ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Կարեն Մովսիսյան, Վահե Թադևոսյան,
Դավիթ Բաղդասարյան

ԽՆԴԻՐՆԵՐ ՌԱԴԻՈՏԵԽՆԻԿԱՅԻ ՏԵՍԱԿԱՆ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԻՑ
(գծային շղթաներ)

Ուսումնական ձեռնարկ

ԵՐԵՎԱՆ
ԵՊՀ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ
2022

ՀՏԴ 621.37(076.1)
ԳՄԴ 32.84g7
Մ 917

Հրատարակության է երաշխավորել
ԵՊՀ ռադիոֆիզիկայի ֆակուլտետի խորհուրդը:

Գիրքը նվիրվում է Կ. Մ. Մովսիսյանի 80-ամյակին:

Գրախոս՝

ԵՊՀ ռադիոֆիզիկայի ֆակուլտետի հեռահաղորդականության և ազդանշանների մշակման ամբիոնի վարիչ, տ.գ.թ., **դոցենտ Հ. Ս. Հարոյան**

Խմբագիր՝

ԵՊՀ ռադիոֆիզիկայի և էլեկտրոնիկայի ամբիոնի վարիչ, ֆ.մ.գ.թ., **դոցենտ Ա. Հ. Մակարյան**

Մովսիսյան Կ. Մ., Թաղևոսյան Վ. Ռ., Բաղդասարյան Դ. Հ.
Մ 917 Խնդիրներ ռադիոտեխնիկայի տեսական հիմունքներից (գծային շղթաներ)/ Կ. Մ. Մովսիսյան, Վ. Ռ. Թաղևոսյան, Դ. Հ. Բաղդասարյան: -Եր.: ԵՊՀ հրատ., 2022, 186 էջ:

Ձեռնարկը պարունակում է 265 խնդիրներ, որոնց մի մասն ունեն լուծումներ և ցուցումներ: Ձեռնարկը համալրված է տեսական նյութով, որը բավարար է ընդգրկված խնդիրները լուծելուն:

Ձեռնարկը նախատեսված է ռադիոֆիզիկայի և ֆիզիկայի ֆակուլտետների ուսանողների համար: Այն կարող են գործածել նաև այլ ԲՈՒՀ-երի ուսանողները «Ռադիոտեխնիկա և տեսական էլեկտրատեխնիկա» առարկայի ուսումնասիրման ընթացքում:

ՀՏԴ 621.37(076.1)
ԳՄԴ 32.84g7

ISBN 978-5-8084-2558-3

Առաջաբան

Ձեռնարկը Կ. Մ. Մովսիսյանի կողմից հեղինակած և 1990 թվականին հրատարակված «Խնդիրներ ռադիոտեխնիկայի տեսական հիմունքներից» խնդրագրքի բարելավված տարբերակն է: Այս խնդրագրքում ավելացվել է ևս 65 խնդիր, իսկ բոլոր բաժինները լրացվել են տեսական տեղատվական նյութերով և անհրաժեշտ բանաձևերով, որոնք նպաստում են ընդգրկված խնդիրների լուծմանը: Այս փոփոխություններով խնդրագրքի ծավալը 70 էջից դարձել է 186 էջ: Ձեռնարկում ընդգրկված 265 խնդիրներից 85-ն ունեն լուծումներ (դրանք նշված են <<•>> նշանով), իսկ 30-ը՝ ցուցումներ:

Ձեռնարկը նախատեսված է ռադիոֆիզիկայի և ֆիզիկայի ֆակուլտետների ուսանողների համար:

Այն կարող են գործածել նաև Ճարտարագիտական համալսարանի ուսանողները «Ռադիոտեխնիկա և տեսական էլեկտրատեխնիկա» առարկայի ուսումնասիրման ընթացքում:

Բովանդակություն

§1. Ռադիոտեխնիկական տարրեր և շղթաներ: Գծային շղթայի դիֆերենցիալ հավասարումները: Փոփոխական հոսանք: Կիրխհոֆի օրենքները փոփոխական հոսանքի բարդ շղթաների համար

Հիմնական հասկացություններ և բանաձևեր

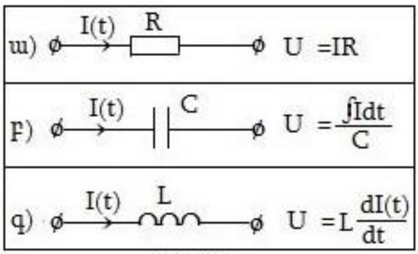
1.1. Ռադիոտեխնիկական համակարգերի հիմնական տարրերը

1.Օհմական դիմադրություն կամ ռեզիստոր՝ Նկ. 1.1ա:

2. Ունակային դիմադրություն կամ կոնդենսատոր՝ Նկ. 1.1բ:

3. Ինդուկտիվ դիմադրություն կամ ինդուկտիվ կոճ՝ Նկ. 1.1գ:

Նկ. 1.1-ում ցույց է տրված այդ տարրերի վրա լարման անկումները:



Նկ.1.1

- Ռադիոտեխնիկական գծային համակարգերի դեպքում օհմական դիմադրությունները համարվում են հաստատուն, այսինքն՝ դրանց վոլտ-ամպերային բնութագիծն ուղիղ գիծ է:

Օհմական R դիմադրությունով թե՛ հաստատուն, թե՛ փոփոխական հոսանք անցնելիս էլեկտրական էներգիան անվերադարձորեն փոխակերպվում է ջերմության, և դրան անվանում են ակտիվ դիմադրություն կամ ռեզիստոր:

Ակտիվ դիմադրությունը սովորաբար հաղորդալարից է և, հետևաբար, օժտված է ինդուկտիվությամբ ու ունակությամբ:

Սրա շնորհիվ ակտիվ դիմադրությունը փոփոխական հոսանքի շղթայում օժտված կլինի նաև ինդուկտիվ և ունակային դիմադրություններով (ռեակտիվ դիմադրությամբ)։ Սակայն ռեզիստորում ռեակտիվ բաղադրիչները շատ փոքր են ակտիվի նկատմամբ և անտեսվում են։

- **Իդեալական կոնդենսատորի դիմադրությունը՝**

$$X_C = \frac{1}{\omega C}, \tag{1.1}$$

որտեղ C-ն կոնդենսատորի էլեկտրաունակությունն է, իսկ ω-ն՝ հոսանքի անկյունային հաճախությունը։ Իրականում կոնդենսատորներն օժտված են նաև օհմական և ինդուկտիվ դիմադրություններով, սակայն դրանց առկայության մասին նշվելու է միայն անհրաժեշտության դեպքում։ Ունակային դիմադրությունը ռեակտիվ դիմադրություն է, քանի որ դրա շնորհիվ էլեկտրական էներգիայի անվերադարձ կորուստ տեղի չի ունենում։

- **Իդեալական ինդուկտիվ կոճի դիմադրությունը՝**

$$X_L = \omega L, \tag{1.2}$$

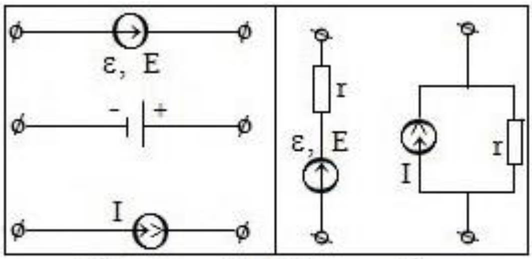
որտեղ L-ը կոճի ինդուկտիվությունն է, իսկ ω-ն՝ հոսանքի անկյունային հաճախությունը։

Ինդուկտիվ դիմադրությունն ևս ռեակտիվ դիմադրություն է։ Իրական կոճերն օժտված են նաև օհմական և ունակային դիմադրություններով, որոնց առկայության մասին կնշվի միայն անհրաժեշտության դեպքում։

Ռադիոտեխնիկական գծային համակարգերի դեպքում համարվում է, որ շղթայի տարրերի դիմադրությունները կախված չեն նրանց վրա կիրառված լարումից կամ նրանցով անցնող հոսանքի ուժից։ Սա նշանակում է, որ դրանց $I = f(U)$ վոլտ-ամպերային բնութագիծն ուղիղ գիծ է։

1.2. Հաստատուն լարման և հոսանքի աղբյուրներ

Հաստատուն հոսանքի և լարման աղբյուրների նշանակումները բերված են Նկ. 1.2-ում, որտեղ հաստատուն լարման աղբյուրների վրա գրված է ε կամ E տառը, իսկ հաստատուն հոսանքի աղբյուրների վրա՝ I տառը: Հաստատուն հոսանքի



Նկ.1.2

աղբյուրների ներքին դիմադրությունը շատ անգամ մեծ է լինում արտաքին շղթայի դիմադրությունից, իսկ հաստատուն լարման աղբյուրների ներքին դիմադրությունը՝ շատ անգամ փոքր արտաքին շղթայի դիմադրությունից:

1.3. Գծային շղթայի դիֆերենցիալ հավասարումները

- **Հաստատուն պարամետրերով շղթաներ.**

Այս շղթաները նկարագրվում են հաստատուն գործակիցներով գծային դիֆերենցիալ հավասարումներով՝

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = f(t): \qquad (1.3)$$

Ռադիոտեխնիկական շղթայում y-ը հոսանքն է կամ լարումը, հետևաբար $f(t)$-ն կա՛մ արտաքին ԷլՇՈւ-ն է, կա՛մ դրանից կախված ֆունկցիան: Այդպիսի հավասարում հնարավոր է կազմել կամայական գծային էլեկտրական շղթայի համար:

Առանց աջ մասի ($f(t) = 0$, ազատ ընթացք) (1.3) գծային դիֆերենցիալ հավասարման լուծումն ունի հետևյալ տեսքը՝

$$I = \sum_{k=1}^{n} c_k e^{\gamma_k t}, \tag{1.4}$$

որտեղ γ_k–երը տվյալ դիֆերենցիալ հավասարման բնութագրական հավասարման արմատներն են՝

$$a_n \gamma^n + a_{n-1}\gamma^{n-1} + \cdots + a_1\gamma + a_0 = 0: \tag{1.5}$$

Հաստատուն պարամետրերով գծային շղթաների դեպքում, եթե (1.3) հավասարման աջ մասը ω հաճախությամբ սինուսոիդային (հարմոնիկ) ֆունկցիա է, ապա $y(t)$-ն ևս կլինի ω հաճախությամբ սինուսոիդային ֆունկցիա:

1.4. Կիրխհոֆի օրենքները փոփոխական հոսանքի բարդ շղթաների համար

- Կիրխհոֆի առաջին օրենքը՝ $\sum_k i_k = 0$, որտեղ k-ն ճյուղերի համարներն է, որոնք միացած են տվյալ հանգույցին:
- Կիրխհոֆի 2-րդ օրենքը բարդ շղթայի n տեղամասից կազմված կոնտուրի համար՝

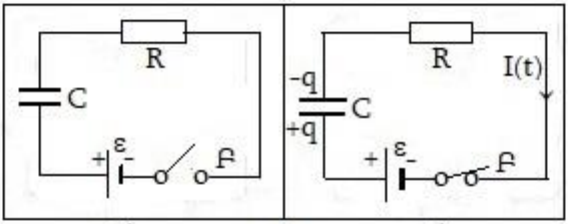
$$\sum_{k=1}^{n} \left[L_k \frac{\mathrm{di_k}}{\mathrm{dt}} + R_k \mathrm{i_k} + \frac{1}{C_k} \int \mathrm{i_k} dt + A_k \right] = \sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k, \tag{1.6}$$

որտեղ R_k-ն, L_k-ն և C_k-ն այդ կոնտուրի k-րդ տեղամասի համարժեք ակտիվ դիմադրությունը, ինդուկտիվությունը և ունակությունն են, իսկ ε_k-ն՝ այդ տեղամասի ընդհանուր ԷլՇՈւ-ն: Ածանցելով (1.6)-ը՝ կստանանք

$$\sum_{k=1}^{n} \left[L_k \frac{\mathrm{d^2 i_k}}{\mathrm{d}t^2} + R_k \frac{\mathrm{di_k}}{dt} + \frac{1}{C_k} i_k \right] = \sum_{k=1}^{n} \frac{d\varepsilon_k}{dt}: \tag{1.7}$$

1.5. Պարզագույն շղթաների հավասարումները

ա) C ունակությամբ կոնդենսատորը լիցքավորվում է R դիմադրության միջոցով (Նկ. 1.3):



ա) Նկ.1.3 բ)

• **Դիֆերենցիալ հավասարումը.**

$$IR + \frac{1}{C}\int Idt = \varepsilon, \qquad (1.8)$$

որտեղից հետևում է, որ $I(0) = \varepsilon/R$:

• **Հոսանքի կախումը ժամանակից.**

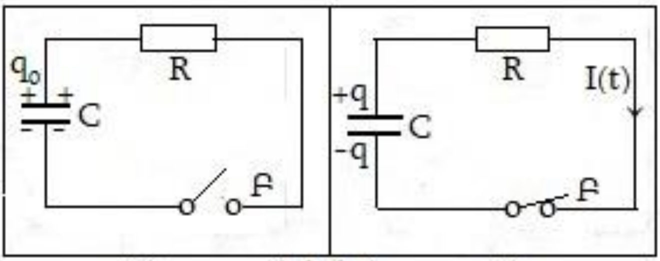
$$I = I_0 e^{-t/(RC)}: \qquad (1.9)$$

• **Լարումը կոնդենսատորի վրա.**

$$U_C = \varepsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \qquad (1.10)$$

որտեղ $\tau = RC$-ն կոչվում է շղթայի ժամանակի հաստատուն:

բ) C ունակություն և q_0 լիցք ունեցող կոնդենսատորը միացվում է R դիմադրությանը (Նկ. 1.4):



ա) Նկ.1.4 բ)

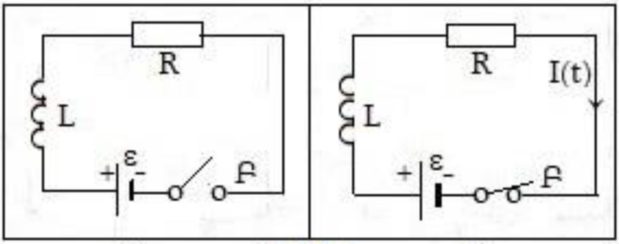
• **Դիֆերենցիալ հավասարումը.**

$$IR+\frac{q}{C}=0 \quad \text{կամ} \quad R\frac{dI}{dt}+\frac{I}{C}=0: \qquad (1.11)$$

• **Լիցքի և հոսանքի կախումը ժամանակից**

$$q=q_0e^{-t/\tau}; \quad I=\frac{q_0}{\tau}e^{-t/\tau}: \qquad (1.12)$$

գ) L ինդուկտիվության կոճը R դիմադրության միջոցով միացվում է հոսանքի աղբյուրին (Նկ. 1.5):



ա) Նկ.1.5 բ)

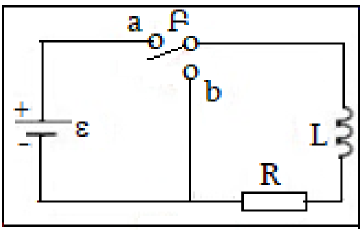
• **Դիֆերենցիալ հավասարումը.**

$$L\frac{dI}{dt}+IR=\varepsilon: \qquad (1.13)$$

• **Հոսանքի կախումը ժամանակից.**

$$I_L=\frac{\varepsilon}{R}\left(1-e^{-t/\tau}\right), \qquad (1.14)$$

որտեղ $\tau=L/R$-ը՝ շղթայի ժամանակի հաստատունն է: L ինդուկտիվության հոսանքակիր կոճը միացվում է R դիմադրությանը (Նկ. 1.6, Բ բանալին a դիրքից տեղափոխվում է b դիրք):



Նկ.1.6

• **Դիֆերենցիալ հավասարումը.**

$$L\frac{dI}{dt}+IR=0: \quad (1.15)$$

• **Հոսանքի կախումը ժամանակից.**

$$I_L = I_0\left(1-e^{-t/\tau}\right)=\frac{\varepsilon}{R}\left(1-e^{-t/\tau}\right): \quad (1.16)$$

1.6. Փոփոխական հոսանք: Փոփոխական լարման և հոսանքի աղբյուրներ

Ցանկացած հոսանք, որը ժամանակի ընթացքում փոփոխվում է՝ $\boldsymbol{I}=\boldsymbol{I}(\boldsymbol{t})$, կոչվում է փոփոխական հոսանք:

• **Պարբերական հոսանք.**

$$I(t)=I(t+T)=I(t+2T)=\cdots=I(t+nT): \quad (1.17)$$

որտեղ $T=const$-ը կրկնման պարբերությունն է, իսկ

$f=\frac{1}{T}$–ն՝ հաճախությունը, իսկ $n1, 2,\ 3\ldots$:

• **Սինուսոիդային հոսանքներ**

Սինուսոիդային (ներդաշնակ) հոսանքի ուժի կախումը ժամանակից ունի հետևյալ տեսքը՝

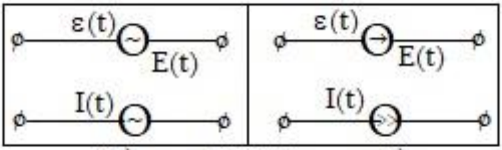
$$I(t)=I_0\sin(\omega t+\varphi_0), \quad (1.18)$$

որտեղ φ_0-ն հոսանքի տատանման սկզբնական փուլն է, իսկ $\omega=2\pi f$-ն ցիկլային (շրջանային) հաճախությունը: Գծային էլեկտրական շղթայում հոսանքը կլինիսինուսոիդային, եթե աղբյուրի ԷլՇՈւ-ն ժամանակից կախված փոփոխվի սինուսոիդային օրենքով՝

$$\varepsilon=\varepsilon_0\sin(\omega t+\varphi_1), \quad (1.19)$$

որտեղ ε_0-ն ԷլՇՈւ-ի տատանման լայնույթն է, իսկ φ_1-ը՝ նրա սկզբնական փուլը:

Փոփոխական լարման և հոսանքի աղբյուրների նշանակումները բերված են Նկ. 1.7-ում: Նկ. 1.7բ-ն համընկնում է հաստատուն լարման և հոսանքի նշանակման հետ, սակայն նշվում է, որ դրանք կախված են ժամանակից:



ա) Նկ.1.7 բ)

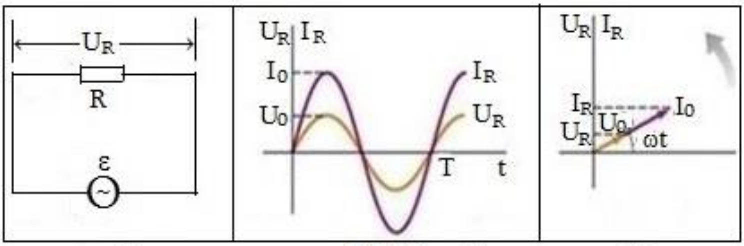
Մեր կողմից ուսումնասիրվող փոփոխական հոսանքները հիմնականում հանդիսանում են քվազիհաստատուն (հոսանքի ակնթարթային արժեքները շղթայի տվյալ տեղամասի բոլոր կետերում նույնն է), հետևաբար դրանց ակնթարթային արժեքների համար կարելի է գրել Օհմի օրենքը և կազմել Կիրխհոֆի հավասարումները:

ա) Ակտիվ դիմադրությունը փոփոխական հոսանքի շղթայում: Հոսանքի և լարման գործող արժեքներ

$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$ փոփոխական ԷլՇՈւ-ն միացվել է R ակտիվ դիմադրությունը (Նկ. 1.8ա):

• Ըստ Կիրխհոֆի երկրորդ օրենքի՝

$$I(t) = \frac{U(t)}{R} = \frac{\varepsilon_0 sin\omega t}{R} = I_0 sin\omega t, \qquad (1.20)$$



ա) Նկ.1.8 բ) գ)

որտեղ $I_0 = \frac{\varepsilon_0}{R}$ -ն հոսանքի լայնութային արժեքն է:

Միայն ակտիվ դիմադրություն պարունակող փոփոխական հոսանքի շղթայում հոսանքը և լարման անկումը փոփոխվում են ԷլՇՈւ-ի հաճախությամբ՝ միևնույն սկզբնական փուլով (Նկ. 1.8բ): Իսկ Նկ. 1.8գ-ում հոսանքի և լարման կախվածությունները դիտված են որպես ω անկյունային արագությամբ պտտվող վեկտորներ:

• **Փոփոխական հոսանքի, լարման կամ ԷլՇՈւ-ի գործող արժեքները.**

$$I_q = \frac{I_0}{\sqrt{2}}; \qquad U_q = \frac{U_0}{\sqrt{2}}; \qquad \varepsilon_q = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}}: \tag{1.21}$$

• **Աղբյուրի ծախսած միջին հզորությունը մեկ պարբերության ընթացքում.**

$$\overline{P}_R(t) = I_q U_q \neq 0: \tag{1.22}$$

բ) Կոնդեսատորը փոփոխական հոսանքի շղթայում

$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$ փոփոխական ԷլՇՈւ-ն միացվել է C ունակությամբ կոնդենսատորը (Նկ. 1.9ա):

• Կիրխհոֆի II օրենքն այդ շղթայի համար՝

$U_C = \frac{q}{C} = \varepsilon_0 \sin \omega t$, որտեղից՝

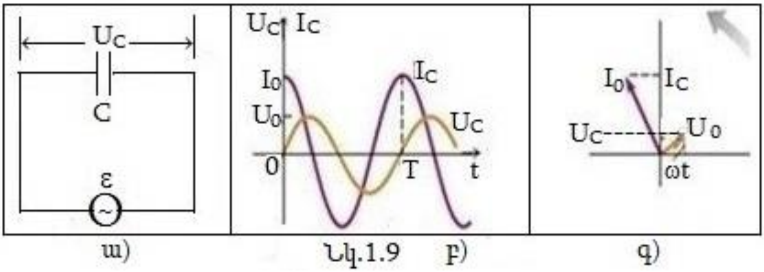
$$I = \frac{dq}{dt} = \varepsilon_0 C\omega cos\omega t = \frac{\varepsilon_0}{X_c} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right): \tag{1.23}$$

Հոսանքը փոփոխվում է հարմոնիկ օրենքով՝ նույն ω հաճախությամբ և $I_0 = \varepsilon_0 C\omega = \frac{\varepsilon_0}{X_c}$ լայնույթով, որտեղ $X_c = \frac{\varepsilon_0}{I_0} = \frac{1}{\omega C}$ -ն ունակային դիմադրությունն է (հաստատուն հոսանքի դեպքում $\omega = 0$ և $X_c \to \infty$):

I_0-ն բաժանելով $\sqrt{2}$-ի վրա, գործող արժեքի համար կունենանք՝

$$I_q = \frac{\varepsilon_q}{X_c}: \tag{1.24}$$

(1.23)-ից հետևում է, որ կոնդենսատորի հոսանքը $\pi/2$ փուլով առաջ է ընկած U_c լարումից (Նկ. 1.9բ, գ):



Նկ.1.9

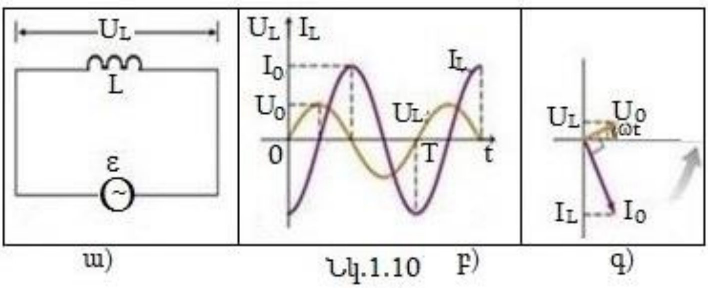
Աղբյուրի ծախսած միջին հզորությունը մեկ պարբերության ընթացքում հավասար է զրոյի՝ $\overline{P}_c(t) = 0$: Սա նշանակում է, որ միայն ունակային դիմադրության առկայության դեպքում, աղբյուրի ծախսած էներգիան գնում է կոնդենսատորում էլեկտրական դաշտ ստեղծելու վրա և լրիվ վերադառնում է աղբյուրին, երբ կոնդենսատորի էլեկտրական դաշտը վերանում է: Այդ պատճառով ունակային դիմադրությանն անվանում են ռեակտիվ դիմադրություն:

գ) Ինդուկտիվ կոճը փոփոխական հոսանքի շղթայում

$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$ փոփոխական էլՇՈւ-ն միացվում է L ինդուկտիվությամբ կոճին (Նկ. 1.10ա):

- Կիրխհոֆի II օրենքն այդ շղթայի համար.

$$L\frac{dI}{dt} = \varepsilon_0 \sin \omega t: \tag{1.25}$$



Նկ.1.10

(1.27)-ից ստացվում է շղթայով անցնող $I(t)$ հոսանքը՝

$$(t) = \frac{\varepsilon_0}{L}\int sin\omega t dt = -\frac{\varepsilon_0}{L\omega}cos\omega t = I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \qquad (1.26)$$

որտեղ $I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\omega L} = \frac{\varepsilon_0}{X_L}$: $X_L = \omega L = \frac{\varepsilon_0}{I_0}$-ն դիմադրություն է և կոչվում է ինդուկտիվ դիմադրություն (հաստատուն հոսանքի դեպքում $\omega = 0\,, X_L = 0$): Ինչպես հետևում է (1.26) արտահայտությունից, հոսանքը կոճում $\pi/2$ փուլով ետ է ընկած կոճի վրա լարման անկումից (Նկ. 1.10բ, գ):

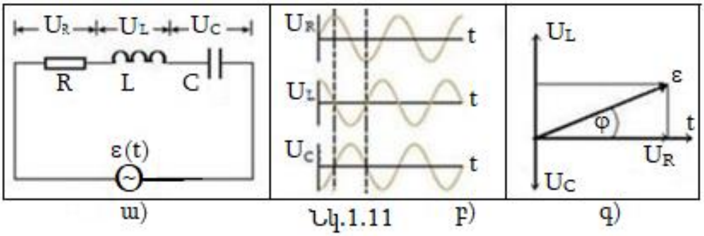
• Աղբյուրի ծախսած միջին հզորությունը մեկ պարբերության ընթացքում՝ $\overline{P}_L = 0$: Սա նշանակում է, որ միայն ինդուկտիվ դիմադրության առկայության դեպքում, աղբյուրի ծախսած էներգիան գնում է կոճում մագնիսական դաշտ ստեղծելու վրա և այդ դաշտի էներգիան լրիվ վերադառնում է աղբյուրին, երբ կոճի մագնիսական դաշտը վերանում է: Այսինքն՝ ինդուկտիվ դիմադրությունն ևս ռեակտիվ դիմադրություն է:

դ) Օհմի օրենքը փոփոխական հոսանքի համար

Պարզության համար ենթադրենք, որ շղթայի ամբողջ ակտիվ դիմադրությունը կենտրոնացված է R դիմադրությամբ ռեզիստորում, ունակությունը՝ C ունակությամբ կոնդենսատորում, իսկ ինդուկտիվությունը՝ L ինդուկտիվությամբ կոճում: Այս դեպքում փոփոխական հոսանքի չճյուղավորված շղթայի սխեման կարելի է ներկայացնել Նկ. 1.11 ա-ում պատկերված տեսքով: Այդ տարրերի վրա լարման անկումների կախվածությունը ժամանակից բերված է Նկ. 1.11 բ-ում:

• **Կիրխհոֆի II օրենքը Նկ. 1.11 ա-ի շղթայի համար.**

$$\frac{q}{C} + L\frac{dI}{dt} + IR = \varepsilon_0 sin\omega t: \qquad (1.28)$$



Նկ.1.11

• **Նկ. 1.11 ա. Շղթայի հոսանքի համար դիֆերենցիալ հավասարումը.**

$$L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}I = \varepsilon_0\omega\, cos\omega t: \qquad (1.29)$$

Այս դիֆերենցիալ հավասարման համասեռ մասը նկարագրում է մարող տատանումներ և նրա ընդհանուր լուծումը ժամանակի ընթացքում ձգտում է զրոյի: Ուստի անցումային ընթաքի ավարտից հետո (1.29) հավասարման լուծումը կարելի է ներկայացնել միայն մասնակի լուծման տեսքով՝

$$I = A_1 sin\omega t + A_2 cos\omega t: \qquad (1.30)$$

Ընտրելով A_1 և A_2 գործակիցներն այնպես, որ (1.30)-ը բավարարի (1.29) հավասարմանը, կունենանք՝

$$I = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2+(\omega L-1/\omega C)^2}}\cos(\omega t-\varphi), \qquad (1.31)$$

որտեղ՝

$$tg\varphi = \frac{\omega L-1/\omega C}{R}: \qquad (1.32)$$

(1.31)-ը Օհմի օրենքն է փոփոխական հոսանքի համար:

Այսպիսով, մեկից ավելի գծային տարրեր պարունակող շղթայում ևս հոսանքը փոփոխվում է նույն ω հաճախությամբ, ինչ որ ԷլՇՈւ-ն, սակայն φ փուլով շեղված է ԷլՇՈւ-ի նկատմամբ, որը որոշվում է (1.32) պայմանից: Երբ $\omega L > \frac{1}{\omega C}$, ապա հոսանքը φ-ով ետ է ընկած, իսկ $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ -ի դեպքում՝ φ-ով առաջ է ընկած ԷլՇՈւ-ի փուլից: Հոսանքի լայնութային արժեքը որոշվում է հետևյալ արտահայտությամբ՝

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2+(\omega L-1/\omega C)^2}}: \qquad (1.33)$$

$Z = \sqrt{R^2+(\omega L-1/\omega C)^2}$ մեծությանն անվանում են շղթայի լրիվ դիմադրություն կամ իմպենդանս:

Եթե $U_R(t)$, $U_L(t)$, $U_C(t)$, $\varepsilon(t)$ և I(t) մեծությունները ներկայացնենք պտտվող վեկտորների տեսքով և հաշվի առնենք նրանց միջև փուլերի տարբերությունը, ապա ժամանակի կամայական պահին դրանք իրար նկատմամբ կունենան Նկ. 1.11 գ-ում բերված դասավորությունը: Որտեղից կարող ենք գրել, որ $\varepsilon_0^2 = (I_0R)^2 + \left(I_0\omega L - \frac{I_0}{\omega C}\right)^2$ և կստանանք (1.33)-ը, իսկ $tg\varphi = \frac{U_L(t), -U_C(t)}{U_R(t)}$ -ից էլ հետևում է (1.32)-ը:

- **Նկ. 1.11ա. Շղթայում աղբյուրի ծախսած միջին հզորությունն ակտիվ դիմադրության վրա՝**

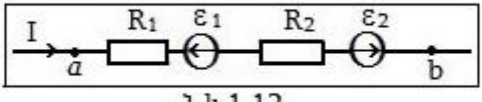
$$\overline{P}_R = \frac{1}{T}\int_0^T \varepsilon_0 sin\omega t\, I_0 \sin(\omega t-\varphi)\, dt = I_q\varepsilon_q cos\varphi: \qquad (1.34)$$

$cos\varphi$-ն միշտ դրական է և կոչվում է շղթայի հզորության գործակից:

Խնդիրներ

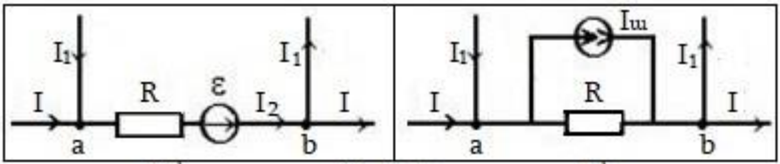
Հաստատուն հոսանք

1.1. Նկ. 1.12-ում պատկերված է հաստատուն հոսանքի շղթայի ինչ-որ տեղամաս: Հայտնի են a և b կետերի պոտենցիալներ՝ $\varphi_a = -10$Վ, $\varphi_b = 25$Վ, իսկ $R_1 = 8$ Օհմ, $R_2 = 2$ Օհմ, $\varepsilon_1 = 15$Վ, $\varepsilon_2 = 25$Վ: Որոշե՛ք հոսանքի I ուժը:



Նկ.1.12

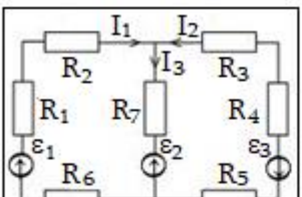
1.2. Նկ. 1.13 ա-ում պատկերված է հաստատուն հոսանքի շղթայի ինչ-որ տեղամաս: Որոշե՛ք I_2 և I հոսանքները, եթե $U_{ab} = 9$Վ, $\varepsilon = 15$Վ, իսկ $I_1 = 10$մԱ, $R = 2$կՕմ: Ի՞նչ հոսանքի աղբյուրով պետք է փոխարինել տեղամասի ԷլՇՈւ-ի աղբյուրը, որպեսզի I = 2մԱ, իսկ $I_1 = 10$մԱ:



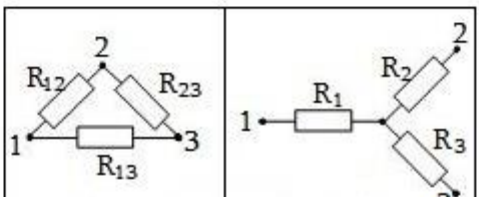
ա) Նկ.1.13 բ)

1.3. Նկ. 1.14-ում բերված շղթայում հայտնի են համարվում դիմադրություններն ու ԷլՇՈւ-ները: Գրե՛ք հավասարումների համակարգը, որի օգնությամբ կորոշվեն անհայտ հոսանքները:

1.4. Էլեկտրական շղթայի եռանկյունաձև տեղամասում տրված են R_{12}, R_{13} և R_{23} դիմադրությունները (Նկ. 1.15 ա): Որոշե՛ք դրան համարժեք աստղաձև միացման R_1, R_2 և R_3 դիմադրությունները (Նկ. 1.15 բ):



Նկ.1.14

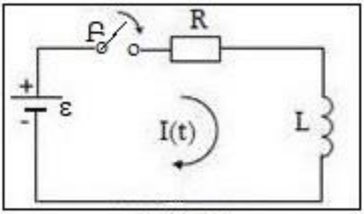


ա) Նկ.1.15 բ)

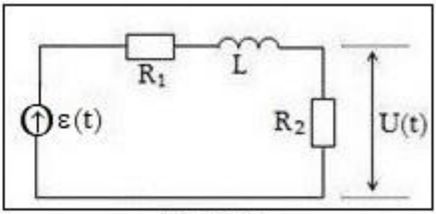
Շղթաների դիֆերենցիալ հավասարումները

1.5. $t = 0$ պահին միացվում է Բ բանալին (Նկ.1.16)։ Որոշե՛ք հոսանքի փոփոխման օրենքը շղթայում։

1.6. Որոշե՛ք U(t) լարման փոփոխման օրենքը Նկ.1.17 շղթայում, եթե $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cdot \sigma(t)$, որտեղ $\sigma(t)$-ն միավոր թռիչքային ֆունկցիան է՝ $\sigma(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0\text{։} \end{cases}$



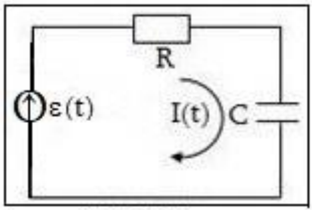
Նկ1.16



Նկ.1.17

1.7. Կազմե՛ք (Նկ. 1.18) շղթայում $I(t)$ հոսանքը որոշելու համար, եթե $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{-\beta t}\sigma(t)$, որտեղ $\sigma(t)$-ն միավոր թռիչքային ֆունկցիան է՝

$$\sigma(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0\text{։} \end{cases}$$

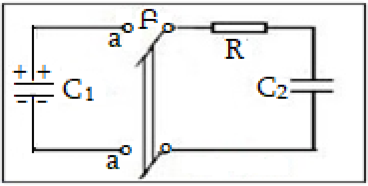


Նկ.1.18

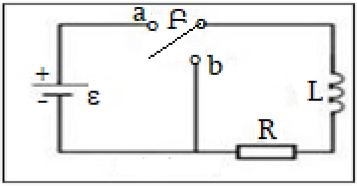
1.8. Մինչև U_0 լարումը լիցքավորված C_1 կոնդենսատորը պարպվում է հաջորդաբար միացված R ակտիվ դիմադրության և C_2 կոնդենսատորի շղթայով (Նկ.1.19)։ Որոշե՛ք հոսանքի ուժը շղթայում և լարումները կոնդենսատորների վրա։

1.9. $t = 0$ պահին Բ բանալին բերվում է a դիրքին (Նկ. 1.20)։ Որոշե՛ք հոսանքի փոփոխման օրենքը և լարման անկումը կոճի վրա։

1.10. Նկ.1.20 շղթայում փոխանջատիչը $t = 0$ պահին a դիրքից բերվում է b դիրքի։ Որոշե'ք հոսանքի փոփոխման օրենքը և ցույց տվե՛ք, որ ամբողջ գործընթացի ժամանակ ակտիվ դիմադրության վրա անջատվող էներգիան կլինի $W = \frac{LI_0^2}{2}$, որտեղ $I_0 = \varepsilon/R$:

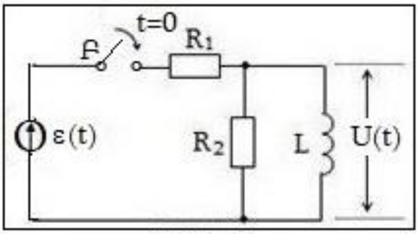


Նկ.1.19

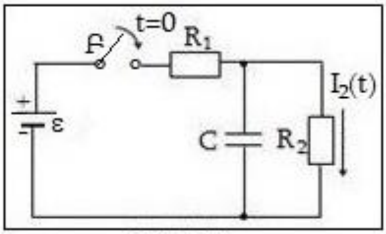


Նկ.1.20

1.11. Որոշե՛ք U(t) լարման փոփոխման օրենքը Նկ.1.21 շղթայում, եթե $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cdot \sigma(t)$, որտեղ $\sigma(t)$–ն միավոր թռիչքային ֆունկցիան է՝ $\sigma(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0: \end{cases}$



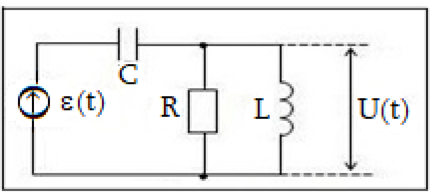
Նկ.1.21



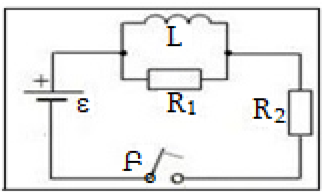
Նկ.1.22

1.12. $t = 0$ պահին միացվում է Բ բանալին (Նկ.1.22): Որոշե՛ք R_2դիմադրությամբ անցնող $I_2(t)$ հոսանքի փոփոխման օրենքը:

1.13. Կազմե՛ք դիֆերենցիալ հավասարում Նկ. 1.23 շղթայի U(t) լարումը որոշելու համար:



Նկ.1.23



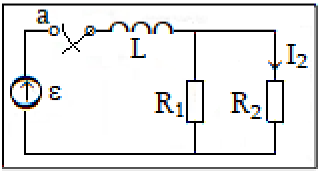
Նկ.1.24

1.14. Որոշե՛ք Նկ. 1.24 շղթայում հոսանքի փոփոխման օրենքը L ինդուկտիվությամբ կոճով, եթե $\varepsilon = const$ աղբյուրը միացվում է $t_0 = 0$ պահին:

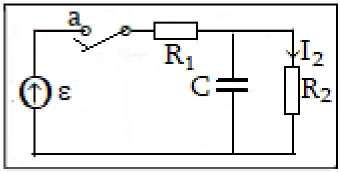
1.15. Մինչև U_0 լարումը լիցքավորված C ունակությամբ կոնդենսատորը լիցքաթափվում է իրար հաջորդաբար միացած L ինդուկտիվությամբ կոճի և R ակտիվ դիմադրության միջոցով: Որոշե՛ք կոնդենսատորի վրա լարման փոփոխման օրենքը:

1.16. $t = 0$ պահին միացվում է Բ բանալին (Նկ.1.25): Որոշե՛ք R_2 դիմադրությամբ անցնող I_2 հոսանքը, եթե $\varepsilon = const$:

1.17. $t = 0$ պահին ε աղբյուրը միացվում է շղթային (Նկ.1.26): Որոշե՛ք U-ի փոփոխման օրենքը R_2 դիմադրության վրա, եթե $\varepsilon = 10$Վ, $R_1 = 100$Օհմ, $R_2 = 400$Օհմ, $C = 1$մկՖ:



Նկ.1.25

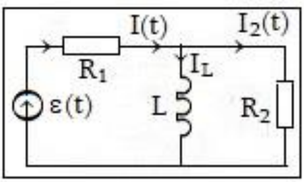


Նկ.1.26

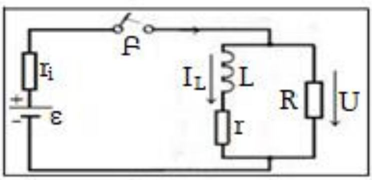
1.18. Որոշե՛ք I_L հոսանքը Նկ.1.27 շղթայում, եթե $\varepsilon(t) = Ue^{-\beta t}\sigma(t)$, որտեղ U-ն հաստատուն է, իսկ

$$\sigma(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0: \end{cases}$$

1.19. Նկ. 1.28-ում բերված սխեմայում Բ բանալին միացվում է $t = 0$ պահին, իսկ անջատվում է՝ t_1 պահին: Ստացե՛ք բանաձև $I_L(t)$ և $U(t)$ ժամանակային կախվածությունների համար:



Նկ.1.27



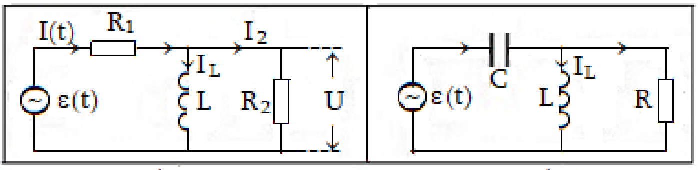
Նկ.1.28

Շղթայի բոլոր պարամետրերը և աղբյուրի ԷլՇՈւ-ն տրված են:

1.20. Հաջորդական RC-շղթայի մուտքում գործող լարումը փոխվում է հետևյալ օրենքով՝ $U = \begin{cases} \varepsilon_2 = 10Վ, & t \geq 0, \\ \varepsilon_1 = 5Վ, & t < 0: \end{cases}$ Որոշե՛ք կոնդենսատորի վրա U_C լարումը և մուտքային I հոսանքի փոփոխման օրենքը, եթե $R = 5կՕմ$, $C = 200պՖ$:

1.21. Կազմե՛ք դիֆերենցիալ հավասարումներ Նկ.1.29 ա-ում բերված շղթայի U լարումը և I_L հոսանքը որոշելու համար:

1.22. Նկ.1.29 բ-ում բերված շղթայում կազմե՛ք դիֆերենցիալ

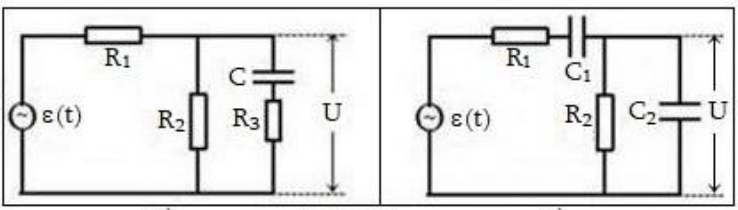


ա) Նկ.1.29 բ)

հավասարում I_L հոսանքը որոշելու համար:

1.23. Նկ.1.30 ա-ում բերված շղթայում կազմե՛ք դիֆերենցիալ հավասարում U լարումը որոշելու համար:

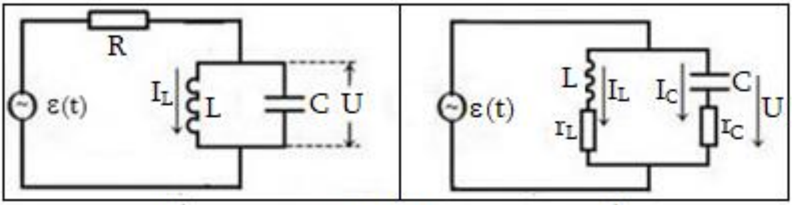
1.24. Նկ. 1.30 բ-ում բերված շղթայում կազմե՛ք դիֆերենցիալ հավասարում U լարումը որոշելու համար:



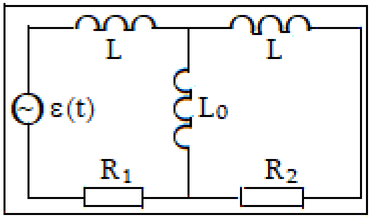
ա) Նկ.1.30 բ)

1.25. Կազմե՛ք դիֆերենցիալ հավասարումներ Նկ. 1.31 ա-ում բերված շղթայի U լարումը և I_L հոսանքը որոշելու համար:

1.26. Կազմե՛ք դիֆերենցիալ հավասարումներ Նկ.1.31 բ-ում բերված շղթայի U լարումը, I_C և I_L հոսանքները որոշելու համար:



1.27. Կազմե՛ք դիֆերենցիալ հավասարում Նկ. 1.32-ում բերված շղթայում I_2 հոսանքը որոշելու համար:



Նկ.1.32

Ոչ հարմոնիկ հոսանքի էներգիան և հզորությունը

1.28. R = 20 Օհմ դիմադրության միջով $t_0 = 0$ պահից հոսում է $I = 1 - e^{-10^6 t}$մԱ հոսանք: Որոշե'ք դիմադրության վրա լարման, ակնթարթային հզորության և ցրված էներգիայի ժամանակային կախվածությունները: Գտե'ք այդ մեծությունների արժեքները $t = 10$մկվ ժամանակի պահին:

1.29. C ունակության կոնդենսատորը լիցքավորվում է R դիմադրությամբ ε ԷլՇՈւ-ի աղբյուրից: Համարելով R և C մեծությունները հայտնի` որոշե'ք.

ա) կոնդենսատորի լարման փոփոխման օրենքը,

բ) աղբյուրի կողմից զարգացվող ակնթարթային և միջին հզորությունները,

գ) կորուստների ակնթարթային հզորությունը,

դ) կոնդենսատորում կուտակված էներգիան,

ե) սխեմայի ՕԳԳ-ն՝ որպես օգտակար համարելով կոնդենսատորում կուտակված էներգիան:

1.30. Նախապես մինչև $U_0 = 100$Վ լարումը լիցքավորված $C = 0{,}5$մկՖ ունակության կոնդենսատորն անջատվում է աղբյուրից, որից հետո լարումը նրա վրա $t = 57{,}5$ րոպե ժամանակ անց փոքրանում է $n = 10$ անգամ: Որոշե՛ք կոնդենսատորի մեկուսիչի արտահոսքի դիմադրությունը:

1.31. Մինչև $U_0 = 600$Վ լարումը լիցքավորված կոնդենսատորը լիցքաթափվում է կոճի միջոցով, որի ինդուկտիվությունը $L = 500$մկՀն է, իսկ կորուստների դիմադրությունը՝ $r_L = 4$Օհմ: Որոշե՛ք կոնդենսատորի վրա լարման լայնույթի արժեքը պարպման սկզբից $t = 250$մկվ հետո:

1.32. C ունակության կոնդենսատորը լիցքաթափվում է R դիմադրության վրա: Ստացե՛ք ակնթարթային և միջին հզորությունների հաշվման համար արտահայտություններ, եթե կոնդենսատորի վրա լարման սկզբնական արժեքը U_0 է, իսկ վերջնականը՝ $U = U_0/m$, (m>1):

1.33. $q = 0{,}1$մԿլ լիցք ունեցող՝ $C = 1$մկՖ ունակության կոնդենսատորը $t_0 = 0$ պահից սկսում է պարպվել $R = 1$ կՕմ դիմադրության միջով: Պարպման հոսանքը փոխվում է $I = 0{,}1e^{-10^3 t}$Ա օրենքով: Որոշե՛ք կոնդենսատորի վրա լարումը, նրանում կուտակված էներգիան և դիմադրության վրա ցրված էներգիան $t_1 = 1$մվ ժամանակի պահին:

1.34. RC-շղթայի մուտքում գործում է $t_1 = 1$մկվ տևողության ուղղանկյուն իմպուլս: Որոշե՛ք շղթայի ժամանակի τ հաստատունը, որի դեպքում կոնդենսատորի վրա լարման շեղումը գծային օրենքից, իմպուլսի վերջում, չի գերազանցում $k = 1\%$:

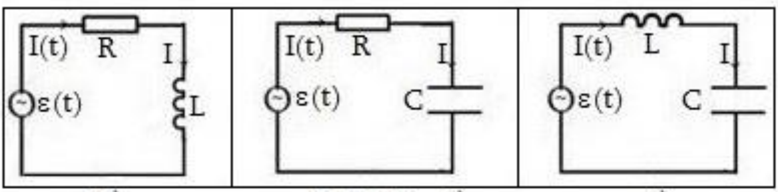
1.35. R դիմադրությամբ հոսում է $I(t) = I_0 e^{-\alpha t}\sigma(t)$ իմպուլսային հոսանք: Որոշե՛ք, թե իմպուլսի լրիվ էներգիայի ո՞ր մասն է ցրվում R դիմադրության վրա $t_0 = 0$ պահից հաշված $t_1 = 1/\alpha$ ժամանակահատվածում:

Փոփոխական հոսանք

1.36. Գրե՛ք Կիրխհոֆի օրենքը Նկ. 1.33ա-ում բերված շղթայի համար և կազմե'ք դիֆերենցիալ հավասարումներ՝ **1.** հոսանքի համար, **2.** կոճի վրա U_L լարման անկման համար, **3.** R դիմադրության վրա U_R լարման անկման համար:

1.37. Գրե՛ք Կիրխհոֆի օրենքը Նկ.1.33բ-ում բերված շղթայի համար և կազմե՛ք դիֆերենցիալ հավասարումներ՝ **1.** հոսանքի համար, **2.** կոնդենսատորի վրա U_C լարման անկման համար, **3.** R դիմադրության վրա U_R լարման անկման համար:

1.38. Գրե՛ք Կիրխհոֆի օրենքը Նկ. 1.33գ-ում բերված շղթայի համար և կազմե՛ք դիֆերենցիալ հավասարումներ՝ **1.** հոսանքի համար, **2.** կոնդենսատորի վրա U_C լարման անկման համար, **3.** կոճի վրա U_L լարման անկման համար:



ա) Նկ.1.33 բ) գ)

1.39. Որոշե՛ք հոսաքի ուժի կախումը ժամանակից Նկ. 1.33 ա-ի շղթայի հաստատված ռեժիմում, եթե $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 cos\omega t$, որտեղ ε_0-ն և ω-ն հաստատուն են:

1.40. Որոշե՛ք հոսանքի ուժի կախումը ժամանակից Նկ. 1.33 բ-ի շղթայի հաստատված ռեժիմում, եթե $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 cos\omega t$, որտեղ ε_0-ն և ω-ն հաստատուն են:

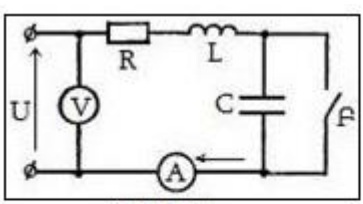
1.41. Որոշե՛ք հոսանքի ուժի կախումը ժամանակից Նկ. 1.33 գ-ի շղթայի հաստատված ռեժիմում, եթե $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 cos\omega t$, որտեղ ε_0-ն և ω-ն հաստատուն են:

1.42. Նկ. 1.33 ա-ի շղթայում $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 cos\omega t$, որտեղ ε_0-ն և ω-ն հաստատուն են: Հաշվե՛ք աղբյուրի ծախսած միջին հզորությունը մեկ պարբերության ընթացքում:

1.43. Նկ. 1.33 բ-ի շղթայում $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 cos\omega t$, որտեղ ε_0-ն և ω-ն հաստատուն են: Հաշվե՛ք աղբյուրի ծախսած միջին հզորությունը մեկ պարբերության ընթացքում:

1.44. Նկ. 1.33 գ-ի շղթայում $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 cos\omega t$, որտեղ ε_0-ն և ω-ն հաստատուն են: Հաշվե՛ք աղբյուրի ծախսած միջին հզորությունը մեկ պարբերության ընթացքում:

1.45. Նկ. 1.34-ում բերված շղթայում Բ բանալիի բաց վիճակում է: Այդ շղթայում կիրառված լարումը՝ $U(t) = U_0 cos\omega t$, որտեղ U_0-ն և ω-ն հաստատուն են: Հաշվե՛ք աղբյուրի ծախսած միջին հզորությունը մեկ պարբերության ընթացքում:



Նկ.1.34

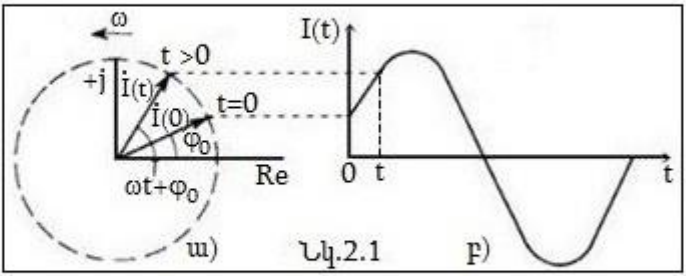
1.46. Նկ. 1.34-ում բերված շղթայում Բ բանալու բաց և փակ վիճակներում ամպերաչափը ցույց է տալի նույն $I = 5{,}55$Ա հոսանքը: Որոշե՛ք այդ շղթայի R և X_L դիմադրությունները, եթե սնման աղբյուրի լարումը՝ $U = 100$Վ, հաճախությունը՝ $f = 50$Հց, իսկ կոնդենսատորի ունակությունը՝ $C = 159$մկՖ:

§2. Փոփոխական հոսանքի շղթաների հաշվարկը կոմպլեքս մեծություններով: Կոմպլեքս հզորություն

Հիմնական հասկացություններ և բանաձևեր

2.1. Փոփոխական հոսանքին համապատասխանող պտտվող վեկտորը

$I = I_0\, sin(\omega t + \varphi_0)$ հարմոնիկ հոսանքը կոմպլեքս հարթությունում (Նկ. 2.1 ա) կարելի է պատկերել I_0 մեծությամբ և ω անկյունային արագությամբ պտտվող վեկտոր:



Նկ.2.1

Եթե Նկ. 2.1 բ-ում նշենք $I(t)$ վեկտորի դիրքը $t = 0$ և $t > 0$ պահերին, ապա $I(t)$-ն կլինի այդ վեկտորի կեղծ մասը՝ $I_0 \sin(\omega t + \varphi_0) = Im\dot{I} = I(t)$, իսկ $I = I_0\, cos(\omega t + \varphi_0)$ հոսանքի համար՝ $I_0 \cos(\omega t + \varphi_0) = Re\dot{I} = I(t)$:

Օգտվելով $e^{j\varphi} = cos\varphi + jsin\varphi$ Էյլերի բանաձևից՝ մտցնենք կոմպլեքս հոսանք հետևյալ առնչությամբ՝

$$\dot{I} = I_0 cos\varphi + jI_0 sin\varphi = I_0 e^{j(\omega t+\varphi_0)} = I_0 e^{j\varphi_0} e^{j\omega t} = \dot{I}_0 e^{j\omega t},$$

$$\dot{I} = \dot{I}_0 e^{j\omega t}: \qquad (2.1)$$

$\dot{I}_0 = I_0 e^{j\varphi_0}$-ն կոչվում է հոսանքի կոմպլեքս լայնույթ:
Նույն ձևով տրվում են կոմպլեքս լարումներն ու ԷլՇՈւ-ները՝

$$\dot{U} = \dot{U}_0 e^{j\omega t}, \quad \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_0 e^{j\omega t}: \tag{2.2}$$

Եթե հոսանքները, լարումներն ու էլՇՈւ-ները չունեն սկզբնական փուլ՝ $\varphi_0 = 0$, ապա դրանց կոմպլեքս լայնույթները կլինեն իրական մեծություններ:

2.2. Կոմպլեքս դիմադրություն

• **Կոմպլեքս դիմադրությունը՝**

$$\dot{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}: \tag{2.3}$$

Կոմպլեքս դիմադրությունը հարմոնիկ հոսանքների դեպքում՝

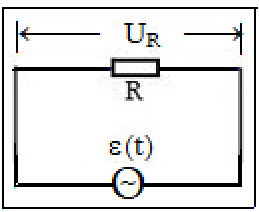
$$\dot{Z} = \frac{\dot{U}_0 e^{j\omega t}}{\dot{I}_0 e^{j\omega t}} = \frac{\dot{U}_0}{\dot{I}_0} = \frac{U_0 e^{j\varphi_U}}{I_0 e^{j\varphi_I}} = \frac{U_0}{I_0} e^{j(\varphi_u - \varphi_I)} = |\dot{Z}| e^{j\varphi}, \tag{2.4}$$

որտեղ φ-ն $\dot{Z}$ կոմպլեքս մեծության արգումենտն է, այն հավասար է լարման և հոսանքի փուլերի տարբերությանը՝

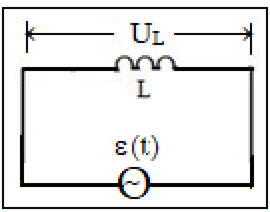
$$\varphi = \varphi_U - \varphi_I:$$

• **Առավել տարածում ունեցող շղթաների կոմպլեքս դիմադրությունները.**

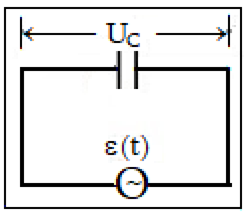
1. Նկ.2.2-ի շղթայում $U(t) = \varepsilon(t)$: R դիմադրության վրա հոսանքն ու լարումը փուլերով համընկնում են և $\dot{I} = \dot{I}_0 e^{j\omega t}$, $\dot{U} = \dot{U}_0 e^{j\omega t}$, հետևաբար



Նկ.2.2



Նկ.2.3



Նկ.2.4

$$\dot{Z}=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{\dot{U}_0}{\dot{I}_0}=\frac{U_0}{I_0}e^{j(\varphi_U-\varphi_I)}=\frac{U_0}{I_0}=R։$$

Այսինքն՝ ակտիվ դիմադրությունն իրական մեծություն է:

2. Նկ. 2.3-ի շղթայում $U_L(t)=L\frac{dI}{dt}=\varepsilon(t)$: $\dot{I}=\dot{I}_0e^{j\omega t}$, որտեղից $\dot{X}_L=j\omega L$, որը կոմպլեքս ինդուկտիվ դիմադրությունն է՝

$$\dot{X}_L=\omega Le^{j\pi/2}։ \tag{2.5}$$

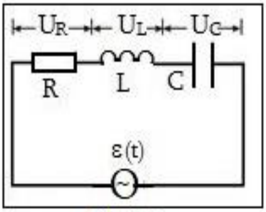
3. Նկ. 2.4-ի շղթայում $U_C=\frac{1}{C}\int Idt$, $\dot{I}=\dot{I}_0e^{j\omega t}$,

$$\dot{U}_C=\frac{1}{C}\int\dot{I}dt=\frac{1}{j\omega C}\dot{I}_0e^{j\omega t}=\dot{X}_C\dot{I}(t)։$$

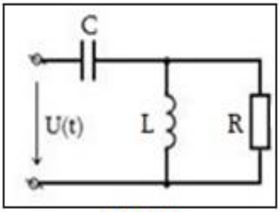
Կոմպլեքս դիմադրությունը կլինի՝

$$\dot{X}_C=\frac{\dot{U}_C}{\dot{I}}=\frac{1}{j\omega C}=-j\frac{1}{\omega C}=-jX_C=X_Ce^{-j\pi/2}։$$

4. Նկ. 2.5-ի շղթայում $\dot{Z}=R+j\omega L+\frac{1}{j\omega C}=R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)$:



