c^2 (v' - v)^2]}. \quad (2.5.9)$$

В соответствии с (2.5.5) форму контура линии перехода можно получить из (2.5.9) путем замены v' на v_0 . При этом имеем:

$$g(v - v_0) = 2\tau_c \frac{1}{[1 + 4\pi^2 \tau_c^2 (v - v_0)^2]}, \quad (2.5.10)$$

что и является требуемым окончательным результатом. Таким образом, получаем функцию лоренцевой формы (см. рис. 2.6), в общем виде описываемой соотношением (2.4.8), в котором значение в максимуме равно теперь $2\tau_c$, а параметр Δv_0 является *столкновительной шириной линии*, равной

$$\Delta v_0 = 1/\pi\tau_c. \quad (2.5.11)$$

Пример 2.2. Столкновительное уширение линии в He-Ne лазере. В качестве первого примера столкновительного уширения рассмотрим переход атома или иона в газе при давлении p . Оценка τ_c дается в этом случае величиной $\tau_c = l/v_{th}$, где l — средняя длина свободного пробега атома в газе, а v_{th} — его средняя тепловая скорость. Учитывая, что $v_{th} = (3kT/M)^{1/2}$, где M — масса атома, и выбирая l равной величине, определяемой моделью твердых сфер, получаем:

$$\tau_c = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} \frac{1}{8\pi} \frac{(MkT)^{1/2}}{pa^2}, \quad (2.5.12)$$

где a — радиус атома, а p — давление газа. Для газа атомов Ne при комнатной температуре и давлении $p \approx 0,5$ Торр (типичном давлении для He-Ne лазера), используя (2.5.12), в котором $a \approx 0,1$ нм и $\tau_c \approx 0,5$ мкс, находим из (2.5.11), что $\Delta\nu_0 = 0,64$ МГц. Отметим, что величина τ_c обратно пропорциональна, и, следовательно, величина $\Delta\nu_0$ прямо пропорциональна давлению p . В качестве эмпирического правила можно принять, что по порядку величины для любого атома столкновения дают вклад в уширение линии перехода, примерно равный $(\Delta\nu_0/p) \approx 1$ МГц/Торр и сравнимый с тем, что получился для атомов Ne. Отметим также, что число периодов электромагнитной волны, укладывающихся на интервале времени между столкновениями τ_c , равно $m = \nu\tau_c$. Для волны, частота которой попадает в середину видимого диапазона, имеем $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ Гц, так что указанное число периодов равно $5 \cdot 10^8$. Это подчеркивает тот факт, что рис. 2.9 сделан не в масштабе, поскольку реальное число колебаний за время τ во много раз больше, чем изображено на рисунке.

Пример 2.3. Ширина линии в кристаллах рубина и Nd:YAG. В качестве другого примера столкновительного уширения рассмотрим переход примесного иона в ионном кристалле. В этом случае происходят столкновения фононов решетки с ионом. Поскольку число фононов в данной колебательной моде решетки сильно зависит от температуры, то можно ожидать, что ширина линии перехода будет иметь значительную температурную зависимость. В качестве примера на рис. 2.10 приведена зависимость ширины линии от температуры как в кристалле Nd:YAG, так и в кристалле рубина. Ширина линии здесь выражена в волновых числах (см^{-1}) — единицах, которые используются спектроскопистами гораздо чаще, чем обычные единицы частоты.¹ Видно, что при 300 К ширина линии лазерного перехода равна $\Delta\nu_0 \approx 4 \text{ см}^{-1} = 120$ ГГц — для кристалла Nd:YAG и $\Delta\nu_0 \approx 11 \text{ см}^{-1} = 330$ ГГц — для кристалла рубина.

Второй механизм однородного уширения линий связан с явлением спонтанного излучения. Поскольку такое излучение характеризуется только

¹ Для данной частоты ν соответствующая величина в волновых числах (т. е. в см^{-1}) равна $w = \nu/c$, где c — скорость света в вакууме (выраженная в см/с). Таким образом, частота ν в обычных единицах связана с частотой в волновых числах простым соотношением $\nu = cw$. Соответствующая длина волны (выраженная в см) равна $\lambda = c/\nu = 1/w$, что показывает преимущество использования волновых чисел (см^{-1}) как единиц частоты.

свойствами данного перехода, то соответствующее уширение называют *естественным*, или *собственным*. В случае естественного уширения проще всего рассматривать его проявления на примере спектра испускания излучения. Отметим, что, как указывалось в разделе 2.3.2, спонтанное излучение — это чисто квантовое явление, т. е. его можно корректно описать только при квантовании как вещества, так и излучения. Отсюда следует, что корректное описание спектрального контура испускаемого излучения также требует квантово-электродинамического подхода. Ограничимся поэтому приведением конечного результата, который оказывается очень простым, и обсуждением его с использованием некоторых простых соображений. Квантово-электродинамическая теория спонтанного излучения [10] показывает, что спектральная функция $g(\nu - \nu_0)$ снова представляет собой лоренцев контур, вид которого может быть получен из соотношения (2.5.10) путем замены параметра τ_c на $2\tau_{sp}$, где

τ_{sp} — излучательное время жизни. Так, в частности, *естественная ширина линии* перехода (FWHM) равна

$$\Delta\nu_0 = 1/2\pi\tau_{sp}. \quad (2.5.13)$$

Для того чтобы убедиться в правильности этого результата, отметим, что поскольку мощность, излучаемая атомом, спадает со временем как $\exp(-t/\tau_{sp})$, то можно предположить, что напряженность соответствующего электрического поля изменяется согласно соотношению $E(t) = \exp(-t/2\tau_{sp}) \cos \omega_0 t$. Получаемая тогда зависимость от времени мощности излучения (которая пропорциональна $\langle E^2(t) \rangle$), а именно $\exp(-t/\tau_{sp})$, будет корректно отражать закон ее спада. Теперь нетрудно рассчитать спектральное распределение, отвечающее такой временной зависимости напряженности поля $E(t)$, и убедиться, что контур линии является лоренцевым, а его ширина определяется соотношением (2.5.13).

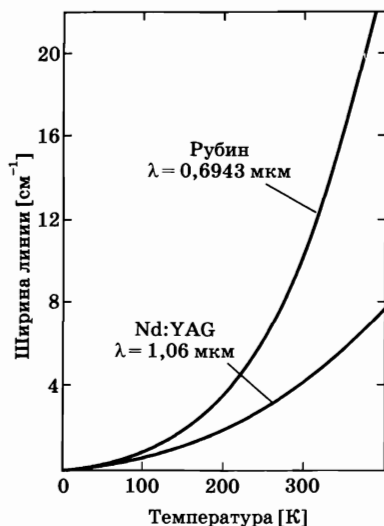


Рис. 2.10
Температурная зависимость ширины линии лазерного перехода, определяемой уширением за счет фононов, в кристаллах рубина и Nd:YAG

Пример 2.4. Естественная ширина линии разрешенного перехода. В качестве характерного примера оценим по порядку величины естественную ширину $\Delta\nu_{nat}$ для разрешенного электрического дипольного перехода. Положив $|\mu| = ea$, где $a \approx 0,1$ нм, а $\lambda = 500$ нм (зеленый свет), в примере 2.1 уже определили, что $\tau_{sp} \approx 10$ нс. Из (2.5.13) получаем $\Delta\nu_{nat} \approx 16$ МГц. Отметим, что величина $\Delta\nu_{nat}$, как и $A = 1/\tau_{sp}$, должна увеличиваться с ростом частоты, как ν_0^3 . Поэтому естественная ширина линии перехода очень быстро возрастает при продвижении в область коротких длин волн (в УФ- или рентгеновский диапазон).

2.5.2. НЕОДНОРОДНОЕ УШИРЕНИЕ

Рассмотрим теперь некоторые механизмы, под действием которых уширение контура линии возникает в результате распределения резонансных частот атомов (неоднородное уширение).

В качестве первого примера неоднородного уширения рассмотрим ситуацию с ионами в ионных кристаллах или стеклах. Такие ионы испытывают воздействие локального электрического поля, наведенного окружающими атомами среды. Из-за неоднородностей среды, которые особенно значительны в стеклах, это поле изменяется от иона к иону. Такие вариации локального поля вызывают, за счет эффекта Штарка, локальные вариации энергии уровней и, следовательно, частот переходов в ионах. (Происхождение термина «неоднородное уширение» связано именно с этим случаем.) При случайных вариациях локального поля оказывается, что соответствующее распределение частот переходов $g^*(\nu'_0 - \nu_0)$ имеет гауссову форму контура, т. е. выражается соотношением (2.4.27). Ширина линии $\Delta\nu_0^*$ (FWHM) определяется величиной разброса изменений частот переходов в среде и, следовательно, степенью неоднородности поля в кристалле или стекле.

Пример 2.5. Ширина линии в лазере на неодимовом стекле. В качестве характерного примера рассмотрим ионы Nd^{3+} в силикатном стекле. В этом случае из-за неоднородностей стекла ширина линии лазерного перехода на длине волны $\lambda = 1,05$ мкм составляет $\Delta\nu_0^* \cong 5,4$ ТГц, т. е. она примерно в 40 раз больше линии в кристалле $\text{Nd}:\text{YAG}$ при комнатной температуре (см. пример 2.3). Отметим, что наличие неоднородностей является неизбежным свойством стекол.

Другой механизм неоднородного уширения линий, который характерен для газов, связан с движением атомов и называется *доплеровским уширением*. Предположим, что падающая электромагнитная волна частоты ν распространяется в положительном направлении оси z , и пусть через v_z обозначена проекция скорости атома на эту ось. В соответствии с эффектом Доплера частота волны, воспринимаемая в движущейся системе координат, связанной с атомом, равна $\nu' = \nu[1 - (v_z/c)]$, где c — скорость света в среде. Отметим хорошо известный результат, который заключается в том, что если $v_z > 0$, то $\nu' < \nu$, и наоборот. Конечно, поглощение атомом происходит только тогда, когда воспринимаемая атомом частота ν' электромагнитной волны равна частоте перехода ν_0 в атоме, т. е. когда $\nu[1 - (v_z/c)] = \nu_0$. Если записать это соотношение в виде:

$$\nu = \nu_0/[1 - (v_z/c)], \quad (2.5.14)$$

то приходим к другой интерпретации процесса: результат взаимодействия электромагнитного излучения с атомом получается таким же, как если бы атом находился в покое, но при этом имел резонансную частоту ν'_0 , определяемую соотношением

$$\nu'_0 = \nu_0/[1 - (v_z/c)], \quad (2.5.15)$$

где ν_0 является истинной частотой перехода. Действительно, при такой интерпретации следует ожидать, что поглощение будет происходить, когда частота излучения ν равна ν'_0 , т. е. когда $\nu = \nu'_0$, что и соответствует соотношениям (2.5.14) и (2.5.15). Если рассуждать таким образом, то видно, что уширение за счет рассматриваемого механизма действительно является неоднородным в смысле определения, данного в начале раздела 2.5.

Для того чтобы рассчитать соответствующую форму контура линии $g^*(\nu'_0 - \nu_0)$, вспомним, что если величина $p_\nu d\nu_z$ равна вероятности того, что атом массы M в газе при температуре T имеет проекцию скорости в интервале между ν_z и $\nu_z + d\nu_z$, то плотность вероятности p_ν задается распределением Максвелла:

$$p_\nu = \left(\frac{M}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp(-M\nu_z^2/2kT). \quad (2.5.16)$$

Поскольку $|\nu_z| \ll c$, то из соотношения (2.5.15) имеем $\nu'_0 \cong \nu_0[1 + (\nu_z/c)]$ и, таким образом, $\nu_z = c(\nu'_0 - \nu_0)/\nu_0$. Из соотношения (2.5.16), полагая необходимым выполнение условия $g^*(\nu'_0 - \nu_0)d\nu'_0 = p_\nu d\nu_z$, получаем искомое распределение:

$$g^*(\nu'_0 - \nu_0) = \frac{1}{\nu_0} \left(\frac{Mc^2}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{Mc^2 (\nu'_0 - \nu_0)^2}{2kT \nu_0^2} \right]. \quad (2.5.17)$$

Таким образом, опять приходим к гауссовой форме контура, полная ширина (FWHM) которого (*доплеровская ширина линии*) легко находится путем сравнения соотношений (2.5.17) и (2.4.24):

$$\Delta\nu_0^* = 2\nu_0[2kT \ln 2 / Mc^2]^{1/2}. \quad (2.5.18)$$

В случае чисто неоднородного уширения форма контура линии задается выражением общего вида (2.4.27), в котором $\Delta\nu_0^*$ определяется соотношением (2.5.18).

Пример 2.6. *Допплеровская ширина линии в He-Ne лазере.* Возьмем линию Ne на длине волны $\lambda = 632,8$ нм (красная линия генерации He-Ne лазера) и положим $T = 300$ К. Тогда из соотношения (2.5.18), подставляя в него массу Ne, получим $\Delta\nu_0^* = 1,7$ ГГц. Сравнение этой величины с теми, что получаются для столкновительного уширения (см. пример 2.2) и для естественного уширения линии (см. пример 2.4) — переход является разрешенным электрическим дипольным — показывает, что доплеровское уширение в этом случае доминирует.

2.5.3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В соответствии с проведенным рассмотрением, форма контура однородно уширенной линии всегда является лоренцевой, а неоднородно уширенной — гауссовой. Когда уширение линии обусловлено вкладами двух механизмов, форма результирующего контура всегда определяется сверткой соответствующих спектральных функций — как записано в соотношении (2.4.26) для случая, когда один контур уширен однородно, а другой — неоднородно.

Характерные масштабы уширения линий за счет различных механизмов

	Механизм	Газы	Жидкости	Твердые тела
Однородное	Спонтанное излучение	1 кГц÷10 МГц	Незначительное	Незначительное
	Столкновения	5÷10 МГц/Торр	~300 см ⁻¹	—
	Фононы	—	—	~10 см ⁻¹
Неоднородное	Эффект Доплера	50 МГц÷1 ГГц	Незначительное	—
	Локальное поле	—	~500 см ⁻¹	1÷500 см ⁻¹

Можно показать, что свертка двух лоренцевых функций с ширинами контуров $\Delta\nu_1$ и $\Delta\nu_2$ также имеет лоренцев контур, ширина которого равна сумме $\Delta\nu = \Delta\nu_1 + \Delta\nu_2$. Свертка двух гауссовых функций с ширинами контуров $\Delta\nu_1$ и $\Delta\nu_2$ также имеет гауссов контур, на этот раз — с шириной $\Delta\nu = (\Delta\nu_1^2 + \Delta\nu_2^2)^{1/2}$. Таким образом, при произвольной комбинации механизмов уширения всегда возможно свести задачу определения формы контура линии к нахождению свертки одной лоренцевой и одной гауссовой функций. Значения этой функции, известной под именем *контур*, или *интеграл Фойхта* [11], затабулированы. Иногда, однако (например, как в обсуждавшемся выше примере с Ne), один из механизмов уширения является доминирующим. В этом случае можно говорить о чисто лоренцевой или чисто гауссовой линии.

Завершим этот раздел приведением в табл. 2.1 реальных масштабов уширения линий за счет различных рассмотренных выше механизмов уширения. Отметим, что в центре видимого диапазона для разрешенных электрических дипольных переходов имеем $\tau_{sp} \cong 10$ нс и, следовательно, $\Delta\nu_{nat} \cong 10$ МГц. Для запрещенных электрических дипольных переходов, с другой стороны, имеем $\tau_{sp} \cong 1$ мс и, следовательно, $\Delta\nu_{nat} \cong 1$ кГц. Отметим также, что в жидкостях столкновительное уширение и неоднородное уширение локальным полем являются доминирующими механизмами уширения. В этом случае среднее время между двумя последовательными столкновениями действительно гораздо меньше, чем в газовой фазе ($\tau_c \cong 0,1$ пс) и, следовательно, получаем $\Delta\nu_c = 1/\pi\tau_c \cong 100$ см⁻¹. Неоднородное уширение возникает здесь вследствие локальных флуктуаций плотности, обусловленных конечной температурой среды; оно может приводить к ширине линии $\Delta\nu_0^*$, сравнимой с той, которая обусловлена столкновительным уширением. В твердых телах неоднородное уширение за счет вариаций локального поля может достигать 300 см⁻¹ в стекле и уменьшаться до 0,5 см⁻¹, или даже менее, в кристаллах хорошего качества, таких как получаемые в настоящее время кристаллы Nd:YAG.

2.6. БЕЗЫЗЛУЧАТЕЛЬНЫЕ ПЕРЕХОДЫ И ПЕРЕДАЧА ЭНЕРГИИ

Вдобавок к спонтанным излучательным переходам, которые сопровождаются потерей внутренней энергии за счет излучения, возбужденные частицы могут также совершать и безызлучательные переходы. В этих случаях энергия возбуждения преобразуется в кинетическую, колебательную или

электронную энергию окружающих частиц. Существует множество механизмов, за счет которых могут происходить такие превращения энергии, однако, по существу, все эти механизмы можно разделить на две категории:

1. Столкновительная дезактивация.

В этом случае, в газах или жидкостях, энергия возбуждения преобразуется при переходе во внутреннюю и/или кинетическую энергию сталкивающихся частиц или передается стенкам сосуда. В твердых телах, таких как ионные кристаллы, энергия возбужденного иона передается при столкновениях фононам решетки.

2. Передача энергии за счет диполь-дипольного взаимодействия.

В этом случае внутренняя энергия совершающей переход возбужденной частицы передается, в результате диполь-дипольного взаимодействия, другой, близко расположенной к ней, частице, энергия возбуждения которой примерно равна энергии, теряемой первой частицей.

2.6.1.

СТОЛКНОВИТЕЛЬНАЯ ДЕЗАКТИВАЦИЯ

Процесс столкновительной дезактивации [12], в котором энергия возбужденной частицы B^* выделяется в виде кинетической энергии сталкивающейся с ней частицы A , может быть представлен в виде реакции:



где величина ΔE равна энергии возбуждения частицы B^* . Поскольку ΔE выделяется в виде кинетической энергии сталкивающихся частиц, то этот процесс называют также *сверхупругим столкновением*, или *столкновением второго рода*. Для реакций типа (2.6.1) скорость изменения населенности N_{B^*} возбужденного состояния частиц B (скорость дезактивации) может быть записана в виде:

$$\frac{dN_{B^*}}{dt} = -k_{B^*A} N_{B^*} N_A, \quad (2.6.2)$$

где N_A — плотность числа частиц A , а константа скорости k_{B^*A} — коэффициент, зависящий от типа перехода частиц B и от частиц A . Такие процессы проходят особенно эффективно, т. е. константа скорости k_{B^*A} особенно велика, в тех случаях, когда частицы A имеют очень малую массу (например, атомы He в газовой смеси CO_2 лазера), так что они с большей легкостью могут принять на себя избыточную энергию ΔE процесса столкновения в качестве кинетической энергии. В силу тех же причин такие процессы могут с большой вероятностью происходить в газовом разряде, если частица A является свободным электроном (например, дезактивация 2^3S -состояния атома He в He-Ne лазере). В соответствии с соотношением (2.6.2) можно определить *вероятность безызлучательного перехода*:

$$W_{nr} = k_{B^*A} N_A. \quad (2.6.3)$$

Тогда из соотношений (2.6.2) и (2.6.3) получим:

$$\left(\frac{dN_2}{dt} \right) = -\frac{N_2}{\tau_{nr}}, \quad (2.6.4)$$

где, в соответствии с предыдущими обозначениями, N_2 — это населенность возбужденного уровня (плотность числа) частиц B^* , испытывающих столкновительную дезактивацию, а также введено характерное время жизни возбужденного состояния при безызлучательной дезактивации, или *безызлучательное время жизни*, $\tau_{nr} = (1/W_{nr})$.

Отметим, что в соотношении (2.6.2) не учтен процесс, обратный тому, что представлен реакцией (2.6.1), а именно:



в котором частица B возбуждается за счет кинетической энергии ΔE двух сталкивающихся частиц (*тепловое возбуждение*, или *столкновение первого рода*). Если учитывать и эту реакцию, то вместо (2.6.2) следовало бы написать уравнение следующего вида:

$$(dN_{B^*}/dt) = -k_{B^*A}N_{B^*}N_A + k_{BA}N_BN_A, \quad (2.6.6)$$

где k_{BA} — константа скорости, характеризующая процесс теплового возбуждения. Для того чтобы установить соотношение между константами скорости k_{BA} и k_{B^*A} , рассмотрим частицы B в условиях теплового равновесия с частицами A и применим так называемый *принцип детального равновесия*. В общем виде этот принцип может быть сформулирован следующим образом: в условиях термодинамического равновесия скорость любого процесса должна быть полностью уравновешена скоростью соответствующего обратного процесса.¹ Таким образом, в данном случае согласно уравнению (2.6.6) должно выполняться равенство:

$$k_{B^*A}N_{B^*}N_A = k_{BA}N_BN_A. \quad (2.6.7)$$

В условиях теплового равновесия для невырожденных состояний имеем: $N_{B^*} = N_B \exp(-\Delta E/kT)$, где ΔE — энергия возбужденных частиц B , а T — поступательная температура смеси частиц B и A . Тогда из (2.6.7) получаем соотношение:

$$k_{B^*A} = k_{BA} \exp(\Delta E/kT), \quad (2.6.8)$$

показывающее, что константа скорости k для прямой экзотермической реакции (2.6.1) всегда больше, чем для обратной эндотермической реакции (2.6.5). Фактически, для электронных и большинства колебательных переходов ΔE намного превышает величину kT . Тогда, в соответствии с (2.6.8), имеем соотношение $k_{B^*A} \gg k_{BA}$. Очень важно понимать, что хотя соотношение (2.6.8) было получено в условиях теплового равновесия, оно, тем не менее, остается справедливым, даже если населенность частиц B поддерживается в некотором неравновесном возбужденном состоянии, например за счет какого-либо процесса накачки, при том условии, что поступательные степени свободы как частиц B , так и частиц A по-прежнему находятся в состоянии теплового

¹ Отметим, что выведенное в разделе 2.4.4 уравнение, которое описывает состояние равновесия между двухуровневым атомом и излучением черного тела, также является примером использования принципа детального равновесия.

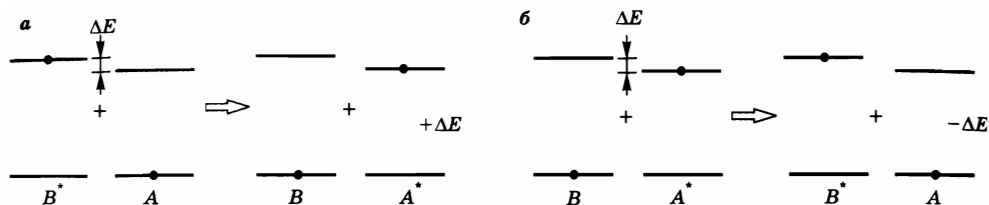


Рис. 2.11

(а) Процесс безызлучательной дезактивации частицы B при квазирезонансной передаче энергии частице A , (б) процесс обратной передачи энергии

равновесия. Действительно, результат квантовомеханического расчета константы скорости k зависит не от населенности частиц B , а только от собственных функций двух участвующих в столкновении частиц и от их относительных скоростей.

При заметной, по сравнению с состоянием больцмановского равновесия, степени возбуждения частиц B , т. е. когда плотность числа возбужденных частиц N_{B^*} по порядку величины становится сравнимой с N_B , получаем $k_{B^*A}N_{B^*} \gg k_{BA}N_B$, и уравнение (2.6.6) преобразуется к виду (2.6.2). Таким образом, процесс столкновительной дезактивации описывается простым уравнением (2.6.4) только в тех случаях, когда $\Delta E > kT$ и можно пренебречь процессами теплового возбуждения, что справедливо для электронных и большинства колебательных переходов. Однако при описании дезактивации низколежащих колебательных состояний некоторых молекул (например, состояния (010) молекулы CO_2), а также вращательных состояний процессы теплового возбуждения необходимо учитывать.

Если внутренняя энергия частиц B^* преобразуется во внутреннюю энергию других частиц A , то процесс столкновительной дезактивации (столкновение второго рода¹) можно представить в виде реакции:



где $\Delta E = E_B - E_A$ — это разница между внутренними энергиями двух частиц (см. рис. 2.11а). Квантовомеханический расчет соответствующей вероятности перехода выходит за рамки данной книги, а для детального ознакомления с ним можно обратиться к [13]. Здесь ограничимся только замечанием, что поскольку энергия ΔE должна быть добавлена к кинетической энергии двух сталкивающихся частиц или вычтена из нее, то процесс (2.6.9) проходит особенно эффективно, когда величина ΔE заметно меньше, чем kT . Поэтому такой процесс называют также *квазирезонансной передачей энергии*. Часто он играет важную роль в качестве механизма накачки активной среды

¹ При столкновениях *первого рода* кинетическая энергия одной частицы переходит во внутреннюю энергию другой частицы (см. реакцию (2.6.5)). При столкновениях *второго рода* внутренняя энергия частицы преобразуется в некоторые другие виды энергии, отличные от энергии излучения, например в кинетическую энергию (см. реакцию (2.6.1)), или передается в качестве внутренней энергии другой частице, такой же или иного типа (см. реакцию (2.6.9)). Таким образом, столкновения второго рода могут также приводить, в частности, к *преобразованию* энергии возбуждения в химическую энергию.

в газовых лазерах (например, передача энергии от возбужденных атомов Не атомам Не в основном состоянии в He-Ne лазере или от возбужденных молекул N₂ молекулам CO₂ в основном состоянии в CO₂ лазере). Этот процесс является также эффективным каналом дезактивации частиц B. Для того чтобы описать динамику такой дезактивации, следует также учесть и обратную реакцию (процесс *обратной передачи энергии*, см. рис. 2.11б):



Используя, как и ранее, принцип детального равновесия, можно показать, что, например, в случае точного резонанса (т. е. когда $\Delta E = 0$), справедливо равенство $k_{B^*A} = k_{BA^*}$, где k_{B^*A} и k_{BA^*} — константы скоростей процессов, представляющих соответственно реакции (2.6.9) и (2.6.10). Это означает, что процесс обратной передачи энергии зачастую играет очень важную роль. Однако его влиянием можно пренебречь в тех случаях, когда частицы A очень быстро покидают возбужденное состояние, как это может происходить при возникновении вынужденного излучения. При этом выполняется условие $(N_{A^*}/N_A) \ll (N_{B^*}/N_B)$, процессами обратной передачи энергии можно пренебречь, а скорость дезактивации возбужденных частиц B* может быть записана просто как

$$(dN_{B^*}/dt) = -k_{B^*A} N_{B^*} N_A. \quad (2.6.11)$$

Снова получаем уравнение общего вида (2.6.4), в котором $(1/\tau_{nr}) = k_{B^*A} N_A$.

Рассмотрим, наконец, ситуацию, когда столкновительная дезактивация частиц B* (например, активного иона в ионном кристалле) происходит за счет взаимодействия с фононами решетки или с колебательными модами стекла¹. В большинстве случаев речь идет о переходах между электронными состояниями частиц B, причем такими, разности энергий которых в несколько раз (обычно, по крайней мере, в 3–4 раза) выше, чем наибольшие возможные энергии фононов. Это означает, что для того, чтобы выполнялся закон сохранения энергии, выделение электронной энергии должно сопровождаться появлением многих новых фононов (*многофононная дезактивация*). Таким образом, в этом случае процесс дезактивации можно представить в виде:

$$B^* \rightarrow B + \sum_i^l n_i (h\nu_i), \quad (2.6.12)$$

где ν_i — частоты участвующих в процессе фононов, n_i — числа фононов в каждой из фононных мод, а суммирование производится по всем фононам, рожденным в рассматриваемом резонансном или квазирезонансном процессе. Как и ранее, можно ввести вероятность перехода W_{nr} в соответствии с соотношением

$$\frac{dN_{B^*}}{dt} = -W_{nr} N_{B^*}. \quad (2.6.13)$$

¹ Отсутствие трансляционной инвариантности в стеклах означает, что, строго говоря, в этом случае нельзя пользоваться понятием фононов, как это делается в случае кристаллов. Однако здесь и ниже будем, для краткости, употреблять термин «фонон» и в случае стекол.

В данном случае, поскольку в процесс вовлечено много фононов, квантово-механическое описание процесса требует применения аппарата теории возмущений высших порядков, поэтому подробно оно здесь не рассматривается. Вместо этого ограничимся лишь указанием на то, что если в процессе участвует фонон с частотой ν , то величину W_{nr} можно представить в виде $W_{nr} = C \exp(-D\Delta E/h\nu)$, где C и D — константы, зависящие от свойств материала среды, а ΔE — энергия, передаваемая частицей B^* при переходе. Отсюда видно, что вероятность перехода быстро уменьшается при увеличении числа $n = \Delta E/h\nu$ участвующих фононов, т. е. при возрастании порядка многофононного процесса. Доминирующий вклад в безызлучательные переходы вносят, таким образом, фононы решетки с наибольшими возможными энергиями, поскольку наиболее вероятными являются процессы наименьших порядков. Значительные отличия в колебательных спектрах различных материалов обеспечивают при этом сильную зависимость W_{nr} от свойств среды. Напротив, установлено, что эта величина относительно слабо зависит от конкретного электронного состояния или даже от вида активного иона.

Заканчивая рассмотрение процессов столкновительной дезактивации, отметим, что хотя они могут проходить в различных формах, уменьшение плотности числа возбужденных частиц может всегда быть описано, в оговоренных выше пределах, выражением общего вида (2.6.4), в котором величина параметра τ_{nr} будет определяться конкретным типом процесса. Следует, однако, подчеркнуть, что существует принципиальное различие между рассматриваемым здесь безызлучательным временем жизни τ_{nr} и временем между столкновениями τ_c , о котором говорилось в разделе 2.5.1, хотя оба этих параметра и связаны со столкновениями. Действительно, безызлучательные переходы происходят при неупругих столкновениях, поскольку возбужденные частицы передают свою энергию окружающей среде. Напротив, τ_c — это среднее время между двумя последовательными дефазирующими столкновениями, которое, таким образом, определяется только упругими столкновениями. Отметим, что, вообще говоря, упругие столкновения более вероятны, чем неупругие, и потому величина τ_c меньше, а часто и гораздо меньше, чем величина τ_{nr} .

2.6.2. ПЕРЕДАЧА ЭНЕРГИИ ЗА СЧЕТ ДИПОЛЬ-ДИПОЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Один из видов безызлучательных переходов, напрямую не связанных со столкновениями, обусловлен *диполь-дипольным взаимодействием* между возбужденной частицей, которую назовем донором D , и, например, частицей в основном состоянии, которую назовем акцептором A . Взаимодействие приводит к передаче энергии от донора к акцептору. Такие процессы подробно изучались Ферстером в жидкостях [14] и Декстером в твердых телах [15]. Они имеют очень большое значение для, например, активных ионов в кристаллах или стеклах и смесей органических красителей в растворах.

Рассмотрим донор, который переходит в нижнее состояние, находясь на некотором расстоянии R вблизи акцептора. В процессе перехода донор

будет обладать дипольным моментом μ_D , осциллирующим на частоте перехода. Из теории электрического дипольного излучения [16] известно, что этот дипольный момент порождает, на расстоянии R , неизлучающее электрическое поле (так называемое *поле ближней зоны*), величина напряженности которого $E_D(t)$, так же как и в случае электростатического диполя, равна $\mu_D/4\pi\epsilon_0 R^3$. При этих условиях переход и передача энергии акцептору могут произойти безызлучательным образом за счет взаимодействия поля ближней зоны $E_D(t, R)$, в месте расположения акцептора, и осциллирующего дипольного момента акцептора μ_A . Энергию взаимодействия H можно при этом записать в виде:

$$H \propto |\mathbf{E}_D \cdot \mu_A| \propto |\mu_D \cdot \mu_A|/R^3. \quad (2.6.14)$$

Конечно, взаимодействие будет иметь значительную величину только в том случае, если частоты осцилляций диполей μ_D и μ_A почти резонансны. Это означает, что спектр излучения донора и спектр поглощения акцептора из его начального состояния (которое часто не является основным состоянием) должны быть достаточно хорошо перекрыты.

Детальный расчет показывает, что для одиночной пары донора и акцептора, находящихся на расстоянии R , вероятность передачи энергии может быть записана в виде [14]:

$$W_{DA} = \left(\frac{3}{64\pi^5}\right) \left(\frac{1}{R^6}\right) \left[\frac{1}{\tau_{sp}} \int_0^\infty \left(\frac{c}{nv}\right)^4 g_D(v) \sigma_A(v) dv \right], \quad (2.6.14a)$$

где τ_{sp} — излучательное время жизни возбужденного состояния донора, n — показатель преломления окружающей среды, g_D — контур линии испускания для перехода донора, а σ_A — сечение поглощения излучения для перехода акцептора. Отметим, что поскольку, как обычно, зависимость W_{DA} от энергии взаимодействия H равна $W_{DA} \propto |H|^2$, то из (2.6.14) получим $W_{DA} \propto |\mu_D|^2 |\mu_A|^2 / R^6$. Из этого соотношения становится понятной причина зависимости W_{DA} в (2.6.14a) как от R^{-6} , так и от $(1/\tau_{sp})$ (вспомним, что $1/\tau_{sp} \propto |\mu_D|^2$, см. соотношение (2.3.15)), а также от сечения поглощения σ_A акцептора (вспомним, что $\sigma_A \propto |\mu_A|^2$, см. соотношение (2.4.29)). Заметим, что (2.6.14a) можно записать в виде:

$$W_{DA} = \frac{1}{\tau_{sp}} \left(\frac{R_0}{R} \right)^6, \quad (2.6.14б)$$

где параметр R_0 определяется соотношением

$$R_0 = \left[\left(\frac{3}{64\pi^5} \right) \int_0^\infty \left(\frac{c}{nv} \right)^4 g_D(v) \sigma_A(v) dv \right]^{1/6}$$

В соответствии с (2.6.14б) параметр R_0 можно рассматривать как характерную величину, при расстояниях меньше которой передача энергии за счет диполь-дипольного взаимодействия еще происходит. Действительно, из (2.6.14б) получаем, например, что $W_{DA} = (1/\tau_{sp})$ при $R = R_0$, тогда как $W_{DA} = 10^{-6}(1/\tau_{sp})$ при $R = 10R_0$. Характерные величины R_0 составляют несколько нанометров.

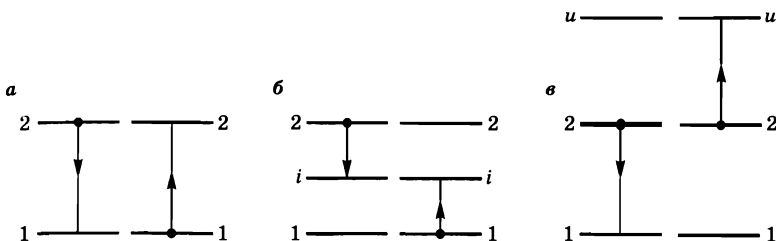


Рис. 2.12

Различные виды передачи энергии между одинаковыми частицами за счет диполь-дипольного взаимодействия:

(а) миграция возбуждения, (б) кросс-релаксация, (в) кооперативная ап-конверсия.

Наконец, необходимо отметить, что диполь-дипольные взаимодействия могут и несколько отличаться от только что рассмотренного классического донор-акцепторного взаимодействия. В частности, они могут происходить между одинаковыми частицами (которые обозначены ниже как частицы D) и, таким образом, сводиться к резонансной передаче энергии от возбужденной частицы к невозбужденной (рис. 2.12а). Подобная передача энергии обычно может, например, просто обеспечивать пространственную *миграцию возбуждения* внутри ансамбля одних и тех же частиц D . В то же время она может привести также к потере энергии возбуждения, если в какой-то момент возбуждение достигнет частицы D , находящейся вблизи от места расположения квазирезонансных частиц-акцепторов, которые, в свою очередь, могут испытывать быструю безызлучательную дезактивацию. Кроме того, энергия может передаваться также промежуточному состоянию i , как показано на рис. 2.12б (*кросс-релаксация*). Этот процесс особенно эффективен при квазирезонансной передаче, т. е. когда $\Delta E_{2i} \cong \Delta E_{i1}$. Наконец, передача энергии может происходить через возбужденное состояние, в котором первоначально находятся и донор, и акцептор, так что в результате акцептор переходит в состояние с еще большей энергией (рис. 2.12в). Этот процесс, называемый *кооперативной ап-конверсией* (англ. *cooperative up-conversion*), также наиболее эффективен при квазирезонансной передаче, т. е. когда $\Delta E_{2u} \cong \Delta E_{21}$.

Для того чтобы рассчитать временную эволюцию населенности возбужденного уровня частиц при диполь-дипольном взаимодействии, необходимо принять во внимание, что при заданных плотностях числа N_D доноров и N_A акцепторов расстояния между донорами и акцепторами будут различными. Согласно (2.6.146) вероятность переходов W_{DA} сильно зависит от расстояния R между донором и акцептором. Отсюда следует, что в целом процесс дезактивации доноров будет происходить не экспоненциально, причем первоначальное, более быстрое девозбуждение, будет происходить в областях с наименьшими расстояниями R между частицами. Особенно важный случай реализуется, когда расстояния между донорами и акцепторами распределены случайным образом и их величины либо фиксированы, как в твердых телах, либо медленно изменяются по мере спонтанной дезактивации, как это часто имеет место в жидкостях (*режим Ферстера*). В этом случае, если учесть также неизбежные спонтанные излучательные переходы,

оказывается, что изменение населенности возбужденного состояния доноров описывается соотношением:

$$N_2(t) = N_2(0)\exp[-(t/\tau_r) + Ct^{1/2}], \quad (2.6.15)$$

где τ_r — излучательное время жизни состояния, а C — некоторый характерный параметр. Отметим, что в этом случае процесс дезактивации доноров не описывается экспоненциальным законом.

Пример 2.7. Передача энергии в активной среде $\text{Yb}^{3+}:\text{Er}^{3+}$:стекло [17].

В активной среде $\text{Yb}^{3+}:\text{Er}^{3+}$:стекло (см. главу 9) донор-акцепторный механизм обеспечивает быструю передачу энергии иона Yb^{3+} , первоначально возбужденного в состояние $^2\text{F}_{5/2}$, иону Er^{3+} , который переходит при этом в верхнее состояние $^4\text{I}_{11/2}$ (рис. 2.13а). Такая передача энергии, кроме того, что она является эффективным механизмом безызлучательной дезактивации иона Yb^{3+} , является весьма результативным способом накачки активного иона Er^{3+} . Отметим, что при высоких концентрациях ионов Yb^{3+} этой передаче энергии способствует процесс миграции возбуждения между ионами Yb^{3+} до того момента, пока возбуждение не достигнет близко расположенной пары $\text{Yb}^{3+}\text{-Er}^{3+}$.

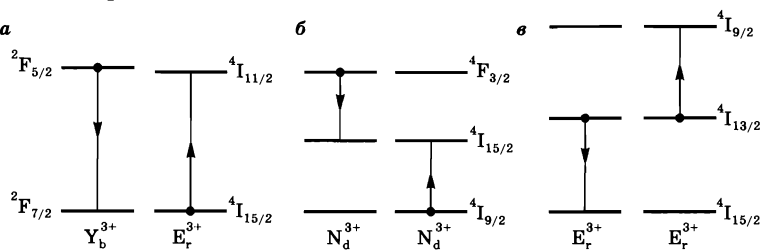


Рис. 2.13

Примеры передачи энергии за счет диполь-дипольного взаимодействия:

(а) передача энергии от Yb^{3+} к Er^{3+} в $\text{Yb}:\text{Er}$ лазере или усилителе, (б) безызлучательный переход в кристалле $\text{Nd}:\text{YAG}$ за счет кросс-релаксации, (в) кооперативная ап-конверсия в Er^{3+} лазере или усилителе.

Пример 2.8. Безызлучательная дезактивация верхнего лазерного уровня $^4\text{F}_{3/2}$ в кристалле $\text{Nd}:\text{YAG}$. Основным механизмом безызлучательных переходов с верхнего лазерного уровня $^4\text{F}_{3/2}$ в кристалле $\text{Nd}:\text{YAG}$ оказывается кросс-релаксация. В этом случае роль промежуточного уровня i на рис. 2.12б играет уровень $^4\text{I}_{15/2}$ иона Nd^{3+} (рис. 2.13б). Энергия возбуждения этого уровня быстро теряется за счет многофононной дезактивации, при этом ион переходит на уровень основного состояния $^4\text{I}_{9/2}$, последовательно попадая на более низколежащие уровни $^4\text{I}_{13/2}$ и $^4\text{I}_{11/2}$ (не показаны на рис. 2.13, см. рис. 2.15). Разность энергий связанных этими переходами уровней (например, для перехода $^4\text{I}_{13/2} \rightarrow ^4\text{I}_{11/2}$) составляет около 2000 см^{-1} (подуровни, расщепленные за счет эффекта Штарка, расположены еще ближе друг к другу), т. е. всего только в 4 раза больше, чем наибольшая колебательная частота в кристалле YAG ($\sim 450 \text{ см}^{-1}$). Этот механизм ограничивает оптимальную концентрацию ионов Nd^{3+} в кристалле YAG величиной около 1%.

Пример 2.9. Кооперативная ап-конверсия в Er^{3+} лазерах и усилителях [17]. Считается, что основной причиной, ограничивающей эффективность Er^{3+} лазеров и усилителей (рис. 2.13а), является кооперативная ап-конверсия. В данном случае из двух соседних ионов Er^{3+} , первоначально возбужденных на лазерный уровень ${}^4\text{I}_{13/2}$, один безызлучательно переходит на основной уровень ${}^4\text{I}_{15/2}$, тогда как другой возбуждается на вышележащий уровень ${}^4\text{I}_{9/2}$. С этого уровня находящийся в матрице из оксидного стекла ион за счет многофононной дезактивации быстро возвращается обратно на уровень ${}^4\text{I}_{13/2}$. Итоговым результатом такой кооперативной ап-конверсии является то, что один из двух ионов Er^{3+} , первоначально возбужденных на лазерный уровень ${}^4\text{I}_{13/2}$, эффективно девозбуждается и переходит на основной уровень, т. е. 50% населенности лазерного уровня теряется.

2.6.3. СОВМЕСТНЫЕ ПРОЯВЛЕНИЯ СПОНТАННЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЬНЫХ И БЕЗЫЗЛУЧАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

Рассмотрим вначале случай, когда процесс безызлучательной дезактивации может быть описан уравнением общего вида (2.6.4). Если принять во внимание как спонтанные излучательные, так и безызлучательные переходы, то для зависящей от времени населенности N_2 возбужденного состояния получаем уравнение:

$$\frac{dN_2}{dt} = -\left(\frac{N_2}{\tau_r} + \frac{N_2}{\tau_{nr}}\right). \quad (2.6.16)$$

Уравнение (2.6.16) можно представить в более простом виде:

$$dN_2/dt = -(N_2/\tau), \quad (2.6.17)$$

если определить полное время жизни возбужденного состояния τ как

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_r} + \frac{1}{\tau_{nr}}. \quad (2.6.18)$$

Населенность $N_2(t)$ в момент времени t находим, интегрируя уравнение (2.6.17). Получаем

$$N_2(t) = N_2(0)\exp -(t/\tau), \quad (2.6.19)$$

где $N_2(0)$ — населенность при $t = 0$. Для того чтобы найти временную зависимость интенсивности спонтанного излучения, заметим, что согласно (2.6.16) величина N_2/τ_r определяет число атомов в единичном объеме, совершающих излучательный переход в единицу времени. Полагая, для простоты, что излучательные переходы происходят только в единственное нижнее состояние — состояние 1 — и обозначая через ν_0 соответствующую частоту перехода, для мощности спонтанного излучения в момент времени t получаем:

$$P(t) = N_2(t)h\nu_0 V/\tau_r, \quad (2.6.20)$$

где V — объем среды. Подстановка (2.6.19) в соотношение (2.6.20) дает:

$$P(t) = [N_2(0)h\nu_0 V / \tau_r] \exp(-t/\tau). \quad (2.6.21)$$

Отметим, что мощность спонтанного излучения экспоненциально затухает с постоянной времени τ , а не τ_r , как, возможно, могло бы показаться на первый взгляд.

Регистрируя затухание мощности спонтанного излучения образца, имеющего при $t = 0$ начальную населенность верхнего состояния $N_2(0)$, измеряют, согласно соотношению (2.6.21), полное время жизни τ . Для того чтобы найти отдельно вклады в него за счет излучательных и безизлучательных переходов, используют измерения *квантового выхода люминесценции* ϕ для перехода. Эту характеристику определяют как отношение полного числа испущенных фотонов к полному числу атомов, первоначально находящихся в возбужденном состоянии 2. Используя (2.6.21), получаем:

$$\phi = \frac{\int (P(t) / h\nu_0) dt}{N_2(0)V} = \frac{\tau}{\tau_r}. \quad (2.6.22)$$

Нетрудно показать, что данное соотношение остается справедливым и в том случае, когда переходы происходят сразу в несколько нижних состояний, при условии, что в определении квантового выхода ϕ имеются в виду фотоны, испущенные при всех этих переходах. Измеренное значение ϕ позволяет, таким образом, найти τ_r , если из измерений скорости затухания мощности спонтанного излучения получена величина τ . Затем, из соотношения (2.6.18), можно вычислить τ_{nr} .

2.7. УРОВНИ С ВЫРОЖДЕННЫМИ ИЛИ СИЛЬНОСВЯЗАННЫМИ ПОДУРОВНЯМИ

До сих пор рассматривался только простейший случай, когда оба уровня 1 и 2 являются невырожденными. Обсудим теперь кратко ситуацию, когда каждый из этих уровней представляет собой группу из нескольких вырожденных или сильно связанных между собой подуровней. Этот случай изображен на рис. 2.14, где предполагается, что уровни 1 и 2 состоят из g_1 - и g_2 -подуровней, которые либо вырождены (т. е. имеют одну и ту же энергию), либо так близки по энергии, что являются сильно связанными. Обозначим через N_1 и N_2 полные населенности уровней 1 и 2, а N_{1i} и N_{2j} используем для обозначения населенностей определенного подуровня соответственно нижней и верхней групп.

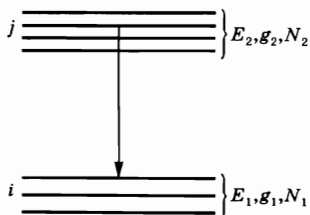


Рис. 2.14
Двухуровневая система,
уровни которой состоят
из многих подуровней,
которые или вырождены,
или сильно связаны
друг с другом

2.7.1. ВЫРОЖДЕННЫЕ ПОДУРОВНИ

Обратимся вначале к случаю вырожденных уровней и начнем с рассмотрения ситуации теплового равновесия. В этом случае населенность каждого из подуровней как верхнего, так и нижнего уровней, подчиняется обычному соотношению Больцмана; таким образом

$$N_{2j}^e = N_{1i}^e \exp[-(E_2 - E_1)/kT]. \quad (2.7.1)$$

Однако поскольку подуровни, например, уровня 1 также находятся в тепловом равновесии, их населенности должны быть одинаковы; таким образом

$$N_{1i}^e = N_1^e / g_1. \quad (2.7.2a)$$

Аналогично получаем, что

$$N_{2j}^e = N_2^e / g_2. \quad (2.7.2b)$$

Из (2.7.1) и (2.7.2) имеем тогда:

$$N_2^e = N_1^e (g_2 / g_1) \exp[-(E_2 - E_1)/kT]. \quad (2.7.3)$$

Посмотрим теперь, каким образом необходимо изменить выражения для сечения, коэффициента усиления и поглощения для перехода в случае вырожденных уровней. С этой целью рассмотрим электромагнитную волну, проходящую через среду при заданных полных населенностях двух уровней N_1 и N_2 ; определим скорость изменения полной населенности N_2 за счет всех излучательных и безизлучательных переходов между подуровнями j и i . Итак, запишем

$$\left(\frac{dN_2}{dt} \right) = - \sum_i \sum_j \left(W_{ji} N_{2j} - W_{ij} N_{1i} + \frac{N_{2j}}{\tau_{ji}} \right), \quad (2.7.4)$$

где W_{ji} — вероятность вынужденного излучательного перехода между подуровнями j и i , W_{ij} — вероятность поглощения излучения, а $(1/\tau_{ji})$ — вероятность спонтанных излучательных и безизлучательных переходов между теми же самыми подуровнями. Отметим, что выражения для W_{ji} и W_{ij} можно получить из соотношения (2.4.30), заменив в нем $|\mu|^2$ на соответствующие величины для дипольных моментов переходов между подуровнями j и i , $|\mu_{ij}|^2$ и $|\mu_{ji}|^2$. Эти величины, в свою очередь, могут быть непосредственно получены из выражения (2.3.7). В частности, $|\mu_{ij}|$ определяется выражением (2.3.7), в котором необходимо заменить u_1 на u_i , собственную функцию i -го нижнего подуровня, а u_2 — на u_j , собственную функцию j -го верхнего подуровня. Из этого следует, что

$$W_{ji} = W_{ij}. \quad (2.7.5)$$

Если между частицами, заселяющими подуровни каждого из уровней, происходит быстрая релаксация и устанавливается тепловое равновесие, то все подуровни верхнего уровня, как и подуровни нижнего, одинаково заселены. Следовательно,

$$N_{2j} = N_2 / g_2, \quad (2.7.6a)$$

$$N_{1i} = N_1 / g_1. \quad (2.7.6b)$$

Подставляя (2.7.6) в (2.7.4), получаем уравнение

$$\frac{dN_2}{dt} = -W \left(\frac{N_2}{g_2} - \frac{N_1}{g_1} \right) - \frac{N_2}{\tau}, \quad (2.7.7)$$

где, с использованием (2.7.5), введены обозначения

$$W = \sum_1^{g_1} i \sum_1^{g_2} j W_{ij} = \sum_1^{g_1} i \sum_1^{g_2} j W_{ji} \quad (2.7.8)$$

и

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\sum_1^{g_1} i \sum_1^{g_2} j (1/\tau_{ji})}{g_2}. \quad (2.7.9)$$

Из уравнения (2.7.7) видно, что величина WN_2/g_2 представляет собой изменение в единицу времени полной населенности верхнего уровня за счет всех процессов вынужденного излучения и аналогично величина WN_1/g_1 представляет собой изменение в единицу времени полной населенности нижнего уровня за счет всех процессов поглощения. Изменение плотности потока фотонов dF при прохождении пучка через слой вещества толщиной dz (см. рис. 1.2) может быть тогда записано как

$$dF = W \left(\frac{N_2}{g_2} - \frac{N_1}{g_1} \right) dz. \quad (2.7.10)$$

Теперь можно определить поперечные сечения вынужденного излучения σ_{21} и поглощения σ_{12} как

$$\sigma_{21} = W/(g_2 F), \quad (2.7.11a)$$

$$\sigma_{12} = W/(g_1 F), \quad (2.7.11b)$$

откуда, очевидно, следует, что

$$g_2 \sigma_{21} = g_1 \sigma_{12}. \quad (2.7.12)$$

Когда $(N_1/g_1) > (N_2/g_2)$, уравнение (2.7.10), с использованием (2.7.11b), можно представить в уже знакомом виде $dF = -\alpha F dz$, если определить коэффициент поглощения α как

$$\alpha = \sigma_{12} \left(N_1 - N_2 \frac{g_1}{g_2} \right). \quad (2.7.13)$$

Точно так же, когда $(N_2/g_2) > (N_1/g_1)$, уравнение (2.7.10), с использованием (2.7.11a), можно переписать в другом знакомом виде: $dF = g F dz$, если определить коэффициент усиления g как

$$g = \sigma_{21} \left(N_2 - N_1 \frac{g_2}{g_1} \right). \quad (2.7.14)$$

Теперь очевидны причины, по которым сечения σ_{21} и σ_{12} определены соответственно выражениями (2.7.11a) и (2.7.11b). Когда выполняется соотношение $N_1 \gg N_2$ (что обычно имеет место при измерениях поглощения за счет оптических переходов), соотношение (2.7.13) сводится к уже известному равенству $\alpha = \sigma_{12} N_1$. Напротив, когда $N_2 \gg N_1$ (что имеет место в четырехуровневых лазерах), соотношение (2.7.14) сводится к другому известному равенству $g = \sigma_{21} N_2$.

2.7.2. СИЛЬНОСВЯЗАННЫЕ ПОДУРОВНИ

Обратимся теперь к случаю, когда верхний уровень 2 и нижний уровень 1 в действительности состоят соответственно из g_2 и g_1 подуровней, уже с разными энергиями, но по-прежнему с очень быстрой релаксацией между частицами, заселяющими подуровни, принадлежащие каждому данному уровню (сильносвязанные подуровни). Каждый подуровень, как верхнего, так и нижнего уровней, может также состоять из многих вырожденных уровней. В этом случае установление теплового равновесия среди подуровней как верхнего, так и нижнего уровней происходит настолько быстро, что можно говорить о выполнении законов Больцмановской статистики. Вместо (2.7.6) запишем теперь:

$$N_{2j} = f_{2j} N_2, \quad (2.7.15a)$$

$$N_{1i} = f_{1i} N_1, \quad (2.7.15b)$$

где f_{2j} (f_{1i}) — доля полной населенности уровня 2 (уровня 1), которая характерна для подуровня j (i) при тепловом равновесии. Тогда, в соответствии со статистикой Больцмана, имеем:

$$f_{2j} = \frac{g_{2j} \exp(-E_{2j}/kT)}{\sum_1^{g_2} g_{2m} \exp(-E_{2m}/kT)}, \quad (2.7.16a)$$

$$f_{1i} = \frac{g_{1i} \exp(-E_{1i}/kT)}{\sum_1^{g_1} g_{1l} \exp(-E_{1l}/kT)}, \quad (2.7.16b)$$

где E_{2m} и E_{1l} — энергии подуровней соответственно верхнего и нижнего уровней, а g_{2m} и g_{1l} — соответствующие кратности вырождения.

Предположим теперь, что вынужденный переход происходит с данного подуровня (например, l) уровня 1 на данный подуровень (например, m) уровня 2. Уравнение (2.7.4) при этом упрощается до

$$\left(\frac{dN_2}{dt} \right) = -W_{ml} N_{2m} + W_{lm} N_{1l} - \sum_1^{g_1} i \sum_1^{g_2} j \left(\frac{N_{2j}}{\tau_{ji}} \right). \quad (2.7.17)$$

Используя (2.7.15), уравнение (2.7.17) можно записать в виде

$$(dN_2/dt) = -W_{ml}^e N_2 + W_{lm}^e N_1 - (N_2/\tau), \quad (2.7.18)$$

где эффективные вероятности вынужденного излучения W_{ml}^e , поглощения W_{lm}^a , а также спонтанных излучательных и безызлучательных переходов $(1/\tau)$ введены соответственно как

$$W_{ml}^e = f_{2m} W_{ml}, \quad (2.7.19a)$$

$$W_{lm}^a = f_{1l} W_{lm}, \quad (2.7.19b)$$

$$(1/\tau) = \sum_1^{g_1} i \sum_1^{g_2} j (f_{2j}/\tau_{ji}). \quad (2.7.19c)$$

В соответствии с уравнением (2.7.18), изменение плотности потока фотонов dF при прохождении пучка через слой вещества толщиной dz записывается в этих обозначениях как

$$dF = (W_{ml}^e N_2 - W_{lm}^a N_1) dz. \quad (2.7.20)$$

Теперь можно определить *эффективные поперечные сечения* вынужденного излучения σ_{ml}^e и поглощения σ_{lm}^a как

$$\sigma_{ml}^e = W_{ml}^e / F = f_{2m} \sigma_{ml}, \quad (2.7.21a)$$

$$\sigma_{lm}^a = W_{lm}^a / F = f_{1l} \sigma_{lm}, \quad (2.7.21b)$$

где были использованы соотношения (2.7.19а и б) и где через $\sigma_{lm} = W_{lm}/F$ и $\sigma_{ml} = W_{ml}/F$ обозначены соответственно реальные сечения поглощения и вынужденного излучения для перехода между подуровнями l и m . Отметим, что если два подуровня l и m невырождены (или обладают одинаковой кратностью вырождения), то имеем $\sigma_{lm} = \sigma_{ml}$. Отметим также, что, согласно (2.7.20) и (2.7.21), коэффициент поглощения для распространяющегося потока фотонов может быть записан в виде:

$$\alpha_{lm} = \sigma_{lm}^a N_1 - \sigma_{ml}^e N_2. \quad (2.7.22)$$

Такая запись демонстрирует удобство использования понятия *эффективного сечения*: коэффициент поглощения или усиления (если $N_2 > N_1$) рассчитывают, попросту умножая соответствующее эффективное сечение на полную населенность верхнего или нижнего уровня. В частности, при тепловом равновесии имеем $N_2 \cong 0$ и $N_1 \cong N_t$, где N_t — полная плотность числа частиц, и соотношение (2.7.22) дает:

$$\alpha_{lm} = \sigma_{lm}^a N_t. \quad (2.7.23)$$

Это выражение непосредственно показывает, что величину σ_{lm}^a можно определить, непосредственно измеряя поглощения в среде.

Пример 2.10. *Эффективное сечение вынужденного излучения для лазерного перехода с $\lambda = 1,064$ мкм в кристалле Nd:YAG.* Схема уровней энергии, имеющих отношение к лазерной генерации в кристалле Nd:YAG, показана на рис. 2.15. Генерация может происходить на переходе ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ ($\lambda = 1,064$ мкм), который используется наиболее часто, а также на переходах ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$ ($\lambda = 1,32$ мкм) и ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{9/2}$ ($\lambda = 0,94$ мкм). Переход с $\lambda = 1,064$ мкм происходит между одним подуровнем, $m = 2$, уровня ${}^4F_{3/2}$ и одним подуровнем, $l = 3$, уровня ${}^4I_{11/2}$ (переход $R_2 \rightarrow Y_3$). Обозначим через $f_{22} = N_{22}/N_2 = N_{22}/(N_{21} + N_{22})$ долю полной населенности верхнего лазерного уровня, где N_{22} и N_{21} — населенности двух подуровней уровня ${}^4F_{3/2}$, а N_2 — полная населенность этого уровня. Поскольку каждый из этих двух подуровней двукратно вырожден, то согласно (2.7.3) имеем $N_{22} = N_{21} \exp(-(\Delta E/kT))$, где ΔE — разность энергий этих двух подуровней. Из предыдущего выражения для f_{22} получаем $f_{22} = 1/[1 + \exp(\Delta E/kT)]$. При $\Delta E = 84 \text{ см}^{-1}$ и $kT = 208 \text{ см}^{-1}$ ($T = 300 \text{ К}$) получаем $f_{22} = 0,4$. Согласно результатам спектроскопических измерений для перехода $R_2 \rightarrow Y_3$ реальная пиковая величина сечения вынужденного излучения составляет $\sigma_{23} = 6,5 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$ [21]. Тогда эффективное сечение σ_{23}^e для перехода $R_2 \rightarrow Y_3$, из выражения (2.7.21а), получается равным $\sigma_{23}^e = f_{22} \sigma_{23} \cong 2,8 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$.

Пример 2.11. Эффективное сечение вынужденного излучения и излучательное время жизни в кристалле александрита. Связанные с лазерной генерацией уровни энергии в кристалле александрита показаны на рис. 2.16. Верхний лазерный уровень отвечает состоянию ${}^4T_2$; лазерный переход происходит на вибронный уровень основного состояния ${}^4A_2$ ($\lambda \cong 730 + 800$ нм). Поскольку уровень ${}^4T_2$ сильно связан с уровнем ${}^2E$, то доля f_{2T} числа частиц, находящихся на уровне ${}^4T_2$, равна $f_{2T} = N_{2T}/(N_{2E} + N_{2T})$, где N_{2E} и N_{2T} — населенности двух этих уровней. При тепловом равновесии имеем также $N_{2T} = N_{2E} \exp -(\Delta E/kT)$, где ΔE — разность энергий уровней. Из предыдущего соотношения получаем $f_{2T} = \exp -(\Delta E/kT)/[1 + \exp -(\Delta E/kT)]$. Полагая $\Delta E = 800 \text{ см}^{-1}$, $kT = 208 \text{ см}^{-1}$ ($T = 300 \text{ К}$) и $\sigma_{TA} = 4 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$ при $\lambda = 704 \text{ нм}$ [22], получаем, что $f_{2T} \cong 2,1 \cdot 10^{-2}$ и $\sigma_{TA}^e \cong 0,8 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$. Отметим малость величины f_{2T} , т. е. малость доли населенности верхнего лазерного уровня, которая обуславливает сильное уменьшение эффективного сечения вынужденного излучения. Отметим также, что это сечение увеличивается с ростом температуры, поскольку величина f_{2T} при нагреве возрастает. Для того чтобы рассчитать эффективное время жизни τ на верхнем лазерном уровне, заметим, что вероятность спонтанного излучения для лазерного перехода ${}^4T_2 \rightarrow {}^4A_2$ равна $(1/\tau_T) = 1,5 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$ ($\tau_T \cong 6,6 \text{ мкс}$), а для перехода ${}^2E \rightarrow {}^4A_2$ составляет $(1/\tau_E) = 666,6 \text{ с}^{-1}$ ($\tau_E = 1,5 \text{ мс}$). Из (2.7.19в) получаем $(1/\tau) = (f_{2E}/\tau_E) + (f_{2T}/\tau_T)$, где $f_{2E} = N_{2E}/(N_{2E} + N_{2T}) = 1 - f_{2T}$ — доля числа частиц, находящихся на уровне ${}^2E$. Подставляя соответствующие величины в предшествующее выражение для $(1/\tau)$, получаем, что $\tau = 200 \text{ мс}$ при $T = 300 \text{ К}$. Таким образом, эффективное излучательное время жизни на верхнем лазерном уровне значительно увеличивается (от 6,6 до 200 мкс) за счет наличия сильно связанного с ним и долгоживущего уровня ${}^2E$, который выполняет роль накапливающего уровня, или резервуара. Отметим, что эффективное излучательное время жизни, как и эффективное сечение вынужденного излучения, зависит от температуры.

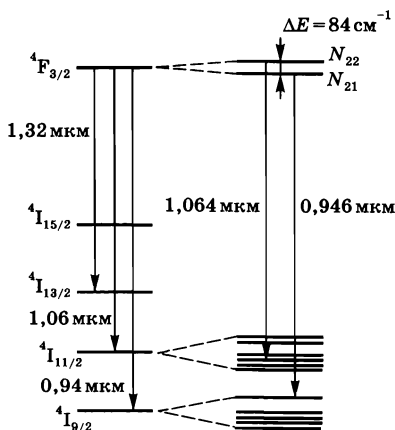


Рис. 2.15
Уровни энергии, имеющие отношение к лазерной генерации с $\lambda = 1,064 \text{ мкм}$ в кристалле Nd:YAG

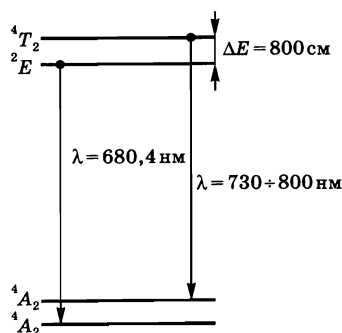


Рис. 2.16
Уровни энергии, связанные с лазерной генерацией в кристалле александрита

2.8. НАСЫЩЕНИЕ

В данном разделе рассматриваются изменения параметров перехода с поглощением или испусканием излучения (на частоте ν_0) в присутствии мощной электромагнитной волны с интенсивностью I и частотой $\nu \cong \nu_0$. Для простоты предполагаем, что уровни не вырождены. Рассмотрим вначале случай, когда величина I настолько мала, что населенности двух уровней N_1 и N_2 существенно не изменяются по сравнению со своими значениями в условиях теплового равновесия. Тогда $N_1 > N_2$ (часто бывает, что $N_1 \gg N_2$), и процесс поглощения, со скоростью WN_1 , преобладает над процессом вынужденного излучения, со скоростью WN_2 , т. е. в переходе $1 \rightarrow 2$ участвует больше атомов, чем в переходе $2 \rightarrow 1$. Следовательно, при достаточно высоких уровнях интенсивности I населенности уровней стремятся выровняться. Это явление называют *насыщением*.

2.8.1. НАСЫЩЕНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ: ОДНОРОДНО УШИРЕННАЯ ЛИНИЯ

Рассмотрим вначале переход с поглощением ($N_1 > N_2$) и предположим, что линия этого перехода уширена однородно. Скорость изменения населенности верхнего уровня N_2 за счет происходящих одновременно процессов поглощения и вынужденного излучения, а также спонтанных излучательных и безызлучательных переходов (рис. 2.17) может быть записана как

$$\frac{dN_2}{dt} = -W(N_2 - N_1) - \frac{N_2}{\tau}, \quad (2.8.1)$$

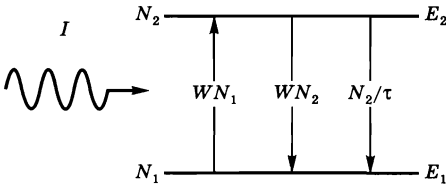


Рис. 2.17
Взаимодействие двухуровневой системы
с мощной электромагнитной волной

где N_1 — населенность уровня 1. Можно также записать:

$$N_1 + N_2 = N_t, \quad (2.8.2)$$

где N_t — полная плотность числа частиц. Уравнение (2.8.1) можно представить в более простом виде, определив параметр

$$\Delta N = N_1 - N_2. \quad (2.8.3)$$

Соотношения (2.8.2) и (2.8.3) выражают при этом населенности N_1 и N_2 как функции ΔN и N_t , так что уравнение (2.8.1) преобразуется к виду:

$$\frac{d\Delta N}{dt} = -\Delta N \left(\frac{1}{\tau} + 2W \right) + \frac{1}{\tau} N_t. \quad (2.8.4)$$

В стационарных условиях, т. е. когда $(d\Delta N/dt) = 0$, получаем:

$$\Delta N = \frac{N_t}{1 + 2W\tau}. \quad (2.8.5)$$

Для поддержания заданной разности населенностей ΔN требуется, чтобы в единице объема среды из падающего излучения поглощалась мощность (dP/dV) , равная

$$\frac{dP}{dV} = (h\nu)W\Delta N = (h\nu)\frac{N_t W}{1 + 2W\tau}, \quad (2.8.6)$$

которая при насыщении поглощения, т. е. при $W\tau \gg 1$, достигает величины

$$(dP/dV)_s = (h\nu)N_t/2\tau. \quad (2.8.7)$$

Соотношение (2.8.7) показывает, что мощность $(dP/dV)_s$, которая должна поглощаться в единице объема среды для того, чтобы поддерживать ее в состоянии насыщения, равна, как и следует ожидать, скорости потери средой энергии за счет уменьшения населенности верхнего уровня ($N_t/2$) в результате переходов.

Иногда полезно представить соотношения (2.8.5) и (2.8.6) в более удобном виде. Для этого заметим вначале, что согласно (2.4.17) вероятность перехода W можно выразить как

$$W = \sigma I/h\nu, \quad (2.8.8)$$

где σ — сечение поглощения для рассматриваемого перехода. Соотношения (2.8.5) и (2.8.6), при использовании (2.8.8), могут быть представлены следующим образом:

$$\frac{\Delta N}{N_t} = \frac{1}{1 + (I/I_s)}, \quad (2.8.9)$$

$$\frac{dP/dV}{(dP/dV)_s} = \frac{I/I_s}{1 + (I/I_s)}, \quad (2.8.10)$$

где

$$I_s = h\nu/2\sigma\tau \quad (2.8.11)$$

является параметром, зависящим от свойств данной среды и частоты падающей электромагнитной волны. Его физический смысл очевиден из соотношения (2.8.9). Действительно, при $I = I_s$ получаем, что $\Delta N = N_t/2$. Если $\nu = \nu_0$, то величина I_s зависит только от параметров перехода. Этот параметр называется *интенсивностью насыщения*.

Посмотрим теперь, как форма контура поглощения изменяется при увеличении интенсивности I насыщающего пучка. Для этого рассмотрим идеализированную экспериментальную ситуацию, показанную на рис. 2.18, в которой измерение поглощения осуществляется с использованием пучка пробного излучения с перестраиваемой частотой ν' , интенсивность I' которого достаточно мала для того, чтобы внести заметное возмущение в систему. На практике насыщающий и пробный пучки должны быть более или менее коллинеарны для того, чтобы обеспечить взаимодействие пробного излучения только

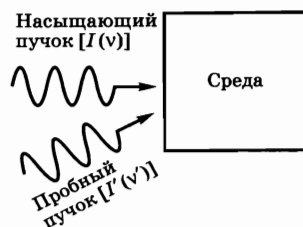


Рис. 2.18
Измерение коэффициента поглощения или усиления на частоте ν' с использованием пробного пучка с интенсивностью $I'(\nu')$ в присутствии насыщающего пучка с интенсивностью I и частотой ν ($I(\nu) \gg I'(\nu')$)

с насыщенной областью среды. При этих условиях коэффициент поглощения пробного пучка получается из соотношения (2.4.33) путем подстановки в него вместо результирующего контура $g_t(v - v_0)$ однородного контура линии $g(v' - v_0)$, в котором v заменена на v' . Поскольку разность населенностей $N_1 - N_2 = \Delta N$ теперь задается соотношением (2.8.9), то можно записать:

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + (I/I_s)}, \quad (2.8.12)$$

где

$$\alpha_0 = \frac{2\pi^2}{3n\epsilon_0 ch} |\mu|^2 N_t v' g(v' - v_0) \quad (2.8.13)$$

— коэффициент поглощения в отсутствие насыщающей волны на частоте v (*ненасыщенный коэффициент поглощения*). Соотношения (2.8.12) и (2.8.13) показывают, что когда интенсивность I насыщающего излучения возрастает, коэффициент поглощения уменьшается. Однако форма контура линии поглощения остается при этом той же самой, поскольку она всегда описывается функцией $g(v' - v_0)$. На рис. 2.19 показаны три контура коэффициента поглощения α в зависимости от частоты v' при трех различных величинах параметра I/I_s .

Рассмотрим теперь случай, когда насыщающая электромагнитная волна представляет собой импульс излучения с интенсивностью $I = I(t)$, а не непрерывное излучение. Для простоты ограничимся сравнением двух предельных случаев, в которых длительность импульса либо очень велика, либо очень мала по сравнению со временем жизни τ на верхнем уровне. Если длительность импульса достаточно велика по сравнению со временем жизни, то вызванное излучением изменение во времени разности населенностей ΔN происходит с очень малой скоростью, так что в уравнении (2.8.4) можно положить $|d\Delta N/dt| \ll N_t/\tau$. При этом, естественно, оказывается, что ΔN по-прежнему определяется соотношением (2.8.9), справедливым для стационарного случая, в котором теперь $I = I(t)$. Эффект насыщения проявляется в этом случае точно таким же образом, как и при непрерывном излучении. Если же, с другой стороны, длительность импульса очень мала по сравнению со временем жизни τ , то можно показать, что член $2W\Delta N$ в уравнении (2.8.4), описывающий вынужденное поглощение, преобладает над членом $(N_t - \Delta N)/\tau$, связанным со спонтанными излучательными и безызлучательными переходами, т. е. $[(N_t - \Delta N)/\tau] \ll 2W\Delta N$. В этом случае уравнение (2.8.4), при использовании (2.8.8), преобразуется к виду:

$$(d\Delta N/dt) = -2W\Delta N = -(2\sigma/h\nu)I(t)\Delta N. \quad (2.8.14)$$

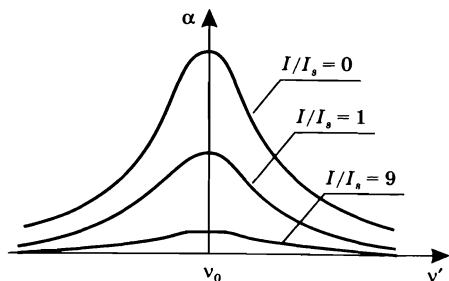


Рис. 2.19
Проявление эффекта насыщения коэффициента поглощения α в зависимости от частоты v' при возрастании величины интенсивности I насыщающего излучения (случай однородно уширенной линии перехода)

Интегрирование уравнения (2.8.14) при начальных условиях $\Delta N(0) = N_t$ дает:

$$\Delta N(t) = N_t \exp \left[-(2\sigma/h\nu) \int_0^t I(t) dt \right]. \quad (2.8.15)$$

Соотношение (2.8.15) становится более понятным, если ввести величину плотности прошедшей через среду к моменту времени t энергии импульса насыщающего излучения $\Gamma(t)$:

$$\Gamma(t) = \int_0^t I(t) dt \quad (2.8.16)$$

и плотности энергии насыщения при поглощении:

$$\Gamma_s = h\nu/2\sigma. \quad (2.8.17)$$

Из (2.8.15) тогда получаем:

$$\Delta N(t) = N_t \exp[- (\Gamma(t)/\Gamma_s)]. \quad (2.8.18)$$

Видно, что в рассматриваемом случае именно плотность прошедшей энергии, а не плотность мощности, или интенсивность, насыщающего излучения определяет степень насыщения перехода в данный момент времени. Разность населенностей ΔN_∞ , которая остается в среде после прохождения импульса излучения, равна, в соответствии с (2.8.18),

$$\Delta N_\infty = N_t \exp[- (\Gamma_t/\Gamma_s)], \quad (2.8.19)$$

где Γ_t — плотность полной энергии импульса. Плотность энергии насыщения для перехода Γ_s можно, таким образом, рассматривать как такую плотность энергии, которую прошедший импульс должен обеспечить для того, чтобы создать разность населенностей $\Delta N_\infty = N_t/e$.

Рассчитав разность населенностей, создаваемую в результате насыщения перехода импульсом излучения, соответствующий коэффициент поглощения среды, при однородно уширенной линии, можно снова получить из соотношения (2.4.33) путем замены в нем контура $g_t(\nu - \nu_0)$ на контур $g(\nu' - \nu_0)$. В случае импульса излучения с длительностью много большей или много меньшей по сравнению с величиной τ коэффициент поглощения α определяется соответственно соотношением (2.8.12) (в котором $I = I(t)$) или соотношением

$$\alpha = \alpha_0 \exp[-\Gamma(t)/\Gamma_s], \quad (2.8.20)$$

где α_0 — ненасыщенный коэффициент поглощения. Отметим, что в импульсном режиме, так же как и в непрерывном, форма контура линии поглощения при насыщении остается неизменной.

2.8.2. НАСЫЩЕНИЕ УСИЛЕНИЯ: ОДНОРОДНО УШИРЕННАЯ ЛИНИЯ

Рассмотрим теперь случай, когда при переходах между уровнями 1 и 2 в итоге происходит усиление, а не поглощение излучения. Будем считать, что среда представляет собой четырехуровневую систему (см. рис. 2.20), а инверсия населенностей между уровнями 2 и 1 обеспечивается некоторым

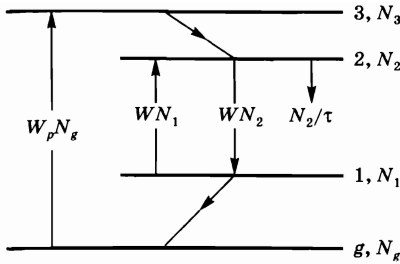


Рис. 2.20
Уровни энергии
и переходы, участвующие
в процессе насыщения
коэффициента усиления
в четырехуровневом лазере

процессом накачки. Далее предположим, что переходы $3 \rightarrow 2$ и $1 \rightarrow g$ происходят настолько быстро, что можно положить $N_3 \cong N_1 \cong 0$. При этих упрощающих предположениях можно записать следующее уравнение для скорости изменения населенности N_2 уровня 2:

$$(dN_2/dt) = R_p - WN_2 - (N_2/\tau), \quad (2.8.21)$$

где $R_p = W_p N_g$ — скорость накачки, а N_g — населенность основного уровня. Для стационарных условий (т. е. когда $dN_2/dt = 0$) при $N_g \cong N_1$ из (2.8.21) находим:

$$N_2 = \frac{R_p \tau}{1 + W\tau}. \quad (2.8.22)$$

Используя соотношение (2.8.8), запишем (2.8.22) в виде:

$$N_2 = \frac{N_{20}}{1 + (I/I_s)}, \quad (2.8.23)$$

где $N_{20} = R_p \tau$ — населенность уровня 2 в отсутствие насыщающего излучения (т. е. при $I = 0$), и

$$I_s = h\nu/\sigma\tau. \quad (2.8.24)$$

Сравнение соотношений (2.8.24) и (2.8.11) показывает, что величина интенсивности насыщения I_s при усилении в четырехуровневой системе в два раза выше, чем при поглощении в двухуровневой системе, изображенной на рис. 2.17. Разница возникает из-за того, что в двухуровневой системе изменение населенности одного уровня вызывает равное и противоположное по знаку изменение населенности другого уровня. Таким образом, изменение ΔN по величине равно двукратному изменению населенности основного уровня.

В эксперименте, аналогичном тому, который схематически показан на рис. 2.18, с помощью пробного пучка на частоте ν' будет теперь измеряться усиление, а не поглощение. Используя соотношение (2.4.35) при $N_1 = 0$, а также соотношение (2.8.23), коэффициент усиления g можно записать в виде:

$$g = \frac{g_0}{1 + (I/I_s)}, \quad (2.8.25)$$

где $g_0 = \sigma N_{20}$ — коэффициент усиления при $I = 0$, т. е. когда насыщающее излучение отсутствует (*ненасыщенный коэффициент усиления*). Поскольку контур линии уширен однородно, то параметр g_0 , используя (2.4.18), можно представить в виде:

$$g_0 = \frac{2\pi^2}{3n\epsilon_0 c h} |\mu|^2 \nu' N_{20} g(\nu' - \nu_0). \quad (2.8.26)$$

Соотношения (2.8.25) и (2.8.26) показывают, что снова, так же как и в случае поглощения, насыщение приводит к уменьшению коэффициента усиления g при возрастании I , тогда как форма контура линии усиления остается неизменной.

Рассмотрим теперь случай, когда насыщающая электромагнитная волна представляет собой импульс излучения с интенсивностью $I(t)$. Если длительность импульса достаточно велика по сравнению со временем жизни τ , то в уравнении (2.8.21) можно пренебречь производной N_2 по времени по сравнению с другими членами. Тогда снова получаем соотношение (2.8.23) для населенности уровня 2 и соотношение (2.8.25) — для коэффициента усиления, в которых I теперь является функцией времени. Если же длительность импульса достаточно мала по сравнению со временем жизни τ , то можно показать, что за время взаимодействия излучения со средой вклады в изменение населенности уровня 2 за счет накачки R_p и спонтанных излучательных и безызлучательных переходов N_2/τ пренебрежимо малы по сравнению с вкладом за счет вынужденного излучения WN_2 . Таким образом, получаем:

$$(dN_2/dt) = -(\sigma I/h\nu)N_2, \quad (2.8.27)$$

где снова было использовано соотношение (2.8.8). Интегрирование уравнения (2.8.27) дает:

$$N_2(t) = N_{20} \exp \{-[\Gamma(t)/\Gamma_s]\}, \quad (2.8.28)$$

где $N_{20} = R_p/\tau$ — населенность уровня 2 перед приходом насыщающего импульса, $\Gamma(t)$ — плотность прошедшей через среду к моменту времени t энергии импульса насыщающего излучения (см. (2.8.16)), а

$$\Gamma_s = h\nu/\sigma \quad (2.8.29)$$

— *плотность энергии насыщения* при усилении. Сравнение соотношений (2.8.29) и (2.8.17) показывает, что плотность энергии насыщения Γ_s при усилении в четырехуровневой системе в два раза больше, чем при поглощении в двухуровневой системе. При этом насыщенный коэффициент усиления дается выражением:

$$g = g_0 \exp \{-[\Gamma(t)/\Gamma_s]\}, \quad (2.8.30)$$

где $g_0 = \sigma N_{20}$ — ненасыщенный коэффициент усиления, который снова определяется соотношением (2.8.26). Таким образом, как в импульсном, так и в непрерывном режиме форма контура линии усиления остается неизменной в условиях насыщения.

2.8.3. НЕОДНОРОДНО УШИРЕННАЯ ЛИНИЯ

Когда контур линии неоднородно уширен, эффект насыщения проявляется более сложным образом, так что ограничимся обсуждением вопроса на качественном уровне (см. задачи 2.16 и 2.17 к главе 2, где речь идет о более детальном описании явления). Для сохранения общности рассмотрения предположим, что контур линии складывается под действием механизмов как однородного, так и неоднородного уширения, так что его форма выражается соотношением (2.4.26). Таким образом, результирующая форма контура

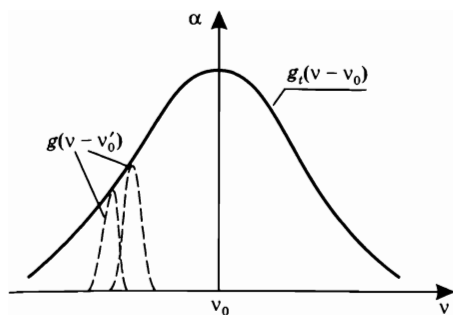


Рис. 2.21

Контур линии перехода, обусловленный механизмами как однородного, так и неоднородного уширения.

Соответствующая форма контура $g_t(\nu - \nu_0)$ получается в результате свертки контуров однородных линий $g(\nu - \nu_0)$ одиночных атомов

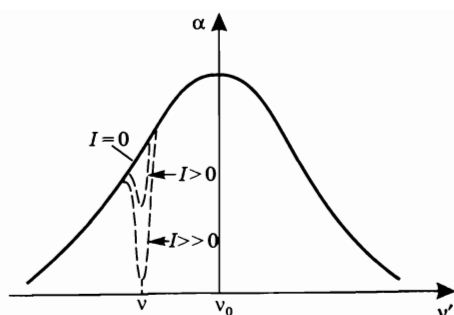


Рис. 2.22

Проявление эффекта насыщения коэффициента поглощения α в зависимости от частоты ν' , измеренное с помощью маломощного пробного излучения, при возрастании величины интенсивности $I(\nu')$ насыщающего излучения (случай неоднородно уширенной линии перехода)

$g_t(\nu - \nu_0)$ является сверткой однородных вкладов $g(\nu - \nu_0')$ различных атомов. Например, при поглощении результирующий коэффициент поглощения может быть представлен графически так, как показано на рис. 2.21. В этом случае в эксперименте, аналогичном схематически изображенному на рис. 2.18, насыщающее излучение интенсивности $I(\nu)$ взаимодействует только с теми атомами, чья резонансная частота ν_0' находится вблизи частоты ν . Соответственно переход только в этих атомах насыщается, когда $I(\nu)$ становится достаточно большой. Модифицированная форма контура линии поглощения имеет вид, изображенный на рис. 2.22 для различных величин $I(\nu)$. В рассматриваемом случае по мере увеличения $I(\nu)$ в спектре поглощения образуется провал на частоте ν . Ширина этого провала того же порядка, что и ширина каждого из контуров поглощения, показанных пунктиром на рис. 2.21, т. е. ширина контура однородно уширенной линии. Аналогичный подход справедлив, если рассматривать пару уровней, которая усиливает, а не поглощает излучение. В этом случае насыщающее излучение приводит к образованию провала в контуре усиления, а не поглощения. Отметим также, что такие же рассуждения применимы, если насыщение поглощения или усиления производится импульсом излучения с достаточно высокой плотностью энергии.

2.9. ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ В ОПТИЧЕСКИ ПЛОТНОЙ СРЕДЕ

В разделе 2.3 рассматривалось спонтанное излучение при переходах одиночного атома или иона. В реальной ситуации атом окружен множеством других атомов, некоторые из которых находятся в основном, а некоторые — в возбужденном состояниях. В оптически плотной среде могут наблюдаться новые явления, поскольку переходы могут быть обусловлены одновременным протеканием как спонтанных, так и вынужденных процессов. Краткому обсуждению таких явлений и посвящен данный раздел.

2.9.1. ЗАХВАТ ИЗЛУЧЕНИЯ

Если доля атомов, находящихся в возбужденном состоянии, очень мала и среда является оптически плотной, то важную роль может играть явление, называемое *захватом*, или *пленением, излучения*. В рассматриваемой ситуации фотон, спонтанно испущенный одним атомом, может поглотиться другим атомом, который в результате оказывается в возбужденном состоянии. Таким образом, захват излучения проявляется в уменьшении эффективной вероятности данного спонтанного излучательного перехода (подробное исследование явления см. в [18]). Не вдаваясь в детали, просто укажем, что степень увеличения эффективного излучательного времени жизни определяется плотностью числа атомов, сечением поглощения для перехода, а также геометрической конфигурацией среды. Эффект захвата излучения может оказаться особенно существенным при переходах в УФ-диапазоне, для которых сечение велико (в соответствии с (2.4.29), $\sigma \propto |\mu|^2 \nu$ и быстро растет при продвижении в УФ-диапазон за счет множителя ν и увеличения $|\mu|^2$ с частотой). Он может привести к возрастанию величины эффективного излучательного времени жизни вплоть до нескольких порядков.

2.9.2. УСИЛЕННОЕ СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Если доля атомов, находящихся в возбужденном состоянии, достаточно велика, и среда снова является оптически плотной, то весьма существенную роль может играть так называемое *усиленное спонтанное излучение* (УСИ, англ. *amplified spontaneous emission* — ASE).

Рассмотрим активную среду в форме цилиндра и обозначим через Ω телесный угол, образованный поверхностью конуса, основанием которого является один торец цилиндра, а вершиной — центр O другого торца (рис. 2.23а). Если усиление активной среды за один проход $G = \exp[\sigma(N_2 - N_1)L]$ достаточно велико, то мощность люминесценции, излучаемой атомами, расположенными вокруг точки O , в телесный угол Ω может заметно усиливаться активной средой (в некоторых случаях усиление может достигать 10^4 раз или даже больше). Таким образом, при соответствующих благоприятных условиях, которые рассматриваются ниже (рис. 2.23а), активная среда будет излучать запасенную энергию преимущественно в телесный угол Ω , а также, очевидно, и в противоположном направлении. Если на одном из концов активной среды поместить полностью отражающее зеркало ($R = 1$) (рис. 2.23б), то излучение будет выходить только в одном направлении. Оно и будет являться усиленным спонтанным излучением. В отличие от обычного спонтанного излучения, УСИ по своим специфическим

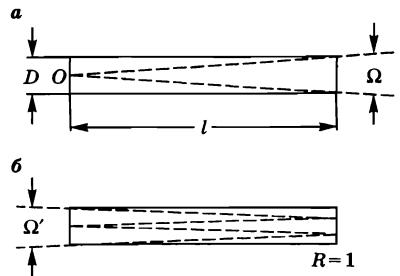


Рис. 2.23
Телесный угол испускания усиленного спонтанного излучения: (а) активная среда без зеркал на выходе, (б) активная среда с зеркалом на одном из концов.

характеристикам имеет некоторое сходство с лазерным излучением: УСИ в определенной степени обладает свойством направленности; его спектр значительно уже, чем спектр спонтанного излучения; его проявление характеризуется слабо выраженным порогом; и, наконец, пучок УСИ может иметь достаточную интенсивность. В данном разделе перечисленные свойства рассматриваются лишь кратко, а более подробное описание можно найти в Приложении С.

Направленность УСИ очевидна непосредственно из рис. 2.23. При $D \ll l$ телесный угол распространения усиленного излучения Ω на рис. 2.23а составляет

$$\Omega = \pi D^2 / 4l^2, \quad (2.9.1)$$

где D — диаметр, а l — длина активной среды, и является достаточно малым. Аналогично, в случае рис. 2.23б, телесный угол излучения равен

$$\Omega' = \pi D^2 / 16l^2 \quad (2.9.2)$$

и соответственно еще меньше. Отметим, что в обоих случаях, из-за преломления на выходе из активной среды, внешний телесный угол распространения излучения Ω_n (не показан на рис. 2.23а, б) определяется из соотношений (2.9.1) и (2.9.2) путем умножения их правой части на n^2 , где n — показатель преломления среды. В любом случае, если $D \ll l$, то УСИ распространяется внутри узкого конуса (см. пример 2.12).

Пример 2.12. Свойство направленности УСИ. Допустим, что активная среда представляет собой газообразный азот, в котором есть лазерный переход с $\lambda \cong 337$ нм (см. главу 10). Положим $D = 2$ см и $l = 1$ м и предположим, что с одного края активной среды помещено полностью отражающее зеркало. Из (2.9.2) получаем $\Omega' \cong 0,8 \cdot 10^{-4}$ стер, откуда видно, что телесный угол распространения усиленного излучения гораздо меньше, чем угол в 4π стер, в который испускается спонтанное излучение. С другой стороны, расходимость пучка оказывается заметно выше той, что получилась бы при использовании той же активной среды в двухзеркальном резонаторе. В рассматриваемом случае половинный угол расходимости пучка УСИ θ' составляет величину $\theta' = [\Omega' / \pi]^{1/2} \cong 5$ мрад. Для сравнения, в лазерном резонаторе минимальная достижимая расходимость, определяемая дифракцией, составляет величину $\theta_d \cong (\lambda / D) \cong 20$ мкрад, что в 250 раз меньше.

Причину сужения спектра УСИ можно понять, если заметить, что спонтанное излучение гораздо сильнее усиливается в центре, т. е. при $\nu = \nu_0$, чем на краях линии усиления. Эффект сужения проиллюстрирован на рис. 2.24 на примере лоренцевой линии. Пунктиром показан нормированный контур $g(\nu - \nu_0) / g_p$ спектра спонтанного излучения, а сплошными линиями — нормированные спектральные контуры УСИ I_ν / I_{ν_p} при двух различных значениях пикового логарифмического коэффициента усиления за один проход G . Здесь использованы следующие обозначения: g_p и I_{ν_p} — это соответственно значения функций g и I_ν в максимуме, а $G = \exp(\sigma_p N_2 l)$, где σ_p — пиковое значение сечения вынужденного излучения для рассматриваемого перехода,

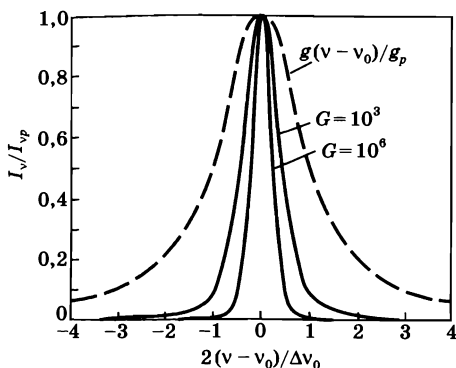


Рис. 2.24

Нормированный контур линии УСИ при двух различных значениях ненасыщенного пикового усиления за один проход

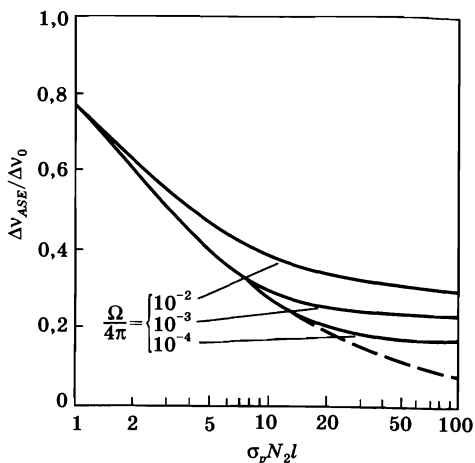


Рис. 2.25

Отношение ширины линий УСИ Δv_{ASE} и спонтанного излучения Δv_0 в зависимости от величины параметра $\sigma_p N_2 l$ ненасыщенного коэффициента усиления за один проход

N_2 — населенность верхнего уровня (предполагается, что $N_1 \cong 0$). Контурные линии УСИ были получены в результате приближенного теоретического описания, приведенного в Приложении В. Рассчитанная в рамках того же приближенного теоретического описания зависимость отношения ширины линий УСИ Δv_{ASE} и спонтанного излучения Δv_0 (FWHM) от величины параметра $\sigma_p N_2 l$ показана пунктирной кривой на рис. 2.25. На этом же рисунке сплошными линиями показаны соответствующие зависимости, рассчитанные при трех различных значениях величины $\Omega/4\pi$ с учетом насыщения усиления (см. [23]). Отметим, что при характерных значениях ненасыщенного усиления $10^3 \leq G \leq 10^6$, т. е. при $7 \leq \sigma_p N_2 l \leq 14$, и телесных углов распространения излучения $10^{-5} \leq (\Omega/4\pi) \leq 10^{-3}$ фактор уменьшения ширины линии находится примерно между 3 и 4.

Расчет порога видимого проявления УСИ начнем с указания на то, что в соответствии с теоретическим описанием, представленным в Приложении С, интенсивность одного из двух пучков УСИ на рис. 2.23a выражается соотношением

$$I = \phi I_s \left(\frac{\Omega}{4\pi^{3/2}} \right) \frac{(G-1)^{3/2}}{[G \ln G]^{1/2}} \quad (2.9.3a)$$

для лоренцевой линии и соотношением

$$I = \phi I_s \left(\frac{\Omega}{4\pi} \right) \frac{(G-1)^{3/2}}{[G \ln G]^{1/2}} \quad (2.9.3б)$$

для гауссовой линии. В обоих соотношениях через ϕ обозначен квантовый выход люминесценции, а $I_s = h\nu_0/\sigma_p \tau$ — интенсивность насыщения усиления на центральной частоте перехода. Теперь можно определить *порог проявления УСИ* как условие, при котором это излучение становится основной причиной уменьшения имеющейся инверсии населенностей. Потребуем,

таким образом, чтобы интенсивность I стала сравнимой с интенсивностью насыщения I_s . Фактически, в этом случае заметная доля испущенной энергии излучения будет содержаться в двух конусах УСИ, показанных на рис. 2.23, а не в телесном угле 4π , в который происходит спонтанное излучение. При $I = I_s$ и $G \gg 1$ соотношения (2.9.3а) и (2.93б) показывают, что величина порогового пикового усиления должна удовлетворять сравнительно простым условиям:

$$G = \frac{4\pi^{3/2}}{\phi\Omega} [\ln G]^{1/2} \quad (2.9.4a)$$

для лоренцевой линии и

$$G = \frac{4\pi}{\phi\Omega} [\ln G]^{1/2} \quad (2.9.4б)$$

для гауссовой линии. Отметим, что если на одном краю активной среды поместить полностью отражающее зеркало (рис. 2.23б), то соответствующее пороговое условие может быть получено из соотношений (2.9.4), в которых величину G — пиковое усиление за один проход, необходимо заменить величиной G^2 — пиковым усилением за двойной проход, а вместо величины Ω подставить величину Ω' . При этом получим:

$$G^2 = \frac{4\pi^{3/2}}{\phi\Omega'} [\ln G^2]^{1/2} \quad (2.9.5a)$$

для лоренцевой линии и

$$G^2 = \frac{4\pi}{\phi\Omega'} [\ln G^2]^{1/2} \quad (2.9.5б)$$

для гауссовой линии.

Пример 2.13. Порог проявления УСИ для активного элемента твердотельного лазера. Рассмотрим активный элемент твердотельного лазера, например такой, как кристалл Nd:YAG, диаметром $D = 6$ мм и длиной $l = 10$ см, с показателем преломления $n = 1,82$, и симметричную конфигурацию, показанную на рис. 2.23а. Соотношение (2.9.1) дает $(\Omega/4\pi) = 2,25 \cdot 10^{-4}$ стер. Поскольку линия в кристалле Nd:YAG имеет лоренцеву форму, и для нее можно положить $\phi \cong 1$, то из уравнения (2.9.4а) получаем, что $G = 2,5 \cdot 10^4$, т. е. $\sigma_p N_{th} l = \ln G = 10,12$. Взяв в качестве пикового значения сечения вынужденного излучения для Nd:YAG величину $2,8 \cdot 10^{-19}$ см² (см. пример 2.10), получаем величину пороговой инверсии населенностей для УСИ, равную $N_{th} = 3,6 \cdot 10^{18}$ см³. Для конфигурации с выходом излучения с одного конца активного элемента, показанной на рис. 2.23б, соотношение (2.9.2) дает $(\Omega'/4\pi) = 5,62 \cdot 10^{-5}$ стер, а из уравнения (2.9.5а) получаем, что $G = 6,4 \cdot 10^2$, т. е. существенно меньшую величину порогового пикового усиления. Пороговая инверсия для УСИ оказывается в этом случае равной $N_{th} = \ln G / \sigma_p l = 2,3 \cdot 10^{18}$ см³. Отметим, что телесный угол распространения УСИ будет в n^2 раз больше, чем геометрические телесные углы Ω и Ω' , рассчитанные в этом примере выше. Получаем, таким образом, для двух рассматриваемых случаев соответственно $\Omega_n = n^2 \Omega = 9,36 \cdot 10^{-3}$ стер и $\Omega'_n = n^2 \Omega_n = 2,33 \cdot 10^{-3}$ стер.

Слабо выраженный пороговый характер проявления УСИ виден из рис. 2.26, где приведена зависимость нормированной интенсивности одного из двух пучков УСИ на рис. 2.23а от величины параметра $\sigma_p N_2 l$, рассчитанная для телесного угла $(\Omega/4\pi) = 10^{-4}$ стер в предположениях, что линия имеет лоренцеву форму и $\phi = 1$. Пунктирная кривая отвечает соотношению (2.9.3а), которое справедливо в предельном случае $I \gg I_s$. Точечная линия, которая относится к другому предельному случаю, $I \ll I_s$, получена из условия, что половина мощности испускаемого излучения люминесценции содержится в пучке УСИ, распространяющемся вправо на рис. 2.23а, т. е. из соотношения $(I/I_s) = \sigma_p N_2 l / 2$. Сплошная линия получена в результате более точного расчета, в котором корректно учтено насыщение роста населенности верхнего уровня, т. е. насыщение усиления [23].

Усиленное спонтанное излучение обычно используют в конфигурации, показанной на рис. 2.23б, для получения направленного и узкополосного излучения высокой интенсивности в таких активных средах с высоким усилением, как газообразный азот и эксимерные смеси, или плазма — в рентгеновском диапазоне (см. главу 10). Поскольку в подобных системах либо требуется одно зеркало, либо можно обойтись совсем без зеркал, то их соответственно называют *беззеркальными лазерами*. В действительности же, хотя УСИ и обладает некоторой пространственной и временной когерентностью, оно является всего лишь усиленным шумовым спонтанным излучением, и поэтому его не стоит путать с лазерным излучением, когерентные свойства которого, как это будет показано в главе 11, принципиально иные.

Во многих других случаях УСИ обычно является помехой. Например, оно ограничивает максимальную инверсию населенностей, которая может быть создана в импульсных лазерных усилителях с высоким коэффициентом усиления. Усиленное спонтанное излучение является также преобладающим источником шума в усилителях на основе оптических волокон, таких, например, как усилители с использованием волокон, легированных Er^{3+} (EDFA, аббревиатура английского названия *Erbium-Doped Fiber Amplifier*). Такие усилители широко применяются в настоящее время в линиях оптической связи на длинах волн около 1550 нм.

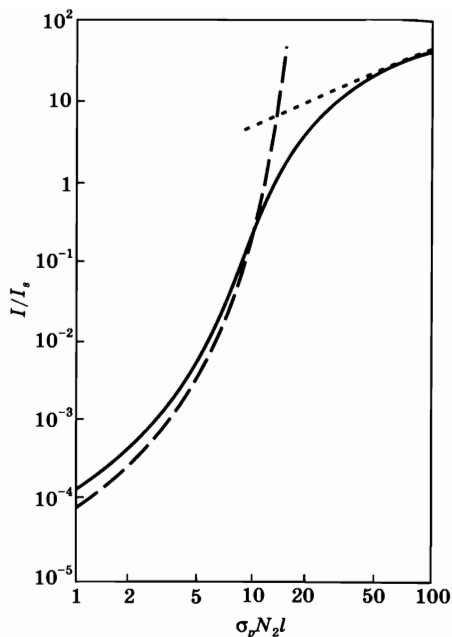


Рис. 2.26
Интенсивность усиленного спонтанного излучения I , нормированная на интенсивность насыщения I_s , в зависимости от величины параметра $\sigma_p N_2 l$ ненасыщенного коэффициента усиления за один проход для телесного угла излучения $\Omega = 4\pi \cdot 10^{-4}$ стер

2.10. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной главе обсуждается несколько аспектов взаимодействия излучения с веществом, в основном относящихся к атомам или ионам. В частности, двумя наиболее важными параметрами, описывающими это взаимодействие, являются сечение вынужденного излучения для перехода $\sigma = \sigma(\nu - \nu_0)$ и время жизни частицы τ на верхнем лазерном уровне. В случае чисто гауссовой или лоренцевой формы контура необходимо знать только пиковую величину σ_p сечения и величину ширины линии ($\Delta\nu_0$ или $\Delta\nu_0^*$). Отметим также, что параметр τ характеризует полное время жизни на верхнем уровне и потому учитывает все излучательные и безызлучательные процессы дезактивации, которые приводят к уменьшению его населенности. В случае, когда относящиеся к переходу уровни состоят из вырожденных или сильно связанных друг с другом подуровней, параметры σ_p и τ обозначают соответственно эффективное сечение вынужденного излучения для перехода и эффективное время жизни на верхнем уровне, как это описывается в разделе 2.7.

Таблица 2.2 содержит величины σ_p , τ и $\Delta\nu_0$ (или $\Delta\nu_0^*$) для некоторых наиболее часто используемых лазерных переходов в газах и ионных кристаллах. Для сравнения там же приведены соответствующие величины для родамина 6G — вещества, широко применяемого в лазерах на растворах органических красителей. Отметим, что очень высокие значения σ_p ($\approx 10^{-13}$ см²) для газовых лазеров связаны с достаточно малыми величинами $\Delta\nu_0^*$ (несколько ГГц) и достаточно короткими временами жизни (несколько нс). Времена жизни малы, поскольку они относятся к разрешенным электрическим дипольным переходам. Наоборот, для активных ионов в ионных кристаллах или стеклах, таких как кристалл Nd:YAG или неодим-фосфатное стекло, σ_p намного меньше (10^{-20} ÷ 10^{-19} см²), а время жизни намного больше (несколько сотен пс), что характерно для запрещенных электрических дипольных переходов. Отметим также, что ширины линий в этом случае намного больше (от сотен до тысяч ГГц), что также приводит к сильному умень-

Таблица 2.2

Пиковые значения сечений переходов, времена жизни верхнего состояния и ширины линий переходов для активных сред некоторых из наиболее широко используемых газовых и твердотельных лазеров

Активная среда	λ [мкм]	σ_p [см ²]	τ [пс]	$\Delta\nu_0$	Примечания
He-Ne	$\lambda = 0,6328$	$3 \cdot 10^{-13}$	$150 \cdot 10^{-3}$	1,7 ГГц	—
Ar ⁺	$\lambda = 0,5145$	$2,5 \cdot 10^{-13}$	$6 \cdot 10^{-3}$	1,7 ГГц	—
Nd ³⁺ :YAG	$\lambda = 1,064$	$2,8 \cdot 10^{-19}$	230	120 ГГц	—
Nd ³⁺ :стекло	$\lambda = 1,054$	$4 \cdot 10^{-20}$	300	5,4 ТГц	—
Родамин 6G	$\lambda_p = 0,570$	$3,2 \cdot 10^{-16}$	$5,5 \cdot 10^{-3}$	46 ТГц	—
Cr ³⁺ :BeAl ₂ O ₄	$\lambda_p = 0,704$	$0,8 \cdot 10^{-20}$	300	60 ТГц	T = 300 К
Ti ³⁺ :Al ₂ O ₃	$\lambda_p = 0,790$	$4 \cdot 10^{-19}$	3,9	100 ТГц	E оси c
Cr ³⁺ :LiSAF	$\lambda_p = 0,845$	$5 \cdot 10^{-20}$	67	84 ТГц	E оси c

шению пикового значения сечения вынужденного излучения. Вещества, применяемые в лазерах на красителях, такие как родамин 6G, занимают промежуточное положение между этими двумя случаями, обладая достаточно высокими значениями сечения ($\approx 10^{-16}$ см²), а также очень малыми временами жизни — порядка нескольких нс, поскольку переходы в них также являются разрешенными электрическими дипольными переходами. Последние три лазерных материала, приведенные в табл. 2.2, а именно, александрит ($\text{Cr}^{3+}:\text{BeAl}_2\text{O}_4$), титан с сапфиром ($\text{Ti}^{3+}:\text{Al}_2\text{O}_3$) и Cr:LISAF ($\text{Cr}^{3+}:\text{LiSrAlF}_6$), принадлежат к категории используемых в перестраиваемых твердотельных лазерах. Действительно, ширины спектров излучения в этих материалах очень широки (от десятков до сотен ТГц), сечения сравнимы по величине с сечениями материалов с более узкополосными спектрами, таких как Nd:YAG, тогда как времена жизни несколько короче.

ЗАДАЧИ

- 2.1. Для полости объемом $V = 1$ см³ определите число мод, имеющих длины волн в пределах полосы шириной $\Delta\lambda = 10$ нм с центром при $\lambda = 600$ нм.
- 2.2. Вместо величины ρ_ν можно также ввести спектральную плотность энергии ρ_λ , определяемую таким образом, что $\rho_\lambda d\lambda$ равна плотности энергии электромагнитного излучения с длинами волн от λ до $\lambda + d\lambda$. Найдите соотношение между ρ_λ и ρ_ν .
- 2.3. Найдите максимум ρ_λ в зависимости от λ . Покажите, что длина волны λ_M , соответствующая максимуму ρ_λ , удовлетворяет соотношению $\lambda_M T = hc/ky$ (закон смещения Вина), где y определяется из уравнения $5[1 - \exp(-y)] = y$. Найдите приближенное значение y из этого уравнения.
- 2.4. Длина волны λ_M , соответствующая максимуму распределения на рис. 2.3, удовлетворяет соотношению $\lambda_M T = 2,9 \cdot 10^{-3}$ м · К (закон смещения Вина). Вычислите λ_M при $T = 6000$ К. Какой цвет соответствует этой длине волны?
- 2.5. Линия лазерного перехода R_1 рубина хорошо описывается лоренцевой кривой с шириной на половине высоты (FWHM), равной 330 ГГц при комнатной температуре (см. рис. 2.10). Измеренное значение сечения вынужденного излучения в пике линии равно $\sigma = 2,5 \cdot 10^{-20}$ см². Вычислите излучательное время жизни (показатель преломления рубина $n = 1,76$). Чему равен квантовый выход люминесценции, если при комнатной температуре наблюдаемое время жизни равно 3 мс?
- 2.6. Характерным лазерным материалом является Nd:YAG, представляющий собой кристалл $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ (иттрий-алюминиевый гранат, YAG), в котором часть ионов Y^{3+} замещена ионами Nd^{3+} . Обычно концентрация ионов Nd^{3+} составляет 1%, т. е. 1% ионов Y^{3+} замещен ионами Nd^{3+} . Плотность кристалла YAG равна 4,56 г/см³. Определите

концентрацию ионов Nd^{3+} , находящихся на основном уровне $^4\text{I}_{9/2}$. В действительности этот уровень состоит из пяти (дважды вырожденных) подуровней, из которых четыре верхних отстоят от нижнего соответственно на 134, 197, 311 и 848 см^{-1} . Вычислите концентрацию ионов Nd^{3+} , находящихся на самом нижнем уровне состояния $^4\text{I}_{9/2}$.

- 2.7. Лазерный переход неона на длине волны $\lambda = 1,15$ мкм при уширении преимущественно за счет эффекта Допплера имеет ширину $\Delta\nu_0^* = 9 \cdot 10^8$ Гц. Время жизни верхнего состояния $\approx 10^{-7}$ с. Вычислите пиковое значение сечения вынужденного излучения для лазерного перехода, если излучательное время жизни для этого перехода равно полному времени жизни верхнего состояния.
- 2.8. Квантовый выход люминесценции перехода $S_1 \rightarrow S_0$ (см. главу 9) в красителе родамин 6G равен 0,87, а соответствующее излучательное время жизни ≈ 5 нс. Вычислите излучательное и безизлучательное времена жизни на уровне S_1 .
- 2.9. Вычислите однородную ширину линии перехода с $\lambda = 0,633$ мкм в неоне, если известно, что $\Delta\nu_{\text{nat}} \approx 20$ МГц, а $\Delta\nu_c = 0,64$ МГц. Какую форму имеет результирующая линия?
- 2.10. Найдите соотношение между интенсивностью I и соответствующей плотностью энергии ρ для плоской электромагнитной волны.
- 2.11. Цилиндрический стержень из кристалла $\text{Nd}:\text{YAG}$ диаметром 6,3 мм и длиной 7,5 см накачивается мощной импульсной лампой. Пиковое значение сечения вынужденного излучения для лазерного перехода на длине волны 1,06 мкм равно $\sigma = 2,8 \cdot 10^{-19}$ см^2 , а показатель преломления кристалла равен $n = 1,82$. Найдите пороговую инверсию населенностей для проявления усиленного спонтанного излучения (УСИ) (предполагается, что на оба торца лазерного стержня нанесены идеальные просветляющие покрытия, т. е. они не отражают свет). Кроме того, вычислите максимальное количество энергии, которое может быть запасено в этом стержне, если необходимо избежать влияния УСИ.
- 2.12. Для модуляции добротности и синхронизации мод (см. главу 8) рубинового лазера часто применяют раствор криптоцианина (иодид 1,1'-диэтил-4,4'-карбоцианина) в метиловом спирте. Сечение поглощения криптоцианина на длине волны излучения рубинового лазера ($\lambda = 0,6943$ мкм) равно $8,1 \cdot 10^{-16}$ см^2 . Время жизни на верхнем уровне $\tau \approx 22$ пс. Определите интенсивность насыщения для этой длины волны.
- 2.13. Применяя принцип детального равновесия к двум квазирезонансным процессам передачи энергии (выражения (2.6.9) и (2.6.10)), покажите, что при полном резонансе ($\Delta E = 0$) выполняется соотношение $k_{B^*A} = k_{BA^*}$, где k_{B^*A} и k_{BA^*} — соответствующие константы скорости для этих процессов.

- 2.14. Вместо того, чтобы наблюдать проявление эффекта насыщения в эксперименте по схеме рис. 2.18, можно проделать то же самое, пользуясь лишь одним пучком света $I(\nu)$ и измеряя коэффициент поглощения для этого пучка при больших значениях интенсивности $I(\nu)$. Покажите, что в этом случае коэффициент поглощения для однородно уширенной линии выражается следующим образом:

$$\alpha(\nu - \nu_0) = \frac{\alpha_0(0)}{1 + [2(\nu - \nu_0)/\Delta\nu_0]^2 + (I/I_{s0})};$$

здесь $\alpha_0(0)$ — коэффициент поглощения слабого сигнала ($I \ll I_{s0}$) на частоте $\nu = \nu_0$, а I_{s0} — интенсивность насыщения, определяемая формулой (2.8.11), на частоте $\nu = \nu_0$.

[Указание: вначале покажите, что

$$\alpha(\nu - \nu_0) = \frac{\alpha_0(0)}{1 + [2(\nu - \nu_0)/\Delta\nu_0]^2} \frac{1}{1 + (I/I_s)},$$

где I_s — интенсивность насыщения на частоте ν . Затем выразите I_s через I_{s0} .]

- 2.15. Используя выражение, полученное в предыдущей задаче, найдите зависимость коэффициента поглощения в максимуме линии и ширины линии поглощения от интенсивности I . Как можно измерить интенсивность насыщения I_{s0} ?

- 2.16. Покажите, что для неоднородно уширенной линии, форма которой описывается функцией g , коэффициент поглощения при насыщении, измеряемый по схеме рис. 2.18, можно записать в виде

$$\alpha = \left(\frac{2\pi^2}{3n\epsilon_0 c_0 h} \right) |\mu|^2 N_t \int \frac{(2/\pi\Delta\nu_0) \nu' g^*(\nu'_0 - \nu_0)}{1 + [2(\nu' - \nu'_0)/\Delta\nu_0]^2} \frac{1}{1 + \frac{I}{I_{s0}} \frac{1}{1 + [2(\nu - \nu'_0)/\Delta\nu_0]^2}} d\nu'_0,$$

где вклад от однородно уширенной линии описывается лоренцевым контуром.

[Указание: начните с вычисления элементарного вклада в поглощение $d\alpha$, обусловленного той частью $g^*(\nu'_0 - \nu_0)d\nu'_0$ атомов, резонансные частоты которых лежат между ν'_0 и $\nu'_0 + d\nu'_0$.]

- 2.17. Считая, что однородная ширина линии много меньше неоднородной и что $I \ll I_{s0}$, покажите, что выражение для α , полученное в предыдущей задаче, можно приближенно записать в виде

$$\alpha = \left(\frac{2\pi^2}{3n\epsilon_0 c_0 h} \right) |\mu|^2 N_t \nu' g^*(\nu' - \nu_0) \times \\ \times \left[1 - (2/\pi\Delta\nu_0) \frac{I}{I_{s0}} \int \frac{d\nu'_0}{\{1 + [2(\nu' - \nu'_0)/\Delta\nu_0]^2\} \{1 + [2(\nu - \nu'_0)/\Delta\nu_0]^2\}} \right].$$

Учитывая, что входящий в данное выражение интеграл представляет собой свертку двух лоренцевых линий, определите ширину провала, показанного на рис. 2.22.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Reiff, *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics* (McGraw-Hill, New York, 1965), Chap. 9.
2. W. Heitler, *The Quantum Theory of Radiation*, 3rd ed. (Oxford University Press, London, 1953), Sec. II. 9.
Гайтлер В. Квантовая теория излучения. М., 1956. Разд. II. 9.
3. H. A. Lorentz, *The Theory of Electrons*, 2nd ed. (Dover, New York, 1952), Chap. III.
Лоренц Г. А. Теория электронов. М.: Госиздат техн.-теор. лит., 1956. Гл. III.
4. J. A. Stratton, *Electromagnetic Theory*, 1st ed. (McGraw-Hill, New York, 1941), pp. 431–438.
Страттон Дж. А. Теория электромагнетизма. М.-Л.: ГИТТЛ, 1948.
5. R. H. Pantell and H. E. Puthoff, *Fundamentals of Quantum Electronics* (Wiley, New York, 1964), Chap. 6.
Пантел Р., Путхоф Г. Основы квантовой электроники. М.: Мир, 1972. Гл. 6.
6. W. Louisell, *Radiation and Noise in Quantum Electronics* (McGraw-Hill, New York, 1964), Chap. 6.
7. R. H. Pantell and H. E. Puthoff, *Fundamentals of Quantum Electronics* (Wiley, New York, 1964), pp. 40–41, 60, 62, and Appendix 4.
Пантел Р., Путхоф Г. Основы квантовой электроники. М.: Мир, 1972. Гл. 2 и Приложение 4.
8. R. H. Pantell and H. E. Puthoff, *Fundamentals of Quantum Electronics* (Wiley, New York, 1964), Appendix 5.
Пантел Р., Путхоф Г. Основы квантовой электроники. М.: Мир, 1972. Приложение 5.
9. A. Einstein, On the Quantum Theory of Radiation, *Z. Phys.* **18**, 121 (1917).
10. W. Louisell, *Radiation and Noise in Quantum Electronics* (McGraw-Hill, New York, 1964), Chap. 5.
Люиселл У. Излучение и шумы в квантовой электронике. М.: Наука, 1972. Гл. 5.
11. H. G. Kuhn, *Atomic Spectra*, 2nd ed. (Longmans, Green, London, 1969), Chap. VII.
12. *Radiationless Transitions*, ed. by F. J. Fong (Springer-Verlag, Berlin, 1976), Chap. 4.
13. C. K. Rhodes and A. Szoke, Gaseous Lasers: Atomic, Molecular, Ionic in *Laser Handbook* ed. by F. T. Arecchi and E. O. Schultz-DuBois (North Holland, Amsterdam, 1972), Vol. 1 pp. 265–324.
14. J. B. Birks, *Photophysics of Aromatic Molecules* (Wiley-Interscience, New York, 1970), Sec. 11.9.
15. D. L. Dexter, *J. Chem. Phys.* **21**, 836 (1953).
16. J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (Wiley, New York, 1975), Sec. 9.2.
Джексон Дж. Д. Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965. Разд. 9.2.
17. W. J. Miniscalco, Optical and Electronic Properties of Rare Earth Ions in Glasses, in *Rare Earth Doped Fiber Lasers and Amplifiers*, ed. by M. J. F. Digonnet (Marcel Dekker, New York, 1993), Chap. 2.
18. T. Holstein, Imprisonment of Resonant Radiation in Gases, *Phys. Rev.* **72**, 1212 (1947).
19. R. Arrathoon, Helium-Neon Lasers and the Positive Column in *Lasers* ed. by A. K. Levine and A. J. DeMaria (Marcel Dekker, New York, 1976), Tab. 2.
20. M. H. Dunn and J. N. Ross, The Argon Laser in *Progress in Quantum Electronics*, Vol. 4 ed. by J. H. Sanders and S. Stenholm (Pergamon Press, Oxford, 1977), Tab. 2.
21. W. F. Krupke, M. D. Shinn, J. E. Marion, J. A. Caird, S. E. Stokowski, Spectroscopic, Optical and Thermomechanical Properties of Neodymium- and Chromium-Doped Gadolinium Scandium Gallium Garnet, *J. Opt. Soc. Am. B* **3**, 102 (1986).
22. J. C. Walling, O. G. Peterson, J. P. Jennsen, R. C. Morris and E. W. O'Dell, Tunable Alexandrite Lasers, *IEEE J. Quant. Electr.* **QE-16**, 1302 (1980).
23. L. W. Casperson, Threshold Characteristics of Mirrorless Lasers, *J. Appl. Phys.* **48**, 256 (1977).
24. O. Svelto, S. Taccheo and C. Svelto, Analysis of Amplified Spontaneous Emission: Some Corrections to the Lyndford Formula. *Optic. Comm.* **149**, 227–282 (1998).

УРОВНИ ЭНЕРГИИ, ИЗЛУЧАТЕЛЬНЫЕ И БЕЗЫЗЛУЧАТЕЛЬНЫЕ ПЕРЕХОДЫ В МОЛЕКУЛАХ И ПОЛУПРОВОДНИКАХ

В главе 3 некоторые общие результаты и рассуждения, изложенные в предыдущих главах, применяются к более сложным случаям молекул и полупроводников. Особое внимание уделяется полупроводниковым материалам — либо в виде объемных образцов, либо в виде структур с квантовыми ямами, квантовыми нитями или квантовыми точками, поскольку такие материалы приобретают все большее значение как активные среды лазеров.

3.1. МОЛЕКУЛЫ

Рассмотрим вначале уровни энергии, а также излучательные и безызлучательные переходы в молекулах, ограничив рассмотрение качественным описанием их характеристик, существенных для правильного понимания лазерных свойств таких активных сред, как молекулярные газы или органические красители. Для более глубокого изучения широкого круга вопросов молекулярной физики читателю следует обратиться к специальной литературе [1].

3.1.1. УРОВНИ ЭНЕРГИИ

В общем случае полная энергия любой молекулы является суммой четырех вкладов: (1) *электронной энергии* E_e , определяемой движением электронов вокруг ядер; (2) *колебательной энергии* E_v , обусловленной колебаниями ядер; (3) *вращательной энергии* E_r , связанной с вращением этой молекулы, и (4) *поступательной энергии*. Ниже последний вклад не рассматривается, поскольку он обычно не квантуется. Остальные вклады в энергию квантуются, и полезно,

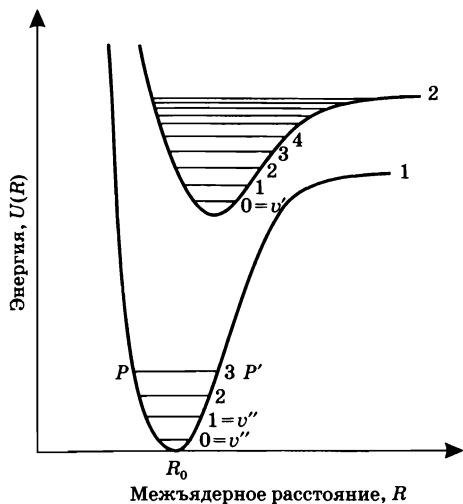


Рис. 3.1
Кривые потенциальной энергии и колебательные уровни двухатомной молекулы

Предположим, что для двухатомной молекулы с ядрами массой M_1 и M_2 их потенциальная энергия U_p как функция межъядерного расстояния R вблизи равновесной величины R_0 может быть аппроксимирована квадратичным соотношением $U_p = k_0(R - R_0)^2/2$ (см. рис. 3.1). В этом случае разность энергий ΔE_v двух соседних колебательных уровней может быть выражена хорошо известным соотношением для гармонического осциллятора:

$$\Delta E_v = \hbar \nu_0 = \hbar \left[\frac{k_0}{\mu} \right]^{1/2}, \quad (3.1.2)$$

где $\mu = M_1 M_2 / (M_1 + M_2)$ — приведенная масса. Для гомоядерной двухатомной молекулы, с атомами массой M , эта разность энергий будет равна

$$\Delta E_v = \hbar \left[\frac{2k_0}{M} \right]^{1/2}. \quad (3.1.3)$$

Можно ожидать, что смещение двух атомов из положения равновесия на величину порядка размера молекулы приводит к изменению энергии порядка ΔE_e , поскольку такое смещение обуславливает значительное искажение электронных волновых функций. Тогда получим

$$\Delta E_e = k_0 a^2 / 2. \quad (3.1.4)$$

Исключив a^2 и k_0 из соотношений (3.1.1), (3.1.3) и (3.1.4), приходим к соотношению

$$\Delta E_v = 2(m/M)^{1/2} \Delta E_e. \quad (3.1.5)$$

Вращательная энергия гомоядерной двухатомной молекулы описывается выражением $E_r = \hbar^2 J(J+1)/Ma^2$, где J — вращательное квантовое чис-

используя общие соображения, оценить по порядку величины разности энергий электронных (ΔE_e), колебательных (ΔE_v) и вращательных (ΔE_r) уровней. Порядок величины ΔE_e определяется из соотношения

$$\Delta E_e \cong \frac{\hbar^2}{ma^2}, \quad (3.1.1)$$

где $\hbar = h/2\pi$, m — масса электрона, a — характерный размер молекулы. Действительно, если взять внешний электрон молекулы, то величины неопределенности его положения — порядка a ; неопределенности его импульса, в соответствии с принципом неопределенности, — порядка $\hbar/a$ и, таким образом, минимальная кинетическая энергия примерно равна $\hbar^2/ma^2$.

ло. Отсюда разность ΔE_r вращательных энергий, например уровней с $J = 0$ и $J = 1$, получается равной $\Delta E_r = 2\hbar^2/Ma^2 = 2(m/M)\Delta E_e$, если использовать формулу (3.1.1). Тогда из соотношения (3.1.5) имеем

$$\Delta E_r = (m/M)^{1/2} \Delta E_v. \quad (3.1.6)$$

Поскольку отношение $m/M \cong 10^{-4}$, то расстояния по энергии между вращательными уровнями должны быть приблизительно в сто раз меньше, чем между колебательными. Расстояния между колебательными уровнями, в свою очередь, должны составлять около одной сотой величины ΔE_e . В действительности, частоты электронных ($\Delta E_e/h$), колебательных ($\Delta E_v/h$) и вращательных ($\Delta E_r/h$) переходов, как правило, попадают в диапазоны $(25-50) \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$, $500-3000 \text{ см}^{-1}$ и $1-20 \text{ см}^{-1}$ соответственно.

После приведенных предварительных рассуждений рассмотрим простейший случай молекулы, состоящей из двух идентичных атомов. Поскольку, как уже отмечалось, вращение и колебания происходят гораздо медленнее, чем движение электронов, будем использовать приближение Борна–Оппенгеймера, в котором два атома считаются расположенными на фиксированном межъядерном расстоянии R и не вращающимися. Решив для этого случая уравнение Шредингера, можно найти зависимость электронной энергии уровней от расстояния R . Даже если и не решать уравнение (которое обычно является достаточно сложным), можно интуитивно представить, что для связанных состояний зависимость энергии от R должна иметь вид кривых, показанных на рис. 3.1, где в качестве примера выбраны основное состояние 1 и первое возбужденное состояние 2. Если межъядерное расстояние очень велико ($R \rightarrow \infty$), то энергетические уровни являются такими же, как в изолированных атомах. Если же расстояние R конечно, то в результате взаимодействия между атомами уровни энергии будут смещены.

Для того чтобы понять, почему представленные кривые имеют такую форму, следует обратить внимание на то, что с точностью до постоянного слагаемого они показывают зависимость потенциальной энергии молекулы от межъядерного расстояния R . В частности, поскольку минимальная энергия на кривой 1 рис. 3.1 равна 0, эта кривая представляет собой только потенциальную энергию молекулы в основном электронном состоянии. Производная потенциальной энергии по R отражает силу межатомного взаимодействия, причем эта сила заставляет атомы притягиваться на больших межъядерных расстояниях, тогда как на малых расстояниях она становится отталкивающей. Сила равна нулю на межъядерном расстоянии, отвечающем минимуму каждой из кривых (например, R_0). Это расстояние соответствует, таким образом, положению, которое стремятся занять атомы в отсутствие колебаний. Отметим, что минимум энергетической кривой для возбужденного состояния обычно сдвинут в сторону больших R по сравнению с минимумом кривой, отвечающей основному состоянию, из-за большего радиуса орбиты, занятой возбужденными электронами.

До сих пор рассматривались два атома, зафиксированных на некотором межъядерном расстоянии R . Предположим теперь, что молекула находится, например, в электронном состоянии 1, и эти атомы оказываются свободными,

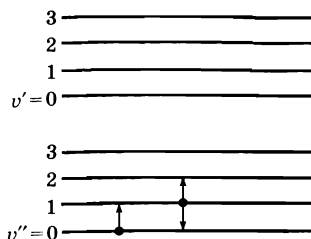


Рис. 3.2

Колебательные уровни энергии, относящиеся к двум различным электронным состояниям молекулы. Стрелками показаны разрешенные переходы, начинающиеся с уровней с $v'' = 0$ и $v'' = 1$

находясь на расстоянии R , отличном от R_0 . Тогда межъядерная сила заставит их колебаться относительно положения равновесия R_0 , а полная энергия будет представлять собой сумму рассмотренной выше потенциальной энергии и кинетической энергии колебательного движения. Для малых колебаний относительно R_0 кривую 1 можно аппроксимировать параболой. В таком приближении сила взаимодействия атомов является упругой, т. е. пропорциональной смещению из положения равновесия. В этом случае решения уравнения Шредингера хорошо известны и отвечают гармоническому осциллятору. Уровни энергии оказываются равноудаленными на величину $h\nu_0$, определяемую соотношением (3.1.2), в ко-

тором упругая постоянная k_0 равна коэффициенту кривизны параболы. Таким образом, если принять во внимание колебания, то уровни энергии для каждого из двух рассматриваемых электронных состояний можно представить в виде показанных на рис. 3.1 уровней 0, 1, 2, 3 и т. д. Отметим, что энергия уровня с $v = 0$ не совпадает с минимумом кривой, поскольку, как хорошо известно, гармонический осциллятор имеет некоторую энергию ($h\nu_0/2$) и в основном колебательном состоянии. При учете колебаний кривые 1 и 2 уже не отражают более энергию системы, поскольку атомы не являются фиксированными, и вместо схемы рис. 3.1 иногда используют упрощенное представление, показанное на рис. 3.2, хотя изображение рис. 3.1 и имеет больший физический смысл. Предположим, например, что система находится на колебательном уровне с $v'' = 3$ основного электронного состояния 1. Из рис. 3.1 видно, что межъядерное расстояние R изменяется между величинами, отвечающими показанным там точкам P и P' . В каждой из этих точек колебательная энергия равна потенциальной, что означает равенство нулю кинетической энергии. При больших амплитудах колебаний относительно положения равновесия R_0 кривая потенциальной энергии уже не может с достаточной точностью быть аппроксимирована параболой и в действительности высокие колебательные уровни уже не являются эквидистантными. Можно показать, что расстояния между уровнями уменьшаются по мере увеличения энергии колебаний, поскольку величина возвращающей силы оказывается меньше, чем предсказывает параболическое приближение.

Рассмотрим теперь кратко случай многоатомных молекул. Для них также можно использовать схему, представленную на рис. 3.1, если считать R некоторой обобщенной координатой, описывающей выбранный тип колебания. Возьмем, например, молекулу SF_6 , которая имеет форму октаэдра (см. рис. 3.3), в котором атом серы расположен в центре, а шесть атомов фтора — в вершинах. Для полносимметричного колебания, показанного на рис. 3.3 (тип A_{1g}), в качестве координаты R может быть выбрано расстояние между атомом серы и каким-либо из атомов фтора. Поскольку, как показано на рис. 3.3, молекула SF_6 имеет шесть независимых, отличаю-

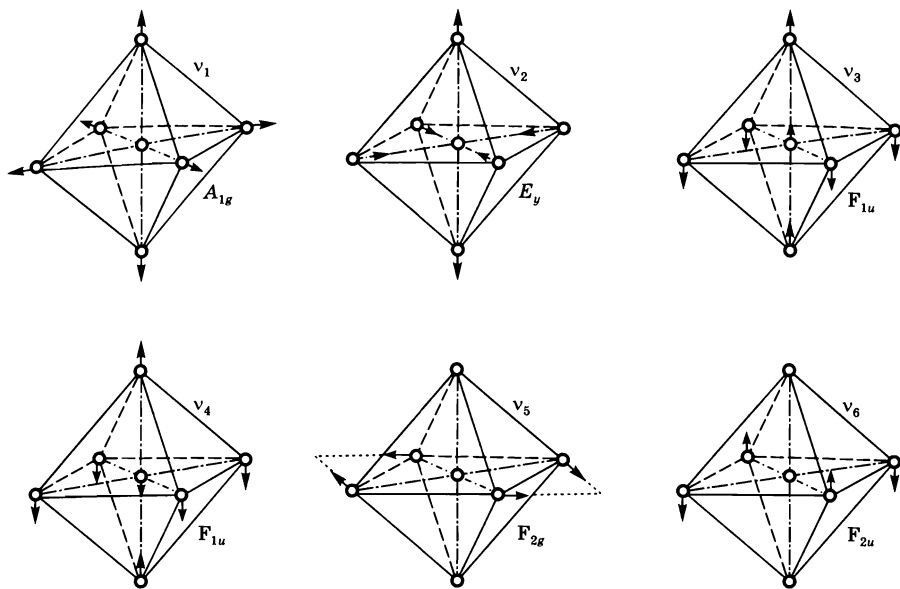


Рис. 3.3

Нормальные типы колебаний октаэдрической молекулы (например, SF_6). Атом серы занимает центр октаэдра, а шесть атомов фтора расположены в его вершинах (с разрешения, из [2])

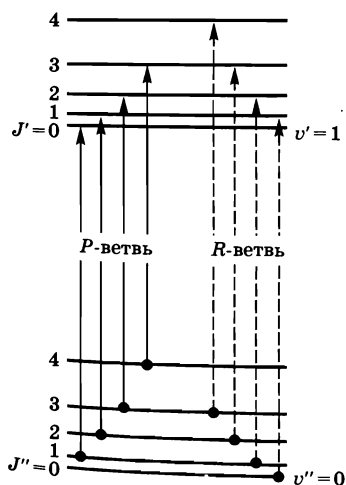


Рис. 3.4

Вращательные уровни энергии, принадлежащие двум последовательным колебательным состояниям молекулы. Стрелками показаны разрешенные переходы, принадлежащие P- и R-ветвям

щихся по частоте собственных колебаний, то потенциальная энергия U некоторого состояния этой молекулы будет зависеть от всех шести нормальных колебательных координат. Таким образом, схематическое изображение на рис. 3.1 можно рассматривать как сечение семимерной функции, отвечающее изменению только одной из колебательных переменных.

Представленное выше описание молекулярной системы не является полным, поскольку молекула может еще и вращаться. Согласно квантовомеханическим представлениям, вращательная энергия также квантуется; для линейного жесткого ротатора (т. е. жесткой двухатомной или линейной трехатомной молекулы) она выражается в виде

$$E_r = BJ(J + 1) \quad (3.1.7)$$

с вращательной постоянной B , равной $\hbar^2/2I$, где I — момент инерции относительно оси, перпендикулярной к линии расположения ядер и проходящей через центр масс. Таким образом, рассматриваемая полная энергия системы является

суммой электронной, колебательной и вращательной энергий. Соответствующие вращательные энергетические уровни, например колебательных состояний с $v'' = 0$ и $v' = 1$ основного электронного состояния, показаны на рис. 3.4. Отметим, что в отличие от случая колебательных уровней, расстояния между соседними вращательными уровнями не являются постоянной величиной; действительно, они линейно возрастают с увеличением вращательного квантового числа J , т. е. $[E_r(J) - E_r(J - 1)] = 2BJ$.

3.1.2.

ЗАСЕЛЕНИЕ УРОВНЕЙ ПРИ ТЕПЛОВОМ РАВНОВЕСИИ

При тепловом равновесии населенность $N(E_e, E_v, E_r)$ колебательно-вращательного уровня, относящегося к данному электронному состоянию, может быть представлена в виде

$$N(E_e, E_v, E_r) \propto g_e g_v g_r \exp \{-(E_e + E_v + E_r)/kT\}, \quad (3.1.8)$$

где E_e , E_v и E_r — соответственно электронный, колебательный и вращательный вклады в энергию уровня, а g_e , g_v и g_r — характерные для этого уровня кратности вырождения (см. соотношение (2.7.3)). Согласно оценкам, приведенным в разделе 3.1.1, величина E_v/hc составляет примерно 1000 см^{-1} , тогда как отношение E_e/hc превышает

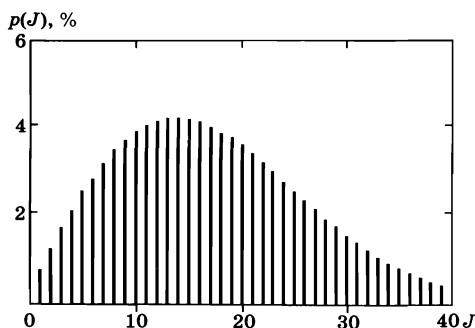


Рис. 3.5

Распределение населенностей различных вращательных уровней данного колебательного состояния

ее более чем на порядок. Поскольку $kT/hc = 209 \text{ см}^{-1}$ (при $T = 300 \text{ К}$), то как E_e , так и E_v значительно больше, чем kT . Отсюда можно утверждать, что при тепловом равновесии молекулы, как правило, занимают нижний колебательный уровень основного электронного состояния.¹ При этом вероятность заселения некоторого вращательного уровня нижнего колебательного состояния может быть, с учетом соотношений (3.1.7) и (3.1.8), записана в виде

$$p(J) \propto (2J + 1) \exp[-BJ(J + 1)/kT]. \quad (3.1.9)$$

Множитель $(2J + 1)$ учитывает кратность вырождения уровня, так как вращательный уровень с квантовым числом J является в действительности $(2J + 1)$ -кратно вырожденным. Взяв, например, $B = 0,5 \text{ см}^{-1}$ и положив $kT/hc = 209 \text{ см}^{-1}$ (комнатная температура), можно построить показанное на рис. 3.5 распределение населенностей различных вращательных уровней дан-

¹ Хотя это утверждение и справедливо для двухатомных молекул, оно, вообще говоря, не применимо к многоатомным молекулам. Для последних (например, для молекулы SF_6) расстояния между нижними колебательными уровнями часто оказываются значительно меньше 1000 см^{-1} (достигая порядка 100 см^{-1}); в этом случае несколько колебательных уровней основного электронного состояния могут иметь значительную заселенность при комнатной температуре.

ного колебательного состояния (например, основного). Отметим, что благодаря наличию в соотношении (3.1.9) множителя $(2J + 1)$ наиболее заселенным оказывается не самый нижний (с $J = 0$) уровень, а тот, вращательное квантовое число J которого удовлетворяет соотношению

$$(2J + 1)_m = (2kT/B)^{1/2}. \quad (3.1.10)$$

Из сказанного в данном разделе можно сделать вывод, что у простых молекул при комнатной температуре заселены несколько нижних вращательных уровней основного колебательного состояния.

3.1.3. ВЫНУЖДЕННЫЕ ПЕРЕХОДЫ

Учитывая приведенное выше рассмотрение, переходы между уровнями энергии можно разделить на три типа:

- переходы между двумя колебательно-вращательными уровнями различных электронных состояний, называемые *вибронными переходами* (сокращение от вибрационный и электронный); их частоты обычно попадают в ближний УФ-диапазон спектра;
- переходы между двумя колебательно-вращательными уровнями одного и того же электронного состояния (*колебательно-вращательные переходы*); их частоты обычно лежат в области от ближнего до среднего ИК-диапазона спектра;
- переходы между двумя вращательными уровнями одного и того же колебательного состояния, например с $v'' = 0$, основного электронного состояния (*вращательные переходы*); их частоты находятся в дальнем ИК-диапазоне спектра.

В дальнейшем кратко рассмотрим вибронные и колебательно-вращательные переходы, поскольку работа наиболее широко распространенных молекулярных газовых лазеров основана на использовании именно таких переходов. Лазеры, работающие на вращательных переходах и излучающие в дальнем ИК-диапазоне, также существуют, но вплоть до последнего времени используются достаточно ограниченно (например, для целей спектроскопии). Ниже кратко описываются квантовомеханические правила отбора для указанных трех типов переходов (более детальное рассмотрение см. в Приложении Г).

Рассмотрим вначале вибронные переходы и предположим, что симметрией электронных волновых функций нижнего и верхнего электронных состояний разрешен дипольный переход. Поскольку движение электронов происходит с гораздо большей скоростью, чем движение ядер, то можно легко прийти к так называемому *принципу Франка–Кондона*, согласно которому в процессе излучательного перехода межъядерное расстояние не изменяется. Если теперь предположить, что все молекулы находятся на уровне с $v'' = 0$ основного электронного состояния,¹ то, как показано на рис. 3.6,

¹ Когда заселено много колебательных уровней основного электронного состояния, переходы могут начинаться с любого из этих уровней. Полосы поглощения, содержащие переходы с уровней с $v'' > 0$, называют *горячими полосами*.

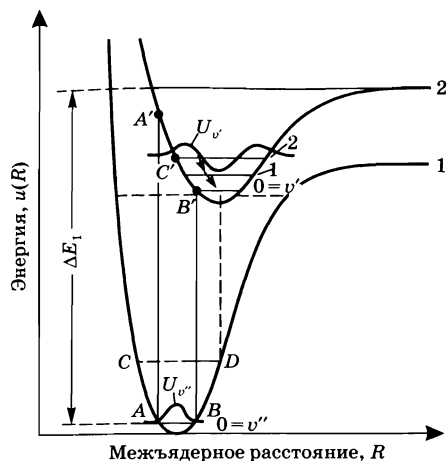


Рис. 3.6
Разрешенные вибронные переходы
двухатомной молекулы

в соответствии с этим принципом переход должен произойти вертикально вверх, где-то между переходами $A-A'$ и $B-B'$. Принцип Франка-Кондона может быть сформулирован количественным образом в виде утверждения, что вероятность перехода между данным колебательным уровнем v'' основного и некоторым колебательным уровнем v' возбужденного электронных состояний определяется выражением

$$W_{12} \propto \left| \int u_{v'} u_{v''} dR \right|^2, \quad (3.1.11)$$

где $u_{v''}(R)$ и $u_{v'}(R)$ — колебательные волновые функции для двух указанных уровней. Известно, что в приближении гармонического осциллятора эти функции представляют собой произведение

гауссовой функции и полинома Эрмита. Поскольку волновая функция с $v'' = 0$, как известно, является гауссовой, то вероятность перехода, согласно соотношению (3.1.11), будет наибольшей в то колебательное состояние, где волновая функция $u_{v'}$ обеспечивает наилучшее перекрытие с функцией $u_{v''}$. На рис. 3.6 наиболее вероятным будет переход на уровень с $v' = 2$. Это нетрудно понять, заметив, что если пренебречь энергией нулевых колебаний, то можно рассматривать молекулу в основном состоянии как покоящуюся, с межатомным расстоянием, отвечающим среднему положению между точками A и B . При поглощении фотона молекула переходит на верхний колебательный уровень, сохраняя межатомное расстояние, и при этом остается в покое (поскольку движение ядер, т. е. их положение и скорость, не изменяются в процессе электронного перехода). Это означает, что переход происходит в точку C' колебательного уровня с $v' = 2$. Поскольку минимум кривой потенциальной энергии в возбужденном электронном состоянии смещен в область больших межатомных расстояний R , то два атома молекулы после акта поглощения испытывают отталкивание, и таким образом молекула остается в возбужденном колебательном состоянии с $v' = 2$. В заключение отметим, что вероятность дипольно-разрешенного электронного перехода пропорциональна

$\left| \int u_{v'} u_{v''} dR \right|^2$; эта величина называется *фактором Франка-Кондона*.

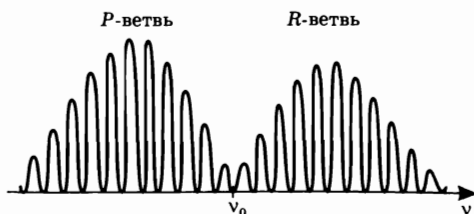
Рассмотрим теперь переход между двумя колебательными уровнями одного и того же электронного состояния (колебательно-вращательный переход) и предположим, что симметрией молекулы этот переход разрешен. В этом случае говорят, что переход *ИК-активен*.¹ Для такого перехода кван-

¹ Простым примером ИК-неактивных переходов являются переходы в гомоядерных двухатомных молекулах (например, H_2). Колебательно-вращательные переходы в этом случае запрещены, поскольку в силу симметрии у таких молекул при колебаниях не возникает электрического дипольного момента.

товомеханические правила отбора требуют выполнения условия $\Delta v = \pm 1$, где Δv — изменение колебательного квантового числа. Поэтому из основного состояния с $v'' = 0$ переход может осуществиться только в состояние с $v' = 1$ (см. рис. 3.2). Если, однако, исходным является уровень с $v'' = 1$, то переход может произойти как на уровень с $v' = 2$ (поглощение), так и на уровень с $v' = 0$ (излучение). Этот результат уместно противопоставить правилам отбора для вибронных переходов, когда переход может осуществиться в одно из нескольких колебательных состояний с вероятностью, пропорциональной соответствующему фактору Франка–Кондона. Отметим, что правила отбора $\Delta v = \pm 1$ строго выполняются только в гармоническом приближении. Поскольку кривые электронной энергии на рис. 3.6 являются не точно параболическими, то можно показать, что в результате этого ангармонизма переходы, отвечающие правилам отбора $\Delta v = \pm 2, \pm 3$ и т. д., также могут происходить, хотя и с гораздо меньшей вероятностью (*обертоновые переходы*).

До сих пор при рассмотрении как вибронных, так и колебательно-вращательных переходов фактически игнорировалось то, что каждому колебательному состоянию отвечает целый набор близко расположенных вращательных уровней, заселенных при тепловом равновесии согласно соотношению (3.1.9) (см. также рис. 3.5). При этом, например, поглощение происходит между данным вращательным уровнем нижнего и некоторым вращательным уровнем верхнего колебательного состояния. Для двухатомных и линейных трехатомных молекул правила отбора обычно требуют выполнения условия $\Delta J = \pm 1$ ($\Delta J = J'' - J'$, где J'' и J' — вращательные квантовые числа соответственно в нижнем и верхнем колебательных состояниях). В случае колебательно-вращательных переходов спектр данного колебательного перехода (например, $v'' = 0 \rightarrow v' = 1$ на рис. 3.2), который в отсутствие вращения состоял бы только из одной линии с частотой ν_0 , в действительности представляет собой два набора линий (рис. 3.7). Один набор, имеющий более низкие частоты, называется *P-ветвью* и отвечает правилам отбора $\Delta J = +1$. Частоты переходов *P-ветви* ниже, чем ν_0 , поскольку вращательная энергия в верхнем колебательном состоянии меньше, чем в нижнем (см. рис. 3.4). Другой набор, имеющий более высокие частоты, называется *R-ветвью* и отвечает правилам отбора $\Delta J = -1$. Используя соотношение (3.1.7), можно найти, что линии спектра равноудалены по частоте на величину $2B/h$. Показанные на рис. 3.7 линии не одинаковы по амплитуде, что обусловлено различной

Рис. 3.7
Спектр переходов между двумя колебательными уровнями с учетом вращательной структуры. При отсутствии вращения такой спектр представлял бы собой одну линию, центрированную на частоте ν_0 . В данном случае он состоит из двух групп линий: одной, называемой *P-ветвью* и соответствующей переходам с изменением вращательного квантового числа на $\Delta J = +1$, и другой, называемой *R-ветвью* и соответствующей переходам с изменением вращательного квантового числа на $\Delta J = -1$



аселенностью вращательных уровней основного состояния (см. рис. 3.5). Предполагается также, что каждая линия уширена за счет какого-либо механизма (например, доплеровского или столкновительного уширения). Для более сложных молекул существует также правило отбора $\Delta J = 0$; в этом случае переходы со всех вращательных уровней данного колебательного состояния образуют узкую линию на частоте ν_0 (Q -ветвь). Видно, что если между двумя колебательными состояниями (такими, например, как $v' = 1$ и $v'' = 0$ на ис. 3.4) имеется инверсия населенностей, то спектр, аналогичный изображенному на рис. 3.7, будет характеризовать излучение, а не поглощение.

Пример 3.1. *Спектр излучения CO_2 лазера на переходе $\lambda = 10,6$ мкм.* Рассмотрим переход $0001 \rightarrow 1000$ (см. раздел, посвященный CO_2 лазеру в главе 10), колебательная частота которого ν_0 , в волновых числах, равна $\nu_0 = 960,8 \text{ см}^{-1}$ [20]. Вращательная постоянная молекулы CO_2 равна $B = 0,387 \text{ см}^{-1}$ [20], причем предполагается, что эта величина одинакова для верхнего (0001) и нижнего (1000) колебательных состояний. Из предшествующего рассмотрения следует, что энергии переходов P -ветви определяются выражением

$$E = h\nu_0 + BJ'(J' + 1) - BJ''(J'' + 1) = h\nu_0 - 2BJ'', \quad (3.1.12)$$

в котором, как обычно, J'' — вращательное квантовое число в нижнем колебательном состоянии. Вращательное число J'_m наиболее заселенного вращательного уровня верхнего колебательного состояния находим из соотношения (3.1.10). Полагая, что молекулы CO_2 разогреты, т. е. $T = 450 \text{ К}$, получим $J_{\text{max}} = 19,6$. Из симметрии молекулы CO_2 следует, что разрешены только переходы между нечетными J' и четными J'' . Таким образом, наиболее заселенными вращательными уровнями верхнего состояния, с которых возможен переход, являются уровни с $J' = 19$ или $J' = 21$. Выберем в качестве наиболее заселенного уровень с $J' = 21$, отвечающий в P -ветви переходу на уровень с $J'' = 22$ ($P(22)$ -переход). Согласно соотношению (3.1.12) частота этого перехода равна $\nu = \nu_0 - (2BJ''/h) = 943,8 \text{ см}^{-1}$, что соответствует длине волны излучения $\lambda = (1/943,8) \text{ см} = 10,6 \text{ мкм}$. Отметим, что длина волны, отвечающая колебательной частоте ν_0 , равна $\lambda = 1/\nu_0 = 10,4 \text{ мкм}$. Поскольку переходы происходят только на уровни с четными J'' , то из соотношения (3.1.12) следует, что разность частот соседних переходов P -ветви равна $\Delta\nu = 2B\Delta J'' = 4B = 1,55 \text{ см}^{-1}$.

Пример 3.2. *Допплеровская ширина линии CO_2 лазера.* Рассмотрим CO_2 лазер, излучающий на длине волны (линия $P(22)$) $\lambda = 10,6 \text{ мкм}$, и положим, что $T = 450 \text{ К}$ (см. пример 3.1). Подставляя массу молекулы CO_2 в соотношение (2.5.28), получим $\Delta\nu_D^* = 50 \text{ МГц}$. Примечание: поскольку, согласно (2.5.18), $\Delta\nu_D^* \sim \nu_0$, то рассчитанная ширина линии излучения CO_2 лазера оказывается намного меньше, чем у He-Ne лазера (см. пример 2.7), прежде всего потому, что частота перехода ν_0 в рассматриваемом случае примерно в 17 раз меньше. Отметим также, что температура газа предполагается более высокой, поскольку для получения высокой выходной мощности, типичной для CO_2 лазеров, используется большая мощность накачки, чем в He-Ne лазере.

Пример 3.3. Столкновительное уширение линии CO_2 лазера. Рассмотрим CO_2 лазер с газовой смесью, содержащей He, N_2 и CO_2 . Для этого случая экспериментально установлено, что вклад в ширину лазерного излучения за счет столкновительного уширения определяется как

$$\Delta\nu = 77,58(\psi\text{CO}_2 + 0,73 - 4\psi\text{N}_2 + 0,6\psi\text{He}) \cdot p(300/T)^{1/2} \text{ МГц}$$

(ср. с соотношениями (2.5.12) и (2.5.11)), где ψ — относительные парциальные давления компонент газовой смеси, T — температура газа, p — ее полное давление (в мм рт. ст.). Выбрав, в качестве примера, типичную смесь низкого давления ($p = 15$ мм рт. ст. для смеси $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}$ с соотношением компонент 1:1:8) при $T = 450$ К, получим $\Delta\nu = 40$ МГц. Сравнение с результатом примера 3.2 показывает, что в CO_2 лазерах низкого давления столкновительное уширение сравнимо с доплеровским. Однако в CO_2 лазерах с более высоким давлением смеси, например в лазерах атмосферного давления (см. главу 10), столкновительное уширение становится преобладающим механизмом уширения линий.

В случае чисто вращательных переходов правила отбора требуют, чтобы молекула обладала постоянным дипольным моментом. Действительно, для спонтанного излучения в этом случае можно рассматривать испущенное излучение как обусловленное вращением этого дипольного момента. Для двухатомных или линейных трехатомных молекул правила отбора опять имеют вид $\Delta J = \pm 1$. Так, в случае вынужденного излучения с вращательного уровня с данным квантовым числом J переход может произойти только на вращательный уровень с $J - 1$.

Суммируем правила отбора, установленные для вибронных, колебательно-вращательных и вращательных переходов. Для дипольно-разрешенных вибронных переходов имеем $\Delta J = \pm 1$ для изменений вращательного квантового числа, при том что изменения колебательного квантового числа не определяются строгими правилами отбора. Действительно, для данного исходного колебательного уровня ν'' нижнего электронного состояния могут наблюдаться переходы на различные колебательные уровни верхнего электронного состояния, происходящие с вероятностями, пропорциональными соответствующим факторам Франка–Кондона. Для ИК-активных колебательно-вращательных переходов имеем, в гармоническом приближении, $\Delta\nu = \pm 1$ для изменений колебательного квантового числа и $\Delta J = \pm 1$ для изменений вращательного квантового числа. Для вращательных переходов в молекулах с постоянным дипольным моментом также имеем $\Delta J = \pm 1$.

3.1.4. ИЗЛУЧАТЕЛЬНЫЕ И БЕЗЫЗЛУЧАТЕЛЬНЫЕ ПЕРЕХОДЫ

Рассмотрим спонтанное излучение, предположив вначале, что молекула находится на некотором верхнем колебательном уровне возбужденного электронного состояния (см. рис. 3.6). Часто оказывается, что молекула может быстро перейти с этого уровня на уровень с $\nu' = 0$ за счет какого-либо

безызлучательного процесса (например, столкновения).¹ Сказанное особенно характерно для молекул в жидкой фазе, где столкновения происходят с высокой частотой. С уровня $\nu' = 0$ молекула может совершить излучательный переход на какой-либо колебательный уровень основного электронного состояния (люминесценция, см. рис. 3.6). Этот переход происходит вертикально, а его вероятность пропорциональна соответствующему фактору Франка–Кондона. Попросту говоря, участвующие в переходе колебательные уровни основного состояния должны располагаться вблизи уровня, обозначенного как CD на рис. 3.6. Затем в результате безызлучательных переходов (например, при столкновениях) молекула может быстро возвратиться на уровень $\nu'' = 0$ основного электронного состояния (или, что более точно, в основном электронном состоянии вновь установится тепловое равновесие). Из рис. 3.6 становится понятно, почему длина волны излучения люминесценции всегда больше длины волны поглощаемого излучения. Это правило называют *законом Стокса*.

Спонтанное излучение может происходить также при переходах между двумя колебательно-вращательными уровнями основного электронного состояния. Для таких ИК-активных переходов также справедливы правила отбора $\Delta\nu = \pm 1$ и $\Delta J = \pm 1$. При чисто вращательных переходах спонтанное излучение может испускаться только молекулами, имеющими постоянный дипольный момент (см. раздел 3.1.1), а правила отбора имеют вид: $\Delta J = \pm 1$. Однако следует отметить, что при колебательно-вращательных и, более того, при чисто вращательных переходах малые величины их частот обуславливают достаточно большие значения излучательных времен жизни, попадающие в диапазон от миллисекунд до секунд (вспомним, что $\tau_{sp} \propto 1/\nu_0^3$). Таким образом, в молекулах среди девозбуждающих переходов между колебательно-вращательными и вращательными уровнями безызлучательные переходы обычно преобладают над излучательными.

Рассмотрим теперь кратко процессы, которыми могут вызываться безызлучательные переходы в молекулах. Ссылаясь на более общее рассмотрение этого вопроса, проведенное ранее в разделе 2.6.1, упомянем здесь только основные типы этих процессов.

Дезактивация молекул при столкновении (англ. *collisional deactivation*) с аналогичными или другими частицами (реакция (2.6.1)) в основном характерна для жидкой фазы. В газах этот механизм переходов эффективен, только если невелики разность энергий связанных переходом уровней (например, в случае вращательного перехода) и массы сталкивающихся частиц (например, дезактивация колебательного уровня $(0,1,0)$ молекул CO_2 атомами He ; см. главу 10). Так, столкновительная дезактивация приводит к быстрому установлению равновесного теплового распределения населенностей вращательных уровней данного колебательного состояния.

¹ Такие быстрые переходы приводят, в конце концов, к установлению теплового равновесия, или *термализации* молекул, в возбужденном электронном состоянии. Вероятность заселения данного колебательного уровня рассматриваемого электронного состояния определяется в этом случае выражением (3.1.8). У простых молекул наиболее заселенным оказывается при этом нижний колебательный уровень.

Квазирезонансная передача энергии (англ. *near-resonant energy transfer*) аналогичным или другим частицам при столкновениях (см. реакцию (2.6.9) и рис. 2.11) обычно эффективна, когда дефект энергий ΔE заметно меньше kT . Хороший пример такого безызлучательного перехода можно также найти в молекулах CO_2 , где происходит передача энергии с уровня (0,2,0) на уровень (0,1,0) (см. главу 10).

Внутренняя конверсия (англ. *internal conversion*) одного колебательно-вращательного состояния в другое

(см. рис. 3.8) происходит внутри молекулы. Этот процесс называют также *внутримолекулярной дезактивацией* (англ. *unimolecular decay*), поскольку переход происходит внутри одной и той же молекулы. Внутренняя конверсия особенно вероятна в случаях, когда имеется большое количество колебательно-вращательных уровней, близких по энергии к рассматриваемому возбужденному уровню. Эти уровни могут, вообще говоря, относиться к другому электронному состоянию. Так, снова возвращаясь в качестве примера к рис. 3.6, можно заметить, что если молекула оказывается на нижнем колебательном уровне возбужденного электронного состояния (уровень с $v' = 0$ на рис. 3.6), то она может безызлучательно перейти на близкий по энергии колебательный уровень основного электронного состояния (показан пунктирной линией).

Внутренняя конверсия может с высокой вероятностью проходить в крупных молекулах, например в молекулах органических красителей, имеющих большое число колебательных мод. В этом случае количество колебательных уровней основного электронного состояния, близких по энергии уровню с $v' = 0$, может быть весьма велико, а соответствующее безызлучательное время жизни этого уровня может быть весьма малым, достигая нескольких десятков пикосекунд.

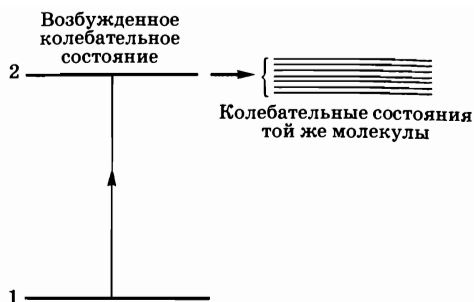


Рис. 3.8
Внутренняя конверсия между квазирезонансными колебательно-вращательными состояниями одной и той же молекулы

3.2. ОБЪЕМНЫЕ ПОЛУПРОВОДНИКИ

В данном разделе обсуждаются вопросы взаимодействия излучения с веществом в *объемных полупроводниках* (англ. *bulk semiconductors*), т. е. таких, физические размеры которых намного больше длин волн де Бройля электронов, принимающих участие в рассматриваемых процессах. *Квантово-ограниченным полупроводниковым наноструктурам* (англ. *quantum-confined semiconductors*) — таким как квантовые ямы, квантовые нити и квантовые точки, — в которых, соответственно, одно, два или все три характерных физических размера сравнимы с длинами волн де Бройля, посвящены следующие два раздела. Эти типы полупроводниковых структур играют все

более важную роль в лазерной физике. Снова ограничимся рассмотрением только наиболее важных характеристик происходящих сложных процессов. Для более детального знакомства с обсуждаемыми вопросами отсылаем читателя к специальной литературе [3].

3.2.1. ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ

Внешние электроны атомов полупроводниковых материалов делокализованы по всему кристаллу, а соответствующие волновые функции могут быть записаны в виде *волновых функций Блоха* [4]:

$$\psi(\mathbf{r}) = u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})[\exp j(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})], \quad (3.2.1)$$

где $u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ обладает теми же свойствами периодичности, что и кристаллическая решетка. При подстановке выражения (3.2.1) в уравнение Шредингера оказывается, что получаемые собственные значения энергии электрона E являются функцией волнового вектора $\mathbf{k}$ и образуют зоны разрешенных значений. Здесь и ниже будем рассматривать только наиболее высокую заполненную зону, называемую *валентной* (относящиеся к ней величины обозначаются индексом v — от англ. *valence band*), и следующую, лежащую выше, называемую *зоной проводимости* (соответствующие величины имеют индекс c — от англ. *conduction band*). В *приближении параболической зоны* соотношение между E и k , модулем вектора $\mathbf{k}$, имеет вид параболы. Это приводит к формам валентной зоны и зоны проводимости, изображенным на

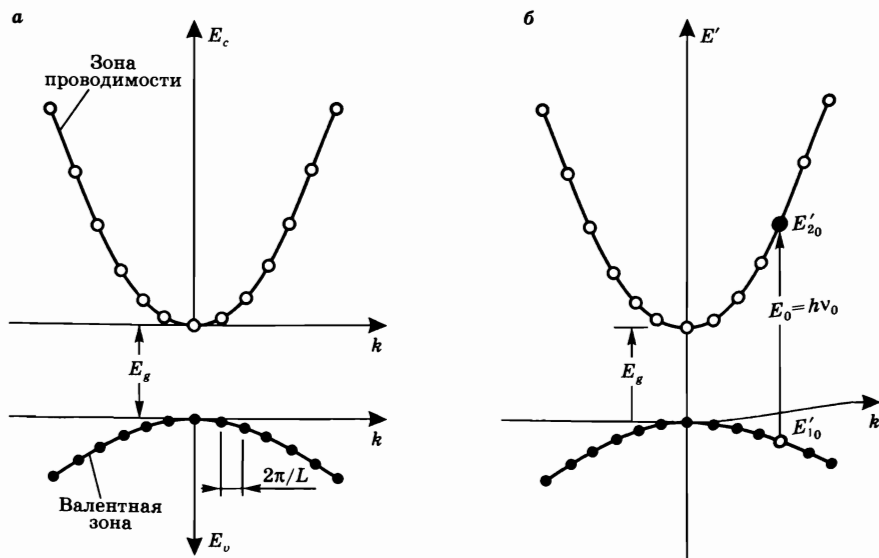


Рис. 3.9
Соотношение между E и k в объемном полупроводнике:

а) положительные отсчеты энергии производятся вверх относительно дна зоны — в зоне проводимости, и вниз относительно потолка зоны — в валентной зоне; б) положительный отсчет энергии производится вверх относительно потолка валентной зоны — как в валентной зоне, так и в зоне проводимости.

рис. 3.9. Энергия E_c в зоне проводимости, измеренная вверх относительно ее нижнего края, или дна (см. рис. 3.9а), может быть записана в виде:

$$E_c = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c}, \quad (3.2.2a)$$

где $m_c = \hbar^2/[d^2 E_c/dk^2]_{k=0}$ — так называемая эффективная масса электрона вблизи дна зоны проводимости. Аналогично энергия E_v в валентной зоне, измеренная вниз относительно ее верхнего края, или потолка (см. рис. 3.9а), может быть записана в виде:

$$E_v = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_v}, \quad (3.2.2b)$$

где $m_v = \hbar^2/(d^2 E_v/dk^2)_{k=0}$ — эффективная масса электрона вблизи потолка валентной зоны. В некоторых случаях, особенно когда рассматривается конкретный переход, оказывается более удобным отсчитывать эти энергии в одном направлении и относительно одного и того же уровня, например вверх относительно потолка валентной зоны (рис. 3.9б). Если через E' обозначить энергию в этой системе отсчета, то энергии в зоне проводимости и в валентной зоне будут, очевидно, определяться соотношениями:

$$E'_c = E_g + E_c, \quad (3.2.3a)$$

$$E'_v = -E_v, \quad (3.2.3b)$$

где E_g — ширина запрещенной зоны, или энергетическая щель.

Эту простую одномерную модель легко обобщить на трехмерный случай. Обозначив через k_x , k_y и k_z компоненты волнового вектора электрона $\mathbf{k}$, и полагая, что его эффективная масса, т. е., другими словами, кривизна зоны, одинакова вдоль направлений x , y и z , опять получаем соотношения (3.2.2) и (3.2.3), в которых теперь $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$.

До сих пор при описании предполагалось, что кристалл полупроводника имеет неограниченные размеры. Для полупроводникового кристалла конечных размеров, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда с длинами граней L_x , L_y и L_z , необходимо задать граничные условия, которые сводятся к тому, что полный набег фазы волновой функции вдоль кристалла $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ должен быть кратен 2π . Отсюда получаем:

$$k_i = (2\pi l/L_i), \quad (3.2.4)$$

где $i = x, y, z$, а l — некоторое целое число. Так, в изображенном на рис. 3.9 одномерном случае разрешенные состояния в валентной зоне обозначены точками, а в зоне проводимости — окружностями.

Существование валентной зоны и зоны проводимости можно объяснить, исходя из простых физических соображений. Рассмотрим, для простоты, атомы натрия, каждый из которых содержит по 11 электронов. Десять из этих электронов жестко связаны с ядром и образуют ион с положительным зарядом e . Одиннадцатый электрон движется по орбите вокруг этого иона. Пусть через E_1 и E_2 обозначены энергии этого электрона соответственно в основном и в первом возбужденном электронных состояниях, а через ψ_1 и ψ_2 — отвечающие им волновые функции. Рассмотрим теперь два атома натрия,

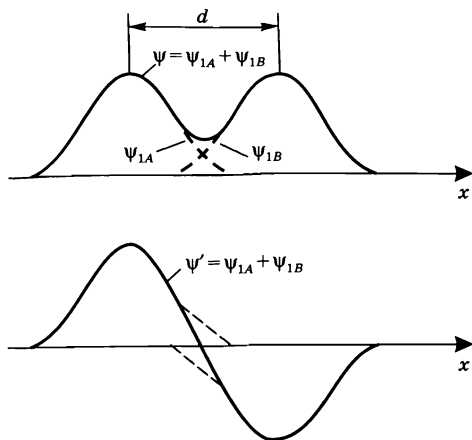


Рис. 3.10
Симметричная (а) и антисимметричная (б) линейные комбинации волновых функций ψ_{1A} и ψ_{1B} двух одинаковых атомов, расположенных на расстоянии d

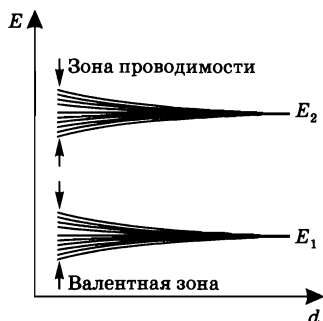


Рис. 3.11
 N -кратное расщепление уровней энергии отдельных атомов в системе из N атомов в зависимости от межатомного расстояния d

находящихся на некотором расстоянии d друг от друга. Если величина d значительно превышает размеры атомов, то они не будут взаимодействовать между собой, так что энергии этих двух состояний будут оставаться неизменными. То же самое можно выразить по-другому, если, рассматривая, например, два атома в энергетическом состоянии E_1 , представить, что энергия электрона в такой двухатомной системе по-прежнему равна E_1 , а соответствующий уровень является двукратно вырожденным. Полная волновая функция может быть в этом случае записана в виде линейной комбинации двух волновых функций ψ_{1A} и ψ_{1B} , в которой эти функции складываются либо с одной и той же фазой, либо с разностью фаз в 180° (рис. 3.10). Если потенциал взаимодействия отсутствует, то энергия обоих состояний равна E_1 . Если, однако, межатомное расстояние d становится достаточно малым, то энергии этих состояний слегка изменяются благодаря взаимодействию атомов, а двукратно вырожденный уровень расщепляется на два. Аналогично в системе из N атомов, где атомы находятся достаточно близко друг от друга, чтобы взаимодействовать, N -кратно вырожденный уровень с энергией E_1 расщепляется на N близко расположенных уровней. Таким образом, уровень с энергией E_1 приводит к образованию валентной зоны, тогда как уровень с энергией E_2 приводит, аналогичным образом, к образованию зоны проводимости (рис. 3.11). Из проведенного рассмотрения очевидно, что каждая зона в действительности состоит из N близко расположенных уровней, где N — полное число атомов в кристалле полупроводника. Поскольку число N очень велико, то отдельные энергетические уровни в каждой из зон полупроводника обычно не различимы.

Подводя итог, можно сказать, что соотношения (3.2.2) и (3.2.3), вместе с граничными условиями (3.2.4), позволяют достаточно просто описать разрешенные значения энергий электронов в полупроводнике в приближении па-

раболической зоны. Отметим, что в этом приближении электрон рассматривается как свободная частица с импульсом $p = \hbar k$ (действительно, для свободной частицы $E = p^2/2m$), а свойства полупроводника как реальной квантовой системы учитываются путем введения таких параметров, как ширина запрещенной зоны E_g и эффективные массы m_c и m_v . Отметим, что в трехмерном случае соотношение, связывающее квазиимпульс электрона $\mathbf{p}$ с $\mathbf{k}$ -вектором волновой функции, можно записать в виде:

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}. \quad (3.2.5)$$

Отметим также, что использование соотношений (3.2.2) и (3.2.3) предполагает, что рассматриваются только *прямозонные* полупроводники, в которых центры зон — потолок валентной зоны и дно зоны проводимости — соответствуют одной и той же величине k . Непрямозонные полупроводники, такие как Si или Ge, здесь не рассматриваются, поскольку они не подходят для применения в качестве лазерных сред.

Из различных прямозонных полупроводников ограничимся соединениями групп III–V, таких как GaAs, InGaAs, AlGaAs или InGaAsP. В частности, в GaAs эффективная масса электрона в зоне проводимости составляет $m_c = 0,067m_0$, где m_0 — масса покоя свободного электрона. Отметим, что во всех полупроводниках групп III–V существуют три валентных зоны разных типов, а именно зона тяжелых дырок (с индексом параметров hh — от англ. *heavy holes*) ($m_{hh} = 0,46m_0$ для GaAs), зона легких дырок (с индексом параметров lh — от англ. *light holes*) ($m_{lh} = 0,08m_0$ для GaAs) и спин-отщепленная зона (рис. 3.12). Для того чтобы понять, почему это так, используя проведенное выше рассмотрение на примере атомов натрия, представим себе, что энергетические зоны складываются из дискретных уровней энергии изолированных атомов, образующих кристаллическую структуру. В этом случае можно показать, что возникает только одна зона проводимости, поскольку возбужденное состояние рассматриваемых изолированных атомов имеет такую же сферическую симметрию, как и s -орбитали атомов. Аналогично, поскольку нижнее состояние (состояние 1 с энергией E_1 на рис. 3.11), как это может быть показано, имеет p -симметрию, то при различных комбинациях p_x, p_y и p_z орбиталей p -состояния, зависящих от симметрии кристалла, образуются три валентных зоны. Так, в кристаллах кубической симметрии, к которым относятся все ненапряженные полупроводники групп III–V, ожидается, что при $k = 0$ энергия всех трех зон будет одинакова.

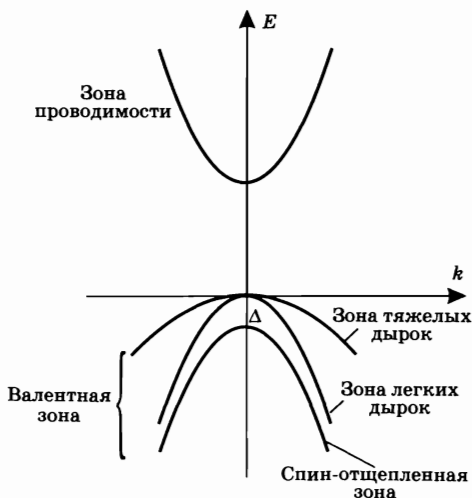


Рис. 3.12
Валентные зоны: тяжелых дырок, легких дырок и спин-отщепленная — в ненапряженных полупроводниках групп III–V

Однако спин-орбитальное взаимодействие смещает вниз одну из этих зон — спин-отщепленную зону. Поскольку величина этого смещения (например, для GaAs $\Delta E = 0,34$ эВ) намного превышает kT ($\sim 0,028$ эВ), то спин-отщепленная зона всегда заполнена электронами, которые не принимают участия в излучательных или безызлучательных переходах. По причинам, приведенным в разделе 3.2.2, зона легких дырок также дает малый вклад в эти переходы. Таким образом, в первом приближении можно считать, что система валентных зон соединений групп III–V состоит только из зоны тяжелых дырок.

3.2.2. ПЛОТНОСТЬ СОСТОЯНИЙ

Следуя подходу к определению числа мод полости, примененному в разделе 2.2.1, найдем число состояний электронов $p(k)$, величина k для которых находится в интервале от 0 до k . Возвращаясь к рис. 2.2 и учитывая, что в данном случае возможны как положительные, так и отрицательные значения k_i , величину $p(k)$ можно определить, разделив объем сферы радиуса k , т. е. $4\pi k^3/3$, на объем элементарной ячейки фазового пространства, отвечающей одному состоянию, $(2\pi)^3/L_x L_y L_z$, и умножив результат на 2, чтобы учесть кратность вырождения, связанную с наличием у электрона спина. Таким образом,

$$p(k) = (k^3 V / 3\pi^2), \quad (3.2.6)$$

где $V = L_x L_y L_z$ — объем кристалла. Поскольку полное число состояний очень велико, то имеет смысл иметь дело с их плотностью $\rho(k)$, т. е. числом состояний в единице объема, отвечающих величине k в интервале от k до $k + dk$, которая, с использованием соотношения (3.2.6), выражается как

$$\rho_{c,v} = \frac{dp}{V dk} = \frac{k^2}{\pi^2}. \quad (3.2.7)$$

Отметим, что выражение (3.2.7) справедливо как для валентной зоны, так и для зоны проводимости, и, чтобы подчеркнуть это, в нем использованы оба индекса, c и v . Представляет также интерес определить плотность состояний $\rho(E)$ в шкале энергий электрона. Поскольку $\rho_{c,v}(E)dE = \rho_{c,v}(k)dk$, то из (3.2.2) получим:

$$\rho_c(E_c) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_c}{\hbar^2} \right)^{3/2} E_c^{1/2}, \quad (3.2.8a)$$

$$\rho_v(E_v) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_v}{\hbar^2} \right)^{3/2} E_v^{1/2}. \quad (3.2.8b)$$

Напомним, что E_c и E_v отсчитываются от дна зоны проводимости и от потолка валентной зоны соответственно вверх и вниз (рис. 3.9a). Отметим, что поскольку для соединений групп III–V выполняется соотношение $m_c \ll m_v = m_{hh}$, то справедливо неравенство $\rho_c \ll \rho_v$. Отметим также, что так как $m_{lh} \ll m_{hh}$, плотность состояний в зоне легких дырок составляет малую долю плотности состояний в зоне тяжелых дырок. Соответственно, в полупроводниках групп III–V легкие дырки находятся в меньшинстве, так что их присутствием, по сравнению с тяжелыми дырками, можно обычно пренебречь.

3.2.3. ЗАПОЛНЕНИЕ СОСТОЯНИЙ ПРИ ТЕПЛОВОМ РАВНОВЕСИИ

Рассмотрим два случая: полного теплового равновесия между двумя зонами и теплового равновесия, существующего только внутри каждой из зон.

3.2.3.1. ПОЛНОЕ ТЕПЛОВОЕ РАВНОВЕСИЕ

Предположим вначале, что полупроводник находится в полном тепловом равновесии. Поскольку электроны являются фермионами, т. е. подчиняются принципу запрета Паули, то они должны описываться статистикой Ферми–Дирака, а не статистикой Больцмана. При этом вероятность для электрона иметь данную энергию $E'(k)$, в валентной зоне или зоне проводимости (или вероятность заполнения, или заселения, соответствующих энергетических состояний), определяется выражением:

$$f(E') = \frac{1}{1 + \exp[(E' - E'_F)/kT]}, \quad (3.2.9)$$

где E'_F — химический потенциал, называемый также *энергией Ферми*. В данном случае, как и на рис. 3.9б, энергии в обеих зонах отсчитываются от одного и того же уровня. Смысл параметра E'_F легко понять из (3.2.9), положив в нем $E' = E'_F$. Получим, что $f(E'_F) = 1/2$. Другую интерпретацию смысла параметра E'_F можно также получить из (3.2.9), полагая $T \rightarrow 0$. При этом получим, что $f(E') = 1$ для $E' < E'_F$ и $f(E') = 0$ для $E' > E'_F$. Таким образом, при $T = 0$ К энергия E'_F совпадает с энергией *уровня Ферми*, который разделяет в полупроводнике заполненную и незаполненную электронами области. Здесь уместно напомнить, что в нелегированных полупроводниках величина E'_F отвечает примерно середине запрещенной зоны. Таким образом, при $T > 0$

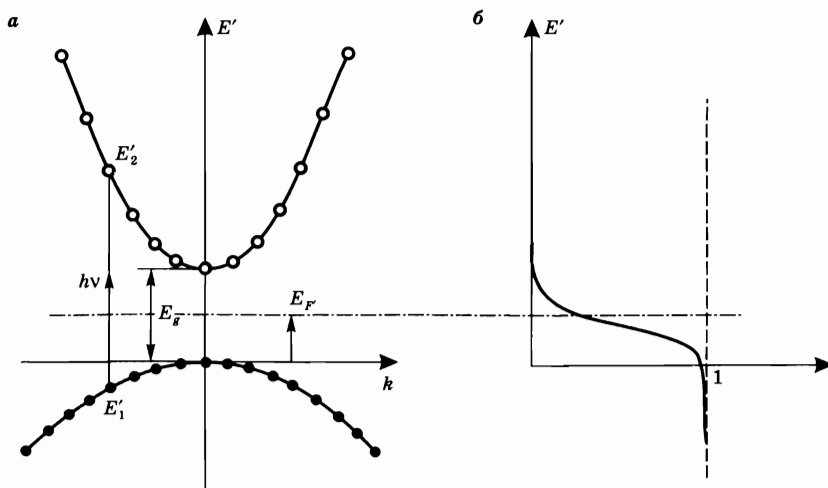


Рис. 3.13
а) Зависимость энергии E' от k . б) Вероятность заполнения состояний $f(E')$ в валентной зоне и зоне проводимости при полном тепловом равновесии

зависимость $f(E')$ от E' должна быть такой, как показано на рис. 3.13б. Это означает, что, поскольку $E_g \gg kT$, заполненность состояний в зоне проводимости очень мала, т. е. только очень небольшое количество электронов возбуждено в эту зону тепловым движением. Для того чтобы подчеркнуть это обстоятельство, на рис. 3.9а и рис. 3.13а разрешенные состояния в валентной зоне обозначены заполненными окружностями, показывающими наличие электронов. Напротив, разрешенные состояния в зоне проводимости обозначены незаполненными окружностями, показывающими отсутствие электронов. Незаполненные окружности в валентной зоне обозначают наличие дырок. С другой стороны, в присутствии примесей n -типа энергия E'_F должна сместиться ближе ко дну зоны проводимости, чтобы обеспечить появление в ней электронов за счет примесных ионов. Аналогично при наличии примесей p -типа энергия E'_F должна сместиться ближе к потолку валентной зоны. Наконец, при очень высокой плотности числа примесных центров ($\sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$) E'_F смещается настолько сильно, что фактически сливается соответственно с зоной проводимости или валентной зоной. Полупроводник в этом случае называют вырожденным, поскольку его проводимость становится сравнимой с проводимостью металла.

3.2.3.2. ТЕПЛОВОЕ РАВНОВЕСИЕ ВНУТРИ КАЖДОЙ ИЗ ЗОН

Предположим теперь, что электроны возбуждаются (инжектируются) из валентной зоны в зону проводимости за счет какого-либо механизма накачки. Внутризонная релаксация (с характерной постоянной времени τ , которая определяется столкновениями электронов с фононами и составляет $\sim 1 \text{ пс}$) происходит обычно гораздо быстрее, чем межзонная релаксация (с характерным временем релаксации $\tau \sim 1 \text{ нс}$, определяемым скоростью электронно-дырочной рекомбинации). Как следствие этого, внутри каждой из зон быстро устанавливается распределение по энергиям, отвечающее условиям теплового равновесия, хотя полупроводник в целом еще и не достиг теплового равновесия. При этом вероятности заполнения состояний в валентной зоне f_v и в зоне проводимости f_c можно рассматривать отдельно. Это означает, что для каждой зоны вероятности f_c и f_v будут независимо выражаться соотношениями общего вида (3.2.9). Более точно, используя систему отсчета энергий, показанную на рис. 3.9а, можно записать:

$$f_c(E_c) = \frac{1}{1 + \exp[(E_c - E_{F_c})/kT]} \quad (3.2.10a)$$

и

$$f_v(E_v) = \frac{1}{1 + \exp[(E_{F_v} - E_v)/kT]}, \quad (3.2.10б)$$

где параметры E_{F_c} и E_{F_v} представляют собой соответственно энергии так называемых *квазиуровней Ферми* для валентной зоны и зоны проводимости. Таким образом, при заданных E_{F_c} и E_{F_v} графики зависимостей $f_c(E_c)$ от E_c и $f_v(E_v)$ от E_v будут выглядеть так, как показано на рис. 3.14б. Отметим, что в соответствии с предшествующим обсуждением физического смысла энергии Ферми, квазиуровни Ферми представляют собой, для каждой из зон, грани-

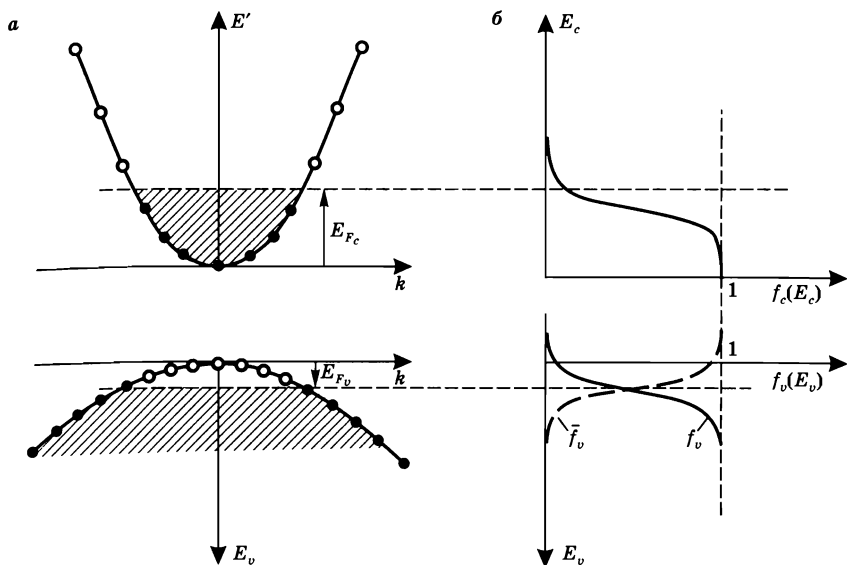


Рис. 3.14

а) Зависимость энергии E от k . б) Вероятность заполнения состояний $f_{c,v}(E)$ в валентной зоне и зоне проводимости при тепловом равновесии внутри каждой из зон

цы между областями полностью заполненных и полностью незаполненных состояний при $T = 0$ К. Так, на рис. 3.14а при $T = 0$ К для каждой из зон показаны состояния, занятые электронами (заполненные окружности) и состояния, занятые дырками (незаполненные окружности в валентной зоне). На том же рисунке состояниям, занятым электронами, соответствует заштрихованная область. Иногда оказывается более удобным записывать соотношения (3.2.10) в системе отсчета энергий, показанной на рис. 3.9б. Используя (3.2.3а) и (3.2.3б), получаем при этом:

$$f_c(E'_c) = \frac{1}{1 + \exp[(E'_c - E'_{F_c})/kT]} \quad (3.2.11a)$$

и

$$f_v(E'_v) = \frac{1}{1 + \exp[(E'_v - E'_{F_v})/kT]}. \quad (3.2.11б)$$

Как уже отмечалось, квазиуровни Ферми представляют собой, для каждой из зон, границы между областями заполненных и незаполненных электронных состояний. Следовательно, величины E_{F_c} и E_{F_v} в (3.2.11) должны зависеть от числа электронов, инжектированных в зону проводимости. Для того чтобы найти эту зависимость, определим плотность числа, или концентрацию, электронов в зоне проводимости N_c :

$$N_c = \int_0^{\infty} \rho_c(E_c) f_c(E_c) dE_c. \quad (3.2.12)$$

Для расчета соответствующей плотности числа дырок N_h в валентной зоне заметим, что величина $\bar{f}_v(E_v) = 1 - f_v(E_v)$ равна вероятности того, что данное

состояние в валентной зоне не занято электроном и, таким образом, занято дыркой. Из (3.2.106) получаем при этом:

$$\bar{f}_v(E_v) = \frac{1}{1 + \exp[(E_v - E_{F_v})/kT]}. \quad (3.2.13)$$

Соотношение (3.2.13) показывает, что в системе отсчета энергий, как на рис. 3.14а, вероятности того, что состояние в валентной зоне занято дыркой или состояние в зоне проводимости занято электроном, определяются выражениями одного вида (ср. соотношения (3.2.13) и (3.2.10а)). Это делает расчеты для валентной зоны и зоны проводимости совершенно симметричными. Таким образом, при данной величине энергии квазиуровня Ферми в валентной зоне плотность числа дырок N_h получается равной:

$$N_h = \int_0^{\infty} \rho_v(E_v) \bar{f}_v(E_v) dE_v. \quad (3.2.14)$$

Предположим теперь, что в результате некоторого процесса накачки, обеспечивающего инжектирование электронов из валентной зоны в зону проводимости, в ней создана некоторая плотность числа электронов N . Плотность числа дырок, образовавшихся в валентной зоне, будет также равна N , а энергии квазиуровней Ферми, как для валентной зоны, так и для зоны проводимости, могут быть получены из соотношений (3.2.12) и (3.2.14), если положить в них $N_e = N_h = N$. Действительно, из (3.2.12) с помощью соотношений (3.2.8а) и (3.2.10а) получим:

$$N = N_c \frac{2}{\pi^{1/2}} \int_0^{\infty} \frac{\varepsilon^{1/2} d\varepsilon}{1 + \exp[\varepsilon - \varepsilon_F]}, \quad (3.2.15)$$

где параметр $N_c = 2(2\pi m_c kT/h^2)^{3/2}$, $\varepsilon = E_c/kT$, а $\varepsilon_F = E_{F_c}/kT$. Если поменять местами индексы c и v , то из (3.2.14) с помощью соотношений (3.2.8б) и

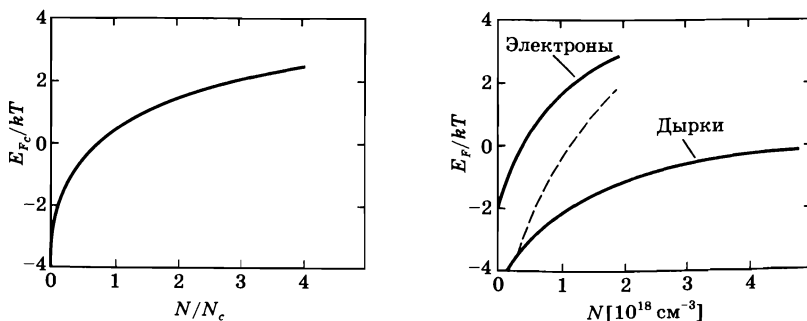


Рис. 3.15

а) Зависимость нормированной квазиэнергии Ферми в зоне проводимости E_{F_c}/kT от нормированной плотности числа инжектированных электронов N/N_c . Аналогичная зависимость соответствующих нормированных величин справедлива и для дырок в валентной зоне. б) Зависимость нормированных квазиэнергий Ферми в валентной зоне и зоне проводимости E_F/kT от плотности числа инжектированных носителей N в GaAs

(3.2.13) получим выражение, аналогичное (3.2.15). Из выражения (3.2.15) видно, что нормированная квазиэнергия Ферми E_{F_c}/kT зависит только от N/N_c , и эта зависимость изображена на рис. 3.15а. Тот же график применим и для валентной зоны при условии, что индексы c и v переставлены местами.

Пример 3.4. Расчет энергий квазиуровней Ферми в GaAs. Возьмем $m_c = 0,067m_0$ и $m_v = m_{hh} = 0,46m_0$ и положим $T = 300$ К. Получим $N_c = 4,12 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ и $N_v = (m_v/m_c)^{3/2} N_c = 7,41 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$, где N_c — концентрация электронов, определенная в соответствии с (3.2.15), а N_v — соответствующая концентрация дырок. Для произвольной концентрации электронов N можно теперь рассчитать величину N/N_c и, используя график на рис. 3.15а, найти соответствующую величину E_{F_c}/kT . Аналогичный расчет может быть проведен и для дырок. Рассчитанные таким образом зависимости нормированных квазиэнергий Ферми E_{F_c}/kT от концентрации носителей N в GaAs, как для электронов, так и для дырок в GaAs, приведены на графике рис. 3.15б.

3.2.4.

ВЫНУЖДЕННЫЕ ПЕРЕХОДЫ: ПРАВИЛА ОТБОРА

Рассмотрим взаимодействие монохроматической электромагнитной волны частоты ν с объемным полупроводником. Так же, как и в случае атомарной системы, гамильтониан взаимодействия, в дипольном приближении, можно записать в виде¹ (см. (2.4.2)):

$$H' = -e\mathbf{E} \cdot \mathbf{r}, \quad (3.2.16)$$

где $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ — напряженность поля электромагнитной волны в точке $\mathbf{r}$ в момент времени t . Для плоской волны она может быть представлена в виде:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp j(\mathbf{k}_{opt} \cdot \mathbf{r} - \omega t), \quad (3.2.17)$$

где $\mathbf{k}_{opt}$ — волновой вектор, а $\omega = 2\pi\nu$. Если $\nu \geq E_g/h$, то может произойти переход электрона из состояния в валентной зоне в состояние в зоне проводимости. Обозначив через E'_2 и E'_1 соответственно энергии этих двух состояний, можно выразить вероятность переходов W , в соответствии с соотношением (А.23) Приложения А, как:

$$W = \frac{\pi^2}{\hbar^2} |H'_{12}|^2 \delta(\nu - \nu_0), \quad (3.2.18)$$

где $\nu_0 = (E'_2 - E'_1)/h$, и

$$|H'_{12}|^2 = \left| \int \psi_c^* (-e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_0 e^{j\mathbf{k}_{opt} \cdot \mathbf{r}}) \psi_v dV \right|^2. \quad (3.2.19)$$

Отметим, что ψ_v и ψ_c в (3.2.19) — это волновые функции Блоха для состояний 1 и 2, определяемые соотношением (3.2.1).

¹ Следуя подходу, изложенному в главе 2, гамильтониан взаимодействия записывается в виде электрического дипольного взаимодействия, а не взаимодействия векторного потенциала поля с импульсом электрона $\mathbf{p}$, как это делается во многих учебниках по физике полупроводников. Можно показать, что использование гамильтонианов обоих типов приводит к одному и тому же конечному результату.

Теперь из соотношений (3.2.18) и (3.2.19) можно получить правила отбора для рассматриваемого взаимодействия. Учитывая δ -функцию Дирака в правой части (3.2.18), видим, что $\nu = \nu_0$. Это означает, что справедливо соотношение

$$(E'_2 - E'_1) = h\nu, \quad (3.2.20)$$

которое часто называют законом сохранения энергии при взаимодействии. Аналогично можно показать, что поскольку $\psi_v \propto \exp(j\mathbf{k}_v \cdot \mathbf{r})$ и $\psi_c \propto \exp(i\mathbf{k}_c \cdot \mathbf{r})$, интеграл в (3.2.19) отличен от нуля, только если

$$\mathbf{k}_c = \mathbf{k}_{opt} + \mathbf{k}_v. \quad (3.2.21)$$

Доказательство справедливости соотношения (3.2.21) несколько громоздко и требует корректного учета свойств периодичности функций $u_c(\mathbf{r})$ и $u_v(\mathbf{r})$, введенных в (3.2.1) [15]. Правило отбора (3.2.21) можно понять с физической точки зрения, если заметить, что в подынтегральном выражении (3.3.19) стоит экспоненциальный множитель вида $\exp j[(\mathbf{k}_v + \mathbf{k}_{opt} - \mathbf{k}_c) \cdot \mathbf{r}]$. Поскольку этот член быстро осциллирует при изменении $\mathbf{r}$, то интеграл равен 0, если только не выполняется соотношение $\mathbf{k}_v + \mathbf{k}_{opt} - \mathbf{k}_c = 0$. Поскольку $\hbar k_{c,v}$ — квазиимпульс электрона в зоне проводимости или в валентной зоне, а $\hbar k_{opt}$ — импульс фотона, то соотношение (3.2.21) означает, что полный импульс в результате перехода должен сохраняться. Заметим, что $k_{opt} = 2\pi n/\lambda$, где n — показатель преломления полупроводника, а λ — длина волны, отвечающая частоте перехода. Так, например, при $n = 3,5$ и $\lambda \cong 1$ мкм имеем $k_{opt} \cong 10^5$ см⁻¹. С другой стороны, обычно для электрона или дырки со средней тепловой энергией $k_{c,v} = 10^5 - 10^7$ см⁻¹ (см. пример 3.5). Таким образом, $k_{opt} \ll k_{c,v}$, и соотношение (3.2.21) упрощается до равенства:

$$k_c = k_v. \quad (3.2.22)$$

Соотношение (3.2.22) часто называют правилом отбора по $\mathbf{k}$, или законом сохранения $\mathbf{k}$. Оно, в частности, означает, что вынужденные переходы должны происходить вертикально на диаграмме зависимости E от k (см. рис. 3.13а). Отметим, наконец, что электромагнитная волна не взаимодействует со спинами электронов, или, другими словами, что гамильтониан взаимодействия (3.2.16) не содержит спина. Таким образом, в результате перехода спин электрона не может измениться, т. е. правило отбора для изменения спина ΔS выглядит просто как

$$\Delta S = 0. \quad (3.2.23)$$

Пример 3.5. Расчет характерных величин k для тепловых электронов. Для электрона в зоне проводимости, движущегося со средней тепловой скоростью v_{th} , имеем $m_c v_{th}^2 = 3kT$, где T — температура электронов. Имеем также $p = \hbar k_c = m_c v_{th}$. Объединяя два предыдущих выражения, получаем $k_c = [3m_c kT]^{1/2}/\hbar$. Если положить $m_c = 0,067m_0$, как в GaAs, и $kT = 0,028$ эВ ($T \cong 300$ К), то получим $k_c \cong 2,7 \cdot 10^6$ см⁻¹. Аналогично имеем $k_v = [3m_v kT]^{1/2}/\hbar$, откуда $k_v = (m_v/m_c)^{1/2} k_c \cong 7 \cdot 10^6$ см⁻¹, если положить $m_c = m_{hh} = 0,46m_0$, как в GaAs.

Как и в случае атомарных переходов, рассмотренных в главе 2, соотношение (3.2.18) необходимо изменить, если принять во внимание механизмы уширения линий. В полупроводниках основной причиной уширения являются дефазирющие электрон-фононные столкновения. При этом δ -функцию Дирака в (3.2.18) следует заменить функцией Лоренца $g(v - v_0)$, с шириной, определяемой, согласно (2.5.11), как $\Delta v_0 = 1/\pi\tau_c$, где τ_c — среднее время между дефазирющими электрон-фононными столкновениями ($\tau_c \cong 0,1$ пс для GaAs). Действуя, как в разделе 2.4.4, можно определить сечение перехода, которое имеет тот же вид, что и для атомарных переходов¹, а именно (см. также (2.4.19)):

$$\sigma = \frac{2\pi^2 v}{n\epsilon_0 c h} \frac{\mu^2}{3} g(v - v_0), \quad (3.2.24)$$

где $\mu = |\mu|$ и

$$\mu = \int u_c e r u_v dV, \quad (3.2.25)$$

при этом $u_c = u_{ck}$ и $u_v = u_{vk}$ — волновые функции Блоха, введенные в (3.2.1). Отметим появление множителя 3 в члене $\mu^2/3$ из (3.3.24), который возникает в результате усреднения матричного элемента μ по всем направлениям вектора $\mathbf{k}$ электронов при фиксированной поляризации электромагнитной волны (см. сноску к соотношениям (2.4.13а–б)).

3.2.5. КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОГЛОЩЕНИЯ И УСИЛЕНИЯ

Рассмотрим вначале два энергетических состояния в зоне проводимости и валентной зоне с энергиями соответственно E'_2 и E'_1 , разность которых равна $E = \hbar v_0$, где v_0 — частота перехода. При выполнении правил отбора по $\mathbf{k}$, задаваемых соотношением (3.2.22), для заданной частоты v_0 энергии E'_2 и E'_1 определены однозначно. Действительно, используя (3.2.3) и (3.2.2), можно записать:

$$E'_2 = E_g + (\hbar^2 k^2 / 2m_c), \quad (3.2.26a)$$

$$E'_1 = -\hbar^2 k^2 / 2m_v, \quad (3.2.26b)$$

полагая $k = k_c = k_v$. Поскольку $E'_2 - E'_1 = E_0 = \hbar v_0$, то из (3.2.26) получаем:

$$\hbar v_0 = E_g + (\hbar^2 k^2 / 2m_r), \quad (3.2.26в)$$

где m_r — приведенная эффективная масса для полупроводника, определяемая соотношением $m_r^{-1} = m_c^{-1} + m_v^{-1}$. Соотношения (3.2.26) представляют собой набор трех уравнений с тремя неизвестными E'_2 , E'_1 и k .

На следующем этапе введем *объединенную плотность состояний* (англ. *joint density of states*) в шкале разностей энергий $E_0 = E'_2 - E'_1$ таким образом,

¹ Понятие сечения, обсуждавшееся в связи с рис. 2.7, теряет смысл для делокализованной волновой функции, каковой является волновая функция Блоха. Тем не менее обозначение σ сохраняется для полупроводников, чтобы упростить сравнение со случаем одиночного атома или иона. Здесь σ означает только, что вероятность переходов для случая плоских волн равна $W = \sigma F$, где F — плотность потока фотонов в волне, или, иначе, $W = \sigma \rho c / \hbar v$, где ρ — плотность энергии, а v — частота волны.

что $\rho_j dE_0$ будет определять плотность числа переходов с энергиями, лежащими в интервале от E_0 до $E_0 + dE_0$. При выполнении правил отбора по $\mathbf{k}$ и спину, задаваемых соотношениями (3.2.22) и (3.2.23), любое состояние с данным спином, например в валентной зоне, связано переходом только с одним состоянием в зоне проводимости, обладающим тем же самым спином. Следовательно, число переходов равно числу соответствующих состояний в валентной зоне или зоне проводимости. Таким образом, запишем $\rho_j dE_0 = \rho(\mathbf{k}) d\mathbf{k}$, где $\rho(\mathbf{k}) = \rho_{c,v}(\mathbf{k})$ определяется выражением (3.2.7), и в результате получим:

$$\rho_j(E_0) = (k^2/\pi^2)(dk/dE_0). \quad (3.2.27)$$

Используя (3.2.26в), преобразуем соотношение (3.2.27) к

$$\rho_j(E_0) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_r}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E_0 - E_g)^{1/2}. \quad (3.2.28)$$

Введем также объединенную плотность состояний $\rho_j(\nu_0)$ в шкале частот переходов $\nu_0 = E_0/h$. Поскольку $\rho_j(\nu_0) d\nu_0 = \rho_j(E_0) dE_0$, то из (3.2.28) получаем:

$$\rho_j(\nu_0) = \frac{4\pi}{h^2} (2m_r)^{3/2} [h\nu_0 - E_g]^{1/2}. \quad (3.2.29)$$

Рассмотрим теперь элементарное число переходов в единице объема $dN = \rho_j(\nu_0) d\nu_0$, частоты которых лежат в интервале между ν_0 и $\nu_0 + d\nu_0$. Если происходит поглощение, то нижнее состояние с энергией E'_1 должно быть занято электроном, тогда как верхнее состояние с энергией E'_2 одновременно должно быть свободным. Таким образом, число переходов, на которых может произойти поглощение, равно:

$$dN_a = (dN) f_v(E'_1) [1 - f_c(E'_2)], \quad (3.2.30)$$

где $f_v(E'_1)$ — вероятность заселения нижнего состояния, а $[1 - f_c(E'_2)]$ — вероятность того, что верхнее состояние свободно. Отметим, что здесь рассматривается общий случай теплового равновесия внутри каждой из зон, так что $f_v(E'_1)$ и $f_c(E'_2)$ определяются соотношениями (3.2.11б) и (3.2.11а), в которых E'_v и E'_c следует заменить соответственно на E'_1 и E'_2 . Для того чтобы рассчитать общее, результирующее поглощение, необходимо учесть также переходы с вынужденным излучением между теми же самыми состояниями. Они будут происходить, когда верхнее состояние занято электроном, а нижнее одновременно является свободным. Таким образом, число переходов, на которых может произойти вынужденное излучение, будет равно:

$$dN_{se} = (dN) f_c(E'_2) [1 - f_v(E'_1)]. \quad (3.2.31)$$

После того как элементарные числа возможных переходов с поглощением и вынужденным излучением определены, можно, используя (2.4.32), записать вклад в коэффициент поглощения на частоте ν в виде $d\alpha = \sigma(\nu - \nu_0)(dN_a - dN_{se})$, где $\sigma = \sigma_h$ — поперечное сечение при однородном уширении для перехода $E'_1 \rightarrow E'_2$. Таким образом, из (3.2.24) получаем:

$$d\alpha = \left(\frac{2\pi^2 \nu}{n\epsilon_0 c h} \right) \frac{\mu^2}{3} g(\nu - \nu_0) \rho_j(\nu_0) [f_v(E'_1) - f_c(E'_2)] d\nu_0. \quad (3.2.32)$$

Полный коэффициент поглощения на частоте ν определяется из (3.2.32) путем интегрирования по всем частотам переходов ν_0 . Если предположить, что контур $g(\nu - \nu_0)$ как функция ν_0 гораздо уже, чем функции $\rho_i(\nu_0)$ и $(f_c - f_v)$, то $g(\nu - \nu_0)$ можно аппроксимировать δ -функцией, $\delta = \delta(\nu - \nu_0)$. В этом случае получим:

$$\alpha = \left(\frac{2\pi^2\nu}{n\varepsilon_0 ch} \right) \frac{\mu^2}{3} \rho_i(\nu) [f_v(E'_1) - f_c(E'_2)], \quad (3.2.33)$$

где E'_2 и E'_1 — это энергии двух состояний, отличающиеся на величину $h\nu$. Они могут быть легко определены из соотношений (3.2.26) путем замены $h\nu_0$ на $h\nu$.

В соответствии с соотношением (3.2.33) коэффициент поглощения $\alpha = \alpha(\nu)$ можно представить в виде:

$$\alpha = \alpha_0 [f_v(E'_1) - f_c(E'_2)], \quad (3.2.34)$$

где

$$\alpha_0 = \left(\frac{2\pi^2\nu}{n\varepsilon_0 ch} \right) \frac{\mu^2}{3} \rho_i(\nu). \quad (3.2.35)$$

Смысл величины $\alpha_0 = \alpha_0(\nu)$ становится понятен, если рассмотреть полупроводник при полном тепловом равновесии при $T = 0$ К. Квазиуровни Ферми совпадают в этом случае с уровнем Ферми, и если этот уровень находится внутри запрещенной зоны, то получаем $f_v(E'_1) = 1$ и $f_c(E'_2) = 0$. Тогда $\alpha(\nu) = \alpha_0(\nu)$, что является максимальным коэффициентом поглощения, которым может обладать полупроводник на частоте ν . Отметим, что в беспримесных полупроводниках и при условии $E_g \gg kT$, что справедливо для всех соединений групп III–IV, по-прежнему имеем $f_v(E'_1) \approx 1$ и $f_c(E'_2) \approx 0$, т. е. $\alpha \approx \alpha_0$ даже при комнатной температуре. Из соотношения (3.2.35), используя (3.2.29), в котором проведена замена ν_0 на ν , получаем:

$$\alpha \approx \alpha_0 = \frac{\pi^3\nu}{n\varepsilon_0 ch^3} \frac{\mu^2}{3} (2m_r)^{3/2} [h\nu - E_g]^{1/2}. \quad (3.2.36)$$

Следовательно, частотная зависимость $\alpha_0(\nu)$ с хорошей точностью определяется только частотной зависимостью множителя $(h\nu - E_g)^{1/2}$.

Пример 3.6. *Расчет коэффициента поглощения в GaAs.* Для начала примем частоту ν , стоящую в правой части соотношения (3.2.36), равной $\nu \approx E_g/h = 3,43 \cdot 10^{14}$ Гц, где ширина запрещенной зоны E_g считалась равной 1,424 эВ. Положим также $m_v = 0,46m_0$ и $m_c = 0,067m_0$, так что $m_r = 0,059m_0 = 5,37 \cdot 10^{-32}$ кг. Для того чтобы рассчитать средний дипольный момент $\mu_{av} = [\mu^2/3]^{1/2}$, воспользуемся тем, что, как было показано, точная средняя величина импульса электрона M_{av} определяется равенством $M_{av}^2 = 3,38m_0E_g$ [5]. Соотношение же между средним дипольным моментом и импульсом электрона имеет вид $M_{av} = m_0\omega|\mu_{av}|/e$ [5], так что получаем $\mu_{av} = e[3,38E_g/m_0]^{1/2}/2\pi\nu \approx 0,68 \cdot 10^{-25}$ К·м. Отметим, что если записать $r_{av} = \mu_{av}/e$, то $r_{av} \approx 0,426$ нм. Подстановка полученных выше величин для ν и μ_{av} , вместе со значением $n = 3,64$ для показателя преломления,

в (3.2.36) дает $\alpha_0 = 19,760[h\nu - E_g]^{1/2}$, где α_0 выражается в см^{-1} , а энергия — в эВ. Коэффициент поглощения, рассчитанный с использованием последнего выражения, изображен на рис. 3.16 в зависимости от $(E - E_g)$, где $E = h\nu$. Отметим, что когда $h\nu$ начинает превышать ширину запрещенной зоны всего на 10 мэВ, коэффициент поглощения достигает уже очень большой величины ($\approx 2000 \text{ см}^{-1}$).

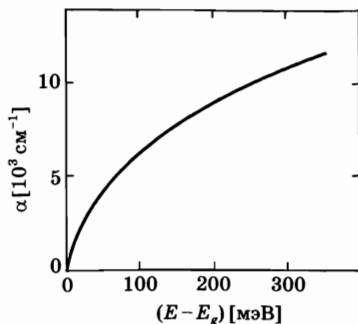


Рис. 3.16
Идеализированная
зависимость коэффициента
поглощения α от разности
энергии фотона E
и ширины запрещенной
зоны E_g для беспримесного
объемного
полупроводника GaAs

Определим далее коэффициент усиления в полупроводнике с инверсной заполненностью (заселенностью) состояний. Сразу можно заметить, что предшествующее рассмотрение остается справедливым, если переставить индексы ν и c . Таким образом, из (3.2.34) видно, что коэффициент усиления определяется выражением:

$$g = \alpha_0[f_c(E'_2) - f_\nu(E'_1)]. \quad (3.2.37)$$

Отсюда следует, что для любой частоты перехода максимальная величина коэффициента усиления достигается при $T = 0 \text{ К}$ и равна α_0 . Отметим, исходя из (3.2.37), что при любой температуре условием усиления является выполнение неравенства $f_c(E'_2) > f_\nu(E'_1)$. С помощью соотношений (3.2.11а, б) можно показать, что это неравенство эквивалентно условию

$$E'_2 - E'_1 < E'_{F_c} - E'_{F_\nu}. \quad (3.2.38)$$

Это необходимое условие получения общего усиления было впервые получено Бернаром и Дюраффуrom [6]. Видно, что множитель $f_c(E'_2) - f_\nu(E'_1)$ в (3.2.37) возникает из выражения $f_c(E'_2)[1 - f_\nu(E'_1)] - f_\nu(E'_1)[1 - f_c(E'_2)]$, которое определяет разность вероятностей вынужденного излучения и поглощения. Таким образом, условие Бернара–Дюраффурa означает, что число актов вынужденного излучения должно превышать число актов поглощения и, в этом смысле, оно эквивалентно условию $N_2 > N_1$ для простого, двухуровневого атома. Соотношение (3.2.38) можно интерпретировать графически, рассмотрев простейший случай $T = 0 \text{ К}$. При заданном уровне электрон-дырочной инжекции расположение квазиуровней Ферми будет таким, как показано на рис. 3.17, где заштрихованные области заполнены электронами, а незаштрихованные области свободны от них (т. е. заполнены дырками в валентной зоне). Условие (3.2.38) в этом случае означает, что уровень энергии 2 должен находиться в заполненной области, тогда как уровень энергии 1 — в неза-

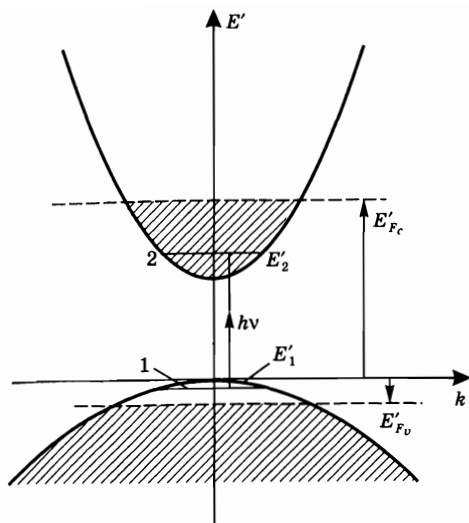


Рис. 3.17

Графическая иллюстрация условия Бернара-Дюраффура получения общего усиления в объемном полупроводнике

полненной области на рис. 3.17. Однако строгий вывод условия Бернара-Дюраффура показывает, что неравенство (3.2.38) в действительности выполняется при любой температуре.

Важно вспомнить теперь, что $E'_2 - E'_1 = h\nu$, и необходимо, чтобы выполнялось условие $h\nu > E_g$. Тогда из неравенства (3.2.38) получаем соотношения:

$$E_g \leq h\nu \leq E'_{Fc} - E'_{Fv}, \quad (3.2.39)$$

определяющие ширину полосы усиления в полупроводнике. В соответствии с (3.2.39), для получения усиления на любой частоте необходимо, чтобы выполнялось неравенство $E'_{Fc} - E'_{Fv} > E_g$; предельный случай

$$E'_{Fc} - E'_{Fv} = E_g \quad (3.2.40)$$

называют *условием прозрачности* (англ. *transparency condition*). В этом случае получаем $g = 0$ при $\nu = E_g/h$. Для обеспечения этого условия необходимо создать определенную плотность числа, или концентрацию, электронов в зоне проводимости (и дырок — в валентной зоне), обозначаемую как N_{tr} , которую называют концентрацией при условии прозрачности, или кратко, *концентрацией прозрачности* (англ. *transparency density*).

Пример 3.7. Расчет концентрации прозрачности для GaAs. Прежде всего, удобно представить соотношение (3.2.40) в системе отсчета энергий, изображенной на рис. 3.9а. Согласно (3.2.3), имеем $E'_{Fc} = E_g + E_{Fc}$ и $E'_{Fv} = -E_{Fv}$; тогда соотношение (3.2.40) преобразуется в $E_{Fc} + E_{Fv} = 0$. Из рис. 3.15а видно, что E_{Fc}/kT зависит только от (N/N_c) , т. е. можно записать $E_{Fc}/kT = \phi(N/N_c)$. Аналогично можно записать $E_{Fv}/kT = \phi(N/N_v)$, и тогда условие прозрачности преобразуется к

$$\phi(N_{tr}/N_c) + \phi(N_{tr}/N_v) = 0. \quad (3.2.41)$$

Для того чтобы получить N_{tr} для GaAs из (3.2.41), построим на рис. 3.15б кривую зависимости суммы $E_{Fc}/kT + E_{Fv}/kT$ от концентрации носителей N (показана пунктирной линией). Для каждого значения N эта кривая получается суммированием величин, задаваемых двумя сплошными линиями на этом рисунке. В соответствии с (3.2.41) можно утверждать, что концентрация при условии прозрачности N_{tr} соответствует такой концентрации носителей, при которой пунктирная линия на рис. 3.15б пересекает нулевой уровень оси ординат. Из рис. 3.15б получаем, что $N_{tr} = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$.

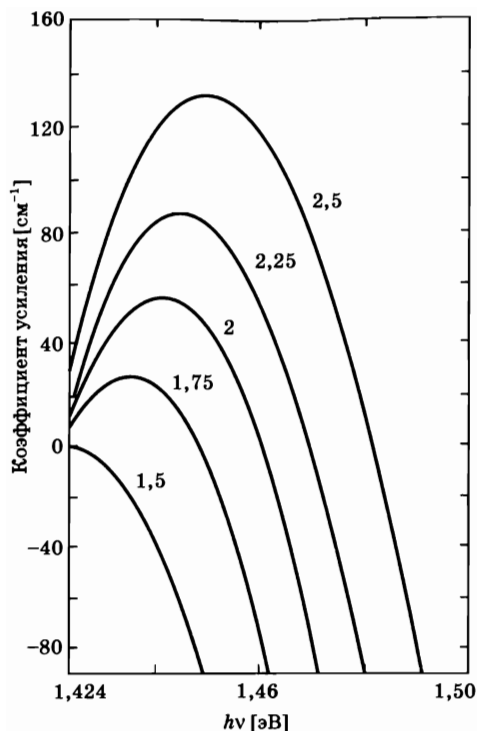


Рис. 3.18

Зависимости коэффициента усиления от энергии фотона, с концентрацией инжектированных носителей N (в единицах 10^{18} см^{-3}) в качестве параметра, рассчитанные из соотношения (3.2.37) для GaAs при $T = 300 \text{ К}$ (перепечатано из [15], с разрешения John Wiley & Sons, Inc.)

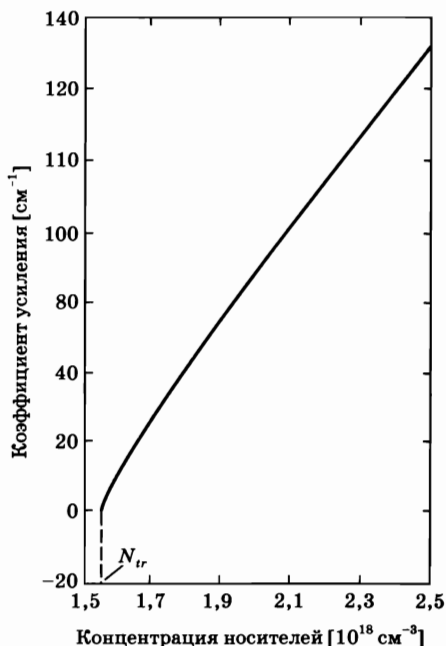


Рис. 3.19

Зависимости максимального коэффициента усиления от концентрации носителей для GaAs (перепечатано из [15], с разрешения John Wiley & Sons, Inc.)

Когда концентрация инжектированных электронов N превышает концентрацию прозрачности, имеем $E'_{F_c} - E'_{F_v} > E_g$, и, согласно (3.2.39), будет происходить общее усиление фотонов с энергиями между E_g и $E'_{F_c} - E'_{F_v}$. Коэффициент усиления в зависимости от энергии фотонов, рассчитанный из соотношения (3.2.37) для GaAs, показан на рис. 3.18, где концентрация инжектированных носителей N выступает в качестве параметра. Видно, что по мере ее увеличения разность квазиэнергий Ферми, $E'_{F_c} - E'_{F_v}$, увеличивается, и это приводит к соответствующему увеличению ширины полосы усиления. Однако даже при самой высокой из приведенных на рис. 3.18 концентрации инжектированных носителей ширина этой полосы оказывается менее 0,07 эВ, т. е. составляет малую долю ширины запрещенной зоны. Из рис. 3.18 можно также увидеть, что максимальное значение коэффициента усиления для каждой кривой увеличивается с ростом N . Снова для GaAs, на рис. 3.19 показана зависимость этого максимального коэффициента усиления от концентрации инжектированных электронов. Для типичных коэффициентов усиления, представляющих интерес с точки

зрения полупроводниковых лазеров ($20 < g < 80 \text{ см}^{-1}$), зависимость на рис. 3.19 может быть аппроксимирована линейным соотношением, т. е. можно записать:

$$g = \sigma(N - N_{tr}), \quad (3.2.42)$$

где $\sigma \cong 1,5 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$ для GaAs. Следует отметить, что определенная таким образом величина σ имеет некоторое сходство с поперечным сечением усиления, определенным для атомарных систем (ср. соотношения (3.2.42) и (2.4.35)). Однако, как уже говорилось, понятие сечения не подходит для случая делокализованных волновых функций, таких как у электрона в полупроводнике. По этой причине, поскольку из (3.2.42) получаем $\sigma = dg/dN$, величину σ часто называют *дифференциальным коэффициентом усиления* для полупроводника. Сохраним, тем не менее, обозначение σ для этого дифференциального коэффициента усиления как напоминание о том, что величина σ имеет размерность площади.

Большинство примеров, рассмотренных в данном разделе, относилось к частному случаю полупроводника GaAs. Тем не менее многие другие соединения также представляют интерес с точки зрения их использования в качестве лазерных материалов. Характерным примером является четверной твердый раствор $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$, который, в зависимости от параметров состава x и y , перекрывает так называемые второе и третье окна прозрачности оптических волокон для линий связи ($1300 \text{ нм} < \lambda < 1600 \text{ нм}$). Для сравнения в табл. 3.1 приведены величины E_g , m_c/m_0 , m_{hh}/m_0 , N_{tr} и σ для $\text{In}_{0,73}\text{Ga}_{0,27}\text{As}_{0,6}\text{P}_{0,4}$ ($\lambda \cong 1300 \text{ нм}$) и для $\text{In}_{0,58}\text{Ga}_{0,42}\text{As}_{0,9}\text{P}_{0,1}$ ($\lambda \cong 1550 \text{ нм}$) [7], а также соответствующие величины для GaAs, использованные в этом разделе. Отметим, что приведенные в табл. 3.1 величины N_{tr} и σ попадают в диапазоны значений, встречающихся для этих полупроводников в литературе, и их следует рассматривать только как ориентировочные. Однако представляется несомненным, что как N_{tr} , так и σ в InGaAsP меньше соответствующих величин в GaAs.

Таблица 3.1

Значения длины волны испускания λ , ширины запрещенной зоны E_g , эффективной массы электронов в зоне проводимости m_c , эффективной массы тяжелых дырок m_{hh} , концентрации носителей при условии прозрачности N_{tr} , дифференциального коэффициента усиления σ и времени жизни τ в объемных полупроводниках GaAs ($\lambda \cong 850 \text{ нм}$) и InGaAsP ($\lambda = 1300 \text{ нм}$ и $\lambda = 1500 \text{ нм}$)

	GaAs	$\text{In}_{0,73}\text{Ga}_{0,27}\text{As}_{0,6}\text{P}_{0,4}$	$\text{In}_{0,58}\text{Ga}_{0,42}\text{As}_{0,9}\text{P}_{0,1}$
λ [нм]	840	1310	1550
E_g [эВ]	1,424	0,96	0,81
m_c/m_0	0,067	0,058	0,046
m_{hh}/m_0	0,46	0,467	0,44
N_{tr} [10^{-18} см^{-3}]	1,2	1	1
σ [10^{-16} см^2]	1,5	1,2÷2,5	1,2÷2,5
τ [нс]	3	4,5	4,5

3.2.6. СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И БЕЗЫЗЛУЧАТЕЛЬНЫЕ ПЕРЕХОДЫ

Рассмотрим вначале процессы спонтанного излучения и определим спектральную плотность скорости переходов R_ν так, что $R_\nu d\nu$ представляет собой число спонтанных излучательных переходов в единице объема за единицу времени, при которых свет испускается в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$. Для того чтобы рассчитать R_ν , возьмем вначале элементарное число переходов $\rho_j(\nu_0)d\nu_0$, частоты которых попадают в интервал от ν_0 до $\nu_0 + d\nu_0$. Они дадут вклад dR_ν в спектральную плотность R_ν , который выражается как

$$dR_\nu = A_{21}g(\nu - \nu_0) \cdot \{f_c(E'_{20})[1 - f_v(E'_{10})]\} \rho_j(\nu_0) d\nu_0,$$

где $A_{21} = A_{21}(\nu_0)$ — вероятность спонтанных излучательных переходов между двумя состояниями, а $g(\nu - \nu_0)$ — форма контура линии перехода. Следует отметить, что величина $\rho_j(\nu_0)$ умножена на фактор $f_c(E'_2)[1 - f_v(E'_1)]$, поскольку спонтанные переходы, так же как и вынужденные, могут происходить только между заполненными верхними и свободными нижними состояниями. Полная спектральная плотность скорости переходов R_ν получается отсюда интегрированием приведенного выражения по всем частотам переходов ν_0 . Таким образом,

$$R_\nu = \int A_{21}g(\nu - \nu_0) \{f_c(E'_2)[1 - f_v(E'_1)]\} \rho_j(\nu_0) d\nu_0. \quad (3.2.43)$$

В предельном случае, когда $g(\nu - \nu_0)$ можно считать гораздо более узкой функцией ν_0 , чем все остальные функции в подынтегральном выражении, $g(\nu - \nu_0)$ можно аппроксимировать δ -функцией Дирака $\delta(\nu - \nu_0)$, и соотношение (3.2.43) сводится к

$$R_\nu = A_{21} \{f_c(E'_2)[1 - f_v(E'_1)]\} \rho_j(\nu), \quad (3.2.44)$$

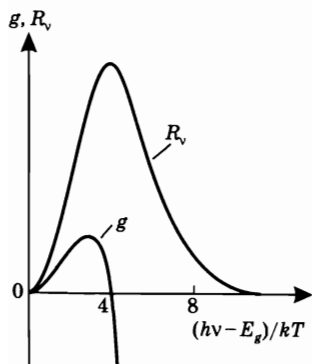


Рис. 3.20

Качественный вид спектра спонтанного излучения R_ν и коэффициента усиления g при определенной величине концентрации инжектированных носителей (с разрешения, из [11])

где A_{21} — вероятность спонтанного излучения для перехода на частоте $\nu_0 = \nu$, а E'_2 и E'_1 — энергии связанных этим переходом состояний. Например, на рис. 3.20 показано качественное поведение R_ν в зависимости от энергии фотона $h\nu$ при скорости инжектирования электронов, превышающей ту, которая необходима для обеспечения условия прозрачности, в предположении, что A_{21} не зависит от ν . На этом же рисунке для сравнения приведено изменение коэффициента усиления, рассчитанное с использованием соотношения (3.2.37). Можно заметить, что, в отличие от случая атомарных систем, спектр излучения здесь отличается по форме от спектра усиления и, вообще говоря, шире. Этот факт обусловлен тем, что величина R_ν пропорциональна $f_c(E'_2)[1 - f_v(E'_1)]$, тогда как коэффициент усиления g пропорционален $f_c(E'_2) - f_v(E'_1)$.

После того как определена спектральная плотность скорости спонтанных излучательных переходов R , путем ее интегрирования по всем частотам излучения можно получить полную скорость R . Таким образом,

$$R = \int A_{21} f_c(E'_2) [1 - f_v(E'_1)] \rho_j(\nu) d\nu. \quad (3.2.45)$$

На практике, однако, часто используют феноменологическое соотношение

$$R = BN_e N_h \cong BN_e^2, \quad (3.2.46)$$

в котором B — характерная константа. Соотношение (3.2.46) может быть выведено, если предположить, что любой электрон может рекомбинировать с любой дыркой, откуда следует, что правила отбора по k строго не выполняются [9]. Не будем далее углубляться в обсуждение этого вопроса, который имеет отношение к так называемым краям зон в полупроводнике [10], и станем использовать (3.2.46) просто как феноменологическое соотношение, которое выполняется при рассматриваемых концентрациях электронов и дырок. Отметим, что из определения R следует, что $(dN_e/dt) = -R$. Таким образом, можно ввести излучательное время жизни τ_r , полагая $R = N_e/\tau_r$, и записать:

$$\tau_r = (BN_e)^{-1}. \quad (3.2.47)$$

Рассмотрим теперь безызлучательные переходы. Они обычно происходят вблизи глубоких примесных центров, которыми захватывается носитель, электрон или дырка (*рекомбинация в глубокой ловушке*). Рассмотрим, например, полупроводник n -типа. При достаточно высоких степенях легирования уровень Ферми будет располагаться настолько близко к зоне проводимости, что эти центры будут удерживать электроны. В этом случае при рекомбинации свободной дырки со связанным электроном происходит безызлучательный переход, а избыточная энергия передается решетке. Аналогичное рассуждение справедливо при легировании p -типа. Для полупроводников с узкой запрещенной зоной безызлучательные переходы могут также происходить при непосредственной электрон-дырочной рекомбинации свободных электронов и дырок, при этом избыток энергии передается другому электрону (или дырке), которые возбуждаются в более высоколежащее состояние в зоне (*рекомбинация Оже*) [12]. Поскольку рекомбинация Оже — это трехчастичный процесс, то связанное с ним уменьшение плотности числа электронов может быть феноменологически описано уравнением $(dN_e/dt) = -CN_e N_h N_e = -CN_e^3$, где C — некоторая константа. При этом можно ввести безызлучательное время жизни за счет рекомбинации Оже τ_A , определяемое как

$$\tau_A = [CN_e^2]^{-1}. \quad (3.2.48)$$

Для GaAs основным механизмом, которым обусловлены безызлучательные переходы, является, по-видимому, рекомбинация в глубоких ловушках, тогда как в полупроводниковых лазерных материалах длинноволнового диапазона, таких как InGaAsP, — рекомбинация Оже.

Пример 3.8. Излучательные и безызлучательные времена жизни в GaAs и InGaAsP. Для GaAs положим $B \approx 1,8 \cdot 10^{-10} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$ и $N_e \approx N_{tr} = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$. Получим при этом $\tau_r = 1/BN_{tr} \approx 4,6 \text{ нс}$, которое следует сравнить с измеренной, при условии прозрачности, величиной полного времени жизни $\tau \approx 3 \text{ нс}$ ($T = 300 \text{ К}$). Поскольку $\tau^{-1} = \tau_r^{-1} + \tau_{nr}^{-1}$, где τ_{nr} — время жизни, связанное с безызлучательными переходами, то находим, что величина безызлучательного времени жизни τ_{nr} в данном случае — за счет рекомбинации в глубоких ловушках — составляет порядка 9 нс. Для InGaAsP при $\lambda = 1300 \text{ нм}$ возьмем $B = 2 \cdot 10^{-10} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$, $N_e \approx N_{tr} \approx 1 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ и $C \approx 3 \cdot 10^{-29} \text{ см}^6 \text{ с}^{-1}$. Из (3.2.47) получим $\tau_r \approx 5 \text{ нс}$, а из (3.2.48) — $\tau_A \approx 33,3 \text{ нс}$, которые определяют полное время жизни τ , хорошо согласующееся с измеренным значением $\tau \approx 5 \text{ нс}$ ($T = 300 \text{ К}$).

3.2.7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из материала данного раздела видно, что процессы, приводящие к излучательным и безызлучательным переходам в объемных полупроводниках, являются значительно более сложными, чем аналогичные процессы в одиночных атомах или ионах, рассмотренные в главе 2. С практической точки зрения, однако, наиболее важными физическими параметрами, которые необходимы, чтобы предсказать характер работы лазера, являются дифференциальный коэффициент усиления, концентрация носителей при условии прозрачности N_{tr} и полное время жизни τ для спонтанных переходов (обусловленные как излучательными, так и безызлучательными процессами). Для рассматриваемых здесь GaAs и растворов с InGaAs эти величины могут быть взяты из табл. 3.1. Следует напомнить, что время жизни τ зависит от концентрации носителей, а величины, приведенные в этой таблице, соответствуют ее значению при условии равной прозрачности.

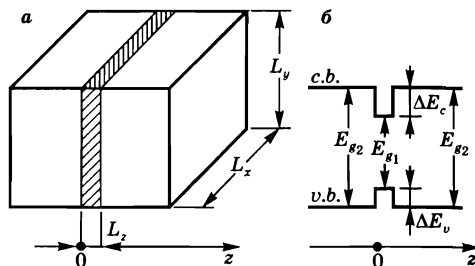
Подводя итог, напомним также, что соотношение (3.2.37) для коэффициента усиления относится к полупроводнику с большими размерами (объемному полупроводнику). В связи с этим величины коэффициентов усиления, приведенные в табл. 3.1, часто называют *коэффициентом усиления для вещества* (англ. *material gain*). В лазерах с двойными гетеропереходами реальные коэффициенты усиления меньше и определяются отношением поперечных размеров активного слоя и моды резонатора. Этот коэффициент усиления, часто называемый *коэффициентом усиления для моды* (англ. *modal gain*), зависит, таким образом, от конкретной конструкции лазера и будет рассмотрен в разделе главы 9, посвященном полупроводниковым лазерам.

3.3. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ КВАНТОВЫЕ ЯМЫ

В полупроводниковых *квантовых ямах* (КЯ, англ. *quantum well* — QW) очень тонкий слой одного соединения ($L_z \approx 5\text{--}20 \text{ нм}$) с меньшей шириной запрещенной зоны E_{g1} помещен между двумя слоями другого соединения с большей шириной запрещенной зоны E_{g2} (см. рис. 3.21a). На практике такая ге-

Рис. 3.21

а) Схематическое представление полупроводниковой квантовой ямы.
 б) Соответствующая зависимость энергий дна зоны проводимости ($c.b.$) и потолка валентной зоны ($v.b.$) от координаты z вдоль полупроводниковой гетероструктуры, изображенной на рис. (а)



тероструктура изготавливается с использованием сложных технологий молекулярно-пучковой эпитаксии (МПЭ) или газовой эпитаксии металлоорганических соединений (ГФЭМОС). Поскольку $E_{g1} < E_{g2}$, то в полупроводнике будут формироваться потенциальные ямы: для электронов — вблизи потолка валентной зоны, v, b , а для дырок — вблизи дна зоны проводимости, c, b (рис. 3.21б). Поскольку движение электронов и дырок в таких потенциальных ямах является ограниченным, а размеры полупроводниковой структуры в этом случае сравнимы с длиной волны де Бройля электронов и дырок, то в энергиях их состояний весьма отчетливо проявляется квантовый размерный эффект. Более того, благодаря малой толщине промежуточного слоя в данном случае оказывается возможным использовать соединения с существенно отличающимися постоянными решетки; что приводит к возникновению напряжения внутри тонкого квантового слоя. Это напряжение значительно изменяет локальные квантовые свойства полупроводника с квантовыми ямами и, в частности, эффективные массы носителей. Квантовый размерный эффект и (для напряженных квантовых ям, англ. *strained quantum wells*) изменение эффективных масс приводят к тому, что оптические свойства полупроводников с КЯ существенно отличаются от свойств исходных объемных полупроводников. В частности, значительно возрастает дифференциальный коэффициент усиления в веществе. Плотность числа электронов при условии прозрачности, оставаясь в ненапряженных квантовых ямах (англ. *unstrained quantum wells*) сравнимой с характерной величиной этого параметра в объемных полупроводниках, заметно уменьшается в напряженных КЯ. Преимущества, которые эти улучшенные свойства КЯ обеспечивают с точки зрения уменьшения порога генерации и увеличения коэффициента усиления моды, будут рассматриваться в соответствующем разделе главы 9, посвященном полупроводниковым лазерам. Здесь же просто ограничимся констатацией того, что полупроводники с квантовыми ямами, напряженными или ненапряженными, стали наиболее широко используемыми активными средами полупроводниковых лазеров.

3.3.1. ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ

Для того чтобы рассчитать энергии электронов и дырок в квантовых потенциальных ямах, изображенных на рис. 3.21б, необходимо знать, как разница ширин запрещенных зон $\Delta E_g = E_{g2} - E_{g1}$ распределена между ямой в зоне проводимости ΔE_c и ямой в валентной зоне ΔE_v . Решение этой задачи

(о так называемом смещении зон) затрагивает сложные аспекты физики полупроводников. Экспериментально для двух из наиболее важных типов КЯ найдено:

- (1) $\Delta E_c = 0,67\Delta E_g$ и $\Delta E_v = 0,33\Delta E_g$ в AlGaAs/GaAs/AlGaAs;
- (2) $\Delta E_c = 0,39\Delta E_g$ и $\Delta E_v = 0,61\Delta E_g$ в InP/InGaAsP/InP.

Для расчета энергий как электронов, так и дырок в соответствующих КЯ предположим, очень сильно упростив ситуацию, что ямы являются бесконечно глубокими (т. е. $(\Delta E_c, \Delta E_v) \rightarrow \infty$). Потенциал ям будет при этом выглядеть как на рис. 3.22. Выберем ось z в направлении, перпендикулярном стенке ямы, поместив начало координат на одной из ее стенок. В соответствии с соотношением (3.2.1), волновые функции Блоха, как для зоны проводимости, так и для валентной зоны, могут быть представлены в виде:

$$\psi_{c,v}(\mathbf{r}) = u(\mathbf{r}_\perp) e^{ik_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp} \sin(n\pi z / L_z), \quad (3.3.1)$$

где $\mathbf{r}_\perp$ и $\mathbf{k}_\perp$ — компоненты векторов $\mathbf{r}$ и $\mathbf{k}$ в плоскости вдоль ямы (в плоскости x, y), а n — положительное целое число. Отметим, что представленные в таком виде функции $\psi_{c,v}$ заведомо удовлетворяют граничным условиям $\psi_{c,v} = 0$ при $z = 0$ и $z = L_z$, т. е. на обеих стенках ямы. Если установить аналогичные периодические условия вдоль осей x и y , то получим:

$$k_x = (l\pi / L_x), \quad (3.3.2a)$$

$$k_y = (m\pi / L_y), \quad (3.3.2b)$$

где l и m — также положительные целые числа. Отметим различие между соотношениями (3.3.2) и (3.2.4), которое, по существу, отражает факт использования в данном случае только положительных чисел. Разумеется, можно записать граничные условия так же, как в (3.2.5), т. е. допуская как положительные, так и отрицательные целые числа, и, тем не менее, получить аналогичные окончательные результаты. В приближении параболической зоны собственные значения энергий как в валентной зоне, так и в зоне проводимости определяются выражением:

$$E_{c,v} = \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m_{c,v}} + \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{2m_{c,v} L_z^2} = \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m_{c,v}} + n^2 E_{1c,v}, \quad (3.3.3)$$

где $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$, а $m_{c,v}$ — эффективные массы электронов в зоне проводимости или дырок — в валентной зоне (для простоты рассматривается только масса тяжелых дырок); через $E_{1c,v}$ обозначены энергии первого состояния в КЯ (с $n = 1$) в валентной зоне или зоне проводимости, которые выражаются как

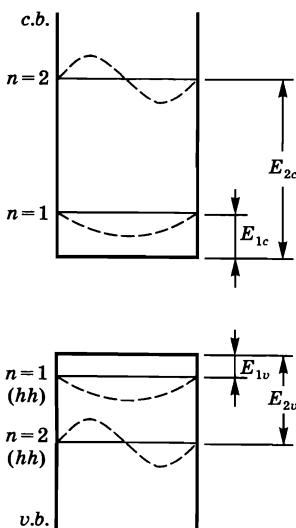


Рис. 3.22

Изображение уровней энергии состояний с $n = 1$ и $n = 2$ (сплошные горизонтальные линии) и отвечающих им собственных функций (пунктирные линии) как в зоне проводимости, так и в валентной зоне при бесконечной глубине потенциальной ямы

$$E_{1c,v} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_{c,v} L_z^2}. \quad (3.3.4)$$

Следует отметить, что как в (3.3.3), так и в (3.3.4) энергия измеряется от дна зоны проводимости вверх — для электронов и от потолка валентной зоны вниз — для дырок. Отметим также, что при конечной глубине потенциальных ям электроны не полностью отражаются от их стенок, т. е. волновые функции не равны нулю на стенках, как это предполагается в выражении (3.3.1). Отличные от нуля волновые функции при этом существуют и в пограничном слое, а выражения для волновых функций и собственных значений энергии становятся более сложными [14]. Далее это обстоятельство рассматриваться не будет, поскольку оно приводит скорее к количественным, чем к качественным изменениям приводимых ниже результатов.

Приступая к обсуждению соотношений (3.3.3) и (3.3.4), рассмотрим вначале случай электронов с нулевым поперечным импульсом ($k_{\perp} = 0$). Два нижних уровня энергии (с $n = 1$ и $n = 2$) — как в зоне проводимости, так и в валентной зоне — показаны сплошными горизонтальными линиями на рис. 3.22, тогда как пунктиром показаны соответствующие собственные функции.

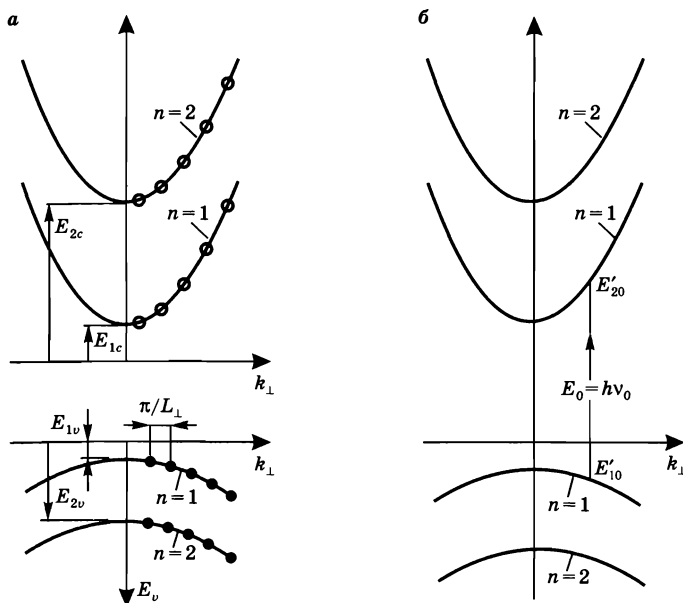


Рис. 3.23
Зависимость энергии E от $k_{\perp}$ в подзонах с $n = 1$ и $n = 2$ как в валентной зоне, так и в зоне проводимости в полупроводниковой КЯ:

а) начало системы отсчета энергий для подзон проводимости находится у нижнего края зоны проводимости объемного полупроводника, и значения энергии увеличиваются вверх. Начало системы отсчета энергий для валентных подзон находится у верхнего края валентной зоны объемного полупроводника, и значения энергии увеличиваются вниз; б) шкала энергий является общей для всех подзон; начало системы отсчета энергий для подзон проводимости находится у верхнего края валентной зоны объемного полупроводника, и значения энергии увеличиваются вверх.

Согласно выражению (3.3.3) имеем: $E_{2c} = 4E_{1c}$, причем аналогичное соотношение справедливо также и для валентной зоны. Если теперь рассмотреть электроны с $k_{\perp} > 0$, то зависимость энергии E от $k_{\perp}$ для каждого из рассмотренных выше состояний с $n = 1$, $n = 2$ и т. д. будет такой, как показано на рис. 3.23а. Видно, что теперь в зоне проводимости и в валентной зоне появляются отдельные подзоны. На этом же рисунке заполненными окружностями в валентной зоне и незаполненными окружностями в зоне проводимости показаны возможные состояния, полученные с помощью соотношения (3.3.2). Отметим, наконец, что при описании переходов между валентными подзонами и подзонами проводимости иногда удобнее использовать альтернативную систему отсчета энергий, которая начинается от потолка валентной зоны объемного полупроводника, увеличиваясь вверх, и обозначена как E' на рис. 3.23б. Переход между штрихованой E' и нештрихованой E системами отсчета энергий по-прежнему задается соотношениями (3.2.3), в которых E_c и E_v определяются выражением (3.3.3).

Пример 3.9. Расчет первых уровней энергии в квантовой яме GaAs/AlGaAs. Возьмем $L_z = 10$ нм и предположим, что массы электронов и дырок (тяжелых дырок) в КЯ в GaAs такие же, как в объемном полупроводнике, т. е. $m_c = 0,067m_0$ и $m_v = m_{hh} = 0,46m_0$. Из соотношения (3.3.4) получим, что $E_{1c} = 56,2$ мэВ и $E_{1v} = 8$ мэВ. Если ограничивающим слоем, с обеих сторон, является $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$, то $E_{g2} = 1,674$ эВ. Так как ширина запрещенной зоны в GaAs составляет $E_{g1} = 1,424$ эВ, то получаем, что $\Delta E_g = 250$ мэВ и отсюда $\Delta E_c = 0,65E_g = 162,5$ мэВ и $\Delta E_v = 0,35\Delta E_g = 87,5$ мэВ. Поскольку величина ΔE_{1c} получилась сравнимой с ΔE_c , то видно, что приближение бесконечно глубокой ямы не слишком подходит для данного случая. Действительные значения можно определить при учете туннелирования через барьер, и, например, из рис. 9.1 в [3] находим, что $E_{1c} \approx 28$ мэВ и $E_{1v} \approx 5$ мэВ.

3.3.2. ПЛОТНОСТЬ СОСТОЯНИЙ

Обратимся к рис. 3.24, где разрешенные состояния, определяемые соотношением (3.3.2), обозначены точками в плоскости (k_x, k_y) (ср. с рис. 2.2). Видно, что показаны только те состояния, которые относятся к уровню с $n = 1$. В самом деле, обычно $L_z = 10$ нм, тогда как L_x и L_y изменяются в диапазоне от 10 до 100 мкм, т. е. они в 10^3 – 10^4 раз больше, чем L_z . Поэтому расстояния Δk_z между двумя соседними состояниями вдоль оси k_z ($\Delta k_z = \pi/L_z$) примерно в 10^3 – 10^4 раз больше расстояний между ближайшими состояниями вдоль осей k_x или k_y . В данном случае разрешенные состояния расположены в широко разнесенных плоскостях, перпендикулярных оси k_z , и поэтому удобно рассчитывать плотность состояний в каждой из этих плоскостей. Соответственно обозначим через $N(k_{\perp})$ число состояний в каждой плоскости, например, в плоскости с $n = 1$ на рис. 3.24, поперечные вектора которых попадают в интервал между 0 и $k_{\perp}$. По аналогии с рассмотрением, относящимся к рис. 2.2, заметим, что число $N(k_{\perp})$ равно четверти площади круга радиуса $k_{\perp}$, деленной на площадь $\Delta k_x \Delta k_y$ в k -пространстве, приходящуюся на одно состояние,

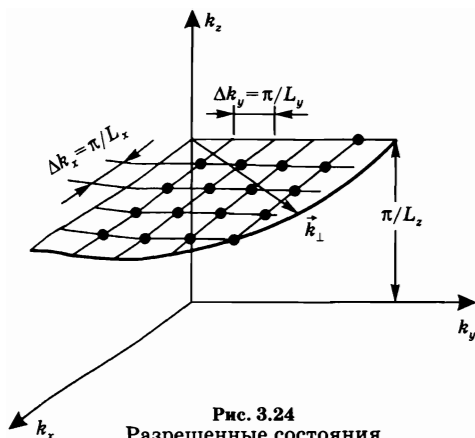


Рис. 3.24
Разрешенные состояния
в k_x , k_y , k_z -пространстве
в подзоне с $n = 1$

и умноженной на 2 для учета двух возможных в каждом состоянии ориентаций спина, а именно:

$$N(k_{\perp}) = \frac{2(1/4)\pi k_{\perp}^2}{\Delta k_x \Delta k_y} = \frac{k_{\perp}^2}{2\pi} A_{\perp}, \quad (3.3.5)$$

где $A_{\perp} = L_x L_y$ — площадь поперечного сечения КЯ. Число состояний в единичном интервале по $k_{\perp}$, отнесенное к площади этого сечения (поверхностная плотность состояний), равно, таким образом,

$$\rho_k^{2D} = \frac{dN(k_{\perp})}{A_{\perp} dk_{\perp}} = \frac{k_{\perp}}{\pi}. \quad (3.3.6)$$

В отличие от случая объемного полупроводника здесь величина ρ_k^{2D} определяет число состояний на единичной площади, а не в единичном объеме. Поэтому далее будем использовать верхний индекс 2D, чтобы отметить, что рассмотрение проводится в двумерном, а не трехмерном случае. Заметим также, что соотношение (3.3.6) справедливо как для валентной зоны, так и для зоны проводимости.

Для того чтобы найти поверхностную плотность состояний в шкале энергий, запишем, например, для зоны проводимости, что $\rho_c^{2D} dE_c = \rho_k^{2D} dk_{\perp}$. Тогда из соотношения (3.3.6) получим:

$$\rho_c^{2D} = k_{\perp} dk_{\perp} / \pi dE_c. \quad (3.3.7)$$

Из (3.3.3) имеем, например, для подзоны с $n = 1$:

$$k_{\perp}^2 = (2m_c / \hbar^2)(E_c - E_{1c}). \quad (3.3.8)$$

Величина $k_{\perp} dk_{\perp}$ в (3.3.7) легко определяется при дифференцировании обеих частей уравнения (3.3.8). Соотношение (3.3.7) при этом дает

$$\rho_c^{2D} = m_c / \pi \hbar^2. \quad (3.3.9)$$

Видно, что плотность состояний ρ_c^{2D} получилась не зависящей от $k_{\perp}$, т. е. от поперечной части энергии $\hbar^2 k_{\perp}^2 / 2m_c$ (см. выражение (3.3.3)). Этот факт проиллюстрирован на рис. 3.25а, где показана зависимость величины ρ_c^{2D} / L_z (фактически — объемной плотности состояний) от энергии электронов E_c (сплошная линия). Отсчет энергий ведется от дна зоны проводимости, и график отвечает диапазону энергий $E_{1c} \leq E_c \leq E_{2c}$, где E_{2c} — энергия в подзоне с $n = 2$. На самом деле, при $E_c \geq E_{2c}$ следует также учесть состояния, лежащие в плоскости $k_z = 2\pi/L_z$ (не показаны на рис. 3.24). Плотность этих состояний, однако, такая же, как и в плоскости с $n = 1$, т. е. снова задается равенством (3.3.9). Таким образом, при $E_c \geq E_{2c}$ полная плотность состояний будет равна сумме плотностей состояний в подзонах с $n = 1$ и $n = 2$. Соответствующая зависимость показана на рис. 3.25а сплошной ступенчатой линией, обозначенной $n = 1 + 2$. Для сравнения, на рис. 3.25а пунктирной линией

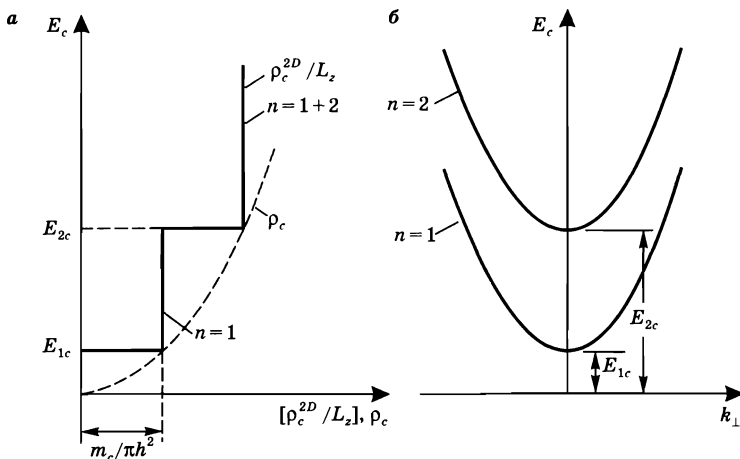


Рис. 3.25

- а) Плотность состояний ρ_c^{2D} в зоне проводимости квантовой ямы, отнесенная к ширине ямы L_z , в зависимости от энергии электронов E_c (сплошная ломаная линия). Здесь же показана плотность состояний ρ_c в объемном полупроводнике того же состава (пунктирная линия).
 б) Зависимость энергии E_c от $k_\perp$ в подзонах проводимости с $n = 1$ и $n = 2$

показана плотность состояний ρ_c в объемном полупроводнике того же состава, которая описывается соотношением (3.2.9а). Нетрудно показать, что кривая ρ_c касается ступенчатой линии ρ_c^{2D}/L_z при $E_c = E_{1c}$, $E_c = E_{2c}$ и т. д. Для полноты картины на рис. 3.25б изображена также зависимость E_c от $k_\perp$ (ср. с рис. 3.23). Таким образом, для любого значения энергии в диапазоне $E_{1c} \leq E_c \leq E_{2c}$, рис. 3.25б непосредственно показывает соответствующую величину компоненты $k_\perp$ волнового вектора $\mathbf{k}$ электрона. Аналогичное рассмотрение может быть проведено также для плотности состояний в валентной зоне. Соответственно, плотность состояний ρ_v^{2D} можно непосредственно получить из соотношения (3.3.9) заменой m_c на m_v ; для валентной зоны можно также построить зависимости, аналогичные приведенным на рис. 3.25. Поскольку в GaAs $m_v = m_{hh} \cong 5m_c$, то на рисунке для валентной зоны, соответствующем рис. 3.25а, размер ступенек по шкале плотности состояний ρ_v^{2D} будет в 5 раз больше, а по шкале энергии E_v — в 5 раз меньше.

3.3.3. ЗАПОЛНЕНИЕ СОСТОЯНИЙ ПРИ ТЕПЛОВОМ РАВНОВЕСИИ

Рассмотрим вначале случай полного теплового равновесия. Вероятность заполнения состояния с данной энергией E' (см. рис. 3.23б) либо в подзоне проводимости, либо в валентной подзоне, сова определяется статистикой Ферми-Дирака, в соответствии с соотношением (3.2.10), где E'_F — энергия Ферми. Предположим теперь, что некоторое количество электронов возбуждено в подзоны проводимости с $n = 1$, $n = 2$ и т. д., и предположим, что между этими подзонами происходит быстрая релаксация (с характерным временем $\tau \cong 0,1$ пс) — как в зоне проводимости, так и в валентной зоне. Тогда равновесная ситуация снова может быть описана с помощью введения двух квазиуров-

ней Ферми. Вероятность заполнения данного состояния в подзоне проводимости или в валентной подзоне будет определяться соотношениями (3.2.10а) и (3.2.10б) в нештрихованной системе отсчета энергий на рис. 3.23а или соотношениями (3.2.11а) и (3.2.11б) — в нештрихованной системе отсчета на рис. 3.23б.

Так же как и в объемном полупроводнике, величины E_{F_c} и E_{F_v} определяются плотностью числа электронов N_e и дырок N_h , находящихся в соответствующих зонах. Используя соотношения

$$N_e = \int (\rho_c^{2D}/L_z) f_c dE_c, \quad (3.3.10a)$$

$$N_h = \int (\rho_v^{2D}/L_z) \bar{f}_v dE_v, \quad (3.3.10б)$$

можно рассчитать N_e и N_h . В выражении (3.3.10а) ρ_c^{2D} — это поверхностная плотность состояний в подзонах проводимости, и эта величина, для каждой из подзон, определяется соотношением (3.3.9) (см. также рис. 3.25а). В выражении (3.3.10б) ρ_v^{2D} — это поверхностная плотность состояний в валентных подзонах, а величина $\bar{f}_v$ — вероятность заполнения для дырок, определяемая соотношением (3.2.13). Поскольку плотность состояний ρ^{2D} постоянна в каждой из подзон, то интегралы в (3.3.10) можно посчитать аналитически, представив окончательный результат в виде:

$$N_e = kT \sum_i \left(\frac{m_{ci}}{\pi \hbar^2 L_z} \right) \ln \left[1 + \exp \left(\frac{E_{F_c} - E_{ic}}{kT} \right) \right], \quad (3.3.11a)$$

$$N_h = kT \sum_i \left(\frac{m_{vi}}{\pi \hbar^2 L_z} \right) \ln \left[1 + \exp \left(\frac{E_{F_v} - E_{iv}}{kT} \right) \right], \quad (3.3.11б)$$

где суммирование проводится по всем подзонам, а m_{ci} и m_{vi} , E_{ic} и E_{iv} — соответственно эффективные массы электронов и дырок и минимальные энергии в каждой из подзон. Следует отметить, что выбор нештрихованной системы

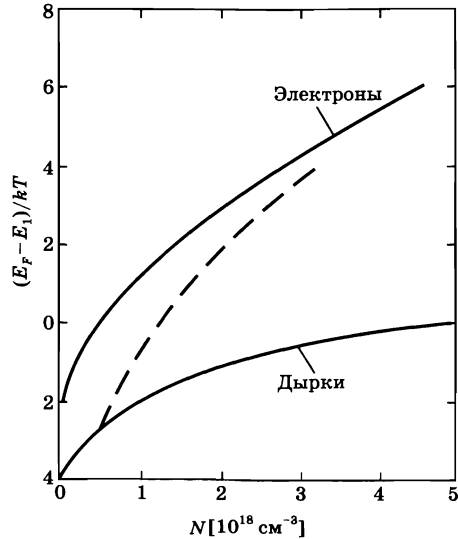


Рис. 3.26
Зависимости нормированной разности энергии квазиуровня Ферми E_F и энергии E_1 для подзоны с $n = 1$ от концентрации носителей как для электронов, так и для дырок в КЯ шириной 10 нм в GaAs/AlGaAs

отсчета энергий на рис. 3.23а приводит к точно такому же функциональному виду выражений для N_e и N_h .

Пример 3.10. Расчет энергий квазиуровней Ферми в квантовой яме GaAs/AlGaAs. Возьмем $m_{ci} = m_c = 0,067m_0$ и $m_{vi} = 0,46m_0$, т. е. предположим, что массы частиц будут такими же, как и в объемном материале, и пренебрежем наличием легких дырок. Положим также, что $L_z = 10$ нм и $T = 300$ К. Используя (3.3.11), нетрудно построить зависимости (они показаны на рис. 3.26) концентрации носителей N от $(E_F - E_1)/kT$ как для электронов, так и для дырок. Из этих зависимостей легко определить положения квазиуровней Ферми при заданной концентрации N электронов и дырок.

3.3.4. ВЫНУЖДЕННЫЕ ПЕРЕХОДЫ: ПРАВИЛА ОТБОРА

Рассмотрим вынужденный переход (поглощение или вынужденное излучение) между двумя данными состояниями 1 и 2, находящимися соответственно в валентной подзоне и подзоне проводимости. В дипольном приближении вероятность соответствующего перехода W вновь пропорциональна величине $|H'_{12}|^2$, определяемой как

$$|H'_{12}|^2 = \left| \int \psi_c^* [-e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r})] \psi_v dV \right|^2, \quad (3.3.12)$$

где ψ_c и ψ_v теперь задаются соотношением (3.3.1), а $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ — вектор напряженности электрического поля электромагнитной волны в точке $\mathbf{r}$ внутри КЯ (ср. с выражением (3.2.19)). Для упрощения рассмотрения выберем поляризацию поля $\mathbf{E}$ параллельной плоскости ямы. Тогда $e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) = e\mathbf{r}_\perp \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r})$, где $\mathbf{r}_\perp$ — компонента вектора $\mathbf{r}$ в плоскости ямы. Ввиду того что ширина ямы много меньше длины волны, $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ можно считать постоянной величиной вдоль направления z , которое перпендикулярно плоскости ямы. Таким образом, $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}_\perp)$, т. е. напряженность поля является функцией только поперечной координаты $\mathbf{r}_\perp$. Отсюда следует, что произведение $e\mathbf{r}_\perp \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r})$ сводится к $e\mathbf{r}_\perp \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_\perp)$, а выражение (3.3.12) можно разделить на два интеграла: один — по поперечным координатам x и y , а другой — по продольной координате z , а именно:

$$\begin{aligned} |H'_{12}|^2 = & \left| \int u_c^*(\mathbf{r}_\perp) e^{-ik_{c\perp} \cdot \mathbf{r}_\perp} [-e\mathbf{r}_\perp \cdot \mathbf{E}_0 e^{ik_{opt} \cdot \mathbf{r}_\perp}] u_v(\mathbf{r}_\perp) e^{ik_{v\perp} \cdot \mathbf{r}_\perp} dx dy \right|^2 \times \\ & \times \left| \int \sin(n_c \pi z / L_z) \sin(n_v \pi z / L_z) dz \right|^2. \end{aligned} \quad (3.3.13)$$

Как и в случае объемного полупроводника, можно показать, что интеграл по поперечным координатам отличен от нуля, только если $\mathbf{k}_{v\perp} + \mathbf{k}_{opt} = \mathbf{k}_{c\perp}$. Поскольку по-прежнему $|\mathbf{k}_{opt}| \ll (|\mathbf{k}_{v\perp}|, |\mathbf{k}_{c\perp}|)$, то получаем правило отбора (ср. с (3.2.22)):

$$\mathbf{k}_{c\perp} = \mathbf{k}_{v\perp}. \quad (3.3.14)$$

Таким образом, закон сохранения $\mathbf{k}$ по-прежнему справедлив для поперечной компоненты вектора $\mathbf{k}_\perp$, откуда следует, что переход на рис. 3.23 должен

происходить вертикально. Из второго интеграла в правой части соотношения (3.3.13), поскольку n_c и n_v — положительные целые числа, получим правило отбора для квантовых чисел n в виде:

$$\Delta n = n_c - n_v = 0, \quad (3.3.15)$$

которое показывает, что переходы могут происходить только между подзонами (одной — в зоне проводимости, а другой — в валентной зоне) с одним и тем же квантовым числом n . Заметим, наконец, что гамильтониан взаимодействия $e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}$ не содержит спина электрона, т. е. электромагнитная волна не взаимодействует со спинами. Это означает, что спин в результате перехода не может измениться, т. е.

$$\Delta S = 0, \quad (3.3.16)$$

где S — спиновое квантовое число рассматриваемого электрона.

Соотношения (3.3.14), (3.3.15) и (3.3.16) суммируют правила отбора для переходов в КЯ. Хотя они и были получены при упрощающем предположении, что вектор электрического поля $\mathbf{E}$ лежит в плоскости ямы, однако можно показать (см. [13]), что эти правила отбора носят общий характер. Далее эти результаты будут широко использованы.

