

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Ինֆորմատիկայի և կիրառական մաթեմատիկայի
ֆակուլտետ

Ինֆորմատիկայի հանրահաշվատրամաբանական
մեթոդների ամբիոն

Հ.Ռ.Բոլիբեկյան, Հ.Գ.Մովսիսյան, Ա.Ա.Զուբարյան

Ալգորիթմների տեսության խնդիրների ժողովածու
(մեթոդական ձեռնարկ)

Երևան – 2006

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

1. ԿԱՐԳԸՆԹԱՑ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ	3
2. ԹՅՈՒՐԻՆԳԻ ՄԵՔԵՆԱՆԵՐ	16
3. ԲՆԱԿԱՆ ԹՎԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՀԱՄԱՐԱԿԱԼՈՒՄՆԵՐ	27
4. ՀԱՄԱՊԻՏԱՆԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ	32
5. ՃԱՆԱՉԵԼԻ ԵՎ ԿԻՍԱՃԱՆԱՉԵԼԻ ԲԱԶՄՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ	36
6. ՄԱՍՆԱԿԻ ԿԱՐԳԸՆԹԱՑ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԵՎ ԿԻՍԱՃԱՆԱՉԵԼԻ ԲԱԶՄՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐԱԿԱԼՈՒՄ	41
ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ	44

1. ԿԱՐԳԸՆԹԱՑ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ

$f(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիան կոչվում է թվաբանական, եթե այն համապատասխանում է $N^n \rightarrow N$ արտապատկերմանը, որտեղ $N = \{0, 1, 2, \dots\}$:

n փոփոխականից կախված բոլոր թվաբանական ֆունկցիաների բազմությունը նշանակենք F^n -ով: $f \in F^n$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը նշանակենք N_f^n : Եթե $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \in N_f^n$, ապա կօգտագործենք նաև $!f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ նշանակումը:

Երկու ոչ ամենուրեք որոշված ֆունկցիաների հավասարությունը հասկացվում է հետևյալ եղանակով. եթե որևէ հավաքածուի վրա ֆունկցիաներից մեկը որոշված է, ապա մյուսը այդ հավաքածուի վրա նույնպես որոշված է, և նրանց արժեքները համընկնում են:

x_i փոփոխականը կոչվում է ոչ էական $f \in F^n$ ֆունկցիայի համար, եթե կամայական $(\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n) \in N^{n-1}$ և կամայական $\beta', \beta'' \in N$ տեղի ունեն հետևյալ պայմանները՝

1. $!f(\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, \beta', \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n) \Leftrightarrow !f(\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, \beta'', \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n)$

2. եթե

$$!f(\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, \beta', \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n) \Rightarrow$$

$$!f(\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, \beta', \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n) = f(\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, \beta'', \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n):$$

F^n բազմության որոշակի ենթադաս սահմանելու համար ներմուծենք.

Չենքային ֆունկցիաներ՝

1. $O(x) \equiv 0$,

2. $S(x) = x + 1$,

3. $\bar{S}(x) = x \div 1$, որտեղ $x \div y = \begin{cases} x - y, & \text{եթե } x \geq y \\ 0 & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$:

Գործողություններ՝

1. Ոչ էական փոփոխականների ներմուծում

$h(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_k)$ ֆունկցիան ստացվում է $f(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիայից $y_1, \dots, y_k$ ($k \geq 1$) ոչ էական փոփոխականների ներմուծմամբ, եթե

ա) $y_1, \dots, y_k$ փոփոխականները էական չեն $h(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_k)$ ֆունկցիայի համար,

բ) $f(x_1, \dots, x_n) \simeq h(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_k)$:

2. Կանոնավոր տեղադրություն

$h(y_1, \dots, y_k)$ ֆունկցիան կոչվում է $f(x_1, \dots, x_n)$ և $g_i(y_1, \dots, y_k)$ ($1 \leq i \leq n$) ֆունկցիաների կանոնավոր տեղադրության արդյունք, եթե $h(y_1, \dots, y_k) \simeq f(g_1(y_1, \dots, y_k), \dots, g_n(y_1, \dots, y_k))$:

3. Պարզագույն անդրադարձում

$f(x_1, \dots, x_n, y)$ ֆունկցիան կոչվում է $\alpha(x_1, \dots, x_n)$ և $\beta(x_1, \dots, x_n, y, z)$ ֆունկցիաների պարզագույն անդրադարձման արդյունք, եթե

$$\begin{cases} f(x_1, \dots, x_n, 0) \simeq \alpha(x_1, \dots, x_n) \\ f(x_1, \dots, x_n, y+1) \simeq \beta(x_1, \dots, x_n, y, f(x_1, \dots, x_n, y)) \end{cases} :$$

4. Նվազագույնի որոնում

$\psi(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիան կոչվում է $\varphi(x_1, \dots, x_n, y)$ ֆունկցիայի նկատմամբ նվազագույնի որոնման արդյունք (նշանակվում է $\psi(x_1, \dots, x_n) \simeq \mu_y(\varphi(x_1, \dots, x_n, y) = 0)$), եթե բավարարվում են հետևյալ պայմանները.

$$\begin{aligned} &!\psi(x_1, \dots, x_n) \Leftrightarrow \omega) \exists y \varphi(x_1, \dots, x_n, y) = 0 \\ &\rho) \forall t < y !\varphi(x_1, \dots, x_n, t) \neq 0 \end{aligned}$$

և $\psi(x_1, \dots, x_n)$ որպես արժեք ընդունում է հենց այդ y (եթե այն գոյություն ունի):

$f \in F^n$ ֆունկցիան կոչվում է մասնակի կարգընթաց ֆունկցիա (մ.կ.ֆ.), եթե այն հենքայիններից որևէ մեկն է կամ ստացվում է հենքայիններից վերջավոր անգամ կիրառելով 1-4 գործողությունները:

Ամենուրեք որոշված $N_f^n = N^n$ մ.կ.ֆ. կոչվում է ընդհանուր կարգընթաց ֆունկցիա (ը.կ.ֆ.):

$f \in F^n$ ֆունկցիան կոչվում է պարզագույն կարգընթաց ֆունկցիա (պ.կ.ֆ.), եթե այն հենքայիններից որևէ մեկն է կամ ստացվում է հենքայիններից վերջավոր անգամ կիրառելով 1-3 գործողությունները:

Օրինակ

Ապացուցենք $f(x, y) = x + y$ ֆունկցիայի պարզագույն

կարգընթացությունը: Քանի որ $\begin{cases} f(x, 0) = x + 0 = x \\ f(x, y+1) = x + (y+1) = (x+y) + 1 \end{cases}$, ապա եթե

վերցնենք $\alpha(x) = x = \bar{S}(S(x))$ և $\beta(x, y, z) = z + 1$, ապա $f(x, y) = x + y$ ֆունկցիայի պարզագույն կարգընթացությունը հիմնավորվում է հետևյալ եղանակով՝

ա) կիրառելով $\bar{S}(x)$ և $S(x)$ ֆունկցիաների նկատմամբ 2 գործողությունը՝ ստանում ենք $\alpha(x)$ -ը,

բ) կիրառելով $S(z) = z + 1$ ֆունկցիայի նկատմամբ 1 գործողությունը, ստանում ենք $\beta(x, y, z)$ -ը

գ) $\alpha(x)$ և $\beta(x, y, z)$ ֆունկցիաների նկատմամբ կիրառելով 3 գործողությունը, ստանում ենք $f(x, y) = x + y$:

Խնդիրներ

Ի՞նչ ֆունկցիա է ստացվում α և β ֆունկցիաներից պարզագույն անդրադարձման միջոցով:

1. $\alpha(x) = 1, \beta(x, y, z) = z \cdot x$
2. $\alpha(x) = 0, \beta(x, y, z) = z + x$
3. $\alpha(x) = 1, \beta(x, y, z) = z + 2x$

4. $\alpha(x) = 1, \beta(x, y, z) = z + 3x$
5. $\alpha(x) = 1, \beta(x, y, z) = c \cdot x$
6. $\alpha(x) = 1, \beta(x, y, z) = z \cdot x^2$
7. $\alpha(x) = 1, \beta(x, y, z) = z \cdot x^3$
8. $\alpha(x) = 2x, \beta(x, y, z) = z \div 1$
9. $\alpha(x) = x, \beta(x, y, z) = z + 3$
10. $\alpha(x) = 1, \beta(x, y, z) = x^z$
11. $\alpha(x) = x, \beta(x, y, z) = z^x$
12. $\alpha(x) = x, \beta(x, y, z) = x^z$
13. $\alpha(x) = 3, \beta(x, y, z) = x^y$
14. $\alpha(x) = 2x, \beta(x, y, z) = z \div 2$
15. $\alpha(x) = 1, \beta(x, y, z) = x + z$
16. $\alpha(x) = x, \beta(x, y, z) = z \cdot x$
17. $\alpha(x) = 0, \beta(x, y, z) = x + 3z$
18. $\alpha(x) = 2, \beta(x, y, z) = z \div 4x$
19. $\alpha(x) = 1, \beta(x, y, z) = z^2 + 6x$
20. $\alpha(x) = x, \beta(x, y, z) = z + (x \div y)$
21. $\alpha(x) = 0, \beta(x, y, z) = (z \div x) + y$
22. $\alpha(x) = x, \beta(x, y, z) = y^x \cdot z$
23. $\alpha(x) = 0, \beta(x, y, z) = x + y + z$
24. Գտնել $\psi(x) \simeq \mu_y \left(7 \div \left[\frac{x \div y}{3y + 1} \right] = 0 \right)$ որոշման տիրույթը:
25. Հաշվել $\psi(10)$, եթե $\psi(x) \simeq \mu_y \left(\left(7 \div \left[\frac{7y}{2y + 3} \right] \right) \div 3 = 0 \right)$:
26. Հաշվել $\psi(0)$ և $\psi(9)$, եթե $\psi(x) \simeq \mu_y \left(5 \div \left[\frac{x \div y \div 1}{2y + 3} \right] = 0 \right)$:
27. Հաշվել $\psi(10)$, եթե $\psi(x) \simeq \mu_y \left(\left[\frac{x \div y}{5} \right] = 0 \right)$:
28. Հաշվել $\psi(7)$, եթե $\psi(x) \simeq \mu_y \left(\left[\frac{x}{y \div 3} \right] = 0 \right)$:

Ապացուցել հետևյալ ֆունկցիաների պարզագույն կարգընթացությունը՝

29. $f(x) = n (n \in \mathbb{N})$
30. $f(x) = x + n (n \in \mathbb{N})$
31. $f(x, y) = x + y$
32. $f(x, y) = x \cdot y$

33. $f(x, y) = x^y (0^0 = 1)$
 34. $f(x) = x! (0! = 1)$
 35. $sg(x) = \begin{cases} 0, & \text{եթե } x = 0 \\ 1, & \text{եթե } x > 0 \end{cases}$
 36. $\overline{sg}(x) = \begin{cases} 1, & \text{եթե } x = 0 \\ 0, & \text{եթե } x > 0 \end{cases}$
 37. $x \div y = \begin{cases} x - y, & \text{եթե } x \geq y \\ 0, & \text{եթե } x < y \end{cases}$
 38. $f(x, y) = |x - y|$
 39. $f(x, y) = \max(x, y)$
 40. $f(x, y) = \min(x, y)$

Ապացուցել հետևյալ ֆունկցիաների պարզագույն կարգընթացությունը՝
 օգտագործելով $g(x_1, \dots, x_n, x_{n+1})$, $\alpha(y_1, \dots, y_m)$ և $\beta(y_1, \dots, y_m)$ ֆունկցիաների
 պարզագույն կարգընթացությունը.

41. $f(x_1, \dots, x_n, y, z) = \begin{cases} \sum_{i=y}^z g(x_1, \dots, x_n, i), & \text{եթե } y \leq z \\ 0, & \text{եթե } y > z \end{cases}$
 42. $f(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) = \begin{cases} \sum_{i=\alpha(y_1, \dots, y_m)}^{\beta(y_1, \dots, y_m)} g(x_1, \dots, x_n, i), & \text{եթե } \alpha(y_1, \dots, y_m) \leq \beta(y_1, \dots, y_m) \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$
 43. $f(x_1, \dots, x_n, y, z) = \begin{cases} \prod_{i=y}^z g(x_1, \dots, x_n, i), & \text{եթե } y \leq z \\ 0, & \text{եթե } y > z \end{cases}$
 44. $f(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) = \begin{cases} \prod_{i=\alpha(y_1, \dots, y_m)}^{\beta(y_1, \dots, y_m)} g(x_1, \dots, x_n, i), & \text{եթե } \alpha(y_1, \dots, y_m) \leq \beta(y_1, \dots, y_m) \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$

45. Կասենք, որ $f(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիան ստացվում է $g(x_1, \dots, x_n, y)$ և $h(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիաներից սահմանափակ նվազագույնի որոնման գործողությամբ, եթե $\mu_y(g(x_1, \dots, x_n, y) = 0)$ որոշված է բոլոր $x_1, \dots, x_n$ համար և չի գերազանցում $h(x_1, \dots, x_n)$: Ապացուցել, որ եթե $f(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիան ստացվում է $g(x_1, \dots, x_n, y)$ և $h(x_1, \dots, x_n)$ պարզագույն կարգընթաց ֆունկցիաներից սահմանափակ նվազագույնի որոնման գործողությամբ, ապա այն պարզագույն կարգընթաց է:

46. Դիցուք $h_1, \dots, h_m$ այնպիսի ֆունկցիաներ են, որ կամայական $x_1, x_2, \dots, x_n$ բնական թվերի համար նրանցից մեկը և միայն մեկն է հավասարվում

$$f(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} g_l(x_1, \dots, x_n), & \text{бүт } h_l(x_1, \dots, x_n) = 0 \\ \vdots \\ g_m(x_1, \dots, x_n), & \text{бүт } h_i(x_1, \dots, x_n) = 0 \end{cases}$$