Նկ.2.5

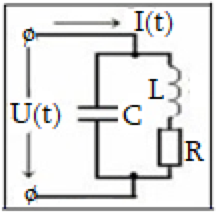


Նկ.2.6

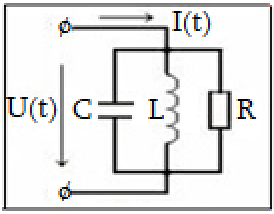
$Z=\left|\dot{Z}\right|=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$, իսկ $\dot{Z}$-ի արգումենտը կլինի՝ $tg\varphi=\frac{\omega L-1/\omega C}{R}$: Եթե $\omega L>1/\omega C$, ապա դիմադրությունն ինդուկտիվ բնույթի է, իսկ $\omega L<1/\omega C$ դեպքում՝ ունակային:

5. Նկ. 2.6-ի շղթայում $\dot{Z}_1=1/j\omega C$, $\dot{Z}_2=j\omega L$, $\dot{Z}_3=R$, իսկ լրիվ կոմպլեքս դիմադրությունը՝ $\dot{Z}=\dot{Z}_1+\frac{\dot{Z}_2\dot{Z}_3}{\dot{Z}_2+\dot{Z}_3}=\frac{1}{j\omega C}+\frac{j\omega LR}{R+j\omega L}$:

6. Նկ. 2.7-ի շղթայում $\dot{Z}_1=R+j\omega L$, $\dot{Z}_2=1/j\omega C$, իսկ լրիվ կոմպլեքս դիմադրությունը՝ $\dot{Z}=\frac{\dot{Z}_1\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}=\frac{(R+j\omega L)\frac{1}{j\omega C}}{R+j\omega L+1/j\omega C}$:



Նկ.2.7

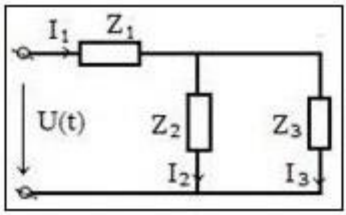


Նկ.2.8

7. Նկ. 2.8-ի շղթայում $\dot{Z}_1 = 1/j\omega C$, $\dot{Z}_2 = j\omega L$, $\dot{Z}_3 = R$, իսկ լրիվ կոմպլեքս դիմադրության հակադարձ մեծությունը (Y հաղոր-դականությունը) կլինի՝

$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{\dot{Z}_1} + \frac{1}{\dot{Z}_2} + \frac{1}{\dot{Z}_3} = j\omega C +$
$+ \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R}$, որտեղից

$$\dot{Z} = \frac{j\omega LR}{R - \omega^2 LCR + j\omega L}:$$



Նկ.2.9

8. Նկ. 2.9 շղթայի համար՝

$$\dot{Z} = \dot{Z}_1 + \frac{\dot{Z}_2 \dot{Z}_3}{\dot{Z}_2 + \dot{Z}_3}:$$

2.3. Կիրխհոֆի օրենքները կոմպլեքս հոսանքների և ԷլՇՈւ-ների համար.

$$\sum_k \dot{I}_k = 0\,, \qquad \sum_k \dot{I}_k \dot{Z}_k = \sum_k \dot{\varepsilon}_k: \tag{2.6}$$

Օրինակ՝ Նկ. 2.9 շղթայի համար կունենանք՝

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0, \;\; \dot{I}_1 \dot{Z}_1 + \dot{I}_2 \dot{Z}_2 = \dot{U}(t), \;\; \dot{I}_1 \dot{Z}_1 + \dot{I}_3 \dot{Z}_3 = \dot{U}(t):$$

- **Սինուսոիդական կոմլեքս հոսանքի ածանցյալները.**

$$\frac{d\dot{I}}{dt} = j\omega \dot{I}\,, \frac{d^2\dot{I}}{dt^2} = (j\omega)^2 \dot{I}\,, \ldots, \frac{d^n\dot{I}}{dt^n} = (j\omega)^n \dot{I}: \tag{2.7}$$

- **Սինուսոիդական կոմլեքս հոսանքի ինտեգրալը՝**

$$\int \dot{I} dt = \frac{1}{j\omega} \dot{I}: \tag{2.8}$$

• **Սինուսոիդական կոմպլեքս լարման կամ ԷլՇՈւ-ի ածանցյալները՝** $\frac{d^n\dot{U}}{dt^n} = (j\omega)^n\dot{U}$:

• **Սինուսոիդական կոմլեքս լարման ինտեգրալը՝**

$$\int \dot{U}dt = \frac{1}{j\omega}\dot{U}:$$

2.4. Կոմպլեքս հզորություն

• **Փոփոխական հոսանքի միջին հզորությունը.**

$$\overline{p} = U_q \cdot I_q \cos\varphi: \qquad (2.9)$$

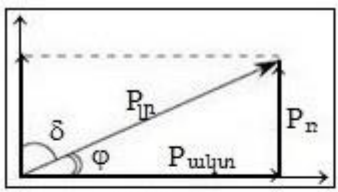
Եթե գրենք $\dot{p} = \dot{U}_q\dot{I}_q = U_qI_q\, e^{j(\varphi_U+\varphi_I)}$, ապա $\varphi_U + \varphi_I$ կլինի հոսանքի ու լարման փուլերի գումարը, մինչդեռ միջին հզորության մեջ φ-ն հոսանքի ու լարման փուլերի տարբերությունն է, ուստի կոմպլեքս հզորությունը պետք է վերցնել հետևյալ տեսքով՝

$$\dot{p} = \dot{U}_q\dot{I}_q^* = \dot{U}_q^*\dot{I}_q = U_qI_q\, cos\varphi + jU_qI_q sin\varphi: \qquad (2.10)$$

$U_qI_q sin\varphi$-ն կոչվում է ռեակտիվ հզորություն: Այն կարող է լինել և՛ դրական, և՛ բացասական, իսկ $U_qI_q\, cos\varphi$-ն կոչվում է ակտիվ հզորություն և միշտ դրական է, ընդ որում՝

$$sin\varphi = \frac{\omega L - {}^{1}/_{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - {}^{1}/_{\omega C}\right)^2}}, \quad cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - {}^{1}/_{\omega C}\right)^2}}:$$

Քանի որ $p_{ա} = I_qU_q \cos\varphi$, իսկ $p_{ռ} = I_qU_q \sin\varphi$, հետևաբար լրիվ կամ թվացող հզորությունը կլինի՝ $p_{թվ} = I_qU_q$, այսինքն՝ $p_{թվ} = I_qU_q = \sqrt{p_{ա}^2 + p_{ռ}^2}$: Այս հզորությունները կազմում են վեկտորական եռանկյունի (Նկ.2.10):



Նկ.2.10

• Եթե սինուսոիդական լարման աղբյուրին միացած ռեակտիվ տարրը (կոնդենսատորը կամ կոճը) ունի ակտիվ դիմադրություն, ապա ռեակտիվ հզորության հարաբերությունն ակտիվ հզորությանն անվանում են կոնդենսատորի կամ կոճի բարորակություն՝

$$Q_C = \frac{p_ռ}{p_ա} = \frac{1/_{\omega C}}{R_ա} \text{ կամ } Q_L = \frac{p_ռ}{p_ա} = \frac{\omega L}{R_ա}: \quad (2.11)$$

Ռեակտիվ տարրի ակտիվ հզորության հարաբերությունը ռեակտիվ հզորությանն անվանում են կորուստների անկյան տանգենս՝ $tg\delta = \frac{p_ա}{p_ռ} = \frac{R_ա}{1/_{\omega C}} = \frac{1}{Q_C}$ կամ $tg\delta = \frac{p_ա}{p_ռ} = \frac{R_ա}{\omega L} = \frac{1}{Q_L}$:

Խնդիրներ

Կոմպլեքս դիմադրություններ և հոսանքներ

2.1. Որոշե՛ք շղթայի մուտքային կոմլեքս հաղորդականության ակտիվ (g) և ռեակտիվ (b) բաղադրիչները, եթե մուտքային կոմլեքս դիմադրությունը հավսար է՝

1. $\dot{Z}_1 = 3 + j5$ Օհմ, **2.** $\dot{Z}_2 = 2{,}4 - j8{,}2$ կՕմ, **3.** $\dot{Z}_3 = 50e^{j30^0}$ Օհմ, **4.** $\dot{Z}_4 = 125e^{j90^0}$ Օհմ, **5.** $\dot{Z}_5 = 2{,}8$ կՕմ:

2.2. Որոշե՛ք շղթայի մուտքային կոմլեքս դիմադրության ակտիվ (r) և ռեակտիվ (X) բաղադրիչները, եթե մուտքային կոմպլեքս հաղորդականությունը հավասար է՝

1. $\dot{Y}_1 = 44 - j18$ մՍիմ, **2.** $\dot{Y}_2 = j0{,}12$ Սիմ,

3. $\dot{Y}_3 = (29 + j51)10^{-4}$ Սիմ, **4.** $\dot{Y}_4 = 0{,}015e^{j54^0}$ Սիմ:

2.3. Պասիվ երկբևեռի կոմպլեքս լարումը և հոսանքն ունեն հետևյալ արժեքը՝ $\dot{U} = (80 + j60)$ Վ, $\dot{I} = (24 - j7)$ Ա: Որոշե՛ք $\dot{Z}$ կոմպլեքս դիմադրությունը և $\dot{Y}$ կոմպլեքս հաղորդականությունը, ինչպիսի՞ն են երկբևեռի համարժեք պարամետրերը: Ինչքա՞ն է հոսանքի և լարման փուլերի շեղումը: Որոշե'ք հոսանքի և լարման ակտիվ և ռեակտիվ բաղադրիչները, ինչպես նաև ակտիվ, ռեակտիվ և լրիվ հզորությունները: Որքա՞ն է այդ երկբևեռի բարորակությունը և կորուստների անկյան տանգենսը:

2.4. Նախորդ խնդրի պահանջներն իրականացնել հետևյալ դեպքերի համար՝

1. $\dot{U} = (-40 + j40)$ Վ , $\dot{I} = (2 + j4)$ Ա:

2. $\dot{U} = -100e^{-j\pi/6}$Վ, $\dot{I} = (7 + j24)$ Ա:

3. $\dot{U} = 120e^{j\pi/3}$Վ, $\dot{I} = 6e^{-j\pi/6}$Ա:

2.5. Երկբևեռի մուտքում գործում է $U = 12\cos(10^3 t + 20^0)$Վ ներդաշնակ լարում, իսկ շղթայով անցնում է $I = 20\cos(10^3 t - 30^0)$մԱ հոսանք: Որոշե՛ք երկբևեռի մուտքային կոմլեքս դիմադրությունը ($\dot{Z}_{մ}$), ակտիվ ($P_{ա}$), ռեակտիվ ($P_{ռ}$), լրիվ ($P_{լր}$) և կոմպլեքս ($\dot{P}_{լր}$) հզորությունները: Գտե'ք $t = 0$ պահին շղթա ներմուծվող ակնթարթային հզորությունը:

2.6. Տրված են ω հաճախությամբ սինուսոիդական լարման և հոսանքի կոմպլեքս գործող արժեքները՝

1. $\dot{U}_q = (-20 + j40)$Վ; $\dot{I}_q = (-5 + j3)$Ա: **2.** $\dot{U}_q = (-20 - j40)$Վ; $\dot{I}_q = (-5 - j3)$Ա: **3.** $\dot{U}_q = (20 - j40)$Վ; $\dot{I}_q = (5 - j3)$Ա:

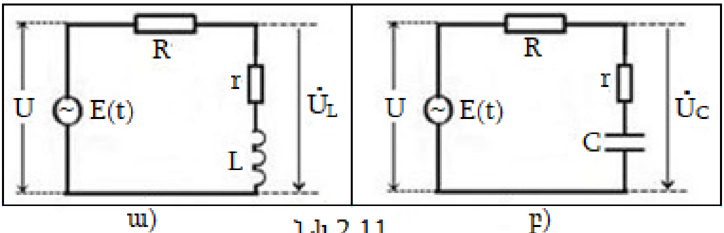
4. $\dot{U}_q = (20 - j40)$Վ; $\dot{I}_q = (-5 - j3)$Ա: Գրե՛ք հոսանքների և լարման ակնթարթային արժեքների արտահայտությունները:

2.7. $R = 50$կՕմ դիմադրությամբ $t_0 = 0$ պահից հոսում է $I = 2cos(10^6 t - 60^0)$ մԱ հոսանք: Որոշե՛ք դիմադրության վրա լարման կոմպլեքս լայնույթը և կոմպլեքս գործող արժեքը, $P_{ա}$ ակտիվ հզորությունը և մինչև $t_1 = 1$մկվ պահը դիմադրության վրա ցրված W էներգիան:

2.8. $C = 0{,}5$մկՖ ունակության վրա կիրառված է $U = 8{,}5cos(10^6 t + \pi/2)$Վ լարում: Որոշե՛ք ունակության մուտքային կոմպլեքս դիմադրությունը և կոմպլեքս հաղորդականությունը, փուլերի շեղումը լարման և հոսանքի միջև, հոսանքի կոմպլեքս լայնույթը և կոմպլեքս գործող արժեքը:

Չճյուղավորված շղթաներ

2.9. r = 3 Օհմ ակտիվ դիմադրություն և L = 25մՀն ինդուկտիվությամբ օժտված կոճին հաջորդաբար միացած ռեոստատն ունի R = 10 Օհմ դիմադրություն (Նկ. 2.11ա): Որոշե'ք.

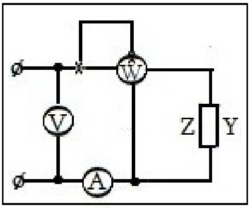


Նկ.2.11

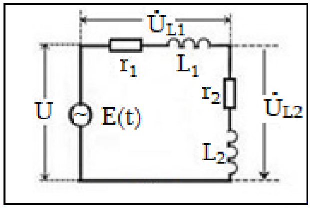
1. կոճի վրա U_L լարումը, **2.** դրա փուլի շեղումը կիրառված ԷլՇՈւ-ի նկատմամբ, **3.** կոճի վրա ծախսված հզորությունը, **4.** կոճի բարորակությունը և նրա կորուստների անկյան տանգենսը: ԷլՇՈւ-ի գործող արժեքը՝ U = 120Վ է, իսկ հաճախությունը՝ f = 50Հց:

2.10. r = 20կՕմ ակտիվ դիմադրություն և C = 0,1մկՖ ունակությամբ կոնդենսատորին հաջորդաբար միացած ռեոստատն ունի R = 200կՕմ դիմադրություն (Նկ. 2.11բ): Որոշե՛ք. **1.** կոնդենսատորի վրա U_C լարումը, **2.** դրա փուլի շեղումը կիրառված ԷլՇՈւ-ի նկատմամբ, **3.** կոնդենսատորի վրա ծախսված հզորությունը, **4.** կոնդենսատորի բարորակությունը և նրա կորուստների անկյան տանգենսը: ԷլՇՈւ-ի գործող արժեքը՝ U = 120Վ է, իսկ հաճախությունը՝ f = 50Հց:

2.11. Նկ. 2.12-ում բերված շղթային միացրած չափիչ սարքերը ցույց են տալիս հետևյալ արժեքները՝ $U = 65$Վ, $I = 5$Ա, իսկ վատաչափի ցուցմունքը՝ $P = 300$Վտ: Որոշե՛ք $\dot{Z}$ կոմպլեքս դիմադրությունը և $\dot{Y}$ կոմպլեքս հաղորդականությունը $\varphi > 0$ և $\varphi < 0$ դեպքերի համար, որտեղ φ-ն լարման և հոսանքի փուլերի տարբերությունն է:



Նկ.2.12



Նկ.2.13

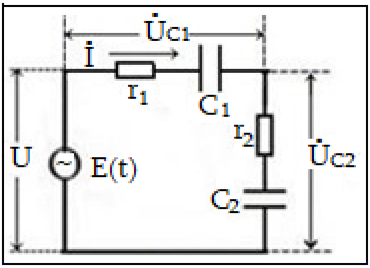
2.12. Երկու կոճեր, որոնցից մեկն ունի $r_1 = 4$Օհմ ակտիվ դիմադրություն և $L_1 = 10$մՀն ինդուկտիվություն, իսկ մյուսը՝ $r_2 = 5$ Օհմ ակտիվ դիմադրություն և $L_2 = 1{,}4$մՀն ինդուկտիվություն, իրար են միացած հաջորդաբար (Նկ.2.13): Կոճերը միացած են $f = 1000$Հց հաճախության և $U = 120$Վ սինուսոիդական լարման ցանցին: Որոշե'ք. **1.** Լարումը յուրաքանչյուր կոճի վրա, **2.** Այդ լարումների փուլային շեղումներն իրար նկատմամբ, **3.** Յուրաքանչյուր կոճի ծախսած հզորությունը:

2.13. Ի՞նչ լարում է կիրառված Նկ. 2.14-ում բերված շղթայում, եթե շղթայի հոսանքը՝ $I = 0{,}8$Ա, իսկ տարրերն ունեն հետևյալ դիմադրությունները՝ $r_1 = 12$Օհմ; $\frac{1}{\omega C_1} = 5$ Օհմ; $r_2 = 132$Օհմ; $\frac{1}{\omega C_2} = 12$ Օհմ:

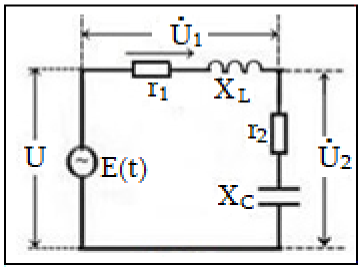
2.14. Նկ.2.14-ում բերված շղթայում r_1, C_1 տեղամասի լարումը՝ $U_1 = 24$Վ: Շղթայի տարրերն ունեն հետևյալ պարամետրերը՝ $r_1 = 30$Օհմ; $r_2 = 40$Օհմ; $C_1 = 5$մկՖ; $C_2 = 1$մկՖ: Աղբյուրի անկյունային հաճախությունը՝ $\omega = 5000$վ$^{-1}$: Ինչքա՞ն է շղթային կիրառված U լարումը և ծախսված հզորությունը:

2.15. Նկ.2.14-ում բերված շղթայում r_2, C_2 տեղամասի լարումը՝ $U_2 = 40$Վ: Ինչքա՞ն է շղթային կիրառված U լարումը և ծախսված հզորությունը: Շղթայի տարրերն ունեն հետևյալ պարամետրերը՝ $r_1 = 10$ Օհմ; $r_2 = 7$ Օհմ; $\frac{1}{\omega C_1} = 120$ Օհմ ; $1/\omega C_2 = 24$ Օհմ:

2.16. $U = 127$Վ լարման ցանցին հաջորդաբար միացած են ինդուկտիվ կոճ ($r_1 = 10$ Օհմ, $X_L = 50$ Օհմ) և կորուստներով կոնդենսատոր ($r_2 = 1$ Օհմ, $X_C = 30$ Օհմ): Որոշե՛ք կոճի և կոնդենսատորի վրա կոմպլեքս լարումներն ու դրանց փուլերի տարբերությունը (Նկ. 2.15):



Նկ.2.14



Նկ.2.15

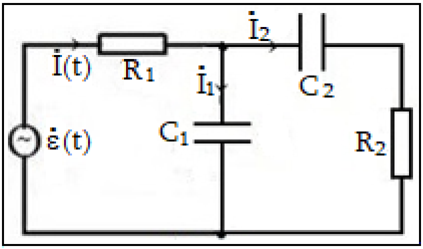
2.17. $f = 50$Հց և $U = 120$Վ լարման ցանցին միացված է $R = 12$Օհմ ակտիվ դիմադրությամբ ինդուկտիվ կոճ, որի ինդուկտիվությունը՝ $L = 66{,}2$մՀն: Որոշե՛ք կոմպլեքս հոսանքը, ակտիվ, ռեակտիվ և լրիվ հզորությունները: Կառուցե՛ք լարումների վեկտորական դիագրամները, դիմադրությունների և հզորությունների եռանկյունիները:

2.18. $f = 50$Հց և $U = 220$Վ լարման ցանցին հաջորդաբար միացված են $R = 5$ Օհմ ակտիվ դիմադրությունը և $C = 290$ մկՖ ունակությամբ կոնդենսատորը: Որոշե'ք կոմպլեքս հոսանքը, ակտիվ, ռեակտիվ և լրիվ հզորությունները: Կառուցե'ք դրանց վեկտորական դիագրամները:

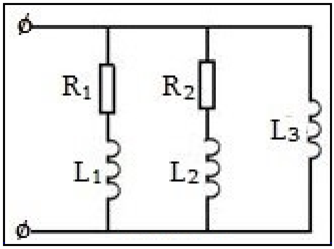
Ճյուղավորված շղթաներ

2.19. Նկ. 2.16-ում պատկերված շղթայում հայտնի է R_2 դիմադրության վրա լարման կոմպլեքս գործող արժեքը՝ $\dot{U}_q = 1$Վ: Որոշե՛ք շղթայի բոլոր տարրերի վրա հոսանքների և լարումների կոմպլեքս գործող արժեքները, եթե $R_2 = R_1 = 1$կՕմ, $C_1 = 91$պՖ, $C_2 = 1{,}8$ նՖ և $f = 1$ՄՀց:

2.20. Որոշե՛ք Նկ.2.17 շղթայի մուտքային կոմպլեքս դիմադրությունը, եթե $L_1 = L_2 = L_3 = 1$մՀն, $\omega = 10^4$վ$^{-1}$, $R_1 = 100$Օհմ, $R_2 = 10$ Օհմ:



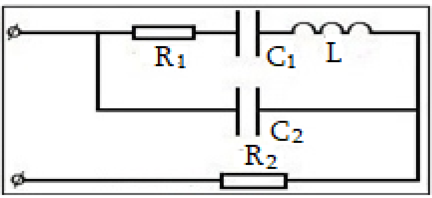
Նկ.2.16



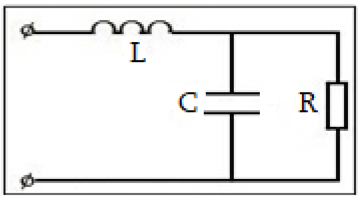
Նկ.2.17

2.21. Որոշե՛ք Նկ. 2.18 շղթայի մուտքային կոմպլեքս դիմադրությունը, եթե $R_2 = R_1 = R = 1$կՕմ, $L = 101$մՀն, իսկ՝ $C_1 = C_2 = C = 0{,}5$նՖ, $f = 79{,}6$կՀց:

2.22. Որոշե՛ք այն հաճախությունը, որի դեպքում Նկ.2.19-ում պատկերված շղթայի մուտքային կոմպլեքս դիմադրության ռեակտիվ բաղադրիչը հավասար է զրոյի: Շղթայի պարամետրերն են՝ $L = 0{,}1$ Հն, $C = 0{,}2$մկՖ, $R = 2$կՕմ:

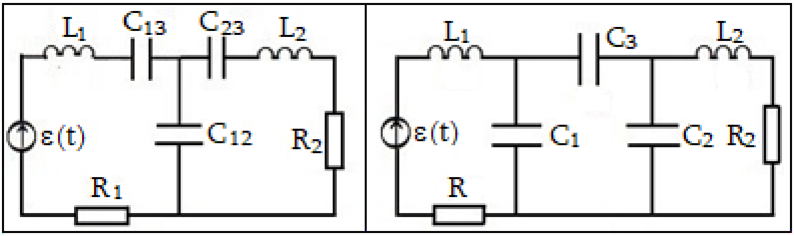


Նկ.2.18



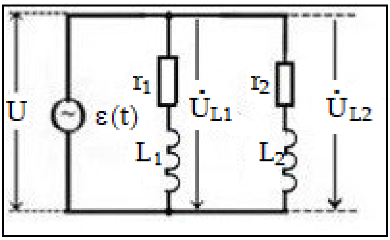
Նկ.2.19

2.23. Որոշե'ք C_{13}, C_{23}, C_{12} ունակությունները, որոնց դեպքում Նկ.2.20 ա-ի սխեման համարժեք է Նկ.2.20 բ-ի սխեմային, եթե $C_1 = C_2 = 340$պՖ, $C_3 = 20$ պՖ:

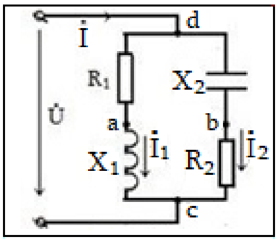


ա) Նկ.2.20 բ)

2.24. Երկու կոճեր, որոնցից մեկն ունի $r_1 = 4$Օհմ ակտիվ դիմադրություն և $L_1 = 10$ մՀն ինդուկտիվություն, իսկ մյուսը՝ $r_2 = 5$Օհմ ակտիվ դիմադրություն և $L_2 = 1{,}4$մՀն ինդուկտիվություն, իրար միացած են զուգահեռ (Նկ. 2.21): Կոճերը միացած են $f = 1000$Հց հաճախության և $U = 120$Վ սինուսոիդական լարման ցանցին: Որոշե՛ք. **1.** լարումը յուրաքանչյուր կոճի վրա, **2.** այդ լարումների փուլային շեղումներն իրար նկատմամբ, **3.** յուրաքանչյուր կոճի ծախսած հզորությունը:



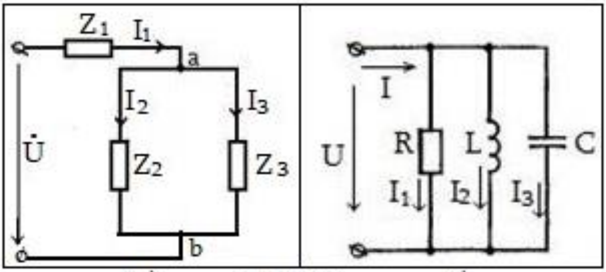
Նկ.2.21



Նկ.2.22

2.25. Նկ.2.22-ում պատկերված շղթայի պարամետրերն ունեն հետևյալ արժեքները՝ $R_1 = 8$ Օհմ, $X_1 = 6$Օհմ, $R_2 = 12$ Օհմ, $X_2 = 5$ Օհմ: Որոշե'ք $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ և $\dot{I}$ կոմպլեքս հոսանքներն ու շղթայի ծախսած հզորությունը, եթե $U = 130$Վ: Գտնել նաև a և b կետերի միջև լարումը:

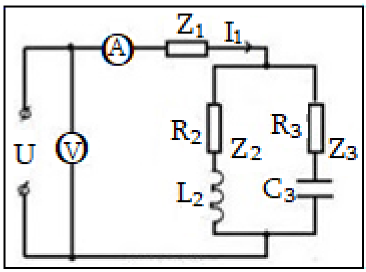
2.26. Նկ.2.23 ա-ում պատկերված շղթայի պարամետրերն ունեն հետևյալ արժեքները՝ $U = 120$Վ, $Z_1 = (r_1 + jX_1) = (10 + j6)$Օմ, $Z_2 = (r_2 + jX_2) = (24 - j7)$Օմ, $Z_3 = (r_3 + jX_3) = (15 + j20)$Օմ: Որոշե՛ք $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ և $\dot{I}$ կոմպլեքս հոսանքները, ամբողջ շղթայի և առանձին տեղամասերի ակտիվ և ռեակտիվ հզորությունները:



ա) Նկ.2.23 բ)

2.27. $U = 110$Վ լարման ցանցին զուգահեռ միացած են ռեզիստոր, ինդուկտիվ կոճ և կոնդենսատոր (Նկ.2.23 բ): Որոշե'ք հոսանքները, եթե շղթայի պարամետրերն են՝ $R = X_C = 2X_L = 20$ կՕմ: Կառուցե'ք հոսանքների վեկտորական դիագրաման:

2.28. Նկ. 2.24-ում շղթայում ամպերաչափը ցույց է տալիս հոսանքի $I_1 = 2{,}4$Ա արժեք, իսկ վոլտաչափը՝ $U = 120$Վ լարում: Հայտնի է, որ Z_1 դիմադրությունըռեակտիվ կոճ է, որի ակտիվ դիմադրությունը՝ $R_1 = 7$ Օհմ: Որոշե՛ք այդ կոճի ինդուկտիվ դիմադրությունը, եթե $R_2 = 20$ Օհմ, ωL_2=30Օհմ, $R_3 = 10$ Օհմ, $\frac{1}{\omega C_3} = 20$ Օհմ:

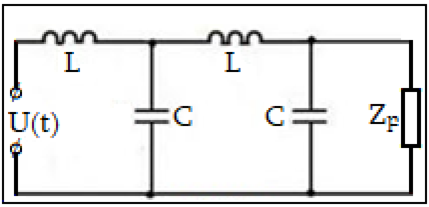


Նկ.2.24

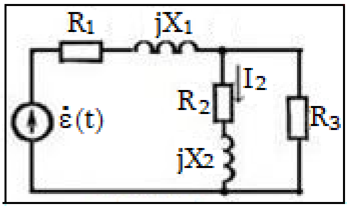
2.29. Նկ. 2.24-ում պատկերված շղթայն ունի հետևյալ պարամետրերը՝ $Z_1 = (6 + j8)$Օմ, $Z_2 = (10 + j8)$Օմ, $Z_3 = (20 - j8)$Օմ: Z_1 դիմադրությամբ անցնում է $I_1 = 6$Ա հոսանք: Որոշե՛ք մնացած հոսանքներն ու շղթայի վրա կիրառված լարումը:

2.30. Նկ. 2.25-ում պատկերված շղթայում որոշե՛ք բոլոր հոսանքները, եթե հայտնի է կիրառված լարումը՝ $U = 120$Վ է, իսկ մնացած պարամետրերն են՝ $\omega L = 12$Օհմ, $\frac{1}{\omega C} = 20$ Օհմ, $Z_P = R_P = 40$ Օհմ:

2.31. Նկ. 2.25-ում պատկերված շղթայի բեռով, որի դիմադրությունը՝ $Z_P = (25 + j60)$Օհմ, անցնող հոսանքի ուժը՝ $I_P = 0{,}4$Ա: Որոշե՛ք մնացած հոսանքները և շղթայի վրա կիրառված U լարումը, եթե շղթայի պարամետրերն են՝ $\frac{1}{\omega C} = 40$ Օհմ, $\omega L = 10$Օհմ:



Նկ.2.25



Նկ.2.26

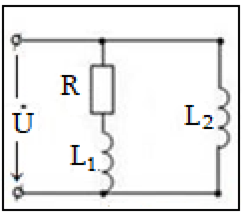
2.32. Որոշե՛ք $C = 1000$ պՖ ունակության կոնդենսատորի կորուստների անկյան տանգենսը և բարորակությունը, երբ այն $f = 3000$կՀց հաճախության դեպքում ունի $r_C = 0{,}1$ Օհմ կորուստների դիմադրություն: Ինչպե՞ս կփոխվի $tg\delta$-ի արժեքը, եթե կոնդենսատորը շունտենք $R = 5$կՕմ ակտիվ դիմադրությամբ:

2.33. Որոշե՛ք Նկ. 2.26 շղթայում $\dot{I}_2$ հոսանքը, եթե այդ շղթայի պարամետրերն են՝ $R_1 = 1$ Օհմ, $X_{L_1} = 1$ Օհմ, $R_3 = 4$ Օհմ, $R_2 = 3$Օհմ, $X_{L_2} = 4$ Օհմ, իսկ $\dot{\varepsilon} = 220e^{j120^0}$Վ:

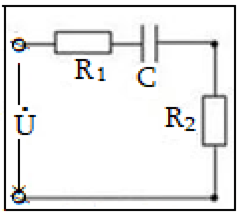
2.34. Որոշե՛ք Նկ. 2.27-ում բերված շղթայի կոմպլեքս դիմադրությունը, նրա մոդուլն ու արգումենտը, եթե կիրառված է ω հաճախության հարմոնիկ լարում: Շղթայի պարամետրերը համարվում են հայտնի:

2.35. Որոշե՛ք Նկ. 2.28-ում բերված շղթայի կոմպլեքս դիմադրությունը, նրա մոդուլն ու արգումենտը, եթե կիրառված է ω հաճախության հարմոնիկ լարում: Շղթայի պարամետրերը համարվում են հայտնի:

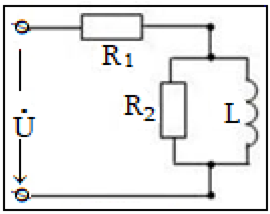
2.36. Որոշե՛ք Նկ. 2.29-ում բերված շղթայի կոմպլեքս դիմադրությունը, նրա մոդուլն ու արգումենտը, եթե կիրառված է ω հաճախության հարմոնիկ լարում: Շղթայի պարամետրերը համարվում են հայտնի:



Նկ.2.27



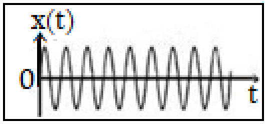
Նկ.2.28



Նկ.2.29

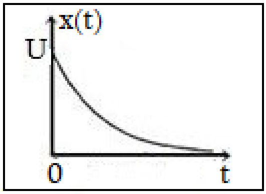
§3. Որոշ ազդանշանների մաթեմատիկական մոդելները և դրանց բնութագրերը: Ազդանշանների սպեկտրային վերլուծությունը: Թեորեմներ սպեկտրների վերաբերյալ

Հիմնական հասկացություններ և բանաձևեր



Նկ.3.1

3.1. Ազդանշանի մաթեմատիկական մոդելավորումը



Նկ.3.2

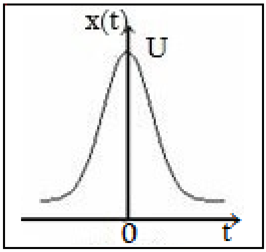
Ռադիոտեխնիկայում առավել տարածում ունեն ազդանշանների հետևյալ մաթեմատիկական մոդելները.

- **Անընդհատ հարմոնիկ ազդանշան (Նկ. 3.1).** $x(t) = Ucos\omega t$ կամ

  $x(t) = Usin\omega t, \qquad t\in(-\infty;+\infty)$:

- **Անընդհատ էքսպոնենտային ազդանշան (Նկ.3.2).**

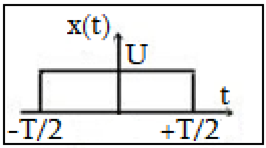
  $x(t) = Ue^{-\alpha t}$, եթե $t\in[0;+\infty)$ և $x=0$, եթե $t<0$, իսկ $\alpha>0$:



Նկ.3.3

- **Գաուսյան իմպուլս (Նկ. 3.3).**

  $x(t) = Ue^{-\alpha^2 t^2}, \quad t\in(-\infty;+\infty)$:

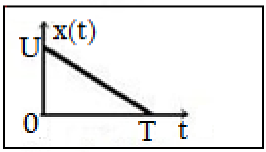


Նկ.3.4

- **Ուղղանկյուն իմպուլս (Նկ. 3.4).**

  $x(t) = U$, եթե $t\in[-\frac{T}{2};+\frac{T}{2}]$ և

  $x(t) = 0$, եթե $t\notin[-\frac{T}{2};+\frac{T}{2}]$:



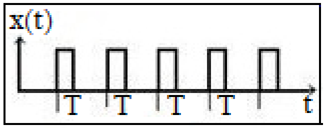
Նկ.3.5

- **Եռանկյուն ազդանշան (Նկ. 3.5).**

  $x(t) = \frac{U}{T}(T-t)$, եթե $t\in[0;T]$ և

  $x(t) = 0$, եթե $t\notin[0;T]$:

• **Պարբերական ազդանշանի օրինակ (Նկ. 3.6).** $x(t) = x(t \pm nT)$, որտեղ n = 0;1;2;... , իսկ $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$:

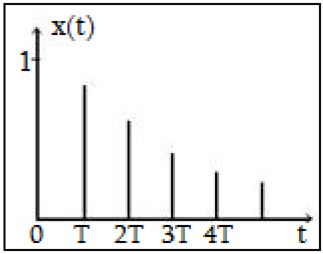


Նկ.3.6

Նկարում բերված է ուղղանկյուն պարբերական ազդանշանի դեպքը:

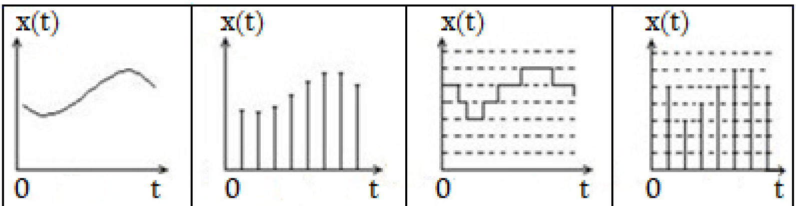
• **Դիսկրետ ազդանշան, որը թվերի հաջորդականությունն է (Նկ. 3.7).**

$$X(kT) = e^{-\alpha kT}, \text{ k = 0; 1; 2; ... :}$$



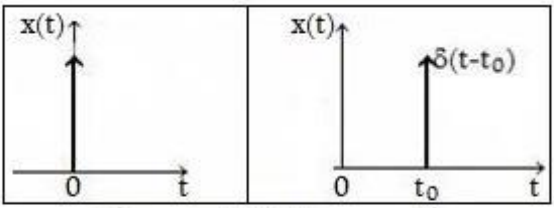
Նկ.3.7

• Նկ. 3.8-ում բերված է նույն անընդատ ազդանշանի (Նկ. 3.8ա) ըստ ժամանակի դիսկրետ ներկայացումը (Նկ. 3.8բ), ըստ մակարդակի քվանտային ներկայացումը (Նկ. 3.8գ), թվային ներկայացումը (ըստ ժամանակի դիսկրետ, ըստ մակարդակի քվանտային ներկայացումը, Նկ. 3.8դ):



ա) բ) Նկ.3.8 գ) դ)

• **Դիրակի** $\delta(t)$ **-ֆունկցիան** (Նկ. 3.9ա).



ա) Նկ.3.9 բ)

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0, \\ 0, & t \neq 0 \end{cases} \quad \text{և} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1: \tag{3.1}$$

Եթե δ-ֆունկցիան ըստ ժամանակի զրոյական դիրքից շեղված է t_0-ով (Նկ. 3.9բ, որտեղ գծի բարձրությունը պետք է համարել անվերջ), ապա՝

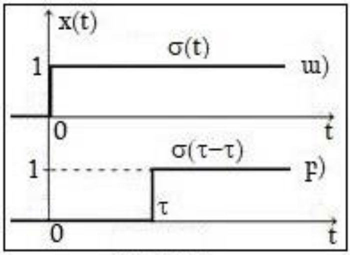
$$\delta(t - t_0) = \begin{cases} \infty, & t = t_0, \\ 0, & t \neq t_0 \end{cases} \quad \text{և} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0)dt = 1: \tag{3.2}$$

- **δ-ֆունկցիայի զտող հատկությունը՝**

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t - t_0)dt = f(t_0): \tag{3.3}$$

- **Միավոր թռիչքի կամ միացման ֆունկցիա (Խևիսայդի ֆունկցիա, Նկ.3.10).**

$$x(t) = \sigma(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0: \end{cases}$$



Նկ.3.10

Այս ֆունկցիային անվանում են միավոր թռիչքի կամ միացման ֆունկցիա: Ընդհանուր դեպքում σ ֆունկցիան, ըստ ժամանակի, զրոյական դիրքից կարող է շեղված լինել τ-ով (Նկ. 3.10բ):

$$\sigma(t - \tau) = \begin{cases} 1, & t \geq \tau, \\ 0, & t < \tau: \end{cases} \tag{3.4}$$

Եթե ռադիոտեխնիկական գծային համակարգի մուտքին տրվել է σ միավոր թռիչքի ֆունկցիան, ապա դրա արձագանքը (ազդանշանը ելքում) սովորաբար նշանակում են h(t)-ով և անվանում են անցումային ֆունկցիա:

Եթե համակարգի մուտքին տրվել է δ(t) ազդանշան, ապա դրան համապատասխանող արձագանքին անվանում են իմպուլսային ռեակցիա և սովորաբար նշանակում են g(t)-ով:

3.2. Ազդանշանի բնութագրերը

Ժամանակի $[0, T]$ միջակայքում գոյություն ունեցող x(t) ազդանշանի համար կարևոր բնութագրեր են հանդիսանում հետևյալ մեծությունները.

• **Ազդանշանի միջին արժեքը՝**

$$\overline{x} = \frac{1}{T}\int_0^T x\,(t)dt: \tag{3.5}$$

• **Ազդանշանի ակնթարթային հզորությունը.**

$$p(t) = U^2(t)/R = I^2(t)R:$$

Ազդանշանների տեսությունում, որպես կանոն, վերցնում են $R = 1$ Օհմ և արդեն՝

$$p(t) = x^2(t), \tag{3.6}$$

որտեղ x(t) ազդանշանը U(t)- ն է կամ I(t)-ն:

Եթե x(t) ազդանշանը ներկայացված է կոմպլեքս տեսքով, ապա $p(t) = \dot{x}(t)\dot{x}^*(t) = |\dot{x}(t)|^2$:

• **Ազդանշանի էներգիան.**

Էներգիան, որը կանջատվի ժամանակի $[0, T]$ միջակայքում կլինի՝

$$W = \int_0^T p(t)dt = \int_0^T x^2(t)dt = \int_0^T |\dot{x}(t)|^2\,dt: \tag{3.7}$$

• **Ազդանշանի միջին հզորությունը.**

Ժամանակի $[0, T]$ միջակայքում անջատված միջին հզորությունը

$$\overline{p} = \frac{E}{T} = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T |\dot{x}(t)|^2\,dt: \quad 3.8)$$

Սովորաբար պարբերական ազդանշանները բնութագրվում են հզորությամբ, իսկ ոչ պարբերականը՝ էներգիայով: Իրական պարբերական ազդանշանների համար $0 < \overline{p} < \infty$, իսկ իրական ոչ պարբերական ազդանշանների համար $0 < W < \infty$:

• Եթե ժամանակի $[0, T]$ միջակայքում տրված են $x_1(t)$ և $x_2(t)$ երկու ազդանշաններ: Այդ ազդանշանների գումարի էներգիան և հզորությունը կլինի՝

$$W = \int_0^T [x_1(t) + x_2(t)]^2 \, dt = W_1 + W_2 + 2W_{12};$$

$$\overline{p} = \frac{1}{T}\int_0^T [x_1(t) + x_2(t)]^2 \, dt = \overline{p}_1 + \overline{p}_2 + 2\overline{p}_{12},$$

որտեղ W_1, $\overline{p}_1$ և W_2, $\overline{p}_2$ -ը համապատասխանաբար առաջին և երկրորդ ազդանշանների էներգիան և միջին հզորություններն են, $W_{12} = \int_0^T x_1(t)x_2(t)dt$-ն երկու ազդանշանների փոխադարձ էներգիան է, իսկ $\overline{p}_{12} = \frac{1}{T}\int_0^T x_1(t)x_2(t)dt$ -ը՝ փոխադարձ միջին հզորությունը:

Եթե $W_{12} = 0$ կամ $\overline{p}_{12} = 0$, ապա $\int_0^T x_1(t)x_2(t)dt = 0$ և $x_1(t)$, $x_2(t)$ ազդանշանները ժամանակի $[0, T]$ միջակայքում համարվում են օրթոգոնալ: Այդ ազդանշանների համար $W = W_1 + W_2$, $\overline{p} = \overline{p}_1 + \overline{p}_2$: Երկու ազդանշանների օրթոգոնալ լինելը կապված է դրանց որոշման միջակայքի հետ:

Օրինակ՝ $x_1(t) = sin\omega t$, $x_2(t) = sin2\omega t$ ազդանշաններն օրթոգոնալ են ժամանակի այն միջակայքների համար, որոնք ընդգրկում են ամբողջ թվով կես պարբերություններ՝ $\frac{n\pi}{\omega}$, n=1; 2;…: Ժամանակի մյուս միջակայքերում դրանք օրթոգոնալ չեն:

3.3. Պարբերական ազդանշանի Ֆուրյե-վերլուծությունը

• **$x(t) = x(t \pm nT)$ պարբերական ազդանշանի Ֆուրիեի շարքը՝**

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \, cosn\omega_0 t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \, sinn\omega_0 t, \qquad (3.9)$$

որտեղ $\omega_0 = \frac{1}{T}$, $a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\cos(n\omega_0 t)dt$,

$b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\sin(n\omega_0 t)dt,$ $\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\mathrm{dt}$: $\frac{a_0}{2}$-ը փաստորեն ազդանշանի միջին արժեքն է և հանդիսանում է ազդանշանի հաստատուն բաղադրիչը:

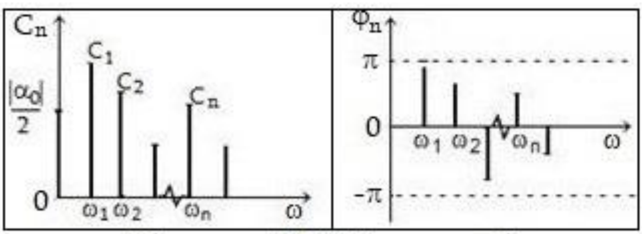
• **(3.9) շարքի կոմպակտ տեսքը՝**

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n), \qquad (3.10)$$

որտեղ $c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$, $tg\varphi_n = \frac{a_n}{b_n}$:

(3.9) և (3.10) շարքերը կոչվում են x(t) ազդանշանի սպեկտր: $n\omega_0$-ին անվանում են վերլուծության հարմոնիկներ: $c_n(\omega)$-ի համախմբությանն անվանում են լայնութային, իսկ $\varphi_n(\omega)$-ների համախմբությանը՝ փուլային սպեկտր: Լայնութային սպեկտրը զույգ ֆունկցիա է՝ $c_n(\omega) = c_n(-\omega)$, իսկ փուլայինը՝ կենտ՝ $\varphi_n(-\omega) = -\varphi(\omega)$:

Նկ. 3.11-ում բերված է լայնութային և փուլային սպեկտրների հնարավոր տեսքը, որտեղից երևում է, որ պարբերական ֆունկցիայի սպեկտրները գծային են: Նկարում $\omega_1 = \omega_0$, $\omega_2 = 2\omega_0, \ldots, \omega_n = n\omega_0$:



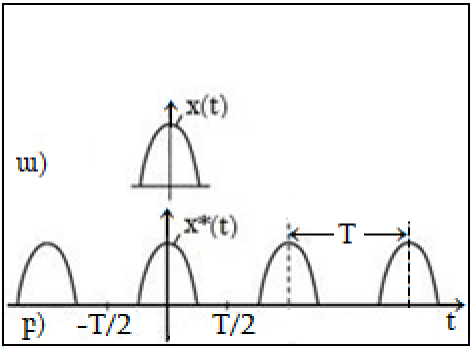
ա) Նկ.3.11 բ)

Ֆիզիկական ռեալ դեպքերում, սկսած ինչ-որ k-ի ինչ-որ արժեքից (3.9) կամ (3.10) շարքում անդամներն արդեն էական դեր չեն ունենում և շարքը վերևից սահմանափակվում է: ω-ի 0-ից մինչև $k\omega_0$ հատվածին անվանում են սպեկտրալ լայնություն, իսկ $k\omega_0$-ին՝ սպեկտրի սահմանային հաճախությունը՝ $\omega_u = k\omega_0$:

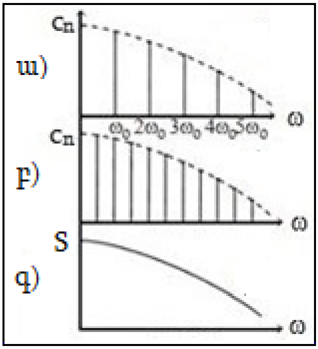
• **Միայնակ ազդանշանի Ֆուրյե- վերլուծությունը.**

Եթե x(t) ազդանշանը պարբերական չէ (օրինակ, Նկ. 3.12ա), մտովի դրան կարելի է ավելացնել նման ազդանշաններով, որոնք իրար հաջորդում են T պարբերությամբ (Նկ. 3.12բ), կստանանք $x^*(t)$ պարբերական ազդանշան՝ $x^*(t) = x^*(t \pm nT)$:

Եթե պահանջվող գործողությունները կատարելուց հետո



Նկ.3.12



Նկ.3.13

T պարբերությունը ձգտեցնենք անվեջության, ապա կստանանք x(t) միայնակ ազդանշանը՝ $x^*(t) \to x(t)$, երբ T→∞: Այս դեպքում արդեն սպեկտրը կլինի անընդհատ (Նկ. 3.13գ) և կունենանք՝

$$x(t) = \int_0^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t)cos\omega tdt\right]cos\omega td\omega +$$
$$+\int_0^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t)sin\omega tdt\right]sin\omega td\omega: \qquad (3.11)$$

• **(3.11)-ի կոմպակտ տեսքը՝**

$$x(t) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} S(\omega)sin[\omega t + \varphi(\omega)]\,d\omega, \qquad (3.12)$$

որտեղ

$$S(\omega) = \sqrt{\left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t)cos\omega tdt\right]^2 + \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t)sin\omega tdt\right]^2} =$$

$$= \sqrt{\alpha^2(\omega) + \beta^2(\omega)}: \qquad (3.13)$$

$$tg\varphi(\omega) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x(t)cos\omega tdt}{\int_{-\infty}^{\infty} x(t)sin\omega tdt} = \frac{\alpha(\omega)}{\beta(\omega)}: \qquad (3.13ա)$$

$S(\omega)$-ն կոչվում է x(t) ազդանշանի սպեկտրալ խտություն կամ սպեկտր, իսկ $tg\varphi(\omega)$-ն՝ փուլային սպեկտր:

- **Ֆուրիեի շարքի կոմպլեքս տեսքը.**

$$x(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \dot{c}_n e^{jn\omega_0 t}, \qquad (3.14)$$

որտեղ

$$\dot{c}_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)e^{jn\omega_0 t}dt: \qquad (3.14ա)$$

- **Ֆուրիեի ուղիղ և հակադարձ ձևափոխությունները.**

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\omega)e^{j\omega t}d\omega, \qquad (3.15)$$

որտեղ

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt: \qquad (3.16)$$

(3.15) և (3.16) համակարգը կոչվում է Ֆուրիեի ինտեգրալ ձևափոխություններ, ընդ որում՝ (3.15)-ը կոչվում է հակադարձ, իսկ (3.16)-ը՝ ուղիղ ձևափոխություն:

- **Ֆուրյե - ձևափոխության հատկությունները.**
- $x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\omega)e^{j\omega t}d\omega$ ձևափոխությունում կատարենք ω և t փոփոխականների փոխադարձ փոխարինում, ընդ որում, ազդանշանին վերագրելով իրական ֆունկցիա, իսկ սպեկտրին՝ կոմպլեքս (թեկուզ դա ևս կարող է լինել իրական), կունենանք՝

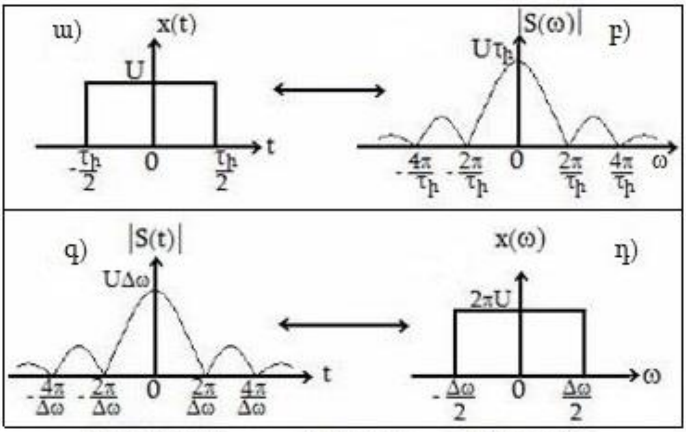
$$x(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(t)e^{j\omega t}dt = \int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{2\pi}\dot{S}(-t)\right)e^{-j\omega t}dt:$$

Փաստորեն ստացվել է $\frac{1}{2\pi}\dot{S}(-t)$ ազդանշանի սպեկտրը:

Ուրեմն, եթե $x(t)$ ազդանշանի սպեկտրը $\dot{S}(\omega)$-ն է, ապա $\frac{1}{2\pi}\dot{S}(-t)$ ազդանշանի սպեկտրը կլինի $x(j\omega)$-ն: Այսպիսով, եթե $x(t) \leftrightarrow \dot{S}(\omega)$, ապա

$$\frac{1}{2\pi}\dot{S}(-t) \leftrightarrow x(j\omega) = \dot{x}(\omega): \qquad (3.17)$$

(3.17) բանաձևի ֆիզիկական իմաստը կայանում է հետևյալում՝ եթե $x(t)$ ազդանշանին համապատասխանում է S(ω) լայնութային սպեկտրը, ապա այդ սպեկտրի տեսքն ունեցող ազդանշանին կհամապատասխանի սպեկտր, որն ունի $x(t)$ ազդանշանի տեսքը: Դա լուսաբանվում է Նկ.3.14-ում:



Ազդանշան Նկ.3.14 Սպեկտր

3.4. Թեորեմներ սպեկտրների վերաբերյալ

• **Գումարի թեորեմը.**

Եթե ունենք $x(t) = \sum_k x_k(t)$ ազդանշան և հայտնի են բոլոր գումարելիների $\dot{S}_k(\omega)$ սպեկտրալ խտությունները, ապա $x(t)$-ի սպեկտրալ խտությունը կլինի՝

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_k x_k(t) e^{-j\omega t} dt = \sum_k \dot{S}_k(\omega): \qquad (3.18)$$

Ընդհանրացված ձևով թեորեմը կլինի հետևյալը, եթե $x(t) = \sum_k a_k x_k(t)$, որտեղ a_k-ն իրական մեծություն է, ապա

$$\dot{S}(\omega) = \sum_k a_k \dot{S}_k(\omega):$$

- **Մասշտաբի փոփոխման թեորեմը.**

Եթե $x(t)$ ազդանշանի սպեկտրը $\dot{S}(\omega)$ -ն է, ապա $x(at)$ ազդանշանի սպեկտրը կլինի $\frac{1}{|a|}\dot{S}\left(\frac{\omega}{a}\right)$: Սա նշանակում է, որ եթե ազդանշանի տևողությունը երկարում է, ապա նրա սպեկտրը սեղմվում է և ընդհակառակը:

- **Ուշացման թեորեմը.**

Եթե $x(t)$ ազդանշանն ունի $\dot{S}(\omega)$ սպեկտրը, ապա τ ժամանակով ուշացած $x(t-\tau)$ ազդանշանի սպեկտրը կլինի՝ $\dot{S}_\tau(\omega) = e^{-j\omega\tau}\dot{S}(\omega)$, իսկ $x(t+\tau)$-ն կլինի τ ժամանակով առաջ ընկած և դրա սպեկտրը կլինի՝ $\dot{S}_\tau(\omega) = e^{j\omega\tau}\dot{S}(\omega)$: Քանի որ $\left|\dot{S}_\tau(\omega)\right| = \left|\dot{S}(\omega)\right|$, ուստի ազդանշանի ուշացման դեպքում դրա լայնութային սպեկտրը չի փոխվում, սակայն փոխվում է փուլային սպեկտրը՝

$$\dot{S}_\tau(\omega) = e^{\pm j\omega\tau}\left|\dot{S}(\omega)\right|e^{j\varphi(\omega)} = \left|\dot{S}(\omega)\right|e^{j[\varphi(\omega)\pm\omega\tau]}: \qquad (3.19)$$

- **Ածանցյալի թեորեմը.**

Եթե $x(t)$ ազդանշանի սպեկտրը $\dot{S}(\omega)$-ն է, այս դեպքում $x' = \frac{dx}{dt}$-ի սպեկտրը կլինի $\dot{S}^{(1)}(\omega) = j\omega\dot{S}(\omega)$: $x''(t)$ ազդանշանի սպեկտրը կլինի՝ $\dot{S}^{(2)}(\omega)=(j\omega)^2\dot{S}(\omega)$: $x(t)$ ազդանշանի n-րդ կարգի ածանցյալի սպեկտրը կլինի՝ $\dot{S}^{(n)}(\omega) = (j\omega)^n\dot{S}(\omega)$: Սակայն այս արդյունքները ճիշտ են $\lim_{t\to\pm\infty} x(t) = 0$ պայմանի դեպքում:

- **Ինտեգրալի թեորեմը.**

Եթե $x(t)$ ազդանշանի սպեկտրը $\dot{S}(\omega)$-ն է, ապա $f(t) = \int_0^t x(\tau)d\tau$ ինտեգրալ ազդանշանի սպեկտրը կլինի՝

$$\dot{S}_{(-1)}(\omega) = \frac{1}{j\omega}\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}\,dt = \frac{1}{j\omega}\dot{S}(\omega): \qquad (3.20)$$

• **Արտադրյալի թեորեմը.**

Եթե $x_1(t)$ ազդանշանի սպեկտրը $\dot{S}_1(\omega)$-ն է, իսկ $x_2(t)$ ազդանշանինը՝ $\dot{S}_2(\omega)$-ն, ապա $x(t) = x_1(t)x_2(t)$ ազդանշանի $\dot{S}(\omega)$ սպեկտրը կլինի՝

$$\dot{S}(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_1(\nu)\dot{S}_2(\omega - \nu)d\nu: \qquad (3.21)$$

Այսինքն՝ արտադրյալի սպեկտրը հավասար է արտադրիչների սպեկտրների փաթույթին:

• **Փաթույթի թեորեմը.**

$x_1(t)$ և $x_2(t)$ ազդանշանշանների փաթույթ կամ ծածկույթ կոչվում է հետևյալ ինտեգրալը՝

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau)x_2(t - \tau)d\tau: \qquad (3.22)$$

Եթե $x_1(t)$ ազդանշանի սպեկտրը $\dot{S}_1(\omega)$-ն է, իսկ $x_2(t)$-ինը՝ $\dot{S}_2(\omega)$-ն է, ապա $x(t)$-ի $\dot{S}(\omega)$ սպեկտրը կլինի՝

$$\dot{S}(\omega) = \dot{S}_1(\omega) \cdot \dot{S}_2(\omega):$$

• **Էներգիայի թեորեմը.**

Եթե $x(t)$ ազդանշանի սպեկտրը $\dot{S}(\omega)$-ն է՝

$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\omega)\, e^{j\omega t}d\omega$, ապա՝

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}\left|\dot{S}(\omega)\right|^2 d\omega, \qquad (3.23)$$

որին անվանում են Պարսևալի հավասարում:

Եթե հայտնի է $x(t)$ ազդանշանի ժամանակային կախվածությունը, ապա էներգիան կորոշվի $W = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt$ բանաձևով: Եթե հայտնի է այդ ազդանշանի սպեկտրը, ապա էներգիան կորոշվի $W = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}\left|\dot{S}(\omega)\right|^2 d\omega$ բանաձևով:

• **Էներգիայի սպեկտր.**

$$w = \frac{1}{\pi}\left|\dot{S}(\omega)\right|^2: \qquad (3.23ա)$$

3.5. Որոշ ազդանշանների սպեկտրները

• **Դիրակի δ-ֆունկցիայի սպեկտրը.**

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j\omega t} dt = e^{-j\omega \cdot 0} = 1: \qquad (3.24)$$

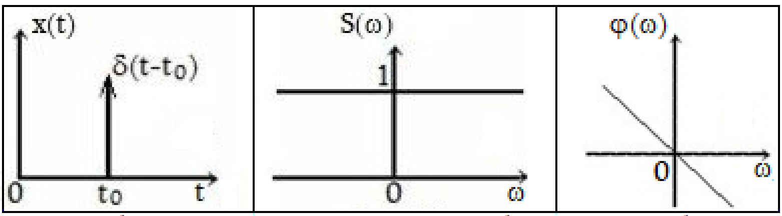
Այսինքն՝ հաճախությունների ամբողջ տիրույթում $\delta(t)$-ֆունկցիայի սպեկտրը հաստատուն է և մոդուլով հավասար մեկի, իսկ փուլային սպեկտրը հավասար է զրոյի:

• **Դիրակի $\boldsymbol{\delta(t-t_0)}$- ֆունկցիայի Ֆուրյե -ձևափոխությունը.**

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0) e^{-j\omega t} dt = e^{-j\omega \cdot t_0}: \qquad (3.25)$$

Ըստ ժամանակի տեղաշարժված δ-ֆունկցիայի (Նկ. 3.15ա) լայնութային սպեկտրը հաստատուն է (Նկ. 3.15բ) և մոդուլով հավասար մեկի, իսկ փուլային սպեկտրը ձեռք է բերել $-\omega t_0$ լրացուցիչ գումարելի (Նկ. 3.15գ):