3.3.5. КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОГЛОЩЕНИЯ И УСИЛЕНИЯ

Для того чтобы рассчитать поглощение с учетом закона сохранения $\mathbf{k}_\perp$, необходимо вначале ввести объединенную поверхностную плотность переходов, или состояний, ρ_{jk}^{2D} так, что $\rho_{jk}^{2D} dk_\perp$ дает отнесенное к площади поперечного сечения КЯ число разрешенных переходов или связанных переходами состояний с величиной $k_\perp$, заключенной между $k_\perp$ и $k_\perp + dk_\perp$. Поскольку переходы на рис. 3.23 могут происходить только вертикально и при этом $\Delta S = 0$, то эта величина равна также поверхностной плотности состояний в валентной зоне или зоне проводимости, относящихся к тому же элементарному интервалу $dk_\perp$. Таким образом, используя соотношение (3.3.6), получаем:

$$\rho_{jk}^{2D} = \rho_k^{2D} = k_\perp / \pi. \quad (3.3.17)$$

Рассмотрим теперь два заданных состояния с энергиями E'_2 и E'_1 , принадлежащие, например, подзонам с $n = 1$ соответственно в зоне проводимости или в валентной зоне. Из рис. 3.23б и соотношения (3.3.3) видно, что разность энергий $E_0 = \hbar\nu_0 = E'_2 - E'_1$ определяется как

$$E_0 = E_g + \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m_r} + \Delta E_1, \quad (3.3.18)$$

где m_r — приведенная эффективная масса, а $\Delta E_1 = E_{1c} + E_{1v}$. Если теперь ввести поверхностную плотность состояний $\rho_{E_0}^{2D}$ в шкале энергий E_0 , то можно записать:

$$\rho_{E_0}^{2D} dE_0 = \rho_{jk}^{2D} dk_\perp = k_\perp dk_\perp / \pi, \quad (3.3.19)$$

где было использовано соотношение (3.3.17). Величина $k_{\perp} dk_{\perp}$ может быть получена при дифференцировании обеих частей равенства (3.3.18). Используя соотношение (3.3.19), определяем:

$$\rho_{JE_0}^{2D} = m_r / \pi \hbar^2. \quad (3.3.20)$$

Если теперь дополнительно ввести поверхностную плотность состояний $\rho_{J\nu_0}$ в шкале частот переходов ν_0 , то, поскольку снова должно выполняться равенство $\rho_{J\nu_0}^{2D} d\nu_0 = \rho_{JE_0}^{2D} dE_0$, из (3.3.20) получим:

$$\rho_{J\nu_0}^{2D} = 4\pi m_r / h. \quad (3.3.21)$$

Расчет общего поглощения падающей электромагнитной волны с частотой ν можно провести таким же образом, как это было сделано для объемного полупроводника, т. е. с помощью соотношений (3.2.30) — (3.2.32), в которых величину $\rho_J(\nu_0)$ следует заменить на $(\rho_{J\nu_0}^{2D} / L_z)$, являющейся в рассматриваемом случае объемной объединенной плотностью состояний. Снова предполагая, что переходы между любыми двумя состояниями являются бесконечно узкими, из соотношений (3.2.34) и (3.2.35) нетрудно получить коэффициент поглощения для переходов $(n = 1) \rightarrow (n = 1)$ в КЯ в виде:

$$\alpha_{QW} = \left(\frac{2\pi^2 \nu}{n\epsilon_0 \hbar c} \right) \frac{\mu^2}{3} \left(\frac{\rho_{J\nu}^{2D}}{L_z} \right) [f_v(E'_1) - f_c(E'_2)], \quad (3.3.22)$$

где через E'_1 и E'_2 обозначены теперь энергии двух состояний, частота перехода между которыми равна ν . При выполнении закона сохранения $k_{\perp}$ величины E'_2 и E'_1 нетрудно определить с помощью рис. 3.23б и соотношения (3.3.18), полагая $\nu_0 = \nu$.

Пример 3.11. Расчет коэффициента поглощения для квантовой ямы в GaAs/AlGaAs. Рассмотрим вначале случай $T = 0$ К. При этом все валентные подзоны заполнены, а все подзоны проводимости пусты, так что $f_v(E'_1) = 1$ и $f_c(E'_2) = 0$. Коэффициент поглощения в этом случае максимален и равен

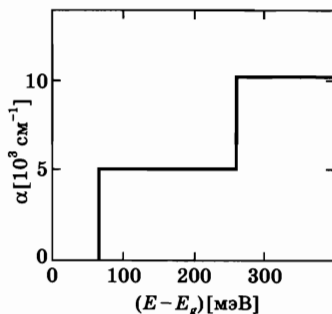
$$\alpha_{QW}^{\max} = \left(\frac{2\pi^2 \nu}{n\epsilon_0 \hbar c} \right) \frac{\mu^2}{3} \frac{\rho_{J\nu}^{2D}}{L_z}, \quad (3.3.23)$$

а его зависимость от энергии фотона в наибольшей степени определяется величиной $\rho_{J\nu}^{2D}$. Зависимость коэффициента поглощения в КЯ от разности между энергией фотона и шириной запрещенной зоны $(E - E_g)$, рассчитанная из (3.3.23) для ширины ямы $L_z = 10$ нм, показана на рис. 3.27. Из рис. 3.25а видно, что $\rho_{J\nu}^{2D}$ равна нулю для таких энергий фотона, что $E < E_g + E_{1c} + E_{1v} = E_g + \Delta E_1$. Таким образом, в случае $(E - E_g) < \Delta E_1$ поглощения не ожидается. Снова полагая $m_c = 0,067m_0$ и $m_v = 0,46m_0$, из примера 3.8 получаем $\Delta E_1 = E_{1c} + E_{1v} \cong 65$ мэВ. При $\Delta E_1 \leq (E - E_g) \leq \Delta E_2$, где $\Delta E_2 = E_{2c} + E_{2v}$, объединенная плотность состояний $\rho_{J\nu}^{2D}$ задается соотношением (3.3.21) с $\nu_0 = \nu$, а коэффициент поглощения имеет постоянную величину, равную

$$\alpha_{QW} = \frac{8\pi^3}{n\epsilon_0 \lambda \hbar^2} \left(\frac{\mu^2}{3} \right) \frac{m_r}{L_z}, \quad (3.3.24)$$

где $\lambda = c/\nu$. В соответствии с примером 3.6 возьмем $\mu_{av} = [\mu^2/3]^{1/2} \cong 0,68 \cdot 10^{-25}$ К · м, $m_r = 5,37 \cdot 10^{-32}$ кг, $n = 3,64$ и $\lambda = 833$ нм. Тогда из (3.3.24) получим $\alpha_{QW} = 5/250 \text{ см}^{-1}$. При $(E - E_g) \geq \Delta E_2$ начинают происходить также переходы между подзонами с $n = 2$, объединенная плотность состояний удваивается (см. также рис. 3.25а), а коэффициент поглощения также увеличивается в два раза. Отметим, что, поскольку $E_{2c} = 4E_{1c}$ и $E_{2v} = 4E_{1v}$ выполняется соотношение $\Delta E_2 = 4\Delta E_1 = 260$ мэВ. (Уместно теперь сравнить рис. 3.27 и рис. 3.16.)

Рис. 3.27
Упрощенная зависимость
коэффициента поглощения
 α от разности между
энергией фотона и шириной
запрещенной зоны для КЯ
шириной 10 нм
в GaAs/AlGaAs



Аналогичным образом можно продолжить описание для случая вынужденного излучения в КЯ. Легко показать, что соответствующие соотношения для коэффициента усиления получаются из (3.3.22) путем перестановки местами индексов s и v , 1 и 2. При этом получим:

$$g_{QW} = \left(\frac{2\pi^2\nu}{n\epsilon_0 ch} \right) \frac{\mu^2}{3} \left(\frac{\rho_{Jv}^{2D}}{L_z} \right) [f_c(E'_2) - f_v(E'_1)]. \quad (3.3.25)$$

Необходимым условием положительного общего усиления снова является выполнение неравенства $f_c(E'_2) \geq f_v(E'_1)$, из которого опять следует условие Бернара–Дюраффура $h\nu = E'_2 - E'_1 \leq E'_{Fc} - E'_{Fv}$. С другой стороны, величина $h\nu$ должна быть больше, чем $E_g + \Delta E_1$, так что

$$E_g + \Delta E_1 \leq h\nu \leq E'_{Fc} - E'_{Fv}, \quad (3.3.26)$$

и этими неравенствами определяется ширина линии усиления. Из (3.3.26) следует, что условие прозрачности имеет вид:

$$E'_{Fc} - E'_{Fv} = E_g + \Delta E_1. \quad (3.3.27)$$

Пример 3.12. Расчет концентрации прозрачности в квантовой яме в GaAs. Из рис. 3.23 (см. также соотношение (3.2.3)) получаем, что

$$E'_{Fc} = E_{Fc} + E_g \text{ и } E'_{Fv} = -E_{Fv}.$$

Условие (3.3.27) в новых переменных E_{Fc} и E_{Fv} преобразуется, с использованием соотношения $\Delta E_1 = E_{1c} + E_{1v}$, в более простое выражение:

$$(E_{Fc} - E_{1c}) + (E_{Fv} - E_{1v}) = 0. \quad (3.3.28)$$

Для того чтобы получить из выражения (3.3.28) величину концентрации носителей при условии прозрачности N_{tr} , на рис. 3.26 пунктиром построена линия значений $[(E_{F_c} - E_{1c}) + (E_{F_v} - E_{1v})]/kT$. Эта кривая получена путем суммирования величин, определяемых двумя сплошными линиями на рис. 3.26, при данной концентрации носителей N . Согласно (3.3.28), концентрация прозрачности соответствует точке, в которой пунктирная линия пересекает нулевой уровень оси ординат. Из рис. 3.26 получаем $N_{tr} \approx 1,25 \cdot 10^{18}$ электронов/см³.

При $N > N_{tr}$ излучение в КЯ будет усиливаться, а величину коэффициента усиления можно определить из (3.3.25), если при данной концентрации инжектированных электронов N рассчитать энергии квазиуровней Ферми (в данном примере — из рис. 3.26). Характерные зависимости рассчитанного указанным способом коэффициента усиления от энергии фотона E для КЯ шириной 8 нм в GaAs/Al_{0,2}Ga_{0,8}As показаны на рис. 3.28 сплошными кривыми, для которых величина N (в единицах 10^{18} см⁻³) является параметром. Кривая, помеченная как $N = 0$, отвечает поглощению в КЯ, и ее следует сравнивать со ступенчатой линией на рис. 3.27. На рис. 3.28 ступеньки сглажены, поскольку в расчете учитывалось также уширение индивидуальных переходов. Кроме того, следует отметить, что в расчетах принимались во внимание все возможные переходы в подзоны тяжелых дырок (HH) и легких дырок (LH), а прозрачность наступает при $N_{tr} \approx 2 \cdot 10^{18}$ см⁻³. При $N_{tr} \geq N_{tr}$ пиковое значение коэффициента усиления снова может быть аппроксимировано зависимостью, аналогичной (3.2.42), а именно:

$$g_p = \sigma_{QW}(N - N_{tr}), \quad (3.3.29)$$

где $\sigma_{QW} \approx 7 \cdot 10^{-16}$ см². Сравнение полученных величин с соответствующими характеристиками объемных материалов показывает, что хотя концентрация N_{tr} и остается в обоих случаях почти одинаковой, дифференциальный коэффициент усиления σ_{QW} в КЯ значительно (примерно вдвое) больше, чем в объемном полупроводнике. Аналогичная ситуация имеет место в лазерах на основе КЯ в In_{1-x}Ga_xAs_yP_{1-y}/InP [14], и в основном это связано с различия-

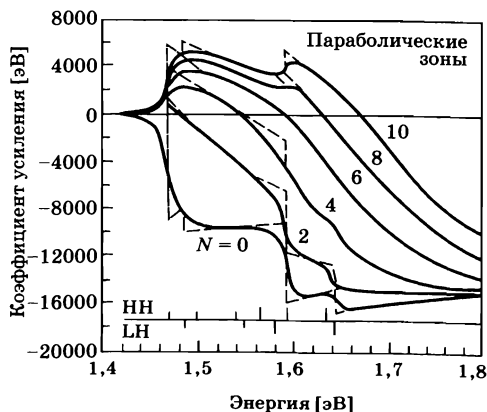


Рис. 3.28
Зависимости коэффициента усиления (или поглощения) от энергии фотона при заданной концентрации инжектированных носителей N (в 10^{18} см⁻³) в качестве параметра, рассчитанные в приближении параболической зоны для КЯ шириной 8 нм в GaAs/Al_{0,2}Ga_{0,8}As (с разрешения, из [8])

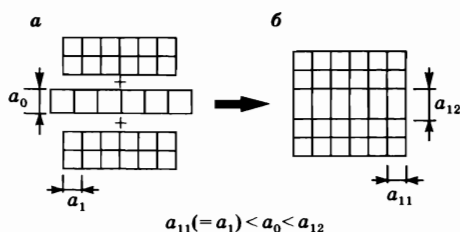
ми в плотностях состояний в объемном полупроводнике и в полупроводниковой КЯ (см. рис. 3.25а) [16]. Отметим, однако, что в полупроводниковых КЯ — как в GaAs/AlGaAs, так и в $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}/\text{InP}$ — линейная зависимость g_p от N выполняется с меньшей точностью, чем в соответствующих объемных полупроводниках. Действительно, график зависимости g_p от N при данной температуре показывает, что при достаточно высокой величине N происходит насыщение g_p [14], причем этот эффект также в основном связан с различиями в плотностях состояний в двух сравниваемых полупроводниковых гетероструктурах. Наконец, напомним, что выражение (3.3.29) определяет коэффициент усиления в веществе, в котором находится КЯ. Вопрос о том, как эта величина связана с коэффициентом усиления моды полупроводникового лазера, изготовленного на основе КЯ, а также реальные преимущества таких лазеров будут рассмотрены в главе 9 (см. раздел 9.4.4).

3.3.6. НАПРЯЖЕННЫЕ КВАНТОВЫЕ ЯМЫ

В случае КЯ в GaAs/Al_{0,2}Ga_{0,8}As постоянные решетки GaAs и Al_{0,2}Ga_{0,8}As (все соединения групп III–V обладают кубической симметрией) совпадают с точностью выше, чем 0,1%. Аналогичная ситуация имеет место и для КЯ в $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}/\text{InP}$, если выбрать $x \approx 0,45y$. Рассмотрим теперь, например, случай квантовой ямы в $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$, где $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ является подходящим соединением, поскольку замена Al на In уменьшает ширину запрещенной зоны. При $0 \leq x \leq 0,5$ имеем $1,424 \text{ эВ} \geq E_g \geq 0,9 \text{ эВ}$, а испускаемое излучение перекрывает важный диапазон длин волн $840 \text{ нм} \leq \lambda \leq 1330 \text{ нм}$. Постоянная решетки в InGaAs больше, чем в AlGaAs (примерно на 3,6% при $x = 0,5$), и, прежде чем КЯ сформируется, структура этих двух соединений будет выглядеть так, как показано на рис. 3.29а. При формировании КЯ обе постоянные решетки должны стать одинаковыми в плоскости ямы, что приводит к двухосному сжатию InGaAs в этой плоскости и одноосному растяжению его вдоль оси, ортогональной этой плоскости (рис. 3.29б). При этом InGaAs в КЯ теряет свою кубическую симметрию, что изменяет величины эффективных масс в валентных зонах и ширину запрещенной зоны.¹

Что является в наибольшей степени важным, так это эффективная масса тяжелых дырок в плоскости КЯ, поскольку она входит в выражение для плотности состояний в валентной зоне (см. раздел 3.4.2). В условиях напряжения

Рис. 3.29
Деформация кристаллической решетки в результате эпитаксиального роста тонкого слоя КЯ из полупроводника групп III–V с первоначальной постоянной решетки a_0 (например, $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$) между двумя толстыми слоями полупроводника с постоянной решетки $a_1 < a_0$ (например, $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$)



¹ Напомним, что в приближении параболической зоны все квантовые свойства полупроводников неявно содержатся в величинах эффективных масс и ширины запрещенной зоны.

при сжатии эта масса заметно уменьшается (вплоть до двух раз при $x = 0,2$), приближаясь по величине к эффективной массе электронов в зоне проводимости. Это делает плотности состояний в валентной зоне ρ_v^{2D} и в зоне проводимости ρ_c^{2D} сравнимыми. Уменьшение эффективной массы тяжелых дырок и соответствующее уменьшение плотности состояний ρ_v^{2D} обуславливают два очень важных преимущества напряженной КЯ по сравнению с типичной ненапряженной:

- концентрация носителей при условии прозрачности N_{tr} значительно уменьшается — вплоть до двух раз (до $N_{tr} \approx (0,5-1) \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$);
- дифференциальный коэффициент усиления dg/dN существенно увеличивается — также вплоть до двух раз (до $(15-30) \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$).

Оба обстоятельства принципиально связаны с уменьшением величины ρ_v^{2D} и сдвигом положения квазиуровней Ферми при условии прозрачности в результате уменьшения эффективной массы дырок [17]. Действительно, наименьшая величина N_{tr} и наибольшая величина dg/dN достигаются в полностью симметричном случае $m_v = m_c$.

В заключение этого раздела можно отметить три основных полезных эффекта, характерных для лазеров на основе гетероструктур с напряженными КЯ:

- Значительное уменьшение концентрации носителей при условии прозрачности N_{tr} . Это приводит к соответствующему снижению пороговой плотности тока накачки J_{th} , поскольку, как будет показано в главе 9 (см. раздел 9.4.4), J_{th} непосредственно зависит от N_{tr} .
- Увеличение времени электрон-дырочной рекомбинации τ , поскольку вероятности как излучательных переходов $(1/\tau_r) = BN$, так и рекомбинации Оже $(1/\tau_A) = CN^2$ уменьшаются вследствие уменьшения N_{tr} . Этот эффект также приводит к уменьшению J_{th} , поскольку $J_{tr} \propto 1/\tau$ (снова см. раздел 9.4.4).
- Существенное возрастание дифференциального коэффициента усиления в веществе и, следовательно, дифференциального коэффициента усиления моды. В главе 9 показано, что это обстоятельство приводит не только к уменьшению пороговой плотности тока, но и к увеличению КПД лазерной генерации.

По указанным причинам полупроводниковые гетероструктуры с напряженными квантовыми ямами приобретают все большее значение в качестве лазерных сред.

3.4. КВАНТОВЫЕ НИТИ И КВАНТОВЫЕ ТОЧКИ

Из раздела 3.3 видно, что улучшение оптических характеристик, получаемое при переходе от объемного полупроводника к соответствующим полупроводниковым гетероструктурам с КЯ, связано в основном с проявлением квантового ограничения, обусловленного тем, что один из размеров изготавливаемой полупроводниковой структуры оказывается сравнимым с длиной волны де Бройля. Поэтому естественно расширить такой подход

Рис. 3.30
(а) Различные пространственные конфигурации и (б) соответствующие им виды зависимости плотности состояний от энергии электронов для объемного полупроводника и полупроводниковых структур с квантовыми ямами, квантовыми нитями и квантовыми точками (с разрешения, из [19])

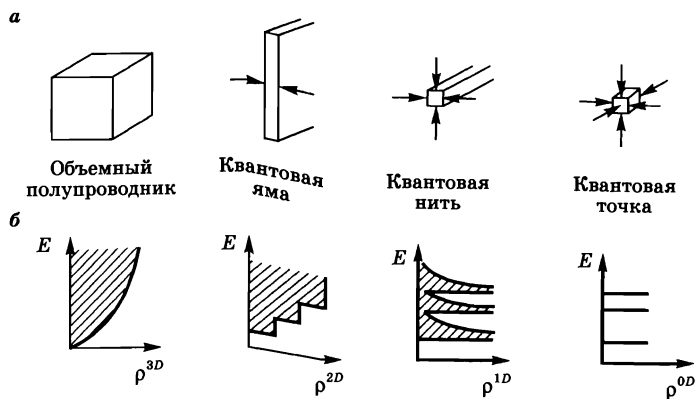
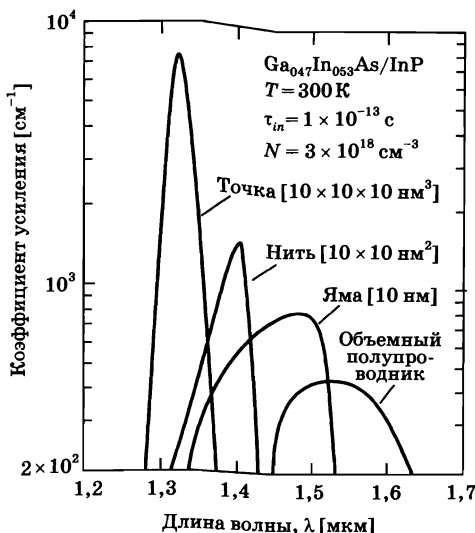


Рис. 3.31
Расчетные зависимости коэффициента усиления от длины волны излучения при плотности инжектированных электронов $N = 3 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ для объемного полупроводника $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.51}\text{As}$ и для квантовой ямы шириной 10 нм, квантовой нити с размерами 10 нм × 10 нм и квантовой точки с размерами 10 нм × 10 нм × 10 нм в $\text{Ga}_{0.47}\text{In}_{0.51}\text{As}/\text{InP}$ (с разрешения, из [19])



и рассмотреть две других возможных структуры с квантовым ограничением, а именно *квантовых нитей* (англ. *quantum wires*) и *квантовых точек* (англ. *quantum dots*), которые изготавливаются таким образом, что два или все три их характерных размера становятся сравнимыми с длиной волны де Бройля (рис. 3.30а).

Как и в случае КЯ, принципиальная разница между этими квантово-ограниченными структурами и объемными соединениями обусловлена различным видом плотности состояний. Не входя здесь в детали (более подробное описание см. в [18]), приведем на рис. 3.30б качественный характер зависимости плотности состояний от энергий электронов для объемного полупроводника и для полупроводниковых структур с квантовыми ямами, квантовыми нитями и квантовыми точками. Используя эти разные виды плотности состояний, можно, применив тот же подход, что и в случае КЯ, рассчитать ожидаемый коэффициент усиления. Здесь этого делать не будем, а в качестве характерного примера ограничимся показом на рис. 3.31 зависимостей

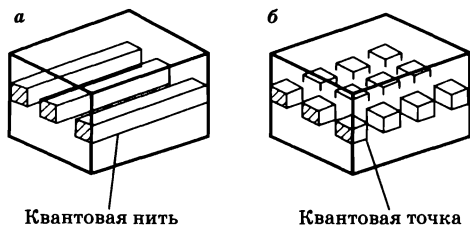


Рис. 3.32
 а) Планарная линейка
 из квантовых нитей.
 б) Планарная матрица
 из квантовых точек

ожидаемого коэффициента усиления в веществе от длины волны излучения для структуры $\text{Ga}_{0,47}\text{In}_{0,51}\text{As}/\text{InP}$ ($\text{Ga}_{0,47}\text{In}_{0,51}\text{As}$ представляет здесь полупроводник с квантовым ограничением). На рисунке приведены значения коэффициента усиления в веществе для объемного полупроводника, для квантовой ямы шириной 10 нм, для квантовой нити с размерами 10 нм $\times$ 10 нм и для квантовой точки с размерами 10 нм $\times$ 10 нм $\times$ 10 нм — при одной и той же концентрации инжектированных электронов ($N = 3 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$) [19]. Расчетные концентрации прозрачности для объемного полупроводника, квантовой ямы и квантовой нити примерно одинаковы ($N_{tr} \approx 1,3 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$), тогда как для квантовой точки эта концентрация немного выше ($N_{tr} \approx 1,8 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$). В соответствии с обсуждавшимися ранее свойствами структур с квантовыми ямами, видно, что при переходе от объемного полупроводника к квантовой яме, от квантовой ямы к квантовой нити и от квантовой нити к квантовой точке коэффициент усиления возрастает. Ширина полосы усиления при тех же переходах от структуры к структуре, наоборот, уменьшается.

В качестве активных сред лазеров структуры с квантовыми нитями и квантовыми точками будут, по-видимому, использоваться в виде планарных линеек и матриц — типа тех, что изображены на рис. 3.32а и 3.32б. Значительные технологические проблемы (связанные с необходимостью обеспечить высокую плотность упаковки, низкий уровень размерных флуктуаций и низкий уровень плотности дефектов) пока еще затрудняют массовое производство структур на основе квантовых нитей и квантовых точек с хорошими оптическими характеристиками. Если эти трудности будут преодолены, то появятся полупроводниковые лазерные материалы с более низкими пороговыми характеристиками, значительно более высокими дифференциальными коэффициентами усиления и узкими ширинами полосы усиления.

3.5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В главе 3, по сравнению с предшествующей, посвященной простым атомарным системам, были рассмотрены более сложные случаи молекул и полупроводников, свойства которых обсуждались достаточно детально. Как показывает проведенное рассмотрение, понимание оптических свойств этих веществ требует достаточно подробного описания их физических свойств. Такое описание было ограничено здесь наиболее простыми аспектами. Однако с феноменологической точки зрения, как будет видно в главах 7 и 8, для

предсказания поведения лазера необходимо знание только нескольких физических параметров, а именно:

- длины волны перехода и ширины полосы усиления;
- сечения перехода или, для полупроводников, дифференциального коэффициента усиления и концентрации носителей при условии прозрачности;
- времени жизни в верхнем состоянии или, для полупроводников, постоянной времени электрон-дырочной рекомбинации.

По существу, это наиболее важные физические параметры среди тех, что обсуждались в предшествующей и настоящей главах.

ЗАДАЧИ

- 3.1. Покажите, что колебательная частота гомоядерной двухатомной молекулы равна $\nu = (1/2\pi)(2k_0/M)^{1/2}$, где M — масса каждого из ее атомов, а k_0 — константа силы упругости.
- 3.2. Частота колебаний молекулы N_2 примерно равна $\nu = 2360 \text{ см}^{-1}$. Вычислите значение постоянной упругости k_0 . Затем определите величину потенциальной энергии молекулы, если расстояние между ее атомами отличается от равновесного на $R - R_0 = 0,3 \text{ \AA}$. (Сравните результат со значением, указанным в главе 10 для кривой потенциальной энергии молекулы N_2 .)
- 3.3. Равновесное межатомное расстояние для молекулы N_2 равно $R_0 \cong 0,11 \text{ нм}$. Найдите вращательную постоянную B , частоту вращательного перехода $J = 0 \rightarrow J = 1$ и соответствующую этой частоте длину волны.
- 3.4. Используя значение вращательной постоянной B , полученное в предыдущей задаче для молекулы N_2 , вычислите разность частот между двумя последовательными линиями P -ветви перехода $\nu'' = 0 \rightarrow \nu' = 1$. Найдите также квантовое число самого заселенного вращательного уровня состояния $\nu'' = 0$.
- 3.5. Вращательная постоянная молекулы CO_2 в колебательном состоянии $00^{\circ}1$ равна $B = 0,37 \text{ см}^{-1}$. Предполагая, что в состоянии $10^{\circ}0$ вращательная константа имеет то же самое значение, найдите спектры P - и R -ветвей для перехода $00^{\circ}1 \rightarrow 10^{\circ}0$ при $T = 450 \text{ К}$. Вспомните, что только вращательные уровни с четным числом J состояния $00^{\circ}1$ могут участвовать в переходе.
- 3.6. Полагая, что вращательная постоянная основного колебательного состояния молекулы CO_2 равна $B = 0,37 \text{ см}^{-1}$, т. е. такая же, как и для состояния $(00^{\circ}1)$, вычислите равновесное расстояние R_0 между атомами кислорода и углерода.
- 3.7. Исходя из условия $f_c(E'_2) \geq f_v(E'_1)$, докажите соотношение Бернара-Дюраффура $E'_{F_c} - E'_{F_v} \geq h\nu$.

- 3.8. Используя рис. 3.15б, вычислите для GaAs: а) величины E_{F_c} и E_{F_v} при концентрации инжектированных носителей, равной $N = 1,6 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$; б) полную ширину линии усиления при том же уровне инжекции.
- 3.9. В системе отсчета энергий, изображенной на рис. 3.9а, рассчитайте для GaAs энергии E_2 и E_1 верхнего и нижнего лазерных уровней, если энергия перехода превосходит ширину запрещенной зоны на $0,45kT$.
- 3.10. Используя рис. 3.16, вычислите для объемного полупроводника GaAs ожидаемое усиление для энергии фотона, превосходящей ширину запрещенной зоны на $0,45kT$, при плотности числа носителей $N = 1,6 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$.
- 3.11. Пусть пиковое усиление в объемном полупроводнике GaAs при концентрации инжектированных носителей $N = 1,6 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ соответствует энергии фотона, превосходящей ширину запрещенной зоны на $0,45kT$. Используя результаты, полученные в задачах 3.8, 3.9 и 3.10, вычислите дифференциальный коэффициент усиления $\sigma = dg/dN$.
- 3.12. Используя рис. 3.15а, постройте графики зависимостей

$$E_{F_c} / kT, E_{F_v} / kT \text{ и } (E_{F_c} + E_{F_v}) / kT$$

от концентрации N электронов и дырок в объемном полупроводнике InGaAsP для длины волны $\lambda = 1300 \text{ нм}$. Затем из этих графиков найдите концентрацию носителей при условии прозрачности N_{tr} и, сравнивая графики с рис. 3.15б, объясните, почему в этом случае N_{tr} несколько меньше, чем в случае GaAs. Из этих же графиков определите также полную ширину полосы усиления и величины E_{F_c} и E_{F_v} при плотности числа инжектированных носителей $N = 1,6 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$. Предполагая, что пиковое значение коэффициента усиления достигается при энергии, превышающей ширину запрещенной зоны на $\Delta E = 0,45kT$, вычислите соответствующую длину волны.

- 3.13. Используя рис. 3.26, вычислите полную ширину полосы усиления для квантовой ямы шириной 10 нм в GaAs. Найдите также энергии квазиуровней Ферми при концентрации инжектированных носителей $N = 2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$. На оси координат $(E - E_g)$ рис. 3.27 найдите интервал энергий, в котором имеет место положительное усиление.
- 3.14. Определите, как необходимо изменить первую ступеньку, изображенную на рис. 3.27, при $(E - E_g) \cong 65 \text{ мэВ}$, если линия каждого перехода с верхнего уровня первой подзоны проводимости на нижний уровень первой валентной подзоны имеет лоренцеву форму с временем дефазировки $\tau_c = 0,1 \text{ пс}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. G. Herzberg, *Spectra of Diatomic Molecules* (D. Van Nostrand Company, Princeton N. J., 1950).
Герцберг Г. Спектры и строение двухатомных молекул. М.: Изд. иностр. лит. 1949.

2. G. Herzberg, *Molecular Spectra and Molecular Structure: Infrared and Raman Spectra of Polyatomic Molecules*, (Van Nostrand Company, Princeton, NJ., 1968), p. 122, Fig. 51.
Герцберг Г. Колебательные и вращательные спектры многоатомных молекул. М.: Изд. иностр. лит. 1949.
3. G. B. Agrawal and N. K. Dutta, *Long Wavelength Semiconductor Lasers* (Chapman and Hall, New York, 1986).
4. C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, 6th ed. (John Wiley and Sons, New York, 1986).
Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. М.: Наука. 1978.
5. R. H. Yan, S. W. Corzine, L. A. Coldren and I. Suemune, Correction for the Expression for Gain in GaAs, *IEEE J. Quant. Electr.* QE-26, 213-216 (1990).
6. M. G. Bernard and G. Duraffourg, Laser Conditions in Semiconductors, *Phys. Status Solidi* 1, 699 (1961).
7. Ref. [3], Chapt. 3.
8. S. W. Corzine, R. H. Yan and L. A. Coldren, Optical Gain in III-V Bulk and Quantum Well Semiconductors, in *Quantum Well Lasers* ed. by P. S. Zory (Academic Press, San Diego, CA, 1993), Chapt. 1.
9. G. H. B. Thompson, *Physics of Semiconductor Lasers Devices* (John Wiley and Sons, New York, 1980), Sec. 2.5.2.
10. Ref. [9], Sec. 2.4.2.
11. Ref. [8], Fig. 2.14.
12. Ref. [3], Sec. 3.3.
13. Ref. [8], Sec. 3.1.
14. Ref. [3], Chapt. 9.
15. A. Yariv, *Quantum Electronics* 3rd ed. (John Wiley and Sons, New York, 1989), Sec. 11.2.
Ярив Я. Квантовая электроника. М.: Сов. радио. 1980. Разд. 11.2.
16. Ref. [8], Sec. 4.1.
17. Ref. [8], Fig. 6.
18. E. Kapon, Quantum Wire Semiconductor Lasers, in *Quantum Well Lasers*, ed. by P. S. Zory (Academic Press, San Diego, CA, 1983) Chap. 10.
19. M. Asada, Y. Miyamoto, and Y. Suematsu, Gain and Threshold of Three-Dimensional Quantum-Box Lasers, *IEEE J. Quant. Electr.* QE-22, 1915-1921 (1986).
20. P. K. Cheo, CO₂ Lasers, in *Lasers* Vol. 3, Eds. A. K. Levine and A. DeMaria (Marcel Dekker, New York, 1971).

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЛУЧЕЙ И ВОЛН В ОПТИЧЕСКИХ СРЕДАХ

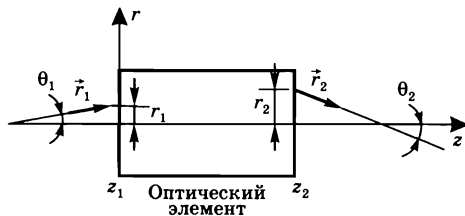
4.1. ВВЕДЕНИЕ

Перед тем как приступить к подробному описанию оптических резонаторов, которое будет темой главы 5, рассмотрим в данной главе некоторые вопросы геометрической и волновой оптики, которые обычно не входят в базовые курсы, но, тем не менее, полезны для понимания вопросов, обсуждаемых в следующей главе. В частности, здесь будут рассматриваться *матричное представление геометрической оптики*, в приближении параксиальных пучков лучей, и распространение волн, в приближении параксиальных волн, лежащие в основе описания распространения гауссовских пучков. Кроме того, будет дано описание многолучевой интерференции, имеющей место в многослойных диэлектрических покрытиях или интерферометре Фабри–Перо.

4.2. МАТРИЧНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

Рассмотрим луч света, пропускаемый или отражаемый оптическим элементом, действие которого обратимо по отношению к входящему и выходящему пучкам и не зависит от поляризации света (например, линза или зеркало) [1]. Обозначим через z оптическую ось этого элемента (например, линию, проходящую через центры кривизны двух сферических поверхностей линзы). Предположим, что луч распространяется преимущественно в направлении оси z в плоскости, содержащей эту ось. Лучевой вектор $\mathbf{r}_1$ в данной плоскости на входе $z = z_1$ этого оптического элемента (рис. 4.1) можно охарактеризовать двумя параметрами, а именно, его радиальным смещением $r_1(z_1)$ и отклонением по углу θ_1 от оси z . Точно так же лучевой вектор $\mathbf{r}_2$ в данной плоскости на

Рис. 4.1
Матричное представление
распространения луча
через обобщенный
оптический элемент



выходе $z = z_2$ можно охарактеризовать его радиальным смещением $r_2(z_2)$ от оси z и отклонением по углу θ_2 . Отметим, что как для входящего, так и для выходящего лучей используется одна и та же ось значений r , ориентированная так, как показано на рис. 4.1. Соглашение о знаках углов таково: величина угла считается положительной, если вектор $\mathbf{r}$ нужно вращать по часовой стрелке для того, чтобы он оказался направлен вдоль положительного направления оси z . Так, например, на рис. 4.1 величина θ_1 положительна, тогда как величина θ_2 — отрицательна.

В *приближении параксиальных пучков лучей* (англ. *paraxial-ray approximation*) предполагается, что угловые отклонения θ достаточно малы, чтобы выполнялись приблизительные соотношения $\sin \theta \cong \tan \theta \cong \theta$. В этом случае параметры на выходе (r_2, θ_2) и на входе (r_1, θ_1) оказываются связанными некоторым линейным преобразованием. Если ввести обозначения $\theta_1 \cong (dr_1/dz_1)_{z_1} = r'_1$ и $\theta_2 \cong (dr_2/dz_2)_{z_2} = r'_2$, то можно записать:

$$r_2 = Ar_1 + Br'_1, \quad (4.2.1a)$$

$$r'_2 = Cr_1 + Dr'_1, \quad (4.2.1б)$$

где A, B, C и D — константы, характерные для данного оптического элемента. Таким образом, в матричном представлении соотношения (4.2.1) естественно записать в виде:

$$\begin{vmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{vmatrix}, \quad (4.2.2)$$

где $ABCD$ -матрица, или *лучевая матрица*, полностью характеризует данный оптический элемент в приближении параксиальных пучков лучей.

В качестве первого и самого простого примера рассмотрим распространение луча на расстояние $\Delta z = L$ в свободном пространстве среды с показателем преломления n (см. рис. 4.2a). Если плоскости на входе и на выходе расположены прямо на ее границах, в среде с единичным показателем преломления, то, используя закон Снеллиуса, в параксиальном приближении получаем:

$$r_2 = r_1 + Lr'_1/n, \quad (4.2.3a)$$

$$r'_2 = r'_1, \quad (4.2.3б)$$

так что соответствующая $ABCD$ -матрица имеет вид:

$$\begin{vmatrix} 1 & L/n \\ 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.2.4)$$

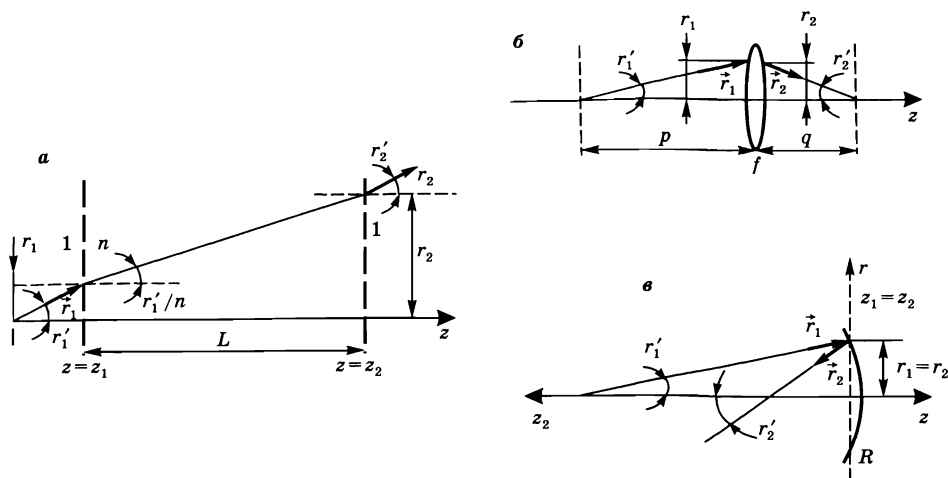


Рис. 4.2

Расчет $ABCD$ -матрицы для: (а) распространения в свободном пространстве, (б) распространения через тонкую линзу, (в) отражения от сферического зеркала

В качестве следующего примера рассмотрим прохождение луча сквозь линзу с фокусным расстоянием f (величина f берется положительной для фокусирующей линзы). Очевидно, что для тонкой линзы (см. рис. 4.2б)

$$r_2 = r_1. \quad (4.2.5a)$$

Второе соотношение получается из хорошо известной формулы геометрической оптики, а именно $(1/p) + (1/q) = (1/f)$, и учета того факта, что $p = r_1/r_1'$, $q = -r_2/r_2'$. Используя также соотношение (4.2.5а), получаем:

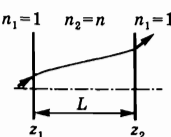
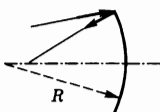
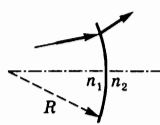
$$r_2' = -(1/f)r_1 + r_1'. \quad (4.2.5б)$$

В соответствии с (4.2.5), $ABCD$ -матрица в этом случае равна:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.2.6)$$

В качестве третьего примера рассмотрим отражение луча сферическим зеркалом с радиусом кривизны R (величина R берется положительной для вогнутого зеркала). В этом случае плоскости z_1 и z_2 выбирают совпадающими и расположенными непосредственно перед зеркалом, а положительное направление оси r считают одним и тем же для падающего и отраженного лучей (рис. 4.2в). За положительное направление оси z принимают направление слева направо для падающего луча и справа налево для отраженного. Угол для падающего луча положителен, если вектор $\mathbf{r}_1$ нужно вращать по часовой стрелке для того, чтобы он оказался направлен вдоль положительного направления оси z_1 , тогда как угол для отраженного луча положителен, если вектор $\mathbf{r}_2$ нужно вращать против часовой стрелки для того, чтобы он оказался направлен вдоль положительного направления оси z_2 . Например, на рис. 4.2в величина r_1' положительна, а величина r_2' — отрицательна. При этих условиях лучевая матрица для вогнутого зеркала с радиусом кривиз-

Лучевые матрицы для некоторых простых случаев

Распространение в свободном пространстве		$\begin{bmatrix} 1 & \frac{L}{n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	Сферическое зеркало		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{bmatrix}$
Тонкая линза		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix}$	Сферическая граница раздела двух диэлектриков		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n_1}{n_2} & \frac{1}{R} \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}$

ны R и следовательно с фокусным расстоянием $f = R/2$ становится аналогичной матрице для положительной линзы с фокусным расстоянием $f = R/2$. Таким образом, эта лучевая матрица равна

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.2.7)$$

Табл. 4.1 содержит лучевые матрицы для рассмотренных оптических элементов, а также для сферической границы раздела двух диэлектриков. Отметим, что если плоскости на входе и на выходе расположены в среде с одним и тем же показателем преломления, то определитель $ABCD$ -матрицы равен 1, т. е.

$$AD - BC = 1. \quad (4.2.8)$$

Действительно, это условие выполняется в первых трех из приведенных в таблице случаях.

Если матрицы для отдельных оптических элементов известны, то легко получить полную матрицу для более сложного, составного оптического элемента, раскладывая его на эти отдельные компоненты. Предположим, что внутри данного оптического элемента можно рассмотреть такую промежуточную плоскость с координатой z_i (рис. 4.3), что известны две $ABCD$ -матрицы для распространения луча между плоскостями $z = z_1$ и $z = z_i$ и плоскостями $z = z_i$ и $z = z_2$. Если обозначить теперь через r_i и r'_i координаты лучевого вектора в плоскости $z = z_i$, то, очевидно, можно записать:

$$\begin{bmatrix} r_i \\ r'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{bmatrix}, \quad (4.2.9)$$

$$\begin{bmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_i \\ r'_i \end{bmatrix}. \quad (4.2.10)$$

Если вместо вектора r_i в правой части (4.2.10) подставить выражение (4.2.9), то получим:

$$\begin{bmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{bmatrix}. \quad (4.2.11)$$

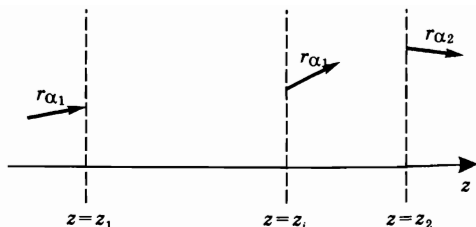


Рис. 4.3
Распространение луча через три различные плоскости, когда известны матрицы для распространения луча между плоскостями $z = z_1$ и $z = z_i$ и плоскостями $z = z_i$ и $z = z_2$

Таким образом, полную $ABCD$ -матрицу для составной системы можно получить перемножением $ABCD$ -матриц для отдельных ее компонент. Отметим, что порядок, в котором матрицы входят в такое произведение, противоположен порядку пересечения соответствующих элементов световым лучом.

В качестве первого и, в некотором смысле, тривиального примера использования полученного результата рассмотрим распространение луча в свободном пространстве среды с показателем преломления n на расстояние L_1 , за которым снова следует такое же распространение в той же среде на другое расстояние L_2 . Согласно (4.2.4), результирующее матричное соотношение можно записать в виде:

$$\begin{vmatrix} r_2 \\ r_2' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & L_2/n \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & L_1/n \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_1 \\ r_1' \end{vmatrix}. \quad (4.2.12)$$

Используя хорошо известные правила перемножения матриц, легко показать, что произведение этих двух квадратных матриц дает следующую полную матрицу:

$$\begin{vmatrix} 1 & (L_1 + L_2)/n \\ 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.2.13)$$

Этот расчет подтверждает очевидный вывод, что результирующее распространение в свободном пространстве эквивалентно такому распространению на суммарное расстояние $L = L_1 + L_2$.

В качестве менее тривиального и более полезного примера рассмотрим распространение на расстояние L в свободном пространстве среды с показателем преломления $n = 1$, за которым следует отражение от зеркала с радиусом кривизны R . Согласно (4.2.4), (4.2.7) и (4.2.11), полная $ABCD$ -матрица задается соотношением

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -(2/R) & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & L \\ -(2/R) & 1 - (2L/R) \end{vmatrix}. \quad (4.2.14)$$

Отметим, что определители матриц (4.2.13) и (4.2.14) равны 1, и этот результат оказывается справедливым для любой произвольной последовательности оптических элементов, поскольку определитель произведения матриц равен произведению их определителей.

Обратимся теперь к вопросу о нахождении элементов A', B', C', D' лучевой матрицы при распространении луча через оптическую систему в обратном направлении в зависимости от заданных матричных элементов A, B, C, D для распространения в прямом направлении. Обращаясь к рис. 4.1, видим, что если взять $-r_2$ в качестве вектора на входе, т. е. если поменять направление

ние вектора $\mathbf{r}_2$ на противоположное, то вектор $-\mathbf{r}_1$ должен быть вектором на выходе. Для обратного распространения будем использовать то же соглашение о знаках, что использовалось для отражения луча от сферического зеркала (рис. 4.2в), а именно: 1) ось z направлена в противоположную сторону, тогда как ось r остается неизменной; 2) угол между вектором $\mathbf{r}$ и осью z положителен, если вектор $\mathbf{r}$ нужно вращать против часовой стрелки, чтобы направить его вдоль оси z . При этих соглашениях видно, что вектора $-\mathbf{r}_1$ и $-\mathbf{r}_2$ определяются соответственно координатами $(r_1, -r'_1)$ и $(r_2, -r'_2)$. Тогда следует записать:

$$\begin{vmatrix} r_1 \\ -r'_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_2 \\ -r'_2 \end{vmatrix}. \quad (4.2.15)$$

Из (4.2.15) можно найти r_2 и r'_2 в зависимости от r_1 и r'_1 . Поскольку определитель $A'B'C'D'$ -матрицы также равен 1, получаем:

$$r_2 = D'r_1 + B'r'_1, \quad (4.2.16a)$$

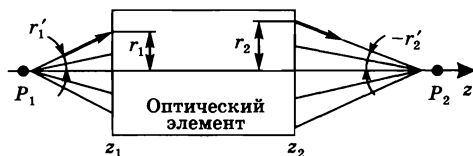
$$r'_2 = C'r_1 + A'r'_1. \quad (4.2.16b)$$

Сравнение (4.2.16) с (4.2.1) показывает, что $A' = D$, $B' = B$, $C' = C$, а $D' = A$, так что результирующая $A'B'C'D'$ -матрица равна

$$\begin{vmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} D & B \\ C & A \end{vmatrix}. \quad (4.2.17)$$

Таким образом, соотношение (4.2.17) показывает, что матрица для распространения в обратном направлении получается из матрицы для распространения в прямом направлении просто перестановкой матричных элементов A и D .

Рис. 4.4
Распространение сферической волны, испущенной из точки P_1 , через обобщенный оптический элемент, характеризуемый данной $ABCD$ -матрицей



Матричное представление пригодно не только для описания поведения луча при прохождении им оптической системы, но может быть также использовано для описания распространения сферической волны. Действительно, рассмотрим сферическую волну, исходящую из точки P_1 на рис. 4.4 и распространяющуюся вдоль положительного направления оси z . После прохождения оптического элемента, характеризуемого данной $ABCD$ -матрицей, такая волна обычно преобразуется в другую сферическую волну, с центром в точке P_2 .

Рассмотрим теперь два сопряженных луча $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ этих двух волн, т. е. таких, что оптический элемент переводит падающий (или входящий) луч $\mathbf{r}_1$ в выходящий луч $\mathbf{r}_2$. Радиусы кривизны R_1 и R_2 фронтов двух волн в плоскости на выходе z_1 и плоскости на выходе z_2 оптического элемента нетрудно получить в виде:

$$R_1 = r_1 / r'_1, \quad (4.2.18a)$$

$$R_2 = r_2 / r'_2. \quad (4.2.18b)$$

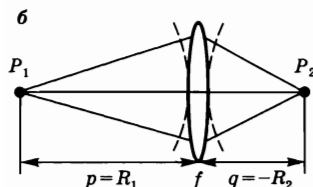
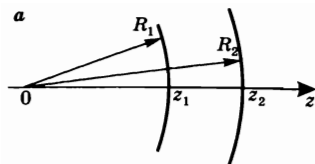


Рис. 4.5
Распространение
сферической волны:
(а) в свободном
пространстве и (б) через
тонкую линзу

Отметим, что в (4.2.18) использовано следующее соглашение о знаках: величина R положительна, если центр кривизны находится слева от волнового фронта. Из соотношений (4.2.1) и (4.2.18) получаем:

$$R_2 = \frac{AR_1 + B}{CR_1 + D}. \quad (4.2.19)$$

Соотношение (4.2.19) является очень важным результатом, поскольку оно непосредственно связывает радиусы кривизны R_2 и R_1 волновых фронтов соответственно на выходе и на входе данного оптического элемента через элементы описывающей его $ABCD$ -матрицы.

В качестве первого простейшего примера использования этого результата рассмотрим распространение сферической волны в свободном пространстве между точками с координатами z_1 и z_2 на рис. 4.5а. Из (4.2.4) при $n = 1$ и $L = z_2 - z_1$, а также (4.2.19) получаем: $R_2 = R_1 + (z_2 - z_1)$, что, конечно, является очевидным результатом. Рассмотрим далее распространение сферической волны через тонкую линзу (рис. 4.5б). Из (4.2.6) и (4.2.19) получаем:

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{f}, \quad (4.2.20)$$

что просто соответствует известному закону геометрической оптики:

$$p^{-1} + q^{-1} = f^{-1}.$$

Хотя оба примера на рис. 4.5 являются достаточно простыми применениями соотношения (4.2.19), его полезность можно оценить при описании более сложных оптических систем, составленных, например, из последовательности линз, расположенных на некотором расстоянии друг от друга. В этом случае полная $ABCD$ -матрица определяется произведением матриц для каждого оптического компонента, а радиус кривизны фронта волны на выходе легко определяется с помощью соотношения (4.2.19).

4.3. ОТРАЖЕНИЕ И ПРОПУСКАНИЕ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ДИЭЛЕКТРИКОВ

Рассмотрим волну, падающую на плоскую границу раздела двух диэлектрических сред с показателями преломления n_1 и n_2 [2]. Если волна первоначально находится в среде с показателем преломления n_1 и падает по нормали к поверхности раздела, то коэффициент отражения для напряженности электрического поля, или амплитудный коэффициент отражения, равен

тогда как соответствующий коэффициент пропускания равен

$$t_{12} = 2n_1/(n_1 + n_2). \quad (4.3.2)$$

Отметим, что если $n_1 < n_2$, то получаем $r_{12} < 0$; это означает, что напряженности отраженной и падающей волн сдвинуты по фазе на π . Конечно, если $n_1 > n_2$, то $r_{12} > 0$, так что фазового сдвига при отражении не происходит. Можно также видеть, что, согласно соотношению (4.3.2), всегда $t_{12} > 0$, т. е. при пропускании фазового сдвига нет.

При падении, отличном от нормального, выражения для амплитудных коэффициентов отражения и пропускания становятся более сложными и зависят также от поляризации поля. Для волны с p -поляризацией (вектор $\mathbf{E}$ лежит в плоскости падения) коэффициент отражения равен

$$r_{12} = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)}, \quad (4.3.2a)$$

тогда как для волны с s -поляризацией (вектор $\mathbf{E}$ ортогонален плоскости падения) коэффициент отражения равен

$$r_{12} = -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}, \quad (4.3.2b)$$

где θ_1 и θ_2 — соответственно углы падения и преломления. В качестве характерного примера на рис. 4.6 показаны графики зависимости энергетического коэффициента отражения, или отражательной способности, $R = (r_{12})^2$ от угла падения θ для волны с p -поляризацией (вектор $\mathbf{E}$ лежит в плоскости падения) и для волны с s -поляризацией (вектор $\mathbf{E}$ ортогонален плоскости падения) при $n_1 = 1$ и $n_2 = 1,52$. При $\theta = 0$ оба коэффициента отражения очевидно равны и, согласно (4.3.1), составляют $R = [(n_1 - n_2)/(n_1 + n_2)]^2 = 4,26\%$. Отметим также, что для p -поляризованной волны существует такой угол ($\theta_B = 56,7^\circ$ на рисунке), при котором $R = 0$. В соответствии с (4.3.2a) это происходит при $\theta_1 + \theta_2 = \pi$.

В этом случае ситуация может быть представлена с помощью рис. 4.7. Предположим, что угол падения $\theta_1 = \theta_B$ таков, что преломленный и отраженный лучи направлены ортогонально, т. е. $\theta_1 + \theta_2 = \pi$. При этом вектор $\mathbf{E}$ в среде и соответствующий вектор поляризации будут параллельны направлению распространения отраженного луча. Поскольку отраженный луч можно рассматривать как порожденный вектором поляризации среды,

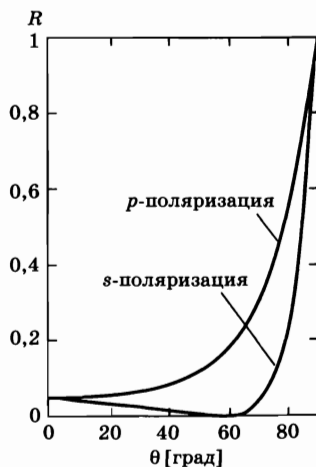


Рис. 4.6
Коэффициент отражения R в зависимости от угла падения θ на границе раздела между воздухом и средой с показателем преломления $n = 1,5$. Две кривых соответствуют случаям поляризации вектора $\mathbf{E}$ в плоскости падения (p -поляризация) и ортогонально этой плоскости (s -поляризация)

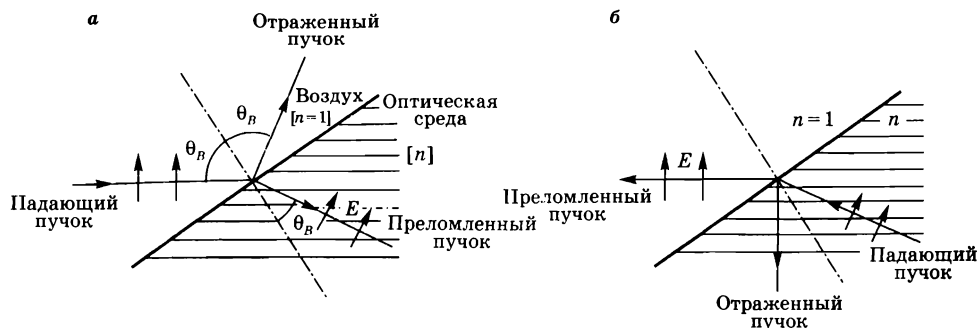


Рис. 4.7

Отраженный и преломленный пучки при падении под углом Брюстера:

(а) падение из оптически менее плотной среды и (б) падение из оптически более плотной среды.

в которой происходит преломление, то интенсивность этого отраженного луча равна в данном случае нулю, т. к. электрический диполь не излучает вдоль своей оси. Очевидный расчет, основанный на геометрической оптике, может теперь дать выражение для величины угла падения θ_B , который называют *углом Брюстера*, или поляризующим углом. В соответствии с приведенным выше рассмотрением имеем:

$$\theta'_B + \theta_B = \pi/2, \quad (4.3.3)$$

где θ'_B — угол преломления. Согласно закону Снеллиуса имеем также

$$n \sin \theta'_B = \sin \theta_B. \quad (4.3.4)$$

Поскольку, в соответствии с (4.3.3), справедливо соотношение $\sin \theta'_B = \cos \theta_B$, то из (4.3.4) получаем следующее выражение для угла Брюстера:

$$\tan \theta_B = n. \quad (4.3.5)$$

Отметим, что если направления распространения лучей заменить на противоположные (рис. 4.7б), то интенсивность отраженного пучка, согласно (4.3.26), снова будет равна нулю, поскольку направления распространения преломленного и отраженного пучков опять ортогональны. Тогда, если в пучок, поляризованный в плоскости рисунка, установить под углом Брюстера плоскопараллельную пластинку из данного оптического материала, то на обеих поверхностях пластинки не будет никакого отражения. Предположим теперь, что плоскопараллельная пластинка с показателем преломления, например $n = 1,52$, установлена под углом Брюстера внутри оптического резонатора. В соответствии с рис. 4.6, коэффициент отражения s-поляризованного пучка на каждой из двух поверхностей раздела будет составлять $R \approx 15\%$. Таким образом, s-поляризованный пучок испытывает около 30% потерь за счет отражения на двух поверхностях. Если в лазере усиление за проход меньше 30%, то излучение с s-поляризацией не генерируется, так что лазерное излучение оказывается линейно поляризованным в плоскости падения на пластинку.

4.4. МНОГОСЛОЙНЫЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОКРЫТИЯ

Поверхности зеркал, используемых в качестве высокоотражающих лазерных зеркал или расщепителей пучков, обычно изготавливают методом осаждения, или напыления, *многослойных диэлектрических покрытий* на плоскую или искривленную оптическую поверхность материала подложки, например стекла [3, 4]. Тот же метод может быть использован для уменьшения коэффициента отражения поверхностей оптических элементов (нанесение *антиотражающего*, или *просветляющего*, покрытия) или для изготовления таких оптических элементов, как интерференционные фильтры или поляризаторы. Покрытия обычно наносят в вакуумной камере путем испарения определенных диэлектрических материалов, которые затем конденсируются на подложке в виде тонкой пленки. Широкое использование многослойных диэлектрических покрытий для лазерных оптических элементов связано с тем, что слои этих покрытий изготавливаются из прозрачных материалов и потому могут выдерживать высокую интенсивность лазерного излучения. Этим они отличаются от тонких металлических пленок (например, Ag или Au), также производимых вакуумным осаждением и часто используемых для обычных оптических элементов. Действительно, металлы и металлические пленки имеют сильное поглощение ($5 \div 10\%$) в диапазоне от ближней ИК- до ультрафиолетовой областей спектра и не часто используются как материалы для лазерных зеркал. Однако следует отметить, что потери на поглощение в этих материалах становятся гораздо ниже в диапазоне от средней до дальней ИК-области, например на длине волны $10,6 \text{ мкм}$ CO_2 лазера. Поэтому для этого спектрального диапазона часто применяют высокоотражающие медные зеркала с покрытием из золота или просто полированные медные зеркала.

Рассмотрим оптическую подложку, например стеклянную, покрытую несколькими слоями, имеющими попеременно высокий n_H и низкий n_L показатели преломления по сравнению с показателем преломления подложки, n_s . Если толщины слоев l_H и l_L таковы, что $n_H l_H = n_L l_L = \lambda_0/4$, где λ_0 — определенная длина волны, то для падающего излучения с длиной волны $\lambda = \lambda_0$ напряженности электрического поля волн, отраженных на всех границах раздела, складываются в фазе. Рассмотрим, например, две границы слоя с высоким показателем преломления (см. рис. 4.8а). В соответствии с (4.3.1), коэффициент отражения для напряженности электрического поля при переходе от области низкого к области высокого показателя преломления отрицателен, а напряженность электрического поля испытывает фазовый сдвиг $\phi_1 = \pi$ при отражении. Напротив, коэффициент отражения при переходе от области высокого к области низкого показателя преломления положителен, а фазовый сдвиг напряженности отраженной волны равен нулю. Если оптическая толщина слоя с высоким показателем преломления $n_H l_H$ равна $\lambda_0/4$, то набег фазы после его прохождения в прямом и обратном направлениях равен $\phi_2 = 2kl_H = 2(2\pi n_H/\lambda)l_H = \pi$. Это означает, что две отраженных от слоя волны будут иметь одну и ту же фазу, а соответствующие напряженности

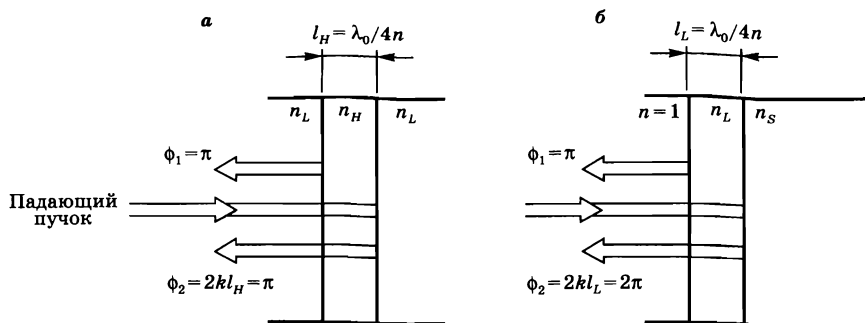


Рис. 4.8

а) Первые два отражения на двух границах слоя с высоким показателем преломления в многослойном диэлектрическом покрытии. б) Первые два отражения на двух границах слоя с низким показателем преломления в однослойном диэлектрическом покрытии.

Многочисленные отражения также имеют место (см., например, случай интерферометра Фабри–Перо), но на рисунке они не показаны

полей будут складываться. Можно легко показать, что такой же вывод справедлив для границ слоя с низким показателем преломления. Отсюда следует, что все пучки, отраженные многослойным диэлектрическим покрытием, а также их многократные отражения складываются в фазе. Таким образом, если напылено достаточное число слоев ($\lambda/4$) с попеременно низким и высоким показателями преломления, то полная отражательная способность, благодаря всем многократным отражениям, может достичь очень высокой величины. Если многослойное покрытие начинается и заканчивается слоем с высоким показателем преломления, так что полное число слоев J нечетно, то результирующий энергетический коэффициент отражения (при $\lambda = \lambda_0$) оказывается равным

$$R(\lambda_0) = \left(\frac{n_H^{J+1} - n_L^{J-1} n_s}{n_H^{J+1} + n_L^{J-1} n_s} \right)^2. \quad (4.4.1)$$

Пример 4.1. Расчет максимального коэффициента отражения многослойного диэлектрического покрытия. Рассмотрим TiO_2 и SiO_2 в качестве материалов соответственно с высоким и низким показателями преломления. На длине волны Nd:YAG лазера $\lambda_0 = 1,06$ мкм имеем $n_H = 2,28$, а $n_L = 1,45$. Выбирая стекло ВК-7 в качестве материала подложки, имеем $n_s \approx 1,54$. Из (4.4.1) получаем $R \approx 61,8\%$ при $J = 3$ и $R = 99,8\%$ при $J = 15$. Отметим, что коэффициент отражения одной поверхности, согласно соотношению (4.3.1), равен в данном примере $[(n_H - n_L)/(n_H + n_L)]^2 = 4,9\%$.

Если длина волны λ падающего излучения отличается от λ_0 , то коэффициент отражения будет, конечно, меньше величины, определяемой соотношением (4.4.1). В качестве характерных примеров на рис. 4.9 показаны зависимости коэффициента отражения от длины волны для $J = 3$ и $J = 15$. Видно, что с ростом числа слоев максимальная отражательная способность увеличивается, а область сильного отражения становится шире и приобретает

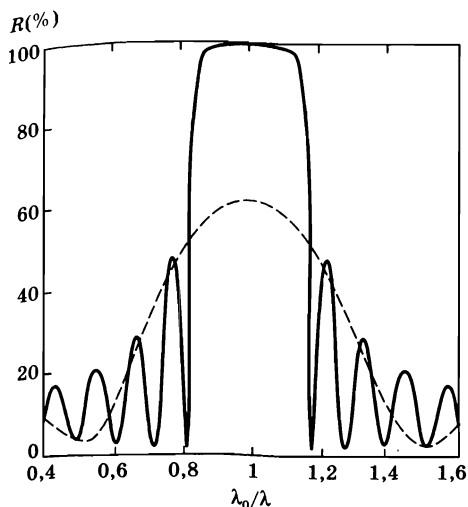


Рис. 4.9
Зависимость от длины волны коэффициента отражения четвертьволновых многослойных диэлектрических покрытий, изготовленных из TiO_2 и SiO_2 , с полным числом слоев 3 (пунктирная кривая) и 15 (сплошная кривая); материал подложки — стекло ВК-7

ет все более резкие края. Из кривой, отвечающей более высокому коэффициенту отражения, видно также, что ширина области сильного отражения отвечает диапазону длин волн $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 \cong \pm(10\%) \lambda_0$.

Для уменьшения отражательной способности данной оптической поверхности можно использовать однослойное покрытие материалом с показателем преломления меньшим, чем у подложки. Поскольку $n_L < n_s$, то, как видно из рис. 4.8б, первые два отражения при $n_L l_L = \lambda_0/4$ имеют теперь противоположные фазы. Полный коэффициент отражения при этом уменьшается, и если принять во внимание все многократные отражения, то можно показать, что при $\lambda = \lambda_0$ он определяется соотношением

$$R = [(n_s - n_L^2)/(n_s + n_L^2)]. \quad (4.4.2)$$

Отсюда видно, что нулевое отражение получается при условии $n_L = (n_s)^{1/2}$,

которое трудно выполнить на практике из-за ограниченного числа подходящих материалов с достаточно малой величиной показателя преломления.

Пример 4.2. Однослойное просветляющее покрытие лазерных материалов. Рассмотрим подложку из стекла ВК-7, для которого при $\lambda = 1,06$ мкм $n_s = 1,54$. Для того чтобы отражательная способность при однослойном покрытии была нулевой, показатель преломления материала слоя должен быть равен $n_L = (n_s)^{1/2} \cong 1,24$. Материал с наиболее низким показателем преломления, который можно получить в виде устойчивой пленки, — это MgF_2 (флюорит) с $n_L = 1,38$. Из соотношения (4.4.2) получаем $R \cong 1,1\%$. Хотя эта величина и не равна нулю, она, тем не менее, значительно меньше, чем коэффициент отражения непокрытой поверхности, который, согласно соотношению (4.3.1), равен $R = [(n_s - 1)/(n_s + 1)]^2 = 4,5\%$. Флюорит, однако, является достаточно мягким материалом и легко может быть поцарапан. Рассмотрим далее стержень из Nd:YAG ($n_s = 1,82$) и $\lambda/4$ -слой SiO_2 — достаточно твердого и долговечного материала ($n_L = 1,45$) — в качестве просветляющего покрытия. Из соотношения (4.4.2) получаем в этом случае $R = 3,4\%$, что, хотя и далеко от идеала, тем не менее, значительно меньше, чем коэффициент отражения непокрытой поверхности ($R \cong 8,5\%$). Отметим, что флюорит почти идеально подошел бы для этого случая, поскольку коэффициент отражения, согласно (4.4.2), уменьшается при этом до $R \cong 4 \cdot 10^{-4}$.

Минимальная величина коэффициента отражения, определяемая соотношением (4.4.2), достигается, конечно, при $\lambda = \lambda_0$. Однако ширина области с низким коэффициентом отражения для однослойного покрытия весьма велика. Например, если λ_0 находится в центре видимого диапазона, то отражательная способность покрытой поверхности ниже, чем непокрытой, во всем видимом диапазоне.

Часто для лазерных приложений могут потребоваться даже еще более низкие коэффициенты отражения, чем рассмотренные в примере 4.2 (вплоть до, возможно, 0,1%). Этого можно достичь, используя более одного слоя просветляющего покрытия. Для стекол часто используют покрытие, состоящее из двух $\lambda/4$ -слоев с низким и высоким показателями преломления, расположенных в последовательности $n_s/n_L/n_H$. Широко применяемым является очень прочное и долговечное двухслойное покрытие $\text{ZrO}_2(n_H = 2,1)\text{-MgF}_2(n_L = 1,38)$. Ширина области с низким коэффициентом отражения для этого типа покрытия уменьшается; действительно, кривая зависимости коэффициента отражения от длины волны имеет острый V-образный минимум. Такие покрытия обычно называют покрытиями V-типа.

4.5. ИНТЕРФЕРОМЕТР ФАБРИ–ПЕРО

Рассмотрим теперь второй пример многолучевой интерференции — случай *интерферометра Фабри–Перо* [5]. Этот интерферометр, являющийся широко распространенным спектроскопическим инструментом с момента своего создания в 1899 г., играет очень важную роль в лазерной физике, по крайней мере, по трем причинам:

- с фундаментальной точки зрения его физические свойства лежат в основе устройства оптических резонаторов;
- его часто используют в лазерных резонаторах в качестве элемента, селектирующего частоты;
- его часто используют в качестве спектрометра для анализа спектра лазерного излучения.

4.5.1. СВОЙСТВА ИНТЕРФЕРОМЕТРА ФАБРИ–ПЕРО

Интерферометр Фабри–Перо состоит из двух плоских или сферических зеркал с коэффициентами отражения R_1 и R_2 , расположенных на расстоянии L в среде с показателем преломления n_r . Хотя для наилучшей работы в интерферометрах используют сферические зеркала, рассмотрим здесь для простоты случай двух плоскопараллельных зеркал. Предположим, что на интерферометр в направлении, составляющем угол θ' с нормалью к плоскостям двух зеркал, падает плоская волна с частотой ν (рис. 4.10). Эта волна схематически представлена на рис. 4.10 лучом 0. Волна на выходе из интерферометра является суперпозицией волны, прошедшей напрямую через два зеркала (луч 1 на рис. 4.10), и волн, образующихся за счет всех многократных отражений (два из которых — лучи 2 и 3 на рисунке). Таким образом,

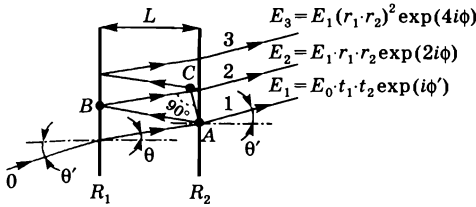


Рис. 4.10
Многолучевая интерференция
в интерферометре Фабри-Перо

амплитуда напряженности электрического поля E_t волны на выходе получается суммированием амплитуд E_i всех этих волн, с учетом соответствующих набегов фазы. Для того чтобы проиллюстрировать это, на рисунке приведены также напряженности электрического поля первых трех волн. Если учесть все многократные отражения, то получаем:

$$E_t = \sum_{l=1}^{\infty} E_l = [E_0 t_1 t_2 \exp(j\phi')] \sum_{m=0}^{\infty} (r_1 r_2)^m \exp(2mj\phi). \quad (4.5.1)$$

Как в соотношении (4.5.1), так и на рис. 4.10, E_0 — это амплитуда напряженности электрического поля волны, падающей на интерферометр; t_1 и t_2 — амплитудные коэффициенты пропускания двух зеркал, а r_1 и r_2 — соответствующие амплитудные коэффициенты отражения; ϕ' — набег фазы за один проход, который включает в себя также изменение фазы из-за прохождения через два зеркала; 2ϕ — разность фаз между последовательными многократными отражениями, задаваемая соотношением $2\phi = kL_s = 2kL \cos \theta = (4\pi n_s \nu / c) L \cos \theta$, где L_s — сумма длин двух отрезков AB и BC на рис. 4.10, а угол θ связан с углом падения θ' законом Снеллиуса ($n_s \sin \theta = \sin \theta'$). Отметим, что предыдущее выражение может быть для простоты преобразовано в

$$\phi = 2\pi L' \nu / c, \quad (4.5.2)$$

где

$$L' = n_s L \cos \theta. \quad (4.5.3)$$

Нетрудно найти сумму геометрической прогрессии, стоящей в соотношении (4.5.1):

$$E_t = E_0 e^{j\phi'} \frac{t_1 t_2}{1 - (r_1 r_2) \exp(2j\phi)}. \quad (4.5.4)$$

Энергетический коэффициент пропускания интерферометра T дается соотношением $T = |E_t|^2 / |E_0|^2$, так что из (4.5.4) получаем:

$$T = \frac{t_1^2 t_2^2}{1 - 2r_1 r_2 \cos(2\phi) + r_1^2 r_2^2}. \quad (4.5.5)$$

Поскольку $R_1 = r_1^2$, $R_2 = r_2^2$ и для зеркал без потерь на поглощение

$$t_1^2 = 1 - r_1^2 = 1 - R_1 \text{ и } t_2^2 = 1 - r_2^2 = 1 - R_2,$$

то соотношение (4.5.5) можно преобразовать в

$$T = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{[1 - (R_1 R_2)^{1/2}]^2 + 4(R_1 R_2)^{1/2} \sin^2 \phi}, \quad (4.5.6)$$

что и является окончательным результатом проводимого расчета.

Для того чтобы продемонстрировать свойства интерферометра Фабри-Перо, на рис. 4.11 показана зависимость пропускания T от частоты ν падающей

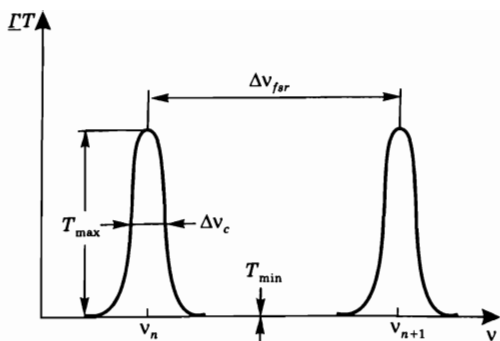


Рис. 4.11

Энергетический коэффициент пропускания интерферометра Фабри-Перо в зависимости от частоты падающей волны

волны при $R_1 = R_2 = 64\%$. Эта зависимость построена на основе соотношения (4.5.6), где для расчета ϕ используется (4.5.2). Видно, что кривая пропускания представляет собой последовательность пиков. Эти пики наблюдаются, когда в соотношении (4.5.6) $\sin^2 \phi = 0$, т. е. когда $\phi = m\pi$, где m — некоторое положительное целое число. С помощью соотношения (4.5.2) для частот v_n этих пиков получаем:

$$v_n = mc/2L'. \quad (4.5.7)$$

Разность частот двух соседних пиков по причинам, которые станут понятны в конце этого раздела, называют *свободной областью дисперсии* (англ. *free spectral range*) интерферометра — Δv_{fsr} . Из (4.5.7) сразу получаем:

$$\Delta v_{fsr} = c/2L'. \quad (4.5.8)$$

В максимуме пропускания $\sin \phi = 0$, а из (4.5.6) видно, что величина коэффициента пропускания равна при этом

$$T_{\max} = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{[1 - (R_1 R_2)^{1/2}]^2}. \quad (4.5.9)$$

Отметим, что если $R_1 = R_2 = R$, то $T_{\max} = 1$ независимо от величины коэффициента отражения R . Этот результат справедлив только если, как до сих пор и предполагалось, в зеркалах нет поглощения.

Минимумы пропускания наблюдаются там, где $\sin^2 \phi = 1$, т. е. посередине между максимумами. Из (4.5.6) для коэффициента пропускания в точке минимума получаем:

$$T_{\min} = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{[1 + (R_1 R_2)^{1/2}]^2}. \quad (4.5.10)$$

Отметим, что, как правило, величина $T_{\min}$ очень мала (см. пример 4.3).

Для того чтобы определить ширину Δv_c пика пропускания, отметим, что, согласно (4.5.6), пропускание уменьшится вдвое по сравнению с максимальной величиной при таком отклонении $\Delta \phi$ от значения $\phi = m\pi$, для которого выполняется равенство $4(R_1 R_2)^{1/2} \sin^2 \Delta \phi = [1 - (R_1 R_2)^{1/2}]^2$. Предполагая, что $\Delta \phi$ намного меньше величины π , можно приближенно считать, что $\sin \Delta \phi \approx \Delta \phi$, что дает $\Delta \phi = \pm [1 - (R_1 R_2)^{1/2}] / 2[R_1 R_2]^{1/4}$. Последнее соотношение показывает, что две точки на половине высоты пика, отвечающие $\Delta \phi_+$ и $\Delta \phi_-$, расположены симметрично по обе стороны от максимума. Если ввести обозначение $\Delta \phi_c = \Delta \phi_+ - \Delta \phi_-$, то получим:

$$\Delta \phi_c = \frac{1 - (R_1 R_2)^{1/2}}{(R_1 R_2)^{1/4}} \quad (4.5.11)$$

и из (4.5.2):

$$\Delta v_c = \frac{c}{2L'} \frac{1 - (R_1 R_2)^{1/2}}{\pi (R_1 R_2)^{1/4}}. \quad (4.5.12)$$

Определим теперь *добротность*, или *остроту полос* (англ. *finesse*) F интерферометра как

$$F = \Delta v_{fsr} / \Delta v_c. \quad (4.5.13)$$

Из (4.5.8) и (4.5.12) получаем:

$$F = \frac{\pi (R_1 R_2)^{1/4}}{1 - (R_1 R_2)^{1/2}}. \quad (4.5.14a)$$

Добротность показывает, во сколько раз ширина пика пропускания меньше свободной области дисперсии; обычно величина добротности много больше 1.

Пример 4.3. *Свободная область дисперсии, добротность и пропускание эталона Фабри–Перо.* Рассмотрим интерферометр Фабри–Перо, изготовленный из стеклянной пластины с двумя плоскопараллельными поверхностями, на которые нанесено высокоотражающее покрытие (часто называемый также эталоном Фабри–Перо). Если положить $L = 1$ см и $n_r = 1,54$, то свободная область дисперсии при угле падения близком к нормальному, т. е. при $\theta \approx 0$, будет составлять $\Delta v_{fsr} = c/2n_r L = 9,7$ ГГц. Если теперь положить $R_1 = R_2 = 0,98$, то из (4.5.14a) получим величину добротности $F \approx 150$, откуда $\Delta v_c = \Delta v_{fsr}/F = 65$ МГц. Согласно (4.5.9a), если потерь в зеркальном покрытии нет, то пиковое пропускание эталона достигает $T_{\max} = 1$; минимальное пропускание, в соответствии с (4.5.10), составляет $T_{\min} \approx 10^{-4}$. Как уже отмечалось, величина $T_{\min}$ весьма незначительна.

Приведенные выше описание и формулы справедливы для идеальных непоглощающих зеркал. Если теперь обозначить через A долю падающей мощности, поглощенной зеркалом (коэффициент поглощения зеркала) и считать, для простоты, что коэффициент отражения зеркал одинаков, т. е. положить $R_1 = R_2 = R$, то из соотношения (4.5.5) сразу получим:

$$T_{FP} = \left[\frac{T}{1-R} \right]^2 \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \phi}, \quad (4.5.146)$$

где $T = t^2$ — коэффициент пропускания зеркал ($T = 1 - R - A$).

4.5.2.

ИНТЕРФЕРОМЕТР ФАБРИ–ПЕРО КАК СПЕКТРОМЕТР

Рассмотрим теперь использование интерферометра Фабри–Перо в качестве анализатора спектра. Рассмотрим простейший случай, при котором излучение падает по нормали к зеркалам интерферометра (т. е. $\cos \theta = 1$), а средой внутри интерферометра является воздух ($n_r \approx 1$). Предположим, что расстояние L можно изменять на несколько длин волн, например, закрепив одно из зеркал на пьезоэлектрическом толкателе (*перестраиваемый*, или *сканируемый*, интерферометр Фабри–Перо). Для того чтобы представить себе, что

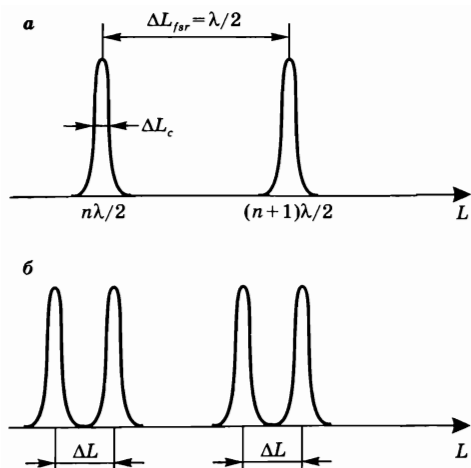


Рис. 4.12

Энергетический коэффициент пропускания сканирующего интерферометра Фабри-Перо в случае, когда падающая волна является: (а) монохроматической и (б) имеющей две близко расположенных частоты

будет при этом происходить, рассмотрим вначале монохроматическую волну с частотой ν (длиной волны λ). В соответствии с предшествующим описанием, пропускание света будет максимальным, когда $\phi = m\pi$, т. е. когда расстояние между зеркалами интерферометра будет равно $L = m\lambda/2$ (рис. 4.12а), где m — положительное целое число. Изменение L , необходимое для перемещения с одного пика пропускания на соседний, равно

$$\Delta L_{fsr} = \lambda/2. \quad (4.5.15)$$

Ширина каждого пика пропускания ΔL_c такова, что $(2\pi\nu/c)\Delta L_c = \Delta\phi_c$, где $\Delta\phi_c$ определяется (4.5.11). С помощью (4.5.14а) получаем, что $\Delta L_c = \lambda/2F$. Имеем, таким образом,

$$\Delta L_c = \Delta L_{fsr}/F, \quad (4.5.16)$$

что аналогично соотношению (4.5.13).

Рассмотрим теперь случай, когда на интерферометр падают две волны с частотами ν и $\nu + \Delta\nu$. Волна с частотой $(\nu + \Delta\nu)$ образует набор пиков пропускания, отвечающих смещению на величину ΔL от пиков, относящихся к частоте ν (рис. 4.12б). Поскольку $2\pi L\nu/c = n\pi$, то смещение ΔL должно быть таковым, чтобы выполнялось условие $2\pi(L + \Delta L)(\nu + \Delta\nu)/c = n\pi$, т. е., иначе, $\Delta L = -(\Delta\nu/\nu)L$.

Линии двух частот ν и $\nu + \Delta\nu$ разрешаются спектрометром, если $|\Delta L| > \Delta L_c$. Знак равенства в этом соотношении соответствует минимальной разности частот $\Delta\nu_m$, которая может быть разрешена, что означает $(\Delta\nu_m/\nu)L = \Delta L_c$. С помощью (4.5.16) и (4.5.15) приходим при этом к соотношению $(\Delta\nu_m/\nu)L = \lambda/2F$. Используя (4.5.8) при $L' = L$, получаем

$$\Delta\nu_m = \Delta\nu_{fsr}/F. \quad (4.5.17)$$

Таким образом, добротность интерферометра характеризует его разрешающую способность по отношению к свободной области дисперсии.

Отметим, что когда $|\Delta L| = \Delta L_{fsr}$, т. е. когда $\Delta\nu = \Delta\nu_{fsr} = c/2L$, пики пропускания на частотах $\nu + \Delta\nu$ и ν будут совпадать, хотя и отличаться друг от друга на один порядок. Следовательно, если $\Delta\nu > \Delta\nu_{fsr}$, то измерение величины $\Delta\nu$ неоднозначно с точностью до целого числа величин $\Delta\nu_{fsr}$. Таким образом, при измерении разности частот линий простой и однозначный результат получается только тогда, когда $\Delta\nu < \Delta\nu_{fsr}$, что и объясняет, почему величину $\Delta\nu_{fsr}$ называют свободной областью дисперсии интерферометра. Можно сразу обобщить этот результат, заметив, что если $\Delta\nu_{osc}$ — спектральная ширина падающего излучения, то для того, чтобы избежать неоднозначности в частотах,

необходимо, чтобы выполнялось условие $\Delta v_{osc} \leq \Delta v_{fsr}$. Если предположить, что здесь имеет место равенство, то из (4.5.17) получаем:

$$\Delta v_m = \Delta v_{osc} / F. \quad (4.5.18)$$

Таким образом, добротность F является также мерой того, насколько хорошо можно разрешать частоты внутри спектрального диапазона Δv_{osc} .

Пример 4.4. Спектральные измерения излучения Ag^+ лазера. Рассмотрим лазер на ионах Ag , генерирующий на зеленой линии с длиной волны $\lambda = 514,5$ нм. Предположим, что лазер генерирует много продольных мод, заполняющих полный доплеровский контур линии генерации ($\Delta v_0^* = 3,5$ ГГц). Таким образом, имеем $\Delta v_{osc} = \Delta v_0^* = 3,5$ ГГц. Для того чтобы избежать неоднозначности в частотах, необходимо взять $\Delta v_{fsr} = (c/2L) \geq 3,5$ ГГц, т. е. $L \leq 4,28$ см. Если теперь предположить, что добротность равна $F = 150$, и взять $L = 4,28$ см, то согласно (4.5.18) получим, что разрешение интерферометра составляет $\Delta v_m = \Delta v_{osc} / F \approx 23$ МГц. Если, например, длина лазерного резонатора равна $L_1 = 1,5$ м, то последовательные лазерные моды отстоят друг от друга (см. главу 5) на $\Delta v = c/2L_1 = 100$ МГц. Поскольку $\Delta v_m < \Delta v$, рассматриваемый интерферометр Фабри–Перо может разрешить эти продольные моды. Отметим, что коль скоро частота лазерного излучения $\nu = c/\lambda \approx 5,83 \cdot 10^{14}$ Гц, то соответствующая разрешающая способность интерферометра составляет $\nu/\Delta v_m = 2,54 \cdot 10^7$. Это очень высокая разрешающая способность по сравнению, например, с наилучшей из получаемых с помощью решеточных спектрометров ($\nu/\Delta v < 10^6$).

4.6. ДИФРАКЦИОННАЯ ОПТИКА В ПАРАКСИАЛЬНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Рассмотрим монохроматическую волну в так называемом *скалярном приближении*, когда электромагнитные поля считаются поляризованными (например, линейно или циркулярно) однородно по пространству [6]. Напряженность электрического поля волны может быть тогда описана скалярной величиной, имеющей вид:

$$E(x, y, z, t) = \tilde{E}(x, y, z) \exp(j\omega t), \quad (4.6.1)$$

где комплексная амплитуда $\tilde{E}$ должна удовлетворять волновому уравнению в скалярной форме, т. е.

$$(\nabla^2 + k^2) \tilde{E}(x, y, z) = 0, \quad (4.6.2)$$

в котором $k = \omega/c$.

Решение этого уравнения для амплитуды напряженности электрического поля может быть представлено в интегральном виде с использованием интеграла Френеля–Кирхгофа. При этом заданное распределение амплитуд $\tilde{E}(x_1, y_1, z_1)$ в плоскости $z = z_1$ определяет их распределение $\tilde{E}(x, y, z)$

в некоторой плоскости с координатой z вдоль направления распространения волны в виде:

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{j}{\lambda} \iint_S \vec{E}(x_1, y_1, z_1) \frac{\exp[-(jkr)]}{r} \cos\theta dx_1 dy_1. \quad (4.6.3)$$

Здесь r — расстояние между точкой P_1 с координатами (x_1, y_1) и точкой P с координатами (x, y) (см. рис. 4.13), θ — угол, который отрезок P_1P составляет с нормалью к плоскости $z = z_1$, двойной интеграл берется по координатам x_1, y_1 в плоскости $z = z_1$, а его пределы задаются границами некоторой области S , расположенной в этой плоскости. Видно, что уравнение (4.6.3) фактически выражает в математическом виде *принцип Гюйгенса*. Действительно, $[\vec{E}(x_1, y_1, z_1) dx_1 dy_1] \exp[-(jkr)]/r$ представляет собой элементарную волну, *вэйвлет Гюйгенса*, испущенную элементом площади $dx_1 dy_1$ в точке P_1 ; напряженность электрического поля в точке P получается суммированием

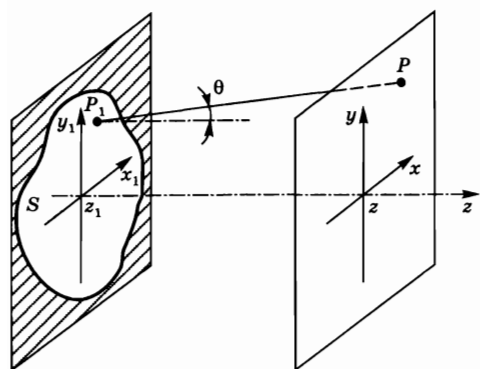


Рис. 4.13

Расчет напряженности электрического поля $u(P)$ в плоскости $z > z_1$, когда распределение поля $u(P_1)$ в плоскости $z = z_1$ известно

вкладов волн, приходящих от всех точек, лежащих в плоскости $z = z_1$. Множитель $\cos\theta$, на необходимость введения которого было указано Френелем, определяет эффективный размер излучающего элемента площади в направлении испускания элементарной волны. Стоящий перед интегралом множитель (j/λ) — это нормировочный множитель, появляющийся в результате детального теоретического рассмотрения. Он показывает, что вэйвлеты Гюйгенса сдвинуты по фазе на $\pi/2$ по отношению к волне, падающей на плоскость $z = z_1$.

Рассмотрим теперь решения уравнений для напряженности электрического поля, либо в дифференциальной (см. уравнение (4.6.2)), либо в интегральной (см. уравнение (4.6.3)) формах, в *приближении параксиальных волн* (англ. *paraxial-wave approximation*), когда предполагается, что волна распространяется вдоль оси z , а углы θ малы. В этом случае можно записать:

$$\vec{E}(x, y, z) = u(x, y, z) \exp[-(jkz)], \quad (4.6.4)$$

где u — медленно меняющаяся функция, т. е. слабо изменяющая свое значение на масштабе длины волны вдоль координаты z . В параксиальном приближении подстановка (4.6.4) в (4.6.2) дает:

$$\nabla_{\perp}^2 u - 2jk \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad (4.6.5)$$

где $\nabla_{\perp}^2 = (\partial^2/\partial x^2) + (\partial^2/\partial y^2)$. Уравнение (4.6.5) — это *волновое уравнение в параксиальном приближении*.

Для того чтобы получить приближенную форму уравнения (4.6.3) в приближении параксиальных волн, положим $\cos\theta \cong 1$ и $r = z - z_1$ в амплитудной

части сферического вэйвлета. Однако при аппроксимации фазового члена $-kr$ следует действовать более аккуратно; действительно, возьмем расстояние $r \cong 1$ м и предположим, что это расстояние измерено с точностью $\Delta r = 1$ мкм. Для амплитудного фактора это обеспечит очень хорошую относительную погрешность $\Delta r/r = 10^{-6}$. Неопределенность фазы будет при этом, однако, составлять $\Delta\phi = k\Delta r = 2\pi\Delta r/\lambda$, так что при $\lambda = 1$ мкм это даст $\Delta\phi = 2\pi$. Это, конечно, неприемлемый уровень точности, поскольку, например, фазовый сдвиг $\Delta\phi = \pi$ изменяет знак фазы в подынтегральном выражении. Таким образом, фазовая часть в уравнении (4.6.3) требует более высокой точности приближения. Для этого представим расстояние r между точками P_0 и P на рис. 4.13 в виде $r = [(z - z_1)^2 + (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2]^{1/2}$. В приближении параксиальных волн имеем $[|x - x_1|, |y - y_1|] \ll |z - z_1|$. Следовательно, можно записать:

$$\begin{aligned} r &= (z - z_1) \left[1 + \frac{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}{(z - z_1)^2} \right]^{1/2} \cong \\ &\cong (z - z_1) + \frac{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}{2(z - z_1)}. \end{aligned} \quad (4.6.6)$$

Подстановка (4.6.6) в фазовую часть (4.6.3) дает при этом:

$$\begin{aligned} \tilde{E}(x, y, z) &= \frac{j \exp[-jk(z - z_1)]}{\lambda(z - z_1)} \times \\ &\times \iint \tilde{E}(x_1, y_1, z_1) \exp \left\{ -jk \left[\frac{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}{2(z - z_1)} \right] \right\} dx_1 dy_1, \end{aligned} \quad (4.6.7)$$

что представляет собой интеграл Гюйгенса–Френеля–Кирхгофа в так называемом приближении Френеля. Подстановка (4.6.4) в (4.6.7) дает:

$$u(x, y, z) = \frac{j}{\lambda L} \iint_s u(x_1, y_1, z_1) \exp \left\{ -jk \left[\frac{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}{2L} \right] \right\} dx_1 dy_1, \quad (4.6.8)$$

где произведена замена $L = z - z_1$. Уравнение (4.6.8) определяет напряженность электрического поля, в приближении параксиальных волн, в интегральной форме, тогда как уравнение (4.6.5) определяет ту же самую величину в дифференциальной форме. Однако, как можно показать, обе формы полностью эквивалентны.

Рассмотрим теперь в параксиальном приближении распространение волны через обобщенную оптическую систему, описываемую некоторой $ABCD$ -матрицей, как в разделе 4.2. Обращаясь к рис. 4.14, обозначим через $u(x_1, y_1, z_1)$ и $u(x, y, z)$ напряженности электрического поля в плоскостях $z = z_1$ и $z = z$ соответственно перед и за оптической системой. Кроме того, предположим, что

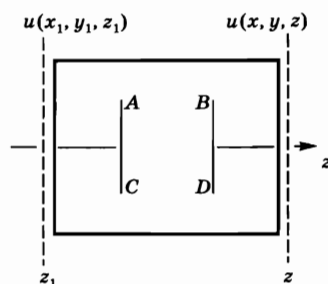


Рис. 4.14
Расчет напряженности электрического поля $u(x, y, z)$ в плоскости z за оптической системой, описываемой $ABCD$ -матрицей, при известном распределении напряженности $u(x_1, y_1, z_1)$ в плоскости $z = z_1$

принцип Гюйгенса справедлив для обобщенной оптической системы на рис. 4.14 при том условии, что в этой системе отсутствуют апертуры, ограничивающие электромагнитное поле. Это, в частности, означает, что любая линза или зеркало внутри оптической системы имеет бесконечно большую апертуру, т. е. значительно превышающую характерные поперечные размеры поля.¹ Согласно принципу Гюйгенса, примененному к обобщенной оптической системе, напряженность электрического поля $u(x, y, z)$ определяется как суперпозиция отдельных вейвлетов, испущенных элементами плоскости $z = z_1$ и прошедших через систему. В результате получаем [7]:

$$u(x, y, z) = \frac{1}{B\lambda} \iint_S u(x_1, y_1, z_1) \exp -jk \left[\frac{A(x_1^2 + y_1^2) + D(x^2 + y^2) - 2x_1x - 2y_1y}{2B} \right] dx_1 dy_1, \quad (4.6.9)$$

что является обобщением уравнения (4.6.8). Очевидно, что при распространении через свободное пространство имеем (см. табл. 4.1) $A = D = 1$ и $B = L$, так что уравнение (4.6.9) превращается в уравнение (4.6.8).

4.7. ГАУССОВЫ ПУЧКИ

Рассмотрим теперь очень важный класс решений волнового уравнения для напряженности электрического поля, обычно называемый *гауссовыми пучками*. Свойства этих пучков, в приближении параксиальных волн, могут быть выявлены с помощью либо волнового уравнения (4.6.5), либо интеграла Френеля–Кирхгофа в приближении Френеля (см. (4.6.8) и (4.6.9)). Воспользуемся здесь интегральным подходом, поскольку он оказывается более удобным для описания свойств оптических резонаторов, рассматриваемых в главе 5.

4.7.1. МОДА НИЗШЕГО ПОРЯДКА

Рассмотрим некоторую обобщенную оптическую систему, характеризующую соответствующей $ABCD$ -матрицей (см. рис. 4.14). Зададимся вопросом, существует ли такое решение уравнения (4.6.9), которое сохраняет свой функциональный вид по мере распространения волны в пространстве? Другими словами, существует ли собственное решение уравнения (4.6.9)? Ответ легко получить, если предположить, что в плоскости $z_1 = 0$ нет ограничивающей апертуры, так что двойное интегрирование в (4.6.9) можно проводить в пределах от $-\infty$ до $+\infty$ как для x , так и для y координат. В этом случае путем прямой подстановки в уравнение (4.6.9) можно показать, что функция

$$u(x, y, z) \propto \exp -jk[(x^2 + y^2)/2q], \quad (4.7.1)$$

¹ При конечных апертурах в оптической системе возникают дифракционные эффекты, что заметно изменяет вид пространственного распределения поля на выходе из нее.

где $q = q(z)$ — некоторый комплексный параметр (часто называемый *комплексным параметром гауссового пучка*), является собственным решением уравнения (4.6.9). Действительно, если записать

$$u(x_1, y_1, z_1) \propto \exp -jk[(x_1^2 + y_1^2)/2q_1], \quad (4.7.2)$$

то из (4.6.9) после длительных, но простых вычислений получим, что

$$u(x, y, z) = \frac{1}{A + (B/q_1)} \exp -jk \frac{x^2 + y^2}{2q}, \quad (4.7.3)$$

где параметр q связан с параметром q_1 простым соотношением:

$$q = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D}. \quad (4.7.4)$$

Соотношение (4.7.4), называемое *законом ABCD распространения гауссовых пучков*, является очень важным. Оно имеет очевидное сходство с соотношением (4.2.19), которое показывает, каким образом радиус кривизны фронта сферической волны трансформируется при ее прохождении через оптическую систему. Вернемся к дальнейшему обсуждению этого соотношения в разделе 4.7.3.

Обратимся теперь к физической интерпретации гауссова решения в виде (4.7.1). Для этого воспользуемся формулами (4.7.1) и (4.6.4), записав:

$$\tilde{E} \propto \exp -jk \left[z + \frac{x^2 + y^2}{2q} \right]. \quad (4.7.5)$$

Рассмотрим сферическую волну с центром в точке с координатами $x_1 = y_1 = z_1 = 0$. Напряженность электрического поля этой волны в точке $P(x, y, z)$ может быть выражена в виде $\tilde{E} \propto [\exp -jkR]/R$, где R — радиус кривизны ее волнового фронта. В параксиальном приближении, следуя той же аргументации, что и при выводе соотношения (4.6.6), запишем:

$$R \cong z + \frac{x^2 + y^2}{2R}. \quad (4.7.6)$$

Поле сферической волны преобразуется при этом к виду:

$$\tilde{E} \propto \exp -jk \left[z + \frac{x^2 + y^2}{2R} \right]. \quad (4.7.7)$$

Сравнение выражений (4.7.7) и (4.7.5) показывает, что гауссов пучок можно рассматривать как сферическую волну с комплексным радиусом кривизны волнового фронта, равным q . Для того чтобы выяснить физический смысл этого комплексного параметра пучка, выделим действительную и мнимую части величины $1/q$, т. е. запишем:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - j \frac{\lambda}{\pi w^2}. \quad (4.7.8)$$

Подстановка выражения (4.7.8) в (4.7.5) дает:

$$\tilde{E}(x, y, z) \propto \exp -\frac{x^2 + y^2}{w^2} \times \exp -jk \left[z + \frac{x^2 + y^2}{2R} \right]. \quad (4.7.9)$$

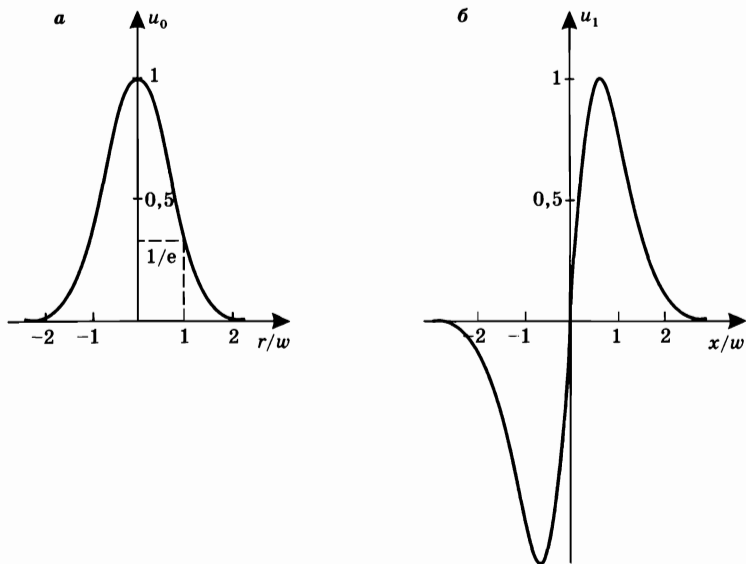


Рис. 4.15
Профиль напряженности электрического поля для гауссовых мод:
а) низшего порядка; б) первого порядка.

Теперь можно обсудить физический смысл параметров w и R , входящих в формулу (4.7.8).

Для того чтобы понять смысл параметра w , рассмотрим представленную на рис. 4.15а зависимость амплитудного множителя в правой части соотношения (4.7.9), т. е. $u_0 = \exp[-(x^2 + y^2)/w^2]$, от величины r/w , где $r = [x^2 + y^2]^{1/2}$ — радиальная координата точки внутри пучка. Видно, что амплитудный множитель достигает максимального значения при $r = 0$, а при $r = w$ имеем $u_0 = 1/e$. Таким образом, величина w характеризует размеры пучка в поперечном направлении; ее называют *размером пятна* (при данной координате z). Отметим, что поскольку интенсивность излучения определяется величиной $I \propto |\vec{E}|^2$, то получаем выражение $I = I_{\max} \exp[-2(x^2 + y^2)/w^2]$. Если определить размер пятна профиля интенсивности w_I как величину $I = I_{\max}/e$, то получим, что $w_I = w/\sqrt{2}$. Обычно, когда говорят о размере пятна, то чаще имеют в виду размер пятна профиля напряженности электрического поля w , чем размер пятна профиля интенсивности.

Отметим, что на расстоянии от оси пучка, равном одному размеру пятна профиля напряженности поля, интенсивность I уменьшается в $1/e^2$ раз по сравнению с ее величиной в максимуме.

Для того чтобы выяснить смысл входящего в формулу (4.7.8) параметра R , обратимся к фазовому множителю в соотношении (4.7.9). Сравнение с соотношением (4.7.7), которое относится к сферической волне, показывает, что эти два выражения идентичны. Это позволяет отождествить R в формуле (4.7.8) с *радиусом кривизны волнового фронта гауссова пучка*. Для того чтобы увидеть это еще более отчетливо, рассмотрим поверхность равных фаз в гауссовом пучке, пересекающую ось z в данной точке z' . Тогда координаты x , y , z точек

на этой поверхности должны удовлетворять равенству $kz + k(x^2 + y^2)/2R = kz'$, что дает:

$$z = z' - \frac{x^2 + y^2}{2R}. \quad (4.7.10)$$

Таким образом, соотношение (4.7.10) показывает, что поверхность равных фаз является параболоидом вращения вокруг оси z . Далее, можно показать, что радиус кривизны этого параболоида в точке $x = y = 0$, т. е. на оси пучка, просто равен R . Это достаточно ясно объясняет, почему в приближении параксиальных волн фазовые множители сферической волны, (4.7.7), и гауссова пучка, (4.7.9), одинаковы.

4.7.2. РАСПРОСТРАНЕНИЕ В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Рассмотрим распространение гауссова пучка вида (4.7.1) вдоль положительного направления оси z при отсутствии какой бы то ни было ограничивающей апертуры в направлении x или y (т. е. в свободном пространстве). Из соотношения (4.7.4) с $A = D = 1$ и $B = z$ получаем:

$$q = q_1 + z. \quad (4.7.11)$$

Полагая, что при $z_1 = 0$ $R = \infty$, можно записать:

$$(1/q_1) = -j(\lambda/\pi w_0^2), \quad (4.7.12)$$

где w_0 — размер пятна при $z_1 = 0$. Запишем теперь соотношение (4.7.11) в виде $(1/q) = 1/(q_1 + z)$, подставим $1/q$ из (4.7.8) и $1/q_1$ из (4.7.12), а затем выделим действительную и мнимую части полученного соотношения. После некоторых несложных алгебраических преобразований получим выражения для размера пятна w и радиуса кривизны R волнового фронта в виде:

$$w^2(z) = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right], \quad (4.7.13a)$$

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right]. \quad (4.7.13b)$$

Используя соотношения (4.7.3) и (4.7.12), можно также записать:

$$u(x, y, z) = \left[\frac{1}{1 - j(\lambda z / \pi w_0^2)} \right] \exp -jk \frac{x^2 + y^2}{2q}. \quad (4.7.14)$$

Комплексный множитель в первой скобке выражения (4.7.14) может быть теперь выражен в виде амплитудного и фазового сомножителей. Используя также соотношение (4.7.8) для $(1/q)$, получим выражение для напряженности поля в виде:

$$u(x, y, z) = \frac{w_0}{w} \exp -\frac{x^2 + y^2}{w^2} \exp -jk \frac{x^2 + y^2}{2R} \exp j\phi, \quad (4.7.15a)$$

где

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right). \quad (4.7.156)$$

Выражение (4.7.15а), вместе с выражениями для $w(z)$, $R(z)$ и $\phi(z)$, задаваемыми соотношениями (4.7.13) и (4.7.156), полностью решают рассматриваемую задачу. Из соотношений (4.7.13) и (4.7.156) видно, что величины w , R и ϕ (и, следовательно, распределение напряженности электрического поля) зависят только от параметра w_0 (при заданных λ и z). Это легко понять, если обратить внимание на то, что если величина w_0 определена, то тем самым задано распределение напряженности электрического поля в плоскости $z_1 = 0$. Действительно, известна амплитуда напряженности, поскольку ее распределение задается гауссовой функцией с размером пятна w_0 , и ее фаза, поскольку предполагается, что $R = \infty$ при $z = 0$. Если известно распределение напряженности электрического поля в плоскости $z_1 = 0$, то и соответствующее распределение при $z > 0$ однозначно определено и может быть рассчитано, например с помощью интеграла Френеля–Кирхгофа (4.6.8). Снова используя соотношение (4.7.11), можно показать, что выражения (4.7.13) справедливы также и при отрицательных значениях z , т. е. при распространении вперед не только от плоскости $z_1 = 0$. Отметим, что если ввести параметр

$$z_R = \pi w_0^2 / \lambda, \quad (4.7.16)$$

где величину z_R называют *длиной Рэлея* (смысл этого параметра будет обсуждаться ниже), то выражения (4.7.13) и (4.7.156) могут быть представлены в более наглядном виде, а именно:

$$w^2(z) = w_0^2 [1 + (z/z_R)^2], \quad (4.7.17a)$$

$$R(z) = z [1 + (z_R/z)^2], \quad (4.7.176)$$

$$\phi(z) = \tan^{-1} (z/z_R). \quad (4.7.17в)$$

Выражения (4.7.15а) и (4.7.17) представляют собой конечную цель проводимых расчетов. Видно, что функция $u(x, y, z)$ является произведением амплитудного, $(w_0/w) \cdot \exp -[(x^2 + y^2)/w^2]$, и фазовых — поперечного, $\exp -jk[(x^2 + y^2)/2R]$, и продольного, $\exp i\phi$, — сомножителей. Физический смысл этих сомножителей обсудим более детально в последующих разделах.

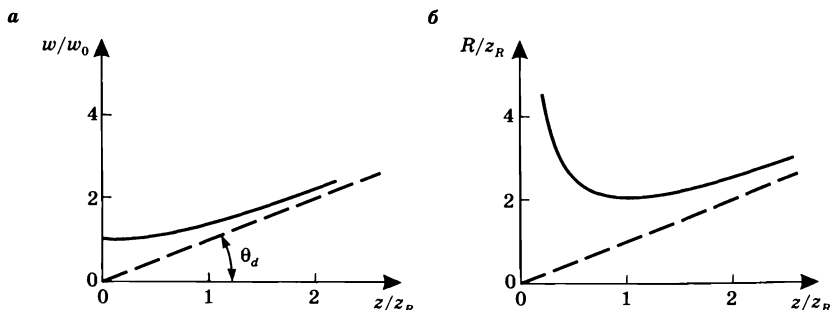


Рис. 4.16

а) Нормированный размер пятна w . б) Нормированный радиус кривизны волнового фронта R в зависимости от нормированной координаты z

Амплитудный сомножитель в (4.7.15а) показывает, что пучок по мере распространения (как при $z > 0$, так и при $z < 0$) сохраняет свою гауссову форму, но размер его пятна изменяется в соответствии с соотношением (4.7.17а). Таким образом, величина $w^2(z)$ может быть записана в виде суммы w_0^2 и $(\lambda z/\pi w_0)^2$ — слагаемого, обусловленного дифракцией. Зависимость нормированного размера пятна w/w_0 от нормированной координаты z/z_R при $z > 0$ показана сплошной линией на рис. 4.16а. При $z < 0$ размер пятна можно легко получить из этого же графика, поскольку $w(z)$ — четная функция z , т. е. симметрична относительно оси ординат. Таким образом, размер пятна минимален при $z = 0$ (поэтому эта координата называется *перетяжкой пучка*); при $z = z_R$ имеем $w = \sqrt{2}w_0$. Таким образом, длина Рэлея — это расстояние от перетяжки пучка до того места на его оси, где пятно увеличивается в $\sqrt{2}$ раз. При $z \rightarrow \infty$ (т. е. при $z \gg z_R$) можно записать:

$$w \approx w_0 z / z_R = \lambda z / \pi w_0. \quad (4.7.18)$$

Зависимость (4.7.18) также представлена на рис. 4.17а (пунктирная линия). При больших z величина w возрастает линейно с z ; следовательно, можно определить расхожимость пучка за счет дифракции как отношение $\theta_d = w/z$. Получаем

$$\theta_d = \lambda / \pi w_0. \quad (4.7.19)$$

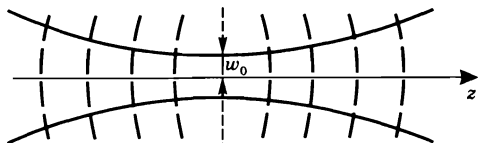
Физическую причину присутствия множителя w_0/w в амплитудном сомножителе выражения (4.7.15а) легко понять, если обратить внимание на то, что поскольку потери в среде считаются пренебрежимо малыми, то полная мощность излучения в любой плоскости z должна быть одной и той же. Это означает, что интеграл $\iint |u|^2 dx dy$ не должен зависеть от z . Присутствие множителя $w_0/w(z)$ обеспечивает выполнение этого условия. Действительно, используя (4.7.15а), можно записать:

$$\iint |u|^2 dx dy = (w_0^2/2) \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\xi^2) d\xi \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\eta^2) d\eta, \quad (4.7.20)$$

где $\xi = \sqrt{2}x/w$ и $\eta = \sqrt{2}y/w$. Видно, что $\iint |u|^2 dx dy$ не зависит от z .

Обратимся теперь к поперечному фазовому сомножителю (4.7.15а). В соответствии с описанием, приведенным в разделе 4.7.1, он показывает, что при распространении в области $z > 0$ пучок имеет приблизительно сферический волновой фронт с радиусом кривизны R . Зависимость нормированного радиуса кривизны R/z_R от нормированной координаты z/z_R при $z > 0$ изображена на рис. 4.16б. При $z < 0$ радиус кривизны легко определить из этого же рисунка, поскольку $R(z)$ — нечетная функция z , т. е. антисимметрична относительно оси ординат. Видно, что $R \rightarrow \infty$ при $z = 0$ и принимает минимальное

Рис. 4.17
Профиль пучка (сплошные линии) и поверхности одинаковой фазы (пунктирные линии) для гауссовой моды низшего порядка (TEM_{00})



значение при $z = z_R$. При $z \gg z_R$ имеем $R \approx z$, а линия $R = z$ показана пунктиром на рис. 4.16б. Таким образом, волновой фронт является плоским при $z = 0$, а на больших расстояниях от перетяжки радиус его кривизны возрастает линейно с z , как у сферической волны.

Наконец, рассмотрим продольный фазовый множитель в выражении (4.7.15а). Используя (4.6.4) и (4.7.15б), видим, что помимо фазы $-kz$ плоской волны гауссов пучок имеет дополнительный вклад $\phi(z)$, изменяющийся от $-(\pi/2)$ до $(\pi/2)$ при распространении пучка из области $z \ll -z_R$ в область $z \gg z_R$.

Результаты, приведенные на рис. 4.16, объединены на рис. 4.17, где сплошными линиями показаны размеры пятна $2w(z)$ (профиль пучка), а пунктирными — волновые фронты (поверхности одинаковой фазы). Поперечное сечение пучка имеет минимальные размеры в виде перетяжки при $z = 0$; соответствующий размер пятна w_0 обычно называют *размером пятна в перетяжке пучка*. Отметим, в соответствии с используемым соглашением о знаке кривизны волнового фронта, что поскольку $R > 0$ при $z > 0$ и $R < 0$ при $z < 0$, то центр кривизны находится слева от волнового фронта при $z > 0$ и справа от него при $z < 0$.

4.7.3.

ГАУССОВЫ ПУЧКИ И ЗАКОН ABCD

Распространение гауссова пучка через некоторую среду, которая характеризуется $ABCD$ -матрицей, описывается соотношением (4.7.3) [8]. При заданной $ABCD$ -матрице результат зависит только от комплексных параметров q_1 и q пучков соответственно на входе и на выходе, так что величина q , при данной величине q_1 , непосредственно определяется через матричные элементы с помощью соотношения (4.7.4). Таким образом, это соотношение является единственным, которое необходимо для расчета параметров пучка на выходе. Физический смысл соотношения (4.7.4) легко понять, сравнивая его с соотношением (4.2.19), которое показывает, каким образом оптическая система преобразует радиус кривизны волнового фронта сферической волны. Действительно, как было показано ранее, гауссов пучок можно формально рассматривать как сферическую волну с комплексным радиусом кривизны волнового фронта, а соотношение (4.7.4) показывает, что этот комплексный параметр преобразуется точно так же, как и радиус кривизны волнового фронта сферической волны. Соотношение (4.7.4) — закон $ABCD$ распространения гауссовых пучков — оказывается, таким образом, очень важным законом. Его польза уже была продемонстрирована в разделе 4.7.2 на примере свободного распространения волны. В данном разделе важность этого закона будет показана на более сложных примерах.

Пример 4.5. Прохождение гауссова пучка через тонкую линзу. Рассмотрим тонкую линзу с фокусным расстоянием f . Согласно (4.7.4), комплексный параметр пучка q_1 непосредственно перед линзой и q_2 прямо за ней связаны соотношением:

$$\frac{1}{q_2} = \frac{C + (D/q_1)}{A + (B/q_1)}. \quad (4.7.21)$$

Подставив матричные элементы линзы, приведенные в табл. 4.1, получаем:

$$\frac{1}{q_2} = -\frac{1}{f} + \frac{1}{q_1}. \quad (4.7.22)$$

Используя соотношение (4.7.8) для того, чтобы записать выражения как для $1/q_1$, так и для $1/q_2$, можно отдельно приравнять действительную и мнимую части формулы (4.7.22), чтобы получить следующие соотношения между размерами пятна и радиусами кривизны волнового фронта перед и за линзой:

$$w_2 = w_1, \quad (4.7.23a)$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{f}. \quad (4.7.23б)$$

Теперь, обратясь к рис. 4.18, можно обсудить физический смысл соотношений (4.7.23). Рассматривая вначале (4.7.23a), можно сразу заметить, что его физический смысл очевиден, поскольку в случае тонкой линзы распределения амплитуд напряженности поля непосредственно перед и сразу же за линзой должны быть одинаковыми; т. е. размер пятна не может измениться скачком (см. рис. 4.18a). Чтобы понять смысл соотношения (4.7.23б), рассмотрим вначале распространение обычной сферической волны через ту же самую линзу (рис. 4.18б). Здесь сферическая волна, испускаемая точечным источником P_1 , отображается линзой в точку P_2 . Радиусы кривизны R_1 и R_2 волнового фронта непосредственно перед и сразу же за линзой должны быть связаны соотношением (4.2.20). Таким образом, можно видеть, что сферическая линза преобразует радиус кривизны R_1 фронта падающей волны в радиус кривизны R_2 фронта прошедшей волны в соответствии с (4.2.20). Поскольку естественно предполагать, что такое преобразование должно происходить независимо от поперечного распределения амплитуды напряженности поля, то следует ожидать, что (4.2.20) должно выполняться также и для гауссовых пучков, что в действительности и показывает соотношение (4.7.23б).

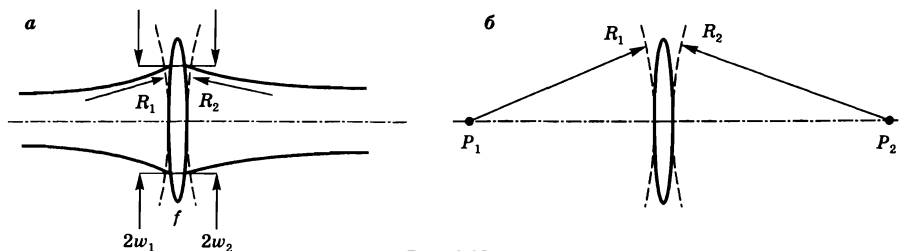


Рис. 4.18
Прохождение через тонкую линзу:
а) гауссова пучка; б) сферической волны.

Пример 4.6. Фокусировка гауссова пучка тонкой линзой. Рассмотрим теперь гауссов пучок с размером пятна w_{01} и плоским фронтом, падающий на линзу с фокусным расстоянием f (т. е. перетяжка пучка находится в плоскости линзы). Определим положение перетяжки пучка и соответствующий ей размер пятна w_{02} за линзой. Согласно (4.2.4) и (4.2.6), матрица

преобразования для линзы с фокусным расстоянием f , за которой расположен слой свободного пространства толщиной z , имеет вид

$$\begin{vmatrix} 1 - z/f & z \\ -1/f & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.7.24)$$

Комплексный параметр пучка q_2 на выходе из такой оптической системы может быть получен из (4.7.21), где параметры A , B , C и D являются элементами матрицы (4.7.24), а параметр $1/q_1$ определяется соотношением

$$(1/q_1) = -j\lambda/\pi w_{01}^2 = -j/z_{R_1}, \quad (4.7.25)$$

в котором z_{R_1} — длина Рэлея, соответствующая размеру пятна w_{01} . Если теперь координата z_m за линзой соответствует положению перетяжки пучка, то, согласно (4.7.8), величина $1/q_2$ в этой точке также должна быть чисто мнимой. Это означает, что действительная часть выражения в правой части (4.7.21) должна быть равна нулю. С помощью соотношений (4.7.24) и (4.7.25) находим, что величина z_m определяется соотношением:

$$z_m = f/[1 + (f/z_{R_1})^2]. \quad (4.7.26)$$

Таким образом, можно заметить, возможно с некоторым удивлением, что расстояние z_m от линзы, на котором пятно имеет минимальный размер, всегда меньше фокусного расстояния f . Отметим, однако, что в типичных условиях выполняется соотношение $z_{R_1} \gg f$, так что $z_m \approx f$. Приравняв мнимые части обеих частей равенства (4.7.21) и снова используя (4.7.24) и (4.7.25), получим размер пятна w_{02} в фокальной плоскости:

$$w_{02} = \lambda f / \pi w_{01} [1 + (f/z_{R_1})^2]^{1/2}. \quad (4.7.27)$$

Снова, при $z_{R_1} \gg f$, из (4.7.27) получаем, что

$$w_{02} \cong \lambda f / \pi w_{01}. \quad (4.7.28)$$

4.7.4. МОДЫ ВЫСОКИХ ПОРЯДКОВ

Вернемся теперь к задаче, рассмотренной в разделе 4.7.1, и зададимся вопросом, существуют ли другие собственные решения уравнения (4.6.8) для свободного пространства, или (4.6.9) для обобщенной оптической системы. Ответ снова будет положительным, и можно показать, что особенно удобный набор собственных решений может быть представлен в виде произведения полиномов Эрмита и функции Гаусса. Действительно, обратясь к рис. 4.14 предположим, что

$$u(x_1, y_1, z_1) = H_l[\sqrt{2}x_1/w_1]H_m[\sqrt{2}y_1/w_1]\exp[-jk(x_1^2 + y_1^2)/2q_1], \quad (4.7.29)$$

где H_l и H_m — полиномы Эрмита порядков l и m , q_1 — комплексный параметр пучка при $z = z_1$, а w_1 — соответствующий размер пятна. Подстановка соотношения (4.7.29) в правую часть (4.6.9) дает:

$$u(x, y, z) = \left[\frac{1}{A + (B/q_1)} \right]^{1+l+m} H_l\left(\frac{\sqrt{2}x}{w}\right) H_m\left(\frac{\sqrt{2}y}{w}\right) \exp -jk \frac{(x^2 + y^2)}{2q}, \quad (4.7.30)$$

где q — комплексный параметр пучка на выходе изображенной на рис. 4.14 оптической системы, который определяется формулой (4.7.4), а w — соответствующий размер пятна.

При распространении в свободном пространстве, считая плоскость z_1 плоскостью перетяжки пучка, имеем: $q_1 = j\pi w_0^2/\lambda$, где w_0 — размер пятна в перетяжке. Подставляя это выражение для q_1 в (4.7.30) и используя соотношение (4.7.8), получаем:

$$u_{l,m}(x, y, z) = (w/w_0) H_l[2^{1/2} x/w] H_m[2^{1/2} y/w] \exp[-(x^2 + y^2)/w^2] \times \exp\{-j[k(x^2 + y^2)/2R] + j(1+l+m)\phi\}, \quad (4.7.31)$$

где ϕ снова задается соотношением (4.7.15б). Используя (4.7.11) для получения зависимости $q = q(z)$, видим, что величины w и R определяются соотношениями (4.7.13а) и (4.7.13б).

Распределение напряженности поля в моде низшего порядка можно получить из (4.7.31), полагая $l = m = 0$. Поскольку полином Эрмита нулевого порядка является константой, то выражение (4.7.31) сводится к гауссову решению, которое уже было рассмотрено в разделе 4.7.1 (см. соотношение (4.7.15)). Это решение называют модой TEM_{00} , где TEM является акронимом английского определения *Transverse Electric and Magnetic* — поперечное электрическое и магнитное (в параксиальном приближении напряженности как электрического, так и магнитного полей электромагнитной волны практически перпендикулярны направлению распространения — оси z). Индексы 00 обозначают полиномы нулевого порядка как для H_l , так и для H_m в соотношении (4.7.31). Радиальный профиль интенсивности гауссовой моды TEM_{00} при произвольной координате z определяется выражением $I_{00}(x, y) \propto |u_{00}|^2 \propto \exp[-2(x^2 + y^2)/w^2]$. Он зависит только от радиальной координаты $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$. Таким образом, этой моде соответствует круглое пятно (рис. 4.19).

Распределение напряженности электрического поля в ближайшей моде более высокого порядка можно получить из (4.7.31), полагая $l = 1$ и $m = 0$ (или $l = 0$ и $m = 1$). Поскольку $H_1(x) \propto x$, то амплитуда напряженности поля имеет при этом вид $|u_{10}| \propto x \times \exp[-(x^2 + y^2)/w^2]$. Таким образом, при заданном x профиль поля описывается гауссовой функцией (см. рис. 4.15а) вдоль оси y , а при заданном y он описывается функцией $x \exp[-(x^2/w^2)]$ вдоль оси x . На рис. 4.15б эта функция, нормированная на свое значение в максимуме, построена в зависимости от безразмерного параметра x/w . Эту моду называют

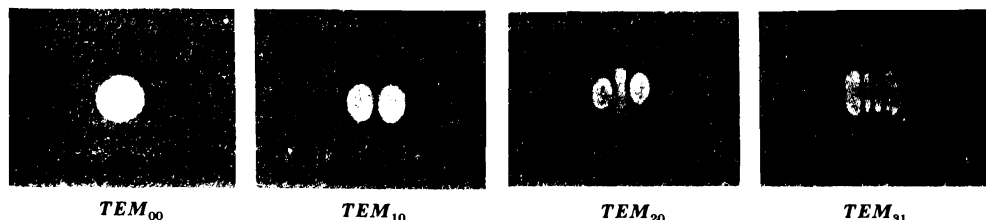


Рис. 4.19

Поперечное распределение интенсивности для некоторых гауссовых мод низких порядков

TEM_{10} , а вид соответствующего ей поперечного распределения интенсивности показан на рис. 4.19. Распределение интенсивности в моде TEM_{01} ($l = 0$ и $m = 1$) получается простым вращением пятна моды TEM_{10} на рис. 4.19 на 90° .

Два распределения интенсивности для мод еще более высоких порядков также представлены на рисунке. Отметим, что индексы l и m определяют, вообще говоря, число нулевых значений интенсивности поля соответственно вдоль оси x и y (кроме нулевых значений при $x = \pm\infty$ и $y = \pm\infty$).

4.8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой главе было рассмотрено несколько вопросов геометрической и волновой оптики, представляющих собой полезную основу для описания оптических резонаторов, которое содержится в главе 5. В частности, было показано, что преобразование параметров некоторого луча оптическим элементом (таким как изотропная среда, тонкая линза, сферическое зеркало и т. д.) может быть описано с помощью простой матрицы размера 2×2 . Такая же матрица описывает распространение гауссова пучка. Кроме того, было проведено достаточно общее рассмотрение многослойных диэлектрических покрытий и несколько более детальное обсуждение свойств интерферометра Фабри–Перо.

ЗАДАЧИ

- 4.1. Покажите, что $ABCD$ -матрица для луча, проходящего через сферическую границу раздела диэлектриков из среды с показателем преломления n_1 в среду с показателем преломления n_2 , записывается в виде

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n_1}{n_2} \frac{1}{R} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix},$$

где R — радиус кривизны сферической поверхности ($R > 0$, если центр находится слева от поверхности).

- 4.2. Рассмотрим тонкую линзу с показателем преломления n_2 как последовательность двух близко расположенных сферических диэлектрических поверхностей с радиусами R_1 и R_2 . Пользуясь решением задачи 4.1, покажите, что фокусное расстояние этой линзы определяется соотношением

$$\frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left(-\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где n_1 — показатель преломления среды, окружающей линзу.

- 4.3. Интерферометр Фабри–Перо состоит из двух зеркал с одинаковым энергетическим коэффициентом отражения $R = 0,99$ и одинаковыми относительными внутренними энергетическими потерями $A = 0,005$. Вычислите максимальное пропускание интерферометра и его добротность.

- 4.4. Интерферометр Фабри–Перо, состоящий из двух идентичных зеркал, разделенных воздушным промежутком толщиной L , освещается монохроматической электромагнитной волной с перестраиваемой частотой. Из измерения зависимости интенсивности выходного пучка от частоты падающей волны было найдено, что область свободной дисперсии интерферометра равна 3×10^9 Гц, а его разрешение составляет 60 МГц. Вычислите расстояние между зеркалами L интерферометра, его добротность и коэффициент отражения зеркал. Вычислите также потери на зеркалах, если максимальное пропускание составляет 50%.
- 4.5. Интерферометр Фабри–Перо, состоящий из двух идентичных зеркал, разделенных воздушным промежутком толщиной L , освещается от внешнего источника световым импульсом длительностью 1 пс при длине волны $\lambda \cong 600$ нм. Наблюдаемый на выходе пучок света оказывается состоящим из регулярной последовательности импульсов длительностью 1 пс с интервалом 10 нс между ними. Энергия импульсов экспоненциально уменьшается со временем с постоянной времени, равной 100 нс. Определите толщину воздушного промежутка и коэффициент отражения зеркала.
- 4.6. Путем прямой подстановки выражения (4.7.2) в правую часть формулы (4.6.9) покажите, что при взятии двойного интеграла из (4.6.9) от $-\infty$ до $+\infty$ получается выражение (4.7.3), где соотношение между q и q_0 задается выражением (4.7.4).
- 4.7. Положительная линза с фокусным расстоянием f расположена на расстоянии d от перетяжки пучка моды TEM_{00} , размер пятна в перетяжке — w_0 . Выразите через w_0 и d фокусное расстояние f , при котором фронт волны выходящего из линзы пучка будет плоским.
- 4.8. Покажите, что мощность гауссова пучка моды TEM_{00} , размер пятна в перетяжке которого равен w , можно найти по формуле $P = (\pi w^2/2)I_p$, где I_p — максимальная интенсивность пучка (при $r = 0$).
- 4.9. He-Ne лазер генерирует чистую гауссову моду TEM_{00} на длине волны $\lambda = 632,8$ нм, его выходная мощность равна $P = 5$ мВт. Вычислите размер пятна, максимальную интенсивность и максимальное электрическое поле в перетяжке пучка, предполагая, что угол расхождения пучка в дальней зоне равен 1 мрад.
- 4.10. Пучок из Ar лазера, генерирующего чистую гауссову моду TEM_{00} мощностью 1 Вт на длине волны $\lambda = 514,5$ нм, попадает на мишень, расположенную на расстоянии 100 м от перетяжки пучка. Вычислите размер пятна, радиус кривизны волнового фронта и максимальную интенсивность в месте расположения мишени, если размер пятна в перетяжке пучка составляет $w_0 = 2$ мм.
- 4.11. Рассмотрим гауссов пучок моды TEM_{00} с размером пятна w_1 , проходящий через линзу диаметром D и фокусным расстоянием f . Чтобы

избежать чрезмерных дифракционных эффектов на краях линзы, возникающих вследствие ограничения гауссова поля апертурой линзы, ее диаметр обычно выбирается в соответствии с критерием $D \geq 2,25w_1$. Допустим, что: 1) в предыдущем выражении стоит знак равенства; 2) перетяжка падающего пучка расположена на линзе, т. е. $w_1 = w_{01}$; 3) $f \ll z_{R1} = \pi w_{01}^2 / \lambda$; 4) выполняется соотношение (4.7.27). При этих условиях выразите минимальный размер пятна после линзы как функцию числовой апертуры линзы NA ($NA = \sin \theta$, где $\theta = \tan^{-1}(D/f)$, откуда, для малых θ , $NA \cong (D/f)$).

- 4.12. Пусть гауссов пучок моды TEM_{00} , генерируемый рубиновым лазером ($\lambda = 694,3$ нм), проходит через телескоп диаметром 1 м, качество которого определяется дифракцией, и освещает участок на поверхности Луны. Предполагая, что расстояние от Земли до Луны равно $z \cong 348\,000$ км, и воспользовавшись соотношением для диаметра объектива телескопа и размером пятна пучка $D = 2,25w_{01}$ (см. предыдущую задачу), вычислите размер пятна пучка на Луне. (Несмотря на то, что искажения пучка за счет атмосферных эффектов могут быть значительными, здесь ими можно пренебречь.)
- 4.13. Гауссов пучок с размером пятна в перетяжке, равным w_0 , проходит через твердую пластину толщиной L из прозрачного материала с показателем преломления n . Пластина располагается непосредственно перед перетяжкой пучка. Используя закон $ABCD$ распространения гауссова пучка, покажите, что размер пятна и радиус кривизны волнового фронта после прохождения пластины совпадают со значениями, подсчитанными для распространения пучка в вакууме на расстояние $L' = L/n$. Судя по полученному результату, определите повлияла ли пластина на угол расхождения пучка в дальней зоне?
- 4.14. С помощью уравнения (4.7.26) покажите, что гауссов пучок с размером пятна в перетяжке w_{01} не может быть сфокусирован на расстоянии, превышающем $z_{R1}/2$, где $z_{R1} = \pi w_{01}^2 / \lambda$. Каково фокусное расстояние, соответствующее этому максимальному условию фокусировки?

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Kogelnik, Propagation of Laser Beams, in *Applied Optics and Optical Engineering*, ed. by R. Shannon and J. C. Wynant (Academic Press, New York, 1979), Vol. II, pp. 156–190.
2. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 6th ed. (Pergamon, Oxford, 1980), Sec. 1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970, 2-е изд., разд. 1.
3. E. Ritter, Coatings and Thin-Film Techniques, in *Laser Handbook*, ed. by F. T. Arecchi and E. O. Schultz-Dubois (North-Holland, Amsterdam, 1972), Vol. 1, pp. 897–921.
4. *Thin Films for Optical Systems*, ed. by F. R. Flory (Marcel Dekker, New York 1995).
5. Ref. [2], Sec. 7.
Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970, 2-е изд., разд. 7.
6. A. E. Siegman, *Lasers* (Oxford University Press, Oxford, U. K.), Chap. 1.
7. Ref. [6], Chap. 20.
8. H. Kogelnik and T. Li, Laser Beams and Resonators, *Appl. Opt.* 5, 1550 (1966).

ГЛАВА 5

ПАССИВНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ РЕЗОНАТОРЫ

5.1. ВВЕДЕНИЕ

Глава 5 посвящена теории пассивных оптических резонаторов, т. е. таких, которые не содержат внутри себя активную среду. Наиболее широко распространенные резонаторы лазеров имеют либо плоские, либо сферические зеркала прямоугольной (или, чаще, круглой) формы, разнесенные на некоторое расстояние L . Обычно величина L может составлять от нескольких сантиметров до нескольких десятков сантиметров, тогда как размеры зеркал изменяются от долей сантиметров до нескольких сантиметров. Таким образом, лазерные резонаторы имеют два основных отличия от резонаторов, используемых в устройствах СВЧ-диапазона (см., например, раздел 2.2.1): размеры лазерных резонаторов намного превышают длину волны, а сами они являются, как правило, открытыми, т. е. не имеют боковой поверхности. Размеры резонатора обычно много больше длины волны лазерного излучения, поскольку ее величина изменяется от долей микрона до нескольких десятков микрон. Лазерный резонатор, длина которого была бы сравнима с такими длинами волн, имел бы слишком низкий коэффициент усиления, чтобы возникла лазерная генерация. Резонаторы лазеров обычно делают открытыми, поскольку это резко сокращает число мод, которые могут существовать в нем с малыми потерями. Действительно, из рассматриваемого ниже примера 5.1 видно, что даже лазер с узкой линией генерации, такой как He-Ne лазер, имел бы огромное количество мод ($\approx 10^9$), если бы резонатор был закрытым. Напротив, при убиении боковых поверхностей число мод с малыми потерями сокращается до нескольких штук (≈ 6 в рассматриваемом примере).

В соответствии с предшествующим рассмотрением, в открытых резонаторах неизбежно имеются некоторые потери излучения из-за дифракции, которая приводит к тому, что

какая-то часть энергии покидает резонатор (*дифракционные потери*). Поэтому, строго говоря, определение моды, данное в разделе 2.2.1, нельзя применять к открытому резонатору, и истинных мод (т. е. стационарных решений волновых уравнений) в таком резонаторе не существует. Тем не менее, в дальнейшем будет видно, что решения в виде стоячих электромагнитных волн с очень небольшими потерями все-таки существуют в открытых резонаторах. Поэтому определим *моду* в резонаторе как такую пространственную конфигурацию электромагнитного поля, для которой напряженность электрического поля может быть записана в виде

$$E(\mathbf{r}, t) = E_0 u(\mathbf{r}) \exp [(-t/2\tau_c) + j\omega t]. \quad (5.1.1)$$

Введенный здесь параметр τ_c (время затухания квадрата амплитуды электрического поля) называют *временем жизни фотона в резонаторе*.

Различные возможные типы резонаторов будут рассмотрены в последующих разделах.

5.1.1. ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ РЕЗОНАТОР (ИЛИ РЕЗОНАТОР ФАБРИ–ПЕРО)

Плоскопараллельный резонатор (резонатор Фабри–Перо) состоит из двух плоских зеркал, расположенных параллельно друг другу. В первом приближении моды такого резонатора можно представить в виде суперпозиции двух плоских электромагнитных волн, распространяющихся в противоположных направлениях вдоль оси резонатора, как схематически показано на рис. 5.1а. В рамках этого приближения нетрудно определить *резонансные частоты*, если наложить условие, что длина резонатора L должна равняться целому числу полуволн, т. е. $L = n(\lambda/2)$, где n — положительное целое число. Такое условие необходимо для того, чтобы на поверхности обоих зеркал напряженность электрического поля стоячей электромагнитной волны была равна нулю. Отсюда следует, что резонансные частоты в этом случае определяются соотношением

$$\nu = n(c/2L). \quad (5.1.2)$$

Отметим, что такое же соотношение можно получить, если наложить условие, что изменение фазы плоской волны после полного прохода резонатора (в прямом и обратном направлениях) должно быть кратно величине 2π , т. е. должно выполняться равенство $2kL = 2n\pi$. Это условие нетрудно получить из соображений самосогласованности. Если частота плоской волны равна

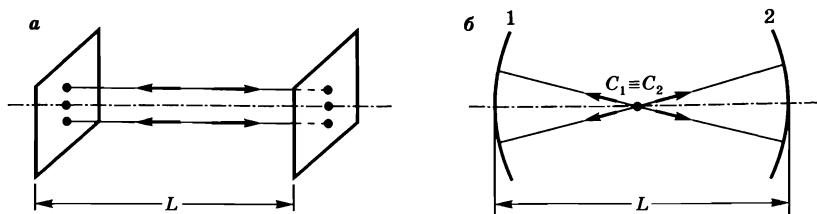


Рис. 5.1
а) Плоскопараллельный резонатор. б) Концентрический резонатор

частоте моды резонатора, то набег фазы после одного полного прохода, или обхода, резонатора должен быть равен нулю (с точностью до целого числа величин 2π). Только в этом случае амплитуды последовательно отраженных волн в любой произвольной точке пространства будут складываться в фазе, давая значительную величину суммарной напряженности поля.

В соответствии с (5.1.2) разность частот двух последовательных мод, т. е. мод, для которых величины n отличаются на единицу, дается соотношением

$$\Delta\nu = c/2L. \quad (5.1.3)$$

Эту величину называют *разностью частот соседних продольных мод*; название «*продольная*» используют потому, что число n равно числу полуволн моды вдоль оси резонатора лазера, т. е. в продольном направлении.

5.1.2. КОНЦЕНТРИЧЕСКИЙ (СФЕРИЧЕСКИЙ) РЕЗОНАТОР

Концентрический резонатор состоит из двух сферических зеркал, имеющих одинаковые радиусы кривизны R и расположенных на расстоянии L друг от друга таким образом, что центры кривизны зеркал C_1 и C_2 совпадают, т. е. $L = 2R$ (рис. 5.1б). На рис. 5.1б в приближении геометрической оптики изображены также моды рассматриваемого резонатора. В данном случае моды приближенно представляются в виде суперпозиции двух распространяющихся в противоположных направлениях сферических электромагнитных волн, исходящих из точки C . Применение все тех же приведенных выше соображений самосогласованности снова приводит к соотношению (5.1.2) для частот мод и (5.1.3) для разности частот соседних продольных мод.

5.1.3. КОНФОКАЛЬНЫЙ РЕЗОНАТОР

Конфокальный резонатор состоит из двух сферических зеркал с одинаковыми радиусами кривизны R , которые расположены на расстоянии L друг от друга таким образом, что фокусы зеркал F_1 и F_2 совпадают. Отсюда следует, что центр кривизны C одного зеркала находится на поверхности второго зеркала (т. е. $L = R$). В рамках геометрической оптики, изменяя расстояние от двух параллельных лучей до оси резонатора C_1C_2 , можно нарисовать неограниченное число замкнутых оптических траекторий типа той, что изображена на рис. 5.2. Отметим также, что направления лучей, показанные на рис. 5.2, можно заметить на противоположные. Однако такое описание, основанное на геометрической оптике, не дает никакого представления о пространственной конфигурации моды. Действительно, как будет видно в дальнейшем, эта конфигурация не может быть описана ни плоской, ни сферической волнами. По этой же причине и выражения для частот мод не могут быть получены непосредственно из соображений геометрической оптики.

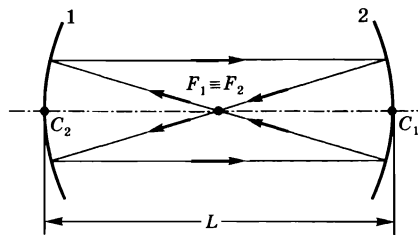


Рис. 5.2
Конфокальный резонатор

5.1.4. СФЕРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАТОР ОБЩЕГО ВИДА

Часто используют также резонаторы, состоящие из двух сферических зеркал с одинаковыми радиусами кривизны R и расположенные на таком расстоянии L друг от друга, что $R < L < 2R$ (т. е. отвечающем промежуточному положению между конфокальной и концентрической конфигурациями). Кроме того, можно построить резонатор, у которого $L < R$. Для этих случаев, вообще говоря, невозможно выполнить такое построение лучей, при котором они повторяют свой путь после одного или нескольких проходов через резонатор.

Все эти резонаторы можно рассматривать как частные примеры резонатора общего вида, образованного двумя либо вогнутыми ($R > 0$), либо выпуклыми ($R < 0$) сферическими зеркалами с различными радиусами кривизны, расположенными на некотором произвольном расстоянии L друг от друга. Такие резонаторы можно подразделить на два класса, а именно на *устойчивые* и *неустойчивые*. Резонатор называют неустойчивым, если произвольный луч по мере последовательных отражений от каждого из двух зеркал будет удаляться на неограниченно большое расстояние от оси резонатора. Очевидный пример неустойчивого резонатора изображен на рис. 5.3. Наоборот, резонатор, для которого луч остается в пределах ограниченной области, называют устойчивым.

5.1.5. КОЛЬЦЕВОЙ РЕЗОНАТОР

Чрезвычайно важным видом лазерных резонаторов является *кольцевой резонатор*, в котором оптический путь лучей имеет кольцевую (рис. 5.4а) или более сложную траекторию, как, например, показанная на рис. 5.4б «сложенная» (англ. *folded*) траектория. В обоих случаях резонансные частоты кольцевого резонатора можно определить, если наложить условие, что полное изменение фазы вдоль кольцевой траектории на рис. 5.4а или вдоль замкнутой траектории на рис. 5.4б (показаны сплошными линиями) должно быть кратно величине 2π . При этом легко получить соотношение для резонансных частот:

$$\nu = nc/L_p, \quad (5.1.4)$$

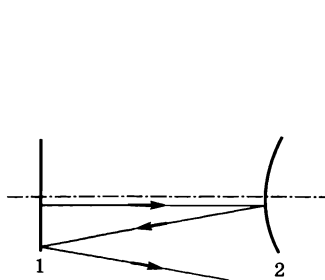


Рис. 5.3
Пример неустойчивого резонатора

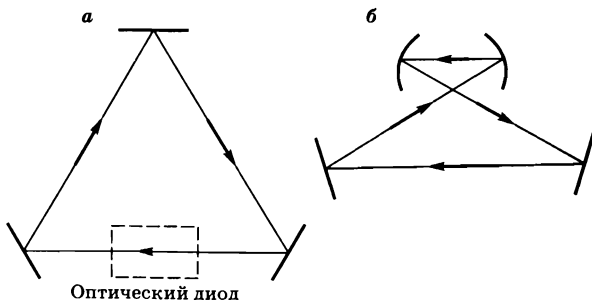


Рис. 5.4
а) Простейший трехзеркальный кольцевой резонатор.
б) Кольцевой резонатор «сложенной» конфигурации

где L_p — периметр кольца или длина замкнутой траектории на рис. 5.4б, а n — целое число. Отметим, что стрелки, показывающие направления лучей на рис. 5.4, могут, вообще говоря, быть развернуты в обратную сторону. Это означает, что, например, на рис. 5.4а излучение может распространяться как по часовой стрелке, так против нее. Таким образом, в общем случае в кольцевом резонаторе образуется стоячая волна. Однако можно использовать некоторое устройство, обеспечивающее однонаправленное распространение излучения, например только справа налево на рис. 5.4а (*оптический диод*, более подробно см. в разделе 7.8.2.2). Тогда в резонаторе будет существовать только волна, бегущая по часовой стрелке. Таким образом, понятия моды резонатора и резонансной частоты связаны не только со стоячими волнами. Отметим, что кольцевые резонаторы также могут иметь либо устойчивую (как на рис. 5.4), либо неустойчивую конфигурацию.

Пример 5.1. Число мод в замкнутом и открытом резонаторах. Рассмотрим He-Ne лазер, генерирующий на длине волны $\lambda = 633$ нм, с доплеровским контуром линии усиления шириной $\Delta\nu_0^* = 1,7 \cdot 10^9$ Гц. Положим длину резонатора равной $L = 50$ см и рассмотрим вначале открытый резонатор. В соответствии с (5.1.3) число продольных мод, попадающих в контур усиления, равно $N_{open} = 2L\Delta\nu_0^*/c \approx 6$. Предположим теперь, что резонатор ограничен цилиндрической боковой поверхностью диаметром $2a = 3$ мм. В соответствии с (2.2.16) число мод такого закрытого резонатора, попадающих в контур усиления шириной $\Delta\nu_0^*$, равно $N_{closed} = 8\pi v^2 V \Delta\nu_0^*/c^3$, где $v = c/\lambda$ — частота лазера, а $V = \pi a^2 L$ — объем резонатора. Используя приведенные выражения и выбранные значения параметров, легко получить, что $N_{closed} = (2\pi a/\lambda)^2 N_{open} \approx 1,2 \cdot 10^9$ мод.

5.2. СОБСТВЕННЫЕ МОДЫ И СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

Рассмотрим двухзеркальный резонатор общего вида (рис. 5.5а), образованный сферическими зеркалами с разными радиусами кривизны (положительными или отрицательными), которые разнесены на расстояние L друг от друга; этот резонатор может быть устойчивым или неустойчивым [1]. Предположим, что пучок произвольной формы вводится в резонатор, например со стороны зеркала 1, и рассмотрим его распространение внутри резонатора в прямом и обратном направлениях. Такое распространение можно считать эквивалентным прохождению через периодическую систему линз (англ. *lens-guide structure*), показанную на рис. 5.5б, когда такой же пучок распространяется в одну сторону, например вдоль положительного направления оси z . Отметим, что фокусные расстояния f_1 и f_2 на рис. 5.5б связаны с радиусами кривизны зеркал R_1 и R_2 на рис. 5.5а хорошо известными соотношениями $f_1 = R_1/2$ и $f_2 = R_2/2$. Отметим также, что две диафрагмы 1 и 2, с диаметрами соответственно $2a_1$ и $2a_2$, которые расположены за линзами на рис. 5.5б,

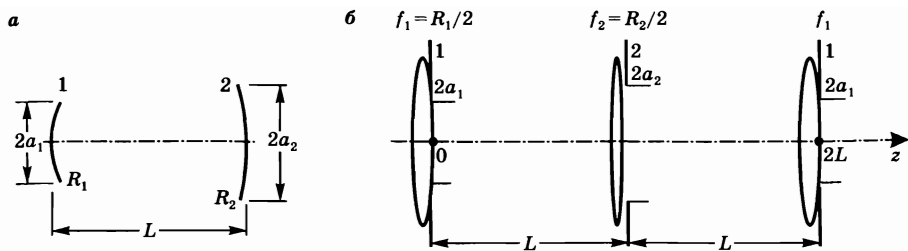


Рис. 5.5
 а) Двухзеркальный резонатор общего вида.
 б) Эквивалентная этому резонатору система линз

моделируют апертуры зеркал на рис. 5.5а. Обозначим теперь через $\tilde{E}(x_1, y_1, 0)$ комплексную амплитуду напряженности поля в некоторой заданной точке с поперечными координатами x_1 и y_1 на диафрагме 1, продольная координата которой определена как $z = 0$. Можно рассчитать амплитуду напряженности поля $\tilde{E}(x, y, 2L)$ после прохождения одного периода системы линз, т. е. при $z = 2L$, если известно распределение $\tilde{E}(x_1, y_1, 0)$ и заданы параметры линзовой системы (т. е. величины f_1, f_2, a_1, a_2 и L). Для такого расчета можно воспользоваться, например, уравнением Гюйгенса–Френеля (см. раздел 4.6). Как будет видно из раздела 5.5.2, расчет может усложниться при конечных размерах $2a_1$ и $2a_2$ апертур. Расчет может стать еще более сложным, если необходимо будет принять во внимание наличие в резонаторе, показанном на рис. 5.5а, некоторых дополнительных оптических элементов (например, линзы или системы линз).

Вообще говоря, вследствие линейности уравнения Гюйгенса–Френеля по напряженностям полей, можно записать:

$$\tilde{E}(x, y, 2L) = (\exp - 2jkL) \iint_1 K(x, y; x_1, y_1) \tilde{E}(x_1, y_1, 0) dx_1 dy_1, \quad (5.2.1)$$

где двойной интеграл берется по апертуре 1 плоскости на входе ($z = 0$), а функция K (называемая *функцией распространения*, или *пропагатором*) зависит от поперечных координат как в плоскости на входе (при $z = 0$), так и в плоскости на выходе (при $z = 2L$). Некоторые примеры таких функций будут приведены в разделе 5.5.2. Однако уже видно, что если функция $\tilde{E}(x_1, y_1, 0)$ является двумерной δ -функцией Дирака, с центром в точке x'_1, y'_1 , т. е. если выполняется равенство $\tilde{E}(x_1, y_1, 0) = \delta(x_1 - x'_1, y_1 - y'_1)$, то соотношение (5.2.1) дает $\tilde{E}(x, y, 2L) = \exp(-2jkL) K(x, y; x'_1, y'_1)$. Таким образом, с точностью до фазового множителя $\exp(-2jkL)$ функция распространения $K(x, y; x_1, y_1)$ представляет собой распределение напряженности электрического поля волны в плоскости на выходе, созданное точечным источником излучения, расположенным в точке с координатами x_1, y_1 плоскости на входе.

Вместо того чтобы рассматривать прохождение через систему линз на рис. 5.5б пучка общего вида, рассмотрим теперь пучок с поперечным распределением, соответствующим моде резонатора на рис. 5.5а. В этом случае, для того чтобы выполнялось условие самосогласованности, необходи-

мо, чтобы первоначальное распределение в пучке воспроизводилось после прохождения им одного периода системы линз. А именно, требуется выполнение условия

$$\tilde{E}(x, y, 2L) = \tilde{\sigma} \exp(-2jkL) \tilde{E}(x, y, 0), \quad (5.2.2)$$

где константа $\tilde{\sigma}$ обычно является комплексной величиной, поскольку функция распространения K является комплексной. Поэтому можно записать:

$$\tilde{\sigma} = |\tilde{\sigma}| \exp j\phi, \quad (5.2.3)$$

ожидая, что амплитуда $|\tilde{\sigma}|$ меньше 1 в результате ослабления пучка из-за дифракционных потерь. При этом фаза ϕ определяет дополнительный вклад в очевидный фазовый сдвиг за счет распространения плоской волны на расстояние $2L$ в свободном пространстве, т. е. $-2kL$, при обходе резонатора (или на одном периоде системы линз). В соответствии с (5.2.2) и (5.2.3) полный набег фазы за один проход равен

$$\Delta\phi = -2kL + \phi. \quad (5.2.4)$$

Если левую часть соотношения (5.2.1) заменить теперь правой частью соотношения (5.2.2), то получим выражение

$$\tilde{\sigma} \tilde{E}(x, y, 0) = \iint K(x, y; x_1, y_1) \tilde{E}(x_1, y_1, 0) dx_1 dy_1, \quad (5.2.5)$$

которое представляет собой однородное интегральное уравнение Фредгольма второго рода. Его собственные решения $\tilde{E}_{lm}(x, y, 0)$ (если таковые вообще существуют) описывают первоначальные распределения напряженности электрического поля волны, которые воспроизводятся после прохождения ею каждого периода системы линз на рис. 5.5б. Следовательно, они также описывают распределения напряженности электрического поля на апертуре зеркала 1, отвечающие *собственным модам резонатора* на рис. 5.5а. Каждое собственное решение (5.2.5) из бесконечного набора характеризуется парой целочисленных индексов l и m . Соответствующие *собственные значения* будут обозначаться как $\tilde{\sigma}_{lm}$.

Из предшествующего рассмотрения следует, что собственные значения $\tilde{\sigma}_{lm}$ таковы, что величина $|\tilde{\sigma}_{lm}|^2$ определяет множитель, показывающий во сколько раз изменяется интенсивность излучения после одного обхода резонатора. Поскольку такое изменение связано с дифракционными потерями, то должно выполняться условие $|\tilde{\sigma}_{lm}|^2 < 1$; тогда величина

$$\gamma_{lm} = 1 - |\tilde{\sigma}_{lm}|^2 \quad (5.2.6)$$

определяет относительную долю потерь мощности при одном обходе за счет дифракции. Видно, что согласно (5.2.4) величина $\Delta\phi = -2kL + \phi_{lm}$ равна изменению фазы при одном обходе. Если распределение напряженности поля воспроизводится после каждого полного прохода, то это требует выполнения условия $\Delta\phi_{lm} = -2\pi n$, где n — целое число. Таким образом, получаем: $-2kL + \phi_{lm} = -2\pi n$. Используя соотношение $k = 2\pi\nu/c$, получаем выражение для резонансных частот в виде

$$\nu_{lmn} = \frac{c}{2L} \left[n + \frac{\phi_{lm}}{2\pi} \right]. \quad (5.2.7)$$

Отметим, что здесь явно указана зависимость этих частот от величин трех целых чисел (индексов) l , m и n . Индексы l и m нумеруют собственные решения уравнения (5.2.5), тогда как индекс n определяет полное изменение фазы волны после одного обхода резонатора в единицах 2π (т. е. $n = -\Delta\phi_{lm}/2\pi$).

В заключение этого раздела отметим, что найденные в виде собственных функций $\vec{E}_{lm}$ решения интегрального уравнения (5.2.5) описывают напряженность электрического поля собственных мод в любой точке заданной плоскости; для каждой моды $\vec{E}_{lm}$ амплитуда $|\vec{\sigma}_{lm}|$ собственной величины $\vec{\sigma}_{lm}$ определяет, в соответствии с соотношением (5.2.6), дифракционные потери мощности при одном обходе резонатора, тогда как ее фаза ϕ_{lm} определяет, согласно соотношению (5.2.7), соответствующие резонансные частоты.

5.3. ВРЕМЯ ЖИЗНИ ФОТОНА И ДОБРОТНОСТЬ РЕЗОНАТОРА

Рассмотрим некоторую моду устойчивого или неустойчивого резонатора и предположим, для общности, что у нее существуют и другие потери, кроме дифракционных. Например, потери могут происходить на зеркалах за счет того, что их отражательная способность меньше единицы. Потери могут быть также обусловлены рассеянием в некоторых оптических элементах внутри резонатора. Попробуем при этих условиях определить скорость затухания энергии данной моды. С этой целью обозначим через I_0 начальную интенсивность, соответствующую амплитуде напряженности электрического поля $\vec{E}(x_1, y_1, 0)$ в точке с данными поперечными координатами x_1, y_1 . Пусть через R_1 и R_2 обозначены коэффициенты отражения (по мощности) двух зеркал, а через T_i — относительные внутренние потери энергии за счет дифракции и других причин при одном проходе через резонатор. Интенсивность $I(t_1)$ в той же самой точке x_1, y_1 в момент времени $t_1 = 2L/c$, т. е. после одного обхода резонатора, будет равна

$$I(t_1) = R_1 R_2 (1 - T_i)^2 I_0. \quad (5.3.1)$$

Отметим, что поскольку величина T_i введена здесь как относительные внутренние потери энергии за один проход, то интенсивность уменьшается в $(1 - T_i)$ раз при проходе в одном направлении и в $(1 - T_i)^2$ раз при двойном (полном) проходе через резонатор. Тогда интенсивность в той же самой точке после m полных проходов, т. е. в момент времени

$$t_m = 2mL/c, \quad (5.3.2)$$

будет равна

$$I(t_m) = [R_1 R_2 (1 - T_i)^2]^m I_0. \quad (5.3.3).$$

Пусть теперь $\phi(t)$ обозначает полное число фотонов в данной моде резонатора в момент времени t . Поскольку пространственная форма моды восстанавливается после каждого обхода, то можно считать, что $\phi(t) \propto I(t)$. Тогда, используя (5.3.3), можно записать

$$\phi(t_m) = [R_1 R_2 (1 - T_i)^2]^m \phi_0, \quad (5.3.4)$$

где ϕ_0 — число фотонов в моде, изначально находящихся в резонаторе.

Это выражение можно также представить в виде:

$$\phi(t_m) = [\exp(-t_m/\tau_c)]\phi_0, \quad (5.3.5)$$

где τ_c — некоторая константа. Действительно, сравнивая выражения (5.3.5) и (5.3.4), с использованием (5.3.2), находим, что

$$\exp(-2mL/c\tau_c) = [R_1 R_2 (1 - T_i)^2]^m. \quad (5.3.6)$$

Отсюда видно, что параметр τ_c не зависит от числа обходов m и определяется соотношением:

$$\tau_c = -2L/c \ln [R_1 R_2 (1 - T_i)^2]. \quad (5.3.7)$$

Предположим теперь, что выражение (5.3.5) справедливо не только в моменты времени t_m , но и в любой момент времени $t(> 0)$. Тогда можно записать:

$$\phi(t) \cong \exp(-t/\tau_c)\phi_0. \quad (5.3.8)$$

Это подтверждает оправданность использования выражения вида (5.1.1) для напряженности электрического поля моды и позволяет определить, на основе соотношения (5.3.7), *время жизни фотона в резонаторе*. Можно заметить, что (5.3.7), с помощью соотношений (1.2.4) и (1.2.6), можно легко привести к виду:

$$\tau_c = L/c\gamma. \quad (5.3.9)$$

Отсюда видно, что время жизни фотона в резонаторе равно времени прохода $\tau_T = L/c$ волны через резонатор в одном направлении, деленному на величину (логарифмических) потерь в резонаторе γ .

Пример 5.2. *Расчет времени жизни фотона в резонаторе.* Положим $R_1 = R_2 = R = 0,98$, а $T_i \cong 0$. Из (5.3.7) получаем $\tau_c = \tau_T / [-\ln R] = 49,5\tau_T$, где τ_T — время прохода через резонатор в одном направлении. Из этого примера видно, что время жизни фотона в резонаторе гораздо больше времени прохода через резонатор, что характерно для резонаторов с малыми потерями. Если положить $L = 90$ см, то получим $\tau_T = 3$ нс, а $\tau_c \cong 150$ нс.

Если известно время жизни фотона в резонаторе, то временную зависимость напряженности электрического поля в произвольной точке внутри резонатора можно, в соответствии с (5.1.1), в скалярном приближении записать в виде $E(t) = \tilde{E} \exp[(-t/2\tau_c) + j\omega t]$, где ω — угловая резонансная частота моды. В этом случае аналогичная временная зависимость характерна для напряженности электрического поля волны, выходящей из резонатора через одно из зеркал в результате конечного пропускания этого зеркала. Если сделать Фурье-преобразование приведенного выражения, то нетрудно показать, что спектр мощности излучения из резонатора имеет лоренцев контур с полной шириной линии резонатора (FWHM), равной

$$\Delta\nu_c = 1/2\pi\tau_c. \quad (5.3.10)$$

Отметим, что найденный таким образом спектр излучения не совпадает со спектром пропускания интерферометра Фабри–Перо, представленным в разделе 4.5, форма которого не является лоренцевой (см. соотношение (4.5.6)). В частности, приведенное здесь выражение для $\Delta\nu_c$ (см. (5.3.10)), если в нем вместо τ_c подставить соотношение (5.3.7) при $T_i \cong 0$, не совпадает с выражением, полученным в разделе 4.5 (см. (4.5.12) при $L' = L$). Это расхождение можно связать с приближением, которое было сделано при записи выражения (5.3.8). Однако численные различия в результатах, полученных из расчетов по указанным формулам, крайне малы, особенно при высоких значениях коэффициентов отражения, как это будет видно из примера 5.3. Поэтому в дальнейшем будем считать, что форма линии излучения из резонатора является лоренцевой с шириной, определяемой соотношением (5.3.10), а время жизни фотона в резонаторе дается соотношением (5.3.7).

Пример 5.3. Ширина линии резонатора. Если снова положить $R_1 = R_2 = R = 0,98$, а $T_i \cong 0$, то из (5.3.10) и (5.3.7) получаем $\Delta\nu_c = 6,4307 \cdot 10^{-3} \times (c/2L)$, тогда как из (4.5.12) имеем $\Delta\nu_c = 6,4308 \cdot 10^{-3} \cdot (c/2L)$. Для частного случая $L = 90$ см получаем $\Delta\nu_c \cong 1,1$ МГц. Даже при относительно низких коэффициентах отражения $R_1 = R_2 = 0,5$ расхождение невелико. Действительно, из (5.3.10) и (5.3.7) определяем $\Delta\nu_c = 0,221 \cdot (c/2L)$, тогда как из (4.5.12) $\Delta\nu_c = 0,225 \cdot (c/2L)$. Снова при $L = 90$ см имеем $\Delta\nu_c \cong 37,5$ МГц. Таким образом, обычно $\Delta\nu_c$ может изменяться от нескольких МГц до нескольких десятков МГц.

Рассмотрев время жизни фотона в резонаторе, введем теперь понятие *добротности*, или *Q-фактора, резонатора* (от англ. *quality* — качество), и найдем связь этой величины с временем жизни фотона. Для любой резонансной системы, и в частности для оптического резонатора, добротность Q определяют как $Q = 2\pi \times (\text{запасенная энергия})/(\text{энергия, теряемая за один период колебания})$. Таким образом, высокая добротность резонатора означает малость потерь в резонансной системе.

Поскольку в рассматриваемом случае запасенная энергия равна $\phi h\nu$, а энергия, теряемая за один период колебания, составляет $h\nu(-d\phi/dt)(1/\nu) = -h(d\phi/dt)$, то имеем:

$$Q = -2\pi\nu\phi/(d\phi/dt). \quad (5.3.11)$$

При этом из (5.3.8) находим соотношение

$$Q = 2\pi\nu\tau_c, \quad (5.3.12)$$

которое, используя (5.3.10), можно преобразовать к более удобному виду

$$Q = \nu/\Delta\nu_c. \quad (5.3.13)$$

Таким образом, Q -фактор резонатора можно интерпретировать как отношение резонансной частоты ν данной моды к ширине линии резонатора $\Delta\nu_c$.

Пример 5.4. Q -фактор резонатора лазера. В соответствии с примером 5.2 положим $\tau_c \cong 150$ нс и будем считать, что $\nu \cong 5 \cdot 10^{14}$ Гц (т. е. $\lambda \cong 630$ нм). Из (5.3.12) получаем $Q = 4,7 \cdot 10^8$. Таким образом, Q -фактор лазерного резонатора может достигать очень высоких значений, и это означает, что в течение одного периода колебаний резонатор теряет весьма незначительную долю энергии.

5.4. КРИТЕРИЙ УСТОЙЧИВОСТИ

Рассмотрим вначале двухзеркальный резонатор общего вида (рис. 5.6а) и луч, идущий из точки P_0 плоскости β внутри резонатора, например прямо перед зеркалом 1. Этот луч после отражения от зеркал 2 и 1 пересечет плоскость β в некоторой точке P_1 . Если обозначить через r_0 и r_1 поперечные координаты точек P_0 и P_1 относительно оси резонатора, а через r'_0 и r'_1 — углы, которые соответствующие лучи образуют с этой осью, то в соответствии с (4.2.2) можно записать:

$$\begin{vmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_0 \\ r'_0 \end{vmatrix}, \quad (5.4.1)$$

где $ABCD$ -матрица отвечает одному обходу резонатора. Луч, выходящий из точки $P_1(r_1, r'_1)$, пересечет после одного обхода плоскость β в точке $P_2(r_2, r'_2)$ с обобщенными координатами

$$\begin{vmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B^2 \\ C & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_0 \\ r'_0 \end{vmatrix}. \quad (5.4.2)$$

Таким образом, после n обходов соответствующая точка $P_n(r_n, r'_n)$ будет иметь координаты

$$\begin{vmatrix} r_n \\ r'_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B^n \\ C & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r_0 \\ r'_0 \end{vmatrix}. \quad (5.4.3)$$

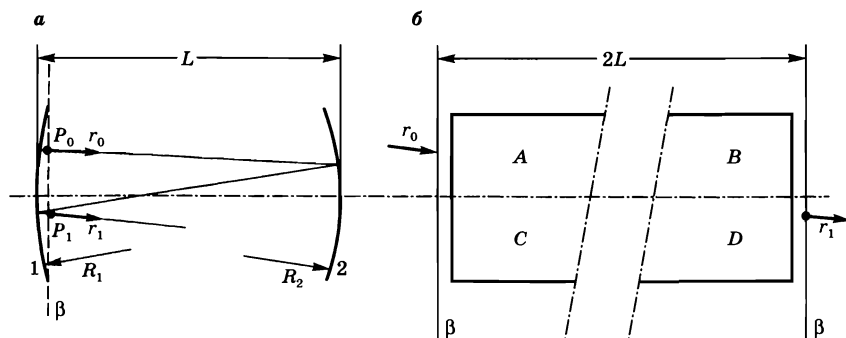


Рис. 5.6
Анализ условий устойчивости (а) двухзеркального резонатора и (б) обобщенного резонатора, описываемого $ABCD$ -матрицей

Для того чтобы резонатор был устойчивым, требуется, чтобы для любой начальной точки (r_0, r'_0) координаты точки (r_n, r'_n) оставались конечными при увеличении n . Это означает, что элементы матрицы

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}^n$$

также должны оставаться конечными по мере роста n .

Предшествующие рассуждения можно легко распространить на обобщенный резонатор, в котором преобразование луча при одном обходе описывается некоторой $ABCD$ -матрицей, например на резонатор из двух зеркал, содержащий другие оптические элементы, такие как линзы, телескопы и т. д. (см. рис. 5.6б). В этом случае снова требуется, чтобы элементы $ABCD$ -матрицы в n -ой степени оставались конечными по мере роста n .

Для обоих резонаторов, изображенных на рис. 5.6, луч исходит из плоскости β и приходит на нее же, что означает неизменность показателя преломления для обоих лучей — начального r_0 и конечного r_1 . Отсюда следует, что определитель матрицы, $(AD - BC)$, равен 1. В этом случае теорема матричной алгебры [2], иногда называемая теоремой Сильвестра, гласит, что если угол θ определен в соответствии с соотношением

$$\cos \theta = (A + D)/2, \quad (5.4.4)$$

то справедливо равенство

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}^n = \frac{1}{\sin \theta} \begin{vmatrix} A \sin n\theta - \sin(n-1)\theta & B \sin n\theta \\ C \sin n\theta & D \sin n\theta - \sin(n-1)\theta \end{vmatrix}. \quad (5.4.5)$$

Соотношение (5.4.5) показывает, что матричные элементы n -ой степени матрицы не возрастают до бесконечности, если величина θ является действительной. На самом деле, если бы величина θ была комплексной, т. е. имела бы вид $\theta = a + ib$, то члены, пропорциональные, например, $\sin n\theta$ в (5.4.5), могли бы быть представлены как $\sin n\theta = [\exp(jn\theta) + \exp(-jn\theta)]/2j = [\exp(jna - nb) - \exp(-jna + nb)]/2j$. Тогда величина $\sin n\theta$ содержала бы вклад, который мог бы экспоненциально возрастать при увеличении n , например $[\exp(-jna + nb)]/2j$ при $b > 0$, так что элементы n -ой степени матрицы стремились бы при этом к бесконечности по мере роста n . Таким образом, для устойчивости резонатора потребуем, чтобы величина θ была действительной; согласно (5.4.4), это означает, что должно выполняться условие

$$-1 < \left(\frac{A+D}{2} \right) < 1. \quad (5.4.6)$$

Неравенство (5.4.6) устанавливает *критерий устойчивости* для обобщенного резонатора на рис. 5.6б. В случае двухзеркального резонатора, изображенного на рис. 5.6а, можно сделать следующий шаг, записав $ABCD$ -матрицу в явном виде. Напомним, что полную матрицу для системы можно получить как произведение матриц отдельных оптических элементов, которые пересекает пучок, при этом матрицы должны быть расположены в очередности, обратной той, в которой пучок проходит сквозь соответствующие эле-

менты. Таким образом, в рассматриваемом случае $ABCD$ -матрица задается упорядоченным произведением следующих четырех матриц: отражение от зеркала 1, распространение в свободном пространстве от зеркала 2 к зеркалу 1, отражение от зеркала 2, распространение в свободном пространстве от зеркала 1 к зеркалу 2. Используя табл. 4.1, получим:

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2/R_1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2/R_2 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (5.4.7)$$

Матричное произведение (5.4.7) дает

$$\frac{A+D}{2} = 1 - \frac{2L}{R_1} - \frac{2L}{R_2} + \frac{2L^2}{R_1 R_2}. \quad (5.4.8)$$

Соотношение (5.4.8) можно легко привести к виду:

$$\frac{A+D}{2} = 2 \left(1 - \frac{L}{R_1} \right) \left(1 - \frac{L}{R_2} \right) - 1. \quad (5.4.9)$$

Удобно теперь ввести две безразмерные характеристики резонатора, которые называют g_1 - и g_2 -параметрами резонатора и определяют как

$$g_1 = 1 - (L/R_1), \quad (5.4.10a)$$

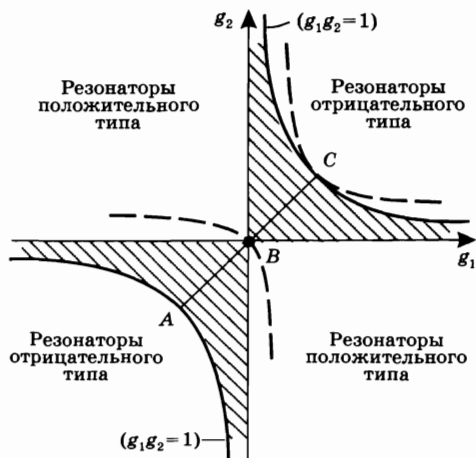
$$g_2 = 1 - (L/R_2). \quad (5.4.10b)$$

Используя эти параметры, критерий устойчивости (5.4.6), выраженный в виде (5.4.9), легко записать в очень простой форме:

$$0 < g_1 \cdot g_2 < 1. \quad (5.4.11)$$

Критерий устойчивости (5.4.11) удобно изобразить графически в плоскости g_1, g_2 (рис. 5.7). Для этого на рис. 5.7 представлены две ветви гиперболы, описываемой уравнением $g_1 \cdot g_2 = 1$ (сплошные линии). Поскольку другое граничное условие в (5.4.11), а именно $g_1 \cdot g_2 = 0$, требует, чтобы либо $g_1 = 0$, либо $g_2 = 0$, то области устойчивости в плоскости g_1, g_2 отвечает заштрихованная

Рис. 5.7
Диаграмма устойчивости сферического резонатора общего вида в плоскости g_1, g_2 . Область устойчивости отвечает заштрихованным частям на рисунке. Пунктирные линии соответствуют возможным конфокальным резонаторам



часть рисунка. Особенно важный класс двухзеркальных резонаторов представлен точками отрезка прямой AC , образующего угол 45° с осями g_1 и g_2 . Этот отрезок соответствует резонаторам с зеркалами одинаковой кривизны (симметричным резонаторам). В качестве конкретных примеров таких симметричных резонаторов можно указать те из них, которые отвечают показанным на рисунке точкам A , B и C и являются соответственно концентрическими, конфокальными и плоскими резонаторами.

Следует отметить, что резонаторы указанных трех типов, отвечающие точкам A , B и C , и, вообще говоря, любые резонаторы, параметры которых удовлетворяют соотношениям $g_1 \cdot g_2 = 0$ или $g_1 \cdot g_2 = 1$, находятся на границе, разделяющей области устойчивости и неустойчивости. В таких резонаторах только некоторые из лучей, например лучи, перпендикулярные плоским зеркалам на рис. 5.1а, не расходятся по мере распространения. Поэтому говорят также, что эти резонаторы являются минимально устойчивыми. Условия $g_1 \cdot g_2 = 0$ или $g_1 \cdot g_2 = 1$ соответствуют, таким образом, минимально устойчивым ситуациям.

5.5. УСТОЙЧИВЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

С целью упростить анализ вначале рассмотрим резонатор с бесконечно большой апертурой. Затем кратко обсудим проявления конечности размеров апертуры.

5.5.1. РЕЗОНАТОРЫ С БЕСКОНЕЧНО БОЛЬШОЙ АПЕРТУРОЙ

Обращаясь к рис. 5.6б для обобщенного резонатора и рис. 5.5а для двухзеркального, предположим, что их апертуры бесконечно велики, т. е. положим, что $a_1 = a_2 = \infty$ на рис. 5.5а. Распределение напряженности поля $u(x, y, z)$ после одного обхода резонатора на рис. 5.5а (или прохода одного периода системы линз на рис. 5.5б), т. е. при $z = 2L$, может быть получено из соотношения (4.6.9) при $z_1 = 0$, где в качестве $ABCD$ -матрицы взята матрица одного обхода (или прохода одного периода). Если в плоскости $z_1 = 0$ положить теперь $\tilde{E}(x_1, y_1, 0) = u(x_1, y_1, 0)$, то в приближении параксиальных волн и в соответствии с (4.6.5) можно записать $\tilde{E}(x, y, 2L) = u(x, y, 2L) \exp(-2jkL)$. Подставляя в это соотношение выражение для $u(x, y, z)$, задаваемое (4.6.9), получаем:

$$\begin{aligned} \tilde{E}(x, y, 2L) = \exp(-2jkL) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{j}{B\lambda} \right) \exp - jk \left[\frac{A(x_1^2 + y_1^2) + D(x^2 + y^2) - 2x_1x - 2y_1y}{2B} \right] \times \\ \times \tilde{E}(x_1, y_1, 0) dx_1 dy_1. \end{aligned} \quad (5.5.1)$$

Сравнение соотношений (5.5.1) и (5.2.1) показывает, что функция распространения $K(x, y; x_1, y_1)$ имеет в этом случае вид:

$$K = \left(\frac{j}{B\lambda} \right) \exp - jk \left[\frac{A(x_1^2 + y_1^2) + D(x^2 + y^2) - 2x_1x - 2y_1y}{2B} \right]. \quad (5.5.1а)$$

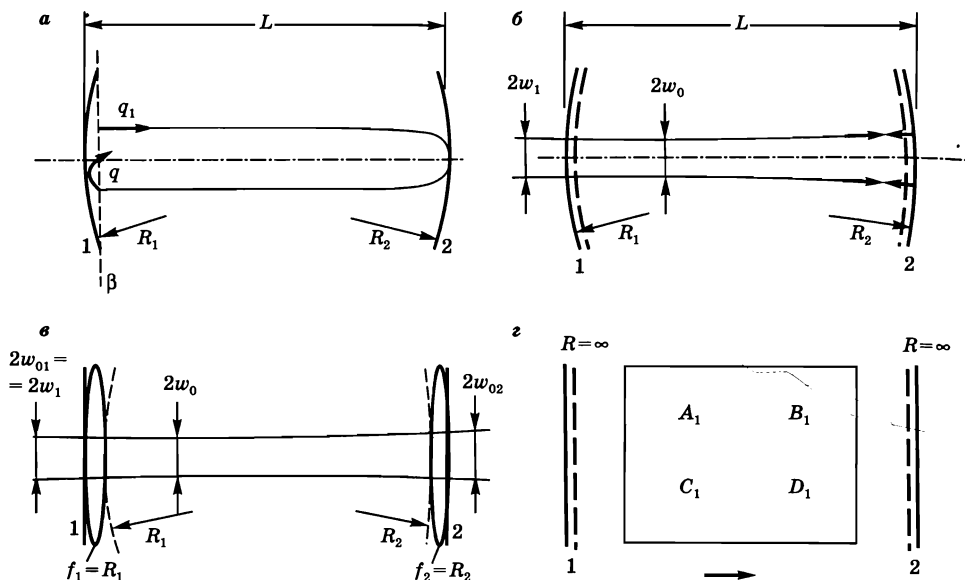


Рис. 5.8

- а) Расчет q -параметра для двухзеркального резонатора. б) Размер пятна и поверхности равной фазы в двухзеркальном резонаторе. в) Преобразование двухзеркального резонатора в резонатор с плоскими зеркалами на выходе. г) Общее решение для случая плоских зеркал на выходе

Как объяснялось в разделе 4.7, гауссово решение низшего порядка — выражение (4.7.1), и общее решение более высокого порядка — выражение (4.7.30), являются собственными решениями уравнения распространения (4.6.9), когда в оптической системе, описываемой $ABCD$ -матрицей, нет ограничивающей диафрагмы. Для того чтобы эти собственные *решения Эрмита-Гаусса* соответствовали распределениям напряженности электрического поля в модах резонатора, требуется воспроизводимость пучка после одного обхода. Это значит, что если обозначить через q_1 комплексный параметр гауссова пучка, покидающего плоскость β перед, например, зеркалом 1 на рис. 5.8а, то комплексный параметр пучка q после одного обхода резонатора должен снова быть равен q_1 . Из закона $ABCD$ для распространения гауссовых пучков, т. е. соотношения (4.7.4), положив $q_1 = q$, получим равенство

$$q = \frac{Aq + B}{Cq + D}. \quad (5.5.2)$$

Это условие означает, что величина q должна удовлетворять квадратному уравнению

$$Cq^2 + (D - A)q - B = 0. \quad (5.5.3)$$

Для того чтобы величина q была комплексной, необходимо и достаточно, чтобы дискриминант уравнения (5.5.3) был отрицательным, т. е. выполнялось условие

$$(D - A)^2 + 4BC < 0. \quad (5.5.4)$$

Однако, поскольку $AD - BC = 1$, условие (5.5.4) преобразуется к виду $(D + A)^2 < 4$, т. е. является аналогичным условию (5.4.6). Это означает, что решения в виде гауссовых пучков существуют только в устойчивых резонаторах, или, другими словами, что все устойчивые резонаторы с бесконечно большой апертурой имеют моды, которые описываются общими решениями Эрмита–Гаусса вида (4.7.30).

5.5.1.1. СВОБСТВЕННЫЕ МОДЫ

Рассмотрим вначале двухзеркальный резонатор на рис. 5.8а. Для того чтобы получить выражение для комплексной амплитуды распределения $u(x, y, z)$, например на зеркале 1, необходимо найти комплексный параметр пучка q , полученный как решение уравнения (5.5.3), при заданных величинах матричных элементов A, B, C и D . Определив q -параметр, получаем действительную и мнимую части величины $1/q$. Из них, в соответствии с (4.7.8), получаем величины размера пятна w и радиуса кривизны R волнового фронта при заданном положении. Аналогичным образом определяем величины w и R при любом положении внутри резонатора, включая зеркало 2 (рис. 5.8б). Для этих расчетов удобно преобразовать резонатор на рис. 5.8б в резонатор на рис. 5.8в, в котором сферическое зеркало с радиусом кривизны R_1 заменено комбинацией плоского зеркала и тонкой сферической линзы с фокусным $f_1 = R_1$.¹ Видно, что резонатор на рис. 5.8в принадлежит к классу резонаторов, состоящих из двух плоских зеркал и содержащих оптический элемент, причем матрица для одного прохода через него от зеркала 1 к зеркалу 2 определяется матричными элементами A_1, B_1, C_1 и D_1 (рис. 5.8г).

Для того чтобы найти q из уравнения (5.5.3), необходимо определить матрицу для одного обхода обобщенного резонатора на рис. 5.8г. С этой целью напомним, что согласно (4.2.17), матрица для одного прохода в обратном направлении, т. е. распространения от зеркала 2 к зеркалу 1, получается из $A_1 B_1 C_1 D_1$ -матрицы простой перестановкой матричных элементов A_1 и D_1 . Матрицу для плоского зеркала легко получить из матрицы для сферического (см. табл. 4.1), полагая $R \rightarrow \infty$. Матрица для плоского зеркала оказывается при этом просто единичной матрицей

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Тогда матрица для полного обхода, начиная от зеркала 1, имеет вид

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} D_1 & B_1 \\ C_1 & A_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2A_1 D_1 - 1 & 2B_1 D_1 \\ 2A_1 C_1 & 2A_1 D_1 - 1 \end{vmatrix}. \quad (5.5.5)$$

Из соотношения (5.5.5) сразу видно, что $A = D$, а из (5.5.3) получаем

¹ Тот факт, что рассматривается эквивалентная линза с фокусным расстоянием $f_1 = R_1$, тогда как фокусное расстояние эквивалентной системы линз равнялось $f_1 = R_1/2$ (см. рис. 5.5б) может вызвать некоторое замешательство. Отметим, однако, что за счет отражения от плоского зеркала на рис. 5.8в линза f_1 на рисунке проходит пучком дважды, так что она действует на него так же, как и одна линза с фокусным расстоянием $f_1 = R_1/2$.

$$q = q_1 = j\sqrt{-\frac{B}{C}} = j\sqrt{-\frac{B_1 D_1}{A_1 C_1}}. \quad (5.5.6a)$$

Можно показать, что критерий устойчивости (5.4.6) требует выполнения неравенства $B_1 D_1 / A_1 C_1 < 0$. Это означает, что величина q_1 является чисто мнимой, т. е. что поверхность равной фазы непосредственно перед зеркалом 1 (см. рис. 5.8г и в) является плоской. Можно провести аналогичные рассуждения, начиная от зеркала 2, чтобы показать, что

$$q_2 = j\sqrt{-\frac{A_1 B_1}{C_1 D_1}}. \quad (5.5.6b)$$

Поскольку $A_1 B_1 / C_1 D_1 = (A_1 / B_1)^2 (B_1 D_1 / A_1 C_1) < 0$, то q_2 также является чисто мнимой величиной, а волновой фронт на зеркале 2 тоже является плоским. Это означает, что радиус кривизны волнового фронта, после линзы f_1 на рис. 5.8в или перед зеркалом 1 на рис. 5.8б, равен R_1 ; то же самое справедливо для зеркала 2. Таким образом, приходим к заключению общего характера о том, что поверхность равной фазы вблизи зеркала резонатора всегда совпадает с поверхностью зеркала. Этот результат можно понять из рис. 5.8б, на котором электромагнитное поле, отвечающее данной собственной моде, рассматривается в виде суперпозиции бегущих волн. Волна, бегущая вправо на рис. 5.8б (обозначенная стрелкой, направленной слева направо), должна перейти после отражения на зеркале 2 в волну, бегущую влево (обозначенную стрелкой, направленной справа налево). В приближении геометрической оптики это требует перпендикулярности лучей у зеркала 2 поверхности зеркала. Тогда волновой фронт, который всегда перпендикулярен этим лучам, должен в месте расположения зеркала совпадать с его поверхностью.

Обобщенный результат (5.5.6) может быть теперь записан в явном виде для двухзеркального резонатора. Из рис. 5.8в видно, что при распространении от зеркала 1 к зеркалу 2 пучок проходит через линзу с фокусным расстоянием f_1 , затем через свободное пространство, на расстояние L , и, наконец, через линзу с фокусным расстоянием f_2 . При этом $A_1 B_1 C_1 D_1$ -матрица находится просто как произведение трех соответствующих матриц, записанных в порядке, обратном порядку прохождения элементов. Используя матрицы из табл. 4.1, легко показать, что

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} g_1 & L \\ -(1 - g_1 g_2) / L & g_2 \end{vmatrix}, \quad (5.5.7)$$

где g_1 и g_2 определяются соотношением (5.4.10). Из (5.5.6a), используя (4.7.8) и (5.5.7), получаем:

$$w_1 = \left(\frac{L\lambda}{\pi} \right)^{1/2} \left[\frac{g_2}{g_1(1 - g_1 g_2)} \right]^{1/4}. \quad (5.5.8a)$$

Аналогичным образом, начиная с соотношения (5.5.6b), получаем:

$$w_2 = \left(\frac{L\lambda}{\pi} \right)^{1/2} \left[\frac{g_1}{g_2(1 - g_1 g_2)} \right]^{1/4}, \quad (5.5.8b)$$

что можно и непосредственно записать, исходя из (5.5.8а), путем замены индексов 1 на 2. Взяв размер пятна $w_{01} = w_1$ на рис. 5.8в, можно, используя соотношение (4.7.27) с $f = f_1$ и $w_{02} = w_0$, рассчитать размер пятна w_0 в перетяжке. Имеем в результате:

$$w_0 = \left(\frac{L\lambda}{\pi} \right)^{1/2} \left[\frac{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{(g_1 + g_2 - 2g_1 g_2)^2} \right]^{1/4}. \quad (5.5.9)$$

С другой стороны, зная размер пятна w_1 на зеркале 1, можно определить расстояние от этого зеркала до перетяжки, используя для этого выражение (4.7.26) для z_m и подставляя в него $f = f_1 = R_1$ и $z_{R_1} = \pi w_{01}^2 / \lambda$.

В симметричном резонаторе имеем $R_1 = R_2 = R$ и $g_1 = g_2 = g = 1 - (L/R)$; при этом (5.5.8а) и (5.5.8б) имеют вид:

$$w = \left(\frac{L\lambda}{\pi} \right)^{1/2} \left[\frac{1}{1 - g^2} \right]^{1/4}, \quad (5.5.10а)$$

в то время как соотношение (5.5.9) дает:

$$w_0 = \left(\frac{L\lambda}{\pi} \right)^{1/2} \left[\frac{1 + g}{4(1 - g)} \right]^{1/4}. \quad (5.5.10б)$$

Пример 5.5. Размеры пятен в симметричном резонаторе. Первый из рассматриваемых случаев соответствует конфокальному резонатору ($g = 0$). Из соотношений (5.5.10а, б) получаем соответственно

$$w_c = (L\lambda/\pi)^{1/2}, \quad w_{0c} = (L\lambda/2\pi)^{1/2}, \quad (5.5.11)$$

где индекс c обозначает «конфокальный». Соотношения (5.5.11) показывают, что размер пятна в перетяжке в этом случае в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем на зеркалах (рис. 5.9а). В случае квазиплоского резонатора, т. е. когда $R \gg L$, можно положить $g = 1 - \epsilon$, где ϵ — малая положительная величина. Пренебрегая членами более высоких порядков малости по ϵ , из соотношений (5.5.10) получаем:

$$(w_{np}/w_c) \cong (w_{0np}/w_c) \cong (1/2\epsilon)^{1/4}, \quad (5.5.12)$$

где индекс np обозначает «квазиплоский», а размер пятна нормирован на размер пятна в конфокальном резонаторе. Соотношение (5.5.12) показывает, что в первом приближении размеры обоих пятен равны; таким образом, размер пятна вдоль резонатора практически постоянен (рис. 5.9б). В случае квазиконцентрического резонатора, т. е. когда $L \cong 2R$, можно положить $g = -1 - \epsilon$, где через ϵ снова обозначена малая положительная величина. Пренебрегая членами более высоких порядков малости по ϵ , из соотношений (5.5.10) получаем:

$$(w_{nc}/w_c) = (1/2\epsilon)^{1/4}, \quad (w_{0nc}/w_c) = (\epsilon/8)^{1/4}, \quad (5.5.13)$$

где индекс nc обозначает «квазиконцентрический». Соотношения (5.5.13) показывают, что размер пятна на зеркале, как функция ϵ , определяется таким же выражением, как и в квазиплоском резонаторе. Однако размер пятна в перетяжке в этом случае гораздо меньше и убывает по мере умень-

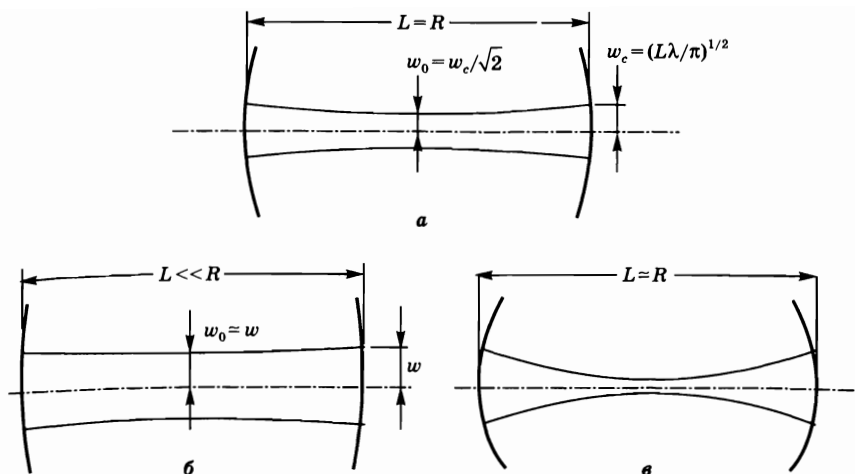


Рис. 5.9
Изменение размеров пятен в симметричных резонаторах:
а) конфокальном, б) квазиплоском и в) квазиконцентрическом.

шения ϵ . Изменение размера пятна вдоль резонатора показано на рис. 5.9в. Выбрав для численного примера $L = 1$ м и $\lambda = 514$ нм (длина волны Ar^+ лазера), получим $w_c \cong 0,4$ мм для конфокального резонатора. Если рассмотреть теперь квазиплоский резонатор, то также для $L = 1$ м и $\lambda = 514$ нм, при $R = 10$ м получим $g = 0,9$; из соотношения (5.5.10) имеем $w_0 \cong 0,59$ мм и $w \cong 0,61$ мм. Отметим, что в обоих случаях получаются относительно малые величины размеров пятен.

5.5.1.2. СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

Сравнение соотношений (4.7.29) и (4.7.30) показывает, что если $ABCD$ -матрица является матрицей обхода резонатора и $q = q_1$, то распределение амплитуд напряженности электромагнитного поля $u(x, y, 2L)$ после одного обхода с точностью до амплитудного множителя $1/[A + (B/q)]^{1+l+m}$ равно первоначальному распределению $u(x_1 = x, y_1 = y, z_1 = 0)$. Согласно (5.2.2) отсюда следует, что

$$\tilde{\sigma}_{lm} = \frac{1}{[A + (B/q)]^{1+l+m}}. \quad (5.5.14)$$

Из (5.5.3) видно, что поскольку $A = D$, то имеем:

$$q = j\sqrt{-B/C}. \quad (5.5.15)$$

Если теперь записать

$$\sigma = A + (B/q), \quad (5.5.16)$$

то из (5.5.16), используя (5.5.15), получаем $|\sigma|^2 = A^2 - BC = AD - BC = 1$. Тогда из (5.5.14) следует, что величина $\tilde{\sigma}_{lm}$ также равна 1 и, согласно (5.2.6), дифракционные потери γ_{lm} равны нулю. Действительно, этого следовало бы

ожидать в результате проведенного анализа, поскольку с самого начала очевидно варивалось, что предполагается отсутствие ограничивающих диафрагм (рис. 5.8г), и, в частности, рассматривался двухзеркальный резонатор с бесконечно большими размерами зеркал (рис. 5.8е).

Для того чтобы получить выражение для фазы собственного значения $\tilde{\sigma}_{lm}$, запишем:

$$\sigma = \exp -j\phi. \quad (5.5.17)$$

Из выражений (5.5.17) и (5.5.16), используя (5.5.15) и (5.5.5), имеем:

$$\cos \phi = A = 2A_1 D_1 - 1, \quad (5.5.18a)$$

$$\sin \phi = B\sqrt{-C/B} = 2B_1 D_1 \sqrt{-A_1 C_1 / B_1 D_1}. \quad (5.5.18b)$$

Из (5.5.18b) видно, что $0 < \phi < \pi$ при $B_1 D_1 > 0$ и $-\pi < \phi < 0$ при $B_1 D_1 < 0$. Из (5.5.18a) получаем $\cos^2(\phi/2) = (1 + \cos \phi)/2 = A_1 D_1$ и, следовательно,

$$\phi = 2 \arccos(\pm \sqrt{A_1 D_1}), \quad (5.5.19)$$

где положительный или отрицательный знак выбирается в зависимости от того, положительна или отрицательна величина $B_1 D_1$. Из соотношений (5.5.14), (5.5.16) и (5.5.17) получаем $\tilde{\sigma}_{lm} = \exp j(1+l+m)\phi = \exp j\phi_{lm}$, т. е. $\phi_{lm} = (1+l+m)\phi$. Тогда из (5.5.19) и (5.2.7) имеем:

$$\nu_{lmn} = \frac{c}{2L} \left[n + \frac{(1+l+m)}{\pi} \arccos(\pm \sqrt{A_1 D_1}) \right], \quad (5.5.20)$$

при этом знак «+» или «-» снова определяется тем, положительной или отрицательной является величина $B_1 D_1$.

В частном случае двухзеркального резонатора матричные элементы A_1 и D_1 можно получить из (5.5.7). При этом соотношение (5.5.20) преобразуется в

$$\nu_{lmn} = \frac{c}{2L} \left[n + \frac{(1+l+m)}{\pi} \arccos(\pm \sqrt{g_1 g_2}) \right], \quad (5.5.21)$$

и в соответствии с (5.5.7) знак «+» или «-» выбирается в зависимости от того, положительна или отрицательна величина g_2 (и, следовательно, величина g_1).

Пример 5.6. Спектр частот конфокального резонатора. Для симметричного конфокального резонатора ($g_1 = g_2 = 0$) из (5.5.21) имеем

$$\nu_{lmn} = \frac{c}{4L} [2n + (1+l+m)]. \quad (5.5.22)$$

Соответствующий спектр частот показан на рис. 5.10а. Видно, что моды, характеризующиеся одними и теми же значениями суммы $2n + l + m$, имеют одинаковую резонансную частоту, хотя их пространственные конфигурации и различны. Такие моды называют частотно-вырожденными. Расстояние по частоте между последовательными модами составляет при этом $c/4L$, а не $c/2L$, как в плоскопараллельном резонаторе (см. соотношение (5.1.3)). Однако две такие последовательные моды должны иметь различные пары величин (l, m) ; таким образом, величина $c/4L$ соответствует разности частот двух последовательных поперечных мод (например, $(n, 0, 0) \rightarrow (n, 0, 1)$).

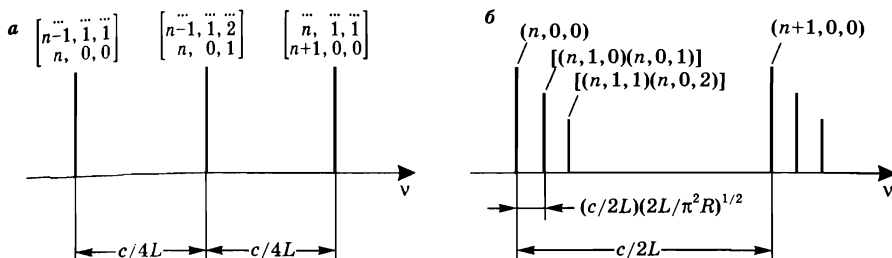


Рис. 5.10

Спектр частот симметричных (а) конфокального и (б) квазиплоского резонаторов

С другой стороны, расстояние по частоте между двумя модами с одинаковыми парами величин (l, m) (например, в моде TEM_{00}) и отличающимися на 1 по n (т. е. расстояние по частоте между соседними продольными модами) по-прежнему равно $c/2L$, так же как и в плоскопараллельном резонаторе.¹

Пример 5.7. Спектр частот симметричного квазиплоского резонатора. В этом случае $g_1 = g_2 = 1 - (L/R)$, где $L/R \ll 1$. Таким образом, величина g положительна и немного меньше 1. Соответственно $\arccos(g) = \arccos[1 - (L/R)] \cong (2L/R)^{1/2}$, а (5.5.21) принимает вид

$$v_{lmn} = \frac{c}{2L} \left[n + \frac{(1+l+m)}{\pi} \left(\frac{2L}{R} \right)^{1/2} \right]. \quad (5.5.23)$$

Соответствующий спектр частот показан на рис. 5.10б. Видно, что расстояние по частоте между соседними продольными модами снова равно $c/2L$, тогда как разность частот двух последовательных поперечных мод равна $(c/2L)(2L/\pi^2 R)^{1/2}$.

5.5.1.3. СТОЯЧИЕ И БЕГУЩИЕ ВОЛНЫ В ДВУХЗЕРКАЛЬНОМ РЕЗОНАТОРЕ

Продолжая обсуждение вопросов о размерах пятен и резонансных частотах в обобщенных резонаторах, начатое в разделах 5.5.1.1–2, перейдем теперь к описанию соответствующих изменений моды вдоль резонатора лазера. Ограничимся при этом рассмотрением случая двухзеркальных резонаторов.

¹ Термины «продольная мода» и «поперечная мода» в литературе по лазерам порой сбивают с толку и создают (ошибочное) впечатление, что существует два типа мод, а именно продольные моды (иногда называемые осевыми модами) и поперечные моды. В действительности же любая мода характеризуется тремя числами, например n, m, l соотношения (5.5.24). Напряженности электрического и магнитного полей практически перпендикулярны оси резонатора. Изменение амплитуд этих напряженностей в поперечном направлении определяется парой чисел m, l , тогда как изменение напряженности в продольном направлении (т. е. вдоль оси) определяется числом n . Когда не совсем точно говорят о (данной) поперечной моде, то это означает, что речь идет о моде с данными значениями поперечных индексов m, l , независимо от величины n . Соответственно выражение «одна поперечная мода» подразумевает моду с определенными значениями поперечных индексов m, l . Аналогичную интерпретацию можно применить и к продольным модам. Таким образом, под «двумя соседними продольными модами» подразумеваются две моды с последовательными значениями продольного индекса n (т. е. n и $(n+1)$ или $(n-1)$).

Согласно соотношениям (4.7.31) и (4.6.4), напряженность электрического поля в резонаторе может быть представлена в виде:

$$\tilde{E}_{lmn}(x, y, z) = \frac{w_0}{w} H_l \left[\frac{\sqrt{2}x}{w} \right] H_m \left[\frac{\sqrt{2}y}{w} \right] \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2} \right] \times \quad (5.5.24a)$$

$$\times \exp[-jkz + j(1+l+m)\phi] \times \quad (5.5.24б)$$

$$\times \exp[-jk(x^2 + y^2)/2R], \quad (5.5.24в)$$

где $w(z)$, $R(z)$ и $\phi(z)$ определяются соотношением (4.7.17). Эти величины могут быть найдены, если известны положение перетяжки и соответствующий размер пятна w_0 . Отметим, что здесь явно показана зависимость собственной моды $\tilde{E}$ от трех индексов l , m и n . Индексы l и m связаны с порядком полиномов Эрмита в соотношении (5.5.24a). Индекс n также указан явно, поскольку $k = 2\pi\nu/c$, а резонансная частота также зависит от трех индексов l , m и n (см. (5.5.21)). Эти индексы показывают следующее:

- индексы l и m , как уже указывалось в разделе 4.7.4, определяют число нулей в распределениях напряженности поля соответственно вдоль осей x и y ;
- в соответствии с рассмотрением в разделе 5.1.1 индекс n определяет число полуволн стоячей волны вдоль резонатора, т. е. дает число нулей напряженности поля вдоль оси z .

В заключение данного раздела рассмотрим вопрос о том, какую же волну описывает соотношение (5.5.24) для собственной моды поля: бегущую или стоячую. Ответ зависит от вида временной эволюции моды. Если записать, в соответствии с (4.6.1), $E = \tilde{E} \exp(j\omega t)$, где $\omega = \omega_{lmn} = 2\pi\nu_{lmn}$ — угловая частота моды, то продольный фазовый множитель в (5.5.24б), например для моды TEM_{00} , будет иметь вид $E \propto \exp[j(-kz + \phi + \omega t)]$, что соответствует волне, распространяющейся в положительном направлении оси z . Если, с другой стороны, записать $E = \tilde{E} \exp(-j\omega t)$, то получим волну, распространяющуюся в отрицательном направлении оси z . Собственная мода в виде стоячей волны получается как сумма этих двух волн, т. е. при записи $E \propto \tilde{E} \cos \omega t$. Следуя этому рассуждению, видим, что с точностью до множителя, определяемого коэффициентом пропускания зеркала, $E = \tilde{E} \exp(j\omega t)$ представляет собой также волну, выходящую из резонатора через зеркало 2 и распространяющуюся в положительном направлении оси z .

5.5.2.

ВЛИЯНИЕ КОНЕЧНОСТИ РАЗМЕРОВ АПЕРТУРЫ

В разделе 5.5.1.2 было показано, что в обобщенном резонаторе с бесконечно большой апертурой, таком как изображенный на рис. 5.8г, дифракционные потери отсутствуют. Действительно, для того чтобы определить эти потери, необходимо учесть при расчете реальные размеры любой апертуры, присутствующей в резонаторе (часто в резонаторе установлена диафрагма или апертура определяется поперечными размерами зеркал). Потери, обусловленные ограничивающей апертурой, фактически можно оценить с помощью рис. 5.11, на котором рассматривается мода TEM_{00} и приведен попе-

речный профиль распределения интенсивности этой моды в плоскости, содержащей диафрагму диаметром $2a$. Видно, что гауссово распределение моды TEM_{00} виньетировается этой диафрагмой, так что заштрихованные части пучка теряются всякий раз, как пучок проходит сквозь эту диафрагму. Однако такое описание является весьма приблизительным, поскольку всякое размещение ограничивающей апертуры в резонаторе существенно изменяет распределение напряженности электрического поля, которое перестает быть точно гауссовым.

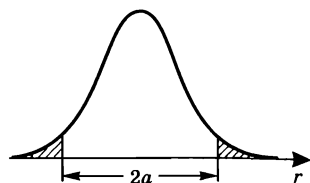


Рис. 5.11
Дифракционные потери, возникающие за счет виньетирования пучка диафрагмой радиуса a

Для корректного и точного расчета необходимо вернуться к исходному интегральному уравнению (5.2.5) и учесть конечные размеры апертуры. В последующем ограничимся рассмотрением двухзеркального резонатора, предполагая, что размеры ограничивающей апертуры определяются диаметрами зеркал.

Рассмотрим вначале симметричный резонатор ($R_1 = R_2 = R$ и $a_1 = a_2 = a$, рис. 5.12а) и эквивалентную ему систему линз (рис. 5.12б). Используя симметрию задачи, ограничимся рассмотрением одного периода этой системы, длиной L , и потребуем, чтобы форма распределения напряженности поля воспроизводилась после прохождения этого периода. При этом получим интегральное уравнение, аналогичное уравнению (5.2.5), а именно:

$$\tilde{E}(x, y, 0) = \int_{-a-a}^{+a+a} \int K(x, y, x_1, y_1) \tilde{E}(x_1, y_1, 0) dx_1 dy_1, \quad (5.5.25)$$

где двойной интеграл берется по ограничивающей апертуре, а K — функция распространения для одного прохода. Поскольку в пучке нет других ограничивающих апертур при распространении между зеркалами при $z = 0$ и $z = L$ (рис. 5.12б), то функцию распространения можно представить в виде соотношения (5.5.1а), где $ABCD$ -матрица теперь относится к одному периоду длиной L . Эта матрица определяется произведением матрицы для свободного распространения на расстояние L и матрицы для линзы с фокусным расстоянием $f = R/2$. Поскольку, однако, пределы двойного интегрирования в уравнении (5.5.25) уже, чем от $-\infty$ до $+\infty$, то собственные решения не имеют вида произведения полиномов Эрмита и функции Гаусса.

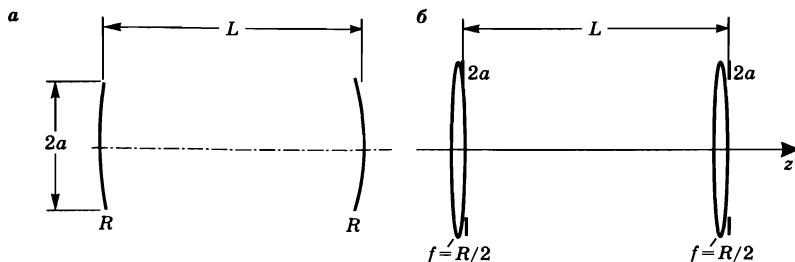


Рис. 5.12

а) Симметричный резонатор с ограничивающей апертурой. б) Эквивалентная система линз

Собственные решения уравнения (5.5.25) обычно находят методом итераций, как правило с применением компьютера. Часто используемым подходом является итерационная процедура Фокса и Ли [5], которые впервые применили ее для нахождения собственных мод плоскопараллельного резонатора. При этом вначале задают некоторое распределение $\vec{E}(x, y, 0)$, которое подставляют в правую часть уравнения (5.5.25), а затем, путем двойного интегрирования, рассчитывают распределение $\vec{E}(x, y, L)$ после прохода одного периода системы линз. Затем полученное распределение снова подставляют в правую часть уравнения (5.5.25) и, выполняя двойное интегрирование, рассчитывают новое распределение $\vec{E}(x, y, 2L)$, и т. д. Хотя подобная процедура и является достаточно медленной (обычно она сходится после нескольких сотен итераций), в конечном итоге она приводит к распределению напряженности электрического поля, которое уже не претерпевает изменений при каждом последующем шаге итерации за исключением уменьшения полной амплитуды из-за дифракционных потерь и изменения фазового множителя, отражающего набег фазы за один проход. Таким способом можно рассчитать распределения напряженности электрического поля для мод как низшего, так и более высоких порядков, а также соответствующие дифракционные потери и резонансные частоты.

Пример 5.8. Дифракционные потери в симметричном резонаторе [6].

Дифракционные потери за проход в симметричном двухзеркальном резонаторе с зеркалами конечных размеров, рассчитанные в результате итерационной процедуры Фокса и Ли, изображены на рис. 5.13а (для моды TEM_{00}) и рис. 5.13б (для моды TEM_{01}) в зависимости от числа Френеля

$$N = a^2 / \lambda L. \quad (5.5.26)$$

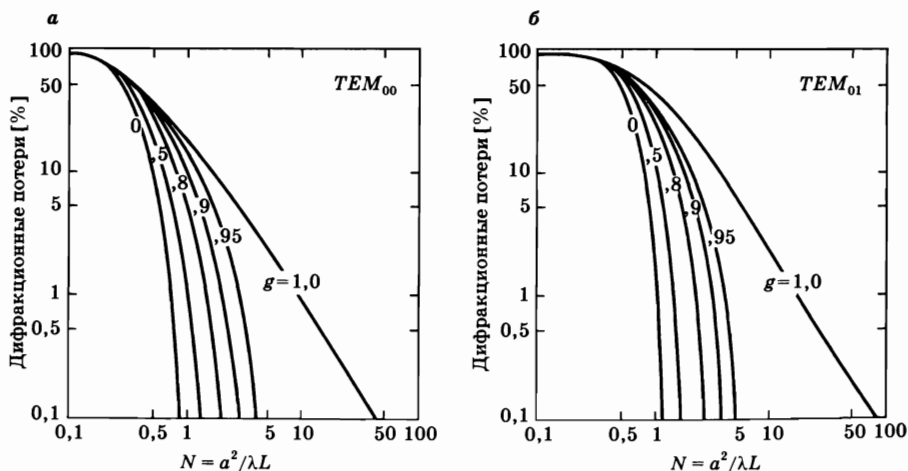


Рис. 5.13

Дифракционные потери за один проход в зависимости от числа Френеля для (а) моды TEM_{00} и (б) моды TEM_{01} в различных симметричных резонаторах (из [6], перепечатано с разрешения Американской телефонной и телеграфной компании, авторское право 1965 г.)

Расчет проведен для ряда сферических резонаторов, характеризующихся определенными g -параметрами. Отметим, что для данной величины g и для данной моды (например, моды $ТЕМ_{00}$) при возрастании числа Френеля потери быстро уменьшаются. Это легко понять, если, в соответствии с (5.5.11), представить число Френеля в виде $N = a^2 / \pi w_c^2$, где w_c — размер пятна на зеркале в конфокальном резонаторе той же длины и с бесконечно большой апертурой. Поскольку размер пятна на зеркале при изменениях g -параметра изменяется незначительно (см. пример 5.5), то число Френеля можно интерпретировать как отношение площадей поверхности зеркала (πa^2 для круглого зеркала) и поперечного сечения моды на зеркале (πw^2). С помощью рис. 5.11 нетрудно понять, почему потери резко падают при возрастании этого отношения. Отметим также, что при заданных значениях числа Френеля и g -параметра потери для моды $ТЕМ_{00}$ меньше, чем для моды $ТЕМ_{01}$. Фактически мода $ТЕМ_{00}$ имеет потери меньше, чем любая из мод более высокого порядка. Таким образом, моду низшего порядка можно определить как моду, имеющую наименьшие потери.

Пример 5.9. Ограничения на число Френеля и апертуру в устойчивых резонаторах. Для того чтобы получить генерацию только в моде $ТЕМ_{00}$, нужно обеспечить достаточно высокую величину дифракционных потерь γ_{01} для моды $ТЕМ_{01}$. С другой стороны, для того чтобы получить пятно большого размера, необходимо сделать резонатор, работающий вблизи границы устойчивости $g = 1$ или $g = -1$ (см. пример 5.5). Более того, если, например, рассмотреть квазиплоский резонатор, то он не может работать слишком близко к границе устойчивости, поскольку при этом резонатор становится слишком чувствительным к внешним возмущениям (например, наклону зеркала за счет вибраций или изменений температуры). Выберем тогда, для примера, $\gamma_{01} = 10\%$ и $g < 0,95$ ($R < 20L$). При этом из рис. 5.13б получаем $N < 2$, что может рассматриваться как характерный результат. Таким образом, для $L = 2$ м и $\lambda = 1,06$ мкм (длина волны Nd:YAG лазера) получаем $a < 2$ мм. Для $L = 2$ м и $\lambda = 10,6$ мкм (характерная длина волны CO_2 лазера) получаем $a < 6,3$ мм.

Рассмотрим теперь обобщенный двухзеркальный резонатор на рис. 5.5а и эквивалентную ему систему линз на рис. 5.5б. Если обозначить через $\tilde{E}(x_1, y_1, 0)$ напряженность электрического поля в некоторой точке (x_1, y_1) плоскости $z = 0$ на рис. 5.5б, то напряженность в точке (x_2, y_2) плоскости $z = L$ получается из выражения

$$\tilde{E}(x_2, y_2, L) = (\exp - jkL) \iint\limits_1 K_{12}(x_2, y_2; x_1, y_1) \tilde{E}(x_1, y_1, 0) dx_1 dy_1,$$

где K_{12} — функция распространения волны между плоскостями $z = 0$ и $z = L$, а двойной интеграл берется по апертуре 1. Аналогично напряженность в точке (x_3, y_3) плоскости $z = 2L$ дается выражением

$$\tilde{E}(x_3, y_3, 2L) = (\exp - jkL) \iint\limits_2 K_{21}(x_3, y_3; x_2, y_2) \tilde{E}(x_2, y_2, L) dx_2 dy_2,$$

где K_{12} — функция распространения волны между плоскостями $z = L$ и $z = 2L$, а двойной интеграл берется по апертуре 2. Комбинация двух последних выражений дает:

$$\begin{aligned} \tilde{E}(x_3, y_3, 2L) = & (\exp - 2jkL) \iint_2 K_{21}(x_3, y_3; x_2, y_2) dx_2 dy_2 \times \\ & \times \iint_1 K_{12}(x_2, y_2; x_1, y_1) \tilde{E}(x_1, y_1, 0) dx_1 dy_1. \end{aligned} \quad (5.5.27)$$

Меняя порядок интегрирования в (5.5.27), легко заметить, что это выражение можно переписать в виде

$$\tilde{E}(x_3, y_3, 2L) = (\exp - 2jkL) \iint_1 K(x_3, y_3; x_1, y_1) \tilde{E}(x_1, y_1, 0) dx_1 dy_1, \quad (5.5.28)$$

при условии, что введена результирующая функция распространения K (для одного периода на рис. 5.5б, т. е. для одного обхода резонатора на рис. 5.5а), равная

$$K(x_3, y_3; x_1, y_1) = \iint_2 K_{21}(x_3, y_3; x_2, y_2) K_{12}(x_2, y_2; x_1, y_1) dx_2 dy_2. \quad (5.5.29)$$

Это и есть функция распространения, которую следует использовать в (5.2.5) для расчета собственных мод и соответствующих собственных значений.

5.5.3. ДИНАМИЧЕСКИ И МЕХАНИЧЕСКИ УСТОЙЧИВЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

Очень важной задачей, возникающей в устойчивых резонаторах, является получение сравнимых по величине размеров поперечного сечения пучка и активной среды. Действительно, рассматривая для простоты симметричный двухзеркальный резонатор, из соотношения (5.5.10) можно видеть, что для того, чтобы существенно увеличить поперечные размеры пучка внутри резонатора сверх величины, характерной для конфокального резонатора, необходимо выбрать резонатор с параметрами более близкими к $g = \pm 1$ (квазиплоский или квазиконцентрический резонатор). Тогда он окажется слишком близко к границе устойчивости и, вообще говоря, будет весьма чувствителен к любым возмущениям, например связанным с флуктуациями мощности накачки. Рассмотрим теперь конструкцию лазерного резонатора, обеспечивающую большие поперечные размеры пучка внутри активной среды и при этом практически нечувствительную к возмущениям резонатора — либо из-за флуктуаций мощности накачки, либо из-за изменений углов наклона зеркал (динамически и механически устойчивый резонатор) [7].

Вначале рассмотрим лазерный резонатор общего вида, состоящий из двух сферических зеркал с радиусами кривизны R_1 и R_2 и содержащий активную среду, тепловое влияние излучения накачки на которую может быть смоделировано тонкой линзой с оптической силой $1/f$, пропорциональной мощности накачки (рис. 5.14а). Такая модель особенно хорошо применима для твердотельных лазеров. Однако некоторые из обсуждаемых ниже идей можно также использовать при рассмотрении более сложных возмущений активных сред вследствие накачки, имеющих место в газах.

Первое ограничение на конструкцию лазерного резонатора на рис. 5.14а получается из условия, что размер поперечного сечения пучка, или пятна,

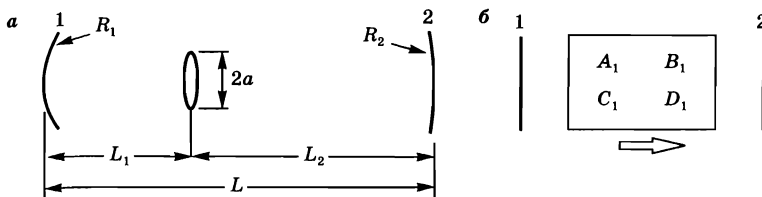


Рис. 5.14

а) Двухзеркальный сферический резонатор общего вида, включающий линзу с фокусным расстоянием f , которая моделирует тепловую линзу в активной среде. б) Обобщение резонатора из (а), с матричными элементами A_1, B_1, C_1 и D_1 для одного прохода, учитывающими матрицу тепловой линзы

w_a в активной среде не должен зависеть от оптической силы линзы. Таким образом,

$$dw_a/d(1/f) = 0. \quad (5.5.30)$$

Резонатор, который удовлетворяет этому условию, часто называют *динамически устойчивым*. Второе ограничение может быть получено из условия, что размер пятна w_a должен быть сравним с радиусом a активной среды. Для того чтобы избежать внесения излишних дифракционных потерь за счет ограничения пучка этой апертурой, можно, например, потребовать выполнения соотношения (см. [8])

$$2a \cong \pi w_a. \quad (5.5.31)$$

При заданных значениях величин a и $1/f$ соотношения (5.5.30) и (5.5.31) представляют собой пару уравнений для определения параметров резонатора R_1, R_2, L_1 и L_2 .

Теперь зададимся вопросом, является ли динамически устойчивая ситуация в резонаторе на рис. 5.14а реально осуществимой. Чтобы дать на него ответ, рассмотрим показанную на рис. 5.15 зависимость величины w_a в рассматриваемом резонаторе от оптической силы $1/f$ при заданных значениях других параметров резонатора. Из этого рисунка можно сделать следующие общие выводы:

- при изменении оптической силы существуют две динамически устойчивых точки, удовлетворяющих соотношению (5.5.30);

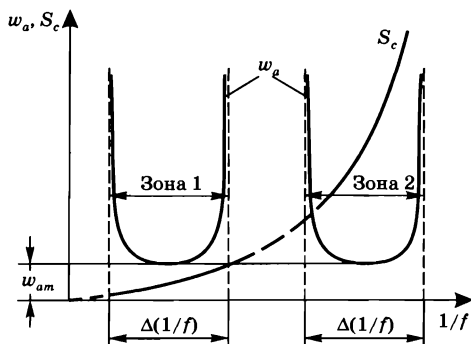


Рис. 5.15

Зависимости размера пятна w_a в активной среде и суммарной чувствительности к угловой расстройке S_c от оптической силы $1/f$ для резонатора на рис. 5.14а

- обе точки отвечают минимуму зависимости w_a от $1/f$, причем величина w_{am} — одна и та же для обеих точек;
- минимумы принадлежат двум зонам устойчивости, причем размеры пятен возрастают до бесконечности на границах каждой из зон;
- ширина $\Delta(1/f)$ одинакова для обеих зон; она связана с минимальным размером пятна фундаментальным соотношением

$$\frac{\pi w_{am}^2}{\lambda} \Delta(1/f) = 2, \quad (5.5.32)$$

не зависящим от величин других параметров резонатора.

Существование двух зон устойчивости можно описать в общем виде, если обратиться к рис. 5.14б (см. также рис. 5.8г), который представляет собой обобщение рис. 5.14а и где элементы A_1 , B_1 , C_1 и D_1 матрицы для одного прохода оказываются линейными функциями величины $1/f$. Из соотношений (5.4.6) и (5.5.5) следует, что в терминах матричных элементов условие устойчивости может быть записано в виде $0 \leq A_1 D_1 \leq 1$. Это условие устойчивости показано на рис. 5.16, где по горизонтальным и вертикальным осям представлены соответственно величины A_1 и D_1 . Поскольку A_1 и D_1 являются линейными функциями $1/f$, то график зависимости величин A_1 от соответствующих величин D_1 , получаемый при изменении параметра $1/f$, будет иметь в плоскости A_1 , D_1 вид прямой линии (см. рис. 5.16). Эта линия пересекает границы устойчивости в четырех точках, определяющих две зоны устойчивости. Конфигурации лазерных пучков, отвечающие этим граничным точкам, изображенные в приближении геометрической оптики, также показаны на рисунке.

Разобравшись с происхождением двух зон устойчивости, отметим, что оптическая сила линзы, наведенной накачкой в стержне, может быть представлена в виде [9]:

$$\frac{1}{f} = \frac{k}{\pi a^2} P_a, \quad (5.5.33)$$

где P_a — мощность накачки, поглощенная в стержне, а k — характерная для данного материала константа. Если выражение (5.5.33) для $1/f$ подставить

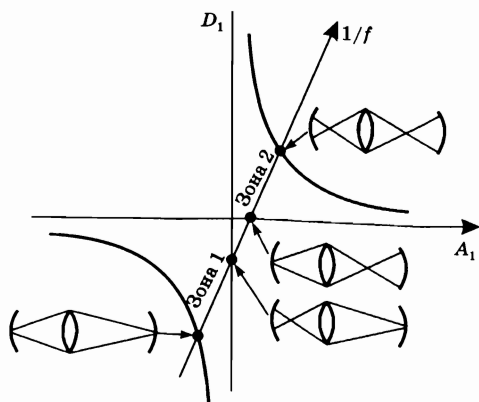


Рис. 5.16
 Диаграмма устойчивости для обобщенного резонатора, изображенного на рис. 5.14б. Показаны также представленные на рис. 5.15 две зоны устойчивости и соответствующие границам этих зон изображения хода лучей в резонаторе в приближении геометрической оптики

в (5.5.32) и в получившемся соотношении, в соответствии с (5.5.31), положить $(w_{am}/a) = (2/\pi)$, то нетрудно увидеть, что ширина диапазона приемлемой поглощенной мощности ΔP_a , отвечающей каждой зоне устойчивости, постоянна для данного лазерного материала (например, $\Delta P_a \cong 10$ Вт для Nd:YAG лазера, накачиваемого излучением диодного лазера).

Из предыдущего рассуждения создается впечатление, что оптические свойства резонаторов в двух зонах устойчивости одинаковы. Однако при рассмотрении устойчивости лазерного резонатора по отношению к угловой расстройке выявляются сильные различия между этими зонами. Вначале определим чувствительности к угловой расстройке S_1 и S_2 для зеркал 1 и 2 в соответствии с соотношениями $S_1 = \delta r_{c1}/w_a \delta \theta_1$ и $S_2 = \delta r_{c2}/w_a \delta \theta_2$, где, например, для зеркала 1 δr_{c1} обозначает смещение центра пучка в лазерном стержне за счет изменения наклона $\delta \theta_1$ зеркала 1, и аналогично — для зеркала 2. Определим теперь полную чувствительность обоих зеркал к угловой расстройке как $S_c = [S_1^2 + S_2^2]^{1/2}$. Зависимость этой полной чувствительности от оптической силы линзы также показана на рис. 5.15. Видно, что в одной из двух зон, называемой далее зоной 1, чувствительность резонатора к угловой расстройке (разъюстировке) зеркал гораздо меньше, чем в другой, называемой далее зоной 2. Причину меньшей чувствительности к разъюстировке в зоне 1 можно понять, если обратить внимание на то, что размеры пятен на зеркалах в зоне 1 гораздо меньше, чем в зоне 2. Действительно, в приближении геометрической оптики одна из двух границ устойчивости зоны 1 отвечает фокусировке пучка на поверхности обоих зеркал (см. рис. 5.16). Таким образом, вблизи этой границы размер пятна на зеркале w_m очень мал, так что расходимость пучка $\theta \cong \theta_d = \lambda/\pi w_m$ достаточно велика. Следовательно, изменение наклона зеркала, необходимое для поворота оси пучка на угол, сравнимый по величине с расходимостью, также должно быть велико.

В заключение можно сказать, что изображенный на рис. 5.14б обобщенный резонатор, содержащий элемент с изменяемыми параметрами, такой как, например, наведенная тепловая линза в активном элементе, может быть реализован в виде динамически и механически устойчивой конфигурации. Параметры этого резонатора должны соответствовать зоне 1 и удовлетворять условиям (5.5.30), (5.5.31). На практике, вместо того, чтобы обеспечивать выполнение условия (5.5.30), можно выбрать параметры резонатора так, чтобы он находился в центре зоны 1. Если считать, что расстояние L_1 , показанное на рис. 5.14а, является изменяемым параметром, то его величину можно выбрать средней между граничными значениями L_1' и L_1'' для зоны 1. Из представления в приближении геометрической оптики, показанного на рис. 5.16, находим, что L_1' и L_1'' должны удовлетворять соответствующим соотношениям $L_1'^{-1} + L_2^{-1} = f^{-1}$ и $(L_1'' - R_1)^{-1} + L_2^{-1} = f^{-1}$, где расстояние L_2 также показано на рис. 5.14а. Будучи рассчитан для определенного фокусного расстояния f и, следовательно, для заданной поглощенной мощности P_a , резонатор будет устойчиво работать в некотором диапазоне мощностей ΔP_a , величина которого для данной активной среды не зависит от параметров резонатора.

5.6. НЕУСТОЙЧИВЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

Условие устойчивости обобщенного сферического резонатора обсуждалось в разделе 5.4, где было показано, что области неустойчивости соответствуют незаштрихованным частям плоскости g_1, g_2 на рис. 5.7 [10]. Неустойчивые резонаторы разделяют на два вида: *положительного типа* (англ. *negative-branch*), с параметрами, удовлетворяющими условию $g_1 \cdot g_2 > 1$, и *отрицательного типа* (англ. *positive-branch*), для которых $g_1 \cdot g_2 < 0$.

Прежде чем приступить к количественному описанию неустойчивых резонаторов, объясним, почему эти резонаторы представляют интерес для лазерной техники. Во-первых, согласно результатам примера 5.5, в заданном устойчивом резонаторе, отвечающем некоторой точке в плоскости g_1, g_2 , не лежащей вблизи границы устойчивости, размер пятна w обычно такого же порядка, как и в конфокальном резонаторе; таким образом, при длине волны ≈ 1 мкм он обычно меньше 1 мм. В соответствии с результатами примера 5.9, для того чтобы ограничить генерацию модой TEM_{00} , в резонатор лазера необходимо поместить диафрагму с радиусом $a < 2$ мм. Если генерация ограничивается модой TEM_{00} со столь малым размером поперечного сечения, то мощность (или энергия), получаемая в пучке на выходе, с необходимостью ограничена. Напротив, в неустойчивых резонаторах пучок не стягивается к оси резонатора (см., например, рис. 5.3), так что можно надеяться получить одну поперечную моду большого объема. Однако проблемой неустойчивых резонаторов является то, что излучение стремится покинуть его. Таким образом, соответствующие моды имеют существенно большие (геометрические) потери, чем моды в устойчивом резонаторе (где потери связаны с дифракцией). Этот факт, с другой стороны, можно рассматривать как преимущество, если эти покидающие резонатор пучки использовать в качестве полезного, выходящего излучения.

5.6.1. ОПИСАНИЕ В ПРИБЛИЖЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

Для того чтобы определить конфигурацию мод неустойчивого резонатора, воспользуемся приближением геометрической оптики, как это впервые было сделано Сигмэном [11]. В связи с этим начнем с упоминания двух основных результатов, полученных для собственных решений в устойчивом резонаторе (см. (5.5.24)):

- амплитуда напряженности электрического поля определяется произведением полинома Эрмита и функции Гаусса;
- распределение фаз соответствует сферическому волновому фронту.

Наличие сомножителя в виде функции Гаусса ограничивает поперечный размер пучка; этот сомножитель обусловлен фокусирующими свойствами устойчивого сферического резонатора. С другой стороны, тот факт, что волновой фронт является сферическим, обусловлен граничными условиями, которые определяются сферическими зеркалами. В случае неустойчивого резонатора не существует

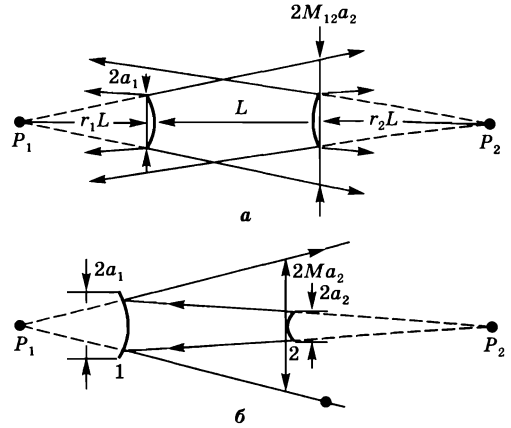


Рис. 5.17

- а) Неустойчивый резонатор общего вида с выпуклыми зеркалами.
 б) Неустойчивый резонатор с выходом излучения в одном направлении (односторонний резонатор)

вует мод типа произведения функций Эрмита–Гаусса, как уже упоминалось в связи с решением уравнения (5.5.3). Поскольку пучок уже не сжимается к оси, а скорее расходится по всему поперечному сечению резонатора, то в первом приближении естественно предположить, что мода имеет постоянную амплитуду в этом сечении, тогда как волновой фронт по-прежнему является сферическим, т. е. мода представляет собой сферическую волну. Выражаясь более точно, поскольку мода всегда может рассматриваться в виде суперпозиции двух распространяющихся навстречу друг другу волн, будем предполагать, что они представляют собой две распространяющиеся навстречу друг другу сферические волны. Следует отметить, что можно прийти к такому же заключению, рассматривая решение уравнения (5.5.3) в неустойчивой области. В этом случае дискриминант квадратного уравнения в (5.5.3) положителен, так что имеются два действительных решения, определяющих величину параметра q , которые и соответствуют двум сферическим волнам.

Для того чтобы рассчитать напряженность электрического поля моды обозначим через P_1 и P_2 центры кривизны двух сферических волн в двухзеркальном неустойчивом резонаторе общего вида на рис. 5.17а. Из соображений симметрии P_1 и P_2 должны располагаться на оси резонатора. Их положения легко определить из соображений самосогласованности: сферическая волна, исходящая из точки P_1 , после отражения от зеркала 2 должна превратиться в сферическую волну, исходящую из точки P_2 , и наоборот, сферическая волна, исходящая из точки P_2 , после отражения от зеркала 1 должна превратиться в сферическую волну, исходящую из точки P_1 . Эти два условия приводят к двум уравнениям для двух неизвестных, а именно, для положений точек P_1 и P_2 . Эти уравнения могут легко быть получены непосредственным расчетом, основанным на геометрической оптике. Если эти положения выразить через безразмерные величины r_1 и r_2 , показанные на рис. 5.17а, то оказывается, что последние зависят только от g_1 - и g_2 -параметров резонатора. Действительно, после длинных, но несложных вычислений приходим к результату:

$$r_1^{-1} = g_1[1 - (g_1 g_2)^{-1}]^{1/2} + g_1 - 1, \quad (5.6.1a)$$

$$r_2^{-1} = g_2[1 - (g_1 g_2)^{-1}]^{1/2} + g_2 - 1. \quad (5.6.1б)$$

Вычислив r_1 и r_2 , из рис. 5.17а можно легко найти так называемый *коэффициент увеличения* за один проход на пути от зеркала 1 к зеркалу 2, M_{12} , или коэффициент M_{21} — на пути от зеркала 2 к зеркалу 1. Так, M_{12} определяют как относительное увеличение диаметра сферической волны на пути от зеркала 1 к зеркалу 2. После простых геометрических рассуждений из рис. 5.17а получаем:

$$M_{12} = (1 + r_1)/r_1. \quad (5.6.2a)$$

Аналогично

$$M_{21} = (1 + r_2)/r_2. \quad (5.6.2b)$$

Обычно для использования в лазерах представляют интерес асимметричные, или односторонние (англ. *single-ended*), неустойчивые резонаторы, имеющие выход излучения в одном направлении, как показано на рис. 5.17б. В этом случае диаметр $2a_1$ зеркала 1 должен быть больше, чем поперечный размер на этом зеркале сферической волны, исходящей из точки P_2 . Таким образом, требуется выполнение условия $a_1 > M_{21}a_2$. При этом условии единственной волной, которая покидает резонатор, будет сферическая волна, исходящая из точки P_1 и выходящая вокруг зеркала 2 (предполагается, что коэффициент отражения зеркал 1 и 2 равен 100%). Эта сферическая волна уходит от зеркала 2 с диаметром $2a_2$ (см. рис. 5.17б) и возвращается к нему, после одного обхода резонатора, с размером поперечного сечения, увеличенным в число M раз, определяемое как

$$M = M_{21}M_{12} = (1 + r_1^{-1})(1 + r_2^{-1}), \quad (5.6.3)$$

где было использовано соотношение (5.6.2). С помощью (5.6.1) соотношение (5.6.3) приводится к виду

$$M = (2g_1 \cdot g_2 - 1) + 2g_1 \cdot g_2[1 - (g_1 \cdot g_2)^{-1}]^{1/2}, \quad (5.6.4)$$

показывающему, что M , *коэффициент увеличения за полный проход*, зависит только от g -параметров резонатора. Отметим, что если $g_1 \cdot g_2 < 0$, то величина M становится отрицательной, и в этом случае нужно рассматривать ее модуль.

Определив коэффициент увеличения за обход резонатора, нетрудно получить выражение для соответствующих потерь γ , связанных с испусканием излучения вокруг зеркала на выходе. Действительно, поскольку предполагается однородное поперечное распределение интенсивности в пучке, то видно, что доля мощности пучка, выходящей со стороны зеркала 2 после одного обхода резонатора, равна

$$\gamma = \frac{S'_2 - S_2}{S'_2} = \frac{M^2 - 1}{M^2}, \quad (5.6.5)$$

где $S_2 = \pi a_2^2$ и $S'_2 = \pi M^2 a_2^2$ — соответственно поперечные сечения пучка, уходящего от зеркала 2, и пучка, возвращающегося к этому зеркалу после одного обхода. Отметим, что величина потерь γ за счет испускания излучения за обход, так же как и величина M , не зависит от диаметра $2a_2$ зеркала на выходе.

Пример 5.10. Конфокальные неустойчивые резонаторы. Особенно важным типом неустойчивых резонаторов являются конфокальные неустойчивые резонаторы, которые могут быть отрицательного или положительного типа. Такие резонаторы показаны соответственно на рис. 5.18а, б. В обоих случаях положения фокусов зеркал F_1 и F_2 совпадают, и нетрудно показать, что в плоскости g_1, g_2 эти резонаторы описываются двумя ветвями гиперболы, показанной пунктиром на рис. 5.7 (соответствующее уравнение гиперболы имеет вид $(2g_1 - 1)(2g_2 - 1) = 1$). Из всех возможных конфокальных резонаторов только симметричный ($g_1 = g_2 = 0$) и плоскопараллельный ($g_1 = g_2 = 1$) лежат на границе устойчивости. Все остальные конфокальные резонаторы относятся к положительному или отрицательному типу в области неустойчивости. Как показано на рис. 5.18 (и как видно из (5.6.1)), мода является суперпозицией плоской волны и сферической волны, исходящей из точки общего фокуса зеркал $F_1 = F_2$. Коэффициент увеличения за обход M определяется простым соотношением $M = |R_1|/|R_2|$, где R_1 и R_2 — радиусы кривизны двух зеркал ($|R_1| > |R_2|$). Если апертура зеркала 1 диаметром $2a_1$ достаточно велика (т. е. $2a_1 > 2Ma_2$), то из резонатора будет выходить только плоская волна. Таким образом, излучение, покидающее односторонний конфокальный резонатор, является плоской волной, что является одним из основных преимуществ неустойчивых конфокальных резонаторов. Потеря излучения за обход, или относительная мощность на выходе, определяется для такого одностороннего резонатора соотношением (5.6.5).

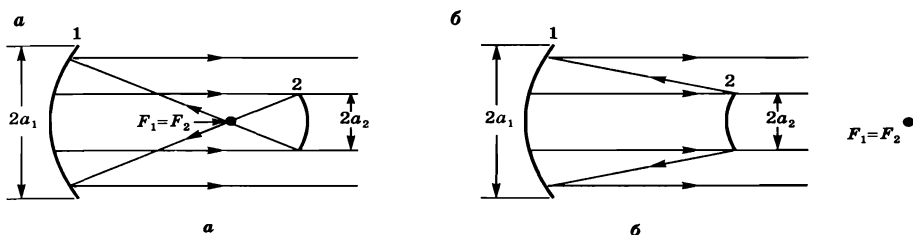


Рис. 5.18
Конфокальные неустойчивые резонаторы:
а) отрицательного типа; б) положительного типа.

5.6.2. ОПИСАНИЕ С ПОМОЩЬЮ ВОЛНОВОЙ ОПТИКИ

До сих пор рассуждения проводились в приближении геометрической оптики. Для того чтобы получить более реалистичное описание мод в неустойчивом резонаторе, необходимо применять методы волновой оптики, т. е. использовать интегральное уравнение (5.2.5), которое выводится из уравнения дифракции Гюйгенса–Френеля (5.2.1). При этом для неустойчивых резонаторов важным обстоятельством является ограниченность размера апертуры зеркала на выходе, поскольку излучение должно выходить из резонатора вокруг этого зеркала. Следовательно, функция распространения K , которую следует подставить в (5.2.5), в принципе может быть получена точно таким же

методом, который был применен в разделе 5.5.2 для устойчивого резонатора. После этого интегральное уравнение может быть решено с помощью итерационной процедуры, аналогичной процедуре Фокса–Ли, которая была рассмотрена все в том же разделе 5.5.2. Детально обсуждать эти расчеты здесь не будем, а ограничимся только перечислением нескольких существенных результатов и комментариями к ним.

Первый важный результат заключается в следующем: описание с применением методов волновой оптики показывает, что собственные решения уравнения (5.2.5), т. е. такие профили напряженности электрического поля, которые воспроизводят себя после одного обхода резонатора, действительно существуют и в неустойчивых резонаторах. Для того чтобы продемонстрировать это немного более подробно, ограничимся рассмотрением одностороннего неустойчивого конфокального резонатора и определим *эквивалентное число Френеля* как $N_{eq} = [(M - 1)/2](a_2^2/L\lambda)$ для положительного типа и $N_{eq} = [(M + 1)/2](a_2^2/L\lambda)$ для отрицательного типа, где $2a_2$ — диаметр зеркала на выходе. Характерный пример рассчитанного радиального профиля интенсивности, который воспроизводится после одного обхода, показан на рис. 5.19. Расчет относится к конфокальному резонатору положительного типа с $M = 2,5$ и $N_{eq} = 0,6$, а профиль интенсивности соответствует полю распространяющегося вправо пучка внутри резонатора непосредственно перед зеркалом 2 (рис. 5.18б). Профиль интенсивности на рис. 5.19 показан в зависимости от поперечной координаты x (или y), нормированной на радиус a_1 зеркала 1. При этом предполагается, что выход излучения в одном направлении обеспечивается выполнением соотношения $a_1 = 2,5a_2$. Следовательно, вертикальные линии на рисунке, проведенные при $(x/a_1) = \pm 0,4$, показывают края зеркала 2 на выходе.

Исходя из рис. 5.19 можно отметить особый смысл изображенного на нем самовоспроизводящегося при одном обходе неустойчивого резонатора профиля интенсивности. Распространяющаяся влево сферическая волна, фактически отраженная от зеркала 2 (см. рис. 5.18б), образована только теми участками показанного на рис. 5.19 профиля интенсивности, координаты которых удовлетворяют условию $-0,4 \leq (x/a_1) \leq 0,4$. Действительно, остальная часть падающего на зеркало 2 излучения проходит вокруг него, образуя пучок на выходе из резонатора. Излучение, оставшееся в резонаторе, в результате совместного влияния сферической расходимости и дифракции пучка после одного обхода резонатора снова будет иметь полный профиль интенсивности, показанный на рис. 5.19. Амплитуда профиля пучка после одного обхода будет меньше исходной из-за потери той части излучения, что вышла из резонатора мимо зеркала 2. Следует также отметить, что профиль на рис. 5.19 заметно отличается от профиля для волны с предполагавшейся постоянной при описании в рамках геометрической оптики амплитудой; это различие обусловлено дифракцией волны в резонаторе, и прежде всего — на краях зеркала 2. Действительно, из рис. 5.19 видно, что если рассматривать координату x как расстояние по радиусу от центра зеркала 2, то в поперечном сечении пучка можно отметить наличие нескольких колец, возникающих в результате дифракции на краях зеркала. Несмотря на существенное

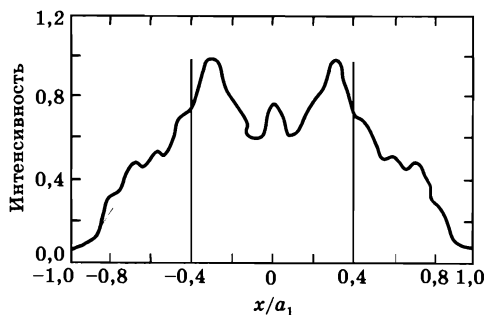


Рис. 5.19

Характерный пример рассчитанного методами волновой оптики поперечного профиля интенсивности в режиме неустойчивого резонатора (из [12], с разрешения)

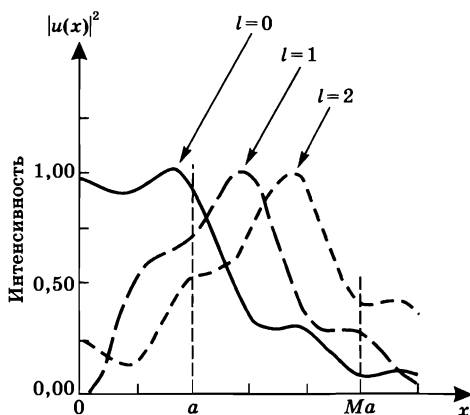


Рис. 5.20

Поперечные профили интенсивности трех мод низшего порядка в планарном неустойчивом резонаторе с $M = 2,5$ и $N_{eq} = 0,6$ (из [10], с разрешения)

различие профилей интенсивности, предсказанных в приближениях волновой или геометрической оптики, изменения фазы оказываются на удивление одинаковыми при обоих способах описания. Действительно, волновой фронт близок к сферическому, с радиусом кривизны, практически равным величине, полученной в приближении геометрической оптики (т. е. в рассматриваемом случае, непосредственно перед зеркалом 2, этот фронт является плоским).

Вторым существенным результатом описания неустойчивых резонаторов с использованием методов волновой оптики является то, что для них, так же как и для устойчивых резонаторов, существуют отличающиеся друг от друга поперечные моды, т. е. специфические самовоспроизводящиеся пространственные распределения напряженности электрического поля. Обычно эти моды отличаются расположением и интенсивностью дифракционных колец. Пример трех таких мод в конфокальном неустойчивом резонаторе положительного типа показан на рис. 5.20. В отличие от устойчивых резонаторов, в данном случае невозможно провести четкое различие, исходя из вида этих распределений, между модой низшего и модами более высоких порядков. Отметим, что мода, обозначенная на рисунке как $l = 0$, соответствует распределению амплитуды напряженности поля, более сконцентрированному вокруг оси пучка. Таким образом, в данном случае эта мода имеет наименьшие потери, т. е. является «основной» модой.

Третий характерный результат можно найти, если варьировать эквивалентное число Френеля, т. е. как-то изменять величины параметров M , a_2 или L . Фактически при каждом целом значении эквивалентного числа Френеля модой низшего порядка, т. е. модой с наименьшими потерями, становятся различные определенные моды резонатора. Это утверждение можно понять с помощью рис. 5.21, на котором приведена зависимость модуля собственного значения σ от N_{eq} для трех мод, показанных на рис. 5.20. Действительно,

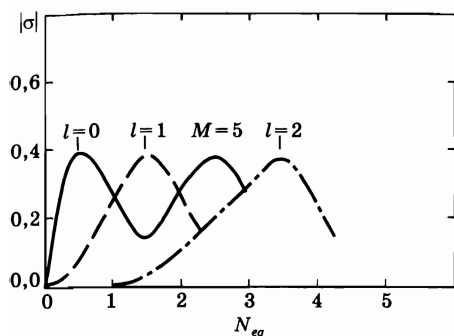


Рис. 5.21

Характерный пример осциллирующей зависимости модуля собственного значения σ от эквивалентного числа Френеля N_{eq} для трех соседних мод на рис. 5.20

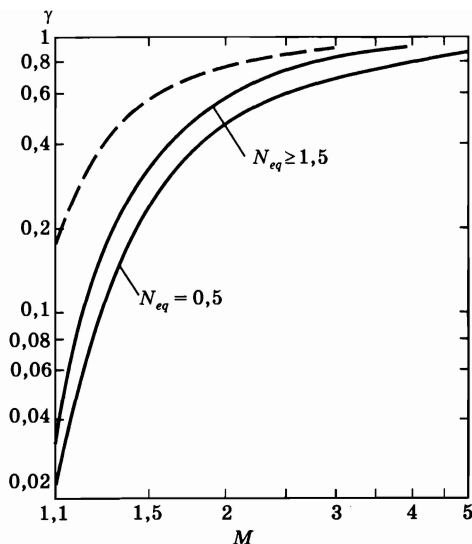


Рис. 5.22

Потери за счет выхода излучения из неустойчивого резонатора в зависимости от коэффициента увеличения M (из [13], с разрешения)

заметим, что поскольку $\gamma = 1 - |\sigma|^2$, мода с $l = 1$ становится модой низшего порядка, когда N_{eq} принимает значения больше 1 (и меньше 2). Причина этого заключается в том, что по мере увеличения N_{eq} , начиная, например, с $N_{eq} = 0,6$ на рис. 5.20, пучок моды с $l = 1$ сжимается к оси, а моды с $l = 0$ — расширяется, так что при $N_{eq} \cong 1$ эти две моды меняются местами с точки зрения величины потерь. Из рис. 5.21 видно также, что при каждом полуцелом значении N_{eq} разница величин потерь для моды низшего порядка и для других мод весьма значительна. Может показаться, что такие значительные различия в потерях для поперечных мод могут быть получены только при этих условиях. Однако отметим, что при тех условиях, когда кривые потерь для двух мод пересекаются, (т. е. при целых значениях N_{eq} на рис. 5.21), распределения интенсивностей в этих двух модах становятся идентичными. Таким образом, например, при $N_{eq} = 1$ существует большая разница в величине потерь для моды с $l = 2$ и мод с $l = 0$ и $l = 1$, которые с точки зрения поперечного профиля пучка можно рассматривать как эффективно являющиеся одной и той же модой.¹ В заключение отметим, что для неустойчивых резонаторов всегда характерны значительные различия в потерях для поперечных мод, которые, пожалуй, наиболее сильны при полуцелых значениях N_{eq} .

Можно также указать на то, что из расчета с использованием методов волновой оптики при полуцелых значениях N_{eq} величина потерь для моды

¹ Эти две моды все же различаются по отношению к набегу фазы при одном обходе, т. е. они отличаются характером изменения напряженности электрического поля вдоль продольной оси z и, следовательно, своими резонансными частотами.

низшего порядка получается значительно меньше той, которую можно предсказать на основе геометрической оптики. Это хорошо видно из рис. 5.22, на котором показаны потери γ за счет выхода излучения из неустойчивого резонатора в зависимости от коэффициента увеличения за обход M . Сплошными линиями на рисунке (которые соответствуют последовательным полужелым значениям N_{eq}) показаны зависимости, полученные с помощью волновой оптики, а пунктирная линия соответствует выражению (5.6.5), полученному из соображений геометрической оптики. Видно, что в любом случае потери для моды низшего порядка меньше величины, предсказываемой с использованием геометрической оптики. Этот результат обусловлен тем фактом, что интенсивность в моде низшего порядка концентрируется вблизи оси пучка (см. рис. 5.20), а не равномерно распределена по его поперечному сечению, как это предполагается в рамках геометрической оптики.

5.6.3. ДОСТОИНСТВА И НЕДОСТАТКИ НЕУСТОЙЧИВЫХ РЕЗОНАТОРОВ С РЕЗКОЙ ГРАНИЦЕЙ ЗЕРКАЛА

Основные преимущества неустойчивых резонаторов с резкой границей зеркала, по сравнению с устойчивыми резонаторами, заключаются в следующем:

- большой, изменяемый контролируемым образом объем моды;
- отчетливые различия в потерях для поперечных мод;
- только отражающая оптика (что особенно привлекательно для ИК-области, в которой можно использовать металлические зеркала).

Основные недостатки неустойчивых резонаторов таковы:

- поперечное сечение пучка на выходе имеет форму кольца (т. е. в его центре находится темное пятно). Например, в конфокальном резонаторе (рис. 5.18) внутренний диаметр кольца равен $2a_2$, а внешний — $2Ma_2$. Хотя это пятно и исчезает в фокальной плоскости линзы, которая может использоваться для фокусировки пучка (в дальней зоне), максимальная интенсивность в этой фокальной плоскости уменьшается при уменьшении толщины кольца. Действительно, оказывается, что при данной полной мощности у пучка с кольцевым сечением максимальная интенсивность в $(M^2 - 1)/M^2$ раз меньше, чем у пучка с равномерным распределением интенсивности и диаметром, равным большему диаметру кольца;
- поперечное распределение интенсивности в пучке описывается не гладкой кривой, а имеет пики, отвечающие дифракционным кольцам;
- неустойчивый резонатор в большей степени, чем устойчивый, чувствителен к возмущающим воздействиям.

Перечисленные достоинства и недостатки означают, что неустойчивые резонаторы применяют в лазерах с высокими коэффициентами усиления (так что величина M может быть достаточно велика), особенно в ИК-области, и в тех случаях, когда требуется получить дифракционно-ограниченные пучки излучения высокой мощности (или высокой энергии).

5.6.4. НЕУСТОЙЧИВЫЕ РЕЗОНАТОРЫ С ЗЕРКАЛОМ С ПЕРЕМЕННЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ОТРАЖЕНИЯ

Некоторые, если не все, недостатки неустойчивых резонаторов с резкой границей зеркала можно исправить, используя *неустойчивые резонаторы с зеркалом с переменным коэффициентом отражения*. В этом случае коэффициент отражения зеркала на выходе, вместо того чтобы равняться 1 при $r < a_2$ и нулю при $r > a_2$, как у резонатора с резкой границей зеркала, уменьшается по радиусу от максимальной величины R_0 в центре вплоть до нуля на расстоянии, сравнимом с поперечным размером активной среды [14]. Обозначим через $\rho(r)$ коэффициент отражения зеркала 2 по напряженности поля и рассмотрим односторонний резонатор с коэффициентом увеличения за обход M . Для простоты используем подход, основанный на геометрической оптике. Используя в качестве координаты расстояние r от оси резонатора вдоль радиуса, можно представить, что напряженность $u'_2(Mr)$ электрического поля волны, проходящей после одного обхода через точку с координатой Mr на зеркале 2, определяется напряженностью $u_2(r)$ поля волны, падающей на зеркало 2 в точке с координатой r в начале обхода. Учитывая коэффициент отражения по напряженности зеркала 2 и коэффициент увеличения за обход M , можно записать, что

$$u'_2(Mr) = \frac{\rho(r)u_2(r)}{M}. \quad (5.6.6)$$

Появление величины M в знаменателе в правой части выражения (5.6.6) нетрудно объяснить тем, что после M -кратного увеличения площадь пучка увеличивается в M^2 раз. При неизменной мощности в пучке его интенсивность должна уменьшиться в M^2 , а напряженность электрического поля — в M раз.

Если функция u_2 отвечает моде резонатора, то должно выполняться соотношение $u'_2(r) = \sigma u_2(r)$, в котором σ является действительной величиной, по модулю меньшей 1, что связано с наличием в резонаторе потерь. Из (5.6.6) получаем:

$$\sigma u_2(Mr) = \frac{\rho(r)u_2(r)}{M}. \quad (5.6.7)$$

Собственные функции $u_2(r) = u_{2l}(r)$ уравнения (5.6.7) определяют распределения напряженности электрического поля внутри резонатора перед зеркалом 2. При этом собственные значения этого уравнения определяют потери за обход, обусловленные выходом излучения, в соответствии с известным соотношением (см. (5.2.6)):

$$\gamma = 1 - \sigma^2. \quad (5.6.8)$$

Рассмотрим вначале случай *гауссова профиля коэффициента отражения* зеркала на выходе резонатора [11, 12]. Запишем коэффициент отражения этого зеркала в виде:

$$\rho = \rho_0 \exp(-r^2/w_m^2), \quad (5.6.9)$$

где ρ_0 — коэффициент отражения в максимуме, а параметр w_m задает поперечный масштаб изменения профиля коэффициента отражения. Отметим, что в соответствии с (5.6.9) профиль коэффициента отражения по энергии, величина которого обычно измеряется в эксперименте, имеет вид:

$$R = R_0 \exp(-2r^2/w_m^2), \quad (5.6.10)$$

где $R_0 = \rho_0^2$ — коэффициент отражения по энергии в максимуме. Используя соотношение (5.6.9) путем непосредственной подстановки можно показать, что решение уравнения (5.6.7) низшего порядка имеет вид:

$$u_{20}(r) = u_{20}(0) \exp(-r^2/w^2), \quad (5.6.11)$$

где

$$w^2 = (M^2 - 1)w_m^2. \quad (5.6.12)$$

Соответствующее собственное значение σ равно

$$\sigma = \rho_0/M, \quad (5.6.13)$$

так что согласно (5.6.8) потери, обусловленные выходом излучения, равны

$$\gamma = 1 - (R_0/M^2). \quad (5.6.14)$$

Радиальный профиль интенсивности пучка, падающего на зеркало 2, определяется соотношением:

$$I_{in}(r) = I_{in}(0) \exp(-2r^2/w^2). \quad (5.6.15)$$

Видно, что радиальные профили как амплитуды напряженности электрического поля u_{20} , так и интенсивности I_{in} пучка описываются функцией Гаусса. С другой стороны, радиальный профиль интенсивности выходящего пучка I_{out} определяется выражением

$$I_{out}(r) = I_{in}(r)[1 - R(r)] = I_{in}(0)[\exp(-2r^2/w^2) - R_0 \exp(-2M^2r^2/w^2)], \quad (5.6.16)$$

для получения которого были использованы соотношения (5.6.15), (5.6.10) и (5.6.12). Отметим, что радиальное распределение I_{out} не описывается функцией Гаусса и при определенных условиях можно ожидать, что этот профиль будет иметь плоскую вершину при $r = 0$, что представляет интерес с точки зрения некоторых приложений. Действительно, это может иметь место, если выполняется условие $(d^2I_{out}/dr^2)_{r=0} = 0$. Из выражения (5.6.16) находим, что для этого коэффициент отражения R_0 в центре зеркала и коэффициент увеличения M должны быть связаны соотношением

$$R_0 M^2 = 1. \quad (5.6.17)$$

Потери за обход в этом резонаторе, согласно (5.6.14) и (5.6.17), даются величиной

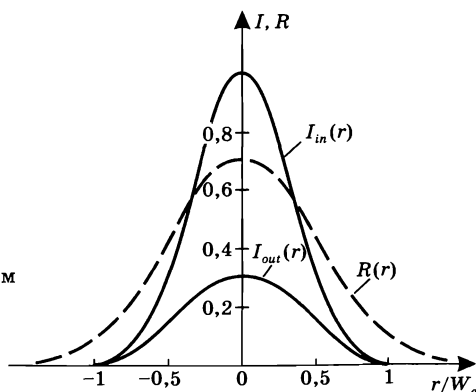
$$\gamma = 1 - (1/M^2). \quad (5.6.18)$$

Приведенные соотношения являются основными результатами для неустойчивых резонаторов с гауссовыми профилями коэффициентов отражения зеркал. Хотя эти результаты получены на основе простых рассуждений в рамках геометрической оптики, при относительно больших значениях

эквивалентных чисел Френеля ($N_{eq} \geq 5$) они хорошо согласуются с расчетами, использующими методы волновой оптики [15]. Для зеркал с гауссовыми профилями коэффициентов отражения изящный анализ в рамках волновой оптики можно также провести, взяв за основу соответствующую комплексную $ABCD$ -матрицу [16].

Пример 5.11. Расчет неустойчивого резонатора с зеркалом на выходе, имеющим гауссов профиль коэффициента отражения. Положим $\gamma = 0,5$, исходя из того, что эта величина оптимизирует мощность излучения на выходе из данного лазера (см. главу 7), и рассмотрим случай, когда поперечный профиль пучка на выходе имеет плоскую вершину. Из (5.6.18) получаем $M^2 = \sqrt{2}$, из (5.6.17) имеем $R_0 = 1/M^2 = 1/\sqrt{2} = 0,71$, а (5.6.12) дает $w^2 = 0,41w_m^2$. Радиальные профили коэффициента отражения зеркала на выходе и интенсивности излучения внутри и снаружи резонатора показаны на рис. 5.23. Обозначим теперь через a радиус активной среды и будем считать, что она находится непосредственно перед зеркалом 2, а радиальный профиль интенсивности пучка в среде описывается функцией $I_{in}(r)$. Для того чтобы избежать излишнего виньетирования пучка апертурой активной среды, т. е. чтобы избавиться от обусловленных таким виньетированием ярко выраженных дифракционных колец, можно, например, наложить условие, что $I_{in}(a)/I_{in}(0) = 2 \cdot 10^{-2}$. Получим при этом $a \approx 0,9w_m$, что для данного размера апертуры a определяет величину характерного параметра w_m гауссова профиля коэффициента отражения. Например, если положить $a = 3,2$ мм, то получим, что $w_m = 3,5$ мм. Таким образом, гауссово зеркало должно иметь максимальный коэффициент отражения $R_0 \approx 71\%$, характерный параметр профиля $w_m = 3,5$ мм и быть установлено в неустойчивом резонаторе (например, конфокальном) с увеличением за обход, равным $M = [2]^{1/4} = 1,19$.

Рис. 5.23
Радиальные профили интенсивности внутри (I_{in}) и снаружи (I_{out}) неустойчивого резонатора с гауссовым профилем коэффициента отражения $R(r)$ зеркала на выходе (случай поперечного профиля I_{out} с плоской вершиной)



Второй рассматриваемый случай относится к супергауссову профилю коэффициента отражения [17]. Вместо (5.6.9) и (5.6.10) запишем теперь:

$$\rho = \rho_0 \exp(-r^n / w_m^n), \quad (5.6.19a)$$

$$R = R_0 \exp(-2r^n / w_m^n). \quad (5.6.196)$$

При $n > 2$ соотношения (5.6.19) описывают *супергауссовы профили коэффициентов отражения*. Подстановка соотношения (5.6.19а) в (5.6.7) дает при этом

$$u_{20}(r) = u_{20}(0) \exp(-r^n/w^n), \quad (5.6.20)$$

где

$$w = w_m(M^n - 1)^{1/n}. \quad (5.6.21)$$

Снова имеем, что $\sigma = \rho_0/M$ и $\gamma = 1 - \sigma^2 = 1 - (R_0/M^2)$. Из (5.6.20) получаем теперь

$$I_{in}(r) = I_{in}(0) \exp(-2r^n/w^n). \quad (5.6.22)$$

Радиальные профили, как u_{20} , так и I_{in} , описываются супергауссовыми функциями того же порядка n , что и профили коэффициента отражения. С другой стороны, профиль интенсивности выходящего пучка I_{out} нетрудно получить из выражения $I_{out} = I_{in}(r)[1 - R(r)]$, при этом он не описывается супергауссовой функцией.

Для того чтобы сравнить работу неустойчивых резонаторов с гауссовым и супергауссовым профилями коэффициента отражения зеркала на выходе, на рис. 5.24а приведены профили интенсивности I_{in} при $n = 2$ (гауссов профиль) и $n = 5, 10$ (супергауссовы профили). Кривые нормированы на значения в максимуме, а соответствующие величины характерного параметра w в выражениях (5.6.22) и (5.6.15) выбраны таким образом, что $\exp(-2a^n/w^n) = 2 \cdot 10^{-2}$, где a — радиус активной среды. Таким образом, сравнение выполнено при одинаковой степени виньетирования пучка активной средой. Основное преимущество супергауссова зеркала по сравнению с гауссовым очевидно из рис. 5.24а: при увеличении порядка n супергауссовы зеркала позволяют более эффективно использовать активную среду (т. е. площадь поперечного сечения моды A_m увеличивается с ростом n). В то же время с ростом n возрастает угол дифракционной расходимости θ_d , как это можно понять из рис. 5.24б. На нем показаны соответствующие радиальные профили $I_{out}(r)$, рассчитанные при $R_0 = 0,45$ и $M = 1,8$. Видно, что по

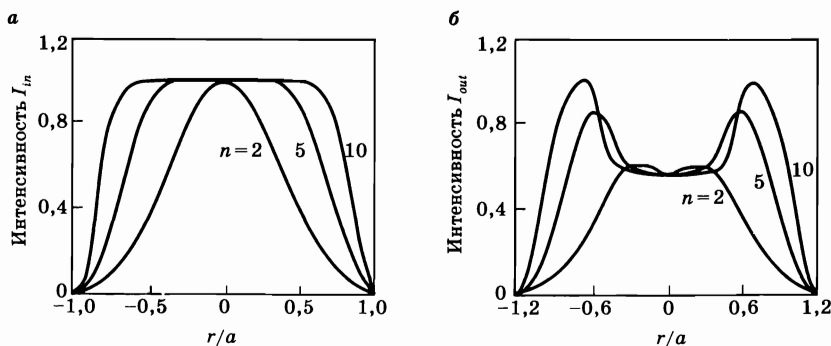


Рис. 5.24

Сравнение гауссова и супергауссовых ($n = 5, n = 10$) профилей коэффициента отражения зеркала на выходе из неустойчивого резонатора: радиальные профили интенсивности пучка (а) внутри резонатора и (б) на выходе из резонатора (из [18], с разрешения)

мере возрастания n в поперечном распределении интенсивности пучка на выходе появляется провал увеличивающейся глубины, что приводит к возрастанию расходимости пучка. Следствием этих двух противоположных тенденций является то, что яркость пучка, которую можно считать пропорциональной величине A_m / θ_d^2 , как функция n имеет максимум. Величина n , соответствующая этому максимуму, зависит от коэффициента увеличения за обход M и коэффициента отражения R_0 в центре зеркала, но во всех практически интересных случаях она изменяется в пределах от 5 до 8 [18]. Таким образом, с точки зрения получения наибольшей яркости пучка, зеркала с супергауссовыми профилями коэффициента отражения порядков $n = 5 \div 8$ являются оптимальными для неустойчивого резонатора с зеркалом с переменным коэффициентом отражения.