47. Ապացուցել, որ պարզագույն (մասնակի, ընդհանուր) կարգընթաց ֆունկցիաների դասը չի փոխվի, եթե $\bar{S}(x)$ հիմքային ֆունկցիայի փոխարեն վերցնել $I_m^n(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_m$ ($1 \leq m \leq n$) ֆունկցիան:

48. $f(x, y) = \left[\frac{x}{y} \right]$ x -ը y -ի վրա բաժանելիս ստացվող քանորդը $\left(\left[\frac{x}{0} \right] = x \right)$

59. $f(x, y) = \left\lfloor \sqrt[y]{x} \right\rfloor \left(\left\lfloor \sqrt[y]{x} \right\rfloor = x \right)$

60. $f(x, y) = [C_v^x]$ ($C_v^x = 1$, եթե $y \leq x$)

61. $f(x) = [e \cdot x]$

62. $f(x) = [e^x]$

64. Դիցուք $v_1(x), \dots, v_s(x)$ ամենուրեք որոշված թվային ֆունկցիաներ են որոնք կամայական x -ի համար բավարարում են $v_i(x+1) \leq x$ ($i=1, \dots, s$) պայմաններին: Կասե՞նք, որ $f(x_1, \dots, x_{n+1})$ ֆունկցիան ստացվում է $g(x_1, \dots, x_n)$, $h(x_1, \dots, x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+k+1})$ և $v_1(x), \dots, v_s(x)$ ֆունկցիաներից ընդհանուր

անդրադարձում գործողությամբ, եթե $x_1, \dots, x_n, y$ փոփոխականների բոլոր արժեքների համար տեղի ունեն հետևյալ հավասարությունները՝

$$f(x_1, \dots, x_n, 0) \simeq g(x_1, \dots, x_n),$$

$$f(x_1, \dots, x_n, y+1) \simeq h(x_1, \dots, x_n, y, f(x_1, \dots, x_n, v_1(y+1)), \dots, f(x_1, \dots, x_n, v_s(y+1))) :$$

Ապացուցել, որ եթե $f(x_1, \dots, x_{n+1})$ ֆունկցիան ստացվում է $g(x_1, \dots, x_n)$, $h(x_1, \dots, x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+k+1})$, $v_1(x), \dots, v_s(x)$ պարզագույն կարգընթաց ֆունկցիաներից ընդհանուր անդրադարձում գործողությամբ, ապա այն պարզագույն կարգընթաց է:

Ապացուցել հետևյալ ֆունկցիաների պարզագույն կարգընթացությունը՝

$$65. f(0)=0, f(1)=1, f(n+2)=f(n)+f(n+1)$$

$$66. f(0)=0, f(1)=1, f(n+2)=2f(n)+f(n+1)$$

$$67. f(0)=0, f(1)=1, f(n+2)=2f(n)+(3f(n+1)-1)$$

$$68. f(0)=2, f(1)=4, f(n+2)=3f(n+1)-(2f(n)+1)$$

$$69. f(0)=2, f(1)=3, f(n+2)=4f(n+1)-(f(n)+1)$$

$$70. f(0)=2, f(1)=3, f(n+2)=4f(n+1)-(f(n)+1)$$

$$71. f(0)=1, f(1)=1, f(n+2)=3f(n+1)-(f(n)+4)$$

$$72. f(0)=2, f(1)=3, f(n+2)=f(n+1) \cdot (f(n)+1)$$

$$73. f(0)=2, f(1)=3, f(n+2)=f(n+1) \cdot (f(n)+1)$$

$$74. f(0)=3, f(1)=4, f(n+2)=3f(n+1)^{f(n)}$$

$$75. f(0)=0, f(1)=2, f(n+2)=(f(n+1)-1) \cdot f(n)$$

76. Ելքերի ֆունկցիան, որը հավասար է x -ը չգերազանցող և x -ի հետ փոխադարձաբար պարզ թվերի քանակին:

77. Ապացուցել, որ յուրաքանչյուր ամենուրեք որոշված ֆունկցիա, որի արժեքը հավասար է a , բացառությամբ վերջավոր թվով կետերում, պարզագույն կարգընթաց է:

78. Դիցուք $f(x)$ և $g(x)$ ֆունկցիաները որոշված են հետևյալ ձևով՝

$$\begin{cases} f(0)=a, g(0)=b \\ f(x+1)=h_1(x, f(x), g(x)) : \\ g(x+1)=h_2(x, f(x), g(x)) \end{cases}$$

Ապացուցել $f(x)$ և $g(x)$ ֆունկցիաների պարզագույն կարգընթացությունը, եթե $h_1(x, y, z)$ և $h_2(x, y, z)$ ֆունկցիաները պարզագույն կարգընթաց են:

79. Ապացուցել, որ յուրաքանչյուր պարզագույն կարգընթաց ֆունկցիա ընդհանուր կարգընթաց է:

80. Ապացուցել, որ տեղադրության և պարզագույն անդրադարձման գործողությունները փակ են ընդհանուր կարգընթաց ֆունկցիաների դասի նկատմամբ:

81. Ապացուցել, որ եթե պարզագույն կարգընթաց (ընդհանուր կարգընթաց, մասնակի կարգընթաց) ֆունկցիաների արժեքները փոխել

վերջավոր թվով կետերում, ապա ստացվող ֆունկցիան ևս կլինի պարզագույն կարգընթաց (ընդհանուր կարգընթաց, մասնակի կարգընթաց):

Ապացուցել հետևյալ ֆունկցիաների պարզագույն կարգընթացությունը՝

$$82. f(x) = \ll x - \text{ի զույգ բաժանարարների քանակին} \gg$$

$$f(x) = \ll x - \text{ի կենտ բաժանարարների քանակին} \gg$$

$$83. f(x) = \ll x - \text{ի պարզ բաժանարարների քանակին} \gg$$

$$84. f(x) = \ll x - \text{ը չգերազանցող զույգ թվերի քանակին} \gg$$

$$85. f(x) = \ll x - \text{ը չգերազանցող կենտ թվերի քանակին} \gg$$

$$86. f(x) = \ll x - \text{ը չգերազանցող պարզ թվերի քանակին} \gg$$

$$87. f(x, y) = \ll x - \text{ի և } y - \text{ի ընդհանուր պարզ բաժանարարների քանակին} \gg$$

$$88. f(x) = \ll x - \text{ը չգերազանցող կենտ թվերի գումարին} \gg$$

$$89. f(x) = \ll x - \text{ը չգերազանցող զույգ թվերի գումարին} \gg$$

$$90. f(x) = \ll x - \text{ի պարզ բաժանարարների գումարին} \gg$$

$$91. f(x) = \ll x - \text{ը չգերազանցող պարզ թվերի գումարին} \gg$$

$$92. f(x, y) = \ll x - \text{ի և } y - \text{ի ընդհանուր բաժանարարների գումարին} \gg$$

$$93. f(x, y) = \ll x - \text{ի և } y - \text{ի ընդհանուր պարզ բաժանարարների գումարին} \gg$$

$$94. f(x, y) = \ll y - \text{ից ոչ փոքր և } 5x - \text{ը չգերազանցող կատարյալ թվերի}$$

գումարին} \gg

$$95. f(x, y) = \ll x - \text{ի և } y - \text{ի ընդհանուր բաժանարարների արտադրյալին} \gg$$

$$96. f(x) = \ll x - \text{ից փոքր պարզ թվերի արտադրյալին} \gg$$

$$97. f(x, y) = \ll x - \text{ից ոչ փոքր և } 3y - \text{ը չգերազանցող կատարյալ թվերի}$$

գումարին} \gg

$$98. f(x, y) = \ll x - \text{ից մեծ և } 2y - \text{ը չգերազանցող պարզ թվերի արտադրյալին} \gg$$

$$99. f(x) = x \text{ չգերազանցող պարզ երկվորյակների քանակին}$$

$$100. f(x) = \left\lceil \frac{x}{\lfloor \log_2 x \rfloor} \right\rceil$$

$$101. f(x, y) = (x!)^y$$

$$102. \max(x_1, \dots, x_n)$$

$$103. f(x, y, z) = |x - |y - z||$$

$$104. f(x) = \ll x \text{ այն բաժանարարների քանակին, որոնք բաժանվում են}$$

3 վրա առանց մնացորդի} \gg

$$105. f(x, y) = \begin{cases} y, & \text{եթե } x \text{ և } y \div \text{ոխադարձաբար պարզ են} \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$$

$$106. f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{եթե } x \geq y \text{ և գոյություն ունի այնպիսի } i \text{ թիվ, որ } y = 2^i \\ x \div y, & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$$

$$107. f(x) = \begin{cases} 5, & \text{եթե } rm(x,3) = 0 \\ 4, & \text{եթե } rm(x,3) \neq 0 \text{ և } rm(x,5) = 0 \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$$

108. $f(x, y) = \ll x \text{ և } y \text{ ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարի և ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկի արտադրյալին} \gg$

$$109. f(x, y, z) = \begin{cases} x, & \text{եթե } y + z = x \\ y, & \text{եթե } x + z = y \\ z, & \text{եթե } x + y = z \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$$

110. $f(x) = \ll x \text{-ից փոքր նրա բոլոր կատարյալ բաժանարարների գումարին} \gg$

111. $f(x) = \ll x \text{-ից փոքր նրա բոլոր կատարյալ թվերի քանակին, որոնք բաժանվում են 3} \gg$

$$112. f(x, y) = \left\lceil \sqrt[y]{\lceil \log_2 x \rceil} \right\rceil$$

113. $f(x) = \ll x \text{-ից փոքր բոլոր այն թվերի քանակին, որոնք բաժանվում են 7-ի վրա և զույգ չեն} \gg$

$$114. f(x, y) = \begin{cases} x, & \text{եթե } x > 10 \text{ և } rm(x, y) = 2 \\ 0, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

$$115. f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{եթե } x \text{ բաժանելիս } y \text{ ստացվող մնացորդը պարզ թիվ է} \\ 0, & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$$

$$116. f(x) = \begin{cases} x, & \text{եթե } x \text{ զույգ է և որևէ թվի խորանարդ է} \\ 0, & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$$

$$117. f(x, y) = \begin{cases} x, & \text{եթե գոյություն ունի այնպիսի } a \text{ պարզ թիվ, որ } x = a^2 \\ 0, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

$$118. f(x, y) = \begin{cases} x, & \text{եթե } y \text{ պարզ է} \\ y, & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$$

$$119. f(x) = \begin{cases} x, & \text{եթե } x \text{ բաժանվում է 7 և չի բաժանվում 4} \\ 0, & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$$

$$120. f(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{եթե } x \text{ պարզ բաժանարարների քանակը հավասար է} \\ y \text{ կատարյալ բաժանարարների քանակին} \\ 0, & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$$

$$121. f(x) = \begin{cases} 5^x, & \text{եթե } rm(x,3) = 0 \\ 2x, & \text{եթե } rm(x,3) = 1 \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
122. \quad f(x, y) &= \begin{cases} 2x + 3y, & \text{եթե } x \text{ կենտ է և } rm(y, 3) = 2 \\ 8x \div y, & \text{եթե } x \text{ զույգ է և } rm(y, 3) = 0 \\ x, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases} \\
123. \quad f(x, y) &= \begin{cases} x^2 + 3y, & \text{եթե } x \text{ և } y \text{ Փոխադարձաբար պարզ են} \\ x \div y, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases} \\
124. \quad f(x, y) &= \begin{cases} x^3 \div y, & \text{եթե } x \text{ պարզ է և } y < x \\ x^2, & \text{եթե } y > x \\ 5, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases} \\
125. \quad f(x, y) &= \begin{cases} 2^x, & \text{եթե } x \text{ զույգ է և } y \text{ կենտ} \\ 3^y, & \text{եթե } x \text{ կենտ է և } y \text{ զույգ} \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases} \\
126. \quad f(x, y) &= \begin{cases} x \div y, & \text{եթե } x > y \text{ և } y \text{ զույգ է} \\ 2x + 3, & \text{եթե } x = y \\ 4, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases} \\
127. \quad f(x, y) &= \begin{cases} C(x, y), & \text{եթե } x \text{ պարզ է և } y = 2 \\ 5, & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases} \\
128. \quad f(x, y) &= \begin{cases} 2x, & \text{եթե } x \text{ զույգ է և } y \text{ կենտ} \\ x + y, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}
\end{aligned}$$

Ապացուցել հետևյալ ֆունկցիաների մասնակի կարգընթացությունը՝

$$\begin{aligned}
129. \quad f(x) &= x - y \\
130. \quad f(x) &= \frac{x}{y} \\
131. \quad f(x) &\text{-ը ամենուրեք անորոշ ֆունկցիա է} \\
132. \quad f(x) &= x\text{-րդ պարզ երկվորյակներից առաջինին} \\
133. \quad f(x, y) &= \begin{cases} 3y \div 1, & \text{եթե } rm(x, 4) = 3 \text{ և } y > 4 \\ 10x, & \text{եթե } rm(x, 4) = 1 \text{ և } y = 2 \\ \text{անորոշ,} & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases} \\
134. \quad f(x, y) &= \begin{cases} x, & \text{եթե } x\text{-ի զույգ բաժանարարների քանակը հավասար} \\ & \text{է } y\text{-ի կենտ բաժանարարների քանակին} \\ \text{անորոշ,} & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases} \\
135. \quad f(x, y) &= \begin{cases} 8, & \text{եթե } x \text{ չգերազանցող կենտ թվերի գումարը հավասար} \\ & \text{է } y \text{ չգերազանցող զույգ թվերի գումարին} \\ \text{անորոշ,} & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}
\end{aligned}$$