• **Դիրակի δ-ֆունկցիայի Ֆուրյե-հակադարձ ձևափոխությունը.**

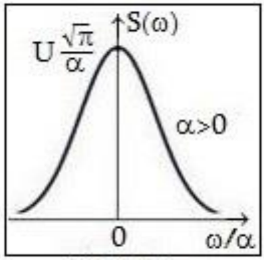


ա) Նկ.3.15 բ) գ)

$$\delta(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t}\, d\omega: \qquad (3.26)$$

• $x(t) = Ue^{-\alpha^2 t^2}$, t∈(−∞ ; +∞) **զանգային իմպուլսի (Նկ.3.16) սպեկտրը.**

Այս իմպուլսի սպեկտրն ունի զաուսյան տեսք՝ $\dot{S}(\omega) = \frac{U\sqrt{\pi}}{\alpha} e^{-\left(\frac{\omega}{2\alpha}\right)^2}$, իրական է, քանի որ $x(t)$ –ն զույգ ֆունկցիա է:

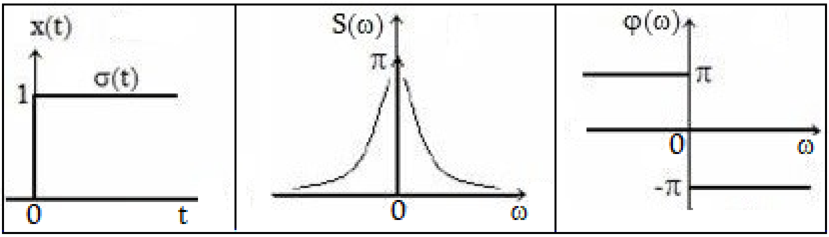


Նկ.3.16

• **Միավոր թռիչքի՝** $\sigma(t) = \begin{cases} 1, \text{ երբ } t \geq 0, \\ 0, \text{ երբ } t < 0 \end{cases}$ **սպեկտրը.**

$$\dot{S}(\omega) = \pi\delta(\omega) + 1/j\omega: \tag{3.27}$$

Լայնութային և փուլային սպեկտրների գրաֆիկները բերված են Նկ. 3.17 բ,գ-ում:



ա) Նկ.3.17 բ) գ)

• $x(t) = \begin{cases} Ue^{-\alpha t}, & t\in[0\,;\,+\infty), \alpha > 0, \\ 0, & t < 0 \end{cases}$ **անընդհատ էքսպոնենտային ազդանշանի (Նկ.3.2) սպեկտրը.**

$$\dot{S}(\omega) = \frac{U}{\alpha + j\omega} = \frac{U(\alpha - j\omega)}{\alpha^2 + \omega^2}; \quad |\dot{S}(\omega)| = \frac{U}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}}; tg\varphi = -\frac{\omega}{\alpha}: \tag{3.28}$$

Եթե $x(t)$ ազդանշանում $\alpha \to 0$, ապա միավոր թռիչքի սպեկտրի փոխարեն ստանում ենք U թռիչքով ազդանշանի սպեկտրը՝ $\dot{S}(\omega) = \pi U\delta(\omega) + U/j\omega$:

• $x(t) = Ucos(\omega_0 t + \varphi)$ հարմոնիկ ազդանշանի սպեկտրը. Այսինքն՝ հարմոնիկ ազդանշանի սպեկտրը երկու δ-ֆունկցիաներ են՝

$$\dot{S}(\omega) = U\pi e^{j\varphi}\delta(\omega - \omega_0) + U\pi e^{-j\varphi}\delta(\omega + \omega_0), \tag{3.29}$$

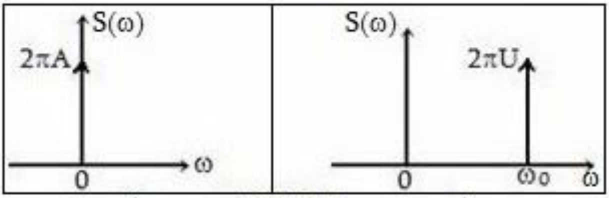
որոնք գտնվում են $\pm\omega_0$ հաճախությունների վրա:

• $x(t) = A$ **հաստատուն ազդանշանի սպեկտրը (Նկ.3.18ա).**

$$\dot{S}(\omega) = 2\pi A\delta(\omega): \qquad (3.30)$$

• $x(t) = Ue^{j\omega_0 t}$ **կոմպլեքս էքսպոնենտի սպեկտրը (Նկ.3.18բ).**

$$\dot{S}(\omega) = 2\pi U\delta(\omega - \omega_0): \qquad (3.31)$$



ա) Նկ.3.18 բ)

Խնդիրներ

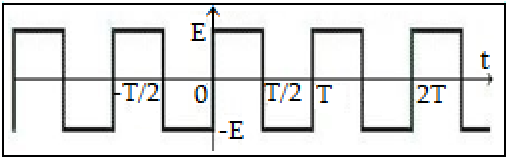
Պարբերական ազդանշանի Ֆուրյե-վերլուծություն

3.1. T պարբերության ազդանշանը $-\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}$ միջակայքում տրվում է $x(t) = U_0 cos\frac{\pi t}{T}$ արտահայտությամբ: Որոշե՛ք ազդանշանի Ֆուրիեի շարքի c_n գործակիցները:

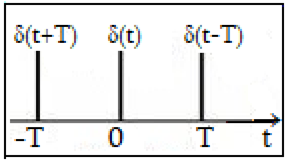
3.2. T պարբերության կոմպլեքս ազդանշանը տրվում է արտահայտությամբ՝ $x(t) = \begin{cases} 0, & -\frac{T}{2} < t < -\tau/2, \\ Aexp(j\alpha t), & -\tau/2 \leq t \leq \tau/2, \\ 0, & \tau/2 < t < T/2, \end{cases}$

որտեղ A-ն, α-ն և τ-ն տված իրական թվեր են: Որոշե՛ք ազդանշանի համար Ֆուրիեի շարքի c_n $(n = 0, \pm1, \pm2, ...)$ գործակիցները:

3.3. Հաշվե՛ք ներդաշնակ բաղադրիչների կոմպլեքս լայնույթները և գրե՛ք Ֆուրիեի շարքը Նկ.3.19-ում պատկերված տատանումների համար:



Նկ.3.19



Նկ.3.20

3.4. Ցույց տվե՛ք, որ Նկ.3.20-ում պատկերված $\delta(t)$-իմպուլսների համախմբի սպեկտրալ խտությունը հավասար է՝

$$\dot{S}(\omega) = 1 + 2cos\omega T:$$

3.5. Որոշե՛ք $x(t)$ պարբերական ազդանշանի Ֆուրիեի շարքի $\dot{c}_n$ $(n = 0, \pm 1, \pm 2, ...)$ կոմպլեքս գործակիցների և $x_1(t) = x(t - t_0)$ ուշացող ազդանշանի Ֆուրիեի շաքի $\tilde{c}_n$ գործակիցների միջև կապը:

3.6. Տրված է T պարբերությամբ $x(t)$ կոմպլեքս պարբերական ազդանշան: Ստացե՛ք պարբերության ընթացքում ազդանշանի միջինացված $\overline{P}$ հզորության և ազդանշանի Ֆուրիեի շաքի $\dot{c}_n$ գործակիցների միջև կապ հաստատող արտահայտություն:

3.7. Հաշվե՛ք $x(t) = Acos^2\omega_0 t$ $(-\infty < t < \infty)$ ազդանշանի սպեկտրալ խտությունը:

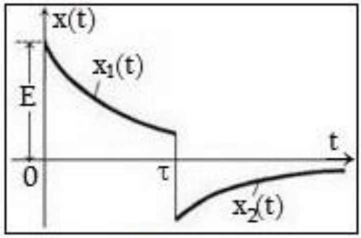
Ֆուրիեի ուղիղ և հակադարձ ձևափոխություններ: Ազդանշանի սպեկտրալ խտություն

3.8. Որոշե՛ք կոսինուսոիդային իմպուլսի սպեկտրալ խտությունը՝ $x(t) = \begin{cases} Ucos\frac{\pi t}{T}, & |t| < \frac{T}{2}, \\ 0, & |t| > \frac{T}{2}: \end{cases}$

3.9. Որոշե՛ք $U(t) = 5e^{-4000t}\sigma(t)$Վ լարման իմպուլսի սպեկտրալ խտությունը և հաշվել սպեկտրալ խտության մոդուլի արժեքը $\omega_0 = 3000$ռադ/վ հաճախության դեպքում:

3.10. Հոսանքի էքսպոնենտային տեսաիմպուլսը տրվում է $I(t) = 0{,}75e^{-4\cdot10^7 t}\sigma(t)$Ա արտահայտությամբ, որտեղ $\sigma(t)$-ն միավոր թռիչքի ֆունկցիան է: Որոշե՛ք տվյալ իմպուլսի սպեկտրալ խտության մոդուլը և արգումենտը $f = 10$ՄՀց հաճախության դեպքում:

3.11. Որոշե՛ք Նկ.3.21-ում պատկերված ազդանշանի սպեկտրալ խտությունը, եթե $x_1(t) = Ee^{-\alpha t}$, $x_2(t) = -Ee^{-\alpha(t-\tau)}(1 - e^{-\alpha t})$:

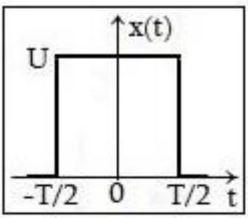


Նկ.3.21

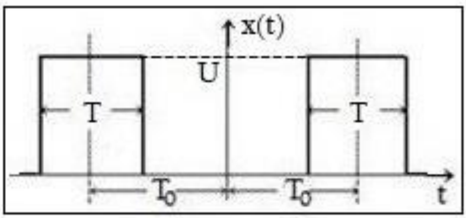
3.12. Որոշե՛ք $x(t) = e^{-\beta^2 t^2}$ իմպուլսի սպեկտրալ խտությունը և կառուցե՛ք դրա հաճախային կախվածության գրաֆիկը:

3.13. Որոշե՛ք Նկ.3.22-ում պատկերված ուղղանկյուն իմպուլսի սպեկտրալ խտությունը: Հաշվե՛ք սպեկտրալ խտության մոդուլի արժեքները $\omega = 0$, $\omega = \frac{\pi}{T}$ և $\omega = \frac{2\pi}{T}$ հաճախությունների դեպքում, եթե $U = 2$Վ, $T = 5$մկվ:

3.14. Օգտվելով նախորդ խնդրի արդյունքից և գումարի ու ուշացման թեորեմներից՝ որոշե՛ք Նկ.3.23-ում պատկերված կրկնակի իմպուլսի սպեկտրալ խտությունը:



Նկ.3.22

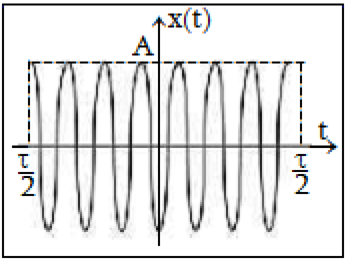


Նկ.3.23

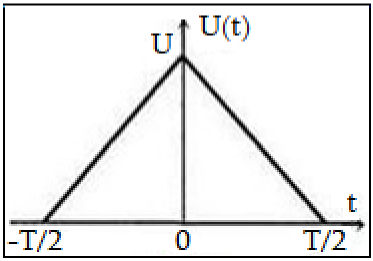
3.15. Նկ.3.24-ում պատկերված է ուղղանկյուն պարուրիչով ռադիոիմպուլս՝ $x(t) = Acos\omega_0 t,\ -\frac{\tau}{2} < t < \frac{\tau}{2},\ \tau \gg \frac{2\pi}{\omega_0}$։ Որոշե՛ք ռադիոիմպուլսի սպեկտրալ խտությունը՝ օգտվելով սպեկտրալ խտությունների վերաբերյալ արտադրյալի թեորեմից:

3.16. Որոշե՛ք Նկ.3.25-ում պատկերված եռանկյունաձև իմպուլսի սպեկտրալ խտությունը:

3.17. Հաշվե՛ք Նկ.3.25-ում պատկերված եռանկյունաձև իմպուլսի սպեկտրալ խտությունը՝ օգտվելով ուշացման և ինտեգրալի թեորեմներից, եթե նախապես հայտնի է ուղղանկյուն իմպուլսի սպեկտրալ խտությունը: Որոշե'ք սպեկտրալ խտության մոդուլի արժեքները $\omega = 0$, $U = 5$Վ, $T = 2$մկվ դեպքում:



Նկ.3.24



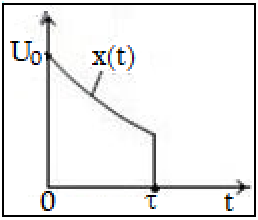
Նկ.3.25

3.18. Ազդանշանի սպեկտրալ խտությունն ունի հետևյալ տեսքը՝ $\dot{S}(\omega) = \pi A e^{-\alpha|\omega|}$: Որոշե'ք $x(t)$ ազդանշանը:

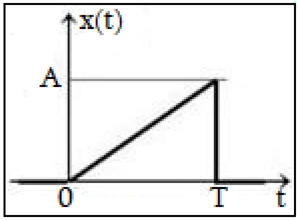
3.19. Տրված է $x(t)$ ազդանշանի սպեկտրալ խտությունը՝ $\dot{S}(\omega) = \frac{A}{(\alpha + j\omega)(\beta + j\omega)}$, $\alpha > 0,\ \beta > 0,\ \alpha \neq \beta$: Օգտվելով սպեկտրների վերաբերյալ երկու ֆունկցիաների փաթույթի թեորեմից՝ որոշե'ք ազդանշանը:

3.20. Ցույց տվե'ք, որ միավոր թռիչքի՝ $\sigma(t) = \begin{cases} 1, & \text{երբ } t \geq 0, \\ 0, & \text{երբ } t < 0 \end{cases}$ սպեկտրը տրվում է $\dot{S}(\omega) = \pi\delta(\omega) + 1/j\omega$ արտահայտությամբ:

3.21. Որոշե՛ք Նկ.3.26-ում պատկերված ազդանշանի սպեկտրալ խտությունը, եթե՝ $x(t) = U_0 e^{-\alpha t}$:



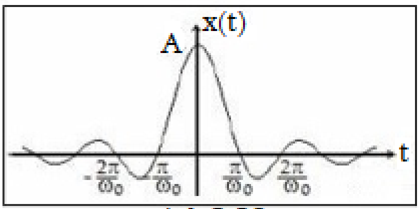
Նկ.3.26



Նկ.3.27

3.22. Որոշե՛ք Նկ.3.27-ում պատկերված եռանկյունաձև ազդանշանի սպեկտրալ խտությունը:

3.23. Որոշե՛ք $x(t) = A\frac{sin\omega_0 t}{\omega_0 t}$ տեսքի ազդանշանի սպեկտրը (Նկ. 3.28), որտեղ $\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T}$, իսկ T-ն $sin\omega_0 t$ ֆունկցիայի պարբերությունն է:



Նկ.3.28

Սպեկտրի լայնություն

3.24. R դիմադրությամբ հոսում է $I = I_0 e^{-\alpha t}\sigma(t)$ իմպուլսային հոսանք, որտեղ $\sigma(t)$-ն միավոր թռիչքի ֆունկցիան է: Որոշե՛ք իմպուլսի սպեկտրի ակտիվ լայնությունը, որտեղ կենտրոնացված է լրիվ էներգիայի 90%-ը:

3.25. R դիմադրությամբ հոսում է $I = I_0 e^{-\beta t}\sigma(t)$ իմպուլսային հոսանք, որտեղ $\sigma(t)$-ն միավոր թռիչքի ֆունկցիան է: Որոշե՛ք, թե իմպուլսի լրիվ էներգիայի՝ **ա)** ո՞ր մասն է ցրվում R դիմադրության վրա $1/\beta$ ժամանակամիջոցում և **բ)** ո՞ր մասն է կենտրոնացված $\omega = 0 \div \beta$ հաճախային շերտում: Որոշե՛ք նաև իմպուլսի սպեկտրի ակտիվ լայնությունը:

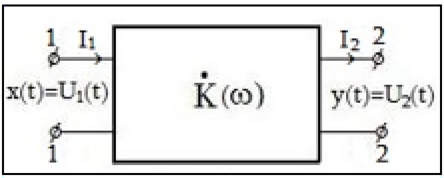
3.26. Որոշե՛ք $U = U_0 e^{-\alpha t}\sigma(t)$ լարման իմպուլսի էներգիական սպեկտրը, որտեղ $\sigma(t)$-ն միավոր թռիչքի ֆունկցիան է: Գտե՛ք նաև այդ իմպուլսի սպեկտրի ակտիվ լայնությունը՝ ընդունելով, որ հաճախային այդ շերտում կենտրոնացված է ազդանշանի լրիվ էներգիայի 90%-ը:

§4. Կոմպլեքս փոխանցման գործակից: Ազդանշանի կոռելյացիոն վերլուծություն: Որոշ ազդանշանների կոռելյացիոն ֆունկցիաները

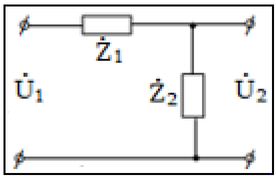
Հիմնական հասկացություններ և բանաձևեր

4.1. Կոմպլեքս փոխանցման գործակից

Ռադիոտեխնիկական գծային համակարգերի համար կարևոր բնութագրերից է հանդիսանում է կոմպլեքս փոխանցման գործակիցը, որը մտցվում է այն դեպքում, երբ ունենք հարմոնիկ ազդանշան: Եթե քառաբևեռի (Նկ.4.1ա) մուտքային x(t) ազդանշանը հարմոնիկ լարում է՝ $\dot{U}_1(t) = \dot{U}_{1m}e^{j\omega t}$, ապա ելքային y(t) լարումը (արձագանքը) ևս կլինի հարմոնիկ՝ $\dot{U}_2(t) = \dot{U}_{2m}e^{j\omega t}$:



Նկ.4.1



Նկ.4.2

• **$\dot{K}(\omega)$ կոմպլեքս փոխանցման գործակիցը.**

$$\dot{K}(\omega) = \frac{\dot{U}_2(t)}{\dot{U}_1(t)} = \frac{\dot{U}_{2m}}{\dot{U}_{1m}}, \qquad (4.1)$$

որտեղ $\dot{U}_{1m}$-ը և $\dot{U}_{2m}$-ը մուտքային և ելքային ազդանշանների լայնույթներն են:

Եթե քառաբևեռը հաջողվում է ներկայացնել Նկ.4.2 տեսքով, որտեղ $\dot{Z}_1$ և $\dot{Z}_2$ կոմպլեքս դիմադրություններ են, ապա մուտքային և ելքային լարումների կոմպլեքս լայնույթների համար կարող ենք գրել $\dot{U}_{1m} = \dot{I}_m \cdot (\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)$, $\dot{U}_{2m} = \dot{I}_m \cdot \dot{Z}_2$: Այս դեպքում կոմպլեքս փոխանցման գործակցի համար կունենանք՝

$$\dot{K}(\omega) = \frac{\dot{U}_{2m}}{\dot{U}_{1m}} = \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}: \qquad (4.2)$$

• **$\dot{K}(\omega)$ կոմպլեքս փոխանցման գործակցի մոդուլը.**

$$\left|\dot{K}(\omega)\right| = \frac{U_{2m}}{U_{1m}} = A(\omega): \qquad (4.3)$$

$A(\omega)$-ին անվանում են համակարգի լայնութահաճախային բնութագիր:

• Քառաբևեռի թողարկման շերտի լայնությունը որոշվում է հետևյալ պայմանից.

$$\frac{A(\omega)_{max}}{A(\omega)} = \sqrt{2}: \qquad (4.4)$$

• **$\dot{K}(\omega)$ կոմպլեքս փոխանցման գործակցի փուլը.**

$$\dot{K}(\omega) = \left|\dot{K}(\omega)\right| e^{j\varphi(\omega)} = \frac{U_{2m}e^{j\varphi_2}}{U_{1m}e^{j\varphi_1}} = \frac{U_{2m}}{U_{1m}} e^{j(\varphi_2-\varphi_1)}:$$

Այսինքն՝ կոմպլեքս փոխանցման գործակցի փուլը հավասար է արձագանքին ազդանշանի փուլերի տարբերությունը.

$$\varphi(\omega) = \varphi_2 - \varphi_1: \qquad (4.5)$$

Կոմպլեքս փոխանցման գործակցի փուլի հաճախային կախվածությանը՝ $\varphi(\omega)$-ին, անվանում են համակարգի փուլահաճախային բնութագիր:

• Եթե հայտնի է x(t) ազդանշանի $\dot{S}_x(\omega)$ սպեկտրը և համակարգի $\dot{K}(\omega)$ փոխանցման գործակիցը, ապա $y(t)$ արձագանքը կորոշվի հետևյալ բանաձևով՝

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{K}(\omega)\dot{S}_x(\omega)e^{j\omega t}d\omega: \qquad (4.8)$$

• **x(t) ազդանշանի և $y(t)$ արձագանքի սպեկտրների կապը՝**

$$\dot{S}_y(\omega) = \dot{K}(\omega)\dot{S}_x(\omega) \quad \text{կամ} \quad \dot{K}(\omega) = \frac{\dot{S}_y(\omega)}{\dot{S}_x(\omega)}: \qquad (4.9)$$

4.2. Ազդանշանի կոռելյացիոն անալիզ

ա) Կոռելյացիոն ֆունկցիաների սահմանումը

• **$x(t)$ ազդանշանի ինքնակոռելյացիոն ֆունկցիան.**

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t-\tau)dt: \qquad (4.10)$$

Փաստորեն (4.10)-ը $x(t)$ ազդանշանի փաթույթն է կամ $x(t)$ և ըստ ժամանակի շեղված $x(t-\tau)$ ազդանշանների ընդհանուր մակերեսը:

• **$x_1(t)$ և $x_2(t)$ տարբեր ազդանշանների փոխադարձ կոռելյացիոն ֆունկցիա.**

$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)x_2(t-\tau)dt; \qquad (4.11)$$

$$R_{21}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t-\tau)x_2(t)dt: \qquad (4.11ա)$$

Եթե ազդանշաններն ունեն կոմպլեքս տեսք, ապա ինքնակոռելյացիոն և փոխադարձ կոռելյացիոն ֆունկցիաները սահմանում են հետևյալ կերպ՝

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x^*(t-\tau)dt; \qquad (4.12)$$

$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)x_2^*(t-\tau)dt; \qquad (4.12ա)$$

$$R_{21}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1^*(t-\tau)x_2(t)dt: \qquad (4.12բ)$$

Ինքնակոռելյացիոն և փոխկոռելյացիոն ֆունկցիաներին հաճախ անվանում են նաև կոռելյացիոն ֆունկցիա:

բ) Ինքնակոռելյացիոն ֆունկցիայի հատկությունները

• $\tau = 0$ դեպքում ինքնակոռելյացիոն ֆունկցիան հավասար է ազդանշանի էներգիային՝

$$R(0) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt = W: \qquad (4.13)$$

• Ինքնակոռելյացիոն ֆունկցիան զույգ ֆունկցիա է.

$$R(\tau) = R(-\tau): \qquad (4.14)$$

• τ-ի կամայական արժեքի համար ինքնակոռելյացիոն ֆունկցիան չի գերազանցում ազդանշանի էներգիային՝

$$|R(\tau)| \leq R(0): \quad (4.15)$$

• τ-ի բացարձակ արժեքի մեծացման դեպքում վերջավոր էներգիայով ազդանշանի ինքնակոռելյացիոն ֆունկցիան մարում է՝

$$\lim_{\tau\to\infty} R(\tau) = 0: \quad (4.16)$$

• Ինքնակոռելյացիայի աստիճան՝

$$r(\tau) = \frac{R(\tau)}{R(0)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t-\tau)dt}{\int_{-\infty}^{\infty} x(t)^2 dt}: \quad (4.17)$$

գ) Կոռելյացիոն վերլուծություն

Քանի որ $x^2(t)$-ն ազդանշանի P(t) հզորությունն է, ուստի (4.12)-ից ունենք՝

$$R_x(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} P_x(\omega)e^{j\omega\tau}d\omega: \quad (4.18)$$

Փաստորեն x(t) ազդանշանի կոռելյացիոն ֆունկցիան և հզորության սպեկտրալ խտությունը կապված են Ֆուրիեի ձևափոխությամբ՝

$$P_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau: \quad (4.19)$$

(4.18) և (4.19) առնչությունները արտահայտում են Վիներ-Խինչինի թեորեմը:

• Ինքնակոռելյացիոն ֆունկցիայի սպեկտրալ վերլուծությունը.

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S(\dot{\omega})\dot{S}^*(\omega)e^{j\omega\tau}\,\mathrm{d}\omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\dot{S}(\omega)\right|^2 e^{j\omega\tau}\,\mathrm{d}\omega: \quad (4.20)$$

• Ազդանշանի սպեկտրը արտահայտված կոռելյացիոն ֆունկցիայով.

$$\left|\dot{S}(\omega)\right|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)\, e^{-j\omega\tau} d\tau: \qquad (4.21)$$

Քանի որ $R_x(\tau)$ կոռելյացիոն ֆունկցիան զույգ է, ուստի $P(\omega)$ հզորության սպեկտրը ևս զույգ ֆունկցիա է՝ $P(\omega) = P(-\omega)$: Այս հատկությունները հնարավորություն են տալիս Ֆուրիեի ձևափոխություններում ինտեգրման սահմանները վերցնել կիսաանվերջ սահմաններում՝

$$R_x(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} P_x(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} P_x(\omega)\cos(\omega\tau)\, d\omega: \quad (4.22)$$

$$P_x(\omega) = 2\int_0^{\infty} R_x(\tau)\cos(\omega\tau)\, d\tau: \qquad (4.23)$$

• $\boldsymbol{P(\omega)}$ **հզորության միակողմանի սպեկտրը՝**

$$P(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} P_x(\omega), & \omega \geq 0; \\ 0, & \omega < 0: \end{cases} \qquad (4.24)$$

• **Կոռելյացիոն միջակայք.**

$$\tau_{կ.ի} = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} |R(\tau)| d\tau = \int_0^{\infty} |R(\tau)| d\tau: \qquad (4.25)$$

•**Ազդանշանի սպեկտրի էֆեկտիվ լայնությունը.**

$$\Delta\omega_{էֆ} = \frac{1}{P_{max}} \int_0^{\infty} P(\omega) d\omega, \qquad (4.26)$$

որտեղ P_{max}-ը հզորության սպեկտրի մաքսիմալ արժեքն է:

դ) Փոխադարձ կոռելյացիոն ֆունկցիայի հատկությունները.

• $R_{12}(\tau)$ և $R_{21}(\tau)$ փոխկոռելյացիոն ֆունկցիաների արժեքները չեն փոխվի, եթե $x_2(t)$ կամ $x_1(t)$ ազդանշանների հապաղման փոխարեն դիտարկենք այդ ազդանշանների առաջ ընկնելը՝

$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t+\tau) x_2(t) dt, \qquad (4.27)$$

$$R_{21}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) x_2(t+\tau) dt: \qquad (4.27ա)$$

• Փոխկոռելյացիոն ֆունկցիայի համար տեղի ունի հետևյալը՝

$$R_{12}(\tau) = R_{21}(-\tau), \quad R_{12}(-\tau) = R_{21}(\tau): \qquad (4.28)$$

Ընդհանուր դեպքում $R_{12}(\tau) \neq R_{21}(\tau)$:

• Փոխկոռելյացիոն ֆունկցիան ընդհանուր դեպքում չի հանդիսանում զույգ ֆունկցիա և պարտադիր չէ, որ այն մաքսիմում արժեք ընդունի τ = 0-ի դեպքում:

• $\tau = 0$-ի դեպքում $R_{12}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) x_2(t) dt = W_{12}$, որտեղ W_{12}-ը $x_1(t)$ և $x_2(t)$ ազդանշանների փոխադարձ էներգիան է:

• $x_1(t)$ և $x_2(t)$ ազդանշանների փոխադարձ էներգիայի սպեկտրը.

$$w_{12}(\omega) = \dot{S}_1(\omega) \cdot \dot{S}_2^*(\omega): \tag{4.29}$$

• $x_1(t)$ և $x_2(t)$ ազդանշանների փոխադարձ լրիվ էներգիան.

$$W_{12} = \int_0^{\infty} w_{12}(\omega) d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \dot{S}_1(\omega) \cdot \dot{S}_2^*(\omega) d\omega: \tag{4.30}$$

Խնդիրներ

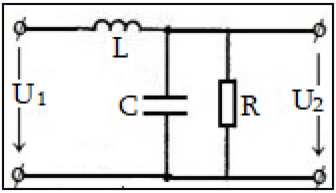
Շղթայի փոխանցման գործակից

4.1. RL-շղթայի մուտքին տրվում է $U_{մ} = 20\cos(1500t)$Վ լարում: L ինդուկտիվության ի՞նչ արժեքի դեպքում փոխանցման գործակցի մոդուլը կլինի՝ $K_L = \frac{U_{Lm}}{U_{մm}} = 0{,}6$, եթե $R = 10$ Օհմ:

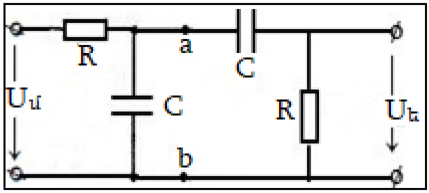
4.2. RL-շղթայի մուտքին տրվում է $U_{մ} = 100cos(10^7 t)$Վ լարում: Որոշե՛ք ինդուկտիվության վրա լարման U_{Lm} լայնույթը և փուլի շեղումը մուտքային լարման նկատմամբ, եթե R =100կՕմ, $L = 10$մՀն:

4.3. RC-շղթայի մուտքին տրվում է $U_{մ} = 300\cos(4{,}1 \cdot 10^7 t)$Վ լարում: Որոշե՛ք կոնդենսատորի վրա լարման U_{Cm} լայնույթը և փուլի շեղումը մուտքային լարման նկատմամբ, եթե $R = 100$ կՕմ, $C = 420$պՖ:

4.4. Որոշե՛ք Նկ.4.3-ում պատկերված շղթայի կոմպլեքս փոխանցման գործակիցը, նրա մոդուլը և արգումենտը:



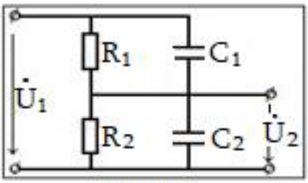
Նկ.4.3



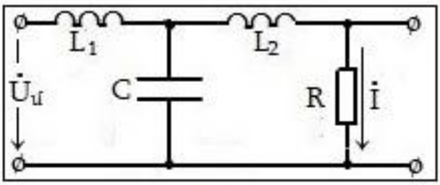
Նկ.4.4

4.5. Որոշե՛ք Նկ.4.4 շղթայի կոմպլեքս փոխանցման գործակիցը և լայնութահաճախային՝ $A(\omega)$ ու փուլահաճախային՝ $\varphi(\omega)$ բնութագրերը:

4.6. Որոշե՛ք C_1 ունակությունը, որի դեպքում Նկ. 4.5 շղթայի կոմպլեքս փոխանցման գործակցի մոդուլը հաստատուն է՝ $|\dot{K}(\omega)| = const$: Ինչպիսի՞ն կլինի այդ դեպքում փուլահաճախային բնութագիրը: Շղթայի պարամետրերն են՝ $R_1 = 1$ՄՕմ, $C_2 = 1$նՖ, $R_2 = 1$կՕմ:



Նկ.4.5

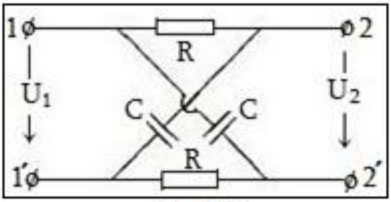


Նկ.4.6

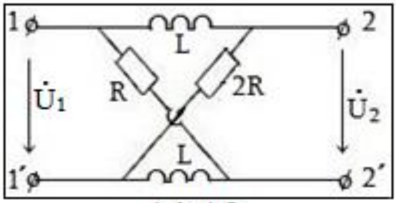
4.7. Որոշե՛ք այն հաճախությունը, որի դեպքում Նկ.4.6-ում բերված շղթայի R դիմադրությամբ անցնող հոսանքի և մուտքային լարման միջև փուլերի շեղումը՝ $\Delta\varphi = 180^0$, իսկ $L_1 = L_2 = L$:

4.8. Որոշե՛ք Նկ.4.7 շղթայի կոմպլեքս փոխանցման գործակիցը, լայնութահաճախային՝ $A(\omega)$ ու փուլահաճախային՝ $\varphi(\omega)$ բնութագրերը:

4.9. Որոշե՛ք Նկ. 4.8 շղթայի կոմպլեքս փոխանցման գործակիցը և փուլահաճախային՝ $\varphi(\omega)$ բնութագիրը:



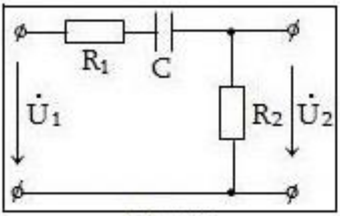
Նկ.4.7



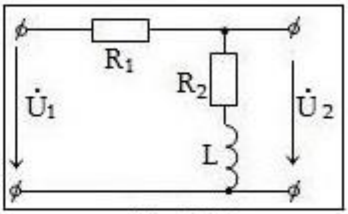
Նկ.4.8

4.10. Որոշե՛ք Նկ. 4.9 շղթայի կոմպլեքս փոխանցման գործակիցը, նրա մոդուլը և արգումենտը: Շղթայի պարամետրերը համարե'ք հայտնի:

4.11. Որոշե՛ք Նկ. 4.10 շղթայի կոմպլեքս փոխանցման գործակիցը, նրա մոդուլը և արգումենտը: Շղթայի պարամետրերը համարե՛ք հայտնի:

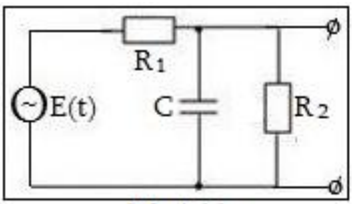


Նկ.4.9

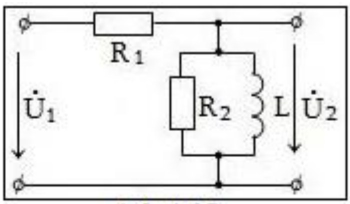


Նկ.4.10

4.12. Որոշե՛ք Նկ. 4.11 շղթայի կոմպլեքս փոխանցման գործակիցը և լայնութահաճախային ու փուլահաճախային բնութագրերը:



Նկ.4.11

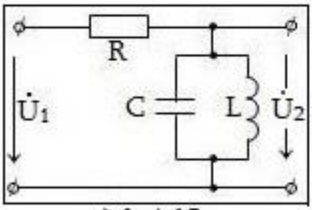


Նկ.4.12

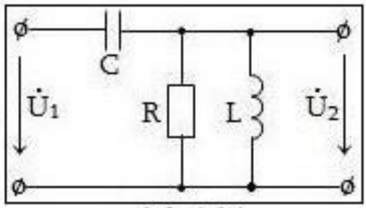
4.13. Որոշե՛ք Նկ. 4.12 շղթայի կոմպլեքս փոխանցման գործակիցը, նրա մոդուլը և արգումենտը: Շղթայի պարամետրերը համարե'ք հայտնի:

4.14. Որոշե՛ք Նկ. 4.13 շղթայի կոմպլեքս փոխանցման գործակիցը, նրա մոդուլը և արգումենտը: Շղթայի պարամետրերը համարե'ք հայտնի:

4.15. Որոշե՛ք Նկ. 4.14 շղթայի կոմպլեքս փոխանցման գործակիցը, նրա մոդուլը և արգումենտը: Շղթայի պարամետրերը համարե'ք հայտնի:



Նկ.4.13



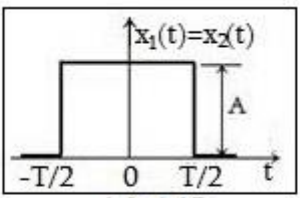
Նկ.4.14

Ազդանշանի կոռելյացիոն վերլուծություն

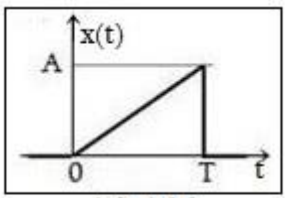
4.16. Հաշվե՛ք $x_1(t) = A_1 e^{-\alpha_1 t}$ և $x_2(t) = A_2 e^{-\alpha_2 t}$ երկու էքսպոնենտային տեսաիմպուլսների փաթույթը:

4.17. Որոշե՛ք երկու միատեսակ $x_1(t) = x_2(t)$ ուղղանկյուն իմպուլսների փաթույթը (Նկ. 4.15):

4.18. Տրված են երկու ֆունկցիա՝ $x_1(t) = e^{-\beta_1 t}\sigma(t)$ և $x_2(t) = e^{-\beta_2 t}\sigma(t)$: Հաշվե՛ք հետևյալ ինտեգրալը՝
$I = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)\, x_2'(t-a)dt$, $a > 0$, $a = 0$, $a < 0$ դեպքերում:



Նկ.4.15



Նկ.4.16

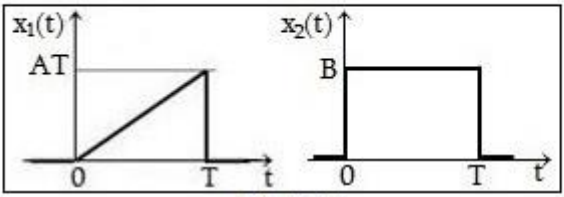
4.19. Որոշե՛ք $x(t) = Ae^{-\alpha t}\sigma(t)$ ազդանշանի ինքնակոռելյացիոն ֆունկցիան:

4.20. Որոշե՛ք Նկ. 4.16-ում պատկերված եռանկյունաձև իմպուլսի ինքնակոռելյացիոն ֆունկցիան:

4.21. Որոշե՛ք A բարձրության և T տևողության ուղղանկյուն իմպուլսի ինքնակոռելյացիոն ֆունկցիան:

4.22. Որոշե՛ք $x_1(t) = Ae^{-\alpha t}\sigma(t)$ և $x_2(t) = Be^{-\beta t}\sigma(t)$ $(\alpha \neq \beta)$ իմպուլսների փոխկոռելյացիոն ֆունկցիան և փոխադարձ էներգիական սպեկտրը:

4.23. Որոշե'ք Նկ. 4.17-ում պատկերված $x_1(t)$ և $x_2(t)$ իմպուլսների $R_{12}(\tau)$ և $R_{21}(\tau)$ փոխկոռելյացիոն ֆունկցիաները:



Նկ.4.17

4.24. Որոշե՛ք $x(t) = x(t + nT)$, որտեղ n = -2, -1, 0, 1, 2,.., պարբերական ազդանշանի կոռելյացիոն ֆունկցիան: Որպես մասնավոր դեպքեր քննարկեք՝ **ա)** $x(t) = Ucos(\omega t + \varphi)$ հարմոնիկ ազդանշանը, **բ)** U բարձրությամբ, τ_h տևողությամբ պարբերական ուղղանկյուն իմպուլսների հաջորդականությունը:

4.25. Որոշե՛ք $x_1(t)$ եռանկյուն իմպուլսի և δ −ֆունկցիայի $R_{12}(\tau)$ և $R_{21}(\tau)$ փոխկոռելյացիոն ֆունկցիաները:

4.26. Որոշե՛ք $x_1(t)$ միայնակիմպուլսի և պարբերաբար կրկնվող δ −ֆունկցիաների փոխկոռելյացիոն ֆունկցիան:

§5. Լապլասի ձևափոխությունը: Թեորեմներ Լապլասի ձևափոխությունների վերաբերյալ: Անցումային և իմպուլսային բնութագրեր:

Հիմնական հասկացություններ և բանաձևեր

5.1. Լապլասի ձևափոխությունը

• **Կոմպլեքս հաճախություն.**

$$p = \alpha + j\omega; \qquad p^* = \alpha - j\omega, \tag{5.1}$$

որտեղ α-ն կոմպլեքս հաճախության իրական մասն է, իսկ ω-ն՝ ազդանշանի հաճախությունը:

• **Իրական ազդանշանն արտահայտված կոմպլեքս հաճախությամբ.**

$$x(t) = \left(e^{pt} + e^{p^* t}\right) = \left(e^{\alpha t}e^{j\omega t} + +e^{\alpha t}e^{-j\omega t}\right) = e^{\alpha t}cos\omega t: \tag{5.2}$$

Եթե $\alpha = 0$, ապա կունենանք հարմոնիկ ազդանշան, իսկ $\omega \neq 0$, $\alpha > 0$ դեպքում կունենանք էքսպոնենտային աճող և $\alpha < 0$ դեպքում՝ էքսպոնենտային նվազող ազդանշան: Կոմպլեքս հաճախությունների միջոցով կարելի է ստանալ այնպիսի ազդանշանների սպեկտրալ պատկերը, որոնց մաթեմատիկական մոդելներն ինտեգրելի չեն:

• **Լապլասի ձևափոխությունը.**

Եթե x(t)-ն կոմպլեքս կամ իրական ազդանշանը որոշված է $t \geq 0$-ի համար և հավասար է զրոյի $t < 0$ դեպքում, ապա այդ ազդանշանի լապլասյան ձևափոխություն կոչվում է այն F(p) ֆունկցիան, որը տրվում է հետևյալ ինտեգրալով՝

$$F(p) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-pt}dt: \tag{5.3}$$

$\alpha < 0$ դեպքում (5.3) ինտեգրալը կլինի զուգամետ, եթե $|x(t)| \leq Ae^{-at}$, որտեղ A և a-ն դրական հաստատուններ են, իսկ $\alpha \geq a$: Եթե $\alpha = 0$, $p = j\omega$, ապա (5.3)-ը վերածվում է Ֆուրիեի ուղիղ ձևափոխության՝

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt = \dot{S}(\omega):$$

Ֆուրիեի հակադարձ ձևափոխությունը կլինի x(t) ազդանշանը՝

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{j\omega t}d\omega: \tag{5.4}$$

Եթե $\alpha \neq 0$, $p = \alpha + j\omega$-ի, ապա $d\omega = \frac{dp}{j}$ և x(t) ազդանշանը կլինի՝

$$x(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty} F(p)e^{pt}dp: \tag{5.5}$$

x(t)-ին անվանում են ազդանշանի բնօրինակ, իսկ F(p)-ն կոչվում է x(t)-ի լապլասյան պատկեր: F(p)-ն միարժեք ֆունկցիա է՝ յուրաքանչյուր x(t)-ին համապատասխանում է խիստ որոշակի F(p) ֆունկցիա և ընդհակառակը, յուրաքանչյուր F(p)-ին համապատասխանում է խիստ որոշակի x(t): F(p)-ն անալիտիկ ֆունկցիա է, և հետևաբար (5.5) ինտեգրալը հաշվելիս կարելի է օգտվել մնացքների տեսությունից:

Եթե F(p)-ն, ըստ p-ի աստիճանների, երկու բազմանդամների հարաբերություն է՝ $F(p) = \frac{A(p)}{B(p)}$, և համարիչի բազմանդամի աստիճանը չի գերազանցում հայտարարինը, ապա $F(p)$ ֆունկցիայի համար հատուկ կետեր կհանդիսանան բևեռները, այսինքն՝ $B(p) = 0$ հավասարման արմատները: Եթե բոլոր p_k արմատները տարբեր են (k = 1, 2, …n), ապա լապլասյան պատկերից ազդանշանին անցնում են հետևյալ բանաձևի օգնությամբ՝

$$x(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{A(p_k)}{B'(p_k)} e^{p_k t}, \tag{5.6}$$

որտեղ $B'(p)=\frac{dB}{dp}$:

Գործնականում x(t)-ից F(p)-ին կամ F(p)-ից x(t)-ին անցումը կատարելուց օգտվում են Լապլասի ձևափոխության պատրաստի աղյուսակներից (տե՛ս Հավելվածը): Նման աղյուսակների առկայությունն ազդանշանների ուսումնասիրման լապլասյան եղանակը դարձնում է բավականին կիրառելի:

Եթե x(t) ազդանշանը $t<0$ դեպքում հավասար է զրոյի և նրա համար գոյություն ունի $\dot{S}(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-j\omega t}dt$ Ֆուրիեի ձևափոխություն, ապա այդ ձևափոխությունը կարելի է ստանալ Լապլասյան ձևափոխությունների աղյուսակից, նրանցում p-ն փոխարինելով $j\omega$-ով:

Այսպիսով, օգտագործելով Ֆուրիեի և Լապլասի ձևափոխությունների կապը և օգտվելով աղյուսակներից, կարող ենք որոշել $\dot{S}(\omega)$-ն, եթե հայտնի է x(t) ազդանշանը կամ գտնել x(t) ազդանշանը, եթե հայտնի է $\dot{S}(\omega)$-ն:

Գծային շղթայում $U_1(t)$ ազդանշանը և $U_2(t)$ արձագանքը կապված են իրար հետ հետևյալ գծային դիֆերենցիալ հավասարումով՝

$$a_n\frac{d^nU_2}{dt^n}+\cdots+a_1\frac{dU_2}{dt}+a_0U_2=\ b_m\frac{d^mU_1}{dt^m}+\cdots+b_1\frac{dU_1}{dt}+b_0U_1: \quad (5.7)$$

Եթե $U_1(t)$ և $U_2(t)$ ֆունկցիաները տրոհվում են այնպիսի հարմոնիկ բաղադրիչների, որոնց լայնույթը փոփոխվում է $e^{\alpha t}$ օրենքով՝ $U_1(t),\ U_2(t)\sim e^{pt}$, ապա $\frac{d^kU(t)}{dt^k}=p^k$ և (5.7)-ի փոխարեն կունենանք՝

$$(a_np^n+a_{n-1}p^{n-1}+\cdots+a_1p+a_0)U_2(p)=$$
$$=(b_mp^m+b_{m-1}p^{m-1}+\cdots+b_1p+b_0)U_1(p): \quad (5.8)$$

$U_1(t)$-ի և $U_2(t)$-ի գործակիցները համապատասխանաբար նշանակենք $H_1(p)$-ով և $H_2(p)$-ով, ապա կունենանք հետևյալ օպերատորական հավասարումը՝

$$H_2(p)U_2(p) = H_1(p)U_1(p): \tag{5.9}$$

• **Օպերատորական $\dot{K}(p)$ փոխանցման գործակից.**

$$\dot{K}(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{H_1(p)}{H_2(p)}: \tag{5.10}$$

• **Միավոր թռիչքի արձագանքը.**

Եթե մուտքային ազդանշանը միավոր թռիչքն է՝

$U_1(t) = \sigma(t) = \begin{cases} 1, \text{ երբ } t \geq 0, \\ 0, \text{ երբ } t < 0, \end{cases}$, ապա դրա արձագանքին անվանում են անցումային ֆունկցիա և նշանակում են $h(t)$-ով՝ $U_2(t) = h(t)$: Այս դեպքում $\dot{K}(p)$ –ն կլինի՝

$$\dot{K}(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{H_1(p)}{H_2(p)} = \frac{h(p)}{\sigma(p)}: \tag{5.11}$$

Քանի որ $\sigma(t)$-ի լապլասյան պատկերը հանդիսանում է 1/p, ուստի՝

$$h(p) = \frac{\dot{K}(p)}{p}: \tag{5.12}$$

(5.12)-ը նշանակում է, որ h(t)-ն պետք է որոշել որպես $\frac{\dot{K}(p)}{p}$-ի բնօրինակ՝

$$h(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty} \frac{\dot{K}(p)}{p} e^{pt} dp: \tag{5.13}$$

$h(t)$-ն որոշելու մյուս եղանակը Հևիսայդի բանաձևն է՝

$$h(t) = \frac{H_1(0)}{H_2(0)} + \sum_{k=1}^{n} \frac{H_1(p_k)e^{p_k t}}{p_k H_2'(p_k)}, \tag{5.14}$$

որտեղ $H_1(0)$-ն և $H_2(0)$-ն $H_1(p)$-ի և $H_2(p)$-ի արժեքներն են $p = 0$ կետում, p_k-ն՝ $H_2(p) = 0$ հավասարման արմատներն են, իսկ $H_2'(p_k) = \left.\frac{dH_2}{dp}\right|_{p=p_k}$:

5.2. Թեորեմներ Լապլասի ձևափոխությունների վերաբերյալ

Թեորեմ 1 (գումարման թեորեմ).

Եթե $x_1(t)$ ազդանշանի լապլասյան պատկերը $F_1(p)$-ն է՝ $x_1(t) \leftrightarrow F_1(p)$ և $x_2(t) \leftrightarrow F_2(p)$, ապա $x(t) = x_1(t) + x_2(t) \leftrightarrow F_1(p) + F_2(p)$: Ընդհանուր դեպքում՝

$\sum_k a_k x_k(t) \leftrightarrow \sum_k a_k F_k(p)$, որտեղ a_k-երը հաստատուններ են:

Թեորեմ 2 (ուշացման թեորեմ).

Եթե $x(t) \leftrightarrow F(p)$, ապա $x(t-\tau) \leftrightarrow e^{-p\tau}F(p)$:

Թեորեմ 3 (շեղման թեորեմ).

Եթե $x(t) \leftrightarrow F(p)$, ապա $e^{\pm at}x(t) \leftrightarrow F(p \mp a)$:

Թեորեմ 4 (մասշտաբի փոփոխման թեորեմ).

Եթե $x(t) \leftrightarrow F(p)$, ապա $x(at) \leftrightarrow \frac{1}{a}F(p/a)$, $(a > 0)$:

Թեորեմ 5 (ածանցյալի թեորեմ).

Եթե $(t) \leftrightarrow F(p)$, ապա $\frac{dx(t)}{dt} = x' \leftrightarrow pF(p) - x(0+)$, որտեղ x(0+)-ը x-ի արժեքն է $t = 0$ կետում, երբ մոտենում ենք աջից:

Թեորեմ 6 (ինտեգրալի թեորեմ).

Եթե $x(t) \leftrightarrow F(p)$, ապա $\int_0^t x(t)dt \leftrightarrow \frac{1}{p}F(p) + \frac{1}{p}\, x^{(-1)}(0+)$, որտեղ $x^{(-1)}(0+)$-ը x-ի ինտեգրալի արժեքն է $t = 0$ կետում, երբ մոտենում ենք աջից:

Թեորեմ 7 (փաթույթի թեորեմ).

Եթե $x_1(t) \leftrightarrow F_1(p)$; $x_2(t) \leftrightarrow F_2(p)$, ապա

$\int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau)x_2(t-\tau)dt \leftrightarrow F_1(p)F_2(p)$:

Թեորեմ 8 (պատկերի ինտեգրման թեորեմ).

Եթե $x(t) \leftrightarrow F(p)$, ապա $\frac{x(t)}{t} \leftrightarrow \int_p^{\infty} F(p)dp$:

Թեորեմ 9. Եթե $x(t,u) \leftrightarrow F(p,u)$, ապա $\frac{\partial x(t,u)}{\partial u} \leftrightarrow \frac{\partial F(p,u)}{\partial u}$:

Թեորեմ 10. Եթե $x(t) \leftrightarrow F(p)$, ապա

$$x(t)cos\omega t \leftrightarrow \frac{1}{2}[F(p-j\omega)+F(p+j\omega)]:$$

Թեորեմ 11. Եթե $x(t) \leftrightarrow F(p)$, ապա

$$x(t)sin\omega t \leftrightarrow \frac{1}{2j}[F(p-j\omega)-F(p+j\omega)]:$$

Թեորեմ 12.