5.7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В главе 5 рассмотрены некоторые наиболее важные свойства устойчивых и неустойчивых резонаторов. В частности, показано, что для получения генерации на одной поперечной моде можно использовать устойчивые резонаторы при условии, что их число Френеля меньше 2. Это, например, означает, что радиус ограничивающей апертуры (например, радиус активной среды) должен быть меньше ~ 2 мм при $\lambda = 1,06$ мкм и $\sim 6,5$ мм при $\lambda = 10,6$ мкм. При больших поперечных размерах активной среды предпочтительнее использовать неустойчивые резонаторы. В этом случае наилучшие результаты обеспечиваются при установке на выходе из резонатора зеркал с переменным коэффициентом отражения, с гауссовым или, лучше, с супергауссовым радиальным профилем.

ЗАДАЧИ

- 5.1. Резонатор образован выпуклым сферическим зеркалом с радиусом кривизны $R_1 = -1$ м и вогнутым сферическим зеркалом с радиусом кривизны $R_2 = 1,5$ м. Каким должно быть максимальное расстояние между зеркалами, чтобы резонатор оставался устойчивым?
- 5.2. В Ar^+ лазере, работающем на длине волны $\lambda = 514,5$ нм, используется конфокальный резонатор длиной $L = 1$ м. Вычислите: а) размер пятна в центре резонатора и на зеркалах; б) разность частот между соседними продольными модами; в) число невырожденных мод, частоты которых находятся в пределах линии излучения Ar^+ с доплеровским уширением ($\Delta\nu_0 = 3,5$ ГГц; см. табл. 2.2).
- 5.3. В CO_2 лазере, работающем на длине волны $\lambda = 10,6$ мкм, используется полуконфокальный резонатор (плоско-сферический резонатор, в котором $L = R/2$) длиной $L = 2$ м. Вычислите: а) положение перетяжки пучка; б) размер пятна на обоих зеркалах; в) разность частот между соседними модами TEM_{00} ; г) число мод, лежащих в пределах ши-

рины линии лазера (рассмотрите типичный CO_2 лазер низкого давления с $\Delta\nu \sim 50$ МГц).

- 5.4. Рассмотрим резонатор, образованный двумя вогнутыми сферическими зеркалами с радиусом кривизны 4 м и расстоянием между ними, равным 1 м. Определите размер пятна моды TEM_{00} в центре резонатора и на зеркалах, если резонатор используется для генерации излучения на длине волны $\lambda = 514,5$ нм (одна из линий излучения Ar^+ лазера).
- 5.5. Как изменятся размеры пятна на обоих зеркалах, если в предыдущей задаче одно из вогнутых зеркал заменить плоским?
- 5.6. Используя соотношения (4.7.26) и (5.5.8а), покажите, что перетяжка пучка в изображенном на рис. 5.8б, в двухзеркальном резонаторе находится на расстоянии z_1 от первого зеркала, равном

$$z_1 = (1 - g_1)g_2L/(g_1 + g_2 - 2g_1 \cdot g_2).$$

- 5.7. В задаче 5.4 одно из зеркал резонатора заменено на вогнутое зеркало с радиусом кривизны 1,5 м. Вычислите: а) положение перетяжки пучка; б) размер пятна в перетяжке пучка и на обоих зеркалах.
- 5.8. Резонатор состоит из двух плоских зеркал и положительной линзы, помещенной между ними. Если фокусное расстояние линзы равно f , а ее расстояние до зеркал — соответственно L_1 и L_2 , то каковы будут размеры пятен в месте расположения линзы и зеркал? Запишите также условия устойчивости резонатора.
- 5.9. Кольцевой резонатор треугольной конфигурации состоит из трех плоских зеркал с положительной линзой, помещенной между двумя из них (рис. 5.4а). Зная, что периметр резонатора равен L_p , определите местоположение пятна с минимальным размером, значение этого размера и размер пятна в месте расположения линзы. Найдите также условие устойчивости этого резонатора.
- 5.10. В лазере, работающем на длине волны $\lambda = 630$ нм и имеющем усиление по мощности за проход $2 \cdot 10^{-2}$, используется симметричный резонатор длиной $L = 1$ м. Радиус кривизны обоих зеркал резонатора $R = 10$ м. Выберите такой размер апертуры зеркал, чтобы подавить моду TEM_{01} и сохранить при этом генерацию на моде TEM_{00} .
- 5.11. В He-Ne лазере, работающем на длине волны $\lambda = 630$ нм, благодаря сравнительно малой чувствительности к несоосности (см. задачу 5.16) часто используется почти полусферический резонатор (т. е. плоско-сферический резонатор, в котором $R = L + \Delta$ и $\Delta \ll L$). Зная, что длина резонатора составляет $L = 30$ см, найдите: а) радиус кривизны сферического зеркала, при котором размер пятна на нем равен $w_m = 0,5$ мм; б) точку в плоскости g_1, g_2 , которой отвечает рассматриваемый резонатор; в) размер пятна на плоском зеркале.

- 5.12. Рассмотрим квазиполусферический резонатор He-Ne лазера из предыдущей задачи. Допустим, что эффект диафрагмирования, получаемый в результате использования капилляра, содержащего He-Ne смесь (см. главу 10), можно смоделировать, установив перед сферическим зеркалом диафрагму радиуса a . Найдите радиус диафрагмы, необходимый для подавления моды TEM_{01} , если усиление мощности He-Ne лазера за проход $2 \cdot 10^{-2}$. (Указание: покажите, что потери за один полный (двойной) проход в этом резонаторе равны потерям за один проход в квазиконцентрическом симметричном резонаторе длиной $L_{nc} = 2L$, в котором $R_1 = R_2 = R$. Чтобы вычислить дифракционные потери, воспользуйтесь рис. 5.13, предполагая, что потери в резонаторе с отрицательным g равны потерям в аналогичном резонаторе с соответствующим положительным g .)
- 5.13. Рассмотрим матрицу $A_1 B_1 C_1 D_1$, изображенную на рис. 5.8г. Покажите, что для устойчивости резонатора необходимыми являются следующие условия: $0 < A_1 D_1 < 1$ и $-1 < B_1 C_1 < 0$. Затем, используя полученные результаты, докажите, что $B_1 D_1 / A_1 C_1 < 0$ и, таким образом, q_1 в (5.5.6а) — чисто мнимое.
- 5.14. Для устойчивого двухзеркального резонатора можно ввести понятие чувствительности к угловой расстройке δ , которую определяют как нормированное на размер пятна на зеркале поперечное смещение точки пересечения оптической оси с этим зеркалом при изменении наклона одного из двух зеркал на единичный угол. В частности, для зеркала 1 можно определить два коэффициента чувствительности к расстройке, δ_{11} и δ_{12} , как $\delta_{11} = (1/w_1)(dr_1/d\theta_1)$ и $\delta_{12} = (1/w_1)(dr_1/d\theta_2)$, где $(dr_1/d\theta_i)$ ($i = 1, 2$) — поперечное смещение центра пучка на зеркале 1 при изменении наклона зеркала 1 или 2 на единичный угол. Покажите, что в случае конфокального резонатора $(\delta_{11})_c = 0$ и $(\delta_{12})_c = (\pi w_s/\lambda)$.
- 5.15. С помощью определения, введенного в предыдущей задаче, покажите, что для любого симметричного квазиплоского резонатора чувствительность к несоосности такова, что $\delta_{11} = \delta_{12} = \delta_{21} = \delta_{22} = (\delta_{12})_c 4w^3/w_s^2$, где $(\delta_{12})_c$ — чувствительность к несоосности конфокального резонатора, w — размер пятна на зеркале реального резонатора, а w_s — размер пятна на зеркале конфокального резонатора той же длины. С помощью приведенного выше неравенства установите, какой из двух резонаторов менее чувствителен к изменению наклона зеркала.
- 5.16. Рассмотрим квазиполусферический резонатор ($R = L + \Delta$, $\Delta \ll L$), в котором зеркало 1 плоское. Покажите, что в этом случае $\delta_{12} = (\delta_{12})_c (w_2/w_s)$ и $\delta_{21} = (\delta_{12})_c (w_s/w_2)$. Сравнивая этот резонатор с резонатором из предыдущей задачи при том же размере пятна на зеркале, т. е. при $w = w_2$, какой вывод можно сделать относительно чувствительности к несоосности квазиполусферического резонатора по сравнению с квазиплоским резонатором?

- 5.17. В неустойчивом резонаторе зеркало 1 плоское, а зеркало 2 выпуклое с радиусом кривизны $R_2 = 2$ м. Расстояние между зеркалами $L = 50$ см. Определите: а) положение резонатора в плоскости g_1, g_2 ; б) положение точек P_1 и P_2 (см. рис. 5.17); в) условие, при котором резонатор является односторонним, а излучение выходит только мимо зеркала 2; г) коэффициент усиления и потери за один полный проход.
- 5.18. В CO_2 лазере, работающем на длине волны $\lambda = 10,6$ мкм, приходится использовать конфокальный неустойчивый резонатор. Пусть этот резонатор имеет длину $L = 1$ м. Какой тип нужно выбрать для этого резонатора, чтобы объем моды был максимальным? Вычислите апертуры зеркал $2a_1$ и $2a_2$, чтобы можно было получить: а) $N_{eq} = 7,5$, б) выход излучения из резонатора в одном направлении и в) 20-процентный выход излучения за один обход резонатора. Определите радиусы кривизны этих зеркал: R_1 и R_2 .
- 5.19. Используя приближение геометрической оптики (и предполагая, что генерируется мода низшего порядка), вычислите потери за один обход резонатора, рассчитанного в предыдущей задаче. Каковы форма и размеры пучка на выходе?
- 5.20. Рассмотрим неустойчивый резонатор, сформированный выпуклым зеркалом радиуса R_1 (зеркало 1) и плоским зеркалом (зеркало 2), находящимися на расстоянии 50 см друг от друга. Допустим, что плоское зеркало обладает супергауссовым радиальным профилем коэффициента отражения с порядком $n = 6$, а максимальный коэффициент отражения равен $R_0 = 0,5$. Допустим также, что активная среда представляет собой цилиндрический стержень (например, стержень из кристалла Nd:YAG) радиусом $a \approx 3,2$ мм, расположенный непосредственно перед зеркалом 2. Для того чтобы снизить потери за один обход до приемлемой величины, положим соответствующий коэффициент увеличения равным $M = 1,4$. Найдите: а) размер пятна w профиля интенсивности I_{in} при уменьшении интенсивности в активной среде, равной $2 \cdot 10^{-2}$; б) размер пятна профиля коэффициента отражения соответствующего зеркала; в) потери в резонаторе за один обход; г) радиус кривизны выпуклого зеркала.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. E. Siegman, *Lasers* (University Science Books, Mill Valley, California, 1986), Sec. 14.2.
2. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 6th ed. (Pergamon Press, London 1980), Sec. 1.6.5.
Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970, 2-е изд., разд. 1.6.5.
3. H. Kogelnik and T. Li, Laser Beams and Resonators, *Appl. Opt.* 5, 1550 (1966).
4. Ref. [1], Chap. 19.
5. A. G. Fox and T. Li, Resonant Modes in a Maser Interferometer, *Bell Syst. Tech. J.* 40, 453 (1961).

6. T. Li, Diffraction Loss and Selection of Modes in Maser Resonators with Circular Mirrors, *Bell System Tech. J.* **44**, 917 (1965).
7. V. Magni, Resonators for Solid-State Lasers with Large-Volume Fundamental Mode and High Alignment Stability, *Appl. Opt.* **25**, 107–117 (1986). See also *Erratum Appl. Opt.* **25**, 2039 (1986).
8. Ref. [1], p. 666.
9. W. Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, Vol. 1, *Springer Series in Optical Sciences*, 4th ed. (Springer-Verlag, New York, 1996).
10. Ref. [1], Chap. 22.
11. A. E. Siegman, Unstable Optical Resonators for Laser Applications, *Proc. IEEE* **53**, 277–287 (1965).
12. D. B. Rensch and A. N. Chester, Iterative Diffraction Calculations of Transverse Mode Distributions in Confocal Unstable Laser Resonators, *Appl. Opt.* **12**, 997 (1973).
13. A. E. Siegman, Stabilizing Output with Unstable Resonators, *Laser Focus* **7**, 42 (May 1971).
14. H. Zucker, Optical Resonators with Variable Reflectivity Mirrors, *Bell System Tech. J.* **49**, 2349 (1970).
15. A. N. Chester, Mode Selectivity and Mirror Misalignment Effects in Unstable Laser Resonators, *Appl. Opt.* **11**, 2584 (1972).
16. Ref. [1], Sec. 23.3.
17. S. De Silvestri, P. Laporta, V. Magni and O. Svelto, Solid-State Unstable Resonators with Tapered Reflectivity Mirrors: The super-Gaussian Approach, *IEEE J. Quantum Electr.* **QE-24**, 1172 (1988).
18. G. Cerullo *et al.*, Diffraction-Limited Solid State Lasers with Supergaussian Mirror, in *OSA Proc. on Tunable Solid-State Lasers*, Vol. 5 ed. by M. Shand and H. Jenssen (Optical Society of America, Washington, 1989), pp. 378–384.

6.1.
ВВЕДЕНИЕ

В главе 1 говорилось о том, что процесс, посредством которого атомы переводят с уровня 1 на уровень 3 (в трехуровневом лазере, рис. 1.4а) или с уровня 0 на уровень 3 (в четырехуровневом или квазичетырехуровневом лазере, рис. 1.4б) называют процессом накачки. Обычно накачка производится одним из двух следующих способов:

- *оптически*, т. е. непрерывным или импульсным светом, излучаемым мощной лампой или лазером;
- *электрически*, т. е. непрерывным, радиочастотным (СВЧ) или импульсным током, протекающим в проводящей среде, такой как ионизованный газ или полупроводник.

При *оптической накачке* некогерентным источником излучение от мощной лампы поглощается активной средой, а атомы при этом переходят на верхний лазерный уровень. Этот способ особенно подходит для твердотельных или жидкостных лазеров (т. е. лазеров на растворах органических красителей). Действительно, твердые тела и жидкости характеризуются значительным уширением спектральных линий, так что обычно приходится иметь дело скорее с полосами, чем с узкими линиями накачки. Следовательно, эти полосы могут поглощать большую долю энергии излучения лампы, которое, как правило, имеет широкий спектр. Доступность эффективных и мощных, непрерывных или импульсных, лазерных источников излучения на различных длинах волн в последнее время обеспечила как привлекательность, так и реальную осуществимость *накачки лазерным излучением*, или *лазерной накачки*. В этом случае активная среда поглощает спектрально узкое излучение подходящего лазерного источника. При этом требуется, чтобы длина волны лазерного излучения попадала в одну из полос поглощения среды. Отметим, что монохроматичность лазерного излучения

подразумевает, что использование лазерной накачки не должно ограничиваться только твердотельными или жидкостными лазерами; ее можно применять также и для газовых лазеров, если обеспечить совпадение линии излучения лазера накачки с линией поглощения накачиваемой среды. Такая ситуация реализуется, к примеру, в большинстве газовых лазеров дальнего ИК-диапазона (например, на парах метилового спирта, CH_3OH), которые обычно накачивают подходящей колебательно-вращательной линией CO_2 лазера. С другой стороны, для накачки твердотельных или жидкостных лазеров часто используют лазеры на ионах аргона (при непрерывном возбуждении), азотные или эксимерные лазеры (при импульсном возбуждении), а также Nd:YAG лазеры (непрерывные или импульсные), в том числе с удвоением и утроением частоты излучения. Когда это возможно, в настоящее время широко применяют полупроводниковые диодные лазеры (*накачка излучением диодного лазера*), для которых характерен высокий КПД (так, были продемонстрированы полные эффективности преобразования электрической энергии в лазерное излучение, превышающие 60%). Вместе с тем можно предсказать, что диодные лазеры станут наиболее распространенными источниками оптической накачки, заменив собой даже мощные лампы.

Электрическая накачка обычно осуществляется с помощью достаточно мощного электрического разряда и особенно подходит для газовых и полупроводниковых лазеров. В частности, газовые лазеры обычно напрямую не подходят для ламповой накачки, поскольку линии поглощения газов, как правило, значительно уже, чем обычно широкий спектр излучения накачивающей лампы. Примечательным исключением, о котором стоит упомянуть, является Cs лазер с оптической накачкой, в котором пары Cs накачиваются Не лампой низкого давления. В этом случае ситуация крайне благоприятна для оптической накачки, поскольку сильная линия излучения Не на длине волны ~ 390 нм (которая является достаточно узкой благодаря используемому низкому давлению) совпадает, как оказывается, с линией поглощения Cs. Этот лазер, однако, больше не используют, а интерес к нему, как к наиболее известному газовому лазеру с ламповой накачкой и как к первой предложенной лазерной системе, носит в основном исторический характер. С другой стороны, электрическая накачка газовых лазеров может быть весьма эффективным процессом (например, для накачки CO_2 лазера), поскольку ширина линии поперечного сечения возбуждения данного перехода электронным ударом обычно достаточно велика (от нескольких до нескольких десятков эВ, см. рис. 6.26 и 6.27). Это обстоятельство обусловлено тем, что *возбуждение электронным ударом*, а именно $e + A \rightarrow A^* + e$, где A — возбуждаемая частица, является нерезонансным процессом. Избыточная энергия сверх той, что необходима для возбуждения частицы A , остается в виде кинетической энергии рассеянного на частице электрона. Напротив, процесс оптического возбуждения налетающим фотоном с энергией $h\nu$, а именно $h\nu + A \rightarrow A^*$, является резонансным процессом, поскольку энергия фотона должна быть равна энергии возбуждения частицы A . Как уже обсуждалось в главе 2, в этом случае за счет энергии, которая связана, например, с тепловым движением частиц A (как при доплеровском уширении) и может быть вовлечена в про-

цесс возбуждения, проявляются некоторые эффекты уширения линий. Результирующая ширина линии поглощения оказывается, однако, весьма малой (например, $\approx 10^{-5}$ эВ для доплеровского уширения атомов Ne); это является основной причиной того, почему оптическая накачка широкополосным источником неэффективна для газового лазера. С другой стороны, оптическая накачка может весьма эффективно использоваться для полупроводниковых лазеров, поскольку полупроводниковые среды обладают сильными и широкими полосами поглощения. И действительно, была продемонстрирована работа различных полупроводниковых лазеров с оптической (и, в частности, лазерной) накачкой. Однако опыт показывает, что электрическая накачка является более удобной, поскольку обеспечивает протекание через лазерную полупроводниковую структуру, обычно в виде *p-n* или *p-i-n* диода, тока накачки достаточно большой плотности.

Два рассмотренных процесса накачки, оптическая и электрическая накачки, не являются единственно возможными для накачки лазеров. Тип накачки, в некотором смысле похожей на оптическую, применяется, когда среда возбуждается пучком излучения от рентгеновского источника (*накачка рентгеновским излучением*). Аналогично процесс накачки, в чем-то похожей на электрическую, использует возбуждение среды пучком электронов из электронной пушки (*накачка электронным пучком*). Хотя как рентгеновская, так и электронно-пучковая накачки способны доставлять высокие накачивающие мощности или энергии в большой объем активной среды (обычно в виде газа), эти механизмы накачки не слишком часто применяются из-за сложности рентгеновской или электронно-пучковой аппаратуры. Отметим в этой связи, что, возможно, наименьшая к настоящему времени длина волны излучения от лазерного источника ($\lambda \cong 1,4$ нм, т. е. в районе границы между рентгеновским излучением мягкого и жесткого диапазонов) была получена с использованием интенсивных рентгеновских лучей накачки, рожденных ядерным взрывом малой мощности. Подробности об этом лазере до сих пор засекречены, но нужно отдавать себе отчет, что конфигурацию накачки такого типа не так просто повторить в обычных лабораторных условиях!

Принципиально иной и достаточно интересный тип накачки реализуется, когда требуемая инверсия получается непосредственно в результате экзотермической химической реакции (*накачка с помощью химической реакции, или химическая накачка*). Можно использовать два типа реакций, а именно:

- реакции ассоциации, т. е. $A + B \rightarrow (AB)^*$, которые приводят к образованию молекул AB в возбужденном колебательном состоянии;
- реакции диссоциации, в которых диссоциация индуцируется фотоном, т. е. $AB + h\nu \rightarrow A + B^*$, и результатом является образование частицы B (атома или молекулы) в возбужденном состоянии.

Химическая накачка обычно используется для активных сред в газовой фазе. Как правило, она требует газовых смесей с высокой реакционной способностью и зачастую взрывчатых. С другой стороны, энергия, выделяющаяся в результате экзотермических реакций, обычно весьма велика, и если достаточную долю получаемой энергии удастся преобразовать в излучение,

то при лазерной генерации могут обеспечиваться высокие мощности (в непрерывном режиме) или энергии (в импульсном режиме). Эта особенность дала возможность получить с помощью *химических лазеров* наибольшую доступную к настоящему времени мощность лазерного излучения в непрерывном режиме (2,2 МВт для лазерной системы *MIRACL*, акроним английского названия *Mid-InfraRed Advanced Chemical Laser* — химический лазер нового поколения в среднем ИК-диапазоне). Учитывая трудности работы с такими системами и проблемы их обслуживания, связанные с наличием реакционноспособных и опасных материалов, использование химических лазеров было ограничено военными применениями в качестве оружия с направленной энергией (англ. *directed energy weapons*).

В другом принципиально отличном от перечисленных типе механизма накачки молекул газа применяется сверхзвуковое расширение газовой смеси, содержащей определенные молекулы (*газодинамическая накачка*). При этом используют смесь, обычно содержащую молекулы CO_2 в качестве активных частиц (например, смесь $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{H}_2\text{O}$ с соотношением парциальных плотностей 6:76:1). В специальной камере смесь сжимают до высокого давления (например, ≈ 17 атм) и нагревают до высокой температуры (например, ≈ 1400 К) за счет сжигания определенных топлив (например, бензола, C_6H_6 , и окиси азота, N_2O , автоматически обеспечивающих горячий CO_2 с соотношением $\text{CO}_2/\text{H}_2\text{O}$, равным 2:1). Молекулы CO_2 в этой смеси, конечно, не обладают инверсией населенностей, но благодаря высокой температуре существенная часть молекул ($\approx 25\%$) заселяет нижний лазерный уровень, тогда как меньшая, но все же значительная их часть ($\approx 10\%$) находится на верхнем лазерном уровне. (Отметим, что CO_2 лазер в действительности является лазером на колебательно-вращательных переходах, так что нижний и верхний лазерные уровни основного электронного состояния могут быть значительно возбуждены тепловым образом, т. е. путем нагрева смеси до высокой температуры.) Затем сжатую и нагретую газовую смесь подвергают адиабатическому расширению до очень низкого давления (например, $\approx 0,09$ атм) через систему специальных сопел (см. описание химических лазеров в главе 10). За счет расширения высокая поступательная температура смеси падает до гораздо более низкой величины (например, ≈ 300 К). Следовательно, в процессе расширения населенности верхнего и нижнего состояний будут релаксировать к более низким равновесным значениям, соответствующим этой меньшей температуре. Однако в газовой смеси CO_2 лазера время жизни верхнего состояния заметно больше, чем время жизни нижнего. Это означает, что релаксация нижнего уровня в потоке расширяющегося газа происходит на более ранней стадии расширения. Таким образом, за соплом существует достаточно протяженная зона потока, в которой населенность нижнего уровня уже уменьшилась, в то время как населенность верхнего осталась еще практически на том же начальном уровне, который существовал в нагревательной камере высокого давления. Следовательно, в этой зоне за счет процесса расширения создается инверсия населенностей. Газодинамическая накачка используется в основном для CO_2 лазеров и обеспечивает высокие непрерывные мощности излучения (≈ 100 кВт). Сложность устройства таких систем явля-

ется препятствием для их гражданских применений, тогда как относительно низкая, по сравнению с химическими лазерами, мощность генерации делает их менее предпочтительными для использования в военных целях.

В то время как рассмотрение вопросов взаимодействия излучения с веществом в главах 2 и 3 имело своей целью расчеты скоростей как вынужденных, так и спонтанных переходов, основной целью данной главы можно было бы считать определение скорости накачки единицы объема R_p , которая задается соотношением (1.3.1). Однако при накачке широкополосным источником света, т. е. лампой, расчет R_p оказывается достаточно сложным [1]. То же самое относится и к случаю накачки электронами в газовом разряде, когда требуется знать функцию распределения электронов по скоростям [2]. Поэтому ограничимся здесь описанием различных схем накачки, которое будет сопровождаться обсуждением физических механизмов, лежащих в основе используемых процессов.

6.2. ОПТИЧЕСКАЯ НАКАЧКА НЕКОГЕРЕНТНЫМ ИСТОЧНИКОМ СВЕТА

При оптической накачке мощным некогерентным источником света, т. е. лампой, излучение накачки испускается во всех направлениях и обычно в широком спектральном диапазоне. Затем это излучение требуется собрать и передать в активную среду. Цель следующего раздела — описать, как с помощью подходящей оптической системы можно осуществить такую передачу излучения и каким образом оно поглощается активной средой.

6.2.1. СИСТЕМЫ НАКАЧКИ

Лампы, используемые для накачки лазеров, часто имеют цилиндрическую форму. На рис. 6.1 показаны две наиболее часто применяемые конфигурации накачки с использованием одной лампы [3]. В обоих случаях активная среда имеет вид цилиндрического стержня, диаметр и длина которого близки к соответствующим параметрам лампы. Диаметр обычно находится в диапазоне от нескольких миллиметров до нескольких десятков миллиметров, а длина — от нескольких сантиметров до нескольких десятков сантиметров. На рис. 6.1а лампа помещена вдоль одной из двух фокальных осей F_1 зеркально отражающего цилиндра эллиптического сечения (обозначенного

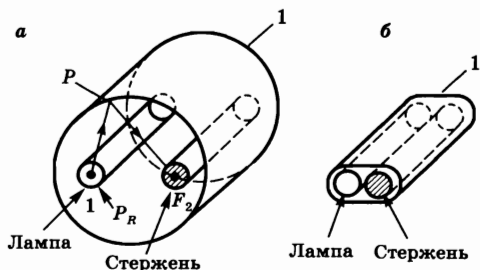


Рис. 6.1
Конфигурации накачки с
использованием одной лампы:
а) эллиптический цилиндр; б) плотная упаковка.

цифрой 1 на рисунке и обычно называемого *осветителем*, англ. *pumping chamber*). Стержень помещен вдоль второй фокальной оси F_2 . Хорошо известным свойством эллипса является то, что луч F_1P , исходящий из первого фокуса F_1 , проходит после отражения от эллиптической поверхности через второй фокус F_2 (луч PF_2). Это означает, что значительная доля излучения, испущенного лампой, передается осветителем активному элементу. Высокая отражательная способность такого осветителя достигается вакуумным напылением слоя золота или серебра на внутреннюю поверхность цилиндра. На рис. 6.1б показан пример расположения элементов, которое называется плотной упаковкой (англ. *close-coupled configuration*): стержень и лампа размещены насколько возможно близко и плотно окружены цилиндрическим отражателем (обозначен цифрой 1 на рисунке). В этом случае вместо зеркально отражающего часто применяют осветитель, изготовленный из диффузно рассеивающего материала. При использовании слабоструктурированных материалов, таких как спрессованный порошок BaSO_4 или белая керамика, которые являются достаточно хорошо рассеивающими средами, эффективность осветителей с плотной упаковкой обычно не намного меньше, чем эффективность зеркально отражающих цилиндров. Однако излучение накачки распределено внутри лазерного стержня в этом случае гораздо более однородно.

На рис. 6.2 показаны два двухламповых осветителя. На рис. 6.2а поперечное сечение зеркально отражающего цилиндра имеет форму двух эллипсов, имеющих общий фокус. Лазерный стержень расположен вдоль оси, проходящей через этот фокус, тогда как лампы размещены вдоль двух других фокальных осей. На рис. 6.2б показаны две лампы, размещенные насколько возможно близко к лазерному стержню (плотная упаковка); цилиндрический отражатель обычно опять изготавливают из диффузно рассеивающих материалов. Двухламповые конфигурации имеют более низкий КПД, чем соответствующие одноламповые, показанные на рис. 6.1. Однако однородность распределения излучения накачки в них лучше, и при фиксированной энергетической нагрузке на лампу в двухламповой конфигурации можно получить больше световой энергии, чем в одноламповой.

В системах высокой мощности или высокой энергии используют также многоламповые конфигурации. Широко используются конструкции, в которых активная среда представляет собой пластину или плиту (рис. 6.3а) или несколько пластин (рис. 6.3б). В обоих случаях каждую лампу располагают вдоль фокальной линии параболического отражающего цилиндра так, чтобы обеспечить однородное освещение каждой из пластин. Как показано на рис. 6.3а, лазерная генерация сопровождается полным внутренним отра-

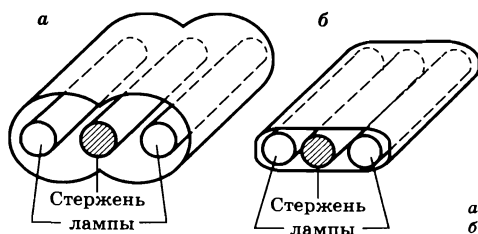


Рис. 6.2
Конфигурации накачки с использованием двух ламп:
а) двойной эллиптический цилиндр;
б) плотная упаковка.

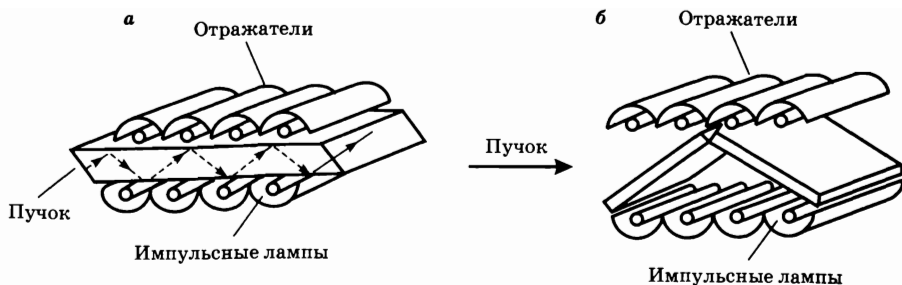


Рис. 6.3

Конфигурации накачки с использованием многих ламп:

(а) активный элемент в виде одной пластины, которая пересекается лазерным лучом по зигзагообразной траектории; (б) активная среда, составленная из многих пластин, расположенных под углом Брюстера к направлению падающего лазерного пучка.

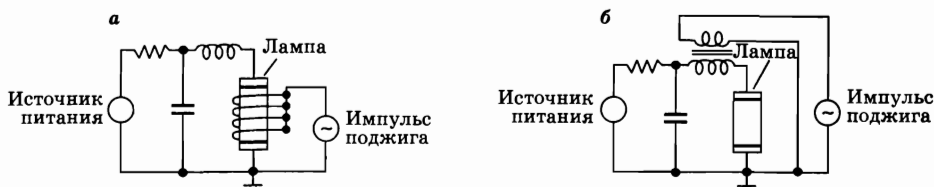


Рис. 6.4

Импульсное электропитание лампы-вспышки с использованием либо (а) внешней, либо (б) последовательной цепи поджига

жением на двух поверхностях пластины. Преимущество использования такого зигзагообразного оптического пути заключается в том, что он позволяет усреднить двулучепреломление (за счет внутренних напряжений) и тепловые линзы, наведенные в среде излучением накачки. Такие конструкции, несмотря на гораздо большую сложность по сравнению со схемами, использующими активные элементы в виде стержней, особенно предпочтительны, если требуется получить лазерный пучок высокого оптического качества. На рис. 6.3б лазерная генерация происходит вдоль направления, показанного стрелкой, а пластины ориентированы так, чтобы пучок падал на них под углом Брюстера. Основное преимущество такого расположения заключается в том, что поперечный размер активной среды может быть сделан очень большим. Более того, пластины могут независимо охлаждаться, например с использованием газового хладагента. Подобную конструкцию применяют в широкоапертурных (до 40 см в диаметре) усилителях на стекле с неодимом, используемых для экспериментов по лазерному термоядерному синтезу.

Для импульсных лазеров используются Хе или Кг импульсные лампы-вспышки от среднего до высокого давления (500 ÷ 1500 Торр). Импульс излучения накачки получают при разряде через лампу электрической энергии, запасенной батареей конденсаторов, заряженной подходящим источником питания (рис. 6.4). Для ограничения скорости развития тока разряда в электрическую цепь часто последовательно включают катушку индуктивности L . Разряд можно инициировать путем предыонизации газа в лампе с помощью поджигающего импульса высокого напряжения, приложенного

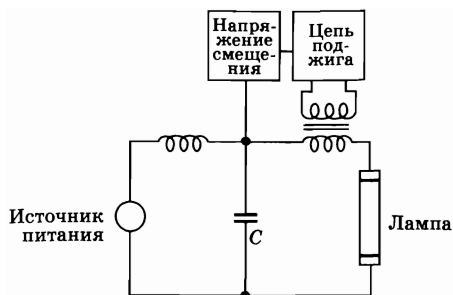


Рис. 6.5
Электропитание непрерывной лампы

электрическими характеристиками лампы (обычно эта длительность находится в интервале от нескольких микросекунд до нескольких миллисекунд). Для непрерывных лазеров наиболее часто используют Kr лампы высокого давления (1÷8 атм); регулируемый по величине непрерывный ток обеспечивается источником питания (рис. 6.5), а для подавления пульсаций тока в цепь включают L - C фильтр. В этом случае для создания требуемой начальной ионизации газа также необходим электрический импульс поджига, который обычно прикладывается последовательно. Для надежного запуска лампы напряжение источника питания необходимо в течение достаточно длительного интервала времени, соответствующего стадии поджига, увеличить до сравнительно высокого значения, которое обеспечит достаточно высокие для стабилизации разряда плотности ионов и электронов в лампе. Это оказывается удобным сделать путем импульсного возбуждения трансформатора поджига с помощью слаботочного вспомогательного источника напряжения смещения.

6.2.2. ПОГЛОЩЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ НАКАЧКИ

Для того чтобы проиллюстрировать процесс излучения света лампой, на рис. 6.6а показан спектр испускания, при импульсном возбуждении, Хе лампы-вспышки при двух характерных плотностях тока. На рис 6.6б показан спектр испускания Kr лампы в непрерывном режиме при плотности тока $J = 80 \text{ А/см}^2$. Характерные рабочие плотности тока Kr ламп обычно несколько выше ($J \approx 150 \text{ А/см}^2$), но это различие не влияет на последующее рассмотрение. Отметим, что в непрерывной лампе при относительно низких плотностях тока излучение в основном сконцентрировано в отдельных линиях испускания Kr, которые заметно уширены за счет высокого давления газа. Напротив, при гораздо более высоких плотностях тока в лампе-вспышке спектр испускания содержит также сплошную широкую составляющую.

Она возникает за счет фоторекомбинации электронов и ионов (*рекомбинационное излучение*), а также изменения траекторий электронов ионами в процессе столкновений (*тормозное излучение*). При обоих явлениях излучение появляется в результате электрон-ионных взаимодействий. Соответственно, можно ожидать, что интенсивность испускаемого излучения пропорциональна произведению $N_e N_i$, где N_e и N_i — плотности электронов и ионов в

к дополнительному электроду, размещенному вокруг лампы (параллельный поджиг, см. рис. 6.4а). С другой стороны, предыонизацию можно обеспечить с помощью импульса напряжения, приложенного непосредственно между двумя основными электродами лампы (последовательный поджиг, см. рис. 6.4б). Будучи ионизована, лампа дает интенсивную вспышку света, длительность которой определяется емкостью и индуктивностью цепи, а также

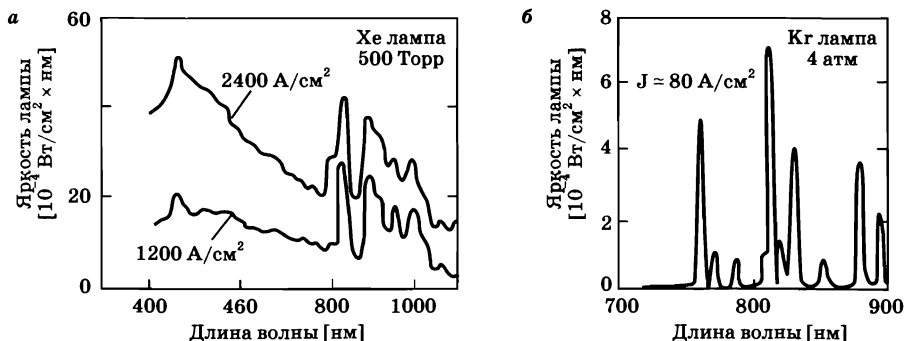


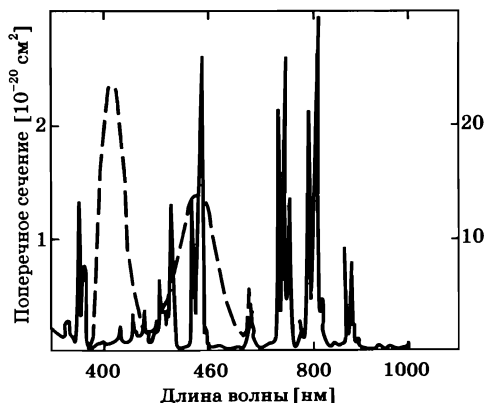
Рис. 6.6

Сравнение спектров испускания (а) Хе лампы-вспышки при давлении 500 Торр и (б) непрерывной дуговой Хе лампы при давлении 4 атм

плазме разряда. В электрически нейтральной газовой плазме имеем $N_e \approx N_i$, тогда как обе плотности пропорциональны плотности тока разряда J в соответствии с хорошо известным соотношением $N_e = J / ev_{drift}$, где v_{drift} — скорость дрейфа электронов. Отсюда следует, что в первом приближении можно ожидать, что интенсивность сплошной составляющей спектра будет возрастать как J^2 . Напротив, интенсивность линий в спектре на рис. 6.6б можно, в первом приближении, считать пропорциональной N_e и, следовательно, J . Вот почему сплошная составляющая спектра сильнее, чем линейчатая, при высоких значениях плотности тока в импульсной лампе (рис. 6.6а) и не наблюдается при гораздо более низких плотностях тока в непрерывной лампе (рис. 6.6б).

Для того чтобы детально разобраться в том, как испущенный лампой свет поглощается активной средой, обратимся к рис. 6.7, где показаны спектральные зависимости сечения поглощения: сплошной линией — для Nd:YAG (ионы Nd^{3+} в кристалле $Y_3Al_5O_{12}$), а пунктирной линией — для александрита (ионы Cr^{3+} в кристалле $BeAl_2O_4$). В обоих случаях легирующие ионы, присутствующие в кристалле в качестве трехвалентной примеси, отвечают за поглощение и одновременно являются активными частицами. Сравнение рис 6.7

Рис. 6.7
 Поперечное сечение поглощения ионов Nd^{3+} в кристалле YAG (сплошная линия) и ионов Cr^{3+} в александрите (пунктирная линия). Левая шкала относится к сечению для Nd:YAG, а правая — к сечению для $Cr:BeAl_2O_4$. Для александрита были взяты средние значения трех величин, измеренных при поляризациях, параллельных а-, b- и c-осям кристалла



и 6.6а показывает, что сравнительно широкие спектры поглощения как ионов Nd^{3+} , так и ионов Cr^{3+} позволяют достаточно хорошо использовать свет, испущенный лампами-вспышками. Ситуация оказывается еще более благоприятной при непрерывном возбуждении кристалла Nd:YAG криптоновой лампой. Действительно, сравнение рис. 6.7 и 6.6б показывает, что некоторые сильные линии излучения Кг в диапазоне $750 \div 900$ нм совпадают с наиболее сильными линиями поглощения ионов Nd^{3+} . Отметим, что спектр поглощения редкоземельного элемента, каковым является Nd, не слишком сильно изменяется от матрицы к матрице, поскольку поглощение связано с электронными переходами между внутренними оболочками иона. Таким образом, спектр Nd:YAG можно рассматривать, в первом приближении, как характерный для всех материалов, легированных Nd, таких как Nd:YLiF_4 , Nd:YVO_4 и стекло с Nd (ионы Nd^{3+} в стеклянной матрице). В случае примеси переходного металла, такого как Cr^{3+} , спектр поглощения которого обусловлен внешними электронами, материал матрицы имеет большее влияние на вид спектра. Однако спектр александрита схож со спектром рубина (Cr^{3+} в кристалле Al_2O_3), исторически примечательного и все еще широко применяемого материала, а также со спектрами таких недавно разработанных и очень важных в настоящее время лазерных материалов, как Cr:LiSrAlF_6 (сокращенно — LISAF) или Cr:LiCaAlF_6 (LICAF).

6.2.3. ЭФФЕКТИВНОСТЬ И СКОРОСТЬ НАКАЧКИ

Для лазера, накачиваемого непрерывной лампой, можно определить КПД, или *эффективность*, накачки η_p как отношение минимальной мощности накачки P_m , которая необходима для обеспечения данной скорости накачки R_p верхнего лазерного уровня, и электрической мощности P_p , фактически потребляемой лампой, т. е.:

$$\eta_p = P_m / P_p. \quad (6.2.1)$$

Отметим, что при однородном распределении скорости накачки по объему активной среды минимальную мощность накачки можно представить в виде $P_m = (dN_2/dt)_p V h\nu_{mp} = R_p h\nu_{mp}$, где $(dN_2/dt)_p$ — плотность числа атомов, возбуждаемых в результате процесса накачки на верхний лазерный уровень в единицу времени, V — объем активной среды, а ν_{mp} — частота перехода между уровнем основного состояния и верхним лазерным уровнем (см. рис. 6.17). При неоднородном распределении накачки можно записать:

$$P_m = h\nu_{mp} \int_a R_p dV = h\nu_{mp} \bar{R}_p V, \quad (6.2.2)$$

где интеграл взят по всему объему среды, а $\bar{R}_p$ — усредненная по объему величина R_p . Из (6.2.1) и (6.2.2) получаем:

$$\eta_p = (h\nu_{mp} \bar{R}_p V) / P_p. \quad (6.2.3)$$

Для импульсной системы накачки можно по аналогии определить η_p как

$$\eta_p = (h\nu_{mp} \int R_p dV dt) / E_p, \quad (6.2.4)$$

где интеграл также взят по всему объему среды и по интервалу действия импульса накачки, а E_p — электрическая энергия накачки лампы.

Для того чтобы рассчитать или просто оценить КПД накачки, процесс можно разделить на четыре этапа:

- испускание света лампой;
- передача этого излучения в активную среду;
- поглощение света в среде;
- передача поглощенной энергии излучения частицам на верхнем лазерном уровне.

Следовательно, КПД накачки может быть представлен в виде произведения четырех сомножителей, а именно:

$$\eta_p = \eta_r \eta_t \eta_a \eta_{pq}, \quad (6.2.5)$$

где η_r — КПД (эффективность) преобразования электрической энергии питания лампы в световую в спектральном диапазоне, соответствующем полосам накачки активной среды (*излучательная эффективность*, англ. *radiative efficiency*); η_t — отношение мощности (или энергии) света, фактически входящего в активную среду, к мощности (или энергии), излучаемой лампой в нужном спектральном диапазоне (*эффективность передачи*, англ. *transfer efficiency*); η_a — доля попадающего в среду света, которая действительно поглощается в ней (*эффективность по поглощению*, англ. *absorption efficiency*); η_{pq} характеризует долю поглощенной мощности (или энергии), которая приводит к заселению верхнего лазерного уровня (*квантовый выход по мощности или по энергии*, англ. *power*, или *energy*, *quantum efficiency*). Отметим, что η_{pq} можно определить как $\eta_{pq} = R_p V h \nu_{mp} / P_a$, где P_a — поглощаемая мощность. Конкретные выражения для четырех перечисленных факторов КПД накачки можно получить, если известны спектральная излучательная способность лампы, геометрия накачки, коэффициент поглощения и геометрическая конфигурация среды [1]. Не будем углубляться здесь в рассмотрение этого вопроса и ограничимся обсуждением нескольких типичных результатов в следующем примере.

Пример 6.1. *КПД накачки в твердотельных лазерах с ламповой накачкой.* Рассмотрим в качестве активной среды цилиндрический стержень диаметром 6,3 мм, накачиваемый в посеребренном эллиптическом осветителе, с осями эллипса равными $2a = 34$ мм и $2b = 31,2$ мм. Предполагаем, что для каждого типа активной среды плотность тока лампы имеет в данной конфигурации оптимальную величину, обычно лежащую в интервале 2000–3000 А/см². При этих условиях накачки расчетные значения для четырех факторов КПД η_r , η_t , η_a и η_{pq} , а также самого КПД η_p для лазеров на рубине, александрите, кристалле Nd:YAG и стекле с Nd приведены в табл. 6.1. Из этой таблицы видно, что:

- излучательная эффективность лампы во всех рассматриваемых случаях обычно не превышает 50%;
- поскольку в стекле содержание Nd больше, а полосы поглощения шире, то полный КПД для стекла с Nd почти в два раза выше, чем для кристалла Nd:YAG;

**Сравнение расчетных значений факторов КПД накачки
для различных лазерных материалов**

Активная среда	η , %	η_i , %	η_a , %	$\eta_{ра}$, %	η_p , %
Рубин	27	78	31	46	3,0
Александрит	36	65	52	66	8,0
Nd:YAG	43	82	17	59	3,5
Nd:стекло (Q-88)	43	82	28	59	5,8

- полный КПД для александрита почти втрое выше, чем для рубина. Это в основном обусловлено более сильным поглощением в полосах александрита за счет более высокой концентрации ионов Cr^{3+} . Более высоких значений КПД (выше 10%) следует ожидать для других материалов, легированных ионами Cr^{3+} , таких как Cr:LISAF и Cr:LICAF, за счет даже еще большего (более, чем на порядок величины) содержания Cr;
- во всех рассмотренных случаях полный КПД (произведение четырех факторов эффективности) достаточно мал (3–8%).

В заключение этого раздела отметим, что если полный КПД рассчитан или просто оценен, скорость накачки может быть определена из соотношения (6.2.3) как

$$R_p = \eta_p \left(\frac{P}{Alh\nu_{mp}} \right), \quad (6.2.6)$$

где A — площадь поперечного сечения активной среды, а l — ее длина. Это — простое основное выражение для (средней) скорости накачки, часто используемое в литературе по лазерам [4], которое будет применяться в последующих главах. Отметим, однако, что для получения величины R_p из соотношения (6.2.6) необходимо знать η_p , а это означает, что кем-то уже должны были быть проделаны трудоемкие расчеты, рассматриваемые в [1]!

6.3. НАКАЧКА ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

С первых дней появления лазеров их излучение часто применялось для накачки других лазеров, как, например при первой демонстрации лазерной генерации в растворе органического красителя [5]. Так, Ar^+ лазеры в настоящее время широко используются для накачки непрерывных лазеров на красителях и на титане с сапфиром ($\text{Ti}^{3+}:\text{Al}_2\text{O}_3$); эксимерные, N_2 лазеры и лазеры на парах меди используются для импульсной накачки лазеров на красителях; излучение Nd:YAG лазера и его вторая гармоника используются для накачки непрерывных и импульсных лазеров на красителях и твердотельных лазеров (в том числе, лазеров на центрах окраски). Однако особую важность накачка лазерным излучением приобрела после появления и широко-

го распространения диодных лазеров с высокими КПД и мощностью. Особый интерес представляет использование диодных лазеров для накачки других твердотельных лазерных сред, что дает возможность создать новый лазер с полностью твердотельной активной средой. Наиболее характерными примерами здесь являются:

- лазеры на кристаллах Nd:YAG, Nd:YLF, Nd:YVO₄ или стекле с Nd, накачиваемые на длине волны ~800 нм GaAs/AlGaAs лазерами на основе гетероструктур с квантовыми ямами (характерные длины волн генерации в области 1 мкм, 1,3 мкм и 0,95 мкм);
- лазеры на кристалле Yb:YAG, стекле с Er или с Yb:Er, накачиваемые в диапазоне 950–980 нм InGaAs/GaAs лазерами с напряженными квантовыми ямами (длина волны генерации в области 1 мкм для Yb лазеров и 1,54 мкм — для Er лазеров). Отметим, что в случае совместного легирования Er и Yb излучение накачки в основном поглощается ионами Yb³⁺, а затем возбуждение передается ионам Er³⁺, на которых и происходит генерация;
- лазеры на кристаллах александрита (Cr:BeAl₂O₄), Cr:LiSAF или Cr:LiCAF, накачиваемые в диапазоне 640–680 нм GaInP/AlGaInP лазерами с квантовыми ямами и излучающие в диапазоне шириной ~130 нм в области ~840 нм;
- лазеры на кристаллах Tm:Ho:YAG, накачиваемые на длине волны 785 нм AlGaAs лазерами с квантовыми ямами и излучающие вблизи 2,08 мкм. Заметим, что в этом случае энергия накачки поглощается ионами Tm³⁺ и передается ионам Ho³⁺, которые и обеспечивают генерацию.

Для лазерных сред с ионами Nd на рис. 6.8 показаны, в качестве типичного примера, важные с точки зрения накачки участки зависимости коэффициента поглощения от длины волны как для кристаллов Nd:YAG (сплошная

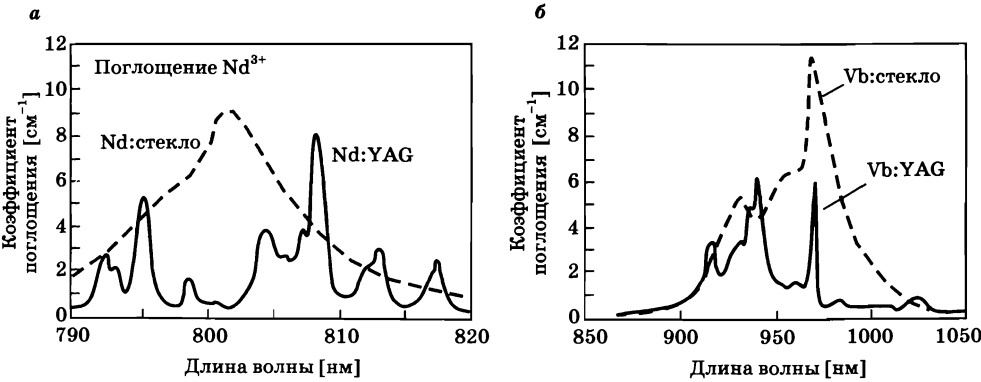


Рис. 6.8

Кoeffициент поглощения в зависимости от длины волны в спектральном диапазоне, представляющем интерес для накачки излучением диодных лазеров:

а) Nd:YAG (сплошная линия) и стекло с Nd (пунктирная линия). Концентрация Nd равна 1,52 · 10²⁰ см⁻³ — в кристалле Nd:YAG (1,1 атом.%) и 3,2 · 10²⁰ см⁻³ — в стекле с Nd (3,8 весовых % в Nd₂O₃) (заимствовано из [15], с разрешения); б) Yb:YAG (сплошная линия) и стекло с Yb (пунктирная линия). Концентрация Yb равна 8,98 · 10²⁰ см⁻³ — в кристалле Yb:YAG (6,5 атом.%) и 1 · 10²¹ см⁻³ — в стекле с Yb. Кривые для Yb:YAG и стекла с Yb построены соответственно на основе данных работ [17] и [18].

линия), так и для стекла с Nd (пунктирная линия). Отметим, что кристаллы Nd:YAG наиболее эффективно накачиваются на длине волны $\lambda = 808$ нм излучением $\text{Ga}_{0,91}\text{Al}_{0,09}\text{As}/\text{Ga}_{0,7}\text{Al}_{0,3}\text{As}$ лазеров с квантовыми ямами, ширина линии которого обычно составляет 1–2 нм. С другой стороны, благодаря своему широкому и бесструктурному спектру поглощения, стекло с Nd может быть накачено в более широком диапазоне вблизи пика поглощения с $\lambda = 800$ нм. Для лазерных сред с ионами Yb зависимости коэффициента поглощения от длины волны для кристаллов Yb:YAG (сплошная линия) и стекла с Yb (пунктирная линия) приведены на рис. 6.8б. И в этом случае спектр поглощения в стекле является более широким и бесструктурным, в отличие от спектра поглощения в кристалле Yb:YAG. Оптимальная длина волны накачки составляет 960 нм для Yb:YAG и 980 нм — для стекла с Yb; излучение с этими длинами волн получают от InGaAs/GaAs лазеров с квантовыми ямами (например, $\text{In}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}/\text{GaAs}$ для $\lambda = 980$ нм). Зависимость коэффициента поглощения от длины волны для лазерных сред с ионами Cr^{3+} (александрит, Cr:LiSAF, Cr:LiCAF), имеющая фактически бесструктурную форму, представлена пунктирной кривой на рис. 6.7. Максимальный коэффициент поглощения на длине волны 600 нм составляет в александрите $0,5 \text{ см}^{-1}$, а в Cr:LiSAF достигает 50 см^{-1} . Отметим, что больший коэффициент поглощения в Cr:LiSAF обусловлен более высокой концентрацией Cr, которую можно использовать (примерно в 100 раз больше, чем в александрите), еще не сталкиваясь при этом с проблемой концентрационного тушения верхнего состояния. Из-за отсутствия подходящих диодных лазеров с более короткими длинами волн накачка здесь осуществляется в диапазоне 640–680 нм с применением GaInP/AlGaInP лазеров с квантовыми ямами (например, $\text{Ga}_{0,5}\text{In}_{0,5}\text{P}/\text{Al}_{0,25}\text{Ga}_{0,25}\text{In}_{0,5}\text{P}$ для $\lambda = 670$ нм), в которых активным слоем, содержащим квантовые ямы, является GaInP. Наиболее характерные параметры накачки для некоторых из рассмотренных выше активных сред приведены в табл. 6.2.

Таблица 6.2

Сравнение параметров накачки и длин волн генерации для различных лазерных материалов

	Nd:YAG	Yb:YAG	Yb:Er: стекло	Cr:LiSAF	Tm:Ho:YAG
Концентрация	1 атом. %	6,5 атом. %	—	1 атом. %	6,5 атом. % Tm 0,36 атом. % Ho
Диодный лазер накачки	AlGaAs	InGaAs	InGaAs	GaInP	AlGaAs
Длина волны (нм)	808	950	980	670	785
Концентрация активных ионов (10^{20} см^{-3})	1,38	9	10 [Yb] 1 [Er]	0,9	8 [Tm] 0,5 [Ho]
Коэффициент поглощения накачки (см^{-1})	4	5	16	4,5	6
Длина волны генерации (мкм)	1,06 1,32, 1,34 0,947	1,03	1,53	0,72–0,84	2,08

6.3.1. ИЗЛУЧАТЕЛИ СИСТЕМ НАКАЧКИ НА ОСНОВЕ ДИОДНЫХ ЛАЗЕРОВ

Существует четыре типа излучателей, используемых в системах накачки на основе диодных лазеров. Перечислим их в порядке увеличения выходной мощности: (1) однополосковый диодный лазер (англ. *single stripe diode laser*); (2) линейка однополосковых диодных лазеров (англ. *diode array*); (3) блок линеек диодных лазеров (англ. *diode bar*); (4) сборка блоков линеек (англ. *stacked bars*).

Наименьшую выходную мощность ($P < 100$ мВт) имеют *однополосковые диодные лазеры*, такие как лазер с волноводом, сформированным распределением показателя преломления (англ. *index-guided laser*), показанный на рис. 6.9а. С помощью подходящего изолирующего оксидного слоя ток накачки диода ограничен в полоске шириной 3–5 мкм, тянущейся вдоль всей длины диода. Поперечное сечение выходящего пучка излучения имеет форму эллипса с осью $d_{\perp} \approx 1$ мкм в плоскости, перпендикулярной плоскости p - n перехода, и осью $d_{\parallel} \approx 3$ –6 мкм в плоскости p - n перехода. Обладая столь малыми размерами, пучок является пространственно когерентным, т. е. дифракционно-ограниченным. Действительно, характерная величина половины угла расходимости по уровню интенсивности $1/e^2$ составляет $\theta_{\perp} = 20^{\circ} = 0,35$ рад в плоскости, перпендикулярной плоскости p - n перехода. Это означает, что $\theta_{\perp} = 2\lambda/\pi d_{\perp}$, если принять, для длины волны $\lambda = 800$ нм, что $d_{\perp} \approx 1,4$ мкм. В плоскости перехода половина угла расходимости обычно равна $\theta_{\parallel} = 5^{\circ} = 0,09$ рад, и снова получаем, что $\theta_{\parallel} \approx 2\lambda/\pi d_{\parallel}$, если положить $d_{\parallel} = 5,8$ мкм. (В обеих плоскостях предполагается гауссово распределение интенсивности с размерами пятен $w_{0\perp} \approx d_{\perp}/2$ и $w_{0\parallel} \approx d_{\parallel}/2$, так что расходимость пучка рассчитывается в соответствии с соотношением (4.7.19).) Отметим, что ввиду такой большой разницы между расходимостями пучка в обеих плоскостях главная ось его поперечного сечения поворачивается на 90° после распространения пучка всего на несколько микрон от выходной грани диода.

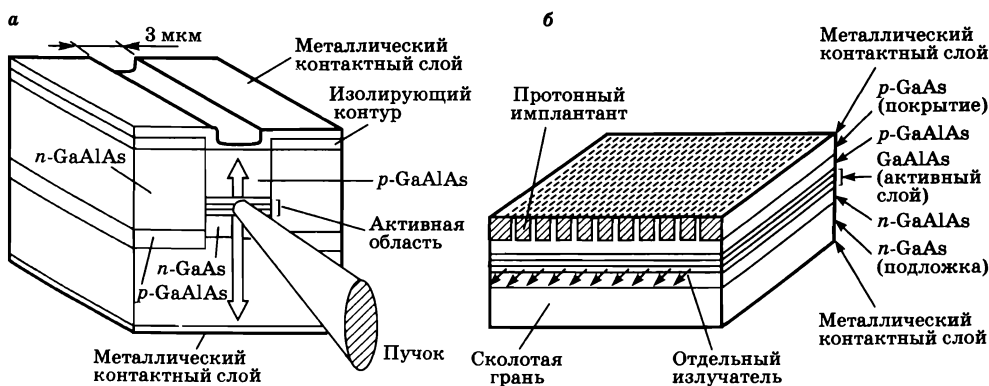


Рис. 6.9

(а) Однополосковый полупроводниковый лазер с волноводом, сформированным распределением показателя преломления и (б) монолитная линейка однополосковых диодных лазеров в одной полупроводниковой микросхеме

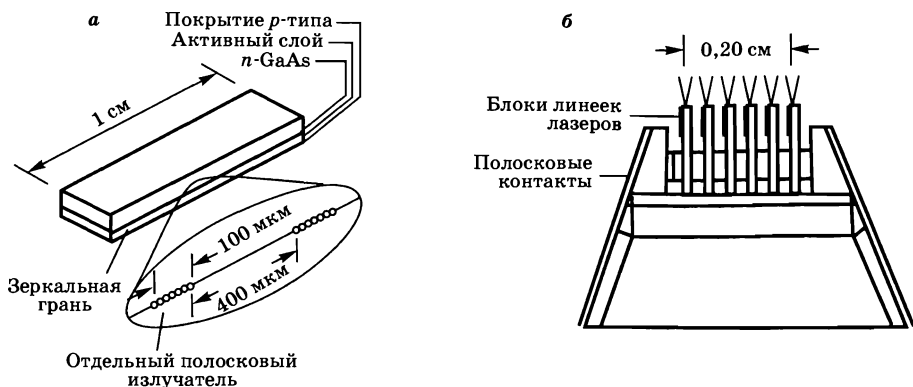


Рис. 6.10

(а) Монолитный блок линеек диодных лазеров длиной 1 см для излучения в непрерывном режиме и (б) сборка блоков линеек для излучения в квазинепрерывном режиме

Для того чтобы получить более высокие выходные мощности, используют монолитную *линейку однополосковых диодных лазеров*, изготовленных на одной полупроводниковой подложке (рис 6.9б). Обычно такая линейка содержит 20 полосок, шириной 5 мкм каждая, с расстоянием между центрами полосок ~ 10 мкм. Общие размеры излучаемого пучка составляют $d_{\parallel} \cong 200$ мкм $\times$ $d_{\perp} \cong 1$ мкм, так что для линеек с нескоррелированными фазами расходимости пучка равны $\theta_{\perp} \cong 20^{\circ}$ и $\theta_{\parallel} \cong 5^{\circ}$, т. е. такие же, как и для одной полоски. Расходимость пучка $\theta_{\parallel}$ в плоскости, параллельной p - n переходу, в этом случае примерно в 40 раз превышает дифракционный предел ($\theta_{\parallel} \pi d_{\parallel} / 2\lambda \cong 34$). На самом деле, в маломощных линейках между излучением отдельных полосок может возникать некоторая фазовая корреляция, что приводит к характерному угловому распределению излучения с двумя лепестками, отстоящими друг от друга на $\sim 10^{\circ}$ и имеющими ширину $\sim 1^{\circ}$ каждый. Мощность излучения на выходе таких линеек может достигать ~ 2 Вт.

Для того чтобы получить еще большие выходные мощности, можно описанные выше лазерные линейки изготовить и последовательно разместить на одной подложке, сформировав таким образом монолитный *блок линеек диодных лазеров* (рис. 6.10а). Устройство, показанное на этом рисунке, состоит из 20 линеек, центры которых разнесены на 500 мкм; при этом каждая линейка имеет длину 100 мкм и состоит из 10 однополосковых лазеров. Суммарная длина такого блока линеек составляет, таким образом, ~ 1 см, что является пределом, обусловленным технологией производства. Пучки отдельных полосковых излучателей можно, как и ранее, считать нескоррелированными по фазе, а суммарные мощности излучения на выходе блока линеек обычно достигают 10–20 Вт.

Идея объединять линейки диодных лазеров в блоки может быть развита дальше и использована для изготовления *сборки блоков линеек*, в которой отдельные излучатели образуют двумерную матричную структуру. На рис. 6.10б показаны 6 блоков линеек, длиной 1 см каждый, которые уложены слоями так, чтобы сформировать излучающую площадку с размерами $0,2$ см $\times$ 1 см. Такие сборки блоков линеек предназначены для квазинепрерывной работы с

коэффициентом заполнения до 2%. При этом пиковая плотность мощности излучения может достигать 1 кВт/см^2 , а средняя плотность мощности — 100 Вт/см^2 .

При накачке лазерных материалов, таких как Nd:YAG, которые имеют узкие линии поглощения, необходимо учитывать ширину спектра излучения диодных лазеров. Ширина спектра излучения одиночной полоски может составлять всего 1 нм, что хорошо согласуется, например, с шириной ($\sim 2 \text{ нм}$) пика поглощения Nd:YAG вблизи 808 нм. В случае линеек диодов, а тем более блоков линеек и матричных сборок этих блоков, ширина спектра излучения может быть существенно больше указанной величины из-за композиционных различий между полосками, а также из-за температурных градиентов. Обе эти причины приводят к различию в длинах волн излучения отдельных полосковых лазеров. В настоящее время наилучшим результатом для блока линеек является спектральная ширина $\sim 2 \text{ нм}$. Перестройка и стабилизация длины волны излучения обычно осуществляется путем охлаждения диодных лазеров: термоэлектрическим элементом Пельтье — в случае маломощных устройств, и с помощью жидкостного охлаждения — в случае наиболее высоких мощностей. Как правило, требуются температурная стабильность и точность установки температуры не хуже 1°C .

6.3.2. СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ИЗЛУЧЕНИЯ НАКАЧКИ

Для эффективной накачки излучение описанных выше диодных лазерных систем должно быть с минимальными потерями введено в активную среду. Вообще говоря, существует два типа геометрии накачки: (1) *продольная*, при которой излучение накачки направляют в лазерную среду вдоль оси резонатора; (2) *поперечная*, при которой излучение накачки вводят в активную среду с одного или нескольких направлений, перпендикулярных оси резонатора. Рассмотрим оба этих случая отдельно, так как используемые диодные лазеры и системы передачи излучения накачки несколько отличаются.

6.3.2.1. ПРОДОЛЬНАЯ НАКАЧКА

Для продольной накачки излучение диодного лазера обычно необходимо сфокусировать в активной среде в малое (с поперечным размером $0,1\text{--}1 \text{ мм}$) пятно по возможности кругового сечения. На рис. 6.11а–в представлены три наиболее распространенных лазерных конфигурации. На рис. 6.11а показан лазерный стержень, помещенный в плосковогнутый резонатор; плоское зеркальное покрытие нанесено непосредственно на тот торец стержня, на который фокусируется пучок накачки. На рис. 6.11б, в пучки накачки от двух разных диодных систем фокусируются с двух концов стержня в его центре. Резонатор лазера может иметь либо кольцевую конфигурацию в виде сложенной петли (рис. 6.11б), либо линейную конфигурацию, с изломами в виде буквы «z» (рис. 6.11в). Для последних двух конфигураций ось резонатора обозначена пунктирной линией.

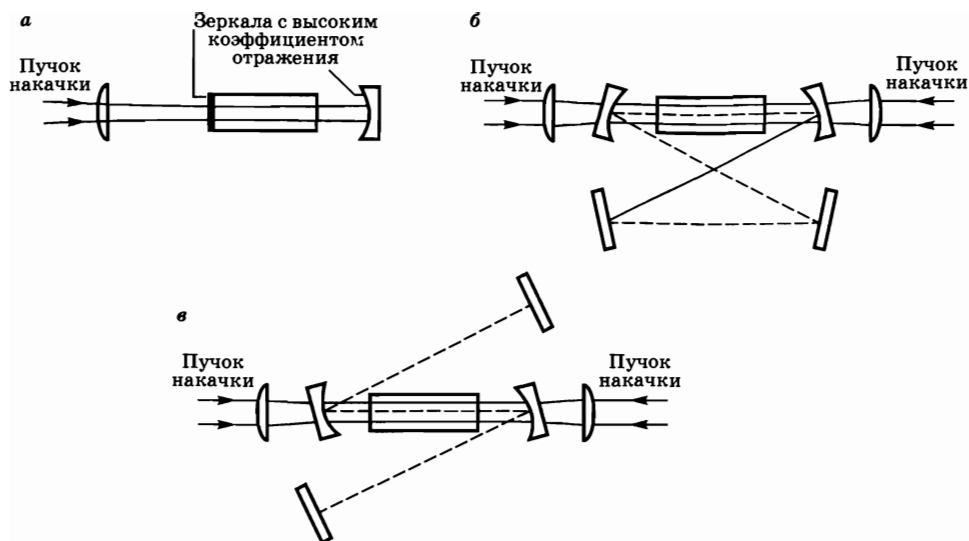


Рис. 6.11

Типичные конфигурации продольной накачки излучением диодных лазеров:

а) накачка с одного конца стержня в простом плосковогнутом резонаторе; б) накачка с двух концов стержня для кольцевого резонатора сложного типа и в) накачка с двух концов стержня для z-образного линейного резонатора.

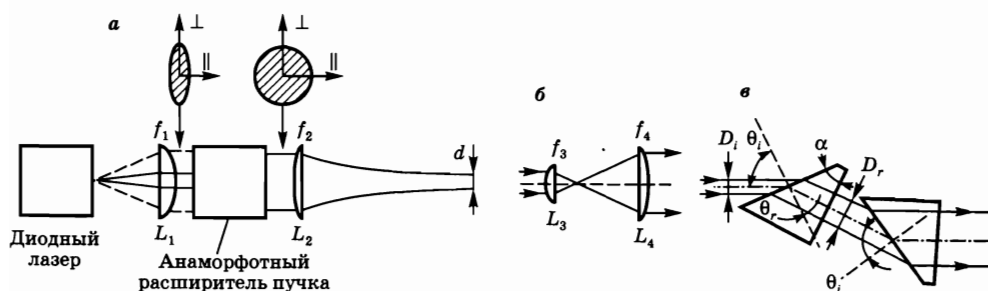


Рис. 6.12

(а) Схема системы передачи излучения накачки однополоскового диодного лазера с компенсацией астигматизма; (б) простая анаморфтная система из двух цилиндрических линз; (в) анаморфтная пара призм

Рассмотрим теперь вопрос о том, каким образом для данных резонаторов преобразовать пучок излучения накачки так, чтобы внутри лазерного стержня он имел наиболее близкое к круговому сечению подходящего размера.

Рассмотрим вначале однополосковый диодный лазер (рис. 6.9а), который используют как источник накачки для маломощных устройств. (С помощью накачки однополосковым лазером могут быть получены выходные мощности вплоть до десятков мВт.) Эллиптичность сечения сильно расходящегося пучка от лазерной полоски может быть скомпенсирована с помощью комбинации из двух сферических линз и анаморфтной оптической системы, схематически изображенной на рис. 6.12а прямоугольником. На этом рисунке сплошные линии показывают изменения продольного сечения пуч-

ка в плоскости p - n перехода диодного лазера; в свою очередь, пунктирные линии соответствуют изменениям такого сечения в плоскости, перпендикулярной к плоскости p - n перехода. Линза L_1 с фокусным расстоянием f_1 представляет собой короткофокусную сферическую линзу с большой числовой апертурой, предназначенную для коллимации сильно расходящегося пучка от лазерного диода. Поскольку $\theta_{\perp} \cong 4\theta_{\parallel}$, то поперечное сечение пучка после прохождения линзы имеет форму эллипса с размерами осей $d_{\perp} = 2f_1 \tan \theta_{\perp}$ (так называемая «быстрая» ось, перпендикулярная плоскости p - n перехода) и $d_{\parallel} = 2f_1 \tan \theta_{\parallel}$ («медленная» ось в плоскости p - n перехода). Таким образом, в типичном случае $d_{\perp}/d_{\parallel} = \tan \theta_{\perp}/\tan \theta_{\parallel} \cong 4$. Коллимированный линзой пучок с эллиптическим поперечным сечением пропускают через анаморфотную оптическую систему, обеспечивающую различную степень расширения этого пучка вдоль двух осей эллипса. Если, например, система обладает расширением пучка 4:1 вдоль медленной оси и не изменяет поперечный размер пучка вдоль быстрой оси, то в результате такого преобразования получится пучок с круговым сечением. Возможно, наиболее просто такой анаморфотный расширитель можно получить, используя две цилиндрических линзы L_3 и L_4 , установленных в конфокальной, или телескопической, конфигурации (рис. 6.12б). Если две этих линзы фокусируют в плоскости, содержащей медленную ось, то результирующее расширение пучка составит f_4/f_3 , где f_4 и f_3 — фокусные расстояния линз для продольного сечения пучка в этой плоскости (сплошные линии). В то же время в ортогональной плоскости рассматриваемые цилиндрические линзы ведут себя по отношению к пучку просто как плоскопараллельные пластинки, не влияя на его поперечный размер в направлении быстрой оси.

Однако анаморфотная система, показанная на рис. 6.12б, не часто используется на практике, поскольку для нее требуются хорошо скорректированные на абберации линзы с высокой числовой апертурой, которые довольно дороги. Поэтому наибольшее распространение получила анаморфотная пара призм, показанная на рис. 6.12в [6]. Снова рассмотрим изменения поперечных размеров пучка только в плоскости медленной оси (изображены на рисунке сплошными линиями). Используя простые геометрические соображения, можно показать, что после преломления на передней поверхности первой призмы ширина падающего пучка увеличивается от D_i до D_r , так, что $D_r/D_i = \cos \theta_r / \cos \theta_i$, где θ_i и θ_r являются соответственно углами падения и преломления для поверхности призмы. Если задняя грань первой призмы почти перпендикулярна направлению пучка, то на ней не возникает преломления, так что пучок проходит через нее без изменений. При таких условиях увеличение ширины пучка M после прохождения первой призмы составит

$$M = \frac{D_r}{D_i} = \frac{\cos \theta_r}{\cos \theta_i}. \quad (6.3.1)$$

Рассмотрим теперь прохождение пучка через вторую призму. Если эта призма идентична первой, ориентирована так, как показано на рис. 6.12в, а угол падения на входную грань снова равен θ_i , то после прохождения второй призмы ширина пучка снова увеличится в M раз. Таким образом, результирующее

увеличение ширины выходящего пучка составит M^2 , а его ось будет параллельна оси входящего, хотя и смещена в поперечном направлении. В плоскости быстрой оси две рассматриваемых призмы эквивалентны простым плоскопараллельным пластинкам и поэтому не приводят к уширению пучка. Таким образом, если в схеме, показанной на рис. 6.12а, использовать анаморфотную пару призм с подходящими величинами угла θ_i , показателя преломления n и угла при вершине α , то можно получить $M = 2$, т. е. полное увеличение $M^2 = 4$. Таким образом, сечение пучка после прохождения пары призм будет круговым. Если коллимирующая линза L_1 на рис. 6.12а имеет достаточно большую числовую апертуру, чтобы пропустить сильно расходящийся вдоль быстрой оси пучок, и не имеет aberrаций, то после этой линзы, а следовательно, и после пары призм, пучок полностью сохранит дифракционно-ограниченный характер первоначального пучка, выходящего из диодного лазера. Следовательно, расходимости вдоль двух осей оказываются теперь одинаковыми, поскольку после прохождения через пару призм пучок имеет круговое сечение. Используя сферическую линзу L_2 с соответствующим фокусным расстоянием f_2 , можно сфокусировать это излучение в круглое пятно нужного размера в фокальной плоскости линзы (рис. 6.11а), т. е. там, где удобно поместить активную среду. Если линза L_2 также не имеет aberrаций, то пучок в фокальной плоскости обладает круговой симметрией и является дифракционно-ограниченным.

Пример 6.2. Расчет анаморфотной пары призм для фокусировки излучения однополоскового диодного лазера. Рассмотрим систему, изображенную на рис. 6.12, и однополосковый лазер с $\theta_{\perp} = 20^\circ$ и $\theta_{\parallel} = 5^\circ$. Предполагая при этом, что распределения интенсивности дифракционно ограничены и гауссовы, можно положить $d_{\perp} = 1,4$ мкм и $d_{\parallel} = 5,8$ мкм ($\lambda \approx 780$ нм). Возьмем коллимирующую линзу L_1 с фокусным расстоянием $f_1 = 6,5$ мм. После линзы L_1 диаметры сечения пучка вдоль быстрой и медленной осей равны соответственно $D_{\perp} = 2f_1 \tan \theta_{\perp} = 4,73$ мм и $D_{\parallel} = 2f_1 \tan \theta_{\parallel} = 1,14$ мм. В этом случае каждая призма должна обеспечивать увеличение $M = (D_{\perp}/D_{\parallel})^{1/2} \approx 2$. Предполагая, что призмы изготовлены из плавленного кварца, так что показатель преломления на длине волны ~ 800 нм равен $n = 1,463$, можно из соотношения (6.3.1) и закона Снеллиуса ($\sin \theta_i = n \sin \theta_r$) определить углы θ_i и θ_r . Их величины можно легко получить либо графически, либо с помощью быстрой итерационной процедуры. Для ее проведения присвоим углу θ_i некоторое начальное значение, а затем, используя закон Снеллиуса при $n = 1,463$, вычислим первое значение угла θ_r . Полученную величину подставим в соотношения (6.3.1) с $M = 2$ и вычислим новое значение угла θ_i , соответствующее первому шагу итерации, и т. д. Если начать, например, со значения $\theta_i = 70^\circ$, то данная процедура через несколько итераций быстро сойдется к значениям $\theta_i = 67,15^\circ$ и $\theta_r \approx 39^\circ$. Поскольку предполагается, что пучок выходит перпендикулярно ко второй грани призмы, то простое геометрическое рассмотрение показывает, что угол при вершине призмы должен быть равен $\alpha = \theta_r \approx 39^\circ$. Таким образом, после второй призмы получается пучок кругового сечения с диаметром $D = D_{\perp} = 4,73$ мм. Положим теперь фокусное расстояние линзы L_2 равным $f_2 = 26$ мм и допустим, что пучок остается дифракционно ограниченным после этой лин-

зы. Размер пятна в фокальной плоскости второй линзы составит в таком случае $d \cong 4\lambda f_2 / \pi D \cong 5,52$ мкм (здесь снова использовано выражение, относящееся к фокусировке гауссова пучка; см. формулу (4.7.28)). Отметим, что, в принципе, можно получить очень малое значение диаметра пучка накачки. Действительно, видно, что воздействие оптической системы в плоскости быстрой оси (рис. 6.12а) сводится к созданию изображения распределения интенсивности на выходном торце диодного лазера с $f_2/f_1 \cong 4$ -кратным увеличением. Поскольку $d_{\perp} = 1,4$ мкм, то ожидается, что $d = (f_2/f_1)d_{\perp} \cong 5,6$ мкм. Однако, для того чтобы получить такое маленькое пятно, необходимо, чтобы используемые линзы, и особенно коллимирующая линза L_1 , были хорошо исправлены на сферическую aberrацию. В обычной ситуации, с учетом ограниченности разрешающих способностей линз L_1 и L_2 , можно рассчитывать получить диаметр пучка в фокальной плоскости линзы L_2 в 5–10 раз больше. В любом случае, из геометрических соображений, расходимость пучка в фокальной плоскости линзы L_2 определяется выражением $\theta \cong D/2f_2$, где D — диаметр пучка на линзе. Если вблизи фокальной плоскости помещен стержень из материала с показателем преломления n_R , то из-за преломления расходимость пучка в стержне будет примерно в n_R раз меньше. Если теперь положить $n_R = 1,82$, что соответствует кристаллам Nd:YAG, то получим $\theta_n \cong D/2f_2 n_R = 0,05$ рад $\cong 3^\circ$.

Для линейки диодных лазеров шириной, например, 200 мкм, поскольку углы расходимости $\theta_{\perp}$ и $\theta_{\parallel}$ приблизительно такие же, как и в случае одиночного полоскового лазера, конфигурация, показанная на рис. 6.12а-в, все еще может быть использована для получения круглого пятна после анаморфотной пары призм. Однако ввиду того, что расходимость пучка вдоль медленной оси примерно в 40 раз больше дифракционного предела, пятно в фокальной плоскости линзы L_2 будет представлять собой эллипс с отношением осей 40:1. В соответствии с примером 6.2, в случае хорошо скорректированной на aberrации коллимирующей линзы L_1 эллиптический пучок может иметь размеры, например, 2,8 мкм $\times$ 112 мкм. В реальной ситуации aberrации оптической системы, которые сильнее проявляются в направлении быстрой оси, приводят к более близкой к круговой форме пятна, с поперечными размерами порядка 150 мкм. Другой широко применяемый с линейками диодных лазеров способ доставки излучения накачки в активную среду связан с использованием многомодового оптического волокна. Для линейки шириной 200 мкм можно использовать волокно с диаметром сердцевины 200 мкм, непосредственно пристыкованное к ее выходной грани. Однако в такой конфигурации числовая апертура волокна NA ($NA = \sin \theta_f$, где θ_f — входная угловая апертура волокна) должна быть достаточно большой для того, чтобы обеспечить ввод в него сильно расходящегося пучка диода, т. е. должно выполняться соотношение $\sin \theta_f > \sin \theta_{\perp} \cong 0,4$. После того как излучение пройдет в волокне достаточно большое расстояние, сечение пучка на выходе из волокна становится круговым, а его расходимость становится равной числовой апертуре волокна NA , т. е. имеем $\theta_{out} = \theta_f$. Таким образом, в результате распространения по волокну расходимость вдоль медленной оси ухудшается от $\theta_{in} = \theta_{\parallel}$ до $\theta_{out} = \theta_f \cong \theta_{\perp}$. Для того чтобы уменьшить начальную расходимость

пучка, между линейкой и волокном можно разместить сильно короткофокусную цилиндрическую линзу, коллимирующую пучок вдоль быстрой оси так, чтобы его ширина стала равной диаметру волокна. Тогда можно использовать волокно с числовой апертурой NA , приблизительно равной расходимости пучка вдоль медленной оси, т. е. взять $\theta_f \approx \theta_{\perp}$. В этом случае, который более подробно рассмотрен в примере 6.3, пучок от линейки шириной 200 мкм можно сфокусировать в волокно диаметром 250–300 мкм и числовой апертурой $NA = 0,1$.

Пример 6.3. Фокусировка излучения линейки диодных лазеров в многомодовое оптическое волокно. Рассмотрим простую конфигурацию, изображенную на рис. 6.13, в которой цилиндрическая линза с малым фокусным расстоянием f коллимирует пучок вдоль быстрой оси (пунктирные линии). Ширина пучка вдоль этой оси после линзы будет равна $D_{\perp} = 2f \tan \theta_{\perp}$. В плоскости медленной оси цилиндрическая линза действует на пучок как плоскопараллельная пластинка и поэтому не влияет на его ширину вдоль этой оси (непрерывные линии). Для того чтобы отразить этот факт на рисунке, цилиндрическая линза изображена пунктиром, который показывает, что она фокусирует только в плоскости быстрой оси. Ширина пучка в плоскости медленной оси после линзы будет примерно равна $D_{\parallel} \approx L_a + 2f \tan \theta_{\parallel}$, где L_a — длина линейки. Если теперь задаться условием $D_{\parallel} = D_{\perp}$, то получим, что $f = L_a / 2(\tan \theta_{\perp} - \tan \theta_{\parallel})$. Полагая $L_a = 200$ мкм, $\theta_{\perp} = 20^\circ$ и $\theta_{\parallel} = 5^\circ$, найдем, что $f = 350$ мкм. Такую величину фокусного расстояния можно получить при использовании волоконных микролинз. При столь малом фокусном расстоянии диаметр пучка после линзы будет составлять $D = D_{\parallel} = D_{\perp} = 2f \tan \theta_{\perp} = 254$ мкм, так что это излучение может быть легко введено, например, в многомодовое волокно диаметром 300 мкм, сопряженное с микролинзой. Если волоконная микролинза хорошо скорректирована, то расходимость пучка после нее будет преимущественно определяться нескомпенсированной расходимостью пучка вдоль медленной оси. Таким образом, числовая апертура волокна должна составлять $NA = \sin \theta_f \geq \sin \theta_{\parallel} \approx 0,09$. Расходимость пучка излучения на выходе из волокна, если оно достаточно длинное, будет равна в этом случае числовой апертуре волокна.

В случае блока линеек диодных лазеров шириной 1 см можно применить одну цилиндрическую микролинзу длиной 1 см для того, чтобы сфокусировать излучение каждой из линеек блока в отдельное многомодовое волокно. Поскольку каждая диодная линейка имеет здесь характерную ширину 100 мкм (см. рис. 6.10а), то для них можно использовать волокна с диаметром сердцевины 200 мкм и числовой апертурой $NA = 0,1$ (рис. 6.13). Таким способом можно ввести пучок от блока линеек в 20 волокон, концы которых могут затем быть собраны в круглый жгут волокон диаметром 1–1,5 мм с суммарной расходимостью, равной числовой апертуре одного волокна ($NA = 0,1$). Пучок, испускаемый этим жгутом волокон, отображается на торец лазерного стержня вдоль одного (см. рис. 6.11а) или двух (рис. 6.11б, в) продольных направлений. Было показано, что в такой конфигурации накач-

ки можно достичь полного пропуска-ния передающей системы до 85%. При использовании стержня из Nd:YVO_4 , накачиваемого двумя состыкованны-ми с волокном блоками лазерных ли-неек, были получены выходные мощ-ности до ~15 Вт в режиме TEM_{00} с эффек-тивностью преобразования излучения в излучение ~50%.

Был продемонстрирован также ин-тересный альтернативный подход, ко-торый позволяет изменить форму силь-но асимметричного пучка на выходе из линейки лазеров или блока линеек та-ким образом, чтобы получить одинаковые размеры и расходимости пучка вдоль заданных направлений быстрой (вертикальной) и медленной (гори-зонтальной) осей. Подход заключается в том, что пучок от линейки лазеров или блока линеек после коллимации волоконной линзой вдоль быстрой оси направляется на пару параллельных и наклоненных относительно оси пучка зеркал. Эта пара зеркал за счет многократных отражений эффективно делит первичный пучок на несколько вторичных, смещенных относительно друг друга в горизонтальном направлении, и направляет их друг над другом, фор-мируя таким образом на выходе из системы пучок прямоугольного сече-ния [7]. При выравнивании размеров пучка в горизонтальном и вертикаль-ном направлениях уменьшение интенсивности вторичных пучков в верти-кальном направлении компенсируется ее увеличением в горизонтальном направлении, так что в среднем обеспечивается равномерное распределение интенсивности в поперечном сечении суммарного пучка на выходе. Пучок с таким сечением дает возможность осуществлять очень интенсивную продоль-ную накачку, которая особенно эффективна для квази-трехуровневых лазе-ров с низким усилением, которые плохо накачиваются другими методами.

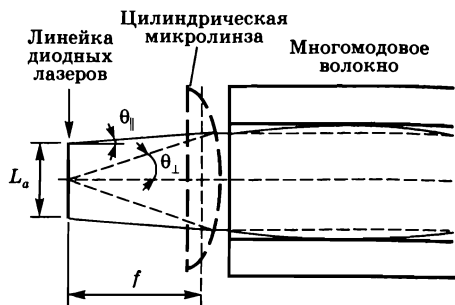


Рис. 6.13
Использование цилиндрической микролинзы для ввода излучения линейки диодных лазеров в многомодовое оптическое волокно

6.3.2.2. ПОПЕРЕЧНАЯ НАКАЧКА

При поперечной накачке можно использовать активную среду в виде либо пластин, либо стержней. На рис. 6.14 показана конфигурация с поперечно накачиваемой пластиной [8]; накачка осуществляется 25 отдельными линей-ками диодных лазеров, каждая из которых сопряжена с волокном с диаме-тром сердцевины 200 мкм и числовой апертурой $NA = 0,4$. Мощность пучка на выходе каждого из волокон ~9,5 Вт, а полная мощность накачки достига-ет 235 Вт. Концы волокон размещены вдоль двух боковых граней миниатюр-ной пластины толщиной 1,7 мм и шириной 1,8 мм. Длина пластины вдоль оси составляет ~58,9 мм, что соответствует 22 полным внутренним отраже-ниям на двух верхних гранях пластины (см. рис. 6.3а).

Благодаря пространственному усреднению при зигзагообразном рас-пространении пучка оптическая однородность активной среды для пучка

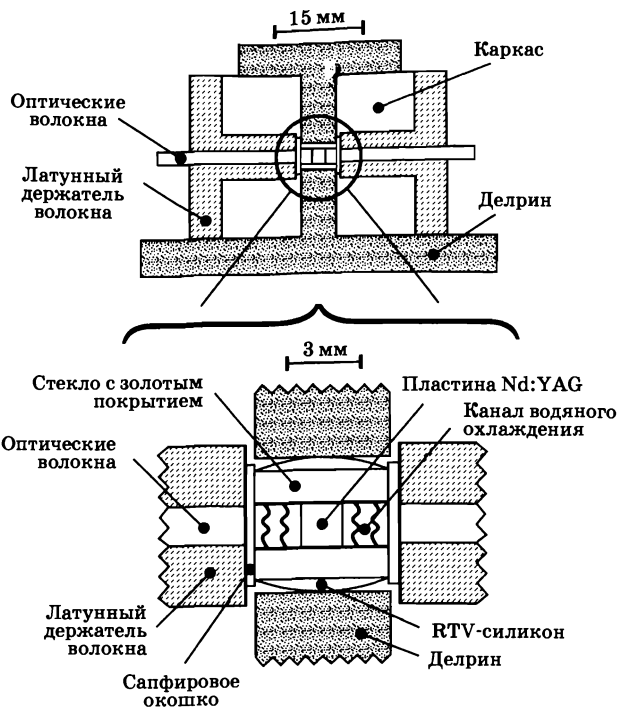


Рис. 6.14
Система поперечной
накачки пластины
из Nd:YAG (из [8],
с разрешения)

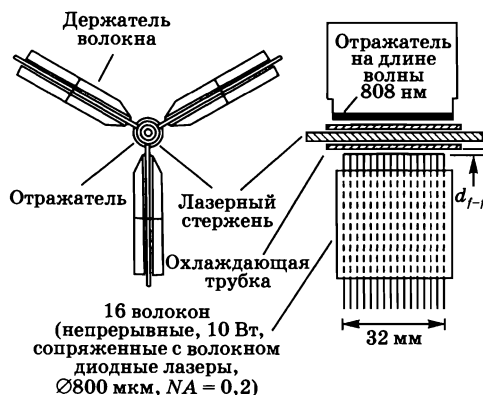


Рис. 6.15
Система поперечной накачки стержня
из Nd:YAG (из [9], с разрешения)

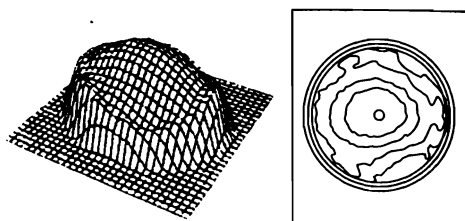


Рис. 6.16
Пространственное распределение мощности
излучения накачки в стержне из Nd:YAG при
системе поперечной накачки, показанной на
рис. 6.15 (из [9], с разрешения)

оказывается превосходной, что позволяет достичь выходной мощности в 40 Вт в режиме TEM_{00} с эффективностью преобразования излучения в излучение ~22%.

На рис. 6.15 показана интересная конфигурация, использующая стержень Nd:YAG [9]. Лазерный стержень диаметром 4 мм, окруженный прозрачной трубкой, по которой протекает охлаждающая вода, накачивается вдоль радиусов с использованием трех или пяти излучающих модулей, равномерно размещенных по кругу. Каждый модуль накачки состоит из 16 волокон с диаметром сердцевины 800 мкм и числовой апертурой $NA = 0,22$,

размещенных в ряд друг за другом на расстоянии 2 мм между осями. В каждое волокно вводится излучение линейки лазеров с мощностью на выходе 10 Вт. Пучки, выходящие из каждого волокна, направляются на лазерный стержень напрямую, без применения какой-либо дополнительной фокусирующей оптики. По оценке, эффективность передачи излучения в рассматриваемой конфигурации поперечной накачки достигает ~80%. Для того чтобы обеспечить достаточный уровень поглощения излучения диодных лазеров, вокруг стержня, напротив каждого из модулей накачки, установлены отражатели излучения. При достаточно больших расстояниях между торцами волокон и стержнем обеспечиваемое таким способом пространственное распределение мощности излучения накачки внутри стержня оказывается достаточно однородным. В качестве примера на рис. 6.16 показано такое распределение для расстояния в 13 мм между волокном и поверхностью трубки охлаждения. При использовании системы накачки, показанной на рис. 6.15, была достигнута выходная мощность ~60 Вт в режиме TEM_{00} с эффективностью преобразования излучения в излучение в 25%.

6.3.3. СКОРОСТЬ И ЭФФЕКТИВНОСТЬ НАКАЧКИ

В случае продольной накачки, если обозначить через $I_p(r, z)$ интенсивность накачки в точке с радиальной координатой r и продольной координатой z внутри активной среды, скорость накачки можно записать в виде:

$$R_p(r, z) = \frac{\alpha I_p(r, z)}{h\nu_p}, \quad (6.3.2)$$

где α — коэффициент поглощения активной среды на частоте ν_p излучения накачки. Предположим теперь, что пучок накачки имеет гауссово поперечное распределение интенсивности, т. е. положим

$$I_p(r, z) = I_p(0, 0) \exp\left[-(2r^2/w_p^2)\right] \exp(-\alpha z), \quad (6.3.3)$$

где $I_p(0, 0)$ — максимальная интенсивность на входном торце стержня, w_p — размер пятна излучения накачки, который для простоты считаем не зависящим от z . Отметим, что α — коэффициент поглощения в условиях лазерной генерации. Однако с хорошей точностью его можно считать совпадающим с коэффициентом поглощения в отсутствие накачки, поскольку населенность верхних уровней, создаваемая процессом накачки, обычно является всего лишь малой долей полной населенности. Интенсивность $I_p(r, 0)$ связана с мощностью накачки на входе P_{pi} очевидным соотношением:

$$P_{pi} = \int_0^\infty I_p(r, 0) 2\pi r dr. \quad (6.3.4)$$

Из соотношений (6.3.3) и (6.3.4) получаем:

$$I_p(0, 0) = \frac{2P_{pi}}{\pi w_p^2}. \quad (6.3.5)$$

В свою очередь, мощность накачки на входе P_{pi} связана с электрической мощностью, потребляемой диодным лазером, соотношением:

$$P_{pi} = \eta_r \eta_t P_p, \quad (6.3.6)$$

в котором η_r — излучательная эффективность лазера, а η_t — эффективность системы передачи накачки. Из (6.3.2), используя (6.3.3), (6.3.5) и (6.3.6), получаем:

$$R_p(r, z) = \eta_r \eta_t \left(\frac{P_p}{h\nu_p} \right) \left(\frac{2\alpha}{\pi w_p^2} \right) \exp - \left(\frac{2r^2}{w_p^2} \right) \exp(-\alpha z). \quad (6.3.7)$$

В Приложении Д показано, что с точки зрения порогового условия *эффективная скорость накачки* для данной моды резонатора определяется средней величиной $\langle R_p \rangle$, полученной при усреднении скорости накачки R_p по пространственному распределению поля этой моды. Более точно, если обозначить через $u(r, z)$ комплексную нормированную амплитуду напряженности электрического поля, то $\langle R_p \rangle$ определяется как

$$\langle R_p \rangle = \left(\int_a R_p |u|^2 dV \right) / \int_a |u|^2 dV, \quad (6.3.8)$$

где интегралы взяты по всему объему активной среды. Рассмотрим одну продольную моду $ТЕМ_{00}$. Если размер пятна в перетяжке пучка w_0 находится внутри лазерного стержня и может считаться постоянным вдоль него, то, используя (4.6.4) и (5.5.24) при $R \rightarrow \infty$ и $\phi \cong 0$, можно записать:

$$|u|^2 \propto \exp - (2r^2 / w_0^2) \cos^2 kz. \quad (6.3.9)$$

Тогда соотношения (6.3.7)-(6.3.9) дают:

$$\langle R_p \rangle = \eta_r \eta_t \left(\frac{P_p}{h\nu_p} \right) \frac{2[1 - \exp - (\alpha l)]}{\pi(w_0^2 + w_p^2)l}, \quad (6.3.10)$$

где l — длина лазерного стержня. Отметим, что при интегрировании по координате z в (6.3.8) было сделано приближение

$$\int_0^l \exp - (\alpha z) \cos^2 kz dz \cong (1/2) \int_0^l \exp - (\alpha z) dz.$$

Оно основано на том, что поскольку $\cos^2 kz$ изменяется гораздо быстрее с z , чем член $\exp - (\alpha z)$, то можно заменить $\cos^2 kz$ средней величиной $\langle \cos^2 kz \rangle = (1/2)$. Если теперь определить эффективность поглощения η_a как

$$\eta_a = 1 - \exp - (\alpha l), \quad (6.3.11)$$

то соотношение (6.3.10) можно записать в более наглядном виде:

$$\langle R_p \rangle = \eta_p \left(\frac{P_p}{h\nu_p} \right) \frac{2}{\pi(w_0^2 + w_p^2)l}, \quad (6.3.12)$$

где введено обозначение $\eta_p = \eta_r \eta_t \eta_a$.

Выражение (6.3.12) является окончательным результатом расчетов эффективной скорости продольной накачки. Отметим, что при данной величине P_p , $\langle R_p \rangle$ возрастает при уменьшении w_p , поэтому наибольшая величина $\langle R_p \rangle$ достигается при $w_p \rightarrow 0$. Однако при очень малых размерах пятна излучения накачки расходимостью пучка накачки в активном стержне уже нельзя пренебрегать, так что в действительности на конце стержня этот пучок может стать шире лазерного. В связи с этим и с целью оптимизации оптической эффективности для примерной оценки условий оптимальной фокусировки обычно придерживаются соотношения $w_p \cong w_0$.

Рассмотрение случая поперечной накачки начнем с записи очевидного соотношения между скоростью накачки и мощностью P_{pi} излучения, падающего на стержень:

$$\int_a h\nu_p R_p dV = \eta_a P_{pi}, \quad (6.3.13)$$

где η_a — доля падающей мощности, которая поглощается активной средой. Отметим, что согласно (6.3.11), эффективность поглощения η_a можно представить в виде $\eta_a \cong (1 - \exp(-\alpha D))$, где D — характерный поперечный размер стержня ($D \cong D_R$, где D_R — диаметр стержня при одном проходе, или $D \cong 2D_R$ при двойном проходе пучка накачки через стержень). Соотношение (6.3.13) позволяет рассчитать скорость накачки, если известно ее пространственное распределение. Взяв в качестве простейшего случая $R_p = \text{const}$, получаем из (6.3.13) $R_p = \eta_r \eta_t \eta_a P_p / h\nu_p A l$, где A — площадь поперечного сечения стержня и было использовано соотношение (6.3.6). Для того чтобы определить $\langle R_p \rangle$, рассмотрим простую модель лазерного стержня, в которой предполагается, что активные частицы находятся в его центральной части при $0 \leq r \leq a$, тогда как при $r > a$ стержень не легирован («стержень в оболочке»). В таком случае можно считать, что (6.3.9) выполняется для любых значений r , тогда как $R_p = \text{const}$ при $0 \leq r \leq a$ и $R_p = 0$ при $r > a$. Тогда из (6.3.8) и (6.3.9) получаем:

$$\langle R_p \rangle = \eta_p \left(\frac{P_p}{h\nu_p} \right) \frac{[1 - \exp(-2a^2/w_0^2)]}{\pi a^2 l}, \quad (6.3.14)$$

где снова использовано обозначение $\eta_p = \eta_r \eta_t \eta_a$. Это соотношение является конечным результатом расчетов эффективной скорости поперечной накачки.

Для сравнений, которые будут проводиться в разделе 6.3.5, необходимо также рассчитать эффективную скорость ламповой накачки. Используя рассмотренную выше модель стержня в оболочке и снова полагая, что величина R_p постоянна в активной среде, т. е. при $0 \leq r \leq a$, из (6.2.6) и (6.3.8) получаем:

$$\langle R_p \rangle = \eta_{pl} \left(\frac{P_p}{h\nu_{mp}} \right) \frac{[1 - \exp(-2a^2/w_0^2)]}{\pi a^2 l}, \quad (6.3.15)$$

где η_{pl} — эффективность ламповой накачки, определяемая, в соответствии с (6.2.5), соотношением $\eta_{pl} = \eta_r \eta_t \eta_a \eta_{pq}$.

6.3.4. Пороговая мощность накачки для четырехуровневого и квазитрехуровневого лазеров

Применяя результаты расчетов эффективной скорости накачки, полученные в разделе 6.3.3, можно найти ожидаемую пороговую скорость накачки и пороговую мощность накачки для данного лазера. Рассмотрим два важных случая:

- идеальный четырехуровневый лазер, в котором атомы после накачки мгновенно переходят на верхний лазерный уровень, а нижний лазерный уровень не заселен (см. рис. 1.4б);
- идеальный квазитрехуровневый лазер, в котором атомы после накачки также мгновенно переходят на верхний лазерный уровень, а нижний лазерный уровень является подуровнем основного уровня.

К первому случаю относятся лазеры на таких активных средах, как Nd:YAG при $\lambda = 1,06$ мкм или $\lambda = 1,32$ мкм, Ti:Al₂O₃ и Cr:LISAF или LICAF. В наиболее важных лазерах, относящихся ко второму случаю, используются такие активные среды, как Nd:YAG при $\lambda = 0,946$ мкм, Er:стекло или Yb:Er:стекло при $\lambda \cong 1,45$ мкм, Yb:YAG или Yb:стекло и Tm:Ho:YAG.

Рассмотрим вначале идеальный четырехуровневый лазер и предположим, что верхний лазерный уровень в действительности состоит из множества сильно связанных подуровней, с суммарной населенностью N_2 . В соответствии с соотношением (1.2.5) пороговую величину N_{2c} можно выразить в виде $N_{2c} = \gamma/\sigma_e l$, где через σ_e обозначено эффективное поперечное сечение вынужденного излучения (см. раздел 2.7.2). В действительности, это выражение справедливо только в пространственно-однородной модели, т. е. когда как R_p , так и конфигурация моды $|u|^2$ считаются не зависящими от пространственных координат. Если принять во внимание пространственные зависимости, то предыдущее выражение для пороговой населенности верхнего уровня изменяется следующим образом (см. Приложение Д):

$$\langle N_2 \rangle = \gamma/\sigma_e l, \quad (6.3.16)$$

где $\langle N_2 \rangle$ — эффективная величина населенности, определяемая как

$$\langle N_2 \rangle = \left(\int_a N_2 |u|^2 dV \right) / \int_a |u|^2 dV. \quad (6.3.17)$$

Критическая, или пороговая, скорость накачки может теперь быть определена из условия, что скорость накачки атомов на верхний уровень должна равняться скорости спонтанного излучения возбужденными атомами. Отсюда получаем $R_p = N_{2c}/\tau$, где τ — эффективное время жизни верхнего лазерного уровня, связанное с переходами со всех подуровней (см. раздел 2.7.2). Следовательно,

$$\langle R_p \rangle = \langle N_2 \rangle_c / \tau. \quad (6.3.18)$$

Из (6.3.16) и (6.3.18) имеем:

$$\langle R_p \rangle_c = \frac{\gamma}{\sigma_e l \tau}. \quad (6.3.19)$$

Определив пороговое значение скорости накачки, можно легко найти соответствующую *пороговую мощность накачки*. Подставляя (6.3.19) в (6.3.12) и (6.3.14), получаем следующие выражения:

$$P_{th} = \left(\frac{\gamma}{\eta_p} \right) \left(\frac{h\nu_p}{\tau} \right) \left[\frac{\pi(w_0^2 + w_p^2)}{2\sigma_e} \right], \quad (6.3.20)$$

$$P_{th} = \left(\frac{\gamma}{\eta_p} \right) \left(\frac{h\nu_p}{\tau} \right) \left\{ \frac{\pi a^2}{\sigma_e [1 - \exp(-2a^2/w_0^2)]} \right\}, \quad (6.3.21)$$

которые относятся соответственно к случаям продольной и поперечной накачки. Выражение для пороговой мощности продольной накачки (6.3.20) согласуется с формулой, впервые полученной в [8]. Отметим, что при продольной накачке пороговая мощность возрастает по мере увеличения w_0 , поскольку при этом периферийная часть моды расширяется в менее накачанные области активной среды. При поперечной накачке в модели стержня с оболочкой пороговая мощность также возрастает по мере увеличения w_0 , поскольку при этом периферийная часть моды расширяется в область оболочки, т. е. в ненакачанную часть среды. Аналогичные соображения справедливы и для более близкого к реальности случая — стержня без оболочки. Однако в этой ситуации расчеты оказываются более сложными, поскольку, вообще говоря, соотношение (6.3.9) уже не применимо и следует использовать реальное пространственное распределение напряженности электрического поля, определяемое апертурными эффектами за счет конечного диаметра стержня. Однако если w_0 оказывается заметно меньше, чем a (например, $w_0 \leq 0,7a$), то наличие такой апертюры не существенно влияет на распределение напряженности и можно считать, что соотношение (6.3.21) справедливо и для стержня без оболочки. Конечно, в этом случае член $[1 - \exp(-2a^2/w_0^2)]$ практически равен 1, так что при расчетах пороговой мощности накачки этот множитель в (6.3.21) может быть даже опущен. Однако, как будет показано в главе 7, важно сохранять этот член в (6.3.21) для корректного расчета величины дифференциального КПД.

Для сравнений, которые будут проводиться в разделе 6.3.5, необходимо также рассчитать пороговую мощность ламповой накачки. Из (6.3.15) и (6.3.19) имеем:

$$P_{th} = \left(\frac{\gamma}{\eta_{pl}} \right) \left(\frac{h\nu_{mp}}{\tau} \right) \left\{ \frac{\pi a^2}{\sigma_e [1 - \exp(-2a^2/w_0^2)]} \right\}. \quad (6.3.22)$$

Рассмотрим теперь квазитрехуровневый лазер, у которого нижний лазерный уровень является подуровнем основного уровня (уровня 1), и будем считать, что частицы, возбужденные в процессе накачки, мгновенно переходят на верхний лазерный уровень (идеальный квазитрехуровневый лазер). Предположим, что все подуровни основного уровня являются сильно связанными и, следовательно, находятся в тепловом равновесии, и пусть N_1 обозначает полную населенность уровня 1. Предположим также, что верхний лазерный уровень (уровень 2) состоит из нескольких сильно связанных подуровней, и пусть N_2 — полная населенность уровня 2. Пороговые значения

для населенностей этих двух уровней снова определяются из условия, что полное усиление равно потерям. Тогда с учетом пространственных зависимостей и в соответствии с соотношением (6.3.16) получаем (см. Приложение Д):

$$[\sigma_e \langle N_2 \rangle_c - \sigma_a \langle N_1 \rangle_c] l = \gamma, \quad (6.3.23)$$

где через $\langle N_2 \rangle$ и $\langle N_1 \rangle$ снова, как и в (6.3.17), обозначены пространственно усредненные величины, а σ_e и σ_a — соответственно эффективные поперечные сечения вынужденного излучения и поглощения. Поскольку для идеального квазитрехуровневого лазера $N_1 + N_2 = N_t$, то $\langle N_1 \rangle + \langle N_2 \rangle = N_t$, и, подставив это соотношение в (6.3.23), можно легко найти $\langle N_2 \rangle_c$. Эффективная величина пороговой скорости накачки по-прежнему должна удовлетворять соотношению (6.3.18). Используя полученную описанным способом величину $\langle N_2 \rangle_c$, имеем:

$$\langle R_p \rangle_c = \frac{[\sigma_a N_t l + \gamma]}{(\sigma_e + \sigma_a) l \tau}. \quad (6.3.24)$$

Отметим, что (6.3.24) очевидным образом преобразуется в (6.3.19), если положить $\sigma_a \rightarrow 0$.

При расчете соответствующей пороговой мощности накачки ограничимся рассмотрением случая продольной накачки, поскольку это единственная конфигурация, позволившая получить лазерную генерацию при достаточно низком пороге. Из (6.3.24) и (6.3.12) получаем:

$$P_{th} = \left(\frac{\sigma_a N_t l + \gamma}{\eta_p} \right) \left(\frac{h \nu_p}{\tau} \right) \left[\frac{\pi(w_0^2 + w_p^2)}{2(\sigma_e + \sigma_a)} \right], \quad (6.3.25)$$

что согласуется с соотношением, впервые полученным Фэном и Байером [19]. Отметим, что (6.3.25) преобразуется в (6.3.20), если положить $\sigma_a \rightarrow 0$.

6.3.5. СРАВНЕНИЕ НАКАЧКИ ИЗЛУЧЕНИЕМ ДИОДНОГО ЛАЗЕРА И ЛАМПОВОЙ НАКАЧКИ

Исходя из обсуждений предыдущих разделов уместно сравнить теперь в общих чертах ламповую накачку и накачку излучением диодного лазера. Сравнение можно сделать только для четырехуровневых лазеров, поскольку квазитрехуровневые лазеры в основном работают при продольной накачке от диодных лазеров. Для того чтобы сравнить соотношение (6.3.22) с (6.3.20) и (6.3.21), удобно, для накачки от диодного лазера, определить квантовый выход накачки η_{oq} как $h \nu_{mp} / h \nu_p$, где ν_p — реальная частота накачки, а ν_{mp} — минимальная частота накачки, т. е. частота накачки, которая потребовалась бы для накачки на верхний лазерный уровень напрямую (рис. 6.17). После этого соотношения (6.3.20) и (6.3.21) легко преобразовать к виду:

$$P_{th} = \left(\frac{\gamma}{\eta_{pd}} \right) \left(\frac{h \nu_{mp}}{\tau} \right) \left[\frac{\pi(w_0^2 + w_p^2)}{2\sigma_e} \right], \quad (6.3.26)$$

$$P_{th} = \left(\frac{\gamma}{\eta_{pd}} \right) \left(\frac{h \nu_{mp}}{\tau} \right) \left\{ \frac{\pi a^2}{\sigma_e [1 - \exp(-2a^2/w_0^2)]} \right\}, \quad (6.3.27)$$

где введено обозначение $\eta_{pd} = \eta_p \eta_{pq} = \eta_r \eta_t \eta_a \eta_{pq}$ для полного КПД накачки от диодного лазера. Теперь соотношения (6.3.23), (6.3.26) и (6.3.27) позволяют провести сравнение ламповой накачки с накачкой излучением диодного лазера.

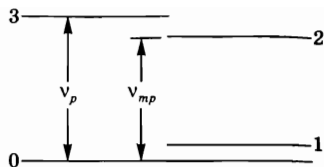


Рис. 6.17
Реальная (v_p) и идеальная минимальная (v_{np}) частоты накачки в четырехуровневом лазере

Во-первых, сравнение можно провести с точки зрения четырех факторов КПД η_r , η_t , η_a , η_{pq} и, следовательно, полного КПД (эффективности) накачки $\eta_p = \eta_r \eta_t \eta_a \eta_{pq}$. Ограничившись случаем кристалла Nd:YAG, приведем в табл. 6.3 оценки величин этих факторов, где значения для ламповой накачки заимствованы из табл. 6.1. В случае продольной накачки от диодного лазера рассматривается стержень длиной 1 см, тогда как в случае поперечной накачки взят стержень диаметром 4 мм. Отметим, что, несмотря на большое разнообразие рассмотренных ранее систем накачки, сравнение с точки зрения указанных четырех факторов является достаточно простым и поучительным. Видно, что излучательная эффективность и эффективность передачи являются примерно одинаковыми для накачки от лампы и от диодного лазера. Почти десятикратное увеличение полного КПД при накачке от диодного лазера обусловлено очень большим увеличением эффективности поглощения (почти в 6 раз) и заметным увеличением квантового выхода накачки (примерно в 1,5 раза). Отметим также, что с точки зрения полного КПД продольная и поперечная накачки приблизительно эквивалентны при слегка меньшей величине эффективности поглощения для поперечной накачки.

Во-вторых, сравнение можно сделать с точки зрения пороговых мощностей накачки. В соответствии с (6.3.24) и (6.3.31), при одинаковой величине площади поперечного сечения стержня основное различие в пороговых значениях мощности накачки от лампы и от диодного лазера связано с почти десятикратным увеличением эффективности накачки при переходе к диодному лазеру. Сравнивая продольную накачку от диодного лазера с ламповой, из (6.3.22) и (6.3.26) можно видеть, что пороговое значение мощности накачки в первом случае уменьшается не только за счет роста эффективности накачки, но и за счет множителя

$$(w_0^2 + w_p^2) \times [1 - \exp(-2a^2/w_0^2)]/2a^2,$$

где w_0 — размер пятна лазерного пучка при ламповой накачке. Именно этим множителем в основном обусловлено уменьшение пороговой мощности накачки при очень малых значениях w_0 и w_p . Ярким примером ситуации такого

Таблица 6.3

Сравнение КПД (эффективностей) ламповой накачки и накачки излучением диодных лазеров

Конфигурация накачки	η , (%)	η_r , (%)	η_a , (%)	η_{pq} , (%)	η_p , (%)
Ламповая	43	82	17	59	3,5
Лазерная (продольная)	50	80	98	82	32
Лазерная (поперечная)	50	80	90	82	30

типа служат волоконные лазеры, в которых в случае одномодовых волокон величины как w_0 , так и w_p могут быть всего порядка 2–3 мкм. Если взять, например, $w_0 = w_p = 2$ мкм (для волоконного лазера) и $a = 2$ мм, $w_{0l} = 0,5a$ (для ламповой накачки), то ожидаемое уменьшение за счет указанного геометрического фактора составит почти шесть порядков величины! Вот почему волоконные лазеры имеют столь низкие значения пороговых мощностей накачки. Конечно, для того чтобы накачивать одномодовые волокна, необходимо использовать диодные лазеры с одномодовым, т. е. дифракционно-ограниченным, излучением. Сравнивая продольную и поперечную накачки от диодного лазера, видим, из (6.3.26) и (6.3.27), что в первом случае пороговая мощность ниже, чем во втором, а уменьшение определяется множителем

$$(w_0^2 + w_p^2) \times [1 - \exp(-(2a^2/w_{0l}^2))]/2a^2,$$

где индексы l и t относятся соответственно к продольной и поперечной накачкам. При очень малых размерах пятен w_0 и w_p , которые могут использоваться при продольной накачке, этот множитель может быть весьма мал. Однако для того, чтобы получить при двух типах накачки сравнимые мощности на выходе, необходимо, чтобы поперечные размеры моды $ТЕМ_{00}$ были сравнимы. Поэтому полезно проводить подобное сравнение при одинаковых размерах пятен, т. е. при $w_{0l} = w_{0t}$. При этом для того, чтобы избежать чрезмерного влияния дифракции за счет ограничения пучка конечными поперечными размерами лазерного стержня, при поперечной накачке необходимо обеспечить немного меньший, чем радиус стержня a , размер пятна. В реальной ситуации можно выбрать величину $w_{0t} \cong 0,7a$. Считая, что при продольной накачке перекрытие пучков оптимально, т. е. $w_0 = w_p$, получаем

$$(w_0^2 + w_p^2)_l \times [1 - \exp(-(2a^2/w_{0l}^2))]/2a^2 \cong 0,48;$$

таким образом, при рассматриваемых условиях пороговая мощность продольной накачки всего в ~ 2 раза меньше, чем поперечной.

Вдобавок к существенно более высокой эффективности и более низкому порогу, накачка излучением диодных лазеров, по сравнению с ламповой накачкой, имеет дополнительное преимущество оказания меньшей тепловой нагрузки на активную среду. Действительно, при заданной поглощаемой в среде мощности P_a ее доля $\eta_{pq}P_a$ попадает на верхний лазерный уровень и, следовательно, часть $\eta_{pq}(h\nu/h\nu_{mp})P_a$ превращается в мощность лазерного излучения, где $h\nu$ — энергия генерируемых фотонов. Мощность, выделяющаяся в виде тепла, имеет, таким образом, величину $[1 - \eta_{pq}(h\nu/h\nu_{mp})]P_a$. Снова выбирая кристалл Nd:YAG, поскольку $(h\nu/h\nu_{mp}) \cong 0,9$, из табл. 6.3 получаем, что при ламповой накачке тепловая нагрузка оказывается в ~ 2 раза больше, чем при накачке от диодного лазера.

Пониженная тепловая нагрузка приводит к двум благоприятным последствиям: менее ярко выраженным образованию тепловой линзы и появлению наведенного теплом двулучепреломления в активном элементе, а также снижению уровня тепловых флуктуаций показателя преломления среды при данном уровне флуктуаций мощности накачки. Оба этих эффекта являются важными с точки зрения получения от твердотельного лазера высококачественного пучка излучения в одной продольной и поперечной моде.

6.4. НАКАЧКА В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ РАЗРЯДЕ

Вспомним, что в газовых и полупроводниковых лазерах используется электрическая накачка. Ограничимся здесь рассмотрением газовых лазеров, отложив обсуждение более простого случая накачки полупроводниковых лазеров до главы 9.

Газовый лазер накачивается электрическим разрядом при пропускании через газовую смесь тока — постоянного, радиочастотного (СВЧ) или импульсного. Обычно ток протекает через газовую среду либо вдоль оси лазера (продольный разряд, рис. 6.18а), либо перпендикулярно ей (поперечный разряд, рис. 6.18б). Поскольку поперечные размеры активной среды обычно гораздо меньше ее продольных размеров, то для одной и той же газовой смеси требуемое напряжение при поперечной конфигурации накачки существенно меньше, чем при продольной. С другой стороны, продольный разряд, ограниченный диэлектрической (например, стеклянной) трубкой, как на рис. 6.18а, зачастую является более пространственно однородным и устойчивым источником накачки. Последующее обсуждение посвятим в основном так называемому тлеющему разряду, который благодаря однородной плотности тока испускает равномерное голубоватое свечение. Следует избегать ситуации, когда возникает дуговой разряд, в котором ток протекает в одном или нескольких каналах-стримерах, излучающих интенсивный белый свет (как в молнии).

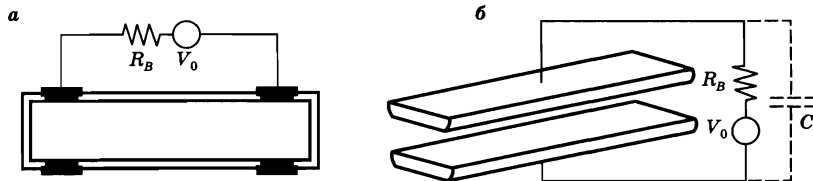


Рис. 6.18

Наиболее часто используемые конфигурации накачки в газоразрядных лазерах:

(а) продольный разряд и (б) поперечный разряд.

Для стабилизации тока разряда в требуемой рабочей точке необходимо использовать последовательное сопротивление R_B , часто называемое *балластным сопротивлением* (рис. 6.18а, б). Для того чтобы пояснить эту особенность, на рис. 6.19 показана вольтамперная характеристика разряда — зависимость напряжения от тока (сплошная линия). Отметим, что в рабочей области падение напряжения на разрядном промежутке остается практически постоянным при возрастании тока разряда. Для поджигания разряда в газе необходимо приложить пиковое напряжение V_p , примерно на порядок более высокое, чем постоянное рабочее напряжение. Таким образом, вольтамперные характеристики разрядной трубки и обычного сопротивления сильно различаются! На этом же рис. 6.19 пунктирной линией показана вольтамперная характеристика источника напряжения V_0 , включенного

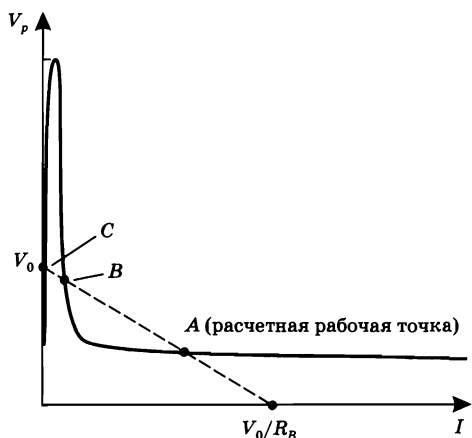


Рис. 6.19

Вольтамперная характеристика (напряжение V в зависимости от тока I) газового разряда (сплошная линия) и источника напряжения, включенного последовательно с балластным сопротивлением (пунктирная линия)

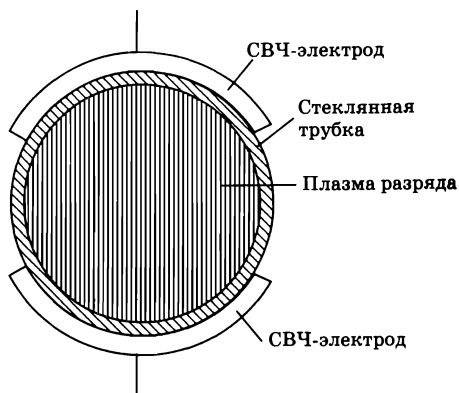


Рис. 6.20

Поперечное возбуждение СВЧ-разряда в кварцевой трубке

последовательно с балластным сопротивлением R_B . Отметим, что устойчивое значение тока соответствует любой из точек пересечения, A или C , двух характеристик (точка пересечения B отвечает положению неустойчивого равновесия). Таким образом, если при отсутствии разряда начать увеличивать напряжение от источника питания, то разряд стабилизируется в точке C , с очень слабым разрядным током. Для того чтобы переместиться в другую устойчивую точку (A , расчетную рабочую точку), можно на короткий период увеличить приложенное напряжение, так чтобы преодолеть величину барьера V_p . Это обычно достигается подачей на положительный электрод импульса добавочного напряжения с длительностью, обеспечивающей достаточный уровень ионизации газа (см. также рис. 6.4б и 6.5). В качестве альтернативы, высоковольтный импульс может быть приложен к какому-либо вспомогательному электроду (см. также рис. 6.4а).

Конструкции электродов, используемые для продольных и поперечных разрядов, различаются. Электроды для продольных разрядов часто имеют кольцевую структуру, в которой поверхность катода обычно много больше поверхности анода, что сделано для того, чтобы уменьшить разрушение катода в результате ударов тяжелых ионов. Электроды для поперечных разрядов расположены вдоль всей длины активной среды, а противолежащие поверхности двух электродов должны быть достаточно закруглены (см. рис. 6.18б). Действительно, если у электродов имеются какие-то острые углы, то имеющаяся вблизи высокая напряженность электрического поля может легко привести к развитию дуги, а не однородного разряда. Конструкции с продольным разрядом обычно используют только в непрерывных лазерах, в то время как поперечные разряды применяют в непрерывных, импульсных или высокочастотных лазерах. На рис. 6.20 показан чрезвычайно интересный пример поперечного СВЧ-разряда с электродами, расположенными вдоль

внешней поверхности разрядной трубки, обычно изготавливаемой из стекла. Наличие стеклянной трубки конечной толщины обеспечивает несколько преимуществ:

- трубка играет роль включенного последовательно с разрядом конденсатора, чей импеданс для СВЧ-напряжения является эффективной емкостной балластной нагрузкой, стабилизирующей разряд. При этом удается избежать потерь мощности накачки в активном балластном сопротивлении R_B на рис. 6.18;
- значительно снижается вероятность образования дуги, т. к. стеклянная диэлектрическая среда расположена вдоль всей поверхности электродов;
- поскольку газовая смесь непосредственно не контактирует с электродами, то отсутствуют плазмохимические процессы, происходящие на поверхностях электродов и приводящие к диссоциации смеси.

Когда подобная конфигурация используется, например, в CO_2 лазерах, удается на порядок снизить затраты времени на техническое обслуживание электродов и в два раза уменьшить потребление газа.

Рассмотрим теперь физические явления, которые приводят к возбуждению частиц газа. Вначале вспомним, что в электрическом разряде образуются как ионы, так и свободные электроны. Поскольку эти заряженные частицы получают в приложенном электрическом поле дополнительную кинетическую энергию, то в результате столкновения с нейтральной частицей они способны возбудить ее. Положительные ионы из-за своей значительно большей массы ускоряются до гораздо меньших скоростей, чем электроны, и в связи с этим не играют заметной роли в процессах возбуждения. Таким образом, электрическая накачка газовой среды обычно происходит в результате одного или обоих из следующих двух процессов:

- в газе, состоящем из частиц одного вида, возбуждение осуществляется только электронным ударом, т. е. в процессе



где через X и X^* обозначена частица соответственно в основном и возбужденном состояниях. Такой процесс называют *столкновением первого рода*;

- в газе, состоящем из частиц двух видов (назовем их A и B), возбуждение может происходить также при столкновении двух частиц разных видов посредством *резонансной передачи энергии* (см. раздел 2.6.1).

Обратившись к рис. 6.21, предположим, что частица B находится в основном состоянии, а частица A возбуждена электронным ударом. Предположим также, что абсолютная величина разности энергий ΔE возбужденных состояний этих частиц меньше, чем kT . В этом случае существует значительная вероятность того, что после их столкновения частица A окажется в основном, а частица B — в возбужденном состоянии. Этот процесс можно представить в виде



где разность энергий ΔE , в зависимости от своего знака, добавляется к кинетической энергии сталкивающихся частиц или вычитается из нее; вот почему по абсолютной величине ΔE должна быть меньше, чем kT . Указанный

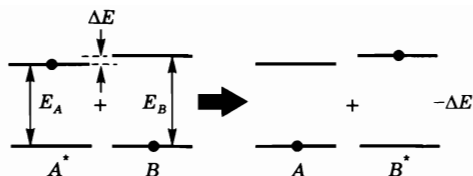


Рис. 6.21
Лазерная накачка при
квазирезонансной
передаче энергии

процесс оказывается особенно эффективным способом возбуждения частиц В, если верхнее состояние частиц А является метастабильным (т. е. излучательный переход из него запрещен). В этом случае после того, как частица А переведена в возбужденное состояние, она будет оставаться в нем в течение длительного времени, являясь энергетическим резервуаром для возбуждения частиц В. Процесс такого типа, записанный в виде реакции (6.4.2), называют *столкновением второго рода*.¹

При последующем обзоре ограничимся рассмотрением процессов возбуждения за счет электронного удара, поскольку он является наиболее часто встречающимся и одновременно простейшим механизмом возбуждения.

6.4.1. ВОЗБУЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОННЫМ УДАРОМ

Столкновения с электронами могут быть *упругими* и *неупругими*. При неупругом столкновении частица либо возбуждается на более высокий уровень энергии, либо ионизируется. Из всех возможных видов возбуждения в рассматриваемом случае представляют интерес те, которые переводят частицы на определенный верхний лазерный уровень. Для того чтобы охарактеризовать упомянутые процессы возбуждения определенными поперечными сечениями (или просто сечениями) столкновения, рассмотрим вначале простой случай ударного возбуждения коллимированным пучком электронов одинаковой энергии. Если обозначить через F_e плотность потока электронов (число электронов, проходящих через единицу площади за единицу времени), то полное сечение σ_e можно ввести аналогично тому, как это было сделано для потока фотонов (см. соотношение (2.4.20)). А именно, если обозначить через dF_e изменение плотности потока электронов при прохождении пучком расстояния dz в среде, то можно записать:

$$dF_e = -\sigma_e N_t F_e dz, \quad (6.4.3)$$

где N_t — полная плотность числа частиц среды. Столкновения, которые приводят к электронному возбуждению, отвечают только некоторой части полного сечения. Действительно, наибольший вклад обычно приходится на сечение упругих столкновений σ_{el} , составляющее по порядку величины $\sim 10^{-16}$ см². Если

¹ Столкновения *первого рода* приводят к превращению кинетической энергии одной из частиц во внутреннюю энергию другой частицы. В столкновениях *второго рода* внутренняя энергия преобразуется в некоторый другой вид энергии (отличный от излучения), такой как кинетическая энергия, или передается во внутреннюю энергию (в виде электронной, колебательной или вращательной энергии) аналогичной или другой частицы. Таким образом, к столкновениям второго рода относятся не только те, которые обратны столкновениям первого рода (такие как $e + X^* \rightarrow e + X$), но также, например, и те, в которых энергия возбуждения превращается в химическую энергию.

обозначить теперь через σ_{e2} сечение электронного возбуждения с основного на верхний лазерный уровень, то согласно (6.4.3) скорость заселения частицами возбужденного состояния в результате процесса накачки равна

$$(dN_2/dt)_p = \sigma_{e2} N_t F_e = N_t N_e v \sigma_{e2}, \quad (6.4.4)$$

где v — скорость электронов, N_e — плотность числа электронов. Расчет скорости накачки требует знания величины σ_{e2} , которая, как ожидается, должна зависеть от энергии E налетающих электронов, т. е. $\sigma_{e2} = \sigma_{e2}(E)$. На самом деле, в газовом разряде электроны характеризуются некоторым распределением по энергиям. В этом случае скорость заселения верхнего состояния получается из соотношения (6.4.4) при усреднении по этому распределению, а именно:

$$(dN_2/dt)_p = N_t N_e \langle v \sigma_{e2} \rangle. \quad (6.4.5)$$

В предыдущем соотношении имеем:

$$\langle v \sigma \rangle = \int v \sigma(E) f(E) dE, \quad (6.4.6)$$

где $f(E)$ представляет собой функцию распределения электронов в разряде по энергиям. Согласно (1.3.1) и (6.4.5), скорость накачки выражается тогда в виде

$$R_p = N_t N_e \langle v \sigma_{e2} \rangle, \quad (6.4.7)$$

где $\langle v \sigma \rangle$ определяется соотношением (6.4.6). Таким образом, расчет R_p требует знания зависимости как сечения σ , так и функции распределения f от энергии электронов. Эти зависимости рассматриваются в последующих разделах.

6.4.1.1. ПОПЕРЕЧНОЕ СЕЧЕНИЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОННЫМ УДАРОМ

На рис. 6.22 показана качественная зависимость сечений возбуждения электронным ударом σ от энергии налетающих электронов E для трех случаев: (1) разрешенных оптических переходов, (2) запрещенных оптических переходов без изменения мультиплетности, (3) запрещенных оптических переходов с изменением мультиплетности. Для всех трех случаев максимальная величина σ нормирована на единицу. Отметим, что для каждого из случаев существует определенная пороговая энергия E_{th} , при превышении которой сечения становятся отличными от нуля. Как можно было бы ожидать, величина E_{th} оказывается близкой к разности энергий уровней, связанных рассматриваемым переходом. Сечения резко возрастают при превышении пороговой энергии, достигают максимальной величины, а затем медленно уменьшаются. Максимальная величина σ и ширина соответствующей кривой зависят от типа перехода:

- для разрешенных оптических переходов максимальная величина σ обычно достигает 10^{-16} см², а характерная ширина кривой может быть в 10 раз больше, чем пороговая энергия (кривая *a* на рис. 6.22);
- для запрещенных оптических переходов без изменения мультиплетности максимальная величина σ почти на три порядка меньше (до 10^{-19} см²),

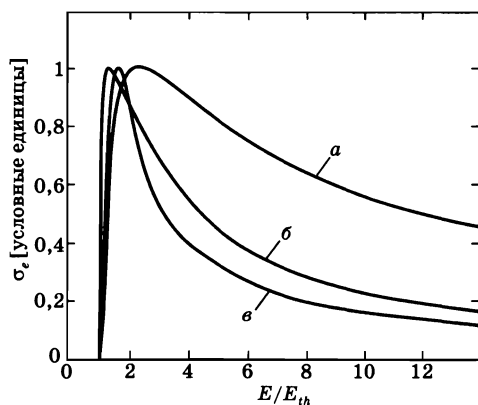


Рис. 6.22
Качественная зависимость сечения возбуждения электронным ударом от энергии налетающего электрона:

а) разрешенные оптические переходы, *б*) запрещенные оптические переходы без изменения мультиплетности и *в*) запрещенные оптические переходы с изменением мультиплетности.

а ширина кривой может быть только в 3–4 раза больше, чем пороговая энергия (кривая *б* на рис. 6.22);

- если происходит изменение мультиплетности, то максимальная величина σ может быть больше, чем для запрещенного оптического перехода без изменения мультиплетности: характерная ширина кривой может быть в этом случае равна пороговой энергии или немного меньше ее (кривая *с* на рис. 6.22).

Следует отметить, что в любом случае ширина каждой из кривых сравнима с пороговой энергией, т. е. с разностью энергий связанных переходом уровней. Напротив, ширина линий переходов при поглощении фотонов является гораздо более узкой (составляя обычно 10^{-4} – 10^{-5} частоты перехода). Это очень важное обстоятельство обусловлено тем, что, как объяснялось в разделе 6.1, возбуждение электронным ударом является нерезонансным процессом. Вот почему возбуждение газовой среды «широкополосным» источником электронов (таким, как газовый разряд) осуществляется с гораздо большей эффективностью, чем широкополосным источником света (таким, как лампа).

Для того чтобы дать более глубокое представление о механизмах, обуславливающих возбуждение электронным ударом, рассмотрим вкратце процедуру квантовомеханического расчета сечения σ . Для разрешенных оптических переходов или запрещенных оптических переходов без изменения мультиплетности простейший и зачастую наиболее точный расчет использует приближение Борна. Перед столкновением атом описывают волновой функцией u_1 основного состояния, а налетающий электрон представляют в виде плоской волны $\exp(j\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r})$, где $\mathbf{k}_0$ — волновой вектор электрона, а $\mathbf{r}$ — радиус-вектор налетающего электрона относительно начала координат, находящегося, например, в месте расположения ядра атома. После столкновения атом описывают волновой функцией u_2 верхнего состояния, а рассеянный электрон — плоской волной $\exp(j\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r})$, где $\mathbf{k}_n$ — волновой вектор рассеянного электрона.

Для последующего описания напомним, что $k = 2\pi/\lambda$, где λ — длина волны де Бройля электрона. Эта величина равна $\lambda = (12,26/\sqrt{V})$ Å, где V — энергия электрона в эВ. Взаимодействие обусловлено электростатическим отталкиванием между налетающим электроном и электронами атома. Предпола-

гается, что взаимодействие настолько слабое, что вероятность одного перехода атома за время удара очень мала, а двух таких переходов не происходит вообще. В этом случае уравнение Шредингера для рассматриваемой задачи можно линеаризовать. Кроме того, оказывается, что сечение перехода можно выразить в виде:

$$\sigma_e \propto \left| \int [u_2 \exp(j\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r})]^* [u_1 \exp(j\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r})] dV \right|^2. \quad (6.4.8)$$

Из приведенного выражения для длины волны де Бройля, предполагая, что энергия электрона составляет всего несколько эВ, видим, что величина параметра $\lambda' = 2\pi/|\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_n| = 2\pi/|\Delta\mathbf{k}|$ существенно превышает размеры атома ($\sim 0,1$ нм). Это означает, что $(\Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \ll 1$ при $|\mathbf{r}| \leq a$, где a — радиус атома. В этом случае множитель $\exp j[(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_n) \cdot \mathbf{r}] = \exp j(\Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ в (6.4.8) можно разложить в ряд по малому параметру $(\Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$. Поскольку функции u_1 и u_2 ортогональны, то первый член в этом разложении, который дает отличный от нуля вклад в σ_e , равен $j(\Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$, откуда получаем:

$$\sigma_e \propto \left| \int u_2^* r u_1 dV \right|^2 \propto |\mu_{21}|^2, \quad (6.4.9)$$

где μ_{21} — матричный элемент электрического дипольного момента атома (см. (2.3.7)). Отсюда следует, что при $\mu_{21} \neq 0$, т. е. когда переход является разрешенным оптическим, сечение возбуждения перехода электронным ударом пропорционально сечению поглощения фотона для этого перехода. Таким образом, следует ожидать, что сильные разрешенные оптические переходы будут иметь также большое сечение возбуждения электронным ударом. Для запрещенных оптических переходов без изменения мультиплетности (с $\Delta S = 0$, например, для перехода $1^1S \rightarrow 2^1S$ в He; см. главу 10) интеграл (6.4.8) имеет ненулевое значение только для следующего, более высокого порядка, члена в разложении $\exp j(\Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$, а именно $-(\Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})^2/2$. При этом выражение для σ_e может теперь быть записано в виде

$$\sigma_e \propto \left| \int u_2^* (\Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})^2 u_1 dV \right|^2.$$

Это выражение полностью отличается от того, которое соответствовало бы взаимодействию с фотоном, т. е. магнитному дипольному взаимодействию. Поэтому не удивительно, что отношение максимальных значений сечений электронного возбуждения для запрещенного и разрешенного переходов $\sigma_{\text{forbidden}}/\sigma_{\text{allowed}}$ равно в данном случае примерно 10^{-3} , тогда как было показано ранее, аналогичное отношение сечений поглощения составляет $\sim 10^{-5}$ (см. (2.4.14)). Таким образом, запрещенные оптические переходы относительно легче возбуждаются при столкновении с электроном, чем при «столкновении» с фотоном (поглощении). Данное обстоятельство имеет большое значение с точки зрения принципов работы газовых лазеров, поскольку накачка в них зачастую осуществляется через запрещенные оптические переходы.

Если мультиплетность при переходе изменяется (например, при переходе $1^1S \rightarrow 2^3S$ в He; см. главу 10), то в борновском приближении вклад в сечение любого из членов разложения $\exp j(\Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ равен нулю. Действительно, такой переход предполагает изменение спина, тогда как в приближении

Борна налетающий электрон, в результате электростатического взаимодействия, может влиять только на орбитальное движение электронов атома, но не на их спин.¹ Теоретическое описание данного случая, основанное на работах Вигнера, исходит из предположения, что при столкновении должен сохраняться суммарный спин атома и налетающего электрона, но не обязательно спин одного только атома. Таким образом, переходы могут происходить за счет *столкновений с обменом электронами*, когда налетающий электрон замещает участвующий в переходе электрон в атоме, а последний, в свою очередь, испускается атомом. Для того чтобы сохранялся полный спин системы, спины налетающего и испущенного электронов должны быть направлены противоположно.

Для пояснения рассматриваемого процесса обмена на рис. 6.23 показано возбуждение электронным ударом перехода $1^1S \rightarrow 2^3S$ в He. Отметим, что это столкновение можно представить следующим образом: налетающий электрон, обозначенный как 1, захватывается в $2s$ состояние атома He, тогда как электрон атома, имеющий противоположный спин и обозначенный как 2, испускается. Однако приведенное описание является достаточно примитивным, поскольку непосредственно во время столкновения два электрона являются квантовомеханически неразличимыми (т. е. фактически при столкновении происходит *спиновый обмен*, а не обмен электронами). Тем не менее, из этого простого описания нетрудно видеть, что такой обменный механизм должен быть более резонансным, чем тот, который был рассмотрен в борновском приближении. Действительно, вероятность того, что переход с обменом электрона произойдет, будет велика только в тех случаях, когда энергия налетающего электрона близка разности энергий связанных переходом состояний. Фактически в этом случае энергии налетающего электрона как раз хватает для того, чтобы после столкновения электрон 1 остался в возбужденном состоянии $2s$, в то время как электрон 2 испустился с нулевой скоростью. При более высоких энергиях налетающего электрона в результате процесса обмена электрон 1 остается в состоянии $2s$, а испущенный атомом электрон 2 должен унести соответствующую избыточную энергию. Такая ситуация определенно будет менее вероятна. Установив, что рассмотренный процесс спинового обмена является в некотором смысле резонансным, можно понять, почему пиковое значение его сечения может оказаться выше, чем сечения запрещенного оптического перехода без изменения спина.

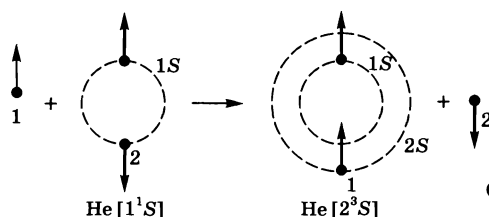


Рис. 6.23
Спиновый обмен при переходе $1^1S \rightarrow 2^3S$ в атоме He

¹ Это предполагает слабость спин-орбитального взаимодействия, которая характерна для легких атомов (например, He, Ne), но не наблюдается в тяжелых атомах, таких как Hg.

6.4.2. ТЕПЛОВАЯ СКОРОСТЬ И СКОРОСТЬ ДРЕЙФА

Как уже отмечалось в предыдущих разделах, именно электроны ответственны за процессы, происходящие в газовых разрядах. Они получают энергию от приложенного электрического поля, а затем отдают ее или обмениваются ей в следующих процессах.

1. *Неупругие столкновения с атомами или молекулами* газовой смеси, в результате которых эти частицы либо забрасываются в возбужденные состояния, либо ионизируются. Возбуждение электронным ударом или ударная ионизация являются, пожалуй, наиболее важными процессами с точки зрения накачки лазерных сред, и поэтому подробно рассматриваются здесь.

2. *Упругие столкновения с атомами.* Если предположить, что атом перед столкновением находится в состоянии покоя (действительно, средняя скорость у атомов много меньше, чем у электронов), то электрон потеряет энергию в результате столкновения. Непосредственное рассмотрение процесса упругого столкновения показывает, что при случайных направлениях рассеяния электронов доля начальной энергии, потерянная ими, в среднем составляет величину $2(m/M)$, где m — масса электрона, а M — масса атома. Отметим, что из-за малости отношения m/M эта величина очень незначительна (например, $m/M = 1,3 \cdot 10^{-5}$ для атомов Ar).

3. *Электрон-электронные столкновения.* Даже в газе с умеренной степенью ионизации частота этих столкновений обычно велика, поскольку обе частицы заряжены и взаимодействуют друг с другом на значительных расстояниях. Более того, поскольку сталкивающиеся частицы имеют одинаковую массу, то обмен энергией при таких столкновениях может быть существенен.

В результате перечисленных столкновительных процессов и вследствие того, что электроны в разряде ускоряются электрическим полем, электронный газ в плазме приобретает некоторое распределение по скоростям. Его можно описать, введя *функцию распределения электронов по скоростям* $f(v_x, v_y, v_z)$, смысл которой заключается в том, что величина $f(v_x, v_y, v_z)dv_x dv_y dv_z$ определяет вероятность найти электрон с компонентами скорости, попадающими в объем $dv_x dv_y dv_z$ пространства скоростей вблизи точки (v_x, v_y, v_z) . При известной функции распределения можно определить *тепловую скорость* электронов v_{th} как

$$v_{th}^2 = \langle v^2 \rangle, \quad (6.4.10)$$

где усреднение производится как раз по распределению скоростей. Аналогичным образом, можно определить *скорость дрейфа* электронов v_{drift} как среднюю скорость вдоль направления поля, т. е.

$$v_{drift} = \langle v_z \rangle, \quad (6.4.11)$$

где ось z выбрана вдоль поля, а усреднение снова производится по распределению скоростей электронов.

Для того чтобы грубо оценить величины как v_{th} , так и v_{drift} , сделаем упрощающее предположение, что при каждом столкновении теряется некоторая постоянная часть δ кинетической энергии электрона. Тогда первое уравнение

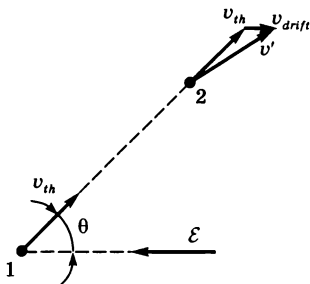


Рис. 6.24

Определение скорости дрейфа, возникающей за счет ускорения электронов внешним электрическим полем между двумя последовательными столкновениями

может быть получено из условия сохранения энергии: средняя энергия, теряемая электроном в единицу времени, должна равняться средней мощности, переданной электрону внешним электрическим полем. Отметим, что средняя кинетическая энергия электрона равна $mv_{th}^2/2$, тогда как средняя частота его столкновений равна v_{th}/l , где l — средняя длина свободного пробега электрона. Таким образом, теряемая электроном в единицу времени средняя энергия составляет $\delta(v_{th}/l)(mv_{th}^2/2)$, и эта величина должна равняться мощности, переданной электрическим полем $\mathcal{E}$, а именно, $e\mathcal{E}v_{drift}$. Следовательно,

$$e\mathcal{E}v_{drift} = \delta(v_{th}/l)(mv_{th}^2/2). \quad (6.4.12)$$

Второе уравнение может быть получено из требования сохранения среднего импульса между двумя последовательными столкновениями. Предположим, что после каждого столкновения электрон рассеивается в произвольном направлении; таким образом, теряется приобретенная скорость дрейфа. В изображении на рис. 6.24 предполагается, что скорость электрона в точке 1, после первого столкновения, имеет величину, равную тепловой скорости v_{th} , и направление, составляющее некоторый угол θ с напряженностью поля. За время свободного движения между точками 1 и 2 электрон ускоряется электрическим полем. К следующему столкновению в точке 2 он приобретет дополнительную скорость вдоль поля, в направлении, противоположном вектору напряженности; предположим, что величина этой скорости равна v_{drift} . Импульс, переданный электрону соответствующей силой, будет равен $-e\mathcal{E}l/v_{th}$, где l — расстояние между точками 1 и 2 (которое в среднем предполагается равным средней длине свободного пробега электрона). Этот импульс можно теперь приравнять изменению импульса, т. е. разности $(mv' - mv_{th}) = mv_{drift}$. Для амплитуд импульсов можно тогда записать уравнение

$$e\mathcal{E}l = mv_{th}v_{drift}, \quad (6.4.13)$$

которое вместе с уравнением (6.4.12) и составляет искомую пару. Из этих уравнений находим:

$$v_{th} = (2/\delta)^{1/4}(e\mathcal{E}l/m)^{1/2} \quad (6.4.14)$$

и

$$v_{drift} = (\delta/2)^{1/4}(e\mathcal{E}l/m)^{1/2}. \quad (6.4.15)$$

Отметим, что, используя отношение левых и правых частей (6.4.15) и (6.4.14), можно получить:

$$(v_{drift}/v_{th}) = (\delta/2)^{1/2}. \quad (6.4.16)$$

Ранее уже отмечалось, что после упругого столкновения с атомом электрон теряет долю своей кинетической энергии, в среднем равную $2(m/M)$. Если теперь предположить, что $\delta \approx 2(m/M)$, то из (6.4.16) получим, что $(v_{drift}/v_{th}) \approx (m/M)^{1/2} \approx 10^{-2}$. Таким образом, скорость дрейфа составляет весь

ма малую долю тепловой скорости, так что движение электронов в газе можно рассматривать скорее как медленно дрейфующее облако хаотически движущихся частиц, чем как поток частиц.

Соотношение (6.4.16) является достаточно грубым, поскольку его вывод предполагает, что электроны при каждом столкновении теряют постоянную долю δ своей энергии. Хотя это и справедливо для упругих столкновений с атомами, очевидно, что такое предположение не подходит для неупругих столкновений, в которых потери энергии сравнимы с энергией возбуждения атомов. Отметим, что хотя упругие столкновения обычно происходят более часто, чем неупругие, однако энергия, теряемая электроном в результате упругого столкновения, очень мала. Таким образом, если бы упругие столкновения были доминирующим процессом, то разряд не являлся бы особо эффективным способом накачки активной среды лазеров; большая часть вложенной в разряд энергии уходила бы фактически на нагрев атомов, а не на возбуждение их переходов. Отметим также, что электрон-электронные столкновения не дают вклад в уравнение баланса энергии (6.4.12), поскольку они просто перераспределяют скорости электронов, не изменяя их средней энергии.

6.4.3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ПО ЭНЕРГИЯМ

Рассмотрим теперь *функции распределения скоростей или энергий электронов* в газовом разряде. Если перераспределение энергий за счет электрон-электронных столкновений происходит достаточно быстро по сравнению с потерей энергии в результате как упругих, так и неупругих столкновений с атомами, то статистическая механика предсказывает, что распределение скоростей (или энергий) электронов описывается *функцией распределения Максвелла–Больцмана*. Это распределение можно представить, например, в виде функции распределения по энергиям $f(E)$, где $f(E)dE$ представляет собой вероятность для электрона иметь кинетическую энергию в интервале между E и $E + dE$. В этом случае

$$f(E) = \left(\frac{2}{\pi^{1/2} k T_e} \right) \left(\frac{E}{k T_e} \right)^{1/2} \exp(-E/k T_e), \quad (6.4.17)$$

где T_e — *электронная температура*. Таким образом, если распределение является максвелловским, то электронная температура — это единственный параметр, который необходимо знать, чтобы охарактеризовать данное распределение.

Если величина T_e известна, то из (4.6.10) можно рассчитать v_{th} , используя функцию распределения электронов по энергиям (6.4.17). С помощью стандартной формулы $v^2 = 2E/m$ из (4.6.10) легко получить соотношение

$$v_{th} = [3kT_e/m]^{1/2}, \quad (6.4.18)$$

связывающее v_{th} и T_e . Тогда из (6.4.18) и (6.4.14) получаем

$$T_e = \left[\left(\frac{2}{\delta} \right)^{1/2} \frac{e}{3k} \right] (El). \quad (6.4.19)$$

Поскольку средняя длина свободного пробега электронов l обратно пропорциональна давлению газа p , то соотношение (6.4.19) показывает, что в данной смеси газов величина T_e пропорциональна отношению $\mathcal{E}/p$. Более точный расчет, чем тот, что приводит к соотношению (6.4.14), показывает, что параметр T_e является функцией отношения $\mathcal{E}/p$, а не просто пропорционален ему, т. е.

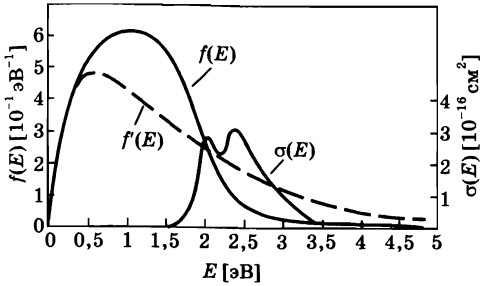
$$T_e = f(\mathcal{E}/p). \quad (6.4.20)$$

Таким образом, отношение $\mathcal{E}/p$ является фундаментальной величиной, определяющей установление данной электронной температуры, и ее часто используют на практике для характеристики условий разряда.

Обратимся теперь к вопросу о том, действительно ли распределение электронов по энергиям может быть описано статистикой Максвелла–Больцмана. В самом деле, очевидной причиной, почему оно не может быть максвелловским, является то, что распределение Максвелла–Больцмана подразумевает изотропность распределения по скоростям. Если бы такая изотропность существовала, то скорость дрейфа, определяемая выражением (6.4.11), должна была бы быть равна нулю, и, следовательно, не существовало бы тока, протекающего через разряд! Однако, как было показано выше, скорость дрейфа много меньше тепловой скорости; следовательно, влияние скорости дрейфа на отклонение реального распределения от максвелловского можно считать пренебрежимо малым. Однако важным случаем, когда статистика Максвелла–Больцмана представляет собой только весьма грубое приближение, является ситуация в слабо ионизованном газе с высокими значениями сечения возбуждения электронным ударом, например в молекулярных газовых смесях CO_2 или CO лазеров. В этом случае из-за низкой концентрации электронов процесс перераспределения энергии в результате электрон-электронных столкновений происходит со скоростью недостаточно высокой по сравнению с частотой неупругих столкновений. Как будет детальнее показано в примере 6.4, при этом следует ожидать, что в распределении могут образоваться провалы при значениях энергий, соответствующих определенным переходам в молекулах. Наоборот, в газовых лазерах на нейтральных атомах или ионах плотность электронов гораздо выше, поскольку эти лазеры относительно малоэффективны, и для них, как показывается в примере 6.5, следует ожидать, что отклонения от максвелловского распределения будут менее значительными.

Пример 6.4. *Распределение электронов по энергиям в CO_2 лазере.* На рис. 6.25 показана ситуация, реализующаяся в газовой смеси $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}$ с соотношением соответствующих парциальных давлений, равным 1:1:8. Здесь приведено сечение возбуждения электронами колебательных состояний молекул N_2 вплоть до $v = 5$ [10] (фактически, основным механизмом накачки в лазере является передача энергии от возбужденных молекул N_2 молекулам CO_2 , которые и обеспечивают генерацию). Вследствие очень большой величины пикового сечения возбуждения молекул N_2 ($\approx 3 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$), а также в результате низкой величины плотности тока, необходимой для работы CO_2 лазера (CO_2 лазер является одним из лазеров с наиболее высо-

Рис. 6.25



Сравнение распределения электронов по энергиям $f(E)$ для смеси $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}$ с соотношением парциальных давлений, равным 1:1:8, с максвелловским распределением $f'(E)$ при такой же средней энергии (заимствовано из [12]). Здесь же показано сечение возбуждения электронным ударом $\sigma(E)$ колебательных состояний N_2 вплоть до $v = 5$ (заимствовано из [10]). Приведенные кривые скорее характеризуют физическую картину, чем передают фактические величины, которые содержатся в цитируемых работах

ким КПД), можно ожидать, что предположение о максвелловском характере распределения электронов по энергиям в данном случае непригодно. Для того чтобы корректно найти функцию распределения электронов, необходимо провести расчеты *ab initio*, используя соответствующее уравнение переноса для электронов (*уравнение переноса Больцмана*), в котором учитываются все процессы, приводящие к возбуждению (или девозбуждению) колебательных и электронных уровней всех компонент газа [11]. На этом же рисунке сплошной линией показана функция распределения электронов по энергиям $f(E)$, рассчитанная указанным способом для отношения $\mathcal{E}/p$ порядка $\approx 8 \text{ В} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{Торр}^{-1}$ и соответствующая средней энергии электронов¹ порядка $\approx 1,7 \text{ эВ}$ [12]. Для сравнения пунктирной линией показана максвелловская функция распределения $f'(E)$, построенная для такой же средней энергии. Отметим, что спад кривой $f(E)$ при $E > 2 \text{ эВ}$, по сравнению с максвелловской кривой $f'(E)$, обусловлен очень большой величиной сечения возбуждения электронами молекул N_2 . Действительно, лишь небольшое число электронов в разряде преодолевает барьер в $E = 2 \text{ эВ}$ за счет ускорения электрическим полем, поскольку при этом они сразу же начинают участвовать в возбуждении молекул N_2 . Следовательно, электроны «накапливаются» в диапазоне энергий ниже 2 эВ .

Пример 6.5. Распределение электронов по энергиям в He-Ne лазере. На рис. 6.26 результатам примера 6.4 противопоставляется ситуация, отвечающая разряду в гелии при условиях, относящихся к He-Ne лазеру. На рисунке показаны зависимости сечений возбуждения электронным ударом состояний 2^1S и 2^3S атома He от энергии электрона. Как и в примере 6.4, фактически основным механизмом накачки является передача энергии от возбужденных атомов He атомам He, на которых и происходит генерация. Отметим, однако, что пиковые значения сечений для атомов He примерно на два порядка меньше, чем для молекулы N_2 . Поскольку плотность тока и, следовательно, плотность электронов в рассматриваемом случае намного выше (He-Ne лазер имеет достаточно низкий КПД), то можно ожидать, что имеет место максвелловское распределение электронов по энергиям. Соответственно, на том же рисунке показано максвелловское

¹ Хотя для нематвелловского распределения понятие температуры и теряет свой смысл, можно все же определить среднюю энергию электронов, и, как и в случае максвелловского распределения, эта энергия оказывается функцией отношения $\mathcal{E}/p$.

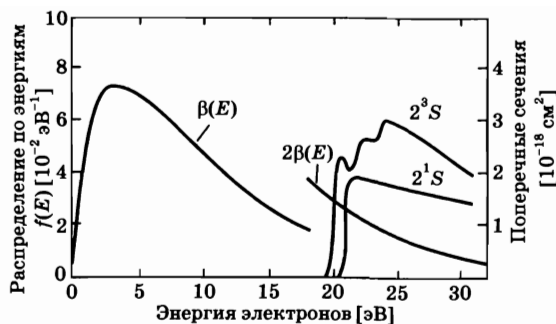


Рис. 6.26
Функция распределения электронов по энергиям $f(E)$ и сечения возбуждения электронным ударом переходов $1^1S \rightarrow 2^1S$ и $1^1S \rightarrow 2^3S$ в атомах He

распределение со средней энергией 10 эВ, равной средней энергии электронов в He-Ne лазере, отвечающей оптимальным условиям возбуждения (см. раздел 6.4.5). Отметим здесь гораздо большую, чем в предыдущем примере, величину средней энергии электронов как следствие того факта, что необходимо возбуждать электронные, а не колебательные уровни энергии.

Пример 6.6. Тепловые скорости и скорости дрейфа в He-Ne и CO₂ лазерах. Основываясь на данных из примера 6.5, положим среднюю энергию электронов в He-Ne лазере равной $\langle E \rangle \approx 10$ эВ. Это означает, что $(mv_{th}^2/2) = \langle E \rangle = 10$ эВ и, следовательно, $v_{th} \approx 1,9 \cdot 10^6$ м/с. Поскольку предполагается, что распределение электронов по скоростям в этом случае является максвелловским, то, согласно (6.4.18), электронную температуру можно определить из соотношения $T_e = 2\langle E \rangle/3k$. Получаем $T_e \approx 7,7 \cdot 10^4$ К. Отметим, что электронная температура оказывается гораздо выше комнатной. Для расчета скорости дрейфа воспользуемся соотношением (6.4.16) и предположим, что доминирующим процессом потери энергии электронами являются упругие столкновения с более легкими атомами He. При этом получаем, что $(v_{drift}/v_{th}) \approx (m/M_{He})^{1/2} \approx 1,16 \cdot 10^{-2}$, где M_{He} — масса атома He, так что $v_{drift} \approx 2,2 \cdot 10^4$ м/с. В случае CO₂ лазера, основываясь на данных из примера 6.4, положим среднюю энергию электронов равной $\langle E \rangle \approx 1,7$ эВ. Тогда из соотношения $(mv_{th}^2/2) = \langle E \rangle$ получаем, что $v_{th} \approx 0,78 \cdot 10^6$ м/с. Скорость дрейфа может быть при этом получена из [12], если положить, что отношение $\mathcal{E}/p$ равно ≈ 8 В · см⁻¹ · Торр⁻¹, а соотношение парциальных давлений в смеси CO₂:N₂:He равно соответственно 1:1:8. Получаем, что $v_{drift} \approx 6 \cdot 10^4$ м/с. Отметим, что в данном случае нельзя говорить об электронной температуре, поскольку распределение электронов по энергиям значительно отличается от максвелловского. Отметим также, что в обоих случаях тепловые скорости $\sim 10^6$ м/с, так что скорости дрейфа в ~ 100 раз меньше.

6.4.4. УРАВНЕНИЕ ИОНИЗАЦИОННОГО БАЛАНСА

В результате соударений частиц с электронами в объеме электрического разряда происходит постоянное образование электронов и ионов. Ударная ионизация осуществляется присутствующими в разряде горячими электронами, т. е. теми, энергия которых больше энергии ионизации атома. В стационарном состоянии процесс ионизации должен быть сбалансирован некоторыми про-

цессами *электрон-ионной рекомбинации*. Однако рекомбинация электронов и ионов в объеме разряда не может происходить без излучения, поскольку в таком процессе не могут одновременно сохраниться и полный импульс, и полная энергия частиц. Рассмотрим, для простоты, лобовые столкновения. Обращаясь к закону сохранения импульса, получаем, что скорость v рекомбинировавшего атома после столкновения равна $v = (m_1 v_1 + m_2 v_2) / (m_1 + m_2)$, где m_i ($i = 1, 2$) — массы, а v_i — скорости электрона и иона перед столкновением. С другой стороны, сохранение энергии требует выполнения соотношения $[(m_1 v_1^2 / 2) + (m_2 v_2^2) / 2] = [(m_1 + m_2) v^2 / 2] + E_r$, где E_r — энергия, выделяющаяся при электрон-ионной рекомбинации. Таким образом, при заданных значениях m_1, m_2, v_1 и v_2 законы сохранения импульса и энергии приводят к двум уравнениям для одной неизвестной величины v — скорости рекомбинировавшего атома. Поэтому в общем случае эти два уравнения не могут быть решены одновременно. С другой стороны, фоторекомбинация электронов и ионов является маловероятным процессом при концентрациях носителей, характерных для газовых лазеров. Таким образом, рекомбинационный процесс может происходить только в присутствии третьей частицы M , поскольку при тройном соударении законы сохранения импульса и энергии выполняются. Действительно, снова рассматривая лобовые столкновения, приходим к паре уравнений для двух неизвестных величин: v — скорости рекомбинировавшего атома, и v_M — скорости третьей частицы, после столкновения. При низких давлениях в газовом лазере (несколько Торр) и когда смесь газов заключена в цилиндрическую трубку, роль необходимой третьей частицы M играют стенки трубки. Таким образом, в газовых лазерах электрон-ионная рекомбинация происходит исключительно на стенках разрядной камеры.

Теперь необходимо осознать, что, хотя скорости электронов намного выше, чем скорости ионов, электроны и ионы должны перемещаться к стенкам совместно. Действительно, если бы электроны попадали на стенки быстрее, чем ионы, то возникло бы радиальное электрическое поле, которое ускорило бы ионы и замедляло бы электроны в их движении по направлению к стенкам. При концентрациях электронов и ионов, характерных для газовых разрядов, этот эффект пространственного заряда оказался бы весьма существенным; следовательно, электроны и ионы должны двигаться к стенкам трубки с одинаковыми скоростями. Такое перемещение, в зависимости от давления газа p и радиуса трубки R , может происходить за счет двух различных механизмов. Если средняя длина свободного пробега ионов существенно меньше R , то электроны и ионы совместно диффундируют к стенкам, и рекомбинация происходит за счет *амбиполярной диффузии*. Если средняя длина свободного пробега ионов становится сравнимой с радиусом трубки (что характерно для ионных газовых лазеров, работающих при малых давлениях), то электроны и ионы скорее попадают на стенки за счет свободного пробега, а не диффузии. Аналитическое описание амбиполярной диффузии может быть получено из теории Шоттки так называемого положительного столба разряда [13]. С другой стороны, в пределе низких давлений, для плазмы разряда следует использовать модель свободного падения Тонкса–Ленгмюра [14].

Обе теории достаточно сложны, а их изложение выходит за рамки этой книги. Однако обе они требуют выполнения уравнения баланса между числом образующихся и рекомбинирующих на стенках электрон-ионных пар (уравнения *ионизационного баланса*). Так, в случае теории Шоттки, уравнение баланса может быть записано, в используемых обозначениях, как

$$\langle \nu \sigma_i \rangle N_t = \frac{kT_e}{e} \mu_+ \left(\frac{2,405}{R} \right)^2, \quad (6.4.21)$$

где σ_i — сечение ударной ионизации, μ_+ — подвижность ионов, а R — радиус трубки. Видно, что в газе заданного состава, т. е. при определенной зависимости $\sigma_i = \sigma_i(E)$, средняя величина $\langle \nu \sigma_i \rangle$ в (6.4.21) зависит только от электронной температуры T_e . Действительно, ударная ионизация осуществляется электронами с наибольшими энергиями, а их количество в распределении определяется температурой T_e . Видно также, что плотность N_t пропорциональна давлению газа, тогда как подвижность ионов μ_+ обратно пропорциональна ему. Соотношение (6.4.21) можно преобразовать к виду

$$f(T_e) = C/(pD)^2, \quad (6.4.22)$$

где использованы обозначения $\langle \nu \sigma_i \rangle / kT_e = f(T_e)$, $D = 2R$ — диаметр трубки, а C — определенная константа. Таким образом, для заданного состава газа уравнение ионизационного баланса приводит к соотношению между параметрами T_e и pD — во многом аналогично тому, как законы сохранения импульса и энергии приводят к соотношению между параметрами T_e и $\mathcal{E}/p$ (см. (6.4.20)). Функциональная зависимость $f = f(T_e)$ в (6.4.22) такова, что T_e увеличивается по мере уменьшения произведения pD . Действительно, если при заданном диаметре трубки уменьшать давление газа, то электрон-ионная рекомбинация за счет диффузии на стенки увеличивается. Для того чтобы баланс между ионизацией и рекомбинацией сохранялся, электронная температура должна при этом возрастать. В теории Тонкса–Ленгмюра также существует аналогичное функциональное соотношение между T_e и произведением pD .

6.4.5.

ЗАКОНЫ ПОДОБИЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОРАЗРЯДНЫХ ЛАЗЕРОВ

Формулы (6.4.20) и (6.4.22) дают два фундаментальных соотношения, которые можно использовать для того, чтобы понять многие физические аспекты поведения любого газового разряда. Например, теперь можно объяснить, почему в устойчивом тлеющем разряде падение напряжения на разрядной трубке практически не зависит от протекающего через нее тока (см. рис. 6.20). Действительно, если взять некоторую определенную трубку, заполненную газом, т. е. задаться значениями диаметра трубки и давления газа, то, согласно (6.4.22), необходимая для разряда электронная температура будет определена. Тогда из (6.4.20) видно, что напряженность электрического поля также должна быть фиксирована и, таким образом, не должна зависеть от тока разряда.

Рассмотрим теперь следствия из соотношений (6.4.20) и (6.4.22) для разрядов газовых лазеров. Прежде всего, видно, что для данной газовой среды

существует оптимальная величина электронной температуры T_{opt} , при которой обеспечивается максимальная скорость накачки на верхний лазерный уровень. Действительно, слишком низкая величина электронной температуры не обеспечит энергию электронов, достаточную для возбуждения верхнего лазерного уровня. Энергия электронов будет при этом тратиться в основном на возбуждение в среде низколежащих уровней, включая и нижний лазерный уровень. С другой стороны, слишком высокая величина электронной температуры приведет к сильному возбуждению более высоколежащих уровней газовой смеси (которые могут и не быть связанными с верхним лазерным уровнем) или ее избыточной ионизации (что может привести к нестабильности разряда, т. е. к переходу от тлеющего разряда к дуговому). Если теперь подставить $T_e = T_{opt}$ в левую часть как (6.4.20), так и (6.4.22), то получим:

$$(\mathcal{E}/p) = (\mathcal{E}/p)_{opt}, \quad (6.4.23a)$$

$$(pD) = (pD)_{opt}. \quad (6.4.23б)$$

Таким образом, для данной смеси, если использовать ее в качестве активной среды газового лазера, существуют некие оптимальные величины как параметра pD , так и параметра $\mathcal{E}/p$. Соотношения (6.4.23) устанавливают *законы подобия* для любого газового лазера. Для того чтобы показать, как пользоваться этими законами, предположим, что обеспечены оптимальные рабочие параметры лазера, но по каким-либо причинам требуется уменьшить диаметр трубки, например в 2 раза. Тогда, как показывает соотношение (6.4.23б), для того чтобы лазер по-прежнему работал с максимальным КПД, необходимо увеличить давление газовой смеси в то же число раз. Если величина давления удвоена, то, согласно соотношению (6.4.23а), напряженность электрического поля $\mathcal{E}$ в газовом разряде и, следовательно, полное падение напряжения V на лазерной трубке также должны быть увеличены вдвое. Отсюда следует, что значения зависимости V от I для данной лазерной трубки (см. сплошную линию на рис. 6.20) увеличатся в 2 раза по напряжению для всех значений тока. Таким образом, необходимо изменить напряжение холостого хода V_0 источника питания и балластное сопротивление R_B так, чтобы обеспечить требуемую величину протекающего через разряд тока.

6.4.6.

СКОРОСТЬ И ЭФФЕКТИВНОСТЬ НАКАЧКИ

Для того чтобы рассчитать скорость накачки, напомним вначале стандартное соотношение $J = ev_{drift}N_e$, связывающее плотность тока J с плотностью числа электронов N_e в разряде. Тогда из (6.4.7) получаем

$$R_p = N_t \frac{J}{e} \left[\frac{\langle v\sigma \rangle}{v_{drift}} \right]. \quad (6.4.24)$$

Если взять максвелловское распределение электронов по энергиям, то член $\langle v\sigma \rangle$ в (6.4.24) будет зависеть только от электронной температуры T_e . Нетрудно видеть, что, согласно (6.4.15) и (6.4.19), v_{drift} также зависит только от T_e . При данных значениях давления газа p и радиуса трубки R электронная температура остается постоянной, в идеале — на уровне, отвечающем

оптимальным условиям работы лазера. Отсюда следует, что выражение в квадратных скобках в (6.4.24) является константой, т. е. не зависит от плотности тока. Таким образом, видно, что в этой простой модели R_p возрастает линейно с плотностью тока. Точно так же, как и для оптической накачки, можно теперь определить эффективность (КПД) накачки η_p как отношение минимальной мощности накачки, которая в идеале соответствовала бы данной ее скорости R_p , и фактической электрической мощности P_p , подводимой к разряду. Таким образом, можно записать

$$\eta_p = \frac{R_p V_a h \nu_{mp}}{P_p}, \quad (6.4.25)$$

где V_a — объем активной среды, а ν_{mp} — разность частот между основным и верхним лазерными уровнями. Отметим, что в первом приближении величину η_p можно считать не зависящей от плотности разрядного тока, поскольку как R_p , так и P_p пропорциональны J .

Следует отметить, что формулу (6.4.24) для R_p можно рассматривать только как качественное отражение сложных явлений, происходящих при накачке газовых лазеров, а не как точную количественную характеристику фактической величины скорости накачки. Как уже отмечалось, распределение электронов по энергиям, особенно в случае лазеров с наиболее высокими КПД, значительно отличается от распределения Максвелла–Больцмана.

Расчет этого распределения требует решения *ab initio* уравнений переноса Больцмана с привлечением всех известных столкновительных процессов с участием электронов, в результате которых происходит возбуждение (или девозбуждение) вращательных, колебательных и электронных степеней свободы всех присутствующих в газе компонент. Более того, число компонент газа в разрядной трубке может значительно превышать число компонент в исходной смеси. Например, в смеси $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}$ в разряде находятся некоторые количества молекул CO , O_2 , N_2O и т. д., зависящие от сложных плазмохимических реакций, протекающих в объеме газа и на электродах. Таким образом, расчет скорости накачки становится достаточно сложным и требующим использования компьютера. Порой он оказывается практически бесполезным из-за отсутствия достаточного количества необходимых данных о сечениях столкновений с электронами для всех компонент газовой смеси [11]. Поэтому детальные численные расчеты были проведены только для газовых смесей, имеющих особое значение, таких как смеси $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}$, используемые в мощных CO_2 лазерах. Единственный и очевидный способ преодолеть указанную проблему — это предположить, что величина η_p известна или может быть получена путем оценки. В этом случае из (6.4.25) получаем:

$$R_p = \eta_p \frac{P}{A h \nu_{mp}}, \quad (6.4.26)$$

где A — площадь поперечного сечения активной среды, а l — ее длина. Это простое выражение для скорости накачки, часто встречающееся в литературе по лазерам, будет использоваться в последующих главах. Однако, как и в случае оптической накачки, применимость соотношения (6.4.26) основывается на том, что кем-то уже выполнены необходимые расчеты или сделаны надежные оценки величины η_p .

Пример 6.7. Эффективность накачки CO_2 лазера. В качестве особенно важного примера определения величины η_p на рис. 6.27 показаны результаты численных расчетов для смеси газов $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}$ с составами 1:2:3 и 1:0.25:3 [12]. На рисунке представлено распределение процентных долей полной мощности накачки по различным каналам возбуждения в зависимости от отношений либо $\mathcal{E}/p$, либо $\mathcal{E}/N$, где N — полная плотность числа частиц всех компонент смеси. Кривая I показывает мощность, затрачиваемую на упругие столкновения, а также на заселение вращательных уровней основного состояния молекул N_2 и CO_2 и нижних колебательных уровней молекул CO_2 . Кривые III и IV показывают соответственно мощности, затрачиваемые на электронное возбуждение и ударную ионизацию. Кривая II показывает мощность, затрачиваемую на возбуждение верхнего лазерного уровня (001) молекул CO_2 и первых пяти колебательных уровней молекул N_2 . Если учесть, что передача энергии от N_2 к CO_2 происходит с высокой эффективностью, то вся эта мощность является полезной мощностью накачки. Таким образом, кривая II определяет эффективность накачки CO_2 лазера при указанном составе смеси. Отметим, что, как было показано в разделе 6.4.5, при данной электронной температуре (которая в рассматриваемом случае не имеет физического смысла, поскольку распределение электронов по энергиям отличается от максвелловского) существует оптимальная величина отношения $\mathcal{E}/p$. При слишком низких значениях $\mathcal{E}/p$ мощность накачки расходуется в основном в упругих столкновениях и вкладывается в возбуждение нижних колебательных уровней молекул CO_2 . При слишком высоких значениях $\mathcal{E}/p$ основным каналом затрат энергии накачки становится возбуждение электронных состояний. Отметим также, что при оптимальной величине $\mathcal{E}/p$ могут достигаться очень высокие значения эффективности η_p (~80% для смеси с составом 1:2:3).

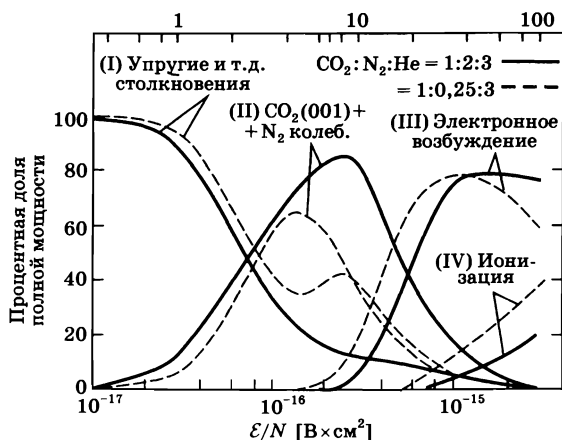


Рис. 6.27
Распределение процентных долей полной мощности накачки по различным каналам возбуждения в CO_2 лазере (с разрешения, из [12])

6.5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной главе подробно рассматривались оптическая накачка и накачка в электрическом разряде. Оказалось, что в обоих случаях механизмы, лежащие в основе процессов накачки, обусловлены множеством разнообразных физических явлений. Это позволило получить достаточно глубокое представление о, например, излучении плазмы газоразрядной лампы, когерентном и некогерентном излучении диодных лазеров, используемых в качестве источников лазерной накачки, а также физических свойствах электрических разрядов. Конфигурации применяемых систем накачки также весьма сильно различаются, и рассмотренные аналогии и сходства между ними должны помочь при разработке новых устройств. Несмотря на указанное многообразие, предлагаемое универсальное описание в терминах КПД (эффективности) накачки позволяет легко сравнивать различные конструкции, используемые для накачки лазеров.

ЗАДАЧИ

- 6.1. Свет накачки, попадая в лазерный стержень, распространяется внутри него в радиальном направлении. Покажите, что в этом случае эффективность поглощения можно записать в виде

$$\eta_a = \int [1 - \exp(-2\alpha R)] I_{e\lambda} d\lambda / \int I_{e\lambda} d\lambda,$$

где R — радиус стержня, α — коэффициент поглощения, а $I_{e\lambda}$ — спектральная интенсивность падающего на стержень света.

- 6.2. Рассмотрим лазерный стержень из Cr:LISAF диаметром 6 мм. Для его накачки используется импульсная Хе лампа с давлением газа 500 Торр, разряд в которой имеет плотность тока 2400 А/см^2 . Для простоты допустим, что зависимость коэффициента поглощения в Cr:LISAF от длины волны представляет собой две полосы постоянного поглощения, максимальное значение поглощения в каждой из которых равно 4 см^{-1} . Центры полос расположены на длинах волн 420 и 650 нм, их ширина составляет соответственно 80 и 120 нм. Используя выражение для η_a из предыдущей задачи, найдите эффективность поглощения в стержне для света, излучаемого лампой в диапазоне 400–800 нм.
- 6.3. Плотность кристалла YAG ($\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$) равна $4,56 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$. Вычислите плотность числа ионов Nd в кристалле, если 1% ионов иттрия заменены ионами неодима (1 атом.% Nd).
- 6.4. Стержень из Nd:YAG диаметром 6 мм и длиной 7,5 см, с 1 атом.% Nd, в непрерывном режиме накачивается Кг лампой в диффузно отражающем осветителе с плотной упаковкой. Разность энергий между верх-

ним и основным лазерными уровнями соответствует длине волны 940 нм. Измеренная пороговая мощность накачки при помещении стержня в некоторый заданный резонатор равна $P_{th} = 2$ кВт. Вычислите пороговую скорость накачки для данной конфигурации, предполагая, что стержень накачивается однородно, а общий КПД накачки составляет $\eta_p = 4,5\%$.

- 6.5. В кристалле Nd:YAG с 1 атом.% Nd время жизни на верхнем уровне лишь незначительно снижается под воздействием механизма, описанного в примере 2.8, поэтому его можно принять равным $\tau = 250$ мкс. Учитывая это, вычислите величину пороговой инверсии из скорости накачки, найденной в предыдущей задаче. Как указывалось в примере 2.10, если принять во внимание распределение населенности между верхними подуровнями, то эффективное сечение вынужденного излучения для перехода в Nd:YAG на длине волны 1,064 мкм при $T = 300$ К можно считать равным $\sigma \approx 2,8 \cdot 10^{-19}$ см². Зная величину пороговой инверсии, вычислите потери в резонаторе за один проход.
- 6.6. Лазер из задачи 6.4 накачивается солнечным светом. Величина средней дневной интенсивности солнечного излучения у поверхности земли может быть принята равной ~ 1 кВт/см². Допустим, что используется оптическая система, которая позволяет осуществлять поперечную накачку лазерного стержня. Предположим также, что 1) стержень поглощает 10% спектра солнечного излучения; 2) квантовый выход накачки равен квантовому выходу при накачке импульсной лампой (см. табл. 6.1); 3) уровень пропускания фокусирующей оптики — 90%; 4) распределение света накачки внутри стержня однородно. Учитывая эти допущения, вычислите площадь собирающей оптики, необходимую для накачки лазера до уровня, в 2 раза превышающего пороговый. Относительно дорогая фокусирующая система может быть сформирована из двух цилиндрических линз, оптические оси которых скрещены таким образом, чтобы полученное изображение Солнца имело размеры 6 мм $\times$ 7,5 см (т. е. подходило бы для поперечной накачки стержня). Зная, что солнечный диск виден с Земли под углом $\sim 9,3$ мрад, вычислите фокусные расстояния двух цилиндрических линз. Можете ли вы предложить более дешевую фокусирующую систему?
- 6.7. Стержень из Nd:YAG диаметром 5 мм и длиной 5 см, с 1 атом.% Nd, накачивается импульсной Хе лампой в диффузно отражающем осветителе с плотной упаковкой. Измеренная пороговая энергия накачки при помещении стержня в некоторый заданный резонатор равна $E_{th} = 3,4$ Дж. Допустим, что 1) общий КПД накачки равен 3,5% (см. табл. 6.1) и 2) импульс, испускаемый лампой, длится 100 мкс, и в течение этого времени его мощность постоянна. Вычислите пороговую скорость накачки R_{cp} при этих условиях. Найдите значение пороговой инверсии путем решения зависящего от времени скоростного

уравнения, в котором учтены эффекты как накачки, так и спонтанной релаксации. Вычислите значение скорости накачки и энергии накачки, необходимой для достижения порога, если продолжительность импульса возросла до 300 мкс, а его мощность осталась постоянной во времени.

- 6.8. Стержень из $\text{Ti}^{3+}:\text{Al}_2\text{O}_3$ длиной 1 см продольно накачивается аргоновым лазером, работающим на длине волны 514,5 нм. Конфигурация накачки подобна изображенной на рис. 6.11в. Коэффициент поглощения стержня на длине волны накачки принимается равным $\alpha_p \approx 2 \text{ см}^{-1}$. Зеркало резонатора, через которое луч накачивающего лазера проходит в резонатор, на длине волны накачки имеет коэффициент пропускания $\eta_r = 0,95$. Длина волны, соответствующая минимальной частоте накачки (см. рис. 6.17) для материала $\text{Ti}^{3+}:\text{Al}_2\text{O}_3$, равна $\lambda_{mp} = 616 \text{ нм}$. Вычислите общий КПД накачки. Найдите необходимую выходную оптическую пороговую мощность Ar лазера, если луч накачки в стержне фокусируется в пятно размером $w_p = 50 \text{ мкм}$, размер пятна лазерной моды равен размеру пятна накачки, а потери резонатора за один проход составляют 5%.
- 6.9. Стержень длиной 2 мм, изготовленный из стекла LHG-5 с концентрацией ионов Nd^{3+} , равной $3,2 \times 10^{20} \text{ см}^{-3}$, продольно накачивается полосковым AlGaAs лазером с квантовыми ямами; длина волны накачки — 803 нм, конфигурация накачки аналогична изображенной на рис. 6.11а. Сечение луча накачки преобразуется в круговое при помощи, например, системы, изображенной на рис. 6.12, и фокусируется на стержень с размером пятна, близким к размеру пятна лазерной моды, $w_0 = 35 \text{ мкм}$. Эффективность передачи накачки с учетом потерь при проходе через первое зеркало резонатора (см. рис. 6.11а) примем равной 80%. Вычислите пороговую мощность накачки, предполагая, что коэффициент поглощения на длине волны накачки равен 9 см^{-1} , эффективное поперечное сечение вынужденного излучения составляет $\sigma_e = 4,1 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$, время жизни на верхнем уровне — 290 мкс, а полные потери за проход — 0,35%. Обратите внимание на большую разницу в порогах накачки в этой и в предыдущей задачах и объясните ее.
- 6.10. Лазерный стержень из $\text{Yb}:\text{YAG}$ длиной 1,5 мм, с добавкой Yb в 6,5 атом.%, продольно накачивается линейкой лазеров с квантовыми ямами в конфигурации, аналогичной изображенной на рис. 6.11а. Луч накачки на длине волны 940 нм фокусируется в пятно, размер которого примерно соответствует размеру пятна лазерной моды, $w_0 = 45 \text{ мкм}$. Эффективные сечения вынужденного излучения и поглощения на длине волны лазера $\lambda = 1,03 \text{ мкм}$ при комнатной температуре равны соответственно $\sigma_e \approx 1,9 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$ и $\sigma_a \approx 0,11 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$, а время жизни на верхнем уровне составляет $\tau \approx 1,5 \text{ мс}$. Коэффициент пропускания выходного зеркала равен 3,5%, поэтому, учитывая

остальные внутренние потери, можно принять потери за один проход равными $\gamma \cong 2\%$. Вычислите пороговую мощность накачки в этих условиях.

- 6.11. Стержень из Nd:YAG диаметром 4 мм и длиной 6,5 см, с 1 атом.% Nd, поперечно накачивается на длине волны 808 нм. Конфигурация накачки аналогична изображенной на рис. 6.15. Допустим, что 90% оптической мощности, выходящей из волокон, однородно поглощается в стержне. Для повышения мощности лазера используется выходное зеркало с коэффициентом пропускания 15%. С учетом остальных внутренних потерь потери за один проход составляют $\gamma = 10\%$. Вычислите оптическую мощность на выходе из волокон, необходимую для того, чтобы достичь порога генерации, если эффективное сечение вынужденного излучения берется равным $\sigma_e = 2,8 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$. Сравните эту мощность с величиной, полученной в задаче 6.9, и объясните разницу.
- 6.12. Предполагая, что энергии электронов отвечают распределению Максвелла–Больцмана, вычислите электронную температуру (в эВ) газа электронов со средней кинетической энергией 10 эВ.
- 6.13. Предположим, что электрон массой m упруго сталкивается с атомом массой M . Допустим также, что до столкновения атом находился в состоянии покоя, а рассеяние электрона при столкновении является изотропным. Покажите, что в результате столкновения электрон теряет часть своей энергии, равную $2m/M$.
- 6.14. Оптимальное электрическое поле для импульсного азотного лазера, генерирующего ультрафиолетовое излучение ($\lambda = 337,1 \text{ нм}$), составляет $\sim 10 \text{ кВ/см}$, а типичное давление азотной смеси в нем $p \cong 30 \text{ Торр}$ (при величине поперечного сечения трубки $5 \text{ мм} \times 10 \text{ мм}$). Типичная длина азотного лазера $\sim 1 \text{ м}$. Какую из двух конфигураций (см. рис. 6.18) вы использовали бы для накачки этого лазера?
- 6.15. Рассмотрим газоразрядную трубку радиусом 1 см, наполненную равномерно как ионами, так и электронами с плотностью числа частиц $N_i = N_e = 10^{13} \text{ см}^{-3}$. Если бы все электроны вдруг исчезли и остались лишь положительно заряженные ионы, то чему был бы равен потенциал V стенок относительно середины трубки? Опираясь на рассмотрение данной ситуации, объясните явление амбиполярной диффузии.
- 6.16. Предположим, что сечение ударной ионизации представляет собой ступенчатую функцию, которая становится отличной от нуля начиная с энергии, равной энергии ионизации E_i , и имеет постоянное значение σ_i при больших энергиях. Считая, кроме того, что распределение энергий электронов является максвелловским, покажите, что скорость ионизации дается выражением

$$W_i = N_e \sigma_i \left(\frac{8kT_e}{\pi m} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{E_i}{kT_e} \right) \exp \left(-\frac{E_i}{kT_e} \right).$$

- 6.17. Теория амбиполярной диффузии дает следующее соотношение между электронной температурой T_e и произведением pD (сравните с (6.4.22)):

$$\frac{e^x}{x^{1/2}} = 1,2 \cdot 10^7 (CpD)^2,$$

где C — постоянная для данного газа, а $x = (E_i/kT_e)$, где E_i — энергия ионизации газа. Вычислите требуемое значение величины pD для электронной температуры $T_e = 80\,000$ К, используя значения констант, соответствующих гелию: $C = 3,2 \cdot 10^{-4}$ [Торр · мм] $^{-1}$ и $E_i = 24,46$ эВ.

- 6.18. Среднюю длину свободного пробега l электрона можно найти из соотношения $l = 1/N\sigma$, где N — плотность числа атомов, а σ — полное сечение соударений электрона с атомами. Предполагая, что величина σ определяется сечением упругих столкновений σ_{el} и что для атомов He $\sigma_{el} = 5 \cdot 10^{-16}$ см ^{2} , вычислите v_{th} и v_{drift} при энергии электронов $E = 10$ эВ, давлении гелия $p = 1,3$ Торр, температуре $T = 400$ К и напряженности приложенного к разряду электрического поля $\mathcal{E} = 30$ В/см.
- 6.19. Люминесцентная лампа состоит из трубки, содержащей Ar с давлением порядка 3 Торр и каплю Hg, что обеспечивает давление паров ртути порядка ~ 3 мТорр при нормальной рабочей температуре $T = 300$ К. Однако имея в виду параметры разряда предположим, что трубка наполнена только аргоном. Напряжение, которое нужно приложить к концам лампы с длиной трубки 1 м, равно приблизительно 74 В. Полагая, что доля энергии, теряемая электронами при столкновениях, равна $\delta = 1,4 \cdot 10^{-4}$, катодным и анодным падениями напряжения можно пренебречь, упругие столкновения преобладают над всеми остальными столкновительными процессами и $\sigma_{el} = 2 \cdot 10^{-16}$ см ^{2} , вычислите электронную температуру в разряде.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Laporta, V. Magni and O. Svelto, Comparative Study of the Optical Pump Efficiency in Solid-State Lasers, *IEEE J. Quantum Electron.* QE-21, 1211 (1985).
2. C. S. Willett, *An Introduction to Gas Lasers: Population Inversion Mechanisms*, (Pergamon Press, Oxford, 1974).
3. W. Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, Vol. 1, *Springer Series in Optical Sciences*, 4th edition (Springer-Verlag, New York, 1996), Chap. 6, Sec. 6.3.
4. Ref. [3], Chap. 3, Sec. 3.4.
5. P. P. Sorokin and J. R. Lankard, Stimulated Emission Observed by an Organic Dye, Chloro-Aluminum Phtalocyanine, *IBM J. Res. Dev.* 10, 162 (1966).
F. P. Schäfer, F. P. W. Schmidt and J. Volze, Organic Dye Solution Laser, *Appl. Phys. Lett.* 9, 306 (1966).
6. J. Berger, D. F. Welch, D. R. Scifres, W. Streifer and P. S. Cross, High power, High Efficient Neodymium:Yttrium Aluminum Garnet Laser End Pumped by a Laser Diode Array, *Appl. Phys. Lett.* 51, 1212 (1987).
7. W. A. Clarkson and D. C. Hanna, Two-mirror beam-shaping technique for high-power diode-bars, *Opt. Lett.* 21, 375 (1996).

8. R. J. Shine, A. J. Alfrey and R. L. Byer, 40-W cw, TEM_{00} -mode, Diode-Pumped, Nd:YAG Miniature-Slab Laser, *Opt. Lett.* **20**, 459 (1995).
9. D. Golla, M. Bode, S. Knoke, W. Schüne and A. Tünnermann, 62-W cw TEM_{00} Nd:YAG Laser Side-pumped by Fiber-coupled Diode Lasers, *Opt. Lett.* **21**, 210 (1996).
10. G. J. Shultz, Vibrational Excitation of N_2 , CO and H_2 by Electron Impact, *Phys. Rev.* **135A**, 988 (1964).
11. Ref. [2], Sec. 3.2.2.
12. J. J. Lowke, A. V. Phelps and B. W. Irwin, Predicted Electron Transport Coefficients and Operating Characteristics of CO₂-N₂-He Laser Mixtures, *J. Appl. Phys.* **44**, 4664 (1973).
13. Ref. [2], Sec. 3.2.2.
14. C. C. Davis and T. A. King, Gaseous Ion Lasers, in *Advances in Quantum Electronics*, ed. by D. W. Goodwin (Academic Press, New York, 1975), Vol. 3, pp. 170–437.
15. J. T. Verdeyen, *Laser Electronics*, 3rd ed. (Prentice Hall Intern. Englewoods Cliffs, N. J. 1995), Fig. 10.5.
16. T. Y. Fan and R. L. Byer, Diode Laser-Pumped Solid-State Lasers, *IEEE J. Quantum Electr.* **QE-24**, 895–912 (1988).
17. T. Y. Fan, Diode-Pumped Solid-State Lasers, in *Laser Sources and Applications*, (SUSSP Publications and IOP Publications, 1996), pp. 163–193.
18. S. J. Hamlin, J. D. Myers and M. J. Myers, High Repetition Rate Q-Switched Erbium Glass Lasers, *Proc. SPIE* **1419**, 100 (1991).
19. K. Kubodera, K. Otsuka and S. Miyazawa, Stable LiNdP₄O₁₂ Miniature Laser, *Appl. Opt.* **18**, 884 (1979).
20. T. Y. Fan and R. L. Byer, Modeling and CW Operation of a Quasi-Three-Level 946 nm Nd:YAG Laser, *IEEE J. Quantum Electr.* **QE-23**, 605 (1987).

НЕПРЕРЫВНЫЙ РЕЖИМ РАБОТЫ ЛАЗЕРА

7.1. ВВЕДЕНИЕ

В предыдущих главах были рассмотрены характеристики отдельных элементов, составляющих лазер. К ним относятся активная среда лазера, взаимодействие которой с электромагнитной волной было рассмотрено в главах 2 и 3; пассивный оптический резонатор (глава 5) и система накачки (глава 6). В данной главе будут использованы результаты рассмотренных выше глав в целях построения теоретического фундамента, необходимого для описания принципов работы лазера непрерывного действия. Случай нестационарного режима работы лазера будет рассмотрен в главе 8. Теория, излагаемая здесь, использует так называемое приближение скоростных уравнений, когда уравнения, описывающие работу лазера, выводятся из условия баланса между общим числом атомов, претерпевающих переходы, и общим числом рождаемых или аннигилируемых фотонов [1, 2]. Эта теория обеспечивает простое и наглядное описание работы лазера. Более того, она дает достаточно точные результаты для большинства практических задач. При более строгом рассмотрении следует применять либо полуклассический подход (где среда описывается квантовомеханически, а электромагнитное излучение описывается классическим образом, т. е. через уравнения Максвелла), либо полностью квантово-электродинамический подход (где квантуются и среда и излучение). Более подробное описание данного вопроса можно найти в работе [3].

7.2. СКОРОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В этом разделе будут рассмотрены скоростные уравнения для четырехуровневого (рис. 1.4б) и квазитрехуровневого лазера, где низший лазерный уровень является подуровнем основного состояния. Как правило, большинство используе-

мых на практике лазеров принадлежат к этим классам. Например, к четырехуровневым лазерам можно отнести: 1) ионно-кристаллический лазер, такой как неодимовый лазер, включающий множество вариантов исполнения для различных лазерных переходов; лазеры на примесях хрома и титана (за исключением рубина, $\text{Cr}^{3+}:\text{Al}_2\text{O}_3$ — первого лазера, работающего на трехуровневой схеме); 2) газовые лазеры, такие как CO_2 , Ar^+ , He-Ne , He-Cd , лазеры на парах меди, HF и N_2 лазеры. К квазитрехуровневым лазерам можно отнести лазеры на ионах редкоземельных элементов, таких как Yb , Er и Yb:Er , Ho , Tm и Tm:Ho , и опять же Nd (для более коротковолновых переходов), расположенных в различных кристаллах или матрицах из стекла.

7.2.1. ЧЕТЫРЕХУРОВНЕВЫЙ ЛАЗЕР

Рассмотрим идеализированную четырехуровневую схему, в которой предполагается только один уровень или полоса накачки (полоса 3 на рис. 7.1), и имеет место быстрый релаксационный переход с этой полосы на верхний лазерный уровень 2, а также быстрая релаксация с нижнего лазерного уровня 1 на основной уровень. Данное рассмотрение остается в силе, даже если предположить наличие более чем одной полосы или уровня накачки, при условии, что релаксация с этих полос на верхний лазерный уровень оказывается такой же быстрой. В этом случае можно принять следующее приближение для населенностей нижнего лазерного уровня и уровня (уровней) накачки: $N_1 \cong N_3 \cong 0$. Таким образом, мы имеем дело только с двумя населенностями, а именно — населенностью N_2 верхнего лазерного уровня и населенностью N_g основного уровня. Предположим, что в лазере генерируется только одна мода резонатора, и пусть ϕ обозначает общее число фотонов в резонаторе.

Для начала рассмотрим случай *пространственно-независимых* скоростных уравнений, предполагая, что лазер генерирует только на одной моде резонатора и что энергия накачки и плотность энергии моды распределены однородно внутри активной среды. Что касается плотности энергии моды, данное предположение подразумевает однородность поперечного профиля моды, и в этом случае влиянием поведения стоячей волны данной моды можно пренебречь. Собственно говоря, данное утверждение применимо лишь к однонаправленным кольцевым резонаторам с равномерным поперечным профилем луча, где накачка однородно распределена в активной среде, что является весьма частным и упрощенным решением. Тем не менее, этот случай позволяет нам понять основные принципы работы лазера. Ниже, в рамках данной главы, будут рассмотрены особенности, связанные с пространственной зависимостью накачки и распределения моды.

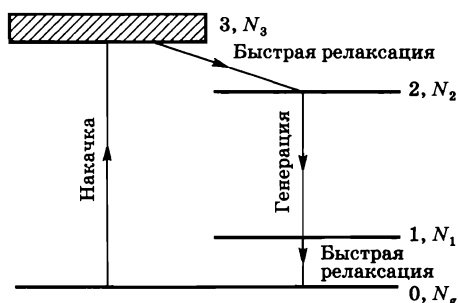


Рис. 7.1
Схема четырехуровневого лазера

Для пространственно-независимого случая можно записать следующие уравнения:

$$(dN_2/dt) = R_p - B\phi N_2 - (N_2/\tau), \quad (7.2.1a)$$

$$(d\phi/dt) = V_a B\phi N_2 - (\phi/\tau_c). \quad (7.2.16)$$

В уравнении (7.2.1a) слагаемое R_p , характеризующее накачку (см. уравнение 1.3.1), выводится из предположения о том, что уменьшение населенности основного уровня происходит незначительно. Точные выражения для скорости накачки R_p были получены в главе 6 для случаев как оптической, так и электрической накачки.

Слагаемое $B\phi N_2$ в уравнении (7.2.1a) соответствует вынужденному излучению. Вероятность вынужденного излучения W , как уже было показано в главах 2 и 3, действительно пропорциональна квадрату напряженности электрического поля электромагнитной волны, и, следовательно, W может быть также пропорциональна величине ϕ . Таким образом, коэффициент B можно рассматривать как вероятность вынужденного перехода на один фотон для одной моды. Величина τ представляет собой время жизни верхнего лазерного уровня, при этом необходимо принимать во внимание как излучательные, так и безызлучательные процессы [см. уравнение (2.6.18)]. Необходимо отметить, что верхний лазерный уровень зачастую состоит из комбинации нескольких сильно связанных подуровней. В этом случае время жизни τ подразумевает эффективное время жизни верхнего уровня, с учетом времени жизни всех подуровней возбужденного состояния с весом, пропорциональным населенности соответствующего подуровня [см. выражение 2.7.19в]. В уравнении (7.2.16) слагаемое $V_a B\phi N_2$ соответствует скорости увеличения числа фотонов вследствие вынужденного излучения и определяется простым уравновешивающим аргументом. По сути, слагаемое $B\phi N_2$ в уравнении (7.2.1a) определяет скорость уменьшения населенности вследствие вынужденного излучения. Поскольку в результате каждого акта вынужденного излучения рождается фотон, скорость увеличения числа фотонов должна определяться как $V_a B\phi N_2$, где V_a — объем, занимаемый модой внутри активной среды. И наконец, слагаемое ϕ/τ_c , где τ_c — время жизни фотона (см. раздел 5.3), учитывает уменьшение числа фотонов, связанное с потерями в резонаторе.

Прежде чем продолжить дальнейшее рассмотрение, следует заметить, что уравнение (7.2.16) не содержит слагаемого, учитывающего спонтанное излучение. И поскольку, как уже отмечалось в главе 1, генерация возникает за счет спонтанного излучения, следует ожидать, что уравнения (7.2.1) не дают правильного описания момента возникновения лазерной генерации. В самом деле, если предположить, что в момент времени $t = 0$ в правой части уравнения (7.2.16) параметр $\phi = 0$, то получим $(d\phi/dt) = 0$, и в этом случае генерация не может возникнуть. Чтобы учесть спонтанное излучение, можно попытаться вновь использовать условие баланса, начав рассмотрение с члена N_2/τ_r , входящего в слагаемое N_2/τ уравнения (7.2.1a), где τ_r — излучательное время жизни уровня 2. Можно затем предположить, что в уравнении (7.2.16) слагаемое, отвечающее за спонтанное излучение, записывается в виде $V_a(N_2/\tau_r)$; однако это было бы неправильно. В действительности, как

было показано в главах 2 и 3, спонтанное излучение охватывает весь частотный диапазон, соответствующий ширине линии усиления лазера, и, таким образом, излучение распространяется в пределах всего телесного угла, равного 4π . Однако в уравнении (7.2.16) член, учитывающий спонтанное излучение, должен включать в себя лишь ту долю этого излучения, которая дает вклад в рассматриваемую моду (т. е. которая излучается в том же угловом направлении и в той же спектральной полосе, что и сама мода). Правильное выражение для этого члена можно вывести только исходя из квантово-механического рассмотрения взаимодействия излучения со средой в резонаторе. Получаемый результат является простым и весьма поучительным [4]: в случае квантово-электродинамического подхода уравнение (7.2.16) преобразуется к виду:

$$(d\phi/dt) = V_a B(\phi + 1) N_2 - (\phi/\tau_c). \quad (7.2.2)$$

Это выглядит так, как если бы мы добавили «дополнительный фотон» к слагаемому, отвечающему за вынужденное излучение. Однако при генерации лазерного излучения (вблизи порога генерации) число фотонов в резонаторе может изменяться от 10^{10} до 10^{16} для непрерывного лазера (см. пример 7.1) и много больше для импульсных лазеров. Таким образом, при дальнейшем анализе мы не будем включать такой дополнительный член, отвечающий за спонтанное излучение, а вместо этого предположим, что в начальный момент времени в резонаторе уже присутствует некоторое небольшое число фотонов ϕ_i , например $\phi_i = 1$, что является достаточным для возникновения лазерной генерации.

Теперь уделим внимание выводу точных выражений для параметра B , который представляет собой коэффициент вынужденного излучения на один фотон в моде и который входит в оба уравнения (7.2.1а,б). Теперь рассмотрим резонатор длиной L , в котором находится активная среда длиной l , с показателем преломления n . Поскольку мы рассматриваем распространение бегущей волны в резонаторе, предположим, что I — интенсивность этой волны в заданной точке резонатора в момент времени $t = 0$. Интенсивность I' , рассмотренная в разделе 1.2, имеет после полного прохода резонатора следующий вид: $I' = I \times R_1 R_2 (1 - L_i)^2 \exp(2\sigma N_2 l)$, где R_1 и R_2 — коэффициенты отражения зеркал, L_i — коэффициент внутренних потерь в резонаторе за один проход; таким образом, величина $(1 - L_i)^2$ представляет собой пропускание резонатора за полный проход, а величина $\exp(2\sigma N_2 l)$ — усиление активной среды за полный проход. Важно отметить, что в случае, если верхний лазерный уровень является вырожденным или состоит из нескольких сильно связанных подуровней, следует использовать эффективное значение сечения перехода, как это уже было показано в разделе 2.7. Запишем выражения для R_1 и R_2 в виде: $R_1 = 1 - a_1 - T_1$ и $R_2 = 1 - a_2 - T_2$, где T_1 и T_2 — коэффициенты пропускания зеркал по мощности, a_1 и a_2 — соответствующие относительные коэффициенты потерь на зеркалах. Тогда изменение интенсивности $\Delta I = I' - I$ за полный проход резонатора запишется в виде:

$$\Delta I = [(1 - a_1 - T_1)(1 - a_2 - T_2)(1 - L_i)^2 \exp(2\sigma N_2 l) - 1] I. \quad (7.2.3)$$

Предположим теперь, что потери на обоих зеркалах одинаковы ($a_1 = a_2 = a$) и столь малы, что можно записать $(1 - a - T_1) \approx (1 - a)(1 - T_1)$ и $(1 - a - T_2) \approx (1 - a)(1 - T_2)$. Тогда выражение (7.2.3), очевидно, преобразуется к виду:

$$\Delta I = [(1 - T_1)(1 - T_2)(1 - a)^2(1 - L_i)\exp(2\sigma N_2 l) - 1]I. \quad (7.2.4)$$

Прежде чем продолжить рассуждение, было бы удобно ввести новые величины γ (см. раздел 1.2), которые могут быть представлены как логарифмические потери за проход, а именно [по аналогии с выражением (1.2.4)]:

$$\gamma_1 = -\ln(1 - T_1), \quad (7.2.5)$$

$$\gamma_2 = -\ln(1 - T_2), \quad (7.2.6)$$

$$\gamma_i = -[\ln(1 - a) + \ln(1 - L_i)]. \quad (7.2.7)$$

Как уже указывалось в разделе 1.2, γ_1 и γ_2 представляют логарифмические потери за проход, обусловленные пропусканием зеркал, а γ_i — внутренние логарифмические потери за проход. Для краткости будем называть γ_1 и γ_2 потерями на зеркалах, а γ_i — внутренними потерями. Запись с помощью логарифмических потерь является более удобной для представления лазерных потерь, в силу экспоненциального характера процесса лазерного усиления. Следует заметить, что для небольших значений пропускания имеем $\gamma = -\ln(1 - T) \approx T$. Более того, для очень маленьких значений a и L_i из уравнения (7.2.7) имеем $\gamma_i \approx a + L_i$, таким образом, величина γ действительно представляет вклады потерь в резонаторе. Нетрудно видеть, что рассмотренное выше приближение справедливо только для малых значений потерь в резонаторе или для малых значений пропускания зеркал. Например, если положить, что $T = 0,1$, то получим $\gamma = 0,104$, т. е. $\gamma \approx T$; тогда как для $T = 0,5$ имеем $\gamma = 0,695$. С помощью выражений, описывающих вклады логарифмических потерь, можно определить полные логарифмические потери γ за проход:

$$\gamma = \gamma_i + [(\gamma_1 + \gamma_2)/2]. \quad (7.2.8)$$

Теперь подставим выражения (7.2.5)–(7.2.8) в (7.2.4) и введем дополнительное условие:

$$[\sigma N_2 l - \gamma] \ll 1. \quad (7.2.9)$$

Далее, раскладывая экспоненциальную функцию в выражении (7.2.4) в степенной ряд, запишем:

$$\Delta I = 2[\sigma N_2 l - \gamma]I. \quad (7.2.10)$$

Разделим теперь обе части этого выражения на интервал времени Δt , за который световая волна совершает полный проход резонатора, т. е. на величину $\Delta t = 2L_e/c$, где L_e — длина оптического пути, определяемая выражением:

$$L_e = L + (n - 1)l. \quad (7.2.11)$$

Если принять приближенно $\Delta I/\Delta t \approx dI/dt$, то получим:

$$\frac{dI}{dt} = \left[\frac{\sigma l c}{L_e} N_2 - \frac{\gamma c}{L_e} \right] I. \quad (7.2.12)$$

Поскольку число фотонов ϕ в резонаторе пропорционально интенсивности I , сравнивая уравнения (7.2.12) с (7.2.16), получаем:

$$B = \frac{\sigma l c}{V_a L_e} = \frac{\sigma c}{V}, \quad (7.2.13)$$

$$\tau_c = \frac{L_e}{\gamma c}, \quad (7.2.14)$$

где величина V называется эффективным объемом моды в резонаторе и определяется как

$$V = (L_e/l)V_a. \quad (7.2.15)$$

Считается, что диаметр моды не зависит от продольной координаты резонатора. Заметим, что формула (7.2.14) обобщает полученное в разделе 5.3 выражение для времени жизни фотона. Следует также заметить, что если верхний лазерный уровень состоит из нескольких сильносвязанных подуровней, и если N_2 представляет собой полную населенность верхнего лазерного уровня, то согласно рассуждениям, приведенным в разделе 2.7.2, сечение перехода σ , входящее в выражение (7.2.13), можно считать как эффективное сечение перехода, то есть реальное сечение, умноженное на долю населенности верхнего подуровня, с которого возникает лазерная генерация.

Для полученных ранее точных выражений для B и τ_c , принимая справедливость рассмотренных выше приближений, уравнения (7.2.1) описывают как установившееся, так и динамическое поведение четырехуровневого лазера. Для простоты введем величину $N \equiv N_2 - N_1 \cong N_2$, описывающую инверсию населенности. Из уравнения (7.2.1) получаем:

$$\frac{dN}{dt} = R_p - B\phi N - \frac{N}{\tau}, \quad (7.2.16a)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \left[BV_a N - \frac{1}{\tau_c} \right] \phi. \quad (7.2.16b)$$

Эти уравнения, совместно с выражениями для B , τ_c и V_a (выражения (7.2.13)–(7.2.15) соответственно), описывают как непрерывный, так и нестационарный режимы работы четырехуровневого лазера.

Прежде чем перейти к дальнейшему рассмотрению, сделаем несколько замечаний применительно к уравнениям (7.2.16). Во-первых, как мы уже указывали вначале, результаты справедливы только для случая, когда энергия накачки и плотность энергии моды распределены однородно внутри активной среды. Данное утверждение приводит к достаточно жестким ограничениям в плане применимости рассматриваемых уравнений. Однако результаты, полученные в рамках этой упрощенной модели, являются весьма полезными для понимания основных принципов работы лазера. Более того, по крайней мере, для непрерывного режима работы лазера гораздо более сложные пространственно-зависимые уравнения приводят к аналогичным результатам, обоснованность которых объясняется путем сравнения с результатами пространственно-независимой модели.

Во-вторых, необходимо отметить, что рассматриваемая здесь модель скоростных уравнений применима лишь в случае одномодовой генерации лазера. Действительно, для n генерирующих мод мы должны записать $2n$ дифференциальных уравнений, как для амплитуды, так и фазы поля рассматриваемых

мод, для того чтобы учесть вклад каждой из них. В самом деле, при определенных условиях синхронизации между фазами различных мод может возникнуть эффект синхронизации мод, рассматриваемый в главе 8, который не может быть описан только в рамках модели скоростных уравнений. Однако когда в лазере генерируется большое число мод, фазы которых могут быть произвольными, можно в первом приближении считать суммарную интенсивность пучка как сумму интенсивностей всех мод. Таким образом, для однородного поперечного профиля накачки необходимо иметь однородный профиль всего пучка, образованный суперпозицией различных генерирующих мод. Следовательно, в случае генерации многих мод с различными продольными распределениями, суммарная плотность энергии не обязательно будет иметь четкую пространственную картину, характерную для стоячей волны. В этом случае ситуация может быть значительно упрощена путем рассмотрения только одного скоростного уравнения для полного числа фотонов ϕ , просуммированного по всем модам; и, таким образом, уравнения (7.2.16) могут все еще быть применимы в приближенной форме.

В-третьих, необходимо отметить, что в выражении (7.2.3) по умолчанию предполагалось, что во время лазерной генерации инверсия населенности не зависит от продольной координаты z . На самом деле, при больших значениях усиления оба встречных пучка в резонаторе показывают сильную зависимость от координаты z , так же как и инверсия населенности. При таких условиях режим работы лазера следует трактовать, основываясь на рассмотрении «проход за проходом», впервые предложенным Ригродом (так называемый анализ Ригрода) [5]. Однако в случае непрерывного лазера, когда можно применить формулу (7.2.9), выражение для выходной мощности, полученное Ригродом, совпадает с полученным здесь результатом, если при этом использовать более простой подход при определении параметра γ . С другой стороны, для импульсного лазера выражение (7.2.9) применимо только при небольших значениях превышения накачки над порогом. В противном случае мы не можем использовать уравнения (7.2.16) и для описания режимов работы лазера должны использовать рассмотрение Ригрода [5].

Четвертое, и возможно наиболее серьезное, замечание касается того, что уравнения (7.2.16) не применимы в случае неоднородно уширенной линии. Для понимания этого момента рассмотрим неоднородно уширенный переход (исключая доплеровский механизм уширения) и предположим, что лазер генерирует на одной частоте. Лазерный пучок взаимодействует только с теми атомами, чьи резонансные частоты совпадают с частотой генерации лазера, и в случае большой интенсивности пучка контур линии усиления при насыщении будет иметь провал на этой частоте (как показано на рис. 2.22 для контура поглощения). Очевидно, что в этом случае исходное выражение (7.2.3), которое мы использовали в качестве отправной точки при анализе лазерного усиления и в котором величина N_2 описывала полную населенность верхнего уровня, больше не является корректным. Ситуация значительно усложняется в случае неоднородного доплеровского уширения, поскольку если лазер генерирует на частоте значительно удаленной от центральной частоты перехода, то пучки, распространяющиеся вправо и влево,

будут взаимодействовать с разными группами атомов или молекул. Особенности неоднородно уширенных переходов для непрерывных лазеров были отдельно рассмотрены Касперсоном [6]; результаты его исследований значительно отличались от результатов, полученных из уравнений (7.2.16).

В рамках ограничений, рассмотренных в предыдущих разделах, при описании режимов работы лазера следует считать уравнения (7.2.16) корректными в первом порядке приближения. После чего необходимо решать эти уравнения, учитывая соответствующие условия и ограничения, определяемые той или иной задачей. Таким образом, для описания режимов работы непрерывного лазера, в рамках данного раздела, приравняем нулю производные по времени в уравнениях (7.2.16). Для описания переходных или динамических режимов работы лазера необходимо принять условие $R_p = R_p(t)$, а также определить начальные условия. Например, если накачка осуществляется с момента времени $t = 0$, то начальные условия имеют вид $N(0) = 0$ и $\phi(0) = \phi_i$, где ϕ_i — минимальное начальное число фотонов в резонаторе, необходимых для инициации спонтанного излучения (например, $\phi_i = 1$). Данный вопрос будет рассмотрен более подробно в следующей главе. Для обоих режимов работы, как непрерывного, так и динамического, величины ϕ или $\phi(t)$ известны; таким образом, можно здесь рассчитать мощность излучения на выходе одного из зеркал резонатора. Действительно, исходя из выражений (7.2.14) и (7.2.8) можно записать следующее:

$$\frac{1}{\tau_c} = \frac{\gamma_i c}{L_e} + \frac{\gamma_1 c}{2L_e} + \frac{\gamma_2 c}{2L_e}. \quad (7.2.17)$$

Если теперь подставить это выражение в правую часть уравнения (7.2.16б), нетрудно видеть, что слагаемое $(\gamma_2 c / 2L_e)\phi$ определяет коэффициент потерь фотонов в резонаторе при прохождении излучения через зеркало 2. Таким образом, имеем:

$$P_{out} = \left(\frac{\gamma_2 c}{2L_e} \right) (h\nu)\phi. \quad (7.2.18)$$

В конечном итоге, решение уравнений (7.2.16) позволяет не только рассчитать режим работы лазера, но и определить, используя выражение (7.2.18), такой важный параметр, как выходную мощность. Если выходная мощность известна, выражение (7.2.18) может быть использовано для определения общего числа фотонов в резонаторе, как это показано в примере 7.1.

Пример 7.1. Вычисление числа фотонов в резонаторе для случая непрерывного лазера. В качестве первого примера рассмотрим маломощный He-Ne лазер с длиной трубки 50 см, генерирующий на длине волны 630 нм, выходная мощность излучения 10 мВт. Для такого лазера с низким усилением можно взять коэффициент пропускания выходного зеркала $T_2 = 1\%$, так что $\gamma_2 = -\ln(1 - T_2) \approx 0,01$. Из уравнения (7.2.18) получаем число фотонов $\phi \approx 1,06 \cdot 10^{10}$. В качестве второго примера рассмотрим мощный (10 кВт) CO₂ лазер, с большим коэффициентом усиления, генерирующий на длине волны 10,6 мкм. Возьмем резонатор длиной $L_e = 150$ см и коэффициент пропускания выходного зеркала для такого лазера $T_2 = 45\%$. В этом случае получаем $\gamma_2 = -\ln(1 - T_2) \approx 0,598$ и из выражения (7.2.18) находим $\phi \approx 0,9 \cdot 10^{16}$.

7.2.2. КВАЗИТРЕХУРОВНЕВЫЙ ЛАЗЕР

В квазитрехуровневом лазере нижний лазерный уровень (уровень 1 на рис. 7.2) является подуровнем основного состояния, и предполагается, что все подуровни основного состояния являются сильносвязанными и, следовательно, находятся в тепловом равновесии. Подобным образом верхний лазерный уровень 2 может являться подуровнем верхнего состояния, где все подуровни, как предполагается, также находятся в тепловом равновесии. В этом случае обозначим через N_1 и N_2 населенность основного состояния и населенность всех подуровней верхнего состояния соответственно. Предположим опять, что

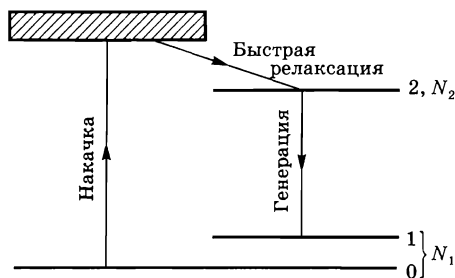


Рис. 7.2
Схема квазитрехуровневого лазера

релаксация с уровня (или уровней) накачки на подуровни верхнего состояния осуществляется очень быстро, и, таким образом, мы имеем дело только с населенностями N_1 и N_2 (идеальная квазитрехуровневая схема). Теперь обозначим уровень 0 как низший подуровень основного состояния и предположим, что разница в энергиях между подуровнями 1 и 0 сравнима с величиной kT . Тогда нижний лазерный уровень будет иметь неко-

торую долю населенности N_1 основного состояния (см. раздел 2.7.2); что является результатом поглощения генерируемых фотонов.

Следуя рассуждениям раздела 2.7.2, запишем скоростные уравнения для подуровней верхнего и нижнего лазерного состояний, используя обозначения для полных населенностей N_1 и N_2 . При этом скоростные уравнения для квазитрехуровневого лазера можно записать почти так же, как и в случае четырехуровневого лазера, принимая во внимание тот факт, что теперь имеют место как поглощение, так и вынужденное излучение генерируемых фотонов. Таким образом, запишем:

$$N_1 + N_2 = Nt, \quad (7.2.19a)$$

$$(dN_2/dt) = R_p - \phi(B_e N_2 - B_a N_1) - (N_2/\tau), \quad (7.2.19b)$$

$$(d\phi/dt) = V_a \phi(B_e N_2 - B_a N_1) - (\phi/\tau_c), \quad (7.2.19c)$$

где τ опять обозначает эффективное время жизни уровня 2, и величины B_e и B_a в данном случае описываются выражениями:

$$B_e = \sigma_e c/V, \quad (7.2.20a)$$

$$B_a = \sigma_a c/V, \quad (7.2.20b)$$

где σ_e и σ_a — эффективные сечения переходов для вынужденного излучения и поглощения соответственно (см. раздел 2.7.2). Далее, подставляя выражения (7.2.20) в уравнения (7.2.19), получаем:

$$N_1 + N_2 = Nt, \quad (7.2.21a)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = R_p - \frac{\sigma_e c}{V} \phi(N_2 - fN_1) - \frac{N_2}{\tau}, \quad (7.2.21b)$$

$$\frac{dq}{dt} = \left[\frac{V_a \sigma_e c}{V} (N_2 - f N_1) - \frac{1}{\tau_c} \right] \phi, \quad (7.2.21в)$$

где

$$f = \sigma_a / \sigma_e. \quad (7.2.22)$$

Из уравнений (7.2.21б, в) можно теперь определить инверсию населенностей N как

$$N = N_2 - f N_1. \quad (7.2.23)$$

Используя уравнение (7.2.21а) и выражение (7.2.23), можно выразить N_1 и N_2 через значения N и N_1 . Уравнения (7.2.21) можно затем преобразовать в два уравнения для переменных ϕ и N . После некоторых несложных преобразований получаем:

$$\frac{dN}{dt} = R_p(1+f) - \frac{(\sigma_e + \sigma_a)c}{V} \phi N - \frac{f N_1 + N}{\tau}, \quad (7.2.24а)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \left[\frac{V_a \sigma_e c}{V} N - \frac{1}{\tau_c} \right] \phi. \quad (7.2.24б)$$

В рамках ограничений, введенных для уравнений (7.2.16), уравнения (7.2.24) описывают статический и динамический режимы работы квазитрехуровневого лазера.¹ В случае переходного режима работы лазера, если накачка начинается с момента времени $t = 0$, уравнения (7.2.24) должны решаться с начальными условиями $N(0) = -f N_1$ и $\phi(0) = \phi_I \approx 1$. Необходимо отметить, что скоростные уравнения (7.2.16б) для четырехуровневого и (7.2.24б) для квазитрехуровневого лазера имеют одинаковый вид, тогда как скоростные уравнения для инверсии населенности несколько отличаются. В частности, величина $(\sigma_e + \sigma_a)/\sigma_e$, описывающая вынужденное излучение, оказывается больше, чем для четырехуровневого лазера. Для объяснения этого факта рассмотрим единичный объем $V_a = 1$ и предположим, что в этом объеме за промежуток времени Δt в результате вынужденного процесса рождается один фотон. Согласно уравнению (7.2.24б) это подразумевает, что $(\sigma_e c N \phi / V) \Delta t = 1$. Учитывая этот результат, из уравнения (7.2.24а) можно видеть, что инверсия N уменьшается на величину $\Delta N = [(\sigma_e + \sigma_a) c N \phi / V] \Delta t = (\sigma_e + \sigma_a) / \sigma_e$. Запись $\Delta N > 1$ подразумевает, что вследствие вынужденных процессов величина N_2 уменьшается на единицу, тогда как N_1 увеличивается на единицу. Согласно выражению (7.2.23), уменьшение значения N должно быть, на самом деле, больше, чем на единицу. С другой стороны, для четырехуровневого лазера при излучении одного фотона населенность N_2 уменьшается на единицу, тогда как населенность N_1 остается практически неизменной (т. е. равной нулю, благодаря быстрой релаксации $1 \rightarrow 0$). Таким образом, в данном случае инверсия N становится равной единице. Необходимо также отметить, что в случае, когда значения σ_a и, следовательно, f стремятся к нулю, уравнения (7.2.24) сводятся к уравнениям (7.2.16).

¹ Поскольку схема квазитрехуровневого лазера является приближенной схемой трехуровневого лазера, предположение о том, что населенность основного состояния изменяется незначительно в процессе накачки, является, в конечном счете, необоснованным, и, таким образом, скорость накачки R_p не может считаться постоянной.

Таким образом, в рамках модели пространственно-независимых скоростных уравнений, уравнения (7.2.24) представляют собой конечный результат вычислений для схемы квазитрехуровневого лазера. Для обоих случаев, как для непрерывного, так и для динамического режимов работы лазера, решение этих уравнений с соответствующими граничными условиями позволяют определить параметры N и ϕ ; при этом выходную мощность излучения, например на выходе зеркала 2, можно получить из выражения (7.2.18).

7.3. ПОРОГОВЫЕ УСЛОВИЯ И ВЫХОДНАЯ МОЩНОСТЬ: ЧЕТЫРЕХУРОВНЕВЫЙ ЛАЗЕР

В данном разделе будут изучены пороговые условия и выходная мощность четырехуровневого лазера для случая непрерывного режима работы, когда скорость накачки R_p не зависит от времени. Вначале будет рассмотрена модель пространственно-независимых скоростных уравнений, которые были описаны в предыдущих разделах. Далее в качестве сравнения будут рассмотрены результаты, полученные в рамках пространственно-зависимой модели.

7.3.1. ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕЗАВИСИМАЯ МОДЕЛЬ

В разделе 7.2 были рассмотрены скоростные уравнения для четырехуровневой схемы лазера, предполагалось, что время жизни нижнего лазерного уровня является очень коротким. Прежде чем приступить к подробному рассмотрению непрерывного режима работы лазера в рамках таких допущений, следует определить необходимое условие для возникновения непрерывной генерации, когда время жизни τ_1 нижнего лазерного уровня является ограниченной величиной. Прежде чем это сделать, отметим, что стационарная населенность уровня 1 должна определяться условием баланса населенностей для фотонов, приходящих на уровень 1 и уходящих с него. Таким образом, при отсутствии генерации можно записать $(N_1/\tau_1) = (N_2/\tau_{21})$, где τ_{21} — время жизни перехода $2 \rightarrow 1$. Если теперь для простоты рассмотреть случай с двумя отдельными, равно вырожденными уровнями, то для возникновения генерации необходимо потребовать, чтобы $N_2 > N_1$. Согласно предыдущему выражению это означает, что

$$\tau_1 < \tau_{21}. \quad (7.3.1)$$

Если данное неравенство не выполняется, то работа лазера возможна в импульсном режиме лишь при условии, что длительность импульса накачки не превышает времени жизни верхнего уровня. Возникнув, лазерная генерация будет продолжаться до тех пор, пока число атомов, накопившихся на нижнем уровне (в результате вынужденного излучения), не станет достаточным для снятия инверсии населенностей. Поэтому такие лазеры называются *лазерами на самоограниченных переходах*. С другой стороны, если выражение (7.3.1) справедливо и величина R_p постоянна и достаточно велика, то, в

конечном счете будет выполнено условие стационарной генерации. Теперь можно проанализировать это условие в предположении, что $\tau_1 \ll \tau_{21}$, так чтобы были применимы уравнения (7.2.16).

Рассмотрим вначале *пороговое условие* генерации лазера. Предположим, что в момент времени $t = 0$ в резонаторе вследствие спонтанного испускания присутствует некоторое небольшое число фотонов ϕ_i (например, $\phi_i = 1$). При этом из уравнения (7.2.166) видно, что для выполнения неравенства $(d\phi/dt) > 0$, должно выполняться условие $(BV_a N) > 1/\tau_c$. Следовательно, генерация возникает в том случае, когда инверсия населенностей N достигнет критического значения N_c , определяемого выражением (см. также раздел 1.2):

$$N_c = (1/BV_a \tau_c) = (\gamma/\sigma l), \quad (7.3.2),$$

при выводе которого использовались выражения (7.2.13) и (7.2.14). Соответствующее значение для критической скорости накачки R_p выводится из уравнения (7.2.16а), полагая $(dN/dt) = 0$, что соответствует устойчивому состоянию, а также полагая $N = N_c$ и $\phi = 0$. Таким образом, можно видеть, что критическая скорость накачки соответствует ситуации, когда скорость R_{cp} накачки уравнивает скорость N_c/τ спонтанного перехода с уровня 2, т. е.

$$R_{cp} = N_c/\tau = (\gamma/\sigma l \tau), \quad (7.3.3)$$

где было использовано выражение (7.3.2).

Если $R_p > R_{cp}$, то число фотонов ϕ будет возрастать от исходного значения, определяемого спонтанным излучением, и если R_p не зависит от времени, то число фотонов, в конечном счете, достигнет некоторого стационарного значения ϕ_0 . Это значение, а также соответствующее стационарное значение инверсии N_0 , выводятся из уравнения (7.2.16), если положить в них $(dN/dt) = (d\phi/dt) = 0$. Таким образом, имеем:

$$N_0 = (1/BV_a \tau_c) = (\gamma/\sigma l), \quad (7.3.4a)$$

$$\phi_0 = V_a \tau_c [R_p - (N_0/\tau)]. \quad (7.3.4b)$$

Следует отметить, что соотношение (7.3.4b) было получено из выражений (7.3.4a), (7.2.14) и (7.2.15).

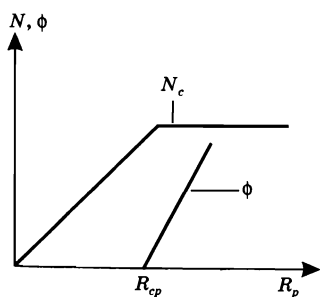


Рис. 7.3
Качественная зависимость инверсии населенностей N и полного числа фотонов ϕ в резонаторе от скорости накачки R_p

Выражения (7.3.4) описывают непрерывный режим работы четырехуровневого лазера. Рассмотрим их более детально. Сравнивая выражения (7.3.4a) и (7.3.2), можно видеть, что равенство $N_0 = N_c$ выполняется даже когда $R_p > R_{cp}$, т. е. инверсия в условиях стационарного состояния всегда равна критической или пороговой инверсии. Для лучшего понимания данного результата рассмотрим на рис. 7.3 график зависимости величин N и ϕ от скорости накачки R_p . Если $R_p < R_{cp}$, то $\phi = 0$ и инверсия N возрастает линейно с ростом R_p . При $R_p = R_{cp}$ все еще имеем $N = N_c$ и $\phi = 0$. Если теперь R_p превышает R_{cp} , то, как видно из выражения (7.3.4), инверсия населенностей N_0

остается постоянной и равна критической, тогда как ϕ_0 линейно возрастает с ростом R_p . Иными словами, когда скорость накачки оказывается выше пороговой, в резонаторе лазера увеличивается число фотонов (т. е. электромагнитная энергия, запасенная в резонаторе); когда скорость накачки не превышает пороговую, растет только инверсия населенностей (т. е. энергия, запасенная в активной среде).

Теперь можно переписать выражение (7.3.4б) в более простой форме, вынося член $(N_0/\tau) = (N_c/\tau) = R_{cp}$ за квадратные скобки. Таким образом:

$$\phi_0 = (V_a N_0) \frac{\tau_c}{\tau} (x - 1), \quad (7.3.5)$$

где

$$x = R_p / R_{cp} \quad (7.3.6)$$

представляет собой относительное превышение скорости накачки. Нетрудно заметить, что как для оптической, так и для электрической накачки можно записать следующее:

$$x = P_p / P_{th}, \quad (7.3.7)$$

где P_p — мощность накачки, а P_{th} — ее пороговое значение. Подставляя выражения (7.3.7) и (7.3.4а) в уравнение (7.3.5) можно получить более удобную запись:

$$\phi_0 = \frac{A_b \gamma \tau_c}{\sigma \tau} \left[\frac{P_p}{P_{th}} - 1 \right], \quad (7.3.8)$$

где $A_b = (V_a/l)$ — поперечное сечение моды (область пучка), которое, как предполагается, должно быть меньше или равно поперечному сечению $A = (V/l)$ активной среды.

Запишем теперь выражение для выходной мощности. Используя выражения (7.2.18) и (7.3.8), получаем:

$$P_{out} = (A_b I_s) \left(\frac{\gamma_2}{2} \right) \left[\frac{P_p}{P_{th}} - 1 \right], \quad (7.3.9)$$

где $I_s = h\nu/\sigma\tau$ — интенсивность насыщения усиления для четырехуровневой системы [см. выражение (2.8.24)]. Это выражение согласуется с тем, которое получил Ригрод [5] в своем анализе «проход за проходом» для случая, когда зеркало 1 имеет стопроцентное отражение. Поскольку кривая зависимости P_{out} от P_p имеет вид прямой линии, пересекающей ось P_p в точке $P_p = P_{th}$, можно определить дифференциальный КПД лазера как

$$\eta_s = dP_{out}/dP_p, \quad (7.3.10)$$

где η_s — величина, которая оказывается постоянной для заданной лазерной схемы.

С помощью предыдущего выражения, а также уравнений, полученных в главе 6, можно получить весьма полезное и наглядное выражение для параметра η_s . Подставляя вначале P_{out} из формулы (7.3.9) в выражение (7.3.10), запишем:

$$\eta_s = \frac{A_b h\nu \gamma_2}{\sigma\tau} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{P_{th}}. \quad (7.3.11)$$

Как для оптической, так и для электрической накачки подстановка выражения (6.2.6) или (6.4.26) в формулу (7.3.3) дает следующее соотношение:

$$P_{th} = \frac{\gamma}{\eta_p} \left(\frac{h\nu_{mp}}{\tau} \right) \left(\frac{A}{\sigma} \right), \quad (7.3.12)$$

где, как уже оговаривалось, ν_{mp} определяет разницу в частотах между верхним лазерным уровнем и основным состоянием; и A представляет собой площадь поперечного сечения активной среды. Из выражений (7.3.11) и (7.3.12) получаем:

$$\eta_s = \eta_p \left(\frac{\gamma_2}{2\gamma} \right) \left(\frac{h\nu}{h\nu_{mp}} \right) \left(\frac{A_b}{A} \right). \quad (7.3.13)$$

Таким образом, можно записать:

$$\eta_s = \eta_p \eta_c \eta_q \eta_t, \quad (7.3.14)$$

где: 1) η_p — эффективность накачки; 2) $\eta_c = \gamma_2/2\gamma$ — доля фотонов, сгенерированных на выходе резонатора (или, другими словами, эффективность *связи на выходе резонатора*). Здесь следует отметить, что в любом случае $\eta_c < 1$, причем единица достигается при $\gamma_1 = \gamma_i = 0$; 3) $\eta_q = h\nu/h\nu_{mp}$ — доля минимальной энергии накачки, которая преобразуется в лазерную энергию (ее можно также обозначить как *квантовую эффективность лазера*); 4) $\eta_t = A_b/A$ определяет часть площади поперечного сечения активной среды, которая заполняется лазерным пучком (другими словами этот параметр можно назвать *коэффициентом заполнения сечения активной среды* или эффективностью сечения). Следует отметить, что в данном случае накачка считается однородной.

Пример 7.2. Непрерывный режим работы мощного Nd:YAG лазера с оптической накачкой. Рассмотрим лазерную систему, изображенную на рис. 7.4. Стержень из Nd:YAG длиной 7,5 см и диаметром 6,35 мм (концентрация Nd составляет 1%) накачивается излучением криптоновой лампы высокого давления, помещенной вместе со стержнем в эллиптический осветитель. Резонатор лазера состоит из двух плоских зеркал, расположенных на расстоянии 50 см друг от друга. Коэффициент отражения первого зеркала составляет $R_1 = 100\%$, а выходного зеркала $R_2 = 85\%$. Зависимость мощности P_{out} на выходе зеркала 2 (в многомодовом режиме) от мощности электрической накачки P_p , подводимой к криптоновой лампе, показана на рис. 7.5, [7]. Следует отметить, что речь идет о мощном непрерывном Nd:YAG лазере, выходная мощность которого превышает 200 Вт. Поскольку данный лазер генерирует на многих продольных и поперечных

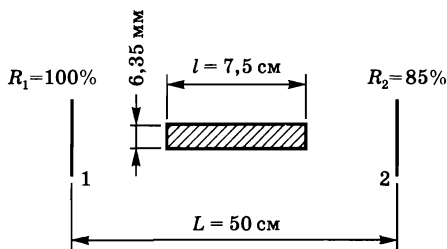


Рис. 7.4
Возможная схема резонатора непрерывного Nd:YAG лазера с оптической накачкой

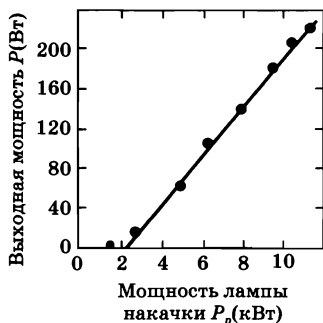


Рис. 7.5
Зависимость выходной мощности непрерывного излучения от входной мощности лампы накачки в мощном Nd:YAG лазере (согласно работе Коэзнера [7])

модах, то согласно рассуждениям, приведенным в разделе 7.2.1, было бы обосновано сравнить экспериментальные результаты с теоретическими расчетами, проводимыми в рамках рассмотренной пространственно-независимой модели скоростных уравнений. Действительно, в случае, когда входная мощность превышает пороговую, за исключением значений вблизи порога, экспериментальная кривая на рис. 7.5 демонстрирует линейную зависимость выходной мощности от входной, как это и следовало из выражения (7.3.9). Экстраполируя линейный участок данной кривой, можно определить пороговую мощность $P_{th} = 2,2$ кВт. Таким образом, после превышения накачки над порогом зависимость выходной мощности может быть представлена следующим приближенным выражением:

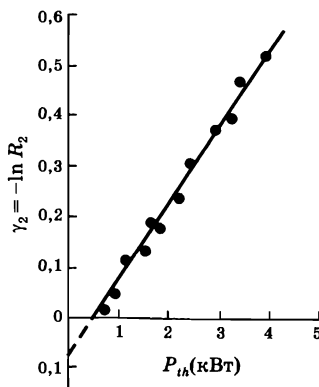
$$P_{out} = 53[(P_p/P_{th} - 1)], \quad (7.3.15)$$

где P_{out} выражена в ваттах. Значение дифференциальной эффективности может быть легко найдено из выражения (7.3.15): $\eta_s = (dP_{out}/dP_p) = 53/P_{th} = 2,4\%$. Сравним выражения (7.3.15) и (7.3.9), принимая во внимание (как уже обсуждалось в примере 2.10), что эффективное сечение перехода для длины волны $\lambda = 1,06$ мкм (в материале Nd:YAG), а также время жизни верхнего уровня такого перехода составляют $\sigma = 2,8 \cdot 10^{-19}$ см² и $\tau = 230$ мкс соответственно. Энергия фотона с такой длиной волны равна $h\nu = 3,973 \cdot 10^{-19} \times (0,5/1,06) = 1,87 \cdot 10^{-19}$ Дж, где значение $3,973 \cdot 10^{-19}$ Дж есть энергия фотона с длиной волны 0,5 мкм (см. приложение 3). Далее находим значение насыщения интенсивности линии $I_s = h\nu/\sigma\tau = 2,9$ кВт/см². Теперь можно принять $R_2 = (1 - a_2 - T_2) \approx (1 - T_2)$, поскольку для зеркал с очень хорошим качеством напыления поглощение a_2 может составлять менее 0,1%. Далее имеем $\gamma_2 = -\ln R_2 = 0,162$. Сравнивая выражения (7.3.15) и (7.3.9), получаем значение $A_b \approx 0,23$ см², которое можно сравнить с поперечным сечением стержня $A \approx 0,317$ см². Для того чтобы сравнить значения дифференциального КПД и пороговой мощности, полученные путем экстраполяции, с результатами теоретических расчетов, необходимо знать величину γ , точнее γ_i . Поскольку $\gamma_1 = 0$, выражение (7.3.12) с помощью (7.2.8) можно переписать в виде:

$$\frac{-\ln R_2}{2} + \gamma_i = \eta_p \left(\frac{\sigma}{A} \right) \left(\frac{P_{th} \tau}{h\nu_{mp}} \right). \quad (7.3.16)$$

Следовательно, если провести несколько измерений пороговой мощности накачки при различных коэффициентах отражения R_2 , то должна получиться линейная зависимость величины $\gamma_2 = -\ln R_2$ от P_{th} . Именно такая

Рис. 7.6
Пороговая мощность накачки
как функция коэффициента
отражения зеркала (согласно
работе Коэзнера [8])



зависимость и наблюдается экспериментально, как это видно из рис. 7.6. Экстраполяция этого отрезка прямой на ось γ_2 дает, в соответствии с выражением (7.3.16), величину внутренних потерь (анализ Финдли и Клэя [9]). Таким образом, из рис. 7.6 получаем значение $\gamma_i \approx 0,038$ и, следовательно, полные потери $\gamma = (\gamma_2/2) + \gamma_i \approx 0,12$.

Поскольку полные потери известны, можно, используя выражение (7.3.14), сравнить измеренное значение дифференциального КПД, $\eta_s = 2,4\%$, с теоретическими результатами. Выбираем $\eta_c = \gamma_2/2\gamma \approx 0,68$. Также выбираем $\eta_q = \lambda_{mp}/\lambda = 0,89$, где $\lambda_{mp} = 0,94$ мкм — длина волны, соответствующая переходу с верхнего лазерного уровня в основное состояние для Nd:YAG лазера (см. рис. 2.15). Согласно предыдущим вычислениям, $\eta_t = A_b/A \approx 0,72$. Из выражения (7.3.14) получаем $\eta_p = 5,5\%$, что вполне соответствует эффективности накачки для криптоновой лампы (см. также табл. 6.1). Рассчитываемое значение P_{th} может быть теперь легко получено из выражения (7.3.12), принимая во внимание, что $h\nu_{mp} \approx 2,11 \cdot 10^{-19}$ Дж. Исходя из этого, получаем $P_{th} \approx 2,26$ кВт, что достаточно хорошо согласуется с экспериментальными данными. Зная полные потери, можно также вычислить пороговую инверсию населенностей. Из выражения (7.3.2) находим $N_c = 5,7 \cdot 10^{16}$ ионов/см³. При доле примеси 1% общая концентрация атомов Nd составляет $N_t = 1,38 \cdot 10^{20}$ ионов/см³. Таким образом, $N_c/N_t = 4,1 \cdot 10^{-4}$, т. е. действительно инверсия населенностей составляет лишь очень небольшую долю полной населенности.

Пример 7.3. Непрерывный режим работы мощного CO₂ лазера. Рассмотрим лазерную систему, изображенную схематично на рис. 7.7, которая включает в себя неустойчивый резонатор положительной ветви, что обеспечивает большой объем моды и, следовательно, высокую выходную мощность. Длина резонатора составляет $L = 175$ см, а длина активной среды $l = 140$ см. Активная среда состоит из газовой смеси CO₂:N₂:He с соотношением парциального давления 1:1:8 и полным давлением 100 Торр. Для эффективного охлаждения газовая смесь прогоняется поперек оси резонатора. Как показано на рисунке, возбуждение газа осуществляется постоянным электрическим разрядом между двумя плоскими электродами (поперечный разряд, см. также рис. 6.19б). На рис. 7.8 представлена типичная зависимость выходной мощности лазера P_{out} от входной мощности P_p , подводимой

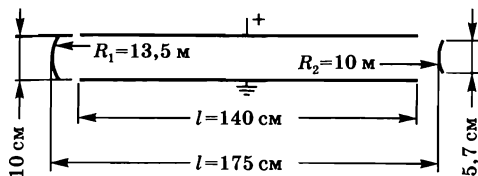


Рис. 7.7
Возможная схема резонатора
мощного непрерывного
СО₂ лазера

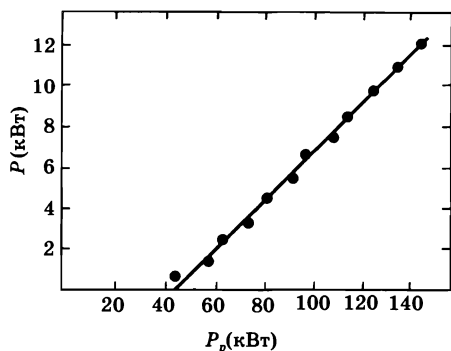


Рис. 7.8
Зависимость выходной
мощности P от мощности P_p ,
подводимой к электрическому
разряду, для мощного
непрерывного СО₂ лазера

к электрическому разряду [10]. Экспериментальные точки на графике можно аппроксимировать выражением:

$$P_{out} = 6,66[(P_p/P_{th}) - 1], \quad (7.3.17)$$

где величина P_{out} дается в киловаттах, а P_{th} — пороговая мощность накачки, полученная путем экстраполяции ($P_{th} \approx 44$ кВт).

При давлении 100 Торр уширение линии генерации в СО₂ лазере обусловлено преимущественно столкновительными процессами. Полагая, что температура газа составляет $T = 400$ К, получаем $\Delta\nu_c \approx 430$ МГц (см. пример 3.3), тогда как доплеровское уширение дает ~ 50 МГц (см. пример 3.2). Для заданной длины резонатора разность частот между двумя соседними продольными модами составляет $\Delta\nu = c/2L = 107$ МГц, и при значительном превышении накачки над порогом в резонаторе могут генерироваться несколько продольных мод. Кроме того, в генерации могут участвовать и несколько поперечных мод. Действительно, число Френеля (см. раздел 5.6.2) в данном случае оказывается достаточно большим ($N_{eq} = 7,4$), и, как ожидается, потери нескольких поперечных мод сравнимы по величине (см. рис. 5.21). Следовательно, поперечный профиль пучка внутри резонатора можно считать достаточно однородным. Таким образом, имеет место случай, когда описанная ранее модель скоростных уравнений дает достаточно хорошее приближение; и поскольку СО₂ лазер работает по четырехуровневой схеме, можно сравнить выражения (7.3.17) и (7.3.9). Для этого необходимо знать пропускание T_2 выходного зеркала. Поскольку поперечный профиль пучка считается достаточно однородным, будем использовать приближение геометрической оптики. Значение T_2 , которое соответствует потерям за полный (двукратный) проход в неустойчивом резонаторе, определяется выражением $T_2 = (M^2 - 1)/M^2 = 0,45$ (см. выражение (5.6.5)). Здесь величина M представляет собой увеличение за полный проход резонатора и задается выражением $M = R_1/|R_2| = 1,35$, где R_1 и R_2 — радиусы кривизны соответствующих зеркал ($R_2 < 0$, т. к. зеркало 2 является вогнутым). Срав-

нивая выражения (7.3.17) и (7.3.9) и используя соотношение $\gamma_2 = -\ln(1 - T_2) \approx 0,6$, получаем $A_b I_s = 22,3$ кВт. Диаметр пучка в резонаторе (см. также рис. 5.18б) составляет $D = 2Ma_2 \approx 7,6$ см, где $2a_2 = 5,7$ см — диаметр выходного зеркала (см. рис. 7.7). Таким образом, получаем $A_b = \pi D^2/4 \approx 45$ см² и $I_s \approx 500$ Вт/см². Данное значение хорошо согласуется с теоретическими оценками интенсивности насыщения линии для СО₂ лазера такого типа [11].

Используя данные, приведенные на рис. 7.8, вычислим теперь коэффициент усиления g активной среды до момента насыщения (т. е. когда лазерная генерация еще не началась) при входной мощности накачки $P \approx 140$ кВт. Действительно, имеем:

$$g = N_2 \sigma = \frac{P_p}{P_{th}} N_{20} \sigma = \frac{P_p}{P_{th}} \cdot \frac{\gamma}{l}, \quad (7.3.18)$$

где N_2 — населенность верхнего уровня до момента насыщения при $P_p = 140$ кВт, а N_{20} — населенность этого уровня при $P = P_{th}$. Следует отметить, что выражение (7.3.4а) использовалось для N_{20} , так что коэффициент усиления насыщения $g_0 = N_{20} \sigma$ имеет вид $g_0 = \gamma/l$. Для того чтобы рассчитать g_0 , необходимо знать потери резонатора γ за один проход. Предположим, что потери на зеркале за счет поглощения и рассеяния составляют 2%. На самом деле, для мощной лазерной генерации на длине волны 10,6 мкм полированные и охлаждаемые водой зеркала, изготовленные из меди, обеспечивают существенно более высокие потери, чем многослойные диэлектрические зеркала. Далее, имеем $\gamma_i \approx 0,02$, и поскольку $\gamma_1 = 0$, $\gamma_2 = 0,6$, получаем $\gamma \approx 0,32$. Подстановка этого значения в выражение (7.3.18) дает значение $g_0 = 6,3 \cdot 10^{-3}$ см⁻¹. Коэффициент усиления до момента насыщения может быть легко получен экспериментально путем измерения коэффициента усиления активной среды при снятых зеркалах резонатора. Измеренные значения коэффициента усиления для такого типа лазерной системы достаточно хорошо согласуется с теоретическими оценками, полученными здесь [12].

Сравним теперь экспериментальное значение дифференциального КПД, полученного из рис. 7.8, с расчетными оценками. Положим $\eta_p \approx 0,8$ (см. рис. 6.28), $\eta_c = \gamma_2/2\gamma = 0,94$, $\eta_i \approx 1$ и $\eta_q = h\nu/h\nu_{mp} = 0,4$ (см. схему энергетических уровней СО₂ лазера, глава 10). Из выражения (7.3.14) получаем $\eta_s \approx 0,3$, что значительно превышает значение, полученное экспериментально из рис. 7.8 ($\eta_s \approx 0,21$). Это расхождение можно объяснить как минимум двумя различными обстоятельствами:

1. Коэффициент заполнения η_i может быть заметно меньше единицы. Возможно, если бы в данной задаче значение η_i было взято из предыдущего примера, $\eta_i = 0,73$, то теоретический результат практически бы полностью совпал с экспериментальными данными.

2. Данные на рис. 7.7 относятся к системе, работающей частично по замкнутому циклу, и в этом случае продукты электрического разряда (большой частью СО и О₂) имеют склонность накапливаться в газовой смеси и уменьшать тем самым КПД накачки ниже теоретического значения 80%. В действительности для большинства используемых СО₂ лазеров крайне редко достигается значение дифференциального КПД больше, чем ~20%.

Рассмотренный пример позволяет наглядно понять механизм уменьшения дифференциального КПД от его предельного теоретического значения, ограниченного сверху квантовой эффективностью или квантовым выходом ($\eta_q = 40\%$).

7.3.2. ПРОСТРАНСТВЕННО-ЗАВИСИМАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим случай, когда распределение моды в резонаторе и скорость накачки являются пространственно зависимыми. В данном случае инверсия населенностей оказывается также пространственно зависимой и, таким образом, скоростные уравнения становятся более сложными. Таким образом, в данном разделе будут рассмотрены наиболее важные результаты, а более детальное их описание можно найти в приложении Д. Предположим, что распределение поля в резонаторе обладает цилиндрической симметрией, и пусть величина u обозначает амплитуду поля заданной моды, нормированную на ее максимальное значение. Для простоты представим, что величина u не зависит от продольной координаты z резонатора, тогда как скорость накачки будем считать зависящей как от радиальной, так и от продольной координаты, т. е. $R_p = R_p(r, z)$.

Поскольку здесь рассматриваются пороговые условия, в приложении Д будет показано, что выражение (7.3.2) рассматривается для среднего значения инверсии N , т. е.:

$$\langle N \rangle_c = (\gamma / \sigma l), \quad (7.3.19)$$

где усреднение ведется по распределению квадрата амплитуды поля [см. также выражение (6.3.17)], а именно:

$$\langle N \rangle = \left(\int_a N |u|^2 dV \right) / \int_a |u|^2 dV \quad (7.3.20)$$

и интегрирование ведется по всему объему активной среды. В каждой точке активной среды (ниже порога генерации или близко к нему) должно соблюдаться условие равновесия между числом атомов, возбуждаемых под действием накачки, и числом спонтанно релаксирующих атомов, т. е. $R_p(r, z) = = N(r, z) / \tau$. При достижении порога генерации имеем следующее:

$$\langle R_p \rangle_c = \frac{\langle N \rangle_c}{\tau} = \frac{\gamma}{\sigma l \tau}, \quad (7.3.21)$$

где $\langle R_p \rangle$ обозначает усреднение величины $R_p(r, z)$ по распределению квадрата амплитуды поля [см. выражения (6.3.8) (7.3.19)].

После достижения порога генерации, при условии $d\phi/dt = 0$, находим, что среднее значение усиления равняется полным потерям, т. е.:

$$\sigma l \langle N \rangle_0 = \gamma = \sigma l \langle N \rangle_c. \quad (7.3.22)$$

Таким образом, согласно данному выражению среднее значение инверсии $\langle N \rangle_0$ достигает порогового значения и остается на этом уровне после превышения порога (см. рис. 7.3).

Для расчета пороговой (P_{th}) и выходной (P_{out}) мощности лазера необходимо знать пространственные распределения величин $|u|^2$ и R_p . Предположим, что генерация осуществляется на одной моде $ТЕМ_{00}$. Для этого случая запишем:

$$|u|^2 = \exp[-(2r^2 / w_0^2)]. \quad (7.3.23)$$

Это означает, что: 1) поперечный размер пучка не зависит от координаты z и равен размеру пучка в перетяжке (w_0); 2) профиль стоячей волны моды можно не учитывать (в качестве сравнения см. выражение (6.3.9)).

Для распределения $R_p(r, z)$ рассматриваются два случая: 1) накачка однородна, т. е. $R_p = \text{const}$; 2) профиль накачки является гауссовым, как в случае продольной накачки, например лазерными диодами. В этом случае имеем

$$R_p(r, z) = C \exp[-2(r^2/w_p^2)] \exp[-(\alpha z)],$$

где C — константа, пропорциональная полной входной мощности накачки (см. выражение (6.3.7)).

Рассмотрим вначале случай однородной накачки, которая обеспечивается либо лампой, либо электрическим разрядом. Далее, используя выражение (6.2.6) или (6.4.26), получаем:

$$R_p = \eta_p \frac{P_p}{\pi a^2 l h \nu_{mp}}, \quad (7.3.24)$$

где a — радиус цилиндрической среды. Теперь рассмотрим стержень с боковой поверхностью, выполненной в виде оболочки (см. раздел 6.3.3), где активная среда заключена только в центральной области $0 \leq r \leq a$ стержня, тогда как вне этого диапазона (т. е. при $r > a$) в стержне отсутствуют какие-либо примесные атомы. В этом случае усечением пучка вследствие ограниченной апертуры активной среды можно пренебречь. Таким образом, уравнение (7.3.23) можно решать для области $0 \leq r \leq \infty$, принимая во внимание, что $R_p = \text{const}$ для $0 \leq r \leq a$ и $R_p = 0$ для $r > 0$. Для определения среднего значения R_p подставим выражение (7.3.24) в (7.3.21) и применим затем соотношение (7.3.23). В этом случае получаем выражение для пороговой мощности P_{th} , которое имеет тот же вид, что и соотношение (6.3.22), если параметр η_p заменить на η_{pl} . Далее расчет выходной мощности выполняется по алгоритму, приведенному в приложении Д; здесь будут рассмотрены лишь конечные результаты. Определим нормированную мощность накачки x в виде

$$x = P_p/P_{mth}, \quad (7.3.25)$$

где P_{mth} — минимальное значение порога генерации, которое имеет место при $w_0 \ll a$ и которое определяется, согласно выражению (6.3.22), как

$$P_{mth} = \left(\frac{\gamma}{\eta_p} \right) \left(\frac{h \nu_{mp}}{\tau} \right) \left(\frac{\pi a^2}{\sigma_e} \right). \quad (7.3.26)$$

Также зададим нормированную выходную мощность y в виде

$$y = P_{out}/P_s, \quad (7.3.27)$$

где P_s — мощность, при которой активная среда насыщается. Данный параметр определяется как

$$P_s = \frac{\gamma_2}{2} \cdot \frac{\pi w_0^2}{2} I_s. \quad (7.3.28)$$

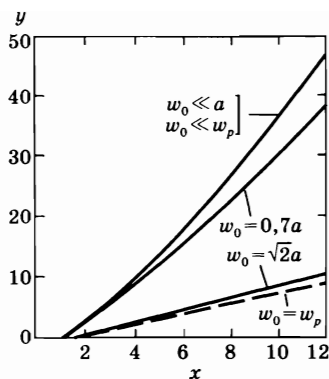


Рис. 7.9

Зависимость нормированной выходной мощности y от нормированной мощности накачки x для лазера, генерирующего на моде TEM_{00} :

сплошные кривые отображают случай неоднородной накачки стержня радиусом a для нескольких значений поперечного размера перетяжки w_0 моды. Пунктирная кривая приведена для случая гауссова профиля накачки с размером пучка w_p , при котором $w_0 = w_p$.

Окончательное выражение, связывающее параметры x и y , имеет вид:

$$x = \frac{y}{\ln\left(\frac{1+y}{1+\beta y}\right)}, \quad (7.3.29)$$

где

$$\beta = \exp[-(2a^2/w_0^2)]. \quad (7.3.30)$$

Нетрудно видеть, что соотношение, связывающее нормированную выходную мощность y и величину x , характеризующую превышение накачки над порогом, значительно отличается от выражения, полученного с помощью пространственно-независимой модели скоростных уравнений (см. формулу (7.3.9)).¹ Для сравнения, на рис. 7.9 (сплошная кривая) приведена зависимость нормированной выходной мощности y от нормированной мощности накачки x для случаев: $w_0 \ll a$, $w_0 = 0,7a$ и $w_0 = a\sqrt{2}$. Можно заметить, что зависимость y от x имеет теперь нелинейный характер, причем производная dy/dx возрастает с увеличением параметра x . Чтобы понять такой характер поведения данной зависимости, рассчитаем дифференциальный КПД $\eta_s = dP_{out}/dP_p = (P_s/P_{mth})(dy/dx)$, используя выражения (7.3.25) и (7.3.27). С помощью выражений (7.3.26) и (7.3.28) нетрудно убедиться, что величина η_s может быть записана в виде выражения (7.3.14), если принять $\eta_q = h\nu/h\nu_{mp}$ и определить эффективность заполнения активной среды η_t как

$$\eta_t = \left[\frac{(\pi w_0^2/2) \cdot dy}{\pi a^2 \cdot dx} \right]. \quad (7.3.31)$$

В случае поперечной накачки лазерными диодами (однородная накачка) для дифференциального КПД получается такое же выражение, с той лишь разницей, что теперь $\eta_s = h\nu/h\nu_p$. Следует отметить, что при $\beta \rightarrow 0$, т. е. когда $w_0 \ll a$, имеем $(dy/dx) = 2$ для $y \rightarrow 0$ ($x \rightarrow 0$), и тогда эффективность заполнения активной среды определяется как $\eta_t = (\pi w_0^2/\pi a^2)$. Также необходимо отметить, что поскольку (dy/dx) возрастает с увеличением x , то эффективность заполнения будет также возрастать с увеличением x . Чтобы понять это, рас-

¹ Если в выражении (7.3.9) взять $P_s = A_s I_s \gamma_2/2$, то данное соотношение даст $y = (x - 1)$, где параметры y и x задаются формулами (7.3.27) и (7.3.25).

смотрим в качестве примера случай, когда $w_0 = 0,7a$. Зависимость η_t от x для этого случая приведена на рис. 7.10 (сплошная кривая). Начиная со значения $\eta_t \approx 0,97(w_0/a)^2 \approx 0,473$, при небольших значениях мощности параметр η_t растет и стремится к единице, когда $x \gg 1$. Такое поведение можно объяснить тем, что энергия возбужденного атома может уменьшаться либо за счет процессов вынужденного излучения, либо за счет спонтанных переходов. Таким образом, при низких уровнях входной мощности, т. е. когда $x \rightarrow 1$, вблизи центральной области пучка (где интенсивность пучка высокая) преобладает вынужденное излучение, тогда как ближе к периферии пучка преобладает спонтанное излучение или спонтанные переходы. При больших значениях x , т. е. когда мощность пучка возрастает, вынужденное излучение начинает преобладать на большей части профиля накачки и, следовательно, для большей части возбуждаемых атомов. В конечном счете, при очень высоких уровнях мощности практически все возбужденные атомы будут участвовать в вынужденных переходах, т. е. $\eta_t = 1$, и в этом случае весь профиль пучка накачки будет задействован в генерации [6].

При использовании накачки лазерными диодами можно обеспечить значительное превышение мощности накачки над пороговым значением, и было бы полезно рассмотреть этот случай при изучении поведения зависимости η_t

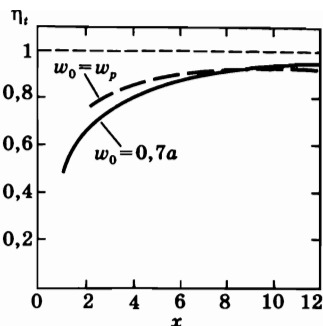


Рис. 7.10
График зависимости эффективности заполнения активной среды η_t от нормированной мощности x :

сплошная кривая отображает случай неоднородной накачки, пунктирная кривая приведена для случая гауссова профиля накачки.

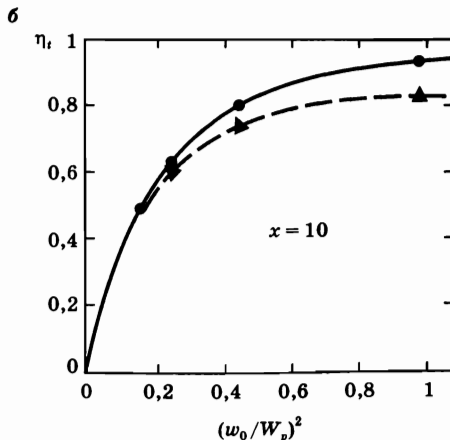
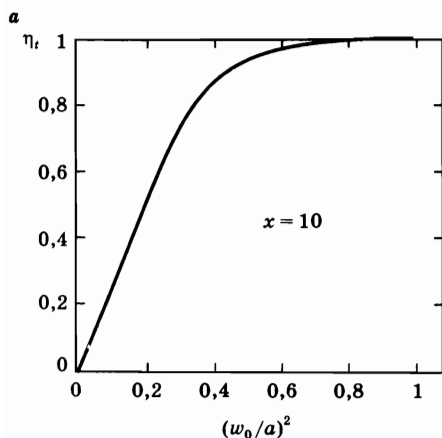


Рис. 7.11

а) График зависимости эффективности заполнения η_t активной среды от параметра $(w_0/a)^2$ при нормированной мощности накачки $x = 10$ для случая неоднородной накачки (w_0 — поперечный размер моды, a — радиус стержня). б) Зависимость η_t от параметра $(w_0/w_p)^2$ при нормированной мощности накачки $x = 10$ для случая гауссова профиля накачки (здесь w_p — размер пятна профиля накачки):

кружками обозначен график для четырехуровневого лазера, треугольниками — для квази-трехуровневого лазера при $B = \sigma_a N_t l / \gamma = 1$.