136. $f(x, y, z) = \begin{cases} z, \text{ եթե } z = x^y \text{ և } z \text{ զույգ է} \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
137. $f(x, y) = \begin{cases} 2, \text{ եթե } x \text{ և } y \text{ թվերի բաժանարարների քանակները} \\ \text{հավասար են} \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
138. $f(x) = \begin{cases} 2, \text{ եթե գոյություն ունի } k \text{ բնական թիվ, որ } x = 3^k \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
139. $f(x, y) = \begin{cases} 1, \text{ եթե } x \text{ պարզ է և } x \neq 2 \\ 0, \text{ եթե } x \text{ զույգ է} \\ \text{անորոշ, մնացած դեպքերում} \end{cases}$
140. $f(x) = \begin{cases} 2, \text{ եթե } rm(x, 3) = 0 \\ 3, \text{ եթե } rm(x, 3) = 1 \\ \text{անորոշ, եթե } rm(x, 3) = 2 \end{cases}$
141. $f(x) = \begin{cases} 2, \text{ եթե գոյություն ունի } k \text{ բնական թիվ, որ } x = 2^k \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
142. $f(x, y) = \begin{cases} 2, \text{ եթե } x = 0 \text{ և } y = 2 \\ 1, \text{ եթե } x = 1 \text{ և } y = 3 \\ \text{անորոշ, մնացած դեպքերում} \end{cases}$
143. $f(x) = \begin{cases} 5, \text{ եթե } rm(x, 4) = 0 \\ 2, \text{ եթե } rm(x, 4) = 1 \\ \text{անորոշ, մնացած դեպքերում} \end{cases}$
144. $f(x, y) = \begin{cases} 5^x, \text{ եթե } x \text{ կատարյալ է և } y \geq x \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
145. $f(x, y) = \begin{cases} 3, \text{ եթե } x \text{ պարզ է և } y \geq x + 3 \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
146. $f(x, y) = \begin{cases} 7y, \text{ եթե } x \text{ զույգ է և } y = 7 \\ 5 \div x, \text{ եթե } x \text{ զույգ է և } y = 3 \\ \text{անորոշ, մնացած դեպքերում} \end{cases}$
147. $f(x, y) = \begin{cases} 5y, \text{ եթե } x \text{ պարզ է և } y \text{ կատարյալ} \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
148. $f(x, y) = \begin{cases} x \div 2^y, \text{ եթե } x \text{ զույգ է և } y < 3x \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$

149. $f(x, y) = \begin{cases} 7, \text{ եթե } x \text{ զույգ է և } y = 2 \\ x + y, \text{ եթե } x \text{ զույգ է և } y = 7 \\ \text{անորոշ, մնացած դեպքերում} \end{cases}$
150. $f(x, y) = \begin{cases} x + 2^y, \text{ եթե } x \text{ պարզ է և } x \leq 5y \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
151. $f(x, y) = \begin{cases} x + 2y, \text{ եթե } x \text{ կենտ է և } rm(y, 4) = 3 \\ x \div y, \text{ եթե } x \text{ կենտ է և } rm(y, 4) = 0 \\ \text{անորոշ, մնացած դեպքերում} \end{cases}$
152. $f(x, y) = \begin{cases} |x - 2y|, \text{ եթե } y \text{ կատարյալ է} \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
153. $f(x, y) = \begin{cases} 2, \text{ եթե } x \text{ պարզ է և } y = 3 \\ 3, \text{ եթե } x \text{ պարզ է և } y = 5 \\ \text{անորոշ, մնացած դեպքերում} \end{cases}$
154. $f(x, y) = \begin{cases} x + 2, \text{ եթե } x \text{ պարզ է և } y \text{ զույգ} \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
155. $f(x, y) = \begin{cases} 1, \text{ եթե գոյություն ունի } k, \text{ որ } x = k^y \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
156. $f(x, y) = \begin{cases} 1, \text{ եթե } x \text{ և } y \text{ թվերի առավելագույն բաժանարարները} \\ \text{հավասար են} \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
157. $f(x, y) = \begin{cases} 2xy, \text{ եթե } x \text{ բաժանվում է 6 վրա և } y \text{ չի բաժանվում } 2^x \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
158. $f(x, y) = \begin{cases} 2, \text{ եթե } x \geq 7y \text{ և } y \text{ պարզ է} \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
159. $f(x, y) = \begin{cases} x - y, \text{ եթե } x > y \\ y - x, \text{ եթե } x < y \\ \text{անորոշ, եթե } x = y \end{cases}$
160. $f(x, y) = \begin{cases} x + y^3, \text{ եթե } x \geq 3 \text{ և } y \text{ կենտ է} \\ x \div y, \text{ եթե } x < 3 \text{ և } y \text{ զույգ է} \\ \text{անորոշ, մնացած դեպքերում} \end{cases}$
161. $f(x, y) = \begin{cases} x + y^2, \text{ եթե } x \text{ կենտ է և } y \text{ կենտ} \\ x \cdot y, \text{ եթե } x \text{ կենտ է և } y \text{ զույգ} \\ \text{անորոշ, մնացած դեպքերում} \end{cases}$

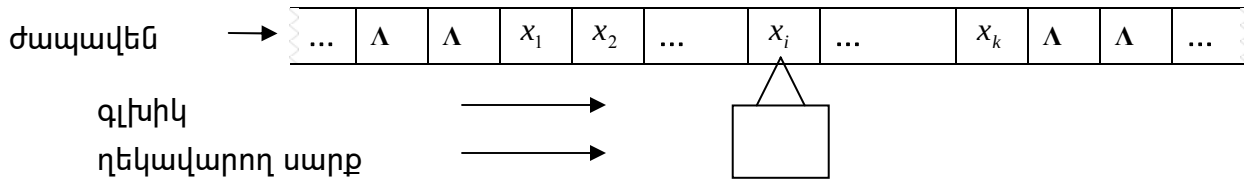
162. $f(x, y) = \begin{cases} x + y + 5, \text{ եթե } x \text{ պարզ է և } y > 5 \\ x \div y, \text{ եթե } x \text{ պարզ է և } y \leq 5 \\ \text{անորոշ, մնացած դեպքերում} \end{cases}$
163. $f(x, y) = \begin{cases} x^y, \text{ եթե } x \text{ կենտ է և } y \text{ զույգ} \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
164. $f(x, y) = \begin{cases} x + 5, \text{ եթե } x \text{ կենտ է և } y = 3 \\ x + y, \text{ եթե } x \text{ կենտ է և } y = 6 \\ \text{անորոշ, մնացած դեպքերում} \end{cases}$
165. $f(x, y) = \begin{cases} 2, \text{ եթե } x \text{ զույգ է և } y > 3x \\ 10x, \text{ եթե } x \text{ զույգ է և } y \leq 3x \\ \text{անորոշ, մնացած դեպքերում} \end{cases}$
166. $f(x, y) = \begin{cases} 2 + 3y, \text{ եթե } x \text{ պարզ է և } y \geq 7 \\ 3 + 2x, \text{ եթե } x \text{ պարզ է և } y < 7 \\ \text{անորոշ, մնացած դեպքերում} \end{cases}$
167. $f(x, y) = \begin{cases} x + 2^y, \text{ եթե } x = 3 \text{ և } y \text{ պարզ չէ} \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
168. $f(x) = \begin{cases} 2, \text{ եթե } rm(x, y) = 0 \\ 3, \text{ եթե } rm(x, y) = 1 \\ \text{անորոշ, մնացած դեպքերում} \end{cases}$
169. $f(x, y) = \begin{cases} 2, \text{ եթե } x = 3^y \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
170. $f(x, y) = \begin{cases} 2, \text{ եթե } x < 2^y \\ 1, \text{ եթե } x > 2^y \\ \text{անորոշ, եթե } x = 2^y \end{cases}$
171. $f(x, y) = \begin{cases} 3, \text{ եթե } x \text{ զույգ է և } y \text{ կենտ} \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
172. $f(x, y) = \begin{cases} x \cdot y^s, \text{ եթե } x \text{ պարզ է և } y \text{ պարզ չէ} \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
173. $f(x, y) = \begin{cases} x + y, \text{ եթե } x \text{ որևէ թվի ֆակտորիալ է և } y \text{ կատարյալ} \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
174. $f(x, y) = \begin{cases} z, \text{ եթե } z^y = x \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$

$$175. \quad f(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{եթե } x \text{ պարզ է} \\ 2, & \text{եթե } x \text{ կատարյալ է} \\ \text{անորոշ, մնացած դեպքերում} \end{cases}$$

$$176. \quad f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{եթե } x = 2^y \text{ և } y = 3^x \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

2. ԹՅՈՒՐԻՆԳԻ ՄԵՔԵՆԱՆԵՐ

Թյուրինգի մեքենայի բաղադրիչներն են՝ ժապավենը, գրող-կարդացող գլխիկը և ղեկավարող սարքը.



Թյուրինգի մեքենան աշխատում է ժամանակի առանձին $t = 0, 1, 2, \dots$ պահերին: Ժապավենը աջից և ձախից անվերջաձիգ է: Այն բաժանված է բջիջների, որոնցից յուրաքանչյուրում ժամանակի ցանկացած պահին գրված է ճիշտ մեկ նիշ $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} (n \geq 1)$ մուտքի-ելքի այբուբենից: A - ուն առանձնացված է դատարկ նիշը՝ Λ : Ժամանակի յուրաքանչյուր պահին ժապավենի վերջավոր թվով բջիջներից բացի, մնացած բջիջներում գրված են Λ - ներ: Λ պարունակող բջիջներն անվանենք դատարկ:

Գրող-կարդացող գլխիկը ժամանակի յուրաքանչյուր պահին դիտարկում է մեկ բջիջ, կարդում այդ բջջում գրված նիշը, նրա փոխարեն գրում որևէ նիշ A - ից (հնարավոր է՝ նույն կարդացած նիշը):

Ղեկավարող սարքը ժամանակի յուրաքանչյուր պահին գտնվում է վիճակների $Q = \{q_0, q_1, \dots, q_{r-1}, p_1, \dots, p_m\} (r, m \geq 1)$ վերջավոր բազմությունից որևէ մեկում: q_0 վիճակն առանձնացված է Q բազմությունում և կոչվում է սկզբնական վիճակ: Ենթադրվում է, որ Թյուրինգի մեքենան սկսում է իր աշխատանքը ժամանակի սկզբնական՝ $t = 0$ պահին, գտնվելով սկզբնական՝

q_0 վիճակում: $\bar{Q} = \{q_0, q_1, \dots, q_{r-1}\} \subset Q$ բազմության տարրերը կոչվում են գործող վիճակներ, $P = \{p_1, \dots, p_m\} \subset Q$ բազմության տարրերը՝ եզրափակիչ վիճակներ: Համարում ենք, որ հայտնվելով որևէ եզրափակիչ վիճակում, Թյուրինգի մեքենան ավարտում է աշխատանքը (կանգ է առնում): Ղեկավարող սարքը, ելնելով իր վիճակից և գլխիկի կողմից դիտարկվող նիշից, կարող է՝

ա) փոխել իր վիճակը;

բ) փոխել դիտարկվող նիշը;

գ) փոխել գլխիկի դիրքը, հաջորդ պահին տեղափոխելով այն հարևան աջ կամ ձախ բջիջներ, կամ թողնել տեղում (այսինքն հաջորդ պահին գլխիկը կդիտարկի այդ պահին իր կողմից գրված նիշը):

Նշված գործողությունները բնութագրվում են համապատասխանաբար 3 արտապատկերումներով.

$$\lambda : \bar{Q} \times A \rightarrow Q$$

$$\delta : \bar{Q} \times A \rightarrow A$$

$$\nu: \bar{Q} \times A \rightarrow \{U, \mathcal{Q}, S\}$$

Սահմանում

$T_{q_0} = \langle A, Q, \lambda, \delta, \nu \rangle$ հնգյակը, որտեղ A, Q բազմությունները և λ, δ, ν արտապատկերումները նկարագրված են վերևում, կոչվում է Թյուրինգի մեքենա:

Նկարագրենք Թյուրինգի մեքենայի աշխատանքի ընթացքը ժամանակի $t, (t+1)$ – ռդ պահերին ($t \geq 0$):

Ենթադրենք, t – ռդ պահին Թյուրինգի մեքենան գտնվում է $q(t)$ ($q(0) = q_0$) վիճակում, իսկ գրող-կարդացող գլխիկը դիտարկում է x նիշը:

ա) Եթե $q(t) \in P$, ապա Թյուրինգի մեքենայի աշխատանքն ավարտվում է:

բ) Եթե $q(t) \in \bar{Q}$, ապա դիտարկվող բջջում x նիշի փոխարեն գրվում է $\delta(q(t), x)$ նիշը, $(t+1)$ – ռդ պահին ղեկավարող սարքի վիճակը՝ $q(t+1) = \lambda(q(t), x)$, իսկ գրող-կարդացող գլխիկը դիտարկում է նույն բջիջը, եթե $\nu(q(t), x) = S$, հարևան աջ բջիջը, եթե $\nu(q(t), x) = U$ և հարևան ձախ բջիջը, եթե $\nu(q(t), x) = \mathcal{Q}$:

Անհրաժեշտ է շեշտել, որ աշխատանքի և՛ սկզբում, և՛ վերջում, եթե աշխատանքն ավարտվել է, Թյուրինգի մեքենայի գլխիկը պետք է գտնվի առաջին ոչ դատարկ բջջի վրա:

Թյուրինգի մեքենայի տրման եղանակները

Թյուրինգի մեքենաները կարելի է նկարագրել երկու եղանակով՝ աղյուսակային և ուրվապատկերային:

Աղյուսակային եղանակով ներկայացման դեպքում $T_{q_0} = \langle A, Q, \lambda, \delta, \nu \rangle$ Թյուրինգի մեքենան, որտեղ՝

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}, \quad Q = \{q_0, q_1, \dots, q_{r-1}, p_1, \dots, p_m\},$$

$$\lambda: \bar{Q} \times A \rightarrow Q,$$

$$\delta: \bar{Q} \times A \rightarrow A,$$

$$\nu: \bar{Q} \times A \rightarrow \{U, \mathcal{Q}, S\},$$

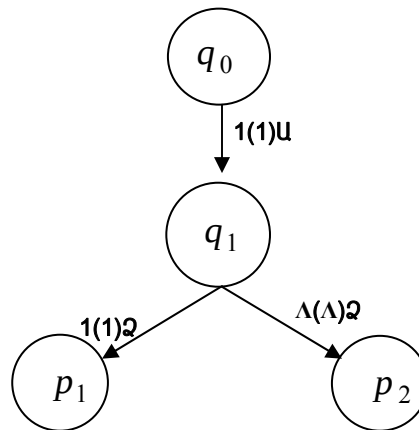
տրվում է հետևյալ $r \times n$ չափանի աղյուսակի միջոցով.