Եթե ունենք մոդուլացված ազդանշան՝

$x(t) = U_m(t)\cos(\omega_0 t+\varphi_0)$ և $U_m(t) \leftrightarrow F(p)$, ապա

$$x(t) \leftrightarrow \frac{e^{j\varphi_0}}{2}F(p-j\omega_0)+\frac{e^{-j\varphi_0}}{2}F(p+j\omega_0):$$

Թեորեմ 13. $\lim_{t\to 0}x(t) = \lim_{p\to\infty}pF(p)$; $\lim_{t\to\infty}x(t) = \lim_{p\to 0}pF(p)$:

5.3. Դյուամելի ինտեգրալ

Եթե հայտնի է x(t) ազդանշանը, ապա $y(t)$ արձագանքը կարելի է որոշել հետևյալ արտահայտության օգնությամբ՝

$$y(t) = x(0)h(t)+\int_0^t x'(\tau)h(t-\tau)d\tau: \qquad (5.15)$$

որտեղ $h(t)$-ն $\sigma(t)$ միավոր թռիչքի արձագանքն է, իսկ $\int_0^t x'(\tau)h(t-\tau)d\tau$ ինտեգրալը՝ Դյուամելի ինտեգրալն է:

Խնդիրներ

Լապլասի ուղիղ և հակադարձ ձևափոխություններ

5.1. Որոշե՛ք Դիրակի $\delta(t-t_0)$ և $\delta(t)$-ֆունկցիաների լապլասյան պատկերները:

5.2. Որոշե՛ք $\sigma(t) = \begin{cases} 1, & \text{երբ } t \geq 0, \\ 0, & \text{երբ } t < 0 \end{cases}$ միացման ֆունկցիայի լապլասյան պատկերը:

5.3. Օգտվելով Լապլասի ուղիղ ձևափոխությունից՝ որոշե՛ք հետևյալ ֆունկցիաների լապլասյան պատկերները՝

1. e^{at}; **2.** e^{-at}; **3.** $1-e^{-at}$; **•4.** t^{a}, $(a>-1)$;

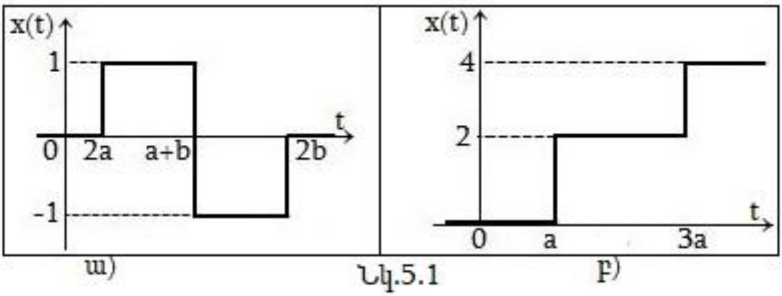
5. $x(t)=e^{p_0 t}\sigma(t)$, որտեղ $p_0=\alpha_0+j\omega_0$:

5.4. Օգտվելով Էյլերի բանաձևից՝ որոշե՛ք հետևյալ ֆունկցիաների լապլասյան պատկերները՝

1. $cosbt$; 2. $\cos(bt+\varphi)$; **3.** $shbt$; 4. $\sin(bt+\varphi)$:

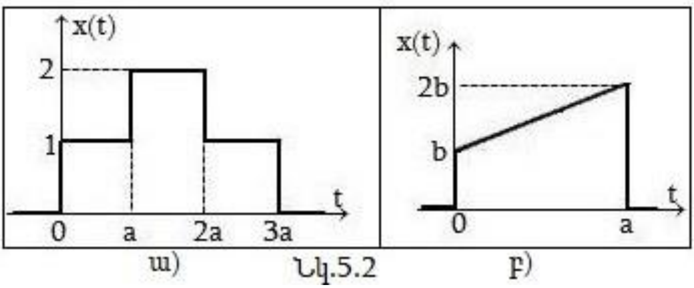
5.5. Որոշե՛ք հետևյալ ֆունկցիաների լապլասյան պատկերները՝ **1.** $sin^4 t$; **2.** $cos^6 t$:

5.6. Որոշե՛ք Նկ. 5.1-ում պատկերված ֆունկցիաների լապլասյան պատկերները:



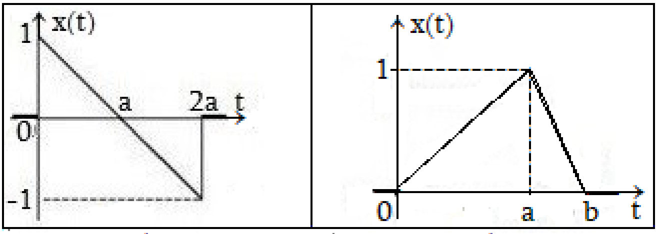
Նկ.5.1

5.7. Որոշե՛ք Նկ. 5.2-ում պատկերված ֆունկցիաների լապլասյան պատկերները:



Նկ.5.2

5.8. Որոշե՛ք Նկ. 5.3-ում պատկերված ֆունկցիաների լապլասյան պատկերները:



ա) Նկ.5.3 բ)

5.9. Օգտվելով շեղման թեորեմից՝ որոշե՛ք հետևյալ ֆունկցիաների լապլասյան պատկերները՝

1. $t \cdot e^{-at}$; **2.** $e^{-at} sinbt$; **3.** $tcosbt$; **4**. $chat \cdot cosat$;

5. $\frac{1}{2} shat \cdot sinat$; **6.** $e^{-at} cosbt$:

5.10. Օգտվելով ուշացման թեորեմից՝ որոշե՛ք հետևյալ ֆունկցիաների լապլասյան պատկերները՝

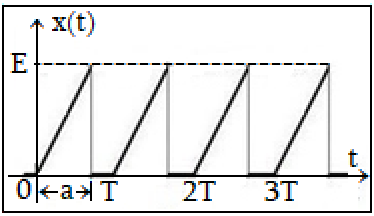
1. $\cos(at - b)$;

2. $e^{(t-a)} \sin(t - a)$:

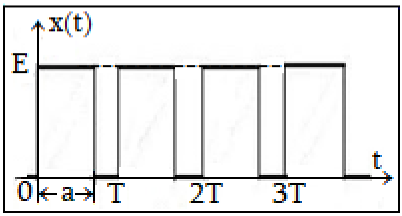
5.11. Օգտվելով բնօրինակի դիֆերենցման թեորեմից՝ որոշե՛ք հետևյալ ֆունկցիաների լապլասյան պատկերները՝

1. $sin\omega t$; **2.** $chbt$; **3.** a^t; **4.** e^{-at}:

5.12. Որոշե՛ք Նկ. 5.4-ում բերված սղոցաձև անվերջ հաջորդականության լապլասյան պատկերը:



Նկ.5.4



Նկ.5.5

5.13. Որոշե՛ք Նկ. 5.5-ում բերված ուղղանկյուն իմպուլսների անվերջ հաջորդականության լապլասյան պատկերը:

5.14. Օգտվելով պատկերի ինտեգրման թեորեմից, որոշե՛ք հետևյալ ֆունկցիաների լապլասյան պատկերները՝

1. $\frac{e^{-at}sinbt}{t}$; **2.** $\frac{sint}{t}$; **3.** $\frac{1-e^{-at}}{te^{-bt}}$; **4.** $\frac{cosbt-cosat}{t}$:

5.15. Որոշե՛ք հետևյալ ֆունկցիաների լապլասյան պատկերները՝ **1.** ինտեգրալային սինուսի՝ $si(t) = \int_0^t \frac{sint}{t} dt$;

2. Ինտեգրալային կոսինուսի՝ $ci(t) = \int_0^t \frac{cost}{t} dt$:

5.16. Օգտվելով Լապլասի հակադարձ ձևափոխությունից՝ որոշե՛ք հետևյալ պատկերների բնօրինակները՝ **1.** $\frac{e^p}{e^p+1}$;

2. $\frac{1}{(e^p-3)(e^p-4)}$; **3.** $\frac{p}{(p+a)^2}$; **4.** $\frac{p}{(p+a)(p+b)}$; **5.** $\frac{1}{(p+a)(p+b)}$:

5.17. Օգտվելով ֆունկցիաների փաթույթի թեորեմից՝ որոշե՛ք $\frac{p}{(p^2+1)^2}$ լապլասյան պատկերին համապատասխանող բնօրինակը:

5.18. Օգտվելով ֆունկցիաների փաթույթի թեորեմից՝ որոշե՛ք $\frac{1}{(p+a)(p+b)}$ լապլասյան պատկերին համապատասխանող բնօրինակը:

5.19. Օգտվելով բնօրինակի ինտեգրման թեորեմից՝ գտե՛ք $\frac{1}{p^n}$ ունեցող լապլասյան պատկերին համապատասխանող բնօրինակը, եթե $\sigma(t)$-ի լապլասյան պատկերը 1/p-ն է:

5.20. Որոշե'ք. **ա)** $\frac{1}{p+a}$; **բ)** $\frac{1}{p(p+a)}$; **գ)** $\frac{p+b}{p(p+a)}$ պատկերներին համապատասխանող բնօրինակների արժեքները $t = 0$ և $t = \infty$ դեպքերում:

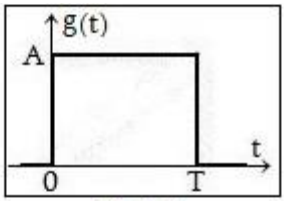
Օպերատորական փոխանցման գործակից: Անցումային և իմպուլսային բնութագրեր

5.21. Որոշե՛ք շղթայի օպերատորական փոխանցման գործակիցը, եթե կոմպլեքս փոխանցման գործակիցը հավասար է՝ **ա)** $\dot{K}(\omega) = \frac{\alpha}{\alpha + j\omega}$; **բ)** $\dot{K}(\omega) = \frac{j\omega rC}{1 + j\omega rC - \omega^2 LC}$:

5.22. Որոշե՛ք իդեալական շղթայի օպերատորական փոխանցման գործակիցը, եթե շղթայի ելքում $U_2(t)$ լարումը կրկնում է մուտքի $U_1(t)$ լարումը՝ $U_2(t) = U_1(t - t_0)$, որտեղ t_0-ն հաստատուն դրական մեծություն է:

5.23. Որոշե՛ք. **ա)** իդեալական դիֆերենցող շղթայի՝ $U_2(t) = \alpha_1 \frac{dU_1(t)}{dt}$, և **բ)** իդեալական ինտեգրող շղթայի՝ $U_2(t) = \alpha_2 \int_0^t U_1(t)\,dt$, օպերատորական փոխանցման գործակիցները, որտեղ α_1-ը և α_2-ը համեմատականության գործակիցներ են:

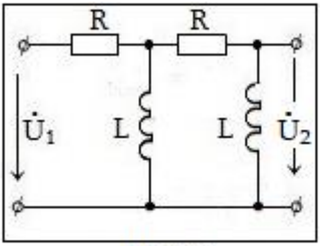
5.24. Գծային համակարգի իմպուլսային բնութագիրը՝ g(t)-ն ուղղանկյուն իմպուլս է (Նկ. 5.6): Որոշե՛ք տվյալ համակարգի կոմպլեքս փոխանցման և օպերատորական փոխանցման գործակիցները:



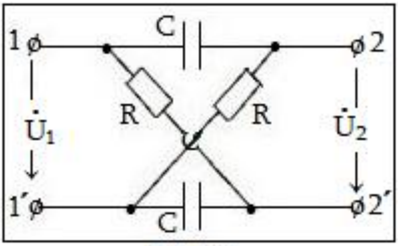
Նկ.5.6

5.25. Որոշե՛ք Նկ. 5.7-ում պատկերված սխեմայի օպերատորական փոխանցման գործակիցը, անցումային և իմպուլսային բնութագրերը:

5.26. Որոշե'ք Նկ. 5.8-ում պատկերված կամրջակային տեսքի RC-քառաբևեռի օպերատորական փոխանցման գործակիցը, անցումային և իմպուլսային բնութագրերը:

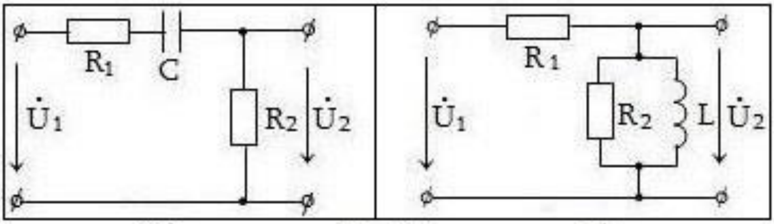


Նկ.5.7



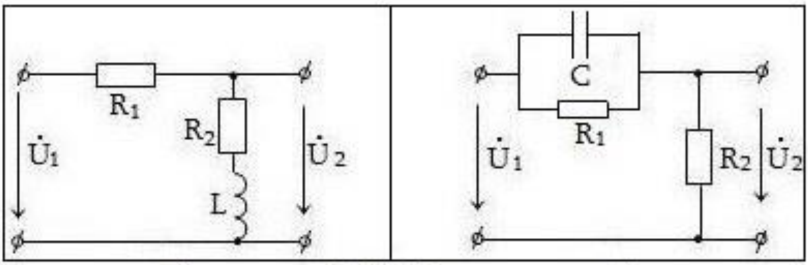
Նկ.5.8

5.27. Որոշե՛ք Նկ. 5.9-ում տրված սխեմաների անցումային ֆունկցիաները:



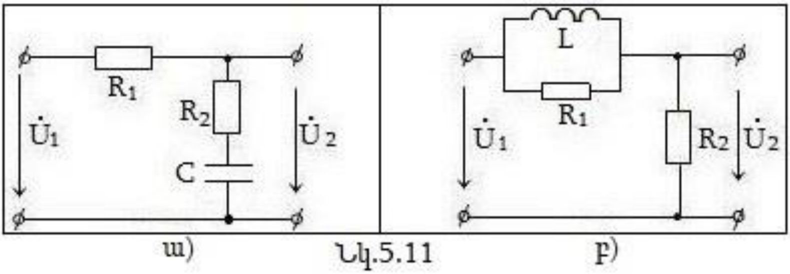
ա) Նկ.5.9 բ)

5.28. Որոշե՛ք Նկ. 5.10-ում տրված սխեմաների անցումային ֆունկցիաները:



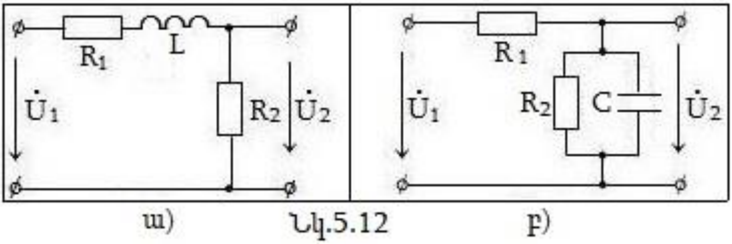
ա) Նկ.5.10 բ)

5.29. Որոշե՛ք Նկ. 5.11-ում տրված սխեմաների անցումային ֆունկցիաները:



Նկ.5.11

5.30. Որոշե՛ք Նկ. 12-ում տրված սխեմաների անցումային ֆունկցիաները:



Նկ.5.12

Շղթաների ուսումնասիրման օպերատորական եղանակը

5.31. RL-շղթային $t = 0$ պահին միացվում է $U = at$ լարում: Որոշե՛ք ինդուկտիվության վրա լարման փոփոխման օրենքը:

5.32. Հաջորդական RL-շղթայի մուտքում գործող լարումը փոփոխվում է հետևյալ օրենքով՝

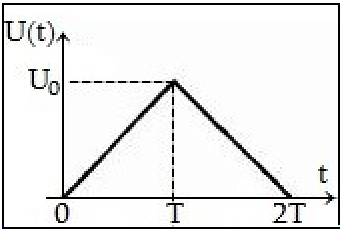
$$U(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ U_m cos\omega t, & t \geq 0: \end{cases}$$

Որոշե՛ք մուտքային հոսանքի փոփոխման օրենքը:

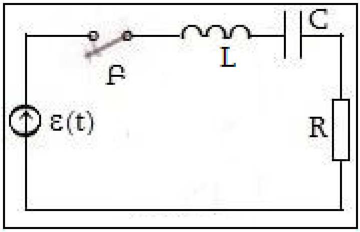
5.33. Հաջորդական RL-շղթայի մուտքում $t = 0$ պահին միացվում է $\varepsilon(t) = Ee^{-at}$ էլՇՈւ-ի աղբյուր: Որոշե՛ք հոսանքի փոփոխման օրենքը շղթայում, լարման անկումները R դիմադրության և L ինդուկտիվության վրա:

5.34. Հաջորդական RL-շղթայի մուտքում $t = 0$ պահին միացվում է լարման U_0 բարձրության և T տևողության միայնակ ուղղանկյուն իմպուլս: Որոշե՛ք շղթայի մուտքային $I(t)$ և ինդուկտիվության վրա $U_L(t)$ լարումը:

5.35. Հաջորդական RC-շղթայի մուտքում գործում է լարման եռանկյունաձև իմպուլս (Նկ. 5.13): Որոշե՛ք ունակության վրա լարման փոփոխման օրենքը:



Նկ.5.13



Նկ.5.14

5.36. Որոշե՛ք R դիմադրության վրա լարման փոփոխման օրենքը (Նկ. 5.14), եթե $t = 0$ պահին շղթային միացվում է $\varepsilon(t) = U = const$ ԷլՇՈւ:

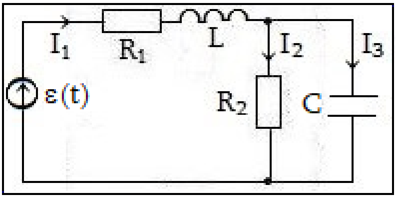
5.37. Հաջորդական LCR-կոնտուրի մուտքում $t = 0$ պահին միացվում է $\varepsilon(t) = U = const$ ԷլՇՈւ (Նկ.5.14): Որոշե՛ք շղթայով հոսող հոսանքի փոփոխման օրենքը և ակտիվ դիմադրության վրա անջատվող լրիվ էներգիան, եթե $U = 1$Վ, $L = 1$մՀն, $C = 1$նՖ, $R = 10$ Օհմ:

5.38. Տրված է շղթայի դիֆերենցիալ հավասարումը՝

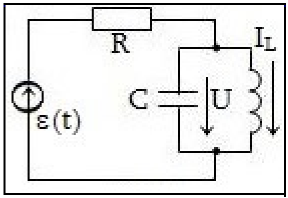
$$L\frac{dI}{dt} + RI + \frac{1}{C}\int Idt = Ue^{-\beta t}:$$

Կազմե՛ք շղթայի օպերատորական հավասարումը հաշվի առնելով, որ $t = 0$ պահին կոնդենսատորի վրա լարումը հավասար է $+U_0$, իսկ կոճով անցնող հոսանքը զրո է:

5.39. Ոչ զրոյական սկզբնական պայմանների դեպքում ($t = 0$, $i_1 = I_1(0)$ և $u_C = U_C(0)$): Նկ. 5.15-ում պատկերված շղթայի համար գծե'ք օպերատորական տեղակալման համարժեք սխեման: Կիրխհոֆի օրենքների հիման վրա կազմե'ք շղթայի էլեկտրական հավասարակշռության օպերատորական հավասարումների համակարգը և ստացե՛ք օպերատորական հավասարում I_3 հոսանքի համար:



Նկ.5.15

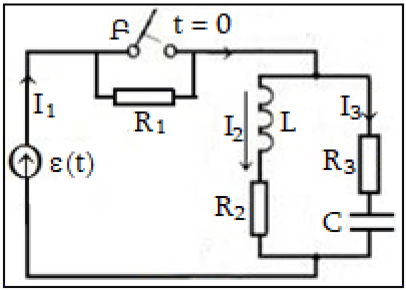


Նկ.5.16

5.40. Նկ. 5.16-ում պատկերված շղթայի համար գծե՛ք օպերատորական տեղակալման համարժեք սխեման և I_L հոսանքի համար կազմեք օպերատոական հավասարում, եթե $t = 0$ պահին և $I_L = I_0$, իսկ կոնդենսատորի վրա լարումը հավասար է զրոյի:

5.41. 1.20. խնդիրը լուծե՛ք՝ օգտվելով օպերատորական եղանակից:

5.42. Որոշե՛ք Նկ. 5.17-ում պատկերված շղթայի ճյուղերի հոսանքները Բ բանալին միացնելուց հետո, եթե $\varepsilon(t) = U = const$:



Նկ.5.17

Դյուամելի ինտեգրալ

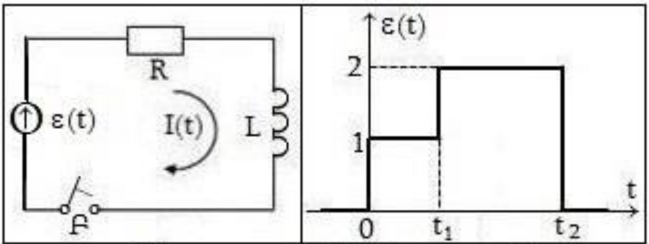
5.43. $t = 0$ պահին հաջորդական RC-շղթան (տե՛ս Նկ. 1.18) միացվում է իմպուլսային եռանկյունաձև էլՇՈւ-ին (Նկ. 5.13): Որոշե՛ք շղթայի հոսանքը $t > 2T$ դեպքում, եթե $U_0 = 1$ Վ:

5.44. Հաջորդական RC-շղթային (տե՛ս Նկ. 1.18) կիրառված ԷլՇՈւ-ն փոխվում է հետևյալ օրենքով՝

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 100(1 - e^{-1000t})\text{Վ}, & t \geq 0: \end{cases}$$ Որոշե՛ք շղթայի հոսանքը, եթե $R = 1$կՕմ, $C = 2$մկՖ:

5.45. RL-շղթայի մուտքին (Նկ. 5.18 ա) $t_0 = 0$ պահին տրվում է աստիճանաձև փոփոխվող լարում (Նկ. 5.18բ): Որոշե՛ք շղթայի հոսանքը **1.** $t_1 < t < t_2$ և **2.** $t > t_2$ դեպքերում:

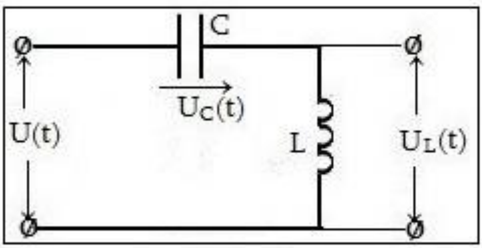
5.46. RL-շղթայի մուտքին (Նկ. 5.18ա) $t_0 = 0$ պահին տրվում է էքսպոնենտային նվազող՝ $\varepsilon(t) = Ue^{-\alpha t}$ ԷլՇՈւ-ի աղբյուր: Որոշե՛ք R դիմադրության վրա լարման փոփոխման օրենքը:



ա) Նկ.5.18 բ)

5.47. Հաջորդական RL-շղթայի մուտքին (Նկ.5.18ա) $t_0 = 0$ պահին միացվում է $\varepsilon(t) = 10e^{-1000t}$Վ օրենքով փոփոխվող լարում: Որոշե՛ք շղթայով անցնող I(t) հոսանքը, եթե $R = 10$ Օհմ, $L = 1$մՀն:

5.48. LC-շղթայի մուտքին տրվում է $U(t) = kt$ գծային աճող լարում (Նկ. 5.19): Որոշե՛ք $U_L(t)$ և $U_C(t)$ լարումների փոփոխման օրենքները:



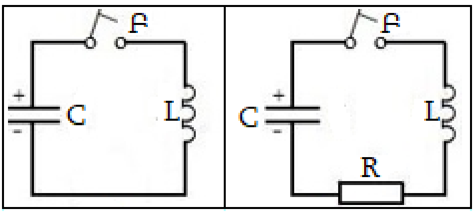
Նկ.5.19

§6. Էլեկտրամագնիսական տատանումներ: Տատանողական կոնտուրներ: Ազատ և ստիպողական տատանումները կոնտուրներում: Ռեզոնանսային երևույթները տատանողական կոնտուրներում: Տատանողական կոնտուրների բնութագրերը: Կապված կոնտուրներ

Հիմնական հասկացություններ և բանաձևեր

Էլեկտրական շղթայում լիցքի, լարման, հոսանքի ուժի, էլեկտրական, մագնիսական և այլ մեծությունների տատանումներին անվանում են էլեկտրամագնիսական տատանումներ: Այդ էլեկտրական շղթաներին անվանում են տատանողական կոնտուրներ:

6.1. Ազատ տատանումներն իդեալական տատանողական կոնտուրում (Նկ. 6.1ա).



ա) Նկ.6.1 բ)

q_0 լիցքով օժտված C ունակության կոնդենսատորը Բ բանալիով $t = 0$ պահին միացվում է L ինդուկտիվությամբ կոճին:

• **Տատանումների պարբերությունը և հաճախությունը.**

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi f_0: \qquad (6.1)$$

• **Կոնդենսատորի շրջադրի լիցքի կախվածությունը ժամանակից.**

$$q = q_0 cos\omega_0 t: \qquad (6.2)$$

• **Հոսանքի կախվածությունը ժամանակից.**

$$I = -\frac{dq}{dt} = q_0\omega_0 sin\omega_0 t = I_0 sin\omega_0 t, \qquad (6.3)$$

որտեղ $I_0 = q_0\omega_0$-ն հոսանքի լայնույթն է:

• **Կոնտուրի էներգիան.**

$$W = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{LI_0^2}{2} = const: \qquad (6.4)$$

• **Կոնտուրի բնութագրական կամ ալիքային դիմադրություն.**

$$\rho = \sqrt{L/C}: \qquad (6.5)$$

6.2. Ազատ տատանումներ և կորուստներով օժտված հաջորդական կոնտուրում (Նկ. 6.1բ).

$t = 0$ պահին Բ բանալին փակվում է, և q_0 լիցքով օժտված կոնդենսատորը սկսում է լիցքաթափվել:

• **Կոնդենսատորի լիցքի կախվածությունը ժամանակից.**

$$q = q_0 e^{-\alpha t} cos\omega t, \qquad (6.6)$$

որտեղ $\alpha = \frac{R}{2L}$, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi f_0$–ն կոչվում է կոնտուրի ռեզոնանսային հաճախություն, իսկ ω-ն՝ կոնտուրի սեփական հաճախություն:

• **Տատանումների լայնույթը.**

$$q_m = q_0 e^{-\alpha t}: \qquad (6.7)$$

• **Լարումը կոնդենսատորի վրա.**

$$U_C = \frac{q_{m0}}{C} e^{-\alpha t} \cos\omega t = U_{m0} e^{-\alpha t} \cos\omega t: \qquad (6.8)$$

• **Կոնտուրի հոսանքի ուժը.**

$$I = I_0 e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \varphi), \quad (6.9)$$

որտեղ $I_0 = \omega_0 q_{m0}$, $tg\varphi = -\frac{\omega}{\alpha}$, $cos\varphi = -\frac{\alpha}{\omega_0}$, $sin\varphi = \frac{\omega}{\omega_0}$:

Քանի որ $cos\varphi < 0$, իսկ $sin\varphi > 0$, ուստի $\pi/2 < \varphi < \pi$:

Այսպիսով, տատանողական կոնտուրում ակտիվ դիմադրության առկայությունը հանգեցրել է նրան, որ հոսանքի փուլը կոնդենսատորի լարման փուլից առաջ է ընկած $\pi/2$-ից մեծ փուլով (R = 0 դեպքում հոսանքը լարումից առաջ է ընկնում $\pi/2$ -ով): (6.6) ֆունկցիայի գրաֆիկը բերված
է Նկ. 6.2ա-ում:

• **Ռելաքսացիայի ժամանակը.**

$$\tau = 1/\alpha: \quad (6.10)$$

Սա այն ժամանակն է, որի ընթացքում տատանումների լայնույթը փոքրանում է e անգամ:

• **Մարման լոգարիթմական դեկրեմենտը.**

$$\delta = ln \frac{q_m(t)}{q_m(t+T)} = \alpha T = \frac{1}{N_e}, \quad (6.11)$$

որտեղ $T = \frac{2\pi}{\omega}$-ն մարող տատանումների պարբերությունն է, N_e-ը՝ տատանումների այն թիվը, որի ընթացքում լայնույթը փոքրանում է e անգամ:

• **Կոնտուրի մարումը.** $d = \delta/\pi$: (6.12)

• **Մարումը (ուժեղացումը) դեցիբելով.**

$$d_{դբ} = 20lg \frac{U_{min}}{U_{max}} \left(d_{դբ} = 20lg \frac{U_{max}}{U_{min}}\right): \quad (6.12ա)$$

• **Կոնտուրի բարորակությունը.**

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \frac{1}{d} = \frac{\rho}{R} = \pi N_e: \quad (6.13)$$

• **Էներգիայի հարաբերական կորուստը մեկ պարբերության ընթացքում.**

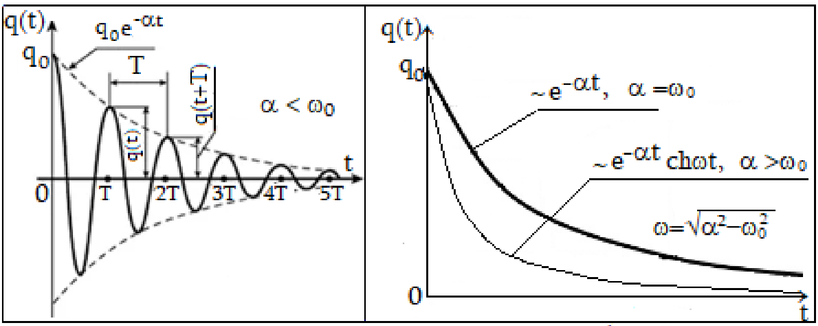
Քանի որ կուտակած էլեկտրական էներգիան նվազում է $e^{-2\beta t}$ օրենքով, ուստի՝

$$\frac{\Delta W_T}{W} = \frac{W(t) - W(t+T)}{W(t)} = \frac{1 - e^{-2\alpha T}}{1} = 1 - e^{-2\delta}:$$

Թույլ կորուստների դեպքում $e^{-2\delta} \approx 1 - 2\delta$, և կստանանք $\frac{\Delta W_T}{W} \approx 2\delta$: Այստեղից δ -ն տեղադրելով (6.13)-ի մեջ՝ կունենանք՝

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W_T}: \tag{6.14}$$

Այսինքն՝ կոնտուրի բարորակությունը համեմատական է t պահին նրա կուտակած էներգիայի և մեկ պարբերության ընթացքում կորցրած էներգիայի հարաբերությանը:

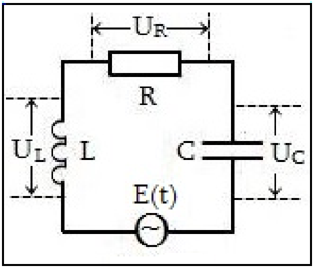


ա) Նկ.6.2 բ)

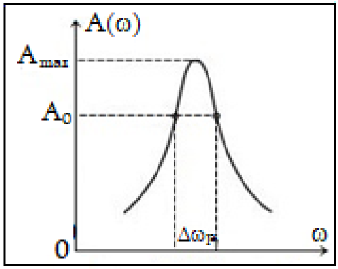
Սովորաբար ռադիոտեխնիկայում կոնտուրների բարորակությունը 100-200 կարգի մեծություն է, հետևաբար կոնտուրի d մարումները կլինեն 10^{-2} կարգի մեծություն:

(6.6-6.9) բանաձևերը ճիշտ են, երբ $\alpha < \omega_0$ կամ $R < R_{կր}$, որտեղ $R_{կր} = 2\rho = 2\sqrt{L/C}$-ն կոնտուրի կրիտիկական դիմադրությունն է: Այս դեպքում տեղի ունի մարող տատանումներ (Նկ. 6.2ա): Երբ $\alpha \geq \omega_0$ կամ $R \geq R_{կր}$, ապա տեղի է ունենում կոնդենսատորի մոնոտոն լիցքաթափում (Նկ.6.2բ):

6.3. Հարկադրական տատանումները կորուստներով օժտված հաջորդական կոնտուրում (Նկ. 6.3)



Նկ.6.3



Նկ.6.4

• **Դիֆերենցիալ հավասարումը $\boldsymbol{U = U_C}$ լարման համար.**

$$\frac{d^2U}{dt^2} + 2\alpha\frac{dU}{dt} + \omega_0^2 U = \omega_0^2 E, \qquad (6.13)$$

Եթե կոնտուրի մուտքում գործում է ներդաշնակ լարում՝ $\dot{E}(t) = \dot{E}_m e^{j\omega t}$, ապա ելքի լարումը ևս կլինի ներդաշնակ՝ $\dot{U}(t) = \dot{U}_m e^{j\omega t}$:

• **Հաջորդական տատանողական կոնտուրի կոմպլեքս փոխանցման գործակիցը.**

$$\dot{K}(\omega) = \frac{\dot{U}_m}{\dot{E}_m} = \frac{1}{1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}+j2\alpha\frac{\omega}{\omega_0^2}}: \qquad (6.15)$$

• **Հաջորդական տատանողական կոնտուրի լայնութահաճախային բնութագիրը.**

$$A(\omega) = \left|\dot{K}(\omega)\right| = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2+4\alpha^2\left(\frac{\omega}{\omega_0^2}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^2+d^2\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}, \qquad (6.16)$$

որտեղ d-ն կոնտուրի մարումն է, իսկ $\varepsilon = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}$:

6.4. Ռեզոնանսային երևույթները հաջորդական կոնտուրում: Հաջորդական կոնտուրի թողարկման շերտի լայնությունը

Երբ տատանողական կոնտուրի $A(\omega)$ մեծությունն ընդունում է առավելագույն արժեք, ապա կոնտուրում տեղի է ունեցել ռեզոնանսի երևույթ: Այն հաճախությունը, որի դեպքում $A(\omega)$ մեծությունն ընդունում է առավելագույն արժեք կոչվում է ռեզոնանսային հաճախություն և որոշվում է $\frac{dA(\omega)}{d\omega} = 0$ հավասարումից:

- **Հաջորդական տատանողական կոնտուրի ռեզոնանսային հաճախությունը.**

$$\omega_{ռեզ} = \omega_0\sqrt{1 - d^2/2}: \qquad (6.17)$$

Քանի որ d^2-ն 10^{-4} կարգի մեծություն է, ուստի կարելի է վերցնել $\omega_{ռեզ} = \omega_0$ և $A(\omega) = A(\omega)_{մաք} = \frac{1}{d} = Q$: Այսինքն՝ Q բարորակությունը թվապես հավասար է կոնտուրի փոխանցման գործակցի առավելագույն արժեքին և ցույց է տալիս, թե լարման անկումը ռեակտիվ տարրի վրա (U_C կամ U_L) ռեզոնանսի դեպքում քանի՞ անգամ է մեծ մուտքային ԷլՇՈւ-ի E_m լայնութային արժեքից:

- **$A(\omega)$ լայնույթահաճախային բնութագիրը ռեզոնանսին մոտ ($\omega/\omega_0 \approx 1$) հաճախությունների համար.**

$$A(\omega) = \left|\dot{K}(\omega)\right| = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^2+d^2}}, \qquad (6.18)$$

Այստեղ $\varepsilon = 1 - \omega^2/\omega_0^2 \approx 2\Delta\omega/\omega_0$, որտեղ $\Delta\omega = |\omega_0 - \omega|$-ն կոչվում է բացարձակ ապալարկ, իսկ $\Delta\omega/\omega_0$ մեծությունը՝ հարաբերական ապալարկ:

$A(\omega)$-ի գրաֆիկն ունի Նկ.6.4-ում բերված մոտավոր տեսքը: Հաճախությունների այն $\Delta\omega_{թ}$ միջակայքը, որի ներսում փոխանցման գործակցի մոդուլն իր $A(\omega)_{մաքս}$ առավելագույն արժքի նկատմամբ փոխվում է ոչ ավելի, քան $1/\sqrt{2}$ անգամ՝ $A_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} A_{max}$, կոչվում է կոնտուրի թողարկման շերտ:

• **Կոնտուրի թողարկման շերտի կապը բարորակության հետ.**

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega_{թ}}: \tag{6.19}$$

• **Հաջորդական կոնտուրում հոսանքի լայնույթի կախվածությունը հաճախությունից.**

$$I_m(\omega) = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}: \tag{6.20}$$

• **Հաջորդական կոնտուրում ակտիվ դիմադրության լարման լայնույթի կախվածությունը հաճախությունից.**

$$U_R(\omega) = \frac{R\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}: \tag{6.21}$$

• **Հաջորդական կոնտուրում ինդուկտիվության լարման լայնույթի կախվածությունը հաճախությունից.**

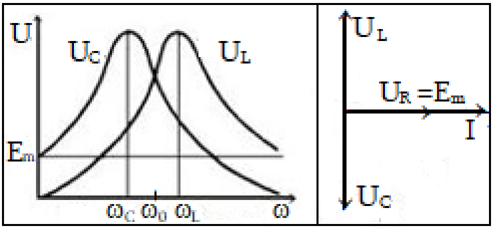
$$U_L(\omega) = \frac{\omega L\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}: \tag{6.22}$$

• **Հաջորդական կոնտուրում ունակության լարման լայնույթի կախվածությունը հաճախությունից.**

$$U_C(\omega) = \frac{E_m}{\omega C \cdot \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}: \tag{6.23}$$

(6.20)-ից և (6.21)-ից հետևում է, որ հոսանքի և ակտիվ դիմադրության վրա լարման ռեզոնանս տեղի ունի $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ հաճախության վրա:

(6.22)-ից և (6.23)-ից հետևում է, որ կոճի վրա լարման ռեզոնանս տեղի ունի $\omega = \omega_L = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-2\alpha^2/\omega_0^2}} \approx \omega_0\left(1+\frac{\alpha^2}{\omega_0^2}\right)$, իսկ կոնդենսատորի վրա՝ $\omega = \omega_C \approx \omega_0\left(1-\frac{\alpha^2}{\omega_0^2}\right)$ հաճախության վրա: Բերված ռեզոնանսային երևույթներն արտացոլված են Նկ. 6.5ա-ում:

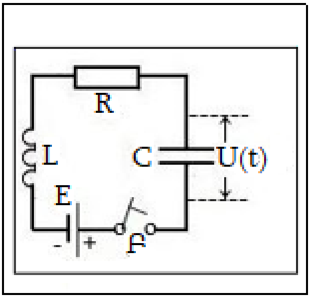


ա) Նկ.6.5 բ)

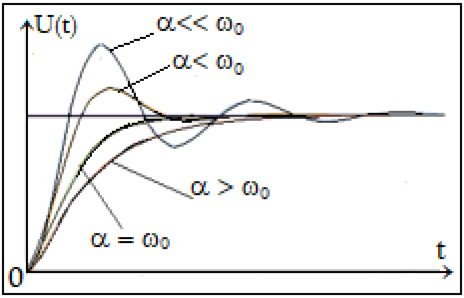
Ռեզոնանսի դեպքում լարման լայնույթների արժեքները կոճի և կոնդենսատորի վրա մոդուլով իրար հավասար են, իսկ փուլով՝ հակադիր: Դրանց գումարը տալիս է զրո (Նկ.6.5ա) և տվյալ պահին ռեզոնանսային լարումը մնում է ակտիվ դիմադրության վրա և $U_R(\omega) = E_m$: Ելնելով այս հանգամանքներից՝ հաջորդական կոնտուրում տեղի ունեցող ռեզոնանսներին անվանում են լարման ռեզոնանս:

6.5. Հաջորդական տատանողական կոնտուրի ժամանակային բնութագրերը

Հաջորդական կոնտուրի ժամանակային բնութագրերը բնորոշվում են նրա անցումային h(t) բնութագծով, որը կոնտուրի արձագանքն է՝ σ(t) միավոր թռիչքի նկատմամբ: Նման պայման իրականանում է Նկ.6.6 շղթայում, երբ ժամանակի t = 0 պահին միացվում է E=1Վ աղբյուրը: $U = U_C$ ելքային լարման կախումը ժամանակից h(t) անցումային ֆունկցիան է:



Նկ.6.6



Նկ.6.7

• **Նկ. 6.6. շղթայի կոմպլեքս փոխանցման գործակիցը և դրա լապլասյան պատկերը.**

$$K(\omega) = \frac{i/j\omega C}{R+j\omega L+1/j\omega C}, \quad K(p) = \frac{1/pC}{R+pL+1/pC} = \frac{\omega_0^2}{p^2+2\alpha p+\omega_0^2}: \quad (6.24)$$

• $\boldsymbol{U(t)}$ **կախվածությունը.**

$$U(t) = 1 - e^{-\alpha t}\left(\frac{\alpha}{\omega_1} sin\omega_1 t + cos\omega_1 t\right), \quad (6.25)$$

որտեղ $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$:

• $\boldsymbol{U(t)}$ **կախվածությունը թույլ մարումների դեպքում.**

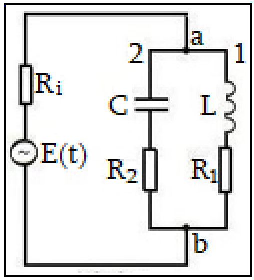
Այս դեպքում $\omega_1 \approx \omega_0$, $\alpha \ll \omega_0$ և (6.25)-ից կունենանք

$$U(t) = 1 - e^{-\alpha t} cos\omega_0 t: \quad (6.26)$$

Նկ.6.7-ում բերված է $U(t)$ կախվածության մոտավոր գրաֆիկը տարբեր կորուստների դեպքում:

6.6. Զուգահեռ տատանողական կոնտուր: Դրա հաճախային բնութագրերը

Զուգահեռ տատանողական կոնտուրները լինում են բարդ և պարզ: Բարդ կոնտուրում ակտիվ և ռեակտիվ դիմադրությունները միացված են խառը կերպով, իսկ պարզ կոնտուրում դրանք միացած են իրար զուգահեռ:



Նկ.6.8

Նկ. 6.8-ում բերված է զուգահեռ կոնտուրի համեմատաբար պարզ սխեմա:

• **a և b կետերի միջև հաղորդականությունը կլինի՝**

$$\dot{Y}_{ab} = \frac{1}{\dot{Z}_1} + \frac{1}{\dot{Z}_2} = \frac{R_1}{R_1^2+x_1^2} + \frac{R_2}{R_2^2+x_2^2} - j\left(\frac{x_1}{R_1^2+x_1^2} + \frac{x_2}{R_2^2+x_2^2}\right), \qquad (6.27)$$

որտեղ $x_1 = \omega L$, $x_2 = -1/\omega C$:

• **Նկ. 6.8. Շղթայի ռեզոնանսի պայմանը.**

$$\frac{x_1}{R_1^2+x_1^2} + \frac{x_2}{R_2^2+x_2^2} = 0 \quad \text{կամ}$$

$$\frac{|x_1|}{R_1^2+x_1^2} = \frac{|x_2|}{R_2^2+x_2^2} \qquad (6.28)$$

• **Նկ. 6.8. Շղթայի ռեզոնանսի պայմանը փոքր կորուստների դեպքում ($R_1 \ll |x_1|$, $R_2 \ll |x_2|$).**

$$|x_1| = |x_2| \text{ կամ } x_1 + x_2 = 0: \qquad (6.29)$$

• **Նկ. 6.8. Շղթայի ռեզոնանսային դիմադրությունը փոքր կորուստների դեպքում ($R_1 \ll |x_1|$, $R_2 \ll |x_2|$).**

$$Z_{abռեզ} \approx \frac{x_1^2x_2^2}{R_1x_2^2+R_2x_1^2} = \frac{x_1^2}{R_1+R_2} = \frac{x_2^2}{R_1+R_2}: \qquad (6.30)$$

(6.30)-ից հետևում է, որ եթե $R = R_1 + R_2 \to 0$, ապա $Z_{abռեզ} \to \infty$ և ընդհանուր հոսանքը հավասար է զրոյի: Կոնտուրի թևերի հոսանքները ռեզոնանսի դեպքում անսահման մեծ են դառնում, բայց միմյանց նկատմամբ հակադարձ ուղղված: Այդ պատճառով զուգահեռ կոնտուրում տեղի ունեցող ռեզոնանսին անվանում են հոսանքների ռեզոնանս:

• **Նկ. 6.8. կոնտուրի ռեզոնանսային հաճախությունը փոքր կորուստների դեպքում.**

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}: \tag{6.31}$$

• **Նկ. 6.8. կոնտուրի բնութագրական դիմադրությունը.**

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{L}{\sqrt{L\,C}} = \omega_n L = \frac{1}{\omega_n C}: \tag{6.32}$$

• **Նկ. 6.8. կոնտուրի դիմադրության իրական մասը.**

$$R_{ab} = \frac{x_1^2}{R} = \frac{\omega_n^2 L^2}{R} = \frac{1}{R\,\omega_n^2 C^2}: \tag{6.33}$$

• **Նկ. 6.8. կոնտուրի բարորակությունը.**

$$Q = \frac{R_{ab}}{\rho} = \frac{\rho}{R_1 + R_2}: \tag{6.34}$$

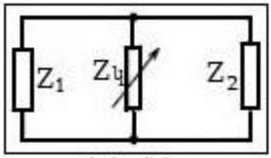
• **Աղբյուրի $\boldsymbol{R_i}$ ներքին դիմադրության ազդեցությունը կոնտուրի բարորակության վրա.**

Հաջորդական կոնտուրի դեպքում աղբյուրի R_i ներքին դիմադրությունը գումարվում է կոնտուրի R ակտիվ դիմադրությանը և $Q' = \frac{\omega_0 L}{R+R_i} = \frac{R\,Q}{R+R_i} = \frac{Q}{1+\frac{R_i}{R}} < Q$: Այսինքն՝ աղբյուրի ներքին դիմադրության ազդեցությունը բերում է բարորակության նվազմանը: Այդ պատճառով հաջորդական կոնտուրը ձեռնտու է սնել փոքր ներքին դիմադրություն ունեցող գեներատորից, այսինքն՝ լարման աղբյուրից: Զուգահեռ կոնտուրի դեպքում աղբյուրի R_i ներքին դիմադրությունը շունտում է կոնտուրը և $Q = \frac{R_{ab}}{\rho}$-ի փոխարեն կունենանք $Q' = \frac{R'_{ab}}{\rho} = \frac{R_i R_{ab}}{(R_i + R_{ab})\rho} = \frac{Q}{1+\frac{R_{ab}}{R_i}} < Q$: Այս դեպքում պետք է աղբյուրի ներքին դիմադրությունը շատ մեծ լինի կոնտուրի R_{ab} դիմադրությունից, որպեսզի քիչ ազդեցություն ունենա: Այսինքն՝ կոնտուրը պետք է սնել հոսանքի աղբյուրից:

6.7. Կապված տատանողական կոնտուրներ

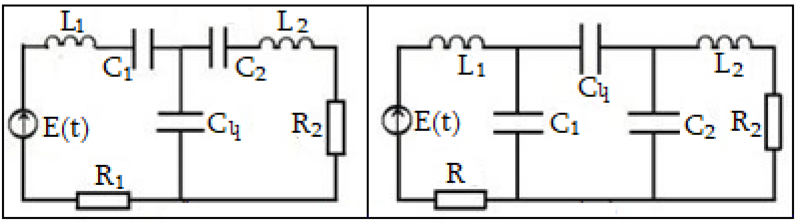
Երկու կոնտուր համարվում են կապված, եթե նրանցից մեկում տեղի ունեցող պրոցեսներն ազդում են մյուսի վրա:

Նկ. 6.9-ում պատկերված է երկու կապված կոնտուրների սխեման, որտեղ $Z_կ$-ն կապի դիմադրությունն է: Եթե $Z_կ \to 0$, ապա կապը բացակայում է, իսկ եթե $Z_կ \to \infty$, ունենք լրիվ կապ: Եթե $Z_կ$-ն



Նկ.6.9

ունակային դիմադրություն է (Նկ. 6.10), ապա կապը կոչվում է ունակային: Ունակային կապը լինում է երկու տեսակի՝ ներքին (Նկ.6.10ա) և արտաքին (Նկ. 6.10բ):



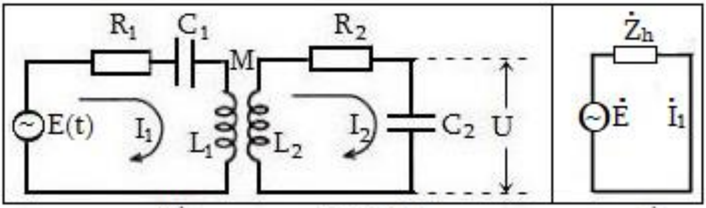
ա) Նկ.6.10 բ)

• **Ներքին ունակային կապի աստիճան.**

$$k = \frac{\sqrt{C_a C_b}}{C_կ} = \sqrt{\frac{C_1 C_2}{(C_կ + C_1)(C_կ + C_1)}}: \quad (6.35)$$

Եթե $C_1 = C_2 = C$, ապա $k = \frac{C}{C_կ + C}$:

Եթե $Z_կ$-ն ինդուկտիվ է, ապա կապը կոչվում է ինդուկտիվ կամ տրանսֆորմատորային (Նկ.6.11ա):



Նկ.6.11

• **Ինդուկտիվ կապի աստիճան.**

ա) առաջին կոնտուրից երկրորդ՝ $k_{12} = \frac{M}{L_1}$, որտեղ M-ը փոխադարձ մակածման գործակիցն է,

բ) երկրորդ կոնտուրից առաջին՝ $k_{21} = \frac{M}{L_2}$:

• **Կապի գործակից.**

$$k = \sqrt{k_{12}k_{21}} = \frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}: \qquad (6.36)$$

$0 < k < 1$ և ցույց է տալիս ընդհանուր մագնիսական հոսքի և լրիվ հոսքի հարաբերությունը:

• **Նկ. 6.11ա. Շղթայի կոնտուրների դիֆերենցիալ հավասարումները՝**

1) $I_1R_1 + L_1\frac{dI_1}{dt} + \frac{1}{C_1}\int I_1dt = E + M\frac{dI_2}{dt}$, (6.37ա)

2) $I_2R_2 + L_2\frac{dI_2}{dt} + \frac{1}{C_2}\int I_2dt = M\frac{dI_1}{dt}$: (6.37բ)

1. Կապված կոնտուրների լայնութահաճախային բնութագրերը

Երբ Նկ. 6.11ա-ում բերված կապված կոնտուրներում $R_1 = R_2 = R, C_1 = C_2 = C,\ L_1 = L_2 = L$, ապա $\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_0\ = \frac{1}{\sqrt{LC}},\ \ k = \frac{M}{L},\ \dot{Z}_1 = \dot{Z}_2 = \dot{Z} = R + jx$, որտեղ $x = \ \omega L - 1/\omega C$:

• **Կոմպլեքս փոխանցման գործակիցը.**

$$\dot{K}(\omega) = \frac{\dot{U}_{2m}}{\dot{E}_m} = \frac{M}{C}\frac{1}{\dot{Z}^2+\omega^2M^2}: \qquad (6.38)$$

• **Կոմպլեքս փոխանցման գործակիցը $\omega \approx \omega_0$ մոտակայքում.**

$$\dot{K}(\omega) = \frac{k}{k^2+d^2-\varepsilon^2-j2\varepsilon d}: \qquad (6.39)$$

որտեղ $k = \frac{M}{L}$, $d = \frac{R}{\rho}$, $\varepsilon = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \approx \frac{2\Delta\omega}{\omega_0}$:

- **Լայնութահաճախային բնութագրերը.**

$$A(\omega) = \left|\dot{K}(\omega)\right| = \frac{k}{\sqrt{(k^2+d^2)^2+2\varepsilon^2(d^2-k^2)+\varepsilon^4}}: \qquad (6.40)$$

- $A(\omega)$-ի **էքստրեմումի կետերը.**

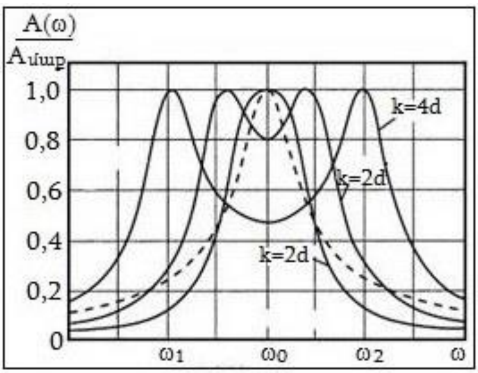
$\omega = \omega_0$-ն մինիմումի կետ է, $\omega_1 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+\sqrt{k^2-d^2}}}$-ը և $\omega_2 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-\sqrt{k^2-d^2}}}$-ը մաքսիմումի կետեր են, որոնց ավանում են կապի հաճախություններ:

- $A(\omega)$ -**ի էքստրեմալ արժեքները.**

$$A(\omega_0) = A_{մին} = A_0 = \frac{k}{k^2+d^2},$$

$$A(\omega_1) = A(\omega_2) = A_{մաք} = 1/2d = Q/2: \qquad (6.41)$$

Որքան $k > d$, այնքան ω_1-ը և ω_2-ը հեռանում են իրարից (Նկ. 6.12): Երբ k = d, ապա ω_1-ը և ω_2-ը ձուլվում են ω_0-ի հետ և ունենում ենք մեկ մաքսիմումով կետ: k = d դեպքում կապը կոչվում է կրիտիկական: Այս դեպքում $A_{կր} = \frac{d}{\sqrt{4d^4+\varepsilon^4}}$, մինչդեռ միայնակ կոնտուրի դեպքում $A \approx \frac{d}{\sqrt{d^2+\varepsilon^2}}$:



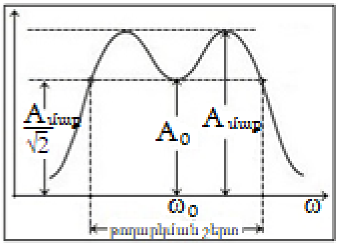
Նկ.6.12

2. Կապված կոնտուրների թողարկման շերտը

• Օպտիմալ կապ (Նկ.6.13).

Երբ $A_0 = \frac{A_{մաքր}}{\sqrt{2}}$, կապը կոչվում է օպտիմալ:

• Թողարկման շերտի լայնությունը օպտիմալ կապի դեպքում.



Նկ.6.13

$$\frac{\Delta\omega_{թ}}{\omega_0} \approx 3{,}1d: \qquad (6.42)$$

• Թողարկման շերտի լայնությունը կրիտիկական կապի դեպքում ($\boldsymbol{k = d}$).

$$\frac{\Delta\omega_{թ}}{\omega_0} = \sqrt{2}d: \qquad (6.43)$$

$k = d$ դեպքում ելքային հզորությունն առավելագույնն է, այդ պատճառով կրիտիկական կապը՝ օպտիմալ կապ է ըստ հզորության:

Խնդիրներ

Հաջորդական տատանողական կոնտուր

6.1. Հայտնի է հաջորդական կոնտուրի Q բարորակությունը: Որոշե՛ք, թե ազատ տատանումների քանի՞ պարբերությունից հետո հոսանքի լայնույթը կոնտուրում սկզբնականի համեմատությամբ կնվազի n անգամ:

6.2. Մինչև 80 Վ պոտենցիալների տարբերությամբ լիցքավորված կոնդենսատորը լիցքաթափվում է ակտիվ դիմադրության և ինդուկտիվության կոճի շղթայով: Ազատ տատանումների 25 պարբերությունից հետո լարումը կոնդենսատորի վրա նվազում է մինչև 3 Վ: Որոշե՛ք կոնդենսատորի բարորակությունը:

6.3. Կոնտուրի մարման լոգարիթմական դեկրեմենտը հավասար է 0,02: Որոշել, թե քանի՞ լրիվ տատանումներից հետո կոնտուրում հոսանքի լայնույթը սկզբնական արժեքի նկատմամբ կփոքրանա 100 անգամ:
6.4. Տրված են կոնտուրի ունակությունը՝ $C = 400$պՖ, սեփական տատանումներին համապատասխանող ալիքի երկարությունը՝ $\lambda_0 = 400$մ և մարման լոգարիթմական դեկրեմենտը՝ $\delta\ = 0{,}02$: Որոշե՛ք կոնտուրի Q բարորակությունը և կորուստների ակտիվ դիմադրությունը:
6.5. Ինչպիսի՞ն պետք է լինի տատանողական կոնտուրի ռեզոնանսային հաճախությունը, որպեսզի $\delta\ = 0{,}05$ լոգարիթմական դեկրեմենտի դեպքում այն ունենա 1,6 ՄՀց թողարկման շերտ:
6.6. Արտաքին աղբյուրի որևէ f հաճախության դեպքում հաջորդական կոնտուրում $X_C = 220$ Օհմ, $X_L = 178$ Օհմ: Որոշե՛ք կոնտուրի բարորակությունը, եթե կորուստների դիմադրությունը 4 Օհմ է:
6.7. Կոնտուրում, որը պարունակում է 0,1 մՀն ինդուկտիվություն, 5 Օհմ ակտիվ դիմադրություն և անհայտ C ունակություն, տեղի են ունենում ազատ տատանումներ 1500 կՀց հաճախությամբ և 100 մԱ հոսանքի սկզբնական լայնույթով: Որոշե՛ք կոնտուրի ունակությունը, ալիքի սեփական երկարությունը, լարման սկզբնական լայնույթը, շղթայի ժամանակի հաստատունը, մարման լոգարիթմական դեկրեմենտը, մարումը և բարորակությունը:
6.8. Հաջորդական կոնտուրի ռեզոնանսային հաճախությունը 3 ՄՀց է, ունակությունը՝ 60 պՖ, կորուստների դիմադրությունը՝ 20 Օհմ: Կոնտուրին միացված աղբյուրի ԷլՇՈւ-ի լայնույթը 1 Վ է, իսկ հաճախությունը տարբերվում է ռեզոնանսային հաճա-

խությունից 6 կՀց-ով: Որոշե՛ք կոնտուրում հոսանքի և կոնդենսատորի լարման լայնույթները, փուլերի շեղումը հոսանքի և ԷլՇՈւ-ի միջև:

6.9. Հաջորդական կոնտուրում կոնդենսատորի վրա լարման լայնույթը հավասար է 60 Վ, իսկ գեներատորի ԷլՇՈւ-ի լայնույթը՝ 0,4 Վ: Կոնդենսատորն ունի 4 Օհմ ակտիվ դիմադրություն և ռեզոնանսի մեջ է 500 կՀց հաճախության գեներատորի հետ: Որոշե՛ք կոնտուրի ինդուկտիվությունը, ունակությունը, հոսանքի լայնույթը և լարումները բոլոր տարրերի վրա:

6.10. Անկորուստ կոնտուրում ազատ տատանումների 0,5ՄՀց հաճախության դեպքում լարման լայնույթը 60 Վ է, իսկ հոսանքի լայնույթը՝ 60 մԱ: Որոշե՛ք կոնտուրի պարամետրերը և ալիքի սեփական երկարությունը:

6.11. Անկորուստ կոնտուրն ունի L=35 մկՀն ինդուկտիվություն և $\lambda_0 = 100$մ սեփական ալիքի երկարություն: Որոշե՛ք կոնտուրի սեփական հաճախությունը, ունակությունը, բնութագրական դիմադրությունը և հոսանքի լայնութային արժեքը լարման $U_m = 25$ Վ լայնույթի դեպքում:

6.12. Որոշե'ք տատանողական կոնտուրի և իդուկտիվության կոճի զուգահեռ և հաջորդական տեղակալման սխեմաների պարամետրերի միջև հարաբերակցությունները ռեզոնանսային հաճախության դեպքում (նկարը տե'ս լուծման մեջ):

6.13. Կոնտուրի ինդուկտիվությունը 200 մկՀն է, իսկ կորուստների դիմադրությունը՝ 15 Օհմ: Որոշե՛ք կոնտուրի թողարկման շերտը:

6.14. Կոնտուրի ռեզոնանսային հաճախությունը 200 կՀց է, ունակությունը՝ 1 նՖ, իսկ թողարկման շերտը՝ 10 կՀց: Որոշե՛ք կոնտուրի բարորակությունը և կորուստների դիմադրությունը:

6.15. Տատանողական կոնտուրի բնութագրական դիմադրությունը 400 Օհմ է, իսկ բարորակությունը՝ 100: Այն թողարկում է 70 կՀց հաճախային տիրույթ 3 դբ մարման դեպքում: Որոշե՛ք կոնտուրի պարամետրերը:

6.16. Տատանողական կոնտուրը կազմված է 200 պՖ ունակության կոնդենսատորից և 800 մկՀն ինդուկտիվության կոճից: Կոնդենսատորի կորուստների անկյան տանգենսը հավասար է 0,005, իսկ կոճի կորուստների դիմադրությունը՝ 30 Օհմ: Որոշե՛ք կոնտուրի թողարկման շերտը և բարորակությունը:

6.17. Հաջորդական կոնտուրը համալարված է 160 կՀց հաճախության վրա: Կոնտուրի ինդուկտիվությունը 2 մՀն է, իսկ կորուստների դիմադրությունը՝ 40 Օհմ: Ի՞նչ դիմադրությամբ պետք է շունտել ինդուկտիվության կոճը, որպեսզի կոնտուրի թողարկման շերտը լինի 10 կՀց:

6.18. Որոշե՛ք հաջորդական կոնտուրի փոխանցման գործակցի մոդուլը (ելքը վերցվում է կոնդենսատորից) $\Delta f = 0;\ 2;\ 5;\ 12$ կՀց ապալարկի դեպքում: Կոնտուրի ունակությունը 200 պՖ է, կորուստների դիմադրությունը՝ 8 Օհմ, իսկ թողարկման շերտը՝ 10 կՀց:

6.19. Աղբյուրի հետ համալարված հաջորդական տատանողական կոնտուրը սպառում է 50 մՎտ հզորություն: Կոնտուրի ինդուկտիվությունը 180 մկՀն է, ունակությունը՝ 500 պՖ, իսկ կոնդենսատորի վրա լարման լայնութային արժեքը՝ 60 Վ: Որոշե՛ք կոնտուրի կորուստների դիմադրությունը և ԷլՇՈւ-ի լայնույթը:

6.20. Կոնտուրի ռեզոնանսային հաճախությունը 300 կՀց է, իսկ ունակությունը՝ 200 պՖ: Կորուստների դիմադրության ի՞նչ արժեքի դեպքում կոնտուրը կունենա 10 կՀց թողարկման շերտ: Ինչպե՞ս պետք է փոփոխել կոնտուրի բարորակությունը, եթե վերոհիշյալ թողարկման շերտը որոշվի ոչ թե $\sqrt{2}$ անգամ, այլ՝ **ա)** 1,25 և **բ)** 2 անգամ մարումներով:

6.21. Տատանողական կոնտուրի բարորակությունը հավասար է 250, իսկ կորուստների դիմադրությունը՝ 1 Օհմ: Ունակությունը 2 պՖ-ով փոփոխելիս հարաբերական ապալարքը հավասարվում է 0,1%-ի: Որոշե՛ք կոնտուրի ռեզոնանսային հաճախությունը, կոնդենսատորի ունակությունը և կոճի ինդուկտիվությունը:

6.22. Հաջորդական կոնտուրին միացված է 14 Օհմ ներքին դիմադրությամբ $\varepsilon(t) = 0{,}2 \cos \omega t$Վ ԷլՇՈւ-ի աղբյուր: Կոնտուրի ինդուկտիվությունը 100 մկՀն է, իսկ կորուստների դիմադրությունը՝ 6 Օհմ: Որոշե'ք կոնտուրի բարորակությունը, կոնդենսատորի և ինդուկտիվության կոճի վրա լարումների լայնութային արժեքները $\omega_\text{ռ} = 10^7$ ռադ/վ ռեզոնանսային հաճախության և $\omega_1 = 1{,}01 \cdot 10^7$ռադ/վ հաճախության դեպքերում:

6.23. Հաջորդական կոնտուրի կոնդենսատորի վրա լարման լայնութային արժեքը ռեզոնանսի դեպքում, որը չափվել է անվերջ մեծ մուտքային դիմադրությամբ վոլտաչափով, հավաար է 100 Վ: Կոնտուրը սնող ԷլՇՈւ-ի լայնույթը 1Վ է, իսկ կոնտուրի կորուստների դիմադրությունը՝ 20 Օհմ: Ի՞նչ լարում ցույց կտա այն վոլտաչափը, որի մուտքային դիմադրությունը 100 կՕմ է:

Զուգահեռ տատանողական կոնտուր

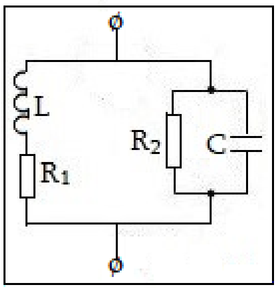
6.24. Օգտվելով աղյուսակում նշված թվային տվյալներից՝ հաշվե՛ք պարզ զուգահեռ տատանողական կոնտուրի ռեզոնանսային դիմադրությունը:

Ն.ո.	L մկՀն	C պՖ	R Օմ	f ՄՀց	λ_0 մ	Q
1	120	80	15	--	--	--
2	--	120	--	--	200	40
3	--	150	20	1	--	--
4	180	100	--	--	--	30
5	--	300	16	--	600	--

6.25. Որոշե'ք անկորուստ պարզ զուգահեռ կոնտուրի դիմադրությունը $n\omega_n\,(n = 2, 3, 4, \dots)$ հաճախությունների դեպքում, որտեղ ω_n-ը ռեզոնանսային հաճախությունն է:

6.26. Պարզ զուգահեռ կոնտուրն ունի հետևյալ պարամետրերը՝ $C = 500$պՖ, $Q = 100$, $\omega_n = 10^6$ռադ/վ: Որոշե՛ք կոնտուրի թողարկման շերտը, ինչպես նաև դիմադրության ակտիվ և ռեակտիվ բաղադրիչները $\omega_1 = 1{,}01 \cdot 10^7$ ռադ/վ և $\omega_2 = 1{,}007 \cdot 10^6$ ռադ/վ հաճախությունների դեպքերում:

6.27. Որոշե'ք Նկ.6.14-ում զուգահեռ կոնտուրի ռեզոնանսային դիմադրությունը հետևյալ տվյալների դեպքում՝ $L = 9$մկՀն, $C = 100$պՖ, $R_1 = 3$ Օհմ, $R_2 = 30$ կՕմ:



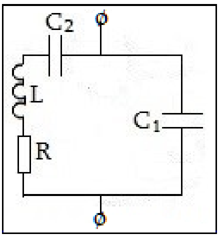
Նկ.6.14

6.28. Պարզ զուգահեռ կոնտուրն ունի $C = 200$ պՖ ունակություն, 7 Օհմ կորուստների դիմադրություն և սնվում է 40 կՕմ ներքին դիմադրությամբ 300Վ լայնույթով էլՇՈւ-ի գեներատորից: Ռեզոնանսի դեպքում կոնտուրի վրա լարման լայնույթը հավասար է 120 Վ: Որոշե՛ք կոնտուրի ինդուկտիվությունը, բարորակությունը և գեներատորի տված հոսանքը:

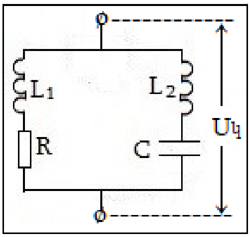
6.29. Պարզ զուգահեռ կոնտուրը միացված է 50 կՕմ ներքին դիմադրությամբ աղբյուրին: Կոնտուրի պարամետրերն են՝ $C = 500$ պՖ, $Q = 100$, $\omega_ռ = 10^6$ռադ/վ: Որոշե՛ք համարժեք բարորակությունը և թողարկման շերտը:

6.30. 320 կՀց հաճախության, 100 Վ լայնութային արժեքով և 1կՕմ ներքին դիմադրությամբ էլՇՈւ-ի աղբյուրը միացված է պարզ զուգահեռ կոնտուրին, որը համալարված է աղբյուրի հետ: Կոնտուրի ինդուկտիվությունը 100 մկՀն է, իսկ բարորակությունը՝ 100: Որոշե՛ք կոնտուրում անջատված հզորությունը:

6.31. Բարդ զուգահեռ կոնտուրը (Նկ.6.15) համալարված է $\lambda =$ 94,2մ ալիքի երկարության վրա: Կոնտուրի պարամետրերն են՝ $C_2 = 400$պՖ, $R = 5$ Օհմ, $Z_{oe} = 50$ կՕմ: Որոշե՛ք կոնտուրի C_1 ունակությունը և L ինդուկտիվությունը:



Նկ.6.15



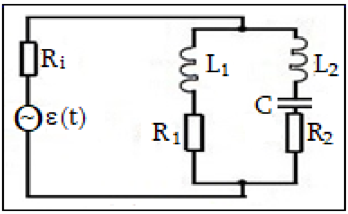
Նկ.6.16

6.32. Զուգահեռ կոնտուրի (Նկ.6.16) պարամետրերն են՝ $C = 200$ պՖ, $L_1 = L_2 =$0,2 մՀն, $R = 25$ Օհմ: Կոնտուրի հետ համալարված գեներատորը ապահովում է $I = 0{,}01$Ա հոսանք: Որոշե՛ք կոնտուրի ռեզոնանսային դիմադրությունը և $U_կ$ լարումը:

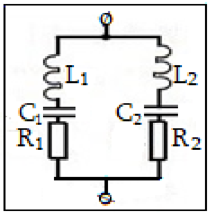
6.33. Բարդ զուգահեռ կոնտուրը, որը միացված է 100 կՕմ ներքին դիմադրությամբ աղբյուրին (Նկ.6.17), ունի հետևյալ պարամետրերը՝ $C = 500$ պՖ, $Q = 100$, $L_1 = 500$ մկՀն, $\omega_n = 10^6$ ռադ/վ: Որոշե՛ք համարժեք բարորակությունը և թողարկման շերտը:

6.34. Զուգահեռ կոնտուրը (Նկ.6.17), որի ունակությունը՝ $C = 250$ պՖ, իսկ մարումը՝ $d = 0{,}008$, $f_0 = 1$Մ Հց ռեզոնանսային հաճախության դեպքում ունի 25 կՕմ մուտքային դիմադրություն: Որոշե՛ք ճյուղերի ինդուկտիվությունները և կորուստների լրիվ դիմադրությունը:

6.35. Բարդ զուգահեռ կոնտուրի պարամետրերն են՝ $C_1 = 70$ պՖ, $L_1 = 5$ մկՀն, $R_1 = 3{,}5$ Օհմ, $R_2 = 2{,}5$ Օհմ, $C_2 = 55$ պՖ, $L_2 = 4$ մկՀն (Նկ. 6.18): Որոշե՛ք զուգահեռ կոնտուրի ռեզոնանսի հաճախությունը, կոնտուրի բարորակությունը և ռեզոնանսային դիմադրությունը:



Նկ.6.17



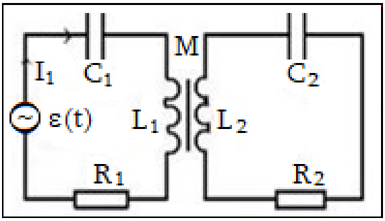
Նկ.6.18

6.36. $L = 50$ մկՀն, $C = 200$ պՖ, $r = 5$ Օհմ պարամետրերով պարզ զուգահեռ կոնտուրի չճյուղավորված շղթայով հոսում է հետևյալ հոսանքը՝ $I(t) = 100 + 2cos\omega_n t + 50cos2\omega_n t +$ $+ 10\cos(3\omega_n t)$մԱ: Որոշե՛ք կոնտուրի լարումը:

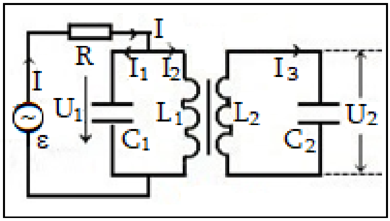
Կապված կոնտուրներ

6.37. Կազմե՛ք դիֆերենցիալ հավասարում Նկ. 6.19-ում բերված շղթայում I_1 հոսանքը որոշելու համար:

6.38. Կազմե՛ք դիֆերենցիալ հավասարումներ Նկ. 6.20-ում բերված շղթայում U_1 և U_2 լարումները որոշելու համար:



Նկ.6.19

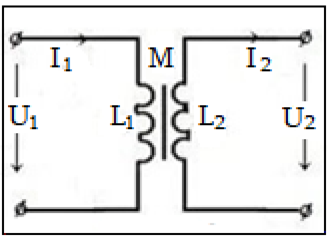


Նկ.6.20

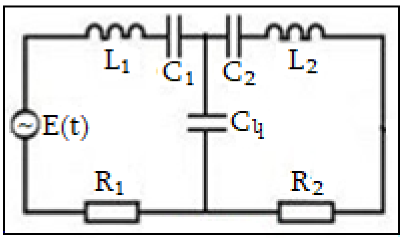
6.39. Նկ. 6.21-ում բերված շղթայում I_1 և I_2 հոսանքներն արտահայտել U_1 և U_2 լարումների միջոցով:

6.40. Ներքին ունակային կապով կապված կոնտուրների (Նկ. 6.22) կապի գործակիցը՝ k=0,1, իսկ ունակությունները՝ $C_1 = C_2 = 50$պՖ: Որոշե'ք կապի ունակությունը:

6.41. Ներքին ունակային կապով երկու միատեսակ կոնտուրներ (Նկ.6.22) 30 ՄՀց հաճախության վրա համալարված են լրիվ ռեզոնանսի: Մուտքային աղբյուրի էլՇՈւ-ի լայնույթը 5Վ է, իսկ՝ $C_1 = C_2 = 35$պՖ, $R_1 = R_2 = 4$ Օհմ: Որոշե՛ք կոնտուրների ինդուկտիվությունները, կապի ունակությունն ու գործակիցը, կոնտուրներում հոսանքների լայնույթները:



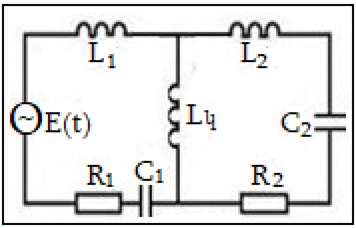
Նկ.6.21



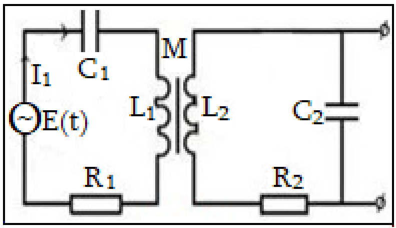
Նկ.6.22

6.42. Նկ. 6.23-ում պատկերված կապված կոնտուրների պարամետրերն են՝ $L_1 = 15$ մկՀն, $L_2 = 20$ մկՀն, $C_1 = 45$ պՖ, $R_1 = R_2 = 4$ Օհմ, $L_կ = 5$ մկՀն, իսկ գեներատորի ալիքի երկարությունը՝ $\lambda = 60$ մ: Որոշե՛ք C_2 ունակությունը, եթե շղթայում հաստատվել է երկրորդ մասնակի ռեզոնանս:

6.43. Երկու կապված կոնտուրներից (Նկ. 6.23) յուրաքանչյուրն ունի՝ $L_{առ} = L_{երկ} = L = 35$մկՀն ընդհանուր ինդուկտիվություն, $C_1 = C_2 = C = 135$ պՖ ունակություն և $R_1 = R_2 = R = 5$ Օհմ ակտիվ դիմադրություն: Կապի գործակիցը՝ k=0,02, իսկ արտաքին աղբյուրի հաճախությունը հավասար է կոնտուրների սեփական հաճախությանը: Որոշե՛ք կոնտուրների L_1, L_2 և $L_կ$ ինդուկտիվությունները և առաջնային շղթայի ՕԳԳ-ն:



Նկ.6.23



Նկ.6.24

6.44. Ինդուկտիվորեն կապված կոնտուրների (Նկ. 6.24) պարամետրերն են՝ $L_1 = 11$ մկՀն, $C_1 = 40$ պՖ, $R_1 = 4$ Օհմ, $L_2 = 12$ մկՀն, $C_2 = 36$ պՖ $R_2 = 4{,}5$ Օհմ, $k = 0{,}2$: Առաջին կոնտուրում միացված է 5 Վ լայնույթով և 40 մ ալիքի երկարությամբ ԷլՇՈւ-ի աղբյուր: Որոշե՛ք կոնտուրներում հոսանքների լայնույթները և C_2 ունակության վրա լարումը:

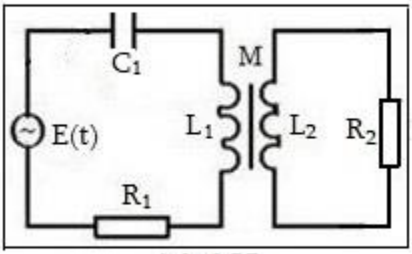
6.45. Երկու ինդուկտիվորեն կապված կոնտուրներ (Նկ.6.24) համալարված են լրիվ ռեզոնանսի 6 Վ լայնույթով աղբյուրի 15ՄՀց հաճախության դեպքում: Կոնտուրների տվյալներն են՝ $C_1 = C_2 = 20$պՖ, $d_1 = d = 0{,}01$: Որոշե՛ք կոնտուրների ինդուկտիվությունները, փոխինդուկտիվությունը, կոնտուրներում հոսանքների լայնույթները, ելքային լարման լայնույթը և լարման փոխանցման գործակիցը:

6.46. Նկ. 6.24-ում պատկերված շղթայի պարամետրերն են՝ $L_1 = 250$ մկՀն, $C_1 = 100$ պՖ, $R_1 = 15$ Օհմ, $L_2 = 300$ մկՀն, $R_2 = 60$ Օհմ, $M = 30$ մկՀն, աղբյուրի հաճախությունը՝ $\omega = 2 \cdot 10^6$ռադ/վ է, իսկ լայնույթը՝ 20Վ: C_2 ունակության ի՞նչ արժեքի դեպքում երկրորդ կոնտուրում հոսանքի լայնույթը հավասար կլինի 200 մԱ:

6.47. Նկ.6.24-ում պատկերված կապված կոնտուրներում հաստատվել է բարդ ռեզոնանս: Կոնտուրների պարամետրերն են՝ $L_1 = L_2 = L = 3$մկՀն, $C_1 = C_2 = C = 20$ պՖ, $R_1 = R_2 = R = 3$ Օհմ, ԷլՇՈւ-ի աղբյուրի լայնույթը հավասար է 15Վ, իսկ կապի գործակիցը՝ $k = 2d$: Որոշե՛ք կոնտուրներում հոսանքների և ելքային լարման լայնույթները և կապի հաճախությունները:

6.48. Նկ. 6.24-ում պատկերված կապված կոնտուրներից յուրաքանչյուրը համալարված է ԷլՇՈւ-ի հաճախության վրա: Որոշե՛ք երկրորդ կոնտուրում անջատվող հզորությունը և ՕԳԳ-ն, եթե $E = 10cos10^6t$Վ, $R_1 = 20$ Օհմ, $R_2 = 10$ Օհմ, $M = 20$ մկՀն:

6.49. Կապված կոնտուրների սխեման տրված է Նկ.6.25-ում: Որոշե՛ք օպտիմալ ռեզոնանսի դեպքում M-ի և C_1-ի արժեքները, եթե աղբյուրի հաճախությունը հավասար է 10^6ռադ/վ, $L_1 = L_2 = L = 1$մ Հն, $R_1 = 10$ Օհմ, $R_2 1$ կՕմ:



Նկ.6.25

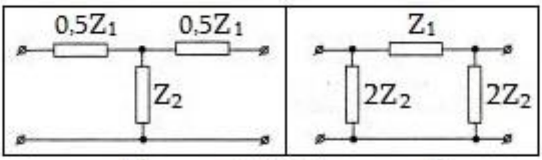
§7. Էլեկտրական զտիչներ: Երկար գծեր: Ալիքատարներ: Ծավալային ռեզոնատորներ

Հիմնական հասկացություններ և բանաձևեր

7.1. Էլեկտրական զտիչներ (ֆիլտրեր)

Էլեկտրական զտիչ կոչվում է այն սարքը (քառաբևեռը), որը թողարկում է հաճախությունների որոշակի տիրույթ և կասեցնում է դրանից դուրս տիրույթը: Իդեալական զտիչի թողարկման տիրույթում մարումը զրո է՝ $d = 0$, իսկ փոխանցման գործակցի մոդուլը հավասար է մեկի՝ $|\dot{K}(\omega)| = 1$: Թողարկման շերտից դուրս (կասեցման տիրույթ) $d \to \infty$, իսկ $|\dot{K}(\omega)| = 0$:

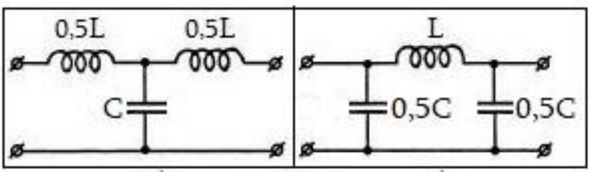
• **T-և П-ձևի քառաբևեռներ (Նկ. 7.1ա և Նկ. 7.1բ).**



Նկ.7.1

Եթե քառաբևեռի համար $Z_1 Z_2 = const$ (կախված չէ ω հաճախությունից), ապա այն կոչվում է k տեսակի քառաբևեռ:

• **Ստորին հաճախության զտիչների T-և П-ձևի բջիջներ (Նկ. 7.2).**



Նկ.7.2

Ստորին հաճախության զտիչները թողարկում են 0-ից մինչև ω_u սահմանային հաճախության հոսանքներ՝ առանց էական մարման (Նկ.7.2)։

$$0 < \omega < \omega_u\,, \qquad (7.1)$$

որտեղ $\omega_u = \frac{2}{\sqrt{LC}}$։

Այս զտիչների համար $Z_1 = j\omega L$, $Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$ և $Z_1 Z_2 = \frac{L}{C} = \rho^2 =$
$= const$։ Հետևաբար դրանք k տեսակի են։

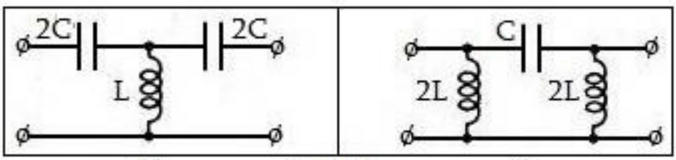
Որպեսզի ստորին հաճախության զտիչը աշխատի համաձայնեցված ռեժիմում, անհրաժեշտ է, որ բեռի R_F դիմադրությունը հավասար լինի ρ բնութագրական դիմադրությանը՝

$$R_F = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{և} \quad \omega_u = \frac{2}{\sqrt{LC}}։$$

• **Ստորին հաճախության զտիչների պարամետրերի ընտրությունը.**

$$C = \frac{2}{\omega_u R_F}, \qquad L = \frac{2R_F}{\omega_u}։ \qquad (7.2)$$

• **Վերին հաճախության զտիչների T-և П-ձևի բջիջներ (Նկ. 7.3)**



Նկ.7.3

Վերին հաճախության զտիչները թողարկում են ω_u սահմանային հաճախությունից մինչև ∞ հաճախության հոսանքներ (Նկ. 7.3)։

$$\omega_u < \omega < \infty, \qquad (7.3)$$

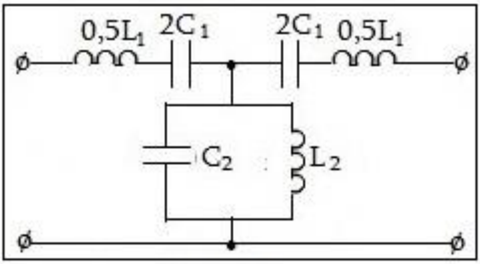
որտեղ $\omega_u = \frac{1}{2\sqrt{LC}}$: Այս զտիչների համար $Z_1 = \frac{1}{j\omega C}$, $Z_2 = j\omega L$ և $Z_1 Z_2 = \frac{L}{C} = \rho^2 = const$: Հետևաբար այս զտիչները ևս k տեսակի են:

- **Վերին հաճախության զտիչների պարամետրերի ընտրությունը.**

$$C = \frac{1}{2\omega_u R_F}, \qquad L = \frac{R_F}{2\omega_u}: \tag{7.4}$$

- **Շերտավոր զտիչների T-և П-ձևի բջիջներ.**

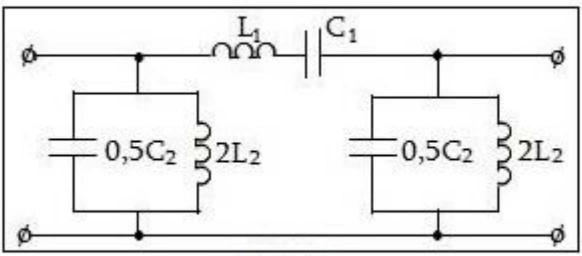
ա) T- ձևի բջիջ (Նկ. 7.4)



Նկ.7.4

բ) П - ձևի բջիջ (Նկ. 7.5)

Շերտավոր զտիչների թողարկման շերտը գտնվում է $\omega_1 = \omega_0(\sqrt{m+1} - \sqrt{m})$-ից $\omega_2 = \omega_0(\sqrt{m} + \sqrt{m+1})$ սահմանային հաճախությունների միջև, որտեղ $m = \frac{L_2}{L_1} = \frac{C_2}{C_1}$, իսկ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$:



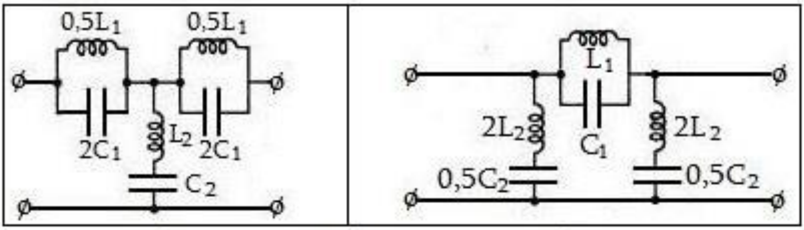
Նկ.7.5

• **Շերտավոր զտիչների պարամետրերի ընտրությունը.**

$$L_1 = \frac{2R_F}{\omega_2 - \omega_1},\ L_2 = \frac{1}{C_2\omega_2\omega_1},\ C_1 = \frac{1}{L_1\omega_2\omega_1},\ C_2 = \frac{2}{R_F(\omega_2 - \omega_1)}, \quad (7.5)$$

• **Փակոցային կամ ռեժեկտորային զտիչների T-և Π-ձևի բջիջներ (Նկ.7.6).**

Փակոցային զտիչները չեն թողարկում ω_1-ից մինչև ω_2 ընկած հաճախությունների հոսանքներ և թողարկում են 0-ից



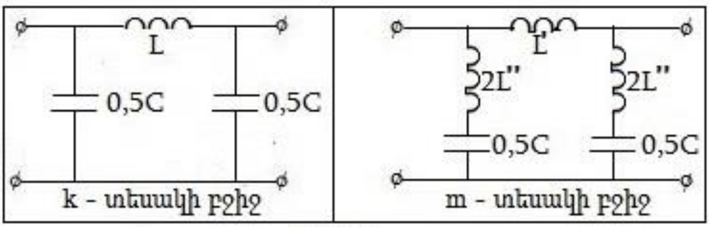
ա) Նկ.7.6 բ)

մինչև ω_1 և ω_2-ից մինչև ∞ հաճախության հոսանքներ (Նկ. 7.6)։ Փակոցային զտիչ կարելի է ստանալ շերտավոր զտիչից, նրանում փոխելով հաջորդական և զուգահեռ կոնտուրների տեղերը։

• **Փակոցային զտիչների պարամետրերի ընտրությունը.**

$$L_1 = \frac{2(\omega_2 - \omega_1)R_F}{\omega_2\omega_1},\ L_2 = \frac{R_F}{2(\omega_2 - \omega_1)},\ C_1 = \frac{1}{2R_F(\omega_2 - \omega_1)},$$

$$C_2 = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2R_F\omega_2\omega_1}: \quad (7.6)$$

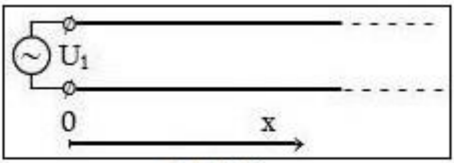


Նկ.7.7

m տեսակի զտիչներ

Վերևում բերված զտիչները համարվում են k տեսակի զտիչներ, որոնք կատարյալ զտում չեն կարող իրականացնել: Ավելի կատարյալ զտիչ են m տեսակի զտիչները, որոնք ստացվում են k տեսակի զտիչների սխեմաների որոշակի բարդացումով: Եթե k տեսակի զտիչի հաջորդական թևի դիմադրության m մասը թողենք հաջորդական, իսկ 1-m-ը տեղափոխենք զուգահեռ թև, ապա ստացվածը կլինի m տեսակի զտիչ: Նկ.7.7-ում բերված է ստորին հաճախության զտիչի k և m տեսակի բջիջների սխեմաները:

7.2. Անկորուստ երկհաղորդալարային երկար գիծ (Նկ.7.8).



Նկ.7.8

Գծի մուտքին կիրառված է $\dot{U}_1 = \dot{U}_0 e^{j\omega t}$ լարում: Այս դեպքում գծով կտարածվի ω հաճախության էլեկտրամագնիսական ալիք:

• **Ալիքային հավասարումները.**

ա) լարման համար՝ $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{1}{\mathrm{v}^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0$: (7.7)

բ) հոսանքի համար՝ $\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} - \frac{1}{\mathrm{v}^2}\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} = 0$, (7.8) որտեղ $\mathrm{v} = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$-ն ալիքի արագությունն է: Այստեղ L_0-ն գծի միավոր երկարության ինդուկտիվությունն է, իսկ C_0-ն՝ ունակությունը:

• **Ալիքային թիվ.**

$$k = \frac{\omega}{\mathrm{v}} = \frac{2\pi}{\lambda}, \tag{7.9}$$

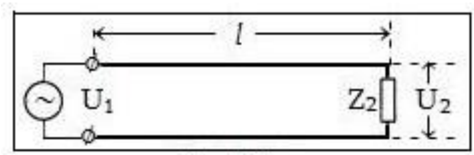
որտեղ λ-ն ալիքի երկարությունն է:

• **Գծի ալիքային դիմադրությունը.**

$$\frac{U}{I} = \frac{\omega L_0}{k} = \frac{\omega L_0}{\frac{\omega}{\mathrm{v}}} = \mathrm{v}L_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \rho: \qquad (7.10)$$

Ալիքային դիմադրության իմաստը նրանում է որ եթե, գիծը բեռնենք այդ դիմադրությամբ, ապա գծում անդրադարձում չի լինի: Անկորուստ գծերի դեպքում ալիքային դիմադրությունն իրական մեծություն է և կախված չէ հաճախությունից:

7.3. Բեռնավորված գիծ (Նկ.7.9).



Նկ.7.9

• **Անդրադարձման գործակից.**

ա) ըստ լարման՝ $\dot{p}_U = \frac{\dot{U}_{2\,անդ}}{\dot{U}_{2\,ուղ}}$, (7.11)

բ) ըստ հոսանքի՝ $\dot{p}_I = \frac{\dot{I}_{2\,անդ}}{\dot{I}_{2\,ուղ}}$: (7.12)

• **Գծի հոսանքը.**

$$\dot{I} = \frac{1}{\rho}(\dot{U}_{ուղ} - \dot{U}_{անդ}): \qquad (7.13)$$

(7.13)-ում մեծությունները վերցվում են գծի մուտքից հաշված:

• **Լարումը և հոսանքը գծի ելքում.**

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_{2\,ուղ} + \dot{U}_{2\,անդ}, \quad \dot{I}_2 = \frac{1}{\rho}(\dot{U}_{2\,ուղ} - \dot{U}_{2\,անդ}): \qquad (7.14)$$

• **Գծի բեռի դիմադրությունը.**

$$Z_2 = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = \rho\frac{U_{2\,ուղ}+U_{2\,անդ}}{U_{2\,ուղ}-U_{2\,անդ}} = \rho\frac{1+\dot{P}_U}{1-\dot{P}_U}: \qquad (7.15)$$

• **Անդրադարձման գործակցի կախումը բեռի դիմադրու-թյունից.**

$$\dot{p}_U = \frac{Z_2-\rho}{Z_2+\rho}, \quad \dot{p}_I = -\frac{Z_2-\rho}{Z_2+\rho}: \tag{7.16}$$

• **Անդրադարձման գործակիցը տարբեր ռեժիմներում.**

1. Պարապ ընթացքի ռեժիմ՝ $Z_2 \to \infty$: Այս դեպքում $p_U = 1$, $p_I = -1$: Սա նշանակում է, որ տեղի ունի լրիվ անդրադարձում (ուղիղ և անդրադարձող ալիքներն իրար հավասար են): Սա կանգուն ալիքի առաջացման պայմանն է:

2. Կարճ միացման ռեժիմ՝ $Z_2 = 0$: Այս դեպքում $p_U = -1$, $p_I = 1$: Սա նշանակում է, որ լարման ընկնող և անդրադարձող ալիքները հակափուլ են:

3. $Z_2 = \rho$: Այս դեպքում գիծը բեռնավորված է ալիքային դիմադրությանը հավասար ակտիվ դիմադրությամբ: Այս դեպքում $p_U = p_I = 0$, այսինքն՝ անդրադարձող ալիք չկա և ունենք միայն վազող ալիք:

•**Գծի մուտքային դիմադրություն.**

$$Z_1 = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = Z_{մուտք} = Z_2 \frac{1+j\frac{\rho}{Z_2}tgkl}{1+j\frac{Z_2}{\rho}tgkl}: \tag{7.17}$$

• **Գծի մուտքային դիմադրությունը տարբեր ռեժիմներում.**

1. Պարապ ընթացքի ռեժիմ՝ $Z_2 \to \infty$, ապա $Z_{1\infty} = -j\rho ctgkl$,

2. Կարճ միացման ռեժիմ՝ $Z_2 = 0$, ապա $Z_{10} = j\rho tgkl$,

3. $Z_2 = \rho$: Գիծը բեռնավորված է ալիքային դիմադրությանը հավասար ակտիվ դիմադրությամբ: Այս դեպքում $Z_1 = \rho$:

Կանգուն ալիքների հանգույցների դիրքերը գծում

• **Պարապ ընթացքի ռեժիմ՝** $l = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$: (7.18)

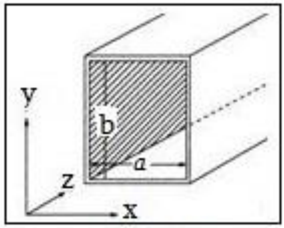
• **Կարճ միացման ռեժիմ՝** $l = n\frac{\lambda}{2}$: (7.19)

• **Կանգուն ալիքի լայնույթը, երբ գիծը վերջում փակված չէ՝ $Z_2 \to \infty$:**

$$U_m = \dot{U}_0 \frac{cosk(l-x)}{coskl}: \quad (7.20)$$

$$\dot{I}_m(x) = -\frac{\dot{U}_0}{j\rho}\frac{sink(l-X)}{coskl}: \quad (7.21)$$

7.4. Ուղղանկյուն ալիքատար (Նկ.7.10).



Նկ.7.10

- **Ալիքի կրիտիկական հաճախությունը և երկարությունը.**

$$\omega_{կր} = \pi c\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2};$$

$$\Lambda = \lambda\frac{1}{\sqrt{1-\omega_{կր}^2/\omega^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1-\lambda^2/\lambda_{կր}^2}}: \quad (7.22)$$

Այստեղ $\lambda_{կր} = \frac{2\pi c}{\omega_{կր}}$, $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$: $\lambda > \lambda_{կր}$ ալիքներն ալիքատարում չեն տարածվում:

Այն ալիքները, որոնք համապատասխանում են m-ի և n-ի փոքրագույն արժեքներին կոչվում են պարզագույն կամ հիմնական ալիքներ: Սակայն E_{m0} կամ E_{0n} ալիքները հիմնական լինել չեն կարող, հետևաբար E տիպի հիմնական ալիքը E_{11} ալիքն է: Այս ալիքի համար $H_z = 0$: Իսկ այն ալիքները, որոնց համար $E_z = 0$ կոչվում են H_{mn} ալիքներ, և դրանց հիմնական ալիքներն են H_{01} և H_{10} ալիքները:

- **Ալիքի տարածման արագությունն ալիքատարում.**

ա) փուլային արագությունը՝ $\mathrm{v}_{փ} = \frac{c}{\sqrt{1-\omega_{կր}^2/\omega^2}}$: (7.23)

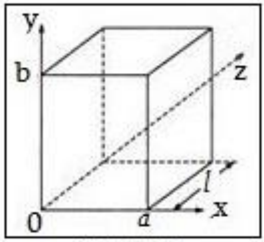
բ) խմբային արագությունը՝ $\mathrm{v}_{խմ} = c\sqrt{1-\frac{\omega_{կր}^2}{\omega^2}} < c$: (7.24)

Եթե $\omega > \omega_{կր}$, ապա $\mathrm{v}_{փ} > c$: Սակայն $\mathrm{v}_{խմ} \cdot \mathrm{v}_{փ} = c^2$:

7.5. Ուղղանկյուն ծավալային ռեզոնատոր (Նկ.7.11).

• **Ռեզոնատորի սեփական հաճախությունները.**

$$\omega_{mnl} = \pi c\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{i}{l}\right)^2}: \quad (7.25)$$



Նկ.7.11

Այս ռեզոնատորում պարզագույն դաշտին համապատասխանում է mnl նշիչների միայն 110 համակցությունը:

• **Ռեզոնատորի պարզագույն դաշտի հաճախությունը.**

$$\omega = \frac{\pi c}{a}\sqrt{2} \quad \text{կամ} \quad f = \frac{c}{a\sqrt{2}}: \qquad (7.26)$$

Խնդիրներ

Էլկտրական զտիչներ*

7.1. 500 Օհմ ակտիվ դիմադրությամբ բեռնավորված ստորին հաճախությունների ռեակտիվ զտիչն ունի զրոյից մինչև 3 կՀց թափանցիկության շերտ: Որոշե՛ք զտիչի պարամետրերը:

7.2. $R_p = 2$ կՕմ բեռի հետ համաձայնեցված ստորին հաճախությունների զտիչի սահմանային հաճախությունը հավասար է 1 կՀց: Որոշե՛ք T- և П-աձև բջիջների ինդուկտիվությունը և ունակությունը:

7.3. T-աձև միացման դեպքում ստորին հաճախությունների զտիչի յուրաքանչյուր բջիջում $C = 0{,}23$մկՖ: Որոշե՛ք բջջի ինդուկտիվությունները և սահմանային հաճախությունը 600 Օհմ համաձայնեցված բեռի դեպքում:

7.4. Վերին հաճախությունների զտիչը П-աձև բջիջում պարունակում է 8 նՖ մեկ ունակություն և յուրաքանչյուրը 20 մՀն

* Անհրաժեշտ նկարները բերված են պատասխաններում:

երկու ինդուկտիվություն: Որոշե՛ք սահմանային հաճախությունը և բեռի դիմադրությունը, որի հետ զտիչը կարող է համաձայնեցվել $f \to \infty$ հաճախության վրա:

7.5. 10 կՀց կասեցման հաճախությամբ վերին հաճախությունների ռեակտիվ զտիչը համաձայնեցված է 1կՕմ դիմադրությամբ բեռի հետ: Որոշե՛ք զտիչի պարամետրերը:

7.6. Հաշվարկե՛ք T- և П-աձև բջիջներով վերին հաճախությունների զտիչ՝ 3 կՀց կասեցման հաճախության և 800 Օհմ բեռի դիմադրության դեպքում:

7.7. Որոշե՛ք K տեսակի շերտային զտիչի T-աձև բջջի ինդուկտիվությունները և ունակությունները, եթե $f_{u1} = 10$կՀց, $f_{u2} = 12$կՀց և $R_F = 300$ Օհմ:

7.8. Շերտային զտիչն ունի $100 \div 125$ կՀց թափանցիկության շերտ և բեռնավորված է 2,5կՕմ ակտիվ դիմադրությամբ: Որոշե՛ք զտիչի ինդուկտիվությունները և ունակությունները:

7.9. Շերտային զտիչն ունի $460 \div 470$ կՀց թափանցիկության շերտ և բեռնավորված է 1 կՕմ ակտիվ դիմադրությամբ: Որոշե՛ք զտիչի պարամետրերը:

7.10. Փակոցային զտիչը բեռնավորված է 13 կՕմ ակտիվ դիմադրությամբ և ունի $60 \div 65$ կՀց անթափանցիկության շերտ: Որոշե՛ք դրա պարամետրերը:

7.11. Փակոցային զտիչն ունի $120 \div 130$ կՀց անթափանցիկության շերտ: Տրված է $L_1 = 25$մՀն, $C_2 = 100$պՖ: Որոշե՛ք համաձայնեցված բեռի դիմադրությունը, L_2 ինդուկտիվությունը և C_1 ունակությունը: Հաշվարկը կատարել T- և П-աձև բջիջների համար:

7.12. K տեսակի ստորին հաճախությունների զտիչի T-աձև բջիջը պարունակում է յուրաքանչյուրը 0,12 Հն երկու ինդուկտիվություն և 0,12 մկՖ մեկ ունակություն: Ինչպե՞ս կփոխվեն այդ քջջի սխեման և համապատասխան պարամետրերը, եթե անցնենք m տեսակի զտիչի:

Երկար գծեր

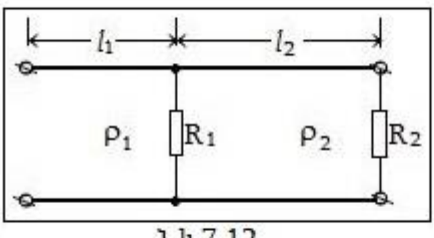
7.13. Որոշե՛ք համառանցք մալուխի գծային պարամետրերը, եթե նրա ալիքային դիմադրությունը 70 Օհմ է, իսկ էլեկտրամագնիսական ալիքի տարածման արագությունը մալուխում՝ $2 \cdot 10^6$ մ/վ:

7.14. Համառանցք մալուխը աշխատում է վազող ալիքի ռեժիմում: Որոշե՛ք գծային ինդուկտիվությունը, եթե բեռի դիմադրությունը 50 Օհմ է, իսկ գծային ունակությունը՝ $C_0 = 125$ պՖ/մ:

7.15. 200 մ երկարության երկհաղորդալարային գծում տարածվում են 50 Հց հաճախության ալիքներ, իսկ 5 սմ երկարության մեկ այլ գծում՝ 6 ԳՀց հաճախության ալիքներ: Արդյոք կարելի է այդ գծերն անվանել երկար:

7.16. Գիծը բեռնավորված է 40 Օհմ ակտիվ դիմադրությամբ: Գծի երկարությունը 10 մ է, իսկ ալիքային դիմադրությունը՝ 160 Օհմ: Որոշե՛ք գծի մուտքային դիմադրությունը 7,5Մ Հց և 15 ՄՀց հաճախությունների դեպքում:

7.17. Որոշե՛ք Նկ. 7.12-ում պատկերված շղթայի մուտքային դիմադրությունը, եթե $l_1 = \lambda/2$, $l_2 = 3/4\lambda$, $\rho_1 = 100$ Օհմ, $\rho_2 = 200$ Օհմ, $R_1 = 200$ Օհմ, $R_2 = 100$ Օհմ:



Նկ.7.12

7.18. Պարապ ընթացքի գծի ելքում լարումը փոխվում է հետևյալ օրենքով՝ $U = 100cos\omega_0 t$ Վ: Կառուցե՛ք U լարման և I հոսանքի ժամանակային դիագրամները գծի ելքից l հեռավորության վրա գտնվող կտրվածքում, որոշե՛ք նաև մուտքային դիմադրությունն այդ կտրվածքում: Գծի ալիքային դիմադրությունը՝ $\rho = 100$ Օհմ: Դիտարկե՛ք նաև հետևյալ դեպքերը՝ **1.** $l = 1/8\lambda$, **2.** $l = 1/6\lambda$, **3.** $l = 1/4\lambda$, **4.** $l = 1/3\lambda$, **5.** $l = 1/2\lambda$:

7.19. Որոշե՛ք համառանցք մալուխի ալիքային դիմադրությունը, եթե 100ՄՀց հաճախության դեպքում նրա պարապ ընթացքի l կտորն ունի $Z_{1\infty} = -j24{,}4$Օհմ մուտքային դիմադրություն, իսկ կարճ միացման նույն կտորը՝ $Z_{10} = j231$ Օհմ մուտքային դիմադրություն: Ինչպիսի՞ն է դիտարկվող մալուխի l երկարությունը:

7.20. 100 մ ալիքի երկարության դեպքում 15 մ երկարության և 500 Օհմ ալիքային դիմադրությամբ գիծը բեռնավորված է $Z_2 = (100 + j300)$ Օհմ կոմպլեքս դիմադրությամբ: Որոշե՛ք գծի մուտքային դիմադրությունը:

7.21. Պարապ ընթացքի գիծը, որն ունի 50 Օհմ ալիքային դիմադրություն, 10մ ալիքի երկարության գեներատորի համար հանդիսանում է այնպիսի բեռ, ինչպես 1մկՀն ինդուկտիվության կոճը: Որոշե՛ք գծի այն փոքրագույն երկարությունը, որը բավարարում է այդ պայմանին:

7.22. Գիծը, որի ալիքային դիմադրությունը 600 Օհմ է բեռնավորված է 2 մկՀն ինդուկտիվությամբ: Գիծը սնող աղբյուրի հաճախությունը 100 ՄՀց է: Որոշե՛ք լարման մոտակա հանգույցի հեռավորությունը գծի ելքից:

7.23. 100 Օհմ ալիքային դիմադրությամբ գիծը բեռնավորված է R_F ակտիվ դիմադրությամբ: Գծում լարման առավելագույն լայնույթը 500 Վ է, իսկ փոքրագույնը՝ 300 Վ: Որոշե՛ք բեռի դիմադրությունը, եթե գծի ելքում լարման լայնույթը առավելագույնն է:
7.24. Գծի մուտքին ընկնող լարման ալիքի լայնույթը 100 Վ է, իսկ գծի ելքում անդրադարձման գործակիցը՝ $p_ա = 0{,}6$: Գծի ալիքային դիմադրությունը 100 Օհմ է: Որոշե՛ք անդրադարձող ալիքի լարման լայնույթը, ինչպես նաև գծում լարման և հոսանքի լայնույթների առավելագույն և փոքրագույն արժեքները:
7.25. 100 ՄՀց հաճախության սինուսոիդային ԷլՇՈւ-ի աղբյուրը միացված է l_0 երկարության պարապ ընթացքի գծի մուտքին: Գծի ալիքային դիմադրությունը 100 Օհմ է, իսկ ԷլՇՈւ-ի լայնույթը՝ 100 Վ: Որոշե՛ք գծի ելքում լարման լայնույթը հետևյալ դեպքերում՝ **1.** $l_0 = 37{,}5$սմ; **2.** $l_0 = 112{,}5$սմ; **3.** $l_0 = 150$սմ; 4. $l_0 = 225$սմ:
7.26. 75 սմ երկարության և 100 Օհմ ալիքային դիմադրությամբ գիծը ելքում կարճ է միացած և սնվում է 100 ՄՀց հաճախության ԷլՇՈւ-ի աղբյուրից: Որոշե՛ք գծի ելքային հոսանքը, եթե ԷլՇՈւ-ի լայնույթը 100 Վ է:
7.27. $l = 4$ մ երկարության պարապ ընթացքի գծի մուտքին միացված է $f = 100$ ՄՀց հաճախության սինուսոիդային ԷլՇՈւ-ի աղբյուր: Գծի ալիքային դիմադրությունը 200 Օհմ է, իսկ գծի վերջում լարման լայնույթը՝ 80 Վ: Որոշե՛ք գծի մուտքային դիմադրությունը, լարումը և հոսանքը:

Ուղղանկյուն ալիքատար և ռեզոնատոր

7.28. Որոշե՛ք ալիքի կրիտիկական երկարությունը $a = 48$ մմ և $b = 24$ մմ չափերով ուղղանկյուն ալիքատարում E_{11}; E_{12}; H_{11} և H_{12} ալիքի տեսակների համար:

7.29. Ուղղանկյուն ալիքատարի լայնական կտրվածքի չափսերն են՝ $a = 48$մմ և $b = 24$ մմ: Որոշե՛ք ալիքի կրիտիկական երկարությունը ալիքի հետևյալ տեսակների համար՝ H_{10}; H_{20}; H_{01}; H_{21}:

7.30. Ուղղանկյուն ալիքատարով ($a = 22{,}86$մմ, $b = 10{,}16$մմ) տարածվում է $f = 10$ԳՀց հաճախության H_{10} տեսակի ալիք: Որոշե՛ք ալիքի կրիտիկական երկարությունը, փուլային ու խմբային արագությունները և ալիքատարի ներսում ալիքի երկարությունը:

7.31. Որոշե՛ք ծավալային ռեզոնատորի ռեզոնանսային ալիքի երկարությունը, եթե ռեզոնատորն ունի խորանարդի տեսք ($a = b = c = 7{,}07$սմ) և նրանում գրգռվում է E_{110} տեսակի ալիք:

7.32. Որոշե՛ք ռեզոնանսային ալիքի երկարությունը ուղղանկյուն ծավալային ռեզոնատորում ($a = 23$մմ, $b = 10$մմ, $c = 23$մմ) H_{101} տեսակի ալիքի դեպքում:

Պատասխաններ

1.1. $I=\frac{\varphi_a-\varphi_b-\varepsilon_1+\varepsilon_2}{R_1+R_2}=-2{,}5$Ա

1.2. Օհմի օրենքի համաձայն՝ $\mathrm{I}_2=\frac{U_{ab}+\varepsilon}{R}=12$ մԱ, իսկ Կիրխհոֆի առաջին օրենքի համաձայն՝ $\mathrm{I}_1+\mathrm{I}=\mathrm{I}_2$, որտեղից $\mathrm{I}=\mathrm{I}_2-\mathrm{I}_1=2$ մԱ: Տեղամասի ԷլՇՈւ-ի աղբյուրը հոսանքի աղբյուրով փոխարինելուց կունենանք Նկ. 1.13 բ-ի շղթան, էջ 16: Քանի որ $R=2$ կՕմ դիմադրությամբ կանցնի 3 մԱ հոսանք, հետևաբար $\mathrm{I}_{ա}=9$մԱ:

1.3. Լուծում: Կիրխհոֆի առաջին օրենքի համաձայն՝ $I_1+I_2-I_3=0$: Շղթան կազմված է երկու անկախ կոնտուրներից, որոնց համար շրջանցման ուղղություն ընտրելով ժամսլաքի պտտման ուղղությունը, Կիրխհոֆի երկրորդ օրենքը կտա հետևյալ երկու հավասարումները՝

$I_1(R_1+R_2+R_6)+I_3R_7=\varepsilon_1-\varepsilon_2; -I_3R_7-I_2(R_3+R_4+R_5)=\varepsilon_1+\varepsilon_3$:

Այսպիսով, անհայտ հոսանքները որոշելու համար պետք է լուծել հետևյալ հանրահաշվական հավասարումների համակարգը՝

$$\begin{cases} I_1+I_2-I_3=0, \\ I_1(R_1+R_2+R_6)+I_3R_7=\varepsilon_1-\varepsilon_2, \\ -I_3R_7-I_2(R_3+R_4+R_5)=\varepsilon_1+\varepsilon_3: \end{cases}$$

1.4. Լուծում: Որպեսզի նշված փոխարինումը համարժեք լինի, պետք է երկու տեղամասերում էլ նույն φ_1 և φ_2 պոտենցիալների համար (3 կետը ազատ է) 1 և 2 կետերի միջև դիմադրությունը նույնը լինի, ուստի՝ $R_1+R_2=\frac{R_{12}(R_{13}+R_{23})}{R_{12}+R_{13}+R_{23}}$: Նույն դատողությունների հիման վրա կարող ենք գրել, որ $R_1+R_3=\frac{R_{13}(R_{12}+R_{23})}{R_{12}+R_{13}+R_{23}}$; $R_2+R_3=\frac{R_{23}(R_{12}+R_{13})}{R_{12}+R_{13}+R_{23}}$: Հավասարումների այս համակարգից կունենանք, որ $R_1=\frac{R_{12}R_{13}}{R_{12}+R_{13}+R_{23}}$; $R_2=\frac{R_{12}R_{23}}{R_{12}+R_{13}+R_{23}}$; $R_3=\frac{R_{13}R_{23}}{R_{12}+R_{13}+R_{23}}$: Այս փոխարինումը և արդյունքները ճիշտ են նաև ռեակտիվ դիմադրությունների առկայության դեպքում: Այս դեպքում հարմար է վերցնել «եռանկյունաձև» տեղամասերի $\dot{Z}_{12}$, $\dot{Z}_{13}$ և $\dot{Z}_{23}$ կոմպլեքս դիմադրությունները և համարժեք «աստղաձև» միացման թևերի $\dot{Z}_1$, $\dot{Z}_2$ և $\dot{Z}_3$ կոմպլեքս դիմադրությունների համար կունենանք՝

$$\dot{Z}_1 = \frac{\dot{Z}_{12}\dot{Z}_{13}}{\dot{Z}_{12}+\dot{Z}_{13}+\dot{Z}_{23}};\quad \dot{Z}_2 = \frac{\dot{Z}_{12}\dot{Z}_{23}}{\dot{Z}_{12}+\dot{Z}_{13}+\dot{Z}_{23}};\quad \dot{Z}_3 = \frac{\dot{Z}_{13}\dot{Z}_{23}}{\dot{Z}_{12}+\dot{Z}_{13}+\dot{Z}_{23}}: \qquad (1)$$

Եթե ցանկանանք հակառակ անցումը կատարել, ապա պետք է հայտնի $\dot{Z}_1$, $\dot{Z}_2$ և $\dot{Z}_3$ կոմպլեքս դիմադրություններով որոշել $\dot{Z}_{12}$, $\dot{Z}_{13}$ և $\dot{Z}_{23}$ դիմադրությունները: **(1)** հավասարումների համակարգից կունենանք՝

$$\dot{Z}_{12} = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \frac{\dot{Z}_1\,\dot{Z}_2}{\dot{Z}_3},\quad \dot{Z}_{13} = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_3 + \frac{\dot{Z}_1\,\dot{Z}_3}{\dot{Z}_2},\quad \dot{Z}_{23} = \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3 + \frac{\dot{Z}_2\,\dot{Z}_3}{\dot{Z}_1}:$$

1.5. $L\frac{dI}{dt} + IR = \varepsilon;\ I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$:

1.6. $L\frac{dI}{dt} + I(R_1 + R_2) = \varepsilon(t);\ U(t) = \frac{\varepsilon_0 R_2}{R_1+R_2}\left(1 - e^{-\frac{R_1+R_2}{L}t}\right)$:

1.7. $\frac{dI}{dt} + \frac{1}{RC}I = -\frac{\beta\varepsilon_0}{R}e^{-\beta t},\ t > 0$:

1.8. $I = \frac{U_0}{R}e^{-\delta t}$, որտեղ $\delta = \frac{C_1+C_2}{RC_1C_2}$; $U_1 = \frac{U_0}{C_1+C_2}\left(C_1 + C_2e^{-\delta t}\right)$; $U_2 = \frac{C_1U_0}{C_1+C_2}\left(1 - e^{-\delta t}\right)$:

1.9. $I(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right)$, $U_L = \varepsilon e^{-Rt/L}$:

1.10. $I = \frac{\varepsilon}{R}e^{-Rt/L}$:

1.11. $\frac{dU}{dt} + \frac{R_1R_2}{L(R_1+R_2)}U = \frac{R_1}{R_1+R_2}\varepsilon_0\delta(t)$, որտեղ $\delta(t)$-ն Դիրակի ֆունկցիան է: $U(t) = \varepsilon_0 e^{-\frac{R_1.R_2}{L(R_1+R_2)}t}$, եթե $t > 0$:

1.12. $\frac{dI_2}{dt} + \frac{R_1+R_2}{R_1R_2C}I_2 = \frac{\varepsilon}{R_1R_2C}$; $I_2 = \frac{\varepsilon}{R_1+R_2}\left(1 - e^{-\frac{R_1+R_2}{R_1R_2C}t}\right)$:

1.13. $\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{dU}{dt} + \frac{1}{LC}U = \frac{d^2\varepsilon}{dt^2}$

1.14. $\frac{dI_L}{dt} + \frac{R_1R_2}{L(R_1+R_2)}I_L = \frac{R_1}{L(R_1+R_2)}\varepsilon$; $I_L = \frac{\varepsilon}{R_2}\left(1 - e^{-\frac{R_1R_2}{L(R_1+R_2)}t}\right)$:

1.15. $\frac{d^2U}{dt^2} + 2\beta\frac{dU}{dt} + \omega_0^2U = 0$, որտեղ $2\beta = \frac{R}{L}$, $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$:
$U_C = U_0e^{-\beta t}\cos\omega t$, որտեղ $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ և $\beta < \omega_0$: **Տե՛ս 1.31-ի լուծումը:**

1.16. $I_2(t) = \frac{\varepsilon}{R_2}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$, որտեղ $\tau = \frac{L(R_1+R_2)}{R_1R_2}$:

1.17. $U(t) = \frac{\varepsilon R_2}{R_2+R_1}\left(1 - e^{-\frac{R_2+R_1}{R_2R_1C}t}\right) = 8\left(1 - e^{-12{,}5\cdot 10^3 t}\right)$Վ:

1.18. $I_L = \frac{U}{R_1} \cdot \frac{\alpha}{\alpha-\beta}(e^{-\beta t} - e^{-\alpha t})$, որտեղ $\alpha = \frac{R_1 R_2}{L(R_1+R_2)}$:

1.19. Լուծում: Օգտվելով Կիրխհոֆի օրենքներից՝ կունենանք՝

$$\begin{cases} I = I_L + I_R, \\ Ir_i + U = \varepsilon, \\ L\frac{dI_L}{dt} + rI_L - RI_R = 0: \end{cases} \qquad U = RI_R,$$

$U = \varepsilon - (I_L + I_R)r_i = \frac{R}{r_i+R}\varepsilon - \frac{r_i R}{r_i+R} I_L$: Նշանակենք $R_0 = \frac{r_i R}{r_i+R}$, և I_L-ը որոշելու համար կազմենք դիֆերենցիալ հավասարում՝ $L\frac{dI_L}{dt} + (r + R_0)I_L = \frac{R\varepsilon}{r_i+R}$, որի ընդհանուր լուծումը կլինի՝ $I_L = Ae^{-t/\tau} +$ $+\frac{R\varepsilon}{(r_i+R)(r+R_0)}$, որտեղ $\tau = \frac{L}{r+R_0}$:

$t = 0$ պահին $I_L = 0$, ուստի A-ի համար ստանում ենք՝

$A = -\frac{\varepsilon R}{(r_i+R)(r+R_0)} = -\frac{R_0}{r_i}\frac{\varepsilon}{r+R_0}$ և $I_L = \frac{R_0}{r_i}\frac{\varepsilon}{r+R_0}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$:

$U = L\frac{dI_L}{dt} + rI_L = \frac{R_0}{r_i}\frac{\varepsilon}{r+R_0}\left(r - e^{-t/\tau}\right)$: Սրանք լուծումներն են $t \geq 0$ և $t \leq t_1$ ժամանակային միջակայքի համար:

$t > t_1$ պահին $L\frac{dI_L}{dt} + (r + R)I_L = 0$, որտեղից $I_L = A_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}}$, որտեղ $\tau_1 = \frac{L}{r+R}$: A_1 հաստատունը կորոշենք, օգտվելով այն հանգամանքից, որ հոսանքի ուժը ժամանակից կախված կարող է անընդհատ փոփոխվել, հետևաբար $I_L(t_1) = \frac{R_0}{r_i}\frac{\varepsilon}{r+R_0}\left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}\right) = A_1 e^{-\frac{t_1}{\tau_1}}$: Որտեղից որոշելով A_1-ը, կունենանք հոսանքի փոփոխման օրենքը բանալին անջատելուց հետո՝ $I_L = \frac{R_0}{r_i}\frac{\varepsilon}{r+R_0}\left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}\right) e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}$: Քանի որ $t > t_1$ պահին $I_R = -I_L$, ուստի $U = -I_L R = \frac{R_0}{r_i}\frac{R\varepsilon}{r+R_0}\left(e^{-\frac{t_1}{\tau}} - 1\right) e^{-(t-t_1)/\tau}$:

1.20. Լուծում: Խնդրի շղթան պատկերված է Նկ.1.18-ում: Հաստատված ռեժիմում կոնդենսատորի լարումը հավասարվում է աղբյուրի լարմանը՝ $U_C = \varepsilon_1 = 5$Վ, $t < 0$ դեպքում, իսկ երբ $t \to \infty$, $U_C = \varepsilon_2 = 10$ Վ: Անցումային պրոցեսում U_C լարումը որոշելու համար կազմենք դիֆերենցիալ հավասարումը $t \geq 0$ դեպքում՝ $RC\frac{dU_C}{dt} + +U_C = \varepsilon_2$, որի լուծումը կլինի՝ $U_C = Ae^{-t/RC} + \varepsilon_2$, որտեղ A հաստատունը որոշելու համար պետք է նկատի ունենալ, որ $t = 0_{-}$-ում

$U_C(0_-) = U_C(0) = \varepsilon_1$, որտեղից կստանանք $A = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = -5$Վ: Հետևաբար $U_C = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)e^{-\frac{t}{RC}} + \varepsilon_2 = 10 - 5e^{-10^6 t}$:

Շղթայի մուտքային հոսանքը՝

$$I = C\frac{dU_C}{dt} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R}e^{-\frac{t}{RC}} = 10^{-3}e^{-10^6 t}\text{մԱ:}$$

1.21. $\frac{dU}{dt} + \frac{1}{\tau}U = \frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{d\varepsilon}{dt}$, $\frac{dI_L}{dt} + \frac{1}{\tau}I_L = \frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{\varepsilon}{L}$, որտեղ $\tau = \frac{L(R_1+R_2)}{R_1R_2}$:

1.22. $\frac{d^2I_L}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{dI_L}{dt} + \frac{1}{LC}I_L = \frac{1}{L}\frac{d\varepsilon}{dt}$:

1.23. $\frac{dU}{dt} + \frac{1}{\tau}U = \frac{R_3}{R_{12}+R_3}\frac{d\varepsilon_h}{dt} + \frac{1}{\tau}\varepsilon_h$, որտեղ $\tau = (R_{12} + R_3)C$, $R_{12} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$, $\varepsilon_h = \varepsilon\frac{R_2}{R_1+R_2}$:

1.24. $\frac{d^2U}{dt^2} + \left(\frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_2C_2} + \frac{1}{R_1C_2}\right)\frac{dU}{dt} + \frac{1}{R_1C_1R_2C_2}U = \frac{1}{R_1C_2}\frac{d\varepsilon}{dt}$:

1.25. $\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{dU}{dt} + \frac{1}{LC}U = \frac{1}{RC}\frac{d\varepsilon}{dt}$, $\frac{d^2I_L}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{dI_L}{dt} + \frac{1}{LC}I_L = \frac{1}{RCL}\varepsilon$:

1.26. $\frac{d^2I_L}{dt^2} + \frac{r_L+r_C}{L}\frac{dI_L}{dt} + \frac{1}{LC}I_L = \frac{r_C}{C}\frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC}I$,

$\frac{d^2I_C}{dt^2} + \frac{r_L+r_C}{L}\frac{dI_C}{dt} + \frac{1}{LC}I_C = \frac{d^2I}{dt^2} + \frac{r_L}{L}\frac{dI}{dt}$,

$\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{r_L+r_C}{L}\frac{dU}{dt} + \frac{1}{LC}U = r_C\frac{d^2I}{dt^2} + \left(\frac{1}{C} + \frac{r_Lr_C}{L}\right)\frac{dI}{dt} + \frac{r_L}{LC}I$:

1.27. $(1-k^2)\frac{d^2I_2}{dt^2} + \left(\frac{R_1}{L_1+L_0} + \frac{R_2}{L_2+L_0}\right)\frac{dI_2}{dt} + k^2\frac{R_1R_2}{L_0^2}I_2 = \frac{k^2}{L_0}\frac{d\varepsilon}{dt}$, որտեղ $k^2 = \frac{L_0^2}{(L_1+L_0)(L_2+L_0)}$:

1.28. $U = 20(1 - e^{-10^6 t})$մՎ, 20մՎ: $P = 20(1 - 2e^{-10^6 t} + e^{-2\cdot 10^6 t})$ մկՎտ, 20մկՎտ; $W = 20(e^{-10^6 t} + 2e^{-10^6 t} - 0{,}5e^{-2\cdot 10^6 t} - 1{,}5)$պՋ, 170 պՋ:

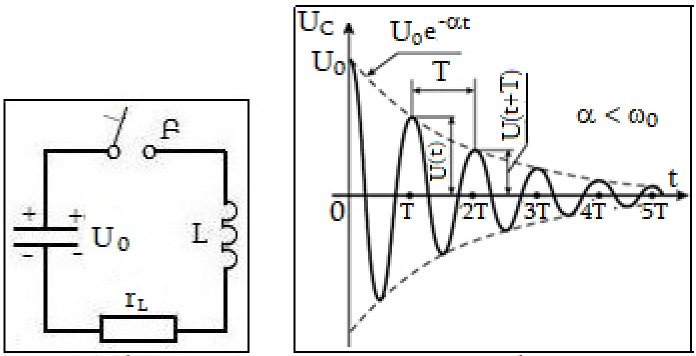
1.29. Լուծում: ա) U_C-ի համար դիֆերենցիալ հավասարումը կունենա հետևյալ տեսքը՝ $RC\frac{dU_C}{dt} + U_C = \varepsilon$, որի լուծումն է՝ $U_C = Ae^{-\frac{t}{RC}} + \varepsilon$: Ինտեգրման A հաստատունը կորոշենք $t = 0$ պահին $U_C = 0$ պայմանից՝ $A = -\varepsilon$: $U_C = \varepsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$: **բ)** $P(t) = I(t)\varepsilon = \frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{t}{RC}}\cdot\varepsilon = = \frac{\varepsilon^2}{R}e^{-t/RC}$, $\overline{P} = \frac{1}{t_1}\int_0^{t_1}P(t)dt = \frac{C\varepsilon^2}{t_1}\left(1 - e^{-t_1/RC}\right)$;

գ) $P_{կոր}(t) = I^2(t)R = \frac{\varepsilon^2}{R}e^{-2t/RC}$;

դ) $W = \frac{CU_C^2(t)}{2} = \frac{C\varepsilon^2}{2}\left(1 - e^{-t_1/RC}\right)^2$; **ե)** $\eta = \frac{W(t_1)}{t_1\overline{P}} = \frac{1}{2}\left(1 - e^{-t_1/RC}\right)$:

1.30. $3 \cdot 10^9$Օմ:

1.31. $U_m = U_0/e$ =221Վ: **Լուծում.** Կազմենք Նկ.1.31ա-ի կոնտուրի հավասարումը՝ $L\frac{dI}{dt} + r_L I + \frac{1}{C}\int Idt = 0$, քանի որ $I = C\frac{dU_C}{dt}$, ուստի կունենանք $\frac{d^2U_C}{dt^2} + 2\alpha\frac{dU_C}{dt} + \omega_0^2 U_C = 0$, որտեղ $2\alpha = \frac{r_L}{L}$, $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$: U_C-ի նկատմամբ ստացված երկրորդ կարգի դիֆերենցիալ հավասարման բնութագրական հավասարումը կլինի՝ $\gamma^2 + 2\alpha\gamma + \omega_0^2 = 0$, որտեղից $\gamma = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -\alpha \pm j\omega_1$, որտեղ $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$: $\dot{U}_C$ կոմպլեքս լարման համար կունենանք՝ $\dot{U}_C(t) = A_1 e^{(-\alpha + j\omega_1)t} + A_2 e^{(-\alpha - j\omega_1)t} =$ $= e^{-\alpha t}[(A_1 + A_2)cos\omega_1 t + j(A_1 - A_2)sin\omega_1 t]$: Այս արտահայտության իրական մասը կլինի $U_C(t)$ –ն՝ $U_C(t) = Ae^{-\alpha t}cos\omega_1 t$: Քանի որ $t = 0$ պահին $U_C(t) = U_0$, ուստի $A = A_1 + A_2 = U_0$ և $U_C(t) = U_0 e^{-\alpha t}cos\omega_1 t$: $U_{Cm}(t) = U_0 e^{-\alpha t}$ հետևաբար $U_{Cm}(t_1) = U_0 e^{-\alpha t_1} = 600e^{-\frac{r_L}{2L}t_1}$:



ա) Նկ.1.31 բ)

$U_C(t)$ կախվածության գրաֆիկը բերված է Նկ.1.31բ-ում: $\alpha > \omega_0$ դեպքում կոնդենսատորը կկատարի ոչ պարբերական (ապերիոդիկ) պարպում:

1.32. Լուծում: Կոնդենսատորի լիցքաթափման դեպքում՝

$$U(t) = U_0 e^{-t/RC}; I(t) = \frac{U_0}{R}e^{-t/RC}; \quad P(t) = I(t)U(t) = \frac{U_0^2}{R}e^{-2t/RC};$$

$\overline{P} = \frac{1}{t_1}\int_0^{t_1} P(t)dt$, որտեղ t_1-ը պետք է որոշել $U_0/m = U_0 e^{-t_1/RC}$ առնչությունից: Ունենում ենք $t_1 = RClnm$, իսկ $\overline{P} = \frac{U_0^2}{R^2 Clnm}\int_0^{lnm} e^{-2t/RC}dt = \frac{U_0^2}{R^2} \cdot \frac{m^2-1}{2m^2 lnm}$:

1.33. $U_C(t_1) = 36{,}8$Վ; $W_C(t_1) = 0{,}676$մՋ; $W_R(t_1) = 4{,}32$մՋ:

1.34. Լուծում. $U_{գծ}(t) = \frac{\varepsilon}{\tau}t$, իսկ $U_C(t) = \varepsilon\left(1 - e^{-t/RC}\right)$:

$k = \frac{U_{գծ}(t_1) - U_C(t_1)}{U_{գծ}(t_1)} \cdot 100\%$: Նշանակենք $\frac{t_1}{\tau} = x$, կունենանք՝

$k = \frac{x-1+e^{-x}}{x} \cdot 100\%$: Հաշվի առնելով, որ x<<1, $e^{-x} \approx 1 - x + \frac{x^2}{2}$:

$k = \frac{0{,}5x^2}{x} \cdot 100\% = 1\%$, որտեղից x = 0,02, հետևաբար

$\tau = \frac{t_1}{x} = 50$ մվ:

1.35. $1 - 1/e^2$:

1.36. Լուծում: Համաձայն Կիրխհոֆի երկրորդ օրենքի՝

$$\varepsilon(t) = U_R + U_L:$$

1. Նկատի ունենալով, որ $U_R = IR$, $U_L = L\frac{dI}{dt}$, ուստի հոսանքը որոշելու համար դիֆերենցիալ հավասարումը կլինի՝ $L\frac{dI}{dt} + IR = \varepsilon(t)$:

2. $U_L = L\frac{dI}{dt}$ առնչությունից $I(t) = \frac{1}{L}\int U_L dt$, ուստի Կիրխհոֆի երկրորդ օրենքը կլինի՝ $U_L + \frac{R}{L}\int U_L dt = \varepsilon(t)$, որն ածանցելով ըստ ժամանակի, կունենանք՝ $\frac{dU_L}{dt} + \frac{R}{L}U_L = \frac{d\varepsilon}{dt}$:

3. Օհմի օրենքի համաձայն՝ $I = \frac{U_R}{R}$, հետևաբար $\frac{dI}{dt} = \frac{1}{R}\frac{dU_R}{dt}$: Կիրխհոֆի օրենքից կունենանք՝ $\frac{L}{R}\frac{dU_R}{dt} + U_R = \varepsilon(t)$:

1.37. Լուծում: $U_R + U_C = \varepsilon$ կամ $IR + \frac{q}{C} = \varepsilon(t)$: Նկատի ունենալով, որ $I = \frac{dq}{dt}$ կամ $q = \int Idt$, կստանանք՝ **1.** $R\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}I = \frac{d\varepsilon}{dt}$:

2. $RC\frac{dU_C}{dt} + U_C = \varepsilon(t)$: **3.** $\frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{RC}U_R = \frac{d\varepsilon}{dt}$:

1.38. Լուծում: $U_L + U_C = \varepsilon$ կամ $L\frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} = \varepsilon(t)$: Նկատի ունենալով, որ $I = \frac{dq}{dt}$ կամ $q = \int Idt$, կստանանք՝ **1.** $L\frac{d^2I}{dt^2} + \frac{1}{C}I = \frac{d\varepsilon}{dt}$:

2. $LC\frac{d^2U_C}{dt^2} + U_C = \varepsilon$: **3.** $\frac{d^2U_L}{dt^2} + \frac{1}{LC}U_L = \frac{d^2\varepsilon}{dt^2}$:

1.39. Լուծում: Հոսանքի ուժի համար կունենանք

$$L\frac{dI}{dt}+IR=\varepsilon_0 cos\omega t \qquad (1)$$

դիֆերենցիալ հավասարումը, որի լուծումը հաստատված ռեժիմում փնտրենք

$$I=A_1 cos\omega t+A_2 sin\omega t \qquad (2)$$

տեսքով, որտեղ A_1-ը և A_2-ը հաստատուններ են: $\frac{dI}{dt}=-A_1\omega sin\omega t+$ $+A_2\omega cos\omega t$, սա և I-ի արտահայտությունը տեղադրենք (1) դիֆերենցիալ հավասարման մեջ, կունենանք՝

$$-A_1\omega L sin\omega t+A_2\omega L cos\omega t+A_1 R cos\omega t+A_2 R sin\omega t=$$

$=\varepsilon_0 cos\omega t$ կամ $(A_2\omega L+A_1R)cos\omega t+(-A_1\omega L+A_2R)sin\omega t=$ $=\varepsilon_0 cos\omega t$: Այս հավասարումը տեղի կունենա ժամանակի կամայական պահին, եթե այդ հավասարման աջ և ձախ մասերի սինուսների և կոսինուսների գործակիցները լինեն իրար հավասար՝

$$A_2\omega L+A_1R=\varepsilon_0;\ -A_1\omega L+A_2R=0:$$

Լուծելով այս երկու հավասարումների համակարգը A_1 և A_2-ի նկատմամբ՝ կունենանք՝ $A_1=\frac{R}{\omega^2L^2+R^2}\varepsilon_0$; $A_2=\frac{\omega L}{\omega^2L^2+R^2}\varepsilon_0$: A_1 և A_2-ի այս արժեքները տեղադրելով (2)-ի մեջ և կատարելով որոշակի ձևափոխություններ, կունենանք՝

$$I=\frac{\varepsilon_0}{\sqrt{\omega^2L^2+R^2}}\left(\frac{R}{\sqrt{\omega^2L^2+R^2}}cos\omega t+\frac{\omega L}{\sqrt{\omega^2L^2+R^2}}sin\omega t\right)=$$

$=I_0(cos\varphi\cdot cos\omega t+sin\varphi\cdot sin\omega t)$, որտեղ

$I_0=\frac{\varepsilon_0}{\sqrt{\omega^2L^2+R^2}}$, $cos\varphi=\frac{R}{\sqrt{\omega^2L^2+R^2}}$, $sin\varphi=\frac{\omega L}{\sqrt{\omega^2L^2+R^2}}$: Այսպիսով $I=I_0\cos(\omega t-\varphi)$, որտեղ I_0-ն հոսանքի լայնույթն է, իսկ $\varphi=arctg\frac{\omega L}{R}$-ն, հոսանքի փուլի շեղումն է ԷլՇՈւ-ի փուլի նկատմամբ:

1.40. Ցուցում: Լուծումը կատարելով 1.39-ի նման, կստանանք՝

$I=I_0\cos(\omega t-\varphi)$, որտեղ $I_0=\frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2+(1/\omega C)^2}}$, $tg\varphi=-\frac{1/\omega C}{R}$:

1.41. Ցուցում: Լուծումը կատարելով 1.39-ի նման՝ կստանանք՝

$I=I_0\cos(\omega t-\varphi)$, որտեղ $I_0=\frac{\varepsilon_0}{\omega L-1/\omega C}$, $\varphi=\pi/2$:

1.42. Լուծում: Էջ 24-ի Նկ.1.33ա-ի շղթայի համար $I = I_0\cos(\omega t - \varphi)$, որտեղ I_0-ն հոսանքի լայնույթն է, իսկ $\varphi = arctg\frac{\omega L}{R}$: Աղբյուրի ակնթարթային հզորությունը կլինի՝
$P(t) = \varepsilon(t)I(t) = \varepsilon_0 I_0 cos\omega t \cdot \cos(\omega t - \varphi)$, հետևաբար աղբյուրի ծախսած միջին հզորությունը մեկ պարբերության ընթացքում կլինի՝

$$\overline{P} = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)dt = \frac{\varepsilon_0 I_0}{T}\int_0^T cos\omega t \cdot \cos(\omega t - \varphi)dt =$$

$$= \frac{\varepsilon_0 I_0}{2T}\int_0^T [\cos(2\omega t - \varphi) + cos\varphi]\, dt = \frac{\varepsilon_0 I_0}{2} cos\varphi,$$

քանի որ $\int_0^T \cos(2\omega t - \varphi)\, dt = 0$: Այսպիսով, $\overline{P} = \frac{\varepsilon_0 I_0}{2} cos\varphi =$ $= \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}}\frac{I_0}{\sqrt{2}} cos\varphi = \varepsilon_q I_q cos\varphi$: Այստեղ $\varepsilon_q = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}}$-ը ԷլՇՈւ-ի գործող արժեքն է, իսկ $I_q = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}}$ հոսանքի գործող արժեքն է:
$cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}}$ -ն այստեղ կոչվում է հզորության գործակից: Ռեակտիվ դիմադրության բացակայության դեպքում (կամ $\omega = 0$, կամ $L = 0$) $cos\varphi = 1$ և աղբյուրի ծախսած միջին հզորությունն ընդունում է առավելագույն արժեք:

1.43. Ցուցում: Էջ 25-ի Նկ.1.33 բ-ի շղթայի համար հաշվարկները պետք է կատարել **1.42.** խնդրի նման:
$\overline{P} = \frac{\varepsilon_0 I_0}{2} cos\varphi = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}}\frac{I_0}{\sqrt{2}} cos\varphi = \varepsilon_q I_q cos\varphi,$ որտեղ $I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}}$, $cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}}$:

1.44. Ցուցում: Էջ 23-ի Նկ.1.33 գ-ի շղթայի համար հաշվարկները պետք է կատարել **1.42.** խնդրի նման: $\overline{P} = 0$

1.45. Ցուցում: Էջ 24-ի Նկ.1.34-ի շղթայի համար հաշվարկները պետք է կատարել **1.42** խնդրի նման: $\overline{P} = \frac{U_0 I_0}{2} cos\varphi = \frac{U_0}{\sqrt{2}}\frac{I_0}{\sqrt{2}} cos\varphi = U_q I_q cos\varphi$, որտեղ $I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$, $cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$:

Ինչպես հետևում է ստացված արդյունքից, ակտիվ հզորության առավելագույն արժեքը կազմում է $I_q U_q$, իսկ դա տեղի կունենա, երբ $X_L = X_C$ $(X_L = \omega L,\ X_C = 1/\omega C)$: Հետևաբար հզորությունը կարելի է ներկայացնել դիագրամի (եռանկյան) տեսքով, որտեղ ռեակտիվ և ակտիվ հզորություններն այն ուղղանկյուն եռանկյան էջերն են, որի ներքնաձիգը $I_q U_q$ -ն է: Ուստի ռեակտիվ հզորությունը կլինի՝ $\overline{P}_{ռեակ} = I_q U_q sin\varphi$:

1.46. $R = 15$ Օհմ, $X_L = 10$ Օհմ:

2.1. $g = \mathrm{Re}\left(\frac{1}{Z}\right)$, $b = Im\left(\frac{1}{Z}\right)$, եթե $Z = r + jx$, ապա $g = \frac{r}{r^2+x^2}$ և $b = -\frac{x}{r^2+x^2}$: Եթե $Z = |Z|e^{j\varphi}$, ապա $g = \frac{cos\varphi}{|Z|}$ և $b = -\frac{sin\varphi}{|Z|}$:

Նկատի ունենալով բերված արդյունքները, կունենանք՝

1. $g_1 = 3/34$Սիմ, $b_1 = -5/34$Սիմ; **2.** $g_2 = 0{,}033$մՍիմ, $b_2 = 0{,}112$մՍիմ; **3.** $g_3 = 17{,}3$մՍիմ, $b_1 = -10$ մՍիմ;

4. $g_4 = 0$, $b_4 = -8$ մՍիմ; **5.** $g_5 = 0{,}357$ մՍիմ, $b_5 = 0$:

2.2. **1.** $r_1 = 19{,}5$ Օհմ, $x_1 = 7{,}96$ Օհմ; **2.** $r_2 = 0$, $x_2 = -8{,}33$ Օհմ;

3. $r_3 = 84{,}3$ Օհմ, $x_3 = -148$ Օհմ;

4. $r_4 = 39{,}2$ Օհմ, $x_4 = -53{,}93$ Օհմ;

2.3. **Լուծում:** Լարման մոդուլը կլինի $U = \sqrt{80^2 + 60^2} = 100$Վ,

$$\dot{U} = 100e^{jarctg\frac{60}{80}} = 100e^{j36^0 50'}\text{Վ},\ \varphi_U = 36^0 50':$$

Հոսանքի մոդուլը՝ $I = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$Ա,

$$\dot{I} = 25e^{-jarctg\frac{7}{24}} = 25e^{-j16^0 15'},\ \varphi_I = -16^0 15':$$

Կոմպլեքս դիմադրությունը կլինի՝

$$\dot{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{100e^{j36^0 50'}}{25e^{-j16^0 15'}} = 4e^{53^0 05'} = (2{,}4 + j3{,}2)\text{Օմ}:$$

Այս արդյունքը նշանակում է, որ երկբևեռի համարժեք շղթան օժտված է R = 2,4 Օհմ ակտիվ դիմադրությամբ, որին հաջորդաբար միացած է $X_L = 3{,}2$ Օհմ ինդուկտիվ դիմադրություն:

$\dot{Y}$ կոմպլեքս հաղորդականությունը կլինի $\dot{Y} = \frac{1}{\dot{Z}} = \frac{1}{2{,}4+j3{,}2} = (0{,}15 - - j0{,}2)$Սիմ: Լարման և հոսանքի փուլերի տարբերությունը կլինի՝ $\varphi = \varphi_U - \varphi_I = 53^0 05'$:

Լարման ակտիվ և ռեակտիվ բաղադրիչները կլինեն՝

$$U_ա = Ucos\varphi = 100cos53^0 05' \approx 60\text{Վ},$$

$$U_ռ = Usin\varphi = 100sin53^0 05' \approx 80\text{Վ}:$$

$I_ш = Icos\varphi = 25cos53^0 05' \approx 15$Ա,

$I_ռ = Isin\varphi = 25sin53^0 05' \approx 20$Ա:

Նկատենք, որ ընդհանուր դեպքում կոմպլեքս լարման և հոսանքի կեղծ և իրական մասերը տարբերվում են դրանց ռեակտիվ և ակտիվ բաղադրիչներից: Լրիվ հզորությունը կլինի՝

$P_{լռ} = UI = 100 \cdot 25 = 2500$Վ·Ա, ակտիվ հզորությունը՝

$P_ш = I^2 R = 625 \cdot 2{,}4 = 1500$Վտ, ռեակտիվ հզորությունը՝

$P_ռ = I^2 X_L = 625 \cdot 3{,}2 = 2000$Վար: Կոմպլեքս հզորություն՝

$\dot{P} = \dot{U}\dot{I}^* = (80 + j60)(24 - j7) = 1500 + j2000$, այս արդյունքից էլ հետևում է, որ $P_ш = 1500$ Վտ, $P_ռ = 2000$ Վար:

Երկբևեռի բարորակությունը կլինի՝ $Q_L = \frac{p_ռ}{p_ш} = \frac{\omega L}{R_ш} = \frac{2000}{1500} = \frac{3{,}2}{2{,}4} = \frac{4}{3}$, իսկ կորուստների անկյան տանգենսը՝ $tg\delta = \frac{1}{Q_L} = 0{,}75$:

2.4. 1.-ի լուծումը.

$\dot{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{-40+j40}{2+j4} = 4 + j12 = 4\sqrt{10}e^{jarctg3} = 4\sqrt{10}e^{j72^0}$Օհմ: Կոմպլեքս դիմադրության այս արժեքը նշանակում է, որ երկբևեռի համարժեք շղթան օժտված է R = 4 Օհմ ակտիվ դիմադրությամբ, որին հաջորդաբար միացած է $X_L = 12$ Օհմ ինդուկտիվ դիմադրություն: Դա նշանակում է նաև, որ լարման և հոսանքի փուլերի տարբերությունը՝ $\Delta\varphi = \varphi_U - \varphi_I = 72^0$: Կոմպլեքս հաղորդականությունը կլինի՝ $\dot{Y} = \frac{1}{\dot{Z}} = \frac{1}{4+j12} = (0{,}025 - j0{,}075) = \frac{1}{4\sqrt{10}}e^{-j72^0}$ Սիմ:

Լարման և հոսանքի ակտիվ և ռեակտիվ բաղադրիչները կլինեն՝

$U_ш = Ucos\varphi = 40\sqrt{2}cos72^0 \approx 17$Վ, $U_ռ = 40\sqrt{2}sin72^0 \approx 53{,}74$Վ:

$I_ш = Icos\varphi = \sqrt{20}cos72^0 \approx 1{,}34$Ա , $I_ռ = \sqrt{20}sin72^0 \approx 4{,}25$Ա:

Լրիվ հզորությունը՝ $P_{լռ} = UI = 40\sqrt{2} \cdot \sqrt{20} \approx 253$ Վ·Ա,

$P_ш = I^2 R = 20 \cdot 4 = 80$ Վտ, ռեակտիվ հզորությունը՝

$P_ռ = I^2 X_L = 20 \cdot 12 = 240$ Վար: Կոմպլեքս հզորությունը՝

$\dot{P} = \dot{U}\dot{I}^* = (-40 + j40)(2 - j4) = 80 + j240$:

Երկբևեռի բարորակությունը կլինի՝ $Q_L = \frac{240}{80} = 3$, իսկ կորուստների անկյան տանգենսը՝ $tg\delta = \frac{1}{3}$:

2. $\dot{Z} = 0{,}96 + j3{,}9$; $\Delta\varphi = -104^0$; $\dot{Y} = -0{,}25 \cdot e^{j104^0}$Սիմ;
$U_ш = 86{,}6$Վ; $U_п = 50$ Վ; $I_ш = 7$Ա, $I_п = 24$ Ա;
$\dot{P} = 600 + j2437$Վ·Ա;
$P_ш = 600$Վտ; $P_п = 2425$Վառ, $P_{Լր} = 2500$ Վ·Ա, $Q_L = 4$;

$$tg\delta = 0{,}25:$$

3. $\dot{Z} = j20$; $\Delta\varphi = 90^0$; $\dot{Y} = -0{,}05j$Սիմ; $U_ш = 60$Վ;
$U_п = 104$ Վ; $I_ш = 5{,}2$Ա, $I_п = 3$Ա; $\dot{P} = j720$Վ·Ա, $P_ш = 0$;
$P_п = 720$Վառ, $P_{Լր} = 720$ Վ·Ա, $Q_L = \infty$; $tg\delta = 0$:

2.5. Լուծում: Լարման և հոսանքի կոմպլեքս լայնույթները հավասար են՝ $\dot{U}_m = 12e^{j20^0}$ Վ, $\dot{I}_m = 0{,}02e^{-j30^0}$ Ա, $\dot{Z}_մ = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} = 600e^{j50^0} = (386 + j460)$ Օհմ:

Լրիվ հզորությունը՝ $P_{Լր} = U_q I_q = \frac{12}{\sqrt{2}} \cdot \frac{0{,}02}{\sqrt{2}} = 0{,}12$Վ·Ա: Լրիվ հզորությունը կոմպլեքս հզորության մոդուլն է, որի արգումենտը մուտքային հոսանքի և լարման փուլերի տարբերությունն է՝ $\dot{P} = P_{Լր}e^{j\varphi} = 0{,}12e^{j50^0} = 0{,}0771 + j0{,}0919$Վ·Ա:
Ակտիվ հզորությունը կլինի՝ $P_ш = Re\dot{P} = 0{,}0771$ Վտ, ռեակտիվ հզորությունը՝ $P_п = Im\dot{P} = 0{,}0919$ Վար, իսկ ակնթարթային հզորությունը՝ $P(t) = U(t)I(t)$,

$$P(t=0) = U(0)I(0) = 12cos20^0 \cdot 20 \cdot 10^{-3}cos30^0 = 0{,}195 \text{ Վտ:}$$

2.6. 1. $U = 63{,}3\sin(\omega t + 2{,}03)$Վ; $I = 8{,}25\sin(\omega t + 2{,}6)$Ա:
2. $U = 63{,}3\sin(\omega t + 4{,}25)$Վ; $I = 8{,}25\sin(\omega t + 3{,}68)$Ա:
3. $U = 63{,}3\sin(\omega t - 1{,}11)$Վ; $I = 8{,}25\sin(\omega t - 0{,}54)$Ա:
4. $U = 63{,}3\sin(\omega t - 1{,}11)$Վ; $I = 8{,}25\sin(\omega t + 3{,}7)$Ա:

2.7. $100e^{-j60^0}$ Վ, $70{,}7e^{-j60^0}$ Վ, $P_ш = 0{,}1$Վտ, W= 0,1026 մկՋ:

2.8. $Z_մ = 2e^{-j90^0}$ Օհմ, $Y_մ = 0{,}5e^{j90^0}$ Սիմ, $\varphi = -\pi/2$,
$\dot{I}_m = 4{,}25e^{j\pi}$ Ա, $\dot{I}_q = 3{,}01e^{j\pi}$ Ա:

2.9. Լուծում: Ամբողջ շղթայի կոմպլեքս դիմադրությունը կլինի՝

$$\dot{Z} = R + r + j\omega L = 13 + j7{,}85 = \sqrt{13^2 + 7{,}85^2}e^{jarctg\frac{7{,}85}{13}} =$$

$= 15{,}2e^{j31^0 5'}$ Օհմ: Եթե իրական թվերի առանցքով ուղղենք $\dot{U}$ վեկտորը, ապա $\dot{U} = U = 120$Վ: Հետևաբար կոմպլեքս հոսանքը կլինի՝

$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}} = \frac{120}{15{,}2e^{j31^0 5'}} = 7{,}9e^{-j31^0 5'}$Ա: Կոճի վրա $\dot{U}_L$ լարումը՝ $\dot{U}_L = \dot{I}(3 + j7{,}85) = 7{,}9e^{-j31^0 5'} \cdot 8{,}4e^{j69^0 5'} = 66{,}4e^{j38^0}$Վ: Այսինքն՝ $\dot{U}$ կիրառված լարման նկատմամբ շեղված է 38^0-ով: Կոճի ծախսած հզորությունը՝ $P_L = Re\left(\dot{U}_L \dot{I}^*\right) = Re\left(66{,}4e^{j38^0} \cdot 7{,}9e^{j31^0 5'}\right) = $ $= Re\left(525 \cdot e^{j69^0 5'}\right) = 525cos69^0 5' = 187$Վտ: Հզորությունը կարող ենք հաշվել նաև $P_L = I^2 r = 7{,}9^2 \cdot 3 = 187$Վտ:

Կոճի բարորակությունը կլինի՝ $Q_L = \frac{p_ռ}{p_ա} = \frac{\omega L}{r} = \frac{7{,}85}{3} \approx 2{,}6$, իսկ կորուստների անկյան տանգենսը՝ $tg\delta = \frac{p_ա}{p_ռ} = \frac{r}{\omega L} = \frac{1}{Q_L} = \frac{3}{7.85} = 0{,}382$:

2.10. 1. $\dot{U}_C = 28{,}6 \cdot e^{-j50^0}$Վ; **2.** $\Delta\varphi = 50^0$;

3. $P_C = I^2 X_C = 1{,}87 \cdot 10^{-2}$ Վար; **4.** $Q_C = 1{,}6$; $tg\delta = 0{,}628$:

2.11. Լուծում: Կոմպլեքս դիմադրության Z մոդուլը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝ $Z = \frac{U}{I} = \frac{65}{5} = 13$ Օհմ: $P = UIcos\varphi$ բանաձևից $cos\varphi = \frac{300}{65 \cdot 5} = 0{,}923$, հետևաբար $\varphi = \pm 22^0 40'$: $\varphi = 22^0 40'$ դեպքում $\dot{Z} = Ze^{j\varphi} = 13 \cdot e^{j22^0 40'} =$

$$= 13(cos22^0 40' + jsin22^0 40') = 13 \cdot 0{,}923 + j13 \cdot 0{,}385 =$$

$= (12 + j5)$Օմ: $\dot{Y} = \frac{1}{\dot{Z}} = \frac{1}{13 \cdot e^{j22^0 40'}} = 0{,}077e^{-j22^0 40'} =$

$= 0{,}077(cos22^0 40' - jsin22^0 40') = (7{,}1 - j2{,}96)10^{-2}$ Սիմ:

$\varphi = -22^0 40'$ դեպքի համար կունենանք՝ $\dot{Z} = (12 + j5)$Օմ,

$\dot{Y} = (7{,}1 + j2{,}96)10^{-2}$ Սիմ:

2.12. 1. $U_1 = 51{,}1$Վ, $U_2 = 69{,}5$Վ, **2.** $\varphi_{21} = 2^0 44'$,

$\varphi_1 = -1^0 31'$, $\varphi_2 = 1^0 13'$, **3.** $P_1 = 188$Վտ, $P_2 = 236$Վտ:

2.13. U = 116Վ:

2.14. Լուծում: Նախ հաշվենք տեղամասերի ռեակտիվ դիմադրությունները և շղթայի կոմպլեքս դիմադրությունը.

$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{5000 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 40$Օհմ; $X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{5000 \cdot 10^{-6}} = 200$ Օհմ;

$\dot{Z}_1 = r_1 - jX_{C1} = 30 - j40 = 50e^{-jarctg\frac{4}{3}} = 50e^{-j53^0 10'}$ Օհմ;

$$\dot{Z} = r_1 + r_2 - j(X_{C1} + X_{C2}) = 70 - j240 = 250e^{-jarctg\frac{24}{7}} =$$

$= 250e^{-j73^0 45'}$ Օհմ:

Առաջին տեղամասի լարման փուլը վերցնենք հավասար զրոյի (հաշվարում ենք, որ $\dot{U}_{C1}$ –ը ուղղված է իրական թվերի առանցքով), այս դեպքում $\dot{U}_{C1} = U_1 e^{j0^0} = U_1 = 24$Վ իսկ շղթայի կոմպլեքս հոսանքը կլինի՝ $\dot{I} = \frac{\dot{U}_{C1}}{Z_1} = \frac{24}{50e^{-j53^0 10'}} = 0{,}48e^{j53^0 10'}$: Կիրառված լարումը կլինի՝ $\dot{U} = \dot{I}\dot{Z} = 0{,}48e^{j53^0 10'} \cdot 250e^{-j73^0 45'} = 120e^{-j20^0 35'}$Վ:

$\dot{P} = \dot{U}\dot{I}^* = 61{,}44 \cdot e^{-j73^0 45'}$Վ·Ա:

2.15. Լուծում: $\dot{I} = \frac{40}{7-j24} = 1{,}6 \cdot e^{j73^0}$, կիրառված կոմպլեքս լարումը կլինի՝ $\dot{U} = \dot{I} \cdot \dot{Z} = 1{,}6 \cdot e^{j73^0}(17 - 144j) = 1{,}6 \cdot e^{j73^0} \cdot 145 \cdot e^{-j83^0} = = 232 \cdot e^{-j10^0}$, իսկ $U = |\dot{U}| = 232$Վ: Ծախսված լրիվ հզորությունը կլինի կոմպլեքս հզորության իրական մասը՝ $P = Re[\dot{U}\dot{I}^*] =$

$$= Re371{,}2 \cdot e^{-j83^0} \approx 43{,}5\text{Վտ}:$$

2.16. $\dot{U}_1 = 284e^{j17{,}5^0}$Վ; $\dot{U}_2 = 167e^{-j149^0 15'}$Վ;

$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 17{,}5^0 + 149^0 15' = 166^0 45'$:

2.17. Լուծում: Կոճի ինդուկտիվ դիմադրություն՝

$X_L = L\omega = 2\pi f L = 6{,}28 \cdot 66{,}2 \cdot 10^{-3} = 20{,}8$Օհմ:

Կոմպլեքս դիմադրությունը՝

$\dot{Z} = R + jX_L = 12 + j20{,}8 = 24e^{jarctg\frac{20{,}8}{12}} = 24e^{j60^0}$Օհմ,

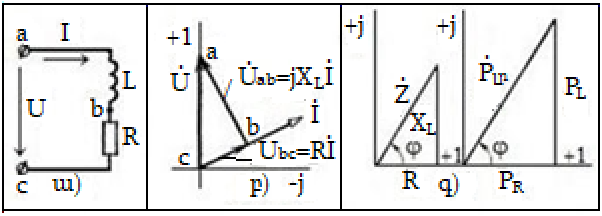
$\varphi = 60^0$: Կոմպլեքս հոսանքը՝ $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}} = \frac{120}{24e^{j60^0}} = 5e^{-j60^0}$Ա:

Կոմպլեքս հզորությունը՝ $\dot{P} = \dot{U}_q \dot{I}_q^* = \dot{U}\dot{I}^* = 120 \cdot 5e^{-j60^0} =$

$= 600cos60^0 + j600sin60^0 = (300 + j520)$Վ·Ա:

Ակտիվ և ռեակտիվ հզորությունները կարելի էր հաշվել նաև այլ կերպ՝ $P_ш = UIcos\varphi = RI^2 = 12 \cdot 25 = 300$Վտ; ռեակտիվ հզորությունը՝ $P_п = UIsin\varphi = X_L I^2 = 20{,}8 \cdot 25 = 520$ Վար: Ակտիվ տարրի վրա լարումը կլինի՝ $\dot{U}_{bc} = R\dot{I} = 60e^{-j60^0}$Վ:

Լարումը ինդուկտիվության վրա՝ $\dot{U}_{ab} = \dot{U}_L = jX_L\dot{I} = 104e^{j30^0}$Վ: Լարումների տեղագրական (տոպոլոգիական) դիագրաման, դիմադրությունների և հզորությունների եռանկյունիները բերված է Խնդ. 2.17 նկարում:

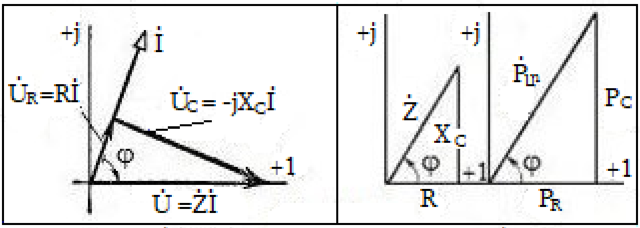


Խնդ.2.17

2.18. Լուծում. $\dot{Z} = R - j\frac{1}{\omega C} = 5 - j11 = 12{,}08e^{-j65{,}6^0}$Օհմ; $\dot{U} = 220$Վ,
$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}} = 18{,}2e^{j65{,}6^0}$Ա: $\dot{P} = \dot{U}\dot{I}^{*} = 220 \cdot 18{,}2e^{-j65{,}6^0} = 4006{,}6e^{-j65{,}6^0} =$
$= (1657{,}9 - j3647{,}5)$Վ·Ա: Այսպիսով, լրիվ հզորությունն է՝ ~
$P_{լր} = 4006{,}6$ Վ·Ա, ակտիվ հզորությունը՝ $P_{ա} = UIcos\varphi = 1657{,}9$ Վտ,

$$P_{ռ} = UIsin\varphi = 3647{,}5\text{Վար:}$$

Վեկտորական դիագրամները բերված են Խնդ. 2. 18 նկարում:



ա) Խնդ.2.18 բ)

2.19. $\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{R2}}{R_2} = 1$մԱ, $\dot{U}_{C2} = \frac{\dot{I}_2}{j\omega C_2} = -j88{,}5$մՎ, $\dot{U}_{C1} = \dot{U}_{C2} + \dot{U}_{R2} =$

$$= (1 - j0{,}088)\text{Վ}, \ \dot{I}_1 = j\omega C_1\dot{U}_{C1} = (0{,}051 + j0{,}572)\text{մԱ},$$

$$\dot{I}_{մ} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = (1{,}05 + j0{,}57)\text{ մԱ}, \ \dot{U}_{R1} = \dot{I}_{մ}R_1 = (1{,}05 + j0{,}57)\text{ Վ},$$

$$\dot{\varepsilon} = \dot{U}_{R1} + \dot{U}_{R2} = (2{,}05 + j0{,}48)\text{ Վ:}$$

2.20. $6{,}16e^{j68{,}3^0}$ Օհմ:

2.21. $(2{,}6 + j0{,}8)$ կՕմ:

2.22. $6{,}62 \cdot 10^3$ռադ/վ:

2.23. Ցուցում: Սխեմաների համարժեքության համար անհրաժեշտ է ունակությունների եռանկյունաձև միացումից անցնել աստղաձև միացման հետևյալ սխեմայով՝

$\dot{Z}_{C13} = \frac{\dot{Z}_{C1}\dot{Z}_{C3}}{\dot{Z}_{C1}+\dot{Z}_{C2}+\dot{Z}_{C3}}$; $\dot{Z}_{C23} = \frac{\dot{Z}_{C2}\dot{Z}_{C3}}{\dot{Z}_{C1}+\dot{Z}_{C2}+\dot{Z}_{C3}}$; $\dot{Z}_3 = \frac{\dot{Z}_{C1}\dot{Z}_{C3}}{\dot{Z}_{C1}+\dot{Z}_{C2}+\dot{Z}_{C3}}$, որտեղ $\dot{Z}_{C1} = \frac{1}{j\omega C_1}$, $\dot{Z}_{C2} = \frac{1}{j\omega C_2}$, $\dot{Z}_{C3} = \frac{1}{j\omega C_3}$; $\dot{Z}_{C13} = \frac{1}{j\omega C_{13}}$, $\dot{Z}_{C23} = \frac{1}{j\omega C_{23}}$, $\dot{Z}_{C12} = \frac{1}{j\omega C_{12}}$: Հաշվի առնելով այս արտահայտությունները, կստանանք՝

$C_{13} = C_1 + C_3 + \frac{C_1C_3}{C_2} = 380$պՖ; $C_{23} = C_2 + C_3 + \frac{C_2C_3}{C_1} = 380$ պՖ;

$$C_{12} = C_1 + C_2 + \frac{C_1C_2}{C_3} = 6{,}46\text{պՖ}:$$

2.24. 1. 120Վ; **2.** 0; **3.** $P_1 = 229$Վ·Ա; $P_2 = 1440$Վ·Ա:

2.25. Լուծում: Համարենք $\dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \dot{U} = 130$Վ, այսինքն՝ ենթադրենք, որ $\dot{U}$ վեկտորն ընկած է իրական թվերի առանցքի վրա: Այս դեպքում

$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_1} = \frac{130}{8+j6} = 10{,}4 - j7{,}8 = 13e^{-j36^050'}$Ա;

$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{Z_2} = \frac{130}{12-j5} = 9{,}23 + j3{,}84 = 13e^{j22^040'}$Ա;

$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 19{,}6 - j3{,}96 = 20e^{-j11^020'}$Ա:

Շղթայի ծախսած հզորությունը կլինի՝

$P = Re(\dot{U}\dot{I}^*) = Re(130 \cdot 20e^{j11^020'}) = 130 \cdot 20cos11^020' = 2550$Վտ:

Այժմ որոշենք a և b կետերի միջև լարումը: Դրա համար կատարենք հետևյալ հաշվարկները՝ $\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}_a = \dot{I}_1R_1$, $\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}_b = \dot{I}_2(-jX_2)$: Երկրորդ հավասարումից հանելով առաջինը, կունենանք՝

$$\dot{U}_{ab} = \dot{I}_2(-jX_2) - \dot{I}_1R_1 = -j5(9{,}23 + j3{,}84) - 8(10{,}4 - j7{,}8) =$$
$$= -64 + j16{,}2 = 66e^{j165^050'}\text{Վ}:$$

2.26. Լուծում: Շղթայի լրիվ դիմադրությունը կլինի՝

$$Z = Z_1 + \frac{Z_2Z_3}{Z_2+Z_3} = 10 + j6 + \frac{(24-j7)(15+j20)}{(24-j7)(15+j20)} = 24{,}4 + j10{,}8 = 26{,}7e^{j23^055'}$$

Օհմ: Շղթայի չճյուղավորված մասի հոսանքը կլինի՝

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{U}{Z} = \frac{120}{26{,}7e^{j23^055'}} = 4{,}5e^{-j23^055'}\text{Ա}:$$

Կիրխհոֆի օրենքների համաձայն՝ $\dot{I}_1 = \dot{I}_3 + \dot{I}_2$, $\dot{I}_3Z_3 - \dot{I}_2Z_2 = 0$: Այս հավասարումներից $\dot{I}_3$-ի և $\dot{I}_2$-ի համար կունենանք՝

$\dot{I}_2 = \dot{I}_1\frac{Z_3}{Z_2+Z_3} = 4{,}5e^{-j23^055'} \cdot \frac{15+j20}{39+j13} = 2{,}74e^{j10^045'}$ Ա;

$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 \frac{Z_2}{Z_2+Z_3} = 4{,}5e^{-j23^0 55'} \cdot \frac{24-j7}{39+j13} = 2{,}74e^{-j58^0 35'}$ Ա:

$\dot{I}_2$ և $\dot{I}_3$ հոսանքները կարելի էր գտնել նաև այլ կերպ՝

$\dot{U}_{ab} = \dot{I}_1 Z_{ab} = \dot{I}_1 \frac{Z_2 Z_3}{Z_2+Z_3} = 4{,}5e^{-j23^0 55'} \frac{(24-j7)(15+j20)}{39+j13)} = 68{,}4e^{-j5^0 30'}$:

Այնուհետև՝ $\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_2} = \frac{68{,}4e^{-j5^0 30'}}{24-j7} = 2{,}74e^{j10^0 45'}$ Ա;

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_3} = \frac{68{,}4e^{-j5^0 30'}}{15+j20} = 2{,}74e^{-j58^0 35'} \text{ Ա:}$$

Այժմ որոշենք շղթայի լրիվ հզորությունը՝

$P = Re\left(\dot{U}\dot{I}_1^*\right) = Re\left(120 \cdot 4{,}5e^{j23^0 55'}\right) = 120 \cdot 4{,}5cos23^0 55' = 494$Վ·Ա;

$P_1 = I_1^2 r_1 = 4{,}5^2 \cdot 10 = 202$ Վտ; $P_2 = I_2^2 r_2 = 180$ Վտ;

$P_3 = I_3^2 r_3 = 112$ Վտ: $P_ռ = Im\left(\dot{U}\dot{I}_1^*\right) = Im\left(120 \cdot 4{,}5e^{j23^0 55'}\right) =$

$$= 120 \cdot 4{,}5sin23^0 55' = 218\text{Վար;}$$

$P_{1ռ} = I_1^2 X_1 = 4{,}5^2 \cdot 6 = 122$ Վար; $P_{2ռ} = I_2^2 X_2 = -52{,}5$ Վար;

$P_{3ռ} = I_3^2 X_3 = 150$Վար: Պետք է, որ $P_ռ = P_{1ռ} + P_{2ռ} + P_{3ռ}$: Իսկապես՝

$P_ռ = 122 + 150 - 52{,}5 = 219{,}5$ Վար, որը մոտ է 218 արժեքին:

1,5 Վար տարբերությունը պայմանավորված է եռանկյունաչափական ֆունկցիաների արժեքների վերցրած մոտավորություններով:

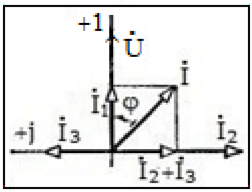
2.27. Լուծում: Գրենք կոմպլեքս դիմադրությունների արժեքները՝

$\dot{Z}_1 = 20$ կՕմ; $\dot{Z}_2 = jX_L = j10$ կՕմ; $\dot{Z}_3 = -jX_C = -20j$ կՕմ: Ճյուղերի կոմպլեքս հոսանքները կլինեն՝ $\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}_1} = 5$մԱ;

$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}_3} = 5j$ մԱ$= 5e^{\frac{j\pi}{2}}$մԱ: $\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}_2} = -10j$մԱ$= 10e^{-\frac{j\pi}{2}}$մԱ;

Չճյուղավորված մասի կոմպլեքս հոսանքը կլինի՝ $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 =$ $= 5 - j10 + j5 = 5 - j5 = 5\sqrt{2}e^{-\pi/4}$: Կոմպլեք $\dot{I}$ հոսանքը կարող էինք գտնել նաև ճյուղերի կոմպլեքս հաղորդականություններով՝

$\dot{I} = \dot{Y}\dot{U} = \left(\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_3\right)\dot{U} = (0{,}05 - j0{,}1 + j0{,}05)100 = (5 - j5)$մԱ:



Խնդ.2.27

Վեկտորական դիագրաման կառուցելու համար հարմար է սկսել լարման $\dot{U}$ վեկտորից, քանի որ այն բոլոր ճյուղերի համար նույնն է (Նկ. Խնդ. 2.27): Առաջին ճյուղը օհմական դիմադրություն է և նրանում հոսանքն ունի լարման փուլը: Երկրորդ ճյուղի հոսանքի փուլը $\pi/2$-ով ետ է ընկած լարման փուլից, իսկ երրորդ ճյուղի հոսանքի փուլը լարման փուլից առաջ է ընկած $-\pi/2$-ով: $\dot{I}$ հոսանքը $\dot{U}$ լարումից ետ է ընկած $\varphi = \pi/4$-ով:

2.28. $\omega L_1 = 51$ Օհմ,

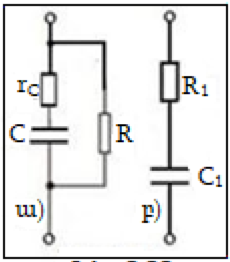
2.29. Ցուցում: Սկզբում որոշե՛ք շղթայի լրիվ դիմադրությունը՝ $Z = Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2+Z_3}$ բանաձևով: Շղթայի վրա կիրառված լարումը կլինի՝ $\dot{U} = Z I_1$: Այնուհետև $\dot{I}_3 = \dot{I}_1 \frac{Z_2}{Z_2+Z_3}$ և $\dot{I}_2 = \dot{I}_1 \frac{Z_3}{Z_2+Z_3}$ բանաձևերով հաշվել հոսանքները: $\dot{I}_2 = 2{,}56 e^{j38^0 40'}$Ա; $\dot{I}_3 = 4{,}3 e^{-j21^0 50'}$Ա; $\dot{U} = 109 e^{j35^0 45'}$Վ:

2.30. $\dot{I} = (8{,}1 - j11{,}35)$ Ա; $\dot{I}_1 = (3{,}25 - j10{,}25)$ Ա;
$\dot{I}_2 = (4{,}85 - j0{,}85)$ Ա; $\dot{I}_3 = (6{,}8 - j7{,}1)$ Ա; $\dot{I}_p = (-3{,}55 - j3{,}4)$ Ա:

2.31. $\dot{I} = (-0{,}75 + j0{,}4335)$Ա; $\dot{I}_1 = (-0{,}2 + j0{,}25)$Ա;
$\dot{I}_2 = (-0{,}55 + j0{,}1875)$ Ա; $\dot{I}_3 = (-0{,}6 + j0{,}25)$ Ա:
$\dot{U} = (3{,}125 + j14{,}5)$ Վ,

2.32. Լուծում. $tg\delta = \frac{R_{ակտ}}{R_{ռէ}} = 2\pi f r_C C = 18{,}84 \cdot e^{-5}$;
$Q = \frac{1}{tg\delta} = 5308$:

R դիմադրությամբ շունտված կոնդենսատորը ներկայացնենք Խնդ.2.32 նկարում բերված համարժեք սխեմայով: R_1 և C_1 մեծությունները գտնենք **ա)** և **բ)** սխեմաների համարժեքության պայմանից:



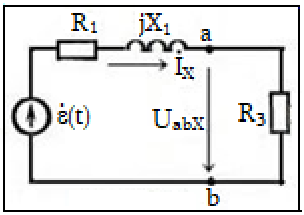
Խնդ.2.32

$$Z_ա = \frac{R(r_C - j\frac{1}{\omega C})}{R + r_C - j\frac{1}{\omega C}} = Z_բ = R_1 - j\frac{1}{\omega C_1}:$$

Այս հավասարման իրական և կեղծ մասերն իրար հավասարեցնելով կգտնենք R_1-ը և C_1-ը: Եթե հաշվի առնենք, որ $r_C \ll R$, կունենանք՝

$R_1 = \frac{R(1 + R r_C \omega^2 C^2)}{1 + \omega^2 C^2 R^2}$, $C_1 = \frac{1 + \omega^2 C^2 R^2}{\omega^2 R^2 C}$:

$tg\delta_1 = 2\pi f R_1 C_1 = \frac{1 + 4\pi^2 f^2 C^2 R r_C}{2\pi \nu R C} = 0{,}106$:



Խնդ.2.33

2.33. Նկ.2.26 (էջ 37) շղթայի համարժեք սխեման բերված է Խնդ. 2.33 նկարում:

Այս շղթայի համար կարող ենք գրել, որ $\dot{I}_x = \frac{\dot{\varepsilon}}{R_1+R_3+jX_1} = \frac{220e^{j120^0}}{5+j1} = \frac{220e^{j120^0}}{5{,}1e^{j11{,}3^0}} =$

$= 43{,}18e^{j108{,}7^0}$;$\dot{U}_{abx} = R_3\dot{I}_x = 172{,}52e^{j108{,}7^0}$: Ակտիվ երկբևեռի թեոևրեմի համաձայն՝

$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{abx}}{\dot{Z}_{մուտքab}+\dot{Z}_2}$: ab սեղմակների նկատմամբ մուտքային դիմադրությունը հետևյալն է՝ $\dot{Z}_{մուտքab} = \frac{\dot{Z}_1R_3}{\dot{Z}_1+R_3} = \frac{(1+j1)4}{1+j1+4} = \frac{4+j4}{5+j1} = \frac{5{,}66e^{j45^0}}{5{,}1e^{j11{,}3^0}} =$

$= 1{,}11e^{j33{,}7^0} = 1{,}11(0{,}83 + j0{,}55) = (0{,}92 + j0{,}61)$Օհմ:

Հետևաբար

$\dot{I}_2 = \frac{172{,}52e^{j108{,}7^0}}{0{,}92+j0{,}61+3+j4} = \frac{172{,}52e^{j108{,}7^0}}{3{,}92+j4{,}61} = \frac{172{,}52e^{j108{,}7^0}}{6{,}05e^{j49{,}7^0}} = 28{,}5e^{j59^0}$Ա:

Հաշվարկը կարելի էր կատարել նաև սովորական ձևով: Շղթայի կոմպլեքս դիմադրությունը կլիներ՝ $\dot{Z} = R_1 + jX_1 + \frac{(R_2+jX_2)R_3}{R_2+jX_2+R_3}$: Չճյուղավորված հոսանքը՝ $\dot{I} = \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{Z}}$: $\dot{U}_{ab} = \dot{I}\frac{(R_2+jX_2)R_3}{R_2+jX_2+R_3}$, իսկ պահանջվող $\dot{I}_2$-ի համար կունենանք՝ $\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{ab}}{R_2+jX_2} = \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{Z}} \cdot \frac{R_3}{R_2+jX_2+R_3}$:

2.34. $\dot{Z} = \frac{(R+j\omega L_1)j\omega L_2}{R+j\omega(L_1+L_2)}$; $|\dot{Z}| = \frac{\omega L_2\sqrt{\omega^2L_1^2+R^2}}{R^2+\omega^2(L_1+L_2)^2}$; $tg\varphi = -\frac{R}{\omega L_1}$:

2.35. $\dot{Z} = R_1 + R_2 - \frac{j}{\omega C}$; $|\dot{Z}| = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + \frac{1}{\omega^2C^2}}$;

$tg\varphi = -\frac{1}{\omega C((R_1+R_2)}$:

2.36. $\dot{Z} = R_1 + \frac{j\omega LR_2}{R_2+j\omega L}$; $|\dot{Z}| = \frac{\sqrt{R_2^4R_1^2+\omega^4L^4(R_1+R_2)^2+\omega^2L^2R_2^4}}{R_2^2+\omega^2L^2}$;

$tg\varphi = \frac{\omega LR_2^2}{R_2^2R_1+\omega^2L^2(R_1+R_2)}$:

3.1. Լուծում: Կատարենք $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$ նշանակումը, կունենանք՝ $x(t) = U_0 cos\frac{\omega_1 t}{2}$: (3.14ա, էջ 48) բանաձևից ունենք՝

$$\dot{c}_n(\omega_1) = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)e^{jn\omega_1 t}dt = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)(cosn\omega_1 t + jsinn\omega_1 t)dt =$$

$= \frac{U_0}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} cos\frac{\omega_1 t}{2}cosn\omega_1 tdt + \frac{jU_0}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} cos\frac{\omega_1 t}{2}sinn\omega_1 tdt$: Երկրորդ գումարելիում «ինտեգրալատակ» արտահայտությունը կենտ ֆունկցիա է, իսկ ինտեգրալի սահմանները 0 կետի նկատմամբ համաչափ են, ուստի այդ ինտեգրալը հավասար է զրոյի: Իսկ առաջին գումարելիում «ինտեգրալատակ» արտահայտությունը զույգ ֆունկցիա է, հետևաբար կարող ենք գրել՝ $c_n = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} U_0 cos\frac{\omega_1 t}{2}cosn\omega_1 dt =$

$= \frac{U_0}{T}\int_0^{T/2}\left[\cos\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega_1 t + \cos\left(\mathrm{n}-\frac{1}{2}\right)\omega_1 t\right]dt =$

$= \frac{U_0}{T}\left[\frac{s\,in\omega_1\left(n+\frac{1}{2}\right)T/2}{\omega_1\left(n+\frac{1}{2}\right)} + \frac{s\,in\omega_1\left(n-\frac{1}{2}\right)T/2}{\omega_1\left(n-\frac{1}{2}\right)}\right] = \frac{2U_0}{T\omega_1}\cdot \;\; = \frac{2U_0}{\pi}\cdot\frac{(-cos\pi n)}{4n^2-1} = \frac{2U_0(-1)^{n+1}}{\pi(4n^2-1)}$:

3.2. $c_n = \frac{A_0\tau}{T}\cdot\;\frac{s\,in[\alpha-n\omega_1)\tau/2]}{(\alpha-n\omega_1)\tau/2}$:

3.3. Լուծում: Այդ ազդանշանի անալիտիկ տեսքը հետևյալն է՝

$x(t) = \begin{cases} E, & \frac{2mT}{2} < t < (2m+1)\frac{T}{2}, \\ -E, & (2m+1)\frac{T}{2} < t < 2(m+1)\frac{T}{2}, \end{cases}$ որտեղ m-ը ամբողջ թիվ է:

$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n cos(n\frac{2\pi}{T}t + \varphi_n),\; T = \frac{2\pi}{\omega}$:

$\dot{a}_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)e^{-jn\omega t}dt = a_n\cdot e^{j\varphi_n}$:

$\dot{a}_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{0}(-E)e^{-jn\omega t}dt + \frac{2}{T}\int_0^{T/2} Ee^{-jn\omega t}dt = \frac{2E}{jn\pi}(1-cosn\pi)$:

Քանի որ $cosn\pi = 1$, երբ $n = 0, 2, 4 \dots 2k$, հետևաբար տվյալ տատանումը զրոյական բաղադրիչ և զույգ հարմոնիկներ չի պարունակում: Ուստի՝ $\dot{a}_1 = \frac{4E}{\pi}e^{-j\pi/2}$, $\varphi_1 = -\pi/2$;

$\dot{a}_3 = \frac{4E}{3\pi}e^{-j\pi/2}$, $\varphi_3 = -\pi/2$; $\dot{a}_5 = \frac{4E}{5\pi}e^{-j\pi/2}$, $\varphi_5 = -\pi/2$ և այլն:

Այդ տատանման Ֆուրիեի շարքը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$x(t) = \frac{4E}{\pi}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{4E}{3\pi}\cos\left(3\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{4E}{5\pi}\cos\left(5\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \cdots:$$

3.4. Լուծում: Դիրակի $\delta(t)$-ֆունկցիայի սպեկտրը՝ $\dot{S}_1(\omega) = 1$; $\delta(t-T)$-ֆունկցիայի սպեկտրը՝ $\dot{S}_2(\omega) = e^{-j\omega T}$ (տե՛ս 3.25 բանաձևը, էջ 55): $\delta(t+T)$-ֆունկցիայի սպեկտրը՝ $\dot{S}_3(\omega) = e^{j\omega T}$: Հետևաբար սպեկտրների գումարման թեորեմի համաձայն՝

$$\dot{S}(\omega) = \dot{S}_1(\omega) + \dot{S}_2(\omega) + \dot{S}_3(\omega) = 1 + e^{j\omega T} + e^{-j\omega T} = 1 + 2cos\omega T:$$

3.5. $\tilde{c}_n = \dot{c}_n e^{-j\frac{2\pi n\, t_0}{T}}$:

3.6. Լուծում. $P_{միջ} = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)x^*(t)dt$: $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{c}_n\, e^{jn\omega_1 t}$; $x^*(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \dot{c}_m^*\, e^{-jm\omega_1 t}$; $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$:

$$P_{միջ} = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty} \dot{c}_n\, \dot{c}_m^* \int_{-T/2}^{T/2} e^{j(n-m)\omega_1 t}\, dt:$$

Նկատի ունենանք հետևյալը՝

$\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} e^{j(n-m)\omega_1 t}\, dt = \frac{\sin(n-m)\pi}{(n-m)\pi} = \begin{cases} 1, & n = m, \\ 0, & n \neq m: \end{cases}$ Հետևաբար

$P_{միջ} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{c}_n\, \dot{c}_n^* = \dot{c}_0\dot{c}_0^* + 2\sum_{n=1}^{\infty} \dot{c}_n\dot{c}_n^* = |\dot{c}_0|^2 + 2\sum_{n=1}^{\infty}|\dot{c}_n|^2$:

Այստեղ վերցվել է $\dot{c}_{-n} = \dot{c}_n^*$:

3.7. Լուծում: Օգտվենք Էյլերի բանաձևից՝ $cos\omega_0 t = \frac{e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}}{2}$, $cos^2\omega_0 t = \frac{e^{j2\omega_0 t} + e^{-j2\omega_0 t} + 2}{4}$: Հետևաբար $\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}\, dt =$

$= \frac{A}{4}\left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega - 2\omega_0)t}dt + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega + 2\omega_0)t}dt + 2\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t}dt\right]$:

Այժմ օգտվենք $\delta(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t}d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t}\, d\omega$ բանաձևից, կունենանք՝

$$\dot{S}(\omega) = \frac{A}{4}[2\pi\delta(\omega - 2\omega_0) + 2\pi\delta(\omega + 2\omega_0) + 4\pi\delta(\omega)] =$$

$$= A\pi\left[\delta(\omega) + \frac{1}{2}\delta(\omega - 2\omega_0) + \frac{1}{2}\delta(\omega + 2\omega_0)\right]:$$

3.8. $\boldsymbol{S(\omega)} = \frac{2UT}{\pi}\cdot\frac{cos\frac{\omega T}{2}}{1 - \frac{4}{\pi^2}\left(\frac{\omega T}{2}\right)^2}$:

3.9. Լուծում: $\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}\, dt = \int_0^{\infty} 5e^{-4000t}e^{-j\omega t}\, dt =$

$$= 5\int_0^{\infty} e^{-(j\omega + 4000)t}\, dt = -\frac{5}{4000 + j\omega}e^{-(j\omega + 4000)t}\Big|_0^{\infty} = \frac{5}{4000 + j\omega}:$$

$$\left|\dot{S}(\omega)\right| = \frac{5}{\sqrt{4000^2 + \omega^2}},\ \left|\dot{S}(\omega_0)\right| = 10^{-3}\text{Վ·վ/ռադ}:$$

$tg\varphi = -3/4$, որտեղ φ-ն $\dot{S}(\omega)$-ի արգումենտն է:

3.10. Ցուցում: Հաշվարկը կատարեք նախորդ խնդրի նման.

10^{-8}Վ·վ, $-57^0 31'$:

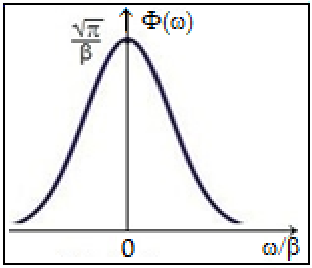
3.11. $\dot{S}(\omega) = \frac{E}{\alpha+j\omega}(1 - e^{-j\omega\tau})$: **Լուծում:** $\dot{S}(\omega) = \int_0^{\tau} E e^{-\alpha t} e^{-j\omega t}\, dt - (1 - $

$-e^{-\alpha\tau})\int_{\tau}^{\infty} E e^{-\alpha(t-\tau)} e^{-j\omega t}\, dt = \frac{E}{\alpha+j\omega} - \frac{E}{\alpha+j\omega} e^{-\tau(\alpha+j\omega)} - \frac{E}{\alpha+j\omega}(1 -$

$-e^{-\alpha\tau}) e^{\alpha\tau} e^{-\tau(\alpha+j\omega)} = \frac{E}{\alpha+j\omega} -$

$\frac{E}{\alpha+j\omega} e^{-\tau(\alpha+j\omega)} - \frac{E}{\alpha+j\omega} e^{-j\tau\omega} +$

$+\frac{E}{\alpha+j\omega} e^{-\tau(\alpha+j\omega)} = \frac{E}{\alpha+j\omega}(1 - e^{-j\omega\tau})$:



Խնդ.3.12

3.12. Լուծում: $\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta^2 t^2} e^{-j\omega t} dt =$

$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(\beta^2 t^2 + j\omega t)} dt$:

Ձևափոխենք $\beta^2 t^2 + j\omega t$ արտահայտությունը՝

$\beta^2 t^2 + j\omega t = \beta^2 t^2 + j\omega t - \left(\frac{\omega}{2\beta}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{2\beta}\right)^2 = \left(\beta t + j\frac{\omega}{2\beta}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{2\beta}\right)^2$:

Կատարենք հետևյալ նշանակումը՝ $\beta t + j\frac{\omega}{2\beta} = x$, կունենանք՝

$\dot{S}(\omega) = \frac{1}{\beta} e^{-\left(\frac{\omega}{2\beta}\right)^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{\beta} e^{-\left(\frac{\omega}{2\beta}\right)^2}$:

Այստեղ օգտվեցինք $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$ Պուասոնի ինտեգրալից:

$|\dot{S}(\omega)| = \Phi(\omega)$ ֆունկցիայի գրաֆիկը բերված է Խնդ. 3.12 նկարում:

3.13. Լուծում:

$x(t) = U$, եթե $t \in [-\frac{T}{2}; +\frac{T}{2}]$

և$x(t) = 0$, եթե $t \notin [-\frac{T}{2}; +\frac{T}{2}]$:

Այս ազդանշանի լայնութային սպեկտրը կլինի՝

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-j\omega t} dt = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} U\, e^{-j\omega t} dt = \frac{U}{-j\omega} e^{-j\omega t}\Big]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} =$$

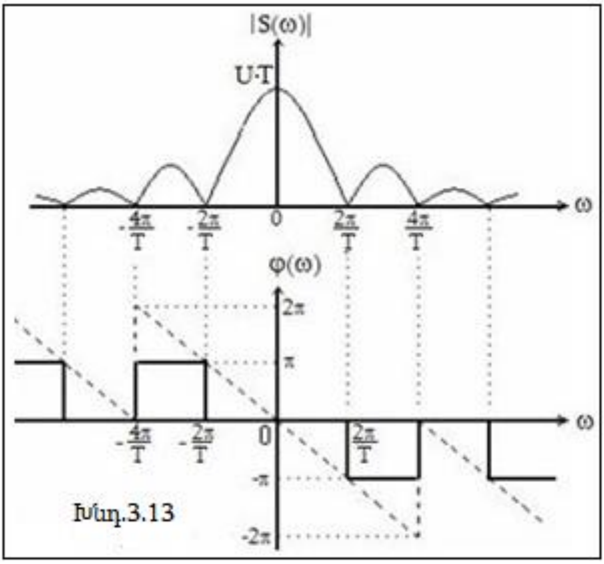
$$= -\frac{U}{j\omega}\left(e^{-j\omega\frac{T}{2}} - e^{j\omega\frac{T}{2}}\right) = \frac{2U}{\omega} \frac{e^{j\omega\frac{T}{2}} - e^{-j\omega\frac{T}{2}}}{2j} = \frac{2U}{\omega} \sin\omega\frac{T}{2} = UT\, \frac{\sin\left(\omega\frac{T}{2}\right)}{\omega\frac{T}{2}}:$$

Այն իրական է, քանի որ զույգ ֆունկցիայի սպեկտր է: Այս ֆունկ-ցիայի մոդուլի գրաֆիկը բերված է Խնդ. 3.13 նկարում: Լայնույթի սպեկտրալ խտությունը գրենք հետևյալ տեսքով՝

$$\dot{S}(\omega) = UT\,\frac{\sin\left(\omega\frac{T}{2}\right)}{\omega\frac{T}{2}} = \left|UT\,\frac{\sin\left(\omega\frac{T}{2}\right)}{\omega\frac{T}{2}}\right|\,e^{j\varphi(\omega)}:$$

Քանի որ $\dot{S}(\omega)$-ն այս ազդանշանի համար իրական է, ուստի φ փուլը տվյալ դեպքում կարող է ընդունել 0; $\pm\pi$; $\pm 2\pi$ և այլն: Ընդ146որում, եթե՝ $\omega \in \left[-\frac{4\pi}{T}; -\frac{2\pi}{T}\right]$, ապա $\varphi(\omega) = \pi$; $\omega \in \left[-\frac{2\pi}{\tau_h}; \frac{2\pi}{\tau_h}\right]$, $\varphi(\omega) = 0; \in \left[\frac{2\pi}{\tau_h}; \frac{4\pi}{\tau_h}\right]$, $\varphi(\omega) = -\pi$ և այլն:

Այս ազդանշանի փուլի հաճախային բնութագիծը բերված է Խնդ. 3.13 նկարում: Ինչպես նկատում ենք այդ նկարից $\omega = 0$ և $\omega = \frac{\pi}{T}$ դեպքում $\varphi(\omega) = 0$, իսկ $\omega = \frac{2\pi}{T}$-ի համար $\varphi(\omega) = \pi$:



Խնդ.3.13

$\omega = 0$ դեպքում $\left|UT\ \frac{sin\left(\omega\frac{T}{2}\right)}{\omega\frac{T}{2}}\right| = UT = 10^{-5}$Վ·վ/ռադ; $\omega = \frac{\pi}{T}$ արժեքի համար $|\dot{S}(\omega)| = UT\frac{2}{\pi} = \frac{2\cdot 10^{-5}}{\pi}$ Վ·վ/ռադ; $\omega = \frac{2\pi}{T}$-ի դեպքում $|\dot{S}(\omega)| = 0$:

3.14. $\boldsymbol{S(\omega)} = \ \boldsymbol{2}UT\frac{sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}cos\omega T_0$: **Լուծում:** Էջ 55-ի Նկ.3.22 իմպուլսի սպեկտրի համար ստացել ենք, որ $\dot{S}_1(\omega) = UT\ \frac{sin\left(\omega\frac{T}{2}\right)}{\omega\frac{T}{2}}$: Ուշացման թեորեմի համաձայն՝ T_0-ով ուշացածի սպետրը կլինի՝
$\dot{S}_2(\omega) = \dot{S}_1(\omega)e^{-j\omega T_0}$, իսկ T_0-ով առաջ ընկածի սպետրը՝
$\dot{S}_3(\omega) = \dot{S}_1(\omega)e^{j\omega T_0}$: Սպեկտրների գումարի թեորեմի համաձայն՝

$$\dot{S}(\omega) = \dot{S}_2(\omega) + \dot{S}_3(\omega) = UT\ \frac{sin\left(\omega\ \frac{T}{2}\right)}{\omega\ \frac{T}{2}}(e^{j\omega T_0} + e^{-j\omega T_0}) =$$

$$= 2UT\frac{sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}cos\omega T_0:$$

3.15. Լուծում: Ազդանշանը ներկայացնենք որպես երկու ազդանշանների արտադրյալ՝ $x(t) = x_1(t)\cdot x_2(t)$, որտեղ

$$x_1(t) = \begin{cases} 0, & t < -\tau/2, \\ A, & -\tau/2 < t < \tau/2, \\ 0, & t > \tau/2\ , \end{cases} \quad x_2(t) = cos\omega_0 t:$$

Հաշվենք $x_1(t)$ և $x_2(t)$ ազդանշանների սպեկտրալ խտությունները՝

$$\dot{S}_1(\omega) = \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} Ae^{-j\omega t}dt = A\tau\frac{sin\frac{\omega\tau}{2}}{\frac{\omega\tau}{2}};$$

$$\dot{S}_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} cos\omega_0 t e^{-j\omega t}dt =$$

$$= \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega+\omega_0)t}dt + \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega-\omega_0)t}dt = \pi[\delta(\omega+\omega_0) + \delta(\omega-\omega_0)]:$$

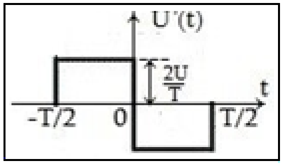
Արտադրյալի թեորեմի համաձայն՝

$$\dot{S}(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\dot{S}_1(\omega-\nu)\,\dot{S}_2(\nu)d\nu,$$

$$\dot{S}(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} A\tau\frac{sin\frac{(\omega-\nu)\tau}{2}}{\frac{(\omega-\nu)\tau}{2}}\cdot\pi[\delta(\nu+\omega_0) + \delta(\nu-\omega_0)]d\nu =$$

$$= \frac{A\tau}{2}\left[\frac{sin\frac{(\omega+\omega_0)\tau}{2}}{\frac{(\omega+\omega_0)\tau}{2}} + \frac{sin\frac{(\omega-\omega_0)\tau}{2}}{\frac{(\omega-\omega_0)\tau}{2}}\right]:$$

Ռադիոիմպուլսի լայնութային սպեկտրը բերված է Խնդ. 3.15 նկարում:



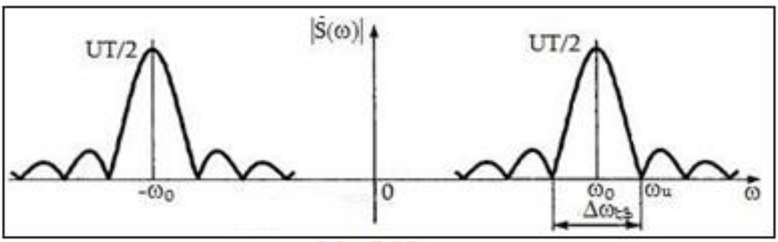
Խնդ.3.17

Փաստորեն ուղղանկյուն իմպուլսը $cos\omega_0 t$ –ով ազմապատկելու արդյունքում դրա լայնութային սպեկտրը աջ և ձախ շեղվում է $\pm\omega_0$ -ով:

Եթե ուղղանկյուն իմպուլսի սպեկտրը նշանակենք $\dot{S}_A(\omega)$-ով՝ $\dot{S}_A(\omega) = A\tau\frac{sin\frac{\omega\tau}{2}}{\frac{\omega\tau}{2}}$, ապա ռադիոիմպուլսի սպեկտրի համար կարող ենք գրել հետևյալը՝ $\dot{S} = \frac{1}{2}[\dot{S}_A(\omega+\omega_0) + \dot{S}_A(\omega-\omega_0)]$:

3.16. $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{UT}{2}\cdot\frac{sin^2(\omega T/4)}{(\omega T/4)^2}$:

3.17. Լուծում: $U'(t)$ ազդանշանը պատկերենք գրաֆիկորեն (Խնդ. 3.17 նկար): Ինտեգրման թեորեմի համաձայն (3.20)՝ $\dot{S}(\omega) = \frac{1}{j\omega}\dot{S}_1(\omega)$, որտեղ $\dot{S}_1(\omega)$-ն $U'(t)$ դիֆերենցված ազդանշանի սպեկտրալ խտությունն է: Օգտվելով գումարի և ուշացման թեորեմներից՝ կարող ենք գրել, որ $\dot{S}_1(\omega) = \dot{S}_0(\omega)e^{\frac{j\omega T}{4}} - \dot{S}_0(\omega)e^{-\frac{j\omega T}{4}}$, որտեղ $\dot{S}_0(\omega)$-ն ուղղանկյուն իմպուլսի սպեկտրալ խտությունն է՝ $\dot{S}_0(\omega) = U\frac{sin\frac{\omega T}{4}}{\frac{\omega T}{4}}$: Հետևաբար որ $\dot{S}_1(\omega)$-ի համար կունենանք, որ $\dot{S}_1(\omega) = U\frac{sin\frac{\omega T}{4}}{\frac{\omega T}{4}}\left(e^{\frac{j\omega T}{4}} - e^{-\frac{j\omega T}{4}}\right) = 2jU\frac{sin^2(\omega T/4)}{\omega T/4}$, իսկ $\dot{S}(\omega)$-ի համար կունենանք՝



Խնդ.3.15

$\dot{S}(\omega) = \frac{1}{j\omega} 2jU \frac{sin^2(\omega T/4)}{\omega T/4} = \frac{UT}{2} \frac{sin^2(\omega T/4)}{(\omega T/4)^2}$; $5 \cdot 10^{-6}$Վ·վ/ռադ:

3.18. $x(t) = \frac{\alpha A}{\alpha^2 + t^2}$:

3.19. Լուծում: Ազդանշանի սպեկտրալ խտությունը ներկայացնենք որպես երկու սպեկտրալ խտությունների արտադրյալ՝

$\dot{S}(\omega) = \dot{S}_1(\omega) \cdot \dot{S}_2(\omega)$, ընդ որում՝ $\dot{S}_1(\omega) = \frac{A}{\alpha + j\omega}$, $\dot{S}_2(\omega) = \frac{1}{\beta + j\omega}$: Սրանց համապատասխանող ազդանշանները կլինեն՝ $f_1(t) = Ae^{-\alpha t}\sigma(t)$, $f_2(t) = e^{-\beta t}\sigma(t)$:

Փաթույթի թեորեմի համաձայն՝

$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) \cdot f_2(t-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} Ae^{-\alpha\tau}\sigma(\tau) \cdot e^{-\beta(t-\tau)}\sigma(t-\tau) d\tau$:

Ինտեգրալատակ ֆունկցիաների արտադրյալը զրոյից տարբեր է, երբ $\tau > 0$ և $t - \tau > 0$, այսինքն՝ $0 < \tau < t$ տիրույթում: Այսպիսով՝

$x(t) = Ae^{-\beta t} \int_0^t e^{-(\alpha-\beta)\tau} d\tau = \frac{A}{\beta - \alpha}\left(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}\right), t > 0$:

3.20. Լուծում: Այս ֆունկցիան կարելի է ստանալ էքսպոնենտային իմպուլսից անցնելով սահմանի՝

$$\sigma(t) = \begin{cases} \lim_{\alpha \to 0} e^{-\alpha t}, & \text{երբ } t \geq 0, \\ 0, & \text{երբ } t < 0: \end{cases}$$

Հետևաբար որոշենք էքսպոնենտային ֆունկցիայի սպեկտրը և նրանում կատարենք սահմանային անցում:

$\dot{S}_{էքս}(\omega) = \int_0^{\infty} e^{-\alpha t} e^{-j\omega t} dt = -\frac{1}{\alpha + j\omega} e^{-(\alpha + j\omega)t}\Big]_0^{\infty} = \frac{1}{\alpha + j\omega} = \frac{\alpha - j\omega}{\alpha^2 + \omega^2}$: (1)

Հետևաբար որոնելի սպեկտրը կլինի

$$\dot{S}(\omega) = \lim_{\alpha \to 0} \dot{S}_{էքս} = \lim_{\alpha \to 0} \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} + j \lim_{\alpha \to 0} \frac{-\omega}{\alpha^2 + \omega^2}:$$

Առաջին գումարելին $\alpha = 0$ դեպքում բոլոր հաճախությունների համար հավասար է զրոյի՝ բացի՝ $\omega = 0$: Այդ հաճախության վրա առաջին անդամը դառնում է անվերջ մեծ:

$\frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}$ ֆունկցիայի գրաֆիկի տակի մակերեսը կլինի՝

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} d\omega = 2\alpha \int_0^{\infty} \frac{1}{\alpha^2 + \omega^2} d\omega = \frac{2\alpha\pi}{2\alpha} = \pi = \pi\delta(\omega):$$

Հետևաբար $\lim_{\alpha \to 0} \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} = \pi\delta(\omega)$, իսկ (1)-ի երկրորդ գումարելիի սահմանը հավասար է $\frac{1}{j\omega}$-ի:

Նկատի ունենալով ստացված արդյունքները, միավոր թռիչքի կամ միացման ֆունկցիայի սպեկտրի համար կունենանք՝

$$\dot{S}(\omega) = \pi\delta(\omega) + 1/j\omega\text{:}$$

Լայնույթային և փուլային սպեկտրների գրաֆիկները բերված է Նկ. 3.17 բ,գ-ում, էջ 52:

3.21. Լուծում:

$$\dot{S}(\omega) = \int_0^{\tau} U_0 e^{-\alpha t} e^{-j\omega t} dt = \int_0^{\tau} U_0 e^{-(\alpha+j\omega)t} dt = -\frac{U_0}{\alpha + j\omega} e^{-(\alpha+j\omega)t}\Big|_0^{\tau} =$$

$$= \frac{U_0}{\alpha+j\omega}\left(1 - e^{-(\alpha+j\omega)\tau}\right)\text{:}$$

3.22. Լուծում: Գրենք $x(t)$ ֆունկցիայի տեսքը՝ $x(t) = \frac{A}{T}t$: Այս ազդանշանի սպեկտրը կլինի՝

$$\dot{S}(\omega) = \int_0^T \frac{A}{T} t e^{-j\omega t} dt = \frac{A}{T}\frac{1}{-j\omega}\int t de^{-j\omega t} = \frac{A}{T}\frac{1}{-j\omega} t e^{-j\omega t}\Big|_0^T -$$

$$-\frac{A}{T}\frac{1}{-j\omega}\int_0^T e^{-j\omega t} dt =$$

$$= \frac{A}{T}\cdot\frac{1}{-j\omega} T e^{-j\omega T} + \frac{A}{T}\cdot\frac{1}{\omega^2}\left(e^{-j\omega T} - 1\right) = j\frac{A}{\omega} e^{-j\omega T} + \frac{A}{T}\cdot\frac{1}{\omega^2}\left(e^{-j\omega T} - 1\right)\text{:} \quad \textbf{(1)}$$

Կարելի է վարվել նաև այլ կերպ: Ազդանշանի ածանցյալը՝ $x'(t) = \frac{A}{T} = const$: Այսինքն՝ ածանցյալը $\frac{A}{T}$ բարձրությամբ ուղղանկյուն իմպուլս է, որի տևողությունը հավասար է T- ի: Այդ իմպուլսի սպեկտրի տեսքն ունենք խնդիր 3.13-ից՝

$\dot{S}_1(\omega) = A\frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}\cdot e^{-j\frac{\omega T}{2}}$, $x(t)$ ինտեգրալ ազդանշանի սպեկտրը կլինի՝

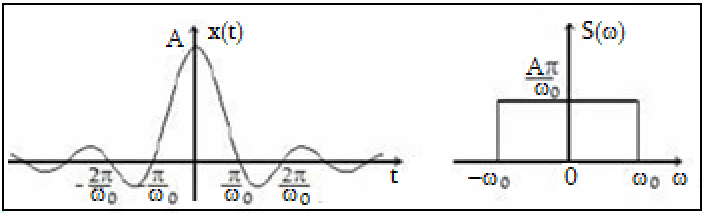
$$\dot{S}(\omega) = \frac{1}{j\omega}\dot{S}_1(\omega) = \frac{A}{j\omega}\frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}\cdot e^{-j\frac{\omega T}{2}}\text{:} \qquad \textbf{(2)}$$

(1) արտահայտությունը ձևափոխելուց նորից կստացվի **(2)**-ը:

3.23. Լուծում: Ֆունկցիայի զրոները որոշվում են հետևյալ պայմանից՝ $\omega_0 t = \pm k\pi$, որտեղ $k = 1, 2, \dots$; Դրանց համապատասխանող ժամանակի պահերը կլինեն՝ $t = \pm\frac{k\pi}{\omega_0}$:

Այս դեպքում

$$\dot{S}(\omega) = A\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin\omega_0 t}{\omega_0 t} e^{-j\omega t} dt = 2A\int_0^{\infty}\frac{\sin\omega_0 t\,\cos\omega t}{\omega_0 t} dt =$$



Խնդ.3.23

$$= \frac{A}{\omega_0}\int_0^{\infty}\frac{\sin(\omega+\omega_0)t}{t}dt - \frac{A}{\omega_0}\int_0^{\infty}\frac{\sin(\omega-\omega_0)t}{t}dt:$$

Այժմ օգտվենք հետևյալ աղյուսակային ինտեգրալից՝

$\int_0^{\infty}\frac{sinax}{x}dx = \begin{cases}\frac{\pi}{2}\ , \text{ երբ } a > 0\\ -\frac{\pi}{2}\ , \text{երբ } a < 0\end{cases}$: Այդ դեպքում, եթե $|\omega| - \omega_0 > 0$, ապա $\dot{S}(\omega) = 0$, իսկ $|\omega| - \omega_0 < 0$ դեպքում կունենանք $\dot{S}(\omega) = \frac{A\pi}{\omega_0}$: Այսպիսով, $\frac{sinx}{x}$ տեսքի ազդանշանի սպեկտրն իրական է (ազդանշանը զույգ ֆունկցիա է), լայնութային սպեկտրն ունի ուղղանկյուն իմպուլսի տեսք:

Դիտարկվող $x(t) = A\frac{sin\omega_0 t}{\omega_0 t}$ ազդանշանի համար լայնութային սպեկտրը սահմանափակված է $2\omega_0$ հաճախային շերտով, որի սահմաններում սպեկտրի մակարդակն անփոփոխ է և հավասար է $\frac{A\pi}{\omega_0}$ (տե՛ս Խնդ.3.23-ի նկարը): Այս արդյունքին կարելի էր հանգել կարճ ձևով:

Քանի որ ուղղանկյուն ազդանշանի սպեկտրը $\frac{sinx}{x}$ տեսքի ֆունկցիա է, ապա $\frac{sinx}{x}$ տեսքի ազդանշանի սպեկտրը կունենա ուղղանկյան տեսք՝ Ֆուրիեի ձևափոխության (3.17) հատկությունը:

3.24. Լուծում: Նախ որոշենք այդ իմպուլսի սպեկտրը՝

$\dot{S}(\omega) = \int_0^{\infty} I_0 e^{-\alpha t}e^{-j\omega t}dt = \frac{I_0}{\alpha+j\omega}$: Էներգիայի սպեկտրալ խտությունը կլինի՝ $w(\omega) = R\left|\dot{S}(\omega)\right|^2 = \frac{I_0^2 R}{\alpha^2+\omega^2}$:

Լրիվ էներգիան կլինի՝

$W_{լր} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\left|\dot{S}(\omega)\right|^2 R d\omega = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{I_0^2 R}{\alpha^2+\omega^2}d\omega = \frac{I_0^2 R}{2\alpha}$:

$W = 0{,}9W_{լր} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\omega_{ш}}\frac{I_0^2 R}{\alpha^2+\omega^2}d\omega = \frac{I_0^2 R}{\pi\alpha}arctg\frac{\omega_{ш}}{\alpha}$: $0{,}9\frac{I_0^2 R}{2\alpha} = \frac{I_0^2 R}{\pi\alpha}arctg\frac{\omega_{ш}}{\alpha}$, որտեղից $\omega_{ш} = \alpha \cdot tg\frac{0,9\pi}{2} = \alpha \cdot tg81^0 = 6,314\alpha$:

$W = \frac{1}{\pi}\int_0^{\beta}\frac{I_0^2R}{\alpha^2+\omega^2}d\omega = \frac{I_0^2R}{\pi\alpha}arctg\frac{\omega_ш}{\alpha}$:

3.25. ա) $\frac{W_{գր}}{W_{լր}} = \frac{e^2-1}{e^2} \approx 0,864$, **բ)** նախորդ խնդրից ունենք՝ $W_{լր} = \frac{I_0^2R}{2\beta}$,

$W = \frac{1}{\pi}\int_0^{\beta}\frac{I_0^2R}{\beta^2+\omega^2}d\omega = \frac{I_0^2R}{\pi\beta}arctg1 = \frac{I_0^2R}{4\beta}$: $\frac{W}{W_{լր}} = 1/2$: Իմպուլսի սպեկտրի ակտիվ լայնությունը կորոշենք $\frac{W}{W_{լր}} = 0,9$ պայմանից, որը տալիս է

$\omega_ш = \alpha tg\frac{0,9\pi}{2} = \alpha tg81^0 = 6,314\beta$:

3.26. Լուծում: Նախ որոշենք այդ իմպուլսի սպեկտրը՝

$\dot{S}(\omega) = \int_0^{\infty}U_0e^{-\alpha t}e^{-j\omega t}dt = \frac{U_0}{\alpha+j\omega}$: Էներգիայի սպեկտրալ խտությունը կլինի՝ $w(\omega) = |\dot{S}(\omega)|^2 = \frac{U_0^2}{\alpha^2+\omega^2}$:

Լրիվ էներգիան կլինի՝

$W_{լր} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}|\dot{S}(\omega)|^2d\omega = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}|\dot{S}(\omega)|^2d\omega = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{U_0^2}{\alpha^2+\omega^2}d\omega = \frac{U_0^2}{2\alpha}$:

$W = 0,9W_{լր} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\omega_ш}\frac{U_0^2}{\alpha^2+\omega^2}d\omega = \frac{U_0^2}{\pi\alpha}arctg\frac{\omega_ш}{\alpha}$, որտեղից

$\omega_ш = \alpha tg\frac{0,9\pi}{2} = \alpha tg81^0 = 6,314\alpha$:

4.1. L =5Հն:

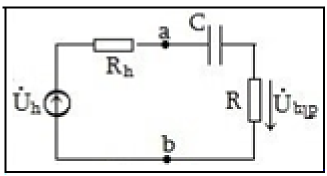
4.2. 7,7Վ; 45^0:

4.3. 150Վ; -60^0:

4.4. $\dot{K}(\omega) = \frac{1}{1-\omega^2LC+\frac{j\omega L}{R}}$; $A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2LC)^2+\left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}}$;

$\varphi(\omega) = -arctg\frac{\omega L}{R(1-\omega^2LC)}$:

4.5. Սխեման պարզեցնենք a և b կետերի նկատմամբ՝ օգտվելով համարժեք գեներատորի եղանակից: Այդ դեպքում համարժեք սխեման կունենա Խնդ. 4.5 նկարում պատկերված տեսքը՝



Խնդ.4.5

$\dot{U}_h = \frac{\dot{U}_մ}{1+j\omega RC}$; $\dot{R}_h = \frac{R}{1+j\omega RC}$;

$\dot{K}_1(\omega) = \frac{\dot{U}_{\text{ելք}.m}}{\dot{U}_{h,m}} = \frac{R}{R+\dot{R}_h+\frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1+\frac{1}{j\omega RC}+\frac{1}{1+j\omega RC}}$;

$\dot{K}(\omega) = \frac{\dot{U}_{\text{ելք}.m}}{\dot{U}_{\text{մ},m}} = \frac{\dot{K}_1(\omega)}{1+j\omega RC} = \frac{1}{3+j\left(\omega RC-\frac{1}{\omega RC}\right)}$;

$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{9+\left(\omega RC-\frac{1}{\omega RC}\right)^2}}$; $\varphi(\omega) = -arctg\frac{1}{3}\left(\omega RC - \frac{1}{\omega RC}\right)$:

4.6. $\dot{K}(\omega) = \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$, որտեղ $\dot{Z}_1 = \frac{R_1}{1+j\omega R_1 C_1}$, $\dot{Z}_2 = \frac{R_2}{1+j\omega R_2 C_2}$:

$\dot{K}(\omega) = \frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot\frac{1+j\omega R_1 C_1}{1+j\omega\left(\frac{R_1R_2C_1}{R_1+R_2}+\frac{R_1R_2C_2}{R_1+R_2}\right)}$: $\left|\dot{K}(\omega)\right| = const = \frac{R_2}{R_1+R_2}$, եթե

$R_1C_1 = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}C_1 + \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}C_2$, որտեղից $C_1 = \frac{R_2C_2}{R_1}$ =1պՖ, իսկ փուլահաճախային բնութագրի համար կունենանք՝ $\varphi(\omega) = 0$:

4.7. $\omega = \sqrt{\frac{2}{LC}}$:

4.8. $\dot{U}_{21'} = \frac{1}{1+j\omega RC}\dot{U}_1$; $\dot{U}_{2'1'} = \frac{j\omega RC}{1+j\omega RC}\dot{U}_1$; $\dot{U}_2 = \dot{U}_{21'} - \dot{U}_{2'1'} =$

$= \frac{1-j\omega RC}{1+j\omega RC}\dot{U}_1$; $\dot{K}(\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{1-j\omega RC}{1+j\omega RC} = \frac{1-(\omega RC)^2-j2\omega RC}{1+(\omega RC)^2}$; $A(\omega) = 1$;

$tg\varphi(\omega) = -\frac{2\omega RC}{1-(\omega RC)^2}$, նշանակենք $tg\alpha = \omega RC$, կունենանք՝

$$tg\varphi(\omega) = -\frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha} = -tg2\alpha,$$

ուրեմն $\varphi(\omega) = -2\alpha = -2arctg(\omega RC)$:

4.9. $\dot{K}(\omega) = \frac{(2R^2+\omega^2L^2)(2R^2-\omega^2L^2-j3\omega LR)}{4R^4+5R^2\omega^2L^2+\omega^4L^4}$; $tg\varphi(\omega) = arctg\frac{3\omega LR}{\omega^2L^2-2R^2}$:

4.10. $\dot{K}(\omega) = \frac{\omega^2C^2R_2(R_2+R_1)}{1+[\omega C(R_2+R_1)]^2} + j\frac{\omega CR_2}{1+[\omega C(R_2+R_1)]^2}$;

$\left|\dot{K}(\omega)\right| = \frac{\omega CR_2}{\sqrt{1+[\omega C(R_2+R_1)]^2}}$; $\varphi = arctg\frac{1}{\omega C(R_2+R_1)}$:

4.11. $\dot{K}(\omega) = \frac{R_2+j\omega L}{R_2+R_1+j\omega L}$; $\left|\dot{K}(\omega)\right| = \frac{\sqrt{[(R_2+R_1)^2+\omega^2L^2]^2+R_1^2\omega^2L^2}}{(R_2+R_1)^2+\omega^2L^2}$;

$\varphi = arctg\frac{R_1\omega L}{R_2(R_2+R_1)+\omega^2L^2}$:

4.12. $\dot{K}(\omega) = \frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot\frac{1}{1+j\omega\tau}$; $A(\omega) = \frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}$; $\varphi(\omega) = arctg(\omega\tau)$;

$\tau = \frac{R_2R_1}{R_1+R_2}C$:

4.13. $\dot{K}(\omega) = \frac{jR_2\omega L}{R_2R_1+j\omega L(R_2+R_1)}$;

$\left|\dot{K}(\omega)\right| = \frac{\omega L R_2}{\sqrt{\omega^2 L^2 (R_2+R_1)^2 + R_1^2 R_2^2}}$; $\varphi = arctg\, \frac{R_1 R_2}{\omega L (R_2+R_1)}$:

4.14. $\dot{K}(\omega) = \frac{j\omega L}{R(1-\omega^2 LC)+j\omega L}$; $\left|\dot{K}(\omega)\right| = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2(1-\omega^2 LC)^2+(\omega L)^2}}$;

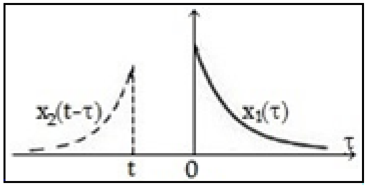
$\varphi = -arctg\, \frac{R(1-\omega^2 LC)}{\omega L}$:

4.15. $\dot{K}(\omega) = -\frac{R\omega^2 LC}{R(1-\omega^2 LC)+j\omega L}$; $\left|\dot{K}(\omega)\right| = \frac{R\omega^2 LC}{\sqrt{R^2(1-\omega^2 LC)^2+(\omega L)^2}}$;

$\varphi = -arctg\, \frac{\omega L}{R(1-\omega^2 LC)}$:

4.16. Լուծում: Երկու ֆունկցիաների փաթույթի սահմանման համաձայն՝ $x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau) x_2\,(t-\tau) d\tau =$
$= A_1 A_2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha_1 \tau} \sigma(\tau) e^{-\alpha_2 (t-\tau)} \sigma(t-\tau) d\tau$:

Եթե $t < 0$, ապա այդ ֆունկցիաները ծածկույթ չունեն (տե՛ս Խնդ. 4.16-ի նկարը) և $x(t) = 0$: $t > 0$ դեպքում 0 – t միջակայքում ֆունկցիաները կունենան ընդհանուր ծածկույթ և



Խնդ.4.16

$$x(t) = A_1 A_2 \int_0^t e^{-\alpha_1 \tau} e^{-\alpha_2 (t-\tau)} d\tau = A_1 A_2 e^{-\alpha_2 t} \int_0^t e^{-(\alpha_1 - \alpha_2)\tau} d\tau =$$
$$= \frac{A_1 A_2}{(\alpha_2 - \alpha_1} (e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t}):$$

4.17. $A^2(T - |t|)$, $0 < |t| < T$: **Լուծում:** Խնդ. 4.17. ա և բ նկարներում պատկերված է ուղղանկյուն ազդանշանը τ < 0 և τ > 0 ժամանակով շեղված դրա կրկնօրինակների դիրքերը:

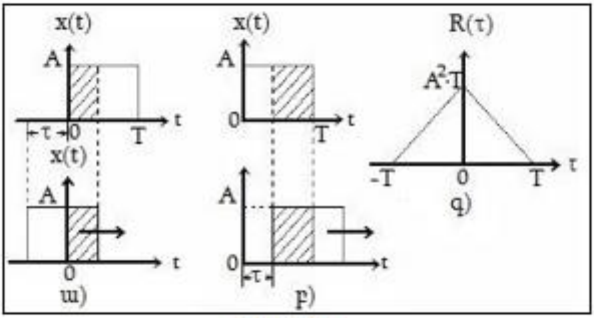
Ստվերագծված տիրույթը այն տիրույթն է, որն օգտագործվելու է $x(t)x(t-\tau)$ արտադրյալը պարունակող ինտեգրալի սահմանները որոշելու համար: Ընդ որում՝ կոռելացիոն ֆունկցիան τ-ի տարբեր արժեքների համար որոշվելու է հետևյալ արտահայտություններով՝

Երբ $-T \leq \tau \leq 0, R(\tau) = \int_0^{T+\tau} A^2 dt = A^2\,(T+\tau)$:

Երբ $0 \leq \tau \leq T, R(\tau) = \int_\tau^T A^2 dt = A^2\,(T-\tau)$:

Երբ$|\,\tau\,| > 0, R(\tau) = 0$:

Ստացված արդյունքները միավորելով, կարող ենք գրել, որ $R(\tau) = A^2(T - |\tau|)$, երբ $-T \leq \tau \leq T$: Որի գրաֆիկը պատկերված է Խնդ. 4.17 գ նկարում:



Խնդ.4.17

Ստացված արդյունքից հետևում է, որ ազդանշանի կոռելյացիոն ֆունկցիայի արժեքը, ժամանակի առանցքի վրա, կախված չէ $x(t)$ ազդանշանի դիրքից:

4.18. Լուծում:

$x_2'(t) = -\beta_2 e^{-\beta_2 t}\sigma(t) + e^{-\beta_2 t}\frac{d\sigma(t)}{dt} = [\delta(t) - \beta_2\sigma(t)]e^{-\beta_2 t}$:

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta_1 t}\sigma(t)\delta(t-a)\, e^{-\beta_2(t-a)}dt$$

$$-\beta_2\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta_1 t}\sigma(t)\sigma(t--a)\, e^{-\beta_2(t-a)}dt:$$

1. Եթե $a > 0$, ապա

$$I = e^{-\beta_1 t} - \beta_2 e^{\beta_2 a}\int_a^{\infty} e^{-(\beta_2+\beta_1)t}\,dt = \frac{\beta_1}{\beta_2+\beta_1}e^{-\beta_1 a};$$

2. Եթե $a = 0$, ապա $I = \frac{1}{2} - \beta_2\int_0^{\infty} e^{-(\beta_2+\beta_1)t}\,dt = -\frac{\beta_1-\beta_2}{2(\beta_2+\beta_1)};$

3. Եթե $a < 0$, ապա

$I = 0 - \beta_2\int_0^{\infty} e^{\beta_2 a}e^{-(\beta_2+\beta_1)t}\,dt = -\frac{\beta_2}{\beta_2+\beta_1}e^{-\beta_2|a|}$:

4.19. Լուծում: $R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t-\tau)dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t+\tau)dt$,

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} A^2 e^{-\alpha t}\sigma(t)e^{-\alpha(t+\tau)}\sigma(t+\tau)dt:$$

Այժմ օգտվենք $\sigma(t)$ ֆունկցիայի հետևյալ հատկություններից՝
$\sigma(t)\sigma(t-|\tau|)=\sigma(t-|\tau|)$, եթե $\tau\geq 0$:
$\sigma(t)\sigma(t+|\tau|)=\sigma(t)$, եթե $\tau\leq 0$:
Հետևաբար՝ $R(\tau)=A^2e^{\alpha|\tau|}\int_{|\tau|}^{\infty}e^{-2\alpha t}dt=\frac{A^2}{2\alpha}e^{-\alpha|\tau|}$ կամ
$R(\tau)=A^2e^{-\alpha|\tau|}\int_{0}^{\infty}e^{-2\alpha t}dt=\frac{A^2}{2\alpha}e^{-\alpha|\tau|}$:

4.20. $\frac{A^2T}{3}\left[1-\frac{3}{2}\frac{|\tau|}{T}+\frac{1}{2}\left(\frac{|\tau|}{T}\right)^3\right]$, $0<\tau<T$:

4.21. $A^2(T-|\tau|)$, $0<\tau<T$:

4.22. Լուծում: $R_{12}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}x_1(t)x_2(t-\tau)dt=\int_{-\infty}^{\infty}x_1(t+\tau)x_2(t)dt$,

1. $\tau>0$ դեպքում ունենք՝
$R_{12}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}x_1(t)x_2(t-\tau)dt=ABe^{\beta\tau}\int_{\tau}^{\infty}e^{-(\alpha+\beta)t}dt=\frac{AB}{\alpha+\beta}e^{-\beta\tau}$:

2. $\tau<0$ դեպքում
$R_{12}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}x_1(t)x_2(t-\tau)dt=AB\int_{0}^{\infty}e^{-\alpha t}e^{-\beta(t-\tau)}dt=\frac{AB}{\alpha+\beta}e^{+\beta\tau}$:

Այս երկու արդյունքները միացնելով իրար՝ կունենանք

$$R_{12}(\tau)=\frac{AB}{\alpha+\beta}e^{-\beta|\tau|}:$$

Փոխադարձ էներգիական սպեկտրի համար ունենք՝

$$w_{12}(\omega)=\dot{S}_1(\omega)\cdot\dot{S}_2^*(\omega),$$

$$\dot{S}_1(\omega)=\int_0^{\infty}Ae^{-\alpha t}e^{-j\omega t}dt=\frac{A}{\alpha+j\omega};$$

$$\dot{S}_2(\omega)=\int_0^{\infty}Be^{-\beta t}e^{-j\omega t}dt=\frac{B}{\beta+j\omega};$$

$$\dot{S}_2^*(\omega)=\frac{B}{\beta-j\omega};\ w_{12}(\omega)=\frac{AB}{(\alpha+j\omega)(\beta-j\omega)}:$$

4.23. $\frac{AB}{2}(T^2-\tau^2)$, եթե $0<\tau<T$: $\frac{AB}{2}(T-|\tau|)^2$, եթե $-T<\tau<0$:

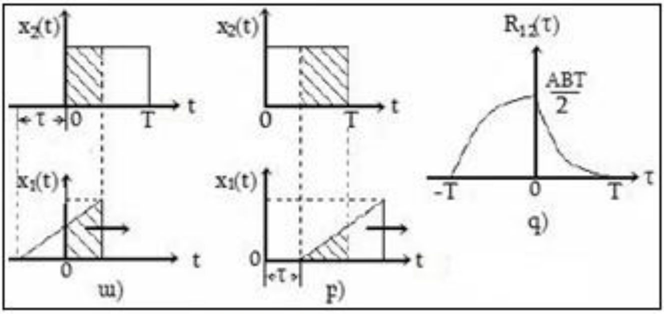
Լուծում: Նախ պետք է գրել այդ ազդանշանների անալիտիկ տեսքերը: Այդ ազդանշանների անալիտիկ տեսքերն են՝

$$x_1(t)=\begin{cases}At & \text{երբ } 0\leq t\leq T,\\ 0 & \text{երբ } t<0; t>T:\end{cases}$$

$$x_2(t)=\begin{cases}B & \text{երբ } 0\leq t\leq T,\\ 0 & \text{երբ } t<0; t>T:\end{cases}$$

Խնդ. 4.23 ա նկարում պատկերված է այդ ազդանշանների փոխադարձ դիրքը, երբ դրանցից մեկը մյուսի նկատմամբ շեղված է

$\tau < 0$ և $\tau > 0$ դեպքում, տե՛ս Խնդ. 4.23 բ-ի նկարը: Ստվերագծած տիրույթն օգտագործվում է $x_1(t)x_2(t-\tau)$ և $x_1(t-\tau)x_2(t)$ արտադրյալները պարունակող ինտեգրալների սահմանները որոշելու համար:



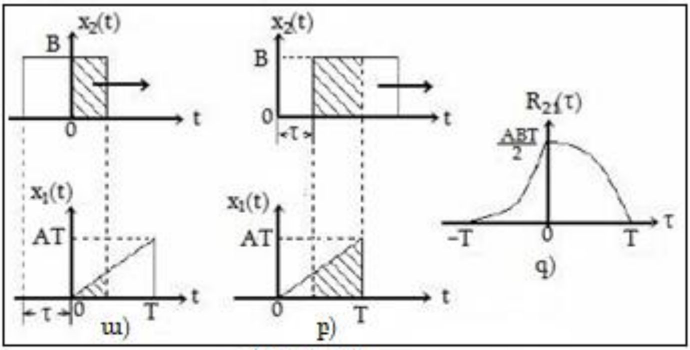
Խնդ.4.23ա

Երբ $-T \leq \tau \leq 0$, $R_{12}(\tau) = \int_0^{T+\tau} AB(t-\tau)dt = \frac{AB}{2}(T^2-\tau^2)$:

Երբ $0 \leq \tau \leq T$, $R_{12}(\tau) = \int_\tau^T AB(t-\tau)dtdt = \frac{AB}{2}(T-\tau)^2$:

Որոշենք $R_{12}(\tau)$-ը երբ $|\tau| > T$, $R_{12}(\tau) = 0$:

Այժմ որոշենք $R_{21}(\tau)$-ը:



Խնդ.4.23բ

Երբ $-T \leq \tau \leq 0$,

$R_{21}(\tau) = \int_0^{T+\tau} ABtdt = \frac{AB}{2}(T+\tau)^2 = \frac{AB}{2}(T-|\tau|)^2$;

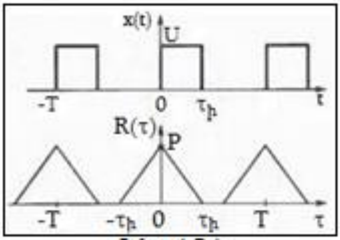
Երբ $0 \leq \tau \leq T, R_{21}(\tau) = \int_{\tau}^{T} ABtdt = \frac{AB}{2}(T^2 - \tau^2)$;

Երբ $|\tau| > T, R_{21}(\tau) = 0$:

Ստացված արդյունքներից կարելի է եզրակացնել, որ փոխկոռելյացիոն ֆունկցիան համաչափ չէ՝ $R_{21}(\tau) \neq R_{21}(-\tau)$, այլ $R_{21}(\tau) = R_{12}(-\tau)$: Այս իմպուլսների փոխադարձ էներգիան կլինի՝ $W_{12} = R_{21}(0) = \frac{AB}{2}T^2$:

4.24. Լուծում: Պարբերական ազդանշանը, ըստ ժամանակի, ունի անվերջ երկար տևողություն: Այդ ազդանշանշաններն ունենալով վերջավոր հզորություն՝ օժտված են անվերջ մեծ էներգիայով: Այդպիսի ազդանշանի համար կոռելյացիոն ֆունկցիան, լինելով ազդանշանի էներգիական բնութագիրը, պետք է որոշվի մեկ պարբերության ընթացքում միջին հզորությամբ՝

$R(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)x(t-\tau)dt = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)x(t+nT-\tau)dt = R(\tau - nT)$:



Խնդ.4.24

Այսինքն՝ պարբերական ազդանշանի կոռելյացիոն ֆունկցիան ևս պարբերական ֆունկցիա է, որի պարբերությունը հավասար է ազդանշանի պարբերությունը:

ա) $x(t) = Ucos(\omega t + \varphi)$: Այս դեպքում

$R(\tau) = \int_0^T U^2 \cos(\omega t + \varphi) cos[\omega(t-\tau) + \varphi]dt = \frac{U^2}{2T}\int_0^T cos[\omega(2t-\tau) + +2\varphi]\, dt + \frac{U^2}{2T}\int_0^T cos\omega\tau dt = \frac{U^2}{2}cos\omega\tau$: Այսինքն՝ $T = \frac{2\pi}{\omega}$ պարբերությամբ հարմոնիկ տատանման կոռելյացիոն ֆունկցիան ևս նույն պարբերությամբ հարմոնիկ ֆունկցիա է և կախված չէ սկզբնական փուլից:

բ) Խնդ. 4.24-ի նկարը: $R(\tau)$ կոռելյացիոն ֆունկցիան նույն պարբերությամբ եռանկյուն իմպուլսների հաջորդականություն է: $R(0) = \frac{U^2}{T}\tau_ի$–ն ուղղանկյուն իմպուլսների հաջորդականության միջին հզորությունն է:

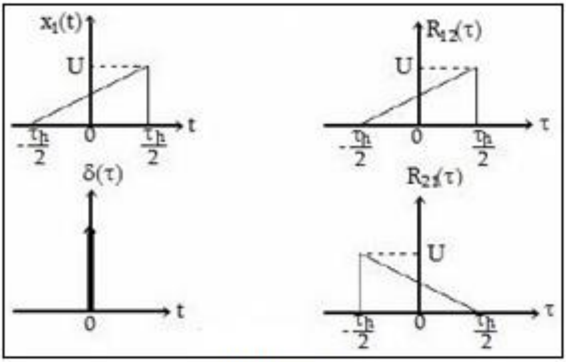
4.25. Լուծում:

$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) x_2(t-\tau) dt = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)\delta(t-\tau) dt = x_1(\tau);$$

$$R_{21}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t-\tau) x_2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t-\tau)\delta(t) dt =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x_1(y)\delta(y+\tau) dy = x_1(-\tau):$$

$x_1(t)$ և δ-ֆունկցիաների, ինչպես նաև դրանց $R_{12}(\tau)$ և $R_{21}(\tau)$ փոխկոռելյացիոն ֆունկցիաների գրաֆիկները բերված են Խնդ. 4.25-ի նկարում:

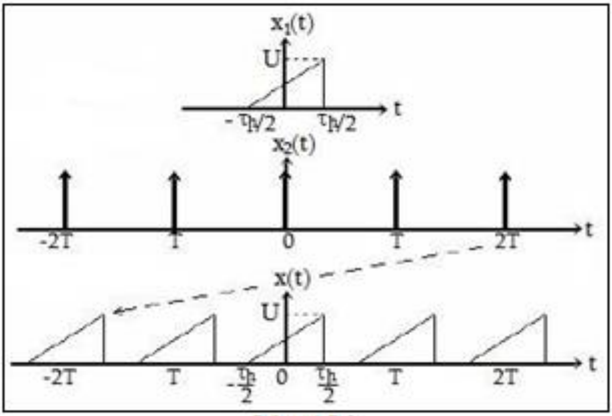


Խնդ.4.25

4.26. Լուծում. Դիցուկ՝ $x_1(t)$ միայնակ իմպուլս է (օրինակ՝ եռանկյուն իմպուլս), իսկ $x_2(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t+nT)$ ազդանշանը δ - ֆունկցիաների պարբերաբար կրկնվող հաջորդականությունն է, տե՛ս Խնդ. 4.26-ի նկարը: Այս դեպքում

$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) x_2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t+nT-\tau)\, dt =$$

$$= \sum_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)\delta[t-(\tau-nT)]\, dt = \sum_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau-nT):$$



Խնդ.4.26

Ստացված կոռելյացիոն ֆունկցիան պարբերաբար կրկնվող $x_1(t)$ ազդանշան է, այսինքն՝ ստացվել է $x(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} x_1\,(t - nT)$ պարբերական ազդանշան:
Այսպիսով, կարելի է անել այն հետևությունը, որ կամյական պարբերական ազդանշան է $x_1(t)$ միայնակ ազդանշանի և $x_2(t)$ ազդանշանի փոխկոռելյացիոն ֆունկցիան, եթե վերջինս δ-ֆունկցիաների պարբերաբար կրկնվող հաջորդականությունն է: Ստացված արդյունքը ներկայացված է Խնդ. 4. 26 նկարում:

5.1 $F(p) = \int_0^{\infty} \delta(t - t_0)e^{-pt}dt = e^{-pt_0}$, հետևաբար $\delta(t)$-ինը կլինի՝ $F(p) = 1$:

5.2. $F(p) = \int_0^{\infty} \sigma(t)e^{-pt}dt = -\frac{e^{-pt}}{p}\Big]_0^{\infty} = \frac{1}{p}$:

5.3. 1. $\frac{1}{p-a}$; **2.** $\frac{1}{p+a}$; **3.** $\frac{a}{p(p+a)}$; **4. կետի լուծումը.**

$F(p) = \int_0^{\infty} t^a e^{-pt}dt$, նշանակենք $pt = u$, կունենանք՝
$F(p) = \frac{1}{p^{a+1}}\int_0^{\infty} u^a e^{-u}du$: Օգտվելով գամա-ֆունկցիայի սահմանումից՝ $\Gamma(a) = \int_0^{\infty} e^{-u}u^{a-1}du$, կստանանք՝ $F(p) = \frac{\Gamma(a+1)}{p^{a+1}}$: Եթե a-ն ընդունում է ամբողջ արժեքներ՝ $a = n$, ապա $F(p) = \frac{n!}{p^{n+1}}$:

5.կետի լուծումը.

$F(p) = \int_0^\infty e^{p_0 t} e^{-pt} dt = \int_0^\infty e^{-(p-p_0)t} dt = \frac{e^{-(p-p_0)t}}{p-p_0}\Big]_0^\infty = \frac{1}{p-p_0}$,

երբ $t \geq 0$ և $Rep > p_0$

5.4. 1. Լուծում: $cosbt = \frac{1}{2}(e^{jbt} + e^{-jbt})$,

$$F(p) = \int_0^\infty cosbte^{-pt} dt = \frac{1}{2}\int_0^\infty (e^{jbt} + e^{-jbt})\, e^{-pt} dt =$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^\infty e^{-(p-jb)t} dt + \frac{1}{2}\int_0^\infty e^{-(p+jb)t} dt =$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{e^{-(p-jb)t}}{p-jb}\Big|_0^\infty - \frac{1}{2}\frac{e^{-(p+jb)t}}{p-jb}\Big|_0^\infty = \frac{1}{2}\frac{1}{p-jb} + \frac{1}{2}\frac{1}{p+jb} = \frac{p}{p^2+b^2}:$$

Նման հաշվարկներ կատարելով՝ մյուս օրինակների համար կստանանք հետևյալ պատասխանները՝

2. $\frac{pcos\varphi - bsin\varphi}{p^2+b^2}$; **3.** $\frac{b}{p^2-b^2}$; **4.** $\frac{psin\varphi + bcos\varphi}{p^2+b^2}$:

5.5. 1. $\frac{1}{8}\left(\frac{p}{p^2+16} - \frac{4p}{p^2+4} + \frac{3}{p}\right)$; **2.** $\frac{1}{32}\left(\frac{p}{p^2+36} + \frac{6p}{p^2+16} + \frac{15p}{p^2+4} + \frac{10}{p}\right)$:

5.6. Լուծում: ա) Նախ գրենք այդ ֆունկցիայի անալիտիկ տեսքը՝

$$x(t) = \begin{cases} 0, & \text{եթե } 0 < t < 2a, \\ 1, & \text{եթե } 2a < t < a+b, \\ -1, & \text{եթե } a+b < t < 2b, \\ 0, & \text{եթե } t > 2b: \end{cases}$$

Հետևաբար

$F(p) = \int_0^\infty x(t) e^{-pt} dt = \int_{2a}^{a+b} e^{-pt} dt - \int_{a+b}^{2b} e^{-pt} dt =$

$\frac{1}{p}\left(e^{-ap} - -e^{-bp}\right)^2$ **բ)** $F(p) = \frac{2}{p}\, e^{-ap}(1 + e^{-2ap})$:

5.7. ա) $\frac{1}{p}(1 + e^{-ap})(1 - e^{-2ap})$; **բ) Լուծում:**

$$F(p) = \int_0^a (\frac{b}{a}t + b)e^{-pt} dt = \frac{b}{a}\int_0^a te^{-pt} dt + b\int_0^a e^{-pt} dt =$$

$=\frac{b}{ap^2}(1 - e^{-ap}) + \frac{b}{p}(1 - 2e^{-ap})$:

5.8. ա) $x(t) = \begin{cases} -\frac{t}{a} + 1, & 0 < t < 2a, \\ 0, & t > 2a: \end{cases}$

$F(p) = \int_0^{2a}(-\frac{t}{a}+1)e^{-pt}dt = \frac{1}{p}(1+e^{-2ap}) - \frac{1}{ap^2}(1-e^{-2ap})$:

բ) $x(t) = \begin{cases} \frac{t}{a}, & 0 < t < a, \\ \frac{t-b}{a-b}, & a < t < b: \end{cases}$ $F(p) = \int_0^a \frac{t}{a}e^{-pt}dt + \int_a^b \frac{t-b}{a-b}e^{-pt}dt =$

$= \frac{1}{p^2}\left(\frac{1-e^{-ap}}{a} + \frac{e^{-ap}-e^{-bp}}{a-b}\right)$:

5.9. 1. $\frac{1}{(p+a)^2}$; **2.** $\frac{b}{(p+a)^2+b^2}$; **3.** $\frac{p^2-b^2}{(p^2+b^2)^2}$; **4.** $\frac{p^3}{p^4+4a^4}$; **5.** $\frac{a^2p}{p^4+4a^4}$; **6.** $\frac{p+a}{(p+a)^2+b^2}$:

5.10. 1. $\frac{pe^{-\frac{b}{a}p}}{p^2+a^2}$; **2.** $\frac{e^{-ap}}{(p-1)^2+1}$:

5.11. 1. Եթե $sin\omega t \div F(p)$, ապա $(sin\omega t)' \div pF(p), (sin\omega t)'' =$
$= -\omega^2 sin\omega t \div p^2F(p) - \omega$, հետևաբար
$-\omega^2F(p) = p^2F(p) - \omega, F(p) = \frac{\omega}{p^2+\omega^2}$:

2. Եթե $chbt \div F(p)$, ապա $(chbt)' \div pF(p) - 1$,
$(chbt)'' = b^2chbt \div p^2F(p) - p$, հետևաբար
$b^2F(p) = p^2F(p) - p, F(p) = \frac{p}{p^2-b^2}$:

3. Եթե $a^t \div F(p)$, ապա $(a^t)' = a^t lna \div pF(p) - 1$,
$lnaF(p) = pF(p) - 1$, հետևաբար $F(p) = \frac{1}{p-lna}$:

4. Եթե $e^{-at} \div F(p)$, ապա $(e^{-at})' = -ae^{-at} \div pF(p) - 1$,
Հետևաբար $-aF(p) = pF(p) - 1, F(p) = \frac{1}{p+a}$:

5.12. Լուծում: Սկզբում որոշենք միայն առաջին իմպուլսի պատկերը $F_0(p) = \int_0^a \frac{E}{a}te^{-pt}dt = \frac{E}{ap^2}[1-e^{-ap}(1+ap)]$: Ուշացման թեորեմի համաձայն՝ հաջորդ իմպուլսների պատկերների համար կունենանք՝ $F_k(p) = e^{-kTp}F_0(p)$: Օգտվելով գումարի թեորեմից, կրող ենք գրել՝

$$F(p) = \sum_{k=0}^{\infty} F_k(p) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-kTp} \cdot \frac{E}{ap^2}[1-e^{-p}(1+ap)] =$$

$= \frac{E}{ap^2}[1-e^{-ap}(1+ap)]\sum_{k=0}^{\infty} e^{-kTp}$: Հայտնի է, որ
$\sum_{k=0}^{\infty} e^{-kTp} = \frac{1}{1-e^{-Tp}}$, հետևաբար՝ $F(p) = \frac{E[1-e^{-ap}(1+ap)]}{ap^2(1-e^{-Tp})}$:

5.13. $F(p) = \frac{E(1-e^{-ap})}{p(1-e^{-Tp})}$:

5.14. 1. Լուծում: $e^{-at}sinbt \div \frac{b}{(p+a)^2+b^2}$;

$\frac{e^{-at}sinbt}{t} \div \int_p^\infty \frac{bdp}{(p+a)^2+b^2} = arc\,\mathrm{tg}\frac{p+a}{b}\Big|_p^\infty = \frac{\pi}{2} - arc\mathrm{tg}\frac{p+a}{b} = arc\mathrm{tg}\frac{b}{p+a}$:

2. $\frac{sint}{t} \div arc\mathrm{tg}\frac{1}{p}$: **3. Լուծում:** $\frac{\mathbf{1}- e^{-at}}{\boldsymbol{t}\, e^{bt}} = \frac{e^{-bt}-e^{-(b-a)t}}{\boldsymbol{t}}$,

$e^{-bt} - e^{-(b-a)t} \div \frac{1}{p+b} - \frac{1}{p+b-a}$, հետևաբար

$$F(p) = \int_0^\infty \left(\frac{1}{p+b} - \frac{1}{p+b-a}\right)dp = \lim_{A\to\infty}\int_0^A \left(\frac{1}{p+b} - \frac{1}{p+b-a}\right)dp =$$

$= ln\frac{p+b-a}{p+b}$: **4.** $F(p) = \frac{1}{2}ln\frac{p^2+a^2}{p^2+b^2}$:

5.15. Լուծում: Պատկերի ինտեգրման թեորեմից հայտնի է, որ

$\frac{f(t)}{t} \div \int_p^\infty F(p)dp$, իսկ բնօրինակի ինտեգրման թեորեմից ունենք՝

$\int_0^t \frac{f(t)}{t}dt \div \frac{1}{p}\int_p^\infty F(p)dp$, $\int_t^\infty \frac{f(t)}{t}dt \div \frac{1}{p}\int_0^p F(p)dp$:

1. Վերցնենք $f(t) = sint \div \frac{1}{p^2+1}$, կստանանք՝

$si(t) \div \frac{1}{p}\int_p^\infty \frac{dp}{p^2+1} = \frac{1}{p}\left(\frac{\pi}{2} - arctgp\right) = \frac{1}{p}arctg\frac{1}{p}$:

2.Վերցնենք $f(t) = cost \div \frac{p}{p^2+1}$, $ci(t) \div -\frac{1}{p}\int_0^p \frac{pdp}{p^2+1} =$

$= -\frac{1}{p}\left[\frac{1}{2}\ln(p^2+1)\right]_0^p = \frac{1}{p}ln\frac{1}{\sqrt{p^2+1}}$:

5.16. 1. Լուծում: $x(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty} F(p)e^{pt}dp = \frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}\frac{e^p e^{pt}}{e^p+1}dp$, ընդ որում՝ $Rep = a$ ուղիղն ընկած է $\frac{e^p}{e^p+1}$ ֆունկցիայի հատուկ կետերից աջ: Ենթադրելով $e^p = q$ ՝կունենանք $x(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_\Gamma \frac{q^t}{q+1}dq$, որտեղ Γ-ն շրջանագիծ է՝ $|q| = e^\alpha$, որի ներսում ինտեգրալատակ ֆունկցիան ունի մեկ հատուկ կետ՝ q=-1(պարզ բևեռ), հետևաբար՝

$x(t) = \mathrm{Res}\frac{q^t}{q+1}\Big|_{q=-1} = (-1)^t$: **2.** $4^{t-1} - 3^{t-1}$, $t > 1$:

3. Լուծում : $x(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty}\frac{pe^{pt}}{(P+a)^2}dp =$

$=\mathrm{Res}\frac{pe^{pt}}{(P+a)^2}\Big|_{p=-a} = \lim_{p\to-a}\frac{d}{dp}\left[\frac{(P+a)^2pe^{pt}}{(P+a)^2}\right] = \lim_{p\to-a}(pte^{pt}+e^{pt}) =$

$= (1-at)e^{-at}$:

4. $\frac{1}{a-b}\left(ae^{-at}-be^{-bt}\right)$: **5-ի լուծումը :** Օգտվենք (5.6) բանաձևից: Մեր դեպքում A(p)=1, $B(p)=(p+a)(p+b)$: Ուրեմն F(p) ֆունկցիայի բևեռները կլինեն՝ $p_1=-a, p_2=-b$;

$$B^{'}(p)=\frac{dB}{dp}=2p+a+b\text{:}\ B^{'}\left(p_1\right)=b-a\ , B^{'}\left(p_2\right)=a-b\text{:}$$

x(t)-ի համար կունենանք՝

$$x(t)=\frac{1}{b-a}e^{-at}+\frac{1}{a-b}e^{-bt}=\frac{1}{b-a}\left(e^{-at}-e^{-bt}\right)\text{:}$$

5.17. Լուծում: $F(p)=\frac{1}{p^2+1}\cdot\frac{p}{p^2+1}=F_1(p)F_2(p)\div x_1(t)*x_2(t)$;

$x_1(t)=sint, x_2(t)=cost, x(t)=x_1(t)*x_2(t)=$

$=\int_0^t x_1(\tau)x_2(t-\tau)d\tau, x(t)=\int_0^t sin\tau\cdot cos(t-\tau)d\tau=$

$=\int_0^t sin\tau(costcos\tau+sintsin\tau)d\tau=cost\int_0^t sin\tau cos\tau d\tau+$

$+sint\int_0^t sin^2\tau d\tau=\frac{1}{2}tsint$:

5.18. $x(t)=\frac{1}{b-a}\left(e^{-at}-e^{-bt}\right)$:

5.19. Լուծում : $\sigma(t)\div\frac{1}{p}$ և մեկ անգամ ինտեգրելուց հետո, ինտեգրման թեորեմի համաձայն՝ $\int_0^t\sigma(t)dt\div\frac{1}{p^2}$, (n-1) անգամ ինտեգրելուց հետո պատկերի համար կունենանք $\frac{1}{p^n}$, հետևաբար՝

$$\underbrace{\int_0^t dt\int_0^t dt\ldots\int_0^t\sigma(t)dt}_{n-1}=\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}\text{:}$$

5.20. Հայտնի է, որ $\lim_{t\to0}x(t)=\lim_{p\to\infty}pF(p)$; $\lim_{t\to\infty}x(t)=\lim_{p\to0}pF(p)$:

ա) Լուծում: $\lim_{t\to0}x(t)=\lim_{p\to\infty}\frac{p}{p+a}=1$; $\lim_{t\to\infty}x(t)=\lim_{p\to0}\frac{p}{p+a}=0$:

բ) $x(0)=0, x(\infty)=\frac{1}{a}$; **գ)** $x(0)=1, x(\infty)=\frac{b}{a}$:

5.21. ա) $K(p)=\frac{\alpha}{p+\alpha}$; **բ)** $K(p)=\frac{prC}{1+prC+p^2LC}$:

5.22. $K(p)=e^{-pt_0}$:

5.23. ա) $K(p)=\alpha_1p$; **բ)** $K(p)=\frac{\alpha_2}{p}$:

5.24. $\dot{K}(\omega)=ATe^{-j\omega T/2}\frac{\sin(\omega T/2)}{\omega T/2}$; $K(p)=\frac{A}{p}\left(1-e^{-Tp}\right)$:

5.25. Լուծում: $U_2 = U_1 \frac{\frac{(R+pL)pL}{R+2pL} \cdot pL}{\left[R+\frac{(R+pL)pL}{R+2pL}\right](R+2pL)}$, $K(p) = \frac{U_2}{U_1} =$

$= \frac{p^2L^2}{p^2L^2+3pLR+R^2}$ կամ $K(p) = \frac{p^2\tau^2}{p^2\tau^2+3p\tau+1} = \frac{p^2\tau^2}{\left(p+\frac{2{,}618}{\tau}\right)\left(p+\frac{0{,}382}{\tau}\right)}$, որտեղ $\tau = \frac{L}{R}$:

$h(t) \div \frac{K(p)}{p} = \frac{p\tau^2}{\left(p+\frac{2{,}618}{\tau}\right)\left(p+\frac{0{,}382}{\tau}\right)}$, անցնելով բնօրինակի, կստանանք՝

$h(t) = 1{,}17e^{-\frac{2{,}618t}{\tau}} - 0{,}17e^{-\frac{0{,}382t}{\tau}}$: Իմպուլսային բնութագիրը որոշելու համար օգտվենք հետևյալ կապից՝

$g(t) = h(0)\delta(t) + \frac{dh(t)}{dt}$, $g(t) = \delta(t) - \frac{3{,}063}{\tau}e^{-\frac{2{,}618}{\tau}} + \frac{0{,}065}{\tau}e^{-\frac{0{,}382t}{\tau}}$:

5.26. $K(p) = \frac{pRC-1}{pRC+1}$; $h(t) = 2e^{-t/RC} - 1$; $g(t) = \delta(t) - \frac{2}{RC}e^{-t/RC}$:

5.27. $h(t) = \frac{R_2}{R_2+R_1}e^{-t/\tau}$, **ա)** սխեմայի համար $\tau = (R_2 + R_1)C$;

բ) սխեմայի համար $\tau = \frac{L(R_2+R_1)}{R_2R_1}$:

5.28. $h(t) = \frac{R_2}{R_2+R_1}(1 + \frac{R_1}{R_2}e^{-t/\tau})$, **ա)** սխեմայի համար $\tau = \frac{L}{R_2+R_1}$;

բ) սխեմայի համար $\tau = \frac{R_2R_1}{R_2+R_1}C$:

5.29. $h(t) = 1 - \frac{R_1}{R_2+R_1}e^{-t/\tau}$, **ա)** սխեմայի համար $\tau = (R_2 + R_1)C$;

բ) սխեմայի համար $\tau = \frac{L(R_2+R_1)}{R_2R_1}$:

5.30. $h(t) = \frac{R_2}{R_2+R_1}(1 - e^{-t/\tau})$, **ա)** սխեմայի համար $\tau = L/(R_2 + R_1)$;

բ) սխեմայի համար $\tau = \frac{R_2R_1}{R_2+R_1}C$:

5.31. Լուծում: $I(p)(R + pL) = U(p)$, $U_L(p) = pLI(p)$, $U(p) = \frac{a}{p^2}$,

$U_L(p)\left(\frac{R}{pL} + 1\right) = \frac{a}{p^2}$, $U_L(p) = \frac{a}{p\left(p+\frac{R}{L}\right)}$; $U_L(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha-j\omega}^{\alpha+j\omega} U_L(p)e^{pt}dp =$

$$= \sum_{\substack{p_1=0,\\ p_2=-R/L}} Res\frac{ae^{pt}}{p(p+R/L)} = \frac{aL}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right):$$

5.32. $\frac{U_m}{R^2+\omega^2L^2}\left(Rcos\omega t + \omega Lsin\omega t - Re^{-\frac{Rt}{L}}\right)$:

5.33. $I(t)=\frac{E}{R-\alpha L}\left(e^{-\alpha t}-e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$, $U_R(t)=I(t)R$,

$U_L(t)=L\frac{dI(t)}{dt}=\frac{E}{R-\alpha L}\left(R\cdot e^{-\frac{Rt}{L}}-\alpha Le^{-\alpha t}\right)$:

5.34. Լուծում: Ուղղանկյուն իմպուլսը ներկայացնենք երկու լարման թռիչքների գումարի տեսքով՝ $\varepsilon(t)=U_0\sigma(t)-U_0\sigma(t-T)$, հետևաբար մուտքային լարման լապլասյան պատկերը կլինի՝ $\varepsilon(p)=\frac{U_0}{p}-\frac{U_0}{p}e^{-Tp}$: Այժմ գրենք շղթայի օպերատորական հավասարումը՝ $I(p)(R+pL)=\frac{U_0}{p}-\frac{U_0}{p}e^{-Tp}$, որտեղից $I(p)=\frac{U_0}{Lp(p+R/L)}-\frac{U_0e^{-Tp}}{Lp(p+R/L)}$: Անցնելով պատկերից բնօրինակի՝ կստանանք՝

$$I(t)=\begin{cases}\frac{U_0}{R}\left(1-e^{-\frac{Rt}{L}}\right), & 0\le t<T,\\ \frac{U_0}{R}\left(e^{\frac{RT}{L}}-1\right)e^{-\frac{Rt}{L}}, & t\ge T:\end{cases}$$

Լարումը կոճի վրա հավասար է՝ $U_L(t)=L\frac{dI(t)}{dt}$, հետևաբար անցումային ռեժիմում ինդուկտիվության վրա լարման համար կունենանք՝

$$U_L(t)=\begin{cases}U_0e^{-\frac{Rt}{L}}, & 0\le t<T,\\ -U_0\left(e^{\frac{RT}{L}}-1\right)e^{-\frac{Rt}{L}}, & t\ge T:\end{cases}$$

5.35. Լուծում: Ելնելով մուտքային լարման գրաֆիկից՝ կարող ենք գրել՝

$$U_1(t)=\begin{cases}\frac{U_0}{T}t, & 0<t<T,\\ U_0\left(2-\frac{t}{T}\right), & T<t<2T:\end{cases}$$

$$U_C(p)=K(p)U_1(p),\quad K(p)=\frac{1}{\tau\left(p+\frac{1}{\tau}\right)},\quad \tau=RC:$$

$$U_1(p)=\int_0^T\frac{U_0}{T}te^{-pt}dt+\int_T^{2T}U_0\left(2-\frac{t}{T}\right)e^{-pt}dt=\frac{U_0}{Tp^2}(1-e^{-Tp})^2;$$

$$U_C(p)=\frac{U_0\left(1-2e^{-Tp}+e^{-2Tp}\right)}{T\tau p^2\left(p+\frac{1}{\tau}\right)}=\frac{U_0}{T\tau}\left[\frac{1}{p^2\left(p+\frac{1}{\tau}\right)}-2e^{-Tp}\frac{1}{p^2\left(p+\frac{1}{\tau}\right)}+\right.$$

$$\left.+e^{-2Tp}\frac{1}{p^2\left(p+\frac{1}{\tau}\right)}\right]:$$

Օգտվելով գումարի և ուշացման թեորեմներից և հաշվի առնելով, որ

$$\frac{1}{p^2\left(p+\frac{1}{\tau}\right)} \div \left(\frac{t}{\tau}+e^{-t/\tau}-1\right)\tau^2,$$ կստանանք՝

$$U_C(t) = x(t) = \frac{U_0\tau}{T}\left(\frac{t}{\tau}+e^{-t/\tau}-1\right), \qquad 0 < t \le T:$$

$$U_C(t) = x(t) - 2x(t-T), \qquad T < t \le 2T:$$

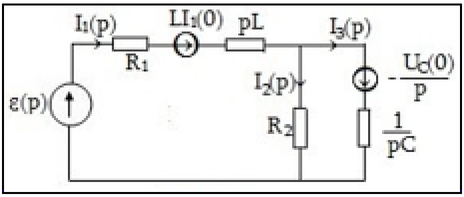
$$U_C(t) = x(t) - 2x(t-T) + x(t-2T), \qquad t > 2T:$$

5.36. $U_R(t) = \frac{UR}{\omega_1 L} e^{-\frac{1Rt}{2\,L}} sin\omega_1 t,\ \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}$:

5.37. $I(t) = e^{-5\cdot 10^3 t} sin 10^6 t$ մԱ, W_R =0,5նՋ :

5.38. $\left(R + pL + \frac{1}{pC}\right) I(p) = \frac{U}{p+\beta} - \frac{U_0}{p}$:

5.39. Լուծում: Շղթայի օպերատորական համարժեք տեղակալման սխեման կունենա Խնդ.5.39 նկարում բերված տեսքը:



Խնդ.5.39

Օգտվելով Կիրխհոֆի օրենքներից՝ շղթայի օպերատորական հավասարումների համակարգի համար կունենանք՝

$$\begin{cases} I_1(p) = I_2(p) + I_3(p), \\ (R_1 + pL)I_1(p) + R_2 I_2(p) = \varepsilon(p) + LI_1(0), \\ \frac{1}{pC} I_3(p) - R_2 I_2(p) = -\frac{U_C(0)}{p}: \end{cases}$$

Այս հավասարումների համակարգը լուծելով $I_3(p)$-ի նկատմամբ, կունենանք՝ $I_3(p) = pC\frac{\varepsilon(p)R_2 + R_2 LI_1(0) - (pL+R_1+R_2)\frac{U_C(0)}{p}}{p^2 LCR_2 + p(L+R_1R_2C) + R_1 + R_2}$:

5.40. $I_L(p) = \frac{1}{pL}\cdot\frac{\frac{\varepsilon(p)}{R}-\frac{I_0}{p}}{\frac{1}{R}+pC+\frac{1}{pL}} + \frac{I_0}{p}$:

5.41. $I(t) = 10^{-3}e^{-10^6 t}$Ա ; $U_C(t) = 5(2 - e^{-10^6 t})$Վ:

5.42. Լուծում: Ինդուկտիվության միջով հոսող հոսանքի և ունակության վրա լարման սկզբնական արժեքները համապատասխանաբար հավասար են՝

$$I_L(0) = \frac{U}{R_1+R_2} \text{ և } U_C(0) = \frac{R_2}{R_1+R_2}U:$$

Կիրխհոֆի երկրորդ օրենքի համաձայն՝ պատկերների նկատմամբ օպերատորական հավասարումները կունենան հետևյալ տեսքը՝

$$I_2(p)(R_2 + pL) = \frac{U}{p} + LI_L(0);\ I_3(p)\left(R_3 + \frac{1}{pC}\right) = \frac{U}{p} - \frac{U_C(0)}{p},$$

այս հավասարումներից կունենանք՝

$$I_2(p) = \frac{\frac{U}{L} + pI_L(0)}{p(p + R_2/L)} \text{ և } I_3(p) = \frac{U - U_C(0)}{R_3(p + \frac{1}{R_3C})}:$$

Պատկերներից անցնելով բնօրինակների՝ կունենանք՝

$$I_2(t) = \frac{U}{R_2}\left(1 - e^{-\frac{R_2}{L}t}\right) + I_L(0)e^{-\frac{R_2}{L}t} = \frac{U}{R_2}\left(1 - \frac{R_1}{R_1+R_2}e^{-\frac{R_2}{L}t}\right);$$

$$I_3(t) = \frac{U - U_C(0)}{R_3}e^{-\frac{t}{R_3C}} = \frac{UR_1}{R_3(R_1+R_2)}e^{-\frac{t}{R_3C}}, \quad I_1(t) = I_2(t) + I_3(t):$$

5.43. Լուծում: Գրենք $\varepsilon(t)$ իմպուլսի անալիտիկ տեսքը՝

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} \frac{t}{T}, & 0 \le t \le T, \\ -\frac{1}{T}(t - 2T), & T \le t \le 2T, \\ 0, & t \ge 2T: \end{cases}$$

Օգտվելով Դյուամելի ինտեգրալից՝ կարող ենք գրել՝

$$U_R(t) = \varepsilon(0)h(t) + \int_0^t \varepsilon'(\theta)h(t-\theta)d\theta,\ \varepsilon(0) = 0,\ h(t) = e^{-\frac{t}{RC}},$$

$$I(t) = \frac{U_R(t)}{R},\ I(t) = \frac{1}{R}\int_0^{2T} \varepsilon'(\theta)h(t-\theta)d\theta\ ;$$

$$I(t) = \frac{1}{R}\int_0^T \frac{1}{T}e^{-\frac{t-\theta}{RC}}d\theta - \frac{1}{R}\int_T^{2T}\frac{1}{T}e^{-\frac{t-\theta}{RC}}d\theta = -\frac{C}{T}e^{-\frac{t}{RC}}\left(1 - e^{\frac{T}{RC}}\right)^2,\ t > 2T:$$

5.44. $I(t) = 0{,}2\left(e^{-500t} - e^{-10^3 t}\right)$Ա:

5.45. Լուծում: $U_R(t) = \varepsilon(0)h(t) + \int_0^t \varepsilon'(\theta)h(t-\theta)d\theta, \quad I(t) = \frac{U_R(t)}{R},$

$h(t) = 1 - e^{-\frac{R}{L}t}$, $h(0) = 0$:

1. $t_1 < t < t_2$ դեպքում՝

$I(t)=\frac{1}{L}\int_0^{t_1}e^{-\frac{R}{L}(t-\theta)}\,d\theta+\frac{2}{L}\int_{t_1}^{t}e^{-\frac{R}{L}(t-\theta)}\,d\theta=\frac{1}{R}\left[2-e^{-\frac{R}{L}t}(1+e^{\frac{R}{L}t_1})\right]$:

2. $t>t_2$ դեպքում՝

$I(t)=\frac{1}{L}\int_0^{t_1}e^{-\frac{R}{L}(t-\theta)}\,d\theta+\frac{2}{L}\int_{t_1}^{t_2}e^{-\frac{R}{L}(t-\theta)}\,d\theta=\frac{1}{R}e^{-\frac{R}{L}t}\left(2e^{\frac{R}{L}t_2}-e^{\frac{R}{L}t_1}-1\right)$:

5.46. $\frac{U}{1-\alpha\tau}\left(e^{-\alpha t}-e^{-\frac{t}{\tau}}\right),\ \tau=L/R$:

5.47. $1{,}11\left(e^{-10^3t}-e^{-10^4t}\right)$ Ա:

5.48. Լուծում: $U_L(t)=U(0)h_L(t)+\int_0^t U'(\theta)h_L(t-\theta)d\theta,\ U(0)=0,$

$U'(\theta)=k,\ h_L(t)\div\frac{K_L(p)}{p}=\frac{p}{p^2+\omega_0^2},\ \ \omega_0^2=\frac{1}{LC},\quad h_L(t)=cos\omega_0 t,$

$h_L(t-\theta)=cos\omega_0(t-\theta),$

$U_L(t)=\int_0^t kcos\omega_0(t-\theta)d\theta=\frac{k}{\omega_0}sin\omega_0 t,\quad t\geq 0$:

$U_C(t)=U(t)-U_L(t)=kt-\frac{k}{\omega_0}sin\omega_0 t,\qquad t\geq 0$:

6.1. Լուծում: $t=NT$ ժամանակ անց լայնույթը կլինի՝ $I_m(NT)=I_0e^{-\alpha NT}$:

Այստեղից $\frac{I_0}{I_m(NT)}=e^{\alpha NT}=n$, որտեղից

$N=\frac{\ln n}{\alpha T}$: $Q=\frac{\rho}{R}=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{\omega L}{R}=\frac{\omega}{2\alpha}=\frac{\pi}{\alpha T}$, հետևաբար $N=\frac{Q}{\pi}\ln n$:

6.2. Q = 23,9: Օգտվել նախորդ խնդրի լուծումից:

6.3. Կոնտուրի մարման լոգարիթմական դեկրեմենտը՝

$\delta=ln\frac{I_m(t))}{I_m(t+T)}=\alpha T$, իսկ 6.1 խնդրից ունենք

$N=\frac{\ln n}{\delta}=\frac{ln100}{0{,}02}=100ln10=230$:

6.4. 157, 3,4 Օհմ:

6.5. $Q=\frac{\omega_0}{2\Delta\omega_{թ}}=\frac{\pi}{\delta}$, որտեղ $2\Delta\omega_{թ}$ –ը թողարկման շերտն է: Հետևաբար՝

$f_0=\frac{2\Delta f_{թ}}{\delta}=\frac{1{,}6\cdot 10^6\cdot 3{,}14}{0{,}05}=100$ ՄՀց:

6.6. $X_L\cdot X_C=\frac{L}{C}=\rho^2,\ Q=\frac{\rho}{R}=\frac{\sqrt{220\cdot 178}}{4}=49{,}5$:

6.7. 11,1 պՖ; 200մ; 94Վ; 555,5վ ; 0,0167; 5,32·10⁻³; 188: Նկատի ունեցեք, որ կոնտուրի մարումը՝ $d = \frac{2\alpha}{\omega_0} = \frac{R}{L\omega_0} = \frac{R}{\sqrt{L/C}}$, իսկ $Q = 1/d$:

6.8. 49,2 մԱ; 43,5Վ; $\pm 10^0$; $-80^0(-100^0)$:

6.9. 191 մկՀՆ; 530պՖ; 0,1Ա; 60Վ; 0,4Վ:

6.10. 319 մկՀն; 319պՖ; 600մ:

6.11. 3 ՄՀց; 81պՖ; 659 Օhմ; 38մԱ:

6.12. Լուծում: Խնդ.6.12 **ա)** նկարում բերված սխեմաների համարժեքությունից կարող ենք գրել՝

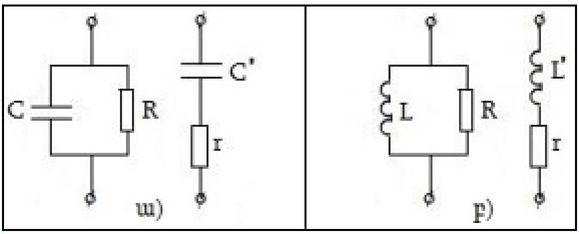
$$r + \frac{1}{j\omega_0 C'} = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega_0 C}}{R + \frac{1}{j\omega_0 C}}; \frac{1}{\omega_0 C} = \rho,\ r = \frac{R}{1 + \frac{R^2}{\rho^2}} \approx \frac{\rho^2}{R^2},\ \frac{R}{\rho} \gg 1,$$

$$C' = C\left(1 + \frac{\rho^2}{R^2}\right) \approx C:$$

բ) սխեմաների համարժեքությունից կունենանք՝

$$\frac{j\omega_0 LR}{R + j\omega_0 L} = r + j\omega_0 L',$$

$$\omega_0 L = \rho, \quad r = \frac{\rho^2 R}{R^2 + \frac{\rho^2}{R^2}} \approx \frac{R}{1 + \frac{R^2}{\rho^2}} \approx \frac{\rho^2}{R}, \quad \frac{R}{\rho} \gg 1, \quad L' = \frac{LR^2}{R^2 + \rho^2} = \frac{L}{1 + \frac{R^2}{\rho^2}} \approx L:$$



Խնդ.6.12

6.13 /վ:

6.14. 20; 39,8 Օhմ:

6.15. 4 Օhմ; 9,1մկՀն; 57 պՖ:

6.16. Լուծում: $Q = \frac{\rho}{r}, r = r_L + r_C, \quad \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}, Q = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$:

$$Q = \frac{\sqrt{L/C},}{r_L + r_C}, \quad tg\delta = \omega_0 r_C C = \frac{r_C}{\rho}, \quad r_C = \sqrt{\frac{L}{C tg\delta}} = 10 \text{ Օhմ};$$

$\rho = 1000$ Օhմ; $Q = 50$; $\omega_0 = 25 \cdot 10^5$ռադ/վ; $2\Delta\omega = 5 \cdot 10^4$ ռադ/վ:

6.17. 47,2կՕմ:

6.18. 100; 92,6; 70,7; 38,5:

6.19. 10 Օհմ; 1Վ:

6.20. Լուծում. ա) $Q = \frac{f_0}{2\Delta f} = 30$; $R = \frac{\rho}{Q} = \frac{1}{2\pi f_0 CQ} = 8{,}84$ Օհմ;

$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^2+d^2}}$, $A_{մաք} = \frac{1}{d} = Q$, $\varepsilon = \frac{2\Delta f}{f_0} = \frac{1}{Q}$, $\frac{A_{մաք}}{A(\omega)} = \frac{\sqrt{\varepsilon^2+d_1^2}}{d_1} = 1{,}25$,
$\varepsilon^2 + d_1^2 = 1{,}25^2 d_1^2$, $0{,}75 d_1 = \varepsilon$; $Q_1 = \frac{1}{d_1} = \frac{0{,}75}{\varepsilon} = 0{,}75Q$, այսինքն՝

բարորակությունը պետք է փոքրացնել 25%-ով: **բ)** $\frac{A_{մաք}}{A(\omega)} = \frac{\sqrt{\varepsilon^2+d_2^2}}{d_2} = 2$;
$\varepsilon^2 + d_2^2 = 4d_2^2$, $\sqrt{3}d_2 = \varepsilon = \frac{1}{Q}$, $Q_2 = \frac{1}{d_2} = \sqrt{3}Q$, այսինքն՝ բարորա-

կությունը պետք է մեծացնել $\sqrt{3}$ անգամ:

6.21. Լուծում: $\omega_0 = \frac{\rho}{L}$, $\rho = QR$, $\omega_0 = \frac{QR}{L}$, $\rho = 250$ Օհմ:
$\nu = \frac{\Delta C}{C+\Delta C}$, $\Delta C \ll C$, $\nu \approx \frac{\Delta C}{C}$, $C = \frac{\Delta C}{\nu}$, $C = 2000$ պՖ;
$L = \rho^2 C = 125$մկՀն; $\omega_0 = 2\cdot 10^6$ ռադ/վ:

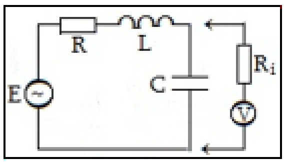
6.22. 167; 10Վ; 10Վ; 7,07Վ:

6.23. Տե՛ս Խնդ.6.23-ի նկարը: $Q_0 = \frac{U_{0m}}{E_m} = 100$;

$Q_0 = \frac{\rho}{R}$, $\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = Q_0 R$:

$U_{1m} = K_1 E_m$, $\dot{K}_1(\omega) = \frac{R_մ}{R+j\left(Q_0R+\frac{R_մ}{Q_0}\right)}$;

$K_1 = |\dot{K}_1(\omega)| = \frac{R_մ Q_0}{\sqrt{R^2Q_0^2+\left(Q_0^2R+R_մ\right)^2}} = 33{,}3$,



Խնդ.6.23

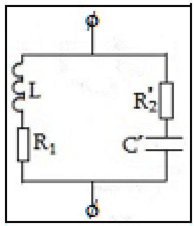
$U_{1m} = 33{,}3$ Վ:

6.24. 100 կՕմ; 35,3 կՕմ; 55,6 կՕմ; 40,2 կՕմ; 70 կՕմ:

6.25. $-j\frac{n}{n^2-1}\sqrt{\frac{L}{C}}$:

6.26. 10^4 ռադ/վ; 66,7 կՕմ; -94,6 կՕմ:

6.27. Ցուցում: Նկ. 6.14-ում պատկերված սխեման ներկայացնենք համարժեք տեսքով (տե՛ս Խնդ. 6.27-ի նկարը):



Խնդ.6.27

$R_2^{'} = \frac{\rho^2}{R_2}$, $C^{'} = C$ (տե՛ս 6.12. խնդրի լուծումը),

$\rho = \sqrt{L/C} = 300$ Օհմ, $R_{oe} = \frac{\rho^2}{R_1 + R_2^{'}}$,

$R_2^{'} = 3$ Օհմ; $R_{oe} = 15$կՕմ:

6.28. 37,4մկՀն; 62; 4,5մԱ:

6.29. 20; $5 \cdot 10^4$ ռադ/վ:

6.30. 227մՎտ:

6.31.Ցուցում: $Z_{0e} = p^2 \rho Q = p^2 \frac{\rho^2}{R} = p^2 \frac{L}{RC}$, որտեղ

$p = \frac{C_2}{C_1 + C_2}$ միացման գործակիցն է, $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$,

$Z_{0e} = \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right)^2 \cdot \frac{1}{R\omega_0^2 C^2} = \frac{1}{R\omega_0^2 C_1^2}$, $\quad \omega_0 = \frac{2\pi c}{\lambda} = 2 \cdot 10^7$ ռադ/վ;

$C_1 = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{Z_{0e} R}} = 10^{-10}$Ֆ, $\quad L = \frac{1}{\omega_0^2 C} = 31,25$ մկՀն:

6.32. 20 կՕմ; 200 Վ:

6.33. Ցուցում: $Q_h = \frac{Q}{1 + \frac{R_{oe}}{R_i}}$; $\quad R_{oe} = \frac{x_1^2}{r} = \frac{x_2^2}{r}$, $\begin{cases} x_1 = \omega_n L_1, \\ x_2 = \omega_n L_2 - \frac{1}{\omega_n C}, \\ r = r_1 + r_2: \end{cases}$ $R_{0e} =$

$= p^2 \rho Q$, $p = \frac{L_1}{L_1 + L_2}$, $\rho = \frac{1}{\omega_n C} = 2$կՕմ, $L_1 + L_2 = \frac{\rho}{\omega_n} = 2$մՀն;

$p = 0,25$; $R_{0e} = 12,5$կՕմ; $Q_h = 88,9$; $2\Delta\omega = \frac{\omega_n}{Q_h} = 11250$ ռադ/վ:

6.34. $L_1 = 56,8$ մկՀն; $L_2 = 44,6$ մկՀն; $r = 5,1$կՕմ:

6.35. Լուծում: Զուգահեռ կոնտուրի ռեզոնանսի պայմանն է՝

$x_1 + x_2 = 0$,

$\omega_0 L_1 - \frac{1}{\omega_0 C_1} + \omega_0 L_2 - \frac{1}{\omega_0 C_2} = 0$; $\omega_0 (L_1 + L_2) = \frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}$;

$L = L_1 + L_2 =9$ մկՀն; $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 30,8$ պՖ;

$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 9,57$ՄՀց; $Q = \frac{\sqrt{L/C}}{r}$, որտեղ $r = r_1 + r_2 = 6$ Օհմ;

$Q = 90$; $R_{0e} = \frac{x_1^2}{r} = \frac{x_2^2}{r} = 660$ Օհմ:

6.36. Լուծում: $\mathrm{I(t) = I_0 + I_{1m}cos\omega_n t + I_{2m}cos2\omega_n t + I_{3m}cos3\omega_n t}$;

$U = U_0 + U_{1m}\cos(\omega_n t + \varphi_1) + U_{2m}\cos(2\omega_n t + \varphi_2) + U_{3m}\cos(3\omega_n t + \varphi_3)$;

$U_0 = I_0 r = 0{,}5$Վ; $\omega = \omega_n$;

$U_{1m} = I_{1m}R_{0e}$; $R_{0e} = \frac{1}{rC} = 50$կՕմ; $\varphi_1 = 0$; $U_{1m} = 100$Վ:

$\omega = n\omega_n$; $\dot{Z}_{oe} = -j\rho\frac{n}{n^2-1}$ (տե՛ս 6,25 խնդրի պատասխանը), $n = 2$,

$\dot{Z}_{oe} = -j\frac{1000}{3} = \frac{1000}{3}e^{-\frac{j\pi}{2}}$Օհմ; $\varphi_2 = -\frac{\pi}{2}$; $U_{2m} = I_{2m}|\dot{Z}_{oe}| = 16{,}7$Վ:

$n = 3$, $\dot{Z}_{oe} = -j\frac{375}{2} = \frac{375}{2}e^{-\frac{j\pi}{2}}$ Օհմ; $\varphi_3 = -\frac{\pi}{2}$;

$U_{3m} = I_{3m}|\dot{Z}_{oe}| = 1{,}87$Վ: Այսպիսով՝

$U = 0{,}5 + 100cos\omega_n t + 16{,}7\cos\left(2\omega_n t - \frac{\pi}{2}\right) + 1{,}87\cos(3\omega_n t - \pi/2)$Վ:

6.37. $(1-\mathrm{k}^2)\frac{\mathrm{d^4I_1}}{\mathrm{dt^4}} + \left(\frac{R_1}{L_1} + \frac{R_2}{L_2}\right)\frac{\mathrm{d^3I_1}}{\mathrm{dt^3}} + \left(\frac{R_1R_2}{L_1L_2} + \frac{1}{L_1C_1} + \frac{1}{L_2C_2}\right)\frac{\mathrm{d^2I_1}}{\mathrm{dt^2}} +$

$+\frac{1}{L_1L_2}\left(\frac{R_1}{C_2} + \frac{R_2}{C_1}\right)\frac{d\mathrm{I_1}}{dt} + \frac{1}{L_1C_1L_2C_2}\mathrm{I_1} = \frac{1}{L_1}\frac{\mathrm{d^3\varepsilon}}{\mathrm{dt^3}} + \frac{R_2}{L_1L_2}\frac{\mathrm{d^2\varepsilon}}{\mathrm{dt^2}} + \frac{1}{L_1L_2C_2}\frac{d\varepsilon}{dt}$,

որտեղ $k = \frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}$:

6.38. Լուծում: Օգտվելով Կիրխիոֆի օրենքներից՝ հոսանքների համար կազմենք հավասարումների համակարգ.

(1) $I = I_1 + I_2$; **(2)** $IR + U_1 = \varepsilon$; **(3)** $L_1\frac{dI_2}{dt} - U_1 = M\frac{dI_3}{dt}$;

(4) $L_2\frac{dI_3}{dt} + U_2 = M\frac{dI_2}{dt}$, իսկ $q_1 = C_1U_1$ և $q_2 = C_2U_2$ առնչություններից կունենանք՝ $I_1 = C_1\frac{dU_1}{dt}$; $I_3 = C_2\frac{dU_2}{dt}$:

(3) և (4) հավասարումներից գտնում ենք՝ $\frac{dI_2}{dt} = \frac{L_2U_1 - MU_2}{L_1L_2(1-\mathrm{k}^2)}$, որտեղ $k = \frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}$: Տեղադրելով I_1 և I_2 արտահայտությունները **(2)** հավասարման մեջ և կատարելով որոշ ձևափոխություններ՝ կստանանք՝

$$\frac{d^2U_1}{dt^2} + \frac{1}{RC_1}\frac{dU_1}{dt} + \frac{1}{L_1C_1(1-\mathrm{k}^2)}U_1 - \frac{\mathrm{k}^2}{MC_1(1-\mathrm{k}^2)}U_2 = \frac{1}{RC_1}\frac{d\varepsilon}{dt}: \qquad \textbf{(I)}$$

Այնուհետև I_2 և I_3 արտահայտությունները տեղադրելով **(4)**-ի մեջ, կստանանք՝

$$\frac{d^2U_2}{dt^2} + \frac{1}{L_2C_2(1-k^2)}U_2 - \frac{k^2}{MC_2(1-k^2)}U_1 = 0: \qquad \text{(II)}$$

(I) և (II) դիֆերենցիալ հավասարումները միասին կազմում են այն համակարգը, որը թույլ կտա որոշելու U_1 և U_2 լարումները:

6.39. Լուծում: Կիրխհոֆի երկրորդ օրենքի համաձայն՝ կարող ենք գրել՝ $\begin{cases} L_1\frac{dI_1}{dt} - U_1 = M\frac{dI_2}{dt}, \\ L_2\frac{dI_2}{dt} + U_2 = M\frac{dI_1}{dt}: \end{cases}$ Այս հավասարումների համակարգը լուծելով I_1-ի և I_2-ի նկատմամբ՝ կստանանք՝

$$I_1 = \frac{1}{L_1L_2-M^2}\left(L_2\int_0^t U_1dt - M\int_0^t U_2dt\right);$$

$$I_2 = \frac{1}{L_1L_2-M^2}\left(M\int_0^t U_1dt - L_1\int_0^t U_2dt\right):$$

6.40. $C_կ = 450$ պՖ:

6.41. Լուծում: Լրիվ ռեզոնանսի դեպքում $\omega = \omega_0$, $k = \sqrt{d_1d_2}$, $X_կ = \sqrt{R_1R_2}$: $X_կ = 4$ Օհմ, $X_կ = \frac{1}{C_կ\omega_0}$, $C_կ = \frac{1}{2\pi f_0 X_կ} = 1325$պՖ,

$C = C_{առ} = C_{երկ} = \frac{C_1C_կ}{C_1+C_կ} = 35$ պՖ, $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$,

$L = L_1 = L_2 = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C} = 0{,}79$մկՀն, $k = d = \frac{R}{\rho}$,

$\rho = \sqrt{L/C} = 150$ Օհմ, $k = 0{,}0266$, $I_{1m} = I_{2m} = \frac{E_m}{2R} = 0{,}625$Ա:

6.42. Լուծում: Երկրորդ մասնակի ռեզոնանսի պայմանն է՝

$x_2 + x'_{նմ} = 0$, որտեղ $x'_{նմ} = -\frac{x_կ^2}{Z_1^2}x_1$: $L_{առ} = L_1 + L_կ = 20$մկՀն;

$L_{երկ} = L_2 + L_կ = 25$մկՀն; $x_1 = 2\pi f L_{առ} - \frac{1}{2\pi f C_1}$;

$x_2 = 2\pi f L_{երկ} - \frac{1}{2\pi f C_2}$; $x_կ = 2\pi f L_կ$; $f = \frac{v}{\lambda} = 5$ՄՀց:

$2\pi f L_{երկ} - \frac{1}{2\pi f C_2} - \frac{4\pi^2 f^2 L_կ^2}{R_1^2 + \left(2\pi f L_{առ} - \frac{1}{2\pi f C_1}\right)^2}\left(2\pi f L_{առ} - \frac{1}{2\pi f C_1}\right) = 0$, այս պայմանից կորոշենք C_2-ը՝ $C_2 = 28{,}1$ պՖ:

6.43. $L_1 = L_2 = 34{,}3$ մկՀն, $L_կ = 0{,}7$ մկՀն; $\eta_x = 80{,}7\%$:

6.44. 11,2 մԱ; 47,2մԱ; 27,8 Վ:

6.45. $L_1 = L_2 = 5{,}67$ մկՀն, $M = 0{,}057$մկՀն, $I_{1m} = I_{2m} = 566$ մԱ,

$U_{2m} = 300$Վ, $K = 50$:

6.46. 578 պՖ (1490 պՖ):

6.47. 2,5 Ա; 2,5 Ա; 967,5 Վ; 20,5 ՄՀց; 20,73 ՄՀց:

6.48. Լուծում: $P_2 = \frac{I_{2m}^2}{2} R_2$; $\eta = \frac{P_2}{P} 100\%$; $P = \frac{I_{1m}^2}{2}(R_1 + R_{\text{նմ}}) = \frac{E_m^2}{2(R_1 + R_{\text{նմ}})}$;

$R_{\text{նմ}} = \frac{\omega_0^2 M^2}{R_2^2 + x_1^2} R_2$: Ըստ խնդրի պայմանի՝ $x_1 = x_2 = 0$ $(\omega_1 = \omega_2 = \omega_0)$,

$R_{\text{նմ}} = 40$ Օհմ, $R_h = R_1 + R_{\text{նմ}} = 60$ Օհմ, $I_{1m} = \frac{E_m}{R_h} = \frac{1}{6}$Ա;

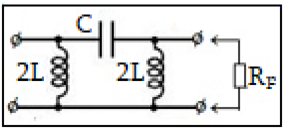
$I_{2m} = \frac{\omega_0 M}{R_2} I_{1m} = \frac{1}{3}$Ա; $P_2 = 556$մՎտ; $P = 5/6$Վտ; $\eta = 67\%$:

6.49. Լուծում: Օպտիմալ ռեզոնանսի պայմանն է՝ $R_1 = R_{\text{նմ}}$;

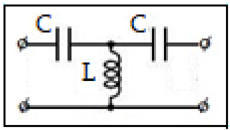
$$x_1 + x_{\text{նմ}} = 0:\ R_1 = \frac{\omega^2 M^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} R_2;\ \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{\omega^2 M^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} \omega L_2 = 0;$$

$$M = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{R_1(R_2^2 + \omega^2 L_2^2)}{R_2}} = 141 \text{ մկՀն};\ C_1 = \frac{1}{\omega^2 L\left(1 - \frac{\omega^2 M^2}{R_2^2 + \omega^2 L^2}\right)} = 1010 \text{ պՖ}:$$

7.1. Լուծում: Հաշվենք զտիչի ինդուկտիվությունը և ունակությունը՝ $L = \frac{R_F}{\pi f_u} = 0{,}053$ Հն=53 մՀն, $C = \frac{1}{\pi f_u R_F} = 0{,}212$ մկՖ: T-տիպի բջիջը



Խնդ.7.4



Խնդ.7.6

պարունակում է երկու ինդուկտիվություն (26,5մՀն) և մեկ ունակություն (0,212մկՖ), իսկ Π-բջիջը՝ մեկ ինդուկտիվություն (26,5մՀն) և երկու ունակություն, յուրաքանչյուրը՝ 0,106 մկՖ:

7.2. $L_1 = 0{,}32$ Հն; $C_1 = 159$ պՖ; $L_2 = 0{,}64$ Հն; $C_2 = 79{,}5$ պՖ:

7.3. 41,5 մՀն, 2,3 կՀց:

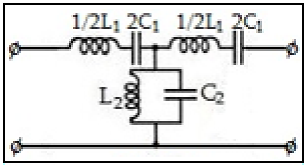
7.4. Լուծում: $R_F = \sqrt{L/C}$, $2L = L_1$, $L = \frac{L_1}{2} = 10$մՀն, $f_u = \frac{1}{4\pi\sqrt{LC}} = 9$կՀց,

$R_F = 1{,}1$կՕմ:

7.5. 7,96 մՀն; 7960 պՖ:

7.6. T-աձև բջիջը պարունակում է յուրաքանչյուրը 66 պՖ երկու ունակություն և 21,2 մՀն մեկ ինդուկտիվություն (տե՛ս Խնդ. 7.6 նկարը), իսկ Π-աձև բջիջը՝ 32 նՖ մեկ ունակություն և երկու ինդուկտիվություն (տե՛ս 7.4 խնդրի նկարը):

7.7. Ցուցում: Տե՛ս Խնդ. 7.7 նկարը.



Խնդ.7.7

$f_0^2 = f_{ա1} f_{ա2} = 120$ կՀց^2,

$L_1 = \frac{R_F}{\pi(f_{ա2} - f_{ա1})} = 47{,}8$ մՀն;

$L_2 = \frac{R_F(f_{ա2} - f_{ա1})}{4\pi f_0^2} = 398$ մկՀն;

$C_1 = \frac{f_{ա2} - f_{ա1}}{4\pi f_0^2 R_F} = 4{,}42$ նՖ; $C_2 = \frac{1}{\pi(f_{ա2} - f_{ա1}) R_F} = 531$ նՖ:

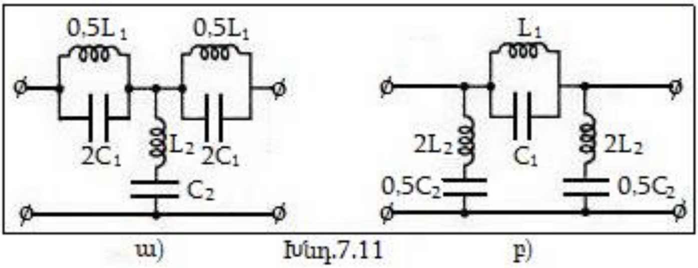
7.8. $L_1 = 3{,}19$ մՀն; $L_2 = 392$ մկՀն; $C_1 = 62{,}8$ պՖ; $C_2 = 5095$ պՖ:

7.9. $L_1 = 32$ մՀն; $L_2 = 3{,}64$ մկՀն; $C_1 = 364$ պՖ; $C_2 = 32$ նՖ:

7.10. $L_1 = 5{,}3$ մՀն; $L_2 = 207$ մՀն; $C_1 = 1{,}22$ նՖ; $C_2 = 31{,}4$ պՖ:

7.11. Լուծում. Տես Խնդ.7.11-ի նկարը. $R_F = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_2}} = 5$ կՕմ,

$$L_2 = \frac{R_F}{4\pi(f_{ա2} - f_{ա1})} = 39{,}8\text{մՀն}; \quad C_1 = \frac{1}{4\pi(f_{ա2} - f_{ա1}) R_F} = 1{,}6\text{նՖ}:$$



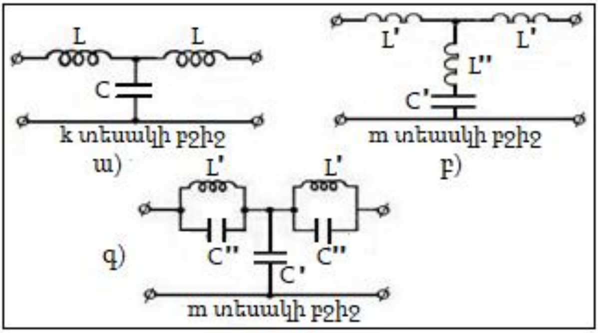
Խնդ.7.11

Փակոցային զտիչի T- և Π-աձև բջիջները պատկերած են նկարներում՝

1. T-աձև բջիջը հաջորդական թևերում պարունակում է յուրաքանչյուրը 12,5 մՀն երկու ինդուկտիվություն և յուրաքանչյուրը 3,2 նՖ երկու ունակություն, իսկ զուգահեռ թևում՝ մեկ 39,8 մՀն ինդուկտիվություն և մեկ 1000 պՖ ունակություն:

2. Π-աձև բջիջը հաջորդական թևում պարունակում է մեկ 25 մՀն ինդուկտիվություն և մեկ 1,6 նՖ ունակություն, իսկ զուգահեռ թևերում՝ յուրաքանչյուրը 79,6մՀն երկու ինդուկտիվություն և յուրաքանչյուրը 500պՖ երկու ունակություն:

7.12. Լուծում : „k" տեսակի ստորին հաճախությունների զտիչի T-աձևբջջից կարելի է անցնել „m" տեսակի զտիչի երկու սխեմաների



Խնդ.7.12

(տե՛ս Խնդ.7.12բ,գ): Որոշենք նկարում բերված „m" տեսակի զտիչների պարամետրերը՝ $L^{'} = mL = 72$ մՀն; $C^{'} = mC = 0{,}072$մկՖ;

$L^{''} = \frac{1-m^2}{2m} L = 64$ մՀն; $C^{''} = \frac{1-m^2}{2m} C = 0{,}064$մկՖ:

7.13. 0,35մ կՀն/մ; 71,4պՖ/մ:

7.14. 0,3125 մկՀն/մ:

7.15. 1. չի կարելի; **2.** կարելի է:

7.16. 640 Օհմ; 40 Օհմ:

7.17. Լուծում: l_2 երկարության գծի մուտքային դիմադրությունը կլինի՝

$$\dot{Z}_1^{'} = R_2 \frac{1+j\frac{\rho_2}{R_2} tgkl_2}{1+j\frac{R_2}{\rho_2} tgkl_2}, kl_2 = 1{,}5\pi, tg1{,}5\pi \to \infty,$$

հետևաբար $\dot{Z}_1^{'} = \frac{\rho_2^2}{R_2} = 400$ Օհմ: $\dot{Z}_1^{'}$ և R_1 դիմադրությունները միացած են զուգահեռ և հանդիսանում են l_1 երկարության գծի բեռը՝ $Z_2 = \frac{\dot{Z}_1^{'} R_1}{\dot{Z}_1^{'} + R_1} = 133$ Օհմ: Ամբողջ շղթայի մուտքային դիմադրությունը կլինի՝ $\dot{Z}_1 = \dot{Z}_2 \frac{1 + j\frac{\rho_1}{Z_2} tgkl_1}{1 + j\frac{Z_2}{\rho_1} tgkl_1}$, $kl_1 = \pi$, $tg\pi = 0$, հետևաբար՝ $Z_1 = Z_2 = 133$ Օհմ:

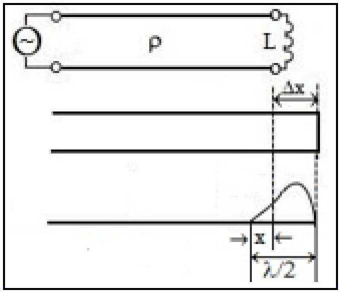
7.18. –j100 Օհմ; -j 57,74 Օհմ; 0; j 57,74 Օհմ; ∞ :

7.19. 75 Օհմ; $l = \left(0{,}2 + \frac{n}{2}\right)\lambda$, $n = 0,\ 1,\ 2, \ldots$:

7.20. 2747+j1366 Օհմ:

7.21. 4,6 մ:

7.22. Լուծում: L ինդուկտիության կոճը կարելի է ներկայացնել որպես Δx երկարության ելքում կարճ միացված գծի կտոր (տե՛ս Խնդ. 7.22-ի նկարը), որի մուտքային դիմադրությունը հավասար է այդ կոճի ինդուկտիվ դիմադրությանը՝ $\dot{Z}_{մ} = j\omega L = j\rho tgk\Delta x$, $\Delta x < \lambda/4$,



Խնդ.7.22

$\Delta x = \frac{1}{k} arctg \frac{2\pi f L}{\rho}$; $x = \frac{\lambda}{2} - \Delta x$; $\lambda = \frac{v}{f} = 3$մ; $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2}{3}\pi$;

$\Delta x = \frac{3}{2\pi} arctg 2{,}09 = 0{,}537$մ; $x = 0{,}963$մ:

7.23. 166Օհմ:

7.24. 160Վ; 40Վ: 1,6Ա: 0,4Ա: **Լուծում:** $p_u = \frac{U_{անդ}}{U_{ընկ}}$,

$U_{անդ} = p_u U_{ընկ} = 60$Վ; $U_{max} = U_{անդ} + U_{ընկ} = 160$Վ;

$U_{min} = U_{ընկ} - U_{անդ} = 40$Վ: $I_{max} = \frac{U_{max}}{\rho} = 1{,}6$Ա:

$I_{min} = \frac{U_{min}}{\rho} = 0{,}4$Ա:

7.25. 141,4Վ; 141,4Վ; 100Վ; ∞:

7.26. Լուծում: $Z_2 = 0$, գծի սկզբից հաշված x կետում

$U = U_m \frac{\sin k(l-x)}{sinkl} cos2\pi ft; \dot{I} = -\frac{1}{j\omega L_0}\frac{d\dot{U}}{dx},$

$\dot{I} = \frac{k\dot{U}_m}{j\omega L_0}\frac{\cos k(l-x)}{sinkl}, x = l,\ \dot{I} = \dot{I}_2,$

$I_{2m} = \frac{U_m}{\rho sinkl},\ sinkl = \sin(\pi/2) = 1,\ I_{2m} = \frac{U_m}{\rho} = 1$ Ա:

7.27. j115,5 Օհմ; 40Վ; 0,346Ա:

7.28. Լուծում: $\lambda_{կր} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2+\left(\frac{n}{b}\right)^2}}$; **1.** $\lambda_{կր} = \frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$, E_{11} և H_{11} ալիքների համար՝ $\lambda_{կր} = 4{,}29$սմ; **2.** $\lambda_{կր} = \frac{2ab}{\sqrt{4a^2+b^2}} = 2{,}33$սմ, E_{12} և H_{12} ալիքների համար:

7.29. 9,6սմ; 4,8սմ; 4,8սմ; 3,4սմ:

7.30. 45,72մմ; 4,12· 10^8մ/վ; 2,18· 10^8մ/վ; 4,12սմ:

7.31. 10սմ:

7.32. Լուծում: $\lambda_0 = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2+\left(\frac{n}{b}\right)^2+\left(\frac{q}{c}\right)^2}}$, $m = 1,\ n = 0, q = 1;$

$\lambda_0 = \frac{2al}{\sqrt{a^2+l^2}} == 32{,}6$մմ:

Հավելված 1

Ձեռնարկում օգտագործված ինտեգրալներ

1. $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} arc\ tg \frac{x}{a}$;

2. $\int_0^\infty \frac{sinax}{x} dx = \begin{cases} \frac{\pi}{2}\ , \text{ երբ } a > 0 \\ -\frac{\pi}{2}\ , \text{երբ } a < 0 \end{cases}$:

3. $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$;

4. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{sin^2 y}{y^2} dy = \pi$

5. $\int_0^\infty x^3 e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1}{2\alpha^2}$;

6. $\int_0^\infty x^2 e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^3}}$;

7. $\int_0^\infty x^{2n+1} e^{-\alpha x^2} dx = \frac{n!}{2 \cdot \alpha^{n+1}}$;

8. $\int_0^\infty x^{2n} e^{-\alpha x^2} dx = \frac{(2n-1)!}{2^{n+1}}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^{2n+1}}}$;

9. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{sin\omega_0 x dx}{x^2 - tx} = \pi \frac{cos\omega_0 t - 1}{t}$;

10. $\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} cos\omega\tau d\omega = \delta(\tau)$;

11. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{cos\omega\tau}{1+\omega^2 T^2} d\omega = \frac{\pi}{T}\ e^{-|\tau|/T}$;

12. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{cos\omega_0 \tau d\tau}{t-\tau} = \pi \cdot sgn(\omega_0) sin\omega_0 t$;

13. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{sin\omega_0 \tau d\tau}{t-\tau} = -\pi \cdot sgn(\omega_0) cos\omega_0 t$:

14. $\int_{0}^{\infty} cos\omega t e^{-\alpha^2 t^2} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2\alpha} e^{-\frac{\omega^2}{\alpha^2}}$:

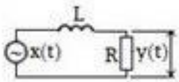
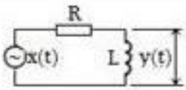
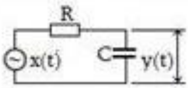
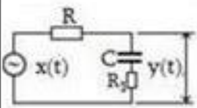
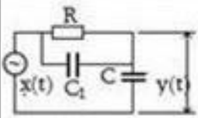
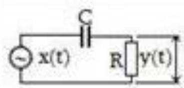
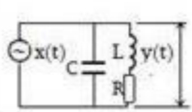
Հավելված 2

Պատկերներ և բնօրինակներ (Ըստ Լապլասի)		
№	F(p)	x(t)
1	1	$\delta(t)$
2	1/p	$\sigma(t)=1(t)$
3	$\frac{1}{p^2}$	t
4	$\frac{n!}{p^{n+1}}$	t^n
5	$\frac{\Gamma(\alpha+1)}{p^{\alpha+1}}$	t^{α} $(\alpha>-1)$
6	$\frac{1}{p\pm\alpha}$	$e^{\mp\alpha t}$
7	$\frac{p}{p+\alpha}$	$\delta(t)-\alpha e^{-\alpha t}$
8	$\frac{1}{(p+\alpha)^2}$	$te^{-\alpha t}$
9	$\frac{n!}{(p-\alpha)^{n+1}}$	$t^n e^{\alpha t}$
10	$\frac{\alpha}{p(p+\alpha)}$	$1-e^{-\alpha t}$
11	$\frac{p}{(p+\alpha)^2}$	$(1-\alpha t)^{-\alpha t}$
12	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$	$sin\omega t$

13	$p/(p^2+\omega^2)$	$\cos\omega t$
14	$\frac{\omega}{(p+a)^2+\omega^2}$	$e^{-at}\sin\omega t$
15	$\frac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2}$	$e^{-at}\cos\omega t$
16	$\frac{1}{(p+a)(p+b)}$	$\frac{1}{b-a}(e^{-at}-e^{-bt})$
17	$\frac{p}{(p+a)(p+b)}$	$\frac{1}{b-a}(be^{-bt}-ae^{-at})$
18	$\frac{p^2}{(p+a)(p+b)}$	$\delta(t)+\frac{1}{b-a}(a^2e^{-at}-b^2e^{-bt})$
19	$\frac{\omega}{p^2-\omega^2}$	$sh\omega t$
20	$\frac{p}{p^2-\omega^2}$	$ch\omega t$
21	$\frac{p}{(p+a)^2+\omega^2}$	$e^{-at}(\cos\omega t-\frac{a}{\omega}\sin\omega t)$
22	$\frac{a^2}{p^2(p+a)}$	$at-(1-e^{-at})$
23	$\frac{a^2}{p(p+a)^2}$	$1-(1+at)e^{-at}$
24	$\frac{1}{p(p+a)(p+b)}$	$\frac{1}{ab}[1+\frac{1}{a-b}(be^{-at}-ae^{-bt})]$
25	$\frac{1}{p[(p+a)^2+\omega^2]}$	$\frac{1}{a^2+\omega^2}[1-e^{-at}(\cos\omega t+\frac{a}{\omega}\sin\omega t)]$
26	$\frac{1}{(p+a)(p^2+\omega^2)}$	$\frac{1}{a^2+\omega^2}(e^{-at}-\cos\omega t+\frac{a}{\omega}\sin\omega t)$
27	$\frac{p}{(p+a)(p^2+\omega^2)}$	$\frac{1}{a^2+\omega^2}(-ae^{-at}+a\cos\omega t+\omega\sin\omega t)$
28	$\frac{p^2}{(p+a)(p^2+\omega^2)}$	$\frac{1}{a^2+\omega^2}(a^2e^{-at}-a\omega\sin\omega t+\omega^2\cos\omega t)$

Հավելված 3

Պարզագույն գծային համակարգերի կոմպլեքս փոխանցման գործակիցները և իմպուլսային բնութագրերը

Սխեմա	$\dot{K}(\omega)$	$g(t)$
	$\frac{R}{R+j\omega L}$	$\frac{R}{L}e^{-\frac{R}{L}t}$
	$\frac{j\omega L}{R+j\omega L}$	$\delta(t)-\frac{R}{L}e^{-\frac{R}{L}t}$
	$\frac{1}{1+j\omega RC}$	$\frac{1}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t}$
	$\frac{1+j\omega T_1}{1+j\omega T}$, $T=(R+R_1)C$, $T_1=R_1C$	$\frac{T_1}{T}\delta(t)-\frac{RC}{T^2}e^{-\frac{1}{T}t}$
	$\frac{1+j\omega T_1}{1+j\omega T}$ $T=R(C+C_1)$, $T_1=RC_1$	$\frac{T_1}{T}\delta(t)-\frac{RC}{T^2}e^{-\frac{1}{T}t}$
	$\frac{j\omega RC}{1+j\omega RC}$	$\delta(t)-\frac{1}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t}$
	$\frac{\omega^2}{\omega_0^2-\omega^2+j2\alpha\omega}$ $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$, $\alpha=\frac{R}{2L}$	$\omega_0 e^{-\alpha t}\sin\omega_0 t$, $\omega_0 >> \alpha$ $\alpha^2 te^{-\alpha t}$, $\omega_0=\alpha$ $\frac{\omega_0^2}{\sqrt{\alpha^2-\omega_0^2}}e^{-\alpha t}\mathrm{sh}\sqrt{\alpha^2-\omega_0^2}$ $\omega_0<\alpha$

Հավելված 4

Տանգենս ֆունկցիայի արժեքները 0-90^0-ում

tg(1°)	0.0175	tg(31°)	0.6009	tg(61°)	1.804
tg(2°)	0.0349	tg(32°)	0.6249	tg(62°)	1.8807
tg(3°)	0.0524	tg(33°)	0.6494	tg(63°)	1.9626
tg(4°)	0.0699	tg(34°)	0.6745	tg(64°)	2.0503
tg(5°)	0.0875	tg(35°)	0.7002	tg(65°)	2.1445
tg(6°)	0.1051	tg(36°)	0.7265	tg(66°)	2.246
tg(7°)	0.1228	tg(37°)	0.7536	tg(67°)	2.3559
tg(8°)	0.1405	tg(38°)	0.7813	tg(68°)	2.4751
tg(9°)	0.1584	tg(39°)	0.8098	tg(69°)	2.6051
tg(10°)	0.1763	tg(40°)	0.8391	tg(70°)	2.7475
tg(11°)	0.1944	tg(41°)	0.8693	tg(71°)	2.9042
tg(12°)	0.2126	tg(42°)	0.9004	tg(72°)	3.0777
tg(13°)	0.2309	tg(43°)	0.9325	tg(73°)	3.2709
tg(14°)	0.2493	tg(44°)	0.9657	tg(74°)	3.4874
tg(15°)	0.2679	tg(45°)	1	tg(75°)	3.7321
tg(16°)	0.2867	tg(46°)	1.0355	tg(76°)	4.0108
tg(17°)	0.3057	tg(47°)	1.0724	tg(77°)	4.3315
tg(18°)	0.3249	tg(48°)	1.1106	tg(78°)	4.7046
tg(19°)	0.3443	tg(49°)	1.1504	tg(79°)	5.1446
tg(20°)	0.364	tg(50°)	1.1918	tg(80°)	5.6713
tg(21°)	0.3839	tg(51°)	1.2349	tg(81°)	6.3138
tg(22°)	0.404	tg(52°)	1.2799	tg(82°)	7.1154
tg(23°)	0.4245	tg(53°)	1.327	tg(83°)	8.1443
tg(24°)	0.4452	tg(54°)	1.3764	tg(84°)	9.5144
tg(25°)	0.4663	tg(55°)	1.4281	tg(85°)	11.4301
tg(26°)	0.4877	tg(56°)	1.4826	tg(86°)	14.3007
tg(27°)	0.5095	tg(57°)	1.5399	tg(87°)	19.0811
tg(28°)	0.5317	tg(58°)	1.6003	tg(88°)	28.6363
tg(29°)	0.5543	tg(59°)	1.6643	tg(89°)	57.29

Օգտագործված գրականություն

1. Կ. Մ. Մովսիսյան, Խնդիրներ ռադիոտեխնիկայի տեսական հիմունքներից: Երևանի համալսարանի հրատարակչություն: Երևան, 1990թ.:

2. М. Р. Шебес, Теория линейных электрических цепей в упражнениях и задачах. Высшая школа, М., 1973г.

3. Л. А. Бессонов и др., Сборник задач по теоретическим основам электротехники. Высшая школа, М., 1975г.

4. С. И. Баскаков, Радиотехнические цепи и сигналы. Высшая школа, М., 2003г.

5. А. А. Харкевич, Основы радиотехники, Физматлит, М., 2007г.

6. А. Н. Надольский, Теоретические основы радиотехники, БГУИР, Минск, 2005г.

7. В. Т. Першин, Основы радиоэлектроники, Высшая школа, Минск, 2006г.

8. А. П. Молчанов, П. Н. Занадворов, Курс электротехники ирадиотехники, БХВ-Петербург, С-П, 2011г.

9. О. А. Стеценко, Радиотехнические цепи и сигналы, Высшая школа, М., 2007г.

10. **М.Т.Иванов** и др., Теоретические основы радиотехники, Высшая школа, М., 2002г.

11. В. И. Нефедов, А. С. Сигов, Основы радиоэлектроники и связи, Высшая школа, М., 2009г.

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ
ՌԱԴԻՈՖԻԶԻԿԱՅԻ ԵՎ ԷԼԵԿՏՐՈՆԻԿԱՅԻ ԱՄԲԻՈՆ

Կարեն Միքայելի Մովսիսյան, Վահե Ռազմիկի Թադևոսյան,
Դավիթ Հակոբի Բաղդասարյան

Խնդիրներ ռադիոտեխնիկայի տեսական հիմունքներից
(Գծային շղթաներ)
Ուսումնական ձեռնարկ

YEREVAN STATE UNIVERSITY
CHAIR OF RADIOPHYSICS AND ELECTRONICS

Karen Mikayel Movsisyan, Vahe Razmik Tadevosyan,
Davit Hakob Baghdasaryan

Problems in theoretical fundamentals of radio engineering
(linear circuits)

educational manual

Հրատ. պատ. խմբ.՝ Լ. Հովհաննիսյանի
Համակարգչային ձևավորումը՝ Կ. Չալաբյանի
Կազմի ձևավորումը՝ Ա. Պատվականյանի
Հրատ. սրբագրումը՝ Ա. Գույումջյանի

Տպագրված է «ՔՈՓԻ ՓՐԻՆԹ» ՍՊԸ-ում:
Ք. Երևան, Խորենացի 4-րդ նրբ., 69 տուն

Ստորագրված է տպագրության՝ 08.06.2022:
Չափսը՝ 60x84 1/16: Տպ. մամուլը՝ 11.625:
Տպաքանակը՝ 100:

ԵՊՀ հրատարակչություն
ք. Երևան, 0025, Ալեք Մանուկյան 1
www.publishing.ysu.am