от параметра $(w_0/a)^2$ для больших значений x . График такой зависимости для случая $x = 10$ приведен на рис. 7.11а. Из рисунка видно, что для получения значений $\eta_t > 90\%$ необходимо иметь $w_0 > 0,66a$, а для $w_0 = 0,7a$ достигается значение эффективности заполнения более 94%. Однако для более традиционных лазерных систем (со стержнем без оболочки) увеличивать и дальше поперечный размер пучка оказывается невыгодно, поскольку это приводит к значительному росту дифракционных потерь вследствие ограниченной апертуры стержня.

Для гауссова профиля пучка накачки вычисления проводятся аналогичным образом, см. также приложение Д. Здесь снова определяется нормированная выходная мощность как величина y , см. выражение (7.3.27), где величина P_s , как и раньше, задается отношением (7.3.28). Определим нормированную мощность накачки через x , см. выражение (7.3.25), где P_{mth} представляет в этом случае минимальное пороговое значение для гауссова профиля пучка накачки и находится из выражения (6.3.20), когда $w_0 \ll w_p$. Таким образом, для P_{mth} получаем:

$$P_{mth} = \left(\frac{\gamma}{\eta_p} \right) \left(\frac{h\nu_p}{\tau} \right) \left(\frac{\pi w_p^2}{2\sigma_e} \right). \quad (7.3.32)$$

Соотношение между параметрами y и x задается следующим выражением:

$$\frac{1}{x} = \int_0^1 \frac{t^\delta dt}{1+yt}, \quad (7.3.33)$$

где $\delta = (w_0/w_p)^2$. И хотя это выражение отличается по форме записи, оно полностью согласуется с первоначальным представлением, которое было выведено Моултоном [13]. Для $w_0 \ll w_p$ имеем $\delta \rightarrow 0$, так что выражение (7.3.33) дает такой же результат, что и отношение (7.3.29) (когда $w_0 \ll a$, т. е. когда $\beta \rightarrow 0$). Таким образом, график зависимости y от x имеет такой же вид, как и в случае однородной накачки (см. рис. 7.9). Действительно, для очень маленьких значений поперечного размера пучка не существует разницы между однородной накачкой и накачкой с гауссовым профилем распределения. Для $w_0 = w_p$ имеем $\delta = 1$.

Интегрируя уравнение (7.3.33), получаем:

$$x = \frac{y}{\left[1 - \frac{\ln(1+y)}{y} \right]}. \quad (7.3.34)$$

График зависимости, описываемый выражением (7.3.34), представлен на рис. 7.9 пунктирной линией. Здесь можно снова рассчитать дифференциальный КПД как $\eta_s = dP_{out}/dP_p = (P_s/P_{mth})(dy/dx)$ и убедиться, что параметр η_s может быть выражен через соотношение (7.3.14), где, как и в случае с поперечной накачкой лазерными диодами, $\eta_q = h\nu/h\nu_p$ и где теперь

$$\eta_t = \frac{\pi w_0^2}{\pi w_p^2} \cdot \frac{dy}{dx}. \quad (7.3.35)$$

Зависимость η_t от параметра x при $w_0 = w_p$, определяемая выражениями (7.3.34) и (7.3.35), представлена на графике рис. 7.10 пунктирной линией. Рост кривой в этом случае имеет тот же физический смысл, что и в случае однородной накачки. Необходимо отметить, что для относительно больших значений x ($x > 7$) эффективность заполнения среды для этих двух случаев оказывается приблизительно одинаковой. График зависимости η_t от параметра $(w_0/w_p)^2$ для $x = 10$ показан на рис. 7.11б. Точками на графике обозначены результаты, взятые из источника [13], тогда как кривые отображают результат интерполяции этих точек. Сравнивая графики на рис. 7.11а и б, можно видеть, что рост зависимости η_t от параметра $(w_0/w_p)^2$ оказывается более медленным, чем в случае однородной накачки. Это связано с более низким значением скорости накачки на краях гауссова профиля по сравнению с однородным распределением накачки.

Из графиков на рис. 7.11б видно, что для достижения более высоких значений η_t , например 94%, достаточно иметь $w_0 \approx w_p$, хотя это менее выгодно с точки зрения увеличения поперечных размеров лазерного пучка. Действительно, если η_t в этом случае увеличивается незначительно, то пороговая мощность накачки P_{th} , которая пропорциональна величине $(w_0^2 + w_p^2)$, (см. выражение (6.3.20)), может возрасти существенно. Таким образом, при больших значениях x условие $w_0 \approx w_p$ (также называемое условием согласования мод) может считаться более или менее оптимальным. Пунктирная линия на рис. 7.9 отображает зависимость выходной мощности для данного случая при определенной мощности накачки. Если сравнить данную кривую с зависимостью, при которой $w_0 = 0,7a$, может возникнуть ошибочное ощущение, что для заданного значения x и для одного и того же размера пятна w_0 в пучке выходная мощность, полученная при использовании гауссова профиля накачки, оказывается меньше, чем при использовании однородной накачки. Однако при рассмотрении этих двух случаев накачки необходимо проводить сравнение не только для равных размеров пучка, но и для одинаковой области накачки, т. е. для $(\pi w_p^2/2) = \pi a^2$. Если теперь рассмотреть случай $w_0 = w_p$ (для гауссовой накачки), и если принять равными размеры пятна в моде для этих двух случаев, то будет иметь место $(\pi w_0^2/2) = \pi a^2$. Таким образом, для однородной накачки кривая, которую необходимо взять в качестве сравнения, должна рассматриваться для размера перетяжки $w_0 = \sqrt{2}a$. Этот график также приведен на рис. 7.9, и здесь нетрудно видеть, что пунктирная кривая (гауссов профиль накачки) и сплошная кривая (однородная накачка) практически совпадают. Следует отметить, что кривая с параметром $w_0 = \sqrt{2}a$ приведена лишь в качестве сравнения, поскольку для реальной активной среды (стержень без оболочки) данная ситуация приводила бы к значительному увеличению дифракционных потерь вследствие ограниченной апертуры активной среды.

До сих пор при рассмотрении данной темы характер моды стоячей волны не учитывался, т. е. величина $|u^2|$ описывалась выражением (7.3.23), а не (6.3.9). Это справедливо для однонаправленных кольцевых резонаторов (см. рис. 5.4а), тогда как для большинства других случаев, например для резонаторов с двумя зеркалами, при генерации одной продольной моды формируется характерная

пространственная картина стоячей волны.¹ Для моды с равномерным поперечным распределением влияние характера профиля распределения стоячей волны на выходную мощность было рассмотрено Касперсоном [6]. Полученный результат можно представить в виде пятого множителя в правой части выражения (7.3.14), которое описывало величину дифференциального КПД. Можно обозначить этот множитель как *продольный коэффициент использования* распределения накачки η_l , или *продольную эффективность*. Вблизи порога генерации это значение составляет $\eta_l = (2/3) = 0,666$ и увеличивается до значения, например, $\eta_l = (8/9) = 0,89$ при десятикратном превышении порога.

Физический смысл величины η_l примерно такой же, как и η_t , а именно: после достижения порога генерации атомы, находящиеся в области пучности стоячей волны, распадаются преимущественно за счет вынужденных процессов, тогда как атомы, расположенные вблизи узлов стоячей волны, участвуют в спонтанных переходах. Таким образом, при увеличении параметра x , т. е. при увеличении плотности энергии, большая часть атомов, которые располагаются вблизи максимумов амплитуды поля, распадаются в большей степени за счет вынужденных процессов, и продольная эффективность возрастает.

В заключение данного раздела отметим, что если принимать во внимание пространственную зависимость уравнений, задача становится более сложной. Однако выражения для пороговой инверсии населенности и пороговой скорости накачки остаются идентичными тем, которые получены при рассмотрении пространственно-независимой модели, если использовать средние значения $\langle N \rangle_c$ и $\langle R \rangle_c$. Следует также отметить, что, как показано в разделе 6.3.3, данный результат также является подходящим, если учитывать пространственную картину стоячей волны в моде. С другой стороны, выражение для выходной мощности, как функции величины превышения накачки над порогом, усложняется. Тем не менее, что касается величины дифференциального КПД, данные результаты являются простыми и понятными, и они могут быть напрямую связаны с результатами, полученными в рамках пространственно-независимой модели.

Пример 7.4. *Пороговые условия и выходная мощность Nd:YAG лазера с продольной накачкой лазерными диодами.* В качестве примера рассмотрим схему лазера, приведенную на рис. 7.12, в которой используется Nd:YAG стержень длиной 1 см. Для продольной накачки стержня используется массив из лазерных диодов, ширина массива — 100 мкм, длина волны излучения накачки составляет 805–808 нм [15]. Согласующая оптика состоит из собирающей линзы с фокусным расстоянием 6,5 мм и числовой апертурой 0,615; пары аноморфотных призм с кратностью 4х и линзы с фо-

¹ Уникальным исключением являются устройства со спиральными модами [13], где противоположно распространяющиеся в активной среде пучки состоят из двух волн с круговой поляризацией и с одинаковым направлением вращения (либо обе правые, либо обе левые), так что в любой плоскости, перпендикулярной оси пучка, их поля вращаются в противоположных направлениях, не образуя стоячую волну.

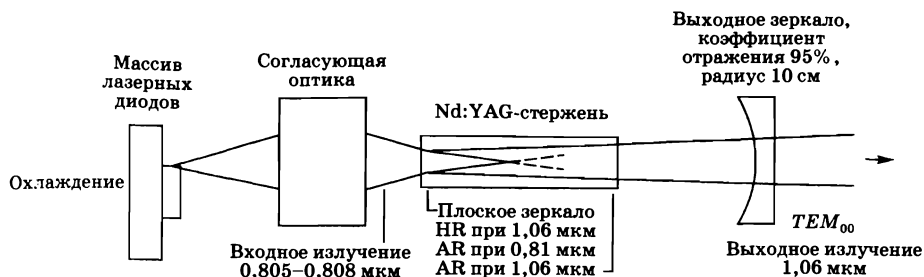


Рис. 7.12
Схема экспериментальной установки Nd:YAG лазера с продольной накачкой массивом лазерных диодов (согласно работе [15])

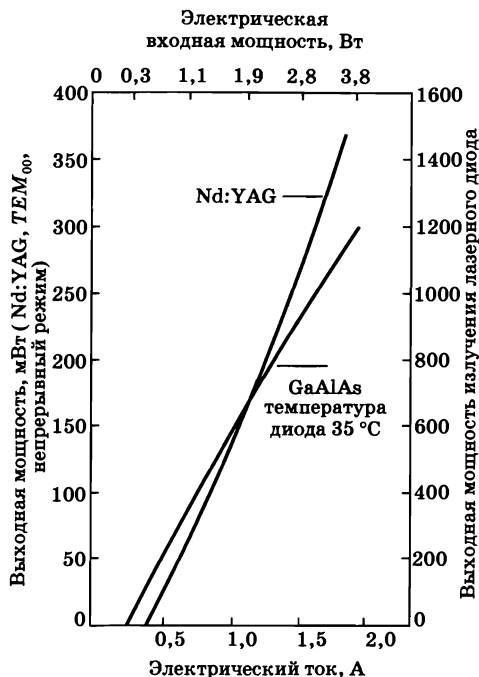


Рис. 7.13
Зависимость выходной мощности Nd:YAG лазера (схема, рис. 7.12) и выходной мощности излучения накачки от электрического тока, протекающего через массив лазерных диодов (согласно работе [15])

кусным расстоянием 25 мм для фокусировки излучения накачки на стержне (см. рис. 6.12). В данном случае резонатор Nd:YAG лазера формируется из плоского зеркала, напыленного на входной торец стержня и выходного зеркала радиусом 10 см, коэффициент отражения которого составляет 95%; расстояние между зеркалами составляет приблизительно 5,5 см. Через плоское зеркало в стержень передается около 93% мощности накачки. При такой геометрии перетяжка моды TEM_{00} формируется на плоском зеркале, и размер пятна в перетяжке может быть рассчитан как $w_0 \approx 130$ мкм (при этом влиянием тепловой линзы в стержне можно пренебречь). Такой размер

пятна в пучке накачки обеспечивает хорошее согласование для лазерной моды TEM_{00} . Выходные характеристики лазера приведены на рис. 7.13. Пороговая мощность накачки составляет $P_{th} \approx 75$ мВт. При оптической мощности накачки $P_p = 1,14$ Вт достигается выходная мощность $P_{out} = 370$ мВт. При такой выходной мощности измеренное значение дифференциального КПД для оптической накачки составляет $\eta_s \approx 40\%$.

Чтобы сравнить пороговую мощность накачки с ожидаемым значением, предположим, что поперечное распределение пучка накачки описывается приблизительно гауссовой функцией, и предположим, что $w_p \approx w_0 = 130$ мкм. Из выражения (6.3.22), принимая $h\nu_p = 2,45 \cdot 10^{-19}$ Дж, $\sigma_e = 2,8 \cdot 10^{-19}$ см² и $\tau = 230$ мкс, получаем $(\gamma/\eta_p) \approx 3,7 \cdot 10^{-2}$. Для коэффициента пропускания 5% выходного зеркала получаем $\gamma_2 \approx 5 \cdot 10^{-2}$, далее, полагая, что внутренние потери за проход составляют $\gamma_i = 0,5 \cdot 10^{-2}$, получаем $\gamma = \gamma_i + (\gamma_2/2) = 3 \cdot 10^{-2}$. Исходя из рассчитанного значения γ/η_p , далее получаем величину $\eta_p \approx 81\%$, которая включает в себя суммарный коэффициент пропускания согласующей оптики, а также пропускание плоского зеркала для указанной длины волны излучения накачки. Следует отметить, что эффективность поглощения излучения накачки лазерным стержнем за один проход, описываемая выражением $\eta_a = \{1 - \exp[-(\alpha l)]\}$, может быть приравнена единице при среднем значении коэффициента поглощения ~ 6 см⁻¹ в полосе длин волн 805–808 нм (см. рис. 6.8a) для стержня длиной $l = 1$ см. Теперь можно сравнить измеренное значение дифференциального КПД с ожидаемым значением. Поскольку пороговая мощность при $w_p \approx w_0$ составляет 75 мВт, то минимальная пороговая мощность, которая имеет место при $w_0 \rightarrow 0$, должна составить половину этого значения, т. е. $P_{mth} \approx 38$ мВт. Таким образом, при входной мощности 1,14 Вт имеем $x \approx 30$. Для этого значения x , из уравнения (7.3.34), находим $y = 26$, а из выражения (7.3.35) получаем $\eta_i \approx 0,97$. Далее имеем $\eta_c = (\gamma_2/\gamma) = 0,83$ и $\eta_q = (807/1060) = 0,76$. Таким образом, ожидаемое (расчетное) значение дифференциального КПД для оптической накачки составляет $\eta_s = \eta_p \eta_c \eta_i \eta_q = 0,49$, что достаточно хорошо согласуется с измеренным значением. Следует отметить, что продольная эффективность здесь не принимается во внимание, поскольку лазер генерирует на многих продольных модах, вследствие чего суммарная пространственная картина стоячих волн этих мод формирует достаточно равномерное распределение плотности энергии вдоль лазерного стержня. Согласно выражениям (7.3.27) и (7.3.28), ожидаемое значение выходной мощности, при мощности на входе 1,14 Вт, составляет $P_{out} = yP_s = 500$ мВт, т. е. несколько больше экспериментального значения. Это расхождение может быть связано с тепловыми эффектами в лазерном стержне, которые при больших значениях мощности накачки приводят к росту потерь и уменьшению размера пятна w_0 .

Следует отметить, что указанное выше значение эффективности 40% имеет отношение только к оптической эффективности. Для получения полного дифференциального КПД лазера, учитывающего электрическую накачку массива лазерных диодов, необходимо умножить оптическую эффективность на значение η_e эффективности преобразования электрической накачки в оптическую. Из рис. 7.13 находим $\eta_e \approx 29\%$, таким образом, значение полного дифференциального КПД составляет около 11,6%.

7.4. ПОРОГОВЫЕ УСЛОВИЯ И ВЫХОДНАЯ МОЩНОСТЬ: КВАЗИТРЕХУРОВНЕВЫЙ ЛАЗЕР

Исследуем пороговые условия и выходную мощность квазитрехуровневого лазера. Режим работы такого лазера впервые рассматривался в рамках пространственно-независимой модели скоростных уравнений, см. раздел 7.2.2. Далее будут рассмотрены результаты и выводы, полученные при описании пространственно-зависимой модели.

7.4.1. ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕЗАВИСИМАЯ МОДЕЛЬ

Исследование квазитрехуровневого лазера проводится так же, как и четырехуровневого, и начинается с уравнения (7.2.24).

Пороговая инверсия, достигаемая при условии $(d\phi/dt) = 0$ в уравнении (7.2.24б), в данном случае записывается в виде:

$$N_c = \frac{V}{V_a \sigma_e c_0 \tau_c} = \frac{\gamma}{\sigma_e l}. \quad (7.4.1)$$

Это такое же выражение, как и для четырехуровневого лазера. Критическая скорость накачки достигается при выполнении условий $(dN/dt) = 0$, $\phi = 0$ и $N = N_c$ в уравнении (7.2.24а). Таким образом, получаем:

$$R_{cp} = \frac{f N_t + N_c}{(1+f)\tau}. \quad (7.4.2)$$

Поскольку в большинстве случаев $f \ll 1$, то в знаменателе выражения (7.4.2) можно записать $(1+f) \approx 1$. Сравнивая выражения (7.4.2) и (7.3.3), нетрудно видеть, что критическая скорость накачки для квазитрехуровневого лазера оказывается больше скорости накачки для четырехуровневого лазера, отличаясь на множитель fN_t в числителе выражения (7.4.2). В типичных случаях этот множитель оказывается примерно в 5 раз больше, чем N_c . В случае однородной накачки лазерными диодами, в соответствии с рассуждениями, проводимыми в разделе 6.3.3, можно записать $R_p = \eta P_p / h\nu A l$, где A — площадь поперечного сечения активной среды, l — ее длина. Подставляя данное выражение в соотношение (7.4.2), получаем пороговую мощность накачки:

$$P_{th} = \frac{h\nu_p (f N_t + N_c) A l}{\eta_p \tau (1+f)}. \quad (7.4.3)$$

С помощью выражений (7.2.22) и (7.4.1) можно переписать выражение (7.4.3) в более понятной форме (по аналогии с выражением (7.3.12)):

$$P_{th} = \frac{\gamma(1+B)}{\eta_p} \left(\frac{h\nu_p}{\tau} \right) \left(\frac{A}{\sigma_e + \sigma_a} \right), \quad (7.4.4)$$

где мы имеем:

$$B = \sigma_a N_t l / \gamma. \quad (7.4.5)$$

В случае, когда мощность накачки в непрерывном лазере превышает пороговую, инверсия населенностей N_0 и число фотонов ϕ_0 определяются из уравнений (7.2.24), в предположении что $(dN/dt) = (d\phi/dt) = 0$. Как и в случае четырехуровневого лазера, значение $N_0 = N_c$; далее, используя уравнение (7.2.24а) и выражение (7.4.2), получим выражение для ϕ_0 :

$$\phi_0 = \frac{V}{N_0(\sigma_e + \sigma_a)c_0} \cdot \frac{f N_t + N_0}{\tau} (x - 1), \quad (7.4.6)$$

где параметр $x = R_p/R_{sr} = P_p/P_{th}$ и в этом случае представляет величину превышения накачки над порогом. Используя выражение (7.4.1) для N_0 , в дополнение к выражениям (7.2.14), (7.2.15) и (7.2.22), преобразуем выражение (7.4.6) к виду:

$$\phi_0 = \left[\frac{A_b \gamma (1 + B)}{\sigma_e + \sigma_a} \right] \left(\frac{\tau_c}{\tau} \right) (x - 1), \quad (7.4.7)$$

где $V_a = A_b l$, A_b — пространство, занимаемое лучом в активной среде, которое, как предполагается, должно быть меньше или равно площади поперечного сечения активной среды.

Выражение для выходной мощности излучения (например, на выходе зеркала 2) можно получить из выражения (7.2.18) при помощи выражений (7.4.7) и (7.2.14) и записать (по аналогии с (7.3.9)) в виде:

$$P_{out} = \left[\frac{A_b (1 + B)}{\sigma_e + \sigma_a} \right] \left(\frac{h\nu}{\tau} \right) \left(\frac{\gamma_2}{2} \right) \left(\frac{P_p}{P_{th}} - 1 \right). \quad (7.4.8)$$

Эффективность лазера $\eta = (dP_{out}/dP_p)$, определяемая наклоном кривой P_{out} , легко выводится из выражения (7.4.8) и имеет вид:

$$\eta_s = \left[\frac{A_b (1 + B)}{\sigma_e + \sigma_a} \right] \left(\frac{h\nu}{\tau} \right) \left(\frac{\gamma_2}{2} \right) \left(\frac{1}{P_{th}} \right). \quad (7.4.9)$$

Используя выражение (7.4.4), запишем выражение (7.4.9) в виде:

$$\eta_s = \eta_p \left(\frac{\gamma_2}{2\gamma} \right) \left(\frac{h\nu}{h\nu_p} \right) \left(\frac{A_b}{A} \right). \quad (7.4.10)$$

Таким образом, ожидается, что при одних и тех же заданных параметрах, эффективность квазитрехуровневого лазера будет такой же, как и четырехуровневого лазера. На первый взгляд такой результат является весьма неожиданным, поскольку подразумевалось, что в квазитрехуровневом лазере потери должны быть выше за счет поглощения энергии основным состоянием. Однако потери, связанные с таким поглощением, идут на возбуждение атомов до верхнего лазерного уровня, заставляя таким образом эти атомы вновь участвовать в процессах вынужденного излучения.

7.4.2. ПРОСТРАНСТВЕННО-ЗАВИСИМАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим теперь случай, когда распределение моды и скорость накачки предполагаются пространственно зависимыми. Ограничимся обсуждением только наиболее значимых результатов, предполагая, что активная среда накачивается вдоль всего объема пучком с поперечным гауссовым профилем. Для более детального рассмотрения данного случая, так же как и для случая однородной накачки, обратимся вновь к Приложению Д. Предположим, что профиль напряженности поля снова описывается выражением (7.3.23), а пространственное распределение скорости накачки — выражением (6.3.7), которое перепишем здесь для наглядности:

$$R_p(r, z) = \eta_r \eta_t \left(\frac{P_p}{h\nu_p} \right) \left(\frac{2\alpha}{\pi w_p^2} \right) \exp \left(-\frac{2r^2}{w_p^2} \right) \exp(-\alpha z). \quad (7.4.11)$$

Поскольку здесь рассматриваются пороговые условия генерации, выражение (7.4.1) все еще записывается для среднего значения N , т. е.

$$\langle N \rangle_c = (\gamma / \sigma_e l), \quad (7.4.12)$$

где среднее значение определяется из выражения (7.3.20). Для получения пороговой скорости накачки следует помнить, что в каждой точке активной среды, ниже или в точке значения порога, выполняется условие баланса между числом атомов, возбуждаемых в процессе накачки, и числом атомов, которые спонтанно релаксируют. Таким образом, из уравнения (7.2.24а) получаем $R_p = [fNt + N(r, z)] / (1 + f)\tau$. Усредняя данное выражение по распределению интенсивности моды и используя выражение (7.4.12) для пороговой инверсии, получаем:

$$\langle R \rangle_p = \frac{\sigma_a N_t l + \gamma}{(\sigma_e + \sigma_a) l \tau}. \quad (7.4.13)$$

Если скорость накачки, представленную выражением (7.4.11), подставить в левую часть выражения (7.4.13) и рассчитать среднее значение R_p по профилю напряженности поля, мы получим выражение для пороговой мощности накачки, полученное из выражения (6.3.25), которое перепишем здесь в слегка измененной форме (по аналогии с (7.4.4)):

$$P_{th} = \frac{\gamma(1+B)}{\eta_p} \left(\frac{h\nu_p}{\tau} \right) \left[\frac{\pi(w_0^2 + w_p^2)}{2(\sigma_e + \sigma_a)} \right], \quad (7.4.14)$$

где величина B вновь определяется выражением (7.4.5).

После превышения накачки над порогом, используя условие $(d\phi/dt) = 0$, вновь находим, что среднее значение усиления должно равняться потерям; таким образом:

$$\langle N \rangle_0 = \langle N \rangle_c = \gamma / \sigma_e l. \quad (7.4.15)$$

Более детально расчет выходной мощности рассматривается в Приложении Д. По этой причине здесь приводятся лишь краткие выдержки и обсуждение

конечного результата. Сначала определяется коэффициент превышения накачки над порогом через параметр x , как это описывалось в выражении (7.3.25), где минимальная пороговая мощность P_{mth} представляет собой пороговое значение, достигаемое при $w_0 \ll w_p$ и $B \ll 1$ (т. е. когда $\sigma_a N_t l \ll \gamma$). Из выражения (7.4.14) получаем

$$P_{mth} = \frac{\gamma}{\eta_p} \left(\frac{h\nu_p}{\tau} \right) \left[\frac{\pi w_p^2}{2(\sigma_e + \sigma_a)} \right]. \quad (7.4.16)$$

Также определим нормированную выходную мощность, аналогично выражению (7.3.27):

$$P_s = \frac{\gamma_2}{2} \left[\frac{\pi w_0^2}{2(\sigma_e + \sigma_a)} \right] \left(\frac{h\nu}{\tau} \right). \quad (7.4.17)$$

После чего связь между параметрами x и y приводится к виду:

$$x = \frac{1 + B \frac{\ln(1+y)}{y}}{\int_0^1 \frac{t^\alpha dt}{1+yt}}, \quad (7.4.18)$$

где $\alpha = (w_0/w_p)^2$. Следует отметить, что выражение (7.4.18) стремится к выражению (7.3.33) при $B \rightarrow 0$ ($\sigma_a N_t l \ll \gamma$), т. е. при пренебрежимо малом поглощении на нижнем лазерном уровне. Если не принимать во внимание разницу в обозначениях, уравнение (7.4.18) имеет тот же вид, что и уравнение (25) в работе [16].

Теперь можно повторно рассчитать эффективность лазера в виде $\eta_s = (dP_{out}/dP_p) = (P_s/P_{mth})(dy/dx)$. С помощью выражений (7.4.16) и (7.4.17) получаем

$$\eta_s = \eta_p \left(\frac{\gamma_2}{2\gamma} \right) \left(\frac{h\nu}{h\nu_p} \right) \left(\frac{\pi w_0^2}{\pi w_p^2} \frac{dy}{dx} \right). \quad (7.4.19)$$

Это выражение имеет тот же вид, что и для четырехуровневого лазера. На рис. 7.11б приведена зависимость поперечной эффективности (или коэффициента заполнения активной среды по сечению), имеющей вид $\eta_t = (\pi w_0^2 / \pi w_p^2)(dy/dx)$, для значений $x = 10$ и $B = 1$. Три графика, представленные точками в виде треугольников, являются результатом машинных расчетов (см. работу [16]), тогда как пунктирная линия отображает результат интерполяции. Следует отметить, что когда $(w_0/w_p)^2 \ll 1$, значение η_t стремится к соответствующему значению для четырехуровневого лазера. В этом случае, действительно, населенность верхнего лазерного уровня, возникающая за счет поглощения основным состоянием, постоянно обновляется за счет процессов вынужденного излучения, и, таким образом, поглощение основным состоянием не приводит к снижению эффективности лазера. Однако для более высоких значений η_t , например, когда $(w_0/w_p)^2 = 1$, поглощение основным состоянием на краях профиля инверсии населенности приводит скорее к спонтанному механизму, чем к вынужденному. Следовательно, значение η_t становится меньше, чем соответствующее значение для че-

тырехуровневого лазера. Однако можно показать, что дальнейшее увеличение уровня накачки приводит к тому, что значения x и η будут стремиться к соответствующим значениям для четырехуровневого лазера. На самом деле, при очень больших значениях x нормированная выходная мощность y становится достаточно большой, чтобы выполнялось условие $B[\ln(1+y)]/y \ll 1$. И в этом случае уравнение (7.4.18) становится идентичным уравнению (7.3.33).

Пример 7.5. Пороговые условия и выходная мощность в Yb:YAG лазере с продольной накачкой. В качестве типичного случая рассмотрим активную среду в виде диска из Yb:YAG с толщиной $l = 2,5$ мм и процентным содержанием Yb 6,5%, который продольно возбуждается излучением $\text{Ti}^{3+}:\text{Al}_2\text{O}_3$ лазера с длиной волны $\lambda_p = 941$ нм [18]. Одна из поверхностей диска является плоской, и на нее нанесено отражающее покрытие с максимальным коэффициентом отражения для длины волны генерации ($\lambda = 1,03$ мкм). Другая поверхность является вогнутой, радиус ее кривизны составляет 1 см; на эту поверхность нанесено покрытие с коэффициентом отражения по мощности $R_2 = 90\%$ для длины волны генерации. Для приведенных условий вычисленное значение размера пятна в перетяжке пучка (т. е. на плоском зеркале) составляет $w_0 = 28$ мкм; при этом размер пятна можно принять приблизительно постоянным по длине резонатора. Измеренный размер пятна накачки в лазерном диске составляет $w_p = 31$ мкм. На рис. 7.14 приведен график зависимости измеряемой выходной мощности от поглощаемой мощности накачки; треугольниками обозначена зависимость, полученная для температуры $T = 300$ К.

Чтобы сравнить полученные результаты с теоретическими данными, необходимо отметить, что объемная концентрация атомов Yb составляет $N_t \approx 9 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$; далее, измеряя значение коэффициента поглощения (для длины волны $\lambda = 1,03$ мкм, см. рис. 6.86), получаем $\sigma_a = 1,2 \cdot 10^{-21} \text{ см}^2$. Эффективное сечение перехода для вынужденного излучения вычисляется (согласно работе [18]) как $\sigma_e = 18 \cdot 10^{-21} \text{ см}^2$. Предполагая отсутствие прочих потерь, за исключением потерь, связанных с пропусканием выходного зеркала (оптимальная связь на выходе), получаем $\gamma = \gamma_2/2 \approx (1 - R_2)/2 = 5 \cdot 10^{-2}$. Из выражения (7.4.14) получаем пороговую мощность $P_{th} = 83$ мВт, которую можно сравнить с экспериментальным значением 70 мВт (см. рис. 7.14). Теперь рассчитаем эффективность лазера при максимальном значении мощности накачки 180 мВт. Имея $\gamma = \gamma_2/2$ и принимая во внимание то, что данные

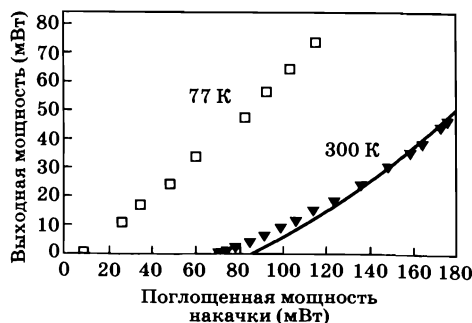


Рис. 7.14
Зависимость выходной мощности от поглощенной мощности накачки для Ti лазера на сапфире, возбуждаемого излучением лазера на Yb-YAG при двух значениях температуры охлаждения — температуры жидкого азота (77 К) и комнатной температуры (300 К) (согласно работе [18])

на графике 7.14 выражены через поглощенную мощность накачки, необходимо в выражении (7.4.19) зафиксировать $\eta_p = 1$. Таким образом, выражение для эффективности преобразуется к виду: $\eta_s = (h\nu/h\nu_p)(w_0^2 dy/w_p^2 dx)$. Для вычисления коэффициента заполнения активной среды по сечению $\eta_i = (w_0^2 dy/w_p^2 dx)$ вначале из выражения (7.4.16) получаем $P_{mth} = 6,5$ мВт; далее, при $P_p = 180$ мВт имеем $x = (P_p/P_{mth}) = 27,7$. После чего эффективность может быть оценена из рис. 42 из работы [18] в предположении, что $\eta_i = dS/dF$, $B = \sigma_a N_l l / \gamma \approx 5$, $a = w_p/w_0 \approx 1,1$, $(F/F_{th}) = xa^2/(1+a^2)(1+B) \approx 2,16$, где значения величин S , F и F_{th} определяются в упомянутой работе. Таким образом, получаем $\eta_i = dS/dF \approx 70\%$ и $\eta_s = (h\nu/h\nu_p)\eta_i \approx 63\%$.

Результат более точного расчета зависимости выходной мощности от мощности накачки, полученный непосредственно из выражения (7.4.18), представлен сплошной кривой на рис. 7.14. Из этих расчетов получаем более точное значение эффективности лазера $\eta_s = 59\%$ для значения $P_p = 180$ мВт, которое можно сравнить со значением 56% , полученным из четырех точек на графике, соответствующих наибольшей экспериментальной мощности.

7.5. ОПТИМАЛЬНАЯ СВЯЗЬ НА ВЫХОДЕ ЛАЗЕРА

При фиксированной скорости накачки существует некоторое значение коэффициента пропускания T_2 выходного зеркала, при котором достигается максимальная выходная мощность. Физически существование такого оптимума связано с тем, что с увеличением T_2 имеют место два следующих эффекта: 1) выходная мощность растет с увеличением коэффициента пропускания выходного зеркала; 2) выходная мощность должна уменьшаться, поскольку с увеличением пропускания возрастают внутрирезонаторные потери, что приводит к уменьшению числа фотонов ϕ_0 в резонаторе.

Для определения оптимального условия связи на выходе лазера ограничимся схемой четырехуровневого лазера и рассмотрим пространственно независимую модель. Значение оптимального коэффициента пропускания выходного зеркала можно определить из выражения (7.3.9), потребовав выполнения условия $dP_{out}/d\gamma_2 = 0$ при фиксированном значении мощности накачки P_p . При этом необходимо учитывать тот факт, что, согласно выражению (7.3.12), величина P_{th} также является зависящей от γ_2 . Из выражения (7.3.12) можно записать:

$$P_{th} = P_{mth} \frac{\gamma}{\gamma_i + (\gamma_1/2)}, \quad (7.5.1)$$

где P_{mth} представляет собой минимальную пороговую мощность накачки и определяется как пороговая мощность накачки при нулевой связи на выходе, т. е. при пренебрежимо малых потерях $\gamma_2 = 0$. Выражение (7.3.9) может быть преобразовано в следующее соотношение:

$$P_{out} = \left[A_b I_s \left(\gamma_i + \frac{\gamma_1}{2} \right) \right] S \left(\frac{x_m}{S+1} - 1 \right), \quad (7.5.2)$$

где

$$S = \frac{(\gamma_2/2)}{\gamma_i + (\gamma_1/2)} \quad (7.5.3)$$

и

$$x_m = P_p/P_{mth}. \quad (7.5.4)$$

Единственным членом в выражении (7.5.2), зависящим от γ_2 , является величина S , которая, согласно выражению (7.5.3), пропорциональна γ_2 . Оптимальное условие связи на выходе можно получить, записав условие $dP_{out}/dS = 0$; при этом нетрудно получить оптимальное значение величины S :

$$S_{op} = (x_m)^{1/2} - 1. \quad (7.5.5)$$

Соответствующее выражение для выходной мощности можно найти из выражения (7.5.2), т. е.

$$P_{op} = \left[A_b I_s \left(\gamma_i + \frac{\gamma_1}{2} \right) \right] [(x_m)^{1/2} - 1]^2. \quad (7.5.6)$$

Уменьшение выходной мощности, обусловленное неоптимальными условиями генерации, оказывается наиболее важным вблизи порога генерации (т. е. когда $x_m = 1$). Однако при значительных превышениях накачки над порогом генерации выходная мощность становится практически нечувствительной к изменению связи на выходе вблизи ее оптимального значения. Например, на рис. 7.15 приводится график зависимости нормированной выходной мощности P_{out} от параметра S для случая $x_m = 10$. Согласно выражению (7.5.2), выходная мощность $P_{out} = 0$ в случаях, когда $S = 0$ (т. е. при $\gamma_2 = 0$) и когда $S = 9$; далее, согласно выражению (7.5.5), можно найти, что $S_{op} = 2,16$. Из рис. 7.15 нетрудно видеть, что изменение параметра S , т. е. изменение связи на выходе, вплоть до 50% относительно оптимального значения, приводит всего лишь к 5%-ному уменьшению выходной мощности.

В случае пространственно-зависимой модели можно прибегнуть к аналогичным рассуждениям, взяв за основу выражение (7.3.29) для однородной накачки или выражение (7.3.34) для гауссова профиля накачки. Однако следует отметить, что при значительном превышении накачки над порогом генерации связь между выходной мощностью и мощностью накачки становится линейной (см. рис. 7.11), как это было видно из выражения (7.3.9).

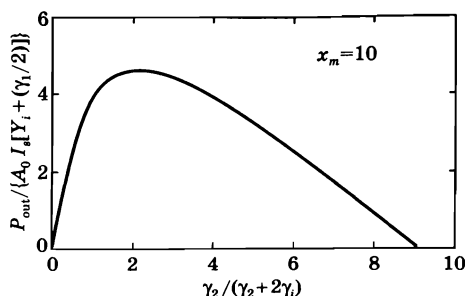


Рис. 7.15
График зависимости нормированной выходной мощности P_{out} от нормированного коэффициента пропускания выходного зеркала γ_2 для случая, когда мощность накачки P_p превышает минимальное пороговое значение P_{mth} в 10 раз

Учитывая относительную нечувствительность параметра P_{out} к изменению связи на выходе (относительно оптимального значения) можно также приближенно использовать для этого случая выражение (7.5.5), где параметр P_{mth} в данном случае определяется из выражения (7.3.26) для однородной накачки или из выражения (7.3.32) для гауссова профиля накачки, используя запись $\gamma = \gamma_i + (\gamma_1/2)$.

Пример 7.6. *Оптимальная связь на выходе Nd:YAG лазера с оптической накачкой.* Рассмотрим конфигурацию лазера, которая обсуждалась в примере 7.2 (см. рис. 7.4. и 7.5), и рассчитаем оптимальное значение коэффициента пропускания выходного зеркала в случае, когда входная мощность лампы накачки составляет $P_p = 7$ кВт. Поскольку пороговая мощность P_{th} , исходя из рис. 7.5, составила 2,2 кВт, то согласно выражению (7.5.1) при $\gamma_1 = 0$ получаем $P_{mth} = P_{th}(\gamma_i/\gamma) \approx 697$ Вт, где $\gamma_i = 0,038$ и $\gamma = 0,12$ получены в примере 7.2 и представляют собой внутренние и полные потери соответственно. Далее имеем $x_m = P_p/P_{mth} \approx 10$, и, таким образом, из выражения (7.5.5) получаем $S_{op} \approx 2,17$. Используя выражение (7.5.3), окончательно получаем значение $(\gamma_2)_{op} \approx 0,165$, которое соответствует оптимальному коэффициенту пропускания зеркала $(T_2)_{op} = 1 - \exp[-(\gamma_2)_{op}] \approx 15\%$, что достаточно хорошо согласуется с результатом, рассмотренным на рис. 7.6.

7.6. ПЕРЕСТРОЙКА ЧАСТОТЫ ГЕНЕРАЦИИ ЛАЗЕРА

Ширина линии усиления некоторых лазеров (например, лазеров на красителях или твердотельных лазеров на вибронных переходах) является очень большой, и может возникнуть необходимость перестройки длины волны выходного излучения от центра линии в пределах всей доступной ширины линии. В некоторых других случаях лазеры обладают усилением на более чем одном переходе (например, CO_2 лазер или Ar лазер), из которых, как правило, генерирует самый сильный переход, и может возникнуть потребность в перестройке длины волны лазера в сторону от самой сильной линии. В обоих этих случаях обычно применяют селективные по длинам волн элементы, помещаемые внутри лазерного резонатора.

Для среднего ИК-диапазона (например, при использовании CO_2 лазера) в качестве одного из зеркал резонатора обычно используется дифракционная решетка, установленная по так называемой схеме Литтрова (рис. 7.16а). При такой конфигурации для заданного угла поворота решетки существует только одна длина волны (на рисунке обозначена как λ_1), которая отражается назад в резонатор; при этом перестройка длины волны осуществляется вращением решетки.

Для видимого или ближнего ИК диапазона традиционно используется дисперсионная призма, одна из поверхностей которой устанавливается под углом близким к углу Брюстера по отношению к лазерному пучку (рис. 7.16б). Как и в случае с дифракционной решеткой, при заданном угле установки

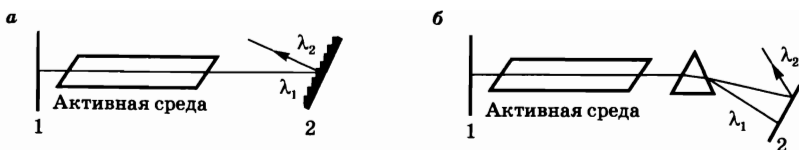


Рис. 7.16
Использование дисперсионных свойств дифракционной решетки (а), установленной по схеме Литтрова, или призмы (б) для перестройки длины волны лазерной генерации

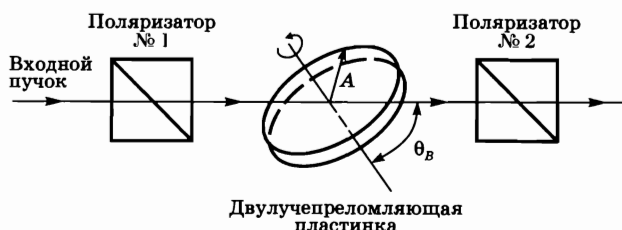


Рис. 7.17
Использование двулучепреломляющего фильтра в качестве селективного (по длинам волн) элемента

призмы только определенная длина волны (на рисунке обозначена как λ_1) отражается от зеркала 2 назад в резонатор; при этом перестройка длины волны осуществляется вращением призмы или зеркала.

Третий селективный по длинам волн элемент, пользующийся все большей популярностью в видимом или ближнем ИК-диапазоне, использует двулучепреломляющий фильтр, помещенный внутри резонатора лазера. Фильтр представляет собой пластинку подходящего двулучепреломляющего кристалла (например, кварца или кристалла дигидрофосфата калия — *KDP*), наклоненную по отношению к пучку под углом Брюстера θ_B (рис. 7.17). Представив, что оптическая ось *A* кристалла лежит в плоскости, параллельной поверхности двулучепреломляющей пластинки, предположим вначале, что последняя помещена между двумя поляризаторами с параллельной ориентацией. Будем считать, что такое направление установки поляризаторов позволит пропускать только тот пучок, вектор электрического поля *E* которого лежит в плоскости падения пучка на пластинку. При этом пучок на входе в пластинку не будет испытывать потерь на отражение, поскольку пластинка наклонена под углом Брюстера. Если оптическая ось не перпендикулярна и не параллельна плоскости падения, то падающий пучок будет содержать как обыкновенную, так и необыкновенную компоненты. Эти компоненты претерпевают различный фазовый сдвиг $\Delta\varphi = 2\pi(n_e - n_o)L_e$, где n_o и n_e — показатели преломления обыкновенного и необыкновенного луча соответственно, L_e — толщина пластинки вдоль направления пучка. Проходя через пластинку, обе компоненты складываются, образуя результирующее поле с эллиптической поляризацией, за исключением случаев, когда разница в фазовых сдвигах $\Delta\varphi$ не будет равна целому числу, умноженному на 2π ; тогда наличие второго поляризатора приведет к потерям для этого эллиптически

поляризованного пучка. С другой стороны, если $\Delta\varphi$ равно целому числу, умноженному на 2π , т. е. если

$$\frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)L_e = 2l\pi, \quad (7.6.1)$$

где l — целое число, тогда поляризация пучка останется неизменной после его прохождения через пластинку. Для идеальных поляризаторов пучок не будет испытывать потерь при прохождении всей такой системы, изображенной на рис. 7.17. Для обобщенного значения $\Delta\varphi$ можно рассчитать пропускание T всей системы (рис. 7.17). Полагая для простоты, что компонента электрического поля E составляет 45° с оптической осью A , имеем $T = \cos^2(\Delta\varphi/2)$. Следует отметить, что последовательные максимумы пропускания принимают значения, кратные числу l , которое отличается на единицу; и их разность частот можно легко определить из выражения (7.6.1). Полагая, что в пределах рассматриваемого волнового диапазона разница $(n_e - n_o)$ изменяется незначительно, частотный сдвиг, разделяющий два последовательных максимума, т. е. область дисперсии $\Delta\nu_{fsr}$, определяется как

$$\Delta\nu_{fsr} = \frac{c_0}{(n_e - n_o)L_e}. \quad (7.6.2)$$

Таким образом, толщина пластинки, которая обычно лежит в пределах 0,3–1,5 мм, определяет ширину перестроечной кривой, т. е. разрешающую силу. Чем тоньше пластинка, тем шире доступная область перестройки частоты и ниже разрешающая сила. Следует также отметить, что каждый пик пропускания может быть настроен путем вращения пластинки вокруг нормали к поверхности. Действительно, при этом изменяется значение n_e , которое зависит от угла между оптической осью и вектором электрического поля, и, следовательно, величина $\Delta n = n_e - n_o$, отвечающая за двулучепреломление. Наконец, необходимо заметить, что в лазерах с малым усилением, например в непрерывных газовых лазерах или лазерах на красителях, можно обойтись без двух поляризаторов, если остальные поляризующие компоненты, такие как активная среда или окна Брюстера, обеспечивают достаточную дискриминацию по потерям между двумя поляризаторами.

Пример 7.7. Область дисперсии и разрешающая сила двулучепреломляющего фильтра. Рассмотрим лазер на красителе, генерирующий на длине волны $\lambda = 600$ нм, в который для перестройки частоты генерации помещен двулучепреломляющий фильтр, состоящий из кристалла дигидрофосфата калия (KDP) толщиной $L = 1,5$ мм. Показатель преломления для обыкновенного и необыкновенного луча при данной длине волны лазера составляет $n_o = 1,47$ и $n_e = 1,51$ соответственно. Угол Брюстера для данной пластины имеет значение $\theta_B \approx \tan^{-1} n \approx 56,13^\circ$, где n — среднее значение между n_o и n_e . Угол Брюстера внутри кристалла определяется законом Снеллиуса и равен $\theta'_B = 33,9^\circ$, таким образом, $L_e = L / \cos\theta'_B \approx 1,81$ мм. Если направление оптической оси A кристалла (рис. 7.17) близко к перпендикулярному относительно направления распространения пучка, то значение показателя преломления необыкновенного луча, используемое в выраже-

нии (7.6.2), в точности равно $n_e = 1,51$, и тогда из выражения (7.6.2) получаем $\Delta\nu_{fsr} \approx 4,14 \cdot 10^{12}$ Гц. В этом случае интервал длин волн между двумя последовательными пиками составляет $\Delta\lambda = \lambda(\Delta\nu_{fsr}/\nu) \approx 5$ нм, где $\nu = c/\lambda = 5 \cdot 10^{14}$ Гц — частота излучения. Поскольку пропускание двулучепреломляющего фильтра (рис. 7.17) задается выражением $T = \cos^2 \Delta\phi/2$, нетрудно видеть, что ширина кривой пропускания (полная ширина между точками, соответствующими половинному значению от максимумов) равна значению $\Delta\lambda/2$, т. е. составляет $\sim 2,5$ нм.

7.7. ПРИЧИНЫ ВОЗНИКНОВЕНИЯ МНОГОМОДОВОЙ ГЕНЕРАЦИИ

Лазеры, как правило, имеют тенденцию генерировать в многомодовом режиме. Это обусловлено главным образом тем, что межмодовое расстояние обычно меньше, а зачастую и много меньше, ширины контура усиления. Например, если выбрать $L = 1$ м, то разность частот между двумя последовательными продольными модами будет равна $\Delta\nu = c/2L = 150$ МГц. Однако ширина линии лазера может лежать в пределах от ~ 1 ГГц для доплеровски уширенной линии газового лазера, работающего в видимой или ближней ИК области, до 300 ГГц и выше для переходов в твердотельных лазерах. Таким образом, число мод, лежащих в пределах ширины полосы лазера, может составлять от нескольких до нескольких тысяч, так что разница в усилении между этими модами, особенно когда генерируется несколько тысяч мод, становится очень малой. Поэтому на первый взгляд можно было бы ожидать, что при достаточно высокой скорости накачки будет возбуждаться значительная часть этих мод.

Однако приведенное выше, на первый взгляд естественное, заключение следует изучить более тщательно. Действительно, на раннем этапе развития лазеров считалось, что если линия усиления лазера уширена однородно, то он в принципе должен генерировать одну моду. Это соображение можно проиллюстрировать с помощью рис. 7.18, где приводится кривая контура усиления в зависимости от частоты при различных возрастающих значениях скорости накачки. Для простоты предположим, что одна из мод резонатора совпадает с максимумом контура усиления. Далее предположим, что генерация осуществляется на модах низшего порядка TEM_{00} , так что частоты всех мод разделены промежутками $c/2L$ (см. рис. 5.10). Коэффициент усиления лазера определяется выражением (2.4.35), где сечение однородной линии задается соотношением (2.4.18). Генерация возникает на центральной моде, как только инверсия населенностей $N = N_2 - N_1$, или среднее значение инверсии для случая пространственно-зависимой модели, достигнет критического значения N_c , при котором усиление будет равно потерям в резонаторе (см. выражение (7.3.2) или (7.3.18)). Однако даже если скорость накачки R_p превысит пороговое значение, в стационарных условиях инверсия зафиксируется на критическом значении N_c . Поэтому максимальное усиление, представленное на рис. 7.18 отрезком OP , при $R_p \geq R_{cp}$ зафиксируется

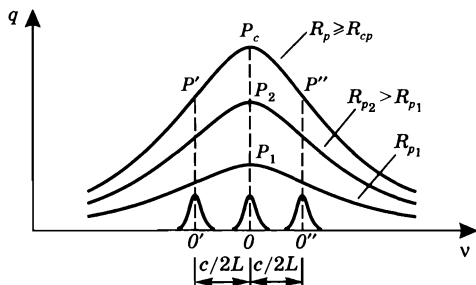


Рис. 7.18

Частотная зависимость коэффициента усиления лазера от скорости накачки R_p при условии насыщения (однородно уширенная линия)

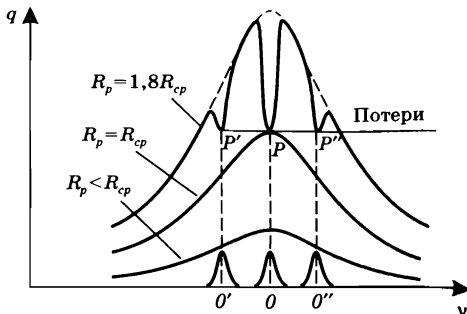


Рис. 7.19

Частотная зависимость коэффициента усиления лазера от скорости накачки R_p при условии насыщения (неоднородно уширенная линия); эффект частотного выжигания дырок в контуре усиления

на значении OP_c . Если линия уширена однородно, то ее форма не может измениться и, следовательно, контур линии усиления, при $R_p \geq R_{cp}$, как показано на рис. 7.18, останется тем же самым. Усиление для других мод, которое соответствует длинам отрезков $O'P'$, $O''P''$ и т. д., всегда меньше усиления центральной моды, соответствующего отрезку OP_c . Если потери для всех мод одинаковы, то в стационарном режиме генерация происходит лишь на центральной моде.

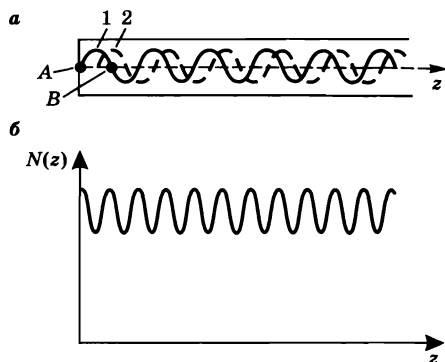
В случае неоднородно уширенной линии картина оказывается совсем иной (рис. 7.19). В этом случае сечение перехода, которое присутствует в выражении (2.4.35), определяется соотношением (2.4.23), т. е. представляет собой суперпозицию сечений для отдельных атомов, частоты переходов которых распределены в заданном спектре, как это описано функцией $g^*(\nu_0' - \nu_0)$. Таким образом, в этом случае на контуре линии усиления могут «выжигаться дырки», как уже было показано (для кривой поглощения) в разделе 2.8.3 (см. рис. 2.22).

Следовательно, если R_p больше R_{cp} , то усиление центральной моды остается фиксированным и равно критическому значению OP_c , а коэффициенты усиления для других мод, определяемые длинами отрезков $O'P'$, $O''P''$ и т. д., могут продолжать увеличиваться до соответствующих пороговых значений. В этом случае после превышения накачки над порогом генерация возможна более чем на одной моде.

Вскоре после открытия лазера экспериментально наблюдалась именно многомодовая генерация в случае как неоднородной (например, в He-Ne газовом лазере), так и однородной (например, в рубиновом лазере) линии усиления. Казалось бы, что последний результат находится в противоречии с приведенными выше соображениями. Впоследствии это противоречие было снято [20], учитывая то обстоятельство, что в активной среде каждой моде соответствует определенная пространственная картина стоячих волн. Рассмотрим для простоты две моды, картины стоячих волн которых в активной среде сдвинуты относительно друг друга на величину $\lambda/4$.

Рис. 7.20
Объяснение механизма
возникновения многомодовой
генерации для однородно
уширенной линии:

а) пространственное распределение стоячей волны в среде для генерирующей моды (сплошная линия) и для моды, которая может возникнуть после превышения накачки над порогом (пунктирная линия); б) картина пространственного выжигания дырки в активной среде, вызванного генерирующей модой.



(рис. 7.20а).¹ Предположим, что мода 1 на рис. 7.20 соответствует центральной моде на рис. 7.18, так что она первой достигает порога генерации. Однако при возникновении генерации на моде 1 инверсия населенностей в точках, в которых электрическое поле равно нулю (точки А, В и т. д.), практически не насыщается и может продолжать увеличиваться даже после превышения накачки над порогом. Данная ситуация проиллюстрирована на рис. 7.20б, где приводится пространственное распределение инверсии населенностей в лазерной среде.² Таким образом, мода 2, первоначально имеющая более низкое усиление, может теперь при увеличении скорости накачки достичь усиления, которое равно или даже больше, чем усиление моды 1, поскольку вклад в генерацию на этой моде дают те области активной среды, в которых инверсия населенностей не использовалась при генерации моды 1 (т. е. в необедненных областях). Следовательно, при значительном превышении накачки над порогом генерация может происходить на моде 2 так же, как и на моде 1; это становится очевидным, когда усиление уравнивается с потерями в резонаторе. Таким образом, для однородно уширенной линии усиления возникновение многомодовой генерации объясняется выжиганием дырок не в контуре усиления (*частотным выжиганием*, рис. 7.19), а в пространственном распределении инверсии населенностей внутри активной среды (*пространственным выжиганием дырок*, рис. 7.20б).

Следует отметить, что эффект пространственного выжигания дырок не играет значительной роли в случае неоднородно уширенной линии. Действительно, в этом случае различные моды (с достаточно большим частотным разнесением) взаимодействуют с разными группами атомов, так что пространственная

¹ Следует отметить, что согласно утверждениям, приводимым в разделе 5.1, резонансные частоты имеют место в том случае, когда на длине резонатора L укладывается целое число полуволин, т. е. когда $L = n(\lambda/2)$, где n — целое положительное число. Таким образом, две последовательные продольные моды смещаются на величину $(\lambda/2)$ при прохождении от одного зеркала к другому. Далее, если активная среда расположена в центре резонатора, эти две моды пространственно разнесены на величину $(\lambda/4)$ и могут соответствовать двум модам, приведенным на рис. 7.20.

² Согласно рассуждениям, приведенным в разделе 7.3.2 и 7.4.2, среднее значение $\langle N \rangle$ инверсии населенностей, которое определяется выражением (7.3.20), остается на уровне порогового значения после превышения накачки над порогом.

картина выжигания дырок для одного набора атомов оказывается неэффективной для другой моды.

В заключение этого раздела можно сделать вывод о том, что лазер всегда имеет тенденцию работать в многомодовом режиме. При однородном уширении линии усиления это является следствием пространственного выжигания дырок, тогда как в случае неоднородной линии — следствием только спектрального выжигания дырок. Следует заметить, однако, что в случае однородной линии при генерации нескольких мод с частотами вблизи центра линии усиления пространственное распределение инверсии населенностей будет в значительной степени смазано из-за присутствия соответствующих пространственно-смещенных картин стоячих волн этих мод. В этих условиях однородный характер линии не позволяет генерировать модам, находящимся дальше от центра линии усиления. Поэтому в случае однородной линии усиления (по сравнению с неоднородной) допустима генерация для меньшего числа мод, находящихся вблизи максимума контура усиления.

7.8. ОДНОМODOVЫЙ РЕЖИМ ГЕНЕРАЦИИ

Для однородной либо неоднородной линии усиления существует несколько способов заставить лазер генерировать на одной поперечной или продольной моде. Эти способы будут более или менее подробно рассмотрены в данном разделе.

7.8.1. СЕЛЕКЦИЯ ОТДЕЛЬНОЙ ПОПЕРЕЧНОЙ МОДЫ

Для устойчивого резонатора, а также в случае небольших значений размеров лазерного пятна (например, менее 0,5 мм для Nd:YAG лазера или менее 1 см для CO₂ лазера), обычно несложно добиться генерации на какой-либо определенной поперечной моде, т. е. с заданными поперечными индексами l и m (см. главу 5). Для большинства применений лазеров генерация на моде TEM_{00} является весьма желательной, и, чтобы получить генерацию на этой моде, обычно в некоторой точке на оси резонатора помещают диафрагму соответствующего размера. Если радиус a этой диафрагмы достаточно мал, то число Френеля $N = a^2/L\lambda$ резонатора определяется размером этой диафрагмы. С уменьшением значения a растет разница между потерями моды TEM_{00} и мод более высокого порядка (TEM_{01} или TEM_{10}), как это нетрудно видеть при сравнении рис. 5.13а и 5.13б для одного и того же параметра g . Следовательно, подбирая соответствующий размер диафрагмы можно добиться генерации лишь на одной моде TEM_{00} . Следует отметить, что эта схема селекции мод неизбежно приводит к некоторым потерям и для самой моды TEM_{00} .

Для больших диаметров активной среды, как уже было показано в разделе 5.5.2, невозможно получить размер пятна моды, соизмеримый с диаметром активной среды, без возникновения серьезных проблем, связанных с нестабильностью в плане размера поперечного профиля моды. Действительно, ссылаясь на пример 5.9, можно показать, что число Френеля ($N = a^2/L\lambda$,

где в этом случае параметр a являлся бы радиусом активной среды) не должно превышать значения, приблизительно равного двум. Для больших значений радиуса активной среды необходимо использовать неустойчивые резонаторы. В частности, как было показано в разделе 5.6.2, если число Френеля выбрать полущелым, то возникает большая дискриминация между модами низшего и высшего порядков (см. рис. 5.18). Однако в этом случае сечение выходного пучка имеет вид кольца, что не всегда удобно. Наилучшим методом получения генерации на моде низшего порядка было бы использование неустойчивого резонатора с выходным зеркалом, коэффициент отражения которого меняется в радиальном направлении по гауссову, или даже по супергауссову профилю (раздел 5.6.4).

7.8.2. СЕЛЕКЦИЯ ОТДЕЛЬНОЙ ПРОДОЛЬНОЙ МОДЫ

Даже когда лазер работает в режиме отдельной поперечной моды, он может генерировать несколько продольных мод (т. е. мод, отличающихся значением продольного индекса n). Эти моды разделены частотным диапазоном $\Delta\nu = c/2L$. Выделение отдельной продольной моды может быть достигнуто в некоторых случаях использованием коротких резонаторов, таких, что $\Delta\nu > \Delta\nu_0/2$, где $\Delta\nu$ — ширина контура усиления.¹ При этом, если частота моды настроена на центр линии усиления, то частоты соседних продольных мод оказываются расположенными на достаточно большом расстоянии от центра линии усиления, так что (при не очень большом превышении накачки над порогом) лазер на этих модах генерировать не может. Условие применимости данной схемы селекции мод можно записать в виде

$$L \leq c/\Delta\nu_0. \quad (7.8.1)$$

Действительно, в этом случае, если одна мода резонатора совпадает с максимумом контура усиления, то двум прилежащим модам будет соответствовать коэффициент усиления, равный в отсутствие насыщения половине максимального значения усиления, как для гауссова, так и для лоренцева контуров. В частности, для гауссовой линии, обращаясь к рис. 7.19, нетрудно видеть, что режим одномодовой генерации достигается при условии $R_{cp} \leq R_p \leq 2R_{cp}$. Следует отметить, что для точной настройки одной моды относительно центра линии необходимо отрегулировать одно из зеркал резонатора, например с помощью пьезоэлектрического преобразователя. Прикладывая напряжение к этому преобразователю, можно изменять длину резонатора (нетрудно также показать, что для того, чтобы сдвинуть картину продольных мод (рис. 5.10 для $l = m = 0$) на одну величину разнесения, длина резонатора должна изменяться на величину $\lambda/2$).

¹ Если в резонаторе используются селективные элементы для осуществления перестройки частоты лазера наподобие тех, что изображены на рис. 7.16 и 7.17, и если соответствующая ширина линии, на практике составляющая обычно 0,1–1 нм, меньше ширины линии усиливающей среды, то рассматриваемая в настоящем разделе ширина линии $\Delta\nu_0$ относится к селективному элементу, а не к усиливающей среде. В большей степени это имеет место в лазерах на красителях и в перестраиваемых твердотельных лазерах.

Рассмотренный только что метод можно эффективно применять в газовых лазерах, особенно в He-Ne лазере, где ширина линии усиления является относительно узкой (порядка нескольких гигагерц или меньше). Например, в случае He-Ne лазера, генерирующего на красном переходе, ширина линии составляет $\Delta\nu_0 \approx 1,7$ ГГц; из выражения (7.8.1) далее получаем: $L = 17,5$ см. В твердотельных лазерах, с другой стороны, ширина линии усиления обычно оказывается намного больше (несколько сотен гигагерц), и для применимости выражения (7.8.1) необходимо чтобы эквивалентная длина резонатора была намного меньше 1 мм (например, *микрочип-лазеры*). Для лазеров с еще большими значениями ширины линии усиления (например, для лазеров на красителях или перестраиваемых твердотельных лазеров) применимость выражения (7.8.1) требует использования слишком малой длины резонатора, что достаточно сложно при реализации на практике. В этом случае, а также когда необходимо использовать активные среды с большей длиной резонатора (например, в лазерах большой мощности), селекция продольной моды может быть осуществлена путем использования других методов, которые будут обсуждаться в следующих двух разделах.

7.8.2.1. ЭТАЛОН ФАБРИ-ПЕРО КАК ОПТИЧЕСКИЙ ЭЛЕМЕНТ ДЛЯ СЕЛЕКЦИИ МОД

Обычно селекция продольных мод как для однородно уширенной, так и для неоднородно уширенной линии усиления осуществляется путем размещения внутри резонатора одного или нескольких интерферометров Фабри-Перо, которые состоят из плоскопараллельной пластины из прозрачного материала (плавленый кварц или стекло для видимого или ближнего ИК-диапазона длин волн), обе поверхности которой покрыты таким образом, чтобы достичь необходимого коэффициента отражения R .

Рассмотрим вначале случай, когда в резонаторе используется один эталон Фабри-Перо, наклоненный под углом θ к оси резонатора (рис. 7.21). В соответствии с рассмотрением, проведенным в разделе 4.5.1, максимум пропускания эталона будет иметь место на частотах ν_n , определяемых выражением:

$$\nu_n = \frac{nc_0}{2n_r L_1 \cos \theta'}, \quad (7.8.2)$$

где n — целое число, θ' — угол преломления пучка в резонаторе n_r — показатель преломления эталона, и L_1 — его длина. Поскольку L_1 намного меньше длины резонатора L , в этом случае очень небольшого изменения угла θ (а следовательно, и θ')

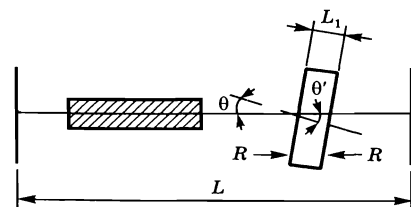


Рис. 7.21
Схема для селекции продольных мод, использующая эталон Фабри-Перо, работающий на пропускание

от положения $\theta = \theta' = 0$ достаточно, чтобы настроить максимум пропускания эталона на центральную частоту контура усиления лазера (рис. 7.22). И если теперь разность частот $\Delta\nu = c/2L$ между двумя соседними продольными модами окажется больше или равной величине $\Delta\nu_c/2$, где $\Delta\nu_c$ — ширина пика

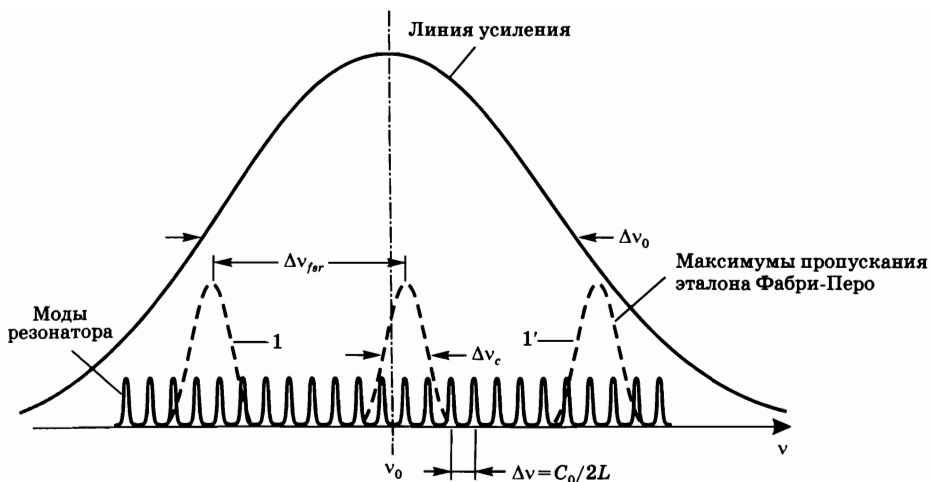


Рис. 7.22

Селекция продольных мод с помощью эталона Фабри-Перо, работающего на пропускание

пропускания эталона, то эталон отсеlectирует моду в центре линии от ее соседей.¹ Согласно выражению (4.5.13), для такого разделения соседних продольных мод необходимо выполнение условия:

$$\frac{\Delta\nu_c}{2} = \frac{\Delta\nu'_{fsr}}{2F} \leq \Delta\nu, \quad (7.8.3)$$

где $\Delta\nu'_{fsr}$ — область дисперсии, и F — резкость эталона.

Чтобы обеспечить селекцию продольной моды, необходимо также потребовать, чтобы дисперсия эталона $\Delta\nu'_{fsr}$ была больше или равнялась половине ширины линии усиления $\Delta\nu_0$; в противном случае два соседних пика пропускания эталона будут приводить к возможности генерации соответствующих мод. Для дискриминации соседних максимумов пропускания эталона необходимо выполнение условия:

$$\Delta\nu'_{fsr} \geq \Delta\nu_0 / 2. \quad (7.8.4)$$

Далее, из выражений (7.8.3) и (7.8.4) находим, что $(\Delta\nu_0 / 2) \leq \Delta\nu'_{fsr} \leq 2F\Delta\nu$ — условие, которое, в свою очередь, требует выполнения неравенства $(\Delta\nu_0 / 2) \leq 2F\Delta\nu$, т. е.

$$L \leq (c / \Delta\nu_0) 2F. \quad (7.8.5)$$

Сопоставляя это неравенство с условием (7.8.1), нетрудно видеть, что по сравнению с резонатором без эталона теперь длина резонатора может быть увеличена на величину $2F$. Полагая, например, что $F = 30$ (существуют различные факторы, такие, как плоскостность поверхностей эталона и смещение пучка в нем, которые в этом случае ограничивают достижимые на практике значения резкости), можно заметить, что использование эталона Фабри-Перо позволяет существенно увеличить длину резонатора, обеспечивая тем самым селекцию продольной моды.

¹ Точнее говоря, в этом случае потери за проход двух соседних мод в эталоне составляют $\geq 50\%$.

Если условие (7.8.5), накладываемое на длину резонатора, не выполняется, то селекция продольной моды с использованием одного эталона Фабри–Перо не может быть реализована, и в этом случае необходимо применять два или более эталонов различной толщины. При использовании двух эталонов для разделения соседних продольных мод резонатора задействуется эталон, имеющий большее значение толщины. Его дисперсия $\Delta\nu'_{fsr}$ должна удовлетворять условию (7.8.3). Второй, более тонкий эталон должен разделять соседние максимумы пропускания первого эталона, и в то же время его дисперсия $\Delta\nu''_{fsr}$ должна быть больше или равна полуширине кривой линии усиления (т. е. $\Delta\nu'_{fsr} \geq \Delta\nu_0/2$). Можно теперь показать, что для того, чтобы выполнялись эти два условия, необходимо осуществление следующего требования по отношению к длине резонатора:

$$L \leq (c/\Delta\nu_0)(2F)^2. \quad (7.8.6)$$

Сравнивая соотношения (7.8.1), (7.8.5) и (7.8.6), можно показать, что для селекции продольной моды резонатора без эталона, с одним эталоном или с двумя эталонами длина резонатора должна удовлетворять соответствующим условиям $L \leq c/\Delta\nu_0$, $c/\Delta\nu_0 \leq L \leq (c/\Delta\nu_0)2F$, или $(c/\Delta\nu_0)2F \leq L \leq (c/\Delta\nu_0)(2F)^2$.

Пример 7.8. Селекция продольной моды в Ar лазере и Nd:YAG лазере.

Рассмотрим вначале Ar лазер, работающий на длине волны $\lambda = 514,5$ нм, ширина линии усиления которого составляет $\Delta\nu_0^* = 3,5$ ГГц. Для осуществления селекции отдельной продольной моды без использования эталона требуется длина резонатора $L \leq c/\Delta\nu_0^* \approx 8,6$ см, тогда как с использованием одного эталона длина резонатора должна быть $L \leq (c/\Delta\nu_0^*)(2F) \approx 5,14$ м, где резкость F выбирается равной 30. Поскольку длина резонатора аргонового лазера обычно составляет менее 2 м и более десятков сантиметров, необходимо использовать один эталон Фабри–Перо. Согласно выражению (7.8.2), для $\cos \theta' \approx 1$ имеем $\Delta\nu'_{fsr} \approx c/2n_r L_1$; далее, принимая $n_r = 1,5$, из соотношения (7.8.3) получаем $L_1 \geq L/2Fn_r = 1,66$ см, где длина резонатора выбирается равной $L = 1,5$ м. С другой стороны, из выражения (7.8.4) получаем $L_1 \leq (c/\Delta\nu_0^* n_r) = 5,71$ см. Толщина эталона может выбираться между этими двумя значениями, например, пусть $L_1 = 3,7$ см. Теперь рассмотрим Nd:YAG лазер, для которого $\Delta\nu_0 = 120$ ГГц (при температуре $T = 300$ К). В этом случае для осуществления селекции отдельной продольной моды без использования эталона требуется длина резонатора $L \leq (c/\Delta\nu_0 n) = 1,4$ мм, где показатель преломления материала YAG составляет $n = 1,82$ (зеркалами резонатора в этом случае являются торцы YAG пластины с соответствующими нанесенными покрытиями; таким образом, разность частот между двумя последующими продольными модами определяется как $\Delta\nu = c/2nL$). В настоящее время широко применяются и даже нашли коммерческое применение одномодовые пластинчатые Nd:YAG лазеры с накачкой лазерными диодами, толщина YAG-пластин в которых составляет порядка нескольких сотен микрометров (так называемые *микроп-лазеры*). Далее, если использовать в данной схеме один эталон Фабри–Перо, согласно выражению (7.8.5), длина резонатора может быть увеличена до значения $L \approx 9,5$ см (полагая, что $F = 30$).

7.8.2.2.
СЕЛЕКЦИЯ ПРОДОЛЬНЫХ МОД С ПОМОЩЬЮ
ОДНОНАПРАВЛЕННЫХ КОЛЬЦЕВЫХ РЕЗОНАТОРОВ

Для однородно уширенной линии одномодовый режим генерации может быть достигнут автоматически или, по крайней мере, облегчен в практическом плане, если резонатор лазера выполнен в форме кольца, причем генерация осуществляется в одном направлении (см. рис. 5.4а). В этом случае явление пространственного выжигания дырок в активной среде не проявляется, и, как было показано в разделе 7.7, лазер имеет тенденцию генерировать излучение в одномодовом режиме. На самом деле, если переход отчасти однородно уширен и если линия усиления является очень широкой, могут также понадобиться некоторые дополнительные селектирующие элементы, например двулучепреломляющие фильтры и/или эталоны Фабри–Перо. Дополнительное преимущество такой однонаправленной¹ кольцевой конфигурации заключается в достижении более высокой выходной мощности, поскольку в этом случае вклад в выходное лазерное излучение вносит весь объем активной среды, а не только области, расположенные вблизи максимумов распределения стоячей волны.

Для осуществления работы упомянутой схемы необходимо внутри резонатора установить однонаправленное устройство или *оптический диод*, обеспечивающий преимущественное пропускание в одном направлении распространения пучка. Практически такое устройство может быть выполнено, как показано на рис. 7.23. Здесь, распространяющаяся в одном направлении волна, например слева направо, вначале проходит через входной поляризатор (поляризатор 1), а затем через стержень из подходящего прозрачного материала (например, стекло), к которому приложено постоянное продольное магнитное поле (*фарадеевский ротатор*, или фарадеевский вращатель поляризации), после чего пучок проходит через выходной поляризатор (поляризатор 2), имеющий ту же ориентацию, что и первый поляризатор.²

Когда линейно поляризованный оптический пучок проходит через фарадеевский ротатор, причем направление распространения пучка совпадает с направлением магнитного поля, выходной пучок остается линейно

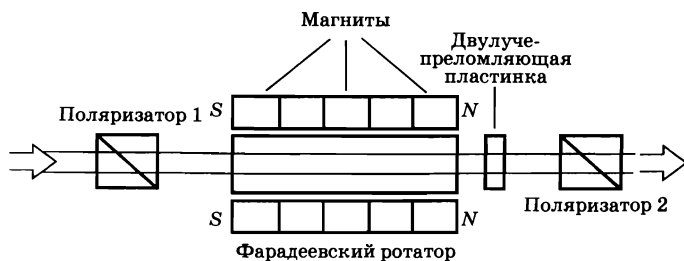


Рис. 7.23

Однонаправленное устройство, использующее фарадеевский ротатор (оптический диод)

¹ Термин *однонаправленный* здесь и ниже следует понимать только в том смысле, что обеспечивается распространение электромагнитной волны лишь в одном направлении внутри резонатора.

² Для однозначного описания поворота плоскости поляризации будем считать, что наблюдатель стоит лицом к световому пучку.

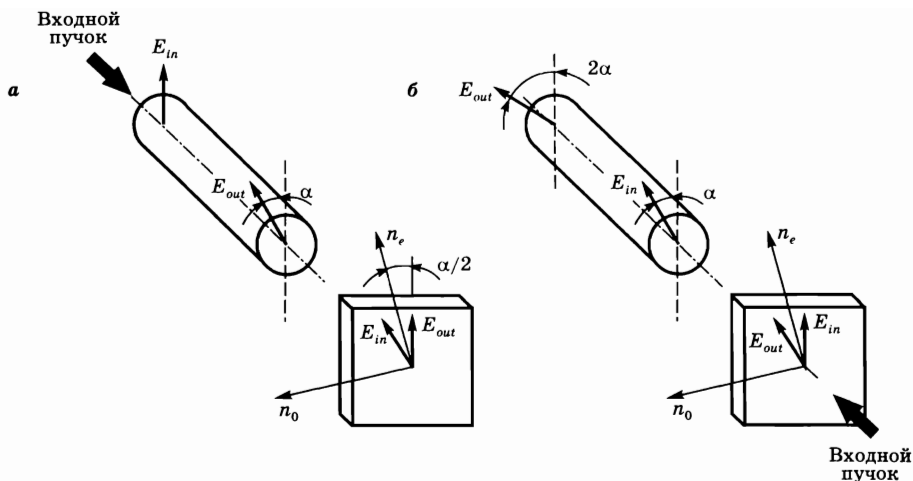


Рис. 7.24

Поворот плоскости поляризации в устройстве, объединяющем фарадеевский ротатор и двулучепреломляющую ($\lambda/2$) пластинку, для пучка, распространяющегося слева направо (а) и справа налево (б)

поляризованным, но при этом плоскость его поляризации поворачивается относительно оси. Направление поворота, если наблюдатель стоит лицом к падающему пучку, зависит от направления магнитного поля и от направления распространения пучка. Это означает, что если смотреть навстречу пучку, то при прохождении света слева направо плоскость поляризации повернется против часовой стрелки (рис. 7.24а), тогда как при прохождении света справа-налево (если опять смотреть навстречу пучку) плоскость поляризации повернется по часовой стрелке (см. рис. 7.24б). По этой причине говорят, что фарадеевский ротатор представляет собой невзаимный интерес. После фарадеевского ротатора пучок проходит через двулучепреломляющую пластинку, в ходе прохождения которой возникает оптическая разность хода ($\lambda/2$) между двумя пучками с разной поляризацией. Сдвиг фазы между этими пучками равен π , т. е. $2\pi(n_o - n_e)l/\lambda = \pi$, где l — толщина пластинки, и если плоскость поляризации входного пучка образует с осью необыкновенного пучка угол $\alpha/2$, то пластинка повернет плоскость поляризации на угол α по часовой стрелке, если смотреть навстречу пучку, (рис. 7.24а). Таким образом, если фарадеевский ротатор поворачивает плоскость поляризации против часовой стрелки на угол α , то два поворота плоскости поляризации взаимно компенсируются и пучок не претерпевает ослабления при прохождении через выходной поляризатор (поляризатор 2 на рис. 7.23). Однако если пучок распространяется в обратном направлении, справа налево (см. рис. 7.24б), то поворот плоскости поляризации снова осуществится по часовой стрелке при прохождении пучка через двулучепреломляющую пластинку (рис. 7.24б), и два поворота будут складываться, образуя некоторый суммарный поворот, и пучок будет испытывать потери при прохождении через второй поляризатор (поляризатор 1 на рис. 7.23). Следует отметить, что эти потери могут достигать 100%, если полный поворот происходит на угол $\pi/2$. Для лазеров с небольшим уси-

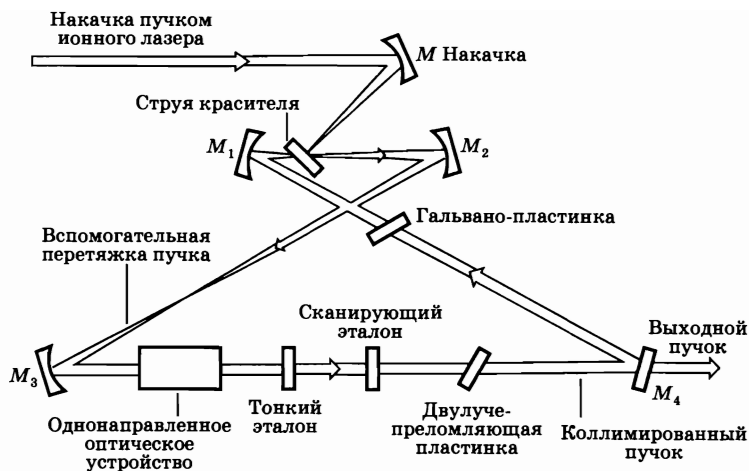


Рис. 7.25

Схематическое представление мощного лазера на красителе в режиме одной продольной моды, в котором используется однонаправленный кольцевой резонатор

лением полный угол поворота может составлять всего несколько градусов, но даже этого вполне достаточно, чтобы обеспечить разницу в потерях, необходимую для осуществления однонаправленной схемы устройства. Следует также отметить, что при прохождении света через двулучепреломляющую пластинку поворот плоскости поляризации происходит по часовой стрелке независимо от направления распространения пучка (это также видно из рис. 7.24а и б). Таким образом, двулучепреломляющая пластинка представляет собой двунаправленный оптический элемент.

В качестве примера на рис. 7.25 приведена конструкция резонатора в виде сложенного кольца, используемая в промышленном варианте непрерывного лазера на красителе. В данном случае накачка обеспечивается ионным лазером, причем раствор красителя пропускают в виде струи поперек пучка накачки. Селекция одной поперечной моды осуществляется автоматически за счет связанного со сфокусированной накачкой распределения усиления в поперечном направлении. Перестройка частоты генерации и уменьшение ширины линии усиления осуществляются при помощи комбинации из двулучепреломляющего фильтра и двух эталонов Фабри–Перо — тонкого эталона и сканирующего эталона, имеющих разные области дисперсии.

Оптическая длина пути в резонаторе легко перестраивается изменением наклона плоскопараллельной стеклянной пластинки, вставленной внутрь резонатора и управляемой электрически (гальвано-пластинка). Режим генерации одной продольной моды обеспечивается использованием однонаправленного оптического устройства, состоящего из фарадеевского ротатора и двулучепреломляющей пластинки. Следует отметить, что в данной схеме не используются отдельные поляризаторы, поскольку достаточные поляризационные потери здесь обеспечиваются наклоненными под углом Брюстера поверхностями оптических элементов.

Более современный и довольно интересный пример однонаправленной кольцевой схемы, использующей непlosкий резонатор, широко используется в Nd:YAG лазере (рис. 7.26) [21]. Резонатор выполнен в виде небольшой пластины ($3 \times 6 \times 8$ мм) из материала Nd:YAG, грани *B* и *D* которой вырезаны под таким углом, что пучок проходит непlosкий путь *BCD*, показанный на рисунке, где точка *C* расположена на верхней поверхности пластины. Постоянные магниты формируют магнитное поле, направленное, как показано на рис. 7.26. При прохождении через резонатор пучок испытывает полное внутреннее отражение на поверхностях *B*, *C* и *D*, а также отражается на поверхности *A* многослойным диэлектрическим покрытием, которое действует как выходное зеркало. Пластина из Nd:YAG играет роль и активной среды, и фарадеевского ротатора и возбуждается продольным пучком полупроводникового лазера (на рисунке не показан). При прохождении пучка имеет место механизм, аналогичный повороту плоскости поляризации полуволновой пластинкой.

Пусть наклонные грани *B* (направление *ABC*) и *D* (направление *CDA*) образуют с передней гранью *A* (направление *DAB*) угол β . Предположим также, что верхняя грань *C* (направление *BCD*) почти перпендикулярна этим угловым граням. Такая конфигурация приводит к вращению плоскости поляризации и повороту изображения на угол 2β после трех отражений пучка в точках *B*, *C* и *D*. Поляризационно-чувствительным элементом здесь является многослойное диэлектрическое покрытие на поверхности *A*, коэффициент отражения которого зависит от поляризации пучка. Поскольку однородно уширенная линия Nd:YAG значительно уже линии лазера на красителе, и разность частот между продольными модами (вследствие небольших размеров резонатора на рис. 7.26) существенно больше разности частот в резонаторе на рис. 7.25, то нет необходимости использовать дополнительные селектирующие по частоте элементы (такие как двулучепреломляющие фильтры или эталоны Фабри–Перо).

Режим работы на одной поперечной моде достигается опять же автоматически, благодаря распределению усиления в поперечном направлении, обусловленному сфокусированной накачкой. Таким образом, получается компактное и монолитное одномодовое устройство.

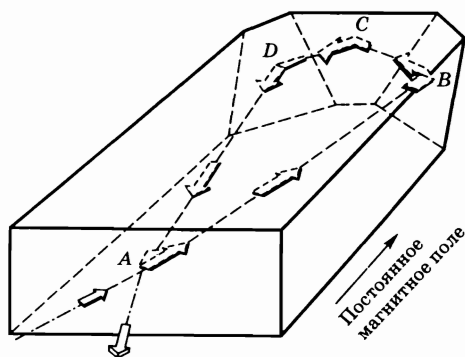


Рис. 7.26
Nd:YAG лазер в режиме одной продольной моды, в котором используется однонаправленный непlosкий кольцевой резонатор (согласно работе Кейна и Байера [21])

7.9. ЗАТЯГИВАНИЕ ЧАСТОТЫ И ПРЕДЕЛ МОНОХРОМАТИЧНОСТИ

Предположим, что генерация осуществляется на моде резонатора с частотой ν_c , которая отличается от центральной частоты перехода ν_0 . Пусть $\Delta\nu_c$ — ширина резонансной моды и $\Delta\nu_0$ — ширина лазерного перехода. Необходимо найти частоту генерации ν_L и ширину линии выходного спектра $\Delta\nu_L$ (рис. 7.27).

Величину ν_L можно вычислить в рамках полуклассического приближения. В работах [3, 22] показано, что ν_L равна некоторому промежуточному значению между ν_0 и ν_c , т. е. частота генерации затягивается по направлению к центральной частоте лазерного перехода ν_0 . Для неоднородно уширенной линии частота генерации в первом порядке приближения (и точно для однородно уширенной линии) определяется средним взвешенным двух частот: ν_0 и ν_c , при этом весовые множители оказываются обратно пропорциональными соответствующим ширинам линий. Таким образом, имеем:

$$\nu_L = \frac{(\nu_0 / \Delta\nu_0) + (\nu_c / \Delta\nu_c)}{(1 / \Delta\nu_0) + (1 / \Delta\nu_c)}. \quad (7.9.1)$$

Затягивание частоты, как правило, очень мало. Величина $\Delta\nu_0$ может иметь значения в пределах ~ 1 ГГц для доплеровски уширенного перехода в видимой области спектра и до 300 ГГц в твердотельных лазерах (см. табл. 2.1). С другой стороны, для резонатора длиной 1 м величина $\Delta\nu_c = 1/2\pi\tau_c = \gamma_c/2\pi L_e$ [см. (7.2.14) и (5.3.10)] может принимать значения от ~ 1 МГц до нескольких десятков мегагерц (в случае, когда γ изменяется в пределах от $\sim 1\%$, что является типичным для лазеров с низким коэффициентом усиления, например для He-Ne лазера, до значения $\sim 50\%$ для активных сред с высоким усилением). Таким образом, нетрудно видеть, что весовой фактор ($1/\Delta\nu_c$) более чем на три порядка величины превышает значение ($1/\Delta\nu_0$).

Обратимся теперь к расчету ширины $\Delta\nu_L$ спектра выходного излучения лазера, когда генерация в нем осуществляется лишь на указанной выше моде. Наименьшее значение ширины определяется шумами спонтанного излучения или, более точно, нулевыми флуктуациями поля лазерной моды. Поскольку эти флуктуации можно учесть лишь с помощью полного квантовомеханического рассмотрения (см. раздел 2.3.2), определить эту предельную ширину в рамках используемого здесь приближения не представляется возможным. Можно показать, что хотя случайным флуктуациям подвержены и амплитуда, и фаза поля нулевых колебаний, спектральное уширение выходного излучения обусловлено главным образом случайными флуктуациями фазы, тогда как очень небольшие флуктуации величины выходной мощности вызваны флуктуациями амплитуды поля нулевых колебаний. Это можно объяснить,

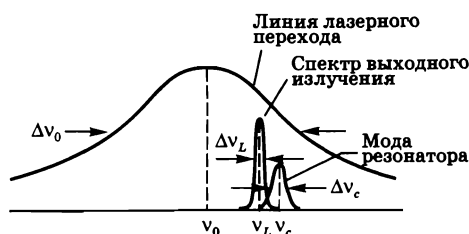


Рис. 7.27
Затягивание частоты и спектр выходного излучения в одномодовом лазере

обращаясь к тому факту, который рассматривался в начале данной главы, что количество фотонов в резонаторе лазера, а следовательно, и выходная мощность весьма нечувствительны к тому числу фотонов ϕ_i , которые изначально имеются в резонаторе, чтобы вызвать процесс спонтанного излучения. Для большей точности можно показать, что согласно уравнению (7.2.2), скорость увеличения числа фотонов в резонаторе за счет «дополнительного» фотона, возникающего в результате спонтанного излучения, определяется для стационарного состояния выражением $(d\phi/dt)_{se} = V_a B N_0$; данное соотношение необходимо сравнить с выражением для вынужденного излучения, которое, также согласно уравнению (7.2.2), имеет вид $V_a B N_0 \phi_0$. Поскольку ϕ_0 может лежать в диапазоне от 10^{10} до 10^{16} (см. пример 7.1), очевидно, что множитель, отвечающий за спонтанное излучение, незначительно влияет на число фотонов в резонаторе, т. е. и на амплитуду поля.

Согласно рассмотренному выше, амплитуда электрического поля выходного пучка может быть записана как $E(t) = E_0 \sin[2\pi\nu_L t + \phi_n(t)]$, где $\phi_n(t)$ — случайная переменная, отвечающая за нулевые флуктуации поля. Далее можно показать, что зависимость величины $\phi_n(t)$ от времени имеет общее с диффузионными процессами, т. е. среднеквадратичное отклонение фазы в момент времени t , или $\Delta\phi(t) = \langle [\phi_n(t) - \phi_n(0)]^2 \rangle^{1/2}$, пропорционально величине $\sqrt{t}$. Спектр излучаемого света, т. е. спектр мощности $E(t)$, имеет лоренцев контур, причем его ширина (на половине максимального значения) при пренебрежении внутренними потерями определяется выражением [23]:

$$\Delta\nu_L = \frac{N_2}{N_2 - N_1} \frac{2\pi h\nu_L (\Delta\nu_c)^2}{P}, \quad (7.9.2)$$

где P — выходная мощность. Данное выражение представляет собой известную формулу Шавлова–Таунса, которая была предложена ими в оригинальной работе [24] и которая устанавливает *квантовый предел для ширины лазерной линии*.

Как правило, ширина линии, описываемая выражением (7.9.2), является пренебрежимо малой по сравнению с прочими механизмами уширения в резонаторах (которые будут разбираться позднее), за исключением весьма важного случая, имеющего отношение к полупроводниковым лазерам. Причина этого исключения заключается в том, что, как будет показано в следующем примере, величина $\Delta\nu_c$ для полупроводникового лазера оказывается на пять порядков величины больше, чем, например, для He-Ne лазера. Действительно, проведенные эксперименты с лазером на арсениде галлия (GaAs) показали, что реальная ширина линии приблизительно в 50–100 раз превышает расчетную величину, полученную из выражения (7.9.2). Это наблюдение было позднее объяснено в рамках новых эффектов и особенностей, свойственных полупроводниковым лазерам. Флуктуации плотности электронно-дырочных пар, вызванные спонтанными переходами, приводят к измеримым флуктуациям показателя преломления активной среды. В свою очередь, флуктуации длины резонатора приводят к изменению резонансной частоты и, следовательно, частоты генерации. Таким образом, при рассмотрении полупроводниковых лазеров необходимо в правой части выражения

(7.9.2) добавить множитель, который можно обозначить как α^2 и который оказывается значительно больше единицы. Параметр α называется фактором Генри, в честь ученого, который первым объяснил этот эффект [25].

Пример 7.9. Пределы монохроматичности в He-Ne лазере и в полупроводниковом GaAs лазере. Рассмотрим вначале одномодовый He-Ne лазер, генерирующий на красном переходе ($\lambda = 632,8$ нм, $\nu_0 \approx 4,7 \cdot 10^{14}$ Гц). Пусть $L_e = 1$ м, $\gamma = 1\%$. Предположим также, что выходная мощность $P = 1$ мВт. Из выражений (7.2.14) и (5.3.10) получаем соответственно $\tau_c = 3,3 \cdot 10^{-7}$ с и $\nu_c \approx 4,7 \cdot 10^5$ Гц. Из соотношения (7.9.2), принимая $N_2/(N_2 - N_1) \approx 1$, получаем $\Delta\nu_L \approx 0,43$ мГц.

Теперь рассмотрим одномодовый полупроводниковый лазер на GaAs ($\lambda = 850$ нм) с резонатором длиной $L = l = 300$ мкм и коэффициентом отражения $R = 0,3$ для выходных торцов резонатора (т. е. равным френелевским потерям на поверхностях полупроводника без покрытия). Пренебрегая прочими потерями в резонаторе, находим $\gamma = -\ln(R) \approx 1,03$ и, следовательно, $\tau_c = nL/c\gamma = 3,4$ пс, где $n = 3,5$ — показатель преломления материала GaAs. Далее получаем $\Delta\nu_c = 1/2\pi\tau_c \approx 4,7 \cdot 10^{10}$ Гц, и из выражения (7.9.2), полагая $N_2/(N_2 - N_1) = 3$ и $P = 3$ мВт, находим $\Delta\nu_L \approx 3,2$ МГц. Следует отметить, что ширина лазерной линии в этом случае почти на 10 порядков величины больше, чем для He-Ne лазера, вследствие значительно более короткого времени перехода и, следовательно, значительно большей ширины линии резонатора.

Исходя из рассмотренного примера ширина линии полупроводникового лазера определяется *квантовым шумом* и на практике ее трудно уменьшить до значений ниже 1 МГц. Для He-Ne лазера, а также для всех других лазеров (например, Nd:YAG, CO₂ или Ar лазеров) ширина линии определяется формулой Шавлова–Таунса, и для маломощных милливаттных лазеров может составлять порядка 1 Гц и ниже и может быть даже уменьшена до значений мГц. Так, для He-Ne лазера ($\nu_L = c/\lambda \approx 4,7 \cdot 10^{14}$ Гц) относительная монохроматичность, обусловленная нулевыми флуктуациями поля, составила бы $(\Delta\nu_L/\nu_L) \approx 2,7 \cdot 10^{-18}$.

Рассмотрим теперь, какие требования следует предъявить к стабильности длины резонатора, чтобы стабильность резонансной частоты поддерживалась с указанной выше точностью. Из выражения (5.1.2), принимая $n = \text{const}$, находим $(\Delta L/L) \approx -(\Delta\nu_c/\nu_c) \approx 2,7 \cdot 10^{-18}$, таким образом, при $L = 1$ м имеем $|\Delta L| \approx 2,7 \cdot 10^{-9}$ нм. Это означает, что изменения длины резонатора на величину, которая в $\sim 10^8$ раз меньше типичного размера атома, уже достаточно для того, чтобы вызвать сдвиг резонансной частоты ν_c и, следовательно, частоты генерации ν_L , которая сравнима с шириной линии генерации, определяемой выражением (7.9.2). Таким образом, на практике предельная монохроматичность излучения определяется изменениями длины резонатора, обусловленными вибрациями или тепловыми эффектами, как будет видно в следующем разделе. Эти изменения обусловлены различными механизмами, которые, возможно, имеют несколько иную природу, чем это было описано выше, и относятся к так называемым *техническим шумам*.

7.10. ФЛУКТУАЦИИ ЧАСТОТЫ ГЕНЕРАЦИИ И СТАБИЛИЗАЦИЯ ЧАСТОТЫ ЛАЗЕРА

Для изучения флуктуаций частоты генерации рассмотрим активную среду с показателем преломления n_m и длиной l , помещенную в воздушный резонатор длиной L . Эффективная длина резонатора определяется как $L_e = n_a(L - l) + n_m l$, где n_a — показатель преломления воздуха. Разделим механизмы смещения частоты моды на две группы:

1. *Долговременные флуктуации*, имеющие место в масштабе времени, скажем, более 1 с, и связанные с ними изменения длины L или показателя преломления n_a , и которые обусловлены температурными изменениями или медленными изменениями давления окружающего воздуха.

2. *Кратковременные флуктуации*, обусловленные, например, акустическими колебаниями зеркал, приводящими к изменениям длины резонатора, или волнами звукового давления, которые модулируют параметр n_a , или кратковременными флуктуациями показателя преломления n_m вследствие, например, изменения силы тока разряда в газе, или воздушными пузырьками, присутствующими в потоке жидкости лазера на красителе. В твердотельных лазерах с оптической накачкой флуктуации мощности накачки приводят к температурным флуктуациям, которые, в свою очередь, приводят к изменению показателя преломления и, следовательно, к изменению оптической длины резонатора.

В качестве примера того, как долговременные флуктуации влияют на изменения длины резонатора, рассмотрим температурный коэффициент расширения α для материала (например, инвар) элементов, которые помещены между двумя зеркалами резонатора. Для температурного влияния имеем $|\Delta v_L / v_L| \cong |\Delta L / L| = \alpha \Delta T$, где ΔT — изменения температуры внутри лазера. С другой стороны, медленные колебания давления также дают вклад в изменение частоты в виде $|\Delta v_L| = v_L \Delta n_a (L - l) / l = v_L (n_a - 1) |\Delta p / p| (L - l) / l$, где Δp — изменение давления p внутри лазера.

Пример 7.10. *Долговременные флуктуации в резонаторе лазера.* Возьмем для инвара $\alpha = 1 \cdot 10^{-6} \text{ К}^{-1}$ и рассмотрим частоту, расположенную в центральной части видимого спектра, т. е. $v_L \cong 5 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$. Из предыдущих выражений находим, что изменение частоты вследствие тепловых колебаний составляет $|\Delta v_L| = 5 \cdot 10^8 \text{ Гц} \cdot \text{К}^{-1}$. Отсюда видно, что изменение температуры ΔT даже на $0,1^\circ\text{C}$ приводит к изменению частоты на $\sim 50 \text{ МГц}$. Для определения смещения частоты вследствие медленного колебания давления отметим, что обычно для газа $(L - l) / l \cong 0,2$, подразумевая, что для воздуха $n_a \cong 1,00027$. Таким образом, для $v_L \cong 5 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$ можно записать $|\Delta v_L| \cong 2,7 \cdot 10^{10} |\Delta p / p| \text{ Гц}$. Следовательно, для относительного изменения давления $|\Delta p / p| \cong 3 \cdot 10^{-3}$, которое может происходить в течение одного часа, имеем $|\Delta v_L| \cong 80 \text{ МГц}$.

Согласно приведенному выше примеру, для уменьшения долговременных флуктуаций частоты до уровня, например, 1 МГц и ниже необходимо

Рис. 7.28
Спектр частотного шума для
Nd:YAG лазера с накачкой
лазерными диодами, работающего
в режиме свободной генерации
(согласно работе [26])



использовать материал с очень маленьким коэффициентом расширения, возможно даже меньше, чем $1 \cdot 10^{-7} \cdot \text{К}^{-1}$, и стабилизировать температуру в пределах $0,01^\circ\text{C}$ и меньше. Также необходимо поместить лазер в камеру, обеспечивающую стабильное давление.

Уменьшение кратковременных флуктуаций частоты оказывается более сложной задачей и требует наличия высококачественных виброустойчивых оптических столов и эффективной защиты от внешних воздействий. Таким образом, в целом оказывается весьма сложно уменьшить кратковременные флуктуации частоты до уровня 1 МГц и ниже. Исключение составляют монокристаллические и компактные твердотельные лазеры, такие как Nd:YAG лазер с однонаправленным неплоским кольцевым резонатором, который был рассмотрен на рис. 7.26 и в котором кратковременные флуктуации частоты составили 10 кГц.

Для того чтобы более точно охарактеризовать флуктуации частоты генерации лазера, запишем выражение для амплитуды электрического поля $E(t) = E_0 \sin[2\pi\nu_L t + \varphi_n(t)]$, где ν_L — центральная частота лазера и функция $\varphi_n(t)$ описывает флуктуации фазы, вызванные наличием шумов. Мгновенное значение частоты может быть записано как $\nu(t) = \nu_L + d\varphi_n(t)/2\pi dt = \nu_L + \nu_n(t)$, где $\nu_n(t)$ — частотный шум, который, по сути, связан с шириной линии или со стабильностью частоты и должен быть каким-либо образом описан. Результатом измерения частотных флуктуаций является спектральная плотность мощности частотного шума (см. приложение Ж), представленная функцией $S_\nu(\nu_m)$ и имеющая размерность $\text{Гц}^2/\text{Гц}$. Здесь ν_m называется *частотой смещения*, и имеется в виду частота, при которой фаза $\varphi_n(t)$ оказывается промодулирована шумом. На практике измеряется величина $S_\nu(\nu_m)$, где функция $\nu_n(t)$ преобразуется, например, с помощью преобразователя «частота–напряжение» в сигнал напряжения $V_n(t)$, и затем уже измеряется спектр мощности $V_n(t)$ с помощью электронного спектроанализатора.

В качестве примера на рис. 7.28 показан график зависимости квадратного корня спектра частотного шума $\sqrt{S_\nu(\nu_m)}$ для монокристаллического Nd:YAG лазера с накачкой лазерными диодами, работающего в режиме свободной генерации [26]. На этом же рисунке приводится предел Шавлова–Таунса для $\sqrt{S_\nu(\nu_m)}$. Для лоренцевой линии, как это было предсказано теорией Шавлова–Таунса, можно показать, что спектральная плотность мощности

флуктуаций частоты, по сути, является «белым шумом», т. е. $S_v(\nu_m)$ есть величина постоянная и задается как [27]

$$S_v(\nu_m) = \Delta\nu_L/\pi, \quad (7.10.1)$$

где $\Delta\nu_L$ — ширина линии (заданная выражением (7.9.2), согласно теории Шавлова–Таунса). Следует отметить, что значительное увеличение уровня шума на частотах смещения меньше, чем 100 кГц, связано с акустическими возмущениями и флуктуациями мощности накачки.

Для большинства сложных применений, например при детектировании гравитационных волн, спектр шумов лазера должен быть максимально уменьшен, и в таких случаях необходимо использовать методы активной стабилизации длины резонатора. Для этого одно из зеркал резонатора устанавливается на пьезоэлектрическом преобразователе, и стабилизация частоты достигается за счет обратной связи по напряжению, приложенной к преобразователю посредством соответствующей электронной цепи. Посылая часть лазерного излучения на частотный дискриминатор, имеющий достаточно высокое разрешение и стабильность, и снимая на выходе флуктуации напряжения, можно получить искомый сигнал ошибки. В качестве частотных дискриминаторов зачастую используются интерферометры Фабри–Перо с высоким параметром резкости (резкие линии пропускания или отражения), а также ячейки, в которых под низким давлением помещен атомарный или молекулярный газ с резкой линией поглощения. При этом резкость таких интерферометров Фабри–Перо составляет более 10^5 , а потери на зеркалах (обусловленные поглощением или рассеянием) составляют миллионные доли. Так, интерферометр Фабри–Перо длиной 1 м обеспечивает резкость линии пропускания порядка килогерц. Для уменьшения частотных флуктуаций зеркала в резонаторе Фабри–Перо должны быть установлены на элементах с очень низким коэффициентом расширения (например, трубках из супер-инвара или прецизионной керамики), кроме того, интерферометр должен быть помещен в камеру, поддерживающую стабильное давление и температуру. Однако стабилизация частоты в случае долговременных флуктуаций может осуществляться и с помощью атомарных или молекулярных линий поглощения (в качестве опорной частоты). При этом опорная длина волны должна быть воспроизводима и независима от внешних воздействий, таких как электрические или магнитные поля, и от изменений давления или температуры. Таким образом, наиболее подходящими являются переходы в атомах или молекулах (не имеющих постоянного дипольного момента), таких как CH_4 для перехода 3,39 мкм или $^{129}\text{I}_2$ для перехода 633 нм в He-Ne лазере. Для газа или пара с низким давлением ширина линии поглощения ограничена доплеровским уширением и составляет около 1 ГГц (в видимом диапазоне длин волн). Для достижения более узкой ширины линии (например, порядка килогерц) необходимо использовать инструменты бездоплеровской нелинейной спектроскопии [28].

Наиболее распространенным способом стабилизации частоты генерации является *метод Паунда–Древера* [29], в котором небольшая часть выходного пучка подвергается частотной модуляции и затем пропускается через час-

тотный дискриминатор, например интерферометр Фабри–Перо или поглощающую ячейку. Для понимания принципов работы данного метода необходимо вначале отметить, что любой элемент, используемый в схеме, может вносить вклад в изменение фазы падающей волны, которое, в свою очередь, зависит от длины волны входного излучения. Для упомянутого интерферометра Фабри–Перо сдвиг фазы может быть рассчитан из выражения (4.5.4). Для поглощающей ячейки изменение фазы может определяться как $\phi = 2\pi n l / \lambda$, где l — длина ячейки, n — показатель преломления среды. Для лоренцевой линии показатель преломления n может быть связан с коэффициентом поглощения среды α через дисперсионное соотношение:

$$n(\nu - \nu_0) = 1 + \frac{c}{2\pi\nu} \cdot \frac{\nu_0 - \nu}{\Delta\nu_0} \alpha(\nu - \nu_0), \quad (7.10.2)$$

где n_0 — показатель преломления, соответствующий значительной отстройке частоты от резонансной линии, ν — частота электромагнитной волны, ν_0 — частота перехода и $\Delta\nu_0$ — ширина линии. Следует отметить, что при $\nu = \nu_0$ имеем $n = n_0$, т. е. в этом случае переход не вносит вклад в показатель преломления. Для неоднородной линии необходимо учитывать сдвиг фазы (на частоте ν), вносимый всеми атомами с соответствующими частотами переходов ν'_0 , распределения которых определяются функцией $g^*(\nu'_0 - \nu_0)$. Далее, показатель преломления среды определяется из выражения (7.10.2), подразумевая усреднение по частотному распределению $g^*(\nu'_0 - \nu_0)$. Таким образом, получаем:

$$n_{eff} = 1 + \frac{cN_t}{2\pi\nu} \int \frac{\nu'_0 - \nu}{\Delta\nu_0} \sigma_h(\nu - \nu'_0) g^*(\nu'_0 - \nu_0) d\nu'_0, \quad (7.10.3)$$

где N_t — полная населенность основного состояния, σ_h — однородное сечение. Согласно выражению (7.10.2) или (7.10.3), для заданной линии поглощения $\alpha = \alpha(\omega - \omega_0)$ (см. рис. 7.29а) соответствующий сдвиг частоты можно оценить из рис. 7.29б. Для простоты сдвиг фазы на центральной частоте линии, $\phi_0 = 2\pi n_0 l / \lambda$, берется равным нулю. Для интерферометра Фабри–Перо используется аналогичная кривая. Таким образом, график на рис. 7.29 позволяет получить общее представление о фазовом сдвиге, который возникает в частотном дискриминаторе (поглощающей ячейке или интерферометре Фабри–Перо).

Рассмотрим теперь частотно модулированный пучок и запишем

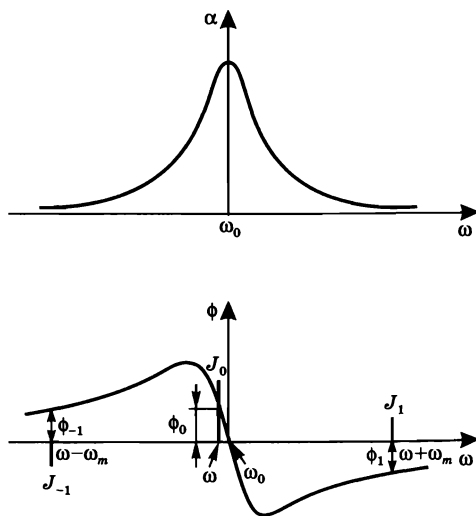


Рис. 7.29
Метод Паунда–Древера частотной стабилизации по минимуму пропускания поглощающей ячейки (или по пику пропускания интерферометра Фабри–Перо)

выражение для напряженности электрического поля в виде $E(t) = E_0 \exp[j\omega t + j\Gamma \sin \omega_m t]$, где Γ — коэффициент фазовой модуляции и ω_m — частота модуляции. Далее рассмотрим этот пучок в представлении функции Бесселя и запишем:

$$E(t) = E_0 e^{j\omega t} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\Gamma) e^{jn\omega_m t}, \quad (7.10.4)$$

где J_n — функция Бесселя порядка n . Если ограничить рассмотрение первыми двумя боковыми полосами частот $\pm\omega_m$, то из выражения (7.10.4) получим:

$$E(t) = E_0 e^{j\omega t} [-J_1(\Gamma) e^{-j\omega_m t} + J_0(\Gamma) + J_1(\Gamma) e^{j\omega_m t}], \quad (7.10.5)$$

где используется свойство функции Бесселя $J_{-1}(\Gamma) = -J_1(\Gamma)$. Таким образом, напряженность электрического поля на выходе частотного дискриминатора будет определяться выражением:

$$E(t) = E_0 e^{j\omega t} [-J_1(\Gamma) e^{-j\omega_m t - j\phi_{-1}} + J_0(\Gamma) e^{-j\phi_0} + J_1(\Gamma) e^{j\omega_m t - j\phi_1}], \quad (7.10.6)$$

где ϕ_0 , ϕ_{-1} и ϕ_1 — фазовые сдвиги, соответствующие несущим частотам для двух упомянутых полос $\pm\omega_m$ (рис. 7.29б). Если пучок после дискриминатора направить на квадратичный детектор, то зарегистрированный фототок будет пропорционален величине EE^* , где E^* означает комплексно сопряженную величину. Компонента фототока на частоте ω_m будет пропорциональна величине

$$(EE^*)_{\omega_m} = 2 |E_0|^2 \operatorname{Re}\{J_0 J_1 e^{j\omega_m t} [e^{j(\phi_0 - \phi_{-1})} - e^{j(\phi_{-1} - \phi_0)}]\}, \quad (7.10.7)$$

где Re означает реальную часть. Если теперь несущая частота ω волны совпадает с центральной частотой дискриминатора $\omega_0 = 2\pi\nu_0$, то $\phi_0 = 0$ и $\phi_{-1} = -\phi_1$ (см. рис. 7.29). Далее, из выражения (7.10.7) получаем $(EE^*)_{\omega_m} = 0$. С другой стороны, для случая, когда $\omega \neq \omega_0$, при условии $\omega_m \gg 2\pi\Delta\nu_0$, можно записать: $\phi_{-1} \cong -\phi_1$; тогда из выражения (7.10.7) получаем:

$$(EE^*)_{\omega_m} = -4 |E_0|^2 J_0 J_1 \sin(\phi_0) \sin(\omega_m t - \phi_1). \quad (7.10.8)$$

Таким образом, знак компоненты фототока на частоте ω_m будет зависеть от знака ϕ_0 , т. е. от того, выше или ниже находится частота ω относительно частоты ω_0 . Данная компонента может быть затем использована в качестве сигнала ошибки в петле обратной связи, для того чтобы скорректировать несущую частоту волны на центральную частоту дискриминатора. При этом точность, с которой это можно реализовать, зависит от коэффициента усиления в петле обратной связи и от ширины этой линии усиления.

При использовании очень точных узкополосных частотных дискриминаторов ($\Delta\nu_0 \cong 30$ кГц) можно обеспечить частотный сдвиг в диапазоне 100 мГц [30].

7.11. ШУМ ИНТЕНСИВНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ И МЕТОДЫ ЕГО УМЕНЬШЕНИЯ

В предыдущих разделах было показано, что спонтанное излучение и флуктуации длины резонатора приводят к возникновению только частотных шумов и, таким образом, амплитуда поля выходного пучка может рассматриваться как не зависящая от времени. Однако в лазере существуют прочие возмущения, которые могут быть причиной возникновения амплитудных флуктуаций или *шумов интенсивности*. Наиболее распространенные возмущения этого типа можно классифицировать следующим образом:

- для газовых лазеров — флуктуации электрического тока в источнике питания, нестабильность электрического разряда в газе, а также разъюстировка зеркал вследствие механических вибраций;
- для лазеров на красителях — флуктуации плотности в потоке красителя, а также наличие в нем пузырьков воздуха;
- для твердотельных лазеров — флуктуации в процессах накачки (как для ламповой, так и для накачки лазерными диодами), разрегулировка резонатора;
- для полупроводниковых лазеров — флуктуации тока смещения, амплитудные флуктуации, вызванные спонтанным излучением и рекомбинационными шумами.

Помимо отмеченных кратковременных флуктуаций в лазере могут иметь место и долговременные флуктуации выходной мощности, которые обычно обусловлены температурными перепадами в резонаторе лазера, а также деградацией зеркал, выходных окон и других оптических элементов, включая активную среду. Следует отметить, что для современных лазеров временные масштабы таких флуктуаций выходной мощности характеризуются, по крайней мере, тысячами часов.

Обозначив через $\delta P(t)$ флуктуации выходной мощности относительно некоторого среднего значения $\langle P \rangle$, определим вначале амплитуду автокорреляционной функции $C_{PP}(\tau)$:

$$C_{PP}(\tau) = \langle \delta P(t) \delta P(t + \tau) \rangle / \langle P \rangle^2, \quad (7.11.1)$$

где обозначение $\langle \rangle$ подразумевает усреднение по ансамблю. Результатом Фурье-преобразования функции $C_{PP}(\tau)$ является так называемый *относительный шум интенсивности* лазера (RIN-шум), выражение для которого имеет вид:

$$\text{RIN}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{PP}(\tau) \exp(j\omega\tau) d\tau. \quad (7.11.2)$$

Очевидно, что функция $C_{PP}(\tau)$ может быть получена из выражения (7.11.2) с помощью обратного преобразования Фурье, т. е.:

$$C_{PP}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{RIN}(\omega) \exp(-j\omega\tau) d\omega. \quad (7.11.3)$$

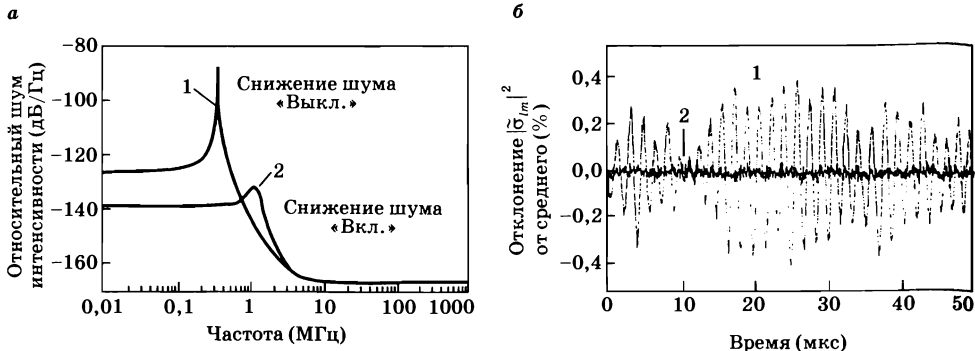


Рис. 7.30

а) Типичный спектр относительного шума интенсивности для однонаправленного кольцевого Nd:YAG лазера с накачкой лазерными диодами (см. рис. 7.26) без использования (кривая 1) и с использованием (кривая 2) активной системы снижения шума. б) Соответствующие графики зависимостей, описывающих относительные флуктуации выходной мощности (согласно работе [31])

Спектр шума интенсивности, характерный для одномодовых однонаправленных лазеров с накачкой лазерными диодами, приведен на рис. 7.30а (кривая 1). Следует отметить, что шкала на графике приведена в единицах дБ/Гц, и это замечание можно пояснить, используя следующую запись:

$$\text{RIN(дБ/Гц)} \times \Delta\nu = 10 \log [\text{RIN}(\nu) \times \Delta\nu], \quad (7.11.4)$$

где $\text{RIN}(\nu) = 2\pi \text{RIN}(\omega)$ и $\Delta\nu = 1$ Гц. Из рисунка видно, что данный спектр имеет ярко выраженный пик на частоте $\nu \approx 300$ кГц, которая характеризует частоту релаксационных колебаний лазера (см. следующую главу). Соответствующие относительные флуктуации выходной мощности $\delta P(t)/\langle P \rangle$ показаны на рис. 7.30б (кривая 1). Из этого рисунка видно, что среднеквадратическое отклонение $\delta P(t)$, т. е. $\sqrt{\langle \delta P^2(t) \rangle} / \langle P \rangle$, составляет $\sim 2 \cdot 10^{-3}$. Такой же результат можно получить из рис. 7.30а, если принять во внимание, что ширина $\Delta\nu$ пика релаксационных колебаний (при разности 3 дБ) составляет приблизительно 2 кГц, тогда как величина относительного шума интенсивности в пределах этого пика составляет ~ -85 дБ/Гц. Действительно, согласно выражению (7.11.4), имеем $\text{RIN}(\nu) = 10^{-85} \approx 3,16 \cdot 10^{-9} \text{ Гц}^{-1}$. Далее, из соотношений (7.11.3) и (7.11.1) при $\tau = 0$ получаем:

$$C_{PP}(0) = \langle \delta P^2(t) \rangle / \langle P \rangle^2 \approx \text{RIN}(\nu) \times \Delta\nu \approx 6,32 \cdot 10^{-6}$$

и, таким образом, $\sqrt{\langle \delta P^2(t) \rangle} / \langle P \rangle \approx 2,5 \cdot 10^{-3}$.

Для уменьшения шума интенсивности зачастую применяют отрицательную обратную связь по источнику накачки. Время, необходимое для установления такой обратной связи, ограничено временем отклика в разряде газа (или временем отклика относительно скорости накачки). Таким образом, для газового лазера схема обратной связи не может быть применима в целях уменьшения шума интенсивности, вызванного, например, нестабильностью разряда. С другой стороны, для твердотельных лазеров с накачкой лазерными диодами время отклика оказывается значительно меньше, чем время установления инверсии населенностей в активной среде лазера, и в этом случае

отрицательная обратная связь может быть вполне осуществима при уменьшении шума интенсивности до значений частот более высоких, чем частота релаксации колебаний. Данная ситуация продемонстрирована на рис. 7.30а (кривая 2), где видно, что при использовании петли обратной связи наблюдается уменьшение пикового значения относительного шума интенсивности на более чем 35 дБ. Соответствующий график на рис. 7.30б (кривая 2) показывает, что действительно среднеквадратическое отклонение $\sqrt{\langle \delta P^2(t) \rangle} / \langle P \rangle^2$ уменьшилось более чем на один порядок величины.

До сих пор мы рассматривали шум интенсивности одномодового лазера. Для многомодовой генерации ситуация значительно усложняется, поскольку даже если удерживать полную мощность всех мод постоянной, мощность каждой отдельной моды может изменяться во времени. Этот эффект известен как *шум перераспределения мод*, и он может приводить к серьезным проблемам в плане шумов интенсивности в каждой отдельной моде. Предположим для простоты, что помимо основной моды в резонаторе генерируется дополнительная мода, мощность которой на 20 дБ ниже основной. Нелинейность соответствующих скоростных уравнений может быть причиной появления механизма, вследствие которого возникает антикорреляция между мощностями двух мод [20]. Это может приводить к тому, что мощность дополнительной моды будет подвержена значительным флуктуациям во времени, от нулевого до полного значения, и, таким образом, мощность основной моды будет также изменяться во времени, поскольку суммарная мощность излучения подразумевается постоянной (эффект, получивший название *противофазная динамика*) [32]. Спектральная частота шума перераспределения мод определяется характером поведения процессов противофазной динамики во времени. Например, на рис. 7.31 приведены спектры относи-

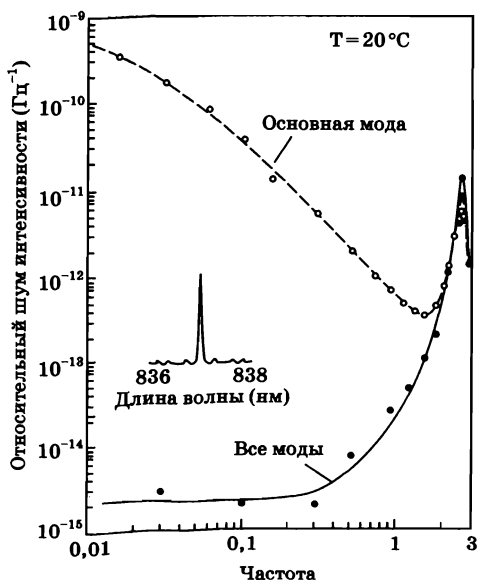


Рис. 7.31
Экспериментальное
наблюдение шума
перераспределения мод
в многомодовом
полупроводниковом
лазере (согласно
работе [33])

тельного шума интенсивности (RIN спектры), полученные экспериментальным путем на AlGaAs полупроводниковом лазере с резонатором Фабри–Перо (см. главу 9), где измерялись значения мощности всех мод (сплошная кривая) и отдельно основной моды (пунктирная кривая) [33].

Из рис. 7.31 видно, что значительный рост шумов интенсивности основной моды на частотах ниже пика релаксационных колебаний ($\cong 2,5$ ГГц, столь большое значение частоты в данном случае связано с малой длиной резонатора) вызван наличием в излучении других генерирующих мод.

7.12. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой главе был детально рассмотрен непрерывный режим работы четырехуровневого и квазитрехуровневого лазера. Вначале была изучена пространственно-независимая модель скоростных уравнений для самых простых условий касательно скоростей переходов (идеальная четырехуровневая и квази-трехуровневая схемы лазеров), а также рассчитан непрерывный режим работы лазера с помощью этих уравнений, включая оптимальную связь на выходе лазера. Так же были довольно подробно рассмотрены результаты, полученные с помощью пространственно-зависимой модели скоростных уравнений.

Следует еще раз сказать, что скоростные уравнения позволяют наиболее простым образом описать непрерывный и переходный режимы работы лазера. В целях повышения точности (и сложности) необходимо использовать полуклассический и квантово-электродинамический подходы. Однако здесь можно отметить, что при описании непрерывного режима работы с помощью полуклассического подхода, соответствующие выводимые уравнения сводятся в дальнейшем к скоростным уравнениям. И, с другой стороны, полностью квантовый подход требует корректного описания момента возникновения лазерной генерации, а также накладывает ограничения на шумы в лазере. Однако если число фотонов в данной моде резонатора значительно превышает единицу, то (усредненные) результаты квантового подхода совпадают с результатами полуклассической теории. И следует, наконец, заметить, что скоростные уравнения в той простейшей форме, в которой они приведены здесь, применимы к сравнительно малому числу случаев. В большинстве лазерных процессов принимает участие большее число уровней, чем три или четыре, как было рассмотрено выше, поэтому описание в рамках скоростных уравнений оказывается гораздо более сложным. На самом деле, справедливо утверждение, согласно которому каждый лазер характеризуется своей конкретной системой скоростных уравнений. Тем не менее, рассмотренные в данной главе уравнения позволяют построить модель, которую нетрудно обобщить на более сложные случаи.

Помимо разделов, обсуждаемых непосредственно в рамках модели скоростных уравнений, в данной главе были также рассмотрены некоторые другие важные вопросы, касающиеся непрерывного режима работы лазера, а именно:

- причины возникновения многомодовой генерации; методы селекции отдельных мод; перестройка частоты генерации;
- пределы монохроматичности для одномодовых лазеров; амплитудные и частотные флуктуации поля выходного пучка;
- методы уменьшения амплитудных и частотных флуктуаций.

Эти подразделы содержат минимальный набор знаний, необходимых для понимания режимов работы непрерывного лазера.

ЗАДАЧИ

- 7.1. Пренебрегая внутренними потерями, вычислите логарифмические потери γ зеркала с коэффициентом пропускания $T = 80\%$.
- 7.2. Докажите справедливость выражения (7.2.11).
- 7.3. В условиях примера 7.2 и рис. 7.4 вычислите эквивалентную длину резонатора L_e и время релаксации фотонов в нем, зная, что коэффициент преломления кристалла Nd:YAG равен $n = 1,82$.
- 7.4. Рассмотрим четырехуровневый лазер вблизи порога генерации. Пусть отношение скорости перехода $2 \rightarrow 1$ к полной скорости спонтанного перехода $\beta = 0,51$; допустим также, что полное время жизни верхнего состояния — чисто излучательное и $\tau = 230$ мкс (данные представлены для перехода в Nd:YAG на длине волны 1,064 мкм, см. пример 2.13). Насколько малым должно быть время жизни нижнего лазерного уровня (1), чтобы при стационарных условиях выполнялось соотношение $(N_1/N_2) < 1\%$? Рассмотрим теперь работу этого же лазера над порогом генерации и, учитывая пример 7.2, допустим, что лазер генерирует с выходной мощностью $P_{out} = 200$ Вт. Насколько малым должно быть время жизни нижнего лазерного уровня (1), чтобы при этих условиях выполнялось соотношение $(N_1/N_2) < 1\%$?
- 7.5. Обратимся к рис. 7.4 и примеру 7.2 и предположим, что стержень из Nd:YAG заменен на стержень из Nd:YLF ($YLF \equiv YLiF_4$) с такими же размерами. Тогда генерация может происходить либо на длине волны, равной $\lambda = 1,047$ мкм (необыкновенная волна, или π -переход), либо $\lambda = 1,053$ мкм (обыкновенная волна, или σ -переход). Наибольшее значение эффективного сечения вынужденного излучения для π -перехода равно $\sigma_e \approx 1,8 \cdot 10^{-19}$ см². Время жизни верхнего уровня для обоих переходов одинаково и $\tau = 480$ мкс. Полагая, что внутренние потери в резонаторе и эффективность ламповой накачки такие же, как и для стержня из Nd:YAG, вычислите пороговую инверсию и пороговую мощность накачки. Сравните результаты с полученными для стержня из Nd:YAG. Вычислите дифференциальный КПД лазера, если энергетический зазор между верхним уровнем ${}^4F_{3/2}$ и основным уровнем, а также площадь поперечного сечения пучка A , такие же, как для Nd:YAG.

- 7.6. В условиях предыдущей задачи найдите оптимальный коэффициент пропускания выходного зеркала и соответствующую оптимальную выходную мощность в случае, когда лазер накачивается лампой мощностью $P_p = 7$ кВт.
- 7.7. Рассмотрим мощный CO_2 лазер, изображенный на рис. 7.7 и 7.8. Используя данные, приведенные в примере 7.3, вычислите оптимальную связь на выходе и оптимальную мощность, если мощность ламповой накачки составляет $P_p = 140$ кВт. Получившееся значение γ_2 оказывается значительно меньше, чем рассмотренное в примере 7.3, т. е. неустойчивый резонатор, изображенный на рис. 7.7, является сильно связанным. Эта сильная связь предназначена для того, чтобы повысить максимальную интенсивность выходного пучка, фокусируемого линзой. Учитывая фокусирующее свойство кольцеобразного пучка неустойчивого резонатора, рассмотренное в разделе 5.6.3, докажите, что пучок мощностью ~ 12 кВт (см. рис. 7.8) при $P_p = 140$ кВт дает более высокую интенсивность в фокусе линзы по сравнению с оптимальным пучком, рассмотренным в этой задаче.
- 7.8. Рассмотрим Nd:YAG лазер с ламповой накачкой, изображенный на рис. 7.4. Пучок накачки наводит в стержне тепловую линзу с фокусным расстоянием f ; ее оптическая сила $1/f$ пропорциональна мощности накачки P_p . Фокусное расстояние тепловой линзы равно $f \cong 25$ см [34] при мощности накачки $P_p = 7$ кВт и размерах стержня, представленных на рис. 7.4. Для того чтобы найти моду резонатора, стержень можно смоделировать тонкой линзой с фокусным расстоянием $f \cong 25$ см, расположенной в центре резонатора. При этих условиях рассчитайте размер пятна моды TEM_{00} на линзе и на зеркале.
- 7.9. Можно показать, что радиальную протяженность моды TEM_{lm} высшего порядка (т. е. для $l \cong m \gg 1$) приблизительно можно вычислить по формуле $w_{lm} \cong \sqrt{l}w$, где w — размер пятна соответствующей моды TEM_{00} . Максимальное число мод, амплитуда которых записывается в виде произведения гауссовой функции на полином Эрмита и которые существуют в стержне радиуса a , таково, что $w_{lm} \cong a$ [35]. Используя эти данные и результаты, полученные в предыдущей задаче, найдите примерное количество поперечных мод, генерируемых в конфигурации, изображенной на рис. 7.4. Расходимость пучка моды TEM_{lm} ($l \cong m \gg 1$), θ_{lm} , приблизительно задается выражением $\theta_{lm} \cong \sqrt{l}\lambda/\pi w_0$, где w_0 — размер пятна моды TEM_{00} в перетяжке пучка [35]. Рассчитайте расходимость пучка для конфигурации, изображенной на рис. 7.4, полагая, что генерация происходит на моде высшего порядка.
- 7.10. Рассмотрим Nd:YAG лазер из примера 7.4 и допустим, что оптимальная связь на выходе может быть вычислена с помощью формулы, полученной при рассмотрении пространственно-зависимой модели (см. раздел 7.5). Вычислите оптимальную связь на выходе и, используя

значение γ_2 , полученное с помощью выражения (7.3.34), найдите ожидаемую величину выходной мощности (при мощности накачки диодным лазером $P_p = 1,14$ Вт).

- 7.11. Рассмотрим стержень из Nd:YAG диаметром 4 мм, длиной 56 мм, содержащий 0,9 атом.% неодима. Данный стержень накачивается на длине волны 807 нм диодными лазерами, объединенными волокном [36]. Пусть лазер генерирует моду TEM_{00} с постоянным размером пятна в активной среде равным $w_a \cong 1,4$ мм. Коэффициент пропускания выходного зеркала равен $T_2 = 15\%$, а полные внутренние потери — $\gamma_i = 3,8\%$ (см. пример 7.2). Найдите выходную мощность лазера при мощности накачки диодным лазером $P_p = 370$ Вт, если соответствующая поглощаемая мощность $P_{ap} = 340$ Вт. Вычислите также дифференциальный КПД лазера. Сравните полученные результаты с экспериментальными значениями из [36], попытайтесь объяснить расхождения.
- 7.12. Рассмотрим лазер из предыдущей задачи, накачиваемый лазерными диодами. Пусть, при неизменной мощности накачки, фокусное расстояние тепловой линзы в стержне равно $f = 21$ см, а резонатор является плоскопараллельным (см. рис. 7.4). Для простоты предположим, что стержень можно смоделировать тонкой линзой с фокусным расстоянием f . Вычислите расстояние между этой линзой и зеркалами, если размер пятна на линзе $w_a = 1,4$ мм. Найдите также размеры пятен на обоих зеркалах.
- 7.13. Выведите выражение (7.4.7).
- 7.14. Рассмотрим He-Ne лазер, генерирующий на красном переходе в воздухе ($\lambda = 632,8$ нм). Пусть длина трубки с газом $l = 20$ см, радиус трубки — 1 мм, парциальное давление неона — 0,1 Торр, коэффициент пропускания выходного зеркала — 1%, потери за однократный проход — 0,5%. Согласно примеру 2.12, можно принять эффективное сечение и время жизни лазерного перехода равными $\sigma_e = 5,8 \cdot 10^{-13}$ см² и $\tau = 50$ нс соответственно. Для простоты предположим, что время жизни нижнего состояния значительно меньше времени жизни верхнего состояния. Найдите пороговую инверсию, отношение этой инверсии к полной населенности Ne и критическую скорость накачки. Накачка верхнего лазерного уровня происходит преимущественно через 2^1S -состояние гелия, которое находится на ~20,5 эВ выше основного состояния. Вычислите минимальную пороговую мощность накачки, если квантовая эффективность околорезонансного процесса передачи энергии равна единице. Найдите отношение числа фотонов, излученных в процессе вынужденного излучения, к числу спонтанно релаксирующих атомов при выходной мощности 3 мВт.
- 7.15. Усиление за проход для аргонового лазера, генерирующего на зеленом переходе ($\lambda = 514,5$ нм), при отсутствии насыщения составляет

10%. Резонатор лазера образован двумя вогнутыми сферическими зеркалами с радиусами кривизны $R = 5$ м, находящимися на расстоянии $L = 100$ см друг от друга. Коэффициент пропускания выходного зеркала $T_2 = 5\%$, в то время как другое зеркало является полностью отражающим. Для получения генерации на моде TEM_{00} на обоих торцах резонатора установлены одинаковые апертуры. Пренебрегая остальными потерями, вычислите необходимый диаметр апертур.

- 7.16. Ширина линии CO_2 лазера низкого давления ($\Delta\nu_0^* = 50$ МГц) преимущественно определяется доплеровским уширением. Лазер работает при мощности накачки, вдвое превышающей пороговое значение. Предположим, что одна из мод генерации совпадает с частотой, на которой поглощение максимально, а потери на всех модах одинаковы. Вычислите максимальное расстояние, на которое можно разнести зеркала так, чтобы лазер продолжал генерировать на отдельной продольной моде.
- 7.17. Рассмотрим аргоновый лазер, генерирующий на зеленом переходе ($\lambda = 514,5$ нм), и допустим, что доплеровское уширение этой линии $\Delta\nu_0^* = 3,5$ ГГц. Пусть длина резонатора $L_e = 120$ см, длина трубки с аргоном — 100 см, а потери в резонаторе за однократный проход $\gamma = 10\%$. Согласно примеру 2.12, можно принять эффективную величину сечения вынужденного излучения и время жизни верхнего уровня равными $\sigma_e = 2,5 \cdot 10^{-13}$ см² и $\tau = 5$ нс соответственно. Предположим, что время жизни нижнего лазерного уровня значительно меньше времени жизни верхнего лазерного уровня и что одна из мод резонатора совпадает с максимумом перехода. Вычислите пороговую инверсию для этой центральной моды и пороговую скорость накачки. На какую величину скорость накачки должна превышать пороговое значение, чтобы началась генерация на двух прилежащих продольных модах?
- 7.18. Не-Не лазер генерирует на трех прилежащих продольных модах, причем частота центральной моды совпадает с центром лазерного перехода. Длина резонатора — 50 см, связь на выходе — 2%. Определите межмодовое расстояние, если ширина линии лазера $\Delta\nu_0^* = 1,7$ ГГц.
- 7.19. Пусть одно из зеркал резонатора закреплено на пьезоэлектрическом преобразователе. Покажите, что при сдвиге преобразователя на расстояние $\lambda/2$ картина продольных мод сдвигается на одно межмодовое расстояние.
- 7.20. Рассмотрим Не-Не лазер, работающий в режиме отдельной продольной моды. Допустим, что положение одного из зеркал резонатора настроено с помощью пьезоэлектрического преобразователя таким образом, что частота генерации лазера совпадает с частотой, на которой интенсивность перехода максимальна. Насколько далеко можно переместить зеркало, чтобы при этом не произошел перескок моды (т. е. переход на генерацию в другой моде)?

- 7.21. Полные потери за проход в аргоновом лазере, генерирующем на зеленом переходе ($\lambda = 514,5$ нм), составляют 4%; его максимальное усиление в отсутствие насыщения $G_p = \exp \sigma_p N l$ равно 1,3, а длина резонатора — 100 см. Для селекции отдельной продольной моды в резонаторе установлен эталон Фабри–Перо, толщиной 2 см с покрытием из кварца ($n_r = 1,45$), расположенный под некоторым углом к оси резонатора. Предполагая для простоты, что одна из мод резонатора совпадает с частотой наиболее интенсивного перехода (ширина линии $\Delta\nu_0^* = 3,5$ ГГц), найдите резкость эталона и коэффициент отражения двух его торцов, позволяющий осуществить селекцию отдельной продольной моды.
- 7.22. Из рис. 7.31 определите относительную среднеквадратичную флуктуацию выходной мощности полупроводникового лазера для всех мод генерации и отдельно для основной моды.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Statz and G. de Mars, Transients and Oscillation Pulses in Masers, in *Quantum Electronics*, ed. by C. H. Townes (Columbia University Press, New York, 1960), pp. 530–537.
2. R. Dunsmuir, Theory of Relaxation Oscillations in Optical Masers, *J. Electron. Control* **10**, 453–458 (1961).
3. M. Sargent, M. O. Scully and W. E. Lamb, *Laser Physics* (Addison-Wesley, London, 1974).
4. R. H. Pantell and H. E. Puthoff, *Fundamentals of Quantum Electronics*, (Wiley, New York, 1969), Chap. 6, Sect. 6.4.2; Пантел Р., Путьхоф Г. Основы квантовой электроники. М.: Мир, 1972.
5. W. W. Rigrod, Saturation Effects in High-Gain Lasers, *J. Appl. Phys.* **36**, 2487–2490 (1965).
6. L. W. Casperson, Laser Power Calculations: Sources of Error, *Appl. Optics* **19**, 422–431 (1980).
7. W. Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, Vol. 1, Springer Series in Optical Sciences, fourth edition (Springer-Verlag, Berlin, 1996), Chap. 3, adapted from Fig. 3.21.
8. Ref. [7], Chap. 3, Fig. 3.22.
9. D. Findlay and R. A. Clay, The Measurement of Internal Losses in 4-Level Lasers, *Phys. Lett.* **20**, 277–278 (1966).
10. Private communication, Istituto di Ricerca per le Tecnologie Meccaniche, Vico Canavese, Torino.
11. M. C. Fowler, Quantitative Analysis of the Dependence of CO₂ Laser Performance on Electrical Discharge Properties, *Appl. Phys. Letters* **18**, 175 (1971).
12. E. Hoag *et al.*, Performance Characteristics of a 10 kW Industrial CO₂ Laser System, *Appl. Opt.* **13**, 1959 (1974).
13. P. F. Moulton, An Investigation of the Co:MgF₂ Laser System, *IEEE J. Quant. Electr.* **QE-21**, 1582–1588 (1985).
14. V. Evtuhov and A. E. Siegman, A Twisted-Mode Technique for Obtaining Axially Uniform Energy Density in a Laser Cavity, *Appl. Opt.*, **4**, 142–143 (1965).
15. J. Berger *et al.*, 370 mW, 1.06 mm, cw TEM₀₀ Output from a Nd:YAG Laser Rod End-Pumped by a Monolithic Diode Array, *Electr. Letters* **23**, 669–670 (1987).
16. W. P. Risk, Modeling of Longitudinally Pumped Solid-State-Lasers Exhibiting Re-absorption Losses, *J. Opt. Soc. Am. B* **5**, 1412–1423 (1988).
17. T. Y. Fan and R. L. Byer, Modeling and CW Operation of a Quasi-Three-Level 946 nm Nd:YAG Laser, *IEEE J. Quant. Electr.* **QE-23**, 605–612 (1987).

18. P. Lacovara *et al.*, Room-Temperature Diode-Pumped Yb:YAG Laser, *Opt. Letters* **16**, 1089–1091 (1991).
19. A. Yariv, Energy and Power Considerations in Injection and Optically Pumped Lasers, *Proc. IEEE* **51**, 1723–1731 (1963).
20. C. L. Tang, H. Statz and G. de Mars, Spectral Output and Spiking Behavior of Solid-State Lasers, *J. Appl. Phys.* **34**, 2289–2295 (1963).
21. T. J. Kane and R. L. Byer, Monolithic, Unidirectional Single-Mode Nd:YAG Ring Laser, *Opt. Lett.* **10**, 65 (1985).
22. A. E. Siegman, *Lasers* (University Science Books, Hill Valley, California, 1986), Chap. 12, Sec. 12.2.
23. Amnon Yariv, *Optical Electronics* (Saunders College Publishing, Forth Worth, 1991), Section 10.7; Ярув А. Введение в оптическую электронику. 2-е изд. М.: Высшая школа, 1983.
24. A. L. Schawlow and C. H. Townes, Infrared and Optical Masers, *Phys. Rev.* **112**, 1940–1949 (1958).
25. C. H. Henry, Theory of Linewidth of Semiconductor Lasers, *IEEE J. Quant. Electr.* **QE-18**, 259 (1982).
26. T. Day, E. K. Gustafson and R. L. Byer, Sub-Hertz Relative Frequency Stabilization of Two Diode Laser Pumped Nd:YAG Lasers Locked to a Fabry-Perot Interferometer, *IEEE J. Quant. Electr.* **QE-28**, 1106 (1992).
27. D. K. Owens and R. Weiss, Measurement of the Phase Fluctuation in a He-Ne Zeeman Laser, *Rev. Sci. Instruments*, **45**, 1060 (1974).
28. Wolfgang Demtröder, *Laser Spectroscopy*, 2 ed. (Springer-Verlag, Berlin, 1996) Chap. 7; Демтредер В. Лазерная спектроскопия. М.: Наука, 1985.
29. R. W. T. Drever, *et al.*, Laser Phase and Frequency Stabilization using an Optical Resonator, *Appl. Phys. B*, **31**, 97–105 (1983).
30. N. Uekara and K. Ueda, 193-mHz Beat Linewidth of Frequency Stabilized Laser-Diode-Pumped Nd:YAG Ring Lasers, *Opt. Lett.*, **18**, 505 (1993).
31. Introduction to Diode-Pumped Solid-State Lasers, LIGHTWAVE Electronics Corp. Techn. Information No. 1 (1993).
32. Kenju Otsuka, Winner-Takes-All and Antiphase States in Multimode Lasers, *Phys. Rev. Letters*, **67**, 1090–1093 (1991).
33. G. P. Agrawal and N. K. Dutta, *Long-Wavelength Semiconductor Lasers*, (Van Nostrand Reinhold, New York, 1986), Fig. 6.11, by permission.
34. Ref. [7] Sec. 7.1.1. and Fig. 7.5.
35. Ref. [22], Chap. 17, Sec. 17.5 and 17.6.
36. D. Golla *et al.*, 62-W CW TEM₀₀ Mode Nd:YAG Laser Side-Pumped by Fiber-Coupled Diode-Lasers, *Opt. Letters*, **21**, 210–212 (1996).

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ РЕЖИМ РАБОТЫ ЛАЗЕРА

8.1. ВВЕДЕНИЕ

В этой главе будут рассмотрены несколько случаев, когда скорость накачки и (или) потери в резонаторе зависят от времени. Также будут рассмотрены ситуации, когда в резонатор лазера помещается нелинейный оптический элемент, например насыщающийся поглотитель. В этом случае нелинейность приводит к срыву стационарного непрерывного режима. Таким образом, для таких ситуаций будет описан нестационарный режим работы лазера. Данное описание можно разделить на две категории:

- релаксационные колебания, модуляция добротности, модуляция усиления и разгрузка резонатора, т. е. механизмы, которые могут быть описаны в рамках модели скоростных уравнений в применении к одномодовым лазерам;
- случаи, когда имеет место моноמודовая генерация, например синхронизация мод, т. е. механизмы, при рассмотрении которых необходимо использовать самые разные подходы либо через описание полей всех генерирующих мод (представление в частотной области), либо в рамках описания распространения самосогласованных импульсов в резонаторе (описание во временной области).

8.2. РЕЛАКСАЦИОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Рассмотрим сначала случай, когда скорость накачки описывается ступенчатой функцией. Таким образом, предположим, что $R_p = 0$ при $t < 0$ и $R_p(t) = R_p$ (не зависит от времени) при $t > 0$. Предположим также, что лазер генерирует на одной моде, поскольку лишь при этом условии, строго говоря, справедливы скоростные уравнения. Как было видно в предыдущей главе, скоростные уравнения являются нелинейными

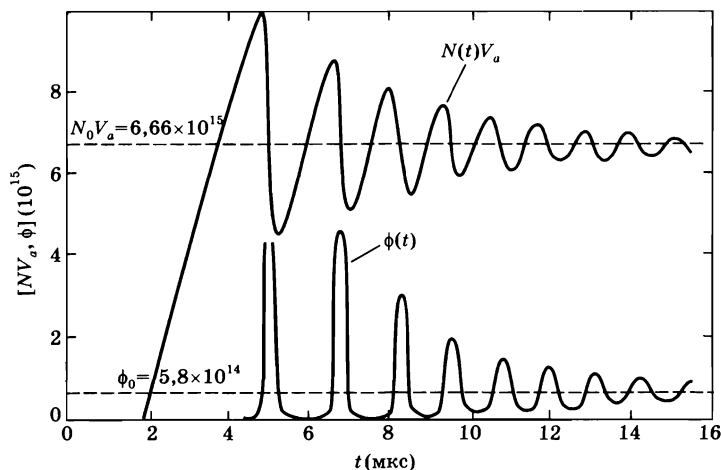


Рис. 8.1
Пример зависимости
полной инверсии
 $V_a N(t)$ и числа
фотонов $\phi(t)$
от времени в
трехуровневом лазере
(согласно работе [2])

относительно переменных $N(t)$ и $\phi(t)$, поскольку содержат произведение ϕN . Следовательно, найти аналитическое решение для подобных случаев оказывается невозможным, и приходится прибегать к численным методам [1, 2].

В качестве характерного примера на рис. 8.1 приведены зависимости $N(t)$ и $\phi(t)$, полученные путем численного расчета для трехуровневого лазера, такого как рубиновый лазер [2]. В этом случае при расчетах использовались следующие начальные условия для инверсии населенности $N(0) = -N_t$, где N_t — полная населенность, причем в момент времени $t = 0$ вся населенность сосредоточена на нижнем лазерном уровне (уровень 1, см. рис. 1.4а). Начальное условие для полного числа фотонов в резонаторе имеет вид: $\phi(0) = \phi_i$, где ϕ_i — некоторое небольшое число фотонов (например, $\phi_i = 1$), необходимое лишь для того, чтобы возникла генерация. Следует заметить, что зависимость, аналогичную показанной на рис. 8.1, будет также проявлять и четырехуровневый лазер, с той лишь разницей, что в последнем случае начальное условие будет иметь вид $N(0) = 0$. Таким образом, если на рис. 8.1 начало временной оси совместить с точкой $t = 2$ мкс (где инверсия населенностей приблизительно равна нулю), то кривые на этом рисунке будут также представлять и четырехуровневый лазер. Можно теперь отметить некоторые особенности кривых, представленных на рис. 8.1.

1. После момента времени $t = 2$ мкс инверсия населенностей будет непрерывно возрастать вследствие процесса накачки. При этом число фотонов в резонаторе какое-то время остается небольшим (это начальное количество фотонов определяется квантовыми флуктуациями поля) до момента времени, когда кривая населенности пересечет пороговое значение (на рисунке $N_0 V_a = 6,66 \cdot 10^{15}$). С этого момента (приблизительно при $t > 4$ мкс) число фотонов в резонаторе начнет возрастать. Действительно, из выражения (7.2.166) (для четырехуровневого лазера) или (7.2.246) (для квазитрехуровневого лазера) можно показать, что при $N > N_c$ (где N_c — критическая или пороговая инверсия) имеет место $d\phi/dt > 0$.

2. После достижения порогового значения инверсии населенностей в течение некоторого времени число фотонов возрастает от начального значения

($\phi_i = 1$) до значения, которое соответствует стационарному состоянию (на рисунке $\phi_0 = 5,8 \cdot 10^{14}$). При этом благодаря продолжающемуся процессу накачки инверсия населенностей в течение этого времени может продолжать нарастать.

3. Когда число фотонов достигнет достаточно большого значения (приблизительно при $\phi > \phi_0$), вынужденные процессы будут преобладать над процессом накачки и населенность начнет уменьшаться. В момент времени, когда функция $\phi(t)$ достигает своего максимума, населенность $N(t)$ спадет обратно до значения N_c . Из упомянутых выше выражений (7.2.166) или (7.2.246) можно показать, что при $d\phi/dt = 0$ имеем $N = N_c$.

4. Вследствие все еще большой скорости вынужденного излучения (после прохождения максимума функции числа фотонов) инверсия населенностей продолжит уменьшаться даже после значения N_c . При этом лазер окажется в условиях ниже порогового, и число фотонов также продолжит уменьшаться.

5. Когда число фотонов уменьшится до значений $\phi < \phi_0$, процесс накачки будет снова преобладать над процессами вынужденного излучения, и кривая инверсии населенностей будет вновь возрастать и, в конечном итоге, повторно пройдет все стадии, описанные пунктами 1–4.

В результате, функция числа фотонов $\phi(t)$ в резонаторе опишет регулярную серию уменьшающихся по амплитуде импульсов, *лазерных пиков*, с равными интервалами времени между соседними пиками (около нескольких микросекунд). Выходное излучение (выходная мощность) будет вести себя аналогичным образом. Такой характер поведения генерации обычно называют *затухающими (демпфированными) релаксационными колебаниями*. Поведение инверсии населенностей во времени $N(t)$ имеет схожий характер с опережением на полпериода осциллирующей функции $\phi(t)$ числа фотонов в резонаторе. Следует отметить, что поскольку, в конце концов, достигаются стационарные решения, определяемые выражениями (7.3.4а) и (7.3.4б) для четырехуровневого лазера или (7.4.1) и (7.4.6) для квазитрехуровневого лазера, численный расчет подтверждает, что эти решения соответствуют устойчивому режиму работы.

8.2.1. ЛИНЕАРИЗОВАННЫЙ АНАЛИЗ

Для малых колебаний вблизи стационарных значений (например, приблизительно при $t > 14$ мкс на рис. 8.1) динамическое поведение можно описать аналитически. Действительно, если записать:

$$N(t) = N_0 + \delta N(t), \quad (8.2.1)$$

$$\phi(t) = \phi_0 + \delta \phi(t) \quad (8.2.2)$$

и считать, что $\delta N \ll N_0$ и $\delta \phi \ll \phi_0$, то в скоростных уравнениях в произведении $N\phi$ можно пренебречь величиной $\delta N \delta \phi$, так что эти уравнения становятся линейными относительно переменных δN и $\delta \phi$. Ограничиваясь случаем четырехуровневого лазера, можно подставить выражения (8.2.1) и (8.2.2) в (7.2.16а) и (7.2.16б). Поскольку величины N_0 и ϕ_0 должны удовлетворять

одним и тем же уравнениям, приравнявая нулю производные по времени, из (7.2.16) получаем:

$$(d\delta N/dt) = -\delta N[B\phi_0 + (1/\tau)] - BN_0\delta\phi, \quad (8.2.3)$$

$$(d\delta\phi/dt) = BV_a\phi_0\delta N. \quad (8.2.4)$$

Заметим, что уравнение (8.2.4) получено из (7.2.16б) с учетом того факта, что $BV_aN_0 - (1/\tau_c) = 0$. Подстановка (8.2.4) в (8.2.3) дает следующее уравнение:

$$\frac{d^2\delta\phi}{dt^2} + [B\phi_0 + (1/\tau)]\frac{d\delta\phi}{dt} + (B^2V_aN_0\phi_0)\delta\phi = 0. \quad (8.2.5)$$

Будем искать его решение в виде:

$$\delta\phi = \delta\phi_0 \exp(pt). \quad (8.2.6)$$

Из подстановки (8.2.6) в (8.2.5) вытекает, что величина p удовлетворяет уравнению:

$$p^2 + \frac{2}{t_0}p + \omega^2 = 0, \quad (8.2.7)$$

где

$$(2/t_0) = [B\phi_0 + (1/\tau)] \quad (8.2.8)$$

и

$$\omega^2 = B^2V_aN_0\phi_0. \quad (8.2.9)$$

Решением уравнения (8.2.7), очевидно, является:

$$p = -\frac{1}{t_0} \pm \left[\frac{1}{t_0^2} - \omega^2 \right]^{1/2}. \quad (8.2.10)$$

Сначала рассмотрим случай, когда $(1/t_0) < \omega$. Тогда квадратный корень в выражении (8.2.10) принимает мнимое значение, и можно записать $p = -(1/t_0) \pm j\omega'$, где

$$\omega' = [\omega^2 - (1/t_0)^2]^{1/2}. \quad (8.2.11)$$

В этом случае в соответствии с выражением (8.2.6) величина $\delta\phi$ будет представлять собой затухающее гармоническое колебание (демпфированное колебание), т. е.

$$\delta\phi = C \exp(-t/t_0) \sin(\omega't + \beta), \quad (8.2.12)$$

где C и β определяются начальными условиями. Если подставить это выражение в уравнение (8.2.4), находим, что величина δN также представляет собой затухающее гармоническое колебание. Полагая $(1/t_0) \ll \omega'$, получаем:

$$\delta N \cong \frac{\omega' C}{BV_a\phi_0} \exp(-t/t_0) \cos(\omega't + \beta). \quad (8.2.13)$$

Заметим, что, как было видно из предыдущего рассуждения, функция $\delta N(t)$ опережает функцию $\delta\phi(t)$ на полпериода, поскольку прежде чем начнет возрастать $\delta\phi(t)$, сначала должна увеличиться инверсия $\delta N(t)$.

Выражения (8.2.8) и (8.2.9) можно переписать в более удобной для вычислений форме, если использовать явные выражения для N_0 и ϕ_0 , заданные формулами (7.3.4а) и (7.3.4б), в итоге получаем:

$$t_0 = 2\tau/x, \quad (8.2.14)$$

$$\omega = [(x-1)/\tau_c\tau]^{1/2}, \quad (8.2.15)$$

где $x = R_p/R_{cp}$ — значение превышения накачки над порогом. Заметим, что хотя постоянная времени затухания колебания t_0 определяется временем жизни верхнего состояния, период колебаний $T = 2\pi/\omega' \approx 2\pi/\omega$ определяется геометрическим средним величины τ и временем жизни фотона τ_c .

Пример 8.1. Затухающие колебания в Nd:YAG и GaAs лазерах. Рассмотрим сначала одномодовый Nd:YAG лазер (рис. 7.26) и предположим, что рассмотренная выше пространственно-независимая модель релаксационных колебаний применима и для лазера с однонаправленным неплоским кольцевым резонатором, возбуждаемым излучением полупроводникового лазера. Предположив, что превышение накачки над пороговым значением $x = 5$, из выражения (8.2.14) находим $t_0 = 92$ мкс, где было взято $\tau = 230$ мкс. При этом пусть длина полного прохода такого кольцевого резонатора составляет $l = 11,5$ мм. Предположим, что связь на выходе (по пропусканию) равна $T = 0,4\%$ и что потери за проход составляют $L = 0,5\%$. Тогда полные потери за проход составят $\gamma \approx (T + L) = 0,9\%$, а время жизни фотонов в резонаторе будет равно $\tau_c = nl/c\gamma \approx 7,8$ нс, где $n = 1,82$ — показатель преломления кристалла Nd:YAG. Далее, из выражения (8.2.15) находим частоту релаксационных колебаний $\nu = \omega/2\pi \approx 238$ кГц. Следует заметить, что в этом случае имеем $t_0 \gg 1/\omega$, и, таким образом, приближение $\omega' \approx \omega$ является справедливым. Заметим также, что спектр этих колебаний характеризуется лоренцевым профилем с шириной $\Delta\nu_0 = 1/2\pi t_0 = 1,73$ кГц, которая также является шириной пика релаксационных колебаний (при разности 3 дБ) спектра относительного шума интенсивности (RIN-спектра) лазера (см. рис. 7.30а). Теперь рассмотрим обычный инжекционный GaAs лазер с длиной резонатора $L = l = 300$ мкм, в котором сколотые грани торцов кристалла являются зеркалами резонатора. Согласно выражению (4.3.1) в этом случае коэффициент отражения (по мощности) для обоих зеркал будет равен $R = [(n-1)/(n+1)]^2 \approx 0,3$, где $n = 3,35$ — показатель преломления материала GaAs. Таким образом, имеем $\gamma_1 = \gamma_2 = -\ln R = 1,2$.

Предположим также, что коэффициент распределенных потерь по длине полупроводника составляет $\alpha_0 = 60$ см⁻¹, и, следовательно, можно записать $\gamma_i = \alpha_0 L = 1,8$. Таким образом, получаем $\gamma = \gamma_i + [(\gamma_1 + \gamma_2)/2] = 3$ и $\tau_c = L_e/c\gamma = nL/c\gamma = 1,1$ пс. Время жизни верхнего состояния можно принять равным $\tau \approx 3$ нс. Полагая вновь $x = 1,5$, из выражения (8.2.14) находим $t_0 = 4$ нс, и из соотношения (8.2.15) получаем $\nu = \omega/2\pi \approx 2$ ГГц. В этом случае имеем $t_0 \gg 1/\omega$, и приближение $\omega' \approx \omega$ будет опять обосновано. Следует также отметить, что согласно этим расчетам пик релаксационных колебаний RIN-спектра этого лазера будет лежать предположительно в диапазоне гигагерц (см. рис. 7.31).

Если условие $t_0 > 1/\omega$ не выполняется, то оба решения для переменной p , определяемые выражением (8.2.10), вещественны и отрицательны. В этом случае временная зависимость $\delta\phi(t)$ представляет собой суперпозицию двух экспоненциально затухающих релаксаций. Чтобы получить условие $t_0 < 1/\omega$, в соответствии с выражениями (8.2.14) и (8.2.15), необходимо, чтобы выполнялось неравенство:

$$(\tau_c/\tau) > 4(x-1)/x^2. \quad (8.2.16)$$

Правая часть этого неравенства имеет максимальное значение (единицу) при $x = 2$. Это означает, что если $\tau_c > \tau$, то это неравенство выполняется при любых значениях x . Данное условие обычно удовлетворяется в газовых лазерах, в которых поэтому не проявляется пиковый режим.

Пример 8.2. Нестационарный режим работы He-Ne лазера. Рассмотрим He-Ne лазер, генерирующий на собственном красном переходе ($\lambda = 632,8$ нм). В этом случае имеем $\tau = 50$ нс. Выбрав длину резонатора равной $L = 50$ см, связь на выходе 1%, а также пренебрегая всеми остальными потерями, получаем $\gamma = \gamma_2/2 = 5 \cdot 10^{-3}$ и $\tau_c = L/c\gamma = 322$ нс. Таким образом, имеем $\tau_c > \tau$, и условие (8.2.16) выполняется при любом значении x . Из выражений (8.2.14) и (8.2.15), принимая $x = 1,5$, находим $t_0 = 66,6$ нс и $\omega \cong 5,6 \cdot 10^6$ Гц. Из (8.2.10) можно видеть, что два значения времени жизни, описывающих эту релаксацию, составляют 1 мкс и 33,3 нс.

Прежде чем завершить данный раздел, следует заметить, что рассмотренная линеаризованная модель применима и в несколько ином случае, а именно, когда необходимо проверить устойчивость стационарного решения с помощью *линейного анализа устойчивости*. Предположим в этом случае, что лазер уже работает в стационарном режиме и что он испытывает небольшое внезапное возмущение (т. е. $\delta N = \delta N_0$ и $\delta\phi = \delta\phi_0$ при $t = 0$, где δN_0 и $\delta\phi_0$ — две известные величины). Согласно приведенному выше рассуждению, возникшее в момент времени $t = 0$ возмущение будет со временем затухать либо по затухающей синусоиде, либо по биэкспоненциальному закону. Поэтому стационарные решения N_0 и ϕ_0 , которые были рассмотрены в предыдущей главе, соответствуют устойчивому равновесию.

8.3. ДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И ПУЛЬСАЦИИ В ЛАЗЕРАХ

Простые результаты, полученные в предыдущем разделе, значительно расходились с экспериментальными данными, полученными на ранних этапах развития лазеров. Эксперименты показали, что многие лазеры, даже когда они работают в непрерывном режиме, могут иметь на выходе различные пульсации, как регулярные, так и хаотические. Классический пример таких пульсаций в первом рубиновом лазере с непрерывной накачкой приве-

Рис. 8.2
Типичная временная зависимость
интенсивности излучения первых
твердотельных лазеров с непрерывной
накачкой. Масштаб времени —
50 мкс/дел (согласно работе [3])



ден на рис. 8.2 [3]. Можно видеть, что выходное излучение представляет собой последовательность нерегулярных во времени импульсов со случайными амплитудами (*нерегулярные пички*). Кроме того, генерация не переходит в стационарный режим, как на рис. 8.1. Такое нестабильное поведение было предметом теоретических и экспериментальных исследований на протяжении 25 лет, и причины такого поведения могут быть самыми разными [4].

В одномодовых лазерах одна из главных причин нестабильности выходного излучения обусловлена внешними случайными изменениями параметров лазера, таких как скорость накачки или потери в резонаторе. Для случайной модуляции это приводит к возникновению шумов интенсивности, которые обсуждались в разделе 7.11. Для синусоидальной модуляции поведение во времени может быть описано с помощью модели скоростных уравнений, если предположить, например, что модуляция скорости накачки записывается в виде $R_p = R_{p0} + \delta R_p \exp(j\omega t)$, причем $\delta R_p \ll R_{p0}$. Согласно уравнениям (8.2.1) и (8.2.2), можно теперь записать $N(t) = N_0 + \delta N_0 \exp(j\omega t)$ и $\phi(t) = \phi_0 + \delta \phi_0 \exp(j\omega t)$ для $\delta N_0 \ll N_0$ и $\delta \phi_0 \ll \phi_0$ и решать соответствующие линейные уравнения. Как было показано в предыдущем разделе, в одномодовых лазерах имеет место собственный резонанс с частотой релаксационных колебаний ω_R , заданной, например, для четырехуровневого лазера выражением (8.2.11). Синусоидальная модуляция накачки обуславливает такое поведение лазера, когда имеют место небольшие осцилляции на частоте модуляции ω , причем амплитуда этих осцилляций будет максимальной, когда ω совпадает с ω_R . Для спектра белого шума модуляции накачки на рис. 7.30а изображен спектр шумов интенсивности с максимумом на частоте ω_R . Помимо такого рода нестабильности, обусловленной механическими причинами, одномодовый лазер при определенных обстоятельствах может проявлять собственную динамическую нестабильность, приводящую к пульсациям выходного излучения, в том числе и случайным. В качестве примера, в случае однородно уширенного перехода лазер должен работать при значительных превышениях накачки над порогом (обычно более чем в 10 раз) и ширина линии $\Delta\nu_c$ должна быть значительно больше, чем ширина линии перехода $\Delta\nu_0$ (так называемый *случай низкодобротного резонатора*). Условия такого рода были экспериментально созданы в специально разработанных лазерах с оптической накачкой, работающих на длинах волн дальнего ИК-диапазона. Динамическая нестабильность такого типа может быть описана в рамках полуклассического приближения, а именно с помощью уравнений Максвелла–Блоха [5].

В многомодовых лазерах легко может возникать новый тип нестабильности между различными модами или наборами мод благодаря модуляции во времени параметров накачки [6]. Такая нестабильность приводит к изменению параметров генерируемых мод, или «перескоку мод», что может быть

описано моделью скоростных уравнений, в которых для однородно уширенной линии должны учитываться перекрестные эффекты насыщения, обусловленные пространственным выжиганием дырок [7].

В качестве заключения необходимо сказать, что одномодовые лазеры обычно не проявляют динамическую нестабильность, но вместо этого могут иметь некоторые шумы интенсивности, обусловленные неизбежными флуктуациями параметров лазера. С другой стороны, многомодовые лазеры могут иметь дополнительную нестабильность, вследствие перескоков между генерируемыми модами. В зависимости от амплитуды модуляции параметров лазеров с однородно или неоднородно уширенной линией эта нестабильность может приводить либо к шумам перераспределения мод (см. раздел 7.11), либо даже к сильным пульсациям выходного излучения.

8.4. МОДУЛЯЦИЯ ДОБРОТНОСТИ

В предыдущей главе было показано, что при непрерывном режиме после начала генерации инверсия населенностей ограничена некоторым пороговым значением. Даже в условиях импульсного режима генерации (см. раздел 8.2) инверсия населенностей может превышать пороговое значение лишь на относительно малую величину (см. рис. 8.1) вследствие механизмов вынужденного излучения. Предположим теперь, что в резонатор лазера помещен затвор, который, будучи в закрытом состоянии, блокирует возникновение лазерной генерации, и в этом случае инверсия населенностей может достигать значений, намного превышающих пороговое (имеющее место при отсутствии затвора). Если теперь резко открыть затвор, то усиление в лазере существенно превысит потери и накопленная энергия выделится в виде короткого и интенсивного светового импульса [8]. Поскольку при этом происходит переключение добротности резонатора от низкого к высокому значению, то данный метод называется модуляцией добротности. Этот метод позволяет получать лазерную генерацию в виде коротких импульсов с длительностью, сравнимой со временем жизни фотонов в резонаторе (от нескольких наносекунд до десятков наносекунд) и с высокой пиковой мощностью (порядка мегаватт).

8.4.1. ДИНАМИКА ПРОЦЕССА МОДУЛЯЦИИ ДОБРОТНОСТИ

Для описания механизма модуляции добротности предположим, что накачка осуществляется в виде ступенчатого импульса, при этом начало импульса соответствует моменту времени $t = 0$, т. е. $R_p(t) = 0$ при $t < 0$ и $R_p(t) = R_p = \text{const}$ при $0 < t < t_p$. Предположим также, что во время действия импульса накачки затвор находится в закрытом состоянии (рис. 8.3а). При $0 < t < t_p$ зависимость инверсии населенностей от времени может быть получена из уравнения (7.2.16а) для четырехуровневого или из (7.2.24а) для квазитрехуровневого лазера, если при этом приравнять величину ϕ нулю. Например, для четырехуровневого лазера получаем:

$$N(t) = N_{\infty}[1 - \exp(-t/\tau)], \quad (8.4.1)$$

где асимптотическая величина N_{∞} определяется выражением:

$$N_{\infty} = R_p \tau, \quad (8.4.2)$$

которое может быть получено из (7.2.24а) в предположении, что $dN/dt = 0$. График зависимости $N(t)$ также приведен на рис. 8.3а. Из выражения (8.4.1) и из рис. 8.3а видно, что длительность импульса накачки t_p должна быть меньше времени жизни τ верхнего состояния или, возможно, сравнима с ним по величине. Действительно, при $t_p \gg \tau$ большая часть накачки будет теряться вследствие спонтанной релаксации, а не накапливаться в виде энергии инверсии населенностей $N(t)$. Из выражения (8.4.2) также видно, что для достижения значительной инверсии населенностей требуется достаточно длительное время жизни τ . Таким образом, модуляция добротности может быть эффективно реализована в лазерах с переходами, запрещенными в электродипольном приближении, где величина τ обычно лежит в миллисекундном диапазоне. Это имеет место для большинства твердотельных лазеров (например, с активными примесными материалами Nd, Yb, Er, Ho в различных решетках, а также с примесями Cr, например, на александрите, Cr:LiSAF и рубине) и некоторых газовых лазеров (например, CO₂ или йодном лазерах). С другой стороны, для полупроводниковых лазеров, лазеров на красителях и для некоторых газовых лазеров, имеющих важное значение (например, в He-Ne, аргоновом или эксимерном лазерах), лазерный переход является электродипольно разрешенным, и время жизни здесь составляет от нескольких наносекунд до десятков наносекунд. В этом случае метод модуляции добротности оказывается неэффективным, поскольку для накопления достаточно большой инверсии N_{∞} скорость накачки R_p оказывается слишком низкой (по отношению к времени жизни верхнего состояния).

Предположим теперь, что затвор открывается очень резко, за время $t = t_p$, так что потери $\gamma(t)$ в резонаторе будут «переключаться» с очень высокого

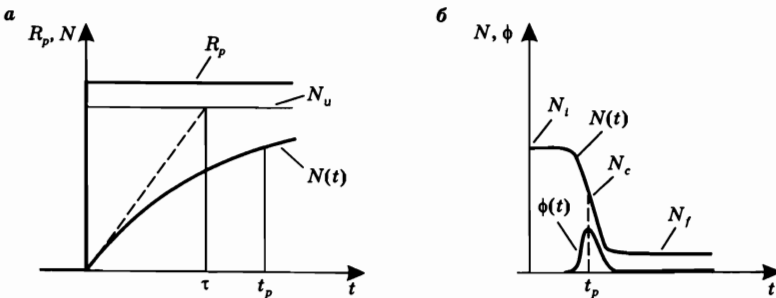


Рис. 8.3

Последовательность событий в лазере с модуляцией добротности:

а) идеализированный случай зависимости скорости накачки R_p и инверсии населенностей N от времени до момента включения модуляции добротности; б) временная зависимость инверсии населенностей N и числа фотонов ϕ после включения модуляции добротности (быстрое включение).

значения, соответствующего закрытому затвору, до значения γ , соответствующего открытому затвору (*быстрое переключение*). Выберем теперь в качестве начала отсчета времени момент, когда осуществляется переключение (рис. 8.3б). Временные зависимости инверсии населенностей $N(t)$ и числа фотонов $\phi(t)$ могут быть получены с помощью модели скоростных уравнений в предположении, что за короткое время переключения добротности резонатора можно пренебречь членом N/τ , отвечающим за релаксацию. Качественные зависимости $N(t)$ и $\phi(t)$ изображены на рис. 8.3б. График зависимости инверсии населенностей начинается с некоторого начального значения N_i , которое можно получить из выражения (8.4.1) при $t = t_p$, после чего это значение остается какое-то время постоянным и затем, в результате значительного увеличения числа фотонов в резонаторе, начинает снижаться. Когда $N(t)$ падает до величины пороговой инверсии населенностей N_c , число фотонов достигает своего максимального значения, как это уже было показано ранее (в разделе 8.2) для случая релаксационных колебаний. Теперь, с момента переключения в лазере, будут иметь место потери, а не усиление, и, как следствие, число фотонов (и мощность импульса) уменьшится до нуля. В это же время инверсия населенностей уменьшится до окончательной постоянной величины N_f , значение которой будет определяться динамикой процесса модуляции (см. раздел 8.4.4). Следует отметить, что временные масштабы на рис. 8.3а и рис. 8.3б сильно отличаются. Действительно, временной масштаб на рис. 8.3а определяется величиной времени жизни верхнего состояния и, таким образом, соответствует миллисекундному диапазону (обычно 100 мкс–1 мс), тогда как временной масштаб на рис. 8.3б оказывается порядка времени жизни фотонов в резонаторе (см. раздел 8.4.4) и, следовательно, лежит в наносекундном диапазоне (обычно 5–50 нс).

До сих пор мы рассматривали динамическое поведение в режиме быстрого переключения, когда переключение потерь в резонаторе подразумевалось мгновенным. На практике быстрое переключение означает, что время пере-

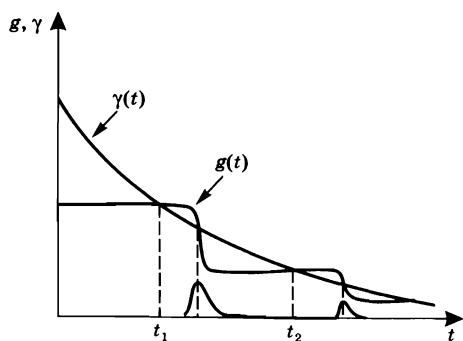


Рис. 8.4

Последовательность многократных импульсов в случае медленного включения. На рисунке представлено усиление лазера $g(t) = \sigma N(t)l$, где l — длина активной среды

ключения должно быть существенно меньше времени, за которое число фотонов достигнет своего максимального значения (среднее время жизни фотонов, т. е. от нескольких десятков до нескольких сотен наносекунд). В случае *медленного переключения* динамическое поведение механизма модуляции оказывается более сложным, и здесь могут возникать многократные импульсы. Данная ситуация демонстрируется на рис. 8.4, где можно видеть, что потери в резонаторе $\gamma(t)$ уменьшаются до некоторого окончательного значения в течение достаточно длительного времени. На рисунке также

представлены временные зависимости усиления за проход $g(t) = \sigma N l$ и функция числа фотонов в резонаторе $\phi(t)$. Нетрудно видеть, что первый импульс берет свое начало в момент времени t_1 , когда мгновенное значение спадающей кривой потерь $\gamma(t)$ становится равным мгновенному значению усиления $g(t)$. Затем этот импульс увеличивается до своего максимального значения, которое имеет место в момент времени, когда усиление (уже уменьшившееся вследствие насыщения) вновь уравнивается с потерями. После этого первого импульса усиление сбрасывается до значения, которое по величине меньше потерь, и дальнейшая генерация невозможна до тех пор, пока затвор не откроется еще больше и потери не станут меньше усиления. После чего может начать формироваться второй импульс (с момента времени t_2 на рисунке), максимальное значение которого опять будет иметь место в момент времени, когда усиление (вследствие насыщения) сравняется с потерями.

8.4.2. МЕТОДЫ МОДУЛЯЦИИ ДОБРОТНОСТИ

Существует несколько методов, разработанных для переключения добротности резонатора лазера [9]. В этом разделе будут рассмотрены только самые распространенные из них, а именно: 1) *электрооптические затворы*; 2) *вращающиеся призмы* (механические устройства); 3) *акустооптические модуляторы добротности*; 4) *насыщающиеся поглотители*.

Упомянутые устройства можно разделить на две группы — *активные и пассивные модуляторы добротности*. В активных модуляторах для осуществления модуляции необходимо выполнить некоторое «внешнее» действие по отношению к модулирующему устройству (например, изменить напряжение, приложенное к электрооптическому затвору). В пассивных модуляторах переключение добротности осуществляется автоматически вследствие оптической нелинейности используемой среды (например, насыщающийся поглотитель).

8.4.2.1. ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИЕ МОДУЛЯТОРЫ

Эти устройства основаны на электрооптическом эффекте, обычно на эффекте Поккельса. Ячейка, работающая на этом эффекте (*ячейка Поккельса*), представляет собой нелинейный кристалл типа KD^*P или ниобата лития для видимого и ближнего ИК-диапазона, или теллурида кадмия для средней ИК-области. В таком кристалле приложенное постоянное электрическое поле приводит к изменению показателей преломления. Это наведенное двулучепреломление пропорционально приложенному напряжению. На рис. 8.5а показан лазер с модуляцией добротности, использующий соответствующую комбинацию поляризатора и ячейки Поккельса. Последняя ориентирована и к ней подведено напряжение смещения таким образом, что оси x и y наведенного двулучепреломления располагаются в плоскости, перпендикулярной оси лазерного резонатора. Ось поляризатора образует с главными осями двулучепреломляющей ячейки угол 45° .

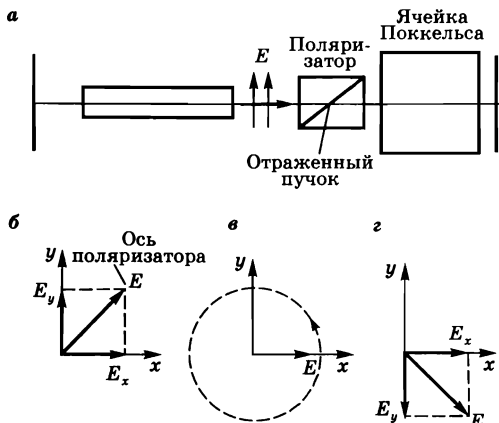


Рис. 8.5

а) Возможное взаимное расположение поляризатора и ячейки Поккельса, которые используются для модуляции добротности. На рисунках (б), (в) и (г) показаны направления компонент электрического поля вдоль осей двулучепреломления ячейки Поккельса в плоскости, перпендикулярной оси резонатора

Рассмотрим теперь световую волну, распространяющуюся из активной среды в направлении к системе поляризатор — ячейка Поккельса. Поляризатор пропустит к ячейке лишь то лазерное излучение, которое поляризовано вдоль оси поляризатора. Поэтому электрическое поле этой падающей волны окажется под углом 45° к главным осям x и y ячейки Поккельса и может быть разложено на компоненты E_x и E_y (рис. 8.5б) вдоль этих осей, колеблющиеся в фазе. Пройдя через ячейку Поккельса, обе компоненты испытывают различные фазовые набегі, что приводит к сдвигу фаз:

$$\Delta\varphi = k\Delta nL', \quad (8.4.3)$$

где $k = 2\pi/\lambda$, $\Delta n = n_x - n_y$ — величина наведенного двулучепреломления, а L' — длина кристалла. Если приложенное к ячейке Поккельса напряжение таково, что $\Delta\varphi = \pi/2$, то две компоненты поля будут отличаться по фазе на $\pi/2$. Это означает, что когда компонента E_x достигает максимума, компонента E_y равна нулю, и наоборот, т. е. волна становится поляризованной по кругу (рис. 8.5в). После отражения от зеркала волна еще раз проходит через ячейку Поккельса, и компоненты ее электрического поля по осям x и y приобретают дополнительный сдвиг фазы $\Delta\varphi = \pi/2$, так что теперь суммарный фазовый сдвиг равен π , и когда компонента E_x максимальна (и положительна), компонента E_y достигнет своего максимального (отрицательного значения), как показано на рис. 8.5г. В результате полное поле E будет снова линейно поляризованным, но направление его поляризации составит теперь угол 90° с направлением поляризации падающей волны на рис. 8.5б. Следовательно, это излучение не пропускается поляризатором, а отражается из резонатора наружу (см. рис. 8.5а). Данное состояние соответствует закрытому затвору. Открывается затвор путем снятия напряжения смещения в ячейке Поккельса. При этом исчезает наведенное двулучепреломление и входящий свет проходит без изменения его поляризации. Заметим, что напряжение, необходимое для работы этой схемы, называется $\lambda/4$ -напряжением, или четвертьволновым напряжением, поскольку в соответствии с выражением (8.4.3) величина $\Delta nL'$ (т. е. разница оптических путей для двух поляризаций) равна $\lambda/4$.

Модуляторы добротности на ячейке Поக்கельса являются наиболее распространенным типом устройств для модуляции добротности. В зависимости от используемого в ячейке Поக்கельса нелинейного кристалла, конфигурации прикладываемого поля, ориентации кристалла и значения рабочей длины волны четвертьволновое напряжение может лежать в пределах 1–5 кВ. Это напряжение должно затем переключаться (точнее выключаться) за время t_s , которое должно быть меньше времени нарастания модулирующего импульса (как правило, $t_s < 20$ нс).

8.4.2.2. ВРАЩАЮЩАЯСЯ ПРИЗМА (МЕХАНИЧЕСКИЕ МОДУЛЯТОРЫ ДОБРОТНОСТИ)

Наиболее распространенный механический способ модуляции добротности состоит во вращении одного из зеркал лазерного резонатора вокруг оси, перпендикулярной оси резонатора. В этом случае условие высокой добротности достигается в тот момент, когда вращающееся зеркало проходит положение, в котором оно параллельно второму зеркалу резонатора. Для того чтобы ослабить требования к юстировке, вместо зеркала устанавливают 90°-ную пентапризму, у которой ребро прямого угла перпендикулярно оси вращения (рис. 8.6). Такая призма имеет следующее свойство: если свет распространяется в плоскости, перпендикулярной ребру прямого угла (см. рис. 8.6), то отраженный свет всегда параллелен падающему, независимо от вращения призмы относительно ребра прямого угла. Это гарантирует то, что соосность между призмой и вторым зеркалом резонатора в плоскости, перпендикулярной ребру прямого угла, достигается в любом случае. При этом эффект вращения призмы заключается в том, чтобы условие соосности выполнялось в другом направлении.

Модуляторы добротности с вращающейся призмой являются простыми и недорогими устройствами и могут быть изготовлены для любой длины волны.

Однако они весьма зашумлены и, как правило, обеспечивают медленную модуляцию добротности вследствие того, что скорость вращения зеркал имеет ограничения. Для обычных многомодовых твердотельных лазеров отклонение пучка составляет несколько миллирадиан, а условие высокой добротности соответствует области углов поворота всего лишь ~ 1 мрад относительно положения точной юстировки. Следовательно, даже если двигатель обеспечивает вращение с очень большой скоростью 24 000 об/мин (400 Гц), продолжительность состояния с высокой добротностью будет равна около 400 нс. Столь большое время переключения в некоторых случаях может вызывать генерацию многократных импульсов.

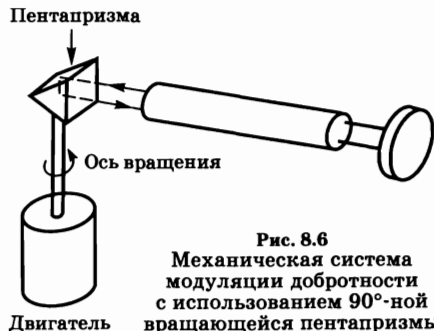


Рис. 8.6
Механическая система
модуляции добротности
с использованием 90°-ной
вращающейся пентапризмы

Акустооптический модулятор представляет собой участок оптически прозрачной среды (например, плавленого кварца для видимой области или германия для среднего и дальнего ИК-диапазона), в котором с помощью прикреплённого с одной стороны пьезоэлектрического преобразователя, подключенного к ВЧ-генератору, возбуждается ультразвуковая волна (рис. 8.7а). Если противоположная преобразователю сторона участка прозрачной среды срезана под некоторым углом и на нее нанесен поглотитель для акустической волны, то отражения назад не будет и в среде возникнет бегущая акустическая волна (рис. 8.7б). Механическое напряжение, наведенное ультразвуковой волной, вызовет локальные изменения показателя преломления среды (фотоупругий эффект). Это периодическое изменение показателя преломления можно рассматривать как фазовую дифракционную решетку, период которой равен длине акустической волны, а амплитуда пропорциональна амплитуде звука, и которая передвигается в среде со скоростью звука (фазовая решетка бегущей волны). Таким образом, это приводит к тому, что часть падающего пучка отклоняется от направления распространения и выходит из резонатора [10]. Если акустооптическую ячейку поместить в резонатор лазера (см. рис. 8.7б), то до тех пор, пока к преобразователю приложено электрическое напряжение, в резонаторе существуют дополнительные потери (из-за дифракции). Если приложенное напряжение достаточно велико, то дополнительные потери приведут к прекращению лазерной генерации. Возвращение лазера в состояние с высокой добротностью происходит при выключении электрического напряжения на преобразователе.

Чтобы получить более глубокое представление о работе акустооптического модулятора, рассмотрим случай, когда длина L' оптической среды достаточно велика и поэтому решетка действует как толстая фазовая решетка. Для реализации этого случая необходимо, чтобы выполнялось следующее условие:

$$\frac{2\pi\lambda L'}{n\lambda_a^2} \gg 1, \quad (8.4.4)$$

где λ — длина волны падающего света, n — показатель преломления среды, а λ_a — длина звуковой волны. В обычных случаях условие (8.4.4) требует, чтобы длина L' была более 1 см. В этом случае, известном как режим дифракции Брэгга, из резонатора под углом $\theta' = \lambda/\lambda_a$ выходит только один дифрагированный пучок. Следует отметить, что этот угол равен углу расходимости пучка с длиной волны λ , который дифрагирует в пределах «апертуры» размера λ_a . Наибольшая эффективность здесь достигается тогда, когда направление падающего света удовлетворяет условию $\theta_B = \lambda/2\lambda_a$ (рис. 8.7а), впервые она была получена Брэггом для дифракции рентгеновских лучей на кристаллографических плоскостях. В таком случае дифрагированный пучок можно рассматривать как результат зеркальных отражений падающего пучка от фазовых плоскостей, образуемых звуковой волной. Если к пьезоэлектрическому преобразователю подводится ВЧ-сигнал достаточно высокой мощности, то из резонатора может дифрагировать сравнительно боль-

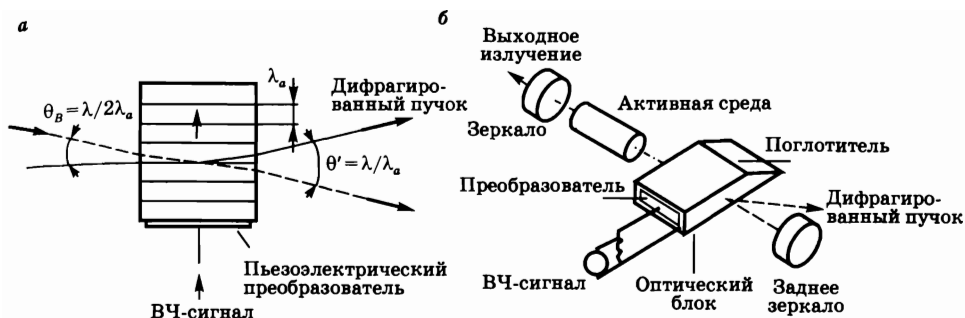


Рис. 8.7

а) Падающий, прошедший и дифрагированный пучки в акустооптическом модуляторе (брэгговский режим). б) Устройство лазера с модуляцией добротности на акустооптическом модуляторе

шая доля η падающего пучка (обычно эффективность дифракции составляет 1–2% на каждый ватт мощности ВЧ-сигнала). Следует отметить, что условие (8.4.4) может быть записано и в виде неравенства $(\lambda L'/n\lambda_a) \gg \lambda_a$. Данное условие говорит о том, что волна малой длины, дифрагировавшая на апертуре λ_a (при входе в кристалл), распространяется в направлении выходной плоскости кристалла на величину оптического пути $\lambda L'/n\lambda_a$, которое должно быть намного больше апертуры λ_a . Действительно, при таком условии каждая волна малой длины, дифрагировавшая при входе в кристалл, будет суммироваться (до выхода из кристалла) с такими же волнами, распространяющимися в пределах других апертур λ_a кристалла, формируя таким образом объемную дифракцию.¹

Пример 8.3. Условия для режима дифракции Брэгга в кварцевом акустооптическом модуляторе. Рассмотрим акустооптическую ячейку, которая возбуждается на частоте $\nu_a = 50$ МГц и положим, что скорость поперечной (сдвиговой) волны в кварце равна $v = 3,76 \cdot 10^5$ см/с. Длина звуковой волны в этом случае равна $\lambda_a = v/\nu_a = 75$ мкм. Учитывая, что показатель преломления для кварца равен $n = 1,45$ (при $\lambda = 1,06$ мкм), из выражения (8.4.4) находим, что $L' \gg 1,3$ мм. Таким образом, если длина кристалла составляет, например, около 5 см, то условие режима дифракции Брэгга полностью удовлетворяется. Заметим, что в этом примере пучок дифрагирует под углом $\theta' = \lambda/\lambda_a \approx 0,8^\circ$ по отношению к падающему пучку, и угол падения пучка на модулятор должен быть равен $\theta_B = \lambda/2\lambda_a \approx 0,4^\circ$.

Акустооптические модуляторы обладают следующими преимуществами: будучи помещенными в резонатор, они вносят мало дополнительных потерь, а в импульсно-периодическом режиме могут работать с высокой частотой

¹ Если $(2\pi\lambda L') \ll n\lambda_a^2$, то звуковая решетка является тонкой фазовой решеткой (режим Рамана–Ната). Этот режим иногда используется в акустооптических модуляторах добротности, в которых требуются более высокие мощности ВЧ-сигнала на единичный объем среды ячейки.

повторения импульсов (килогерцы). Однако они имеют весьма ограниченную величину потерь, вносимых в случае низкой добротности и, кроме того, небольшую скорость переключения добротности (что в основном обусловлено временем распространения звуковой волны, пересекающей лазерный пучок). Поэтому такие модуляторы применяются преимущественно в лазерах с малым усилением и непрерывной накачкой (например, в Nd:YAG или Ag ионных лазерах).

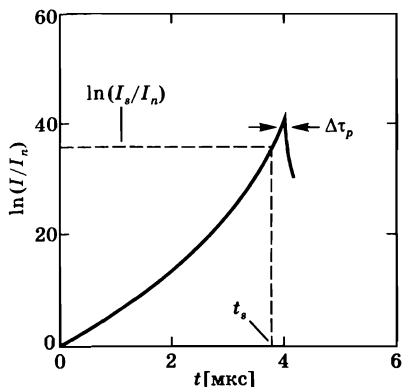
8.4.2.4. МОДУЛЯТОР ДОБРОТНОСТИ НА ОСНОВЕ НАСЫЩАЮЩЕГОСЯ ПОГЛОТИТЕЛЯ

Рассмотренные до сих пор три устройства для модуляции добротности попадают под категорию активных модуляторов, поскольку ими необходимо управлять с помощью соответствующего устройства (например, источник питания ячейки Поккельса, вращающийся двигатель или ВЧ-генератор). Теперь рассмотрим самый распространенный на сегодня пассивный модулятор добротности, в котором используется нелинейный насыщающийся поглотитель.

Насыщающийся поглотитель состоит из материала, который поглощает излучение на длине волны лазера и который обладает низким значением интенсивности насыщения. Во многих случаях он используется в виде кюветы, заполненной раствором насыщающегося красителя в соответствующем растворителе. Например, в случае Nd:YAG это растворенный в 1,2-дихлорэтаноле краситель, называемый BDN – 4-диметиламинодифенилбензилникель). Иногда также используют твердотельные (например, BDN в ацетатцеллюлозной пленке, $F_2:LiF$ или $Cr^{4+}:YAG$, опять же для Nd:YAG лазеров) или газообразные (например, SF_6 для CO_2 лазеров) насыщающиеся поглотители. В первом приближении насыщающийся поглотитель можно рассматривать как двухуровневую систему с очень большим сечением поглощения в максимуме линии (в случае насыщающегося красителя эта величина составляет 10^{-16} см^2). При этом из выражения (2.8.11) следует, что соответствующая интенсивность насыщения I_s сравнительно мала и при относительно небольшой интенсивности падающего света ($1 \div 10 \text{ МВт/см}^2$) поглотитель становится почти прозрачным (благодаря насыщению).

Чтобы понять механизм работы модулятора на насыщающемся поглотителе, предположим, что кювету с красителем поместили в резонатор лазера, причем длина волны, при которой поглощение раствора красителя максимально, совпадает с длиной волны генерации лазера. Для определенности будем считать также, что начальное (т. е. ненасыщенное) поглощение в кювете с красителем равно 50%. В рассматриваемом лазере генерация может начаться только при условии, что усиление активной среды компенсирует потери в кювете, а также потери резонатора при отсутствии насыщения. Вследствие большого поглощения в кювете с красителем критическая инверсия населенностей оказывается очень высокой. С момента начала генерации интенсивность лазерного излучения $I(t)$ будет нарастать от уровня спонтанных шумов I_n .

а



б

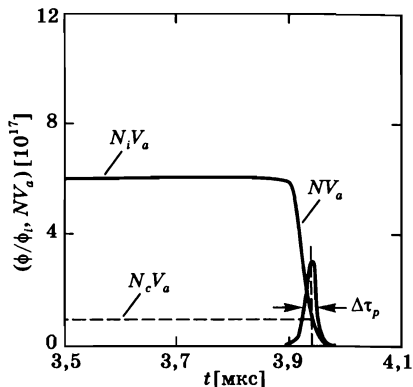


Рис. 8.8

Типичная временная зависимость интенсивности I лазерного пучка и числа фотонов ϕ в резонаторе Nd:YAG лазера с пассивной модуляцией добротности, осуществляемой с помощью насыщающегося поглотителя (длина резонатора 50 см):

а) логарифмическая зависимость величины I/I_n от времени, где I_n — шумы интенсивности, обусловленные спонтанным излучением. Данная зависимость дает наиболее точное представление о динамическом поведении лазера до момента насыщения насыщающегося поглотителя; б) зависимость $\phi/\phi_i = I/I_n$ от времени (в линейном масштабе), где $\phi_i \approx 1$ — начальное число фотонов, обусловленное спонтанным излучением. Данная зависимость дает наиболее подходящее описание динамики работы лазера в области максимума импульса.

На рис. 8.8а отображена типичная зависимость $I(t)$, представленная в логарифмическом масштабе как $I(t)/I_n$ (см. пример 8.5). Когда интенсивность становится сравнимой с I_s (что имеет место при $t = t_s$), благодаря насыщению поглощения краситель начинает просветляться. Вследствие этого увеличивается скорость нарастания интенсивности лазерного излучения, что, в свою очередь, приводит к увеличению скорости просветления красителя и т. д. Процесс просветления насыщающегося поглотителя происходит очень быстро. Поскольку величина I_s относительно мала, в активной среде инверсия населенностей после просветления по существу остается той же самой (т. е. очень большой), что и до просветления красителя. Поэтому после просветления красителя усиление лазера значительно превышает потери и, как следствие этого, на выходе лазера появится гигантский импульс. Динамическое поведение этого процесса (в завершающейся стадии) более детально отображено на рис. 8.8б, где величина $\phi(t)/\phi_i = I(t)/I_n$ ($\phi(t)$ — число фотонов в резонаторе, причем $\phi_i \approx 1$ — начальное число фотонов, обусловленное спонтанным излучением) представлена в зависимости от времени в линейном масштабе и в узком временном интервале. Зависимость полной инверсии NV_a от времени, где V_a — объем моды в активной среде, также показана на этом рисунке (см. пример 8.5). Нетрудно видеть, что, как и в любых других случаях модуляции добротности, число фотонов очень быстро возрастает, пока насыщение инверсии населенностей, и следовательно усиление, остаются на каком-то уровне. Таким образом, импульс света достигает своего максимального значения, когда инверсия становится равной критической инверсии N_c лазера без насыщающегося поглотителя, после чего импульс начинает затухать.

Из рис. 8.8 следует отметить одну важную особенность: время нарастания импульса с момента, когда он начинает увеличиваться от уровня спонтанных шумов до его максимального значения, оказывается очень большим ($t_p \approx 3,94$ мкс). Это связано с тем, что до момента просветления поглотителя (т. е. при $t < t_s$) усиление лазера лишь незначительно превышает достаточно высокое пороговое значение, обусловленное наличием поглотителя (до его насыщения). Таким образом, интенсивность нарастает очень медленно, и свет до достижения им максимальной интенсивности совершает весьма большое число проходов в резонаторе (~ 2370 в примере, рассмотренном на рис. 8.8). В результате этого происходит естественная селекция мод [11]. Действительно, предположим, что две моды имеют ненасыщенные коэффициенты усиления за проход g_1 и g_2 , ($g = \sigma Nl$), а потери за проход равны γ_1 и γ_2 . Поскольку эти моды начинают усиливаться от одной и той же интенсивности, соответствующей спонтанному излучению, отношение интенсивностей обеих мод в момент времени $t = t_s$ (т. е. до момента насыщения поглотителя) дается выражением:

$$\frac{I_1}{I_2} = \left[\frac{e^{(g_1 - \gamma_1)}}{e^{(g_2 - \gamma_2)}} \right]^n, \quad (8.4.5)$$

где n — число проходов в резонаторе до момента времени $t = t_s$ ($n \approx 2,310$ в примере, рассмотренном на рис. 8.8). Если теперь положить, что величина $\delta = (g_1 - \gamma_1) - (g_2 - \gamma_2)$ равна разности между результирующими коэффициентами усиления обеих мод, то в этом случае из выражения (8.4.5) можно записать $(I_1/I_2) = \exp n\delta$. Таким образом, видно, что даже принимая величину δ очень небольшой (допустим 0,001), при $n = 2310$ имеем $(I_1/I_2) = \exp 2,3 \approx 10$. Следовательно, даже очень небольшая разница в усилении или потерях между двумя модами приводит к большому различию в их интенсивностях в момент времени $t = t_s$ и, следовательно, в момент, когда импульс максимален. При этом длительность самого импульса может быть достаточно короткой, например ~ 100 нс. Поэтому, используя модулятор добротности на насыщающемся поглотителе, нетрудно осуществить генерацию в одномодовом режиме. Заметим, однако, что при активной модуляции добротности этот механизм селекции мод значительно менее эффективен, поскольку формирование импульса в лазере из-за шумов происходит намного быстрее и полное число проходов при активной модуляции может быть всего около 10 или 20.¹

Пассивная модуляция добротности с помощью насыщающегося поглотителя представляет собой самый простой метод модуляции добротности. Основным недостатком этого метода является фотохимическая деградация насыщающегося поглотителя (особенно красителей). В последнее время разрабатываются твердотельные насыщающиеся поглотители, в которых эту проблему стараются устранить. Таким образом, применение пассивной модуляции добротности ограничено главным образом малоомощными устройствами.

¹ Следует отметить, что по аналогии с поглощающимся поглотителем можно осуществлять активную модуляцию добротности, выбирая низкое значение добротности (высокие потери), которое позволяет обеспечить начало генерации до момента переключения в режим высокой добротности (так называемая предгенерация). Таким образом, уже в течение достаточно длительного времени предгенерации можно осуществить селекцию мод [38].

8.4.3. РЕЖИМЫ РАБОТЫ

Лазеры с модулированной добротностью могут работать в одном из следующих режимов:

1. В импульсном режиме (рис. 8.9). В этом случае профиль скорости накачки $R_p(t)$ имеет форму импульса определенной длительности, сравнимой со временем жизни τ верхнего состояния (рис. 8.9a). До момента включения добротности инверсия населенностей $N(t)$ нарастает до максимального значения ($t = 0$ на рис. 8.9б). С этого момента (при $t > 0$) начинает увеличиваться число фотонов, что приводит к возникновению импульса генерации, максимум которого имеет место в некоторый момент времени t_d после включения добротности резонатора. Увеличение числа фотонов приводит к уменьшению инверсии населенностей $N(t)$ от некоторого начального значения N_i (при $t = 0$) до конечного значения N_f , которое достигается после окончания импульса генерации. Заметим, что согласно замечаниям, сделанным в связи с рис. 8.3, масштабы времени в интервалах $t < 0$ и $t > 0$ являются абсолютно разными. Действительно, интервал времени $t < 0$ попадает в миллисекундный диапазон, тогда как интервал $t > 0$ охватывает наносекундный диапазон. Лазеры с модуляцией добротности и импульсной накачкой могут работать в режиме повторяющихся импульсов, причем частота повторения обычно колеблется от единиц до нескольких десятков герц.

2. Импульсно-периодический режим с модуляцией добротности при непрерывной накачке (см. рис. 8.10). Этот режим осуществляется при непрерывной накачке лазера (со скоростью R_p , см. рис. 8.10a) и периодическом

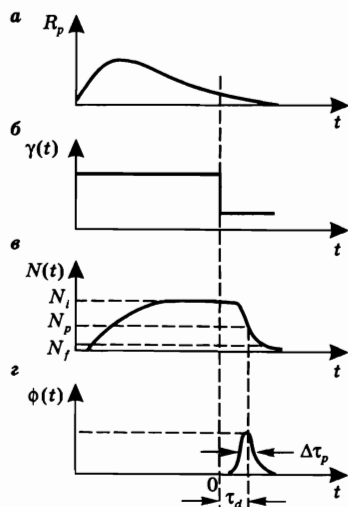


Рис. 8.9

Развитие импульса лазера в режиме импульсной модуляции добротности.

На рисунке показано поведение во времени: (а) скорости накачки R_p ; (б) потерь резонатора γ ; (в) инверсии населенностей N ; (з) числа фотонов ϕ

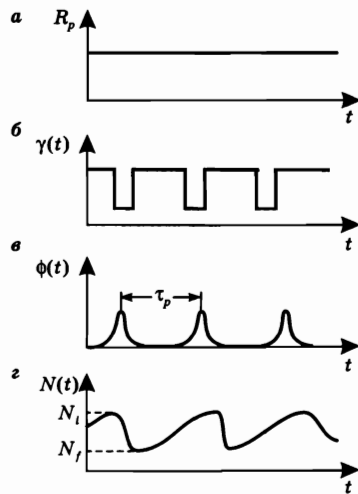


Рис. 8.10

Развитие модулированных лазерных импульсов в лазере с непрерывной накачкой, работающем в режиме импульсно-периодической модуляции добротности. На рисунке показана зависимость от времени:

(а) скорости накачки R_p ; (б) потерь резонатора γ ; (в) числа фотонов ϕ ; (з) инверсии населенностей N

переключении потерь резонатора до низкого уровня (рис. 8.10б). При этом выходное излучение лазера представляет собой непрерывный цуг световых импульсов (рис. 8.10в), а инверсия в каждом импульсе падает от начального значения N_i (перед включением добротности резонатора) до конечной величины N_f (после излучения гигантского импульса, рис. 8.10г). Затем инверсия населенностей восстанавливается под действием накачки до значения N_i , которое она имела до включения добротности резонатора. Поскольку время, необходимое для восстановления инверсии, примерно равно времени жизни верхнего уровня τ , разделяющий импульсы промежуток времени τ_p должен быть меньше или равным τ . Действительно, если τ_p значительно превысит величину τ , большая доля инверсии будет теряться на спонтанное излучение. Поэтому частота повторения лазеров с модуляцией добротности при непрерывной накачке варьируется, как правило, от единиц до нескольких десятков килогерц.

Обычно для осуществления импульсного режима работы лазера используют электрооптические и механические затворы, а также насыщающиеся поглотители. В случае импульсно-периодического режима с модуляцией добротности при непрерывной накачке (который имеет меньшее усиление, чем при импульсной накачке) применяют механические затворы или, что более общепринято, акустооптические затворы. В лазерах с непрерывной генерацией установка насыщающегося поглотителя внутри резонатора позволяет, при определенных условиях, добиться импульсно-периодического режима с модуляцией добротности. В этом случае скорость повторения переключающих импульсов определяется нелинейной динамикой поглотителя, а не внешним управлением.

8.4.4. ТЕОРИЯ АКТИВНОЙ МОДУЛЯЦИИ ДОБРОТНОСТИ

Для простоты ограничимся рассмотрением лишь активной модуляции добротности и в дальнейшем будем считать, что переключение добротности происходит мгновенно (быстрое переключение) [12]. Для описания происходящих в лазере процессов можно снова воспользоваться уравнениями (7.2.16) и (7.2.24) соответственно для четырехуровневого и квазитрехуровневого лазеров.

Рассмотрим сначала четырехуровневый лазер, работающий в импульсном режиме (рис. 8.9), и предположим, что при $t < 0$ потери столь велики, что лазер работает в допороговом режиме. Если модуляция добротности происходит в момент времени, когда $N(t)$ достигает максимального значения, то соответствующую начальную инверсию можно получить из уравнения (7.2.16а), полагая $(dN/dt) = 0$. Таким образом, имеем:

$$N_i = \tau R_p(0), \quad (8.4.6)$$

где $R_p(0)$ — значение скорости накачки в момент времени $t = 0$ (т. е. в момент переключения добротности). Предположим теперь, что зависимость $R_p(t)$ от времени имеет всегда один и тот же вид, независимо от величины интеграла $\int R_p dt$, т. е. от энергии накачки. Тогда можно положить $R_p(0) \equiv \int R_p dt$, так

что, например, если удваивается $\int R_p dt$, то удваивается также и $R_p(0)$. Таким образом, если E_p — энергия накачки, соответствующая данной скорости накачки (поскольку $E_p \propto \int R_p dt$), то далее имеем $E_p \propto R_p(0)$ и согласно соотношению (8.4.6) получаем $E_p \propto N_i$. Следовательно, обозначив как N_{ic} и E_{pc} начальную инверсию и соответствующую энергию накачки при работе лазера на пороге генерации, можно записать:

$$(N_i/N_{ic}) = (E_p/E_{pc}) = x, \quad (8.4.7)$$

где $x = (E_p/E_{pc})$ — значение превышения накачки над порогом. Поскольку N_{ic} — это просто критическая инверсия для данного лазера (в режиме модуляции добротности, когда затвор открыт), ее значение можно получить из обычного соотношения для критической инверсии, т. е. $N_{ic} = N_c = \gamma/\sigma l$, где γ — потери в резонаторе при открытом затворе. Если известна величина N_{ic} , т. е. известны γ , σ и l , и если также известно отношение x энергии накачки и пороговой энергии накачки, то выражение (8.4.7) позволяет найти начальную инверсию N_i .

Теперь, после того как известно значение N_i , эволюцию системы во времени после включения добротности (т. е. при $t > 0$) можно описать уравнением (7.2.16) с начальными условиями $N(0) = N_i$ и $\phi(0) = \phi_i$. Здесь вновь ϕ_i — небольшое число фотонов, необходимое для того, чтобы началась лазерная генерация ($\phi_i \approx 1$). Эти уравнения можно существенно упростить, поскольку ожидается, что изменения во времени величин $N(t)$ и $\phi(t)$ происходят за столь короткие промежутки времени, что в уравнении (7.2.16а) можно пренебречь членом R_p , отвечающим за накачку, и членом N/τ , отвечающим за релаксацию. Тогда уравнения (7.2.16) сводятся к следующему виду:

$$\frac{dN}{dt} = -B\phi N, \quad (8.4.8a)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \left(V_a B N - \frac{1}{\tau_c} \right) \phi. \quad (8.4.8б)$$

Прежде чем продолжить дальнейшее рассуждение, следует напомнить, что согласно (8.4.8б) населенность N_p , соответствующая максимуму светового импульса (см. рис. 8.9в), т. е. когда $(d\phi/dt) = 0$, дается выражением:

$$N_p = 1/V_a B \tau_c = \gamma/\sigma l, \quad (8.4.9)$$

которое в точности совпадает с выражением для критической инверсии N_c . Этот результат с учетом выражения (8.4.7) позволяет записать отношение N_i/N_p в виде, удобном для дальнейшего рассмотрения:

$$(N_i/N_p) = x. \quad (8.4.10)$$

Сделав эти предварительные замечания, можно перейти к вычислению пиковой мощности импульса P_p , выходящего из лазера через, например, зеркало 2. Согласно (7.2.18) имеем:

$$P_p = \left(\frac{\gamma_2 c}{2L_e} \right) \hbar \nu \phi_p, \quad (8.4.11)$$

где ϕ_p — число фотонов в резонаторе в тот момент времени, когда лазерный импульс достигает пикового значения. Для вычисления ϕ_p разделим уравнение (8.4.8б) на (8.4.8а). Учитывая также соотношение (8.4.9), получаем следующее уравнение:

$$\frac{d\phi}{dN} = -V_a \left(1 - \frac{N_p}{N} \right), \quad (8.4.12)$$

проинтегрировав которое, нетрудно получить

$$\phi = V_a [N_i - N - N_p \ln (N_i/N)], \quad (8.4.13)$$

где для простоты мы пренебрегли небольшим числом ϕ_i . Тогда в максимуме импульса имеем:

$$\phi_p = V_a N_p \left(\frac{N_i}{N_p} - \ln \frac{N_i}{N_p} - 1 \right), \quad (8.4.14)$$

откуда можно сразу получить величины ϕ_p , если известны N_p (из (8.4.9)) и отношение (N_i/N_p) (из (8.4.10)). Теперь из формул (8.4.11), (8.4.14) и (8.4.9) можно вычислить пиковую выходную мощность:

$$P_p = \frac{\gamma_2}{2} \left(\frac{A_b}{\sigma} \right) \left(\frac{h\nu}{\tau_c} \right) \left(\frac{N_i}{N_p} - \ln \frac{N_i}{N_p} - 1 \right), \quad (8.4.15)$$

где $A_b = V_a/l$ — площадь сечения пучка, и где также используется выражение (7.2.14) для τ_c .

Для вычисления выходной энергии E заметим вначале, что

$$E = \int_0^\infty P(t) dt = \left(\frac{\gamma_2 c}{2L_e} \right) h\nu \int_0^\infty \phi dt, \quad (8.4.16)$$

где $P(t)$ — выходная мощность как функция времени и где вновь использовалось выражение (7.2.18). Интегрирование в выражении (8.4.16) нетрудно выполнить, если проинтегрировать обе части уравнения (8.4.8б) и заметить,

что $\phi(0) = \phi(\infty) \cong 0$. Далее получаем $\int_0^\infty \phi dt = V_a \tau_c \int_0^\infty B\phi N dt$. Интеграл $\int_0^\infty B\phi N dt$

можно теперь вычислить, интегрируя обе части уравнения (8.4.8а), откуда находим $\int_0^\infty B\phi N dt = (N_i - N_f)$, где N_f — конечная инверсия населенностей (см.

рис. 8.3б). Далее получаем $\int_0^\infty \phi dt = V_a \tau_c (N_i - N_f)$, и, таким образом, выражение (8.4.16) принимает вид:

$$E = (\gamma_2/2\gamma)(N_i - N_f)(V_a h\nu). \quad (8.4.17)$$

Смысл этого выражения нетрудно понять, если заметить, что величина $(N_i - N_f)$ — это имеющаяся в наличии инверсия, которая дает число фотонов $(N_i - N_f)V_a$. Из этого числа фотонов, испущенных активной средой, лишь доля $(\gamma_2/2\gamma)$ фотонов дает вклад в выходную энергию. Чтобы вычислить E с помощью выражения (8.4.17), необходимо знать N_f . Эту величину можно получить из выражения (8.4.13), полагая в нем $t \rightarrow \infty$. Поскольку $\phi(\infty) \cong 0$, получаем соотношение:

$$\frac{N_i - N_f}{N_i} = \frac{N_p}{N_i} \ln \frac{N_i}{N_f}, \quad (8.4.18)$$

которое дает N_f/N_i как функцию величины N_p/N_i . Теперь можно определить величину $\eta_E = (N_i - N_f)/N_i$, которая стоит в левой части выражения (8.4.18), как коэффициент использования инверсии (или энергии). Действительно, хотя начальная инверсия равна N_i , фактически используется лишь разность $(N_i - N_p)$. В обозначениях η_E выражение (8.4.17) можно переписать в следующем виде:

$$\eta_E(N_i/N_p) = -\ln(1 - \eta_E). \quad (8.4.19)$$

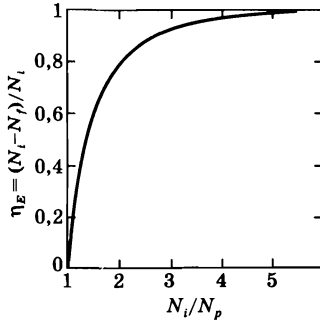


Рис. 8.11
Коэффициент использования энергии η_E в зависимости от отношения начальной инверсии к пиковой

На рис. 8.11 построена кривая зависимости коэффициента использования энергии η_E от величины (N_i/N_p) , полученная вычислением выражения (8.4.19). Заметим, что при больших значениях (N_i/N_p) , т. е. когда энергия накачки намного превосходит пороговую энергию накачки, коэффициент использования энергии стремится к единице. Заметим также, что в обозначениях η_E и с помощью (8.4.9) выражение (8.4.17) можно представить в более простом и наглядном виде:

$$E = \left(\frac{\gamma_2}{2} \frac{N_i}{N_p} \eta_E \right) \left(\frac{A_b}{\sigma} \right) h\nu, \quad (8.4.20)$$

где снова $A_b = V_a/l$ — площадь сечения пучка.

Если известны выходная энергия и пиковая мощность, то можно найти приближенное значение длительности импульсов $\Delta\tau_p$, определив его с помощью соотношения $\Delta\tau_p = E/P_p$. Из выражений (8.4.20) и (8.4.15) получаем:

$$\Delta\tau_p = \tau_c \frac{(N_i/N_p)\eta_E}{[(N_i/N_p) - \ln(N_i/N_p) - 1]}. \quad (8.4.21)$$

Заметим, что отношение $\Delta\tau_p/\tau_c$ зависит только от величины $(N_i/N_p) = x$, и для диапазона (N_i/N_p) , например от 2 до 10, значение $\Delta\tau_p$ будет в 5,25 – 1,49 раз больше времени жизни фотона в резонаторе τ_c . В частности, для $(N_i/N_p) = x = 2,5$ из рис. 8.11 получаем $\eta_E = 0,89$, а из выражения (8.4.21) находим $\Delta\tau_p \approx 3,81\tau_c$. Однако следует заметить, что выражение (8.4.21) дает лишь приближенное значение $\Delta\tau_p$. Излучаемый импульс является несимметричным, поскольку длительность его переднего фронта τ_f всегда меньше длительности заднего фронта τ_r . Например, если определить τ_r и τ_f как интервалы времени от пиковой мощности импульса до моментов времени, соответствующих половине пиковой мощности, то численный расчет для $(N_i/N_p) = x = 2,5$ дает значения $\tau_r = 1,45\tau_c$ и $\tau_f = 2,06\tau_c$. Отсюда видно, что в данном примере вычисленное при помощи соотношения (8.4.21) приближенное значение $\Delta\tau_p$ примерно на 9% превышает расчетное значение $\tau_r + \tau_f$. Полученное соотношение приближенно выполняется для любого (N_i/N_p) .

Теперь можно рассчитать время задержки между максимумом импульса и моментом включения добротности (см. рис. 8.9). Эту задержку можно считать равной времени, которое необходимо для того, чтобы число фотонов достигло определенной величины относительно максимального числа фотонов. Если выбрать, например, эту долю равной $(1/10)$, то до этого момента времени не произойдет сколько-нибудь заметного насыщения инверсии, и в уравнении (8.4.86) можно воспользоваться приближением $N(t) \approx N_i$. Тогда это уравнение с учетом соотношений (8.4.9) и (8.4.10) принимает вид $(d\phi/dt) = (x - 1)\phi/\tau_c$, и после интегрирования имеем:

$$\phi = \phi_i \exp[(x - 1)t/\tau_c]. \quad (8.4.22)$$

Подставляя сюда $\phi = \phi_p/10$, находим время задержки τ_d . Полагая $\phi_i = 1$, получаем:

$$\tau_d = \frac{\tau_c}{x - 1} \ln \left(\frac{\phi_p}{10} \right), \quad (8.4.23)$$

где ϕ_p дается выражением (8.4.14). Заметим, что поскольку ϕ_p очень большое число ($\approx 10^{17}$ или больше, см. следующий пример) и поскольку в выражении (8.4.23) оно стоит под знаком логарифма, величина τ_d не изменилась бы существенно, если вместо $\phi_p/10$, например, выбрать $\phi_p/20$.

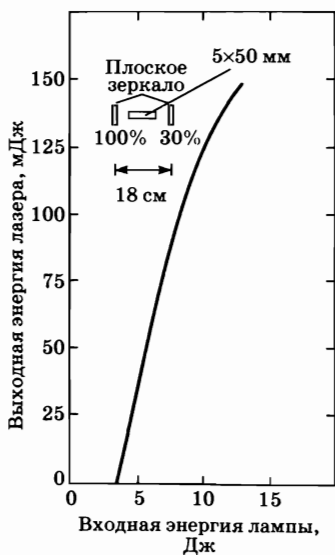


Рис. 8.12
Зависимость выходной энергии Nd:YAG лазера с модуляцией добротности от энергии, вкладываемой в импульсную лампу накачки. Геометрические размеры лазера показаны на вкладыше (согласно работе [13])

Пример 8.4. Выходная энергия, длительность импульса и время нарастания импульса в обычном Nd:YAG лазере с модуляцией добротности. На рис. 8.12 представлена типичная зависимость выходной энергии лазера E от подводимой к лампе энергии накачки E_p для Nd:YAG лазера с модуляцией добротности. На вставке этого рисунка также указаны размеры стержня и резонатора [13]. Лазер работает в импульсном режиме, и модуляция добротности в нем осуществляется с помощью кристалла КДР (дейтерированный дигидрофосфат калия, KD_2PO_4) в ячейке Поккельса. Из рисунка видно, что пороговая энергия лазера составляет $E_{cp} \approx 3,4$ Дж, а энергия выходного излучения $E \approx 120$ мДж при $E_p \approx 10$ Дж. Найденная из измерений длительность импульса лазера при этой накачке составляет около 6 нс.

Теперь можно сравнить эти экспериментальные данные с результатами расчетов по формулам, приведенным в предыдущем разделе. Пренебрежем поглощением в зеркалах и положим $\gamma_2 \approx -\ln R_2 = 1,2$ и $\gamma_1 \approx 0$. Согласно оценкам, в системе поляризатор — ячейка Поккельса внутренние потери составляют $L_i \approx 15\%$, а внутренними потерями в стерж-

не можно пренебречь. Таким образом, получаем $\gamma_i = -\ln(1 - L_i) \approx 0,162$ и $\gamma = (\gamma_1 + \gamma_2)/2 + \gamma_i = 0,762$. Расчетное значение энергии лазера (при $E_p = 10$ Дж) можно получить из выражения (8.4.20), если заметить, что в этом случае $(N_i/N_p) = (E_p/E_{cp}) = 2,9$. Теперь положим $A_b \approx A = 0,19$ см², где A — площадь поперечного сечения лазерного стержня. Поскольку $(N_i/N_p) = 2,9$, из рис. 8.11 находим, что $\eta_E \approx 0,94$, а из выражения (8.4.20), полагая, что эффективное сечение вынужденного излучения равно $\sigma = 2,8 \cdot 10^{-19}$ см² (см. пример 2.10), получаем $E \approx 200$ мДж. Иногда теоретические расчеты дают несколько большее значение, и это связано с двумя причинами:

1. Площадь поперечного сечения пучка определенно меньше, чем стержня.

2. Из-за небольшой длины резонатора не выполняется условие быстрого включения добротности резонатора (т. е. требование, что время переключения добротности должно быть намного меньше времени нарастания лазерного импульса). Ниже в этом примере будет показано, что действительно расчетное время нарастания модулирующего импульса (время задержки) τ_d составляет около 20 нс. Достаточно трудно переключить ячейку Поккельса за более короткое время, и, как следствие, во время переключения часть энергии будет теряться при прохождении через поляризатор (в некоторых типичных случаях при такой короткой длительности в процессе модуляции на выход проходит только 20% энергии).

Прежде чем вычислять длительность импульса, необходимо отметить, что согласно выражению (7.2.11) эффективная длина резонатора определяется как $L_e = L + (n - 1)l \approx 22$ см, где $n \approx 1,83$ для кристалла Nd:YAG, таким образом, из (7.2.14) получаем $\tau_c = L_e/c \approx 1$ нс. Длительность лазерного импульса определяется из выражения (8.4.21): $\Delta\tau_p = \tau_c \eta_E x / (x - \ln x - 1) \approx 3,3$ нс (при этом для расчета η_E можно использовать рис. 8.11). Различие между расчетным и экспериментальным ($\Delta\tau_p \approx 6$ нс) значениями можно объяснить двумя следующими причинами:

1. Многомодовый режим генерации. Действительно, время нарастания импульса различно для разных мод в силу незначительного отличия их коэффициентов усиления. В результате заметно увеличивается длительность импульса.

2. Как уже упоминалось, в данном случае полностью не выполняется условие быстрого включения добротности резонатора и, по-видимому, медленное включение добротности приводит к некоторому увеличению длительности лазерного импульса.

Время нарастания импульса при переключении добротности может быть получено из выражения (8.4.23), если известно значение ϕ_p . Теперь если взять $N_p = \gamma/\sigma l \approx 5,44 \cdot 10^{17}$ см⁻³ и положить, что $V_a = A_b l \approx Al \approx 1$ см³, из формулы (8.4.14) получаем $\phi_p \approx 4,54 \cdot 10^{17}$ фотонов, так что из выражения (8.4.23), при $\tau_c = 1$ нс и $x = 2,9$, находим $\tau_d \approx 20$ нс.

Пример 8.5. Динамическое поведение Nd:YAG лазера с пассивной модуляцией добротности. Рассмотрим лазерный резонатор, эффективная длина которого составляет $L_e = 50$ см и в котором в качестве активной среды используется стержень из Nd:YAG, диаметр стержня равен $D = 5$ мм. Пусть в лазере используется пассивная модуляция добротности, реализуемая с помощью ячейки с насыщающимся поглотителем, интенсивность насыщения которого составляет $I_s = 1$ МВт/см². Предположим также, что ячейка

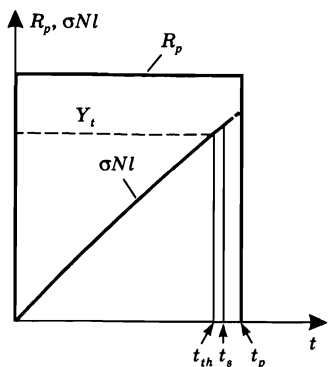


Рис. 8.13
Динамика скорости накачки и усиления лазера σNI для прямоугольного импульса накачки длительностью $t_p = 100$ мкс. Время релаксации среды $\tau = 230$ мкс

с раствором насыщающегося поглотителя обладает потерями (до возникновения насыщения) равными $L = 50\%$. Пусть коэффициент отражения выходного зеркала равен $R_2 = 74\%$, а всеми прочими потерями в резонаторе можно пренебречь. Таким образом, имеем $\gamma_2 = -\ln R_2 \approx 0,3$ для потерь на выходном зеркале (связь на выходе) и $\gamma_a = -\ln(1 - L) = 0,693$ для потерь поглотителя без насыщения. Тогда полные потери до момента насыщения составляют $\gamma_t = \gamma_a + (\gamma_2/2) = 0,843$. Теперь предположим, что накачка осуществляется прямоугольными импульсами длительностью $t_p = 100$ мкс (см. рис. 8.13). Согласно выражению (8.4.1) инверсия населенностей в конце импульса накачки и до момента возникновения лазерной генерации определяется как

$$N(t_p) = N_\infty[1 - \exp(-t_p/\tau)] = 0,35N_\infty, \quad (84.24)$$

где $\tau = 230$ мкс. Порог генерации будет достигнут за время t_{th} (см. рис. 8.13), так что:

$$\sigma N(t_{th})l = \gamma_t. \quad (84.25)$$

Теперь предположим, что уровень накачки превышает пороговое значение на 10%, таким образом:

$$N(t_p) = 1,1N(t_{th}), \quad (84.26)$$

где $N(t_p)$ — инверсия населенностей в момент времени $t = t_p$ при отсутствии генерации (см. рис. 8.13). Из выражений (8.4.26) и (8.4.24) находим $N(t_{th}) \approx 0,32N_\infty$. Далее, из (8.4.1) получаем $t_{th} \approx 88$ мкс, а из (8.4.25) имеем $\sigma N_\infty l = \gamma_t/0,32 = 2,64$.

При $t > t_{th}$ лазер обладает полным усилением $g_{net}(t')$, которое, до момента существенного насыщения поглотителя, можно описать уравнением: $g_{net}(t) = \sigma Nl - \gamma_t \approx \sigma l(dN/dt)_{th}t'$, где введена новая временная ось t' с началом координат в точке $t = t_{th}$. Из выражения (8.4.1) и с учетом полученного выше значения t_{th} , имеем $(dN/dt)_{th} = (N_\infty/\tau)\exp(-t_{th}/\tau) = 0,68(N_\infty/\tau)$. Отсюда получаем выражение для полного усиления $g_{net}(t') = 0,68(\sigma N_\infty l)(t'/\tau)$ и, учитывая полученное выше значение $(\sigma N_\infty l)$, находим:

$$g_{net}(t') \approx 1,8(t'/\tau). \quad (84.27)$$

Имея выражения для полного коэффициента усиления, можно описать динамику увеличения числа фотонов в резонаторе с помощью следующего уравнения:

$$(d\phi/dt) = (g_{net}/t_T)\phi, \quad (84.28)$$

где $t_T = L_e/c \approx 1,66$ нс — время одного прохода пучка через резонатор. Уравнение (8.4.28) можно разрешить для аргумента, очень похожего на тот, который был получен для уравнения (7.2.12). Если выражение (8.4.27) подставить в (8.4.28) и затем проинтегрировать полученное уравнение, то можно записать:

$$\phi(t') = \phi_i \exp \left[0,9 \left(\frac{t_T}{\tau} \right) \left(\frac{t'}{t_T} \right)^2 \right]. \quad (8.4.29)$$

Следует отметить, что поскольку полное усиление растет линейно от времени (см. (8.4.27)], то в этом случае функция $\phi(t')$ будет расти экспоненциально с ростом величины t'^2 (см. (8.4.29), а также рис. 8.8а, где для этого примера время t совпадает с временем t'). Для того чтобы рассчитать с помощью выражения (8.4.29) время t'_s , при котором наступает насыщение, необходимо связать функцию $\phi(t')$ с периодически изменяющейся интенсивностью пучка $I(t')$. Для этого вначале следует отметить, что если два пучка с одинаковой интенсивностью I распространяются внутри резонатора в противоположных направлениях, то пространственно усредненное значение плотности энергии в резонаторе будет равно $\rho = 2I/c$ (ср. с (2.4.10)). Таким образом, связь между числом фотонов и интенсивностью излучения внутри резонатора будет иметь вид: $\phi = \rho A_b L_e / h\nu = 2IA_b L_e / ch\nu$, где A_b — площадь поперечного сечения пучка. Из предыдущего выражения, выбирая $A_b = \pi D^2/4 \cong 0,196 \text{ см}^2$, находим, что число фотонов ϕ_s , соответствующее интенсивности насыщения $I_s = 1 \text{ МВт/см}^2$, составляет $\phi_s \cong 3,49 \cdot 10^{15}$. Из (8.4.29), принимая $\phi_i = 1$, получаем $(t'_s/t_T) \cong 2,347$, т. е. $t'_s \cong 3,89 \text{ мкс}$ и, следовательно, $t_s \cong 92 \text{ мкс}$ (см. рис. 8.13). Таким образом, начиная с некоторого уровня шумов и через количество проходов ~ 2350 можно достичь интенсивности, равной интенсивности насыщения поглотителя. И с этого момента просветление насыщающегося поглотителя наступает очень быстро.

Таким образом, при $t > t_s$ динамическое поведение лазера может быть приближенно рассчитано уже с учетом полного просветления поглотителя. Опираясь на уравнения, рассмотренные в данном разделе, можно построить зависимости величин от времени, предполагая, что начальная инверсия равна $N_i = N(t_s)$. Теперь можно рассчитать начальное усиление лазера, равное $g_i = \sigma N_i l = \sigma N_{\infty} l [1 - \exp(-(t_s/\tau)] = 0,87$, тогда как усиление в максимуме импульса составляет $g_p = \sigma N_p l = \gamma = 0,15$. Откуда получаем $N_i/N_p = g_i/g_p = 5,8$. Полная инверсия населенностей в объеме V_a отдельной моды задается выражением $N_i V_a = N A_b l = (A_b/\sigma) g_i$. Принимая $\sigma = 2,8 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$ (см. предыдущий пример) и предварительно рассчитав величины A_b и g_i , находим $N_i V_a = 6,09 \cdot 10^{17}$ ионов (см. рис. 8.8б). Аналогично находим $N_p V_a = N_i V_a / 5,8 = 1,05 \cdot 10^{17}$ ионов. Максимальное число фотонов можно найти из (8.4.14), и здесь имеем $\phi_p = 3,19 \cdot 10^{17}$ фотонов. Время задержки τ_d (относительно максимума импульса) и ширина импульса $\Delta\tau_p$ находятся из выражений (8.4.23) и (8.4.21) соответственно, если рассчитать время жизни фотона в резонаторе как $\tau_c = t_T/\gamma \cong 11 \text{ нс}$. В результате получаем $\tau_d \cong 88 \text{ нс}$, и $\Delta\tau_p \cong 21 \text{ нс}$ и, таким образом, максимум импульса будет иметь место приблизительно через время $t'_p \cong t'_s + \tau_d + (\Delta\tau_p/2) = 3,99 \text{ мкс}$ (рис. 8.8б).

Рассмотрим теперь импульсно-периодический лазер с модуляцией добротности при непрерывной накачке (рис. 8.10). Прежде всего заметим, что после включения добротности и в течение формирования импульса модуляции добротности все еще применимы уравнения (8.4.8). Следовательно, пиковая выходная мощность, выходная энергия и длительность импульса даются выражениями (8.4.15), (8.4.20) и (8.4.21) соответственно. Однако отношение

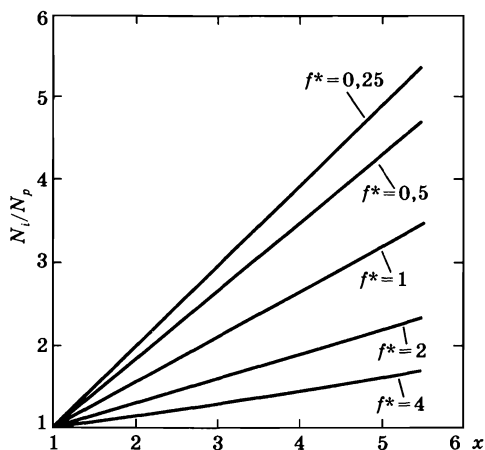


Рис. 8.14
Лазер с непрерывной накачкой, работающий в режиме импульсно-периодической модуляции добротности. Зависимость величины (N_i/N_p) от значения превышения накачки над порогом x для нескольких значений нормированной частоты повторения импульсов f^*

(N_i/N_p) уже не определяется выражением (8.4.10), поскольку в этом случае динамика накачки изменилась. Действительно, потребуем теперь, чтобы за время τ_p между двумя последующими импульсами накачка восстанавливала начальную инверсию, начинающуюся с некоторого значения населенности N_f , которая оставалась после предшествующего переключения добротности. Интегрируя уравнение (7.2.16а) и полагая $\phi = 0$, получаем:

$$N_i = (R_p \tau) - (R_p \tau - N_f) \exp(-\tau_p / \tau). \quad (8.4.30)$$

Из соотношений (7.3.6), (7.3.3) и (8.4.9) имеем: $R_p \tau = x N_c = x N_p$. При этом выражение (8.4.30) приводит к следующему уравнению:

$$x \frac{N_p}{N_i} [1 - \exp(-1/f^*)] = 1 - \frac{N_f}{N_i} \exp(-1/f^*), \quad (8.4.31)$$

где x — превышение уровня непрерывной накачки над пороговым значением, а $f^* = \tau f$, где $f = 1/\tau_p$ — нормированная частота повторения импульсов лазера. Уравнения (8.4.31) и (8.4.18) (последнее по-прежнему справедливо) составляют систему двух уравнений, которые позволяют вычислить (N_i/N_p) и (N_i/N_f) , если известны x и f^* .

На рис. 8.14 приведены полученные таким образом зависимости величины (N_i/N_p) от величины x превышения накачки над порогом для нескольких значений нормированной частоты f^* . Для данных значений x и f^* с помощью рис. 8.14 можно определить соответствующее значение (N_i/N_p) . Определив (N_i/N_p) , из рис. 8.11 находим коэффициент использования энергии η_E . Теперь, если известны (N_i/N_p) и η_E , то из выражений (8.4.15), (8.4.20) и (8.4.21) нетрудно вычислить соответственно P_p , E и $\Delta \tau_p$. Заметим, что в пределах рассматриваемых значений x и f^* зависимость между (N_i/N_p) и x близка к линейной.

Расчеты для квазитрехуровневого лазера проводятся аналогичным образом, при этом вычисления начинаются с рассмотрения уравнений (7.2.24). Вследствие ограничений на объем книги эти расчеты здесь не приводятся.

8.5. МОДУЛЯЦИЯ УСИЛЕНИЯ

Модуляция усиления, как и модуляция добротности, является методом, позволяющим генерировать лазерные импульсы короткой длительности (обычно от нескольких десятков до нескольких сотен наносекунд) и высокой пиковой мощности. Однако в отличие от модуляции добротности, при которой потери резко переключаются до низкого уровня, при модуляции усиления резко переключается усиление до высокого уровня. Модуляция усиления осуществляется с помощью столь короткого импульса накачки, что инверсия населенностей, а следовательно, и усиление начинают заметно превышать пороговые значения раньше, чем число фотонов в резонаторе возрастет до достаточно высокого уровня, чтобы уменьшить инверсию.

Происходящие при этом физические явления можно относительно просто описать, обращаясь к случаю пиковой генерации, представленной на рис. 8.1. Если предположить, что скорость накачки $R_p = R_p(t)$ имеет форму прямоугольного импульса, начинающегося при $t = 0$ и заканчивающегося при $t \approx 5$ мкс, то излучение будет состоять лишь из первого пика в изображенной на рисунке зависимости $\phi(t)$, который возникает в момент времени около $t = 5$ мкс. Действительно, после этого пика инверсия будет уменьшена световым импульсом до уровня, который существенно ниже порогового и который не будет затем возрастать, поскольку накачка к тому моменту будет отсутствовать. Таким образом, можно видеть, что модуляция усиления по своему характеру аналогична пиковой генерации в лазере, рассмотренной в разделе 8.2. Основное отличие здесь состоит в том, что при модуляции усиления для получения импульса высокой пиковой мощности и короткой длительности максимальное значение скорости накачки R_p должно быть намного больше, чем значение, используемое при непрерывной накачке, рассмотренное на рис. 8.1. В зависимости от максимального значения скорости накачки пиковое значение инверсии может превышать пороговое значение в 4–10 раз, в отличие от случая, рассмотренного на рис. 8.1 (приблизительно в 1,48 раз). Соответственно время нарастания лазерного импульса до его максимального значения может быть в 5–20 раз больше времени жизни фотона в резонаторе τ_c . Следовательно, длительность импульса накачки должна быть приблизительно равна этому времени нарастания и, таким образом, должна быть очень краткой [14].

На практике временная зависимость накачки имеет вид колоколообразного импульса, а не прямоугольного. В этом случае будем считать, что максимум светового пика соответствует спаду импульса накачки. Действительно, если бы максимум совпадал, например, с максимумом импульса накачки, то после генерации пика оставалось бы достаточно энергии накачки, чтобы инверсия могла снова вырасти до значения выше порогового и, таким образом, в лазерной генерации появился бы второй пик, хотя и меньшей интенсивности. Напротив, если бы число фотонов достигало максимума значительно позже, на хвосте импульса накачки, то это означало бы, что накачка не была достаточно продолжительной, чтобы инверсия населенностей

выросла до приемлемо высокого уровня. Из вышесказанного следует, что для заданной длительности импульса накачки существует некоторое оптимальное значение максимальной скорости накачки. При уменьшении длительности импульса накачки оптимальное значение максимальной скорости накачки увеличивается и, следовательно, генерируется более интенсивный и более короткий лазерный импульс.

Следует отметить, что, в принципе, при таких значительных скоростях накачки и интенсивностях возбуждающих импульсов любой лазер может работать в режиме модуляции усиления, даже если время спонтанной релаксации его верхнего уровня попадает в наносекундный диапазон (если такая релаксация разрешена в электродипольном приближении). В этом случае и длительность импульса накачки, и время жизни фотона в резонаторе должны быть существенно меньше времени этой релаксации, и, соответственно, импульс, который модулирует усиление, должен быть очень коротким, т. е. менее ~ 1 нс.

Пример 8.6. Типичный пример лазера с модуляцией усиления. Наиболее распространенным примером лазера с модуляцией усиления является ТЕА CO_2 лазер (лазер с поперечным возбуждением при атмосферном давлении, см. гл. 10), накачиваемый электрическими импульсами. Выбирая обычную длину резонатора $L = 1$ м, коэффициент пропускания выходного зеркала 20% и предполагая, что внутренние потери связаны только с пропусканием зеркала, получаем $\gamma \approx 0,1$ и $\tau_c = L/c\gamma \approx 30$ нс. Если считать, что время нарастания лазерного импульса в десять раз больше времени τ_c , то длительность импульса накачки должна быть порядка ~ 300 нс, что соответствует экспериментальным данным.

В качестве примера лазера с модуляцией усиления, в котором используется активная среда с временем жизни верхнего уровня τ , попадающим в наносекундный диапазон, можно отметить лазеры на красителях (например, на родамине 6G, $\tau \approx 5$ нс) с накачкой короткими ($\sim 0,5$ нс) импульсами азотного лазера, работающего при атмосферном давлении, или полупроводниковые лазеры (например, на структуре GaAs, $\tau \approx 3$ нс), накачиваемые очень коротким ($\sim 0,5$ нс) импульсом тока. В обоих случаях можно обеспечить режим модуляции усиления с длительностью выходного лазерного импульса ~ 100 пс.

8.6. СИНХРОНИЗАЦИЯ МОД

Рассмотрим лазер, генерирующий на многих продольных модах. В обычных условиях фазы этих мод имеют случайные значения, и в случае непрерывной генерации интенсивность пучка будет изменяться во времени также случайным образом. В качестве примера на рис. 8.15 показана временная зависимость квадрата амплитуды электрического поля $|A(t)|^2$ выходного пучка для случая $N = 31$ генерирующих продольных мод, которые имеют одву

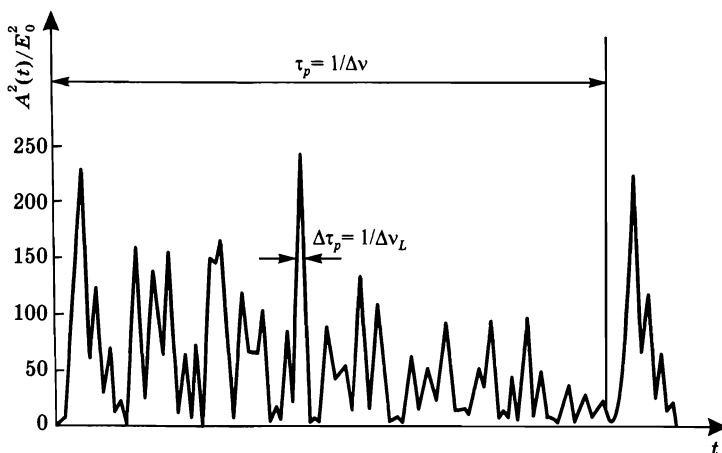


Рис. 8.15

Пример зависимости квадрата амплитуды $|A(t)|^2$ полного электрического поля от времени для $N = 31$ генерирующих мод, имеющих одинаковую амплитуду E_0 и случайные фазы

и ту же амплитуду E_0 , и которые равномерно разделены межмодовым расстоянием $\Delta\nu$. Из рисунка видно, что выходной пучок состоит из случайной последовательности световых импульсов. Вопреки такой случайности, поскольку эти импульсы возникают из суммы N компонент, равномерно разделенных в частотном диапазоне, форма импульса на рис. 8.15 имеет следующие характерные для рядов Фурье особенности:

- сигнал является периодическим, при этом период составляет $\tau_p = 1/\Delta\nu$;
- каждый световой импульс случайной формы обладает длительностью $\Delta\tau_p$, приблизительно равной отношению $1/\Delta\nu_L$, где $\Delta\nu_L = N\Delta\nu$ — полная ширина линии генерации.

Таким образом, для лазеров с относительно широким контуром линии усиления (например, для лазеров на красителях, твердотельных и полупроводниковых) величина $\Delta\nu_L$ может быть сравнима с шириной линии усиления и, следовательно, можно получить на выходе короткие импульсы с длительностью порядка пикосекунд и меньше.

Заметим, что поскольку время отклика обычных фотодетекторов, как правило, намного больше, чем несколько пикосекунд, они не способны разрешить и отследить такое сложное поведение во времени многих мод с различными фазами, и вместо этого отображают усредненное значение. Это значение является суммой показателей степени в модах и, следовательно, пропорционально величине NE_0^2 .

Предположим теперь, что генерирующие моды все еще имеют одинаковые или сравнимые амплитуды и что в лазере каким-либо образом созданы условия, когда фазы различных мод связаны определенным соотношением. Такие лазеры называются лазерами с синхронизацией мод, а процессы, с помощью которых удается связать фазы различных мод, — *синхронизацией мод* [15]. В данном разделе лазеры с синхронизацией мод будут описаны довольно подробно.

8.6.1. ОПИСАНИЕ В ПРОСТРАНСТВЕ ЧАСТОТ

Вначале рассмотрим описание механизма синхронизации мод в представлении частотной области. В качестве первого примера рассмотрим генерацию $2n + 1$ продольных мод с одинаковыми амплитудами E_0 (рис. 8.16а). Предположим, что фазы φ_l мод в выходном пучке синхронизированы таким образом, что между ними выполняется соотношение:

$$\varphi_l - \varphi_{l-1} = \varphi, \quad (8.6.1)$$

где φ — постоянная величина. При этом полное электрическое поле $E(t)$ электромагнитной волны в любой заданной точке выходного пучка можно записать в виде

$$E(t) = \sum_{-n}^{+n} E_0 \exp\{j[(\omega_0 + l\Delta\omega)t + l\varphi]\}, \quad (8.6.2)$$

где ω_0 — частота центральной моды, а $\Delta\omega$ — межмодовое расстояние. Для простоты рассмотрим поле в той точке пространства, в которой фаза центральной моды равна нулю. В соответствии с выражением (8.6.2) полное электрическое поле волны можно записать в следующем виде:

$$E(t) = A(t) \exp(j\omega_0 t), \quad (8.6.3)$$

где

$$A(t) = \sum_{-n}^{+n} E_0 \exp[jl(\Delta\omega t + \varphi)]. \quad (8.6.4)$$

Выражение (8.6.3) показывает, что функция $E(t)$ может быть представлена в виде синусоидальной волны с несущей частотой, равной частоте центральной моды ω_0 , причем амплитуда волны $A(t)$ зависит от времени. Если выбрать теперь новую переменную t' , такую, что $\Delta\omega t' = \Delta\omega t + \varphi$, то выражение (8.6.4) принимает вид

$$A(t') = \sum_{-n}^{+n} E_0 \exp[jl(\Delta\omega t')]. \quad (8.6.5)$$

Нетрудно заметить, что сумма в правой части этого выражения представляет собой геометрическую прогрессию со знаменателем, равным $\exp j(\Delta\omega t')$. Суммируя эту прогрессию, можно без особого труда вычислить величину $A(t')$, и, таким образом, получаем:

$$A(t') = E_0 \frac{\sin[(2n+1)\Delta\omega t'/2]}{\sin[\Delta\omega t'/2]}. \quad (8.6.6)$$

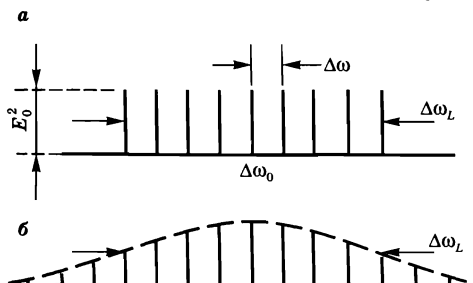


Рис. 8.16
Частотное распределение амплитуд мод (представленных вертикальными линиями) лазера с синхронизованными модами:

а) однородное распределение, б) гауссово распределение амплитуд в полосе шириной $\Delta\omega_L$ (измеряемой на полувысоте).

Чтобы понять физический смысл этого выражения, на рис. 8.17 построена зависимость величины $A^2(t')/E_0^2$ от времени t' для $2n + 1 = 7$ генерирующих мод, где параметр $A^2(t')$ пропорционален интенсивности пучка. Нетрудно видеть, что благодаря выполнению условия синхронизации фаз (см. выражение 8.6.1), генерирующие моды интерферируют друг с другом и образуют цуг равно отстоящих световых импульсов. Максимумы импульсов приходятся на те моменты времени, когда знаменатель в выражении (8.6.6) обращается в нуль. Таким образом, в новой системе отсчета времени t' максимум появляется при $t' = 0$. Следует отметить, что числитель в этом выражении также обращается в нуль, и если воспользоваться приближением $\sin \alpha \approx \alpha$ для малых значений параметра α , нетрудно видеть, что из формулы (8.6.6) вытекает: $A^2(0) = (2n + 1)^2 E_0^2$. Следующий импульс появится, когда в выражении (8.6.6) знаменатель дроби вновь обратится в нуль. Это имеет место при таком значении t' , при котором $(\Delta\omega t'/2) = \pi$. Поэтому два последующих импульса будут разделены временным интервалом

$$\tau_p = 2\pi/\Delta\omega = 1/\Delta\nu, \quad (8.6.7)$$

где $\Delta\nu$ — межмодовое расстояние. При $t' > 0$ первый нуль функции $A^2(t')$ на рис. 8.17 появится тогда, когда числитель дроби в выражении (8.6.6) вновь обратится в нуль. Это произойдет в такой момент времени t'_p , при котором выполняется условие $[(2n + 1)\Delta\omega t'_p/2] = \pi$. Поскольку ширина $\Delta\tau_p$, измеренная на полувысоте функции $A^2(t')$ (т. е. ширина каждого лазерного импульса), приближенно равна t'_p , имеем:

$$\Delta\tau_p \approx 2\pi/(2n + 1)\Delta\omega = 1/\Delta\nu_L, \quad (8.6.8)$$

где $\Delta\nu_L = (2n + 1)\Delta\omega/2\pi$ — полная ширина линии генерации (см. рис. 8.16а).

Временную картину синхронизации мод на рис. 8.17 нетрудно понять, если представить компоненты поля в выражении (8.6.5) в виде векторов на комплексной плоскости. При этом l -й компоненте соответствует комплексный вектор с амплитудой E_0 , вращающийся с угловой скоростью $l\Delta\omega$. В момент времени $t' = 0$, в соответствии с (8.6.5), все векторы будут иметь нулевые

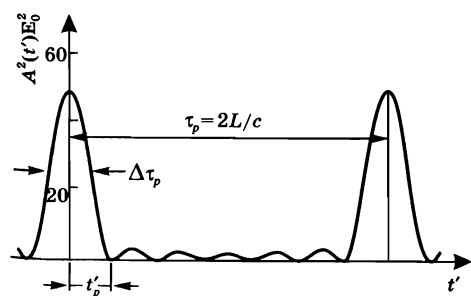


Рис. 8.17

Временная зависимость квадрата амплитуды электрического поля в случае генерации семи мод с синхронизованными фазами и равными амплитудами E_0

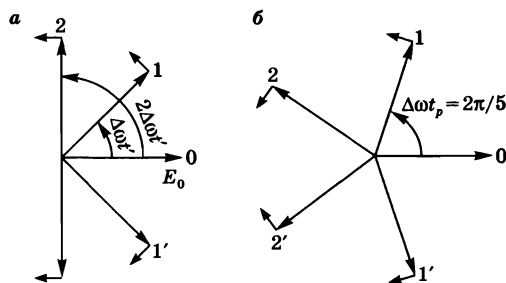


Рис. 8.18

Представление амплитуд мод резонатора на комплексной плоскости для случая пяти мод. На рисунке (а) показана ситуация при $t' > 0$, в то время как рисунок (б) представляет момент времени, когда сумма амплитуд пяти мод равна нулю

фазы и, следовательно, одинаковое направление, которое будем считать расположенным в горизонтальной плоскости (см. рис. 8.18). В этом случае полное поле будет равно $(2n + 1)E_0$. При $t' > 0$ вектор, соответствующий центральной моде, останется неподвижным, тогда как векторы мод с $l > 0$, т. е. с частотой $\omega > \omega_0$ будут вращаться в одном направлении (например, против часовой стрелки), а векторы мод с частотой $\omega < \omega_0$ будут вращаться в противоположном направлении (по часовой стрелке). Следовательно, в некоторый момент времени $t' > 0$ в случае, скажем, пяти мод картина будет выглядеть как на рис. 8.18а. Если теперь к моменту времени t' мода 1 повернулась на угол 2π (это имеет место, когда $\Delta\omega t' = 2\pi$), то мода -1 повернется (по часовой стрелке) на угол 2π , а моды 2 и -2 повернутся на угол 4π . Следовательно, все эти векторы снова совпадут с вектором центральной моды на частоте ω_0 , и полное электрическое поле опять станет равным $(2n + 1)E_0$. Таким образом, временной интервал τ_p между двумя последующими импульсами должен быть таким, чтобы выполнялось равенство $\Delta\omega\tau_p = 2\pi$, что и утверждает выражение (8.6.7). Заметим, что на рис. 8.17 момент времени t'_p , при котором функция $A(t')$ обращается в нуль, соответствует случаю, когда все векторы повернуты на один и тот же угол относительно друг друга (рис. 8.18б). Чтобы выполнялось это условие, мода 1 должна повернуться лишь на угол $2\pi/5$, или, в более общем случае, $(2n + 1)$ мод — на угол $2\pi/(2n + 1)$. Таким образом, время t'_p , и тем самым длительность импульса $\Delta\tau_p$, теперь определяются выражением (8.6.8).

Прежде чем продолжить дальнейшее рассмотрение явления синхронизации мод, имеет смысл подчеркнуть некоторые особые свойства лазеров с синхронизацией мод. Было установлено, что при условии синхронизации мод (8.6.1) выходной пучок представляет собой пучок синхронизованных по фазе импульсов, причем длительность каждого импульса $\Delta\tau_p$ примерно равна обратной ширине линии генерации $\Delta\nu_L$. Этот результат нетрудно понять, если вспомнить, что поведение во времени каждого импульса представляет собой фурье-образ его частотного спектра. Отсюда видно, что поскольку ширина линии генерации $\Delta\nu_L$ может быть порядка ширины линии усиления $\Delta\nu_0$, то можно ожидать, что синхронизация мод в твердотельных или полупроводниковых лазерах позволит генерировать очень короткие импульсы (до нескольких пикосекунд). В лазерах на красителях или в перестраиваемых твердотельных лазерах ширина линии усиления в сотни раз превышает эту величину, что дает возможность получать в таких лазерах (и уже действительно были получены) значительно более короткие импульсы (например, ~ 25 фс для лазера на красителе родамин 6G и ~ 7 фс для лазера на титан-сапфире). С другой стороны, в газовых лазерах ширина линии усиления намного уже (до нескольких гигагерц), и поэтому генерируются относительно длинные импульсы (до ~ 100 пс). Следует также отметить, что максимальная мощность в импульсе пропорциональна величине $(2n + 1)^2 E_0^2$, тогда как для мод, обладающих случайными фазами, средняя мощность является просто суммой мощностей различных мод и, следовательно, пропорциональна величине $(2n + 1)E_0^2$. Таким образом, для одного и того же числа генерирующих мод с амплитудой E_0 отношение пиковой импульсной мощности в случае синхро-

низации мод к средней мощности без синхронизации мод равно числу генерируемых мод, которое для твердотельных и жидкостных лазеров может быть довольно большим ($10^3 \div 10^4$). В результате нетрудно видеть, что синхронизация мод полезна для получения импульсов не только с очень короткой длительностью, но также и с высокой пиковой мощностью.

До сих пор описание процесса синхронизации мод ограничивалось рассмотрением нереального случая спектра мод, имеющих одинаковые амплитуды (рис. 8.16а). В общем случае модовый спектр имеет, как правило, колоколообразную форму. В качестве примера рассмотрим случай, когда модовый спектр имеет гауссово распределение (рис. 8.16б). Таким образом, амплитуду E_l для l -й моды можно записать в виде:

$$E_l^2 = E_0^2 \exp \left[- \left(\frac{2l\Delta\omega}{\Delta\omega_L} \right)^2 \ln 2 \right], \quad (8.6.9)$$

где $\Delta\omega_L$ — спектральная ширина линии, измеренная на половине высоты. Если теперь снова предположить, что фазы синхронизированы в соответствии с выражением (8.6.1) и что фаза центральной моды равна нулю, то поле $E(t)$ можно снова записать в виде формулы (8.6.3), причем амплитуда $A(t)$ в системе отсчета времени t' дается выражением

$$A(t') = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} E_l \exp j(l\Delta\omega t'). \quad (8.6.10)$$

Если данную сумму аппроксимировать интегралом, т. е. записать

$$A(t) \cong \int E_l \exp j(l\Delta\omega t) dl,$$

то оказывается, что амплитуда поля $A(t)$ пропорциональна фурье-образу величины спектральной амплитуды E_l . При этом находим, что величина $A^2(t)$, т. е. интенсивность импульса, является гауссовой функцией, которую можно записать в виде

$$A^2(t) \propto \exp \left[- \left(\frac{2t}{\Delta\tau_p} \right)^2 \ln 2 \right], \quad (8.6.11)$$

где величина

$$\Delta\tau_p = 2 \ln 2 / \pi \Delta\nu_L = 0,441 / \Delta\nu_L \quad (8.6.12)$$

представляет собой ширину импульса, определяемую на половине высоты.

Рассмотренные два примера позволяют сделать вывод о том, что при выполнении условия синхронизации мод (выражение (8.6.1)) амплитуда поля оказывается пропорциональной фурье-образу спектральной амплитуды. В этом случае длительность импульса $\Delta\tau_p$ связана с шириной спектральной интенсивности $\Delta\nu_L$ соотношением $\Delta\tau_p = \beta / \Delta\nu_L$, где β — числовой множитель (порядка единицы), который зависит от конкретного вида распределения спектральной интенсивности. Такой импульс называется импульсом, длительность которого является спектрально ограниченной.

При условиях синхронизации, не совпадающих с выражением (8.6.1), длительность выходного импульса может существенно отличаться от обратной

ширины спектра. Например, вместо условия (8.6.1), которое можно представить как $\varphi_l = l\varphi$, рассмотрим ситуацию, где

$$\varphi_l = l\varphi_1 + l^2\varphi_2, \quad (8.6.13)$$

причем φ_1 и φ_2 — константы. Если снова предположить, что распределение амплитуд является гауссовым (т. е. определяется выражением (8.6.9)), то фурье-образ спектра можно опять получить аналитически, а амплитуду $E(t)$ можно записать следующим образом:

$$E(t) \propto \exp[-\alpha t^2] \exp[j(\omega_0 t + \beta t^2)], \quad (8.6.14)$$

где две константы α и β связаны с величинами $\Delta\omega_L$ и φ_2 . Для краткости и за отсутствием необходимости эти соотношения здесь не приводятся. Однако здесь важно отметить три следующих момента:

1. Интенсивность пучка, пропорциональная $|E(t)|^2$, по-прежнему описывается гауссовой функцией с шириной $\Delta\tau_p$ (измеренной на полувысоте), которая в обозначениях параметра α определяется как

$$\Delta\tau_p = (2\ln 2/\alpha)^{1/2}. \quad (8.6.15)$$

2. Из-за наличия в выражении (8.6.13) квадратичного по модовому индексу l фазового члена $l^2\varphi_2$ функция $E(t)$ имеет теперь квадратичный по времени фазовый член βt^2 . Это означает, что у несущей частоты волны $\omega(t) = d(\omega_0 t + \beta t^2)/dt = \omega_0 + 2\beta t$ появилось линейное по времени смещение (*частотное chirпирование*).

3. В зависимости от величины φ_2 произведение $\Delta\tau_p \Delta\nu_L$ может быть намного больше минимального значения 0,441, которое определяется выражением (8.6.12). Для объяснения этого момента вернемся к вычислению спектра, используя выражение (8.6.14). Спектральная интенсивность и в этом случае описывается гауссовой функцией, ширина линии которой $\Delta\nu_L$ (на полувысоте) определяется формулой

$$\Delta\nu_L = \frac{0,441}{\Delta\tau_p} \left[1 + \left(\frac{\beta \Delta\tau_p^2}{2\ln 2} \right) \right]^{1/2}, \quad (8.6.16)$$

где используется параметр α , встречающийся в выражении (8.6.15). Из (8.6.16) видно, что при $\beta \neq 0$ имеем $\Delta\tau_p \Delta\nu_L > 0,441$ и что при $\beta \Delta\tau_p^2 \gg 1$, т. е. для достаточно больших смещений частоты, произведение $\Delta\tau_p \Delta\nu_L$ значительно превосходит единицу. Физический смысл этого можно понять, если заметить, что спектральное уширение обусловлено теперь как импульсным поведением величины $|E(t)|^2$, т. е. амплитудной модуляцией поля $E(t)$ (которой отвечает первый член в правой части выражения (8.6.16)), так и частотным сдвигом $2\beta t$ функции $E(t)$ (которому отвечает второй член в правой части выражения (8.6.16)).

8.6.2.

ОПИСАНИЕ В ПРЕДСТАВЛЕНИИ ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

Напомним, что при выполнении условия (8.6.1) два последующих импульса выходного пучка разделены временным интервалом τ_p , который задается выражением (8.6.7). Поскольку $\Delta\nu = c/2L$, где L — длина резонатора, этот интервал равен значению $2L/c$, которое в точности соответствует време-

ни полного (двукратного) прохода пучка через резонатор. Следует отметить, что пространственная протяженность Δz светового импульса в режиме синхронизации мод оказывается намного меньше, чем длина резонатора (например, для импульса с длительностью $\Delta \tau_p = 1$ пс имеем $\Delta z = c\Delta \tau_p = 0,3$ мм, тогда как на практике длины резонаторов составляют обычно десятки сантиметров). Таким образом, осциллирующее поведение пучка внутри резонатора лазера можно представить в виде отдельного сверхкороткого импульса (длительность $\Delta \tau_p$, которого определяется выражением (8.6.8)), распространяющегося в прямом и обратном направлениях внутри резонатора. Действительно, в этом случае выходной пучок состоит из последовательности импульсов, разделенных промежутком времени, равным времени двукратного прохода пучка через резонатор. Такая трактовка механизма синхронизации мод называется *представлением во временной области*.

В соответствии с таким описанием несложно понять, что условие синхронизации мод (8.6.1) может быть удовлетворено, если поместить на одном из концов резонатора быстродействующий затвор (рис. 8.19а). Действительно, рассмотрим вначале пучок в резонаторе в отсутствие синхронизации мод. В этом случае распределение пространственной амплитуды пучка может быть представлено зависимостью, которая изображена на рис. 8.15, если при этом заменить время t на параметр z/c , где z — продольная координата вдоль оси резонатора. Теперь предположим, что затвор, помещенный на одном из концов резонатора, периодически включается (с периодом $T = 2L/c$), например

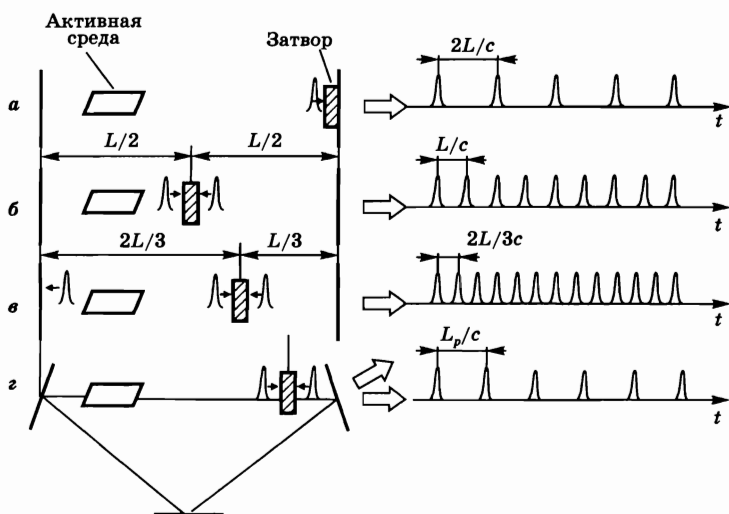


Рис. 8.19

Использование быстрого затвора в резонаторе для реализации режима синхронизации мод:

а) затвор расположен на конце резонатора, что дает пакет импульсов с частотой повторения $\Delta \nu = c/2L$; б) затвор расположен на расстоянии $L/2$ от зеркала резонатора; в) затвор расположен на расстоянии $L/3$ от зеркала резонатора. Частоты повторения импульсов для случаев (б) и (в) равны $2\Delta \nu$ и $3\Delta \nu$ соответственно, что является примером синхронизации мод в режиме гармоник. На рисунке (г) представлен случай синхронизации мод в кольцевом резонаторе, где положение затвора не влияет на установление режима синхронизации мод.