	a_1	...	a_j	...	a_n
q_0					
$\vdots$					
q_i			$\lambda(q_i, a_j), \delta(q_i, a_j), \nu(q_i, a_j)$		

$\vdots$					
q_{r-1}					

$T_{q_0} = \langle A, Q, \lambda, \delta, \nu \rangle$ Թյուրինգի մեքենայի ուրվապատկերային եղանակով ներկայացման դեպքում Q բազմության յուրաքանչյուր h վիճակին համապատասխանեցվում է գագաթ – շրջանակ, որի ներսում գրվում է h նիշը: Յուրաքանչյուր i - ի համար ($0 \leq i \leq r-1$), q_i - ին համապատասխանող շրջանակից դուրս են գալիս $|A|$ հատ աղեղներ, որոնցից յուրաքանչյուրի վրա նշվում է A բազմության համապատասխան a_j ($1 \leq j \leq n$) նիշը: q_i -ին համապատասխան գագաթից դուրս եկող և a_j նիշով նշված աղեղը ուղղվում է դեպի $\lambda(q_i, a_j)$ -ին համապատասխան գագաթը, և այդ աղեղի վրա a_j նիշից հետո փակագծերում գրվում են $\delta(q_i, a_j)$ և $\nu(q_i, a_j)$ նիշերը: Ակնհայտ է, որ այս կերպ կառուցված ուրվապատկերը միարժեքորեն նկարագրում է Թյուրինգի մեքենան:

Դիտարկենք Թյուրինգի մեքենայի ուրվապատկերային եղանակով ներկայացման մի օրինակ: Դիցուք, Թյուրինգի մեքենան, սկսելով աշխատանքը 1 - երից կազմված կամայական $n+1$ երկարության բառի վրա, պարզապես ստուգում է՝ $n=0$, թե ոչ, բառը թողնելով անփոփոխ: Ընդ որում՝ աշխատանքն ավարտում է այդ բառի ամենաձախ նիշի վրա կանգնելով, $n=0$ դեպքում p_1 եզրափակիչ վիճակում, իսկ $n>0$ դեպքում՝ p_2 եզրափակիչ վիճակում: Այս Թյուրինգի մեքենայի ուրվապատկերը ներկայացնենք ստորև.



Քանի որ Թյուրինգի մեքենաները ձևափոխում են իրենց ժապավենի բջիջներում գրված բառերը, ապա դրանց միջոցով թվաբանական ֆունկցիաներ հաշվելու համար ներկայացնենք ֆունկցիայի փոփոխականների արժեքների հավաքածուն բառի տեսքով որոշակի այբուբենում:

$\forall \alpha_i (\alpha_i \in N, 1 \leq i \leq n, n \geq 1)$ համար $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ հավաքածուի մեքենայական կոդ (կամ պարզապես կոդ) կանվանենք $\underbrace{1 \dots 1}_{\alpha_1+1} * \underbrace{1 \dots 1}_{\alpha_2+1} * \dots * \underbrace{1 \dots 1}_{\alpha_n+1}$ բառը, որը կնշանակենք $K(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ - ով: Մասնավորապես, $\underbrace{1 \dots 1}_{\alpha+1}$ բառը α թվի կոդն է:

Սահմանում

Կասենք, որ T թյուրինգի մեքենան հաշվում է $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ թվաբանական ֆունկցիան, եթե $\forall (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ հավաքածուի համար $(\alpha_i \in N, 1 \leq i \leq n)$, սկսելով աշխատանքը $K(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ բառի վրա, ա) վերջավոր քայլերից հետո ավարտում է այն, պարունակելով ժապավենի վրա $K(f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n))$ բառը, եթե $f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ որոշված է, և բ) կիրառելի չէ $K(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ բառի վրա (այսինքն, աշխատում է անվերջ)՝ հակառակ դեպքում:

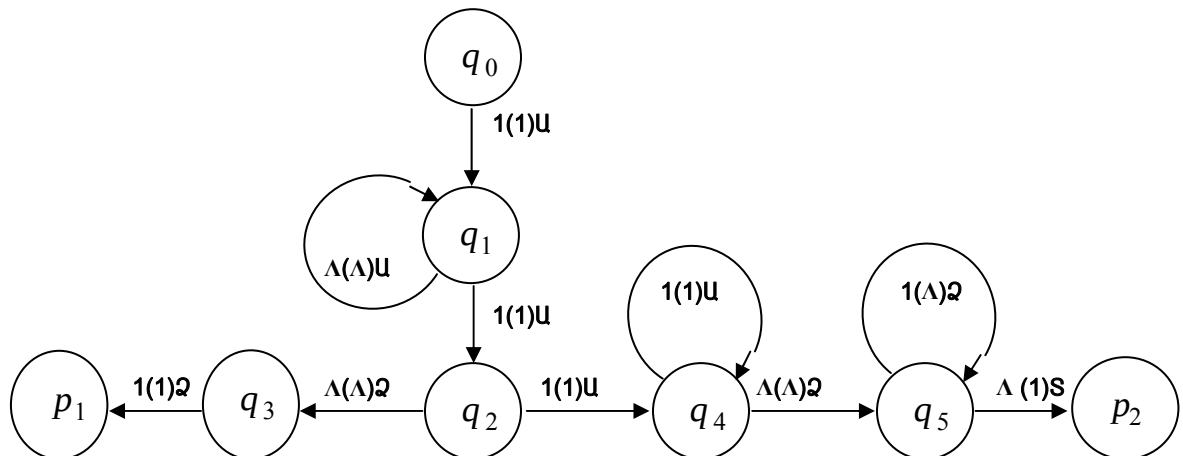
Սահմանում

Կասենք, որ $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ թվաբանական ֆունկցիան հաշվարկելի է ըստ թյուրինգի, եթե գոյություն ունի T թյուրինգի մեքենա, որը այն հաշվում է:

Ապացուցենք մի քանի ֆունկցիաների հաշվելիությունը ըստ թյուրինգի:

$$1. \left[\frac{1}{x} \right] = \begin{cases} 1, & x = 1 \\ 0, & x \geq 2 \\ \text{որոշված չէ, } x = 0 \end{cases}$$

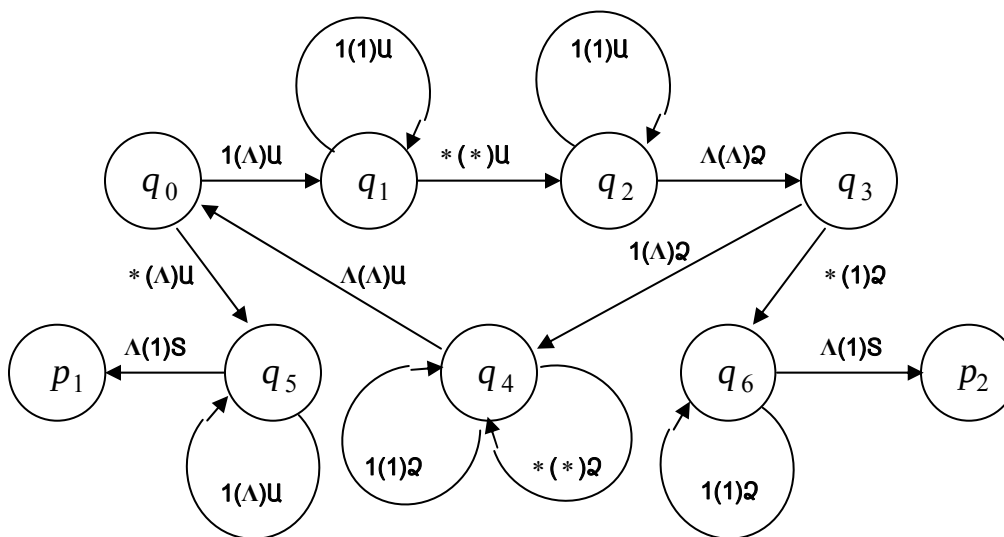
Կառուցենք այս ֆունկցիան հաշվող թյուրինգի մեքենա ուրվապատկերի միջոցով.



2. Կառուցենք հետևյալ ֆունկցիան հաշվող թյուրինգի մեքենա.

$$x \div y = \begin{cases} 0, & \text{եթե } x \leq y \\ x - y, & \text{եթե } x > y \end{cases}$$

վիճակում և դիտարկում է ժապավենի վրա գրված բառի ամենաձախ 1 նիշը: Թյուրինգի մեքենայի աշխատանքը կազմակերպենք հետևյալ կերպ. այն «ջնջում է» մեկական նիշ տրված բառի յուրաքանչյուր ծայրից, աստիճանաբար նվազեցնելով X - ն ու y - ը: Եթե սկզբում վերջանում են ձախակողմյան 1 - երը, ապա ժապավենի վրա ամեն ինչ «ջնջվում է», գրվում է 1, և աշխատանքն ավարտվում է: Հակառակ դեպքում ժապավենի վրա մնում են $x-y-1$ հատ 1 - եր և $*$ - ը, որոնք մեքենան ձևափոխում է $x-y$ - ի կողի և կանգ առնում: Այս մեքենայի ուղվապատկերը ներկայացնենք ստորև.



Կառուցել հետևյալ թվաբանական ֆունկցիան հաշվող Թյուրինգի մեքենա.

1. $f(x, y) = y + 5$
2. $f(x, y) = x + y$
3. $f(x, y) = x + y + 5$
4. $f(x, y) = x \div 4$
5. $f(x) = \begin{cases} x+2, & x \geq 3 \\ x-1, & x < 3 \end{cases}$
6. $f(x, y) = \begin{cases} x+y, & x \geq 2 \\ x, & x < 2 \end{cases}$
7. $f(x, y) = \begin{cases} x+y+2, & x \geq 3 \\ y, & x < 3 \end{cases}$

8. $f(x,y)=\begin{cases} x+y+1, & x \geq 2 \ \& \ y > 1 \\ 0 & , \text{ h.}\eta. \end{cases}$
9. $f(x)=\begin{cases} x+3, & rm(x,2)=0 \ \& \ rm(x,3) \neq 0 \\ 0 & , \text{ h.}\eta. \end{cases}$
10. $f(x,y)=\begin{cases} x+y, & rm(x,2)=0 \ \& \ rm(x,3)=1 \\ 1 & , \text{ h.}\eta. \end{cases}$
11. $f(x,y)=\begin{cases} x, & x \text{ զույգ է} \ \& \ rm(y,3)=0 \\ 0, & \text{ h.}\eta. \end{cases}$
12. $f(x,y)=\begin{cases} x, & x \geq y \\ y, & x < y \end{cases}$
13. $f(x)=\begin{cases} x+3, & x \leq 2 \\ x \div 1, & x > 2 \end{cases}$
14. $f(x,y)=\begin{cases} x+2, & y \leq 3 \\ y \div 1, & y \geq 4 \end{cases}$
15. $f(x,y)=\begin{cases} x \div 2, & x \geq 4 \\ x+1, & x \leq 3 \end{cases}$
16. $f(x,y)=\begin{cases} x+2, & \exists k(x=2k) \\ x \div 2, & \exists k(x=2k+1) \end{cases}$
17. $f(x,y)=\begin{cases} x+y, & x \geq y \ \& \ rm(y,3)=1 \\ 0 & , \text{ h.}\eta. \end{cases}$
18. $f(x,y)=\begin{cases} x \div 1, & x \text{ կենտ է} \\ x+1, & x \text{ զույգ է} \end{cases}$
19. $f(x,y)=\begin{cases} x \div 2, & rm(x,2)=1 \ \& \ rm(x,3)=3 \\ y \div 3, & \text{ h.}\eta. \end{cases}$
20. $f(x,y)=\begin{cases} x+y \div 3, & rm(x,2)=0 \ \& \ rm(y,3)=0 \\ y+1 & , \text{ h.}\eta. \end{cases}$
21. $f(x,y)=\begin{cases} x+y \div 2, & rm(x,2)=0 \ \& \ rm(x,3)=1 \\ 0 & , \text{ h.}\eta. \end{cases}$
22. $f(x,y)=\begin{cases} x+y, & rm(x,2)=1 \ \& \ rm(x,3)=2 \\ x \div 4, & \text{ h.}\eta. \end{cases}$
23. $f(x,y)=\begin{cases} x+y \div 2, & y \geq x+2 \\ 2 & , \text{ h.}\eta. \end{cases}$
24. $f(x,y)=\begin{cases} x+y+2, & x=2k \ \& \ y \neq 0 \\ x+5 & , \text{ h.}\eta. \end{cases}$
25. $f(x,y)=\begin{cases} x+y \div 2, & y \geq x+2 \\ 2 & , \text{ h.}\eta. \end{cases}$

$$26. f(x, y) = \begin{cases} x + y + 2, & \exists k (x = 2k) \wedge y \neq 0 \\ x + 5, & \text{h.}\eta. \end{cases}$$

$$27. f(x, y) = x \div y$$

$$28. f(x, y) = (x \div y) + 7$$

$$29. f(x, y) = \begin{cases} x \div y + 8, & \text{t}\rho\text{t} \ x \geq y \\ x + y + 8, & \text{t}\rho\text{t} \ x < y \end{cases}$$

$$30. f(x, y) = \begin{cases} x + y, & rm(x + y, 2) = 0 \\ |x - y|, & rm(x + y, 2) = 1 \end{cases}$$

$$31. f(x, y) = \max(x, y)$$

$$32. f(x, y) = \max(x, y, z)$$

$$33. f(x, y, z) = \min(x, y, z)$$

$$34. f(x, y) = 3 \cdot x$$

$$35. f(x, y) = 2 \cdot x + y$$

$$36. f(x, y) = x \cdot y$$

$$37. f(x, y) = x + 3y + 3$$

$$38. f(x, y) = rm(x, y)$$

$$39. f(x, y) = div(x, y) = \begin{cases} \left\lceil \frac{x}{y} \right\rceil, & y \neq 0 \\ 0, & y = 0 \end{cases}$$