в момент времени, когда через затвор проходит импульс спонтанного излучения (шума) с максимальной интенсивностью, см. рис. 8.15. Если время открытого состояния затвора сравнимо с длительностью этого импульса, то в этом случае только этот импульс останется в резонаторе лазера и, таким образом, будет иметь место картина синхронизации мод, приведенная на рис. 8.19а. Следуя аналогичным рассуждениям, рассмотрим другую ситуацию. Если затвор помещен в центре резонатора и если упомянутый период переключения затвора составляет $T = L/c$, то здесь будет иметь место ситуация, рассмотренная на рис. 8.19б. В этом случае в резонаторе будут находиться два импульса, которые будут распространяться навстречу друг другу и попадут в затвор на момент времени, когда последний будет открыт. Итак, в качестве третьего примера, если затвор помещен в резонаторе на расстоянии $L/3$ от одного из зеркал и если период переключения затвора составляет $T = 2L/3c$, то будет иметь место картина синхронизации мод, показанная на рис. 8.19в. В этом случае в резонаторе будут находиться три импульса, причем через открытый затвор будут всегда проходить только два из этих трех импульсов. Следует отметить, что в случаях, изображенных на рис. 8.19б и 8.19в, частота повторения последовательности импульсов составляет $2\Delta\nu$ и $3\Delta\nu$ соответственно, где величина $\Delta\nu = c/2L$ представляет собой частоту повторения для случая синхронизации мод, показанного на рис. 8.19а. По этой причине ситуация, рассмотренная на рис. 8.19б, в получила название *синхронизации мод в режиме гармоник*, тогда как ситуацию, рассмотренную на рис. 8.19а иногда называют *синхронизацией мод в режиме основной частоты* (также для этого случая встречаются названия *основной* или *фундаментальный режим синхронизации мод*. — Прим. перев.). Следует также отметить, что описание режимов синхронизации мод в пространстве частот для случаев, показанных на рис. 8.19б, в, должно соответствовать условию фазовой синхронизации, отличающемуся от выражения (8.6.1), поскольку это выражение характеризует ситуацию, рассмотренную на рис. 8.19а. Например, можно показать, что условие фазовой синхронизации, соответствующее картине на рис. 8.19, имеет вид $\phi_{l+1} - \phi_l = \phi_l - \phi_{l-1} + \pi$, а не $\phi_{l+1} - \phi_l = \phi_l - \phi_{l-1}$ и, таким образом, отличается от записи, представленной выражением (8.6.1).

Довольно интересная ситуация имеет место, когда для синхронизации мод используется кольцевой резонатор (рис. 8.19г). В этом случае, независимо от расположения затвора внутри резонатора, в лазере будет осуществляться синхронизация мод либо в режиме основной частоты, либо в режиме второй гармоники, или же в режиме третьей гармоники, при этом выбор одного из этих режимов будет зависеть только от частоты повторения импульсов, управляющих затвором, например c/L_p , $2c/L_p$ или $3c/L_p$ соответственно, где L_p представляет собой полную длину кольцевого резонатора. Например, предположим, что затвор открывается с частотой повторения c/L_p (рис. 8.19г). Тогда, если два световых импульса, распространяющихся в резонаторе в разных направлениях, попадут однажды на затвор одновременно, то эти два импульса будут «встречаться» в данной точке резонатора всегда, независимо от расположения затвора в резонаторе.

8.6.3. МЕТОДЫ СИНХРОНИЗАЦИИ МОД

Методы синхронизации мод, аналогично методам модуляции добротности, можно разделить на две категории: 1) активную синхронизацию мод, при которой синхронизирующий элемент управляется или модулируется внешним источником, и 2) пассивную синхронизацию мод, для осуществления которой используется не внешнее управление режимом синхронизации, а некоторый нелинейный оптический эффект, например насыщение в насыщающемся поглотителе или же нелинейное изменение показателя преломления в соответствующем материале.

8.6.3.1. АКТИВНАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ МОД

Существует три основных типа активной синхронизации мод, а именно:

- синхронизация мод, которая осуществляется с помощью амплитудного модулятора (так называемая *АМ-синхронизация мод*);
- синхронизация мод, которая осуществляется с помощью фазового модулятора — *ЧМ-синхронизация мод*;
- синхронизация мод, осуществляемая путем периодической модуляции усиления лазера с частотой повторения модулирующих импульсов, равной основной частоте резонатора $\Delta\nu = c/2L$ (*синхронизация мод при синхронной накачке*).

Здесь будет более подробно описана АМ-синхронизация мод, поскольку этот метод является наиболее часто встречающимся, тогда как ЧМ-синхронизация будет рассмотрена более кратко. Синхронизация мод при синхронной накачке в силу того, что она используется реже всего, здесь обсуждаться не будет. Действительно, данный метод находит применение только в активных средах с временами релаксации, попадающими в наносекундный диапазон (особенно это касается активных сред на красителях), и для получения импульсов очень короткой длительности необходимо, чтобы частота повторения модулирующих импульсов накачки равнялась (с достаточно высокой точностью) основной частоте резонатора лазера. Поэтому на практике при использовании синхронизации мод и при синхронной накачке лазера на красителе достаточно сложно реализовать световые импульсы с длительностью менее 1 пс.

Для описания механизма АМ-синхронизации мод предположим, что в резонатор помещен управляемый внешним сигналом модулятор, который создает изменяющиеся во времени потери на частоте ω_m . Если $\omega_m \neq \Delta\omega$, где $\Delta\omega = 2\pi\Delta\nu$, и где $\Delta\nu$ является межмодовым расстоянием, то эти потери приведут просто к амплитудной модуляции электрического поля $E_i(t)$ каждой моды резонатора:

$$E_i(t) = E_0[1 - (\delta/2)(1 - \cos \omega_m t)]\cos(\omega_i t + \phi_i), \quad (8.6.17)$$

где ω_i и ϕ_i — частота и фаза моды, а δ представляет собой глубину модуляции. Это означает, что поле модулируется от значения E_0 до $E_0(1 - \delta)$. Следует отметить, что в выражение (8.6.17) входит член $E_0(\delta/2)\cos \omega_m t \times \cos(\omega_i t + \phi_i)$,

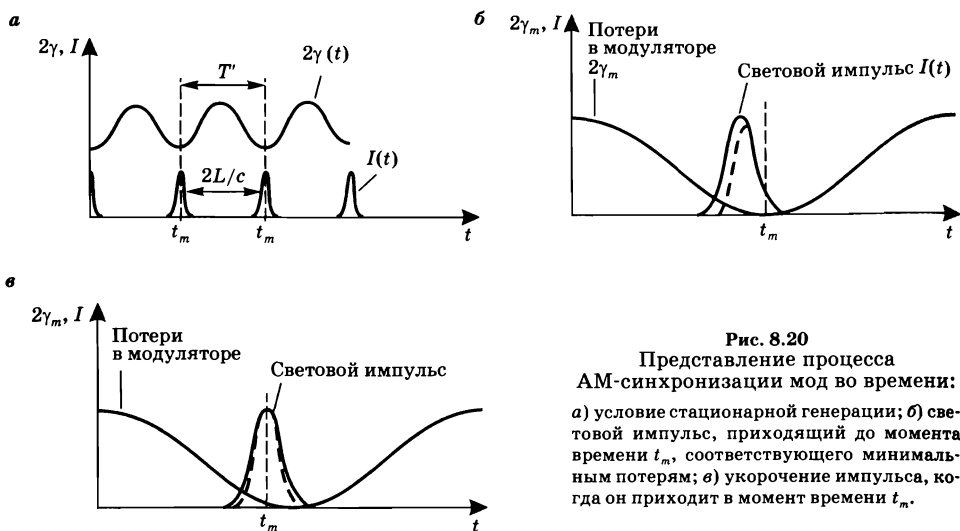


Рис. 8.20
Представление процесса
АМ-синхронизации мод во времени:
а) условие стационарной генерации; б) световой импульс, приходящий до момента времени t_m , соответствующего минимальным потерям; в) укорочение импульса, когда он приходит в момент времени t_m .

который можно записать в виде $(E_0\delta/4)\{\cos[(\omega_l + \omega_m)t + \phi_l] + \cos[(\omega_l - \omega_m)t + \phi_l]\}$. Таким образом, поле $E_l(t)$ на самом деле содержит две компоненты, осциллирующие на частотах $\omega_l \pm \omega_m$ (боковые полосы модуляции). Если теперь $\omega_m = \Delta\omega$, то эти боковые полосы совпадут с частотами соседних мод резонатора. Следовательно, члены, содержащие выражения для этих боковых полос, войдут в два уравнения для полей соседних мод резонатора. Поэтому уравнения мод резонатора становятся связанными, т. е. образуют систему в том смысле, что уравнение для поля одной моды резонатора будет содержать два члена, возникающих при модуляции двух соседних мод [16]. Можно показать, что при этом механизме синхронизации, если модулятор расположен очень близко к одному из зеркал, фазы мод будут синхронизированы в соответствии с выражением (8.6.1).

Принцип действия АМ-синхронизации мод, возможно, легче понять, если рассматривать ее во временном, а не в частотном представлении. На рис. 8.20а показана временная зависимость потерь 2γ в резонаторе за полный проход,¹ которые модулируются с периодом $T = 2\pi/\omega_m$. Будем считать, что модулятор расположен вблизи одного из зеркал резонатора (см. рис. 8.19а). Если теперь $\omega_m = \Delta\omega$, то период модуляции T будет равен времени полного прохода резонатора, и в этом случае прохождение световых импульсов (функция $I(t)$ на рис. 8.20а) через модулятор в момент времени t_m при минимальных потерях будет соответствовать условию стационарной генерации. Действительно, импульс, который проходит через модулятор в момент времени t_m при минимальных потерях, будет снова возвращаться в модулятор через интервал времени $2L/c$, когда потери вновь станут минимальными. С другой стороны, если предположить, что импульс изначально проходит через модулятор в момент времени, скажем, чуть раньше t_m (показан сплошной кривой на

¹ При описании механизма синхронизации мод в линейном резонаторе лучше использовать величины потерь за полный (двукратный) проход и усиления за полный проход, вместо соответствующих величин за один проход.

рис. 8.20б), то благодаря изменяющимся во времени потерям модулятора передний фронт импульса будет испытывать меньшие потери, чем задний фронт. Следовательно, после прохождения через модулятор светового импульса, показанного штриховой линией на рис. 8.20б, момент времени, в который наблюдается пик импульса, сдвигается таким образом, что при следующем прохождении пик окажется ближе к t_m . Это показывает, что случай на рис. 8.20а соответствует устойчивой синхронизации мод. Действительно, в этом случае за время изменения величины потерь $2\gamma_m(t)$ длительность импульса будет укорачиваться каждый раз после его прохождения через модулятор, поскольку и передний, и задний фронты импульса будут претерпевать некоторое ослабление, в отличие от области пика импульса, см. рис. 8.20в. Если рассматривать только этот механизм развития, то длительность импульса в конечном итоге должна устремиться к нулю при очень большом числе проходов через модулятор. Однако этому препятствует ограниченная ширина спектра усиливающей среды. Действительно, когда импульс укорачивается, его спектр, в конечном итоге, уширяется до ширины линии генерации лазерной среды. Таким образом, крылья спектрального распределения импульса больше не могут усиливаться, что накладывает основные ограничения на спектральную ширину импульса, а следовательно, и на его длительность.

В зависимости от того, однородно или неоднородно уширенной является лазерная линия, влияние ограниченности спектральной полосы активной среды на длительность импульса в режиме стационарной генерации может быть различной. В случае неоднородно уширенной линии и при значительном превышении накачки над порогом, ширина линии генерации $\Delta\nu_L$ стремится занять всю ширину линии усиления $\Delta\nu_0^*$. Действительно, если описывать данный процесс в представлении частотной области, то основной функцией модулятора является синхронизация этих уже генерирующих мод. При выполнении условия синхронизма $\omega_m = \Delta\omega$, а также в случае, когда АМ-модулятор помещен на одном из концов резонатора, условие (8.6.1) синхронизации фаз становится очевидным. Теперь, предполагая для простоты, что амплитуды мод имеют гауссово распределение, из выражения (8.6.12) получаем:

$$\Delta\tau_P \cong 0,441 / \Delta\nu_0^*. \quad (8.6.18)$$

С другой стороны, в случае однородно уширенной линии спектр генерации стремится сосредоточиться в узкой области около центральной частоты ν_0 , что обусловлено эффектом пространственного выжигания дырок, см. раздел 7.7. Таким образом, предполагая, что лазер изначально не синхронизован, следовало бы ожидать, что импульсы спонтанного излучения (см. рис. 8.15) будут значительно более уширены, чем величина $1/\Delta\nu_0$, где $\Delta\nu_0$ — ширина линии усиления. В этом случае механизм, продемонстрированный на рис. 8.20в, является действительно эффективным при уменьшении длительности импульса (т. е. при уширении его спектра). Однако этому уменьшению противодействует уширение длительности импульса, которое имеет место, когда импульс проходит через активную среду, и которое связано с уменьшением ширины линии генерации импульса. Теория активной

синхронизации мод для случая однородно уширенной линии была достаточно подробно и просто описана в работе Куйзенга и Сигмана [17] и позднее представлена в более общем виде в работе Хауса [18]. В данном разделе будут рассмотрены лишь наиболее значимые результаты, а более подробное описание читатель может найти в приложении Г. При обычных условиях профиль интенсивности может быть описан гауссовой функцией, ширина $\Delta\tau_p$ которой на половине высоты максимума приближенно задается выражением:

$$\Delta\tau_p \cong 0,45/(\nu_m \Delta\nu_0)^{1/2}, \quad (8.6.19)$$

где ν_m — частота модуляции ($\nu_m = \omega_m/2\pi = c/2L$ для синхронизации мод в режиме второй гармоники). Если сравнить выражения для длительностей импульсов в случае неоднородно уширенной (8.6.18) и однородно уширенной (8.6.19) линий усиления при одном и том же значении ширины лазерной линии (т. е. при $\Delta\nu_0^* = \Delta\nu_0$), то нетрудно видеть, что поскольку $(\nu_m/\Delta\nu_0) \ll 1$, имеем $(\Delta\tau_p)_{\text{однородн.}} \gg (\Delta\tau_p)_{\text{неоднородн.}}$. Можно, таким образом, отметить, что механизм сужения длительности импульса, изображенный на рис. 8.20а, не играет сколько-нибудь существенной роли в случае неоднородно уширенной линии, хотя, очевидно, действует и в этом случае. Действительно, длительность импульса в данном случае определяется обратной шириной линии даже без выполнения условия синхронизации мод. И основная роль модулятора здесь состоит в осуществлении такого синхронизма между модами, на которых происходит генерация, при которой световые импульсы (см. рис. 8.15) проходят через модулятор в те моменты времени, когда потери минимальны (рис. 8.20а).

Пример 8.7. АМ-синхронизация мод при использовании непрерывного аргонового лазера и Nd:YAG лазера. Вначале рассмотрим аргоновый лазер, работающий в режиме синхронизации мод (длина волны зеленого перехода $\lambda = 514,5$ нм). Линия данного перехода является доплеровски уширенной с шириной $\Delta\nu_0^* = 3,5$ ГГц. Из выражения (8.6.18) находим $\Delta\tau_p \cong 126$ пс. Теперь рассмотрим Nd:YAG лазер, генерирующий на длине волны $\lambda = 1,064$ мкм. Уширение линии данного перехода связано с фоновыми процессами, происходящими в кристаллической решетке, и ширина линии здесь составляет $\Delta\nu_0 \cong 4,3$ см⁻¹ = 129 ГГц при температуре $T = 300$ К. Возьмем резонатор с оптической длиной $L_e = 1,5$ м и рассмотрим случай, когда АМ-модулятор помещен на одном из концов резонатора (рис. 8.19а). Таким образом, получаем $\nu_m = c/2L_e = 100$ МГц, и из выражения (8.6.19) находим $\Delta\tau_p \cong 125$ пс. Следует отметить, что длительности импульсов $\Delta\tau_p$ в рассмотренных случаях однородно и неоднородно уширенных линий практически не отличаются, несмотря на то что ширина линии в Nd:YAG лазере почти в 30 раз больше, чем тот же параметр в аргоновом лазере.

Для описания механизма ЧМ-синхронизации мод предположим, что модулятор, показатель преломления n которого модулируется по синусоидальному закону с частотой ω_m , помещен на одном из концов резонатора. Следовательно, в этом случае любая заданная мода будет испытывать изменяю-

щийся во времени сдвиг фазы, определяемый как $\varphi = (2\pi L'/\lambda) \cdot n(t)$, где L' — длина модулятора. Такие промодулированные по фазе моды будут демонстрировать боковые полосы (см. выражение (7.10.5)), чьи частоты при условии $\omega_m = \Delta\omega$ будут совпадать с частотами соседних мод. Таким образом, такие моды будут снова связанными и их фазы синхронизованы [16], хотя синхронизации между ними будут отличаться от условия (8.6.1). В представлении временной области ЧМ-синхронизацию мод можно описать так, как это показано на рис. 8.21. Заметим, что в этом случае имеются два устойчивых состояния синхронизации мод, при которых световой импульс проходит через модулятор либо при каждом минимуме функции $n(t)$ (импульсы, изображенные сплошными линиями), либо при каждом максимуме (импульсы, изображенные штриховыми линиями).

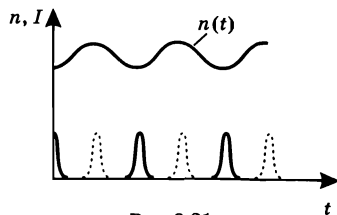


Рис. 8.21
ЧМ-синхронизация мод.
Временная зависимость
показателя преломления
модулятора n и
интенсивности I выходного
излучения лазера

Для понимания этого механизма необходимо вначале отметить, что, поскольку оптическая длина модулятора равна $L'_e = n(t)L'$, этот тип модулятора производит модуляцию эффективной длины резонатора L_e . Таким образом, действие модулятора эквивалентно тому, как если бы в резонаторе без модулятора заставили колебаться одно из зеркал с частотой ω_m . В соответствии с ситуацией, изображенной на рис. 8.21, импульсы в режиме синхронизации мод стремятся попасть на зеркало в тот момент времени, когда оно находится в одном из своих крайних положений (т. е. когда оно находится в покое). Следует отметить, что после отражения от движущегося зеркала фаза импульса будет изменяться по закону, близкому к параболе, либо с положительным знаком (для импульсов, изображенных сплошной линией), либо с отрицательным знаком (для импульсов, изображенных штриховой линией), и спектр таких импульсов будет слегка уширен. В конечном итоге модуляция фазы импульса, а, следовательно, и его длительность достигнут такого состояния, когда спектральное уширение, связанное с каждым последующим отражением от движущегося зеркала, будет компенсироваться сужением спектра в результате прохождения импульса через усилитель. Для понимания данного процесса (т. е. попадания импульса на движущееся зеркало в момент, когда оно находится уже почти в неподвижном состоянии) можно провести анализ устойчивости системы. Однако такой анализ является достаточно сложным, и в силу некоторых ограничений, присущих данному типу синхронизации мод, он рассматриваться здесь не будет. Действительно, ЧМ-синхронизация мод используется на практике не так часто. Это связано с двумя основными причинами:

- импульсы являются частотно модулированными;
- синхронизация такого типа обладает некоторой нестабильностью и, в частности, это зачастую приводит к перескокам между двумя состояниями, показанными на рис. 8.21.

В мощных импульсных лазерах (с большим коэффициентом усиления) АМ-синхронизация мод, как правило, реализуется с помощью амплитудного модулятора, основанного на ячейке Поккельса. Возможная конфигурация

модулятора на ячейке Поккельса изображена на рис. 8.5а. Прикладываемое к ячейке напряжение модулируется по синусоидальному закону от нуля до доли четвертьволнового напряжения. При непрерывной накачке и в лазерах с небольшим усилением АМ-синхронизация обычно осуществляется акустооптическим модулятором, поскольку потери, вносимые этим модулятором в резонатор, меньше, чем модулятором на ячейке Поккельса. Однако акустооптический модулятор, используемый для синхронизации мод, значительно отличается от того, который применяется при модуляции добротности (см. рис. 8.7), поскольку грань, к которой прикреплен преобразователь, и противоположная грань оптического блока вырезаны параллельно друг другу. Звуковая волна, возбуждаемая преобразователем, теперь отражается назад противоположной гранью блока. Таким образом, если длина оптического блока равна целому числу полуволн звуковой волны, то возникают стоячие звуковые волны. Поскольку амплитуда стоячей волны модулируется во времени по синусоидальному закону, то так же будут модулироваться и дифракционные потери. Можно показать, что если звуковая волна осциллирует на частоте ω , то дифракционные потери будут промодулированы с частотой 2ω . Рассмотрим стоячую звуковую волну вида $S = S_0 (\cos \omega t)(\sin kz)$. Дифракционные потери в модуляторе достигают максимума в те моменты времени, когда имеют место максимумы амплитуды стоячей волны, которые достигаются дважды за период колебаний (а именно, при $t = 0$ и при $t = \pi/\omega$). Таким образом, потери модулируются с частотой 2ω , и синхронизация мод в режиме основной частоты (см. рис. 8.19а) происходит при выполнении следующих двух условий:

- если модулятор расположен как можно ближе к одному из зеркал резонатора;
- если частота модуляции 2ν равна величине $(c/2L)$ и преобразователь возбуждается с частотой ν , равной $c/4L$ (например, $\nu = 50$ МГц при $L = 1,5$ м).

В случае ЧМ-синхронизации мод (как для импульсных, так и для непрерывных лазеров), как правило, применяется электрооптический фазовый модулятор на основе ячейки Поккельса. Здесь одна из двух осей, например x , вдоль которой наводится двулучепреломление (см. рис. 8.5б), ориентирована вдоль оси поляризации. Таким образом, пучок не претерпевает поворот плоскости поляризации при прохождении через ячейку Поккельса, но при этом имеет место фазовый сдвиг, определяемый как $\phi = (2\pi L'/\lambda)n_x$, где L' — длина ячейки Поккельса, и n_x — показатель преломления для поляризации вдоль направления x . Если теперь промодулировать напряжение на ячейке Поккельса сигналом синусоидальной формы, то показатель преломления n_x , в силу эффекта Поккельса, будет также промодулирован по синусоидальному закону, и фаза пучка в этом случае будет изменяться таким же образом.

8.6.3.2.

ПАССИВНАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ МОД

Существует четыре основных типа пассивной синхронизации мод, а именно:

- *синхронизация мод на основе быстро насыщающегося поглотителя* (например, молекулы красителя или полупроводникового кристалла), время жизни верхнего состояния которого очень мало;

- *синхронизация мод на основе линз Керра*, в которых используется особенность самофокусировки пучка в прозрачном нелинейном оптическом элементе;
- *синхронизация мод на основе медленно насыщающегося поглотителя*, где используется динамическое насыщение усиливающей среды;
- *синхронизация мод с аддитивным (дополнительным) импульсом*, в основе механизма которой лежит явление фазовой самомодуляции, возникающей в подходящем оптическом нелинейном элементе, вставленном в дополнительный резонатор, который связан с основным резонатором и имеет ту же самую длину. В этом случае имеет место механизм уменьшения длительности импульса, обусловленный интерференцией основного импульса в лазерном резонаторе с импульсом, распространяющимся обратно из дополнительного резонатора и который был промодулирован по фазе при прохождении через нелинейный кристалл.

Четвертый тип синхронизации мод требует, чтобы оптические длины обоих резонаторов были равны с точностью до порядка долей длины волны генерации. По этой причине такой тип синхронизации мод используется на практике не так часто, как другие, и поэтому рассматриваться здесь не будет.

Для того чтобы понять механизм синхронизации мод на основе быстро насыщающегося поглотителя, рассмотрим поглотитель, у которого интенсивность насыщения невелика и время релаксации много меньше длительности синхронизирующих импульсов. Теория синхронизации мод на быстро насыщающихся поглотителях для однородно уширенной линии усиления детально описана в работе Хауса [19]. Здесь будут рассмотрены лишь наиболее важные результаты, а более подробное описание этой теории читатель может найти в приложении Г.

Для небольших значений интенсивности пучка I (по сравнению с интенсивностью насыщения поглотителя I_s) потери мощности за полный проход резонатора можно записать как¹

$$2\gamma_t = 2\gamma - 2\gamma'(I/I_s), \quad (8.6.20)$$

где γ — ненасыщенные потери за проход и γ' — потери в насыщающемся поглотителе за проход для излучения малой интенсивности.² Теперь предположим, что поглотитель очень тонким слоем нанесен на одно из зеркал резонатора (см. рис. 8.10а), и что изначально лазер работает без фазовой синхронизации мод. Интенсивность каждой из двух распространяющихся волн будет складываться из случайной последовательности световых импульсов (см. рис. 8.15), и при изначально невысокой пиковой интенсивности этих всплесков насыщенное усиление мощности за полный проход $2g_0$ будет приближенно равно ненасыщенным потерям резонатора. Тем не менее, наиболее интенсивный импульс на рис. 8.15 в результате насыщенного

¹ При описании линейного резонатора с синхронизацией мод предпочтительнее использовать термины потери и усиления за полный проход резонатора, нежели за один проход.

² Согласно (2.8.12) и при $I \ll I_s$ поглощающую способность γ_a поглотителя длиной l_a можно записать в виде $\gamma_a = \alpha l_a = \alpha_0 l_a [1 - (I/I_s)]$, и независящий от интенсивности член $\alpha_0 l_a$ можно включить в полные ненасыщенные потери γ .

поглощения подвергнется наименьшему ослаблению в насыщающемся поглотителе. При выполнении некоторых специфических условий [19] этот импульс может возрастать быстрее, чем остальные, и через большое число полных проходов, в конце концов, установится картина, изображенная на рис. 8.22, где, для простоты, усиливающая среда и насыщающийся поглотитель предполагаются совмещенными на одном конце резонатора. В этом случае одиночный импульс синхронизации мод с высокой интенсивностью продолжает находиться в резонаторе, и благодаря уменьшению потерь, происходящему вследствие более выраженного насыщения поглотителя, средняя мощность этого импульса возрастает по сравнению с несинхронизованным импульсом, и соответственно насыщенное усиление $2g'_0$ за полный проход становится меньше ненасыщенных потерь резонатора за полный проход. Следовательно, во время распространения импульса возникает «временное окно» полного усиления от t_1 до t_2 (на рисунке), при этом края импульса испытывают поглощение, а его максимум усиливается. Если бы работал только этот механизм, то импульс постепенно укорачивался бы после каждого прохода через систему поглотитель–усилитель. Однако условие устойчивого равновесия вновь устанавливает баланс между механизмом укорачивания импульса и уширением импульса вследствие конечности ширины линии. Оказывается, что в состоянии устойчивого равновесия амплитуда импульса в этом случае описывается гиперболическим секансом, а именно:

$$E(t) \propto \text{sech}(t/\tau_p), \quad (8.6.21)$$

при этом длительность импульса $\Delta\tau_p$ (ширина на полувысоте интенсивности) равна:

$$\Delta\tau_p \cong \frac{0.79}{\Delta\nu_0} \left[\frac{g'_0}{\gamma'} \right]^{1/2} \left[\frac{I_s}{I_p} \right]^{1/2}, \quad (8.6.22)$$

где $\Delta\nu_0$ — ширина линии усиления (на полувысоте) и I_p — максимальная интенсивность импульса.

Отметим, что физическая картина, описанная на рис. 8.22 в действительности применима к усилительным средам с большим временем жизни (сотни микросекунд), таким как твердотельные среды на основе кристаллов или

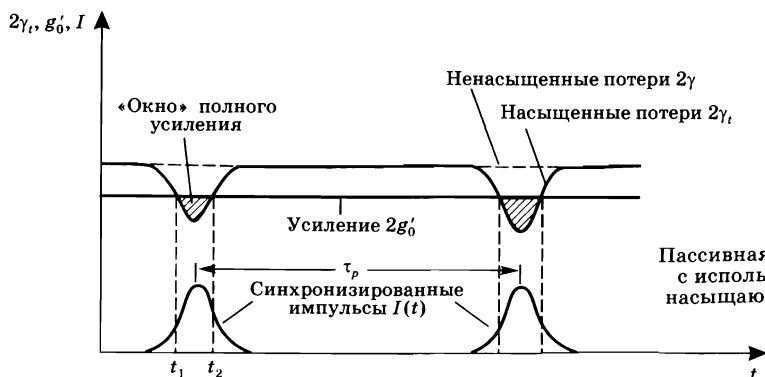


Рис. 8.22
Пассивная синхронизация мод с использованием быстрого насыщающегося поглотителя

стекло. На самом деле, в этом случае за время распространения импульса не возникает существенного отличия в усилении, и насыщенное усиление g'_0 определяется средней внутрирезонаторной мощностью лазера.

Для простейшей двухуровневой системы интенсивность насыщения поглотителя равна $I_s = \hbar\nu/2\sigma\tau$ [см. (2.8.11)], и поскольку время τ должно быть очень малым (несколько пикосекунд или меньше), соответствующая величина интенсивности насыщения достигается при больших значениях сечения поглощения σ ($\sim 10^{-16}$ см² или более). Таким образом, обычно используемые насыщающиеся поглотители представляют собой либо растворы «быстрых» красителей, либо полупроводники. В качестве красителей зачастую используются цианиновые красители, состоящие из длинных цепочек вида $(-\text{CH}=\text{CH}-)_n$, где n — целое число, с ароматическими группами на концах. Время релаксации верхнего уровня у цианиновых красителей, использующихся для синхронизации мод, обычно составляет несколько десятков пикосекунд и определяется безызлучательной релаксацией, связанной с внутренней конверсией (см. рис. 3.6) и с вращением ароматических колец. Поэтому время, в течение которого поглотитель остается насыщенным, в точности равно времени релаксации, и по этой причине нельзя получить импульсы синхронизации мод короче нескольких пикосекунд. В случае насыщающегося поглотителя на основе полупроводникового кристалла восстановление поглотителя выглядит как многокомпонентная релаксация, а именно:

- быстрая релаксация ($\tau \approx 100$ фс), обусловленная внутризонной термализацией электронов внутри зоны проводимости посредством соударения электронов;
- медленная релаксация (≈ 1 пс), обусловленная внутризонной термализацией электронов зоны проводимости с решеткой посредством электрон-фононных соударений;
- еще более медленная релаксация (от нескольких пикосекунд до наносекунд), обусловленная внутризонной излучательной и безызлучательной релаксацией.

То, что большее время релаксации ведет к меньшей интенсивности насыщения, оказывается весьма полезным при начале процесса синхронизации мод. Тогда наименьшее время релаксации обеспечивает быстрый механизм насыщения поглотителя, необходимый для получения коротких импульсов. Особенно интересным решением может быть применение насыщающегося поглотителя на множественных квантовых ямах, который размещается между двумя зеркалами, расстояние между которыми подобрано таким образом, чтобы результирующий эталон Фабри–Перо работал в антирезонансе, т. е. в точке, где возникает минимум пропускания (или максимум отражения, см. рис. 4.11). Если эталон используется как одно из зеркал резонатора, интенсивность лазерного излучения внутри эталона может быть существенно уменьшена по сравнению с интенсивностью излучения в резонаторе лазера. Это свойство позволяет оперативно увеличивать эффективное значение интенсивности насыщения, а также уменьшать эффективные ненасыщенные потери и увеличивать порог разрушения [20]. Эффективность такого простого в применении антирезонансного насыщающегося поглотителя

Фабри–Перо (A-FPSA, аббр. от англ. *anti-resonance-Fabry-Perot-saturable absorber*) получила всестороннее подтверждение при получении пикосекундных и фемтосекундных лазерных импульсов с использованием нескольких широкополосных твердотельных лазеров.

Пример 8.8. *Пассивная синхронизация мод Nd:YAG и Nd:YLF лазеров с использованием быстрого насыщающегося поглотителя.* Рассмотрим непрерывный Nd:YAG лазер с пассивной синхронизацией мод, для осуществления которой используется антирезонансный насыщающийся поглотитель Фабри–Перо на основе InGaAs/GaAs-структуры на множественной квантовой яме толщиной $\sim 0,6$ мкм (~ 50 ям) [20]. Возьмем $g'_0 = 2\%$, $\gamma' = 1\%$, $\Delta\nu_0 = 4,5 \text{ см}^{-1} \cong 135 \text{ ГГц}$ при $T = 300 \text{ К}$ и $I_p = 0,3I_s$. Тогда из (8.6.22) получаем $\Delta\tau_p \cong 15 \text{ пс}$. Отметим, что в этом случае поглотитель сильно насыщен и выражение (8.6.22) может быть использовано только в качестве первого приближения при вычислении ширины импульса. В случае Nd:YLF лазера значения ненасыщенных и насыщенных потерь положим такими же, как для Nd:YAG. Также поступим и со значением g'_0 , а ширину линии усиления $\Delta\nu'_0$ для Nd:YLF возьмем втрое большую, чем у Nd:YAG (т. е. $\Delta\nu'_0 \cong 13 \text{ см}^{-1}$), и тогда проведем сравнение при одинаковом значении выходной мощности, т. е. при одинаковом значении энергии импульса $E \cong I_p \Delta\tau_p$. Из (8.6.22) легко найти, что ширина импульса $\Delta\tau'_p$ в этом случае соотносится с шириной импульса из предыдущего случая, как $\Delta\tau'_p = (\Delta\nu_0 / \Delta\nu'_0)^2 \Delta\tau_p$. Тогда для $\Delta\nu'_0 = 2,89\Delta\nu_0$ получаем $\Delta\tau'_p \cong 1,8 \text{ пс}$. Отметим, что при таких условиях наблюдается сильная зависимость ширины лазерного импульса от ширины линии усиления.

Другая возможность реализации быстрой пассивной синхронизации мод основывается на эффекте линзы Керра, индуцированном в подходящем материале с керровской нелинейностью. Такой способ синхронизации получил название *синхронизации мод на основе линз Керра* (KLM, аббр. от англ. *Kerr-Lens-Mode-Locking*) [21, 22]. Для начала рассмотрим оптический материал, такой как кварц или сапфир, через который проходит пучок света с равномерным распределением интенсивности I . При достаточно высокой интенсивности поля показатель преломления среды несколько изменяется, т. е. в этом случае можно записать $n = n(I)$. Первый член в разложении Тэйлора величины n по параметру I будет пропорционален I :

$$n = n_0 + n_2 I, \quad (8.6.23)$$

где n_2 — положительный коэффициент, который зависит от свойств материала (например, $n_2 \cong 4,5 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2/\text{Вт}$ для плавленого кварца и $n_2 \cong 3,45 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2/\text{Вт}$ для сапфира). Это явление известно как оптический эффект Керра и главным образом обусловлено гиперполяризуемостью среды, возникающей в интенсивных электрических полях и происходящей в результате деформации электронных орбиталей атомов или молекул или вследствие переориентации молекул (для газа или жидкости). В твердых телах может произойти только деформация электронного облака атома, и поэтому оптический эф-

эффект Керра здесь оказывается очень быстрым. Время отклика получается порядка периода вращения самых дальних электронов атома (несколько фемтосекунд). Теперь предположим, что интенсивность пучка в среде, в которой наблюдается оптический эффект Керра (*керровская среда*), имеет поперечное распределение интенсивности, например гауссово. Тогда интенсивность в центре пучка будет больше, чем в хвостах распределения, и согласно выражению (8.6.23) возникнет нелинейное изменение показателя преломления $\delta n = n_2 I$, положительное в центре пучка и спадающее до нуля в хвостах распределения интенсивности пучка. Для гауссова профиля пучка, т. е. когда $I = I_p \exp -2(r/w)^2$, где I_p — максимум интенсивности и w — размер пучка (для поля), нелинейный сдвиг фазы, получаемый при прохождении пучка среды длиной l , будет равен

$$\delta\phi = 2\pi\delta n l/\lambda = (2\pi n_2 I_p l/\lambda) \exp -2(r/w)^2 \cong (2\pi n_2 I_p l/\lambda) \cdot [1 - 2(r/w)^2].$$

Поэтому в первом порядке по $(r/w)^2$ сдвиг фазы $\delta\phi$ может быть описан параболической функцией параметра r/w , что эквивалентно появлению сферической линзы в среде под действием оптического эффекта Керра. Действительно, наведенная линза может вызывать фокусировку пучка, если мощность пучка достигнет критического значения. Это эффект известен как *самофокусировка пучка*.

Нелинейные потери, описываемые главным членом в выражении (8.6.20), можно объяснить с помощью рис. 8.23. Действительно, чем выше интенсивность пучка, тем он будет сильнее фокусироваться по апертуре, и поэтому будет испытывать меньшие потери. Теперь, если нелинейные потери правильным образом распределить внутри резонатора лазера, можно получить пассивную синхронизацию мод согласно механизму, показанному на рис. 8.22 для быстрого насыщающегося поглотителя. Действительно, временной отклик синхронизации мод на основе линз Керра очень мал, настолько, что для целей практических расчетов его можно считать мгновенным. Регулируя соответствующим образом распределение дисперсии в резонаторе были получены наиболее короткие импульсы синхронизации мод с применением усиливающих сред с ультраширокой линией (≈ 100 ТГц).

Хотя многие лазеры с пассивной синхронизацией мод используют быстрые насыщающиеся поглотители, медленные насыщающиеся поглотители при специальных условиях также могут привести к синхронизации мод. Такой тип синхронизации мод часто называют *синхронизацией мод с медленным насыщающимся поглотителем*. Эти условия можно обобщить следующим образом:

- времена релаксации поглотителя и усилителя должны быть сравнимы со временем полного прохода резонатора;

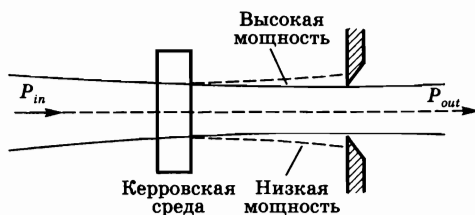


Рис. 8.23
Нелинейный элемент с потерями, использующий оптический эффект Керра в соответствующем нелинейном материале

Рис. 8.24
 Модель синхронизации
 мод с медленным
 насыщающимся
 поглотителем
 (представлена
 во временной области).

Отметим, что на рисунке не соблюдается масштаб, поскольку длительность синхронизованного импульса обычно находится в диапазоне сотен фемтосекунд, в то время как временной интервал τ_p между двумя последовательными импульсами, т. е. время полного прохода резонатора, обычно составляет несколько наносекунд.



- плотность энергии насыщения усиливающей среды $[\Gamma_{sg} = h\nu/\sigma_g, \text{ см. (2.8.29)}]$ и насыщающегося поглотителя $[\Gamma_{sa} = h\nu/2\sigma_a, \text{ см. (2.8.17)}]$ должны быть достаточно низкими, чтобы обе среды могли достигнуть насыщения внутрирезонаторным потоком энергии;
- плотность энергии насыщения усиливающей среды должна быть сравнима и слегка превосходить плотность энергии насыщения насыщающегося поглотителя.

Физические явления, которые приводят к синхронизации мод в этом случае, достаточно специфичны [23] и могут быть описаны с помощью рис. 8.24, где, для простоты, предполагается, что насыщающийся поглотитель и активная среда расположены на одном конце резонатора. Предполагается, что до прибытия импульса синхронизации мод усиление меньше, чем потери. Так что более ранняя часть переднего фронта импульса будет испытывать полные потери. При соответствующем значении полной плотности энергии импульса накопленная плотность энергии импульса во время прохождения переднего фронта может стать сравнимой с плотностью энергии насыщения поглотителя. Насыщение поглотителя начнет происходить в некоторый момент t_1 (см. рис. 8.24), так что потери поглотителя станут равными усилению лазера. При $t > t_1$ импульс вместо потерь будет испытывать усиление. Однако при соответствующем значении плотности энергии насыщения усиливающей среды (примерно в 2 раза большем, чем у поглотителя) произойдет насыщение усиления. Так что в некоторый момент t_2 заднего фронта импульса (см. рис. 8.24) насыщенное усиление станет равно насыщенным потерям. При $t > t_2$ импульс снова испытает потери вместо усиления, и, таким образом, «временное окно», где существует полное усиление, устанавливается при $t_1 < t < t_2$. Поэтому после каждого прохождения через систему поглотитель–усилитель импульс укорачивается, и состояние устойчивого равновесия вновь устанавливается из баланса между описанным механизмом укорачивания импульса и эффектом уширения импульса вследствие конечности ширины полосы усиления. Таким образом, можно ожидать, что длительность импульса вновь окажется величиной порядка *обратной ширины полосы усиления* $\Delta\nu_0$.

Эволюцию механизма с участием медленного насыщающегося поглотителя и динамическое насыщение усиления мод можно описать, предполо-

жив, что изначально лазер работал в режиме без фазовой синхронизации. Тогда насыщенное усиление будет равно ненасыщенным потерям, и при подходящих условиях наиболее интенсивный импульс в пределах диаграммы, изображенной на рис. 8.15, «откроет» механизм усиления во временном окне, показанный на рис. 8.24. Затем этот процесс будет происходить после каждого прохождения импульса через резонатор до тех пор, пока в резонаторе не останется только один импульс, и возникнет ситуация, показанная на рис. 8.24. Отметим, что после того, как импульс синхронизации мод пройдет через систему поглотитель–усилитель, и до того, как прибудет следующий импульс, насыщенные потери должны восстановиться до своего ненасыщенного значения за счет спонтанной (т. е. излучательной и безызлучательной) релаксации. Соответствующее время релаксации должно быть значительно меньше, чем время полного прохода резонатора. В течение того же временного интервала усиливающая среда должна частично, но не полностью, восстановиться до значения устойчивого равновесия, определяемого накачкой (см. рис. 8.3а), так чтобы насыщенное усиление стало меньше, чем потери. Это означает, что время жизни усиливающей среды должно быть немного больше, чем время полного прохода резонатора. Следует еще раз отметить, что плотности энергии насыщения усиливающей среды и поглотителя должны быть достаточно малыми, чтобы обе среды могли быть насыщены лазерным импульсом. Поэтому этот способ синхронизации мод может быть осуществлен с короткоживущими (несколько наносекунд) усиливающими средами с большим сечением поглощения ($\sim 10^{-16}$ см²), такими как красители или полупроводники. В качестве насыщающегося поглотителя зачастую используются насыщающиеся красители с временем жизни равным нескольким наносекундам (определяется спонтанным излучением). Такой тип синхронизации мод нельзя осуществить с долгоживущими (сотни микросекунд) активными средами, такими как твердотельные среды на основе кристаллов или стекла, где не может возникнуть динамическое насыщение усиления. Когда выполняются точные условия для этого типа синхронизации мод, в принципе, можно получить очень короткие световые импульсы вплоть до обратной ширины линии лазера. Тогда широкие полосы усиления (несколько десятков ТГц), которые достигаются в лазерах на красителях, позволили бы получать импульсы длительностью несколько десятков фемтосекунд. Тем не менее, как будет видно в следующем разделе, дисперсия резонатора играет очень важную роль при получении таких коротких импульсов, и ее значение должно строго контролироваться при попытке получить импульсы с еще более короткой длительностью.

8.6.4. РОЛЬ ДИСПЕРСИИ РЕЗОНАТОРА В ФЕМТОСЕКУНДНЫХ ЛАЗЕРАХ С СИНХРОНИЗАЦИЕЙ МОД

В предыдущем разделе было отмечено, что в случае рассмотрения усиливающей среды со сверхширокой полосой усиления (порядка 100 ТГц), дисперсия резонатора имеет важное значение при получении импульсов с длительностью меньше, чем можно достичь в режиме синхронизации мод.

Рассмотрим этот момент подробнее, но сначала следует сделать небольшое отступление и напомнить такие определения, как фазовая скорость, групповая скорость и дисперсия групповой задержки в диспергирующей среде.

8.6.4.1. ФАЗОВАЯ СКОРОСТЬ, ГРУППОВАЯ СКОРОСТЬ И ДИСПЕРСИЯ ГРУППОВОЙ ЗАДЕРЖКИ

Сначала рассмотрим плоскую линейно-поляризованную монохроматическую электромагнитную волну на частоте ω , распространяющуюся вдоль оси z в прозрачной среде. Тогда электрическое поле волны $E(t, z)$ можно записать как $E = A_0 \exp[j(\omega t - \beta z)]$, где A_0 — константа, а постоянная распространения β является функцией угловой частоты ω . Функция $\beta = \beta(\omega)$ является характеристикой данной среды и называется *дисперсионным соотношением среды* (см. рис. 8.25). Теперь, поскольку полная фаза волны равна $\phi_t = \omega t - \beta z$, скорость заданного фазового фронта будет такой, что элементарные приращения временной и пространственной координат dt и dz должны удовлетворять условию $d\phi_t = \omega dt - \beta dz = 0$. Это означает, что фазовый фронт движется со скоростью:

$$v_{ph} = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta}, \quad (8.6.24)$$

которая называется *фазовой скоростью* волны.

Далее рассмотрим световой импульс, распространяющийся в среде, и обозначим центральную частоту и ширину соответствующего спектра как ω_L и $\Delta\omega_L$ соответственно (рис. 8.25а). Также предположим, что дисперсионное соотношение за пределами ширины линии можно аппроксимировать линейным соотношением, а именно $\beta = \beta_L + (d\beta/d\omega)_{\omega=\omega_L}(\omega - \omega_L)$, где β_L — постоянная распространения, соответствующая частоте ω_L . В этом случае при рас-

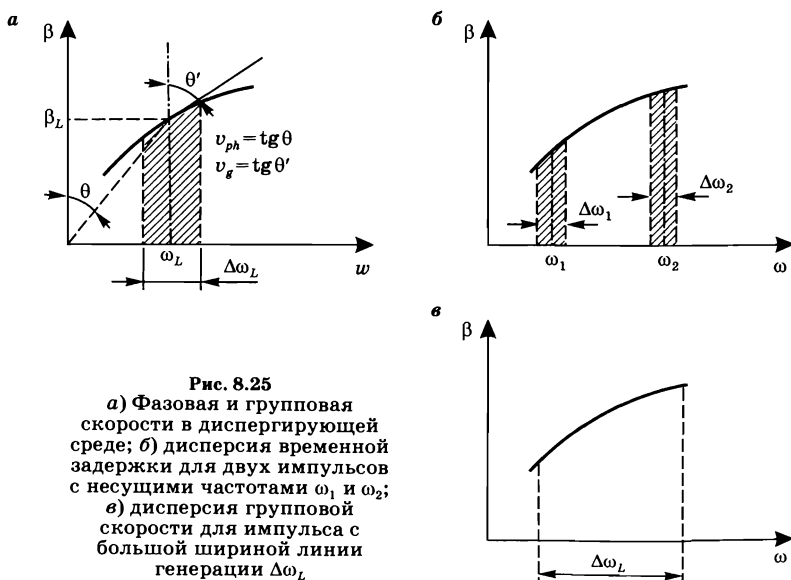


Рис. 8.25
а) Фазовая и групповая скорости в диспергирующей среде; б) дисперсия временной задержки для двух импульсов с несущими частотами ω_1 и ω_2 ; в) дисперсия групповой скорости для импульса с большой шириной линии генерации $\Delta\omega_L$

смотреии Фурье-представления волны, можно показать, что электрическое поле волны можно выразить как (см. приложение Г):

$$E(t, z) = A[t - (z/v_g)] \exp[j(\omega_L t - \beta_L z)], \quad (8.6.25)$$

где A — амплитуда импульса, $\exp[j(\omega_L t - \beta_L z)]$ — несущая волна. Величина v_g задается выражением

$$v_g = \left(\frac{d\omega}{d\beta} \right)_{\beta=\beta_L}. \quad (8.6.26)$$

Тот факт, что амплитуда импульса является функцией переменной $t - (z/v_g)$, означает, что импульс распространяется, не меняя свою форму, со скоростью v_g . Эта скорость называется *групповой скоростью* импульса и, согласно (8.6.26), задается углом наклона зависимости ω от β при $\omega = \omega_L$ (т. е. $v_g = \operatorname{tg} \theta'$, см. рис. 8.25а). Также отметим, что для основного дисперсионного соотношения, такого как на рис. 8.25а, фазовая скорость несущей волны ($v_{ph} = \operatorname{tg} \theta$, см. рис. 8.25а) будет отличаться от групповой скорости.

Согласно вышесказанному, импульс при прохождении через активную среду длиной l подвергнется временной задержке:

$$\tau_g = \frac{l}{v_g} = l \left(\frac{d\beta}{d\omega} \right)_{\omega_L} = \phi'(\omega_L). \quad (8.6.27)$$

В предыдущем выражении была определена фаза ϕ , зависящая от частоты ω :

$$\phi(\omega - \omega_L) = \beta(\omega - \omega_L)l, \quad (8.6.28)$$

причем $\phi'(\omega_L) = [d\phi(\omega - \omega_L)/d\omega]_{\omega_L}$. Поэтому величина $\tau_g = \phi'(\omega_L)$ называется *групповой задержкой* в среде на частоте ω_L .

Теперь рассмотрим ситуацию, когда в среде будут распространяться два импульса с шириной $\Delta\omega_1$ и $\Delta\omega_2$ и центральной частотой ω_1 и ω_2 соответственно ($\omega_2 > \omega_1$, см. рис. 8.25б). Если угол наклона кривой дисперсионного соотношения отличается для двух этих частот, то оба импульса будут распространяться с различными групповыми скоростями v_{g1} и v_{g2} . Таким образом, максимумы импульсов достигнут начала среды одновременно, и затем, пройдя расстояние l в среде, будут разнесены во времени на величину

$$\Delta\tau_g = \phi'(\omega_2) - \phi'(\omega_1) \cong \phi''(\omega_1) \cdot (\omega_2 - \omega_1). \quad (8.6.29)$$

В последнем выражении использовалось обозначение $\phi''(\omega_1) = [d^2\phi/d\omega^2]_{\omega_1}$. Отметим, что соотношение (8.6.29) выполняется точно, если связь между ϕ и ω , в диапазоне частот от ω_1 до ω_2 , можно аппроксимировать параболической зависимостью вида:

$$\phi = \phi_L + \left(\frac{d\phi}{d\omega} \right)_{\omega_L} (\omega - \omega_L) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2\phi}{d\omega^2} \right)_{\omega_L} (\omega - \omega_L)^2. \quad (8.6.30)$$

Далее рассмотрим случай, когда ширина импульса $\Delta\omega_L$ велика настолько, что дисперсионное соотношение уже не может быть описано линейным законом (рис. 8.25в). В этом случае различные спектральные области импульса будут распространяться с различными групповыми скоростями и,

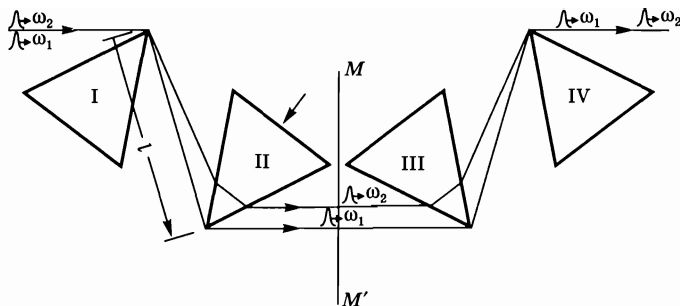


Рис. 8.26

Последовательность из четырех призм, имеющая отрицательную и контролируемую дисперсию групповой задержки второго порядка

следовательно, импульс будет уширяться во время распространения. Вновь предположим, что дисперсионное соотношение внутри полосы $\Delta\omega_L$ можно описать параболическим законом. Тогда согласно выражению (8.6.29) обусловленное дисперсией уширение импульса $\Delta\tau_d$ будет задаваться разностью групповой задержки между самыми быстрыми и самыми медленными спектральными компонентами. Итак, согласно соотношению (8.6.29) получаем:

$$\Delta\tau_d \cong |\phi''(\omega_L)|\Delta\omega_L. \quad (8.6.31)$$

Величина $\phi''(\omega_L)$ называется *дисперсией групповой задержки (ДГЗ)* среды на частоте ω_L . Ее значение и определяет уширение на единицу ширины полосы импульса. Из выражений (8.6.28) и (8.6.31) можно видеть, что $\Delta\tau_d$ также может быть записано в виде:

$$\Delta\tau_d \cong l \left| \left(\frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right)_{\omega_L} \right| \Delta\omega_L. \quad (8.6.32)$$

Величина

$$\text{GVD} = (d^2\beta/d^2\omega)_{\omega_L} = [d(1/v_g)/d\omega]_{\omega_L} \quad (8.6.33)$$

называется *дисперсией групповой скорости (ДГС)* на частоте ω_L . Ее значение задает уширение импульса на единицу длины среды и на единицу ширины полосы импульса. Следует отметить, что понятие дисперсии групповой скорости применимо только для однородной среды. Для неоднородной или многокомпонентной среды, такой как две пары призм на рис. 8.26 или многослойное диэлектрическое зеркало, рассматривать понятие дисперсии групповой скорости намного проще.

8.6.4.2.

ОГРАНИЧЕНИЕ НА ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ИМПУЛЬСА ВСЛЕДСТВИЕ ДИСПЕРСИИ ГРУППОВОЙ ЗАДЕРЖКИ

Когда внутри резонатора лазера с синхронизацией мод присутствует диспергирующая среда, приблизительное значение длительности импульса в стационарном режиме можно получить из условия, что относительное укорачивание времени $(\delta\tau_p/\tau_p)_s$, обусловленное временным окном полного усиления (см. рис. 8.22 или 8.24), должно равняться уширению импульса, обусловлен-

ному усиливающей средой $(\delta\tau_p/\tau_p)_g$ и диспергирующей средой $(\delta\tau_p/\tau_p)_D$. Для простоты рассмотрим кольцевой резонатор, в котором импульс последовательно проходит через усиливающую среду, диспергирующую среду и через любой элемент, который обеспечивает амплитудную самомодуляцию (например, быстрый насыщающийся поглотитель). Предположим, что импульс света имеет гауссов профиль интенсивности и его ширина (на полувысоте максимума интенсивности) составляет $\Delta\tau_p$, и что диспергирующую среду на основной частоте можно описать дисперсией групповой задержки $\phi'' = \phi''(\omega)$. Усиливающая среда предполагается однородно усиливающей и описывается насыщенным усилением за проход $g_0 = N_0\sigma l$ и шириной линии (на полувысоте) $\Delta\omega_0$.

При небольших изменениях длительности импульса относительное уширение импульса после прохождения через усиливающую и диспергирующую среды $(\delta\tau_p/\tau_p)_g$ и $(\delta\tau_p/\tau_p)_D$, как показано в приложении Г, задается с помощью выражения

$$\left(\frac{\delta\tau_p}{\tau_p}\right)_g = \left(\frac{2\ln 2}{\pi^2}\right) \left(\frac{1}{\Delta\tau_p^2 \Delta\nu_0^2}\right) g_0, \quad (8.6.34)$$

где $\Delta\nu_0 = \Delta\omega_0/2\pi$, и

$$\left(\frac{\delta\tau_p}{\tau_p}\right)_D = (8\ln^2 2) \frac{\phi''^2}{\Delta\tau_p^4}, \quad (8.6.35)$$

где ϕ'' вычислено для центральной частоты ω_L лазерного импульса.

Теперь длительность импульса в стационарном режиме можно получить, исходя из условия, что относительное уменьшение длительности $(\delta\tau_p/\tau_p)_s$, обусловленное «временным окном» полного усиления, должно равняться уширению импульса, обусловленному усиливающей средой $(\delta\tau_p/\tau_p)_g$ и диспергирующей средой. Из (8.6.34) и (8.6.35) получаем:

$$\left(\frac{\delta\tau_p}{\tau_p}\right)_s = 0,14 \frac{g_0}{\Delta\tau_p^2 \Delta\nu_0^2} + 3,84 \frac{\phi''^2}{\Delta\tau_p^4}. \quad (8.6.36)$$

Отметим, что оба члена в правой части этого выражения обратно пропорциональны величинам $\Delta\tau_p^2$ и $\Delta\tau_p^4$ соответственно. Это означает, что дисперсия групповой задержки становится более ощутимой для длительности импульса при уменьшении $\Delta\tau_p$. Чтобы оценить ширину импульса, при которой величина ДГЗ станет ощутимой, уравниваем оба члена в правой части (8.6.36), в результате чего находим:

$$\Delta\tau_p = \left[\frac{27,4}{g_0} \right]^{1/2} |\phi''| \Delta\nu_0. \quad (8.6.37)$$

Положив, например, $\Delta\nu_0 \cong 100$ ТГц (что соответствует усиливающей среде Ti:Sa) $\phi'' = 100$ фс² (что эквивалентно наличию в резонаторе материала из кварца длиной ~ 2 мм при длине волны $\lambda = 800$ нм) и $g_0 = 0,1$, из (8.6.37), получаем $\Delta\tau_p \cong 162$ фс. Это означает, что для того, чтобы получить импульсы короче, чем ~ 150 фс, и возможно вплоть до обратной ширины линии усиления $\Delta\nu_0$ ($\Delta\tau'_p = 1/\Delta\nu_0 \cong 4$ фс), необходимо примерно на порядок уменьшить дисперсию групповой задержки.

Чтобы получить еще более короткие импульсы при соответствующей компенсации дисперсии групповой задержки (которая является дисперсией второго порядка), также необходимо компенсировать члены более высокого порядка в степенном ряду (8.6.30). Конечно, следующим членом, который следовало бы рассмотреть, была бы дисперсия третьего порядка, определяемая как $\phi''' = \beta''' l$, где третья производная берется на центральной частоте лазера ω_L . В рамках данной главы нет необходимости рассматривать эффекты третьего порядка на любой длине, для обсуждения этой темы можно обратиться к работе [24]. Следует лишь отметить, что в случае, например, Ti:Sa лазера ($\Delta\nu_0 \cong 100$ THz) дисперсия третьего порядка начинает ограничивать длительность импульсов (для импульсов короче ~ 30 фс).

8.6.4.3. КОМПЕНСАЦИЯ ДИСПЕРСИИ

Согласно рассуждениям из предыдущего примера, чтобы получить импульсы, длительность которых составляет менее ~ 150 фс, в широкополосных лазерах с синхронизацией мод необходимо контролировать дисперсию групповой задержки, вносимую различными оптическими элементами (например, самой активной средой и зеркалами резонатора). Также в предыдущем примере было видно, что плавленый кварц при $\lambda \cong 800$ нм, особенно в видимом диапазоне, обладает положительным значением ϕ'' и является частным случаем сред, которые обладают нормальной дисперсией, т. е. большинства общеизвестных оптических сред. Итак, чтобы компенсировать резонаторную дисперсию групповой задержки, необходим подходящий элемент, обладающий отрицательной величиной ϕ'' , т. е. аномальной дисперсией.

На сегодняшний день классическим решением, которое обеспечивает отрицательную и контролируемую дисперсию групповой задержки, является последовательность из четырех призм, изображенная на рис. 8.26 [25]. Призмы обычно используются в схеме с минимальным отклонением (т. е. когда угол падения равен углу отражения) и изготовлены с таким углом при вершине, что лучи входят и выходят из каждой призмы под углом Брюстера. Входная грань призмы II выполнена параллельно выходной грани призмы I, и выходная грань призмы II параллельна входной грани призмы I и т. д. Плоскость MM' , перпендикулярная направлению распространения пучков между плоскостью II и III и находящаяся посередине между двумя призмами, является плоскостью симметрии для путей распространения пучков.

Для понимания принципа работы такого устройства сначала обратим внимание на то, что согласно выражению (8.6.29) для получения отрицательной дисперсии групповой задержки необходимо иметь $\Delta\tau_g < 0$, т. е. $\tau_g(\omega_2) < \tau_g(\omega_1)$, при $\omega_2 > \omega_1$. Именно это условие и обеспечивает упомянутая последовательность четырех призм. Действительно, угловая дисперсия призм такова, что два импульса с частотами ω_2 и ω_1 , падающие на входную поверхность первой призмы в одно и то же время и в одном и том же направлении, будут распространяться по двум различным путям, изображенным на рисунке. Длина пути для импульса с частотой ω_2 будет меньше, чем для импульса с частотой ω_1 . Для простоты здесь не приводится выражение для величины ϕ'' . Сле-

дует лишь отметить, что ϕ'' линейно зависит от расстояния l между двумя парами призм. Для кварцевых призм, например при длине $l = 250$ мм, достигается отрицательная дисперсия, которая может компенсировать положительную дисперсию групповой задержки на длине волны $\lambda \cong 800$ нм кварцевого элемента толщиной 6,6 мм (т. е. $\phi'' \cong -360$ фс²).

Экспериментально подтверждено, что последовательность четырех призм оказалась удобным способом введения отрицательной дисперсии групповой задержки в резонатор лазера. Это обусловлено следующими причинами:

- поскольку все грани выполнены под углом Брюстера к оптическому пути, потери такой системы малы;
- отрицательное значение дисперсии групповой задержки можно грубо регулировать изменением расстояния l между двумя парами призм;
- при перемещении одной из призм вдоль оси, нормальной к ее основанию (например, призмы II), изменяется полная длина оптической среды, через которую проходит пучок. Таким образом, это перемещение приводит к точно контролируемой положительной дисперсии материала без изменения направления луча и, следовательно, отрицательной дисперсии, обусловленной геометрией лучевых путей;
- прошедший луч коллинеарен падающему лучу, и это облегчает установку системы из четырех призм в уже имеющийся резонатор.

Наконец, следует заметить, что поскольку MM' является плоскостью симметрии, в двухзеркальном резонаторе можно использовать только первые две призмы. Можно сделать одно из зеркал плоским и разместить его в положении плоскости MM' . В этом случае дисперсия групповой задержки за проход, конечно же, равна половине дисперсии последовательности из четырех призм.

Следует отметить, что последовательность из четырех призм на рис. 8.26 вводит не только дисперсию второго порядка ϕ'' , а также и дисперсию третьего порядка ϕ''' , которая, как оказалось, вносит главный вклад в полную дисперсию третьего порядка обычного резонатора фемтосекундного лазера. Как и в случае с дисперсией второго порядка, дисперсия третьего порядка зависит от геометрии хода луча на рис. 8.26, и поэтому ее значение пропорционально расстоянию между призмами. Таким образом, отношение ϕ'''/ϕ'' является характеристикой только материала призм и длины волны лазера. В этом отношении плавленый кварц оказывается одним из лучших оптических материалов. Для него отношение $\phi'''(\omega_L)/\phi''(\omega_L) = 1,19$ фс на длине волны Ti:Sa лазера, т. е. при $\lambda \cong 800$ нм). Таким образом, чтобы достичь наименьшего значения дисперсии третьего порядка, необходимо начинать с резонатора, обладающего наименьшим положительным значением ϕ'' , так чтобы обеспечить наименьшее значение как ϕ'' , так и ϕ''' для системы из четырех призм.

Альтернативным способом компенсации дисперсии резонатора является использование вместо двупризменной пары на рис. 8.26 диспергирующего элемента, который вводит отрицательную дисперсию групповой задержки независимо от длины волны (т. е. такую, что $\phi''' \cong 0$). В этом отношении очень интересным решением представляется использование многослойных диэлектрических зеркал, вносящих линейное смещение частоты (так называемое

чирпирование) [26]. Зеркало состоит из большого числа (~40) слоев с чередующимся высоким и низким показателем преломления, толщина которых подходящим образом постепенно увеличивается в направлении подложки. При этом сначала отражаются высокочастотные компоненты спектра лазерного импульса, а низкочастотные компоненты отражаются более глубоко расположенными слоями. Поэтому групповая задержка отраженного луча возрастает с уменьшением значения ω , обеспечивая таким образом условие $\phi'' < 0$. При соответствующей компьютерной оптимизации конфигурации пространственного частотного чирпа можно также получить значение ϕ'' , которое в пределах интересующей ширины полосы будет приблизительно постоянно по частоте, т. е. так что $\phi''' \approx 0$. С другой стороны, вновь при помощи компьютерной оптимизации, можно потребовать, чтобы дисперсия групповой задержки обладала небольшой линейной зависимостью от частоты с наклоном кривой, подходящим для компенсации дисперсии третьего порядка других компонент резонатора (например, усиливающей среды). Основное ограничение на использование таких чирпированных зеркал возникает из-за того, что величина отрицательной дисперсии групповой задержки, которая обычно достигается, достаточно мала (~ -50 фс²). Чтобы достичь требуемой дисперсии групповой задержки, необходимо обеспечить многократное число переотражений лазерного пучка от зеркала.

8.6.4.4. СИНХРОНИЗАЦИЯ МОД СОЛИТОННОГО ТИПА

Рассмотрим среду, в которой проявляется оптический эффект Керра, так что показатель преломления может быть записан в виде выражения (8.6.23), и предположим, что импульс света с однородным поперечным профилем интенсивности распространяется в среде вдоль направления z . На расстоянии z несущая волна импульса приобретает набег фазы, равный $\phi = \omega_L t - \beta_L z$ или

$$\phi = \omega_L t - \frac{\omega_L (n_0 + n_2 I)}{c} z, \quad (8.6.38)$$

где I — интенсивность импульса. Теперь, поскольку $I = I(t)$, мгновенная несущая частота импульса будет определяться выражением:

$$\omega = \frac{\partial(\omega_L t - \beta_L z)}{\partial t} = \omega_L - \frac{\omega_L n_2 z}{c} \cdot \frac{\partial I}{\partial t}. \quad (8.6.39)$$

Поэтому несущая частота $\omega = \omega(t)$ линейно зависит от отрицательной производной по времени распределения интенсивности света. Так, фаза $\phi = \phi(t)$ для колокообразного импульса на рис. 8.27а будет промодулирована по времени интенсивностью пучка, и несущая частота будет изменяться со временем, как показано на рис. 8.27б. Это явление называется *фазовой самомодуляцией*.

Следует отметить, что в области максимума импульса, т. е. в области, где поведение импульса во времени может быть описано параболической функцией, смещение частоты (или чирпа), вызванное фазовой самомодуляцией, возрастает линейно от времени. Теперь предположим, что среда обладает отрицательной дисперсией групповой задержки. В этом случае импульс све-

та при распространении в такой среде (как показано в приложении Г) стремится приобрести мгновенный частотный чирп, линейно зависящий от времени.¹ Таким образом, оба эффекта стремятся перекрыть друг друга, и можно было бы ожидать, что при подходящих условиях фазовая самомодуляция могла бы полностью компенсировать эффект, обусловленный дисперсией всего импульса. Представленная интуитивная картина подтверждается подробными вычислениями, рассмотренными в работе [27]. Действительно, если импульс распространяется в среде с оптическим эффектом Керра и отрицательной дисперсией групповой скорости (такой как кремниевое оптоволокно при $\lambda > 1300$ нм), распространение импульса с учетом фазовой самомодуляции описывается нелинейным волновым уравнением, которое допускает решение в виде импульса, распространяющегося без искажения. Оказывается, что временная зависимость соот-

ветствующего электрического поля для решений низшего порядка описывается функцией гиперболического секанса (или $A(t') \propto \text{sech}(t'/\tau_p)$), т. е., как показано выше, импульс является нечирпированным (без смещения частоты), и в результате взаимной компенсации фазовой самомодуляции и дисперсии групповой скорости *весь* импульс распространяется без искажения. Эти решения называются «одиночными» (солитонными) решениями нелинейного волнового уравнения, или *солитонами*. Одним из наиболее интересных свойств решения низшего порядка является соотношение между шириной импульса $\Delta\tau_p$ (на полувысоте) и пиковой мощностью импульса P_p [27]:

$$\Delta\tau_p^2 = \frac{3,11 |b_2|}{\gamma P_p}, \quad (8.6.40)$$

где $b_2 = (d^2\beta/d\omega^2)_{\omega_L}$, $\gamma = n_2\omega_L/cA_{eff}$, и A_{eff} — эффективная площадь пучка ($A_{eff} = \pi w^2$ для гауссова пучка с перетяжкой w). Также можно показать, что $\gamma/2$ — это просто нелинейный фазовый сдвиг на единицу длины и на единицу пиковой мощности (см. также (8.6.38)).

¹ Можно показать, что спектр импульса должен сохраняться во время прохождения импульса через пассивную среду, такую как диспергирующая среда, рассматриваемая здесь. Тем не менее, в такой среде импульс уширяется при распространении (см. (8.6.23)) и спектральный вклад, возникающий из-за конечности длительности импульса, уменьшается. Тогда следует, что импульс должен получить соответствующую частотную модуляцию, чтобы сохранить спектр неизменным.

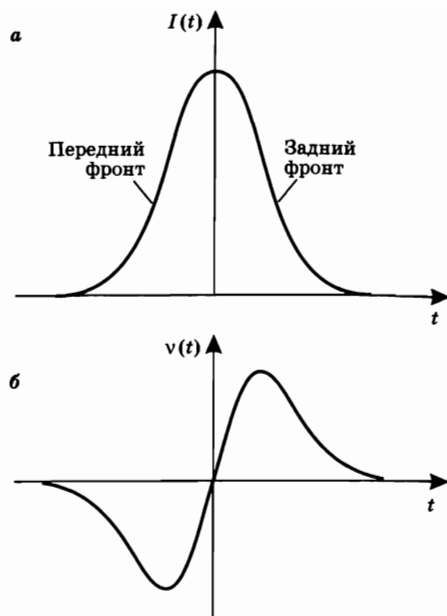


Рис. 8.27
Явление фазовой самомодуляции. Зависимость частоты импульса от времени (б) при распространении импульса колоколообразной формы (а) в среде, проявляющей оптический эффект Керра

Теперь можно рассмотреть вопрос о том, может ли солитон образоваться в лазерном резонаторе с синхронизацией мод, содержащем среду, обладающую оптическим эффектом Керра и полностью отрицательной дисперсией групповой задержки. Ответом на этот вопрос является то, что солитонные решения являются неустойчивыми в резонаторе лазера с синхронизацией мод [28], но могут стать устойчивыми с помощью некоторого механизма нелинейных потерь, вызывающего амплитудную самомодуляцию (см. рис. 8.22 или 8.24). В этом случае, если пренебречь уширением импульса вследствие конечности ширины линии усиления, а также дисперсией высшего порядка, получается приблизительно устойчивое решение, которое эквивалентно распространению классического солитона в оптическом волокне с аномальной дисперсией. В частности, согласно (8.6.40) длительность импульса оказывается обратно пропорциональной энергии импульса E ($E \cong 2,27P_p\Delta\tau_p$) и описывается выражением:

$$\Delta\tau_p = \frac{3,53 |\phi''|}{\delta E}, \quad (8.6.41)$$

где ϕ'' — дисперсия групповой задержки за полный проход резонатора и δ — нелинейный набег фазы за полный проход резонатора на единицу мощности в керровской среде. Набег фазы определяется как $\delta = \gamma l_K$, где l_K — длина керровской среды. Из выражения (8.6.41), положив $\phi'' = -200 \text{ фс}^2$, $\delta \approx 10^{-6} \text{ Вт}^{-1}$ и $E \approx 50 \text{ нДж}$ (что соответствует Ti:Sa лазеру с синхронизацией мод), получаем $\Delta\tau_p \cong 14 \text{ фс}$. В действительности солитоны наблюдались и в Ti:Sa лазере с синхронизацией мод, и в лазере на красителе (также с синхронизацией мод) при тщательной подстройке параметров лазера [29, 30]. В обоих случаях синхронизация мод использовалась в качестве механизма амплитудной самомодуляции, аналогичного тому, который возникает при керровской синхронизации мод или при совмещении медленного насыщающегося поглотителя с динамическим насыщением усиления. В обоих случаях могут быть получены очень короткие импульсы (10–20 фс) либо в чисто солитонном режиме, либо при комбинированном сочетании вместе с уширением импульса, обусловленным конечностью ширины линии усиления. Также важно отметить, что очень короткие импульсы синхронизации мод (~100 фс) были получены с помощью механизма солитонного типа даже с элементами, дающими намного более медленное «временное окно» полного усиления (например, полупроводниковые насыщающиеся поглотители с пикосекундным временем релаксации) [31]. В этом случае элемент для синхронизации мод только помогает стабилизировать солитон, в то время как длительность импульса, по существу, определяется выражением (8.6.41) для солитона.

8.6.5. РЕЖИМЫ СИНХРОНИЗАЦИИ МОД И СИСТЕМЫ СИНХРОНИЗАЦИИ МОД

Лазеры с синхронизацией мод могут работать с импульсной или непрерывной накачкой, и в зависимости от типа «синхронизирующих» элементов и типа используемой усиливающей среды режимы синхронизации мод могут довольно сильно отличаться. В этом разделе будут кратко рассмотрены несколько примеров.

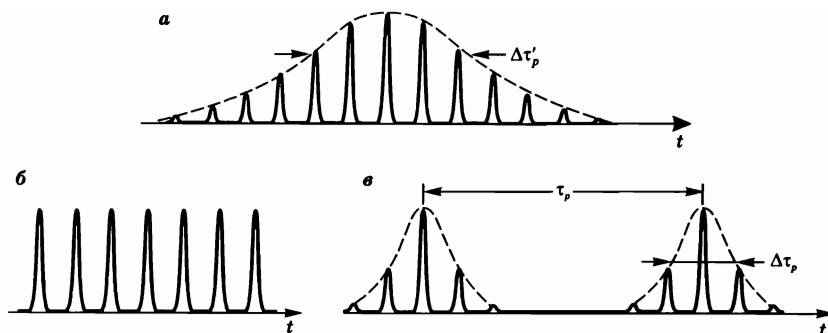


Рис. 8.28
Различные режимы синхронизации мод:

а) синхронизация мод с импульсной накачкой; б) непрерывная синхронизация мод с непрерывной накачкой; в) синхронизация мод с непрерывной накачкой и быстрым насыщающимся поглотителем, демонстрирующая одновременное возникновение синхронизации мод и периодической модуляции добротности.

В импульсном режиме (рис. 8.28а) временной интервал $\Delta\tau'_p$ огибающей волнового пакета имеет конечное значение, которое зависит от соответствующего метода синхронизации мод. Как уже обсуждалось в разделе 8.6.3.1, синхронизация мод с активной амплитудной и фазовой модуляцией обычно достигается посредством ячейки Поккельса, обеспечивающей электрооптическую амплитудную или фазовую модуляцию соответственно, и в этом случае величина $\Delta\tau'_p$ главным образом определяется длительностью импульса накачки. Например, это происходит в активной среде с малым временем восстановления (τ примерно несколько наносекунд; например, лазер на красителе), которая не может работать в режиме модуляции добротности. В этом случае $\Delta\tau'_p$ обычно составляет несколько десятков микросекунд. Пассивная синхронизация мод обычно достигается с помощью быстрого (несколько десятков пикосекунд) насыщающегося поглотителя — раствора красителя, и для активной среды с большим временем восстановления (τ — примерно несколько сотен микросекунд; например, твердотельные лазеры) наличие насыщающегося поглотителя приводит не только к синхронизации мод, но и к режиму модуляции добротности. В этом случае длительность $\Delta\tau'_p$ волнового пакета в режиме синхронизации мод определяется исходя из тех же соображений, что и длительность импульса в режиме модуляции добротности $\Delta\tau_p$ (обычно несколько десятков наносекунд, см. раздел 8.4.4). Отметим, что при использовании медленно насыщающегося поглотителя (τ — порядка нескольких наносекунд) в медленной усиливающей среде,¹ благодаря механизму,

¹ Необходимо отметить, что здесь используются понятия «медленный» и «быстрый» в отношении времени восстановления отдельно для случаев поглотителя и усиливающей среды. Время восстановления насыщающегося поглотителя считается медленным, если его значение (обычно несколько наносекунд) сравнимо с обычным временем полного прохода резонатора. Это время жизни характерно для поглотителей, чья релаксация определяется спонтанным излучением по типу переходов, разрешенных в электро-дипольном приближении. Время восстановления считается быстрым (несколько пикосекунд или короче), если оно сравнимо с обычной длительностью импульса с синхронизацией мод. Для сравнения, время жизни усиливающей среды считается быстрым, если оно сравнимо со временем полного прохода резонатора. Это происходит в лазерных переходах, разрешенных в электро-дипольном приближении. Время жизни усиливающей среды считается медленным, если оно соответствует переходу, запрещенному в электро-дипольном приближении.

изложенному в разделе 8.4.2.4, пассивная модуляция добротности с селекцией частоты будет происходить «более активно», чем синхронизация мод.

В случае активной синхронизации мод и непрерывной накачки выходной пучок состоит из непрерывного цуга импульсов с синхронизацией мод (рис. 8.28б), частота повторения которых зависит от того, используется режим синхронизации мод на основной частоте или синхронизация мод в режиме гармоник (см. рис. 8.19). Как уже обсуждалось в разделе 8.6.3.1, в этом случае активная синхронизация мод обычно достигается с помощью акусто-оптического модулятора, потому что потери в нем меньше, чем в модуляторе на ячейке Поккельса. Непрерывную пассивную синхронизацию мод с помощью медленного насыщающегося поглотителя можно достигнуть, используя медленный насыщающийся поглотитель вместе с быстрой усиливающей средой (а именно — лазеры на красителе). Также непрерывный режим пассивной синхронизации мод можно получить с нелинейными элементами с «быстрыми» нелинейными потерями (такими, как быстрый насыщающийся поглотитель или нелинейные элементы с линзой Керра). Тем не менее, при использовании последних вместе с медленной усиливающей средой (твердотельная среда) необходимо проверить отсутствие одновременного появления режима модуляции добротности [32]. Если этой ситуации не удалось избежать, система может работать в режиме периодической модуляции добротности вместе с синхронизацией мод (рис. 8.28в) или в режиме периодической модуляции добротности без синхронизации мод. В обоих случаях длительность импульса в режиме модуляции добротности Δt_p , а также частота повторения импульса в режиме модуляции добротности $1/\tau_p$ (см. рис. 8.28в) определяются динамикой процесса модуляции добротности.

Огромное количество лазеров работают как с активной, так и с пассивной синхронизацией мод. Сюда можно отнести многие газовые лазеры (например, He-Ne лазер, аргонный лазер и CO_2 лазер), а также все широко используемые твердотельные лазеры, многие полупроводниковые лазеры и лазеры на красителях. В качестве примера в табл. 8.1 приведены наиболее широко используемые среды, позволяющие получить пикосекундные и наносекундные лазерные импульсы в непрерывном режиме с синхронизацией мод, а также соответствующие значения ширины линии усиления $\Delta\nu_0$, максимального сечения вынужденного излучения σ и времени жизни верхнего лазерного уровня τ . Также в таблице приведены значения самой короткой длительности импульса Δt_p , когда-либо достигнутой, а также минимальной длительности импульса $\Delta t_{mp} \approx 0,44/\Delta\nu_0$, которую можно, в принципе, достигнуть в каждом конкретном лазере. Следует помнить, что согласно выражению (7.3.12) пороговая мощность накачки обратно пропорциональна произведению $\sigma\tau$. Поэтому для заданной усиливающей среды можно выбрать величину $1/\sigma\tau$ в качестве меры для получения наименьшего порога, в то время как величина $1/\Delta\nu_0$ представляет собой количественное выражение или меру при получении кратчайшей длительности импульса. Следует отметить, что поскольку $\sigma \propto 1/\Delta\nu_0$, возможность лазера вырабатывать более короткие импульсы сопровождается более высоким порогом генерации. Также лазеры с синхронизацией мод весьма и весьма существенно различаются по конфигура-

Наиболее известные среды, обеспечивающие пикосекундные и фемтосекундные лазерные импульсы, вместе с соответствующими значениями

Активная среда	$\Delta\nu$	$\sigma [10^{-2} \text{ см}^2]$	$\tau [\text{мкс}]$	$\Delta\tau$	$\Delta\tau_m$
Nd:YAG $\lambda = 1,064 \text{ мкм}$	135 ГГц	28	230	5 пс	3,3 пс
Nd:YLF $\lambda = 1,047 \text{ мкм}$	390 ГГц	19	450	2 пс	1,1 пс
Nd:YVO ₄ $\lambda = 1,064 \text{ мкм}$	338 ГГц	76	98	< 10 пс	1,3 пс
Nd:стекло $\lambda = 1,054 \text{ мкм}$	8 ТГц	4,1	350	60 фс	55 фс
Родамин 6G $\lambda = 570 \text{ нм}$	45 ТГц	$2 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^{-3}$	27 фс	10 фс
Cr:LISAF $\lambda = 850 \text{ нм}$	57 ТГц	4,8	67	18 фс	8 фс
Ti:сапфир $\lambda = 850 \text{ нм}$	100 ТГц	38	3,9	6–8 фс	4,4 фс

Примечание: 2-я колонка — ширина линии усиления $\Delta\nu$; 3-я колонка — максимальное сечение вынужденного излучения σ ; 4-я колонка — время жизни верхнего состояния τ ; 5-я колонка — самая короткая длительность импульса $\Delta\tau_p$, полученная экспериментально; 6-я колонка — кратчайшая длительность импульса $\Delta\tau_{tr}$, достигаемая для лазера данного типа.

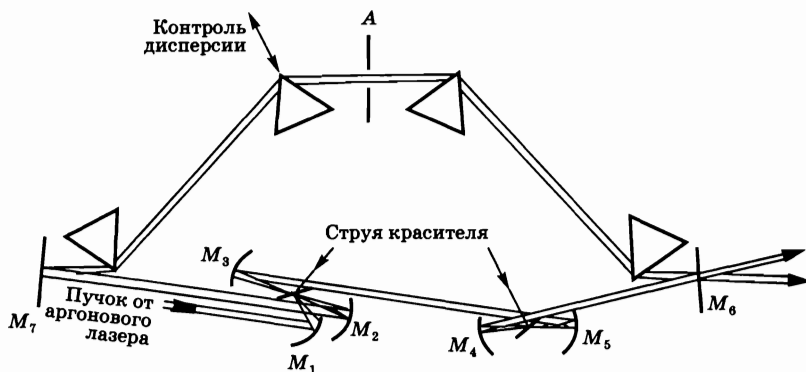


Рис. 8.29

Установка для синхронизации мод, использующая сталкивающиеся импульсы в кольцевом лазере на красителе и включающая в себя двупризмные пары для контроля дисперсии

дии, и целью этой книги не является подробное перечисление и описание этих различных систем. Поэтому здесь будут рассмотрены только два наиболее значимых и наиболее современных примера фемтосекундных лазеров: 1) лазер на красителе родамин 6G с синхронизацией мод на сталкивающихся пучках; 2) Ti:Sa лазер с керровой синхронизацией мод (KLM лазер).

В лазере с синхронизацией мод на красителе родамин 6G (рис. 8.29) используется кольцевой резонатор, в котором активная среда, расположенная в перетяжке пучка между двумя фокусирующими зеркалами M_2 и M_3 , состоит из раствора родамина 6G в этиленгликоле, протекающего в виде струи ортогонально плоскости рисунка. Лазер работает в режиме пассивной

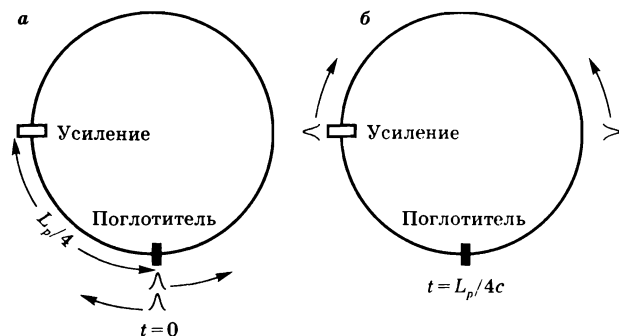


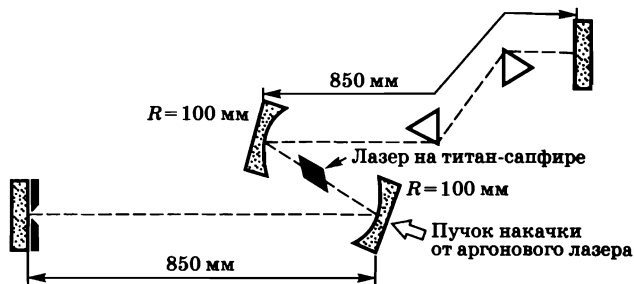
Рис. 8.30
Схематическое представление
кольцевого лазера на
красителе с синхронизацией
мод на сталкивающихся
импульсах:

а) момент времени $t = 0$, когда два распространяющихся навстречу друг другу импульса встречаются (сталкиваются) в месте расположения насыщающегося поглотителя; б) момент времени $t = L_p/4c$, где L_p — длина периметра кольца, когда один импульс проходит через усиливающую среду на красителе.

синхронизации мод с использованием медленного насыщающегося поглотителя, который расположен в перетяжке пучка между двумя фокусирующими зеркалами M_4 и M_5 и состоит из раствора *DODCI* в этиленгликоле, так же протекающего в виде струи ортогонально плоскости рисунка [33]. Активная среда почти продольно накачивается пучком от непрерывного аргонового лазера, который фокусируется на потоке струи зеркалом M_1 . Кольцевая конфигурация приводит к генерации двух противоположно распространяющихся фемтосекундных лазерных импульсов, которые каждый раз встречаются (т. е. сталкиваются) в месте расположения струи насыщающегося поглотителя. Благодаря образованию стоячей волны в насыщающемся поглотителе, насыщение поглотителя увеличивается, и пиковое полное усиление возрастает (рис. 8.24). Два импульса встречаются на отрезке времени, который разделен интервалом L_p/c , где L_p — периметр кольца. Струя родамина 6G расположена на расстоянии $L_p/4$ от насыщающегося поглотителя. Как можно видеть из рис. 8.30, это приводит к тому, что все одиночные импульсы, которые проходят через родамин 6G, будут равноудалены по времени на величину $L_p/2c$. Эта симметрия дает равенство насыщенного усиления родамина 6G для этих двух импульсов, таким образом обеспечивая лучшую синхронизацию мод. Чтобы контролировать дисперсию групповой задержки резонатора, в кольцевую схему вводится последовательность из четырех призм (рис. 8.26). В этом случае с полной минимизацией дисперсии групповой задержки могут быть получены импульсы порядка ~ 50 фс. При специальных условиях генерации синхронизация мод может быть улучшена с помощью механизмов солитонного типа, таких как явление фазовой самомодуляции внутри струй, и при требуемом значении отрицательной дисперсии групповой задержки системы из четырех призм [30]. В этом режиме работы были получены импульсы до 27 фс (самые короткие для лазеров на красителе с синхронизацией мод).

В Ti:Sa лазере с керровской синхронизацией мод (в z -образном линейном резонаторе) 10-миллиметровая пластинка из Ti:Sa продольно прокачивается сфокусированным пучком аргонового лазера (рис. 8.31). Керровская синхронизация мод (см. рис. 8.23) достигается за счет использования оптической керровской линзы, возникающей в сапфировой пластинке с соответствующей апертурой, расположенной на одном из концов резонатора. Для получения наибольшего значения керровской нелинейности, такого, чтобы лазер мог работать в режиме «самостарта», оба плеча z -образного резонатора долж-

Рис. 8.31
Установка для получения керровской синхронизации мод в лазере на титан-сапфире, использующая симметричный z-образный линейный резонатор и одну пару призм для контроля дисперсии



ны быть равной длины [34]. Последовательность двух призм (т. е. только первая половина четырехпризменной системы на рис. 8.26) используется для контроля дисперсии групповой задержки. При оптимальных условиях генерации, когда последовательность двух призм компенсирует положительную дисперсию групповой задержки сапфира, в таком лазере можно получить импульсы с длительностью до 30 фс. При уменьшении толщины сапфира до ~2 мм можно уменьшить положительную дисперсию групповой задержки активной среды до достаточно малого значения, которое можно компенсировать отрицательной дисперсией внутрирезонаторного чирп-зеркала в многопроходной конфигурации [35]. В этом методе проблема дисперсии третьего порядка в резонаторе резко уменьшается, и в результате получаются импульсы с рекордной длительностью — до 6–8 фс [35, 36].

8.7. РАЗГРУЗКА РЕЗОНАТОРА

Техника разгрузки резонатора [37] позволяет вывести накопленную в лазере электромагнитную энергию (в виде фотонов) за время, равное времени полного прохода резонатора. Принцип действия данного метода можно рассмотреть с помощью рис. 8.32, где резонатор лазера предполагается выполненным в виде двух глухих зеркал, и выходная мощность отводится с помощью специального «ответвителя». Отражающая способность $R = R(t)$ такого выходного устройства до какого-то момента времени равна нулю, после чего в определенный момент времени отражающая способность мгновенно переключается до значения 100%. Таким образом, это устройство будет разгружать резонатор при каждом полном проходе, какой бы ни была мощность, циркулирующая в резонаторе. С другой стороны, если отражающая способность ответвителя переключается до значения меньшего, чем 100%, устройство разгрузки резонатора все еще будет корректно работать, при условии, что отражающая способность ответвителя после переключения будет сохраняться на достаточно высоком уровне в течение времени, равного времени полного прохода резонатора, и потом

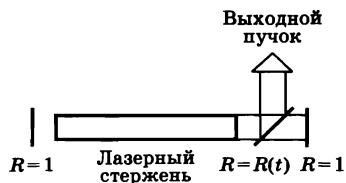


Рис. 8.32
Схема устройства разгрузки резонатора лазера

возвратится к нулевому значению. Главным преимуществом такого способа разгрузки резонатора является возможность его использования в различных типах лазеров, например в лазере с синхронизацией мод, в непрерывном лазере или лазере в режиме модуляции добротности. Ниже будет рассмотрен случай разгрузки резонатора лазера в режиме синхронизации мод, поскольку это один из тех случаев, где разгрузка резонатора наиболее часто применяется на практике.

В импульсных лазерах с синхронизацией мод разгрузка резонатора производится в тот момент, когда импульс синхронизации внутри резонатора достигает максимального значения (см. рис. 8.28а). В этом случае из резонатора лазера выходит одиночный сверхкороткий импульс высокой интенсивности. Этот тип разгрузки зачастую реализуют с применением электрооптического модулятора на ячейке Поккельса в конфигурации, которая аналогична схеме модуляции добротности (см. рис. 8.5а). В этом случае отраженный от поляризатора пучок используется как выходной, и для того чтобы получить переключение со 100-процентным отражением, напряжение на ячейке Поккельса переключается от нуля до «четвертьволнового» напряжения в тот момент времени, когда требуется разгрузка резонатора.

Для непрерывного лазера с синхронизацией мод техника разгрузки резонатора может быть использована периодически, чтобы получить последовательность сверхкоротких импульсов, частота повторения которых теперь определяется скорее частотой повторения механизма разгрузки резонатора, чем частотой повторения в режиме синхронизации мод (например, $\nu = c/2L$ для синхронизации мод в режиме основной частоты). Если эта частота достаточно мала (обычно лежит в интервале между 100 кГц и 1 МГц), то соответствующий временной интервал между двумя «удачными» событиями разгрузки резонатора (1–10 мкс) оказывается достаточно

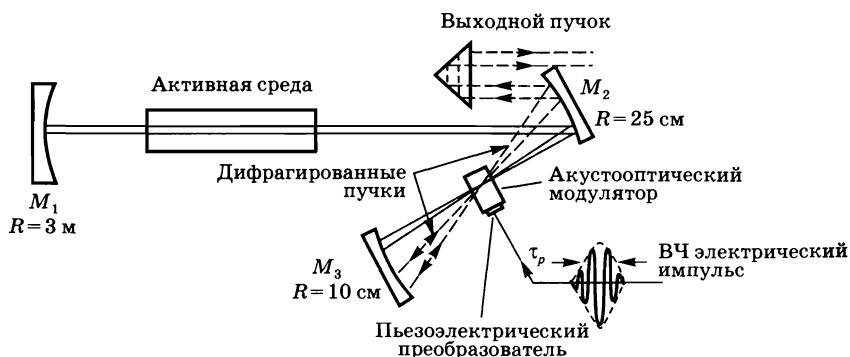


Рис. 8.33

Типичная схема устройства разгрузки резонатора в лазере с непрерывной накачкой (например, от Nd:YAG или Ag⁺ лазера):

зеркала M_1 – M_3 обладают номинальным 100-процентным отражением на длине волны генерации. Пунктирными линиями показаны пучки, дифрагирующие на модуляторе. Для разгрузки резонатора лазера, работающего в режиме синхронизации мод, на одном из концов резонатора (например, вблизи зеркала M_1) помещается устройство для синхронизации мод.

большим, чтобы синхронизация мод полностью восстановилась. Таким образом, метод периодической разгрузки резонатора позволяет получить пакет сверхкоротких импульсов с много меньшей частотой повторения, и поэтому с много большей пиковой мощностью, которую импульсы приобретают в режиме обычной синхронизации мод. Очень часто эти два способа используются в некоторых приложениях, где применяются сверхкороткие импульсы.

Следует отметить, что если эффективность выходного устройства (ответвителя) оказывается меньше 100%, то необходимо включать и выключать это устройство таким образом, чтобы момент включения совпадал со временем полного прохода резонатора. В этом случае уменьшенный по амплитуде импульс синхронизации мод сохранится в резонаторе после разгрузки, и поскольку синхронизация мод не может начаться снова из-за спонтанных шумов, система будет работать в более надежном режиме. Зачастую, из-за более низких потерь, для разгрузки резонатора используется акустооптический ответвитель. Он состоит из акустооптического модулятора, работающего в брегговском режиме и в режиме бегущей волны, когда дифрагированный пучок выступает в качестве выходного. Схема такого устройства представлена на рис. 8.33. Она отличается от схемы модуляции добротности, рассмотренной на рис. 8.7а, по трем основным аспектам:

1. Высокочастотный генератор, который управляет пьезоэлектрическим преобразователем, теперь работает на гораздо большей частоте (например, $\nu = 380$ МГц). Выходная мощность выводится таким образом, что огибающая высокочастотного сигнала является импульсом с длительностью τ_p , равной времени полного прохода резонатора (например, $\tau_p = 10$ нс). Поэтому разгрузка резонатора происходит в тот момент времени, когда результирующий акустический импульс взаимодействует с пучком резонатора. Поэтому этот импульс должен быть синхронизован с циркулирующим импульсом синхронизации мод таким образом, чтобы оба импульса встречались в модуляторе. Следует отметить, что необходимость использования высокой несущей частоты преследует две цели: возможность амплитудной модуляции короткими импульсами ($\tau_p = 10$ нс) и получение большого значения дифракционного угла θ_d . Действительно, поскольку $\theta_d = \lambda/\lambda_a$, где λ_a — акустическая длина волны, угол дифракции линейно возрастает с увеличением несущей частоты.

2. В модуляторе пучок фокусируется в пятно очень малого размера. Длительность импульса разгрузки резонатора на самом деле определяется не только длительностью акустического импульса, но и временем прохода этого импульса через сфокусированный лазерный пучок. Например, взяв диаметр пучка $d = 50$ мкм и скорость звука $v = 3.76 \cdot 10^5$ см/с (скорость волны сдвига в плавленом кварце), получаем $t = d/v = 13,3$ нс.

3. Циркулирующий и дифрагированный лазерные импульсы дважды взаимодействуют с акустическим импульсом внутри модулятора. Это достигается с помощью зеркала M_3 , которое также перефокусирует рассеянный пучок назад в модулятор. В этом случае может быть получена высокая дифракционная эффективность (~70%).

8.8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой главе было рассмотрено несколько примеров лазеров, работающих в нестационарном режиме. В общем смысле, эти случаи можно объединить в две категории:

1. Нестационарные режимы работы лазера на временах, заметно больших, чем время полного прохода резонатора. Сюда входят такие явления, как релаксационные колебания, модуляция добротности и модуляция усиления. В этом случае, в первую очередь, можно описать лазерный свет в резонаторе как полное число фотонов более или менее однородно заполняющих резонатор и «эволюционирующих» во времени согласно рассмотренной динамике.

2. Нестационарные режимы работы лазера на временах заметно меньших или, что еще чаще, много меньших времени полного прохода резонатора. Эта категория включает все случаи синхронизации мод, которые интересны с практической точки зрения, а также некоторые методы разгрузки резонатора. В этом случае лазерный свет в резонаторе можно описать как световой импульс, распространяющийся в резонаторе «туда» и «обратно».

Для обоих нестационарных режимов, а особенно для режимов модуляции добротности и синхронизации мод, представлены и рассмотрены несколько методов достижения требуемого режима. В процессе этого рассмотрения были описаны и охарактеризованы несколько новых физических явлений, включая взаимодействие света со звуковыми волнами, распространение импульса в диспергирующей среде, а также некоторые нелинейно-оптические явления, такие как фазовая самомодуляция, самофокусировка и образование солитонов. Таким образом, в рамках данной главы были получены некоторые новые представления о взаимодействии света с веществом, особенно при нестационарных условиях.

Материал, изложенный в данной главе, был дан с некоторыми ограничениями. Здесь не рассматривались простейшие аналитические выкладки, поскольку целью главы являлось более глубокое понимание физики рассматриваемых сложных явлений. В частности, в главе были опущены некоторые тонкости, связанные с пространственными изменениями интенсивности лазерного пучка и скорости накачки (например, изменение поперечного профиля пучка), поскольку они существенно усложняют картину восприятия. Таким образом, изложенный в главе материал представляет минимальную базу знаний, которая, по мнению автора, необходима для всестороннего и сбалансированного понимания механизмов работы лазера в нестационарном режиме.

ЗАДАЧИ

- 8.1. Рассчитайте ожидаемый порог генерации, выходную энергию и длительность импульса (при $E_{in} = 10$ Дж) для Nd:YAG лазера в режиме модуляции добротности, схема которого представлена на рис. 8.12, если коэффициент пропускания выходного зеркала будет уменьшен до 20%.
- 8.2. В ячейке Поккельса с «продольной конфигурацией» величина двулучепреломления $\Delta n = n_x - n_y$, возникающего в случае приложения к ячейке постоянного (продольного) напряжения V , равна $\Delta n = n_o^3 r_{63} V / L$

где n_o — (обыкновенный) показатель преломления, L' — длина кристалла в ячейке и r_{63} — соответствующая электрооптическая постоянная нелинейного кристалла. Выведите выражение для напряжения, которое необходимо приложить к ячейке Поக்கельса, чтобы система «поляризатор — ячейка Поக்கельса», показанная на рис. 8.5а, находилась в закрытом положении.

- 8.3. В случае ячейки Поக்கельса, изготовленной из кристалла KD_2PO_4 (дейтерированный дигидрофосфат калия, называемый также KD^*P), при $\lambda = 1,06$ мкм имеем $r_{63} = 26,4 \cdot 10^{-12}$ м/В и $n_o = 1,51$. Используя выражение, полученное в задаче 8.2, вычислите напряжение, которое необходимо приложить к ячейке, чтобы система находилась в закрытом положении.
- 8.4. Мощность накачки Nd:YAG лазера, показанного на рис. 7.4 и 7.5, составляет $P_{in} = 10$ кВт, а добротность его резонатора модулируется с частотой повторения 10 кГц с помощью акустооптического модулятора (предполагается, что потери, связанные с наличием такого модулятора внутри резонатора, пренебрежимо малы). Вычислите выходную энергию, длительность импульса, а также максимальную и среднюю мощности лазера.
- 8.5. Получите выражения для выходной энергии и длительности импульса в квазитрехуровневом лазере с модуляцией добротности.
- 8.6. Пучок He-Ne лазера с длиной волны $\lambda = 632,8$ нм (для воздуха) отражается акустооптическим модулятором (изготовленным из материала $LiNbO_3$), работающим в брэгговском режиме на частоте 1 ГГц (это максимальная частота акустических колебаний, при которой в $LiNbO_3$ не возникают чрезмерные потери). Принимая скорость звука в материале $LiNbO_3$ равной $7,4 \cdot 10^5$ см/с, а показатель преломления равным $n = 2,3$, вычислите угол, на который можно отклонить пучок.
- 8.7. Рассмотрим лазер на красителе (родамин 6G), поперечно накачиваемый азотным лазером атмосферного давления (см. главу 9) с длительностью импульса t_p , достаточно короткой для того, чтобы лазер работал в режиме модуляции усиления. Допустим, что: 1) краситель растворен в этаноле ($n = 1,36$); 2) ячейка с красителем длиной $l = 5$ мм по всей длине накачивается сфокусированным пучком азотного лазера; 3) область накачки имеет круглое сечение диаметром $D = 50$ мкм; 4) оба зеркала резонатора прикреплены непосредственно к концам ячейки с красителем (т. е., $L \approx l$); при этом одно зеркало является абсолютно отражающим, а другое имеет коэффициент пропускания по мощности равный 50%; 5) все остальные потери в резонаторе пренебрежимо малы; 6) эффективное сечение вынужденного излучения на длине волны $\lambda = 570$ нм составляет $\sigma_e = 2 \cdot 10^{-16}$ см²; 7) длительность прямоугольного импульса накачки t_p много меньше времени жизни верхнего состояния в растворе родамина 6G ($\tau \approx 5$ нс). Примем также,

что амплитуда накачки такова, что максимальное значение инверсии в 4 раза превышает пороговое значение. Найдите: а) время достижения порога генерации; б) зависимость полного коэффициента усиления от времени; в) зависимость от времени числа фотонов (пренебрегая насыщением усиления); г) длительность импульса накачки t_p , при которой в конце этого импульса число фотонов достигнет значения $\phi_p/20$, где максимальное значение ϕ_p вычисляется при условии «быстрого переключения» добротности.

- 8.8. Выведите выражение (8.6.6).
- 8.9. Допустим, что соотношение фаз описывается выражением (8.6.13). Покажите, что результирующее электрическое поле импульса может быть записано в виде (8.6.14), и вычислите значения α и β как функции величин $\Delta\omega_L$ и ϕ_2 .
- 8.10. Ширина линии генерации He-Ne лазера с синхронизацией мод, измеренная на половине высоты, равна 1 ГГц, межмодовое расстояние составляет 150 МГц, а огибающая спектра близка к гауссовой функции. Вычислите длительность выходных импульсов и частоту их повторения для случая синхронизации мод в режиме основной частоты.
- 8.11. Предположим, что соотношение фаз между последовательными модами таково: $\phi_{l+1} - \phi_l = \phi_l - \phi_{l-1} + \pi$, а спектральная амплитуда постоянна для $2n$ мод. Покажите, что частота повторения импульсов равна $2\Delta\nu$, где $\Delta\nu = c/2L$ (случай синхронизации мод в режиме второй гармоники). [Указание: пронумеруйте моды индексами $l = 0, 1, 2, \dots$, начиная с моды с минимальной частотой, и покажите, что справедливо соотношение $\phi_l = l\phi$, где ϕ постоянна для четного l , а для нечетного l $\phi_l = l\phi + (\pi/2)$. Затем рассмотрите отдельно суммы по четным и нечетным индексам и покажите, что они соответствуют возникновению двух промежуточных последовательностей импульсов с синхронизацией мод.]
- 8.12. Докажите справедливость выражения (8.6.16).
- 8.13. Предполагая, что лазер, изображенный на рис. 8.16а, имеет однородный спектр излучения на выходе, вычислите отношение максимальной мощности лазера для фундаментального режима синхронизации мод (режим основной частоты) к средней мощности в случае, когда фазы мод случайны.
- 8.14. Плотность вероятности p_I (т. е. когда $p_I dI$ представляет собой элементарную вероятность того, что измеренная интенсивность пучка находится в пределах между I и $I + dI$) для случайного шума, зависимость которого от времени изображена на рис. 8.15, имеет вид $p_I \propto \exp(-I/I_0)$ (см. также рис. 11.11б). Вычислите среднюю интенсивность пучка и вероятность того, что измеренная интенсивность пучка превысит значение $2I_0$.
- 8.15. При замене суммирования по всем модам в выражении (8.6.10) на интегрирование теряется важная характеристика выходного пучка. Что это за характеристика?

- 8.16. Рассмотрим лазер на Ti:сапфире с KLM-синхронизацией мод (т. е. с синхронизацией за счет линз Керра). В соответствии с (8.6.20) предположим, что потери резонатора за двукратный проход равны $2\gamma_t = 2\gamma - kP$, где P — максимальная мощность лазера внутри резонатора, а нелинейный коэффициент потерь k , в соответствии с механизмом KLM-синхронизации мод, принимается равным примерно $5 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}^{-1}$. Пусть насыщенное усиление за двукратный проход равно $2g'_0 \approx 0,1$, ширина линии усиления составляет 100 ТГц, а энергия внутри резонатора лазера $W = 40 \text{ нДж}$. Вычислите длительность импульса, которая может быть достигнута, если пренебречь дисперсией в резонаторе и эффектом фазовой самомодуляции.
- 8.17. Предположим, что дисперсия групповой скорости в кварце на длине волны $\lambda \approx 800 \text{ нм}$ составляет $50 \text{ фс}^2/\text{мм}$. Вычислите максимальную толщину кварцевой пластинки, сквозь которую может пройти первоначально нечирпированный (т. е. без смещения частоты) импульс длительностью 10 фс с гауссовым профилем, если длительность выходного импульса не должна превышать длительность входного импульса больше, чем на 20%.
- 8.18. Рассмотрим лазер на фосфатном стекле с неодимом. Пусть линия этого лазера однородно уширена до величины $\Delta\nu_0 \approx 6 \text{ ТГц}$. Принимая насыщенное усиление за двукратный проход равным 5%, а изменение потерь за двукратный проход, обусловленное механизмом амплитудной самомодуляции, равным 2%, вычислите ожидаемую ширину импульсов, полученных в результате синхронизации мод.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Statz and G. de Mars, Transients and Oscillation Pulses in Masers, in *Quantum Electronics*, ed. C. H. Townes (Columbia University Press, New York, 1960), p. 530.
2. R. Dunsmuir, Theory of Relaxation Oscillations in Optical Masers, *J. Electron. Control* **10**, 453–458 (1961).
3. D. F. Nelson and W. S. Boyle, A Continuously Operating Ruby Optical Maser, *Appl. Optics* **1**, 181 (1962).
4. N. B. Abraham, P. Mandel and L. M. Narducci, Dynamical Instabilities and Pulsations in Lasers, in *Progress in Optics* Vol. XXV, ed. by Emil Wolf (North-Holland, Amsterdam, 1988), pp. 3–167.
5. M. Sargent, M. O. Scully and W. E. Lamb, *Laser Physics* (Addison-Wesley, London, 1974).
6. C. L. Tang, H. Statz and G. de Mars, Spectral Output and Spiking Behavior of Solid-State Lasers, *J. Appl. Phys.* **34**, 2289–2295 (1963).
7. K. Otsuka *et al.*, Alternate Time Scale in Multimode Lasers, *Phys. Rev.*, **46**, 1692–1695 (1992).
8. R. W. Hellwarth, Control of Fluorescent Pulsations, in *Advances in Quantum Electronics* ed. by J. R. Singer (Columbia University Press, New York, 1961), pp. 334–341.
9. W. Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, 4th ed., Springer Series in Optical Sciences (Springer-Verlag, Berlin, 1996). Chap. 8.
10. A. Yariv, *Optical Electronics*, 4th ed. (Saunders College Publ., Fort Worth, 1991), Chap. 12. Ярув А. Введение в оптическую электронику. 2-е изд. М.: Высшая школа, 1983.

11. W. R. Sooy, The Natural Selection of Modes in a Passive Q-Switched Laser, *Appl. Phys. Lett.* **7**, 36–37 (1965).
12. W. G. Wagner and B. A. Lengyel, Evolution of the Giant Pulse in a Laser, *J. Appl. Phys.* **34**, 2040–2046 (1963).
13. W. Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, Vol. 1, Springer Series in Optical Sciences (Springer-Verlag, Berlin, 1976) Chap. 11, adapted from Fig. 11.23.
14. L. W. Caspersen, Analytical Modeling of Gain-Switched Lasers. I. Laser Oscillators, *J. Appl. Phys.*, **47**, 4555–4562 (1976).
15. A. E. Siegman, *Lasers*, (Oxford University Press, Oxford, 1986). Chap. 27 and 28.
16. Ref. [15], Sec. [27.5].
17. D. J. Kuizenga and A. E. Siegman, FM and AM Mode Locking of the Homogenous Laser. Part I: Theory, *IEEE J. Quantum Electr.* **QE-6**, 694–708 (1970).
18. H. Haus, A Theory of Forced Mode-Locking, *IEEE J. Quantum Electr.*, **QE-11**, 323–330 (1975).
19. H. Haus, Theory of Mode Locking with a Fast Saturable Absorber, *J. Appl. Phys.*, **46**, 3049–3058 (1975).
20. U. Keller, Ultrafast All-Solid-State Laser Technology, *Appl. Phys. B*, **58**, 347–363 (1994).
21. D. E. Spence, P. N. Kean, W. Sibbett, 60-fs Pulse Generation from a Self-mode-Locked Ti:Sapphire Laser, *Opt. Letters*, **16**, 42–44 (1991).
22. M. Piché, Beam Reshaping and Self-Mode-Locking in Nonlinear Laser Resonators, *Opt. Commun.*, **86**, 156–158 (1991).
23. G. H. C. New, Pulse Evolution in Mode-Locked Quasi-Continuous Lasers, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-10**, 115–124 (1974).
24. G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, 2nd ed. (Academic Press, San Diego 1995). Section 3.3. *Азрасал Г. Нелинейная волоконная оптика. М.: Мир, 1996.*
25. R. L. Fork, O. E. Martinez and J. P. Gordon, Negative Dispersion Using Pairs of Prisms, *Opt. Letters*, **9**, 150–152 (1984).
26. R. Szipucs, K. Ferencz, C. Spielmann, F. Krausz, Chirped Multilayer Coatings for Broadband Dispersion Control in Femtosecond Lasers, *Opt. Letters*, **19**, 201–203 (1994).
27. Ref. [26], Chap. [5].
28. H. A. Haus, J. G. Fujimoto, E. P. Ippen, Structures for Additive Pulse Mode Locking, *J. Opt. Soc. Am. B*, **8**, 2068–2076 (1991).
29. C. Spielmann, P. F. Curley, T. Brabec, F. Krausz, Ultrabroadband Femtosecond Lasers, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-30**, 1100–1114 (1994).
30. J. A. Valdmanis, R. L. Fork, J. P. Gordon, Generation of Optical Pulses as Short as 27 Femtosecond Directly from a Laser Balancing Self-Phase Modulation, Group-Velocity Dispersion, Saturable Absorption, and Gain Saturation, *Opt. Letters*, **10**, 131–133 (1985).
31. U. Keller *et. al*, Semiconductor Saturable Absorber Mirrors (SESAMs) for Femtosecond to Nanosecond Pulse Generation in Solid-State Lasers, *J. Select. Topics Quantum Electronics*, Dec. 1996.
32. H. A. Haus, Parameter Ranges for cw Passive Modelocking, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-12**, 169–176 (1976).
- 32a. F. X. Kärtner *et. al.*, Control of Solid-State Laser Dynamics by Semiconductor Devices, *Opt. Engineering*, **34**, 2024–2036 (1995).
33. R. L. Fork, I. Greene and C. V. Shank, Generation of Optical Pulses Shorter than 0.1 ps by Colliding Pulse Mode Locking, *Appl. Phys. Letters*, **38**, 671–672 (1991).
34. G. Cerullo, S. De Silvestri, V. Magni, Self-Starting Kerr Lens Mode-Locking of a Ti:Sapphire Laser, *Opt. Letters*, **19**, 1040–1042 (1994).
35. A. Stingl, M. Lenzner, Ch. Spielmann, F. Krausz, R. Szipucs, Sub-10-fs Mirror-Controlled Ti:Sapphire Laser, *Opt. Letters*, **20**, 602–604 (1995).
36. I. D. Jung *et. al.*, Self-Starting 6.5-fs Pulses from a Ti:Sapphire Laser, *Opt. Letters*, **22**, 1009–1011 (1997).
37. Ref. [9], Sec. [8.6].
38. D. C. Hanna, B. Luther-Davies, R. C. Smith, Single Longitudinal Mode Selection of High Power Actively Q-Switched Lasers, *Opto-electronics*, **4**, 249–256 (1972).

ТВЕРДОТЕЛЬНЫЕ ЛАЗЕРЫ, ЛАЗЕРЫ НА КРАСИТЕЛЯХ И ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ЛАЗЕРЫ

9.1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящей главе будут рассмотрены наиболее важные типы лазеров, в которых активная среда является достаточно плотной. К таким лазерам можно отнести твердотельные лазеры, лазеры на красителях и полупроводниковые лазеры. Также будут подробно изучены те типы лазеров, которые наиболее широко используются и параметры которых характерны для целого класса лазеров. Главное внимание будет уделено физическим принципам, на которых основана работа лазеров, и их связи с общими физическими представлениями, рассмотренными в предыдущих главах. В обзор также будут включены и некоторые технические подробности, с единственной целью — обеспечить лучшее понимание физической сущности работы того или иного лазера. Для полноты картины и обобщения некоторых представлений о применениях лазеров будут описаны основные лазерные характеристики (например, длина волны генерации, выходная мощность, или энергия, возможность перестройки длины волны и т. д.). Описание каждого рассматриваемого лазера, после некоторого вводного описания, будет включать в себя наиболее обобщающие пункты: 1) основные уровни энергии; 2) механизмы возбуждения; 3) характеристики лазерных переходов; 4) технические детали лазерных систем; 5) характеристики выходного пучка; 6) применение.

9.2. ТВЕРДОТЕЛЬНЫЕ ЛАЗЕРЫ

Термин — твердотельный лазер — относится в основном к лазерам, активными центрами которых являются примесные ионы, введенные в прозрачную матрицу (кристалл или стекло). Полупроводниковые лазеры, поскольку они имеют

совсем другие механизмы накачки и генерации, будут рассмотрены в отдельном разделе.

Примесные ионы, которые используются в твердотельных лазерах, относятся к одной из групп переходных элементов периодической таблицы, особенно это касается ионов редкоземельных или переходных металлов. В качестве матричных кристаллов используются либо оксиды, например Al_2O_3 , либо фториды, например YLiF_4 (сокращенно YLF) [1]. Узел Al^{3+} кристаллической решетки очень мал для того, чтобы в нем мог разместиться ион редкоземельного элемента, и этот узел в основном используется для ионов переходных металлов. Для получения синтетических гранатов, таких как $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12} = (1/2)(3\text{Y}_2\text{O}_3 + 5\text{Al}_2\text{O}_3)$, зачастую используются подходящие комбинации оксидов, и в этом случае узел Al^{3+} может вместить ионы переходных металлов, тогда как узел Y^{3+} может использоваться для ионов редкоземельных элементов. К другим оксидам можно отнести кристалл YVO_4 для ионов Nd^{3+} и александрит для ионов Cr^{3+} . Среди фторидов в качестве матричных кристаллов для ионов редкоземельных элементов используется материал YLF, тогда как для переходных элементов (в основном для ионов Cr^{3+}) наиболее популярными являются материалы LiSrAlF_6 (сокращенно LiSAF) или LiCaAlF_6 (сокращенно LiCAF).

Сравнивая между собой оксиды и фториды, можно отметить, что первые, будучи более твердыми, имеют некоторые преимущества. В частности, они более предпочтительны в плане механических и термомеханических свойств (например, более высокий температурный порог разрушения). С другой стороны, фториды обладают лучшими термооптическими свойствами (например, менее выраженные наведенные тепловые линзы или наведенное двулучепреломление). Силикатные (на основе SiO_2) и фосфатные (на основе P_2O_5) стекла до сих пор применяются с ионами редкоземельных элементов. По сравнению с кристаллами, многие стекла имеют более низкую температуру плавления и, следовательно, они более просты и рентабельны в изготовлении. С другой стороны, стекла обладают значительно меньшей теплопроводностью (практически на порядок величины), что существенно ухудшает их термомеханические и термооптические свойства. Сравнивая различные типы стекол, можно отметить, что силикатные стекла имеют преимущества в плане термомеханических свойств перед фосфатными стеклами; в свою очередь, последние демонстрируют лучшие термооптические и нелинейные оптические свойства.

Общая электронная структура редкоземельных элементов, имеющая вид $4f^N 5s^2 5p^6 5d^0 6s^2$, представлена в табл. 9.1 для элементов Nd, Er, Yb, Tm и Ho. Для сравнения, в эту таблицу включен элемент Xe. Когда редкоземельный элемент помещается в матрицу, два $6s$ -электрона и один $4f$ -электрон обеспечивают ионную связь таким образом, что сам ион редкоземельного элемента становится трижды ионизированным (например, $N - 1 = 3$ для Nd^{3+}). После чего оставшиеся $N - 1$ электрона могут занимать различные состояния оболочки $4f$, формируя тем самым несколько энергетических уровней. На самом деле эти состояния расщепляются на подуровни вследствие трех типов взаимодействий, а именно: электростатического (кулоновского) взаимодей-

Электронные конфигурации некоторых редкоземельных и переходных металлов, представляющих интерес с точки зрения лазерных активных примесей

Атом	Электронная конфигурация	Атом	Электронная конфигурация
Аргон, Ar	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 2p^6$	Тулий, Tm	$[Xe] 4f^{13} 5d^0 6s^2$
Криптон, Kr	$[Ar] 3d^{10} 4s^2 4p^6$	Иттербий, Yb	$[Xe] 4f^{14} 5d^0 6s^2$
Ксенон, Xe	$[Kr] 4d^{10} 5s^2 5p^6$	Хром, Cr	$[Ar] 3d^5 4s^1$
Неодим, Nd	$[Xe] 4f^4 5d^0 6s^2$	Титан, Ti	$[Ar] 3d^2 4s^2$
Гольмий, Ho	$[Xe] 4f^{11} 5d^0 6s^2$	Кобальт, Co	$[Ar] 3d^7 4s^2$
Эрбий, Er	$[Xe] 4f^{12} 5d^0 6s^2$	Никель, Ni	$[Ar] 3d^8 4s^2$

Примечание: Также для справки представлена конфигурация элемента Хе.

ствия между $4f^{N-1}$ -электронами, спин-орбитального взаимодействия и влияния поля кристаллической решетки. Кулоновское взаимодействие является наиболее сильным из этих трех взаимодействий и расщепляет $4f$ -состояния на подуровни, разделенные интервалами энергий $\sim 10\,000\text{ см}^{-1}$. Спин-орбитальное взаимодействие дополнительно расщепляет каждый подуровень на полосы, разделенные интервалами энергий $\sim 3000\text{ см}^{-1}$. Поле кристаллической решетки вносит незначительное возмущение (ослабленное экранированием орбиталями $5s^2$ и $5p^6$), приводящее к дополнительному расщеплению каждого подуровня на полосы, разделенные интервалами 200 см^{-1} . Все основные линии поглощения и излучения обусловлены переходами между этими $4f$ -состояниями ($4f - 4f$ -переходы). Электрические дипольные переходы внутри оболочки $4f$ запрещены по четности, и в этом случае, для того чтобы описать влияние поля кристалла, приводящего к появлению малой вероятности перехода, необходимо рассматривать комбинацию волновых функций с разной четностью. Таким образом, излучательное время жизни здесь оказывается весьма большим (сотни микросекунд). Следовательно, из-за экранирования орбиталями $5s^2$ и $5p^6$ электрон-фононная связь оказывается очень слабой, что обуславливает наличие острых линий переходов и каналов слабой безызлучательной релаксации в случае небольшого легирования ионами (поскольку ион-ионное взаимодействие при большой концентрации ионов редкоземельных элементов может приводить к безызлучательной релаксации, см. рис. 2.13). Из приведенных выше рассуждений можно ожидать, что и полное время жизни τ , и произведение $\sigma\tau$, где σ — максимальное сечение, будут большими. Это означает, что порог генерации в таких лазерах будет низким, поскольку, например, для четырехуровневого лазера скорость накачки пропорциональна величине $1/\sigma\tau$ (см. выражение (7.3.3)).

В табл. 9.1 также представлена электронная структура переходных металлов, представляющих интерес в плане лазерной генерации. Следует отметить, что электронная структура наиболее важных материалов, например Cr, задана в виде $(Ar)3d^5 4s^1$, тогда как структура элементов Ti, Co и Ni может быть представлена в общей форме $(Ar)3d^N 4s^2$ (где $N = 2$ для Ti, 7 для Co и 8 для Ni). В ионном кристалле один $4s^1$ -электрон и два $3d$ -электрона

элемента Cr формируют ионную связь, и Cr здесь представлен как трижды ионизированный ион, в котором три электрона переходят на $3d$ -оболочку. Для атома Ti два $4s$ -электрона и один $3d$ -электрон формируют ионную связь, и Ti здесь также представлен как трижды ионизированный ион, в котором только один электрон переходит на $3d$ -оболочку. У атомов Ni и Co только два $4s$ -электрона формируют ионную связь, и эти элементы представлены как дважды ионизированные ионы. Во всех этих случаях остающиеся на $3d$ -орбиталях электроны могут самостоятельно образовывать большое число энергетических состояний (например, 24 для иона Cr^{3+}), и все линии поглощения и излучения в ионах переходных металлов обусловлены $3d$ - $3d$ -переходами. Отсутствие эффекта экранирования, имеющего место в ионах редкоземельных элементов, приводит к тому, что $3d$ -состояния подвержены сильному влиянию поля кристаллической решетки матрицы, и, как будет видно ниже, это является основной причиной возникновения вибронных (колебательно-вращательных) переходов, приводящих к формированию широких полос поглощения и излучения для большинства соответствующих переходов. В этом случае также электрические дипольные переходы внутри оболочки $3d$ запрещены по четности. Тем не менее, вследствие более сильного поля кристаллической решетки (по сравнению с редкоземельными элементами), $3d$ - $3d$ -переходы оказываются в большей степени разрешенными, и, таким образом, время жизни здесь оказывается значительно короче (порядка микросекунд), чем при $4f$ - $4f$ -переходах для ионов редкоземельных элементов. Если сравнивать с кристаллом Nd:YAG, сечение перехода здесь составляет несколько меньшее значение из-за того, что произведение $\sigma\tau$ в этом случае оказывается на порядок меньше.

В заключение данного раздела следует отметить, что ионы, принадлежащие группе актинидов, особенно U^{3+} , также использовались на ранних этапах развития лазерной техники (например, U^{3+} лазер был вторым твердотельным лазером, который разрабатывался сразу же после появления рубинового лазера). Несмотря на то, что эти материалы не нашли дальнейшего применения, они заслуживают упоминания в силу исторических причин.

9.2.1. РУБИНОВЫЙ ЛАЗЕР

Этот лазер был первым действующим лазером, на котором была получена генерация (Т. Х. Майман, июнь 1960 [2, 3]) и который все еще находит применение в некоторых приложениях [4]. Как природный драгоценный камень рубин был известен, по крайней мере, две тысячи лет. Он состоит из природного кристалла Al_2O_3 (корунда), в котором некоторые из ионов Al^{3+} замещены ионами Cr^{3+} . Для лазеров используются искусственные кристаллы, полученные путем выращивания из расплава смеси Al_2O_3 и небольшой части Cr_2O_3 (~0,05 вес. %) [4]. Без добавления Cr_2O_3 формирующийся кристалл (сапфир) становится бесцветным. Благодаря наличию у ионов Cr^{3+} сильных зеленых и фиолетовых полос поглощения, достаточно добавить совсем немного Cr_2O_3 , чтобы придать кристаллу розовый оттенок (розовый рубин). В природных драгоценных камнях концентрация Cr^{3+} приблизительно на порядок больше

Энергетические уровни рубина образуются за счет трех электронов внутренней $3d$ -оболочки иона Cr^{3+} , находящихся под действием октоэдрического поля решетки Al_2O_3 . Соответствующие уровни, представляющие интерес с точки зрения лазерной генерации, показаны на рис. 9.1. Используемые здесь обозначения для уровней взяты из теории групп, и в дальнейшем здесь обсуждаться не

Рубин имеет две главные полосы накачки ${}^4F_1$ и ${}^4F_2$, причем наиболее интенсивные переходы на эти полосы из основного уровня ${}^4A_2$ приходятся на длины волн 550 нм (зеленый) и 420 нм (фиолетовый) соответственно (см. также рис. 6.7). Эти две полосы связаны очень быстрой (порядка пикосекунд) безызлучательной релаксацией с состояниями $2\bar{A}$ и $\bar{E}$, которые вместе формируют состояние ${}^2E$. Состояния $2\bar{A}$ и $\bar{E}$ также связаны друг с другом очень быстрой безызлучательной релаксацией, что приводит к быстрой термализации их населенности. Последнее обстоятельство, в свою очередь, приводит к более высокой заселенности уровня $\bar{E}$. Поскольку суммарный спин состояния ${}^2E$ равен $1/2$, переход ${}^2E \rightarrow {}^4A_2$ является запрещенным по спиновому числу. По этой причине время релаксации уровней $2\bar{A}$ и $\bar{E}$ в основное состояние очень велико ($\tau \approx 3$ мс), являясь фактически одним из самых продолжительных среди всех твердотельных лазерных материалов.

Из проведенного выше рассуждения видно, что уровень $\bar{E}$ накапливает наибольшую долю энергии накачки, и, следовательно, этот уровень хорошо подходит на роль верхнего лазерного уровня. Действительно, лазерная генерация обычно происходит на переходе $\bar{E} \rightarrow {}^4A_2$ (R_1 линия) на длине волны $\lambda_1 = 694,3$ (красный). Однако следует заметить, что расстояние между уровнями $2\bar{A}$ и $\bar{E}$ по частоте ($\sim 29 \text{ см}^{-1}$) мало по сравнению с величиной kT/h ($\sim 209 \text{ см}^{-1}$ при $T = 300 \text{ К}$), таким образом, населенность уровня $2\bar{A}$ сравнима с населенностью уровня $\bar{E}$ или немного меньше ее. Из этого следует, что также возможно получить генерацию и на переходе $2\bar{A} \rightarrow {}^4A_2$ (R_2 линия, от $\lambda_1 = 692,8 \text{ нм}$). Так или иначе, очевидно, что рубиновый лазер работает по трехуровневой схеме (и вместе с Ег лазером на стекле он составляет наиболее примечательный пример трехуровневого лазера). Как уже было показано (в связи с рис. 2.10), переход R_1 при комнатной температуре преимущественно однородно уширен, и это уширение обусловлено взаимодействием ионов Cr^{3+} с фононами решетки. Ширина перехода (измеренная на полувысоте) составляет $\Delta\nu_0 \approx 11 \text{ см}^{-1}$ (330 ГГц) при $T = 300 \text{ К}$. В табл. 9.2 приведены

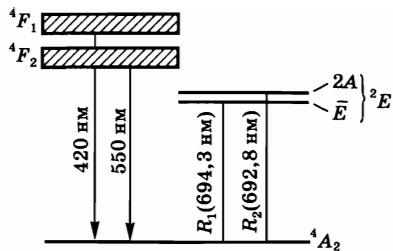


Рис. 9.1
Упрощенная схема энергетических
уровней рубина

Оптические и спектроскопические параметры рубина для генерации при комнатной температуре

Параметр	Значение и единица измерения
Концентрация Cr_2O_3	0,05 вес. %
Концентрация Cr^{3+}	$1,58 \cdot 10^{19}$ ион/см ³
Длина волны выходного излучения	694,3 нм (линия R_1)
	692,9 нм (линия R_2)
Время жизни верхнего уровня	3 мс
Ширина лазерной линии R_1	11 см ⁻¹
Сечение вынужденного излучения σ_e	$2,5 \cdot 10^{-20}$ см ²
Сечение поглощения σ_a	$1,22 \cdot 10^{-20}$ см ²
Показатель преломления ($\lambda = 694,3$ нм)	$n = 1,763$ ($E \perp c$)
	$n = 1,755$ ($E \parallel c$)

некоторые оптические и спектроскопические характеристики рубина при комнатной температуре.

Рубиновые лазеры обычно работают в импульсном режиме. При этом для накачки используется импульсная ксеноновая лампа среднего давления (500 мм рт. ст.) в конфигурации, приведенной на рис. 6.1. Диаметр стержня обычно составляет 5–10 мм, а длина стержня 5–20 см. Следует отметить, что спиральная лампа-вспышка, окружающая активный стержень, использовалась в самых ранних рубиновых лазерах. Поскольку данный лазер работает по трехуровневой схеме, необходимая пороговая энергия накачки приблизительно на порядок превышает соответствующую величину для других твердотельных лазеров, работающих по четырехуровневой схеме (например, неодимовые лазеры). Благодаря большому времени жизни верхнего состояния рубиновые лазеры могут работать в режиме модуляции добротности, а из-за относительно большой ширины линии генерации они позволяют формировать очень короткие импульсы (~5–10 пс) в режиме синхронизации мод. Для осуществления этих режимов могут использоваться как активные, так и пассивные методы реализации. В случае, когда для модуляции добротности используются медленно насыщающиеся поглощающие вещества, лазер имеет тенденцию работать в режиме одной продольной и поперечной моды вследствие механизма селекции мод, который обсуждался в разделе 8.4.2.4. В случае использования быстро насыщающихся поглотителей (обычно растворы красителей из цианина) можно одновременно осуществить работу и в режиме модуляции добротности, и в режиме синхронизации мод (см. рис. 8.28а). При этом обычно достигаются пиковые мощности порядка нескольких десятков МВт в режиме модуляции добротности и нескольких ГВт, когда дополнительно используется режим синхронизации мод. Поскольку усиление линии R_2 несколько меньше, чем линии R_1 , то генерация на линии R_2 может осуществляться при использовании, например, дисперсионной системы рис. 7.16б. Рубиновый лазер может также работать в непрерывном режиме.

при этом используется поперечная накачка ртутной лампой высокого давления или продольная накачка Ar лазером.

Рубиновые лазеры, когда-то очень популярные, используются на сегодняшний день достаточно редко (вследствие их более высокого порога генерации). Со временем они были вытеснены более перспективными лазерами, например Nd:YAG лазерами или лазерами на стекле с неодимом. В прошлом рубиновые лазеры активно использовались для военных целей при измерении дальности, теперь этот лазер полностью заменен другими твердотельными лазерами (Nd:YAG, стекло с неодимом, Yb:Er на стекле). Однако рубиновые лазеры все еще находят применение в некоторых научных и технических приложениях, для которых более короткая длина волны генерации рубина по сравнению с, например, Nd:YAG дает существенное преимущество. Например, они используются в импульсной голографии, где Nd:YAG лазеры не могут быть применены вследствие недостаточной чувствительности (в более длинноволновом инфракрасном диапазоне) фотографических материалов с высоким разрешением.

9.2.2. НЕОДИМОВЫЕ ЛАЗЕРЫ

Неодимовые лазеры являются самыми популярными из твердотельных лазеров. Активной средой в этих лазерах обычно является кристалл $Y_3Al_5O_{12}$ (обычно называемый YAG, или алюмо-иттриевый гранат), в котором часть ионов Y^{3+} замещена ионами Nd^{3+} . Помимо этого оксидного вещества также используются некоторые фториды (например, $YLiF_4$) или ванадаты (например, YVO_4), а также фосфатные или силикатные стекла. Типичные уровни легирования, например для кристалла Nd:YAG, составляют порядка ~1 ат. %. Более высокие уровни легирования ведут к тушению флюоресценции, а также к внутренним напряжениям в кристалле, поскольку радиус иона Nd^{3+} примерно на 14% превышает радиус иона Y^{3+} . Степень легирования стекла с неодимом немного выше по сравнению с этой же величиной для Nd:YAG и составляет ~4 вес. % от Nd_2O_3 . Нелегированные исходные материалы обычно прозрачны, а после легирования кристалл YAG приобретает бледно-пурпурную окраску, поскольку линии поглощения Nd^{3+} лежат в красной области.

9.2.2.1. ND:YAG ЛАЗЕР

На рис. 9.2 представлена упрощенная схема энергетических уровней кристалла Nd:YAG. Эти уровни обусловлены переходами трех $4f$ -электронов внутренней оболочки иона Nd^{3+} , которые экранируются восемью внешними электронами ($5s^2$ и $5p^6$). Кристаллическое поле кристалла YAG слабо влияет на упомянутые энергетические уровни, и, таким образом, для описания можно использовать приближение связи Рассела–Сандерса атомной физики. Уровни энергии обозначаются в соответствии с этим приближением, а символ, характеризующий каждый уровень, имеет вид $^{2S+1}L_J$, где S — суммарное спиновое квантовое число, J — суммарное квантовое число углового

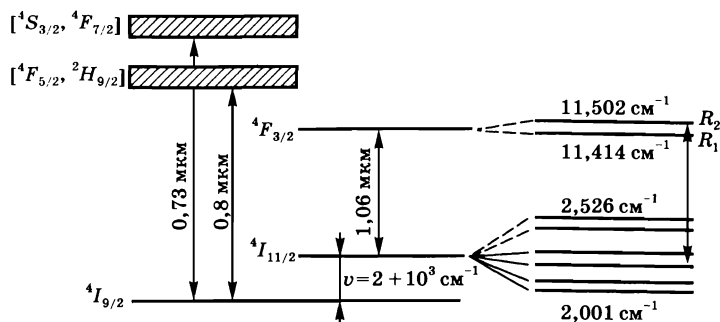


Рис. 9.2
Упрощенная схема
энергетических уровней
кристалла Nd:YAG

момента и L — орбитальное квантовое число. Следует отметить, что разрешенные значения L , а именно $L = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \dots$ исторически обозначаются прописными буквами $S, P, D, F, G, H, I, L, M, N \dots$ соответственно. Таким образом, основное состояние ${}^4I_{9/2}$ иона Nd^+ соответствует состоянию, при котором $2S + 1 = 4$ (т. е. $S = 3/2$), $L = 6$ и $J = L - S = 9/2$. Каждый уровень является вырожденным, кратность вырождения составляет $(2J + 1)$, что соответствует дискретному изменению квантового числа m_J , пробегаящему значения от $-J$ до $+J$ шагом 1. В поле кристалла YAG, имеющего октаэдрическую симметрию, состояния с одинаковым значением $|m_J|$ имеют одинаковую энергию (в представлении эффекта Штарка) и каждый $2S+1L_J$ уровень расщепляется на $(2J + 1)/2$ двукратно вырожденных подуровня. Таким образом, уровни ${}^4I_{11/2}$ и ${}^4F_{3/2}$ расщепляются на 6 и 2 подуровня соответственно (см. рис. 9.2). Следует отметить, что поскольку кратность вырождения всех подуровней всегда одинакова (т. е. $g = 2$), можно пренебречь этим вырождением и рассматривать каждый подуровень (рис. 9.2), как если бы он был отдельным невырожденным уровнем.

Две основные полосы накачки для Nd:YAG соответствуют длинам волн ~ 730 и 800 нм, хотя другие, более высоко лежащие полосы поглощения (см. рис. 6.7) также играют важную роль, особенно при использовании импульсных ламп накачки. Эти полосы связаны быстрой безызлучательной релаксацией с уровнем ${}^4F_{3/2}$, откуда идет релаксация на нижние уровни (а именно — ${}^4I_{9/2}$, ${}^4I_{11/2}$, ${}^4I_{13/2}$ и т. д., см. рис. 9.2 и рис. 2.15). Однако скорость такой релаксации намного меньше ($\tau \approx 230$ мкс), поскольку переход (в изолированном ионе) запрещен в приближении электродипольного взаимодействия (правило отбора для электродипольно разрешенных переходов имеет вид $\Delta J = 0$ или ± 1), но становится слабо разрешенным благодаря взаимодействию с полем кристаллической решетки. Заметим, что безызлучательная релаксация не является настолько уж важной, поскольку релаксация вследствие ион-ионного взаимодействия (см. рис. 2.13б) при имеющейся концентрации атомов Nd не играет особой роли и поскольку многофотонная релаксация также является неэффективной вследствие экранирования обоих состояний $5s^2$ и $5p^6$, а также вследствие большого энергетического зазора между уровнем ${}^4F_{3/2}$ и близлежащим к нему нижним уровнем. Это означает, что уровень ${}^4F_{3/2}$ запасает большую долю энергии накачки и поэтому хорошо подходит на роль верхнего лазерного уровня.

Оказывается, что из различных возможных переходов с уровня ${}^4F_{3/2}$ на нижележащие I уровни наиболее интенсивным является переход ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$. Кроме того, уровень ${}^4I_{11/2}$ связан быстрой (порядка наносекунд) безызлучательной релаксацией в основное состояние ${}^4I_{9/2}$, так что тепловое равновесие между этими двумя уровнями устанавливается очень быстро. Поскольку разница между энергиями уровней ${}^4I_{11/2}$ и ${}^4I_{9/2}$ почти на порядок величины больше, чем kT , то согласно статистике Больцмана уровень ${}^4I_{11/2}$, с достаточной степенью точности, можно считать практически пустым, независимо от времени. Таким образом, генерация лазера на переходе ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ соответствует четырехуровневой схеме. Необходимо также принимать во внимание тот факт, что уровень ${}^4F_{3/2}$ расщеплен благодаря эффекту Штарка на два подуровня (R_1 и R_2), тогда как уровень ${}^4I_{11/2}$ расщеплен на шесть подуровней. Лазерная генерация обычно происходит с верхнего подуровня R_2 на определенный подуровень уровня ${}^4I_{11/2}$, поскольку этот переход обладает наибольшим сечением перехода вынужденного излучения. Этот переход осуществляется на длине волны $\lambda = 1,064$ мкм (ближний ИК-диапазон) — наиболее распространенная длина волны генерации для Nd:YAG лазеров. Однако необходимо напомнить, что лазерную генерацию можно также получить и на переходе ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ (см. рис. 2.15, $\lambda = 1,319$ мкм — наиболее интенсивная линия в этом случае), реализуя многослойное диэлектрическое покрытие на зеркалах резонатора, которое имеет максимальное отражение на длине волны $\lambda = 1,319$ мкм и значительно меньшее отражение на длине волны $\lambda = 1,064$ мкм (см. рис. 4.9). При использовании лазерных диодов в качестве накачки лазерная генерация может эффективно осуществляться и на переходе ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{9/2}$. В этом случае переход на длине волны $\lambda = 946$ нм (см. рис. 2.15) осуществляется на подуровень состояния ${}^4I_{9/2}$, который, несмотря на то, что он расположен достаточно высоко, оказывается все еще в значительной степени заселенным (согласно статистике Больцмана), и система здесь работает по квази-трехуровневой схеме. И в этом случае рабочий переход ($\lambda = 1,064$ мкм), а также возможно все другие переходы, оказываются однородно уширенными при комнатной температуре вследствие взаимодействия с фононами решетки. Соответствующая ширина $\Delta\nu \approx 4,2 \text{ см}^{-1} = 126 \text{ ГГц}$ при температуре $T = 300 \text{ К}$. Это делает Nd:YAG очень подходящим для генерации в режиме синхронизации мод и получения импульсов длительностью 5 пс при использовании пассивной синхронизации (см. пример 8.8). Большое время жизни верхнего лазерного уровня ($\tau \approx 230 \text{ мкс}$) позволяет также использовать Nd:YAG для работы в режиме модуляции добротности. В табл. 9.3 приведены все основные оптические и спектральные характеристики Nd:YAG лазеров, работающих при комнатной температуре.

Nd:YAG лазеры могут работать как в непрерывном, так и в импульсном режиме, при этом накачка может осуществляться как лампой, так и полупроводниковым AlGaAs лазером [5]. При ламповой накачке обычно используются линейные лампы в схемах с одноэллипсным осветителем (рис. 6.1а), а также схемы с близким расположением лампы и кристалла (рис. 6.1б) или с многоэллипсным осветителем (рис. 6.2). Для работы в импульсном и непрерывном режимах применяются соответственно ксеноновые лампы среднего

Оптические и спектроскопические параметры Nd:YAG ($\lambda = 1,064$ мкм),
Nd:YVO₄, Nd:YLF ($\lambda = 1,053$ мкм) и Nd:стекло (фосфатное)

	Nd:YAG $\lambda = 1,064$ мкм	Nd:YVO ₄ $\lambda = 1,064$ мкм	Nd:YLF $\lambda = 1,053$ мкм	Nd:стекло $\lambda = 1,054$ мкм (фосфат)
Концентрация Nd [ат. %]	1 ат. %	1 ат. %	1 ат. %	3,8 вес. % от Nd ₂ O ₃
Nt [10^{20} ион/см ³]	1,38	1,5	1,3	3,2
τ [мкс]	230	98	450	300
$\Delta\nu_0$ [см ⁻¹]	4,5	11,3	13	180
σ_e [10^{-19} см ²]	2,8	7,6	1,9	0,4
Показатель преломления	$n = 1,82$	$n_o = 1,958$ $n_e = 2,168$	$n_o = 1,4481$ $n_e = 1,4704$	$n = 1,54$

Примечание: В таблице Nt — концентрация активных ионов, τ — время флюоресценции, $\Delta\nu_0$ — ширина линии перехода (измеренная на полувысоте контура линии), σ_e — эффективное сечение вынужденного излучения. Данные относятся к генерации при комнатной температуре.

давления (500–1500 мм рт. ст.) и криптоновые лампы высокого давления (4–6 атм.). Если в качестве активной среды лазера выбирается стержень, его диаметр обычно составляет от 3 до 6 мм и длина от 5 до 15 см. Для уменьшения влияния тепловой линзы и теплового двулучепреломления, возникающих в активной среде вследствие накачки, иногда применяется вспомогательная конфигурация (рис. 6.3а). Как в импульсном, так и в непрерывном режиме дифференциальный КПД лазера составляет около 3%, и, как правило, средняя выходная мощность достигает нескольких киловатт (1–3 кВт). Непрерывные лазеры с продольной накачкой лазерными диодами (рис. 6.11) обеспечивают выходную мощность до ~15 Вт; в случае поперечной накачки лазерными диодами (рис. 6.14 и 6.15) выходная мощность таких лазеров на сегодняшний день достигает 100 Вт и выше. Дифференциальный КПД при использовании диодной накачки оказывается значительно выше по сравнению с ламповой и может превышать 10%.

Nd:YAG лазеры широко применяются в различных областях, среди которых можно отметить следующие:

1. Обработка материалов (сверление, сварка и пр.). В случае сверления излучение импульсного лазера фокусируется на поверхность обрабатываемого материала (обычно обеспечивается средняя мощность 50–100 Вт с энергией в импульсе $E = 5–10$ Дж, длительностью импульса $\Delta t_p = 1–10$ мс и частотой повторения импульсов $f = 10–100$ Гц). При сварке материалов пучок импульсного лазера переносится на рабочую поверхность через оптическое волокно (диаметр волокна $0,5 \div 2$ мм, средняя мощность здесь, как правило, составляет до 2 кВт). Для таких применений, в качестве альтернативы мощному Nd:YAG лазеру выбирается мощный CO₂ лазер, вследствие большей гибкости формирующей пучок оптической системы, что достигается за счет использования оптического волокна.

2. Применение в медицине. Для коагуляции и для разреза тканей используются непрерывные Nd:YAG лазеры с мощностью излучения до 50 Вт.

При этом излучение лазера направляется во внутренние органы человека (например, легкие, брюшная полость, мочевой пузырь) через вставленное в обычный эндоскоп оптическое волокно. Для разрушения незаметных мембран патологических образований, которые могут формироваться в передней камере глаза человека (например, вторичная катаракта), или при лечении иридоктомии, как правило, используются импульсные Nd:YAG лазеры, работающие в режиме модуляции добротности.

3. Применение в лазерной дальнометрии для военных задач, особенно для лазерных видеоискателей и указателей цели. В этих случаях используются лазеры, работающие в режиме модуляции добротности ($E \approx 100$ мДж, $\Delta\tau_p = 5\text{--}20$ нс, $f = 1\text{--}20$ Гц).

4. Различные научные применения. Здесь широко используются лазеры с модулированной добротностью, с возможностью генерации второй ($\lambda = 532$ нм), третьей ($\lambda \approx 355$ нм) и четвертой гармоник ($\lambda = 266$ нм), а также лазеры, работающие в режиме синхронизации мод. И наконец, здесь следует отметить Nd:YAG лазеры с диодной накачкой и встроенным внутриврезонаторным устройством для генерации второй гармоники, позволяющие в непрерывном режиме получать на выходе излучение с длиной волны $\lambda = 532$ нм и мощностью до ~ 10 Вт, и являющиеся достойной альтернативой Ar лазеру во многих сферах применения.

9.2.2.2. СТЕКЛО С НЕОДИМОМ

Как уже было отмечено, в переходах иона Nd^{3+} участвуют три электрона, принадлежащие оболочке $4f$, которые экранируются восемью внешними электронами ($5s$ и $5p$). Следовательно, энергетические уровни в стекле с неодимом приблизительно такие же, как и у Nd:YAG. Таким образом, наиболее интенсивный лазерный переход осуществляется приблизительно с той же длиной волны ($\lambda \approx 1,054$ мкм для фосфатного стекла, см. табл. 9.3). Однако в стекле, вследствие неоднородного уширения, обусловленного локальными неоднородностями кристаллического поля стеклянной матрицы, линии лазерных переходов оказываются намного шире. В частности, основной лазерный переход с длиной волны $\lambda \approx 1,054$ мкм приблизительно в 40 раз шире, чем в кристалле Nd:YAG, в то время как максимальное сечение перехода оказывается меньше (примерно в 7 раз). Разумеется, более широкая линия благоприятна для работы в режиме синхронизации мод, и, в самом деле, лазер на стекле с неодимом, возбуждаемый импульсным лазерным диодом и работающий в режиме пассивной синхронизации мод, способен формировать ультракороткие импульсы (~ 100 фс). С другой стороны, меньшее сечение оказывается предпочтительнее для мощных импульсных систем, поскольку пороговая инверсия для паразитного процесса УСИ (усиление спонтанного излучения) (см. выражение (2.9.4)) соответственно возрастает. Таким образом, в стекле с неодимом до включения УСИ в единичном объеме может быть запасено больше энергии по сравнению с кристаллом Nd:YAG (см. пример 2.13). Также следует отметить, что стекло, благодаря меньшей температуре плавления, изготовить значительно легче, чем YAG, и, таким

образом, можно сделать активную среду значительно больших размеров. И наконец, поскольку полосы поглощения в стекле с неодимом также намного шире, чем у Nd:YAG, а концентрация ионов Nd^{3+} в стекле обычно вдвое больше, то эффективность ламповой накачки стержня из стекла с неодимом оказывается приблизительно в 1,6 раза больше, чем в стержне из Nd:YAG тех же размеров (см. табл. 6.1). Наравне с преимуществами стекла с неодимом по сравнению с кристаллом Nd:YAG необходимо отметить и недостатки, обусловленные меньшей теплопроводностью стекла (приблизительно в 10 раз меньше, чем у Nd:YAG). Это существенно ограничивает применение лазеров на стекле с неодимом — в основном импульсными системами с низкой частотой повторения импульсов (< 5 Гц), чтобы избежать проблем, связанных с нагревом активного вещества (стержня или пластины).¹

Как уже упоминалось выше, лазеры на стекле с неодимом обычно используются в тех приложениях, для которых импульсный лазер должен работать при низкой частоте повторения импульсов. Это, например, необходимо для некоторых дальномеров, применяемых в военных целях, и неодимовых лазеров, предназначенных для решения научных задач. Важным применением лазеров на стекле с неодимом является использование их в качестве усилителей в лазерных системах для получения очень высокой энергии (например, в экспериментах по лазерному термоядерному синтезу). Системы, основанные на усилителях с неодимовым стеклом, уже реально созданы в некоторых странах, самая большая находится в США (Nova-лазер, Ливерморская национальная лаборатория им. Лоренса, США) и позволяет формировать импульсы с пиковой мощностью более 100 ТВт и полной энергией около 100 кДж, $\Delta\tau_p = 1$ нс). Этот лазер состоит из нескольких усилителей на основе стекла с неодимом, самый большой из которых представляет собой стеклянный диск (см. рис. 6.3б) толщиной около 4 см и диаметром около 75 см. Лазерная установка «NIF» по изучению термоядерных реакций (Ливерморская национальная лаборатория им. Лоренса) позволяет получить импульсы гораздо большей энергии (около 10 МДж), и похожие системы, позволяющие получить на выходе приблизительно такую же энергию (около 2 МДж), сейчас строятся в США и во Франции.

9.2.2.3.

ДРУГИЕ КРИСТАЛЛИЧЕСКИЕ МАТРИЦЫ

В качестве матриц для ионов Nd^{3+} используются многие другие кристаллические материалы. В данной книге будут упомянуты лишь матрицы на основе YLiF_4 (YLF) и YVO_4 .

По сравнению с кристаллом YAG, кристалл YLF обладает лучшими тепло-оптическими свойствами (с точки зрения наведенных тепловых линз и наведенного двулучепреломления в стержне вследствие накачки) [7]. Nd:YLF лазеры с ламповой накачкой используются для получения одномодового пучка (мода TEM_{00}) более высокого качества и с более высокой выходной мощ-

¹ Исключение составляют лазеры на стекловолокне, в которых большая длина и малые поперечные размеры позволяют уйти от проблем, связанных с нагревом. Такие лазеры позволяют получить в непрерывном режиме выходную мощность до 30 Вт и выше.

ностью. Более широкая линия усиления в кристалле Nd:YLF по сравнению с Nd:YAG (приблизительно в 3 раза, см. табл. 9.3) делает Nd:YLF лазеры особенно привлекательными для работы в режиме синхронизации мод как с ламповой, так и с диодной накачкой (см. пример 8.8). Однако механические и тепломеханические свойства YLF гораздо хуже, чем у YAG, что приводит к сложностям при креплении таких стержней в корпус из-за их хрупкости. Также следует отметить, что длина волны генерации Nd:YLF лазера составляет 1053 нм, что обеспечивает хорошее согласование с длиной волны максимума усиления лазеров на фосфатном стекле с неодимом (смотри табл. 9.3). Nd:YLF лазеры, работающие в режиме синхронизации мод, используются как первичные квантовые генераторы в высокоэнергетических системах для лазерного термоядерного синтеза.

По сравнению с Nd:YAG, кристалл Nd:YVO₄ имеет гораздо большее сечение ($\sigma_e \approx 7,6 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$) и гораздо меньшее время послесвечения ($\tau = 98 \text{ мкс}$). При этом производство от одинаково для обоих случаев, что соответствует приблизительно одинаковому порогу генерации. Тем не менее, при заданном значении инверсии коэффициент усиления для Nd:YVO₄ примерно в три раза больше, чем для Nd:YAG, поэтому Nd:YVO₄ лазер менее чувствителен к внутрирезонаторным потерям. Серийно производятся мощные лазеры непрерывного излучения на Nd:YVO₄ с продольной накачкой лазерными диодами и выходной мощностью порядка 15 Вт. Для таких применений использование материала Nd:YVO₄ оказывается предпочтительнее, чем Nd:YAG.

9.2.3. Yb:YAG ЛАЗЕР

Yb:YAG лазер (иттербиевый лазер) — наиболее заслуживающий внимания пример квазитрехуровневого лазера, и он по праву считается прямым конкурентом Nd:YAG лазера. Генерация в иттербиевом лазере осуществляется на длине волны $\sim 1,03 \text{ мкм}$. Поскольку этот лазер работает по квазитрехуровневой схеме, для его накачки обычно используются полупроводниковые лазерные диоды, обеспечивающие необходимую мощность [8].

Упрощенная схема энергетических уровней кристалла Yb:YAG показана на рис. 9.3. Структура уровней, частично приведенная здесь, отображает только одну возбужденную полосу подуровней ($^2F_{5/2}$). Это связано с тем, что в незаполненной оболочке $4f$ иона Yb³⁺ недостает одного электрона, и эта оболочка ведет себя так, как если бы она содержала одну электронную дырку (см. табл. 9.1). Две основные линии поглощения, соответствующие длинам волн 968 и 941 нм, имеют примерно равные значения максимального сечения поглощения, при этом линия 941 нм более предпочтительна при использовании диодной накачки, поскольку она оказывается более широкой. Основная линия

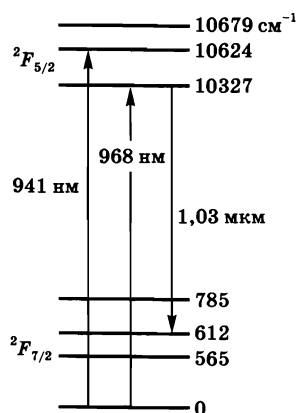


Рис. 9.3
Схема энергетических
уровней кристалла
Yb:YAG

**Оптические и спектроскопические параметры наиболее важных
квazitрехуровневых лазерных материалов при комнатной температуре**

Активная среда Параметры	Yb:YAG $\lambda = 1,03$ мкм	Nd:YAG $\lambda = 946$ нм	Tm:Ho:YAG $\lambda = 2,091$ мкм	Yb:Er:стекло (фосфат) $\lambda = 1,54$ мкм
Легирование [ат. %]	6,5 ат. %	1,1 ат. %	8 [Tm]	10 [Yb]
Nt [10^{20} ион/см ³]	8,97	1,5	0,5 [Ho]	1 [Er]
τ [мс]	1,16	0,23	8,5	8
$\Delta\nu_0$ [см ⁻¹]	86	9,5	42	120
σ_e [10^{-20} см ²]	1,8	2,4	0,9	0,8
σ_a [10^{-20} см ²]	0,12	0,296	0,153	0,8
Показатель преломления	$n = 1,82$	$n = 1,82$	$n = 1,82$	$n = 1,531$

Примечание: для материала Yb:Er:стекло эффективные значения сечения вынужденного излучения и поглощения практически одинаковы, и можно положить, что лазер работает почти по идеальной трехуровневой схеме.

усиления имеет место на длине волны 1,03 мкм (квazitрехуровневый лазер). В табл. 9.4 приведены оптические и спектроскопические характеристики кристалла Yb:YAG при комнатной температуре. В частности, здесь можно отметить большое значение излучательного времени жизни ($\tau = 1,16$ мс), из чего можно сделать вывод, что данная среда позволяет весьма эффективно запасать энергию.

Для продольной накачки Yb:YAG лазеров обычно используются InGaAs/GaAs лазеры на квантовых ямах (QW), хотя может использоваться и накачка лазером на титан-сапфире. Оптический КПД лазера оказывается достаточно высоким (около 60%) вследствие высокой квантовой эффективности ($\eta_q = h\nu/h\nu_p = \lambda_p/\lambda = 91,5\%$) [9]. Средняя выходная мощность, которую можно получить на таком лазере, составляет порядка 50 Вт [10]. По сравнению с неодимовым лазером, Yb:YAG лазер обладает следующими преимуществами:

1. Очень маленькое значение квантового дефекта $[(h\nu_p - h\nu)/h\nu_p \approx 9\%]$ и, как следствие, очень низкий локальный нагрев.

2. Большое излучательное время жизни верхнего состояния позволяет эффективно использовать среду Yb:YAG для работы в режиме модуляции добротности.

3. Благодаря простой структуре электронных уровней можно использовать большую концентрацию примесей (обычно используется 6,5 ат. %) без проявления эффекта тушения люминесценции, обусловленного ион-ионным взаимодействием.

4. Большая спектральная ширина (~ 86 см⁻¹) позволяет работать в режиме синхронизации мод, что позволяет получать на выходе лазера субпикосекундные импульсы света.

5. Малое сечение вынужденного излучения позволяет накапливать значительное количество энергии до момента возникновения лазерной генерации.

Наряду с перечисленными преимуществами, среда Yb:YAG имеет несколько недостатков, в частности высокий порог генерации, обусловленный спе-

цифкой квазитрехуровневой схемы и высоким значением сечения вынужденного излучения. Тем не менее, перечисленные преимущества кристалла Yb:YAG делают его более предпочтительным перед материалом Nd:YAG для целого ряда применений, особенно там, где необходимо иметь лазер с диодной накачкой, работающий на длине волны около 1 мкм.

9.2.3.1.

МОЩНЫЕ ЛАЗЕРЫ НА ТОНКИХ ДИСКАХ

Прежде чем рассматривать эту тему, стоит кратко обсудить основные ограничения, имеющие место в твердотельных лазерах, когда активная среда изготавливается в виде цилиндрического стержня. Эти ограничения возникают вследствие термооптических эффектов, которые наводятся в стержне при высоком уровне мощности накачки [58, 59]. Для описания этих эффектов рассмотрим стержень, охлаждаемый со стороны цилиндрической поверхности подходящим хладагентом (обычно водой), и предположим, что стержень однородно накачивается по всему объему. В этом случае из-за тепла, выделяемого вследствие накачки, в стержне возникает радиальный температурный профиль с максимальным значением температуры в центре стержня и со спадом температуры (по параболическому закону) к периферии стержня. Данное пространственное распределение температуры приводит, в свою очередь, к радиальному изменению показателя преломления материала стержня с максимумом в центре стержня. В результате в стержне формируется положительная тепловая линза, фокус которой обратно пропорционален мощности накачки. Помимо эффекта тепловой линзы, вследствие радиально неоднородного профиля температуры, в стержне возникает второй эффект, а именно двойное лучепреломление, вызванное термомеханическими напряжениями. Действительно, из-за неоднородного температурного профиля центр стержня подвержен большему тепловому расширению, чем его периферийная часть, и это приводит к возникновению механических напряжений в материале стержня. В цилиндрической системе координат (с осью z вдоль длины стержня) наводимое напряжение можно разложить на продольную σ_z , радиальную σ_r и тангенциальную σ_θ составляющие. Продольная компонента слабо влияет на работу лазера, в то время как радиальная и тангенциальная компоненты наводят радиальные и тангенциальные изменения показателя преломления за счет так называемого эффекта фотоупругости. Это означает, что в каждой точке плоскости r – θ электрическое поле первоначально линейно поляризованной моды «отслеживает» различные радиальную и тангенциальную компоненты показателя преломления, в результате чего пучок становится эллиптически поляризованным с эллиптичностью, изменяющейся от точки к точке на этой плоскости.

Таким образом, главными эффектами, возникающими в стержне при высоких мощностях накачки, являются — наведенные тепловая линза и двойное лучепреломление вследствие термомеханических напряжений в материале. Тепловая линза ухудшает качество выходного пучка. Наведимое двойное лучепреломление ухудшает поляризационные характеристики пучка, в частности уменьшает выходную мощность в случае, когда внутри лазерного

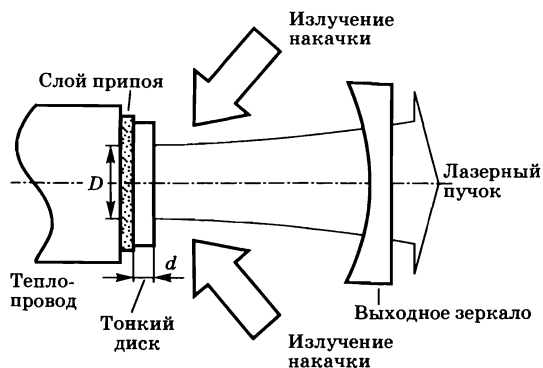


Рис. 9.3.1а
Принципиальная схема лазера
на тонком диске

резонатора присутствуют поляризационные элементы. Таким образом, оба эти эффекта накладывают главные ограничения на получение высоких выходных мощностей (например, $P > 1$ кВт) в твердотельных лазерах, использующих активную среду в виде стержней.

Весьма эффективным способом для преодоления этих недостатков является использование активной среды в виде очень тонкого диска [58, 59]. Принципиальная схема такого лазера показана на рис. 9.3.1а. Активная среда лазера представляет собой диск с очень малой толщиной d , то есть внешний диаметр диска D много большего размера, чем размер d . Предполагается, что накачка является однородной по диаметру диска. Типичные значения d лежат в диапазоне между 100 и 200 мкм (в зависимости от типа активной среды, концентрации активных частиц и конфигурации накачки). Типичные значения для D изменяются от 1 до нескольких миллиметров (в зависимости от требуемой выходной мощности). Лазерный диск имеет на задней поверхности покрытие с высоким коэффициентом отражения (для длин волн генерации и накачки) и просветляющее покрытие для обеих длин волн на передней поверхности. Посредством индиевого или оловянно-золотого припоя диск монтируется на теплопроводе, который охлаждается водой. Такая конструкция обеспечивает прочное крепление диска на поверхности теплопровода без деформации поверхности диска (которая используется в качестве зеркала резонатора).

Благодаря такой геометрии и конструкции с системой охлаждения, а также в предположении однородности накачки по площади диска (с диаметром D), можно получить однородный температурный профиль в радиальном направлении. В итоге остается лишь некоторый температурный градиент в продольном направлении, т. е. вдоль оси резонатора, который слабо влияет на работу лазера, в то время как влияние тепловой линзы и наведенного двойного лучепреломления значительно уменьшаются. Кроме того, из-за эффективного отвода тепла, чему способствует малая толщина диска, можно достигать очень больших значений мощности накачки, поглощенной на единицу объема (до 1 МВт/см³).

В принципе, накачку диска можно осуществить по схеме «накачка с торца», как показано на рис. 9.3.1а. Однако на практике из-за малой толщины диска очень малая доля накачки поглощается после двойного прохода через

диск. Чтобы преодолеть этот недостаток, была предложена и найдена широкая область применения оптимальная схема, изображенная на рис. 9.3.16. В ней имеет место многопроходное поглощение. Излучение диодов накачки сначала формируется (в целях достижения однородности) с помощью подходящей оптической системы (например, пучка оптических волокон), а затем проецируется на поверхность диска с помощью коллимирующих линз и параболического зеркала. Непоглощенная часть излучения накачки направляется с диска обратно на противоположную сторону параболического зеркала (пучок 2), снова коллимируется этим зеркалом и посылается на систему поворотных зеркал (например, состоящую из двух зеркал, наклоненных под углом 90° по отношению друг к другу). При соответствующем расположении этих двух зеркал пучок снова направляется на параболическое зеркало (пучок 3). Затем этот пучок фокусируется на диск с другого направления и снова направляется на параболическое зеркало (пучок 4). Вторая система поворотных зеркал снова направляет пучок на параболическое зеркало (пучок 5). Эту процедуру можно повторять до тех пор, пока все части зеркала не будут использованы. В конце процедуры пучок с параболического зеркала (пучок 8) направляется обратно по отношению к самому себе, например плоским зеркалом, и снова проходит весь путь, так что число проходов через диск удваивается. Таким образом, можно получить большое число проходов пучка через диск (16 на рисунке) и достичь поглощения большой доли мощности накачки (обычно до 90%).

Следует отметить, что хорошая однородность пучка накачки, достигаемая за счет использования оптических волокон, и указанная многопроходная схема дает возможность получить однородную накачку диска в радиальной плоскости. Это, в свою очередь, является весьма существенной предпосылкой для уменьшения тепловых эффектов, рассмотренных выше. Другое преимущество этой многопроходной схемы следует из того факта, что высокие мощности накачки могут поглощаться в относительно малом объеме, сильно увеличивая тем самым скорость накачки. Это особенно важно для квазитрехуровневых лазерных материалов, в которых пороговая скорость накачки существенно выше, чем для четырехуровневых лазеров вследствие необходимости значительного обеднения основного состояния (см. разд. 7.4.1). И еще одно преимущество, снова для квазитрехуровневых лазеров, обусловлено тем, что эффективное охлаждение обеспечивает относительно низкую

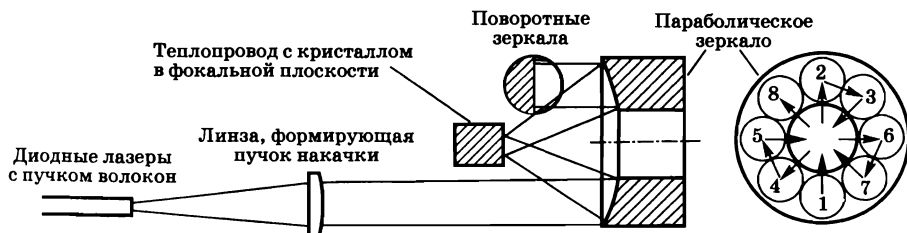


Рис. 9.3.16
Конструкция мощного лазера на тонком диске,
с использованием многопроходной конфигурации для пучка накачки

температуру диска, что позволяет избежать тепловой населенности уровней основного состояния, которая отвечает за поглощение на длине волны генерации.

Согласно рассмотренным доводам, становится очевидным, что конфигурация на тонких дисках наиболее предпочтительна для квазитрехуровневых лазеров. Действительно, впечатляющие результаты были получены с Yb:YAG лазерами. Здесь была продемонстрирована выходная мощность до 4 кВт при хорошем электрическом КПД ($> 25\%$) и с относительно хорошим качеством пучка ($M^2 < 20$). Последний параметр оказался значительно лучше (примерно в 3 раза в единицах M^2), чем для лазеров на стержнях с той же выходной мощностью. При максимальной мощности диаметр пятна накачки D мог достигать 6 мм (см. рис. 9.3.1а). Еще большую мощность (до 16 кВт) можно получить, если использовать несколько дисков (до 4) в одном и том же резонаторе. В диапазоне более низких мощностей удалось получить мощность до 100 Вт, генерируемую в пучке, близком к одномодовому ($M^2 < 1,2$).

Несмотря на то, что наилучшие результаты были пока получены на материале Yb:YAG, концепция лазеров на тонких дисках испытывалась и на других активных средах, включая Nd:YAG. Помимо этого, в настоящее время наблюдается растущий интерес к возможности использования полупроводниковых материалов в качестве оптически накачиваемых тонких дисков. В этом случае материал обычно изготавливается в виде одиночных или множественных квантовых ям. Лазерную накачку можно осуществить либо в слоях-обкладках, расположенных рядом с ямой/ямами, либо, для лучшей квантовой эффективности лазера, непосредственно в самой квантовой яме/ямах.

9.2.4. Er:YAG И Yb:Er ЛАЗЕРЫ

Эрбиевый лазер может генерировать излучение либо на длине волны $\lambda = 2,94$ мкм (для кристалла Er:YAG), либо на длине волны $\lambda = 1,54$ мкм (для материала Yb:Er на стекле) [11], то есть позволяет работать в спектральном диапазоне, весьма интересном с точки зрения медицинских и биологических приложений, особенно там, где наиболее важным оказывается критерий безопасности для зрения человека, а также возможность работы в третьем окне прозрачности оптических волокон.

В материале Er:YAG ион Er^{3+} замещает ион Y^{3+} в кристаллической решетке. Соответствующие уровни энергии представлены на рис. 9.4а. Лазерная генерация имеет место либо на переходе ${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$ ($\lambda = 2,94$ мкм) [12], либо на переходе ${}^4I_{13/2} \rightarrow {}^4I_{15/2}$ ($\lambda \approx 1,64$ мкм). В силу своей привлекательности в плане биомедицинских приложений Er:YAG лазеры, работающие на длине волны $\lambda = 2,94$ мкм, весьма успешно развиваются в последнее время. При возбуждении кристалла Er:YAG с помощью импульсной лампы накачка верхнего лазерного уровня ${}^4I_{11/2}$ осуществляется через поглощение света на переходе с длиной волны менее 600 нм. При диодной накачке используется лазерный диод, длина волны излучения которого составляет $\lambda = 970$ нм (InGaAs/GaAs лазер на квантовых ямах). Время жизни верхнего состояния (около 0,1 мс) оказывается намного меньше, чем у нижнего состояния (око-

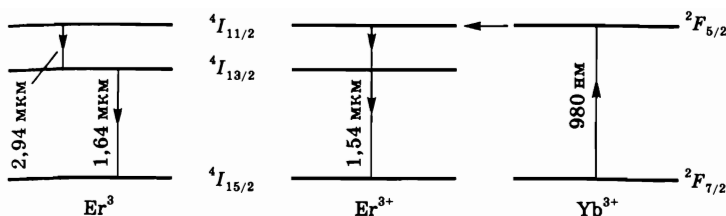


Рис. 9.4
Соответствующая схема энергетических уровней:
а) Er:YAG; б) Yb:Er:фосфатное стекло.

до 2 мс), и по этой причине такой лазер, как правило, работает в импульсном режиме. Тем не менее, можно обеспечить работу этого лазера и в непрерывном режиме (особенно в случае диодной накачки) и при обычных условиях. Это возможно благодаря тому, что в силу большой концентрации ионов Er (10–50 ат. %) в кристалле имеет место сильное ион-ионное ($\text{Er}^{3+} - \text{Er}^{3+}$) взаимодействие, приводящее к появлению перехода ${}^4I_{13/2} \rightarrow {}^4I_{9/2}$ с повышением частоты излучения, так называемый ап-конверсионный эффект (ир-конверсионный эффект, или ап-конверсионная накачка), см. рис. 2.13в. Этот процесс, в конечном счете, приводит к повторному переносу энергии с нижнего ${}^4I_{13/2}$ уровня на верхний уровень ${}^4I_{11/2}$.

При накачке импульсной лампой размеры стержня выбираются примерно такими же, как и в случае Nd:YAG лазера, например диаметр 6 мм и длина 7,5 см. При этом обычно используются схемы с одноэллипсным осветителем или с близким расположением лампы и кристалла (см. рис. 6.1). Энергия импульсной лампы накачки Er:YAG лазера, как правило, не превышает 1 Дж в схемах с частотой повторения импульсов до 10 Гц. Благодаря тому, что вода очень сильно поглощает излучение на длине волны $\sim 2,94$ мкм, Er:YAG лазер с ламповой накачкой представляет значительный интерес для биомедицинских применений и особенно для пластической хирургии. Как известно, тело человека приблизительно на 70% состоит из воды, при этом излучение с длиной волны около 2,94 мкм (излучение Er:YAG лазера) проникает в кожу человека на глубину примерно 5 мкм. Появившиеся в последнее время высокоэффективные Er:YLF лазеры с диодной накачкой (квантовая эффективность $\sim 35\%$), генерирующие на длине волны $\lambda = 2,8$ мкм, обеспечивают в непрерывном режиме выходную мощность более 1 Вт.

Соответствующие уровни энергии Yb:Er лазера на фосфатном стекле представлены на рис. 9.4б. Накачка в таком лазере может осуществляться либо импульсной лампой [13], либо непрерывным лазерным диодом [14], при этом генерация происходит на переходе ${}^4I_{13/2} \rightarrow {}^4I_{15/2}$ (длина волны $\lambda = 1,54$ мкм). Для Er лазеров с длиной волны 1,54 мкм уровень концентрации ионов Er должен быть низким, для того чтобы избежать возникновения нежелательного в этом случае ап-конверсионного эффекта, описанного выше. Следовательно,

коэффициент поглощения Er, как с ламповой, так и с диодной накачкой, оказывается очень низким, и, таким образом, для увеличения эффективности накачки (или поглощения накачки) необходимо дополнительное легирование ионами Yb³⁺ (или ионами Cr³⁺ при ламповой накачке). В случае диодной накачки на длине волны 980 нм энергия накачки поглощается в основном ионами Yb³⁺ (переход ${}^2F_{7/2} \rightarrow {}^2F_{5/2}$), и затем возбуждение переносится на уровень ${}^4I_{11/2}$ атома Er за счет ферстеровского диполь-дипольного взаимодействия (см. раздел 2.6.1). Далее, за счет механизмов многофотонной релаксации атом Er с уровня ${}^4I_{11/2}$ достаточно быстро релаксирует ($\tau \approx 0,1$ мс) на верхний лазерный уровень ${}^4I_{13/2}$. Время жизни этого уровня в фосфатных стеклах очень большое ($\tau \approx 8$ мс), что делает этот уровень наиболее подходящим для лазерной генерации. Следует отметить, что пик линии усиления для среды Er-стекло лишь незначительно смещен в сторону увеличения длины волны (стоксово смещение), по сравнению с пиком линии поглощения, причем обе эти спектральные линии обусловлены переходами между полосами ${}^4I_{13/2}$ и ${}^4I_{15/2}$. Таким образом, Yb:Er лазер на стекле работает практически по трех-уровневой схеме. Другие спектроскопические и оптические характеристики этого лазера представлены в табл. 9.4.

В настоящее время Cr:Yb:Er лазеры на стекле, использующие ламповую накачку и работающие в режиме модуляции добротности, нашли широкое применение в безопасных для глаз устройствах лазерной дальнометрии. Действительно, излучение с длиной волны 1,5 мкм оказывается наиболее безопасным для глаза человека [15]. Непрерывные Yb:Er лазеры на стекле, использующие диодную накачку, находят применение в устройствах оптической связи и в бесконтактных, безопасных для зрения измерительных устройствах.

9.2.5. Tm:Ho:YAG ЛАЗЕР

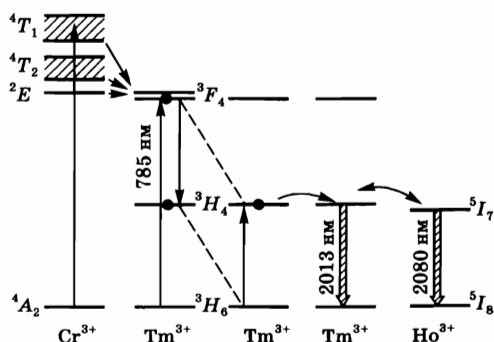
Основные уровни энергии Tm:Ho:YAG лазера [16] представлены на рис. 9.5. Ионы Tm³⁺ вместе с ионами Ho³⁺ замещают ионы Y³⁺ в решетке. Обычная концентрация ионов Tm достаточно велика (4–10 атом. %), тогда как концентрация ионов Ho оказывается на порядок меньше. В случае использования импульсной лампы накачки активная среда дополнительно сенсibilизируется ионами Cr³⁺, которые замещают ионы Al³⁺ в кристалле YAG. Здесь энергия накачки поглощается в основном через переходы ${}^4A_2 \rightarrow {}^4T_2$ и ${}^4A_2 \rightarrow {}^4T_1$ ионов Cr³⁺,¹ и далее она эффективно переносится на уровень ${}^3F_4$ иона Tm³⁺ за счет ферстеровского ион-ионного взаимодействия. При непрерывной диодной накачке уровень ${}^3F_4$ иона Tm³⁺ напрямую возбуждается излучением полупроводникового AlGaAs лазера (длина волны 785 нм), и в этом случае отпадает необходимость в дополнительном легировании кристалла ионами Cr³⁺. Как в случае накачки импульсной лампой, так и в случае накачки лазерным диодом, возбужденный уровень ${}^3F_4$ иона Tm³⁺ далее претерпевает процесс кросс-релаксации между соседними ионами по схеме: Tm(${}^3F_4$) +

¹ Следует отметить, что исходя из теории групп рассмотренные здесь состояния ${}^4T_2$ и ${}^4T_1$ иона Cr³⁺, находящегося в поле октаэдрической решетки, эквивалентны состояниям ${}^4F_2$ и ${}^4F_1$ в рубине (см. рис. 9.1).

$+ \text{Tm}(^3\text{H}_6) \rightarrow 2\text{Tm}(^3\text{H}_4)$. Данный процесс переводит оба иона Tm (возбужденный ион, находящийся в состоянии $^3\text{F}_4$, и ион, находящийся в состоянии $^3\text{H}_6$) в возбужденное состояние $^3\text{H}_4$. Для той высокой концентрации ионов Tm, которая здесь используется, процесс кросс-релаксации преобладает над процессом излучательной релаксации с уровня $^3\text{F}_4$, и это приводит к тому, что полная квантовая эффективность накачки составляет приблизительно 2 (т. е. 200%). Быстрый перенос энергии между ионами Tm (вновь благодаря ферстеровскому ион-ионному взаимодействию) имеет место до тех пор, пока уровень возбужденного состояния иона Tm не станет очень близким к уровню иона Ho. В этом случае энергия переносится на уровень $^5\text{I}_7$ иона Ho, после чего на переходе $\text{Ho}^{3+} (^5\text{I}_7 \rightarrow ^5\text{I}_8)$ происходит лазерная генерация. Фактически, лазерная генерация возникает между нижшим подуровнем полосы $^5\text{I}_7$ и подуровнем полосы $^5\text{I}_8$, отстоящим от основного состояния на величину $\sim 462 \text{ см}^{-1}$, при этом длина волны перехода составляет $\lambda = 2,08 \text{ мкм}$ (квазитрехуровневый лазер). Без легирования ионами Ho кристалл может генерировать излучение на переходе $^3\text{H}_4 \rightarrow ^3\text{H}_6$ атома Tm, с длиной волны $\lambda = 2,02 \text{ мкм}$.

При использовании импульсной лампы накачки активная среда выбирается в виде стержня, при этом размеры активной среды примерно такие же, как и в случае Er:YAG лазера (как уже рассматривалось в предыдущем разделе), а в качестве схем накачки используются эллиптические осветители или схемы с близким расположением лампы и кристалла (см. рис. 6.1.). Для таких схем лазеров выходная энергия составляет до 1 Дж при длительности импульса $\sim 200 \text{ мкс}$, а дифференциальный КПД достигает 4% при частоте повторения импульсов до 10 Гц. Такие лазеры могут с успехом применяться для биомедицинских задач, поскольку биологическая ткань обладает значительным поглощением и вблизи длины волны 2 мкм (хотя это значение лежит ниже длины волны Er лазера, 2,94 мкм). При диодной накачке зачастую используется продольная схема возбуждения, как это показано на рис. 6.11а. При достаточно большом коэффициенте поглощения для ионов Tm^{3+} (на длине волны излучения накачки этот коэффициент составляет $\alpha_p \cong 6 \text{ см}^{-1}$) толщина активной среды обычно выбирается в пределах 2–3 мм, при этом активная среда, как правило, охлаждается до низких температур ($-10 \dots -40^\circ\text{C}$) в целях уменьшения населенности нижнего лазерного уровня, обусловленной нагревом среды.

Рис. 9.5
Соответствующая схема энергетических уровней материала Cr:Tm:Ho:YAG



Безопасные для глаз лазерные радары, в которых используются Tm:Ho:YAG лазеры, применяются для дистанционных измерений скорости ветра в атмосфере. Такие системы включают в себя одночастотный Tm:Ho лазер с диодной накачкой, который используется в паре с Cr:Tm:Ho:YAG усилителем, возбуждаемым излучением импульсной лампы и использующим ячейку Покейльса в качестве модулятора добротности.

9.2.6. ВОЛОКОННЫЕ ЛАЗЕРЫ

В волоконном лазере [17]¹ активной средой является сердцевина оптического волоконного световода, активированная ионами редкоземельных элементов. Как правило, это одномодовое волокно (для длины волны, на которой работает волоконный лазер), изготовленное из плавленого кварца. Пучок накачки пропускается продольно вдоль длины волокна, и может быть либо направлен непосредственно в саму сердцевину, где излучение распространяется так же, как и излучение лазерной моды (обычный одномодовый волоконный лазер), рис. 9.6а, либо через внешнюю оболочку, окружающую эту сердцевину (волоконный лазер с двойной оболочкой), рис. 9.6б. Следует отметить, что хотя волоконные лазеры были продемонстрированы вскоре после появления лазеров [18], они вызвали практический интерес после разработки подходящих диодных лазеров (способных обеспечить эффективную накачку) и развития технологии изготовления одномодовых кварцевых волокон с нужными примесями. Отличительными особенностями этих одномодовых лазеров является очень низкий порог накачки и очень большой коэффициент усиления, который можно получить даже при умеренных мощностях накачки от диодных лазеров. В последнее время возрос интерес к волоконным лазерам как к лазерам, которые способны работать с высокими мощностями. Это обусловлено тем, что геометрия волокна дает возможность существенно снизить роль тепловых эффектов, характерных, например, для таких объемных элементов, как лазерные стержни.

Изложение условий, нужных для того, чтобы в волокне распространялась лишь мода наименьшего порядка, будет проведено в разд. 9.2.6.1, а здесь мы просто отметим, что в обычном одномодовом волокне поперечные размеры пучков накачки и собственно лазерного излучения, w_p и w_0 соответствен-

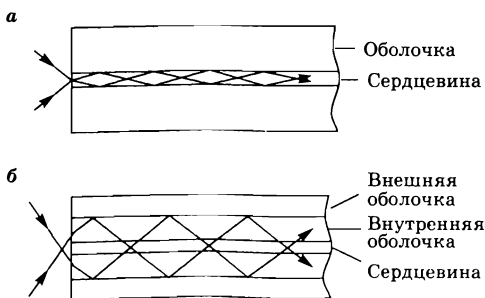


Рис. 9.6

а) Запуск с торца в сердцевину обычного волокна. б) Накачка через оболочку: запуск с торца во внутреннюю оболочку волокна с двойной оболочкой, что приводит к последовательным поглощениям распространяющегося по волокну излучения накачки за счет поглощений в сердцевине

¹ Любезно предоставлено Дэвидом С. Ханна, Университет Саутгемптона, Великобритания

но, сравнимы с радиусом сердцевин a (типично $a \approx 2,5$ мкм). Тем самым w_p и w_0 в 10–50 раз меньше соответствующих типичных значений объемных устройств (см. примеры 7.4 и 7.5). Из выражений (6.3.19) и (6.3.24), справедливых собственно для четырех- и для квазитрехуровневых лазеров, можно видеть, что пороговая мощность накачки P_{th} пропорциональна $(w_0^2 + w_p^2)$. Следовательно, можно ожидать, что для одних и тех же значений лазерных параметров (например, γ , σ_e , η_p , τ для четырехуровневого лазера), P_{th} должна быть меньше на два или три порядка для волоконного лазера по сравнению с объемным лазером. Известно, что стеклянная матрица обычно уширяет ширину линии перехода более чем на порядок по сравнению с кристаллической матрицей, что соответственно уменьшает сечение испускания. Несмотря на это, снова согласно примерам 7.4 и 7.5, ожидаются пороговые мощности ниже 1 мВт, что и было достигнуто в волоконных лазерах. Это соображение также показывает, что лазерная генерация может быть получена в случае активных сред с очень малой квантовой эффективностью и соответственно с коротким временем жизни τ . С другой стороны, выражения для наклона кривой коэффициента полезного действия для четырех- и квазитрехуровневого лазера (см. (7.3.13) и (7.4.10) как идентичные), оказывается не зависящим от времени жизни верхнего состояния, а зависит исключительно от эффективности накачки η_p . Таким образом, высокую дифференциальную эффективность (наклон кривой КПД) можно получить, если обеспечить максимальное поглощение мощности накачки (т. е. $\eta_p \approx 1$). Иными словами, те лазерные переходы, которые представляются как неэффективные в случае объемных лазеров, могут иметь достаточно низкий порог в случае волоконных лазеров и показать высокий дифференциальный КПД.

Интересным следствием того, что геометрия волоконного световода позволяет иметь высокую интенсивность накачки, является сильное обеднение основного уровня активной среды волоконного лазера. Для примера рассмотрим четырехуровневый лазер (Nd:стекло) и пусть F_p — плотность потока накачки (для простоты предполагается однородной в сердцевине), а N_g и N_2 — населенности основного и верхнего уровней соответственно. Тогда в случае непрерывного режима и отсутствия лазерной генерации можно просто написать следующее балансное уравнение:

$$\sigma_p F_p N_g = N_2 / \tau, \quad (9.2.1)$$

где σ_p — сечение поглощения накачки, а τ — время жизни верхнего состояния. Таким образом, чтобы иметь $N_g = N_2$, надо иметь $F_p = (I_p / h\nu_p) = (1 / \sigma_p \tau)$, где I_p — интенсивность накачки, а $h\nu_p$ — энергия фотона накачки. В соответствии с рис. 6.8а и табл. 9.3 мы примем для Nd:кварцевого волокна $\sigma_p = 2,8 \cdot 10^{-20}$ см² и $\tau = 300$ мкс. Из вышеуказанного выражения получаем $I_p = (h\nu_p / \sigma_p \tau) \approx 25$ кВт/см², так что $P_p = I_p A_{core} \approx 0,25$ мВт, где A_{core} — площадь сердцевин, принятая $\approx 10^{-7}$ см². Таким образом, в рассмотренном примере более половины населенности основного состояния переводится на верхний уровень при мощности накачки ~ 1 мВт или даже менее. Из легкости, с которой происходит обеднение основного уровня при накачке, следует, что при типичных мощностях накачки уменьшение коэффициента поглощения из-за

обеднения основного уровня может происходить на длинах, много превышающих длину поглощения малого сигнала l ($l = 1/\alpha_p$, где α_p — коэффициент поглощения для слабого сигнала на длине волны накачки). Фактически можно показать, что если мощность накачки P_p превышает мощность насыщения в x раз, то мощность накачки будет проникать в волокне на расстояние приблизительно в x раз большем по сравнению с длиной поглощения. Это обстоятельство следует принимать во внимание при выборе оптимальной длины волокна.

Как было показано выше, высокие значения интенсивности накачки в обычном одномодовом волокне способны перевести существенную долю населенности основного состояния на некоторый верхний уровень активного иона. При этом условии второй фотон накачки на той же самой или на дру-

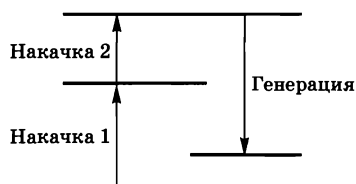


Рис. 9.7

Схема волоконного лазера с ап-конверсионной накачкой (up-conversion laser)

гой длине волны может увеличить заселенность еще более высоко лежащего уровня. С этого уровня может происходить генерация на нижний уровень, например на уровень основного состояния, так что энергия испускаемого фотона будет даже большей, чем энергия фотона накачки (рис. 9.7). Лазер, работающий по такой схеме, с использованием двух или более фотонов одинаковой или разных длин волн для создания инверсии, называется *ап-конверсионным лазером*. Хотя та-

кие схемы работали с объемными средами, с появлением волоконных лазеров, использующих особые волокна, стало значительно легче реализовывать их. Фактически в кварцевых волокнах главным препятствием для реализации такой ап-конверсионной схемы является безызлучательный распад уровней, задействованных в схеме, который обусловлен многофононной дезактивацией. Как это было объяснено в разд. 2.6.1, вероятность такого распада сильно зависит от числа фононов, которые должны быть испущены в этом процессе. В этом случае энергия фонона является максимальной энергией в фононном спектре материала матрицы, и для конкретного перехода скорость безызлучательного распада сильно увеличивается при увеличении этой энергии фонона. Для плавленого кварца эта энергия соответствует $\sim 1150 \text{ см}^{-1}$, она проявляется в быстром безызлучательном распаде для области разностей лазерных уровней менее чем $\sim 4500 \text{ см}^{-1}$. Существенное уменьшение скорости безызлучательного распада может получиться при выборе материала с пониженной энергией фонона. Среди таких материалов, из которых можно изготавливать волокна, наиболее широко используются смеси флюоридов тяжелых металлов, которые называются ZBLAN (сокращение из обозначений элементов циркония, бария, лантана, алюминия и натрия) и имеют максимум энергии фонона лишь 590 см^{-1} . Первоначально разработка таких волокон без добавления активных ионов мотивировалась стремлением уменьшить поглощение в ИК-области, поскольку это характерно для флюоридов тяжелых металлов. Это, в свою очередь, важно для перспектив создания волокон с ультранизкими потерями для телекоммуникаций. Примером реализован-

возможностей являются ZBLAN волокна, активированные Tm^{3+} . При накачке тремя фотонами на той же длине волны ($\lambda = 1120 \div 1150$ нм) получился очень эффективный апконверсионный лазер, работающий в голубой области спектра ($\lambda = 480$ нм), с выходной мощностью, превышающей 200 мВт. В случае ZBLAN волокон, активированных Pr^{3+} , при накачке двумя фотонами на ~ 1010 нм и ~ 835 нм получалась генерация на нескольких переходах от голубого до красного ($\lambda = 491, 520, 605, 635$ нм), выдавая, например в голубой области, выходную мощность до ~ 200 мВт. Эти данные демонстрируют возможность практических, полностью твердотельных ап-конверсионных лазерных источников в голубой области спектра.

Те же самые соображения, приводящие к низким порогам мощности накачки волоконных лазеров, также указывают на очень высокие коэффициенты усиления, которые можно получить при умеренных непрерывных мощностях накачки. Это обеспечивает основу наиболее важного на сегодня применения активных волокон, а именно усилителя на основе волокна, активированного Er^{3+} (EDFA), который используется в качестве усилителя оптических сигналов в системах волоконной связи, работающих на длине волны $\sim 1,5$ мкм. Однако роль в качестве оптического усилителя не ограничивается телекоммуникацией. С ростом интереса к высокомоощным волоконным лазерам возрастает роль волоконных усилителей (здесь обычно имеют в виду усилители на волокнах, активированных Yb^{3+} , или YDFA-усилители, работающие на длинах волн ~ 1 мкм). Они преимущественно используются в схеме МОРА (задающий генератор и усилитель мощности), где последовательность каскадов волоконных усилителей обеспечивает прогрессивное наращивание выходной мощности. Теперь мы переходим к следующему разделу, посвященному волоконным лазерам высокой мощности.

9.2.6.1. ВОЛОКОННЫЕ ЛАЗЕРЫ ВЫСОКОЙ МОЩНОСТИ

До сих пор в нашем изложении мы делали упор лишь на очень умеренные мощности накачки одномодовых волокон, активированных ионами, которые требуются либо для достижения лазерного порога, либо для обеспечения высокого коэффициента усиления. Однако волоконная геометрия также позволяет достигать высоких мощностей, даже до киловатт, также поддерживая режим одной моды низшего порядка. Эта привлекательная особенность работы в одномодовом режиме при высокой мощности находится в сильном контрасте с объемными лазерами на стержнях, где термические градиенты, наводимые накачкой, могут ухудшить качество лазерного пучка при значительно меньших уровнях мощности. Сущность такой малой чувствительности волоконных лазеров к термическим искажениям проистекает, во-первых, из значительной длины волоконной среды, что уменьшает количество тепла, выделяемого на единицу длины, и, во-вторых, из малого диаметра сердцевины волокна, что способствует малым поперечным температурным градиентам внутри сердцевин. В результате наводятся только очень малое двойное лучепреломление и тепловая линза, что слабо сказывается на параметрах распространяющейся моды.

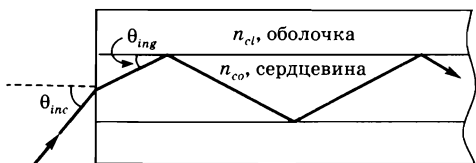


Рис. 9.7а

Полное внутреннее поглощение падающего луча при запуске в торец в сердцевину волокна. Отметим, что θ_{int} соответствует критическому углу полного внутреннего отражения, который получается из уравнения $\theta_{int} \cong \sin \theta_{int} = (n_{co}^2 - n_{cl}^2)^{1/2} / n_{co}$

В стремлении к большим выходным мощностям волоконных лазеров желание избежать оптического повреждения сердцевины приводит к необходимости использовать большие размеры сердцевины. Это, в свою очередь, создает проблему поддержания одномодового режима. Чтобы понять это обстоятельство, мы сперва отметим, что условие полного внутреннего отражения на границе сердцевина–оболочка приводит к требованию (рис. 9.7а):

$$\theta \leq \theta_{int} \cong (n_{co}^2 - n_{cl}^2)^{1/2} / n_{co} \equiv NA / n_{co}, \quad (9.2.2)$$

где n_{co} , n_{cl} — показатели преломления сердцевины и оболочки соответственно, а NA — величина числовой апертуры, которая определяет синус максимального угла падения для луча, способного испытать полное внутреннее отражение на границе сердцевина–оболочка. Условие одной моды можно сформулировать как требование того, что угловая расходимость $\lambda / 2n_{co}a$ моды низшего порядка должна удовлетворять условию $\lambda / 2n_{co}a \geq \theta_{int}$. Это, в свою очередь, приводит к тому, что для мод более высокого порядка, которые имеют большую расходимость, не удовлетворяется требование полного внутреннего отражения, и эти моды не будут распространяться. Сопоставление этого неравенства с уравнением (9.2.2) дает условие для одиночной моды в виде $2a(NA)/\lambda \leq 1$. Строгое требование для полей распространяющихся мод дает, по существу, тот же результат с небольшими изменениями числовых коэффициентов. Выраженный в виде так называемого V -фактора волокна этот строгий результат условия распространения одной моды в волокне со ступечатым показателем преломления (показатель преломления однороден как в сердцевине, так и в оболочке) представляется как

$$V \equiv 2\pi a NA / \lambda \leq 2,4. \quad (9.2.3)$$

Из этого можно легко увидеть, что для поддержания условия одной моды увеличение радиуса a требует уменьшения разницы между показателями преломления сердцевины и оболочки. Крайние пределы пользования этим условием вызваны техническими трудностями изготовления волокон с требуемой малой разницей показателей преломления и сильной чувствительностью потерь распространения в волокне при изгибах волокна.

Разумеется, необходимым условием режима высокой мощности является возможность ввести высокую мощность накачки в активную сердцевину волокна. Однако в обычных одномодовых волоконных лазерах с накачкой в торец волокна необходим источник накачки, который сам должен быть дифракционно ограниченным. Таким образом, для диодной накачки можно использовать только устройства с одиночной излучающей областью (одномодовый диод), как показано на рис. 6.9а. Мощность накачки ограничивается ~ 1 Вт, и соответственно ограничивается выходная мощность. С другой

стороны, диодные лазеры высокой мощности (см. рис. 6.9б и 6.10) имеют довольно плохое качество пучка (значения M^2 10^2 и более) и поэтому не годятся для прямого введения своего излучения в сердцевину волокна с торца, поскольку в этом случае будет использована лишь малая часть мощности. Решение этой проблемы получается с помощью методики, которая называется *накачкой через оболочку* и иллюстрируется на рис. 9.6б. Сердцевина (она может быть одномодовой) окружена внутренней оболочкой с меньшим показателем преломления (ее диаметр значительно больше, чем у сердцевины), которая, в свою очередь, окружена внешней оболочкой, материал которой еще меньше. Излучение накачки можно запустить с торца во внутреннюю оболочку. При этом требования к качеству пучка значительно меньшие по сравнению со случаем запуска в сердцевину. Для этого, в частности, нужно иметь большое значение NA для границы между внутренней и внешней оболочкой. Тогда излучение накачки, распространяясь внутри внутренней оболочки, будет последовательно поглощаться в сердцевине с некоторым эффективным коэффициентом поглощения, который меньше, чем истинный коэффициент поглощения вещества сердцевины на величину соизмеримую с соотношением площадей внутренней оболочки и сердцевины. Таким образом, при заданной концентрации активных ионов, длину волокна нужно соответственно увеличить, чтобы обеспечить эффективное поглощение мощности накачки. Если при таком увеличении длины волокна не происходит чрезмерного увеличения потерь накачки и лазерного излучения в сердцевине, тогда можно осуществить накачку волокна с помощью многомодовых диодов и получить эффективную одномодовую генерацию. Таким образом, схема накачки через оболочку может обеспечить очень простой способ увеличения яркости источника накачки (диода) с помощью эффективного преобразования его излучения в одномодовое излучение волоконного лазера.

Сочетание этой универсальной методики с прекрасными термическими свойствами волокон вызвало быстрое развитие одномодовых волоконных лазеров высокой мощности. Ключевым моментом такого развития стало прогрессивное увеличение размеров сердцевины (волокна, называемые LMA, с большой площадью моды вплоть до $\sim 1000 \text{ мкм}^2$). Это было продиктовано необходимостью поддерживать лазерную интенсивность внутри сердцевины ниже порога повреждения материала (обычно он превышает 10 Вт/мкм^2 в плавленом кварце при непрерывном режиме). Дополнительным преимуществом такого увеличения размера сердцевины является также повышение эффективности накачки через оболочку. Из-за уменьшения отношения площадей внутренней оболочки и сердцевины увеличивается эффективность поглощения накачки, и это позволяет уменьшить длину волокна. Но, как было указано, увеличение размеров сердцевины создает проблемы одномодового режима и проблемы потерь при изгибах волокна. Другим следствием является увеличение тепла, выделяемого на единицу длины волокна. Это может привести к тому, что станет необходимым принудительное охлаждение волокна (по сравнению с простым, естественным охлаждением воздухом, окружающим волокно). В противном случае температура в сердцевине

может стать выше допустимого уровня или, что более вероятно, может повредиться внешнее защитное покрытие волокна, которое обычно делается из полимерных материалов. Дальнейшее увеличение диаметра сердцевины приводит к еще большему увеличению термических эффектов, подобным тем, что имеют место в случае объемных лазерных стержней, работающих в режиме больших мощностей (т. е. многомодовый режим, термически наводимые двойное лучепреломление и линза).

Несмотря на указанные факторы, ограничивающие предельную выходную мощность волоконных лазеров, уже удалось достичь весьма значительных мощностей, например, в случае одномодового режима непрерывная мощность превышает 1 кВт, а в многомодовом режиме достигает 15 кВт. Мы даем здесь численные примеры параметров конструкций, в которых получают такие мощности.

Пример 9а. Волоконный лазер киловаттной мощности. Мы рассматриваем особый случай Yb:волоконного лазера, описанного в работе [57]. Диаметр сердцевины 40 мкм и отношение сердцевина/внутренняя оболочка, $NA < 0,05$ (следовательно, соответствующий коэффициент $< 10^{-3}$), что дает для V значение 5,3 для лазерной длины волны ~ 1 мкм. Хотя это значение допускает, в принципе, распространение нескольких мод высокого порядка, эффект различия потерь для разных мод в случае изгибов волокна приводит к преимущественному режиму генерации моды низшего порядка, что дает $M^2 \sim 1,4$. Уровень примесей Yb 6000 ppm по весу (это соответствует плотности $\sim 5 \cdot 10^{19}$ Yb ионов/см³) приводит к ненасыщенному коэффициенту поглощения накачки 430 дБ/м для сердцевины (сечение поглощения составляет $2 \cdot 10^{-20}$ см² для 975 нм излучения накачки). Максимальный коэффициент поглощения накачки, запускаемой во внутреннюю оболочку, меньше, как было указано, в отношении двух площадей, т. е. в $(40/600)^2$ раз, что дает полный коэффициент поглощения ~ 2 дБ/м. При экспериментальных измерениях этот коэффициент поглощения накачки для слабого сигнала оказался равным 1,5 дБ/м, что означает полное поглощение накачки на длине волокна 12 м. Отметим, что при этой оценке мы пренебрегаем насыщением накачки, т. е. предполагается, что населенность основного состояния Yb ионов не обедняется накачкой. На практике, однако, интенсивность накачки, даже при условии, что она запускается во всю площадь внутренней оболочки, существенно выше интенсивности насыщения накачки при отсутствии генерации. С другой стороны, как только начинается генерация, эффективное время жизни Yb ионов на верхнем уровне сильно уменьшается, тем самым обеспечивая эффективное поглощение на относительно короткой длине волокна. Накачка диодных лазеров (использовались два, запускающие свои пучки с каждого конца волокна) имела значения $M^2 \sim 200$. Действительно эффективный запуск накачки мог получаться с диаметром 600 мкм, с 0,45 NA, и для пучка с длиной волны 1 мкм и углом расходимости 0,45 рад (соответствующего приведенному значению для NA) получается $M^2 \sim 0,45/(\lambda/D) \sim 200$. С имеющейся полной накачкой 1,8 кВт в волокно запускалась мощность 1,6 кВт, что приводило к выходной мощности излучения волоконного лазера 1,36 кВт. Это означает, что дифференциальный КПД составляет 83%, а квантовая эффективность $\sim 95\%$. Столь высокая

эффективность означает низкий уровень выделяемого тепла, а именно ~20 Вт/м при уровне выходной мощности 1 кВт. Соответственно, увеличение яркости при преобразовании излучения диодного лазера в излучение волоконного лазера составляет $(M_{diode}^2)/(M_{fiber}^2)^2 \sim 20000$. При этом лазерная интенсивность внутри сердцевины (~1,5 Вт/мкм²) существенно ниже порога повреждения, так что вполне возможно дальнейшее продвижение в сторону больших мощностей и яркостей.

Мы видим, что прогресс в достижении высоких мощностей обусловлен увеличением размеров сердцевины, что также приводит к увеличению выделяемого тепла на единицу длины. Хотя увеличение длины волокна вполне допустимо для экспериментального осуществления режима высокой мощности, следует отметить, что увеличение длины также в пределе приводит к недостаткам в виде различных нелинейно оптических процессов, таких как фазовая самомодуляция (см. 8.6.4.4) и вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР). В последнем процессе существенная доля мощности усиливаемого в волокне излучения преобразуется с уменьшением частоты на частотный сдвиг, соответствующий колебанию полосы SiO в плавленом кварце (~14 ТГц). Этот ВКР процесс возникает, когда достигается достаточно высокое значение произведения интенсивности на длину среды. Таким образом, существует предельная длина, которую можно использовать при заданной интенсивности. В случае импульсного режима, т. е. в режиме Q-модуляции с импульсами в наносекундном диапазоне, ограничения за счет ВКР и оптического повреждения более очевидны. С другой стороны, в случае более коротких импульсов в пикосекундном и фемтосекундном диапазоне можно эффективно использовать метод усиления chirпированных импульсов (CPA, см. раздел 12.3.1), с помощью которого интенсивность в волоконном усилителе снижается до допустимого уровня, а после усиления импульсы растягиваются. Используя такой подход и волоконные лазеры, работающие в режиме синхронизации мод, в схеме МОРА (т.е. задающий генератор с усилителем мощности), получались непрерывные последовательности фемтосекундных импульсов со средней мощностью ~100 Вт. Возможность достижения мощностей такого уровня, который существенно превышает уровень, достигаемый с помощью лазеров на Ti:сапфире, в сильной степени обусловлена тем, что системы волоконных лазеров допускают прямую накачку от высокомоощных диодных лазеров с плохим качеством пучка.

9.2.7. ЛАЗЕР НА АЛЕКСАНДРИТЕ

Александрит, представляющий собой активированный хромом хризоберилл, имеет кристаллическую структуру BeAl_2O_4 , в нем ионы Cr^{3+} замещают некоторые из ионов Al^{3+} решетки (0,04 ÷ 0,12 ат. %). Лазер на александрите [19] можно считать прототипом целого класса современных твердотельных лазеров (так называемые *перестраиваемые твердотельные лазеры*). Длина волны излучения таких лазеров может непрерывно перестраиваться в пределах широкой спектральной полосы (например, $\Delta\lambda \cong 100$ нм, при $\lambda = 760$ нм

для александрита). В число этих перестраиваемых твердотельных лазеров входят, помимо прочих, лазеры на основе кристаллов титан:сапфир и Cr:LISAF, которые будут рассмотрены в следующем разделе, а также лазеры на основе Co:MgF₂ ($\Delta\lambda \cong 800$ нм, $\lambda = 1,9$ мкм), Cr⁴⁺:YAG ($\Delta\lambda \cong 150$ нм, $\lambda = 1,45$ мкм) и Cr⁴⁺:форстерит (Cr⁴⁺:Mg₂SiO₄, $\Delta\lambda \cong 250$ нм, $\lambda = 1,25$ мкм). В эту категорию можно также включить лазеры на центрах окраски [20], которые перестраиваются в широком диапазоне ближнего инфракрасного спектра (0,8–4 мкм). Лазеры на центрах окраски, бывшие некогда весьма популярными, утратили свое преимущество из-за проблем, связанных с активной средой (хранение, установка и пр.), а также по причине появления новых перспективных лазерных устройств, работающих в том же спектральном диапазоне (т. е.

перестраиваемые твердотельные лазеры или параметрические генераторы, которые будут рассмотрены в главе 12). Поэтому данный тип лазеров здесь рассматриваться не будет.

Энергетические состояния иона Cr³⁺ в кристалле BeAl₂O₄ качественно не отличаются от структуры уровней Cr³⁺ в других решетках с октаэдрическим кристаллическим полем (например, в рубине, который был рассмотрен выше). Поэтому весьма важно понять, почему лазер на александрите, в отличие от рубинового лазера, является перестраиваемым. Чтобы объяснить этот факт, на рис. 9.8 показана упрощенная схема энергетических состояний в представлении функции конфигурационной координаты иона Cr³⁺ (т. е. смещения иона в кристалле относительно шести анионов O²⁻ октаэдрической решетки, см. рис. 3.3 и рис. 9.9a). Из рис. 9.8

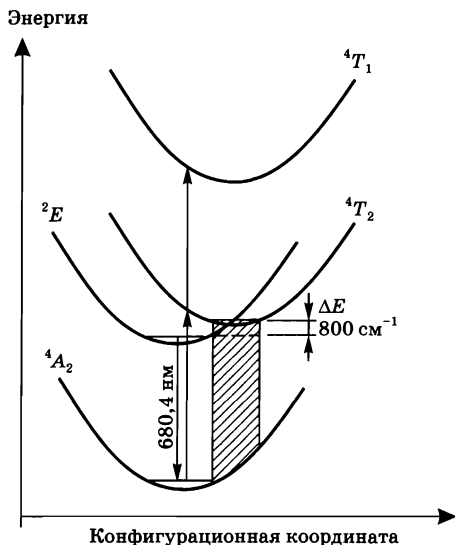


Рис. 9.8
Схема энергетических уровней лазера на александрите в представлении конфигурационных координат

можно видеть, что координата равновесия для обоих состояний ${}^4T_2$ и ${}^4T_1$, в силу их симметрии, смещена на несколько большее значение, чем для состояний ${}^4A_2$ и ${}^2E$.¹ Так же, как и в других матрицах, активированных ионами Cr³⁺, время релаксации между уровнями ${}^4T_2$ и ${}^2E$ вследствие внутривибрационных переходов оказывается очень коротким (менее 1 пс). Возможно, это связано и с перекрытием этих уровней. Таким образом, можно считать, что эти два состояния всегда находятся в термодинамическом равновесии и, поскольку энергетический зазор между дном (т. е. нижним колебательным уровнем) состояния ${}^4T_2$ и дном состояния ${}^2E$ в александрите составляет $\Delta E \cong 800$ см⁻¹ (всего несколько kT), то в случае, когда состояние ${}^2E$

¹ Следует отметить, что, исходя из теории групп, рассмотренные здесь состояния ${}^4T_2$ и ${}^4T_1$ иона Cr³⁺ эквивалентны состояниям ${}^4F_2$ и ${}^4F_1$ в рубине (см. рис. 9.1).

заселено, колебательные подуровни состояния ${}^4T_2$ также оказываются заметно заселенными. Согласно принципу Франка–Кондона, электронно-колебательные переходы из состояния ${}^4T_2$ оканчиваются на незаполненных колебательных уровнях состояния ${}^4A_2$ и являются подходящими для лазерной генерации. Поскольку число участвующих в генерации колебательных уровней велико, излучение будет происходить в широком непрерывном интервале частот ($\lambda = 700 \div 800$ нм). Возбуждение затем будет ограничено фононной релаксацией на низший колебательный уровень состояния ${}^4A_2$. В соответствии с физическим описанием, приведенным выше, такие лазеры классифицируются как *лазеры на вибронных переходах* или *лазеры на фононно-ограниченных переходах*. В качестве сравнения, в рубиновом лазере генерация происходит между состояниями ${}^2E$ и ${}^4A_2$, но при этом в рубине не имеют место фононно-ограниченные переходы, поскольку энергетический зазор между состояниями ${}^4T_2$ (старое обозначение ${}^4F_2$) и ${}^2E$ значительно больше ($\Delta E \cong 2300$ см $^{-1}$), и, следовательно, уровень ${}^4F_2$ оказывается практически незаселенным. Следует также отметить, что в александрите, как и в рубине, лазерная генерация может происходить на переходе ${}^2E \rightarrow {}^4A_2$ (можно сравнить рис. 9.8 и 9.1). Однако в этом случае лазер на александрите работает по трехуровневой схеме, и порог генерации оказывается значительно более высоким; при этом длина волны излучения имеет несколько другое значение ($\lambda = 680,4$ нм).

Накачка в александрите осуществляется главным образом через зеленую и синюю полосы поглощения (переходы ${}^4A_2 \rightarrow {}^4T_2$ и ${}^4A_2 \rightarrow {}^4T_1$, см. рис. 9.8), которые сильно напоминают полосы поглощения рубина. Эффективное время жизни, а также сечение вынужденного излучения верхнего состояния ${}^4T_2$ в александрите можно грубо оценить, предположив, что верхний уровень состоит из двух сильно связанных уровней, разделенных энергетической щелью $\Delta E \cong 800$ см $^{-1}$. Эти уровни являются низшими колебательными уровнями состояний ${}^2E$ и ${}^4T_2$, см. рис. 2.16 и пример 2.11. Время жизни верхнего состояния при температуре $T = 300$ К составляет $\tau \cong 200$ мкс, что очень близко к значению времени жизни верхнего состояния в кристалле Nd:YAG. Следует заметить, что хотя собственное время жизни состояния ${}^4T_2$ значительно короче ($\tau_T \cong 6,6$ мкс), эффективное время жизни существенно увеличивается в присутствии долгоживущего состояния ${}^2E$ ($\tau_E \cong 1,5$ мс, переход ${}^2E \rightarrow {}^4A_2$ запрещен по спину), которое играет роль резервуара энергии для состояния ${}^4T_2$. Благодаря связыванию этих двух состояний, эффективное сечение лазерного перехода ($\sigma_e \cong 0,8 \cdot 10^{-20}$ см ^{2}) оказывается значительно меньше собственного значения. Следует также отметить, что обе величины τ и σ_e являются температурно-зависимыми, поскольку относительная населенность обоих состояний также зависит от температуры. В табл. 9.5 приведены некоторые оптические и спектроскопические характеристики основного пере-
страиваемого перехода в лазере на александрите.

В отношении конструктивных особенностей лазеры на александрите напоминают Nd:YAG лазеры. Как правило, здесь используется ламповая накачка и схемы возбуждения, рассмотренные на рис. 6.1 и рис. 6.2. Несмотря на то, что александрит может работать в непрерывном режиме, его меньшее

Оптические и спектроскопические параметры наиболее важных перестраиваемых твердотельных лазерных материалов при комнатной температуре

Активная среда	Александрит	Ti:сапфир	Cr:LISAF	Cr:LICAF
Легирование [ат. %]	0,04–0,12	0,1	до 15	до 15
Nt [10^{19} ион/см ³]	1,8–5,4	3,3	10 [~1 ат. %]	10 [1 ат. %]
Длина волны [нм]	760	790	850	780
Диапазон перестройки [нм]	700–820	660–1180	780–1010	720–840
σ_e [10^{-20} см ²]	0,8	28	4,8	1,3
τ [мкс]	260	3,2	67	170
$\Delta\nu_0$ [ТГц]	53	100	83	64
Показатель преломления	$n_o = 1,7367$	$n_o = 1,763$		
	$n_b = 1,7421$	$n_e = 1,755$	$n_e = 1,4$	$n_e = 1,39$
	$n_c = 1,7346$			

Примечание: Концентрация активных ионов Nt и для Cr:LISAF и для Cr:LICAF задана при ~1% молярной концентрации CrF_3 в расплаве.

сечение перехода (по сравнению с Nd:YAG) делает более предпочтительной импульсную генерацию. При этом лазер может работать с высокой частотой повторения импульсов (10–100 Гц) либо в режиме свободной генерации (длительность выходного импульса порядка 200 мкс), либо в режиме модуляции добротности (длительность выходного импульса порядка 50 нс). Из-за того что эффективное сечение сильно увеличивается с ростом температуры, лазерный стержень обычно поддерживают при повышенной температуре (50–70°C). Характеристики импульсного лазера на александрите, а именно зависимость выходной мощности от входной, а также дифференциальный КПД практически аналогичны характеристикам Nd:YAG лазера с теми же размерами стержня. В лазерах на александрите были достигнуты средние мощности порядка 100 Вт при частоте повторения импульсов ~250 Гц. Эти лазеры успешно применяются в тех случаях, когда необходимо получить излучение с высокой средней мощностью на длине волны $\lambda \approx 700$ нм (например, при лазерном отжиге кремниевых пластин), или когда необходимо получить на выходе перестраиваемое по частоте излучение (например, при мониторинге загрязнения окружающей среды).

9.2.8.

ЛАЗЕР НА ТИТАН-САПФИРЕ

Лазер на титан-сапфире ($Ti:Al_2O_3$) [21, 22] является наиболее распространенным перестраиваемым твердотельным лазером. Он может работать в значительном диапазоне перестройки длин волн ($\Delta\lambda \approx 400$ нм, что соответствует частотному диапазону $\Delta\nu_0 \approx 100$ ТГц), обеспечивая, таким образом, наибольшую ширину полосы генерации по сравнению с любым другим лазером.

Для изготовления титан-сапфира материал Ti_2O_3 легируется в кристалл Al_2O_3 (обычный диапазон концентрации 0,1–0,5 вес. %). При этом ионы Ti^{3+} замещают некоторые из ионов Al^{3+} в кристаллической решетке. Ионы Ti^{3+} обладают самой простой электронной конфигурацией среди ионов переход-

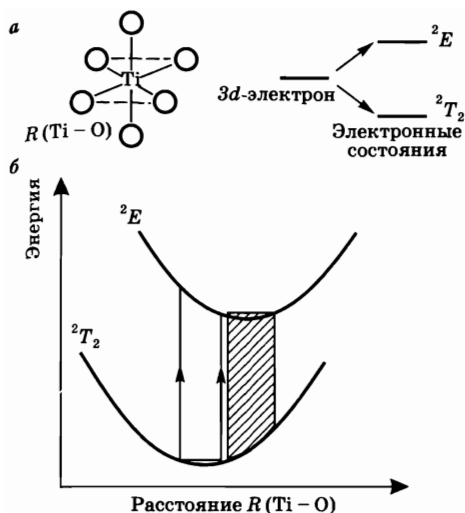


Рис. 9.9

а) Октаэдрическая конфигурация кристалла $\text{Ti}:\text{Al}_2\text{O}_3$. б) Расщепление электронных состояний $3d$ -оболочки в октаэдрическом кристаллическом поле. в) Энергетические состояния в представлении конфигурационных координат

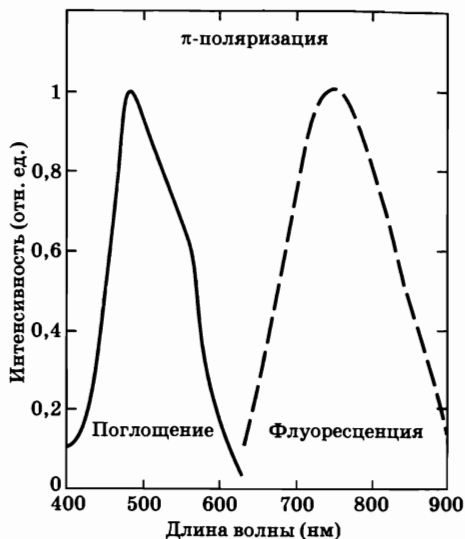


Рис. 9.10
Полосы поглощения и флюоресценции кристалла титан:сапфир (согласно работе [55])

ных металлов, здесь лишь один электрон остается на $3d$ -оболочке. Второй $3d$ -электрон и два $4s$ -электрона атома Ti (см. табл. 9.1), по сути, используются для ионного связывания двух анионов кислорода. При замещении ионов Al^{3+} ионами Ti^{3+} , последний занимает место в центре октаэдрической решетки, шесть вершин которой заняты ионами O^{2-} (рис. 9.9а). Представим, для простоты, поле совершенной октаэдрической симметрии,¹ где пятикратно вырожденный (пренебрегая вырождением по спину) d -электронный уровень изолированного иона Ti^{3+} расщепляется кристаллическим полем шести соседних анионов кислорода в трехкратно вырожденное нижнее ${}^2T_2$ состояние и дважды вырожденное верхнее ${}^2E$ состояние (рис. 9.9б). Как обычно, обозначения для этих кристаллов, содержащих переходные металлы, заимствованы из теории групп. Если при этом принимать во внимание спин электрона ($S = 1/2$ для этой, по существу, одноэлектронной системы), то два состояния получают мультиплетность $2S + 1 = 2$, как это обозначено левым верхним суффиксом, приписанным к каждому символу. В модели конфигурационных координат, где координатой является расстояние $\text{Ti}-\text{O}$, два состояния могут быть представлены в том виде, как это показано на рис. 9.9в. Следует заметить, что более сильное взаимодействие $3d$ -электрона с кристаллическим полем приводит к тому, что равновесное расстояние становится значительно больше для верхнего состояния по сравнению с нижним состоянием. Данное обстоятельство особенно важно, поскольку оно приводит к возникновению широких полос поглощения и люминесценции достаточно далеко

¹ Более подробное описание см. в работах [21] и [22].

отстоящих друг от друга, как показано на рис. 9.10. В заключение следует отметить, что весьма важной особенностью иона Ti^{3+} , расположенного в октаэдрической решетке, является наличие у него только одного возбужденного состояния (т. е. состояния ${}^2E$). Это исключает возможность поглощения энергии возбужденным состоянием (как, например, происходит на переходе ${}^4T_2 \rightarrow {}^4T_1$ в александрите), которое существенно ограничивает диапазон перестройки длины волны и уменьшает эффективность многих других лазеров на переходных металлах.

В соответствии с вышеизложенным, и вновь затрагивая принцип Франка-Кондона, можно утверждать, что лазерная генерация происходит с самого нижнего колебательного подуровня состояния ${}^2E$ на несколько колебательных подуровней основного состояния ${}^2T_2$. Некоторые важные оптические и спектроскопические свойства этого перехода, заканчивающегося фоновыми переходами, перечислены в табл. 9.5. Следует отметить, что в лазере на титан-сапфире время жизни верхнего уровня ($\tau \approx 3,2$ мкс при $T = 300$ К, излучательное время жизни $\tau_r \approx 3,85$ мкс) оказывается намного меньше, чем у александрита. Это связано с тем, что в титан-сапфире отсутствует «эффект затягивания», являющийся следствием остаточной населенности других возбужденных состояний, как, например, в александрите. С другой стороны, сечение вынужденного излучения в титан-сапфире намного больше (приблизительно в 40 раз), чем в александрите, и сравнимо с сечением вынужденного излучения в кристалле Nd:YAG. Здесь необходимо также отметить большую ширину лазерной линии, наибольшую среди традиционно используемых твердотельных лазеров.

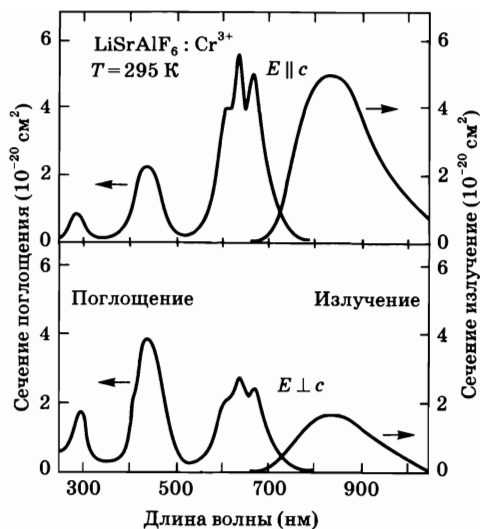
В непрерывном лазере на титан-сапфире накачка осуществляется зеленым излучением аргонового лазера, тогда как для реализации импульсного режима используется вторая гармоника Nd:YAG или Nd:YLF лазеров, а также импульсные лампы. Из-за малого значения произведения $\sigma\tau$, ламповая накачка требует использования очень мощных ламп. Несмотря на это лазеры на титан-сапфире с ламповой накачкой выпускаются серийно. Непрерывные лазеры с накачкой аргоновым лазером представляют собой удобный источник когерентного излучения высокой мощности (> 1 Вт), с возможностью перестройки в широком спектральном диапазоне (700–1000 нм). Возможно, наиболее важным применением лазеров на титан-сапфире является генерация (см. раздел 8.6.5) и усиление (см. главу 12) фемтосекундных лазерных импульсов. Сложные системы, основанные на этих лазерах и усилителях и позволяющие формировать импульсы относительно высоких энергий (20 мДж – 1 Дж) и фемтосекундной длительности (20–100 фс), сейчас имеются в распоряжении нескольких лабораторий и также выпускаются серийно.

9.2.9.

CR:LISAF И CR:LICAF ЛАЗЕРЫ

Двумя из наиболее современных перестраиваемых твердотельных материалов, основанных на ионах Cr^{3+} в качестве активного элемента, являются $Cr^{3+}:LiSrAlF_6$ (Cr:LISAF) и $Cr^{3+}:LiCaAlF_6$ (Cr:LICAF) [24, 25]. Оба материала обеспечивают широкий диапазон перестройки частоты генерации и могут накачиваться как импульсной лампой, так и диодным лазером [21, 22].

Рис. 9.11
Полосы поглощения
и флюоресценции
кристалла Cr:LISAF
для поляризации
в направлении,
параллельном
и перпендикулярном
к оптической с-оси
кристалла (согласно
работе [24])



В обоих кристаллах, Cr:LISAF и Cr:LICAF, ионы Cr^{3+} замещают некоторые ионы Al^{3+} в кристаллической решетке. При этом примесный ион занимает место в центре (деформированной) октаэдрической ячейки, шесть вершин которой заняты ионами фтора. Таким образом, в первом порядке приближения общая картина энергетических уровней в представлении конфигурационных координат, как это было показано для александрита, остается такой же и в этом случае (см. рис. 9.8). Соответствующие спектры поглощения и люминесценции кристалла Cr:LISAF для соответствующих компонент электрического поля (параллельной и перпендикулярной оси «с» кристалла) показаны на рис. 9.11, при этом следует напомнить, что кристаллы Cr:LISAF и Cr:LICAF являются одноосными кристаллами. Также отметим, что две основные полосы поглощения, центры которых расположены на длинах волн 650 нм и 440 нм, соответствуют переходам ${}^4A_2 \rightarrow {}^4T_2$ и ${}^4A_2 \rightarrow {}^4T_1$. Также необходимо заметить, что резкий характер линий, связанных с полосой ${}^4T_2$, обусловлен поглощением в состояниях ${}^2E$ и ${}^2T_1$ (последнее состояние на рис. 9.8 не показано). Таким образом, состояние ${}^2E$ теперь расположено внутри полосы поглощения ${}^4A_2 \rightarrow {}^4T_2$, и это означает, что низший колебательный уровень ${}^4T_2$ должен располагаться существенно ниже состояния ${}^2E$. Благодаря быстрой релаксации между этими двумя состояниями, уровень ${}^4T_2$ оказывается наиболее заселенным, и, таким образом, состояние ${}^2E$ не накапливает энергию, как это происходит, например, в александрите. Это также доказывает тот факт, что время жизни состояния ${}^4T_2$ (как показали измерения) практически не зависит от температуры. Другие важные оптические и спектроскопические характеристики этих двух материалов приводятся в табл. 9.5. Необходимо отметить, что среди перестраиваемых твердотельных лазерных материалов, которые представлены в таблице, кристалл Cr:LISAF имеет наибольшее значение произведения $\sigma\tau$. Таким образом, благодаря большим значениям как сечения, так и произведения $\sigma\tau$, а также благодаря

более широкому диапазону перестройки кристалл Cr:LISAF оказывается предпочтительнее, чем Cr:LICAF.

Кристаллы Cr:LISAF находят применение в лазерных системах, использующих как ламповую, так и диодную накачку, при этом обеспечивается перестройка длины волны в диапазоне около 850 нм. Большая ширина линии усиления делает данный материал весьма привлекательным для генерации фемтосекундных импульсов. Для этих задач разработан Cr:LISAF лазер с продольной накачкой полупроводниковым GaInP/AlGaInP лазером на квантовых ямах (QW), длина волны накачки составляет ~670 нм (схема лазера приведена на рис. 8.31). Синхронизация мод в таком лазере осуществляется с помощью ячейки Керра. Помимо этого, были разработаны большие Cr:LISAF — усилительные системы с ламповой накачкой, используемые для усиления фемтосекундных импульсов излучения титан-сапфирового или Cr:LISAF лазера, работающих в режиме синхронизации мод. В качестве других устройств, основанных на применении Cr:LISAF лазеров, можно отметить перестраиваемые лазерные системы, используемые для мониторинга загрязнений окружающей среды, а также для решения различных задач в спектроскопии.

9.3. ЛАЗЕРЫ НА КРАСИТЕЛЯХ

В лазерах на красителях [26] активная среда представляет собой растворы определенных соединений органических красителей в жидком растворителе, таком, как этиловый спирт, метиловый спирт или вода. Органические красители составляют большой класс многоатомных молекул с сопряженными двойными связями (например, $(-CH=)_n$). Лазерные красители обычно принадлежат к одному из следующих классов:

1. Полиметиновые красители, обеспечивающие генерацию в красной или ближней ИК-области (0,7–1,5 мкм). В качестве примера на рис. 9.12а приве-

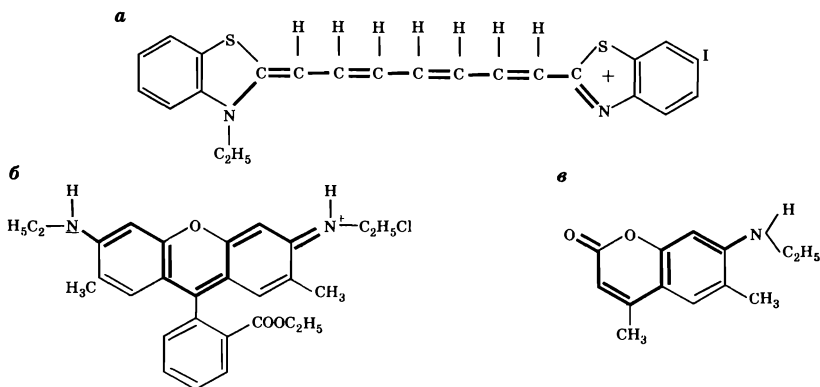


Рис. 9.12

Химическая структура некоторых распространенных красителей:

а) 3,3'-диэтилтрикарбоиндина иодида; б) родамина 6G; в) кумарина 2. В каждом случае хромофорный участок молекулы красителя изображен жирными линиями.

дена химическая структура красителя 3,3'-диэтилтиатрикарбоцианиниодида, который генерирует излучение в ИК-диапазоне (длина волны $\lambda_p = 810$ нм).

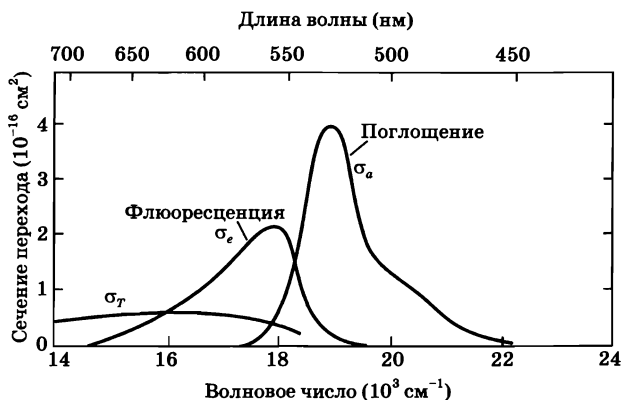
2. Ксантоновые красители, генерирующие в видимой области. В качестве примера на рис. 9.12б приведена химическая структура широко используемого красителя родамина 6G ($\lambda_p = 590$ нм).

3. Кумариновые красители, генерирующие в сине-зеленой области (400–500 нм). В качестве примера на рис. 9.12в приведена химическая структура кумарина 2, который генерирует излучение в синей области ($\lambda_p = 450$ нм).

9.3.1. ФОТОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ОРГАНИЧЕСКИХ КРАСИТЕЛЕЙ

Органические красители, как правило, имеют широкие полосы поглощения и флюоресценции без каких-либо острых пиков. Полосы флюоресценции значительно смещены в сторону более длинноволнового диапазона (стоксово смещение) от полос поглощения, что напоминает ситуацию с пере-страиваемыми твердотельными лазерами, рассмотренными в предыдущем разделе. В качестве примера на рис. 9.13 представлены основные характеристики поглощения и флюоресценции раствора родамина 6G в этаноле.

Рис. 9.13
Сечение поглощения σ_a ,
сечение синглет-синглетного
вынужденного излучения σ_e
и сечение триплет-
триплетного поглощения
для раствора родамина 6G
в этиловом спирте



Чтобы понять спектральные особенности, представленные на рис. 9.13, прежде всего необходимо рассмотреть энергетические уровни молекулы красителя. Структуру энергетических уровней молекул красителя нетрудно понять, если воспользоваться так называемой моделью свободных электронов [27]. Рассмотрим данную модель на примере красителя цианина, рис. 9.14а. В атомах углерода р-электроны образуют два плоских облака, одно из которых расположено выше, а другое ниже плоскости молекулы (области, закрашенные точками на рис. 9.14а и 9.14б). В модели свободных электронов предполагается, что π -электроны движутся свободно в пределах их плоскости распределений, и их движение ограничено только потенциалом отталкивания метиловых групп, расположенных на каждом конце красителя. Электронные состояния молекулы определяются этим распределением электронов.

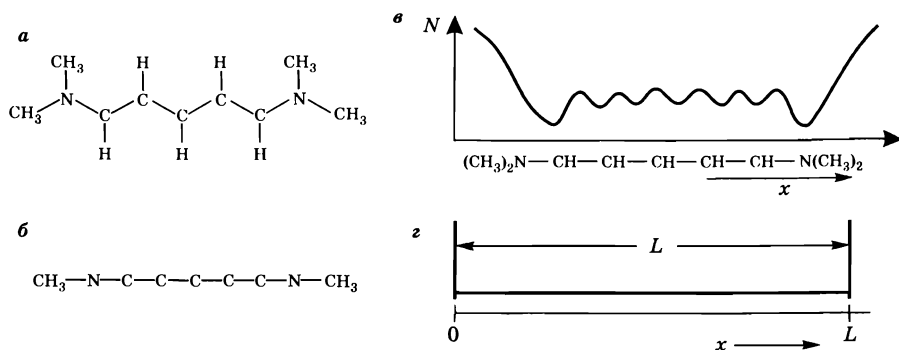


Рис. 9.14

Иллюстрация модели свободных электронов для электронных состояний молекулы красителя (согласно работе [27])

В первом порядке приближения энергетические уровни электронов представляют собой уровни свободного электрона, находящегося в потенциальной яме, форма которой показана на рис. 9.14в. Если эту яму приближенно представить как прямоугольную (см. рис. 9.14г), то уровни электрона в такой яме хорошо известны и определяются выражением:

$$E_n = \frac{h^2 n^2}{8mL^2}, \quad (9.3.1)$$

где n — целое число, m — масса электрона, а L — ширина потенциальной ямы. Следует заметить, что в π -электронном облаке молекулы красителя находится четное число электронов.¹ Если положить это число равным $2N$, то основное состояние молекулы будет соответствовать ситуации, при которой все электроны находятся на N нижних электронных энергетических уровнях, при этом каждый уровень может быть занят двумя электронами с противоположными спинами. Таким образом, это молекулярное состояние имеет нулевой результирующий спин и находится в синглетном состоянии (на рис. 9.15 оно обозначено как S_0). Приближенное значение энергии состояния E_n , занятого электронами, определяется из выражения (9.3.1) при $n = N$. На рис. 9.15а самый верхний занятый электронами уровень и следующий за ним (пустой) уровень указаны двумя квадратами, расположенными друг над другом, и, таким образом, состояние S_0 соответствует ситуации, когда нижний квадрат заполнен и имеет два электрона, а верхний квадрат остается пустым. Первое возбужденное синглетное состояние (обозначенное на рисунке как S_1) образуется при переходе одного из двух высоколежащих электронов на следующий (более высокий уровень) без переворота спина. Энергия верхнего электрона (E_{N+1}) этого состояния может быть приближенно рассчитана из выражения (9.3.1) при $n = N + 1$. Разница между энергиями состояний S_1 и S_0 определяется как $E_{N+1} - E_N$, и, согласно выражению (9.3.1), эта разница уменьшается с увеличением длины L молекулярной цепи. Если

¹ Молекулярные системы с неспаренными электронами называются радикалами. Такие системы легко вступают в реакцию друг с другом, образуя при этом более устойчивую систему со спаренными электронами.

спин при этом переворачивается, то образуется триплетное состояние (на рисунке обозначено как T_1 ; полный спин $S = 1$). Возбужденное синглетное S_2 и триплетное T_2 состояния образуются, когда электрон поднимается на следующий уровень и т. д. Следует заметить, что на рис. 9.15а каждое электронное состояние в действительности состоит из ряда колебательных (толстые горизонтальные линии на рисунке) и вращательных (тонкие линии) уровней. На рис. 9.15б энергетические состояния и колебательная структура молекулы красителя представлены как функция конфигурационной координаты (т. е. координаты, описывающей одну из многих колебательных мод, из которых состоит молекула красителя). Окончательно следует отметить, что из-за большого числа колебательных и вращательных уровней, а также из-за механизмов, вызывающих уширение линий, вращательно-колебательные уровни при комнатной температуре оказываются неразрешимыми.

Теперь рассмотрим ситуацию, когда на молекулу красителя действует электромагнитное излучение. Прежде всего, следует вспомнить, что правила отбора требуют, чтобы выполнялось условие $\Delta S = 0$. Следовательно, синглет-синглетные, также как и триплет-триплетные переходы являются разрешенными, а синглет-триплетные — запрещенными. Поэтому благодаря взаимодействию с электромагнитным излучением, согласно принципу Франка-Кондона (см. рис. 9.15б), или, если говорить более точно, благодаря факторам Франка-Кондона (см. раздел 3.1.3), молекула может перейти из основного состояния S_0 на один из колебательных уровней состояния S_1 . Поскольку вращательные и колебательные уровни являются неразрешимыми, спектр поглощения будет представлять собой широкий бесструктурный переход, что и наблюдается на рис. 9.13 для родамина 6G. Важная особенность красителей состоит в том, что они имеют очень большую величину дипольного матричного элемента μ . Это объясняется тем, что π -электроны свободно движутся на расстояниях, сравнимых с размером L молекулярной цепочки, а поскольку величина L является достаточно большой, значение μ также

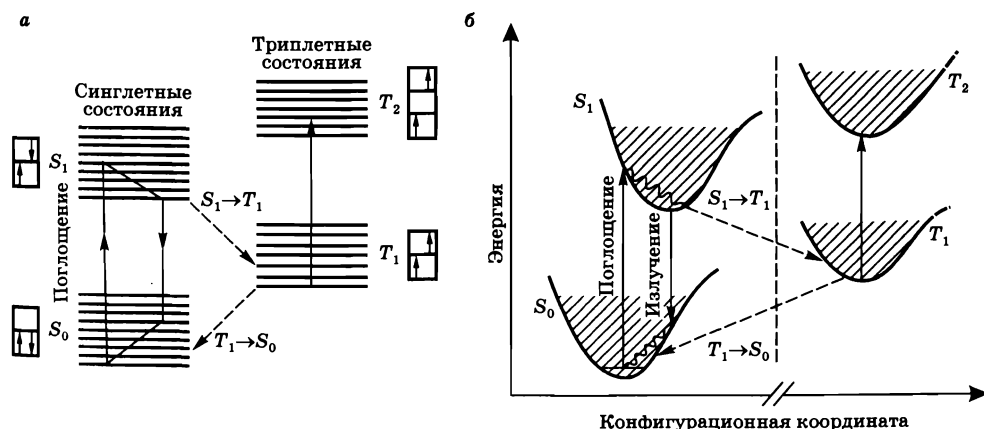


Рис. 9.15

а) Типичные схемы энергетических уровней красителя в растворе. Синглетные и триплетные уровни приведены отдельно слева и справа. б) Схема энергетических уровней красителя в представлении конфигурационных координат. (Согласно работам [28, 57].)

велико ($\mu \approx eL$). Отсюда следует, что сечение поглощения σ_a , которое пропорционально величине μ^2 , также оказывается большим ($\sim 10^{-16}$ см², см. рис. 9.13). Молекула в возбужденном состоянии релаксирует за очень короткое время (безызлучательная релаксация за счет столкновительных процессов, $\tau_{nr} \cong 100$ фс) на самый нижний колебательный уровень состояния S_1 (рис. 9.15б).¹ С этого уровня имеет место излучательный переход на некоторый колебательный уровень состояния S_0 (опять же согласно принципу Франка-Кондона, см. рис. 9.15б). При этом спектр флюоресценции будет иметь вид широкой бесструктурной полосы, сдвинутой в сторону длинноволнового диапазона относительно полосы поглощения (стоксово смещение) (см. рис. 9.13). Благодаря большому значению дипольного момента μ , сечение вынужденного излучения будет, скорее всего, также велико ($\sim 10^{-16}$ см², см. рис. 9.13). Перейдя на возбужденный колебательно-вращательный уровень основного состояния S_0 , молекула возвращается на самый низкий колебательный уровень за счет другой очень быстрой (~ 100 фс) безызлучательной релаксации. Следует отметить, что из самого нижнего уровня состояния S_1 молекула может перейти в состояние T_1 . Этот процесс обусловлен столкновительными процессами (несмотря на то, что он излучательно запрещен) и называется *синглет-триплетной конверсией*. Аналогичным образом (преимущественно за счет столкновений) осуществляется переход $T_1 \rightarrow S_0$, который в основном обусловлен близко-резонансным переносом энергии вследствие столкновений молекул в растворе (например, зависит от содержания кислорода в растворе). Этот механизм осуществляется в соответствии с правилом Вигнера (см. раздел 6.4.1.1), согласно которому сохраняется суммарный спин частиц, участвующих в столкновительных процессах. Окончательно следует заметить, что пока молекула находится на нижнем уровне состояния T_1 , она может также поглощать излучение при переходе $T_1 \rightarrow T_2$, который является оптически разрешенным. К сожалению, этот процесс поглощения имеет место в том же диапазоне длин волн, что и вынужденное излучение (см. рис. 9.13), и, как будет видно ниже, данное обстоятельство может быть препятствием для лазерной генерации.

Описанные выше процессы релаксации, осуществляющиеся из состояний S_1 и T_1 , можно охарактеризовать следующими тремя константами: 1) временем жизни τ_{sp} состояния S_1 , определяемым спонтанным излучением; 2) скоростью (s^{-1}) синглет-триплетной конверсии k_{st} перехода $S_1 \rightarrow T_1$; 3) временем жизни τ_T состояния T_1 . Если время жизни состояния S_1 обозначить через τ , то, используя выражение (2.6.18), можно записать следующее соотношение:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{sp}} + k_{st}. \quad (9.3.2)$$

Излучательное время жизни τ_{sp} оказывается небольшим, порядка наносекунд (например, 5 нс для родамина 6G), что обусловлено большой величиной матричного элемента дипольного момента μ . Поскольку величина k_{st}^{-1} , как правило, значительно больше (например, порядка 100 нс для родамина 6G), наибольшее число молекул из состояния S_1 будет релаксировать за

¹ Точнее говоря, колебательно-вращательные уровни этого состояния термализуются.

Диапазон оптических и спектроскопических параметров типичных красителей, используемых в качестве активных сред

Параметр	Диапазон значений	Параметр	Диапазон значений
Длина волны [нм]	320 ÷ 1500	$\Delta\lambda$ [нм]	25 ÷ 30
Концентрация [молярная]	$10^{-3} \div 10^{-4}$	τ [нс]	2 ÷ 5
Nt [10^{19} моль/см ³]	0,1 ÷ 1	k_{ST}^{-1} [нс]	≈ 100
σ [10^{-16} см ²]	1 ÷ 4	τ_T [с]	$10^{-7} \div 10^{-3}$
σ_T [10^{-16} см ²]	0,5 ÷ 0,8	Показатель преломления	1,3 ÷ 1,4

счет флюоресценции. Поэтому квантовый выход флюоресценции (число фотонов, испущенных за счет флюоресценции, деленное на число атомов, переведенных в состояние S_1) близок к единице. Действительно, согласно выражению (2.6.22), имеем:

$$\phi = \tau / \tau_{sp}. \quad (9.3.3)$$

Время жизни τ_T триплетного состояния зависит от раствора красителя и, в частности, от содержания кислорода в растворе. Оно может колебаться от 10^{-7} с (в растворах, насыщенных кислородом) до 10^{-3} с и более (в бескислородных растворах).

В табл. 9.6 приведены характерные диапазоны основных оптических и спектроскопических параметров активной среды лазера на красителе.

9.3.2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛАЗЕРОВ НА КРАСИТЕЛЯХ

Из приведенного выше рассуждения можно видеть, что активные среды на красителях являются весьма подходящими для получения лазерной генерации (по схеме четырехуровневого лазера) на длинах волн в пределах спектра флюоресценции. Действительно, быстрая безызлучательная релаксация внутри возбужденного синглетного состояния S_1 приводит к очень эффективному заселению верхнего лазерного уровня, а быстрая безызлучательная релаксация внутри основного состояния — к эффективному обеднению нижнего лазерного уровня. Тем не менее, первый лазер на красителях был запущен довольно поздно (в 1966 г.) от момента начала развития лазерных устройств [29, 30], и можно понять основные причины этого. Во-первых, короткое время жизни τ состояния S_1 , тогда как мощность накачки обратно пропорциональна величине τ . И хотя такой недостаток частично компенсируется большой величиной сечения перехода, произведение $\sigma\tau$ все же остается примерно на три порядка величины меньше (например, для родамина 6G), чем для твердотельных лазеров, таких как Nd:YAG (напомним, что в четырехуровневых лазерах пороговая мощность накачки обратно пропорциональна величине $\sigma\tau$ (см. выражения (7.3.12) и (6.3.20)). Вторая трудность обусловлена синглет-триплетной конверсией. Действительно, если $\tau_T \gg k_{ST}^{-1}$, то молекулы будут накапливаться в триплетном состоянии, что, в свою очередь, приведет

к поглощению излучения (на длине волны генерации) за счет триплет-триплетного перехода. Можно показать, что именно поэтому непрерывную генерацию можно получить лишь в случае, когда τ_T меньше некоторого значения, определяемого свойствами активной среды лазера на красителе. Чтобы получить желаемый результат, обозначим через N_2 и N_T населенности верхнего лазерного и триплетного состояний соответственно. Тогда генерация будет происходить при условии, если усиление за счет вынужденного излучения будет превышать собственные потери, обусловленные триплет-триплетным поглощением, т. е.

$$\sigma_e N_2 > \sigma_T N_T, \quad (9.3.4)$$

где σ_T — сечение триплет-триплетного поглощения, причем значения σ_e и σ_T выбираются исходя из длины волны генерации. В стационарных условиях скорость релаксации населенности триплетного состояния N_T/τ_T должна быть равна скорости ее нарастания $k_{ST}N_2$ за счет синглет-триплетной конверсии, т. е.

$$N_T = k_{ST}\tau_T N_2. \quad (9.3.5)$$

Объединяя выражения (9.3.4) и (9.3.5), получаем условие:

$$\tau_T < \sigma_e / \sigma_T k_{ST}, \quad (9.3.6)$$

которое является необходимым для непрерывной генерации (т. е. условие, в некотором смысле эквивалентное соотношению (7.3.1) для примера двухуровневой системы). Если это условие не выполняется, то лазер может генерировать только в импульсном режиме, причем длительность импульса накачки должна быть достаточно короткой, чтобы обеспечить значительную населенность, прежде чем она накопится в триплетном состоянии. И наконец, третьей решающей проблемой являются тепловые неоднородности, возникающие в жидкости под действием накачки. Они приводят к градиентам показателя преломления, препятствующим возникновению генерации.

Лазеры на красителях работают либо в импульсном, либо, если выполняется условие (9.3.6), в непрерывном режиме. Лазерная генерация в импульсном режиме была получена на многих красителях, при этом использовалась одна из следующих схем накачки:

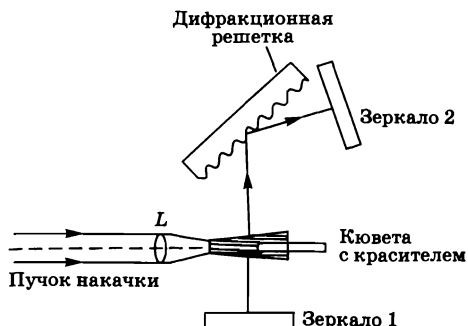
- импульсная лампа с коротким по времени импульсом (длительность импульса менее 100 мкс);
- лазер накачки, генерирующий короткие световые импульсы.

В обоих случаях короткие импульсы необходимы для того, чтобы обеспечить генерацию до того момента, когда в триплетном состоянии накопится значительная доля населенности, и до момента появления градиентов показателя преломления в жидкости.

При накачке импульсной линейной лампой можно применять эллиптический осветитель (см. рис. 6.1а), размещенный в жидкости, которая содержит активную среду, протекающую по стеклянной трубке, которая, в свою очередь, располагается вдоль линии второго фокуса эллипса. Чтобы обеспечить хорошую однородность накачки, а отсюда и более симметричные градиенты показателя преломления, также применяют кольцевые (спиральные)

Рис. 9.16
Устройство лазера
на красителе с поперечной
накачкой:

в качестве накачки может служить пучок азотного лазера, эксимерного лазера или лазера на парах меди, а также пучок второй гармоники Nd:YAG лазера, работающего в режиме модуляции добротности.



лампы, состоящие из двух концентрических стеклянных трубок, расположенных по схеме, аналогичной рис. 6.1а.

Для импульсной лазерной накачки зачастую применяют азотный лазер, УФ-излучение которого подходит для возбуждения многих красителей, генерирующих в видимой области спектра.¹ Для получения больших энергий и средних выходных мощностей при накачке УФ-излучением все чаще применяют более эффективные эксимерные лазеры (в частности, KrF и XeF), в то время как для красителей с длиной волны излучения более чем ~ 550 – 600 нм предпочитают использовать вторую гармонику Nd:YAG лазера в режиме модуляции добротности ($\lambda = 532$ нм), а также зеленое или желтое излучение лазера на парах меди. Следует отметить, что в лазерах с накачкой в видимом диапазоне спектра КПД преобразования энергии накачки в выходную энергию лазера на красителе ($30 \div 40\%$) намного превышает КПД преобразования, получаемого при лазерной УФ-накачке ($\sim 10\%$). Кроме того, под воздействием видимого излучения накачки существенно уменьшается деградация красителя. Во всех рассмотренных выше случаях (при импульсной лазерной накачке), как правило, используют схему с поперечной накачкой, т. е. когда направление распространения пучка накачки перпендикулярно оси резонатора (рис. 9.16). В этом случае пучок лазера накачки фокусируется линзой L, представляющей собой обычно комбинацию сферической и цилиндрической линз, в тонкую линию вдоль оси резонатора лазера. Длина линии равна длине ячейки с красителем (несколько миллиметров), в то время как поперечный размер, как правило, меньше 1 мм. Для перестройки длины волны выходного излучения в пределах широкой полосы излучения красителя (~ 30 – 50 нм) обычно применяется дифракционная решетка, помещаемая в резонатор под углом скользящего падения, при этом лазер перестраивается поворотом зеркала 2 (рис. 9.16). Скользящее падение используется для увеличения разрешающей силы решетки² и, следовательно, для существенного уменьшения ширины линии излучения ($\sim 0,01$ – $0,02$ нм). Более узкие полосы генерации, вплоть до одномодовой, можно получить при

¹ В этом случае излучение накачки обычно поглощается красителем на переходе $S_0 \rightarrow S_2$, после чего переносится на нижние подуровни состояния S_1 .

² Разрешающая сила $\propto \Delta\nu$ (где $\Delta\nu$ — разрешаемая полоса частот) равна числу линий дифракционной решетки, на которую падает лазерный пучок. При скользящем падении это число увеличивается и, следовательно, увеличивается разрешающая сила.

установке в резонаторе одного или более эталонов Фабри–Перо, как уже было показано в разделе 7.8.2.1.

Для непрерывной лазерной накачки часто применяются Ar^+ лазеры (иногда также и Kr^+ лазеры). Чтобы обеспечить существенно более низкий порог генерации, что необходимо при непрерывной накачке, зачастую используется схема возбуждения, близкая к продольной (рис. 9.17). Жидкая активная среда с красителем имеет вид тонкой струи (диаметром около ~ 200 мкм), свободно текущей в плоскости, перпендикулярной плоскости рисунка и наклоненной под углом Брюстера к оси пучка лазера на красителе. Соответственно, лазерный пучок является линейно поляризованным, причем вектор его электрического поля расположен в плоскости рисунка. И пучок накачки, и лазерный пучок фокусируются в очень маленькое пятно (диаметром примерно 10 мкм) внутри струи. Для перестройки частоты лазера в резонатор можно внести призму или двулучепреломляющий фильтр. Для селекции одной продольной моды в резонатор дополнительно помещают эталоны Фабри–Перо (как правило, два эталона) и часто используют однонаправленную кольцеобразную конфигурацию (см. рис. 7.25). Для генерации фемтосекундных (или ультракоротких) импульсов обычно используется схема с так называемым резонатором с синхронизацией мод на сталкивающихся пучках (см. рис. 8.29). Для получения ультракоротких импульсов (~ 25 фс при использовании комбинации раствора красителя родамина 6G, взятого в качестве активной среды, и красителя DODCI, используемого в качестве насыщающегося поглотителя) также используется призмное устройство для управления дисперсией, помещенное внутри резонатора.

Благодаря возможности перестройки длины волны, широкому спектральному диапазону работы и возможности генерации фемтосекундных импульсов лазеры на органических красителях играют важную роль в различных областях. В частности, эти лазеры широко используются в научных приложениях либо как непрерывные узкополосные (вплоть до одномодовых) перестраиваемые источники излучения для частотной спектроскопии сверхвысокого разрешения, либо в качестве лазеров с фемтосекундными световыми импульсами для спектроскопии с высоким разрешением по времени. Среди

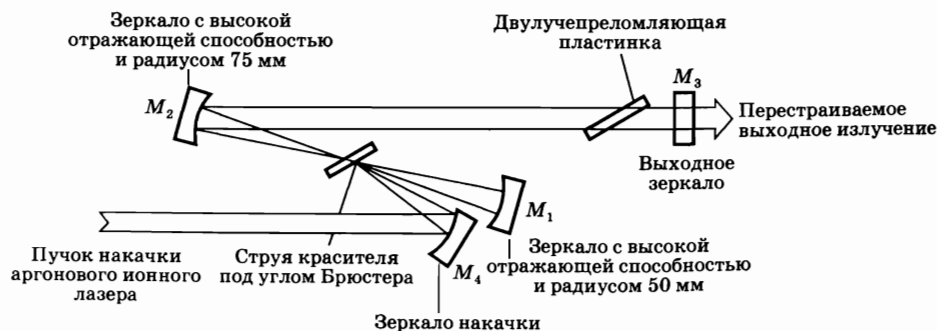


Рис. 9.17
Устройство непрерывного лазера на красителе с накачкой аргоновым ионным лазером

других областей использования следует отметить биологию и медицину (например, лечение диабетической ретинопатии или лечение некоторых дерматологических заболеваний), а также лазерную фотохимию. В частности, для лазерного разделения изотопов урана ^{235}U была построена импульсная лазерная система, включающая в себя 20 лазеров на красителях (с поперечной накачкой лазером на парах меди, средняя мощность накачки ~ 100 Вт).

9.4. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ЛАЗЕРЫ

Полупроводниковые лазеры [31, 32] представляют собой один из наиболее важных типов лазеров, использующихся на сегодняшний день, и это связано не только с их широким и разнообразным спектром применения, но и с тем, что они оказались весьма привлекательными в качестве источников накачки для твердотельных лазеров. Поэтому полупроводниковые лазеры будут рассмотрены здесь достаточно подробно.

В качестве активной среды для полупроводниковых лазеров необходимо использовать прямозонные материалы, и, таким образом, обычные одноэлементные полупроводники, например Si или Ge, здесь не подходят. Большинство материалов для полупроводниковых лазеров основано на соединениях элементов III группы периодической таблицы (например, Al, Ga, In) с элементами V группы (такими, как N, P, As, Sb) — так называемые соединения группы $A_{III}B_V$. Один из наиболее известных примеров — материал GaAs, а также тройные (AlGaAs, InGaAs) и четверные (InGaAsP) сплавы. Длина волны непрерывного излучения лазера на соединениях группы $A_{III}B_V$, в основном, лежит в диапазоне 630–1600 нм. Однако в последнее время были разработаны вызывающие большой интерес полупроводниковые лазеры на структуре InGaN, которые обеспечивают непрерывное излучение при комнатной температуре в синей области спектра (~ 410 нм). Такие лазеры обещают стать наиболее перспективными из имеющихся полупроводниковых лазеров для генерации лазерного излучения в очень важном сине-зеленом диапазоне длин волн. Однако полупроводниковые лазерные материалы не ограничиваются только соединениями группы $A_{III}B_V$. Следует отметить, что для сине-зеленого края спектра также существуют широкозонные полупроводники, в которых используются соединения элементов II группы (такие как Cd и Zn) с элементами VI группы (S, Se), — так называемые соединения группы $A_{II}B_{VI}$. Для другого конца электромагнитного спектра можно отметить полупроводники, основанные на некоторых соединениях группы $A_{IV}B_{VI}$, например свинцовые соли элементов S, Se и Te, позволяющие получить излучение в средней инфракрасной области (4–29 мкм). Однако из-за небольшой ширины запрещенной зоны эти лазеры требуют охлаждения до очень низких температур (криогенные температуры). Следует отметить, что в последнее время для указанного инфракрасного диапазона (средний ИК-диапазон) были разработаны новые *квантово-каскадные лазеры* [56], не требующие для своего охлаждения криогенных температур.

9.4.1. ПРИНЦИП РАБОТЫ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ЛАЗЕРОВ

Принцип действия полупроводниковых лазеров можно достаточно просто объяснить с помощью рис. 9.18, где изображены валентная зона V и зона проводимости C полупроводника, разделенные энергетической щелью E_g (запрещенная зона). Для простоты сначала предположим, что полупроводник находится при температуре $T = 0$ К. Тогда для невырожденного полупроводника валентная зона будет полностью заполнена электронами, в то время как зона проводимости будет совершенно пуста (см. рис. 9.18а, на котором

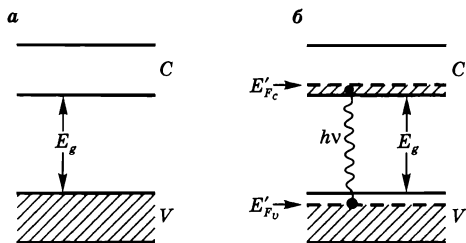


Рис. 9.18
Принцип работы
полупроводникового лазера

энергетические состояния, лежащие в заштрихованной области, полностью заполнены электронами). Предположим теперь, что некоторые электроны из валентной зоны перешли в зону проводимости посредством любого подходящего механизма накачки. Через очень короткое время (~ 1 пс) электроны в зоне проводимости переходят на самые нижние незанятые уровни этой зоны, тогда как электроны, находящиеся в верхней

части валентной зоны, также переходят на самые нижние уровни валентной зоны, оставляя, таким образом, «дырки» в верхней части этой зоны (рис. 9.18б). Эта ситуация может быть описана с помощью введения понятия уровня Ферми E'_{F_c} для зоны проводимости и соответственно E'_{F_v} для валентной зоны (см. раздел 3.2.3). Эти уровни при температуре $T = 0$ определяют для каждой зоны энергию, ниже которой состояния оказываются полностью занятыми электронами и выше которой состояния пусты. Излучение теперь может возникнуть в том случае, когда электрон из зоны проводимости переходит назад в валентную зону, рекомбинируя при этом с дыркой, — так называемый рекомбинационно-излучательный процесс, вследствие которого испускается спонтанное излучение в обычных светоизлучающих диодах (сокращенно СИД, или LED). При подходящих условиях может возникнуть процесс вынужденного рекомбинационного излучения, соответственно ведущий к лазерной генерации. В разделе 3.2.5 было показано, что условие того, что фотон в полупроводнике скорее усилится, нежели поглотится, представлено простым соотношением:

$$E_g \leq h\nu \leq E'_{F_c} - E'_{F_v}. \quad (9.4.1)$$

В простейшем случае при $T = 0$ К это условие можно легко объяснить с помощью рис. 9.18б, где незаштрихованная область в валентной зоне соответствует пустым состояниям, и электрон из зоны проводимости может перейти только в пустое состояние валентной зоны. Тем не менее, детальное изучение раздела 3.2.5 показывает, что условие (9.4.1) в действительности сохраняется при любых температурах и означает, что для энергии фотона $h\nu$, определяемой выражением (9.4.1), усиление возникает в случае, когда вы-

нужденное излучение превосходит поглощение. Чтобы выполнялось условие (9.4.1), необходимо иметь $E'_{F_c} - E'_{F_v} \geq E_g$. При этом значения E'_{F_c} и E'_{F_v} зависят от интенсивности накачки, т. е. от концентрации электронов N , которые перешли в зону проводимости под действием накачки (см. рис. 3.15). Действительно, величина $E'_{F_c} = E'_{F_c}(N)$ с ростом N увеличивается, в то время как величина $E'_{F_v} = E'_{F_v}(N)$ уменьшается. Таким образом, для выполнения условия $E'_{F_c} - E'_{F_v} \geq E_g$, т. е. когда усиление превосходит потери на поглощение, необходимо, чтобы концентрация электронов N превышала некоторое критическое значение, удовлетворяющее условию

$$E'_{F_c}(N) - E'_{F_v}(N) = E_g. \quad (9.4.2)$$

Значение концентрации инжектированных носителей, которое удовлетворяет условию (9.4.2), называется *концентрацией прозрачности носителей* N_{tr} .¹ Если теперь концентрация инжектированных носителей станет больше, чем N_{tr} , полупроводник будет характеризоваться полным коэффициентом усиления. Если поместить данную активную среду в подходящий резонатор, может возникнуть лазерная генерация (при условии, что полный коэффициент усиления превышает потери в резонаторе). Таким образом, чтобы получить лазерную генерацию, число инжектированных носителей должно достичь некоторого порогового значения N_{th} , превышающего N_{tr} на разницу, достаточную для того, чтобы полный коэффициент усиления превысил потери в резонаторе.

Накачку полупроводникового лазера можно осуществить несколькими способами, например за счет поперечного или продольного возбуждения в объеме полупроводника пучком другого лазера или с помощью внешнего электронного пучка. Однако наиболее распространенным способом накачки является использование полупроводникового лазера, включенного по схеме диода, с возбуждением электрическим током, протекающим в прямом направлении p - n -перехода [33].

Лазерная генерация в полупроводнике была впервые получена в 1962 г. на диоде с p - n -переходом. Демонстрация генерации проводилась почти одновременно четырьмя группами ученых [34–37], три из которых применяли материал GaAs. Приборы, разработанные на ранней стадии исследований полупроводниковых лазеров, были сделаны с использованием одного и того же материала с обеих сторон p - n -перехода и, таким образом, относились к лазерам на гомопереходах. Лазер на гомопереходе теперь имеет лишь историческое значение, с тех пор как он был заменен лазером на двойном гетеропереходе (ДГ-лазер), в котором активная среда располагается между материалами p - и n -типа, отличающимися от материала активной среды. На самом деле, лазеры на гомопереходах в непрерывном режиме могли работать только при криогенных температурах ($T = 77$ К), тогда как работа полупроводникового лазера при комнатной температуре стала возможна только после открытия полупроводниковых гетероструктур, которое произошло через семь

¹ Условие (9.4.2), таким образом, эквивалентно условию $N_2 = N_1$, при котором невырожденная двухуровневая система становится прозрачной.

лет после изобретения лазера на гомопереходе (1969 г.) [38–40] и позволило в наши дни использовать полупроводниковые лазеры в самых различных областях. Тем не менее для понимания всех преимуществ, свойственных ДГ-лазерам, полупроводниковые лазеры на гомопереходах будут кратко рассмотрены в следующем разделе.

9.4.2. ЛАЗЕР НА ГОМОПЕРЕХОДЕ

В лазере на гомопереходе накачка осуществляется в области p - n -перехода, где участки p - и n -типа, выполненные из одного и того же материала (например, GaAs), являются своего рода вырожденными полупроводниками. Это означает, что концентрации доноров и акцепторов здесь настолько велики ($\approx 10^{18}$ атомов/см³), что уровни Ферми попадают в валентную зону для p -типа E_{Fp} и в зону проводимости для n -типа E_{Fn} . Когда переход сформирован, а напряжение смещения еще не приложено, структура энергетических зон будет иметь вид, как это показано на рис. 9.19а, где оба уровня Ферми имеют одинаковые энергии, т. е. лежат на одной горизонтальной линии. Когда прикладывается прямое напряжение смещения V , два уровня Ферми становятся разделенными промежутком $\Delta E = eV$, см. рис. 9.19б. Из этого рисунка видно, что в области перехода электроны инжектированы в зону проводимости (из области n -типа), в то время как дырки инжектированы в валентную зону (из области p -типа). Таким образом, при подходящем значении плотности тока может быть достигнуто условие прозрачности, а следовательно, и пороговое условие генерации. В действительности, одно из главных ограничений для таких устройств обусловлено очень маленьким потенциальным барьером, который встречается на пути электрона зоны проводимости, когда последний достигает области p -типа в переходе. После чего данный электрон может проникнуть в материал p -типа, где он становится неосновным носителем, рекомбинируя с дыркой. Глубина проникновения электрона d , согласно теории диффузии, дается выражением $D = \sqrt{D\tau}$, где D — коэффициент диффузии и τ — среднее время жизни электрона до рекомбинации. Для материала GaAs имеем $D = 10$ см²/с и $\tau \approx 3$ нс, так что глубина d составляет примерно 1 мкм, а это означает, что активная область является достаточно толстой и ограничена скорее длиной диффузии d , чем толщиной обедненного слоя ($\sim 0,1$ мкм).

Типичная конфигурация лазера на p - n -переходе показана на рис. 9.20, где заштрихованная область соответствует активной области. Из рисунка

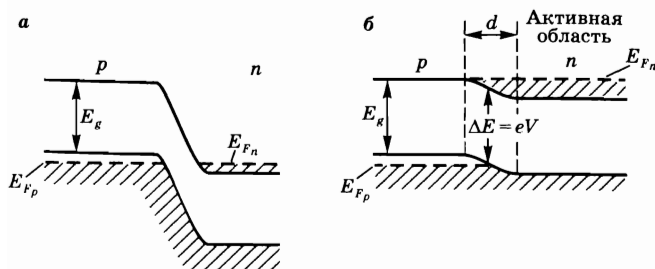


Рис. 9.19
Зонная структура
 p - n -перехода
полупроводникового
лазера в отсутствие
напряжения
смещения (а) и при
смещении в прямом
направлении (б)

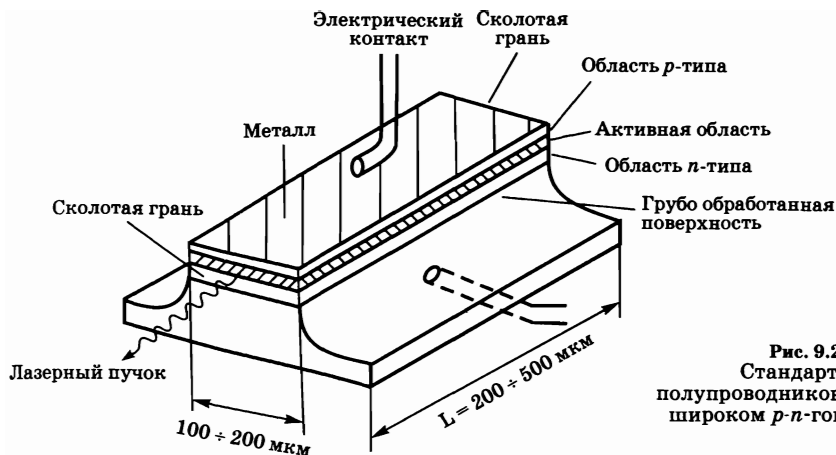


Рис. 9.20
Стандартный
полупроводниковый лазер на
широком p - n -гомопереходе

видно, что размеры диода очень малы (несколько сотен микрон). Чтобы обеспечить обратную связь в резонаторе, необходимую для лазерной генерации, торцы полупроводникового кристалла изготавливаются параллельными друг другу, обычно это осуществляется скалыванием вдоль плоскостей кристалла. Зачастую на торцы полупроводникового кристалла не наносятся какие-либо отражающие покрытия, поскольку показатель преломления полупроводника очень велик (например, $n = 3,6$ для GaAs) и на границе раздела полупроводник–воздух, вследствие френелевского отражения, имеется уже достаточно высокий коэффициент отражения ($\sim 32\%$ для GaAs). Как уже отмечалось выше, толщина активной области в направлении, перпендикулярном p - n -переходу, составляет $d \approx 1$ мкм. Тем не менее, из-за дифракции излучения поперечный размер лазерного пучка в этом направлении оказывается значительно больше, чем сама активная область (≈ 5 мкм).

При комнатной температуре лазеры на гомопереходах обладают очень высокой пороговой плотностью тока ($J_{th} \approx 10^5$ А/см²), которая препятствует получению непрерывного режима генерации лазера при таких температурных условиях (без разрушения кристалла за очень короткое время). Столь высокое пороговое значение обусловлено двумя основными причинами:

- толщина активной области ($d \approx 1$ мкм) весьма велика, и пороговый ток, будучи пропорциональным объему активной среды, пропорционален и ее толщине;
- лазерный пучок, обладая сравнительно большим поперечным размером, проникает в p - и n -области достаточно глубоко, где он претерпевает сильное поглощение.

В силу этих причин лазеры на гомопереходах могут работать в непрерывном режиме только при криогенных температурах (обычно при температуре жидкого азота $T = 77$ К). В действительности, для данного лазерного перехода, согласно выражению (3.2.37), усиление в полупроводнике резко возрастает с уменьшением температуры. При этом контакт диода с жидким азотом также способствует очень эффективному охлаждению.

9.4.3. ЛАЗЕРЫ НА ДВОЙНОМ ГЕТЕРОПЕРЕХОДЕ

Ограничения, описанные в предыдущем разделе, сдерживали широкое использование полупроводниковых приборов до тех пор, пока не были предложены вначале лазеры на одинарных гетеропереходах, а вскоре после этого — *лазеры на двойных гетеропереходах* (ДГ-лазеры). В данном разделе наше внимание будет обращено лишь на последний тип лазеров, поскольку именно они наиболее широко используются в наши дни.

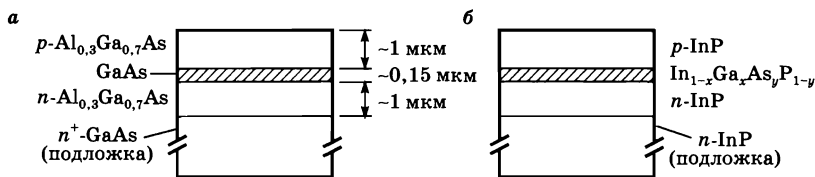


Рис. 9.21

Схематическое представление двойной гетероструктуры, в которой активная среда (заштрихованная площадь) состоит из материала GaAs (а) или InGaAsP (б)

На рис. 9.21а и б приведены два примера лазера на двойном гетеропереходе, где активная среда представляет собой тонкий слой (0,1–0,2 мкм) материала GaAs или четверного сплава InGaAsP. Для обоих обсуждаемых случаев p - и n -области выполнены из материалов $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$ и InP соответственно. При оптимизации пороговая плотность тока (см. рис. 9.23) при комнатной температуре в такой диодной структуре может быть уменьшена практически на два порядка (т. е. до 10^3 А/см^2) по сравнению с соответствующими устройствами на гомопереходах, что позволяет без труда осуществить непрерывную лазерную генерацию при комнатной температуре. Значительное уменьшение пороговой плотности тока происходит благодаря совместному действию трех следующих факторов:

1. Показатель преломления активного слоя n_1 (например, $n_1 = 3,6$ для GaAs) значительно больше, чем показатель преломления n_2 внешних слоев p - и n -типа (например, $n_2 = 3,4$ для $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$), что приводит к образованию оптической волноводной структуры (см. рис. 9.22а). Это означает, что теперь лазерный пучок будет сосредоточен главным образом в активном слое GaAs, т. е. в области, в которой имеется усиление (*локализация фотонов*, см. рис. 9.22б).

2. Ширина запрещенной зоны E_{g1} активной области (например, $E_{g1} \approx 1,5 \text{ эВ}$ в GaAs) значительно меньше ширины запрещенной зоны внешних слоев E_{g2} (например, $E_{g2} \approx 1,8 \text{ эВ}$ для $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$).¹ Поэтому на обоих переходах образуются энергетические барьеры, которые эффективно удерживают инжектированные электроны и дырки в активном слое (*локализация носителей*, см. рис. 9.22в). Таким образом, для данной плотности тока концентрация

¹ Общим правилом для всех соединений группы A_{III}B_V является то, что любое изменение в составе этих соединений, которое приводит к изменению ширины запрещенной зоны в одном направлении (например, к уменьшению), ведет к изменению показателя преломления в противоположном направлении (например, к увеличению).

дырок и электронов в активной области увеличивается, и, как следствие, возрастает усиление.

3. Поскольку E_{g2} значительно больше, чем E_{g1} , краевые области лазерного пучка с частотой $\nu \cong E_{g1}/h$ значительно меньше поглощаются во внешних слоях (см. рис. 9.22б), и потери в данном случае обусловлены только свободными носителями (*уменьшенное поглощение*).

Для создания двойной гетероструктуры и реализации всех ее преимуществ должно выполняться очень важное требование, а именно: период решетки активного слоя должен совпадать (с точностью до $\sim 0,1\%$) с периодом решетки внешних слоев.¹ Действительно, если это условие не выполняется, результирующее механическое напряжение на двух граничащих поверхностях будет приводить к возникновению нежелательных дефектов решетки (дислокаций). Каждая дислокация действует как активный центр для электронно-дырочной безызлучательной рекомбинации. Для структуры GaAs/AlGaAs требование согласования решеток не является проблемой, поскольку периоды решеток GaAs (0,564 нм) и AlAs (0,566 нм) очень близки по значению (атомные радиусы элементов Ga и Al практически одинаковы). Для четверного сплава $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ и слоя, выполненного из материала InP, можно достичь согласования решеток при определенном отношении y/x , что проясняет следующая аргументация. Предположим, что изначально в качестве активной области выступает слой InP, затем добавляется некоторая доля x атомов Ga, замещающих атомы In в решетке (число которых с этого момента становится In_{1-x}). Поскольку радиус атома Ga меньше (на ~ 19 пм), чем радиус атома In, период решетки $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{P}$ уменьшится по сравнению с InP. Предположим теперь, что некоторая доля y атомов As (As_y) замещает атомы P (которых теперь осталось P_{1-y}). Поскольку радиус атома As больше (на ~ 10 пм), чем радиус атома P, эта добавка приведет к увеличению периода решетки. Таким образом, при определенном отношении y/x долей двух веществ эти два эффекта будут компенсировать друг друга, что приведет к согласованию решеток $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ и InP. Условие согласования решеток для указанных материалов будет выполняться при $y \cong 2,2x$. Изменяя параметр x , при постоянном отношении y/x (которое соответствует значению при полном согласовании постоянных решеток), можно

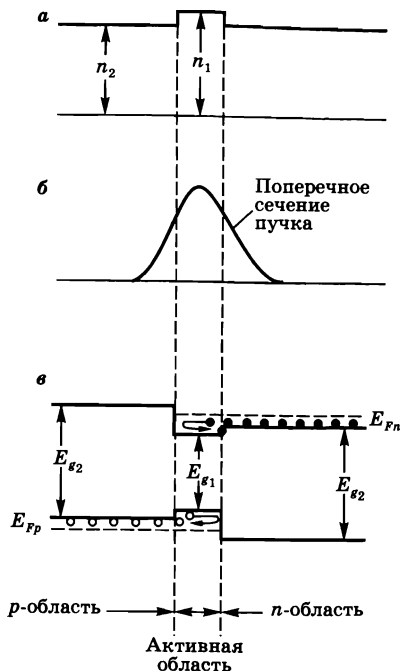


Рис. 9.22

- а) Профиль показателя преломления;
б) поперечное сечение пучка,
в) зонная структура (схематично)
полупроводникового лазера
на двойном гетеропереходе

¹ Все соединения группы $A_{III}B_V$ кристаллизуются в кубическую структуру.

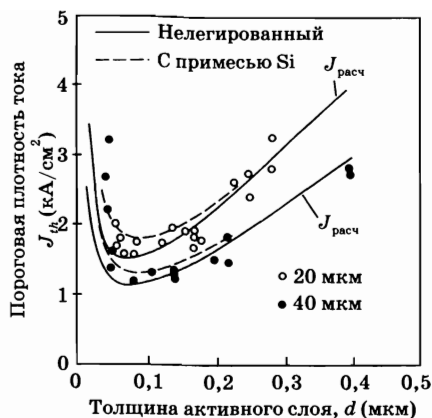


Рис. 9.23
Расчетные (непрерывная и пунктирная линии) и экспериментальные (темные и светлые кружки) значения пороговой плотности тока J_{th} как функции толщины активной области d для полоскового ДГ AlGaAs лазера с длиной перехода 300 мкм:

темные и светлые кружки представляют данные для ширины полосок 40 и 20 мкм соответственно. Теоретические кривые $J_{расч}$ относятся к случаям нелегированного и слаболегированного кремнием активных слоев. (Согласно работе [41].)

изменять ширину запрещенной зоны и соответственно длину волны излучения. Таким образом, длина волны излучения в структуре $In_{1-x}Ga_xAs_yP_{1-y}$ может изменяться в диапазоне 1150–1670 нм в случае непрерывной генерации при комнатной температуре. Указанный диапазон длин волн попадает в так называемое второе (~1300 нм) и третье (~1500 нм) окна прозрачности кремниевых оптических волокон.

На рис. 9.23 показаны экспериментальная и теоретическая зависимости пороговой плотности тока J_{th} от толщины активной области d для полоскового ДГ GaAs лазера [41]. Отметим, что при уменьшении толщины d пороговая плотность тока J_{th} сначала уменьшается, затем достигает минимального значения ($J_{th} \approx 1$ кА/см² при $d \approx 0,1$ мкм) и после этого увеличивается. Чтобы понять такой характер поведения, необходимо сначала связать пороговую плотность тока J_{th} с пороговой концентрацией носителей N_{th} . Обозначим вначале через R_p скорость, с которой электроны (и дырки) инжектируются в единицу объема активной области. Положим также, что величина η_i , которая обычно характеризует внутреннюю квантовую эффективность, в данном случае является долей носителей зарядов, которые излучательно рекомбинируют в этом слое; при этом оставшаяся часть претерпевает безызлучательную электронно-дырочную рекомбинацию (по большей части на границах перехода). Число η_i также можно рассматривать как эффективную долю инжектированных носителей, в то время как всю оставшуюся часть можно считать долей, не инжектированной в активную область. Тогда для заданной плотности тока J , протекающего через переход, скорость R_p можно принять равной $R_p = \eta_i J / ed$, где e — заряд электрона и d — толщина активной области. В стационарном режиме простое условие баланса дает соответствующее выражение для концентрации носителей $N = R_p \tau_r$, где τ_r — время излучательной рекомбинации (в предположении, как уже оговаривалось ранее, что все носители зарядов излучательно рекомбинируют в активной области). Из двух предыдущих выражений можно получить соотношение $J = edN / \eta_i \tau_r$, так что вблизи порога генерации имеем:

$$J_{th} = \left(\frac{ed}{\eta_i \tau_r} \right) N_{th}. \quad (9.4.3)$$

С помощью выражения (9.4.3) можно качественно объяснить поведение зависимостей, приведенных на рис. 9.23. Во-первых, следует отметить, что при достаточно больших значениях d пороговая концентрация носителей N_{th} оказывается практически равной концентрации прозрачности N_{tr} (см. пример 9.1) и, таким образом, является константой. Из выражения (9.4.3) также видно, что при больших значениях d (больших, чем $\sim 0,15$ мкм) зависимость J_{th} от d носит линейный характер, что собственно и наблюдается на рис. 9.23. Тем не менее, когда толщина d становится очень малой, поле уже не удерживается внутри активного слоя (см. рис. 9.22б), и крылья пучка будут проникать в p - и n -области перехода, претерпевая существенные потери. Такая ситуация приведет к уменьшению эффективного усиления и в то же время к увеличению потерь, возникающих во внешнем слое, и оба эти эффекта приведут к существенному увеличению N_{th} . Таким образом, при достаточно малых значениях d пороговый ток J_{th} будет возрастать с уменьшением толщины d .

Пример 9.1. Пороговая плотность тока и пороговая концентрация носителей для ДГ-GaAs лазера. Поскольку лазерное поле является пространственно зависимым, пороговое условие должно записываться (как и в предыдущих примерах, см. раздел 6.3.4) исходя из условия, что пространственно-усредненное усиление должно быть равно пространственно-усредненным потерям. Таким образом, в этом случае имеем:

$$\langle g \rangle L = \langle \alpha_a \rangle L + \langle \alpha_n \rangle L + \langle \alpha_p \rangle L + \gamma_m, \quad (9.4.4)$$

где L — длина активной среды, g — коэффициент усиления, α_a — потери на рассеяние в активном слое, α_n и α_p — потери в n - и p -областях соответственно и γ_m — потери на зеркалах. Средние значения в выражении (9.4.4) вычисляются по распределению интенсивности поля. Так что среднее усиление, например, можно описать следующим образом:

$$\langle g \rangle = \frac{\int_V g |U|^2 dV}{\int_V |U|^2 dV}, \quad (9.4.5)$$

где $U(x, y, z)$ — распределение поля внутри лазерного резонатора. При этом интеграл в числителе берется по объему активной среды, а интеграл в знаменателе берется по всему объему резонатора. Величины $\langle g \rangle$ и $\langle g \rangle L$ обычно называются *модальным коэффициентом усиления* и *модальным усилением* соответственно. Подобные выражения имеют место и для средних значений, приведенных в правой части формулы (9.4.4). При этом, как уже говорилось, интеграл в числителе всегда берется по объему активной среды рассматриваемого вещества. Для простоты предположим, что $\alpha_n \cong \alpha_p = \alpha$. Пренебрегая пространственными изменениями напряженности поля в резонаторе вдоль продольной координаты z (как, например, в случае стоячей волны) и вдоль координаты, параллельной p - n -переходу, с помощью соотношения (5.4.5) и соответствующих выражений для $\langle \alpha_a \rangle$ и $\langle \alpha_p \rangle$ из (9.4.4) находим:

$$g\Gamma = \alpha_a\Gamma + \alpha(1 - \Gamma) + [\ln(1/R)/L], \quad (9.4.6)$$

где R — коэффициент отражения двух торцевых зеркал (предполагается одинаковым для обоих зеркал) и

$$\Gamma = \frac{\int_{-d/2}^{+d/2} |U|^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} |U|^2 dx}, \quad (9.4.7)$$

где x — координата вдоль направления, перпендикулярного переходу. Величина Γ представляет собой долю мощности пучка, которая находится в активном слое и обычно называется *фактором локализации пучка* (или фактором оптического ограничения). Согласно рассуждениям, приведенным в разделе 3.2.5, можно аппроксимировать функцию g следующим образом: $g = \sigma(N - N_{tr})$, где σ — дифференциальный коэффициент усиления и N_{tr} — концентрация прозрачности носителей. Если теперь положить для простоты, что $\alpha_a = \alpha$, то выражение (9.4.6) можно упрощенно записать в виде:

$$\sigma\Gamma(N_{th} - N_{tr}) = \alpha + [\ln(1/R)/L] = \gamma/L, \quad (9.4.8)$$

где N_{th} — пороговая концентрация носителей и $\gamma = \alpha L + \ln(1/R)$ — полные потери за проход. Из выражения (9.4.8) окончательно получаем искомое соотношение для пороговой концентрации носителей:

$$N_{th} = (\gamma/\sigma L\Gamma) + N_{tr}. \quad (9.4.9)$$

Теперь, чтобы продолжить вычисления, необходимо определить фактор локализации пучка Γ , который задается довольно точным и простым выражением [42]:

$$\Gamma \cong D^2/(2 + D^2), \quad (9.4.10)$$

где величина

$$D = 2\pi(n_1^2 - n_2^2)^{1/2}d/\lambda \quad (9.4.11)$$

является нормированной толщиной активного слоя (как уже отмечалось, n_1 и n_2 — показатели преломления активной среды и внешних слоев соответственно). Теперь, если принять $n_1 = 3,6$, $n_2 = 3,4$ и $\lambda = 850$ нм (что свойственно для GaAs лазера) и провести вычисления для $d = 0,1$ мкм, то получим $D \cong 0,875$ и отсюда $\Gamma \cong 0,28$. Чтобы оценить соответствующее значение N_{th} , будем считать коэффициент отражения двух торцов кристалла равным отражению непокрытых поверхностей (т. е. $R \cong 32\%$) и выберем коэффициент потерь равным $\alpha \cong 10$ см⁻¹ и длину резонатора равной $L = 300$ мкм. В итоге получаем $\gamma = \ln(1/R) + \alpha L \cong 1,44$. Если теперь принять (см. табл. 3.1) $\sigma = 3,6 \cdot 10^{-16}$ см² и $N_{tr} = 2 \cdot 10^{18}$ см⁻³, то из выражения (9.4.9) находим:

$$N_{th} = (0,48 + 2) \times 10^{18} \text{ носителей/см}^3, \quad (9.4.12)$$

где для удобства численные значения двух членов в правой части выражения (9.4.9) показаны отдельно. Таким образом, из выражения (9.4.12) видно, что в данном случае для достаточно больших значений d и, следовательно, фактора локализации пучка Γ первый член (т. е. концентрация носителей, необходимая для преодоления потерь в резонаторе) является относительно малой долей от величины N_{tr} .

Пороговая плотность тока теперь легко находится при подстановке выражения (9.4.9) в (9.4.3):

$$J_{th} = \left(\frac{ed}{\eta_i \tau_r} \right) \left[\left(\frac{\gamma}{\sigma L \Gamma} \right) + N_{tr} \right]. \quad (9.4.13)$$

Как уже было показано, для достаточно больших значений d концентрация N_{tr} является преобладающим членом в квадратных скобках выражения (9.4.13). И в этом случае можно ожидать, что величина J_{th} будет пропорциональна толщине d , что в действительности и отображено на рис. 9.23 для больших значений d (больше, чем $\sim 0,15$ мкм). При этом значительная часть порогового тока накачки используется только для того, чтобы достигнуть условия прозрачности полупроводника. Тем не менее, когда толщина d становится очень малой, фактор локализации пучка также уменьшается (согласно выражению (9.4.10), для очень малых значений d имеем $\Gamma \propto d^2$). Тогда первый член в скобках, в конечном счете, будет преобладать, и величина J_{th} достигнет точки, после которой она станет снова возрастать с уменьшением d . Чтобы получить численное значение J_{th} из выражения (9.4.13), положим $d = 0,1$ мкм, $\eta_i \approx 1$ и $\tau_r = 4$ нс и используем предварительно вычисленное значение N_{tr} (см. выше). В этом случае получаем пороговую плотность тока $J_{th} \approx 10^3$ А/см², что достаточно хорошо согласуется с графиками, приведенными на рис. 9.23.

9.4.4. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ЛАЗЕРЫ НА КВАНТОВЫХ ЯМАХ

Если толщина активного слоя ДГ-лазера уменьшается до размеров, сравнимых с длиной волны де Бройля ($\lambda \approx h/p$), возникает так называемая квантовая яма (*Quantum Well, QW*), и в этом случае мы имеем дело с ДГ-лазером на квантоворазмерных структурах (или на квантовых ямах) [43, 44]. Такие лазеры используют наиболее важные оптические преимущества квантоворазмерных (*QW*) или множественных квантоворазмерных (*MQW*) гетероструктур. Среди преимуществ таких структур перед объемными материалами следует отметить, в первую очередь, увеличение дифференциального усиления (см. пример 3.12) и уменьшение зависимости этого усиления от температуры. Данные особенности связаны с тем, что по сравнению с объемными кристаллами в квантоворазмерных структурах имеют место принципиально другие механизмы формирования плотности состояний, обусловленные квантовым ограничением вдоль направления ямы (см. раздел 3.3). Однако вследствие уменьшения толщины слоя в одиночных и множественных квантовых ямах, здесь существенно уменьшается фактор локализации пучка. И для того чтобы ограничить размер пучка вдоль направления квантовой ямы, необходимо использовать *структуры с раздельным ограничением*.

Для этих целей было предложено несколько структур, наиболее простой пример из которых показан на рис. 9.24а. На этом рисунке все величины представлены в соответствующем масштабе, за исключением ширины запрещенной зоны для материала GaAs, которая приведена в уменьшенном масштабе. В центре структуры располагается узкая (~ 10 нм) квантовая яма

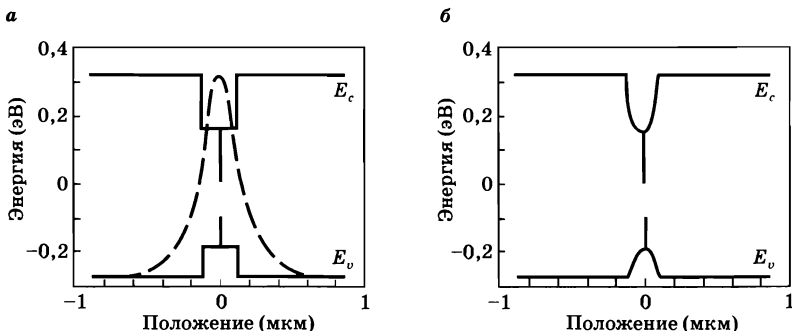


Рис. 9.24

а) Энергетические зоны гетероструктуры $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -GaAs на квантовых ямах с раздельным ограничением и ступенчатым профилем показателя преломления. Результирующий профиль интенсивности оптической моды для этой волноводной структуры показан пунктирной линией (согласно работе [43]). б) Энергетические зоны гетероструктуры $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -GaAs на квантовых ямах с раздельным ограничением и градиентным профилем показателя преломления

(материал GaAs), и по обеим сторонам ямы изготавливаются два более толстых внутренних барьерных слоя ($\sim 0,1$ мкм) с более широкой запрещенной зоной и, следовательно, с более низким показателем преломления (материал $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$). За внутренними барьерными слоями находятся два еще более толстых (~ 1 мкм) внешних слоя из материала с еще большей шириной запрещенной зоны ($\text{Al}_{0,6}\text{Ga}_{0,4}\text{As}$), которые составляют p - и n -области диода. Ограничение или локализация пучка в этом случае обеспечивается более высоким показателем преломления внутреннего слоя по сравнению с показателем преломления внешних слоев, в то время как вклад в это ограничение, вносимый очень тонкой квантовой ямой, пренебрежимо мал. Результирующий профиль интенсивности пучка для этой волноводной структуры также показан на рис. 9.24а (пунктирная линия). Нетрудно видеть, что полная ширина пучка на уровне $1/e^2$ в этом случае ограничена сравнительно небольшим размером ($\sim 0,8$ мкм). На рис. 9.24б показана отчасти похожая и широко используемая структура, где показатель преломления внутреннего барьерного слоя $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ изменяется по градиенту, например, от $x = 0,2$ на поверхности квантовой ямы до значения $x = 0,6$ на поверхностях между двумя внешними слоями, где он соответствует показателям преломления внешних слоев. Эту структуру обычно называют GRINSCH (GRaded-INDEX Separated-Confinement Heterostructure) — гетероструктура с раздельным ограничением и градиентным профилем показателя преломления.

Следует отметить, что в обеих структурах, приведенных на рис. 9.24, носители зарядов ограничены квантоворазмерной структурой, в то время как лазерный пучок ограничен ступенчатым или градиентным показателем преломления, см. рис. 9.24а и б соответственно. Отметим также, что хотя толщина квантоворазмерного слоя много меньше, чем ширина пучка, оптическое ограничение обуславливает высокое значение фактора локализации, что позволяет извлечь выгоду из уменьшения пороговой плотности тока J_{th} , связанного со значительным уменьшением толщины активного слоя d .

(см. выражения (9.4.3) и (9.4.13)). Действительно, как показано в примере 9.2, теперь можно рассчитать значения порогового тока J_{th} , которые оказываются в $\sim 4\text{--}5$ раз меньше, чем для обычного ДГ-лазера (т. е. приблизительно 200 А/см^2). Такое уменьшение порога генерации обусловлено сочетанием двух следующих причин:

- вследствие значительного уменьшения толщины активного слоя и за счет использования структур с отдельным ограничением;
- за счет увеличения (примерно в 2 раза) дифференциального усиления в квантоворазмерных структурах по сравнению с усилением в объемных материалах.

Пример 9.2. Пороговая концентрация носителей и пороговая плотность тока в GaAs/AlGaAs лазерах на квантовых ямах. Предположим, что вид функции $g = \sigma(N - N_{th})$ остается таким же и для случая квантоворазмерной структуры.¹ Таким образом, можно снова применить выражения, рассмотренные в примере 9.1. Чтобы сравнить результаты со случаем, описанным в примере 9.1, выберем те же самые значения для коэффициента потерь α (10 см^{-1}) и коэффициента отражения зеркал R (32%) и, как следствие, для полных потерь γ ($\gamma = 1,44$). Также оставим прежние значения для длины резонатора (300 мкм) и концентрации прозрачности носителей N_{tr} ($2 \cdot 10^{18} \text{ 1/см}^3$). В то же время пусть $\sigma = 6 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$ (см. раздел 3.3.5.). Чтобы вычислить фактор локализации, предположим, что профиль поля пучка может быть записан в виде $U \propto \exp(-(x^2/w_{\perp}^2))$, где $w_{\perp}$ — размер пучка в направлении, перпендикулярном переходу. Тогда из выражения (9.4.7) получаем $\Gamma = (d/0,62d_{\perp})$, где d — толщина квантовой ямы и $d_{\perp} = 2w_{\perp}$. Полагая $d = 10 \text{ нм}$ и $d_{\perp} = 1 \text{ мкм}$, находим $\Gamma = 1,6 \cdot 10^{-2}$. Далее, из выражения (9.4.9) получаем $N_{th} = (5 + 2) \cdot 10^{18} \text{ 1/см}^3$, где численные значения двух членов правой части выражения (9.4.9) снова записываются отдельно. Нетрудно видеть, что благодаря еще меньшему значению фактора локализации первый член, т. е. концентрация носителей, необходимая для преодоления потерь в резонаторе, теперь существенно больше, чем второй член, описывающий величину N_{tr} . Теперь можно без труда рассчитать пороговую плотность тока, подставив предварительно вычисленное значение N_{th} в выражение (9.4.3). Полагая снова $\eta_i = 1$ и $\tau = 4 \text{ нс}$, получаем $J_{th} \approx 280 \text{ А/см}^2$, что примерно в 4 раза меньше, чем значение, вычисленное для ДГ-лазера. Отметим, что в этом случае именно внутрирезонаторные потери определяют значение N_{th} , и уменьшение этих потерь способствует дальнейшему уменьшению пороговой плотности тока J_{th} . Теперь, если принять, например, $\alpha = 3 \text{ см}^{-1}$ и $R = 80\%$, получаем $\gamma = 0,28$ и, следовательно, $N_{th} = (2,3 + 2) \cdot 10^{18} \text{ 1/см}^3$ и $J_{th} \approx 170 \text{ А/см}^2$.

Структуры с отдельным ограничением на рис. 9.24 могут включать в себя либо одиночную квантовую яму (QW-структура), которая показана на рисунке, либо структуру со множественными квантовыми ямами (MQW-структура). В последнем случае гетероструктура состоит из множества перемежающихся

¹ Это приближение является более грубым для квантоворазмерных структур. На самом деле, график зависимости g от N , в силу двумерной структуры плотности состояний, насыщается при достаточно высоких значениях инжекции носителей заряда (см. ссылку [45]).

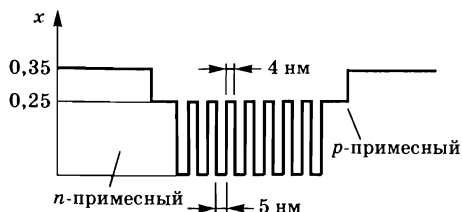


Рис. 9.25
Вариации структуры в активном слое $\text{In}_{0,5}\text{Ga}_{0,5-x}\text{Al}_x\text{P}/\text{InGaP}$ со множественными квантовыми ямами. Генерация осуществляется на длине волны 670 нм

слоев, выполненных из материалов попеременно с узкой и широкой запрещенной зоной (рис. 9.25). При этом толщина каждой квантовой ямы принимается равной 5 нм, тогда как толщина барьера с широкой запрещенной зоной (4 нм) должна быть достаточной для того, чтобы предотвратить туннелирование электрона из одной ямы в другую. По сравнению со множественными квантоворазмерными структурами порог генерации для одиночной квантовой ямы растет вследствие уменьшения значения фактора локализации, и в то же время он снижается за счет уменьшения эффективной толщины активного слоя d . Для лазеров с большой длиной резонаторов ($L > 300$ мкм) имеем $N_{th} \cong N_{tr}$, таким образом, вторая тенденция доминирует над первой, и, в результате, одиночная квантовая яма характеризуется наиболее низким порогом генерации. Тем не менее, при более коротких длинах резонатора порог генерации для множественных квантовых ям становится меньше, чем порог для одиночной квантовой ямы, причем оптимальное количество квантовых ям выбирается в зависимости от той или иной длины резонатора [46].

В разделе 9.4.3 говорилось о том, что в ДГ-лазере должно обеспечиваться полное согласование постоянных решеток между двумя гетероструктурами (с точностью $\sim 0,1\%$). Тем не менее, для очень малой толщины квантовой ямы это условие может быть не таким жестким, и точность согласования решеток между квантовой ямой и окружающим ее более широкозонным материалом может лежать в диапазоне $\sim 1-3\%$, не приводя к возникновению механических напряжений и дислокаций на границе двух материалов. Значительное рассогласование постоянных решеток в квантоворазмерных структурах приводит к возникновению деформаций сжатия или растяжения, в результате чего формируется так называемая *напряженная квантовая яма*. Напряженные квантовые ямы обладают двумя преимуществами:

- возможно выращивание структур, которые могут работать в диапазонах длин волн, не обеспечиваемых какими-либо другими структурами (например, 900–1100 нм для структуры $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$);
- как уже обсуждалось в разделе 3.3.6, под действием деформации сжатия эффективная масса дырок в направлении, параллельном переходу, уменьшается до значения, близкого к эффективной массе электрона. Последнее обстоятельство приводит к уменьшению концентрации прозрачности N_{tr} и к увеличению дифференциального усиления по сравнению с ненапряженной квантовой ямой.

Таким образом, лазеры на напряженных квантовых ямах позволяют получить лазерную генерацию при низких пороговых плотностях тока и высокой эффективности на недоступных ранее длинах волн излучения.

9.4.5. ЛАЗЕРНЫЕ ПРИБОРЫ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Лазеры на двойном гетеропереходе, а также лазеры на квантовых ямах весьма часто используются в конфигурации с так называемой полосковой геометрией (рис. 9.26), где активная среда (на рисунке представлена как заштрихованная область) может быть либо двойной гетероструктурой, либо структурой с отдельным ограничением и с одиночными или множественными квантовыми ямами. Из обоих рисунков можно видеть, что создание подходящего изолирующего оксидного слоя приводит к тому, что электрический ток, протекающий от положительного электрода, ограничивается в узкой полоске шириной s ($s = 3-10$ мкм). По сравнению с устройствами на широких переходах (см. рис. 9.20) рассмотренное устройство с полосковой геометрией имеет в качестве преимущества значительно меньшую площадь перехода A ($A = Ls$, где L — длина полупроводника), через который протекает ток. Таким образом, для заданной плотности тока J требуемый полный ток $I = JA$ соответственно оказывается меньше. Кроме того, поскольку ширина области усиления в плоскости перехода приблизительно равна ширине s , этот механизм можно использовать для ограничения поперечного размера пучка в направлении, параллельном переходу. Соответствующее устройство называется *лазером на активной волноводной структуре*, т. е. сформированной путем распределения усиления (см. рис. 9.26а). Если сделать ширину s достаточно малой ($s < 10$ мкм), то ограничение усиления приведет к тому, что пучок ограничится основной поперечной модой в направлении, параллельном переходу. С другой стороны, в направлении, перпендикулярном переходу, пучок также ограничится основной поперечной модой, но уже за счет распределения показателя преломления в двойной волноводной гетероструктуре (см. рис. 9.22) или в структуре с отдельным ограничением (см. рис. 9.24). Таким образом, выходной пучок будет состоять из одной поперечной моды с эллиптическим профилем сечения пучка (размер $\sim 1 \times 5$ мкм). Недостатком активной волноводной структуры (рис. 9.26а) является то, что невозбужденные области активного слоя очень сильно поглощают излучение, и ограничение пучка в этих областях неизбежно приводит к дополнительным потерям.

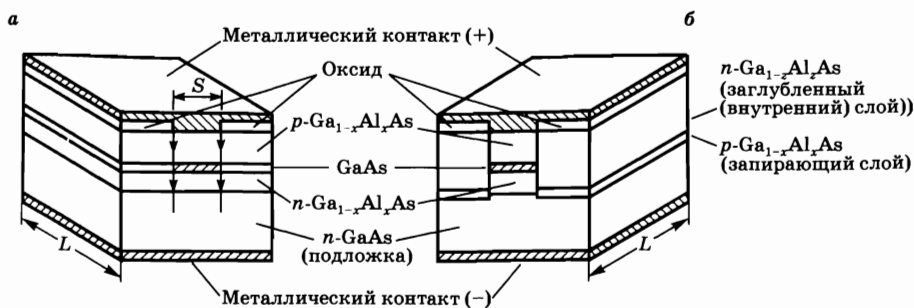


Рис. 9.26

Фрагмент полупроводникового ДГ-лазера с полосковой геометрией:

а) лазер с активной волноводной структурой, б) лазер со скрытой гетероструктурой и распределенным коэффициентом преломления.

Лучшим решением в этом случае было бы обеспечить боковое ограничение за счет распределения показателя преломления в плоскости перехода (*лазеры на пассивной волноводной структуре* с распределенным показателем преломления). В качестве возможного решения можно окружить активный слой полупроводниковыми материалами с более низким показателем преломления, как например в лазерах со скрытой гетероструктурой (рис. 9.26б). Преимуществом лазера с пассивной волноводной структурой является то, что лазерный пучок в этом случае испытывает меньшее поглощение в боковых ограничивающих средах. В действительности, пассивные волноводные структуры с распределенным показателем преломления (например, скрытые или гребенчатые волноводные структуры) представляются сейчас наиболее перспективными для серийно выпускаемых устройств.

Теперь можно рассмотреть некоторые свойства выходного пучка, а именно: выходную мощность, расходимость пучка и его спектральный состав. На рис. 9.27 представлен график зависимости выходной мощности от электрического тока при двух значениях температуры для ДГ-GaAs лазера на волноводной структуре. Следует отметить, что снижение порогового тока I_{th} до значений 100 мА и ниже при комнатной температуре стало возможным в результате использования структур с полосковой геометрией. На сегодняшний день достигнуты еще меньшие пороговые токи (~15 мА) благодаря использованию ДГ-GaAs лазеров на активной и пассивной волноводных структурах. Рекордно малые значения порогового тока (~1 мА) реализованы с помощью одиночных квантовых ям. (Действительно, полагая $J_{th} = 200 \text{ А/см}^2$, (см. пример 9.2), $s = 4 \text{ мкм}$ и $L = 150 \text{ мкм}$, можно получить $I_{th} = 1,2 \text{ мА}$.) Из рис. 9.27 также видно, что величина I_{th} резко возрастает с ростом температуры. Эмпирическим путем было показано, что для большинства лазерных диодов эта зависимость подчиняется закону $I_{th} \propto \exp(T/T_0)$, где T_0 — характеристическая температура, зависящая от параметров того или иного лазерного диода, и значение которой является мерой качества диода.

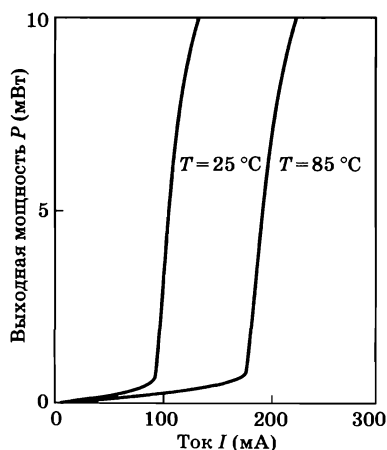


Рис. 9.27

График зависимости выходной мощности от электрического тока в ДГ-лазере при двух значениях температуры

Действительно, отношение пороговых значений для двух различных температур, отличающихся на величину ΔT , задается выражением $(I'_{th} / I''_{th}) = \exp(\Delta T / T_0)$. Таким образом, чем больше параметр T_0 , тем в меньшей степени величина I_{th} чувствительна к температуре. Для случая, изображенного на рис. 9.27, можно оценить, что $T_0 \cong 91 \text{ К}$. Как правило, в ДГ-GaAs лазерах величина T_0 лежит в диапазоне 100–200 К, причем для GaAs лазеров на квантовых ямах этот параметр оказывается несколько больше ($> 270 \text{ К}$). Таким образом, улучшение в плане температурных характеристик лазеров на квантоворазмерных структурах является еще одним преимуществом таких

устройств и ведет к более слабой зависимости энергии квазиуровней Ферми и соответственно зависимости дифференциального усиления от температуры (для сравнения, рис. 3.25 и рис. 3.15). Характерная температура в ДГ-лазерах на InGaAsP/InP-структурах оказывается значительно меньше, чем значения, рассмотренные выше ($50 \text{ К} < T_0 < 70 \text{ К}$), вероятно из-за резкого увеличения скорости безызлучательной релаксации (вследствие Оже-рекомбинации) в таких более узкозонных материалах (см. раздел 3.2.6). Следует отметить, что выходная мощность (см. рис. 9.27) ограничена сверху значением $\sim 10 \text{ мВт}$. Более высокие выходные мощности (обычно более 50 мВт) могут привести к тому, что интенсивность пучка станет достаточно высокой и сможет превысить порог разрушения поверхности полупроводника. Окончательно отметим, что дифференциальный КПД лазера задается выражением $\eta_s = dP/VdI$, где V — приложенное напряжение. Выбирая $V \approx 1,8 \text{ В}$, получаем $\eta_s = 40\%$. В действительности были получены более высокие значения дифференциального КПД (вплоть до 60%). Таким образом, в настоящий момент полупроводниковые лазеры являются наиболее эффективными из всех известных типов лазеров.

Пример 9.3. *Выходная мощность и внешняя квантовая эффективность полупроводниковых лазеров.* Чтобы рассчитать выходную мощность, отметим вначале, что в стационарных условиях величину мощности вынужденного излучения можно записать в виде: $P_e = (I - I_{th})\eta_i h\nu/e$, где η_i — внутренняя квантовая эффективность, введенная в разделе 9.4.3, и ν — частота испускаемого излучения. Часть этой мощности тратится на внутренние потери (вследствие рассеяния, а также из-за потерь во внешних слоях), а часть мощности выходит через торцевые зеркала. Таким образом, мощность пучка можно выразить следующим образом:

$$P = \left[\frac{(I - I_{th})\eta_i h\nu}{e} \right] \left(\frac{-\ln R}{\alpha L - \ln R} \right), \quad (9.4.14)$$

где R — коэффициент отражения зеркал, α — коэффициент внутренних потерь и L — длина резонатора. Теперь можно определить внешнюю квантовую эффективность η_{ex} как отношение приращения количества испускаемых фотонов к соответствующему приращению инжектированных носителей зарядов, т.е. $\eta_{ex} = d(P/h\nu)/d(I/e)$. Тогда из выражения (9.4.14) получаем:

$$\eta_{ex} = \eta_{in} \left(\frac{-\ln R}{\alpha L - \ln R} \right). \quad (9.4.15)$$

Отсюда видно, что величина η_{ex} растет с уменьшением длины резонатора. Следует также отметить, что согласно определенным величинам соотношение между внешней квантовой эффективностью и дифференциальным КПД записывается в виде $\eta_{ex} = \eta_s (eV/h\nu)$.

Что касается расходимости выходного излучения, отметим, что из-за малых размеров пучка ($\sim 1 \text{ мкм}$) в направлении, перпендикулярном переходу, выходной пучок в этой плоскости будет всегда дифракционно-ограниченным.

Более того, как уже отмечалось выше, если ширина полосы в гетероструктуре оказывается меньше некоторого критического значения (~ 10 мкм), то пучок будет дифракционно-ограниченным и в плоскости, параллельной переходу. Теперь положим размеры пучка равными $d_{\perp}$ и $d_{\parallel}$ (полная ширина на уровне $1/e$ поля) по обоим направлениям, и предположим, что распределение поля имеет гауссов профиль в обоих поперечных направлениях. Согласно выражению (4.7.19), расходимость пучка в плоскости, параллельной переходу ($\theta_{\parallel}$), и в плоскости, перпендикулярной переходу ($\theta_{\perp}$), задается соответствующими выражениями $\theta_{\parallel} = 2\lambda/\pi d_{\parallel}$ и $\theta_{\perp} = 2\lambda/\pi d_{\perp}$. Для выходного луча с эллиптическим поперечным сечением (например, 1×5 мкм) расходимость в плоскости, перпендикулярной переходу, будет больше, чем расходимость в плоскости, параллельной переходу. Далее, уже на расстоянии нескольких десятков микрометров от выходного торца полупроводника (см. рис. 6.9а) эллиптичность пучка поворачивается на 90° . Как уже было показано в разделе 6.3.2.1, для компенсации астигматизма пучка можно разработать специальные оптические системы.

На рис. 9.28 представлен типичный спектр излучения диодного лазера, в котором оптическая обратная связь обеспечивается за счет отражения на торцевых зеркалах. Равноудаленные пики на графике соответствуют различным продольным модам резонатора Фабри–Перо. Из этого рисунка можно сделать два вывода:

1. Относительная спектральная ширина линии $\Delta\nu_L/\nu$ достаточно мала ($\sim 1,1 \cdot 10^{-3}$), что доказывает утверждение, согласно выражению (9.4.1), о том, что частота излучения приблизительно равна величине E_g/h .

2. Абсолютное значение ширины линии $\Delta\nu_L \cong 400$ ГГц (см. рис. 9.28) оказывается достаточно большим, что является серьезной проблемой в устройствах оптической связи вследствие хроматической дисперсии оптического волокна (особенно вблизи длины волны $\lambda = 1550$ нм). Чтобы обеспечить много меньшую ширину линии желательно использовать лазер с распределенной обратной связью или лазер с распределенным брэгговским отражением. Эти лазеры будут кратко рассмотрены в следующем разделе.

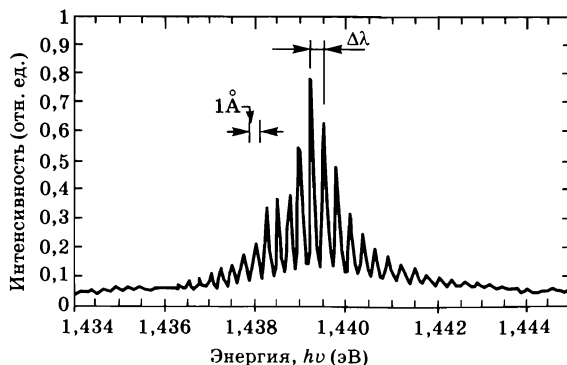


Рис. 9.28
Типичный спектр излучения GaAs полупроводникового ДГ-лазера со структурой типа Фабри–Перо с длиной резонатора 250 мкм

9.4.6. ЛАЗЕРЫ С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ И ЛАЗЕРЫ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ БРЭГГОВСКИМ ОТРАЖЕНИЕМ

Лазер с распределенной обратной связью (РОС-лазер) состоит из активной среды, в которой в одном из внешних слоев, образующем часть гетероструктуры, выполнена структура с периодически изменяющейся толщиной (структура с гофрированной поверхностью) [47]. Схематичный пример РОС-лазера, работающего на длине волны 1550 нм, приведен на рис. 9.29а, где активный слой из материала InGaAsP ($\lambda = 1550$ нм) расположен между двумя внешними слоями из InGaAsP ($\lambda = 1300$ нм), причем один из слоев выполнен в виде гофрированной структуры. Поскольку показатель преломления InGaAsP внешних слоев оказывается больше, чем показатель преломления InP слоев p - и n -типа, электрическое поле генерирующей моды будет «видеть» эффективный показатель преломления $n_{eff}(z) = \langle n(x, z) \rangle_x$, который зависит от продольной координаты z . В предыдущем выражении запись $\langle \rangle_x$ означает пространственное усреднение (с соответствующим весовым коэффициентом) по координате x , перпендикулярной переходу, причем вес определяется поперечным распределением интенсивности пучка $|U(x)|^2$ (см. также выражение (9.4.5)). Теперь предположим, что $n_{eff}(z)$ является периодической функцией координаты z , т. е.

$$n_{eff}(z) = n_0 + n_1 \sin[(2\pi z/\Lambda) + \varphi], \quad (9.4.16)$$

где Λ — пространственный период гофрированной структуры (см. рис. 9.29а). Согласно теории Брэгга о рассеянии света на периодических структурах, прямой и обратный пучки РОС-лазера будут эффективно согласовываться друг с другом (т. е. складываться в фазе), если длина волны излучения в свободном пространстве будет удовлетворять условию:

$$\lambda = \lambda_B = 2\langle n_{eff} \rangle \Lambda, \quad (9.4.17)$$

где $\langle n_{eff} \rangle$ — некоторое усредненное по координате z значение функции n_{eff} (см. ниже). Чтобы пояснить смысл вышеприведенного выражения, предположим,

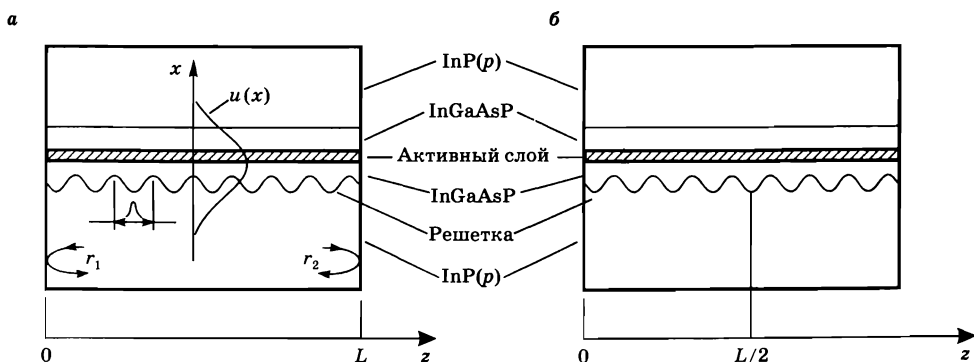


Рис. 9.29
Схемы полупроводниковых РОС-лазеров:
а) с равномерной решеткой, б) со сдвигом решетки на $\lambda/4$.

для простоты, что $n_{eff}(z)$ является периодической прямоугольной функцией с периодом Λ . В этом случае структура на рис. 9.29а эквивалентна периодической последовательности слоев с высоким и низким показателем преломления, причем толщина каждого слоя равна $\Lambda/2$. Этот случай напоминает периодическую структуру в многослойных диэлектрических зеркалах (см. раздел 4.4), и можно ожидать, что отражение с усилением волны произойдет при выполнении равенства $(\langle n_{eff} \rangle \Lambda/2) = \lambda/4$. Тогда выражение (9.4.17) означает, что для заданного периода Λ существует только одна длина волны излучения, другими словами, только одна единственная мода удовлетворяет условию Брэгга. Таким образом, можно ожидать, что в генерации будет участвовать только одна единственная мода (при выполнении соответствующего порогового условия для возникновения этой генерации).

Эти простые рассуждения очень схематичны, и более глубокое понимание поведения РОС-лазера требовало бы детального аналитического рассмотрения. Для проведения такого анализа предположим, что противоположно распространяющиеся волны будут «видеть» эффективный коэффициент усиления, распределение которого определяется активной средой, и будут согласованы с периодическим изменением диэлектрической проницаемости, т. е. показателя преломления. Также предположим, что имеются конечные значения r_1 и r_2 , характеризующие отражения электромагнитной волны от двух граней. Подробное описание данного анализа можно найти в работах [47, 48]. В рамках данного раздела будут приведены лишь несколько важных результатов.

Сначала рассмотрим довольно специфический график, изображенный на рис. 9.30а для простого случая $r_1 = r_2 = 0$. На этом рисунке приводится зави-

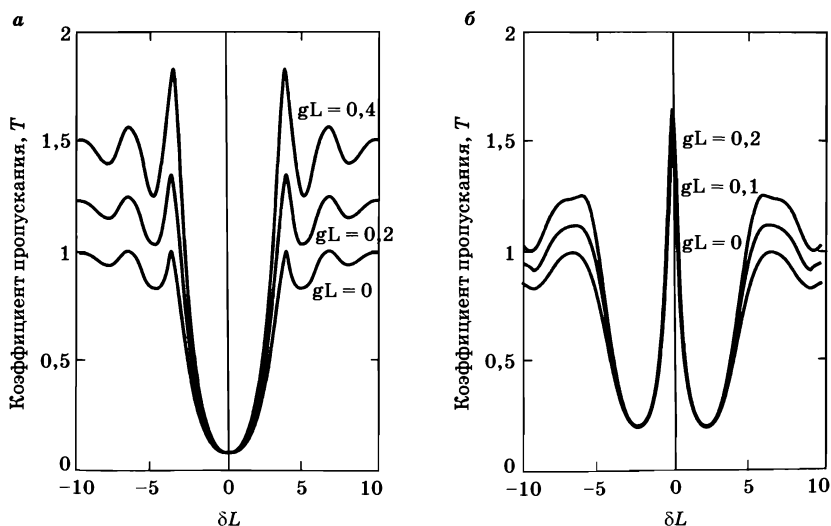
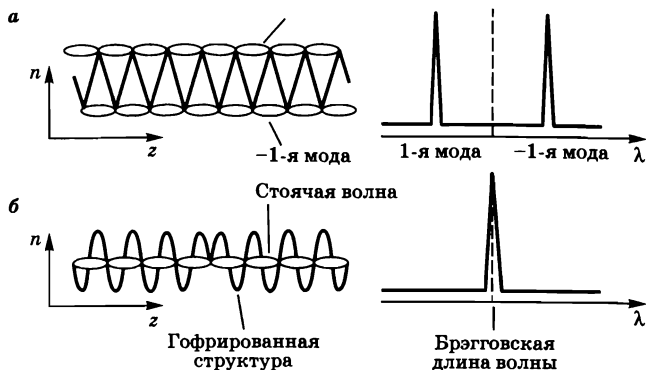


Рис. 9.30

Зависимости коэффициента пропускания T (по интенсивности) от нормированной отстройки δL при нескольких значениях усиления gL для нулевого отражения на торцевых гранях:

а) случай равномерной решетки; б) решетка со смещением на $\lambda/4$. (Согласно работе [49].)

Рис. 9.31
Схематическое представление изменения показателя преломления, а также профили мод и соответствующие резонансные длины волн для РОС-лазера с равномерной решеткой (*а*) и с решеткой, смещенной на $\lambda/4$ (*б*). (Согласно работе [49].)



симось пропускания T по интенсивности, например $T = |E_A(0, L)/E_A(0, 0)|^2$ для прямого пучка, от величины нормированной отстройки $\delta L = (\beta - \beta_B)L$. В приведенном выражении $E_A(x, z)$ представляет собой распределение электрического поля прямого пучка, L — длина резонатора, $\beta = 2\pi n_0/\lambda$ и $\beta_B = \pi/\Lambda$. График, показанный на рисунке, получен для значения $kL = 2$ нормированного коэффициента связи ($k \approx 2\pi n_1/\lambda$) и для нескольких значений эффективного коэффициента усиления $\langle g \rangle L$ [49]. Из рис. 9.30*а* видно, что минимальное пропускание действительно имеет место при точном резонансе (т. е. когда $\delta = 0$), тогда как некоторые максимумы пропускания, т. е. некоторые из имеющихся мод, расположены симметрично по обеим сторонам от точного резонанса. Причину существования, например, первого и двух наиболее сильных резонансов можно понять с помощью рис. 9.31*а*, где представлены продольный профиль изменения показателя преломления, а также профиль стоячей волны для двух мод и соответствующие резонансные длины волн [49]. Нетрудно видеть, что мода, обозначенная как $+1$, подвергается влиянию эффективного, т. е. продольно усредненного, показателя преломления $\langle n_{eff} \rangle_1$, который несколько меньше эффективного показателя преломления $\langle n_{eff} \rangle_{-1}$ моды -1 . В обоих предыдущих выражениях пространственное усреднение $\langle \rangle$ теперь проводится по продольному распределению интенсивности моды резонатора. Согласно обобщенному условию Брэгга (см. выражение (9.4.17)), резонансные длины волн моды $+1$ и моды -1 будут соответственно немного меньше и немного больше резонансного значения $\lambda_B = 2n_0\Lambda$.

Симметричная картина мод лазера с распределенной обратной связью, изображенная на рис. 9.30*а*, очевидно нежелательна.

Рассмотрено несколько способов для того, чтобы обеспечить преобладание только одной моды. Обычно это достигается путем изготовления асимметричного устройства с различными коэффициентами отражения r_1 и r_2 торцевых зеркал. Тем не менее, наилучшим решением представляется так называемый РОС-лазер со сдвигом на $\lambda/4$ [50]. В этом случае гофрированная структура внутреннего слоя сдвигается на величину $\Lambda/4$ в центре активного слоя (т. е. при $z = L/2$, см. рис. 9.29*б*). Для этого случая на рис. 9.30*б* приведены графики зависимости пропускания T от нормированной отстройки δL для различных значений усиления $\langle g \rangle L$ и для заданного значения нормированного

коэффициента связи kL ($kL = 2$). Из рисунка видно, что теперь имеет место максимальное пропускание в точном брэгговском резонансе $\lambda = \lambda_B$. Имеющееся различие в пропускании для этой моды и двух соседних мод, т. е. селекция моды, в этом случае выше, чем в случае равномерной решетки (см. рис. 9.30а). Причину существования только одной моды с низкими потерями можно объяснить с помощью рис. 9.31б, откуда видно, что благодаря четвертьволновому сдвигу в гофрированной структуре эффективное значение показателя преломления $n_{eff} = \langle n \rangle_x$ также имеет некоторый сдвиг (в продольном направлении) (см. рис. 9.31б). На рисунке также показан профиль стоячей волны для моды с наименьшими потерями, при этом пространственно-усредненное (по продольной координате) значение эффективного показателя преломления $\langle n_{eff} \rangle$ в данном случае равно n_0 . Теперь резонансным условием будет являться равенство $(\lambda/2n_0) = \Lambda$, и длина волны λ этой моды будет совпадать с брэгговской длиной волны $\lambda_B = 2n_0\Lambda$.

Изготовление приборов с равномерной решеткой и, даже более того, РОС-лазеров со сдвигом $\lambda/4$ представляется весьма непростой технологической задачей. Период решетки Λ должен иметь субмикронный размер (например, для InGaAsP лазера с длиной волны 1550 нм имеем $\langle n_{eff} \rangle \approx 3,4$ и из выражения (9.4.17) получаем $\Lambda \approx 0,23$ мкм). Поэтому достаточно сложно изготовить решетку с таким маленьким периодом, который, кроме всего прочего, должен быть равномерным по всей длине решетки, а также должен оставаться неизменным при переходе от одной решетки к другой.

Помимо РОС-лазеров для обеспечения одномодовой генерации иногда используют структуру, представленную на рис. 9.32. На этом рисунке показаны две крайние части резонатора, выполненные в виде пассивных секций, в которых при подходящем гофрировании соответствующего слоя эффективный показатель преломления будет промодулирован с периодом Λ в продольном направлении. В этом случае отражающая способность двух торцевых секций будет обусловлена интерференцией, которая возникает в этих областях при выполнении условия Брэгга. Эффект, имеющий здесь место, напоминает ситуацию с четвертьволновыми ($\lambda/4$) многослойными диэлектрическими зеркалами, и максимум отражения в этом случае, по всей видимости, будет возникать на длине волны $\lambda = 2\langle n_{eff} \rangle \Lambda$. По сравнению с РОС-лазерами, лазеры с *распределенным брэгговским отражением* (РБО-лазеры) обладают тем преимуществом, что решетка в них изготавливается в области, отделенной от активного слоя. Это приводит к некоторым улучшениям в плане технологичности изготовления таких лазеров, и делает РБО-структуру более подходящей для интеграции с другими приборами, такими как модули для подстройки частоты и для модуляции излучения. Тем не менее,

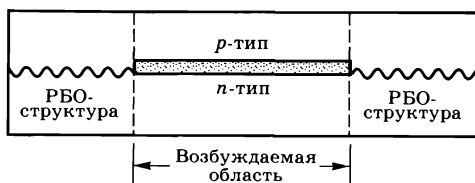


Рис. 9.32
Схематическое представление полупроводникового лазера с распределенным брэгговским отражением (РБО-лазер)

селективность по длинам волн в РБО-лазере оказывается хуже, чем в РОС-лазере из-за наличия многих продольных мод в резонаторе Фабри–Перо, число которых определяется длиной активной области. На самом деле, из-за малой длины активной области, как правило, только одна мода попадает в полосу высокого отражения РБО структуры. Однако температурные изменения могут привести к перескоку между смежными модами, и в этой связи РБО-лазеры используются гораздо реже, чем лазеры с распределенной обратной связью.

9.4.7. ЛАЗЕРЫ ПОВЕРХНОСТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕРТИКАЛЬНЫМ РЕЗОНАТОРОМ

До сих пор мы рассматривали полупроводниковые лазеры, которые генерируют свет в направлении, параллельном плоскости перехода и, следовательно, от одной грани устройства (*лазеры с торцевым излучением*). Для некоторых применений, которые будут рассмотрены в следующем разделе, были разработаны полупроводниковые лазеры, которые излучают в направлении, перпендикулярном плоскости перехода. Эти устройства обычно называются *лазерами поверхностного излучения* и изготавливаются с учетом одного из двух следующих принципов:

1. Использование обычной геометрии с торцевым излучением, но с установкой дополнительных оптических элементов, например расположенного под углом 45° зеркала, для того чтобы вертикально отклонить выходной пучок (рис. 9.33а).

2. Нанесение высокоотражающих покрытий на внешние области активного слоя, что приводит к формированию вертикального резонатора, из которого выходной пучок распространяется перпендикулярно плоскости перехода (*лазеры поверхностного излучения с вертикальным резонатором*, VCSEL лазеры, см. рис. 9.33б).

Лазеры поверхностного излучения, схематичное изображение которых приводится на рис. 9.33а, концептуально не отличаются от лазеров с торцевым излучением. С другой стороны, особенностью лазера поверхностного излучения с вертикальным резонатором (рис. 9.33б) является очень короткая длина активной области и, как следствие, очень малое значение усиления. Тем не менее, малое усиление в таком лазере преодолевается за счет использования зеркал с большими коэффициентами отражения, при которых

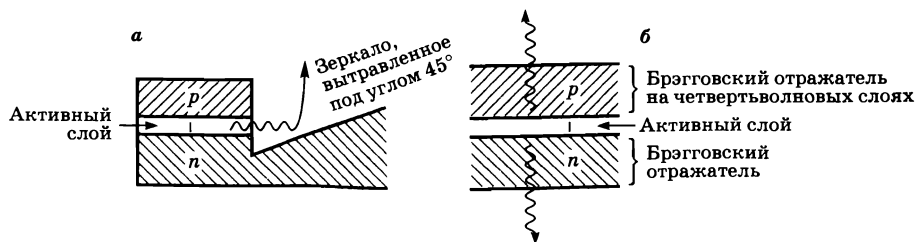


Рис. 9.33

Схематичное представление: (а) лазера поверхностного излучения, в котором свет, выходящий из торца резонатора, отклоняется вертикально зеркалом, расположенным под углом 45° ; (б) лазера поверхностного излучения с вертикальным резонатором

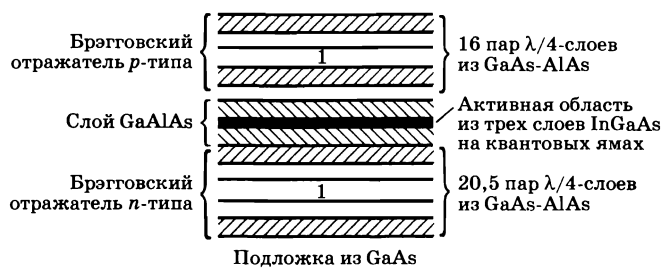


Рис. 9.34
Схематичное /
представление лазера
с вертикальным
резонатором и с нижней
излучающей поверхностью.
Самый верхний слой GaAs
имеет толщину, равную
половине длины волны,
чтобы обеспечить
согласование по фазе с
металлическим контактом.
(Согласно работе [52].)

обеспечиваются низкие пороги генерации. Такие лазеры имеют определенное преимущество над соответствующими устройствами с торцевым излучением, которое обусловлено, по сути, высокой плотностью упаковки и низкими пороговыми токами. Ниже будут рассмотрены именно лазеры поверхностного излучения с вертикальным резонатором [51].

На рис. 9.34 представлена схема устройства лазера поверхностного излучения с вертикальным резонатором, использующего в качестве активной среды три слоя $\text{In}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$ /GaAs-структуры с напряженными квантовыми ямами (толщина каждого слоя составляет 8 нм). Эти три активных слоя расположены между двумя промежуточными слоями из $\text{Ga}_{0,5}\text{Al}_{0,5}\text{As}$ для того, чтобы набрать полную толщину в одну длину волны. Нижнее и верхнее зеркала выполнены соответственно из 20,5 пар n -активированных и 16 пар p -активированных четвертьволновых слоев из GaAs/AlAs. Благодаря большой разнице показателей преломления двух слоев (3,6 для GaAs и 2,9 для AlAs) обеспечивается очень высокая отражающая способность ($\sim 99\%$) для обоих зеркал. Кроме того, благодаря короткой длине резонатора потери на рассеяние и поглощение в активном слое очень малы, и можно получить достаточно низкие пороговые плотности тока ($J_{th} \approx 4 \text{ кА/см}^2$). Поскольку диаметр круглой поверхности, через которую протекает ток, обычно выбирается очень малым ($D = 5 \div 10 \text{ мкм}$), пороговый ток также оказывается небольшим ($\sim 1 \text{ мА}$). Благодаря столь малому поперечному сечению активной области лазеры поверхностного излучения с вертикальным резонатором, как правило, работают на моде TEM_{00} даже при токах, значительно превышающих пороговое значения (например, в 2 раза). Также следует отметить, что из-за малой длины лазерного резонатора (1–2 мкм) последующие продольные моды достаточно далеко отстоят друг от друга по длине волны ($\Delta\lambda \approx 100 \text{ нм}$). Таким образом, если одна мода совпадает с пиком отражения каждого из четвертьволновых слоев, то две соседние моды выпадают из полосы высокого отражения зеркал, и возникает генерация на одной продольной моде.

Изготовление лазеров поверхностного излучения с вертикальным резонатором представляет собой достаточно непростую задачу. Одной из главных проблем является высокая точность изготовления резонатора требуемой длины, так чтобы только одна продольная мода попадала точно в центр полосы высокого отражения зеркал. Другая проблема была связана с изготовлением множества четвертьволновых слоев (с точностью порядка $\lambda/4$). Решение этих проблем обеспечило в лазерах поверхностного излучения воз-

возможность достижения низких порогов генерации. При соответствующей минимизации внутрирезонаторных потерь в таких лазерах можно достичь очень высоких значений дифференциального КПД, сравнимых с КПД лазеров с торцевым излучением. На самом деле было продемонстрировано значение дифференциального КПД до 50%. Выходная мощность отдельного лазера поверхностного излучения с вертикальным резонатором весьма ограничена (около 1 мВт). Это связано с возникновением термических проблем, обусловленных введением высоких мощностей накачки в такой малый объем активной среды. Для увеличения выходной мощности изготавливаются матрицы из таких лазеров с независимой адресацией (например, матрица 8×8), а также лазеры с матричной адресацией.

Пример 9.4. Пороговая плотность тока и пороговый ток в лазерах поверхностного излучения с вертикальным резонатором. Согласно выражению (9.4.9) и принимая фактор локализации пучка равным $\Gamma \cong 1$, можно записать $N_{th} = (\gamma/\sigma l) + N_{tr}$, где l — толщина активного слоя. Следуя примеру 9.2, положим, что $N_{tr} = 2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ и $\sigma \approx 6 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$ для концентрации прозрачности носителей и для дифференциального усиления квантоворазмерных структур с напряженным слоем соответственно. Тогда потери за один проход задаются с помощью выражения $\gamma = -\ln R + \alpha_i L$, где R — коэффициент отражения по мощности для каждого из двух зеркал, α_i — коэффициент внутренних потерь и L — длина резонатора. Если принять $R = 99\%$, $\alpha_i = 20 \text{ см}^{-1}$ и $L = 2 \text{ мкм}$, получим $\gamma = 1,4 \cdot 10^{-2}$. Полагая теперь, что суммарная толщина активных слоев равна $l = 24 \text{ нм}$, находим $N_{th} \cong 11 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$, а это означает, что величина N_{th} преобладает над слагаемым $(\gamma/\sigma l)$, которое описывает потери. Из выражения (9.4.3), принимая $\eta_i \cong 1$ и $\tau = 2 \text{ нс}$, получаем $J_{th} = 3,84 \cdot 10^3 \text{ А/см}^2$. При выборе диаметра активной области $D = 8 \text{ мкм}$, пороговый ток составит $I_{th} = (\pi D^2/4) J_{th} \cong 0,44 \text{ мА}$.

9.4.8. КВАНТОВО-КАСКАДНЫЕ ЛАЗЕРЫ

Обычные диодные лазеры основаны на излучательной рекомбинации электронов и дырок через запрещенную зону между зоной проводимости и валентной зоной.¹ В устройствах этого класса энергия лазерного фотона, в основном, определяется интервалом энергии этой запрещенной зоны активного материала. Даже в лазерах на квантовых ямах (QW) эту энергию можно лишь слегка контролировать и увеличивать, используя эффекты пространственного окружения. Полупроводниковые лазеры с высокими характеристиками изготавливаются с использованием подходящих гетероструктур из III–V полупроводников (например, InGaAsP/InP, GaAs/AlGaAs, InGaN/GaN/AlGaN) и перекрывают диапазон длин волн 0,3–2 мкм. На больших длинах волн характеристики резко падают из-за отсутствия материалов высокого качества, увеличения оптических потерь и превалирования безызлучательной Оже-рекомбинации над излучательными переходами.

¹ Любезно предоставлено Гаетано Скамарцио, Университет Бари, Италия.

Квантово-каскадные лазеры (QC лазеры) принципиально отличаются от диодных лазеров. Они основаны не на переходе между электронами и дырками, а используют оптические переходы между электронными связанными состояниями, так называемые минизоны проводимости, которые образуются в ультратонких полупроводниковых структурах типа квантовых ям за счет пространственного окружения. Можно управлять длиной волны, испускаемой QC лазером, путем аккуратного контроля толщины структуры квантовых ям и барьеров в активной области. Тем самым устраняется зависимость длины волны от энергии запрещенной зоны, имеет место слабое влияние от системы выбранных материалов. До настоящего времени QC лазеры были изготовлены из следующих систем: GaInAs/AlInAs/InP, GaAs/AlGaAs, GaInAs/AlAsSb. Эти гетероструктуры множественных квантовых ям можно спроектировать, используя методы работы с зонными структурами, и вырастить с помощью наиболее прогрессивных технологий изготовления полупроводников, а именно молекулярной пучковой эпитаксии или высаживания из газовой фазы (CVD технология) металлоорганических соединений. Следуя этому подходу, к настоящему времени была продемонстрирована лазерная генерация в диапазоне значительной ширины 3–200 мкм. Однако пока не выявлено никаких фундаментальных ограничений, и можно ожидать, в принципе, расширение спектрального диапазона.

Помимо широкого выбора в плане спектрального диапазона, при имеющихся достаточно хорошо освоенных и доступных материалах, использование внутренних минизонных переходов обуславливает и другие ключевые преимущества данного типа лазеров. В QC лазере каждый электрон проходит последовательность (каскады) идентичных стадий (обычно несколько десятков) и способен испустить более одного фотона. Эта уникальная особенность приводит к значениям внутренней квантовой эффективности большей 1 и к потенциальной возможности высокой мощности. Более того, эти внутренние минизонные переходы характеризуются сверхбыстрой динамикой носителей, что делает возможным быстрое «включение» в работу QC лазеров в режиме коротких импульсов.

Впервые идея использовать внутренние минизонные переходы и туннелирование в каскадных структурах для усиления света была предложена Казариновым и Сурисом в 1971 г. Она вызвала интенсивные теоретические исследования и постановку предварительных экспериментов по изучению оптических свойств внутренних минизонных переходов. Однако потребовались более глубокие знания предмета и соответствующие наработки, прежде чем удалось изобрести и продемонстрировать в 1994 г. QC лазер [60].

Рис. 9.35а показывает упрощенную схему, которая иллюстрирует основной принцип действия QC лазера. Из рисунка видно, что для работы лазера используется последовательность ступеней, каждая из которых включает область инжекции и активную область, разделенных туннельным барьером. Две из таких ступеней продемонстрированы на рисунке. Отметим, что горизонтальная шкала указывает расстояние (вдоль направления роста) от заданной плоскости отсчета. При приложении электрического поля, электроны за счет туннелирования инжектируются в субполосу возбуждения 3, ко-

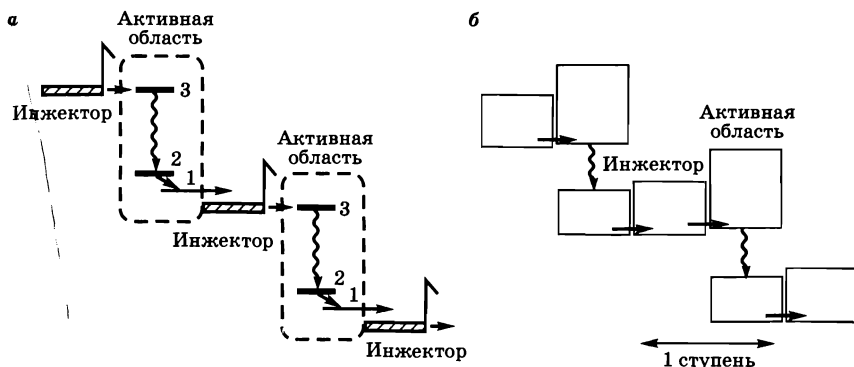


Рис. 9.35
Схема структуры минизон (а) в квантово-каскадном лазере с тремя квантовыми ямами и (б) в квантово-каскадном лазере на сверхрешетке. Волнистыми линиями показан лазерный переход

торая является верхним лазерным уровнем. Тогда получается генерация на переходе между субполосами 3 и 2 квантовой ямы. В этой связи следует отметить, что спонтанный распад с уровня 3 на уровни 2 или 1 является безызлучательным, через фотон-фононное взаимодействие, с характерным временем τ_{32} порядка нескольких пс. Для получения инверсной населенности между уровнями 3 и 2 нужно, чтобы выполнялось условие $\tau_{32} > \tau_2$, где τ_2 — полное время жизни уровня 2. Это легко достигается в материале, где разность энергий уровней 2 и 1 близка к резонансу с энергией оптического фотона. В этом случае безызлучательный переход уровня 2, через фотон-фононное взаимодействие, происходит очень быстро, с соответствующим временем процесса $\tau_2 = \tau_{21} \approx 0,2-0,3$ пс. Тогда возможна лазерная генерация между уровнями 3 и 2, если электроны подаются на уровень 3, а затем достаточно быстро удаляются с уровня 1. В этом случае каждый инжектор действует как некоторая область релаксации энергии для электронов, удаляемых из активной области и направляемых в последующую ступень. Электроны, требуемые для направления в области инжекции, обеспечиваются n -допированием каждой области на подходящем уровне. QC лазеры обычно включают $20 \div 100$ ступеней. Были предложены различные композиции активной области.

В простейшей схеме, которая также являлась первой демонстрацией, использовались три связанные квантовые ямы в качестве активной области [60]. Характерными особенностями такой композиции являются высокая эффективность инжекции на уровень 3, большое время жизни верхнего лазерного уровня τ_3 и короткое время жизни нижнего состояния τ_2 ; разумеется, эти особенности чрезвычайно полезны для получения инверсной населенности и лазерной генерации. Однако трудно избежать прямого перехода от инжектора на уровень 2. Еще одно ограничение проистекает из того факта, что полная эффективность удаления электронов ступени активной области в инжекцию на следующую ступень все еще контролируется туннелированием (через уровень 1). В результате характерное время удаления оказывается порядка $2-3$ пс, т. е. много больше, чем время жизни уровня 2. Так как уровни 1 и 2 находятся в термическом равновесии, это приводит к классическому

эффекту узкого горла, в котором медленный распад уровня 1 замедляет эффективный распад уровня 2. Это предельно ограничивает инверсную населенность и, следовательно, оптические характеристики, достигаемые при высоких токах накачки и высоких температурах.

Чтобы получить активные области, также можно использовать сверхрешетки материалов (SL) [61]. Полупроводниковая сверхрешетка состоит из стопки периодических слоев толщиной в нанометры, представляющих собой квантовые ямы и барьеры. В режиме сильно связанного туннелирования соответствующий потенциал, получающийся в результате сверхналожения, расщепляет зону проводимости на множество состояний (минизон), разделенных энергетическими щелями (минищели). В этом случае лазерная генерация имеет место на минищели между первыми двумя минизонами (см. рис. 9.35б). Сверхрешетка проектируется так, чтобы иметь достаточно широкую первую минизону, например, шириной равной энергиям 2–3 оптических фононов. Это делает время жизни нижнего лазерного состояния (верхний энергетический уровень первой минизоны) достаточно ультракоротким из-за многих доступных каналов релаксации внутри минизоны, обусловленных фотон-фононным испусканием. Также свойства фазового пространства обуславливают тот факт, что вероятность прямых переходов для состояний инжекции на нижнее лазерное состояние сильно уменьшается. Следовательно, в *SL-QC* лазерах устанавливается и при необходимости поддерживается инверсная населенность. Этот факт, наряду с высоким усилением, с возможностью подачи больших токов, и слабая зависимость от температуры позволяют получать очень высокие характеристики этих типов *QC* лазеров. С другой стороны, инжекция электронов на верхнее лазерное состояние не столь эффективна, как в случае трехквантовых ям.

Были продемонстрированы [62] квантовые каскадные структуры, сочетающие преимущества двух предыдущих схем. Пример показан на рис. 9.36. В этой конструкции активная область содержит chirпированную суперрешетку, т. е. представляет собой последовательность квантовых ям с уменьшающейся толщиной и с соответствующими барьерными слоями с увеличиваю-

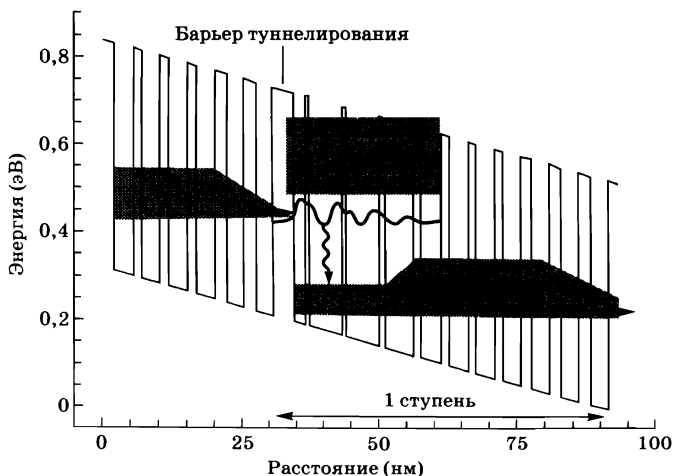


Рис. 9.36
Рассчитанная диаграмма зоны проводимости (связь-континуум) квантово-каскадного лазера. Серыми областями показаны волновые функции верхнего лазерного уровня (связанное состояние) и соответствующие минизоны проводимости. Волнистая стрелка показывает лазерный переход

щимися толщинами. При приложении электрических полей в нужной области значений, это позволяет образовать широкую минизону. Нижний лазерный уровень принадлежит первой минизоне. Верхний лазерный уровень образуется в первой минизоне путем введения маленького барьера, хорошо пригодного для инжекции. Этот уровень вполне отделен от верхней минизоны сверхрешетки, что соответствует связанному состоянию, волновая функция которого показана на рисунке. Тогда лазерная генерация имеет место между верхним связанным состоянием и континуумом состояний первой минизоны. После лазерной генерации электрон термолизируется в первую минизону, так что в этом случае нет необходимости разделять структуру на активную область и область инжекции/релаксации.

Практические реализации *QC* лазеров быстро развивались и теперь достигли достаточно высоких уровней для применений. Пока наиболее освоенными являются длины волн 4–9 мкм среднего ИК-диапазона. Несколькими группами ученых сообщалось о непрерывном режиме генерации при температуре выше комнатной, а в определенных диапазонах длин волн *QC* лазеры коммерчески доступны. В непрерывном режиме выходные мощности достигают сотен милливатт, а пиковые мощности — нескольких Вт. Режим одномодовой генерации был получен при изготовлении элемента распределенной обратной связи (*DFB*) путем записи решетки на вершине активной области (см. разд. 9.4.6). Недавно были осуществлены *QC* лазеры, работающие в диапазоне $1,5 \div 4,5$ ТГц (т. е. с длинами волн 70 и 200 мкм), хотя и при азотной температуре. Наилучшие характеристики *QC* лазеров на сегодня получены при использовании особенностей структуры связь–континуум.

Наличие доступных и компактных полупроводниковых лазеров среднего ИК-диапазона открыло путь нескольким применениям, главным образом основанных на спектроскопическом обнаружении следов газов. Это контроль окружающей среды, медицинский контроль дыхания, контроль промышленных процессов и проблемы безопасности.

9.4.9.

ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ЛАЗЕРОВ

Полупроводниковые лазеры, как маломощные, так и большой мощности, нашли широкое применение в самых различных областях. В этом разделе будут кратко рассмотрены некоторые из них. Для начала в табл. 9.7 представлены некоторые характеристики наиболее широко используемых лазеров на двойном гетеропереходе и лазеров на квантовых ямах. Поскольку все представленные структуры выращены либо на подложке из GaAs, либо на подложках из InP, лазерные материалы характеризуются сочетанием «активный слой–подложка». Для каждого случая длина волны генерации лазера в основном определяется эффективным коэффициентом преломления активного слоя (а для лазеров на квантовых ямах и толщиной этого слоя). В современных лазерах используются слои с отдельным ограничением (например, гетероструктуры с отдельным ограничением и градиентным профилем показателя преломления) на одиночных или множественных квантовых ямах в конфигурации как с активной, так и зачастую с пассивной волноводной структурой.

Некоторые параметры наиболее важных полупроводниковых лазерных диодов

Материал/Подложка	AlGaAs/GaAs	InGaAsP/InP	InGaAs/GaAs	InGaAlP/GaAs
Длина волны [нм]	720–850	1200–1650	900–1100	630–700
Внутренние потери [см ⁻¹]	4–15	5–10	2–10	~10
Пороговая плотность тока J_{th} [А/см ²]	80–700	200–1500	50–400	200–3000
Температура T_0 [K]	120–200	50–70	100–200	60–100

В $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{Al}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$ лазерных структурах эффективный коэффициент преломления внешних слоев должен быть больше, чем эффективный коэффициент преломления x активного слоя. В зависимости от значения последнего длина волны излучения обычно лежит в диапазоне от 720 до 850 нм. Маломощные ($P = 5\text{--}20$ мВт) однополосковые лазеры широко используются в проигрывателях компакт-дисков и в лазерных принтерах. Более мощные однополосковые лазеры, лазерные линейки, лазерные матрицы и массивы из лазерных линеек (рис. 6.9 и 6.10) используются для накачки твердотельных активных сред, таких как Nd (длина волны накачки $\lambda_p \cong 800$ нм), Tm:Ho ($\lambda_p \cong 790$ нм) и Cr:LISAF ($\lambda_p \cong 670$ нм). Некоторые из этих лазерных систем и соответствующие области их применения были рассмотрены в разделе 9.2 этой главы, а также в предыдущей главе.

В $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}/\text{InP}$ лазерах согласование постоянных решеток достигается при $y \cong 2,2x$, и длина волны генерации попадает в так называемое второе (с максимумом при $\lambda = 1310$ нм, что соответствует $x = 0,27$) и третье (с максимумом при $\lambda = 1550$ нм, что соответствует $x = 0,42$) окна прозрачности оптических волокон. Таким образом, эти лазеры нашли самое широкое применение в области оптических коммуникаций. Новейшие системы оптической связи используют лазеры с длиной волны примерно 1550 нм. Благодаря достаточно большой дисперсии групповой задержки оптических волокон в этой области длин волн, в настоящее время широко используются РОС-лазеры с узкой шириной линии ($\Delta\nu_L < 10$ МГц). С помощью этих лазеров была продемонстрирована модуляция сигнала со скоростью до нескольких гигабит/с путем прямой модуляции тока, протекающего через диод. Были также продемонстрированы и более высокие скорости модуляции (до нескольких десятков гигабит/с) с использованием внешних модуляторов, таких как LiNbO_3 волноводный модулятор. Для систем связи, работающих на еще более высоких скоростях передачи (в диапазоне от нескольких сотен гигабит/с до терабит/с) широко используются системы спектрального уплотнения. Для этих приложений используются РОС-лазеры, настроенные на определенную длину волны в области малой прозрачности (охватывающую область ~ 13 ТГц) в пределах 1550 нм. Такие системы, использующие устройства спектрального уплотнения, позволяют достигнуть исключительно высокой скорости передачи информации.

$\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}/\text{GaAs}$ лазеры с напряженными квантовыми ямами позволяют получить генерацию в широком, ранее недоступном, диапазоне длин волн

(900–1100 нм). Лазеры с длиной волны излучения 980 нм ($x = 0,8$) представляют особый интерес при использовании их для накачки Er-активированных волоконных усилителей и лазеров, а также для накачки лазеров на стекле с Yb:Er и Yb:YAG лазеров. Для этих применений обеспечивается выходная мощность до ~100 мВт в дифракционно-ограниченном пучке (сечением 1×4 мкм) и до ~1 Вт в устройствах с большей площадью перехода (до 1×30 мкм). Для получения более высоких выходных мощностей (~40 Вт и выше) используются линейки лазерных диодов и лазерные матрицы. Благодаря преимуществам лазерных систем на квантовых ямах с напряженным слоем, активно развиваются лазеры поверхностного излучения с вертикальным резонатором, основанные на $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}/\text{GaAs}$ квантоворазмерных структурах. Ожидается, что они принесут интересные решения в области оптических приборов, оптических коммуникаций и оптической обработки сигналов.

InGaP/InGaAlP лазеры представляют особый интерес, поскольку они излучают свет в видимой красной области спектра [53]. Успешно развиваются квантоворазмерные $\text{In}_{0,5}\text{Ga}_{0,5}\text{P}/\text{In}_{0,5}(\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x)_{0,5}\text{P}$ -гетероструктуры (где $x = 0,5$ для барьеров ямы и $x = 0,7$ для ограничивающих слоев, см. рис. 9.25), генерирующие свет с длиной волны 670 нм. Эти лазеры выпускаются серийно, и благодаря достаточно высокой мощности (до ~20 мВт) и большому сроку службы используются в проигрывателях компакт-дисков, а также заменяют He-Ne лазеры (излучающие в красном диапазоне) в таких устройствах, как сканеры штрих-кодов и измерительные приборы.

Развитие полупроводниковых лазеров отнюдь не ограничивается типами лазеров, представленными в табл. 9.7. В настоящее время находят все большее применение диодные лазеры, работающие в коротковолновой части спектра (сине-зеленый диапазон). Сюда можно отнести лазеры на соединениях III–V группы с добавлением нитридов, например $\text{In}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{N}/\text{In}_{0,05}\text{Ga}_{0,95}\text{N}$ -структуры на множественных квантовых ямах, работающие в синем диапазоне длин волн (417 нм) [54]. Также для этой области спектра были продемонстрированы широкозонные лазеры, основанные на элементах II–VI групп, например ZnCdSe/ZnSSe лазеры на квантовых ямах. Тем не менее, несмотря на многие годы интенсивного развития, эти лазеры до сих пор имеют некоторые технологические ограничения, особенно это касается ограниченного времени службы (~100 часов). И хотя проблема, связанная со сроком службы, также актуальна и для вышеупомянутых нитридных лазеров (менее 100 часов), последние их усовершенствования и быстрое развитие указывают на то, что диодные лазеры на основе нитридов более перспективны в этой области спектра. Потенциально сине-зеленые лазеры представляют огромный интерес, например, для нового поколения проигрывателей компакт-дисков, где благодаря более короткой длине волны могут быть достигнуты существенно более высокие плотности записи.

Для длинноволновой области спектра уже упоминались соединения IV–VI групп, такие как соли Pb и Sn (например, PbSSe, PbSnTe и PbSnSe), позволяющие генерировать излучение в среднем и дальнем ИК-диапазоне (4–29 мкм). Однако все эти лазеры должны работать при криогенных температурах ($T < 100$ K), чтобы избежать таких проблем, как поглощение свободных

носителей и увеличение вероятности безызлучательной релаксации, возникающей вследствие уменьшения ширины запрещенной зоны. Таким образом, в силу температурных ограничений, эти лазеры нашли лишь ограниченное применение (например, для спектроскопии). Тем не менее, следует отметить, что недавнее изобретение квантово-каскадного лазера является многообещающим в плане развития лазерных источников среднего ИК-диапазона, не требующих использования криогенных температур [56].

9.5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой главе были рассмотрены наиболее важные твердотельные, полупроводниковые лазеры и лазеры на красителях. В этих лазерах используется достаточно плотная активная среда, и поэтому такие устройства обладают несколькими общими чертами. Первой характерной особенностью является то, что они в целом имеют широкие и интенсивные полосы поглощения, что подразумевает главным образом использование оптической накачки. Этот вид накачки практически всегда применяется в твердотельных лазерах и лазерах на красителе, а иногда и в полупроводниковых лазерах. Высокие значения коэффициента поглощения допускают использование лазеров с размерами до нескольких микрон (микрولазеры). Второй важной характерной особенностью является то, что эти активные среды имеют широкую полосу люминесценции и, следовательно, широкую полосу усиления. С одной стороны, это предполагает перестройку частоты генерации в широком (до нескольких нанометров) диапазоне. С другой стороны, эта особенность позволяет генерировать импульсы с очень малой длительностью (фемтосекундные импульсы) в режиме синхронизации мод. Третья характерная особенность заключается в том, что эффективность преобразования (при оптической накачке для твердотельных сред и красителей и электрической накачке для полупроводников) в упомянутых лазерах обычно достаточно велика. Также следует отметить, что все чаще применяется лазерная накачка, включающая в себя различные комбинации этих трех классов лазеров (например, твердотельные лазеры с диодной накачкой или лазеры на красителях с накачкой твердотельным лазером и т. д.), и таким образом позволяющая реализовать компактные и высокоэффективные лазерные системы. В заключение необходимо отметить, что по всей видимости, плотные активные среды представляют собой одно из самых лучших решений в плане предъявляемых требований к параметрам выходного лазерного излучения в видимом и ближнем ИК-диапазонах, даже при высоких уровнях мощности.

ЗАДАЧИ

- 9.1. Изобразите на диаграмме диапазоны перестройки длин волн всех перестраиваемых твердотельных лазеров, рассмотренных в этой главе, в зависимости от длины волны генерации.
- 9.2. Для контроля загрязнения окружающей среды необходим перестраиваемый лазер, генерирующий на длине волны 720 нм. Какие твердотельные лазеры удовлетворяют этому требованию?

- 9.3. Для фотокоагуляции при использовании эндоскопического оборудования в биомедицине используется непрерывный лазер мощностью выше 50 Вт. Какие лазеры удовлетворяют этому требованию?
- 9.4. Для обработки материалов используются лазеры со средней мощностью 2 кВт, излучение которых должно передаваться через оптическое волокно диаметром ~ 1 мм. Какие лазеры удовлетворяют этому требованию?
- 9.5. Рассмотрим лазерный стержень из фосфатного стекла с неодимом, в котором диаметр стержня составляет 6 мм, а его длина — 10 см. Используя данные табл. 9.3 и результаты, изложенные в разделе 2.9.2, вычислите максимальную инверсию и соответствующее максимальное значение запасенной энергии, при котором не возникает усиления спонтанного излучения (УСИ). Сравните полученные результаты с данными для стержня из Nd:YAG тех же размеров.
- 9.6. Допустим, что состояния ${}^4T_2$ и ${}^2E$ на схеме энергетических уровней лазера на александрите (рис. 9.8) являются сильно связанными, а времена жизни этих двух состояний равны $\tau_T = 1,5$ мс и $\tau_E = 6,6$ мкс соответственно. Зная, что кратность вырождения данных состояний одинакова ($g = 4$), найдите эффективное время жизни состояния ${}^4T_2$ при температуре $T = 300$ К и $T = 400$ К. Вычислите также эффективное значение сечения перехода ${}^4T_2 \rightarrow {}^4A_2$, если истинное значение сечения составляет $\sigma \cong 4 \cdot 10^{-19}$ см². Используя полученные результаты, выясните, увеличится или уменьшится порог генерации при повышении температуры кристалла от 300 К до 400 К.
- 9.7. Рассмотрим лазер на Cr:LISAF с продольной накачкой от криптонового лазера. Длина волны накачки составляет 647,1 нм. Предположим, что линейно поляризованный лазерный пучок распространяется вдоль оси «с» стержня из LISAF, а активная среда содержит 1 атом. % Cr^{3+} и имеет длину $l = 4$ мм. Допустим также, что размеры пятен пучка накачки и моды пучка выбираются равными и составляют 60 мкм, коэффициент связи на выходе равен 1%, а внутренние потери за проход составляют 1%. Используя данные, представленные на рис. 9.11 и в табл. 9.5, и пренебрегая поглощением энергии основным и возбужденным состояниями, найдите предполагаемую пороговую мощность накачки.
- 9.8. Как изменится выражение (6.3.19) для пороговой мощности накачки в условиях предыдущей задачи, если дополнительно принять во внимание поглощение энергии основным состоянием (характеризующееся потерями за проход γ_a) и поглощение энергии возбужденным состоянием (характеризующееся поперечным сечением поглощения возбужденным состоянием σ_{ESA})? Сравните результаты с данными, представленными в работе [25].

- 9.9. Выведите выражение для пороговой мощности накачки в лазере на красителе с продольным возбуждением, принимая во внимание триплет-триплетное поглощение (и полагая, что поперечные профили пучка накачки и моды пучка являются гауссовыми). Сравните это выражение с выражением, полученным для Cr:LISAF лазера в предыдущей задаче.
- 9.10. Используя выражение для пороговой мощности накачки, полученное в предыдущей задаче, а также данные из рис. 9.13, вычислите пороговую мощность для лазера на родамине 6G (с длиной волны генерации 580 нм) с накачкой от аргонового лазера (см. рис. 9.17). При вычислениях полагается, что связь на выходе составляет 3%, а внутренние потери за проход равны 1%. Следует также учесть, что 80% мощности накачки поглощается потоком красителя, время жизни первого возбужденного синглетного состояния рано 5 нс, скорость синглет-триплетной конверсии равна $k_{ST} \approx 10^7 \text{ с}^{-1}$, а время жизни триплетного состояния составляет $\tau_T \approx 0,1 \text{ мкс}$. Сравните найденное значение P_{th} с результатом, полученным в задаче 9.7 для Cr:LISAF, объясните разницу величин.
- 9.11. При очень малых значениях толщины активного слоя d , соответствующих минимуму пороговой плотности тока J_{th} (рис. 9.23), значение фактора локализации пучка Γ для полупроводникового ДГ-лазера, задаваемого выражением (9.4.10), может быть приближенно получено по формуле $\Gamma \approx D^2/2$, где D задается выражением (9.4.11). Используя данное упрощенное выражение, выведите соотношение для толщины d_m , при которой значение J_{th} минимально. Вычислите величину dm и соответствующее значение J_{th} , воспользовавшись данными из примера 9.1.
- 9.12. Из выражения для выходной мощности полупроводникового лазера, представленного в примере 9.3, выведите выражение для дифференциального КПД лазера. Затем, используя данные из примера 9.1, вычислите КПД полупроводникового ДГ-лазера на GaAs/AlGaAs, принимая приложенное напряжение равным 1,8 В.
- 9.13. Рассмотрим пространственно-когерентный пучок, выходящий из торца полупроводникового лазера. Допустим, что распределения поперечного поля имеют гауссов профиль по направлениям, параллельному и перпендикулярному переходу, а размеры пятен равны соответственно $w_{\parallel}$ и $w_{\perp}$. Предположим также, что перетяжка пучка для обоих распределений поля располагается на выходном торце кристалла. Выведите выражение для расстояния, на котором поперечное сечение луча приобретает круглую форму. Вычислите это расстояние для $\lambda = 850 \text{ нм}$, если $w_{\perp} = 0,5 \text{ мкм}$, а $w_{\parallel} = 2,5 \text{ мкм}$.
- 9.14. Учитывая, что показатель преломления полупроводника n имеет достаточно сильную зависимость от длины волны λ , выведите выражение

для разности частот двух соседних продольных мод полупроводникового лазера со структурой типа Фабри–Перо (выразите эту разность частот через групповой показатель преломления $n_g = n - \lambda(dn/d\lambda)$).

- 9.15. На рис. 9.30а представлены результаты вычислений, при осуществлении которых предполагалось, что $kL = 2$ (здесь k — коэффициент связи между пучками в РОС-лазере, распространяющимися в прямом и обратном направлениях, а L — длина пути). Используя определение k из раздела 9.4.6, вычислите значение n_1 из (9.4.16), полагая $\lambda = 1550$ нм, а $L = 600$ мкм.
- 9.16. Изображенные на рис. 9.30а два наиболее ярко выраженных пика разнесены на нормированную разность частот $\Delta(\delta L) \cong 7,28$. Найдите разность частот $\Delta\nu$ между двумя модами, используя определение нормированной отстройки частоты δ из раздела 9.4.6. При вычислениях следует положить, что для РОС-лазера на InGaAsP имеем $L = 600$ мкм, $n_0 = 3,4$, а $\lambda = 1550$ нм. Сравните результат со значением, полученным для разности частот между двумя последовательными продольными модами в полупроводниковом лазере со структурой типа Фабри–Перо такой же длины L , с равным значением длины волны λ и групповым показателем преломления n_g , равным n_0 .

ЛИТЕРАТУРА

1. A. A. Kaminski, *Crystalline Lasers: Physical Processes and Operating Schemes*, (CRC Press Inc., 1996).
2. T. H. Maiman, Stimulated Optical Radiation in Ruby Masers, *Nature*, **187**, 493 (1960).
3. T. H. Maiman, Optical Maser Action in Ruby, *Brit. Commun. Electron.*, **7**, 674 (1960).
4. Walter Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, 4th ed. (Springer Berlin 1996), Sections 2.2 and 3.6.1.
5. Ref. [4], Sec. 2.3.1 and 3.6.3.
6. E. Snitzer and G. C. Young, Glass Lasers, in *Lasers*, ed. by A. K. Levine (Marcel Dekker, New York, 1968), Vol. 2, Chap. 2.
7. Ref. [4], Sec. 2.3.4.
8. T. Y. Fan, Diode-Pumped Solid State Lasers, in *Laser Sources and Applications*, ed. by A. Miller and D. M. Finlayson (Institute of Physics, Bristol, 1996) pp. 163–193.
9. P. Lacovara *et al.*, Room-Temperature Diode-Pumped Yb:YAG Laser, *Opt. Letters* **16**, 1089–1091 (1991).
10. Hans Bruesselbach and David S. Sumida, 69-W-average-power Yb:YAG Laser, *Opt. Letters*, **21**, 480–482 (1996).
11. Günther Huber, Solid-State Laser Materials, in *Laser Sources and Applications*, ed. by A. Miller and D. M. Finlayson (Institute of Physics, Bristol, 1996) pp. 141–162.
12. E. V. Zharikov *et al.*, *Sov. J. Quantum Electron.*, **4**, 1039 (1975).
Жари́ков Е. В. и др. Квантовая электроника, **4**, 1039 (1975).
13. S. J. Hamlin, J. D. Myers and M. J. Myers, High Repetition Rate Q-Switched Erbium Glass Lasers, in *Eyesafe Lasers: Components, Systems, and Applications* ed. by A. M. Johnson, SPIE, **1419**, 100–104 (1991).
14. S. Taccheo, P. Laporta, S. Longhi, O. Svelto, C. Svelto, Diode-Pumped Bulk Erbium-Ytterbium Lasers, *Appl. Phys. B* **63**, 425–436 (1996).
15. D. Sliney and M. Wolbarsht, *Safety with Lasers and other Optical Sources* (Plenum Press, New York, 1980).

16. T. Y. Fan, G. Huber, R. L. Byer and P. Mitzscherlich, Spectroscopy and Diode Laser-Pumped Operation of Tm, Ho:YAG, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-24**, 924-933 (1988).
17. D. C. Hanna, Fibre Lasers, in *Laser Sources and Applications*, ed. by A. Miller and D. M. Finlayson (Institute of Physics, Bristol, 1996) pp. 195-208.
18. E. Snitzer, Optical Maser Action on Nd³⁺ in a Barium Crown Glass, *Phys. Rev. Letters*, **7**, 444-446 (1961).
19. J. C. Walling, O. G. Peterson, H. P. Jenssen, R. C. Morris and E. W. O'Dell, Tunable Alexandrite Lasers, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-16**, 1302-1315 (1980).
20. L. F. Mollenauer, Color Center Lasers, in *Laser Handbook*, ed. by M. L. Stitch and M. Bass (North Holland, Amsterdam, 1985), Vol. 4, pp. 143-228.
21. P. F. Moulton, Spectroscopy and Laser Characteristics of Ti:Al₂O₃, *J. Opt. Soc. Am. B*, **3**, 125-132 (1986).
22. Günther Huber, Solid-State Laser Materials: Basic Properties and New Developments, in *Solid State Lasers: New Developments and Applications*, ed. by M. Inguscio and R. Wallenstein (Plenum Press New York, 1993) pp. 67-81.
23. P. Albers, E. Stark, and G. Huber, Continuous-wave Laser Operation and Quantum Efficiency of Titanium-Doped Sapphire, *J. Opt. Soc. Am. B*, **3**, 134-139 (1986).
24. S. A. Payne, L. L. Chase, L. K. Smith, W. L. Kway, and H. W. Newkirk, Laser Performance of LiSrAlF₆:Cr³⁺, *J. Appl. Phys.*, **66**, 1051-1055 (1989).
25. S. A. Payne, L. L. Chase, H. W. Newkirk, L. K. Smith and W. F. Krupke, LiCaAlF₆:Cr³⁺: A Promising New Solid-State Laser Material, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-24**, 2243-2252 (1988).
26. *Dye Lasers*, 2nd ed., ed. by F. P. Schdfer (Springer-Verlag, Berlin, 1977).
Лазеры на красителях / Под ред. Ф. П. Шефера. М.: Мир, 1976.
27. H. D. Fürstling and H. Kuhn, *Physikalische Chemie in Experimenten, Ein Praktikum*, (Verlag Chemie, Weinheim, 1971).
28. J. T. Verdeyen, *Laser Electronics*, 3d ed. (Prentice-Hall International Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1995) Fig. 10.19.
29. P. P. Sorokin and J. R. Lankard, Stimulated Emission Observed from an Organic Dye, Chloro-Aluminum Phthalocyanine, *IBM J. Res. Dev.* **10**, 162 (1966).
30. F. P. Schdfer, F. P. W. Schmidh and J. Volze, Organic Dye Solution Laser, *Appl. Phys. Letters*, **9**, 306-308 (1966).
31. *Semiconductor Lasers: Past, Present, Future* ed. by G. P. Agrawal (AIP Press, Woodbury, New York, 1995).
32. G. P. Agrawal and N. K. Dutta, *Long Wavelength Semiconductor Lasers* (Chapman and Hall, New York, 1986).
33. N. G. Basov, O. N. Krokhin and Y. M. Popov, Production of Negative Temperature States in p-n Junctions of Degenerate Semiconductors, *J. Exp. Theoret. Physics*, **40**, 1320 (1961).
Басов Н. Г., Крохин О. Н., Попов Ю. М. Получение состояний с отрицательной температурой в р-п-переходах вынужденных полупроводников, *ЖЭТФ*, **40**, вып. 6, сс. 1879-1880, (1961).
34. R. N. Hall, G. E. Fenner, J. D. Kinhsley, F. H. Dills and G. Lasher, Coherent Light Emission from GaAs Junctions, *Phys. Rev. Letters*, **9**, 366-368 (1962).
35. M. I. Nathan, W. P. Dumke, G. Burns, F. H. Dills and G. Lasher, Stimulated Emission of Radiation from GaAs p-n Junction, *Appl. Phys. Letters*, **1**, 62 (1962).
36. N. Holonyak, Jr. and S. F. Bevacqua, Coherent (Visible) Light Emission from Ga(As_{1-x}P_x) Junctions, *Appl. Phys. Letters*, **1**, 82 (1962).
37. T. M. Quist, R. J. Keyes, W. E. Krag, B. Lax, A. L. McWhorter, R. H. Rediker and H. J. Zeiger, Semiconductor Maser of GaAs, *Appl. Phys. Letters*, **1**, 91 (1962).
38. Z. I. Alferov, V. M. Andreev, V. I. Korolkov, E. L. Portnoi and D. N. Tretyakov, Coherent Radiation of Epitaxial Heterjunction Structures in the AlAs-GaAs System, *Soviet. Phys. Semicond.*, **2**, 1289 (1969).
Алферов Ж. И., Андреев В. М., Корольков В. И., Портной Е. Л., Третьяков Д. Н. Когерентное излучение эпитаксиальных гетеропереходных структур на системе AlAs-GaAs. Физика полупроводников, 1969, т. 2, с. 1289.

39. I. Hayashi, M. B. Panish and P. W. Foy, A Low-Threshold Room-Temperature Injection Laser, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-5**, 211 (1969).
40. H. Kressel and H. Nelson, Close Confinement Gallium Arsenide p-n Junction Laser with reduced Optical Losses at Room Temperature, *RCA Rev.* **30**, 106 (1969).
41. N. Chinone, H. Nakashima, I. Ikushima and R. Ito, Semiconductor Lasers with a Thin Active Layer ($> 0,1 \text{ mm}$) for Optical Communications, *Appl. Opt.* **17**, 311–315 (1978).
42. D. Botez, Analytical Approximation of the Radiation Confinement Factor for the TE_0 Mode of a Double Heterojunction Laser, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-14**, 230–232 (1978).
43. James J. Coleman, Quantum-Well Heterostructure Lasers, in *Semiconductor Lasers: Past, Present, Future* ed. by G. P. Agrawal (AIP Press, Woodbury, New York, 1995) Fig. 1.6.
44. *Quantum Well Lasers*, ed. by Peter S. Zory (Academic Press, Boston, 1993).
45. Ref. [32], Fig. 9.8 and 9.10.
46. Ref. [44], Chap. 3.
47. H. Kogelnik and C. V. Shank, Stimulated Emission in a Periodic Structure, *Appl. Phys. Letters*, **18**, 152–154 (1971).
48. Ref. [32] Chap. 7.
49. N. Chinone and M. Okai, Distributed Feed-Back Semiconductor Lasers, in *Semiconductor Lasers: Past, Present, Future* ed. by G. P. Agrawal (AIP Press, Woodbury, New York, 1995), Chapt. 2, pp. 28–70.
50. H. A. Haus and C. V. Shank, Antisymmetric Taper of Distributed Feedback Lasers, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-12**, 532 (1976).
51. C. J. Chang-Hasnain, Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers, in *Semiconductor Lasers: Past, Present, Future* ed. by G. P. Agrawal (AIP Press, Woodbury, New York, 1995), Chap. 4, pp. 110–144.
52. C. J. Chang-Hasnain, J. P. Harbison, C.-H. Zah, M. W. Maeda, L. T. Florenz, N. G. Stoffel and T.-P. Lee, Multiple Wavelength Tunable Surface-Emitting Laser Array, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-27**, 1368 (1991).
53. G.-I. Hatakoshi, Visible Semiconductor Lasers, in *Semiconductor Lasers: Past, Present, Future* ed. by G. P. Agrawal (AIP Press, Woodbury, New York, 1995), Chapt. 6, pp. 181–207.
54. S. Nakamura et al., *Jpn. J. Appl. Phys.* **35**, L74 (1994).
55. P. Moulton, New Developments in Solid-State Lasers, *Laser Focus*, **14**, 83–88 (May 1983).
56. J. Faist, F. Capasso, D. L. Sivco, C. Sirtori, A. L. Hutchinson, A. Y. Cho, *Science*, **264**, 553 (1994).
57. Y. Jeong, J. K. Sahu, D. N. Payne, and J. Nilsson, Ytterbium-doped large-core fiber laser with 1,36 kW continuous-wave output power, *Opt Express*, **12(25)**, 2088 (2004).
58. W. Koehner, *Solid-State Laser Engineering*, 5th ed. (Springer, Berlin, 1999) Chapt. 7.
59. A. Giesen et al., Scalable Concept for Diode-Pumped High-Power Solid-State Lasers, *Appl. Phys. B*, **58**, 365 (1994).
60. J. Faist, F. Capasso, et al., Quantum cascade laser, *Science*, **264**, 553 (1994).
61. G. Scamarcio, F. Capasso, et al., High-power infrared (8-micrometer wavelength) superlattice lasers, *Science*, **276**, 773–776 (1997).
62. J. Faist, et al., Quantum-cascade lasers based on a bound-to-continuum transition, *Appl. Phys. Lett.* **78**, 147 (2001).

ГАЗОВЫЕ, ХИМИЧЕСКИЕ ЛАЗЕРЫ, ЛАЗЕРЫ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ И РЕНТГЕНОВСКИЕ ЛАЗЕРЫ

10.1. ВВЕДЕНИЕ

В этой главе будут рассмотрены наиболее важные типы лазеров на активных средах с низкой плотностью, а именно: газовые, химические лазеры и лазеры на свободных электронах. Кроме того, здесь будут обсуждаться рентгеновские лазеры, использующие высокоионизированную плазму. Основное внимание будет уделено физическим принципам, на которых основана работа лазеров, и их связи с общими физическими представлениями, рассмотренными в предыдущих главах. Также для лучшего понимания принципов работы того или иного лазера будут рассмотрены некоторые технические детали, а для полноты картины будут приведены некоторые лазерные характеристики (например, данные о выходной мощности и энергии, о перестройке длины волны и т. д.), что позволит более подробно показать сферы применения таких лазеров. После некоторых вводных замечаний по каждому типу лазеров также будут включены такие пункты, как: (а) упрощенная схема энергетических уровней; (б) механизмы накачки; (в) характеристики лазерного(ых) перехода(ов); (г) технические детали, относящиеся к лазерным структурам; (д) характеристики выходного пучка; (е) сферы применения.

10.2. ГАЗОВЫЕ ЛАЗЕРЫ

Вообще говоря, уширение энергетических уровней в газах оказывается значительно меньше (порядка нескольких гигагерц и меньше), по сравнению с твердотельными средами, вследствие того, что механизмы уширения, действующие в газах, значительно слабее, чем в твердых телах. Действительно, при достаточно низких давлениях газа (несколько десятков мм рт. ст.), характерных для обычных газовых

лазеров, уширение за счет столкновений очень мало, и ширина линии здесь определяется, главным образом, доплеровским уширением. В связи с этим в активной среде газовых лазеров отсутствуют широкие полосы поглощения, и, как следствие, здесь не применяется оптическая накачка лампами с непрерывным или импульсным излучением. Действительно, такая оптическая накачка была бы крайне неэффективна в силу того, что спектр излучения этих ламп является более или менее непрерывным. Газовые лазеры накачиваются, как правило, электрически, т. е. возбуждение среды достигается при пропускании достаточно большого (постоянного, высокочастотного или импульсного) электрического тока через газовую среду. Основные механизмы накачки в газовых лазерах уже обсуждались в разделе 6.4. Кроме того, здесь также следует заметить, что накачку некоторых газовых лазеров можно осуществить иным путем, отличным от электрического возбуждения. В частности, будет рассмотрена накачка посредством газодинамического расширения, химическая накачка и оптическая накачка от другого лазера (особенно это касается лазеров, работающих в дальнем ИК-диапазоне).

Как известно, из возбужденного состояния частица может перейти на более низкие энергетические уровни (в том числе и на основной), благодаря следующим четырем основным процессам:

- столкновениям возбужденной частицы с электроном, при которых частица передает свою кинетическую энергию электрону (сверхупругие столкновения);
- окolorезонансным столкновениям возбужденных частиц с такими же или другими частицами, находящимися в невозбужденном состоянии;
- столкновениям частицы со стенками сосуда;
- спонтанному излучению.

В случае последнего процесса следует всегда учитывать вероятность захвата излучения (особенно для очень интенсивных переходов в УФ- и ВУФ-диапазонах). Этот процесс приводит к уменьшению эффективной скорости спонтанного излучения (см. раздел 2.9.1).

При данном значении тока электрического разряда все эти процессы возбуждения и релаксации приводят, в конечном счете, к установлению некоторого равновесного распределения населенностей по энергетическим уровням. Таким образом, в газовых лазерах, вследствие большого числа протекающих в газах процессов, механизм создания инверсии населенностей оказывается более сложным, по сравнению с твердотельными лазерами. Вообще говоря, в газовых средах инверсия населенностей между двумя заданными уровнями возникает при выполнении одного (или сразу двух) из следующих условий:

- скорость возбуждения верхнего лазерного уровня (уровень 2) больше, чем нижнего (уровень 1);
- скорость релаксации уровня 2 меньше, чем уровня 1.

В этой связи следует вспомнить, что для осуществления непрерывной генерации необходимо, чтобы скорость перехода $2 \rightarrow 1$ была меньше, чем скорость релаксации уровня 1 (см. выражение (7.3.1)). Если это условие не выполняется, то генерацию можно получить лишь в импульсном режиме и при выполнении первого условия (лазеры на самоограниченных переходах).

10.2.1. ЛАЗЕРЫ НА НЕЙТРАЛЬНЫХ АТОМАХ

В таких лазерах используются нейтральные атомы, находящиеся в виде газа или пара. Лазеры на нейтральных атомах составляют достаточно обширный класс, который включает в себя, в частности, лазеры на инертных газах. Все эти лазеры генерируют излучение в ИК-диапазоне (1–10 мкм), за исключением He-Ne лазера, излучающего в зеленой и красной областях спектра. Большой класс лазеров также составляют лазеры на парах металлов, таких как Pb, Cu, Au, Ca, Sr и Mn. Как правило, эти лазеры работают в видимой области. Наиболее распространенным из них является лазер на парах меди, генерирующий на зеленом (510 нм) и желтом (578,2 нм) переходах. Все лазеры на парах металлов являются самоограниченными и поэтому работают в импульсном режиме.

10.2.1.1. ГЕЛИЙ-НЕОНОВЫЙ ЛАЗЕР

He-Ne лазер, вне всякого сомнения, является наиболее значимым среди всех лазеров на инертных газах [1, 2]. Генерация здесь осуществляется на переходах атома неона, а гелий добавляется в газовую смесь для повышения эффективности накачки. Данный лазер излучает на многих длинах волн, из которых наиболее известна линия с $\lambda = 633$ нм (красная). Среди других линий — зеленая на длине волны $\lambda = 543$ нм и две линии в ИК-диапазоне с $\lambda = 1,15$ и $3,39$ мкм. Гелий-неоновый лазер, генерирующий на переходе с длиной волны $\lambda = 1,15$ мкм, был самым первым газовым лазером, более того, на нем впервые была продемонстрирована непрерывная лазерная генерация [3].

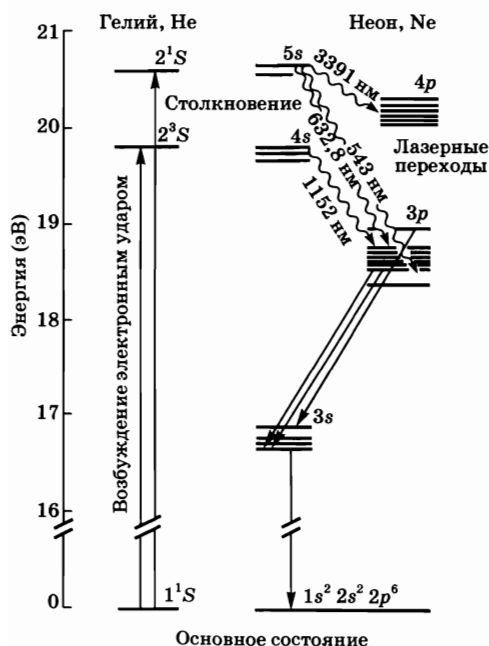


Рис. 10.1
Упрощенная схема энергетических уровней
He-Ne лазера

На рис. 10.1 приведена упрощенная схема энергетических уровней атомов He и Ne. Уровни He обозначены в соответствии с приближением связи Рассела–Сандерса, где первая цифра указывает на главное квантовое число данного уровня. Таким образом, состояние 1^1S отвечает случаю, когда оба электрона атома He находятся в состоянии $1s$ с противоположно направленными спинами. Состояния 2^3S и 2^1S отвечают ситуации, когда один из двух электронов заброшен в состояние $2s$ и его спин соответственно параллелен или антипараллелен спину другого электрона. С другой стороны

атомное число неона равно 10, и для обозначения энергетических уровней здесь используется ряд способов, таких как обозначения Пашена или Рака. Однако для простоты ограничимся лишь обозначением электронной конфигурации для каждого соответствующего уровня. Таким образом, основное состояние неона обозначается как $1s^2 2s^2 2p^6$, в то время как показанные на рисунке возбужденные состояния соответствуют ситуации, когда один $2p$ -электрон заброшен в возбужденное s - ($3s$ -, $4s$ - или $5s$ -) или возбужденное p - ($3p$ - или $4p$ -) состояние. Также следует отметить, что из-за взаимодействия с оставшимися на $2p$ -орбиталях пятью электронами эти s - и p -состояния расщепляются на 4 и 10 подуровней соответственно.

Из рис. 10.1 очевидно, что в атоме Ne уровни 2^3S и 2^1S являются близкими к резонансу с состояниями $4s$ и $5s$ атома Ne. Поскольку уровни 2^3S и 2^1S являются метастабильными (переходы $S \rightarrow S$ запрещены в электродипольном приближении; и, более того, переход $2^3S \rightarrow 2^1S$ запрещен еще и с точки зрения изменения мультиплетности, т. е. по спину), атомы Ne в этих состояниях оказываются весьма эффективным средством для возбуждения $4s$ - и $5s$ -уровней атомов Ne (посредством резонансного переноса энергии). Было установлено, что в He-Ne лазере именно этот механизм возбуждения является доминирующим при получении инверсии населенностей, хотя накачка, помимо этого, может осуществляться и за счет столкновений электронов с атомами Ne. Поскольку $4s$ - и $5s$ -уровни атома Ne могут быть населены достаточно сильно, они хорошо подходят на роль верхних уровней лазерных переходов. Учитывая правила отбора, можно видеть, что возможными переходами здесь являются переходы в p -состояния. Более того, следует отметить, что время релаксации s -состояний ($\tau_s \cong 100$ нс) на порядок превышает время релаксации p -состояний ($\tau_p \cong 10$ нс), таким образом, выполняется условие непрерывной генерации (7.3.1). Наконец, следует заметить, что вероятность возбуждения из основного состояния на уровни $3p$ и $4p$ (за счет электронного удара), вследствие меньших сечений взаимодействия, оказывается значительно меньше, чем соответствующие вероятности возбуждения на уровни $4s$ и $5s$. Тем не менее, как будет видно ниже, прямое возбуждение на уровни $3p$ и $4p$ также оказывает значительное влияние на работу лазера.

Из сказанного выше следует, что генерацию в неоне можно ожидать между $5s$ - или $4s$ -уровнями (играющими роль верхних лазерных уровней) и $3p$ - или $4p$ -уровнями, которые можно рассматривать как нижние лазерные уровни. На рис. 10.1 приведены некоторые наиболее важные лазерные переходы, возникающие между этими состояниями. Для переходов с сильно отличающимися длинами волн ($\Delta\lambda > 0,2\lambda$) каждый конкретный переход, на котором будет осуществляться генерация, определяется той длиной волны, на которую «настроен» максимум коэффициента отражения многослойного диэлектрического зеркала (см. рис. 4.9). Лазерные переходы уширены преимущественно благодаря эффекту Доплера. Так, например, для красного He-Ne-перехода ($\lambda = 633$ нм в вакууме и $\lambda = 632,8$ нм в воздухе) доплеровское уширение приводит к тому, что ширина этой линии составляет порядка $\sim 1,5$ ГГц (см. также пример 2.6). Для сравнения, из выражения (2.5.13) можно оценить величину собственного уширения: $\Delta\nu_{nat} = 1/(2\pi\tau) \cong 19$ МГц, где

Спектроскопические свойства лазерных переходов, а также состав газовой смеси в некоторых наиболее распространенных атомных и ионных газовых лазерах

Тип лазера	He-Ne	На парах меди	Аргоновый	He-Cd
Длина волны [нм]	633	510,5	514,5	441,6
Сечение перехода [10^{-14} см ²]	30	9	52	9
Время жизни верхнего состояния [нс]	150	500	6	700
Время жизни нижнего состояния [нс]	10	$\approx 10^4$	~ 1	1
Ширина линии [ГГц]	1,5	2,5	3,5	1
Парциальное давление газовой смеси [мм рт. ст.]	4 (He)	40 (He)	0,1 (Ar)	10 (He)
	0,8 (Ne)	0,1–1 (Cu)		0,1 (Cd)

$\tau^{-1} = \tau_s^{-1} + \tau_p^{-1}$, а τ_s и τ_p — времена жизни s - и p -состояний соответственно. Уширение, связанное со столкновительными процессами, оказывается еще меньше собственного уширения (например, для чистого Ne имеем $\Delta\nu_c \approx 0,6$ МГц при давлении $p \approx 0,5$ мм рт. ст.; см. пример 2.2). Некоторые спектроскопические свойства лазерного перехода, соответствующего длине волны 633 нм, приведены в табл. 10.1.

На рис. 10.2 показана основная конструкция He-Ne лазера. Разряд происходит между кольцеобразным анодом и большим катодом, имеющим форму трубки. При этом положительные ионы сталкиваются с этим катодом. На большей части длины трубки разряд формируется в капилляре, и только в этой области достигается высокая инверсия населенностей. Большой объем газа, окружающий капилляр, играет роль резервуара для пополнения He-Ne-смеси в капилляре. В случае, когда необходимо получить на выходе лазера поляризованное излучение, внутрь трубки под углом Брюстера устанавливается пластинка. Зеркала лазера непосредственно впаяны в концы трубки. Чаще всего используется конфигурация резонатора, близкая к полусфере

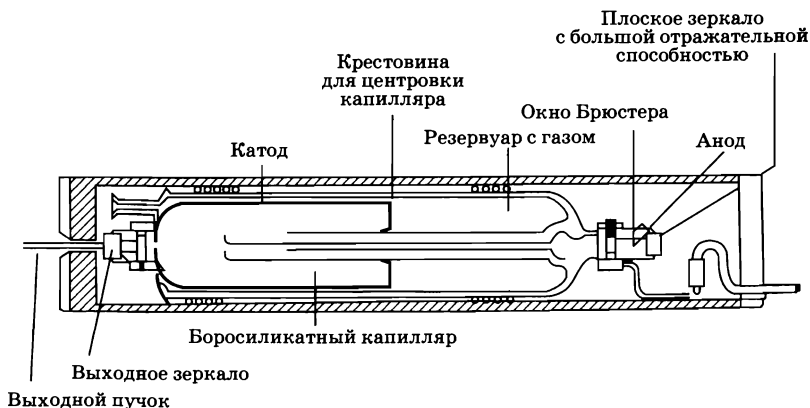


Рис. 10.2

Внутреннее устройство современного отпаянного гелий-неонового лазера (с любезного разрешения Мель Грио)

рической, поскольку она легко юстируется, очень устойчива в плане несоосности и без труда обеспечивает генерацию на моде TEM_{00} . Единственный недостаток такой конфигурации состоит в том, что она не полностью использует объем плазменного разряда, поскольку размер пятна моды на плоском зеркале оказывается значительно меньше, чем на вогнутом. Однако если на рис. 10.2 плоское зеркало расположить слева, то область с меньшим размером пятна для почти полусферической TEM_{00} моды окажется за пределами капилляра, т. е. в области низкой инверсии.

Одна из наиболее характерных особенностей He-Ne лазера состоит в том, что его выходная мощность не увеличивается монотонно с увеличением тока разряда, а достигает максимума и затем уменьшается. Поэтому серийно выпускаемые He-Ne лазеры обеспечиваются источником питания, рассчитанным только на оптимальный ток. Наличие оптимального значения тока, т. е. плотности тока J , протекающего через капилляр, обусловлено (по крайней мере, для переходов 0,633 и 3,39 мкм) тем, что при высоких плотностях тока дезактивация метастабильных состояний (2^3S и 2^1S) атома He происходит не только за счет столкновений со стенками, но и при сверхупругих столкновениях, например:



Поскольку скорость этого процесса пропорциональна плотности электронов N_e , а следовательно и J , полную скорость дезактивации можно записать в виде $k_2 + k_3J$. В этом выражении k_2 является константой, характеризующей дезактивацию вследствие столкновений со стенками, а k_3J (где k_3 — тоже постоянное число) представляет собой скорость процессов, связанных со сверхупругими столкновениями (10.2.1). С другой стороны, скорость возбуждения можно записать как k_1J , где k_1 — снова константа. В стационарных условиях можно записать $N_t k_1 J = (k_2 + k_3 J) N^*$, где N_t — населенность основного состояния атома He, а N^* — населенность возбужденного состояния 2^1S . Равновесное значение населенности уровня 2^1S задается выражением:

$$N^* = N_t \frac{k_1 J}{k_2 + k_3 J}, \quad (10.2.2)$$



Рис. 10.3
Схематические зависимости населенностей верхнего и нижнего уровней He-Ne лазера от плотности электрического тока

из которого видно, что при высокой плотности тока возникает насыщение населенности. Поскольку равновесная населенность $5s$ -состояния атома He определяется близкорезонансным переносом энергии из 2^1S -состояния, населенность верхнего лазерного уровня $5s$ будет также насыщаться с ростом плотности тока J (рис. 10.3). С другой стороны, экспериментально было обнаружено, что при отсутствии генерации населенность нижнего лазерного уровня ($3p$ или $4p$) продолжает линейно расти с увеличением J (рис. 10.3) вследствие непосредственной накачки атомов He из основного состояния и каскадных излучательных переходов с верхних лазерных уровней.

Таким образом, по мере увеличения плотности тока разряда, разность населенностей, а с ней и выходная мощность, растет до некоторого оптимального значения, а затем уменьшается.

Помимо указанного оптимального значения плотности тока He-Ne лазер обладает и другими оптимальными рабочими параметрами. В частности, к ним относятся:

- оптимальное значение произведения полного давления газа p на величину диаметра трубки D ($pD = 3,6 - 4$ мм рт. ст. · мм). Существование оптимального значения pD указывает на наличие некоторой оптимальной электронной температуры (см. раздел 6.4.5);
- оптимальное отношение парциального давления газа He к давлению газа Ne ($\sim 5:1$ для длины волны $\lambda = 632,8$ нм и $\sim 9:1$ для $\lambda = 1,15$ мкм);
- оптимальное значение диаметра капилляра ($D \approx 2$ мм). Это можно объяснить следующим образом: при постоянном значении pD , т. е. при постоянной электронной температуре, число всех процессов возбуждения (за счет электронного удара) просто сводится к числу атомов, которые могут быть возбуждены; а поскольку как верхний, так и нижний лазерные уровни заселяются, в конечном счете, за счет электронного удара, их населенности, а следовательно и усиление лазера, прямо пропорциональны давлению p , или величине D^{-1} , при постоянном произведении pD . С другой стороны, дифракционные потери лазерного резонатора будут увеличиваться при уменьшении параметра D , и, таким образом, можно получить оптимальное значение диаметра капилляра посредством оптимизации чистого усиления (усиление минус дифракционные потери).

Согласно зависимости, изображенной на рис. 10.3, мощность He-Ne лазеров обычно невелика (при оптимизации параметров лазера выходная мощность на длине волны $\lambda = 633$ нм оказывается в пределах 1–10 мВт при длине трубки от 20 до 50 см, тогда как выходная мощность на зеленом переходе обычно на порядок меньше). КПД He-Ne лазера на всех лазерных переходах оказывается очень низким ($< 10^{-3}$). Главной причиной столь низкого КПД является малая величина квантовой эффективности лазера. Действительно, из рис. 10.1 видно, что каждый элементарный процесс накачки требует затраты энергии около 20 эВ, в то время как энергия лазерного фотона не превышает 2 эВ.

С другой стороны, наличие очень узкой линии усиления в таком лазере является очевидным преимуществом при получении генерации в одномодовом режиме. Действительно, если длина резонатора достаточно мала ($L < 15-20$ см), генерацию на одной продольной моде можно с легкостью реализовать путем тонкой подстройки длины резонатора (например, с помощью пьезокерамического устройства), добиваясь, таким образом, совпадения частоты моды с центром контура усиления (см. раздел 7.8.2.1). В одномодовом He-Ne лазере можно обеспечить очень высокую степень стабилизации частоты [$\Delta\nu/\nu = 10^{-11} \div 10^{-12}$] по провалу Лэмба с помощью опорной частоты (например, интерферометра Фабри–Перо с большой величиной резкости), и еще лучшую степень стабилизации можно обеспечить при использовании обращенного провала Лэмба с применением поглощающей ячейки, содержащей элемент $^{129}\text{I}_2$ (для перехода на длине волны 633 нм).

Генерирующие на красном переходе He-Ne лазеры до сих пор находят широкое применение во многих областях, где требуется маломощное когерентное излучение видимого диапазона (например, для юстировки приборов или при считывании штрих-кодов). Большинство супермаркетов и других торговых точек используют красные He-Ne лазеры для считывания информации, содержащейся в штрих-коде каждого продукта. Однако здесь основную конкуренцию He-Ne лазерам оказывают полупроводниковые лазеры, излучающие в красном диапазоне, которые оказываются более компактными и намного более эффективными. Тем не менее, He-Ne лазеры зеленого диапазона, благодаря тому что зеленый свет намного лучше воспринимается глазом, все в большей степени используются при юстировке приборов, а также в клеточной цитометрии. В последнем случае происходит следующее: отделенные клетки (например, эритроциты), окрашенные подходящими флуорохромами, быстро протекают через капилляр, на который сфокусирован пучок He-Ne лазера, после чего окрашенные клетки можно регистрировать по соответствующим сигналам рассеяния или флуоресценции. Кроме того, одночастотные He-Ne лазеры часто используются в метрологических приложениях (например, в очень точных интерференционных устройствах измерения расстояний) и в голографии.

10.2.1.2. ЛАЗЕРЫ НА ПАРАХ МЕДИ

На рис. 10.4 представлена упрощенная схема энергетических уровней лазера на парах меди [4], где вновь для обозначения уровней используется приближение Рассела–Сандерса. Основное состояние $^2S_{1/2}$ атома меди соответствует электронной конфигурации $3d^{10}4s^1$, при этом, когда внешний $4s$ -электрон забрасывается на следующий, более высокий $4p$ -уровень, возникают возбужденные уровни $^2P_{1/2}$ и $^2P_{3/2}$. Уровни $^2D_{3/2}$ и $^2D_{5/2}$ соответствуют электронной конфигурации $3d^94s^2$, которая возникает, когда один $3d$ -электрон перебрасывается на $4s$ -орбиталь.

Относительные значения соответствующих сечений переходов таковы, что скорость возбуждения в P -состоянии (за счет электронного удара) оказывается больше, чем скорость возбуждения в D -состоянии. Таким образом, P -состояния являются более предпочтительными при возбуждении электронным ударом. С другой стороны, переход $^2P \rightarrow ^2S_{1/2}$ является разрешенным (напомним, что правила отбора для оптически разрешенных переходов требуют, чтобы $\Delta J = 0$ или ± 1), и соответствующее сечение поглощения оказывается достаточно большим. При температурах, которые используются в медном лазере ($T = 1500^\circ\text{C}$), давление паров оказывается достаточно высоким ($\sim 0,1$ мм рт. ст.), так что релаксация по каналу $^2P \rightarrow ^2S_{1/2}$ не происходит вследствие захвата

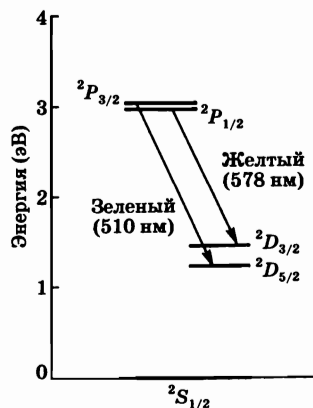


Рис. 10.4
Энергетические уровни атомов меди, участвующие в лазерной генерации

излучения. Таким образом, единственный эффективный канал релаксации (из состояния ^2P) проходит через состояние ^2D . Соответствующее время релаксации достаточно велико ($\sim 0,5$ мкс), поскольку переход является слабо-разрешенным. Отсюда следует, что на ^2P -состояниях можно достичь высокой населенности и, таким образом, эти уровни хорошо подходят на роль верхних лазерных уровней. Поэтому генерация на парах Cu может осуществляться как на переходе $^2P_{3/2} \rightarrow ^2D_{5/2}$ (зеленый), так и на переходе $^2P_{1/2} \rightarrow ^2D_{3/2}$ (желтый). Следует отметить, что переход $^2D \rightarrow ^2S$ является запрещенным (в электродипольном приближении), и время жизни уровня ^2D оказывается очень большим (несколько десятков микросекунд). Отсюда следует, что этот лазерный переход является самоограниченным, и лазер здесь может работать только в импульсном режиме с длительностью импульса порядка или меньше времени жизни ^2P -состояния. Также следует отметить, что релаксация $^2D \rightarrow ^2S$ обычно происходит за счет сверхупругих столкновений с холодными электронами, остающимися после импульса накачки, и что соответствующая скорость такой релаксации устанавливает верхний предел на частоту повторения лазерных импульсов. Некоторые важнейшие спектроскопические свойства зеленого перехода в лазере на парах меди представлены в табл. 10.1.

Конструкция лазера на парах металлов основана на общей схеме, приведенной на рис. 10.5, причем пары металла заключены в трубку из окиси алюминия, которая теплоизолируется путем помещения ее в откачанный объем. Необходимая высокая температура в трубке обычно поддерживается мощностью, рассеиваемой в трубке при прохождении повторяющихся импульсов тока. Анод и катод имеют форму кольцеобразных электродов и помещаются на концах трубки из окиси алюминия. В газовую смесь добавляется буферный газ (неон под давлением 25–50 мм рт. ст.) для обеспечения достаточной плотности электронов, образующихся после прохождения разрядного импульса и обеспечения объемной дезактивации нижнего лазерного ^2D -состояния посредством сверхупругих столкновений. Добавление неона также способствует уменьшению длины диффузии паров Cu и, таким образом, предохраняет

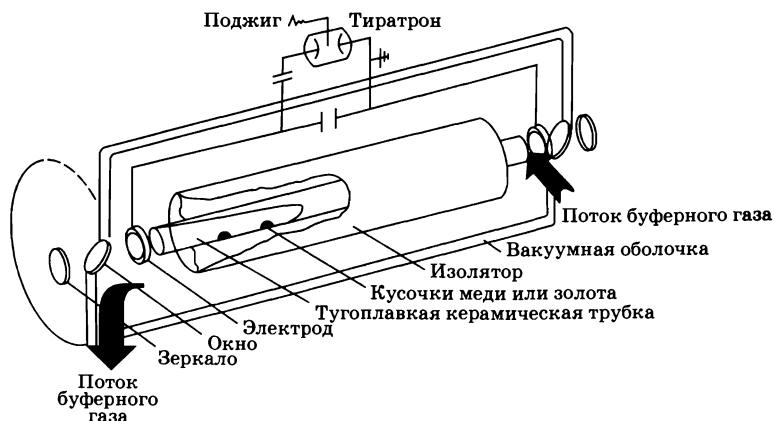


Рис. 10.5
Схематическое представление конструкции лазера на парах меди
(с любезного разрешения фирмы Oxford Lasers, Ltd)

(холодные) выходные окна от осаждения меди. Относительно недавно были представлены так называемые «гибридные» лазеры (Cu-HyBrID лазеры), в которых используются молекулы HBr. Поскольку в области разряда образуются молекулы CuBr, которые обладают намного большей летучестью, чем атомы меди, то в этом случае для обеспечения газового разряда требуется более низкая температура.

Серийно выпускаемые лазеры на парах меди обладают средней выходной мощностью более 100 Вт с достаточно короткой длительностью импульсов (30–50 нс) и высокой частотой повторения (до ~10 кГц). При этом КПД лазера составляет ~1%. Такой относительно высокий КПД связан как с большой квантовой эффективностью медного лазера (~55%, см. рис. 10.4), так и с большим сечением перехода $^2S \rightarrow ^2P$ при электронном ударе. Более высокие значения выходной мощности (~200 Вт) и КПД (~3%) были получены недавно при использовании гибридных медных лазеров.

Лазеры на парах меди используются в некоторых промышленных применениях (в таких, как высокоскоростная фотография, подгонка интегральных резисторов и, с недавних пор, в микрообработке), а также для накачки лазеров на красителях. В частности, в высокоскоростной фотографии для стробоскопического освещения различных быстродвижущихся объектов (например, пули в полете) требуется короткий импульс (десятки наносекунд) с высокой частотой повторения (10–20 кГц). Крупная установка, с использованием лазеров на красителе, которые накачиваются медными лазерами (средняя мощность каждого из которых достигает 100 Вт), в настоящее время используется в США на опытном заводе по разделению изотопов ^{235}U .

10.2.2. ИОННЫЕ ЛАЗЕРЫ

По сравнению с нейтральными атомами шкала энергетических уровней ионизованного атома является более широкой. Действительно, в этом случае каждый электрон атома испытывает влияние поля положительного заряда ядра Ze (где Z — атомный номер элемента, а e — заряд электрона), экранированного отрицательным зарядом $(Z - e)$ оставшихся электронов. Таким образом, результирующий эффективный заряд равен $2e$, в то время как в случае нейтрального атома он равен только e . Такое расширение энергетической шкалы приводит к тому, что ионные лазеры работают в видимой и ультрафиолетовой областях спектра. Как и лазеры на нейтральных атомах, ионные лазеры можно разделить на две категории:

1. *Ионные газовые лазеры*, использующие большинство инертных газов, среди которых наиболее замечательным примером являются Ar^+ лазер и Kr^+ лазер. Оба этих лазера работают на многих переходах, среди которых наиболее распространенными являются зеленый и голубой (514.5 и 488 нм) в Ar^+ лазере и красный (647,1 нм) в Kr^+ лазере.

2. *Лазеры на парах ионизованных металлов*, в которых применяются различные металлы (Sn, Pb, Zn, Cd и Se). Среди этих лазеров выделяются He-Cd лазер, который будет рассмотрен ниже, и He-Se лазер.

Упрощенная схема участвующих в генерации энергетических уровней в аргонном лазере [5, 6] приведена на рис. 10.6. Основное состояние иона Ar^+ получается путем удаления одного из шести $3p$ -электронов внешней оболочки аргона. Возбужденные состояния $4s$ и $4p$ возникают, когда один из оставшихся $3p^5$ -электронов забрасывается на уровни соответственно $4s$ и $4p$. С учетом взаимодействия с остальными $3p^4$ -электронами оба уровня — $4s$ и $4p$, обозначенные на рис. 10.6 как простые уровни, на самом деле состоят из нескольких подуровней.

Возбуждение верхнего лазерного $4p$ -уровня происходит посредством двухступенчатого процесса, включающего в себя столкновения с двумя различными электронами. При первом столкновении аргон ионизируется, т. е. переходит в основное состояние иона Ar^+ , в то время как второе столкновение переводит ион аргона в возбужденное состояние. Поскольку время жизни $4p$ -уровня ($\sim 10^{-8}$ с, что обусловлено излучательным переходом $4p \rightarrow 4s$) примерно в 10 раз больше, чем время жизни перехода $4s \rightarrow 3p^5$, ионы аргона аккумулируются главным образом на $4p$ -уровне. Это означает, что $4p$ -уровень может играть роль верхнего лазерного уровня, и таким образом, на переходе $4p \rightarrow 4s$ может быть получена лазерная генерация. Следует отметить, что в результате возбуждения ионы Ar могут оказаться в $4p$ -состоянии путем трех различных процессов (см. рис. 10.6):

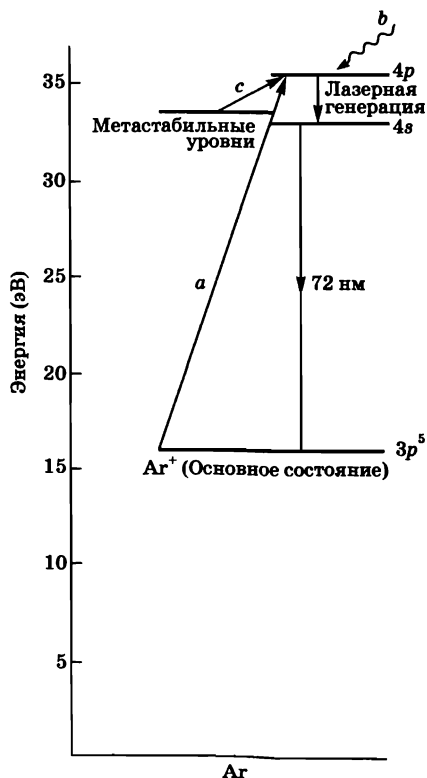


Рис. 10.6
Энергетические уровни атома
 Ar , участвующие в лазерной
генерации

(а) непосредственное возбуждение иона Ar на $4p$ -уровень из основного состояния; (б) возбуждение в более высоколежащие состояния с последующими каскадными излучательными переходами на уровень $4p$; (с) возбуждение на метастабильные уровни с последующим третьим столкновением с электроном, приводящим к возбуждению на $4p$ -уровень. Рассматривая, для простоты, только процессы (а) и (б), нетрудно видеть, что скорость накачки на верхний уровень можно считать пропорциональной квадрату плотности тока разряда. Действительно, поскольку процессы (а) и (б) включают в себя два этапа, связанные со столкновениями с электронами, следует ожидать, что скорость возбуждения в верхнее состояние $(dN_2/dt)_p$ должна иметь вид:

$$(dN_2/dt)_p \propto N_e N_i \cong N_e^2, \quad (10.2.3)$$

где N_e и N_i — плотности электронов и ионов в плазме ($N_e \cong N_i$ в плазме положительного столба). Поскольку электрическое поле в разряде не зависит от разрядного тока (см. [20]), скорость дрейфа v_{drift} также не зависит от разрядного тока. Из стандартного уравнения $J = ev_{drift}N_e$ можно увидеть, что концентрация электронов N_e пропорциональна плотности разрядного тока, и из выражения (10.2.3) следует, что $(dN_2/dt)_p \propto J^2$. Таким образом, накачка резко возрастает с увеличением плотности тока, и для того чтобы рассмотренный выше малоэффективный двухступенчатый процесс позволил закачать достаточное количество ионов в верхнее состояние, необходимы высокие плотности тока (~ 1 кА/см²). Этим можно объяснить тот факт, почему первый запуск Ar^+ лазера произошел спустя около трех лет после запуска He-Ne лазера [7].

Из сказанного выше следует, что генерацию в аргоновом лазере следует ожидать на переходе $4p \rightarrow 4s$. Так как оба уровня $4s$ и $4p$ на самом деле состоят из многих подуровней, аргоновый лазер может генерировать на многих линиях, среди которых наиболее интенсивными являются зеленая ($\lambda = 514,5$ нм) и синяя ($\lambda = 488$ нм). Из измерений спектра спонтанного излучения было найдено, что доплеровская ширина линии $\Delta\nu_0^*$, например для зеленого перехода, составляет около 3500 МГц. Это означает, что температура ионов, определяемая в соответствии с выражением (2.5.18), равна $T \cong 3000$ К. Иными словами, ионы являются очень горячими благодаря их ускорению в электрическом поле разряда. Некоторые наиболее важные спектроскопические свойства аргонового лазера на зеленом переходе обобщены в табл. 10.1.

На рис. 10.7 приведена схема устройства мощного (> 1 Вт) аргонового лазера. Заметим, что как плазменный ток, так и лазерный пучок ограничиваются металлическими (вольфрамовыми) дисками, помещенными в керамическую (BeO) трубку большого диаметра. Использование такой теплопроводной и изолирующей металлокерамической комбинации необходимо для того, чтобы обеспечить хорошую теплопроводность трубки и в то же время обойти проблемы, связанные с эрозией вследствие высокой температуры ионов. Диаметр центральных отверстий в дисках делается небольшим (~ 2 мм), для того чтобы сосредоточить генерацию на моде TEM_{00} (для резонатора обычно применяются вогнутые зеркала с большим радиусом кривизны) и чтобы уменьшить необходимое значение полного тока.

В аргоновых лазерах приходится решать проблему катафореза атомов аргона. В самом деле, вследствие высокой плотности тока наблюдается

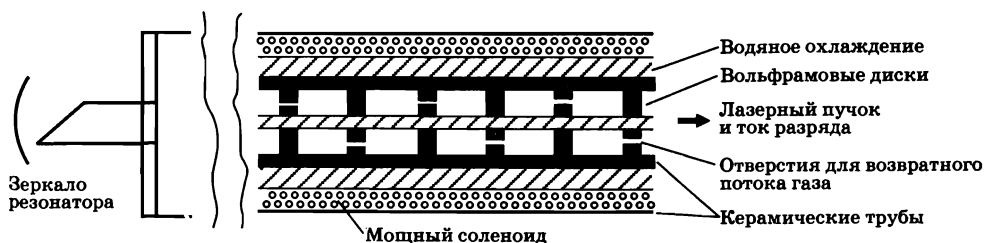


Рис. 10.7
Схематическое изображение мощной Ar^+ -трубки с водяным охлаждением

значительная миграция ионов Ar^+ в сторону катода, где они нейтрализуются электронами, эмитированными с поверхности электрода¹. Скопление нейтральных атомов происходит в прикатодной области, что ведет к соответствующему уменьшению давления Ar в разрядной трубке до уровня ниже, чем его оптимальное значение. Для преодоления этой трудности в дисках делают дополнительные, смещенные от центра отверстия, чтобы за счет диффузии обеспечить канал для возврата атомов от катода к аноду. Возвратные отверстия проделываются таким образом, чтобы ток не проходил через них; и это достигается тем, что длина образующихся (возвратных) путей оказывается больше, чем длина пути через центральные отверстия. Внутренняя керамическая трубка охлаждается водой для отвода большого количества тепла, которое неизбежно выделяется в трубке (несколько кВт/м). Следует также заметить, что в области разряда параллельно оси к трубке прикладывается постоянное магнитное поле. В такой конфигурации возникающая сила Лоренца заставляет электроны вращаться вокруг оси в трубке и тем самым уменьшает скорость диффузии электронов к стенкам. В результате этого число свободных электронов в центре трубки увеличивается и, следовательно, возрастает скорость накачки. Это позволяет объяснить наблюдаемое увеличение выходной мощности в случае, когда прикладывается внешнее магнитное поле. Удерживая разряд вблизи оси трубки, магнитное поле также уменьшает разрушение стенок (возникающее главным образом на отверстиях вольфрамовых дисков). Следует заметить, что в мощных лазерах (> 1 Вт) зеркала монтируются снаружи трубки, чтобы ослабить деградацию зеркального покрытия под воздействием вакуумного УФ-излучения, испускаемого плазмой. В маломощных лазерах (< 1 Вт) трубка обычно изготавливается из керамического (BeO) блока, в котором для протекания тока разряда просверливается центральное отверстие. В этом случае магнитное поле отсутствует, трубка охлаждается воздухом, а зеркала, как и в He-Ne лазере, впаиваются в концы трубки.

Промышленностью изготавливаются аргоновые лазеры с водяным охлаждением мощностью 1–20 Вт, генерирующие на синем и зеленом переходах одновременно или только на одной линии при использовании конфигурации, изображенной на рис. 7.16б. Также выпускаются маломощные (~ 100 мВт) аргоновые лазеры с воздушным охлаждением, имеющие намного более простую конструкцию. В обоих случаях выходная мощность над порогом резко увеличивается с ростом плотности тока ($\propto J^2$), поскольку в аргоновом лазере нет процессов, приводящих к насыщению инверсии, в отличие от He-Ne лазера. Однако КПД аргового лазера очень мал ($< 10^{-3}$). Это связано с тем, что мала квантовая эффективность ($\sim 7,5\%$; см. рис. 10.6) и возбуждение электронным ударом происходит на множестве уровней, которые не связаны эффективным образом с верхним лазерным уровнем. Часто аргоновые лазеры

¹ Согласно рассуждениям из раздела 6.4.4, вспомним, что в области разряда не может возникнуть прямая электрон-ионная рекомбинация, поскольку такой процесс не может одновременно удовлетворять условию сохранения и энергии, и импульса. Таким образом, электрон-ионная рекомбинация может возникать только в присутствии третьего участника, например на стенах трубки или поверхности катода.

работают в режиме синхронизации мод с использованием акустооптического модулятора. В этом случае достигаются довольно короткие лазерные импульсы (~150 пс) благодаря относительно широкой линии перехода (~3,5 ГГц), которая, более того, является и неоднородно уширенной.

Аргонные лазеры широко используются в офтальмологии (особенно для лечения диабетической дегенерации сетчатки) и в области лазерных развлечений (лазерное шоу). В научных целях аргонные лазеры широко используются для всякого рода исследований взаимодействия света с веществом (особенно в режиме синхронизации мод), а также для накачки твердотельных лазеров (в особенности, Ti:Sa лазера) и лазеров на красителях. В последнее время для большинства таких приложений аргонный лазер вытесняется непрерывным Nd:YVO₄ лазером с диодной накачкой и с внутрирезонаторным удвоением частоты, генерирующим в зеленом диапазоне (длина волны $\lambda = 532$ нм). Маломощные аргонные лазеры широко применяются в высокоскоростных лазерных принтерах и в клеточной цитометрии.

10.2.2.2. HE-CD ЛАЗЕР

На рис. 10.8 показаны энергетические уровни в системе He-Cd, имеющие отношение к лазерной генерации. Для обозначения уровней вновь используется система Рассела-Сандерса. Накачка верхних лазерных уровней ($^2D_{3/2}$ и $^2D_{5/2}$) в Cd⁺ осуществляется с помощью атомов гелия через ионизацию Пеннинга. В общем случае этот процесс можно записать в виде:



где ион B⁺ в результате реакции может оказаться как возбужденным, так и невозбужденным. Разумеется, данный процесс протекает лишь в том случае, когда энергия возбужденного атома A* больше либо равна энергии ионизации атома B (плюс энергии возбуждения B⁺, если ион переводится в возбужденное состояние). Заметим, что в отличие от резонансной передачи энергии, ионизация Пеннинга является нерезонансным процессом, и избыточная энергия в действительности может перейти в кинетическую энергию испущенного электрона. В случае He-Cd лазера в качестве частицы A* выступает гелий в метастабильных состояниях 2¹S и 2³S, и энергия возбуждения передается при столкновении атому Cd для возбуждения иона Cd⁺. И хотя описанный процесс является нерезонансным, оказалось, что

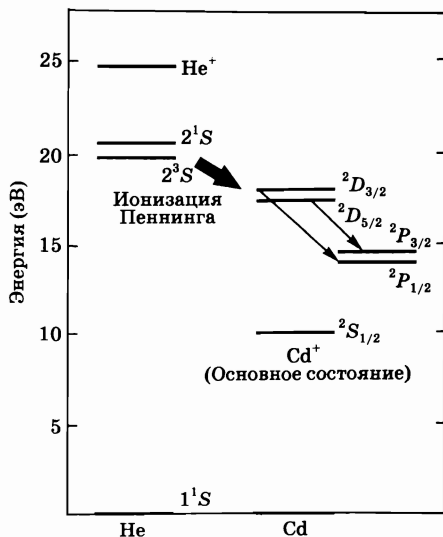


Рис. 10.8
Основные энергетические уровни
He-Cd лазера

сечение возбуждения (и, следовательно, скорость накачки) состояний D примерно в три раза больше, чем сечение возбуждения состояний P .¹ Однако более важным оказывается то, что время жизни состояний D ($\sim 0,1$ мкс) много больше времени жизни состояний P (~ 1 нс). Поэтому можно без труда достичь инверсии населенностей между состояниями D и P и получить лазерную генерацию. Действительно, согласно правилу отбора $\Delta J = 0, \pm 1$, генерация возникает на линиях $^2D_{3/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$ ($\lambda = 325$ нм, УФ) и $^2D_{5/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$ ($\lambda = 416$ нм, синий переход). После чего вследствие излучательной релаксации ионы Cd^+ переходят в основное состояние $^2S_{1/2}$.

Типичная конструкция He-Cd лазера представляет собой трубку с двумя выходными окнами, расположенными под углом Брюстера, а оба зеркала смонтированы отдельно от трубки. В одной из возможных конфигураций в трубке, заполненной гелием, рядом с анодом имеется небольшой резервуар с металлическим Cd. Этот резервуар нагревается до достаточно высокой температуры ($\sim 250^\circ\text{C}$) для того, чтобы в трубке создалось необходимое давление паров атомов Cd. Когда пары достигают области разряда, часть атомов ионизуется и движется по направлению к катоду. В самом разряде выделяется достаточно много теплоты, чтобы предотвратить осаждение паров на стенках трубки. Однако пары конденсируются, когда достигают катодной области, в которой нет разряда и температура низка. В результате в трубке возникает непрерывный поток паров металла от анода к катоду (катафорез). Поэтому, чтобы обеспечить длительную работоспособность трубки, ее нужно снабдить достаточным запасом Cd (1 г на 1000 ч).

Выходная мощность He-Cd лазеров может составлять 50–100 мВт, что ставит эти лазеры в промежуточное положение между красными He-Ne лазерами (несколько милливатт) и Ag^+ лазерами (несколько ватт). Таким образом, He-Cd лазеры представляют интерес для многих применений, когда необходимо иметь пучки синего или ультрафиолетового излучения умеренной мощности (например, для высокоскоростных лазерных принтеров, голографии, клеточной цитометрии, флюоресцентного анализа биологических образцов и пр.).

10.2.3. МОЛЕКУЛЯРНЫЕ ГАЗОВЫЕ ЛАЗЕРЫ

Данные лазеры используют переходы между энергетическими уровнями молекулы. В зависимости от типа участвующего в генерации перехода, молекулярные лазеры можно разделить на следующие три класса:

1. *Лазеры на колебательно-вращательных переходах.* В таких лазерах используются переходы между колебательными уровнями одного и того же электронного состояния (основного состояния), и разница энергий между уровнями перехода такого типа попадает в область от среднего до дальнего ИК-диапазона (2,5–300 мкм). В настоящее время наибольшее значение из

¹ Например, согласно выражению (2.6.2), скорость возбуждения $k_{A \rightarrow B}$ основного процесса (10.2.4) может быть определена как $(dN/dt)_{AB} = k_{A \rightarrow B} N_A \cdot N_B$, где $(dN/dt)_{AB}$ — количество частиц A и B^+ , которые возникают в единице объема в единицу времени, а N_A и N_B — концентрации сталкивающихся частиц.

этого класса лазеров имеет CO_2 лазер, генерирующий на длине волны 10,6 или 9,6 мкм. Следует упомянуть и другие примеры, такие как CO лазер ($\lambda \approx 5$ мкм) и химический HF лазер ($\lambda \approx 2,7\text{--}3,3$ мкм).

2. *Лазеры на электронно-колебательных (вибронных) переходах.* В таких лазерах используются переходы между колебательными уровнями различных электронных состояний. В этом случае длина волны генерации обычно попадает в УФ-область спектра. Наиболее интересный пример этой категории лазеров — азотный лазер ($\lambda \approx 337$ нм). Отдельный класс лазеров, который можно было бы отнести к вибронным лазерам, составляют эксимерные лазеры. В этих лазерах используются переходы между различными электронными состояниями специальных молекул (эксимеров) с длиной волны излучения, лежащей, как правило, в УФ-диапазоне. Однако эксимерные лазеры используют не только переходы между связанными состояниями (связанно-связанные переходы), но и, что бывает гораздо чаще, переходы между связанным верхним состоянием и основным состоянием, в котором атомы отталкиваются друг от друга (связанно-свободные переходы). Поэтому целесообразно рассматривать эти лазеры как отдельную категорию.

3. *Лазеры на чисто вращательных переходах.* В них используются переходы между различными вращательными уровнями одного и того же колебательного состояния (как правило, возбужденного колебательного уровня основного электронного состояния). Соответствующая длина волны генерации попадает в дальний ИК-диапазон (25 мкм—1 мм). В связи с тем, что лазеры на чисто вращательных переходах играют незначительную роль по сравнению с остальными категориями лазеров, этот тип лазеров не будет рассматриваться в последующих разделах. В связи с этим можно лишь ограничиться замечанием, что в лазерах данного типа труднее получить генерацию, поскольку релаксация между вращательными уровнями происходит, как правило, с очень большой скоростью. Поэтому такие лазеры обычно накачивают оптически, используя выходное излучение другого лазера (как правило, CO_2 лазера). Оптическая накачка возбуждает данную молекулу (например, CH_3F , $\lambda = 496$ мкм) на вращательный уровень, принадлежащий некоторому колебательному состоянию, расположенному выше основного уровня. После этого генерация осуществляется на переходах между вращательными уровнями данного верхнего колебательного состояния.

10.2.3.1. CO_2 ЛАЗЕР

В этом лазере в качестве активной среды используется специальная смесь газов CO_2 , N_2 и He [8, 9]. Генерация происходит на переходе между двумя колебательными уровнями молекулы CO_2 , а азот и гелий, как будет показано ниже, значительно повышают КПД лазера.

CO_2 лазер является одним из самых мощных (на газодинамическом CO_2 лазере получена выходная мощность порядка 100 кВт) и одним из наиболее эффективных лазеров (дифференциальный КПД 15–20%).

На рис. 10.9 приведены схемы энергетических уровней основных электронных состояний молекул CO_2 и N_2 . Поскольку N_2 является двухатомной

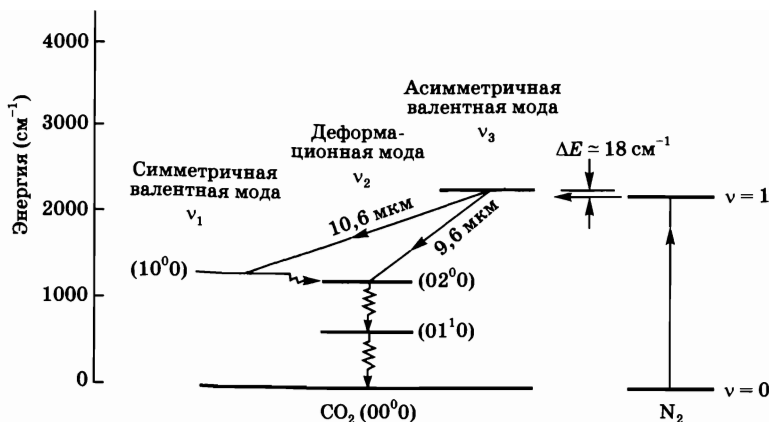


Рис. 10.9

Низшие колебательные уровни основного электронного состояния молекул CO_2 и N_2 (для простоты картины здесь не показаны вращательные уровни)

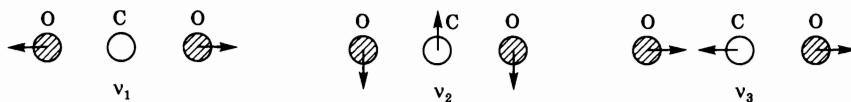


Рис. 10.10

Три фундаментальные колебательные моды молекулы CO_2 : (v_1) симметричная валентная мода, (v_2) деформированная мода, (v_3) асимметричная валентная мода

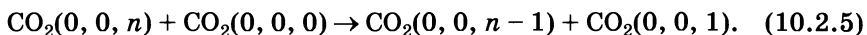
молекулой, она имеет лишь одну колебательную моду, два нижних энергетических уровня которой ($v = 0$, $v = 1$) показаны на рисунке. Структура энергетических уровней молекулы CO_2 более сложная, поскольку эта молекула является линейной трехатомной. Здесь имеются три невырожденные колебательные моды (рис. 10.10), а именно: 1) симметричная валентная мода, 2) деформационная мода и 3) асимметричная валентная мода. Поэтому колебания молекулы описываются тремя квантовыми числами n_1 , n_2 и n_3 , которые определяют число квантов в каждой колебательной моде. Это означает, что энергия, отсчитываемая от нулевого уровня, задается с помощью выражения $E = h\nu_1 + h\nu_2 + h\nu_3$, где ν_1 , ν_2 и ν_3 — резонансные частоты трех мод. Например, уровню 01^10 соответствует колебание, деформационная мода (мода 2) которого имеет один колебательный квант.¹ Поскольку из трех типов колебаний моде 2 соответствует наименьшая постоянная упругости (эти колебания являются поперечными), рассматриваемый уровень имеет наименьшую энергию. Генерация происходит на переходе между 00^01 и 10^00

¹ Верхний индекс, стоящий справа при квантовом числе, соответствующем деформационной моде (будем обозначать этот индекс через l), возникает из-за того, что в рассматриваемом случае деформационная мода является дважды вырожденной. Действительно, колебание может происходить как в плоскости рис. 10.10, так и в плоскости, перпендикулярной ей. Следовательно, деформационное колебание представляет собой определенную комбинацию этих двух колебаний, которая описывается верхним индексом l , точнее говоря, величина l_h представляет собой угловой момент этого колебания относительно оси молекулы CO_2 . Например, в состоянии 02^00 ($l = 0$) два вырожденных колебания комбинируются таким образом, что угловой момент $l_h = 0$.

уровнями ($\lambda \cong 10,6$ мкм), хотя также можно получить генерацию и на переходе между уровнями 00^01 и 02^00 ($\lambda \cong 9,6$ мкм).

Накачка на верхний лазерный уровень 00^01 происходит очень эффективно благодаря следующим двум процессам:

1. *Непосредственные столкновения с электронами.* Очевидно, что основной тип столкновений, который следует рассмотреть, имеет вид: $e + \text{CO}_2(000) \rightarrow e + \text{CO}_2(001)$. Сечение столкновения с электроном для данного процесса очень велико и намного превышает соответствующие сечения возбуждения уровней 100 и 020 . Возможно, это связано с тем, что переход $000 \rightarrow 001$ оптически разрешен, в то время как переход, например, $000 \rightarrow 100$ не является таковым. Кроме того, следует отметить, что прямой электронный удар может приводить и к возбуждению верхних $(0, 0, n)$ колебательных уровней молекулы CO_2 . Однако молекула CO_2 быстро релаксирует с этих верхних состояний в состояние (001) посредством околорезонансных столкновений типа¹:



Данный процесс приводит к релаксации всех возбужденных молекул в состояние (001) . Заметим, что наиболее вероятным является столкновение возбужденной и невозбужденной молекулы, поскольку большинство молекул CO_2 в газовой смеси все же находятся в основном состоянии.

2. *Резонансная передача энергии от молекулы N_2 .* Этот процесс имеет также большую эффективность благодаря тому, что разница энергий между возбужденными уровнями двух молекул невелика ($\Delta E = 18 \text{ см}^{-1}$). Кроме того, очень эффективным является процесс возбуждения молекулы N_2 из основного состояния на уровень $v = 1$ при столкновениях с электронами, причем уровень $v = 1$ является метастабильным. В самом деле, переход $1 \rightarrow 0$ является запрещенным (в электродипольном приближении), поскольку в силу своей симметрии молекула $\text{N}-\text{N}$ не может обладать полным дипольным моментом. Наконец, более высокие колебательные уровни молекулы N_2 находятся почти в резонансе ($\Delta E < kT$) с соответствующими уровнями молекулы CO_2 (вплоть до уровня 00^05), а переходы между возбужденными уровнями $00n$ и 001 молекулы CO_2 происходят с очень большой скоростью за счет процесса (10.2.5).

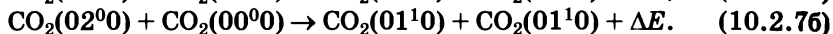
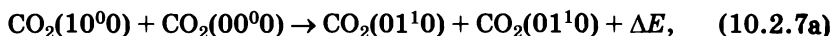
Рассмотрим теперь релаксацию верхнего и нижнего лазерных уровней. С этой целью заметим, что, хотя переходы $00^01 \rightarrow 10^00$, $00^01 \rightarrow 02^00$, $10^00 \rightarrow 01^00$ и $02^00 \rightarrow 01^00$ оптически разрешены, соответствующие времена релаксации τ_{sp} для спонтанного излучения очень велики (напомним, что $\tau_{sp} \propto 1/\nu^3$). Поэтому релаксация различных указанных уровней в большей мере определяется столкновениями. В соответствии с этим время релаксации верхнего лазерного уровня τ_s можно представить через сумму:

$$(1/\tau_s) = \sum a_i p_i, \quad (10.2.6)$$

где p_i — парциальные давления, а a_i — константы, соответствующие каждой компоненте газовой смеси в разряде. Рассматривая, например, случай, когда

¹ Процесс релаксации, в котором колебательная энергия отдается в виде колебательной энергии другой молекуле того же или иного типа, обычно называется *VV-релаксацией*.

полное давление смеси равно 15 мм рт. ст. (при парциальных давлениях $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}$ в отношении 1:1:8), находим, что время жизни верхнего лазерного уровня составляет $\tau_s \approx 0,4$ мс. Что касается скорости релаксации нижнего уровня, то прежде всего заметим, что вероятность перехода $100 \rightarrow 020$ очень велика и этот переход происходит очень быстро даже в изолированной молекуле. Действительно, разность энергий этих двух уровней много меньше kT . Кроме того, эти состояния взаимодействуют друг с другом (резонанс Ферми), поскольку деформационное колебание стремится изменить расстояние между атомами кислорода (т. е. вызывает симметричное растяжение). При этом уровни 10^0 и 02^0 эффективно связаны с уровнем 01^1 (VV-релаксация) посредством двух процессов — околорезонансных столкновений с молекулами CO_2 в основном состоянии:



Вероятность этих двух процессов достаточно велика, поскольку ΔE и $\Delta E'$ много меньше величины kT . Следовательно, населенности трех уровней 10^0 , 02^0 и 01^1 достигают теплового равновесия за очень короткое время.

Теперь осталось определить скорость релаксации с уровня 01^1 на основное состояние 00^0 . Если бы она была небольшой, то это привело бы к аккумулярованию молекул на уровне 01^1 во время генерации лазера, а затем к накоплению населенности на уровнях 10^0 и 02^0 , поскольку они находятся в тепловом равновесии с уровнем 01^1 . Таким образом, произошло бы замедление процесса релаксации всех трех уровней, т. е. в общем процессе релаксации переход $01^1 \rightarrow 00^0$ представлял бы собой «узкое место». В связи с этим важно изучить вопрос о времени жизни уровня 01^1 . Заметим, что, поскольку переход $01^1 \rightarrow 00^0$ обладает наименьшей энергией, релаксация с уровня 01^1 может происходить только путем передачи этой энергии в энергию поступательного движения сталкивающихся частиц (VT-релаксация). Из теории столкновений известно, что энергия с большей вероятностью передается более легким атомам, т. е. в нашем случае — гелию. Это означает, что время жизни уровня снова определяется выражением типа (10.2.6), причем коэффициент a_i для He много больше, чем для остальных частиц. При тех же парциальных давлениях, что и в рассмотренном выше примере, время жизни составляет около 20 мкс. Из всего вышеизложенного следует, что это же значение времени жизни имеет и нижний лазерный уровень. За счет того, что время жизни верхнего лазерного состояния намного больше, населенность будет накапливаться на верхнем лазерном уровне и условие непрерывной генерации будет выполняться. Заметим, что наличие гелия приводит и к другому важному эффекту — за счет своей высокой теплопроводности гелий способствует поддержанию низкой температуры CO_2 вследствие отвода теплоты к стенкам газоразрядной трубки. Низкая температура поступательного движения CO_2 необходима для того, чтобы избежать заселенности нижнего лазерного уровня за счет теплового возбуждения, поскольку разность энергий между уровнями в действительности сравнима с kT . Таким образом, благоприятное воздействие, которое оказывают на лазер молекулы

N_2 и He, объясняется тем, что N_2 способствует заселенности верхнего лазерного уровня, а He — обеднению нижнего. Из представленного выше рассуждения ясно, что генерация в CO_2 лазере может осуществляться либо на переходе $(00^01) \rightarrow (10^00)$ ($\lambda = 10,6$ мкм), либо на переходе $(00^01) \rightarrow (02^00)$ ($\lambda = 9,6$ мкм). Поскольку сечение первого перехода больше, а верхний уровень один и тот же, генерация, как правило, происходит на переходе $00^01 \rightarrow 10^00$. Для получения генерации на линии 9,6 мкм в резонатор (для подавления генерации на линии с наибольшим усилением) помещается соответствующее частотно-селективное устройство (зачастую применяется система, изображенная на рис. 7.16а).

До этого момента при обсуждениях не учитывался тот факт, что как верхний, так и нижний лазерный уровни на самом деле состоят из многих близко расположенных вращательных подуровней. Соответственно и лазерный переход может состоять из нескольких равноотстоящих колебательно-вращательных переходов, принадлежащих *P*- или *R*-ветвям (см. рис. 3.7), причем *P*-ветвь проявляет наибольшее усиление в лазере. Для полноты картины следует также учесть и тот факт, что благодаря бoльцмановскому распределению населенности между вращательными уровнями, наибольшую населенность имеет вращательный уровень $J' = 21$ верхнего 00^01 состояния (рис. 10.11)¹. На самом деле генерация фактически будет происходить на колебательно-вращательном переходе с наибольшим усилением, т. е. на том переходе, который имеет наибольшую населенность верхнего лазерного уровня. Это происходит потому, что скорость термализации вращательных уровней в CO_2 лазере $[\sim 10^7 \text{ с}^{-1} \cdot (\text{мм рт. ст.})^{-1}]$ оказывается больше, чем скорость уменьшения населенности (за счет спонтанного и вынужденного излучения) того вращательного уровня, с которого происходит лазерная генерация. Поэтому в генерации лазера на вращательном переходе с максимальным усилением будет принимать участие полная населенность всех вращательных уровней. Следовательно, подводя итог данному рассуждению, можно сказать, что генерация в CO_2 лазере при нормальных условиях возникает на линии *P*(22) (т. е. $(J' = 21) \rightarrow (J'' = 22)$) перехода $(00^01) \rightarrow (10^00)$. Другие линии того же самого перехода, а также линии, принадлежащие переходу $(00^01) \rightarrow (02^00)$, можно выделить с помощью схемы, приведенной, например, на рис. 7.16а (расстояние между вращательными линиями в CO_2 лазере составляет около 2 см^{-1}).

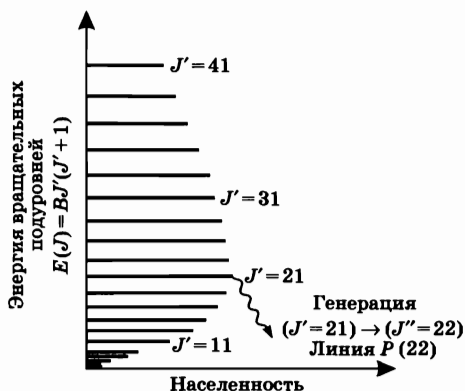


Рис. 10.11
Относительная населенность вращательных уровней верхнего лазерного уровня молекулы CO_2

¹ Заметим, что в силу симметрии заселяются лишь уровни с нечетными значениями J молекулы CO_2 .

Основной вклад в ширину линии генерации CO_2 лазера дает эффект Доплера. Однако по сравнению с лазером, скажем видимого диапазона, из-за низкой частоты ν_0 лазерного перехода доплеровская ширина линии довольно мала (около 50 МГц) (см. пример 3.2). Однако теперь уже нельзя пренебрегать столкновительным уширением (см. пример 3.3), которое становится весьма преобладающим в CO_2 лазерах, работающих при высоком полном давлении газовой смеси ($p > 100$ мм рт. ст.).

С точки зрения конструкции, CO_2 лазеры можно подразделить на восемь типов: (1) лазеры с медленной продольной прокачкой, (2) отпаянные лазеры, (3) волноводные лазеры, (4) лазеры с быстрой продольной прокачкой, (5) лазеры с диффузионным охлаждением, (6) лазеры с поперечной прокачкой, (7) лазеры с поперечным возбуждением при атмосферном давлении (ТЕА лазеры) и (8) газодинамические лазеры. Здесь не будет рассматриваться газодинамический лазер, поскольку принцип его работы уже был описан в разделе 6.1. Прежде чем рассматривать отмеченные лазеры, следует указать на то, что, хотя они и отличаются друг от друга по многим своим рабочим параметрам (например, выходной мощности), все они имеют общую важную особенность, а именно высокий дифференциальный КПД (15–25%). Столь высокий КПД является следствием большого квантового выхода (~40%; см. рис. 10.9) и высокоэффективного процесса накачки, который имеет место в CO_2 лазере при оптимальной электронной температуре разряда (см. рис. 6.28).

1. *Лазеры с медленной продольной прокачкой.* Впервые генерация в CO_2 лазере была получена в лазере именно такого типа (Ч. Пател, 1964 г. [10]). В данном лазере газовая смесь медленно прокачивается вдоль лазерной трубки (см. рис. 10.12) лишь для того, чтобы удалить продукты диссоциации, в частности CO , которые в противном случае загрязняют лазерную среду. Отвод тепла обеспечивается теплопередачей в радиальном направлении к стенкам трубки (обычно стеклянным), которые охлаждаются извне подходящим теплоносителем (как правило, водой). Часто применяется конструкция с внутренним зеркалом, и, по крайней мере (в конфигурации рис. 10.12) один из металлических держателей, который включает в себя зеркало резонатора, должен находиться под высоким напряжением.

Одно из главных ограничений этого лазера состоит в том, что независимо от диаметра трубки в нем имеет место верхний предел выходной мощности

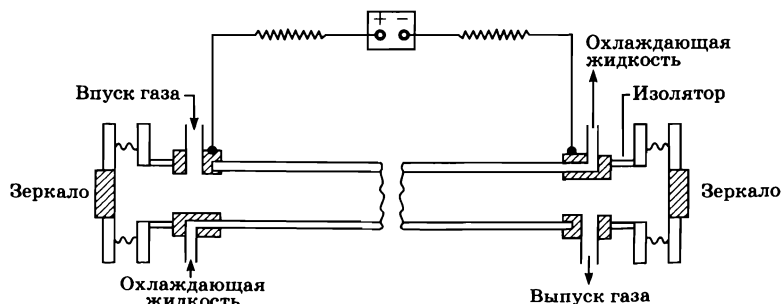


Рис. 10.12
Схематическое изображение CO_2 лазера с продольной прокачкой газа

с единицы длины разряда (50–60 Вт/м). Действительно, из выражения (6.4.24) получаем, что число молекул, накачиваемых на верхний лазерный уровень в единице объема за единицу времени, можно записать в виде:

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_p = N_t \frac{J}{e} \left[\frac{\langle v\sigma \rangle}{v_{drift}} \right], \quad (10.2.8)$$

где J — плотность тока, σ — соответствующее сечение возбуждения электронным ударом, в которое входит как прямое возбуждение, так и возбуждение посредством передачи энергии, N_t — полная населенность основного состояния молекулы CO_2 . Для скоростей накачки, намного превышающих пороговое значение, выходная мощность P пропорциональна величине $(dN_2/dt)_p$ и объему активной среды V_a . Исходя из уравнения (10.2.8) можно записать:

$$P \propto J N_t V_a \propto J_p D^2 l, \quad (10.2.9)$$

где D — диаметр активной среды, l — ее длина, а p — давление газа. При оптимальных рабочих условиях имеем следующее:

- для поддержания оптимальной электронной температуры разряда должно быть постоянным произведение pD [$\sim 22,5$ (мм рт. ст.) · см; например 15 мм рт. ст. при $D = 1,5$ см];
- из-за ограничений на тепловыделение, связанных с необходимостью отвода тепла к стенкам трубки, существует оптимальное значение плотности тока, причем оно обратно пропорционально диаметру трубки D .

Тот факт, что оптимальное значение J должно существовать, можно понять, если заметить, что избыточная плотность тока приводит к избыточному нагреву смеси (даже если КПД составляет 20%, тем не менее, около 80% электрической мощности рассеивается в разряде в виде тепла), вследствие чего имеет место тепловая заселенность нижних лазерных уровней. С другой стороны, обратно пропорциональную зависимость оптимального значения J от D можно объяснить, принимая во внимание тот факт, что чем больше диаметр трубки, тем более затруднена передача выделяющегося тепла к стенкам. Из этих рассуждений можно заключить, что при оптимальных условиях оба параметра J и p обратно пропорциональны величине D и, следовательно, в соответствии с выражением (10.2.9), оптимальное значение P определяется лишь длиной трубки l .

CO_2 лазеры с медленной продольной прокачкой относительно низкой мощности (50–100 Вт) широко используются в лазерной хирургии, для подгонки резисторов, для резки керамических пластин в электронной промышленности и сварки тонких металлических листов (толщиной меньше 1 мм).

2. Отпаянные лазеры. Если в устройстве, показанном на рис. 10.12, остановить прокачку газовой смеси, то через несколько минут генерация прекратится, поскольку продукты химической реакции (в частности, молекулы CO), образующиеся в разряде, будут не удаляться, а поглощаться стенками трубки илч начнут взаимодействовать с электродами, нарушая таким образом равновесие в смеси CO_2 – CO – O_2 . В конечном счете, это приведет к диссоциации большого числа молекул CO_2 в газовой смеси. Чтобы обеспечить регенерацию молекул CO_2 из CO , в газоразрядной трубке отпаянного

лазера должен находиться определенный катализатор. Для этого в газовую смесь можно просто добавить небольшое количество паров воды (около 1%). В данном случае регенерация молекул CO_2 осуществляется, по-видимому, благодаря следующей реакции:



в которой участвуют колебательно-возбужденные молекулы CO и CO_2 . Требуемое сравнительно небольшое количество паров воды можно получить, добавляя в разряд газообразный водород и кислород. В действительности оказывается, что в смесь необходимо добавлять только водород, поскольку кислород образуется в процессе диссоциации молекул CO_2 . Другая возможность инициирования реакции релаксации основана на использовании горячего (300°C) никелевого катода, который играет роль катализатора. Применение этих методов привело к созданию отпаянных трубок с долговечностью более 10 000 ч. Выходная мощность отпаянных лазеров с единицы длины составляет около 60 Вт/м, что сравнимо с мощностью лазеров с продольной прокачкой газа. Маломощные (порядка 1 Вт) отпаянные лазеры с коротким резонатором (что позволяет работать в одномодовом режиме) нередко применяются в качестве гетеродинов в экспериментах по оптическому гетеродинамизированию. Отпаянные CO_2 лазеры с более высокой мощностью (порядка 10 Вт) привлекают внимание ученых с точки зрения использования их в лазерной микрохирургии, а также в микрообработке.

3. Капиллярные волноводные лазеры. Если диаметр лазерной трубки на рис. 10.12 уменьшить до нескольких миллиметров (2–4 мм), то лазерное излучение в трубке будет распространяться, как в волноводе. Такие волноводные CO_2 лазеры имеют низкие дифракционные потери. Было показано, что наилучшие характеристики достигаются на трубках, изготовленных из BeO или SiO_2 . Главным преимуществом волноводного CO_2 лазера является то, что благодаря небольшому диаметру отверстия давление смеси должно быть высоким (100–200 мм рт. ст.). Возрастание давления приводит к увеличению усиления на единицу длины. Это означает, что можно изготавливать короткие CO_2 лазеры ($L < 50$ см), не сталкиваясь с трудной задачей уменьшения потерь в резонаторе. Однако мощность, которую можно снять с единицы длины разряда, подвержена тому же ограничению, что и мощность рассмотренного выше лазера с медленной продольной прокачкой (~50 Вт/м). Поэтому волноводные CO_2 лазеры играют особенно важную роль, когда имеется необходимость в компактных CO_2 лазерах низкой мощности ($P < 30$ Вт) (например, для лазерной микрохирургии).

Чтобы полностью реализовать все преимущества, связанные с компактностью конструкции, волноводные лазеры, как правило, изготавливают в отпаянном виде. Конструкция лазера может быть такой, как на рис. 10.12, когда ток разряда протекает вдоль лазерной трубки, либо такой, как показано на рис. 10.13, когда электрический ток (обычно от высокочастотного источника) течет поперек трубки. При фиксированном значении электрического поля E (в силу того, что величина E/p должна быть постоянной) конструкция с поперечной накачкой имеет значительное преимущество перед

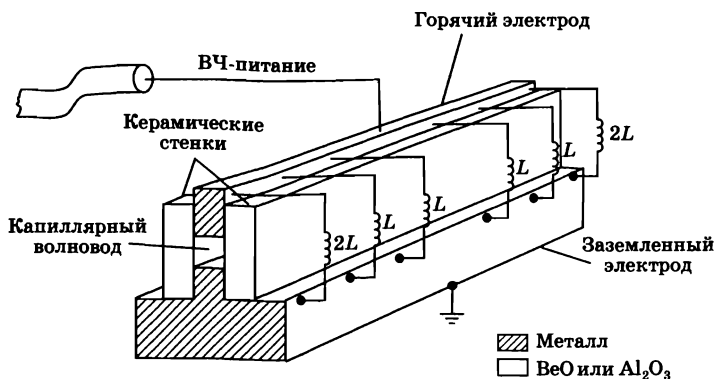


Рис. 10.13
Схематическое представление волноводного CO_2 лазера с накачкой ВЧ-полем

продольной накачкой, поскольку она допускает намного более низкие (на один–два порядка величины) напряжения на электродах. Высокочастотное ($\nu \approx 30$ МГц) возбуждение обладает многими преимуществами, среди которых наиболее существенными, возможно, являются следующие [11]:

- в этой схеме отсутствуют постоянные анод и катод, и поэтому исчезают проблемы, связанные с химическими процессами в газе вблизи катода;
- благодаря включению последовательно с разрядом простых элементов, не рассеивающих энергию (например, диэлектрической пластины), обеспечивается устойчивый разряд (см., например, рис. 6.21).

В силу этих различных преимуществ высокочастотные разряды все больше применяются не только в волноводных лазерах, но и в лазерах как с быстрой продольной прокачкой, так и с поперечной прокачкой; они будут рассмотрены ниже. В качестве последнего замечания следует отметить, что трубку волноводного CO_2 лазера либо вообще не охлаждают, либо охлаждают воздушной струей, если необходимо получить максимальную мощность.

4. *Лазеры с быстрой продольной прокачкой.* Одним из возможных и технически очень интересных решений, которое позволяет преодолеть ограничения по выходной мощности лазеров рассмотренного выше типа (см. выражения (10.2.8) и (10.2.9)), является прокачка газовой смеси вдоль трубки с очень высокой сверхзвуковой скоростью (около 50 м/с). В этом случае тепло отводится путем удаления разогретой смеси, которая, прежде чем вернуться в трубку, охлаждается вне ее пределов в соответствующем теплообменнике (см. рис. 10.14). Накачку обеих лазерных трубок, которые изображены на рисунке, можно обеспечить либо постоянным продольным, либо высокочастотным поперечным разрядом (поперек стеклянной трубки), что применяется наиболее часто (см. рис. 6.21). При такой конфигурации лазера плотность тока не имеет оптимального значения, таким образом, мощность фактически возрастает линейно с увеличением J и можно достичь значительно более высокой выходной мощности на единицу длины разряда (~ 1 кВт/м и даже больше). Помимо охлаждения, смесь за пределами трубки пропускается через катализатор, для того чтобы газ CO прореагировал с молекулами O_2 (некоторое количество кислорода уже имеется в смеси благодаря диссоциации

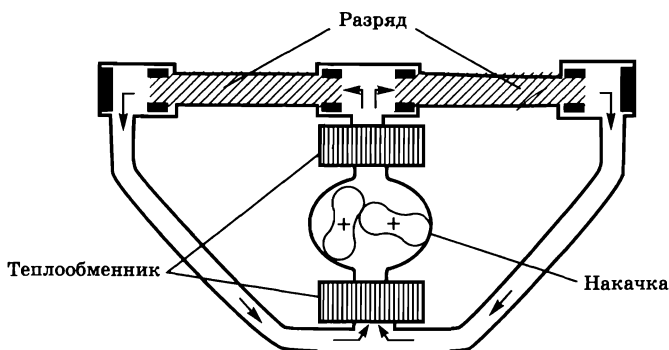


Рис. 10.14
Схематическое представление CO_2 лазера с быстрой продольной прокачкой

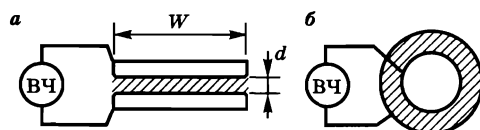


Рис. 10.15
Схема CO_2 лазера с диффузионным охлаждением:
а) планарная; б) кольцеобразная конфигурация электродов.

молекул CO_2 в области разряда). Это обеспечивает необходимую регенерацию молекул CO_2 в трубке. В этом режиме необходимая подпитка смеси крайне мала, и можно добиться работы в полностью запаянном режиме. В настоящее время мощные CO_2 лазеры (мощность 1–3 кВт) с быстрой продольной прокачкой нашли широкое применение во многих приложениях, связанных с обработкой материалов и, в частности, для лазерной резки металлов (толщиной до нескольких миллиметров).

5. *Лазер с диффузионным охлаждением.* Альтернативным способом обойти имеющиеся ограничения по мощности в лазерах с медленной продольной прокачкой является использование конструкции с электродами (для получения поперечного разряда), отстоящими друг от друга на расстоянии d , которое много меньше ширины W каждого электрода (планарная конфигурация, см. рис. 10.15а). В этом случае газовая смесь очень эффективно охлаждается односторонним тепловым потоком, направленным к водоохлаждаемым электродам. Здесь можно показать, что выходная мощность равна $P_{out} = C(Wl)/d$, где C — постоянное число ($C \approx 50$ Вт/м) и l — длина электрода [12]. Таким образом, для заданного расстояния между электродами выходная мощность зависит от площади электрода Wl , а не от его длины, как, например, в CO_2 лазере с медленной продольной прокачкой (см. выражение (10.2.9)). Тогда при достаточно малом расстоянии между электродами можно получить большую мощность на единицу площади электрода (например, $(P_{out}/Wl) \approx 20$ кВт/м² для $d = 3$ мм). Вместо планарной конфигурации (рис. 10.15а) также можно использовать кольцеобразную конфигурацию (рис. 10.15б). Несмотря на то,

что эта конфигурация является технически более сложной, она позволяет получить более компактную конструкцию лазера.

Снова следует подчеркнуть, что вышеприведенные результаты имеют место, даже если ширина электродов значительно (примерно на порядок величины) больше, чем расстояние между ними. Использование активной среды с таким удлинением затрудняет получение хороших свойств разряда и параметров расходимости выходного излучения. Тем не менее, стабильный и пространственно однородный разряд можно получить, используя преимущества высокочастотного возбуждения. С другой стороны, излучение лазера подвержено волноводному эффекту в направлении, нормальном к поверхности электрода, и оно свободно распространяется в направлении, параллельном его поверхности, при расстоянии между электродами порядка нескольких миллиметров. Для получения выходных пучков хорошего качества разработаны гибридные резонаторы, которые являются устойчивыми в направлении, перпендикулярном поверхности электродов, и неустойчивыми в направлении, параллельном поверхности электродов [13].

В настоящий момент серийно выпускаются мощные компактные CO_2 лазеры с диффузным охлаждением и планарной конфигурацией электродов (выходная мощность составляет более 1 кВт). Такие лазеры представляют большой интерес в приложениях, связанных с обработкой материалов.

6. Лазеры с поперечной прокачкой. Другой возможностью обойти ограничения по мощности в лазерах с медленной продольной прокачкой является прокачка газовой смеси в направлении, перпендикулярном разряду (рис. 10.16). Если смесь прокачивать достаточно быстро, то, как и в случае лазера с быстрой продольной прокачкой, теплота уносится конвекцией, а не путем переноса ее к стенкам трубки. Поэтому насыщения выходной мощности при увеличении тока разряда не происходит, и можно достичь высоких выходных мощностей с единицы длины разряда (несколько кВт/м; см. также рис. 7.7), как и в лазерах с быстрой продольной накачкой. Следует заметить, что в этом случае оптимальное общее давление смеси оказывается примерно на порядок выше (~100 мм рт. ст.), чем в системах с продольной прокачкой

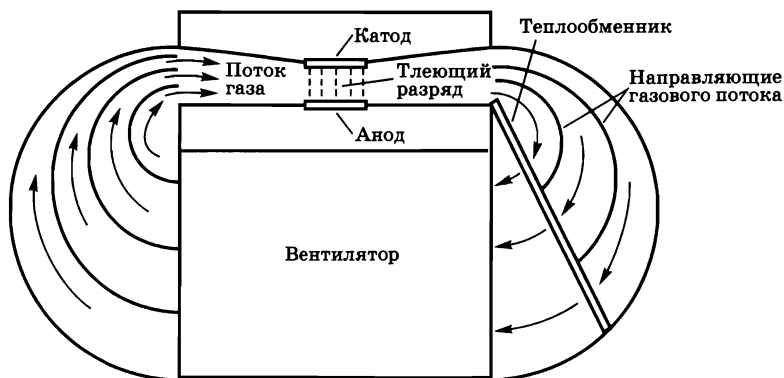


Рис. 10.16
Схема устройства CO_2 лазера с поперечной прокачкой

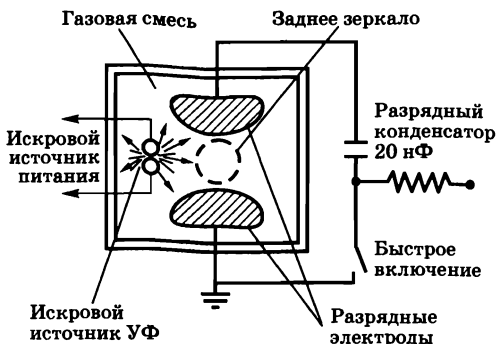
и большим диаметром трубки. Увеличение общего давления p требует соответствующего увеличения электрического поля E разряда. Действительно, для реализации оптимальных условий работы такого лазера необходимо, чтобы во всех случаях отношение E/p оставалось примерно одинаковым, поскольку это отношение определяет среднюю энергию электронов в разряде (см. (6.4.22)). Однако при этом устройство с продольным разрядом в конфигурации, приведенной на рис. 10.12, оказалось бы непрактичным, поскольку оно потребовало бы очень высокого приложенного напряжения (100–500 кВ на длине разряда 1 м). Поэтому конструкцию делают таким образом, чтобы разряд протекал в направлении, перпендикулярном оси резонатора (такие устройства называются *ТЕ* лазерами, аббревиатура англ. *transverse electric field* — поперечное электрическое поле).

Мощные *ТЕ*- CO_2 лазеры с быстрой поперечной прокачкой (мощность составляет 1–20 кВт) широко применяются во многих приложениях, связанных с обработкой металлов (резание, сварка, поверхностная закалка, поверхностное легирование металлов). По сравнению с лазерами с быстрой продольной прокачкой эти лазеры имеют более простую конструкцию, поскольку для поперечной прокачки не нужна большая скорость газового потока, как в случае с продольной прокачкой. Однако лазеры с быстрой продольной прокачкой имеют значительно лучшее качество пучка, поскольку в них ток разряда обладает цилиндрической симметрией, что делает эти лазеры особенно привлекательными для механической обработки резанием.

7. *CO₂ лазеры атмосферного давления с поперечным возбуждением (ТЕА лазеры)*. В непрерывных *ТЕ*- CO_2 лазерах довольно затруднительно поднять давление выше ~100 мм рт. ст. В тлеющем разряде при давлении выше этого значения (и при обычно используемых плотностях тока) возникают неустойчивости, которые приводят к образованию дуги в объеме разряда. Для преодоления этих трудностей к электродам, между которыми происходит поперечный разряд, прикладывают импульсное напряжение. Если длительность импульса достаточно мала (доля микросекунды), то неустойчивости в разряде не успевают развиваться и, следовательно, рабочее давление газа можно повысить вплоть до атмосферного и выше. Такие лазеры называются *ТЕА* лазерами (аббревиатура англ. слов *transversely excited at atmospheric pressure* — лазеры атмосферного давления с поперечным возбуждением). Таким образом, *ТЕА* лазеры работают в импульсном режиме и позволяют получать большую энергию с единицы объема разряда (10–50 Дж/л). Для предотвращения дугового разряда в таких лазерах используется тот или иной тип ионизации, которая предшествует возбуждающему импульсу напряжения (*предыонизация*).

На рис. 10.17 приведена схема, которая часто применяется на практике и в которой ионизация обеспечивается интенсивным УФ-излучением от нескольких искр, пробегающих параллельно оси трубки. Такое УФ-излучение приводит к необходимой ионизации как посредством фотоионизации составляющих смеси, так и благодаря индуцированной этим излучением эмиссии электронов из электродов (УФ-предыонизация). К другим методам предыонизации относятся использование импульсных источников электронного

Рис. 10.17
Схематическое представление (вид вдоль оси устройства) TEA - CO_2 лазера. Для предионизации газа в лазере используется УФ-излучение от нескольких источников искрового разряда, размещенных вдоль направления трубки



пучка (предионизация электронным пучком) и ионизация благодаря коронному эффекту (коронная предионизация). Как только во всем объеме лазерного разряда происходит ионизация, включается быстродействующий вентиль (водородный тиратрон или разрядный промежуток) и через электроды разряда проскакивает главный разрядный импульс. Поскольку поперечные размеры лазерного разряда обычно велики (несколько сантиметров), то зеркала резонатора зачастую выбирают таким образом, чтобы они образовывали неустойчивый резонатор (неустойчивый конфокальный резонатор положительной ветви; см. рис. 5.18б). При низкой частоте повторения импульсов (порядка 1 Гц) нет необходимости в прокачке газовой смеси. При более высоких частотах повторения импульсов (вплоть до нескольких кГц) газовая смесь прокачивается в перпендикулярном оси резонатора направлении и охлаждается в соответствующем теплообменнике. Другой интересной характеристикой этих лазеров являются их относительно широкие полосы генерации (~ 4 ГГц при $p = 1$ атм. благодаря столкновительному уширению). Таким образом, в TEA лазерах в режиме синхронизации мод были получены оптические импульсы длительностью менее 1 нс.

TEA - CO_2 лазеры с поперечной прокачкой с относительно высокой частотой повторения (~ 50 Гц) и достаточно высокой средней выходной мощностью ($\langle P_{out} \rangle \cong 300$ Вт) выпускаются серийно. Помимо широкого использования TEA - CO_2 лазеров в научных приложениях, они распространены и в промышленности для обработки материалов, особенно в тех случаях, когда импульсный характер пучка дает некоторое преимущество (например, импульсная лазерная маркировка или импульсная абляция пластических материалов).

10.2.3.2. СО ЛАЗЕР

Другим примером газового лазера на колебательно-вращательных переходах, который будет кратко рассмотрен, является СО лазер. Этот лазер вызвал значительный интерес в связи с тем, что он генерирует на более короткой, чем CO_2 лазер, длине волны ($\lambda \cong 5$ мкм), а также имеет высокий КПД и высокую выходную мощность. Экспериментально достигнутые [14] выходные мощности таких лазеров превышают 100 кВт, а КПД — 60%. Однако

чтобы реализовать лазер с такими параметрами, газовую смесь приходится охлаждать до криогенных температур (77–100 К). В генерацию лазера при $\lambda \cong 5$ мкм дают вклад несколько вращательно-колебательных переходов сильно возбужденной молекулы СО (например, при температуре $T = 77$ К, начиная с переходов $v'(11) \rightarrow v(10)$ и заканчивая переходами $v'(7) \rightarrow v(6)$).

Накачка колебательных уровней молекулы СО осуществляется возбуждением электронным ударом. По аналогии с изoeлектронной молекулой N_2 молекула СО обладает необычно большим сечением возбуждения колеба-

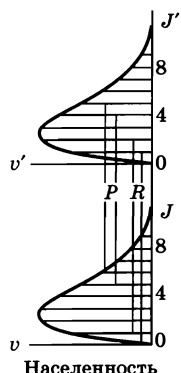


Рис. 10.18
Частичная
инверсия между
двумя
колебательными
переходами
(v и v'),
имеющими
одинаковые
полные
населенности

тельного уровня электронным ударом. При этом почти 90% энергии электронов в разряде может быть преобразовано в колебательную энергию молекул СО. Другая важная особенность молекул СО состоит в том, что скорость VV -релаксации у них существенно больше, чем скорость VT -релаксации (которая необычайно мала). Вследствие этого населенность высоколежащих колебательных уровней не будет подчиняться бoльцмановскому распределению, поскольку в данном случае очень большую роль играет процесс, известный как *ангармоническая накачка*¹. Хотя данное явление не позволяет получить полную инверсию населенностей колебательных уровней молекулы СО, здесь возможна так называемая *частичная инверсия*. Это иллюстрируется на рис. 10.18, где показаны населенности вращательных уровней двух соседних колебательных состояний. Хотя полные населенности двух колебательных состояний одинаковы, инверсия существует для двух переходов P -ветви ($(J' = 5) \rightarrow (J = 6)$, $(J' = 4) \rightarrow (J = 5)$) и двух переходов R -ветви, указанных на рисунке.

Таким образом, при частичной инверсии может возникать генерация, и в этом случае важную роль играет новое явление, называемое каскадной генерацией. Действительно, такая генерация вызывает уменьшение населенности вращательного уровня верхнего состояния и увеличение населенности вращательного уровня нижнего колебательного состояния. Последний из упомянутых уровней в процессе генерации может накопить достаточную населенность, чтобы образовалась инверсия по отношению к вращательному уровню более низкого колебательного состояния. В то же время населенность вращательного уровня верхнего состояния может значительно уменьшиться, вследствие чего возникает инверсия

¹ Ангармоническая накачка обусловлена процессом столкновения типа $CO(v = n) + CO(v = m) \rightarrow CO(v = n + 1) + CO(v = m - 1)$ где $n > m$. Вследствие ангармонизма (явления, характерного для всех молекулярных осцилляторов) расстояние между колебательными уровнями уменьшается по мере продвижения вверх по колебательным уровням (см. также рис. 3.1). Это означает, что при столкновении указанного выше типа, при $n > m$, суммарная колебательная энергия двух молекул СО после столкновения оказывается меньше, чем до него. Поэтому процесс столкновения в указанном направлении происходит с большей вероятностью, чем в обратном. Отсюда следует, что наиболее горячие молекулы ($CO(v = n)$) могут подниматься вверх по колебательным уровням, что приводит к небoльцмановскому распределению населенностей среди колебательных уровней.

населенностей между этим уровнем и вращательным уровнем более высокого колебательного состояния. Процесс каскадного взаимодействия с очень низкой скоростью VT -релаксации приводит к тому, что большая часть колебательной энергии переходит в энергию выходного излучения лазера. Данное обстоятельство, а также очень высокая эффективность возбуждения объясняют высокий КПД СО лазера. Для того чтобы ангармоническая накачка была высокоэффективной, температура рабочей смеси должна быть низкой. Действительно, отклонение распределения населенностей от Больцмановского, а следовательно, и степень частичной инверсии быстро увеличиваются с понижением температуры поступательного движения.

Как и в случае CO_2 лазера, СО лазер работает по схеме с продольной прокачкой газовой смеси в импульсном поперечном электрическом разряде с предыонизацией электронным пучком, а также при газодинамическом возбуждении. Промышленное производство СО лазеров пока сдерживается необходимостью их работы при низких температурах. Однако недавно были построены высокомоощные ($P > 1$ кВт) СО лазеры, работающие при температуре близкой к комнатной и сохраняющие при этом высокий дифференциальный КПД ($\sim 10\%$), и теперь такие лазеры всерьез рассматриваются в качестве перспективного источника излучения для приложений, связанных с обработкой материалов.

10.2.3.3. АЗОТНЫЙ ЛАЗЕР

В качестве наиболее значимого примера лазеров на электронно-колебательных переходах рассмотрим N_2 лазер [15]. Наиболее важной линией генерации этого лазера является линия с длиной волны $\lambda = 337$ нм (УФ), а сам лазер относится к типу лазеров на самоограниченных переходах.

На рис. 10.19 изображена упрощенная схема энергетических уровней молекулы N_2 . Генерация происходит на так называемой второй положительной системе полос, т. е. на переходе из состояния $C^3\Pi_u$ (далее будем называть его C -состоянием) в состояние $B^3\Pi_g$ (B -состояние)¹. Предполагается, что возбуждение C -состояния обусловлено столкновениями молекул N_2 , находящихся в основном состоянии, с электронами. Поскольку как C -, так и B -состояния являются триплетными, переходы в них из основного состояния запрещены по спину.

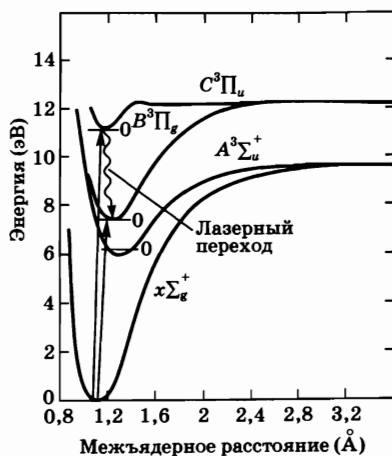


Рис. 10.19
Энергетические состояния молекулы N_2 . Для простоты показан только низший колебательный уровень ($v = 0$) каждого электронного состояния

¹ При других условиях генерация может осуществляться также в ближней ИК-области спектра (0,74–1,2 мкм), на первой положительной системе полос на переходе $B^3\Pi_g \rightarrow A^3\Sigma_u^+$.

Спектроскопические свойства лазерных УФ-переходов и состав газовой смеси в азотных и KrF лазерах

Тип лазера	N ₂	(KrF)*
Длина волны [нм]	337,1	248
Сечение [10 ⁻¹⁴ см ²]	40	0,05
Время жизни верхнего состояния [нс]	40	10
Время жизни нижнего состояния [мкс]	10	
Ширина линии перехода [ТГц]	0,25	3
Парциальное давление [мбар]	40 (N ₂)	120 (Kr)
	960 (He)	6 (F ₂)
		2400 (He)

Однако согласно принципу Франка–Кондона можно ожидать, что сечение возбуждения уровня $v = 0$ С-состояния будет больше, чем сечение возбуждения уровня $v = 0$ В-состояния. Действительно, положение минимума потенциальной кривой В-состояния сдвинуто в область, соответствующую большему межъядерному расстоянию, чем в случае С-состояния. Время жизни (излучательное) С-состояния равно 40 нс, тогда как время жизни В-состояния — 10 мкс. Поскольку условие (7.3.1) не выполняется, лазер, очевидно, не может работать в непрерывном режиме. Однако возможна генерация в импульсном режиме при условии, что длительность возбуждающих электрических импульсов значительно меньше 40 нс. Генерация происходит преимущественно на вращательных линиях перехода $v''(0) \rightarrow v'(0)$ (соответствующего длине волны $\lambda = 337,1$ нм) из-за большого значения сечения вынужденного излучения для этого перехода. Генерация также имеет место, хотя и с меньшей интенсивностью, на переходах $v''(1) \rightarrow v'(0)$ ($\lambda = 357,7$ нм) и $v''(0) \rightarrow v'(1)$ ($\lambda = 315,9$ нм). Некоторые спектроскопические данные для N₂ лазера обобщены в табл. 10.2.

Наиболее часто используемая конструкция N₂ лазера очень близка к той, что изображена на рис. 10.17. Поскольку в этом случае внешнее электрическое поле имеет высокую напряженность (~10 кВ/см для типичной смеси: N₂ при давлении ~40 мбар и He при 960 мбар), обычно применяется ТЕА-схема. Чтобы обеспечить требуемый короткий разрядный импульс (5–10 нс), индуктивность разрядного контура должна быть как можно меньше. Вследствие высокого усиления самоограниченного перехода генерация представляет собой усиленное спонтанное излучение (УСИ), и лазер может работать вообще без зеркал. Однако с целью уменьшения порогового усиления, и следовательно пороговой электрической энергии для УСИ (см. раздел 2.9.2), в этом лазере на одном из концов устанавливают зеркало. Помимо этого, данное зеркало обеспечивает однонаправленность выходного излучения и позволяет уменьшить расходимость пучка. Такие лазеры позволяют получать пиковые мощности вплоть до ~1 МВт в импульсах длительностью ~10 нс при частоте повторения до 100 Гц. Не так давно были разработаны N₂ лазеры, работающие на азоте при атмосферном давлении без добавления гелия. Про-

блему возникновения дугового разряда предотвращают дальнейшим уменьшением длительности импульса напряжения (до ~ 1 нс). Благодаря возросшему усилению на единицу длины и малому времени разряда, лазеры этого типа обычно работают без зеркал. Длину устройства можно сделать очень маленькой (10–50 см) и, как следствие, получить выходные импульсы меньшей длительности (~ 100 пс при пиковой мощности 100 кВт). Азотные лазеры как с большой (~ 10 нс), так и с малой (~ 100 пс) длительностью импульсов широко применяются для накачки лазеров на красителях, поскольку большинство красителей сильно поглощает в УФ-диапазоне.

10.2.3.4. ЭКСИМЕРНЫЕ ЛАЗЕРЫ

Эксимерные лазеры [17] представляют собой интересный и важный класс молекулярных лазеров на переходах между различными электронными состояниями специального класса молекул, называемых эксимерами. Рассмотрим двухатомную молекулу A_2 , кривые потенциальной энергии основного и возбужденного состояний которой приведены на рис. 10.20. Поскольку основное состояние соответствует взаимному отталкиванию атомов, в этом состоянии молекула не существует (т. е. в основном состоянии частицы существуют лишь в мономерной форме A). Однако поскольку кривая потенциальной энергии возбужденного состояния имеет минимум, молекула A_2 может существовать в возбужденном состоянии (т. е. в возбужденном состоянии частицы существуют в димерной форме A_2^*). Такая молекула A_2^* называется *эксимером* (аббревиатура англ. слов *excited dimer* — возбужденный димер). Предположим теперь, что в некотором объеме каким-либо образом создано большое число эксимеров. Тогда генерация может быть получена на переходе между верхним (связанным) и нижним (свободным) состояниями (связанно-свободный переход). Соответствующий лазер называется эксимерным лазером. Классическим примером является Ne_2^* лазер, который был первым эксимерным лазером ($\lambda = 170$ нм) [16].

Эксимерные лазеры характеризуются тремя необычными, но важными свойствами:

1. Поскольку переход осуществляется между различными электронными состояниями молекулы, соответствующая длина волны чаще всего попадает в УФ-диапазон.
2. Как только в результате генерации молекула переходит в основное состояние, она немедленно диссоциирует из-за отталкивающего потенциала в этом состоянии. Это означает, что нижний лазерный уровень будет всегда пустым, и генерация осуществляется по четырехуровневой схеме.
3. Из-за отсутствия энергетических уровней в основном состоянии не существует четко выраженных вращательно-колебательных переходов,

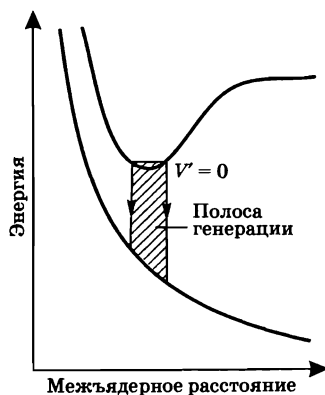


Рис. 10.20
Энергетические уровни
эксимерного лазера

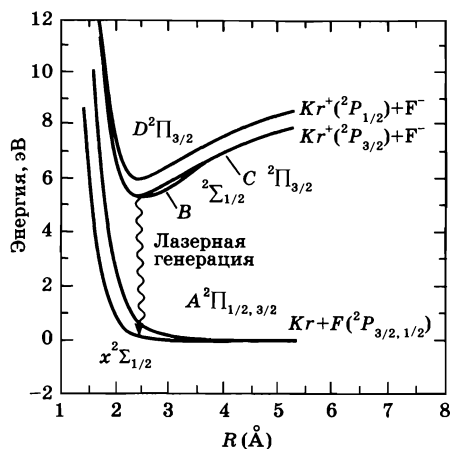


Рис. 10.21
Кривые потенциальной энергии, отражающие энергетические состояния молекулы KrF (согласно работе [17])

и переход не имеет специфических особенностей и является относительно широкополосным ($\Delta\nu = 20\text{--}100\text{ см}^{-1}$).

Однако следует заметить, что в некоторых эксимерных лазерах кривая потенциальной энергии основного состояния не соответствует чистому взаимному отталкиванию, а обладает неглубоким минимумом. В этом случае переход происходит между верхним связанным состоянием и нижним (слабо) связанным состоянием (связанно-связанный переход). Поскольку основное состояние является лишь слабосвязанным, молекула в этом состоянии претерпевает быструю диссоциацию либо сама (преддиссоциация), либо вследствие первого же столкновения с другой молекулой газовой

смеси. Соответственно и в этом случае излучение имеет непрерывный спектр.

Рассмотрим теперь особенно интересный класс эксимерных лазеров, в которых атом инертного газа (чаще всего Kr, Ar, Xe) в возбужденном состоянии соединяется с атомом галогена (F, Cl), что приводит к образованию эксимера¹ галогенидов инертных газов. В качестве конкретных примеров укажем ArF ($\lambda = 193\text{ нм}$), KrF ($\lambda = 248\text{ нм}$), XeF ($\lambda = 351\text{ нм}$) и XeCl ($\lambda = 309\text{ нм}$), каждый из которых генерирует в УФ-диапазоне. То, почему галогениды инертных газов легко образуются в возбужденном состоянии, становится понятным, если учесть, что в возбужденном состоянии атомы инертных газов химически сходны с атомами щелочных металлов, которые, как известно, легко вступают в реакцию с галогенами. Эта аналогия указывает также на то, что в возбужденном состоянии связь имеет ионный характер; в процессе образования связи возбужденный электрон переходит от атома инертного газа к атому галогена. По этой причине подобное связанное состояние также называют состоянием с переносом заряда.

Рассмотрим теперь подробнее KrF лазер, поскольку он представляет собой один из наиболее важных лазеров данной категории (рис. 10.21). Верхний лазерный уровень является состоянием с переносом заряда и ионной связью, которое при $R \rightarrow \infty$ отвечает состоянию ^2P положительного иона Kr и состоянию ^1S отрицательного иона F. Поэтому при больших межъядерных расстояниях кривая энергии подчиняется закону Кулона. Потенциал взаимодействия между двумя ионами простирается на гораздо большее расстояние (0,5–1 нм), чем в случае, когда преобладает ковалентное взаимодействие

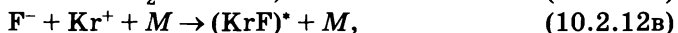
¹ Строго говоря, они не должны называться эксимерами, поскольку состоят из различных атомов. В этом случае более подходящим был бы, по-видимому, термин «гетероэксимер» или «эксиплекс» (аббревиатура англ. слов *excited complex* — возбужденный комплекс). В настоящее время слово «эксимер» используется именно в этом смысле, и мы будем пользоваться именно им.

(ср., например, с рис. 10.19). Нижнее состояние имеет ковалентную связь и при $R \rightarrow \infty$ отвечает состоянию ^1S атома криптона и состоянию ^2P атома фтора. В результате взаимодействия соответствующих орбиталей верхнее и нижнее состояния при малых межъядерных расстояниях расщепляются на состояния $^2\Sigma$ и $^2\Pi$, хорошо известные в молекулярной спектроскопии. Генерация происходит на переходе $B^2\Sigma \rightarrow X^2\Sigma$, поскольку он имеет наибольшее сечение. Заметим, что при переходе излучающий электрон переходит от иона F^- к иону Kr^+ . Наиболее важные спектроскопические характеристики этого перехода приведены в табл. 10.2.

Оба основных механизма возбуждения, отвечающие за возникновение молекул KrF , связаны с возбуждением либо атома, либо иона криптона. Возбужденный разрядным электроном, атом Kr может реагировать с молекулой F_2 в соответствии со следующими реакциями:



а метод, связанный с возбуждением иона криптона, может быть описан следующими тремя реакциями:



где сначала образуются ионы Kr и F , а затем следует их рекомбинация в разрядном объеме, причем для выполнения законов сохранения энергии и импульса данный процесс происходит посредством третьего участника — буферного газа (обычно He). Отметим, что реакция (10.2.12b) является «особенной» из-за большого сродства атома фтора к электрону. Такая реакция называется реакцией присоединения электрона с диссоциацией. Отметим также и то, что из-за большого расстояния взаимодействия двух ионов (взаимодействие дальнего порядка) данная реакция также идет с очень большой скоростью, если давление буферного газа достаточно велико (газовая смесь обычно состоит из Kr при давлении около 120 мбар, F_2 при давлении 6 мбар и He при давлении 2400 мбар). В этом случае механизм (10.2.12) становится основным при образовании комплекса $(KrF)^*$.

Поскольку давление в газовой смеси выше атмосферного, эксимерные лазеры могут работать только в импульсном режиме. На рис. 10.17 показана общая схема ТЕА-конфигурации, которая используется и в таких лазерах. Тем не менее, компоненты лазерной трубки и системы прокачки должны соответствовать высокой реакционной способности фтора. Поскольку время жизни верхнего уровня сравнительно невелико, а также для того, чтобы избежать образования дуги, необходимо обеспечить быструю накачку (длительность импульса накачки 10–20 нс), как и в случае ТЕА- CO_2 лазеров. В случае, представленном на рис. 10.17, предыонизация достигается последовательностью коротких разрядов. Тем не менее, для очень больших лазерных систем применяются более сложные устройства предыонизации, использующие внешний электронный пучок или рентгеновский источник.

Серийно выпускаются эксимерные лазеры с частотой повторения примерно до 500 Гц и средней выходной мощностью вплоть до 100 Вт, в то время как в лабораториях существуют более крупные установки со средней мощностью более 1 кВт. Благодаря большому квантовому выходу (см. рис. 10.21) и высокой эффективности процессов накачки, КПД этих лазеров обычно довольно высокий (2–4%).

Эксимерные лазеры используются для абляции пластика, а также для выжигания тканей в биологии и медицине с высокой точностью, поскольку эти материалы обладают высоким поглощением в ультрафиолетовом диапазоне. Действительно, в некоторых материалах такого типа глубина проникновения для одного лазерного импульса может составлять всего лишь несколько микрометров. Благодаря сильному поглощению и короткой длительности импульса происходит очень интенсивная абляция, и материалы напрямую трансформируются в летучие компоненты. Это свойство используется для высокоточного сверления дырок в тонких пластиковых пленках (используемых, например, в головках струйных принтеров), а также в микрохирургии глаза (с помощью лазерной обработки роговицы изменяют оптическую силу глаза, и таким образом корректируют близорукость). В литографии ультрафиолетовый источник света с длиной волны 248 нм является хорошим средством для субмикронной обработки полупроводниковых микрочипов. Также эксимерный лазер может служить для накачки лазеров на красителях, поскольку большинство красителей значительно поглощают в УФ-области спектра.

10.3. ХИМИЧЕСКИЕ ЛАЗЕРЫ

Химическим лазером [18, 19] обычно называется лазер, в котором инверсия населенностей достигается непосредственно за счет химической реакции¹. В химических лазерах обычно используются реакции между газообразными веществами, и, как правило, эти реакции являются экзотермическими, ассоциативного или диссоциативного типа.

Реакция ассоциативного типа описывается уравнением вида $A + B \rightarrow AB$. В экзотермической реакции часть теплоты реакции переходит в энергию колебательно-вращательного или электронного возбуждения молекулы AB . Таким образом, если достичь инверсии населенностей, то на основе реакции ассоциативного типа можно, в принципе, создать лазеры на колебательно-вращательных или вибронных переходах. Однако несмотря на то, что в этой области были приложены большие усилия, до сих пор удалось создать лишь химические лазеры на колебательно-вращательных переходах. Генерация в этих лазерах была получена в диапазоне длин волн 3–10 мкм, причем наиболее интересными примерами являются HF и DF лазеры, которые будут рассмотрены в следующем разделе.

¹ Согласно этому определению газодинамический CO_2 лазер, кратко рассмотренный в разделе 6.1, не должен называться химическим, хотя населенность верхнего уровня возникает, в конечном счете, благодаря реакции горения.

Реакция диссоциативного типа в общем виде записывается следующим образом: $ABC \rightarrow A + BC$. Если это реакция экзотермическая, то часть теплоты реакции может выделяться в виде электронной энергии атомов A или в виде внутренней энергии молекул BC . Интересным примером данного типа лазеров считается лазер на атомарном йоде, в котором атомарный йод возбуждается до ${}^2P_{1/2}$ -состояния и генерация возникает между состоянием ${}^2P_{1/2}$ и основным состоянием ${}^2P_{3/2}$ ($\lambda = 1,315$ мкм). Атомарный йод в возбужденном состоянии образуется в результате диссоциации соединения CH_3I (или CF_3I , $\text{C}_3\text{F}_7\text{I}$), под воздействием УФ-излучения (~ 300 нм) мощной импульсной лампы. Недавно йод в возбужденном состоянии был получен следующим образом: в реакции молекулярного хлора с перекисью водорода образуется молекулярный кислород, возбужденный до долгоживущего синглетного состояния (в действительности основное состояние молекулы кислорода является триплетным), а он, в свою очередь, молекула за молекулой передает свою энергию атомарному йоду (химический лазер на кислород-йоде).

Химические лазеры представляют интерес по двум основным причинам:

- они являются интересным примером прямого преобразования химической энергии в электромагнитную;
- в принципе, от этих лазеров можно получать высокую выходную мощность (в непрерывном режиме) или высокую выходную энергию (в импульсном режиме), что обусловлено весьма большим выделением энергии в экзотермической реакции¹.

10.3.1. ЛАЗЕР НА HF

Источником атомарного фтора для химических лазеров на основе HF могут служить молекулы SF_6 или F_2 . С технической точки зрения, эти два лазера очень сильно отличаются. В серийно-выпускаемых устройствах в качестве донора используется инертная молекула SF_6 . Помимо этого, газовая смесь содержит H_2 и большое количество He. Для диссоциации молекулы SF_6 и возбуждения реакции используется электрический разряд. Полное давление в газовой смеси близко к атмосферному, лазер работает в импульсном режиме и имеет конфигурацию, очень близкую к конфигурации TEA- CO_2 лазера. Тем не менее, выходная оптическая энергия такого устройства значительно меньше входной электрической. Это связано с тем, что лазер получает лишь малую долю энергии химической реакции и поэтому может считаться химическим лазером лишь косвенно. С другой стороны, когда используется смесь F_2 и H_2 , лазер может работать в непрерывном режиме, и он получает наибольшую долю энергии от химической реакции. По этой причине, ниже будет рассмотрен только последний пример — HF лазер.

В химическом лазере на основе $\text{F}_2 + \text{H}_2$ большая часть атомарного фтора получается из молекул фтора. Атомарный фтор реагирует с молекулярным водородом согласно следующей реакции:

¹ Например, смесь H_2 , F_2 и других веществ (16% H_2 и F_2 в газовой смеси при атмосферном давлении) обладает тепловым эффектом реакции 2000 Дж/л, из которой 1000 Дж остается в виде колебательной энергии HF (достаточно большое значение в терминах лазерной энергии).



в результате которой образуется атомарный водород. Далее атомарный водород реагирует с молекулярным фтором, согласно второй реакции:



Тогда после второй реакции атомарный фтор может восстановиться, и далее этот атом фтора может вступить в такой же цикл реакций, и т. д. Таким образом, имеет место классическая цепная реакция, в результате которой может образоваться большое количество возбужденных молекул HF.

Следует отметить, что теплота реакций (10.3.1) и (10.3.2) составляет 31,6 и 98 ккал/моль соответственно, и поэтому эти реакции называются холодной и горячей. Также можно показать, что в случае холодной реакции выделяемая энергия $\Delta H = 31,6$ ккал/моль соответствует энергии $\Delta H \cong 1,372$ эВ, при которой образуется молекулярный HF. Поскольку разница энергий двух колебательных уровней молекулы HF соответствует длине волны перехода $\lambda \approx 3$ мкм (что составляет примерно $\Delta E \cong 0,414$ эВ), можно оценить, что если бы вся эта энергия выделилась в виде колебательного возбуждения, то молекулы HF могли бы оказаться в возбужденном состоянии вплоть до колебательного уровня с квантовым числом $\nu = \Delta H / \Delta E \cong 3$ (см. рис. 10.22a). Тем не менее, было обнаружено, что доля энергии реакции, которая переходит в колебательную энергию, зависит от относительной скорости соударяющихся частиц реакции и от ее направления относительно оси Н-Н. В случае газа, когда молекулы ориентированы хаотично, можно вычислить долю молекул, находящихся в колебательных состояниях $\nu = 0, 1, 2$ или 3 соответственно. На этом же рисунке изображено относительное число $N(\nu)$ возбужденных молекул HF. Например, можно видеть, что 5 из 18 молекул находятся в состоянии $\nu = 3$ и, таким образом, поглощают почти всю энергию в виде колебательной энергии. С другой стороны, 1 из 18 молекул находится в основном

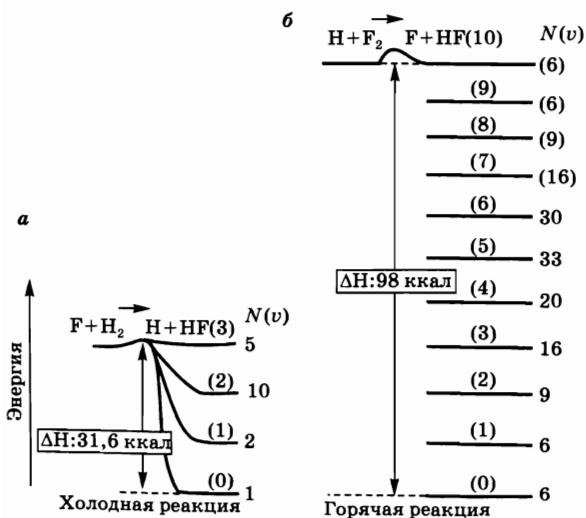


Рис. 10.22
Накачка колебательных уровней молекулы HF посредством двух реакций:
а) $\text{F} + \text{H}_2 \rightarrow \text{HF}^* + \text{H}$; б) $\text{H} + \text{F}_2 \rightarrow \text{HF}^* + \text{F}$. На обоих рисунках также показана относительная населенность $N(\nu)$ каждого колебательного состояния с квантовым числом ν .

состоянии ($v = 0$), и в этом случае вся энтальпия реакции переходит в кинетическую энергию продуктов реакции (большой частью это водород, поскольку основным продуктом является именно он). Из рисунка можно видеть, что если бы протекала только эта реакция, то возникла бы инверсия населенностей, особенно на переходе ($v = 2$) $\rightarrow$ ($v = 1$).

В случае горячей реакции (рис. 10.22б) может образоваться молекула HF, возбужденная вплоть до колебательного уровня с $v = 10$. Относительная населенность $N(v)$ этих колебательных уровней, которую можно вычислить, показана на том же рисунке. Теперь видно, что наибольшая инверсия населенностей возникает на переходе ($v = 5$) $\rightarrow$ ($v = 4$). Из приведенного объяснения можно легко подсчитать, что, например, в холодной реакции (10.3.1) в виде колебательной энергии в среднем выделяется более 60% энергии реакции. Теперь несложно понять причину, по которой молекула HF оказывается в возбужденном состоянии после химической реакции. Рассмотрим атом фтора, соударяющийся с молекулой водорода. В силу большого сродства атома фтора к электрону взаимодействие F-H₂ на больших расстояниях характеризуется сильным притяжением, что приводит к значительной поляризации распределения заряда в молекуле H₂. Из-за малой инерционности электрона связь HF может сформироваться до того, как протон участвующего в реакции атома водорода окажется на том межъядерном расстоянии, которое соответствует основному электронному состоянию молекулы HF. Таким образом, существует большая вероятность того, что после реакции протон будет находиться на большем расстоянии от атома F, чем равновесная длина связи HF. Это классическое представление показывает, что после того как реакция завершится, молекула HF останется в возбужденном колебательном состоянии.

Как видно из приведенного выше рассуждения, в HF лазере инверсия населенностей возникает между несколькими колебательными уровнями молекулы HF, что является следствием комбинированного эффекта и холодной, и горячей реакций. Поэтому при помещении активной среды в подходящий резонатор генерация будет идти сразу на нескольких уровнях возбужденных молекул HF. Действительно, генерация была получена на нескольких вращательных линиях, начиная с перехода ($v = 1$) $\rightarrow$ ($v = 0$) и вплоть до перехода ($v = 6$) $\rightarrow$ ($v = 5$). Благодаря ангармоничности потенциала взаимодействия, вращательные энергетические уровни расположены неэквидистантно (рис. 10.22), и спектр лазера состоит из множества вращательно-колебательных линий, заключенных в довольно широком спектральном диапазоне ($\lambda = 2,7\text{--}3,3$ мкм). Также следует отметить, что количество наблюдаемых лазерных переходов больше, чем следовало бы ожидать исходя из инверсии населенностей, распределение которой приведено на рис. 10.22. Так же, как и в случае CO лазера, генерация на столь большом количестве линий обусловлена двумя обстоятельствами: во-первых, это может быть связано с каскадной генерацией. Действительно, если генерирует переход ($v = 2$) $\rightarrow$ ($v = 1$) (обычно самый сильный), то населенность уровня 2 будет уменьшаться, а населенность уровня 1 будет увеличиваться, и, следовательно, может возникнуть генерация на переходах ($v = 3$) $\rightarrow$ ($v = 2$) и ($v = 1$) $\rightarrow$ ($v = 0$). Во-вторых,

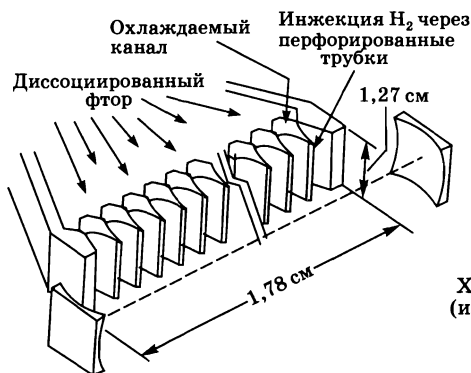


Рис. 10.23
Химический лазер на HF
(или DF) со сверхзвуковой
диффузией (согласно
работе [18])

может иметь место частичная инверсия, при которой инверсия населенностей между отдельными вращательными линиями может наблюдаться даже тогда, когда между полными населенностями соответствующих колебательных уровней инверсии нет. Кроме лазера на HF также следует упомянуть лазеры на DF, HCl и HBr, которые работают по схемам, аналогичным лазеру на HF, и генерируют в диапазоне 3,5–5 мкм.

На рис. 10.23 представлена одна из возможных конфигураций мощных непрерывных HF и DF лазеров. Здесь фтор подвергается тепловой диссоциации в плазмотронном нагревателе и затем истекает через сверхзвуковые сопла (до чисел Маха около 4). Затем в поток подмешивается молекулярный водород через перфорированные трубочки, помещенные в соплах, чтобы вступить в цепную реакцию, которая описывается уравнениями (10.3.1) и (10.3.2). Лазерный резонатор помещается ниже по течению в области расширения таким образом, что его ось перпендикулярна направлению потока. Чтобы управлять высокой мощностью, находящейся в расширяющемся пучке (обычно большого диаметра), часто используются неустойчивые резонаторы с водоохлаждаемыми металлическими зеркалами. Химические лазеры такого типа позволяют получать высокую выходную мощность (порядка мегаватт!) в непрерывном режиме с высоким химическим КПД.

Импульсный HF лазер ТЕА-типа выпускается серийно. Он нашел применение там, где требуется интенсивный источник когерентного излучения среднего ИК-диапазона (например, в спектроскопии). Химические лазеры на HF и DF в конфигурации, показанной на рис. 10.23, используются исключительно в военных целях. На самом деле, использование этих лазеров в промышленности сильно ограничено из соображений безопасности. Молекула F_2 — самая агрессивная и реакционноспособная из всех известных частиц. Продукты реакции с этим элементом очень сложно удалять, и, более того, при определенных условиях реакции (10.3.1) и (10.3.2) могут стать даже взрывоопасными. Благодаря большой выходной мощности, в военных целях эти лазеры могут применяться непосредственно как энергетическое оружие, например для уничтожения ракет противника. Непрерывный лазер для военных целей под названием *MIRACL* (аббревиатура англ. слов *mid-infrared advanced chemical laser*) представляет собой усовершенствованный химический лазер в среднем ИК-диапазоне, работающий на моле-

кулах DF. Он позволяет получить самую высокую непрерывную мощность среди всех лазеров (2,2 МВт). Применение молекулы DF вместо HF связано с тем, что длина волны излучения DF попадает в область прозрачности атмосферы, и эти устройства можно использовать в наземном исполнении. Совсем недавно был построен HF лазер с выходной мощностью порядка 5 МВт. Предполагается использовать этот лазер либо на самолетах, способных летать на большой высоте, для уничтожения ракет, находящихся на баллистической траектории, либо на космических станциях для поражения ракет во время их запуска (в момент, когда ракеты имеют более низкую скорость и поэтому являются наиболее уязвимыми).

10.4. ЛАЗЕРЫ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

В лазере на свободных электронах (ЛСЭ) [20] электронный пучок, движущийся со скоростью, близкой к скорости света, пропускается через магнитное поле, создаваемое периодической структурой (называемой вогглером или ондулятором) (см. рис. 10.24). Процесс вынужденного излучения происходит за счет взаимодействия электромагнитного поля лазерного пучка с релятивистскими электронами, движущимися в периодической магнитной структуре. Как и в любом другом лазере, для обеспечения обратной связи используются два концевых зеркала. Электронный пучок инжектируется в лазерный резонатор, а затем отклоняется соответствующим изогнутым магнитом.

Чтобы понять, как возникает данное взаимодействие, сначала рассмотрим случай спонтанного излучения, т. е. случай, когда зеркала отсутствуют. Будучи инжектированными вдоль периодической структуры, электроны движутся в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, по траекториям, имеющим волнистый вид с завитушками (виггли) (рис. 10.24). Возникающее при этом ускорение электронов приводит к излучению синхротронного типа в продольном направлении. Частоту излучения можно найти эвристически, заметив, что электрон колеблется в поперечном направлении с угловой

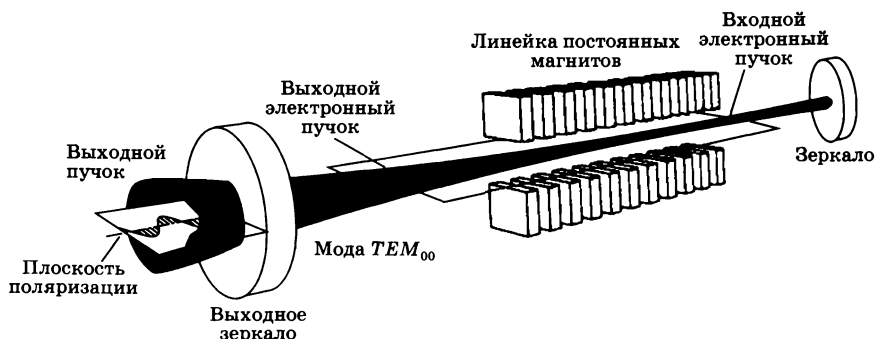


Рис. 10.24
Принципиальная конструкция лазера на свободных электронах (с любезного разрешения
Льюиса Элиаса, Калифорнийский университет, Квантовый институт в Санта-Барбаре)

частотой $\omega_q = (2\pi/\lambda_q)v_z \cong (2\pi/\lambda_q)c$, где λ_q — период магнитов и v_z — средняя продольная скорость электрона (которая практически равна скорости света в вакууме c). Рассмотрим теперь систему координат, которая движется в продольном направлении со скоростью v_z . В этой системе координат электрон совершает колебательное движение по существу в поперечном направлении и поэтому выглядит как колеблющийся электрический диполь. Вследствие лоренцева сокращения времени, частота колебания в рассматриваемой системе координат задается выражением

$$\omega' = \frac{\omega_q}{[1 - (v_z/c)^2]^{1/2}} \quad (10.4.1)$$

и таким образом определяет частоту излучения. Если теперь возвратиться в лабораторную систему отсчета, то пучок должен испытывать (релятивистский) доплеровский сдвиг, так что наблюдаемая частота ω_0 определяется как

$$\omega_0 = \left[\frac{1 + (v_z/c)}{1 - (v_z/c)} \right]^{1/2} \omega', \quad \omega' \cong \frac{2\omega_q}{1 - (v_z/c)^2}, \quad (10.4.2)$$

а соответствующая длина волны определяется выражением

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_q}{2} [1 - (v_z/c)^2]. \quad (10.4.3)$$

Заметим, что λ_0 может быть намного короче периода магнита, поскольку $v_z \cong c$. Чтобы вычислить возникающую в выражениях (10.4.2) и (10.4.3) величину $[1 - (v_z/c)^2]$, заметим вначале, что для абсолютно свободного электрона, движущегося со скоростью v_z вдоль оси z , имело бы место следующее равенство: $[1 - (v_z/c)^2] = (m_0 c^2/E)^2$, где m_0 — масса покоя электрона, а E — его энергия. Однако при данной энергии траектория в виде вигглей приводит к уменьшению значения v_z , т. е. множитель $[1 - (v_z/c)^2]$ увеличивается. Действительно, более подробное вычисление показывает, что эта величина задается выражением

$$1 - \left(\frac{v_z}{c} \right)^2 = (1 + K^2) \left(\frac{m_0 c^2}{E} \right)^2, \quad (10.4.4)$$

где числовая постоянная K обычно меньше 1 и называется параметром ондулятора. Она равна $K = e\langle B^2 \rangle^{1/2} \lambda_q / 2\pi m_0 c^2$ (здесь B — магнитное поле ондулятора, а усреднение производится по продольному направлению). Из формул (10.4.2) и (10.4.3) с помощью (10.4.4) получаем окончательный результат:

$$\omega_0 = \frac{4\pi c}{\lambda_q} \left(\frac{1}{1 + K^2} \right) \left(\frac{E}{m_0 c^2} \right)^2 \quad (10.4.5)$$

и

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_q}{2} \left(\frac{m_0 c^2}{E} \right)^2 (1 + K^2). \quad (10.4.6)$$

Отсюда следует, что длину волны излучения можно перестраивать, изменяя период магнита λ_q и/или энергию E электронного пучка. Выбирая, например, $\lambda_q = 10$ см и $K = 1$, находим, что при изменении энергии электронов

от 10^2 до 10^3 МэВ излучаемый свет попадает в диапазон от инфракрасного до ультрафиолетового. Заметим, что, согласно приведенному рассуждению, излучение должно быть поляризовано в плоскости, ортогональной направлению магнитного поля (см. также рис. 10.24). Чтобы найти форму и ширину спектра излучения, заметим, что в рассмотренной выше системе отсчета электрон излучает в течение времени $\Delta t' = (l/c)[1 - (v_z/c)^2]^{1/2}$, где l — полная длина магнита ондулятора. Из выражения (10.4.1) следует, что излучение, испускаемое каждым электроном, имеет вид прямоугольного импульса, содержащего число циклов $N_{\text{сис}} = \omega' \Delta t' / 2\pi = l/\lambda_q$, т. е. равное числу периодов $N_w = l/\lambda_q$ ондулятора. Тогда из теории преобразования Фурье следует, что спектр мощности такого импульса имеет вид $[\sin(x/2)/(x/2)]^2$, где $x = 2\pi N_w(\nu - \nu_0)/\nu_0$. При этом полная ширина $\Delta\nu_0$ (на половине максимального значения) приближенно описывается соотношением

$$\frac{\Delta\nu_0}{\nu_0} = \frac{1}{2N_w}. \quad (10.4.7)$$

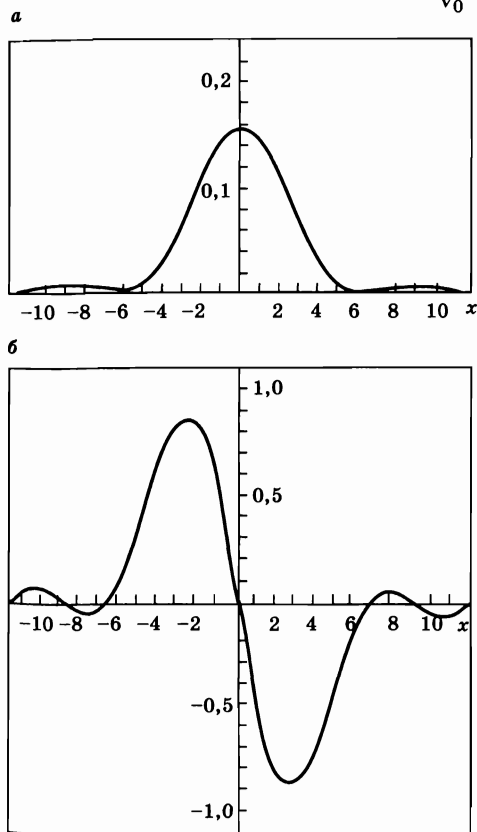


Рис. 10.25

а) Спектр спонтанного излучения и б) сечение вынужденного излучения в лазере на свободных электронах как функция нормированной величины $x = 2\pi N_w(\nu - \nu_0)/\nu_0$

На рис. 10.25а приведен указанный спектр как функция безразмерной величины x . Поскольку для всех электронов, если их инжектировать с одинаковой скоростью и в одном и том же направлении, будет наблюдаться одна и та же форма линии, то полученная функция соответствует однородному контуру лазера на свободных электронах. Неоднородные эффекты связаны с такими факторами, как разброс энергии электронов, угловая расходимость электронного пучка и неоднородное распределение магнитного поля по сечению пучка. Заметим, что поскольку число периодов ондулятора составляет величину порядка $N_w \sim 10^2$, из выражения (10.4.7) получаем $\Delta\nu_0/\nu_0 \cong 5 \cdot 10^{-3}$. Заметим также, что существует и альтернативный способ описания свойств испускаемого излучения. В движущейся вместе с электроном системе отсчета, которая была рассмотрена выше, магнитное поле ондулятора будет двигаться со скоростью, близкой к скорости света. Можно показать, что в этом случае статическое магнитное поле будет выглядеть для

электрона как набегающая электромагнитная волна. Поэтому можно считать, что синхротронное излучение обусловлено комптоновским рассеянием назад этой «виртуальной» электромагнитной волны на электронном пучке. По этой причине соответствующий тип ЛСЭ иногда называют работающим в комптоновском режиме (комптоновский ЛСЭ).

Чтобы вычислить сечение вынужденного излучения, необходимо провести подробный анализ взаимодействия распространяющейся в продольном направлении электромагнитной волны с электроном в знакопеременном магнитном поле. Мы не будем рассматривать здесь этот анализ, но укажем лишь на то, что в отличие от всех рассмотренных до сих пор лазеров спектральное распределение этого сечения не совпадает со спектром спонтанного излучения, а пропорционально его производной по частоте. Форма спектра сечения вынужденного излучения приведена на рис. 10.25б. Таким образом, видно, что со стороны низких частот перехода имеет место усиление, а со стороны высоких — ослабление. Такое необычное поведение является результатом того, что взаимодействие основано на процессе рассеяния света, а не поглощения или излучения из связанных состояний.

К настоящему времени во многих лабораториях мира продемонстрирована работа ЛСЭ на нескольких установках (более 10), причем длины волн генерации лежат в диапазоне от миллиметровых волн вплоть до ультрафиолетовой области спектра. На различных этапах разработки сейчас находится значительно большее число таких лазеров. Все они требуют установок весьма больших размеров, поскольку для их работы необходимо использовать довольно большие ускорители электронных пучков. Исторически самый первый ЛСЭ был запущен на длине волны $\lambda = 3,4$ мкм с помощью линейного сверхпроводящего ускорителя в Станфордском университете в США [21]. Поскольку входной электронный пучок имел вид импульсов длительностью 3,2 пс, разделенных промежутками $\tau = 84,7$ нс, длина резонатора L выбиралась так, чтобы величина фбыла равна времени полного прохода резонатора (т. е. $L = c\tau/2 = 12,7$ м). Таким образом, лазер работал в режиме синхронизации мод с синхронной накачкой. Один из наиболее важных моментов для ЛСЭ связан с эффективностью этих лазеров. Поскольку частота генерируемого ими излучения зависит от энергии электронов (см. выражение (10.4.5)), максимальная энергия, которую можно отвести от электрона, равна такому изменению энергии электрона, при котором соответствующая рабочая частота смещается за пределы контура усиления. Следовательно, максимальный КПД η_{max} , определяемый как отношение максимальной энергии, отдаваемой лазерному пучку, к начальной энергии электронов, примерно равен именно отношению $\Delta v_0/v_0$, т. е. $\eta_{max} = (1/2N_w)$. Отсюда следует, что КПД такого устройства весьма мал ($10^{-2} - 10^{-3}$). В настоящее время активно ведутся работы с целью повышения КПД по двум направлениям:

- с целью сохранения постоянным отношения λ_q/E^2 постепенно уменьшают период магнита вдоль электронного пучка (спадающий вигглер);
- энергия, оставшаяся в электронном пучке после того, как он вышел из ондулятора, возвращается обратно за счет замедления электронов.

Предполагается, что, используя эти методы, можно добиться значительно более высоких КПД, что и было в некоторой степени достигнуто.

В качестве заключительного комментария следует указать на то, что рассмотренные до сих пор ЛСЭ используют ускорители электронных пучков высокой энергии ($E > 10$ МэВ), но небольших токов ($I \sim 1\text{--}100$ А). При этих условиях, как уже упоминалось выше, излучение света можно рассматривать как комптоновское рассеяние виртуальных квантов магнитного поля на отдельных электронах (*комптоновский режим ЛСЭ*). Были запущены также ЛСЭ, использующие электронные пучки низкой энергии ($E = 1\text{--}2$ МэВ) со значительно большими токами ($I \sim 10\text{--}20$ кА). В этом случае электрон-электронное взаимодействие становится столь сильным, что в электронном пучке во время взаимодействия с электромагнитной волной в ондуляторе возбуждаются коллективные колебательные движения (плазменные волны), и излучение теперь возникает вследствие рассеяния виртуальных квантов магнитного поля на этих коллективных движениях, а не на отдельных электронах. При этом частота излучения $\nu_0 = 2\pi/\omega_0$ уже не задается выражением (10.4.5), а фактически сдвигается в низкочастотную область на величину, определяемую этим коллективным движением. Это явление аналогично комбинационному (рамановскому) рассеянию света на молекулярных колебаниях, поэтому соответствующий лазер называется *ЛСЭ в рамановском режиме*. Вследствие более низкой энергии электронов, участвующих в работе лазера, все эти лазеры генерируют в миллиметровом диапазоне.

В заключение данного раздела укажем наиболее привлекательные свойства ЛСЭ: (1) возможность широкой перестройки частот излучения; (2) прекрасное качество пучка, близкое к дифракционному пределу, а в перспективе и (3) очень высокий КПД, следовательно, и очень высокая мощность лазерной генерации (средняя мощность электронного пучка Станфордского линейного ускорителя составляет примерно 200 кВт). Однако ЛСЭ являются принципиально громоздкими и дорогими установками, и, по-видимому, наибольший интерес, с точки зрения применимости, они могут представлять только в той области частот, для которой не имеется традиционных лазеров, например в дальней ИК-области (100–400 мкм) или в области вакуумного ультрафиолета ($\lambda < 100$ нм).

10.5. РЕНТГЕНОВСКИЕ ЛАЗЕРЫ

Достижение когерентной генерации в рентгеновском диапазоне долгое время было желанной мечтой, которая медленно, но верно воплощается в жизнь. Действительно, потенциальные приложения рентгеновских лазеров [22] крайне важны — они включают такие возможности, как:

- рентгеновская голография биологических клеток или их составляющих, с помощью которой можно получать трехмерные изображения с разрешением в несколько ангстрем;
- рентгеновская литография полупроводниковых приборов, которая позволила бы получать изображения с предельно высоким разрешением.

Прежде чем обсуждать то, что было достигнуто в этом диапазоне длин волн, следует указать на те трудности, которые необходимо преодолеть для получения генерации в рентгеновском лазере. Обращаясь к фундаментальным принципам, заметим, что в соответствии с выражением (7.3.12) пороговая мощность накачки четырехуровневого лазера дается выражением

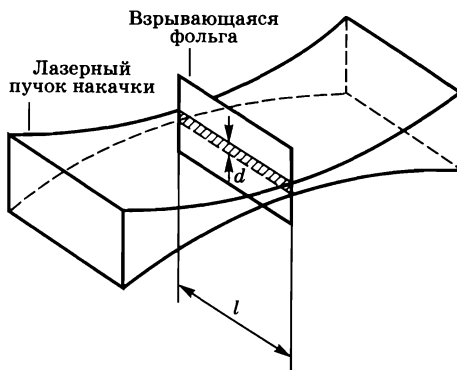
$$P_{th} = \frac{h\nu_{mp}}{\eta_p} \cdot \frac{\gamma A}{\sigma t}. \quad (10.5.1)$$

Минимальная пороговая мощность P_{mth} достигается при $\sigma = \sigma(v = \nu_0) = \sigma_p$, где σ_p — максимальное сечение перехода. Кроме того, необходимо принимать во внимание тот факт, что в рентгеновском диапазоне длин волн время жизни верхнего уровня τ определяется временем релаксации τ_{sp} . Из выражений (2.4.29) и (2.3.15) получаем соотношение $1/\sigma_p \tau_{sp} \propto \nu_0^2/g_t(0)$, независимо от матричного элемента перехода $|\mu|$. Можно найти, что и для однородной линии (2.4.9a), и для неоднородной линии (2.4.28) имеем $g_t(0) \propto 1/\Delta\nu_0$, где $\Delta\nu_0$ — ширина линии перехода (для однородной или неоднородной линии). Поэтому в любом случае, из выражения (10.5.1), учитывая $h\nu_{mp} \approx h\nu_0$, получаем $P_{mth} \propto \nu_0^3 \Delta\nu_0$. На частотах, лежащих в УФ- и ВУФ-диапазонах, при умеренных давлениях можно считать, что ширина линии определяется доплеровским уширением. Следовательно (см. (2.5.18)), имея $\Delta\nu_0 \propto \nu_0$, можно предполагать, что величина P_{mth} увеличивается как ν_0^4 . При более высоких частотах, соответствующих рентгеновскому диапазону, ширина линии определяется естественным уширением, поскольку излучательное время жизни становится очень коротким (порядка фемтосекунд). В этом случае $\Delta\nu_0 \propto 1/\tau_{sp} \propto \nu_0^3$ и P_{mth} увеличивается как ν_0^6 . Таким образом, если, к примеру, перейти из зеленой области ($\lambda = 500$ нм) всего лишь в мягкий рентген ($\lambda \approx 10$ нм), то длина волны уменьшится в 50 раз, а P_{mth} увеличится на несколько порядков!

С практической точки зрения следует заметить, что многослойные диэлектрические зеркала в рентгеновской области обладают большими потерями и трудны в изготовлении. Основная проблема здесь состоит в том, что в этом спектральном диапазоне разница в показателях преломления различных материалов оказывается очень малой. Поэтому для получения приемлемых коэффициентов отражения необходимо использовать большое число (сотни) диэлектрических слоев, а рассеяние света на столь большом числе поверхностей раздела приводит к очень большим потерям, и зеркала могут не выдержать высокую интенсивность рентгеновского лазерного излучения. Поэтому до сих пор рентгеновские лазеры работают без зеркал в режиме УСИ (усиленного спонтанного излучения).

В качестве примера рассмотрим лазер, генерирующий в мягком рентгене, активной средой которого является 24-кратно ионизированный селен (Se^{24+}) [23]. Этот лазер является первым представителем класса так называемых *рекомбинационных рентгеновских лазеров*, и к этому классу сейчас относятся устройства на самых разнообразных многократно ионизированных активных средах. Накачка в упомянутом лазере на селене осуществляется мощным пучком второй гармоники от лазера Novette ($\lambda = 532$ нм, энергия в импульсе ~ 1 кДж, длительность импульса ~ 1 нс), одной из составляю-

Рис. 10.26
Геометрия мягкого
рентгеновского лазера
с поперечным освещением
с использованием метода
взрывающейся фольги



щих лазерной установки *Nova*-лазер в Ливерморской лаборатории им. Лоуренса в США. Пучок фокусируется в узкую линию ($d \cong 200$ мкм, $l = 1,2$ см) на тонкую (75 нм) полоску селена, нанесенную путем напыления на фольгу из формвара толщиной 150 нм (рис. 10.26). Фольгу можно облучать с одной или с обеих сторон. Благодаря высокой интенсивности пучка накачки ($\sim 5 \cdot 10^{13}$ Вт/см²) фольга взрывается и возникает плазма высокоионизованного селена (Se), имеющая форму почти цилиндра диаметром $d \cong 200$ мкм. Во время процесса электрон-ионной рекомбинации образуется плазма, в которой содержится особенно долгоживущая составляющая Se^{24+} . Этот ион обладает, как и нейтральный атом Ne (см. рис. 10.1), основной электронной конфигурацией $1s^2 2s^2 2p^6$ (неоноподобный селен). Неупругие столкновения с электронами горячей плазмы ($T_e \cong 1$ кэВ) приводят к возбуждению иона Se^{24+} из основного состояния в возбужденные, и между переходами $2p^5 3p$ и $2p^5 3s$ возникает инверсия населенностей, поскольку время жизни перехода « $3s \rightarrow$ основное состояние» намного меньше, чем время жизни перехода $3p \rightarrow 3s$ (оба перехода разрешены). При конфигурации накачки, показанной на рис. 10.26, вследствие УСИ наблюдалось сильное продольное излучение на двух линиях ($\lambda_1 = 20,63$ нм и $\lambda_2 = 20,96$ нм) перехода $2p^5 3p \rightarrow 2p^5 3s$ (см. рис. 10.1). Благодаря значительно большему заряду ядра Se по сравнению с Ne эти линии попадают в область мягкого рентгена. Из анализа зависимости излучаемой энергии от длины активной среды было определено усиление за проход $G = \exp(\sigma_p N l)$, которое оказалось равным приблизительно 700. Заметим, что это усиление еще далеко от «порога» УСИ, определенного в разделе 2.9.2. Действительно, в описанном экспериментальном случае имеем $\Omega \cong 10^{-4}$ ср, и ширина линии по-прежнему определяется доплеровским уширением. Из выражения (2.9.4б) получаем $G_{th} \cong 4,5 \cdot 10^5$. Отсюда следует, что излучаемая благодаря УСИ интенсивность все еще много меньше интенсивности насыщения усиливающей среды. Действительно, выходная энергия рентгеновского излучения в этом случае составляет крайне незначительную долю ($\sim 10^{-10}$) энергии накачки.

С тех пор как был представлен первый рентгеновский лазер, активность научных исследований в этой области сильно возросла [24]. Генерация была получена на многих активных средах, а именно на неоноподобных ионах (от Ag^{37+} до Ar^{8+}), а также на многих водородоподобных (от Al^{12+} до C^{5+}),

литиеподобных (от Si^{11+} до Al^{10+}) и на никельподобных ионах (от Au^{51} до Eu^{35+}). Получена генерация в диапазоне длин волн от $\sim 3,6$ до 47 нм, при усилении за проход G от 10 до 10^3 . Для достижения требуемых высоких пиковых мощностей и уменьшения энергии накачки используются пикосекундные и даже фемтосекундные импульсы накачки. Также было реализовано усиленное спонтанное излучение (длина волны $\lambda = 46,9$ нм) на неоноподобном ионе Ar^{8+} , полученном с помощью токового импульса, проходящего через трубку длиной $1 \div 10$ см, наполненную аргоном.

10.6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной главе были рассмотрены наиболее интересные примеры лазеров на активных средах с низкой плотностью. В основном эти лазеры более массивны в конструктивном плане и зачастую менее эффективны, чем лазеры, описанные в предыдущей главе (в особенности полупроводниковые лазеры и твердотельные лазеры с диодной накачкой). По этим причинам (и по возможности), эти лазеры заменяются их твердотельными аналогами. Например, зеленый неодимовый лазер с диодной накачкой (скажем, Nd:YVO_4 лазер) с внутрирезонаторным удвоением частоты конкурирует с аргоновым лазером. Аналогичным образом красный He-Ne лазер, по крайней мере в некоторых случаях, может быть заменен полупроводниковым InGaAlP лазером. Тем не менее, лазеры на активных средах с низкой плотностью останутся востребованными в тех приложениях, где требуется частотный диапазон, который не покрывается с достаточной эффективностью твердотельными и полупроводниковыми лазерами. Это, например, средний ИК-диапазон, где успешно работают CO_2 лазеры, а также диапазон от УФ (эксимерные лазеры) до рентгеновской области спектра. Есть и другие области применения, где неизменно востребованы лазеры на активных средах с низкой плотностью. Это приложения, требующие высокой мощности, где наиболее важными источниками когерентного излучения являются CO_2 , эксимерные и химические лазеры. Таким образом, лазеры на активных средах с низкой плотностью, вероятнее всего, сохраняют свои позиции в этих областях.

ЗАДАЧИ

- 10.1. Назовите хотя бы четыре лазера с активной средой низкой плотности, длины волн которых попадают в ИК-область спектра.
- 10.2. Назовите хотя бы четыре лазера с активной средой низкой плотности, длины волн которых попадают в область спектра между ультрафиолетовым и мягким рентгеновским излучением. Какие проблемы нужно решить, чтобы осуществить лазерную генерацию в УФ- и рентгеновской областях спектра?
- 10.3. Для обработки металлов требуется непрерывный лазер с выходной мощностью > 1 кВт. Какой лазер удовлетворяет этому требованию?

- 10.4. Для Ar^+ лазера доплеровское уширение перехода на длине волны 514,5 нм составляет $\sim 3,5$ ГГц. Длина резонатора в лазере равна 100 см. Выходная мощность лазера при трехкратном превышении накачки над порогом составляет 4 Вт для моды TEM_{00} . Предполагая, что частота одной из генерируемых мод TEM_{00} совпадает с центром линии усиления, подсчитайте число мод TEM_{00} , на которых будет происходить генерация.
- 10.5. Пусть в Ar^+ лазере, рассмотренном в предыдущей задаче, с помощью акустооптического модулятора осуществлена синхронизация мод. Вычислите: 1) длительность лазерных импульсов и их максимальную мощность; 2) задающую частоту ВЧ-генератора.
- 10.6. Предположим, что связь между двумя атомами азота молекулы N_2 можно представить как пружину с соответствующей постоянной упругости. Рассчитайте эту константу, если известны частота колебаний (рис. 10.9) и атомная масса. Сравните значение этой постоянной со значением, получаемым из приведенной на рис. 10.19 кривой для потенциальной энергии основного состояния.
- 10.7. Покажите, что если постоянные упругости связей $\text{N} - \text{N}$ и изоэлектронной молекулы CO считать одинаковыми, то длина волны перехода ($v' = 1$) $\rightarrow$ ($v = 0$) молекулы N_2 окажется примерно равной длине волны соответствующего перехода молекулы CO .
- 10.8. Предположим, что в молекуле CO_2 каждую из двух связей кислород–углерод можно заменить пружиной с постоянной упругости k . Вычислите значение k при условии, что известна частота ν_1 (пусть $\nu_1 = 1337 \text{ см}^{-1}$), и предполагая, что взаимодействие между атомами кислорода отсутствует.
- 10.9. Используя значение постоянной упругости k , полученное в предыдущей задаче, найдите частоту ν_3 асимметричной валентной моды и сравните полученную величину с величиной, представленной на рис. 10.9.
- 10.10. Покажите, что в молекуле CO_2 при расчетах гармонического колебания, соответствующего деформационной моде на частоте ν_2 , связи $\text{C}-\text{O}$ нельзя моделировать упругими пружинами.
- 10.11. Вычислите вращательную постоянную B , если известно, что для распределения Больцмана максимальная населенность верхнего лазерного уровня молекулы CO_2 соответствует состоянию с вращательным квантовым числом $J' = 21$ (см. рис. 10.11). Считайте температуру равной $T = 400 \text{ К}$, что соответствует частоте $(kT/h) \approx 280 \text{ см}^{-1}$. Используя полученный результат, вычислите равновесное расстояние между атомами углерода и кислорода.
- 10.12. Используя результаты предыдущей задачи, вычислите частотное расстояние (в см^{-1}) между вращательными линиями лазерного перехода молекулы CO_2 (считайте, что вращательная постоянная нижнего

лазерного уровня равна вращательной постоянной верхнего лазерного уровня, и не забывайте, что в молекуле CO_2 заселяются только уровни с нечетными J).

- 10.13. Вследствие столкновений уширение лазерного перехода в CO_2 лазере равно $\Delta\nu_c = 7,58 (\psi_{\text{CO}_2} + 0,73\psi_{\text{N}_2} + 0,6\psi_{\text{He}}) p(300/T)^{1/2}$ МГц, где ψ — парциальные давления компонент газовой смеси, T — температура газа, а p — полное давление (торр.). Найдите, при каком полном давлении все вращательные линии сольются в одну, если расстояние между вращательными линиями CO_2 лазера равно $\Delta\nu_r \approx 2 \text{ см}^{-1}$, а отношение парциальных давлений молекул CO_2 , N_2 и He равно 1:1:8. Какой при этом будет ширина контура усиления?
- 10.14. Если в CO_2 лазере при достаточно высоком давлении, таком, что все его вращательные линии сливаются в одну, можно было бы осуществить синхронизацию мод, то какого порядка величины была бы длительность импульса такого лазера?
- 10.15. Покажите, что энергия, равная 31,6 ккал/моль, которая выделяется в холодной реакции с образованием HF (см. 10.3.1), эквивалентна энергии 1,372 эВ, выделяемой в каждой молекулярной реакции.
- 10.16. Рассмотрим холодную реакцию, проиллюстрированную на рис. 10.22а. Пусть относительные населенности молекул HF , переведенные в результате реакции на первые три колебательные уровня, соответствуют значениям, указанным на рисунке. Рассчитайте, какая часть тепла η , выделившегося в реакции, перешла в колебательную энергию.
- 10.17. Повторите вычисления, проведенные в предыдущей задаче, для горячей реакции (рис. 10.22б).
- 10.18. Для получения конечных продуктов холодной реакции (10.3.1) можно выбрать путь протекания реакции, при котором сначала диссоциирует молекула H_2 и образуются свободные атомы фтора и водорода, а затем рекомбинируют атом фтора и один атом водорода. Аналогично в горячей реакции (10.3.2) сначала может диссоциировать молекулярный фтор, а затем рекомбинировать атом фтора с атомом водорода. Рассмотрев две эти возможности, найдите отношение разности энергий этих двух реакций к разности энергий диссоциации молекул фтора и водорода.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Arrathoon, Helium-Neon Lasers and the Positive Column, in *Lasers*, ed. by A. K. Levine and A. J. De Maria (Marcel Dekker, New York, 1976), Vol. 4, Chap. 3.
2. W. B. Bridges, Atomic and Ionic Gas Lasers, in *Methods of Experimental Physics*, ed. by C. L. Tang (Academic, New York, 1979), Vol. 15, pp. 33–151.
3. A. Javan, W. R. Bennett, and D. H. Herriott, Population Inversion and Continuous Optical Maser Oscillation in a Gas Discharge Containing a He-Ne Mixture, *Phys. Rev. Lett.*, **6**, 106 (1961).

4. C. E. Webb, Metal Vapor Lasers: Recent Advances and Applications, in *Gas Flow and Chemical Lasers*, Springer Proceedings in Physics N. 15, ed. by S. Rosenwork (Springer-Verlag, Berlin, 1987), pp. 481–494.
5. C. C. Davis and T. A. King, Gaseous Ion Lasers, in *Advances in Quantum Electronics*, ed. by D. W. Goodwin (Academic, New York, 1975), Vol. 3, pp. 170–437.
6. D. H. Dunn and J. N. Ross, The Argon Ion Laser, in *Progress in Quantum Electronics*, ed. by J. H. Sanders and S. Stenholm (Pergamon, London, 1977), Vol. 4, pp. 233–270.
7. W. B. Bridges, Laser Oscillation in Singly Ionized Argon in the Visible Spectrum, *Appl. Phys. Letters* 4, 128 (1964).
8. P. K. Cheo, CO₂ Lasers, in *Lasers*, ed. by A. K. Levine and A. J. De Maria (Marcel Dekker, New York, 1971), Vol. 3, Chap. 2.
9. A. J. De Maria, Review of High-Power CO₂ Lasers, in *Principles of Laser Plasmas*, ed. by G. Bekefi (Wiley-Interscience, New York, 1976), Chap. 8.
10. C. K. N. Patel, W. L. Faust and R. A. Mc Farlane, CW Laser Action on Rotational Transitions of the $\Sigma_u^+ \rightarrow \Sigma_g^+$ Vibrational Band of CO₂, *Bull. Am. Phys. Soc.* 9, 500 (1964).
11. D. R. Hall and C. A. Hill, Radiofrequency-Discharge-Excited CO₂ Lasers, in *Handbook of Molecular Lasers* ed. by P. Cheo (Marcel Dekker, N. Y., 1987) Chapt. 3.
12. K. M. Abramski, A. D. Colley, H. J. Baker and D. R. Hall, Power Scaling of Large-Area Transverse Radiofrequency Discharge CO₂ Lasers, *Appl. Phys. Letters*, 54, 1833–1835 (1989).
13. P. E. Jackson, H. J. Baker and D. R. Hall, CO₂ Large-Area Discharge Laser Using an Unstable-Waveguide Hybrid Resonator, *Appl. Phys. Letters*, 54, 1950–1952 (1989).
14. R. E. Center, High-Power, Efficient Electrically-Excited CO Laser, in *Laser Handbook*, ed. by M. L. Stitch (North-Holland, Amsterdam, 1979), Vol. 3, pp. 89–133.
15. C. S. Willet, *An Introduction to Gas Lasers: Population Inversion Mechanisms* (Pergamon-Press, Oxford, 1974), Secs. 6.2.1 and 6.2.3.
16. N. G. Basov, V. A. Danilychev and Yu. M. Popov, Stimulated Emission in the Vacuum Ultraviolet Region, *Soviet J. Quantum Electron.*, 1, 18 (1971). Басов Н. Г., Данилычев В. А., Попов Ю. М. Вынужденное излучение в ВУФ-диапазоне, *Квантовая электроника*, 1, 18 (1971).
17. J. J. Ewing, Excimer Lasers, in *Laser Handbook*, ed. by M. L. Stitch (North-Holland, Amsterdam, 1979), Vol. 3, pp. 135–197.
18. A. N. Chester, Chemical Lasers, in *High-Power Gas Lasers*, ed. by E.R. Pike (The Institute of Physics, Bristol and London, 1975), pp. 162–221.
19. C. J. Ultee, Chemical and Gas-Dynamic Lasers, in *Laser Handbook*, ed. by M. L. Stitch and M. Bass (North-Holland, Amsterdam, 1985), Vol. 3, pp. 199–287.
20. G. Dattoli and R. Renieri, Experimental and Theoretical Aspects of the Free-Electron Lasers, in *Laser Handbook*, ed. by M. L. Stitch (North-Holland, Amsterdam, 1979), Vol. 4, pp. 1–142.
21. D. A. G. Deacon, L. R. Elias, J. M. J. Madey, G. J. Ramian, H. A. Schwettman and T. I. Smith, First Operation of a Free-Electron Laser, *Phys. Rev. Lett.* 38, 892 (1977).
22. R. C. Elton, *X-Ray Lasers* (Academic, Boston, 1990). Элтон Р. Рентгеновские лазеры. М.: Мир, 1994.
23. D. L. Matthews *et al.*, Demonstration of a Soft X-ray Amplifier, *Phys. Rev Lett.* 54, 110 (1985).
24. *X-Ray Lasers 1996*, ed. by S. Svanberg and C. G. Wahlstrom, Institute of Physics Conference Series N. 151 (Institute of Physics, Bristol, 1996).

11.1. ВВЕДЕНИЕ

В главе 1 было установлено, что основными свойствами лазерных пучков являются: 1) монохроматичность; 2) когерентность (пространственная и временная); 3) направленность и 4) яркость. Материал, изложенный в предыдущих главах, позволит изучить эти свойства более подробно и сравнить их со свойствами обычных источников света (тепловых источников).

В большинстве интересующих нас случаев спектральная полоса $\Delta\omega$ источников света очень мала по сравнению со средней частотой спектра $\langle\omega\rangle$ (*квазимонохроматическая волна*). В этом случае амплитуду электрического поля волны в функции координаты $\mathbf{r}$ и времени t можно записать в виде:

$$E(\mathbf{r}, t) = A(\mathbf{r}, t) \exp \{j[\langle\omega\rangle t - \phi(\mathbf{r}, t)], \quad (11.1.1)$$

где $A(\mathbf{r}, t)$ и $\phi(\mathbf{r}, t)$ — медленно меняющиеся функции, т. е.:

$$\left[\left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|, \left| \frac{\partial \phi}{\partial t} \right| \right] \ll \langle\omega\rangle. \quad (11.1.2)$$

Интенсивность пучка можно определить с помощью выражения:

$$I(\mathbf{r}, t) = E(\mathbf{r}, t)E^*(\mathbf{r}, t) = |A(\mathbf{r}, t)|^2. \quad (11.1.3)$$

11.2. МОНОХРОМАТИЧНОСТЬ

В разделах 7.9 и 7.11 было показано, что частотные флуктуации непрерывного одномодового лазера в основном обусловлены флуктуациями фазы, нежели случайными изменениями амплитуды. Флуктуации амплитуды, в свою очередь, обусловлены случайными изменениями мощности накачки

или флуктуациями потерь в резонаторе. Как правило, эти флуктуации очень малы ($\sim 1\%$) и могут быть существенно уменьшены при использовании корректирующих электронных схем с обратной связью. Таким образом, в первом порядке приближения величину $A(t)$ для одномодового лазера можно принять постоянной и рассматривать степень монохроматичности исходя из частотных флуктуаций. Теоретический предел монохроматичности определяется нулевыми флуктуациями поля и записывается в виде выражения (7.9.2). Однако этот предел подразумевает очень узкую ширину линии генерации $\Delta\nu_L$, что встречается на практике крайне редко. Как было видно из примера 7.9, рассчитанное значение $\Delta\nu_L$ составило $\sim 0,4$ МГц для He-Ne лазера с выходной мощностью излучения 1 мВт. Как уже говорилось ранее, исключением являются полупроводниковые лазеры, в которых благодаря короткой длине резонатора и высоким внутрирезонаторным потерям указанный предел оказывается значительно больше ($\Delta\nu_L \cong 1$ МГц) и реальная ширина линии зачастую определяется этими квантовыми флуктуациями. Для большинства других случаев на ширину лазерной линии оказывают влияние технические факторы, такие как механические вибрации и температурные изменения длины резонатора. При использовании в лазерных резонаторах монолитных устройств (как, например, в неплоских однонаправленных кольцевых резонаторах, см. рис. 7.26) значение $\Delta\nu_L$ может быть уменьшено до 10–50 кГц. Более узкие линии (вплоть до $\sim 0,1$ Гц) могут быть получены при использовании различных схем стабилизации частоты генерации лазера, см. раздел 7.10. В импульсном режиме работы лазера минимальная ширина линии, очевидно, ограничивается величиной, обратно пропорциональной длительности импульса τ_p . Например, для одномодового лазера с модуляцией добротности при $\tau_p \cong 10$ нс имеем $\Delta\nu_L \cong 100$ МГц.

В случае, когда лазер работает в многомодовом режиме, степень монохроматичности связана, очевидно, с числом генерируемых мод. Например, можно вспомнить, что в режиме синхронизации мод можно получить импульсы, длительность которых составляет несколько фемтосекунд, при этом соответствующая ширина лазерной линии составляет порядка нескольких терагерц (ТГц), и условия квази-монохроматичности в этом случае теряют всякий смысл.

Степень требуемой монохроматичности зависит от той или иной области применения лазера. Действительно, крайне узкая ширина линии лазера необходима только в точных и сложных научных приложениях, имеющих дело с метрологическими измерениями или с исследованиями в области фундаментальной физики (например, регистрация гравитационных волн). Для других, более общих применений, таких как интерференционные методы дальнометрии, лазерные радары и когерентная оптическая связь, необходимая степень монохроматичности составляет 10–100 кГц, тогда как для спектроскопии высокого разрешения или для устройств оптической связи, использующих спектральное разделение, достаточно иметь ширину линии порядка 1 МГц. В некоторых приложениях требования к монохроматичности вообще не предъявляются. Сюда можно отнести лазерную обработку материалов, а также большинство применений в биологии и медицине.

11.3. КОГЕРЕНТНОСТЬ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

В главе 1 понятие когерентности электромагнитной волны было введено, исходя из интуитивных соображений, причем были выделены два типа когерентности — пространственная и временная. В данном разделе будут более подробно рассмотрены эти типы когерентности. В действительности, как будет видно в конце этой главы, пространственная и временная когерентности описывают когерентные свойства электромагнитной волны лишь в первом порядке [1].

11.3.1. СТЕПЕНЬ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ И ВРЕМЕННОЙ КОГЕРЕНТНОСТИ

Для того чтобы описать свойства пучка, определим для соответствующего поля полный класс корреляционных функций. Однако пока ограничимся рассмотрением только функций первого порядка.

Предположим, что измерения амплитуды поля проводятся в некоторой точке $\mathbf{r}_1$ на временном интервале от 0 до T . При этом можно определить произведение $E(\mathbf{r}_1, t_1) E^*(\mathbf{r}_1, t_2)$, где t_1 и t_2 — заданные моменты времени в пределах временного интервала 0– T . Если теперь эти измерения повторить большое число раз, то можно рассчитать среднее значение упомянутого произведения по всем измерениям. Это среднее значение называется *средним по ансамблю* и записывается в виде:

$$\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, t_1, t_2) = \langle E(\mathbf{r}_1, t_1) E^*(\mathbf{r}_1, t_2) \rangle. \quad (11.3.1)$$

В этом, а также в следующих двух разделах будут рассмотрены случаи с использованием стационарного пучка¹, которые, например, имеют место либо в непрерывном лазере, генерирующем одномодовое или многомодовое излучение, не синхронизированное по фазе, либо в тепловом источнике света, работающем в непрерывном режиме. В этих ситуациях, по определению, среднее по ансамблю будет зависеть только от разницы $\tau = t_1 - t_2$, а не от конкретных моментов времени t_1 и t_2 . При этом можно записать следующее:

$$\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, t_1, t_2) = \Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau) = \langle E(\mathbf{r}_1, t + \tau) E^*(\mathbf{r}_1, t) \rangle, \quad (11.3.2)$$

где предполагается, что $t_1 = t_2$ и величина $\Gamma^{(1)}$ зависит лишь от параметра τ . Если поле является не только стационарным, но и эргодическим (условие, которое обычно выполняется в приведенных выше случаях), то по определению среднее по ансамблю будет также средним и по времени. При этом можно записать следующее выражение:

$$\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T E(\mathbf{r}_1, t + \tau) E^*(\mathbf{r}_1, t) dt. \quad (11.3.3)$$

¹ Процесс называется стационарным, если среднее по ансамблю любой переменной, которая описывает этот процесс (например, аналитический сигнал или интенсивность пучка, как в данном случае), не зависит от времени.

Следует отметить, что, возможно, определение величины $\Gamma^{(1)}$ через среднее по времени гораздо легче объяснимо, чем определение этой величины через среднее по ансамблю. Однако определение $\Gamma^{(1)}$ через среднее по ансамблю является более общим и, как будет показано в разделе 11.3.4, с помощью выражения (11.3.1), его можно применить к нестационарным пучкам.

Определив корреляционную функцию первого порядка $\Gamma^{(1)}$ в данной точке $\mathbf{r}_1$, можно выразить нормированную функцию $\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau)$ следующим образом:

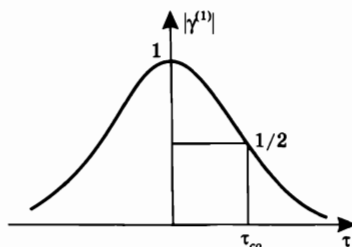
$$\gamma^{(1)} = \frac{\langle E(\mathbf{r}_1, t + \tau) E^*(\mathbf{r}_1, t) \rangle}{\langle E(\mathbf{r}_1, t) E^*(\mathbf{r}_1, t) \rangle^{1/2} \langle E(\mathbf{r}_1, t + \tau) E^*(\mathbf{r}_1, t + \tau) \rangle^{1/2}}. \quad (11.3.4)$$

Заметим, что в случае стационарного пучка в знаменателе выражения (11.3.4) два средних по ансамблю равны друг другу и, в соответствии с (11.1.3), каждое из них равно средней интенсивности пучка $\langle I(\mathbf{r}_1, t) \rangle$. Функция $\gamma^{(1)}$, определенная выражением (11.3.4), называется *комплексной степенью временной когерентности*, в то время как ее модуль $|\gamma^{(1)}|$ — *степень временной когерентности*. Действительно, $\gamma^{(1)}$ представляет собой степень корреляции между аналитическими сигналами (полями) в некоторой точке $\mathbf{r}_1$ пространства для двух моментов времени, разделенных интервалом τ . Функция $\gamma^{(1)}$ обладает следующими основными свойствами:

- в соответствии с выражением (11.3.4) $\gamma^{(1)} = 1$ при $\tau = 0$;
- $\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, -\tau) = \gamma^{(1)*}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau)$, что нетрудно показать из (11.3.4) с учетом соотношения (11.1.1);
- $|\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, \tau)| \leq 1$, что следует из применения неравенства Шварца к выражению (11.3.4).

Теперь можно утверждать, что если $|\gamma^{(1)}| = 1$ при любых значениях τ , то пучок имеет полную временную когерентность. Для непрерывного пучка это, по существу, означает, что флуктуации, как амплитуды, так и фазы, равны нулю и сигнал имеет вид синусоидальной волны, т. е. $E = A(\mathbf{r}_1) \exp \{j[\omega t - \phi(\mathbf{r}_1)]\}$. Действительно, подстановка этого выражения в (11.3.4) показывает, что в этом случае $|\gamma^{(1)}| = 1$. Противоположный случай полного отсутствия временной когерентности наблюдается, когда $\langle E(\mathbf{r}_1, t + \tau) E^*(\mathbf{r}_1, t) \rangle$ и, следовательно, функция $\gamma^{(1)}$ обращаются в ноль при $\tau > 0$. Такая ситуация должна иметь место для теплового источника света с очень большой шириной полосы излучения (например, для черного тела, см. рис. 2.3). В более реалистичных ситуациях функция $|\gamma^{(1)}|$ обычно уменьшается с ростом интервала τ , как показано на рис. 11.1 (следует заметить, что согласно вышеупомянутому второму

Рис. 11.1
Пример возможной зависимости степени пространственной когерентности $|\gamma^{(1)}(\tau)|$ от величины τ . Время когерентности τ_{∞} можно определить как полуширину кривой на полувывсоте



свойству $|\gamma^{(1)}|$ является симметричной функцией параметра τ). Таким образом, можно определить характерное время τ_{co} (называемое *временем когерентности*) как время, за которое эта функция уменьшается вдвое, т. е. $|\gamma^{(1)}| = 1/2$. Очевидно, что для полностью когерентной волны $\tau_{co} = \infty$, тогда как для полностью некогерентной волны $\tau_{co} = 0$. Можно также определить *длину временной когерентности* L_c как $L_c = c\tau_{co}$.

Аналогичным образом можно определить корреляционную функцию первого порядка между двумя различными точками $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ в один и тот же момент времени:

$$\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0) = \langle E(\mathbf{r}_1, t) E^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T E(\mathbf{r}_1, t) E^*(\mathbf{r}_2, t) dt. \quad (11.3.5)$$

Можно также определить соответствующую нормированную функцию $\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0)$:

$$\gamma^{(1)} = \frac{\langle E(\mathbf{r}_1, t) E^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle}{\langle E(\mathbf{r}_1, t) E^*(\mathbf{r}_1, t) \rangle^{1/2} \langle E(\mathbf{r}_2, t) E^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle^{1/2}}. \quad (11.3.6)$$

Величина $\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0)$ называется *комплексной степенью пространственной когерентности*, а ее модуль — *степенью пространственной когерентности*. Действительно, в этом случае $\gamma^{(1)}$ представляет собой меру корреляции между аналитическими сигналами в двух точках пространства $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ в один и тот же момент времени. Следует заметить, что из неравенства Шварца следует $|\gamma^{(1)}| \leq 1$. Волна обладает полной пространственной когерентностью, если $|\gamma^{(1)}| = 1$ для любых двух точек $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ (при условии, что они лежат на том же самом волновом фронте или на волновых фронтах, расстояние между которыми много меньше, чем длина когерентности L_c). Однако чаще имеет место ситуация, характеризуемая частичной пространственной когерентностью. Это означает, что если координата $\mathbf{r}_1$ фиксирована, то с увеличением разности $|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$ величина $|\gamma^{(1)}|$ как функция координаты $\mathbf{r}_2$ уменьшается от 1 (значения, которого она достигает при $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1$) до 0. Данная си-

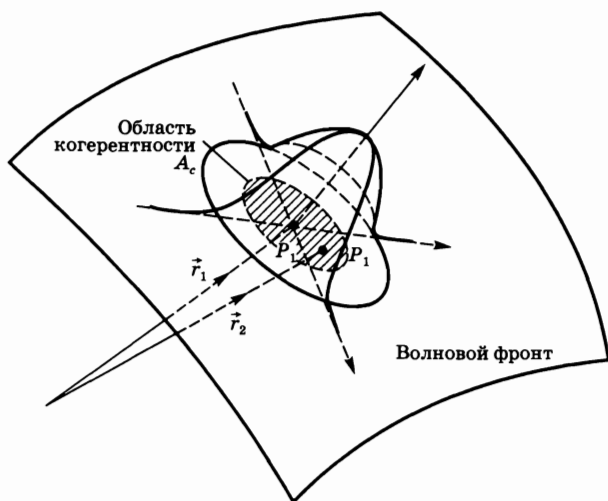


Рис. 11.2
Зависимость степени пространственной когерентности $|\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)|$ в заданной точке P_1 волнового фронта, иллюстрирующая понятие области когерентности

туация продемонстрирована на рис. 11.2, где функция $|\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)|$ построена в зависимости от $\mathbf{r}_2$ вблизи заданной точки P_1 (с координатой $\mathbf{r}_1$) волнового фронта. Таким образом, нетрудно видеть, что значение $|\gamma^{(1)}|$ может быть больше какого-то заданного значения (например, $1/2$) в пределах некоторой характерной области на волновом фронте вблизи точки P_1 . Эта область называется *областью когерентности пучка* в точке P_1 волнового фронта.

Понятия пространственной и временной когерентности можно объединить посредством взаимной функции когерентности, определяемой выражением:

$$\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) = \langle E(\mathbf{r}_1, t + \tau) E^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle, \quad (11.3.7)$$

которую можно также записать в нормированном виде:

$$\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) = \frac{\langle E(\mathbf{r}_1, t + \tau) E^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle}{\langle E(\mathbf{r}_1, t) E^*(\mathbf{r}_1, t) \rangle^{1/2} \langle E(\mathbf{r}_2, t) E^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle^{1/2}}. \quad (11.3.8)$$

Эта функция, называемая *комплексной степенью когерентности*, является мерой когерентности между двумя различными точками волны в разные моменты времени. Для квазимонохроматической волны из выражений (11.1.1) и (11.3.8) следует:

$$\gamma^{(1)}(\tau) = |\gamma^{(1)}| \exp \{j[\langle \omega \rangle \tau - \phi(\tau)]\}, \quad (11.3.9)$$

где $|\gamma^{(1)}|$ и $\phi(\tau)$ медленно меняющиеся функции (относительно параметра τ), т. е.

$$\left| \frac{d|\gamma^{(1)}|}{d\tau}, \frac{d\phi}{d\tau} \right| \ll \langle \omega \rangle. \quad (11.3.10)$$

11.3.2. ИЗМЕРЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ И ВРЕМЕННОЙ КОГЕРЕНТНОСТИ

Весьма простым способом измерения степени пространственной когерентности между двумя точками световой волны является метод, в котором используется интерферометр Юнга (рис. 11.3). Этот интерферометр состоит из экрана 1, в котором имеются отверстия соответственно в точках P_1 и P_2 , и экрана 2, на котором свет, прошедший через оба этих отверстия, создает интерференционную картину. Точнее говоря, интерференция в точке P в момент времени t возникает в результате суперпозиции волн, испущенных из точек P_1 и P_2 соответственно в моменты времени $[t - (L_1/c)]$ и $[t - (L_2/c)]$. Следовательно, интерференционные полосы, наблюдаемые на экране 2 в окрестности точки P , будут тем отчетливее, чем лучше корреляция между двумя аналитическими сигналами (или полями) световых волн $E[\mathbf{r}_1, t - (L_1/c)]$ и $E[\mathbf{r}_2, t - (L_2/c)]$, где $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ — координаты точек P_1 и P_2 .¹ Если теперь



Рис. 11.3
Применение интерферометра Юнга для измерения степени пространственной когерентности электромагнитной волны между точками P_1 и P_2

¹ Следует заметить, что время интегрирования T в выражении (11.3.5) для корреляционной функции теперь равно времени регистрации полос (например, времени экспозиции фотопластины).

обозначить через $I_{\max}$ и $I_{\min}$ максимальную и минимальную интенсивности светлой и темной полосы соответственно, то в окрестностях точки P на экране можно определить так называемую *видность* V_P полос как

$$V_P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (11.3.11)$$

Можно теперь видеть, что если оба отверстия 1 и 2 дают одну и ту же освещенность в точке P , и если волна обладает полной пространственной когерентностью, то $I_{\min} = 0$, и в этом случае, согласно выражению (11.3.11), видность полос $V_P = 1$. В случае, когда сигналы в точках P_1 и P_2 полностью некоррелированы (т. е. некогерентны), полосы исчезают, т. е. $I_{\min} = I_{\max}$ и, таким образом, видность полос становится равной нулю, $V_P = 0$. В соответствии со сказанным в предыдущем разделе, нетрудно видеть, что величина V_P должна быть связана с амплитудой функции $\gamma^{(1)}$. Однако для нахождения степени пространственной когерентности необходимо рассмотреть два аналитических сигнала $E[\mathbf{r}_1, t - (L_1/c)]$ и $E[\mathbf{r}_2, t - (L_2/c)]$ в один и тот же момент времени. При этом необходимо выбрать точку P таким образом, чтобы $L_1 = L_2$. В этом случае, т. е. когда отверстия на экране дают одну и ту же освещенность в точке P , выражение для видности полос записывается в виде (см. пример 11.1):

$$V_P = |\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0)|. \quad (11.3.12)$$

С другой стороны, если два отверстия 1 и 2 дают разную освещенность (разные амплитуды сигналов) в точке P , то вместо выражения (11.3.12) имеем:

$$V_P = \frac{2[\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle]^{1/2}}{\langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle} \gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0), \quad (11.3.13)$$

где $\langle I_1 \rangle$ и $\langle I_2 \rangle$ — средние значения интенсивности света, прошедшего через два отверстия и дифрагировавшего в точку P . Следует также отметить, что для произвольной точки P , показанной на рис. 11.3, видность полос V_P может определяться как $|\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)|$, где $\tau = (L_2 - L_1)/c$.

Пример 11.1. Определение видности полос в интерферометре Юнга. Обозначим через $E(\mathbf{r}_P, t')$ поле (или аналитический сигнал) в точке P (см. рис. 11.3) в момент времени t' . Поскольку это поле определяется суперпозицией полей, пришедших из каждого отверстия (1 и 2) за время $(t' - L_1/c)$ и $(t' - L_2/c)$ соответственно, его можно записать в виде:

$$E(\mathbf{r}_P, t') = K_1 E(\mathbf{r}_1, t' - L_1/c) + K_2 E(\mathbf{r}_2, t' - L_2/c), \quad (11.3.14)$$

где $E(\mathbf{r}_1, t' - L_1/c)$ и $E(\mathbf{r}_2, t' - L_2/c)$ — аналитические сигналы полей в точках P_1 и P_2 , а величины K_1 и K_2 представляют долю тех полей, которые попали в точку P в результате дифракции. Множители K_1 и K_2 обратно пропорциональны расстояниям L_1 и L_2 и, кроме того, зависят от размеров отверстий и от угла между падающей волной и волной, которая дифрагировала на отверстиях P_1 и P_2 . Поскольку дифрагированные вторичные волны отстают по фазе на четверть периода относительно падающей волны (см. также обсуждение волн Гюйгенса в разделе 4.6), отсюда следует, что:

$$K_1 = |K_1| \exp \{-(j\pi/2)\}, \quad (11.3.15a)$$

$$K_2 = |K_2| \exp \{-(j\pi/2)\}. \quad (11.3.15b)$$

Если теперь определить величины $t_1 = t' - L_2/c$ и $\tau = (L_2/c) - (L_1/c)$, то выражение (11.3.14) можно записать в виде:

$$E = K_1 E(\mathbf{r}_1, t + \tau) + K_2 E(\mathbf{r}_2, t). \quad (11.3.16)$$

Таким образом, согласно выражению (11.1.3) и используя соотношение (11.3.16), интенсивность в точке P можно записать как $I = EE^* = |K_1 E(\mathbf{r}_1, t + \tau) + K_2 E(\mathbf{r}_2, t)|^2$. Отсюда, используя выражение (11.3.15), можно получить:

$$I = I_1(t + \tau) + I_2(t) + 2\operatorname{Re}[K_1 K_2^* E(\mathbf{r}_1, t + \tau) E^*(\mathbf{r}_2, t)], \quad (11.3.17)$$

где Re обозначает реальную часть. В этом выражении величины I_1 и I_2 представляют собой интенсивности в точке P , причем первая обусловлена излучением только из точки P_1 , а вторая — соответственно излучением только из точки P_2 . Эти интенсивности записываются следующим образом:

$$I_1 = |K_1|^2 |E(\mathbf{r}_1, t + \tau)|^2 = |K_1|^2 I(\mathbf{r}_1, t + \tau), \quad (11.3.18a)$$

$$I_2 = |K_2|^2 |E(\mathbf{r}_2, t)|^2 = |K_2|^2 I(\mathbf{r}_2, t), \quad (11.3.18b)$$

где $I(\mathbf{r}_1, t + \tau)$ и $I(\mathbf{r}_2, t)$ — интенсивности соответственно в точках P_1 и P_2 . Усредняя по времени обе части выражения (11.3.17) и используя соотношение (11.3.7), находим:

$$\langle I \rangle = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + 2|K_1||K_2|\operatorname{Re}[\Gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)]. \quad (11.3.19)$$

Здесь также использовалось выражение (11.3.15). Соотношение (11.3.19) можно записать через комплексную степень когерентности $\gamma^{(1)}$, если заметить, что из выражения (11.3.8) следует:

$$\Gamma^{(1)} = \gamma^{(1)}[\langle I(\mathbf{r}_1, t + \tau) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2, t) \rangle]^{1/2}. \quad (11.3.20)$$

Подставляя это выражение в предыдущее и используя (11.3.18), получаем $\langle I \rangle = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + 2(\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle)^{1/2} \operatorname{Re}[\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)]$. Далее из соотношения (11.3.9) получаем:

$$\langle I \rangle = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + 2(\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle)^{1/2} |\gamma^{(1)}| \cos[\langle \omega \rangle \tau - \phi(\tau)]. \quad (11.3.21)$$

Теперь, поскольку и $|\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)|$, и $\phi(\tau)$ являются медленно меняющимися функциями, изменение интенсивности $\langle I \rangle$ в зависимости от изменения положения точки P (или картины полос) определяется быстрым изменением члена, содержащего косинус с аргументом $\langle \omega \rangle \tau$. Таким образом, в окрестности точки P имеем:

$$I_{\max} = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + 2(\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle)^{1/2} |\gamma^{(1)}|, \quad (11.3.22a)$$

$$I_{\min} = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle - 2(\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle)^{1/2} |\gamma^{(1)}|. \quad (11.3.22b)$$

Следовательно, из выражения (11.3.11) получаем:

$$V_P = \frac{2(\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle)^{1/2}}{\langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle} |\gamma^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)|. \quad (11.3.23)$$

В случае, когда $\tau = (L_2/c) - (L_1/c) = 0$, выражение (11.3.23) сводится к соотношению (11.3.13).

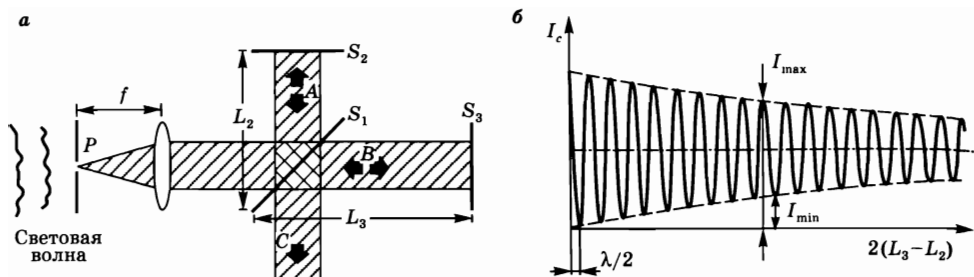


Рис. 11.4

а) Интерферометр Майкельсона для измерения степени временной когерентности электромагнитной волны в точке P ; б) зависимость интенсивности света, выходящего в направлении распространения волны C , от разности $L_3 - L_2$ между длинами плеч интерферометра

Интерферометр Майкельсона (рис. 11.4а) дает очень простой способ измерения временной когерентности. Пусть в некоторой точке P требуется измерить временную когерентность волны. Оптическая система, состоящая из экрана с небольшим отверстием в точке P и линзы, главный фокус которой совпадает с этой точкой, позволяет преобразовать падающую волну в плоскую (см. также рис. 11.12). Эта волна затем падает на частично отражающее зеркало S_1 (с коэффициентом отражения $R = 50\%$), которое расщепляет ее на две волны A и B . Эти волны отражаются назад зеркалами S_2 и S_3 ($R = 100\%$) и затем складываются, образуя волну C . Поскольку волны A и B интерферируют, освещенность в направлении распространения волны C будет либо больше, либо меньше в зависимости от того, четному или нечетному числу полуволн равна величина $2(L_3 - L_2)$. Очевидно, что такая интерференция будет наблюдаться только до тех пор, пока разность $(L_3 - L_2)$ не станет настолько большой, что два пучка A и B окажутся некоррелированными по фазе. Таким образом, для частично когерентной волны зависимость интенсивности I_C волны C от величины $2(L_3 - L_2)$ имеет вид, показанный на рис. 11.4б. В этом случае можно снова определить видность интерференционных полос $V_P(\tau)$ с помощью выражения (11.3.11) для некоторого значения разности $(L_3 - L_2)$ между длинами плеч интерферометра, т. е. для данного значения задержки $\tau = 2(L_3 - L_2)/c$ между двумя отраженными волнами, причем значения $I_{\max}$ и $I_{\min}$ определяются в соответствии с рис. 11.4б. Таким образом, величина V_P является функцией задержки τ и, как в случае интерферометра Юнга, связана со степенью временной когерентности. Можно показать, что в этом случае она имеет вид:

$$V_P(\tau) = |\gamma^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \tau)|, \quad (11.3.24)$$

где $\mathbf{r}$ — координата точки P . Следовательно, теперь измерение видности интерференционных полос $V_P(\tau) = |\gamma^{(1)}(\tau)|$ позволяет определить время когерентности τ_{co} , например, как время, при котором $V_P(\tau_{co}) = 1/2$ (см. рис. 11.1). Соответствующую длину когерентности можно затем определить как $L_c = c\tau_{co}$. И снова, обращаясь к рис. 11.1, нетрудно видеть, что величина L_c равна удвоенной разности $(L_3 - L_2)$ между длинами плеч интерферометра, при которой значение видности спадает до значения $V_P = 1/2$.

11.3.3. СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ВРЕМЕННОЙ КОГЕРЕНТНОСТЬЮ И МОНОХРОМАТИЧНОСТЬЮ

Из рассуждения, проведенного в предыдущих разделах, становится очевидным, что для стационарного пучка понятие временной когерентности тесно связано с монохроматичностью. Например, чем более монохроматической является волна, тем больше ее временная когерентность, т. е. время когерентности τ_{co} , которое обратно пропорционально ширине полосы $\Delta\nu_L$ генерируемого излучения.

В начале рассуждения следует отметить, что спектр электромагнитной волны, измеренный с помощью спектрометра, пропорционален спектру мощности $W(\mathbf{r}, \omega)$ поля (или сигнала) $E(\mathbf{r}, t)$. Поскольку спектральная функция W равна Фурье-образу автокорреляционной функции $\Gamma^{(1)}$, любая из этих величин может быть найдена, если известна другая. Для того чтобы получить точное соотношение, связывающее величины τ_{co} и ν_L , необходимо переопределить эти величины соответствующим образом. Откуда τ_{co} определяется как среднеквадратическое отклонение σ_τ функции $|\Gamma^{(1)}(\tau)|^2$, так что

$$(\sigma_\tau)^2 = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} (\tau - \langle \tau \rangle)^2 |\Gamma(\tau)|^2 d\tau \right] / \left[\int_{-\infty}^{+\infty} |\Gamma(\tau)|^2 d\tau \right],$$

где среднее значение $\langle \tau \rangle$ определяется соотношением

$$\langle \tau \rangle = \left[\int \tau |\Gamma(\tau)|^2 d\tau \right] / \left[\int |\Gamma(\tau)|^2 d\tau \right].$$

В сокращенной записи это выражение можно записать в виде:

$$(\sigma_\tau)^2 = \langle [\tau - \langle \tau \rangle]^2 \rangle. \quad (11.3.25)$$

Поскольку $|\Gamma(-\tau)| = |\Gamma(\tau)|$, имеем $\langle \tau \rangle = 0$, и выражение (11.3.25) принимает вид:

$$(\sigma_\tau)^2 = \langle \tau^2 \rangle. \quad (11.3.26)$$

Такое определение времени когерентности умозрительно является более простым (хотя иногда и более трудным для вычислений), чем то, которое было дано выше, т. е. через измерение полуширины на полувысоте кривой $|\Gamma(\tau)|$, см. рис. 11.1. Действительно, если бы кривая $|\Gamma(\tau)|$ на этом рисунке имела осциллирующий характер (по переменной τ), то время когерентности τ_{co} нельзя было бы вычислить однозначно.

Аналогичным образом определим ширину лазерной линии $\Delta\nu_L$ как среднеквадратичное отклонение функции $W^2(\nu)$. Таким образом,

$$(\Delta\nu_L)^2 = (\sigma_\nu)^2 = \langle [\nu - \langle \nu \rangle]^2 \rangle, \quad (11.3.27)$$

где $\langle \nu \rangle$ — средняя частота спектра, определяемая выражением

$$\langle \nu \rangle = \left[\int \nu W^2 d\nu \right] / \left[\int W^2 d\nu \right].$$

Поскольку функции W и Γ связаны преобразованием Фурье, можно показать, что σ_v и σ_τ (в соответствии с определением, которое было только что дано), удовлетворяют условию:

$$\sigma_\tau \sigma_v \geq (1/4\pi). \quad (11.3.28)$$

Это условие аналогично соотношению неопределенностей Гейзенберга, и его можно доказать, используя тот же метод, что и при выводе указанного соотношения [2]. Знак равенства в условии (11.3.28) имеет место в том случае, когда функции $|\Gamma^{(1)}(\tau)|$ и, следовательно, $W(v)$ являются гауссовыми. Таким образом, рассматриваемый случай, очевидно, представляет собой квантовый аналог волнового пакета с минимальной неопределенностью [2].

Пример 11.2. Время когерентности и ширина линии для синусоидальной волны со случайными скачками фазы. Предположим, что поведение поля во времени в заданной точке описывается синусоидальной волной с постоянной амплитудой и с фазой, которая резко меняется случайным образом (см. рис. 2.9).

Пример расчета корреляционной функции $\Gamma^{(1)}(\tau)$ приводится в приложении Б и имеет вид $\Gamma^{(1)}(\tau) \sim \exp\{-(|\tau|/\tau_c)\}$, где τ_c — среднее время между двумя последовательными изменениями фазы. Согласно выражению (11.3.26) получаем:

$$\sigma_\tau^2 = \frac{\int_0^\infty \tau^2 \exp[-(2\tau/\tau_c)] d\tau}{\int_0^\infty \exp[-(2\tau/\tau_c)] d\tau} = \frac{\tau_c^2}{4} \cdot \frac{\int_0^\infty x^2 \exp[-x] dx}{\int_0^\infty \exp[-x] dx} = \frac{\tau_c^2}{2},$$

где $x = 2\tau/\tau_c$. Таким образом, имеем $\sigma_\tau = \tau_c/\sqrt{2}$. Спектр мощности $W(v - v_0)$ этого сигнала описывается функцией Лоренца (см. опять приложение Б), так что согласно выражению (11.3.27) можно записать:

$$\begin{aligned} \sigma_v^2 &= \frac{\int_0^\infty (v - v_0)^2 \left[\frac{1}{1 + 4\pi^2(v - v_0)^2 \tau_c^2} \right]^2 d(v - v_0)}{\int_0^\infty \left[\frac{1}{1 + 4\pi^2(v - v_0)^2 \tau_c^2} \right]^2 d(v - v_0)} = \\ &= \frac{1}{4\pi^2 \tau_c^2} \frac{\int_0^\infty x^2 \left[\frac{1}{1 + x^2} \right]^2 dx}{\int_0^\infty \left[\frac{1}{1 + x^2} \right]^2 dx}, \end{aligned}$$

где $x = 2\pi(v - v_0)\tau_c$. Это означает, что оба интеграла в правой части последнего выражения равны значению $(\pi/4)$ [11], так что $\sigma_v = (1/2\pi\tau_c)$. Из предыдущих вычислений можно убедиться, что произведение $\sigma_\tau \sigma_v$ равно значению $1/(2\sqrt{2}\pi)$, а это в $\sqrt{2}$ раз больше, чем минимальное значение $1/4\pi$, которое имеет место для гауссова спектра.

11.3.4. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПУЧКИ

Рассмотрим, не вдаваясь в детали, случай нестационарного пучка¹, когда функция $\Gamma^{(1)}$ в выражении (11.3.1) зависит не только от интервала $\tau = t_1 - t_2$, но и от моментов времени t_1 и t_2 . В качестве примеров здесь можно отметить лазер с амплитудной модуляцией, тепловой источник с амплитудной модуляцией, лазер с модуляцией добротности и лазер с синхронизацией мод. Корреляционную функцию для нестационарного пучка можно получить как среднее по ансамблю многих измерений аналитического сигнала на интервале времени $0-T$, причем начало этого временного интервала синхронизовано с управляющим сигналом (например, синхронизовано с амплитудным модулятором лазера с синхронизацией мод или ячейкой Поக்கельса в лазерах с модуляцией добротности).

Степень временной когерентности в заданной точке $\mathbf{r}$ можно определить следующим образом:

$$\gamma^{(1)}(t_1, t_2) = \frac{\langle E(t_1)E^*(t_2) \rangle}{\langle E(t_1)E^*(t_1) \rangle^{1/2} \langle E(t_2)E^*(t_2) \rangle^{1/2}}, \quad (11.3.29)$$

где t_1 и t_2 — заданные моменты времени на интервале $0-T$, и все сигналы измеряются в точке $\mathbf{r}$. Теперь можно утверждать, что пучок обладает полной временной когерентностью, если $|\gamma^{(1)}(t_1, t_2)| = 1$ для любых моментов времени t_1 и t_2 . Из этого определения следует, что нестационарный пучок *без флуктуаций амплитуды и фазы* обладает *полной временной когерентностью*. Действительно, при отсутствии флуктуаций амплитуды имеющиеся в выражении (11.3.29) произведения $E(t_1)E^*(t_2)$, $E(t_1)E^*(t_1)$ и $E(t_2)E^*(t_2)$ остаются неизменными для всех измерений (проводимых по ансамблю). Таким образом, эти произведения равны соответствующим средним по ансамблю, и тогда выражение для $\gamma^{(1)}(t_1, t_2)$ принимает вид:

$$\gamma^{(1)}(t_1, t_2) = \frac{E(t_1)E^*(t_2)}{|E(t_1)| |E(t_2)|}. \quad (11.3.30)$$

Из этого выражения следует, что $|\gamma^{(1)}| = 1$. Согласно этому определению временной когерентности, время когерентности нестационарного пучка, например в случае лазера с синхронизацией мод, становится бесконечно большим при отсутствии флуктуаций амплитуды и фазы пучка. Отсюда видно, что время когерентности нестационарного пучка не связано обратно пропорциональной зависимостью с шириной полосы генерации. Однако, если на практике (например, в лазере с синхронизацией мод) коррелируется один импульс с некоторым другим (из импульсной последовательности), т. е. если интервал времени $t_1 - t_2$ выбирается большего значения, чем период повторения импульсов, то из-за флуктуаций степень корреляции будет уменьшаться. Это означает, что величина $|\gamma^{(1)}|$ будет уменьшаться с увеличением интервала $t_1 - t_2$ за пределами периода повторения импульсов. Таким образом,

¹ Автор хочет выразить признание проф. В. Деджорджи за участие в обсуждении этого вопроса.

следует ожидать, что время когерентности должно быть конечным, хотя и не связанным обратно пропорциональной зависимостью с шириной полосы генерации, но в то же время оно *обратно пропорционально ширине полосы флуктуаций*.

11.3.5. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ И ВРЕМЕННАЯ КОГЕРЕНТНОСТЬ ОДНОМОДОВЫХ И МНОГОМОДОВЫХ ЛАЗЕРОВ

Рассмотрим сначала непрерывный лазер, генерирующий на одной поперечной и продольной моде. Чуть выше порога генерации (как уже было показано в разделах 7.10 и 7.11) флуктуациями амплитуды в первом порядке приближения можно пренебречь. Тогда аналитические сигналы волны в двух точках $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ можно записать следующим образом:

$$E(\mathbf{r}_1, t) = a_0 u(\mathbf{r}_1) \exp \{j[\omega t - \phi(t)]\}, \quad (11.3.31a)$$

$$E(\mathbf{r}_2, t) = a_0 u(\mathbf{r}_2) \exp \{j[\omega t - \phi(t)]\}, \quad (11.3.31b)$$

где a_0 — константа, $u(\mathbf{r})$ — функция, описывающая амплитуду моды и ω — угловая частота в центре полосы генерации. Подстановка выражений (11.3.31) в (11.3.6) дает $\gamma^{(1)} = u(\mathbf{r}_1)u^*(\mathbf{r}_2)/|u(\mathbf{r}_1)||u(\mathbf{r}_2)|$, откуда следует, что $|\gamma^{(1)}| = 1$. Таким образом, одномодовый лазерный пучок обладает полной пространственной когерентностью. С другой стороны, временная когерентность определяется шириной полосы генерации $\Delta\nu_L$. Например, ширина полосы генерации в одномодовом монолитном кольцевом Nd:YAG лазере (см. рис. 7.26) составляет $\nu_L \cong 20$ кГц, и следовательно, время когерентности $\tau_{co} \cong 1/\Delta\nu_L \cong 0,05$ мс. В этом случае длина когерентности составит $L_c = c\tau_{co} \cong 15$ км (очень большое значение).

Рассмотрим теперь лазер, генерирующий на одной поперечной и на многих продольных модах (l продольных мод). Аналитические сигналы (или поля) в двух точках $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$, принадлежащих одному и тому же волновому фронту, в общем случае можно представить через амплитуды мод резонатора следующим образом:

$$E(\mathbf{r}_1, t) = \sum_1^l a_k u(\mathbf{r}_1) \exp \{j[\omega_k t - \phi_k(t)]\}, \quad (11.3.32a)$$

$$E(\mathbf{r}_2, t) = \sum_1^l a_k u(\mathbf{r}_2) \exp \{j[\omega_k t - \phi_k(t)]\}, \quad (11.3.32b)$$

где a_k — постоянные множители, а ω_k и ϕ_k — соответственно частота и фаза k -й моды. Следует заметить, что поскольку поперечное распределение поля у всех мод одинаковое (например, распределение моды TEM_{00}), амплитуда u моды не зависит от модового индекса k . Таким образом, функция $u(\mathbf{r})$ может быть вынесена за знак суммы в обоих выражениях (11.3.32). Таким образом, получаем:

$$E(\mathbf{r}_2, t) = [u(\mathbf{r}_2)/u(\mathbf{r}_1)] E(\mathbf{r}_1, t). \quad (11.3.33)$$

Это означает, что всякий раз, когда изменение величины $E(\mathbf{r}_1, t)$ во времени наблюдается в точке $\mathbf{r}_1$, то с точностью до коэффициента пропорцио-

нальности такое временное изменение будет наблюдаться в точке $\mathbf{r}_2$. Подстановка соотношения (11.3.33) в выражение (11.3.6) дает $|\gamma^{(1)}| = 1$. Таким образом, лазерный пучок, состоящий из многих продольных мод с одинаковым поперечным распределением (например, как в моде TEM_{00}), по-прежнему обладает полной пространственной когерентностью. Временная когерентность, если фазы всех мод случайны, снова равна обратному значению ширины полосы генерации. При отсутствии в резонаторе частотно-селектирующих элементов ширина полосы генерации может быть теперь сравнима с шириной линии усиления и, следовательно, время когерентности может быть много меньше, чем в предыдущем примере (от наносекунд до пикосекунд). Однако в случае синхронизации мод временная когерентность может стать очень большой, так что лазер с синхронизацией мод может в принципе обладать полной пространственной и временной когерентностью.

В качестве последнего случая было бы необходимо рассмотреть лазерную генерацию на многих поперечных модах. Как будет показано в следующем примере, такой лазер обладает только частичной пространственной когерентностью.

Пример 11.3. Пространственная когерентность лазера, генерирующего на многих поперечных модах. Для лазера, генерирующего на l поперечных модах, аналитические сигналы выходного пучка в двух точках $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$, принадлежащих одному и тому же волновому фронту, можно представить следующим образом (аналогично выражениям (11.3.32)):

$$E(\mathbf{r}_1, t) = \sum_1^l a_k u_k(\mathbf{r}_1) \exp \{j[\omega_k t - \phi_k(t)]\}, \quad (11.3.34a)$$

$$E(\mathbf{r}_2, t) = \sum_1^l a_k u_k(\mathbf{r}_2) \exp \{j[\omega_k t - \phi_k(t)]\}. \quad (11.3.34b)$$

Если теперь перемножить эти выражения (с учетом комплексно сопряженной величины) $E(\mathbf{r}_1, t)E^*(\mathbf{r}_2, t)$, то можно получить целое множество членов $\exp \{j[(\omega_k - \omega_{k'})t - (\phi_k - \phi_{k'})]\}$ для $k' \neq k$, которыми можно в дальнейшем пренебречь, поскольку при усреднении по времени их среднее будет равно нулю. Таким образом, останутся только члены, для которых $k' = k$. Следовательно, можно записать:

$$\langle E(\mathbf{r}_1, t)E^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle = \sum_1^l a_k a_k^* u_k(\mathbf{r}_1) u_k^*(\mathbf{r}_2). \quad (11.3.35)$$

Из этого выражения для $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1$ получаем:

$$\langle E(\mathbf{r}_1, t)E^*(\mathbf{r}_1, t) \rangle = \sum_1^l |a_k|^2 |u_k(\mathbf{r}_1)|^2. \quad (11.3.36)$$

Аналогично для $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$ из выражения (11.3.35) получаем:

$$\langle E(\mathbf{r}_2, t)E^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle = \sum_1^l |a_k|^2 |u_k(\mathbf{r}_2)|^2. \quad (11.3.37)$$

Подстановка выражений (11.3.35)–(11.3.37) в (11.3.6) дает следующее соотношение:

$$\gamma^{(1)} = \frac{\sum_1^l a_k a_k^* u_k(r_1) u_k^*(r_2)}{\left[\sum_1^l |a_k|^2 |u_k(r_1)|^2 \right]^{1/2} \left[\sum_1^l |a_k|^2 |u_k(r_2)|^2 \right]^{1/2}}. \quad (11.3.38)$$

Если теперь обозначить через $\mathbf{R}_1$ комплексный вектор, описываемый компонентами $a_k u_k(r_1)$ в l -мерном пространстве, и аналогично ввести обозначение для величины $\mathbf{R}_2$, то можно записать их скалярное произведение в виде:

$$\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{R}_2 = \sum_1^l a_k a_k^* u_k(r_1) u_k^*(r_2). \quad (11.3.39)$$

С другой стороны, амплитуду этих двух векторов можно записать как

$$R_1 = |\mathbf{R}_1| = \left[\sum_1^l |a_k|^2 |u_k(r_1)|^2 \right]^{1/2} \quad (11.3.40)$$

и

$$R_2 = |\mathbf{R}_2| = \left[\sum_1^l |a_k|^2 |u_k(r_2)|^2 \right]^{1/2}. \quad (11.3.41)$$

Подставляя выражения (11.3.39)–(11.3.41) в (11.3.38), находим:

$$\gamma^{(1)} = \frac{\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{R}_2}{R_1 R_2}. \quad (11.3.42)$$

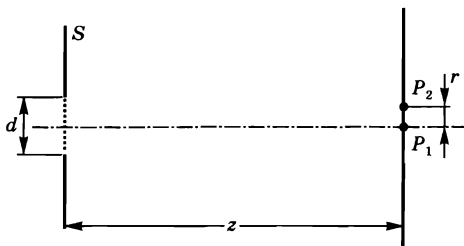
Из неравенства Шварца следует, что поскольку $\mathbf{R}_1 \neq a\mathbf{R}_2$, где a — константа, всегда будет иметь место неравенство $|\gamma^{(1)}| < 1$.

11.3.6. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ И ВРЕМЕННАЯ КОГЕРЕНТНОСТЬ ТЕПЛОВЫХ ИСТОЧНИКОВ СВЕТА

В данном разделе приводится краткое описание когерентных свойств света, который излучается обычной лампой (лампой накаливания или газонаполненной лампой). Поскольку свет в этом случае обусловлен спонтанным излучением многих атомов, по существу находящихся в тепловом равновесии, данные источники света можно отнести к *тепловым источникам*.

Поскольку в предыдущих разделах были рассмотрены вопросы, связанные с понятием временной когерентности, необходимо заметить, что непрерывное излучение газонаполненной лампы в целом состоит из нескольких спектральных линий (см. рис. 6.6б). Ширина этих линий оказывается достаточно большой ($\Delta\nu = 1 \div 10$ ТГц) в силу того, что в таких лампах, как правило, газ находится под большим давлением. С другой стороны, для импульсных ламп (например, см. рис. 6.6а) или ламп накаливания спектр излучения оказывается еще более широким, близким к излучению черного тела (см. рис. 2.3). Таким образом, время когерентности $\tau_{co} \cong 1/\Delta\nu$ тепловых источников света оказывается очень коротким ($\tau_{co} < 1$ пс).

Рис. 11.5
Степень пространственной когерентности в плоскости, находящейся на расстоянии z от независимых излучателей, расположенных в области диаметром d



Что касается пространственной когерентности, здесь следует отметить следующее: поскольку электромагнитная волна спонтанно испускается многими независимыми излучателями, она является полностью некогерентной, если рассматривать ее в некоторой близости к источнику света. Между тем, степень пространственной когерентности может увеличиваться при достаточном удалении области наблюдения от источника. Данная ситуация может быть объяснена с помощью рис. 11.5, где изображены некоррелированные излучатели (обозначены точками), расположенные внутри некоторой апертуры отверстия диаметром d , которое проделано в экране S . Излучение в этом случае будет распространяться в пределах телесного угла 4π . Представим, что пространственная когерентность между точками P_1 и P_2 измеряется на некотором расстоянии z от излучателей. Для простоты, пусть точка P_1 расположена на оси симметрии системы, и пусть r — расстояние между двумя указанными точками. Из рисунка видно, что при очень малых значениях z точки P_1 и P_2 располагаются непосредственно напротив определенного излучателя (допустим, что расстояние между точками: $r < d/2$), и поля в этих точках будут полностью некоррелированы. Однако при увеличении расстояния z каждая из этих двух точек будет принимать все больший и больший вклад от других излучателей и, таким образом, поля в этих точках будут все больше и больше скоррелированы. Вычисление степени пространственной когерентности $|\gamma^{(1)}|$ как функции координаты r и z выходит за рамки тематики данной книги, и более подробно ознакомиться с данным вопросом можно в работе [3]. Здесь лишь можно обратить внимание на то, что $|\gamma^{(1)}|$ является функцией безразмерной величины $(rd/\lambda z)$ и, в качестве примера, можно показать, что $|\gamma^{(1)}| = 0,88$ при

$$r \cong 0,16(\lambda z/d). \quad (11.3.43)$$

Этот результат будет использован в следующем разделе.

11.4. НАПРАВЛЕННОСТЬ

Существует два основных способа, с помощью которых можно измерить направленность или расходимость лазерного пучка (или в общем случае — источника света), а именно:

- путем измерения *диаграммы направленности пучка* на большом расстоянии от источника. Действительно, пусть W представляет собой радиус пучка, измеренный на очень большом расстоянии z от источника. Тогда

половинный угол диаграммы направленности пучка может быть получен из соотношения:

$$\theta_d = W/z; \quad (11.4.1)$$

- путем измерения *радиального распределения интенсивности* $I(r)$ пучка, сфокусированного в фокальной плоскости линзы. Чтобы пояснить принцип данного измерения, обозначим через r координату произвольной точки в указанной плоскости фокусировки, причем началом этой координаты будем считать центр пучка. В соответствии с рассмотрением, проведенным для рис. 1.8, пучок может быть представлен как набор плоских волн, распространяющихся практически в одном направлении [4]. Волна, которая наклонена под углом θ к оси распространения пучка, будет фокусироваться в фокальной плоскости линзы, в точке с координатой r , заданной (для малых значений θ) соотношением:

$$r = f\theta. \quad (11.4.2)$$

Таким образом, зная распределение $I(r)$ в фокальной плоскости, можно найти угловое распределение исходного пучка. В дальнейшем можно использовать любой из описанных способов.

Свойство направленности лазерного пучка тесно связано с его пространственной когерентностью. Поэтому вначале будет рассмотрена волна с полной пространственной когерентностью, а затем с частичной.

11.4.1. ПУЧКИ С ПОЛНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОГЕРЕНТНОСТЬЮ

Рассмотрим сначала волну с полной пространственной когерентностью, образованную пучком с плоским волновым фронтом круглого поперечного сечения (с диаметром D) с постоянной интенсивностью в плоскости поперечного сечения. Согласно рассуждениям, приведенным выше, расходимость пучка может быть вычислена исходя из распределения интенсивности $I(r)$ в фокальной плоскости линзы. Данные расчеты были выполнены Эйри в XIX веке с помощью теории дифракции [5].

Выражение, полученное для интенсивности $I(r)$ и известное как *формула Эйри*, записывается в виде:

$$I = \left[\frac{2J_1(krD/2f)}{krD/2f} \right]^2 I_0, \quad (11.4.3)$$

где $k = 2\pi/\lambda$, J_1 — функция Бесселя первого порядка, и I_0 определяется как

$$I_0 = P_i \left(\frac{\pi D^2}{4\lambda^2 f^2} \right)_r. \quad (11.4.4)$$

Здесь P_i — мощность пучка, падающего на линзу. Следует отметить, что поскольку отношение, записанное в квадратных скобках выражения (11.4.3), равно единице при $r = 0$, величина I_0 представляет собой интенсивность в центре пятна фокусировки.

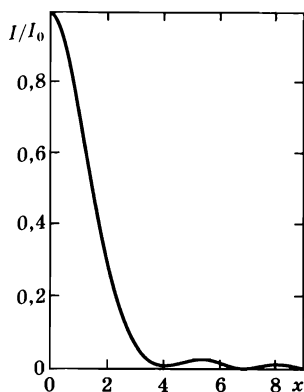


Рис. 11.6
Распределение интенсивности света в фокальной плоскости линзы диаметром D и с фокусным расстоянием f как функция относительного радиального расстояния r , выраженного через нормированную переменную $x = krD/2f$

Можно записать выражение для интенсивности I как функцию безразмерной координаты x в следующем виде (см. рис. 11.6):

$$x = krD/2f. \quad (11.4.5)$$

Из указанного рисунка можно видеть, что дифракционная картина, создаваемая в фокальной плоскости линзы, состоит из круглой центральной зоны (*диск Эйри*), окруженной рядом колец с быстро убывающей интенсивностью. Расходимость θ_d исходного пучка можно определить через угловой радиус первого минимума, показанного на рис. 11.6. Такое определение расходимости является достаточно удобным и общепринятым. Таким образом, через значение x , которое соответствует этому минимуму, а также с помощью выражений (11.4.5) и (11.4.2), находим:

$$\theta_d = 1,22\lambda/D. \quad (11.4.6)$$

В качестве второго примера распространения пространственно-когерентного пучка рассмотрим гауссов пучок (мода TEM_{00}), который можно получить с помощью устойчивого лазерного резонатора со сферическими зеркалами. Если обозначить за w_0 размер пятна в перетяжке пучка, то размер пучка w и радиус кривизны R эквивафазной поверхности на расстоянии z от положения перетяжки можно найти, воспользовавшись соотношениями (4.7.17а) и (4.7.17б) соответственно. Для больших расстояний z от перетяжки (т. е. при условии $(\lambda z/\pi w_0^2) \gg 1$) нетрудно видеть, что $w \cong \lambda z/\pi w_0$ и $R \cong z$. Поскольку на больших расстояниях оба параметра w и R растут линейно с увеличением z , можно утверждать, что такая волна практически является сферической волной, испущенной из центра перетяжки. Ее расходимость может быть найдена из выражения

$$\theta_d = w/z = \lambda/\pi w_0. \quad (11.4.7)$$

Сравнив выражения (11.4.7) и (11.4.6) нетрудно убедиться, что при одинаковых диаметрах пучков (т. е. если положить $D = 2w_0$) расходимость гауссова пучка оказывается в два раза меньше расходимости плоской волны.

В заключение данного раздела можно сказать, что расходимость θ_d пространственно-когерентной волны можно записать в виде:

$$\theta_d = \beta\lambda/D, \quad (11.4.8)$$

где D — соответствующим образом определенный диаметр пучка и β — числовой коэффициент порядка единицы, точное значение которого зависит от распределения амплитуды поля, а также от способа, с помощью которого определены значения θ_d и D . Такой пучок обычно называют *дифракционно-ограниченным*.

11.4.2. ПУЧКИ С ЧАСТИЧНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОГЕРЕНТНОСТЬЮ

Расходимость электромагнитной волны с частичной пространственной когерентностью заведомо больше, чем пространственно-когерентной волны, имеющей такое же распределение интенсивности. Это можно понять, например, из рис. 1.6: если волна не является пространственно-когерентной, то вторичные волны, излученные с ее плоскости поперечного сечения, не должны больше находиться в фазе и волновой фронт, образованный вследствие дифракции, должен иметь большее значение расходимости по сравнению с той, которая получается из выражения (11.4.6). Строгое рассмотрение этой задачи (т. е. задачи о распространении частично-когерентных волн) выходит за рамки обсуждения настоящей книги, и ознакомиться с данным вопросом более детально можно в работе [3]. В рамках этого раздела данное рассмотрение ограничится лишь изучением относительно простого случая — пучка диаметром D (рис. 11.7а), который состоит из множества пучков (показанных на рисунке в виде заштрихованных кружков) меньшего диаметра d . Предположим, что каждый из этих пучков меньшего диаметра является дифракционно-ограниченным (т. е. пространственно когерентным). Тогда, если составляющие пучки взаимно некоррелированы, расходимость всего пучка в целом будет равна $\theta_d = \beta\lambda/d$. Если бы такие пучки были коррелированными, то расходимость была бы равна $\theta_d = \beta\lambda/D$. В последнем случае множество пучков можно представить в виде маленьких антенн, каждая из которых излучает синхронно с остальными.

После этого простого примера можно рассмотреть общий случай, когда пространственно-когерентный пучок имеет заданное распределение интенсивности по диаметру D поперечного сечения и область когерентности A_c в заданной точке P (рис. 11.7б). По аналогии с предыдущим примером нетрудно понять, что в этом случае

$$\theta_d = \beta\lambda/D_c, \quad (11.4.9)$$

где D_c — диаметр области когерентности, а β — числовой коэффициент порядка единицы, значение которого зависит как от конкретного распределения интенсивности, так и от способа, каким определялись величины θ_d и D_c . Итак, понятие направленности тесным образом связано с понятием пространственной когерентности.

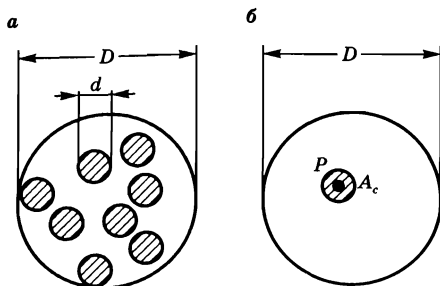


Рис. 11.7
Примеры, иллюстрирующие
различные свойства расходимости
когерентной
и частично-когерентной волн:

а) пучок диаметром D представляет собой суперпозицию множества меньших по размеру когерентных пучков диаметром d ; б) пучок диаметром D и область когерентности A_c в точке P .

11.4.3. М²-ФАКТОР И ПАРАМЕТР РАЗМЕРА ПЯТНА МНОГОМОДОВОГО ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА

Рассмотренные выше выражения для расходимости пучка (см. (11.4.9) и (11.4.8)) содержат некоторую неопределенность, связанную с произвольным определением диаметра пучка. В данном разделе будут представлены более точные выражения для расходимости и радиуса пучка, которые позволяют описать распространение как дифракционно-ограниченного лазерного пучка с произвольным поперечным профилем интенсивности, так и многомодовых частично-когерентных лазерных пучков, которые не являются дифракционно-ограниченными [6].

Пусть $I(x, y, z)$ — усредненный по времени профиль интенсивности лазерного пучка с учетом продольной координаты z . Следует отметить, что в общем смысле описание интенсивности не ограничивается только радиально симметричными пучками и может записываться как функция поперечных координат x и y отдельно. Определим среднеквадратическое отклонение для пучка $\sigma_x(z)$, например по координате x , следующим образом:

$$\sigma_x^2(z) = \frac{\iint (x - \langle x \rangle)^2 I(x, y, z) dx dy}{\iint I(x, y, z) dx dy}, \quad (11.4.10)$$

где

$$\langle x \rangle = \left[\iint x I(x, y, z) dx dy \right] / \left[\iint I(x, y, z) dx dy \right].$$

Аналогичным образом эту величину можно записать и для координаты y .

Для того чтобы определить расходимость пучка, обозначим через $\hat{I}(s_x, s_y)$ интенсивность волны в нормированных угловых координатах $s_x = \theta_x/\lambda$ и $s_y = \theta_y/\lambda$, которые обычно называются пространственно-частотными координатами волны и в общем смысле используются в дифракционной оптике [7]. Если, например, значение расходимости получено путем измерения интенсивности $I(x', y')$ в плоскости x', y' на большом расстоянии z от источника, то угловую интенсивность $\hat{I}(s_x, s_y)$ можно получить из $I(x', y')$, используя следующие соотношения:

$$x' = \theta_x z = s_x \lambda z \quad (11.4.11a)$$

и

$$y' = \theta_y z = s_y \lambda z. \quad (11.4.11b)$$

Имея распределение интенсивности $\hat{I}(s_x, s_y)$, можно определить среднеквадратическое отклонение в функции пространственных частот s_x следующим образом:

$$\sigma_{s_x}^2 = \frac{\iint (s_x - \langle s_x \rangle)^2 \hat{I}(s_x, s_y) ds_x ds_y}{\iint \hat{I}(s_x, s_y) ds_x ds_y}, \quad (11.4.12)$$

где

$$\langle s_x \rangle = \left[\iint s_x \hat{I}(s_x, s_y) ds_x ds_y \right] / \left[\iint \hat{I}(s_x, s_y) ds_x ds_y \right].$$

Аналогичным образом эту величину можно записать и для координаты y .

Если теперь обозначить через $u(x, y, z)$ поперечное распределение амплитуды пучка (так что $I \sim |u|^2$) и через $\hat{u}(s_x, s_y)$ распределение амплитуды в пространственно-частотных координатах (так что $I \sim |\hat{u}|^2$), можно сказать, что для любого произвольного оптического пучка две функции могут быть связаны преобразованием Фурье [7]. Можно затем показать, что для любого произвольного лазерного пучка величина $\sigma_x^2(z)$ подчиняется уравнению распространения пучка в свободном пространстве:

$$\sigma_x^2(z) = \sigma_{x0}^2 + \lambda^2 \sigma_{s_x}^2 (z - z_{0x})^2, \quad (11.4.13)$$

где σ_{x0} — минимальное значение σ_x , а z_{0x} — координата, при которой это минимальное значение достигается. Аналогичным образом можно показать, что (по аналогии с (11.3.28))

$$\sigma_{x0} \sigma_{s_x} \geq 1/4\pi. \quad (11.4.14)$$

Данное неравенство справедливо только для когерентного гауссова пучка. Действительно, в этом случае имеем $I(x, y, z) \sim \exp[-2(x^2 + y^2)/w^2(z)]$. Выполнив соответствующее преобразование координат (11.4.11), нетрудно показать, что $\hat{I}(s_x, s_y) \propto \exp[-2\pi^2 w_0^2 (s_x^2 + s_y^2)]$. Таким образом, из выражений (11.4.10) и (11.4.12) получаем:

$$\sigma_x(z) = w(z)/2, \quad (11.4.15a)$$

$$\sigma_{s_x} = 1/2\pi w_0 \quad (11.4.15b)$$

и, очевидно, что из выражения (11.4.15a) при $z = 0$ имеем:

$$\sigma_{x0} = w_0/2. \quad (11.4.15b)$$

Далее из выражений (11.4.15b) и (11.4.15b) находим:

$$(\sigma_{x0} \sigma_{s_x}) G = 1/4\pi. \quad (11.4.16)$$

Описав соответствующие параметры, можно теперь определить так называемый M^2 -фактор, как отношение произведения $(\sigma_{x0} \sigma_{s_x})$ для произвольного пучка к соответствующему произведению $(\sigma_{x0} \sigma_{s_x}) G$ для гауссова пучка, т. е.

$$M_x^2 = (\sigma_{x0} \sigma_{s_x}) / (\sigma_{x0} \sigma_{s_x}) G = 4\pi (\sigma_{x0} \sigma_{s_x}). \quad (11.4.17)$$

Аналогичным образом это выражение записывается для координаты y . Следует отметить, что согласно выражению (11.4.14), имеем $M_x^2 \geq 1$. Обычно понятие M^2 -фактора характеризует качество пучка. Поскольку большее значение M_x^2 соответствует меньшему качеству пучка, этот параметр иногда называют фактором, обратным качеству пучка. Также следует заметить, что если сравнивать произвольный пучок с гауссовым пучком, имеющим то же самое среднеквадратическое отклонение, т. е. если $(\sigma_{x0}) G = (\sigma_{x0})$, то фактор M_x^2 показывает, насколько расходимость произвольного пучка превышает расходимость гауссова пучка.

В качестве альтернативы подходу, описываемому выражением (11.4.13), распространение многомодового лазерного пучка можно описать, учитывая

тот факт, что согласно выражениям (11.4.15а) и (11.4.15в) для гауссова пучка имеет место: $w_x(z) = 2\sigma_x(z)$ и $w_{x0} = 2\sigma_{x0}$. Таким образом, для лазерного пучка с наиболее распространенным поперечным профилем интенсивности можно определить параметры размеров пятна $W_x(z)$ и W_{x0} :

$$W_x(z) = 2\sigma_x(z), \quad (11.4.18а)$$

$$W_{x0} = 2\sigma_{x0}. \quad (11.4.18б)$$

Следует отметить, что для обозначения параметров размера пятна произвольного лазерного пучка здесь используются прописные буквы $W_x(z)$ и W_{x0} . Подставляя в выражение (11.4.13) величины $\sigma_x(z)$ и σ_{x0} из (11.4.18) и σ_{sx} из (11.4.17), находим:

$$W_x^2(z) = W_{x0}^2 + M_x^4 \frac{\lambda^2}{\pi^2 W_{x0}^2} (z - z_{0x})^2. \quad (11.4.19)$$

Очевидно, что для гауссова пучка имеем $W_x(z) = w_x(z)$, $W_{x0} = w_{x0}$ и $M_x^2 = 1$, и в этом случае выражение (11.4.19) сводится к (4.7.13а). С другой стороны, для многомодового лазерного пучка запись (11.4.19) формально напоминает выражение для гауссова пучка, за исключением того, что второй член в правой части этого выражения, описывающий распространение пучка с учетом дифракции, умножается на величину M_x^4 .

Выражение (11.4.19) описывает распространение многомодового лазерного пучка через функцию, в которой параметр размера пятна $W_x(z)$ определен достаточно точно. Следует заметить, что распространение пучка определяется тремя параметрами W_{x0} , M_x^2 и z_{0x} . Их значения могут быть определены путем измерения размера пучка $W_x(z)$ при трех различных значениях координаты z . Также следует сказать, что при больших расстояниях z_{0x} от положения перетяжки из выражения (11.4.19) можно получить

$$W_x(z) \cong (M_x^2 \lambda / \pi W_{x0}) (z - z_{0x}).$$

Для многомодового лазерного пучка можно теперь определить величину расходимости:

$$\theta_{dx} = W_x(z) / (z - z_{0x}) = M_x^2 (\lambda / \pi W_{x0}). \quad (11.4.20)$$

Таким образом, расходимость многомодового лазерного пучка в M_x^2 раз больше расходимости гауссова пучка при одних и тех же размерах пучка (т. е. при $w_{x0} = W_{x0}$). Сравнивая выражения (11.4.20) и (11.4.9), можно также вывести соотношение, связывающее параметры M_x^2 , W_{x0} и диаметр области когерентности D_c .

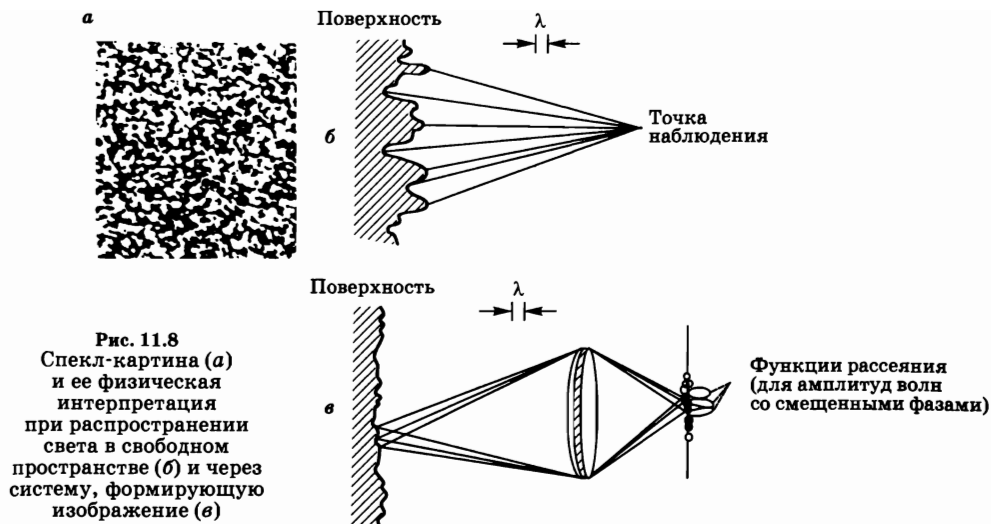
Пример 11.4. M^2 -фактор и параметр размера пятна полупроводникового лазера с кристаллом большой площади. Рассмотрим полупроводниковый лазер на структуре AlGaAs/GaAs с большой площадью кристалла, размеры выходного пучка которого на выходе из кристалла (т. е. в ближней зоне) составляют $d_{\perp} = 0,8$ мкм и $d_{\parallel} = 100$ мкм. Расходимость пучка составляет $\theta_{\perp} = 20^\circ$ и $\theta_{\parallel} = 10^\circ$. Символы $\perp$ и $\parallel$ обозначают перпендикулярное и параллельное направление относительно плоскости p - n -перехода соответственно. Диаметр d измерялся на полувысоте распределения интенсивности,

тогда как расходимость определялась как половинный угол, измеренный на полувысоте от максимума интенсивности. Поскольку выходной торец полупроводника является плоским, за положение перетяжки для оси x и оси y можно принять плоскость выходного торца. Распределение интенсивности в ближней зоне для плоскости, перпендикулярной p - n -переходу («быстрая ось»), можно приближенно считать гауссовым. Соответствующий размер пятна $w_{0\perp} = W_{0\perp}$ должен удовлетворять выражению $\exp[-2(d_{\perp}/2w_{0\perp})^2] = (1/2)$. Таким образом, имеем $w_{0\perp} = W_{0\perp} = d_{\perp}/[2\ln 2]^{1/2} \cong 0,68$ мкм. Профиль интенсивности в дальней зоне (вдоль того же направления) можно также считать гауссовым. Согласно выражению (11.4.11), для больших значений z такой профиль интенсивности (в обозначениях координаты θz) можно описать как $\propto \exp[-2(\theta z/W_{\perp})^2]$, где $W_{\perp}(z) = w_{\perp}(z)$ — размер пятна, значение которого может быть получено из условия $\exp[-2(\theta_{d\perp} z/W_{\perp})^2] = (1/2)$. Поскольку расходимость пучка определялась в этом случае как $\theta_{d\perp} = W_{\perp}/z$, получаем $\theta_{d\perp} = [2/\ln 2]^{1/2}\theta_{\perp} \cong 0,59$ радиан, и из выражения (11.4.20) находим $M_{\perp}^2 = \pi W_{0\perp} \theta_{d\perp} / \lambda = \pi \theta_{\perp} d_{\perp} / (\ln 2) \lambda = 1,5$, где $\lambda \cong 850$ нм. Как и ожидалось, $M_{\perp}^2$ -фактор в этом случае оказался близким к $M_{\perp}^2$ -фактору для гауссова пучка. Распределение интенсивности в ближней зоне для плоскости, параллельной p - n -переходу («медленная ось») можно приближенно считать постоянным. Из выражения (11.4.10) получаем $W_{0\parallel} \cong d_{\parallel}/2 = 50$ мкм. С другой стороны, распределение интенсивности в дальней зоне описывается колоколообразной функцией, которая приближенно может считаться функцией Гаусса. По аналогии получаем $\theta_{d\parallel} = [2/\ln 2]^{1/2}\theta_{\parallel} \cong 0,148$ рад. и из выражения (11.4.20) находим $M_{\parallel}^2 = \pi W_{0\parallel} \theta_{d\parallel} / \lambda = \pi \theta_{\parallel} d_{\parallel} / [2\ln 2]^{1/2} \lambda = 55$. Таким образом, в направлении «медленной оси» расходимость пучка оказывается намного больше, чем в случае дифракционно-ограниченного гауссова пучка, т. е. пучок является многократно дифракционно-ограниченным.

11.5. ЛАЗЕРНАЯ СПЕКЛ-КАРТИНА

После рассмотрения вопроса о когерентности первого порядка, приведенного в разделе 11.3, следует упомянуть об удивительном явлении, характерном для лазерного излучения и называемом *спекл-картиной* [8, 9]. Спекл-картину можно увидеть, если наблюдать лазерный свет, рассеянный от стены или рассеивающего транспаранта. Наблюдаемый рассеянный свет состоит из скопления ярких и темных пятен (или спеклов), см. рис. 11.8а. Несмотря на хаотическое распределение пятен можно различить пятно (или зерно) средних размеров. Из первых же работ и публикаций по данной теме стало ясно, что это явление обусловлено интерференцией вторичных волн с усилением и ослаблением, распространяющихся от небольших рассеивающих центров, расположенных на поверхности стены или рассеивающего транспаранта. Поскольку рассматриваемое явление наблюдается только тогда, когда излучение имеет высокую степень когерентности первого порядка, оно представляет собой неотъемлемое свойство лазерного излучения.

Физическую природу наблюдаемой зернистости нетрудно понять как при распространении света в свободном пространстве (рис. 11.8б), так и при рас-



пространении его через систему формирования изображения (рис. 11.8в), если рассмотреть случай, когда рабочие поверхности рассеивателей имеют очень большую шероховатость в масштабе оптических длин волн. При распространении в свободном пространстве результирующая оптическая волна в любой точке, находящейся на не слишком большом расстоянии от рассеивающей поверхности, состоит из многих когерентных компонент или элементарных волн, каждая из которых испускается со своего микроскопического элемента поверхности. Обратившись к рис. 11.8б, заметим, что расстояния, пройденные этими различными волнами, могут отличаться на много длин волн. Интерференция сдвинутых по фазе, но когерентных элементарных волн приводит к зернистому распределению (или спекл-картине, как ее обычно называют). Если оптическое устройство представляет собой систему формирования изображения (рис. 11.8в), то при объяснении наблюдаемой картины необходимо учитывать и дифракцию, и интерференцию. Действительно, вследствие ограниченной разрешающей способности даже самой идеально скорректированной системы формирования изображения, интенсивность света в данной точке изображения может быть результатом когерентного сложения вкладов световых волн, испущенных из многих независимых участков поверхности. Данная ситуация встречается на практике, когда функция рассеяния точки (или функция разрешения) для системы формирования изображения оказывается достаточно широкой по сравнению с микроскопическими дефектами поверхности.

Нетрудно получить оценку по порядку величины размера зерна d_g (т. е. среднего размера пятен в спекл-картине) для двух рассмотренных выше схем. В первом случае (см. рис. 11.9а) рассеянный свет регистрируется на фотопленке, расположенной на расстоянии L от рассеивателя, причем между фотопленкой и рассеивателем отсутствуют какие-либо оптические элементы (например, линзы). Предположим, что в плоскости регистрации, в некоторой точке P существует светлый спекл. Это означает, что свет, дифрагированный

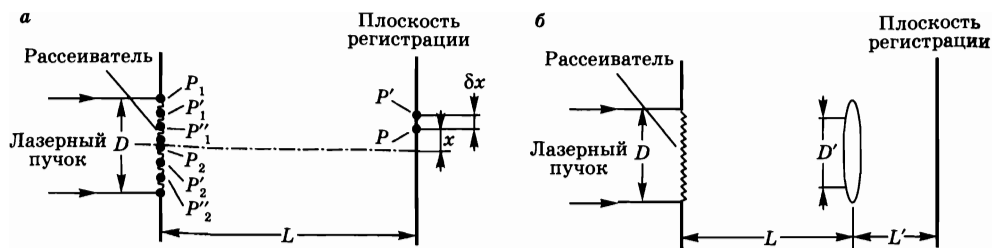


Рис. 11.9

К расчету размера зерна спекл-картины при распространении света в свободном пространстве (а) и через систему, формирующую изображение (б)

на всех точках рассеивателя, будет интерферировать в точке P преимущественно с усилением, давая в результате ненулевое значение амплитуды поля. Подходя эвристически, можно утверждать, что вклады от дифракции в точке P от волн, рассеянных в точках P_1, P'_1 и P'_2 и т. д., складываются (в среднем) в фазе с волнами, рассеянными в точках P_2, P'_2, P'_2 и т. д. Теперь можно задать вопрос: как далеко необходимо переместить точку P вдоль оси x в плоскости регистрации, чтобы расстроить наблюдаемую картину интерференции с усилением? Это произойдет, когда вклады от волн, дифрагированных, например от точек P_1 и P_2 в новую точку P' , будут интерферировать с ослаблением, а не с усилением. В этом случае можно показать, что вклады от точек P'_1 и P'_2 будут также интерферировать с ослаблением, как и в случае точек P'_1 и P'_2 и т. д., и полная интенсивность света будет иметь минимальное значение. Например, выберем точки P_1 и P_2 и потребуем, чтобы изменение δx координаты x точки P было таким, чтобы соответствующее изменение $\delta(P_2P - P_1P)$ разности длин $P_2P - P_1P$ было бы равно $\lambda/2$. Поскольку расстояние $P_2P = (x^2 + L^2)^{1/2}$ и расстояние $P_1P = [(D/2 - x)^2 + L^2]^{1/2}$, то (для $D \ll L$) получаем $\delta(P_2P - P_1P) \cong (D/2L)\delta x$. Если потребовать выполнения равенства $\delta(P_2P - P_1P) = \lambda/2$, то можно записать:

$$\delta x = \lambda L / D. \quad (11.5.1)$$

Проведя аналогичные вычисления, нетрудно показать, что точно такой же результат получается, если рассматривать точки P'_1 и P'_2 (или точки P'_1 и P'_2 и т. д.), а не точки P_1 и P_2 . Теперь все соответствующие вклады от волн (в среднем) будут складываться с ослаблением, а не с усилением. Таким образом, для размера зерна d_g можно записать следующее приближенное выражение:

$$d_g \cong 2\delta x = 2\lambda L / D. \quad (11.5.2)$$

Чтобы получить приближенное выражение для размера зерна в случае применения системы формирования изображения (рис. 11.8б), можно использовать аналогичный подход, который использовался при расчете диаметра пятна пучка в фокальной плоскости линзы (диска Эйри). Рассмотрим случай, когда рассеиватель на рис. 11.9а помещен перед линзой с фокусным расстоянием $f = L$. Тогда максимум интенсивности будет располагаться в точке с координатой $x = 0$ (т. е. в центре плоскости регистрации), поскольку линза даст сферический волновой фронт, и вклады от волн, дифрагирован-

ных в точках P_1, P'_1, P''_1 и т. д., будут складываться в фазе с волнами, исходящими из точек P_2, P'_2, P''_2 и т. д. Размер пятна в фокальной плоскости снова приближенно дается выражением (11.5.2), и для рассматриваемого случая составляет $d_g \cong 2\lambda L/D$. Этот результат необходимо сравнить со значением $d_g = 2,44\lambda L/D$, полученным из функции Эйри, см. рис. 11.6. Из этого примера можно понять следующее общее свойство дифрагированной волны: если вся апертура диаметром D дает когерентный вклад при формировании одного или многих пятен дифрагированным светом в плоскости регистрации, расположенной на расстоянии L , то в любом случае минимальный размер пятна в этой плоскости приближенно равен $2\lambda L/D$.¹ Следует заметить, что в случае рассеивателя этот когерентный вклад от всей апертуры D имеет место при условии, что: 1) диаметр d_s отдельного рассеивающего центра гораздо меньше диаметра отверстия D и 2) в плоскости регистрации имеется существенное перекрытие между дифрагированными пучками от различных рассеивающих центров. Это означает, что сечение любого из этих пучков в плоскости регистрации ($\sim \lambda L/d_s$) оказывается больше, чем среднее расстояние между ними ($\sim D$). Следовательно, длина L должна быть такой, чтобы выполнялось неравенство $L > d_s D/\lambda$. Например, если $d_s = 10$ мкм и $\lambda = 0,5$ мкм, то $L > 20D$.

Теперь рассмотрим случай, когда рассеянный свет регистрируется на фотопленке после того, как он прошел через линзу, проецирующую изображение рассеивателя на фотопленку (см. рис. 11.9б). Предположим, что апертура линзы равна D' и что апертура полностью заполняется светом, дифрагирующим на отдельных рассеивателях (т. е. $(2\lambda L/d_s) \geq D'$). В этом случае вся апертура линзы дает вклад в дифракционную картину на фотографической пластине и размер зерна d_g на пластине задается выражением:

$$d_g = 2\lambda L'/D'. \quad (11.5.3)$$

Следует заметить, что устройство на рис. 11.9б также соответствует случаю, когда глаз смотрит непосредственно на рассеивающую поверхность. В этом случае линзой служит хрусталик, а плоскостью регистрации — сетчатка глаза. Соответственно, величина d_g , определяемая выражением (11.5.3), представляет собой диаметр зерна на сетчатке глаза. Следует отметить, что видимый диаметр d_{ag} зерна на рассеивающей поверхности определяется как

$$d_{ag} = d_g(L/L') = 2\lambda L/D'. \quad (11.5.4)$$

Из этого выражения, которое определяет разрешающую способность глаза для объекта, расположенного на расстоянии L , видно, что величина d_{ag} возрастает с увеличением расстояния L , т. е. с увеличением расстояния между наблюдателем и рассеивающей поверхностью, и уменьшается с увеличением апертуры хрусталика (например, когда глаз адаптирован к темноте). Оба этих результата действительно подтверждаются в экспериментах.

Спекл-шум зачастую является нежелательным свойством когерентного света. Пространственное разрешение объектов, освещенных лазерным

¹ Поскольку $L \gg D$, распределение поля в плоскости регистрации определяется пространственным Фурье-преобразованием этого распределения во входной плоскости [7]. Это свойство следует из общего характера Фурье-преобразования.

светом, во многих случаях ограничивается спекл-шумом. Спекл-шум возникает также в реконструированном изображении голограммы и ограничивает пространственное разрешение этого изображения. Поэтому были разработаны методы, которые уменьшают влияние спекл-картины при когерентном освещении объектов [9]. Однако спекл-шум не всегда является вредным эффектом. Действительно, разработаны методы, использующие свойства спекл-картины (*спекл-интерферометрия*), которые позволяют довольно простым способом определять деформации крупных объектов, вызываемые, например, напряжениями или вибрациями.

Пример 11.5. Размер зерна спекл-картины, видимой наблюдателем.

Рассмотрим пучок красного цвета от He-Ne лазера (длина волны излучения $\lambda = 633$ нм), освещающий площадь диаметром $D = 2$ см на рассеивающей поверхности, для которой характерный размер отдельных рассеивающих центров составляет $d_s = 50$ мкм. Рассеянный свет регистрируется глазом человека на расстоянии $L = 50$ см от рассеивателя. Пусть $L' = 2$ см — расстояние между сетчаткой глаза и хрусталиком, и пусть $D' = 2$ мм — диаметр зрачка. Поскольку величина $(2\lambda L/d_s) \cong 12,7$ мм существенно больше диаметра D' , то вся апертура зрачка заполняется светом, дифрагированным от каждого отдельного рассеивателя. Видимый размер спекла в освещенной области рассеивателя определяется выражением (11.5.4) и составляет $d_{ag} \cong 316$ мкм. Следует отметить, что если наблюдатель переместится на расстояние $L = 100$ см от рассеивателя, то видимый размер зерна на освещенном пятне (диаметром $D = 2$ см) рассеивателя будет в два раза больше и составит ~ 632 мкм.

11.6. ЯРКОСТЬ

Понятие яркости B источника света или лазерного источника кратко рассматривалось в главе 1 (см. выражения (1.4.3) и (1.4.4)). Следует заметить, что наиболее существенным параметром лазерного пучка (и, вообще говоря, любого источника света) является не мощность и не интенсивность, а яркость. Об этом также говорилось в разделе 1.4.4, где было показано, что максимальное значение интенсивности, которое можно получить с помощью фокусировки пучка, пропорционально яркости этого пучка, см. выражение (1.4.6). Более того, несмотря на то, что интенсивность пучка можно увеличить теми или иными способами, его яркость увеличить нельзя. На рис. 11.10 приведена простая схема с конфокальными линзами, которая позволяет уменьшить диаметр пучка (при условии, что $f_2 < f_1$) и, следовательно, увеличить его интенсивность. Однако расходимость выходного пучка ($\sim \lambda/D_2$) будет больше, чем расходимость входного пучка ($\sim \lambda/D_1$) и, следовательно, яркость останется неизменной. Это свойство, продемонстрированное на конкретном примере, справедливо и в общем случае (даже для некогерентных источников света). Для описанной выше схемы формирования изображения и для данного источника света изображение не может быть ярче исходного

источника излучения (это справедливо при условии, что источник и изображение находятся в среде с одним и тем же показателем преломления).

Яркость лазерного источника на несколько порядков величины больше, чем яркость наиболее мощных некогерентных источников. Это обусловлено чрезвычайно высокой направленностью лазерного пучка.

Сравним, например, Ag лазер, генерирующий на длине волны $\lambda = 514$ нм (зеленое излучение), мощность которого составляет 1 Вт, с наиболее ярким обычным источником света. Таким источником может быть ртутная лампа высокого давления (лампа фирмы PEK Labs типа 107/109), имеющая электрическую мощность ~ 100 Вт, оптическую выходную мощность $P_{out} \approx 10$ Вт и яркость $B \sim 95$ Вт/(см² ср) для наиболее интенсивной излучаемой ею зеленой линии с длиной волны $\lambda = 546$ нм.

Предположим, что лазер генерирует на моде TEM_{00} , тогда площадь поперечного сечения лазерного пучка можно определить как $A = (\pi w_0^2 / 2)$, где w_0 — размер пятна в перетяжке пучка. Число 2 в знаменателе подразумевает, что w_0 на самом деле представляет собой размер пятна по амплитуде поля лазерного излучения на уровне $(1/e)$, а не по интенсивности излучения. Кроме того, поскольку расходимость поля на уровне $(1/e)$ определяется как $\theta = (\lambda / \pi w_0)$, телесный угол излучения может быть записан в виде $\Omega = (\pi \theta^2 / 2)$. Яркость этого лазерного источника может быть теперь записана как $B = (P / A\Omega)$, где P — его мощность. Из предыдущих двух выражений для площади сечения пучка и телесного угла излучения можно записать следующее соотношение:

$$B = (4P / \lambda^2). \quad (11.6.1)$$

Подставляя соответствующие значения P и λ для этого лазера, получаем $B \approx 1,6 \cdot 10^9$ Вт/(см² ср). Таким образом, яркость Ag лазера более чем на 7 порядков величины превышает яркость лампы. Теперь, поскольку максимальные значения интенсивности, достигаемые в результате фокусировки излучения от соответствующих источников, пропорциональны яркости, можно количественно обосновать причину применения в таких приложениях, как сварка и резка материалов, именно сфокусированных лазерных пучков, в отличие от сфокусированного излучения лампы.

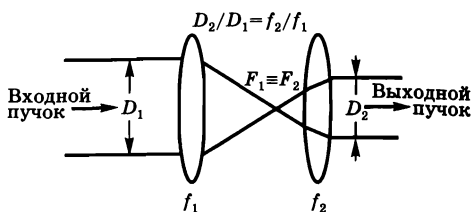


Рис. 11.10
Метод увеличения интенсивности лазерного пучка

11.7. СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ И ИЗЛУЧЕНИЯ ТЕПЛОВЫХ ИСТОЧНИКОВ

Флуктуации поля во времени, присущие как лазерным, так и тепловым источникам света, могут быть описаны в рамках соответствующего статистического подхода. Пусть $E(t) = A(t)\exp\{j[\omega t - \phi(t)]\}$ — амплитуда поля в некоторой заданной точке пространства. Записав это выражение в виде

$E(t) = \tilde{E}t \exp\{j(\omega t)\}$, где $\tilde{E} = A \exp\{-j(\phi)\}$, будем рассматривать только медленно меняющуюся (в масштабах оптических частот) комплексную амплитуду $\tilde{E}(t)$. Предположим, что в различные моменты времени был проведен ряд измерений величины $\tilde{E}$, например ее реальной E_r и мнимой E_i части. Имея достаточно большую выборку, можно построить двумерное распределение вероятности $p_E(\tilde{E}) = p_E(E_r, E_i)$, определенную таким образом, что величина $dp = p_E(\tilde{E}) dE_r dE_i$ представляет собой элементарную вероятность нахождения измеряемого значения величины поля в интервале E_r и $E_r + dE_r$ для реальной ее части и в интервале E_i и $E_i + dE_i$ для мнимой. В качестве альтернативы можно представить распределение $p_E(\tilde{E})$ как функцию амплитуды A и фазы ϕ и, следовательно, записать величину $dp = p_E(\tilde{E}) A dA d\phi$ как элементарную вероятность нахождения измеряемого значения амплитуды в интервале A и $A + dA$ и фазы в интервале ϕ и $\phi + d\phi$. Зная распределение $p_E(\tilde{E})$, согласно (11.1.3) можно записать выражение для среднего значения интенсивности волны:

$$\langle I \rangle = \frac{\iint |E|^2 p_E(\tilde{E}) dE_r dE_i}{\iint p_E(\tilde{E}) dE_r dE_i} = \frac{\iint A^2 p_E(\tilde{E}) A dA d\phi}{\iint p_E(\tilde{E}) A dA d\phi}. \quad (11.7.1)$$

Распределение вероятности может быть представлено в трехмерном пространстве как функция величин E_r и E_i .

Зависимость $p_E(\tilde{E})$ от (E_r, E_i) для одномодового лазерного источника приведена на рис. 11.11а. Как уже обсуждалось в разделе 7.11, интенсивность выходного излучения и, следовательно, амплитуда поля такого лазера являются фиксированными (для заданной скорости накачки) при выполнении условия баланса между переходами с нижних уровней на верхние (вследствие накачки) и переходами с верхних уровней на нижние — вследствие как вынужденных, так и спонтанных процессов. Незначительные флуктуации амплитуды могут возникать из-за флуктуаций скорости накачки и флуктуаций длины резонатора. С другой стороны, фаза $\phi(t)$ не привязана к процессам, связанным с самими переходами (точнее говоря, к условию баланса), и ее значение может изменяться в пределах от 0 до ∞ . Поскольку известно, что

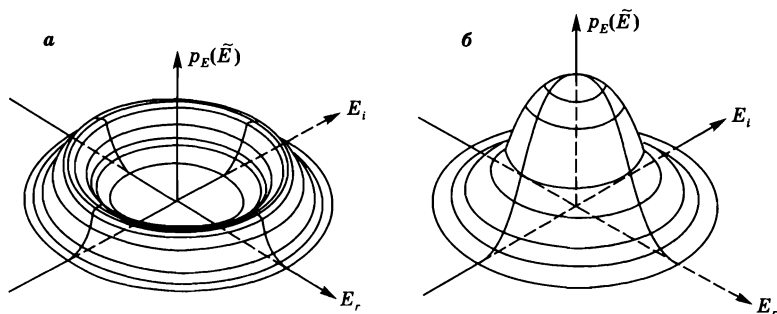


Рис. 11.11
Распределение вероятности $p_E(\tilde{E})$ сигнала $\tilde{E}$ светового пучка в зависимости от вещественной E_r и мнимой E_i частей сигнала:

а) когерентный сигнал, излучаемый одномодовым лазером; б) излучение теплового источника, например обычного источника света.

$A = [E_r^2 + E_i^2]^{1/2}$ и $\phi = -\tan^{-1}(E_i/E_r)$, можно ожидать, что указанная зависимость будет иметь вид, как показано на рис. 11.11а. Следует заметить, что флуктуации амплитуды $A = A(t)$ представлены на рисунке в сильно увеличенном масштабе. Как правило, относительные флуктуации амплитуды для твердотельного лазера с диодной накачкой, работающего в режиме свободной генерации, составляют несколько процентов (см. рис. 7.30). В первом порядке приближения можно записать:

$$p_E(\tilde{E}) \propto \delta(A - A_0), \quad (11.7.2)$$

где δ — функция Дирака, A_0 — константа, определяемая средней интенсивностью световой волны. Действительно, подстановка выражения (11.7.2) в (11.7.1) дает $\langle I \rangle = A_0^2$. Таким образом, точка, которая описывает величину $\tilde{E}(t)$ в плоскости (E_r, E_i) , будет перемещаться во времени по окружности радиусом $|\tilde{E}| = A_0$. Благодаря статистической природе флуктуаций фазы это движение будет иметь вид случайного блуждания, угловая скорость $d\phi/dt$ которого будет определять ширину полосы лазерной генерации.

Зависимость $p_E(\tilde{E})$ от (E_r, E_i) для теплового источника приведена на рис. 11.11б. В этом случае суммарное поле формируется за счет суперпозиции некоррелированных световых волн (вследствие спонтанного излучения), испущенных отдельными атомами источника света. В этом случае, поскольку число таких некоррелированных излучателей очень велико, согласно центральной предельной теореме, распределение амплитуды вещественной и мнимой частей величины $\tilde{E}$ должно подчиняться закону Гаусса. Таким образом, можно записать:

$$p_E(\tilde{E}) \propto \exp\left(-\frac{E_r^2 + E_i^2}{A_0^2}\right) = \exp\left(-\frac{A^2}{A_0^2}\right), \quad (11.7.3)$$

где A_0 — константа, определяемая средней интенсивностью световой волны. Действительно, подстановка выражения (11.7.3) в (11.7.1) дает $\langle I \rangle = A_0^2$. Следует отметить, что в этом случае средние значения обеих величин E_r и E_i равны нулю. Таким образом, движение точки, которая описывает величину $\tilde{E}(t)$ в плоскости (E_r, E_i) , можно рассматривать как случайное блуждание относительно начала координат. Скорость этого движения, выраженная через изменения амплитуды и фазы (dA/dt и $d\phi/dt$ соответственно), определяет ширину полосы излучения теплового источника света.

11.8. СРАВНЕНИЕ ЛАЗЕРНОГО И ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЙ

Сравним между собой два источника света: первый — He-Ne лазер, генерирующий на одной моде (длина волны $\lambda = 633$ нм) и имеющий довольно «скромную» выходную мощность (1 мВт), и второй — возможно, наиболее яркий нелазерный источник, рассмотренный в разделе 1.6 (лампа *PEK Labs* типа 107/109), выходная оптическая мощность которого составляет $P_{out} \cong 10$ Вт и яркость $B \sim 95$ Вт/(см² ср) (для наиболее интенсивной зеленой линии, длина

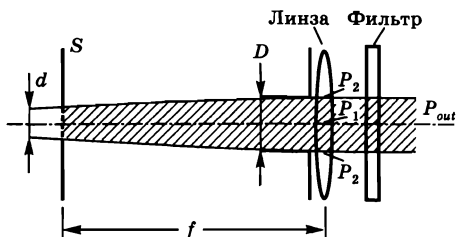


Рис. 11.12
Пространственный и частотный
фильтры для получения
когерентного пучка
от некогерентного источника
света (лампы)

волны которой составляет $\lambda = 546$ нм). В случае упомянутой лампы, для получения пучка с хорошей пространственной когерентностью можно применить схему, приведенную на рис. 11.12, в которой используется собирающая линза с фокусным расстоянием f и подходящей апертурой D . Излучение лампы обусловлено световыми волнами, испускаемыми отдельными излучателями, расположенными внутри апертуры d , проделанной в экране S . Следуя рассуждениям, проведенным в разделе 11.3.6, для получения пучка, пространственная когерентность которого близка к идеальной, апертура D должна удовлетворять условию (см. (11.3.43)):

$$D \cong 0,32\lambda f/d. \quad (11.8.1)$$

И хотя пространственная когерентность такого пучка оказывается несколько меньше единицы ($\gamma^{(1)}(P_1, P_2) \cong 0,88$ для данного случая), ее, в общем смысле, можно считать сравнимой с пространственной когерентностью He-Ne лазера (значение величины $\gamma^{(1)}$ которого можно взять за единицу). Выходная мощность пучка после линзы определяется как $P_{out} = BA\Omega$, где B — яркость лампы, A — площадь излучающей области ($A = \pi d^2/4$) и Ω — телесный угол, образованный апертурой линзы ($\Omega = \pi^2 D^2/4f^2$). С помощью выражения (11.8.1), сравнивая с формулой (1.6.1), получаем:

$$P_{out} \cong (\lambda/4)^2 B. \quad (11.8.2)$$

Подставляя значение яркости для лампы ($B = 95$ Вт/(см² ср)), находим $P_{out} \cong 1,8 \cdot 10^{-8}$ Вт. Следует отметить, что данная мощность приблизительно на 5 порядков величины меньше мощности He-Ne лазера и примерно на 9 порядков меньше выходной мощности самой лампы. Также следует сказать, что, согласно выражению (11.8.2), выходная мощность, которую можно получить при выделении пространственно-когерентного пучка от излучения лампы, зависит только от яркости самой лампы, и это наглядно подтверждает, насколько важным является параметр яркости.

В конечном итоге (ценой колоссальных потерь в плане выходной оптической мощности) мы имеем пучок, сравнимый по параметру пространственной когерентности с пучком He-Ne лазера. Однако степень временной когерентности все еще оставляет желать лучшего, поскольку ширина линии излучения лампы существенно превышает ширину линии He-Ne лазера. Действительно, линия излучения в лампе значительно уширена из-за высокого давления инертного газа в колбе лампы и составляет $\Delta\nu \cong 10^{13}$ Гц. В гелий-неоновом лазере ширина линии (при использовании современных схем стабилизации частоты) составляет $\Delta\nu_L \cong 1$ кГц. Для того чтобы уравнять степень временной

когерентности двух упомянутых источников света, прежде всего необходимо уравнивать ширину линии излучения. В принципе, это можно реализовать с помощью частотного фильтра с узкой полосой пропускания (около 1 кГц), установленного после лампы (см. рис. 11.12). Однако такой фильтр существенно уменьшает выходную мощность источника, почти на десять порядков величины (согласно $(\Delta\nu_L/\Delta\nu) \cong 10^{-10}$), так что окончательно выходная мощность пространственно и частотно отфильтрованного излучения лампы составит $P_{out} \cong 10^{-18}$ Вт.

Таким образом, хотя практически были потеряны 19 порядков величины от выходной мощности излучения лампы (для зеленой линии), все же можно сказать, что пучок He-Ne лазера и отфильтрованный выходной пучок лампы (см. рис. 11.12) имеют приблизительно равную степень пространственной и временной когерентности. Чтобы уравнивать эти пучки по выходной мощности, необходимо поставить ослабляющий светофильтр (с коэффициентом ослабления 10^{15}) на пути пучка He-Ne лазера. В этом случае два описанных пучка будут иметь одинаковую мощность и приблизительно равную степень когерентности. Теперь было бы закономерно задать вопрос: будут ли эти пучки полностью идентичными, т. е. неразличимыми. На самом деле ответ на этот вопрос является отрицательным. Действительно, детальное сравнение этих двух источников света показывает, что они по существу остаются разными, и что особенно важно, пучок He-Ne лазера все еще остается более когерентным.

Предварительное сравнение излучения лазера и теплового источника можно без труда провести в рамках рассмотрения статистических свойств этих двух источников. Действительно, можно сразу отметить, что и процедура фильтрации излучения в случае лампового источника, и установка на пути пучка He-Ne лазера ослабляющего фильтра, по сути, не изменяют статистических свойств излучения описанных выше источников света. Таким образом, для описания статистических свойств можно опять обратиться к рисункам, рассмотренным в разделе 11.7 (см. рис. 11.11а и рис. 11.11б). Из этих рисунков видно явное отличие этих двух пучков. Следует отметить, что, поскольку мощность излучения для этих двух источников одинакова, величина A_0 в выражениях (11.7.2) и (11.7.3) будет также одинаковой. Также следует заметить, что если принимать равной степень пространственной когерентности для этих двух пучков, то в этом случае скорость движения точки, которая описывает величину $\vec{E}(t)$ в плоскости (E_r, E_i) , будет одинаковой. Окончательно заметим, что если пространственная когерентность двух пучков принимается равной, то это означает, что для каждого пучка скорость движения этой характерной точки в плоскости (E_r, E_i) будет одинаковой в любой точке волнового фронта. Несмотря на это статистические свойства двух пучков, как показано на рис. 11.11, остаются различными.

Дополнительный способ описания различия между излучениями лазера и теплового источника заключается в том, что для соответствующих полей можно ввести должным образом определенные функции когерентности более высокого порядка (см. приложение E). Напомним, что функция когерентности $\Gamma^{(1)}$ уже вводилась (см. раздел 11.3) через произведение $E(x_1)E^*(x_2)$

комплексных амплитуд полей, взятых в двух различных точках пространства и времени $x_i = (r_i, t_i)$. Верхний индекс (1), использующийся для функции Γ , подразумевает, что она является корреляционной функцией первого порядка между двумя полями. Для когерентности более высокого порядка можно ввести целый класс корреляционных функций более высокого порядка, например $\langle E(x_1)E(x_2)E^*(x_3)E^*(x_4) \rangle$ для четырех явных пространственно-временных точек x_1, x_2, x_3 , и x_4 .¹ Затем можно ввести соответствующее определение для когерентности более высокого порядка $\Gamma^{(n)}$ с учетом этих корреляционных функций. После всех этих введений можно отметить, что степень когерентности более высокого порядка для лазерного излучения оказывается выше, чем для отфильтрованного излучения лампы (см. приложение E). Таким образом, описанные выше пучки (излучение лазерного источника и свет от лампы с последующей пространственной и частотной фильтрацией, см. рис. 11.12) обладают одинаковыми пространственной и временной когерентностью только первого порядка и отличаются когерентностью более высокого порядка.

В заключение следует отметить, что несмотря на все описанные методы пространственной и частотной фильтрации и, следовательно, существенное снижение выходной мощности, излучение теплового источника, по сути, отличается от лазерного излучения.

ЗАДАЧИ

- 11.1. Вычислите функцию $\Gamma^{(1)}(r_1, r_1, \tau)$ для синусоидальной волны.
- 11.2. Получите выражение (11.3.9).
- 11.3. Для интерферометра Майкельсона, изображенного на рис. 11.4а, найдите аналитическое соотношение между интенсивностью I_c в направлении C и функцией $\Gamma^{(1)}(r, r, \tau)$, где $\tau = 2(L_3 - L_2)/c$.
- 11.4. Пусть электромагнитное поле в точке P интерферометра Майкельсона (рис. 11.4а) имеет вид синусоидальной волны с постоянной амплитудой и случайными скачками фазы (рис. 2.9). Найдите аналитическое выражение для $V_p = V_p(\tau)$. Для этого воспользуйтесь соотношением между I_c и $\Gamma^{(1)}(\tau)$, найденным в предыдущей задаче, а также выражением для $\Gamma^{(1)}(\tau)$, полученным в приложении B.
- 11.5. Лазер, работающий на длине волны 10,6 мкм, генерирует излучение с гауссовой формой линии шириной 10 кГц ($\Delta\nu_L$ определяется с помощью соотношения (11.3.27)). Воспользовавшись рис. 11.4б, вычислите расстояние ΔL между двумя последовательными максимумами на кривой интенсивности и длину когерентности L_c .
- 11.6. Линзой фокусируется пучок с плоским волновым фронтом электромагнитного излучения, поперечным сечением круглой формы, одно-

¹ Действительно, можно показать, что заданное поле $E(x)$ может быть полностью описано либо бесконечным набором значений E при различных значениях параметра x , либо через бесконечный набор корреляционных функций, как это было отмечено выше.

родным распределением интенсивности и идеальной пространственной когерентностью. Во сколько раз увеличится интенсивность в фокусе линзы по сравнению с интенсивностью падающей волны?

- 11.7. Гауссов пучок фокусируется линзой с фокусным расстоянием f . Найдите соотношение между максимальной интенсивностью в фокусе линзы и мощностью P_i падающего пучка, если перетяжка последнего находится на линзе, а соответствующий размер пятна w_0 значительно меньше диаметра линзы. Сравните полученное выражение с формулой (11.4.4).
- 11.8. Поперечный профиль интенсивности в ближней зоне для пучка Nd:YAG лазера, генерирующего на длине волны $\lambda = 1,064$ мкм, является гауссовым (с хорошей точностью). Его диаметр, измеренный на полувысоте распределения интенсивности в дальней зоне, составляет $D = 4$ мм. Половинный угол расходимости пучка, измеренный на полувысоте распределения интенсивности в дальней зоне составляет $\theta_d \cong 3$ мрад. Вычислите соответствующий M^2 -фактор.
- 11.9. Поперечный профиль интенсивности в ближней зоне для пучка импульсного ТЕА-СО₂ лазера (с поперечной прокачкой газового потока при атмосферном давлении), генерирующего на длине волны $\lambda = 10,6$ мкм, с хорошей точностью является постоянным в пределах его размеров $1 \text{ см} \times 4 \text{ см}$. Известно, что M^2 -фактор лазера по обеим осям равен 16. Предположив, что перетяжка пучка расположена на выходном зеркале, найдите размеры пятна на расстоянии $z = 3$ м от этого зеркала.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 6th ed. (Pergamon Press, Oxford, 1980), pp. 491–544. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. 2-е изд. М.: Наука, 1970.
2. W. H. Louisell, *Radiation and Noise in Quantum Electronics* (McGraw-Hill, New York, 1964), pp. 47–53. Люиселл У. Излучение и шумы в квантовой электронике. М.: Наука, 1972.
3. Ref. [1], pp. 508–518.
4. J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics* (McGraw-Hill, New York, 1968). Гудмен Дж. Введение в Фурье-оптику. М.: Мир, 1970.
5. Ref. [1], pp. 395–398.
6. A. E. Siegman, Defining and Measuring Laser Beam Quality, in *Solid-State Lasers: New Developments and Applications*, ed. by M. Inguscio and R. Wallenstein (Plenum, New York, 1993) pp. 13–28.
7. Ref. [4], Chap. 5.
8. *Laser Speckle and Related Phenomena*, ed. by J. C. Dainty (Springer-Verlag, Berlin, 1975).
9. M. Françon, *Laser Speckle and Applications in Optics* (Academic, New York, 1979).
10. R. J. Glauber, Optical Coherence and Photon Statistics, in *Quantum Optics and Electronics*, ed. by C. De Witt, A. Blandin and C. Cohen-Tannoudji (Gordon and Breach, New York, 1965), pp. 71, 94–98, 103, 151–155.
11. A. Jeffrey, *Handbook of Mathematical Formulas and Integrals*, (Academic, San Diego, 1995) p. 244.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА: РАСПРОСТРАНЕНИЕ, УСИЛЕНИЕ, ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЧАСТОТЫ, СЖАТИЕ И РАСШИРЕНИЕ ИМПУЛЬСА

12.1. ВВЕДЕНИЕ

Прежде чем использовать лазерный пучок для каких-либо целей, его, как правило, подвергают некоторому преобразованию. Наиболее общепринятым является такое преобразование пучка, когда его заставляют распространяться в свободном пространстве или пропускают через соответствующую оптическую систему. Поскольку при этом происходит изменение пространственного распределения пучка (например, пучок может быть сфокусирован или расширен), в дальнейшем будем называть такое преобразование *пространственным*. Второй способ преобразования, с которым также довольно часто приходится сталкиваться, имеет место, когда пучок пропускают через усилитель или через цепочку усилителей. При этом изменяется главным образом амплитуда пучка, и поэтому такое преобразование будем называть *амплитудным*. Существует еще третий, менее тривиальный способ, когда изменяется длина волны пучка вследствие прохождения его через соответствующую нелинейную оптическую среду (*преобразование длины волны или частоты*). Наконец, с помощью подходящего оптического элемента можно изменять временные характеристики лазерного пучка. Например, с помощью электрооптического или акустооптического модулятора можно модулировать во времени амплитуду непрерывного лазерного пучка, или с помощью дисперсионных систем, использующих нелинейные оптические элементы, можно значительно сократить (*сжатие импульса*) или увеличить (*расширение импульса*) длительность лазерного импульса. Этот четвертый и последний случай назовем *временным преобразованием*. Следует заметить, что во многих случаях все эти четыре типа преобразования оказываются взаимосвязанными. Например, амплитудное преобразование и преобразование длины волны

нередко приводят к одновременным пространственным и временным преобразованиям.

В настоящей главе будут коротко рассмотрены все четыре указанных выше преобразования лазерного пучка. В случае частотного преобразования из различных нелинейных оптических явлений, которые можно для этого использовать [1], здесь будут описаны лишь параметрические эффекты. Фактически именно они лежат в основе некоторых наиболее эффективных методов, используемых при разработке новых источников когерентного излучения. Временное преобразование будет рассмотрено лишь в связи со сжатием и расширением оптического импульса, а с амплитудной модуляцией читатель может ознакомиться в соответствующей литературе [2]. Также будут исключены из рассмотрения некоторые амплитудные и временные преобразования, являющиеся следствием нелинейных эффектов самофокусировки и фазовой самомодуляции [3], хотя, как следует заметить, они могут существенно влиять на характеристики лазерных усилителей.

12.2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ В ПРОСТРАНСТВЕ: РАСПРОСТРАНЕНИЕ МНОГОМОДОВОГО ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА

Распространение гауссова пучка в свободном пространстве, а также пучка с несколькими поперечными модами было рассмотрено в разделах 4.7.2 и 11.4.3 соответственно. В разделе 4.7.2 было показано, что гауссов пучок (например, круглого сечения) характеризуется двумя параметрами, а именно координатой z_0 положения перетяжки и собственно размером самой перетяжки w_0 . В то же время в разделе 11.4.3 было показано, что многомодовый пучок (например, опять круглого сечения) характеризуется уже тремя параметрами: координатой z_0 расположения перетяжки, размером перетяжки W_0 и так называемым M^2 -фактором, определяющим качество пучка. Распространение гауссова пучка через оптическую систему, которая характеризуется своей $ABCD$ -матрицей, было рассмотрено в разделе 4.7.3, где было показано, что комплексный параметр q пучка после прохождения оптической системы может быть выражен через соответствующий параметр q входного пучка, если для него известна соответствующая $ABCD$ -матрица. Для полноты картины в данном разделе будет рассмотрено распространение многомодового лазерного пучка через оптическую систему с заданной $ABCD$ -матрицей.

Рассмотрим вначале случай распространения многомодового лазерного пучка в свободном пространстве [4, 5]. Параметр размера пятна (например, вдоль поперечного направления x при заданной координате z) задается выражением (11.4.19), которое для удобства перепишем еще раз:

$$W_x^2(z) = W_{0x}^2 + M_x^4 \frac{\lambda^2}{\pi^2 W_{0x}^2} (z - z_{0x})^2. \quad (12.2.1)$$

Нетрудно видеть, что при распространении в свободном пространстве многомодовый лазерный пучок ведет себя так, как если бы он состоял из

«встроенного» гауссова пучка, имеющего то же самое положение перетяжки z_{0x} и размер пятна (в зависимости от координаты z), который записывается в виде:

$$w_x(z) = W_x(z)/M_x, \quad (12.2.2)$$

где $M_x = \sqrt{M_x^2}$ — константа. Действительно, подстановка выражения (12.2.2) в (12.2.1) с легкостью дает соотношение (4.7.13а). Можно также показать, что радиус кривизны $R(z)$ волнового фронта этого «встроенного» гауссова пучка равен (при любом значении z) такому же значению для многомодового пучка.

Данный подход, использующий «встроенный» гауссов пучок, применим и для случая распространения пучка через оптическую систему, которая характеризуется своей $ABCD$ -матрицей. Таким образом, распространение многомодового пучка можно описать, используя некоторую процедуру, состоящую из следующих несложных шагов.

1. Вначале с помощью заданных параметров W_{0x} , M_x^2 и z_{0x} многомодового пучка определяется размер перетяжки $w_{0x} = W_{0x}/M_x$ встроенного гауссова пучка, т. е. его перетяжка, лежащая в плоскости расположения перетяжки многомодового пучка.

2. Затем, например с помощью закона $ABCD$ распространения гауссова пучка, рассчитываются параметры встроенного гауссова пучка, прошедшего через оптическую систему.

3. В любой точке оптической системы радиус кривизны волнового фронта многомодового пучка будет совпадать с соответствующим радиусом кривизны встроенного гауссова пучка. Это, в частности, означает, что положение перетяжки для этих двух пучков будет совпадать.

4. Параметр размера пятна W_x многомодового пучка в зависимости от координаты z определяется выражением $W_x(z) = M_x w_x(z)$.

Пример 12.1. Фокусировка многомодового пучка Nd:YAG лазера с помощью тонкой линзы. Рассмотрим многомодовый пучок мощного импульсного Nd:YAG лазера, работающего на длине волны $\lambda \approx 1,06$ мкм и используемого для сварки и резки металлов. Предположим, что распределение интенсивности пучка в ближней зоне приближенно задается гауссовым профилем с диаметром пучка $D = 4$ мм (измеренным на полувысоте интенсивности). Параметр M^2 можно взять равным ~ 40 . Хотелось бы увидеть, что произойдет с пучком при его фокусировке сферической линзой с фокусным расстоянием $f = 10$ см. Предположим, что перетяжка этого многомодового пучка лежит на выходном зеркале (в данном случае плоском). Также предположим, что линза расположена очень близко к выходному зеркалу и, таким образом, можно допустить, что перетяжка многомодового пучка, а следовательно и перетяжка встроенного гауссова пучка, совпадают с положением линзы. Тогда для гауссова профиля интенсивности параметр размера входного пучка ($W = W_0$) связан с диаметром D пучка условием $\exp\{-2(D/2W_0)^2\} = 1/2$. Отсюда, находим $W_0 = D/[2\ln 2]^{1/2} \approx 3,4$ мм и, следовательно, $w_0 = W_0/\sqrt{M^2} \approx 0,54$ мм. Согласно выражению (4.7.26), по-

сколько расстояние Релея, соответствующее этому размеру пятна и равное значению $z_R = \pi w_0^2 / \lambda \cong 85$ см, оказывается намного больше фокусного расстояния линзы, перетяжка пучка будет формироваться за линзой на расстоянии приблизительно равном фокусу линзы. Из выражения (4.7.28) размер пятна встроенного гауссова пучка в плоскости фокусировки составит $w_0 \cong \lambda f / \pi w_0 \cong 63$ мкм и параметр размера пятна многомодового пучка будет равен $W_{0f} = \sqrt{M^2} w_{0f} \cong 400$ мкм.

12.3. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ АМПЛИТУДЫ: ЛАЗЕРНОЕ УСИЛЕНИЕ

В данном разделе рассмотрим работу лазерного усилителя, используя модель скоростных уравнений [6–8]. Допустим, что плоская волна постоянной интенсивности I падает (в точке $z = 0$) вдоль направления z на лазерный усилитель длиной l . Ограничимся рассмотрением случая, когда падающее излучение имеет вид импульса (импульсное усиление). Случай усиления непрерывного пучка (стационарное усиление) описывается в работе [8].

Вначале рассмотрим случай, когда усиливающая среда работает по четырехуровневой схеме, и предположим, что длительность входного импульса τ_p лежит в диапазоне $\tau_1 \ll \tau_p \ll \tau$, где τ_1 и τ — время жизни нижнего и верхнего уровней активной среды усилителя соответственно. В этом случае населенность нижнего уровня в усилителе можно положить равной нулю. Это является, по-видимому, наиболее подходящим набором условий для рассмотрения механизма лазерного усиления, например в случаях, когда нужно усилить импульс излучения Nd:YAG лазера, работающего в режиме модуляции добротности. Также предположим, что накачкой и релаксацией населенности верхнего уровня во время действия импульса можно пренебречь и что переход является однородно уширенным. Используя эти допущения, с помощью выражения (2.4.17) (в котором полагается $F = I/h\nu$) запишем скорость изменения инверсии населенностей $N(t, z)$ в точке z внутри усилителя в следующем виде:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -WN = -\frac{NI}{\Gamma_s}, \quad (12.3.1)$$

где

$$\Gamma_s = (h\nu/\sigma) \quad (12.3.2)$$

— плотность энергии насыщения усилителя (см. выражения (2.8.29)). Следует заметить, что в уравнении (12.3.1) имеет место частная производная, поскольку величина N должна быть функцией двух аргументов — z и t , т. е. $N = N(t, z)$, вследствие того, что $I = I(t, z)$. Отметим также, что решением уравнения (12.3.1) может быть функция $N(t)$:

$$N(t) = N_0 \exp \{-(\Gamma/\Gamma_s)t\}, \quad (12.3.3)$$

где $N_0 = N(-t)$ — населенность верхнего уровня усилителя до момента появления лазерного импульса, которая определяется как накачкой, так и спонтанной релаксацией, и где величина

$$\Gamma(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(z, t) dt \quad (12.3.4)$$

представляет собой полную плотность энергии лазерного излучения.

Теперь получим дифференциальное уравнение, описывающее временное и пространственное изменение интенсивности I . Для этого вначале запишем уравнение для скорости изменения плотности ρ электромагнитной энергии в единичном объеме активной среды длиной dz с поперечным сечением S (заштрихованная область на рис. 12.1):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_1 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_3, \quad (12.3.5)$$

где член $(\partial \rho / \partial t)_1$ соответствует вынужденному излучению и поглощению в усилителе, $(\partial \rho / \partial t)_2$ — потерям в усилителе (например, потерям вследствие рассеяния), $(\partial \rho / \partial t)_3$ — полному потоку фотонов через объем среды. С помощью выражения (2.4.17), полагая в нем $F = I / h\nu$, получаем:

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_1 = W N h \nu = \sigma N I. \quad (12.3.6)$$

Также из соотношений (2.4.17) и (2.4.32) следует, что:

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_2 = -W_a N_a h \nu = -\alpha I, \quad (12.3.7)$$

где N_a — плотность соответствующих центров потерь, W_a — вероятность поглощения и α — коэффициент поглощения в этих центрах. Для вычисления $(\partial \rho / \partial t)_3$ снова обратимся к рис. 12.1, при этом величина $(\partial \rho / \partial t)_3 S dz$ представляет собой скорость изменения энергии фотонов в элементарном объеме, обусловленная разностью между входной и выходной мощностью лазера. Теперь, записывая $(\partial \rho / \partial t)_3 S dz = S[I(t, z) - I(t, z + dz)]$, получаем:

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_3 dz = -\frac{\partial I}{\partial z} dz. \quad (12.3.8)$$

С помощью выражений (12.3.6)–(12.3.8), полагая, что $(\partial \rho / \partial t) = (\partial I / c \partial t)$, уравнение (12.3.5) можно записать в виде:

$$\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial z} = \sigma N I - \alpha I, \quad (12.3.9)$$

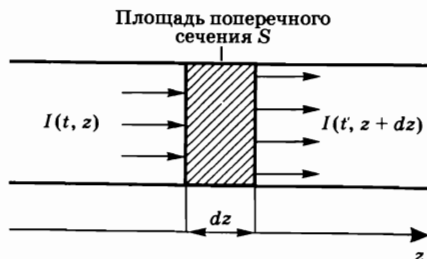


Рис. 12.1
К вычислению скорости изменения энергии фотонов в элементарном объеме лазерного усилителя с длиной dz и с площадью сечения S

оно вместе с уравнением (12.3.1) полностью описывает процесс усиления. Следует заметить, что это уравнение имеет обычный вид нестационарного уравнения переноса.

Уравнения (12.3.1) и (12.3.9) должны теперь решаться с соответствующими граничными и начальными условиями. За начальное условие берется $N(0, z) = N_0$, где N_0 — населенность верхнего уровня усилителя до момента появления лазерного импульса. Очевидно, что граничное условие задается интенсивностью $I_0(t)$ светового импульса, который поступает в усилитель, т. е. $I(t, 0) = I_0(t)$. При незначительных потерях в усилителе (т. е. в случае пренебрежения членом $-\alpha l$) решение уравнений (12.3.1) и (12.3.9) можно записать в виде:

$$I(z, \tau) = I_0(\tau) \left\{ 1 - [1 - \exp(-g\tau)] \exp \left[- \int_{-\infty}^{\tau} I_0(\tau') d\tau' / \Gamma_s \right] \right\}^{-1}, \quad (12.3.10)$$

где $\tau = t - (z/c)$, а $g = \sigma N_0$ — коэффициент ненасыщенного усиления усилителя.

Из уравнений (12.3.1) и (12.3.9) можно также вывести дифференциальное уравнение для полной плотности энергии $\Gamma(z)$ импульса, заданной выражением (12.3.4). Таким образом, интегрируя обе части уравнения (12.3.1) по времени (в интервале от $t = -\infty$ до $t = +\infty$) и используя соотношение (12.3.3), получаем:

$$\left(\int_{-\infty}^{+\infty} N I dt / \Gamma_s \right) = N_0 - N(+\infty) = N_0 [1 - \exp(-\Gamma / \Gamma_s)].$$

Далее, интегрируя обе части уравнения (12.3.9) по времени (в том же временном интервале), а также используя выражение для $\left(\int_{-\infty}^{+\infty} N I dt / \Gamma_s \right)$ и запись $I(+\infty, z) = I(-\infty, z) = 0$, получаем:

$$\frac{d\Gamma}{dz} = g\Gamma_s [1 - \exp(-\Gamma / \Gamma_s)] - \alpha\Gamma. \quad (12.3.11)$$

Отсюда, снова пренебрегая потерями в усилителе, находим:

$$\Gamma(l) = \Gamma_s \ln \left\{ 1 + \left[\exp \left(\frac{\Gamma_{in}}{\Gamma_s} \right) - 1 \right] G_0 \right\}, \quad (12.3.12)$$

где $G_0 = \exp(gl)$ — ненасыщенное усиление усилителя (т. е. до момента насыщения) и Γ_{in} — плотность энергии входного пучка. В качестве характерного примера на рис. 12.2 представлена кривая зависимости отношения Γ / Γ_s от Γ_{in} / Γ_s при $G_0 = 3$. Заметим, что в случае $\Gamma_{in} \ll \Gamma_s$ выражение (12.3.12) можно приближенно записать в виде:

$$\Gamma(l) = G_0 \Gamma_{in}, \quad (12.3.13)$$

т. е. нетрудно видеть, что выходная плотность энергии растет линейно с входной плотностью (режим линейного усиления). Также на рис. 12.2 построена зависимость, описываемая выражением (12.3.13), в виде штриховой прямой, выходящей из начала координат. Однако из рисунка видно, что при больших входных плотностях энергии величина Γ увеличивается с ростом Γ_{in}

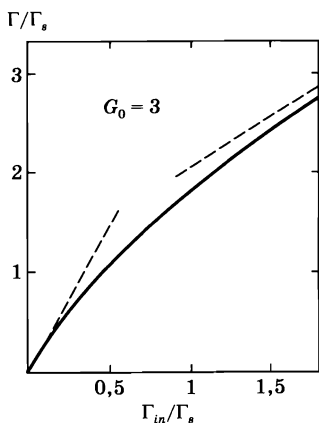


Рис. 12.2
Зависимость выходной плотности энергии Γ от плотности энергии Γ_{in} на входе лазерного усилителя при коэффициенте усиления в режиме малого сигнала $G_0 = 3$. Плотность энергии нормирована на плотность энергии насыщения $\Gamma_s = h\nu/\sigma$

с более низкой скоростью, чем предсказывает выражение (12.3.13), т. е. происходит насыщение усилителя. При $\Gamma_{in} \gg \Gamma_s$ (режим глубокого насыщения) зависимость, описываемая выражением (12.3.12), может быть аппроксимирована следующим образом:

$$\Gamma(l) = \Gamma_{in} + gl\Gamma_s. \quad (12.3.14)$$

На рис. 12.2 также изображена вторая штриховая прямая, вычисленная по формуле (12.3.14). Следует заметить, что при больших входных плотностях энергии выходная плотность энергии линейно зависит от длины l усилителя. Поскольку $\Gamma_s gl = N_0 l h\nu$, в этом случае каждый возбужденный атом вынужденно испускает излучение и, таким образом, вносит свой вклад в энергию пучка. Такое условие, очевидно, соответствует наиболее эффективному преобразованию запасенной энергии в энергию пучка, и поэтому во всех тех случаях, в которых это практически осуществимо, целесообразно использовать конструкции усилителей, работающие в режиме насыщения.

Следует вновь обратить внимание, что все приведенные выше уравнения рассматривались для усилителя, работающего по четырехуровневой схеме. В случае квазитрехуровневой схемы, согласно рассуждениям, приведенным в разделе 7.2.2, можно видеть, что уравнение (12.3.1) все еще применимо, если записать величину Γ_s в виде:

$$\Gamma_s = h\nu/(\sigma_e + \sigma_a), \quad (12.3.15)$$

где σ_e и σ_a — эффективные сечения вынужденного излучения и поглощения соответственно. Кроме того, нетрудно видеть, что уравнение (12.3.9) также применимо, если заменить величину σ на σ_e . Отсюда следует, что выражение (12.3.12) остается справедливым в случае, когда величина Γ_s определяется формулой (12.3.15) и когда G_0 определяется как $G_0 = \exp \sigma_e N_0 l$. Аналогичное рассуждение можно провести и для усилителя, работающего по четырехуровневой схеме, когда длительность импульса становится намного меньше времени жизни нижнего уровня перехода. В этом случае населенность нижнего уровня, формируемая за счет вынужденного излучения, остается на этом уровне в течение всего импульса, откуда можно видеть, что выражение

(12.3.12) все еще остается справедливым, если заменить величину σ на σ_e и записать Γ_s через соотношение (12.3.15), где σ_a — эффективное сечение поглощения нижнего уровня.

В случае, если усилитель обладает потерями, рассмотренная выше картина несколько изменяется. В частности, плотность выходной энергии $\Gamma(l)$ теперь не увеличивается непрерывно с ростом входной (как это показано на рис. 12.2), а достигает максимума и затем уменьшается. Это можно понять, если заметить, что выходная плотность как функция длины усилителя имеет тенденцию увеличиваться линейно за счет усиления (по крайней мере, при больших входных плотностях энергии, см. выражение (12.3.14)) и спадать экспоненциально за счет потерь (из-за члена $-\alpha\Gamma$ в (12.3.11)). Конкуренция этих двух величин дает максимальное значение выходной плотности энергии Γ . В случае, когда $\alpha \ll g$, это максимальное значение выходной плотности энергии Γ_m записывается в виде:

$$\Gamma_m \cong g\Gamma_s/\alpha. \quad (12.3.16)$$

Однако следует отметить, что поскольку усилитель, как правило, обладает небольшими потерями, максимальное значение плотности энергии, которое можно получить от усилителя, ограничивается другими явлениями. В действительности, плотность энергии ограничивается значением Γ_d , при котором разрушается среда усилителя (в некоторых практических случаях этот порог разрушения составляет 10 Дж/см² для ряда твердотельных активных сред). Таким образом, из выражения (12.3.14) получаем следующее условие:

$$\Gamma \cong gl\Gamma_s < \Gamma_d. \quad (12.3.17)$$

Другим ограничивающим фактором является то, что ненасыщенный коэффициент усиления $G_0 = \exp(\alpha_g l)$ нельзя делать слишком большим, поскольку в таком случае в усилителе могут возникнуть два таких нежелательных эффекта, как паразитная генерация и усиленное спонтанное усиление (УСИ). Паразитная генерация возникает, когда усилитель начинает генерировать вследствие внутренней обратной связи, которая (в некоторой степени) всегда имеет место (например, благодаря наличию отражений на торцах усилителя). Явление УСИ уже обсуждалось в разделе 2.9.2. Оба этих явлений имеют тенденцию снимать имеющуюся инверсию населенностей и вследствие этого уменьшать усиление лазера. Чтобы свести к минимуму паразитную генерацию не следует использовать усилители большой длины. В идеальном случае усилитель должен иметь приблизительно одинаковые размеры во всех направлениях. Однако даже в этом случае паразитная генерация устанавливает верхний предел $(gl)_{\max}$ для произведения коэффициента усиления g на длину усилителя l , т. е.

$$gl < (gl)_{\max}, \quad (12.3.18)$$

где величина $(gl)_{\max}$ обычно выбирается в диапазоне 3–5. Что касается порога для УСИ, его значение определялось в разделе 2.9.2 (см. выражение (2.9.4а) для лоренцевой линии). Если среда усилителя имеет форму куба (т. е. когда $\Omega \cong 1$) и квантовый выход флюоресценции принимается равным единице, то в этом случае имеем $G \cong 8$ (или $gl \cong 2,1$), т. е. величину того же порядка, что

и величина, определяемая паразитной генерацией. При меньших значениях телесного угла Ω (что обычно имеет место) величина G , определяющая начало действия УСИ, увеличивается (см. выражение (2.9.4а)). Следовательно, достижение максимально возможного коэффициента усиления определяется, как правило, паразитной генерацией, а не явлением УСИ. Учитывая отмеченные ограничения, связанные как с разрушением среды усилителя (12.3.17), так и с паразитной генерацией (12.3.18), нетрудно получить выражение для максимальной энергии E_m , которую можно выделить из усилителя:

$$E_m = \Gamma_d l_m^2 = \Gamma_d (gl)_m^2 / g^2, \quad (12.3.19)$$

где l_m — максимальный размер усилителя (для кубической формы), определяемый формулой (12.3.18). Из выражения (12.3.19) следует, что величина E_m увеличивается с уменьшением коэффициента усиления g , а уменьшение последнего, в конечном счете, ограничивается потерями усилителя α .

Пример 12.2. *Максимальная энергия, которую можно выделить из усилителя.* Предположим, что максимальное значение gl ограничено паразитной генерацией, так что $(gl)_{\max}^2 \cong 10$. Предположим также, что коэффициент усиления выбирается достаточно небольшим, $g = 10^{-2} \text{ см}^{-1}$. Принимая порог разрушения усилителя равным $\Gamma_d = 10 \text{ Дж/см}^2$, из выражения (12.3.19) находим $E_m \approx 1 \text{ МДж}$. Однако при этом размер усилителя должен быть порядка $l_m \cong (gl)_m / g \cong 3 \text{ м}$, что весьма затруднительно реализовать на практике.

До сих пор в данном разделе обсуждалось изменение энергии лазерного импульса при его прохождении через усилитель. Однако в режиме насыщения существенным изменениям подвергаются также временное и пространственное распределения входного пучка. Пространственные искажения нетрудно объяснить с помощью рис. 12.2. В случае, когда профиль интенсивности входного пучка в поперечном сечении имеет колоколообразную форму (например, гауссов пучок), центральная область пучка вследствие насыщения будет усиливаться меньше, чем периферическая. Таким образом, по мере того как пучок проходит через усилитель, ширина его пространственного распределения в поперечном сечении будет увеличиваться. Также нетрудно показать, почему пучок испытывает и временные искажения. Вынужденное излучение, вызванное передним фронтом импульса, приводит к тому, что к моменту появления заднего фронта импульса из усилителя была уже извлечена некоторая часть запасенной энергии. Таким образом, когда задний фронт импульса проходит через усилитель, инверсия населенностей в усилителе оказывается ниже и, следовательно, пучок здесь испытывает меньшее усиление. Таким образом, в задний фронт импульса вкладывается меньше энергии, чем в передний, что ведет к довольно заметному изменению формы импульса. Форму выходного импульса можно вычислить из выражения (12.3.10), откуда можно показать, что в зависимости от формы входного импульса выходной импульс может либо расширяться, либо сужиться (или даже остаться неизменным) [7].

12.3.1. ПРИМЕРЫ ЛАЗЕРНЫХ УСИЛИТЕЛЕЙ: УСИЛЕНИЕ С ЛИНЕЙНОЙ ЧАСТОТНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

Одним из наиболее важных и весьма впечатляющих примеров усиления лазерного импульса является усилитель на стекле с неодимом, применяющийся для получения импульсов очень большой энергии (10–100 КДж) в установках по изучению лазерного термоядерного синтеза [8]. Самые мощные лазерные системы на стекле с неодимом построены и работают в ряде лабораторий, расположенных по всему миру. Самая мощная из них (так называемый *NOVA*-лазер) собрана в Ливерморской национальной лаборатории им. Лоренца в США. Большинство из этих лазерных систем на стекле с неодимом используют усилительные структуры типа *MOPA* (усилитель мощности с задающим генератором). Такие усилители состоят из задающего оптического генератора, который генерирует лазерный импульс с низкой энергией, поступающий затем на ряд усилителей мощности, которые, в свою очередь, усиливают этот импульс. Ограничивающая входная апертура этих усилителей увеличивается по мере прохождения каждого последующего каскада, чтобы предотвратить их разрушение от увеличения энергии пучка. Схематическое изображение одного из десяти усилительных модулей *NOVA*-лазера дано на рис. 12.3. Предварительные усилители в каждом таком плече состоят из стержней, выполненных из фосфатного стекла, длина которых составляет 380 мм, диаметр 25 мм для первых усилителей и 50 мм — для последних. Конечный каскад усиления выполнен из дисков с накачкой через входные торцы (см. рис. 6.3б), имеющих достаточно большую ограничивающую апертуру (10 см для первых усилителей и 20 см для последнего). На рис. 12.3 также изображены фарадеевские ротаторы (см. также рис. 7.23),

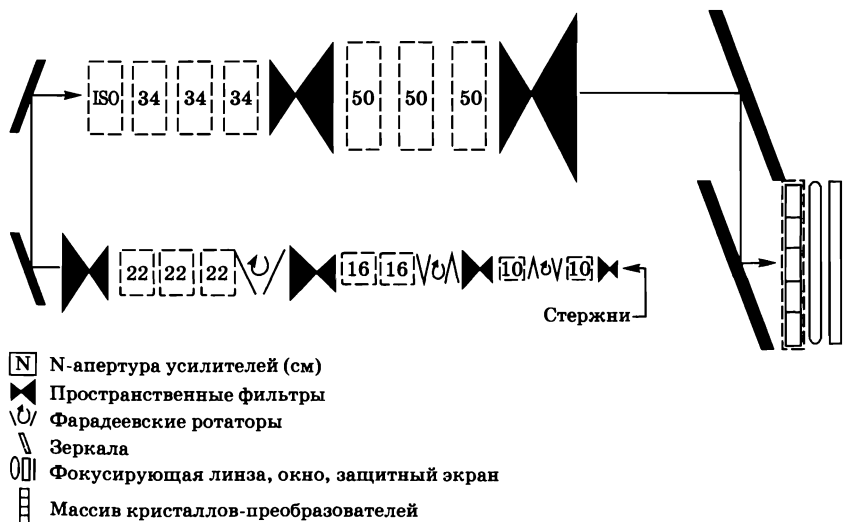


Рис. 12.3
Схема усилительного каскада мощной лазерной установки *NOVA*-лазер, использующей усилители на стекле с неодимом (согласно работе [8])

предотвращающие распространение обратно-отраженного излучения в цепи усилителей и, таким образом, позволяющие избежать оптического повреждения входных усилителей. На рисунке также представлены пространственные фильтры, состоящие из двух линз, установленных по конфокальной схеме (см. также рис. 11.10), и диафрагмы, расположенной в плоскости их общего фокуса. Эти фильтры имеют двойное назначение: во-первых, они выравнивают небольшие неравномерности в пространственном распределении лазерного пучка и, во-вторых, они согласовывают апертуры двух последующих усилителей. Лазерная система, изображенная на рис. 12.3, позволяет получить на выходе энергию излучения порядка 10 кДж в импульсе длительностью до 1 нс. При этом вся установка NOVA-лазер, состоящая из десяти рассмотренных усилительных систем, позволяет получить на выходе энергию излучения порядка 100 кДж. Лазерные установки, использующие подобные усилительные каскады и позволяющие получать на выходе энергию излучения порядка 1 МДж, построены в настоящий момент в США (Национальная установка по термоядерному синтезу, проект «NIF», г. Ливермор) и во Франции (мегаджоульный лазер, проект «Megajoule», г. Лимейл) (см. также раздел 9.2.2.2.).

Второй класс лазерных усилителей, который является по настоящему революционным в области лазерной физики (в плане интенсивности фокусируемого пучка), основан на механизме усиления с частотной модуляцией [9] лазерных импульсов пикосекундной и фемтосекундной длительности (так называемая чирп-модуляция, или модуляция со смещением частоты). Действительно, при таких коротких световых импульсах максимальная энергия, которая может быть выделена из усилителя, ограничена либо эффектами самофокусировки (связанными с максимальной мощностью пучка), либо многофотонной ионизацией (связанной с максимальной интенсивностью пучка). Для преодоления этих ограничений можно применить подход, который используется в радиолокационных установках, а именно: расширение импульса (во времени) до его усиления, с последующим после усиления сжатием импульса до его первоначальной формы. В этом случае максимальная мощность и, следовательно, максимальная интенсивность лазерного импульса непосредственно в каскаде усилителя может быть уменьшена на несколько порядков величины (в 10^3 – 10^4 раз). Это позволяет увеличить максимальную энергию излучения на выходе усилителя без оптического разрушения последнего. Расширение импульса осуществляется с помощью соответствующей оптической системы, использующей, например, положительную дисперсию групповой задержки (ДГЗ). В этом случае лазерный импульс может быть значительно расширен во времени при соответствующем положительном смещении частоты (см. раздел 12.5.2 и приложение Ж). Усиленный лазерный импульс затем пропускается через оптическую систему, имеющую отрицательную дисперсию групповой задержки (см. раздел 12.5.1), в результате чего компенсируется частотное смещение, возникшее при прохождении импульса через первый дисперсионный элемент, и, таким образом, форма импульса, прошедшего через весь усилитель, сохраняется.

На рис. 12.4 приведена распространенная схема усилителя на сапфире с титаном, в которой используется технология усиления с частотной модуля-

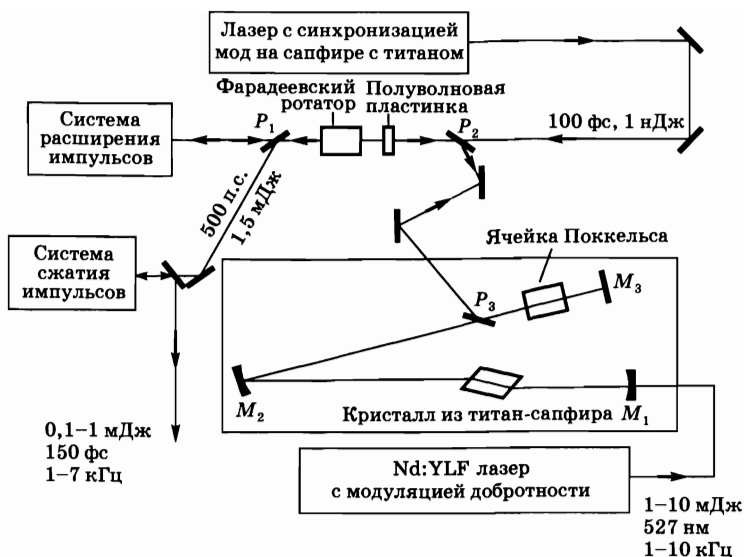


Рис. 12.4

Усиление фемтосекундных лазерных импульсов с помощью регенеративного усилителя на титан-сапфире с использованием технологии усиления с линейной частотной модуляцией

цией. На этом рисунке изображены три поляризатора P_1 , P_2 и P_3 , которые пропускают свет, поляризованный в плоскости рисунка (горизонтально-поляризованный свет), и отражают свет, поляризованный в плоскости, перпендикулярной плоскости рисунка (вертикально-поляризованный свет). Комбинация полуволновых пластинок и фарадеевского ротора позволяет пропускать свет (без вращения плоскости поляризации), распространяющийся справа налево; при этом плоскость поляризации пучка, распространяющегося слева направо, поворачивается на 90° (см. рис. 7.24). Серия горизонтально-поляризованных фемтосекундных лазерных импульсов (с энергией около 1 нДж и частотой повторения $f \approx 80$ МГц) от лазера на сапфире с титаном, работающего в режиме синхронизации мод, посылается на усилительную систему с частотной модуляцией. Эти импульсы проходят через поляризатор P_2 и комбинацию из полуволновой пластинки и фарадеевского ротора, не претерпевая при этом поворота плоскости поляризации. Далее импульсы проходят через поляризатор P_1 и, таким образом, попадают в систему расширения импульсов (схема которой будет описана в разделе 12.5.2.). Как правило, коэффициент расширения импульсов, прошедших через такую систему, составляет около 5000, например со 100 фс до 500 пс. Расширенные импульсы затем проходят через поляризатор P_1 , попадают на комбинацию из полуволновой пластинки и фарадеевского ротора (в результате чего их плоскость поляризации поворачивается на 90°) и отражаются поляризатором P_2 . С помощью поляризатора P_3 расширенные импульсы вводятся в так называемый регенеративный усилитель, который состоит из собственно усилителя на сапфире с титаном и ячейки Поккельса, установленных в петлеобразном трехзеркальном резонаторе (зеркала M_1 , M_2 и M_3). Ячейка

Поккельса настроена на статическую четвертьволновую задержку. В этом случае до момента прихода лазерных импульсов добротность резонатора оказывается очень низкой и, следовательно, регенеративный усилитель работает в допороговом режиме. В такой ситуации любой поступающий лазерный импульс после двух проходов через ячейку Поккельса становится горизонтально-поляризованным, и, таким образом, он пропускается поляризатором P_3 в направлении усилителя на сапфире с титаном. После возврата из усилителя лазерный импульс проходит через поляризатор P_3 и затем вновь дважды проходит через ячейку Поккельса, в результате чего он становится вертикально-поляризованным, претерпевает отражение на поляризаторе P_3 и выводится из резонатора. В такой конфигурации при прохождении через усилитель лазерный импульс практически не усиливается. Однако если в момент времени, когда лазерный импульс находится между поляризатором и зеркалом M_1 , приложить четвертьволновое напряжение к ячейке Поккельса, то эта ячейка начнет работать как полуволновая пластинка и плоскость поляризации лазерного импульса останется неизменной после каждого двукратного прохождения через ячейку. Следовательно, такой импульс, проходя через активную среду усилителя, будет усиливаться. После определенного числа таких двукратных проходов через резонатор (как правило, 15–20) энергия в импульсе достигает максимального значения и излучение выводится из резонатора за счет приложения дополнительного четвертьволнового напряжения к ячейке Поккельса. Действительно, в этом случае после двойного прохода через ячейку лазерный импульс становится вертикально-поляризованным и отражается поляризатором P_3 обратно в направлении входящих импульсов. Затем этот вертикально-поляризованный импульс высокой энергии отражается поляризатором P_2 , проходит через полуволновую пластинку и фарадеевский ротатор (без поворота плоскости поляризации) и отражается поляризатором P_1 в направлении системы сжатия импульсов (схема которой будет рассмотрена в разделе 12.5.1). После сжатия пучок состоит из последовательности импульсов высокой энергии, длительность каждого из которых соответствует первоначальным импульсам лазера, и частота повторения которых совпадает с частотой повторения импульсов накачки в усилителе на титан-сапфире (обычно 1–10 кГц, накачка зеленым излучением второй гармоники от Nd:YLF лазера, работающего в режиме модуляции добротности).

Системы такого типа, использующие технологию усиления с частотной модуляцией, позволяют разрабатывать лазеры сверхвысокой мощности [10]. Например, в настоящее время уже реально продемонстрированы настольные лазерные установки на сапфире с титаном, использующие усиление с частотной модуляцией и позволяющие получать на выходе излучение с пиковой мощностью порядка 20 ТВт. Помимо этого в стадии разработки и создания находятся установки, выходная пиковая мощность которых может достигать порядка 100 ТВт (например, энергия 2 Дж в импульсе длительностью 20 фс). Самая максимальная пиковая мощность, которая была достигнута при использовании технологии усиления с частотной модуляцией, составляет около 1,25 ПВт (1 ПВт = 10^{15} Вт) [11], при этом были использованы усилительные каскады, взятые из самой мощной лазерной установки NOVA-лазер (чтобы получить уси-

ленные лазерные импульсы с энергией около 580 Дж и длительностью 460 фс). Максимальная интенсивность, которую удалось получить при фокусировке импульсов света сверхвысокой мощности, является чрезвычайно высокой (10^{19} – 10^{20} Вт/см²), что на четыре-пять порядков величины превышает интенсивности, полученные до открытия технологии усиления с частотной модуляцией. Когда пучок сверхвысокой интенсивности взаимодействует с твердотельной мишенью или газом, в результате этого взаимодействия образуется сильно-ионизированная плазма, что приводит к возникновению абсолютно нового класса нелинейных явлений. Сфера применения таких высоких интенсивностей покрывает широкую область науки и техники, включая сверхбыстрые источники рентгеновского излучения и электронов высоких энергий, а также новейшие концепции термоядерного синтеза и плазменной астрофизики [12].

Третий класс усилителей, которые широко используются в системах оптической волоконной связи, включает в себя волоконные лазерные усилители, легированные эрбием (Er) [13]. В таких усилителях обычно используется накачка полупроводниковыми лазерами. При этом возбуждение осуществляется через основные полосы поглощения иона Er^{+} (980 нм или 1480 нм) (см. рис. 9.4). Для усиления используются лазерные импульсы с длиной волны излучения, соответствующей так называемому третьему окну прозрачности оптоволокна из кварца ($\lambda \approx 1550$ нм). Поскольку, как правило, частота повторения импульсов в системах оптической связи оказывается очень большой (порядка ГГц), а время жизни верхнего состояния иона Er^{+} является существенным (~ 10 мс, см. табл. 9.4), насыщение населенности в этом случае определяется совокупным действием многих лазерных импульсов, т. е. средней интенсивностью пучка. Таким образом, рассмотрение модели скоростных уравнений может иметь место и в этом случае, если принимать во внимание среднюю интенсивность пучка. Однако здесь могут возникать некоторые сложности, обусловленные несколькими факторами, которые необходимо принимать во внимание, а именно:

1. Эрбиевый усилитель работает практически по трехуровневой схеме (см. раздел 9.2.4), и, следовательно, его эффективные сечения вынужденного излучения и поглощения определяют весьма широкие спектральные области переходов.

2. Поперечные профили распределения населенности и интенсивности могут значительно изменяться при прохождении моды по волокну.

3. Возможно появление шумов как в продольном, так и в поперечном направлениях, что обусловлено возникновением усиленного спонтанного излучения (УСИ).

Более детальное рассмотрение этой проблемы приводится в работе [14]. Здесь же следует отметить, что в таких усилителях было получено очень высокое усиление (~ 50 дБ) в режиме слабого сигнала при достаточно большой выходной мощности насыщения (около 100 мВт) и относительно небольших уровнях шумов. Таким образом, волоконные лазерные усилители, легированные эрбием, следует рассматривать как значимый прорыв в области волоконной оптической связи, использующей как системы дальней связи, так и распределительные сети.

12.4. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЧАСТОТЫ: ГЕНЕРАЦИЯ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ И ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ГЕНЕРАЦИЯ

В классической линейной оптике предполагается, что индуцированная электрическая поляризация среды линейно зависит от приложенного электрического поля, т. е.

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E}, \quad (12.4.1)$$

где χ — диэлектрическая восприимчивость среды. При сильных электрических полях, характерных для лазерных пучков, соотношение (12.4.1) уже не является хорошим приближением и следует учитывать последующие члены разложения, в которых векторы $\mathbf{P}$ должны рассматриваться как функции более высоких степеней величины $\mathbf{E}$. Этот нелинейный отклик может привести к обмену энергией между электромагнитными волнами на различных частотах.

В данном разделе будут рассмотрены некоторые эффекты, обусловленные нелинейным членом поляризации, который пропорционален квадрату электрического поля. В частности, будут описаны два основных эффекта [1, 15], а именно:

1. Генерация второй гармоники (ГВГ), при которой лазерный пучок с частотой ω частично преобразуется нелинейной средой в когерентный пучок с частотой 2ω (данный эффект впервые продемонстрировал Франкен и др. [16]).

2. Оптическая параметрическая генерация (ОПГ), при которой лазерный пучок с частотой ω_3 вызывает в нелинейном материале одновременное излучение двух когерентных пучков с частотами ω_1 и ω_2 , причем $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ (эффект был впервые продемонстрирован Джордмейном и Миллером [17]).

При сильных электрических полях, имеющих место в лазерных пучках, эффективность преобразования в обоих этих процессах может быть весьма высокой (приближается к 100% в случае ГВГ). Поэтому в настоящее время эти методы используются для генерации новых когерентных волн с различными частотами, отличающимися от частоты падающей волны.

12.4.1. ФИЗИЧЕСКАЯ КАРТИНА

Введем сначала некоторые понятия, используя при этом упрощающее допущение, что индуцированная нелинейная поляризация P^{NL} связана с электрическим полем E электромагнитной волны следующим скалярным соотношением:

$$P^{NL} = 2\varepsilon_0 d E^2, \quad (12.4.2)$$

где d — коэффициент, размерность которого обратно пропорциональна размерности электрического поля¹. Физический смысл соотношения (12.4.2)

¹ Здесь используется величина $2\varepsilon_0 d E^2$, а не $d E^2$ (как это принято во многих других учебниках), чтобы согласовать величину d с используемыми на практике значениями.

состоит в том, что оно отражает нелинейное смещение внешних слабосвязанных электронов атома или атомной системы, когда на них действуют сильные электрические поля. Данный эффект аналогичен нарушению закона Гука в случае сильно растянутой пружины, когда возвращающая сила уже не имеет линейную зависимость от смещения при колебаниях пружины. Сравнение соотношений (12.4.2) и (12.4.1) показывает, что при электрическом поле $E \cong \chi/d$ нелинейный член поляризации становится сравнимым с линейным членом. Поскольку $\chi \cong 1$, нетрудно видеть, что величина $(1/d)$ представляет собой напряженность поля, при которой линейный и нелинейный члены становятся сравнимыми, т. е. орбиты внешних электронов испытывают заметные нелинейные деформации. Таким образом, предполагается, что величина $(1/d)$ имеет тот же порядок, что и электрическое поле, создаваемое электроном на расстоянии, соответствующему обычному атомному размеру a , т. е. $(1/d) \cong e/4\pi\epsilon_0 a^2$ (или $(1/d) \sim 10^{11}$ В/м при $a \cong 0,1$ нм). Заметим, что для центросимметричных сред (таких как центросимметричный кристалл, жидкость или газ) величина d должна быть равна нулю из соображений симметрии. Действительно, в силу симметрии, если изменить знак напряженности поля E на противоположный, то знак полной поляризации $P_t = P + P^{NL}$ должен также измениться. Однако, поскольку $P^{NL} \sim dE^2$, это может произойти только в случае, если $d = 0$. Поэтому в дальнейшем обсуждение вопроса ограничится рассмотрением нецентросимметричных сред. Покажем, что в этом случае простое соотношение (12.4.2) позволяет описывать как генерацию второй гармоники, так и оптическую параметрическую генерацию.

12.4.1.1. ГЕНЕРАЦИЯ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ

Рассмотрим монохроматическую плоскую волну с частотой ω , распространяющуюся в направлении z через нелинейный кристалл. При этом полагаются, что начало оси z совпадает с входным торцом кристалла. Для электрического поля $E_\omega(z, t)$ плоской электромагнитной волны постоянной интенсивности можно записать следующее выражение:

$$E_\omega(z, t) = (1/2)\{E(z, \omega)\exp[j(\omega t - k_\omega z)] + c. c.\}. \quad (12.4.3)$$

В этом выражении «с. с.» обозначает величину, комплексно-сопряженную первому члену суммы в фигурных скобках, а

$$k_\omega = \frac{\omega}{c_\omega} = \frac{n_\omega \omega}{c}, \quad (12.4.4)$$

где c_ω — скорость света в кристалле, n_ω — показатель преломления на частоте ω и c — скорость света в вакууме. Подставляя выражение (12.4.3) в (12.4.2), можно показать, что величина P^{NL} содержит член¹, соответствующий генерации на частоте 2ω , а именно:

$$P_{2\omega}^{NL} = (\epsilon_0 d/2)\{E^2(z, \omega)\exp[j(2\omega t - 2k_\omega z)] + c. c.\}. \quad (12.4.5)$$

¹ Величина P^{NL} также содержит член с частотой $\omega = 0$, что приводит к появлению постоянного напряжения на гранях кристалла (оптическое выпрямление).

Это выражение описывает поляризацию, осциллирующую на частоте 2ω и распространяющуюся в пространстве в виде волны с волновым числом $2k_\omega$. Данная волна поляризации излучает на частоте 2ω , что подразумевает генерацию электромагнитной волны на частоте второй гармоники 2ω . Аналитическое рассмотрение, приводимое ниже, включает в себя подстановку данного значения поляризации в волновое уравнение электромагнитного поля. Электрическое поле этой электромагнитной волны запишется в виде:

$$E_{2\omega}(z, t) = (1/2)\{E(z, 2\omega)\exp[j(2\omega t - k_{2\omega}z)] + \text{с. с.}\}, \quad (12.4.6)$$

где

$$k_{2\omega} = \frac{2\omega}{c_{2\omega}} = \frac{2n_{2\omega}\omega}{c} \quad (12.4.7)$$

определяет волновое число на частоте 2ω . Таким образом, обращаясь снова к нелинейному соотношению (12.4.2), физический смысл ГВГ можно понять как результат биений электромагнитной волны на основной частоте ω с самой собой, что приводит к поляризации, осциллирующей с частотой 2ω . Сравнивая выражения (12.4.5) и (12.4.6), можно получить очень важное условие, которое должно выполняться, чтобы процесс ГВГ протекал эффективно. Другими словами, фазовая скорость волны поляризации ($v_p = 2\omega/2k_\omega$) должна быть равна фазовой скорости генерируемой электромагнитной волны ($v_E = 2\omega/k_{2\omega}$). Это условие можно записать в виде:

$$k_{2\omega} = 2k_\omega. \quad (12.4.8)$$

Действительно, если это условие не удовлетворяется, то на некотором расстоянии l (т. е. при $z = l$) внутри кристалла фаза волны поляризации (т. е. фаза $2k_\omega l$) будет отличаться от фазы ($k_{2\omega}l$) генерируемой волны, которая пришла от точки $z = 0$ в точку $z = l$. Эта увеличивающаяся с расстоянием l разность фаз $(2k_\omega - k_{2\omega})l$ означает, что генерируемая волна не будет кумулятивно расти с расстоянием l , поскольку она не поддерживается поляризацией с соответствующей фазой. Поэтому условие (12.4.8) называется *условием фазового синхронизма*. Заметим, что в соответствии с (12.4.4) и (12.4.7) это условие можно записать в виде:

$$n_{2\omega} = n_\omega. \quad (12.4.9)$$

Теперь, если бы направления векторов E_ω и P^{NL} (а следовательно, и $E_{2\omega}$) действительно совпадали (что подразумевается в (12.4.2)), то условие (12.4.9) не выполнялось бы из-за дисперсии кристалла ($\Delta n = n_{2\omega} - n_\omega$). Это накладывает жесткое ограничение на длину кристалла l_c , на протяжении которой величина P^{NL} все еще может дать кумулятивно складывающиеся вклады и тем самым создать волну второй гармоники. Длина l_c (длина когерентности) должна соответствовать расстоянию, на котором фаза волны поляризации и фаза волны второй гармоники отличаются друг от друга на число π , т. е. $k_{2\omega}l_c - 2k_\omega l_c = \pi$. Используя выражения (12.4.4) и (12.4.7), это условие можно записать в виде:

$$l_c = \frac{\lambda}{4\Delta n}, \quad (12.4.10)$$

где $\lambda = 2\pi c/\omega$ — длина основной волны в вакууме. Выбрав, например, $\lambda \cong 1$ мкм и $\Delta n = 10^{-2}$, получим $l_c = 25$ мкм. Следует заметить, что на таком расстоянии в кристалле волна поляризации отличается по фазе от волны второй гармоники на 180° и, таким образом, волна второй гармоники, вместо того чтобы продолжать нарастать, начинает затухать. В этом случае, когда величина l_c столь мала, лишь очень небольшая часть падающего излучения может быть преобразована в волну второй гармоники.

На этой стадии рассуждений имеет смысл указать на другой полезный способ описания процесса ГВГ, а именно через фотоны, а не через поля. Для начала запишем соотношение между частотой основной волны (ω) и волны второй гармоники (ω_{SH}):

$$\omega_{SH} = 2\omega. \quad (12.4.11)$$

Если теперь умножить обе части соотношений (12.4.11) и (12.4.8) на константу $\hbar$, то получим:

$$\hbar\omega_{SH} = 2\hbar\omega, \quad (12.4.12a)$$

$$\hbar k_{2\omega} = 2\hbar k_\omega \quad (12.4.12b)$$

соответственно. Для того чтобы в процессе ГВГ энергия сохранялась, должно выполняться равенство $dI_{2\omega}/dz = -dI_\omega/dz$, где $I_{2\omega}$ и I_ω — интенсивности соответствующих волн. С помощью выражения (12.4.12a) получаем $dF_{2\omega}/dz = -(1/2)dF_\omega/dz$, где $F_{2\omega}$ и F_ω — потоки фотонов этих двух волн. Из этого последнего равенства можно заключить, что в процессе ГВГ, когда исчезают два фотона с частотой ω , вместо них появляется один фотон с частотой 2ω . Таким образом, соотношение (12.4.12a) можно рассматривать как закон сохранения энергии фотонов. Если вспомнить, что импульс фотона равен $\hbar k$, то соотношение (12.4.12b) есть не что иное, как условие того, что в процессе ГВГ должен сохраняться и импульс фотонов.

Рассмотрим теперь снова условие фазового синхронизма (12.4.9) и покажем, когда оно должно выполняться в соответствующем оптически анизотропном кристалле [18, 19]. Для этого необходимо сначала сделать небольшое отступление, объясняющее особенности распространения волн в анизотропном кристалле, а также показать, каким образом простое нелинейное соотношение (12.4.2) можно обобщить на случай анизотропной среды.

Можно показать, что в анизотропном кристалле в заданном направлении могут распространяться две различные линейно-поляризованные плоские волны с разными фазовыми скоростями. Этим двум различным поляризациям соответствуют два различных показателя преломления. Такое различие в значениях показателей преломления называется двулучепреломлением. Для описания этого явления обычно используют так называемый эллипсоид показателей преломления, который в случае одноосного кристалла представляет собой эллипсоид вращения вокруг оптической оси (ось z на рис. 12.5). На этом рисунке два разрешенных направления поляризации и соответствующие им показатели преломления определяются следующим образом. Через центр эллипсоида проводится прямая в направлении распространения пучка (прямая OP на рис. 12.5) и плоскость, перпендикулярная этой прямой.

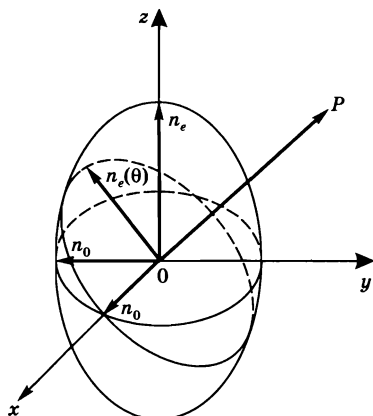


Рис. 12.5
Эллипсоид показателей преломления
в положительном одноосном
кристалле

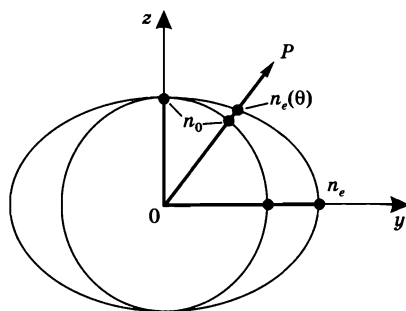


Рис. 12.6
Поверхность нормалей (показателей
преломления) для обыкновенной
и необыкновенной волн
(в положительном одноосном
кристалле)

Пересечение этой плоскости с эллипсоидом образует эллипс. Две оси эллипса параллельны двум направлениям поляризации, а длина каждой из полуосей равна значению показателя преломления для данного направления поляризации. Одно из этих направлений обязательно перпендикулярно оптической оси, и волна, имеющая такое направление поляризации, называется *обыкновенной*. Из рисунка видно, что ее показатель преломления n_o не зависит от направления распространения. Волна с другим направлением поляризации называется *необыкновенной волной*, и значение соответствующего показателя преломления $n_e(\theta)$ зависит от угла θ и изменяется от значения показателя преломления обыкновенной волны n_o (когда OP параллельна оси z) до значения n_e , называемого показателем преломления необыкновенной волны (когда OP перпендикулярна оси z). Следует заметить, что положительный одноосный кристалл соответствует случаю $n_e > n_o$, а отрицательный одноосный кристалл — случаю $n_e < n_o$. Существует и другой эквивалентный метод описания распространения волн, который называется методом поверхностей нормалей (показателей преломления) для обыкновенной и необыкновенной волн (рис. 12.6). В этом случае показатель преломления волны в данном направлении распространения OP определяется как для обыкновенной, так и для необыкновенной волн длиной отрезка до точки пересечения луча OP с соответствующими поверхностями. Поверхность нормалей для обыкновенной волны является сферой, в то время как поверхность нормалей для необыкновенной волны представляет собой эллипсоид вращения вокруг оси z . На рис. 12.6 показаны сечения этих двух поверхностей нормалей в плоскости $y - z$ для случая положительного одноосного кристалла.

После краткого обсуждения случая распространения волн в анизотропных кристаллах вернемся к вопросу индуцированной нелинейной поляризации. В общем смысле для анизотропной среды скалярное соотношение (12.4.2) уже не является справедливым, и здесь следует использовать тензорное соотношение. Запишем сначала в заданной точке r вектор электрического по-

ля $\mathbf{E}^\omega(\mathbf{r}, t)$ электромагнитной волны на частоте ω и вектор нелинейной поляризации $\mathbf{P}_{NL}^{2\omega}(\mathbf{r}, t)$ на частоте 2ω в виде:

$$\mathbf{E}^\omega(\mathbf{r}, t) = (1/2)[\mathbf{E}^\omega(\mathbf{r}, \omega)\exp(j\omega t) + c. c.], \quad (12.4.13a)$$

$$\mathbf{P}_{NL}^{2\omega}(\mathbf{r}, t) = (1/2)[\mathbf{P}^{2\omega}(\mathbf{r}, 2\omega)\exp(2j\omega t) + c. c.]. \quad (12.4.13b)$$

При этом можно получить тензорное соотношение между величинами $\mathbf{P}^{2\omega}(\mathbf{r}, 2\omega)$ и $\mathbf{E}^\omega(\mathbf{r}, \omega)$. Например, в направлении i кристалла компоненту поляризации второй гармоники можно записать следующим образом:

$$P_i^{2\omega} = \sum_{j,k=1,2,3} \epsilon_0 d_{ijk}^{2\omega} E_j^\omega E_k^\omega. \quad (12.4.14)$$

Заметим, что это выражение часто записывается в следующих обозначениях:

$$P_i^{2\omega} = \sum_m \epsilon_0 d_{im}^{2\omega} (EE)_m, \quad (12.4.15)$$

где m пробегает значения от 1 до 6. Сокращенно эти поля записываются следующим образом:

$$(EE)_1 \equiv E_1^2 \equiv E_x^2, (EE)_2 \equiv E_2^2 \equiv E_y^2, (EE)_3 \equiv E_3^2 \equiv E_z^2,$$

$$(EE)_4 \equiv 2E_2E_3 \equiv 2E_yE_z, (EE)_5 \equiv 2E_1E_3 \equiv 2E_xE_z \text{ и } (EE)_6 \equiv 2E_1E_2 \equiv 2E_xE_y,$$

где индексы как 1, 2, 3, так и x, y, z обозначают оси. Заметим, что записанная в матричной форме величина d_{im} является матрицей размерностью 3×6 , которая действует на вектор-столбец $(EE)_m$. В зависимости от симметрии кристалла некоторые элементы матрицы d_{im} могут быть одинаковыми, а некоторые — равными нулю. В случае точечной группы симметрии $\bar{4}2m$, к которой относятся важные нелинейные кристаллы типа *KDP* и халькоперитовые полупроводники, отличными от нуля являются лишь элементы d_{14} , d_{25} и d_{36} , причем все они равны друг другу. Таким образом, достаточно определить только один матричный элемент d_{36} , и в этом случае можно записать:

$$P_x = 2\epsilon_0 d_{36} E_y E_z, \quad (12.4.16a)$$

$$P_y = 2\epsilon_0 d_{36} E_z E_x, \quad (12.4.16b)$$

$$P_z = 2\epsilon_0 d_{36} E_x E_y, \quad (12.4.16b)$$

где направление оси z выбирается вдоль оптической оси одноосного кристалла. В табл. 12.1 приведены нелинейные оптические коэффициенты, классы симметрии, а также области прозрачности и пороги разрушения некоторых избранных материалов. За исключением арсенида германия-кадмия и материала AgGaSe_2 , которые используются в области длин волн около 10 мкм, все остальные кристаллы применяются от ближнего УФ- до ближнего ИК-диапазонов. В таблицу также включены недавно созданные кристаллы КТР (титанил-фосфат калия) и ВВО (бетаборат бария), которые обычно применяются для генерации второй гармоники на длине волны, например, Nd:YAG лазера. Нелинейные d -коэффициенты, приведенные в таблице, нормированы на коэффициент для *KDP*, численная величина которого равна $d_{36} \cong 0,5 \cdot 10^{-12}$ м/В.

Нелинейные оптические коэффициенты некоторых материалов

Материал	Химическая формула	Нелинейный коэффициент d (по отношению к KDP)	Класс симметрии	Область прозрачности (мкм)	Порог разрушения (ГВт/см ²)
KDP	KH_2PO_4	$d_{36} = d_{14} = 1$	$\bar{4}2m$	0,22–1,5	0,2
KD^*P	KD_2PO_4	$d_{36} = d_{14} = 0,92$	$\bar{4}2m$	0,22–1,5	0,2
ADP	$NH_4H_2PO_4$	$d_{36} = d_{14} = 1,2$	$\bar{4}2m$	0,2–1,2	0,5
CDA	CsH_2AsO_4	$d_{36} = d_{14} = 0,92$	$\bar{4}2m$	0,26–1,4	0,5
Иодат лития	$LiIO_3$	$d_{31} = d_{32} = d_{24}$	6	0,3–5,5	0,5
		$d_{15} = 12,7$			
Ниобат лития	$LiNbO_3$	$d_{31} = 12,5$	$3m$	0,4–5	0,05
		$d_{22} = 6,35$			
KTP	$KTiOPO_4$	$d_{31} = 13$	$mm2$	0,35–4,5	1
		$d_{32} = 10$			
		$d_{33} = 27,4$			
		$d_{24} = 15,2$			
		$d_{15} = 12,2$			
BBO	$\beta-BaB_2O_4$	$d_{22} = 4,1$	$3m$	0,19–3	5
Арсенид кадмия-германия	$CdGeAs_2$	$d_{36} = d_{14} = 538$	$\bar{4}2m$	2,4–20	0,04
Селенид серебра-галлия	$AgGaSe_2$	$d_{36} = d_{14} = 66$	$\bar{4}2m$	0,73–17	0,05

В соответствии с описанием свойств анизотропной среды теперь покажем, как может быть осуществлен фазовый синхронизм для конкретного кристалла точечной группы симметрии $\bar{4}2m$. Из выражений (12.4.16) следует, что если $E_z = 0$, то только поляризация P_z не обращается в нуль и, таким

образом, она имеет тенденцию генерировать волну второй гармоники с ненулевой z -компонентой. Напомним (см. рис. 12.5), что волна с $E_z = 0$ является обыкновенной, тогда как волна с $E_z \neq 0$ — необыкновенной. Следовательно, в этом случае обыкновенная волна на основной частоте ω стремится генерировать необыкновенную волну с частотой 2ω . Чтобы удовлетворить условию фазового синхронизма, основную волну можно пустить под углом θ_m к оптической оси так, чтобы

$$n_e(2\omega, \theta_m) = n_o(\omega). \quad (12.4.17)$$

Это можно объяснить с помощью рис. 12.7, на котором показаны пересечения поверхностей нормалей $n_o(\omega)$ и $n_e(2\omega, \theta)$

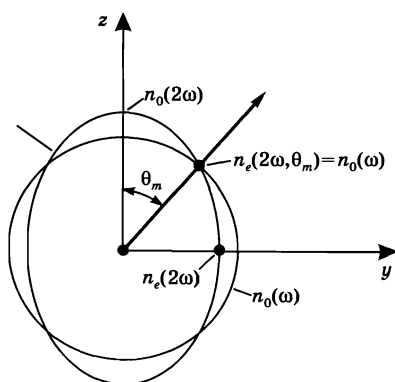


Рис. 12.7
Угол фазового синхронизма θ_m в случае генерации второй гармоники типа I в отрицательном одноосном кристалле

плоскостью, содержащей ось z и направление распространения. Следует заметить, что вследствие нормальной дисперсии кристалла имеет место неравенство $n_o(\omega) < n_o(2\omega)$, тогда как для отрицательного одноосного кристалла имеем $n_e(2\omega) < n_o(2\omega)$, где (согласно рис. 12.7) можно записать $n_e(2\omega) \equiv n_e(2\omega, 0^\circ)$ и $n_o(2\omega) \equiv n_e(2\omega, 0)$. Отсюда следует, что «обыкновенная» окружность (для асюты ω) пересекает «необыкновенный» эллипс (для частоты 2ω) при некотором значении угла θ_{ω} .¹ Для света, распространяющегося под углом θ_m к оптической оси (т. е. для всех лучей, лежащих на поверхности конуса вращения вокруг оси z с углом θ_m при вершине), условие (12.4.17) удовлетворяется и, следовательно, выполняется условие фазового синхронизма.

Пример 12.3. *Вычисление угла фазового синхронизма для отрицательного одноосного кристалла.* В соответствии с рис. 12.7, обозначим горизонтальную ось как ось y . Если теперь ввести декартовы координаты z и y для произвольной точки эллипса, описывающего показатель преломления $n_e(2\omega, \theta)$ необыкновенной волны, то можно записать:

$$\frac{z^2}{(n_o^o)^2} + \frac{y^2}{(n_e^e)^2} = 1,$$

где введены следующие обозначения $n_2^o = n_o(2\omega)$ и $n_2^e = n_e(2\omega)$. Если теперь координаты z и y выразить через величину $n_e(2\omega, \theta)$ и угол θ соответственно, то предыдущее выражение можно привести к виду:

$$\frac{[n_e(2\omega, \theta)]^2}{(n_2^o)^2} \cos^2 \theta + \frac{[n_e(2\omega, \theta)]^2}{(n_2^e)^2} \sin^2 \theta = 1.$$

При $\theta = \theta_m$ необходимо учитывать выражение (12.4.17), подстановка которого в вышеприведенное соотношение дает следующее:

$$\left(\frac{n_1^o}{n_2^o}\right)^2 (1 - \sin^2 \theta_m) + \left(\frac{n_1^o}{n_2^e}\right)^2 \sin^2 \theta_m = 1,$$

где снова используется запись $n_1^o = n_o(\omega)$. Решая последнее уравнение, для переменной $\sin^2 \theta_m$ получаем:

$$\sin^2 \theta_m = \frac{1 - \left(\frac{n_1^o}{n_2^o}\right)^2}{\left(\frac{n_1^o}{n_2^e}\right)^2 - \left(\frac{n_1^o}{n_2^o}\right)^2} = \frac{\left(\frac{n_2^o}{n_1^o}\right)^2 - 1}{\left(\frac{n_2^e}{n_2^o}\right)^2 - 1}.$$

Следует заметить, что если $\theta_m \neq 90^\circ$, то будет иметь место двулучепреломление, т. е. поток энергии необыкновенной волны (вторая гармоника) будет распространяться под углом, незначительно отличающимся от θ_m . Таким образом, пучок основной волны и пучок волны второй гармоники будут

¹ Следует заметить, что это пересечение возможно, только если $n_e(2\omega, 90^\circ) < n_o(\omega)$. В противном случае эллипс для $n_e(2\omega)$ (см. рис. 12.7) будет лежать полностью вне окружности $n_o(\omega)$. Таким образом, $n_e(2\omega, 90^\circ) = n_e(2\omega) < n_o(\omega) < n_o(2\omega)$, откуда следует, что двулучепреломление кристалла $n_o(2\omega) - n_e(2\omega)$ должно быть больше, чем дисперсия $n_o(2\omega) - n_o(\omega)$.

распространяться в нескольких различных направлениях (хотя и удовлетворяющих условиям фазового синхронизма). Для основного пучка конечного поперечного сечения этот факт определяет верхний предел для длины взаимодействия внутри кристалла. Данное ограничение можно преодолеть, если работать с углом $\theta_m = 90^\circ$, т. е. реализовать случай, когда $n_e(2\omega, 90^\circ) = n_o(\omega)$. Такой тип фазового синхронизма называется девятидесятиградусным фазовым синхронизмом, и в некоторых случаях его можно реализовать, изменяя температуру кристалла, поскольку в общем случае n_e и n_o по-разному зависят от температуры. К сказанному выше можно заметить, что в отрицательном одноосном кристалле (с достаточной величиной двулучепреломления) фазовый синхронизм достижим, когда обыкновенный луч на частоте ω (луч E_x в (12.4.16в)) соединяется с обыкновенным лучом, имеющим ту же частоту ω (луч E_y в (12.4.16в)), в результате чего образуется необыкновенный луч с частотой 2ω , или в соответствующих обозначениях: $o_\omega + o_\omega \rightarrow e_{2\omega}$. Этот процесс называется *генерацией второй гармоники типа I*. В отрицательном одноосном кристалле при наличии фазового синхронизма возможно также существование другого вида ГВГ, называемого *генерацией второй гармоники типа II*. В этом случае обыкновенная волна с частотой ω может соединиться с необыкновенной волной, имеющей ту же частоту ω , вследствие чего возникает необыкновенная волна с частотой 2ω , или в соответствующих обозначениях: $o_\omega + e_\omega \rightarrow e_{2\omega}$.¹

В настоящее время генерация второй гармоники применяется для создания когерентных источников, работающих на новых длинах волн. При этом нелинейный кристалл может быть помещен либо вне, либо внутри резонатора лазера, генерирующего основное излучение. В последнем случае с целью увеличения эффективности преобразования используется то преимущество, что внутри резонатора электромагнитное поле имеет более высокую напряженность. В обоих случаях на практике была достигнута очень высокая эффективность преобразования (приближающаяся к 100%). Наиболее часто ГВГ применяется с целью удвоения частоты выходного излучения Nd:YAG лазера (когда из ИК-излучения ($\lambda = 1,064$ мкм) получают зеленый свет ($\lambda = 532$ нм)), а также для получения генерации перестраиваемого УФ-излучения (вплоть до $\lambda \cong 205$ нм) путем удвоения частоты излучения перестраиваемого лазера на красителях. В обоих этих случаях в качестве источника излучения используется либо непрерывный, либо импульсный лазер. К нелинейным кристаллам, наиболее часто применяемым в качестве удвоителей частоты излучения Nd:YAG лазера, можно отнести кристаллы КТР и β -BaB₂O₄ (BBO). Кроме того, кристалл BBO, благодаря хорошему пропусканию в УФ области спектра, применяется в случаях, когда необходимо получить генерацию второй гармоники на длине волны УФ-диапазона, вплоть до 200 нм. Другим интересным примером является эффективное преобразование частоты ИК-излучения CO₂ или СО лазеров с помощью халькопиритовых полупроводников (например, CdGeAs₂).

¹ В общем смысле, взаимодействием типа I называется такое взаимодействие, при котором поляризации двух основных волн одинаковы (например, также $e\omega + e\omega \rightarrow o_{2\omega}$), а взаимодействием типа II — взаимодействие, при котором поляризации основных волн ортогональны.

Перейдем теперь к обсуждению процесса параметрической генерации. Следует вначале заметить, что идеи, высказывавшиеся ранее в связи с ГВГ, нетрудно распространить и на случай двух падающих волн с частотами ω_1 и ω_2 , суммирующихся в волну с частотой $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ (генерация суммарной частоты). Генерацию гармоник можно в действительности представить как предельный случай генерации суммарной частоты, когда $\omega_1 = \omega_2$ и $\omega_3 = 2\omega$. Физическая картина опять напоминает случай ГВГ — благодаря наличию нелинейного соотношения (12.4.2) для величины P^{NL} и полного поля E [$E = E_{\omega_1}(z, t) + E_{\omega_2}(z, t)$], между волной с частотой ω_1 и волной с ω_2 возникают биения, что приводит к образованию компоненты поляризации с частотой $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$. Это, в свою очередь, приводит к излучению электромагнитной волны с частотой ω_3 . Таким образом, в случае генерации суммарной частоты можно записать следующее равенство:

$$\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 = \hbar\omega_3, \quad (12.4.18a)$$

которое (в представлении фотонов, а не полей) означает, что в данном процессе исчезают один фотон с частотой ω_1 и один фотон с частотой ω_2 , в то время как образуется фотон с частотой ω_3 . Таким образом, можно предположить, что в этом случае импульс фотонов также сохранится, т. е.

$$\hbar\mathbf{k}_1 + \hbar\mathbf{k}_2 = \hbar\mathbf{k}_3. \quad (12.4.18b)$$

Это соотношение записано в общей форме, причем величина $\mathbf{k}$ является вектором. Соотношение (12.4.18b), которое выражает условие фазового синхронизма в случае генерации суммарной частоты, можно рассматривать как прямое обобщение этого условия для ГВГ (ср. с соотношением (12.4.126)).

Оптическая параметрическая генерация в действительности представляет собой процесс, обратный генерации суммарной частоты. В этом случае волна с частотой ω_3 (частота накачки) генерирует две волны (называемые «холостой» и «сигнальной» волнами) с частотами ω_1 и ω_2 таким образом, что полная энергия и импульс фотона сохраняются, т. е.

$$\hbar\omega_3 = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2, \quad (12.4.19a)$$

$$\hbar\mathbf{k}_3 = \hbar\mathbf{k}_1 + \hbar\mathbf{k}_2. \quad (12.4.19b)$$

Физическую картину процесса, имеющего место в этом случае, можно попытаться описать следующим образом. Представим сначала, что в нелинейном кристалле присутствуют одновременно сильная волна с частотой ω_3 и слабая волна с частотой ω_1 . В результате нелинейного взаимодействия (см. соотношение (12.4.2)) волна с частотой ω_3 образует биения с волной, имеющей частоту ω_1 , что приводит к возникновению компоненты поляризации с частотой $\omega_3 - \omega_1 = \omega_2$. Если при этом удовлетворяется условие фазового синхронизма (12.4.19b), то волна с частотой ω_2 будет нарастать по мере своего прохождения через кристалл. В этом случае полное поле E будет в действительности суммой трех полей [$E = E_{\omega_1}(z, t) + E_{\omega_2}(z, t) + E_{\omega_3}(z, t)$], а между волнами с частотами ω_2 и ω_3 будут возникать биения, что приведет к появлению

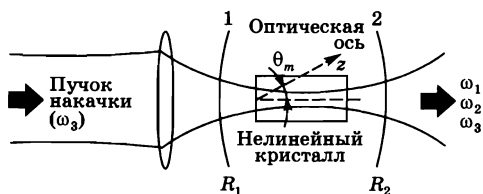


Рис. 12.8
Схематическое представление
оптического параметрического
генератора

компоненты поляризации с частотой $\omega_3 - \omega_2 = \omega_1$. Эта поляризация также вызовет нарастание волны с частотой ω_1 . Следовательно, от волны с частотой ω_3 энергия будет передаваться волнам с частотами ω_1 и ω_2 , и исходная слабая волна с частотой ω_1 будет усилена. Из этой картины видно, в чем состоит коренное отличие параметрической генерации от ГВГ. Если в последнем случае для осуществления процесса ГВГ необходимо иметь лишь один сильный пучок на основной частоте, то в первом случае необходимо иметь также и слабый пучок волны с частотой ω_1 , причем система ведет себя как усилитель для волны ω_1 (и ω_2). Однако на практике нет необходимости вводить слабый сигнал от внешнего источника (например, от другого лазера), поскольку он генерируется внутри кристалла в виде шума (называемого параметрическим шумом). Из этого шума можно затем генерировать когерентные пучки аналогично тому, как это делается в лазере. С этой целью в оптический резонатор помещается нелинейный кристалл, который накачивается сфокусированным пучком накачки (рис. 12.8). В таком параметрическом генераторе оба зеркала (1 и 2) имеют высокий коэффициент отражения (например, $R_1 = 1$ и $R_2 \cong 1$) либо только на частоте ω_1 (однорезонансный генератор), либо на двух частотах ω_1 и ω_2 (двухрезонансный генератор). Для пучка накачки зеркала являются достаточно прозрачными. Генерация возникает, когда усиление, обусловленное параметрическим эффектом, начнет превышать потери в оптическом резонаторе. Следовательно, для начала генерации необходима некоторая пороговая энергия входного пучка накачки. Когда этот порог достигнут, генерация наступает как на частоте ω_1 , так и на частоте ω_2 , а конкретное сочетание величин ω_1 и ω_2 определяется соотношениями (12.4.19). Например, при условии фазового синхронизма типа I, в котором участвуют необыкновенная волна с частотой ω_3 и обыкновенные волны с частотами ω_1 и ω_2 (т. е. $e_{\omega_3} \rightarrow o_{\omega_1} + o_{\omega_2}$), из соотношения (12.4.19б) получаем:

$$\omega_3 n_e(\omega_3, \omega) = \omega_1 n_o(\omega_1) + \omega_2 n_o(\omega_2). \quad (12.4.20)$$

При заданном значении угла θ (т. е. при известном наклоне нелинейного кристалла по отношению к оси резонатора) выражение (12.4.20) определяет связь между ω_1 и ω_2 , а вместе с соотношением (12.4.19а) оно позволяет вычислить обе частоты ω_1 и ω_2 . Можно реализовать условия фазового синхронизма как типа I, так и типа II (например, $e_{\omega_3} \rightarrow o_{\omega_1} + e_{\omega_2}$ в отрицательном одноосном кристалле), а перестройку можно осуществлять изменением либо наклона кристалла (угловая перестройка), либо температуры (температурная перестройка). В заключение заметим, что если усиление, обусловленное параметрическим эффектом, достаточно велико, то можно обойтись без зеркал, а интенсивное излучение на частотах ω_1 и ω_2 , происходящее от параметрического

шума, можно получить за один проход через кристалл. Такое поведение часто называют *суперлюминесцентным параметрическим излучением*, а соответствующее устройство — *оптическим параметрическим генератором* (ОПГ).

На практике применяются как однорезонансные, так и двухрезонансные оптические параметрические генераторы. Двухрезонансную параметрическую генерацию можно получить при накачке как непрерывными, так и импульсными лазерами. Как оказалось, в случае непрерывной накачки пороговые мощности составляют всего несколько милливатт. Однако следует заметить, что наличие резонанса сразу на двух частотах вызывает некоторую нестабильность выходного излучения как по амплитуде, так и по частоте. Однорезонансная параметрическая генерация вначале была осуществлена лишь при накачке импульсными лазерами, поскольку в случае резонанса на одной частоте пороговая мощность накачки оказывается значительно более высокой (на два порядка величины), чем в случае двухчастотного резонанса. Тем не менее, с развитием более совершенных нелинейных кристаллов стала осуществима и непрерывная однорезонансная генерация. Кроме того, в однорезонансных генераторах стабильность сигнала на выходе оказывается намного выше, и по этой причине наиболее распространенными являются именно такие устройства. Оптические параметрические генераторы позволяют получать когерентное излучение в диапазоне длин волн от видимого до ближнего ИК (0,5–5 мкм). Наиболее успешными конструкциями являются те, в которых используются кристаллы *BBO*, *LBO* и ниобата лития (LiNbO_3). ОПГ могут также генерировать когерентное излучение и на более длинных волнах ИК-диапазона (примерно до 14 мкм), если использовать в них такие кристаллы, как селенид серебра-галлия (AgGaSe_2) и селенид кадмия (CdSe). Синхронная накачка оптических параметрических генераторов, включая накачку в режиме синхронизации мод, оказывается весьма перспективной в плане генерации коротких импульсов когерентного излучения с перестройкой частоты в очень широком диапазоне. Характерная особенность таких устройств заключается в том, что их усиление определяется пиковой мощностью импульса накачки, а это означает, что для достижения необходимого порога достаточно небольших средних мощностей (нескольких милливатт), даже для случая однорезонансной схемы. В заключение следует отметить, что на практике КПД оптических параметрических генераторов может быть очень высоким, приближаясь к теоретическому значению эффективности преобразования (100%).

12.4.2. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РАССМОТРЕНИЕ

Чтобы подойти вплотную к аналитическому описанию процессов ГВГ и параметрической генерации, необходимо показать, каким образом можно ввести в волновое уравнение нелинейный член поляризации (например, уравнение (12.4.2)), вызывающий генерацию волн. Как известно, поле в среде описывается уравнениями Максвелла:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (12.4.21a)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (12.4.216)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad (12.4.21в)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (12.4.21г)$$

где ρ — плотность свободного заряда. Для среды, представляющей интерес в нашем случае, можно считать, что намагниченность $\mathbf{M}$ равна нулю. Таким образом, имеем:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M} = \mu_0 \mathbf{H}. \quad (12.4.22)$$

Потери в среде (например, вследствие рассеяния) могут быть учтены введением воображаемой проводимости σ_s таким образом, чтобы выполнялось соотношение:

$$\mathbf{J} = \sigma_s \mathbf{E}. \quad (12.4.23)$$

Окончательно можно записать:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}^L + \mathbf{P}^{NL} = \varepsilon \mathbf{E} + \mathbf{P}^{NL}, \quad (12.4.24)$$

где $\mathbf{P}^L$ — линейная поляризация среды, которую обычно учитывают введением диэлектрической проницаемости ε . Теперь применим к обеим частям уравнения (12.4.21а) оператор $\nabla \times$ и заменим в правой части этого уравнения порядок следования операторов $\nabla \times$ и $\partial/\partial t$. Используя при этом выражения (12.4.22), (12.4.216), (12.4.23) и (12.4.24), получаем:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \left(\sigma_s \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{NL}}{\partial t^2} \right). \quad (12.4.25)$$

Учитывая здесь тождество $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$ и предполагая, что $\nabla \cdot \mathbf{E} \cong 0$, уравнение (12.4.25) можно переписать в виде:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\sigma_s}{\varepsilon c^2} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon c^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{NL}}{\partial t^2}, \quad (12.4.26а)$$

где $c = (\varepsilon \mu_0)^{-1/2}$ — фазовая скорость электромагнитной волны в среде. Уравнение (12.4.26) представляет собой волновое уравнение, в котором содержится нелинейный член поляризации. Заметим, что член, учитывающий линейную поляризацию среды, входит в левую часть этого уравнения и включен в диэлектрическую проницаемость ε . При этом нелинейный член $\mathbf{P}^{NL}$ находится в правой части уравнения. Покажем, что этот член играет роль источника волн, генерируемых на новых частотах, а также источника потерь для падающей волны. В простом скалярном случае плоских волн, распространяющихся вдоль оси z , уравнение (12.4.26а) принимает вид:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{\sigma_s}{\varepsilon c^2} \cdot \frac{\partial E}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon c^2} \cdot \frac{\partial^2 P^{NL}}{\partial t^2}. \quad (12.4.26б)$$

Амплитуда поля волны на частоте ω_i запишется в виде:

$$E_{\omega_i}(z, t) = (1/2) \{ E_i(z) \exp [j(\omega_i t - k_i z)] + c. c. \}, \quad (12.4.27а)$$

где в общем случае E_i является комплексной величиной. Аналогично для амплитуды нелинейной поляризации на частоте ω_i имеем:

$$P_i^{NL} = (1/2)\{P_i^{NL}(z)\exp[j(\omega_i t - k_i z)] + c.c.\}. \quad (12.4.276)$$

Поскольку уравнению (12.4.266) должна удовлетворять по отдельности каждая из распространяющихся в кристалле волн соответствующей частоты, в левую часть этого уравнения можно подставить выражение (12.4.27а), а в правую его часть — выражение (12.4.276). В рамках приближения медленноменяющейся амплитуды можно пренебречь второй производной величины $E_i(z)$, (т. е. предположить, что $d^2 E_i/dz^2 \ll k_i dE_i/dz$). При этом уравнение (12.4.266) принимает вид:

$$2\frac{dE_i}{dz} + \frac{\sigma_i}{n_i \epsilon_0 c} E_i = -j\left(\frac{\omega_i}{n_i \epsilon_0 c}\right) P_i^{NL}, \quad (12.4.28)$$

где были использованы соотношения $k_i = n_i \omega_i / c$ и $\epsilon_i = n_i^2 \epsilon_0$ (где σ_i , n_i и ϵ_i — потери, показатель преломления и диэлектрическая проницаемость среды на частоте ω_i соответственно).

Уравнение (12.4.28) будет использоваться в последующих разделах как основное. Заметим, что оно было получено в предположении существования скалярного соотношения между векторами P^{NL} и E (см. (12.4.2)), что не является правильным. В действительности же следует использовать тензорное соотношение (см. (12.4.15)). Однако можно показать, что если E_i теперь рассматривать как компоненту поля вдоль некоторой оси, а в выражении (12.4.2) коэффициент d заменить на d_{eff} , то предположение о скалярном соотношении между величинами P и E оказывается справедливым. В общем смысле, величина d_{eff} представляет собой комбинацию одного или нескольких коэффициентов d_{im} , входящих в выражение (12.4.15) и умноженных на соответствующие тригонометрические функции углов θ и ϕ , определяющих направление распространения волны в кристалле [20] (θ — угол, который волновой вектор составляет с осью z , а ϕ — угол, который образует проекция волнового вектора на плоскость $x-y$ и ось x кристалла). Например, в случае кристалла точечной группы симметрии $\bar{4}2m$ и фазового синхронизма типа I получаем $d_{eff} = d_{36} \sin 2\phi \sin \theta$. Однако для простоты записи в соотношении (12.4.2) сохраним символ d , помня при этом, что на самом деле это d_{eff} , т. е. эффективное значение коэффициента d .

12.4.2.1.

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ГЕНЕРАЦИЯ

Рассмотрим теперь три волны с частотами ω_1 , ω_2 и ω_3 (причем $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$), взаимодействующие в кристалле. Общее поле $E(z, t)$ этих волн можно записать в виде следующей суммы:

$$E(z, t) = E_{\omega_1}(z, t) + E_{\omega_2}(z, t) + E_{\omega_3}(z, t), \quad (12.4.29)$$

где каждое из полей определяется выражением (12.4.27а). Подставляя (12.4.29) в соотношение (12.4.2) и используя (12.4.27а), получаем выражение для компонент $P_i^{NL}(z)$ (аналогичное выражению (12.4.276)) нелинейной поляризации

на различных частотах ω_i . Выполнив утомительные, но несложные алгебраические преобразования, находим, что, например, компонента $P_1^{NL}(z)$ на частоте ω_1 задается выражением:

$$P_1^{NL} = 2\varepsilon_0 d E_3(z) E_2^*(z) \exp [j(k_1 + k_2 - k_3)z]. \quad (12.4.30)$$

Компоненты нелинейной поляризации P^{NL} на частотах ω_2 и ω_3 вычисляются аналогичным образом. Подставляя в уравнение (12.4.28) компоненты величины P^{NL} , соответствующие трем частотам, получаем следующие три уравнения:

$$\frac{dE_1}{dz} = -\left(\frac{\sigma_1}{2n_1\varepsilon_0c}\right)E_1 - j\left(\frac{\omega_1}{n_1c}\right)dE_3E_2^* \exp [-j(k_3 - k_2 - k_1)z], \quad (12.4.31a)$$

$$\frac{dE_2}{dz} = -\left(\frac{\sigma_2}{2n_2\varepsilon_0c}\right)E_2 - j\left(\frac{\omega_2}{n_2c}\right)dE_3E_1^* \exp [-j(k_3 - k_1 - k_2)z], \quad (12.4.31б)$$

$$\frac{dE_3}{dz} = -\left(\frac{\sigma_3}{2n_3\varepsilon_0c}\right)E_3 - j\left(\frac{\omega_3}{n_3c}\right)dE_1E_2 \exp [-j(k_1 - k_2 - k_3)z]. \quad (12.4.31в)$$

Эти основные уравнения описывают нелинейное параметрическое взаимодействие. Нетрудно видеть, что они связаны между собой посредством нелинейного коэффициента d .

На данном этапе удобно определить новую переменную A_i поля:

$$A_i = (n_i/\omega_i)^{1/2}E_i. \quad (12.4.32)$$

Поскольку интенсивность волны равна $I_i = n_i\varepsilon_0c|E_i|^2/2$, соответствующий поток фотонов F_i можно записать в виде: $F_i = I_i/\hbar\omega_i = (\varepsilon_0c/2\hbar)|A_i|^2$. Таким образом, величина $|A_i|^2$ пропорциональна потоку фотонов F_i с частотой ω_i , причем коэффициент пропорциональности не зависит от n_i и ω_i . В этих новых полевых переменных уравнения (12.4.31) принимают вид:

$$\frac{dA_1}{dz} = -\frac{\alpha_1 A_1}{2} - j\delta A_3 A_2^* \exp [-j(\Delta k z)], \quad (12.4.33a)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = -\frac{\alpha_2 A_2}{2} - j\delta A_3 A_1^* \exp [-j(\Delta k z)], \quad (12.4.33б)$$

$$\frac{dA_3}{dz} = -\frac{\alpha_3 A_3}{2} - j\delta A_1 A_2 \exp [j(\Delta k z)], \quad (12.4.33в)$$

где $\alpha_i = \sigma_i/n_i\varepsilon_0c$, $\Delta k = k_3 - k_2 - k_1$ и

$$\delta = \frac{d}{c} \left(\frac{\omega_1 \omega_2 \omega_3}{n_1 n_2 n_3} \right)^{1/2}. \quad (12.4.34)$$

Преимущество использования A_i вместо E_i очевидно, поскольку в противоположность уравнениям (12.4.31) в уравнения (12.4.33) теперь входит единственный параметр связи δ .

Пренебрегая потерями (т. е. полагая $\alpha_i = 0$), умножая обе части уравнения (12.4.33a) на A_1^* , а обе части уравнения (12.4.33б) на A_2^* и сравнивая полученные выражения, приходим к следующему соотношению: $d|A_1|^2/dz = -d|A_3|^2/dz$.

Выполняя аналогичные преобразования уравнений (12.4.33б) и (12.4.33в), получаем $d|A_2|^2/dz = -d|A_3|^2/dz$. Таким образом, можно записать следующие равенства:

$$\frac{d|A_1|^2}{dz} = \frac{d|A_2|^2}{dz} = -\frac{d|A_3|^2}{dz}, \quad (12.4.35)$$

которые называются соотношениями Мэнли–Роу. Поскольку величина $|A_i|^2$ пропорциональна соответствующему потоку фотонов, из соотношений (12.4.35) следует, что всякий раз, когда уничтожается фотон с частотой ω_3 , образуются фотоны с частотами ω_1 и ω_2 . Это согласуется с фотонной моделью параметрического процесса, о которой говорилось в разделе 12.4.1.2. Следует заметить, что из соотношений (12.4.35) вытекает, например, следующее равенство: $(dP_1/dz) = -(\omega_1/\omega_3)(dP_3/dz)$, где P_1 и P_3 — мощности соответствующих волн. Таким образом, в излучение с частотой ω_1 может быть преобразована лишь часть (ω_1/ω_3) мощности излучения с частотой ω_3 .

Строго говоря, уравнения (12.4.33) справедливы в случае «бегущей» волны, когда в кристалле произвольной длины распространяются три волны с частотами ω_1 , ω_2 , ω_3 . Покажем теперь, каким образом эти уравнения можно применить к случаю оптического параметрического генератора, схематически показанного на рис. 12.8. Рассмотрим сначала генератор, работающий по двухрезонансной схеме. В этом случае внутри резонатора в прямом и обратном направлениях распространяются две волны с частотами ω_1 и ω_2 . Параметрический процесс имеет место здесь только тогда, когда направления распространения этих волн и волны накачки совпадают (поскольку лишь при данных обстоятельствах удовлетворяется условие фазового синхронизма). Если «развернуть» оптический путь волны в резонаторе так, как показано на рис. 12.9а, то из рисунка видно, что волны испытывают потери на любом участке пути, в то время как параметрическое усиление имеет место лишь на одном из двух отрезков пути. Эту ситуацию можно эквивалентно представить в виде схемы, приведенной на рис. 12.9б, если соответствующим образом определить коэффициент эффективных потерь α_i ($i = 1, 2$). Потери, определяемые на рис. 12.9б длиной кристалла l , на самом деле должны быть равны потерям при двойном проходе резонатора, как показано на

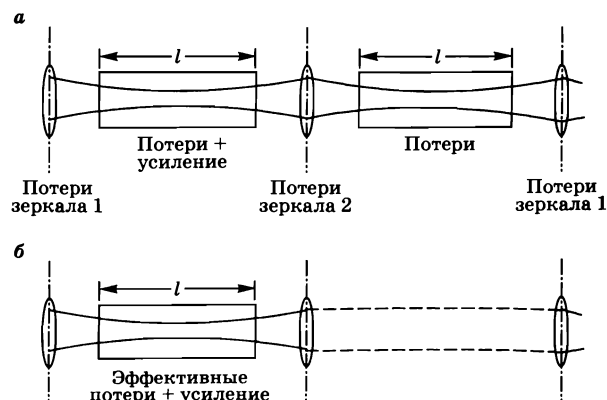


Рис. 12.9

а) «Развертка» оптического пути в резонаторе ОПГ;
б) приведение рассмотренной выше конфигурации к варианту однопроходной схемы, причем потери на зеркалах включены в распределенные потери в кристалле

рис. 12.9а. Последние представляют собой реальные потери в кристалле, а также потери, обусловленные дифракцией и отражением на зеркалах. Следовательно, входящие в уравнения (12.4.33) коэффициенты α_1 и α_2 должны быть определены таким образом, чтобы они учитывали эти различные потери. Из уравнений (12.4.33), пренебрегая параметрическим взаимодействием (т. е. полагая $\delta = 0$), можно видеть, что после прохождения пути l , равного длине кристалла, мощность излучения на частоте ω_i ($i = 1, 2$) уменьшается в $\exp(-\alpha_i l)$ раз. При этом необходимо учитывать потери, которые испытывает излучение при двукратном проходе резонатора. Это требование можно записать следующим образом:

$$\exp(-\alpha_i l) = R_{1i} R_{2i} (1 - L_i)^2, \quad (12.4.35a)$$

где R_{1i} и R_{2i} — коэффициенты отражения (по мощности) соответствующих зеркал, а L_i — потери в кристалле (с учетом дифракционных потерь) за один проход излучения с частотой ω_i . Определим теперь следующие величины (ср. с (1.2.4)): $\gamma_{1i} = -\ln R_{1i}$, $\gamma_{2i} = -\ln R_{2i}$, $\gamma_{2i} = -\ln R_{2i}$, $\gamma'_i = -\ln(1 - L_i)$ и $\gamma_i = [(\gamma_{1i} + \gamma_{2i})/2] + \gamma'_i$. При этом выражение (12.4.35а) принимает вид:

$$\alpha_i l = 2\gamma_i, \quad (12.4.36)$$

где γ_i — общие потери в резонаторе (на частоте ω_i) за один проход. Заметим, что это равносильно замене потерь, обусловленных отражением от зеркал, потерями, распределенными по кристаллу, и последующему включению их в эффективный коэффициент поглощения α_i ($i = 1, 2$) кристалла. При этом величина α_3 учитывает лишь потери внутри кристалла, которыми, вообще говоря, можно пренебречь. Таким образом, на этом этапе можно утверждать, что в случае двухрезонансной параметрической генерации уравнения (12.4.33) все еще остаются справедливыми при условии, что α_1 и α_2 определяются выражением (12.4.36) и что $\alpha_3 \cong 0$.

Чтобы получить пороговое условие для параметрической генерации в двухрезонансной схеме, приведем уравнения (12.4.33) к более простому виду, предположив, что «истощением» волны накачки за счет параметрического процесса можно пренебречь. Используя это предположение, а также предположение о том, что $\alpha_3 = 0$, можно положить $A_3(z) \cong A_3(0)$, где $A_3(0)$ — амплитуда падающей волны накачки, которая считается вещественной. Если предположить затем, что $\Delta k = 0$ (идеальный фазовый синхронизм), то уравнения (12.4.33) принимают существенно более простой вид:

$$\frac{dA_1}{dz} = -\frac{\alpha_1 A_1}{2} - j \frac{g}{2} A_2^*, \quad (12.4.37a)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = -\frac{\alpha_2 A_2}{2} - j \frac{g}{2} A_1^*, \quad (12.4.37b)$$

где

$$g = 2\delta A_3(0) = 2d \frac{E_3(0)}{c} \left(\frac{\omega_1 \omega_2}{n_1 n_2} \right)^{1/2}. \quad (12.4.38)$$

Теперь нетрудно получить пороговое условие для параметрической генерации при двойном резонансе. Для этого в уравнениях (12.4.37) поло-

жим $dA_1/dz = dA_2/dz = 0$, что приводит к следующей системе однородных уравнений:

$$\alpha_1 A_1 + jgA_2^* = 0, \quad (12.4.39a)$$

$$jgA_1 - \alpha_2 A_2^* = 0, \quad (12.4.39b)$$

где в последнем уравнении левая часть является комплексно-сопряженной относительно правой части уравнения (12.4.37б). При решении этой однородной системы уравнений ненулевые значения A_1 и A_2 имеют место лишь при условии

$$g^2 = \alpha_1 \alpha_2 = 4(\gamma_1 \gamma_2 / l^2). \quad (12.4.40)$$

Последнее выражение получено с помощью соотношения (12.4.36). Следует отметить, что согласно (12.4.38), величина g^2 пропорциональна величине $E_3^2(0)$, т. е. интенсивности волны накачки. Таким образом, условие (12.4.40) означает, что для возбуждения параметрической генерации необходима определенная пороговая интенсивность волны накачки. Как будет показано в следующем примере, эта интенсивность пропорциональна произведению потерь (по мощности) γ_1 и γ_2 двух волн с частотами ω_1 и ω_2 за один проход в резонаторе и обратно пропорциональна величинам d^2 и l^2 .

Пример 12.4. Расчет пороговой интенсивности пучка накачки в двух-резонансном оптическом параметрическом генераторе. Из соотношений (12.4.38) и (12.4.40) нетрудно получить выражение для порогового значения величины $E_3^2(0)$, которая представляет собой квадрат амплитуды поля пучка накачки:

$$E_{3th}^2(0) = \frac{c^2}{d^2} \cdot \frac{n_1 n_2}{\omega_1 \omega_2} \cdot \frac{\gamma_1 \gamma_2}{l^2}.$$

Поскольку интенсивность пучка накачки задается выражением $I_3 = n_3 \epsilon_0 c |E_3|^2 / 2$, соотношение для пороговой интенсивности накачки можно записать в виде:

$$I_{3th} = \left[\frac{n_3}{2Zd^2} \right] \left[\frac{n_1 n_2 \lambda_1 \lambda_2}{(2\pi l)^2} \right] [\gamma_1 \gamma_2],$$

где $Z = 1/\epsilon_0 c = 377$ Ом — полное электрическое сопротивление свободного пространства, λ_1 и λ_2 — длины волн «сигнальной» и «холостой» волны соответственно. Заметим, что член в правой части этого выражения, приведенный в первых квадратных скобках, имеет размерность интенсивности, таким образом, все остальные члены в квадратных скобках являются безразмерными.

Случай однорезонансной параметрической генерации является несколько более сложным. Если лазерный резонатор настроен лишь на частоту ω_1 , то величину α_1 можно снова представить в виде (12.4.36). Поскольку волна на частоте ω_2 не отражается обратно в резонатор, величина α_2 будет включать в себя только потери в кристалле и, следовательно, эту величину можно не учитывать. Опять пренебрегая «истощением» волны накачки и предполагая, что фазовый синхронизм является идеальным, уравнения (12.4.37)

можно применить и в этом случае, но при условии, что $\alpha_2 = 0$. В случае, когда параметрическое преобразование невелико, в правой части уравнения (12.4.376) можно положить $A_1^*(z) \cong A_1^*(0)$. Таким образом, имеем следующее выражение:

$$A_2(z) = -jgA_1^*(0)z/2, \quad (12.4.41)$$

при выводе которого предполагалось, что $A_2(0) = 0$ (т. е. из резонатора в кристалл волна на частоте ω_2 обратно не возвращается). Если подставить выражение (12.4.41) в (12.4.37а) и в правой части последнего положить $A_1(z) \cong A_1(0)$, то можно записать следующее:

$$\frac{dA_1}{dz} = \left(-\frac{\alpha_1}{2} + \frac{g^2 z}{4} \right) A_1(0). \quad (12.4.42)$$

Интегрирование этого уравнения по длине кристалла l дает следующее выражение для амплитуды волны на частоте ω_1 :

$$A_1(l) = A_1(0) \left(1 - \frac{\alpha_1 l}{2} + \frac{g^2 l^2}{8} \right). \quad (12.4.43)$$

Пороговое условие достигается при $A_1(l) = A_1(0)$, т. е. когда

$$g^2 = \frac{4\alpha_1}{l} = \frac{8\gamma_1}{l^2}. \quad (12.4.44)$$

Поскольку величина g^2 пропорциональна интенсивности I волны накачки, сравнение выражений (12.4.44) и (12.4.40) дает отношение пороговых значений интенсивности накачки:

$$\frac{I_{SRO}}{I_{DRO}} = \frac{2}{\gamma_2} \quad (12.4.45)$$

(здесь индексы *SRO* и *DRO* обозначают однорезонансную и двухрезонансную генерацию соответственно). Если в качестве примера выбрать потери за проход равными $\gamma_2 = 0,02$ (т. е. 2%), то из выражения (12.4.45) находим, что пороговая мощность для однорезонансной генерации должна быть в 100 раз больше, чем для двухрезонансной.

12.4.2.2. ГЕНЕРАЦИЯ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ

В случае ГВГ имеем:

$$E(z, t) = (1/2)\{E_\omega \exp[j(\omega t - k_\omega z)] + E_{2\omega} \exp[j(2\omega t - k_{2\omega} z) + c. c.], \quad (12.4.46)$$

$$P^{NL}(z, t) = (1/2)\{P_\omega^{NL} \exp[j(\omega t - k_\omega z)] + P_{2\omega}^{NL} \exp[j(2\omega t - k_{2\omega} z)] + c. c. \}. \quad (12.4.47)$$

Подстановка этих выражений в (12.4.2) дает

$$P_{2\omega}^{NL} = \varepsilon_0 d E_\omega^2 \exp[-j(2k_\omega - k_{2\omega})z], \quad (12.4.48a)$$

$$P_\omega^{NL} = 2\varepsilon_0 d E_{2\omega} E_\omega^* \exp[-j(k_{2\omega} - 2k_\omega)z]. \quad (12.4.48b)$$

Затем, подставляя выражения (12.4.48) в (12.4.28) и пренебрегая потерями в кристалле (т. е. полагая $\sigma_i = 0$), получаем:

$$\frac{dE_{2\omega}}{dz} = -j \frac{\omega}{n_{2\omega} c} dE_{\omega}^2 \exp(j\Delta k z), \quad (12.4.49a)$$

$$\frac{dE_{\omega}}{dz} = -j \frac{\omega}{n_{\omega} c} dE_{2\omega} E_{\omega}^* \exp(-j\Delta k z), \quad (12.4.49b)$$

где $\Delta k = k_{2\omega} - 2k_{\omega}$. Уравнения (12.4.49) являются основными при описании процесса ГВГ. Для их решения было бы удобно определить новые полевые переменные E'_2 и $E'_{2\omega}$ следующим образом:

$$E'_{\omega} = (n_{\omega})^{1/2} E_{\omega}, \quad (12.4.50a)$$

$$E'_{2\omega} = (n_{2\omega})^{1/2} E_{2\omega}. \quad (12.4.50b)$$

Отсюда видно, что поскольку интенсивность I_{ω} волны с частотой ω пропорциональна произведению $n_{\omega} |E_{\omega}|^2$, то величины $|E'_{\omega}|^2$ и I_{ω} также являются пропорциональными, но теперь коэффициент пропорциональности не зависит от показателя преломления. Подстановка выражений (12.4.50) в (12.4.49) приводит к следующим уравнениям:

$$\frac{dE'_{2\omega}}{dz} = -\frac{j}{l_{SH}} \cdot \frac{E_{\omega}^2}{E'_{\omega}(0)} \exp[j(\Delta k z)], \quad (12.4.51a)$$

$$\frac{dE'_{\omega}}{dz} = -\frac{j}{l_{SH}} \cdot \frac{E'_{2\omega} E_{\omega}^*}{E'_{\omega}(0)} \exp[-j(\Delta k z)], \quad (12.4.51b)$$

где $E'_{\omega}(0)$ — значение величины в точке $z = 0$ (полагается, что эта величина является вещественной), и l_{SH} — характерная длина взаимодействия второй гармоники, определяемая выражением:

$$l_{SH} = \frac{\lambda(n_{\omega} n_{2\omega})^{1/2}}{2\pi d E_{\omega}(0)}, \quad (12.4.52)$$

где λ — длина волны, а $E_{\omega}(0)$ — амплитуда поля основной волны на частоте ω (также является вещественной). Следует заметить, что преимущество использования новых переменных E'_{ω} и $E'_{2\omega}$ с очевидностью следует из выражений (12.4.51), поскольку они содержат один единственный параметр связи l_{SH} . Из уравнений (12.4.51) получаем условие:

$$\frac{d|E'_{2\omega}|^2}{dz} = -\frac{d|E'_{\omega}|^2}{dz}, \quad (12.4.53)$$

которое представляет собой соотношение Мэнли–Роу для процесса ГВГ. Из этого соотношения видно, что, например, уменьшение мощности или интенсивности пучка на частоте ω , должно приводить к увеличению (в тех же пропорциях) мощности или интенсивности пучка на частоте 2ω . Таким образом, в рассматриваемом случае возможно 100%-ное преобразование мощности основной волны в мощность излучения второй гармоники.

В качестве первого примера рассмотрим решение системы уравнений (12.4.51) для случая, когда фазовое рассогласование столь велико (т. е. $l_{SH} \Delta k \gg 1$), что во вторую гармонику преобразуется лишь очень небольшая доля мощности основной волны. Поэтому в правой части уравнения (12.4.51a)

следует положить $E'_\omega(z) \cong E'_\omega(0)$. Полученное уравнение нетрудно проинтегрировать, используя граничное условие $E'_{2\omega}(0) = 0$, в результате чего находим:

$$E'_{2\omega}(1) = -\frac{E'_\omega(0)}{l_{SH}} \left[\frac{\exp(-j\Delta k l) - 1}{\Delta k} \right]. \quad (12.4.54)$$

Отсюда нетрудно видеть, что

$$\left| \frac{E'_{2\omega}(l)}{E'_\omega(0)} \right|^2 = \frac{\sin^2(\Delta k l / 2)}{(\Delta k l_{SH} / 2)^2}. \quad (12.4.55)$$

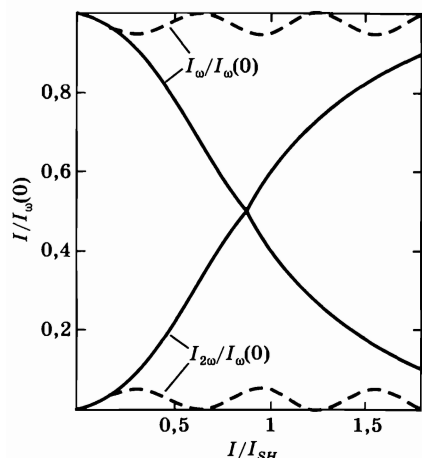


Рис. 12.10

Нормированные кривые зависимости интенсивности второй гармоники $I_{2\omega}$ и интенсивности излучения на основной частоте I_ω от длины кристалла l при идеальном фазовом синхронизме (сплошные кривые) и некотором фазовом рассогласовании (штриховые кривые)

Поскольку величина $|E'_{2\omega}|^2$ пропорциональна интенсивности $I_{2\omega}$ второй гармоники, из последнего выражения несложно получить зависимость этой интенсивности от длины кристалла l . В соответствии с (12.4.53) зависимость интенсивности I_ω от l должна быть такой, чтобы выполнялось равенство $I_\omega + I_{2\omega} = I_\omega(0)$. На рис. 12.10 в виде штриховых кривых приведены графики зависимостей относительных величин $[I_\omega/I_\omega(0)]$ и $[I_{2\omega}/I_\omega(0)]$ от параметра l/l_{SH} при $l_{SH}\Delta k = 10$. Заметим, что вследствие большого фазового рассогласования эффективность преобразования во вторую гармонику будет очень низкой. Также отметим, что с помощью (12.4.55) нетрудно показать, что первый максимум величины $[I_{2\omega}/I_\omega(0)]$ достигается при $l = l_c$, где l_c — длина когерентности, которая определяется выражением (12.4.10).

В качестве второго примера рассмотрим решение уравнений (12.4.51) для случая, когда имеет место идеальный фазовый синхронизм ($\Delta k = 0$). В этом случае может происходить довольно заметное преобразование во вторую гармонику и, следовательно, здесь необходимо учитывать «истощение» основного пучка (т. е. пучка на основной частоте). Таким образом, при решении уравнений (12.4.51) больше нельзя полагать $E'_\omega(z) \cong E'_\omega(0)$. Однако если $\Delta k = 0$, то из уравнений (12.4.51) можно показать, что при вещественной величине $E'_\omega(0)$ величина $E'_\omega(z)$ также является вещественной, а $E'_{2\omega}(z)$ — мнимой. Таким образом, можно записать:

$$E'_\omega = |E'_\omega|, \quad (12.4.56a)$$

$$E'_{2\omega} = -j |E'_{2\omega}|. \quad (12.4.56b)$$

При этом уравнения (12.4.51) принимают вид:

$$\frac{d|E'_\omega|}{dz} = -\frac{1}{l_{SH}} \cdot \frac{|E'_{2\omega}| |E'_\omega|}{E'_\omega(0)}, \quad (12.4.57a)$$

$$\frac{d|E'_{2\omega}|}{dz} = \frac{1}{l_{SH}} \cdot \frac{|E'_{\omega}|^2}{E'_{\omega}(0)}. \quad (12.4.576)$$

Решения уравнений (12.4.57) с граничными условиями

$$E'_{\omega}(z=0) = E'_{\omega}(0) \text{ и } E'_{2\omega}(0) = 0$$

записываются в виде:

$$|E'_{2\omega}| = E'_{\omega}(0) \tanh(z/l_{SH}), \quad (12.4.58a)$$

$$|E'_{\omega}| = E'_{\omega}(0) \operatorname{sech}(z/l_{SH}). \quad (12.4.586)$$

Поскольку интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды $|E'|^2$, можно записать следующие соотношения:

$$I_{2\omega}/I_{\omega}(0) = |E'_{2\omega}|^2/E_{2\omega}^{\prime 2}(0) \text{ и } I_{\omega}/I_{\omega}(0) = |E'_{\omega}|^2/E_{\omega}^{\prime 2}(0).$$

Вычисленные с помощью выражений (12.4.58) зависимости величин $I_{2\omega}/I_{\omega}(0)$ и $I_{\omega}/I_{\omega}(0)$ от длины кристалла представлены на рис. 12.9 в виде сплошных кривых. Следует заметить, что при $l = l_{SH}$ во вторую гармонику преобразуется значительная доля (~59%) падающей волны. Это наглядно показывает роль параметра l_{SH} как характерной длины взаимодействия второй гармоники. Согласно выражению (12.4.52), ее величина обратно пропорциональна квадратному корню от интенсивности пучка на основной частоте ω . Следует также заметить, что когда $l \gg l_{SH}$, излучение накачки в соответствии с соотношением Мэнли–Роу (12.4.53) может быть полностью преобразовано в излучение второй гармоники.

12.5. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВО ВРЕМЕНИ: СЖАТИЕ И РАСШИРЕНИЕ ИМПУЛЬСА

В данном разделе будут рассмотрены такие явления, как сжатие и расширение импульса, которые в настоящее время широко используются в физике сверхкоротких лазерных импульсов. Прежде чем детально обсудить данные явления, имеет смысл напомнить, что такие однородные среды, как стекло или оптическое волокно, характеризующиеся дисперсионным соотношением $\beta = \beta(\omega)$, могут определяться групповой скоростью v_g и дисперсией групповой скорости (ДГС) светового импульса, записывающихся в виде: $v_g = (d\omega/d\beta)_{\omega_L}$ (см. выражение (8.6.26)) и $\text{ДГС} = (d^2\beta/d\omega^2)_{\omega_L}$ (см. (8.6.33)) соответственно, где ω_L — центральная частота спектра пучка. С другой стороны, для неоднородной среды, такой, как, например, пара призм (см. раздел 8.6.4.4) или пара дифракционных решеток (см. ниже), более подходящим было бы записать поле падающей монохроматической волны на частоте ω в виде $E_{in} \sim \exp(j\omega t)$ и поле волны соответствующего выходного пучка на частоте ω — в виде $E_{out} \sim \exp\{j[\omega t - \phi(\omega)]\}$. Для входного импульсного пучка можно затем определить групповую задержку τ_g и дисперсию групповой задержки среды (ДГЗ) в виде: $\tau_g = (d\phi/d\omega)_{\omega_L}$ (см. (8.6.27)) и $\text{ДГЗ} = (d^2\phi/d\omega^2)_{\omega_L}$ соответственно.

12.5.1. СЖАТИЕ ИМПУЛЬСА

Схема установки, которая обычно используется для получения сверхкоротких лазерных импульсов, приведена на рис. 12.11. Импульс лазера, работающего в режиме синхронизации мод с достаточно большой пиковой мощностью (на практике относительно скромные значения составляют около $P_p = 2$ кВт) и большой длительностью импульса (например, $\tau_p = 6$ пс), пропускается через одномодовое кварцевое оптоволокно подходящей длины (например, $L = 3$ м). Длина волны импульса (например, $\lambda \approx 590$ нм) попадает в область положительной дисперсии групповой скорости волокна (обычно в бездисперсионных волокнах $\lambda < 1,32$ мкм). После выхода из волокна импульс коллимируется и проходит через систему двух одинаковых дифракционных решеток, расположенных параллельно друг другу. Наклон этих решеток и расстояние между ними подбирается вполне определенным образом, см. ниже. При подходящих условиях выходной пучок представляет собой импульс света, длительность которого значительно меньше, чем у входного импульса (например, $\tau_p = 200$ фс) и, следовательно, пиковая мощность выходного импульса оказывается намного больше (например, $P_p = 20$ кВт). Таким образом, устройство, изображенное на рис. 12.11, позволяет получить очень большой коэффициент сжатия (например, в рассмотренном случае около 30) входного импульса. Более сложные явления, происходящие во время сжатия импульса, будут рассмотрены ниже [21, 22].

Рассмотрим сначала процессы, которые имеют место при распространении импульса в оптическом волокне. Следует напомнить, что вследствие эффекта фазовой самомодуляции световой импульс с равномерным поперечным профилем распределения интенсивности, который распространяется на расстояние z в среде, вызывает в этой среде эффект Керра, обусловленный наличием нелинейного члена (см. выражение 8.6.38), отвечающего за смещение фазы. Однако в оптическом волокне ситуация несколько более сложная, вследствие неравномерного поперечного профиля распределения интенсивности основной моды (EH_{11}). В этом случае можно показать, что полный профиль моды испытывает фазовый сдвиг, описываемый следующим выражением [22]:

$$\phi(t, z) = \omega_L t - \frac{\omega_L n_0}{c} z - \frac{\omega_L n_2 P}{c A_{eff}} z, \quad (12.5.1)$$

где n_0 — показатель преломления в отсутствие поля, n_2 — коэффициент нелинейного показателя преломления среды (см. выражение (8.6.23)), $P = P(t, z)$ —

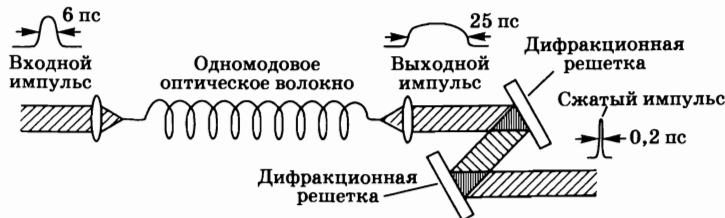
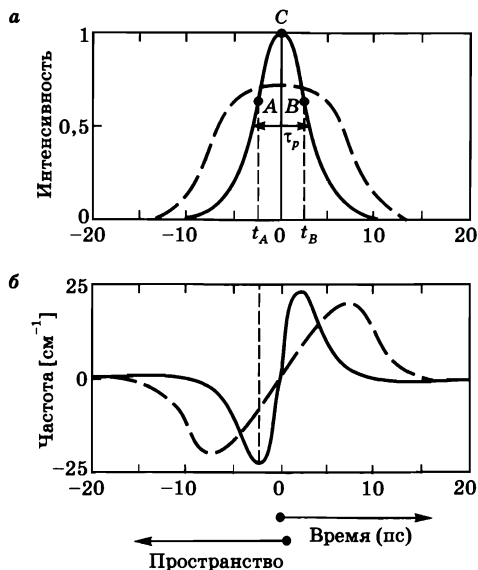


Рис. 12.11
Экспериментальная установка для сжатия лазерных импульсов

Рис. 12.12
Зависимости от времени
(а) интенсивности
импульса и (б) частоты
импульса при
прохождении лазерного
пучка через одномодовое
оптическое волокно
соответствующей длины:
сплошная кривая соответст-
вует случаю отсутствия дисперсии
групповой скорости, а штрихо-
вая — наличию положительной
дисперсии групповой скорости
в волокне.



мощность пучка, распространяющегося по волокну и A_{eff} — определяемая надлежащим образом эффективная область пучка в волокне. Мгновенное значение несущей частоты светового импульса выводится из выражения (12.5.1) и имеет следующий вид:

$$\omega(t, z) = \frac{\partial \phi}{\partial t} = \omega_L - \frac{\omega_L}{cA_{eff}} z n_2 \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (12.5.2)$$

откуда нетрудно видеть, что она линейно зависит от производной мгновенной мощности P излучения по времени, взятой с обратным знаком. Таким образом, для импульса колоколообразной формы, показанного на рис. 12.12а, несущая частота будет изменяться со временем так, как показано сплошной линией на рис. 12.12б. Заметим, что вблизи пика импульса, т. е. в той области, где зависимость от времени можно описать параболой, мгновенное значение несущей частоты линейно растет со временем (т. е. говорят, что импульс обладает положительным смещением частоты или положительным чирпом). Следует заметить также, что смещение частоты становится отрицательным на крыльях профиля распределения, т. е. при $t < t_A$ или $t > t_B$ на рис. 12.12б.

Рассмотренная выше физическая картина не дает полного представления о том, что происходит на самом деле в волокне, поскольку при рассмотрении не учитывалась положительная дисперсия групповой скорости (ДГС). При отсутствии ДГС форма светового импульса, распространяющегося по волокну, не изменяется, т. е. амплитуда поля остается функцией от переменной $(z - v_g t)$, где v_g — групповая скорость (см. приложение Ж). При этом зависимость интенсивности импульса от координаты z в заданный момент времени остается такой же, что и на рис. 12.12, в предположении, что положительное направление оси изменяется на противоположное и масштаб времени умножается на величину v_g . Это означает, что, например, точка А на рис. 12.12а

в действительности находится на переднем фронте импульса, в то время как точка B — на заднем фронте. Заметим теперь, что в соответствии с рис. 12.12б, несущая частота импульса ω вблизи точки A будет ниже, чем в точке C , где частота примерно равна ω_L . С другой стороны, несущая частота импульса вблизи точки B будет выше, чем в точке C .

Предположим теперь, что волокно имеет положительную ДГС. При этом часть импульса, которая находится в окрестностях точки A , будет двигаться быстрее, чем соответствующая часть импульса вблизи точки C , а последняя, в свою очередь, будет двигаться быстрее, чем область импульса вблизи точки B . Это означает, что при распространении по волокну центральная часть импульса будет растягиваться. При помощи аналогичных рассуждений можно показать, что фронты импульса будут не растягиваться, а обостряться, поскольку в этих областях смещение частоты оказывается отрицательным. Следовательно, при рассмотрении положительной ДГС истинная форма импульса как функция времени в данной точке z будет такой, как показано на рис. 12.12а штриховой кривой. Соответствующая зависимость смещения частоты показана штриховой кривой на рис. 12.12б. Из рис. 12.12а видно, что вследствие уширения, обусловленного дисперсией групповой скорости, максимальная интенсивность импульса, изображенного штриховой кривой, оказывается меньше, чем для сплошной кривой. Заметим также, что поскольку параболическая зависимость импульса распространяется теперь на более широкую область вблизи пика, положительное линейное смещение частоты распространяется на большую часть импульса.

Установив эти общие особенности взаимодействия процессов фазовой самомодуляции и дисперсии групповой скорости, можно показать, что если

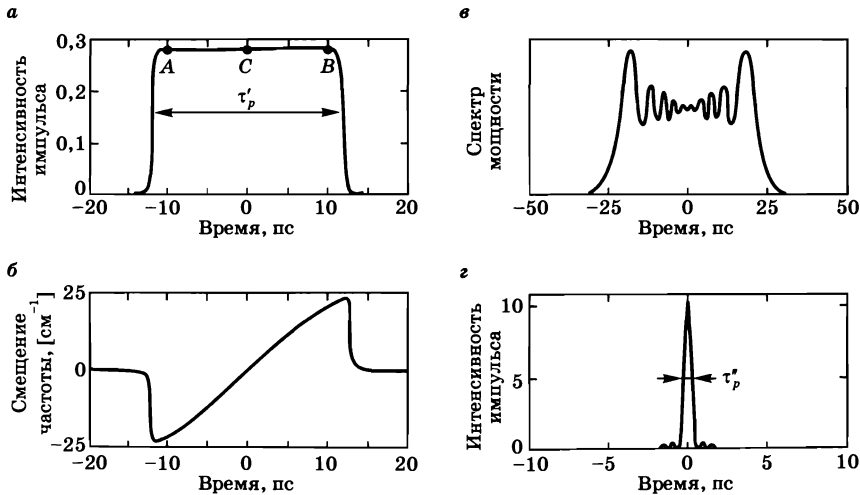


Рис. 12.13

Графики (а) расчетных значений самоуширения и (б) фазовой самомодуляции исходного импульса длительностью 6 пс после распространения в одномодовом волокне с положительной дисперсией групповой скорости на расстоянии 30 м; (в) спектр выходного импульса; (г) форма сжатого импульса после прохождения оптической системы с отрицательной дисперсией групповой скорости. (Согласно работе [21].)

длина волокна достаточно большая, то на выходе волокна форма импульса и частота будут изменяться во времени так, как изображено на рис. 12.13а и б. Заметим, в частности, что для импульса, уширенного до $\tau_p \cong 23$ пс, положительное смещение частоты оказывается линейным во времени на протяжении большей части импульса. Соответствующий спектр мощности этого импульса приведен на рис. 12.13в, откуда видно, что благодаря сильной фазовой самомодуляции, имеющей место в случае таких маленьких пучков в волокне (диаметр сердцевинки волокна для условий, изображенных на рис. 12.13, составляет $d \cong 4$ мкм), ширина спектра ($\Delta\nu'_L = 50$ см⁻¹) выходного импульса заметно превышает первоначальную ширину спектра импульса на входе в волокно, которая определялась обратной длительностью импульса, т. е. $\Delta\nu_L \cong 0,45/\tau_p \cong 2,5$ см⁻¹ (для рассмотренного случая $\tau_p \cong 6$ пс). Это означает, что ширина полосы на выходе в основном определяется фазовой модуляцией, а не длительностью его огибающей.

Предположим теперь, что импульс на рис. 12.13а и 12.13б пропускается через среду с отрицательной дисперсией групповой скорости. Используя те же рассуждения, что и в связи с рис. 12.12, можно показать, что область импульса вблизи точки А будет двигаться медленнее, чем вблизи точки С, а последняя, в свою очередь, будет двигаться медленнее, чем область импульса вблизи точки В. Это означает, что импульс при распространении по волокну будет сжиматься. Предположим теперь, что дисперсия групповой скорости среды помимо того, что она отрицательна, не зависит также от частоты. Согласно выражению (8.6.27), это означает, что дисперсия групповой задержки $d\tau_g/d\omega$ будет также отрицательной и не будет зависеть от частоты, таким образом, величина τ_g будет линейно уменьшаться с частотой. Поскольку смещение частоты импульса увеличивается линейно со временем (см. рис. 12.13б), все точки импульса на рис. 12.13а будут сжиматься вместе в одно и то же время при определенном значении дисперсии групповой задержки. Это оптимальное значение дисперсии можно определить с помощью выражения (8.6.31) и записать в виде:

$$\left(\frac{d^2\phi}{d\omega^2} \right)_{\omega_L} \Delta\omega'_L = \tau_p', \quad (12.5.3)$$

где $\Delta\omega'_L = 2\pi\Delta\nu'_L$ — полное смещение частоты импульса на рис. 12.13б, и τ_p' — длительность уширенного импульса на рис. 12.13а. Однако следует заметить, что описанный механизм сжатия одновременно всех точек импульса означает переход частотной модуляции импульса в амплитудную модуляцию. Поскольку в процессе этой операции спектр импульса сохраняется (т. е. он по-прежнему остается таким же, как на рис. 12.13в), длительность сжатого импульса τ_p'' должна быть приблизительно равна (по крайней мере, не меньше) обратной ширине полосы спектра, т. е. $\tau_p'' \cong 1/\Delta\nu'_L \cong 0,75$ пс. Учитывая, что первоначальная длительность импульса τ_p (на входе в волокно) была равна ~ 6 пс (см. рис. 12.11а), данный результат означает, что было достигнуто существенное сжатие импульса¹.

¹ Аналогичные методы получения укороченных импульсов путем создания вначале линейного частотного смещения (чирпа) с последующим сжатием импульса активно использовались в радиолокационных устройствах после Второй мировой войны (радары с частотной модуляцией).

Следует заметить, что приведенное выше эвристическое описание основывалось на допущении, что импульс с частотным смещением может быть разделен на отдельные отрезки времени с различными несущими частотами. Хотя данная идея в принципе верна и позволяет дать простое описание явлений, более подробное рассмотрение этого подхода привело бы к некоторым концептуальным трудностям. Однако корректные аналитические выкладки в данном случае оказываются достаточно прямолинейными, хотя при этом физика процесса становится более сложной и далекой от интуитивного представления. Для аналитического представления достаточно вычислить Фурье-образы $E_\omega(\omega)$ импульсов, изображенных на рис. 12.13а и 12.13б и умножить их (в частотной области) на пропускание $t(\omega)$ среды с отрицательной дисперсией групповой задержки. При этом результирующий импульс (во временной области) получают осуществлением обратного Фурье-преобразования произведения $E(\omega)t(\omega)$. Заметим, что в среде без потерь пропускание $t(\omega)$ представляет собой в чистом виде фазовый член, определяемый выражением:

$$t(\omega) = \exp(-j\phi), \quad (12.5.4)$$

где $\phi = \phi(\omega)$. Если среда имеет постоянную дисперсию групповой задержки, то величину $\phi(\omega)$ можно разложить в ряд Тейлора относительно центральной несущей частоты ω_L (с точностью до квадратичного члена):

$$\phi(\omega) = \phi(\omega_L) + \left(\frac{d\phi}{d\omega} \right)_{\omega_L} (\omega - \omega_L) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2\phi}{d\omega^2} \right)_{\omega_L} (\omega - \omega_L)^2, \quad (12.5.5)$$

где $(d\phi/d\omega)_{\omega_L}$ — групповая задержка, а $(d^2\phi/d\omega^2)_{\omega_L}$ — дисперсия групповой задержки. Подставляя данное разложение в выражение (12.5.4) и производя обратное Фурье-преобразование произведения $E(\omega)t(\omega)$, находим, что если величина $(d^2\phi/d\omega^2)_{\omega_L}$ отрицательна и удовлетворяет условию (12.5.3), то имеет место оптимальное сжатие импульса. Оптимально сжатый импульс, вычисленный таким образом, показан на рис. 12.13г. Длительность этого импульса имеет порядок $\tau_p'' \approx 0,6$ пс, что является более правильным, если сравнивать с приближенным значением (0,75 пс), полученным выше.

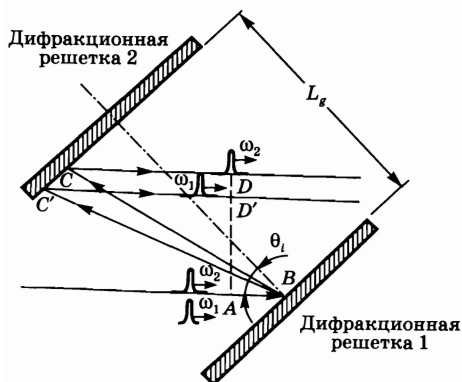


Рис. 12.14
Пара дифракционных решеток
для сжатия импульса

Теперь осталось найти подходящую оптическую систему, которая может обеспечить необходимую отрицательную дисперсию групповой задержки $ДГЗ = d\tau_g/d\omega$. Отрицательная ДГЗ подразумевает, что групповая задержка должна уменьшаться с увеличением частоты ω . Как уже обсуждалось в разделе 8.6.4.4, одна из таких систем состоит из призмной пары, приведенной на рис. 8.26. Другая система представляет собой пару параллельных одинаковых дифракционных решеток, изображенных на рис. 12.11 [23]. Для

разъяснения этого момента следует обратиться к рис. 12.14, где показана плоская волна, описываемая лучом AB , падающим на решетку 1. Волна распространяется под углом θ_i к нормали решетки. Предположим, что падающая волна состоит из двух синхронных импульсов с частотами ω_2 и ω_1 , причем $\omega_2 > \omega_1$. Вследствие дисперсии решетки импульсы проделают пути $ABCD$ и $ABC'D'$ соответственно. При этом нетрудно видеть, что задержка, которую испытывает импульс на частоте ω_2 , а именно $\tau_{d_2} = ABCD/v_g$, оказывается меньше задержки $\tau_{d_1} = ABC'D'/v_g$ для импульса на частоте ω_1 . Поскольку $\omega_2 > \omega_1$, это означает, что дисперсия групповой задержки импульса отрицательна. С помощью подробных расчетов можно показать, что дисперсионное уравнение запишется в виде [23]:

$$\text{ДГЗ} = \frac{d^2\phi}{d\omega^2} = -\frac{4\pi^2c}{\omega^3 d^2} \cdot \frac{1}{\{1 - [\sin\theta_i - (\lambda/d)]^2\}^{3/2}} L_g, \quad (12.5.6)$$

где ω — частота волны, λ — ее длина, d — период решетки, а L_g — расстояние между решетками. При этом знак минус в правой части выражения (12.5.6) показывает, что дисперсия групповой задержки отрицательна. Следует заметить, что величину дисперсии можно менять, изменяя L_g и (или) угол падения θ_i .

Важно также отметить, что система из двух решеток, изображенная на рис. 12.14, обладает определенным недостатком, связанным с эффектом «сноса» выходного пучка в поперечном направлении. Величина этого сноса зависит от разницы между частотами различных компонент пучка (например, между лучами CD и $C'D'$). Для пучков ограниченных размеров это может стать достаточно серьезной проблемой, которую, тем не менее, можно обойти путем переотражения выходного пучка в обратном направлении с помощью плоского зеркала. В этом случае полная дисперсия при двукратном проходе через дифракционные решетки будет иметь удвоенное значение от полученного в выражении (12.5.6).

Система, показанная на рис. 12.11, применялась для осуществления сжатия как пикосекундных, так и фемтосекундных лазерных импульсов при самых различных условиях [24]. Например, импульсы длительностью ~ 6 пс (и пиковой мощностью ~ 2 кВт) от лазера на красителе с синхронной накачкой и синхронизацией мод были сжаты с использованием оптоволокна длиной 3 м до длительности около 200 фс ($P_p = 20$ кВт). Эти импульсы были повторно сжаты до длительности 90 фс с помощью аналогичной системы (рис. 12.11), в которой использовалось волокно длиной 55 см. Наиболее интересным результатом является сжатие лазерных импульсов длительностью 50 фс от лазера на красителе с синхронизацией мод на сталкивающихся импульсах до длительности ~ 6 фс, при этом использовалось волокно длиной 10 мм [25]. Для получения импульсов такой малой длительности использовался подход, при котором дисперсия групповой задержки второго порядка ($\text{ДГЗ} = (d^2\phi/d\omega^2)_{\omega_L}$) и дисперсия групповой задержки третьего порядка ($\text{ТДГЗ} = (d^3\phi/d\omega^3)_{\omega_L}$) компенсировались за счет использования двух последовательных пар дифракционных решеток (каждая из которых приведена на рис. 12.14) и системы из четырех призм, изображенных на рис. 8.26. Действительно, дисперсии третьего

порядка в этих двух системах сжатия имеют разные знаки и, следовательно, компенсируются.

Ограничения, имеющие место в системах сжатия на оптоволокне (рис. 12.11), обусловлены малым диаметром сердцевины волокна ($d \approx 5$ мкм). В связи с этим энергия лазерного импульса, которая может быть введена в волокно, ограничена достаточно низкими значениями (~ 10 нДж). В последнее время разрабатывается схема для формирования широкополосного *SPM*-спектра (спектра фазовой самомодуляции), в которой используется пустотелое оптическое волокно, наполненное благородными газами (Kr, Ar) под высоким давлением (1–3 атм.) [26]. Таким образом, имея внутренний диаметр 150–300 мкм для пустотелого волокна, можно ввести в такое волокно импульсы с достаточно большей энергией (~ 2 мДж). При использовании такого волокна длиной около 1 м обеспечивается широкий *SPM*-спектр (~ 200 нм) с входными импульсами фемтосекундной длительности (20–150 фс). С помощью специально разработанной двухпризменной системы, используемой в двухпроходной конфигурации, и за счет двух отражений от специального зеркала с линейной частотной модуляцией [27] исходные лазерные импульсы длительностью 20 фс от лазера на титан-сапфире с синхронизацией мод были сжаты до длительности $\sim 4,5$ фс [28]. Эти сжатые импульсы состоят примерно из 1,5 циклов несущей частоты и в настоящее время являются наиболее короткими, при этом энергия таких импульсов оказывается достаточно большой (около 100 мкДж).

12.5.2. РАСШИРЕНИЕ ИМПУЛЬСА

В разделе 12.3 было показано, что для усиления с линейной частотной модуляцией лазерный импульс необходимо вначале расширить (во времени). В принципе, эту процедуру можно осуществить с помощью одномодового оптического волокна подходящей длины (см. рис. 12.11 и 12.12а). Однако линейное смещение частоты, достигаемое в этом случае (см. рис. 12.13б), не может быть полностью компенсировано системой сжатия, состоящей из пары дифракционных решеток (рис. 12.14), что обусловлено наличием в такой системе дисперсии более высокого порядка. Для лазерных импульсов корот-

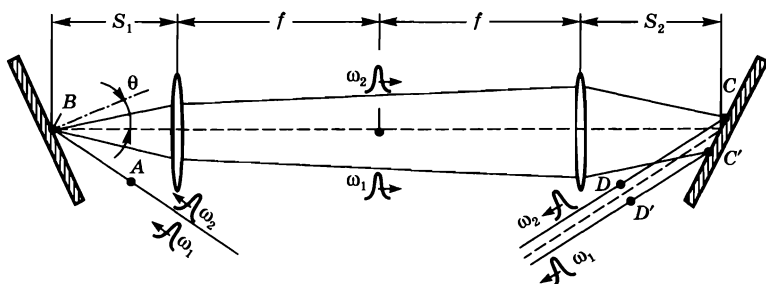


Рис. 12.15
Система расширения импульса, состоящая из двух дифракционных решеток, расположенных во встречно-параллельной конфигурации, и установленного между ними инвертирующего телескопа с увеличением 1:1

кой длительности (суб-пикосекундного диапазона) такая система может обеспечить только частичное сжатие расширенного импульса до его первоначальной формы. Наиболее подходящим решением в этом случае [29] было бы использование системы расширения импульсов, которая также состоит из пары дифракционных решеток, но установленных во встречно-параллельной конфигурации, и инвертирующего телескопа (с увеличением 1:1), установленного между этими решетками, как показано на рис. 12.15 [30]. Для получения требуемой положительной дисперсии групповой задержки две решетки должны быть расположены за телескопом, но в пределах фокуса его линз, т. е. должно выполняться неравенство $(s_1, s_2) < f$, где f — фокусное расстояние каждой из двух линз телескопа. В этом случае, если принять распространение пучка идеально параксиальным и пренебречь дисперсией в линзах телескопа, то дисперсию групповой задержки можно записать в виде [30]:

$$\text{ДГЗ} = \frac{d^2\phi}{d\omega^2} = \frac{4\pi^2 c}{\omega^3 d^2 \cos^2 \theta} (2f - s_1 - s_2), \quad (12.5.7)$$

где ω — частота волны, d — период решетки, и θ — угол, показанный на рис. 12.15. Из выражения (12.5.7) видно, что дисперсия групповой задержки оказывается в этом случае положительной. Для объяснения этого результата вновь обратимся к рис. 12.15, на котором плоская волна, приходящая на первую решетку, представлена лучом AB и состоит из двух синхронных импульсов с частотами ω_2 и ω_1 , причем $\omega_2 > \omega_1$. Вследствие дисперсии решетки импульсы проделают пути $ABCD$ и $ABC'D'$ соответственно. При этом нетрудно видеть, что задержка, которую испытывает импульс на частоте ω_2 , а именно $\tau_{d_2} = ABCD/v_g$, оказывается теперь больше задержки $\tau_{d_1} = ABC'D'/v_g$ для импульса на частоте ω_1 . Поскольку $\omega_2 > \omega_1$, это означает, что дисперсия групповой задержки импульса теперь положительна. Следует заметить, что система, состоящая из двух решеток и телескопа, изображенная на рис. 12.15, также обладает недостатком, связанным с эффектом сноса выходного пучка в поперечном направлении. Величина этого сноса зависит от разницы между частотами различных компонент пучка (например, между лучами CD и $C'D'$). Для пучков ограниченных размеров это может стать достаточно серьезной проблемой, которую, тем не менее, можно обойти путем переотражения выходного пучка в обратном направлении с помощью плоского зеркала. В этом случае полная дисперсия при двукратном проходе через дифракционные решетки (рис. 12.15) будет иметь удвоенное значение от полученного в выражении (12.5.7).

Чтобы сравнить положительную ДГЗ, рассмотренную в этой схеме (рис. 12.15), с отрицательной ДГЗ, полученной ранее (см. рис. 12.14), необходимо вначале напомнить, что согласно уравнению дифракционной решетки имеем $\sin \theta_l - (\lambda/d) = \sin \theta'$, где θ_l — угол падения на решетку, а θ' — соответствующий угол дифракции. Подставляя это уравнение решетки в выражение (12.5.6) и сравнивая полученный результат с (12.5.7), нетрудно видеть, что при $\theta' = \theta$ два выражения становятся идентичными, за исключением знака, и в этом случае можно записать:

$$(L_g/\cos \theta) = 2f - s_1 - s_2. \quad (12.5.8)$$

Важно заметить, что это равенство справедливо лишь при идеальных условиях, описанных выше. В этом случае, когда применимо выражение (12.5.8), система расширения импульса, рассмотренная на рис. 12.15, соответствует системе, изображенной на рис. 12.14. Данная ситуация объясняется тем, что телескоп, рассмотренный в одной из схем, формирует изображение первой решетки, которое переносится за пределы второй решетки на воображаемую плоскость, параллельную этой второй решетке. Таким образом, система расширения, изображенная на рис. 12.15, эквивалентна системе с двумя параллельными решетками (отрицательная дисперсия), и при выполнении условия (12.5.8) эта система обладает полностью противоположной дисперсией для всех порядков, по сравнению с системой, показанной на рис. 12.14.

На практике из-за наличия в линзах телескопа дисперсии и различных aberrаций система расширения импульса, показанная на рис. 12.15, достаточно хорошо работает с импульсами, длительность которых оказывается больше ~ 100 фс, при этом коэффициент расширения не превышает нескольких тысяч. Для работы с более короткими импульсами и для достижения более высоких коэффициентов расширения конструкция телескопа (с увеличением 1:1) в описанной выше системе расширения предусматривает использование специальных цилиндрических [31] или сферических [32] зеркал. В частности, использование конфигурации с цилиндрическим зеркалом позволило получить коэффициент расширения более 10^4 , при этом учитывалась дисперсия второго, третьего и четвертого порядков для выбранных соответствующим образом материалов усилительных сред [31].

12.6. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ШИРИНЫ ПОЛОСЫ И ЧАСТОТНАЯ МЕТРОЛОГИЯ С ПОМОЩЬЮ ФЕМТОСЕКУНДНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ

Гребенка весьма прецизионно определенных и эквидистантно расположенных линий была бы крайне полезной для частотной метрологии.¹ Действительно, такая гребенка позволяет непосредственно связать друг с другом две отдельные оптические частоты и сопоставить их с высоко прецизионной опорной частотой, соответствующей частоте сверхтонкого расщепления основного уровня атома цезия.² Иными словами, такая гребенка могла бы быть *линейкой* с прецизионными делениями [33, 34].

На первый взгляд, можно подумать, что спектр излучения лазера, генерирующего на многих продольных модах, годится для этой цели. Однако этот спектр не является гребенкой прецизионно эквидистантных линий. В самом деле, разность между двумя соседними модами можно записать как

¹ Материал любезно предоставлен П. Г. Крюковым, Научный центр волоконной оптики РАН, Москва, Россия.

² Напоминаем, международный стандарт секунды (SI) связан с этой частотой, а именно: секунда определяется как временной интервал, в котором заключены 9 192 631,770 периодов волны, соответствующей этой частоте.

$\Delta v = c/2L_e$, где $L_e = L_e(n)$ с зависимостью от n — показателя преломления материала (материалов) внутри резонатора лазера. Таким образом, из-за дисперсии материала имеем $n = n(v)$, и, соответственно, $\Delta v = \Delta v(v)$, т. е. резонатор обладает дисперсионными свойствами. Поэтому, чтобы получить гребенку точно эквидистантно расположенных линий, необходимо использовать особые методы, которые, вообще, относятся к категории преобразования ширины полосы.

Как было показано в разделе 8.6, существует особый режим лазера, называемый непрерывной генерацией с синхронизацией мод, в результате которой генерируется непрерывная последовательность ультракоротких лазерных импульсов. Частота повторения импульсов в этой последовательности обратно пропорциональна времени обхода светом длины резонатора, t_{rt} , т. е. $\nu_r = 1/t_{rt}$, где:

$$t_{rt} = 2 \sum_i \frac{l_i}{v_{ig}}. \quad (12.6.1)$$

В этом выражении l_i — длины, а v_{ig} — соответствующие им групповые скорости в материалах, находящихся в резонаторе. Фурье-спектр такой последовательности представляет собой эквидистантные линии, разделенные интервалом ν_r , и при точно стабилизированном резонаторе получается вполне определенная гребенка частот. Таким образом, лазер с синхронизацией мод является не только источником ультракоротких импульсов, но и источником гребенки эквидистантных оптических частот. Однако окончательная трудность точного определения этой гребенки обусловлена тем, что для любого материала, в том числе и для находящегося внутри резонатора лазера, групповая скорость, строго говоря, отличается от фазовой (см. разд. 8.6.4.1). Из-за этого огибающая волны излучения $A(t)$ для каждого ультракороткого импульса движется с групповой скоростью v_g , в то время как несущая волны движется с фазовой скоростью v_{ph} . В результате после каждого обхода резонатора несущая частота сдвигается по отношению к огибающей, т. е. по

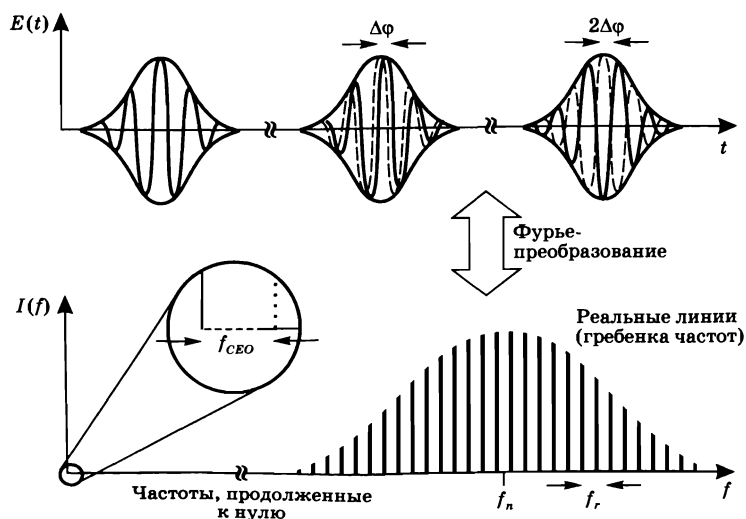


Рис. 12.16
Последовательность
фемтосекундных
импульсов
(несколько
периодов),
испускаемых титан-
сапфировым лазером
с керровской линзой,
и соответствующий
спектр

отношению к импульсу, на фазовый угол $\Delta\varphi$ (см. рис. 12.16), который дается выражением:

$$\Delta\varphi = 2\omega \sum_i \left(\frac{l_i}{v_{iph}} - \frac{l_i}{v_{ig}} \right), \tag{12.6.2}$$

где v_{iph} — фазовые скорости в материалах внутри резонатора. Отметим, что поскольку изменение $\Delta\varphi$ на величину кратную 2π не изменяет электрическое поле волны импульса, реальное значение имеет величина угла

$$\Delta\varphi_{CEO} = \Delta\varphi \bmod 2\pi. \tag{12.6.3}$$

Этот угол обозначается как *сдвиг несущая-оглабающая (CEO)*.

С помощью Фурье-преобразования можно показать, что спектр гребенки состоит из ряда эквидистантных линий частот, которые определяются как

$$\nu_n = n\nu_r + \nu_{CEO}, \tag{12.6.4}$$

где n — целое число, а $2\pi\nu_{CEO} = 2\pi f_{CEO} = \Delta\varphi_{CEO}/t_{rt} = \Delta\varphi_{CEO}\nu_r$. Из этого также следует, что если мы продвинем спектр к нулевой частоте, т. е. для $n = 0$, то линии будут сдвинуты от нуля на частотный интервал $\nu_{CEO} = f_{CEO} = \Delta\varphi_{CEO}/t_{rt}$ (см. врезку на рис. 12.16). Из (12.6.4) следует, что если ν_r и ν_{CEO} стабилизированы и измерены по отношению к цезиевому стандарту частоты, то возможно определить точное значение частоты в гребенке, зная величину n .

Измерение частоты ν_r не составляет труда (обычно она лежит в области от десятков МГц до нескольких ГГц), и ее можно стабилизировать путем контроля длины резонатора. Ситуация с ν_{CEO} более сложная, поскольку, как говорилось выше, она зависит от разности между групповыми скоростями v_{ig} и фазовыми скоростями v_{iph} в резонаторе лазера. Это означает, что регулировка и контроль ν_{CEO} возможны путем изменения величины дисперсии внутри резонатора (см. разд. 8.6.4.3). Но для прецизионной стабилизации частоты необходимо знать ее точное значение. Это можно осуществить, используя методику так называемого « f - $2f$ » гетеродинирования, схема которой показана на рис. 12.17. Принцип действия можно пояснить, если мы предположим, что спектр гребенки простирается на октаву, т. е. если на высокочастотном краю гребенки существует частота ν_m^h , а на низкочастотном краю —

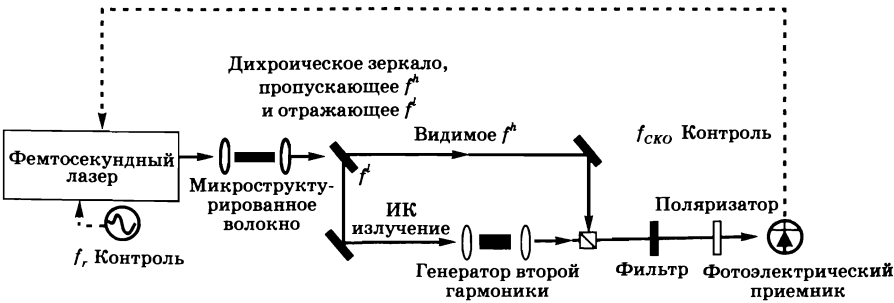


Рис. 12.17
Схема для измерения, контроля и стабилизации частоты ν_{CEO} (« f - $2f$ » гетеродинирование)

частота ν_n^l , такие, что $m = 2n$. В значениях ν_r и ν_{CEO} эти частоты можно соответственно выразить как $\nu_m^h = m\nu_r + \nu_{CEO} = 2n\nu_r + \nu_{CEO}$ и $\nu_n^l = n\nu_r + \nu_{CEO}$.

Пусть теперь пучок на частоте ν_n^l преобразуется во вторую гармонику, тогда мы получаем пучок на частоте $2n\nu_r + 2\nu_{CEO}$. Если теперь этот пучок второй гармоники и пучок на частоте ν_m^h посылаются на фотоэлектрический приемник, то на выходе его получится разностная частота, даваемая как $2\nu_n^l - \nu_m^h = \nu_{CEO}$. Таким образом, с помощью радиочастотного спектроанализатора можно будет измерить точное значение ν_{CEO} . Затем этот сигнал можно использовать с помощью подходящей электронной схемы, осуществляющей обратную связь, для контроля дисперсии внутри резонатора, стабилизируя тем самым генератор гребенки частот, получаемых за счет синхронизации мод.

На практике лазером с синхронизацией мод, используемым для этой цели, чаще всего является фемтосекундный титан-сапфировый лазер с керровской линзой (*KLM Ti:sapphire laser*), см. разд. 8.6.3.2, поскольку ширина полосы усиления титан-сапфира достаточно велика (более 100 ТГц, см. табл. 2.2). Для обеспечения нужного значения дисперсии в резонаторе используется система пар призм (см. разд. 8.6.4.3). В данном случае используются лишь две призмы, например призмы I и II, как показано на рис. 8.26, при расположении плоскости MM' зеркала резонатора. Тонкие перемещение и наклон этого зеркала позволяют контролировать как длину резонатора, так и дисперсию внутри его. Однако следует, что ширина полосы в 100 ТГц синхронизованных мод недостаточна, чтобы иметь ширину спектра титан-сапфирового лазера, простирающегося более, чем на октаву. Поэтому пучок лазера на титан-сапфире с синхронизацией мод запускается в специальное микроструктурированное оптическое волокно (которое также называют волокном типа фотонного кристалла — *PCF*), в котором спектр значительно уширяется за счет эффекта фазовой самомодуляции. В этом волокне кварцевая сердцевина очень малого диаметра (~1,5 мкм) окружена кольцом полых трубочек. Уникальные свойства дисперсии такого волокна таковы, что ноль дисперсии групповых скоростей в волокне сдвигается в область спектра титан-сапфирового лазера. Это позволяет использовать достаточно длинное волокно и, соответственно, получать нужное уширение спектра. В результате генерируется гребенка частот, спектр которой простирается более, чем на октаву. Итак, использование фемтосекундного титан-сапфирового лазера вместе с микроструктурированным волокном при прецизионном контроле частоты ν_r путем стабилизации длины резонатора и ν_{CEO} с помощью методики « $f-2f$ » открыло исключительно важную возможность прецизионного измерения оптических частот. Этот революционный подход сильно упрощает измерения оптических частот и предоставляет возможности для создания беспрецедентно точных полностью оптических атомных часов. Как известно, любые точные часы включают в себя колебательное устройство (генератор), которое создает «тикание» во времени, и счетчика, показывающего число этих циклов. Например, в цезиевых часах такими колебаниями является прецессия электрона вокруг спина ядра. Если мы рассмотрим историю измерения времени и сравним такие часы, как солнечные, маятниковые и кварцевые, то увидим, что

они становились все более точными по мере увеличения частоты колебаний. Это обусловлено тем, что большая частота делит время на меньшие интервалы. В оптических часах «тиканье» происходит на частоте в сотни ТГц, и они являются источником регулярных фемтосекундных «щелчков».

Сверхточные оптические часы будут полезны в целом ряде применений. Они также будут способствовать новым открытиям в фундаментальной науке. Один пример — исследование мировых констант, которые могут оказаться изменяемыми в пространстве или испытывать медленный дрейф во времени по мере эволюции нашей Вселенной. Другой пример — использование их в качестве опорного сигнала в радиотелескопах с большой базой. Наконец, технические применения, такие как спутниковая навигация и системы телекоммуникаций, также могут быть значительно улучшены с помощью этой технологии.

12.7. ГЕНЕРАЦИЯ ГАРМОНИК БОЛЕЕ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА И АТТОСЕКУНДНЫХ ИМПУЛЬСОВ

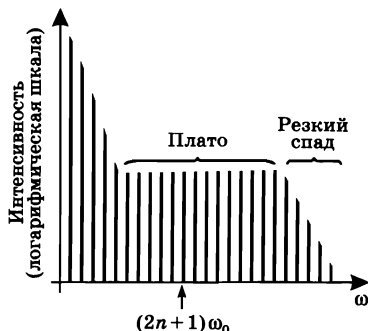
Когда интенсивный короткий световой импульс фокусируется в газовую среду, электронный отклик среды становится высоко нелинейным, и могут генерироваться крайне высокие гармоники соответствующей лазерной частоты.¹ В настоящее время генерация гармоник высокого порядка (ГГВП) [35, 36] является широко используемой методикой получения когерентного излучения в диапазоне вакуумного ультрафиолета (ВУФ).

Уникальные свойства излучения этих гармоник открыли путь для новых применений в атомной и молекулярной спектроскопии, в физике твердого тела и плазмы, с широкой областью применений в диагностике плазмы и материалов, литографии, получении изображений с высоким разрешением, биологической микроскопии, нелинейной оптике ВУФ-диапазона и аттосекундной физике.

Типичный спектр высоких гармоник характеризуется некоторым падением на два или три порядка величины интенсивности от 3-й до 7-й или 9-й гармоник, за которыми следует плато, в котором интенсивности остаются приблизительно постоянными. Эта область простирается до гармоник порядка нескольких сотен и оканчивается резким спадом, как показано на рис. 12.18. По причине симметрии генерируются только нечетные гармоники основной частоты. В центросимметричной среде (такой как газ) приложенное поле вызывает соответствующую нелинейную поляризацию, которая и является источником испускания гармоник. Поэтому, рассматривая разложение в ряд членов нелинейной поляризации от членов поля начальной волны, можно видеть, что здесь присутствуют лишь нечетные члены, которые проявляются в излучении гармоник. О первом экспериментальном

¹ Материал любезно предоставлен Мауро Низоли, Физический факультет Миланской политехнической школы, Италия.

Рис. 12.18
Общие спектральные
характеристики типичного
спектра высших гармоник:
генерируются только нечетные гармо-
ники лазерного излучения.



наблюдении плато при генерации гармоник высокого порядка сообщили Мак Ферсон (McPherson) и Феррэй (Ferray) в конце 1980 гг. Область плато в спектре гармоник простиралась от УФ-диапазона до мягкого рентгена.

В 2004 г. когерентное излучение диапазона мягкого рентгена вплоть до энергий фотонов в 700 эВ было получено при фокусировании лазерных импульсов ближнего ИК-диапазона с энергией в несколько мДж и длительностью 10 фс в газовую струю гелия. Это открыло пути для разработки компактного рентгеновского микроскопа, предназначенного для изучения биологических и биохимических образцов *in vivo*.

В дальнейшем мы обсудим полуклассическую модель генерации гармоник высоких порядков, которую предложили Куландер (Kulander *et al.*) и Коркум (Corkum), и которая описывает основные физические процессы, приводящие к испусканию гармоник. Затем будут проанализированы эффекты фазового согласования и макроскопические эффекты генерации гармоник высокого порядка. Наконец, будет проанализирована генерация аттосекундных импульсов, которые получаются в результате генерации гармоник высокого порядка. Это является самым впечатляющим и значительным применением генерации гармоник.

12.7.1. МОДЕЛЬ ГЕНЕРАЦИИ ВЫСОКИХ ГАРМОНИК НА ОСНОВЕ ТРЕХ СТАДИЙ ВОЗВРАТНОГО СТОЛКНОВЕНИЯ

Невозмущенные физические процессы, вызывающие генерацию гармоник, могут быть поняты в рамках полуклассической модели, включающей три стадии, как показано на рис. 12.19. Когда интенсивность лазера лежит в области между 10^{13} и 10^{14} Вт/см², напряженность электрического поля в лазерной волне становится сравнимой с той, которую испытывают электроны внешней оболочки нейтрального атома. В этом случае внешнее поле сильно деформирует кулоновский потенциал атома, что приводит к образованию барьера. Поэтому наиболее слабо связанный электрон может туннелировать через этот барьер и отрываться от атома. Этот процесс не имеет классической аналогии, а является процессом квантовой туннельной ионизации. Затем этот электрон ускоряется лазерным электрическим полем. В зависимости от момента ионизации он может либо отлетать от родительского иона, либо может ускоряться по направлению к нему. В частности, если электрон оторвался

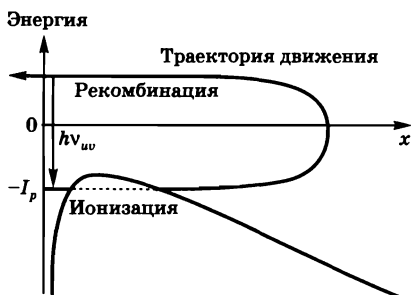


Рис. 12.19
Схема
«трехступенчатой»
модели возвратного
столкновения

до пика поля в волне, он никогда не вернется к атомному ядру. Если электрон становится свободным в момент максимума электрического поля, он возвращается к своему родительскому иону с нулевой кинетической энергией. Если электрон отрывается после максимума поля, он возвратится к атомному ядру с ненулевой кинетической энергией. Когда электрон встречается с родительским ионом, он может рекомбинировать, образуя атом в своем основном состоянии и испуская фотон с энергией $h\nu = I_p + E_k$, где I_p — потенциал ионизации нейтрального атома, а E_k — кинетическая энергия, приобретенная электроном в континууме между состояниями ионизации и рекомбинации. Можно показать, что максимальная энергия фотона характерна для тех электронов, которые вырываются спустя $\sim 0,05$ оптического периода после пика приложенного электрического поля и которые сталкиваются с родительским ионом спустя примерно три четверти оптического периода. Эта энергия определяется как $h\nu_{max} = I_p + 3,17 U_p$, где U_p — ponderomotive energy, т. е. усредненная за период кинетическая энергия колебаний электрона в лазерном поле. Можно показать, что $U_p = e^2 E^2 / 4m\omega_0^2 \propto \lambda_0^2 I$, где E — напряженность действующего на электрон лазерного поля, m — масса электрона, ω_0 и λ_0 — угловая частота и длина волны лазерного излучения. Такой трехстадийный процесс периодически повторяется на каждом полупериоде лазерной волны с периодическим испусканием очень короткой вспышки излучения длительностью в аттосекундном диапазоне.

В 1994 г. Левенштейн (Lewenstein *et al.*) представил более точное физическое описание поведения одиночного атома. При рассмотрении одиночного атома в классическом электромагнитном поле, уравнение Шрёдингера можно решить, используя следующие приближения:

- приближение одиночного активного электрона, т. е. атом рассматривается как водородоподобная система и не учитывается многократная ионизация;
- приближение сильного поля (SFA): электрон в континууме рассматривается как свободная частица, движущаяся в электрическом поле, т. е. полностью пренебрегается влиянием кулоновского потенциала;
- рассматривается только основное состояние и континуум, влиянием других связанных состояний атома пренебрегают.

Используя эти допущения, можно получить простое выражение для дипольного момента атома, который и является источником испускания гармоник.

В духе феймановских диаграмм этот дипольный момент можно записать как когерентную суперпозицию лишь нескольких линий (квантовых путей) электрона в диаграмме, которые являются комплексными траекториями, которым следуют электроны от момента ионизации до рекомбинации с родительским ионом. Для того чтобы описать свойства процесса генерации гармоник, требуется малое число линий в диаграмме. В частности, два вида квантовых путей дают наиболее существенный вклад: это так называемые короткая и длинная траектории, характеризующиеся временами движения электрона в континууме τ , величины которых составляют соответственно порядка половины и целого оптического периода. Полуклассическая модель и недавние экспериментальные результаты показывают, что в широком спектральном диапазоне время испускания изменяется квазилинейно с повышением порядка гармоник, вызывая тем самым неизбежный чирп (называемый атто-чирпом), который является прямым следствием временного уширения волнового пакета электрона, совершающего возвратное столкновение. В случае короткого пути этот атто-чирп положительный, т. е. гармоника более высокого порядка испускается позже по отношению к низкому порядку, в то время как в случае длинного пути атто-чирп отрицателен. Этот чирп сильно влияет на длительность испускаемых ВУФ-импульсов.

12.7.2. ФАЗОВОЕ СОГЛАСОВАНИЕ ПРИ ГЕНЕРАЦИИ ГАРМОНИК БОЛЕЕ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

Пока мы рассматривали только одиночный атом в лазерном электрическом поле. Испускание гармоник обусловлено когерентным вкладом нескольких атомов, и коллективные явления сильно влияют на характеристики пучка гармоник. Как и во всех нелинейных процессах, высокая эффективность преобразования в гармонику требует фазового согласования поля гармоники с полем, наводящим поляризацию, т. е. разность фаз между генерирующим полем и наводимой поляризацией должна быть минимальной по всей длине нелинейной среды, чтобы иметь эффективное преобразование энергии. В случае плоских волн и гармоник низкого порядка это приводит к условию фазового согласования волновых векторов: $\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}_q - q\mathbf{k}_1 \approx 0$, где $\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_q$ — волновые векторы соответственно основного пучка и пучка q -й гармоники. Соответствующая длина когерентности, определяемая длиной пути, в котором фазовая расстройка между основным излучением и излучением гармоники равна π , дается как $L_{coh} = \pi / \Delta k$. Для гармоник высокого порядка изменения фазы наведенной поляризации более важны, чем в самом наводящем поле. Поэтому эффективная генерация гармоник требует минимизации изменений фазы наведенной поляризации. Важно отметить, что фаза испускаемого излучения ϕ приблизительно пропорциональна времени, которое электрон проводит в континууме до момента рекомбинации, а также пропорциональна величине пондеромоторной энергии, т. е. $\phi \propto U_p \tau$. Она же зависит от рассматриваемого квантового пути и от интенсивности лазера (а значит, и от положения нелинейной среды по отношению к фокусу лазерного пучка). Эта необходимая фаза обуславливает дополнительный дисперсионный член,

пропорциональный интенсивности лазерного пучка. Возникновение электронной плазмы также влияет на механизм фазового согласования, поскольку она обладает показателем преломления, зависящим от времени, который влияет на распространение лазерного импульса. Этот дисперсионный член способствует ускорению фазовой скорости лазерного излучения по отношению к скорости излучения гармоники и тем самым сокращает длину когерентности. Поскольку более короткие волны генерируются в условиях все большей плотности свободных электронов, фазовое рассогласование быстро увеличивается с порядком гармоники в областях субкилоэлектронных энергий, и расфазировка, обусловленная свободными электронами, становится главным ограничением. Наконец, из-за фокусирования лазерный пучок испытывает геометрический фазовый сдвиг, так называемый фазовый сдвиг Гуи, который ограничивает длину когерентности, соответствующую q -й гармонике, до значения $L_g = \pi z_0/q$, где z_0 — длина Рэлея.

Все рассмотренные выше члены дают вклад в фазы лазерного импульса и импульса гармоники, определяя тем самым сложные механизмы фазового согласования. В частности, в продольном направлении дипольный фазовый сдвиг $U_p \tau$ симметричен по отношению к фокусу лазерного пучка и конкурирует с асимметричным фазовым сдвигом Гуи. В зависимости от геометрических условий вклад одной траектории может быть увеличен, а других уменьшен. Например, когда лазерный пучок сфокусирован перед нелинейной средой, фазовые изменения, обусловленные фокусированием, малы и выбранная траектория является с наименьшим изменением фазы (короткая траектория). Когда же фокус расположен внутри нелинейной среды, увеличивается вклад длинных траекторий. Более того, было продемонстрировано, что излучение гармоник, обусловленных длинными траекториями, характеризуется большей расходимостью по отношению к гармоникам коротких траекторий. Поэтому можно изолировать вклады коротких и длинных квантовых траекторий просто регулировкой положения фокуса в нелинейной среде и пространственной фильтрацией.

Отметим, что из-за высокой энергии фотонов излучение гармоник может возбуждать электроны нижних оболочек атома при своем распространении в газе. Иными словами, может иметь место реабсорбция. По этой причине эффективность преобразования насыщается после длины поглощения $L_{abs} = 1/\sigma\rho$, где σ — сечение поглощения, а ρ — плотность газа. Простое рабочее правило оптимизации эффективности преобразования в гармоники дается двумя условиями: $L_{med} > 3L_{abs}$ (где L_{med} — длина среды) и $L_{coh} > 5L_{abs}$. В случае короткой среды первое условие, вообще говоря, не выполняется, и испускание излучения ограничивается длиной среды, в случае длинной среды, напротив, оба условия можно одновременно выполнить.

В качестве заключения к этому разделу можно отметить, что при контроле параметра лазерного пучка, а также давления и расположения газовой среды, были достигнуты энергии гармоник в диапазоне мкДж. Тем самым открыт новый перспективный путь применений излучения гармоник. В частности, интенсивности излучения гармоник достаточны для осуществления процессов нелинейной оптики в спектральном диапазоне ВУФ.

12.7.3. ГЕНЕРАЦИЯ АТТОСЕКУНДНЫХ ИМПУЛЬСОВ

Важное применение генерации гармоник высокого порядка связано с временной структурой ВУФ-излучения. В результате процессов ионизации и рекомбинации, периодически повторяющихся каждые полпериода лазерного излучения, испускаются вспышки импульсов ВУФ-диапазона, длительность которых достигает аттосекундной области [35, 36]. Как и предполагали теоретически Фаркас (Farkas) и Тоф (Toth) в 1992 г., была получена генерация последовательностей субфемтосекундных импульсов и проведены соответствующие измерения при облучении атомарных благородных газов импульсами лазерного излучения с длительностями в много периодов световой волны. Временной профиль $I_X(t)$ генерируемых ВУФ-импульсов может быть описан как

$$I_X(t) = \left| \sum_N A_q \exp [-i\omega_q t + i\phi(\omega_q)] \right|^2,$$

где A_q и $\phi(\omega_q)$ — спектральные амплитуда и фаза соответственно N -го числа полей гармоник. Фаза $\phi(\omega_q)$ зависит от синхронизации полей гармоник в течение процесса испускания, и она связана со временем испускания гармоник t_e следующим выражением: $\phi(\omega_q) = q\omega_0 t_e$. В случае идеальной синхронизации N гармоник (время испускания не зависит от порядка гармоник q), могут получиться ВУФ-импульсы с длительностью $T_0/2N$, где T_0 — период световой волны лазерного излучения. Поэтому в случае индуцирующего лазерного поля с центром длины волны в 800 нм ($T_0 = 2,67$ фс) достаточно пяти фазово-сцепленных (синхронизованных) гармоник, чтобы сформировать последовательность аттосекундных импульсов. Разность фаз между последовательными гармониками можно установить с помощью методики, которая называется восстановлением аттосекундных биений, обусловленных интерференцией двухфотонного перехода (*RABITT*). Эта методика основана на измерении спектра фотоэлектронов, генерируемых в благородных газах за счет ионизации, при совместном воздействии на него излучения гармоник и основного (ИК) излучения лазерного пучка. Разность фаз между последовательными гармониками можно определить путем измерения амплитуды пиков на генерируемых боковых частотах, которая, в свою очередь, является функцией задержки между ИК-импульсом и полем гармоник. Используя эту методику, в 2001 г. были измерены последовательности импульсов в 250 ас, разделенных интервалом в 1,35 фс, при выделении пяти нечетных гармоник (от 11 до 19). Как уже упоминалось, процесс генерации гармоник вызывает атто-чирп, положительный в случае коротких квантовых траекторий и отрицательный в случае длинных квантовых траекторий. Это препятствие синхронизации разных гармоник неблагоприятным образом сказывается на длительности испускаемых ВУФ-импульсов. Более того, каждая гармоника может получиться, по крайней мере, двумя путями, соответствующими коротким и длинным траекториям электрона с одной и той же энергией при возвращении, но с совершенно разными фазовыми характеристиками. Это препятствует генерации спектрально ограниченных ВУФ-импульсов. Таким

образом, чтобы генерировать регулярную последовательность аттосекундных импульсов, требуется, прежде всего, выделить определенный тип квантовых путей электрона. Как уже указывалось, короткие траектории электрона могут быть легко определены путем помещения газовой среды после фокуса лазерного пучка и путем выделения центральной части пучка генерируемых гармоник, используя точечную диафрагму. В этом случае минимальная длительность импульса определяется атто-чирпом соответствующих траекторий электрона. Спектрально ограниченные аттосекундные импульсы могут быть получены при соответствующей компенсации чирпа. В случае получения ВУФ-импульсов за счет вклада коротких путей требуется отрицательная дисперсия. Для этого был предложен плазменный компрессор, поскольку свободные электроны вызывают отрицательную дисперсию групповых скоростей. Можно также использовать металлические пленки с линейной отрицательной дисперсией групповых скоростей. В частности, отрицательная дисперсия групповых задержек тонкой алюминиевой пленки использовалась для компенсации начального положительного атто-чирпа в полосе частот, охватывающей десять гармоник, генерируемых в аргоне. Таким способом генерировались последовательности импульсов длительностью 170 ас (импульсы в этих последовательностях разделялись половиной периода основной лазерной волны).

Для многих применений требуются одиночные аттосекундные импульсы. Пока были предложены и реализованы две схемы для генерации изолированных аттосекундных импульсов. Первая основана на использовании лазерных импульсов длительностью в несколько периодов (< 5 фс) со стабилизированной фазой «несущая-огibaющая» (*CEP*) и на применении нужной спектральной фильтрации ВУФ-излучения. Наибольшая энергия ВУФ-излучения (область резкого спада генерации гармоник) получается вблизи пика лазерного импульса. В случае лазерного импульса в несколько периодов излучение вблизи области спада генерации гармоник может быть сосредоточено в половине оптического периода рядом с максимумом импульса. Таким образом, выделяя с помощью нужных фильтров вполне определенную ширину полосы спектра вблизи области спада генерации гармоник, можно получить либо одиночный аттосекундный импульс, либо пару таких импульсов в зависимости от значения *CEP* лазерного импульса. Величина *CEP* является добавочным ключевым элементом стабильной генерации аттосекундных импульсов. В частности, для лазерного поля $E_L(t) = E(t)\cos(\omega_0 t + \varphi)$, где φ — фаза «несущая-огibaющая», только «косинус» импульсы ($\varphi = 0$) дают возможность получить изолированную вспышку ВУФ-диапазона. Используя такой подход, в 2004 г. были получены импульсы длительностью 250 ас.

Другой подход для генерации изолированных аттосекундных импульсов основан на использовании фазово стабилизированных лазерных импульсов с длительностью в несколько периодов, в сочетании с методикой поляризационного стробирования. В этом методе используется сильная зависимость процесса генерации гармоник от поляризационной эллиптичности лазерных импульсов, что дает возможность получить временное окно линейной поляризации лазерных импульсов. Тогда генерация ВУФ-импульсов возможна

лишь в интервале этого окна линейной поляризации лазерного излучения, причем этот интервал может быть короче половины периода лазерной волны. В сочетании с использованием лазерных импульсов в несколько периодов со стабилизированной фазой *СЕР* эта методика позволяет генерировать изолированные аттосекундные импульсы. Преимущества этого метода следующие:

- генерация широкополосных ВУФ-импульсов;
- широкая область перестройки аттосекундных импульсов при изменении генерирующей газовой среды;
- масштабируемость по энергии;
- возможность достижения однопериодного режима.

В 2006 г. были получены одиночные импульсы с длительностью вплоть до 130 ас с энергией фотона около 36 эВ. Каждый такой импульс содержит не более 1,2 периода несущей частоты. Такой источник ВУФ-излучения является важным инструментом исследований фундаментальных процессов в спектральной области, близкой к уровням энергий большинства внешних электронов в атомах, молекулах и твердых телах. Это открывает путь новых областей применений аттосекундных импульсов, где со средой могут взаимодействовать одиночные аттосекундные импульсы длительностью почти в один период волны.

ЗАДАЧИ

- 12.1. Пучок, излучаемый Nd:YAG лазером из примера 12.1, на протяжении 1 м (от его перетяжки) распространяется в свободном пространстве, а затем фокусируется положительной линзой с фокусным расстоянием $f = 10$ см. Рассчитайте положение перетяжки после линзы и размер пятна в этой перетяжке. [Указание: для расчета положения перетяжки необходимо представить линзу в виде суммы двух положительных линз f_1 и f_2 ($f_1^{-1} + f_2^{-1} = f^{-1}$); первая линза компенсирует кривизну фронта падающей волны, а вторая фокусирует луч.]
- 12.2. Выходное излучение Nd:YAG лазера с модуляцией добротности ($E = 100$ мДж, $\tau_p = 20$ нс) необходимо усилить с помощью усилителя на том же кристалле диаметром 6,3 мм с коэффициентом усиления в режиме малого сигнала $G_0 = 100$. Предположим, что: 1) время жизни нижнего уровня перехода значительно меньше, чем τ_p ; 2) поперечный профиль интенсивности пучка равномерный; 3) максимальное эффективное сечение вынужденного излучения равно $\sigma \cong 2,8 \cdot 10^{-19}$ см². Вычислите энергию пучка после усилителя и соответствующее усиление энергии. Вычислите также долю запасенной в усилителе энергии.
- 12.3. В большом лазерном усилителе на стекле с неодимом для экспериментов по лазерному термоядерному синтезу активная среда выполнена в виде стержня диаметром $D = 9$ см и длиной 15 см. Усиление в режиме малого сигнала в таком усилителе составляет $G_0 \sim 4$. Считая,

что максимальное сечение лазерного перехода в стекле с неодимом равно $\sigma = 4 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$ (см. табл. 9.3), а время жизни нижнего уровня перехода много меньше длительности лазерного импульса, найдите энергию, которую должен иметь входной импульс (длительностью 1 нс), чтобы на выходе усилителя получить энергию $E_{out} = 450 \text{ Дж}$. Какова полная энергия, запасенная в усилителе?

- 12.4. Используя рассуждения, проведенные при выводе выражений (12.3.1) и (12.3.9), полагая, что $\alpha = 0$, а также скоростного уравнения для квазитрехуровневого лазера (см. (7.2.21) — (7.2.24)], выведите соотношение (12.3.15).
- 12.5. Предположим, что (в условиях задачи 12.2) продолжительность импульса значительно меньше времени жизни τ_1 нижнего лазерного уровня ($\tau_1 \approx 100 \text{ пс}$). Используя данные, полученные в примере 2.10, и учитывая, что относительная населенность нижнего лазерного подуровня состояния $^4I_{11/2}$ равна $f_{13} \approx 0,187$, вычислите энергию усиленного импульса и соответствующее усиление. Сравните результаты со значениями, полученными в задаче 12.2.
- 12.6. Большой ТЕА- CO_2 -усилитель (с газовой смесью $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He} = 3:1.4:1$) имеет размеры $10 \times 10 \times 100 \text{ см}$. Для перехода $P(22)$ коэффициент усиления в режиме малого сигнала равен $g = 4 \cdot 10^{-2} \text{ см}^{-1}$. Длительность входного светового импульса равна 200 нс, что значительно превышает время термализации вращательных уровней и много меньше, чем время жизни нижнего лазерного уровня. При этих условиях максимальное сечение перехода $P(22)$ можно выбрать равным $\sigma \approx 1,54 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2$, а относительные населенности начального и конечного вращательных уровней равными $f = 0,07$ ($T = 300 \text{ К}$). Вычислите энергию сигнала на выходе усилителя и коэффициент усиления, которые можно получить в этом усилителе при энергии на входе 17 Дж. Вычислите также энергию, запасенную в единице объема усилителя.
- 12.7. Выведите уравнение (12.3.12).
- 12.8. Необходимо удвоить частоту излучения Nd:YAG лазера в кристалле KDP. Вычислите угол фазового синхронизма θ_m , если известно, что для KDP $n_o(\lambda = 1,06 \text{ мкм}) = 1,507$, $n_o(\lambda = 532 \text{ нм}) = 1,5283$, а $n_e(\lambda = 532 \text{ нм}) = 1,48222$.
- 12.9. Получите выражение (12.4.30).
- 12.10. Вычислите пороговую интенсивность накачки в случае параметрической генерации при $\lambda_1 \approx \lambda_2 = 1 \text{ мкм}$ в кристалле LiNbO_3 длиной 5 см, накачиваемом на длине волны $\lambda_3 \approx 0,5 \text{ мкм}$ [$n_1 = n_2 = 2,16$, $n_3 = 2,24$, $d \approx 6 \cdot 10^{-12} \text{ м/В}$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 2 \cdot 10^{-2}$]. Если в кристалле пучок фокусируется в пятно диаметром около 100 мкм, то чему будет равна пороговая мощность накачки?

- 12.11.** Вычислите эффективность преобразования второй гармоники типа I в случае идеального фазового синхронизма, когда это преобразование осуществляется в кристалле *KDP* длиной 2,5 см, причем падающий пучок имеет длину волны $\lambda = 1,06$ мкм и интенсивность 100 МВт/см² (для *KDP* $n \cong 1,5$, $d_{\text{eff}} = d_{36} \sin \theta_m = 0,28 \cdot 10^{-12}$ м/В, где $\theta_m \cong 50^\circ$ — угол фазового синхронизма).

ЛИТЕРАТУРА

1. R. W. Boyd, *Nonlinear Optics* (Academic Press, New York, 1992).
2. A. Yariv, *Optical Electronics* 4th ed. (Holt Rinehart and Winston, New York, 1991), Chaps. 9 and 12. Яриу А. Введение в оптическую электронику. 2-е изд. М.: Высшая школа, 1983.
3. O. Svelto, Self-Focusing, Self-Steepening and Self-Phase-Modulation of Laser Beams, in *Progress in Optics*, ed. by E. Wolf (North-Holland, Amsterdam, 1974), Vol. XII, pp. 3–50.
4. A. E. Siegman, New Developments in Laser Resonators, in *Laser Resonators* ed. by D. A. Holmes, *Proc. SPIE*, **1224**, 2–14 (1990).
5. A. E. Siegman, Defining and Measuring Laser Beam Quality, in *Solid State Lasers—New Developments and Applications*, ed. by M. Inguscio and R. Wallenstein (Plenum, New York, 1993) pp. 13–28.
6. L. M. Franz and J. S. Nodvick, Theory of Pulse Propagation in a Laser Amplifier, *J. Appl. Phys.*, **34**, 2346–2349 (1963).
7. P. G. Kriukov and V. S. Letokhov, Techniques of High-Power Light-Pulse Amplification, in *Laser Handbook*, ed. by F. T. Arecchi and E. O. Schultz-Dubois (North-Holland, Amsterdam, 1972), Vol. 1, pp. 561–595.
8. Walter Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, 4th ed. (Springer Berlin, 1996), Chap. 4.
9. D. Strickland and G. Mourou, Compression of Amplified Chirped Optical Pulses, *Opt. Commun.*, **56**, 219–221 (1985).
10. G. Mourou, The Ultra-High-Peak-Power Laser: Present and Future, *Appl. Phys. B*, **65**, 205–211 (1997).
11. M. D. Perry *et al.*, The Petawatt Laser and its Application to Inertial Confinement Fusion, *CLEO '96 Conference Digest* (Optical Society of America, Whashington) paper CW14.
12. Proceedings of the *International Conference on Superstrong Fields in Plasmas*, ed. by M. Lontano, G. Mourou, F. Pegoraro and E. Sindoni (American Institute of Physics Series, New York, 1998).
13. R. J. Mears, L. Reekie, I. M. Jauncey and D. N. Payne, Low Noise Erbium-Doped Fiber Amplifier at 1,54 mm, *Electron. Lett.*, **23**, 1026–1028 (1987).
14. Emmanuel Desurvire, *Erbium-Doped Fiber Amplifiers* (John Wiley and Sons, New York, 1994).
15. R. L. Byer, Optical Parametric Oscillators, in *Quantum Electronics*, ed. by H. Rabin and C. L. Tang (Academic, New York, 1975), Vol. 1, Part B, pp. 588–694.
16. P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters and G. Weinreich, Generation of Optical Harmonics, *Phys. Rev. Lett.* **7**, 118 (1961).
17. J. A. Giordmaine and R. C. Miller, Tunable Optical Parametric Oscillation in LiNbO₃ at Optical Frequencies, *Phys. Rev. Lett.* **14**, 973 (1965).
18. J. A. Giordmaine, Mixing of Light Beams in Crystals, *Phys. Rev. Lett.* **8**, 19 (1962).
19. P. D. Maker, R. W. Terhune, M. Nisenhoff and C. M. Savage, Effects of Dispersion and Focusing on the Production of Optical Harmonics, *Phys. Rev. Lett.* **8**, 21 (1962).
20. F. Zernike and J. E. Midwinter, *Applied Nonlinear Optics* (Wiley, New York, 1973), Sec. 3.7. Цернике Ф., Мидвинтер Д. Прикладная нелинейная оптика. М., 1976.

21. D. Grischkowsky and A. C. Balant, Optical Pulse Compression Based on Enhanced Frequency Chirping, *Appl. Phys. Lett.* **41**, 1 (1982).
22. G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, 2nd ed. (Academic, San Diego, 1995) Chapter 2. *Азраса Г. Нелинейная волоконная оптика*. М.: Мир, 1996.
23. E. B. Treacy, Optical Pulse Compression with Diffraction Gratings, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-5**, 454 (1969).
24. Ref. [22] Chap. 6.
25. R. L. Fork *et al.*, Compression of Optical Pulses to Six Femtosecond by Using Cubic Phase Compensation, *Opt. Lett.*, **12**, 483–485 (1987).
26. M. Nisoli, S. De Silvestri and O. Svelto, Generation of High Energy 10 fs Pulses by a New Compression Technique, *Appl. Phys. Letters*, **68**, 2793–2795 (1996).
27. R. Szipucz, K. Ferencz, C. Spielmann, F. Krausz, Chirped Multilayer Coatings for Broadband Dispersion Control in Femtosecond Lasers, *Opt. Letters*, **19**, 201–203 (1994).
28. M. Nisoli *et al.*, Compression of High-Energy Laser Pulses below 5 fs, *Opt. Letters*, **22**, 522–524 (1997).
29. M. Pessot, P. Maine and G. Mourou, 1000 Times Expansion-Compression Optical Pulses for Chirped Pulse Amplification, *Opt. Comm.*, **62**, 419–421 (1987).
30. O. E. Martinez, 3000 Times Grating Compressor with Positive Group Velocity Dispersion: Application to Fiber Compensation in 1.3–1.6 μm Region, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-23**, 59–64 (1987).
31. B. E. Lemoff and C. P. J. Barty, Quintic-Phase-Limited, Spatially Uniform Expansion and Recompression of Ultrashort Optical Pulse, *Opt. Letters*, **18**, 1651–1653 (1993).
32. Detao Du *et al.*, Terawatt Ti:Sapphire Laser with a Spherical Reflective-Optic Pulse Expander, *Opt. Letters*, **20**, 2114–2116 (1995).
33. S. A. Diddams, *et al.*, Direct link between microwave and optical frequencies with a 300 THz femtosecond laser comb, *Phys. Rev. Letters*, **84**, 5102–5102 (2000).
34. T. Udem, R. Holzwarth and T. W. Hänsch, Optical frequency metrology, *Nature*, **416**, 233–237 (2002).
35. T. Brabec, F. Krausz, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 545 (2000).
36. P. Agostini and L. F. DiMauro, *Rep. Prog. Phys.* **67**, 813 (2004).

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПОЛУКЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ. С ВЕЩЕСТВОМ

В последующих расчетах для описания взаимодействия излучения с веществом будем использовать полуклассическую теорию. В этой теории атомная система предполагается квантованной (и, следовательно, описываемой законами квантовой механики), а электромагнитное поле падающей волны рассматривается классически (т. е. с помощью уравнений Максвелла).

Сначала займемся изучением явления поглощения. С этой целью рассмотрим обычную двухуровневую систему и предположим, что в момент времени $t = 0$ атом находится в основном состоянии 1 и что с ним взаимодействует монохроматическая электромагнитная волна на частоте ω . С классической точки зрения, атом в результате взаимодействия с электромагнитной волной приобретает дополнительную энергию H' . Например, это может произойти при взаимодействии электрического дипольного момента атома μ_e с электрическим полем E электромагнитной волны ($H' = \mu_e E$). В данном случае будем говорить об электрическом дипольном взаимодействии. Однако это не единственный вид взаимодействия, благодаря которому может произойти переход. Например, переход может осуществиться вследствие взаимодействия магнитного дипольного момента атома μ_m с магнитным полем B электромагнитной волны ($H' = \mu_m B$ при магнитном дипольном взаимодействии). Чтобы описать временную эволюцию этой двухуровневой системы, необходимо обратиться к квантовой механике. Иными словами, если классическое рассмотрение работает с энергией взаимодействия H' , то квантовомеханический подход вводит гамильтониан взаимодействия $\mathcal{H}'$. Вид этого гамильтониана можно найти из классического выражения для энергии H' с помощью хорошо известных правил квантовой механики. Однако в данном случае точный вид выражения для гамильтониана $\mathcal{H}'$ не важен. Следует лишь заметить, что гамильтониан $\mathcal{H}'$ является синусоидальной функцией времени, частота ω которой равна частоте падающей волны. Таким образом, имеем

$$\mathcal{H}' = \mathcal{H}'_0 \sin \omega t. \quad (\text{A.1})$$

Тогда полный гамильтониан для атома $\mathcal{H}$ можно записать в виде:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}', \quad (\text{A.2})$$

где $\mathcal{H}_0$ — гамильтониан атома в отсутствие электромагнитной волны. Если для моментов времени $t > 0$ полный гамильтониан $\mathcal{H}$ известен, то зависимость волновой функции ψ атома от времени можно найти из нестационарного уравнения Шрёдингера:

$$\mathcal{H}\psi = j\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}. \quad (\text{A.3})$$

Для того чтобы решить это уравнение относительно функции $\psi(t)$, введем в рассмотрение, согласно (2.3.1), невозмущенные собственные функции состояний 1 и 2 соответственно, а именно: функции $\psi_1 = u_1 \exp[-(jE_1 t/\hbar)]$ и $\psi_2 = u_2 \exp[-(jE_2 t/\hbar)]$. При этом функции u_1 и u_2 должны удовлетворять стационарному уравнению Шрёдингера:

$$\mathcal{H}_0 u_i = E_i u_i (i = 1, 2). \quad (\text{A.4})$$

С учетом влияния электромагнитной волны волновую функцию атома можно записать в виде:

$$\psi = a_1(t)\psi_1 + a_2(t)\psi_2, \quad (\text{A.5})$$

где a_1 и a_2 — зависящие от времени комплексные числа, которые, согласно квантовой механике, подчиняются следующему соотношению:

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1. \quad (\text{A.6})$$

Так как, согласно (1.1.6), справедливо выражение $W_{12} = -d|a_1(t)|^2/dt = -d|a_2(t)|^2/dt$, то необходимо вычислить величину $|a_2(t)|^2$. В общем случае вместо (A.5) следует писать:

$$\psi = \sum_1^m a_k \psi_k = \sum_1^m a_k u_k \exp[-j(E_k/\hbar)t], \quad (\text{A.7})$$

где k обозначает состояние атома, а m — число состояний. Подставляя это выражение в уравнение Шрёдингера (A.3), получаем:

$$\begin{aligned} \sum_k (\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}') a_k u_k \exp[-j(E_k/\hbar)t] = \sum_k \{ j\hbar (da_k/dt) u_k \exp[-j(E_k/\hbar)t] + \\ + a_k u_k E_k \exp[-j(E_k/\hbar)t] \}. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

С помощью (A.4) это уравнение приводится к виду:

$$\sum j\hbar (da_k/dt) u_k \exp[-j(E_k/\hbar)t] = \sum a_k \mathcal{H}' u_k \exp[-j(E_k/\hbar)t]. \quad (\text{A.9})$$

Умножая обе части последнего уравнения на произвольную собственную функцию u_n^* и интегрируя по объему, получаем

$$\begin{aligned} \sum j\hbar (da_k/dt) \exp[-j(E_k/\hbar)t] \int u_k u_n^* dV = \\ \sum a_k \exp[-j(E_k/\hbar)t] \int u_n^* \mathcal{H}' u_k dV. \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Поскольку волновые функции u_k ортогональны (т. е. $\int u_n^* u_k dV = \delta_{kn}$), то из уравнения (A.10) получаем:

$$(da_n/dt) = \frac{1}{(j\hbar)} \sum_k H'_{nk} a_k \exp\left[-j \frac{(E_k - E_n)t}{\hbar}\right], \quad (\text{A.11})$$

где $H'_{nk} = H'_{nk}(t)$ задается выражением

$$H'_{nk}(t) = \int u_n^* \mathcal{H}' u_k dV. \quad (\text{A.12})$$

Таким образом, имеем m дифференциальных уравнений для m переменных $a_k(t)$, и эти уравнения можно решить, если только известны начальные условия.

Для двухуровневой системы волновая функция ψ , задаваемая (А.5) и (А.11), определяется двумя уравнениями:

$$\left(\frac{da_1}{dt}\right) = \left(\frac{1}{j\hbar}\right) \left\{ H'_{11}a_1 + H'_{12}a_2 \exp \left[-j\frac{(E_2 - E_1)t}{\hbar} \right] \right\}, \quad (\text{А.13а})$$

$$\left(\frac{da_2}{dt}\right) = \left(\frac{1}{j\hbar}\right) \left\{ H'_{21}a_1 \exp \left[-j\frac{(E_1 - E_2)t}{\hbar} \right] + H'_{22}a_2 \right\}, \quad (\text{А.13б})$$

которые должны решаться с начальными условиями $a_1(0) = 1$ и $a_2(0) = 0$.

До сих пор не делалось никаких приближений. Чтобы упростить процедуру решения уравнений (А.13), будем использовать метод возмущений. Предположим, что в правой части уравнений (А.13) можно приближенно записать $a_1(t) \cong 1$ и $a_2(t) \cong 0$. Решая уравнения (А.13) с учетом такого предположения, находим решения для $a_1(t)$ и $a_2(t)$ в приближении первого порядка. По этой причине развиваемая далее теория называется теорией возмущений первого порядка. Решения $a_1(t)$ и $a_2(t)$, полученные таким образом, можно подставить теперь в правую часть уравнений (А.13), чтобы найти решение в приближении второго порядка, и т. д. до более высоких порядков. Таким образом, в первом порядке теории возмущений уравнения (А.13) дают:

$$\left(\frac{da_1}{dt}\right) = \left(\frac{1}{j\hbar}\right) H'_{11}, \quad (\text{А.14а})$$

$$\left(\frac{da_2}{dt}\right) = \left(\frac{1}{j\hbar}\right) H'_{21} \exp(j\omega_0 t), \quad (\text{А.14б})$$

где $\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar$ — частота перехода атома. Чтобы вычислить вероятность перехода, достаточно решить лишь уравнение (А.14б). С этой целью воспользуемся выражениями (А.1) и (А.12) и запишем

$$H'_{21} = H'_{21}{}^0 \sin \omega t = \frac{H'_{21}{}^0 [\exp(j\omega t) - \exp(-j\omega t)]}{2j}, \quad (\text{А.15})$$

где $H'_{21}{}^0$ дается выражением

$$H'_{21}{}^0 = \int u_2^* \hat{H}' u_1 dV \quad (\text{А.16})$$

и является, вообще говоря, комплексной величиной. Подставляя (А.15) в (А.14б) и интегрируя с учетом начального условия $a_2(0) = 0$, получаем:

$$a_2(t) = \frac{H'_{21}{}^0}{2j\hbar} \left[\frac{\exp[j(\omega_0 - \omega)t] - 1}{\omega_0 - \omega} - \frac{\exp[j(\omega_0 + \omega)t] - 1}{\omega_0 + \omega} \right]. \quad (\text{А.17})$$

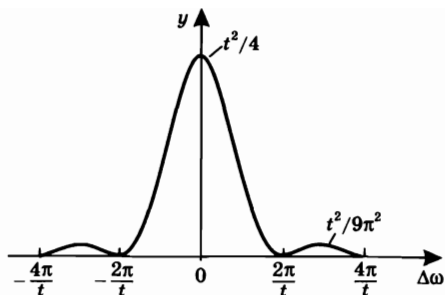
Полагая $\omega \cong \omega_0$, видим, что первый член в квадратных скобках много больше второго. В этом случае можно написать

$$a_2(t) \cong -\frac{H'_{21}{}^0}{2j\hbar} \left[\frac{\exp(-j\Delta\omega t) - 1}{\Delta\omega} \right], \quad (\text{А.18})$$

где $\Delta\omega = \omega - \omega_0$. Таким образом,

$$|a_2(t)|^2 = \frac{|H'_{21}{}^0|^2}{\hbar^2} \left[\frac{\sin(\Delta\omega t/2)}{\Delta\omega} \right]^2. \quad (\text{А.19})$$

Рис. А.1
График функции $y = [\sin(\Delta\omega t/2)/\Delta\omega]^2$
в зависимости от $\Delta\omega$



Функция $y = [\sin(\Delta\omega t/2)/\Delta\omega]^2$ построена на рис. А.1 в зависимости от $\Delta\omega$. Видно, что с увеличением времени соответствующая кривая становится все более узкой, а ее максимальное значение возрастает. Кроме того, поскольку, как можно показать,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\sin(\Delta\omega t/2)}{\Delta\omega} \right]^2 d\Delta\omega = \frac{\pi t}{2}, \quad (\text{А.20})$$

то для достаточно больших значений t можно положить

$$\left[\frac{\sin(\Delta\omega t/2)}{\Delta\omega} \right]^2 \cong \frac{\pi t}{2} \delta(\Delta\omega), \quad (\text{А.21})$$

где через δ обозначена δ -функция Дирака. С учетом этого приближения из (А.19) получаем

$$|a_2(t)|^2 = \frac{|H_{21}^0|^2}{\hbar^2} \cdot \frac{\pi t}{2} \delta(\Delta\omega). \quad (\text{А.22})$$

Это выражение показывает, что при достаточно большом интервале времени, прошедшего после начала взаимодействия, вероятность $|a_2(t)|^2$ обнаружить атом в момент времени t на уровне 2 пропорциональна длительности этого интервала. Следовательно, вероятность перехода W_{12} дается выражением

$$W_{12} = \frac{d|a_2(t)|^2}{dt} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{|H_{21}^0|^2}{\hbar^2} \delta(\Delta\omega). \quad (\text{А.23})$$

Для того чтобы вычислить W_{12} в явном виде, необходимо найти величину $|H_{21}^0|^2$. Будем предполагать, что за переход ответственно взаимодействие между электрическим полем электромагнитной волны и электрическим дипольным моментом атома (электрическое дипольное взаимодействие). Если $\mathbf{r}$ — радиус-вектор совершающего переход электрона по отношению к ядру, а e — величина заряда электрона, то классический дипольный момент атома будет равен $\mu_e = -e\mathbf{r}$. Тогда классическая энергия взаимодействия $\mathcal{H}'$ дается выражением $\mathcal{H}' = \mu_e \mathbf{E} = -e\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{r}$, где $\mathbf{E}$ — электрическое поле падающей электромагнитной волны в точке, где находится электрон. Теперь, пользуясь известными правилами квантовой механики, нетрудно записать гамильтониан взаимодействия:

$$\mathcal{H}' = -e\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{r}. \quad (\text{А.24})$$

Подставляя это выражение в (А.12) при $n = 2$ и $k = 1$, получаем:

$$H_{21}^0 = -e \int u_2^* \mathbf{E} u_1 dV. \quad (\text{А.25})$$

Предположим далее, что длина электромагнитной волны много больше размеров атома. Это условие очень хорошо выполняется для излучения в видимом

диапазоне (для зеленого света $\lambda = 500$ нм, в то время как размеры атома порядка $\sim 0,1$ нм). С учетом такого предположения можно считать, что величина $E(\mathbf{r}, t)$ лишь незначительно меняется на атомном расстоянии, и в выражении (А.25) ее можно вынести из-под интеграла, используя ее значение в точке $\mathbf{r} = 0$, т. е. в центре ядра (электрическое дипольное приближение). Таким образом, определим величину

$$E(\mathbf{r}, t) \cong E(0, t) = E_0 \sin \omega t, \quad (\text{А.26})$$

где E_0 — константа. Подставляя (А.26) в (А.25) и сравнивая полученное выражение для H'_{21} с (А.15), находим, что величина H'^0_{21} может быть выражена в виде:

$$H'^0_{21} = E_0 \mu_{21}, \quad (\text{А.27})$$

где μ_{21} равно

$$\mu_{21} = - \int u_2^* e r u_1 dV. \quad (\text{А.28})$$

Эта величина называется матричным элементом оператора электрического дипольного момента. Если через θ обозначить угол между векторами μ_{21} и E_0 , то из (А.27) получим:

$$|H'^0_{21}|^2 = E_0^2 |\mu_{21}|^2 \cos^2 \theta. \quad (\text{А.29})$$

Здесь $|\mu_{21}|$ — модуль комплексного вектора μ_{21} . Предположим, что электромагнитная волна взаимодействует с несколькими атомами, векторы μ_{21} которых ориентированы произвольным образом относительно вектора E_0 ; тогда среднее значение величины $|H'^0_{21}|^2$ получается усреднением выражения (А.29) по всем возможным значениям углов θ и ϕ (в двух измерениях). Если все углы θ одинаково вероятны, то плотность вероятности $p(\theta)$ не зависит от θ . В данном случае $p(\theta)$ определяется таким образом, что $p(\theta)d\Omega$ есть элементарная вероятность для вектора μ_{21} оказаться внутри телесного угла $d\Omega$, составляющего с направлением вектора E_0 угол θ . Известно, что если любой из углов θ равновероятен, то $\langle \cos^2 \theta \rangle = 1/3$ (здесь угловые скобки означают усреднение по всем ориентациям диполей). Следовательно,

$$\langle |H'^0_{21}|^2 \rangle = E_0^2 |\mu_{21}|^2 / 3. \quad (\text{А.30})$$

Последующая подстановка этого выражения в (А.23) дает

$$W_{12} = \frac{\pi}{6} \cdot \frac{(2\pi)^2 E_0^2 |\mu_{21}|^2}{h^2} \delta(\omega - \omega_0). \quad (\text{А.31})$$

Если вместо $\delta(\omega - \omega_0)$ использовать в этом выражении $\delta(\nu - \nu_0)$, то оно преобразуется к выражению (2.4.5), поскольку $\delta(\nu - \nu_0) = 2\pi\delta(\omega - \omega_0)$.

Получив выражение для вероятности поглощения, перейдем теперь к расчету вероятности вынужденного излучения. Обратимся снова к уравнениям (А.13), используя теперь другие начальные условия: $a_1(0) = 0$ и $a_2(0) = 1$. Однако сразу можно заметить, что в данном случае необходимые соотношения получаются из соответствующих формул (А.13) — (А.31), выведенных для случая поглощения, простой перестановкой индексов 1 и 2. Поскольку из определения (А.28) видно, что $|\mu_{12}| = |\mu_{21}|$, то из выражения (А.31) следует, что $W_{12} = W_{21}$, а это означает равенство вероятностей поглощения и вынужденного излучения.

РАСЧЕТ ФОРМЫ ЛИНИИ ПРИ СТОЛКНОВИТЕЛЬНОМ УШИРЕНИИ

Как показано в разделе 2.5.1, форма линии при столкновительном уширении может быть получена из нормированной спектральной плотности $g(\nu' - \nu)$ волны синусоидальной формы, испытывающей случайные скачки фазы (см. рис. 2.9). Напряженность электрического поля электромагнитной волны, изменяющаяся во времени так, как представлено на рис. 2.9, может быть описана следующим образом:

$$E(t) = E_0 \exp[j\omega t - \phi(t)], \quad (\text{Б.1})$$

где E_0 — вещественная постоянная, $\omega = 2\pi\nu$ — угловая частота излучения, а фаза $\phi(t)$ испытывает случайные скачки при каждом столкновении атомов. Будем предполагать, что плотность вероятности $p_r(\tau)$ распределения интервалов времени τ между двумя последовательными столкновениями описывается выражением (2.5.7). Удобнее всего проводить расчет функции $g(\nu' - \nu)$ в шкале угловых частот ω , т. е. определять функцию $g(\omega' - \omega)$. Очевидно, что $g(\nu' - \nu)d\nu' = g(\omega' - \omega)d\omega'$, откуда $g(\nu' - \nu) = 2\pi g(\omega' - \omega)$. Функция $g(\omega' - \omega)$ с точностью до коэффициента пропорциональности определяется спектральной плотностью мощности $W(\omega' - \omega)$ электромагнитной волны, изображенной на рис. 2.9. Для того чтобы этот коэффициент равнялся единице, потребуем, согласно (2.5.4), чтобы для $W(\omega' - \omega)$ выполнялось соотношение $\int W(\omega' - \omega)d\omega' = 1$. Следует заметить, что в соответствии с теоремой Парсеваля

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W(\omega' - \omega)d\omega' = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\pi}{T} \int_{-T}^{+T} |E(t)|^2 dt = 2\pi E_0^2. \quad (\text{Б.2})$$

Условие $\int W(\omega' - \omega)d\omega' = 1$ требует, таким образом, выполнения равенства $2\pi E_0^2 = 1$. Следовательно, функция $g(\omega' - \omega)$ соответствует спектральной плотности мощности сигнала $E(t)$, заданного выражением (Б.1) и имеющего амплитуду

$$E_0 = (2\pi)^{-1/2}. \quad (\text{Б.3})$$

Для расчета спектральной плотности мощности $W(\omega' - \omega)$ сигнала, заданного выражением (Б.1), воспользуемся теоремой Винера–Хинчина, согласно которой $W(\omega' - \omega)$ можно получить как Фурье-образ автокорреляционной функции сигнала $\Gamma(\tau)$. Таким образом, можно записать

$$W(\omega' - \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(\tau) \exp(-j\omega'\tau) d\tau, \quad (\text{Б.4})$$

где автокорреляционная функция $\Gamma(\tau)$ имеет вид:

$$\Gamma(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} E^*(t) E(t + \tau) dt. \quad (\text{Б.5})$$

Для волны, изображенной на рис. 2.9, запишем:

$$\Gamma(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} E_0^2 \exp(j\omega\tau) \left\{ \int_{\text{corr.}} dt + \int_{\text{uncorr.}} \exp[-j(\Delta\phi)] dt \right\}. \quad (\text{Б.6})$$

Первый интеграл в правой части (Б.6) вычисляется на временных интервалах между $-T$ и $+T$, в течение которых не происходит столкновений, вызывающих скачки фазы, и, таким образом, сигналы $E(t)$ и $E(t + \tau)$ имеют одинаковые фазы (*коррелированные интервалы*). Второй интеграл в правой части (Б.6) вычисляется на временных интервалах, в течение которых происходит столкновение, и поэтому сигналы $E(t)$ и $E(t + \tau)$ имеют случайную разность фаз $\Delta\phi$ (*некоррелированные интервалы*). Эту ситуацию можно схематически изобразить так, как это сделано на рис. Б.1, где сплошные вертикальные линии показывают моменты времени, в которые происходят скачки фазы сигналов $E(t)$ и $E(t + \tau)$. Проецируя вертикальные линии графика $E(t + \tau)$ на график $E(t)$ (вертикальные пунктирные линии), получаем коррелированные временные интервалы, изображенные заштрихованными участками.

Найдем $\Gamma(\tau)$ из выражения (Б.6). Прежде всего заметим, что вклад второго интеграла в правой части (Б.6) стремится к нулю при больших T , так как подынтегральное выражение $\exp[-j(\Delta\phi)]$ — случайное число, среднее значение которого равно нулю. Таким образом, уравнение (Б.6) принимает вид:

$$\Gamma(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E_0^2}{2T} \exp(j\omega\tau) \left[\int_{\text{corr.}} dt \right]. \quad (\text{Б.7})$$

Интеграл в (Б.7) равен полному времени корреляции фаз, т. е. сумме длительностей промежутков времени, соответствующих заштрихованным участкам на рис. Б.1. Если τ'_n — длительность временного интервала между n -м и $(n + 1)$ -м скачками фазы (см. рис. Б.1), то полное время корреляции фаз можно записать как

$$\sum_n (\tau'_n - \tau),$$

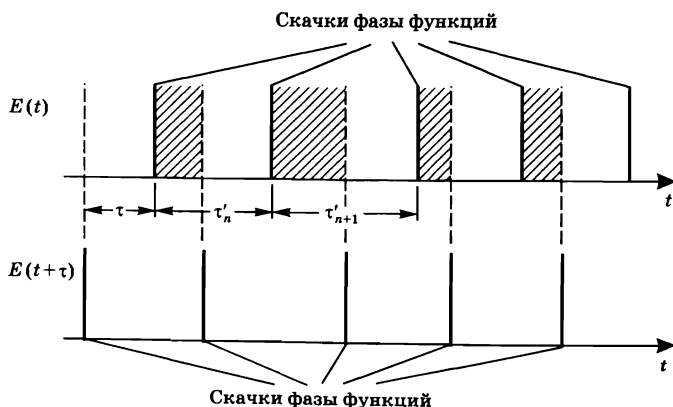


Рис. Б.1
Скачки фазы функций $E(t)$ и $E(t + \tau)$:

заштрихованные области соответствуют временным интервалам, в которых функции коррелируют.

где суммирование производится по τ'_n , для которых справедливо соотношение $\tau'_n > \tau$. Таким образом, уравнение (Б.7) можно представить в виде:

$$\Gamma(\tau) = E_0^2 \exp(j\omega\tau) \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\sum_n (\tau'_n - \tau)}{2T}. \quad (\text{Б.8})$$

Обозначим число скачков фазы между $-T$ и T буквой N , тогда

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\sum_n (\tau'_n - \tau)}{2T} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{[\sum_n (\tau'_n - \tau)]/N}{2T/N} = \frac{\langle (\tau' - \tau) \rangle}{\tau_c}, \quad (\text{Б.9})$$

где $\tau_c = 2T/N$ — длительность среднего интервала времени между двумя последовательными скачками фазы, а $\langle (\tau' - \tau) \rangle$ — среднее значение $(\tau' - \tau)$ (при условии $\tau' > \tau$). Используя выражение (2.5.7) для плотности вероятности распределения длительности временного интервала между последовательными скачками фазы, находим для $\langle (\tau' - \tau) \rangle$:

$$\langle \tau' - \tau \rangle = (1/\tau_c) \int_{\tau}^{+\infty} (\tau' - \tau) \exp[-(\tau'/\tau_c)] d\tau' = \tau_c \exp[-(\tau/\tau_c)]. \quad (\text{Б.10})$$

Из (Б.8), (Б.9) и (Б.10) получаем выражение для корреляционной функции: $\Gamma(\tau) = E_0^2 \exp[j\omega\tau - (\tau/\tau_c)]$. Если функция $\Gamma(\tau)$ задана также для значений $\tau < 0$, то, поскольку должно выполняться соотношение $\Gamma(-\tau) = \Gamma^*(\tau)$, окончательный результат будет иметь вид:

$$\Gamma(\tau) = E_0^2 \exp[j\omega\tau - (|\tau|/\tau_c)]. \quad (\text{Б.11})$$

Используя теорему Винера–Хинчина (см. (Б.4)), вычислим спектральную плотность мощности $W(\omega' - \omega)$, а из нее, подставляя выражение (Б.3) для сигнала E_0 , найдем $g(\omega' - \omega)$. Получаем:

$$g(\omega' - \omega) = \frac{\tau_c}{\pi} \cdot \frac{1}{[1 + (\omega' - \omega)^2 \tau_c^2]}. \quad (\text{Б.12})$$

Ввиду того, что $g(\nu' - \nu) = 2\pi g(\omega' - \omega)$, можно записать последний результат в виде (см. (2.5.9)):

$$g(\nu' - \nu) = 2\tau_c \frac{1}{[1 + (\nu' - \nu)^2 4\pi^2 \tau_c^2]}, \quad (\text{Б.13})$$

откуда нетрудно получить форму линии, которая определяется соотношением (2.5.10).

УПРОЩЕННОЕ ОПИСАНИЕ УСИЛЕННОГО СПОНТАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Предположим, что усиленное спонтанное излучение (УСИ) распространяется в активной среде в обоих направлениях и, таким образом, будем рассматривать ее конфигурацию, показанную на рис. В.1. Допустим также, что усиливающая среда ведет себя как идеальная четырехуровневая система, населенностью нижнего уровня в которой можно пренебречь. Далее рассмотрим переходы как с однородно-, так и с неоднородно-уширенным контуром линии. Подробное теоретическое рассмотрение характеристик УСИ при данных условиях было выполнено Касперсоном [1]. Однако эта теория достаточно сложна, и вследствие этого нельзя непосредственно проследить основные физические особенности УСИ. Следуя одной из последних работ [2], представим здесь упрощенное описание УСИ, целью которого является получение некоторых асимптотических выражений, позволяющих охарактеризовать спектральный контур линии УСИ в режиме слабого насыщения.

Предположим, что в режиме слабого насыщения населенность верхнего уровня N_2 и, следовательно, инверсия населенностей $N \cong N_2$ не испытывают заметного изменения за счет интенсивности УСИ. Пусть $I_\nu(z, \nu)$ — спектральная интенсивность распространяющегося вдоль положительного направления оси z пучка УСИ в точке z (см. рис. В.1). В элементарном изменении интенсивности dI_ν вдоль оси z следует учитывать вклад не только от вынужденного, но и от спонтанного излучения в тонком слое толщиной dz . Таким образом, можно записать:

$$\frac{\partial I_\nu}{\partial z} = \sigma_\nu N I_\nu + A_\nu N h\nu \frac{\Omega(z)}{4\pi}, \quad (\text{В.1})$$

где σ_ν — сечение вынужденного излучательного перехода на частоте ν , A_ν — вероятность спонтанного излучательного перехода на той же частоте, а $\Omega(z)$ — телесный угол, под которым виден выходной торец активного элемента из центра слоя dz . Отметим, что множитель $\Omega(z)/4\pi$, стоящий в правой части (В.1), отражает тот факт, что спонтанное излучение из слоя dz распространяется равномерно в телесном угле 4π , тогда как в данном случае представляет интерес только та его часть, которая испускается в телесный угол $\Omega(z)$.

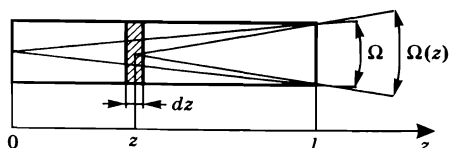


Рис. В.1
Вычисление спектральной
интенсивности УСИ,
распространяющегося вдоль оси z

Для того чтобы вычислить спектральную интенсивность УСИ $I_\nu(l, \nu)$ на выходе из активной среды, т. е. при $z = l$, необходимо проинтегрировать уравнение (В.1) по координате z . Учитывая, что основной вклад в УСИ дают области активной среды, расположенные вблизи $z = 0$, излучение из которых испытывает наибольшее усиление, можно положить $\Omega(z) \cong \Omega$, где Ω — телесный угол, под которым виден один торец активного элемента из центра другого торца (см. рис. В.1). Тогда уравнение (В.1) можно легко проинтегрировать и, с учетом граничного условия $I_\nu(0, \nu) = 0$, получить:

$$I_\nu(l, \nu) = \frac{\Omega}{4\pi} A_\nu \frac{h\nu[\exp(\sigma_\nu Nl) - 1]}{\sigma_\nu}. \quad (\text{В.2})$$

Учитывая, что $A_\nu = Ag(\nu - \nu_0)$ и $\sigma_\nu = \sigma_p g(\nu - \nu_0)/g_p$, где A — вероятность спонтанного излучения, $g(\nu - \nu_0)$ — функция, описывающая спектральную форму контура линии перехода, с пиковым значением g_p , σ_p — пиковое значение сечения, а ν_0 — центральная частота перехода, соотношение (В.2) можно переписать в виде:

$$I_\nu(l, \nu) = \phi I_s \frac{\Omega}{4\pi} g_p [\exp(\sigma_\nu Nl) - 1], \quad (\text{В.3})$$

где $\phi = \tau/\tau_r = \tau A$ — квантовый выход люминесценции (см. (2.6.22)), а $I_s = h\nu/\sigma_p \tau$ — интенсивность насыщения усиливающей среды на частоте перехода (см. (2.8.24)).

Интенсивность УСИ на произвольной частоте ν , нормированную на максимальное значение, можно легко получить из соотношения (В.3): $[I_\nu(l, \nu)/I_\nu(l, \nu_0)] = [\exp(\sigma_\nu Nl) - 1]/[\exp(\sigma_p Nl) - 1]$. Как для лоренцевой, так и для гауссовой линий спонтанного излучения нетрудно рассчитать форму спектра УСИ при заданном значении пикового логарифмического коэффициента усиления за один проход $G = \exp(\sigma_p Nl)$. Например, на рис. 2.24 сплошными кривыми показаны спектральные контуры УСИ в зависимости от нормированного частотного сдвига $2(\nu - \nu_0)/\Delta\nu_0$, рассчитанные для лоренцевых линий излучения при значениях пикового усиления, равных 10^3 и 10^6 . С другой стороны, приближенное выражение для ширины линии УСИ $\Delta\nu_{ASE}$ можно получить из (В.3), допустив, что форма контура линии УСИ с достаточной точностью описывается гауссовой функцией. Тогда можно записать:

$$[\exp(\sigma_x Nl) - 1] \cong [\exp(\sigma_p Nl) - 1] \times \exp(-kx^2), \quad (\text{В.4})$$

где k — константа, а x — нормированный сдвиг частоты

$$x = 2(\nu - \nu_0)/\Delta\nu_0, \quad (\text{В.5})$$

в котором $\Delta\nu_0$ — ширина линии перехода (как при однородном, так и при неоднородном уширении перехода). Из (В.4) легко получить выражение для kx^2 :

$$kx^2 \cong \ln[\exp(\sigma_p Nl) - 1] - \ln[\exp(\sigma_x Nl) - 1]. \quad (\text{В.6})$$

Обозначив функцию в правой части уравнения (В.6) через $f(x)$, находим константу k из соотношения:

$$k = \frac{1}{2} \left[\frac{d^2 f}{dx^2} \right]_{x=0}. \quad (\text{В.7})$$

Рассматривая случай лоренцевой линии, подставляем в (В.6) выражение $\sigma_x = \sigma_p/(1 + x^2)$. После продолжительных, но несложных преобразований получаем из (В.7):

$$k = \frac{G \ln G}{(G - 1)}. \quad (\text{В.8})$$

Аналогично в случае гауссовой линии подставляем $\sigma_x = \sigma_p \exp(-x^2 \ln 2)$ в (В.6) и из (В.7) получаем, что

$$k = (\ln 2) \frac{G \ln G}{(G - 1)}. \quad (\text{В.9})$$

В рамках сделанного выше предположения о гауссовой форме контура УСИ его полная нормированная ширина, выраженная в единицах нормированного сдвига частоты x , дается соотношением $\Delta x_{ASE} = 2(\ln 2/k)^{1/2}$. Поскольку - (В.5), $\Delta v_{ASE} = \Delta x_{ASE} \times (\Delta v_0/2)$, то ширину контура линии УСИ можно найти из предыдущего выражения, если значение k задано соотношениями (В.8) или (В.9). Таким образом, получаем, что

$$\Delta v_{ASE} = [\ln 2]^{1/2} \left[\frac{G-1}{G \ln G} \right]^{1/2} \Delta v_0 \quad (\text{В.10})$$

для лоренцевой и

$$\Delta v_{ASE} = \left[\frac{G-1}{G \ln G} \right]^{1/2} \Delta v_0 \quad (\text{В.11})$$

для гауссовой линий спонтанного излучения. Выражение (В.10) было использовано, например, для получения зависимости нормированной ширины линии УСИ $\Delta v_{ASE}/\Delta v_0$ от величины параметра $\sigma_p N l = \ln G$, которая графически изображена пунктиром на рис. 2.25.

С помощью проведенного описания формы спектрального контура УСИ можно найти приблизительное выражение для полной интенсивности УСИ $I = \int I_\nu d\nu$ на выходе из активной среды. Для этого проинтегрируем левую и правую части соотношения (В.3) по частоте ν и получим:

$$I = \phi I_s \left(\frac{\Omega}{4\pi} \right) g_p \int_{-\infty}^{+\infty} [\exp(\sigma_\nu N l) - 1] d\nu. \quad (\text{В.12})$$

Исходя из предположения о гауссовой форме контура спектра УСИ, задаваемой приближенным выражением (В.4), и учитывая соотношение (В.8) или (В.9), интеграл в соотношении (В.12) вычислить нетрудно. Имеем (см. (2.9.3)):

$$I = \phi I_s \left(\frac{\Omega}{4\pi^{3/2}} \right) \frac{(G-1)^{3/2}}{[G \ln G]^{1/2}} \quad (\text{В.13})$$

для лоренцевой и

$$I = \phi I_s \left(\frac{\Omega}{4\pi} \right) \frac{(G-1)^{3/2}}{[G \ln G]^{1/2}} \quad (\text{В.14})$$

для гауссовой линий спонтанного излучения.

ЛИТЕРАТУРА

1. L. W. Casperson, Threshold Characteristics of Mirrorless Lasers, *J. Appl. Phys.* **48**, 256 (1977).
2. O. Svelto, S. Taccheo and C. Svelto, Analysis of Amplified Spontaneous Emission: Some Corrections to the Lyndford Formuls, *Opt. Commun.* **149**, 277 (1988).

ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ИЗЛУЧАТЕЛЬНЫХ ПЕРЕХОДОВ В МОЛЕКУЛАХ

Здесь представлено упрощенное рассмотрение, цель которого — показать, чем обусловлены правила отбора для переходов в молекулах.

Вероятность перехода можно представить выражением (2.4.9), при условии, что известно значение величины осциллирующей части дипольного момента $|\mu|$. Прежде всего вспомним, что для ансамбля отрицательных зарядов (электроны молекулы) величиной e каждый (с учетом знака) и положительных зарядов величиной e_h (ядра атомов молекулы) классический электрический дипольный момент равен

$$\mu = \sum_i e r_i + \sum_j e_h R_j.$$

Здесь r_i и R_j определяют положения соответственно электронов и ядер относительно некоторой точки отсчета, а суммирование производится по всем электронам и ядрам молекулы. Если за точку отсчета принять центр положительных зарядов, то $\sum_j e_h R_j = 0$ и μ принимает вид:

$$\mu = \sum_i e r_i. \quad (\Gamma.1)$$

Для простоты рассмотрим теперь двухатомную молекулу. В этом случае координаты ядер можно свести к величине R межъядерного расстояния R и угловым координатам θ и ϕ радиус-вектора R относительно лабораторной системы координат. Тогда, согласно квантово-механическому описанию, осциллирующая часть дипольного момента молекулы определяется выражением (см. также (2.3.6)):

$$\mu_{osc} = 2 \operatorname{Re} \int \psi_2^*(r_i, R, r_r) \mu \psi_1(r_i, R, r_r) dr_i dR dr_r, \quad (\Gamma.2)$$

где ψ_1 и ψ_2 — волновые функции соответственно конечного и начального состояний перехода. Заметим, что как ψ_1 , так и ψ_2 являются функциями координат всех электронов межъядерного расстояния R и вращательных координат r_r (сокращенная запись для θ и ϕ), причем интегрирование производится по всем этим координатам. В соответствии с приближением Борна—Оппенгеймера волновые функции молекул ψ можно записать в виде:

$$\psi(r_i, R, r_r) = u_e(r_i, R) u_v(R) u_r(r_r) \exp[-j(E/\hbar)t], \quad (\Gamma.3)$$

где u_e , u_v и u_r — соответственно электронная, колебательная и вращательная волновые функции, а $E = E_e + E_v + E_r$ — полная энергия данного состояния. Подставляя

выражение (Г.3) в (Г.2), нетрудно показать, что μ_{osc} колеблется с частотой $\nu_{21} = (E_2 - E_1)/h$ с комплексной амплитудой μ_{21} , определяемой выражением (ср. с (2.3.7)):

$$\mu_{21} = \left(\int u_{v2}^* \mu_e u_{v1} dR \right) \left(\int u_{r2}^* u_{r1} dr_r \right), \quad (\text{Г.4})$$

где

$$\mu_e = \mu_e(R) = \int u_{e2}^*(r_i, R) \mu u_{e1}(r_i, R) dr_i. \quad (\text{Г.5})$$

Здесь μ — дипольный момент, определяемый выражением (Г.1). Поскольку электронные волновые функции являются медленно меняющимися функциями расстояния R , то $\mu_e(R)$ можно разложить в степенной ряд в окрестности равновесного межъядерного расстояния R_0 :

$$\mu_e(R) = \mu_e(R_0) + \frac{d\mu_e}{dR}(R - R_0) + \dots \quad (\text{Г.6})$$

В случае чисто вращательных переходов $u_{e2} = u_{e1}$ и $u_{v2} = u_{v1}$. При этом из (Г.5) видно, что дипольный момент $\mu_e(R_0)$ равен:

$$\mu_e(r_0) = \int \mu_e |u_{e1}(r_i, R_0)|^2 dr_i \quad (\text{Г.7})$$

и является постоянным электрическим дипольным моментом μ_{ep} молекулы. Если положить $\mu_e \cong \mu_e(R_0)$ и учесть, что

$$\int u_{v2}^* u_{v1} dR = \int |u_{v1}|^2 dR = 1,$$

то из (Г.4) получим следующее выражение для $|\mu_{21}|^2 = |\mu_{21}|^2$, которое можно использовать в (2.4.9):

$$|\mu_{21}|^2 = |\mu_{ep}|^2 \left| \int u_{r2}^* u_{r1} dr_r \right|^2. \quad (\text{Г.8})$$

Первый множитель в правой части этого выражения указывает на то, что чисто вращательные переходы возможны только в молекулах, обладающих постоянным дипольным моментом μ_{ep} . Это нетрудно понять, поскольку процесс вынужденного излучения можно считать обусловленным взаимодействием падающей электромагнитной волны с вращающимся дипольным моментом. Для молекул с постоянным дипольным моментом величина $|\mu_{21}|^2$ пропорциональна при этом второму множителю, стоящему в правой части выражения (Г.8). Из свойств симметрии вращательных волновых функций следует, что этот множитель отличен от нуля только тогда, когда изменение вращательного квантового числа ΔJ между двумя состояниями подчиняется правилу отбора $\Delta J = \pm 1$.

В случае колебательно-вращательных переходов снова имеем $u_{e2} = u_{e1}$ и, следовательно, в первом приближении опять можем подставить $\mu_e(R) \cong \mu_e(R_0) = \mu_{ep}$ в (Г.4). Теперь выражение для μ_{21} сводится к

$$\left(\mu_{ep} \int u_{v2}^* u_{v1} dR \right) \left(\int u_{r2}^* u_{r1} dr_r \right),$$

которое за счет ортогональности колебательных волновых функций, принадлежащих одному и тому же электронному состоянию, равно нулю. Поэтому для расчета вероятности перехода необходимо учесть второй член в разложении (Г.6), который после подстановки в (Г.4) дает следующее выражение для $|\mu_{21}|^2$:

$$|\mu_{21}|^2 = \left| \frac{d\mu_e}{dR} \right|^2 \left| \int u_{v2}^*(R - R_0) u_{v1} dR \right|^2 \left| \int u_{r2}^* u_{r1} dr_r \right|^2. \quad (\text{Г.9})$$

Третий сомножитель в правой части этого выражения вновь дает правило отбора $\Delta J = \pm 1$ для изменения вращательного квантового числа. Что касается вто-

рого сомножителя, то если кривую потенциальной энергии $U(R - R_0)$ аппроксимировать параболой (что соответствует упругой возвращающей силе), то волновые функции u_v будут представлять собой хорошо известные функции гармонического осциллятора, т. е. произведения полиномов Эрмита и функции Гаусса. Учет свойств симметрии этих функций приводит к тому, что $|\mu_{21}|^2$ оказывается отличным от нуля лишь при $\Delta v = \pm 1$. Обертоны появляются тогда, когда предположение о параболичности кривой потенциальной энергии оказывается неверным (т. е. при ангармонизме потенциальной энергии) или когда учитывается следующий член более высокого порядка в разложении (Г.6) (при электронном ангармонизме). Наконец, заметим, что при определенной симметрии электронной волновой функции основного состояния первый множитель в (Г.9) может быть равен нулю, а переход называют при этом ИК-неактивным. Например, это, очевидно, имеет место, когда два атома являются тождественными (скажем, в молекуле N_2 одного изотопного состава). Действительно, в данном случае, вследствие симметрии, молекула не может иметь дипольного момента $\mu_e(R)$. При этом величина $|\mu_{21}|^2$ в выражении (Г.9) всегда равна нулю.

В завершение рассмотрим случай вибронных переходов. Если в разложении (Г.6) рассматривать лишь первый член, то, в соответствии с (Г.4), имеем следующее выражение:

$$|\mu_{21}|^2 = |\mu_e(R_0)|^2 \left| \int u_{v2}^* u_{v1} dR^2 \right|^2 \left| \int u_{r2}^* u_{r1} dr_r \right|^2. \quad (\text{Г.10})$$

Если первый сомножитель в (Г.10) равен нулю из-за свойств симметрии электронных волновых функций двух состояний, то такой вибронный переход называется запрещенным электрическим дипольным переходом. В случае разрешенного электрического дипольного перехода третий сомножитель в правой части (Г.10) снова приводит к правилу отбора $\Delta J = \pm 1$. С учетом этого правила отбора и при разрешенном переходе из выражения (Г.10) видно, что величина $|\mu_{21}|^2$ пропорциональна второму сомножителю в правой части этого выражения, известному как фактор Франка–Кондона. Заметим, что в рассматриваемом случае этот сомножитель отличен от нуля, поскольку u_{v2} и u_{v1} принадлежат различным электронным состояниям. Таким образом, вероятность перехода W определяется степенью перекрытия волновых функций ядер, как это было показано в разделе 3.1.3.

ПРОСТРАНСТВЕННО-ЗАВИСИМЫЕ СКОРОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Цель этого приложения — изложить описание работы лазера на основе скоростных уравнений, а также решить эти уравнения для случая генерации в непрерывном режиме с учетом пространственной неоднородности как скорости накачки, так и поля в резонаторе. Вследствие такой пространственной неоднородности инверсия населенности также оказывается пространственно-зависимой величиной. Во всех рассматриваемых случаях предполагается, что лазер генерирует излучение одной моды.

Д.1. ЧЕТЫРЕХУРОВНЕВЫЙ ЛАЗЕР

В случае идеального четырехуровневого лазера можно пренебречь населенностью N_1 нижнего лазерного уровня; тогда инверсия населенностей будет равна $N \cong N_2$. Таким образом, можно записать, что

$$\frac{\partial N}{\partial t} = R_p - WN - \frac{N}{\tau}, \quad (\text{Д.1.1a})$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \int_a W N dV - \frac{\phi}{\tau_c}, \quad (\text{Д.1.1б})$$

где интеграл в уравнении (Д.1.1б) берется по объему активной среды, а все использованные здесь обозначения пояснены в главе 7. Уравнение (Д.1.1а) описывает локальный баланс между процессами накачки, вынужденного излучения и спонтанного излучения. Отметим, что в левой части уравнения стоит частная производная, так как ожидается, что величина N изменяется в пространстве. Интегральный член в правой части уравнения (Д.1.1б) отвечает за вклад вынужденных процессов в полное число фотонов ϕ в резонаторе. Этот член введен из простых соображений баланса на основании того факта, что в результате каждого акта вынужденного испускания рождается фотон. Для случая плоской волны можно записать, что $W = \sigma F = \sigma I / h\nu$ и $I = c\rho / n$, где σ — сечение вынужденного излучения, F — плотность потока фотонов, I — интенсивность волны, ρ — объемная плотность энергии в активной среде, а n — ее показатель преломления. Из этих выражений получаем соотношение между W и плотностью энергии волны:

$$W = \frac{c\sigma}{nh\nu} \rho. \quad (\text{Д.1.2})$$

Несмотря на то, что это уравнение было, для простоты, выведено для случая плоской волны, можно легко заметить, что оно, по существу, описывает локальное соотношение между вероятностью перехода и плотностью энергии электромагнитного поля. Следовательно, оно верно и для более общего случая и, таким образом, может представлять собой соотношение между W и ρ для поля в резонаторе. В этом случае будем предполагать, что ρ изменяется как по координате g , так и с течением времени t (в нестационарном случае), причем зависимость от координаты описывает пространственное распределение поля в моде резонатора. Из уравнений (Д.1.1), с учетом (Д.1.2), получим:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = R_p - \frac{c\sigma}{nh\nu}\rho N - \frac{N}{\tau}, \quad (\text{Д.1.3a})$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{c\sigma}{nh\nu} \int_a \rho N dV - \frac{\phi}{\tau_c}. \quad (\text{Д.1.3б})$$

Обратите внимание, что, поскольку R_p и ρ изменяются в пространстве (а для нестационарного случая — и во времени), величина N также зависит от координаты, поэтому ее нельзя вынести из-под интеграла в уравнении (Д.1.3б). Заметим также, что соотношение между полным числом фотонов в резонаторе ϕ и плотностью энергии электромагнитной волны описывается выражением

$$\phi = \frac{1}{h\nu} \int_c \rho dV, \quad (\text{Д.1.4})$$

где интеграл берется по всему объему резонатора. Рассмотрим резонатор длины L , в который помещена активная среда длины l с показателем преломления n ; допустим также, что перетяжка пучка расположена в активной среде. При этих условиях плотности энергии моды вне активной среды ρ_{out} и внутри активной среды ρ_{in} будут соответственно иметь вид:

$$\rho_{out} = \rho_0 |u(\mathbf{r})|^2, \quad (\text{Д.1.5a})$$

$$\rho_{in} = n\rho_0 |u(\mathbf{r})|^2, \quad (\text{Д.1.5б})$$

где $u(\mathbf{r})$ — амплитуда поля, зависящая от обобщенной координаты g , нормированная на свое максимальное значение (которое она имеет в перетяжке), а ρ_0 — плотность энергии в перетяжке. Из выражений (Д.1.4) и (Д.1.5) получим:

$$\phi = \frac{\rho_0}{h\nu} \left(n \int_a |u|^2 dV + \int_r |u|^2 dV \right), \quad (\text{Д.1.6})$$

где первый и второй интегралы берутся соответственно по объему активной среды и по остальному объему резонатора. Вид соотношения (Д.1.6) подсказывает, что можно определить эффективный объем резонатора V как

$$V = \left(n \int_a |u|^2 dV + \int_r |u|^2 dV \right), \quad (\text{Д.1.7})$$

а объем V_a моды в активной среде — как

$$V_a = \int_a |u|^2 dV. \quad (\text{Д.1.8})$$

Используя соотношения (Д.1.5б), (Д.1.6) и (Д.1.7), преобразуем уравнения (Д.1.3) к виду:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = R_p - \frac{c\sigma}{V} \phi N |u|^2 - \frac{N}{\tau}, \quad (\text{Д.1.9a})$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \left[\frac{c\sigma}{V} \int_a N |u|^2 dV - \frac{1}{\tau_c} \right] \phi, \quad (\text{Д.1.9б})$$

что представляет собой конечный результат — пространственно-зависимые скоростные уравнения для четырехуровневого лазера.

Теперь решим уравнения (Д.1.9) для случая непрерывной генерации лазером моды TEM_{00} . Для простоты будем далее полагать, что электромагнитное поле $u(\mathbf{r})$ в резонаторе не зависит от продольной координаты z . При этом пренебрегается изменениями как размера пятна, так и пространственной картины стоячей волны в моде вдоль оси резонатора. Примем также модель «стержня в оболочке», рассмотренную в разделе 6.3.3; благодаря этому можно не учитывать влияние диафрагмирования, связанного с конечным диаметром стержня. При этих предположениях запишем следующее простое соотношение для $|u(r)|$, выполняющееся при любом значении продольной координаты z в активной среде и при любом значении радиальной координаты r от 0 до ∞ :

$$|u| = \exp(-(r/w_0)^2), \quad (\text{Д.1.10})$$

где w_0 — размер пятна в перетяжке пучка. Тогда из уравнения (Д.1.7) имеем:

$$V = \frac{\pi w_0^2}{2} L_e, \quad (\text{Д.1.11})$$

где эквивалентная длина резонатора L_e равна (см. (7.2.11))

$$L_e = L + (n - 1)l. \quad (\text{Д.1.12})$$

Аналогично из (Д.1.8) получаем:

$$V_a = \frac{\pi w_0^2}{2} l. \quad (\text{Д.1.13})$$

Находим пороговое условие для инверсии населенностей из (Д.1.9б), полагая $(d\phi/dt) = 0$. Определяя усреднение инверсии населенностей по пространству как (см. (7.3.20))

$$\langle N \rangle = \frac{\int_a N |u|^2 dV}{\int_a |u|^2 dV} = \frac{\int_a N |u|^2 dV}{V_a}, \quad (\text{Д.1.14})$$

получаем из (Д.1.9б) (см. (7.3.19))

$$\langle N \rangle_c = \frac{1}{c\sigma\tau_c} \cdot \frac{V}{V_a} = \frac{\gamma}{\sigma l}, \quad (\text{Д.1.15})$$

при выводе были использованы соотношения (Д.1.11), (Д.1.13) и (7.2.14). Пороговое условие для скорости накачки можно получить из уравнения (Д.1.9а), полагая $(\partial N/\partial t) = 0$ и $\phi = 0$. Имеем:

$$Rp(r, z) = N(r, z)/\tau. \quad (\text{Д.1.16})$$

Определим усреднение по пространству скорости накачки $\langle R_p \rangle$ как

$$\langle R_p \rangle = \frac{\int_a R_p |u|^2 dV}{\int_a |u|^2 dV} = \frac{\int_a R_p |u|^2 dV}{V_a}. \quad (\text{Д.1.17})$$

Подставляя соотношение (Д.1.16) в правую часть выражения (Д.1.17) и учитывая (Д.1.15), получаем:

$$\langle R_p \rangle_c = \frac{\langle N \rangle_c}{\tau} = \frac{\gamma}{\sigma l \tau}. \quad (\text{Д.1.18})$$

Среднюю населенность в стационарном состоянии $\langle N \rangle_0$ при превышении порога можно найти из уравнения (Д.1.96), полагая $(d\phi/dt) = 0$. Отсюда имеем

$$\langle N \rangle_0 = \langle N \rangle_c = \gamma / \sigma l. \quad (\text{Д.1.19})$$

С другой стороны, число фотонов ϕ_0 в стационарном состоянии получается из уравнения (Д.1.9а) при $(\partial N / \partial t) = 0$. Находим, что

$$N \left[1 + \frac{c \sigma \tau}{V} \phi_0 |u|^2 \right] = R_p \tau. \quad (\text{Д.1.20})$$

Далее, выразим ϕ_0 в выражении (Д.1.20) через мощность на выходе P_{out} с помощью соотношения (7.2.18). Тогда уравнение (Д.1.20) примет вид:

$$N = \frac{R_p \tau}{\left[1 + \frac{P_{out}}{P_s} |u|^2 \right]}, \quad (\text{Д.1.21})$$

здесь используются соотношения (Д.1.11) для объема резонатора и (7.2.14) для времени жизни фотона, а мощность насыщения P_s определяется как (см. (7.3.28))

$$P_s = \frac{\gamma_2}{2} \cdot \frac{\pi \omega_0^2}{2} \cdot \frac{\hbar \nu}{\sigma \tau}. \quad (\text{Д.1.22})$$

Умножая обе части выражения (Д.1.21) на $|u|^2$ и интегрируя по объему активной среды, получаем:

$$\langle N \rangle_0 = \frac{1}{V_a} \int \frac{R_p |u|^2 \tau}{\left[1 + \frac{P_{out}}{P_s} |u|^2 \right]} dV; \quad (\text{Д.1.23})$$

здесь используется соотношение (Д.1.14), а пространственно-усредненная инверсия обозначена через $\langle N \rangle_0$, т. к. лазер генерирует в непрерывном режиме. Используя соотношения (Д.1.19) и (Д.1.13), из (Д.1.23) получаем:

$$\frac{\gamma}{\sigma} = \frac{2}{\pi \omega_0^2} \int \frac{R_p |u|^2 \tau}{\left[1 + \frac{P_{out}}{P_s} |u|^2 \right]} dV. \quad (\text{Д.1.24})$$

Для того чтобы продолжить рассмотрение, нужно определить пространственное изменение R_p и выразить его величину через мощность накачки P_p . Это будет сделано ниже для профиля накачки, который имеет либо однородное, либо гауссово поперечное распределение.

В случае однородной накачки величина R_p постоянна и задается как для ламповой, так и для электрической накачки соотношением (см. (6.2.6) и (6.4.26))

$$R_p = \eta_p \frac{P_p}{\pi a^2 l \hbar \nu_{mp}}. \quad (\text{Д.1.25})$$

Заметим, что соотношение (Д.1.25) справедливо только при $0 \leq r \leq a$, где a — радиус активной среды, в то время как $R_p(r) = 0$ при $r > a$. Отметим также, что согласно рассмотрению в разделе 6.3.3, выражение для диодной лазерной накачки с равномерной освещенностью нетрудно получить из соотношения (Д.1.25) путем замены величины ν_{mp} (минимальной частоты накачки, см. рис. 6.17) величиной ν_p (частотой накачивающего диодного лазера). Подставляя выражение (Д.1.25) в интеграл в (Д.1.24), получаем:

$$\frac{\gamma}{\sigma} = \eta_p \left[\frac{P_p \tau}{\pi a^2 h \nu_{mp}} \right] \left[\frac{2}{\pi w_0^2} \right] \int_0^a \frac{|u|^2}{1 + \frac{P_{out}}{P_s} |u|^2} 2\pi r dr. \quad (\text{Д.1.26})$$

Интегрирование вдоль продольной координаты z активной среды в этом выражении уже было выполнено. Теперь введем минимальный порог накачки P_{mth} и безразмерные переменные x и y , как это было сделано соответственно в соотношениях (7.3.26), (7.3.25) и (7.3.27). Тогда уравнение (Д.1.26) преобразуется в

$$\frac{1}{x} = \left[\frac{2}{\pi w_0^2} \right] \int_0^a \frac{\exp -2(r/w_0)^2}{[1 + y \exp -2(r/w_0)^2]} 2\pi r dr; \quad (\text{Д.1.27})$$

здесь было подставлено значение $|u|$ из выражения (Д.1.10). Вводя новую переменную

$$t = \exp(-2(r/w_0)^2), \quad (\text{Д.1.28})$$

интегрируем уравнение (Д.1.27) (сравните с (7.3.30)):

$$\frac{1}{x} = \int_{\beta}^1 \frac{dt}{1 + yt} = \frac{1}{y} \ln \left[\frac{1 + y}{1 + \beta y} \right], \quad (\text{Д.1.29})$$

где

$$\beta = \exp(-(a/w_0)^2). \quad (\text{Д.1.30})$$

В случае гауссова распределения поперечного профиля накачки, который может иметь место, например, при продольной диодной лазерной накачке, соотношение между величинами R_p и P_p определяется выражением (6.3.7). Из (Д.1.24), используя значение $|u|$ из выражения (Д.1.10), получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{\sigma} = \eta_r \eta_t \left(\frac{2}{\pi w_p^2} \right) \left(\frac{P_p \tau}{h \nu_p} \right) \left(\frac{2}{\pi w_0^2} \right) & \left[\int_0^{\infty} \frac{\exp -2r^2 [(w_0^2 + w_p^2)/w_0^2 w_p^2]}{1 + (P_{out}/P_s) \exp -[2r^2/w_0^2]} 2\pi r dr \right] \times \\ & \times \int_0^l \alpha \exp -[\alpha z] dz. \end{aligned} \quad (\text{Д.1.31})$$

Согласно соотношению (6.3.11), второй интеграл в правой части выражения (Д.1.31) соответствует эффективности поглощения накачки η_a . Определим минимальный порог накачки как (см. (7.3.32))

$$P_{mth} = \left(\frac{\gamma}{\eta_p} \right) \left(\frac{h \nu_p}{\tau} \right) \left(\frac{\pi w_p^2}{2 \sigma_e} \right), \quad (\text{Д.1.32})$$

где $\eta_p = \eta_r \eta_t \eta_a$ — эффективность накачки. Введем также безразмерные переменные x и y , как это было сделано соответственно в соотношениях (7.3.25) и (7.3.27). Тогда уравнение (Д.1.31) принимает вид

$$\frac{1}{x} = \left(\frac{2}{\pi w_0^2} \right) \left[\int_0^\infty \frac{\exp -2r^2 [(w_0^2 + w_p^2)/w_0^2 w_p^2]}{1 + y \exp -[2r^2/w_0^2]} 2\pi r dr \right]. \quad (\text{Д.1.33})$$

Вводя переменную t , как в (Д.1.28), и величину δ , как $\delta = (w_0/w_p)^2$, упрощаем предыдущее уравнение:

$$\frac{1}{x} = \int_0^1 \frac{t^\delta}{1 + y\delta} dt. \quad (\text{Д.1.34})$$

Интеграл в уравнении (Д.1.34) можно вычислить аналитически для целых значений δ . В частности, если $\delta = 1$, то получаем

$$\frac{1}{x} = \left[\frac{t}{y} - \frac{1}{y^2} \ln(1 + yt) \right]_0^1, \quad (\text{Д.1.35})$$

откуда немедленно следует выражение (7.3.34).

Д.2. КВАЗИТРЕХУРОВНЕВЫЙ ЛАЗЕР

Процедура записи пространственно-зависимых скоростных уравнений для квазитрехуровневого лазера и их решения в случае генерации в непрерывном режиме проводятся таким же образом, как и для четырехуровневого лазера. Запишем, согласно уравнениям (7.2.19):

$$N_1 + N_2 = N, \quad (\text{Д.2.1a})$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = R_p - (W_e N_2 - W_a N_1) - \frac{N_2}{\tau}, \quad (\text{Д.2.1б})$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \int_a (W_e N_2 - W_a N_1) dV - \frac{\phi}{\tau_c}. \quad (\text{Д.2.1в})$$

Вероятности вынужденного излучения W_e и поглощения W_a в этих уравнениях, в соответствии с соотношением (Д.1.2), могут быть записаны в виде:

$$W_e = \frac{c\sigma_e}{nh\nu} \rho \quad (\text{Д.2.2a})$$

и

$$W_a = \frac{c\sigma_a}{nh\nu} \rho, \quad (\text{Д.2.2б})$$

где σ_e и σ_a — соответственно эффективные сечения излучения и поглощения. Выполняя преобразования, аналогичные (Д.1.4) — (Д.1.8), получаем (сравните с уравнениями (7.2.24)):

$$\frac{\partial N}{\partial t} = R_p(1 + f) - \frac{c(\sigma_e + \sigma_a)}{V} \phi N |u|^2 - \frac{fN_t + N}{\tau}, \quad (\text{Д.2.3a})$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \left[\frac{c\sigma_e}{V} \int_a N |u|^2 dV - \frac{1}{\tau_c} \right] \phi, \quad (\text{Д.2.3б})$$

где $N = N_2 - fN_1$ (см. (7.2.23)) и $f = \sigma_a/\sigma_e$ (см. (7.2.22)). Полученные соотношения представляют собой искомые пространственно-зависимые скоростные уравнения для квазитрехуровневого лазера.

Теперь решим уравнения (Д.2.3) для случая непрерывной генерации лазером моды TEM_{00} . Снова предположив, что величина $|u(r)|$ описывается соотношением (Д.1.10) при $0 < r < \infty$, получим выражения (Д.1.11), (Д.1.12) и (Д.1.13) соответственно для V , L_e и V_a . Определим также, в соответствии с выражениями (Д.1.14) и (Д.1.17), усредненные по пространству величины $\langle N \rangle$ и $\langle R_p \rangle$.

Пороговое значение $\langle N \rangle$ получается из уравнения (Д.2.3б) при условии $(d\phi/dt) = 0$. Таким образом,

$$\langle N \rangle_c = \gamma / \sigma_e l. \quad (\text{Д.2.4})$$

Пороговое значение $\langle R_p \rangle$ получается из уравнения (Д.2.3а) при условиях $(\partial N / \partial t) = 0$ и $\phi = 0$. Получаем

$$\langle R_p \rangle_c = \frac{f \langle N_t \rangle + \langle N \rangle_c}{(1+f)\tau} = \frac{\sigma_a \langle N_t \rangle l + \gamma}{(\sigma_e + \sigma_a) \tau}. \quad (\text{Д.2.5})$$

Средняя населенность устойчивого состояния при превышении накачки над порогом $\langle N \rangle_0$ вновь получается из (Д.2.3б) при условии $(d\phi/dt) = 0$. Имеем:

$$\langle N \rangle_0 = \langle N \rangle_c = \gamma / \sigma_e l. \quad (\text{Д.2.6})$$

Из уравнения (Д.2.3а), при условии $(\partial N / \partial t) = 0$, находим, что

$$N = \frac{R_p(1+f)\tau - fN_t}{1 + \frac{c(\sigma_e + \sigma_a)\tau}{V} \phi_0 |u|^2}, \quad (\text{Д.2.7})$$

и число фотонов в стационарном состоянии ϕ_0 вновь оказывается связанным с мощностью на выходе P_{out} соотношением (7.2.18). Далее, выражение (Д.2.7) можно преобразовать в

$$N = \frac{R_p(1+f)\tau - fN_t}{1 + y |u|^2}. \quad (\text{Д.2.8})$$

В этом выражении снова введена переменная $y = P_{out} / P_s$, а мощность насыщения P_s теперь задается выражением

$$P_s = \frac{\gamma_2}{2} \cdot \frac{\pi w_0^2}{2} \cdot \frac{h\nu}{(\sigma_e + \sigma_a)\tau}. \quad (\text{Д.2.9})$$

Умножим обе части уравнения (Д.2.8) на $|u|^2$ и проинтегрируем по объему активной среды. Используя соотношения (Д.1.13), (Д.1.14) и (Д.2.6), получим (сравните с (Д.1.24)):

$$\frac{\gamma}{\sigma} = \frac{2}{\pi w_0^2} \int \frac{[R_p(1+f)\tau - fN_t] |u|^2}{[1 + y |u|^2]} dV. \quad (\text{Д.2.10})$$

Далее, определим пространственную зависимость величины R_p . Для случая продольной накачки пучком с радиальным гауссовым профилем будем использовать соотношение (6.3.7). Подставляя значение $|u|$ из (Д.1.10), перепишем уравнение (Д.2.10) в виде

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{\sigma_e l} = \eta_r \eta_t (1+f) \left(\frac{P_p \tau}{h\nu_p} \right) \left(\frac{2}{\pi w_p^2 l} \right) \int_0^1 \frac{t^\delta}{1+yt} dt \int_0^l \alpha \exp -(\alpha z) dz - \\ - f N_t \int_0^1 \frac{dt}{1+yt}, \end{aligned} \quad (\text{Д.2.11})$$

где t и β заданы соответственно соотношениями (Д.1.28) и (Д.1.30), а

$$\delta = (w_0/w_p)^2. \quad (\text{Д.2.12})$$

Вновь видим, что интеграл по продольной координате z представляет собой эффективность поглощения η_a , и, предполагая, для простоты, что $w_0 \ll a$ (т. е. $\beta \cong 0$), получаем из (Д.2.11):

$$\gamma = \eta_p(\sigma_e + \sigma_a) \left(\frac{P_p \tau}{h\nu_p} \right) \left(\frac{2}{\pi w_p^2} \right) \int_0^1 \frac{t^\delta}{1+yt} dt - \sigma_a N_i l \frac{\ln(1+y)}{y}. \quad (\text{Д.2.13})$$

Это уравнение можно решить относительно P_p :

$$P_p = \gamma \left(\frac{h\nu_p}{\eta_p \tau} \right) \left[\frac{\pi w_p^2}{2(\sigma_e + \sigma_a)} \right] \frac{1}{\int_0^1 \frac{t^\delta}{1+yt} dt} \left[1 + B \frac{\ln(1+y)}{y} \right], \quad (\text{Д.2.14})$$

где $B = \sigma_a N_i l / \gamma$. Минимальный порог накачки получается из соотношения (6.3.25) при $w_0 \ll w_p$ и $\sigma_a N_i l \ll \gamma$. Имеем (см. (7.4.16)):

$$P_{mth} = \gamma \left(\frac{h\nu_p}{\eta_p \tau} \right) \left[\frac{\pi w_p^2}{2(\sigma_e + \sigma_a)} \right]. \quad (\text{Д.2.15})$$

Разделив (Д.2.14) на (Д.2.15), получаем конечный результат (см. выражение (7.4.18)):

$$x = \frac{1}{\int_0^1 \frac{t^\delta}{1+yt} dt} + \left[1 + B \frac{\ln(1+y)}{y} \right]. \quad (\text{Д.2.16})$$

ТЕОРИЯ СИНХРОНИЗАЦИИ МОД В СЛУЧАЕ ОДНОРОДНОГО УШИРЕНИЯ ЛИНИИ

В соответствии с тем, что уже говорилось в разделе 8.6.3, можно построить теорию синхронизации мод лазера при генерации в непрерывном режиме во временном представлении, если потребовать, чтобы форма импульса воспроизводилась после каждого полного обхода резонатора. Ограничимся здесь тем, что обсудим случай однородного уширения линии перехода, при этом будем предполагать, что время жизни на верхнем лазерном уровне много больше времени обхода резонатора. При этих условиях насыщенный коэффициент усиления по мощности за один проход усиливающей активной среды на центральной частоте линии перехода задается выражением $g_0 = \sigma_p N_0 l$, где σ_p — пиковое значение сечения вынужденного излучения, l — протяженность активной среды, а N_0 — инверсия населенностей в стационарном состоянии, установившаяся в результате прохождения многих импульсов. Это означает, что насыщенный коэффициент усиления определяется средней интенсивностью излучения внутри резонатора $\langle I \rangle$ и, таким образом, может быть выражен через ненасыщенный коэффициент усиления g :

$$g_0 = \frac{g}{1 + (\langle I \rangle / I_s)}, \quad (\text{Е.1})$$

где $I_s = h\nu_0 / \sigma_p \tau$ — интенсивность насыщения усилителя в центре линии перехода.

Е.1.

АКТИВНАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ МОД

Данная теория была разработана Куиценга и Сигманом (D. J. Kuizenga and A. E. Siegman, [1]), а позднее получила развитие в работах Хауса (H. A. Haus, [2, 3]). Далее будем руководствоваться подходом Хауса, и для краткости ограничимся рассмотрением случая синхронизации мод с использованием ампли-

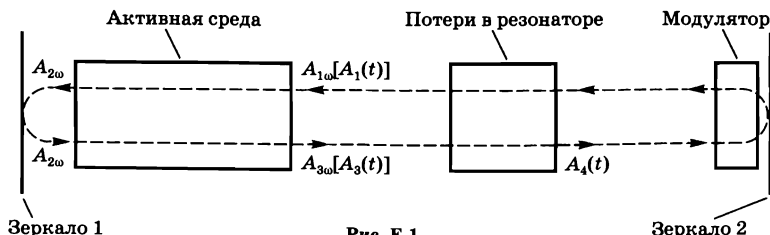


Рис. Е.1
Схема резонатора лазера, рассматриваемого
при теоретическом анализе синхронизации мод

тудного модулятора. Таким образом, рассмотрим конфигурацию лазера, показанную на рис. Е.1. Предположим, что модулятор — бесконечно тонкий и находится на минимально возможном расстоянии от зеркала 2. Предполагается, что при указанных условиях импульс излучения распространяется вдоль резонатора туда и обратно (см. рис. 8.19). В любой произвольно выбранной точке внутри резонатора напряженность электрического поля этого импульса можно записать в виде:

$$E(t) = A(t) \exp \{j(\omega_0 t - \phi)\}, \quad (\text{Е.1.1})$$

где t — локальное время, позволяющее описать распространение импульса. Тогда спектральная амплитуда $A_\omega(\omega - \omega_0)$ импульса представляет собой Фурье-образ напряженности $E(t)$, т. е.

$$A_\omega(\omega - \omega_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) \exp(-j\omega t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} A(t) \exp[-j(\omega - \omega_0)t] dt. \quad (\text{Е.1.2})$$

Амплитуда напряженности поля $A(t)$ связана с величиной $A_\omega(\omega - \omega_0)$ обратным преобразованием Фурье:

$$A(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_\omega(\omega - \omega_0) \exp[j(\omega - \omega_0)t] d(\omega - \omega_0). \quad (\text{Е.1.3})$$

Сначала рассмотрим прохождение светового импульса через усилитель. Если $A_{1\omega}$ и $A_{2\omega}$ — спектральные амплитуды импульса соответственно до и после одного прохода через усиливающую активную среду (см. рис. Е.1), то можно записать, что $A_{2\omega} = t_g A_{1\omega}$, где t_g — амплитудный коэффициент пропускания после одного прохода, равный [4]

$$t_g = \frac{A_{2\omega}}{A_{1\omega}} = [\exp -j(\omega nl/c)] \times \exp \left\{ \frac{(g_0/2)}{[1 + 2j(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]} \right\}. \quad (\text{Е.1.4})$$

Здесь n — показатель преломления активной среды, а $\Delta\omega_0$ — ширина линии лазерного перехода ($FWHM$). Заметим, что согласно (Е.1.4) усиление по мощности равно в этом случае:

$$G(\omega) = |t_g|^2 = \exp g_0(\omega). \quad (\text{Е.1.5})$$

Коэффициент усиления $g_0(\omega)$ в этом выражении зависит от частоты следующим образом:

$$g_0(\omega) = \frac{g_0}{\{1 + [2(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]^2\}}, \quad (\text{Е.1.6})$$

т. е. имеет лоренцеву форму, как и ожидается в случае однородного уширения линии. Если предположить, что спектральная ширина импульса значительно меньше величины $\Delta\omega_0$, то выражение, стоящее во второй экспоненте в соотношении (Е.1.4), можно разложить в ряд по степеням $(\omega - \omega_0)$. В первом порядке разложения имеем:

$$t_g = \exp -j\{(\omega nl/c) + [g_0(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]\} \times \exp (g_0/2) \{1 - [2(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]^2\}. \quad (\text{Е.1.7})$$

Мнимые члены в первой экспоненте соответствуют задержке по фазе $\phi = (\omega nl/c) + [g_0(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]$, из которой временная задержка τ_d , испытываемая импульсом после прохождения через активную среду (см. соотношение (8.6.27)), определяется как

$$\tau_d = \frac{d\phi}{d\omega} = \frac{nl}{c} + \frac{g_0}{\Delta\omega_0}. \quad (\text{Е.1.8})$$

Заметим, что эта задержка не равна nl/c , поскольку усиливающая среда вносит дополнительный вклад в показатель преломления. Величину этой задержки необходимо учитывать при рассмотрении выполнения условия, что время полного обхода импульсом резонатора должно быть равно периоду модуляции потерь. Для простоты в дальнейшем будем пренебрегать этой задержкой, равно как и другими задержками, вызванными остальными элементами резонатора; в любом случае амплитуда импульса относится к локальному времени, в котором эти задержки уже учтены. Поэтому пренебрежем фазовым членом в выражении (Е.1.7) и запишем

$$t_g = \exp \{ (g_0/2) \{ 1 - [2(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]^2 \} \}. \quad (\text{Е.1.9})$$

Не будем также учитывать тот факт, что коэффициент отражения зеркала 1 имеет конечное значение, так как это обстоятельство будет учтено в общих потерях резонатора. После второго прохода через активную среду спектральную амплитуду импульса нужно вновь умножить на коэффициент пропускания t_g , заданный выражением (Е.1.9). Таким образом, коэффициент пропускания после полного прохода через усилитель будет равен

$$t_g^2 = (A_{3\omega} / A_{1\omega}) = \exp \{ (g_0) \{ 1 - [2(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]^2 \} \},$$

где $A_{3\omega}$ — спектральная амплитуда импульса после одного полного прохода. Предполагая, что $g_0 \ll 1$, из последнего уравнения получаем:

$$A_{3\omega} = t_g^2 A_{1\omega} = A_{1\omega} (1 + (g_0) \{ 1 - [2(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]^2 \}). \quad (\text{Е.1.10})$$

При дальнейшем рассмотрении необходимо рассчитывать влияние такого пропускания во временном, а не в частотном представлении. В связи с этим вспомним следующее свойство преобразования Фурье (FT):

$$FT \left[\frac{d^n A(t)}{dt^n} \right] = [j(\omega - \omega_0)]^n A_\omega(\omega - \omega_0). \quad (\text{Е.1.11})$$

Это соотношение нетрудно доказать, взяв сначала производную n -ого порядка, а затем осуществив преобразование Фурье для обеих частей выражения (Е.1.3). Соотношение (Е.1.11) показывает, что умножение спектральной амплитуды A_ω на $k(\omega - \omega_0)^n$, где k — постоянная, во временном представлении равнозначно умножению производной n -ого порядка от амплитуды $A(t)$ на (k/j^n) . Применяя это свойство к каждому слагаемому в правой части уравнения (Е.1.10), получим:

$$A_3(t) = \left\{ 1 + g_0 \left[1 + \left(\frac{2}{\Delta\omega_0} \right)^2 \frac{d^2}{dt^2} \right] \right\} A_1(t), \quad (\text{Е.1.12})$$

где $A_1(t)$ и $A_3(t)$ — соответственно амплитуды импульса до и после полного прохода через усилитель (см. рис. Е.1). Из соотношения (Е.1.12) легко видеть, что результат прохода импульса через усиливающую среду можно описать оператором полного прохода:

$$\hat{T}_g = \left\{ 1 + g_0 \left[1 + \left(\frac{2}{\Delta\omega_0} \right)^2 \frac{d^2}{dt^2} \right] \right\}. \quad (\text{Е.1.13})$$

Теперь учтем влияние постоянных потерь в резонаторе, связанных с конечными коэффициентами отражения зеркал и с внутренними потерями. Эти потери схематически представлены на рис. Е.1 в виде прямоугольника в центре. Запишем амплитуду импульса после одного прохода через резонатор в виде:

$$A_4(t) = [\exp(-\gamma/2)] A_3(t), \quad (\text{Е.1.14})$$

где γ — логарифмические потери мощности за один проход. Отношение интенсивностей $(I_4/I_3) = (A_4/A_3)^2$, согласно соотношению (Е.1.14), равно, как и ожидалось, величине $\exp(-\gamma)$. Из (Е.1.14) получаем, что пропускание, соответствующее потерям за полный обход резонатора, составляет $\exp(-\gamma)$, что, при $\gamma \ll 1$, приближенно равно $1 - \gamma$. Это значит, что оператор, соответствующий потерям за полный проход в резонаторе, имеет простой вид:

$$\hat{T}_l = 1 - \gamma. \quad (\text{Е.1.15})$$

В заключение рассмотрим действие амплитудного модулятора. Пусть $\gamma_m[1 - \cos(\omega_m t)]$ — логарифмические потери мощности за один проход. В этом выражении ω_m — частота модулятора. Она предполагается такой, что период модуляции равен времени полного обхода резонатора импульсом. Тогда амплитудный коэффициент пропускания модулятора при одном проходе равен:

$$t_m = \exp\{-(\gamma_m/2)[1 - \cos(\omega_m t)]\}. \quad (\text{Е.1.16})$$

Пропускание за двойной проход через модулятор составит

$$t_m^2 = \exp\{-(\gamma_m)[1 - \cos(\omega_m t)]\},$$

что при $\gamma_m \ll 1$ приближенно равно $t_m^2 \cong 1 - (\gamma_m)[1 - \cos(\omega_m t)]$. Теперь допустим, что импульс проходит через модулятор тогда, когда потери модулятора равны нулю (см. рис. 8.20), т. е. в момент времени $t = 0$. Предположим также, что длительность импульса много меньше периода модуляции $2\pi/\omega_m$. При этих допущениях пропускание за полный проход можно аппроксимировать выражением $t_m^2 = 1 - (\gamma_m/2)(\omega_m t)^2$. Тогда оператор, соответствующий двойному проходу импульса через модулятор, задается простым выражением:

$$\hat{T}_m = 1 - \frac{\gamma_m}{2}(\omega_m t)^2. \quad (\text{Е.1.17})$$

Определив операторы, описывающие эволюцию импульса во времени при двойном проходе через три рассматриваемых элемента резонатора, потребуем, чтобы в стационарном состоянии амплитуда импульса воспроизводилась после полного обхода резонатора. Запишем:

$$\hat{T}_m \hat{T}_l \hat{T}_g A(t) = A(t). \quad (\text{Е.1.18})$$

Используя выражения, полученные выше для $\hat{T}_m$, $\hat{T}_l$ и $\hat{T}_g$, а затем учитывая условия $[g_0, \gamma, \gamma_m] \ll 1$, получаем следующее дифференциальное уравнение:

$$\left\{ g_0 \left[1 + \left(\frac{2}{\Delta\omega_0} \right)^2 \frac{d^2}{dt^2} \right] - \gamma - \frac{\gamma_m}{2} \omega_m^2 t^2 \right\} A(t) = 0, \quad (\text{Е.1.19})$$

которое является окончательным результатом вычислений. Легко видеть, что это уравнение по форме аналогично уравнению Шредингера для частицы в параболической потенциальной яме (гармоническому осциллятору), решения которого хорошо известны. В рассматриваемом случае можно записать:

$$A(t) = H_n(\omega_p t) \exp\left(-\frac{\omega_p^2 t^2}{2}\right), \quad (\text{Е.1.20})$$

где H_n — эрмитов полином n -го порядка, а

$$\omega_p = \left[\frac{\gamma_m}{2g_0} \right]^{1/4} \left[\frac{\omega_m \Delta\omega_0}{2} \right]^{1/2}, \quad (\text{Е.1.21})$$

причем величина g_0 такова, что

$$1 - \frac{\gamma}{g_0} = \frac{4\omega_p^2}{\Delta\omega_0^2}(2n+1). \quad (\text{Е.1.22})$$

Однако можно показать, что из всех этих решений устойчивым является лишь гауссово решение первого порядка ($n = 0$).

Выражения (Е.1.21) и (Е.1.22) можно рассматривать как два уравнения с двумя неизвестными параметрами ω_p и g_0 . Зная ω_p , можно найти длительность импульса, полученного в результате синхронизации мод. Полная ширина на половине высоты ($FWHM$) для импульса интенсивности $\Delta\tau_p$ фактически задается выражением $\Delta\tau_p = 2[\ln 2]^{1/2} / \omega_p$. Таким образом, из соотношения (Е.1.21) получаем:

$$\Delta\tau_p = \left[\frac{2\sqrt{2}\ln 2}{\pi^2} \right]^{1/2} \left(\frac{g_0}{\gamma_m} \right)^{1/4} \left(\frac{1}{v_m \Delta v_0} \right)^{1/2}, \quad (\text{Е.1.23})$$

где $v_m = \omega_m / 2\pi$ и $\Delta v_0 = \Delta\omega_0 / 2\pi$. Отметим, что первый сомножитель в правой части выражения (Е.1.23) приблизительно равен 0,45; тогда как второй сомножитель, вследствие возведения в степень $1/4$, приблизительно равен единице. Величины $\Delta\tau_p$ и, следовательно, ω_p слабо зависят от g_0 . Пользуясь соотношением (Е.1.23), получаем следующее приближенное выражение для $\Delta\tau_p$ (см. (8.6.19)): $\Delta\tau_p \approx 0,45 / (v_m \Delta v_0)^{1/2}$. Из (Е.1.22) находим значение g_0 , полагая $n = 0$. Заметим, что, в соответствии с соотношением (Е.1.22), g_0 оказывается больше γ вследствие наличия потерь в модуляторе. Если величина g_0 найдена, то из соотношения (Е.1) можно определить среднюю интенсивность излучения $\langle I \rangle$ внутри резонатора, так как $g = \sigma_p N l = x\gamma$, где $x = N / N_c = R_p / R_{pc}$ — величина, при которой происходит превышение порога. По известным средней интенсивности излучения внутри резонатора, длительности и частоте следования импульсов можно найти пиковую интенсивность лазерного импульса.

Е.2. ПАССИВНАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ МОД

Здесь будет рассмотрена теория пассивной синхронизации мод, осуществляемой насыщающимся поглотителем, время жизни которого много меньше длительности импульса (так называемым быстро насыщающимся поглотителем) [5]. Снова обратимся к рис. 1, где в резонаторе вместо модулятора расположен теперь такой поглотитель.

Согласно соотношению (Е.1.13), изменение амплитуды импульса в результате его полного двойного прохода через усиливающую среду может быть описано оператором:

$$\hat{T}_g = \left\{ 1 + g'_0 \left[1 + \left(\frac{2}{\Delta\omega_0} \right)^2 \frac{d^2}{dt^2} \right] \right\}, \quad (\text{Е.2.1})$$

где, для согласования с рассуждением, которое содержится в разделе 8.6.3.2., насыщенное усиление обозначено как g'_0 . Согласно (Е.1.15), влияние ненасыщенных потерь в резонаторе описывается оператором:

$$\hat{T}_l = 1 - \gamma_c, \quad (\text{Е.2.2})$$

где γ_c — потери в резонаторе без насыщающегося поглотителя. В соответствии с (Е.1.14), амплитудный коэффициент пропускания при одном проходе через насыщающийся поглотитель равен:

$$t_{sa} = \exp \{ -(\gamma_{sa}/2) \}. \quad (\text{Е.2.3})$$

В этом выражении γ_{sa} — насыщенные потери мощности в поглотителе за один проход:

$$\gamma_{sa} = \frac{\gamma'}{1 + (I/I_s)}, \quad (\text{E.2.4})$$

где γ' — потери в отсутствие насыщения, $I = I(t)$ — интенсивность импульса, I_s — интенсивность насыщения в поглотителе. Пропускание при двойном проходе через насыщающийся поглотитель определяется выражением $t_{sa}^2 = \exp[-(\gamma_{sa})]$. Полагая $\gamma' \ll 1$ и $(I/I_s) \ll 1$ и используя (E.2.4), из этого выражения находим

$$t_{sa}^2 \cong 1 - \gamma_{sa} \cong 1 - \gamma'[1 - (I/I_s)] = 1 - \gamma'[1 - (|A|^2/I_s)],$$

где амплитуда $A(t)$ теперь нормирована таким образом, что $|A|^2$ представляет собой интенсивность пучка. Из предыдущего выражения для t_{sa}^2 получаем оператор, соответствующий двойному проходу через насыщающийся поглотитель:

$$\hat{T}_{sa} = 1 - \gamma' + \gamma' \frac{|A|^2}{I_s}. \quad (\text{E.2.5})$$

Из условия самосогласованности имеем:

$$\hat{T}_m \hat{T}_l \hat{T}_{sa} A(t) = A(t). \quad (\text{E.2.6})$$

Из соотношений (E.2.1), (E.2.2) и (E.2.5), вновь полагая, что $(g'_0, \gamma, \gamma') \ll 1$, получаем:

$$\left\{ g'_0 \left[1 + \left(\frac{2}{\Delta\omega_0} \right)^2 \frac{d^2}{dt^2} \right] - \gamma_c - \gamma' + \gamma' \frac{|A|^2}{I_s} \right\} A(t) = 0. \quad (\text{E.2.7})$$

Решение уравнения (E.2.7) может быть записано в виде:

$$A(t) = \frac{A_0}{\cosh(t/\tau_p)}, \quad (\text{E.2.8})$$

где

$$\tau_p = \left[\frac{2g'_0}{\gamma'} \right]^{1/2} \left[\frac{2}{\Delta\omega_0} \right] \left[\frac{I_s}{|A_0|^2} \right]^{1/2} \quad (\text{E.2.9})$$

и

$$\gamma_c + \gamma' - g'_0 = \frac{4g'_0}{\Delta\omega_0^2 \tau_p^2}. \quad (\text{E.2.10})$$

Поскольку полная ширина на половине максимума (*FWHM*) импульса интенсивности $\Delta\tau_p$ равна $\Delta\tau_p = 1,76\tau_p$, а $\Delta\omega_0 = 2\pi\Delta\nu_0$, то из выражения (E.2.9) получаем соотношение (8.6.22), считая, что величина $|A_0|^2$ представляет собой пиковую интенсивность лазерного излучения. С другой стороны, из уравнения (E.2.10) видно, что $g'_0 < \gamma_c + \gamma' = \gamma$, где γ — полные потери в резонаторе в отсутствие насыщения. Это значит, что в отсутствие импульса излучения потери в лазере преобладают, тогда как период усиления существует в нем только во время прохождения импульса, полученного в результате синхронизации мод (см. рис. 8.22).

ЛИТЕРАТУРА

1. D. J. Kuizenga and A. E. Siegman, FM and AM Mode Locking of the Homogeneous Laser. Part I: Theory, *IEEE J. Quantum Electron.* QE-6, 694 (1970).
2. H. A. Haus, A Theory of Forced Mode-Locking, *IEEE J. Quantum Electron.* QE-11, 323 (1975).
3. H. A. Haus, *Waves and Fields in Optoelectronics*, Prentice Hall, Inc., Englewoods Cliffs, 1984, Sec. 9.3.
4. A. E. Siegman, *Lasers* (Oxford University Press, Oxford, 1986) Sec. 7.4.
5. H. A. Haus, Theory of Mode-Locking with a Fast Saturable Absorber, *J. Appl. Phys.*, 46, 3049–3058 (1975), see also [3], Sec. 10.3.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИМПУЛЬСА ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ И В УСИЛИВАЮЩЕЙ СРЕДЕ

Сначала рассмотрим импульс лазерного излучения, распространяющийся в диспергирующей среде. Пусть ω_L — его центральная частота, а $\Delta\omega_L$ — спектральная ширина (см. рис. 8.25а). Тогда напряженность электрического поля $E(t, z)$ соответствующей импульсу волны в точке z вдоль направления распространения в общем случае можно представить в виде интеграла Фурье:

$$E(t, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_{\omega}(\omega - \omega_L) \exp [j(\omega t - \beta z)] d\omega, \quad (\text{Ж.1})$$

где $A_{\omega} = A_{\omega}(\omega - \omega_L)$ — комплексная амплитуда каждой из спектральных компонент напряженности поля, а величина $\beta = \beta(\omega - \omega_L)$ описывает дисперсионное соотношение для среды.

Теперь допустим, что дисперсионное соотношение в полосе частот $\Delta\omega_L$ можно аппроксимировать линейной зависимостью:

$$\beta = \beta_L + \left(\frac{d\beta}{d\omega} \right)_{\omega_L} (\omega - \omega_L), \quad (\text{Ж.2})$$

где β_L — постоянная распространения, соответствующая частоте ω_L . Подставляя выражение (Ж.2) в (Ж.1), перепишем последнее соотношение в виде:

$$E(t, z) = \exp [j(\omega_L t - \beta_L z)] \times \int_{-\infty}^{+\infty} A_{\omega}(\Delta\omega) \exp \left\{ j\Delta\omega \left[t - \left(\frac{d\beta}{d\omega} \right)_{\omega_L} z \right] \right\} d\Delta\omega, \quad (\text{Ж.3})$$

где $\Delta\omega = \omega - \omega_L$. Видно, что, проинтегрировав соотношение (Ж.3) по $\Delta\omega$, мы получим функцию одной переменной $[t - (d\beta/d\omega)_{\omega_L} z]$. Таким образом, уравнение (Ж.3) можно записать в виде:

$$E(t, z) = A[t - (z/v_g)] \exp [j(\omega_L t - \beta_L z)], \quad (\text{Ж.4})$$

где A — амплитуда импульса, $\exp [j(\omega_L t - \beta_L z)]$ — волна на несущей частоте, а величина v_g определяется выражением

$$v_g = \left(\frac{d\omega}{d\beta} \right)_{\beta=\beta_L}. \quad (\text{Ж.5})$$

Поскольку амплитуда импульса зависит от переменной $(t - (z/v_g))$, то импульс распространяется со скоростью v_g и не изменяет свою временную форму. Скорость v_g называется *групповой скоростью* импульса. Согласно выражению (Ж.5), она определяется наклоном кривой $\omega(\beta)$ в точке $\omega = \omega_L$ (т. е. $v_g = \tan \theta'$, см. рис. 8.25а).

Рассмотрим теперь импульс света, спектральная ширина $\Delta\omega_L$ которого настолько велика, что дисперсионное соотношение уже нельзя приблизить линейной зависимостью (см. рис. 8.25б). В этом случае различные спектральные компоненты импульса будут распространяться с различными групповыми скоростями, и, следовательно, импульс будет уширяться по мере распространения. После прохождения расстояния l в среде уширение импульса $\Delta\tau_d$ будет приблизительно равно разнице групповых задержек между спектральными компонентами, имеющими наибольшую и наименьшую скорости. Тогда

$$\Delta\tau_d = \left(\frac{l}{v'_g} - \frac{l}{v''_g} \right) = l \left[\left(\frac{d\beta}{d\omega} \right)_{\omega'} - \left(\frac{d\beta}{d\omega} \right)_{\omega''} \right], \quad (\text{Ж.6})$$

где v'_g и v''_g — групповые скорости этих компонент, а ω' и ω'' — соответствующие частоты. Предположим теперь, что в пределах ширины линии $\Delta\omega_L$ дисперсионное соотношение можно приблизить параболической (квадратичной) зависимостью, т. е.

$$\beta = \beta_L + \left(\frac{d\beta}{d\omega} \right)_{\omega_L} (\omega - \omega_L) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right)_{\omega_L} (\omega - \omega_L)^2. \quad (\text{Ж.7})$$

Из соотношений (Ж.6) и (Ж.7) получаем:

$$\Delta\tau_d \cong l \left[\left(\frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right)_{\omega_L} \right] \Delta\omega_L = |\phi''(\omega_L)| \Delta\omega_L, \quad (\text{Ж.8})$$

где $\phi = \beta l$, $\phi'' = d^2\phi/d\omega^2$, а производная ϕ'' берется на центральной частоте лазерной генерации ω_L . В соотношении (Ж.8) заданного вида величину $\phi''(\omega_L)$ называют *дисперсией групповой задержки* (англ. *group-delay dispersion, GDD*), а параметр

$$\left(\frac{d^2\beta}{d\omega^2} \right)_{\omega_L} = GVD = \left[\frac{d(1/v_g)}{d\omega} \right]_{\omega_L} \quad (\text{Ж.9})$$

называется *дисперсией групповой скорости* (англ. *group-velocity dispersion, GVD*) на частоте ω_L .

Рассуждения, в результате которых было выведено соотношение (Ж.8), являются нестрогими, потому что на самом деле при его получении рассматривалось распространение ограниченного числа спектральных компонент импульса, каждая из которых соответствует другому и фактически более длинному импульсу, чем исходный. Более точные и полезные расчеты можно провести, предположив, что на входе в среду (в точке $z = 0$) импульс имеет гауссов временной профиль амплитуды, т. е.

$$E(t) = A_0 \exp \left\{ -(t^2/2\tau_p^2) \right\} \exp(j\omega_L t), \quad (\text{Ж.10})$$

где τ_p — полуширина профиля интенсивности импульса на уровне $1/e$. Так как спектральная амплитуда $A_\omega(\omega - \omega_L)$ является гауссовой функцией разности $(\omega - \omega_L)$, то с помощью соотношения (Ж.1) можно непосредственно вычислить напряженность электрического поля на расстоянии, большем z , если предположить, что

дисперсионное соотношение можно разложить в ряд Тейлора до членов второго порядка малости по $(\omega - \omega_L)$, как это показано в выражении (Ж.7). В этом случае подынтегральное выражение в соотношении (Ж.1) можно выразить в виде обратного преобразования Фурье обобщенной гауссовой функции комплексного аргумента, а этот интеграл хорошо известен. Для получения конечного результата — величины амплитуды импульса $A(t, z)$ — введем новую систему координат:

$$t' = t - (z/v_g), \quad (\text{Ж.11a})$$

$$z' = z, \quad (\text{Ж.11б})$$

где v_g — групповая скорость. Это означает, что амплитуда импульса представляется в зависимости от локального времени, в котором учтена групповая задержка импульса. В новых координатах амплитуда импульса будет иметь вид [1]:

$$A(t', z) = \frac{A_0 \tau_p}{(\tau_p^2 + j b_2 z)^{1/2}} \exp \left[-\frac{(t')^2}{2(\tau_p^2 + j b_2 z)} \right], \quad (\text{Ж.12})$$

где для простоты введено обозначение $b_2 = (d^2 \beta / d\omega^2)_{\omega_L} = GVD$ и где (также для простоты), учитывая равенство (Ж.11б), проведена замена $z' = z$. В соответствии с выражением (Ж.12), $A(t', z)$ представляет собой гауссову функцию, зависящую от t' и комплексного аргумента, поэтому

$$A(t', z) = |A(t', z)| \exp \{-j \phi(t', z)\}. \quad (\text{Ж.13})$$

Из соотношения (Ж.12) можно выразить величину амплитуды импульса $|A(t', z)|$ в виде:

$$|A(t', z)| = \frac{A_0 \tau_p}{[\tau_p^4 + b_2^2 z^2]^{1/4}} \exp \left\{ -\left[\frac{t'^2 \tau_p^2}{2(\tau_p^4 + b_2^2 z^2)} \right] \right\}. \quad (\text{Ж.14})$$

Из выражения (Ж.14) легко видеть, что гауссов импульс сохраняет свою форму по мере распространения, а учитывая соотношение (Ж.10), получаем, что ширина импульса $\tau_p(z)$ в точке z такова, что $\tau_p^2(z) = (\tau_p^4 + b_2^2 z^2) / \tau_p^2$. Это соотношение можно записать в виде:

$$\tau_p(z) = \tau_p \left[1 + \left(\frac{z}{L_D} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (\text{Ж.15})$$

где $L_D = \tau_p^2 / |b_2|$ называется *дисперсионной длиной* импульса в среде. Заметим, что, согласно соотношению (Ж.15), временное уширение гауссова импульса в диспергирующей среде аналогично увеличению размера пятна гауссова пучка в результате дифракции (сравните с выражением (4.7.17а)), причем дисперсионная длина в первом случае эквивалентна длине Рэлея во втором случае. Эта аналогия связана с формальным сходством дифракционного уравнения в параксиальном приближении с дифференциальным уравнением, описывающим распространение импульса в квадратичной диспергирующей среде [1].

Из соотношения (Ж.12) можно найти фазу $\phi(t', z)$:

$$\phi(t', z) = -\frac{\text{sgn}(b_2)(z/L_D)}{1 + (z/L_D)^2} \cdot \frac{t'^2}{\tau_p^2} + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{z}{L_D} \right), \quad (\text{Ж.16})$$

где $\text{sgn}(b_2)$ означает знак величины b_2 , т. е. дисперсии групповой скорости. Из выражения (Ж.16) видно, что фаза $\phi(t', z)$ представляет собой сумму константы

$(1/2)\tan^{-1}(z/L_D)$ и величины, квадратично зависящей от t' . Это означает, что мгновенная частота импульса $\omega(t') = \partial[(\omega_L t') - \phi(t', z)]/\partial t'$ задается соотношением:

$$\omega = \omega_L + \operatorname{sgn}(b_2) \frac{(z/L_D)}{1 + (z/L_D)^2} \cdot \frac{2t'}{\tau_p^2}, \quad (\text{Ж.17})$$

одно из слагаемых которого линейно зависит от времени. Таким образом, импульс обладает линейным смещением частоты, или *чирпом*, знак которого зависит от знака b_2 . В частности, при отрицательной величине дисперсии групповой скорости мгновенная частота будет уменьшаться.

Если длина среды l много меньше дисперсионной длины L_D , то, используя соотношение (Ж.15), можно определить относительное уширение импульса $(\delta\tau_p/\tau_p)_D = [\tau_p(1) - \tau_p]/\tau_p$:

$$\left(\frac{\delta\tau_p}{\tau_p}\right)_D \cong \frac{1}{2} \left(\frac{l}{L_D}\right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\phi''}{\tau_p^2}\right)^2, \quad (\text{Ж.18})$$

где $\phi = \phi''(\omega_L) = [d^2\phi/d\omega^2]_{\omega_L}$. Ширина на половине высоты временного профиля интенсивности гауссова импульса связана с параметром τ_p из выражения (Ж.10) соотношением: $\Delta\tau_p = 2(\ln 2)^{1/2}\tau_p$. При этом из (Ж.18) получаем:

$$\left(\frac{\delta\tau_p}{\tau_p}\right)_D = (8\ln^2 2) \frac{\phi''^2}{\Delta\tau_p^4}. \quad (\text{Ж.19})$$

Теперь рассмотрим случай, когда гауссов импульс, описываемый выражением (Ж.10), попадает в усиливающую среду, контур линии усиления которой однородно уширен. Спектральную амплитуду импульса $A_\omega(\omega - \omega_0)$ на входе в среду можно найти, применив обратное преобразование Фурье к выражению (Ж.10):

$$A_\omega(\omega - \omega_L) \propto \exp \left[-\frac{(\omega - \omega_L)^2 \tau_p^2}{2} \right], \quad (\text{Ж.20})$$

где ω_L — центральная частота генерации. Если спектральная ширина импульса много меньше ширины линии усиления, то усиление амплитуды напряженности электрического поля задается выражением (см. приложение Е)

$$G_e(\omega - \omega_0) = \exp \left\{ \left(\frac{g_0}{2} \right) \{1 - [2(\omega - \omega_0)/\Delta\omega_0]^2\} \right\}, \quad (\text{Ж.21})$$

где $g_0 = N_0 \sigma l$ — насыщенный коэффициент усиления по мощности при одном проходе через усилитель, а $\Delta\omega_0$ — ширина линии перехода. Тогда спектральная амплитуда импульса, прошедшего через усиливающую среду, будет равна:

$$A_{g\omega}(\omega - \omega_0) = G_e(\omega - \omega_0) \times A_\omega(\omega - \omega_L). \quad (\text{Ж.22})$$

Из соотношения (Ж.22), учитывая (Ж.20) и (Ж.21), а также полагая $\omega_L = \omega_0$, получаем:

$$A_{g\omega}(\omega - \omega_0) \propto \exp \left\{ (\omega - \omega_0)^2 \left[\frac{\tau_p^2}{2} + \frac{g_0}{2} \left(\frac{2}{\Delta\omega_0} \right)^2 \right] \right\}. \quad (\text{Ж.23})$$

Соотношение (Ж.23) показывает, что в пределах сделанных допущений спектр остается гауссовым и после того, как импульс прошел через усиливающую среду. Сравнение соотношений (Ж.23) и (Ж.20) показывает, что длительность импульса

увеличилась до значения τ'_p , где $\tau_p'^2/2$ соответствует члену, стоящему в квадратных скобках в соотношении (Ж.23). Таким образом, получаем:

$$\tau'_p = \tau_p \left[1 + g_0 \left(\frac{2}{\tau_p \Delta \omega_0} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (\text{Ж.24})$$

При малых изменениях длительности импульса его относительное уширение $(\delta\tau_p/\tau'_p - \tau_p)/\tau_p$ после прохождения через усиливающую среду можно получить из соотношения (Ж.24):

$$\left(\frac{\delta\tau_p}{\tau_p} \right)_g = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{\tau_p \Delta \omega_0} \right)^2 g_0. \quad (\text{Ж.25})$$

Соотношение (Ж.25) может быть выражено через ширину линии усиления $\Delta\nu_0 = \Delta\omega_0/2\pi$ и ширину лазерного импульса $\Delta\tau_p = 2(\ln 2)^{1/2}\tau_p$. Окончательно получаем:

$$\left(\frac{\delta\tau_p}{\tau_p} \right)_g = \left(\frac{2\ln 2}{\pi^2} \right) \left(\frac{1}{\Delta\tau_p^2 \Delta\nu_0^2} \right) g_0. \quad (\text{Ж.26})$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Hermann A. Haus, *Waves and Fields in Optoelectronics*, Prentice Hall, Inc., Englewoods Cliffs, 1984, Sec. 6.6.

КОГЕРЕНТНОСТЬ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

Под степенью когерентности $\Gamma(1)$ — понятием, введенным в разделе 11.3, подразумевается корреляционная функция первого порядка $\langle E(x_1)E^*(x_2) \rangle$ (см. соотношение (11.3.7)), где введенная для краткости величина $x_i = (r_i, t_i)$ обозначает совокупность одновременно пространственных и временных координат напряженности электрического поля. Аналогично можно определить величину

$$\Gamma^{(n)}(x_1, x_2, \dots, x_{2n}) = \langle E(x_1) \dots E(x_n) E^*(x_{n+1}) \dots E^*(x_{2n}) \rangle, \quad (3.1)$$

равную произведению $2n$ сомножителей, которые являются значениями функции E , определенными в $2n$ пространственно-временных точках $x_1, x_2, \dots, x_{2n}$. Соответствующая нормированная величина $\gamma^{(n)}$ может быть тогда введена как

$$\gamma^{(n)}(x_1, x_2, \dots, x_{2n}) = \frac{\langle E(x_1) \dots E(x_n) E^*(x_{n+1}) \dots E^*(x_{2n}) \rangle}{\prod_{r=1}^{2n} \langle E(x_r) E^*(x_r) \rangle^{1/2}}, \quad (3.2)$$

где Π обозначает произведение. Очевидно, что в случае $n = 1$ эти выражения сводятся к соотношениям (11.3.7) и (11.3.8).

Теперь в терминах введенных корреляционных функций высших порядков необходимо определить, что подразумевается под полностью когерентным излучением. Начнем с того, что для волны, полностью когерентной в первом порядке (т. е. такой, для которой $|\gamma^{(1)}(x_1, x_2)| = 1$), выполняется равенство

$$\Gamma^{(1)}(x_1, x_2) = E(x_1)E^*(x_2); \quad (3.3)$$

таким образом, функция $\Gamma^{(1)}$ должна равняться произведению напряженностей электрических полей в точках x_1 и x_2 . Действительно, если флуктуации поля полностью отсутствуют, то усреднения выражений (11.3.7) или (11.3.8) по ансамблю представляют собой просто произведение соответствующих напряженностей. По аналогии можно определить полностью когерентную электромагнитную волну как волну, для которой величина $\Gamma^{(n)}$ равна произведению соответствующих напряженностей при любом порядке n . Это означает, что

$$\Gamma^{(n)}(x_1, x_2, \dots, x_{2n}) = \prod_{r=1}^n E(x_r) \prod_{k=n+1}^{2n} E^*(x_k). \quad (3.4)$$

Действительно, если флуктуации поля полностью отсутствуют, то усреднение выражения (3.1) по ансамблю снова даст просто произведение соответствующих напряженностей. Если теперь подставить соотношение (3.4) в числитель правой части выражения (3.2), то получим, что

$$|\gamma^{(n)}(x_1, x_2, \dots, x_{2n})| = 1 \quad (3.5)$$

при всех n . Заметим, что для всех практических приложений можно полагать, что излучение лазера, непрерывно генерирующего одну моду в пределах узкой линии, удовлетворяет условию (3.4) при любом n . Действительно, как уже было показано в разделе 11.7, можно считать, что поле такого лазера испытывает только фазовые флуктуации. Однако для лазера, генерирующего в пределах узкой линии, скорость изменения этой фазы должна быть достаточно медленной. Например, для He-Ne лазера с шириной линии $\Delta\nu_L \cong 1$ кГц, рассмотренного в разделе 11.8, характерное время изменения фазы равно $\tau_{co} \cong 1/\Delta\nu_L = 1$ мс. Это означает, что для интервалов времени, много меньших τ_{co} , т. е. для расстояний между поверхностями равной фазы, на которых могут находиться эти $2n$ пространственно-временных точек, много меньших, чем $\sigma_{co} = 300$ км, флуктуации фазы будут одинаковыми во всех $2n$ пространственно-временных точках и будут выполняться соотношения (3.4) и (3.5).

Разницу n -го порядка между полностью когерентным излучением, например излучением только что рассмотренного одномодового He-Ne лазера, и излучением теплового источника легко проиллюстрировать, положив $x_1 = x_2 = \dots = x_{2n} = x$, т. е. рассмотрев корреляции напряженности поля в одной точке в один и тот же момент времени. Корреляционную функцию $\Gamma^{(n)}(x, x, \dots, x)$ можно получить из выражения (3.1):

$$\Gamma^{(n)} = \langle |E|^{2n} \rangle = \frac{\iint A^{2n} p_E(\tilde{E}) AdAd\phi}{\iint p_E(\tilde{E}) AdAd\phi}, \quad (3.6)$$

где амплитуда напряженности поля $A = A(x)$ задается выражением (11.1.1), а $p_E(\tilde{E})$ — плотность вероятности, введенная в разделе 11.7. В частности, для $n = 1$ имеем:

$$\Gamma^{(1)}(x, x) = \langle |E|^2 \rangle = \langle I \rangle = \frac{\iint A^2 p_E(\tilde{E}) AdAd\phi}{\iint p_E(\tilde{E}) AdAd\phi}. \quad (3.7)$$

В случае когерентного поля для $p_E(\tilde{E})$ можно использовать выражение (11.7.2). Тогда из соотношения (3.6) получаем, что $\Gamma^{(n)} = A_0^{2n}$, тогда как из соотношения (3.7) имеем $\Gamma^{(1)} = A_0^2$; таким образом, можно записать:

$$\Gamma^{(n)}(x, x, \dots, x) = [\Gamma^{(1)}(x, x)]^n. \quad (3.8)$$

С другой стороны, в случае теплового источника света уравнения (3.6) и (3.7), с учетом (11.7.3) для $p_E(\tilde{E})$, дают:

$$\Gamma^{(n)}(x, x, \dots, x) = n! [\Gamma^{(1)}(x, x)]^n. \quad (3.9)$$

Для того чтобы получить нормированную функцию когерентности n -го порядка $\gamma^{(n)}$, используя выражение (3.2), заметим, что знаменатель в его правой части равен $[\Gamma^{(1)}(x, x)]^n$. Тогда из соотношений (3.8) и (3.9) получим:

$$\gamma^{(n)}(x, x, \dots, x) = 1 \quad (3.10)$$

и

$$\gamma^{(n)} = n! \quad (3.11)$$

соответственно для одномодового лазерного источника и теплового источника. Из соотношения (3.10) очевидно, что лазерное излучение, как уже указывалось, удовлетворяет общему условию когерентности (3.5). В свою очередь, соотношение (3.11) показывает, что тепловой источник удовлетворяет условию когерентности только при $n = 1$, т. е. только в первом порядке. Следовательно, можно, в лучшем случае, добиться того, чтобы излучение теплового источника света обладало полной когерентностью первого порядка, т. е. полной пространственной и временной когерентностью, что действительно было показано в разделе 11.8.

ФИЗИЧЕСКИЕ КОНСТАНТЫ И ПОЛЕЗНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Постоянная Планка [h]	$6,626\ 075\ 5(40) \cdot 10^{-34}$	Дж · с
$[h = h/2\pi]$	$1,054\ 572\ 66(63) \cdot 10^{-34}$	Дж · с
Заряд электрона [e]	$1,602\ 177\ 33(49) \cdot 10^{-19}$	Кл
Масса покоя электрона [m_e]	$9,109\ 389\ 7 \cdot 10^{-31}$	кг
Масса покоя протона [m_p]	$1,672\ 623\ 1(10) \cdot 10^{-27}$	кг
Масса покоя нейтрона [m_n]	$1,674\ 928\ 6(10) \cdot 10^{-27}$	кг
Скорость света в вакууме [c]	$2,997\ 924\ 58 \cdot 10^8$	м/сек
Постоянная Больцмана [k]	$1,380\ 658\ (12) \cdot 10^{-23}$	Дж/К
Магнетон Бора [β]	$9,274\ 015\ 4(30) \cdot 10^{-24}$	А · м ²
Электрическая постоянная [ϵ_0]	$8,854\ 187\ 817 \dots \cdot 10^{-12}$	Ф/м
Магнитная постоянная [μ_0]	$4\pi \cdot 10^{-7}$	Гн/м
Постоянная Авогадро [N_A]	$6,022\ 136\ 7(36) \cdot 10^{23}$	моль ⁻¹
Газовая постоянная [$R = N_A \cdot k$]	8,314 51	Дж · К ⁻¹ · моль ⁻¹
Радиус первой боровской орбиты [$a_0 = (4\pi^2\epsilon_0/me^2)$]	$0,529\ 177\ 249(24) \cdot 10^{-10}$	м
Постоянная Стефана–Больцмана [σ_{SB}]	$5,670\ 51(19) \cdot 10^{-8}$	Вт · см ⁻² · К ⁻⁴
Импеданс свободного пространства [$Z = 1/\epsilon_0 c$]	376,73...	Ом
Отношение массы протона к массе электрона [m_p/m_e]	1836,152 ...	
Энергия, соответствующая 1 эВ	$1,602 \dots \cdot 10^{-19}$	Дж
Энергия фотона, имеющего длину волны $\lambda = 1$ мкм	$1,986 \dots \cdot 10^{-19}$	Дж
Частота излучения, имеющего энергию kT ($T = 300$ К) [$\tilde{\nu} = kT/hc$]	208,512 ...	см ⁻¹
Атмосферное давление [1 атм = 760 Торр = 1013 мбар]	$1,013 \dots \cdot 10^5$	Па

РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ

ГЛАВА 1

1.1. Дальний инфракрасный диапазон: $1 \text{ мм} \div 50 \text{ мкм}$. Средний инфракрасный диапазон: $50 \div 2,5 \text{ мкм}$. Ближний инфракрасный диапазон: $2,5 \text{ мкм} \div 750 \text{ нм}$. Видимый диапазон: $750 \div 380 \text{ нм}$. Ультрафиолетовый диапазон: $380 \div 180 \text{ нм}$. Вакуумный ультрафиолетовый диапазон: $180 \div 40 \text{ нм}$. Мягкое рентгеновское излучение: $40 \div 1 \text{ нм}$. Жесткое рентгеновское излучение: $1 \div 0,01 \text{ нм}$.

1.4. При $g_1 = g_2$ из соотношения (1.2.2) получаем $E_2 - E_1 = kT = 208,5 \text{ см}^{-1}$, откуда $\lambda = (1/208,5) \text{ см} \cong 48 \text{ мкм}$ (средний инфракрасный диапазон).

1.5. $\gamma_1 = 1$, $\gamma_2 = -\ln R_2 \cong 0,693$, $\gamma_i \cong 0,01$, $\gamma = \gamma_i + (\gamma_1 + \gamma_2)/2 \cong 0,357$, $N_c = \gamma/\sigma t \cong 1,7 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$.

1.6. $D_m \cong (2\lambda/D)L \cong 533 \text{ м}$, где D_m — диаметр пятна на поверхности Луны, D — апертура телескопа, L — расстояние от Земли до Луны. Первый эксперимент по определению расстояния между Землей и Луной был проведен с использованием рубинового лазера с модуляцией добротности именно при этих условиях. Но, вследствие большого диаметра пятна на поверхности Луны и изменения формы поверхности в его пределах, точность этого эксперимента была весьма ограниченной ($\sim 1 \text{ м}$). Сейчас расстояние от Луны до Земли может быть измерено с точностью до нескольких миллиметров (благодаря использованию специальных зеркал, установленных на Луне космонавтами).

ГЛАВА 2

2.1. $N(\Delta\lambda) = 8\pi V\Delta\lambda/\lambda^4 \cong 1,9 \cdot 10^{12} \text{ мод}$

2.2. $\rho_\lambda = \rho_\nu |d\lambda/d\nu| = (c_n/\lambda^2)\rho_\nu$; при выводе было использовано соотношение $\lambda\nu = c_n$, где c_n — скорость света в среде, заполняющей полость черного тела. Из (2.2.22), производя замену $\nu = c_n/\lambda$, получаем

$$\rho_\lambda = \frac{8\pi c_n}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc_n/\lambda kT) - 1}.$$

2.3. Применяя условие $(d\rho_\lambda/d\lambda) = 0$ и используя выражение для ρ_λ из ответа к задаче 2.2, получаем уравнение $5[\exp(hc_n/\lambda kT) - 1] - (hc_n/\lambda kT)\exp(hc_n/\lambda kT) = 0$. Введя в последнем выражении обозначение $y = (hc_n/\lambda kT)$, получим, что значение y , соответствующее максимуму ρ_λ , удовлетворяет уравнению $5[1 - \exp(y_M)] = y_M$. Применяя быстросходящийся метод итераций, получаем решение этого уравнения: $y_M \cong 4,965$. Если $c_n = c$, где c — скорость света в вакууме, то длина волны λ_M ,

соответствующая максимуму ρ_λ , удовлетворяет соотношению $\lambda_M T = \hbar c_n / y_M k \approx 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ (закон смещения Вина).

2.6. Плотность N числа ионов Nd^{3+} в единицах ион/см³ и, следовательно, концентрация Nd^{3+} на уровне ${}^4\text{I}_{9/2}$ задается выражением $N = 1 \cdot 10^{-2} \cdot 3(\rho/M.W.)N_A$, где ρ — плотность, выраженная в г/см³, $M.W.$ — молекулярный вес YAG, а N_A — число Авогадро. Множитель 3 в последнем выражении отвечает за присутствие трех атомов иттрия в молекуле. Так как молекулярный вес YAG равен 594 г/моль, имеем: $N \approx 1,38 \cdot 10^{20}$ ион/см³. В соответствии в уравнении (1.2.2), доля f этой населенности, находящаяся на нижнем подуровне уровня ${}^4\text{I}_{9/2}$, задается выражением

$$f = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^4 \exp [-(E_i/kT)]},$$

где E_i ($i = 1 \div 4$) — разность энергий между верхними подуровнями и основным подуровнем. Зная величины E_i для этих подуровней, получаем $f = 46\%$.

2.7. Из (2.4.25) и (2.3.15) получаем $\sigma_{in} = (\lambda_n^2/8\pi)[g_i(v-v_0)/\tau_{sp}]$, где $\lambda_n = c/n \times \times v_0$ — длина волны (в среде) электромагнитной волны частоты v_0 . При $v = v_0$ и в случае чисто неоднородного уширения, используя (2.4.28), получаем следующее выражение для пикового значения сечения: $\sigma_p = 0,939(\lambda_n^2/8\pi)(1/\Delta v_0^* \tau_{sp})$. Для $\lambda_n = 1,15 \text{ мкм}$, $\Delta v_0^* = 9 \cdot 10^8 \text{ Гц}$ и $\tau_{sp} \approx 10^{-7} \text{ с}$ находим: $\sigma_p \approx 5,5 \cdot 10^{-12} \text{ см}^2$.

2.8. Рассмотрим плоскую волну равномерной интенсивности I , проходящую через поверхность площади S в среде с показателем преломления n . Поток электромагнитной энергии через поверхность S за время Δt равен $E = IS\Delta t$, и эта энергия равномерно распределена в объеме $V = S(c/n)\Delta t$. Отсюда плотность энергии в среде равна $\rho_n(E/V) = (n/c)I$.

2.11. Ответ непосредственно следует из примера 2.13. Имеем $(\Omega/4\pi) = (D/4l)^2 \approx \approx 4,4 \cdot 10^{-4}$; воспользовавшись соотношением (2.9.4а), методом быстрых итераций получаем $G = 1,24 \cdot 10^4$. Отсюда пороговая инверсия равна $N_{th} = \ln G/\sigma_p l = = 4,49 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$, а максимальное количество запасенной энергии составляет $E_M = N_{th}(\pi D^2 l/4)\hbar v = 1,96 \text{ Дж}$.

2.13. При тепловом равновесии процессы (2.6.9) и (2.6.10) должны уравновешивать друг друга. Таким образом, выполняется соотношение $k_{B^*A} N_{B^*} N_A = k_{BA^*} N_B N_{A^*}$. При точном резонансе в условиях теплового равновесия имеем:

$$(N_{A^*}/N_A) = (N_{B^*}/N_B) = \exp [-(E/kT)],$$

где E — разность энергий уровней в двухуровневой системе. Отсюда получаем $k_{B^*A} = k_{BA^*}$.

2.14. Для лоренцевой линии имеем:

$$I_s = I_{so}\{1 + [2(v-v_0)/\Delta v_0]^2\},$$

откуда

$$\begin{aligned} \alpha(v-v_0) &= \frac{\alpha_0(0)}{1 + [2(v-v_0)/\Delta v_0]^2} \cdot \frac{1}{1 + (I/I_s)} = \\ &= \frac{\alpha_0(0)}{1 + [2(v-v_0)/\Delta v_0]^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{I}{I_{so}} \frac{1}{1 + [2(v-v_0)/\Delta v_0]^2}} = \\ &= \frac{\alpha_0(0)}{1 + [2(v-v_0)/\Delta v_0]^2 + (I/I_{so})}. \end{aligned}$$

2.15. Задавая $v = v_0$ в выражении, полученном в задаче 2.14, получаем:

$$\alpha_p(0) = \frac{\alpha_0(0)}{1 + (I/I_{s0})}.$$

В соответствии с этим уравнением, интенсивностью насыщения I_{s0} является интенсивность резонансной ($v \cong v_0$) электромагнитной волны, при которой максимальный коэффициент насыщенного поглощения $\alpha_p(0)$ равен половине соответствующего коэффициента ненасыщенного поглощения $\alpha_0(0)$. Значения на половине максимума $\alpha = \alpha(v - v_0)$ в выражении, полученном в задаче 2.14, отвечают такой частоте v' , что $[2(v' - v_0)/\Delta v_0]^2 = 1 + (I/I_{s0})$. Насыщенная полная ширина линии ($FWHM$) определяется как $\Delta v_{sat} = \Delta v_0[1 + (I/I_{s0})]^{1/2}$.

ГЛАВА 3

3.1. Центр масс молекулы находится на половине расстояния между атомами. Предполагая, что направление оси x совпадает с направлением колебаний, а начало координат находится в центре масс молекулы, получим, что возвращающая сила, действующая на каждый атом, равна $F = -2k_0(x - x_0)$, где x_0 — равновесное положение атома. Уравнение движения записывается в виде $[Md^2(x - x_0)/dt^2] = -2k_0(x - x_0)$; таким образом, резонансная частота равна $\omega = [2k_0/M]^{1/2}$.

3.2. Используя результат задачи 3.1, получим, что

$$k_0 = (2\pi\tilde{\nu}c)^2(M/2) = 2,314 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-2}$$

(здесь атомный вес азота был взят равным $\cong 14$). Потенциальная энергия системы задается выражением $U = k_0(R - R_0)^2/2$, где R — межъядерное расстояние, а R_0 — его равновесное значение. Для $R - R_0 = 0,03$ нм получаем $U \cong 6,5$ эВ.

3.6. $B = \hbar^2/2I$. В этом выражении $I = 2M_0R_0^2$, M_0 — атомный вес кислорода, R_0 — равновесное расстояние между атомами кислорода и углерода. При $B = 0,37 \text{ см}^{-1}$ и $M_0 = 16 \text{ г/моль}$ получаем, что $R_0 = \hbar/2[M_0B]^{1/2} = 0,0515 \text{ нм}$.

3.8. При $N = 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ см}^{-3}$, используя рис. 3.15б, получаем, что

$$E_{F_c} = 2,35kT \text{ и } E_{F_v} = -1,45kT.$$

Полная ширина линии усиления, следовательно, равна:

$$\Delta\tilde{\nu} = (E_{F_c} + E_{F_v})/hc = 0,9(kT/hc) = 187,65 \text{ см}^{-1}.$$

(Напомним, что $(kT/hc) = 208,5 \text{ см}^{-1}$ при температуре $T = 300 \text{ К}$.)

3.9. $E_2 + E_1 = 0,45kT$. Из (3.2.2) получаем, что $(E_2/E_1) = m_v/m_c = 6,865$, где m_v — эффективная масса дырки, а m_c — эффективная масса электрона в зоне проводимости. Из двух предыдущих уравнений имеем, что $E_2 = 0,392kT$, а $E_1 = 0,0572kT$.

3.10. При $E - E_g = 0,45kT \cong 12 \text{ мэВ}$, используя рис. 3.16, получаем, что $\alpha = \alpha_0 = 1,8 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$. Так как вероятности занять верхний и нижний лазерный уровни равны, соответственно (см. (3.2.10)):

$$f_c(E_2) = \frac{1}{1 + \exp[(E_2 - E_{F_c})/kT]} \text{ и } f_v(E_1) = \frac{1}{1 + \exp[(E_{F_v} - E_1)/kT]},$$

то из решений задач 3.8 и 3.9 имеем: $f_c(E_2) = 0,877$ и $f_v(E_1) = 0,8186$. Используя (3.2.37), находим, что $g = \alpha_0[f_c(E_2) - f_v(E_1)] \cong 104 \text{ см}^{-1}$.

3.11. $\sigma = ((dg/dN) = [g/(N - N_{tr})]) = 2,6 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$, где $g = 104 \text{ см}^{-1}$, $N = 1,6 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ и (см. пример 3.7) $N_{tr} = 1,2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$.

3.13. При $N = 2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$, используя рис. 3.26, получаем:

$$E_{F_c} - E_{1_c} \cong 2,8kT \cong 72 \text{ мэВ} \text{ и } E_{F_v} - E_{1_v} \cong -1,1kT \cong -28,6 \text{ мэВ}.$$

Воспользовавшись результатами примера 3.9 для E_{1_c} и E_{1_v} , имеем

$$E_{F_c} = 128,2 \text{ мэВ} \text{ и } E_{F_v} = -20,6 \text{ мэВ}.$$

Согласно (3.3.26), ширина полосы усиления фотонов с энергией $E - E_g$ заключена в интервале между

$$\Delta E_1 = E_{1_c} + E_{1_v} = 64,2 \text{ мэВ} \text{ и } E_{F_c} + E_{F_v} = 107,6 \text{ мэВ}.$$

ГЛАВА 4

4.3. Имеем: $T = 1 - R - A = 5 \cdot 10^{-3}$. Пиковое пропускание находим из (4.5.6а): $(T_{FP})_p = [T/(1 - R)]^2 = 25\%$. Обратите внимание, что даже при малых потерях на зеркалах величина максимального пропускания сильно снижается. Сравнивая результаты, полученные из выражений (4.5.6а) и (4.5.6), при $R_1 = R_2 = R$, находим, что выражение для добротности в обоих случаях задается формулой (4.5.14); таким образом, $F = \pi R^{1/2}/(1 - R) \cong 312,4$.

4.4. Рассматривая падающую по нормали волну ($\theta = 0$) и полагая показатель преломления равным единице ($n_r = 1$), из (4.5.8) и (4.5.3) получаем $L = c/2\Delta\nu_{far} = 5 \text{ см}$. Из (4.5.13) находим добротность: $F = \Delta\nu_{far}/\Delta\nu_c = 50$. Используя (4.5.14) и положив $R_1 = R_2 = R$, получаем для коэффициента отражения зеркал $R \cong 94\%$. Из (4.5.6а) при максимальном пропускании, равном 50%, находим: $T = 4,24 \cdot 10^{-2}$, откуда $A = 1 - R - T = 1,76 \cdot 10^{-2}$.

4.7. Радиус кривизны волнового фронта в месте расположения линзы задается соотношением (см. (4.7.176)) $R = d[1 + (z_R/d)^2]$, где $z_R = \pi\omega_0^2/\lambda$ — длина Рэлея. Для того чтобы скомпенсировать эту кривизну, фокусное расстояние линзы должно равняться R .

4.9. Из (4.7.19) получаем $\omega_0 = \lambda/\pi\theta_d \cong 201 \text{ мкм}$. Если у выходного пучка есть перетяжка, то интенсивность в ней будет максимальна; ее величина задается формулой $I_p = P/(\pi\omega_0^2/2) \cong 7,85 \text{ Вт/см}^2$. Из (2.4.10) и (2.4.6) имеем, что отношение интенсивности электромагнитной волны к амплитуде поля E_0 должно равняться $I = nE_0^2/2Z$, где $Z = 1/\epsilon_0 c \cong 377 \text{ Ом}$ — импеданс свободного пространства. При $n = 1$ находим: $E_0 = [2IZ]^{1/2} \cong 77 \text{ В/см}$.

4.11. Из (4.7.27) имеем: $\omega_{02} = \lambda f/D$. Числовая апертура линзы определяется как (см. раздел 1.4.4) $NA = \sin \theta$, где θ — половинный угол раствора конуса, образованного апертурой D и рассматриваемого из центральной точки фокальной плоскости. Так как $\tan \theta = D/2f$, то получаем, что $\omega_{02} = \lambda/2 \tan(\sin^{-1} NA)$. Для малых значений апертуры имеем: $\omega_{02} \cong \lambda/2NA$.

4.13. Согласно (4.7.4), параметр q пучка после прохождения пластинки связан с параметром q_0 пучка на входе соотношением

$$\frac{1}{q} = \frac{C + (D/q_0)}{A + (B/q_0)}.$$

В данном случае $q_0 = -jz_R$, где $z_R = \pi\omega_0^2/\lambda$ — длина Рэлея. Подставляя элементы $ABCD$ -матрицы для пластинки толщиной L из материала с коэффициентом преломления n (см. табл. 4.1), получаем:

$$\frac{1}{q} = \frac{-jz_R}{1 - j(L/nz_R)}.$$

Из действительной и мнимой частей этого уравнения, используя (4.7.8), находим:

$$w^2 = w_0^2[1 + (L'/z_R)^2],$$

$$R = L'[1 + (z_R/L')^2],$$

где $L' = L/n$. Это доказывает утверждение задачи 4.13. После прохождения пластинки, на расстоянии z от перетяжки, размер пятна будет таким же, каким бы он был в отсутствие пластинки на расстоянии $z' = (z - L) + (L/n) = z - [(n-1)/n]L$. На больших расстояниях от перетяжки, т. е. при $z \gg z_R$, получаем, что $w(z) = (\lambda/\pi w_0)\{z - [(n-1)/n]L\}$. Тогда расходимость пучка равна $\theta_d = w(z)/z$, и если $L \leq z_R$, то имеем $z \gg L$, и расходимость пучка остается равной $(\lambda/\pi w_0)$, т. е. пластинка на нее не влияет.

4.14. Уравнение (4.7.26) может быть записано в виде:

$$z_m = \frac{1}{\frac{1}{f} + \frac{f}{z_{R_1}}}.$$

Если задано значение z_{R_1} , то знаменатель в правой части уравнения принимает наименьшее значение при $f = z_{R_1}$. При такой величине фокусного расстояния величина z_m достигает максимального значения, равного $z_m = z_{R_1}/2$.

ГЛАВА 5

5.2. $w_0 = \sqrt{L\lambda/2\pi} = 0,29 \text{ нм}$; $w_S = \sqrt{2}w_0 \approx 0,4 \text{ мм}$; $\Delta\nu_c = c/2L = 150 \text{ МГц}$. Число мод равно $N = \Delta\nu_o^*/(c/2L) = 47$, где $(c/4L)$ — разность частот между двумя последовательными невырожденными модами конфокального резонатора (см. рис. 5.10а).

5.4. Кривизна волнового фронта должна совпадать с кривизной зеркала в месте расположения зеркала. Из выражения (4.7.13б), полагая $z = L/2$ (L — длина резонатора), получаем:

$$\frac{\pi w_0^2}{\lambda} = \frac{L}{2} \left[\frac{2R}{L} - 1 \right]^{1/2}.$$

Отсюда $z_R = \pi w_0^2/\lambda \approx 1,32 \text{ м}$ и $w_0 \approx 0,466 \text{ мм}$. Размер пятна на зеркале находим из соотношения (4.7.13а): $w = w_0[1 + (L/2z_R)^2]^{1/2} = 0,498 \text{ мм}$.

5.6. Так как поверхности равной фазы в месте расположения зеркал должны совпадать с их поверхностями, находим из (4.7.17б):

$$-R_1 = z_1 + (z_R^2/z_1),$$

$$R_2 = z_2 + (z_R^2/z_2),$$

$$L = z_2 - z_1,$$

где z_1 и z_2 — расстояния от перетяжки пучка до зеркал. Обратите внимание на знак минус перед R_1 в первом уравнении. Если, например, зеркало 1 вогнутое, то R_1 положительно, хотя знак волнового фронта отрицателен, т. к. центр кривизны находится справа от волнового фронта. Итак, из трех выписанных уравнений исключаем z_2 , получая:

$$-R_1 z_1 = z_1^2 + z_R^2,$$

$$R_2(L + z_1) = (L + z_1) + z_R^2.$$

Из полученных уравнений, исключая z_R^2 , имеем $z_1[2L - R_1 - R_2] = L(R_2 - L)$. Заметим, что при $R_1 = R_2 = R$ это уравнение дает $z_1 = -L/2$, т. е. в этом случае перетяжка располагается в центре резонатора. Из (5.4.10) находим: $R_1 = L/(1 - g_1)$ и $R_2 = L/(1 - g_2)$. Подстановка этих двух выражений вместо R_1 и R_2 в предыдущем уравнении дает: $z_1(g_1 + g_2 - 2g_1g_2) = g_2(1 - g_1)L$.

5.7. Имеем: $g_1 = 0,333$, $g_2 = 0,75$. Из выражения для z_1 , полученного в задаче 5.6, находим $z_1 = -0,857$ м. Из (5.5.8) и (5.5.9) имеем: $w_1 = 0,533$ мм, $w_2 = 0,355$ мм и $w_0 = 0,349$ мм.

5.9. Из соображений симметрии получаем, что перетяжка должна располагаться на расстоянии $L_p/2$ от линзы. Из (4.7.176) имеем, что абсолютное значение радиуса кривизны волнового фронта с обеих сторон линзы дается выражением $R = (L_p/2)[1 + (2z_R/L_p)^2]$. Поскольку линза переводит один волновой фронт в другой, то должно выполняться соотношение $f = R/2$. Так как $z_R = \pi w_0^2/\lambda$, то из предыдущих выражений получаем, что $w_0^2 = (\lambda/2\pi)[L(4f - L_p)]^{1/2}$. Заметим, что величина w_0^2 вещественна только в том случае, когда $L_p \leq 4f$, что в данной задаче выражает критерий устойчивости.

5.11. Имеем: $g_1 = 1$ и $g_1 = 1 - L/(L + \Delta) \cong \Delta/L$. Из (5.5.86) находим: $w_2 = w_m = (L\lambda/\pi)^{1/2}\{1/(\Delta/L)[1 - (\Delta/L)]\}^{1/4}$. При $w_m = 0,5$ мм, $L = 30$ см и $\lambda = 633$ нм записанное выше выражение дает $\Delta = 1,85$ см. Получаем, что $R_2 = L + \Delta = 31,85$ см, $g_2 = 0,058$, и, из (5.5.8а), размер пятна на плоском зеркале равен $w_1 \cong 0,122$ мм.

5.13. В данном случае, учитывая (5.5.5) и (5.4.6), имеем, что условие устойчивости записывается в виде: $-2 < 2(A_1D_1 - 1) < 2$, т. е. $0 < A_1D_1 < 1$. Так как $B_1D_1 - A_1C_1 = 1$, то получаем: $-1 < B_1C_1 < 0$.

5.17. (а) $g_1 = 1$, $g_2 = 1,25$;

(б) из (5.6.1): $r_1 = 2,24$ и $r_2 = 1,24$;

(в) $a_1 > M_{21}$ $a_2 = 1,8a_2$;

(г) $M = M_{12}M_{21} = 2,62$, таким образом $\gamma = (M^2 - 1)/M^2 = 0,85$.

5.18. Конфокальный неустойчивый резонатор относится к резонаторам положительного типа. Воспользовавшись рис. 5.22, при $\gamma = 0,2$ и $N_{eq} = 7,5$, получаем, что $M = 1,35$. Следовательно, $2a_2 = 2[2L\lambda N_{eq}/(M - 1)]^{1/2} = 4,26$. Для одностороннего резонатора: $a_1 > 2Ma_2 = 5,75$ см. С другой стороны, радиусы двух зеркал связаны соотношениями: $L = (R_1 + R_2)/2$ и $M = -R_1/R_2$ (заметим, что $R_2 < 0$). Получаем: $R_1 = 7,7$ м и $R_2 = -5,7$ м.

5.20. (а) Из (5.6.20) имеем $\exp[-2(a/w)^6] = 2 \cdot 10^{-2}$, т. е. $w = 2,94$ мм.

(б) Из (5.6.21) получаем $w_m = w/(M^6 - 1)^{1/6} = 2,32$ мм.

(в) $\gamma = 1 - (R_0/M_2) \cong 0,744$.

(г) Так как $g_2 = 1$, то из (5.6.3) и (5.6.1) находим $M = g_1\{1 + [1 + (1/g_1)]^{1/2}\}^2$, откуда $g_1 = 1,0285$. Радиус кривизны выпуклого зеркала, следовательно, равен $R_1 = L/(1 - g_1) \cong -17,5$ м.

ГЛАВА 6

6.1. При радиальном распространении мощность, поглощенная лазерным стержнем, записывается в виде

$$P_a = \int S[1 - \exp\{-(2\alpha R)\}]I_{e\lambda}d\lambda,$$

где S — площадь боковой поверхности стержня. Так как мощность пучка, падающего на стержень, равна

$$P_e = \int SI_{e\lambda}d\lambda,$$

получаем:

$$\eta_a = P_a / P_e = \int [1 - \exp \{-(2\alpha R)\}] I_{e\lambda} d\lambda / \int I_{e\lambda} d\lambda.$$

6.4. Из (6.2.6) с учетом того, что $h\nu_{mp} \cong 2,11 \cdot 10^{-19}$ Дж ($\lambda_{mp} = 940$ нм), получаем: $R_{cp} \cong 2,01 \cdot 10^{20}$ см⁻³ · с⁻¹.

6.6. В данном случае эффективность накачки равна $\eta_p = \eta_i \eta_a \eta_{pq} = 5,3\%$. Пороговая мощность для лазера, рассмотренного в задаче 6.4, при эффективности накачки $\eta'_p = 4,5\%$ равна: $P'_{th} = 2$ кВт. При заданной конфигурации накачки пороговая мощность накачки становится равной: $P_{th} = (\eta_p / \eta'_p) P'_{th} = 2,36$ кВт. Для накачки лазера на уровне, вдвое превышающем пороговый, необходима мощность накачки, составляющая: $P_p \cong 4,72$ кВт. Тогда площадь собирающей оптики равна: $A = P_p / I \cong 4,72$ м², где I — интенсивность солнечного света. Если D и l — соответственно диаметр и длина стержня, то фокусные расстояния двух линз должны удовлетворять соотношениям $f_{1\alpha} = D$ и $f_{2\alpha} = l$, где α — угол, под которым солнечный диск виден с Земли. Соответственно имеем: $f_1 = 0,64$ м и $f_2 = 8,05$ м. Более дешевая система фокусировки может быть сконструирована с использованием сферического зеркала с фокусным расстоянием $f_2 = 8,05$ м и диаметром $D = (4A/\pi)^{1/2} = 2,45$ м, за которым должна находиться цилиндрическая линза.

6.7. $R_{cp} = \eta_p E_{th} / V h \nu_{mp} \Delta t$, где Δt — продолжительность накачки. Так как $h\nu_{mp} = 2,11 \cdot 10^{-19}$ Дж, имеем: $R_{cp} = 5,75 \cdot 10^{21}$ см⁻³ · с⁻¹. Скоростное уравнение, учитывающее накачку и дезактивацию, имеет вид: $(dN_2/dt) = R_p - (N_2/\tau)$, а его решение при $R_p = \text{const}$ и $t \geq 0$ имеет вид: $N_2(t) = R_p \tau [1 - \exp \{-(t/\tau)\}]$. Полагая $\tau = 230$ мкс, $t = \Delta t = 100$ мкс и используя вычисленное выше значение R_{cp} , получаем величину критической инверсии: $N_{2c} = R_{cp} \tau [1 - \exp \{-(\Delta t/\tau)\}] = 4,66 \cdot 10^{17}$ см⁻³. Если увеличить продолжительность импульса до $\Delta t' = 300$ мкс, то скорость накачки R'_{cp} , необходимая для достижения этой инверсии, должна удовлетворять соотношению $R'_{cp} [1 - \exp \{-(\Delta t'/\tau)\}] = R_{cp} [1 - \exp \{-(\Delta t/\tau)\}]$.

Получаем $R'_{cp} \cong 0,48 R_{cp} \cong 2,78 \cdot 10^{21}$ см⁻³ · с⁻¹. Новая пороговая энергия накачки равна $E'_p = (R'_{cp} \Delta t' / R_{cp} \Delta t) E_p \cong 1,44 E_p \cong 4,9$ Дж.

6.10. Из табл. 6.2 имеем $N_i = 9 \cdot 10^{20}$ см⁻³, откуда $\sigma_a N_i l + \gamma = 0,169$. Полагая, что эффективность передающей оптики равна $\sim 80\%$, можем взять эффективность накачки равной $\eta_p = \eta_i \eta_a = \eta_i [1 - \exp(\alpha l)] = 0,424$, где $\alpha = 5$ см⁻¹ — коэффициент поглощения на длине волны накачки (см. табл. 6.2). Из (6.3.25) при $w_p = w_0$ получаем, что $P_{th} \cong 177$ мВт.

6.12. Для распределения Максвелла–Больцмана $kT_e = (2/3)(m\nu_{th}^2/2)$. Так как $(m\nu_{th}^2/2) = 10$ эВ, то получаем $kT_e = 6,67$ эВ.

6.15. По теореме Гаусса зависимость от координаты величины радиально-ориентированного электрического поля в среде записывается в виде: $E(r) = N_e r / 2\epsilon_0$. Интегрируя, получаем падение напряжения между стенками и центром трубки: $V = N_e R^2 / 4\epsilon_0 \cong 4,56 \cdot 10^6$ В, где R — радиус трубки. Из того, что полученное напряжение очень велико, следует, что вероятность того, что электроны будут рекомбинировать быстрее или медленнее ионов, пренебрежимо мала.

6.18. Тепловая скорость подсчитывается по формуле: $\nu_{th} = (2E/m)^{1/2} = 1,87 \cdot 10^8$ см/с, где m — масса электрона. В случае идеального газа молярный объем задается соотношением $V = RT/p$, где $R = 8,314$ Дж · моль⁻¹ · К⁻¹ — универсальная газовая постоянная. При $p = 1,3$ мм рт. ст. $\cong 1,73 \cdot 10^2$ Па и $T = 400$ К имеем: $V = 19,2 \cdot 10^6$ см³. Плотность числа атомов в газе равна: $N = N_A / V = 3,14 \cdot 10^{16}$ см⁻³, где N_A — постоянная Авогадро (см. приложение И). Получим среднюю длину свободного пробега электрона: $l = 1/N\sigma = 638$ мкм. Из (6.4.14) и (6.4.15) находим дрейфовую скорость: $\nu_{drift} = eEl/m\nu_{th} \cong 1,8 \cdot 10^7$ см/с ($\nu_{drift}/\nu_{th} \cong 9,6 \cdot 10^{-2}$).

7.3. $L_e = L + (n - 1)l = 56,15$ см, $\gamma = 0,12$, $\tau_c = 15,6$ нс.

7.4. Полное время жизни на верхнем лазерном уровне удовлетворяет соотношению $(1/\tau) = (1/\tau_{21}) + (1/\tau')$, где $(1/\tau_{21})$ — вероятность перехода $2 \rightarrow 1$, а $(1/\tau')$ — вероятность всех остальных спонтанных переходов с уровня 2. Так как коэффициент ветвления задается соотношением $\beta = (1/\tau_{21})/(1/\tau) = \tau/\tau_{21}$, то имеем: $\tau_{21} = \tau/\beta = 451$ мкс. Ниже порога, в стационарном состоянии, получаем: $(N_1/\tau_1) = (N_2/\tau_{21})$, где τ_1 — время жизни на нижнем лазерном уровне. Таким образом, при $(N_1/N_2) < 1\%$, необходимо, чтобы $\tau_1 < 10^{-2}\tau_{21} \cong 4,5$ мкс. При выходной мощности, равной $P_{out} = 200$ Вт, скорость излучения фотонов из активной среды равна: $(d\phi/dt) = P_{out}(2\gamma/\gamma_2)/h\nu = 1,58 \cdot 10^{21}$ фотонов в секунду. Скорость перехода на нижний лазерный уровень равна: $dN'/dt = (d\phi/dt)/A_b l = 9,16 \cdot 10^{20}$ см $^{-3} \cdot$ с $^{-1}$, где A_b — эффективная площадь поперечного сечения стержня, а l — длина стержня. Населенность нижнего уровня N_1 задается соотношением $N_1 = \tau_1(dN'/dt)$, а населенность верхнего уровня N_2 равна пороговой населенности, т. е. $N_2 = N_c \cong 5,7 \cdot 10^{16}$ см $^{-3}$. При $(N_1/N_2) < 1\%$ имеем: $\tau_1 < 10^2 N_c / (dN'/dt) \cong 0,6$ мкс. (Реальное время жизни τ_1 для Nd:YAG составляет ~ 100 пс.)

7.7. Минимальная пороговая мощность задается выражением $P_{mth} = P_{th}\gamma_i/\gamma = 2,75$ кВт, где γ_i — внутренние потери ($\gamma_i = 0,02$), а γ — полные потери ($\gamma = 0,32$). При мощности накачки, равной $P_p = 140$ кВт, получаем, что $x_m = P_p/P_{mth} = 50,9$. Из (7.5.5) находим, что $S_{op} = 6,135$, откуда $\gamma_{2op} = 2S_{op}\gamma_i = 0,25$. Соответствующая оптимальная мощность на выходе определяется из (7.5.6): $P_{op} = 16,78$ кВт. Имеем: $T_{2op} = 1 - \exp(-\gamma_{2op}) \cong 0,25$. Так как максимальная интенсивность в фокальной плоскости линзы пропорциональна выражению $(M^2 - 1)/M^2$ (см. раздел 5.6.3), то отношение двух интенсивностей составляет: $(I_{op}/I) = P_{op}T_{2op}/PT_2 = 16,78 \cdot 0,22/12 \cdot 4,45 = 0,777$.

7.8. Линзу с фокусным расстоянием f можно представить в виде двух близко расположенных линз, фокусное расстояние каждой из которых равно $2f$. Радиус кривизны волнового фронта в месте расположения линзы задается выражением $R = (L/2) \cdot \{1 + [z_R/(L/2)]^2\}$, где $z_R = \pi w_0^2/\lambda$, а w_0 — размер пятна на обоих зеркалах. Из соображений симметрии имеем, что волновой фронт между двумя линзами должен быть плоским. Таким образом, должно выполняться соотношение $R = 2f = 50$ см. Подставляя это значение R в предыдущее выражение, находим $z_R = 25$ см, т. е. $w_0 = 290$ мкм. Размер пятна в месте расположения линзы равен: $w = \sqrt{2}w_0 = 410$ мкм.

7.10. Минимальная пороговая мощность накачки, при отсутствии излучения на выходе, равна $P'_{mth} = P_{th}\gamma_i/\gamma = 12,5$ мВт (не путайте P'_{mth} с величиной P_{mth} , которая определяется соотношением (7.3.32)). При $P_p = 1,14$ Вт имеем: $x_m = 91,2$. Из (7.5.5) находим: $S_{op} = 8,54$, т. е. $\gamma'_{2op} = 2S_{op}\gamma_i = 8,5\%$. Чтобы вычислить мощность на выходе, заметим, что полные потери задаются выражением

$$\gamma' = (\gamma'_{2op}/2) + \gamma_i = 4,75\%,$$

а величина, при которой происходит превышение порога: $x' = x\gamma/\gamma'$, где x и γ — величины, полученные в примере 7.4 ($x = 30$ и $\gamma = 3\%$). Находим, что $x' = 19$, откуда, учитывая (7.3.34), получаем: $y' = 15,6$. Ожидаемая величина выходной мощности равна $P'_{out} = P_{out}(y'/y)(\gamma'_{2op}/\gamma_2) = 510$ мВт, где P_{out} , y и γ_2 — величины, соответствующие полученным в примере 7.4 ($P_{out} = 500$ мВт, $y = 26$, $\gamma_2 = 5\%$). Отметим, что, в результате проведенной процедуры оптимизации, величина P'_{out} получилась немного больше, чем P_{out} .

7.12. Линзу с фокусным расстоянием f можно представить в виде двух близких расположенных линз, фокусное расстояние каждой из которых равно $f' = 2f$. Размер пятна в промежутке между линзами равен w_a , а волновой фронт, из соображений симметрии, является плоским. Положение двух плоских зеркал должно соответствовать положению перетяжки. Из (4.7.26) получаем, что расстояние между каждым зеркалом и соответствующей линзой f' задается выражением: $z_m = f' / [1 + (f'/z_R)^2]$, где в рассматриваемом случае

$$z_R = \pi w_a^2 / \lambda \cong 581 \text{ см.}$$

При $f' = 2f = 42 \text{ см}$ имеем $z_m \cong 41,8 \text{ см}$. Размер пятна на каждом зеркале находим из соотношения (4.7.28): $w_0 = (\lambda / \pi w_a) f' \cong 100 \text{ мкм}$.

7.15. Имеем: $\gamma_2 = -\ln(1 - T_2) \cong 5,1\%$. Чтобы избежать генерации на моде TEM_{01} , наложим ограничение на полные потери за проход: $\gamma \geq 7,45\%$. Из рис. 5.13б при $g = 1 - (L/R) = 0,8$ находим: $N = a_2 / \lambda L \leq 2$, т. е. $a \leq \sqrt{2\lambda L} \cong 1 \text{ мм}$.

7.17. $N_c = \gamma / \sigma_e l \cong 4 \cdot 10^9$ ионов/см³; $R_{cp} = N_c / \tau \cong 8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$; $\Delta\nu = c / 2L \cong 1,5 \cdot 10^8 \text{ Гц}$; $(R_p / R_{cp}) = \exp[(2\Delta\nu / \Delta\nu_0^2) \ln 2] = 1,005$.

7.19. Имеем: $L = n(\lambda/2)$, где n — целое число. Соответственно, если расстояние L увеличить на $\lambda/2$, то длина волны генерации увеличится на $\Delta\lambda = \lambda/n$. Так как $\lambda\nu = c$, то получаем, что $\Delta\nu \cong -(\Delta\lambda/\lambda)\nu = -\nu/n$. Из соотношения $\nu = n(c/2L)$ находим: $\Delta\nu \cong -(c/2L)$.

7.21. Предположим, что максимум пропускания эталона Фабри–Перо совпадает с центральной модой. Тогда генерация на двух соседних продольных модах, разность частот между которыми составляет $\Delta\nu = c/2L$, не будет происходить, если пропускание $T(\Delta\nu)$ эталона Фабри–Перо на этих частотах удовлетворяет условию: $T(\Delta\nu) \exp(\sigma_p N l - \gamma) \leq 1$. Таким образом, имеем: $T(\Delta\nu) \leq 0,8$. Из (4.5.6) и (4.5.14), при $R_1 = R_2 = R$, получаем: $T(\Delta\nu) = 1 / [1 + (2F/\pi)^2 \sin^2 \phi]$, где $\phi = 2\pi L' \Delta\nu / c$, а $L' \cong n_r L_{et} = 2,9 \text{ см}$ (L_{et} — толщина, а n_r — показатель преломления эталона). Получаем, что $\phi = \pi L' / L = 9,1 \cdot 10^{-1} \text{ рад}$, и, поскольку $T(\Delta\nu) \leq 0,8$, находим: $(2F/\pi)^2 \sin^2 \phi \cong (2F/\pi)^2 \phi^2 \geq 0,25$, т. е. $F \geq (0,5\pi/2\phi) = 8,63$. Уравнение (4.5.14) для $R_1 = R_2 = R$ можно переписать в виде: $(1 - R) = \pi R^{1/2} / F$, откуда методом итераций получаем, что $R \cong 0,7$. Необходимо также убедиться, что мода, расположенная около следующего максимума эталона Фабри–Перо, находится ниже порога. Это условие выполняется, если $\exp[-(2\Delta\nu_{fsr} / \Delta\nu_0^2)^2 \ln 2] \times \exp(\sigma_p N l - \gamma) \leq 1$, т. е. для $(2\Delta\nu_{fsr} / \Delta\nu_0^2)^2 \ln 2 \geq 0,223$, где $\Delta\nu_{fsr} \cong (c/2n_r L_{et})$ — область дисперсии эталона. Получаем, что $L_{et} \geq [\ln 2 / 0,223]^{1/2} c / n_r \Delta\nu_0^* \cong 10,4 \text{ см}$; таким образом, в рассматриваемом случае указанное условие выполняется.

ГЛАВА 8

8.2. Так как $k\nu L' = (\pi/2)$, то получаем: $V = \lambda / 4n_0^3 r_{63}$.

8.4. Из рис. 8.14 для $f^* = f\tau = 2,3$ и $x = 10 \text{ кВт} / 2,2 \text{ кВт} = 4,55$ получаем: $N_i / N_p \cong 1,89$; затем из рис. 8.11 находим, что $\eta_E \cong 0,76$. Так как $\gamma_2 = 0,162$ и $A_b = 0,23 \text{ см}^2$ (см. пример 7.2), то из (8.4.20) находим, что $E \cong 18 \text{ мДж}$, откуда средняя выходная мощность получается равной $\langle P \rangle = Ef = 180 \text{ Вт}$, т. е. очень близкой к мощности непрерывного излучения (202 Вт, см. рис. 7.5). Так как $\gamma = 0,12$ (см. пример 7.2) и $L_e = L(n-1)l \cong 56 \text{ см}$ (где $n = 1,8$ — показатель преломления кристалла YAG), получаем $\tau_c = L_e / c\gamma = 15,6 \text{ нс}$ и, из (8.4.21), $\Delta\tau_p \cong 90 \text{ нс}$.

8.7. (а) Так как tp много меньше времени жизни верхнего уровня, получаем: $(dN/dt) = R_p$, т. е. $N = R_p t$. Из того что $R_p t_p = 4N_{th}$, где N_{th} — пороговая инверсия, находим, что время достижения порога составляет: $t_{th} = t_p / 4$.

(б) Поведение полного коэффициента усиления во времени задается выражением: $g_{net} = \sigma(N - N_{th})l = (4\sigma N_{th}l)(t - t_{th})/t_p$, где $t_{th} = t_p/4$.

(в) Пренебрегая насыщением усиления, получаем: $(d\phi/dt) = g_{net}\phi/t_T$, где t_T — время нарастания. Интегрируя полученное выражение для полного коэффициента усиления, находим, что $\phi(t') = \phi \exp[(4\sigma N_{th}l)(t'^2/2t_p t_T)]$, где $t' = t - t_{th}$ и $\phi_1 \approx 1$.

(г) В конце импульса накачки $t' = 3t_p/4$; учитывая выражение для $\phi(t')$, полученное выше, имеем: $(9\sigma N_{th}l/8)(t_p/t_T) = \ln(\phi_p/20)$ где ϕ_p задается соотношением (8.4.14). Используя последнее выражение, находим $t_p = t_T(8/9\gamma)\ln(\phi_p/20)$, где $\gamma = (-\ln T_2)/2 = 0,35$. Чтобы вычислить ϕ_p из (8.4.14), заметим, что $N_i/N_p = 4$ и $V_a N_p = \gamma A/\sigma$, где A — площадь пучка. Таким образом, находим, что $\phi_p = 5,54 \cdot 10^{10}$ и, так как $t_T = 22,7$ пс, имеем $t_p = 1,25$ нс.

8.12. Уравнение (8.6.14) можно переписать в более удобной форме: $E(t) \propto \exp(-\Gamma t^2) \exp(j\omega_0 t)$, где $\Gamma = \alpha - j\beta$, т. е. в виде гауссового импульса с комплексным гауссовым параметром Γ . Его Фурье-преобразование будет иметь вид: $E(\omega - \omega_0) \propto \exp\{-(\omega - \omega_0)^2/4\Gamma\} = \exp\{-[(\omega - \omega_0)^2/4(\alpha^2 + \beta^2)](\alpha + j\beta)\}$, а спектральная плотность мощности: $|E(\omega - \omega_0)|^2 \propto \exp\{-[(\omega - \omega_0)^2/2(\alpha^2 + \beta^2)]\}$. Перепишем это выражение в виде: $|E(\omega - \omega_0)|^2 \propto \exp\{-[4(\omega - \omega_0)^2 \ln 2 / \Delta\omega_L^2]\}$, где $\Delta\omega_L$ — ширина линии. Тогда из сравнения двух последних соотношений получим:

$$\Delta\omega_L^2 = (8 \ln 2) \alpha [1 + (\beta^2/\alpha^2)].$$

Из этой формулы с помощью выражения (8.16.15) для α и соотношения $\Delta\nu_L = \Delta\omega_L/2\pi$ легко получить (8.6.16).

8.14. Средняя интенсивность равна

$$\langle I \rangle = \int_0^\infty I p_I dI / \int_0^\infty p_I dI = I_0,$$

а искомая вероятность задается выражением

$$p = \int_{2I_0}^\infty p_I dI / \int_0^\infty p_I dI = \exp(-2) = 0,135.$$

8.16. В нашем случае $2\gamma_i = 2\gamma - kP$, а для быстронасыщающегося вещества можно записать (см. (8.6.20)) $2\gamma_i = 2\gamma - 2\gamma'(P/P_s)$. Сравнивая эти два соотношения, видим, что k эквивалентно $2\gamma'/P_s$. Согласно (8.6.22), длительность импульса равна: $\Delta\tau_p \approx (0,79/\Delta\nu_0)(2g'_0/kP_p)^{1/2}$, где P_p — максимальная мощность. Используя функцию гиперболического секанса, получаем, что энергия импульса выражается через его максимальную мощность как $E = 1,13P_p\Delta\tau_p$. Из двух выписанных выражений получаем, что $\Delta\tau_p \approx (0,79/\Delta\nu_0)^2(2g'_0/k)(1,13/E) \approx 3,5$ фс.

8.17. Из (8.6.35), учитывая, что $\phi'' = \beta''l$, получаем:

$$l = (\delta\tau_p/\tau_p)^{1/2} \times (\Delta\tau_p^2/\beta'')/2\sqrt{2}\ln 2 \approx 0,46 \text{ мм},$$

где β'' — дисперсия групповой скорости.

ГЛАВА 9

9.5. Телесный угол, в который происходит излучение, равен: $\Omega = \pi D^2/4l^2 \approx \approx 2,83 \cdot 10^{-3}$ ср. Предполагая гауссову форму линии, из (2.9.46), учитывая, что $\phi \approx 1$, получаем: $G \approx 1,37 \cdot 10^4$, т. е. $N_{th} = \ln G/\sigma_p l \approx 2,38 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$, где $\sigma_p \approx 4 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$ для стекла с Nd (см. табл. 9.3). Затем находим, что $E = N_{th} V h\nu = 12,7$ Дж, где $V = 2,83 \text{ см}^3$. Из (2.9.4а) для Nd:YAG при том же значении телесного угла, предполагая лоренцеву форму линии и $\phi = 1$, получаем: $G \approx 2,5 \cdot 10^4$, т. е. $N_{th} = \approx 3,61 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$, так что $E \approx 1,91$ Дж.

9.7. Пренебрегая поглощением энергии основным и возбужденным состояниями и предполагая согласование мод ($w_0 \cong w_p$), получаем, что пороговая мощность накачки задается выражением (см. (6.3.20)): $P_{th} = (\gamma/\eta_p)(h\nu_p/\tau)(\pi w_0^2/\sigma_e)$. Имеем: $\gamma = (\gamma_2/2) + \gamma_I = 1,5 \cdot 10^{-2}$, $\eta_p \cong 1 - \exp\{-(\alpha_p l)\} \cong 0,86$, где $\alpha_p = 5 \text{ см}^{-1}$ — коэффициент поглощения накачки, $h\nu_p \cong 3,1 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$, $\tau = 67 \text{ мкс}$, $w_0 = 60 \text{ мкм}$, а $\sigma_e = 4,8 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$. Таким образом, получаем $P_{th} = 190 \text{ мВт}$.

$$9.8. P_{th} = [(\gamma + \gamma_a)/\eta_p](h\nu_p/\tau)[\pi(w_0^2 + w_p^2)/2(\sigma_e - \sigma_{ESA})].$$

$$9.9. P_{th} = (\gamma/\eta_p)(h\nu_p/\tau)[\pi(w_0^2 + w_p^2)/2(\sigma_e - k_{ST}\tau_T\tau_{ST})].$$

9.12. $\eta_s = dP/VdI = (h\nu/eV)[- \ln R/(\alpha L - \ln R)]$. Для $\lambda = 850 \text{ нм}$, $h\nu/e = 1,46 \text{ эВ}$ и $V = 1,8 \text{ В}$ получаем: $\eta_s \cong 64\%$.

9.13. Верно соотношение $w_{0\parallel}^2[1 + (z\lambda/\pi w_{0\parallel}^2)^2] = w_{0\perp}^2[1 + (z\lambda/\pi w_{0\perp}^2)^2]$, откуда получаем: $z = \pi w_{0\parallel} w_{0\perp}/\lambda$. При заданных значениях $w_{0\parallel}$, $w_{0\perp}$ и λ , имеем: $z = 4,6 \text{ мкм}$ (заметьте, что это очень маленькое расстояние).

$$9.15. (2\pi n_1 L/\lambda) = 2, \text{ т. е. } n_1 = \lambda/\pi L \cong 8,22 \cdot 10^{-4}.$$

ГЛАВА 10

10.4. Если $\sigma(\nu - \nu_0)$ — ненасыщенное сечение для Ag^+ , генерация будет происходить на всех модах, вплоть до n -й (считая от центральной), таких, что $\sigma(n\Delta\nu)Nl \geq \gamma$, где $\Delta\nu$ — разность частот между последовательными продольными модами, N — ненасыщенная инверсия, l — протяженность активной среды, γ — потери в резонаторе. Таким образом, ненасыщенное сечение задается выражением: $\sigma(n\Delta\nu) = \sigma_p \exp\{-(2n\Delta\nu/\Delta\nu_0^*)^2 \ln 2\}$. Здесь σ_p — максимальное значение сечения; при накачке лазера до уровня, втрое превышающего пороговый, имеем: $\sigma_p Nl = 3\gamma$. Из трех последних выражений находим, что $3 \exp\{-(2n\Delta\nu/\Delta\nu_0^*)^2 \ln 2\} \geq 1$, откуда $n \leq [\ln 3/\ln 2]^{1/2} (\Delta\nu_0^*/2\Delta\nu)$. Так как $\Delta\nu_0^* = 3,5 \text{ ГГц}$, $\Delta\nu = c/2L = 150 \text{ МГц}$ (L — длина резонатора), то получаем $n \leq 14,7$. Следовательно, число мод, на которых будет происходить генерация, равно: $N_{osc} = 2n + 1 = 29$.

10.6. Частота колебаний гомоядерной молекулы, состоящей из двух атомов массы M , согласно (3.1.3), задается выражением $\nu_0 = (1/2\pi)[2k_0/M]^{1/2}$, где k_0 — постоянная упругости. Для $M \cong 14 \text{ а. е. м.} \cong 2,32 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$ и $\tilde{\nu}_0 = 2300 \text{ см}^{-1}$ находим, что $k_0 = 2180 \text{ Н/м}$.

10.8. В случае симметричного растяжения атом углерода неподвижен, и сила, действующая на каждый атом кислорода, равна: $F = -k(x - x_0)$, где k — постоянная упругости, а x_0 — расстояние между атомами кислорода и углерода в положении равновесия. Следовательно, резонансная частота равна: $\omega_1 = [k/M_0]$, где M_0 — масса атома кислорода. При $\tilde{\nu} = 1337 \text{ см}^{-1}$ и $M_0 = 16 \text{ а. е. м.} \cong 2,65 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$ находим, что $k = 1683 \text{ Н/м}$.

10.10. Пусть x_0 — расстояние между атомами кислорода и атомом углерода в состоянии равновесия. Поперечное смещение атома углерода на расстояние Δy будет соответствовать удлинению пружины Δd , задаваемому выражением

$$\Delta d = (x_0^2 + \Delta y^2)^{1/2} - x_0.$$

При $\Delta y \ll x_0$ имеем: $\Delta d \cong \Delta y^2/2x_0$, откуда видно, что сила растяжения пружины пропорциональна Δy^2 . Отсюда следует, что для колебаний вдоль оси y нельзя построить модель гармонического осциллятора из рассматриваемой здесь упрощенной модели, где связи моделируются пружинами.

10.13. Все линии, связанные с колебательно-вращательными переходами, сольются в одну, если ширина линии $\Delta\nu_c$, обусловленная столкновительным уширением, примерно равна разности частот между вращательными компонентами.

Предполагая, что $\Delta\nu_c = \Delta\nu_r = 60$ ГГц, получаем для заданного значения $\Delta\nu_c$, что полное давление равно $p \cong 13\,997$ мм рт. ст. = 18,4 атм. Из рис. 10.11 видно, что ширина линии усиления $\Delta\nu_0$ соответствует значениям J' между $J' \cong 11$ и $J' \cong 41$, т. е. $\Delta J' \cong 30$. Из решения задачи 10.11 имеем, что вращательная постоянная B молекулы CO_2 равна $B \cong 0,3$ см⁻¹. Ширина $\Delta\nu_0$ линии усиления задается выражением $\Delta\nu_0 \cong 2B\Delta J' \cong 60$ В $\cong 18$ см⁻¹.

10.16. Энергия, которая после реакции осталась в виде колебательной энергии, равна

$$E_v = \sum_{v=0}^3 N(v) v \Delta E,$$

где $N(v)$ — населенность колебательного уровня с колебательным квантовым числом v , а ΔE — разность энергий колебательных уровней (предполагаем, что она одинакова для всех уровней). С другой стороны, полная энергия реакции E_t определяется соотношением

$$E_t = \Delta H \sum_{v=0}^3 N(v),$$

где $\Delta H \cong 3\Delta E$ — энергия реакции. Из выписанных уравнений находим, что

$$\eta = (E_v / E_t) = \sum_{v=0}^3 N(v) v / \sum_{v=0}^3 N(v) = 68,5\%.$$

ГЛАВА 11

11.3. Учитывая суперпозицию двух волн в интерферометре, напряженность в волне в направлении C можно представить в виде: $E_c = K_A E(t) + K_B E(t + \tau)$. Полагая отражательную способность зеркала S_1 равной 50% и для простоты пренебрегая фазовыми сдвигами, возникающими при отражении от зеркал S_1 , S_2 и S_3 , можем записать: $K_A = K_B = K$. Тогда получим, что

$$\langle I_c(t) \rangle = \langle E_c(t) E_c^*(t) \rangle = 2 |K|^2 \langle \langle I \rangle + \text{Re}[I^{(1)}(\tau)] \rangle,$$

где $\langle I \rangle = \langle E(t) E^*(t) \rangle = \langle E(t + \tau) E^*(t + \tau) \rangle$, а Re обозначает действительную часть комплексного числа. Используя (11.3.4) и (11.3.9), имеем:

$$\langle I_c(t) \rangle = 2 |K|^2 \langle I \rangle \{1 + |\gamma^{(1)}| \cos[\langle \omega \rangle \tau - \phi(\tau)]\}.$$

При заданном времени запаздывания τ , поскольку $|\gamma^{(1)}|$ и ϕ слабо зависят от τ , находим, что $I_{\max} = \langle I_c(t) \rangle_{\max} = 2 |K|^2 \langle I \rangle [1 + |\gamma^{(1)}(\tau)|]$, $I_{\min} = \langle I_c(t) \rangle_{\min} = 2 |K|^2 \langle I \rangle [1 - |\gamma^{(1)}(\tau)|]$, а $V_p = |\gamma^{(1)}(\tau)|$.

11.5. Так как спектр на выходе является гауссовым, то $\gamma^{(1)}(\tau)$ также должна быть гауссовой функцией, т. е. иметь вид $\gamma(1) = \exp\{-[(\tau/\tau_{co})^2 \ln 2]\}$, где время когерентности τ_{co} определяется, как показано на рис. 11.1. Согласно (11.3.28) имеем, что $\sigma_t = 1/4\pi\sigma_v$. В рассматриваемом случае $\sigma_v = \Delta\nu L$, так как среднеквадратичное отклонение σ_t функции $[\gamma^{(1)}]^2 = \exp\{-[2(\tau/\tau_{co})^2 \ln 2]\}$ равно $\sigma_t = \tau_{co}/2\sqrt{\ln 2}$. Из записанных выше соотношений получаем: $\tau_{co} = \sqrt{\ln 2}/2\pi\sigma_v \cong 13,25$ мкс и $L_{co} = c\tau_{co} \cong 3,98$ км.

11.7. $I_0 = 2P_i/\pi(\lambda f/\pi w_0)^2$. Во избежание излишних дифракционных потерь и появления дифракционных колец, вызванных ограничением пучка апертурой линзы D_L , необходимо выбрать величину D_L достаточно большой; обычно $D_L = \pi w_0$ (см. (5.5.31)). Из приведенных соотношений находим: $I_0 = (2/\pi)P_i D_L^2/(\lambda f)^2$, а из (11.4.4), при $D = D_L$, получаем:

$$I_0 = (\pi/4)P_i D_L^2/(\lambda f)^2.$$

11.9. Если x и y — соответственно координаты вдоль меньшего и большего размеров пятна в ближней зоне, то $W_{x0} = 0,5$ см и $W_{y0} = 2$ см. Из (11.4.19) получаем, что $W_x(z = 3 \text{ м}) \cong 3,28$ см, тогда как из эквивалентного уравнения для направления вдоль y имеем: $W_y(z = 3 \text{ м}) \cong 2,16$ см.

ГЛАВА 12

12.1. Так как $w_0 = 0,54$ мм, имеем: $w(z = 1 \text{ м}) = w_0[1 + (z/z_R)]^{1/2} = 0,83$ мм и $R(z = 1 \text{ м}) = z[1 + (z/z_R)^2]^{1/2} \cong 1,74$ м, где $z_R = \pi w_0^2/\lambda \cong 86,1$ см. Линза с фокусным расстоянием f может быть разделена на две линзы: первая, с фокусным расстоянием $f_1 = R = 1,74$ м, необходима для компенсации кривизны волнового фронта, а вторая, с фокусным расстоянием $f_2 = f_1 f / (f_1 - f) \cong 10,61$ см, — для фокусировки пучка. С достаточной точностью можно полагать, что перетяжка пучка находится на расстоянии $z_m \cong f_2 \cong 10,61$ см от исходной линзы. Размер пятна гауссова пучка равен $w'_0 \cong (\lambda/\pi w) f_2 \cong 0,043$ мм, а соответствующий параметр размера пятна составляет:

$$W'_0 = \sqrt{M^2} w'_0 \cong 0,274 \text{ мм.}$$

12.3. Имеем: $\Gamma_s = h\nu/\sigma \cong 4,71$ Дж/см² и $S = \pi D^2/4 \cong 63,6$ см², откуда $\Gamma_{out} = E_{out}/S \cong \cong 7,07$ Дж/см². Полная энергия, запасенная в усилителе, равна $E_{av} = h\nu NV = S \Gamma_s \ln G_0 = 415$ Дж, где N — начальная инверсия, а V — объем усилителя. Чтобы вычислить необходимую энергию входного импульса, надо решить уравнение (12.3.12) относительно Γ_{in} . Имеем: $\Gamma_{in} = [\{\exp(\Gamma_{out}/\Gamma) - 1\}/G_0] + 1 \cong 2,95$ Дж/см², что дает $E_{in} = \Gamma_{in} S = 187,8$ Дж. Таким образом, из максимально возможных 415 Дж энергия, полученная из усилителя, составляет: $E_{ex} = E_{out} - E_{in} \cong 227,2$ Дж. Заметим, что длина усилителя не входит в расчеты.

12.9. Используя (12.4.27а) и подставляя (12.4.29) в (12.4.2), получаем

$$P^{NL} = (\epsilon_0 d/2) \left\{ \sum_{i=1}^3 E_i(z) \exp[j(\omega_i t - k_i z)] + c.c. \right\}^2.$$

После преобразования правой части полученного выражения становится очевидно, что так как $\omega_1 = \omega_3 - \omega_2$, то единственный член с частотой ω_1 —

$$P_{\omega_1}^{NL} = (\epsilon_0 d/2) \{ E_2^*(z) E_3(z) \exp [j(\omega_3 - \omega_2)t - j(k_3 - k_2)z] + c.c. \}.$$

Используя соотношение $\omega_1 = \omega_3 - \omega_2$ и выражение (12.4.27б), получаем (12.4.30).

12.11. Из (12.4.58а) получаем эффективность преобразования во вторую гармонику в виде: $\eta = I_{2\omega}/I_\omega(0) = |E'_{2\omega}|^2/|E'_\omega|^2 = [\tanh(z/l_{SH})]^2$. Из (12.4.52), принимая во внимание, что отношение $E_\omega(0)$ к интенсивности падающей волны $I = I_\omega(0)$ определяется выражением $E_\omega(0) = (2ZI)^{1/2}$, где $Z = 1/\epsilon_0 c \cong 377$ Ом — импеданс свободного пространства, получаем: $l_{SH} \cong \lambda n_o/[2\pi d_{eff}(2ZI)^{1/2}] = 2,75$ см, где n_o — обыкновенный показатель преломления кристалла KDP на частоте ω . Подставляя выражение для l_{SH} в соотношение для η и полагая $z = 2,5$ см, получаем $\eta = 51,9\%$.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Абсолютно чёрное тело** 33
- Азот, N_2**
- лазер на молекулах азота 539–540
 - роль в CO_2 лазере 527
- Активная синхронизация мод**
- посредством амплитудной модуляции 395–398
 - посредством частотной модуляции 398–400
 - с помощью синхронной накачки 395
- Активная среда** 16
- Акустооптический модулятор**
- Брэгга режим 370
 - для модуляции добротности 370–371
 - для синхронизации мод 398–399
 - Рамана-Ната режим 371
- Амбиполярная диффузия** 279
- Амплитудная модуляция лазера**
- при активной синхронизации мод 395–397
- Анализ синхронизации мод с помощью векторов на комплексной плоскости** 389
- Анаморфотная пара призм** 250–251
- Ангармоническая накачка** 538
- Антиотражающее, просветляющее покрытие** 163
- Балластное сопротивление** 265
- Беззеркальные лазеры** 95
- Безызлучательный переход, безызлучательная дезактивация**
- в объёмном полупроводнике 133
 - вероятность 69
 - за счет внутренней конверсии 113
 - за счет диполь-дипольного взаимодействия 69, 73–74
 - за счет столкновительной дезактивации 69
 - кооперативная ап-конверсия 75
 - кросс-релаксация 75
 - молекул 111–112
 - фёрстеровского типа 75
- Блоха волновые функции** 114
- Больцмана**
- термодинамическое соотношение 16, 79
 - уравнение переноса 277
- Борна-Оппенгеймера приближение** 665
- Брюстера угол** 162
- Быстронасыщающийся поглотитель** 400–401
- Вероятность вынужденного перехода с поглощением излучения** 14, 50
- Вибронные переходы** 107
- Видность полос** 566
- Внутренняя конверсия, внутримолекулярная дезактивация** 113
- Волновое уравнение**
- в параксиальном приближении 172
 - Шредингера 655
- Волновое число** 64
- Вращательные переходы** 107
- Вращательные состояния**
- квантовое число J 102–103
 - населенность уровней 110
 - правила отбора для излучательных переходов 110
 - уровни энергии 104
- Временная когерентность,**
- и монохроматичность 569
 - измерение 568
 - многомодовых лазеров 572
 - нестационарные пучки 571
 - степень 562
- Время жизни**
- безызлучательное 70

- излучательное 14, 44
- фотона в резонаторе 188
- «Встроенный» гауссов пучок 596
- Вынужденное излучение
- вероятность вынужденного излучательного перехода 14
- поперечное сечение (вынужденного излучательного перехода) 14
- эффективное поперечное сечение 82
- Вырожденные уровни
- населенность при тепловом равновесии 79
- эффективное время жизни 83
- эффективные поперечные сечения 82
- Выходная мощность лазерного излучения
- зависимость от мощности накачки 302
- зависимость от числа фотонов 297
- оптимальная связь на выходе 322

Газодинамические лазеры 236

- Гауссов(а)
- профиль коэффициента отражения 224–226
- форма (контура) линии 57
- Гауссовы моды резонатора 200–201, 207–208
- Гауссовы пучки
- дифракционная расходимость 179
- и закон ABCD 180
- комплексный параметр q 175
- мода низшего порядка 174
- моды высоких порядков 182
- перетяжка 179
- радиус кривизны волнового фронта 177
- размер пятна в перетяжке пучка 180
- распространение в свободном пространстве 177
- Рэлея длина 178
- фокусировка 181

- Гелий-неоновый лазер
- нестационарный режим работы 362
- отдельная продольная мода 331
- предельная ширина линии 341

Гельмгольца уравнение 35

Генерация второй гармоники

- нелинейная поляризация 610
- типа I и типа II 616
- угол синхронизма 614–615

Генерация гармоник 609

Горячие полосы 107

Групповая задержка 409

Групповая скорость 409

Гуйгенса

- эйвлет 172

- принцип 24

Двулучепреломляющий фильтр 325

Двухатомные молекулы

- вибронные (электронно-колебательные) переходы 107

- вращательные переходы 107

- колебательно-вращательные переходы 107

- уровни энергии характерные 539

Двухрешеточная система расширения импульса 636

Двухрешеточная система сжатия импульса 630

Деактивация

- безызлучательная 68

- вероятность 46

- внутримолекулярная 113

- спонтанная излучательная 46

Динамически устойчивые резонаторы 212

Динамические неустойчивости в лазерах — нерегулярные пички 363

Диодный лазер

- блок линеек диодных лазеров 248

- линейка диодных лазеров 248

- однополосковый 247

- сборка блоков линеек 248

Диполь-дипольное взаимодействие 73

Дипольный момент 42

Дисперсия

- групповой задержки 410

- групповой скорости 410

- компенсация 412

- третьего порядка 412

- уравнение 408

Дифракционно-ограниченный пучок 25

Дифракционные потери 187–188

Дифференциальный коэффициент усиления 131

- для некоторых полупроводниковых лазеров 131

Дифференциальный КПД

- полупроводникового лазера 489

- CO₂ лазера 307

- Nd:YAG лазера 304

- Yb:YAG лазера 322

Длина диффузии в полупроводнике 476

Добротность резонатора, Q -фактор

- определение 196

- связь с временем жизни фотона в резонаторе 196

- связь с шириной линии резонатора 196

♦Дополнительный фотон♦ 293

Допплеровское уширение 66

- в Ar⁺ лазере 521

- в CO₂ лазере 110

- в He-Ne лазере 67

Естественное уширение линий 65

Захват, пленение излучения 91
 Закон *ABCD* распространения гауссовых пучков 180
 Законы подобия для электроразрядных лазеров 280
 Запрещенный переход 48
 Зеркала лазеров 163
 Зеркала с изменяющимся по радиусу коэффициентом отражения 224
 Зона (в полупроводнике)
 — валентная 114
 — проводимости 114

Излучательное время жизни 44

Излучение чёрного тела
 — Планка теория 37
 — Рэля-Джинса закон 37
 Импульс лазерный, лазерного излучения
 — длительность, в режиме модуляции добротности 379
 — длительность, в режиме синхронизации мод 397
 — длительность, определяемая обратной шириной спектра 392
 — расширение 636
 — сжатие 630
 — частотное chirпирование 392

Инверсия населенностей 16

— ограничение 308
 — частичная 538

Интеграл, контур Фойхта 68

Интерференционные полосы 565

Интерферометр
 — добротность 169
 — Майкельсона 568
 — перестраиваемый, сканируемый 169
 — свободная область дисперсии 168
 — Фабри-Перо 166
 — Юнга 565

Ионизационный баланс 278–280

Ионные лазеры 519

Каскадная генерация 538

Квазимонохроматическая волна 560

Квазиплоский резонатор
 — размер поперечного сечения моды 204
 — спектр частот 207

Квазирезонансная передача энергии 71

Квазитрёхуровневый лазер 20

Квант света 34

Квантовая нить 148–150

Квантовая теория

— «дополнительный фотон» 293
 — спонтанного излучения 46
 — ширина линии лазера 340

Квантовая яма

— лазеры на квантовых ямах 483
 — напряженная 135

Квантово-ограниченные полупроводниковые наноструктуры 113

Квантовые точки 148–150

Квантовый выход люминесценции 78

Когерентность

— временная 21, 562
 — время 564
 — высших порядков 687
 — длина 564
 — измерение 565
 — многомодовых лазеров 572
 — первого порядка 562
 — площадь 22, 564
 — полная 22
 — пространственная 21, 562
 — теплого источника света 574
 — частичная 22

Колебательно-вращательные переходы

— *P*-ветвь 109
 — *Q*-ветвь 110
 — *R*-ветвь 109

Кольцевые резонаторы 190

— для одномодовых лазеров на красителях 337
 — для одномодовых Nd:YAG лазеров 338
 — однонаправленное действие 335

Комплексный параметр (гауссова) пучка *q*

— определение 175
 — преобразование по закону *ABCD* 175

Конверсия синглет-триплетная 468

Конфокальный резонатор
 — дифракционные потери 210
 — неустойчивый резонатор 219
 — размер поперечного сечения моды 204
 — резонансные частоты 206–207

Концентрация при условии прозрачности 129

Концентрический резонатор 189

Кооперативная ап-конверсия 75

Коэффициент использования энергии 379

Коэффициент поглощения

— для квантовой ямы 143
 — для объемного полупроводника 125–127

— для переходов в атомах 58

— насыщенный 85–86

— ненасыщенный 86

Коэффициент увеличения за полный проход 218

Коэффициент усиления

— в веществе 134
 — для моды 134
 — для объемного полупроводника 128
 — для переходов в атомах 58–59
 — для полупроводниковой квантовой ямы 145
 — насыщенный 88–89
 — ненасыщенный 88

КПД, эффективность лазера
 — дифференциальный(ая) 303
 — квантовый(ая) 303
 — поперечный(ая) 303
 — продольный(ая) 312
 — связь на выходе из резонатора 303
 Критическая, пороговая инверсия населенностей 17
 Критическая, пороговая скорость накачки 301
 Кросс-релаксация 75
 Лазер в режиме свободной генерации 30
 Лазер на гомопереходе 476
 Лазер на двойном гетеропереходе 478
 Лазер на кислород-йоде 545
 Лазер на парах йода 545
 Лазер с распределенной обратной связью 491
 Лазерная генерация
 — пороговая инверсия 300–301
 — пороговая мощность накачки 302
 — пороговая плотность тока 483
 — условие стационарной генерации 300
 Лазерная спекл-картина 582
 Лазерное усиление 597
 Лазерные пички, см. Пичковый режим генерации
 Лазерный видеоискатель 439
 Лазерный резонатор, см. Оптический резонатор
 Лазеры, типы
 — волоконные 456
 — газовые 30
 — газодинамические 236
 — дальнего ИК-диапазона 524
 — жидкостные 30
 — на алесандрите 457
 — на вибронных переходах 459
 — на галогенидах инертных газов 542
 — на гетероструктурах 478
 — на двуокиси углерода (CO₂) 525
 — — атмосферного давления с поперечным возбуждением (ТЕА) 536
 — — газодинамический 530, 544
 — — капиллярный волноводный 532
 — — отпаянный 531
 — — с быстрой продольной прокачкой 533
 — — с диффузионным охлаждением 534
 — — с медленной продольной прокачкой 530
 — — с поперечной прокачкой 535
 — на колебательно-вращательных переходах 524
 — на окиси углерода 537
 — на парах меди 517
 — на рубине 432
 — на самоограниченных переходах 300

— на свободных электронах 549
 — поверхностного излучения с вертикальным резонатором 495
 — полупроводниковые 473
 — рентгеновские 553
 — с ап-конверсионной накачкой (*upconversion laser*) 452
 — с распределенной обратной связью 491
 — с распределенным брэгговским отражением 491
 — с синхронизацией мод при помощи синхронной накачки 395
 — твердотельные 30
 — химические 544
 — эксимерные 541
 — Al_{1-x}Ga_xAs/Al_yGa_{1-y}As 502
 — Ar⁺, аргоновый лазер 520
 — ArF лазер 542
 — CO₂, см. Лазеры на двуокиси углерода
 — Cr: LiCAF 462
 — Cr: LiSAF 462
 — — полосы поглощения 463
 — — поперечное сечение для перехода 463
 — DF 545
 — Er:стекло 446
 — Ga_{1-x}Al_xAs 501–502
 — GaAs
 — — на двойных гетероструктурах
 — — — предельная ширина лазерной линии 341
 — — — релаксационные колебания 361
 — — на квантовых ямах 147
 — He-Cd 523
 — He-Ne 512
 — HF 545
 — InGaAs/GaAs 502
 — InGaAsP/InP 502
 — InGaN 473
 — InGaP/InGaAlP 486
 — KrF 542
 — N₂ 539
 — Nd:стекло 439
 — Nd:YAG 435
 — — модуляция добротности, примеры 380
 — — накачка 436
 — — поперечное сечение для перехода 82
 — — работа в непрерывном режиме, пример 303
 — — релаксационные колебания, пример 361
 — — уровни энергии 435
 — — ширина линии 64
 — Nd:YLF 440
 — Nd:YVO₄ 440
 — Ti:сапфир 460
 — Tm:Ho:YAG 448
 — Yb:стекло 441

- Yb:Er:стекло 442
- Yb: YAG 441
- Лазеры далекого инфракрасного диапазона 524
- Лазеры на красителях 464
 - полосы поглощения и люминесценции 465
 - Родамин 6G 465
 - фотофизические свойства 465
- Ламберта источник 28
- Лампа
 - излучательная эффективность 243
 - эффективность передачи 243
- Лампа-вспышка 239
- Лоренцева форма (контура) линии 52
- Лучевая матрица, ABCD-матрица
 - для отдельных оптических элементов 155–157
 - для распространения в обратном направлении 158–159
 - для составных систем 157
 - и распространение гауссовых пучков 175, 180
 - и сферические волны 159–160
 - определение 155
- Лэмбовский сдвиг 47
- Люминесценция
 - квантовый выход 78

- Магнитное дипольное взаимодействие 54
- Магнитные дипольные переходы 48
- Мазер 16
- Майкельсона интерферометр 568
- Максвелловская функция распределения по скоростям 67
- Матричное представление геометрической оптики 154
- Матричный элемент оператора электрического дипольного момента 43
- Медленно насыщающийся поглотитель 405
- Метод Паунда–Древера 344–345
- Механизмы уширения линий
 - доплеровский 66
 - естественный 65
 - столкновительный 61
 - фоновый 61
- Миграция возбуждения 75
- Многослойные диэлектрические покрытия 163
- Многослойные зеркала, обеспечивающие чирпирование 413–414
- Многофононная дезактивация 72
- Мода электромагнитного излучения 35, 188
- Модуляция добротности (резонатора)
 - акустооптическая 370
 - быстрое переключение 366

- длительность импульса 379
- естественная селекция мод 374
- медленное переключение 366
- методы 367
- многократные импульсы 367
- описание на основе скоростных уравнений 377
- периодическая 384
- режимы работы 375
- с помощью вращающейся призмы 369
- с помощью насыщающегося поглотителя 372
- теория 376
- электрооптическая 367
- Модуляция усиления
 - лазера на красителях 386
 - полупроводникового лазера 386
 - TEA-CO₂ лазера 386
- Модуляция частоты лазерного излучения
 - для активной синхронизации мод 398
- Моды высоких порядков 182
- Моды Эрмита–Гаусса 201
- Монохроматичность
 - и временная когерентность 569
- Мощность накачки
 - пороговое значение 260
- Мэнли–Роу соотношения 623

Накачка

- газодинамическая 236
- излучением диодного лазера 234, 247
- квантовая эффективность 243
- КПД, эффективность 242
- оптическая 237
- осветитель 237
- поперечная 255
- пороговое значение мощности 260
- продольная 249
- рентгеновским излучением 235
- с помощью химической реакции, химическая 235
- СВЧ 265
- системы передачи энергии излучения 237
- скорость и эффективность 257
- электрическая 234, 265
- электронным пучком 235
- Направленность
 - пучков с полной пространственной когерентностью 576
 - пучков с частичной пространственной когерентностью 578
- Напряженные квантовые ямы 135
- Населенность состояния (или соответствующего уровня) 13
- Насыщающийся поглотитель
 - модуляция добротности 372
 - синхронизация мод 400

Насыщение

- интенсивность насыщения 85
- коэффициента усиления 87
- неоднородно уширенная линия 89
- однородно уширенная линия 84
- плотность энергии насыщения 87, 89
- поглощения 84
- эффекты образования провала в спектре 90

Некогерентный источник света 574–575

Неоднородное уширение

- влияние на работу лазера 328
- и синхронизация мод 397
- причины, механизмы 66

Неупругие столкновения 268

Неустойчивые резонаторы 216

- асимметричные, односторонние 218
 - изменяющийся по радиусу коэффициент отражения 224
 - конфокальные 219
 - коэффициент увеличения M 218
 - описание в приближении геометрической оптики 216
 - описание с помощью волновой оптики 219
 - отрицательного типа 216
 - положительного типа 216
 - преимущества и недостатки 216
 - распределение интенсивности в модах 221
 - с зеркалом с переменным коэффициентом отражения 224
 - эквивалентное число Френеля 220
- ### Нулевые флуктуации поля 41
- и спонтанное излучение 48
 - и ширина линии лазера 340

Обертонные переходы 109

Образование, «выжигание» провала

- в пространственном распределении 329
- в спектре 328

Обратная передача энергии 72

Объединённая плотность состояний 125

Объемная плотность энергии излучения 58

Объемный полупроводник 113

Объемный резонатор, см. Резонатор и Оптический резонатор

Однонаправленный кольцевой резонатор 190, 335

- для одномодового лазера на красителях 337
- для одномодового Nd:YAG лазера 338

Однородное уширение

- влияние на работу лазера 330
- и синхронизация мод 340
- причины, механизмы 61

Оптимальная связь на выходе лазера 322

Оптимальное произведение pD 281

- для CO_2 лазера 531
- для He-Ne лазера 516

Оптическая накачка

- излучательная эффективность 243
- квантовая эффективность, квантовый выход по мощности 243

— КИПД, эффективность 242

— системы 237

— эффективность передачи 243

— эффективность по поглощению 243

Оптические резонаторы 187

— динамически устойчивый 213

— дифракционные потери 188

— квазиплоский 204

— кольцевой 190

— конфокальный 189

— критерий устойчивости 198

— моды 188, 202

— неустойчивый 216

— неустойчивый отрицательного типа 216

— неустойчивый, положительного типа 216

— плоскопараллельный 188

— резонансные частоты 188

— с зеркалом с переменным коэффициентом отражения 224

— собственные значения 191–193

— собственные моды 191–193

— стоячие и бегущие волны 207

— устойчивый 200

— ширина линии 195

Оптический диод 335

Оптический эффект Керра 404

Параметр размера пятна 579

Параметрический генератор

— двухрезонансный 618

— однорезонансный 618

Пассивная модуляция добротности, см.

Модуляция добротности

Пассивная синхронизация мод

— на сталкивающихся пучках 419–420

— с помощью быстронасыщающегося поглотителя 401

— с помощью линз Керра 404

— с помощью медленно насыщающегося поглотителя 405

Передача энергии

— для лазерной накачки 448, 527

— за счет диполь-дипольного взаимодействия 73

— квазирезонансная 113

— обратная 72

— фёрстеровского типа 448

Перестраиваемые твердотельные лазеры 457

- Перестройка частоты лазерного излучения 324
- с помощью двулучепреломляющего фильтра 325
- с помощью диспергирующей призмы 324
- с помощью дифракционной решетки 324
- Перетяжка (гауссова) пучка 179
- Переходы
 - безызлучательный 13
 - вероятность 46
 - внутримолекулярный 113
 - запрещенный электрический дипольный 48
 - ИК-активный 109
 - колебательно-вращательные 107
 - — *P*-ветвь 109
 - — *Q*-ветвь 110
 - — *R*-ветвь 109
 - поперечное сечение 16, 54
 - разрешенный электрический дипольный 48
 - спонтанный излучательный 42
- Периодическая модуляция добротности, см. Модуляция добротности
- Пичковый режим генерации
 - анализ с помощью скоростных уравнений 359
 - в многомодовых лазерах 363
- Планка
 - постоянная, h и $\hbar$ 38
 - формула 37–39
- Плотность состояний
 - в объемном полупроводнике 118
 - в полупроводниковой квантовой яме 138
 - объединённая 125
 - электромагнитного поля в полости 37
- Поглощение 13
- Поккельса ячейка
 - для АМ-синхронизации мод 399
 - для модуляции добротности 367
 - для разгрузки резонатора 422
 - для ЧМ-синхронизации мод 400
- Поле ближней зоны 74
- Полость
 - прямоугольной формы 34
 - черного тела 59
 - электромагнитная мода 35
- Полуклассический подход 42
- Полуклассическое описание 46, 654
- Полупроводник 134
 - квантовая нить 149
 - квантовая точка 149
 - квантовая яма 483
 - объёмный 113
 - прямозонный 117
- Полупроводниковые лазеры 473
 - блок линеек 248
 - внешняя квантовая эффективность 489
 - внутренняя квантовая эффективность 480
 - дифференциальный КПД 489
 - квантовый шум 341
 - линейка 248
 - мощность на выходе 489
 - на активной волноводной структуре 487
 - на гомопереходе 476
 - на двойных гетероструктурах 478
 - на квантовых ямах 483
 - на множественных квантовых ямах 483
 - на пассивной волноводной структуре 488
 - однополосковый 247
 - поверхностного излучения 495
 - поверхностного излучения с вертикальным резонатором 495
 - раздельное ограничение 483
 - релаксационные колебания 360
 - с полосковой геометрией 487
 - с распределенной обратной связью (РОС) 491
 - с распределенным брэгговским отражением 494
 - спектр излучения 490
 - фактор локализации пучка 482
 - шум перераспределения мод 349
- Получение одной поперечной моды 330
 - диафрагмированием пучка 330
 - путем использования зеркал с изменяющимся по радиусу коэффициентом отражения 331
 - путем использования неустойчивых резонаторов 331
 - путем использования продольной лазерной накачки 331
- Получение одной продольной моды 331
 - в лазерах с короткими резонаторами 331
 - в лазерах с односторонним кольцевым резонатором 335
 - в лазерах с пассивной модуляцией добротности 374
 - с помощью эталона Фабри–Перо 332
- Поперечная мода 207
 - высоких порядков 207–208
 - дифракционные потери 210
 - неустойчивого резонатора 219
 - разность частот 206–207
- Поперечное сечение
 - возбуждения электронным ударом 269
 - поглощения 15, 55
 - при неоднородном уширении 56

- при однородном уширении 55
- эффективное 82
- Nd:YAG 82
- Пороговая**
- инверсия населённости 17, 301, 308, 317, 319
- мощность накачки 261
- скорость накачки 21
- Последовательность из четырех призм**
- для компенсации дисперсии 412
- Потери**
- в неустойчивых резонаторах 218
- в устойчивых резонаторах 210
- внутренние 17
- дифракционные 188
- логарифмические 18
- на зеркалах 18
- Правила отбора**
- в полупроводниковых квантовых ямах 143
- для вибронных переходов 107
- для вращательных переходов 666
- для колебательно-вращательных переходов 108–109
- для объёмных полупроводников 123
- для переходов в атомах 48
- Предионизация с помощью разряда 536**
- Приближение**
- Вигнера-Вайскопфа 47
- параболической зоны 114
- параксиальных волн 172
- параксиальных пучков лучей 155
- полуклассическое 49
- скалярное 171
- скоростные уравнения 290
- электрическое дипольное 50
- Принцип детального равновесия 70**
- Продольная мода 207**
- одна 207
- разность частот соседних продольных мод 207
- Пространственная когерентность 22**
- и расходимость пучка 578
- измерение 565
- степень 564
- Размер поперечного сечения пучка (размер пятна)**
- в двухзеркальных резонаторах 203
- в перегатке (гауссова) пучка 180
- в симметричных резонаторах 204
- Разрешенный переход**
- магнитный дипольный 48
- электрический дипольный 48
- Расходимость пучка**
- и степень пространственной когерентности 578
- Резонансная передача энергии 267**

- Резонатор**
- время жизни фотона в резонаторе 195
- добротность (Q -фактор) 196
- мода электромагнитного излучения 188–189
- разгрузка 421
- скоростное уравнение, см. Скоростные уравнения для лазера
- стабилизация частоты 342–343
- g -параметры 199
- Резонатор Фабри-Перо 188**
- Резонаторы, см. Оптические резонаторы**
- Рекомбинация**
- в глубоких ловушках 133
- Оже 133
- рекомбинационное излучение 240
- электрон-ионная 279
- Релаксационные колебания**
- затухающие (демпфированные) 358
- линеаризованный анализ 359
- Рентгеновские лазеры 553**
- Рубин**
- уровни энергии 433
- ширина линии лазера 64
- Рэлея-Джинса закон излучения 37**
- Рэлея длина 38**
- Самофокусировка 405**
- Сверхупругие столкновения 69**
- Свободная область дисперсии 168**
- Сечение поглощения 15**
- Синглет-триплетная конверсия 468**
- Синхронизация мод 386**
- активная 395
- АМ-типа 395
- в режиме гармоник 394
- в режиме основной частоты 394
- пассивная 400
- представление
- в пространстве частот 388
- представление
- во временной области 392
- режимы 416
- с аддитивным импульсом 401
- с помощью быстронасыщающегося поглотителя 401
- с помощью линз Керра 404
- с помощью медленно насыщающегося поглотителя 405
- с помощью синхронной накачки 395
- системы 416
- солитонного типа 414
- ЧМ-типа 398
- Скоростные уравнения**
- для квазитрехуровневого лазера 298
- для модуляции добротности 377
- для четырехуровневого лазера 291
- пространственно-зависимая модель 308

- пространственно-независимая модель 300
- случай непрерывного режима работы 300
- Скорость дрейфа электронов 273
- Скорость накачки
 - пороговая величина 301
 - эффективная величина 258
- Солитон 415
- Сохранение импульса
 - в кристалле полупроводника 123–124
 - в полупроводниковой квантовой яме 142
 - взаимодействующих фотонов 611
- Спекл-картина лазерная 582
- Спонтанное излучение
 - в полупроводнике 132
 - вероятность спонтанного излучательно-го перехода 14
 - квантово-электродинамический подход 46
 - полуклассический подход 42
 - скоростное уравнение 293
 - Эйнштейна теория 59
- Спонтанный излучательный переход
 - в молекуле 111–112
- Статистические свойства
 - лазерного излучения 587
 - теплового излучения 589
- Стационарное решение скоростного уравнения 301–302
- Стекланные среды в лазерах 430
- Стокс закон 112
- Столкновения
 - время между 63–64
 - второго рода 69
 - первого рода 70
 - сверхупругое 69
- Столкновительная дезактивация 69
- Столкновительное уширение 61
- Супер-гауссов
 - профиль коэффициента отражения 227
 - пучок 227
- Температура**
 - ионная 521
 - электронная 275
- Теория возмущений, зависящая от времени 50
- Тепловая скорость
 - атомов 64
 - электронов 273
- Тепловая функция распределения населенностей
 - по вращательным уровням 106
 - по вырожденным уровням 79
- Тепловое возбуждение 70
- Тепловое излучение 574
 - когерентность высших порядков 688
 - когерентность первого порядка 575
 - статистические свойства 589
- Тепловое равновесие
 - в объёмном полупроводнике 119
 - в полупроводниковой квантовой яме 140
 - для вырожденных уровней 79
 - для молекулы 106
 - и больцмановский фактор 16
 - и излучение чёрного тела 33
- Термализация, установление теплового равновесия 112
- Термодинамическое равновесие, см. Тепловое равновесие
- Тормозное излучение 240
- Трехуровневый лазер 19
- Триплетные состояния в молекулах красителей 466–467
- Угол синхронизма 614–615**
- Уровни энергии в активных средах
 - азот, N₂ 539
 - александрит 83, 458
 - атомы меди, Cu 517
 - гелий-кадмиевая смесь, He-Cd 523
 - гелий-неоновая смесь, He-Ne 512
 - ион аргона, Ar⁺ 520
 - органический краситель 467
 - рубин 433
 - титан с сапфиром, Ti:Sp 461
 - углекислый газ, CO₂ 526, 529
 - (KrF)* 542
 - Nd:YAG 82–83, 436
 - Tm:Ho:YAG 448–449
 - Yb:Er:стекло 447
 - Yb:YAG 441
- Усиление
 - дифференциальный коэффициент усиления 131
 - коэффициент усиления 59
 - коэффициент усиления для вещества 134
 - коэффициент усиления для моды 134, 481
- Усиленное спонтанное излучение 91
 - порог проявления 93
- Условие прозрачности 129
- Установление теплового равновесия между атомами или молекулами 15
- Устойчивость луча 197
- Устойчивость оптических резонаторов 197–199
- Уширение линии
 - доплеровское 66
 - естественное, собственное 65
 - неоднородное 66

- однородное 61
- столкновительное 61
- фононное 61

Фабри-Перо интерферометр

- добротность 169
- как спектральный прибор 169
- свободная область дисперсии 168

Фабри-Перо эталон 332

Фазовая самомодуляция 414

Фазовая скорость 408

Фактор M^2 580

Фарадеевский вращатель (поляризации) 335

Ферми квазиуровни 120

Ферми уровень, Ферми энергия

Фёрстера режим 75

Флуктуации фазы

- в одномодовых лазерах 588

Флуктуации частоты лазерного излучения 342

Форма (контура) линии, $g(n)$

- гауссова 57
- лоренцева 52
- Фойхта контур 68

Фотон 38

Франка-Кондона принцип 107

Франка-Кондона фактор 108

Френеля число 210

Функция распределения электронов по скоростям

- в смеси CO_2 лазера 276
- в He-Ne лазере 277
- максвелловская 275
- определение 273

Химические лазеры 544

Ч

Частичная инверсия населенностей 538

Частота лазерного излучения

- затягивание 339
- стабилизация 342
- флуктуации 342
- chirпирование 392

Четырехуровневый лазер 19

«Чирп-модуляция», модуляция со смещением частоты 604

Шавлова-Таунса формула 340

Ширина гауссова контура линии 66

Ширина, длительность импульса

- в лазерах с модуляцией добротности 379

Ширина линии

- доплеровская 66
- естественная 65
- лазерного излучения 339
- — квантовый предел 340

— поглощения или усиления 61–67

— резонатора 196

— столкновительная 63

Шредингера уравнение 655

Шум интенсивности излучения 347

Эйри диск 577

Эйри формула 576

Эйнштейна коэффициенты

— A 14, 60

- — соотношение с коэффициентом B 60
- B 59

Эквивалентное число Френеля 220

Эксиммерный лазер 541

Электрическая накачка

- законы подобия 280
- скорость накачки 281
- столкновения с обменом электронов 272
- столкновения со спиновым обменом 272
- электронным ударом 268

Электрические дипольные переходы 53

Электрический дипольный момент перехода 50

Электрическое

дипольное взаимодействие 50

Электрическое

дипольное приближение 50

Электронная температура 275

— и отношение E/p 276

— и произведение pD 280

Электронные состояния

- в квантовой яме 135
- в молекуле 103
- в объемном полупроводнике 114

Электронный газ

- скорость дрейфа 273
- тепловая скорость 273
- функция распределения по энергиям 275

Электронный удар

— возбуждение 268

— поперечное сечение 269

Электрооптический модулятор 367

Эллипсоид показателя

преломления 611–612

Энергия молекулы

- вращательная 101
- колебательная 101
- электронная 101

Эталон, для селекции одной продольной моды 332

Эффект Керра (оптический) 404

Эффективность лазера, см. КПД лазера

Юнга интерферометр 565

Яркость 27

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к русскому изданию	5
Предисловие редактора перевода	8

Глава 1

Исходные концепции	11
1.1. Спонтанное и вынужденное излучение, поглощение	12
1.2. Принцип работы лазера	15
1.3. Схемы накачки	18
1.4. Свойства лазерных пучков	21
1.4.1. Монохроматичность	21
1.4.2. Когерентность	21
1.4.3. Направленность	24
1.4.4. Яркость	27
1.4.5. Малая длительность импульсов	29
1.5. Типы лазеров	30
Задачи	31

Глава 2

Взаимодействие излучения с атомами и ионами	32
2.1. Введение	32
2.2. Основы теории излучения черного тела	32
2.2.1. Моды прямоугольной полости	34
2.2.2. Закон Рэлея–Джинса и формула Планка для теплового излучения	37
2.2.3. Гипотеза Планка и квантование поля	39
2.3. Спонтанное излучение	42
2.3.1. Полуклассический подход	42
2.3.2. Квантово-электродинамический подход	46
2.3.3. Разрешенные и запрещенные переходы	48
2.4. Поглощение и вынужденное излучение	49
2.4.1. Вероятности поглощения и вынужденного излучения	49
2.4.2. Разрешенные и запрещенные переходы	53
2.4.3. Сечение и коэффициенты поглощения и усиления для перехода	54
2.4.4. Термодинамическое описание Эйнштейна	59
2.5. Механизмы уширения линий	61
2.5.1. Однородное уширение	61
2.5.2. Неоднородное уширение	66
2.5.3. Заключение	67
2.6. Безызлучательные переходы и передача энергии	68

2.6.1. Столкновительная дезактивация	69
2.6.2. Передача энергии за счет диполь-дипольного взаимодействия	73
2.6.3. Совместные проявления спонтанных излучательных и безызлучательных процессов	77
2.7. Уровни с вырожденными или сильносвязанными подуровнями	78
2.7.1. Вырожденные подуровни	79
2.7.2. Сильносвязанные подуровни	81
2.8. Насыщение	84
2.8.1. Насыщение поглощения: однородно уширенная линия	84
2.8.2. Насыщение усиления: однородно уширенная линия	87
2.8.3. Неоднородно уширенная линия	89
2.9. Люминесценция в оптически плотной среде	90
2.9.1. Захват излучения	91
2.9.2. Усиленное спонтанное излучение	91
2.10. Заключение	96
<i>Задачи</i>	97
<i>Литература</i>	100

Глава 3

Уровни энергии, излучательные и безызлучательные переходы

в молекулах и полупроводниках	101
3.1. Молекулы	101
3.1.1. Уровни энергии	101
3.1.2. Заселение уровней при тепловом равновесии	106
3.1.3. Вынужденные переходы	107
3.1.4. Излучательные и безызлучательные переходы	111
3.2. Объемные полупроводники	113
3.2.1. Электронные состояния	114
3.2.2. Плотность состояний	118
3.2.3. Заполнение состояний при тепловом равновесии	119
3.2.3.1. Полное тепловое равновесие	119
3.2.3.2. Тепловое равновесие внутри каждой из зон	120
3.2.4. Вынужденные переходы: правила отбора	123
3.2.5. Коэффициенты поглощения и усиления	125
3.2.6. Спонтанное излучение и безызлучательные переходы	132
3.2.7. Заключение	134
3.3. Полупроводниковые квантовые ямы	134
3.3.1. Электронные состояния	135
3.3.2. Плотность состояний	138
3.3.3. Заполнение состояний при тепловом равновесии	140
3.3.4. Вынужденные переходы: правила отбора	142
3.3.5. Коэффициенты поглощения и усиления	143
3.3.6. Напряженные квантовые ямы	147
3.4. Квантовые нити и квантовые точки	148
3.5. Заключение	150
<i>Задачи</i>	151
<i>Литература</i>	152

Глава 4

Распространение лучей и волн в оптических средах	154
4.1. Введение	154
4.2. Матричное представление геометрической оптики	154
4.3. Отражение и пропускание волн на границе раздела диэлектриков	160
4.4. Многослойные диэлектрические покрытия	163
4.5. Интерферометр Фабри–Перо	166
4.5.1. Свойства интерферометра Фабри–Перо	166
4.5.2. Интерферометр Фабри–Перо как спектрометр	169
4.6. Дифракционная оптика в параксиальном приближении	171

4.7. Гауссовы пучки	174
4.7.1. Мода низшего порядка	174
4.7.2. Распространение в свободном пространстве	177
4.7.3. Гауссовы пучки и закон ABCD	180
4.7.4. Моды высоких порядков	182
4.8. Заключение	184
Задачи	184
Литература	186

Глава 5

Пассивные оптические резонаторы	187
5.1. Введение	187
5.1.1. Плоскопараллельный резонатор (или резонатор Фабри–Перо)	188
5.1.2. Концентрический (сферический) резонатор	189
5.1.3. Конфокальный резонатор	189
5.1.4. Сферический резонатор общего вида	190
5.1.5. Кольцевой резонатор	190
5.2. Собственные моды и собственные значения	191
5.3. Время жизни фотона и добротность резонатора	194
5.4. Критерий устойчивости	197
5.5. Устойчивые резонаторы	200
5.5.1. Резонаторы с бесконечно большой апертурой	200
5.5.1.1. Собственные моды	202
5.5.1.2. Собственные значения	205
5.5.1.3. Стоячие и бегущие волны в двухзеркальном резонаторе	207
5.5.2. Влияние конечности размеров апертуры	208
5.5.3. Динамически и механически устойчивые резонаторы	212
5.6. Неустойчивые резонаторы	216
5.6.1. Описание в приближении геометрической оптики	216
5.6.2. Описание с помощью волновой оптики	219
5.6.3. Достоинства и недостатки неустойчивых резонаторов с резкой границей зеркала	223
5.6.4. Неустойчивые резонаторы с зеркалом с переменным коэффициентом отражения	224
5.7. Заключение	228
Задачи	228
Литература	231

Глава 6

Процессы накачки	233
6.1. Введение	233
6.2. Оптическая накачка некогерентным источником света	237
6.2.1. Системы накачки	237
6.2.2. Поглощение излучения накачки	240
6.2.3. Эффективность и скорость накачки	242
6.3. Накачка лазерным излучением	244
6.3.1. Излучатели систем накачки на основе диодных лазеров	247
6.3.2. Системы передачи излучения накачки	249
6.3.2.1. Продольная накачка	249
6.3.2.2. Поперечная накачка	255
6.3.3. Скорость и эффективность накачки	257
6.3.4. Пороговая мощность накачки для четырехуровневого и квазиротационного лазеров	260
6.3.5. Сравнение накачки излучением диодного лазера и ламповой накачки	262
6.4. Накачка в электрическом разряде	265
6.4.1. Возбуждение электронным ударом	268

6.4.1.1. Поперечное сечение возбуждения электронным ударом	269
6.4.2. Тепловая скорость и скорость дрейфа	273
6.4.3. Распределение электронов по энергиям	275
6.4.4. Уравнение ионизационного баланса	278
6.4.5. Законы подобия для электроразрядных лазеров	280
6.4.6. Скорость и эффективность накачки	281
6.5. Заключение	284
Задачи	284
Литература	288

Глава 7

Непрерывный режим работы лазера	290
7.1. Введение	290
7.2. Скоростные уравнения	290
7.2.1. Четырехуровневый лазер	291
7.2.2. Квazitрехуровневый лазер	298
7.3. Пороговые условия и выходная мощность: четырёхуровневый лазер	300
7.3.1. Пространственно-независимая модель	300
7.3.2. Пространственно-зависимая модель	308
7.4. Пороговые условия и выходная мощность: квazitрехуровневый лазер	317
7.4.1. Пространственно-независимая модель	317
7.4.2. Пространственно-зависимая модель	319
7.5. Оптимальная связь на выходе лазера	322
7.6. Перестройка частоты генерации лазера	324
7.7. Причины возникновения многомодовой генерации	327
7.8. Одномодовый режим генерации	330
7.8.1. Селекция отдельной поперечной моды	330
7.8.2. Селекция отдельной продольной моды	331
7.8.2.1. Эталон Фабри–Перо как оптический элемент для селекции мод	332
7.8.2.2. Селекция продольных мод с помощью однонаправленных кольцевых резонаторов	335
7.9. Затягивание частоты и предел монохроматичности	339
7.10. Флуктуации частоты генерации и стабилизация частоты лазера	342
7.11. Шум интенсивности излучения и методы его уменьшения	347
7.12. Заключение	350
Задачи	351
Литература	355

Глава 8

Нестационарный режим работы лазера	357
8.1. Введение	357
8.2. Релаксационные колебания	357
8.2.1. Линеаризованный анализ	359
8.3. Динамическая неустойчивость и пульсации в лазерах	362
8.4. Модуляция добротности	364
8.4.1. Динамика процесса модуляции добротности	364
8.4.2. Методы модуляции добротности	367
8.4.2.1. Электрооптические модуляторы	367
8.4.2.2. Вращающаяся призма (механические модуляторы добротности)	369
8.4.2.3. Акустооптические модуляторы добротности	370
8.4.2.4. Модулятор добротности на основе насыщающегося поглотителя	372
8.4.3. Режимы работы	375
8.4.4. Теория активной модуляции добротности	376

8.5. Модуляция усиления	385
8.6. Синхронизация мод	386
8.6.1. Описание в пространстве частот	388
8.6.2. Описание в представлении временной области	392
8.6.3. Методы синхронизации мод	395
8.6.3.1. Активная синхронизация мод	395
8.6.3.2. Пассивная синхронизация мод	400
8.6.4. Роль дисперсии резонатора в фемтосекундных лазерах с синхронизацией мод	407
8.6.4.1. Фазовая скорость, групповая скорость и дисперсия групповой задержки	408
8.6.4.2. Ограничение на длительность импульса вследствие дисперсии групповой задержки	410
8.6.4.3. Компенсация дисперсии	412
8.6.4.4. Синхронизация мод солитонного типа	414
8.6.5. Режимы синхронизации мод и системы синхронизации мод	416
8.7. Разгрузка резонатора	421
8.8. Заключение	424
Задачи	424
Литература	427

Глава 9

Твердотельные лазеры, лазеры на красителях

и полупроводниковые лазеры	429
9.1. Введение	429
9.2. Твердотельные лазеры	429
9.2.1. Рубиновый лазер	432
9.2.2. Неодимовые лазеры	435
9.2.2.1. Nd:YAG лазер	435
9.2.2.2. Стекло с неодимом	439
9.2.2.3. Другие кристаллические матрицы	440
9.2.3. Yb:YAG лазер	441
9.2.3.1. Мощные лазеры на тонких дисках	443
9.2.4. Er:YAG и Yb:Er лазеры	446
9.2.5. Tm:Ho:YAG лазер	448
9.2.6. Волоконные лазеры	450
9.2.6.1. Волоконные лазеры высокой мощности	453
9.2.7. Лазер на александрите	457
9.2.8. Лазер на титан-сапфире	460
9.2.9. Cr:LiSAF и Cr:LiCAF лазеры	462
9.3. Лазеры на красителях	464
9.3.1. Фотофизические свойства органических красителей	465
9.3.2. Характеристики лазеров на красителях	469
9.4. Полупроводниковые лазеры	473
9.4.1. Принцип работы полупроводниковых лазеров	474
9.4.2. Лазер на гомопереходе	476
9.4.3. Лазеры на двойном гетеропереходе	478
9.4.4. Полупроводниковые лазеры на квантовых ямах	483
9.4.5. Лазерные приборы и их характеристики	487
9.4.6. Лазеры с распределенной обратной связью и лазеры с распределенным брэгговским отражением	491
9.4.7. Лазеры поверхностного излучения с вертикальным резонатором	495
9.4.8. Квантово-каскадные лазеры	497
9.4.9. Применение полупроводниковых лазеров	501
9.5. Заключение	504
Задачи	504
Литература	507

Глава 10

Газовые, химические лазеры, лазеры на свободных электронах

и рентгеновские лазеры	510
10.1. Введение	510
10.2. Газовые лазеры	510
10.2.1. Лазеры на нейтральных атомах	512
10.2.1.1. Гелий-неоновый лазер	512
10.2.1.2. Лазеры на парах меди	517
10.2.2. Ионные лазеры	519
10.2.2.1. Аргоновый лазер	520
10.2.2.2. He-Cd лазер	523
10.2.3. Молекулярные газовые лазеры	524
10.2.3.1. CO ₂ лазер	525
10.2.3.2. CO лазер	537
10.2.3.3. Азотный лазер	539
10.2.3.4. Эксимерные лазеры	541
10.3. Химические лазеры	544
10.3.1. Лазер на HF	545
10.4. Лазеры на свободных электронах	549
10.5. Рентгеновские лазеры	553
10.6. Заключение	556
Задачи	556
Литература	558

Глава 11

Свойства лазерных пучков	560
11.1. Введение	560
11.2. Монохроматичность	560
11.3. Когерентность первого порядка	562
11.3.1. Степень пространственной и временной когерентности	562
11.3.2. Измерение пространственной и временной когерентности	565
11.3.3. Соотношение между временной когерентностью и монохроматичностью	569
11.3.4. Нестационарные пучки	571
11.3.5. Пространственная и временная когерентность одномодовых и многомодовых лазеров	572
11.3.6. Пространственная и временная когерентность тепловых источников света	574
11.4. Направленность	575
11.4.1. Пучки с полной пространственной когерентностью	576
11.4.2. Пучки с частичной пространственной когерентностью	578
11.4.3. M ₂ -фактор и параметр размера пятна многомодового лазерного пучка	579
11.5. Лазерная спекл-картина	582
11.6. Яркость	586
11.7. Статистические свойства лазерного излучения и излучения тепловых источников	587
11.8. Сравнение лазерного и теплового излучений	589
Задачи	592
Литература	593

Глава 12

Преобразование лазерного пучка: распространение, усиление,

преобразование частоты, сжатие и расширение импульса	594
12.1. Введение	594
12.2. Преобразование в пространстве: распространение многомодового лазерного пучка	595
12.3. Преобразование амплитуды: лазерное усиление	597
12.3.1. Примеры лазерных усилителей: усиление с линейной частотной модуляцией	603

12.4. Преобразование частоты: генерация второй гармоники и параметрическая генерация	608
12.4.1. Физическая картина	608
12.4.1.1. Генерация второй гармоники	609
12.4.1.2. Параметрическая генерация	617
12.4.2. Аналитическое рассмотрение	619
12.4.2.1. Параметрическая генерация	621
12.4.2.2. Генерация второй гармоники	626
12.5. Преобразование во времени: сжатие и расширение импульса	629
12.5.1. Сжатие импульса	630
12.5.2. Расширение импульса	636
12.6. Преобразование ширины полосы и частотная метрология с помощью фемтосекундных лазерных импульсов	638
12.7. Генерация гармоник более высокого порядка и аттосекундных импульсов	642
12.7.1. Модель генерации высоких гармоник на основе трех стадий возвратного столкновения	643
12.7.2. Фазовое согласование при генерации гармоник более высокого порядка	645
12.7.3. Генерация аттосекундных импульсов	647
Задачи	649
Литература	651
 <i>Приложение А</i>	
Полуклассическая теория взаимодействия излучения с веществом	654
 <i>Приложение Б</i>	
Расчет формы линии при столкновительном уширении	659
 <i>Приложение В</i>	
Упрощенное описание усиленного спонтанного излучения	662
Литература	664
 <i>Приложение Г</i>	
Вычисление вероятностей излучательных переходов в молекулах	665
 <i>Приложение Д</i>	
Пространственно-зависимые скоростные уравнения	668
Д.1. Четырехуровневый лазер	668
Д.2. Квазитрехуровневый лазер	673
 <i>Приложение Е</i>	
Теория синхронизации мод в случае однородного уширения линии	676
Е.1. Активная синхронизация мод	676
Е.2. Пассивная синхронизация мод	680
Литература	681
 <i>Приложение Ж</i>	
Распространение импульса лазерного излучения в диспергирующей среде и в усиливающей среде	682
Литература	686
 <i>Приложение З</i>	
Когерентность высших порядков	687
 <i>Приложение И</i>	
Физические константы и полезные соотношения	689
Решения некоторых задач	690
Предметный указатель	703

Орацио ЗВЕТТО
ПРИНЦИПЫ ЛАЗЕРОВ

Издание четвертое

Генеральный директор *А. Л. Кноп*
Директор издательства *О. В. Смирнова*
Художественный редактор *С. Ю. Малахов*
Технический редактор *Н. В. Лозовская*
Редактор *Н. М. Баскакова*
Корректоры *В. О. Логунова, А. Н. Терентьева*
Подготовка иллюстраций *Н. А. Платонова*
Выпускающие *Н. К. Белякова, О. В. Шилкова*

ЛР № 065466 от 21.10.97

Гигиенический сертификат 78.01.07.953.П.004173.04.07
от 26.04.2007 г., выдан ЦГСЭН в СПб

Издательство «ЛАНЬ»

lan@lpbl.spb.ru
www.lanbook.com

192029, Санкт-Петербург, Общественный пер., 5.

Тел./факс: (812)567-29-35, 567-05-97, 567-92-72

Книги издательства «Лань»

можно приобрести в оптовых книоторговых организациях:

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ. ООО «Лань-Трейд»

192029, Санкт-Петербург, ул. Крупской, 13,

тел./факс: (812)567-54-93,

тел.: (812)567-85-78, (812)567-14-45, 567-85-82, 567-85-91;

trade@lanpbl.spb.ru

www.lanpbl.spb.ru/price.htm

МОСКВА. ООО «Лань-пресс»

109263, Москва, 7-я ул. Текстильщиков, 6/19,

тел.: (495)178-65-85; (495)740-43-16;

lanpress@ultimanet.ru; lanpress@yandex.ru

КРАСНОДАР. ООО «Лань-Юг»

350072, Краснодар, ул. Жлобы, 1/1, тел.: (861)274-10-35;

lankrd98@mail.ru

Сдано в набор 02.11.07. Подписано в печать 10.09.08.
Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Формат 70×100 ¹/₁₆.
Печать офсетная. Усл. п. л. 58,50. Тираж 1500 экз.

Заказ № 4810.

Отпечатано в полном соответствии с качеством
предоставленных материалов в ОАО «Дом печати — ВЯТКА»
610033, г. Киров, ул. Московская, 122