$$40. f(x) = \begin{cases} 2x, & rm(x, 3) = 0 \\ 0, & rm(x, 3) \neq 0 \end{cases}$$

$$41. f(x, y) = \begin{cases} \left\lceil \frac{x}{2} \right\rceil, & rm(x, 2) = 0 \\ 2 + y, & \text{h.}\eta. \end{cases}$$

$$42. f(x, y) = (x \div y) + 2x$$

$$43. f(x, y) = (x + y)^2$$

$$44. f(x, y) = x^2 + y$$

$$45. f(x, y) = \begin{cases} \left\lceil \frac{x}{3} \right\rceil, & x > y \\ y + 3, & x \leq y \end{cases}$$

$$46. f(x, y) = \begin{cases} \left\lceil \frac{x}{2} \right\rceil, & x > y \\ 0, & x \leq y \end{cases}$$

$$47. f(x, y) = \begin{cases} (2x \div 1) + y, & rm(x, 3) = 2 \\ 0, & \text{h.}\eta. \end{cases}$$

$$48. f(x, y) = \begin{cases} 2x, & rm(x, 2) = 0 \text{ \& } rm(y, 4) > 1 \\ 0, & \text{h.}\eta. \end{cases}$$

$$49. f(x, y) = \begin{cases} \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor, & rm(x, 2) = 1 \\ y + 1, & \text{h.}\eta. \end{cases}$$

$$50. f(x, y) = \begin{cases} 2x \div 1, & rm(x, y) = 0 \\ x + y, & \text{h.}\eta. \end{cases}$$

$$51. f(x, y) = \begin{cases} 2x, & rm(x, 2) = 0 \\ y \div 1, & \text{h.}\eta. \end{cases}$$

$$52. f(x, y) = \begin{cases} 2x, & x \geq y + 1 \\ y \div 1, & x < y + 1 \end{cases}$$

$$53. f(x, y) = \begin{cases} 2y, & rm(x, 2) = 0 \text{ \& } rm(y, 4) > 1 \\ 1, & \text{h.}\eta. \end{cases}$$

$$54. f(x) = \begin{cases} 3x, & rm(x, 2) = 0 \\ x \div 1, & rm(x, 2) \neq 0 \end{cases}$$

$$55. f(x) = \begin{cases} \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor, & \exists k \ x = 2k \\ 0, & \exists k \ x = 2k + 1 \end{cases}$$

$$56. f(x, y) = \begin{cases} x + y, & rm(x, 3) = 0 \\ x \cdot y, & \text{h.}\eta. \end{cases}$$

$$57. f(x, y) = \left\lfloor \frac{x + y}{2} \right\rfloor$$

$$58. f(x, y) = \begin{cases} 2y + 1, & 2 \leq x \leq 4 \\ 1, & \text{h.}\eta. \end{cases}$$

$$59. f(x) = \begin{cases} 3x, & \exists k \ x = 2k + 1 \\ x \div 7, & \exists k \ x = 2k \end{cases}$$

$$60. f(x) = \begin{cases} 2x, & x < y \\ x \div y, & x \geq y \end{cases}$$

$$61. f(x, y) = \begin{cases} \left\lfloor \frac{x + y}{2} \right\rfloor, & rm(x, 2) = 0 \\ 0, & \text{h.}\eta. \end{cases}$$

$$62. f(x) = \begin{cases} x^2, & x \text{ գույգ է} \\ 2x, & x \text{ կենստ է} \end{cases}$$

$$63. f(x, y) = \begin{cases} xy, & x \text{ գույգ է} \\ x \div y, & x \text{ կենստ է} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
64. f(x) &= \begin{cases} 2x, & rm(x,3)=0 \\ \left[\frac{x}{3}\right], & rm(x,3)=1 \\ x \div 3, & rm(x,3)=2 \end{cases} \\
65. f(x) &= \begin{cases} x^2, & x \text{ զույգ է} \\ x(x \div 1), & x \text{ կենտ է} \end{cases} \\
66. f(x) &= \begin{cases} x+3, & x \text{ զույգ է} \\ \left[\frac{x}{3}\right], & x \text{ կենտ է} \end{cases} \\
67. f(x,y) &= \begin{cases} (x+1)^2, & rm(x,3)=1, \ x < y \\ 3y, & \text{հ.դ.} \end{cases} \\
68. f(x,y) &= \begin{cases} x \cdot y, & x=5 \ \& \ y > 3 \\ 5, & x < 5 \ \& \ y=3 \\ x \div y, & x > 5 \ \& \ y < 3 \end{cases} \\
69. f(x,y) &= \begin{cases} \left[\frac{x}{3}\right], & x > 4 \ \& \ x \text{ զույգ է} \\ 2x \div 1, & \text{հ.դ.} \end{cases} \\
70. f(x,y) &= \begin{cases} (x+7)^2, & rm(x,4)=1 \\ 3, & \text{հ.դ.} \end{cases} \\
71. f(x,y) &= \begin{cases} (x+2)^2 \div y, & x \geq y \ \& \ x - \text{զույգ է} \\ y, & \text{հ.դ.} \end{cases} \\
72. f(x,y) &= \begin{cases} \left[\frac{x}{y}\right], & x \text{ զույգ է և } y \neq 0 \\ y \div 5, & y > 6 \text{ և } x \text{ կենտ է} \\ x+1, & \text{հ.դ.} \end{cases} \\
73. f(x,y) &= \begin{cases} (x+y)^2, & x < y \ \& \ rm(y,3)=2 \\ 3, & \text{հ.դ.} \end{cases} \\
74. f(x,y) &= \begin{cases} x \div 2 \div y, & x > y \ \& \ x > 10 \\ 2x, & x = y \\ 4, & \text{հ.դ.} \end{cases} \\
75. f(x,y) &= \begin{cases} x(x \div 2), & rm(y+1,2)=1 \ \& \ x \text{ զույգ է} \\ x+5, & \text{հ.դ.} \end{cases} :
\end{aligned}$$

Կառուցել թյուրիմզի մեքենա, որն իրականացնում է հետևյալ ձևափոխությունները.

76. $k(x) \rightarrow k(2) * k(0) * k(x \div 1)$
77. $k(x) \rightarrow k(2) * k(x \div 2)$
78. $k(x) \rightarrow k(x \div 2) * k(1)$
79. $k(x) \rightarrow k(x \div 1) * k(0) * k(1)$
80. $k(x) \rightarrow k(0) * k(x \div 1) * k(2)$
81. $k(x) \rightarrow k(0) * k(x \div 1) * k(3)$
82. $k(x) \rightarrow k(x + 2) * k(1) * k(x)$
83. $k(x) \rightarrow k(x + 1) * k(1) * k(x \div 1)$
84. $k(x) \rightarrow k(5) * k(x + 3) * k(x \div 1)$
85. $k(x) \rightarrow k(2x) * k(x + 2)$
86. $k(x) \rightarrow k(x + 1) * k(x) * k(x \div 1)$
87. $k(x) \rightarrow k(x) * k(x) * k(x \div 2)$
88. $k(x) \rightarrow k(x) * k(x \div 1) * k(x)$
89. $k(x) \rightarrow k(0) * k(x) * k(0) * k(x + 1)$
90. $k(x) \rightarrow k(x \div 3) * k(0) * k(x + 2)$
91. $k(x) \rightarrow k(x \div 1) * k(x) * k(x + 1)$
92. $k(x) \rightarrow k(1) * k(x \div 1) * k(x + 1)$
93. $k(x) \rightarrow k(x \div 2) * k(0) * k(rm(x, 3))$
94. $k(x) \rightarrow k(x) * k\left[\frac{x}{2}\right] * k(x)$
95. $k(x) \rightarrow k\left[\frac{x}{2}\right] * k(x + 1) * k(rm(x, 3))$
96. $k(x) \rightarrow k\left[\frac{x}{2}\right] * k(1) * k(x \div 1)$
97. $k(x) \begin{cases} \nearrow k(0) * k(x \div 1), rm(x, 3) = 0 \\ \searrow k(2x) \end{cases}, \text{ h.}\eta.$
98. $k(x) \begin{cases} \nearrow k(x \div 1) * k(x \div 1), x > 4 \\ \searrow k(1) * k(2) \end{cases}, \text{ h.}\eta.$
99. $k(x) \begin{cases} \nearrow k(x) * k(x \div 2), rm(x, 3) \neq 0 \\ \searrow k(0) \end{cases}, \text{ h.}\eta.$
100. $k(x) \begin{cases} \nearrow k(4) * k(3x) * k(2), x - qn\iota q \\ \searrow k(x) \end{cases}, \text{ h.}\eta.$

101. $k(x) \begin{cases} \nearrow k(x \div 2) * k(x), x = 5 \\ \searrow k(2x) \end{cases}, \text{ h.}\eta.$
102. $k(x) \begin{cases} \nearrow k\left[\frac{x}{3}\right] * k(0) * k(x), rm(x,4) > 2 \\ \rightarrow k(x) * k(1) \end{cases}, \text{ h.}\eta.$
103. $k(x) \begin{cases} \nearrow k(x^2) \\ \rightarrow k(x \div 4) * k(2x), \\ \searrow k(2x) \end{cases}, \text{ h.}\eta. \quad \begin{matrix} rm(x,3) = 0 \\ rm(x,3) = 2 \end{matrix}$
104. $k(x) \begin{cases} \nearrow k(x \div 2) * k(1), x \geq 3 \\ \searrow k(2x) \end{cases}, \text{ h.}\eta.$
105. $k(x) \begin{cases} \nearrow k(2) * k(1) * k(x \div 1), x \geq 6 \\ \searrow k(x) \end{cases}, \text{ h.}\eta.$
106. $k(x) \begin{cases} \nearrow k(2x) * k(2), rm(x,2) = 1 \\ \searrow k(x \div 1) \end{cases}, \text{ h.}\eta.$
107. $k(x) \begin{cases} \nearrow k(2x) * k(0) * k(1), rm(x,3) = 2 \\ \searrow k(2) \end{cases}, \text{ h.}\eta.$

3. ԲՆԱԿԱՆ ԹՎԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՀԱՄԱՐԱԿԱԼՈՒՄՆԵՐ

Յուրաքանչյուր սևեռված n բնական թվի համար N^n -ից N -ի վրա փոխմիարժեք արտապատկերումը կոչվում է բնական թվերի պարզ համարակալում: Կանտորի կողմից ներմուծվել է համարակալումը հետևյալ եղանակով՝

$n = 2$ դեպքում $C(x, y) = \frac{(x+y)(x+y+1)}{2} + x$ ֆունկցիան գտնում է յուրաքանչյուր

(x, y) զույգի համարը, իսկ $r(m)$ և $l(m)$ ֆունկցիաները (տես [1]) վերականգնում են m համար ունեցող զույգի աջ՝ y , և ձախ՝ x , անդամները: Ակնհայտ է, որ $C(l(m), r(m)) = m$ և $r(C(x, y)) = y$, $l(C(x, y)) = x$:

$n \geq 3$ համար մակածման եղանակով ներմուծվում է $C^n(x_1, \dots, x_n) = C(C^{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}), x_n)$ ֆունկցիան, որի միջոցով համարակալվում են բնական թվերի n -յակները:

Համապատասխանաբար $\alpha_i^n(m)$ $1 \leq i \leq n$ (տես [1]) ֆունկցիաների միջոցով ըստ n -յակի m Կանտորյան համարի վերականգնվում է նրա i -րդ անդամը:

Ներմուծենք հետևյալ նշանակումները՝ $N^0 = \{A\}$, $N^1 = N$ և $N^\infty = N^0 \cup N^1 \cup N^2 \cup \dots \cup N^n \cup \dots$: N^∞ -ից N -ի վրա փոխմիարժեք արտապատկերումը ներմուծվել է Գյոդելի կողմից հետևյալ եղանակով՝

$\beta(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 0, & \text{եթե } n = 0 \\ C(n+1, C^n(x_1, \dots, x_n)) + 1, & \text{եթե } n \geq 1 \end{cases}$: Գյոդելյան համարակալումների

հետ կապված դիտարկվում են հետևյալ ֆունկցիաները՝

- $\rho(x) =$ «մեկ հատ x -ից բաղկացած համակարգի գյոդելյան համարին»
- $\delta(z) =$ « z գյոդելյան համար ունեցող համակարգի երկարությանը»
- $\lambda(i, z) = \begin{cases} \text{«} z \text{ գյոդելյան համար ունեցող համակարգի } i \text{-րդ անդամին»}, & \text{եթե } 1 \leq i \leq \delta(z) \\ 0, & \text{հ.դ.} \end{cases}$
- $\varphi(x, y) =$ «այն համակարգի գյոդելյան համարին, որը ստացվում է y բնական թիվը աջից կցագրելով x գյոդելյան համար ունեցող համակարգին»
- $\psi(x, y) =$ «այն համակարգի Գ.հ.-ին, որը ստացվում է y Գ.հ. ունեցող համակարգը աջից կցագրելով x Գ.հ. ունեցող համակարգին»
- $\theta(z, i, j) = \begin{cases} \text{«} z \text{ գյոդելյան համար ունեցող համակարգի } i \text{-րդ անդամից} \\ \text{սկսվող } j \text{ երկարությամբ հատվածի գյոդելյան} \\ \text{համարին»}, & \text{եթե } i \geq 1 \text{ և } i + j - 1 \leq \delta(z) \\ 0, & \text{հ.դ.} \end{cases}$
- $\gamma(x, y) =$ « y հատ x -երից բաղկացած համակարգի գյոդելյան համարին»

Խնդիրներ

1. Ապացուցել $C(x, y)$ ֆունկցիայի պարզագույն կարգընթացությունը:
2. Ապացուցել, որ $C(x, y)$ ֆունկցիան փոխմիարժեք համապատասխանություն է N^2 և N միջև:
3. Ապացուցել $l(x)$ և $r(x)$ ֆունկցիաների պարզագույն կարգընթացությունը:
4. Ապացուցել $C^n(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիայի պարզագույն կարգընթացությունը:
5. Ապացուցել, որ $C^n(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիան փոխմիարժեք համապատասխանություն է N^n և N միջև:
6. Ապացուցել $\alpha_i^n(m)$ $i = 1, 2, \dots, n$ ֆունկցիաների պարզագույն կարգընթացությունը:
7. Ապացուցել $\rho(x)$, $\delta(z)$, $\lambda(i, z)$, $\varphi(x, y)$, $\psi(x, y)$, $\theta(z, i, j)$ և $\gamma(x, y)$ ֆունկցիաների պարզագույն կարգընթացությունը:

Դիցուք $\beta(x_1, \dots, x_n) = m$: Հաշվել հետևյալ ֆունկցիաները և ապացուցել նրանց պարզագույն կարգընթացությունը՝

8. $\beta(8, 4, 1, 10)$
9. $\beta(8, x_8, 4, x_4, 1, x_1, 10, x_{10})$
10. $\beta(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, 8, 5)$
11. $\beta(x_1, 3, x_2, 1, x_4, \dots, x_n)$
12. $\beta(x_1, x_3, x_2, x_4, \dots, x_{n-1}, 1, x_n, 2)$
13. $\beta(x_2, x_4, x_6, x_8, x_{10}, x_1, x_3, x_5, x_7, x_9)$
14. $\beta(x_3, 0, x_2, 1, x_1, 2, x_3, x_4, \dots, x_n)$
15. $\beta(x_1, 3, x_2, 1, x_6, \dots, x_n)$
16. $\beta(x_{n-1}, x_n, x_1, x_2, \dots, x_{n-2})$
17. $\beta(x_2, x_1, x_4, x_3, x_5, x_6, x_7, x_8, \dots, x_{n-2}, x_{n-1}, x_n)$
18. $\beta(1, 2, 3, 4, 5, x_1, x_2, x_3, x_{n-1}, x_n)$
19. $\beta(2, 8, 24, x_6, \dots, x_{n-1}, x_n)$
20. $\beta(x_1, x_2, 2, x_3, x_4, 4, \dots, x_{n-1}, x_n, n)$
21. $\beta(x_1, x_4, x_6, x_7, \dots, x_{n-1}, 1, x_n, 2)$
22. $\beta\left(x_1, \underbrace{0, \dots, 0}_{x_1}, x_2, \underbrace{0, \dots, 0}_{x_2}, x_3, \underbrace{0, \dots, 0}_{x_3}, \dots, x_n, \underbrace{0, \dots, 0}_{x_n}\right)$
23. $\beta\left(x_1, 0, x_2, 0, 0, x_3, 0, 0, 0, \dots, x_n, \underbrace{0, \dots, 0}_n\right)$

24. $\beta(1,1,x_1,x_1,x_2,\dots,x_{n-1},x_n,x_n,2,2)$
25. $\beta(x_n,x_n,x_{n-1},x_{n-1},\dots,x_1,x_1)$
26. $\beta(x_2,x_3,x_1,x_4,\dots,x_{n-3},x_n,x_{n-2},x_{n-1})$
27. $\beta(0,x_1,x_2,\dots,x_{n-1},x_n,0)$
28. $\beta(x_{n-3},x_{n-2},x_{n-1},x_n,x_5,x_6,x_7,\dots,x_{n-4},x_1,x_2,x_3,x_4)$
29. $\beta(x_1,x_2,x_3,x_4,5,6,7,8,x_9,x_{10},\dots,x_n)$
30. $\beta(x_1,x_2,0,0,0,x_3,x_4,x_5,x_6,\dots,x_{n-3},x_{n-2},0,0,0,x_{n-1},x_n)$
31. $\beta(x_6,x_7,x_8,x_9,x_{10},\dots,x_n,x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)$
32. $\beta(x_1,x_2,x_3,x_4,0,0,0,x_5,x_6,0,0,0,x_7,x_8,x_9,x_{10},x_{11},\dots,x_n)$

Ապացուցել հետևյալ ֆունկցիաների պարզագույն կարգընթացությունը՝

33. $f(m) = \ll m$ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի m -ից մեծ զույգ անդամների քանակին»:

34. $f(m) = \ll m$ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի պարզ անդամների քանակին»:

35. $f(m) = \ll m$ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի 5-ից մեծ պարզ և կենտ անդամների քանակին»:

36. $f(m,x) = \ll m$ գյոդեյան համար ունեցող համակարգում զույգ տեղերում գտնվող x -ից մեծ կենտ թվերի քանակին»:

37. $f(m) = \ll m$ գյոդեյան համար ունեցող համակարգում կենտ տեղերում գտնվող 15-ից փոքր զույգ թվերի քանակին»:

38. $f(m,i,j) = \ll m$ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի i -րդ և j -րդ անդամների m -ից մեծ ընդհանուր պարզ բաժանարարների քանակին»:

39. $f(m,i) = \ll m$ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի վերջին անդամից մինչև i -րդ անդամը ներառյալ անդամների ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկին»:

40. $f(m) = \ll m$ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի 5-ի վրա բաժանվող զույգ անդամների գումարին»:

41. $f(m) = \ll m$ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի կենտ տեղերում գտնվող 3-ի վրա բաժանվող զույգ անդամների գումարին»:

42. $f(m,x) = \ll m$ գյոդեյան համար ունեցող համակարգում կենտ տեղերում գտնվող x -ի վրա բաժանվող զույգ թվերի գումարին»:

43. $f(m) = \ll m$ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի 3-ի և 7-ի վրա բաժանվող անդամների գումարին»:

44. $f(m) = \ll m$ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի զույգ անդամների կենտ բաժանարարների գումարին»:

45. $f(m) = \ll m$ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի զույգ տեղերում գտնվող 4-ի վրա բաժանվող անդամներից բաղկացած համակարգի գյոդեյան համարին»:

46. $f(m) = \langle m \text{ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի } 3\text{-ի վրա բաժանվող տեղերում գտնվող անդամներից բաղկացած համակարգի գյոդեյան համարին} \rangle$:

47. $f(m) = \langle m \text{ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի } 4\text{-ի վրա բաժանվող զույգ անդամների արտադրյալին} \rangle$:

48. $f(m) = \langle m \text{ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի } \delta(m)\text{-ը չգերազանցող կենտ անդամների արտադրյալին} \rangle$:

49. $f(m) = \langle m \text{ գյոդեյան համար ունեցող համակարգում կենտ տեղերում գտնվող զույգ թվերի արտադրյալին} \rangle$:

50. $f(m) = \langle m \text{ գյոդեյան համար ունեցող համակարգում կենտ տեղերում գտնվող } 3\text{-ից մեծ թվերի արտադրյալին} \rangle$:

51. $f(m) = \langle m \text{ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի } 3\text{-րդից նախավերջին } 5\text{-ից մեծ անդամների արտադրյալին} \rangle$:

52. $f(x, y) = \langle \text{այն համակարգի գյոդեյան համարին, որը ստացվում է } x \text{ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի յուրաքանչյուր անդամից հետո ավելացնելով } y \text{ թիվը} \rangle$:

53. $f(x, y) = \langle \text{այն համակարգի գյոդեյան համարին, որը ստացվում է } x \text{ գյոդեյան համար ունեցող համակարգին աջից և ձախից կցագրելով } y \text{ թիվը} \rangle$:

54. $f(m, i) = \langle \text{այն համակարգի գյոդեյան համարին, որը ստացվում է } m \text{ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի } i\text{-րդ անդամի ամենամեծ պարզ բաժանարարին աջից կցագրելով } m \text{ թիվը} \rangle$:

55. $f(m, i) = \langle m \text{ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի } i\text{-րդ անդամի ամենամեծ պարզ բաժանարարի համարից կազմված համակարգի գյոդեյան համարին} \rangle$:

56. $f(m, i) = \langle \text{այն համակարգի գյոդեյան համարին, որը ստացվում է } m \text{ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի } i\text{-րդ անդամից հետո ավելացնելով } i\text{-րդ պարզ թիվը} \rangle$:

57. $f(m) = \langle \text{այն համակարգի գյոդեյան համարին, որը ստացվում է } m \text{ գյոդեյան համար ունեցող համակարգից ընտրելով այն անդամները, որոնց համարները բաժանվում են } 3\text{-ի վրա} \rangle$:

58. $f(m, i) = \langle m \text{ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի } 4\text{-ին պատիկ տեղերում և } i\text{-ն չգերազանցող անդամներից բաղկացած համակարգի գյոդեյան համարին} \rangle$:

59. $f(m, i) = \langle \text{այն համակարգի գյոդեյան համարին, որը ստացվում է } m \text{ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի նախավերջին անդամից սկսած ընտրելով } i \text{ երկարությամբ (դեպի ձախ) հատված} \rangle$:

60. $f(m) = \langle m \text{ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի զույգ և } 3\text{-ին պատիկ տեղերում գտնվող անդամներից բաղկացած համակարգի գյոդեյան համարին} \rangle$:

61. $f(x, y, i) = \langle \text{այն համակարգի գյոդեյան համարին, որը ստացվում է } x \text{ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի } i\text{-րդ անդամից հետո ավելացնելով } y \text{ թիվը} \rangle$:

62. $f(x, y) =$ «այն համակարգի գյոդեյան համարին, որը ստացվում է x գյոդեյան համար ունեցող համակարգից ձախից՝ կցագրելով y գյոդեյան համար ունեցող համակարգը, իսկ աջից կցագրելով x հատ 1 »:

63. $f(x, i) =$ «այն համակարգի գյոդեյան համարին, որը ստացվում է x գյոդեյան համար ունեցող համակարգի i -րդ անդամից առաջ ավելացնելով x հատ x , իսկ i -րդ անդամից հետո կցագրելով մնացած անդամները հակառակ կարգով»:

64. $f(x, y) =$ «այն համակարգի գյոդեյան համարին, որը ստացվում է y գյոդեյան համար ունեցող համակարգից ընտրելով x -ին պատիկ անդամները՝ սկսելով y գյոդեյան համար ունեցող համակարգի վերջից»:

4. ՀԱՄԱՊԻՏԱՆԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ

Դիցուք $M \subseteq F^n: F(x_0, x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիան կոչվում է համապիտանի M բազմության համար, եթե

$$\forall f(x_1, \dots, x_n) \in M \exists n_f \in N (F(n_f, x_1, \dots, x_n) \simeq f(x_1, \dots, x_n))$$

$$\forall m \in N (F(m, x_1, \dots, x_n) \in M):$$

Օրինակ՝

$M = \{x + y^2, x^3, 2xy\}$ բազմության համար համապիտանի են հանդիսանում հետևյալ ֆունկցիաները՝

$$\text{ա) } F(x_0, x, y) = (x + y^2) \overline{sg}(x_0) + x^3 \overline{sg}|x_0 - 1| + 2xysg(x_0 \div 1),$$

$$\text{բ) } F(x_0, x, y) = (x + y^2) \overline{sg}(rm(x_0, 3)) + x^3 \overline{sg}|rm(x_0, 3) - 1| + 2xysg|rm(x_0, 3) - 2|:$$

$M = \{x^y, x + 2y\} \cup \{x^k \cdot y^m / k, m \in N\}$ բազմության համար համապիտանի է, օրինակ, հետևյալ ֆունկցիան՝

$$F(x_0, x, y) = x^y \overline{sg}(x_0) + (x + 2y)^3 \overline{sg}|x_0 - 1| + x^{r(x_0 \div 2)} y^{l(x_0 \div 2)} sg(x_0 \div 1):$$

Խնդիրներ

Նշված բազմությունների համար կառուցել համապիտանի ֆունկցիա և ապացուցել նրանց պարզագույն կարգընթացությունը:

1. $M = \{2x, x^3, x + x^2\}$
2. $M = \{x^3, x^2 + y^2, x^4 \div 1\}$
3. $M = \{x + y, x \div y, x^y, rm(x, y)\}$
4. $M = \{x + y, x \div 6z, x^{y+1}, 5z, 2y\}$
5. $M = \left\{ x \cdot y, x \div y, rm(x, y), \left[\frac{x}{y} \right] \right\}$
6. $M = \{x!, x^2 + y, 2x, x^y\}$
7. $M = \left\{ x^2 + y^2, x \div y, z + y, \left[\frac{x}{y} \right] \right\}$
8. $M = \{x^2, y^2, x + 1, y + 2\}$
9. $M = \{x^3, y^5, x^2 + y^2, x \div y\}$
10. $M = \left\{ x \div y, \left[\frac{x}{y} \right], x^3, y + 2, \left[\sqrt{y} \right] \right\}$
11. $M = \left\{ x^3, x \div 3y, x + 7^y, \left[\frac{x}{y \div 1} \right] \right\}$

12. $M = \left\{ 2^x, \left[\frac{y}{x} \right], y, x+5y, y+7x \right\}$
13. $M = \left\{ 7y, x^5, x^{y+1}, x \div 3y, x+6y \right\}$
14. $M = \left\{ x \div \left[\frac{x}{y} \right], x+x^y, \left[\frac{y}{5} \right], x+10, x^2 \right\}$
15. $M = \left\{ x+3y, x \div 6y, x^{y+1}, 5x, 2y \right\}$
16. $M = \left\{ x \div y, x \cdot y, \left[\frac{x \div 3}{7 \div y} \right], x+y \right\}$
17. $M = \left\{ \text{rest}(x, y), \left[\frac{x}{ky} \right] / k = 0, 1, 2 \right\}$
18. $M = \left\{ x \div y, z \div c / c = 1, 2 \right\}$
19. $M = \left\{ 1 \div x, \left[\frac{y+3}{x \div 1} \right], xl / l = 7, 8 \right\}$
20. $M = \left\{ 5 \div l / l = 1, 2, 3 \right\} \cup \left\{ x+y \right\}$
21. $M = \left\{ r \div 3 / r = 1, 3, 5 \right\} \cup \left\{ 2x \right\}$
22. $M = \left\{ xl, k+y / l = 1, 2; k = 3, 4 \right\}$
23. $M = \left\{ xr, b+cy / r = 2, 3; b = 0, 1; c = 8, 9 \right\}$
24. $M = \left\{ x+y, k \cdot x \cdot y, l(x \div y) / k = 0, 1, 2; l = 3, 4 \right\}$
25. $M = \left\{ x \div y, x+k \cdot y, y^{lz} / k = 0, 1, 2; l = 5, 6, 7 \right\}$
26. $M = \left\{ x^2, y^3, a(x+y), x^y / a > 3 \right\}$
27. $M = \left\{ x^y, x \cdot y \right\} \cup \left\{ ax^2 + y / a \in N \right\}$
28. $M = \left\{ ax^2 / a \geq 3 \right\} \cup \left\{ y, x \cdot y \right\}$
29. $M = \left\{ x+by / b \in N \right\} \cup \left\{ x \cdot y, x^y \right\}$
30. $M = \left\{ x \div 3yz, y^{kz} / k \in N \right\}$
31. $M = \left\{ 3x, x+1 \right\} \cup \left\{ x \cdot 2y / y \in N \right\}$
32. $M = \left\{ x+y, x \cdot y \right\} \cup \left\{ x+k \cdot z / k \in N \right\}$
33. $M = \left\{ 7y, x+6z, y^{3z}, k \cdot x \cdot y / k \in N \right\}$
34. $M = \left\{ c \cdot x \cdot y / c \in N \right\} \cup \left\{ x+y, \left[\frac{x}{x \div y} \right] \right\}$
35. $M = \left\{ x+2y / y \in N \right\} \cup \left\{ x^2, x^5 \right\}$
36. $M = \left\{ c \cdot 2^x / c \in N \right\} \cup \left\{ x \div 2^{10}, x+7 \right\}$
37. $M = \left\{ x \cdot y, y^z, x+k \cdot y / k \in N \right\}$
38. $M = \left\{ x+3y, x+4y, \text{rest}(kx, y) / k \in N \right\}$
39. $M = \left\{ \text{rest}(x, y), k \cdot z / k \in N \right\}$
40. $M = \left\{ x \div y, x+3z, k \cdot x \cdot z / k \in N \right\}$
41. $M = \left\{ x, 3x \right\} \cup \left\{ x \cdot 3^{cy} / c \in N \right\}$

42. $M = \{x + (3y)^c / c \in N\} \cup \{x+1, x^3\}$
43. $M = \{x \div 7, x + 2^{10}\} \cup \{2^c \cdot x / c \in N\}$
44. $M = \{x^7, 2x\} \cup \{x + 3y / y \in N\}$
45. $M = \{x + y, x \cdot y\} \cup \{x + ky / k \in N\}$
46. $M = \{x^2, \text{rest}(x, y)\} \cup \{x^i / i = 1, 3, 5, \dots\}$
47. $M = \{y \cdot j / j = 0, 2, 4, \dots\} \cup \{x^i / i \text{ կատարյալ թիվ է}\}$
48. $M = \{a \cdot x^2 / a \geq 3\} \cup \{y^i / i \text{ կատարյալ թիվ է}\}$
49. $M = \{kxy, l(x+y) / k = 3, 4; l \in N\}$
50. $M = \{\left\lceil \sqrt[y]{kx} \right\rceil, \text{rest}(ly, x) / k, l \in N\}$
51. $M = \left\{x^y, x + y, \left\lceil \frac{x}{y} \right\rceil\right\} \cup \{x^a + y^b / a, b \in N\}$
52. $M = \{a \cdot x + by / a = 1, 3, 5, \dots; b = 0, 2, 4, \dots\}$
53. $M = \{x^i / i = 0, 2, 4, \dots\} \cup \{y^j / j \geq 3\}$
54. $M = \{a \cdot x / a > 3\} \cup \{by / b > 4\}$
55. $M = \{c_1 \cdot x + c_2 \cdot y / c_1, c_2 \in N\}$
56. $M = \{xy, cy + z, x + lz / c, l \in N\}$
57. $M = \{lx / l \in N\} \cup \{y \div n / n \in N\}$
58. $M = \{x \div k \cdot y, l \cdot y \cdot z / l = 0, 1, 2; k \in N\}$
59. $M = \{x, k \cdot y, l(z+y) / k, l \in N\}$
60. $M = \{k \cdot x \cdot y, l(z+v) / k \in N, l = 1, 2, 3\}$
61. $M = \{y \div l / l = 1, 5, 8\} \cup \{x + 2k / k = 0, 2, 4, \dots\}$
62. $M = \{a + bx / a, b \in N\}$
63. $M = \{ax + y^k / a, k \in N\}$
64. $M = \left\{a \cdot x^b / a, b \in N, a \geq \left\lceil \frac{b}{2} \right\rceil\right\}$
65. $M = \{x^i / i \in N, \text{rm}(i, 5) = 0\}$
66. $M = \{x^{y^i} / \text{rm}(i, 2) = 0\} \cup \{y^{x^j} / j \in N\}$
67. $M = \{x^i / i \in N, \text{rm}(i, 2) = 0\} \cup \{y^j / j \geq 2\}$
68. $M = \{x^a / a \in N\} \cup \{x \cdot i / \text{rm}(i, 4) = 0, i \in N\}$
69. $M = \{a \cdot x^2 / a \geq 3\} \cup \{y^i / i \text{ կատարյալ թիվ է}\}$
70. $M = \{x^i / i \text{ պարզ թիվ է}\} \cup \{j^y / j \in N\}$
71. $M = \{(x^i)^j / i, j \in N, \text{rm}(i, 3) = 0, \text{rm}(j, 2) = 0\}$
72. $M = \{x + y, x^2\} \cup \{x^i, y^i / i, j \in N, i \geq 2\}$
73. $M = \{x \cdot y^i / \text{rm}(i, 3) = 2\} \cup \{a^{x+y} / \text{rm}(a, 2) = 0 \text{ և } a > 7\}$
74. $M = \{a \cdot x + b \cdot y, l \cdot z / a, b, l \in N\}$
75. $M = \{a \cdot x + b \cdot y / a, b \in N\} \cup \{c^z / c \in N\}$

76. $M = \{ kx + y, lxz, p(y \div z) / k, l, p \in N \}$
77. $M = \{ x + y, x \div ky, l \cdot x \cdot y, (m \cdot x)^y / k, l, m \in N \}$
78. $M = \{ ax + by + cz / a, b, c \in N \}$
79. $M = \{ x + k, ly, z^m / l, k, m \in N \}$
80. $M = \{ a \cdot x + b / a, b \in N \} \cup \{ x^i / i \text{ պարզ թիվ է} \}$
81. $M = \{ a \cdot x + b \cdot y / a, b \in N \} \cup \{ x^i + y^j / i, j \in N \}$
82. $M = \{ x, y \} \cup \{ x^i, y^j / i = 0, 2, 4, \dots; y = 1, 3, 5, \dots \} \cup \{ a \cdot x + b \cdot y / a, b \in N \}$
83. $M = \{ a \cdot x + by / a \geq 3, b \geq 5 \} \cup \{ x^i y^j / i, j \in N \text{ և կատարյալ են} \}$

5. ՃԱՆԱԶԵԼԻ ԵՎ ԿԻՍԱԾԱՆԱԶԵԼԻ ԲԱԶՄՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

Դիցուք $M \subseteq N$: M բազմության բնութագրիչ ֆունկցիան սահմանվում է հետևյալ եղանակով.

$$\chi_M(x) = \begin{cases} 1, & \text{եթե } x \in M \\ 0, & \text{եթե } x \notin M \end{cases},$$

կիսաբնութագրիչ ֆունկցիան՝ հետևյալ կերպ.

$$\tilde{\chi}_M(x) = \begin{cases} 1, & \text{եթե } x \in M \\ !, & \text{եթե } x \notin M \end{cases}:$$

M բազմությունը կոչվում է **ճանաչելի**, եթե նրա բնութագրիչ ֆունկցիան կարգընթաց է:

M բազմությունը կոչվում է **կիսաճանաչելի**, եթե տեղի ունի հետևյալ պայմաններից որևէ մեկը՝

1. $\tilde{\chi}_M(x)$ մասնակի կարգընթաց ֆունկցիա է;
2. Գոյություն ունի $f(x)$ մասնակի կարգընթաց ֆունկցիա, այնպիսին, որ $M = \{x / ! f(x)\}$;
3. Գոյություն ունի $f(a, x)$ պարզագույն կարգընթաց ֆունկցիա, այնպիսին, որ $M = \{a / \exists x f(a, x) = 0\}$;
4. Գոյություն ունի $F(a, x_1, \dots, x_n)$ պարզագույն կարգընթաց ֆունկցիա, այնպիսին, որ $M = \{a / \exists x_1, \dots, x_n F(a, x_1, \dots, x_n) = 0\}$;
5. Գոյություն ունի $f(x)$ մասնակի կարգընթաց ֆունկցիա, այնպիսին, որ $M = \{y / \exists x f(x) = y\}$;
6. Եթե M – ը դատարկ չէ, ապա գոյություն ունի $f(x)$ պարզագույն կարգընթաց ֆունկցիա, այնպիսին, որ $M = \{y / \exists x f(x) = y\}$;
7. Եթե M – ը անվերջ է, ապա գոյություն ունի $g(x)$ ընդհանուր կարգընթաց ֆունկցիա, այնպիսին, որ $M = \{y / \exists x g(x) = y\}$ և եթե $x_1 \neq x_2$, ապա $g(x_1) \neq g(x_2)$:

Դիցուք $M \subseteq N^n$: M բազմությունը կոչվում է **ճանաչելի** (կիսաճանաչելի), եթե **ճանաչելի** (կիսաճանաչելի) է $M' = \{c^n(x_1, \dots, x_n) / (x_1, \dots, x_n) \in M\}$ բազմությունը:

ճանաչելի և կիսաճանաչելի բազմությունների հիմնական հատկությունները

1. ճանաչելի բազմության լրացումը ճանաչելի է:
2. ճանաչելի (կիսաճանաչելի) բազմությունների միավորումն ու հատումը ճանաչելի (կիսաճանաչելի) է:

3. Կիսաճանաչելի բազմության լրացումը կիսաճանաչելի է այն և միայն այն դեպքում, երբ այն (հետևաբար նաև նրա լրացումը) ճանաչելի է (*Պոստի թեորեմ*):

Խնդիրներ

Ցույց տալ հետևյալ բազմությունների ճանաչելիությունը.

1. $M = \emptyset$
2. $M = N$
3. $M = \{3, 9\}$
4. $M = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$
5. $M = \{2k/k \in N\}$
6. $M = \{2k+1/k \in N\}$
7. $M = \{n/ n\text{-ը պարզ թիվ է}\}$
8. $M = \{n/ n\text{-ը կատարյալ թիվ է}\}$
9. $M = \{1, 3\} \cup \{2k/k \in N\}$
10. $M = \{2, 4\} \cup \{2k+1/k \in N\}$
11. $M = \{1, 6\} \cup \{n/ n\text{-ը պարզ թիվ է}\}$
12. $M = \{n/ n\text{-ը պարզ թիվ է}\} \setminus \{2, 5\}$
13. $M = \{2, 6, 10, 14, \dots\}$
14. $M = \{3, 7, 17\}$
15. $M = \{3, 6, 9, \dots\}$
16. $M = \{1, 11, 111, \dots\}$
17. $M = \{1, 31, 331, \dots\}$
18. $M = \{x/ rm(x, 3) \neq 0 \text{ և } rm(x, 2) \neq 0\}$
19. $M = \{x/ rm(x, 2) = 0 \text{ և } rm(x, 6) \neq 0\}$
20. $M = \{x/ x \geq 7 \text{ և } \exists k \ x = 2k\}$
21. $M = \{x/ \exists k \ x = 2^k\}$
22. $M = \{x/ \exists k \ x = 3^k \cdot 5^k\}$
23. $M = \{x/ \exists k \exists l \ x = 3^k \cdot 5^l\}$
24. $M = \{x/ \exists k \ x = k^2\}$
25. $M = \{x/ \exists k \exists l \ x = k^2 + l^2\}$
26. $M = \{x/ \exists y \exists z \ y^2 + z^2 = x^2\}$
27. $M = \{x/ x \geq 5 \text{ և } \exists y, \ y = 3x + 1\}$
28. $M = \{c(x, y)/ \exists k > 0 \ x = y + k\}$
29. $M = \{(x, y)/ x = 2y\}$
30. $M = \{(x, y)/ x = y^2\}$
31. $M = \{(x, y)/ \exists v \ x = 2^v\}$

32. $M = \{(x, y) / \exists v x > 2^v\}$
33. $M = \{(x, y) / \exists v x \geq 5 \cdot 3^v\}$
34. $M = \{(x, y) / x = 6 \cdot 3^{2y}\}$
35. $M = \{(x, y) / rm(x, 2) = 0 \wedge rm(y, 3) = 0\}$
36. $M = \{(x, y) / rm(x, 2) = 0 \wedge y\text{-ը պարզ է}\}$
37. $M = \{(x, y) / x \div 3^y > 2\}$
38. $M = \{(x, y) / \exists v x > 3^v \wedge y = 3 \cdot k\}$
39. $M = \{(x, y) / rm(x, 2) = 0 \wedge \exists t y = 5^t\}$
40. $M = \{(x, y) / \exists k(x + y) = 3^k\}$
41. $M = \{(x, y) / \exists z (x < z < y \wedge z\text{-ը պարզ թիվ է})\}$
42. $M = \{(x, y, t) / t > x \cdot 3^y\}$
43. $M = \{(x, y, z) / x = y \div 3z\}$
44. $M = \{c^3(x, y, z) / x = 3y + 5^z\}$
45. $M = \{c^3(x, y, z) / x = y + 2^z\}$

Ցույց տալ բազմության կիսաճանաչելիության սահմանումների համարժեքությունը.

46. Սահմանում 1 $\leftrightarrow$ Սահմանում 2:
47. Սահմանում 1 $\leftrightarrow$ Սահմանում 3:
48. Սահմանում 1 $\leftrightarrow$ Սահմանում 4:
49. Սահմանում 1 $\leftrightarrow$ Սահմանում 5:
50. Սահմանում 1 $\leftrightarrow$ Սահմանում 6, եթե բազմությունը դատարկ չէ:
51. Սահմանում 1 $\leftrightarrow$ Սահմանում 7, եթե բազմությունը անվերջ է:
52. Սահմանում 2 $\leftrightarrow$ Սահմանում 3
53. Սահմանում 2 $\leftrightarrow$ Սահմանում 4
54. Սահմանում 2 $\leftrightarrow$ Սահմանում 5
55. Սահմանում 2 $\leftrightarrow$ Սահմանում 6, եթե բազմությունը դատարկ չէ:
56. Սահմանում 2 $\leftrightarrow$ Սահմանում 7, եթե բազմությունը անվերջ է:
57. Սահմանում 3 $\leftrightarrow$ Սահմանում 4
58. Սահմանում 3 $\leftrightarrow$ Սահմանում 5
59. Սահմանում 3 $\leftrightarrow$ Սահմանում 6, եթե բազմությունը դատարկ չէ:
60. Սահմանում 3 $\leftrightarrow$ Սահմանում 7, եթե բազմությունը անվերջ է:
61. Սահմանում 4 $\leftrightarrow$ Սահմանում 5
62. Սահմանում 4 $\leftrightarrow$ Սահմանում 6, եթե բազմությունը դատարկ չէ:
63. Սահմանում 4 $\leftrightarrow$ Սահմանում 7, եթե բազմությունը անվերջ է:
64. Սահմանում 5 $\leftrightarrow$ Սահմանում 6, եթե բազմությունը դատարկ չէ:
65. Սահմանում 5 $\leftrightarrow$ Սահմանում 7, եթե բազմությունը անվերջ է:
66. Սահմանում 6 $\leftrightarrow$ Սահմանում 7, եթե բազմությունը դատարկ չէ և անվերջ է:

Ապացուցել հետևյալ բազմությունների կիսաճանաչելիությունը
համաձայն 1 – 7 սահմանումների.

67. $M = \{1, 10\} \ (1 - 6)$
68. $M = \{3, 7, 17\} \ (1 - 6)$
69. $M = \{n/ \ n - \text{ը պարզ թիվ է}\}$
70. $M = \{n/ \ n - \text{ը կատարյալ թիվ է}\}$
71. $M = \{1, 3\} \cup \{2k/k \in N\}$
72. $M = \{2, 4\} \cup \{2k+1/k \in N\}$
73. $M = \{1, 6\} \cup \{n/ \ n - \text{ը պարզ թիվ է}\}$
74. $M = \{2, 6, 10, 14, \dots\}$
75. $M = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$
76. $M = \{1, 11, 111, \dots\}$
77. $M = \{13, 133, 1333, \dots\}$
78. $M = \{x/ \text{rm}(x, 4) = 0\}$
79. $M = \{x/ \exists k \ x = 3^k\}$
80. $M = \{x/ x - \text{ի բաժանարարների քանակը հավասար է 3}\}$
81. $M = \{x/ \exists y \ \text{պարզ թիվ, որ } x = y + 2 \}$
82. $M = \{x/ \exists k \ x = 2^k\}$
83. $M = \{x/ \exists z \ x = 3^z + 1\}$
84. $M = \{x/ x \geq 7 \ \wedge \exists k \ k = 2x\}$
85. $M = \{x/ \exists k \ x = 3^k \cdot 5^k\}$
86. $M = \left\{ x/ \exists y, \ y^2 + y \leq x^2 \leq \left\lceil \frac{y^3}{4} \right\rceil \right\}$
87. $M = \{(x, y)/ x = 2y\}$
88. $M = \{c(x, y)/ x = 2^y\}$
89. $M = \{(x, y)/ x > 2^y\}$
90. $M = \{(x, y)/ x \leq y^2\}$
91. $M = \{(x, y)/ x < y^3\}$
92. $M = \{(x, y)/ x \geq 5 \cdot 3^y\}$
93. $M = \{(x, y)/ x = 5 \cdot 3^y\}$
94. $M = \{(x, y)/ y = 3^x \cdot 7^x\}$
95. $M = \{(x, y)/ \text{rm}(x, y) = 1\}$
96. $M = \{(x, y)/ x \div 3^y > 2\}$
97. $M = \{(x, y)/ \exists y, \ x = y^2\}$
98. $M = \{(x, y)/ \exists k \ x = 7^k \cdot y\}$
99. $M = \{(x, y)/ \exists y, \ x > 3^y\}$

100. $M = \{(x, y) / \exists z, x \cdot y = z\}$
101. $M = \{(x, y) / x - \text{ը գույզ է և } y - \text{ը պարզ է}\}$
102. $M = \{(x, y) / y - \text{ը գույզ է և } \exists k \ x = 3^k \cdot y\}$
103. $M = \{(x, y) / x > 3^y \text{ և } \exists k \ y = 3k\}$
104. $M = \{(x, y) / rm(x, 3) = 0 \text{ և } rm(y, x) = 0\}$
105. $M = \{(x, y) / x - \text{ը պարզ է և } y - \text{ը կատարյալ է}\}$
106. $M = \{(x, y) / x = 3k + 1, \ y - \text{ը պարզ է}\}$
107. $M = \{(x, y) / \exists z, x < z < y \text{ և } z - \text{ը կատարյալ է}\}$
108. $M = \{(x, y) / \exists z, x^2 + y^2 = z^2\}$
109. $M = \{(x, y) / x - \text{ը և } y - \text{ը փոխադարձաբար պարզ են}\}$
110. $M = \{(x, y) / x - \text{ի և } y - \text{ի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը կենտ է}\}$
111. $M = \{(x, y) / x - \text{ը կատարյալ է և } \exists z \ y = x^z\}$
112. $M = \{(x, y) / x < y^2 \text{ և } y \leq x^2\}$
113. $M = \{(x, y) / \exists k \ x \cdot y = 3k + 2\}$
114. $M = \{(x, y) / \exists k, \ x = k^3 \text{ և } y \geq x\}$
115. $M = \{(x, y) / \exists z, \ xy \div 1 = z^2\}$
116. $M = \{(x, y) / rm(\min(x, y), 3) = 0 \text{ և } rm(\max(x, y), 4) = 0\}$
117. $M = \{(x, y, t) / t > x \cdot 3^y\}$
118. $M = \{(x, y, z) / z \geq 3x \cdot (y \div 1)\}$
119. $M = \{(x, y, z) / x = y \div 3z\}$
120. $M = \{(x, y, z) / x + y = z\}$
121. $M = \{(x, y, z) / x \div y = y \div z\}$
122. $M = \{(x, y, z) / z = 4x \div 3y + 1\}$
123. $M = \{c^3(x, y, z) / x = y + 2^z\}$
124. $M = \{(x, y) / x \neq y^2\} \cup \{(x, y, z) / z < x + y\}:$

6. ՄԱՍՆԱԿԻ ԿԱՐԳԸՆԹԱՑ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԵՎ ԿԻՍԱԾԱՆԱԶԵԼԻ ԲԱԶՄՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐԱԿԱԼՈՒՄ

Հայտնի է, որ $\forall n \geq 1 \exists F(x_0, x_1, \dots, x_n)$ մասնակի կարգընթաց ֆունկցիա, որը համապիտանի է $\mathfrak{N}^n$ մասնակի կարգընթաց ֆունկցիաների բազմության համար և, ըստ էության, համարակալում է այդ բազմությունը: Այդպիսի համապիտանի ֆունկցիա կարելի է կառուցել տարբեր եղանակներով [1 - 4]: Օրինակ, Կլինիի կողմից կառուցված համապիտանի ֆունկցիան ընդունված է նշանակել $K^{n+1}(x_0, x_1, \dots, x_n)$ - ով: Մասնավորապես, $K^2(x_0, x_1)$ համապիտանի ֆունկցիայի միջոցով համարակալվում է $\mathfrak{N}^1$ բազմությունը:

Ընդունված են նաև հետևյալ նշանակումները.

$\forall n \in N$ համար $K^2(n, x) \equiv f_n(x) \equiv \alpha n$:

Մասնակի կարգընթաց ֆունկցիաների P հատկությունը կոչվում է *ոչ տրիվիալ*, եթե P -ին բավարարող ֆունկցիաների բազմությունը դատարկ չէ և առնվազն մեկ մասնակի կարգընթաց ֆունկցիա P -ին չի բավարարում:

P հատկությունը կոչվում է *կոռեկտ* $\{f_i\}$ համարակալման համար, եթե $\forall i \neq j$ համար եթե f_i -ն բավարարում է P հատկությանը և $f_i = f_j$, ապա f_j -ն նույնպես բավարարում է P հատկությանը:

Ռայսի թեորեմ

Կանայական համարակալման դեպքում որևէ կոռեկտ և ոչ տրիվիալ P հատկությանը բավարարող մասնակի կարգընթաց ֆունկցիաների համարների բազմությունը ճանաչելի չէ:

Հիմնվելով բազմության կիսաճանաչելիության 5-րդ սահմանման վրա, *Պոստի* կողմից տրվել է կիսաճանաչելի բազմությունների հետևյալ համարակալումը՝

$$\pi_n = \{y / \exists x K^2(n, x) = y\}$$

(n համար ունեցող կիսաճանաչելի բազմությունն է):

Խնդիրներ

Ապացուցել, որ՝

1. $\exists f(x)$ պ.կ. ֆունկցիա, այնպիսին, որ $\forall x \pi_{f(x)} = \{x\}$:
2. $\exists n$, որ $\pi_n = \{n\}$:
3. $\exists n$, որ $\pi_n = \{n^2\}$:
4. $\exists n$, որ $\pi_n = N \setminus \{n\}$:
5. $\exists g(x, y)$ պ.կ. ֆունկցիա, այնպիսին, որ $\pi_{g(x, y)} = \{c(n, m) / n \in \pi_x \text{ և } m \in \pi_y\}$:

Հետազոտել հետևյալ բազմությունները ճանաչելի՞ են, թե՞ ոչ, կիսաճանաչելի՞ են, թե՞ ոչ:

6. $M = \{n \mid \pi_n = \emptyset\}$
7. $M = \{n \mid \pi_n = N\}$
8. $M = \{n \mid a \in \pi_n\}$, որտեղ a - ն որոշակի բնական թիվ է:
9. $M = \{n \mid \pi_n = \{5\}\}$
10. $M = \{n \mid \pi_n = \{3, 5\}\}$
11. $M = \{n \mid \pi_n = \{3, 4, 5\}\}$
12. $M = \{n \mid \{2, 5, 8\} \subseteq \pi_n\}$
13. $M = \{n \mid \pi_n \subseteq \{1, 2\}\}$
14. $M = \{n \mid 5 \notin \pi_n\}$
15. $M = \{n \mid \pi_n \cup \{2\} = N\}$
16. $M = \{n \mid f_n(15)\}$
17. $M = \{n \mid f_n(10)\}$
18. $M = \{n \mid f_n(5) \wedge f_n(7)\}$
19. $M = \{n \mid f_n(5) = 7\}$
20. $M = \{n \mid \exists x f_n(x) = 13\}$
21. $M = \{n \mid f_n(3) + f_n(10) = f_n(11)\}$
22. $M = \{c(n, m) \mid \pi_n \subset \pi_m\}$:

Առաջարկվող ձեռնարկում ընդգրկված են ալգորիթմների (ընթացակարգերի) տեսության հիմնարար ենթաթեմաների՝ կարգընթացության, ըստ Թյուրինգի հաշվարկելիության, համարակալումների, համապիտանի ֆունկցիաների, ճանաչելիության և կիսաճանաչելիության հիմնական հասկացությունները և հատկությունները, յուրաքանչյուր թեմայի հետ առնչվող մի քանի նմուշային խնդիրների լուծումները, ինչպես նաև տվյալ թեմայի բոլոր այն խնդիրները, որոնք առաջարկվում են ԻԿՄ ֆակուլտետի ուսանողներին տվյալ առարկայի ընթացիկ քննություններին:

Հեղինակները խորին շնորհակալություն են հայտնում ԻԿՄ ֆակուլտետի ուսանողներին՝ *Անի Մարտիրոսյանին, Ջարուհի Ասլանյանին, Սերգեյ Բարխուդարյանին, Աշոտ Աբաջյանին, Էդուարդ Ամիրխանյանին, Անուշ Գալստյանին, Լիլիթ Կարապետյանին և Վահե Մաշուրյանին* խնդիրների ցուցակը հարստացնելու, բազմազանեցնելու և ըստ դժվարության խմբավորելու համար: Տեղադրելով սույն խնդրագիրքը էլեկտրոնային կայքում՝ հեղինակները ակնկալում են բովանդակությունը բարելավող, շարադրությունը շտկող դիտողություններ, ինչպես նաև հնարավոր վրիպակների նկատմամբ ներողամտություն:

Խնդրվում է հնարավոր դիտողությունները ուղարկել հեղինակներից որևէ մեկին հետևյալ հասցեներով՝

Բոլիբեկյան Հովհաննես bolibekhov@ysu.am

Մովսիսյան Հռիփսիմե hripsime@iatc.am

Անահիտ Չուբարյան achubaryan@ysu.am

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

1. Мальцев А.И., Алгоритмы и рекурсивные функции, М., "Наука", 1986.
2. Роджерс Х., Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость, М., "Мир", 1972.
3. Верещагин Н.К., Шень А., Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 3. Вычислимые функции, М., МЦНМО, 1999.
4. Петер Р., Рекурсивные функции, М., ИЛ, 1954.
5. Лавров И.А., Максимова Л.Л., Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов, М., ФИЗМАТЛИТ, 2001.
6. Մարանչյան Հ.Բ., Նիգիյան Ս.Ա., Ընթացակարգերի տեսության դասընթացի խնդիրների լուծման մեթոդական ցուցումներ, Եր., ԵՊՀ հր. 1984: