

Б.М. ЯВОРСКИЙ, А.А. ПИНСКИЙ

ОСНОВЫ ФИЗИКИ

Том 2

Колебания и волны
Квантовая физика
Физика ядра и элементарных частиц

Издание пятое, стереотипное

Под редакцией Ю.И. Дика



МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ
2003

УДК 530.10(075.4)

ББК 22.3

Я22

Яворский Б. М., Пинский А. А. **Основы физики: Учебн.. Колебания и волны. Квантовая физика. Физика ядра и элементарных частиц** / Под ред. Ю.И. Дика. — 5-е изд., стереот — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. — 0 с. — ISBN 5-9221-0383-0.

Данная книга является первой частью двухтомника, в котором основы физики излагаются на современной основе. Вопросы механики связаны с теорией относительности и соотношением неопределенностей; законы сохранения энергии, импульса и момента импульса — с принципами симметрии пространства и времени; основы термодинамики — с молекулярной статистикой и строением вещества; гидромеханика — с теорией ударных волн. От читателя требуется лишь основательное знание физики, алгебры и начал тригонометрии в объеме восьмилетней школы.

Для учащихся школ, гимназий, лицеев с углубленным изучением физикоматематических дисциплин, для подготовки к конкурсным экзаменам в вузы.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Часть VI

Колебания и волны

Глава 49. Гармонические колебания	9
§ 49.1. Гармонический осциллятор (9). § 49.2. Частота и период колебаний (11). § 49.3. Энергия гармонического осциллятора (12). § 49.4. Запись колебаний (13). § 49.5. Сложение колебаний одинаковой частоты (15). § 49.6. Векторные диаграммы (16).	
Глава 50. Гармонический анализ	17
§ 50.1. Сложение колебаний с близкими частотами (17). § 50.2. Модулированные колебания (18). § 50.3. Сложение колебаний с кратными частотами (19). § 50.4. Разложение Фурье. Спектр (21).	
Глава 51. Свободные колебания	22
§ 51.1. Пружинный маятник (22). § 51.2. Степень затухания. Добротность (23). § 51.3. Математический маятник (25). § 51.4. Физический маятник (26). § 51.5. Колебательный контур (28). § 51.6. Энергия, собственная частота и добротность контура (29). § 51.7. Единый подход к изучению колебаний (30).	
Глава 52. Автоколебания	34
§ 52.1. Автоколебательная система (34). § 52.2. Часы (36). § 52.3. Генератор незатухающих электромагнитных колебаний (36). § 52.4. Самовозбуждение автоколебаний (38).	
Глава 53. Вынужденные колебания	39
§ 53.1. Синусоидальная вынуждающая сила (39). § 53.2. Резонанс (41). § 53.3. Резонанс и гармонический анализ (42). § 53.4. Полуширина резонансной кривой. Избирательность (43). § 53.5. Процесс установления вынужденных колебаний (44). § 53.6. Установление колебаний при резонансе (45). § 53.7. Соотношение неопределенностей для частоты и времени (46).	
Глава 54. Переменный ток	47
§ 54.1. Синхронный генератор переменного тока (47). § 54.2. Цепь переменного тока (49). § 54.3. Активное сопротивление (50). § 54.4. Действующие значения тока и напряжения (50). § 54.5. Емкостное сопротивление (52). § 54.6. Индуктивное сопротивление (52). § 54.7. Закон Ома для цепи переменного тока (53). § 54.8. Мощность переменного тока (54). § 54.9. Трансформатор (55). § 54.10. Передача энергии на расстояние (57).	
Глава 55. Упругие волны	58
§ 55.1. Поперечные и продольные волны (58). § 55.2. Скорость упругих волн (59). § 55.3. Энергия и интенсивность волны (61). § 55.4. Затухание волн (61).	

Глава 56. Уравнение волны	63
§ 56.1. Длина волны (63). § 56.2. Уравнение плоской волны (65). § 56.3. Уравнение сферической волны (66). § 56.4. Эффект Доплера в акустике (67). § 56.5. Отражение и преломление волн (69). § 56.6. Коэффициенты отражения и прозрачности (71).	
Глава 57. Интерференция и дифракция	72
§ 57.1. Принцип суперпозиции (72). § 57.2. Стоячие волны (74). § 57.3. Собственные частоты (75). § 57.4. Интерференция (76). § 57.5. Интерференция от двух источников (78). § 57.6. Интерференция от нескольких источников (81). § 57.7. Интенсивность главных максимумов (82). § 57.8. Дифракция (83). § 57.9. Дифракция на прямоугольной щели (85). § 57.10. Преломление волн и интерференция (86).	
Глава 58. Элементы акустики	89
§ 58.1. Характеристики звука (89). § 58.2. Источники звука (91). § 58.3. Ультразвуковые преобразователи (93). § 58.4. Приемники звука (94). § 58.5. Ухо (95). § 58.6. Особенности инфра- и ультразвуков (97).	

Часть VII

Электромагнитные волны и основы оптики

Глава 59. Электромагнитные волны	101
§ 59.1. Скорость электромагнитных волн (101). § 59.2. Плоская синусоидальная волна (102). § 59.3. Световое давление (103). § 59.4. Излучение электромагнитных волн ускоренно движущимся зарядом (105). § 59.5. Излучение колеблющегося заряда и диполя (107). § 59.6. Излучение циркулирующего заряда (108). § 59.7. Излучение Вавилова—Черенкова (110). § 59.8. Эффект Доплера в оптике (111).	
Глава 60. Элементы радиотехники	113
§ 60.1. Радиосвязь (113). § 60.2. Радиовещание (114). § 60.3. Телевидение (116). § 60.4. Усилитель (116). § 60.5. Детектирование (демодуляция) (118).	
Глава 61. Интерференция света	120
§ 61.1. Шкала электромагнитных волн (120). § 61.2. Волновой цуг. Световой вектор (121). § 61.3. Соотношение неопределенностей для координаты и волнового числа (122). § 61.4. Монохроматичность (124). § 61.5. Интерференция света (127). § 61.6. Когерентность (128). § 61.7. Расстояние между интерференционными максимумами (130). § 61.8. Интерферометр Майкельсона (132). § 61.9. Применение интерференции (134).	
Глава 62. Дифракция света	135
§ 62.1. Дифракция на одном отверстии (135). § 62.2. Дифракционная решетка (135). § 62.3. Угловая ширина главного	

максимума (137). § 62.4. Разрешающая способность решетки (138). § 62.5. Дифракция рентгеновского излучения (139). § 62.6. Дифракция в трехмерной решетке (140). § 62.7. Рентгеноструктурный анализ (142). § 62.8. Рассеяние света (144).

Глава 63. Дисперсия и поглощение 146

§ 63.1. Показатель преломления света (146). § 63.2. Коэффициенты отражения и прозрачности (148). § 63.3. Дисперсия (149). § 63.4. Дисперсия и спектральное разложение (151). § 63.5. Электронная теория дисперсии (152). § 63.6. Нормальная и аномальная дисперсия (153). § 63.7. Поглощение света (155). § 63.8. Фазовая и групповая скорость (156). § 63.9. Измерение скорости света (158).

Глава 64. Поляризация света 161

§ 64.1. Поляризованный и естественный свет (161). § 64.2. Анализатор. Закон Малюса (162). § 64.3. Двойное лучепреломление (164). § 64.4. Причина двойного лучепреломления (166). § 64.5. Дихроизм (167). § 64.6. Поляроид — поляризатор и анализатор (168). § 64.7. Вращение плоскости поляризации (169). § 64.8. Оптическая активность в живой природе (171).

Глава 65. Геометрическая оптика 172

§ 65.1. Основные законы геометрической оптики. Пучок и луч (172). § 65.2. Преломление света. Полное отражение (174). § 65.3. Призма (178). § 65.4. Линза (181). § 65.5. Построение изображений в тонкой линзе (185). § 65.6. Недостатки линз (188). § 65.7. Сферическое зеркало (190).

Глава 66. Оптические приборы 192

§ 66.1. Фотометрия (192). § 66.2. Глаз (195). § 66.3. Аккомодация. Бинокулярное зрение (197). § 66.4. Угол зрения. Разрешающая способность глаза (199). § 66.5. Лупа (200). § 66.6. Микроскоп (201). § 66.7. Телескоп (202). § 66.8. Разрешающая способность оптического прибора (205). § 66.9. Проекционная аппаратура (207). § 66.10. Спектральные приборы (209). § 66.11. Голография (210).

Часть VIII

Основы квантовой физики атомов, молекул и твердых тел

Глава 67. Тепловое излучение 215

§ 67.1. Тепловое излучение (215). § 67.2. Законы излучения абсолютно черного тела (217). § 67.3. Идеи Планка. Формула Планка для теплового излучения (219). § 67.4. Квантовая теория теплоемкости и теплового расширения твердых тел (221).

Глава 68. Основы квантовой оптики 224

§ 68.1. Фотоэлектрический эффект (224). § 68.2. Законы внешнего фотоэффекта (225). § 68.3. Понятие о квантовой природе све-

та. Квантовое объяснение законов внешнего фотоэффекта (227). § 68.4. Фотохимические действия света (231). § 68.5. Импульс фотона. Световое давление с квантовой точки зрения (232). § 68.6. Эффект Комптона (235). § 68.7. Корпускулярно-волновая двойственность свойств света (238). § 68.8. Фотон — релятивистская безмассовая частица (241). § 68.9. Флуктуация фотонов (244). § 68.10. Фотоны и ньютоновская корпускулярная теория света (247).

Глава 69. Волновые свойства частиц вещества 251

§ 69.1. Корпускулярно-волновая двойственность свойств частиц вещества (251). § 69.2. Волновые свойства нейтронов, атомов и молекул (257). § 69.3. Физический смысл волн де Бройля (260). § 69.4. Фокусировка электронных пучков (264). § 69.5. Электронный микроскоп (266). § 69.6. Ионный проектор (267).

Глава 70. Понятие о квантовой механике 269

§ 70.1. Понятие о волновой функции (269). § 70.2. Соотношения неопределенностей Гейзенберга (271). § 70.3. Движение свободной частицы (277). § 70.4. Частица в потенциальной яме прямоугольной формы (279). § 70.5. Линейный гармонический осциллятор в квантовой механике (284). § 70.6. Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер (288).

Глава 71. Водородоподобные системы по Бору 293

§ 71.1. Ядерная модель атома Резерфорда (293). § 71.2. Трудности классического объяснения ядерной модели атома (297). § 71.3. Линейчатый спектр атома водорода (299). § 71.4. Постулаты Бора (303). § 71.5. Квантование энергии и вычисление постоянной Ридберга в теории Бора (306). § 71.6. Опыты Франка и Герца (309).

Глава 72. Водородоподобные системы в квантовой механике 312

§ 72.1. Квантование энергии электрона атома водорода (312). § 72.2. Квантование момента импульса (315). § 72.3. Физический смысл боровских орбит (316). § 72.4. Пространственное квантование (316). § 72.5. Еще о спине электрона (318). § 72.6. Тонкая структура спектральных линий (322). § 72.7. Квантовомеханический смысл постулатов Бора (323). § 72.8. Спонтанное (самопроизвольное) излучение света (325). § 72.9. Вынужденное (индуцированное) излучение света (328).

Глава 73. Многоэлектронные атомы 331

§ 73.1. Принцип Паули (331). § 73.2. Периодическая система элементов Менделеева (334). § 73.3. Тормозное рентгеновское излучение (339). § 73.4. Характеристическое рентгеновское излучение (341).

Глава 74. Строение молекул и их спектры 346

§ 74.1. Общая характеристика химических связей (346). § 74.2. Ионные молекулы (348). § 74.3. Молекулы с ковалентной химической связью (350). § 74.4. Понятие о молекулярных спектрах (353).

Глава 75. Электрическая проводимость металлов в современной теории	357
§ 75.1. Недостатки классической теории электрической проводимости металлов (357). § 75.2. Квантование энергии электронов в металле (359). § 75.3. Уровень Ферми для электронов в металле (360). § 75.4. Понятие об импульсном пространстве электронов в металле (362). § 75.5. Понятие о вырождении электронов в металле (365). § 75.6. Распределение электронов в металле по энергиям при абсолютном нуле (367). § 75.7. Влияние температуры на распределение электронов по энергиям (369). § 75.8. Теплоемкость вырожденного электронного газа (371). § 75.9. Понятие о квантовой теории проводимости металлов (373). § 75.10. Явление сверхпроводимости (376). § 75.11. Контактные явления на границе металлов (381).	
Глава 76. Элементы зонной теории кристаллов	384
§ 76.1. Понятие о зонной теории твердых тел (384). § 76.2. Расщепление энергетических уровней валентных и внутренних электронов в атомах твердого тела (386). § 76.3. Расположение энергетических зон в твердом теле. Внутризонные и междוזонные переходы электронов (389). § 76.4. Металлы и диэлектрики в зонной теории (391). § 76.5. Зонная теория собственной и примесной проводимости полупроводников (393).	
Глава 77. Некоторые оптические свойства вещества . . .	396
§ 77.1. Комбинационное рассеяние света (396). § 77.2. Люминесценция (399). § 77.3. Отрицательное поглощение света (402). § 77.4. Оптические квантовые генераторы (405).	

Часть IX

Основы физики ядра и элементарных частиц

Глава 78. Основные свойства и строение атомных ядер	415
§ 78.1. Заряд и масса атомных ядер (415). § 78.2. Спин и магнитный момент ядра (417). § 78.3. Состав ядра (419). § 78.4. Энергия связи ядра. Дефект массы (423). § 78.5. Ядерные силы (426). § 78.6. Размеры ядер (432). § 78.7. Капельная модель ядра (433).	
Глава 79. Естественная радиоактивность	435
§ 79.1. Общие сведения о радиоактивных излучениях (435). § 79.2. Правила смещения при радиоактивных превращениях (437). § 79.3. Основной закон радиоактивного распада (439). § 79.4. Активность и ее измерение (441). § 79.5. Как пользоваться законом радиоактивного распада (443). § 79.6. Статистический характер явления радиоактивного распада (444). § 79.7. Использование явления радиоактивности для измерения времени в геологии и археологии (445). § 79.8. Экспериментальные методы изучения радиоактивных излучений и частиц (448). § 79.9. Понятие о теории радиоактивного α -распада (453). § 79.10. Гамма-излучение (456). § 79.11. Эффект Мёссбауэра (458). § 79.12. Понятие о закономерностях β -распада (464).	

Глава 80. Искусственные превращения атомных ядер .	469
§ 80.1. Превращение азота в кислород. Открытие нейтрона (469).	
§ 80.2. Явление искусственной радиоактивности (472).	
§ 80.3. Возникновение и уничтожение электронно-позитронных пар (474).	
§ 80.4. Составное ядро. Общая характеристика ядерных реакций (476).	
§ 80.5. Понятие о взаимодействии нейтронов с веществом (479).	
§ 80.6. Трансурановые элементы (481).	
§ 80.7. Деление ядер (482).	
§ 80.8. Энергия активации деления. Спонтанное деление ядер (486).	
§ 80.9. Цепная реакция деления (489).	
§ 80.10. Ядерные реакторы (491).	
§ 80.11. Атомная бомба (495).	
§ 80.12. Термоядерные реакции (496).	
§ 80.13. Сжатие и удержание плазмы (502).	
Глава 81. Элементарные частицы	507
§ 81.1. Два подхода к структуре элементарных частиц (507).	
§ 81.2. Основные характеристики элементарных частиц (509).	
§ 81.3. Краткие сведения о космическом излучении (511).	
§ 81.4. Лептоны (511).	
§ 81.5. Мезоны (515).	
§ 81.6. Барионы (520).	
§ 81.7. Роль электромагнитного взаимодействия в ядерной физике (522).	
§ 81.8. Античастицы (524).	
§ 81.9. Фундаментальные взаимодействия и взаимопревращения частиц (531).	
§ 81.10. Понятие о классификации элементарных частиц (535).	
Предметный указатель	543

Часть VI

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Глава 49

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

§ 49.1. Гармонический осциллятор

1. В §8.4 было рассмотрено движение материальной точки с массой m под действием упругой силы $F = -kx$. Полагая, что в начальный момент времени смещение точки $x_0 = 1$ и начальная скорость $v_0 = 0$, мы с помощью численных методов нашли закон движения в виде

$$x = \cos \omega t, \quad \text{где } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Мгновенная скорость точки оказалась равной $v = -\omega \sin \omega t$.

Можно показать, что справедливо и обратное заключение. А именно, если материальная точка движется по закону

$$s = A \cos(\omega t + \varphi), \quad (49.1)$$

то ее мгновенная скорость и ускорение выражаются так:

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi), \quad (49.2)$$

$$a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 s. \quad (49.3)$$

Для этого следует вспомнить определения мгновенной скорости (1.5) и ускорения (4.4) и дважды продифференцировать выражение (49.1).

2. В формуле (49.1) величина s называется *смещением*. Смещение равно расстоянию от колеблющейся точки до положения равновесия в произвольный момент времени. Максимальное смещение точки от положения равновесия равно A , поскольку косинус больше единицы не бывает. Эта величина называется *амплитудой смещения*:

$$S_m = A, \quad (49.4)$$

где индекс «м» означает максимальное значение. По смыслу амплитуда является существенно положительной величиной.

Как нетрудно убедиться из (49.2), амплитуда скорости

$$V_M = \omega A. \quad (49.5)$$

3. С помощью второго закона Ньютона найдем силу, действующую на тело:

$$F = ma = -m\omega^2 s. \quad (49.6)$$

Мы видим, что эта сила подобна упругой силе — она пропорциональна смещению и имеет противоположный знак (см. § 5.3). Поэтому данная сила называется *квазиупругой* (от латинского quasi — как будто).

4. Переменная $\omega t + \varphi$ является аргументом косинуса и называется *фазой колебания*; параметр φ называется *начальной фазой*. Совместно с амплитудой начальная фаза определяет положение и скорость колеблющейся точки в начальный момент времени. В самом деле, из (49.1) и (49.2) при $t = 0$ получим значения начального смещения s_0 и начальной скорости v_0 :

$$s_0 = A \cos \varphi, \quad v_0 = -\omega A \sin \varphi.$$

Отсюда следует, что амплитуда и фаза колебания определяются начальными условиями (см. гл. 8):

$$A = \sqrt{s_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = -\frac{v_0}{\omega s_0}. \quad (49.7)$$

5. Если закон движения материальной точки выражается в виде синусоидальной функции времени (49.1), то говорят, что эта точка совершает *гармонические колебания*. Система, совершающая гармонические колебания, называется *гармоническим осциллятором* (от латинского oscillum — колебание).

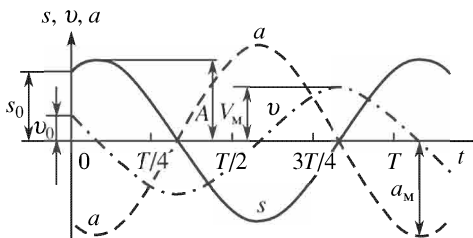


Рис. 49.1

Графики смещения, скорости и ускорения гармонического осциллятора изображены на рис. 49.1. Обратите внимание на то,

что скорость отличается по фазе от смещения на $\pi/2$, а ускорение — на π . Рекомендуем читателю построить графики смещения при $\varphi = 0$, $\varphi = \pi/2$ и $\varphi = -3\pi/2$.

6. Учитывая, что ускорение $a = d^2s/dt^2$, можно соотношение (49.3) переписать в виде

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -\omega^2 s. \quad (49.8)$$

Это выражение называется *дифференциальным уравнением гармонического осциллятора*. Естественно, что решением данного дифференциального уравнения является выражение (49.1), причем в математике доказывается, что это решение является единственным.

§ 49.2. Частота и период колебаний

1. Параметр ω , входящий в выражение для смещения и все последующие выражения, называется *круговой частотой*. Величина

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} \quad (49.9)$$

называется *частотой*. В электро- и радиотехнике вместо ν обычно пишут f . Для выяснения физического смысла этих величин выразим их через период колебания.

2. *Периодом колебания* T называется промежуток времени, по истечении которого колебание повторяется, т. е. колеблющаяся точка проходит те же положения и в том же направлении. Из определения следует

$$s(t + nT) = s(t), \quad (49.10)$$

где n — произвольное целое число. Это значит, что через произвольное целое число периодов точка будет двигаться точно так же, как и в данный момент. Подставив (49.1) в (49.10), получим

$$A \cos [\omega(t + nT) + \varphi] = A \cos [\omega t + \varphi].$$

Но косинусы двух аргументов равны, если эти аргументы отличаются на $2n\pi$ (2π — период косинуса и синуса, n — целое число), следовательно, $\omega t + n\omega T + \varphi = \omega t + \varphi + 2n\pi$.

3. Отсюда и вытекает искомая связь между периодом и частотой:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \nu = \frac{1}{T}. \quad (49.11)$$

Итак, круговая частота ω показывает, сколько полных колебаний совершается за 2π секунд, частота ν — сколько колебаний совершается за одну секунду.

Единицей частоты служит *герц* (Гц). Частота $\nu = 1$ Гц, если период колебания $T = 1$ с. Круговая частота измеряется в радианах за секунду, аналогично угловой скорости.

4. Сравнивая выражение для упругой силы $F = -ks$ с выражением (49.6), имеем: $-ks = -m\omega^2 s$, откуда следует

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (49.12)$$

Итак, если гармоническое колебание возникает под действием упругой силы, то частота колебания не зависит от начальных условий и определяется только упругостью и массой системы, т.е. свойствами самого осциллятора. На этом основании данная частота называется *собственной круговой частотой* осциллятора; она обозначается через ω_0 . Собственный период

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (49.13)$$

§ 49.3. Энергия гармонического осциллятора

1. Кинетическая энергия (см. § 16.2):

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi). \quad (49.14)$$

Потенциальная энергия (см. § 18.6):

$$U = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \varphi). \quad (49.15)$$

Учитывая, что $k = m\omega^2$ (см. (49.12)), имеем

$$U = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi). \quad (49.16)$$

Известно, что $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$. Складывая (49.14) и (49.16), получим выражение для полной механической энергии осциллятора:

$$W = K + U = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2. \quad (49.17)$$

Графики для потенциальной, кинетической и полной энергии изображены на рис. 49.2. Из графика видно, что период изменения кинетической или потенциальной энергии вдвое меньше

периода колебания. Это также следует из соотношения $2 \cos^2 \omega t = 1 + \cos 2\omega t$.

2. Гармонический осциллятор представляет собой консервативную систему (§ 19.1). Его полная энергия не меняется в процессе колебания, происходит лишь преобразование потенциальной энергии в кинетическую и наоборот при сохранении их суммарной

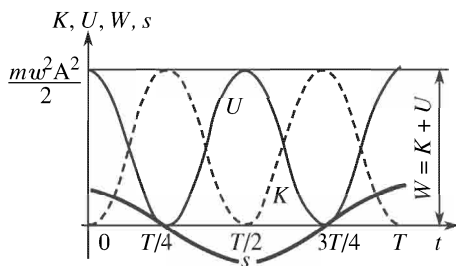


Рис. 49.2

величины. Как можно показать (рис. 49.2), среднее значение кинетической энергии равно среднему значению потенциальной энергии и равно половине полной энергии:

$$\langle K \rangle = \langle U \rangle = \frac{1}{2} W = \frac{1}{4} m \omega^2 A^2. \quad (49.18)$$

Здесь угловыми скобками обозначено среднее значение величины.

§ 49.4. Запись колебаний

1. Простейший способ записи колебаний изображен на рис. 49.3. На бумаге получается запись колебаний — *осциллограмма* (от латинского *oscillum* — колебание и греческого *gramma* — запись).

Во многих случаях оказывается более целесообразным преобразовать исследуемое колебание в электрические сигналы, которые далее записать гораздо легче. Для этой цели можно воспользоваться, например, явлением электромагнитной индукции. Если к колеблющемуся телу прикрепить проволочную рамку и поместить последнюю в магнитное поле, то при колебаниях рамки в ней возникнет индукционный ток (§ 43.1–43.3), колебания которого точно соответствуют колебаниям исследуемого осциллятора. Возникшие в рамке колебания тока записываются с помощью электронных или шлейфовых осциллографов.

2. Основной частью электронного осциллографа является электронно-лучевая трубка (см. § 47.4). Исследуемое колебание в виде электрических сигналов подается на вход вертикального усилителя. После усиления сигнал подается на электроды вертикального отклонения электронного пучка, в результате чего он пишет на экране трубки вертикальную прямую (рис. 49.4, слева).

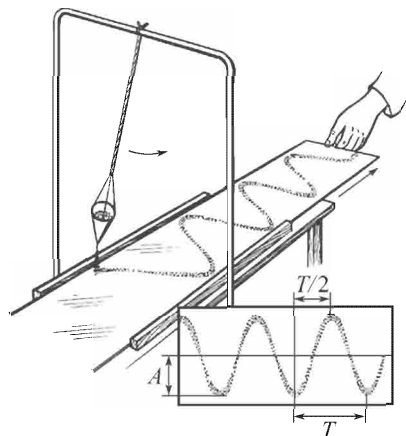


Рис. 49.3

Чтобы получить осциллограмму, нужно одновременно с вертикальным перемещением электронного пучка заставить его двигаться равномерно по горизонтали. Для этого на электроды горизонтального отклонения подается так называемое пилообразное напряжение от специального генератора развертки (рис. 49.5). Под действием этого напряжения электронный пучок движется вначале равномерно по экрану слева направо, а затем резко отбрасывается назад, к левому краю экрана.

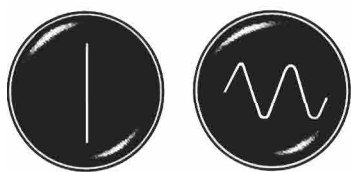


Рис. 49.4

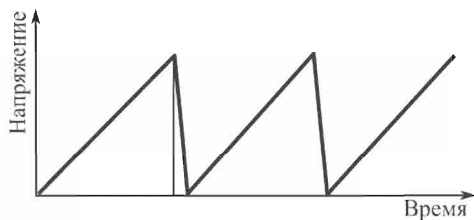


Рис. 49.5

При совместном действии вертикального отклонения и горизонтальной развертки электронного пучка на экране трубки наблюдается осциллограмма (рис. 49.4, справа). Для получения устойчивой картины необходимо правильно подобрать частоту развертки и синхронизировать ее с исследуемым сигналом. С этой целью запуск генератора развертки производится самим сигналом, а период развертки подбирается кратным периоду сигнала.

§ 49.5. Сложение колебаний одинаковой частоты

1. Пусть на тело действуют две силы: $F_1 = -k_1 s_1$ и $F_2 = -k_2 s_2$. Под действием каждой из этих сил тело совершало бы колебания

$$s_1 = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \quad \text{и} \quad s_2 = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2).$$

Попытаемся выяснить, как движется тело при одновременном действии обеих сил.

Оказывается, что в общем случае здесь возникают *несинусоидальные*, иными словами — *негармонические* колебания. В этом можно убедиться, сняв осциллограмму суммарного колебания. И лишь в одном случае, когда жесткости совпадают ($k_1 = k_2 = k$) и вследствие этого совпадают собственные частоты слагаемых колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = \omega$), результирующее колебание окажется гармоническим колебанием с той же частотой. Этот случай мы и рассмотрим в данном параграфе.

2. Итак, пусть слагаемые колебания одинаковой частоты различаются амплитудами и фазами:

$$s_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad s_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2). \quad (49.19)$$

Результирующее колебание имеет ту же частоту, но новую амплитуду A и новую начальную фазу φ :

$$s = A \cos(\omega t + \varphi). \quad (49.20)$$

Для нахождения этой амплитуды и фазы учтем, что в случае, если колебания происходят по одной прямой, смещения складываются алгебраически: $s = s_1 + s_2$, или

$$A \cos(\omega t + \varphi) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2).$$

Данное равенство должно выполняться тождественно, т. е. в любой момент времени. Полагая $\omega t = 0$ (или π , или 2π и т. д.), получим

$$A \cos \varphi = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2.$$

Полагая $\omega t = \pi/2$ (или $3\pi/2$, или $5\pi/2$ и т. д.), получим

$$A \sin \varphi = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2.$$

Из последних двух равенств можно найти искомые величины A и φ . Разделив второе равенство на первое, получим

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}. \quad (49.21)$$

Для примера рассмотрим такую задачу: найти результирующую амплитуду, возникающую при сложении N колебаний с одинаковой амплитудой и частотой, фазы которых образуют арифметическую прогрессию:

$$s_1 = A \cos(\omega t + \varphi), \quad s_2 = A \cos(\omega t + \varphi + \alpha), \\ s_3 = A \cos(\omega t + \varphi + 2\alpha), \quad \dots, \quad s_N = A \cos[\omega t + \varphi + (N-1)\alpha].$$

Векторная диаграмма для $N = 5$ построена на рис. 49.7. Поскольку она представляет собой кусок правильной ломаной, то вокруг нее можно построить окружность радиуса R . Из рисунка видно, что амплитуда результирующего колебания $B = 2R \sin(\beta/2)$.

Из треугольника $МОК$ имеем $R = A/2 \sin(\alpha/2)$. Угол $\beta = 2\pi - N\alpha$, следовательно, $\sin(\beta/2) = \sin(\pi - N\alpha/2) = \sin(N\alpha/2)$. Подставив в выражение для результирующей амплитуды, получим окончательно:

$$B = A \frac{\sin(N\alpha/2)}{\sin(\alpha/2)}. \quad (49.23)$$

Это выражение нам потребуется в дальнейшем (см. § 57.6). Заметим, что аналитически получить формулу (49.23) довольно трудно, а с помощью векторных диаграмм задачу удалось решить, используя несложные геометрические представления.

Глава 50 ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

§ 50.1. Сложение колебаний с близкими частотами

1. Найдём результирующую двух гармонических колебаний, которые несколько различаются по частоте: $\omega_1 = \omega - \Delta\omega$, $\omega_2 = \omega + \Delta\omega$, причем $\Delta\omega \ll \omega$. Для простоты расчета положим, что амплитуды у слагаемых колебаний одинаковы:

$$s_1 = A \cos \omega_1 t, \quad s_2 = A \cos \omega_2 t. \quad (50.1)$$

Результирующее колебание

$$s = s_1 + s_2 = 2A \cos \frac{(\omega_2 - \omega_1)t}{2} \cos \frac{(\omega_2 + \omega_1)t}{2} = \\ = 2A \cos(\Delta\omega \cdot t) \cos \omega t. \quad (50.2)$$

Его график изображен на рис. 50.1.

2. Как видно, результирующее колебание не является гармоническим. Однако при условии малой разности частот его можно рассматривать как «почти синусоидальное» колебание с «условным периодом»

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega} \quad (50.3)$$

и с медленно меняющейся «амплитудой»

$$B = |2A \cos(\Delta\omega \cdot t)|. \quad (50.4)$$

На рис. 50.1 эта «переменная амплитуда» показана тонкой

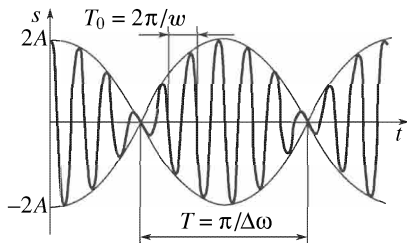


Рис. 50.1

линией. Слово «амплитуда» мы здесь берем в кавычки, так как по первоначальному определению амплитуда — это постоянный множитель у косинуса. Точно так же величина $T_0 = 2\pi/\omega$ может быть названа периодом лишь условно: это есть промежуток времени между двумя соответствующими нулевыми значениями функции, а не период в первоначальном смысле этого слова (см. § 49.2).

3. Периодические изменения «амплитуды» описанного выше вида называются *биениями*. Период биений

$$T = \frac{\pi}{\Delta\omega} = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1}. \quad (50.5)$$

Частота биений равна разности частот слагаемых колебаний

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\pi} = \nu_2 - \nu_1. \quad (50.6)$$

§ 50.2. Модулированные колебания

1. Найдем результат сложения трех гармонических колебаний:

$$s_1 = A \cos \omega t, \quad s_2 = a \cos(\omega + \Omega)t, \quad s_3 = a \cos(\omega - \Omega)t. \quad (50.7)$$

Учитывая, что $\cos(\omega + \Omega)t + \cos(\omega - \Omega)t = 2 \cos \omega t \cos \Omega t$, получим после элементарных преобразований

$$s = s_1 + s_2 = A \left(1 + \frac{2a}{A} \cos \Omega t \right) \cos \omega t. \quad (50.8)$$

Если положить, что $\Omega \ll \omega$, а $k = 2a/A < 1$, то график колебания будет иметь вид, изображенный на рис. 50.2.

2. Как видно из рисунка, и в этом случае результирующее колебание можно рассматривать как «почти синусоидальное» колебание с «переменной амплитудой»

$$B = A(1 + k \cos \Omega t) \quad (50.9)$$

и с «условным периодом»

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (50.10)$$

Период изменения «амплитуды»

$$T = \frac{2\pi}{\Omega}. \quad (50.11)$$

Так как по условию $\Omega \ll \omega$, то $T \gg T_0$.

3. Колебания, изображенные на рис. 50.2, называются *модулированными*. Вообще модулированными называются «почти синусоидальные» колебания, происходящие с высокой частотой ω , «амплитуда» которых медленно меняется с периодом $T = 2\pi/\Omega$. Высокая частота ω называется *несущей частотой*, низкая частота Ω — *частотой модуляции*, коэффициент k — *глубиной модуляции*.

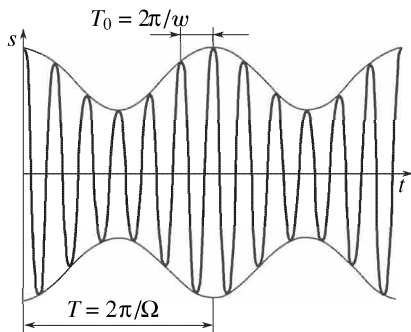


Рис. 50.2

Модулированные колебания применяются в радиотехнике для передачи звука или изображения с помощью электромагнитных волн (см. § 60.2). Здесь модуляция производится не синусоидальным, а более сложным сигналом.

§ 50.3. Сложение колебаний с кратными частотами

1. Попытаемся выяснить характер результирующего колебания, возникающего при сложении двух или нескольких гармонических колебаний с кратными частотами. Для примера рассмотрим сложение двух колебаний с круговыми частотами $\omega_1 =$

$= \omega$ и $\omega_2 = 3\omega$ и амплитудами $A_1 = A$ и $A_2 = A/2$:

$$s_1 = A \sin \omega t, \quad s_2 = \frac{A}{2} \sin 3\omega t. \quad (50.12)$$

Колебание с минимальной частотой называется *первой гармоникой* (в акустике — основным тоном); колебания с кратными частотами называются *высшими гармониками* (в акустике — обертонами, от немецкого *ober* — верхний).

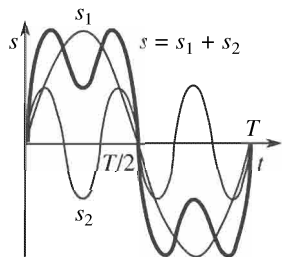


Рис. 50.3

2. Сложение колебаний выполним графически. Для этого следует построить графики слагаемых колебаний, затем измерить для каждого момента времени значения смещений s_1 и s_2 и сложить их, пользуясь общим правилом сложения перемещений, т.е. с учетом знака.

Как видно из рис. 50.3, в результате

сложения гармонических колебаний с квадратными частотами возникает *периодическое несинусоидальное колебание*. Период сложного колебания совпадает с периодом основного тона (первой гармоники).

О частоте сложного колебания вообще нельзя говорить — несинусоидальному колебанию соответствует не одна частота, а набор частот; понятие «частота» имеет смысл только для гармонического колебания.

3. Особенности несинусоидального колебания характеризуются формой его графика, а это, в свою очередь, определяется числом гармоник и соотношениями между их амплитудами, частотами и фазами. Подбрав соответствующие гармоники, можно получить колебания, графики которых будут иметь форму практически любой периодической кривой. Для примера на рис. 50.4 изображены графики колебаний, имеющих один и тот же основной тон, но

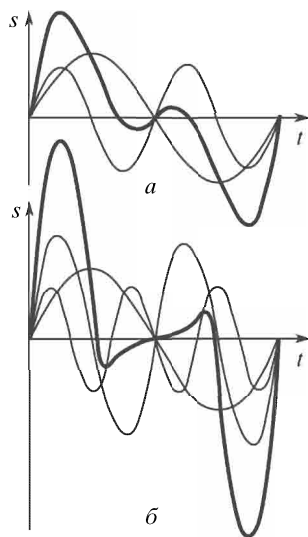


Рис. 50.4

разные гармоники:

$$\begin{aligned} \text{а) } s_1 &= 2 \sin \omega t + 1,5 \sin 2\omega t, \\ \text{б) } s_2 &= 2 \sin \omega t + 3 \sin 2\omega t + 1,5 \sin 3\omega t. \end{aligned} \quad (50.13)$$

§ 50.4. Разложение Фурье. Спектр

1. В предыдущих параграфах на ряде примеров было показано, что при сложении гармонических колебаний с различными частотами получается несинусоидальное колебание. Возникает вопрос о возможности обратного процесса: существует ли метод, позволяющий разложить некоторое несинусоидальное колебание на слагаемые гармоники? Метод такого разложения предложил в начале XIX в. Жан Фурье. Он показал, что любая периодическая функция $f(t)$ с периодом T может быть разложена на слагаемые гармоники:

$$\begin{aligned} f(t) &= a_0 + a_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + \\ &+ a_2 \cos(2\omega t + \varphi_2) + a_3 \cos(3\omega t + \varphi_3) + \dots \end{aligned} \quad (50.14)$$

Здесь $\omega = 2\pi/T$, а амплитуды и фазы можно вычислить по определенным правилам, которые излагаются в курсах высшей математики. Выражение (50.14) называется разложением функции $f(t)$ в *ряд Фурье* или просто *разложением Фурье*.

Обычно амплитуды довольно быстро убывают с ростом номера гармоники, и на практике можно ограничиться лишь несколькими первыми слагаемыми разложения Фурье.

2. Во многих задачах физики роль играют только амплитуды гармоник, а их фазы, хотя они влияют на форму сложного колебания, оказываются несущественными. Так обстоит, например, дело в том случае, когда нас интересуют не столько сами гармоники, сколько их энергии, которые, согласно (49.17), зависят только от амплитуды и частоты и не зависят от фазы. В этом случае нас будут интересовать лишь частоты слагаемых колебаний и амплитуды, соответствующие этим частотам. Разложение несинусоидального колебания на синусоидальные гармоники (без учета их фаз) называется *спектральным разложением*. Диаграмма, изображающая зависимость амплитуды каждой гармоники от ее частоты, называется *спектром* несинусоидального колебания.

3. На рис. 50.5 изображены спектры колебаний, разложение которых в ряд Фурье выражается формулами (50.13), а графики

изображены на рис. 50.4. Буквами a и b на рисунках и в формулах обозначены одинаковые колебания. Рекомендуем читателю построить спектр модулированного колебания и биений.

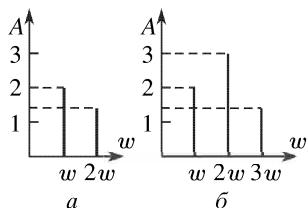


Рис. 50.5

Заметим, что знание спектра некоторого несинусоидального колебания еще не позволяет определить форму этого колебания и построить его график. Однако часто это и не нужно. В отличие от осциллографа, который реагирует на мгновенные значения исследуемого колебания, регистрирующая аппаратура, часто применяемая при исследовании колебательных

процессов, является весьма инерционной. Поэтому данные приборы реагируют лишь на изменения среднего значения энергии за промежуток времени, значительно превосходящий период колебаний. В этом случае знание спектра оказывается вполне достаточным, ибо с его помощью можно определить энергию каждой гармоники и тем самым — среднюю энергию суммарного колебания. Именно поэтому спектральное разложение играет исключительно важную роль в учении о колебаниях.

Глава 51 СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

§ 51.1. Пружинный маятник

1. Колебательная система совершает *свободные* колебания, если ее вывести из состояния равновесия и далее предоставить действию внутренних сил. Со свойствами свободных колебаний ознакомимся на примере пружинного маятника. Его основными частями являются груз массой m и пружина жесткостью k , соединенные так, как это показано на рис. 51.1. Осциллограмма колебания записывается на равномерно движущейся ленте с помощью пера, прикрепленного к грузу. Опыт показывает, что свободные колебания пружинного маятника затухают — отклонения груза от положения равновесия со временем убывают (рис. 51.2).

Поскольку затухающие колебания не являются гармоническими, то к ним понятия об амплитуде и периоде в их первоначальном смысле неприменимы. Однако при небольшом затухании,

когда сила трения много меньше силы упругости, можно затухающие колебания рассматривать как почти синусоидальные колебания с «убывающей амплитудой» и «условным периодом» T_0 . Убывающая амплитуда показана на рис. 51.2 штриховыми линиями. Опыт показывает, что значения убывающей амплитуды через равные промежутки времени образуют геометрическую прогрессию. Условный период есть промежуток времени между двумя последовательными максимальными отклонениями груза от положения равновесия в одну и ту же сторону.

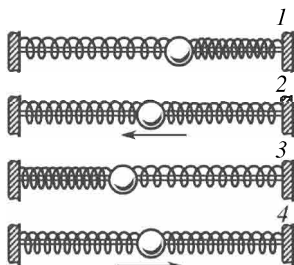


Рис. 51.1

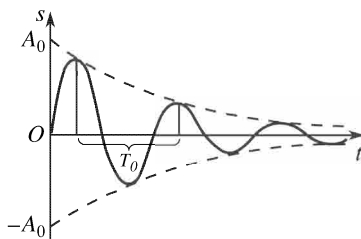


Рис. 51.2

2. Оказывается, что, хотя трение сильно влияет на характер убывания амплитуды, оно практически не влияет на период колебаний. Поэтому «период» затухающих колебаний T_0 можно вычислить по формуле (49.13), которая служит для вычисления собственного периода гармонического осциллятора (если только затухание не очень велико).

Таким образом, при небольшом затухании «период» и «частота» свободных колебаний практически совпадают с собственным периодом и собственной частотой гармонического осциллятора.

§ 51.2. Степень затухания. Добротность

1. Определим, что нужно понимать под сильным или слабым затуханием колебаний. Для этого введем количественную характеристику затухания колебаний в системе — ее добротность.

Причиной затухания колебаний в пружинном маятнике является сила трения и связанная с трением диссипация энергии — превращение энергии колебания во внутреннюю (см. § 19.2). Отсюда следует, что чем меньше трение, тем слабее затухание.

Но что значит «малое трение»? С чем его сравнить? Поскольку основной причиной, вызывающей колебание, является упругость пружины, то разумно сравнить силу трения с силой

упругости. Заметим, что обе эти силы являются переменными величинами, поэтому сравнивать мы будем максимальное значение силы упругости с максимальным значением силы трения. Максимальное значение силы упругости $F_{\text{м}}^{\text{упр}} = kA$, где A — амплитуда, k — жесткость. При относительно небольших скоростях, которые имеют место при колебаниях груза, сила трения пропорциональна скорости (см. § 11.8): $F_{\text{м}}^{\text{тр}} = hV_{\text{м}} = h\omega_0 A$, где ω_0 — собственная круговая частота, $V_{\text{м}} = \omega_0 A$ — амплитуда скорости (см. (49.6)), h — коэффициент трения.

2. *Добротностью* колебательной системы Q называется число, показывающее, во сколько раз сила упругости больше силы трения:

$$Q = \frac{F_{\text{м}}^{\text{упр}}}{F_{\text{м}}^{\text{тр}}} = \frac{k}{h\omega_0}. \quad (51.1)$$

Учитывая, что $k = m\omega_0^2$ (см. (49.12)), получим

$$Q = \frac{m\omega_0}{h} = \frac{\sqrt{mk}}{h}. \quad (51.2)$$

Чем меньше сила трения по сравнению с силой упругости, тем слабее затухают колебания. Таким образом, с ростом добротности колебательной системы свободные колебания затухают слабее и становятся все более близкими к гармоническим.

3. Покажем, что добротность колебательной системы является мерой относительной диссипации энергии. Для этого сравним энергию осциллятора (49.17) с потерей энергии на трение за четверть периода. За это время груз проходит путь, равный одной амплитуде, и сила трения совершает работу:

$$\Delta W_{\text{тепл}} = A_{\text{тр}} = F_{\text{ср}}^{\text{тр}} A \approx \frac{hV_{\text{м}}}{2} A = \frac{h\omega_0 A^2}{2}.$$

Это и есть потеря энергии за четверть периода. Отношение начальной энергии к величине этой потери:

$$\frac{W}{\Delta W_{\text{тепл}}} = \frac{m\omega_0^2 A^2 \cdot 2}{2 \cdot h\omega_0 A^2} = \frac{m\omega_0}{h} = Q. \quad (51.3)$$

На основании (51.3) можно дать другое определение этой величине: добротность колебательной системы равна отношению ее полной энергии к величине потери энергии за четверть периода за счет ее диссипации.

4. Оценим время релаксации свободных колебаний τ . Оно равно энергии системы W , деленной на среднюю мощность потерь $P_{\text{ср}} = \Delta W / \Delta t$. Полагая $\Delta t = T_0/4$, а потерю энергии, согласно (51.3), $\Delta W = W/Q$, получим

$$P_{\text{ср}} = \frac{4W}{QT_0} = \frac{4W}{Q} \frac{\omega_0}{2\pi} \approx \frac{W\omega_0}{Q}.$$

Итак,

$$\tau = \frac{W}{P_{\text{ср}}} \approx \frac{Q}{\omega_0}. \quad (51.4)$$

§ 51.3. Математический маятник

1. *Математическим маятником* называется колебательная система, которая представляет собой материальную точку, подвешенную на нерастяжимой нити длиной l . Практически это шарик, размеры которого значительно меньше длины нити, а масса значительно больше массы нити (рис. 51.3).

Будем рассматривать малые колебания, когда угол θ не превосходит нескольких градусов. В этом случае $\sin \theta \approx \theta$, а дуга A и хорда a практически совпадают, так что в первом приближении можно считать движение груза прямолинейным, а колебания — гармоническими. Добротность математического маятника очень велика, вследствие чего его колебания затухают слабо, в чем можно убедиться, записав эти колебания (см. рис. 49.3). Маятник изготовлен в виде воронки с узким отверстием, в которую насыпан мелкий песок; запись колебания ведется на лист бумаги, смазанный клеем или смоченный водой.

2. Из условия баланса энергии вычислим собственную частоту и период колебаний математического маятника. Максимальное значение потенциальной энергии

$$U_{\text{м}} = mgh = mgl(1 - \cos \theta) = 2mgl \sin^2(\theta/2).$$

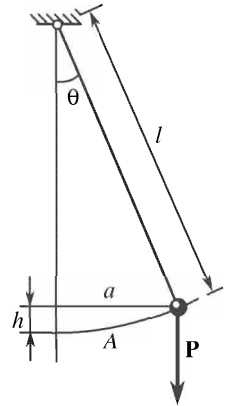


Рис. 51.3

При малых углах $\sin(\theta/2) \approx \theta/2$, откуда

$$U_{\text{м}} = \frac{1}{2} mgl\theta^2.$$

Максимальная кинетическая энергия

$$K_{\text{м}} = \frac{mV_{\text{м}}^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2},$$

где ω_0 — собственная круговая частота, A — амплитуда. Из рис. 51.3 видно, что $A = l\theta$. Следовательно,

$$K_{\text{м}} = \frac{1}{2} ml^2\theta^2\omega_0^2.$$

Если затуханием пренебречь, то согласно закону сохранения энергии средние (и максимальные) значения кинетической и потенциальной энергии должны совпадать. Приравняв оба выражения и проделав соответствующие сокращения, получим

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}. \quad (51.5)$$

3. Период колебаний математического маятника

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (51.6)$$

Мы видим, что период не зависит ни от массы маятника, ни от амплитуды колебаний (при малых углах отклонения).

Формулой (51.6) можно воспользоваться для определения ускорения свободного падения в той или иной точке Земли, поскольку длину маятника и период его колебаний можно измерить весьма точно.

§ 51.4. Физический маятник

1. *Физическим маятником* называется любое твердое тело, способное колебаться в одной плоскости относительно некоторой точки подвеса, расположенной на расстоянии l от центра масс (рис. 51.4). Если вывести маятник из положения равновесия и предоставить ему возможность далее двигаться под действием силы тяжести, то он станет совершать свободные колебания, которые сравнительно слабо затухают. Рассуждения, аналогичные тем, с помощью которых были найдены выражения для частоты и периода математического маятника, позволят найти соответствующие выражения для физического маятника.

Аналогично тому, как амплитуда скорости выражается через амплитуду смещения (см. (49.5)), имеем для амплитуды угловой скорости $\Omega_m = \omega_0 \theta$. Максимальное значение кинетической энергии (§ 22.2) выразится так:

$$K_m = \frac{1}{2} J \Omega_m^2 = \frac{1}{2} J \omega_0^2 \theta^2.$$

Поскольку амплитудные значения потенциальной и кинетической энергии равны, имеем

$$\frac{1}{2} m g l \theta^2 = \frac{1}{2} J \omega_0^2 \theta^2,$$

откуда следует

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{m g l}{J}}.$$

Период свободных колебаний физического маятника

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{m g l}}. \quad (51.7)$$

2. Заметим, что выражение (51.6) вытекает из (51.7) как частный случай. В самом деле, момент инерции математического маятника $J = m l^2$ (см. § 22.2). Подставив в (51.7) это значение момента инерции, получим выражение для периода математического маятника.

3. Часто период физического маятника вычисляют по формуле

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}, \quad (51.8)$$

которая похожа на выражение для периода математического маятника. В этой формуле величина

$$L = \frac{J}{m l} \quad (51.9)$$

называется *приведенной длиной* физического маятника. Приведенная длина физического маятника равна длине нити у такого математического маятника, который имеет одинаковый период с физическим.

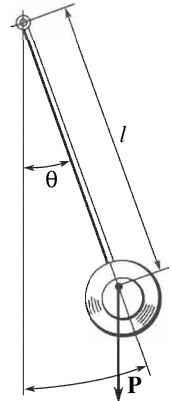


Рис. 51.4

§ 51.5. Колебательный контур

1. Электрическая цепь, состоящая из катушки с индуктивностью L , конденсатора с емкостью C и резистора с сопротивлением R , называется *колебательным контуром* (рис. 51.5). В сопротивление R входит также сопротивление обмотки катушки. Опыт показывает, что если зарядить конденсатор, а затем замкнуть цепь, то в контуре возникают свободные электрические колебания.

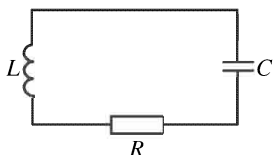


Рис. 51.5

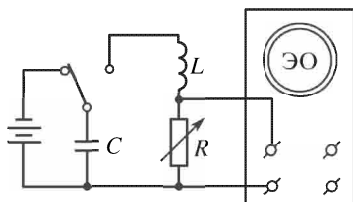


Рис. 51.6

Для изучения этих колебаний соберем цепь, изображенную на рис. 51.6. Когда ручка переключателя повернута влево, конденсатор присоединяется к источнику и заряжается. Если ручку перебросить вправо, то конденсатор замыкается на катушку и в контуре возникают колебания, о чем можно судить по осциллограмме. Естественно, что в действующей установке применяется не ручной переключатель, а некоторая электронная схема,



Рис. 51.7

выполняющая ту же роль. Осциллограф, включенный по схеме рис. 51.6, регистрирует разность потенциалов на резисторе, которая согласно закону Ома (см. (39.19)) пропорциональна току в контуре. Если осциллограф присоединить непосредственно к зажимам конденсатора, то он будет регистрировать разность потенциалов на конденсаторе и тем самым, согласно (37.20), — заряд конденсатора.

2. Поставим опыт с двухлучевым осциллографом, включенным так, что на один вход подаются колебания тока, на второй — колебания заряда. Полученные две осциллограммы показаны на рис. 51.7. Как и следовало ожидать, в колебательном контуре свободные

колебания затухают. Меняя сопротивление резистора, можно убедиться, что с ростом сопротивления затухание усиливается.

Однако наиболее важным результатом является наличие сдвига фаз между колебаниями тока и заряда. В самом деле, как видно из осциллограммы, в те моменты, когда ток равен нулю, заряд на конденсаторе максимальный, и наоборот, максимуму тока соответствует нулевой заряд конденсатора.

3. Соотношение между током и зарядом (см. (39.14)) $i = dq/dt$ совершенно аналогично соотношению между скоростью и смещением $v = ds/dt$. Следовательно, если заряд конденсатора меняется по закону

$$q = q_m \cos \omega_0 t, \quad (51.10)$$

то ток в цепи будет меняться по закону

$$i = \frac{dq}{dt} = -q_m \omega_0 \sin \omega_0 t = I_m \cos \left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (51.11)$$

Именно этот сдвиг фаз и наблюдается на экране осциллографа. Амплитудные значения заряда и тока оказываются связанными соотношением

$$I_m = \omega_0 q_m, \quad (51.12)$$

которое аналогично соотношению (49.5) между амплитудами смещения и скорости.

§ 51.6. Энергия, собственная частота и добротность контура

1. Согласно (37.23) энергия электрического поля в конденсаторе $W^{\text{эл}} = q^2/2C$, а энергия магнитного поля катушки согласно (43.19) равна $W^{\text{магн}} = Li^2/2$. Так как максимальному значению тока соответствует нулевое значение заряда и наоборот, то такое же соотношение оказывается справедливым для энергии электрического и магнитного полей. Отсюда следует, что в колебательном контуре происходит периодический процесс преобразования энергии электрического поля конденсатора в энергию магнитного поля катушки и наоборот. Это вполне аналогично процессу преобразования энергии в пружинном маятнике.

2. Максимальное значение энергии поля в конденсаторе

$$W_m^{\text{эл}} = \frac{q_m^2}{2C}. \quad (51.13)$$

Аналогично для магнитного поля катушки

$$W_{\text{м}}^{\text{магн}} = \frac{LI_{\text{м}}^2}{2} = \frac{Lq_{\text{м}}^2\omega_0^2}{2}. \quad (51.14)$$

Приравнивая эти величины и произведя соответствующие сокращения, получим выражение для собственной круговой частоты колебаний в контуре:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}. \quad (51.15)$$

Собственный период

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (51.16)$$

3. В предыдущих расчетах мы пренебрегали диссипацией энергии. Между тем колебания в контуре затухают, поскольку часть энергии необратимо превращается в джоулево тепло. Для вычисления добротности следует сравнить тепловые потери с полной энергией контура. Однако можно, используя аналогию с пружинным маятником (см. § 51.2), найти отношение амплитуды напряжения на конденсаторе к амплитуде падения напряжения на активном сопротивлении:

$$Q = \frac{u_{\text{м}}^{(C)}}{u_{\text{м}}^{(R)}} = \frac{q_{\text{м}}}{CRI_{\text{м}}} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (51.17)$$

В контуре с малой добротностью колебания вообще не возникают. В самом деле, если тепловые потери окажутся одного порядка с начальной энергией конденсатора, то вся энергия при разряде превратится в джоулево тепло, энергия магнитного поля окажется равной нулю и перезарядки конденсатора не произойдет. Таким образом, если добротность контура окажется близкой к единице, то тепловые потери окажутся одного порядка с энергией контура и разряд конденсатора через катушку и резистор будет происходить почти так же, как разряд через резистор без катушки (см. § 39.8).

§ 51.7. Единый подход к изучению колебаний

1. Если сравнить процессы, происходящие в пружинном маятнике и в колебательном контуре, то обнаруживается поразительная аналогия между этими явлениями, которые на первый

взгляд не имеют между собой ничего общего. В самом деле, что общего может быть между движением груза под действием деформированной пружины и движением электронов при перезарядке конденсатора? С этой точки зрения, конечно, мы имеем дело с разными явлениями, которые должны как будто и рассматриваться в разных разделах курса: явления в пружинном маятнике — в механике, а явления в колебательном контуре — в электромагнетизме. Однако если поставить вопрос иначе, обратив основное внимание не на то, *что* колеблется, а на то, *почему* и *как* колеблется, то сразу окажется, что физика колебательного процесса в обеих системах одна и та же и что процессы эти описываются одинаковыми понятиями и одинаковыми уравнениями. Все это приводит к мысли о целесообразности использования *единого подхода* к изучению колебаний различной физической природы, а также о целесообразности широкого применения аналогий.

Идея о применении аналогий при изучении колебаний не нова. Еще Гюйгенс и М. В. Ломоносов использовали аналогию между звуковыми и световыми колебаниями. Единый подход к изучению механических и электромагнитных колебаний применяли Рэлей, А. Г. Столетов, П. Н. Лебедев и др. Однако лишь в работах Л. И. Мандельштама и его учеников единый подход к изучению колебаний стал рабочим инструментом, который систематически применялся как в теории, так и в эксперименте. Единый подход оказался весьма плодотворным методом, с помощью которого удалось решить ряд сложных проблем теории колебаний. К их числу относится разработка теории нелинейных колебаний, в том числе автоколебаний (А. А. Андронов и др.), открытие и создание теории комбинационного рассеяния света (Л. И. Мандельштам и Г. С. Ландсберг, § 79.1), открытие параметрического резонанса и создание параметрических генераторов (Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси) и т. д.

2. Единый подход к изучению колебаний позволяет переносить закономерности, полученные при изучении одного вида колебаний, на колебания другой природы. Поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать явления лишь в одной какой-либо колебательной системе, а затем полученные результаты по аналогии перенесем на другие колебания.

Это относится также и к эксперименту. Оказывается, что во многих случаях проще произвести измерения электрических, а не механических величин. Так, мгновенную скорость колеблющегося тела измерить трудно, в то время как не составляет труда с помощью электронного осциллографа зарегистрировать мгновенные значения тока. Точно так же легче задать переменную

электродвижущую силу в цепи, чем переменную силу в механической системе. Наконец, гораздо проще собрать электрическую цепь, состоящую из конденсаторов, катушек и резисторов, и произвести соответствующий эксперимент, чем создать сложную механическую систему из грузов и пружин с регулируемыми силами трения и экспериментировать с этой системой. Поэтому в исследованиях часто предпочитают производить эксперименты не с механическими колебательными системами, а с их электрическими аналогами, широко используя при этом осциллографирование. Аналогичные величины записаны в табл. 51.1.

Таблица 51.1

Механическая система	Электрическая цепь	Механическая система	Электрическая цепь
Масса m	Индуктивность L	Сила F	ЭДС $\mathcal{E}$
Жесткость k	Величина, обратная емкости, $1/C$	Смещение s	Заряд q
Коэффициент трения h	Сопротивление R	Скорость v	Ток i

3. Проиллюстрируем плодотворность единого подхода на примере осциллятора с затуханием. Второй закон Ньютона для пружинного маятника при наличии вязкого трения запишется так: $F_{\text{упр}} + F_{\text{тр}} = ma$. Учитывая, что $F_{\text{упр}} = -ks$, $F_{\text{тр}} = -h\nu = -h ds/dt$, $a = d^2s/dt^2$, получим

$$m \frac{d^2s}{dt^2} + h \frac{ds}{dt} + ks = 0. \quad (51.18)$$

Составим аналогичное уравнение для колебательного контура. Согласно закону Ома для неоднородного участка цепи (39.29) имеем $\mathcal{E} + \varphi_1 - \varphi_2 = iR$. Но в контуре действует лишь одна ЭДС самоиндукции $\mathcal{E} = \mathcal{E}_L = -L di/dt$ (43.16), а разность потенциалов на обкладках конденсатора $\varphi_2 - \varphi_1 = q/c$ (37.20). Учитывая, что сила тока $i = dq/dt$ (39.14), получим

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{c} = 0. \quad (51.19)$$

Как видно, оба дифференциальных уравнения совершенно аналогичны и с математической точки зрения тождественны.

4. В курсах высшей математики доказывается, что линейное однородное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\beta \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = 0, \quad (51.20)$$

при условии $\beta < \omega_0$ имеет единственное решение:

$$y = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi), \quad (51.21)$$

где A_0 и φ — постоянные величины, определяемые по начальным условиям.

Величину

$$A = A_0 e^{-\beta t} \quad (51.22)$$

называют «убывающей амплитудой» (см. § 51.1). Ее график изображен штриховой линией на рис. 51.2.

Величина

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \omega_0 \sqrt{1 - (2Q)^{-2}} \quad (51.23)$$

играет роль «условной круговой частоты». «Условный период» равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - (2Q)^{-2}}} = \frac{T_0}{\sqrt{1 - (2Q)^{-2}}}, \quad (51.24)$$

а добротность осциллятора с затуханием

$$Q = \frac{\omega_0}{2\beta}. \quad (51.25)$$

Заметим, что при большой добротности колебательной системы ($Q \gg 1$) условные период T и частота ω мало отличаются от собственного периода T_0 и собственной частоты ω_0 , т.е. затухание мало влияет на период (см. § 51.1). Однако в реальной колебательной системе «амплитуда» при любой добротности системы убывает со временем, т.е. свободные колебания всегда затухают.

5. Сравнив уравнения свободных колебаний пружинного маятника (51.18) и колебательного контура (51.19) с уравнением (50.20) и его следствиями (51.21)–(51.25), мы сразу же получим закон колебания, значения собственной частоты, периода, добротности и т.п. А это значит, что решив одну математическую задачу, мы фактически получили результаты, пригодные для *любой* системы, совершающей свободные колебания.

Положив затухание равным нулю ($\beta = 0$), мы получим дифференциальное уравнение гармонического осциллятора (49.8) и как следствие из него — закон колебания такой идеализированной системы (49.1). Впрочем, это прямо следует из (51.21).

Неравенство $\beta < \omega_0$ или равносильное неравенство $Q > 1/2$ является условием возникновения свободных колебаний в системе с затуханием. При $Q \leq 1/2$ система, выведенная из состояния равновесия,

асимптотически возвращается в это состояние, например, заряженный конденсатор аperiodически разряжается через резистор и катушку (см. § 39.8).

Глава 52

АВТОКОЛЕБАНИЯ

§ 52.1. Автоколебательная система

1. Колебания пружинного маятника затухают из-за трения. Но если систематически компенсировать потери энергии, то колебания перестанут затухать. В качестве примера рассмотрим механизм возникновения незатухающих колебаний в установке, изображенной на рис. 52.1. Прикрепленная к грузу гибкая пластинка периодически прикасается к контакту, замыкая тем самым цепь электромагнита на некоторое время. В течение этого времени электромагнит притягивает груз, увеличивая его кинетическую энергию. Таким образом, в течение каждого периода потери энергии под действием силы трения компенсируются за счет работы силы притяжения, действующей на груз со стороны электромагнита, а работой электромагнита управляет само колеблющееся тело с помощью контакта-прерывателя. Рассмотренная установка является типичным представителем весьма распространенного класса колебательных систем, совершающих незатухающие колебания за счет действия источника энергии, не обладающего колебательными свойствами. Такие системы называются *автоколебательными*.

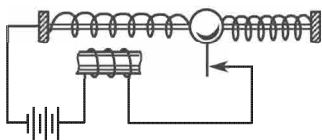


Рис. 52.1

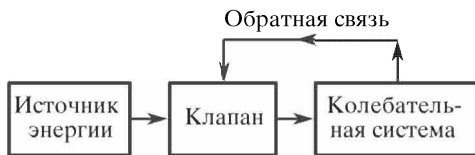


Рис. 52.2

Любая автоколебательная система состоит из следующих четырех частей (рис. 52.2):

- а) *колебательная система* (в установке рис. 52.1 это груз с пружиной);
- б) *источник энергии*, за счет которого компенсируются потери (в нашем примере это источник тока);

в) *клапан* — некоторый орган, регулирующий поступление энергии в колебательную систему определенными порциями в нужный момент (на установке, изображенной на рис. 52.1, это контакт-прерыватель);

г) *обратная связь* — чрезвычайно характерное для всех автоколебательных систем обратное воздействие колебательной системы на клапан, иными словами — управление работой клапана за счет процессов в самой колебательной системе (в нашей установке обратная связь осуществляется с помощью электромагнита, который притягивает груз и тем самым размыкает контакт).

2. Автоколебания широко распространены в природе и технике. Автоколебательными системами являются электрические звонки, зуммеры, паровые машины и двигатели внутреннего сгорания, отбойные молотки и т. п. Автоколебания совершают струны под действием смычка (скрипка, виолончель), воздушные столбы в трубках (духовые музыкальные инструменты), язычки в гармониях (баянах, аккордеонах), голосовые связки при разговоре или пении.

Заметим, что механизм обратной связи во многих автоколебательных системах замаскирован, и разбить систему на основные узлы иногда довольно трудно.

3. Для работы автоколебательной системы принципиальную роль играет выбор фазы обратной связи. Необходимо, чтобы в течение того промежутка времени, пока сила действует на систему, направления силы и скорости совпадали. Тогда источник энергии произведет над колебательной системой положительную работу, т.е. передаст ей энергию. Если же направления силы и скорости будут разными, то работа будет отрицательной, источник отберет энергию от колебательной системы и тем самым усилит затухание. В первом случае говорят, что в системе действует положительная обратная связь, во втором — отрицательная. Положительная обратная связь используется для возбуждения автоколебаний, отрицательная — для подавления нежелательных автоколебаний там, где они не нужны.

В изображенной на рис. 52.1 установке обеспечена положительная обратная связь, вследствие чего здесь возбуждаются и поддерживаются незатухающие автоколебания. Если перенести контакт влево от пластины, то груз притянется к электромагниту и остановится. Если даже систему раскачать, то колебания в ней будут быстро затухать — гораздо быстрее, чем при отсутствии электромагнита. Таким образом, введение в систему отрицатель-

ной обратной связи приводит к срыву автоколебаний и подавлению свободных колебаний.

§ 52.2. Часы

1. Автоколебательной системой являются часы. На рис. 52.3 изображен часовой механизм с анкерным ходом. Ходовое колесо

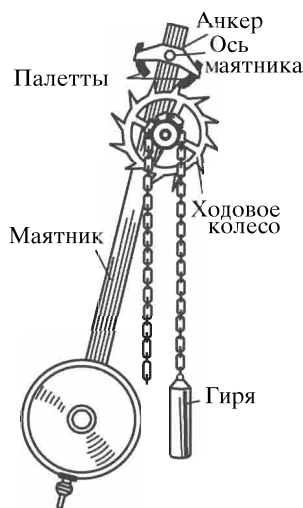


Рис. 52.3

с косыми зубьями жестко скреплено с зубчатым барабаном, через который перекинута цепочка с гирей. На конце маятника закреплен анкер (якорек) с двумя палетками — пластинками из рубина или другого твердого материала, изогнутыми в виде дуги окружности с центром на оси маятника. В ручных часах вместо гири применяется заводная пружина, а вместо маятника — баланси́р, представляющий собой маховичок, скрепленный со спиральной пружиной; баланси́р совершает крутильные колебания вокруг своей оси.

Здесь колебательной системой является маятник или баланси́р; источником энергии — поднятая вверх гиря или заводная пружина; клапаном является анкер, позволяющий ходовому колесу прокрутиться на один зубец за один полупериод; обратная связь осуществляется при взаимодействии анкера с ходовым колесом.

2. В те моменты, когда маятник проходит положение равновесия и имеет максимальную скорость, зуб ходового колеса кратковременно соприкасается с торцом палетты. «Чиркая» по нему, зубец подталкивает маятник, т. е. импульсом передает ему энергию. При этом груз опускается на одно звено цепи. Так потенциальная энергия гири (или заводной пружины) постепенно передается маятнику и компенсирует потери на трение.

§ 52.3. Генератор незатухающих электромагнитных колебаний

1. Соберем электрическую цепь по схеме, изображенной на рис. 52.4, и присоединим ее к выходу электронного осциллогра-

фа. При замыкании рубильника в цепи возникают незатухающие колебания, что видно на экране осциллографа.

Данная установка называется *ламповым генератором* незатухающих электрических колебаний. Она является электрической автоколебательной системой. Здесь источником энергии является анодная батарея, колебательной системой — контур в анодной цепи; роль клапана выполняет сетка триода, которая управляет величиной анодного тока (см. § 47.3); катушка обратной связи, присоединенная своими концами к катоду и сетке триода и индуктивно связанная с катушкой контура, осуществляет обратное управление колебательной системы на клапан.

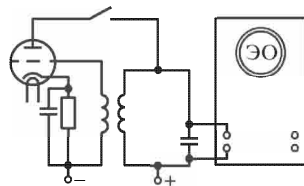


Рис. 52.4

2. Нередко бывает, что при замыкании цепи колебания в контуре не возникают. Однако если перепаять концы катушки обратной связи, то в цепи сразу же возникают колебания. Это значит, что в первом случае фаза обратной связи была выбрана неправильно.

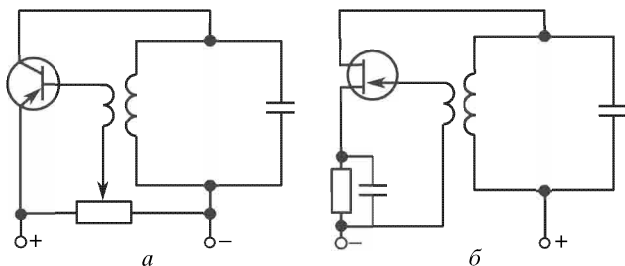


Рис. 52.5

3. Совершенно на том же принципе основано действие генераторов незатухающих колебаний на транзисторах. На рис. 52.5 *а* изображена схема такого генератора на биполярном транзисторе, на рис. 52.5 *б* — на полевом транзисторе.

Благодаря своей компактности, малому потреблению энергии и способности работать на низких напряжениях (несколько вольт) генераторы на транзисторах почти полностью вытеснили из радиотехники и радиоэлектроники ламповые генераторы. И только в установках, генерирующих колебания большой мощности, порядка мегаватт, используются ламповые генераторы.

§ 52.4. Самовозбуждение автоколебаний

1. Запустим медленную развертку осциллографа одновременно с замыканием цепи контура в ламповом генераторе, изображенном на рис. 52.4. Полученная при этом осциллограмма

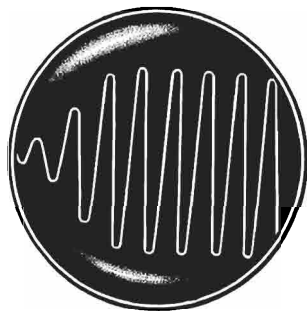


Рис. 52.6

показана на рис. 52.6. Как видно, колебательный контур самовозбуждается — при включении источника энергии амплитуда колебаний возрастает от нуля до некоторой установившейся величины. Самовозбуждение, иначе называемое «раскачкой», является одной из важнейших особенностей любой автоколебательной системы.

Механизм самовозбуждения лампового генератора выглядит следующим образом. Слабые колебания тока, возникающие в контуре при замыкании

цепи, сопровождаются изменением магнитного поля в катушке контура. За счет изменения магнитного потока индуцируется ЭДС в катушке обратной связи (см. § 43.7), и потенциал сетки становится то выше, то ниже потенциала катода. Колебания потенциала сетки сопровождаются изменением тока в цепи анода, что при правильном выборе фазы обратной связи приводит к усилению колебаний в контуре. Этот процесс в свою очередь приводит к более значительным колебаниям потенциала сетки. Последнее вновь приводит к усилению колебаний в контуре.

2. Какова же причина того, что процесс взаимного усиления колебаний в цепи сетки и анода обрывается? Как в автоколебательной системе устанавливается стационарный режим, не зависящий от начальных условий?

Оказывается, что в ламповом генераторе «раскачка» прекращается из-за нелинейности характеристики триода (см. § 47.3). Как видно из рис. 47.8 (см. т. 1), ток в анодной цепи будет расти с увеличением потенциала сетки только на линейном участке характеристики; именно в этой области и наблюдается процесс нарастания амплитуды автоколебаний. Начиная с того момента, когда ток в лампе приблизится к току насыщения, нарастание автоколебаний прекращается. Можно показать, что какой-либо нелинейный элемент обязателен в любой автоколебательной системе. В линейной системе устойчивые автоколебания невозможны.

3. Амплитуда установившихся автоколебаний определяется из условия баланса энергии: вклад энергии за период $W = k_1 I_M \mathcal{E} T$ должен равняться потерям $\Delta W_{\text{тепл}} = k_2 I_M^2 R T$, где k_1 и k_2 — коэффициенты пропорциональности. Из $W = \Delta W_{\text{тепл}}$ следует

$$I_M^{\text{уст}} = \frac{k_1 \mathcal{E}}{k_2 R} = K \frac{\mathcal{E}}{R}.$$

На рис. 52.7 изображены графики обеих функций: линейной функции амплитуды тока для вклада энергии и квадратичной — для потерь. Установившаяся амплитуда находится по точке пересечения графиков. Как видно, при амплитудах тока, меньших установившейся, вклад энергии превосходит потери, вследствие чего амплитуда нарастает. Если же, наоборот, амплитуда автоколебаний превысит установившуюся, то потери энергии окажутся больше вклада энергии от источника. Вследствие этого колебания станут затухать до тех пор, пока их амплитуда не окажется равной установившейся.

Рекомендуем читателю на основе аналогии самостоятельно проанализировать механизм баланса энергии в механической автоколебательной системе.

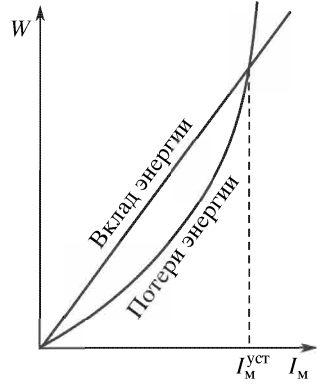


Рис. 52.7

Глава 53 ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

§ 53.1. Синусоидальная вынуждающая сила

1. Если на колебательную систему, где нет автоколебаний, действует периодическая внешняя сила, то в системе устанавливаются незатухающие колебания, которые называются *вынужденными*.

Поскольку любое колебание может быть разложено на синусоидальные гармоники (см. § 50.4), то мы в основном ограничимся изучением вынужденных колебаний под действием *синусоидальной* вынуждающей силы:

$$F = F_M \cos \omega t, \quad (53.1)$$

где F_M — амплитуда силы, ω — ее круговая частота.

Кроме вынуждающей силы, в колебательной системе (например, пружинном маятнике) действуют еще силы упругости и трения. Согласно основному закону динамики (см. § 7.1) имеем

$$F + F_{\text{упр}} + F_{\text{тр}} = ma, \quad (53.2)$$

или

$$F_{\text{м}} \cos \omega t - ks - hv = ma. \quad (53.3)$$

2. Опыт показывает, что при воздействии на пружинный маятник синусоидальной вынуждающей силы груз совершает установившиеся гармонические колебания с частотой этой силы. Аналогично, если в колебательный контур включить синусоидальную ЭДС, то в контуре устанавливаются вынужденные колебания тока, частота которых совпадает с частотой вынуждающей ЭДС. Последнее легко проверить с помощью двухлучевого осциллографа, подав на один его вход колебания ЭДС, на второй — колебания тока (см. § 49.4).

Итак, вынужденные колебания происходят по закону

$$s = A \cos(\omega t + \varphi). \quad (53.4)$$

3. Для определения амплитуды A и начальной фазы φ вынужденных колебаний подставим в (53.3) значения смещения, скорости и ускорения согласно (53.4), (49.2) и (49.3). Получим

$$\begin{aligned} F_{\text{м}} \cos \omega t - kA \cos(\omega t + \varphi) + h\omega A \sin(\omega t + \varphi) = \\ = -m\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi). \end{aligned} \quad (53.5)$$

Уравнение (53.5) упрощается, если система имеет большую добротность: можно отбросить член, соответствующий силе трения. Получим

$$F_{\text{м}} \cos \omega t - kA \cos(\omega t + \varphi) = -m\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi). \quad (53.6)$$

Это равенство должно выполняться для любого момента времени, что возможно лишь в том случае, если $\varphi = 0, \pi$ или $-\pi$.

4. В первом случае уравнение (53.6) примет вид

$$F_{\text{м}} - kA = -m\omega^2 A. \quad (53.7)$$

Учитывая, что жесткость $k = m\omega_0^2$, получим для амплитуды смещения

$$A = \frac{F_{\text{м}}}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (53.8)$$

Поскольку амплитуда — существенно положительная величина, выражение (53.8) имеет смысл, когда круговая частота вынуждающей силы ω меньше собственной круговой частоты системы ω_0 . В этом случае колебания системы происходят в одной фазе с колебаниями силы. Если же частота вынуждающей силы больше собственной частоты системы, то колебания системы происходят в противофазе с колебаниями силы ($\varphi = -\pi$), а для амплитуды смещения следует взять модуль выражения (53.8).

§ 53.2. Резонанс

1. При совпадении частоты вынуждающей силы ν с собственной частотой системы ν_0 (или $\omega = \omega_0$) выражение (53.8) теряет смысл, ибо делить на нуль нельзя. Если же $\omega \rightarrow \omega_0$, то $A \rightarrow \infty$, что не имеет физического смысла. Это означает, что в данном случае принципиально нельзя пренебрегать затуханием.

Случай, когда частота вынуждающей силы совпадает с собственной частотой колебательной системы, называется *резонансом*. Для вычисления резонансной амплитуды и фазы подставим в (53.5) значение $\omega = \omega_0$. Поскольку $k = m\omega_0^2$, уравнение (53.5) примет вид

$$F_m \cos \omega_0 t + h\omega_0 A_{\text{рез}} \sin(\omega_0 t + \varphi) = 0. \quad (53.9)$$

Данное выражение должно выполняться тождественно, в любой момент времени. Это возможно лишь в случае, когда $\varphi = -\pi/2$. Резонансная амплитуда смещения

$$A_{\text{рез}} = \frac{F_m}{h\omega_0} = \frac{F_m}{m\omega_0^2} \frac{m\omega_0}{h} = Q A_{\text{стат}}, \quad (53.10)$$

где $A_{\text{стат}} = F_m/k = F_m/m\omega_0^2$ — отклонение под действием постоянной силы.

На рис. 53.1 изображен график зависимости амплитуды смещения от частоты вынуждающей силы — так называемая *резонансная кривая*. Вдали от резонанса график строится по формуле (53.8); при частотах, близких к собственной частоте, амплитуда A близка к резонансной $A_{\text{рез}}$. Острый «резонансный пик» на рис. 53.1 характеризует систему с большой добротностью. Резонансная кривая для системы с малой добротностью показана на этом же рисунке штриховой линией.

Рекомендуем читателю вывести формулы для амплитуды скорости (см. (49.6)) при резонансе и на других частотах и построить

график этой зависимости — резонансную кривую для амплитуды скорости.

2. Нарастание амплитуды колебаний при резонансе в системе с большой добротностью может привести к ее разрушению. Из-

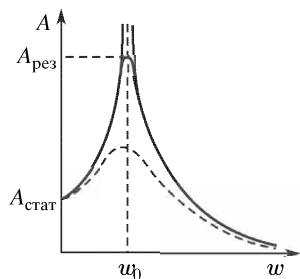


Рис. 53.1

вестен ряд случаев, когда происходило разрушение сооружений из-за работы маломощных двигателей, но на частоте, равной собственной частоте сооружения. По этой же причине иногда происходят поломки неуравновешенных коленчатых валов, гребных винтов, пропеллеров, роторов и валов турбин и т. п.

Вместе с тем резонанс находит применение при устройстве ряда приборов и установок в механике, акустике и радиотехнике. Некоторые из этих применений будут рассмотрены ниже.

§ 53.3. Резонанс и гармонический анализ

1. Явление резонанса может быть использовано для гармонического анализа несинусоидальной колебательной силы. Для этой цели следует набрать систему *резонаторов*, охватывающих интересующую нас область частот, и подвергнуть ее воздействию этой силы. Интенсивные колебания возникнут только в тех резонаторах, частоты которых совпадут с частотами соответствующих гармоник исследуемой величины.

В качестве примера рассмотрим язычковый частотомер (рис. 53.2). Он представляет собой набор «язычков» в виде упругих пластинок с грузиками на концах, прикрепленных винтами к общей планке. К этой же планке прикрепляется якорь, расположенный над полюсом электромагнита. Если через обмотку электромагнита протекает переменный ток, то якорь начинает колебаться и приводит тем самым в движение планку и прикрепленные к ней язычки.

Впрочем, данная система способна регистрировать и механические колебания. Для этого нужно просто прикрепить прибор к механической системе, колебания которой мы хотим исследовать.

2. Масса грузиков на концах язычков и длина упругих пластинок подбираются таким образом, чтобы частоты соседних пласти-

нок различались на одну и ту же величину, например на 0,5 Гц. Тогда система из 25 язычков охватит диапазон частот в 12 Гц.

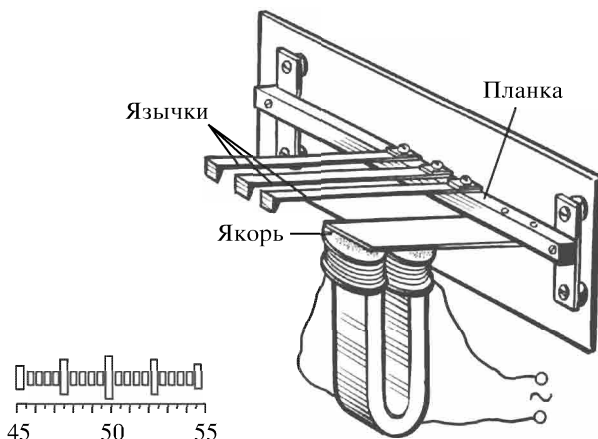


Рис. 53.2

Если подать в обмотку электромагнита синусоидальный ток, то колебаться заметно будет лишь тот язычок, собственная частота которого совпадает с частотой тока. Иной результат получится под действием несинусоидального тока: возбудятся несколько язычков. Например, на рис. 53.2 слева показана шкала частотомера в случае, когда возбудились три язычка — с частотами 47,5; 50 и 52,5 Гц, причем амплитуды их колебаний оказались разными.

§ 53.4. Полуширина резонансной кривой. Избирательность

Резонатор, обладающий острой резонансной кривой, обладает хорошей *избирательностью*, т. е. он может из двух колебаний с близкими частотами уверенно выделить одно, частота которого совпадает с собственной частотой резонатора. Наоборот, резонатор с пологой резонансной кривой будет примерно одинаково реагировать на оба колебания.

Количественно избирательность резонатора характеризуется *полушириной резонансной кривой* $\Delta\omega$. Так называется разность между резонансной частотой ω_0 и частотой ω_1 , при которой энергия вынужденных колебаний в резонаторе окажется вдвое меньше, чем на собственной частоте (при одинаковой амплитуде вынуждающей силы). Исходя из выражения для энергии колебания (49.17), получим

$$\frac{1}{2} m \omega_1^2 A^2 = \frac{1}{4} m \omega_0^2 A_{\text{рез}}^2, \quad (53.11)$$

или, учитывая (53.8) и (53.10), имеем

$$\frac{\omega_1^2}{\omega_0^2 - \omega_1^2} = \frac{Q}{2}. \quad (53.12)$$

При большой добротности резонатора ω_1 и ω_0 мало отличаются друг от друга, так что $\Delta\omega = |\omega_0 - \omega_1| \ll \omega_0$, а $\omega_1 + \omega_0 \approx 2\omega_0$. Подставив в (53.12), получим окончательно:

$$\Delta\omega \approx \frac{\omega_0}{Q}. \quad (53.13)$$

Итак, с ростом добротности резонатора уменьшается полуширина резонансной кривой и возрастает избирательность.

§ 53.5. Процесс установления вынужденных колебаний

1. До сих пор мы рассматривали уже установившиеся вынужденные колебания. Здесь мы рассмотрим сам процесс установления — «раскачку» системы из состояния покоя. Для простоты рассуждений пренебрежем затуханием.

При включении силы возникают одновременно свободные колебания с круговой частотой ω_0 и вынужденные колебания с круговой частотой ω . Суммарное колебание имеет вид

$$s = A \cos \omega t + B \cos \omega_0 t. \quad (53.14)$$

Скорость и ускорение системы можно получить, дифференцируя дважды (53.1):

$$v = -A\omega \sin \omega t - B\omega_0 \sin \omega_0 t, \quad (53.15)$$

$$a = -A\omega^2 \cos \omega t - B\omega_0^2 \cos \omega_0 t. \quad (53.16)$$

2. Для вычисления амплитуд A и B воспользуемся начальными условиями: при $t = 0$ смещение $s_0 = 0$, скорость $v_0 = 0$, ускорение $a_0 = F_m/m$. Подставив в (53.14) и (53.16), получим после несложных выкладок

$$B = -A, \quad A = \frac{F_m}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (53.17)$$

Окончательно выражение (53.14) примет вид

$$s = \frac{F_m}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} (\cos \omega t - \cos \omega_0 t). \quad (53.18)$$

Мы видим, что это — несинусоидальное колебание. Если ω и ω_0 близки друг к другу, то в системе возникнут биения (см. § 50.1).

3. На первый взгляд кажется, что полученный результат противоречит опыту, согласно которому в системе под действием синусоидальной вынуждающей силы возникают гармонические колебания с частотой силы (см. § 53.1). Но это противоречие возникло потому, что мы не учли явления затухания свободных колебаний. Следовательно, верны результаты обоих параграфов — как § 53.1, так и данного, но для разных моментов времени: первый верен для установившихся колебаний, второй характеризует сам процесс установления.

Таким образом, формулой (53.14) и ее следствием — формулой (53.18) — можно пользоваться в течение небольшого промежутка времени в начале движения, пока еще можно пренебречь затуханием свободных колебаний, точнее — когда $t < \tau \approx Q/\omega_0$ (см. (51.4)). При $t \gg \tau$ свободные колебания практически затухают, и в системе установятся синусоидальные колебания с частотой вынуждающей силы (см. (53.4)).

§ 53.6. Установление колебаний при резонансе

1. Для того чтобы определить характер установления колебаний при резонансе, нужно в (53.18) перейти к пределу при условии, что ω стремится к ω_0 . Преобразуем числитель и знаменатель (53.18) и учтем, что синус малого угла не отличается от радианной меры этого угла; получим

$$s = \lim_{\omega \rightarrow \omega_0} \frac{2F_m \sin [(\omega + \omega_0)t/2] \sin [(\omega_0 - \omega)t/2]}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} = \\ = \frac{F_m t}{2m\omega_0} \sin \omega_0 t \cdot \lim_{\omega \rightarrow \omega_0} \frac{\sin [(\omega_0 - \omega)t/2]}{(\omega_0 - \omega)t/2}.$$

Последний предел равен единице. Следовательно, раскачка колебаний при резонансе происходит по закону

$$s = \frac{F_m t}{2m\omega_0} \sin \omega_0 t. \quad (53.19)$$

Таким образом, если на колебательную систему с большой добротностью, находящуюся в состоянии покоя, станет действовать вынуждающая сила, частота которой совпадает с собственной частотой системы (резонанс), то амплитуда колебания будет

нарастать пропорционально времени:

$$A = \frac{F_M t}{2m\omega_0}. \quad (53.20)$$

2. При отсутствии трения в колебательной системе при резонансе наблюдался бы беспредельный рост амплитуды. На самом деле рост амплитуды продолжается лишь до тех пор, пока работа силы трения не уравнивает работу вынуждающей силы (рис. 53.3). Этим условием и определяется установившаяся резонансная амплитуда (53.10). Чтобы оценить время, в течение которого устанавливается резонансная амплитуда, приравняем (53.10) и (53.20).

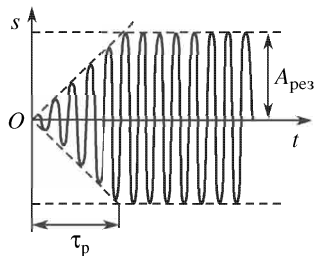


Рис. 53.3

Получим

$$\frac{F_M}{h\omega_0} = \frac{F_M \tau_p}{2m\omega_0}, \quad \text{или} \quad \tau_p = \frac{2m}{h} = \frac{2Q}{\omega_0} = 2\tau. \quad (53.21)$$

Итак, время нарастания колебаний при резонансе вдвое больше времени релаксации свободных колебаний (см. (51.4)). Следует учесть, что оба эти выражения дают только порядок интересующих нас величин.

§ 53.7. Соотношение неопределенностей для частоты и времени

1. Резонатор, с помощью которого исследуется или даже просто регистрируется некоторый колебательный процесс, вносит некоторую неопределенность в процесс измерения как частоты, так и времени. Причина заключается в том, что частота не может быть определена точнее, чем полуширина резонансной кривой, а время — точнее времени раскачки резонатора. Неопределенность частоты можно оценить по формуле (53.13), а неопределенность времени — по формуле (53.21):

$$\Delta\omega \sim \frac{\omega_0}{Q}, \quad \Delta t \sim \frac{Q}{\omega_0}.$$

2. Как видно, меняя добротность резонатора, можно уменьшить неопределенность одной из величин, но при этом неопределенность другой величины во столько же раз возрастет. Произведение неопределенностей двух сопряженных величин — частоты

и времени — не зависит от свойств резонатора:

$$\Delta\omega \cdot \Delta t \approx 1. \quad (53.22)$$

Это выражение и есть соотношение неопределенностей для частоты и времени. Оно нам понадобится дальше, при рассмотрении элементов квантовой механики (см. § 70.2).

Глава 54 ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

§ 54.1. Синхронный генератор переменного тока

1. Общий вид генератора изображен на рис. 54.1. Неподвижный корпус — *статор* 4 — собирается из листов стали с малой

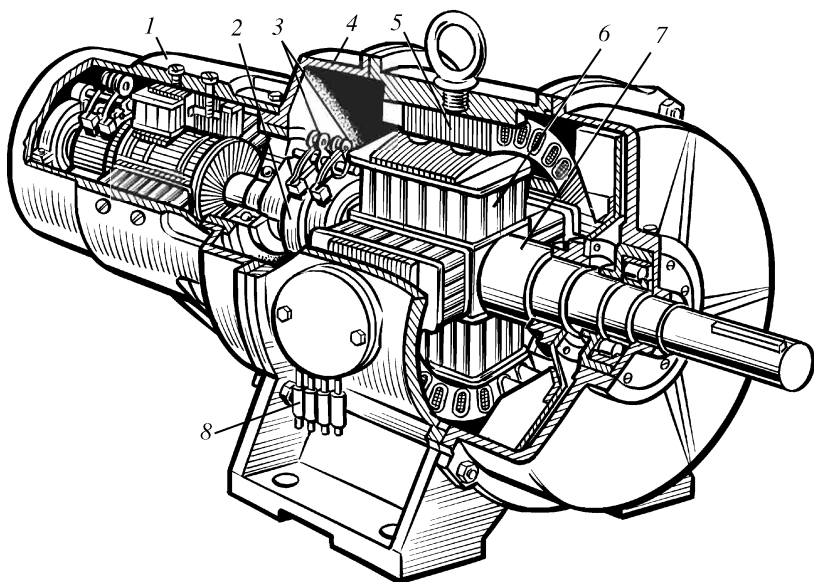


Рис. 54.1

коэрцитивной силой, т. е. с узкой петлей гистерезиса. На статоре имеется обмотка 5. Внутри статора вращается *ротор* 7 — электромагнит (в малоомощных генераторах — постоянный магнит). При вращении ротора вместе с ним вращается его магнитное поле,

магнитный поток через обмотку непрерывно меняется, и в обмотке статора индуцируется ЭДС. К двум кольцам 2, вращающимся вместе с ротором, от маломощного генератора постоянного тока (возбудителя 1) с помощью скользящих по ним угольных щеток 3 подводят постоянный ток, который питает обмотку 6 электромагнита ротора. Обмотку статора соединяют с внешней цепью выводами 8.

В некотором положении обмотку пронизывает максимальный магнитный поток; спустя четверть оборота поток через обмотку будет равен нулю; спустя еще четверть оборота поток вновь станет максимальным по модулю, но знак его будет другим, так как положение полюсов магнита изменится на противоположное. Подбрав специальным образом форму полюсных наконечников, можно добиться, чтобы магнитный поток менялся по закону косинуса:

$$\Phi = \Phi_m \cos \omega t, \quad (54.1)$$

где ω — угловая скорость вращения ротора.

2. За счет изменения магнитного потока в обмотке статора индуцируется ЭДС, которая по закону индукции Фарадея (см. (43.10)) имеет вид

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega \Phi_m \sin \omega t = \mathcal{E}_m \sin \omega t. \quad (54.2)$$

Наибольшее значение ЭДС (*амплитуда* $\mathcal{E}_m$) равно произведению угловой скорости вращения ротора ω на амплитудное значение магнитного потока Φ_m :

$$\mathcal{E}_m = \omega \Phi_m. \quad (54.3)$$

3. Генератор, изображенный на рис. 54.1, называется *синхронным генератором переменного тока*, поскольку изменение ЭДС происходит одновременно (синхронно) с вращением ротора и их частоты совпадают. Механическая энергия, необходимая для вращения ротора, поступает от *первичного двигателя* — гидротурбины или тепловой машины. Обычно ротор генератора крепится на одном валу с ротором первичного двигателя, которым служит паровая турбина у турбогенераторов тепловых электростанций и водяная турбина у гидрогенераторов на гидроэлектростанциях.

4. Электрический ток, возникающий под действием ЭДС, которая изменяется по синусоидальному закону, называется *переменным током*. По существу это — вынужденные колебания тока в электрических цепях, и поэтому к ним приложимы все результаты, полученные в гл. 53 при анализе вынужденных колебаний в механических колебательных системах. Чтобы перевести

полученные там формулы с «механического языка» на «язык электрических цепей», следует воспользоваться табл. 51.1.

Однако здесь следует одно принципиальное замечание. В гл. 53 мы ограничились рассмотрением вынужденных колебаний в системах с большой добротностью. Между тем цепи переменного тока зачастую имеют очень малую, нередко — близкую к нулю добротность. К такого рода цепям относятся, например, резистор с конденсатором, резистор с катушкой, отдельный резистор и т. п. В таких цепях свободные колебания невозможны, но вынужденные колебания возникают, о чем свидетельствует эксперимент. В данной главе мы в основном будем иметь дело именно с такими цепями.

§ 54.2. Цепь переменного тока

1. Соединим последовательно лампу накаливания с сопротивлением R , батарею конденсаторов с емкостью C и катушку с большой индуктивностью L (рис. 54.2). Если данную цепь присоединить к зажимам генератора переменного тока, то лампа загорится, что свидетельствует о наличии тока в цепи.

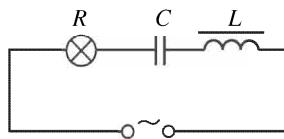


Рис. 54.2

В данной цепи действуют три переменных электрических поля. Прежде всего, это поле, созданное внешним источником — генератором; оно характеризуется ЭДС $e = \mathcal{E}_m \sin \omega t$ (см. (54.2)). Затем действует поле самоиндукции, которое характеризуется ЭДС $e_L = -L di/dt$ (см. (43.16)). Наконец, действует поле зарядов, скапливающихся на пластинах конденсатора; оно характеризуется разностью потенциалов. На основе закона Ома для неоднородного участка цепи (см. (39.29)) имеем

$$iR = e + e_L + \varphi_1 - \varphi_2. \quad (54.4)$$

2. Данное выражение можно преобразовать к виду

$$e = iR + (\varphi_2 - \varphi_1) - e_L = u_R + u_C + u_L. \quad (54.5)$$

Здесь напряжение на активном сопротивлении

$$u_R = iR, \quad (54.6)$$

на емкостном сопротивлении

$$u_C = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{q}{C} \quad (54.7)$$

и на индуктивном сопротивлении

$$u_L = -e_L = L \frac{di}{dt}. \quad (54.8)$$

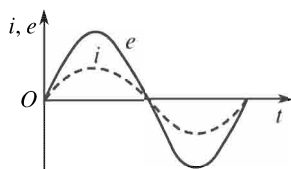
Таким образом, мы видоизменили характер трактовки явлений в цепях переменного тока. Вместо действия трех полей на одно активное сопротивление мы рассматриваем действие одного внешнего поля на три сопротивления: активное R и на два реактивных — емкостное X_C и индуктивное X_L . Такой подход к анализу явлений в цепях переменного тока весьма удобен.

§ 54.3. Активное сопротивление

1. Рассмотрим цепь, в которой напряжение на реактивных сопротивлениях много меньше напряжения на резисторе. Это — цепь с активным сопротивлением. Отбросив в (54.5) величины u_C и u_L , заменим e его значением (54.2):

$$iR = \mathcal{E}_M \sin t. \quad (54.9)$$

Следовательно, колебания тока происходят по закону



$$i = I_M \sin \omega t, \quad (54.10)$$

где амплитуда тока

$$I_M = \frac{\mathcal{E}_M}{R}. \quad (54.11)$$

Рис. 54.3

2. Мы видим, что в цепи с активным сопротивлением под действием синусоидальной ЭДС возникнут гармонические колебания тока с частотой и фазой колебаний ЭДС. Графики колебаний тока и ЭДС в этой цепи показаны на рис. 54.3.

§ 54.4. Действующие значения тока и напряжения

1. В цепи с активным сопротивлением происходит необратимое преобразование энергии электрического тока во внутреннюю энергию проводника, иными словами — выделение джоулева теп-

ла (см. § 39.7). Мгновенная мощность есть произведение мгновенных значений тока и ЭДС:

$$p = ie = I_M^2 R \sin^2 \omega t. \quad (54.12)$$

График этой функции изображен сплошной линией на рис. 54.4. Для сравнения штриховой линией показан график тока. Амплитуда мощности

$$P_M = I_M^2 R. \quad (54.13)$$

2. Вычислим среднюю мощность переменного тока за период. Для этого следует работу, совершенную током за это время (иначе — выделившееся за это время Джоулево тепло), разделить на период. Для вычисления работы воспользуемся рис. 54.4.

Из определения мощности (см. § 16.5) следует, что элементарная работа $\Delta A = p \Delta t$; полная работа изображается площадью под графиком. Из свойства синусоиды следует, что площадь, заштрихованная под кривой, равна площади прямоугольника, основание которого равно периоду, а высота — половине амплитуды мощности. Итак, работа за период

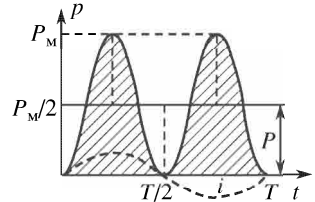


Рис. 54.4

$$A = \frac{1}{2} P_M T = \frac{1}{2} I_M^2 R T. \quad (54.14)$$

Средняя мощность за период

$$P = \frac{A}{T} = \frac{1}{2} P_M = \frac{1}{2} I_M^2 R. \quad (54.15)$$

3. Сравнив выражение (54.15) с формулой для вычисления мощности постоянного тока $P = I^2 R$, получим $I^2 R = (1/2) I_M^2 R$. Отсюда следует, что

$$I = \frac{I_M}{\sqrt{2}}. \quad (54.16)$$

Следовательно, переменный ток с амплитудой тока I_M по своему тепловому (или механическому) действию эквивалентен постоянному току $I = I_M / \sqrt{2}$. Эта величина называется *действующим значением* переменного тока. Соответственно величины

$$\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_M}{\sqrt{2}} \quad \text{и} \quad U = \frac{U_M}{\sqrt{2}}. \quad (54.17)$$

называются действующими значениями ЭДС и напряжения.

§ 54.5. Емкостное сопротивление

1. Соберем цепь, аналогичную изображенной на рис. 54.2, в которой нет катушки ($u_L = 0$), а емкость батареи конденсаторов и сопротивление лампы накаливания подобраны так, что $u_C \gg u_R$. Тогда мы получим цепь с емкостным сопротивлением. Опыт показывает, что колебания тока в цепи с емкостным сопротивлением представляют собой гармонические колебания с частотой вынуждающей ЭДС. Но в отличие от цепи с активным сопротивлением, где фазы колебаний тока и ЭДС совпадают, здесь колебания тока происходят по закону

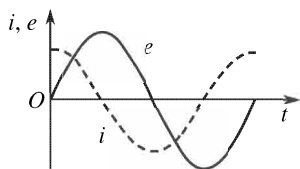


Рис. 54.5

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi). \quad (54.18)$$

Отбрасывая в (54.5) u_L и u_R , как величины, малые по сравнению с u_C , и подставив значение внешней ЭДС (54.2), получим $u_C = e = \mathcal{E}_m \sin \omega t$. Сравнив с (54.7), получим закон колебаний заряда на пластинах конденсатора:

$$q = C \mathcal{E}_m \sin \omega t.$$

Дифференцируя, получим закон колебаний тока в цепи:

$$i = \frac{dq}{dt} = C \omega \mathcal{E}_m \cos \omega t = C \omega \mathcal{E}_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

2. Мы видим, что в цепи с чисто емкостным сопротивлением колебания тока опережают по фазе колебания внешней ЭДС на $\varphi = \pi/2$. Конечно, с таким же успехом можно утверждать, что колебания ЭДС (и напряжения на емкостном сопротивлении) отстают от колебаний тока по фазе на тот же угол (рис. 54.5).

Соотношение между амплитудами колебаний тока и ЭДС выражается так:

$$I_m = C \omega \mathcal{E}_m = \frac{\mathcal{E}_m}{X_C}, \quad (54.19)$$

где емкостное сопротивление

$$X_C = \frac{1}{C \omega}. \quad (54.20)$$

§ 54.6. Индуктивное сопротивление

1. Закоротив в установке рис. 54.2 батарею конденсаторов, получим цепь с индуктивным сопротивлением ($u_C = 0$, $u_L \gg \gg u_R$). Согласно осциллограмме в этой цепи колебания тока

отстают по фазе от колебаний напряжения на угол φ (рис. 54.6). Мгновенные значения тока выражаются так:

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi). \quad (54.21)$$

Отбрасывая в (54.5) u_C и u_R , как величины, малые по сравнению с u_L , получим $u_L = e = \mathcal{E}_m \sin \omega t$. Подставив u_L в (54.8) и дифференцируя (54.20), получим

$$\mathcal{E}_m \sin \omega t = L\omega I_m \cos(\omega t + \varphi).$$

2. Это равенство будет удовлетворяться тождественно (т.е. в любой момент времени), если $\mathcal{E}_m = L\omega I_m$ и $\varphi = -\pi/2$. Следовательно, в цепи с чисто индуктивным сопротивлением колебания тока отстают от колебаний внешней ЭДС (или напряжения на индуктивном сопротивлении) по фазе на угол $\varphi = -\pi/2$.

Амплитуда силы тока

$$I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{L\omega} = \frac{\mathcal{E}_m}{X_L}, \quad (54.22)$$

где индуктивное сопротивление

$$X_L = L\omega. \quad (54.23)$$

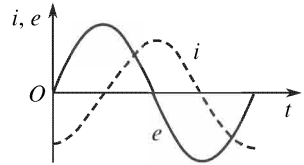


Рис. 54.6

§ 54.7. Закон Ома для цепи переменного тока

1. Вернемся к рассмотрению полной цепи переменного тока (см. рис. 54.2). Здесь ток во всех трех последовательно соединенных сопротивлениях один и тот же: $i = I_m \sin \omega t$. Напряжения на этих сопротивлениях:

$$u_R = iR = I_m R \sin \omega t,$$

$$u_C = I_m X_C \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -I_m X_C \cos \omega t, \quad (54.24)$$

$$u_L = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_m X_L \cos \omega t.$$

Согласно (54.5) ЭДС $e = \mathcal{E}_m \sin(\omega t + \varphi)$ есть сумма колебаний напряжений (54.23). А так как они различаются по фазе, то для их сложения удобно воспользоваться векторной диаграммой (см. § 49.6). Векторная диаграмма напряжений изображена на рис. 54.7.

2. Воспользовавшись теоремой Пифагора, получим

$$\mathcal{E}_M = \sqrt{I_M^2 R^2 + I_M^2 (X_L - X_C)^2}. \quad (54.25)$$

Как видно, амплитуды колебаний тока и ЭДС связаны соотношением

$$I_M = \frac{\mathcal{E}_M}{Z}, \quad (54.26)$$

где величина

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \quad (54.27)$$

называется *полным сопротивлением* цепи переменного тока. Выражение (54.25) называется *законом Ома для цепи переменного тока*. Разделив левую и правую части (54.25) на $\sqrt{2}$, получим, что этот закон справедлив и для действующих значений тока и ЭДС.

3. Сдвиг фаз между колебаниями тока и ЭДС можно найти с помощью векторной диаграммы. Из рис. 54.7 следует

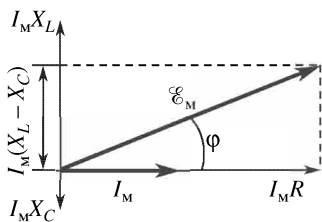


Рис. 54.7

$$\cos \varphi = I_M \frac{R}{\mathcal{E}_M} = \frac{R}{Z}. \quad (54.28)$$

4. Из (54.26) следует, что амплитуда тока зависит от частоты колебаний ЭДС. Максимальная амплитуда тока достигается при условии минимума полного сопротивления, т.е. при $L\omega - 1/C\omega = 0$. Соответствующая этому частота $\omega = \sqrt{1/CL} = \omega_0$ равна собственной частоте цепи. Итак, максимальная амплитуда тока получается при резонансе.

§ 54.8. Мощность переменного тока

1. В полной цепи переменного тока необратимые преобразования энергии происходят только на активном сопротивлении R , в то время как величину амплитуды тока ограничивает полное сопротивление Z . Для вычисления активной мощности, т.е. средней мощности необратимых преобразований энергии в цепи переменного тока, воспользуемся выражением (54.15). Подставив $I_M = \mathcal{E}_M/Z$ (см. (54.25)), получим

$$P = \frac{1}{2} I_M \frac{\mathcal{E}_M}{Z} R = \frac{I_M}{\sqrt{2}} \frac{\mathcal{E}_M}{\sqrt{2}} \frac{R}{Z}.$$

Но первые два множителя суть действующие значения тока и ЭДС (см. § 54.4), а последний множитель $R/Z = \cos \varphi$ (см. (54.27)). Следовательно, активная мощность

$$P = I\mathcal{E} \cos \varphi. \quad (54.29)$$

2. Множитель $R/Z = \cos \varphi$ называется *коэффициентом мощности*. Он играет важную роль в электротехнике. В самом деле, если в цепи имеется значительный сдвиг по фазе между колебаниями тока и ЭДС, то коэффициент мощности будет мал и нагрузка будет потреблять от генератора малую активную мощность. Вместе с тем генератор должен вырабатывать полную мощность:

$$S = I\mathcal{E}. \quad (54.30)$$

Эту же мощность должен отдавать генератору первичный двигатель. Таким образом, при низком коэффициенте мощности нагрузка потребляет лишь часть энергии, которую вырабатывает генератор. Оставшаяся часть энергии перекачивается периодически от генератора к потребителю и обратно и рассеивается в линиях электропередачи.

3. Из выражения (54.28) следует, что максимум энергии от источника вынуждающей ЭДС потребляет система, настроенная в резонанс. В самом деле, в этом случае $\cos \varphi = 1$, а амплитуда тока оказывается максимальной. Точно такой же результат мы получили бы, проделав расчет для механической колебательной системы.

§ 54.9. Трансформатор

1. Нередко требуется от одного и того же источника переменного тока питать приборы, рассчитанные на разные напряжения. Например, при включении телевизора в сеть с напряжением 220 В накалы ламп должны работать при напряжении 6,3 В, аноды — при напряжениях от 200 до 500 В, а электронно-лучевая трубка требует напряжения 15 000 В. Следовательно, в телевизоре необходимо установить один или несколько трансформаторов — приборов для изменения напряжения переменного тока.

Устройство трансформатора показано на рис. 54.8. Сердечник трансформатора собран из листов специальной трансформаторной стали с малой коэрцитивной силой. На сердечник надевается первичная обмотка с числом витков w_1 и вторичная обмотка с числом витков w_2 (или несколько вторичных обмоток).

2. Холостым ходом называется режим работы трансформатора с разомкнутой вторичной обмоткой. В этом случае в первичной обмотке правильно сконструированного трансформатора течет очень малый ток холостого хода; трансформатор потребляет небольшую мощность холостого хода $P_{\text{хх}}$, которая практически совпадает с мощностью, расходуемой на

перемагничивание сердечника. Это — потери на гистерезис, называемые иначе потерями в стали $P_{\text{ст}}$. Итак,

$$P_{\text{хх}} = P_{\text{ст}}. \quad (54.31)$$

3. Вычислим напряжения в обмотках. За счет тока холостого хода происходит систематическое перемагничивание сердечника; следовательно,

обе обмотки пронизываются переменным магнитным потоком Φ ; по закону Фарадея (см. (43.10))

$$e_1 = -w_1 \frac{d\Phi}{dt}, \quad e_2 = -w_2 \frac{d\Phi}{dt},$$

откуда следует, что индуцированные ЭДС пропорциональны числу витков в обмотках:

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{w_1}{w_2} = k. \quad (54.32)$$

Здесь $k = w_1/w_2$ — коэффициент трансформации. У повышающих трансформаторов число витков во вторичной обмотке больше числа витков в первичной обмотке: $w_2 > w_1$, следовательно, со вторичной обмотки снимается большее напряжение, чем то напряжение, которое подано на первичную обмотку.

4. При замыкании вторичной обмотки на активную нагрузку в этой обмотке возникает ток, действующее значение которого обозначим через I_2 ; напряжение на зажимах обмотки станет равно U_2 , а сдвиг фаз φ_2 . По закону Ленца ток во вторичной обмотке противодействует изменению магнитного потока в сердечнике. В результате этого индуктивное сопротивление первичной обмотки уменьшится, а ток в ней возрастет. Действующее значение тока в первичной обмотке нагруженного трансформатора больше тока холостого хода: $I_1 > I_{\text{хх}}$.

По закону сохранения энергии имеем

$$P_2 = P_1 - P_{\text{медь}} - P_{\text{ст}}. \quad (54.33)$$

Здесь $P_2 = I_2 U_2 \cos \varphi_2$ — мощность, потребляемая со вторичной обмотки, $P_1 = I_1 U_1 \cos \varphi_1$ — мощность, потребляемая из сети первичной обмоткой, $P_{\text{медь}} = I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2$ — «потери в меди», т. е. мощность потерь на джоулево тепло в обмотках, активное сопротивление которых равно r_1 и r_2 , наконец, $P_{\text{ст}}$ — «потери в стали», т. е. на перемагничивание сердечника.

КПД трансформатора

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{\text{медь}} + P_{\text{ст}}}. \quad (54.34)$$

5. При нагрузках, близких к номинальной, КПД трансформаторов весьма высок, порядка 90–95%; сдвиги фаз близки к нулю. Напряжения на зажимах мало отличаются от ЭДС, так как активные сопротивления обмоток сравнительно невелики. При этих условиях равенство (54.31), справедливое для ЭДС, окажется примерно справедливым для напряжений на зажимах обмоток:

$$\frac{U_1}{U_2} \approx \frac{w_1}{w_2} = k. \quad (54.35)$$

§ 54.10. Передача энергии на расстояние

1. При передаче электроэнергии от генератора к потребителю неизбежны потери на нагрев проводов. Выясним пути уменьшения этих потерь.

Пусть потребитель энергии — нагрузка — работает при напряжении U и коэффициенте мощности $\cos \varphi$; мощность нагрузки P . Длина линии электропередачи (сокращенно ЛЭП) равна l , сечение проводов S ; тогда сопротивление двухпроводной линии окажется равным $R = 2\rho l/S$. Потери мощности на проводах $\Delta P = I^2 R$. Поскольку $I = P/(U \cos \varphi)$, то

$$\Delta P = \frac{2\rho l P^2}{S U^2 \cos^2 \varphi}. \quad (54.36)$$

2. Мы видим, что при заданной мощности нагрузки P и заданной длине линии передачи l уменьшение потерь возможно в основном за счет увеличения напряжения и коэффициента мощности. В самом деле, материал проводов нам практически задан (медь, алюминий), а сечение проводов увеличивать нецелесообразно, ибо это связано с конструктивными трудностями и с ростом массы металла, т. е. с удорожанием ЛЭП.

Повышение коэффициента мощности довольно эффективно. Так, повышение с $\cos \varphi_1 = 0,63$ до $\cos \varphi_2 = 0,88$ позволяет уменьшить потери почти в два раза. Но наиболее эффективным методом уменьшения потерь на джоулево тепло в ЛЭП является повышение напряжения у потребителя, что видно из выражения (54.35). Поэтому на дальних ЛЭП применяются высокие напряжения — от десятков до сотен киловольт.

Глава 55

УПРУГИЕ ВОЛНЫ

§ 55.1. Поперечные и продольные волны

1. Колебания, возникшие в некоторой точке упругой среды, передаются соседним точкам, которые также начинают колебаться. Оказывается, что процесс передачи колебаний из одной точки в другую характерен не только для упругих сред, но и для электромагнитного поля (гл. 59).

Волной называются распространяющиеся в пространстве возмущения состояния вещества или поля. Колебания вещества порождают *упругую волну*, а колебания электромагнитного поля — *электромагнитную волну*.

2. В длинную трубку, заполненную газом или жидкостью, поместим поршень, совершающий гармонические колебания (рис. 55.1). Колебания поршня за счет действия сил упругости передаются газу, вследствие чего вдоль трубки побежит упругая волна. Она представляет собой систему областей сжатия и разрежения среды, периодически меняющих свое состояние: если в некоторый момент в каком-либо месте среды наблюдалось сжатие, а в соседнем — разрежение, то через половину периода в первой области возникнет разрежение, а во второй — сжатие и т. д.



Рис. 55.1

Заметим, что в данном случае колебания частиц упругой среды происходят в том же направлении, в котором происходит передача колебания от слоя к слою, т.е. вдоль направления распространения волны. Если колебания частиц происходят

вдоль направления распространения волны, то она называется *продольной*.

На поверхности жидкости возникают волны, вызванные не упругостью среды, а либо силами поверхностного натяжения, либо силами тяжести. Особенностью данных волн является то, что частицы жидкости колеблются в вертикальном направлении, а волна распространяется в горизонтальной плоскости. Вид волн на поверхности жидкости показан на рис. 55.2. Если колебания частиц среды происходят перпендикулярно направлению распространения волны, то такая волна называется *поперечной*.

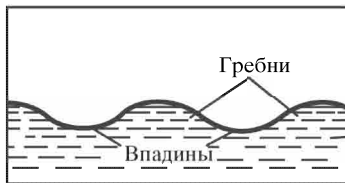


Рис. 55.2

В твердых телах возможны как продольные, так и поперечные волны. Продольная волна возникает в результате деформации сжатия или разрежения — так же, как в газах и жидкостях. Поперечная волна возникает в результате деформации сдвига. Газы и жидкости не обладают упругостью сдвига, в них поперечные волны невозможны.

3. *Волновой поверхностью* (иначе — *фронтом волны*) называется геометрическое место точек, колеблющихся все время одинаково, т.е. в одной и той же фазе. Если волновыми поверхностями являются плоскости, перпендикулярные направлению распространения волны, то такие волны называются *плоскими*.

Примером *сферических* волн могут служить волны, возникающие в воздухе вокруг маленького изотропного источника звука, например вокруг маленького колокольчика.

4. *Лучом* называется линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением распространения волны, иными словами — с направлением переноса энергии. В однородной среде луч — прямая, перпендикулярная фронту волны.

Так, например, если волна возбуждается точечным источником, то фронт волны имеет форму сферы, а лучами являются радиальные прямые.

§ 55.2. Скорость упругих волн

1. Упругие волны с большой амплитудой называются *ударными* волнами, волны с малыми амплитудами (иначе — волны

малых возмущений) называются *звуковыми*. В § 30.5 для скорости звуковых волн в газах были получены выражения (30.13) и (30.18):

$$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}. \quad (55.1)$$

Для воздуха

$$a = 20\sqrt{T}. \quad (55.2)$$

При $T = 273$ К получим $a = 330$ м/с, при $T = 293$ К имеем $a = 343$ м/с, что находится в хорошем соответствии с экспериментом.

2. Скорость звуковых волн в твердых телах и жидкостях зависит от их сжимаемости (упругости) и плотности. Для доказательства воспользуемся данными § 31.1. Из формул (31.3) и (31.4) получим выражение для скорости распространения упругой *продольной* волны (P -волны):

$$a_P = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{1}{\beta\rho}} = \sqrt{\frac{K}{\rho}}. \quad (55.3)$$

Пользуясь значениями табл. 31.1, получим: для воды $a = 1430$ м/с, для меди $a = 3910$ м/с, для алюминия $a = 4880$ м/с и т. д.

3. Для вычисления скорости *поперечной* волны (S -волны) в твердых телах следует в (55.3) заменить модуль всестороннего сжатия K на модуль сдвига G :

$$a_S = \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \quad (55.4)$$

Модуль сдвига примерно в 2–4 раза меньше модуля всестороннего сжатия, следовательно, скорость поперечных волн примерно в 1,5 раза меньше скорости продольных волн. Опыт подтверждает этот результат. Так, в граните скорость продольной волны $a_P = 5400$ м/с, поперечной $a_S = 3300$ м/с; для базальта $a_P = 6300$ м/с, $a_S = 3700$ м/с.

На этой разнице скоростей основаны сейсмические методы разведки полезных ископаемых. В скважине, вырытой под почвой, подрывается заряд взрывчатки; момент начала взрыва регистрируется датчиком. Волны, отраженные от разных участков почвы, регистрируют набором сейсмографов, колебания от которых передаются на сейсмическую станцию. Здесь они усиливаются и вместе с метками времени записываются на ленту. Анализ

сейсмограмм позволяет судить о распределении горных пород. Сейсмические методы широко применяются при поисках нефти, газа, руд и т. п.

4. Если продольная волна распространяется в стержне, а не в бесконечно протяженной среде, то нужно в выражении (55.3) заменить модуль всестороннего сжатия K модулем Юнга E :

$$a_P = \sqrt{E/\rho}. \quad (55.5)$$

Для стали, например, $E = 21,0 \cdot 10^{10}$ Па, $\rho = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³, следовательно, $a_P = 5100$ м/с.

§ 55.3. Энергия и интенсивность волны

1. Выделим мысленно некоторую область упругой среды объемом V , в которой распространяется волна с амплитудой A и частотой ω . Энергия в этом объеме $W = (1/2) m \omega^2 A^2$ (см. (49.17)). Разделив на объем, получим выражение для средней плотности энергии волны:

$$\langle w \rangle = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2, \quad (55.6)$$

где ρ — плотность вещества.

2. *Интенсивностью волны* называется величина, равная энергии, которую в среднем переносит волна через единицу площади в единицу времени:

$$I = \frac{\Delta W}{S \Delta t} = \frac{P}{S} \quad (55.7)$$

где P — мощность волны. Пусть $\Delta t \gg T$, где T — период колебания. За время Δt через поверхность пройдет энергия, содержащаяся в объеме $\Delta V = Su \Delta t$, где u — скорость волны; энергия $\Delta W = \langle w \rangle \Delta V = \langle w \rangle Su \Delta t$. Подставив в (55.7), получим после сокращений

$$I = \langle w \rangle u = \frac{1}{2} \rho u \omega^2 A^2. \quad (55.8)$$

3. Величина, равная произведению плотности среды на скорость звука в этой среде:

$$z = \rho u, \quad (55.9)$$

называется *акустическим* или *волновым сопротивлением*. Оно характеризует волновые свойства среды (см. § 56.6).

§ 55.4. Затухание волн

1. Упругие волны всегда поглощаются веществом, причем степень поглощения зависит от множества факторов. Выведем

закон поглощения плоских волн (параллельных лучей). Для света этот закон обнаружил и обосновал в 1729 г. П. Бугер.

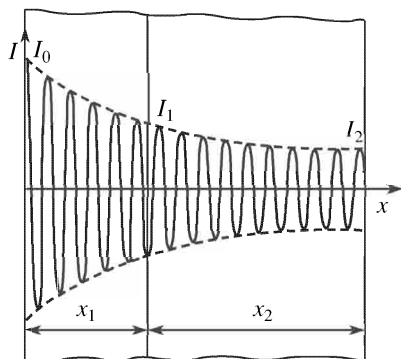


Рис. 55.3

Пусть плоская волна проходит слой вещества толщиной x . Интенсивность волны меняется от величины I_0 до $I < I_0$. *Прозрачностью* D данного слоя вещества для волны назовем отношение интенсивности прошедшей волны к начальной интенсивности:

$$D = I/I_0. \quad (55.10)$$

Примем, что прозрачность данного слоя вещества зависит только от его толщины, но не

зависит от интенсивности волны:

$$D = f(x). \quad (55.11)$$

Пусть волна проходит через две пластинки с толщинами x_1 и x_2 , сложенные столь плотно, что отражением на границе между ними можно пренебречь (рис. 55.3). Выйдя из первой пластинки, волна будет иметь интенсивность $I_1 = I_0 f(x_1)$; после выхода из второй пластинки — интенсивность

$$I_2 = I_1 f(x_2) = I_0 f(x_1) f(x_2). \quad (55.12)$$

Но данную систему пластин можно рассматривать как одну пластину с толщиной $x = x_1 + x_2$. Следовательно,

$$I_2 = I_0 f(x_1 + x_2). \quad (55.13)$$

Сопоставив оба равенства, получим функциональное уравнение:

$$f(x_1) f(x_2) = f(x_1 + x_2). \quad (55.14)$$

Как легко убедиться, данному функциональному уравнению удовлетворяет показательная функция $f(x) = a^{\alpha x}$. Выберем в качестве основания число $a = 2$. Учитывая, что $f(x)$ — убывающая функция, видим, что коэффициент α в показателе должен быть отрицательным числом: $\alpha = -1/L$. Тогда искомая функция примет вид

$$f(x) = 2^{-x/L}. \quad (55.15)$$

2. Закон затухания плоских волн (закон Бугёра) запишется так:

$$I = I_0 \cdot 2^{-x/L}. \quad (55.16)$$

Иная запись этого же закона:

$$I = I_0 e^{-\mu x}. \quad (55.17)$$

Величина L называется *слоем половинного поглощения*. В самом деле, если волна пройдет слой толщиной $x = L$, то $I = I_0 \times 2^{-1} = (1/2) I_0$, т. е. интенсивность волны уменьшится вдвое. Линейный коэффициент поглощения $\mu = 0,69/L$. График закона поглощения изображен на рис. 55.4.

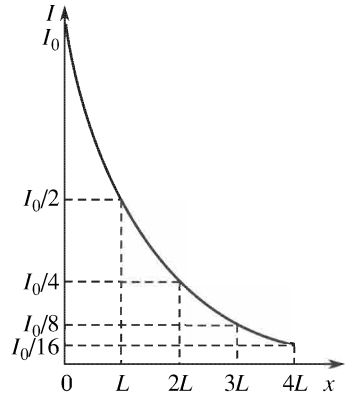


Рис. 55.4

Заметим, что предположение о независимости прозрачности слоя вещества от интенсивности волны играет важную роль в выводе закона поглощения. В случае если прозрачность зависит от интенсивности, закон поглощения уже не будет выражаться формулой (55.16). Именно так обстоит дело с ударными волнами.

Глава 56 УРАВНЕНИЕ ВОЛНЫ

§ 56.1. Длина волны

1. Соберем установку, изображенную на рис. 56.1. Синусоидальное напряжение от звукового генератора подается на динамик и одновременно — на один вход двухлучевого осциллографа, на экране которого видна осциллограмма этого колебания. Колебания диффузора возбуждают упругую волну в воздухе. Возникающая плоская звуковая волна доходит до микрофона и вызывает колебания его мембраны. Звуковые колебания превращаются в электрические и подаются на второй вход осциллографа. На экране возникает вторая осциллограмма, соответствующая колебаниям фронта волны вблизи микрофона. Перемещая микрофон, можно исследовать характер колебаний в каждом фронте волны.

Опыт показывает, что частоты обоих колебаний совпадают, что видно по осциллограмме, но фаза колебаний фронта волны

отличается от фазы колебаний диффузора. Пусть температура воздуха $t \approx 17^\circ\text{C}$, скорость звука $a \approx 340$ м/с, а генератор работает на частоте $\nu = 500$ Гц. Тогда оказывается, что если расстояние между диффузором и микрофоном $x_1 = 17$ см, то разность фаз между колебаниями диффузора и волны у микрофона $\Delta\varphi_1 = \pi/2$; при $x_2 = 34$ см получим разность фаз $\Delta\varphi_2 = \pi$, т. е. фаза изменится на противоположную. Наконец, при $x_3 = 68$ см разность фаз $\Delta\varphi_3 = 2\pi$, т. е. колебания фронта волны и диффузора происходят все время одинаково. При дальнейшем перемещении микрофона явления повторяются; например, при $x_4 = 136$ см сдвиг фаз $\Delta\varphi_4 = 4\pi$, т. е. опять колебания источника и фронта волны происходят одинаково, и т. д.

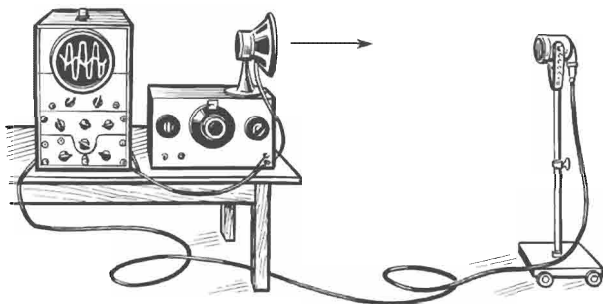


Рис. 56.1

2. Данное явление объясняется конечным значением скорости волны. В самом деле, если фронт волны отстоит от диффузора на расстояние x , то колебания в этой области возникнут с запазданием

$$\Delta t = \frac{x}{u}, \quad (56.1)$$

где u — скорость синусоидальной волны. Это запаздывание сохраняется все время в виде отставания по фазе $\Delta\varphi$. Его можно найти, учитывая, что за период T фаза меняется на 2π :

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}.$$

Подставив значение Δt из (56.1), получим

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi x}{uT} = \frac{2\pi x}{\lambda}. \quad (56.2)$$

3. Величина

$$\lambda = uT = \frac{u}{\nu} = \frac{2\pi u}{\omega} \quad (56.3)$$

называется *длиной волны*. Если в (56.2) положить $x = \lambda$, получим $\Delta\varphi = 2\pi$. Следовательно, если расстояние между двумя колеблющимися точками (или двумя фронтами волны) равно длине волны, то эти точки колеблются одинаково.

Итак, *длиной волны называется расстояние между двумя ближайшими точками, колеблющимися все время одинаково* (т.е. со сдвигом фаз $\Delta\varphi = 2\pi$). Короче: *длина волны — это пространственный период*, аналогичный временному периоду T .

§ 56.2. Уравнение плоской волны

1. Пусть колебания диффузора описываются уравнением

$$s_0 = A \cos(\omega t + \varphi). \quad (56.4)$$

Тогда колебание фронта волны, отстоящего от диффузора на расстояние x , выразится так: $s = A \cos[\omega(t - \Delta t) + \varphi]$. Затуханием волны мы здесь пренебрегли. Подставив значение Δt из (56.1), получим

$$s = A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi\right]. \quad (56.5)$$

Это и есть уравнение плоской синусоидальной волны, распространяющейся вдоль оси абсцисс.

2. Величина

$$k = \frac{\omega}{u} \quad (56.6)$$

называется *волновым числом*. Сравнив с (56.3), получим

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (56.7)$$

Итак, волновое число показывает, сколько длин волн укладывается на расстоянии, равном 2π метров. Это аналогично круговой частоте ω , которая показывает, сколько периодов укладывается в промежутке времени, равном 2π секунд (см. § 49.2).

3. Раскрыв скобки в (56.5) и учитывая (56.6), получим уравнение плоской синусоидальной волны в более симметричной форме:

$$s = A \cos(\omega t - kx + \varphi). \quad (56.8)$$

Из данного уравнения вытекает:

а. Закон смещения для некоторой точки ($x = x_0 = \text{const}$) в разные моменты времени; получим гармоническое колебание

$$s = A \cos(\omega t + \alpha),$$

где $\alpha = \varphi - kx_0$.

б. Характер распределения смещений всех точек в некоторый момент времени ($t = t_0 = \text{const}$); получим выражение

$$s = A \cos(kx + \beta),$$

где $\beta = -(\omega t_0 + \varphi)$.

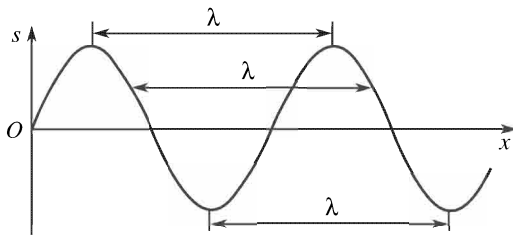


Рис. 56.2

График этой функции при $\beta = -\pi/2$ изображен на рис. 56.2.

§ 56.3. Уравнение сферической волны

1. Пусть в воздухе распространяется сферическая волна, возбуждаемая маленьким источником (желательно — сферической формы). Примем, что радиус источника r_0 , расстояние от центра источника до микрофона $r > r_0$, амплитуда колебаний волны у поверхности источника A_0 , а амплитуда волны у микрофона A .

Перемещая микрофон из одной точки в другую, получим такой же характер изменения фазы, что и в плоской волне. Однако если в опыте с плоской волной амплитуда практически не менялась, то здесь амплитуда убывает обратно пропорционально расстоянию от источника звука до микрофона, хотя поглощением в воздухе здесь можно пренебречь.

2. Полученный результат соответствует закону сохранения энергии. Для доказательства подсчитаем полную энергию, которую волна переносит за секунду через сферическую поверхность радиусом r . Согласно (55.9) и (55.10) имеем

$$P = \frac{W}{t} = IS = \frac{1}{2} \rho u \omega^2 A^2 \cdot 4\pi r^2. \quad (56.9)$$

На поверхности источника

$$P = 2\pi \rho u \omega^2 A_0^2 r_0^2.$$

Приравнявая оба выражения для мощности, получим

$$A = A_0 \frac{r_0}{r}. \quad (56.10)$$

Уравнение сферической волны имеет вид

$$s = A \cos(\omega t - kr + \varphi) + \frac{A_0 r_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi). \quad (56.11)$$

3. Выражение для интенсивности сферической волны получим, подставив (56.10) в (55.8):

$$I = \frac{1}{2} \rho u \omega^2 \frac{A_0^2 r_0^2}{r^2} = \frac{I_0 r_0^2}{r^2}. \quad (56.12)$$

Здесь $I_0 = (1/2) \rho u \omega^2 A_0^2$ — интенсивность волны на поверхности сферического источника. Мы видим, что интенсивность сферической волны убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от источника.

§ 56.4. Эффект Доплера в акустике

1. До сих пор мы считали, что частота колебаний источника ω_0 , частота волны ω и частота колебаний ω' , регистрируемая приемником (например, микрофоном), равны между собой: $\omega = \omega' = \omega_0$. Поэтому мы эти частоты не различали и обозначали их просто ω . Оказывается, что это справедливо лишь в том случае, когда источник и приемник неподвижны относительно среды, в которой распространяется волна. Если же источник или приемник движутся относительно среды, то $\omega \neq \omega_0$ или $\omega' \neq \omega_0$. Это явление обнаружил Христиан Доплер в 1842 г.

2. Предположим, что источник волны движется относительно среды, а приемник покоится. Скорость источника относительно среды обозначим буквой v ; по смыслу она должна быть меньше скорости волны ($v < u$), ибо в противном случае явление осложнится из-за ударных волн. Движение источника приведет к изменению длины волны: в направлении движения она сократится и станет равна $\lambda = (u - v)T$; в противоположном направлении — удлинится по сравнению с длиной волны, которую излучает неподвижный источник, и будет равна $\lambda = (u + v)T$ (см. § 30.7, рис. 30.4). Скорость волны определяется лишь упругими свойствами среды (см. § 55.4), и движение источника на нее не влияет.

Соотношение между длиной волны в направлении движения источника λ и длиной волны λ_0 , которую излучает неподвижный источник, выразится так:

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{u - v}{u}. \quad (56.13)$$

Для длины волны в направлении, противоположном направлению движения источника,

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{u + v}{u}. \quad (56.14)$$

Согласно (56.3) имеем $\lambda = 2\pi u/\omega$ и $\lambda_0 = 2\pi u/\omega_0$. Подставив в (56.13) и (56.14), получим выражение для круговой частоты, которую приемник, неподвижный относительно среды, регистрирует в случае движения источника:

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{\omega_0}{1 - v/u} \quad (\text{источник приближается}), \\ \omega &= \frac{\omega_0}{1 + v/u} \quad (\text{источник удаляется}).\end{aligned}\tag{56.15}$$

3. Если источник покоится относительно среды, а приемник движется относительно нее со скоростью v , то также будет наблюдаться изменение частоты, но по другой причине. Здесь длина волны не меняется, ибо источник неподвижен: $\lambda = \lambda_0$. Однако скорость волны относительно движущегося приемника w равна алгебраической сумме скорости волны u и скорости приемника относительно среды v :

$$\begin{aligned}w &= u + v \quad (\text{приемник приближается}), \\ w &= u - v \quad (\text{приемник удаляется}).\end{aligned}\tag{56.16}$$

Согласно (56.3) имеем для круговой частоты, регистрируемой приемником:

$$\omega' = \frac{2\pi w}{\lambda}.\tag{56.17}$$

Сопоставляя с (56.16) и учитывая, что $\omega_0 = 2\pi u/\lambda$ (так как $\lambda = \lambda_0$), получим

$$\begin{aligned}\omega' &= \omega_0(1 + v/u) \quad (\text{приемник приближается}), \\ \omega' &= \omega_0(1 - v/u) \quad (\text{приемник удаляется}).\end{aligned}\tag{56.18}$$

4. Мы видим, что движение как источника, так и приемника приводит к различному изменению регистрируемой частоты. Особенно это заметно, если скорость источника или приемника близка к скорости волны.

Пусть, например, $v = 0,9u$. Тогда в случае, если источник приближается к неподвижному приемнику, мы из (56.15) получим $\omega = 10\omega_0$; если же приемник приближается к неподвижному источнику, то из (56.18) следует: $\omega' = 1,9\omega_0 \approx 2\omega_0$, т. е. ω' в пять раз меньше ω .

На первый взгляд может показаться, что это противоречит принципу относительности: дескать, какая разница, что движется — источник или приемник? На самом деле здесь важно не относительное движение приемника и источника, а их движения относительно упругой среды, в которой возникает волна и с которой связана система отсчета. Ниже, рассматривая эффект Доплера для электромагнитных волн (см. § 59.8), мы убедимся, что здесь явления при движении источника или приемника волн протекают совершенно одинаково.

§ 56.5. Отражение и преломление волн

1. Опыт показывает, что на границе раздела двух сред волна разделяется на две — отраженную и преломленную. Выясним направления отраженной и преломленной волн в случае косо́го падения на границу раздела.

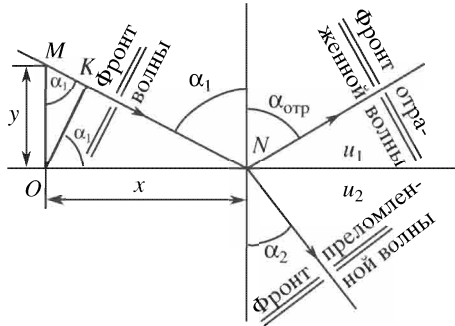


Рис. 56.3

На рис. 56.3 показаны две среды, где скорости волн равны u_1 и u_2 соответственно. Здесь угол падения α_1 , угол отражения $\alpha_{\text{отр}}$ и угол преломления α_2 — это углы, образованные соответствующими лучами (см. § 55.1) с нормалью к границе раздела.

2. Напишем уравнения для всех трех волн:

$$\begin{aligned} s_1 &= A_1 \cos(\omega t - k_1 r_1), \\ s_2 &= A_2 \cos(\omega t - k_2 r_2), \end{aligned} \quad (56.19)$$

$$s_{\text{отр}} = A_{\text{отр}} \cos(\omega t - k_{\text{отр}} r_{\text{отр}} + \varphi) = \pm A_{\text{отр}} \cos(\omega t - k_{\text{отр}} r_{\text{отр}}).$$

Появление в отраженной волне сдвига фаз φ вызвано тем, что при отражении фаза волны может измениться. Так как здесь возможны два случая, $\varphi = 0$ или $\varphi = \pi$, то мы это учли, введя при амплитуде отраженной волны два знака. Как видно из рис. 56.3, для произвольной точки M падающего луча справедливо соотношение

$$MN = MK + KN.$$

Но $MN = r_1$, $MK = y \cos \alpha_1$ и $KN = x \sin \alpha_1$, и следовательно, $r_1 = x \sin \alpha_1 + y \cos \alpha_1$. Это же условие годится и для отражен-

ного и преломленного лучей. Итак,

$$\begin{aligned} r_1 &= x \sin \alpha_1 + y \cos \alpha_1, \\ r_2 &= x \sin \alpha_2 + y \cos \alpha_2, \\ r_{\text{отр}} &= x \sin \alpha_{\text{отр}} + y \cos \alpha_{\text{отр}}. \end{aligned} \quad (56.20)$$

Уравнения всех трех волн примут вид

$$\begin{aligned} s_1 &= A_1 \cos(\omega t - k_1 x \sin \alpha_1 - k_1 y \cos \alpha_1), \\ s_2 &= A_2 \cos(\omega t - k_2 x \sin \alpha_2 - k_2 y \cos \alpha_2), \\ s_{\text{отр}} &= A_{\text{отр}} \cos(\omega t - k_{\text{отр}} x \sin \alpha_1 - k_{\text{отр}} y \cos \alpha_{\text{отр}}). \end{aligned} \quad (56.21)$$

3. На границе раздела, где волна разделяется на отраженную и преломленную, должно выполняться условие равенства смещений в любой точке этой границы, которое иначе называется *условием неразрывности*:

$$s_1 + s_{\text{отр}} = s_2, \quad (56.22)$$

т. е. смещение точки в преломленной волне (s_2) есть алгебраическая сумма смещений, вызванных падающей (s_1) и отраженной ($s_{\text{отр}}$) волнами. Подставив значения смещений (56.21) в условие неразрывности (56.22) и учитывая, что на границе раздела обеих сред ордината $y = 0$, получим

$$\begin{aligned} A_1 \cos(\omega t - k_1 x \sin \alpha_1) \pm A_{\text{отр}} \cos(\omega t - k_{\text{отр}} x \sin \alpha_{\text{отр}}) = \\ = A_2 \cos(\omega t - k_2 x \sin \alpha_2). \end{aligned} \quad (56.23)$$

Полученное соотношение должно выполняться в любой момент времени t и для любой точки границы, т. е. для любой абсциссы x . А это возможно лишь в том случае, если аргументы косинусов во всех трех членах равенства совпадают:

$$\omega t - k_1 x \sin \alpha_1 = \omega t - k_{\text{отр}} x \sin \alpha_{\text{отр}} = \omega t - k_2 x \sin \alpha_2,$$

или после сокращений

$$k_1 \sin \alpha_1 = k_{\text{отр}} \sin \alpha_{\text{отр}}, \quad k_1 \sin \alpha_1 = k_2 \sin \alpha_2. \quad (56.24)$$

4. Поскольку падающий и отраженный лучи находятся в одной среде, то у них волновые числа совпадают: $k_{\text{отр}} = k_1 = \omega/u_1$ (см. (56.6)). Тогда из первого равенства (56.24) следует,

что $\sin \alpha_{\text{отр}} = \sin \alpha_1$. А так как оба угла острые, то равенство синусов возможно лишь в случае равенства углов:

$$\alpha_{\text{отр}} = \alpha_1. \quad (56.25)$$

Мы получили *закон отражения волн*: отраженный и падающий лучи лежат в одной плоскости с нормалью к границе раздела двух сред; угол отражения $\alpha_{\text{отр}}$ равен углу падения α_1 .

5. Преобразуем второе равенство (56.24), выразив согласно (56.6) волновые числа через частоту и скорость волны. Заметим, что при переходе из одной среды в другую частота колебаний не меняется, так как частота вынужденных колебаний равна частоте вынуждающей силы (см. § 53.1). Подставив $k_1 = \omega/u_1$ и $k_2 = \omega/u_2$ в (56.24), получим после сокращений

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{u_1}{u_2}. \quad (56.26)$$

Это и есть *закон преломления волн*: преломленный и падающий лучи лежат в одной плоскости с нормалью к границе раздела двух сред; синусы углов падения и преломления пропорциональны скоростям распространения волны в этих средах.

§ 56.6. Коэффициенты отражения и прозрачности

1. Пусть волна падает перпендикулярно границе раздела. Тогда $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \pi$. Уравнение (56.23) примет вид

$$A_1 \pm A_{\text{отр}} = A_2. \quad (56.27)$$

Здесь знак плюс соответствует отражению без изменения фазы ($\varphi = 0$), знак минус — изменению фазы на противоположную ($\varphi = \pi$). Выберем для определенности знак плюс.

2. Из закона сохранения энергии следует, что интенсивность проходящей волны равна разности интенсивностей падающей и отраженной волн:

$$I_1 - I_{\text{отр}} = I_2. \quad (56.28)$$

Подставив значения интенсивностей из (55.8), имеем после сокращений:

$$\begin{aligned} A_1 + A_{\text{отр}} &= A_2, \\ \rho_1 u_1 (A_1^2 - A_{\text{отр}}^2) &= \rho_2 u_2 A_2^2. \end{aligned} \quad (56.29)$$

Решая систему уравнений, получим

$$A_{\text{отр}} = A_1 \frac{\rho_1 u_1 - \rho_2 u_2}{\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2}, \quad A_2 = A_1 \frac{2\rho_1 u_1}{\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2}. \quad (56.30)$$

Итак, если $\rho_1 u_1 > \rho_2 u_2$, т. е. волна отражается от среды с меньшим акустическим сопротивлением, то амплитуда отраженной волны имеет положительный знак, что соответствует смыслу этого понятия; фаза при отражении не изменилась. При $\rho_1 u_1 < \rho_2 u_2$ амплитуда отраженной волны отрицательна — это значит, что при отражении фаза волны изменилась на противоположную.

3. Интенсивность отраженной волны получим, возведя (56.30) в квадрат:

$$I_{\text{отр}} = I_1 R, \quad (56.31)$$

где коэффициент отражения

$$R = \left(\frac{\rho_1 u_1 - \rho_2 u_2}{\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2} \right)^2. \quad (56.32)$$

Если волновые сопротивления двух сред мало отличаются, то $R \approx 0$, и волна практически целиком переходит из одной среды в другую. Наоборот, при сильной разнице в значениях волновых сопротивлений коэффициент отражения стремится к единице ($R \approx 1$), волна практически полностью отражается назад и во вторую среду не переходит. Коэффициент прозрачности

$$T = \frac{I_2}{I_1} = \frac{I_1 - I_{\text{отр}}}{I_1} = 1 - R.$$

Учитывая (56.32), получим

$$T = \frac{4\rho_1 u_1 \rho_2 u_2}{(\rho_1 u_1 + \rho_2 u_2)^2}. \quad (56.33)$$

Глава 57

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ И ДИФРАКЦИЯ

§ 57.1. Принцип суперпозиции

1. Если двумя стерженьками одновременно коснуться поверхности воды, то от каждого из них побежит круговая волна, которая «проходит» сквозь другую так, как будто бы ее и не было. Аналогично распространяются звуковые волны, радиоволны, световые волны. В самом деле, если одновременно звучат два музыкальных инструмента (или другие источники звука), то

каждая из волн распространяется независимо от другой волны, и каждую из них мы воспринимаем независимо от другой; точно так же независимо друг от друга распространяются радиоволны от двух или нескольких радиостанций, световые волны от нескольких источников света и т. п.

Итак, опыт показывает, что волны не взаимодействуют друг с другом и распространяются независимо друг от друга.

2. Поскольку волны не взаимодействуют, то каждая область пространства, куда приходят две или несколько волн, будет принимать участие в колебаниях, вызванных каждой волной в отдельности. Для того чтобы найти результирующее смещение в данной точке пространства, нужно найти смещение, вызванное каждой волной, а затем сложить их либо векторно, если они происходят в разных направлениях, либо скалярно (алгебраически), если они происходят вдоль одной прямой.

Сформулированное правило нахождения результирующего смещения называется *принципом суперпозиции (наложения) волн*.

3. Принцип суперпозиции применим лишь к волнам с малой интенсивностью. Упругие волны с такой интенсивностью — это звуковые волны; к электромагнитным волнам такого типа относятся радиоволны, а также световые волны от обычных источников света.

К ударным волнам принцип суперпозиции неприменим. В самом деле, при прохождении ударной волны скачком меняются параметры упругой среды — ее плотность, давление, температура; это приводит к изменению скорости распространения других волн и их интенсивностей, что и означает нарушение принципа суперпозиции.

Аналогичный результат наблюдается и в оптике, где принцип суперпозиции применим лишь к световым волнам с небольшой интенсивностью. О том, что принцип суперпозиции может нарушаться для световых волн большой интенсивности, С. И. Вавилов писал более 30 лет назад. Но в то время явление это не удалось обнаружить из-за отсутствия мощных источников света. В настоящее время с помощью оптических квантовых генераторов — лазеров (см. § 79.4) удается получить световые пучки с такими значительными мощностями, что для них принцип суперпозиции нарушается. Раздел оптики, исследующий эти эффекты, называется *нелинейной оптикой*. Хотя эти явления стали изучать сравнительно недавно, здесь уже получены очень интересные и важные результаты.

§ 57.2. Стоячие волны

1. Привяжем резиновый шнур к опоре и станем раскачивать свободный конец (рис. 57.1). При некоторой определенной частоте колебаний шнур будет иметь такую форму, как на фотографии слева; при вдвое большей частоте — как на фотографии справа.

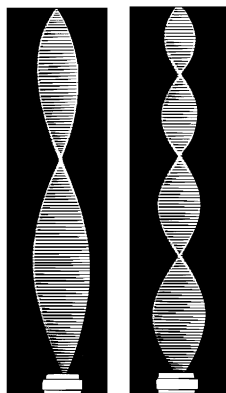


Рис. 57.1

Волны, изображенные на рис. 57.1, называются *стоячими*. В отличие от бегущей волны, все точки которой совершают колебания с одинаковой амплитудой, но с запаздыванием по фазе (см. § 56.1 и 56.2), все точки стоячей волны колеблются одновременно, но с разными амплитудами. Области, находящиеся в покое (нулевая амплитуда), называются *узлами* стоячей волны; области, колеблющиеся с максимальной амплитудой, — *пучностями*.

2. Стоячая волна возникает в результате сложения двух волн, движущихся в противоположных направлениях. Одна из них — это волна, возбуждаемая источником и движущаяся вдоль оси абсцисс; ее уравнение $s_1 = A \cos(\omega t - kx)$. Вторая волна возникает вследствие отражения первой волны от преграды. Так как она движется в направлении отрицательных значений оси абсцисс, то в (56.8) следует изменить знак при координате. Кроме того, следует учесть, что при отражении фаза волны может измениться. Следовательно, уравнение отраженной волны имеет вид $s_2 = A \cos(\omega t + kx + \varphi)$.

Уравнение стоячей волны запишется так:

$$s = s_1 + s_2 = A \cos(\omega t - kx) + A \cos(\omega t + kx + \varphi).$$

После элементарных преобразований получим

$$s = 2A \cos\left(kx + \frac{\varphi}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) = B \cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right). \quad (57.1)$$

где амплитуда стоячей волны

$$B = 2A \cos\left(kx + \frac{\varphi}{2}\right). \quad (57.2)$$

3. Как видно, амплитуда стоячей волны является функцией координаты. Для определенности рассмотрим случай, когда волна отражается от среды с бóльшим волновым сопротивлением (как иногда не совсем верно говорят — «от более плотной

среды»). В этом случае фаза при отражении меняется на противоположную: $\Delta\varphi = -\pi$. Это называется отражением «с потерей полуволны», так как на расстоянии $\Delta x = \lambda/2$ изменение фазы $\Delta\varphi = \pm\pi$. Подставив $\varphi = -\pi$ в (57.1) и (57.2), получим

$$s = B \sin \omega t, \quad (57.3)$$

где

$$B = 2A \sin kx. \quad (57.4)$$

Полагая в (57.4) $B = 0$, найдем координаты узлов. Из условия $\sin kx = 0$ следует: $kx = m\pi$, где целое число $m = 0, 1, 2, \dots$. Учитывая, что $k = 2\pi/\lambda$ (см. (56.7)), имеем для координат узлов

$$x_{\text{узел}} = m \frac{\lambda}{2} = 2m \frac{\lambda}{4}. \quad (57.5)$$

Координаты пучностей найдем из условия $B = \pm 2A$; отрицательный знак при амплитуде означает, что при переходе через узел фаза стоячей волны изменяется на противоположную. Итак, для пучностей $\sin kx = \pm 1$, следовательно, $kx = (2m + 1)\pi/2$. Выразив вновь волновое число через длину волны, получим

$$x_{\text{пучн}} = (2m + 1) \frac{\lambda}{4}. \quad (57.6)$$

Итак, расстояние между двумя соседними узлами или соседними пучностями равно половине длины волны, а расстояние между соседним узлом и пучностью — четверти длины волны.

4. Рекомендуем читателю показать, что при отражении без «потери полуволны» узлы и пучности поменяются местами по сравнению с разобранным выше случаем.

§ 57.3. Собственные частоты

1. В начале предыдущего параграфа мы говорили о том, что стоячая волна на шнуре или в трубе заданной длины образуется не при любой частоте, а лишь при некоторых определенных частотах. Попытаемся эти частоты вычислить.

Представим себе стержень, закрепленный на концах (рис. 57.2а). Это может быть, например, струна, или столб воздуха в трубе, закрытой с двух концов, или балка на двух опорах и т.п. Пусть длина стержня равна l , а скорость волны в нем u . При возбуждении колебаний в стержне установится стоячая волна, причем на концах обязательно получатся узлы, а между ними — одна либо несколько пучностей. Но расстояние между

двумя узлами равно половине длины волны, следовательно, на длине стержня уложится целое число полуволн:

$$l = \frac{m\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (57.7)$$

Выразив длину волны через частоту колебаний и скорость распространения волны (см. (56.3)), получим значения собственных частот:

$$\omega = m \frac{\pi u}{l}, \quad \nu = \frac{\omega}{2\pi} = m \frac{u}{2l}. \quad (57.8)$$

2. Результаты (57.7) и (57.8) имеют принципиальное значение. Они показывают, что в системе, на которую наложены определенные *краевые условия* (например, смещения начала и конца стержня равны нулю), возможны лишь определенные, *дискретные* значения частот. Этот результат, как мы увидим в гл. 70, используется в квантовой механике.

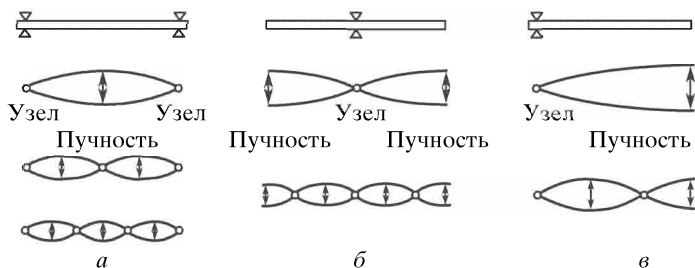


Рис. 57.2

3. Рекомендуем читателю самостоятельно вычислить собственные частоты колебаний стержня той же длины, но закрепленного посередине (рис. 57.2 б). В частности, покажите, что первая гармоника имеет ту же частоту, что и в предыдущей задаче, но высшие гармоники различаются: в первом случае возбуждаются любые гармоники с кратной частотой, во втором случае — только нечетные гармоники.

Вычислите также собственные частоты колебаний стержня, закрепленного на одном конце (рис. 57.2 в). Покажите, что его первая гармоника имеет вдвое меньшую частоту, а высшие гармоники — только нечетные (ср. (57.8)).

§ 57.4. Интерференция

1. Интенсивность бегущей волны во всех точках одна и та же, так как здесь все точки колеблются с одинаковой амплитудой.

Конечно, фазы этих точек различны, но это не влияет на интенсивность волны, которая от фазы не зависит, как это следует из (55.8). Обозначим эту интенсивность через I_0 :

$$I_0 = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2. \quad (57.9)$$

Чтобы получить выражение для интенсивности стоячей волны, подставим выражение для ее амплитуды (57.4) в (55.8); получим

$$I = \frac{1}{2} \rho \omega^2 B^2 = 4I_0 \sin^2 kx. \quad (57.10)$$

График этой зависимости показан на рис. 57.3.

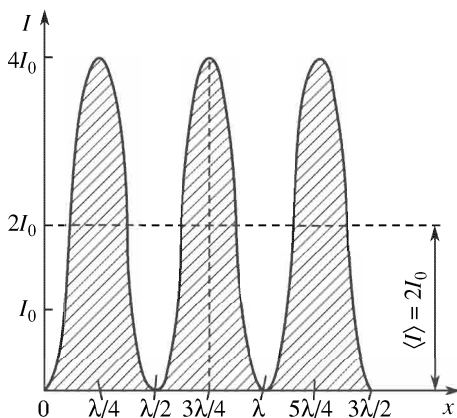


Рис. 57.3

2. Как видно из графика, в узлах стоячей волны (точки с координатами $x_{\text{узел}} = 2m\lambda/4$) интенсивность волны в течение всего времени наблюдения равна нулю; в пучностях ($x_{\text{пучн}} = (2m + 1)\lambda/4$) интенсивность волны $I_{\text{пучн}} = 4I_0$. Между тем стоячая волна возникает в результате сложения бегущей и отраженной волн, имеющих одинаковые интенсивности, $I_1 = I_2 = I_0$. Следовательно, их суммарная интенсивность равна $2I_0$.

Таким образом, *возникновение стоячей волны сопровождается перераспределением энергии в пространстве* — она как бы перекачивается из узлов в пучности. Энергия колебания в каждой точке стоячей волны не равна сумме энергий обеих волн: в узлах энергия равна нулю, в пучностях она вдвое больше суммарной энергии.

И лишь средняя энергия стоячей волны окажется равной сумме энергий слагаемых волн, что вполне согласуется с законом сохранения энергии. В самом деле, как видно из рис. 57.3, средняя интенсивность волны

$$\langle I \rangle = 2I_0 = I_1 + I_2. \quad (57.11)$$

3. Рассмотрим некоторую область пространства, в которой складываются две или несколько волн. Если окажется, что интенсивность результирующего колебания в любой точке равна сумме интенсивностей волн, то говорят, что здесь нет интерференции. Если же окажется, что при наложении волн происходит перераспределение энергии, так что интенсивность в одних точках больше, а в других — меньше суммарной интенсивности, то говорят, что здесь наблюдается интерференция. Итак, *интерференцией называется явление перераспределения энергии, возникающее при некоторых определенных условиях в результате сложения амплитуд двух или нескольких волн.*

Устойчивая во времени картина перераспределения интенсивностей, возникающая в результате интерференции, называется *интерференционной картиной*.

Как видно, образование стоячей волны — это пример явления интерференции; устойчивая система узлов и пучностей представляет собой типичный пример интерференционной картины.

§ 57.5. Интерференция от двух источников

1. Пусть на поверхности воды в волновой ванне колеблются два шарика, прикрепленные к одному стержню. Каждый шарик возбуждает волну; волны, встречаясь, интерферируют, и на поверхности воды наблюдается типичная интерференционная картина (рис. 57.4).



Рис. 57.4

Механизм возникновения интерференции можно выяснить с помощью рис. 57.5. Здесь S_1 и S_2 — два источника сферических волн; расстояние $S_1S_2 = d$. Точка K лежит посередине между источниками; расстояние от точки K до экрана $KO = l$.

Вычислим интенсивность колебаний в произвольной точке экрана M ; расстояние $MO = y$, $MK = r$, угол наблюдения $\angle MKO = \theta$.

2. Для того чтобы на экране наблюдалась устойчивая интерференционная картина, необходимо, чтобы обе волны имели одинаковую частоту. В самом деле, только в этом случае амплитуда колебаний в любой точке экрана не будет зависеть от времени (см. § 49.5). Если же волны будут иметь разные частоты, то устойчивая интерференционная картина не возникнет, а будут наблюдаться биения (см. § 50.1). Итак, необходимое условие для возникновения интерференционной картины — это равенство частот у слагаемых волн. *Интерференция возникает при сложении волн одинаковой частоты.* Если обе волны распространяются

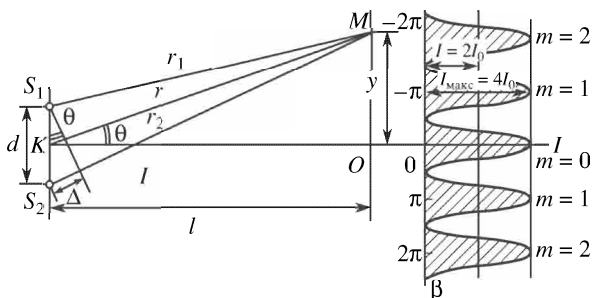


Рис. 57.5

к тому же в одной среде, то из равенства частот следует равенство длин волн и волновых чисел.

3. Запишем уравнения обеих волн:

$$s_1 = A_1 \cos(\omega t - kr_1 + \varphi_1), \quad s_2 = A_2 \cos(\omega t - kr_2 + \varphi_2). \quad (57.12)$$

Разность хода $\Delta = r_2 - r_1$ значительно меньше каждого из радиусов-векторов; следовательно, $r_2 \approx r_1$. Тогда согласно (56.10) и амплитуды равны: $A_1 = A_2 = A$. Результирующее колебание в точке M :

$$s = s_1 + s_2 = 2A \cos \left[\frac{k(r_2 - r_1)}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right] \times \\ \times \cos \left[\omega t - \frac{k(r_1 + r_2)}{2} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right]. \quad (57.13)$$

Это выражение можно переписать в виде

$$s = B \cos(\omega t + \delta), \quad (57.14)$$

где новая амплитуда

$$B = 2A \cos \left[\frac{k(r_2 - r_1)}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right], \quad (57.15)$$

а новая начальная фаза

$$\delta = -\frac{k(r_1 + r_2)}{2} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}.$$

Поскольку нас будет интересовать распределение интенсивностей в интерференционной картине, а интенсивность от фазы не зависит, то в дальнейшем мы обратим внимание в основном на амплитуду результирующего колебания.

4. Если источники излучают строго синусоидальные волны, то начальные фазы φ_1 и φ_2 являются постоянными величинами и разность фаз — тоже постоянная величина. Не ограничивая общности рассуждения, положим $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$ (или $m\pi$). Впрочем, выбор другого значения этой разности $\varphi_1 - \varphi_2 = \text{const}$ приведет лишь к сдвигу интерференционной картины на экране, не изменив характера распределения интенсивностей. При этом условии результирующая амплитуда примет вид

$$B = 2A \cos \frac{k(r_2 - r_1)}{2}. \quad (57.16)$$

Учитывая, что $k = 2\pi/\lambda$, имеем

$$B = 2A \cos \frac{\pi(r_2 - r_1)}{\lambda}. \quad (57.17)$$

Интенсивность волн, согласно (55.8), выразится так: $I_1 = I_2 = I_0 = (1/2) \rho u \omega^2 A^2$; интенсивность результирующего колебания

$$I = \frac{1}{2} \rho u \omega^2 B^2 = 4I_0 \cos^2 \frac{\pi(r_2 - r_1)}{\lambda}. \quad (57.18)$$

5. Разность расстояний от интересующей нас точки экрана до источников

$$\Delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta \quad (57.19)$$

называется *разностью хода*. Если разность хода содержит четное число полуволн ($\Delta = r_2 - r_1 = 2m\lambda/2$), то $\cos^2[\pi(r_2 - r_1)/\lambda] = \cos^2 m\pi = 1$. Следовательно, в этом случае в точке M возникает интерференционный максимум с интенсивностью $I_{\text{макс}} = 4I_0$. Если же разность хода содержит нечетное число полуволн ($\Delta = (2m + 1)\lambda/2$), то $\cos^2[\pi(r_2 - r_1)/\lambda] = \cos^2[(2m + 1)\pi/2] = 0$, и возникает минимум. Коротко условие максимумов и минимумов запишется так:

$$\begin{aligned} \Delta = 2m \frac{\lambda}{2} & \text{ — максимум, } I_{\text{макс}} = 4I_0; \\ \Delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} & \text{ — минимум, } I_{\text{мин}} = 0. \end{aligned} \quad (57.20)$$

Так же, как и в стоячей волне, здесь происходит перераспределение энергии между минимумами и максимумами. Средняя интенсивность на экране, как видно из рис. 57.5, равна сумме интенсивностей обеих волн: $\langle I \rangle = 2I_0 = I_1 + I_2$, что согласуется с законом сохранения энергии.

§ 57.6. Интерференция от нескольких источников

1. Представим себе систему, состоящую из N одинаковых источников, расположенных вдоль одной прямой на расстоянии d друг от друга. Найдем интенсивность колебания в некоторой точке, настолько удаленной, что лучи, соединяющие эту точку с каждым из источников, можно считать практически параллельными. Задача сводится тем самым к случаю сложения N гармонических колебаний с одинаковыми амплитудами, фазы которых образуют арифметическую прогрессию (см. § 49.6). Остается только найти разность фаз волн, излучаемых соседними источниками. Разность хода $\Delta = d \sin \theta$ (см. (57.19)). Разность фаз

$$\alpha = k\Delta = kd \sin \theta. \quad (57.21)$$

Подставив (57.21) в (49.23), получим выражение для суммарной амплитуды:

$$A = a \frac{\sin (Nkd \sin \theta / 2)}{\sin (kd \sin \theta / 2)}, \quad (57.22)$$

где a — амплитуда волны, которую излучает один источник, $i_0 = ka^2$ — ее интенсивность.

2. Если ввести вспомогательный угол

$$\beta = \frac{1}{2} kd \sin \theta = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}, \quad (57.23)$$

то выражение для амплитуды (57.22) примет вид

$$A = a \frac{\sin N\beta}{\sin \beta}. \quad (57.24)$$

А так как интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды, то интенсивность суммарного колебания выразится так:

$$I = i_0 \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta}. \quad (57.25)$$

3. В предыдущих рассуждениях мы считали, что точка наблюдения находится далеко от системы источников. Выясним, какой смысл мы вкладываем в слово «далеко». Обратимся к рис. 57.6.

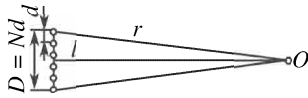


Рис. 57.6

Мы предполагали, что лучи, исходящие из источников, практически параллельны. Конечно, на самом деле лучи не параллельны, а собираются в некоторой точке O . Однако ошибка, допущенная при расчете, будет несущественной, если максимальная погрешность при расчете разности хода окажется много меньше полуволны, — это будет означать, что погрешность при расчете фазы много меньше π и фазы практически совпадают. Итак, расчет останется в силе, если $r - l \ll \lambda/2$. Но $r = \sqrt{l^2 + D^2/4}$, где $D = Nd$ — длина «решетки», составленной из источников. Подставив это значение r в неравенство, получим

$$\sqrt{l^2 + D^2/4} - l \ll \frac{\lambda}{2}. \quad (57.26)$$

Умножая обе части неравенства (57.26) на $l + \sqrt{l^2 + D^2/4} \approx 2l$, получим $l^2 + D^2/4 - l^2 \ll 2l\lambda/2$. Или окончательно:

$$D^2 \ll 4\lambda l. \quad (57.27)$$

Таким образом, мы можем считать, что точка наблюдения находится далеко от источников, если

$$l \gg \frac{D^2}{4\lambda}. \quad (57.28)$$

Это и есть условие, при котором справедливо соотношение (57.25) и все следствия из него.

§ 57.7. Интенсивность главных максимумов

1. Направления максимальной интенсивности волны получатся из условия

$$\beta = m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (57.29)$$

В самом деле, если ε — очень малое число, то $\sin \varepsilon \approx \varepsilon$; при $\beta = m\pi + \varepsilon$ имеем: $\sin \beta = \sin(m\pi + \varepsilon) = \pm \sin \varepsilon \approx \pm \varepsilon$, $\sin N\beta = \sin(Nm\pi + N\varepsilon) = \pm \sin N\varepsilon \approx \pm N\varepsilon$,

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta} = \frac{N^2 \varepsilon^2}{\varepsilon^2} = N^2.$$

Подставив в (57.25), получим, что в главных максимумах интенсивность в N^2 раз превосходит интенсивность одной волны:

$$I_{\text{макс}} = N^2 i_0. \quad (57.30)$$

Если бы не было интерференции, то интенсивность в любом направлении была бы равна сумме интенсивностей, т. е. $I = N i_0$.

Итак, здесь за счет явления интерференции происходит перераспределение энергии (рис. 57.7) — в некоторых направлениях энергия значительно больше, чем сумма энергий от каждого источника, зато в других направлениях энергия вообще не распространяется.

Перейдя в (57.29) с помощью (57.23) от вспомогательного угла β к углу наблюдения θ , получим: $(\pi d \sin \theta)/\lambda = m\pi$, или так:

$$\sin \theta_{\text{макс}} = \frac{m\lambda}{d}. \quad (57.31)$$

Это и есть условие главных максимумов для угла наблюдения θ .

2. Между двумя соседними максимумами (рис. 57.7) располагается несколько минимумов и побочных максимумов, интенсивность которых значительно меньше, чем у главных максимумов.

Минимум возникает при условии, что числитель в выражении (57.25) обращается в нуль, в то время как знаменатель нулю не равен. Как нетрудно убедиться, это возможно, если

$$N\beta = n\pi, \quad (57.32)$$

где n не кратно N (т. е. $n \neq mN$), так как при $n = mN$ мы вернемся к условию (57.29) и получим главный максимум. В частности, в промежутке между нулевым и первым главными максимумами число n принимает значения от 1 до $N - 1$, т. е. получится $N - 1$ минимум и $N - 2$ побочных максимума.

Поскольку синус не превосходит единицу, то из (57.31) можно найти число главных максимумов; из $m\lambda/d \leq 1$ следует, что

$$m \leq d/\lambda. \quad (57.33)$$

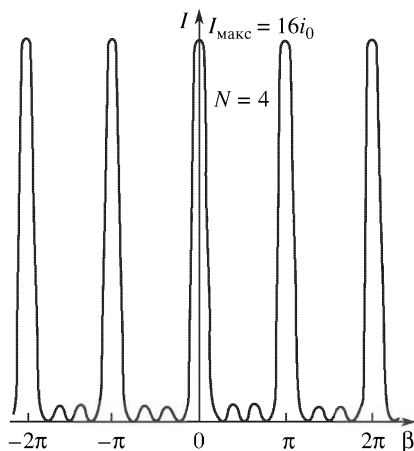


Рис. 57.7

§ 57.8. Дифракция

1. С помощью колеблющейся длинной пластинки возбудим на поверхности воды плоскую волну и посмотрим, как эта волна

проходит через отверстие в непрозрачном экране. Опыт покажет, что если ширина отверстия D меньше длины волны ($D < \lambda$), то отверстие излучает сферические волны (рис. 57.8) как точечный источник. При увеличении размеров отверстия за ним наблюдается типичная интерференционная картина — мы видим центральный главный максимум и более слабые боковые максимумы (рис. 57.9). И лишь в случае, когда размеры отверстия значительно превосходят длину волны ($D \gg \lambda$), загибание волны за края экрана на малых расстояниях от него выражено очень слабо.

Явление загибания волн за края непрозрачных преград называется *дифракцией*. В более общем смысле под дифракцией понимают рассеяние волн на резко выраженных неоднородностях среды.

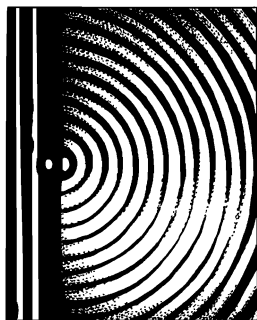


Рис. 57.8

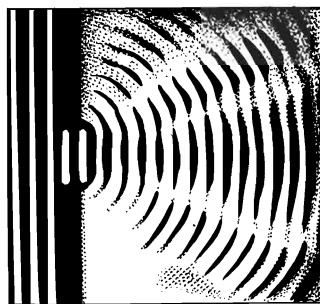


Рис. 57.9

2. Строгое решение задачи дифракции связано с большими математическими трудностями. Обычно для расчета интенсивности интерференционной картины, возникающей при дифракции, используется *принцип Гюйгенса–Френеля*. Суть его заключается в следующем: для каждой конкретной задачи разобьем фронт волны на участки (зоны Френеля), которые рассматриваются как самостоятельные одинаковые источники волн; амплитуда (и интенсивность) волны в точке наблюдения определяется как результат интерференции волн, которые якобы создаются отдельными зонами. Оказывается, что интерференционная картина, рассчитанная таким методом, очень хорошо согласуется с результатами эксперимента, если размеры отверстий много больше длины волны. Более детально мы покажем, как пользоваться данным методом, при рассмотрении

дифракции света (см. гл. 62). Здесь же рассмотрим только один пример — дифракцию плоской волны на одной щели.

§ 57.9. Дифракция на прямоугольной щели

1. Пусть плоская волна падает на длинную и узкую прямоугольную щель в непрозрачном экране. Ширина щели D , длина $L \gg D$. Разобьем эту щель на зоны в виде узких полосок, параллельных длинной стороне щели; ширина зоны $d = D/N$, где N — число зон.

Пусть точка наблюдения находится далеко от отверстия — точнее, на расстоянии $l \gg D^2/4\lambda$ (см. (57.28)). Тогда расчет интерференционной картины сводится к задаче интерференции N одинаковых источников, которая была рассмотрена в § 57.6.

Для расчета амплитуды волны A в точке наблюдения следует воспользоваться выражением (57.22), положив, что амплитуда колебания от отдельной зоны $a = A_0/N$, где A_0 — амплитуда волны на отверстии. Подставив значение a в (57.22), получим

$$A = \frac{A_0}{N} \frac{\sin(kD \sin \theta/2)}{\sin(kD \sin \theta/2N)} \quad (57.34)$$

Введем вспомогательный угол

$$\alpha = \frac{1}{2} kD \sin \theta = \frac{\pi D \sin \theta}{\lambda}. \quad (57.35)$$

Тогда выражение для амплитуды волны в точке наблюдения примет вид

$$A = \frac{A_0}{N} \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha/N)}. \quad (57.36)$$

2. Задача будет решена тем точнее, чем на большее число зон будет разбит фронт волны. Но при больших значениях N синус малого угла практически не будет отличаться от радианной меры этого угла, $\sin(\alpha/N) \approx \alpha/N$. Подставив в (57.36), получим

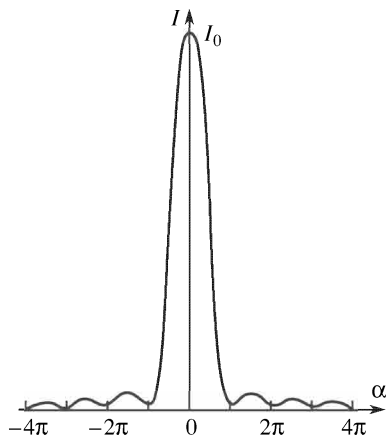


Рис. 57.10

выражение для амплитуды

$$A = A_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha} \quad (57.37)$$

и для интенсивности волны в точке наблюдения

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2}. \quad (57.38)$$

3. В центре интерференционной картины (рис. 57.10) наблюдается нулевой, иначе — главный максимум. В самом деле, при $\theta \approx 0$ и вспомогательный угол $\alpha \approx 0$, следовательно, здесь $\sin \alpha \approx \alpha$ и $I = I_0$. При условии

$$\alpha = m\pi \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (57.39)$$

числитель в (57.38) обращается в нуль, в то время как знаменатель нулю не равен. Следовательно, условие (57.39) или эквивалентное ему условие

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{D} \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (57.40)$$

определяет направления минимумов, т. е. те направления, в которых интенсивность волны равна нулю.

Заметим, что выражение (57.40) имеет смысл только при $D > \lambda$, поскольку синус не превосходит единицу. Следовательно, при $D \leq \lambda$ наш расчет не годится. Как показывает опыт (см. рис. 57.8), в этом случае действительно минимумов нет, отверстие излучает волны во всех направлениях.

§ 57.10. Преломление волн и интерференция

1. В §56.5 мы рассмотрели поведение волн на границе раздела двух сред, воспользовавшись одним весьма общим методом теории распространения волн — методом граничных условий. На этой основе мы вывели законы отражения и преломления волн (56.25) и (56.26). Покажем, что точно такой же результат можно получить, воспользовавшись методом интерференции.

Пусть плоская волна падает на границу раздела двух сред. Фронт волны в первой среде обозначим XY , во второй среде — PQ (рис. 57.11). Углом падения является угол α_1 между лучом и нормалью к границе раздела или угол между фронтом волны и самой границей; эти углы равны, ибо их стороны взаимно перпендикулярны.

Частицы вещества на границе раздела XQ совершают вынужденные колебания и тем самым становятся сами вторичными

Соответственно уравнения для последующих зон запишутся так:

$$s_3 = \frac{A_0}{N} \cos [\omega t - k_2 l + 2(k_2 \Delta_2 - k_1 \Delta_1)];$$

.....

$$s_N = \frac{A_0}{N} \cos [\omega t - k_2 l + (N - 1)(k_2 \Delta_2 - k_1 \Delta_1)].$$

3. Мы получили задачу сложения колебаний одинаковой частоты, фазы которых образуют арифметическую прогрессию. Она была решена в § 49.6. Амплитуда результирующего колебания, согласно (49.23), запишется так:

$$A = \frac{A_0}{N} \frac{\sin [N(k_2 \Delta_2 - k_1 \Delta_1)/2]}{\sin [(k_2 \Delta_2 - k_1 \Delta_1)/2]}. \quad (57.42)$$

Подставляя значения Δ_1 и Δ_2 , получим

$$A = \frac{A_0}{N} \frac{\sin \Phi}{\sin (\Phi/N)}, \quad (57.43)$$

где

$$\Phi = \frac{1}{2} D (k_2 \sin \alpha_2 - k_1 \sin \alpha_1). \quad (57.44)$$

Но участок $XQ = D$ может быть разбит на произвольно большое число зон; иными словами, мы можем положить, как и в предыдущем параграфе, что $N \rightarrow \infty$. Учитывая, что для малых углов синус совпадает с радианной мерой угла, $\sin (\Phi/N) \approx \Phi/N$, придем к выражениям (57.37) и (57.38) для амплитуды и интенсивности преломленной волны. Распределение интенсивностей показано на рис. 57.10.

4. Так же, как и в случае дифракции на одной щели, главный максимум преломленной волны возникает при условии, что вспомогательный угол $\Phi = 0$; тогда $A = A_0$ и $I = I_0$. Итак, главный максимум преломленной волны наблюдается в направлении, определяемом условием

$$k_2 \sin \alpha_2 - k_1 \sin \alpha_1 = 0. \quad (57.45)$$

Подставив значения волновых чисел, согласно (56.6), $k_1 = \omega/u_1$ и $k_2 = \omega/u_2$, придем к закону преломлений волн (56.26).

5. Рекомендуем читателю провести самостоятельно те же рассуждения для отраженной волны и получить соответствующий закон (56.25). Формально он автоматически следует из (57.44). В самом деле, так как отраженная волна распространяется в той же среде, то $k_1 = k_2$. Отсюда следует $\sin \alpha_2 = \sin \alpha_1$ и $\alpha_2 = \alpha_1$.

Глава 58

ЭЛЕМЕНТЫ АКУСТИКИ

§ 58.1. Характеристики звука

1. Выше мы неоднократно пользовались понятием о звуке как упругой волне с малой интенсивностью. Однако в узком смысле под звуком понимают *слышимый звук* — упругие волны, воспринимаемые ухом человека. Опыт показывает, что наше ухо как звук воспринимает колебания, частота которых лежит в пределах от 20 Гц до 20 кГц. Упругие волны с частотами менее 20 Гц называются *инфразвуком*, с частотой более 20 кГц — *ультразвуком*.

Иногда упругие волны с частотами 10^{10} Гц и более, соответствующие дебаевским тепловым волнам в жидкостях или твердых телах (см. § 44.10), называют *гиперзвуком*.

В зависимости от структуры спектра (см. § 50.4) различают *шумы* и *музыкальные звуки*. Шумы — это непериодические колебания. Им соответствует сплошной спектр, т. е. набор частот, непрерывно заполняющих некоторый интервал. Музыкальные звуки обладают линейчатым спектром с кратными частотами, следовательно, они представляют собой периодические колебания.

2. Каждая синусоидальная звуковая волна — это *простой тон*. Высота тона зависит от частоты колебаний. В настоящее время в музыке применяется шкала частот, составленная следующим образом. Каждая октава делится на двенадцать интервалов; на рояле им соответствуют семь белых клавиш и пять черных; последние в нотной грамоте обозначаются знаком диез. В пределах октавы частота возрастает в два раза, в пределах одного интервала — в $\sqrt[12]{2} \approx 1,06$ раза.

Сложным музыкальным звукам соответствует *основной тон* (первая гармоника, см. § 50.4) и набор *обертонов* (высших гармоник).

Если два музыкальных звука имеют одинаковый основной тон, но разные обертоны (т. е. разный спектр), то говорят, что они отличаются *тембром*. Именно по тембру мы различаем звуки, излучаемые различными музыкальными инструментами, а также голоса людей.

3. Кроме тона и тембра, звуки различаются еще по *громкости*. В общем случае громкость звука зависит от интенсивности звуковой волны, но благодаря неодинаковой чувствительности уха к звукам с разными частотами эта зависимость оказывается весьма сложной. Наибольшей чувствительностью наше ухо обладает к звукам с частотами от 700 до 6000 Гц. В этом диапазоне частот ухо способно воспринять звуки с интенсивностью примерно 10^{-11} – 10^{-12} Вт/м².

Наименьшая интенсивность звуковой волны, которую наше ухо еще способно воспринять, называется *порогом слышимости*. Стандартный порог слышимости принимается равным $I_0 = 10^{-12}$ Вт/м² при частоте $\nu_0 = 1$ кГц.

Наибольшая интенсивность звуковой волны, которую мы еще в состоянии воспринять как звук, а не как боль, называется *порогом осязания*. На разных частотах порог осязания различен, изменяясь от 0,1 Вт/м² при 6000 Гц до 10 Вт/м² при низких и высоких частотах.

4. Как видно, чувствительность нашего уха очень велика — диапазон интенсивностей от порога слышимости до порога осязания составляет около 10^{12} – 10^{13} Вт/м². При таком огромном диапазоне удобно воспользоваться логарифмическим масштабом. С этой целью вводится величина, называемая *уровнем интенсивности*:

$$L = 10 \lg \left(\frac{I}{I_0} \right), \quad (58.1)$$

где I — интенсивность исследуемого звука, I_0 — стандартный порог слышимости. Единицей уровня интенсивности является *децибел*: $L = 1$ дБ, если $I = 1,26 I_0$ (в этом случае $\lg(I/I_0) = \lg 1,26 = 0,1$).

Таблица 58.1

Источник звука	l , м	I , Вт/м ²	L , дБ
Шепот	1	10^{-12}	0
Падение капель воды	1	10^{-10}	20
Негромкий разговор	1	10^{-8}	40
Автомобиль на асфальте	5–10	10^{-6}	60
Симфонический оркестр	3–5	10^{-4}	80
Отбойный молоток	1	10^{-2}	100
Мотор самолета	10	1	120

Для сравнения в табл. 58.1 показаны интенсивности и уровни интенсивностей некоторых звуков по сравнению со стандартным

порогом слышимости. Расстояние от источника звука до уха дано в метрах.

§ 58.2. Источники звука

1. В принципе любое тело, способное колебаться в нужном интервале, может служить источником звука. Однако на практике используются лишь такие источники, которые удовлетворяют определенным требованиям. Прежде всего, источник должен хорошо излучать, т.е. энергия его колебаний должна хорошо передаваться окружающей среде. Для этого следует по возможности саму среду использовать для возбуждения колебаний. Кроме того, размеры колеблющегося тела должны быть соизмеримы с длиной волны.

Камертон, например, очень плохо излучает, даже когда его ножки колеблются со значительной амплитудой. Однако если его поставить на открытый с одной стороны деревянный ящик таких размеров, что длина воздушного столба в ящике равна четверти длины волны, излучаемой камертоном, то мы услышим громкий звук (рис. 58.1). Дело в том, что благодаря резонансу, камертон возбуждает настроенный на его собственную частоту столб воздуха, заключенный в резонирующем ящике, а также стенки ящика-резонатора. Воздушный столб и стенки лучше передают энергию окружающей среде — воздуху, чем ножки камертона.

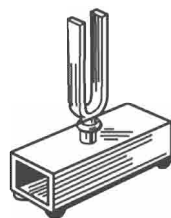


Рис. 58.1

Точно так же плохо звучит струна, натянутая, скажем, между двумя стенками. Но если эту же струну натянуть на резонирующий ящик, а еще лучше на корпус скрипки или гитары, то мы услышим отчетливый звук. Излучает не струна, а дека и столбы воздуха, настроенные в резонанс с тоном, который издает струна. Вот почему качество музыкального инструмента определяется не столько струнами, сколько качеством изготовления деки.

2. Второе требование, часто предъявляемое к источнику звука, — это его способность воспроизводить без значительных искажений широкий диапазон частот. Так должен работать, например, динамик или телефон.

На рис. 58.2 изображен разрез электродинамического громкоговорителя (динамика). Бумажный диффузор, имеющий форму усеченного конуса, приклеивается к цилиндрическому каркасу, на который наматывается «звуковая катушка» — несколько витков

тонкого провода, выводы которого крепятся на двух контактах. Звуковая катушка располагается в зазоре сильного постоянного магнита или электромагнита. Электрические колебания звуковой частоты от усилителя поступают в звуковую катушку; так как на проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера, то звуковая катушка вместе с диффузором совершают вынужденные колебания. Колебания диффузора передаются воздуху,

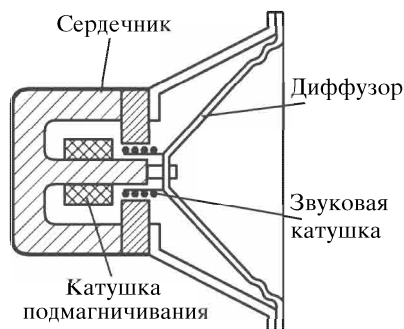


Рис. 58.2

в котором благодаря этому возбуждается звуковая волна. Чтобы усилить излучение, динамик монтируется на доску; роль такой доски выполняет корпус радиоприемника или телевизора.

Для того чтобы динамик не искажал звуки, он должен одинаково хорошо воспроизводить колебания с частотами от нескольких сот до нескольких ты-

сяч герц. Подвижная система динамика имеет свою собственную частоту, и если частота воспроизводимого звука совпадает с ней, то возникнут нежелательные резонансные явления.

В связи с этим собственную частоту подвижной части динамика делают возможно ниже (менее ста герц) и, кроме того, уменьшают ее добротность. Это позволяет, с одной стороны, выйти на почти горизонтальную область резонансной кривой и, с другой стороны, уменьшить время установления колебаний (см. § 53.6).

3. Если излучатель звука работает на одной частоте, то здесь, наоборот, стремятся по возможности сблизить собственную частоту излучателя с частотой волны, которую нужно излучить. В этом случае благодаря резонансу существенно возрастает мощность излучения и КПД излучателя. На резонансных частотах работают *ультразвуковые преобразователи* — устройства, преобразующие энергию электромагнитных колебаний ультразвуковой частоты в ультразвуковые волны.

В настоящее время наиболее широкое применение нашли *электрострикционные* и *магнитострикционные* преобразователи.

§ 58.3. Ультразвуковые преобразователи

1. В некоторых кристаллах (например, в кварце) наблюдается *электрострикционный эффект*. Он заключается в том, что если создать электрическое поле, направленное вдоль оси x (рис. 58.3), то кристалл в этом направлении сожмется или растянется, а вдоль оси y , наоборот, растянется или сожмется. Вдоль кристаллографической оси z размеры кристалла не меняются (см. § 32.1).

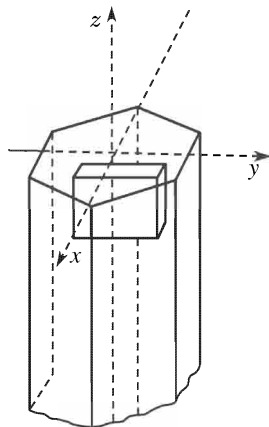


Рис. 58.3

На рис. 58.4 изображена схема ультразвукового преобразователя. Здесь излучающим элементом является кварцевая пластинка 1, вырезанная, как показано на рис. 58.3 — так называемый x -срез; стальные пластинки 2 и 3 служат обкладками; к ним подводится переменное напряжение от генератора ультразвука с помощью кабеля 4. Над пластинкой 2 находится воздух, от которого ультразвуковая волна практически полностью отражается (см. § 56.6). Все излучение направлено в воду.

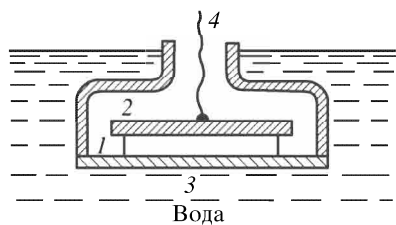


Рис. 58.4

Для получения большой мощности и направленного характера излучения следует диаметр излучателя делать по возможности большим. В этом случае используется не монокристалл, а мозаика из ряда пластинок, имеющих строго одинаковую толщину и одинаковый тип среза.

2. Пластины работают на резонансной частоте, что позволяет получить максимальную амплитуду колебаний. Частота пластины определяется ее толщиной и скоростью распространения звука в ней (см. § 57.3). В самом деле, на толщине пластины уложится целое число половин, поэтому ее собственные частоты могут быть вычислены по формуле (57.8).

Кроме кварца часто применяются электрострикционные преобразователи из поликристаллической керамики титаната бария (BaTiO_3). Для этой цели выращивают миниатюрные кристаллы,

размером около миллиметра; их смешивают с небольшим количеством цементирующего вещества (соли бария) и путем нагрева смеси до 1300–1400 °С спекают. Это позволяет получить образцы произвольных размеров и формы. Керамику поляризуют в электрическом поле напряженностью около 10^6 В/м; после снятия поляризирующего поля в сегнетоэлектриках (к которым относится титанат бария) сохраняется остаточная поляризация — аналогично остаточной намагниченности ферромагнетиков.

Оказывается, что если наложить на предварительно поляризованный поликристаллический образец переменное электрическое поле в направлении поляризирующего поля, то в этом же направлении возникнут продольные колебания, аналогичные колебаниям x -среза кварца.

3. Широко применяются на практике магнитострикционные преобразователи (см. § 42.6) из никеля или пермендюра (сплав 49 % Fe, 49 % Ni и 2 % V); используются также ферриты — марганцово-цинковый (ферроскуб А) и никелево-цинковый (ферроскуб В). Преобразователи набираются из пластин, чтобы уменьшить вихревые токи; по обмотке протекает ток высокой частоты от генератора.

Магнитострикционный эффект невелик: в полях с обычно применяемой напряженностью около $5 \cdot 10^4$ А/м относительное удлинение для пермендюра составляет $\varepsilon = \Delta l / l \approx 5 \cdot 10^{-5}$. При обычной высоте пакета $l = 65$ мм (частота 25 кГц) удлинение Δl составит примерно 3 мкм. Поэтому магнитострикторы работают всегда только на собственной частоте: обычно это 25 кГц, реже — 50 и 100 кГц. При более высоких частотах потери на перемагничивание оказываются настолько большими, что применение магнитострикторов неэффективно.

§ 58.4. Приемники звука

1. Любой излучатель звука или ультразвука может служить и приемником. В самом деле, волна, дойдя до колеблющейся части излучателя, приведет ее в движение; при этом упругие колебания преобразуются в электрические.

Широко применяемый на практике электродинамический микрофон состоит из тех же частей, что и динамик, только вместо диффузора в микрофоне используется легкая мембрана. Волна, дойдя до мембраны, приводит ее в колебание; вместе с мембраной колеблется звуковая катушка, расположенная

в зазоре сильного постоянного магнита. В катушке, колеблющейся в магнитном поле, возникает индукционный ток, который поступает в усилитель.

В конденсаторном микрофоне мембрана и корпус образуют конденсатор, емкость которого меняется за счет изменения расстояния между ними (см. § 37.6). Звуковая волна приводит в колебания мембрану и тем самым меняет емкость конденсатора, вследствие чего на нагрузочном сопротивлении возникает переменное напряжение. Частота этого напряжения равна частоте волны, а амплитуда пропорциональна амплитуде волны.

В угольном микрофоне мембрана периодически сжимает угольный порошок, в результате чего его сопротивление меняется и меняется ток в цепи. Возрастание давления сопровождается уменьшением сопротивления и тем самым — ростом тока, уменьшение давления — соответствующим уменьшением тока. Как и в предыдущих типах микрофонов, слабые колебания тока (или напряжения) усиливаются с помощью ламповых усилителей.

2. Заметим, что во всех типах микрофонов собственная частота подвижной системы должна сильно отличаться от частоты воспринимаемых колебаний, с тем чтобы избежать связанного с резонансом выделения одной частоты из всего воспринимаемого спектра. Наоборот, приемники ультразвука работают на резонансной частоте. Чаще всего один и тот же преобразователь служит попеременно то излучателем, то приемником.

§ 58.5. Ухо

1. Орган слуха млекопитающих, в том числе и человека (рис. 58.5), имеет довольно сложное строение. Наружное ухо образуют ушная раковина и наружный слуховой проход. Барабанная перепонка 1 отделяет наружное ухо от среднего уха — небольшой камеры 2, содержащей три крошечные косточки: молоточек, наковальню и стремечко. Молоточек соприкасается с барабанной перепонкой, стремечко — с овальным окном 3, которое служит входом во внутреннее ухо. Среднее ухо соединяется с носоглоткой с помощью евстахиевой трубы.

Внутреннее ухо состоит из ряда сообщающихся каналов, образуя так называемый лабиринт. Из этого лабиринта лишь улитка 4, соединенная со слуховым нервом, имеет отношение к слуху. Три полукружных канала образуют орган равновесия.

Внутри улитки 4 находятся каналы, наполненные жидкостью (лимфой). В среднем канале находится рецептор слуха — кор-

тив орган, состоящий из пяти рядов клеток с выступающими над ними волосками; волосковые клетки тянутся вдоль спирали улитки по всей ее длине. Всего они образуют около 4800 волокон, содержащих по пять клеток на каждом волокне. Эти клетки образуют основную мембрану, причем волокна мембраны имеют разную длину — они короче у основания улитки и длиннее в ее вершине.

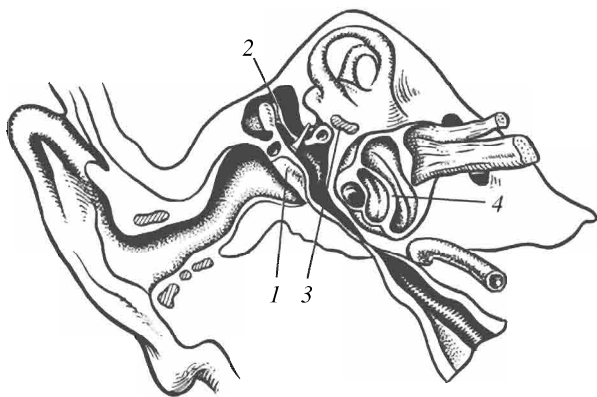


Рис. 58.5

2. Восприятие звука происходит следующим образом. Звуковая волна, пройдя по наружному слуховому проходу, доходит до барабанной перепонки 1 и вызывает ее вынужденные колебания. Эти колебания проходят через косточки среднего уха 2, которые служат своеобразным усилителем, и поступают в овальное окно 3. Овальное окно вызывает колебания лимфы и через нее — колебания волокон улитки. Сильнее всего раздражаются волокна, собственная частота которых совпадает с частотой звука. Именно благодаря этому мы умеем различать тона и ощущать разницу в тембре. По существу кортиева орган осуществляет спектральный анализ поступающей в ухо звуковой волны и передает соответствующую информацию в мозг, где она анализируется.

3. Благодаря двум ушам мы умеем определять направление на источник звука (*бинауральный эффект*). Дело в том, что если источник звука расположен прямо перед наблюдателем, то звук поступает в оба уха одновременно; если же он расположен сбоку (рис. 58.6), то звук в одно ухо поступит раньше, чем в другое, и мы это запоздание воспримем как сдвиг по фазе.

Если источник отклонен на угол φ , то разность хода $\Delta = d \sin \varphi$, где $d \approx 20$ см — расстояние между ушами. Запаздывание по времени $\tau = \Delta/u = d \sin \varphi / u \approx 5,9 \cdot 10^{-4} \sin \varphi$. Мы уверенно различаем запаздывание по времени на 0,1 периода (сдвиг фаз $0,2\pi$); при частотах около 1000 Гц это составит $\tau_{\min} \approx 10^{-4}$ с. Тогда наименьший угол $\varphi_{\min}$ определится из

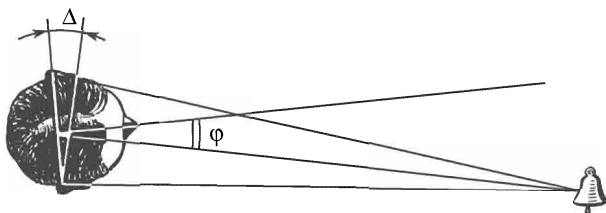


Рис. 58.6

условия $\sin \varphi_{\min} \approx 10^{-4}/5,9 \cdot 10^{-4} = 0,17$. Этому соответствует угол $\varphi_{\min} \approx 10^\circ$.

§ 58.6. Особенности инфра- и ультразвуков

1. Опыт показывает, что инфразвуки слабо затухают. Поэтому ослабление инфразвуковой волны вызвано только перераспределением энергии по возрастающему фронту волны, если волна близка к сферической. Если же источником является ветровое волнение моря, где длина фронта волны составляет сотни метров, то здесь интенсивность инфразвуковой волны мало меняется с расстоянием.

По-видимому, у рыб и морских животных имеется чувствительность к инфразвукам, благодаря чему они чувствуют приближение шторма. Мощные инфразвуковые волны, возникающие при шторме, практически без затухания распространяются в море на расстояния в сотни и тысячи километров и сигнализируют о его приближении.

2. Ультразвуковые волны характеризуются двумя отличительными особенностями: значительной интенсивностью и возможностью получить направленное излучение.

Интенсивность ультразвуковой волны $I = (1/2) \rho u \omega^2 A^2$. Высокая частота позволяет получить волны с интенсивностями до $100 \text{ Вт/см}^2 = 10 \text{ кВт/м}^2$ при использовании преобразователей из титаната бария; на практике используется значительно меньшая

мощность, $10\text{--}20\text{ Вт/см}^2$. При таких больших интенсивностях ультразвуковая волна влияет на свойства вещества и ход технологических процессов.

Так мощные ультразвуковые волны вызывают раздробление вещества (диспергирование), что применяется для получения очень тонких порошков, снятия ржавчины и жировых пленок с поверхности металлов, очистки тканей от устойчивых пятен и загрязнений. С помощью ультразвуковых паяльников оказалось возможным лужение и пайка алюминия и некоторых иных металлов — ультразвук разрушает пленку окиси на поверхности алюминия и припой надежно соединяется с металлом. Помещая ультразвуковой преобразователь в сосуд, в котором находятся две несмешивающиеся жидкости (например, вода и масло), получим через некоторое время однородную эмульсию с размерами частиц от долей микрометра до нескольких микрометров. Этот эффект может быть использован для получения новых типов лекарств путем создания водной эмульсии нерастворимых лекарственных веществ.

3. С помощью ультразвука можно производить механическую обработку материала — резание, шлифование, сверление и т. п. Процесс резания заключается в том, что частицы абразива колеблются вместе с колебаниями режущего инструмента и отрываю частицы материала обрабатываемой детали. В зависимости от формы режущего инструмента в деталях получаются разные отверстия.

4. Обычно размеры преобразователя в несколько раз превосходят длину волны в той среде, куда излучается ультразвуковая волна. В результате этого волна излучается более или менее узким конусом, раствор которого определяется формулой $\sin \theta \approx \lambda/D$ (см. (57.31)).

На этом основано применение ультразвука в эхолотах и гидролокаторах. В дно судна крепится ультразвуковой преобразователь, который посылает короткие ультразвуковые импульсы, длительностью порядка $0,1\text{ с}$. Волна доходит до дна, отражается и принимается либо тем же преобразователем в промежутках времени между излучением, либо специальным приемником. Отраженные импульсы записываются на ленту, и по заранее установленному масштабу глубина отсчитывается в метрах.

Плавательные пузыри рыб заполнены воздухом, который хорошо рассеивает ультразвуковые волны. Это позволяет с помощью эхолота обнаружить косяки рыб. На рис. 58.7 изображена

эхограмма косяка ставриды 3; темная полоса 1 — поверхность воды, наклонная полоса 2 — дно моря.

5. Широкое применение на практике нашли ультразвуковые дефектоскопы, работающие в импульсном режиме. Одна из кон-

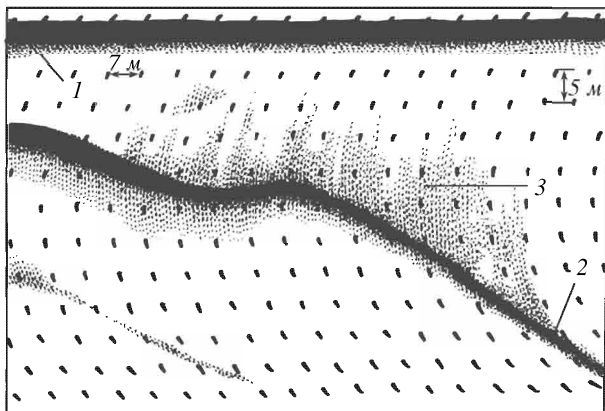


Рис. 58.7

струкций такого дефектоскопа, предложенного С. Я. Соколовым, изображена на рис. 58.8. Генератор излучает короткие импульсы с частотой несколько мегагерц. Сигнал подается на преобразователь из титаната бария (или кварца) и излучается в исследуемую деталь. Одновременно на экране осциллографа наблюдается импульс — зубец. Волна, дойдя до нижней грани детали, отразится; ее принимает преобразователь. На экране осциллографа появится второй зубец. Если на пути ультразвукового пучка окажется дефект, например раковина, то волна от нее отразится и зубец, соответствующий отраженному лучу, сместится. Так с помощью ультразвуковых дефектоскопов проверяется качество отливок, сварных швов и т. п.

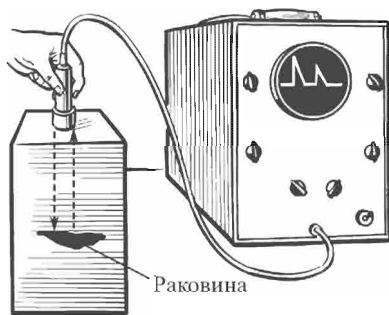


Рис. 58.8

6. Ультразвук используют также некоторые животные. Летучие мыши ориентируются в полете и ловят добычу, используя метод ультразвуковой локации (сонар). Их голосовой аппарат излучает короткие ультразвуковые импульсы частотой от 20

до 60 кГц; отраженные от преград импульсы воспринимаются большими ушами, что позволяет животным определять, в каком направлении и на каком расстоянии находится преграда.

Ультразвуковой локацией пользуются также дельфины, киты, а возможно, и другие морские животные. Дело в том, что даже в прозрачной морской воде свет очень сильно поглощается и радиус видимости ограничен буквально несколькими метрами. Ультразвук поглощается значительно слабее — для частоты 50 кГц толщина слоя половинного поглощения равна примерно 2,5 км, а для 100 кГц — порядка 100 м. Поэтому дельфины могут с помощью ультразвуковых импульсов хорошо ориентироваться даже в мутной воде, обнаруживать косяки рыб, обходить всевозможные препятствия, а также «переговариваться» друг с другом.

Часть VII

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ И ОСНОВЫ ОПТИКИ

Глава 59

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

§ 59.1. Скорость электромагнитных волн

1. В период с 1864 по 1873 г. Дж. К. Максвелл занимался разработкой теории электромагнетизма. Ему удалось написать уравнения электромагнитного поля — систему дифференциальных уравнений, выражающих связь между векторами поля и его источниками: зарядами и токами. На основе этих уравнений он пришел к выводу, что в вакууме и диэлектриках произвольные возмущения электромагнитного поля распространяются в виде электромагнитной волны.

В 1887–1889 гг. Генрих Герц поставил ряд опытов, с помощью которых было доказано существование электромагнитных волн, а также показано, что их свойства таковы, как это следует из теории Максвелла.

2. Максвелл показал, что скорость электромагнитных волн в диэлектриках выражается через диэлектрическую ε и магнитную μ проницаемости вещества:

$$u = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}, \quad (59.1)$$

где $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ — скорость света в вакууме (см. § 40.4). На этом основании он пришел к выводу, что свет — это тоже электромагнитная волна.

Для всех веществ, за исключением ферромагнетиков, магнитная проницаемость мало отличается от единицы (см. § 42.4, 42.5). Полагая поэтому в (59.1), что $\mu = 1$, получим выражение для скорости распространения электромагнитных волн в диэлектрике:

$$u = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}. \quad (59.2)$$

§ 59.2. Плоская синусоидальная волна

1. Вдали от источника, совершающего синусоидальные колебания с круговой частотой ω , волну можно рассматривать как плоскую. Пусть волна распространяется вдоль оси абсцисс. Тогда уравнение волны запишется так:

$$\begin{aligned} E_x &= 0, & E_y &= E_0 \cos(\omega t - kx), & E_z &= 0; \\ H_x &= 0, & H_y &= 0, & H_z &= H_0 \cos(\omega t - kx). \end{aligned} \quad (59.3)$$

Здесь волновое число $k = \omega/u$ (см. (56.6)), где u — скорость волны (см. (59.2)). График этой волны показан на рис. 59.1.

2. Как видно, вдоль оси абсцисс, по которой волна распространяется, не происходит колебаний векторов поля ($E_x = H_x = 0$).

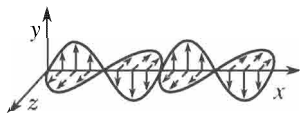


Рис. 59.1

Это означает, что электромагнитная волна является *поперечной*. Этим она принципиально отличается от упругих волн, у которых практически всегда имеется продольная составляющая.

Еще до работ Максвелла было известно, что свет — чисто поперечная волна (см. § 64.4). Это вызывало огромные трудности в волновой теории света Гюйгенса–Юнга–Френеля, где свет рассматривался как процесс в упругой среде, — нельзя было понять причину отсутствия у света продольных составляющих. Электромагнитная теория света эту трудность устранила.

3. Из уравнений Максвелла следует, что модули векторов поля E и H у электромагнитной волны связаны соотношением

$$\mu\mu_0 H^2 = \varepsilon\varepsilon_0 E^2. \quad (59.4)$$

Следовательно, объемные плотности энергии каждой из составляющих электромагнитной волны совпадают: $w_e = w_m$ (см. § 43.11).

Если две величины равны друг другу, то каждая из них равна корню квадратному из их произведения. Итак,

$$w_e = w_m = \sqrt{w_e w_m} = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}} = \frac{EH}{2} \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0}. \quad (59.5)$$

Учитывая выражение (59.1) для скорости волны, получим

$$w_e = w_m = \frac{EH}{2u}. \quad (59.6)$$

4. Плотность энергии волны

$$w = w_e + w_m = \frac{EH}{u}. \quad (59.7)$$

Согласно определению (§ 55.3) интенсивность волны $I = P/S = \langle w \rangle u$, где $\langle w \rangle$ — среднее значение плотности энергии. Учитывая (59.7), получим

$$I = \langle EH \rangle. \quad (59.8)$$

Итак, интенсивность энергии электромагнитной волны равна среднему значению произведения модулей векторов поля.

Интенсивность электромагнитной волны иначе называется *поверхностной плотностью потока излучения*.

5. Электромагнитная волна, как и упругая волна, является носителем энергии, причем перенос энергии совершается направленно, в сторону распространения волны. Отсюда неизбежно следует, что электромагнитная волна должна также обладать импульсом, а поэтому оказывать давление на тела. Этот вывод и был сделан Максвеллом в его «Трактате по электричеству и магнетизму» (1873 г.).

§ 59.3. Световое давление

1. Происхождение светового давления можно пояснить на примере воздействия электромагнитной волны на лист металла (рис. 59.2). Под действием электрической составляющей поля электрон движется в направлении, противоположном направлению вектора напряженности электрического поля $\mathbf{E}$, со скоростью $v = (\gamma/en)E$ (см. (39.25)), где γ — проводимость металла, n — концентрация электронов проводимости. Магнитная составляющая поля действует на движущийся электрон с силой Лоренца (см. (41.1)): $F_m = evB = \mu_0 evH$. Как видно, электромагнитное поле действует на каждый электрон с силой $F_m = (\mu_0 \gamma/n)EH$, которая, согласно (59.7), пропорциональна плотности энергии поля. Давление волны на пластинку равно произведению средней силы $\langle F_m \rangle$

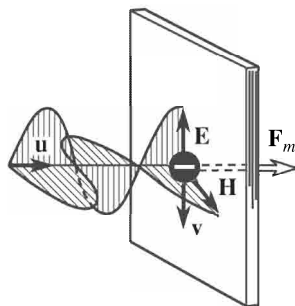


Рис. 59.2

на число электронов n_1 , находящихся на единице площади:

$$p = \langle F_m \rangle n_1 = \frac{\mu_0 \gamma n_1}{n} \langle E H \rangle = \frac{\mu_0 \gamma n_1}{n} \langle w \rangle u = K \langle w \rangle, \quad (59.9)$$

где K — характеристическая для данного вещества постоянная.

2. Максвелл показал, что давление электромагнитной волны

$$p = (1 + R) \langle w \rangle, \quad (59.10)$$

где R — коэффициент отражения. Для зеркальной поверхности $R_{\text{зерк}} = 1$ и $p_{\text{зерк}} = 2 \langle w \rangle$; для черной поверхности, которая полностью поглощает излучение, $R_{\text{черн}} = 0$ и $p_{\text{черн}} = \langle w \rangle$. Вывод формулы (59.10) будет приведен в § 68.5.

Итак, хотя выражение (59.9) и было получено с помощью элементарных рассуждений, оно правильно передает зависимость светового давления от объемной плотности энергии волны.

3. Вывод Максвелла о наличии светового давления был встречен недоверием со стороны ряда крупных ученых. Возникла необходимость в экспериментальной проверке данного результата. Решающий эксперимент поставил в 1900 г. П. Н. Лебедев, сумевший зафиксировать и измерить давление света на твердые тела. В 1907–1910 гг. он обнаружил также наличие светового давления на газы.

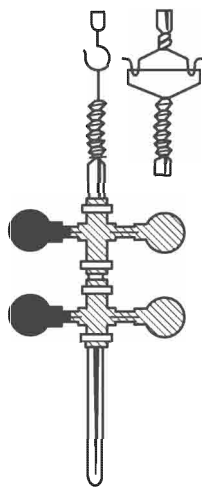


Рис. 59.3

Прибор Лебедева представлял собой очень чувствительные крутильные весы, подвижной частью которых являлся легкий стержень с укрепленными на нем «крылышками» — светлыми и черными дисками толщиной от 0,1 до 0,01 мм (рис. 59.3). Так как давление на черный диск почти вдвое меньше давления на светлый, то на подвижную систему будет действовать вращающий момент, который можно измерить по углу закручивания нити. Плотность энергии Лебедев измерял с помощью специально сконструированного миниатюрного калориметра, направляя на него пучок света на определенное время и регистрируя повышение температуры. Он пришел к выводу, что в пределах

погрешности эксперимента величина светового давления согласуется с формулой (59.10).

Опыты Лебедева сыграли историческую роль в утверждении идей Максвелла, в частности его вывода, что свет есть электромагнитная волна. Самому Лебедеву его опыты принесли мировую известность и вошли в историю физики как классический пример исключительно тонкого физического эксперимента.

§ 59.4. Излучение электромагнитных волн ускоренно движущимся зарядом

1. Если заряды покоятся или движутся равномерно и прямолинейно относительно инерциальной системы, то они не излучают электромагнитных волн. Исключение составляет лишь излучение Вавилова–Черенкова (см. § 59.7).

В самом деле, если заряд покоится относительно системы отсчета, то вокруг него возникает кулоновское поле, не меняющееся со временем. Если заряд движется равномерно, то кроме электрической составляющей возникает еще магнитная составляющая поля (см. § 40.3, 40.4). Однако инерционное движение зарядов не сопровождается излучением электромагнитных волн. Источником электромагнитных волн являются ускоренно движущиеся заряды. Для простоты расчетов положим, что заряды движутся в вакууме.

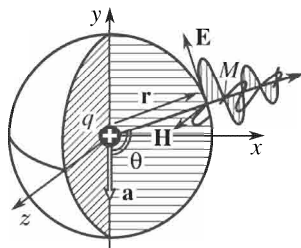


Рис. 59.4

2. Пусть заряд q в некоторый момент времени находится в начале координат и движется с ускорением a , направленным в сторону отрицательного направления оси ординат (рис. 59.4). Тогда из начала координат, как из точечного источника, распространяется сферическая волна, в которой векторы поля являются функциями времени и расстояния до источника волны.

Из уравнений Максвелла следует, что напряженность электрического поля в точке M состоит из двух слагаемых. Одно из них представляет собой обычную напряженность кулоновского поля $E_{\text{кул}} = q/(4\pi\epsilon_0 r^2)$. Второе слагаемое появляется в результате ускоренного движения заряда; это слагаемое, как можно показать, имеет вид $E_{\text{волн}} = \mu_0 q a \sin \theta / (4\pi r)$ и описывает волновой процесс. Вектор напряженности кулоновской составляющей поля $\mathbf{E}_{\text{кул}}$ направлен в сторону радиуса-вектора ($q > 0$), а вектор $\mathbf{E}_{\text{волн}}$ направлен перпендикулярно ему; он лежит в плоскости, проходящей через радиус-вектор и вектор ускорения (см. рис. 59.4).

3. Выражение для модуля вектора $\mathbf{E}_{\text{волн}}$ выводится с помощью следующих соображений. Пусть точечный заряд q (см. рис. 59.4) вначале покоится, затем начинает двигаться с ускорением a и за время Δt перемещается в точку O_1 на расстояние Δl (рис. 59.5). Исследуем поле в точке M , расположенной на расстоянии $r =$

$= c\Delta t$ от покоящегося заряда. Очевидно, что за время Δt волна от источника придет в эту точку.

До тех пор, пока заряд покоился, его поле было чисто кулоновским (см. § 37.1), и вектор напряженности $\mathbf{E}_{\text{кул}}$ был направлен вдоль радиуса-вектора $\mathbf{r}$. При ускоренном движении заряд через время Δt окажется в точке O_1 , и вектор напряженности $\mathbf{E}_1$ будет направлен вдоль радиуса-вектора $\mathbf{r}_1$.

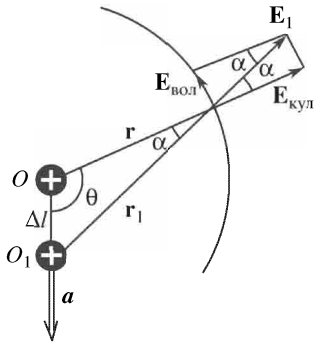


Рис. 59.5

Представим вектор $\mathbf{E}_1$ в виде суммы двух векторов — продольного вектора $\mathbf{E}_{\text{кул}}$ и поперечного вектора $\mathbf{E}_{\text{волн}}$. Нетрудно убедиться, что при малом Δt (а точнее, при $\Delta t \rightarrow 0$) угол α бесконечно мал, и вектор $\mathbf{E}_{\text{волн}}$ перпендикулярен вектору $\mathbf{E}_{\text{кул}}$. Отсюда следует: $E_{\text{волн}} = E_{\text{кул}} \sin \alpha$. По тео-

реме синусов $\sin \alpha / \Delta l = \sin \theta / r_1$. Учитывая, что $r_1 \approx r = c\Delta t$, а $\Delta l = v\Delta t$, где v — мгновенная скорость заряда, получим $\sin \alpha = (v/c) \sin \theta$. Модуль волнового вектора $E_{\text{волн}} = E_{\text{кул}} v \sin \theta / c = qv \sin \theta / (4\pi\epsilon_0 cr^2)$. Но при нулевой начальной скорости $v = a\Delta t$. Подставив это значение скорости в выражение для волнового вектора и учитывая, что $r = c\Delta t$ и $\epsilon_0 c^2 = 1/\mu_0$, получим окончательные выражения для векторов волнового поля:

$$E = \frac{\mu_0 qa \sin \theta}{4\pi r}, \quad H = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E = \frac{qa \sin \theta}{4\pi cr}. \quad (59.11)$$

4. Так как $E_{\text{волн}}$ убывает с расстоянием значительно медленнее $E_{\text{кул}}$, то найдется такое расстояние r_0 , при котором $E_{\text{волн}} \gg E_{\text{кул}}$, или

$$\frac{\mu_0 qa}{4\pi r_0} \gg \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_0^2}.$$

Отсюда следует

$$r_0 \gg \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0 a} = \frac{c^2}{a}. \quad (59.12)$$

Область пространства, отстоящая от источника поля на расстояние $r \gg r_0$, называется *волновой зоной*. В волновой зоне можно кулоновским полем заряда пренебречь и записать векторы поля излучающего заряда без индексов.

§ 59.5. Излучение колеблющегося заряда и диполя

1. Пусть заряд q совершает в начале координат гармонические колебания $y = A \cos \omega t$; ускорение $a = -A\omega^2 \cos \omega t$ (см. § 49.1). Точка M расположена на расстоянии r от начала координат, причем $r \geq r_0$ (см. рис. 59.4). Чтобы написать уравнение колебаний поля в точке M в момент времени t , нужно в формулах (59.11) взять ускорение в момент времени $\tau = t - r/c$; тогда $\omega\tau = \omega(t - r/c) = \omega t - kr$; выражения для поля примут вид

$$\begin{aligned} E &= \frac{\mu_0 q A \omega^2 \sin \theta}{4\pi r} \cos(\omega t - kr + \pi), \\ H &= \frac{q A \omega^2 \sin \theta}{4\pi c r} \cos(\omega t - kr + \pi). \end{aligned} \quad (59.13)$$

Уравнения (59.13) описывают поля E и H сферической волны (см. § 56.3), частота которой совпадает с частотой осциллирующего заряда.

2. Условие (59.12) в данном случае примет вид $r_0 \gg c^2/(\omega^2 A)$. Учитывая, что $c/\omega = \lambda/2\pi$, получим

$$r_0 \gg \frac{\lambda^2}{4\pi^2 A}. \quad (59.14)$$

3. Полная мощность, излучаемая колеблющимся зарядом, вычисляется следующим образом. Вначале по формуле (59.8) найдем интенсивность волны в данном направлении, затем умножаем ее на элемент площади сферы и суммируем по всей поверхности. С точностью до числового множителя получим

$$P \sim \langle E H S \rangle \sim \frac{\mu_0 q A \omega^2}{4\pi r} \frac{q A \omega^2}{4\pi c r} \cdot 4\pi r^2 \sim \frac{\mu_0 q^2 A^2 \omega^4}{4\pi c}. \quad (59.15)$$

Точный расчет дает

$$P = \frac{\mu_0 q^2 A^2 \omega^4}{12\pi c}. \quad (59.16)$$

Как видно, мощность P излучения пропорциональна четвертой степени частоты. Поэтому при низких частотах излучение энергии ничтожно мало, но с ростом частоты колебаний мощность излучения очень быстро нарастает.

4. Выражения (59.13) пригодны и в том случае, когда электромагнитные волны излучаются диполем, электрический момент которого $p_e = ql$ совершает гармонические колебания: $p_e = p_0 \cos \omega t$. Заменив в (59.13) и (59.16) $qA = p_0$, получим уравне-

ния для полей волны и выражение для полной мощности, которую излучает колеблющийся диполь.

Примером такого диполя является *вибратор Герца* (рис. 59.6). Катушка Румкорфа, представляющая собой высокочастотный трансформатор, заряжает стержни диполя до тех пор, пока в промежутке между ними не проскочит искра — высокочастотный разряд. В это время вибратор излучает волну, длина которой $\lambda = 2l$, а круговая частота $\omega = 2\pi c/\lambda = \pi c/l$ (см. § 57.3). Для приема волн служит такой же диполь-резонатор. С помощью этого прибора Герц и доказал наличие амплитудных волн и изучил их свойства.

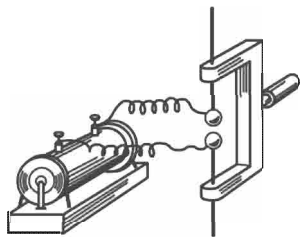


Рис. 59.6

Вибратор Герца имел длину от 2,5 м до 1 м, что соответствует волнам длиной от 5 м до 2 м. Весьма интересные опыты поставил П. Н. Лебедев в 1895 г. Ему удалось создать вибратор длиной около 2,5 мм и с его помощью получить волны длиной около 6 мм. В 1922 г. А. А. Глаголева-Аркадьева с помощью особого генератора (массового излучателя) получила электромагнитные волны длиной от 1 см до 0,35 мм, сомкнув тем самым диапазоны радиоволн и инфракрасных излучений.

§ 59.6. Излучение циркулирующего заряда

1. Если электрический заряд движется по окружности радиуса R с постоянной скоростью v , то имеется центростремительное (нормальное) ускорение $a_n = \omega^2 R$, где $\omega = v/R$ — угловая скорость (см. § 4.8). А так как всякое ускоренное движение зарядов сопровождается излучением амплитудных волн, то и циркулирующий заряд должен излучать.

Такой эффект действительно наблюдается при движении частиц в циклических ускорителях при больших зарядах. Так как впервые излучение циркулирующих зарядов наблюдалось при движении электронов в синхротроне, то оно называется *синхротронным излучением*. При зарядах электрона около 100 МэВ излучаются волны в диапазоне видимого спектра, т. е. наблюдается так называемый *светящийся электрон*.

2. Мощность, излучаемая одним электроном в единицу времени, найдем по формуле (59.16), заменив в ней амплитуду радиусом орбиты:

$$P = \frac{\mu_0 e^2 R^2 \omega^4}{12\pi c} = \frac{\mu_0 e^2 v^4}{12\pi c R^2}. \quad (59.17)$$

Выразив радиус орбиты через индукцию магнитного поля (см. (41.5)), получим

$$P = \frac{\mu_0 e^4 v^2 B^2}{12\pi c m^2}. \quad (59.18)$$

Потери мощности на синхротронное излучение компенсируются за счет подвода энергии в ускоряющем промежутке (см. § 41.4–41.6).

3. Попытаемся применить эти же рассуждения к электрону, циркулирующему в атоме. Этот электрон тоже должен излучать амплитудные волны, вследствие чего должна уменьшаться его энергия. Время, в течение которого циркулирующий заряд потеряет свою энергию на излучение, примерно равно частному от деления кинетической энергии на мощность излучения:

$$\tau \approx \frac{K}{P} = \frac{mv^2 \cdot 12\pi c R^2}{2 \cdot \mu_0 e^2 v^4} = \frac{6\pi c m R^2}{\mu_0 e^2 v^2}. \quad (59.19)$$

Учитывая, что при движении электрона вокруг ядра кулоновская сила притяжения служит центростремительной силой, и положив заряд ядра равным по модулю заряду электрона, получим

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^2}.$$

Отсюда получим выражение для скорости:

$$v^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m R}.$$

Подставив это выражение в (59.19), имеем для искомого времени следующее значение:

$$\tau \approx \frac{24\pi^2 \epsilon_0 c m^2 R^3}{\mu_0 e^4}. \quad (59.20)$$

Все величины в этой формуле известны: $\epsilon_0 = 1/(36\pi \cdot 10^9)$ Ф/м, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, $e = 1,6 \times 10^{-19}$ Кл, $R \approx 10^{-10}$ м. Расчет дает

$$\tau = \frac{24\pi^2 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 83 \cdot 10^{-62} \cdot 10^{-30}}{36\pi \cdot 10^9 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6 \cdot 10^{-76}} \approx 6 \cdot 10^{-10} \text{ с.}$$

4. Мы получили фактически абсурдный результат: электрон в течение примерно 10^{-10} с должен растерять всю свою энергию на излучение и остановиться. Тогда за счет кулоновской силы он упадет на ядро, и атом разрушится. Но это противоречит эксперименту, который убеждает нас в огромной устойчивости атомов.

Итак, на основе классической теории мы принципиально не можем получить правильное описание явлений, происходящих в атоме. Правильную теорию атома удалось построить лишь на базе квантовых представлений (см. главы 70–73).

§ 59.7. Излучение Вавилова–Черенкова

1. Изучая свечение различных жидкостей под действием радиоактивных излучений, П. А. Черенков в 1934 г. обнаружил, что β -лучи (релятивистские электроны) вызывают весьма слабое голубоватое свечение чистых жидкостей. Свечение оказалось весьма специфичным, и С. И. Вавилов, руководивший в то время работой Черенкова, высказал оказавшееся впоследствии правильным предположение, что оно вызвано движением свободных электронов в веществе. Теорию этого излучения предложили в 1937 г. И. Е. Тамм и И. М. Франк. В 1958 г. за открытие и теоретическое объяснение данного явления Черенков, Тамм и Франк удостоены Нобелевской премии.

2. Оказалось, что излучение Вавилова–Черенкова возникает при равномерном движении заряда в веществе, если скорость движения заряда больше скорости электромагнитной волны: $v > u$. Это явление аналогично возникновению ударной волны (конуса Маха) при движении тела со скоростью, превосходящей скорость

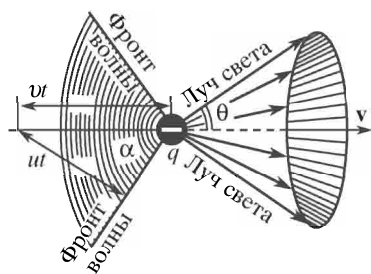


Рис. 59.7

звука (см. § 30.7, 30.8). Действительно, черенковское свечение распространяется также в виде конуса (рис. 59.7), угол раствора которого определяется условием (30.21):

$$\cos \theta = \sin \alpha = \frac{u}{v} = \frac{c}{v\sqrt{\epsilon}}. \quad (59.21)$$

Измерив опытным путем этот угол, можно определить скорость

движения ультрарелятивистских частиц.

3. Излучение Вавилова–Черенкова — это единственный случай, когда заряд, движущийся равномерно, излучает электромагнитные волны. На первый взгляд кажется, что это явление противоречит теории относительности, согласно которой скорость тела не может быть больше скорости света (см. § 12.6). Однако написанная выше формулировка неточна. В § 12.6 четко указано, что скорость тела не может быть больше скорости света *в вакууме*

(т. е. всегда $v < c$), но нигде не говорилось, что она не может превзойти скорость света в веществе $u = c/\sqrt{\epsilon} < c$. Излучение Вавилова–Черенкова возникает при условии $c/\sqrt{\epsilon} < v < c$, что никоим образом теории относительности не противоречит.

§ 59.8. Эффект Доплера в оптике

1. Как и в акустике (см. § 56.4), в оптике при движении наблюдателя или источника воспринимаемая частота электромагнитной волны ω отличается от излучаемой источником частоты ω_0 . Однако явления в упругой среде и в электромагнитном поле принципиально отличаются. Упругая среда может служить системой отсчета, поэтому случаи движения источника или приемника относительно среды различаются и описываются разными формулами (56.15) и (56.18). Электромагнитное поле системой отсчета служить не может, и в случае электромагнитных волн мы говорим лишь об относительном движении источника и приемника.

В § 14.1 было показано, что продольный эффект Доплера является следствием релятивистского преобразования времени при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой. Рассмотрим здесь более общий случай.

2. Пусть в системе отсчета $x_0y_0z_0$ находится источник, излучающий электромагнитные волны частотой ω_0 . Найдем частоту ω , которую регистрирует наблюдатель, находящийся в системе xyz , относительно которой источник движется вдоль оси абсцисс со скоростью v (рис. 59.8). Обозначим через θ угол между лучом и направлением движения в системе отсчета, связанной с наблюдателем, через θ_0 — угол между лучом и направлением движения наблюдателя в системе, связанной с источником.

В уравнении волны (56.10) фаза является инвариантом, следовательно, $\omega t - kr = \omega_0 t_0 - k_0 r_0$. Из рис. 59.8 видно, что $r = x \cos \theta + z \sin \theta$, а из определения волнового числа (56.6) известно, что $k = \omega/c$. Аналогичные выражения справедливы для k_0 и r_0 . Подставив эти значения в выражение для фазы, получим

$$\omega \left(t - \frac{x}{c} \cos \theta - \frac{z}{c} \sin \theta \right) = \omega_0 \left(t_0 - \frac{x_0}{c} \cos \theta_0 - \frac{z_0}{c} \sin \theta_0 \right). \quad (59.22)$$

Согласно преобразованиям Лоренца,

$$x = \frac{x_0 + vt_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad z = z_0, \quad t = \frac{t_0 + vx_0/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Подставим эти значения в равенство (59.22) и учтем, что x , z и t — независимые переменные, следовательно, равенство (59.22) будет

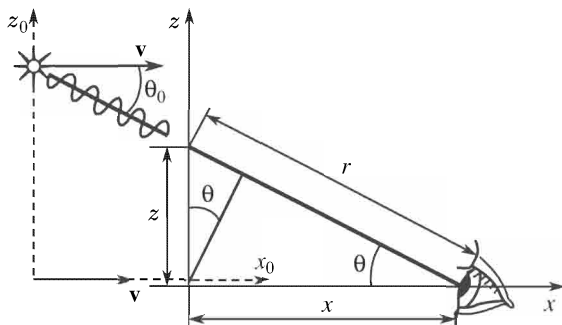


Рис. 59.8

справедливым, если равны коэффициенты при переменных. После несложных, но длинных преобразований получим

$$\omega = \omega_0 \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - v \cos \theta / c}. \quad (59.23)$$

Это и есть выражение для эффекта Доплера в оптике.

3. Из данной формулы следует выражение для продольного эффекта Доплера: при $\theta = 0$ — формула (14.4) для случая, когда источник и наблюдатель приближаются друг к другу, а при $\theta = \pi$ — формула (14.3) для случая их взаимного удаления. При условии $v \ll c$ они практически совпадают с (56.15) и (56.18).

Однако из теории относительности следует существование *поперечного* эффекта Доплера для случая, когда источник движется перпендикулярно лучу, т. е. $\theta = \pi/2$:

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (59.24)$$

Для упругих волн поперечный эффект Доплера отсутствует.

4. В 1938–1941 гг. Г. Айвс и Г. Стилуэл поставили ряд опытов по наблюдению поперечного эффекта Доплера и получили отличное совпадение между результатами эксперимента и теорией. Фактически эти опыты явились экспериментальной проверкой релятивистского закона преобразования времени, выражаемого преобразованиями Лоренца.

Глава 60

ЭЛЕМЕНТЫ РАДИОТЕХНИКИ

§ 60.1. Радиосвязь

1. В 1895 г. А. С. Попов доложил Русскому физико-химическому обществу об открытии им грозоотметчика — прибора, позволяющего регистрировать электромагнитные волны, возникающие при грозовых зарядах. По сути дела, это был первый радиоприемник.

Через год Попов на заседании того же общества продемонстрировал сеанс радиосвязи: из одного здания в другое, находящееся на расстоянии 250 м, была передана радиограмма: «Генрих Герц». В то же время проблемами радиосвязи занимался Г. Маркони, много сделавший для внедрения радио в практику.

В настоящее время, когда радио- и телевизионная связь осуществляется между Землей и космическими кораблями, находящимися вблизи Венеры или Марса, сообщение о передаче на расстояние в 250 м или даже нескольких километров может показаться мелочью.

Но не надо забывать, что это были первые шаги человечества в новой, неизведанной области науки и техники.

2. Для того чтобы антенна (например, вибратор Герца) длиной l излучала заметную мощность, в ней должны происходить высокочастотные колебания. В самом деле, согласно (59.16) излучаемая мощность

$$P = \frac{\mu_0 l^2 \omega^2}{12\pi c} I_m^2, \quad (60.1)$$

где $I_m = q\omega$ — амплитуда колебаний тока. Пусть длина антенны $l \approx 10$ м, $I_m \approx 10$ А; оценим частоту, необходимую для излучения мощности $P \approx 100$ Вт. Подставив в формулу, получим $\omega \approx 10^7$ с⁻¹; этой частоте соответствует длина волны $\lambda = 2\pi c/\omega \approx 200$ м.

На заре радиотехники для получения высокочастотных колебаний использовали высокочастотный искровой разряд. Но этот метод обладал рядом недостатков. Прежде всего, практически вся энергия расходовалась на тепло, а не на излучение, так что КПД генератора был ничтожно мал и дальность передачи составляла всего лишь несколько десятков километров. С другой

стороны, с помощью искрового разряда получали не синусоидальные волны, а серии затухающих импульсов. Это позволяло осуществлять только радиотелеграфную связь, передача звука исключалась, так как затухающие импульсы нельзя модулировать.

3. Полный переворот в радиотехнике совершила электронная лампа — триод (см. § 47.3) и ее модификации — современные многосеточные электронные лампы. С их помощью удалось создать схемы для генерации незатухающих электромагнитных колебаний (см. § 52.3), для их усиления (см. § 60.4), модуляции и детектирования (см. § 60.5).

Начиная с пятидесятих годов радиолампы во многих схемах заменяются полупроводниковыми приборами — транзисторами (см. § 45.5), которые обладают рядом важных достоинств. Однако замена лампы транзистором не меняет сути явлений.

§ 60.2. Радиовещание

1. Основой современного радиопередатчика (рис. 60.1 *a*) является генератор незатухающих колебаний, собранный на лам-

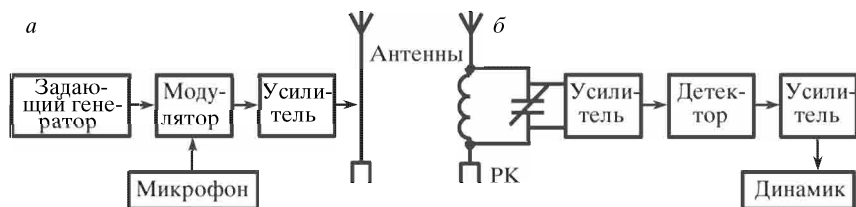


Рис. 60.1

пах или на транзисторах. Генератор вырабатывает колебания высокой частоты (несущая частота ω), которые изображены на рис. 60.2 *a*.

Звуковые колебания (рис. 60.2 *б*) поступают в микрофон и здесь преобразовываются в электрические колебания. В модуляторе происходит процесс преобразования незатухающих синусоидальных колебаний в модулированные колебания (рис. 60.2 *в*). После усиления модулированные колебания поступают в антенну, которая служит для излучения электромагнитных волн.

2. Эти волны поступают в антенну приемника и вызывают колебания в резонирующем контуре *РК* (рис. 60.1 *б*). Слабые

колебания высокой частоты поступают в усилитель, затем — в детектор (см. § 60.5).

Из детектированных колебаний (рис. 60.2*г*) выделяется низкочастотная (звуковая) составляющая (рис. 60.2*д*), которая вновь усиливается и передается на динамик.

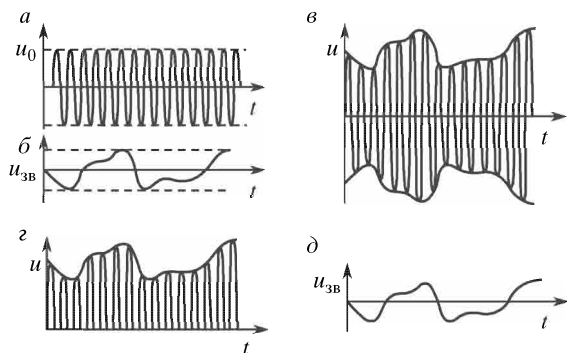


Рис. 60.2

3. Резонирующий контур приемника состоит из катушки и конденсатора переменной емкости, что позволяет настраивать контур на частоту волны, которую излучает та или иная радиостанция.

Если бы принимались синусоидальные волны, то рационально было бы иметь резонирующий контур с очень большой добротностью, что позволило бы повысить его избирательность — способность различать сигналы двух радиостанций, имеющих близкие несущие частоты (см. § 53.4). Однако резонирующий контур должен принимать модулированные колебания, имеющие не одну частоту, а полосу частот (см. § 50.4), заполняющих какой-то интервал спектра. Для того чтобы сигнал не искажался, необходимо воспроизвести без искажения всю полосу частот, а для этого резонансная кривая должна быть весьма пологой, что возможно лишь в случае малой добротности контура.

Итак, требования высокой избирательности и хорошей воспроизводимости противоречат друг другу, и на практике приходится идти на разумный компромисс.

Заметим также, что чем выше несущая частота, тем более широкий интервал частот может быть воспроизведен без искажений. Это одна из причин, почему сейчас все более широко используется диапазон коротких и ультракоротких волн.

§ 60.3. Телевидение

1. Заметим, что схема телевидения в основных чертах совпадает со схемой радиовещания. Передатчик отличается тем, что здесь колебания несущей частоты модулируются не только звуковым сигналом, но и сигналом изображения, поступающим от особых передающих трубок (икonosкопов или суперортиконов). Наконец, в объем модуляции входят еще сигналы для синхронизации развертки электронного пучка в электронно-лучевой трубке — иконоскопе, на экране которого возникает изображение (см. § 47.4).

В телевизионном приемнике высокочастотный сигнал снова разделяется на три: сигнал изображения (видеосигнал), звуковое сопровождение и сигналы управления. После усиления эти сигналы идут в свои тракты и там используются по назначению.

2. Сигналы управления осуществляют развертку электронного пучка по горизонтали — вдоль строк — и перебрасывают его с одной строки на другую. Всего за $1/30$ с пучок записывает 625 строк, что дает один кадр. Если при этом видеосигнала нет, то экран оказывается равномерно освещенным.

Усиленный видеосигнал подается на управляющий электрод электронной пушки, вследствие чего меняется интенсивность электронного пучка и в связи с этим — яркость данной точки экрана. За счет этого и возникает изображение.

3. Благодаря большому объему информации, которую должен нести телевизионный сигнал, он занимает полосу частот порядка 45 МГц (в вещательном приемнике — около 10 кГц). А это значит, что и несущая частота электромагнитных волн должна быть очень высокой — используется частота от 50 до 900 МГц (длина волны от 6 м до 30 см). Радиовещание осуществляется на значительно более длинных волнах — от 1,5 км до десятков метров.

§ 60.4. Усилитель

1. Так как радиоприемник удален от передатчика часто на весьма значительные расстояния, то в его антенну поступает ничтожная доля энергии, излучаемой передатчиком. Возникает проблема усиления мощности слабых колебаний. Она решается с помощью усилителей, собранных на электронных лампах или транзисторах. Схема простейшего усилителя на триоде изображена на рис. 60.3, на биполярном транзисторе — на рис. 60.4.

Рассмотрим назначение и принцип действия основных узлов схемы на триоде.

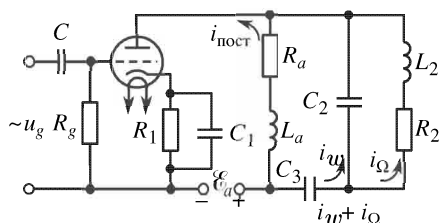


Рис. 60.3

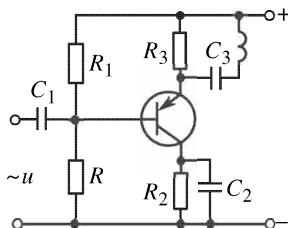


Рис. 60.4

2. На электроды сетки подается слабое переменное напряжение u_g , которое нужно усилить. Резистор R_g соединяет сетку с минусом батареи анода. В результате потенциал сетки колеблется незначительно относительно этого отрицательного потенциала.

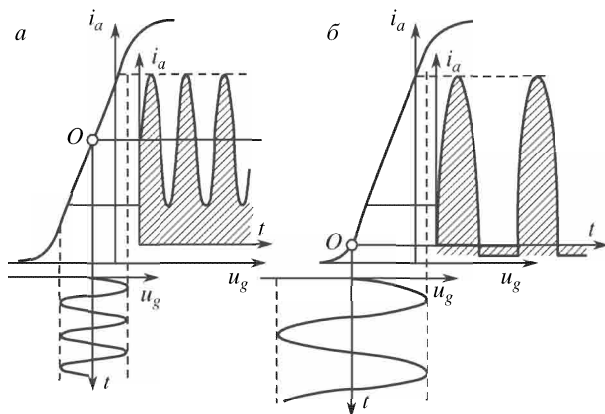


Рис. 60.5

Резистор R_1 и конденсатор C_1 в цепи катода образуют так называемое «катодное смещение», за счет которого потенциал φ_g сетки оказывается ниже потенциала φ_k катода. В самом деле, внутри триода ток течет от анода к катоду и далее через сопротивление R_1 на минус батареи анода. Судя по направлению тока, мы убеждаемся, что $\varphi_k > \varphi_g$. В зависимости от анодного напряжения и сопротивления резистора R_1 изменяется разность потенциалов между катодом и сеткой, что позволяет выбрать «рабочую точку» усилителя O либо на линейном участке характеристики (рис. 60.5а), либо на ее сгибе (рис. 60.5б). Конденса-

тор C_1 емкостью несколько десятков микрофард накапливает электрический заряд и тем самым сглаживает пульсации потенциала катода.

3. Если усилитель работает на линейном участке характеристики (рис. 60.5 а), то, как видно из графика, колебания потенциала сетки вызывают точно такой же формы колебания тока в цепи анода. Амплитуда колебаний напряжения u_a на нагрузочном резисторе R_a при большой крутизне характеристики может оказаться значительно больше, чем на сетке.

Правда, повысить напряжение можно и с помощью трансформатора, но между ним и усилителем есть принципиальная разница. У трансформатора повышение напряжения сопровождается соответствующим уменьшением тока; мощность сигнала трансформатор увеличить не может, ибо в нем нет дополнительного источника энергии. В усилителе же именно мощность колебаний в цепи анода значительно превосходит их мощность в цепи сетки — приток энергии обеспечивает батарея анода $\mathcal{E}_a$ (см. рис. 60.3). Итак, ламповый усилитель работает в режиме усиления мощности сигнала, а не только его напряжения.

§ 60.5. Детектирование (демодуляция)

1. Мы уже говорили, что в радиоприемник поступают высокочастотные модулированные колебания (см. рис. 60.2 в). Для того чтобы услышать звук, необходимо выделить из модулированного сигнала низкочастотную (звуковую) составляющую. Процесс выделения низкочастотной составляющей называется *демодуляцией*. Демодуляция осуществляется с помощью *детектора* — проводника с односторонней проводимостью. Им может служить, например, двухэлектродная электронная лампа (см. § 47.2), полупроводниковый диод (см. § 45.3) и вообще любой нелинейный проводник, т. е. проводник, для которого несправедлив закон Ома.

Чтобы выяснить принципиальную роль нелинейности, обратимся к схеме рис. 60.3 при условии, что рабочая точка выбрана на сгибе характеристики (см. рис. 60.5 б). Здесь на сетку подается синусоидальный сигнал, а в цепи анода возникают пульсации тока.

В первом приближении можно считать, что на рабочем участке характеристика имеет форму параболы и ток в анодной цепи является не линейной, а квадратичной функцией напряжения на сетке:

$$i_a = i_0 + \alpha u_g + \beta u_g^2, \quad (60.2)$$

где α и β — некоторые постоянные.

2. Пусть на сетку подается модулированное напряжение $u_g = A(1 + k \cos \Omega t) \cos \omega t$, где $k < 1$ — глубина модуляции, Ω — частота модуляции и $\omega \gg \Omega$ — несущая частота (см. § 50.2, рис. 50.2).

Ток в анодной цепи выразится так:

$$i_a = i_0 + \alpha A(1 + k \cos \Omega t) \cos \omega t + \beta A^2(1 + 2k \cos \Omega t + k^2 \cos^2 \Omega t) \cos^2 \omega t. \quad (60.3)$$

Воспользовавшись тем, что $2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$, можно показать, что анодный ток (60.3) представляет собой сумму трех слагаемых: постоянного тока $i_{\text{пост}}$, высокочастотной составляющей i_ω с частотами ω и 2ω и низкочастотной составляющей i_Ω с частотами Ω и 2Ω :

$$i_\Omega = \frac{\beta A^2}{2} \left(1 + 2k \cos \Omega t + \frac{k^2}{2} \cos 2\Omega t \right). \quad (60.4)$$

Как видно, низкочастотное слагаемое тока практически правильно передает закон изменения амплитуды модулированного колебания, т. е. звуковой сигнал. Правда, при детектировании появилось слагаемое с удвоенной частотой модуляции $(k^2/2) \cos 2\Omega t$, но при $k \ll 1$ им можно пренебречь.

3. Выясним, каким образом удастся отделить интересующий нас низкочастотный сигнал i_Ω от двух других слагаемых. Обратимся вновь к рис. 60.3. Здесь полное сопротивление звуковой катушки динамика $Z = \sqrt{R_2^2 + L_2^2 \Omega^2}$. Параллельно этой катушке подключается конденсатор C_2 .

Постоянное слагаемое детектированного колебания не может пройти через разделительный конденсатор C_3 и проходит через дроссель L_a , резистор R_a и лампу. Переменные составляющие i_ω и i_Ω , наоборот, практически свободно проходят через разделительный конденсатор C_3 (емкостное сопротивление $X_{C_3} = 1/(C_3 \omega)$ мало) и не проходят через дроссель L_a , индуктивное сопротивление которого $X_L = L_a \omega$ велико (см. § 54.5, 54.6).

Высокочастотный сигнал i_ω с частотами ω и 2ω проходит далее через конденсатор C_2 , так как при высокой частоте емкостное сопротивление $X_{C_2} = 1/(C_2 \omega)$ много меньше индуктивного $X_{L_2} = L_2 \omega$. Для низкочастотного звукового сигнала с частотой $\Omega < \omega$, очевидно, справедливо обратное соотношение, вследствие чего он протекает через звуковую катушку.

4. На практике используется не квадратичная, а иные формы демодуляции. Модулирующий сигнал также является несинусоидальным. Тем не менее рассмотренный выше пример правильно передает картину явления демодуляции высокочастотного сигнала с помощью детектора.

Глава 61

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

§ 61.1. Шкала электромагнитных волн

1. Для измерения длины волны у световых волн и волн близкого к оптическому диапазону (инфракрасных, ультрафиолетовых, рентгеновских) применяются следующие единицы измерения:

$$1 \text{ мкм (микрометр)} = 10^{-6} \text{ м}; \quad 1 \text{ нм (нанометр)} = 10^{-9} \text{ м}.$$

2. *Видимый свет* — это электромагнитные волны, лежащие в диапазоне длин волн от $\lambda_{\text{к}} = 7800 \text{ \AA} = 780 \text{ нм}$ (красный свет) до $\lambda_{\text{ф}} = 4000 \text{ \AA} = 400 \text{ нм}$ (фиолетовый свет).

Однако видимый свет по своей физической природе ничем не отличается от других электромагнитных волн — радиоволн, инфракрасного, ультрафиолетового, рентгеновского и гамма-излучения. Поэтому часто, говоря о свете, этот термин применяют в широком смысле к электромагнитной волне вообще. Это аналогично применению термина «звуковая волна» для обозначения любых упругих волн малой интенсивности, а не только для слышимого звука. В частности, говоря о скорости света в вакууме c , мы под светом понимали не только видимый свет, а фактически любые электромагнитные волны.

3. На рис. 61.1 изображена шкала электромагнитных волн. Они охватывают огромный диапазон частот — от нескольких колебаний в секунду до 10^{22} Гц (длины волн соответственно от сотен тысяч километров до 10^{-5} нм).

4. *Радиоволны* охватывают диапазон от 10^6 м до 50 мкм ; здесь выделяют область длинных волн — более 1 км , средних — от 1 км до 100 м , коротких — от 100 м до 10 м и ультракоротких — менее 10 м .

Область ультракоротких радиоволн смыкается с участком *инфракрасного излучения*. Граница между ними чисто условная и определяется способом их получения: ультракороткие радиоволны получают с помощью особых генераторов (радиотехнические методы), а инфракрасные излучаются нагретыми $\text{loose-ness}=1$ телами.

За видимым участком спектра лежит *ультрафиолетовое излучение* с длиной волны от 400 нм до 10 нм . Ультрафиолетовое

излучение получают с помощью тлеющего разряда (см. § 48.6), обычно в парах ртути.

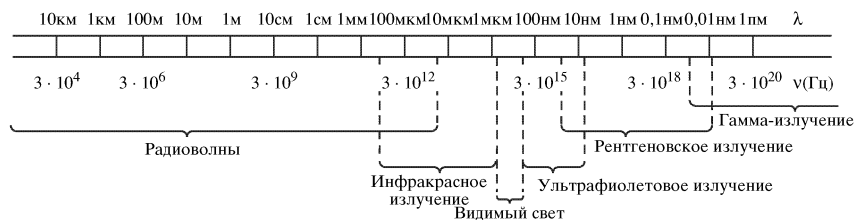


Рис. 61.1

С коротковолновой границей ультрафиолетовой области смыкается участок, соответствующий *рентгеновскому излучению* (см. § 73.3). Оно охватывает диапазон длин волн от 10 нм до 0,01 нм. За ним идет область гамма-излучения (см. § 81.10) с длинами волн менее 0,1 нм. Области рентгеновских и гамма-излучений частично перекрываются, и различать эти волны можно не по свойствам, а по методу получения: рентгеновское излучение возникает в специальных трубках (см. § 73.3), а гамма-излучение испускается радиоактивными ядрами некоторых элементов.

§ 61.2. Волновой цуг. Световой вектор

1. Механизм излучения видимого света, инфракрасного, ультрафиолетового и рентгеновского излучений будет подробно рассмотрен в главах 67–74. Оказывается, что возбужденный атом, имеющий избыток энергии, переходит в состояние с меньшей энергией и при этом излучает электромагнитную волну. Время жизни атома в возбужденном состоянии $\tau \approx 10^{-8}$ с.

Таким образом, атом излучает *обрывок синусоиды*, который называется *волновым цугом* (рис. 61.2). Длина волнового цуга в вакууме $l = x_2 - x_1 = c\tau \approx 3$ м, длина световой волны около 10^{-6} м, следовательно, на волновом цуге укладывается несколько миллионов длин волн.

2. На рис. 61.2 мы показали только колебания вектора напряженности электрической составляющей электромагнитной волны, магнитная составляющая здесь не изображена. Мы и в дальнейшем будем изображать только одну составляющую электромагнитной волны, подразумевая наличие колебаний второй составляющей в перпендикулярной плоскости (см. рис. 59.1). При-

чина, вследствие которой в качестве *светового вектора* выбран вектор $\mathbf{E}$, а не $\mathbf{H}$, заключается в том, что электрическая составляющая электромагнитной волны действует на свободные электроны и электроны проводимости значительно сильнее, нежели магнитная.

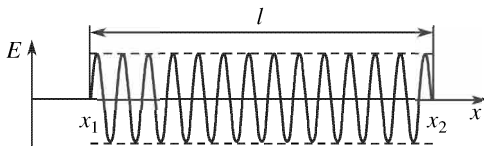


Рис. 61.2

В самом деле, из (59.4) следует, что в вакууме векторы волны связаны соотношением $H = E\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}$, откуда для вектора индукции имеем $B = \mu_0 H = E\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = E/c$. Электрическая сила $F_e = eE$, магнитная сила $F_m = evB = eEv/c = F_e v/c$. Но скорость электронов меньше скорости света, поэтому и магнитная сила много меньше электрической.

3. Опыты подтверждают этот расчет. Оказывается, что фотоэффект (см. § 68.1), фотохимические реакции (§ 68.4), действие света на глаз, фотолюминесценция (§ 79.2) и т. п. определяются действием вектора $\mathbf{E}$. Вместе с тем не следует забывать, что оба вектора поля ($\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$) неразрывно связаны в электромагнитной волне и ни при каких условиях нельзя получить волну, в которой была бы только одна составляющая поля.

§ 61.3. Соотношение неопределенностей для координаты и волнового числа

Волновой цуг — это несинусоидальная волна. В этом отношении цуг похож на синусоидальный импульс (см. § 53.7) и приближенно может быть представлен биениями (см. § 50.1). Для этой цели попытаемся представить волновой цуг длиной l в виде суммы двух синусоидальных волн с близкими круговыми частотами ($\omega_1 = \omega - \Delta\omega$, $\omega_2 = \omega + \Delta\omega$) и соответственно с близкими волновыми числами ($k_1 = k + \Delta k$, $k_2 = k - \Delta k$):

$$E_1 = E_0 \cos(\omega_1 t - k_1 x + \varphi), \quad E_2 = E_0 \cos(\omega_2 t - k_2 x + \varphi). \quad (61.1)$$

Результирующая волна (см. § 50.1) будет иметь вид «почти синусоидальной» волны:

$$E = B \cos(\omega t - kx + \varphi), \quad (61.2)$$

где «переменная амплитуда»

$$B = 2E_0 \cos(\Delta\omega \cdot t - \Delta k \cdot x). \quad (61.3)$$

2. Выбрав какой-либо определенный момент времени, получим «амплитуду», которая зависит только от координаты:

$$B = 2E_0 \cos(\Delta k \cdot x) = B_0 \cos(\Delta k \cdot x), \quad (61.4)$$

Данная волна представляет собой «пространственные биения», форма которых для некоторого момента времени изображена на рис. 61.3 а.

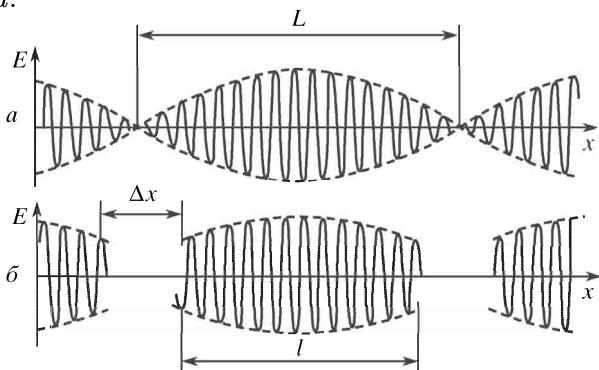


Рис. 61.3

Координаты «узлов» мы получим, полагая в (61.4) $\cos(\Delta k \cdot x) = 0$, откуда следует $\Delta k \cdot x_m = (2m + 1)\pi/2$. Итак,

$$x_m = (2m + 1) \frac{\pi}{2\Delta k}. \quad (61.5)$$

Длина одного «биения», т. е. расстояние между ближайшими узлами,

$$L = x_{m+1} - x_m = \frac{\pi}{\Delta k}. \quad (61.6)$$

Это выражение аналогично выражению для «периода биения» (см. § 50.1).

3. Пространственное биение — это не волновой цуг, однако различие между ними меньше, чем это может показаться. Дело в том, что любой измерительный прибор имеет определенный предел чувствительности, и если «амплитуда биения» окажется

ниже предела чувствительности прибора, то последний перестанет воспринимать волну. Итак, регистрирующий прибор будет воспринимать «куски биений» (рис. 61.3б), которые практически уже ничем не отличаются от волнового цуга.

Оценим неопределенность координаты Δx у волнового цуга. Будем считать, что «кусочек биения» удовлетворительно отражает свойства волнового цуга, если амплитуда в конце этого куска меньше максимальной амплитуды не более чем в два раза: $B/B_0 \approx 0,5$. Заметим, что при этом интенсивность уменьшится не более чем в четыре раза ($I/I_0 = B^2/B_0^2 = 0,25$). Воспользовавшись (61.4), имеем

$$\frac{B}{B_0} = \cos(\Delta k \cdot \Delta x) \approx \frac{1}{2}.$$

Отсюда следует, что $\Delta k \cdot \Delta x \approx \pi/3 \approx 1$. Итак,

$$\Delta k \cdot \Delta x \approx 1. \quad (61.7)$$

Это и есть соотношение неопределенностей для координаты и волнового числа.

4. Данное соотношение имеет следующий смысл. Поскольку волновой цуг — не бесконечная синусоида, а обрывок синусоиды, ему соответствует не одно определенное волновое число, а интервал волновых чисел шириной Δk . С другой стороны, длина волнового цуга также имеет неопределенность Δx . А это значит, что положение волнового цуга в пространстве не может быть найдено точнее, чем с неопределенностью Δx .

Неопределенности координаты и волнового числа, согласно (61.7), обратно пропорциональны друг другу. Следовательно, чем точнее будут произведены измерения волнового числа (или длины волны), тем более неопределенным окажется положение волнового цуга на оси координат. И наоборот, чем точнее будет локализован волновой цуг, тем более неопределенным окажется волновое число (и длина волны $\lambda = 2\pi/k$).

Соотношение (61.7) играет исключительно важную роль в квантовой механике (см. § 70.2 и далее).

§ 61.4. Монохроматичность

1. Свет, излучаемый обычными источниками, — это несинусоидальная волна. В гл. 50 было показано, что любая несинусоидальная волна может быть разложена в спектр (см. § 50.4), т. е.

представлена в виде суммы синусоидальных гармоник. Ниже будут рассмотрены физические методы, с помощью которых можно осуществить спектральное разложение световой волны (см. § 61.8, 61.9, 62.2, 66.12).

Свет, которому соответствует одна определенная частота (соответственно — одна определенная длина волны), называется *монокроматическим* (от греческого monos — один и chroma — цвет). В любом спектральном приборе его спектр имеет вид узкой линии.

2. На самом деле процесс излучения длится конечное время $\tau \approx 10^{-8}$ с, в результате чего данной *спектральной линии соответствует диапазон длин волн* шириной $\Delta\lambda$ (соответственно — диапазон частот шириной $\Delta\nu$).

Естественной шириной спектральной линии называется диапазон длин волн (или частот), ширина которого определяется конечным временем излучения. Естественная ширина определяется из соотношения неопределенностей для времени и частоты $\Delta\omega \cdot \Delta t \approx 1$ (см. (53.22)). Так как неопределенность времени Δt примерно равна времени излучения τ , то из (53.22) вытекает:

$$\Delta\omega \approx \frac{1}{\tau} \approx 10^8 \text{ с}^{-1}. \quad (61.8)$$

3. Более удобной характеристикой степени уширения спектральной линии служит ее *относительная ширина*. Она равна отношению ширины линии к той длине волны (или, соответственно, частоте), которая соответствует максимальной интенсивности спектральной линии. Покажем, что $\Delta\omega/\omega = \Delta\nu/\nu = \Delta\lambda/\lambda$.

В самом деле, если частоте ν соответствует длина волны $\lambda = c/\nu$, то частоте $\nu_1 = \nu - \Delta\nu$ соответствует длина волны $\lambda_1 = c/(\nu - \Delta\nu) = \lambda + \Delta\lambda$, а частоте $\nu_2 = \nu + \Delta\nu$ — длина волны $\lambda_2 = c/(\nu + \Delta\nu) = \lambda - \Delta\lambda$. Равенство $\lambda_1\nu_1 = \lambda_2\nu_2 = c$ запишем так:

$$(\lambda + \Delta\lambda)(\nu - \Delta\nu) = (\lambda - \Delta\lambda)(\nu + \Delta\nu).$$

Раскрыв скобки и приведя подобные члены, получим искомое равенство для относительной ширины, рассчитанной по длине волны или частоте. Подставив значения $\Delta\omega \approx 1/\tau \approx 10^8 \text{ с}^{-1}$ и $\omega \approx 10^{15} \text{ с}^{-1}$, получим

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx 10^{-7}. \quad (61.9)$$

4. Уширение спектральных линий вызывается и другими факторами, среди которых отметим тепловое движение ато-

мов (доплеровское уширение) и столкновения между атомами («ударное» уширение). Последнее вызвано тем, что в газах при значительном давлении (20–30 атм) и температуре 500–600 К происходят интенсивные соударения между атомами. За счет этих соударений сокращается время τ , в течение которого атом излучает, и соответственно уширяется спектральная линия.

5. Как было показано в § 59.8, движение источника света сопровождается изменением частоты световой волны. Волну с максимальной частотой $\nu_1 = \nu + \Delta\nu$ излучают атомы, движущиеся в сторону наблюдателя; волну с минимальной частотой $\nu_2 = \nu - \Delta\nu$ — атомы, движущиеся в противоположном направлении.

Среднюю скорость теплового движения атомов определим из формулы $\langle \varepsilon \rangle = m_0 \langle v^2 \rangle / 2 = (3/2) kT$ (см. § 26.5):

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

Здесь M — молярная масса газа, R — универсальная газовая постоянная (см. § 26.8). Наибольшую тепловую скорость будут иметь атомы водорода, молярная масса которого $M = 1$ кг/кмоль. При $T = 6000$ К, что соответствует температуре поверхности Солнца, $\langle v \rangle = \sqrt{3 \cdot 8,3 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^3 / 1} = 1,2 \cdot 10^4$ м/с. Эта скорость много меньше скорости света ($v/c \approx 10^{-4}$, что позволяет пользоваться для расчета изменения частоты приближенной формулой: $\nu' = \nu(1 \pm v/c)$). Отсюда следует

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\nu' - \nu}{\nu} = \pm \frac{v}{c}. \quad (61.10)$$

Для атомов водорода на поверхности Солнца доплеровское относительное уширение спектральной линии

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{v}{c} = \frac{1,2 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^8} \approx 10^{-4}.$$

Это в тысячу раз больше естественной ширины.

Как видно, строго монохроматический свет получить невозможно, свет — это принципиально немонохроматическая (несинусоидальная) волна.

6. Долгое время полагали, что естественная ширина спектральной линии не может быть уменьшена. Однако с помощью оптических квантовых генераторов (лазеров) удалось получить высокой степени монохроматический свет, у которого ширина спектральной линии меньше естественной ширины (см. § 77.3, 77.4).

§ 61.5. Интерференция света

1. В § 57.5 рассмотрен случай интерференции *синусоидальных волн*. Было показано, что если два источника излучают синусоидальные волны одинаковой частоты, то в месте встречи возникает интерференционная картина. Однако если попытаться поставить такой же опыт с помощью двух независимых источников света, излучающих одинаковый свет, то никакой интерференционной картины не возникнет — в месте встречи обеих волн мы будем наблюдать просто суммирование интенсивностей света.

2. Однако отсюда вовсе не следует, что интерференцию света нельзя получить! Еще в 1675 г. Ньютон наблюдал интерференцию в специально созданной им установке (так называемые «кольца Ньютона», рис. 61.4), но он не смог объяснить происхождение максимумов и минимумов света.

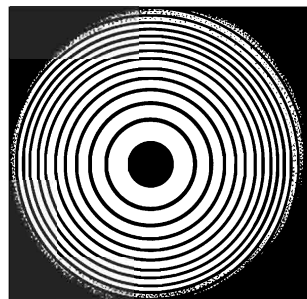


Рис. 61.4

В 1801 г. Томас Юнг наблюдал интерференцию света с помощью установки, изображенной на рис. 61.5. Здесь яркий источник света C освещает щель S . Световая волна огибает края этой щели (дифракция) и освещает две узкие щели S_1 и S_2 . Благодаря дифракции из обеих щелей выходят две волны,

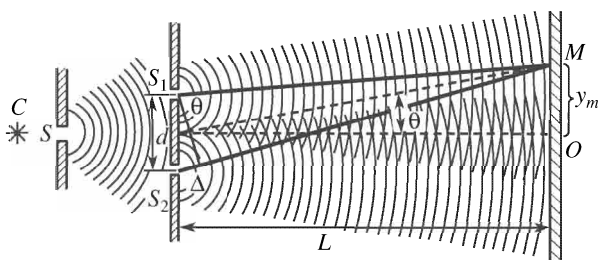


Рис. 61.5

перекрывающиеся частично друг друга. В этой области возникает интерференция, и на экране M видна система интерференционных максимумов и минимумов, имеющих вид светлых и темных полос. Юнг правильно объяснил происхождение этих полос как явление интерференции волн и вычислил длину волны, получив значение $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-7}$ м.

Кроме установки Юнга, существует ряд других устройств, в которых возникает интерференция света. Некоторые из них будут рассмотрены ниже.

3. Если в установке Юнга убрать экран со щелью S , то источник света станет непосредственно освещать щели S_1 и S_2 . При этом интерференционная картина исчезнет. Но убрав щель S , мы не изменили частотную характеристику света, и обе щели — S_1 и S_2 — пропускают световые волны с одинаковой частотой.

Итак, мы видим, что если условие равенства частот было достаточным для возникновения интерференции от сложения *синусоидальных* волн, то *для световых волн этого условия недостаточно*. Причина заключается в несинусоидальности световых волн, что в случае интерференции имеет принципиальное значение (см. п. 4 следующего параграфа).

§ 61.6. Когерентность

1. Мы уже говорили, что световая волна состоит из отдельных цугов. А так как разные атомы излучают независимо друг от друга, то фазы у разных цугов различны. Это значит, что свет — это почти синусоидальная волна, фаза которой меняется беспорядочно. Иными словами, в выражении $s = A \cos(\omega t - kx + \varphi)$ начальная фаза φ не является постоянной величиной (как у синусоидальной волны), а случайным образом меняется со временем.

2. В § 57.5 было получено выражение (57.15) для амплитуды результирующего колебания, возникающего при сложении двух волн с одинаковыми частотами. Учитывая, что интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды, и обозначив интенсивность слагаемых волн $I_1 = I_2 = I_0 = \alpha A^2$, а интенсивность результирующего колебания $I = \alpha B^2$, где α — коэффициент пропорциональности, получим

$$I = 4I_0 \cos^2 \left[\frac{k(r_2 - r_1)}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right] = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{k\Delta}{2} + \frac{\delta}{2} \right), \quad (61.11)$$

где $\Delta = r_2 - r_1$ — разность хода, $\delta = \varphi_1 - \varphi_2$ — разность фаз.

У синусоидальных волн начальные фазы φ_1 и φ_2 — постоянные величины, $\delta = \varphi_1 - \varphi_2$ — тоже постоянная величина и интенсивность результирующего колебания определяется лишь разностью хода $\Delta = r_2 - r_1$ (см. § 57.5).

3. В случае сложения световых волн дело значительно усложняется тем, что φ_1 и φ_2 случайным образом меняются со временем. Возможны два принципиально разных случая:

а. Обе фазы меняются по одному и тому же закону, тогда разность фаз $\delta = \varphi_1 - \varphi_2 = 0$. Мы вернулись к случаю, рассмотренному уже в § 57.5.

Волны одинаковой частоты, у которых разность фаз $\delta = \text{const}$ (чаще всего $\delta = 0$), называются *когерентными*. Когерентные световые волны дают интерференционную картину.

б. Фазы обеих волн меняются случайным образом и независимо друг от друга, вследствие чего случайным образом меняется и разность фаз $\delta = \varphi_1 - \varphi_2$. Такие волны называются *некогерентными*. Покажем, что при встрече некогерентных волн интерференция не возникает.

Длительность излучения цуга $\tau \approx 10^{-8}$ с, следовательно, фаза волны за одну секунду меняется случайным образом более ста миллионов раз. Приборы, воспринимающие свет (глаз, фотоэлемент, фотопленка и т. п.), обладают известной инерционностью, вследствие чего они регистрируют лишь среднее за промежуток времени $t \gg \tau$ значение интенсивности света:

$$\langle I \rangle = 4I_0 \left\langle \cos^2 \left(\frac{\Delta k}{2} + \frac{\delta}{2} \right) \right\rangle.$$

Из тригонометрии известно, что $2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$. А так как аргумент косинуса ($\alpha = k\Delta + \delta$) меняется случайным образом, то среднее значение косинуса за большой промежуток времени равно нулю: $\langle \cos(k\Delta + \delta) \rangle = 0$. Отсюда следует, что среднее значение квадрата косинуса равно половине:

$$\left\langle \cos^2 \left(\frac{k\Delta}{2} + \frac{\delta}{2} \right) \right\rangle = \frac{1}{2} [1 - \langle \cos(k\Delta + \delta) \rangle] = \frac{1}{2}.$$

Следовательно, средняя интенсивность результирующего колебания

$$\langle I \rangle = 4I_0 \left\langle \cos^2 \left(\frac{k\Delta}{2} + \frac{\delta}{2} \right) \right\rangle = 2I_0 = I_1 + I_2.$$

4. Итак, при сложении некогерентных волн нет интерференции; средняя интенсивность волны в любой точке равна просто сумме интенсивностей слагаемых волн.

Интерференционная картина возникает только при сложении когерентных световых волн.

Это позволяет понять, зачем в опыте Юнга нужна щель S (см. рис. 61.5)). В этой установке обе щели S_1 и S_2 лежат на одном фронте волны и возбуждаются они одним общим цугом, исходящим из щели S . Поэтому из обеих щелей исходят световые волны с одинаковой фазой, т. е. когерентные волны, дающие на экране интерференционную картину. Если же щель S убрать, то щели S_1 и S_2 будут возбуждаться разными цугами, исходящими из различных участков света. Волны, исходящие из обеих щелей, окажутся некогерентными, и интерференционная картина исчезнет.

§ 61.7. Расстояние между интерференционными максимумами

1. В предыдущем параграфе было показано, что при сложении когерентных волн можно для расчета интерференционной картины воспользоваться результатами, справедливыми для синусоидальных волн: формулой (57.18) ($I = I_0 \cos^2(\pi\Delta/\lambda)$) для интенсивности и выражением (57.20) для определения условия максимума ($\Delta = 2m\lambda/2$) и минимума ($\Delta = (2m + 1)\lambda/2$) интенсивности.

Однако следует учесть, что если разность хода двух синусоидальных волн может быть сколь угодно большой, то постоянство разности фаз у световых волн может быть обеспечено лишь в том случае, если разность хода лежит в пределах одного цуга: $\Delta < c\tau$.

2. Под разностью хода в § 57.5 мы понимали разность расстояний от источников до точки, где исследуется интерференционная картина: $\Delta = r_2 - r_1$. Однако такой подход имеет смысл лишь в том случае, если волна движется в вакууме со скоростью c . Если же волна распространяется не в вакууме, а в веществе, то нужно изменить понятие разности хода, так как может случиться, что по r_1 и r_2 волны движутся с разными скоростями.

Скорость света в веществе $u = c/\sqrt{\epsilon}$ (см. § 59.1). Обозначим $n = \sqrt{\epsilon}$ и назовем его *показателем преломления* (см. § 63.1); имеем $u = c/n$. Волновые числа в каждой среде: $k_1 = \omega/u_1 = \omega n_1/c$; $k_2 = \omega n_2/c$. Выражение для амплитуды суммарного колебания (см. (57.16)) примет вид

$$B = 2A \cos \frac{k_2 r_2 - k_1 r_1}{2} = 2A \cos \frac{\omega}{2c} (n_2 r_2 - n_1 r_1).$$

Сравнив с (57.17), получим выражение для *оптической разности хода*:

$$\Delta = n_2 r_2 - n_1 r_1. \quad (61.12)$$

3. Для расчета расстояния между интерференционными максимумами (или минимумами) обратимся к рис. 61.5. Здесь L — расстояние от источников до экрана, d — расстояние между источниками, y_m — расстояние от центра интерференционной картины до максимума с номером m , θ — угол наблюдения.

Очевидно, что в точке O наблюдается так называемый *нулевой максимум*, так как в эту точку волны от обоих источников приходят в одинаковой фазе. В других точках экрана максимум возникнет при условии (57.20): $\Delta = 2m\lambda/2$, где m — номер максимума. При $L \gg d$ и малых углах наблюдения имеем $\Delta = d \sin \theta$ и $y_m = L \operatorname{tg} \theta \approx L \sin \theta$, следовательно, $\Delta/y_m \approx d/L$. Подставив значение разности хода, получим

$$y_m = \frac{m\lambda L}{d}. \quad (61.13)$$

Формула (61.13) выражает расстояние от нулевого (главного) максимума до максимума номер m . Расстояние между двумя соседними максимумами

$$b = y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda L}{d}. \quad (61.14)$$

Все величины, входящие в (61.14), кроме длины волны, поддаются непосредственному измерению. Это позволяет с помощью установки Юнга измерить длину световой волны. Так, в одном из экспериментов было получено: $L = 3$ м, $d = 1$ мм и $b = 2,1$ мм. Установка освещалась красным светом. Длина волны

$$\lambda = \frac{bd}{L} = \frac{1}{3} \cdot 2,1 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} = 7 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 700 \text{ нм}.$$

4. Из (61.13) следует, что положение интерференционного максимума зависит от длины волны. Это означает, что при интерференции происходит спектральное разложение немонахроматической (несинусоидальной) световой волны на синусоидальные составляющие (см. гл. 50).

В самом деле, если в установке Юнга источник испускает белый свет, то только нулевой (главный) максимум окажется белым, все остальные максимумы будут окрашены. Так как оранжево-красному участку спектра соответствуют более длинные волны ($\lambda_k \approx 780\text{--}600$ нм), а сине-фиолетовому — более короткие ($\lambda_f \approx 480\text{--}420$ нм), то, согласно (61.13), эти волны отклоняются на различные углы.

Наконец, отметим, что угловое распределение максимумов и минимумов в интерференционной картине не зависит от интенсивности света и тем самым — от освещенности экрана. Если мы одну и ту же установку осветим ярким пучком света и получим фотографию интерференционной картины при малой экспозиции, а затем уменьшим интенсивность света и во столько же раз увеличим экспозицию, то оба фотоснимка будут совершенно одинаковыми. С этим свойством интерференции мы еще встретимся в § 68.7 при обсуждении квантовых свойств света.

§ 61.8. Интерферометр Майкельсона

1. Схема устройства интерферометра Майкельсона изображена на рис. 61.6. Здесь S — источник света с высокой монохроматичностью; P_1 и P_2 — две стеклянные пластинки одинаковой

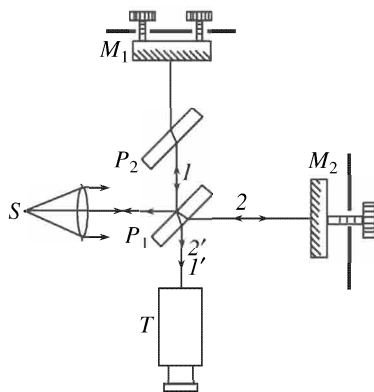


Рис. 61.6

толщины с высококачественно отшлифованными поверхностями; на пластинку P_1 напылен тонкий слой серебра с таким расчетом, что он половину света пропустит, а половину отразит (полупосеребренная пластинка); M_1 и M_2 — два металлических зеркала, которые могут перемещаться с помощью микрометрических винтов; T — зрительная труба. Свет от источника S падает на пластинку P_1 и здесь раздваивается. Половина энергии отражается к зеркалу M_1 ,

затем отражается от него, проходит вновь пластинки P_2 и P_1 и попадает в зрительную трубу. Другая половина энергии светового пучка, пройдя через полупрозрачный слой серебра, доходит до зеркала M_2 , отражается от него, проходит вновь пластинку P_1 и, отразившись от полупрозрачного слоя серебра, попадает в зрительную трубу.

На полупрозрачном слое волновой цуг делится пополам, и обе волны, попадающие в зрительную трубу, когерентны. Глаз наблюдателя увидит в трубе интерференционную картину, имеющую вид четких интерференционных полос.

2. Разность хода равна удвоенной разности расстояний от центра пластинки P_1 до зеркал M_1 и M_2 ; итак, $\Delta = 2(l_1 - l_2)$. Как видно, интерферометр Майкельсона работает на большой разности хода, что требует высокой монохроматичности света.

Если переместить зеркало M_1 на расстояние, равное одной четверти длины волны, то разность хода изменится на полу-волну, а в интерференционной картине максимум сдвинется на место минимума и наоборот. Такой сдвиг полос наблюдатель отчетливо увидит. Фактически в хорошем интерферометре можно зарегистрировать сдвиг интерференционного максимума на 0,1 расстояния между полосами, что соответствует перемещению зеркала M_1 на расстояние $l = \lambda/20 \approx 500 \text{ нм}/20 = 25 \text{ нм}$.

Итак, с помощью интерферометра Майкельсона можно осуществлять прецизионные измерения длины с точностью, не меньшей 20–30 нм. В частности, эталон длины — метр — определяется в настоящее время с помощью интерференционных методов с точностью *девять* значащих цифр.

3. В 1881 г. А. А. Майкельсон, а в 1887 г. Майкельсон совместно с Э. В. Морли поставили эксперимент, с помощью которого они пытались найти разницу в скорости распространения света вдоль и поперек направления орбитального движения Земли.

Идея эксперимента заключалась в том, что одно плечо интерферометра ориентировалось вдоль, а другое — поперек направления движения Земли и перемещением подвижного зеркала M_1 интерференционная картина устанавливалась на нуль. Затем интерферометр поворачивали на 90° , меняя тем самым ориентацию его плеч. Как и все физики в то время, Майкельсон был убежден, что к свету применим классический закон сложения скоростей (см. § 2.5) и что скорости распространения света вдоль обоих плеч интерферометра различны. В этих условиях установка интерференционной картины на нуль возможна только при разных длинах плеч интерферометра, поэтому поворот прибора на 90° должен сопровождаться сдвигом интерференционных полос.

Несмотря на все ожидания, никакого сдвига интерференционных полос опыт не дал. Дальнейшее усовершенствование эксперимента (Р. Дж. Кеннеди и Э. М. Торндайк, 1932 г.) привело к заключению, что если бы для света был справедлив классический закон сложения скоростей, то сдвиг интерференционных полос наблюдался бы уже при скорости $v = 2 \text{ км/с}$ (орбитальная скорость Земли равна 30 км/с). Но сдвига полос не было. Отрицательный результат опыта Майкельсона и всех последующих явился экспериментальной основой для признания того факта, что

скорость света во всех инерциальных системах одна и та же. Как уже говорилось (см. гл. 12), это положение вместе с принципом относительности было положено Эйнштейном в основу теории относительности.

§ 61.9. Применение интерференции

1. Кроме прецизионных измерений длины, о чем говорилось в предыдущем параграфе, интерференционные методы нашли широкое применение в ряде других областей науки и техники.

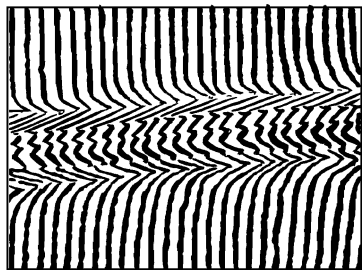


Рис. 61.7

Прежде всего, с помощью интерферометров можно исследовать качество шлифовки поверхностей. Микроинтерферометр В. П. Линника представляет собой миниатюрный интерферометр, смонтированный вместе с микроскопом. Его конструкция принципиально не отличается от интерферометра Майкельсона, только вместо одного из зеркал используется контролируемая

поверхность. Если на поверхности имеется царапина или вмятина, то это приводит к искривлению интерференционных полос (рис. 61.7). По характеру искривления полос можно судить о глубине царапины.

2. С помощью интерферометров можно измерить коэффициенты линейного расширения твердых тел, а также изменение размеров ферромагнетиков в магнитном или сегнетоэлектриков в электрическом полях (магнитострикционный и электрострикционный эффекты). В самом деле, изменения размеров во всех этих эффектах весьма малы, и только с помощью интерференционных методов их можно надежно измерить.

3. С помощью интерференционных методов проверяется качество шлифовки линз и зеркал, что очень важно при изготовлении оптических приборов; измеряются коэффициенты преломления веществ, в частности газов; измеряются весьма малые концентрации примесей в газах и жидкостях. В астрономии интерференционные методы позволяют оценить угловой диаметр звезд. К сожалению, объем книги не позволяет рассмотреть как названные, так и другие важные применения явления интерференции света.

Глава 62

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

§ 62.1. Дифракция на одном отверстии

1. Поскольку свет является волной, то должно наблюдаться явление дифракции света, т.е. загибание световых волн за края непрозрачных преград (см. § 57.8, 57.9). Однако наблюдение дифракции света затруднено исключительно малой длиной световой волны по сравнению с размерами предметов, на краях которых происходит дифракция.

Для оценки расстояния l , на котором наблюдатель должен находиться при размерах предмета D и длине волны λ , воспользуемся выражением (57.28): $l \gg D^2/4\lambda$. Так, четкую дифракционную картину на отверстии диаметром $D \approx 2$ мм в зеленом свете $\lambda = 500$ нм $= 5 \cdot 10^{-7}$ м мы увидим на расстояниях порядка $l \approx 4 \cdot 10^6 / (4 \cdot 5 \cdot 10^7) = 2$ м. Конечно, дифракция происходит и на предметах значительно больших размеров, но наблюдать ее можно на очень больших расстояниях от этих предметов.

2. Дифракцию можно наблюдать невооруженным глазом, прорезав в черной плотной бумаге тонкое отверстие бритвой или проколов ее иглой. Бумагу следует расположить на расстоянии 1,5–2 м от яркой лампы (100–200 Вт), глаз — на расстоянии порядка 0,5–1 м от бумаги. Дифракционная картина от круглого отверстия имеет вид, изображенный на рис. 62.1.

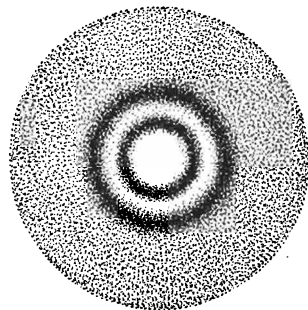


Рис. 62.1

Положение дифракционных минимумов (темных колец) может быть определено по формуле (57.40): $\sin \theta = m\lambda/D$, где θ — угол наблюдения и D — диаметр отверстия. Правда, формула (57.40) была выведена для прямоугольной щели, но с небольшой погрешностью она годится и для круглого отверстия.

§ 62.2. Дифракционная решетка

1. *Дифракционной решеткой* называется система из N параллельных штрихов, нанесенных на стеклянную пластинку. На

рис. 62.2 показана часть решетки при большом увеличении (вид сбоку). Иногда пользуются отражательными решетками, которые

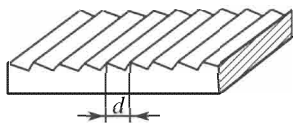


Рис. 62.2

получают, нанося на отполированную поверхность металла параллельные штрихи тонким алмазным резцом. Отпечатки с таких гравированных пластинок на желатине или пластмассах называются репликами и используются как дешевые второсортные решетки.

Хорошие отражательные решетки, полная длина которых $l \approx 150$ мм и общее число штрихов $N \approx 10^5$ (густота штриховки $n = 600$ штрихов/мм), изготавливаются в Государственном оптическом институте.

Основными характеристиками решетки являются: общее число штрихов N , густота штриховки n (число штрихов на одном миллиметре) и период решетки $d = 1/n$ (иначе — постоянная решетки).

2. Так как решетка освещается одним фронтом волны, то ее N прозрачных полосок можно рассматривать как N когерентных источников. Применим к ним теорию интерференции от многих одинаковых источников, которую мы рассмотрели в § 57.6, 57.7.

Интенсивность света выражается, согласно (57.25), так:

$$I = i_0 \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta}, \quad \text{где } \beta = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}. \quad (62.1)$$

Здесь i_0 — интенсивность света, прошедшего через одну щель.

Главные максимумы возникают при условии (57.31):

$$\sin \theta_m = m\lambda/d \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (62.2)$$

Интенсивность света в главных максимумах

$$I_m = N^2 i_0. \quad (62.3)$$

3. Из (62.2) видна целесообразность изготовления решеток с малым периодом. Это позволяет получить большие углы рассеяния лучей и как следствие — широкую дифракционную картину.

Так, при $d = 1/600$ мм и длине волны $\lambda = 600$ нм $= 6 \cdot 10^{-4}$ мм первый интерференционный максимум получится при условии $\sin \theta_1 = \lambda/d = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 600 = 0,36$, т. е. под углом $\theta_1 \approx 21^\circ$; второй максимум — при $\sin \theta_2 = 2\lambda/d = 0,72$, т. е. при $\theta_2 = 46^\circ$. Максимумы более высокого порядка не возникнут, ибо при $m \geq 3$ число $m\lambda/d > 1$.

4. Из (62.2) также следует, что дифракционная решетка осуществляет спектральное разложение, так как свет с разной длиной волны отклоняется на разные углы в любом максимуме, кроме нулевого. Если осветить решетку белым светом, то только нулевой максимум имеет белый цвет, остальные максимумы окрашены во все цвета спектра. Например, в условиях предыдущей задачи в первом максимуме красный пучок ($\lambda_k \approx 760$ нм) отклонится на угол $\theta_k = 27^\circ$, а фиолетовый ($\lambda_f \approx 400$ нм) — на угол $\theta_f = 14^\circ$.

Мы видим, что с помощью дифракционной решетки можно измерить длину волны того или иного света. Для этой цели нужно знать период решетки и измерить угол, на который отклоняется луч, соответствующий этому свету. Тогда по формуле (62.2) можно вычислить длину волны.

§ 62.3. Угловая ширина главного максимума

1. При значительном числе штрихов N интенсивность света в главных максимумах очень сильно возрастает, так как она, согласно (62.3), пропорциональна N^2 . Но рост энергии в главных максимумах неизбежно должен сопровождаться убылью энергии в остальных областях спектра, так, чтобы суммарная энергия сохранилась. Это возможно лишь в том случае, когда с ростом N главные максимумы станут более узкими (см. рис. 57.7).

Угловой шириной главного максимума γ назовем пространственный угол между двумя ближайшими к нему минимумами. Для простоты расчета обратимся к нулевому главному максимуму ($m = 0$). Положив в (57.32) $n = 1$, получим значение для вспомогательного угла, определяющего положение минимума: $\beta_1 = \pi/N$. Этому вспомогательному углу соответствует пространственный угол $\theta = \gamma/2$. Подставив это значение в (57.23), получим

$$\frac{\pi}{N} = \frac{\pi d \sin(\gamma/2)}{\lambda}, \quad \text{откуда} \quad \sin \frac{\gamma}{2} = \frac{\lambda}{Nd}.$$

2. Как видно, с ростом N угловая ширина главного максимума уменьшается. При $Nd \gg \lambda$, что всегда справедливо для света, $\sin(\gamma/2) \approx \gamma/2$. Итак,

$$\gamma = \frac{2\lambda}{Nd}. \quad (62.4)$$

В решетке, о которой говорилось выше, для зеленого света ($\lambda = 500$ нм) получим

$$\gamma = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 600}{10^5} = 6 \cdot 10^{-6} [\text{рад}] = \frac{6 \cdot 10^{-6} \cdot 180 \cdot 3600}{\pi} \approx 1,2''.$$

§ 62.4. Разрешающая способность решетки

1. Сужение интерференционных максимумов повышает *разрешающую способность* решетки, т. е. ее способность представить раздельно две спектральные линии с длинами волн λ_1 и λ_2 .

В спектроскопии говорят, что прибор *разрешает* две линии спектра, если их изображения видны раздельно; если же они сливаются в одно, то говорят, что прибор их не разрешил.

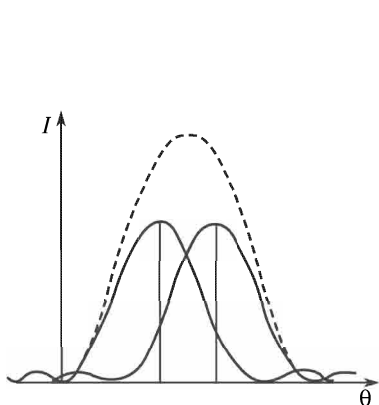


Рис. 62.3

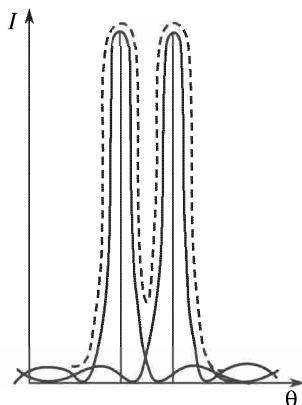


Рис. 62.4

2. На рис. 62.3 показано распределение интенсивностей при наложении двух близких спектральных линий с длинами волн λ_1 и λ_2 при дифракции света на решетке с малым общим числом штрихов. Ширина главного максимума много больше углового расстояния между интерференционными максимумами обеих линий. А это значит, что увидеть отдельно обе линии не удастся, они сливаются в одну широкую полосу. Если тот же свет пройдет через решетку с большим общим числом штрихов, то возникает картина, показанная на рис. 62.4. Здесь максимумы сузились и стали ярче, между ними имеется значительный минимум интенсивности, что позволяет зафиксировать каждую спектральную линию отдельно.

Две линии будут разрешены, если угловое расстояние между ними окажется не меньше полуширины линии: $\theta_2 - \theta_1 \geq \gamma/2$. Иначе это условие формулируется так: главный максимум одной из линий должен лежать не ближе первого минимума другой (*критерий Рэлея*).

Из (62.2) следует

$$\sin \theta_2 = \frac{m\lambda_2}{d}, \quad \sin \theta_1 = \frac{m\lambda_1}{d}.$$

При малых углах $\theta_2 = m\lambda_2/d$, $\theta_1 = m\lambda_1/d$. По условию $\theta_2 - \theta_1 \approx \gamma/2$; следовательно,

$$\frac{\gamma}{2} \approx \frac{m\Delta\lambda}{d}. \quad (62.5)$$

Но, согласно (62.4), $\gamma = 2\lambda/Nd$, где $\lambda = \lambda_1 \approx \lambda_2$. Подставив в (62.5), получим

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN. \quad (62.6)$$

3. Величина $A = \lambda/\Delta\lambda$ называется *разрешающей способностью* спектрального прибора. Чем больше разрешающая способность прибора, тем более близкие спектральные линии он сможет разрешить.

Так, в спектре паров натрия имеется яркая желтая линия с длиной волны $\lambda = 589$ нм. После того как были созданы спектральные приборы с большой разрешающей способностью ($A \geq 1000$), удалось обнаружить, что это — двойная линия (дублет) с длинами волн $\lambda_1 = 589,0$ нм и $\lambda_2 = 589,6$ нм.

Решетка, о которой мы говорили в § 62.2, имеет очень высокую разрешающую способность. В самом деле, у нее $N = 10^5$, и в ней можно наблюдать спектры первого и второго порядка ($m \leq 2$). Следовательно, ее максимальная разрешающая способность $A = mN = 2 \cdot 10^5$. Это значит, что в зеленом участке спектра ($\lambda \approx 500$ нм) решетка способна разрешить две линии с разностью длин волн $\Delta\lambda = \lambda/A \approx 0,0025$ нм.

§ 62.5. Дифракция рентгеновского излучения

1. В главах 32 и 33 мы подробно рассмотрели строение кристаллов. Там было указано (см. § 32.3), что данные о структуре кристаллической решетки получают с помощью рентгеноструктурного анализа. Рассмотрим подробно механизм возникновения дифракции рентгеновского излучения в кристаллах.

В 1895 г. В. Рентген обнаружил новый вид лучей, которые он назвал *X-лучами*. Их природа долго оставалась неясной. В 1897 г. Стокс выдвинул идею, что рентгеновское излучение —

это короткие электромагнитные волны, возникающие при резком торможении электронов в веществе, что соответствует теории Максвелла (см. § 59.4). Однако попытки Рентгена обнаружить интерференцию и дифракцию X -лучей оказались безуспешными.

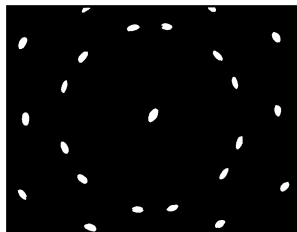


Рис. 62.5

2. В 1912 г. Макс Лауэ и его ученикам удалось поставить опыт по дифракции рентгеновского излучения, пропустив узкий пучок через монокристалл. Интерференционные максимумы, возникшие в результате дифракции на узлах кристаллической решетки, можно было наблюдать на люминесцирующем экране или фотографировать (рис. 62.5). Зная, что период кристаллической решетки равен примерно $0,1 \text{ нм}$,

а углы отклонения составляют около $10\text{--}20^\circ$, можно по формуле (62.2) оценить длину волны — она также оказалась равной примерно $0,1 \text{ нм}$. Это позволило понять причину неудачи в опытах Рентгена: он пользовался слишком грубой дифракционной решеткой.

§ 62.6. Дифракция в трехмерной решетке

1. Явления в трехмерной решетке, которую образуют узлы кристалла, несколько отличаются от явлений в одномерной решетке, которая была рассмотрена в § 62.2. В одномерной решетке интерференционные максимумы возникают при любой длине волны, причем зависимость между длиной волны λ и углом рассеяния θ выражается формулой (62.2): $\sin \theta = m\lambda/d$. В трехмерной решетке максимумы будут наблюдаться лишь от некоторых длин волн, связанных определенным соотношением с периодом решетки.

Для простоты рассуждений рассмотрим явление дифракции в кристалле с простой кубической решеткой (рис. 62.6). Волна, попадая в кристалл, рассеивается атомами или другими частицами, находящимися в узлах кристаллической решетки. Вторичные волны, возникающие в результате рассеяния, когерентны и поэтому интерferируют.

2. Представим себе, что волна падает на кристалл перпендикулярно грани yz . Рассмотрим вторичные волны, рассеянные в направлении, указанном на рис. 62.6. Здесь лучи образуют с осью абсцисс угол α , с осью ординат угол β и с осью аппликата

угол γ . Найдем условие, при котором волны, рассеянные в данном направлении, дадут интерференционный максимум.

Система узлов, расположенных вдоль оси ординат, образует линейную решетку с периодом d . Максимумы возникнут при условии (62.2), которое мы несколько преобразуем, заменив угол θ

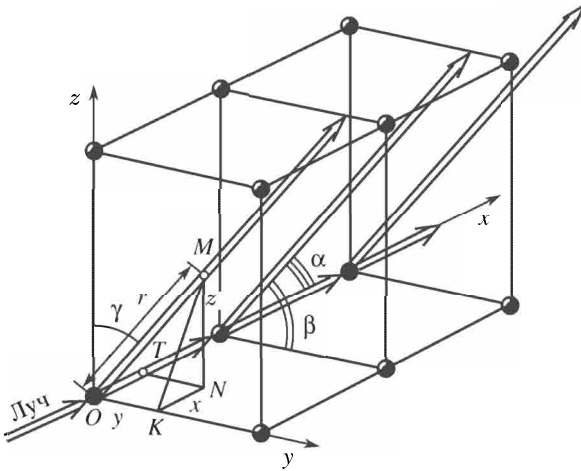


Рис. 62.6

между лучом и нормалью к решетке углом β между лучом и осью ординат. Но $\beta = (\pi/2) - \theta$, следовательно, $\sin \theta = \cos \beta$, и условие (62.2) запишется так:

$$d \cos \beta = m_1 \lambda \quad (m_1 = 0, 1, 2, \dots). \quad (62.7)$$

Аналогичный результат дает система узлов, расположенных вдоль оси аппликат:

$$d \cos \gamma = m_2 \lambda \quad (m_2 = 0, 1, 2, \dots). \quad (62.8)$$

Система узлов, расположенных вдоль оси абсцисс, представляет собой систему точечных источников, рассмотренных в § 57.6. Как видно из рис. 62.6, здесь разность хода $\Delta = d - d \cos \alpha = d(1 - \cos \alpha)$. Условие максимума примет вид

$$\Delta = d(1 - \cos \alpha) = m_3 \lambda \quad (m_3 = 0, 1, 2, \dots). \quad (62.9)$$

3. Система трех записанных выше уравнений не всегда совместна, так как на них накладывается еще одно условие. Согласно

рис. 62.6 проекции радиуса-вектора $\mathbf{r}$ на оси координат выражаются так:

$$OT = x = r \cos \alpha, \quad OK = y = r \cos \beta, \quad MN = z = r \cos \gamma. \quad (62.10)$$

Пользуясь теоремой Пифагора, нетрудно убедиться, что $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$. Учитывая (62.10), получим

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1. \quad (62.11)$$

4. Подставив значения $\cos \beta = m_1 \lambda / d$, $\cos \gamma = m_2 \lambda / d$ и $\cos \alpha = 1 - (m_3 \lambda / d)$ в формулу (62.11), получим после несложных преобразований

$$\lambda = \frac{2m_3 d}{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2}. \quad (62.12)$$

Итак, только волны, длина которых удовлетворяет условию (62.12), дадут интерференционные максимумы; остальные просто рассеются во все стороны. И только в центральном (нулевом) максимуме, удовлетворяющем условию $m_1 = m_2 = m_3 = 0$, мы встретим все волны, независимо от их длины.

5. На этом принципе и основан метод Лауэ. На кристалл посылают пучок, обладающий набором всевозможных длин волн, и лишь те из них, длины которых удовлетворяют условию (62.12), дают интерференционную картину. Зная период решетки, можно измерить длину волн.

Этот же метод можно применить для того, чтобы «монокроматизировать» пучок рентгеновского излучения, т. е. выделить из широкого спектра пучок, соответствующий узкому диапазону длин волн.

§ 62.7. Рентгеноструктурный анализ

1. В настоящее время метод Лауэ представляет лишь исторический интерес. Для практических целей используется либо порошковый метод, либо метод качающегося кристалла.

Порошковый метод, который предложили в 1926 г. П. Дебай и П. Шерер (метод Дебая–Шерера), позволяет исследовать структуру кристаллической решетки у вещества, находящегося в поликристаллическом состоянии (см. § 32.2). Это очень ценно, ибо выращивание монокристаллов значительных размеров представляет довольно сложную задачу и часто вырастить нужный монокристалл вообще не удается.

Методом качающегося кристалла могут быть изучены только монокристаллы, что является недостатком этого метода. Однако он позволяет изучить структуру решетки значительно более детально, чем метод Дебая–Шерера.

2. Пусть монохроматический пучок рентгеновского излучения с длиной волны λ падает на кристалл так, что луч составляет с плоскостью кристалла угол θ (рис. 62.7). Если длина волны удовлетворяет условию (62.12), то в некоторых направлениях возникнут интерференционные максимумы. Как видно из рис. 62.7, разность хода интерферирующих отраженных волн выражается так:

$$\Delta = 2d \sin \theta.$$

Условие максимума:

$$\Delta = 2d \sin \theta = m\lambda. \quad (62.13)$$

Это условие установили в 1913 г. У. Л. Брэгг и профессор Московского университета Г. В. Вульф (условие Вульфа–Брэгга).

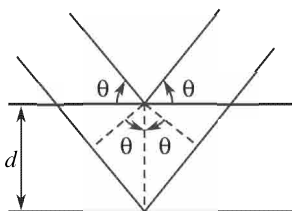


Рис. 62.7

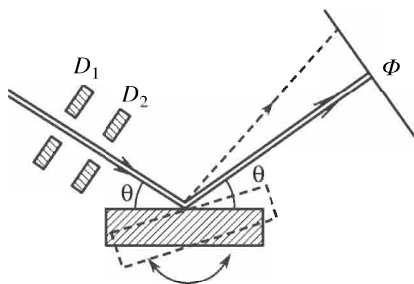


Рис. 62.8

3. Схема установки с качающимся кристаллом изображена на рис. 62.8. Монокристалл исследуемого вещества помещается на столик, который с помощью часового механизма медленно колеблется. Тонкий монохроматический пучок рентгеновского излучения проходит через диафрагмы D_1 и D_2 , падает на кристалл и дифрагирует. Интерференционные максимумы регистрируются на фотопластинке Φ .

При повороте кристалла нарушается условие максимума, и интенсивность рассеянного пучка уменьшается. Но волна с меньшей интенсивностью будет зарегистрирована уже в другом месте фотопластинки, что на рис. 62.8 изображено штрихом. Тем самым метод качающегося кристалла позволяет не только определить межплоскостные расстояния (период решетки), но

и по характеру распределения интенсивности судить о размерах частиц, расположенных в узлах кристаллической решетки.

4. Для получения дебаграмм узкий пучок монохроматического рентгеновского излучения направляют на столбик, спрессованный из растертого в порошок исследуемого вещества (рис. 62.9).

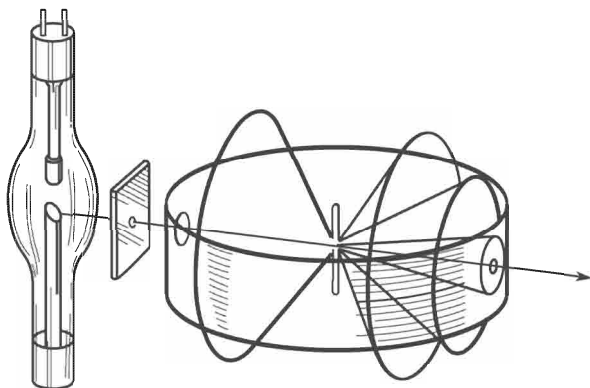


Рис. 62.9

Так как в порошковом столбике имеется масса миниатюрных кристалликов, ориентированных совершенно беспорядочно, то всегда найдутся кристаллики, ориентированные так, что для них будет справедливо условие Вульфа–Брэгга; благодаря им и возникнут интерференционные максимумы. Первый максимум отклонится от нулевого на угол 2θ , второй — на 4θ и т. д. А так как в порошковом столбике нет выделенных направлений, то условие $2d \sin \theta = m\lambda$ выполняется для всех лучей, лежащих на конических поверхностях с углами раствора 4θ , 8θ и т. д. При пересечении этих поверхностей с фотопленкой возникает система концентрических окружностей с центром в нулевом максимуме (рис. 62.9). Анализ дебаграмм позволяет судить о структуре не только поликристаллов, но и высокомолекулярных соединений — волокон, гигантских молекул (типа белков), а также о характере изменения структуры вещества при фазовых переходах (см. гл. 36).

§ 62.8. Рассеяние света

1. В формуле (62.12) период кристаллической решетки должен быть больше длины волны: $d > \lambda$. Если период решетки меньше длины волны, то может возникнуть интерференционный максимум только нулевого порядка. В самом деле, равенство (62.12) при

$d < \lambda$ может выполняться только в том случае, когда $m_1 = m_2 = m_3 = 0$. Обратившись к выражениям (62.7)–(62.9), мы видим, что из $m_1 = m_2 = m_3 = 0$ следует $\beta = \gamma = \pi/2$, $1 - \cos \alpha = 0$, т. е. $\alpha = 0$. Это значит, что волна, падая на кристалл перпендикулярно грани yz , распространяется вдоль оси абсцисс, не рассеиваясь в стороны.

В данном случае кристалл ведет себя по отношению к волне как однородная среда, не имеющая рассеивающих центров. Итак, неравенство $d < \lambda$ есть *условие оптической однородности кристалла* с периодом d по отношению к волне с длиной λ .

Еще раз заметим, что один и тот же кристалл по отношению к одним длинам волн оптически однороден, по отношению к другим — нет. Так, межплоскостные расстояния в кристаллах составляют доли нанометров. Поэтому для видимого света, у которого длина волны около 400–700 нм, кристалл представляет собой оптически однородную среду. А для рентгеновского излучения с длиной волны около 0,1–0,01 нм тот же кристалл является пространственной кристаллической решеткой с резко выраженными периодическими неоднородностями.

2. Итак, для видимого света идеальный кристалл оптически совершенно однороден, и свет в нем не должен рассеиваться. Но реальный кристалл имеет ряд дефектов (см. § 32.4), которые нарушают его однородность. Волны, рассеянные этими дефектами, некогерентны, вследствие чего рассеянные волны наблюдаются во всевозможных направлениях. Теорию рассеяния света на оптических неоднородностях среды разработал в 1907 г. Л. И. Мандельштам.

Неоднородности возникают в веществе также за счет флуктуаций плотности (см. § 28.10, 28.11), причем не только в кристаллах, но и в жидкостях и газах. Рассеяние света на этих флуктуациях называется *молекулярным рассеянием*. Теорию явления разработали в 1908–1910 гг. М. Смолуховский и А. Эйнштейн.

Рассеяние может происходить и на мелких посторонних вкраплениях в среду, причем неоднородности могут иметь размеры вплоть до $0,1\lambda$, если только расстояния между ними $d > \lambda$. Это могут быть частицы дыма, небольшие капельки жира в воде (молоко), капельки влаги в воздухе (туман) и т. д. Среда, содержащая такие неоднородности, называется *мутной*.

3. Опыт показывает, что сильнее рассеивается коротковолновое излучение (фиолетовый и синий свет). Данное явление объяснил в 1899 г. Рэлей. Он исходил из того, что в рассеивающих центрах под действием электромагнитной волны возникают

вынужденные колебания с частотой волны. Тогда рассеивающий центр можно рассматривать как миниатюрный колеблющийся диполь, излучающий вторичные волны, интенсивность которых, согласно (59.16), пропорциональна четвертой степени частоты, т.е. обратно пропорциональна четвертой степени длины волны (закон Рэлея для рассеянного света):

$$I_{\text{расс}} \sim \nu^4 \sim \frac{1}{\lambda^4}. \quad (62.14)$$

Этим объясняется голубой цвет неба и алый цвет зари. Если Солнце находится высоко над горизонтом, то, глядя в сторону от него, мы воспринимаем не прямой свет, а свет, рассеянный на флуктуациях плотности воздуха, в котором согласно закону Рэлея преобладает коротковолновый участок спектра (голубой–синий–фиолетовый). Наоборот, наблюдая закат или восход Солнца, мы воспринимаем прямой свет. А так как его коротковолновая составляющая рассеялась, то в проходящем свете больше содержится длинных волн — оранжевый и красный свет. Кстати, на Луне, где нет атмосферы, небо абсолютно черное, а закат и восход Солнца не сопровождаются зарей.

4. Закон Рэлея позволяет объяснить причину, по которой кристаллы практически не рассеивают звуковые и ультразвуковые волны, но очень сильно рассеивают гиперзвуковые волны, соответствующие распространению тепла (см. § 45.3). Длина звуковых волн больше 10 см, ультразвука — больше 1 мм, что значительно превосходит период кристаллической решетки, а также расстояния между дефектами кристалла. Поэтому для данных волн кристалл является однородной средой. И лишь гиперзвуки с длиной волны порядка 1–10 нм, соизмеримой с периодом кристаллической решетки, интенсивно рассеиваются.

Глава 63

ДИСПЕРСИЯ И ПОГЛОЩЕНИЕ

§ 63.1. Показатель преломления света

1. При выводе законов отражения и преломления волн (см. § 56.5) мы основывались на общем уравнении волны (56.8), справедливом и для электромагнитных волн. Поэтому полученные

законы отражения и преломления волн (56.25) и (56.26) применимы и для света. Опыт также подтверждает справедливость этого рассуждения.

Пусть световая волна падает из вакуума на некоторый диэлектрик, как это показано на рис. 63.1. Скорость волны в вакууме равна c , в диэлектрике $u < c$; согласно (56.26) имеем

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha} = \frac{c}{u}. \quad (63.1)$$

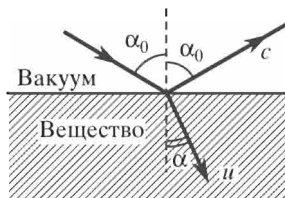


Рис. 63.1

Отношение синуса угла падения α_0 к синусу угла преломления α при переходе света из вакуума в вещество называется *абсолютным показателем преломления* данного вещества (см. § 61.7). Иногда просто говорят о показателе (коэффициенте) преломления вещества, но следует помнить, что в этом случае речь идет именно об абсолютном показателе. Итак,

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha} = n. \quad (63.2)$$

Выражение (63.2) называют *законом Снеллиуса*, хотя В. Снеллиус формулировал его не через синусы, а через косекансы. Закон преломления в форме (63.2) сформулировал в 1630 г. Р. Декарт, по-видимому независимо от Снеллиуса, работа которого в то время не была опубликована.

2. Сопоставив выражения (63.1) и (63.2), получим

$$n = \frac{c}{u}. \quad (63.3)$$

Итак, показатель преломления вещества равен отношению скорости света в вакууме к скорости света в этом веществе.

Учитывая, что, согласно (59.2), скорость света в веществе равна $u = c/\sqrt{\varepsilon}$, получим

$$n = \sqrt{\varepsilon}. \quad (63.4)$$

Тем самым мы выразили показатель преломления вещества через его диэлектрическую проницаемость (формула Максвелла).

3. Уменьшение скорости света в оптически однородном веществе по сравнению с вакуумом объясняется следующим образом. Электромагнитная волна, попадая в вещество, возбуждает вынужденные колебания электронов, которые благодаря этому излучают вторичные волны. Поскольку в оптически однородной

среде расстояние между частицами меньше длины световой волны, то первичная и вторичные волны когерентны. Интерференция между ними имеет своим следствием изменение скорости волны, зависящее от частоты первичной волны.

Однако расчет интерференционной картины для этого случая очень сложен, и мы в § 63.5 рассмотрим более простую, хотя и несколько формальную теорию дисперсии.

§ 63.2. Коэффициенты отражения и прозрачности

1. Выясним, как перераспределяется энергия между отраженной и преломившейся волнами. Для простоты расчета ограничимся случаем нормального падения волны на границу раздела двух сред с показателями преломления n_1 и n_2 . Пусть обе среды — диэлектрики.

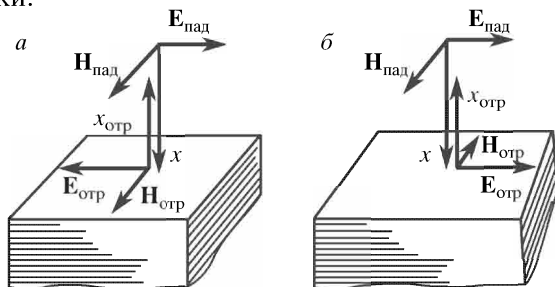


Рис. 63.2

Так как векторы поля **E** и **H** параллельны границе раздела обеих сред (рис. 63.2), то на самой границе они не испытывают скачка. Условие непрерывности запишется так:

$$E_{\text{пад}} \pm E_{\text{отр}} = E_{\text{прел}}, \quad H_{\text{пад}} \mp H_{\text{отр}} = H_{\text{прел}}. \quad (63.5)$$

Иными словами, алгебраическая сумма векторов напряженности падающей ($E_{\text{пад}}$) и отраженной ($E_{\text{отр}}$) волн равна напряженности поля в преломленной (проходящей) волне ($E_{\text{прел}}$). То же справедливо и для магнитной составляющей.

2. В отраженной волне один из векторов поля меняет знак — это значит, что у этой составляющей отраженной волны фаза меняется на противоположную. Причина заключается в том, что векторы поля **E** и **H** образуют с направлением распространения волны (на рис. 59.1 это ось абсцисс) правовинтовую систему, а так как при отражении распространения волны меняют знак, то должен изменить знак и один из векторов поля: либо **E** (рис. 63.2 а),

либо **Н** (рис. 63.2б). Учитывая условие (59.4), из которого следует $H = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0/\mu\mu_0} E$ перепишем уравнения (63.5) так:

$$E_{\text{пад}} + E_{\text{отр}} = E_{\text{прел}}, \quad \sqrt{\frac{\varepsilon_1\varepsilon_0}{\mu_1\mu_0}} (E_{\text{пад}} - E_{\text{отр}}) = \sqrt{\frac{\varepsilon_2\varepsilon_0}{\mu_2\mu_0}} E_{\text{прел}}. \quad (63.6)$$

3. Для диэлектриков $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1}$ и $n_2 = \sqrt{\varepsilon_2}$. Решая систему уравнений (63.6) при этом условии, получим

$$E_{\text{отр}} = E_{\text{пад}} \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}, \quad H_{\text{отр}} = -H_{\text{пад}} \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}. \quad (63.7)$$

Согласно (59.8) выразим интенсивность отраженной волны $I_{\text{отр}} = \langle E_{\text{отр}} H_{\text{отр}} \rangle$ через интенсивность падающей волны $I_{\text{пад}} = \langle E_{\text{пад}} H_{\text{пад}} \rangle$:

$$I_{\text{отр}} = I_{\text{пад}} \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2. \quad (63.8)$$

Интенсивность проходящей (преломленной) волны при нормальном падении света

$$I_{\text{прел}} = I_{\text{пад}} - I_{\text{отр}} = I_{\text{пад}} \frac{4n_2n_1}{(n_2 + n_1)^2}. \quad (63.9)$$

4. Введем понятие о коэффициентах отражения и прозрачности:

$$R = \frac{I_{\text{отр}}}{I_{\text{пад}}} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2, \quad T = \frac{I_{\text{прел}}}{I_{\text{пад}}} = 1 - R = \frac{4n_2n_1}{(n_2 + n_1)^2}. \quad (63.10)$$

Полученные величины совершенно аналогичны тем, которые были введены для упругих волн (см. § 56.6).

§ 63.3. Дисперсия

1. Получив соотношение (63.4), Максвелл не смог его проверить, ибо в то время диэлектрические проницаемости большинства веществ были либо совсем неизвестны, либо измерены с большими погрешностями. Между тем проверка этого соотношения была одним из методов проверки справедливости теории Максвелла наряду с опытами по измерению светового давления (см. § 59.3). Первые систематические измерения диэлектрической проницаемости провел Л. Больцман в 1872–1874 гг. Ряд интересных результатов получили ученики А. Г. Столетова — Н. Н. Шиллер в 1874 г. и П. А. Зилов в 1875 г.

2. В табл. 63.1 приведены для сравнения диэлектрические проницаемости и показатели преломления некоторых веществ. Для воды и льда указаны частоты, при которых измерялась диэлектрическая проницаемость. Все показатели преломления даны для желтого участка спектра (линия натрия $\lambda_D = 589,6$ нм или линия гелия $\lambda_d = 587,6$ нм, частота $\nu = 5,1 \cdot 10^{14}$ Гц). В тех случаях, когда частота не указана, приведенные данные справедливы практически для всех частот.

Таблица 63.1

Вещество	n	n^2	ϵ	ν
Воздух	1,000292	1,000584	1,000576	—
Бензол	1,50	2,25	2,2836	—
Парафин (жидкий)	1,48	2,19	2,2	—
Алмаз	2,4195	5,855	5,68	—
Плавленый кварц	1,4587	2,129	3,8	—
Каменная соль	1,5412	2,374	6,0	—
Стекло, крон	1,5097	2,280	5,3	—
Стекло, флинт	1,7004	2,890	6,9	—
Лед (-5°C)	1,31	1,716	75 25 5	0 10 кГц 50 кГц
Вода (20°C)	1,333	1,773	80 44	До 1 ГГц 19 ГГц
Пары воды	1,000252	1,0005	1,0060	30 ГГц

3. Мы видим, что для воздуха (который здесь приведен как пример одного из многих газов) соотношение $n^2 = \epsilon$ выполняется очень хорошо. Выполняется это соотношение и для жидкостей и твердых тел с ковалентными связями между атомами (бензол, парафин, алмаз и др.).

Для веществ с ионной кристаллической решеткой соотношение $n^2 = \epsilon$ выполняется уже плохо (кварц, соль, стекло). Совершенно отличны значения n^2 и ϵ для веществ с полярными молекулами (вода, лед). Однако это еще не следует рассматривать как опровержение теории Максвелла. Дело в том, что для этих веществ значения n^2 и ϵ измерены при разных частотах, и в связи с этим они могут и не совпадать, о чем, кстати, писал Максвелл.

4. Опыт показывает, что как диэлектрическая проницаемость вещества, так и показатель преломления зависят от частоты колебаний световой волны и тем самым — от длины волны. Но если показатель преломления зависит от частоты, то и скорость распространения света в веществе, согласно (63.3), также зависит

от частоты. *Зависимость скорости распространения волны от ее частоты называется дисперсией.* С таким же основанием можно дисперсией называть зависимость скорости волны от длины волны.

§ 63.4. Дисперсия и спектральное разложение

1. Дисперсия сопровождается спектральным разложением немонохроматического (например, белого) света на синусоидальные составляющие. Причина заключается в том, что разным частотам соответствуют разные показатели преломления, вследствие чего соответствующие этим частотам лучи отклоняются на разные углы от первоначального направления.

Пусть, например, на поверхность воды падает из воздуха луч белого света; угол падения $\alpha = 80^\circ$. Найдем угол преломления для красного света ($\lambda = 670, 8 \text{ нм}$, $n_{\text{кр}} = 1,33$) и для фиолетового ($\lambda = 404, 7 \text{ нм}$, $n_{\text{ф}} = 1,34$). Пользуясь законом преломления (63.2), получим значения углов преломления:

$$\sin \alpha_{\text{кр}} = (\sin 80^\circ)/1,33 = 0,7405, \quad \alpha_{\text{кр}} = 47^\circ 46';$$

$$\sin \alpha_{\text{ф}} = (\sin 80^\circ)/1,34 = 0,7350, \quad \alpha_{\text{ф}} = 47^\circ 19'.$$

Мы видим, что фиолетовый свет отклоняется от первоначального направления сильнее, нежели красный, вследствие чего белый свет разлагается на составляющие гармоники.

2. Возникновение спектра при преломлении белого света в стекле наблюдали, по-видимому, в глубокой древности. Однако до Ньютона никто всерьез этим вопросом не занимался. В 1666 г. Ньютон «достал треугольную стеклянную призму, чтобы с ней произвести опыты над знаменитым явлением цветов», как он писал в своем мемуаре «Новая теория света и цветов». Разложив с помощью призмы белый свет в спектр, Ньютон показал, что «однородные» цвета (как мы сейчас говорим — монохроматические волны) уже далее на составные цвета не разлагаются.

Различную «преломляемость» света разного цвета Ньютон объяснял тем, что красный свет состоит из больших частиц (корпускул), а фиолетовый — из маленьких. Притягиваясь веществом, менее массивные фиолетовые частицы отклоняются сильнее более массивных красных. И хотя с современных позиций явление дисперсии объясняется совершенно иначе, не следует умалять заслуг Ньютона в области оптики как ученого, который

открыл и исследовал ряд новых оптических явлений и попытался создать для их объяснения стройную теорию.

§ 63.5. Электронная теория дисперсии

1. В вакууме все электромагнитные волны распространяются с одной и той же скоростью с независимо от их частоты; дисперсия возникает только в веществе. Следовательно, дисперсия, как и другие свойства вещества, должна найти объяснение на основе структуры вещества.

Теорию дисперсии на основе классической электронной теории разработал выдающийся ученый Х. А. Лоренц в конце XIX – начале XX в. В основу ее положены следующие соображения.

2. Большая разница между ϵ и n^2 наблюдается лишь у веществ с полярными молекулами в том случае, если ϵ измерено на частотах, сильно отличающихся от частоты световых волн. Если же измерить показатель преломления вещества в оптическом диапазоне (видимый свет и пограничные с ним области инфракрасного и ультрафиолетового участков спектра), то он будет примерно одним и тем же у веществ как с полярными, так и с неполярными молекулами (см. табл. 63.1). Отсюда мы заключаем, что ориентационная поляризуемость, характерная для веществ с полярными молекулами (см. § 38.6), имеет место лишь в статическом поле и в переменных полях с относительно малой частотой. В полях высокой частоты молекулярный диполь уже не успевает поворачиваться, степень ориентации этих диполей уменьшается, и соответственно уменьшается диэлектрическая проницаемость; у льда, например, она уменьшается в 15 раз при изменении частоты от нуля до 50 кГц (см. табл. 63.1).

Итак, в оптическом диапазоне частот наличие или отсутствие у молекул дипольного момента, а также наличие ионной или ковалентной связи между частицами кристалла или жидкости перестает играть роль и поляризация вещества возникает только за счет деформации электронного облака (см. § 38.5).

3. Чтобы объяснить зависимость показателя преломления вещества от частоты (т. е. дисперсию), проанализируем механизм поляризации атома или молекулы в электромагнитном поле световой волны. Пусть световой вектор (см. § 61.2) совершает колебания:

$$E = E_0 \cos \omega t. \quad (63.11)$$

Под действием электрической силы $F = eE = eE_0 \cos \omega t$ электроны в атомах станут совершать вынужденные колебания (см.

§ 53.1). Действием магнитной составляющей, как это показано в § 61.2, можно пренебречь. Вынужденные колебания электронного облака происходят по закону (см. § 53.1)

$$l = A \cos \omega t = \frac{F_m}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos \omega t = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos \omega t. \quad (63.12)$$

Здесь ω_0 — собственная круговая частота колебаний электронного облака, ω — круговая частота колебаний волны. Изменение начальной фазы с $\varphi = 0$ при $\omega < \omega_0$ к фазе $\varphi = \pi$ при $\omega > \omega_0$ учтем, введя знак у амплитуды.

4. Наведенный полем дипольный момент молекулы совершает колебания по такому же закону:

$$p_e = el = \frac{e^2 E_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos \omega t = \frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} E. \quad (63.13)$$

Сопоставив это выражение с формулой (38.18), получим значение поляризуемости молекулы:

$$\alpha = \frac{p_e}{\varepsilon_0 E} = \frac{e^2}{m\varepsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (63.14)$$

Диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = n^2$, согласно (38.20), будет равна

$$n^2 = \varepsilon = 1 + n_0 \alpha = 1 + \frac{e^2 n_0}{m\varepsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (63.15)$$

Это и есть *закон дисперсии*. Здесь концентрация молекул обозначена через n_0 , чтобы отличить ее от показателя преломления n .

5. У газов электрическая восприимчивость $\varkappa = n_0 \alpha$ много меньше единицы, что позволяет упростить выражение (63.15). В самом деле, $n^2 - 1 = \varkappa$, или $(n - 1)(n + 1) = \varkappa$. Но $n + 1 \approx 2$, следовательно, $n - 1 = \varkappa/2$, или так:

$$n = 1 + \frac{\varkappa}{2} = 1 + \frac{e^2 n_0}{2m\varepsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (63.15')$$

§ 63.6. Нормальная и аномальная дисперсия

1. Выражение (63.15) позволяет объяснить явление дисперсии. Как видно, показатель преломления зависит от круговой частоты колебаний электромагнитного поля в световой волне.

При выводе закона дисперсии мы учитывали только воздействие внешнего электромагнитного поля на электронное облако

молекулы и не учитывали межмолекулярного взаимодействия. Следовательно, полученный выше закон дисперсии фактически справедлив только для газов. Однако качественно, для выяснения механизма процесса (но не для расчетов), мы будем пользоваться формулой (63.15) и для жидкостей и твердых тел.

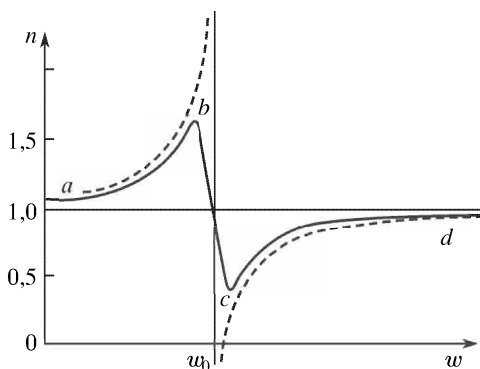


Рис. 63.3

2. График закона дисперсии (63.15') показан на рис. 63.3 штриховыми линиями. Мы видим, что когда частота волны меньше собственной частоты колебаний электронного облака ($\omega < \omega_0$), показатель преломления больше единицы. При $\omega \rightarrow \omega_0$ показатель преломления возрастает неограниченно. Если же частота волны больше собственной частоты ($\omega > \omega_0$), то показатель преломления меньше единицы, и при $\omega \rightarrow \omega_0$ показатель преломления станет отрицательной величиной, что бессмысленно.

Мы приходим к выводу, что выражение (63.15) имеет смысл лишь при условии, что частота волны существенно отличается от собственной частоты колебаний электронного облака. В случае, когда $\omega \approx \omega_0$, мы получаем абсурдный результат. Это полностью соответствует анализу, проведенному в § 53.2, согласно которому при резонансе выражением (63.12) и его следствием (63.15) пользоваться нельзя. Здесь следует учесть наличие затухания, степень которого, выражаемая добротностью, и определяет амплитуду колебаний при резонансе.

3. Более точная теория дисперсии, которую мы здесь излагать не будем, учитывает наличие затухания и приводит к правильной зависимости показателя преломления от частоты во всем диапазоне частот. График этой функции показан на рис. 63.3 сплошной линией. Он называется *дисперсионной кривой*.

Как видно, в областях ab и cd , где частота волны существенно отличается от резонансной, показатель преломления растет при возрастании частоты волны. Эти участки называются областями *нормальной* дисперсии. Участок bc вблизи резонансной частоты характерен тем, что с ростом частоты показатель преломления уменьшается. Этот участок называется областью *аномальной* дисперсии.

Заметим, что с точки зрения электронной теории здесь ничего ненормального нет, участок bc появляется столь же закономерно, как и участки ab и cd . Просто до середины XIX в. такие участки дисперсионной кривой не наблюдались, и физики со времен Ньютона привыкли считать, что с ростом частоты (уменьшением длины волны) показатель преломления возрастает. Поэтому, когда в 1862 г. Ф. П. Леру обнаружил в парах иода, что с ростом частоты показатель преломления убывает, то это необычное явление он назвал аномальной дисперсией.

§ 63.7. Поглощение света

1. В § 55.4 мы рассмотрели явление затухания волн и получили закон затухания для плоской волны — закон Бугэра $I = I_0 e^{-\mu x}$ (см. (55.16) и (55.17)). При выводе этого закона мы нигде не учитывали механизм распространения волны, поэтому закон Бугэра оказывается справедливым не только для упругих, но и для электромагнитных волн.

2. Опыт показывает, что коэффициент поглощения зависит от частоты волны — иными словами, наряду с дисперсией коэффициента преломления имеется дисперсия коэффициента поглощения. На рис. 63.4 показана зависимость коэффициента поглощения от длины волны $\lambda = 2\pi c/\omega$. Рядом для сравнения штриховой линией показана дисперсионная зависимость показателя преломления на шкале длин волн. Области нормальной и аномальной дисперсии обозначены теми же буквами, что и на рис. 63.3.

Мы видим, что максимально поглощаются световые волны в области аномальной дисперсии bc . Данное явление есть следствие общего свойства вынужденных колебаний: система погло-

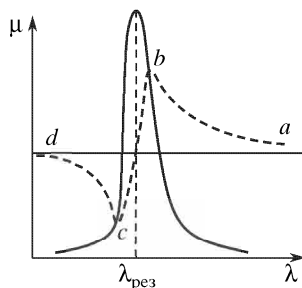


Рис. 63.4

щает наибольшую мощность при резонансе (см. § 54.8). Подробно механизм поглощения света атомами и молекулами будет рассмотрен в квантовой механике (см. главы 71 и 72).

3. У атомов и молекул имеется не одна собственная частота, а набор собственных частот (см. § 74.4). Вблизи каждой из этих частот коэффициент поглощения резко возрастает. Измерение коэффициента поглощения является единственным методом определения собственных частот атомов, молекул, кристаллов и т. п.

В твердых телах или растворах благодаря сильному взаимодействию между атомами или молекулами области аномальной дисперсии уширяются и превращаются в полосы поглощения, между которыми лежит область частот, поглощающихся слабо. На этом основано действие *светофильтров*. Это пластины из стекла с присадками тех или иных солей, пленки из пластмасс, содержащие некоторые органические красители, или растворы красителей в воде, спирте и других растворителях. В зависимости от химического состава светофильтр пропускает только определенную область частот, поглощая остальные.

§ 63.8. Фазовая и групповая скорость

1. Мы уже говорили, что свет — это не синусоидальная волна, а набор волновых цугов, и показали, что волновой цуг в первом приближении можно представить как «кусочек биений» (см. § 61.3). Но «кусочку биений» — следовательно, и волновому цугу — соответствует набор частот (и набор волновых чисел); возникает вопрос о том, что следует понимать под скоростью волнового цуга в веществе.

В самом деле, пока мы рассматривали распространение волнового цуга в вакууме, все было ясно — независимо от частоты все световые волны в вакууме распространяются со скоростью c , такова же и скорость цуга. Однако в веществе благодаря дисперсии скорости обоих синусоидальных слагаемых цуга окажутся различными, и следует определить, что мы понимаем под скоростью цуга.

2. Скорость синусоидальной волны u будем далее называть *фазовой скоростью*. Из (56.6) следует

$$u = \frac{\omega}{k}. \quad (63.16)$$

Групповой скоростью U волнового цуга (иначе — волнового пакета или группы волн) будем называть скорость переноса энергии с помощью волнового цуга.

Для определения групповой скорости обратимся к уравнениям (61.2) и (61.3), которые описывают закон распространения «куска биений» и тем самым — волнового цуга. Из (61.3) следует, что амплитуда биений распространяется в виде волны, которая называется *волной амплитуды*:

$$B = 2E_0 \cos(\Delta\omega \cdot t - \Delta k \cdot x). \quad (63.17)$$

Скорость распространения волны амплитуды — это и есть групповая скорость. По аналогии с (63.16) получим для групповой скорости выражение

$$U = \frac{d\omega}{dk} = \omega'(k). \quad (63.18)$$

Поскольку энергия пропорциональна квадрату амплитуды, то скорость распространения энергии равна скорости волны амплитуды, т. е. групповой скорости.

3. Поскольку фазовая скорость $u = c/n$ (см. (63.3)), то в области больших частот, где $n < 1$ (см. рис. 63.3), эта скорость оказывается больше скорости света в вакууме. На первый взгляд может показаться, что якобы возможны сигналы, скорость которых $u > c$, что противоречит основному положению теории относительности о предельном характере скорости света в вакууме (см. § 12.6).

Однако никакого противоречия здесь нет. Дело в том, что *всякая волна, несущая информацию* (т. е. сигнал), *модулирована* (см. § 50.2 и 60.2) и ее распространение характеризуется не фазовой, а групповой скоростью. Выражение (63.18) преобразуется к виду

$$U = \frac{c}{n + \omega(dn/d\omega)}. \quad (63.18')$$

В области нормальной дисперсии $dn/d\omega > 0$, что видно из рис. 63.3. Оказывается, что здесь $n + \omega(dn/d\omega) > 1$, следовательно, $U < c$. Итак, в области нормальной дисперсии групповая скорость меньше скорости света в вакууме в полном соответствии с теорией относительности.

В области аномальной дисперсии понятие групповой скорости теряет смысл. Но строгая теория показывает, что и здесь скорость сигнала меньше скорости света в вакууме.

§ 63.9. Измерение скорости света

1. Для определения скорости света следует определить время τ , в течение которого свет проходит некоторое расстояние l , и разделить это расстояние на время. Но ввиду огромного значения скорости света здесь необходимо измерить либо астрономические расстояния (при большом τ), либо очень малые промежутки времени (при расстоянии l порядка земных масштабов).

2. Первое измерение скорости света астрономическим методом принадлежит Олафу Рёмеру (1676 г.). Он заметил, что промежутки времени между двумя последующими затмениями одного из спутников Юпитера, Ио, возрастают, когда Земля удаляется от Юпитера, и убывают при сближении Юпитера и Земли. Он пришел к правильному заключению, что запаздывание равно дополнительному времени, которое свет затрачивает на то, чтобы пройти расстояние, пройденное удаляющейся Землей за время затмения.

Пусть $T_1, T_2, T_3, \dots, T_N$ — наблюдаемые промежутки времени между одинаковыми фазами двух последующих затмений спутника, когда Земля удаляется от Юпитера, T — период обращения спутника, N — число наблюдаемых затмений за полгода. Тогда

$$t_1 = T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_N = NT + \frac{D}{c}.$$

Соответственно за другие полгода, когда Земля приближается к Юпитеру, имеем

$$t_2 = T'_1 + T'_2 + T'_3 + \dots + T'_N = NT - \frac{D}{c}.$$

Вычитая из первого выражения второе, мы исключаем неизвестный нам истинный период обращения спутника. Итак,

$$\tau = \frac{t_1 - t_2}{2} = \frac{D}{c}. \quad (63.19)$$

Рёмер нашел, что $\tau = 1320$ с. При известном диаметре земной орбиты $D = 298,9 \cdot 10^6$ км получим для скорости света

$$c = \frac{D}{\tau} = \frac{298,9 \cdot 10^6}{1320} = 227 \cdot 10^3 \text{ км/с}.$$

По более точным измерениям запаздывания, выполненным Сэми-соном (1909 г.), промежутков времени $\tau = 997,6$ с, откуда следует

$$c = \frac{D}{\tau} = \frac{298,9 \cdot 10^6}{997,6} \approx 300 \cdot 10^3 \text{ км/с}.$$

3. Были разработаны лабораторные методы определения скорости света: метод прерываний и метод вращающегося зеркала.

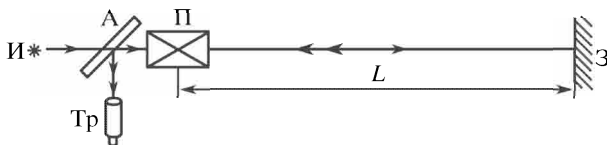


Рис. 63.5

По методу прерываний (рис. 63.5) свет от источника $И$ пропускается импульсом через прерыватель $П$, проходит некоторое расстояние L и, отразившись от зеркала $З$, возвращается к прерывателю. Если прерыватель работает периодически с периодом T , то отраженный свет пройдет через него при условии, что время движения сигнала $\tau = 2L/c$ равно периоду, т. е. $T = \tau = 2L/c$. В этом случае свет проходит через прерыватель, отражается от полупрозрачного зеркала A и попадает в зрительную трубу $Тр$. Скорость света

$$c = \frac{2L}{\tau} = \frac{2L}{T} = 2l\nu, \quad (63.20)$$

где $\nu = 1/T$ — частота прерываний.

Физо в 1849 г. использовал в качестве прерывателя вращающееся зубчатое колесо. Полученный результат $c = 313 \cdot 10^3$ км/с был для того времени неплохим. В настоящее время в качестве прерывателей применяются оптические затворы, управляемые сложными радиоэлектронными приборами. Это позволило резко повысить точность измерений. В 1950 г. Бергштрэнд, используя $L = 7$ км, получил для скорости света значение (в вакууме)

$$c = 299\,793,1 \pm 0,25 \text{ км/с.}$$

4. Метод вращающегося зеркала впервые был использован в установке Фуко в 1860 г. Ему удалось уменьшить L до 4 м, сообщив зеркалу 800 оборотов в секунду. Пропустив свет через трубу, заполненную водой, он показал, что скорость света в воде меньше, чем в воздухе, в полном соответствии с выводами волновой теории света (см. (63.3)).

Майкельсон усовершенствовал метод вращающегося зеркала. Схема его установки показана на рис. 63.6. Пучок света от источника 1 проходит через диафрагму 2 и фокусирующую систему 3 и падает на грань a_1 вращающегося восьмигранного зеркала. Отражившись от грани a_1 , пучок попадает на зеркало 4 и далее,

как видно из рисунка, движется через систему зеркал: $5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 10$ до грани a_5 восьмигранного зеркала. Отразившись от этой грани свет попадает в зрительную трубу 11.

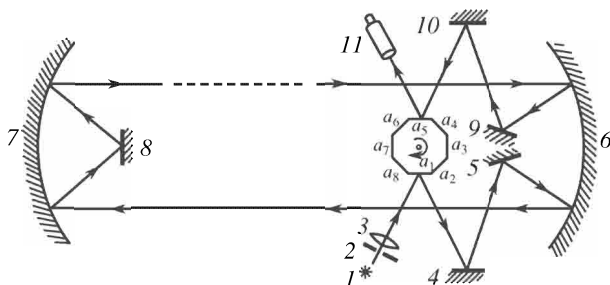


Рис. 63.6

Вогнутые зеркала 6 и 7 располагались на двух горах, расстояние между которыми $L = 35\,373,21$ м. Восьмигранное зеркало совершало $\nu = 528$ об/с. За время τ , в течение которого свет пробежал удвоенное расстояние между горами, зеркало поворачивалось на $1/8$ оборота, так что на месте грани a_5 оказывалась грань a_6 , и в зрительной трубе 11 был виден свет. Длительность одной восьмой оборота составляет $\tau = \frac{1}{8\nu} = \frac{1}{8 \cdot 528}$ с; расстояние, пройденное светом, $l = 2L = 2 \cdot 35\,373,21$ м. Скорость света $c = l/\tau = 16L\nu$. С учетом погрешности эксперимента Майкельсон в 1926 г. получил для скорости света значение

$$c = 299\,796 \pm 4 \text{ км/с.}$$

5. Во всех опытах по измерению скорости света световой сигнал разбивается на импульсы. В методе Рёмера прерывания происходят за счет затмений, в методе Майкельсона — за счет вращения зеркала и т. п. Следовательно, в опыте мы измеряем скорость волнового пакета, т. е. *групповую скорость*. Фазовую скорость света в этом же веществе можно вычислить, измерив предварительно показатель преломления n и дисперсию $dn/d\omega$ с помощью какого-либо интерферометра (см. § 61.8, 61.9). По фазовой скорости и показателю преломления вычисляется затем скорость света в вакууме.

6. Новый метод измерения скорости света появился после создания квантовых генераторов (см. § 77.4). Идея его очень проста: следует измерить независимо друг от друга длину волны и ее частоту, а затем по формуле $c = \lambda\nu$ (см. (56.3)) вычислить скорость света.

Точные измерения длины волны удобно производить в оптическом диапазоне с помощью интерферометров (см. § 61.8), точные измерения частоты — в радиотехническом диапазоне, где за эталон частоты принята частота излучения цезиевого квантового генератора (длина волны 3, 27 см). Затем с помощью нелинейных преобразователей, аналогичных детектору (см. § 60.5), сравнивают частоту оптического излучения с эталоном.

В конце 1972 г. таким методом была измерена скорость света в вакууме с очень высокой степенью точности:

$$c = 299\,792\,456,2 \pm 1,1 \text{ м/с.}$$

Глава 64

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

§ 64.1. Поляризованный и естественный свет

1. В отличие от продольной упругой волны, у которой колебания частиц происходят вдоль луча, частицы в поперечной волне колеблются в направлениях, перпендикулярных лучу (см. § 55.1). Если представить себе, что луч направлен, например, вдоль оси абсцисс, то для продольной волны все направления на плоскости yz равноправны, а у поперечной волны существует выделенное направление, вдоль которого происходят колебания светового вектора, т. е. вектора напряженности электрического поля (см. § 61.2).

Принято плоскость, в которой колеблется электрический вектор **Е**, называть *плоскостью колебаний*. По историческим причинам плоскость, в которой происходят колебания магнитного вектора **Н**, принято называть *плоскостью поляризации*. Плоскость колебаний волны, которую излучает колеблющийся заряд или диполь (см. рис. 59.4), проходит через луч и вектор ускорения. Задав луч и плоскость колебаний, мы тем самым автоматически задаем и плоскость поляризации.

2. Электромагнитная волна, у которой направления колебаний векторов **Е** и **Н** строго фиксированы, называется *линейно поляризованной волной*. Иногда вместо этого термина применяется термин *плоско поляризованная волна*. Если речь идет о световых волнах, то говорят о *линейно поляризованном свете*.

3. Атомы излучают свет отдельными цугами (см. § 61.2). Поэтому свет, излучаемый телом, состоящим из множества атомов, представляет собой набор большой совокупности цугов. Но в веществе нет какого-либо механизма, который согласовывал бы излучение отдельных атомов; наоборот, атомы излучают независимо друг от друга, и весь процесс излучения носит случайный, статистический характер.

В § 61.6 мы показали, что статистический механизм излучения света приводит к беспорядочному изменению фазы волны, вследствие чего свет обычно некогерентен. Статистический характер излучения света приводит также к тому, что у каждого волнового цуга своя плоскость колебаний, а у световой волны, как совокупности цугов, плоскость колебаний меняется беспорядочно.

Мы видим, что волна, излучаемая обычными источниками света, не является поляризованной: у нее векторы поля колеблются не в фиксированном направлении, а беспорядочно во всех направлениях, перпендикулярных лучу. Световая волна, у которой направления колебаний электрического (и соответственно магнитного) вектора хаотически меняются, так что для него равновероятны все направления колебаний в плоскости, перпендикулярной лучу, называется *естественным* (неполяризованным) светом.

§ 64.2. Анализатор. Закон Малюса

1. Представим себе резиновый шнур, по которому бежит поперечная волна. Если бы даже шнур был невидимым, то мы все равно могли бы определить положение плоскости колебаний с помощью установки, изображенной на рис. 64.1. Когда

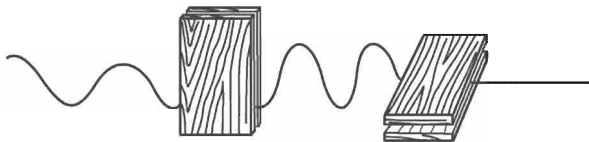


Рис. 64.1

плоскость колебаний совпадает с плоскостью щели, образованной параллельными досками, волна пройдет через установку; если же повернуть доски на 90° , то колебания подавляются, и волна сквозь щель не пройдет.

Аналогично можно с помощью антенны типа диполя, настроенной в резонанс с волной, определить положение плоскости коле-

баний в линейно поляризованной электромагнитной волне. Если расположить диполь так, чтобы он лежал в плоскости колебаний (рис. 64.2*а*), то лампочка ярко загорится. В этом случае колебания электрического вектора, направленного вдоль проводника,

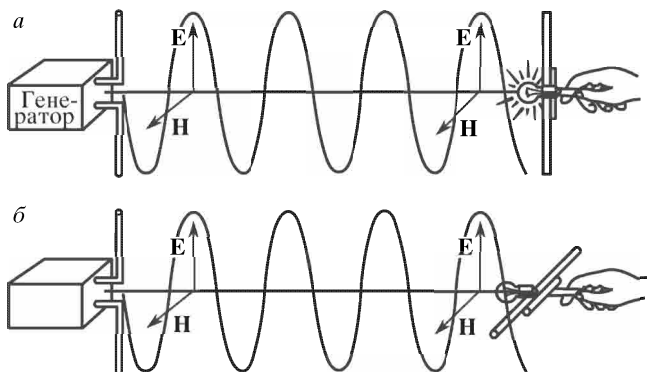


Рис. 64.2

вызовут в проводнике вынужденные колебания — токи высокой частоты. Ток, протекая по нити накала лампочки, раскаляет ее, и лампочка светится. Если повернуть диполь на 90° , то вектор напряженности электрического поля окажется перпендикулярным проводнику (рис. 64.2*б*). При этом ток в проводнике возникнуть не может, и лампочка гаснет.

Такой же эксперимент можно поставить и с поляризованным светом, что будет рассмотрено в § 64.6.

2. Прибор, с помощью которого можно обнаружить положение плоскости колебаний поляризованной волны, называется *анализатором*. В описанном выше опыте с упругой волной на шнуре анализатором служила система из двух досок со щелью. В опыте с электромагнитной волной анализатором служила антенна в виде диполя. Принцип действия и конструкция анализатора в оптическом диапазоне будут рассмотрены в § 64.6.

3. Если антенну-анализатор в опыте, изображенном на рис. 64.2, медленно поворачивать из положения *а* в положение *б*, то яркость горения лампочки станет плавно уменьшаться от максимума в положении *а* до нуля в положении *б*. При дальнейшем повороте диполя интенсивность свечения станет вновь нарастать и достигнет максимума, когда диполь повернется на 180° . Данное явление объясняется следующим образом.

Пусть колебания электрического вектора происходят в вертикальном направлении с амплитудой E_0 , и пусть направление диполя-анализатора составляет угол α с плоскостью колебания (рис. 64.3). Разложим вектор E_0 на две составляющие: вдоль антенны E и перпендикулярно ей $E_{\perp}$. Как видно из рисунка,

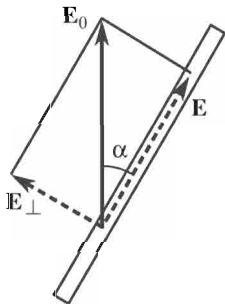


Рис. 64.3

$$E = E_0 \cos \alpha, \quad E_{\perp} = E_0 \sin \alpha. \quad (64.1)$$

Колебания тока в антенне вызовет лишь одна составляющая поля, а именно — вектор E , направленный вдоль антенны. Под действием вектора $E_{\perp}$ никакие колебания в антенне не возникнут.

4. Вспомним, что интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды (см. § 55.3). Обозначив интенсивность волны $I_0 = kE_0^2$ и интенсивность колебаний в антенне $I = kE^2$, имеем

$$\frac{I}{I_0} = \frac{E^2}{E_0^2}. \quad (64.2)$$

Сопоставив полученную пропорцию с первым равенством системы (64.1), получим

$$I = I_0 \cos^2 \alpha. \quad (64.3)$$

Итак, интенсивность волны, прошедшей анализатор, пропорциональна квадрату косинуса угла между плоскостью колебаний волны и осью анализатора (*закон Малюса*).

§ 64.3. Двойное лучепреломление

1. Существует ряд кристаллов, в которых луч света, преломляясь, расщепляется на два луча с разными свойствами. К числу двоякопреломляющих кристаллов относится кальцит (CaCO_3 ; иначе он называется исландский шпат), кварц и т. п.

Кальцит представляет собой кристалл с гексагональной решеткой (см. § 33.2); ось симметрии шестиугольной призмы, образующей его ячейку (см. рисунки 33.4 и 32.3), называется *оптической осью*.

2. Вырежем из кристалла кальцита пластинку так, чтобы ее грани были перпендикулярны оптической оси (рис. 64.4а). Вид сбоку на эту пластинку и направление оптической оси показаны на рис. 64.4б. Заметим, что оптическая ось — это не линия,

а направление в кристалле. Любая прямая $M'N'$, параллельная направлению MN , также является оптической осью.

Главной плоскостью кристалла назовем плоскость, которая проходит через световой луч и оптическую ось кристалла.

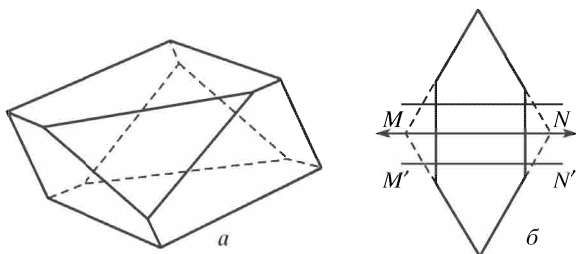


Рис. 64.4

3. Если направить луч света вдоль оптической оси, то никакие изменения в нем не произойдут благодаря полной симметрии структуры вещества относительно этого направления. Если же направить луч под углом к оптической оси, то он разобьется на два луча (рис. 64.5), из которых один называется *обыкновенным*, второй — *необыкновенным*. Причина такого их наименования следующая.

Закон преломления $\sin \alpha_0 = n \sin \alpha$ (63.2) выполняется по-разному для обоих лучей. У обыкновенного луча показатель преломления от угла падения не зависит: $n_{об} = 1,658$ для любых углов падения. Следовательно, и скорость света вдоль обыкновенного луча $u_{об} = c/n_{об}$ во всех направлениях одна и та же.

Что касается необыкновенного луча, то у него показатель преломления $n_{необ}$ зависит от направления распространения света. Именно вдоль оптической оси показатели преломления необыкновенного и обыкновенного лучей совпадают ($n_{необ} = n_{об} = 1,658$), а в перпендикулярном оптической оси направлении $n_{необ} = 1,486$.

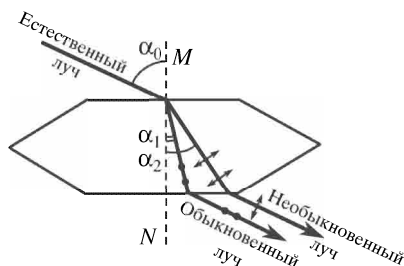


Рис. 64.5

Отсюда следует, что вдоль оптической оси скорость световой волны одна и та же для обыкновенного и необыкновенного лучей, а в других направлениях скорость необыкновенной волны у кальцита больше, чем обыкновенной. Наибольшая разница между ско-

ростями обеих волн возникает в направлении, перпендикулярном оптической оси. Здесь скорость необыкновенной волны на 11,5% больше, чем обыкновенной.

4. Заметим, что все данные мы привели выше для желтого света с длиной волны $\lambda = 589,3$ нм. Значения показателя преломления для других длин волн приведены в табл. 64.1.

Таблица 64.1

Свет	λ , нм	Кальцит		Кварц	
		$n_{об}$	$n_{необ}$	$n_{об}$	$n_{необ}$
Красный	670,8	1,6537	1,4843	1,5415	1,5505
Желтый	589,3	1,6584	1,4864	1,5443	1,5534
Зеленый	508,6	1,6653	1,4895	1,5482	1,5575
Синий	480,0	1,6686	1,4911	1,5501	1,5594
Фиолетовый	404,7	1,6813	1,4969	1,5572	1,5667

§ 64.4. Причина двойного лучепреломления

1. Определим с помощью анализатора направление колебаний светового вектора (т. е. электрического вектора **E**) в необыкновенной и обыкновенной волнах. Оказывается, в обыкновенной волне колебания вектора **E** происходят перпендикулярно главной плоскости, что на рис. 64.5 показано точками на луче. В необыкновенной волне электрический вектор колеблется в главной плоскости кристалла, что показано на рис. 64.5 стрелками. Различие в скоростях обеих волн и, как следствие, в их показателях преломления можно на этой основе объяснить следующим образом.

В анизотропных телах (за исключением кристаллов с кубической решеткой) сила взаимодействия между электронным облаком и решеткой в разных кристаллографических направлениях различна. В результате и собственная частота колебаний электронного облака будет зависеть от того, в каком направлении станут колебаться электроны под действием световой волны. А это, согласно формуле (63.15), в свою очередь приведет к разным значениям показателя преломления и скорости волны в разных направлениях.

2. Пусть колебания электронного облака в кристалле возбуждаются волной, колебания которой перпендикулярны главной плоскости; на рис. 64.5 это обыкновенная волна. Допустим, что в этом случае собственная частота колебаний электронного облака не зависит от направления колебаний. Тогда, согласно (63.15), и показатель преломления не зависит от направления луча. Мы видим, что в этом случае скорость распространения света во всех

направлениях будет одинаковой. А именно такими свойствами обладает обыкновенный луч.

3. Пусть теперь колебания электронного облака возбуждаются волной, колебания которой происходят в главной плоскости; на рис. 64.5 это необыкновенная волна. Опыт показывает, что в этом случае показатель преломления зависит от направления луча; это можно объяснить, предполагая, что собственная частота колебаний электронного облака зависит от того, в каком направлении колеблется вектор $\mathbf{E}$, возбуждающий эти колебания.

Из неравенства собственных частот следует, согласно (63.15), неравенство показателей преломления: если $\omega_0^{\text{необ}} \neq \omega_0^{\text{об}}$, то и $n_{\text{необ}} \neq n_{\text{об}}$; то же относится и к скоростям этих волн. Мы видим, что на основе электронных представлений можно по крайней мере качественно объяснить причину двойного лучепреломления в кристаллах.

4. Явление двойного лучепреломления в кальците открыл Э. Бартолин в 1669 г. Х. Гюйгенс в 1690 г. дал формальную теорию явления, выдвинув предположение, что оба луча имеют разную скорость; однако причину этого он объяснить не мог. Мысль о том, что различие в скорости распространения обоих лучей вызвано какими-то внутренними особенностями самих лучей, принадлежит Ньютону и была им выдвинута в его знаменитой «Оптике» (1704 г.). В 1808 г. Э. Малюс возродил представления Ньютона, объяснив особенности лучей, возникающих при двойном лучепреломлении, их «полярными» свойствами — аналогично полюсам магнита. В связи с этим он и ввел понятие о поляризации света.

Т. Юнг и О. Френель, обосновавшие с помощью явлений интерференции и дифракции волновую природу света, пытались объяснить явление поляризации света на основе волновых представлений. Они понимали, что для этого надо считать световые волны поперечными; Френель обосновал это свойство световых волн с помощью ряда экспериментов и рассуждений. Однако создать теорию упругого эфира, в котором возникают поперечные волны, не имеющие продольной составляющей, не удавалось — приходилось наделять эфир противоречивыми свойствами. Таким образом, явление поляризации света никак не укладывалось в теорию упругого светоносного эфира. Устранить эти противоречия удалось только на основе максвелловской электромагнитной теории света, сделавшей ненужным само понятие эфира. Однако это стало ясно лишь после создания теории относительности.

§ 64.5. Дихроизм

1. Существуют кристаллы, которые по-разному поглощают обыкновенный и необыкновенный лучи. Так, если на кристалл турмалина направить пучок естественного света перпендикуляр-

но направлению оптической оси, то при толщине пластинки всего лишь в несколько миллиметров обыкновенный луч полностью поглотится, а из кристалла выйдет только необыкновенный луч (рис. 64.6).

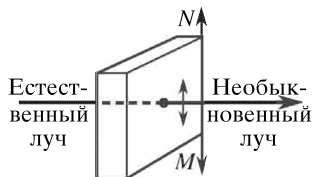


Рис. 64.6

Различный характер поглощения обыкновенного и необыкновенного лучей называется *анизотропией поглощения* или *дихроизмом*.

2. Для объяснения этого явления вспомним, что сильное поглощение электромагнитных волн наблюдается в области аномальной дисперсии, т. е. когда частота колебаний волны близка к собственной частоте колебаний электронного облака (см. § 63.7). Но в предыдущем параграфе мы показали, что в анизотропных веществах $\omega_0^{\text{об}} \neq \omega_0^{\text{необ}}$. А отсюда следует, что если, например, частота волны близка к собственной частоте колебаний электронного облака в направлении, перпендикулярном главной плоскости (т. е. $\omega \approx \omega_0^{\text{об}}$), то обыкновенная составляющая волны сильно поглощается. Необыкновенная волна, для которой $\omega \neq \omega_0^{\text{необ}}$, поглощается значительно слабее.

Как видно, на основе электронных представлений мы качественно объяснили не только анизотропию преломления (двойное лучепреломление), но и анизотропию поглощения (дихроизм). Ясно, что дихроизм в той или иной степени должны обладать все двоякопреломляющие кристаллы, но у разных веществ анизотропия поглощения проявляется по-разному.

§ 64.6. Поляроид — поляризатор и анализатор

1. Поляризационные приборы (иначе — *поляризаторы*) превращают естественный свет в линейно поляризованный. Все они работают по принципу отделения обыкновенного луча от необыкновенного. Примером поляризатора может служить пластинка турмалина (см. § 64.5).

В настоящее время широкое применение получили *поляроиды*. Для изготовления поляроида между двумя пластинами стекла или оргстекла заклеивается пленка из дихроичного вещества, практически полностью поглощающая обыкновенный луч; вся эта система закрепляется в оправе. Дешевизна поляроидов и возможность изготовления пластин с большой площадью обеспечили их широкое применение на практике. Вместе с тем у них есть

недостатки — они дают окрашенный свет; кроме того, они хорошо работают только в относительно узком спектральном диапазоне.

2. С помощью поляроида можно проанализировать характер поляризации света; если окажется, что свет линейно поляризован, то можно определить направление колебаний электрического вектора (плоскость колебаний).

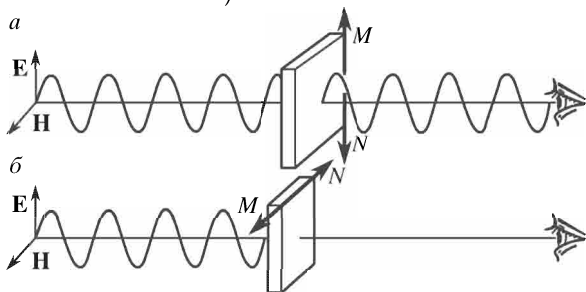


Рис. 64.7

Пусть линейно поляризованная волна падает на поляроид так, что направление колебаний электрического вектора совпадает с направлением оптической оси поляроида (рис. 64.7а); иными словами — плоскость колебаний совпадает с главной плоскостью кристалла. А это означает, что в кристалле распространяется необыкновенная волна (см. § 64.4), которую он слабо поглощает. Свет пройдет через поляроид и будет воспринят глазом. Повернем поляроид на 90° (рис. 64.7б). Тогда эта же волна оказывается обыкновенной, так как плоскость колебаний перпендикулярна главной плоскости кристалла. Но поляроид сильно поглощает обыкновенную волну, и свет сквозь поляроид не пройдет.

3. Рекомендуем читателю самостоятельно рассмотреть случай, когда плоскость колебаний линейно поляризованной волны составляет угол α с главной плоскостью поляроида. Разложив колебания волны на обыкновенную и необыкновенную составляющие, можно вывести закон Малюса для световых волн (см. § 64.2). Таким образом, поляроид может служить не только поляризатором, но и анализатором.

§ 64.7. Вращение плоскости поляризации

1. Поставим на пути светового пучка два поляроида так, чтобы их оптические оси были перпендикулярны друг другу («скрещенные» поляроиды). Свет через эту систему поляроидов

не пройдет: первый поляроид превратит естественный свет в линейно поляризованный, который поглотится во втором поляроиде (рис. 64.8). Поместим теперь на пути светового пучка кювету с раствором сахара. Мы увидим, что поле зрения просветлилось. Повернув поляроид вправо на некоторый угол α , мы опять добьемся полного затемнения поля зрения.

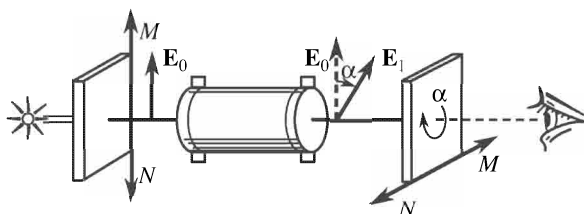


Рис. 64.8

Таким образом, мы приходим к выводу, что при прохождении пучка линейно поляризованного света через раствор сахара свет остался линейно поляризованным, но плоскость колебаний и, соответственно, плоскость поляризации (см. § 64.1) повернулись на некоторый угол.

2. Вещества, вызывающие поворот плоскости поляризации, называются *оптически активными*. К оптически активным кристаллам относится, например, кварц. Если свет распространяется вдоль оптической оси кварцевой пластинки толщиной 1 мм, то поворот плоскости поляризации для разных волн происходит на следующие углы:

Таблица 64.2

Свет	λ , нм	Удельное вращение $[\alpha]$	Свет	λ , нм	Удельное вращение $[\alpha]$
Красный	656,3	17,32°	Синий	486,1	32,76°
Желтый	589,3	21,72°	Фиолетовый	434,0	41,92°

Полный угол поворота плоскости поляризации пропорционален толщине пластинки d :

$$\alpha = [\alpha]d. \quad (64.4)$$

3. Оптическую активность проявляют не только кристаллы, но и жидкости (скипидар, никотин), а также растворы ряда веществ в воде, например сахарозы ($C_{12}H_{22}O_{21}$), глюкозы ($C_6H_{12}O_6$), виннокаменной, яблочной и миндальной кислот; рас-

творы камфары, бруцина, стрихнина в спирте и т. п. Угол вращения плоскости поляризации определяется по формуле

$$\alpha = [\alpha]cd, \quad (64.5)$$

где c — концентрация, равная числу граммов оптически активного вещества на 100 мл раствора.

Поскольку угол поворота плоскости поляризации пропорционален концентрации оптически активного вещества в растворе, то с помощью специальных приборов — поляриметров или сахариметров — удается очень быстро и точно по углу поворота определять эту концентрацию.

4. Оптически активными являются вещества, молекулы которых не имеют центра или плоскости симметрии; к их числу относятся молекулы большинства органических соединений, которые все в той или иной степени проявляют оптическую активность. В этом случае оптически активными являются как кристаллы данного вещества, так и их расплавы и растворы.

Но оптически активные кристаллы могут возникнуть и в результате спиральной структуры кристаллической решетки, а не из-за свойств молекул. В этом случае расплавы и растворы не будут оптически активными. Так, оптическая активность кварца проявляется только в пластинках, выпиленных из монокристаллов; плавленый кварц (аморфное состояние) оптически неактивен.

§ 64.8. Оптическая активность в живой природе

1. Оптически активные кристаллы всегда встречаются в виде двух структур, одна из которых является зеркальным отображением другой. Казалось бы, что и органические оптически активные вещества должны существовать в двух подобных состояниях. Между тем опыт показывает, что раствор сахара всегда вращает плоскость поляризации вправо, т. е. по часовой стрелке, если смотреть навстречу лучу. Таким свойством обладает не только сахар, но и все другие продукты органического происхождения: белки, аминокислоты, нуклеиновые кислоты и т. п.

2. Если изготовить синтетическим путем аналогичное вещество (например, сахар), то оно не будет оптически активным. Синтетически получается смесь, содержащая равное количество право- и левовращающих молекул. Вообще в неживой природе все вещества с несимметричными молекулами существуют в виде таких смесей.

Если с такой смесью станет взаимодействовать живое существо, то оно усвоит лишь одну из структур, соответствующую характеру оптической активности элементов этого существа. Например, если в раствор синтетического сахара поместить бактерии, питающиеся сахаром, то они будут усваивать только правовращающий сахар. Через некоторое время левовращающего сахара в растворе окажется гораздо больше, чем правовращающего, что можно будет обнаружить по повороту плоскости поляризации. Спустя некоторое время бактерии усвоят из смеси весь правовращающий сахар и начнут голодать, хотя в растворе останется еще масса левовращающего сахара, но организм живых существ его не усваивает.

3. Асимметрия оптической активности характерна только для биологического вещества и продуктов органического происхождения. Так, например, тот факт, что у нефти обнаружена оптическая активность, служит веским доводом в пользу теории об органическом происхождении нефти.

Энтропия оптически активной среды меньше энтропии смеси. В самом деле, равномерному распределению числа лево- и правовращающих молекул соответствует максимальная термодинамическая вероятность и тем самым — максимальная энтропия (см. гл. 28). В характере оптической активности биологических веществ сказывается общий закон упорядоченности живой материи, находящейся всегда в неравновесном состоянии, энтропия которого далека от максимума.

Причины асимметрии оптической активности у живых существ не вполне ясны. Возможно, что эта асимметрия возникла случайно и затем была закреплена механизмом наследственности.

Глава 65

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

§ 65.1. Основные законы геометрической оптики.

Пучок и луч

1. Все задачи оптики можно решить на основе волновых представлений, как это было показано в главах 61–64. Однако это требует применения весьма громоздкого математического аппарата. Между тем еще задолго до того, как была выяснена волновая природа света, ученые пользовались геометрическими методами

решения задач на построение изображений в зеркалах и линзах и при расчете оптических приборов. Эти методы составляют содержание *геометрической оптики*, которую иначе еще называют *лучевой*.

2. Геометрическая оптика базируется на трех законах: законе прямолинейного распространения света (в однородной среде), законе отражения и законе преломления света. Последние два являются следствиями волновой природы света (см. § 56.5 и 63.1) и потому могут применяться без всяких ограничений. Что касается прямолинейности распространения света в однородной среде, то это положение может применяться лишь с известными ограничениями.

Дело в том, что в оптических приборах свет всегда проходит через некоторые отверстия — *диафрагмы*, которые вырезают из фронта волны некоторый участок. А это, как известно, сопровождается дифракционными явлениями (см. § 57.8, 57.9 и 62.1). Таким образом, явление дифракции кладет предел применимости закона прямолинейного распространения света и тем самым — предел применимости геометрической оптики.

3. Основными понятиями геометрической оптики являются *пучок* и *луч*. Смысл этих понятий ясен из следующего эксперимента.

Закроем окно куском картона и задымим слегка воздух в комнате. Мы увидим, что через отверстия в картоне прорывается солнечный свет в виде узких цилиндрических каналов. Конические каналы возникают, если поместить маленькую лампочку в непрозрачный ящик с отверстиями. Цилиндрические или конические каналы, внутри которых распространяется свет, называются *световыми пучками*. Линии, указывающие направление распространения света (в том числе образующие и оси световых пучков), называются *световыми лучами*.

4. Благодаря дифракции световая волна несколько загибается за края экрана и прямолинейность распространения света нарушается. Вместо ожидаемого по законам геометрической оптики пучка с резко очерченными образующими мы получаем расширяющийся пучок, у которого нет четкой границы. Заметное свечение наблюдается в конусе (рис. 65.1), угол раствора которого: $\sin(\gamma/2) \approx \lambda/D$ (см. § 62.3), где D — диаметр отверстия в непрозрачном экране.

Итак, при наличии диафрагмы (а она всегда имеется в любом оптическом приборе) закон прямолинейности распространения света нарушается. Однако в ряде случаев уширение пучка $x =$

$= (D_1 - D)/2$ (рис. 65.1) мало по сравнению с диаметром диафрагмы, и тогда можно в первом приближении дифракцией пренебречь.

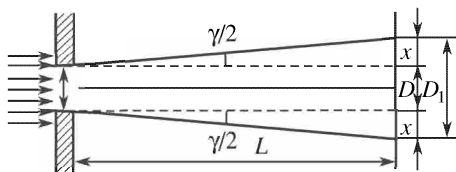


Рис. 65.1

Из рис. 65.1 видно, что $x = L \operatorname{tg}(\gamma/2)$, а при малых углах можно положить $\operatorname{tg}(\gamma/2) \approx \sin(\gamma/2) \approx \lambda/D$. Итак, $x \approx L\lambda/D$. Условие $x \ll D$ примет вид $L\lambda/D \ll D$, откуда

$$D \gg \sqrt{L\lambda}. \quad (65.1)$$

Это и есть *критерий применимости* геометрической оптики.

5. Иногда говорят, что геометрическая оптика справедлива, если размеры диафрагмы много больше длины световой волны. Мы видим, что это недостаточный критерий, ибо здесь не учтено расстояние L от экрана (места наблюдения) до диафрагмы. При значительных L условие (65.1) нарушается и наблюдаемая в эксперименте картина резко отличается от той, которая рассчитывается с помощью геометрической оптики, хотя бы отверстие и было достаточно большим. Пусть, например, диаметр диафрагмы $D = 1$ мм, это в 2000 раз больше длины волны зеленого света ($\lambda = 500$ нм $= 5 \cdot 10^{-7}$ м). Мы видим, что $D \gg \lambda$. Однако согласно (65.1) законы геометрической оптики будут справедливы при $L \ll 10^{-6}/5 \cdot 10^{-7}$ м, т.е. при $L \ll 2$ м. Уже на расстоянии порядка 1 м от диафрагмы мы увидим дифракционную картину, и геометрическая оптика окажется неприменимой.

6. Отсюда также ясно, что световой луч нельзя рассматривать как узкий пучок, получаемый путем сужения диафрагмы. Не существует бесконечно узких световых пучков, пучок света всегда имеет конечную ширину. Луч — это как бы ось пучка, а не сам пучок. Световой луч — это чисто геометрическое понятие, характеризующее направление распространения энергии.

§ 65.2. Преломление света. Полное отражение

1. В § 63.1 мы рассмотрели преломление света при его переходе из вакуума в некоторое вещество. Обобщим этот закон для случая, когда свет переходит из одного вещества в другое. Вос-

пользуемся выражением (56.26), в которое подставим значение скорости света в веществе из (63.3); получим

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{n_2 c}{n_1 c} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (65.2)$$

Величина

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} \quad (65.3)$$

называется *относительным показателем преломления* второй среды относительно первой.

2. Уравнение (65.2) можно записать так:

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2. \quad (65.4)$$

В таком виде закон преломления очень удобно использовать при решении задач. Выражение (63.2) есть частный случай более общей записи закона (65.4), если для вакуума положить $n_0 = 1$.

Из двух сред, в которых свет распространяется с разными скоростями, будем называть оптически более плотной ту среду, в которой скорость света меньше, а показатель преломления, соответственно, больше. Так, например, стекло ($n = 1,5-1,7$) — оптически более плотная среда, чем вода ($n = 1,33$).

3. На границе раздела двух сред световой пучок разделяется на два — отраженный и преломленный (см. § 56.6 и 63.2). Интенсивности обоих пучков дают в сумме интенсивность падающего пучка. Что же касается интенсивности каждого из них, то она довольно сложным образом зависит от угла падения и относительного показателя преломления, и мы не будем выводить соответствующие формулы. Остановимся лишь на одном интересном частном случае, когда свет переходит из оптически более плотной среды в оптически менее плотную.

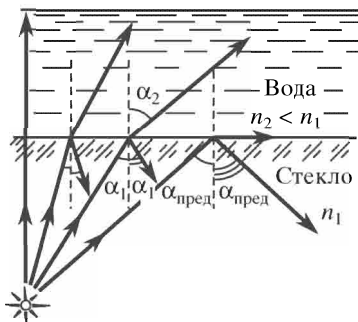


Рис. 65.2

При малом угле падения (рис. 65.2) интенсивности отраженного и преломленного пучков можно приближенно рассчитать по формулам (63.10). Поскольку отношение показателей преломления обычно меньше двойки, то интенсивность отраженного пучка значительно меньше 12 %, а часто, при $n_1 \approx n_2$, интенсивность отраженного пучка близка к нулю. Если увеличить угол падения,

то угол преломления возрастает значительно больше. При этом интенсивность отраженного пучка возрастает, а преломленного — убывает.

4. Когда угол падения α_1 начинает приближаться к некоторому углу $\alpha_{\text{пред}}$, угол преломления приближается к прямому ($\alpha_2 \rightarrow \pi/2$), а интенсивность преломленного пучка очень быстро стремится к нулю. При всех углах падения, превосходящих угол $\alpha_{\text{пред}}$, который называется *предельным углом*, преломленного пучка не будет и свет полностью отразится от границы раздела как от идеального зеркала. Данное явление называется *полным внутренним отражением* или просто *полным отражением*.

5. Для вычисления предельного угла положим в выражении (65.4) $\alpha_1 = \alpha_{\text{пред}}$ и $\alpha_2 = \pi/2$; получим

$$\sin \alpha_{\text{пред}} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (65.5)$$

В случае, если свет переходит из вещества с показателем преломления $n_1 = n$ в воздух, где $n_2 = 1,000292 \approx 1$, выражение (65.5) примет вид

$$\sin \alpha_{\text{пред}} = \frac{1}{n}. \quad (65.5')$$

Заметим, что если угол падения больше предельного, то закон преломления теряет смысл. В самом деле, из $\alpha_1 > \alpha_{\text{пред}}$ следует, что $\sin \alpha_1 > \sin \alpha_{\text{пред}} = n_2/n_1$. Но тогда из (65.2) или (65.4) следует, что $\sin \alpha_2 = n_1 \sin \alpha_1 / n_2 > 1$, что невозможно. Физически это означает, что преломленного пучка нет, свет полностью отразился.

6. Строгое решение этой задачи на основе волновых представлений дает несколько иной результат. Оказывается, что световая волна может проникать в оптически менее плотную среду и в том случае, когда угол падения больше предельного. Но при этом преломленная волна очень быстро затухает, и на расстоянии от границы раздела, составляющем несколько длин волн, ее интенсивность практически становится равной нулю. Этот результат подтверждается экспериментально. Если положить призму из стекла ($n_1 = 1,7$) на раствор флуоресцеина ($n_2 = 1,34$) и направить световой пучок под углом, большим предельного, то можно заметить слабое свечение флуоресцеина в тонком слое под стеклом, хотя согласно законам геометрической оптики свет сюда заходить не должен.

С аналогичным явлением просачивания частиц в область, куда им запрещено попадать по законам классической физики, мы встретимся в § 70.6.

7. Одним из современных применений явления полного отражения явилась новая, весьма интенсивно прогрессирующая

область оплотехники — *волоконная оптика*. Под этим названием объединяется ряд приборов и установок, предназначенных для передачи информации и энергии с помощью световых волн.

Основной частью всех этих приборов является *световод* (светопровод) — система собранных в жгут тонких прозрачных волокон (отсюда и названия «волоконная оптика»). Каждое волокно представляет собой нить из кварцевого стекла, покрытую оболочкой из того же вещества с примесью бора, германия или фосфора. Радиус нити от десятков до нескольких сот микрометров, показатель преломления для видимого света $n_1 \approx 1,46$; радиус оболочек в 5–10 раз больше, а показатель преломления $n_2 \approx 1,41$.

Световой пучок, падая на поверхность нити под углом, большим предельного угла, испытывает полное отражение от оболочки и распространяется вдоль световода на значительные расстояния. В настоящее время научились получать нити с очень малым затуханием. Так, при передаче сигнала с помощью инфракрасного излучения ($\lambda \approx 1,3$ мкм) на расстоянии 1 км он ослабляется всего на 15 %, а на расстоянии 10 км — примерно в 4 раза.

8. Изготовление световодов из тонких нитей обеспечивает их гибкость, что во многих случаях (медицина, связь, техника) играет важную роль.

В медицине световод является основной частью *эндоскопа* (от греч. *endon* — внутри и *skopéō* — смотрю), прибора, позволяющего увидеть внутренние органы человека (пищевод, желудок, кишечник). Эндоскоп представляет собой гибкий световод, который через пищевод вводится, например, внутрь желудка. Часть нитей используется для освещения, по другим нитям отраженный от внутренних органов свет возвращается в окуляр. В современных эндоскопах имеются также каналы, через которые можно вводить тонкие гибкие инструменты и производить операции, не вскрывая брюшную полость, а также вводить лекарства направленно к пораженному участку больного внутреннего органа.

9. Волоконная оптика может революционизировать систему проводной связи — телефон, телеграф, кабельное телевидение. С этой целью через световод пропускается лазерный пучок в инфракрасном диапазоне, где поглощение излучения минимальное. Этот пучок модулируется с помощью передаваемой информации, а на выходе преобразуется в электрический сигнал с помощью фотоэлементов.

Благодаря очень большой несущей частоте (10^{14} – 10^{15} Гц) достоинством оптических каналов связи является возможность пе-

редачи по одному световоду в сотни и тысячи раз большего объема информации, чем по металлическим проводам. Кроме того, оптический канал связи помехоустойчив, он не реагирует ни на какие внешние воздействия, в то время как в металлических проводах возникают наводки за счет действия внешних магнитных полей. Наконец, замена металлических проводов световодами дает огромную экономию дорогостоящих металлов.

Первые опыты по использованию оптических каналов связи показали их высокую эффективность. Вместе с тем здесь имеется еще ряд сложных проблем — разработка соответствующих лазеров, приборов для ввода и вывода информации из световода, модуляторов света, преобразователей оптических сигналов в электрические и т. п. В ближайшие годы следует ожидать появления нового оборудования для волоконной оптики на основе бурного развития полупроводниковой техники, в том числе и полупроводниковых лазеров.

§ 65.3. Призма

1. Представим себе, что на грань призмы падает параллельный пучок света. Пусть призма изготовлена из оптически более плотного вещества, чем окружающая среда, — например, стеклянная призма в воздухе. Тогда пучок, дважды преломившись в призме, отклонится от первоначального направления на некоторый угол ϵ в сторону основания призмы. Ход лучей для этого случая изображен на рис. 65.3а.

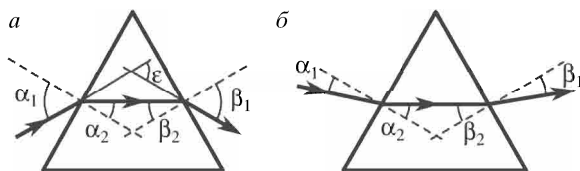


Рис. 65.3

Если призма изготовлена из вещества, оптическая плотность которого меньше, чем у окружающей среды, то пучок отклонится в сторону вершины, как это показано на рис. 65.3б. Рекомендуем читателю проверить это с помощью расчета.

2. В предыдущем изложении мы полагали, что луч падает на вторую грань призмы под углом β_2 , который меньше предельного. Если же окажется, что $\beta_2 \geq \alpha_{\text{пред}}$, то свет от второй грани полностью отразится. Призмы с полным отражением широко

применяются в оптических приборах вместо зеркал. Рассмотрим для примера ход луча в стеклянной призме, изображенной на рис. 65.4 а. На первую грань луч падает нормально, и потому он не преломляется. Угол падения на вторую грань $\alpha = 45^\circ$, что больше

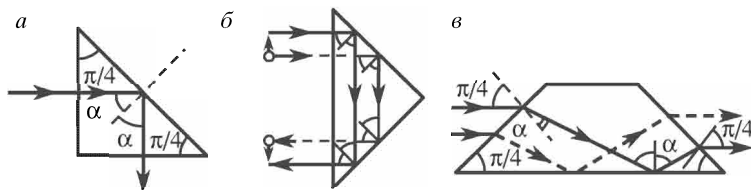


Рис. 65.4

предельного: для границы раздела стекло–воздух предельный угол согласно (65.4) $\alpha_{\text{пред}} = \arcsin(1/1,5) = 42^\circ$. Следовательно, на второй грани свет претерпевает полное отражение и далее идет так, как это показано на рисунке.

Явление полного отражения применяется в оборотных призмах, ход лучей в которых изображен на рис. 65.4 б и в. Рекомендуем читателю обосновать данное построение.

3. Найдем угол ε , на который луч света отклоняется призмой с преломляющим углом φ при вершине. Для простоты расчета

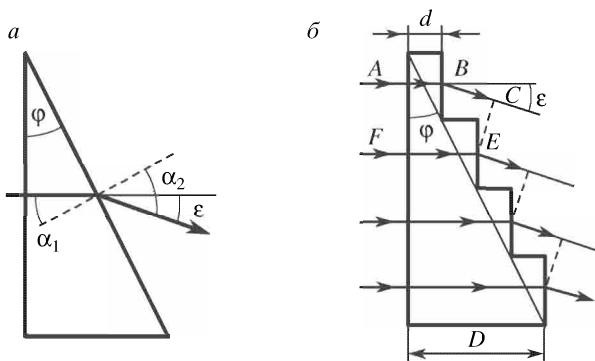


Рис. 65.5

положим, что на первую грань призмы луч падает нормально (рис. 65.5 а). Из рисунка видно, что угол падения на вторую грань равен преломляющему углу: $\alpha_1 = \varphi$. Угол преломления $\alpha_2 = \varphi + \varepsilon$. Из закона преломления (65.4) следует

$$\sin(\varphi + \varepsilon) = n \sin \varphi. \quad (65.6)$$

4. Покажем, что этот результат можно получить с помощью интерференциального расчета.

Для этой цели рассмотрим явление в эшелоне Майкельсона — ступенчатом теле, изображенном на рис. 65.5б. Очевидно, что при неограниченном увеличении числа ступеней при соответствующем уменьшении их размеров эшелон Майкельсона превратится в призму.

Свет, пройдя через отдельные ступеньки, рассеивается во всех возможных направлениях. Однако благодаря интерференции, его интенсивность в разных направлениях различна. Чтобы найти направление главного интерференциального максимума, вновь обратимся к методу расчета интерференции от N когерентных источников, которым мы пользовались в § 57.6–57.10.

Пусть ширина всего эшелона равна D , ширина одной ступени $d = D/N$, а ее высота $h = d \operatorname{ctg} \varphi$. По аналогии с выражением (57.41) напишем формулу для амплитуды световой волны в направлении, определяемом углом рассеяния ε :

$$A_{\varepsilon} = \frac{A_0}{N} \frac{\sin (Nk\Delta/2)}{\sin (k\Delta/2)}.$$

Здесь Δ — оптическая разность хода между лучами ABC и FE . Как и в § 57.9, 57.10, направление главного максимума определяется условием $\Delta = 0$. Согласно (61.12) оптическая разность хода выразится так:

$$\Delta = AB \cdot n + BC - FE \cdot n = BC - nd,$$

где n — показатель преломления стекла. Нетрудно убедиться, что $BC = [d \sin (\varphi + \varepsilon)] / \sin \varphi$. Оптическая разность хода

$$\Delta = \frac{d \sin (\varphi + \varepsilon)}{\sin \varphi} - nd = \frac{d}{\sin \varphi} [\sin (\varphi + \varepsilon) - n \sin \varphi] = 0.$$

Мы вновь пришли к выражению (65.6).

5. Таким образом, как и в § 57.10, оказывается, что законы геометрической оптики являются предельным случаем интерференционных законов. Это позволит нам в дальнейшем, при анализе хода лучей в линзе и вообще в любых оптических приборах, не производить довольно сложные интерференционные расчеты, а пользоваться более простыми правилами геометрической оптики.

Однако всегда надо иметь в виду, что геометрическая оптика является упрощенным методом расчета, что на самом деле изображение в любом оптическом приборе является интерференци-

онным и что пренебрегать вторичными максимумами не всегда допустимо. К этому вопросу мы вернемся в § 66.8.

6. Угол ε , на который луч света отклоняется призмой (см. рис. 65.5), зависит от показателя преломления. Вместе с тем нам известно, что показатель преломления зависит от частоты (дисперсия, см. гл. 63). Следовательно, если на призму падает некогерентный свет (например, белый), то лучи, соответствующие волнам с разной частотой (различные цвета), отклоняются на разные углы. Это явление открыл Ньютон в 1666 г. Он обнаружил, что пучок белого света, прошедший через отверстие и затем через стеклянную призму, раскладывается в спектр: слабее отклоняются красные лучи, сильнее всего — синие и фиолетовые.

§ 65.4. Линза

1. Обычно линза — это стеклянное тело, ограниченное с двух сторон сферическими поверхностями. Прямая, на которой лежат центры обеих поверхностей, ограничивающих линзу, называется *главной оптической осью* линзы.

Изредка применяют линзы, ограниченные цилиндрическими, параболическими или иными поверхностями, но мы такие линзы рассматривать не будем.

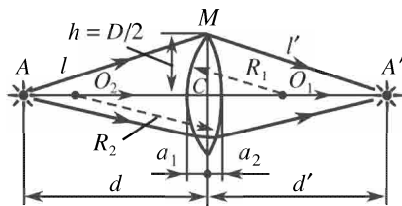


Рис. 65.6

Мы ограничимся рассмотрением только тонких линз, толщина которых $a = a_1 + a_2$ много меньше радиусов кривизны сферических поверхностей линзы: $a \ll R_2, R_1$ (рис. 65.6).

2. Пусть точка A на рис. 65.6 представляет собой точечный источник света, излучающий электромагнитные волны равномерно по всевозможным направлениям. Линза вырежет из этого потока излучения световой пучок в виде конуса с вершиной в точке A ; образующие конуса проходят через края линзы.

Поскольку остальная часть светового потока проходит мимо линзы и не участвует в формировании изображения, то линза действует как отверстие в непрозрачном экране (см. § 57.9 и 62.1). Следовательно, за линзой должна возникнуть дифракционная картина: в некоторой точке A' , называемой *изображением* точки A , будет наблюдаться нулевой (главный) максимум, а вокруг него — вторичные максимумы в виде круглых колец, интенсивность которых очень быстро убывает с ростом номера максимума (см. рисунки 57.10 и 62.1).

Опыт подтверждает правильность наших рассуждений. В самом деле, за выпуклой линзой, показатель преломления которой больше, чем у окружающей среды, мы обнаружим маленькое светящееся пятно A' , которое служит действительным изображением точки A . Что же касается вторичных максимумов, то их удастся обнаружить лишь в том случае, когда изображение точки получается на расстоянии d' , удовлетворяющем условию $d' > D^2/\lambda$, где D — диаметр линзы, а λ — длина волны (см. § 65.1). В противном случае вторичные максимумы располагаются столь близко к главному, что они с ним практически сливаются. К этому вопросу мы вернемся в § 66.8.

3. Выведем формулу, выражающую соотношение между расстояниями от линзы до предмета и изображения (т. е. d и d') и свойствами линзы: радиусами кривизны ее поверхностей R_1 и R_2 и показателем преломления стекла n .

Как известно, нулевой интерференционный максимум возникает в точке, где разность хода для всех волн, исходящих из источника, равна нулю (см. (57.38)). А для этого надо, чтобы волны, двигаясь по любой траектории от источника A до изображения A' , затратили на это одно и то же время; действительно, в этом случае они все придут в точку A' с одинаковыми фазами.

Ограничимся для расчета сравнением оптических путей для двух волн, одна из которых идет через край линзы, вторая — вдоль главной оптической оси. Вдоль траектории AMA' волна распространяется в воздухе со скоростью c , и время ее распространения

$$t_1 = \frac{AM + MA'}{c} = \frac{l}{c} + \frac{l'}{c}.$$

Волна же, идущая вдоль оптической оси, часть времени движется в стекле со скоростью $u = c/n$, и время ее распространения

$$t_2 = \frac{AA' - a}{c} + \frac{a}{u} = \frac{d + d' - a}{c} + \frac{na}{c} = \frac{d + d' + (n - 1)a}{c}.$$

Для того чтобы обе волны пришли в точку A' с одинаковой фазой, должно выполняться равенство $t_1 = t_2$, или

$$l + l' = d + d' + (n - 1)a. \quad (65.7)$$

Итак, при любой траектории волны, проходящей через линзу, *оптические пути* от источника до изображения должны быть одинаковыми (см. (61.12)).

Используя известную из геометрии теорему о соотношении между отрезками хорды и отрезками диаметра, получим

$$a_1(2R_1 - a_1) = h^2, \quad a_2(2R_2 - a_2) = h^2.$$

Учитывая, что мы рассматриваем только тонкие линзы, для которых $a_1 \ll R_1$ и $a_2 \ll R_2$, можно в скобках пренебречь вычитаемыми; имеем

$$2a_1R_1 = 2a_2R_2 = h^2,$$

откуда следует

$$a = a_1 + a_2 = \frac{h^2}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (65.8)$$

Как видно из рис. 65.6, разность $l - d = \sqrt{d^2 + h^2} - d = h^2/(d + \sqrt{d^2 + h^2})$. Ограничимся рассмотрением случая, когда ширина пучка, равная диаметру линзы, много меньше радиусов кривизны линзы; такой пучок называется *параксиальным*. В этом случае $h \ll d$, откуда следует $l - d = h^2/2d$; соответственно $l' - d' = h^2/2d'$. Подставив в (65.7) и учитывая (65.8), получим после сокращений

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (65.9)$$

Это выражение называется *формулой тонкой линзы*.

4. Допустим, что источник света расположен на оптической оси бесконечно далеко от линзы; его изображение на главной оптической оси получится в точке F , называемой *главным фокусом линзы*. Расстояние f от главного фокуса до линзы называется *фокусным расстоянием*. Величина $\Phi = 1/f$, обратная фокусному расстоянию, называется *оптической силой* линзы; единицей оптической силы служит *диоптрия* (дптр) — это оптическая сила линзы, фокусное расстояние которой равно 1 м.

Положив в формуле тонкой линзы (65.9) $d = \infty$ и $d' = f$, получим

$$\Phi = \frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (65.10)$$

Подставив полученное выражение в (65.9), придадим формуле линзы очень простой и удобный вид

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}. \quad (65.11)$$

5. В выражение (65.10) следует подставлять значение радиуса с учетом знака. Именно, у выпуклой поверхности радиус кривизны — положительное число, у вогнутой — отрицательное; плоскость следует рассматривать как поверхность с бесконечно большим радиусом кривизны. Учитывая это правило знаков, читатель легко покажет, что так как $n > 1$, то двояковыпуклые, плосковыпуклые и вогнутовыпуклые линзы имеют положительную оптическую силу, а двояковогнутые, плосковогнутые и выпукловогнутые линзы — отрицательную. Поэтому говорят, что вогнутая линза имеет *мнимый фокус*.

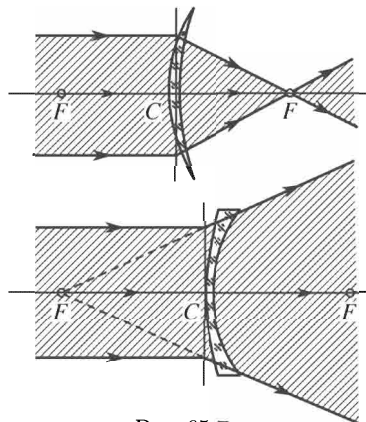


Рис. 65.7

Фокусировка параксиального пучка в выпуклой и вогнутой линзах, показатель преломления которых больше, чем у окружающей среды, изображена на рис. 65.7.

Рекомендуем читателю самостоятельно убедиться в том, что если оптическая плотность линзы меньше, чем у окружающей среды, то выпуклая линза будет иметь отрицательную оптическую силу, вогнутая — положительную.

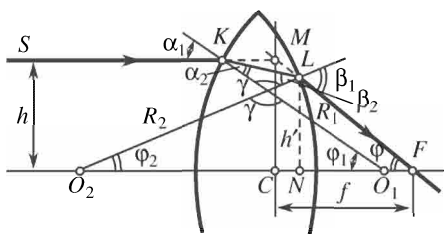


Рис. 65.8

6. Выражение для оптической силы тонкой линзы можно получить с помощью законов геометрической оптики. Пусть на линзу падает параксиальный пучок, параллельный главной оптической оси; после преломления в линзе пучок соберется в главном фокусе линзы. Как видно из рис. 65.8, луч SK преломляется сначала в точке K , затем в точке L и проходит через фокус F . Продолжим лучи SK и LF до их пересечения в точке M и проведем через эту точку плоскость MC , перпендикулярную главной оптической оси. Плоскость MC называется *главной плоскостью линзы*. У каждой линзы имеются две главные плоскости. Однако если линза достаточно тонкая, то обе главные плоскости практически совпадают. В дальнейшем мы будем рассматривать только тонкие линзы

и строить у них одну главную плоскость. Точка C пересечения главной плоскости тонкой линзы с главной оптической осью называется *центром линзы*.

Если пучок достаточно узкий ($h \ll R_1 \approx R_2$), то углы падения и преломления очень малы, а их синусы и тангенсы практически не отличаются от их радианной меры. Тогда закон преломления (65.2) запишется так:

$$\alpha_1 = n_{21}\alpha_2, \quad \beta_1 = n_{21}\beta_2. \quad (65.12)$$

Из рисунка видно, что $\alpha_1 = \varphi_1$, как соответственные углы при параллельных прямых; $\alpha_2 + \beta_2 + \gamma = \varphi_1 + \varphi_2 + \gamma = 180^\circ$, откуда следует, что $\alpha_2 + \beta_2 = \varphi_1 + \varphi_2$; наконец, $\beta_1 = \varphi_2 + \varphi$, как внешний угол треугольника. Подставив в (65.12) и сложив оба равенства, получим

$$\alpha_1 + \beta_1 = n_{21}(\alpha_2 + \beta_2), \quad \text{или} \quad \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi = n_{21}(\varphi_1 + \varphi_2),$$

откуда следует

$$\varphi = (n_{21} - 1)(\varphi_1 + \varphi_2). \quad (65.13)$$

Заменяя для малых углов их величины значениями синуса или тангенса, имеем

$$\operatorname{tg} \varphi = \varphi = \frac{h}{f}, \quad \sin \varphi_1 = \varphi_1 = \frac{h}{R_1}, \quad \sin \varphi_2 = \varphi_2 = \frac{h'}{R_2} \approx \frac{h}{R_2}.$$

Подставив в (65.13) и сократив на h , получим окончательно выражение для оптической силы тонкой линзы (см. (65.10)).

§ 65.5. Построение изображений в тонкой линзе

1. Пусть точка A находится на расстоянии $d > 2f$ от тонкой собирающей линзы (рис. 65.9). Из этой точки выходит световой пучок; часть его, заштрихованная на рисунке, вырезается линзой.

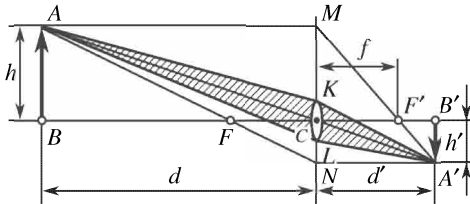


Рис. 65.9

Этот пучок собирается в точке A' , которая и служит изображением точки A . Чтобы найти положение точки A' , выберем два

луча, ход которых нам известен. Это, во-первых, луч AM , параллельный главной оптической оси, после преломления в линзе он пройдет через ее задний фокус F' . Во-вторых, это луч AN , проходящий через передний фокус линзы F , после преломления в ней он окажется параллельным ее главной оптической оси. На пересечении этих лучей и находится точка A' .

Рекомендуем читателю показать, что луч AC , проходящий через центр линзы, также проходит через изображение A' . Для этого достаточно показать, что прямые AC и $A'C$ образуют один и тот же угол с оптической осью.

2. Итак, мы имеем *три характерных луча*, ход которых нам известен: луч, параллельный главной оптической оси линзы, после преломления в ней идет через ее фокус; луч, идущий через фокус линзы, после преломления в ней идет параллельно ее главной оптической оси; луч, проходящий через центр тонкой линзы (*побочная оптическая ось*), идет далее, не преломляясь. С помощью любых двух лучей из трех характерных можно построить изображение любой точки и тем самым — предмета как совокупности точек.

Как видно, для построения изображения точки в линзе не нужно знать положение ее преломляющих поверхностей и детальный ход лучей в ней. Достаточно лишь знать положение главной плоскости линзы и ее фокусов. Конечно, энергия из точки A в точку A' переносится пучком, заштрихованным на рисунке, но без дополнительного построения нам было бы неясно, каково направление лучей AK и AL после их преломления в линзе.

Пользуясь подобием треугольников $\triangle ABC$ и $\triangle A'B'C'$ и треугольников $\triangle MCF$ и $\triangle A'B'F'$ (см. рис. 65.9), читатель легко выведет формулу тонкой линзы (65.11).

3. Построим ход луча, не являющегося характерным, т. е. луча, падающего на линзу произвольным образом (рис. 65.10). Проведем побочную оптическую ось KC , параллельную лучу MN , и фокальную плоскость ab , проходящую через главный фокус перпендикулярно оптической оси. Аналогично тому, как параксиальный пучок, параллельный главной оптической оси, собирается в главном фокусе F' , пучок, параллельный побочной оптической оси KC , собирается в побочном фокусе $F_{\text{п}}$, лежащем на фокальной плоскости. Следовательно, луч MN после преломления пойдет через точку $F_{\text{п}}$.

Рекомендуем читателю воспользоваться этим методом для построения изображения точки, лежащей на главной оптической оси линзы. В качестве упражнения рекомендуем также построить ход луча, падающего произвольным образом на рассеивающую линзу.

4. Построим изображение точки в рассеивающей линзе (рис. 65.11). Луч AM , параллельный главной оптической оси, по-

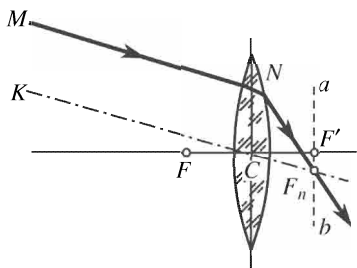


Рис. 65.10

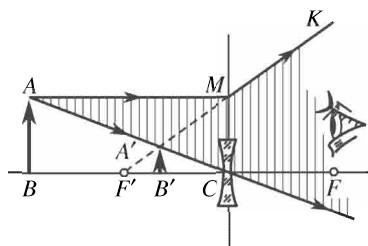


Рис. 65.11

сле преломления пойдет в направлении MK так, что его продолжение идет через фокус. Второй луч AC (побочная оптическая ось) идет через линзу, не преломляясь. Мы видим, что из линзы выходит расходящийся пучок, заштрихованный на рисунке. Расходящийся пучок изображения не дает, следовательно, с помощью рассеивающей линзы мы изображения не получим. Однако если за линзой поместить глаз, как это показано на рисунке, то нам будет казаться, что расходящийся пучок, воспринимаемый глазом, исходит из точки A' , лежащей на продолжении лучей. Эта точка называется *мнимым изображением* предмета, в отличие от *действительного изображения*, показанного на рис. 65.9.

Принципиальное отличие обоих видов изображений заключается в следующем. В точке, где возникает действительное изображение, происходит концентрация энергии световой волны, и это может быть обнаружено объективно, например, с помощью термоэлемента, фотоэлемента, светочувствительной бумаги и т. п. Мнимое изображение имеет лишь субъективный смысл: нам кажется, будто бы световые лучи выходят из некоторой точки, в которой объективно ничего обнаружить нельзя.

Рекомендуем читателю построить изображение точки, лежащей между собирающей тонкой линзой и ее фокусом.

5. Обратим внимание на знаки величин, входящих в (65.11). Расстояние d будем считать всегда положительной величиной, фокусное расстояние — положительным у собирающей линзы и отрицательным у рассеивающей. Если расстояние d' получится положительным, то это значит, что изображение является действительным и находится по другую сторону линзы; если d' — отрицательное число, то изображение мнимое и находится по

ту же сторону от линзы, что и предмет. Рекомендуем читателю проверить это положение на примерах.

§ 65.6. Недостатки линз

1. До сих пор мы рассматривали построение изображений в идеальной линзе. При этом мы полагали, что изображением точки, независимо от того, где она находится, является точка. Однако опыт показывает, что это далеко не так, что изображением точки является всегда некоторое размытое пятно.

Вясним причины возникновения некоторых погрешностей оптических приборов — *аббераций*. Это позволит также найти пути для их устранения или уменьшения.

2. *Сферическая абберация*. При выводе формулы для оптической силы линзы (65.13) мы считали, что на линзу падает параксиальный пучок, ширина которого h много меньше радиуса кривизны линзы: $h \ll R$. Только параксиальный пучок собирается в одной точке — фокусе. Если же на линзу падает широкий пучок, то фокусировка нарушится (рис. 65.12) и вместо точки мы получим на экране пятно — изображение оказывается *астигматическим*, т. е. неточечным (от греческого «*stigmata*» — точка, а — отрицательная приставка «не»). Абберация, возникающая вследствие конечной ширины световых пучков, называется *сферической абберацией*.

Один из способов устранения сферической абберации — это ограничение ширины пучка, т. е. диафрагмирование линзы. Однако при этом уменьшается и энергия светового пучка, что не всегда желательно. Второй способ устранения сферической абберации основан на том, что собирающие и рассеивающие линзы имеют противоположную сферическую абберацию (рис. 65.12). Можно подобрать пару таких линз, что их суммарная оптическая сила нулю не равна, но сферическая абберация устранена в значительной мере.

3. *Хроматическая абберация*. Этот недостаток линз является следствием дисперсии (гл. 63). Благодаря дисперсии фокус красных лучей расположен от линзы дальше, чем фокус фиолетовых. Вследствие хроматической абберации изображение белой точки имеет вид либо красной точки с сине-фиолетовым ореолом, либо фиолетовой точки с желто-красным ореолом (в зависимости от того, где расположен экран).

Хроматическая абберация у вогнутой и выпуклой линз имеет противоположный характер. Следовательно, в системе из двух

склеенных линз (рис. 65.13), изготовленных из разных сортов стекла, при определенном подборе показателей преломления и радиусов кривизны поверхностей, оказываются в значительной мере устраненными обе абберации — сферическая и хроматическая. Линзы такого типа называются *ахроматическими*. Они используются в качестве объективов телескопов, биноклей и других оптических приборов.

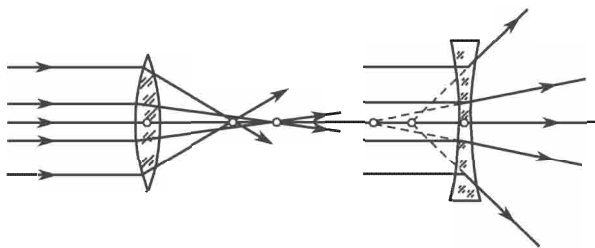


Рис. 65.12

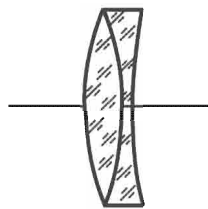


Рис. 65.13

4. *Астигматизм*. Пусть точка находится на большом расстоянии от оптической оси. Тогда для построения ее изображения используется пучок, составляющий значительный угол с главной оптической осью. Оказывается, что в этом случае ни при каком положении экрана на нем не возникает резкого точечного изображения объекта. Однако имеются два положения экрана, при которых изображения получаются в виде прямых черточек.

Итак, даже в линзах, исправленных на сферическую и хроматическую абберации, изображение точки, удаленной от оптической оси, представляет собой не точку, а две взаимно перпендикулярные линии, лежащие в разных плоскостях, — это и есть абберация астигматизма.

Для ее исправления строится оптическая система, состоящая из нескольких линз, подобранных так, что они компенсируют астигматизм, вызванный каждой из них.

Такие оптические системы называются *анастигматами*. Например, анастигматами являются объективы хороших фотоаппаратов.

5. *Абберация дисторсии* заключается в том, что нарушается подобие между изображением и предметом. Например, квадратная сетка (рис. 65.14а) может в линзе изображаться так, как это показано на рис. 65.14б (подушкообразная дисторсия) или на рис. 65.14в (бочкообразная дисторсия). Подбором системы из нескольких линз с противоположным характером дисторсии

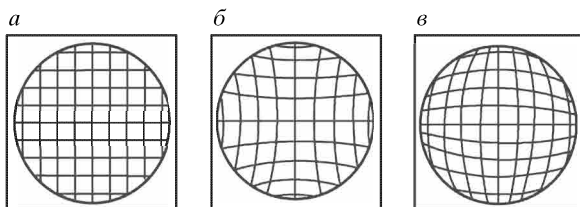


Рис. 65.14

можно исправить и эту aberrацию. Объективы, исправленные на дисторсию, используются, например, для аэрофотосъемки.

§ 65.7. Сферическое зеркало

1. Направим на вогнутую зеркальную поверхность параксиальный пучок, параллельный диаметру сферической поверхности, проходящему через вершину зеркала C (рис. 65.15). Опыт показывает, что этот пучок соберется в точке F как в фокусе. Найдем фокусное расстояние $CF = f$.

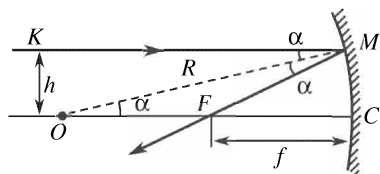


Рис. 65.15

Нормалью в точке падения луча KM является радиус $OM = R$. Углы падения и отражения равны: $\angle KMO = \angle OMF = \alpha$.

Кроме того, $\angle FOM = \angle KMO = \alpha$, как накрест лежащие углы при параллельных прямых. Следовательно, треугольник OFM является равнобедренным и отрезок $OF = OM / (2 \cos \alpha) = R / (2 \cos \alpha)$. Отсюда следует, что фокусное расстояние

$$f = CF = OC - OF = R - \frac{R}{2 \cos \alpha} = \frac{R}{2} \left(2 - \frac{1}{\cos \alpha} \right).$$

Учитывая, что $\sin \alpha = h/R$, получим окончательно:

$$f = \frac{R}{2} \left(2 - \frac{1}{\cos \alpha} \right) = \frac{R}{2} \left(2 - \frac{1}{\sqrt{1 - h^2/R^2}} \right). \quad (65.14)$$

2. Мы видим, что в сферическом зеркале также имеет место сферическая aberrация: фокусное расстояние различно для лучей, находящихся на разных расстояниях от оптической оси. Имеют место и все другие виды aberrаций, кроме хроматической.

Однако для параксиального пучка ($h \ll R$) условие фокусировки выполняется, и фокусное расстояние вогнутого зеркала

окажется равным

$$f = \frac{R}{2}, \quad (65.15)$$

а его оптическая сила

$$\Phi = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}. \quad (65.16)$$

Рекомендуем читателю проверить, что при $h \ll 0,1 R$ выражения (65.15) и (65.16) справедливы с погрешностью, не большей 0,5 %.

3. Сравнив выражения (65.16) и (65.10), мы видим, что вогнутое зеркало можно рассматривать как линзу, у которой показатель преломления $n_{21} = -1$, радиус одной поверхности бесконечно большой ($R_2 = \infty$), а радиус вогнутой поверхности, по принятому правилу знаков (см. § 65.4), $R_1 = -R$. Получим

$$\Phi = (n_{21} - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (-1 - 1) \left(-\frac{1}{R} + 0 \right) = \frac{2}{R}.$$

Отсюда следует, что все правила построения изображений, изложенные в § 65.5, пригодны и для сферических зеркал, если вместо преломленных лучей рассматривать отраженные лучи.

Характерными здесь будут следующие лучи (ср. с § 65.5):

луч, параллельный главной оптической оси (диаметру OC на рис. 65.15), после отражения проходит через фокус;

луч, идущий через фокус, после отражения идет параллельно оптической оси;

луч, идущий через центр кривизны сферической поверхности (побочная оптическая ось), отражается и идет обратно по той же прямой.

4. Рекомендуем читателю построить изображения предметов в вогнутом и выпуклом зеркалах. Оказывается, что вогнутое зеркало работает аналогично выпуклой линзе из оптически более плотного вещества, а выпуклое зеркало — аналогично вогнутой линзе.

Используя те же рассуждения, что и в § 65.5, читатель легко получит формулу зеркала в виде

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}. \quad (65.17)$$

При этом отрицательные значения d' будут соответствовать мнимому изображению, положительные — действительному.

Глава 66

ОПТИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ

§ 66.1. Фотометрия

1. Наш глаз воспринимает из всего диапазона электромагнитных волн лишь узкий участок, называемый видимым светом (см. § 61.1). Чувствительность нашего глаза к свету с разными длинами волн не одинакова. Она имеет максимум при $\lambda = 555$ нм и быстро падает к нулю при удалении от этого максимума, соответствующего зеленому свету. На рис. 66.1 вычерчен график

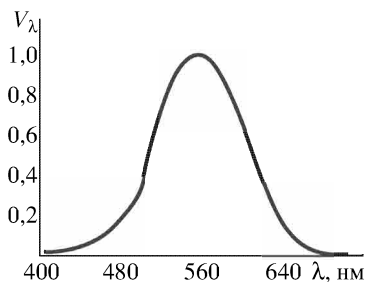


Рис. 66.1

относительной спектральной чувствительности глаза V_λ , равной отношению чувствительности при данной длине волны к чувствительности при $\lambda = 555$ нм.

В связи с этими особенностями глаза мы вынуждены оценивать количественные характеристики световых пучков не по энергии, которую они переносят, а по зрительному ощущению. Рассмотрим соответствующие величины и единицы их измерения.

2. Для дальнейшего изложения нам понадобится понятие *телесного угла*, которое было введено в первом томе (см. § 37.9).

Пусть малый телесный угол $\Delta\Omega$ опирается на некую малую площадку ΔS , нормаль к которой составляет угол φ с лучом (рис. 66.2). Тогда элемент сферической поверхности $\Delta S_0 = \Delta S \cos \varphi$, а телесный угол

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta S_0}{r^2} = \frac{\Delta S \cos \varphi}{r^2}. \quad (66.1)$$

3. *Световой поток*. Представим себе, что в вершине телесного угла расположен точечный источник света, т.е. источник, размеры которого значительно меньше расстояния от него до точки наблюдения (рис. 66.2). Этот источник излучает электромагнитные волны во всевозможных направлениях. Световым

потоком Φ называется мощность видимой части излучения, распространяющегося внутри данного телесного угла, оцениваемая по действию этого излучения на нормальный глаз. Единицей светового потока является *люмен* (лм). Для монохроматического света, соответствующего максимуму видности ($\lambda = 555$ нм), световой поток равен 683 лм, если мощность излучения равна 1 Вт. Для других длин волн мощность можно рассчитать с помощью графика рис. 66.1.

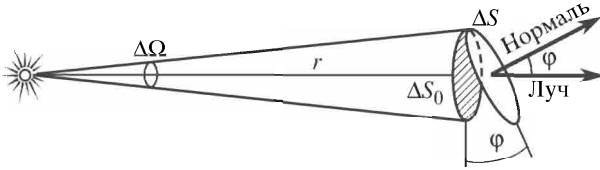


Рис. 66.2

Лампа накаливания, излучающая свет в широком спектральном интервале, обладает световой отдачей приблизительно 14 лм/Вт, лампа дневного света — около 43 лм/Вт.

4. *Сила света* I точечного источника в данном направлении равна отношению светового потока $\Delta\Phi$ к телесному углу $\Delta\Omega$:

$$I = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega}. \quad (66.2)$$

Точное значение силы света получим, перейдя к пределу:

$$I = \lim_{\Delta\Phi \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega} = \frac{d\Phi}{d\Omega}. \quad (66.3)$$

Если точечный источник излучает равномерно по всем направлениям, то

$$I = \frac{\Phi_{\text{полн}}}{4\pi}, \quad (66.4)$$

где $\Phi_{\text{полн}}$ — полный световой поток, излучаемый источником.

Единицей силы света служит *кандела* (кд), определяемая с помощью специального эталонного источника. В СИ кандела является основной единицей. Тогда согласно (66.3) имеем

$$1 \text{ кд} = \frac{1 \text{ лм}}{1 \text{ ср}}.$$

5. *Освещенность* E некоторой поверхности равна отношению светового потока $\Delta\Phi$ к площади этой поверхности ΔS :

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S}. \quad (66.5)$$

Чтобы получить освещенность в точке, надо перейти к пределу:

$$E = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta S} = \frac{d\Phi}{dS}. \quad (66.5')$$

Единицей освещенности служит *люкс* (лк). Это освещенность поверхности в 1 м^2 , по которой равномерно распределен световой поток в 1 люмен:

$$1 \text{ лк} = \frac{1 \text{ лм}}{1 \text{ м}^2}.$$

6. Пусть поверхность освещается точечным источником, тогда освещенность в каждой точке поверхности может быть различной. Для ее вычисления подставим значение телесного угла (66.2) в (66.3), получим

$$I = \frac{d\Phi \cdot r^2}{dS \cdot \cos \varphi} = \frac{Er^2}{\cos \varphi},$$

откуда следует *закон освещенности* от точечного источника:

$$E = \frac{I \cos \varphi}{r^2}. \quad (66.6)$$

Когда поверхность освещается пучком, близким к параллельному, то ее освещенность

$$E = E_0 \cos \varphi, \quad (66.7)$$

где E_0 — освещенность, которая возникла бы при нормальном падении световых лучей на площадку, а φ — угол падения лучей (угол между лучом и нормалью к площадке).

7. *Светимость и яркость*. Если источник света нельзя считать точечным, то для его характеристики вводятся величины — светимость и яркость, характеризующие излучение единицы площади светящейся поверхности (рис. 66.3).

Светимость R равна отношению светового потока $\Delta\Phi$, излучаемого площадкой ΔS во всевозможных направлениях (т. е. внутри телесного угла 2π стерадиан), к величине этой площадки:

$$R = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S}. \quad (66.8)$$

Светимость в точке получим, перейдя к пределу:

$$R = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{d\Phi}{dS}. \quad (66.8')$$

Единицей светимости, как и освещенности, служит *люкс*.

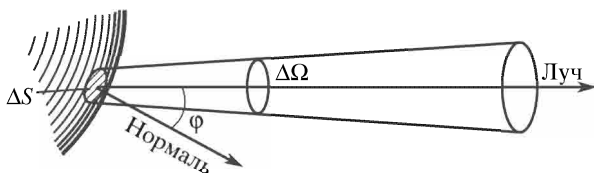


Рис. 66.3

Яркость B в данном направлении равна отношению силы света dI внутри элементарного телесного угла, опирающегося на площадку dS , к площади dS_0 проекции этой площадки на плоскость, перпендикулярную направлению луча:

$$B = \frac{dI}{dS_0} = \frac{dI}{dS \cos \varphi}. \quad (66.9)$$

У большинства источников яркость в разных направлениях различна. Лишь у абсолютно черного тела (см. § 67.2), а также у идеальных рассеивателей типа матовых стекол яркость во всех направлениях одна и та же. Про такие источники говорят, что они подчиняются *закону Ламберта*:

$$B = \frac{R}{\pi}. \quad (66.10)$$

Единицей яркости служит *кандела на квадратный метр* ($\text{кд}/\text{м}^2$) — это яркость поверхности, излучающей с каждого квадратного метра одну канделу в направлении, перпендикулярном поверхности.

§ 66.2. Глаз

1. Органом зрения является глаз. Его устройство схематически изображено на рис. 66.4.

Наружную оболочку глазного яблока образует склера 1; она защищает внутреннее содержимое глаза и сохраняет его жесткость. На передней поверхности склера переходит в тонкую прозрачную роговицу 2, через которую в глаз проникает свет. За роговицей расположена радужная оболочка 3 с отверстием —

зрачком 4. Радужная оболочка представляет собой мышечное кольцо, окрашенное пигментом. Это кольцо, сжимаясь или растягиваясь, меняет размеры зрачка и тем самым — величину светового потока, попадающего в глаз.

За радужной оболочкой находится хрусталик 5 — эластичное линзоподобное тело. С помощью цилиарной связки 6, которая может натягиваться и расслабляться, меняются радиусы кривизны поверхности хрусталика и тем самым — его оптическая сила (см. (65.11)). Полость между роговицей и хрусталиком заполнена водянистой влагой; за хрусталиком находится стекловидное тело 7. Роговица, водянистая влага, хрусталик и стекловидное тело образуют оптическую систему, аналогичную линзе с оптической силой около 58,5 диоптрии ($f = 17,2$ мм). Оптический центр этой системы расположен на расстоянии около 5 мм от роговицы; оптическая ось изображена на рис. 66.4 штрих-пунктиром.

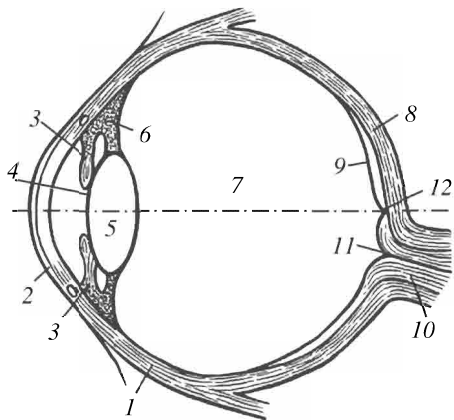


Рис. 66.4

Сетчатка 9 представляет собой полусферу, состоящую из рецепторных клеток, имеющих форму колбочек и палочек. Всего в глазу 125 млн палочек и 6,5 млн колбочек. Эти светочувствительные клетки находятся на задней поверхности сетчатки, которая лежит на сосудистой оболочке 8. В некоторой области сбоку от оптической оси нервные клетки сетчатки объединяются и образуют зрительный нерв 10, выходящий из глаза. В этом месте нет ни палочек, ни колбочек, и потому здесь образуется нечувствительное к свету слепое пятно 11. В центре сетчатки, на оптической оси, находится центральная ямка 12 — область наибольшей остроты зрения. Здесь сосредоточены светочувствитель-

ные колбочки, с помощью которых глаз ощущает цвета. В остальных участках сетчатки расположены в основном палочки.

2. Под действием света в палочках происходит перестройка особого вещества — зрительного пурпура (родопсина). Родопсин — это соединение одной из форм витамина А (ретинена) с белком сетчатки (оксином). Под действием света ретинен переходит из одной формы в другую (из цис- в трансформу). Это вызывает генерацию в клетке нервного импульса, который через зрительный нерв передается в мозг.

Генерация импульса происходит за счет энергии, запасенной в рецепторной клетке, свет играет роль «пускового механизма» для реакции. Этим объясняется высокая чувствительность палочек — каждая палочка способна реагировать на один квант света (см. § 68.3).

Палочки осуществляют так называемое сумеречное зрение, с помощью которого обнаруживаются размеры и форма предметов, но не их цвета.

3. Цветовое зрение осуществляется с помощью колбочек, что возможно, если изображение предмета попадает на центральную ямку. Имеется ряд веских оснований полагать, что есть три типа колбочек, которые различно реагируют на разные участки спектра. Одни из них лучше реагируют на зеленый свет, другие — на красный и третьи — на синий. Промежуточные цвета воспринимаются при одновременном раздражении двух или трех типов колбочек. В зависимости от степени раздражения каждого из этих типов колбочек мозг получает различные серии нервных импульсов и интерпретирует это как разные цвета.

§ 66.3. Аккомодация. Бинокулярное зрение

1. Глаз должен одинаково хорошо видеть предметы, расположенные на разных расстояниях от него. Как бы ни менялось расстояние d от предмета до глаза, на сетчатке должно получиться четкое изображение. Согласно формуле линзы (65.11) это возможно лишь в том случае, если одновременно меняется фокусное расстояние f оптической системы. Как уже говорилось в предыдущем параграфе, изменение оптической силы глаза Φ и его фокусного расстояния $f = 1/\Phi$ происходит за счет изменения радиусов кривизны поверхности хрусталика. Это явление называется *аккомодацией*.

Аккомодация происходит произвольно. Как только глаз переводится с одного предмета на другой, нарушается резкость

изображения, о чем в мозг приходит сигнал. Обратный сигнал из мозга к цилиарной мышце вызывает ее сокращение или растяжение до тех пор, пока не получится резкое изображение. Точка, которую глаз видит при расслабленной цилиарной мышце, называется *дальней точкой*, видимая при максимальном напряжении — *ближней точкой*. Для нормального глаза дальняя точка лежит бесконечно далеко, ближняя точка — на расстоянии около 15–20 см.

2. При близорукости дальняя точка лежит на конечном расстоянии, иногда при сильной близорукости — очень близко от глаза. Соответственно приближается и ближняя точка, поэтому близорукие люди для лучшей видимости приближают предметы к глазу. Близорукость вызывается либо вытянутостью глазного яблока, либо спазмом цилиарной мышцы. Коррекция близорукости производится с помощью очков с вогнутыми линзами (рис. 66.5 а и б).

Дальнозоркость вызвана либо укороченностью глазного яблока, либо слабой аккомодацией. Это приводит к удалению ближней точки от глаза.

Дальнозоркость обычно возникает в старческом возрасте, когда хрусталик теряет упругость, но встречается и врожденная дальнозоркость. Для коррекции этого недостатка глаза применяются очки с выпуклыми линзами (рис. 66.6 а и б).

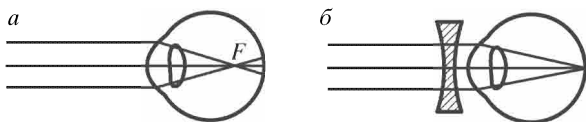


Рис. 66.5

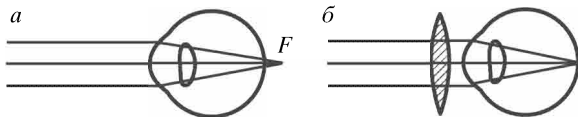


Рис. 66.6

3. Рассматривая предмет двумя глазами, мы получаем на сетчатке каждого из них несколько различные изображения. В то же время мы воспринимаем один предмет, но видим его стереоскопически, т. е. объемно. Представление о глубине пространства возникает благодаря тому, что, направляя оба глаза на один объект, мы усилием глазных мышц поворачиваем их так, чтобы их оптические оси пересекались на предмете. Угол α между осями называется *углом конвергенции*. Расстояние между глазами (база) равно $b = 5$ см, а расстояние до предмета

$d > 25$ см. Следовательно, угол конвергенции $\alpha \approx b/d$ меняется от нуля (дальняя точка) до 10° (ближняя точка).

Одновременное и произвольное усилие аккомодации и конвергенции позволяет оценить глубину пространства и расстояние до предметов значительно лучше, чем при зрении одним глазом. Увеличивая искусственно базу с помощью биноклей или стереотруб, можно оценить расстояние до удаленных предметов точнее, чем невооруженным глазом.

§ 66.4. Угол зрения. Разрешающая способность глаза

1. Размер изображения предмета на сетчатке определяется исключительно углом зрения $\varphi = h/f$ с вершиной в оптическом центре глаза и с лучами, направленными на крайние точки предмета (рис. 66.7). Можно увеличить угол зрения, приблизив предмет к глазу. Однако при этом усиливается напряжение цилиарной мышцы и глаз устает. Особенно трудно аккомодировать глаз, если предмет расположен около ближней точки.

Расстоянием наилучшего зрения называется такое расстояние от предмета до глаза, при котором угол зрения оказывается максимальным, а напряжение аккомодации не чрезмерно велико и глаз не устает. У нормально-го глаза расстояние наилучшего зрения около 25 см. Близоруким людям легче приблизить предмет к глазу; это позволяет им различать довольно малые предметы.

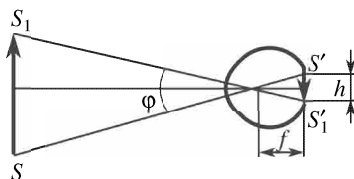


Рис. 66.7

Наоборот, дальноруким затрудняются в различении мелких предметов, например, букв при чтении.

2. Две точки изображения будут восприниматься отдельно, если они попадут на две разные светочувствительные клетки сетчатки. В противном случае они будут возбуждать одну клетку. Принято говорить, что глаз *не разрешает* две разные точки предмета, если их изображения получаются на одном светочувствительном элементе сетчатки. *Разрешающая способность глаза* оценивается по *минимальному углу зрения* φ_0 , под которым при хорошем освещении две точки еще видны отдельно.

3. Опыт дает для минимального угла зрения значение около одной угловой минуты ($\varphi_0 \approx 1'$), если освещенность предмета около 5 лк. Это соответствует тому опытному факту, что расстоя-

ние между двумя соседними палочками или колбочками равно примерно пяти микрометрам ($h_0 \approx 5 \text{ мкм} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$). В самом деле, как видно из рис. 66.7, наименьший угол зрения $\varphi_0 = h_0/f$, где $f = 17,2 \text{ мм}$ — фокусное расстояние оптической системы глаза. Имеем

$$\varphi_0 \approx \frac{h_0}{f} \approx \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 180 \cdot 60}{17,2 \cdot \pi} = 1'.$$

С уменьшением освещенности разрешающая способность глаза ухудшается; как говорят, падает *острота зрения*. Под остротой зрения понимают величину, обратную наименьшему разрешаемому при данной освещенности углу, выраженному в минутах: $B = 1/\varphi_0$. Она меняется от 0,3 при освещенности менее 0,1 лк до 1,3 при освещенности более 100 лк.

§ 66.5. Лупа

1. Простейшим прибором, позволяющим увеличить угол зрения, является *лупа* — короткофокусная линза, которую помещают между предметом и глазом так, как это показано на рис. 66.8.

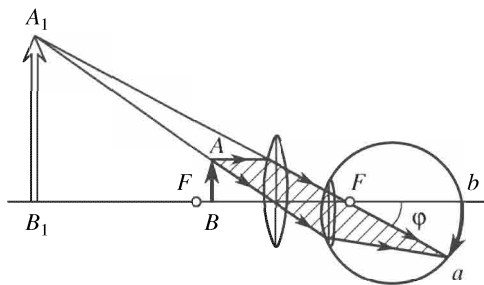


Рис. 66.8

С помощью невооруженного глаза мы рассматриваем небольшой предмет $AB = h$, помещенный на расстоянии наилучшего зрения $D = 25 \text{ см}$, под углом зрения φ_0 , тангенс которого $\text{tg } \varphi_0 = h/D$. Если этот же предмет поместить вблизи фокуса лупы, то глаз будет его воспринимать под углом зрения φ , который определяется из условия $\text{tg } \varphi = h/f$, где f — фокусное расстояние линзы. В результате изображение ab предмета на сетчатке глаза, вооруженного лупой, окажется больше изображения, которое возникает на сетчатке невооруженного глаза. Нам будет казаться, что мы видим не маленький предмет AB , а большой предмет A_1B_1 .

2. Угловым увеличением γ лупы называется отношение тангенса угла φ , под которым предмет виден в лупе, к тангенсу угла φ_0 , под которым предмет виден невооруженным глазом на расстоянии наилучшего зрения. Но $\operatorname{tg} \varphi = h/f$, а $\operatorname{tg} \varphi_0 = h/D$, следовательно,

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \varphi_0} = \frac{D}{f}. \quad (66.11)$$

На практике применяются лупы с фокусными расстояниями от 10 до 1 см. Это позволяет получить увеличения γ от 2, 5 до 25. Заметим, что короткофокусные лупы вносят большие искажения из-за сферической аберрации, астигматизма и дисторсии (см. § 65.7). Поэтому обычно довольствуются пяти-десятикратными увеличениями.

§ 66.6. Микроскоп

1. Для получения больших угловых увеличений (порядка нескольких сот) применяют *микроскоп*. Он является комбинацией двух короткофокусных систем — объектива и окуляра (рис. 66.9).

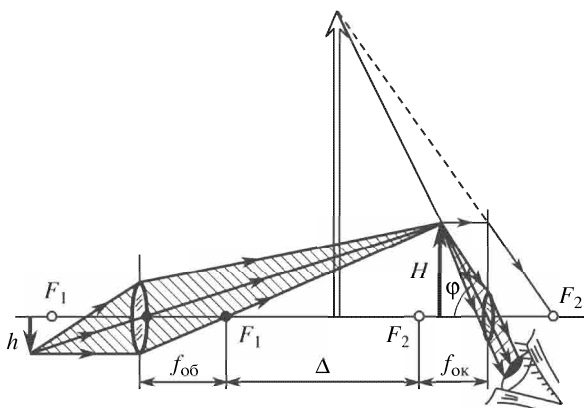


Рис. 66.9

Предмет h располагается вблизи фокуса объектива F_1 ; действительное изображение H получается за объективом вблизи фокуса окуляра F_2 . Отсюда следует, что расстояние от первого изображения до фокуса объектива примерно совпадает с расстоянием между фокусами объектива и окуляра. Это позволяет определить линейный размер первого изображения. Как видно

из рис. 66.9,

$$\frac{H}{h} \approx \frac{\Delta}{f_{об}}. \quad (66.12)$$

2. Найдем угловое увеличение микроскопа по тому же методу, как мы искали угловое увеличение лупы. Имеем

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \varphi_0} = \frac{H}{f_{ок}} : \frac{h}{D} = \frac{h\Delta}{f_{ок} \cdot f_{об}} : \frac{h}{D} = \frac{D\Delta}{f_{ок} \cdot f_{об}}. \quad (66.13)$$

У хороших современных микроскопов $f_{об} \approx 2,5$ мм, $f_{ок} \approx 15$ мм и $\Delta \approx 160$ мм. Учитывая, что $\Delta \approx 250$ мм, получим

$$\gamma \approx 160 \cdot 250 / (2,5 \cdot 15) \approx 1000.$$

Как будет показано в § 66.8, строить микроскопы с увеличением более 1000 нецелесообразно, и обычно работают на меньших увеличениях, порядка 500–600.

§ 66.7. Телескоп

1. Телескоп служит для увеличения угла зрения при рассмотрении деталей удаленных предметов. Существуют различные конструкции телескопов, мы ограничимся рассмотрением хода лучей в трубе Кеплера (рис. 66.10).

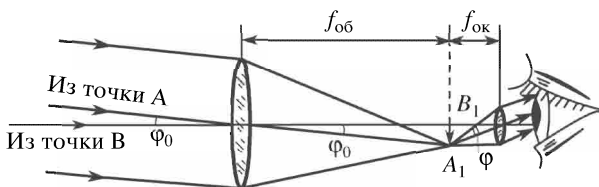


Рис. 66.10

Пусть предмет AB расположен далеко от объектива с фокусным расстоянием $f_{об}$, причем точка B расположена на оптической оси системы, точка A — над осью. Предмет виден невооруженным глазом под углом зрения φ_0 . Изображение предмета $A_1B_1 = h$ получится практически в фокальной плоскости объектива.

Расположим теперь окуляр с фокусным расстоянием $f_{ок}$ таким образом, чтобы передний фокус окуляра совпал с задним фокусом объектива. Тогда окуляр будет работать как лупа, и в глаз попадет параллельный пучок света под углом зрения $\varphi > \varphi_0$.

Угловое увеличение телескопа

$$\gamma = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \varphi_0} = \frac{h}{f_{\text{ок}}} : \frac{h}{f_{\text{об}}} = \frac{f_{\text{об}}}{f_{\text{ок}}}. \quad (66.14)$$

Для получения значительных увеличений в телескопах используются длиннофокусные объективы и короткофокусные окуляры.

2. Весь световой поток, выходящий из окуляра, должен попасть на сетчатку. Следовательно, нужно подобрать такие диаметры объектива и окуляра, чтобы выходящий из трубы пучок света перекрыл либо весь зрачок глаза, либо его часть. Если пучок окажется шире зрачка, то часть энергии будет бесполезно рассеиваться радужной оболочкой глаза и фактически изображение будет давать не весь объектив, а лишь его часть. Приблизненно можно диаметр окуляра $D_{\text{ок}}$ положить равным диаметру зрачка. Это дает при ночных наблюдениях $D_{\text{ок}} \approx 6\text{--}8\text{ мм}$, при дневных $2\text{--}3\text{ мм}$. Отсюда находим диаметр объектива. Как видно из рис. 66.10,

$$\gamma = \frac{f_{\text{об}}}{f_{\text{ок}}} = \frac{D_{\text{об}}}{D_{\text{ок}}}. \quad (66.15)$$

Например, при двадцатикратном увеличении труба для ночных наблюдений должна иметь объектив диаметром $D = 20 \cdot 8\text{ мм} = 160\text{ мм}$. Поскольку фокусное расстояние окуляра $f_{\text{ок}} \approx 20\text{ мм}$, то из (66.15) следует, что $f_{\text{об}} = \gamma f_{\text{ок}} = 20 \cdot 20\text{ мм} = 400\text{ мм}$. Итак, общая длина трубы окажется 420 мм .

3. Телескопы, объективом которых служат линзы, называются *рефракторами* (от латинского *refractus* — преломленный). Рефракторы имеют объективы с максимальным диаметром 1 м . Изготовление линз с большими диаметрами наталкивается на огромные технические трудности.

Гораздо легче изготовить стеклянную отливку большого диаметра для зеркала. Здесь не требуется оптическая однородность стекла, и шлифовать необходимо только одну поверхность. В зеркалах с большим диаметром отражающей поверхности придают не сферическую, а параболическую форму, что позволяет уменьшить сферическую aberrацию. Затем отражающая поверхность покрывается в вакууме тонким слоем алюминия.

Телескопы с зеркальным объективом называются *рефлекторами* (от латинского *reflectere* — отражать). Первый зеркальный телескоп построил Ньютон в 1671–1672 гг. Схема телескопа Ньютона показана на рис. 66.11. Параллельный пучок света от далекого источника попадает на зеркало Z ; отразившись от него, а затем от вспомогательного зеркала C , которое поворачивает лучи на

90° , пучок фокусируется в точке F , где возникает действительное изображение. Окуляр O работает так же, как и в рефракторе.

Рефлектор с диаметром зеркала около 5 м установлен в обсерватории Маунт-Паломар в США. В настоящее время в России изготовлен и действует крупнейший в мире телескоп с диаметром зеркала 6 м.

4. Обычно справедливо говорят, что телескоп нужен «для увеличения». Попытаемся уточнить, что он увеличивает в разных случаях. Оказывается, что если рассматривается удаленный земной предмет или планета, то действие телескопа сводится к увеличению угла зрения, а это, в свою очередь, приводит к увеличению разрешающей способности. Так, если невооруженным глазом мы видим на Луне несколько темных пятен, а Марс воспринимаем как красноватую точку, то с помощью телескопа с диаметром 6 м можно на Луне различить детали размером около 1 м, а на Марсе — около 100 м. Что касается яркости рассматриваемых предметов, то она такая же, как и при рассмотрении предмета невооруженным глазом.

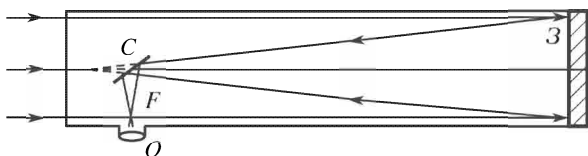


Рис. 66.11

Совершенно иной результат получается при наблюдении звезд. Последние настолько далеки, что и после увеличения в телескопе угол зрения оказывается меньше минимального разрешаемого глазом угла $\varphi_0 \approx 1'$ (см. § 66.4). В результате даже в самых сильных телескопах изображение звезды падает на одну нервную клетку, и мы воспринимаем ее как точку. Но освещенность окажется во столько раз больше той, которая воспринималась невооруженным глазом, во сколько раз площадь объектива больше площади зрачка. У пятиметрового объектива при дневном зрении увеличение составляет примерно $(5000 \text{ мм}/3 \text{ мм})^2 \approx 3 \cdot 10^6$, следовательно, и освещенность сетчатки возрастет в несколько миллионов раз. Это позволяет с помощью телескопа наблюдать очень слабые или удаленные звезды, которые невооруженным глазом не воспринимаются.

§ 66.8. Разрешающая способность оптического прибора

1. До сих пор мы молчаливо подразумевали, что изображением светящейся точки в оптическом приборе (например, в линзе) является также точка. Между тем, строго говоря, это неверно, даже если все aberrации устранены. В самом деле, линза вырезает из фронта волны определенный участок, и возникающее благодаря этому дифракционное изображение точки имеет сложный характер (см. § 57.8, 57.9): в центре наблюдается главный максимум, вокруг которого чередуются светлые и темные кольца. Первый минимум наблюдается под углом, который определяется из условия (57.40), если в нем положить $m = 1$; получим

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{D}. \quad (66.16)$$

где λ — длина световой волны, D — диаметр линзы.

Пусть на линзу падает свет от удаленных точечных источников. Если угловое расстояние между двумя источниками мало, то дифракционные изображения обоих источников частично перекроются, и может случиться, что мы не сможем различить картины, относящиеся к разным точкам (на рис. 66.12 приведены фотографии трех источников, два из них дают на рис. 66.12а сливающиеся изображения). В этом случае говорят, что линза *не разрешает* (не позволяет различить) изображения двух точек. Заметим, что последующее увеличение этого изображения уже ничего не дает; если изображения двух или нескольких точек не разрешаются хотя бы в одной линзе, то и весь прибор их не разрешает. Однако если увеличить диаметр линзы, то разрешающая способность увеличится (рис. 66.12б и в).

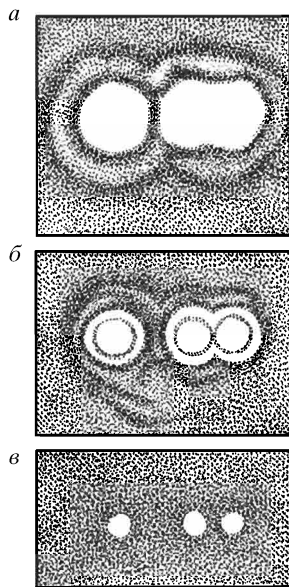


Рис. 66.12

2. Для того чтобы количественно охарактеризовать разрешающую способность объектива оптического прибора, воспользуемся критерием Рэлея (см. § 62.4): изображения двух точек будут видны

раздельно, если главный максимум одного из них расположен не ближе первого минимума другого. Итак, угол φ между направлениями на оба точечных источника должен быть не меньше угла θ , определяемого условием (66.16); отсюда $\sin \varphi \geq \sin \theta = \lambda/D$. А так как диаметр линзы всегда много больше длины световой волны, то углы φ и θ весьма малы, и можно синус заменить радианной мерой угла:

$$\varphi \geq \theta \approx \frac{\lambda}{D}. \quad (66.17)$$

Как видно, телескопы с большими диаметрами имеют большую разрешающую способность $A = 1/\varphi \approx D/\lambda$. У телескопа с зеркалом диаметра 5–6 м минимальный разрешаемый угол $\varphi_{\min} \sim 10^{-7}$ рад $\approx 0,02$ угловой секунды. Под таким углом видна спичка на расстоянии 600 км! Но и этого недостаточно, чтобы разрешить детали даже на ближайшей к нам звезде.

3. Разрешающую способность микроскопа принято характеризовать не минимальным углом, а расстоянием ε между двумя ближайшими точками, которые еще видны раздельно. Строгая теория вопроса здесь не может быть рассмотрена, но приближенно можно рассуждать следующим образом.

Пусть две точки M и N , находящиеся на расстоянии ε , расположены вблизи фокальной плоскости объектива (рис. 66.13). Их изображе-

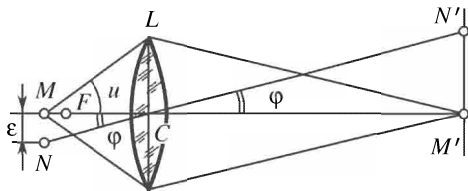


Рис. 66.13

ния M' и N' будут видны раздельно, если выполнено условие (66.16). Обозначив расстояние от предмета до линзы $MC = d$, имеем

$$\varepsilon = d \operatorname{tg} \varphi > d \sin \varphi \geq \frac{\lambda d}{D}. \quad (66.18)$$

Угол $\angle LMC = u$, под которым в точке M виден радиус линзы, называется *апертурным углом*. Как видно из рисунка, $R/d = \operatorname{tg} u$, где R — радиус линзы. Подставив в (66.18), получим

$$\varepsilon \geq \frac{\lambda}{2 \operatorname{tg} u}. \quad (66.19)$$

4. По строгой теории в знаменателе должен стоять не тангенс, а синус апертурного угла:

$$\varepsilon \gg \frac{\lambda}{2 \sin u}. \quad (66.20)$$

У хороших современных микроскопов предмет располагается вблизи фокальной плоскости, т. е. $d \approx f = 2$ мм; радиус объектива $R \approx 2$ –3 мм. В этом случае $\sin u \approx 0,9$; следовательно, в микроскопе можно разрешить детали размером около полуволны.

Если пространство между объективом и линзой заполнить так называемой *иммерсионной жидкостью*, то в числителе выражения (66.20) должна быть длина волны в жидкости $\lambda = \lambda_0/n$, где λ_0 — длина волны в вакууме и n — показатель преломления жидкости. Мы получим

$$\varepsilon \geq \frac{\lambda_0}{2n \sin u}. \quad (66.21)$$

При $n = 1,5$ (кедровое масло) и $\sin u = 0,9$ получим $\varepsilon \geq 0,37\lambda_0$. Глаз наиболее чувствителен к свету с длиной волны $\lambda = 555$ нм (см. § 66.1); следовательно, $\varepsilon \approx 200$ нм. Так как живая клетка имеет размер более 1000 нм, то ее можно изучать в микроскоп. Вирусы размерами от 275 до 10 нм в оптическом микроскопе уже не видны, их изучают с помощью электронного микроскопа (см. § 69.5).

§ 66.9. Проекционная аппаратура

1. С помощью линзы можно получить действительное изображение предмета на экране (см. рис. 65.8). Это используется в фотоаппаратах, проекционных фонарях, киноаппаратах и т. п.

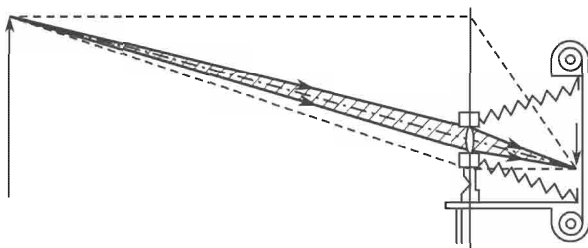


Рис. 66.14

Фотоаппарат устроен аналогично глазу. С помощью объектива получаем уменьшенное действительное изображение предмета на светочувствительной пленке или пластинке. Проходящий световой поток регулируется с помощью диафрагмы. Фокусировка производится путем перемещения объектива (рис. 66.14).

Под действием света происходят фотохимические реакции в светочувствительном слое фотопленки. После химической обработки на пленке появляется негативное изображение; получаемый с него позитив печатается на фотобумаге.

2. С помощью проекционного фонаря на экране получают действительное увеличенное изображение рисунков, чертежей, фотографий и т. п. Проецирование прозрачных объектов (диафильмов, диапозитивов) называется *диапроекцией*, непрозрачных объектов (рисунков, фотографий, мелких предметов) — *эпипроекцией*.

3. Сетчатка глаза обладает некоторой инерционностью, сохраняя примерно 0,1 с возникшее зрительное ощущение. Зрительные раздражения, следующие друг за другом с промежутками менее 0,1 с, сливаются в одно непрерывно меняющееся ощущение. На этом основано кино.

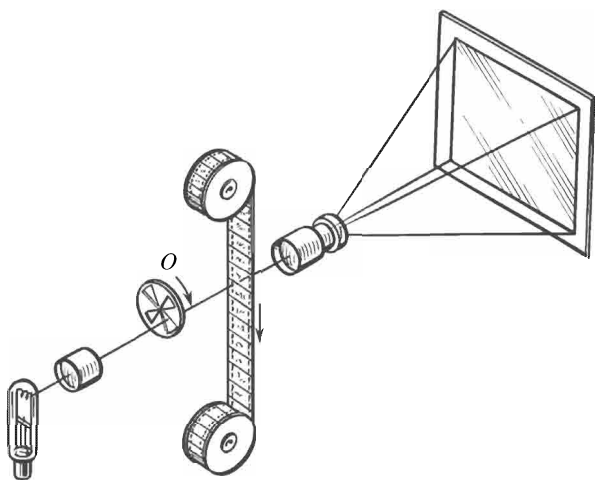


Рис. 66.15

Ряд фотографий с движущегося предмета снимают на одну ленту; обычно производится 24 снимка за секунду. Однако если нужно получить замедленную картину очень быстрого процесса или, наоборот, ускоренную картину медленного процесса, то съемку ведут с очень большой (до нескольких тысяч кадров в секунду) или очень малой (1 кадр в час) скоростью; затем проецируют с нормальной скоростью. С помощью этого метода, который образно называется *лупой времени*, удается наблюдать,

например, за развитием цветка растения или за разрушением брони под действием снаряда.

Кинопроектор отличается от диапроектора тем, что имеющийся у кинопроектора лентопротяжный механизм продергивает киноплёнку со скоростью 24 кадра в секунду. В момент перемещения кадра объектив перекрывается obturatorом (рис. 66.15).

§ 66.10. Спектральные приборы

1. *Спектроскопом* называется прибор, с помощью которого визуально исследуется спектральный состав света, испускаемого некоторым источником. Если регистрация спектра происходит на фотопластинке, то прибор называется *спектрографом*. Спектральное разложение (см. § 50.4) производится либо с помощью дифракционной решетки (см. § 62.2–62.4), либо с помощью призмы (см. § 63.4, 65.3). Для исследований в видимой области спектра применяется стеклянная оптика, а для ультрафиолетовой или инфракрасной области — оптика из кварца, флюорита или каменной соли.

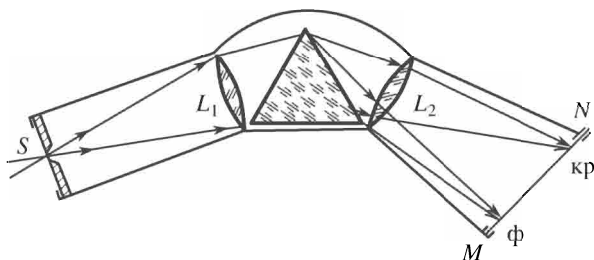


Рис. 66.16

2. На рис. 66.16 изображена простейшая схема спектрографа. Слева расположена коллиматорная труба SL_1 . Щель S помещена в фокальной плоскости объектива L_1 , следовательно, на призму будет падать параллельный пучок света. Из призмы благодаря дисперсии выйдут также параллельные пучки света, отклоненные на разные углы в зависимости от длины волны. В фокальной плоскости линзы L_2 получается множество изображений щели S , причем каждое изображение соответствует определенной длине волны.

Если на щель падает свет, состоящий из смеси нескольких монохроматических волн, то на пластинке MN образуется *линейчатый спектр* — ряд узких линий, разделенных черными

промежутками. Если же щель освещается белым светом, то мы получим *сплошной спектр* с плавными переходами от одного цвета к другому.

3. В спектроскопах линза L_2 делается короткофокусной, а действительное изображение спектра, возникающее в ее фокальной плоскости MN , рассматривается в окуляр. В этой же плоскости помещается указатель, связанный с микрометрическим винтом и маховичком с делениями. С помощью этой детали осуществляется градуировка спектроскопа по свету от некоторых стандартных источников.

§ 66.11. Голография

1. В 1948 г. Д. Габор предложил новый метод получения изображений, радикально отличающийся от методов, используемых в обычных оптических приборах. За это открытие он был в 1971 г. удостоен Нобелевской премии по физике. Суть его метода заключается в следующем.

Изображения, получаемые в обычных оптических приборах (фотоаппарат, проекционный фонарь, кинопроектор, глаз и т. п.), регистрируют интенсивность волны, т. е. квадрат ее амплитуды (см. § 55.3). Фаза волны при этом теряется. Габор предложил использовать явление интерференции с тем, чтобы зафиксировать частотные и фазовые соотношения в волне, а затем полученную картину использовать для восстановления амплитудных соотношений. Если на обычной фотографии регистрируется только один параметр волны — ее амплитуда, то по методу Габора регистрируется полная информация о всех параметрах волны — частоте, фазе и амплитуде. Возникающая при этом интерференционная картина называется *голограммой* (от греческого *holos* — полный и *gramma* — запись), а метод получения изображений *голографией*.

2. Для получения голограммы (рис. 66.17 а) пучок света 1 направляется на полупрозрачное зеркало M , которое разделяет его на два пучка. Опорный пучок 2 попадает непосредственно на фотопластинку F ; предметный пучок 3 освещает объект S и рассеивается на нем. Часть рассеянного света попадает на фотопластинку, где он интерферирует с опорным пучком. Возникающая интерференционная картина фиксируется на фотоэмульсии. Это и есть голограмма.

Заметим, что по своему внешнему виду голограмма несколько не похожа на объект. Она представляет собой систему интерфе-

ренционных максимумов и минимумов, аналогичных, например, системе колец Ньютона (см. рис. 61.4 или 61.7).

3. Следует обратить внимание на то, что между пучками 2 и 3 имеется значительная разность хода, от нескольких десятков сантиметров до нескольких метров. Это создает определенные трудности в процессе получения голограммы.

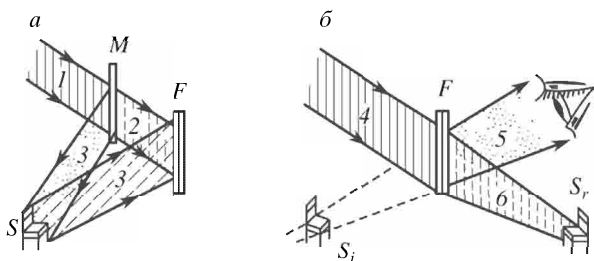


Рис. 66.17

Полупрозрачное зеркало делит каждый световой пучок на два, которые при встрече должны дать интерференционную картину. Но она возникнет лишь в том случае, если в данной точке пространства встретятся колебания, принадлежащие одному цугу. Это должно продолжаться в течение промежутка времени, соизмеримого со временем пробега цуга. При этом длина цуга L должна быть в десятки и даже сотни раз больше разности хода Δ (рис. 66.18 а). В этом случае смена цугов в точке наблюдения происходит синфазно, волны когерентны и интерференция наблюдается.

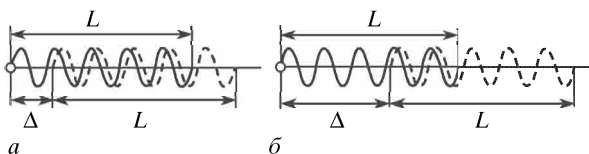


Рис. 66.18

Если же разность хода окажется близкой к длине цуга (рис. 66.18 б), то смена цугов в опорной и предметной волне происходит независимо, и интерференционная картина исчезает.

Полагая $\Delta \approx 1$ м, $L \approx 30\Delta \approx 30$ м, получим для времени испускания цуга

$$\tau \approx \frac{L}{c} \approx \frac{30}{3 \cdot 10^8} = 10^{-7} \text{ с.}$$

Неопределенность частоты, согласно (61.8), составит

$$\Delta\omega \approx \frac{1}{\tau} \approx 10^7 \text{ с}^{-1},$$

а относительная неопределенность частоты (см. (61.9)) при частоте света $\omega \approx 10^{15} \text{ с}^{-1}$ равна

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} \approx \frac{10^7}{10^{15}} \approx 10^{-8}.$$

Сравнивая с данными § 61.4–61.6, мы видим, что когерентность и монохроматичность обычных источников света недостаточны для получения голограмм. Именно поэтому в течение полутора десятков лет голография, по словам Габора, находилась в длительной спячке. Лишь в 1960 г. были изобретены оптические квантовые генераторы — лазеры (см. § 77.4), излучающие весьма когерентный свет с длиной цуга, в несколько тысяч раз большей длины цуга от обычных источников света (например, ртутных ламп). С помощью когерентного света от лазеров удастся получить весьма качественные голограммы.

4. Схема восстановления изображения показана на рис. 66.17б. Восстанавливающий пучок 4 когерентного света падает на голограмму под тем же углом, под которым опорный пучок 2 падал на фотопластинку. Рассеиваясь на интерференционных максимумах и минимумах, зафиксированных на голограмме, свет преобразуется в два пучка — расходящийся пучок 5 и сходящийся пучок 6.

Пучок 6 дает действительное объемное изображение объекта S_r . Недостаток его, как видно из рисунка, заключается в том, что оно является зеркальным, что не всегда удобно.

Обычно для наблюдения используется расходящийся пучок 5. Расположенный по его ходу глаз смотрит сквозь голограмму, как сквозь окно, и видит мнимое изображение предмета S_i , которое в точности совпадает с объектом.

5. Метод получения цветных голограмм предложил в 1962 г. Ю. Н. Денисюк, основываясь на идее Липмана о цветной интерференционной фотографии. Здесь (рис. 66.19а) опорная волна 1 и предметная волна 2 падают с двух сторон на толстослойную эмульсию F , в которой возникает система стоячих волн (см. § 57.2). Для восстановления голограмму освещают под тем же углом восстанавливающей волной 3, которая рассеивается на пучностях стоячей волны. Наблюдатель, воспринимая рассеянный пучок 4, наблюдает мнимое изображение S_i (рис. 66.19б).

Особенность цветной голограммы заключается в том, что пучности, образованные волнами разной длины, расположены в разных слоях. Следовательно, если осветить голограмму белым светом, то в разных ее участках будут усиливаться волны, соответствующие тому цвету, который был основой для голограммы, и мы увидим объемное цветное изображение предмета.

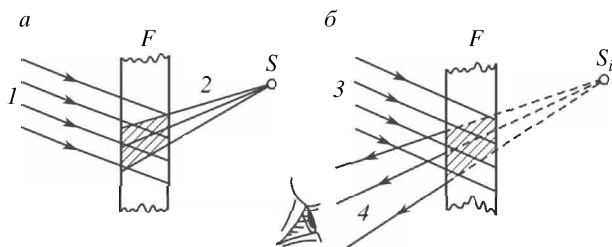


Рис. 66.19

За открытие метода получения цветных голограмм Ю. Н. Денисюк был удостоен Ленинской премии.

6. В чем же достоинства голографического метода, который в настоящее время интенсивно развивается? Рассмотрим некоторые из них.

а. В обычной фотографии каждый участок эмульсии изображает отдельный участок предмета. Поэтому информация, содержащаяся на одном участке фотографии, никак не связана с информацией, содержащейся на другом участке. Разрушение некоторой части фотоснимка означает потерю соответствующей информации. В голограмме каждый участок содержит информацию о всей картине, поэтому изображение, полученное даже от небольшой части голограммы, дает полное и правильное представление о предмете, хотя и менее яркое и менее четкое. Это аналогично тому, что можно, пользуясь небольшим осколком линзы, получить такое же изображение, как и с целой линзой, хотя и несколько худшего качества.

Отсюда следует, что как хранитель информации голограмма во много раз надежнее обычной фотографии.

б. Голограмму характеризует значительно бóльшая емкость информации по сравнению с фотоснимком. Так, если на листке фотобумаги или на фотопленке размером 6×9 мм можно поместить одну страницу печатного текста, то на этой же площади можно, в зависимости от качества эмульсии, записать от 100 до 300 голограмм. В настоящее время, при резком росте

объема печатной продукции, проблема компактных хранилищ информации становится острой и в будущем станет еще острее. Голографирование позволяет решить эту проблему.

в. С помощью голографии можно решить проблему создания стереоскопического цветного кино и телевидения.

г. Если длина волны λ' , которая служит для восстановления изображения, больше длины волны λ , с помощью которой получена голограмма, то изображение будет больше предмета в отношении λ'/λ . Это позволяет повысить увеличение и разрешающую силу микроскопа во много раз. Но такой микроскоп пока еще — дело будущего.

Заметим, что и здесь есть предел: длина волны λ' восстанавливающего пучка должна быть в несколько раз меньше расстояния между интерференционными полосами. В противном случае эмульсия окажется для этой волны оптически однородной средой (см. § 62.8), и голографический эффект исчезнет.

д. Значительный интерес представляет акустическая голография. Когерентные звуковые волны получить очень легко, а звук (или ультразвук) хорошо распространяется в жидкостях или твердых телах. Поэтому легко получить трехмерную акустическую голограмму непрозрачных предметов. Восстановив затем изображение в видимом свете, мы получим возможность увидеть внутреннее строение этих тел, например, структуру металлического стержня, бетонной балки или внутренности организма. Как для техники, так и для медицины это представляет колоссальный интерес.

Основная трудность, возникающая здесь, — это методы регистрации и фиксирования акустической голограммы. В настоящее время эффективно исследуются некоторые пути, которые мы здесь не можем рассматривать.

7. Мы остановились лишь на отдельных применениях голографии. Сейчас, по-видимому, далеко еще не все возможности этого метода теоретически раскрыты; еще меньше реализовано на практике. Но можно уверенно прогнозировать весьма широкое применение голографии уже в недалеком будущем.

Часть VIII

ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ АТОМОВ, МОЛЕКУЛ И ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Глава 67

ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

§ 67.1. Тепловое излучение

1. Все тела, нагретые до высокой температуры, начинают светиться. Если, например, раскалить твердое тело, то оно будет испускать сначала красный свет. Большинство тел при очень сильном нагревании испаряется (или изменяет свой химический состав), но продолжает светиться. Лампы накаливания при нагревании вплоть до $3000\text{ }^{\circ}\text{C}$ испускают желтый свет. Некоторые тела способны испускать при сильном нагревании белый свет.

Излучение, испускаемое нагретыми телами, называется *тепловым*. Всякое нагретое тело является источником теплового излучения. При этом не следует думать, что тепловое излучение возникает только при высоких температурах. Оно происходит и при комнатной, и при более низкой температуре. Разница лишь в том, что по мере понижения температуры уменьшается интенсивность излучения и изменяется его спектральный состав. При более низкой температуре испускаются, в основном, красное излучение, длины волн которого составляют $\approx 860\text{ нм}$, и невидимое глазом инфракрасное излучение. На шкале электромагнитных волн (см. § 61.1) инфракрасное излучение занимает обширный участок — от 10^6 до 10^3 нм .

2. На опыте невидимое инфракрасное излучение обнаруживается по его тепловому действию. Попадая на какое-либо тело с более низкой температурой, такое излучение вызывает его нагревание. Рассмотрим следующий опыт. В фокусе параболического зеркала помещена спираль, разогреваемая током до высокой температуры. Если поместить в фокус другого такого же зеркала кусочек сухой (лучше всего черной) ваты, то она вспыхнет под

действием излучения, испускаемого спиралью. На тепловом действии инфракрасного излучения основано выжигание по дереву.

3. Каждое нагретое тело не только испускает, но и поглощает тепловое излучение. Иначе в опыте, который был рассмотрен, кусочек ваты не мог бы вспыхнуть. Только сильное нагревание, вызванное поглощением теплового излучения, привело к возгоранию.

Опыты показали, что чем больше тело излучает при некоторой температуре, тем лучше оно поглощает такое же излучение при той же температуре. Иными словами, тела, которые лучше испускают свет, лучше его и поглощают.

4. Для количественной оценки способности каждого тела испускать свет определенной частоты ν ¹⁾ при некоторой температуре T вводится особая физическая величина, называемая *лучеиспускательной способностью* или *спектральной плотностью энергетической светимости* $r_{\nu,T}$ данного тела. Лучеиспускательной способностью тела называется количество энергии электромагнитного излучения данной частоты ν , испускаемое за единицу времени с единицы площади поверхности тела. Полная лучеиспускательная способность тела R_T складывается из лучеиспускательных способностей всевозможных частот, испускаемых телом.

5. Характеристикой способности любого тела поглощать энергию падающего на него света является *поглощательная способность* $a_{\nu,T}$. Поглощательная способность показывает, какая доля энергии, доставляемой за единицу времени на единицу площади

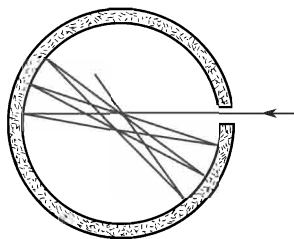


Рис. 67.1

поверхности тела падающим на него светом частоты ν , поглощается телом. Особенно хорошо поглощают свет черные тела: сажа, бархат, черная бумага. Тело, которое при любой не разрушающей его температуре полностью поглощает всю энергию падающего на него света любой частоты, называется *абсолютно черным телом*. Для абсолютно черного тела $a_{\nu,T}^{\text{черн}} = 1$.

Хорошей моделью, близкой к абсолютно черному телу, является небольшое отверстие в полый сфере (рис. 67.1). Свет, попадающий через отверстие внутрь сферы,

¹⁾ Точнее, в интервале частот от ν до $\nu + \Delta\nu$.

многократно отражается от стенок, прежде чем сможет выйти наружу. При каждом отражении свет, независимо от материала стенок, частично поглощается. В результате многократных отражений внутри сферы свет практически полностью поглощается и отверстие снаружи кажется совершенно черным.

Абсолютно черных тел не существует — это абстракция. Черный бархат, черная бумага близки по оптическим свойствам к абсолютно черному телу.

6. В 1859 г. Кирхгоф установил закон, носящий его имя. *Закон Кирхгофа гласит: отношение лучеиспускательной способности тела к его поглощательной способности не зависит от материала тела и равно лучеиспускательной способности абсолютно черного тела для данной частоты при данной температуре.*

Если обозначить лучеиспускательную способность абсолютно черного тела через $r_{\nu T}^*$, то закон Кирхгофа можно выразить так:

$$\frac{r_{\nu T}}{a_{\nu T}} = r_{\nu T}^*. \quad (67.1)$$

Поглощательная способность $a_{\nu T}$ тела не может быть больше единицы. Поэтому лучеиспускательная способность $r_{\nu T}$ любого тела не может быть больше лучеиспускательной способности $r_{\nu T}^*$ абсолютно черного тела при той же температуре T . Абсолютно черное тело является наиболее интенсивным источником теплового излучения. При одной и той же температуре абсолютно черное тело испускает в единицу времени с единицы площади больше энергии электромагнитного излучения, чем любое другое тело. В этом можно убедиться на простом опыте с сосудом кубической формы, две боковые стороны которого зачернены, а две другие окрашены в белый цвет. Если залить такой куб горячей водой и поставить на одинаковых расстояниях от зачерненных и белых его сторон совершенно одинаковые приемники излучения, то можно убедиться, что при одинаковой температуре черная поверхность излучает больше энергии, чем белая.

§ 67.2. Законы излучения абсолютно черного тела

1. В 1884 г. Больцман теоретически доказал, что *полная лучеиспускательная способность абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры:*

$$R_T^* = \sigma T^4. \quad (67.2)$$

Это — закон *Стефана–Больцмана*. Экспериментально он был установлен Стефаном в 1879 г. Коэффициент пропорциональности σ называется *постоянной Стефана*. Для абсолютно черного тела $\sigma = 5,672 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$. Из этого закона следует, что излучение абсолютно черного тела определяется только его температурой.

2. Нагретое тело состоит из колоссального количества атомов, каждый из которых ведет себя подобно вибратору — источнику электромагнитного излучения (см. § 59.5). Каждый атом-излучатель колеблется с различными частотами. Поэтому излучение нагретого тела содержит всевозможные частоты,

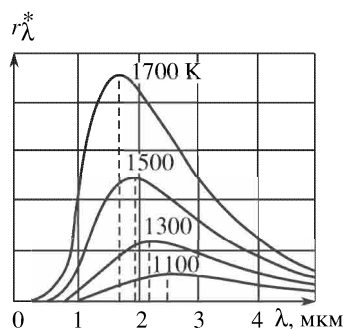


Рис. 67.2

а следовательно, и длины волн. Задача о распределении энергии излучения абсолютно черного тела между различными длинами волн, т.е. о спектральном составе излучения, сыграла большую роль в развитии основных идей современной физики. Ее решение привело к созданию квантовой физики.

Распределение энергии излучения абсолютно черного тела по длинам волн было тщательно изучено на опыте. На рис. 67.2 изображены

кривые распределения энергии излучения по длинам волн абсолютно черного тела при различных температурах. Площадь, ограниченная каждой кривой и осью абсцисс, определяет полную энергию всевозможных длин волн, испускаемую с единицы площади поверхности абсолютно черного тела за единицу времени. Эта площадь быстро растет с увеличением температуры, так как она возрастает пропорционально T^4 .

3. Обратим внимание на форму кривых распределения при различных температурах. Все кривые имеют максимумы, причем с увеличением температуры длина волны $\lambda_{\text{макс}}$ становится все более короткой. Именно поэтому раскаленное тело с повышением температуры становится сначала красным, затем оранжевым и, наконец, желто-белым. Экспериментальные кривые, изображенные на рис. 67.2, указывают на простую зависимость длины волны от абсолютной температуры:

$$\lambda_{\text{макс}} = b/T. \quad (67.3)$$

Формула (67.3) выражает закон смещения Вина: длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения абсолютно черного тела, обратно пропорциональна абсолютной температуре. Значение постоянной b в формуле (67.3):

$$b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}.$$

Излучение Солнца очень близко по спектральному составу к излучению абсолютно черного тела. Это видно из рис. 67.3, на котором штриховыми линиями даны спектры излучения абсолютно черного тела при температурах 6000 и 6500 К. Максимум энергии излучения Солнца приходится примерно на 470 нм. Если рассматривать Солнце как абсолютно черное тело и воспользоваться законом смещения Вина, то можно рассчитать, что температура наружных слоев Солнца близка к 6200 К.

4. Законы излучения абсолютно черного тела не позволили отыскать уравнения кривых распределения энергии, изображенных на рис. 67.2. Все попытки на основе классических представлений найти теоретически зависимость $r = r_T(\lambda)$, т. е. распределение по длинам волн энергии, излучаемой абсолютно черным телом, оказались безуспешными. Более того, эти попытки привели к принципиальным трудностям, значение которых переросло всю проблему теплового излучения. В задачу данной книги не входит рассмотрение этих трудностей. Укажем только, что последовательное применение идей классической физики к исследованию спектрального состава излучения абсолютно черного тела приводит к абсурдным результатам, противоречащим закону сохранения энергии.

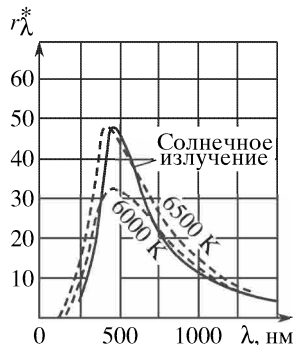


Рис. 67.3

§ 67.3. Идеи Планка. Формула Планка для теплового излучения

1. Выход из трудностей, возникших в проблеме теплового излучения абсолютно черного тела, нашел в 1900 г. выдающийся физик Макс Планк.

В классической физике испускание света источником рассматривается как *непрерывный* процесс. Считается, что излучающее

тело непрерывно посылает в пространство электромагнитные волны и энергия источника света непрерывно изменяется. Аналогично рассматривается и процесс поглощения света. Считается, что электромагнитные волны, падающие на некоторое тело, непрерывно им поглощаются. Планк пришел к выводу, что именно эти представления ведут к противоречиям в теории теплового излучения и должны быть пересмотрены.

2. Планк высказал гипотезу, согласно которой атомы-осцилляторы абсолютно черного тела изменяют свою энергию отдельными порциями. Вследствие этого абсолютно черное тело испускает и поглощает свет не непрерывно, а определенными конечными порциями энергии — *квантами* (в переводе с латинского quantum означает количество). Энергия кванта, как теоретически показал Планк, должна быть равна

$$\varepsilon_\gamma = h\nu, \quad (67.4)$$

где ν — частота света; h — называется *постоянной Планка* (см. § 14.2). Формула (67.4) и универсальность постоянной Планка оказались необходимыми для того, чтобы термодинамические соотношения, установленные для теплового излучения абсолютно черного тела, не были нарушены.

3. На основе своих идей Планк получил формулу для лучеиспускательной способности абсолютно черного тела:

$$r_\nu^*(T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (67.5)$$

где c — скорость света в вакууме, k — постоянная Больцмана (см. § 26.9), T — термодинамическая температура тела. Формула Планка прекрасно согласуется с результатами измерений распределения энергии в спектрах излучения абсолютно черного тела при различных температурах.

4. Идея Планка о прерывном характере процессов изменения энергии атомов-осцилляторов оказала громадное влияние на все дальнейшее развитие физики. До Планка считалось, что энергия любого тела может изменяться *непрерывно*. Предполагалось, что тело может приобретать и терять энергию в любых произвольных количествах. Вообще в классической физике считалось незыблемым, что все физические процессы и явления должны быть *непрерывными*. Идеи Планка означали отказ от принятых в классической физике представлений о непрерывном протекании процессов и явлений в природе.

5. Формула Планка позволила теоретически вывести законы излучения абсолютно черного тела, рассмотренные в § 67.2, и связать постоянную h с постоянной Стефана σ , постоянной закона Вина b и постоянной Больцмана k :

$$h = \pi k \sqrt[3]{\frac{2\pi^2 k}{15c^2 \sigma}}, \quad h = 4,965 \frac{bk}{c}.$$

По каждой из этих формул можно независимо подсчитать постоянную Планка. По первой из них Планк впервые определил величину h . Значение, полученное по второй формуле, совпало со значением, полученным по первой формуле. Оба эти значения согласуются с величинами h , полученными другими способами (см. § 68.3).

§ 67.4. Квантовая теория теплоемкости и теплового расширения твердых тел

1. Идея Планка о квантовании энергии осциллятора оказалась весьма плодотворной. Она позволила не только решить проблему теплового излучения, но и разрешить ряд других трудностей, в частности, — объяснить зависимость теплоемкости твердых тел от температуры (см. § 44.29), с чем не могла справиться классическая физика.

В конце 1906 г. А. Эйнштейн в статье «Теория излучения Планка и теория удельной теплоемкости» применил соображения Планка к этой проблеме.

Оказалось, что вместо классического выражения для средней энергии, приходящейся на одну колебательную степень свободы, $\langle \mathcal{E} \rangle = kT$ (45.2), следует использовать формулу Планка для средней энергии осциллятора:

$$\langle \mathcal{E} \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (67.6)$$

где ν — частота колебаний осциллятора.

Как показал далее Планк, к этому выражению надо добавить еще энергию нулевых колебаний $\mathcal{E}_a = h\nu/2$; но так как это не влияет на последующие рассуждения, то мы это слагаемое учитывать не будем (см. § 70.5).

2. Поскольку каждая колеблющаяся частица вещества имеет три степени свободы, а в каждой молекуле бинарного соединения

содержится n атомов, то внутренняя энергия одного моля бинарного соединения

$$U_m = 3nN_A \langle \mathcal{E} \rangle = 3nN_A \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (67.7)$$

Согласно определению (см. § 27.4), изохорная молярная теплоемкость равна производной от внутренней энергии одного моля вещества по температуре:

$$C_{mV} = \frac{\partial U_m}{\partial T} = 3nN_A \frac{\partial \langle \mathcal{E} \rangle}{\partial T}. \quad (67.8)$$

Производная энергии осциллятора:

$$\frac{\partial \langle \mathcal{E} \rangle}{\partial T} = \frac{h^2 \nu^2}{kT^2} \frac{e^{h\nu/kT}}{(e^{h\nu/kT} - 1)^2}.$$

Введем переменную $x = h\nu/kT$, тогда производная энергии осциллятора по температуре примет вид

$$\frac{\partial \langle \mathcal{E} \rangle}{\partial T} = \frac{kx^2 e^x}{(e^x - 1)^2} = kf_E(T). \quad (67.9)$$

Подставив значение производной (67.9) в формулу (67.8), получим выражение для изохорной молярной теплоемкости бинарного соединения:

$$C_{mV} = 3nN_A kf_E(T) = 3nRf_E(T). \quad (67.10)$$

3. Функция Эйнштейна $f_E(T) = x^2 e^x (e^x - 1)^{-2}$ обладает следующими свойствами. При $h\nu = kT$ переменная $x = 1$, функция $f_E(1) = 0,92$. При $h\nu \ll kT$, т. е. при высоких температурах, функция Эйнштейна стремится к единице; а при $h\nu \gg kT$, т. е. при низких температурах, функция Эйнштейна экспоненциально стремится к нулю: $\lim_{T \rightarrow 0} f_E(T) = \lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 e^{-x}) = 0$.

Следовательно, точно так же будет меняться молярная теплоемкость. При высоких температурах $C_{mV} = 3nR$ (правило Неймана–Коппа), для химических элементов, поскольку $n = 1$, получим $C_{mV} = 3R$ (закон Дюлонга и Пти). При низких температурах теплоемкость стремится к нулю (см. рис. 45.1).

4. Заметим, что, согласно (67.10), теплоемкость вблизи абсолютного нуля стремится к нулю экспоненциально, однако опыт показал, что здесь $C_{mV} \sim T^3$. Это расхождение теории и эксперимента устранил П. Дебай, который учел, что на самом деле в кристалле существует не одна собственная частота, а целый спектр частот от нуля до некоторой максимальной частоты. Мы не будем рассматривать теорию Дебая, но

получим выражение для температуры Дебая, которая была введена в § 45.1 без вывода.

Тепловые колебания в кристалле можно рассматривать как систему стоячих волн (см. § 57.3). Максимальная длина стоячей волны соответствует размерам кристалла, ее частота практически равна нулю; минимальная длина волны $\lambda_{\min} = 2d$, где d — расстояние между двумя ближайшими частицами вещества, колеблющимися в противоположных фазах. Максимальная частота колебаний

$$\nu_{\max} = \frac{a}{\lambda_{\min}} = \frac{a}{2d}, \quad (67.11)$$

где a — скорость упругих волн в кристалле (скорость звука). Условие, при котором квантовая теория теплоемкости приводит к тому же результату, что и классическая, является $kT \geq h\nu_{\max}$, откуда следует

$$\theta_D = \frac{h\nu_{\max}}{k} = \frac{ha}{2kd} = \frac{\pi\hbar a}{kd}, \quad (67.12)$$

что совпадает с формулой (45.7).

5. Применим идею Эйнштейна для выяснения зависимости коэффициентов теплового расширения от температуры. Для этой цели в выражении для температурного коэффициента линейного расширения (см. § 31) вместо $\langle \mathcal{E} \rangle = kT$ подставим выражение Планка (67.6). Очевидно, что и здесь производная энергии квантового осциллятора выразится через функцию Эйнштейна. После несложных преобразований мы получим для кристалла с объемноцентрированной кубической решеткой следующее выражение:

$$\alpha_l = \frac{7\rho\beta R}{4M} f_E(T). \quad (67.13)$$

Итак, температурный коэффициент линейного (соответственно, и объемного) расширения твердых тел зависит от температуры точно так же, как и теплоемкость. При высоких температурах мы вернемся к классическому пределу, при низких температурах коэффициенты теплового расширения стремятся к нулю.

6. Найдем отношение температурного коэффициента объемного расширения к молярной теплоемкости:

$$\frac{\alpha_V}{C_{mV}} = \frac{3\alpha_l}{C_{mV}} = \frac{7\beta\rho}{4M}. \quad (67.14)$$

Поскольку удельная теплоемкость $c = C_m/M$, то из (67.14) следует

$$\alpha_V = \frac{7}{4} \beta \rho c = 1,75 \beta \rho c. \quad (67.15)$$

Еще в 1908 г. Грюнайзен установил эмпирическим путем соотношение $\alpha_V = \gamma\beta\rho c$, где для разных металлов справедливы значения γ от 2,5 до 1,5.

Как видно, для объемноцентрированных кристаллов нами получено хорошее совпадение теоретических и экспериментальных данных.

Глава 68

ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ОПТИКИ

§ 68.1. Фотоэлектрический эффект

1. В 1887 г. Генрих Герц обнаружил, что если осветить отрицательный электрод искрового разрядника ультрафиолетовым излучением, то электрический разряд происходит при меньшем напряжении между электродами, чем в отсутствие освещения. Опыты В. Гальвакса и в особенности тщательные исследования А. Г. Столетова, проведенные в 1888–1889 гг., выяснили сущность явления, обнаруженного Герцем. Оказалось, что оно обусловлено выбиванием отрицательных зарядов из металлического катода разрядника под действием света.

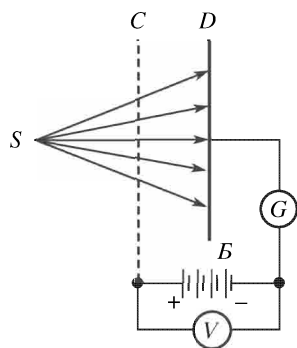


Рис. 68.1

На рис. 68.1 представлена схема опытов Столетова. В электрическую сеть включался конденсатор, положительной обкладкой которого была медная сетка C , а отрицательной — цинковая пластина D . Когда от источника света S лучи направлялись на отрицательно заряженную пластину D , в цепи возникал электрический ток. Когда пластина D заряжалась положительно, а сетка C отрицательно, гальванометр G не

обнаруживал электрического тока.

2. Опыты Столетова доказали, что под действием света металл теряет отрицательно заряженные частицы. В дальнейшем измерения удельного заряда этих частиц (см. § 41.7) показали, что они представляют собой электроны.

Явление вырывания электронов из твердых и жидких тел под действием света называется внешним фотоэлектрическим эффектом (*внешним фотоэффектом* или просто *фотоэффектом*).

Электрический ток, возникший в цепи на рис. 68.1 при освещении пластины D , называется *фототоком*.

3. С точки зрения электромагнитной теории света можно считать, что электромагнитная волна, падая на металл, «раскачивает» его электроны и они в конце концов отрываются от металла. Однако в этом случае из теории вынужденных колебаний следует, что чем больше амплитуда световой волны, тем больше будет скорость вылетевшего электрона. За счет этой энергии электрон сможет преодолеть силы, удерживающие его внутри металла, и покинуть металл. Тогда скорость электронов, покинувших металл, и их кинетическая энергия должны зависеть от амплитуды колебаний вектора напряженности электрического поля в электромагнитной волне, т. е. от интенсивности волны (см. § 59.2). Опыты не подтвердили этого.

§ 68.2. Законы внешнего фотоэффекта

1. Величина фототока зависит от числа электронов, которые под действием света вылетают из металла за единицу времени. Они называются *фотоэлектронами*. Опыты показали, что фототок зависит от химической природы металла и состояния его поверхности. Малейшие загрязнения поверхности изменяют условия вылета электронов из металла и изменяют величину фототока.

2. Для изучения фотоэффекта используется трубка, изображенная на рис. 68.2. Катод K покрывается металлом, фотоэффект с которого изучается. Через окошко, закрытое кварцевым стеклом D , ультрафиолетовые лучи падают на катод и вызывают фотоэффект на его поверхности. Электроны, вылетевшие из катода, ускоряются электрическим полем, действующим между катодом и анодом A . Напряжение u между катодом и анодом регулируется потенциометром R и измеряется вольтметром V . Две батареи B_1 и B_2 включены «навстречу друг другу» и позволяют с помощью потенциометра изменять не только абсолютную величину, но и знак напряжения u . При некотором достаточном ускоряющем напряжении u

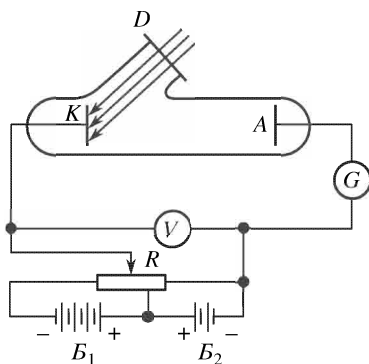


Рис. 68.2

все фотоэлектроны, вылетевшие из катода, достигнут анода. При этом гальванометр G измерит наибольший ток, который возможен при данном освещении и данной температуре катода. Его величина определяется числом электронов, которые вылетели за единицу времени с поверхности катода. Такой фототок называется *фототоком насыщения* и является основной количественной характеристикой фотоэффекта.

3. Электроны, которые вылетают из катода, имеют некоторую кинетическую энергию. Это позволяет им совершать работу против сил задерживающего электрического поля при отрицательном напряжении между катодом и анодом. Поэтому электроны могут и в этом случае достигнуть анода, и фототок будет наблюдаться. Если $v_{\text{макс}}$ — наибольшая начальная скорость электрона с массой m , то его кинетическая энергия будет $mv_{\text{макс}}^2/2$. За счет этой энергии электрон может преодолеть тормозящее электрическое поле. Если $(-u_0)$ — наибольшее тормозящее напряжение в трубке, при котором еще наблюдается фотоэффект, то очевидно,

$$mv_{\text{макс}}^2/2 = eu_0. \quad (68.1)$$

При $u < -u_0$ фототок будет отсутствовать. С увеличением напряжения фототок I постепенно возрастает, так как все большее число электронов достигает анода. Наибольшее значение фототока будет фототоком насыщения $I_{\text{нас}}$. Он соответствует таким значениям u , при которых все электроны, выбиваемые из катода, достигают анода:

$$I_{\text{нас}} = en, \quad (68.2)$$

где n — число электронов, вылетающих из катода за единицу времени.

4. Опытным путем установлены три закона внешнего фотоэффекта:

1) *Максимальная начальная скорость фотоэлектронов определяется частотой света и не зависит от его интенсивности.*

2) *Для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, т. е. такая наименьшая частота света ν_0 , при которой еще возможен внешний фотоэффект¹⁾.*

3) *Фототок насыщения прямо пропорционален интенсивности света.*

¹⁾ Красной эта граница названа потому, что при длинах волн λ , превосходящих $\lambda_0 = c/\nu_0$, т. е. «более красных», чем λ_0 , фотоэффект не происходит.

Кроме того, установлена *практическая безынерционность* фотоэффекта: ток немедленно возникает при освещении поверхности тела, при условии, что частота света $\nu \geq \nu_0$.

5. Заметим, что первый и второй законы фотоэффекта находятся в противоречии с тем объяснением явления фотоэффекта, которое вытекает из электромагнитной теории света и приведено в п. 3 § 68.1.

Трудности в объяснении законов фотоэффекта на основе волновой теории света были преодолены Эйнштейном в 1905 г. в его *квантовой теории света*. Соображения, которые привели Эйнштейна к этой теории, были связаны с глубоким анализом свойств теплового излучения абсолютно черного тела.

§ 68.3. Понятие о квантовой природе света. Квантовое объяснение законов внешнего фотоэффекта

1. Эйнштейн в 1905 г. развил и углубил те идеи Планка, о которых шла речь в главе о тепловом излучении. Эйнштейн пришел к выводу, что свет должен излучаться и поглощаться, а также и распространяться в пространстве в виде отдельных порций энергии — *квантов* электромагнитного поля. Световые кванты называются *фотонами*. Идеи Эйнштейна представляют собой отход от классической волновой оптики. Распространение света здесь рассматривается не как непрерывный волновой процесс, а как движение особых частиц — фотонов со скоростью света в вакууме.

В монохроматическом свете с частотой ν все фотоны имеют одинаковую энергию, равную $h\nu$. Поглощение света состоит в том, что фотоны передают *всю свою энергию* атомам и молекулам вещества. Из этого следует, что поглощение света, как и его распространение, происходит *прерывно*, отдельными порциями.

Эйнштейн пришел к этим результатам, анализируя свойства электромагнитного поля излучения с частотой ν , заключенного в объеме V_0 , стенки которого абсолютно черные. Он доказал, что возможно такое состояние электромагнитного поля, когда вся его энергия $\mathcal{E}$ соберется в малом объеме $V \ll V_0$. Вероятность такого явления, как показал Эйнштейн, выражается формулой $w = (V/V_0)^{g/h\nu}$.

Этот результат он сравнил с полученным им же результатом по расчету вероятности флуктуации плотности газа. Пусть в объеме V_0 находится N молекул идеального газа. Существует

определенная, хотя и очень малая, вероятность того, что все молекулы самопроизвольно соберутся в объеме $V \ll V_0$. Легко убедиться, что $w = (V/V_0)^N$.

Сравнивая эти формулы для вероятностей рассматриваемых флуктуаций, Эйнштейн пришел к выводу, что в случае электромагнитного поля роль числа частиц играет отношение $\mathcal{E}/h\nu$. Это означает, что излучение состоит из отдельных частиц — фотонов с энергией $h\nu$ каждый.

2. Квантовая точка зрения на природу света позволяет иначе, чем в электромагнитной теории, подойти к объяснению внешнего фотоэффекта в металлах. Известно, что для выхода из металла электрон должен преодолеть потенциальный барьер на границе металл–вакуум. Для этого электрон должен совершить работу выхода A_0 (см. § 44.8). Рассмотрим поглощение фотона электроном металла. В результате поглощения фотона его энергия $h\nu$ целиком будет передана электрону. Если $h\nu \geq A_0$, то электрон сможет совершить работу выхода и вырваться из металла. Наибольшую кинетическую энергию, которую сможет приобрести фотоэлектрон, можно найти по закону сохранения энергии:

$$\frac{mv_{\text{макс}}^2}{2} = h\nu - A_0. \quad (68.3)$$

Уравнение (68.3) называется *уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта*. Его можно переписать иначе:

$$h\nu = A_0 + \frac{mv_{\text{макс}}^2}{2}. \quad (68.3')$$

Энергия поглощенного фотона расходуется на совершение электроном работы выхода и приобретение им максимальной кинетической энергии. Комбинируя формулы (68.1) и (68.3), можно также написать

$$eu_0 = h\nu - A_0. \quad (68.4)$$

3. Уравнения Эйнштейна (68.3) или (68.3') правильно объясняют все законы внешнего фотоэффекта. Так, из формулы (68.3) следует, что максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона, а следовательно, и его максимальная начальная скорость зависят от частоты света ν и работы выхода A_0 , но не зависят от интенсивности света. Это есть первый закон внешнего фотоэффекта. Далее, из тех же уравнений следует, что внешний фотоэффект возможен лишь при условии, что $h\nu \geq A_0$. Энергии фотона должно по меньшей мере хватить на то, чтобы оторвать электрон

от металла и не сообщить ему кинетической энергии ($v_{\text{макс}} = 0$). Обозначив через ν_0 *наименьшую* частоту света, при которой возможен фотоэффект (красная граница фотоэффекта), имеем

$$h\nu_0 = A_0, \text{ или } \nu_0 = A_0/h. \quad (68.5)$$

Красная граница фотоэффекта зависит только от работы выхода электрона, т. е. от химической природы металла и состояния его поверхности. Таким образом объясняется второй закон фотоэффекта.

Наконец, общее число n фотоэлектронов, покидающих за единицу времени поверхность металла, должно быть пропорционально числу фотонов n' , падающих за это же время на поверхность ($n \sim n'$). Если через E обозначить освещенность поверхности, пропорциональную интенсивности света, то число ежесекундно падающих на поверхность фотонов будет $n' \sim E/h\nu$. Таким образом доказывается третий закон внешнего фотоэффекта: число фотоэлектронов, ежесекундно вылетающих из металла, пропорционально интенсивности света.

Все сказанное выше о фотоэффекте относится к тому случаю, когда один фотон поглощается электроном металла. При очень больших интенсивностях света, например при лазерном облучении (см. § 77.3), один электрон может поглотить два совершенно одинаковых фотона. В этом случае законы фотоэффекта нарушаются. В частности, не будет выполняться закон красной границы. В самом деле, два одинаковых фотона с энергией $2h\nu$ будут проявлять себя как один фотон с удвоенной частотой, ибо $2h\nu = h(2\nu)$. Это значит, что частота света как бы удвоится. При одновременном многофотонном поглощении частота света станет равной как бы $n\nu$ (где n — целое число) и условие красной границы фотоэффекта (см. (68.5)) не будет выполняться.

4. Формулы (68.4) и (68.5) можно объединить в форме, удобной для опытной проверки уравнения Эйнштейна:

$$eu_0 = h(\nu - \nu_0). \quad (68.6)$$

Подтверждением правильности формулы (68.6) является определение из нее постоянной Планка:

$$h = \frac{eu_0}{\nu - \nu_0}.$$

Из опыта необходимо определить напряжение, при котором исчезает фототок. Далее необходимо построить графически зависимость eu_0 от ν . Эта зависимость выражается прямыми, пред-

ставленными на рис. 68.3 для трех металлов: алюминия, цинка и никеля. Точками изображены результаты измерений eu_0 при различных частотах. Видно, что все прямые параллельны друг другу, причем наклон прямых не зависит от природы металла.

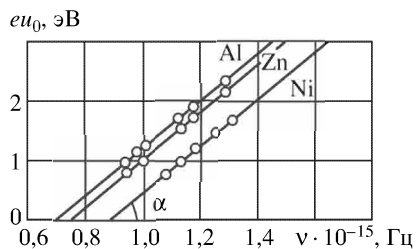


Рис. 68.3

По углу между прямыми и осью абсцисс можно определить постоянную Планка: $\operatorname{tg} \alpha = hK$, где K — соотношение размерных величин, принятых за единицы масштаба по осям eu_0 и ν .

В наиболее точных опытах, проведенных в 1928 г. П. И. Лукирским и С. С. Прилежаевым, вакуумная трубка, изображенная

на рис. 68.4, представляла собой сферический конденсатор. Стекланный шар, посеребренный изнутри, являлся внешней обкладкой конденсатора и играл роль анода A . Катод K имел вид шарика из исследуемого металла. В этой установке на анод попадают все электроны с такой начальной скоростью v_0 , что $mv_0^2/2 \geq e|u|$, где $u < 0$ — задерживающее напряжение. Это повышает точность определения максимальной скорости фотоэлектронов v_0 и позволяет наиболее точно определить постоянную Планка.

Среднее значение h , полученное из наиболее точных опытов по внешнему фотоэффекту, оказалось равным $6,543 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

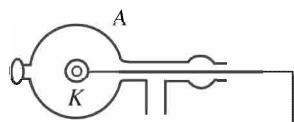


Рис. 68.4

Это согласуется с результатами других методов определения h . Тем самым подтверждается правильность уравнения Эйнштейна для фотоэффекта и идей Эйнштейна о квантовом характере взаимодействия света с электронами при фотоэффекте.

5. Квантовый характер взаимодействия света с веществом проявляется в безынерционности фотоэффекта. С волновой точки зрения свету необходимо определенное время, чтобы электромагнитная волна, даже при большой ее интенсивности, сумела «раскачать» электрон в металле и вырвать его с поверхности (см. § 53.6).

Квантовые свойства света, сосредоточение энергии излучения в отдельных порциях — квантах имеют следствием высокую температуру фотонного газа. Сравним, например, энергию фотона

видимого света (с частотой $\nu \approx 10^{15}$ Гц) со средней кинетической энергией теплового, беспорядочного движения молекулы газа. Согласно формуле (26.8) средняя кинетическая энергия молекулы, приходящаяся на одну степень свободы, равна $kT/2$, где k — постоянная Больцмана, T — термодинамическая температура. Из условия $h\nu = kT/2$ можно найти, что молекула газа будет иметь такую же энергию, какую имеет квант видимого света, лишь при температуре порядка 10^5 К. Квантовые свойства особенно отчетливо проявляются во всех явлениях, где происходит взаимодействие коротковолнового излучения с веществом.

§ 68.4. Фотохимические действия света

1. Свет, поглощенный веществами, может вызывать химические превращения этих веществ. Химические процессы, происходящие под действием света, называются *фотохимическими реакциями*. К числу таких реакций относится разложение молекул на их составные части. Например, при освещении паров брома молекула Br_2 диссоциирует на два атома Br. Молекула бромистого серебра AgBr разлагается под действием света на атомы серебра и брома.

Как показал К. А. Тимирязев, в зеленых частях растений под действием солнечного света происходят фотохимические реакции, конечным результатом которых является образование углеводов, необходимых для существования растений и животных.

2. Фотохимические превращения протекают в соответствии с законом Бунзена–Роско: *масса m фотохимически прореагировавшего вещества пропорциональна энергии $\mathcal{E}$ поглощенного света,*

$$m = C\mathcal{E}. \quad (68.7)$$

Коэффициент пропорциональности C зависит от характера фотохимической реакции и частоты света ν . Для каждой фотохимической реакции существует *красная граница* — некоторая минимальная частота ν_0 , начиная с которой свет становится химически активным, способным вызвать фотохимическое превращение. Эйнштейн объяснил существование такой границы (как и красной границы фотоэффекта, см. § 68.2) квантовым характером поглощения света веществом. Для того чтобы произошло фотохимическое превращение одной молекулы вещества, необходима некоторая энергия $\mathcal{E}_a$, называемая *энергией активации* данного превращения. Квант света может вызвать превращение

при условии, что его энергия $h\nu \geq \mathcal{E}_a$. Таким образом, минимальная частота ν_0 химически активного света (красная граница) определяется из равенства

$$h\nu_0 = \mathcal{E}_a, \text{ или } \nu_0 = \frac{\mathcal{E}_a}{h}. \quad (68.8)$$

3. В ряде случаев фотохимические действия света подчиняются *фотохимическому соотношению Эйнштейна*: каждый фотон, поглощенный веществом, может вызвать фотохимическое превращение только одной поглотившей его молекулы. Отсюда следует, что число молекул вещества, которые претерпевают фотохимические реакции при поглощении единицы энергии падающего света ($\mathcal{E} = 1$), обратно пропорционально энергии $h\nu$ одного фотона (при условии, что $\nu \geq \nu_0$):

$$N \sim \frac{1}{h\nu} = \frac{\lambda}{hc}, \quad (68.9)$$

где $\lambda = c/\nu$ — длина волны света.

Фотохимическое соотношение Эйнштейна часто нарушается и на один поглощенный квант приходится не одна, а несколько молекул, участвующих в фотохимических реакциях. Например, реакция образования HCl из H_2 и Cl_2 происходит на свету в форме цепной реакции и сопровождается взрывом. Свет служит в данном случае толчком к началу фотохимического процесса, который далее развивается самостоятельно.

§ 68.5. Импульс фотона. Световое давление с квантовой точки зрения

1. До сих пор, развивая представления Эйнштейна о квантах света — фотонах, мы говорили только о наличии у фотона энергии $\varepsilon_\gamma = h\nu$. Однако если углубить эти представления о квантовой природе света и считать, что свет представляет собой распространение в пространстве фотонов, ведущих себя как поток особых частиц, то следует считать, что фотон обладает импульсом.

Фотон существенно отличается от макроскопических тел и элементарных частиц, о которых пойдет речь в гл. 81. Это отличие состоит в том, что фотон не имеет массы. Другими словами, покоящихся фотонов не существует. Этот вывод не должен вызывать удивления. Если распространяющуюся световую волну «остановить», то свет прекратит свое существование; это

означает, что фотоны будут поглощены атомами и молекулами вещества. Энергия фотонов целиком перейдет в другие виды энергии. Например, при поглощении света металлами энергия фотонов переходит, в частности, к фотоэлектронам, которые вырываются из поверхности металла при фотоэффекте.

2. Отсутствие у фотона массы показывает, что созданные Эйнштейном квантовые представления о природе света отнюдь не являются возвращением к корпускулярной теории Ньютона. По Ньютону, световые частицы — корпускулы представляют собой обычные механические частицы. С современной точки зрения эти частицы должны были бы иметь массу. В свое время Ломоносов, критикуя ньютоновские воззрения на природу света, справедливо заметил, что если бы корпускулярная теория была верна, то должны были бы происходить соударения световых корпускул и при пересечении световых лучей происходило бы «в лучах замешательство».

3. Помимо энергии фотон обладает импульсом. Связь энергии фотона с его импульсом вытекает из общей формулы теории относительности (см. § 16.3), которую мы распространим на частицы без массы

$$\varepsilon = c\sqrt{p^2 + m^2c^2}.$$

Для фотона $m = 0$ и

$$p_\gamma = \frac{\varepsilon_\gamma}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (68.10)$$

В ряде случаев импульс фотона выражают иначе. Вспомним, что под волновым числом k в оптике понимается число длин волн, укладывающихся на длине 2π метров: $k = 2\pi/\lambda$ (см. § 56.2). Формулу (68.10) можно переписать так:

$$p_\gamma = h \frac{\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} k = \hbar k, \quad (68.11)$$

где $\hbar$ — постоянная Планка. Значение $\hbar$ определено с большой точностью (см. § 14.2).

Как известно, импульс является векторной величиной. Для того чтобы определить направление вектора импульса фотона, поступим следующим образом. Введем понятие о *волновом векторе* $\mathbf{k}$, который численно равен $2\pi/\lambda$, а по направлению совпадает с направлением распространения света. Тогда формулу (68.11) можно переписать в векторной форме:

$$\mathbf{p}_\gamma = \hbar \mathbf{k}. \quad (68.12)$$

4. Выяснено, что фотон, подобно любой движущейся частице или телу, обладает энергией и импульсом. Запишем снова формулы для этих физических величин, которые можно назвать *корпускулярными характеристиками фотона*:

$$\varepsilon_\gamma = h\nu; \quad p_\gamma = h\nu/c. \quad (68.12')$$

Такое название подчеркивает, что подобные характеристики имеют все тела и частицы (корпускулы). Обратим внимание на то, что все корпускулярные характеристики фотона связаны с важнейшей *волновой* характеристикой света — его частотой ν . Эта связь не случайна. Она имеет глубокую причину, которую мы выясним в § 68.7.

5. Экспериментальным доказательством наличия у фотона импульса является световое давление, которое было рассмотрено в § 59.3. Там рассмотрение проводилось с точки зрения волновой природы света. Световое давление может быть очень естественно и просто истолковано с квантовой точки зрения. В самом деле, давление света на поверхность тела является результатом того, что при столкновении с поверхностью какого-либо тела каждый фотон передает ей свой импульс. Подобно этому давление газа на стенки сосуда есть результат передачи импульса молекулами газа поверхности стенки (см. § 17.3).

Пусть на поверхность какого-либо тела в одном направлении, например перпендикулярно к поверхности, падает свет. Предположим, что в единицу времени на единицу площади поверхности тела падает n фотонов. Часть из них поглотится телом и каждый из них передаст ему свой импульс $p_\gamma = h\nu/c$. Часть же фотонов отразится. Отраженный фотон полетит от зеркальной стенки в противоположном направлении с импульсом $-p_\gamma$. Поэтому полный импульс, переданный телу отраженным фотоном, будет $p_\gamma - (-p_\gamma) = 2p_\gamma = 2h\nu/c$. Давление света на поверхность численно равно импульсу, который передают за секунду все n фотонов, падающих на единицу поверхности тела. Если обозначить через R коэффициент отражения света от произвольной поверхности, то число отраженных фотонов будет Rn , а число поглощенных фотонов $(1 - R)n$. Таким образом, давление света будет равно

$$p = Rn \frac{2h\nu}{c} + (1 - R)n \frac{h\nu}{c} = \frac{nh\nu}{c} (1 + R).$$

Произведение $nh\nu = \mathcal{E}$ представляет собой энергию всех фотонов, падающих на единицу поверхности за единицу времени. Как известно, это есть интенсивность света (см. § 55.3). Отношение

$\mathcal{E}/c = w$ является объемной плотностью энергии падающего света (см. § 59.2). Таким образом, давление света выражается формулой

$$p = w(1 + R). \quad (68.13)$$

Эта формула была впервые получена Максвеллом в его электромагнитной теории света и подтверждена опытами Лебедева (см. § 59.3).

§ 68.6. Эффект Комптона

1. В 1923 г. А. Комптон наблюдал рассеяние рентгеновского излучения определенной длины волны λ легкими веществами — графитом, парафином и др. Первоначальные сведения о рентгеновском излучении изложены в § 61.1. Рентгеновское излучение представляет собой электромагнитные волны с длинами волн меньшими, чем у коротковолнового ультрафиолетового излучения. Схема опытов Комптона изображена на рис. 68.5. Монохроматическое рентгеновское излучение, возникшее в рентгеновской трубке A , проходит через диафрагмы B и узким пучком направляется на легкое рассеивающее вещество C . Излучение, рассеянное на угол θ , регистрируется приемником — рентгеновским спектрографом D , в котором измеряется длина волны рассеянного рентгеновского излучения и его интенсивность I_λ (рис. 68.6). Опыты Комптона показали, что рассеянное рентгеновское излучение имеет длину волны λ' большую, чем длина волны λ падающего излучения. Выяснилось, что разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ зависит *только* от угла рассеяния θ и не зависит от свойств рассеивающего вещества и длины волны падающего света:

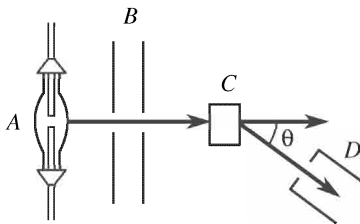


Рис. 68.5

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_k \sin^2(\theta/2). \quad (68.14)$$

Величина λ_k оказалась постоянной для всех веществ: $\lambda_k = 2,43 \times 10^{-12}$ м. Она называется *комптоновской длиной волны*, а само явление называется *эффектом Комптона*.

2. Из формулы (68.14) и постоянства комптоновской длины волны λ_k следует, что возрастание длины волны при рассеянии фотонов на электронах будет наибольшим при $\theta = \pi$, т. е. при условии, когда фотон после рассеяния полетит назад, в сторону,

противоположную первоначальному направлению его движения. В самом деле, при $\theta = \pi$

$$\Delta\lambda = \Delta\lambda_{\text{макс}} = 2\lambda_k.$$

При этом электрон, на котором происходит рассеяние, так называемый электрон отдачи, приобретает наибольшую кинетическую энергию.

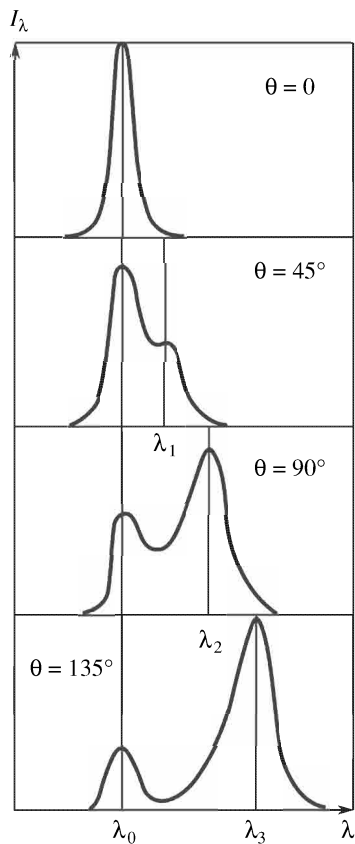


Рис. 68.6

3. Эффект Комптона не получил удовлетворительного объяснения с волновой точки зрения на природу света. В самом деле, рассеяние света рассматривается в электромагнитной теории света следующим образом (см. § 62.8). Под влиянием падающей электромагнитной световой волны в веществе возникают вторичные электромагнитные волны с *той же* длиной волны. С квантовой точки зрения эффект Комптона, как и фотоэффект и фотохимическое действие света, является результатом взаимодействия фотонов падающего излучения с электронами атомов или молекул. Закон сохранения энергии позволяет высказать одно общее утверждение. Если рассеяние света веществом не приводит к генерации новых фотонов той же частоты ¹⁾, то энергия $h\nu$ падающего фотона должна частично израсходоваться на какие-либо процессы, кроме возникновения рассеянного фотона с энергией $h\nu'$. Здесь $\nu' = c/\lambda'$ — частота рассеянного света.

По закону сохранения энергии

$$h\nu = h\nu' + \mathcal{E}_1, \quad (68.15)$$

¹⁾ В § 77.4 будет рассмотрено возникновение света в так называемых квантовых генераторах, где происходит такое явление.

где $\mathcal{E}_1 > 0$ — энергия, потерянная фотоном на несветовые процессы. В эффекте Комптона рассеяние рентгеновского излучения происходит на электронах атомов легких веществ с малым зарядом ядра Z (см. § 71.1). Энергия $\mathcal{E}_1$ передается электрону, который можно считать практически почти свободным, слабо связанным с ядром своего атома.

Из формулы (68.15) следует, что $h\nu > h\nu'$, т. е. $\nu > \nu'$, и, следовательно, $\lambda < \lambda'$. Итак, при рассеянии рентгеновского излучения происходит возрастание длины волны, что было обнаружено Комптоном.

4. Для того чтобы подсчитать комптоновскую длину волны λ_k , нужно применить к задаче о рассеянии фотона на электроне законы сохранения импульса и энергии. Для простоты расчета положим, что до столкновения электрон неподвижен в данной системе отсчета, а после столкновения электрон и фотон разлетаются в противоположные стороны (центральный удар, рис. 68.7). Уравнения

$$p_\gamma = -p'_\gamma + p, \quad \varepsilon_\gamma + \mathcal{E}_0 = \varepsilon'_\gamma + \mathcal{E}. \quad (68.16)$$

Здесь p — импульс электрона, $\mathcal{E}$ и $\mathcal{E}_0$ — его энергии до и после соударения. Возведем оба равенства в квадрат и учтем, что энергия и импульс

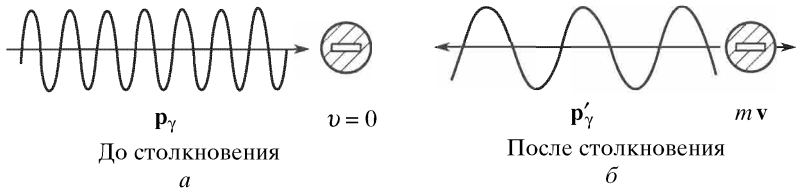


Рис. 68.7

фотона связаны соотношением $\varepsilon_\gamma = p_\gamma c$, а энергия и импульс электрона — соотношением $\mathcal{E}^2 = \mathcal{E}_0^2 + p^2 c^2$. После преобразований получим

$$4\varepsilon_\gamma \varepsilon'_\gamma = 2\mathcal{E}_0(\varepsilon_\gamma - \varepsilon'_\gamma). \quad (68.17)$$

Учитывая, что $\varepsilon_\gamma = hc/\lambda$, а $\mathcal{E}_0 = mc^2$, где m — масса электрона, приведем (68.17) к виду

$$\left(\frac{\lambda'}{hc} - \frac{\lambda}{hc} \right) mc^2 = 2,$$

или окончательно:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2h}{mc}. \quad (68.18)$$

Сравнив с (68.14), получим выражение для комптоновской длины волны

$$\lambda_k = \frac{h}{mc}. \quad (68.19)$$

§ 68.7. Корпускулярно-волновая двойственность свойств света

1. В этой главе мы рассмотрели ряд явлений, которые служат доказательствами квантовых свойств света. Но в предыдущих главах (см. главы 61–64) были изложены явления интерференции, дифракции и поляризации света, которые с полной убедительностью подтвердили, что свет имеет волновую, электромагнитную природу. Возникает вопрос: что же такое свет? «Неужели мы должны считать свет состоящим из корпускул в понедельник, вторник и среду, пока мы проделываем опыты с фотоэффектом и эффектом Комптона, и представлять себе его волнами в четверг, пятницу и субботу, когда мы работаем с явлениями дифракции и интерференции?» Эти слова принадлежат физику В. Брэггу. Вопрос, который он поставил в такой форме, можно сформулировать иначе: что же такое свет — представляет ли он собой электромагнитные волны, испускаемые источником света, или источник испускает поток фотонов, летящих в пространстве со скоростью c света в вакууме?

На первый взгляд кажется, что две точки зрения на свойства света — волновая (электромагнитная) и квантовая (корпускулярная) — взаимно исключают друг друга. Ряд признаков волн и частиц действительно противоположны. Например, движущиеся частицы (фотоны) находятся в определенных областях пространства, а распространяющуюся волну нужно рассматривать как «размазанную» в пространстве и нельзя говорить о местопребывании бегущей волны в некоторой определенной области пространства. Необходимость приписывать свету, с одной стороны, волновые свойства, а с другой стороны, квантовые, корпускулярные, создает вначале впечатление незавершенности наших представлений о свойствах света. Возникает даже мысль о том, что двойственность в свойствах света является искусственной и все разнообразные явления можно объяснить на основе одной — либо квантовой, либо волновой — точки зрения на свойства света.

2. Развитие оптики, вся совокупность оптических явлений показали, что свойства непрерывности, характерные для электромагнитного поля световой волны, не следует противопоставлять свойствам дискретности (прерывности), характерным для фотонов. Свет имеет сложные, корпускулярно-волновые свойства; обладает *одновременно* и волновыми, и квантовыми свойствами. Для света характерны и волновые свойства непрерывных электромагнитных волн, и квантовые свойства дискретных

фотонов. Двойственная природа света находит свое выражение в формулах (68.12'), определяющих основные характеристики фотонов. Как видно из этих формул, корпускулярные характеристики фотона — энергия ε_γ и импульс p_γ — связаны с волновой характеристикой света — его частотой ν .

Впервые к представлениям о корпускулярно-волновой двойственности свойств света пришел Эйнштейн при изучении флуктуаций энергии в единице объема излучения абсолютно черного тела и флуктуаций светового давления. Эти величины (см. (68.13)) пропорциональны друг другу, и их флуктуации должны выражаться сходными формулами. Используя законы излучения абсолютно черного тела и методы статистической физики, Эйнштейн получил эти формулы. Выяснилось, что они содержат сумму двух членов. Первый, «квантовый член», соответствует представлению о свете как о потоке дискретных фотонов. Второй, «волновой член», описывает флуктуации в распространяющейся электромагнитной волне. Существенно, что только сумма двух членов дает флуктуации энергии и светового давления. При этом при малых частотах главную роль играет волновой член, а при больших частотах — квантовый член.

В проявлении двойственных, противоречивых свойств света имеется важная закономерность. У длинноволнового излучения (например, у инфракрасного света) квантовые свойства проявляются в малой степени и основную роль играют волновые свойства. Большая группа оптических явлений — интерференция, дифракция, поляризация — полностью объясняется в волновой оптике. Однако если «перемещаться» по шкале электромагнитных волн (см. § 61.1) слева направо, от длинных волн в сторону более коротких, то волновые свойства света будут проявляться все слабее, уступая место более отчетливо проявляющимся квантовым свойствам. Это видно, например, из закона красной границы фотоэффекта и существования такой границы для фотохимических реакций. Как было показано в § 62.5, обнаружение дифракции коротковолнового рентгеновского излучения оказалось возможным только при использовании в качестве дифракционной решетки кристаллической структуры твердых тел. Иначе волновые свойства рентгеновского излучения обнаружить не удавалось.

3. Волновые и квантовые свойства света связаны между собой. Рассмотрим эту связь на примере прохождения света через щель в непрозрачном экране (рис. 68.8). Предположим, что параллельный пучок монохроматического излучения проходит через щель AB вдоль оси ординат. Как известно (см. § 62.1), на экра-

не CD , расположенном за щелью, возникает дифракционная картина. В каждой точке экрана наблюдается определенная освещенность E , пропорциональная интенсивности света в этой точке. На рис. 68.8 справа изображено распределение интенсивности света

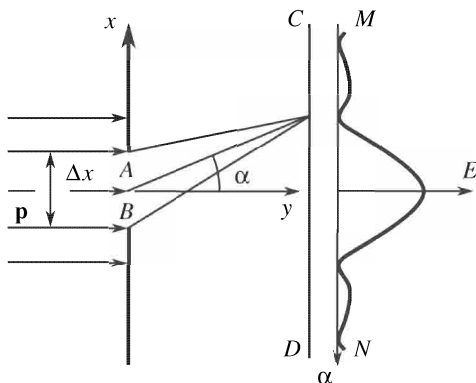


Рис. 68.8

по экрану. Вспомним, что интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды A световой волны. Следовательно, освещенность E в каждой точке экрана пропорциональна квадрату амплитуды световой волны в этой точке, $E \sim A^2$. С квантовой точки зрения образование на экране дифракционной картины означает, что при прохождении света через щель происходит *перераспределение* фотонов в пространстве. В результате этого в разные точки экрана попадает *различное* число фотонов. Освещенность E экрана в данной точке будет тем больше, чем большей будет суммарная энергия фотонов, попадающих за единицу времени в данную точку. Эта энергия, в свою очередь, пропорциональна числу n_0 доставивших ее фотонов. Таким образом, $E \sim n_0$.

Предположим, что на щель (рис. 68.8) падает очень слабый световой поток, настолько слабый, что его можно было бы считать состоящим из очень небольшого числа фотонов. В пределе можно считать, что поток состоит из *поочередно* летящих фотонов. Каждый фотон должен проявить себя в той точке экрана, куда он попал. Однако опыты показывают, что если ослаблять световой поток, уменьшать интенсивность света, дифракционная картина не изменяется. Определенное соотношение между светлыми и темными местами на экране, которое характерно для дифракции на данном препятствии, останется и при слабом световом потоке.

В реальном эксперименте создание светового потока, состоящего из поочередно летящих фотонов, невозможно. Чтобы можно было говорить о сопоставлении с экспериментом, необходимо вообразить, что опыт с попаданием фотона в какую-то точку экрана *повторяется очень много раз*. При каждом таком опыте фотон с определенной вероятностью может попадать в ту или иную точку. Результат «стрельбы фотонами по препятствию», если наблюдать ее длительное время, окажется таким же, как если бы одновременно проходил световой поток, состоящий из большого числа фотонов. Дифракционная картина будет соответствовать тому реальному распределению светлых и темных мест на экране, которое характерно для дифракции на данном препятствии.

4. Сопоставим два выражения для освещенности, которые мы выше получили. Из них следует, что $A^2 \sim n_0$. *Квадрат амплитуды световой волны в какой-либо точке пространства пропорционален числу фотонов, попадающих в эту точку*. Иными словами, *квадрат амплитуды световой волны в данной точке пространства является мерой вероятности попадания фотонов в эту точку*. Таким образом, волновые и квантовые свойства света не исключают, а, наоборот, взаимно дополняют друг друга. Они выражают подлинные закономерности распространения света и его взаимодействия с веществом. Квантовые свойства света обусловлены тем, что энергия и импульс излучения сосредоточены в частицах — фотонах. Вероятность нахождения фотонов в различных точках пространства определяется волновыми свойствами света — амплитудой световой волны.

Вероятностные свойства фотона проявляются в том, что для него нельзя точно указать, в *какую именно* точку экрана он попадет после прохождения щели (см. рис. 68.8). Можно говорить лишь о вероятности попадания каждого фотона в ту или иную точку экрана. Такое истолкование связи между волновыми и квантовыми свойствами света сыграло выдающуюся роль в развитии современной физики.

§ 68.8. Фотон — релятивистская безмассовая частица

1. В предыдущей главе было показано, что анализ закономерностей излучения абсолютно черного тела привел М. Планка в 1900 г. к идее о квантовании энергии осциллятора и о связи между квантом излучения и частотой осциллятора, следовательно, и частотой излучаемой или поглощаемой волны (см. (67.4)).

В 1905 г. А. Эйнштейн ввел понятие о квантах излучения, которые затем были названы фотонами (см. § 68.3). И хотя в том же году Эйнштейн разработал основные принципы специальной теории относительности, связь между квантовыми и релятивистскими представлениями на этом этапе не была установлена.

Впервые попытка установления такой связи была предпринята в 1923 г. Луи де Бройлем. Этот вопрос будет рассмотрен в следующей главе.

Между тем, оказывается, что связь между энергией и импульсом фотона и частотой электромагнитной волны может быть получена из чисто релятивистских соображений. Это позволяет выявить наличие глубокой связи между квантовой теорией и специальной теорией относительности.

2. Пусть вдоль оси абсцисс распространяется плоская электромагнитная монохроматическая волна с частотой ν . В системе отсчета, движущейся со скоростью v в том же направлении, частота волны окажется другой. Данное явление, называемое эффектом Доплера, было рассмотрено в § 14.1 и 59.8. Согласно (14.3) имеем

$$\nu' = \nu \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + v/c} = \nu \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}}. \quad (68.20)$$

Найдем закон преобразования энергии частицы с массой m , движущейся со скоростью $u < c$ вдоль оси абсцисс. Ее скорость в другой системе отсчета $u' = \frac{u - v}{1 - uv/c^2} < c$. (см. § 12.5). Согласно определению полной энергии (10.1) имеем

$$\frac{\mathcal{E}'}{\mathcal{E}} = \frac{\Gamma' mc^2}{\Gamma mc^2} = \sqrt{\frac{1 - u^2/c^2}{1 - u'^2/c^2}}. \quad (68.21)$$

После простых преобразований получим следующее соотношение:

$$\begin{aligned} \frac{1 - u^2/c^2}{1 - u'^2/c^2} &= \frac{c^2 - u^2}{c^2 - \left(\frac{u - v}{1 - uv/c^2}\right)^2} = \\ &= \frac{(1 - uv/c^2)^2 (c^2 - u^2)}{c^2 - 2uv + u^2 v^2 / c^2 - u^2 + 2uv - v^2} = \\ &= \frac{(1 - uv/c^2)^2 (c^2 - u^2)}{(c^2 - u^2) - \frac{v^2}{c^2} (c^2 - u^2)} = \frac{(1 - uv/c^2)^2}{1 - v^2/c^2}. \end{aligned}$$

Закон преобразования энергии примет вид

$$\mathcal{E}' = \mathcal{E} \frac{1 - uv/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (68.22)$$

Распространим полученную закономерность на частицы, движущиеся в вакууме со скоростью, равной скорости электромагнитной волны, т. е. положим в (68.22) $u = c$. Для такой частицы — фотона — закон преобразования энергии примет вид

$$\mathcal{E}'_{\gamma} = \mathcal{E}_{\gamma} \frac{1 - v/c}{\sqrt{2 - v^2/c^2}} = \mathcal{E}_{\gamma} \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}}. \quad (68.23)$$

Как видно, энергия фотона и частота световой волны при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую преобразуются по одному и тому же закону. Разделив (68.23) на (68.20), получим

$$\frac{\mathcal{E}'_{\gamma}}{\nu'} = \frac{\mathcal{E}_{\gamma}}{\nu} = \text{inv.}$$

Обозначив этот инвариант символом h , найдем соотношение между энергией фотона и частотой монохроматической электромагнитной волны:

$$\mathcal{E}_{\gamma} = h\nu. \quad (68.24)$$

Значение постоянной Планка может быть получено только из опыта, например, на основе фотоэффекта или эффекта Комптона.

3. Фотон — безмассовая частица. В самом деле из (10.1) имеем $m = \mathcal{E}/\Gamma c^2 = (\mathcal{E}/c^2) \sqrt{1 - u^2/c^2}$. Для фотона $u = c$, следовательно, $m_{\gamma} = 0$. Из соотношения (16.8) между энергией и импульсом $\mathcal{E}^2 = \mathcal{E}_0^2 - p^2 c^2$ получим для безмассовой частицы $\mathcal{E}_{\gamma} = p_{\gamma} c$, откуда

$$p_{\gamma} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Итак, справедливо утверждение: монохроматической электромагнитной волне соответствует безмассовая частица — фотон. Однако обратное заключение неверно. В гл. 81 будет показано, что существует множество безмассовых частиц — шесть нейтрино, восемь глюонов, участвующих не в электромагнитном, а в слабом и сильном взаимодействиях. Поэтому их свойства принципиально отличаются от свойств фотонов, и им не соответствует электромагнитная волна.

§ 68.9. Флуктуация фотонов

1. Дискретная структура вещества имеет своим следствием статистический характер явлений и закономерностей молекулярной физики: в опытах наблюдаются флуктуации частиц вещества, например, систематические отклонения давления от среднего значения (броуновское движение). Очевидно, что дискретный характер излучения — его фотонная структура — также должен проявляться в статистике фотонов, т. е. должны наблюдаться

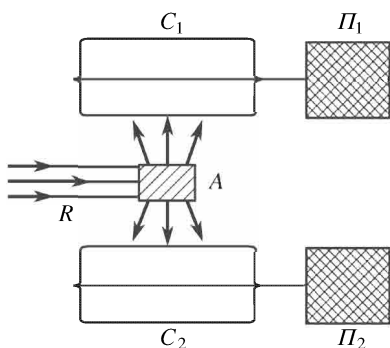


Рис. 68.9

флуктуации этих частиц. Заметим, что флуктуации можно обнаружить только при малом числе фотонов. Это аналогично тому, что флуктуации давления наблюдаются при небольшом числе молекул газа или жидкости (см. § 28.11).

Рядом физиков экспериментально исследовались флуктуации фотонов. Рассмотрим некоторые опыты.

2. В 1924 г. В. Боте поставил опыт по наблюдению флуктуаций фотонов рентгеновского излучения. Установка схематически показана на рис. 68.9. A — железная или медная фольга, освещаемая сбоку узким пучком жесткого рентгеновского излучения R . При этом фольга сама становится источником вторичного рентгеновского излучения с определенной частотой (рентгеновская флуоресценция). Это вторичное излучение попадает в два счетчика Гейгера C_1 и C_2 . Попадание рентгеновского фотона в счетчик приводит к его срабатыванию, что регистрируется пересчетными устройствами Π_1 или Π_2 .

Если бы источник A излучал, как этого требует волновая теория, то сферическая волна одновременно доходила бы до обоих счетчиков C_1 и C_2 , и они бы срабатывали одновременно. Если же фольга A испускает отдельные фотоны, то вылеты последних вверх и вниз являются независимыми беспорядочными событиями. При малом числе фотонов должны беспорядочно срабатывать то первый счетчик, то второй. Именно это и наблюдалось в эксперименте, что убедительно свидетельствует о квантовом характере излучения.

3. В 1925 г. А. Ф. Иоффе и Н. И. Добронравов поставили опыт, схема которого показана на рис. 68.10. Установка была сконструирована таким образом, что на тонкую фольгу в точке A ежесекундно попадало 1000 электронов с энергией 12 кэВ каждый. При ударах электронов о фольгу возникало рентгеновское излучение, свободно проходящее сквозь нее. Отрицательно заряженная пылинка висмута диаметром $d = 0,6$ мкм уравнивалась в электрическом поле на расстоянии $h = 0,2$ мм от нижней пластинки. За пылинкой наблюдали с помощью зрительной трубы.

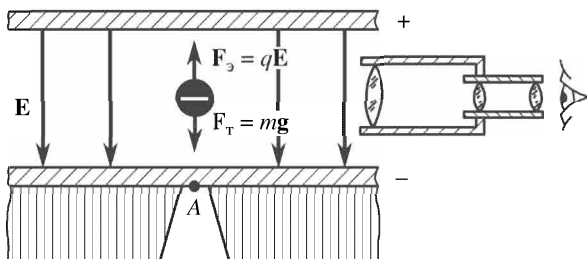


Рис. 68.10

Опыт показал, что в среднем один раз за 30 мин пылинка срывалась с места. Это означало, что за счет поглощения рентгеновского излучения пылинка теряла электрон (фотоэффект). Изменив напряжение между обкладками, пылинку опять уравнивали и продолжали наблюдение. Примерно через полчаса пылинка вновь срывалась с места и т. д.

Объяснить это явление с точки зрения волновой теории невозможно. В самом деле, если при ударе электрона о фольгу в точке A возбуждается сферическая волна с полной энергией $\mathcal{E} = 12$ кэВ, то эта энергия должна равномерно распределиться по сферическому фронту волны, т. е. в телесном угле 4π ср. Пылинка из точки A видна под телесным углом $\Omega = \pi d^2 / (4h^2) = \pi \cdot 0,6^2 / (4 \cdot 200^2)$ ср $= 7 \cdot 10^{-6}$ ср. Следовательно, на пылинку попадала бы энергия

$$\mathcal{E}_0 = \frac{\mathcal{E}\Omega}{4\pi} = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 7 \cdot 10^{-6}}{4\pi} = 6,7 \cdot 10^{-3} \text{ эВ.}$$

Этой энергии не хватило бы на то, чтобы вырвать электрон из висмута, у которого работа выхода равна 4,4 эВ.

Квантовая теория объясняет это явление, причем не только качественно, но и количественно. В самом деле, при ударе электрона о фольгу возникает один фотон рентгеновского излучения

с энергией 12 кэВ, которая значительно больше работы выхода. Значит, этот фотон вырвет электрон из пылинки, если он в нее попадет.

Вероятность w попадания фотона в пылинку равна отношению телесного угла Ω , под которым пылинка видна из точки A , к полному телесному углу: $w = \Omega/4\pi$. Поскольку за секунду на фольгу в точке A падает около 10^3 электронов, то она испускает за это время столько же фотонов: $n = 10^3 \text{ с}^{-1}$. Промежуток времени между последовательными попаданиями двух фотонов в пылинку равен

$$\tau = (nw)^{-1} = \frac{4\pi}{n\Omega} = \frac{4\pi}{10^3 \cdot 7 \cdot 10^{-6}} = 1,8 \cdot 10^3 \text{ с} = 30 \text{ мин.}$$

Мы получили результат, совпадающий с экспериментом.

4. Из того факта, что световой пучок состоит из множества фотонов, движущихся независимо друг от друга, вытекает, что в этом пучке должны наблюдаться флуктуации интенсивности. Этим воспользовался С. И. Вавилов, показав возможность визуального наблюдения квантовых флуктуаций при малых интенсивностях светового пучка (1932–1941 гг.).

Невооруженным глазом, который в течение нескольких часов адаптировался в полной темноте, наблюдались интерференционные максимумы и минимумы в зеленом свете. При обычных интенсивностях света интерференционная картина в этих участках не изменяется во времени. Затем интенсивность света уменьшали до порога зрительного восприятия света. Пороговое значение интенсивности света для глаза человека в зеленом свете равно $2,1 \cdot 10^{13} \text{ Вт/м}^2$. Учитывая, что зеленому свету соответствует длина волны около 500 нм, а диаметр адаптированного к темноте зрачка составляет около 8 мм, нетрудно убедиться, что пороговой интенсивности зеленого света соответствует 20–25 фотонов в секунду.

При этом оказалось следующее: участки в темных полосках всегда оставались темными, а участки в светлых полосках иногда гасли, но тут же снова вспыхивали, причем эти колебания освещенности появлялись во времени беспорядочно, хаотически.

Результаты этих опытов по классическому волновому эффекту — интерференции — объясняются квантовыми свойствами света. В самом деле, бывают случаи, когда в интерференционные максимумы попадает либо больше фотонов, чем на пороге зрительного восприятия света, либо меньше его. Значит, число фотонов в световом потоке флуктуирует. Поэтому видны вспышки

света — если фотонов немного больше, чем на пороге восприятия, или соответственно гашение света на отдельных участках — если фотонов немного меньше, чем на пороге. Эти флуктуации имеют статистический характер, что объясняет нерегулярное появление светлых участков.

С. И. Вавилов по этому поводу писал: «Перед наблюдателем в этом опыте с особенной наглядностью проявляется корпускулярно-волновая двойственность светового процесса».

5. При интенсивности света много выше порогового глаз не в состоянии различать флуктуации в числе фотонов. Поэтому для наблюдателя интенсивность света в интерференционных максимумах усредняется, и освещенность этих максимумов воспринимается как неизменная.

§ 68.10. Фотоны и ньютоновская корпускулярная теория света

1. Идея о существовании квантов света (которые позже были названы фотонами) была высказана в 1905 г. А. Эйнштейном в статье «Об одной эвристической точке зрения, касающейся возникновения и превращения света». Она была написана за четыре месяца до статьи «К электродинамике движущихся тел», где излагались основы специальной теории относительности.

Но если принципы релятивизма практически сразу были приняты огромным большинством ведущих физиков мира, то световые кванты долго не признавали многие крупные ученые, в частности М. Планк и Н. Бор. И только после того, как был открыт эффект Комптона, который удалось объяснить на основе теории фотонов (см. § 68.6), проблема была решена, и фотоны вошли в арсенал квантовой физики.

В чем же заключалась трудность? Дело в том, что в XVII–XVIII веках конкурировали две теории света — корпускулярная и волновая. Обе теории рассматривались как альтернативные — свет *либо* поток частиц (корпускул), *либо* волна. В начале XIX века благодаря исследованиям Т. Юнга и О. Френеля утвердилась волновая теория света, а после работ Дж. К. Максвелла стало ясно, что свет — это электромагнитная волна (см. § 59.1). В связи с этим большинство физиков восприняли введение понятия о квантах света как неоправданный возврат к отвергнутым взглядам.

2. Между тем, это неверно. Эйнштейн вовсе не отвергал волновую теорию света. Наоборот, он утверждал: «Волновая теория

света . . . прекрасно оправдывается при описании чисто оптических явлений и, вероятно, вряд ли будет заменена какой-либо иной теорией». Однако далее он писал: «Я и в самом деле думаю, что опыты, касающиеся «излучения черного тела», фотолюминесценции, возникновения катодных лучей при освещении ультрафиолетовыми лучами и других групп явлений, связанных с возникновением и превращением света, лучше объясняются предположением, что энергия света . . . складывается из . . . неделимых квантов энергии, поглощаемых или возникающих только целиком».

Таким образом, Эйнштейн здесь впервые выдвинул идею о двойственной, корпускулярно-волновой теории света, которая лежит сейчас в основе всей квантовой физики. Именно восприятие этой идеи двойственности оказалось чрезвычайно сложной проблемой для большинства физиков начала XX века.

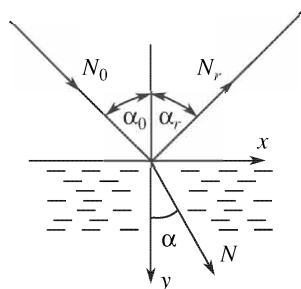


Рис. 68.11

На примере явлений отражения и преломления света покажем, что теория фотонов не есть возврат к корпускулярной теории, а приводит к тем же результатам, что и волновая теория.

3. Пусть из вакуума на поверхность вещества падает когерентный монохроматический свет — поток одинаковых фотонов (рис. 68.11). Вещество будем считать однородным и изотропным, не поглощающим свет данной частоты.

Систему отсчета свяжем с этим веществом; ось абсцисс направим вдоль поверхности, ось ординат — перпендикулярно ей.

Индексом «0» обозначим величины, относящиеся к падающим на вещество фотонам; индексом «r» — к отраженным фотонам; без индекса — величины, относящиеся к фотонам в веществе. Поскольку мы пренебрегаем поглощением, то выполняются три закона сохранения:

а) закон сохранения числа фотонов:

$$N_0 = N_r + N; \quad (68.25)$$

б) закон сохранения энергии:

$$N_0 \varepsilon_0 = N_r \varepsilon_r + N \varepsilon; \quad (68.26)$$

в) закон сохранения импульса, который мы запишем в проекциях на оси координат:

$$N_0 p_{0x} = N_r p_{rx} + N p_x, \quad (68.27)$$

$$N_0 p_{0y} = N_r p_{ry} + N p_y. \quad (68.28)$$

4. Поскольку отраженный фотон возвращается в вакуум и при этом цвет света не меняется, то не меняется и частота, а следовательно, и энергия фотона, т. е. $\mathcal{E}_r = \mathcal{E}_0$. Подставив в (68.26) и сравнив с (68.25), имеем

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0, \quad (68.29)$$

т. е. при переходе фотона из вакуума в вещество его энергия не меняется. Этот результат не тривиален — аналогичный результат дает волновая теория. Там это следствие свойства вынужденных колебаний, частота которых равна частоте вынуждающей силы.

5. Обратимся теперь к продольной составляющей импульса (62.27). Поскольку энергии падающего и отраженного фотонов равны, то равны и модули их импульсов, т. е. $p_r = p_0 = \mathcal{E}_0/c$. Очевидно, что $p_{0x} = p_0 \sin \alpha_0$, $p_{rx} = p_r \sin \alpha_r = p_0 \sin \alpha_r$ и $p_x = p \sin \alpha$. Уравнение (68.27) примет вид

$$N_0 p_0 \sin \alpha_0 = N_r p_0 \sin \alpha_r + N p \sin \alpha. \quad (68.30)$$

Допустим, что отражающая поверхность абсолютно зеркальная. Тогда $N_r = N_0$, $N = 0$, и из (68.30) следует, что $\sin \alpha_r = \sin \alpha_0$. Отсюда вытекает, что $\alpha_r = \alpha_0$, т. е. закон отражения света; угол отражения равен углу падения. Этот закон следует как из теории фотонов, так и из корпускулярной и волновой теории (см. § 56.5).

Но опыт показывает, что закон отражения выполняется и в том случае, когда поверхность не абсолютно зеркальная. При этом лишь уменьшается число отраженных фотонов в связи с тем, что часть фотонов переходит в вещество.

6. Подставив значение $\alpha_r = \alpha_0$ в (68.30), получим $(N_0 - N_r) p_0 \sin \alpha_0 = N p \sin \alpha$. Но из (68.25) следует $N_0 - N_r = N$; разделив первое равенство на второе, получим закон преломления света (см. § 56.5 и 63.1):

$$n = \frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha} = \frac{p}{p_0}. \quad (68.31)$$

Однако здесь проявляется принципиальное отличие ньютоновской корпускулярной теории и теории фотонов.

В ньютоновской теории световые corpusкулы рассматриваются как обычные механические частицы с массой m , движущиеся в вакууме со скоростью c , а в веществе — со скоростью u . Тогда $p_0 = mc$, $p = mu$ и показатель преломления, согласно (68.30), равен:

$$n = \frac{mu}{mc} = \frac{u}{c}.$$

Итак, в ньютоновской corpusкулярной теории скорость света в веществе больше скорости света в вакууме: $u = nc$. Но это противоречит опыту. Например, в 1862 г. Фуко измерил скорость света в воде, и она оказалась в 1,3 раза *меньше* скорости света в воздухе (значит, и в вакууме).

Совершенно иной результат дает теория фотонов. В этой теории импульс фотона обратно пропорционален фазовой скорости волны; $p_0 = \mathcal{E}_0/c$, $p = \mathcal{E}/u$. Заметим, что так как мы пренебрегли дисперсией, то фазовая и групповая скорости равны (см. § 63.8).

Подставив значения импульсов в (68.31), и учитывая (68.29), получим

$$n = \frac{p}{p_0} = \frac{\mathcal{E} \cdot c}{u \cdot \mathcal{E}_0} = \frac{c}{u}.$$

Это находится в полном соответствии с волновой теорией: $u = c/n$. Отсюда следует, что импульс фотона в веществе

$$p = \frac{\mathcal{E}}{u} = \frac{n\mathcal{E}_0}{c} = np_0. \quad (68.32)$$

Итак, теория фотонов не является возвратом к ньютоновской corpusкулярной теории света. В тех случаях, когда речь идет о явлениях, связанных с суммарным действием большого числа фотонов, ее результаты полностью совпадают со следствиями волновой теории.

7. Что же касается поведения единичного фотона на границе раздела двух сред (в частности, вакуума и вещества), то здесь получается парадоксальный результат: нельзя заранее предсказать, что произойдет с фотоном — он отразится или преломится. Поскольку законы сохранения справедливы и для одного фотона, то он оказывается как будто бы частично в состоянии отражения, частично — в состоянии преломления. Вместе с тем фотон неделим.

Однако если поставить опыт по обнаружению того, где же находится фотон — в отраженном состоянии (т. е. в вакууме) или в преломленном состоянии (т. е. в веществе), то неопределенность в положении фотона исчезает. Для опыта (или, на языке квантовой механики — для измерения) следует использовать два прибора, поместив один из них на

траектории отраженного фотона, другой — на траектории преломленного фотона. Приборы никогда не работают одновременно, а работает лишь один из них — либо первый, либо второй.

Вместе с тем невозможно заранее с полной достоверностью предсказать, какой прибор работает, т.е. предсказать, какой фотон мы обнаружим — отраженный или преломленный. Можно предсказать лишь *вероятность* обнаружить фотон в том или ином состоянии. Эти вероятности равны соответствующим коэффициентам отражения и прозрачности, которые рассчитываются по волновой теории.

8. Для случая нормального падения фотонов на поверхность вещества это будут выражения (63.10), которые можно вывести из уравнения (68.28). В случае нормального падения фотонов $\alpha_0 = \alpha_r = \alpha = 0$, $p_{0y} = p_0$, $p_{ry} = -p_0$, $p_y = p$. Имеем

$$N_0 p_0 = -N_r p_0 + N p. \quad (68.33)$$

Подставив значение $N = N_0 - N_r$ из (68.25), получим $N_0 p_0 = -N_r p_0 + N_0 p - N_r p$, откуда следует

$$\frac{N_r}{N_0} = \frac{p - p_0}{p + p_0} = \frac{n - 1}{n + 1}. \quad (68.34)$$

Заметим, что отношение числа фотонов в монохроматической когерентной волне равно отношению амплитуд отраженной и падающей волн. Коэффициент же отражения равен *отношению интенсивностей*, т.е. квадратов амплитуд. Итак,

$$R = \frac{I_r}{I_0} = \left(\frac{N_r}{N_0} \right)^2 = \frac{(n - 1)^2}{(n + 1)^2}, \quad T = 1 - R = \frac{4n}{(n + 1)^2}.$$

Мы получили те же выражения, которые дает волновая теория (см. § 63.2).

Глава 69

ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА ЧАСТИЦ ВЕЩЕСТВА

§ 69.1. Корпускулярно-волновая двойственность свойств частиц вещества

1. В 1924 г. Луи де Бройль пришел к выводу, что двойственность свойств света, рассмотренная в предыдущей главе, должна быть распространена и на *частицы вещества* — электроны. К идее де Бройля можно подойти из следующих соображений.

Мы видели, что по мере возрастания частоты света ν его волновые свойства все труднее обнаруживаются. Если исследовать самые короткие электромагнитные волны — γ -излучение (см. § 61.1), то почти невозможно представить себе, что существуют волновые свойства света. У частиц вещества известны корпускулярные свойства. Но не существуют ли еще более короткие волны, связанные с частицами вещества? Гипотеза де Бройля заключалась в том, что электрон, корпускулярные свойства которого (заряд, масса) изучаются давно и стали привычными, имеет еще и *волновые свойства*, ведет себя в известных условиях *как волна*.

2. Воспользуемся соотношением (68.12) для импульса фотона $p_\gamma = h/\lambda$. Из него следует, что

$$\lambda = \frac{h}{p_\gamma}. \quad (69.1)$$

Если предположить, что соотношение (69.1) имеет *универсальный* характер, справедливый для любых волновых процессов, то любой частице, обладающей импульсом p , соответствует волна, длина которой вычисляется по *формуле де Бройля*:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\Gamma m v}, \quad (69.2)$$

где $p = \Gamma m v$ есть импульс частицы, обладающей массой m и движущейся со скоростью v .

Сразу же укажем, что волны де Бройля, или, как их иначе называют, электронные волны, *не являются электромагнитными волнами*. Об их особой природе речь пойдет дальше. Вывод формулы (69.2) рассмотрен в § 69.3.

3. Гипотеза де Бройля получила экспериментальное подтверждение в 1927 г. Еще до этого Эйнштейн указал на то, что если идея де Бройля справедлива, то для электронов должно наблюдаться явление дифракции. В 1927 г. К. Девиссон и Л. Джермер изучали рассеяние электронов на монокристалле никеля. Методика опыта напоминала опыты Комптона по рассеянию рентгеновских лучей (см. § 68.6). Схема опытов изображена на рис. 69.1.

Вместо рентгеновской трубки был взят источник пучка электронов — электронная пушка. Нить накала, нагреваемая током от источника напряжения накала U_n , в свою очередь нагревает катод K , который испускает электроны. Последние разгоняются ускоряющим напряжением $U_{\text{уск}}$ и выходят из отверстия в аноде, приобретая определенную скорость. Ускоряющее напряжение

можно изменять с помощью делителя напряжения (потенциометра); тем самым можно сообщать различные скорости выходящим из пушки электронам. Они падают на поверхность кристалла и, вообще говоря, отражаются от него. Отраженные электроны улавливаются цилиндром Фарадея (металлической полостью).

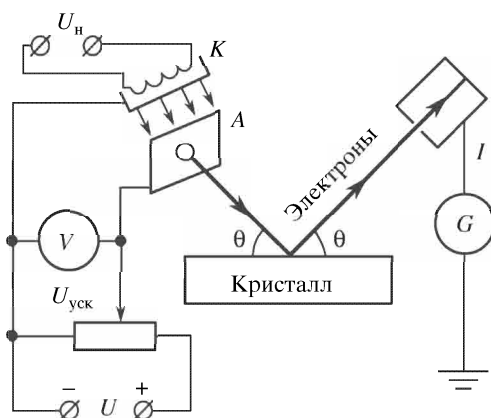


Рис. 69.1

Об интенсивности отраженного пучка можно судить по силе тока I , созданного отраженными электронами и измеряемого гальванометром G . Электронная пушка, кристалл и цилиндр Фарадея находятся в вакууме.

При неизменном, фиксированном угле падения электронного пучка на кристалл непрерывно изменялось ускоряющее напряжение и при этом регистрировались показания гальванометра.

Если по оси абсцисс отложить не напряжение, а квадратный корень из него $\sqrt{U_{\text{уск}}}$, а по оси ординат — силу тока I , измеряемую гальванометром, то будет получен график, представленный на рис. 69.2. Кривая имеет несколько максимумов, равноотстоящих друг от друга.

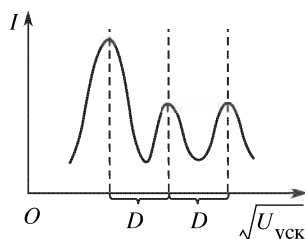


Рис. 69.2

Установка Дэвиссона и Джермера представляла собой (если не считать отражения электронов от кристалла) электрическую схему для снятия вольт-амперной характеристики электронного

диода. Зависимость тока от напряжения в этой схеме должна быть монотонной.

Отражение электронов от кристалла не может существенно нарушить общего хода этой характеристики, поскольку электроны должны отражаться при любых скоростях и при любых углах падения.

4. Результаты опытов Дэвиссона и Джермера оказалось возможным объяснить, если привлечь идею де Бройля о волновых свойствах электронов и его формулу (69.2) для длины волны, связанной с электроном.

Будем считать скорости электронов нерелятивистскими ($v \ll c$). Тогда скорость электрона можно выразить через ускоряющее напряжение по известной формуле $v = \sqrt{2eU_{\text{уск}}/m}$. Импульс можно найти тоже по нерелятивистской формуле. Учтя это, вычислим дебройлевскую длину волны:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m\sqrt{2eU_{\text{уск}}/m}} = \frac{h}{\sqrt{2emU_{\text{уск}}}}. \quad (69.3)$$

Но если пучок электронов обладает волновыми свойствами, то он должен отражаться от кристалла в соответствии с условием Вульфа–Брэгга (см. (62.13)):

$$2d \cdot \sin \theta = n\lambda, \quad n = 1, 2, \dots$$

Подставив сюда выражение для длины волны де Бройля, получим

$$\sqrt{U_{\text{уск}}} = n \frac{h}{\sqrt{2em} \cdot 2d \sin \theta} = nD, \quad n = 1, 2, \dots,$$

где через D обозначена величина, стоящая множителем при целом числе n и являющаяся постоянной в условиях опыта. Входящее в это соотношение ускоряющее напряжение соответствует максимуму отражения, так как именно к этому случаю относится условие Вульфа–Брэгга. Как видим, значения $\sqrt{U_{\text{уск}}}$, соответствующие соседним максимумам отражения, отстоят друг от друга на одинаковую величину D в соответствии с опытом. Больше того, подстановка реальных данных, соответствующих условиям опыта (значения d и θ), в полученную формулу для D дало прекрасное согласие с результатами опыта Дэвиссона и Джермера.

5. Если электрон с зарядом e приобретает в ускоряющем его электрическом поле (с разностью потенциалов $\Delta\varphi$) кинетическую

энергию W , то можно записать формулу (69.3) в виде

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2em\Delta\varphi}} = \frac{1,225}{\sqrt{\Delta\varphi}} \text{ нм.} \quad (69.4)$$

В этой формуле $\Delta\varphi$ следует брать в вольтах. Экспериментальные значения λ в опытах Дэвиссона и Джермера находились в полном согласии с вычислениями длины волны по формуле (69.4).

6. Вскоре после опытов Дэвиссона и Джермера, в 1927 г., волновые свойства электронов были обнаружены экспериментально П. С. Тартаковским и независимо от него Дж. Томсоном. Они обнаружили дифракцию электронов, пропуская пучки электронов через тонкие слои различных металлов (толщиной порядка 10^{-7} м), имеющих поликристаллическую структуру. Опыты эти были аналогичны наблюдениям дифракционных картин рентгеновских лучей на порошках поликристаллов (см. § 62.7). На

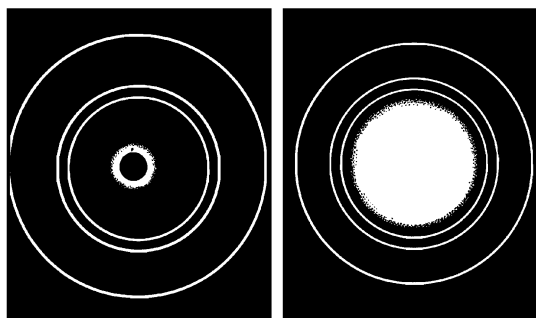


Рис. 69.3

рис. 69.3 изображены фотографии дифракционной картины при прохождении рентгеновского излучения (слева) и пучка электронов (справа) сквозь тонкие пленки одного и того же вещества. Используя этот метод, Томсон определил по формуле (69.4) длину волны де Бройля и далее, по известным соотношениям для дифракции на трехмерных структурах, нашел периоды кристаллических решеток металлов, сквозь которые пропускались электроны. Результаты совпали с данными о периодах решеток, известными из рентгеноструктурного анализа.

7. В 1949 г. Л. М. Биберман, Н. Г. Сушкин и В. А. Фабрикант провели опыты по дифракции одиночных, *поочередно летящих* электронов. Интенсивность электронного пучка в этих опытах

была настолько малой, что на тонкую пленку металла одновременно попадал один электрон. Такой опыт в принципе аналогичен мысленному эксперименту по «обстрелу» щели последовательно летящими фотонами, который рассмотрен в § 68.7. Мы видели, что после многократного «обстрела» оптическая дифракционная картина на щели должна получиться такой же, какая получается на данном препятствии при облучении его световым потоком, содержащим множество фотонов. Такой же результат получился при многократном «обстреле» пленки вещества поочередно летящими электронами. Когда отдельные электроны проходят поодиночке сквозь вещество и ведут себя независимо друг от друга, в конечном счете, при многократно повторяющемся опыте, возникает такая же дифракционная картина, которую дают потоки электронов, интенсивность которых в десятки раз больше, чем в указанном опыте. Это значит, что образование дифракционной картины происходит и *при индивидуальном прохождении* электронов через вещество. Вероятность попадания электронов, прошедших сквозь вещество, в ту или иную точку экрана определяется волновыми свойствами движущихся электронов — наличием у них дебройлевской волны.

8. Волновые свойства электронов, проявляющиеся в дифракции электронов, наблюдаются лишь при условии, что длина дебройлевской волны имеет такой же порядок величины, как межатомные расстояния в кристаллах, где наблюдается дифракция. На этом основан метод исследования структуры вещества с помощью наблюдения дифракции электронов, называемый *электронографией*. По существу он сходен с рентгеноструктурным анализом (см. § 62.7). Электроны имеют меньшую проникающую способность по сравнению с рентгеновским излучением. Поэтому электронографический метод изучения строения вещества оказывается особенно полезным для исследования структуры поверхностей твердых тел. Например, поверхность металлов в результате взаимодействия с внешней средой (окисление и другие процессы) разрушается. Для изучения различных разрушений с успехом применяется электронография. Специальные приборы для наблюдения дифракции электронов называются электронографами.

9. Формула (69.2) де Бройля связывает между собой две характеристики частицы — ее импульс p и длину дебройлевской волны λ . Первая из них, импульс, является корпускулярной характеристикой. Он присущ корпускулам — частицам, сосредоточенным в весьма ограниченной области пространства. Вторая

характеристика, длина волны, является волновой. Формулу де Бройля следует рассматривать как выражение двойственности корпускулярно-волновых свойств частиц вещества. Однако в современной физике представления о такой сложности свойств частиц вещества углубляются тем, что на эти частицы переносится связь между полной энергией частицы $\mathcal{E}$ и частотой волн де Бройля:

$$\mathcal{E} = h\nu = \hbar\omega, \quad (69.5)$$

где $\hbar = h/2\pi$ и $\omega = 2\pi\nu$ — круговая частота. Формула (69.5) заимствована из оптики, где в такой форме связывается энергия фотона с его частотой (см. (67.4)). Таким образом, соотношение между частотой и энергией в формуле (69.5) приобретает характер универсального соотношения, справедливого как для фотонов, так и для частиц, обладающих массой.

Справедливость соотношения (69.5) для любых частиц вытекает из согласия с опытом тех результатов, которые с его помощью установлены в современной атомной и ядерной физике. С некоторыми из этих результатов мы в дальнейшем познакомимся. Но для этого надо несколько подробнее рассмотреть вопрос о волновых свойствах частиц вещества и о тех важных выводах, к которым приводит двойственность корпускулярно-волновых свойств этих частиц.

§ 69.2. Волновые свойства нейтронов, атомов и молекул

1. Волновыми свойствами обладают не только электроны. Любые частицы вещества, имеющие некоторую массу m и скорость v , должны характеризоваться определенной длиной волны де Бройля. Это видно из формулы (69.2), в которой нет ничего специфического для электрона как особой частицы. Опытным путем обнаружено явление дифракции нейтронов — частиц, входящих в состав атомного ядра (см. § 78.3). Мощными источниками нейтронов являются в настоящее время ядерные реакторы, устройство которых рассмотрено в § 80.10.

На рис. 69.4 изображена схема прибора для наблюдения дифракции нейтронов. Нейтроны, образовавшиеся в ядерном реакторе, замедляются, проходя через толстый слой графита — графитовую «тепловую колонну». В результате многократных столкновений с ядрами углерода нейтроны уменьшают свою скорость и становятся так называемыми тепловыми нейтронами.

Подробнее о таких нейтронах речь пойдет в § 80.5. Сейчас существенно, что после прохождения графитовой колонны нейтроны имеют скорости и энергии, соответствующие максвелловскому распределению скоростей при температуре T графита (см. § 25.2).

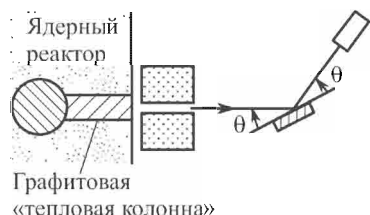


Рис. 69.4

Это позволяет вычислить скорости в пучке тепловых нейтронов. Нейтроны, пройдя через узкую щель, претерпевают дифракцию на кристалле и попадают в приемник. Кристалл и приемник поворачиваются так, чтобы сохранялось равенство углов θ падения и отражения нейтронов. По известной скорости v нейтронов и их массе можно, применяя формулу (69.2), вычислить длину дебройлевской волны, связанной с движущимися нейтронами. С другой стороны, при отражении нейтронов под заданным углом θ должно выполняться условие Вульфа–Брэгга (см. § 62.7). Отражение нейтронов происходит только в случае, если λ и θ связаны соотношением

$$2d \sin \theta = n\lambda, \quad (69.6)$$

где d — период решетки кристалла, n — целое число. При известном расстоянии d между атомными плоскостями кристалла это условие позволяет экспериментально определить длину волны λ . Совпадение значений λ , вычисленного и полученного из опыта по отражению нейтронов, является убедительным доказательством наличия у нейтронов волновых свойств.

2. Дифракция нейтронов используется для исследования структуры твердых тел, особенно кристаллов, содержащих водород. Дело в том, что нейтроны весьма сильно взаимодействуют с ядрами атомов, в особенности атомов водорода. Поэтому рассеяние нейтронов на водородосодержащих кристаллах позволяет обнаружить наличие атомов водорода и исследовать положение атомов водорода в кристаллической решетке.

Дифракция рентгеновского излучения и электронов непригодна для изучения строения таких веществ. Рентгеновское излучение взаимодействует с электронами атомов, а их всего один в атоме водорода. Электроны, проходя через вещество, испытывают электромагнитные взаимодействия с электронами атомов и протонами их ядер. Для водородосодержащих кристаллов эти

взаимодействия невелики. В итоге рассеяние рентгеновского излучения и электронов в водороде незначительно и не может применяться для рентгеноструктурного или электронографического изучения водородосодержащих кристаллов. Метод *нейтронографии* оказывается в этих случаях весьма эффективным.

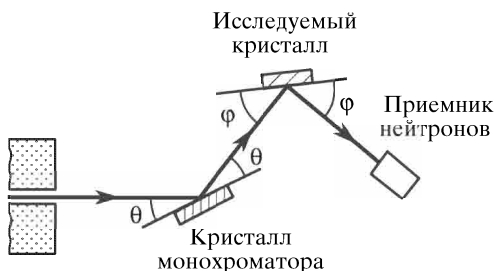


Рис. 69.5

3. На рис. 69.5 представлена схема *нейтронографа* — прибора для применения дифракции нейтронов к исследованию строения кристаллов. В основе прибора лежит то же устройство, что и для наблюдения дифракции нейтронов (см. рис. 69.4). Узкий пучок тепловых нейтронов падает на кристалл, находящийся в фиксированном положении по отношению к пучку. Нейтроны падают на него под определенным углом θ . От этого кристалла отражаются лишь те нейтроны, которые имеют определенную длину волны де Бройля, удовлетворяющую соотношению Вульфа–Брэгга. Пучок нейтронов, отраженных этим кристаллом, является «монохроматическим» в том смысле, что все нейтроны имеют одинаковую длину волны де Бройля. Поэтому указанный кристалл и называется кристаллом монохроматора. Монохроматический пучок нейтронов, отраженных этим кристаллом, падает далее под углом φ на исследуемый кристалл. Этот кристалл и приемник нейтронов вращаются синхронно, так что соблюдается равенство углов φ падения и отражения нейтронов. Нейтроны попадают в приемник лишь в том случае, когда угол φ и длина волны связаны между собой соотношением (69.6) Вульфа–Брэгга. Это позволяет по известным значениям λ и φ определить для кристалла величину расстояния d , как и в случае дифракции рентгеновского излучения.

4. Вскоре после обнаружения волновых свойств у электронов, в 1929 г., О. Штерн и его сотрудники обнаружили волновые свойства в пучке нейтральных атомов и молекул. Если молекулы или

атомы летят в пучке со скоростями, соответствующими температуре T , то можно найти скорость молекул v . Масса молекулы (или атома) m находится по молярной массе M , а именно:

$$m = \frac{M}{N_A},$$

где N_A — постоянная Авогадро. Тогда по формуле (69.2) можно подсчитать длину волны, соответствующую движущимся атомам или молекулам. Например, при 300 К для водорода ($M = 2$ кг/кмоль) и гелия ($M = 4$ кг/кмоль) получаются длины волн, равные соответственно 0,13 и 0,09 нм. Эти длины волн де Бройля соизмеримы с периодами кристаллических решеток твердых тел. Поэтому, если нейтральные молекулы и атомы водорода и гелия обладают волновыми свойствами, то при отражении пучков атомов от поверхности кристаллов должны происходить дифракционные явления. Помимо зеркального отражения атомов (или молекул) пучка под углом отражения, равным углу падения, в некоторых направлениях должны наблюдаться дополнительные дифракционные максимумы числа отраженных частиц.

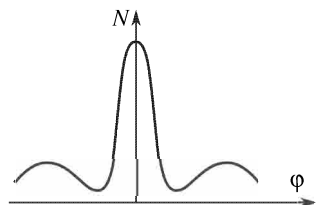


Рис. 69.6

Опыты О. Штерна полностью подтвердили эти выводы. На рис. 69.6 схематически изображены результаты измерений числа атомов (или молекул), отраженных от поверхности по различным направлениям. Из рисунка видно, что помимо основного максимума числа отраженных частиц, соответствующего зеркальному отражению, наблюдаются дополнительные ди-

фракционные максимумы числа отраженных атомов (и молекул). Эти дополнительные максимумы обусловлены волновыми свойствами нейтральных частиц и получили свое полное объяснение на основе формулы де Бройля и соотношений для двумерной дифракционной решетки, которой является поверхность кристалла.

§ 69.3. Физический смысл волн де Бройля

1. Из содержания двух последних параграфов видно, что идея де Бройля о наличии у частиц вещества волновых свойств получила экспериментальное подтверждение как для заряженных частиц (электронов), так и для нейтральных — нейтронов, атомов

и молекул. В связи с этим возникают два вопроса, на которые необходимо ответить:

а) обнаруживаются ли волновые свойства у макроскопических тел, с которыми мы повседневно встречаемся?

б) каков физический смысл волн, связанных с движущимися частицами вещества?

2. Ответ на первый вопрос связан с влиянием массы m частицы и ее скорости v на длину волны де Бройля. Если рассмотреть движение тела с массой $m = 1$ г и скоростью $v = 1$ см/с, то длина волны де Бройля, соответствующей такому телу, окажется равной $\lambda = 6,62 \cdot 10^{-27}$ см. Такая длина волны лежит очень далеко за пределами возможности ее обнаружения в любом дифракционном опыте, так как периодических структур с периодом d порядка 10^{-27} см не существует. С увеличением массы m тела обнаружение волновых свойств у макроскопических тел становится еще менее возможным.

Совершенно иное получается при движении частиц с очень малой массой, имеющей порядок величины, сравнимый с массой электрона или протона. Как было показано в предыдущем параграфе, у этих частиц длина волны де Бройля имеет порядок нанометров, что позволяет обнаружить волновые свойства этих частиц опытным путем.

3. Для ответа на второй вопрос вспомним рассмотренное в § 68.7 взаимоотношение между корпускулярными и волновыми свойствами света. Там было выяснено, что квадрат амплитуды световой волны в какой-либо точке пространства пропорционален числу фотонов, попадающих в эту точку. До сих пор речь шла о длине волны, соответствующей частице, движущейся с определенной скоростью. Можно, очевидно, говорить и об амплитуде этих волн. Вопрос о природе волн, связанных с движущимися частицами вещества, можно сформулировать как вопрос о физическом смысле амплитуды или интенсивности этих волн.

Как известно, интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды. Эксперименты по отражению электронов и других частиц от поверхности, рассмотренные в § 69.1, 69.2, показывают, что по некоторым направлениям обнаруживаются максимумы числа отраженных частиц. Это означает, что в указанных направлениях отражается большее число частиц, чем в других направлениях. С волновой точки зрения наличие максимумов в некоторых направлениях означает, что эти направления соответствуют наибольшей интенсивности волн, связанных с отражающимися частицами. Интенсивность дебройлевской волны

оказывается большей там, где имеется большее число частиц. Другими словами, *интенсивность волны де Бройля в данной области пространства определяет число частиц, попавших в эту область*. В этом заключается статистическое, вероятностное толкование волн, связанных с движущимися частицами. *Квадрат амплитуды дебройлевской волны в данной точке пространства является мерой вероятности того, что частица находится в этой точке*. Вероятностная трактовка волн де Бройля принадлежит Максцу Борну.

Подчеркнем еще раз, что волны, связанные с движущимися частицами, не имеют никакого отношения к распространению какого-либо электромагнитного поля, к электромагнитным волнам. Среди известных в классической физике электромагнитных, акустических и других волн нет аналога «волнам вероятности», связанным с движущимися частицами вещества.

4. Рассмотрим некоторые свойства волн де Бройля. Вычислим фазовую и групповую скорости дебройлевской волны частицы с массой m , движущейся со скоростью v . Фазовая скорость волны определяется формулой (63.16): $u = \omega/k$. Умножив числитель и знаменатель на $\hbar$ и используя формулу (69.5), а также формулу (68.12), справедливую для волн де Бройля, получим

$$u = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{\mathcal{E}}{p} = \frac{\Gamma mc^2}{\Gamma mv} = \frac{c^2}{v} > c. \quad (69.7)$$

Видно, что фазовая скорость волны де Бройля превышает скорость света в вакууме. Как было выяснено в § 63.8, это не противоречит теории относительности.

Групповую скорость волны де Бройля вычислим по формуле (63.18): $U = d\omega/dk$. Если умножить на $\hbar$ числитель и знаменатель и воспользоваться теми же формулами, что и при вычислении фазовой скорости, получим

$$U = \frac{d\omega}{dk} = \frac{\hbar \cdot d\omega}{\hbar \cdot dk} = \frac{d\mathcal{E}}{dp} = v. \quad (69.8)$$

Здесь, кроме того, использована формула $d\mathcal{E} = v dp$ (см. гл. 16, формула (16.10)).

Групповая скорость волны де Бройля равна скорости движения частицы. Этот результат подчеркивает неразрывную связь дебройлевских волн с движущимися частицами.

5. Луи де Бройль получил выражения для фазовой скорости и длины волны, связанной с частицами вещества, исходя из

релятивистских соображений. Он предположил, что покоящейся частице соответствует некий колебательный процесс

$$\psi_0 = A_0 \cos \omega_0 t_0, \quad (69.9)$$

где (см. (69.5))

$$\omega_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\hbar} = \frac{mc^2}{\hbar}.$$

Тогда в системе отсчета, относительно которой частица движется со скоростью v , ей соответствует волна, уравнение которой, согласно (56.5), имеет вид

$$\psi = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{u} \right). \quad (69.10)$$

Здесь u — фазовая скорость волны, которую мы должны вычислить,

$$\omega = \frac{\mathcal{E}}{\hbar} = \frac{\Gamma mc^2}{\hbar} = \Gamma \omega_0, \quad \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

При переходе из одной системы отсчета в другую аргумент косинуса является инвариантом (см. § 59.8), т. е.

$$\omega_0 t_0 = \omega \left(t - \frac{x}{u} \right). \quad (69.11)$$

Подставив значения частот и учитывая, что согласно преобразованиям Лоренца (12.18)

$$t_0 = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \Gamma \left(t - \frac{vx}{c^2} \right),$$

получим после несложных преобразований, что фазовая скорость волны де Бройля $u = c^2/v$, а длина волны

$$\lambda = \frac{u}{\nu} = \frac{2\pi u}{\omega} = \frac{2\pi \hbar c^2}{\Gamma mc^2 v} = \frac{h}{\Gamma mv} = \frac{h}{p},$$

т. е. выражения (69.7) и (69.2).

6. Открытие волновых свойств движущихся частиц вещества явилось важнейшим достижением современной физики. Вместе с твердо установленным экспериментально квантовым характером законов, описывающих внутриатомные процессы, обнаружение волновых свойств частиц вещества послужило фундаментом для создания *квантовой механики*. Так называется раздел современной теоретической физики, изучающий законы движения частиц в области микромира — в масштабах длины 10^{-10} – 10^{-15} м.

Объектами изучения квантовой механики являются атомы, молекулы, кристаллы, атомные ядра и элементарные частицы (электроны, протоны, нейтроны, мезоны и др.).

§ 69.4. Фокусировка электронных пучков

1. Один из методов фокусировки электронных пучков был рассмотрен в § 41.7. Там мы убедились, что электроны, вылетающие из небольшого по размерам катода и движущиеся в однородном магнитном поле, фокусируются на некотором расстоянии от катода (см. рис. 41.5, т. 1). Таким образом, однородное магнитное поле здесь выполняет роль «магнитной линзы».

Следует отметить, что эта «линза» обладает такими же недостатками, что и линза для фокусировки света. В самом деле, условие фокусировки выполняется только для электронов, летящих под малым углом α к силовым линиям, т. е. для *параксиального пучка*, для которого справедливо условие $\cos \alpha \approx 1$. Широкий пучок фокусируется плохо. Следовательно, мы здесь имеем полную аналогию с условиями фокусировки в тонкой линзе (см. § 65.4) и сферическом зеркале (см. § 65.7). Этот недостаток магнитной линзы по аналогии называется сферической аберрацией.

Нарушение фокусировки возникает также и вследствие того, что не все электроны вылетают из катода с одинаковыми скоростями. Пучок, содержащий электроны с несколько разными скоростями, называется, по аналогии со светом, *немонохроматическим*, а нарушение фокусировки, вызванное разбросом скоростей, — хроматической аберрацией.

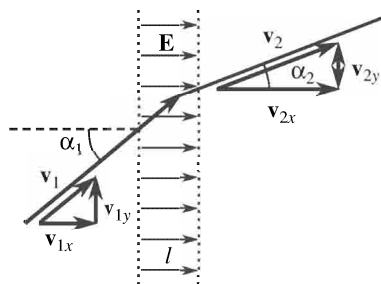


Рис. 69.7

2. Фокусировку электронного пучка можно осуществить также с помощью «электростатической линзы». Для того чтобы понять принцип ее действия, рассмотрим поведение электрона, пролетающего область между двумя сетками, в которой создано однородное электрическое поле с напряженностью E (рис. 69.7).

Электрон движется слева со скоростью v_1 и падает на сетку под углом α_1 . Из поля он выходит под углом α_2 , со скоростью v_2 . При этом составляющая скорости вдоль оси ординат не меняется, ибо в этом направлении никакие силы на электрон

не действуют: $v_{2y} = v_{1y}$. Вдоль оси абсцисс на электрон действует сила $\mathbf{F} = e\mathbf{E}$.

По закону сохранения энергии имеем для нерелятивистских электронов $mv_1^2/2 + eEl = mv_2^2/2$, или так:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{1 + \frac{2eEl}{mv_1^2}}.$$

Но работа сил поля $eEl = eU$, где U — разность потенциалов между электродами. Обозначив начальную кинетическую энергию электрона $K = mv_1^2/2$, получим окончательно:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{1 + \frac{eU}{K}}. \quad (69.12)$$

3. Для синусов углов падения и преломления, как видно из рис. 69.7, имеем

$$\sin \alpha_1 = \frac{v_{1y}}{v_1}, \quad \sin \alpha_2 = \frac{v_{2y}}{v_2}.$$

Но так как $v_{2y} = v_{1y}$, то с учетом (69.12) закон преломления для электронного пучка примет вид

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{1 + \frac{eU}{K}}. \quad (69.13)$$

Это совершенно аналогично закону преломления света (65.2). Здесь также наблюдается дисперсия: показатель преломления

$$n_{21} = \sqrt{1 + \frac{eU}{K}} \quad (69.14)$$

зависит от кинетической энергии электронов в пучке. Следовательно, медленные электроны будут преломляться сильнее, нежели быстрые.

Данная простейшая схема не применяется для фокусировки электронных пучков, тем более что реализовать ее в эксперименте очень трудно. Мы ее привели только для того, чтобы на простейшем примере рассмотреть явление преломления электронного пучка в электрическом поле.

4. На практике применяются магнитные и электростатические линзы с резко неоднородным полем. Рассмотрение их конструкции и принцип действия выходит за рамки этой книги.

Электростатические и магнитные линзы применяются для фокусировки электронных пучков в осциллографах, телевизорах, электронных микроскопах и т. п.

§ 69.5. Электронный микроскоп

1. Чтобы увеличить разрешающую способность микроскопа, следует перейти к более коротким волнам. В некоторых случаях применяют микроскоп с кварцевой оптикой, работающей в ультрафиолетовом свете — *ультрамикроскоп*. Здесь диапазон длин волн — около 250 нм, что вдвое короче длины волны видимого света, следовательно, вдвое больше и его разрешающая способность.

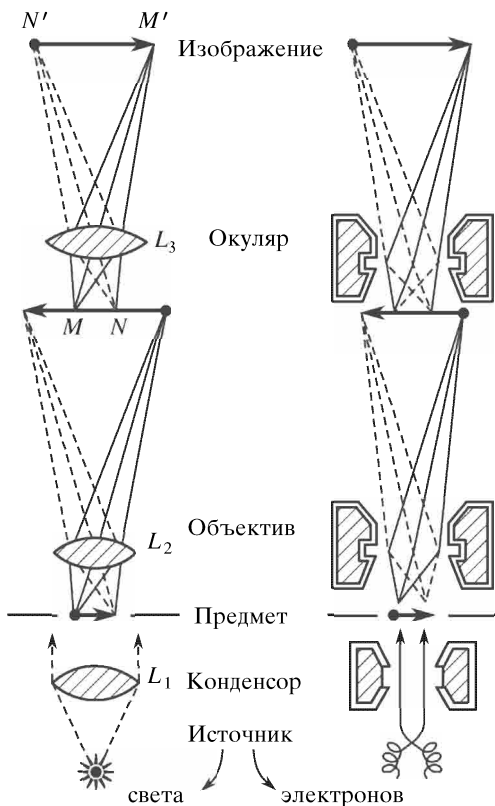


Рис. 69.8

Значительно большую разрешающую способность можно было бы получить, воспользовавшись рентгеновским излучением. Однако для этих лучей показатель преломления (см. (63.15) при $\omega \rightarrow \infty$) практически не отличается от единицы, и поэтому создать зеркала и линзы, работающие в диапазоне рентгеновского излучения, очень трудно.

2. Частицам вещества присущи волновые свойства. Соответствующая этим частицам волна (волна де Бройля) очень мала. Например электронам, разогнанным в электрическом поле с разностью потенциалов 1000 В, соответствует длина волны $\lambda = 0,04$ нм, что короче длины волны рентгеновского излучения. Вместе с тем электронными пучками, в отличие от рентгеновских, легко управлять, их можно фокусировать с помощью электрических или магнитных линз. На этом принципе основано действие электронных микроскопов.

3. На рис. 69.8 изображена схема устройства электронного микроскопа с магнитной фокусировкой; для сравнения рядом изображена схема оптического микроскопа. Здесь окуляр дает действительное изображение предмета, которое фотографируется или наблюдается на люминесцирующем экране.

Апертурный угол у электронного микроскопа значительно меньше, чем у оптического. Если у последнего $\sin u \approx 0,9$, то у электронного микроскопа $\sin u \approx 0,01$ – $0,02$. Следовательно, с его помощью можно различать детали размерами около 1–2 нм. Это не позволяет увидеть атомы или небольшие молекулы, однако можно наблюдать крупные белковые молекулы, например, вирусы.

§ 69.6. Ионный проектор

1. Мы уже говорили, что разрешающая способность электронного микроскопа 1–2 нм. Более мелкие детали, размерами около одного атома (0,12–0,16 нм), удастся наблюдать с помощью ионного проектора (автоионного микроскопа), который изобрел Э. Мюллер в 1950–1951 гг.

Схема прибора изображена на рис. 69.9. В сосуд, где создано давление 10^{-2} – 10^{-3} Па и температура 20–40 К, впускается небольшое количество атомов гелия, водорода или неона. Атомы попадают в резко неоднородное электрическое поле, созданное между острием из исследуемого металла в виде полусферы с радиусом менее 100 нм и расположенным на расстоянии 10 см над экраном. Напряженность электрического поля вблизи острия достигает примерно $(2, 2\text{--}4, 5) \cdot 10^{10}$ В/м.

В поле атомы поляризуются: у них возникает индуцированный дипольный момент, благодаря чему они втягиваются в область сильного поля (см. § 38.5). Достигнув острия, атом теряет электрон и превращается в положительный ион. На ион поле действует со значительной силой, отталкивая его к экрану. Направ

значительную кинетическую энергию, ион ударяется о люминесцирующий экран и вызывает на нем вспышку.

2. Поверхность металла острия не является абсолютно гладкой — в направлении кристаллографических осей кривизна поверхности несколько отличается от ее кривизны в других направлениях. Это есть следствие общего свойства анизотропии кристаллов (см. § 32.1).

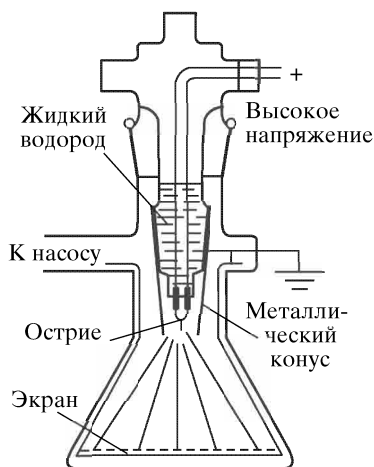


Рис. 69.9

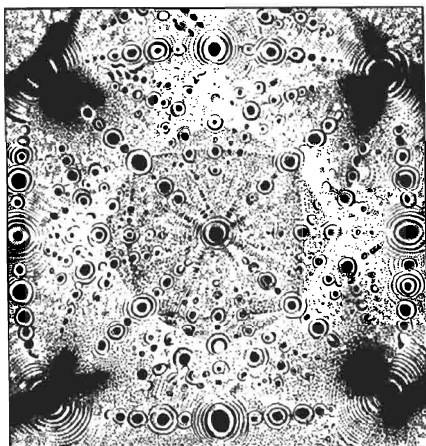


Рис. 69.10

Кроме того, оказывается, что степень ионизации атомов газа также различна в разных участках острия. Ясно, что число ионов, попадающих в разные области экрана, зависит от ориентации относительно кристаллографической оси, и яркость свечения экрана в разных местах оказывается различной.

На рис. 69.10 показана фотография структуры кристалла платины, полученная с помощью ионного проектора. Отчетливо видна кубическая структура кристаллической решетки, которая, как известно, является гранецентрированным кубом.

Сопоставление такого рода фотографий с данными рентгеноструктурных исследований (см. § 62.7) позволяет получить ряд новых сведений о строении кристалла. В частности, благодаря высокой разрешающей способности ионного проектора (0,28 нм) с его помощью могут быть обнаружены разного рода дефекты структуры, в особенности одиночные дефекты — вакансии, внедрения, замещения (см. § 32.4), которые иными методами невозможно наблюдать непосредственно.

Глава 70

ПОНЯТИЕ О КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

§ 70.1. Понятие о волновой функции

Волновые свойства частиц вещества и вероятностный, статистический смысл волн де Бройля приводят к тому, что описание движения микрочастиц в квантовой механике носит своеобразный, неклассический характер. В классической механике Ньютона движение тела или частицы под действием силы описывается вторым законом Ньютона. В гл. 8 подробно рассмотрен вопрос о том, что если заданы начальное положение (т.е. начальные координаты) и начальная скорость тела, то по второму закону Ньютона можно определить положение и скорость тела (или частицы) в любой следующий момент времени. В классической механике задание координат и скорости тела в некоторый момент времени, принятый за начальный ($t = 0$), является полным описанием состояния тела (или частицы). При этом предполагается, что начальные координаты и скорости тел (или частиц) могут быть заданы с любой степенью точности, зависящей лишь от качества тех приборов, с помощью которых производится измерение координат и скоростей.

1. Из опытов, которые привели к обнаружению волновых свойств частиц вещества, и из смысла волн де Бройля следует, что в квантовой механике задание состояния частицы должно быть иным, чем в классической механике. В квантовой механике имеет смысл говорить лишь о вероятности нахождения частицы в данный момент времени в данной точке пространства, а точнее в некотором бесконечно малом объеме ΔV . Отличие квантового описания состояния частицы от классического состоит в том, что максимально полным описанием состояния является задание вероятности того, что частица находится в момент времени t в бесконечно малом объеме ΔV . Согласно § 69.3 эта вероятность определяется квадратом амплитуды волн де Бройля. В соответствии с этим в квантовой механике вводится некоторая функция $\psi(x, y, z, t)$ четырех переменных — трех координат x, y, z и времени t , называемая *волновой функцией* (или пси-функцией). Она вводится следующим образом: вероятность Δw того, что частица находится в бесконечно малом объеме ΔV , пропорцио-

нальна $|\psi|^2$ и элементу объема ΔV :

$$\Delta w = |\psi|^2 \Delta V. \quad (70.1)$$

В этой формуле символ $|\psi|^2$ читается так: квадрат модуля пси-функции. Из формулы (70.1) видно, что физический смысл имеет не сама пси-функция ψ , а квадрат ее модуля $|\psi|^2$:

$$|\psi|^2 = \frac{\Delta w}{\Delta V}.$$

Величина $|\psi|^2$, которую называют *плотностью вероятности*, определяет вероятность пребывания частицы в данной точке пространства.

Другими словами, величиной $|\psi|^2$ определяется интенсивность волн де Бройля. Таким образом, ψ -функция, заданием которой определяется положение частицы в пространстве, имеет статистический смысл.

2. Волновая функция ψ является основной характеристикой состояния микрообъектов, изучаемых в квантовой механике. Она удовлетворяет уравнению, которое называется уравнением Шредингера и является основным законом в квантовой механике. По своему значению в квантовой механике уравнение Шредингера аналогично основному закону — второму закону Ньютона — в классической механике. Подобно тому как в классической механике с помощью второго закона Ньютона решаются задачи, связанные с движением макроскопических тел, в квантовой механике с помощью уравнения Шредингера решаются задачи, связанные с движением микрообъектов.

Особое значение имеет уравнение Шредингера для описания движения электронов в атомах, молекулах и кристаллах твердых тел. С помощью этого уравнения можно доказать один из наиболее фундаментальных выводов современной физики о том, что энергии электронов в атомах, молекулах и кристаллах не могут иметь произвольные значения. Оказывается, что энергии электронов в таких случаях могут принимать лишь определенные дискретные значения. На языке квантовой механики это означает, что электроны находятся в определенных энергетических состояниях.

3. Уравнение, предложенное Эрвином Шредингером в 1926 г., не выводится. Для одномерного случая, когда частица может двигаться только по одной прямой, например, вдоль оси абсцисс, уравнение Шредингера имеет следующий вид, напоминающий

дифференциальное уравнение гармонического осциллятора (см. § 49.1):

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (\mathcal{E} - U) \psi = 0, \quad (70.2)$$

где $\mathcal{E}$ — полная энергия частицы, $U = U(x)$ — ее потенциальная энергия. Это уравнение позволяет найти значения ψ -функции и тем самым определить вероятность пребывания частицы в той или иной области пространства. Оно приводит к важнейшему в квантовой механике выводу, что некоторые физические величины, например энергия и момент импульса (момент количества движения), характеризующие движущиеся микрообъекты, могут принимать в определенных случаях лишь дискретные значения.

§ 70.2. Соотношения неопределенностей Гайзенберга

1. Волновые свойства частиц и возможность задать для частицы лишь вероятность ее пребывания в данной точке пространства приводят к тому, что сами понятия координаты частицы и ее скорости (или импульса) могут применяться в квантовой механике в ограниченной мере. В этом, вообще говоря, нет ничего удивительного. В классической физике понятие координаты в ряде случаев тоже непригодно для определения положения объекта в пространстве. Например, не имеет смысла говорить о том, что электромагнитная волна находится в данной точке пространства или что положение фронта волновой поверхности на воде характеризуется координатами x , y , z . Корпускулярно-волновая двойственность свойств частиц, изучаемых в квантовой механике, приводит к тому, что в ряде случаев оказывается невозможным, в классическом смысле, одновременно характеризовать частицу ее положением в пространстве (координатами) и скоростью (или импульсом).

2. В § 61.3 показано, что если имеется ограниченный в пространстве цуг волн, имеющий длину Δx вдоль оси x , то этот цуг не может быть монохроматическим. У такого цуга волн неизбежна определенная немонохроматичность — наличие определенного интервала $\Delta\omega$ частот монохроматических волн, составляющих этот цуг. Вместо интервала частот $\Delta\omega$ можно рассматривать интервал Δk волновых чисел. Напомним, что волновое число $k = 2\pi/\lambda$. Согласно формуле (61.7) между Δx и Δk существует связь

$$\Delta x \cdot \Delta k \geq 1. \quad (70.3)$$

Это соотношение справедливо для *любых* волновых процессов. Применим его для дебройлевской волны частицы, которая движется вдоль оси x и имеет импульс $p_x = p$, $p_y = p_z = 0$. Из формулы (69.2) имеем $p = h/\lambda$, или, если ввести величину $\hbar = h/2\pi$, получим

$$p = \frac{2\pi}{\lambda} \hbar = k\hbar.$$

Такая же связь должна существовать между Δp и Δk — изменениями величин p и k :

$$\Delta p = \Delta k \cdot \hbar, \text{ следовательно, } \Delta k = \Delta p / \hbar = \Delta p_x / \hbar.$$

Подставив эти выражения в (70.3), получим соотношение

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar. \quad (70.4)$$

Если бы частица двигалась вдоль осей y или z , так что проекции импульсов ее по осям были бы p_y и p_z , то мы получили бы аналогичные соотношения:

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar, \quad (70.5)$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar. \quad (70.6)$$

Формулы (70.4)–(70.6) называются *соотношениями неопределенностей Гайзенберга* по имени Вернера Гайзенберга, установившего эти соотношения в 1927 г. В этих формулах Δx , Δy и Δz обозначают области координат вдоль осей x , y , z , в которых может быть обнаружена частица, которой соответствует некоторая волна де Бройля. При этом проекции импульса частицы по осям заключены, соответственно, в пределах Δp_x , Δp_y и Δp_z . Соотношения неопределенностей показывают, что координаты частицы x , y , z и проекции ее импульса p_x , p_y , p_z на соответствующие оси координат не могут *одновременно* иметь значения, в *точности* равные x и p_x , y и p_y , z и p_z . Величины Δx и Δp_x , Δy и Δp_y , Δz и Δp_z , которые связаны соотношениями неопределенностей, не могут быть равны нулю *одновременно*. Другими словами, координаты частицы и проекции ее импульса могут иметь значения, известные лишь с некоторой степенью неопределенности, вытекающей из формул (70.4)–(70.6).

3. Соотношения неопределенностей Гайзенберга можно иллюстрировать на примере прохождения потока электронов через узкую щель. Предположим, что на непрозрачный экран со щелью, параллельной оси x и имеющей ширину AB , падает в направлении оси y поток электронов со скоростями v (см. рис. 68.8). Слева от экрана каждый из электронов имеет определенный импульс $p = p_y = \Gamma mv$ и, следовательно, $\Delta p_y = 0$. Проекция импульса по осям x и z равны нулю,

$p_x = p_z = 0$. Координаты каждого электрона по оси y могут быть любыми: значение y может изменяться от $-\infty$ до 0 . Из формулы (70.5) следует, что $\Delta y \geq \hbar/\Delta p_y$, при $\Delta p_y = 0$ $\Delta y = \infty$. Это соответствует совершенно неопределенному положению электрона на оси y . В момент прохождения электрона через щель он находится между ее краями и координата x электрона заключена в пределах ширины щели AB . Уменьшая ширину щели, можно уменьшить неопределенность Δx координаты x в любых требуемых пределах и, следовательно, можно сколь угодно точно фиксировать значение координаты электрона по оси x .

Однако, как известно из предыдущего, при малых размерах щели, сравнимых с длиной дебройлевской волны электрона, должна наблюдаться дифракционная картина в распределении электронов за экраном. На флуоресцирующем экране CD за щелью распределение электронов будет характеризоваться главным максимумом, расположенным симметрично относительно оси y , и побочными максимумами по обе стороны от главного (кривая MN на рис. 68.8). Существование, что если до щели все электроны двигались вдоль оси y и поэтому не имели проекций импульса по оси x ($p_x = 0$), то после щели электроны отклоняются от первоначального направления движения и приобретают некоторый импульс Δp_x вдоль оси x . Из рис. 68.8 видно, что

$$\Delta p_x = p \sin \alpha = \frac{h}{\lambda} \sin \alpha, \quad (70.7)$$

если использовать формулу (69.2) для импульса p . Предположим для простоты, что мы учитываем только те электроны, которые попадают на экран CD в пределах главного дифракционного максимума, т. е. в пределах угла α между осью y и направлением к первому дифракционному минимуму ¹⁾. Положение этого минимума на экране определяется тем, что разность хода волн де Бройля, дифрагированных от верхнего и нижнего краев щели, должна равняться длине волн:

$$\Delta x \cdot \sin \alpha = \lambda. \quad (70.8)$$

Перемножив почленно левые и правые части формул (70.7) и (70.8), получим $\Delta x \cdot \Delta p_x = h$, т. е. одно из соотношений неопределенностей Гейзенберга.

4. Соотношения неопределенностей, строго говоря, справедливы для любых масс, в том числе и для макроскопических тел. Ограничения для возможности применения понятий координаты и импульса в их классическом смысле, связанные с соотношениями неопределенностей, проявляются лишь в тех случаях, когда

¹⁾ Легко доказать, что учет побочных дифракционных максимумов не изменяет хода рассуждений и выводов.

существенную роль играет корпускулярно-волновая двойственность свойств излучаемых объектов. В тех случаях, когда длина волны де Бройля становится пренебрежимо малой (см. § 69.3), несущественны и те ограничения, которые вносятся соотношениями неопределенностей в возможность описания движения частиц с помощью классических понятий координаты и скорости (или импульса).

В связи с этим особое значение имеет сопоставление основного закона движения в классической механике с ролью соотношений неопределенностей. Этот вопрос подробно обсуждался в § 14.3, где, однако, не могло быть раскрыто подлинное содержание соотношений неопределенностей. Мы рекомендуем читателю вновь вернуться к этому параграфу и особенно внимательно проанализировать те выводы, которые были сделаны там в п. 5.

5. Помимо соотношений неопределенностей (70.4)–(70.6) между координатами и импульсами, существует еще одно важное соотношение такого же типа. Можно доказать, что если частица некоторое время Δt находится в нестационарном состоянии, то энергия $\mathcal{E}$ этого состояния может быть определена лишь с точностью до величины $\Delta \mathcal{E}$. Неопределенность $\Delta \mathcal{E}$ частицы связана со временем Δt соотношением, аналогичным (70.4)–(70.6):

$$\Delta \mathcal{E} \cdot \Delta t \geq \hbar, \quad (70.9)$$

называемым также *соотношением неопределенностей для энергии и времени*. Соотношение (70.9) можно получить, если исходить из условия принципиальной немонахроматичности ограниченного (оборванного) цуга волн в форме (53.22) ¹⁾:

$$\Delta \omega \cdot \Delta t \geq 1, \quad (70.10)$$

где Δt — длительность цуга волн, а $\Delta \omega$ — интервал частот монохроматических волн, составляющих этот цуг. Достаточно вспомнить формулу (69.5) $\mathcal{E} = \hbar \omega$ и записать ее для приращений $\Delta \mathcal{E}$ и $\Delta \omega$:

$$\Delta \mathcal{E} = \hbar \cdot \Delta \omega.$$

Определив отсюда $\Delta \omega = \Delta \mathcal{E} / \hbar$ и подставив в формулу (70.10), получим соотношение неопределенностей в форме (70.9). Оно играет большую роль в атомной и ядерной физике, в чем мы сможем убедиться в дальнейшем.

¹⁾ В этом соотношении знак $\approx$ заменяется $\geq$ при более строгом выводе.

Заметим, что соотношение (70.9) определяет также пределы точности измерения энергии. Если длительность процесса измерения равна Δt , то энергия может быть измерена с погрешностью $\Delta \mathcal{E} \geq \hbar/\Delta t$.

6. Соотношения неопределенностей Гейзенберга иногда неверно связывают с современным уровнем развития квантовой теории. Нередко встречаются утверждения, что эти отношения не представляют собой ограничений в возможности применения к частицам микромира классических понятий координат и импульсов, а только ограничивают ту степень точности, с которой на данном уровне физического эксперимента и теории могут быть одновременно измерены координаты и импульсы. Это означает, что при дальнейшем развитии квантовой физики может якобы возникнуть возможность более точного одновременного определения координат и импульсов.

Подобные высказывания ошибочны. Соотношения неопределенностей являются следствием объективно существующей двойственности свойств частиц микромира — наличия у них корпускулярных и волновых свойств. Эти соотношения свидетельствуют об *объективно* существующих ограничениях в возможности описания поведения микрообъектов с помощью классических понятий координат и импульсов. В ряде случаев описывать движение микрообъекта так, как это делается в классической механике, — с помощью задания в каждый момент времени его координат и импульса, — не имеет смысла, ибо сами эти понятия не могут быть применены к микрообъекту.

7. В связи с соотношениями неопределенностей возникает также вопрос: почему нужно описывать поведение микрообъектов с помощью классических понятий, таких, как координата, импульс и др., если далеко не всегда они могут быть применены? Дело в том, что всякий эксперимент, дающий некоторую информацию о поведении и свойствах микрообъектов, является макроскопическим (отклонение стрелки прибора, положение пятна на экране осциллографа, фотография трека частицы и т. д.). Действия любых приборов, с помощью которых изучается поведение микрочастиц в пространстве и времени, подчиняются классической механике и электродинамике, и даваемая ими информация носит макроскопический характер, т. е. она должна истолковываться в понятиях классической физики. При этом мы неизбежно должны применять к микрообъектам, хотя бы частично, классическое описание с помощью классических понятий. Поскольку эти понятия применимы к объектам, подчиняющимся

квантовой механике, лишь в ограниченной степени, существуют пределы применимости классических понятий, устанавливаемые соотношениями неопределенностей Гайзенберга.

Процесс взаимодействия прибора с изучаемым объектом называется *измерением*. Этот процесс протекает в пространстве и во времени и является объективным процессом. Существует, однако, важное различие между взаимодействием прибора с макро- и микрообъектами. Взаимодействие прибора с макрообъектом есть взаимодействие двух макрообъектов, описываемое с достаточной степенью точности законами классической физики. При этом можно считать, что прибор не оказывает на измеряемый объект такого влияния, которое не могло бы быть точно учтено в терминах (понятиях) классической механики или электродинамики либо сделано как угодно малым.

При взаимодействии прибора с микрообъектами возникает иная ситуация. Вследствие объективно существующей двойственной природы микрообъектов процесс измерения, например фиксация определенного положения микрочастицы, вносит в ее импульс изменение, которое не может быть сделано равным нулю и может быть определено лишь в рамках соотношения неопределенностей $\Delta p_x \geq \hbar / \Delta x$. Поэтому воздействие прибора на микрочастицу нельзя считать малым и несущественным, прибор изменяет состояние микрообъекта. Изменение это таково, что в результате измерения определенные классические характеристики частицы, например ее импульс, оказываются заданными лишь в рамках, ограниченных соотношениями неопределенностей.

8. Результаты процесса измерения воспринимаются наблюдателем. Эта ситуация дала повод к тому, что некоторые физики (в том числе, и в первую очередь, сам Гайзенберг) стали приписывать наблюдателю особую роль в квантовой механике. Гайзенберг писал: «В то время как предмет классической физики составляли объективные события в пространстве и во времени, для существования которых их наблюдения не имеют значения, квантовая теория рассматривает такие процессы, которые, так сказать, вспыхивают в момент наблюдения и о которых бессмысленны наглядные физические высказывания для интервала между наблюдениями».

Для таких и подобных этим выводов, отрицающих объективное протекание процессов в микромире, соотношения неопределенностей не дают никаких оснований.

9. Одним из выводов из соотношений неопределенностей является утверждение о том, что якобы из этих соотношений вытекает

неприменимость принципа причинности к явлениям, протекающим в микромире. На первый, поверхностный, взгляд кажется, что это утверждение имеет основания. Действительно, принцип причинности означает возможность на основании известного в некоторый момент времени состояния системы точно предсказать ее состояние в любой следующий момент времени. Классическая механика Ньютона позволяет по известным в момент времени t_0 координатам x_0, y_0, z_0 и проекциям скорости v_{x0}, v_{y0}, v_{z0} любой материальной точки определить с помощью решения уравнений ее движения координаты и скорость точки в момент времени t . Это положение называется *механическим детерминизмом*. Поскольку координаты и скорости микрообъектов одновременно могут быть определены лишь в рамках соотношений неопределенностей, можно как будто сделать вывод о том, что и в начальный момент t_0 состояние системы не может быть точно определено, а поэтому и последующие состояния не могут быть предсказаны, т. е. нарушается принцип причинности.

В действительности дело обстоит иначе. В квантовой механике само понятие о состоянии системы приобретает иной смысл, чем в классической физике, — для определения этого состояния нужен иной подход. Максимально точным заданием состояния микрообъекта в квантовой механике является задание его ψ -функции, причем задание ψ -функции для момента времени t_0 определяет ее значение для момента $t > t_0$. Другими словами, в квантовой механике в соответствии с требованием принципа причинности состояние микрообъекта, определенное в некоторый момент времени t_0 , однозначно предопределяет его дальнейшие состояния. К микрообъектам нельзя применять принцип причинности в форме, заимствованной из классической механики и основанной на «обычном» применении понятий координат и импульсов, ибо особая природа микрообъектов этого не допускает.

§ 70.3. Движение свободной частицы

1. В этом и последующих параграфах мы рассмотрим несколько примеров движения микрочастиц в условиях, когда их волновые свойства определяют характер движения и энергию частиц. При этом очень существенно различать два случая: когда на частицу не действуют никакие силы (свободное движение) и движение частицы под действием различных сил (несвободное движение). Отличие этих двух случаев состоит в том, что важнейшая характеристика движущейся частицы — ее энергия $\mathcal{E}$ —

при наличии сил, действующих на частицу, не может принимать любые значения. Если частица, помимо кинетической энергии K , обладает потенциальной энергией U , то ее полная энергия $\mathcal{E}$ оказывается величиной *квантованной*. Физическая величина называется квантованной, если она может принимать лишь ряд определенных дискретных значений.

2. Вначале рассмотрим случай, когда частица с массой m движется с постоянной скоростью $v \ll c$ вдоль некоторого направления, выбранного за ось x , причем нет никаких сил, действующих на частоту, — ее движение свободно. Импульс частицы $p = mv$, а длина волны де Бройля $\lambda = h/p$. Движению частицы вдоль оси x соответствует распространяющаяся в этом же направлении волна де Бройля, характеризующаяся волновым числом $k = 2\pi/\lambda$. В гл. 56 было показано, что уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль оси x и имеющей определенную частоту ω и волновое число k , имеет вид (56.8): $s = A \cos(\omega t - kx)$, где A — амплитуда волны.

В квантовой механике показывается, что общим уравнением плоской дебройлевской волны является выражение

$$\psi = A(\cos \alpha + i \sin \alpha), \quad (70.11)$$

где

$$\alpha = \omega t - kx = \frac{\mathcal{E}t}{\hbar} - \frac{px}{\hbar}. \quad (70.12)$$

Здесь $\mathcal{E}$ и p — энергия и импульс частицы, i — мнимая единица (т. е. $i^2 = -1$).

Вероятность обнаружить частицу в объеме ΔV определяется по формуле (70.1), где $|\psi|^2 = \psi\psi^*$ есть квадрат модуля ψ -функции, т. е. произведение ψ на ψ^* -функцию, комплексно-сопряженную с ψ (иными словами, отличающуюся от ψ знаком при мнимой единице). Вычисляя произведение $\psi\psi^*$, получим

$$\begin{aligned} |\psi|^2 = \psi\psi^* &= A(\cos \alpha + i \sin \alpha) \cdot A(\cos \alpha - i \sin \alpha) = \\ &= A^2(\cos^2 \alpha - i \cos \alpha \sin \alpha + i \sin \alpha \cos \alpha + \sin^2 \alpha) = A^2. \end{aligned}$$

Итак, имеется постоянная, не зависящая от времени, интенсивность волны де Бройля. В соответствии с физическим смыслом волн де Бройля (см. § 69.3) это показывает, что имеется постоянная, одинаковая вероятность обнаружить частицу в любой точке на оси x . С точки зрения соотношений неопределенностей свободное движение частицы с точно заданным импульсом p означает, что положение частицы на оси x становится совершенно неопределенным. Об этом же говорит одинаковая вероятность

обнаружить частицу во всех точках оси x . Частица может двигаться с любой скоростью v , которой соответствует энергия $\mathcal{E} = mv^2/2$, принимающая вместе со скоростью v любые возможные значения.

Выразим энергию частицы через длину волны де Бройля λ . По формуле (69.2) $\lambda = h/mv$, откуда $v = h/m\lambda$. Подставив это в выражение энергии, получим

$$\mathcal{E} = \frac{mv^2}{2} = \frac{h^2}{2m\lambda^2}. \quad (70.13)$$

Наконец, учитывая, что $\lambda = 2\pi/k$, можно выразить энергию $\mathcal{E}$ через волновое число k :

$$\mathcal{E} = \frac{k^2 h^2}{8\pi^2 m} = \frac{k^2 \hbar^2}{2m}. \quad (70.14)$$

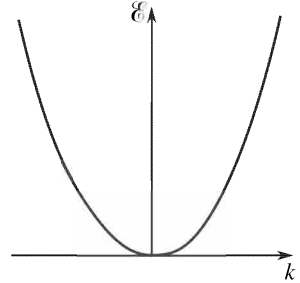


Рис. 70.1

На рис. 70.1 изображена парабола, выражающая зависимость энергии $\mathcal{E}$ свободной частицы от волновых чисел k дебройлевских волн частицы, т. е. от скорости $v = \hbar k/m$.

§ 70.4. Частица в потенциальной яме прямоугольной формы

1. Рассмотрим теперь микроскопическую частицу, движение которой вдоль оси x ограничено следующим образом. От начала координат $x = 0$ до точки $x = L$ частица движется свободно. Однако она не может выйти за пределы области $(0, L)$. Это значит, что на границах области $(0, L)$, в точках $x = 0$ и $x = L$, потенциальная энергия U частицы становится равной бесконечности. Можно представить себе, например, что частица движется по дну плоского ящика с идеально отражающими бесконечно высокими стенками. В таком случае говорят, что частица находится внутри бесконечно глубокой потенциальной ямы и ее движение ограничено некоторым потенциальным барьером.

Разумеется, таких ям практически не существует. Однако при изучении электропроводности металлов мы пользуемся представлением о том, что свободные (валентные) электроны металла находятся внутри потенциального ящика с плоским дном, причем высота потенциального барьера равна работе выхода электрона из металла (см. § 44.9). Таким образом, задача, о которой пойдет

речь, является упрощенной моделью реальной и очень важной физической задачи.

2. В этой задаче мы встречаемся с ограничением движения частицы. Она находится внутри прямоугольной ловушки — заперта в ней. Форма ловушки зависит от потенциальной энергии частицы. В данном случае потенциальная энергия частицы весьма просто зависит от координаты x : если $x < 0$ или $x > L$, то $U = \infty$; если $0 \leq x \leq L$, то $U = 0$.

Рассмотрим теперь поведение дебройлевской волны, связанной с частицей, движущейся внутри прямоугольной ловушки. На стенках ящика происходит отражение волны, и в результате внутри потенциальной ямы при наложении падающей и отраженной волн должны образоваться стоячие дебройлевские волны. Аналогичную картину мы имеем при рассмотрении стоячих волн в струне, закрепленной на обоих концах (см. § 57.2); при этом на длине струны должно укладываться целое число n полуволен (см. (57.7)):

$$n \frac{\lambda_n}{2} = L, \text{ или } \lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (70.15)$$

Таким образом, длина стоячей волны не может быть произвольной. Она зависит от целых чисел n , поэтому и обозначена через λ_n . Существует некоторый дискретный набор длин волн, которые могут установиться в закрепленной струне.

Очевидно, что эти рассуждения применимы и к дебройлевской волне частицы, движущейся внутри прямоугольной ловушки. На длине потенциальной ямы должно уложиться целое число полуволен де Бройля. Формулу (70.13) теперь запишем несколько иначе:

$$\mathcal{E}_n = \frac{mv_n^2}{2} = \frac{h^2}{2m\lambda_n^2}. \quad (70.13')$$

Индекс n у скорости v и энергии $\mathcal{E}$ показывает, что скорость и энергия частицы в потенциальной прямоугольной ловушке не могут иметь произвольных значений. Вместе с длиной волны λ скорость и энергия будут квантованными величинами, принимающими лишь определенные дискретные значения. Подставим в (70.13') значения λ_n из (70.15). Получим

$$\mathcal{E}_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2} \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (70.16)$$

Формула (70.16) показывает, что частица, запертая внутри потенциальной ловушки прямоугольной формы, может иметь кванто-

ванные значения энергии, прямо пропорциональные квадратам целых чисел n .

3. До сих пор речь шла о любой микроскопической частице, обладающей волновыми свойствами и запертой внутри ловушки. Предположим теперь для определенности, что мы говорим об электроне, находящемся в потенциальной ловушке. Квантованные значения $\mathcal{E}_n$ называются *уровнями энергии*, а числа n , определяющие энергетические уровни электрона, называются *квантовыми числами*. Таким образом, электрон в потенциальной яме может находиться на определенном энергетическом уровне. Иногда говорят, что он находится в определенном стационарном квантовом состоянии n . Этим подчеркивается, что состояние электрона с энергией $\mathcal{E}_n$ не зависит от времени и электрон может в отсутствие внешних воздействий находиться в этом состоянии как угодно долго.

Очень важно, что электрон не может обладать энергией, не совпадающей с одним из энергетических уровней. Дозволенными являются только такие энергии электрона в потенциальном ящике прямоугольной формы, которые совпадают с энергетическими уровнями, определяемыми формулой (70.16).

4. Рассмотрим влияние линейных размеров ловушки на квантование энергии. Покажем, что квантование энергии становится существенным лишь в том случае, когда линейные размеры потенциального ящика соизмеримы с размерами атома $L = 1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$. Для этого вычислим разность $\Delta\mathcal{E}$ энергий электрона, находящегося на двух соседних энергетических уровнях $\mathcal{E}_{n+1}$ и $\mathcal{E}_n$. По формуле (70.16) имеем

$$\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_{n+1} - \mathcal{E}_n = \frac{h^2}{8mL^2} [(n+1)^2 - n^2] = (2n+1) \frac{h^2}{8mL^2}. \quad (70.16')$$

Подставим в (70.16') числовые значения $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ и $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ для электрона, находящегося в потенциальном ящике с линейными размерами $L = 10^{-9} \text{ м}$, соизмеримыми с размерами атома. Мы получим

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{E} &= (2n+1) \frac{(6,62 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-18}} = \\ &= (2n+1) \cdot 6,0 \cdot 10^{-20} \text{ Дж} = (2n+1) \cdot 0,38 \text{ эВ}. \end{aligned}$$

«Расстояние» между соседними энергетическими уровнями с ростом n возрастает пропорционально ряду нечетных чисел $(2n+1)$.

Для ящика макроскопических размеров $L = 10^{-2}$ м аналогично получим следующие результаты:

$$\begin{aligned}\Delta \mathcal{E} &= (2n + 1) \frac{(6,62 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-4}} = \\ &= (2n + 1) \cdot 6,0 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} = (2n + 1) \cdot 3,8 \cdot 10^{-15} \text{ эВ}.\end{aligned}$$

Энергетические уровни расположены в этом случае столь тесно, что можно считать эти уровни практически непрерывными. Они образуют густо расположенную последовательность *квази-непрерывных уровней*. Квантование энергии электрона в ловушке макроскопических размеров дает результаты, несущественно отличающиеся от результатов классической физики, где энергия электрона может принимать любые значения, т. е. может изменяться непрерывно. Заметим, что при $L \rightarrow \infty$ последовательность уровней становится строго непрерывной, так как $\Delta \mathcal{E} \rightarrow 0$.

5. В § 14.3 при обсуждении роли соотношений неопределенностей для описания движений мы видели, что при макроскопическом движении частицы можно не принимать во внимание ограничений, которые вносят соотношения неопределенностей в возможность описывать движения с помощью понятия о траектории. Наоборот, при движении электрона в атоме, где он заперт в ловушке с линейными размерами порядка размеров атома, понятие о траектории частицы становится неправомерным.

Теперь мы видим, что в случае ловушки макроскопических размеров энергия электрона также ведет себя классическим образом: она может принимать произвольные непрерывные значения. Совершенно иную картину мы имеем в случае, когда электрон заперт в ловушке атомных размеров. Здесь не только теряет смысл понятие о траектории электрона, важнейшая его характеристика — энергия — оказывается квантованной. Она может изменяться лишь «скачкообразно», так, чтобы электрон переходил с одного энергетического уровня на другой. Этот вывод является фундаментальным в квантовой механике и не зависит от конкретной формы потенциальной ямы (ловушки), в которой находится электрон или другая микрочастица.

6. Рассмотрим, как зависит квантование энергии от значения квантового числа n . Для этого воспользуемся формулой (70.16') для разности $\Delta \mathcal{E}$ и составим отношение $\Delta \mathcal{E} / \mathcal{E}_n$. Получим

$$\frac{\Delta \mathcal{E}}{\mathcal{E}_n} = \frac{2n + 1}{n^2}.$$

При больших значениях квантового числа n имеем $2n + 1 \approx 2n$, откуда следует

$$\frac{\Delta \mathcal{E}}{\mathcal{E}_n} = \frac{2}{n}.$$

Видно, что при $n \gg 1$ отношение $\Delta \mathcal{E} / \mathcal{E}_n \ll 1$, или $\Delta \mathcal{E} \ll \mathcal{E}_n$. Это означает, что при росте квантового числа n разность ближайших энергетических уровней растет медленнее, чем величина энергии каждого из уровней. Другими словами, с ростом n должно происходить относительное сближение энергетических уровней. При больших квантовых числах квантование энергии дает результаты, близкие к тем, которые получаются при классическом рассмотрении, — уровни становятся квазинепрерывными. В этом находит свое выражение *принцип соответствия*, в окончательном виде сформулированный Н. Бором в 1923 г.: *при больших квантовых числах выводы и результаты квантовой механики должны соответствовать классическим результатам*, т. е. *квантовые результаты переходят в классические*.

В более общей формулировке принцип соответствия утверждает, что между любой физической теорией, которая является обобщением и развитием классической, и первоначальной классической теорией существует связь — в определенных предельных случаях новая теория должна переходить в старую. Так, например, в главах 12–13 мы видели, что формулы кинематики и динамики специальной теории относительности переходят в формулы классической механики Ньютона при скоростях $v \ll c$ таких, что $(v/c)^2 \ll 1$; в § 57.6 и 65.1 — что выводы волновой оптики переходят в результаты геометрической оптики, если можно пренебречь длиной световой волны по сравнению с любыми расстояниями, встречающимися в данной задаче, и считать, что $\lambda \rightarrow 0$. Между квантовой механикой и классической предельный переход связан с возможностью пренебречь конечностью величины $\hbar$ и считать $\hbar \approx 0$.

7. Предыдущий вывод был недостаточно строгим, ибо при выводе формулы (70.15) и следствий из нее мы не учитывали соотношение неопределенностей. Строгий вывод формулы (70.16) дает уравнение Шредингера.

Внутри потенциальной ямы потенциальная энергия $U(x) = 0$, следовательно, уравнение (70.2) примет вид

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m\mathcal{E}}{\hbar^2} \psi = 0. \quad (70.17)$$

Уравнение такого типа мы решали в § 51.7, т. II. По аналогии, полагая $\alpha = \sqrt{2m\mathcal{E}}/\hbar^2$, имеем

$$\psi = A \sin(\alpha x + \varphi).$$

Воспользуемся условиями на границе потенциальной ямы. При $x \leq 0$ вероятность обнаружить частицу равна нулю, ибо ее потенциальная энергия должна стать бесконечно большой, что невозможно. Итак, $\psi(0) = 0$, или $A \sin \varphi = 0$, откуда следует $\varphi = 0$, и пси-функция примет вид

$$\psi = A \sin \alpha x. \quad (70.18)$$

При $x \geq L$ вероятность обнаружить частицу также равна нулю по той же причине. Итак, $\psi(L) = 0$ или $A \sin \alpha L = 0$, что возможно лишь в том случае, если $\alpha L = n\pi$. Возведя в квадрат и учитывая, что $\alpha^2 = 2m\mathcal{E}/\hbar^2$, получим (70.16)

$$\mathcal{E}_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}.$$

§ 70.5. Линейный гармонический осциллятор в квантовой механике

1. Предположим, что частица с массой m движется вдоль оси x под действием квазиупругой силы $F = -kx$, пропорциональной отклонению частицы от положения равновесия. Здесь k — жесткость пружины (см. § 8.4). Такая частица, называемая линейным гармоническим осциллятором, является весьма плодотворной моделью в оптике и атомной физике. Так, при изучении явления дисперсии света мы рассматривали оптические (валентные) электроны атомов (и молекул) совершающими колебания под действием электрического поля световой волны. В сущности, мы считали, что атомы ведут себя как гармонические осцилляторы. Модель атома как гармонического осциллятора — атомного осциллятора — оказывается плодотворной и в других проблемах. Излучение абсолютно черного тела мы считали результатом того, что атомы-вibrаторы являются источниками электромагнитных волн. Каждый атом-вibrатор Планк рассматривал как гармонический атомный осциллятор, энергия которого может изменяться только отдельными порциями (см. § 67.3). В квантовой механике идеи Планка получили свое обоснование и развитие.

2. Вспомним прежде всего, как в классической физике следует рассматривать колебания гармонического осциллятора. На

рис. 70.2 изображен график потенциальной энергии U осциллятора $U = kx^2/2$. На этом же графике показано значение полной энергии $\mathcal{E}$ частицы. Точкам B и C на графике $U(x)$ соответствуют наибольшие отклонения частицы от положения равновесия, когда скорость частицы обращается в нуль и ее полная энергия

$$\mathcal{E} = K + U(x) = \frac{mv^2}{2} + U(x) \quad (70.19)$$

становится равной потенциальной:

$$\text{при } v = 0 \quad \mathcal{E} = U(x) = \frac{kA^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2}. \quad (70.20)$$

Амплитуда A колебаний осциллятора определяется запасом его полной энергии $\mathcal{E}$:

$$A = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{k}} = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{m\omega^2}} = \frac{1}{2\pi\nu} \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{m}}. \quad (70.21)$$

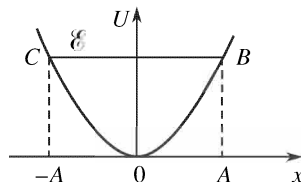


Рис. 70.2

Здесь использовано соотношение $k = m\omega^2$ (см. § 8.4).

С классической точки зрения совершенно очевидно, что частица при своих колебаниях не может выйти за пределы области $(-A, A)$. Такой выход означал бы, что потенциальная энергия U становится большей, чем полная энергия $\mathcal{E}$ частицы: $U > \mathcal{E}$, что соответствует бессмысленному выводу об отрицательной кинетической энергии, т. е. о мнимой скорости. Если $mv^2/2 < 0$, то v — мнимая величина!

3. Рассмотрим теперь квантовый гармонический осциллятор. Переход от классического к квантовому рассмотрению означает, что мы должны будем учесть волновые свойства частицы, запертой внутри потенциальной ловушки, имеющей форму параболы (рис. 70.3). В квантовой механике соотношения неопределенностей приводят к принципиально новому результату: полная энергия гармонического осциллятора и амплитуда его колебаний не могут быть равны нулю. В самом деле, если частица «заперта» в области $\Delta x \approx A$, то, согласно (70.4), $\Delta p_x \approx \hbar/A$, и импульс p частицы не может быть равен нулю.

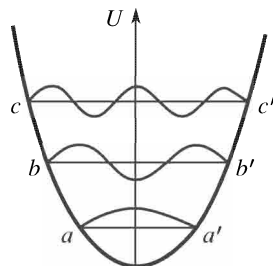


Рис. 70.3

Как показано в § 16.7,

$$p \geq \Delta p_x \approx \frac{\hbar}{A}.$$

При этом полная энергия $\mathcal{E}$ удовлетворяет соотношению

$$\mathcal{E} \geq K = \frac{p^2}{2m} \geq \frac{\hbar^2}{2mA^2}. \quad (70.22)$$

Сравнивая (70.22) с (70.20) и исключив амплитуду A , имеем

$$\mathcal{E}^2 \geq \frac{\hbar^2 \omega^2}{4}, \quad \text{или} \quad \mathcal{E} \geq \frac{\hbar \omega}{2}.$$

Таким образом, существует минимальное значение полной энергии гармонического осциллятора, равное

$$\mathcal{E}_0 = \frac{\hbar \omega}{2} = \frac{h\nu}{2} \quad (70.23)$$

и называемое *нулевой энергией* осциллятора.

4. Нулевая энергия осциллятора определяется только его собственной частотой ν . Ее невозможно отнять у частицы никаким охлаждением, она сохранилась бы и при абсолютном нуле. Нулевой энергии соответствуют некоторые «нулевые колебания» квантового осциллятора.

Существование нулевой энергии подтверждено экспериментально в явлении рассеяния света кристаллами при сверхнизких температурах. Рассеяние света в кристаллах происходит на тепловых колебаниях, которые совершают атомы, молекулы или ионы, расположенные в узлах кристаллической решетки (см. § 62.8). С классической точки зрения интенсивность рассеянного света должна убывать до нуля с уменьшением температуры до нуля, ибо должны прекратиться тепловые колебания узлов решетки, на которых происходит рассеяние света. Опыты показали, что при уменьшении температуры интенсивность света, рассеянного кристаллами, стремится к некоторому предельному значению, которое не убывает при дальнейшем охлаждении кристалла. Результаты опытов показали, что при $T \rightarrow 0$ у частиц, расположенных в узлах решетки, сохраняются некоторые «нулевые колебания», на которых и происходит рассеяние света. «Нулевым колебаниям» соответствует нулевая энергия атомных осцилляторов.

Наличие нулевой энергии является характерным признаком любой системы частиц, рассматриваемой в квантовой механике. При температурах, близких к абсолютному нулю, любое вещество

находится в кристаллическом состоянии и его атомы (молекулы или ионы) ведут себя как некоторые колеблющиеся осцилляторы.

Исключение составляет гелий, который является квантовой жидкостью вплоть до абсолютного нуля, если давление не превышает 2,53 МПа. Это объясняется, во-первых, тем, что у гелия частота колебаний атомов достаточно велика, ибо мала масса атома ($\nu \sim \sqrt{1/m}$, см. § 49.2). Поэтому у гелия нулевая энергия $h\nu/2$ сравнительно велика. С другой стороны, силы взаимодействия между атомами гелия малы, ибо у них электронные оболочки с двумя электронами полностью «застроены» (см. § 73.2). В итоге атомы гелия при $T \rightarrow 0$ находятся в интенсивном движении, и гелий при относительно небольших давлениях остается жидким и при $T \rightarrow 0$. Поскольку причиной этого является квантовый эффект — существование нулевой энергии, жидкий гелий называется *квантовой жидкостью* (см. § 36.11, 36.12).

5. Найдем теперь все возможные значения полной энергии квантового гармонического осциллятора. Движение частицы в этом случае ограничено потенциальной кривой параболического типа $U = (m\omega^2/2)x^2$ (см. рис. 70.3). Как и в случае частицы, «запертой» в прямоугольном ящике, наличие потенциальной ловушки параболического типа приводит к дискретному набору энергий частицы. Квантованные значения энергии осциллятора будут определяться тем, что на эффективной длине $2A_{\text{эф}} = aa', bb', \dots$ укладывается нечетное число полуволен де Бройля.

Введем эффективную длину волны де Бройля:

$$\lambda_{\text{эф}} = \frac{h}{p_{\text{эф}}} = \frac{2\pi\hbar}{p_{\text{эф}}}, \quad (70.24)$$

где $p_{\text{эф}}$ — эффективный импульс, связанный с энергией так, как будто потенциальная ловушка отсутствует и движение частицы совершенно свободно:

$$\mathcal{E} = \frac{p_{\text{эф}}^2}{2m} = \frac{4\pi^2\hbar^2}{2m\lambda_{\text{эф}}^2}. \quad (70.25)$$

Из рис. 70.3 видно, что на эффективной амплитуде $A_{\text{эф}}$ укладывается нечетное число четвертей эффективных длин волн де Бройля:

$$A_{\text{эф}} = (2n + 1) \frac{\lambda_{\text{эф}}}{4}. \quad (70.26)$$

Подставив (70.26) в (70.20), получим

$$\mathcal{E} = (2n + 1)^2 m\omega^2 \frac{\lambda_{\text{эф}}^2}{32}. \quad (70.27)$$

Перемножая (70.25) и (70.27), исключим $\lambda_{\text{эф}}$ и найдем дискретные энергетические уровни линейного гармонического осциллятора:

$$\mathcal{E}^2 = (2n + 1)^2 \frac{\pi^2 \hbar^2 \omega^2}{16}, \quad \text{или} \quad \mathcal{E} = (2n + 1) \hbar \omega \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \left(n + \frac{1}{2} \right) h\nu.$$

В квантовой механике при строгом подходе, основанном на решении уравнения Шредингера, получается следующее выражение для возможных энергий осциллятора:

$$\mathcal{E}_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) h\nu, \quad \text{где } n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (70.28)$$

Из формулы (70.28) видно, что энергетические уровни гармонического осциллятора представляют собой систему равноотстоящих друг от друга значений энергии (рис. 70.4). Грубый расчет, приведенный выше, привел к правильной зависимости энергии линейного гармонического осциллятора от его частоты ν и к правильному характеру зависимости $\mathcal{E}_n$ от n .

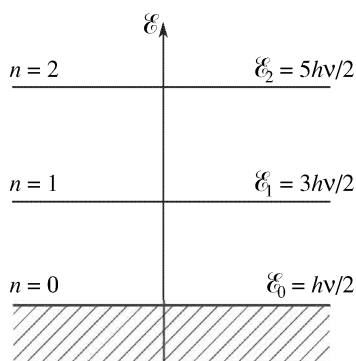


Рис. 70.4

6. Строгое квантовомеханическое решение задачи о гармоническом осцилляторе приводит еще к одному существенному отличию от классического рассмотрения. Оказывается, что можно обнаружить частицу за пределами дозволённой области $|x| \leq A$, т.е. за точками C и B на рис. 70.2. В п. 2 выяснено, что это означает пребывание частицы там, где ее полная энергия $\mathcal{E}$ меньше потенциальной энергии. Однако благодаря волновым свойствам частиц и принципу

неопределенностей обнаружение частицы за пределами классически дозволённой области оказывается возможным. Подробнее мы рассмотрим причину этого в следующем параграфе.

§ 70.6. Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер

1. В задачах о частице в прямоугольной потенциальной яме и о линейном гармоническом осцилляторе мы считали, что на границах «потенциальной ловушки» происходит обрыв волны де Бройля, связанной с движущейся частицей. На самом деле

происходит более сложное явление. На границах «потенциальной ловушки» волна де Бройля должна вести себя аналогично электромагнитной волне на границе двух сред с различными показателями преломления (см. § 63.1). Как известно, такая волна на границе частично отражается, а частично проходит через границу. Даже в случае полного отражения наблюдается частичное проникновение света во вторую среду (см. § 65.2). Волна де Бройля на границе потенциальной ловушки также испытывает не только отражение. Частично она проходит в область за пределами потенциального барьера. Другими словами, имеется определенная вероятность обнаружить частицу в той области, которая является классически запрещенной.

2. Частица, подчиняющаяся законам классической физики, может выйти из потенциального «ящика» лишь при условии, что ее полная энергия превышает «глубину» потенциального «ящика». С классической точки зрения частица, находящаяся внутри потенциального «ящика», «заперта» в нем. Стенки потенциального «ящика» представляют для нее потенциальный барьер, который частица преодолеть не может. Для того чтобы частица могла выйти из потенциального «ящика» или проникнуть в него, согласно классической физике ей нужно сообщить энергию, равную или большую разности высоты барьера и ее собственной энергии.

Квантовая механика приводит к принципиально новому результату о возможности прохождения (*просачивания*) частиц сквозь потенциальные барьеры. Это явление называется *туннельным эффектом*.

К этому выводу пришли в 1928 г. Л. И. Мандельштам и М. А. Леонтович и независимо от них Г. А. Гамов.

3. Для описания туннельного эффекта вводится понятие о *прозрачности* D потенциального барьера. По аналогии с оптикой, коэффициент прозрачности потенциального барьера для дебройлевских волн можно ввести следующим образом:

$$D = \frac{I_{\text{прох}}}{I_{\text{пад}}}, \quad (70.29)$$

где $I_{\text{пад}}$ есть интенсивность волны де Бройля, падающей на потенциальный барьер, $I_{\text{прох}}$ — интенсивность волны, прошедшей через барьер. Величину D можно рассматривать как вероятность прохождения волн де Бройля сквозь потенциальный барьер или, что то же самое, как вероятность просачивания частицы сквозь потенциальный барьер. По аналогии с оптикой можно ввести

также понятие о коэффициенте отражения R частицы от барьера:

$$R = 1 - D.$$

Расчеты, которые проводятся в квантовой механике, показывают, что прозрачность барьера зависит от его формы и высоты. В случае прямоугольного потенциального барьера с высотой U_0 и шириной L (рис. 70.5) прозрачность D выражается формулой

$$D = D_0 \exp(-2aL) = D_0 \exp\left[-\frac{2L}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})}\right]. \quad (70.30)$$

Здесь D_0 — постоянный коэффициент, близкий к единице, m — масса частицы, $\mathcal{E}$ — ее полная энергия. Туннельный эффект является квантовым явлением и может проявляться в тех случаях, когда прозрачность барьера не слишком мала.

Оценим для прямоугольного барьера величину параметра a в формуле (70.30):

$$a = \sqrt{\frac{2m(U_0 - \mathcal{E})}{\hbar^2}}. \quad (70.31)$$

С параметром a связана эффективная глубина Δx , на которую частица может проникнуть в классически запрещенную область внутри барьера:

$$\Delta x \approx \frac{1}{a} \approx \frac{\hbar}{\sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})}}. \quad (70.32)$$

Так, для электрона при $U_0 - \mathcal{E} \approx 1$ эВ по порядку величины

$$\Delta x \approx \frac{10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 10^{-30} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} \approx 2 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

В атомном мире $2L \approx 0,1$ нм, параметр $2L/\Delta x \approx 2$ и прозрачность барьера $D \approx e^{-2} \approx 13\%$. Если же $x \gg \Delta x$, то прозрачность барьера D становится весьма малой и вероятность обнаружить частицу на таких расстояниях внутри барьера ничтожно мала. В макроскопической области, например, при $L = 10^{-2}$ м и $U_0 - \mathcal{E} \approx 10$ эВ значение $2La \approx 2L/\Delta x \approx 10^8$ и прозрачность барьера ничтожно мала: $D = e^{-10^8}$. С увеличением массы частицы и разности $U_0 - \mathcal{E}$ прозрачность барьера быстро уменьшается.

Туннельный эффект есть чисто квантовое явление. Если попытаться в духе принципа соответствия (см. п. 6 § 70.4) перейти

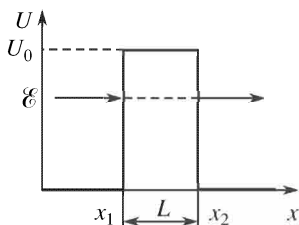


Рис. 70.5

к классическому описанию, положив, что $\hbar \rightarrow 0$, то получим, что $D \rightarrow 0$, и о прозрачности барьера бессмысленно говорить.

4. Выражение (70.3) можно получить с помощью уравнения Шредингера. Для участка внутри потенциального барьера уравнение запишется так:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (\mathcal{E} - U_0)\psi = 0. \quad (70.33)$$

Но, по условию, полная энергия частицы меньше высоты барьера, т. е. $\mathcal{E} < U_0$. Введем положительную величину

$$a^2 = \frac{2m(U_0 - \mathcal{E})}{\hbar^2}, \quad (70.34)$$

тогда уравнение Шредингера запишется так:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} - a^2\psi = 0. \quad (70.35)$$

Его решением, как легко проверить простой подстановкой, является экспонента (рис. 70.6):

$$\psi = Ae^{-ax}. \quad (70.36)$$

По смыслу ψ -функции прозрачность барьера равна отношению квадратов ее значений на краях барьера:

$$D = \frac{\psi^2(x_2)}{\psi^2(x_1)} = \frac{e^{-2ax_2}}{e^{-2ax_1}} = e^{-2(x_2-x_1)} = e^{-2aL}. \quad (70.37)$$

Очевидно, что выражения (70.32) и (70.35) тождественны выражениям (70.31) и (70.30).

5. Туннельный эффект получил экспериментальное подтверждение в явлении *холодной эмиссии* электронов из металлов под действием электрических полей. Опыты показали, что в ряде случаев вырывание электронов из металлов происходит при напряженностях электрического поля в сотни раз меньших, чем те, которые необходимы для того, чтобы электрон, совершив работу выхода, покинул металл. Это объясняется в квантовой механике туннельным эффектом. Действие электрического поля с напряженностью E приводит к тому, что потенциальный барьер для

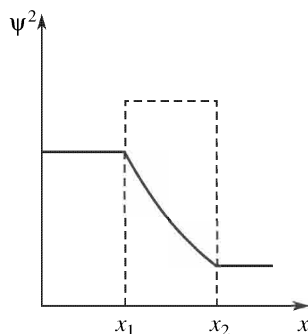


Рис. 70.6

электронов на границе металл–вакуум становится более узким, его ширина L уменьшается. Электрон, обладающий энергией $\mathcal{E}$, по абсолютному значению меньшей, чем высота барьера U_0 , может выйти из металла сквозь барьер с помощью туннельного эффекта. Поэтому напряженность поля, необходимая для возникновения холодной эмиссии, уменьшается по сравнению с той, которая следует из расчетов без учета прохождения электронов сквозь потенциальный барьер.

Электрическое поле благодаря туннельному эффекту вырывает электроны из отдельных атомов или молекул. Это явление *автоионизации* также происходит при меньших напряженностях поля, чем это следует из классической физики. Правильные оценки напряженности поля, соответствующие экспериментальным данным, получаются в квантовой механике с учетом прохождения электронов сквозь потенциальный барьер. Туннельный эффект играет основную роль в явлении радиоактивного α -распада (см. § 79.9).

6. Квантовая механика приводит к возможности обнаружить частицу в классически недопозволенной области, где ее полная энергия $\mathcal{E}$ меньше, чем потенциальная: $\mathcal{E} < U$. В действительности здесь нет парадокса, и рассуждения в п. 2 § 70.5 о мнимой скорости частицы неверны.

В квантовой механике возникает неожиданная с точки зрения классической физики трудность, связанная с представлением полной энергии $\mathcal{E}$ частицы в виде суммы ее кинетической $mv^2/2$ и потенциальной $U(x)$ энергий:

$$\mathcal{E} = \frac{mv^2}{2} + U(x) = \frac{p^2}{2m} + U(x).$$

В классической физике такое представление не вызывает сомнения и предполагает, что *одновременно* известны с любой степенью точности и кинетическая энергия $p^2/2m$, и потенциальная энергия $U(x)$ частицы. Другими словами, считается, что частице с любой степенью точности одновременно приписываются определенные значения координаты x и импульса p . Но, как известно из § 70.2, соотношения неопределенностей Гайзенберга исключают такую возможность в квантовой механике. Поэтому само представление полной энергии в виде суммы *точно определенных частей* — кинетической и потенциальной энергий — оказывается неправомерным. Поэтому и парадокса туннельного эффекта, основанного на представлении $\mathcal{E}$ в виде суммы $(p^2/2m) + U(x)$, в квантовой механике не существует. Если положение частицы

точно определено в области Δx , т.е. координата x и, следовательно, ее потенциальная энергия $U(x)$ определены с достаточной точностью, то при этом будет внесена неопределенность Δp в значение ее импульса $\Delta p \approx \hbar/\Delta x$. Это означает, что неопределенным образом изменится кинетическая энергия частицы $p^2/2m$.

Если частица проникнет внутрь барьера на расстояние $\Delta x \approx \hbar/\sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})}$, то ее импульс изменится на величину $\Delta p \geq \hbar/\Delta x \approx \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})}$. Изменение энергии частицы

$$\Delta \mathcal{E} \approx \frac{(p + \Delta p)^2}{2m} - \frac{p^2}{2m} = \frac{2p\Delta p + \Delta p^2}{2m} \geq \frac{3\Delta p^2}{2m}.$$

Здесь учтено, что $p \geq \Delta p$ (см. § 16.7). Подставив значение $\Delta p > \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})}$, получим

$$\Delta \mathcal{E} > U_0 - \mathcal{E}.$$

Итак, изменение энергии частицы, вызванное попыткой локализовать ее внутри барьера (т.е. задать ее координату), превышает разность между высотой барьера U_0 и первоначальной полной энергией частицы $\mathcal{E}$. Другими словами, $\Delta \mathcal{E}$ превышает ту энергию, которой недостает частице, находящейся внутри потенциальной ямы, для того чтобы она могла «классическим образом» выйти из ямы, пройдя *над барьером*.

Глава 71

ВОДОРОДОПОДОБНЫЕ СИСТЕМЫ ПО БОРУ

§ 71.1. Ядерная модель атома Резерфорда

1. Эрнест Резерфорд и его сотрудники в 1911 г. изучили прохождение α -частиц сквозь тонкие металлические пластинки золота и платины. Они установили, что α -частицы, испускаемые радием, проходят сквозь очень тонкую золотую фольгу. Альфа-частицы возникают при радиоактивном распаде атомов некоторых тяжелых элементов. Они представляют собой положительно заряженные частицы с зарядом $2e$, где e — заряд, численно равный заряду электрона. Масса α -частицы приблизительно в четыре раза больше массы атома водорода (см. § 81.1). Альфа-частицы, испускаемые атомами радиоактивных элементов, имеют большие энергии. Например, уран дает α -частицы с энергией

4, 05 МэВ. С помощью таких частиц Резерфорд и его сотрудники «простреливали» тонкую золотую фольгу и изучали рассеяние частиц. Схема опытов изображена на рис. 71.1.

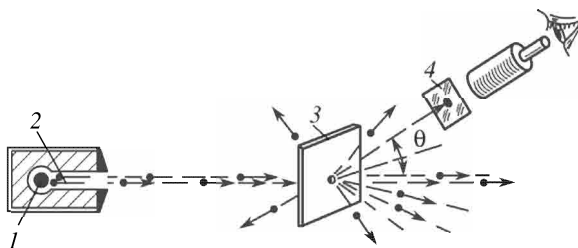


Рис. 71.1

Альфа-частицы испускались источником 1, помещенным внутри свинцовой полости с каналом 2 так, чтобы все частицы, кроме движущихся вдоль канала, поглощались свинцом. Узкий пучок α -частиц попадал на фольгу из золота 3 перпендикулярно ее поверхности; α -частицы, прошедшие сквозь фольгу и рассеянные ею, вызывали вспышки (сцинтилляции) на флуоресцирующем экране 4. Условия эксперимента обеспечивали достаточный вакуум в пространстве между фольгой и экраном, чтобы не происходило дополнительного рассеяния α -частиц в воздухе. Конструкция прибора позволяла наблюдать α -частицы, рассеянные под углами до 150° .

2. Опыты показали, что в подавляющем большинстве случаев α -частицы после прохождения через фольгу сохраняли прежнее направление движения или отклонялись на очень малые углы. Однако некоторые α -частицы отклонялись на большие углы, порядка 135 – 150° . Объяснить эти резкие отклонения накоплением малых отклонений на пути α -частицы в фольге оказалось невозможным. Для объяснения результатов своих опытов Резерфорд предположил, что весь положительный заряд атома сосредоточен в его *ядре* — области, занимающей весьма малый объем по сравнению со всем объемом атома. Остальная часть атома представляет собой облако отрицательно заряженных электронов, полный заряд которых равен положительному заряду ядра. Так в 1911 г. была создана *ядерная модель атома*, сыгравшая большую роль в развитии современной физики.

3. Результаты опытов Резерфорда получили простое объяснение с точки зрения ядерной модели атома. При прохождении α -частицы сквозь электронную оболочку атома она не должна

испытывать заметного отклонения от своего пути. Электроны имеют весьма малую массу по сравнению с массой α -частицы, и отрицательный заряд всех электронов распределен по всему объему электронной оболочки. Поэтому α -частицы, встречающие на своем пути электроны атомов золота, проходят сквозь фольгу, практически не рассеиваясь. Только те α -частицы, которые проходят вблизи от ядра, испытывают резкие отклонения. На малых расстояниях силы отталкивания между положительно заряженной α -частицей и массивным ядром должны быть велики, и это вызывает резкие отклонения таких α -частиц от их первоначальной траектории. Вместе с тем вероятность попадания α -частиц в малое по объему ядро невелика. Поэтому и число α -частиц, испытавших отклонения на большие углы, должно быть весьма невелико.

4. Резерфорд теоретически рассмотрел задачу о движении α -частицы в электрическом кулоновском поле ядра, сосредоточенном в малом объеме. Между α -частицей, заряд которой $2e$, и ядром, заряд которого q , действует кулоновская сила отталкивания, равная

$$F = \frac{2eq}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (71.1)$$

где r — расстояние между α -частицей и ядром, ϵ_0 — электрическая постоянная в СИ, e — элементарный электрический заряд. Можно показать, что под действием силы отталкивания (71.1) α -частица, приближающаяся к ядру, будет отклоняться от него по ветви гиперболы. Это изображено на рис. 71.2. К ядру, находяще-

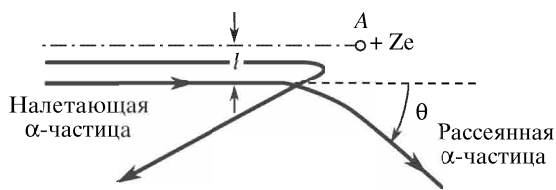


Рис. 71.2

муся в точке A , на некотором прицельном расстоянии l приближается α -частица. Под действием силы (71.1) она рассеивается под углом θ и движется по гиперболе. На рис. 71.2 изображены две гиперболические траектории для α -частиц одной и той же энергии при различных значениях прицельного расстояния l .

Применив методы теории вероятности, Резерфорд доказал, что отклонения α -частиц на большие углы не могут быть след-

ствием многократных столкновений альфа-частиц с атомами. Используя предположение о справедливости закона Кулона на расстояниях вплоть до 10^{-14} м, он доказал, что число α -частиц, рассеянных фольгой на угол θ , должно быть обратно пропорционально величине $\sin^4(\theta/2)$, т. е. $N_\theta \sin^4(\theta/2) = \text{const}$. Полученные выводы с удовлетворительной степенью точности совпадают

Таблица 71.1

Угол отклонения θ	$\sin^4(\theta/2)$	Число вспышек N_θ	$N_\theta \sin^4(\theta/2)$
15°	0,00029	132 000	38,3
30°	0,00449	7 800	35,0
45°	0,02145	1 435	30,8
60°	0,06250	477	29,8
75°	0,13734	211	29,0
105°	0,39616	69,5	27,5
120°	0,56250	51,9	29,2
135°	0,72855	43,0	31,3
150°	0,87051	31,3	28,8

с экспериментальными данными (табл. 71.1). Используя их, легко убедиться, что для золота величина $N_\theta \sin^4(\theta/2)$ равна 31,1 с ошибкой около 10 %, что для столь сложного опыта является весьма хорошим результатом. Из теории также следовало, что $N_\theta \sin^4(\theta/2) \sim (Ze^2)^2$, где Ze — заряд ядра атома. Рассчитав значение Z , Резерфорд обнаружил, что оно очень близко к порядковому номеру элемента в периодической таблице Д. И. Менделеева. Несколько позднее Чадвик в более совершенных опытах с медными, серебряными и золотыми фольгами показал, что q/e очень близко к порядковому атомному номеру Z в периодической системе Менделеева: $q = Ze$. Таким образом, идея Резерфорда о ядерной модели атома получила блестящее экспериментальное подтверждение и позволила установить физический смысл порядкового номера в периодической системе элементов (см. § 73.2).

5. Сведения о заряде ядра Ze позволили определить размеры области, занятой ядром атома, — верхний предел «радиуса» ядра. Слово «радиус» поставлено в кавычки не случайно. Столкновение α -частицы с ядром нельзя рассматривать как соударение двух упругих шаров (см. § 17.3). Если считать, что и ядро, и α -частица имеют сферическую форму, то сумма их радиусов окажется меньшей, чем то минимальное расстояние d , на которое

они могут сблизиться при наличии силы отталкивания. Предположим, что между α -частицей и ядром происходит центральное соударение. Из закона сохранения энергии следует, что на расстоянии d наибольшего сближения с ядром кинетическая энергия α -частицы полностью перейдет в потенциальную энергию их электростатического взаимодействия, и α -частица на мгновение остановится:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{2e \cdot Ze}{4\pi\epsilon_0 d}. \quad (71.2)$$

Здесь v — начальная скорость α -частицы вдали от ядра. Для α -частиц, испускаемых одним из радиоактивных атомов, так называемым радием-С, $v = 1,9 \cdot 10^7$ м/с. Для золота ($Z = 79$) по формуле (71.2) можно определить d :

$$d = \frac{2e \cdot Ze}{2\pi\epsilon_0 mv^2} \approx 3,1 \cdot 10^{-14} \text{ м.}$$

Ядро атома золота имеет линейные размеры, меньшие этой величины. Если считать, что электрон — это заряженный шарик (см. § 72.5), то его «классический радиус» должен иметь такой же порядок величины. Это обстоятельство, наряду с другими важными причинами, о которых речь пойдет в гл. 78, привело к выводу, что электроны не могут находиться в ядре.

§ 71.2. Трудности классического объяснения ядерной модели атома

1. Ядерная модель атома явилась результатом опытов по рассеянию α -частиц тонкими металлическими фольгами и теоретических расчетов Резерфорда. По этой модели в центре атома — его ядре, имеющем линейные размеры 10^{-15} – 10^{-14} м, сосредоточен весь положительный заряд атома и практически вся его масса. Вокруг ядра, в области с размерами $\sim 10^{-10}$ м, по орбитам движутся электроны, масса которых составляет лишь весьма малую долю от массы ядра. Вспомним, что масса электрона в 1836,5 раза меньше массы протона — ядра атома водорода. Ядерная модель атома внешне напоминает Солнечную систему: в центре системы находится «солнце» — ядро, а вокруг него по орбитам движутся «планеты» — электроны. По этой причине ядерную модель атома иногда называют планетарной.

2. Электроны атома в ядерной модели не могут быть неподвижны. Если бы они не двигались, то в результате кулоновских сил притяжения к ядру они сразу же упали бы на него. Атому,

напротив, свойственна исключительная *устойчивость*. Об этом, в частности, свидетельствуют оптические спектры атомов, отличающиеся определенным для всех атомов данного химического элемента расположением спектральных линий. Устойчивость атома невозможно понять, если ядерную модель объяснять на основе классических законов механики, электричества и оптики.

Рассмотрим, например, ядерную модель простейшего атома — атома водорода, который состоит из одного электрона и ядра — протона ¹⁾. Для простоты будем считать, что электрон движется вокруг ядра по круговой орбите. Заметим, прежде всего, что, употребляя слово «орбита», следует помнить, что волновые свойства электрона и соотношения неопределенностей приводят к тому, что для электрона в атоме представление об орбите как о траектории движения не выдерживает критики. Этот вопрос подробно обсуждался в § 14.3. В квантовой механике классическое представление об орбите заменяется представлением о геометрическом месте точек, в которых электрон в атоме может быть обнаружен с наибольшей вероятностью (см. § 72.3). В дальнейшем, употребляя термин «орбита» электрона в атоме, мы будем иметь в виду этот его смысл.

3. Скорость электрона в атоме водорода на круговой орбите с радиусом $r \approx 10^{-10}$ м можно подсчитать, приняв во внимание, что центростремительной силой, удерживающей электрон на орбите, является кулоновская сила его притяжения к ядру:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Из этого уравнения, подставив числовые значения массы m электрона, его заряда e и электрической постоянной ϵ_0 , получим, что $v \approx 10^6$ м/с. При этом центростремительное ускорение электрона $a = v^2/r$ по порядку величины составляет 10^{22} м/с².

4. Видно, что скорость электрона в атоме водорода весьма велика, а ускорение таково, что электрон в атоме должен вести себя как вибратор, колеблющийся с большой частотой. Как известно, такой вибратор должен излучать электромагнитные волны (см. § 59.5). Излучение электромагнитных волн должно происходить непрерывно и связано с *непрерывной* потерей электроном его энергии.

¹⁾ Результаты, которые мы получим, справедливы в основном для любого атома.

Этот вывод с неизбежностью следует из применения к электрону в ядерной модели классических законов. Но отсюда, далее, следует, что атом не может быть устойчив: электрон, непрерывно теряющий энергию на излучение, не может удержаться на круговой траектории. Он должен по спирали приближаться к ядру и через время $\tau \approx 10^{-10}$ с упасть на него (см. § 59.6). С другой стороны, частота, с которой электрон движется вокруг ядра, должна непрерывно изменяться. А из этого следует, что непрерывно должна изменяться частота электромагнитных волн, излучаемых электроном. Другими словами, атом водорода должен давать излучение с непрерывным спектром частот. Линейчатого спектра у атома быть не должно.

5. Применение к ядерной модели атома Резерфорда классических законов механики, электричества и оптики привело к полному противоречию с экспериментальными фактами. Из теории следовало, что: а) атом должен быть неустойчив, ввиду непрерывной потери электроном энергии на излучение электромагнитных волн; б) спектральных линий существовать не должно; должен быть только непрерывный спектр.

В действительности оказывается, что:

- а) атом является исключительно устойчивой системой;
- б) атом излучает электромагнитные волны лишь при определенных условиях;
- в) атом испускает свет, обладающий линейчатым спектром, связанным со строением и свойствами его электронной оболочки.

Полное несоответствие выводов, основанных на классическом истолковании ядерной модели атома, и опытных фактов вызвало сомнения в возможности применять к электронам в атомах законы классической физики и привело к созданию квантовой механики.

§ 71.3. Линейчатый спектр атома водорода

1. Светящиеся газы дают линейчатые спектры испускания, состоящие из отдельных спектральных линий. Когда свет проходит через газы, возникают линейчатые спектры поглощения — каждый атом поглощает те спектральные линии, которые он сам может испускать. Первым был изучен спектр атома водорода. И. Бальмер в 1885 г. установил, что длины волн известных в то время девяти линий спектра водорода могут быть вычислены по

формуле

$$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4}, \quad (71.3)$$

где $\lambda = 364,613 \text{ нм}$, $n = 3, 4, \dots, 11$.

2. Формулу (71.3) И. Ридберг предложил записывать в виде

$$\nu^* = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, \dots, 11. \quad (71.4)$$

Здесь $R = 10\,973\,731 \text{ м}^{-1}$ называется *постоянной Ридберга*. Величина, обратная длине волны, $\lambda^* = 1/\lambda$, называется *волновым числом* и показывает, сколько длин волн укладывается на единичной длине ¹⁾. Формула Бальмера–Ридберга (71.4) впервые указала на особую роль целых чисел в спектральных закономерностях и имела огромное значение в развитии учения о строении атомов.

3. В настоящее время известно большое число спектральных линий водорода, длины волн которых с большой степенью точности удовлетворяют формуле Бальмера–Ридберга. Из (71.4) видно, что спектральные линии, отличающиеся различными значениями n , образуют группу, или серию, линий, называемую *серией Бальмера*. С увеличением n спектральные линии серии сближаются друг с другом. Граница серии Бальмера определяется длиной волны $\lambda_{\text{гран}}$, при которой $n \rightarrow \infty$: $\lambda_{\text{гран}} = 4/R = 364,5068 \text{ нм}$.

Кроме линий серии Бальмера, расположенных в видимой части спектра, у водорода были обнаружены другие серии спектральных линий, расположенных в невидимых частях спектра. В инфракрасной части спектра водорода была обнаружена группа спектральных линий, называемая *серией Пашена*. Волновые числа спектральных линий этой серии укладывались в формулу

$$\nu^* = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 4, 5, 6, \dots$$

В далекой инфракрасной области были обнаружены еще три серии спектральных линий водорода:

¹⁾ Ранее (см. § 56.2) мы использовали другое определение волнового числа: $k = 2\pi/\lambda$. Величина k показывает, сколько длин волн укладывается на длине $2\pi \text{ м}$ (или см). В оптике чаще используют величину ν^* . Очевидно, что $k = 2\pi\nu^*$.

серия Брэкета:

$$\nu^* = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 5, 6, 7, \dots,$$

серия Пфунда:

$$\nu^* = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 6, 7, 8, \dots$$

и серия Хэмфри:

$$\nu^* = R \left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 7, 8, 9, \dots$$

С другой стороны от видимой области, в далекой ультрафиолетовой области спектра, была обнаружена *серия Лаймана*:

$$\nu^* = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

Каждая из этих серий характеризуется сгущением спектральных линий при возрастании чисел n и своей граничной частотой или длиной волны. На рис. 71.3 изображены серии спектра водорода.

4. Все частоты (или волновые числа) всех спектральных линий водорода можно выразить единой формулой:

$$\nu^* = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (71.5)$$

где m и n — целые числа. Для данной серии $n = m + 1, m + 2$ и т. д. Для серии Лаймана $m = 1$, для серии Бальмера $m = 2$, для серии Пашена $m = 3$ и т. д. При возрастании чисел n частоты всех серий сходятся к соответствующим границам. Граничные волновые числа $\nu_{\text{гран}}^*$ серий водородного спектра равны

$$\nu_{\text{гран}}^* = \frac{R}{m^2}.$$

5. Формула (71.5) подтвердилась на опыте с большой спектроскопической точностью. В ней ярко выступила особая роль целых чисел в спектроскопических закономерностях, осмысленная до конца лишь в квантовой механике. В гл. 70 мы видели, что в квантовой механике вскрывается особая роль целых чисел — квантовых чисел n , определяющих дискретные значения энергии электронов в потенциальном «ящике» и осцилляторе. Забегая

вперед, укажем, что числа m и n в формуле (71.5) также являются квантовыми числами, определяющими энергетические уровни атома водорода. Однако от открытия сериальных формул для

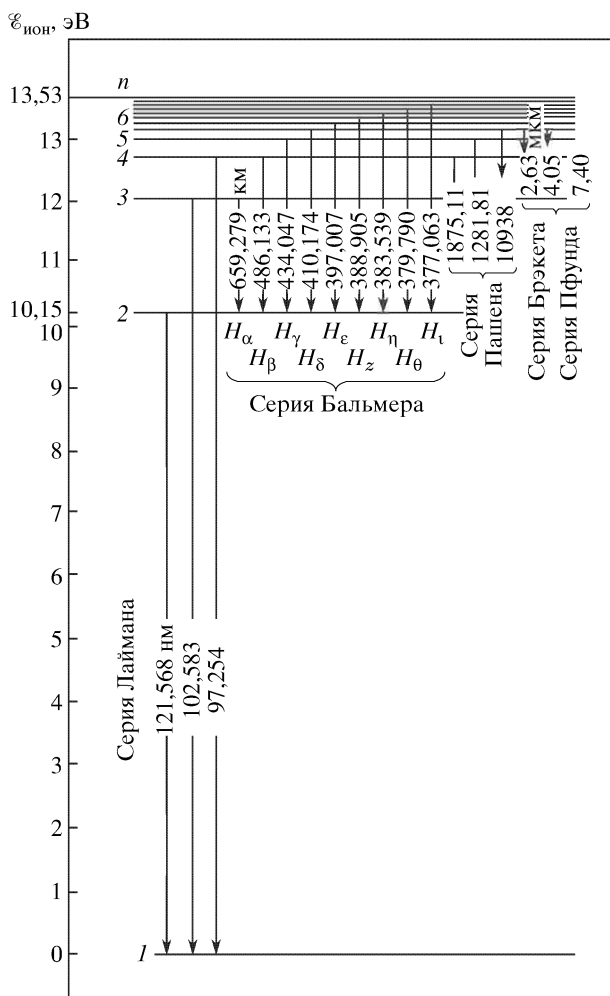


Рис. 71.3

атома водорода до строгого решения задачи об энергии электрона в атоме водорода в квантовой механике физика прошла огромный путь, исторически очень короткий, но полный драматизма и выдающихся открытий. Этот путь, как и вся физика первой поло-

вины двадцатого века, навсегда будет связан с именем великого физика Нильса Бора.

§ 71.4. Постулаты Бора

1. В 1913 г. Бор создал первую неклассическую теорию атома. В основе этой теории лежала идея связать в единое целое три результата, полученные в физике к тому времени:

а) эмпирические закономерности линейчатого спектра атома водорода, выраженные в формуле Бальмера–Ридберга;

б) ядерную модель атома Резерфорда, не допускающую классического истолкования;

в) квантовый характер излучения и поглощения света.

Для решения этой задачи Бор, сохраняя классический подход к описанию поведения электрона в атоме, выдвинул два постулата, которые называются *постулатами Бора*. Сразу же заметим, что физический смысл этих постулатов не только не мог быть объяснен в классической физике, но, более того, находился в глубоком противоречии с классическим описанием движения электрона в атоме. Подлинный смысл и значение постулатов Бора вскрылись позднее, после создания квантовой механики.

Теория Бора развивалась им для атома водорода и так называемых *водородоподобных систем*, состоящих из ядра с зарядом Ze и одного электрона, движущегося вокруг ядра. Примерами подобных систем являются однократно ионизованный гелий (He^+), двукратно ионизованный литий (Li^{2+}) и другие ионы. Такие системы называются также *изоэлектронными водороду*. Для водородоподобных систем все сериальные формулы, в частности формула (71.5), вместо R содержат произведение RZ^2 .

2. *Первый постулат Бора* называется *постулатом стационарных состояний*. Он заключается в следующем: *в атоме существуют некоторые стационарные состояния, не изменяющиеся во времени без внешних воздействий. В этих состояниях атом не излучает электромагнитных волн*. Стационарным состоянием атома соответствуют стационарные орбиты, по которым движутся электроны. Несмотря на то, что электроны движутся ускоренно, они не излучают электромагнитных волн. В этом утверждении первого постулата Бора содержится отказ от выводов классической электродинамики об излучении энергии ускоренно движущимся зарядом (см. § 59.4).

Второй постулат Бора, или *правило частот*, устанавливает, что *при переходе атома из одного стационарного состояния в дру-*

гое им испускается или поглощается один квант энергии. Излучение происходит при переходе атома из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией. Этому соответствует переход электрона с орбиты, более удаленной от ядра, на более близкую к ядру орбиту. Поглощение атомом энергии сопровождается переходом атома из состояния с меньшей энергией в состояние с большей энергией. Этому соответствует переход электрона с орбиты, близкой к ядру, на более удаленную от ядра орбиту. Излучение или поглощение атомом электромагнитных волн приводит к изменению энергии атома, пропорциональному частоте этих волн. Если $\Delta\mathcal{E}$ есть изменение энергии атома в результате излучения или поглощения электромагнитных волн, $\mathcal{E}_n$ и $\mathcal{E}_m$ — энергии атома в двух стационарных состояниях n и m , то правило частот можно записать так:

$$\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_n - \mathcal{E}_m = h\nu. \quad (71.6)$$

При $\mathcal{E}_n > \mathcal{E}_m$ происходит излучение фотона, при $\mathcal{E}_n < \mathcal{E}_m$ — его поглощение. Из второго постулата Бора следует, что атомы поглощают только те спектральные линии (частоты), которые они сами могут испускать. В оптике этот факт еще со времен Кирхгофа называется обращением спектральных линий.

Третий постулат Бора называется правилом квантования орбит и утверждает, что в стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь дискретные, квантованные значения момента импульса:

$$L_n = mvr = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (71.7)$$

Здесь m — масса электрона, v — его скорость, r — радиус круговой орбиты, $\hbar = h/2\pi$. Правило квантования орбит Бора получает простое истолкование в квантовой механике. Аналогично тому, что мы имеем в задачах о потенциальном ящике (см. § 70.4) и гармоническом осцилляторе (см. § 70.5), на длине круговой орбиты $2\pi r$ должно уложиться целое число длин волн де Бройля λ :

$$2\pi r = n\lambda.$$

Воспользуемся формулой (69.2), определяющей длину волны де Бройля. Тогда получим (так как $v \ll c$)

$$2\pi r = n \frac{h}{mv}, \quad \text{или} \quad mvr = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar.$$

3. Первый и второй постулаты Бора, квантовомеханическое обоснование которых мы рассмотрим далее, позволили связать

между собой три результата, указанные в п. 1. К 1913 г. они были полностью подтверждены экспериментом. Правило квантования орбит Бора было его гениальной догадкой, подтвержденной в дальнейшем экспериментально и теоретически.

Сравним между собой формулы (71.5) и (71.6). Сравнение приводит к очень важному результату. Оказывается, что энергия $\mathcal{E}_n$ атома водорода в некотором стационарном состоянии имеет вид

$$\mathcal{E}_n = -\frac{Rch}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (71.8)$$

Таким образом, целые числа, которые входят в сериальную формулу (71.5), определяют дискретные, квантованные значения энергии атома водорода в соответствующих состояниях. *Энергетические уровни атома водорода обратно пропорциональны квадратам целых чисел*¹⁾. Целое число n , определяющее энергетический уровень атома водорода, называется *главным квантовым числом*. Энергетическое состояние, соответствующее значению $n = 1$, называется *основным* или *нормальным* (*невозбужденным*) состоянием. Все состояния с $n > 1$ называются *возбужденными*.

Знак минус в формуле (71.8) — отрицательные значения энергетических уровней — означает, что электрон испытывает силу притяжения к ядру, он связан с ним кулоновской силой притяжения (см. § 18.6). Абсолютное значение величины $\mathcal{E}_n$ в формуле (71.8) является *энергией связи электрона в атоме*, находящегося в состоянии n . Под энергией связи электрона в атоме следует понимать работу, которую нужно совершить, чтобы оторвать электрон от атома, т.е. ионизовать атом. Иногда применяется термин: «энергия ионизации атома из данного состояния». Очевидно, что энергия ионизации из данного состояния равна по абсолютной величине энергии связи электрона в атоме в этом состоянии. Например, в основном состоянии (при $n = 1$) энергия ионизации $\mathcal{E}_{\text{ион}}$ атома водорода составляет 13,53 эВ. Энергия электрона в основном состоянии $\mathcal{E}_1 = -13,53$ эВ. На приведенном выше рис. 71.3 слева указаны значения энергетических уровней атома водорода в электронвольтах. Сближение уровней при увеличении главного квантового числа n соответствует тому, что при $n \rightarrow \infty$ энергия $\mathcal{E}_n \rightarrow 0$. Значение $\mathcal{E}_{\infty} = 0$ соответствует

¹⁾ При этом предполагается, что ядро атома неподвижно и энергия водородоподобной системы равна энергии движущегося электрона. Учет движения ядра приводит к незначительным изменениям результатов.

ионизации атома. Стрелками на рис. 71.3 указаны переходы, соответствующие излучению различных серий спектральных линий.

§ 71.5. Квантование энергии и вычисление постоянной Ридберга в теории Бора

1. Постулаты, выдвинутые Бором, позволили ему теоретически рассчитать спектр водорода и ионов, содержащих один электрон, движущийся вокруг ядра. Задача состояла в теоретическом выводе формулы (71.8) и вычислении постоянной Ридберга, измеренной на опыте с большой точностью. Бор считал, что электрон в атоме водорода движется по круговой орбите радиуса r . На такой траектории его удерживает кулоновская сила притяжения электрона к ядру, играющая роль центростремительной силы (см. § 7.1):

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Ze \cdot e}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (71.9)$$

или, так как $v = \omega r$, где ω — угловая скорость электрона,

$$r^3 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m\omega^2}. \quad (71.9')$$

Возведем в квадрат обе части соотношения (71.7), заменив в нем v на ωr :

$$m^2\omega^2 r^4 = n^2\hbar^2.$$

Поделим почленно друг на друга левые и правые части двух последних формул. Тогда получим

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{mZe^2}. \quad (71.10)$$

Радиусы орбит электрона в атоме водорода ($Z = 1$) прямо пропорциональны квадратам главного квантового числа. В частности, радиус первой орбиты при $n = 1$, называемой *первым боровским радиусом*, равен

$$r_1 = a_0 = \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{me^2} = 0,528 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 0,0528 \text{ нм}. \quad (71.10')$$

Первый боровский радиус принят за единицу длины в атомной физике.

Энергия электрона в атоме водорода (или соответствующем ионе) складывается из кинетической энергии K и потенциальной

энергии U притяжения электрона к ядру:

$$\mathcal{E} = K + U = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r}. \quad (71.11)$$

Здесь мы использовали формулу (71.9), а также то, что потенциальная энергия притяжения электрона к ядру отрицательна и имеет вид

$$U = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

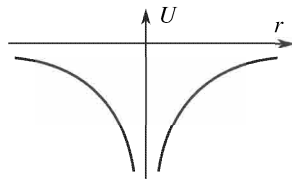


Рис. 71.4

На рис. 71.4 изображена графически зависимость $U(r)$ для электрона в поле ядра с зарядом Ze . Ядро находится в начале координат.

Подставим в (71.11) выражение для r (см. (71.10)). Получим

$$\mathcal{E}_n = -\frac{Z^2 m e^4}{8 h^2 \epsilon_0^2} \frac{1}{n^2}. \quad (71.12)$$

Сравнивая формулы (71.8) и (71.12) и полагая для водорода $Z = 1$, получим выражение для постоянной Ридберга:

$$R = \frac{m e^4}{8 h^3 \epsilon_0^2 c}. \quad (71.13)$$

Итак, для водородоподобного иона энергия в некотором стационарном состоянии имеет вид (ср. с (71.8))

$$\mathcal{E}_n = -\frac{Z^2 R c h}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (71.14)$$

а волновые числа спектральных линий выражаются формулой (ср. с (71.5))

$$\nu^* = \frac{1}{\lambda} = Z^2 R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (71.15)$$

Нетрудно заметить, что, кроме использования постулатов Бора, вывод формулы (71.12) носит чисто классический характер. Все описание поведения электрона в атоме проводится так, как если бы это была обычная классическая частица. В этом проявляется непоследовательность теории Бора.

2. Постоянную Ридберга можно вычислить, если воспользоваться принципом соответствия Бора, который сформулирован в § 70.4. Найдём из (71.9') классический радиус орбиты электрона в атоме водорода

($Z = 1$):

$$r = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m} \right)^{1/3} \omega^{-2/3}$$

и подставим его в выражение (71.11) для энергии электрона:

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{2} \frac{(e^2)^{2/3} m^{1/3} \omega^{2/3}}{(4\pi\epsilon_0)^{2/3}}. \quad (71.11')$$

Рассмотрим, с другой стороны, переход электрона между двумя соседними энергетическими уровнями n и $n - 1$ при $n \gg 1$. По принципу соответствия при больших квантовых числах результаты квантовомеханического рассмотрения должны совпадать с результатами классического рассмотрения. В частности, выражение для энергии электрона должно иметь вид, аналогичный (71.11'). Убедимся в этом. По формуле (71.5) найдем частоту перехода между соседними уровнями:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = Rc \left[\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right] = Rc \frac{2n-1}{n^2(n-1)^2} \approx \frac{2Rc}{n^3},$$

ибо $n \gg 1$, и единицей можно пренебречь в числителе и знаменателе. Таким образом,

$$n^3 = \frac{2Rc}{\nu} = \frac{4\pi Rc}{\omega} \quad \text{и} \quad n = (4\pi Rc)^{1/3} \omega^{-1/3}.$$

Воспользуемся теперь формулой (71.8) для энергии электрона и подставим в нее найденное выражение для n :

$$\mathcal{E}_n = -\frac{Rch}{n^2} = -(Rc)^{1/3} \frac{h}{(4\pi)^{2/3}} \omega^{2/3}. \quad (71.11'')$$

По принципу соответствия классическое и квантовое выражения для энергии (71.11') и (71.11'') должны совпадать. Приравнявая их и возводя в куб, получим для постоянной Ридберга формулу

$$R = \frac{me^4}{8h^3\epsilon_0^2c}.$$

Результат, как и следовало ожидать, совпадает с формулой (71.13).

3. Существует довольно простое соотношение между значениями первого боровского радиуса и комптоновской длиной волны для электрона. Разделив (68.12) на (71.10), получим

$$\frac{\lambda_k}{a_0} = \frac{h \cdot me^2}{mc \cdot 4\pi\epsilon_0 \hbar^2} = 2\pi \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = 2\pi\alpha. \quad (71.16)$$

Безразмерная величина

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137} \quad (71.17)$$

называется *постоянной тонкой структуры*. Она служит в квантовой электродинамике мерой электромагнитного взаимодействия (см. § 81.9).

§ 71.6. Опыты Франка и Герца

1. Первый и второй постулаты Бора были экспериментально подтверждены в опытах Дж. Франка и Г. Герца, поставленных в 1913 г. В этих опытах изучалось прохождение через газы пучка электронов, ускоренных в электрическом поле. Первые опыты были проведены с прохождением электронов через пары ртути.

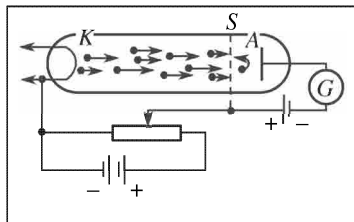


Рис. 71.5

Схема опытов изображена на рис. 71.5. В стеклянный сосуд, в котором находились пары ртути при давлении около 13, 3 Па, помещались накаленный катод K , испускающий электроны, анод A , соединенный с гальванометром G , и сетчатый электрод S . Между катодом и сеткой создавалось электрическое поле, ускоряющее электроны до энергии $e\varphi_1$, где φ_1 — разность потенциалов между катодом и сеткой, e — заряд электрона. Между сеткой и анодом создавалось слабое замедляющее поле с разностью потенциалов φ_2 не более 0, 5 В.

2. При прохождении электронов через пары ртути происходят соударения электронов с атомами ртути. Столкновения электронов с атомами могут быть двух типов. Первый тип столкновений — *упругие соударения*, в результате которых скорости и энергии электронов не изменяются, а лишь происходят изменения направлений скоростей электронов. Второй тип столкновений — *неупругие соударения*, при которых электроны теряют свою энергию и передают ее атомам ртути.

Упругие соударения электронов с атомами ртути не могут воспрепятствовать электронам попадать на анод. Ускоряющее электрическое поле между K и S по мере возрастания разности потенциалов φ_1 должно вызывать возрастание анодного тока в трубке, и упругие столкновения не могут нарушить этой закономерности. Неупругие столкновения могут явиться причиной практически полного отсутствия анодного тока. В самом деле, если электроны при неупругом столкновении с атомами ртути потеряют свою энергию настолько, что они не могут преодолеть слабого задерживающего поля между сеткой S и анодом A , анодный ток должен практически упасть до нуля.

По первому постулату Бора, атом ртути не может принять от электрона любую порцию энергии. Атом может воспринять лишь такую энергию, которой будет достаточно для перехода атома в одно из возбужденных энергетических состояний. Ближайшим к основному, невозбужденному состоянию атома ртути является возбужденное состояние, отстоящее от основного по шкале энергий на 4,86 эВ. До тех пор, пока электроны, ускоряемые полем, не приобретут энергию $e\varphi_1 = 4,86$ эВ, они испытывают только упругие столкновения с атомами, не теряют своей энергии, достигают анода и анодный ток возрастает. Как только энергия электрона

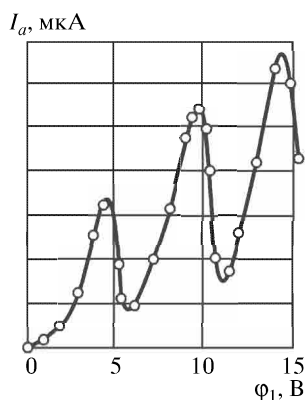


Рис. 71.6

достигнет значения 4,86 эВ, может произойти неупругое соударение электрона с атомом ртути, в результате которого электрон полностью отдаст свою энергию атому. Вся энергия электрона пойдет на переход атома ртути из нормального энергетического состояния в возбужденное. Очевидно, что такой электрон не сможет преодолеть слабого задерживающего поля между S и A и не попадет на анод.

Таким образом, при разности потенциалов между катодом и сеткой, равной 4,86 В, должно происходить резкое падение анодного тока. При разности потенциалов $2 \cdot 4,86$, $3 \cdot 4,86$ В и т.д., когда электроны могут испытать два, три и т.д. неупругих соударения с атомами ртути и потерять при этом полностью свою энергию, должно происходить то же самое. Характерная зависимость анодного тока от разности потенциалов между катодом и сеткой в опытах Франка–Герца приведена на рис. 71.6. При $\varphi_1 = 4,86$ В, $9,72$ В и $14,58$ В

происходит резкое падение анодного тока, подтверждающее справедливость первого постулата Бора.

3. В опытах Франка и Герца получило экспериментальное подтверждение правило частот Бора. Ртутные пары, находящиеся в трубке, с которой производились опыты, оказались источниками ультрафиолетового свечения с длиной волны 253,7 нм. Излучение ртутных паров связано с тем, что атомы ртути, возбужденные электронным ударом, находятся на возбужденном энергетическом уровне весьма непродолжительное время, порядка 10^{-8} с, и затем возвращаются на основной энергетический уровень ¹⁾. Согласно второму постулату Бора, в момент перехода атома в нормальное состояние излучается квант энергии в виде фотона с энергией $\Delta\mathcal{E} = h\nu$. По известной величине $\Delta\mathcal{E} = 4,86 \text{ эВ} = 4,86e \text{ Дж}$, где $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ — заряд электрона, можно вычислить длину волны испускаемого света:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{\Delta\mathcal{E}} = 2537 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 253,7 \text{ нм}.$$

Этот результат полностью согласуется с экспериментом: ртутные пары излучали главным образом именно эту длину волны.

4. Помимо теоретического истолкования линейчатых спектров водородоподобных систем, теория Бора позволила объяснить физическую природу так называемых характеристических рентгеновских лучей (см. § 73.4) и ряд других явлений, изложение которых выходит за рамки этой книги. Теория Бора сыграла огромную роль в создании атомной физики. В период ее развития (1913–1925 гг.) были сделаны важные открытия, часть из которых рассмотрена в этой книге. Особенно велика роль теории Бора в развитии атомной, а частично и молекулярной спектроскопии — учения о спектрах атомов и молекул. С помощью теории Бора огромный экспериментальный материал о спектрах атомов и молекул был систематизирован и сведен к полужемпирическим закономерностям.

Однако, наряду со значительными успехами, в теории Бора сразу же обнаружились существенные недостатки. Основным из них была внутренняя противоречивость теории Бора. Она являлась соединением классической физики с квантовыми постулатами, противоречащими этой физике. Наиболее серьезной

¹⁾ Фактически при возбуждении атома ртути его валентные электроны (один или оба) переходят с нормального энергетического уровня на возбужденные уровни. Излучение соответствует обратному переходу электронов.

неудачей теории Бора явилась абсолютная невозможность с ее помощью создать теорию атома гелия и вообще любых систем, содержащих ядро и более одного электрона. Дальнейшее развитие физики показало, что теория Бора, правильно объяснившая одни факты и неспособная истолковать другие, представляла собой определенный переходный этап на пути создания последовательной теории атомных и ядерных явлений. Такой последовательной теорией явилась квантовая механика, некоторые основы которой мы уже рассмотрели в гл. 70, а также рассмотрим в дальнейших главах этой книги.

Глава 72

ВОДОРОДОПОДОБНЫЕ СИСТЕМЫ В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

§ 72.1. Квантование энергии электрона атома водорода

1. Результаты, которые получены в предыдущей главе для атома водорода с помощью постулатов Бора, в квантовой механике могут быть получены без использования этих постулатов.

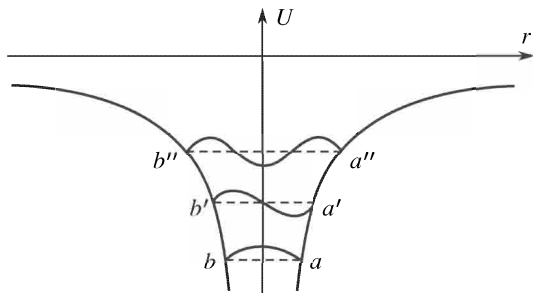


Рис. 72.1

Уровень этой книги не позволяет рассмотреть, как в квантовой механике решается задача о движении электрона в кулоновском поле ядра с зарядом e . Для этого необходимо решить уравнение Шредингера для электрона, обладающего потенциальной энергией $U = -e \cdot e / (4\pi\epsilon_0 r)$, где r — расстояние между электроном и ядром (рис. 72.1). Важнейший результат этого решения состоит

в том, что если электрон находится в атоме водорода, «связан» в нем, и его полная энергия $\mathcal{E}$ отрицательна (см. (71.11)), то движение электрона должно быть периодическим, а энергия $\mathcal{E}$ электрона может принимать лишь дискретные значения, выраженные формулой (71.12) при $Z = 1$:

$$\mathcal{E}_n = -\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2} \frac{1}{n^2},$$

где n — главное квантовое число, принимающее целочисленные значения: $n = 1, 2, 3$ и т. д.

2. Попробуем качественно получить формулу (71.12) по методу, аналогичному тому, который применен в § 70.5 для гармонического осциллятора. Будем исходить из того, что на эффективной длине в области, дозволенной «потенциальной ловушкой» (отрезки ab , $a'b'$, $a''b''$ и т. д. на рис. 72.1), должно укладываться целое число полуволн де Бройля (см. § 70.5). Поскольку эффективная длина l зависит от энергии $\mathcal{E}$, форма потенциальной кривой определит квантование энергии. Из равенства потенциальной энергии электрона его полной энергии на «стенках» потенциального ящика (потенциальной ловушки), т. е. в точках a , a' , a'' , b , b' , b'' и т. д. на рис. 72.1, имеем

$$\mathcal{E}_n = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 l_n}, \quad \text{или} \quad l_n = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \mathcal{E}_n}. \quad (72.1)$$

Эффективную длину волны де Бройля $\lambda_{\text{эф}}$ ведем аналогично формуле (70.13'):

$$\frac{\langle mv^2 \rangle}{2} = \frac{h^2}{2m\lambda_{\text{эф}}^2}. \quad (72.2)$$

Для определения $\lambda_{\text{эф}}$ имеем соотношение

$$\frac{h^2}{2m\lambda_{\text{эф}}^2} = \mathcal{E} - \langle U \rangle, \quad (72.3)$$

$\lambda_{\text{эф}}$ определяется из условия

$$2l_n = \frac{n\lambda_{\text{эф}}}{2}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (72.4)$$

Задача сводится к отысканию $\langle U \rangle$, которое нельзя провести элементарными методами. Если сделать упрощающее предположение о том, что электрон может с равной вероятностью находиться в любом месте внутри «потенциальной ловушки», можно сравнительно просто (но не элементарным путем) подсчитать, что $\langle U \rangle = (3/2) \mathcal{E}_n$.

3. Положим, что заряд электрона равномерно распределен внутри «потенциальной ловушки». Бесконечно малый заряд внутри сферического слоя радиусом r и толщиной dr равен

$$dq = \frac{-edV}{(4/3)\pi l_n^3} = \frac{-e \cdot 4\pi r^2 dr}{(4/3)\pi l_n^3} = \frac{-3er^2 dr}{l_n^3}.$$

Потенциальная энергия этого слоя в поле ядра, заряд которого равен e ,

$$dU = dq \cdot \varphi = -\frac{3er^2 dr}{l_n^3} \cdot \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{3e^2 r dr}{4\pi\epsilon_0 l_n^3}.$$

Среднее значение потенциальной энергии

$$\langle U \rangle = \int_0^{l_n} dU = -\frac{3e^2}{4\pi\epsilon_0 l_n^3} \int_0^{l_n} r dr = -\frac{3e^2}{4\pi\epsilon_0 l_n^3} \frac{l_n^2}{2} = -\frac{3}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 l_n} = \frac{3}{2} \mathcal{E}_n.$$

4. Теперь формула (72.3) дает

$$\frac{h^2}{2m\lambda_{\text{эф}}^2} = \frac{1}{2} \mathcal{E}_n. \quad (72.3')$$

С другой стороны, из (72.1) и (72.4) следует

$$\lambda_{\text{эф}} = \frac{4l_n}{n} = -\frac{4e^2}{n \cdot 4\pi\epsilon_0 \mathcal{E}_n}.$$

Подставив это выражение в (72.3'), получим после сокращений

$$\mathcal{E}_n = -\frac{me^4}{\pi^2 h^2 \epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (72.5)$$

Сравним эту формулу с выражением (71.12) для уровней энергии электрона в атоме водорода, которое получается из решения уравнения Шредингера. Как видно, зависимость энергии от главного квантового числа и универсальных постоянных m , e , h получилась правильной. Единственное отличие от точной формулы состоит в том, что вместо восьмерки в знаменателе стоит $\pi^2 \approx 9,88$. Разумеется, приведенные рассуждения отнюдь не следует считать выводом выражения для энергии водородного атома. Их цель — иллюстрировать зависимость энергий $\mathcal{E}_n$ от формы потенциальной кривой и показать, что электрон, обладающий волновыми свойствами и движущийся в кулоновском поле ядра в атоме водорода, имеет квантованные значения энергии $\mathcal{E}$, обратно пропорциональные квадрату главного квантового числа.

§ 72.2. Квантование момента импульса

1. В квантовой механике получает свое дальнейшее обоснование и развитие правило квантования орбит Бора, которое приобретает новый смысл и значение. Оказывается, что момент импульса электрона L_l в любом атоме, а не только в атоме водорода может приобретать лишь квантованные значения:

$$L_l = \sqrt{l(l+1)} \hbar, \quad (72.6)$$

где l — так называемое *орбитальное квантовое число*, которое при заданном главном квантовом числе n может принимать значения

$$l = 0, 1, 2, \dots, n-1. \quad (72.7)$$

Сравнивая формулу (72.6) с правилом квантования орбит Бора (71.7), легко заметить, что результат квантовой механики отличается от боровского постулата зависимостью L_l от квантовых чисел. Вместо главного квантового числа n , которое содержится в правиле квантования круговых орбит (71.7), входит выражение $\sqrt{l(l+1)}$, где l — орбитальное квантовое число. Правда, при больших l ($l \gg 1$), когда $l+1 \approx l$, формула (72.6) дает $L_l = l\hbar$, что напоминает правило квантования орбит Бора: $L = n\hbar$. Однако очень существенно, что орбитальное квантовое число может принимать целочисленные значения от нуля до $n-1$. В квантовой механике в любом атоме возможны состояния, где электрон имеет момент импульса L_l , *равный нулю*. В боровской теории таким состояниям соответствует так называемая «маятниковая орбита», проходящая через ядро атома, т. е. состояния с $l = 0$ по теории Бора невозможны. Как показали эксперименты, состояния электрона, в которых он не имеет момента импульса, связанного с движением электрона по орбите, действительно существуют.

2. Различные значения орбитального квантового числа электрона служат в атомной физике основой для систематики электронных состояний в атомах и молекулах. Приняты следующие обозначения:

если $l = 0$, то состояние электрона называется *s*-состоянием;

если $l = 1$, то состояние электрона называется *p*-состоянием;

состояния с $l = 2, 3$ и т. д. называются соответственно *d*-, *f*- и т. д. состояниями в порядке следования букв латинского алфавита.

§ 72.3. Физический смысл боровских орбит

1. В § 14.3 было показано, что для электрона, находящегося в атоме, соотношения неопределенностей Гайзенберга приводят к тому, что нельзя говорить о траектории, по которой движется электрон. Возникает вопрос о том, какой физический смысл имеет боровская орбита в квантовой механике. Рассмотрим этот вопрос более подробно на примере s -состояния электрона в атоме водорода при $n = 1$, т. е. основного, невозбужденного состояния. Расчеты, основанные на уравнении Шредингера, показывают, что вероятность обнаружить электрон в некоторой точке внутри

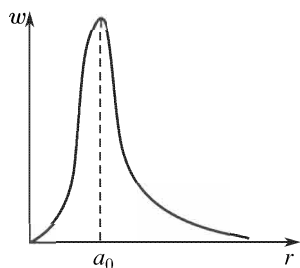


Рис. 72.2

атома зависит в этом случае только от расстояния r электрона от ядра. Это значит, что во всех точках, расположенных на сфере радиуса r центром в ядре атома, имеется равная вероятность обнаружить электрон. Другими словами, распределение вероятности обнаружить электрон в атоме имеет сферически симметричный характер.

2. Это, однако, еще не означает, что имеется одинаковая вероятность обнаружить электрон на любом расстоянии от ядра. Расчеты показывают, что в квантовой механике вероятность $w(r)$ нахождения электрона на данном расстоянии от ядра имеет вид кривой, изображенной на рис. 72.2. Вероятность $w(r)$ имеет максимум на таком расстоянии r от ядра, которое совпадает с первым боровским радиусом a_0 (см. (71.10')). Таким образом, *боровские орбиты электрона в атоме представляют собой геометрические места точек, в которых с наибольшей вероятностью может быть обнаружен электрон*. Этот смысл орбит электронов в атомах мы в дальнейшем всегда будем иметь в виду, употребляя термин «орбита» для траектории электрона в атоме.

§ 72.4. Пространственное квантование

1. В § 42.2 рассмотрено соотношение между моментом импульса L_l электрона, связанным с его движением по орбите, и магнитным моментом p_m электрона. Орбитальный момент импульса электрона и его магнитный момент пропорциональны друг другу, ориентированы перпендикулярно к плоскости орбиты электрона

и направлены в противоположные стороны (см. § 40.6). Векторы $\mathbf{p}_m$ и $\mathbf{L}_l$ связаны между собой соотношением

$$\mathbf{p}_m = -\frac{e}{2m_e} \cdot \mathbf{L}_l, \quad (72.8)$$

где e — заряд электрона, m_e — его масса¹⁾. Величина

$$g_l = \frac{e}{2m_e} \quad (72.9)$$

есть *орбитальное гиромагнитное отношение*.

2. В квантовой механике ориентация векторов $\mathbf{p}_m$ и $\mathbf{L}_l$ относительно плоскости электронной орбиты не может быть указана. Это связано с физическим смыслом орбиты в квантовой механике. Для того чтобы указать ориентацию этих векторов, достаточно выбрать некоторое направление в пространстве так, чтобы угол α между этим направлением и вектором $\mathbf{L}_l$ определял расположение $\mathbf{L}_l$ в пространстве. Таким направлением может быть направление напряженности $\mathbf{H}$ внешнего магнитного поля, в котором находятся атом и его электроны (рис. 72.3). При отсутствии внешнего магнитного поля за направление, относительно которого определяется ориентация $\mathbf{L}_l$, может быть выбрано направление внутреннего магнитного поля, созданного ядром атома и всеми электронами, кроме рассматриваемого.

3. Ориентация векторов магнитных моментов атомов и молекул во внешнем магнитном поле имеет существенное значение для магнитных свойств вещества. В классической физике считалось, что вектор $\mathbf{p}_m$ (или $\mathbf{L}_l$) может быть ориентирован во внешнем магнитном поле совершенно *произвольно*. На этом основана классическая теория парамагнетизма, рассмотренная в § 42.5.

4. Предположение о произвольной ориентации векторов $\mathbf{L}_l$ (и $\mathbf{p}_m$) во внешнем магнитном поле оказалось *ошибочным*. В квантовой механике доказывается, что существует *пространственное квантование*: вектор момента импульса электрона имеет лишь такие ориентации в пространстве, при которых проекция L_{lz} вектора $\mathbf{L}_l$ на направление z внешнего магнитного

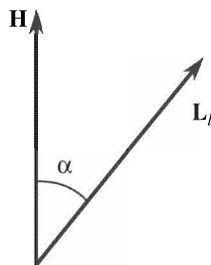


Рис. 72.3

¹⁾ В этом и дальнейших параграфах этой главы масса электрона обозначена через m_e в связи с необходимостью буквой m обозначить другую физическую величину — *магнитное квантовое число*.

поля принимает квантованные, целочисленные значения, кратные $\hbar$:

$$L_{lz} = m\hbar, \quad (72.10)$$

где m — так называемое *магнитное квантовое число*, которое может принимать следующие значения:

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm l; \quad (72.11)$$

здесь l — орбитальное квантовое число.

Из (72.11) видно, что магнитное квантовое число может принимать $(2l + 1)$ возможных значений. Следовательно, вектор $\mathbf{L}_l$ может иметь в пространстве $(2l + 1)$ ориентаций, в соответствии с числом его возможных проекций на направление внешнего магнитного поля. На рис. 72.4 показаны возможные ориентации векторов $\mathbf{L}_l$ для электрона в p -

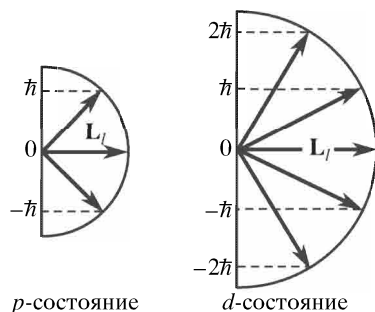


Рис. 72.4

и d -состояниях, т. е. при $l = 1$ и $l = 2$.

§ 72.5. Еще о спине электрона

1. Опыт Штерна и Герлаха, описанный в § 42.10, экспериментально подтвердил пространственное квантование. Результаты опыта однозначно указали на то, что магнитный момент, который измерялся в этом опыте, приобретает во внешнем магнитном поле две ориентации. Если бы пространственного квантования не происходило и ориентации магнитных моментов $\mathbf{p}_m$ могли быть произвольными, то вместо двух резких полос на фотопластинке получилось бы непрерывное распределение попаданий атомов в разные точки пластинки.

2. Штерн и Герлах проводили опыты вначале с серебром и другими атомами первой группы элементов периодической системы Менделеева (см. § 73.2). У таких атомов имеется один внешний валентный электрон. В основном, невозбужденном состоянии атома этот электрон находится в s -состоянии, т. е. имеет орбитальное квантовое число, равное нулю. Следовательно, валентный электрон атомов этой группы элементов и атомы в целом

не имеют орбитального момента импульса ($L_0 = 0$)¹⁾. Опыты Штерна и Герлаха с такими атомами *не позволили обнаружить* пространственного квантования орбитального момента импульса. Между тем в опытах, как уже выяснено в § 42.10, однозначно обнаруживалось пространственное квантование. Возникает серьезная трудность в истолковании результатов этих опытов. Эта трудность, как и многие другие, о которых еще пойдет речь впереди, была преодолена, когда в 1925 г. С. Гаудсмит и Дж. Уленбек ввели представление о наличии у электрона *собственного механического момента импульса* $\mathbf{L}_s$, называемого *спином электрона*. Механическому собственному моменту импульса соответствует собственный магнитный момент $\mathbf{p}_{ms}$. Из опытов Штерна и Герлаха следовало, что проекция собственного магнитного момента электрона на направление внешнего поля численно равна магнетону Бора (см. § 42.10):

$$p_{msz} = \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}. \quad (72.12)$$

3. Опыты Штерна и Герлаха, проведенные с атомами первой группы элементов периодической системы, получили простое объяснение после введения спина. В опытах наблюдалось пространственное квантование *спинового момента импульса* $\mathbf{L}_s$. Подобно орбитальному моменту импульса $\mathbf{L}_l$, спиновый момент (или, короче, спин) $\mathbf{L}_s$ и его проекция L_{sz} на ось, совпадающую с направлением внешнего магнитного поля, должны быть *квантованы*. В квантовой механике доказывается, что спин электрона должен быть квантован по закону

$$L_s = \sqrt{s(s+1)} \hbar. \quad (72.13)$$

Формула (72.13) аналогична формуле (72.6), но вместо l в нее входит квантовое число s , называемое *спиновым квантовым числом*. Аналогия между орбитальным и спиновым моментами импульса на этом не заканчивается. Проекция L_{sz} спина должна быть, как оказывается, квантована так, чтобы вектор $\mathbf{L}_s$ мог принимать $(2s + 1)$ ориентаций. Учтем теперь, что в опытах Штерна и Герлаха наблюдались только *две* ориентации спина, так что $2s + 1 = 2$, т. е. $s = 1/2$. Спиновое квантовое число имеет только одно значение и этим отличается от ранее введенных главного (n), орбитального (l) и магнитного (m) квантовых чисел. Кроме того,

¹⁾ Орбитальные моменты импульсов всех электронов, расположенных на внутренних оболочках атомов (см. § 73.2), компенсируют друг друга.

число s не является целым числом. По формуле (72.13) можно найти числовое значение спина электрона:

$$L_s = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 \right)} \hbar = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar. \quad (72.13')$$

4. Если, по аналогии с пространственным квантованием орбитального момента импульса L_l , написать формулу пространственного квантования спина L_s , то будем иметь

$$L_{sz} = m_s \hbar,$$

где *магнитное спиновое квантовое число* m_s может иметь только два значения: $m_s \pm 1/2$, в соответствии с тем, что проекция спина на направление магнитного поля может принимать два значения:

$$L_{sz} = \pm \frac{\hbar}{2}. \quad (72.13'')$$

Часто говорят, что спин электрона равен $\pm \hbar/2$ и может быть ориентирован либо вдоль, либо противоположно направлению напряженности магнитного поля. В действительности при этом имеют в виду не сам спин, определяемый по формуле (72.13'), а его проекцию L_{sz} . На в дальнейшем часто придется говорить о спине электрона, и мы будем пользоваться общепринятой терминологией, имея в виду ее некоторую неточность.

Формулу (72.12) тоже иногда истолковывают так, что магнитный спиновый момент электрона равен магнетону Бора. Это тоже неточность — при этом имеют в виду абсолютную величину проекции магнитного спинового момента на направление магнитного поля.

5. Воспользуемся результатами опыта Штерна и Герлаха, выраженными в формуле (72.12), и пространственным квантованием спина, коротко записанным в формуле (72.13''), и вычислим отношение p_{msz} к L_{sz} :

$$\frac{p_{msz}}{L_{sz}} = \frac{e}{m_e} = g_s. \quad (72.14)$$

Отношение проекций векторов равно отношению числовых значений самих векторов p_{ms} и L_s :

$$\frac{p_{ms}}{L_s} = \frac{e}{m_e} = g_s. \quad (72.14')$$

Отношение $g_s = e/m_e$ называется *спиновым гиромагнитным отношением*. Сравнение (72.14') с (72.9) показывает, что спиновое гиромагнитное отношение вдвое больше, чем орбитальное гиро-

магнитное отношение. В опытах Эйнштейна и де Гааза было измерено спиновое гиромангнитное отношение для ферромагнетиков (см. § 42.9). Это позволило понять спиновую природу внутреннего магнитного поля в ферромагнетиках и создать современную квантовомеханическую теорию ферромагнетизма.

6. Для наглядного представления о спине электрона часто говорят, что собственные моменты электрона — механический L_s и магнитный p_s — связаны с вращением электрона вокруг своей оси. Иногда даже подчеркивается, что такое вращение углубляет аналогию строения атома с Солнечной системой, где планеты не только обращаются вокруг Солнца, но и вращаются вокруг своих осей. Наглядное представление о спине как о собственном вращении приводит, однако, к серьезным трудностям.

Представим себе, что электрон — шарик с радиусом r , заряженный по поверхности зарядом e (в § 81.8 мы подробнее обсудим вопрос о структуре элементарных частиц). Радиус r легко подсчитать из условия, что потенциальная энергия заряженного шарика $e^2/(4\pi\epsilon_0 r)$ представляет собой его релятивистскую энергию покоя $m_e c^2$ (см. § 18.8 и 16.1):

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = m_e c^2, \quad \text{отсюда} \quad r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} = 2,8 \cdot 10^{-15} \text{ м},$$

если подставить числовые значения всех постоянных.

Предположим теперь, что электрон — шарик с таким «классическим радиусом» — вращается вокруг своей оси и обладает моментом импульса L_s , равным $\hbar/2$. Найдем линейную скорость v , с которой должны при этом двигаться точки на окружности диаметрального сечения шарика. Имеем следующее условие:

$$L_s = \hbar/2 = J\omega,$$

где $J\omega$ — момент импульса электрона-шарика, $J = (2/5) m_e r^2$ — его момент инерции. Заменяя $\omega = v/r$, найдем $v = 5\hbar/(4m_e r)$. Если подставить в эту формулу значения $\hbar$, m_e и r , то получим, что $v > c$. Полученный результат находится в очевидном противоречии с основным положением специальной теории относительности о невозможности скоростей движения, превышающих c (см. § 12.5).

Таким образом, модельное представление о спине («веретене»), при всей его наглядности, неудовлетворительно и привыкать к нему не следует. Спин частиц, в частности электрона, представляет собой особое свойство частиц, такое же, как их масса и электрический заряд.

§ 72.6. Тонкая структура спектральных линий

1. Спином электрона объясняется явление *тонкого расщепления спектральных линий*. Излучающие атомы дают линейчатые спектры, состоящие из отдельных спектральных линий. Примером линейчатого спектра является спектр атома водорода, подробно рассмотренный в § 71.3. Более тщательное изучение спектральных линий атомов показало, что обнаруживается тонкая структура спектральных линий. Известно, например, что атом натрия дает в спектре яркую желтую линию. Применение современных спектральных приборов показало, что эта *D*-линия натрия является в действительности *двойной* и состоит из двух спектральных линий с длинами волн 589, 00 нм и 589, 59 нм. Расщепление в *D*-линии составляет примерно 0, 6 нм и легко обнаруживается.

2. Расщепление спектральных линий объясняется тем, что происходит расщепление энергетических уровней электрона в возбужденных состояниях. Тонкая структура спектральных линий, их расщепление, связано с тонкой структурой, расщеплением возбужденных энергетических уровней электрона в атоме.

Рассмотрим на примере атома с одним внешним, оптическим электроном ¹⁾, как спин электрона влияет на его энергию. Благодаря спиновому магнитному моменту p_{ms} электрон ведет себя как «магнитный диполь», помещенный в магнитное поле, создаваемое движением этого же электрона по орбите. Поведение такого диполя в магнитном поле было рассмотрено в § 41.10. Известно, что во внешнем поле диполь приобретает дополнительную энергию. Взаимодействие магнитного спинового момента с орбитальным магнитным моментом называется в атомной физике *спин-орбитальным взаимодействием*. Благодаря этому взаимодействию изменяется энергия электрона и происходит расщепление его возбужденных энергетических уровней.

В зависимости от ориентации спина вдоль или противоположно направлению магнитного поля, создаваемого орбитальным движением электрона, дополнительная энергия, приобретаемая электроном за счет спина, может быть либо меньше, либо больше той энергии, которой обладал электрон за счет чисто орбитального движения.

¹⁾ Электронные спектры атомов объясняются изменением состояний внешних, валентных электронов атомов. Электроны, расположенные на внутренних оболочках атомов (см. § 73.2), не влияют на электронные спектры атомов.

На рис. 72.5а показано расположение основного и возбужденного энергетических уровней электрона без учета спина. На рис. 72.5б показано, что в результате спин-орбитального взаимодействия происходит расщепление энергетического уровня электрона на два. Один из них, с меньшей энергией, соответствует спину, ориентированному вдоль поля. Другой, с большей энергией, — спину, ориентированному противоположно направлению поля. Раздвоенные энергетические уровни называются *дублетными*.

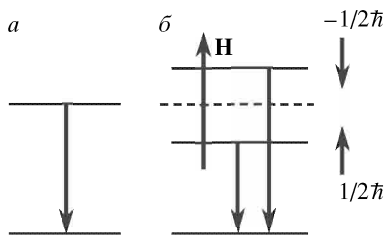


Рис. 72.5

Переходу электрона с расщепленного, дублетного энергетического уровня в основное состояние соответствует спектральная линия, расщепленная на две составляющие.

3. В заключение обратим внимание на один очень важный результат: с учетом спина электрона состояние электрона в атоме характеризуется набором четырех квантовых чисел: главного n , орбитального l , магнитного m и магнитного спинового m_s (или, просто, спинового числа s).

§ 72.7. Квантовомеханический смысл постулатов Бора

1. В § 71.4 мы рассмотрели на основе постулатов Бора излучение спектральных линий атомом, находящимся в возбужденном состоянии, а также поглощение света, который падает на атомы. Квантовая механика объяснила, в полном согласии с опытом, процессы излучения и поглощения света и вскрыла смысл постулатов Бора. Мы рассмотрим лишь некоторые результаты, которые получены в квантовой механике. Вывод их далеко выходит за рамки этой книги.

2. Рассмотрим электрон в атоме водорода (или ионе с одним электроном)¹⁾, находящийся в некотором энергетическом

¹⁾ Ограничение водородоподобной системой не умаляет общности тех результатов, которые получены в квантовой механике, и проводится лишь для простоты сопоставления с теорией Бора, справедливой только для водородоподобных систем.

состоянии. Пусть n — главное квантовое число, характеризующее это состояние и определяющее энергию электрона $\mathcal{E}_n$. Как известно (см. § 70.1), в квантовой механике состояние электрона однозначно определяется заданием волновой функции. Пусть $\psi_n(x, y, z, t)$ — волновая функция электрона в состоянии с энергией $\mathcal{E}_n$. По смыслу волновой функции, вероятность нахождения электрона в некотором объеме ΔV атома выразится как $|\psi_n|^2 \Delta V$. Важнейший результат, полученный в квантовой механике, заключается в том, что если электрон находится в энергетическом состоянии, характеризуемом главным квантовым числом n , то *вероятность местоположения электрона в атоме не зависит от времени, не изменяется с течением времени*. С классической точки зрения электрон в таком состоянии не будет совершать колебаний в атоме и излучать энергию. Его энергия $\mathcal{E}_n$ не будет изменяться. Состояние электрона, характеризуемое определенной энергией $\mathcal{E}_n$, является *стационарным*, не изменяющимся с течением времени. Это есть не что иное, как первый постулат Бора о наличии у атома стационарных состояний, находясь в которых атомы не излучают света.

3. Как показано выше (см. § 71.4), правило квантования орбит Бора также получило простое квантовомеханическое обоснование. В квантовой механике получил свое объяснение и второй постулат Бора (правило частот). Если стационарное состояние атома под влиянием внешних воздействий изменяется и электрон переходит из состояния n в состояние m , то вероятность нахождения электрона в некотором объеме ΔV внутри атома не может быть определена как $|\psi_n|^2 \Delta V$. Если происходит квантовый переход между состояниями n и m , то электрон как бы часть времени находится в состоянии n , а часть времени — в состоянии m . По аналогии с тем, что было сказано в п. 2 этого параграфа, вероятность найти электрон в объеме ΔV будет в этом случае определяться выражением $\psi_n \psi_m \Delta V$. В квантовой механике *доказывается*, что при этом электрон в атоме обладает дипольным электрическим моментом, который периодически изменяется с течением времени, а это, как показано в § 59.5, сопровождается излучением электромагнитной волны. Частота изменения дипольного момента ω *совпадает* с частотой, излучаемой при переходе электрона из состояния n в состояние m , и равна

$$\omega = \frac{\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_m}{\hbar}$$

в соответствии со вторым постулатом Бора.

Таким образом, все постулаты Бора получили в квантовой механике свое теоретическое объяснение. Этот важный результат показывает, что теория Бора была лишь определенным этапом на пути создания современной теории атомов, молекул и их коллективов. Значение теории Бора огромно, но нужно ясно понимать, что последовательной теорией строения и свойств частиц в микромире явилась лишь современная квантовая механика. В этом, как мы надеемся, читателя убедит все дальнейшее содержание этой книги.

§ 72.8. Спонтанное (самопроизвольное) излучение света

1. Любое стационарное состояние атома, согласно квантовой механике, должно сохраняться как угодно долго, если нет внешних причин, вызывающих изменение энергии атома. Опыт, однако, показывает, что атом, находящийся в возбужденном энергетическом состоянии, *сам собой* переходит в нормальное, невозбужденное состояние, излучая свет. Такое излучение, происходящее при отсутствии внешних причин, изменяющих энергию атома, называется *самопроизвольным* или *спонтанным излучением*. Объяснение спонтанных переходов атома с высших энергетических состояний в низшие потребовало дальнейшего развития квантовой механики и было получено в *квантовой электродинамике*, в которой рассматриваются с общей точки зрения квантование электромагнитного поля, законы его возникновения и исчезновения.

Мы не можем здесь, даже в самых общих чертах, познакомить читателя с последовательной теорией излучения и поглощения света, развитой впервые П. Дираком в 1927 г.

2. В 1916 г., задолго до создания квантовой механики и квантовой электродинамики, Эйнштейн создал теорию излучения, основанную на применении законов сохранения при взаимодействии атомов и молекул с электромагнитным полем. Рассмотрим некоторые вопросы из теории спонтанного излучения Эйнштейна.

Если атом в некоторый момент t находится в энергетическом состоянии n и обладает энергией $\mathcal{E}_n$, то в результате некоторых воздействий, механизм которых не может быть элементарно прослежен, атом может самопроизвольно перейти в некоторое состояние m , в котором он имеет *меньшую* энергию $\mathcal{E}_m$. Обычно переход происходит в нормальное, невозбужденное состояние, где атом имеет наименьшую энергию. Самопроизвольный переход

из состояния n в состояние m может произойти с некоторой вероятностью, ибо атом может еще оставаться в состоянии n некоторое время. Эйнштейн ввел вероятность A_{nm} того, что в течение одной секунды атом переходит самопроизвольно из состояния n в состояние m . Величина A_{nm} называется *коэффициентом Эйнштейна для спонтанного излучения*. Если в момент времени t на энергетическом уровне n находится N_n атомов, то число dN_n атомов, перешедших за бесконечно малый промежуток времени dt на уровень m , будет пропорционально вероятности A_{nm} , числу атомов N_n на уровне n и промежутку времени dt :

$$-dN_n = A_{nm}N_n dt. \quad (72.15)$$

Знак минус в левой части (72.15) указывает на уменьшение числа атомов на уровне n в результате их спонтанного перехода на уровень m . Разделим в (72.15) переменные: $dN_n/N_n = -A_{nm}dt$. Интегрируя, имеем

$$\int_{N_{n0}}^{N_n} \frac{dN_n}{N_n} = -A_{nm} \int_0^t dt, \quad \text{или} \quad \ln \frac{N_n}{N_{n0}} = -A_{nm}t$$

(N_{n0} — первоначальное число атомов на уровне n в начальный момент времени $t = 0$). Потенцируя это выражение, получим закон убывания по времени числа атомов на возбужденном уровне n :

$$N_n = N_{n0} \exp(-A_{nm}t). \quad (72.16)$$

Каждый переход из состояния n в состояние m сопровождается излучением кванта света (фотона) с энергией $\hbar\omega_{nm}$, где ω_{nm} — циклическая частота спектральной линии, соответствующей переходу $n \rightarrow m$. Согласно правилу частот Бора,

$$\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_m = \hbar\omega_{nm}.$$

3. Кроме вероятности самопроизвольных переходов характеристикой спонтанного излучения является *средняя продолжительность τ_n жизни атома в возбужденном состоянии*, т. е. среднее время пребывания атома на возбужденном энергетическом уровне. Так называют время, в течение которого число атомов N_{n0} , первоначально находившихся на возбужденном уровне n , уменьшится в e раз:

$$N_n = N_{n0}/e.$$

Из (72.16) следует при $t = \tau_n$, что $N_{n0}/e = N_{n0} \exp(-A_{nm}\tau_n)$. Сокращая на N_{n0} , получим $e^{-1} = \exp(-A_{nm}\tau_n)$, окончательно $A_{nm}\tau_n = 1$, т. е.

$$\tau_n = \frac{1}{A_{nm}}. \quad (72.17)$$

Таким образом, вероятность самопроизвольных переходов, коэффициент Эйнштейна для спонтанного излучения, есть *величина, обратная среднему времени жизни атома в возбужденном состоянии*.

4. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии может быть измерено на опыте. Для этого используется соотношение (72.16), которое можно переписать иначе:

$$N_n = N_{n0}e^{-t/\tau_n}. \quad (72.18)$$

В одном из экспериментов, осуществленных Вином, изучалось свечение пучка возбужденных ионов водорода, движущихся в пространстве с высоким вакуумом. Условия эксперимента исключали возможность соударений между частицами и обмен энергиями между ними. Возбужденные ионы «высвечивались», т. е. переходили в нормальное, невозбужденное состояние, только за счет того, что время жизни частиц в возбужденном состоянии составляло τ_n . В опытах измерялось для отдельной спектральной линии убывание интенсивности вдоль движения пучка частиц, прошедших со скоростью v путь x , так что $t = x/v$. Величина τ_n определялась из формулы (72.17'). Логарифмируя (72.17'), легко получить

$$\tau_n = t \ln \frac{N_{n0}}{N_n} = t \ln \frac{J_0}{J} \quad 1).$$

Для линии водорода H_α ($\lambda = 656,2$ нм) τ_n получилось равным $1,5 \cdot 10^{-8}$ с, для линии ртути ($\lambda = 253,7$ нм) $\tau_n = 9,8 \cdot 10^{-8}$ с.

5. Порядок величины $\tau_n \approx 10^{-8}$ с является характерным для времени жизни атомов в возбужденном состоянии. По истечении этого времени атомы самопроизвольно (спонтанно) переходят обычно в нормальное энергетическое состояние. Конечное время жизни τ_n атома в возбужденном состоянии приводит к тому, что энергия $\mathcal{E}_n$ атома в возбужденном состоянии может быть определена лишь некоторой неопределенностью $\Delta\mathcal{E}_n$, вытекающей из

¹⁾ Можно показать, что отношение числа атомов N_{n0}/N_n равно отношению интенсивностей J_0/J .

соотношений неопределенностей Гайзенберга (см. (70.9)):

$$\Delta \mathcal{E}_n \geq \frac{\hbar}{\tau_n}.$$

Величина $\Delta \mathcal{E}_n = \Gamma_n$ называется *естественной шириной энергетического уровня* $\mathcal{E}_n$.

Все возбужденные уровни имеют отличную от нуля естественную ширину, связанную с тем, что τ_n имеет конечную величину ($\tau_n \approx 10^{-8}$ с). Только энергетический уровень, соответствующий нормальному, невозбужденному состоянию атома, является бесконечно узким, ибо на этом уровне атом может находиться как угодно долго при отсутствии внешних воздействий. Если τ_n стремится к бесконечности, то $\Delta \mathcal{E}_n$ стремится к нулю. Величины $\Delta \mathcal{E}_n$ и τ_n определяют так называемую *естественную ширину спектральной линии* $\Delta \omega_{nm}$, возникающую при переходе атома с уровня n на уровень m (см. § 61.4). Согласно правилу частот Бора

$$\Delta \omega_{nm} = \frac{\Delta \mathcal{E}_n}{\hbar} \geq \frac{1}{\tau_n}. \quad (72.19)$$

Соотношение (72.18) показывает, что *существование бесконечно узких спектральных линий невозможно*. Величине $\Delta \omega_{nm} \approx 10^8 \text{ с}^{-1}$ соответствует по шкале длин волн интервал $\Delta \lambda \approx 10^{-5} \text{ нм}$.

В оптике (см. § 61.4) было показано, что оборванность цуга волн, связанная с конечностью времени возбужденного состояния, приводит к принципиальной монохроматичности *любого* излучения. Как видно из этого параграфа, теория излучения Эйнштейна приводит к таким же результатам. Заметим, что последовательная квантовомеханическая теория излучения света приводит также к этим выводам.

§ 72.9. Вынужденное (индуцированное) излучение света

1. Если на вещество действует электромагнитное поле, то, согласно Эйнштейну, между атомами (или молекулами) вещества и полем происходит взаимодействие, подчиняющееся законам сохранения энергии и импульса. Как известно (§ 63.5), электрический диполь, находящийся в электромагнитном поле падающей на него световой волны, совершает вынужденные колебания.

В зависимости от соотношения фаз между собственными колебаниями диполя и колебаниями напряженности электрического поля в волне диполь может либо поглощать энергию поля, либо, наоборот, отдавать энергию полю в виде *вынужденного (индуцированного) излучения*. В этом последнем случае происходит так называемое *отрицательное поглощение света*, в отличие от обычного, положительного поглощения. Эйнштейн показал, что атом, находящийся в электромагнитном поле световой волны, обладает свойствами, аналогичными свойствам электрического диполя: в присутствии поля должно происходить вынужденное излучение атома. На языке квантовой механики это означает, что атом, находящийся на некотором возбужденном энергетическом уровне n , может *под действием поля* с некоторой вероятностью перейти в низшее энергетическое состояние m . Электромагнитное поле как бы «сваливает» атом с возбужденного уровня вниз.

Согласно Эйнштейну, возбужденный атом, находящийся на уровне n , может перейти на низший уровень m с испусканием кванта $h\nu$ либо спонтанно, либо вынужденно под действием поля.

2. Явление вынужденного излучения, предсказанное Эйнштейном в 1916 г., было экспериментально обнаружено В. А. Фабрикантом в 1939 г. Он установил, что в видимой части спектра в парах ртути, возбужденных при электрическом разряде, происходит отрицательное поглощение света. Свет усиливается, проходя через пары ртути в специальных условиях, когда на верхних возбужденных уровнях оказывается больше атомов ртути, чем на нижних, менее возбужденных. Тогда же в 1939–1940 гг. Фабрикант впервые сформулировал принцип усиления света при прохождении его через вещество, в котором возможно отрицательное поглощение света. В § 77.4 мы увидим, что явление вынужденного излучения нашло свое экспериментальное подтверждение и развитие в принципиально новых квантовых источниках и усилителях света.

3. Помимо переходов атомов с верхнего уровня n на нижний уровень m возможны процессы обратного перехода. Атом, находящийся на уровне m , в результате *поглощения* фотона с энергией $\hbar\omega = \mathcal{E}_n - \mathcal{E}_m$ может перейти в более высокое энергетическое состояние, на уровень n .

Пусть вещество и электромагнитное поле находятся в состоянии равновесия при некоторой постоянной температуре T . Это означает, что все характеристики вещества, в частности параметры состояния p , v и T , не изменяются и характеристики поля также остаются неизменными. Для того чтобы такое равновесие

осуществилось, необходимо, чтобы было равновесие между процессами испускания и поглощения света, т. е. равенство полного числа актов испускания света числу актов его поглощения. Подобное равновесие устанавливается в замкнутой полости, температура стенок которой поддерживается постоянной (см. § 67.1). Атомы стенок полости излучают и поглощают свет таким образом, что осуществляется условие равновесия. Эйнштейн показал, что условие равновесия и закон сохранения энергии для излучения и поглощения электромагнитных волн атомами стенки в случае абсолютно черного тела приводят к формуле Планка (67.5).

4. Идея вывода этой формулы состоит в следующем. Пусть абсолютно черное тело есть система с двумя энергетическими уровнями $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$; число атомов на каждом из уровней — соответственно N_1 и N_2 . Примем, что система находится в термодинамическом равновесии.

Излучение энергии происходит за счет двух процессов: самопроизвольных и вынужденных переходов атомов с верхнего энергетического уровня на нижний. Число атомов, участвующих в самопроизвольном излучении в течение времени dt , пропорционально числу атомов на верхнем уровне (см. (72.15)):

$$-dN_{\text{сам}}^{\text{изл}} = AN_2 dt.$$

Число атомов, участвующих в вынужденном излучении, пропорционально как числу атомов на верхнем уровне, так и концентрации фотонов в полости абсолютно черного излучателя:

$$dN_{\text{вын}}^{\text{изл}} = BN_2 n_\gamma dt.$$

Поглощение энергии происходит при переходах атомов с нижнего уровня на верхний. Число атомов, поглощающих энергию, пропорционально числу атомов на нижнем уровне и концентрации фотонов:

$$-dN^{\text{погл}} = BN_1 n_\gamma dt.$$

Условием термодинамического равновесия является баланс энергии в процессах излучения и поглощения, для чего необходимо, чтобы выполнялось равенство

$$dN^{\text{погл}} = dN_{\text{вын}}^{\text{изл}} + dN_{\text{сам}}^{\text{изл}}, \quad \text{или} \quad BN_1 n_\gamma = BN_2 n_\gamma + AN_2.$$

Учитывая больцмановское распределение атомов по энергетическим уровням $N_1 = N_0 e^{-\mathcal{E}_1/kT}$ и $N_2 = N_0 e^{-\mathcal{E}_2/kT}$ (см. § 26.11), получим

$$BN_0 n_\gamma e^{-\mathcal{E}_1/kT} = BN_0 n_\gamma e^{-\mathcal{E}_2/kT} + AN_0 e^{-\mathcal{E}_2/kT},$$

откуда можно найти концентрацию фотонов:

$$n_\gamma = \frac{A}{B} \frac{1}{e^{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/kT} - 1} = \frac{A}{B} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (72.20)$$

Плотность энергии электромагнитного поля излучения равна произведению концентрации фотонов на энергию фотона:

$$\langle w \rangle = n_\gamma h\nu = \frac{A}{B} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (72.21)$$

Излучательная способность абсолютно черного тела пропорциональна плотности энергии электромагнитного поля излучения в полости, что соответствует формуле Планка. Эйнштейн показал, что коэффициент пропорциональности в точности совпадает с множителем перед дробью в выражении (67.5).

Глава 73

МНОГОЭЛЕКТРОННЫЕ АТОМЫ

§ 73.1. Принцип Паули

1. В предыдущей главе показано, что в результате спонтанных и вынужденных переходов с излучением атомы вещества переходят в нормальное или менее возбужденное энергетические состояния. Для атомов с одним электроном это означает, что электрон в таких атомах всегда стремится перейти в нормальное, невозбужденное состояние, в котором он будет обладать наименьшей энергией. Очевидно, что эти выводы должны сохраниться и в случае атомов со многими электронами. В результате квантовых переходов все электроны многоэлектронного атома должны стремиться перейти в энергетически наиболее устойчивое состояние, т. е. занять наинизший из всех возможных энергетических уровней. Казалось бы, что все электроны атома должны «собраться» на одном самом низком энергетическом уровне.

2. В 1925 г. В. Паули установил квантовомеханический закон, называемый *принципом Паули* или *принципом исключения*. Принцип Паули запрещает «скопление» электронов на самом низком энергетическом уровне. Простейшая современная формулировка принципа Паули состоит в следующем: *в любой системе,*

содержащей множество электронов, в стационарном состоянии, определяемом набором четырех квантовых чисел: главного n , орбитального l , магнитного m и спинового m_s , не может быть более одного электрона.

Обоснование принципа Паули связано с важным положением квантовой механики о неразличимости тождественных частиц в микромире. Например, все электроны в атомах, молекулах или кристаллах твердых тел нельзя отличить друг от друга — у них одинаковые заряды, массы и абсолютная величина спинов. Обмен местами двух электронов в атоме не может изменить его состояния. Неразличимость тождественных частиц приводит к важным следствиям, одним из которых является принцип Паули. Мы не можем подробно рассмотреть вопрос о связи неразличимости тождественных частиц с принципом Паули. Но нам придется еще обращаться к тому, что электроны в атомах и других системах неразличимы (см. § 74.3). Как доказывается в квантовой механике, принципу Паули подчиняются помимо электронов и другие частицы, спин которых равен $\hbar/2$.

3. Для системы электронов в атоме принцип Паули можно записать следующим образом:

$$Z_1(n, l, m, m_s) = 0 \text{ или } 1, \quad (73.1)$$

где $Z_1(n, l, m, m_s)$ есть число электронов, находящихся в состоянии, описываемом набором четырех квантовых чисел n, l, m и m_s .

Воспользуемся принципом Паули для того, чтобы найти максимальное число электронов в атоме, имеющих соответственно заданные значения трех квантовых чисел (n, l, m) , двух квантовых чисел (n, l) и, наконец, одного главного квантового числа n .

4. Найдем максимальное число $Z_2(n, l, m)$ электронов, находящихся в состояниях, определяемых набором трех квантовых чисел n, l и m . В таких состояниях электроны могут отличаться лишь ориентацией своих спинов. Поскольку квантовое число m_s может принимать лишь два значения, $1/2$ и $-1/2$ (см. § 72.5), можно сразу написать

$$Z_2(n, l, m) = 2. \quad (73.2)$$

Вычислим теперь максимальное число электронов $Z_3(n, l)$, находящихся в состояниях, определяемых двумя квантовыми числами: главным n и орбитальным l , т.е. отличающихся возможным набором значений магнитного квантового числа m . Как известно (см. § 72.4), магнитное квантовое число может принимать $(2l + 1)$ значений. Поэтому максимальное число $Z_3(n, l)$

электронов выразится так:

$$Z_3(n, l) = 2(2l + 1). \quad (73.3)$$

Значения $Z_3(n, l)$ для разных l приведены в табл. 73.1.

Таблица 73.1

Значения орбитального квантового числа l	0	1	2	3	4
Символическое обозначение соответствующего состояния электронов	s	p	d	f	g
Максимальное число электронов	2	6	10	14	18

Подсчитаем, наконец, воспользовавшись принципом Паули, максимальное число $Z(n)$ электронов, находящихся в состояниях, определяемых значением главного квантового числа n . Как известно (см. § 72.2), орбитальное квантовое число l при заданном n изменяется от 0 до $n - 1$. Поэтому число $Z(n)$ мы получим, если просуммируем выражение (73.3) по l от 0 до $n - 1$:

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{l=n-1} Z_3(n, l) = \sum_{l=0}^{l=n-1} 2(2l + 1) = [2(n - 1) + 2]n = 2n^2. \quad (73.4)$$

Предлагаем читателю самостоятельно провести суммирование и получить этот результат, учитывая, что это сумма членов арифметической прогрессии с разностью 4.

5. Электроны в атоме, занимающие совокупность состояний с *одинаковыми* значениями главного квантового числа n , образуют *электронный слой*. В зависимости от значений n различают следующие электронные слои: K -слой при $n = 1$, L — при $n = 2$, M — при $n = 3$, N — при $n = 4$, O — при $n = 5$ и т. д. Из формулы (73.4) следует, что максимальное число электронов, которые могут находиться в слое, равно: в K -слое — 2 электрона, в слоях L , M , N и O — соответственно 8, 18, 32 и 50 электронов.

В каждом из слоев электроны распределяются по *оболочкам*. Оболочка соответствует определенному значению орбитального квантового числа l . В табл. 73.2 приведены максимальные числа электронов, находящихся в данном электронном слое и обладающих данными значениями орбитального квантового числа, т. е. расположенных в различных оболочках.

Принцип Паули сыграл выдающуюся роль в развитии современной атомной и ядерной физики. Так, например, без него было бы невозможно создание современной теории твердых тел (см.

главы 75, 76). На основе принципа Паули получила свое обоснование периодическая система химических элементов Менделеева.

Таблица 73.2

n	Электронный слой	Число электронов в состояниях					Максимальное число электронов
		s ($l = 0$)	p ($l = 1$)	d ($l = 2$)	f ($l = 3$)	g ($l = 4$)	
1	K	2	—	—	—	—	2
2	L	2	6	—	—	—	18
3	M	2	6	10	—	—	18
4	N	2	6	10	14	—	32
5	O	2	6	10	14	18	50

§ 73.2. Периодическая система элементов Менделеева

1. В 1869 г. Д. И. Менделеев открыл периодический закон изменения химических и физических свойств элементов в зависимости от их атомной массы. Выяснилось, что если расположить все химические элементы в порядке возрастания их атомных масс, то обнаруживается сходство физико-химических свойств элементов. Через промежутки, называемые *периодами*, элементы, расположенные в одном вертикальном ряду — *группе* элементов, — обнаруживают повторяемость физических и химических свойств. Во времена Менделеева были известны 64 химических элемента. Расположив их в таблицу, отражающую периодические изменения химических свойств, Менделеев в нескольких случаях должен был отступить от принципа связи периодичности с возрастанием атомной массы.

2. Оказалось, что при этом часть клеток периодической системы осталась свободной, так как соответствующие им элементы тогда еще не были открыты. Менделееву удалось на основании своей системы предсказать существование ряда новых химических элементов (галлий, скандий, германий и др.) и описать их химические свойства.

В дальнейшем все эти элементы были открыты, и предсказания Менделеева полностью подтвердились. Ему удалось также внести уточнения в значения атомных масс и химические свойства некоторых элементов. Так, атомные массы бериллия, титана, цезия и урана, вычисленные на основе закона Менделеева,

оказались правильными, а данные о них, известные ранее, — ошибочными. Это явилось триумфом периодической системы Менделеева. Являясь одним из важнейших законов естествознания, периодический закон Менделеева составляет основу современной химии, атомной и ядерной физики.

3. Физический смысл порядкового номера Z элемента в периодической системе Менделеева был выяснен в ядерной модели атома Резерфорда (см. § 71.1). Порядковый номер Z совпадает с числом протонов — положительных элементарных зарядов в ядре (см. § 78.3). Число их закономерно возрастает на единицу при переходе от предыдущего химического элемента к последующему.

4. Химические свойства элементов, их оптические и некоторые другие физические свойства объясняются поведением внешних электронов, называемых *валентными* или *оптическими* электронами. Периодичность свойств химических элементов связана с периодичностью в расположении валентных электронов атомов различных элементов.

5. Объяснение строения периодической системы элементов, теоретическое истолкование периодического закона Менделеева было дано в квантовой теории Бором в 1922 г., еще до появления квантовой механики. Последовательная теория периодической системы основывается на следующих положениях:

а) общее число электронов в атоме данного химического элемента равно порядковому номеру Z этого элемента;

б) состояние электрона в атоме определяется набором его четырех квантовых чисел: n , l , m и m_s ;

в) распределение электронов в атоме по энергетическим состояниям должно удовлетворять принципу минимума потенциальной энергии: с возрастанием числа электронов каждый следующий электрон должен занять возможное энергетическое состояние с наименьшей энергией;

г) заполнение электронами энергетических уровней в атоме должно происходить в соответствии с принципом Паули ¹⁾.

6. Порядок заполнения электронами состояний в различных слоях, а в пределах одного слоя в оболочках должен соответствовать последовательности расположения энергетических уровней с различными значениями квантовых чисел n и l . Сначала заполняются состояния с наименьшей возможной энергией, а затем состояния со все более высокой энергией. Для многих атомов

¹⁾ Бор создал основы теории периодической системы Менделеева еще до появления принципа Паули.

этот порядок соответствует тому, что сначала заполняются слои с меньшим n , а затем электронами должен заполняться следующий слой. В пределах одного слоя сначала заполняются состояния с $l = 0$, а затем состояния с большими l , вплоть до $l = n - 1$. Система элементов, построенная на таких основах, должна иметь структуру и число элементов в одном периоде (длину периода), соответствующие табл. 73.2. Реальная периодическая система элементов Менделеева отличается от идеальной системы.

7. Различие между табл. 73.2 и заполнением уровней в реальной периодической системе связано с тем, что каждый электрон атома находится в электрическом поле положительно заряженного ядра и в поле всех остальных электронов, взаимодействующих с ядром и между собой. Задача об отыскании энергетического состояния электрона, движущегося в столь сложном поле, не может быть решена строго даже в квантовой механике.

Для того чтобы разобраться в распределении электронов в атоме по энергетическим состояниям, атом каждого последующего элемента можно приближенно представить себе образованным из атома предыдущего элемента путем прибавления к его ядру одного протона (и необходимого числа нейтронов, см. § 80.3) и одного электрона, находящегося на периферии атома. При этом, согласно Бору, распределение электронов по состояниям, имеющиеся в атоме данного элемента, должно соблюдаться и в атоме следующего элемента. Однако взаимодействия между электронами в атоме приводят к нарушению этого. Оказывается, что в результате взаимодействия между электронами для больших главных квантовых чисел n состояния с большим n и меньшим l могут иметь меньшую энергию, т. е. быть энергетически более выгодными, чем состояния с меньшим n , но с большим l . В этом состоит причина отступлений в заполнении состояний реальной периодической системы элементов от заполнения, соответствующего табл. 73.2.

8. Рассмотрим подробнее последовательность заполнения электронами состояний нескольких первых слоев атомов химических элементов, находящихся в основном, невозбужденном состоянии. В атомной физике принято обозначать электронное состояние в атоме символом nl , указывающим значения двух квантовых чисел.

В атоме водорода ($Z = 1$) единственный его электрон находится в состоянии $1s$, характеризуемом квантовыми числами $n = 1, l = 0, m = 0$. Проекция его спина на направление внешнего поля определяются спиновыми квантовыми числами $m_s = \pm 1/2$. В атоме гелия ($Z = 2$) его второй электрон также может находиться в состоянии $1s$, т. е. иметь такие же квантовые числа: $n = 1, l = 0, m = 0$, но спин второго

электрона должен быть ориентирован противоположно спине первого (для одного из них $m_s = 1/2$, для другого $m_s = -1/2$ или наоборот). Группа состояний с $n = 1$, $l = 0$, $m = 0$ и $m_s = \pm 1/2$ образует заполненный K -слой атома, соответствующий завершению первого периода периодической системы Менделеева.

Следующий за гелием элемент — литий ($Z = 3$) — содержит три электрона. По принципу Паули, третий электрон атома лития уже не может разместиться в целиком заполненном K -слое и занимает наименьшее состояние в слое с $n = 2$ (L -слое). Таким состоянием является состояние $2s$ (квантовые числа $n = 2$, $l = 0$, $m = 0$). Литием начинается второй период периодической системы. Четвертый электрон бериллия ($Z = 4$) занимает также состояние $2s$, а пятый электрон бора ($Z = 5$) должен занять энергетически более высокое состояние $2p$ ($n = 2$, $l = 1$). Вплоть до неона ($Z = 10$) электроны у всех атомов размещаются в подслое с $l = 1$ при $n = 2$. У неона таких электронов 6, т. е. максимальное число для этого состояния. L -слой неона оказывается полностью заполненным, и на этом элементе завершается второй период периодической системы Менделеева.

Одиннадцатый электрон натрия ($Z = 11$) размещается уже в M -слое ($n = 3$), занимая низшее состояние $3s$. Этот слой последовательно застраивается вплоть до аргона ($Z = 18$). У аргона все состояния $3p$ -подслоя оказываются занятыми, и аргоном завершается третий период периодической системы.

9. Девятнадцатый электрон калия ($Z = 19$) должен был бы занять состояние $3d$ в M -слое ($n = 3$, $l = 2$). Однако химические и оптические свойства калия аналогичны свойствам лития и натрия, у которых валентный электрон находится в s -состоянии. Поэтому и у калия его валентный девятнадцатый электрон должен находиться в s -состоянии. Он занимает это состояние в следующем N -слое ($n = 4$) — состояние $4s$. Начиная с калия, при незаполненной подгруппе $3d$ M -слоя начинается застройка N -слоя. Причина этого заключается в том, что вследствие взаимодействия между электронами энергия $\mathcal{E}_{4,0}$ электрона в состоянии $4s$ меньше, чем энергия $\mathcal{E}_{3,2}$, которую он имел бы в состоянии $3d$ ¹⁾. Химические и оптические свойства кальция ($Z = 20$) показывают, что его двадцатый электрон размещается в состоянии $4s$ N -слоя. Начиная со скандия ($Z = 21$), возобновляется нормальное заполнение $3d$ -подслоя, которое заканчивается у меди ($Z = 29$). Далее до криптона ($Z = 36$) происходит нормальное заполнение N -слоя. Криптоном завершается четвертый период периодической системы.

10. В 1969 г. во всем мире торжественно отмечалось столетие создания периодической системы Менделеева. Теоретическое ее объяснение

¹⁾ Здесь мы использовали важный результат квантовой механики о том, что энергия электрона в атоме зависит, вообще говоря, не только от главного, но и от орбитального квантового числа. Лишь для водорода энергия зависит только от главного квантового числа (см. (71.12)).

явилось величайшим достижением современной физики. Оно оказалось возможным лишь на основе квантовой механики.

11. Особой группой элементов являются так называемые актиниды. Эта группа элементов начинается с актиния ($Z = 89$) и простирается до элемента с атомным номером $Z = 103$. Группа актинидов содержит заурановые химические элементы: нептуний ($Z = 93$), плутоний ($Z = 94$), америций ($Z = 95$), кюрий ($Z = 96$) и др. В честь Эйнштейна и Ферми два элемента этой группы названы эйнштейнием ($Z = 99$) и фермием ($Z = 100$). Сто первый элемент назван менделевием в честь создателя периодической системы Д. И. Менделеева. Все актиниды отличаются заполнением подслоя $5f$, а их внешние электроны находятся в состоянии, аналогичном состояниям электронов в лантанидах.

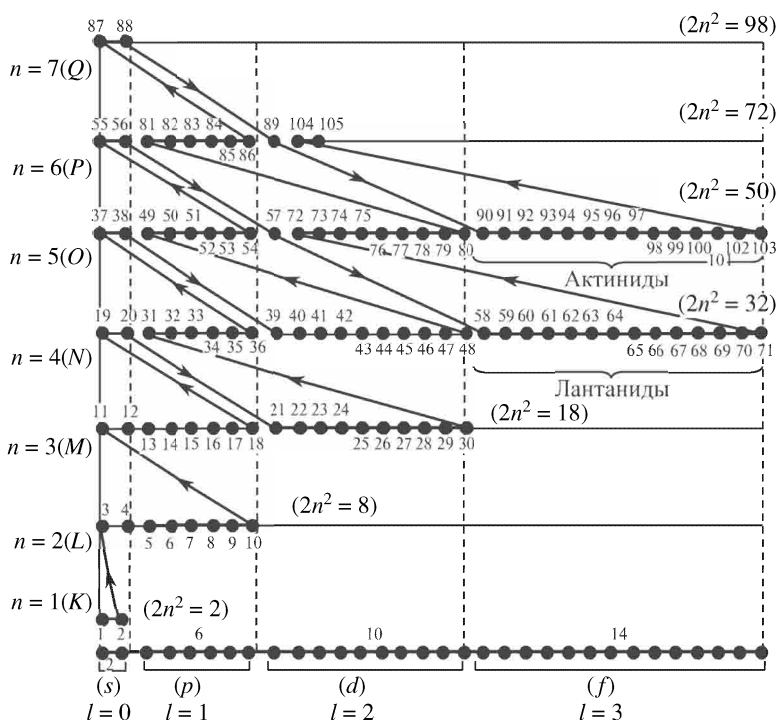


Рис. 73.1

Элемент с номером $Z = 104$ открыт в 1964 г. в Объединенном институте ядерных исследований в Дубне и назван курчатовием в честь выдающегося советского физика И. В. Курчатова. Два его изотопа обозначаются так: $^{260}_{104}\text{Ku}$ и $^{264}_{104}\text{Ku}$. Элемент с номером $Z = 105$ получен в 1970 г. в Дубне и в США и назван в честь Н. Бора нильсборием. Наиболее устойчивый изотоп $^{262}_{105}\text{Ns}$ (период полураспада 40 с).

На рис. 73.1. схематически представлен порядок заполнения энергетических уровней электронами в атомах. Химические элементы обозначены точками, и указаны их порядковые номера.

§ 73.3. Тормозное рентгеновское излучение

1. В исследованиях строения и свойств электронных слоев сложных атомов, при изучении строения молекул и особенно кристаллических решеток твердых тел огромную роль сыграло открытое в 1895 г. В. Рентгеном и названное в его честь *рентгеновское излучение*. Оно возникает при торможении веществом быстрых электронов в результате преобразования кинетической энергии этих электронов в энергию электромагнитного излучения. Рентгеновское излучение представляет собой электромагнитные волны с длиной волны в диапазоне от 0,001 до 80 нм. Напомним, что длина наиболее коротких волн из воспринимаемых глазом фиолетового излучения лежит вблизи 400 нм. Таким образом, рентгеновское излучение представляет собой весьма короткие электромагнитные волны, разумеется, невидимые глазом. Волновая электромагнитная природа рентгеновского излучения полностью доказывается опытами по их дифракции, рассмотренными в § 62.5.

2. Для получения рентгеновского излучения служат специальные электровакуумные приборы — рентгеновские трубки. Они состоят из вакуумированного стеклянного или металлического корпуса, в котором на определенном расстоянии друг от друга находятся катод и анод, включенные в цепь высокого напряжения. Катод служит источником электронов, анод (антикатод) — источником рентгеновского излучения ¹⁾. Между катодом и анодом создается сильное электрическое поле, разгоняющее электроны до энергий 10^4 – 10^5 эВ. В современных ускорителях (бетатронах и синхротронах) рентгеновское излучение возникает при торможении электронов с энергиями порядка 10^2 МэВ и более.

3. Для обнаружения невидимого глазу рентгеновского излучения используются различные его действия. Рентгеновское излучение обладает сильным фотохимическим действием, вызывает почернение фотопластинки. Оно обладает высокой способностью ионизовать газы, вызывает флуоресцентное свечение в люмино-

¹⁾ Кроме электронных рентгеновских трубок, существуют ионные трубки, в которых электроны выбиваются из катода бомбардировкой ионами разреженного газа, ускоренными электрическим полем.

форах (см. § 77.2). Для измерения интенсивности рентгеновского излучения используются главным образом их фотохимическое и ионизирующее действия. В специальных ионизационных камерах интенсивность рентгеновского излучения измеряется по силе тока насыщения, возникшего в результате ионизации газа, заключенного в камере (см. § 48.2). Сила этого тока пропорциональна интенсивности рентгеновского излучения. Методы обнаружения ионизирующих излучений мы рассмотрим в ядерной физике (см. § 79.8).

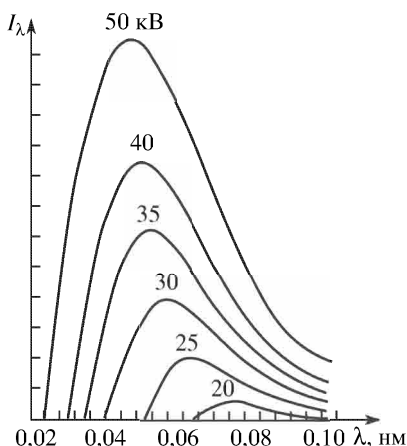


Рис. 73.2

4. Опыты показали, что существуют два типа рентгеновского излучения. Первый тип рентгеновского излучения называется *белым*. Оно характеризуется сплошным спектром, подобным спектру белого цвета, откуда и произошло название этого излучения. Белое рентгеновское излучение возникает при торможении быстрых электронов при их движении в веществе. Поэтому белое рентгеновское излучение называется также *тормозным*. Этот тип рентгеновского излучения испускается самими электронами, движущимися в веществе. Как известно (см. § 59.4), всякий ускоренно (или замедленно) движущийся заряд излучает электромагнитные волны с непрерывным спектром. Рентгеновский сплошной спектр ограничен со стороны *малых* длин волн некоторой наименьшей длиной волны $\lambda_{\min}$, называемой *границей сплошного спектра*. На рис. 73.2 изображены рентгеновские сплошные спектры для вольфрама при различной разности потенциалов между электродами рентгеновской трубки.

Граница $\lambda_{\min}$ не может быть объяснена с классической волновой точки зрения на природу рентгеновского излучения. Непрерывный спектр тормозного рентгеновского излучения согласно волновым представлениям не должен быть ограничен. Опыты показали, что граничная длина волны $\lambda_{\min}$ обратно пропорциональна кинетической энергии K электронов, вызывающих тормозное рентгеновское излучение. С квантовой точки зрения наличие $\lambda_{\min}$ получает простое объяснение. Очевидно, что максимальная энергия $h\nu_{\max}$ рентгеновского кванта, возникшего за счет энер-

гии электрона, не может превышать его энергии $K = e\varphi$, где φ — потенциал ускоряющего поля:

$$K = h\nu_{\text{макс}}. \quad (73.5)$$

Переходя в (73.5) от частоты к длине волны, получим

$$\lambda_{\text{мин}} = \frac{c}{\nu_{\text{макс}}} = \frac{ch}{K} = \frac{ch}{e\varphi}. \quad (73.6)$$

Формула (73.6) прекрасно согласуется с опытными данными; она явилась в свое время одним из наиболее точных методов экспериментального определения постоянной Планка h .

Соотношение (73.5) совпадает с уравнением Эйнштейна (68.3') для фотоэффекта (см. § 68.3), если в нем пренебречь работой выхода электрона из металла. Если фотоэффект вызывается рентгеновским излучением, то в уравнении (68.3') работа выхода электрона из металла A_0 много меньше энергии кванта $h\nu$, и ею можно пренебречь. Фотоэффект и возникновение тормозного рентгеновского излучения — взаимно обратные явления: прочтенное справа налево уравнение (73.5) дает кинетическую энергию электрона при фотоэффекте; прочтенное слева направо, оно указывает на существование граничной частоты (или длины волны) при полном преобразовании энергии тормозящегося электрона в энергию рентгеновского кванта.

§ 73.4. Характеристическое рентгеновское излучение

1. Вторым типом рентгеновского излучения является *характеристическое рентгеновское излучение*. Такое название оно получило потому, что это излучение характеризует вещество антикатада (анода) рентгеновской трубки. Характеристическое рентгеновское излучение имеет линейчатые спектры. Особенность этих спектров состоит в том, что атомы каждого химического элемента, независимо от того, в каких химических соединениях они находятся, имеют свой, вполне определенный линейчатый спектр характеристического рентгеновского излучения. Этим рентгеновские характеристические спектры атомов существенно отличаются от оптических электронных спектров тех же атомов. Оптические спектры атомов зависят от того, находятся ли атомы в свободном состоянии или в химических соединениях.

На рис. 73.3 изображен характеристический спектр, возникающий при бомбардировке родиевого анода (антикатода), пучком электронов, ускоренных электрическим полем 40 кВ. Показаны длины волн характеристического спектра в пикометрах: $1 \text{ пм} = 10^{-12} \text{ м}$.

2. Нетрудно понять причину изменения оптических спектров в различных химических соединениях атомов. Оптические линейчатые спектры атомов определяются поведением внешних, валентных электронов. Когда образуются химические связи, состояния валентных электронов изменяются, и это сказывается на оптическом спектре. Тот факт, что рентгеновские линейчатые спектры являются *индивидуальной* характеристикой атома, а не изменяющейся при вступлении его в химическое соединение, указывает на природу характеристического рентгеновского излучения. Очевидно, характеристическое рентгеновское излучение

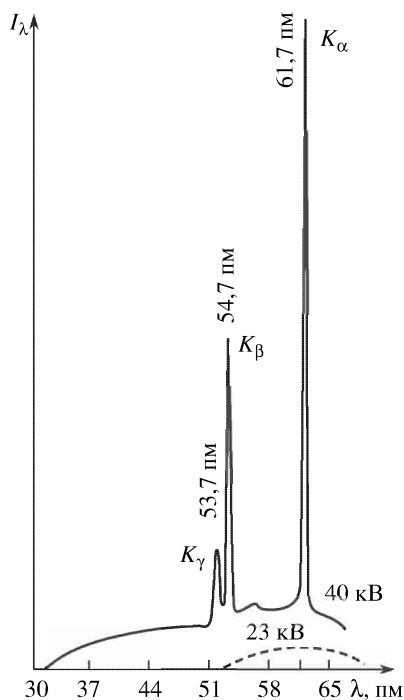


Рис. 73.3

возникает при процессах, происходящих в глубинных, застроенных электронных слоях атомов, которые не изменяются, когда атом вступает в химические соединения.

3. У атомов разных химических элементов в рентгеновских линейчатых спектрах обнаруживаются однотипные группы спектральных линий (серии спектральных линий), отличающиеся только тем, что у атомов более тяжелых элементов сходные серии линий смещены в сторону более коротких волн. В порядке возрастания длин волн серии характеристического рентгеновского излучения называются соответственно K -, L -, M -, N - и т. д. сериями. Эти названия связаны с происхождением линий этих серий. Как мы видели в § 73.2, в атомах с большим атомным номером Z

внутренние электронные слои K , L , M и др. полностью заполнены электронами. Если с одного из этих слоев будет удален элек-

трон, то на освободившееся место переходит электрон из более удаленного от ядра слоя. Такой переход связан с излучением рентгеновского кванта.

Если, например, под действием первичного жесткого излучения или налетающего на атом электрона из K -слоя атома удаляется электрон, то на его место может перейти электрон с L -, M -, N - и других слоев. При этом будут испускаться кванты определенных энергий и возникать линии рентгеновской K -серии. Для вырывания электрона из K -слоя, наиболее близкого к ядру, где электроны испытывают наибольшее притяжение к ядру, требуется затрата энергии вырывания электрона, называемая *границей возбуждения K -серии*. Энергия налетающего электрона или первичного налетающего кванта должна быть не меньше величины этой работы. Например, для ртути ($Z = 80$) граница возбуждения K -серии — около 82 кэВ.

4. При переходе электрона из L -слоя в K -слой испускается квант с наименьшей энергией, которому соответствует самая длинноволновая K_α -линия K -серии рентгеновского характеристического излучения данного атома; K_β -линия соответствует переходу электрона из M -слоя в K -слой; линия K_γ — переходу из N -слоя в K -слой. Совокупность линий K_α , K_β , K_γ и др. образует K -серию.

Линии L -, M - и т. д. серий характеристического рентгеновского излучения испускаются при освобождении «вакантного» для электрона места соответственно в L -, M -, N - и т. д. слоях. Например, при переходе электрона в L -слой из M -слоя возникает линия L_α , из N -слоя — линия L_β и т. д. Все переходы, заканчивающиеся в L -слое, образуют L -серию характеристических рентгеновских лучей. На рис. 73.4 схематически представлено возникновение различных серий характеристического рентгеновского излучения.

5. В 1913 г. Мозли установил важную зависимость между длинами волн линий характеристического рентгеновского излучения и атомным номером атомов химических элементов, являющихся источником рентгеновского излучения. *Закон Мозли* выражается следующей формулой:

$$\sqrt{\frac{\nu^*}{R}} = a(Z - \sigma), \quad (73.7)$$

где $\nu^* = 1/\lambda$ — волновое число линии (см. § 71.3), R — постоянная Ридберга в м^{-1} (или см^{-1}) (§ 71.3), a и σ — некоторые постоянные,

характеризующие серию линий рентгеновского характеристического спектра и вещество антикатада (анода). В частности, для длин волн линий K_α Мозли получил следующее соотношение:

$$\sqrt{\frac{\nu^*}{R}} = \sqrt{\frac{3}{4}} (Z - 1). \quad (73.8)$$

Из сравнения (73.8) и (73.7) видно, что для этих линий $a = \sqrt{3/4}$ и $\sigma = 1$. Формулу (73.8) можно переписать в следующем виде:

$$\frac{\nu^*}{R} = \left(1 - \frac{1}{4}\right)(Z - 1)^2 = (Z - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)$$

или

$$\nu^* = R(Z - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right). \quad (73.8')$$

Соотношение (73.8') напоминает формулу (71.5) для длины волны (или волнового числа) линии серии Лаймана водородоподобного иона. Отличие состоит в том, что величина Z^2 , входящая

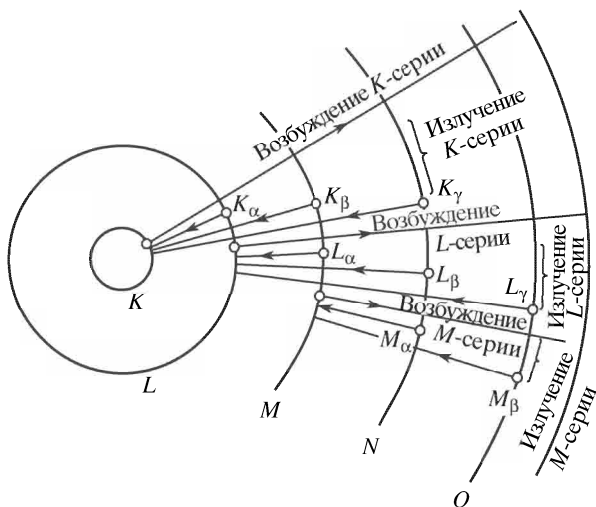


Рис. 73.4

в серийные формулы для водородоподобных систем, уменьшена на величину $\sigma = 1$, называемую *постоянной экранирования*. Смысл постоянной экранирования заключается в том, что в тяжелом атоме, содержащем Z электронов, на электрон, совершающий

переход, соответствующий линии K_α , действует не весь заряд ядра Ze , а заряд $(Z - 1)e$, ослабленный экранирующим действием одного электрона, остающегося в K -слое.

На рис. 73.5 приведена диаграмма Мозли, иллюстрирующая для линий K_α линейную зависимость $\sqrt{\nu^*/R}$ от атомного номера Z . Применение закона Мозли к атомам химических элементов периодической системы в свое время подтвердило закономерное возрастание заряда ядра на единицу при переходе от одного элемента к последующему. Это имело большое значение для доказательства справедливости ядерной модели атома и обоснования теории периодической системы.

6. Малая длина волны рентгеновского излучения, как тормозного, так и характеристического, большая «жесткость» рентгеновского излучения обуславливают их высокую проникающую способность. При прохождении сквозь вещество интенсивность рентгеновского излучения уменьшается в результате рассеяния и истинного поглощения. Ослабление интенсивности рентгеновского излучения вследствие рассеяния связано,

в основном, с эффектом Комптона (см. § 68.6). При этом часть энергии жесткого рентгеновского излучения передается электронам вещества, а само излучение, испытавшее рассеяние, становится более мягким, приобретает большую длину волны. Истинное поглощение сопровождается переходом энергии рентгеновских квантов во внутреннюю энергию вещества. Истинное поглощение весьма сильно зависит от атомного номера Z вещества, оно пропорционально Z^4 .

Благодаря различному поглощению рентгеновского излучения при прохождении через неоднородные препятствия оно нашло широкое применение в медицине для просвечивания и в различных областях науки и техники для дефектоскопии. Например, при просвечивании человеческого тела поглощение в костях, состоящих главным образом из фосфорнокислого кальция, приблизительно в 150 раз превышает поглощение в мягких тканях тела, где поглощает, в основном, вода. Поэтому при просвечивании резко выделяется тень от костей. Рентгеновская дефектоскопия

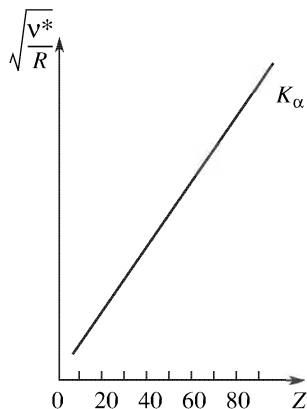


Рис. 73.5

также основана на зависимости поглощения рентгеновского излучения от атомного номера Z в оптически непрозрачных твердых телах. В зависимости от атомного номера Z материала дефектных включений в теле при его просвечивании границы дефектов будут на экране обозначены по-разному. Если дефекты имеют атомные номера Z меньшие, чем вещество тела, то область, занятая дефектами, окажется более светлой, чем остальное поле зрения. В противоположном случае дефектная область окажется затемненной. Методом рентгеновской дефектоскопии определяется не только площадь, занимаемая дефектом, но и его толщина. Для этого тщательно измеряется ослабление рентгеновского излучения в области нахождения дефекта и вне ее.

Глава 74

СТРОЕНИЕ МОЛЕКУЛ И ИХ СПЕКТРЫ

§ 74.1. Общая характеристика химических связей

1. Как известно, молекулой называется наименьшая частица однородного вещества, обладающая его основными химическими свойствами. Молекулы состоят из одинаковых или различных атомов, соединенных между собой межатомными *химическими связями*.

Устойчивость молекул свидетельствует о том, что химические связи обусловлены силами взаимодействия, связывающими атомы в молекулах. Опыт показывает, что для того, чтобы *разъединить* молекулу на составляющие ее атомы, необходимо совершить работу. Это означает, что *образование* молекулы должно сопровождаться выделением энергии. Например, два атома водорода (H) в свободном состоянии обладают большей энергией, чем те же атомы, образовавшие двухатомную молекулу (H_2). Энергия, которая выделяется при образовании молекулы, является мерой работы тех сил взаимодействия, которые соединяют атомы в молекулу.

2. Для того чтобы понять причины, по которым электрически нейтральные атомы могут образовать устойчивую молекулу, мы ограничимся рассмотрением простейших двухатомных молекул, состоящих из двух одинаковых или различных атомов. Силы межатомного взаимодействия возникают между внешними, валентными электронами атомов. Об этом говорит резкое измене-

ние оптического спектра атомов при вступлении их в химические соединения. Напомним, что линейчатые спектры атомов определяются состоянием их внешних, валентных электронов. Наоборот, рентгеновские характеристические спектры, зависящие от внутренних, глубинных электронов атомов, не изменяются при вступлении атомов в химические соединения (см. § 73.4). С другой стороны, в образовании химических связей должны принимать участие те электроны, состояние которых легко изменить затратой сравнительно небольшой энергии. Ими являются внешние, валентные электроны атомов. Потенциалы ионизации этих электронов значительно меньше, чем у электронов, находящихся во внутренних, застроенных слоях (см. § 73.2).

3. Какой бы ни была природа тех сил, которые объединяют атомы в молекулу, можно высказать некоторые общие соображения о характере этих сил. Если атомы находятся на большом расстоянии друг от друга, то они не взаимодействуют между собой. При сближении атомов, при уменьшении расстояния r между их ядрами, возрастают силы *взаимного притяжения*, действующие между атомами. На малых расстояниях r , сравнимых (и меньших) с линейными размерами атомов, проявляют себя силы *взаимного отталкивания*, которые не позволяют электронам одного атома слишком глубоко проникать внутрь электронных слоев другого атома.

Силы притяжения и отталкивания по-разному зависят от расстояния r между атомами. В этом они похожи на силы межмолекулярного взаимодействия, рассмотренные в § 31.4. Силы отталкивания быстрее изменяются при изменении r , являются более «короткодействующими», чем силы притяжения. При увеличении расстояния r между атомами силы отталкивания убывают быстрее, чем силы притяжения. Одновременное действие противоположно направленных сил — притяжения и отталкивания — приводит к тому, что на некотором расстоянии r_0 между атомами обе силы уравниваются друг друга, и их геометрическая сумма становится равной нулю. Этому расстоянию соответствует *наименьшая* потенциальная энергия $U(r)$ двухатомной молекулы.

На рис. 74.1 приведены три кривые: проекции на линию, соединяющую два атома, силы притяжения $\mathbf{F}_2$, силы отталкивания $\mathbf{F}_1$ и результирующие силы взаимодействия $\mathbf{F}$ атомов в двухатомной молекуле — в зависимости от расстояния r между атомами. Силы отталкивания считаются положительными (см. § 31.4).

На рис. 74.2 приведена кривая зависимости от r потенциальной энергии U взаимодействия атомов в двухатомной молекуле.

4. Равновесное межатомное расстояние r_0 в молекуле называется *длиной связи*. Величина D на рис. 74.2 называется *энергией диссоциации* молекулы или *энергией связи*. Она численно равна работе, которую надо совершить для того, чтобы разорвать

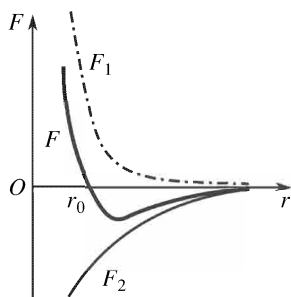


Рис. 74.1

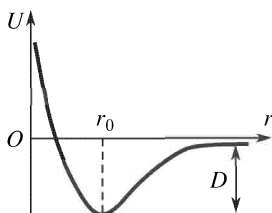


Рис. 74.2

химические связи атомов в молекуле, разъединить молекулу на составляющие ее атомы (или ионы, см. § 74.2) и удалить атомы друг от друга за пределы действия межатомных сил. Очевидно, что энергия диссоциации равна энергии, *выделяющейся* при образовании молекулы, но противоположна ей по знаку: энергия диссоциации *отрицательна*, а энергия, выделяющаяся при образовании молекулы, *положительна*.

§ 74.2. Ионные молекулы

1. Самое простое предположение о природе химической связи, удерживающей атомы в молекуле, состоит в том, что между внешними электронами атомов возникают *электрические* силы взаимодействия, удерживающие атомы друг возле друга. Но устойчивой такая молекула будет лишь в том случае, если у двух взаимодействующих атомов возникнут *противоположные* по знаку электрические заряды. Тогда притяжение между этими зарядами обеспечит химическую связь в устойчивой молекуле.

Подобный тип химической связи действительно осуществляется в некоторых молекулах. Типичными примерами молекул с такой связью являются молекулы щелочно-галогидных солей: NaCl , RbBr , CsI и др., образовавшиеся при соединении атомов элементов первой и седьмой групп периодической системы. Вза-

имедействующие атомы при этом превращаются в *ионы*. Один из атомов, присоединивший к себе один или несколько электронов, приобретает отрицательный заряд и становится отрицательным ионом. Другой атом, который отдает соответствующее число электронов, превращается в положительный ион. Между разноименно заряженными ионами возникают силы электростатического притяжения.

Подобный тип связи называется *ионной связью*. Иногда она называется гетерополярной (от греческого *héteros* — разный). Молекулы, в которых осуществляется такой тип связей, называются *ионными* или *гетерополярными* молекулами.

2. Рассмотрим подробнее, как происходит образование молекулы поваренной соли (NaCl). Атом натрия, как и другие атомы металлов первой группы, имеет сравнительно небольшую величину потенциала ионизации. Для того чтобы отщепить от атома натрия его внешний, одиннадцатый электрон, необходима энергия 5,1 эВ. С другой стороны, атом хлора Cl , имеющий семь внешних, валентных электронов, и другие атомы седьмой группы (металлоиды) характеризуются большой величиной *электронного сродства*. Под этим термином понимается количество энергии, которое *выделяется*, когда к атому металлоида присоединяется электрон. Например, для хлора эта величина составляет 3,8 эВ. Переход электрона от атома натрия к атому хлора приводит к образованию ионов Na^+ и Cl^- . Каждый из них обладает устойчивым внешним восьмиэлектронным слоем (см. § 73.2), характерным для химически инертных «благородных» газов. Электростатическое притяжение противоположно заряженных ионов Na^+ и Cl^- приводит к их сближению.

На весьма малых расстояниях между ионами Na^+ и Cl^- силы притяжения сменяются силами отталкивания, препятствующими дальнейшему сближению ионов. Эти силы вызваны главным образом отталкиванием между ядрами атомов на малых расстояниях между ними. В конце концов ионы Na^+ и Cl^- располагаются на равновесном расстоянии r_0 друг от друга, соответствующем уравниванию сил притяжения и отталкивания. Образуется устойчивая молекула NaCl с ионной связью.

3. На примере образования молекулы NaCl видно, что энергия ионизации натрия превышает электронное сродство хлора на $5,1 \text{ эВ} - 3,8 \text{ эВ} = 1,3 \text{ эВ}$. Это значит, что переход электрона от атома натрия к атому хлора требует *затраты* некоторого количества энергии. С другой стороны, известно, что при образовании молекулы *выделяется* энергия. Откуда же берется энергия,

недостающая для образования иона натрия? Чтобы ответить на этот вопрос, нужно учесть, что при сближении ионов *выделяется* энергия их электростатического взаимодействия. Образование ионов и их притяжение происходят одновременно и лишь после того, как атомы сблизятся настолько, что вместе с образованием ионов выделяется необходимое для этого количество энергии.

Известно, что потенциальная электростатическая энергия $U(r)$ взаимодействия двух однозарядных ионов, находящихся на расстоянии r , равна $U(r) = e^2/(4\pi\epsilon_0)$, где e — заряд ионов, совпадающий с зарядом электрона, ϵ_0 — электрическая постоянная в СИ. Из этой формулы легко найти то расстояние r , на котором энергия восполнит разность между энергией ионизации и электронным сродством в 1,3 эВ:

$$r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 U(r)}.$$

Подставив все числовые значения, получим $r = 11 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 1,1 \text{ нм}$. Отсюда следует, что переход электрона от атома натрия к атому хлора может начинаться лишь при $r \leq 1,1 \text{ нм}$. Однако данные рентгеноструктурного анализа показывают, что равновесное расстояние r_0 в молекуле NaCl равно 0,14 нм. При этом расстоянии электростатическая энергия $U_0(r)$ составляет 10,2 эВ и на 8,9 эВ превышает энергию, необходимую для образования ионов Na^+ и Cl^- в одной молекуле. Если пересчитать на один киломоль, то это дает энергию в 49200 Дж, выделяющуюся при образовании киломоля NaCl. Опыт подтверждает эту величину. Она оказывается несколько завышенной, ибо мы не учитывали, что силы отталкивания уменьшают энергию, выделяющуюся при образовании ионных молекул.

§ 74.3. Молекулы с ковалентной химической связью

1. Возникновение ионной связи невозможно при образовании молекулы, состоящей из *одинаковых* атомов, например молекулы H_2 . В самом деле, здесь невозможно образование разноименно заряженных ионов. Однако и между электрически нейтральными атомами может осуществляться особый тип химической связи. Химическая связь такого типа называется *ковалентной* или *гомеполарной* связью (от греческого *hómoios* — одинаковый). Помимо двухатомных молекул типа H_2 , O_2 , N_2 , ковалентная связь

наблюдается у многих молекул: фтористого водорода (HF), окиси азота (NO), аммиака (NH₃), метана (CH₄) и др.

2. В классической физике был известен лишь один тип сил, действующих между электрически нейтральными частицами или телами: это гравитационные силы, рассмотренные в § 9.2. Однако эти силы слишком слабы, чтобы ими можно было объяснить образование устойчивой гомеоплярной молекулы. Кроме того, ковалентная связь обладает свойством *насыщения*, которое выражается в наличии определенной валентности атомов. Атом водорода может связаться только с одним другим атомом водорода, а атом углерода может связать четыре атома водорода, но не более. Гравитационные силы, так же как электрические и магнитные, не обладают свойством насыщения. Силы тяготения допускают притяжение одним центральным телом неограниченного числа других тел. Таким образом, гравитационными силами нельзя объяснить химическую гомеоплярную связь нейтральных атомов.

3. Природу гомеоплярной связи удалось установить только на основе квантовой механики. Понятие о физическом смысле гомеоплярной связи мы рассмотрим на примере простейшей молекулы этого типа — молекулы H₂, состоящей из двух ядер (протонов) и двух электронов. Спектроскопические экспериментальные данные показали, что у молекулы H₂ равновесное расстояние r_0 между ядрами равно 0,074 нм. Энергия связи D (см. § 74.1) составляет для молекулы водорода 4,718 эВ, или 432,25 Дж/кмоль. Теория должна была получить эти данные, и она их получила.

4. В основу квантовомеханического объяснения гомеоплярной связи положены специфически квантовые, не классические свойства валентных электронов атомов, взаимодействие которых приводит к образованию молекулы. Прежде всего учитывается волновая природа электрона. Она приводит к тому, что существует определенное распределение вероятности обнаружить электрон вблизи ядра.

В простейшем случае s -состояния электрона (см. § 72.3) распределение вероятности имеет сферически-симметричный характер: «электронное облако» представляет собой сферу некоторого радиуса. Кроме того, принимается во внимание *принципиальная неразличимость тождественных частиц*, в частности электронов. В самом деле, два электрона в молекуле водорода, движущиеся каждый вокруг «своего» ядра, в сущности ничем не отличаются друг от друга: у них одинаковые заряды и массы и у обоих спины равны $\hbar/2$. Отсюда следует, что если оба электрона обмениваются местами, так что электрон 1, ранее принадлежав-

ший ядру a , перейдет на место электрона 2, принадлежавшего ядру b , а электрон 2 совершит обратный переход, то в состоянии молекулы H_2 ничего не изменится (рис. 74.3).

Разумеется, такой обмен может произойти лишь в том случае, если оба ядра атомов водорода в молекуле H_2 будут достаточно сближены. При этом «электронные облака» обоих атомов будут перекрываться. Принцип Паули допускает существование двух электронов в одном состоянии с противоположно направленными спинами. Слияние областей, где могут находиться оба электрона в молекуле водорода, означает возникновение между ними особого (квантовомеханического) *обменного взаимодействия*. Дело сводится к тому, что каждый из электронов в молекуле водорода может принадлежать попеременно то одному, то другому ядру, электроны непрерывно обмениваются местами. Некоторой иллюстрацией того, что происходит с электронами в молекуле водорода, может служить непрерывный обмен одинаковыми мячами двух людей, находящихся поблизости друг от друга. Ясно, что если люди специально не тренированы, то успешный обмен мячами возможен лишь на близком расстоянии между партнерами.

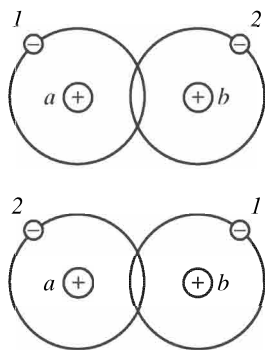


Рис. 74.3

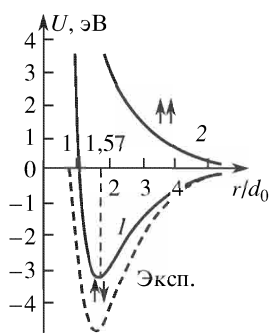


Рис. 74.4

5. Квантовомеханические расчеты показали, что при антипараллельной ориентации спинов обоих электронов энергия взаимодействия атомов имеет минимум, обеспечивающий образование устойчивой молекулы водорода. При параллельных спинах электронов энергия взаимодействия положительна и атомы отталкиваются.

На рис. 74.4 изображены кривые энергии $U(r)$ взаимодействия атомов водорода при антипараллельных (кривая 1) и параллельных (кривая 2) спинах электронов. Минимум энергии

на кривой 1 приходится на расстояние между ядрами атомов $r_0 = 0,083$ нм. Энергия диссоциации молекулы H_2 (энергия связи D), рассчитанная В. Гайтлером и Ф. Лондоном, оказалась равной 3,2 эВ. Эта величина хуже согласовалась с экспериментальным значением (4,72 эВ), чем длина связи, которую установили опытным путем равной 0,074 нм. Впоследствии улучшенные квантовомеханические расчеты привели к лучшему согласию с опытом.

Образование устойчивой молекулы H_2 лишь при антипараллельных спинах электронов в атомах означает, что если произойдет столкновение двух атомов водорода, у которых спины электронов *параллельны* друг другу, то атомы будут отталкиваться и молекула не образуется.

Опыт показывает, что молекула H_2 диамагнитна (см. § 42.4). Это объясняется тем, что при отсутствии у молекулы орбитального магнитного момента (см. § 42.2) и при скомпенсированных спинах результирующий магнитный момент молекулы равен нулю и молекула проявляет диамагнитные свойства.

§ 74.4. Понятие о молекулярных спектрах

1. Спектры молекул по внешнему виду сильно отличаются от атомных спектров, рассмотренных в § 71.3. Молекулярные спектры представляют собой совокупность более или менее широких *полос*, образованных тесно расположенными спектральными линиями. За их характерный вид молекулярные спектры называются *полосатыми спектрами*. Полосы в молекулярных спектрах наблюдаются в инфракрасном, видимом и ультрафиолетовом диапазонах частот электромагнитных волн. Близко расположенные полосы в спектрах молекул образуют *группы полос*. В простейших, двухатомных молекулах наблюдается обычно несколько



Рис. 74.5

групп полос. На рис. 74.5 приведена для примера фотография части спектра молекулы йода. По мере усложнения строения молекул усложняются их спектры. У многоатомных молекул сложной структуры в видимой и ультрафиолетовой частях спектра наблюдаются сплошные широкие полосы поглощения и испускания.

2. Каждая спектральная линия в молекулярном спектре, так же как и в спектрах атомов, возникает при изменении энергии молекулы. Полная энергия молекулы состоит из пяти частей, которые в первом приближении можно считать независимыми друг от друга. Части эти следующие: $\mathcal{E}_{\text{пост}}$ — энергия поступательного движения центра масс молекулы; $\mathcal{E}_{\text{вр}}$ — энергия вращательного движения молекулы как целого вокруг некоторых осей; $\mathcal{E}_{\text{эл}}$ — энергия движения электронов в атомах молекулы; $\mathcal{E}_{\text{кол}}$ — энергия колебательного движения ядер атомов, составляющих молекулу, и, наконец, $\mathcal{E}_{\text{яд}}$ — энергия ядер атомов в молекуле. В соответствии с этим можно записать

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{пост}} + \mathcal{E}_{\text{вр}} + \mathcal{E}_{\text{эл}} + \mathcal{E}_{\text{кол}} + \mathcal{E}_{\text{яд}}. \quad (74.1)$$

Энергия $\mathcal{E}_{\text{пост}}$ поступательного движения молекулы может изменяться непрерывно при изменении условий поступательного движения. Энергия $\mathcal{E}_{\text{пост}}$ не квантована, так же как и энергия поступательного движения изолированных атомов. Дискретных энергетических уровней поступательного движения молекулы не существует. Следовательно, изменение $\mathcal{E}_{\text{пост}}$ не может привести к возникновению спектральной линии в молекулярном спектре.

Если пренебречь оптическими явлениями, обусловленными ядерными частицами — нуклонами, то в выражении (74.1) можно не учитывать $\mathcal{E}_{\text{яд}}$. Энергия $\mathcal{E}'$ молекулы, определяющая ее оптические свойства, состоит из суммы трех слагаемых:

$$\mathcal{E}' = \mathcal{E}_{\text{эл}} + \mathcal{E}_{\text{кол}} + \mathcal{E}_{\text{вр}}. \quad (74.2)$$

Каждое из этих слагаемых изменяется дискретно. Три эти части энергии молекулы принимают лишь определенные значения. Изменения соответствующих частей энергии молекулы $\Delta\mathcal{E}_{\text{эл}}$, $\Delta\mathcal{E}_{\text{кол}}$, $\Delta\mathcal{E}_{\text{вр}}$ имеют тоже дискретные значения. Поэтому энергия $\mathcal{E}'$ молекулы изменяется дискретно на величину $\Delta\mathcal{E}'$, равную

$$\Delta\mathcal{E}' = \Delta\mathcal{E}_{\text{эл}} + \Delta\mathcal{E}_{\text{кол}} + \Delta\mathcal{E}_{\text{вр}}. \quad (74.3)$$

По правилу частот Бора частота ν кванта, испускаемого молекулой при изменении ее энергетического состояния, равна

$$\nu = \frac{\Delta\mathcal{E}'}{h} = \frac{\Delta\mathcal{E}_{\text{эл}}}{h} + \frac{\Delta\mathcal{E}_{\text{кол}}}{h} + \frac{\Delta\mathcal{E}_{\text{вр}}}{h}. \quad (74.4)$$

Опыт и теоретические исследования показали, что слагаемые в формуле (74.3) имеют разную величину:

$$\Delta\mathcal{E}_{\text{вр}} \ll \Delta\mathcal{E}_{\text{кол}} \ll \Delta\mathcal{E}_{\text{эл}}. \quad (74.5)$$

3. Неравенством (74.5) объясняется существование частот молекулярных спектров в разных диапазонах электромагнитных волн и образование полос спектральных линий.

Рассмотрим, например, как возникает молекулярный спектр поглощения. Предположим, что на вещество, состоящее из молекул, падает электромагнитная волна малой частоты ν . Это означает, что энергия кванта $h\nu$ в таком излучении невелика. До тех пор пока энергия кванта $h\nu$ не станет равной *наименьшей* возможной разности энергий между двумя ближайшими энергетическими уровнями молекулы, поглощения света не происходит и линии поглощения не возникают. Поглощение начнется, когда длина падающей волны станет равной 0,1–1 мкм, т.е. в далекой инфракрасной области спектра. Кванты энергии при таких частотах соответствуют изменению $\Delta \mathcal{E}_{\text{вр}}$ *вращательной* энергии молекулы. Поглощение кванта молекулой переводит ее с одного вращательного энергетического уровня на другой, более высокий, и приводит к возникновению спектральной линии *вращательного спектра* поглощения. Переход молекулы с верхнего вращательного энергетического уровня на нижний приводит к возникновению линии вращательного спектра испускания. По мере уменьшения длины волны в этой области смогут возникать все новые линии вращательного спектра поглощения. Совокупность всех линий дает представление о распределении вращательных энергетических состояний молекулы.

4. Поглощение веществом электромагнитных волн в инфракрасной области с длинами волн 1–10 мкм вызывает переходы между колебательными энергетическими уровнями в молекуле и приводит к возникновению колебательного спектра молекулы.

Однако когда изменяются колебательные энергетические уровни молекулы, *одновременно* изменяются и ее вращательные энергетические состояния. Переходы между двумя колебательными энергетическими уровнями сопровождаются изменением вращательных энергетических состояний, и возникает *колебательно-вращательный спектр* молекулы. Это схематически показано на рис. 74.6. Каждый переход молекулы между двумя колебательными уровнями, дающий линию с частотой $\nu_{\text{кол}}$, сопровождается сопутствующими переходами между вращательными уровнями. В результате спектр с частотами $\nu_{\text{кол-вращ}}$, соответствующими переходам между колебательными уровнями, состоит из групп очень близких линий, образованных различными сопутствующими вращательными переходами. Все эти линии

сливаются в одну *полосу*. Каждая полоса соответствует определенному колебательному переходу.

5. Поглощение электромагнитных волн видимого и ультрафиолетового диапазона приводит к переходам молекулы между различными *электронными* энергетическими уровнями, т. е. к возникновению *электронного спектра* молекулы. Каждому

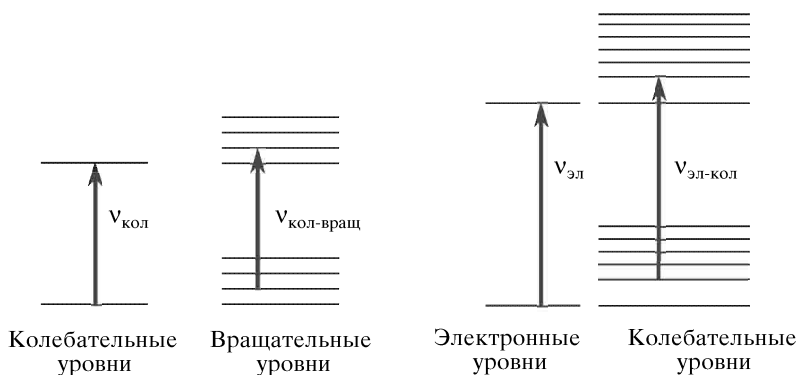


Рис. 74.6

Рис. 74.7

электронному энергетическому уровню соответствует определенное пространственное распределение электронов, принадлежащих атомам, составляющим молекулу, или определенная *конфигурация* электронов, обладающая дискретной энергией. Каждой конфигурации электронов, каждому электронному энергетическому уровню молекулы соответствуют различные возможные колебания ядер атомов в молекуле, т. е. множество колебательных энергетических уровней. Переход между двумя электронными уровнями сопровождается многими сопутствующими переходами между колебательными уровнями. Так возникает *электронно-колебательный спектр* молекулы, состоящий из групп близких линий, образующих электронно-колебательную полосу. Это показано на рис. 74.7. Кроме того, следует учесть, что на каждое колебательное энергетическое состояние накладывается система вращательных уровней, показанная на предыдущем рисунке. Весь электронно-колебательный спектр в видимой и близкой к ней области представляет собой систему из нескольких групп полос, часто перекрывающихся друг друга и составляющих широкую полосу.

Глава 75

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОВОДИМОСТЬ
МЕТАЛЛОВ В СОВРЕМЕННОЙ ТЕОРИИ§ 75.1. Недостатки классической теории
электрической проводимости металлов

1. Классическая электронная теория проводимости металлов, изложенная в § 44.4, была очень упрощенной — в ней предполагалось, что электроны металла ведут себя как частицы своеобразного «классического электронного газа». В первоначальной теории, развитой Друде, предполагалось даже, что все электроны имеют одинаковую среднюю скорость $\langle u \rangle$ хаотического теплового движения.

Впоследствии Лоренц, один из основоположников классической электронной теории, последовательно применил к электронам в металле статистику Максвелла–Больцмана. Согласно этой статистике, при отсутствии электрического поля в металле электроны, осуществляющие электропроводность, имеют скорости, распределенные по закону Максвелла (см. § 25.2).

2. Под действием приложенной к металлу ЭДС в нем возникает электрическое поле, которое нарушает максвелловское распределение электронов по скоростям. На хаотическое тепловое движение электронов накладывается их упорядоченное движение, вызванное электрическим полем. При этом средняя скорость упорядоченного движения электронов пропорциональна напряженности электрического поля. Лоренц получил закон Ома в форме, аналогичной (44.15). В частности, выражение для удельной проводимости получилось близким к формуле (44.16):

$$\gamma = \frac{2}{3} \frac{ne^2 \langle \lambda \rangle}{m \langle u \rangle}. \quad (75.1)$$

Здесь, как и в § 44.4, n — концентрация свободных электронов, $\langle \lambda \rangle$ — средняя длина свободного пробега электрона, e и m — заряд и масса электрона, $\langle u \rangle$ — среднее значение скорости теплового движения электронов, которое вычислено с помощью максвелловского закона распределения электронов по скоростям. Как видно, отличие формулы (75.1) от (44.16) незначительно — формула (75.1) содержит те же зависимости γ от физических характеристик электронов в металлах, что и формула (44.16). Лоренц

получил закон Видемана–Франца, в выражении которого, в отличие от формулы (44.38), вместо коэффициента $3k^2/e^2$ появился коэффициент $2k^2/e^2$:

$$\frac{K}{\gamma} = 2 \frac{k^2}{e^2} T. \quad (75.2)$$

Здесь K — коэффициент теплопроводности электронного газа, k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура металла.

Из данных табл. 44.4 (см. т. 1) можно заметить, что закон Видемана–Франца в форме (75.2) хуже согласуется с опытными данными, чем результат Друде (44.40), так как вычисленное отношение $K/\gamma T$ становится меньше, чем в теории Друде.

Уточненная классическая электронная теория Лоренца, как и более простая теория Друде, не могла объяснить целого ряда явлений, наблюдающихся на опыте. Ввиду принципиального значения трудностей классической теории проводимости металлов мы остановимся на них более подробно.

3. Экспериментально установлено, что в широком интервале температур удельная проводимость металлов обратно пропорциональна термодинамической температуре ($\gamma \sim 1/T$). Формула (44.16) теории Друде и формула (75.1) теории Лоренца должны были объяснить такую зависимость. В молекулярной физике доказывается, что средняя скорость теплового движения частиц зависит от температуры по закону $\langle u \rangle \sim \sqrt{T}$. Для того чтобы объяснить экспериментальную зависимость γ от T вида $\gamma \sim 1/T$ по формуле (44.16) или (75.1), можно предположить, что произведение $n\langle \lambda \rangle$ обратно пропорционально $\sqrt{T}$ (т. е. $n\langle \lambda \rangle \sim 1/\sqrt{T}$). Пользуясь выражением для $\langle \lambda \rangle$ из кинетической теории газов (см. § 25.3), невозможно обосновать такую зависимость. Таким образом, классическая электронная теория не объяснила зависимости удельной проводимости (или удельного сопротивления) от температуры.

4. Исходя из наблюдаемых на опыте значений удельной проводимости γ (или $\rho = 1/\gamma$), можно подсчитать, какие значения средней длины свободного пробега электрона $\langle \lambda \rangle$ соответствуют опытными данным. Это легко сделать по формуле (44.15) или (75.1). Предварительно нужно подсчитать $\langle u \rangle$ по формулам кинетической теории газов, а концентрации электронов определить, например, по эффекту Холла (см. § 44.2). Оказывается, что $\langle \lambda \rangle$ при комнатных температурах ($T \approx 300$ К) имеет значение порядка 10^{-9} – 10^{-8} м, т. е. в десятки или сотни раз большую, чем

период решетки металла. Между тем в теории Друде–Лоренца считалось, что электрон имеет среднюю длину свободного пробега, сравнимую с расстояниями между ионами в кристаллической решетке металлов.

5. В § 44.10 показано, что электронный газ не вносит вклада в теплоемкость металла. Это находится в резком противоречии с классической теорией, согласно которой электроны в металле ведут себя как одноатомный газ и должны иметь молярную теплоемкость, равную $3R/2$. Указанная трудность с теплоемкостью металлов была особенно существенна потому, что речь шла о кажущемся нарушении закона сохранения энергии.

Недостатки и трудности классической теории электрической проводимости металлов устранены в квантовой теории металлов.

§ 75.2. Квантование энергии электронов в металле

1. Развитие квантовой механики привело к созданию квантовой теории твердого тела, позволившей более глубоко и с единой точки зрения объяснить электрические, оптические и другие свойства металлов, кристаллических диэлектриков и полупроводников. Это, в свою очередь, создало возможность еще более широкого применения твердых тел в различных отраслях науки и техники.

В данной и следующих главах будут рассмотрены некоторые идеи современной квантовой теории твердых тел и ее применения. В первую очередь мы рассмотрим основы современных представлений об электропроводности металлов. Для этого необходимо учесть все особенности поведения электронов в металле и принять во внимание, что электроны в атомах, молекулах и кристаллах подчиняются законам квантовой механики.

2. Будем считать, что свободные электроны в металлах представляют собой электронный газ, частицы которого движутся так, как будто положительные ионы кристаллической решетки не создают никакого электрического поля. Тогда движение электронов можно описать с помощью модели потенциального ящика с плоским дном (см. § 70.4). Если считать, что вне металла потенциальная энергия электрона равна нулю, то внутри металла она равна $-A_0$, где A_0 — положительная работа выхода электрона из металла. Другими словами, свободные электроны металла находятся внутри потенциального ящика с вертикальными стенками конечной глубины.

В § 70.4 показано, что электроны в такой потенциальной яме имеют квантованные, дискретные значения энергии и могут находиться лишь на определенных энергетических уровнях. Правда, значения энергии ϵ_n электрона в металле, строго говоря, нельзя подсчитывать по формуле (70.16), ибо стенки потенциального ящика в случае металла имеют конечную высоту. Однако для нас важен сейчас не конкретный вид зависимости энергии электрона от размеров ящика и от квантового числа n . Существенно, что *электроны в металле могут, как и в атоме, находиться лишь на определенных энергетических уровнях*. Между расположением энергетических уровней электронов в металлах и уровнях энергии электронов в изолированных атомах имеется существенное отличие: в атомах разность энергий электронов на двух соседних уровнях значительно больше, чем в кристаллах.

§ 75.3. Уровень Ферми для электронов в металле

1. Классическая электронная теория металлов исходила из того, что электроны в металлах подчиняются классической статистике Максвелла–Больцмана. Именно этим путем Лоренц получил для удельной проводимости формулу (75.1). Но электроны и другие микрочастицы обладают рядом свойств, которые совершенно не принимаются во внимание при классическом описании коллективов частиц в статистике. Напомним, что в классической физике не могла приниматься во внимание корпускулярно-волновая двойственность свойств частиц. Она не была известна до 1924 г., когда начала развиваться квантовая механика. Кроме того, принципиальная неразличимость тождественных микрочастиц (см. § 73.1, 74.3) тоже не учитывалась в классической статистике. Наконец, электроны и другие микрочастицы, которые имеют спин, равный $\hbar/2$, подчиняются принципу Паули (см. § 73.1), который вносит ограничения в возможное распределение электронов по энергетическим состояниям. В 1926 г. Ферми и Дирак разработали квантовую статистику системы частиц, в которой учитывались все перечисленные характерные свойства электронов и других частиц со спином $\hbar/2$.

2. Основной задачей статистики коллектива частиц является отыскание закона распределения частиц по скоростям или энергиям. Например, в § 25.2, 26.10 и 26.11 мы рассмотрели закон распределения газовых молекул по скоростям, установленный Максвеллом, и распределение молекул газа по энергиям в поле силы тяжести.

Основная задача статистики для свободных электронов в металлах формулируется следующим образом: отыскать, какая доля электронов из общего числа их при данной температуре T имеет скорости, заключенные в интервале от v до $v + \Delta v$, или соответственно, энергии, заключенные в интервале от $\mathcal{E}$ до $\mathcal{E} + \Delta \mathcal{E}$. Точнее: если имеется n электронов, находящихся в единице объема металла, то какая часть из них Δn имеет энергии, заключенные в узком интервале $\Delta \mathcal{E}$ энергий?

3. При решении этой задачи необходимо учесть основные свойства электронов в металлах, перечисленные в п. 1 этого параграфа. Необходимо исходить из того, что электроны в металле могут иметь лишь некоторые разрешенные значения энергии, иначе говоря, могут находиться на определенных энергетических уровнях. Очевидно, что все электроны стремятся занять наиболее низкие энергетические уровни как самые устойчивые. Однако нужно учесть, что электроны подчиняются принципу Паули. Принцип Паули накладывает ограничения на число электронов, которые могут находиться в данном состоянии (см. § 73.1). Применительно к электронам в металлах принцип Паули можно сформулировать несколько иначе, чем это сделано в § 73.1: *среди электронов в металле не может быть больше двух электронов, находящихся в одинаковых состояниях; спины этих двух электронов должны быть антипараллельны*.

4. В соответствии с принципом Паули электроны попарно занимают дозволенные энергетические уровни, начиная от самого нижнего. На рис. 75.1 горизонтальными линиями изображены энергетические уровни, заселенные электронами. Из рисунка видно, что *работу A_0 выхода электрона из металла нужно отсчитывать от верхнего из занятых электронами энергетических уровней*. Верхний занятый энергетический уровень играет большую роль в квантовых представлениях о твердом теле. Он называется *уровнем Ферми*, по имени выдающегося физика XX в. Энрико Ферми, внесшего большой вклад в развитие современной физики. Энергия электрона на уровне Ферми обозначается через $\mathcal{E}_F$, скорость и импульс на этом уровне обозначаются, соответственно, через v_F и p_F . Из дальнейшего будет видно, как определяются эти величины и от чего они зависят.

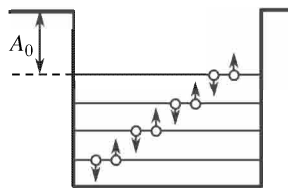


Рис. 75.1

§ 75.4. Понятие об импульсном пространстве электронов в металле

1. Если не учитывать потенциальной энергии электронов в металлах, обусловленной электрическим полем ионов решетки, и пренебречь энергией взаимодействия между электронами, то полная энергия $\mathcal{E}$ электрона будет зависеть только от значения скорости v или импульса p электрона:

$$\mathcal{E} = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}. \quad (75.3)$$

В частности, на уровне Ферми

$$\mathcal{E}_F = \frac{p_F^2}{2m} \quad \text{и} \quad p_F = \sqrt{2m\mathcal{E}_F}. \quad (75.4)$$

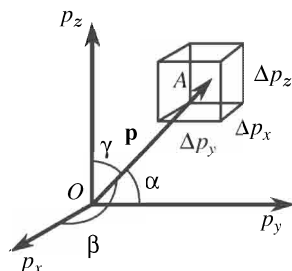


Рис. 75.2

Введем трехмерную декартову систему координат, по осям которой отложим значения проекций импульса электрона p_x, p_y, p_z (рис. 75.2). Любая точка A в этом своеобразном трехмерном «пространстве» изображает определенное значение импульса электрона не только по величине, но и по направлению. В самом деле, соединив точку A с началом координат, получим вектор $\mathbf{p}$, модуль которого задает числовое значение импульса электрона:

$$p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}, \quad \text{или} \quad p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2. \quad (75.5)$$

Углы α, β и γ , составленные вектором $\mathbf{p}$ с осями, определяют направление импульса электрона:

$$\cos \alpha = \frac{p_y}{p}, \quad \cos \beta = \frac{p_x}{p}, \quad \cos \gamma = \frac{p_z}{p}. \quad (75.6)$$

Пространство, о котором идет речь, называется *импульсным пространством*. Вспомним, что в обычном пространстве положение точки B характеризуется вектором $\mathbf{r}$, проведенным в эту точку из начала координат (рис. 75.3).

2. Импульсное пространство позволяет определить состояние электронов на уровне Ферми. Постоянной энергии электрона по формуле (75.3) соответствует в пространстве импульсов простой геометрический образ — поверхность сферы с радиусом p . Рассмотрим электрон, находящийся на уровне Ферми и имеющий максимальную энергию $\mathcal{E}_F$. Связь энергии $\mathcal{E}_F$ с импульсом p_F такого электрона выражается формулой (75.4). Таким образом,

в пространстве импульсов свободному электрону с энергией $\mathcal{E}_F$ соответствует *поверхность Ферми* в виде сферы с радиусом p_F (рис. 75.4). Поверхность Ферми иначе называется *поверхностью максимальной энергии*.

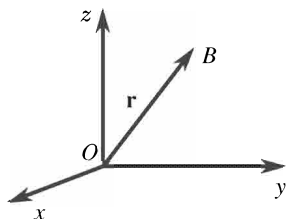


Рис. 75.3

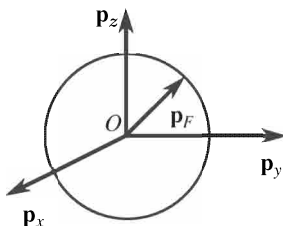


Рис. 75.4

В случае несвободного электрона, движущегося в сложном электрическом поле ионов кристаллической решетки, поверхность Ферми имеет весьма сложный вид.

3. Попытаемся связать энергию Ферми $\mathcal{E}_F$ с числом n свободных электронов в единице объема металла. Пусть два из них находятся на уровне с энергией $\mathcal{E}_F$. Тогда импульсы всех остальных электронов должны заключаться внутри сферы с радиусом $p_F = \sqrt{2m\mathcal{E}_F}$. Разобьем все пространство импульсов на маленькие ячейки, размеры которых мы попробуем далее оценить. Тогда конец вектора импульса любого электрона — точка A на рис. 75.2 — всегда будет попадать внутрь какой-либо из элементарных ячеек. Важнейшим положением квантовой теории металлов является следующее утверждение: *каждая элементарная ячейка представляет собой квантовое состояние с определенной энергией. В каждой ячейке может находиться не более двух электронов с противоположно направленными спинами*.

Для того чтобы оценить размеры элементарной ячейки импульсного пространства, воспользуемся соотношениями неопределенностей Гайзенберга (см. § 70.2). Рассмотрим некоторый кубик металла с линейными размерами l , так что $l^3 = V$. Если в таком объеме свободно движется электрон, то его положение в пространстве может быть определено с точностью до линейных размеров металла: $\Delta x \approx \Delta y \approx \Delta z \approx l$. Тогда из соотношений (70.4)–(70.6) следует, что проекции импульса электрона могут быть определены с такой точностью:

$$\Delta p_x \approx \Delta p_y \approx \Delta p_z \approx \frac{\hbar}{l}.$$

Элементарный объем ячейки импульсного пространства, о которой идет речь, выразится следующим образом (см. рис. 75.2):

$$\Delta\omega = \Delta p_x \cdot \Delta p_y \cdot \Delta p_z = \frac{\hbar^3}{l^3} = \frac{\hbar^3}{V}. \quad (75.7)$$

Точный расчет приводит к результату

$$\Delta\omega = 8\pi^3 \frac{\hbar^3}{V} = \frac{h^3}{V}. \quad (75.8)$$

4. Разобьем теперь все пространство внутри поверхности Ферми — сферы с радиусом p_F — на ячейки объема $\Delta\omega$. Если в объеме V металла находится N электронов, то, в соответствии с предыдущим, в каждом квантовом состоянии — ячейке с объемом $\Delta\omega$ — разместится по два электрона. Всего окажутся заполненными $N/2$ ячеек ¹⁾, которые имеют объем $Nh^3/(2V)$. С другой стороны, это есть объем сферы Ферми в импульсном пространстве с радиусом p_F . Следовательно, имеем равенство

$$\frac{4}{3}\pi p_F^3 = \frac{N}{2} \frac{h^3}{V} = \frac{n}{2} h^3, \quad (75.9)$$

где $n = N/V$ есть концентрация электронов в металле. Из формулы (75.9) можно получить связь p_F и $\mathcal{E}_F$ с концентрацией электронов n :

$$p_F = h \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{1/3}, \quad (75.10)$$

$$\mathcal{E}_F = \frac{p_F^2}{2m} = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}. \quad (75.11)$$

Как видно из последних формул, импульс и энергия электрона на уровне Ферми зависят только от концентрации электронов в металле. Например, при концентрации электронов $n \approx 10^{29} \text{ м}^{-3}$, подставив в (75.10) и (75.11) значения $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ и $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$, получим $p_F = 2 \cdot 10^{-24} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$. Такому значению импульса соответствует скорость v_F электрона в металле, равная

$$v_F = \frac{p_F}{m} \approx \frac{2 \cdot 10^{-24}}{9 \cdot 10^{-31}} \approx 2 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

¹⁾ При этом мы предполагаем, что все ячейки внутри сферы Ферми заполняются с равной вероятностью.

По формуле (75.11) можно получить значение $\mathcal{E}_F \approx 1,6 \times 10^{-18}$ Дж ≈ 10 эВ. В § 75.6 мы увидим, что все приведенные выше оценки справедливы при температуре электронов в металле, равной абсолютному нулю: $T = 0$ К.

5. Сравним энергию электрона, находящегося на уровне Ферми, со средней энергией $kT_{\text{кл}}$ электрона в классической электронной теории. Из условия $\mathcal{E}_F = kT_{\text{кл}}$ получим, что энергию $\mathcal{E}_F$ частица классического электронного газа имела бы при температуре $T_{\text{кл}}$, равной

$$T_{\text{кл}} = \frac{\mathcal{E}_F}{k} = \frac{1,6 \cdot 10^{-18}}{1,38 \cdot 10^{-23}} \approx 10^5 \text{ К},$$

т.е. при такой температуре, когда само существование твердого металла невозможно — он расплавится. Совершенно очевидно, что электронный газ в металлах не подчиняется классической статистике Максвелла–Больцмана. Для изучения свойств и поведения электронов в металлах необходимо учитывать, что электронный газ в металлах — это особый «квантовый газ», который подчиняется квантовой статистике.

§ 75.5. Понятие о вырождении электронов в металле

1. В квантовой статистике электронов и других систем частиц со спином $\hbar/2$ учитываются принципиальная неразличимость тождественных частиц, подчинение их принципу Паули, а также то, что электрон в металле может иметь лишь определенные, дозволенные значения энергии. Из численных оценок, приведенных в пп. 4 и 5 предыдущего параграфа, видно, что свойства реального электронного газа сильно отличаются от свойств классического электронного газа. Отклонение свойств газа от его классических свойств называется *вырождением* газа. *Температурой вырождения* $T_{\text{выр}}$ называется температура, ниже которой данный газ ведет себя как вырожденный. Этот вопрос уже обсуждался в § 26.8.

2. Покажем, что электронный газ всегда является вырожденным. Для этого оценим температуру вырождения $T_{\text{выр}}$ системы микрочастиц (в частности, электронов в металле), обладающих квантовыми свойствами. Как показано в § 26.8, температура вырождения имеет следующий вид:

$$T_{\text{выр}} = \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{3km}. \quad (75.12)$$

Если положить постоянную Планка равной нулю, то температура $T_{\text{выр}} \rightarrow 0$, откуда видно, что вырождение газов имеет квантовую природу. Для электронного газа в металлах $n \approx 10^{29} \text{ м}^{-3}$ и $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$. Формула (75.12) дает $T_{\text{выр}} \approx 2 \cdot 10^4 \text{ К}$. Следовательно, электронный газ в металлах практически всегда вырожден вследствие малой массы электрона и большой плотности частиц. Только при температурах выше нескольких десятков тысяч градусов электроны металла подчинялись бы классической статистике Максвелла–Больцмана. Однако существование металла в конденсированном состоянии при таких температурах невозможно. В полупроводниках концентрация электронного газа много меньше, чем в металлах, и составляет иногда 10^{18} м^{-3} . В этих условиях температура вырождения ничтожно мала ($T_{\text{выр}} \approx 10^{-4} \text{ К}$), и электронный газ в полупроводниках является невырожденным и подчиняется классической статистике.

Кроме электронов в металлах, примером вырожденного газа является фотонный газ. В самом деле, представим себе, что в замкнутой полости, стенки которой имеют температуру T , находится электромагнитное поле. Такой случай мы рассматривали в главе о тепловом излучении (см. гл. 67). Рассматривая это излучение как фотонный газ и учитывая, что масса фотона

равна нулю ($m = 0$), получим, что для фотонного газа $T_{\text{выр}} = \infty$. Фотонный газ при любых конечных температурах является вырожденным.

На рис. 75.5 показана зависимость энергии электронного газа в металлах от температуры. При $T > T_{\text{выр}}$ на участке BA электронный газ не вырожден и энергия его пропорциональна темпера-

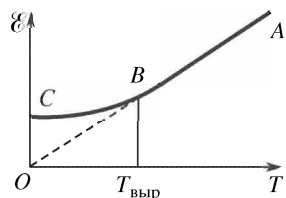


Рис. 75.5

туре, как и у обычного газа (см. § 26.5). Ниже $T_{\text{выр}}$, при $T \leq T_{\text{выр}}$, электронный газ становится вырожденным. Энергия электронов и скорость их движения в этой области температур (участок CB кривой) практически не зависят от температуры. Этот результат показывает, что классическое определение температуры как физической величины, пропорциональной средней кинетической энергии поступательного движения молекул идеального газа (см. § 26.5), справедливо лишь при температурах, больших, чем температура вырождения газа.

Для обычных, молекулярных газов классическое определение температуры является пригодным практически при всех температурах (см. § 26.8).

3. Резкие отличия свойств вырожденного электронного газа от свойств обычных классических газов можно иллюстрировать одним весьма поучительным соображением. Как известно (см. § 26.3), в основе понятия об идеальном газе лежит возможность пренебречь взаимодействием между молекулами и считать, что молекулы движутся свободно, лишь сталкиваясь друг с другом. Можно сказать, что обычный газ тем идеальнее, чем меньше потенциальная энергия взаимодействия его молекул по сравнению с их кинетической энергией. Известно, что чем более разрежен газ, чем меньше его плотность, тем более его свойства приближаются к свойствам идеального газа. Для вырожденного электронного газа в металлах справедливо обратное: он тем ближе по свойствам к идеальному газу, чем *больше* его плотность, т. е. чем *меньше* расстояние между электронами.

В самом деле, потенциальная энергия U взаимодействия электронов пропорциональна e^2/a , где e — заряд электрона, a — среднее расстояние между электронами, равное по порядку величины $n^{-1/3}$ ¹⁾. Таким образом, $U \approx e^2 n^{1/3}$. Кинетическая энергия K электрона в металле, в области, где вырождение электронов существенно, имеет величину

$$K \approx \frac{3}{2} kT_{\text{выр}} \approx \frac{1}{2} \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{m}.$$

Оказывается, что с ростом концентрации n электронов кинетическая энергия электронов растет быстрее, чем потенциальная энергия их взаимодействия. А это условие определяет большую близость газа к идеальному.

§ 75.6. Распределение электронов в металле по энергиям при абсолютном нуле

1. Из содержания предыдущих параграфов этой главы становится совершенно ясным, что вырожденный электронный газ должен подчиняться статистическим законам, существенно отличающимся от классических (см. § 25.2, 26.10 и 26.11).

¹⁾ Если в объеме 1 м^3 находится n частиц, а среднее расстояние между частицами есть Δx , то очевидно, что $\Delta x^3 \cdot n = 1$, откуда $\Delta x \approx n^{-1/3}$.

Рассмотрим некоторые результаты, полученные в квантовой статистике Ферми–Дирака для электронов в металле. Наиболее разительными являются отличия выводов классической и квантовой статистики при сверхнизких температурах. На рис. 75.6 изображен график распределения электронов металла по дозволенным энергетическим уровням при $T = 0$ К. По оси абсцисс отложены энергетические уровни, отсчитываемые от дна потенциального ящика, а по оси ординат — числа электронов, находящихся на данном уровне. Так как уровни энергии дискретны, то распределение при энергиях, меньших $\mathcal{E}_F$, изображается совокупностью большого числа точек, расположенных по одной прямой (на рисунке показана просто прямая, проведенная через эти точки). Электроны, в соответствии с принципом Паули, попарно занимают все энергетические уровни от дна ящика до уровня Ферми.

2. Среднее расстояние между двумя соседними энергетическими уровнями электронов в металлах равно

$$\Delta\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_F}{n/2} = \frac{2\mathcal{E}_F}{n}.$$

Приняв концентрацию электронов n равной 10^{29} м^{-3} и значение $\mathcal{E}_F \approx 10 \text{ эВ}$ (см. § 75.4), получим, что $\Delta\mathcal{E} \approx 10^{-28} \text{ эВ}$, т. е. энергетические уровни расположены весьма близко и образуют густую, почти непрерывную последовательность.

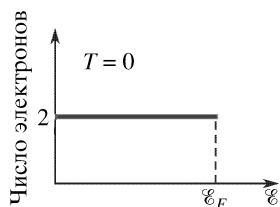


Рис. 75.6

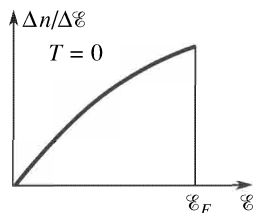


Рис. 75.7

Однако график рис. 75.6 не дает распределения электронов по энергиям при $T = 0$ К. Для того чтобы описать это распределение, необходимо учесть, что, как показывают теоретические расчеты, число уровней, соответствующих значениям энергии в пределах от $\mathcal{E}$ до $\mathcal{E} + \Delta\mathcal{E}$, прямо пропорционально произведению $\sqrt{\mathcal{E}} \cdot \Delta\mathcal{E}$. Это позволяет найти число электронов Δn , которые при общем числе n электронов в единице объема при температуре $T = 0$ К имеют энергии, заключенные в пределах от

$\mathcal{E}$ до $\mathcal{E} + \Delta\mathcal{E}$. Кривой распределения электронов металла по энергиям называется кривая, изображающая зависимость $\Delta n / \Delta\mathcal{E}$ от $\mathcal{E}$. На рис. 75.7 изображена такая кривая при $T = 0$ К. Из нее видно, что при абсолютном нуле нет электронов с энергией, большей $\mathcal{E}_F$. Графики рисунков 75.6 и 75.7 соответствуют друг другу и указывают, что энергия $\mathcal{E}_F$ (энергия Ферми) является наибольшей энергией электрона в металле при $T = 0$ К.

§ 75.7. Влияние температуры на распределение электронов по энергиям

1. Согласно квантовой статистике, важнейшим свойством электронов в металле является малая чувствительность их концентрации и энергии к изменению температуры. Рассмотрим, как изменяется при нагревании кривая распределения электронов по энергиям, изображенная на рис. 75.7. С повышением температуры электроны подвергаются тепловому возбуждению и, получив энергию, должны переходить на более высокие энергетические уровни. Это должно изменить то распределение электронов по энергиям, которое установилось при $T = 0$ К. Для того чтобы понять, как выглядит это изменение, вспомним, что энергия Ферми $\mathcal{E}_F$ при абсолютном нуле температуры составляет приблизительно 10 эВ, а средняя энергия, передаваемая электрону при нагревании, имеет порядок величины средней энергии теплового движения kT . При комнатных температурах ($T \approx 300$ К) величина kT составляет 0,025 эВ, т. е. выполняется условие

$$kT \ll \mathcal{E}_F. \quad (75.13)$$

2. Неравенство (75.13) показывает, что в этих условиях тепловому возбуждению могут подвергаться лишь те электроны, которые находятся на энергетических уровнях, расположенных вблизи уровня Ферми — верхнего занятого уровня при $T = 0$ К. Эти уровни образуют узкую полосу шириной kT , непосредственно примыкающую к уровню Ферми.

На рис. 75.8 эти полосы уровней заштрихованы. Особенно важно, что электроны более глубоких уровней остаются практически незатронутыми, так как энергия, которую они получили,

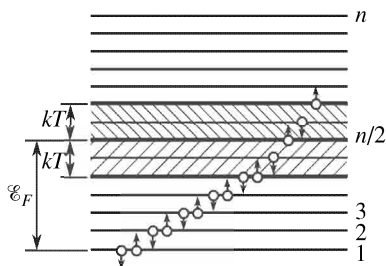


Рис. 75.8

недостаточна для их возбуждения, т. е. перевода *за уровень Ферми*, а выше расположенные уровни заняты. В результате нагревания часть электронов, имеющих энергию несколько меньшую, чем $\mathcal{E}_F$, перейдет на уровни с энергией несколько большей, чем $\mathcal{E}_F$, и установится новое распределение электронов по энергетическим состояниям. На рисунках 75.9 и 75.10 изображены кривые, аналогичные кривым рисунков 75.6 и 75.7 и удовлетворяющие неравенству (75.13). Сравнение кривых при $T = 0$ К и $T \neq 0$ К показывает, что они отличаются друг от друга лишь характером спада вблизи уровня $\mathcal{E}_F$. При $T = 0$ К кривые спадают резко, скачкообразно, по вертикали, а при $T \neq 0$ К спад происходит по плавной кривой, сливающейся с осью абсцисс. Кривые рисунков 75.9 и 75.10 выражают тот факт, что при нагревании возбуждаются лишь электроны, расположенные на уровнях, ближайших к уровню Ферми. Распределение же по состояниям и энергиям электронов, находящихся на глубинных энергетических уровнях, остается таким же, как и при $T = 0$ К.

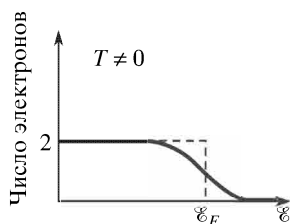


Рис. 75.9

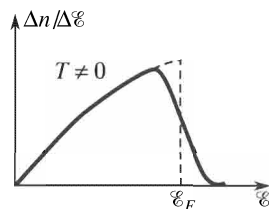


Рис. 75.10

3. Оценим приближенно число электронов Δn , которые находятся ниже уровня Ферми в полосе уровней шириной kT . В этой полосе размещается $kT/\Delta\mathcal{E}$ уровней, $\Delta\mathcal{E} = 2\mathcal{E}_F/n$ — расстояние между соседними уровнями (см. § 75.6). Число электронов, которые смогут разместиться на этих уровнях, равно

$$2 \frac{kT}{\Delta\mathcal{E}} = \frac{2kT \cdot n}{2\mathcal{E}_F} = \frac{kT}{\mathcal{E}_F} n.$$

Коэффициент 2 появляется вследствие того, что, согласно принципу Паули, на каждом уровне могут находиться по два электрона с противоположно направленными спинами. Если предположить, что на уровни, лежащие выше уровня Ферми, переходит половина всех электронов, размещающихся в полосе шириной kT , то для числа Δn электронов, испытавших тепловое

возбуждение, получаем соотношение

$$\Delta n \approx \frac{kT}{2\mathcal{E}_F} n. \quad (75.14)$$

При комнатных температурах и значениях $\mathcal{E}_F \approx 5\text{--}10\text{ эВ}$ получим, что $\Delta n/n < 0,01$. Таким образом, лишь незначительная доля электронов, меньшая 1%, возбуждается при нагревании. Это означает, что во всем диапазоне температур, в котором электронный газ вырожден, распределение его электронов по энергетическим состояниям весьма мало отличается от распределения при абсолютном нуле. Но, как показано в § 75.5, электронный газ является вырожденным при всех температурах, допускающих существование металла в конденсированном состоянии. Следовательно, распределение электронов металла по энергетическим состояниям при любых температурах мало отличается от распределения при абсолютном нуле. Отсюда следует важный вывод: *концентрация электронов в металлах и скорость их теплового движения не зависят от температуры металла.*

4. До сих пор мы совершенно не касались вопроса о том, влияет ли нагревание металла на положение верхнего занятого электронами уровня — уровня Ферми. Подчеркнем, что *до сих пор мы во всех соотношениях использовали $\mathcal{E}_F$ — энергию Ферми при абсолютном нуле.* В квантовой статистике доказывается, что с повышением температуры уровень Ферми несколько понижается.

В контактных явлениях, происходящих при соприкосновении разнородных металлов, незначительная температурная зависимость энергии Ферми является причиной термоэлектрических явлений (см. § 44.7).

§ 75.8. Теплоемкость вырожденного электронного газа

1. Как мы видели (см. § 75.1), классическая электронная теория металлов не сумела объяснить, почему электроны практически не вносят вклада в теплоемкость металла. Теплоемкость электронного газа чрезвычайно мала по сравнению с теплоемкостью кристаллической ионной решетки. Причина этого была выяснена только после того, как были вскрыты свойства вырожденного электронного газа в металлах.

2. Вычислим ту энергию ΔU_m , которую поглощают при нагревании электроны, испытывающие тепловое возбуждение. Для

того чтобы затем перейти к теплоемкости металлов, удобнее вести рассуждение относительно числа ΔN электронов, которые из общего числа N свободных электронов, содержащихся в киломоле металла, подвергаются тепловому возбуждению. Очевидно, что

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta N}{N},$$

где числа электронов Δn и n относятся к единице объема металла. При тепловом возбуждении каждый электрон поглощает энергию, равную по порядку величины kT . Все электроны ΔN , которые возбуждаются и переходят на более высокие энергетические уровни, получают энергию

$$\Delta U_m = kT \cdot \Delta N = NkT \frac{kT}{2\mathcal{E}_F}.$$

При этом мы использовали соотношение (75.14). Как известно, у одновалентных металлов на один атом приходится по одному свободному электрону. Тогда число N свободных электронов в киломоле металла совпадает с постоянной Авогадро N_A , а произведение $N_A k = R$ есть универсальная газовая постоянная (см. § 26.9). Таким образом,

$$\Delta U_m = RT \cdot \frac{kT}{2\mathcal{E}_F}.$$

Теплоемкость одного киломоля электронного газа получим по формуле (44.26)

$$C_m^{\text{эл}} = \frac{\Delta U_m}{T} = R \frac{kT}{2\mathcal{E}_F}. \quad (75.15)$$

3. Сравним выражение (75.15) с теплоемкостью $C_{\text{кл}}$ невырожденного одноатомного газа, подчиняющегося законам классической кинетической теории газов. Как известно (см. (27.14)),

$$C_{\text{кл}} = \frac{3}{2} R. \quad (75.16)$$

Из (75.15) и (75.16) легко получить

$$\frac{C_m^{\text{эл}}}{C_{\text{кл}}} = \frac{1}{3} \frac{kT}{\mathcal{E}_F}. \quad (75.17)$$

Как видим, теплоемкость вырожденного электронного газа в металлах значительно меньше теплоемкости невырожденного одноатомного газа. В самом деле, при комнатных температу-

рах $kT \approx 0,025$ эВ; так как $\mathcal{E}_F \approx 3\text{--}10$ эВ, то в согласии с неравенством (75.13) $kT/\mathcal{E}_F \approx 0,01$, поэтому

$$C_m^{\text{эл}} \sim 0,01 C_{\text{кл}}.$$

Этот результат находится в хорошем согласии с опытом и объясняет малую теплоемкость электронного газа. Тем самым разрешается серьезная трудность классической электронной теории металлов.

§ 75.9. Понятие о квантовой теории проводимости металлов

1. Квантовая теория металлов внесла существенные изменения в классические представления об их проводимости. Как известно, электрический ток в металлах является результатом упорядоченного движения электронов. Это движение возникает под действием электрического поля, создаваемого в металле источником тока. Для того чтобы электроны начали упорядоченно двигаться под действием электрического поля, они должны изменить свою энергию, т.е. «принять» энергию от источника тока. При обычных напряжениях в цепи электроны принимают небольшую энергию. С квантовой точки зрения электрон может принять небольшую энергию лишь в том случае, если существуют близкие энергетические уровни, не занятые другими электронами. Тогда, получив энергию, электроны будут переходить на эти свободные уровни и возникнет электрический ток — движение электронов в направлении, противоположном направлению напряженности внешнего электрического поля.

2. Теория электрической проводимости металлов, основанная на квантовой статистике Ферми–Дирака, была развита Зоммерфельдом. Она привела к выражению закона Ома для плотности тока, аналогичному формуле (44.15). Коэффициент удельной проводимости, согласно квантовой теории, вычисляется по формуле, внешне похожей на формулу (44.16) для $\gamma_{\text{кл}}$:

$$\gamma_{\text{кл}} = \frac{ne^2 \langle \lambda \rangle}{m \langle u \rangle}, \quad \gamma_{\text{квант}} = \frac{ne^2 \langle \lambda_F \rangle}{p_F}. \quad (75.18)$$

Однако по существу этот результат очень сильно отличается от классического. В формуле (75.18) $\langle \lambda_F \rangle$ — средняя длина свободного пробега электрона, *находящегося на уровне Ферми*, p_F — импульс Ферми (см. (75.10)).

3. Импульс Ферми практически не зависит от температуры, так как с ее изменением уровень Ферми остается почти неизменным. Напомним, что в классической электронной теории $\langle u \rangle \approx \sqrt{T}$, и это привело к трудностям в истолковании зависимости γ от температуры (см. § 75.1). Наиболее существенное отличие в выражениях для $\gamma_{\text{кл}}$ и $\gamma_{\text{квант}}$ состоит в том, что истолкование средней длины свободного пробега электрона в классической и квантовой теориях металлов совершенно разные. Вспомним, что в классической теории свободные электроны рассматриваются как классический электронный газ, частицы которого сталкиваются с положительными ионами кристаллической решетки. В этом с классической точки зрения заключается причина электрического сопротивления металлов. В квантовой теории движение электронов сквозь решетку металла рассматривается как распространение дебройлевских электронных волн. Характер взаимодействия этих волн с ионами решетки качественно отличается от простого соударения электрона с ионом. *Электронные волны рассеиваются на ионах кристаллической решетки.*

4. Роль средней длины свободного пробега электрона в квантовой теории играет средняя длина пробега $\langle \lambda \rangle$ электронной волны, т. е. среднее расстояние, которое волна может пройти без рассеяния на узлах кристаллической решетки. Для распространения электронных волн узлы решетки не являются жесткой преградой; электронные волны могут «обтекать» узлы и распространяться без рассеяния на значительные расстояния. Средняя длина пробега $\langle \lambda \rangle$ непосредственно не связана с междуузельным расстоянием в решетке (с периодом решетки!) и может составлять сотни таких периодов. Если длина пробега электронных волн достаточно велика, то это означает, что вероятность обнаружить электрон, прошедший в решетке сотни междуузельных расстояний, также будет отлична от нуля. Другими словами, электрон может свободно проходить в кристалле большие расстояния. Этому соответствует в классическом представлении средняя длина пробега электрона, равная сотням периодов решетки.

5. Новый взгляд на характер взаимодействия электронов с решеткой металла привел к иному толкованию природы сопротивления металлических проводников и зависимости сопротивления от температуры.

Из оптики известно (см. § 62.8), что интенсивность светового потока, проходящего сквозь мутную среду (туман, коллоидные растворы и т. д.), ослабляется вследствие того, что часть пото-

ка рассеивается в стороны. Частицы среды, рассеивающие свет, должны быть удалены друг от друга на расстояния d , сравнимые с длиной λ световой волны. При условии $d \ll \lambda$ рассеяние света не наблюдается и среда является оптически однородной. Неоднородности оптических свойств среды, приводящие к рассеянию света, при условии $d \ll \lambda$ не проявляются, и свет проходит через среду так, как если бы она была совершенно прозрачной. В §44.11 показано, что аналогичные явления происходят при рассеянии звуковых волн в твердых телах. При распространении электронных волн сквозь решетку металла происходят подобные же явления.

6. Совершенно правильная, идеальная кристаллическая решетка, в узлах которой находятся *неподвижные* ионы, не рассеивает электронные волны. В такой решетке отсутствуют центры рассеяния — неоднородности, искажения правильности решетки, превосходящие по размерам длину дебройлевских волн. Поток свободных электронов должен проходить сквозь такую решетку беспрепятственно. Подобная решетка не оказывала бы никакого сопротивления для движения электронов. Электрическое сопротивление металла было бы равно нулю, если бы ионы решетки металла были неподвижны.

Однако хорошо известно, что при любой температуре частицы твердого тела в узлах решетки совершают колебания. Хаотические тепловые колебания частиц в узлах кристаллической решетки создают в ней флуктуации плотности (см. §28.10). В самом деле, за счет тепловых колебаний расстояния между частицами в решетке, а следовательно и плотность вещества, могут быть неодинаковыми в соседних малых объемах внутри металла. Результатом тепловых колебаний частиц в узлах решетки является появление местных неоднородностей плотности. Линейные размеры областей в металле, где проявляются эти неоднородности, значительно больше, чем длина дебройлевских волн. Таким образом возникают центры рассеяния электронных волн. Свободные электроны, движущиеся сквозь решетку металла, рассеиваются на тепловых колебаниях ионов решетки. Это является причиной электрического сопротивления чистых металлов. Колебания узлов решетки приводят к распространению в ней звуковых волн, которые, как показано в §44.11, можно заменить распространением в решетке «квазичастиц» — фононов. Электрическое сопротивление металлов является результатом рассеяния электронов проводимости на фононах.

7. Различная зависимость от расстояния сил притяжения и отталкивания между частицами приводит к тому, что колебания частиц в кристаллической решетке твердого тела *не являются гармоническими*. Оказывается, что это имеет большое значение для выяснения природы электрического сопротивления в чистых металлах. Дело в том, что отклонения от гармоничности колебаний ионов в узлах кристаллической решетки вызывают нарушения периодичности решетки, а следовательно, появление неоднородности плотности — центров для рассеяния электронных волн. Если бы периодичность кристаллической решетки ничем не нарушалась, то не происходило бы рассеяния электронных волн на ионах решетки и сопротивление металла при любой температуре было бы равно нулю. *Только за счет нарушения периодичности* решетки осуществляются те процессы рассеяния электронов, которые приводят к возникновению сопротивления и выделению тепла в проводнике при прохождении электрического тока.

8. С повышением температуры возрастает рассеяние электронных волн на тепловых колебаниях решетки и происходит уменьшение средней длины свободного пробега электронов. При обычных комнатных температурах $\langle \lambda_F \rangle$ обратно пропорциональна первой степени температуры, $\langle \lambda_F \rangle \sim 1/T$. Это и приводит к хорошо подтверждающейся на опыте зависимости коэффициента $\gamma_{\text{квант}}$ от температуры ($\gamma_{\text{квант}} \sim 1/T$). При очень низких температурах средняя длина свободного пробега обратно пропорциональна пятой степени температуры, $\langle \lambda_F \rangle \sim 1/T^5$. Поэтому, в согласии с опытами, удельное сопротивление чистых металлов при сверхнизких температурах прямо пропорционально пятой степени температуры ($\rho = 1/\gamma$, $\gamma \sim 1/T^5$ и $\rho \sim T^5$).

§ 75.10. Явление сверхпроводимости

1. В 1911 г. Х. Камерлинг-Оннес установил, что при температуре $T_{\text{кр}} \approx 4,2$ К электрическое сопротивление очищенной ртути резко падает до нуля (рис. 75.11). Электрический ток, индуцированный в ртутном проводнике, сохраняется при $T \leq 4,2$ К неизменным сколь угодно длительное время. Это явление было названо *сверхпроводимостью*.

Температура $T_{\text{кр}}$, при которой вещество переходит в сверхпроводящее состояние, называется *критической температурой перехода*. Для различных металлов и сплавов значение $T_{\text{кр}}$ варьируется от менее 1 К до примерно 20 К. В табл. 75.1 приведены

критические температуры перехода некоторых сверхпроводящих химических элементов и сверхпроводящих соединений.

Химические элементы, обладающие свойством сверхпроводимости, расположены в средней части периодической системы Менделеева. При обычных температурах они, как правило, имеют более низкую проводимость, чем несверхпроводящие металлы.

2. Критическая температура перехода элементов зависит от их изотопного состава (см. § 78.1). Как правило, температура $T_{кр}$ убывает с ростом средней атомной массы элемента, состоящего из нескольких изотопов. Введение в чистый сверхпроводящий металл примесей, различные искажения решетки металла оказывают влияние лишь на резкость перехода в состояние сверхпроводимости, но не уничтожают сам переход. Это

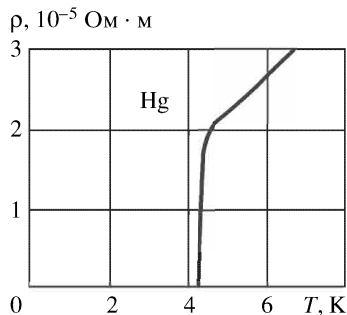


Рис. 75.11

Таблица 75.1

Сверхпроводящий элемент или соединение	$T_{кр}$, К	Сверхпроводящий элемент или соединение	$T_{кр}$, К	Сверхпроводящий элемент или соединение	$T_{кр}$, К
Ir	0,14	Ag	4,16	Nb ₃ Zn	10,5
Ti	0,39	Pb	7,22	NbC	11,1
Cd	0,56	Nb	8,9	MoTc	14,0
Zn	0,85	MoC	8,0	NbN	14,7
Ga	1,10	Tc	9,3	V ₃ Si	17,0
Tl	2,39	Mo ₃ Re	9,8	Nb ₃ Sn	18,2

указывает на то, что при переходе в сверхпроводящее состояние электроны перестают взаимодействовать с кристаллической решеткой металла.

3. Ниже температуры $T_{кр}$, когда существует сверхпроводящее состояние проводника, его можно разрушить при $T = \text{const}$ наложением достаточно сильного магнитного поля. Поле может быть либо внешним, либо может быть создано током, текущим по самому проводнику. При любой температуре $T < T_{кр}$ существует

некоторое минимальное значение $H_{\text{кр}}$ напряженности магнитного поля, достаточное для разрушения сверхпроводящего состояния. Величина $H_{\text{кр}}$ называется *критической напряженностью*. С понижением температуры проводника $H_{\text{кр}}$ увеличивается. На рис. 75.12 изображены кривые зависимости сопротивления образца, изготовленного из белого олова, от напряженности H при различных температурах.

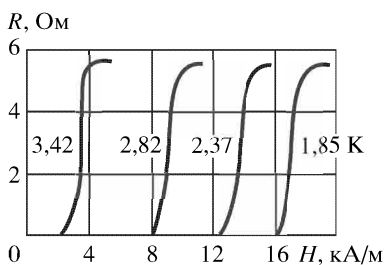


Рис. 75.12

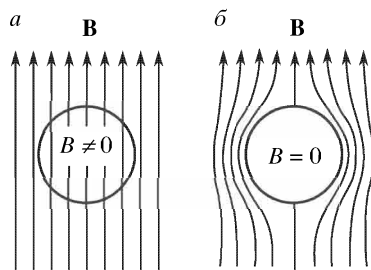


Рис. 75.13

4. При $T \leq T_{\text{кр}}$ сверхпроводящий проводник, помещенный в магнитное поле, *выталкивает* из себя магнитный поток. Это явление называется *эффектом Мейснера*. На рис. 75.13а изображен поток магнитной индукции, пронизывающий проводник в обычном состоянии. На рис. 75.13б магнитный поток выталкивается из проводника, находящегося в сверхпроводящем состоянии. Магнитная индукция B внутри сверхпроводника равна нулю. Это справедливо только для полей более слабых, чем критическое поле. При этом проводник ведет себя как идеальный диамагнетик с магнитной восприимчивостью $\chi_m = -1$ (см. § 42.4). Действительно, при этом значении χ_m магнитная проницаемость $\mu = 1 + \chi_m = 0$ и $B = \mu_0 \mu H = 0$.

В реальных сверхпроводниках существует некоторая глубина, на которую магнитное поле все же проникает. Она зависит от температуры и геометрической формы образца. При температурах, которые на 1–2 К ниже $T_{\text{кр}}$, поле проникает в сверхпроводники на глубину порядка 10^{-5} см. Поэтому очень тонкие сверхпроводящие пленки — толщиной 10^{-5} см и меньше — не являются идеальными диамагнетиками: магнитное поле в них нигде не равно нулю.

5. При переходе в сверхпроводящее состояние изменяются тепловые свойства вещества. Например, в *отсутствие магнитного поля* при температуре $T_{\text{кр}}$ скачкообразно изменяется теплоемкость. Если поле существует, то изотермический переход из сверхпроводящего состояния в нормальное сопровождается резким изменением теплоемкости и поглощением тепла, а обратный переход — выделением тепла. Кроме того, при этом скачкообразно изменяется теплопроводность вещества.

Перечисленные экспериментальные факты легли в основу *термодинамической теории сверхпроводимости*, в создание которой ре-

шающий вклад внесли Л. Д. Ландау и В. Л. Гинзбург. В этой теории сверхпроводящее и нормальное состояния рассматриваются как две различные фазы вещества. При определенных значениях параметров состояния — температуры T и напряженности магнитного поля H — эти фазы переходят друг в друга.

6. Термодинамическая теория сверхпроводимости, позволившая формально объяснить основные экспериментальные факты, не могла, естественно, вскрыть природу явления сверхпроводимости. Это было сделано сравнительно недавно в квантовой теории электрических свойств твердых тел. Современная теория сверхпроводимости разработана Дж. Бардином, Л. Купером и Дж. Шриффером, а также Н. Н. Боголюбовым. Была высказана идея, что при некоторых условиях взаимодействие электронов с фононами (см. § 44.11) может явиться причиной перехода в сверхпроводящее состояние. Дело в том, что рассеяние электронов на фононах приводит к возникновению особого взаимодействия между самими электронами, которое имеет специфическую квантовомеханическую природу и состоит в их *взаимном притяжении*. Математическое решение этой весьма сложной проблемы было дано Н. Н. Боголюбовым.

Оказалось, что это взаимодействие особенно велико для пар электронов, имеющих противоположные спины и импульсы (куперовские пары). При некоторых условиях взаимное притяжение между такими электронами может значительно превышать их электростатическое отталкивание. Благодаря этому взаимодействию *электроны проводимости в металлах образуют связанный коллектив, который не может отдавать энергию малыми порциями*. При этом соударения с узлами решетки не изменяют энергию электронов проводимости, и металл ведет себя как идеальный сверхпроводник с нулевым сопротивлением. Для того чтобы нарушить связь какого-либо электрона с другими электронами коллектива, необходимо затратить энергию, соответствующую средней энергии тепловых колебаний узлов решетки при температуре перехода $T_{кр}$. Поэтому при $T > T_{кр}$ сверхпроводящее состояние существовать не может.

Последовательное проведение этих идей позволило создать теорию сверхпроводимости, в которой нашли свое объяснение все свойства сверхпроводников, в частности магнитные и тепловые. Найденные теоретическим путем зависимость температуры от изотопного состава металлов и зависимость напряженности критического магнитного поля от температуры хорошо согласуются с экспериментальными данными. Теоретически получены критерии того, что в системе взаимодействующих электронов могут возникать связанные состояния и будет существовать сверхпроводимость.

7. Явление сверхпроводимости получило разнообразные применения в науке и технике. Возможность получить большие токи от источника с малым напряжением при отсутствии потерь на джоулево тепло используется в измерительной технике. Напри-

мер, гальванометр с рамкой из сверхпроводника имеет огромную чувствительность — порядка 10^{-12} В. Возможность при помощи магнитного поля переводить проводник в сверхпроводящее состояние и обратно в нормальное используется для усиления весьма малых постоянных токов и напряжений. При этом слабый постоянный сигнал подается на сверхпроводник, находящийся в переменном магнитном поле. Напряженность магнитного поля подбирается такой, чтобы проводник попеременно переводился в сверхпроводящее состояние и обратно. В результате получается переменный ток, частота которого совпадает с частотой магнитного поля. Дальнейшее усиление этого тока производится обычным способом. Для создания резонаторов высокой добротности (см. § 51.6) с малым затуханием колебаний стенки резонаторов могут быть изготовлены из сверхпроводящих материалов, обеспечивающих малое сопротивление и малое затухание.

Явление сверхпроводимости используется для получения весьма сильных магнитных полей. Для обмоток электромагнита используется проволока, изготовленная из сверхпроводящих сплавов с большим значением критической напряженности $H_{кр}$. В таких обмотках может быть создана огромная плотность токов, и, соответственно, электромагнит будет иметь сильное магнитное поле. Современные обмотки соленоидов, изготовленные из сверхпроводящих сплавов, позволяют получать магнитные поля с индукцией более 10 Тл. Такие соленоиды не рассеивают мощности, в то время как при обычных медных обмотках при магнитном поле 10 Тл выделяется огромное количество тепла.

На принципе разрушения сверхпроводящего состояния магнитным полем основано создание переключающих устройств, называемых криотронами. Пленочные криотроны, имеющие весьма малые габариты, переключаются за 10^{-9} – 10^{-10} с.

На основе явления сверхпроводимости создаются элементы памяти счетно-решающих устройств. Идея таких элементов, изготавливаемых из сверхпроводящих пленок, состоит в том, что ток, наведенный в сверхпроводящем кольце, хранится без затухания очень долго.

Серьезные трудности практического использования сверхпроводимости связаны с тем, что необходимо работать в области сверхнизких температур. Создание сверхпроводящих материалов с высокой, например комнатной, температурой перехода в сверхпроводящее состояние откроет новые огромные возможности применения явления сверхпроводимости в различных областях науки и техники.

8. В конце 1986 г. в печати появилось сообщение об открытии сверхпроводимости керамики лантан–барий–медь–кислород при температуре, превышающей 30 К. Вскоре пришли сообщения из Японии и США о сверхпроводимости керамики лантан–стронций–медь–кислород при температурах 40–50 К. В России в лаборатории А. Головашкина в Физическом институте Академии наук обнаружено, что в керамике на основе иттрия сверхпроводимость начинается при температуре 102 К. В настоящее время проводятся интенсивные исследования, которые уже привели к открытию обширного класса материалов, переходящих в сверхпроводящее состояние при азотных и более высоких температурах.

§ 75.11. Контактные явления на границе металлов

1. В главах 44 и 45 были рассмотрены классические представления о контактных явлениях, в частности, возникновение контактной разности потенциалов и термоэлектродвижущей силы, а также запирающего слоя — тонкого слоя на границе контакта двух металлов или полупроводников, характеризующегося резким изменением потенциальной энергии электронов на протяжении этого слоя. В данном параграфе мы рассмотрим квантовую теорию этих явлений на примере контакта двух металлов.

Рассмотрим образование двойного слоя и его роль в случае контакта двух металлов 1 и 2 с различными работами выхода A_1 и A_2 , т. е. с различной высотой верхнего заполненного электрона-

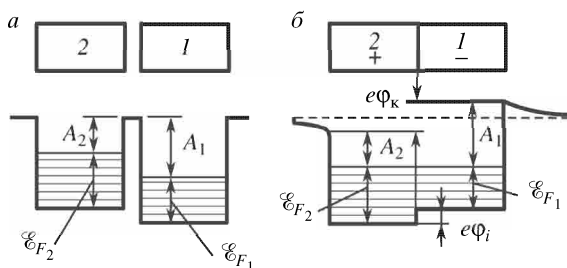


Рис. 75.14

ми уровня Ферми (рис. 75.14а). Тотчас после установления контакта поток электронов устремится преимущественно в направлении от 2 к 1, ибо в металле 2 работа выхода электронов меньше,

чем в 1. В результате границы заполненных энергетических уровней в металлах выравниваются и при этом образуется двойной электрический слой зарядов: в металле 2 образуется избыток положительных зарядов ионной решетки, так как электроны из этого металла уйдут в металл 1, заряжающийся отрицательно (рис. 75.14б). Перетекание электронов будет происходить до тех пор, пока не наступит равновесие и электрическое поле двойного слоя не воспрепятствует дальнейшему переходу электронов.

2. Металлы с различной работой выхода A имеют разные уровни Ферми. Равновесие, которое наступает при контакте двух или нескольких металлов с разными уровнями Ферми, возможно только в том случае, если уровень Ферми во всех металлах станет одинаковым. Это может быть совершенно строго доказано из общих термодинамических условий равновесия электронных газов в контактирующих металлах при постоянных объеме и температуре. Качественно все сводится к тому, что равенство давлений электронного газа соприкасающихся металлов, необходимое для равновесия, наступает при выравнивании «высот» энергетических уровней электронов, подобно тому как выравниваются высоты уровней жидкости в сообщающихся сосудах.

Когда металл 2 заряжается положительно до некоторого потенциала U_2 , все энергетические уровни опускаются вниз на eU_2 . В металле 1, заряжающемся отрицательно до потенциала $-U_1$, все энергетические уровни поднимаются вверх на «расстояние» eU_1 относительно своих положений в незаряженном металле. В самом деле, для перехода электрона с некоторого уровня незаряженного металла на такой же уровень металла, заряженного до отрицательного потенциала $-U_1$, требуется совершение работы, численно равной eU_1 . Эта работа равна изменению потенциальной энергии электрона.

Поэтому потенциальная энергия электрона, находящегося на некотором уровне отрицательно заряженного металла, будет на eU_1 больше потенциальной энергии электрона, находящегося на таком же уровне в незаряженном металле. Это означает, что все уровни поднимаются вверх. По тем же причинам все уровни в положительно заряженном металле опускаются вниз.

3. Как только снижающийся уровень Ферми в металле 2 и повышающийся уровень Ферми в металле 1 окажутся на одной высоте, причина, которая вызывает преимущественный переход электронов из второго металла в первый, исчезает. Между металлами устанавливается динамическое равновесие, которому соответствует определенная толщина l двойного слоя. При этом

потенциальные энергии электронов в непосредственной близости к поверхностям металлов будут не одинаковы. Между металлами 2 и 1 установится разность потенциалов

$$\varphi_k = \frac{A_1 - A_2}{e}. \quad (75.19)$$

Эту разность потенциалов называют *внешней* контактной разностью потенциалов. Она обусловлена разностью работ выхода электронов из контактирующих металлов. Электроны уходят из металла с меньшей работой выхода в металл с большей работой выхода. Величина φ_k колеблется для разных пар металлов от десятых долей до единиц вольт и зависит от состояния поверхности и ее чистоты.

4. Между точками, расположенными внутри контактирующих металлов, также существует разность потенциалов. Она связана с тем, что, хотя уровни Ферми в обоих металлах выравниваются, потенциальные энергии электронов в металлах 2 и 1 не одинаковы. Потенциальная энергия электронов во втором металле меньше, чем в первом. На рис. 75.14б видно, что потенциальные энергии электронов отличаются на величину $\mathcal{E}_{F_2} - \mathcal{E}_{F_1}$. В соответствии с этим потенциалы внутри металлов отличаются на величину

$$\varphi_i = \frac{\mathcal{E}_{F_2} - \mathcal{E}_{F_1}}{e}. \quad (75.20)$$

Величина φ_i называется *внутренней* контактной разностью потенциалов.

5. Различие потенциалов внутри проводников создает дополнительный диффузионный поток из второго металла в первый. Воспользуемся формулой (75.11) для энергии Ферми при $T = 0$ К:

$\mathcal{E}_F = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}$, где n — число электронов в единице объема металлов. Подставим это выражение $\mathcal{E}_F$ в формулу для φ_i :

$$\varphi_i = \frac{h^2}{2me} \left(\frac{3}{8\pi} \right)^{2/3} \left(n_2^{2/3} - n_1^{2/3} \right). \quad (75.21)$$

Как видно, причиной возникновения внутренней контактной разности потенциалов является различие концентраций электронных газов в контактирующих металлах. Оно приводит к диффузии электронов в направлении убыли концентрации электронов. Качественно это согласуется с результатами, которые в § 44.6 были получены из классической электронной теории металлов.

Однако, как видно из сравнения классического и квантового рассмотрений, количественные результаты заметно отличаются.

6. При температуре T , не равной абсолютному нулю, энергия Ферми зависит от температуры. Это приводит к тому, что внутренняя контактная разность потенциалов зависит от температуры контакта. Этой зависимостью объясняются термоэлектрические явления, рассмотренные в § 44.7. Не вдаваясь в подробности, укажем, что формула (44.23) для термоэлектродвижущей силы оказывается приблизительно справедливой, однако коэффициент α выражается значительно сложнее и является, вообще говоря, функцией температуры.

Глава 76

ЭЛЕМЕНТЫ ЗОННОЙ ТЕОРИИ КРИСТАЛЛОВ

§ 76.1. Понятие о зонной теории твердых тел

1. В предыдущей главе, рассматривая электропроводность металлов, мы считали, что движение электронов в металлах является свободным движением внутри «потенциального ящика» с плоским дном. Этому соответствовало предположение о том, что потенциальная энергия электронов в металле *везде одинакова*. В действительности дело обстоит значительно сложнее. Помимо свободных электронов в металле имеются положительные ионы. Ионы создают внутри металла электрическое поле, влияющее на движение свободных электронов.

2. Положительные ионы расположены в узлах кристаллической решетки строго упорядоченно. Расстояния между ионами по осям x , y и z равны соответственно периодам решетки по

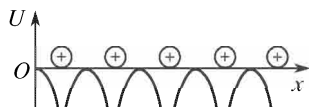


Рис. 76.1

этим направлениям. Электрическое поле, которое создают ионы, закономерно изменяется внутри кристалла. Оно является *периодической* функцией координат x , y , z . Поэтому потенциальная энергия электронов в металле не постоянна, а периодически

изменяется, зависит от их координат. На рис. 76.1 изображено изменение потенциальной энергии электрона по оси x . Ось проведена через узлы кристаллической решетки. В местах, где

расположены ионы, имеются минимумы энергии — «потенциальные воронки». При приближении к иону электрон как бы «проваливается» в потенциальную яму — воронку.

3. Не только для металлов, но и для других типов твердых тел характерно правильное расположение атомов или молекул в узлах кристаллической решетки. Расстояние между узлами имеет порядок величины, сравнимый с линейными размерами самих атомов и молекул. В этих условиях атомы (или молекулы) нельзя рассматривать как изолированные и необходимо учитывать их взаимодействие. Не следует думать, что в кристаллах, содержащих атомы (или молекулы), ими не создается внутреннего электрического поля. Хорошо известно, что даже простейшая электрически нейтральная система — электрический диполь — создает электрическое поле (см. § 10.4). Создают его и атомы (или молекулы), в которых имеется определенное распределение положительных и отрицательных электрических зарядов. Таким образом, *в любом кристаллическом твердом теле имеется периодическое электрическое поле, создаваемое частицами, находящимися в узлах кристаллической решетки*. Поэтому вывод о периодическом изменении потенциальной энергии электронов, которые движутся в твердом теле, относится ко всем типам твердых тел.

4. Дальнейшим развитием квантовой теории металлов (и других типов твердых тел) явилась *зонная теория*. (Смысл названия «зонная теория» выяснится из дальнейшего изложения.) В зонной теории твердое тело рассматривается как кристалл с упорядоченным расположением совокупности частиц, создающих периодическое электрическое поле. Определяются энергетические уровни электронов, движущихся в периодическом поле кристалла. Основой зонной теории является изучение вопроса о том, какие изменения произойдут в дискретных энергетических уровнях электронов изолированных атомов, если атомы сближаются и образуют кристаллическую решетку.

Как известно (см. § 71.4), разрешенные значения энергии в атоме отделены друг от друга широкими областями запрещенных энергий. При объединении атомов в твердое тело энергетические состояния электронов изолированных атомов изменяются. Периодическое электрическое поле кристаллической решетки, взаимодействие между атомами, существенно влияет на энергетические уровни электронов в твердом теле. Результатом этого влияния является *расщепление энергетических уровней* электронов. Вместо одного энергетического уровня, одинакового для всех

N изолированных атомов, в твердом теле возникают N близко расположенных, но не совпадающих уровней, которые образуют *энергетическую полосу*, или *зону энергий*.

5. На рис. 76.2 показано расщепление различных уровней энергии изолированных атомов при их сближении и образование

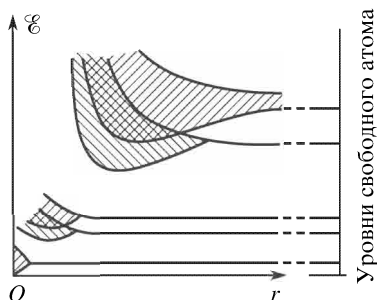


Рис. 76.2

зон энергий в твердом теле. Расщепление уровней представлено как функция расстояний r между атомами. Из рисунка видно, что не все уровни расщепляются одинаково. Взаимодействие между атомами твердого тела сильнее всего влияет на энергетические уровни внешних, валентных электронов, которые слабее других связаны со своими ядрами и обладают наибольшей энергией.

Энергетические уровни внутренних электронов расщепляются очень слабо.

Твердое тело можно рассматривать как гигантскую молекулу, состоящую из множества атомов. Энергетические состояния внутренних электронов этих атомов практически такие же, как в изолированных атомах; внешние же электроны коллективизированы: они принадлежат всей гигантской молекуле (твердому телу), а не каким-либо определенным атомам. Энергия внешних электронов может принимать значения, находящиеся в пределах областей, заштрихованных на рис. 76.2, которые называются *разрешенными энергетическими зонами*.

§ 76.2. Расщепление энергетических уровней валентных и внутренних электронов в атомах твердого тела

1. Образование зон разрешенных энергий электронов в твердом теле и причину различного расщепления уровней внешних и внутренних электронов в атомах можно понять на основе квантовой механики. Обратимся к соотношению неопределенностей для энергии и времени (70.9). Как известно (см. § 72.8), среднее время жизни электрона в возбужденном состоянии изолированного атома $\tau \approx 10^{-8}$ с. Это приводит к естественной ширине $\Delta \epsilon$

энергетического уровня, которая составляет

$$\Delta \mathcal{E} \geq \frac{\hbar}{\tau} \approx 10^{-7} \text{ эВ}$$

и определяет естественную ширину спектральных линий (см. § 72.8). При образовании кристалла твердого тела изолированные атомы сближаются на расстояния порядка периода кристаллической решетки. При этом валентные электроны атомов, слабее связанные с ядрами, чем внутренние электроны, могут переходить от одного атома к другому благодаря туннельному эффекту просачивания сквозь потенциальный барьер, разделяющий атомы в кристалле (см. § 70.6). Покажем, что это приводит к расширению энергетических уровней таких электронов и превращению этих уровней в зоны дозволённых значений энергии, и оценим ширину $\Delta \mathcal{E}$ интервала возможных энергий валентного электрона в кристалле.

2. Для простоты предположим, что потенциальный барьер, разделяющий атомы в кристалле, имеет вид прямоугольного барьера, изображенного на рис. 76.3. Прозрачность такого барьера выражается формулой (70.30):

$$D \approx \exp \left(- \frac{2L}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})} \right);$$

здесь $(U_0 - \mathcal{E})$ — высота барьера для электрона с энергией $\mathcal{E}$, составляющая для нашего случая приблизительно 10 эВ — порядок величины энергии ионизации атома, L — ширина барьера. Для взаимодействующих атомов в кристалле разумно для L выбрать величину, соизмеримую с периодом кристаллической решетки ($L \approx 10^{-10}$ м). Найдем среднее время τ , в течение которого валентный электрон принадлежит данному атому. Это означает, что оценивается время, в течение которого электрон находится внутри прямоугольной

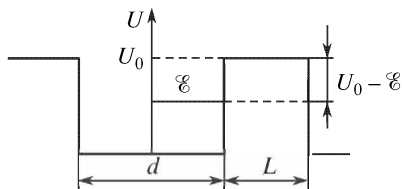


Рис. 76.3

потенциальной ямы с линейными размерами $d \approx 10^{-10}$ м (линейные размеры атома). Если скорость движения электрона в атоме (потенциальной яме) принять равной $v = 10^6$ м/с, то за одну секунду электрон v/d раз ударится о барьер. Частота просачивания

электрона сквозь барьер

$$\nu = \frac{v}{d} D = \frac{v}{d} \exp \left(- \frac{2L}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})} \right).$$

Величина τ среднего времени жизни электрона в данном атоме

$$\tau = \frac{1}{\nu} = \frac{d}{v} \exp \left(\frac{2L}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})} \right).$$

Подставим в это выражение числовые значения всех величин. Тогда получим $\tau \approx 10^{-15}$ с. Среднее время принадлежности валентного электрона к данному атому в кристалле в 10^7 раз *меньше*, чем среднее время жизни возбужденного электрона в изолированном атоме ¹⁾. Это приводит к резкому уширению энергетического уровня валентного электрона в атоме кристалла. По соотношению неопределенностей получим

$$\Delta \mathcal{E} \geq \frac{\hbar}{\tau} \approx 1 \text{ эВ}.$$

Вместо естественной ширины $\Delta \mathcal{E} \approx 10^{-7}$ эВ электронного энергетического уровня в изолированном атоме, в кристалле возникает зона *дозволенных значений* энергии валентного электрона с шириной порядка 1 эВ, т. е. в 10^7 раз шире, чем у электрона в изолированном атоме.

3. Оценки, приведенные выше, справедливы только для валентных электронов. Внутренние электроны атомов, расположенные в застроенных электронных оболочках, имеют ничтожную вероятность просачивания сквозь барьер и перехода к другому атому. Для внутренних электронов высота барьера резко возрастает: $U_0 - \mathcal{E} \approx 10^3$ эВ. Сравнительно небольшое увеличение ширины барьера ($L \approx 3 \cdot 10^{-10}$ м) приводит к совершенно иному результату для среднего времени принадлежности электрона к данному атому: $\tau \approx 10^{20}$ лет. Очевидно, что уширение энергетических уровней глубинных электронов атомов в кристаллической решетке не может идти ни в какое сравнение даже с естественным уширением возбужденных уровней валентных электронов в изолированном атоме.

¹⁾ Эта оценка показывает, что в кристаллах со слабой связью валентных электронов в атомах — в металлических решетках — образуется электронный газ.

§ 76.3. Расположение энергетических зон в твердом теле. Внутризонные и междузонные переходы электронов

1. Разрешенная энергетическая зона, возникшая из одного уровня в изолированном атоме, состоит из N близких уровней, где N — общее число атомов твердого тела. В 1 м^3 твердого тела находится 10^{28} – 10^{29} атомов. Такой же порядок величины имеет и число уровней в зоне. Энергии соседних уровней в зоне отличаются приблизительно на 10^{-28} эВ (см. § 75.6). Поэтому общая ширина разрешенной зоны составляет несколько электронвольт. Подобно тому как в изолированном атоме дискретные уровни энергии разделены областями недозволенных значений энергии, в твердом теле разрешенные энергетические зоны разделены *зонами запрещенных значений энергии*. Ширина запрещенных зон соизмерима с шириной разрешенных зон. Более возбужденные уровни изолированных атомов дают разрешенные зоны большей ширины. С увеличением энергии ширина разрешенных энергетических зон увеличивается, а ширина запрещенных зон уменьшается. Схема энергетических зон твердого тела изображена на рис. 76.4.

2. В изолированном атоме дозволённые квантованные энергетические уровни могут быть заполнены электронами или свободны. Электроны в твердом теле являются системой частиц, подчиняющихся принципу Паули. Пусть $2N$ электронов находились на некоторых уровнях в N изолированных атомах. Тогда при объединении атомов в кристалл эти $2N$ электронов расположатся по два на N уровнях соответствующей зоны, причем спины обоих электронов будут направлены противоположно друг другу. В твердом теле может наблюдаться различное заполнение разных зон электронами. Разрешенные энергетические зоны могут быть заполнены целиком, частично заполнены или совершенно свободны.

3. Подобно тому как в изолированном атоме электроны могут совершать переходы между энергетическими уровнями, элек-

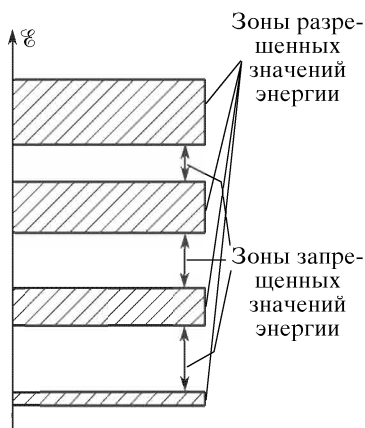


Рис. 76.4

троны в кристаллах могут переходить из одной разрешенной зоны в другую, а также совершать переходы с одного уровня на другой внутри одной зоны (внутризонные переходы). Для перевода электрона из нижней разрешенной зоны в соседнюю верхнюю зону необходимо затратить энергию, равную ширине запрещенной зоны, разделяющей эти две зоны. Она составляет несколько электронвольт. Для перехода электрона с уровня на уровень внутри одной зоны требуется малая энергия — порядка разности энергий соседних уровней, т. е. 10^{-28} эВ.

4. Рассмотрим некоторые причины, которые могут вызвать внутризонные переходы электронов. Энергия, которую приобретает электрон под действием электрического поля источника тока на длине свободного пробега, составляет обычно 10^{-4} – 10^{-8} эВ. Ее вполне достаточно для внутризонных переходов. Средняя энергия тепловых колебаний атомов твердого тела при комнатных температурах составляет приблизительно $kT \approx 0,025$ эВ. Этой энергии, если ее передать электронам, также достаточно для перехода электронов внутри разрешенной зоны.

5. Условия перевода электрона из одной зоны в другую, соседнюю зону требуют затраты энергии порядка нескольких электронвольт. При обычных разностях потенциалов, которые могут быть приложены источником тока к твердому телу, энергии, приобретаемой электронами на длине пробега, *недостаточно* для переброса электрона в соседнюю, выше расположенную разрешенную зону. Нагреванием кристалла, повышением температуры можно сообщить электрону энергию, достаточную для перевода его в соседнюю зону. Тепловое возбуждение электронов может приводить как к внутризонным переходам электронов, так и к переходу их между зонами.

6. Все изложенное в этом и предыдущих параграфах справедливо не только для металлов, но и для других типов твердых тел. В самом деле, расщепление энергетических уровней электронов и образование энергетических зон связано с тем, что атомы или другие частицы, находящиеся в узлах кристаллической решетки, взаимодействуют друг с другом и создают внутри тела периодическое электрическое поле. В § 76.1 уже указывалось, что даже в случае, когда в узлах кристаллической решетки находятся нейтральные атомы или молекулы, их ядра и электроны также создают электрическое поле, особенно сильное в непосредственной близости от узлов решетки. Таким образом, в случае любого твердого тела, состоящего из упорядоченно расположенных в решетке частиц (ионов, атомов или молекул), образуется зонная

структура энергетических уровней электронов, существует зонный энергетический спектр.

§ 76.4. Металлы и диэлектрики в зонной теории

1. С точки зрения зонной теории различие электрических свойств металлов, проводников электрического тока, и диэлектриков — непроводников, определяется двумя причинами. Во-первых, характером расположения энергетических зон, точнее, шириной запрещенных зон. Во-вторых, различным заполнением электронами разрешенных энергетических зон. Необходимым условием проводимости твердого тела является наличие свободных энергетических уровней, на которые электрическое поле могло бы перевести электроны.

2. Как мы выяснили (см. § 76.3), под действием обычных источников тока электроны могут осуществлять только внутризонные переходы. Рассмотрим, при каких условиях осуществляется электропроводность твердых тел, являющихся металлами. В качестве примера рассмотрим металлический натрий. В изолированном атоме натрия, как известно (см. § 73.2), имеются две заполненные электронами оболочки, содержащие соответственно два и восемь электронов. Одиннадцатый, валентный, электрон атома натрия, в соответствии с принципом Паули, только наполовину заполняет верхний энергетический уровень атома. В кристалле металлического натрия первым двум заполненным оболочкам соответствуют зоны, *целиком заполненные* электронами. Они нас в дальнейшем интересовать не будут. В этих зонах невозможны внутризонные переходы под действием электрического поля. Валентные электроны атомов при объединении в кристалл образуют *валентную зону*, которая заполнена электронами лишь наполовину и является *зоной проводимости* (рис. 76.5). Действительно, электроны, расположенные в этой зоне, могут участвовать в проводимости. Под действием поля, созданного источником ЭДС, электроны, расположенные в этой зоне, будут получать энергию, переходить на верхние свободные энергетические уровни и упорядоченно двигаться.

Таким образом, если валентная зона не полностью занята электронами, то твердое тело всегда будет проводником электрического тока. Такой случай заполнения валентной зоны осуществляется в металлах первой группы периодической системы (Li, Na, K, Rb, Cs).

3. Твердое тело может быть проводником и в том случае, когда

зона проводимости перекрывается с зоной, возникшей за счет расщепления уровня валентных электронов. Это наблюдается, например, у кристаллов элементов, образующих вторую группу периодической системы (Be, Cd, Mg, Zn и др.). В этом случае образуется широкая «гибридная» зона, которую валентные электроны заполняют лишь частично. Выше занятых уровней близко расположены свободные уровни, и, как уже выяснено, такое твердое тело будет проводником (рис. 76.6).

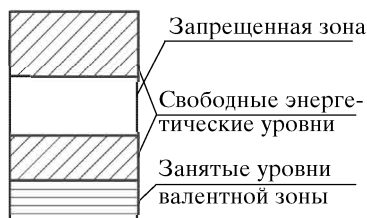


Рис. 76.5

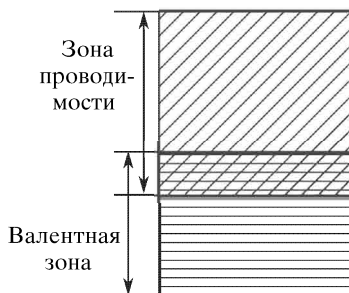


Рис. 76.6

4. Зонная теория твердых тел позволила разобраться в вопросе о том, почему электропроводность металлов не возрастает с увеличением их валентности. С увеличением валентности металла, т. е. с возрастанием числа «свободных», валентных электронов, приходящихся на один атом, с классической точки зрения электропроводность должна возрастать. Например, у трехвалентного алюминия на один атом приходится три валентных электрона, а у одновалентной меди — один. Казалось бы, что электропроводность алюминия должна быть больше, чем меди. В действительности же, как видно из табл. 44.2 (см. т. 1), удельное сопротивление меди при 0°C почти вдвое меньше, чем алюминия, и, следовательно, удельная проводимость во столько же раз больше.

С современной точки зрения электропроводность металла зависит не от числа валентных электронов, приходящихся на один атом. Оказывается, что электропроводность металла зависит от числа электронов, для которых в верхней зоне проводимости имеется достаточное число свободных энергетических состояний.

В случае двухвалентных щелочноземельных металлов валентные электроны атомов в кристаллах размещаются по энергетическим уровням гибридной зоны таким образом, что некоторое число верхних уровней этой зоны свободно для заполнения. Но число электронов, которые могут быть переведены внешним

электрическим полем источника в свободные состояния, меньше у двухвалентных металлов, чем у одновалентных. Поэтому и электропроводность у двухвалентных металлов меньше, чем у одновалентных. Для трехвалентных металлов предыдущие рассуждения применимы в еще большей степени.

5. Иногда в твердом теле зоны не перекрываются, причем валентная зона, объединяющая внешние электроны атомов или ионов, целиком заполнена электронами, а более высокие зоны совершенно пусты (рис. 76.7). Такое твердое тело является изолятором (диэлектриком), не проводящим электрический ток. При-

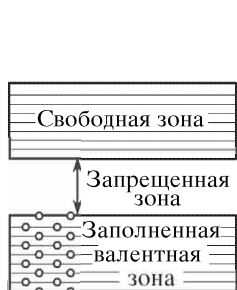


Рис. 76.7

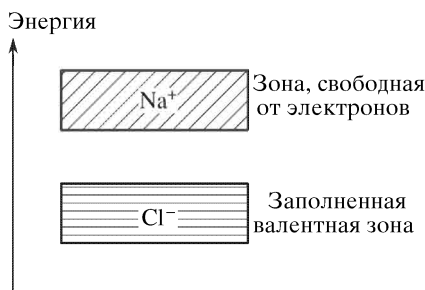


Рис. 76.8

мером такого твердого тела является кристаллическая поваренная соль (NaCl), молекулы которой обладают ионной химической связью. Как известно (см. § 74.2), в молекуле NaCl внешний, одиннадцатый электрон атома Na переходит на внешнюю оболочку атома Cl . В результате этого образуются ионы Na^+ и Cl^- , у которых внешние электронные оболочки целиком заполнены электронами. При образовании кристалла NaCl возникает валентная зона иона Cl^- , целиком заполненная электронами. Выше этой зоны на 6 эВ располагается зона энергетических состояний иона Na^+ , которая совершенно не содержит электронов (рис. 76.8). Электрическое поле источника тока не может перевести электроны из целиком заполненной зоны Cl^- в свободную зону проводимости Na^+ . Кристалл NaCl обнаруживает диэлектрические свойства.

§ 76.5. Зонная теория собственной и примесной проводимости полупроводников

1. Зонная теория твердых тел объяснила электропроводность чистых полупроводников. Если верхняя полностью занятая элек-

тронами зона отделена от ближайшей разрешенной зоны узкой запрещенной зоной, то такое тело будет диэлектриком лишь при низких температурах. С повышением температуры тепловое возбуждение может перевести электроны, расположенные у верхней границы занятой зоны, в верхнюю зону, где имеются свободные энергетические уровни. Для этого нужно затратить энергию, равную, по крайней мере, ширине запрещенной зоны $\Delta\mathcal{E}_0$. На

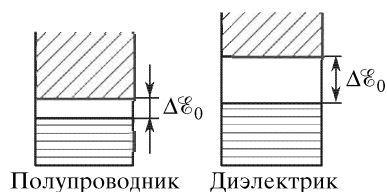


Рис. 76.9

рис. 76.9 показано расположение энергетических зон полупроводника и диэлектрика. Там же показана энергия $\Delta\mathcal{E}_0$, равная энергии активации собственной проводимости. Перевод электронов в верхнюю зону приводит к появлению электронной собственной

проводимости полупроводника n -типа. С повышением температуры чистых полупроводников растет число электронов, которые в результате теплового возбуждения переходят в свободную энергетическую зону и участвуют в электропроводности. Поэтому удельная проводимость полупроводников возрастает с повышением температуры.

2. Возбуждение электронов освобождает в заполненной зоне вакантные уровни. В этой зоне образуются дырки. Под действием электрического поля или нагревания на эти уровни могут переходить другие электроны, расположенные в той же зоне. Так, с точки зрения зонной теории, в твердом теле (полупроводнике) возникает дырочная собственная проводимость p -типа.

3. Внесение в полупроводник примесей приводит к изменениям в периодическом поле кристалла и влияет на поведение электронов и их энергетические уровни. Если в кристаллическую решетку полупроводника вносятся примесные атомы, то их валентные электроны имеют энергетические уровни, расположенные в запрещенной зоне. Они называются *примесными энергетическими уровнями*. Так, если в решетке германия один из атомов будет замещен пентавалентным атомом (фосфор, мышьяк), то энергия «лишнего» пятого электрона будет несколько меньше, чем энергия, соответствующая нижней границе зоны проводимости. Поэтому энергетические уровни таких примесных электронов располагаются *несколько ниже* дна зоны проводимости. Эти уровни заполнены электронами и называются *донорными уровнями*. Чтобы перевести электроны с примесных донорных уровней в зону проводимости, нужна небольшая энергия $\Delta\mathcal{E}_e$.

Когда электроны переброшены с донорных уровней в зону проводимости в полупроводнике возникает проводимость n -типа —

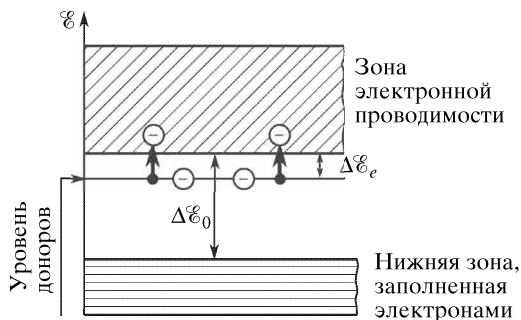


Рис. 76.10

электронная примесная проводимость. На рис. 76.10 показана схема расположения зон и примесных уровней полупроводника n -типа.

4. Если внедрить в кристаллическую решетку германия атомы с тремя валентными электронами (индий, бор), то энергия электронных уровней такого атома — акцептора — будет превышать

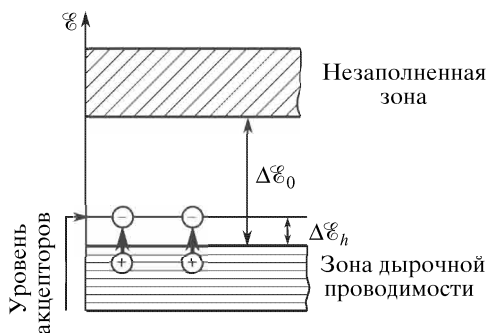


Рис. 76.11

энергию верхней границы заполненной зоны. Поэтому примесные акцепторные энергетические уровни электронов располагаются несколько *выше верхнего края* заполненной энергетической зоны основного кристалла (рис. 76.11). Эти уровни не заполнены электронами. Однако достаточно небольшой энергии $\Delta\epsilon_h$, чтобы электроны, расположенные у верхней границы заполненной зоны, перевести на акцепторные энергетические уровни, заполнить эти уровни электронами. В дальнейшем электроны, заброшенные на акцепторные уровни, не могут изменить своей энергии под дей-

ствием поля — они «прилипают» к этим уровням. Нижняя зона будет иметь свободные электронные уровни, которые проявят себя как положительные дырки. Нижняя зона становится зоной *примесной дырочной проводимости* (проводимость *p*-типа). Под действием электрического поля электроны в нижней зоне будут совершать внутризонные переходы и последовательно заполнять дырки. Это эквивалентно перемещению дырок в направлении, противоположном движению электронов.

Глава 77

НЕКОТОРЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

§ 77.1. Комбинационное рассеяние света

1. В 1927 г. московские физики Л. И. Мандельштам и Г. С. Ландсберг изучали спектральный состав света, рассеянного кристаллами кварца. Они впервые обнаружили, что наряду с частотой ν_0 , равной частоте света, падающего на кристалл, в рассеянном свете имеется ряд других частот, меньших и больших, чем ν_0 . Это явление было названо *комбинационным рассеянием света*. Одновременно это же явление открыли индийские ученые Ч. Раман и К. Кришнан, изучая рассеяние света жидкостями. Раман опубликовал свою работу в журнале «Nature» раньше, чем Мандельштам и Ландсберг, и поэтому спектры комбинационного рассеяния иногда называют раман-спектрами.

2. В спектре комбинационного рассеяния наблюдаются две группы спектральных линий. Линии с частотами $\nu_0 - \nu_1$, $\nu_0 - \nu_2$ и т. д., меньшими, чем частота падающего света, называются *красными спутниками*. Смысл названия в том, что эти спектральные линии имеют большие длины волн, чем длина волны падающего света λ_0 , они сдвинуты в красную сторону по шкале электромагнитных волн. Вторую группу спектральных линий составляют *фиолетовые спутники*. Эти линии имеют частоты $\nu_0 + \nu_1$, $\nu_0 + \nu_2$ и т. д., большие, чем частота ν_0 . Их длины волн меньше, чем λ_0 , т. е. они сдвинуты в фиолетовую часть спектра по отношению к λ_0 .

Выяснилось, что все частоты ν_1 , ν_2 и т. д. не зависят от частоты ν_0 падающего света и являются характерными для вещества,

рассеивающего свет. Опыты показали, что фиолетовые спутники имеют интенсивности меньшие, чем красные. Кроме того, с повышением температуры интенсивность фиолетовых спутников возрастает, а у красных спутников этого не обнаружилось — их интенсивность практически не зависит от температуры.

Квантовая физика атомов и молекул и квантовые представления о свойствах света позволили просто объяснить явление комбинационного рассеяния света ¹⁾.

3. Предположим, что на вещество падает фотон с энергией $h\nu_0$, где ν_0 — частота света. Молекулы вещества, как известно (см. § 74.4), могут находиться на различных колебательных энергетических уровнях. Пусть энергии этих уровней равны соответственно $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ и т. д., причем $\mathcal{E}_1 < \mathcal{E}_2$ и т. д. Уровень $\mathcal{E}_1$ является основным, невозбужденным; $\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1$ есть разность энергий ближайших колебательных уровней. Падающий фотон может передать молекуле, находящейся на уровне $\mathcal{E}_1$, энергию $\Delta\mathcal{E}$, необходимую для перевода молекулы на возбужденный уровень с энергией $\mathcal{E}_2$. При этом фотон с энергией $h\nu_0$ поглощается и вместо него возникает новый фотон с меньшей энергией:

$$h\nu = h\nu_0 - \Delta\mathcal{E}. \quad (77.1)$$

В свете, который будет рассеян веществом, появится частота ν , равная

$$\nu = \nu_0 - \frac{\Delta\mathcal{E}}{h} = \nu_0 - \nu_1, \quad \text{где } \nu_1 = \frac{\Delta\mathcal{E}}{h}. \quad (77.2)$$

Частота ν будет одним из красных спутников.

Молекула может быть переведена и на более высокие колебательные уровни с энергиями $\mathcal{E}_3$, $\mathcal{E}_4$ и т. д. Необходимая для этого энергия будет заимствоваться у падающего света. Это приведет к тому, что появятся и другие красные спутники комбинационного рассеяния света.

4. Для того чтобы понять возможность появления фиолетовых спутников комбинационного рассеяния, необходимо вспомнить, что молекулы вещества могут некоторое короткое время находиться в возбужденных состояниях (см. § 72.8). Пусть молекула находится в одном из возбужденных колебательных состояний на энергетическом уровне с энергией $\mathcal{E}_2$ или каком-либо другом. Под действием кванта с энергией $h\nu_0$ молекула может перейти в нормальное, невозбужденное колебательное состояние

¹⁾ Существует и классическая теория этого явления.

с энергией $\mathcal{E}_1$. При этом начальная энергия кванта увеличится на величину $\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1$ и станет равной

$$h\nu = h\nu_0 + \Delta\mathcal{E}. \quad (77.3)$$

Аналогично механизму возникновения красных спутников, в этом случае исчезает фотон с энергией $h\nu_0$ и рождается новый фотон с большей энергией $h\nu$. В рассеянном свете появится частота, соответствующая одному из фиолетовых спутников:

$$\nu = \nu_0 + \frac{\Delta\mathcal{E}}{h}. \quad (77.4)$$

Переходам в нормальное состояние из более возбужденных состояний $\mathcal{E}_3$, $\mathcal{E}_4$ и т. д. будут соответствовать другие частоты фиолетовых спутников.

Отметим, что сдвиг частоты ν_0 падающего света как в красных, так и в фиолетовых спутниках определяется частотами переходов между колебательными энергетическими уровнями молекулы. Это значит, что, как правило, сдвиг частот в спутниках при комбинационном рассеянии света совпадает с частотами колебаний в молекулах, лежащими в инфракрасной части спектра.

5. В нормальном колебательном энергетическом состоянии с энергией $\mathcal{E}_1$ всегда находится больше молекул, чем в возбужденных состояниях. Поэтому рассеяние кванта $h\nu_0$, сопровождающееся переходом молекул наверх, в возбужденные состояния, более вероятно, чем рассеяние на возбужденных молекулах, сопровождающееся переходом вниз, в нормальное состояние. Это значит, что интенсивность красных спутников должна быть больше, чем фиолетовых. При нагревании увеличивается число молекул, находящихся на верхних, возбужденных энергетических уровнях. Следовательно, будет расти и число переходов вниз, в нормальное энергетическое состояние. Другими словами, с повышением температуры будет возрастать интенсивность фиолетовых спутников. А число молекул, находящихся в нормальном колебательном энергетическом состоянии, при нагревании мало изменяется. Поэтому при повышении температуры интенсивность красных спутников сохраняется практически неизменной.

6. Комбинационное рассеяние света широко используется для изучения собственных частот колебаний в сложных многоатомных молекулах. Это позволяет изучать состав и структуру сложных молекул. Явление комбинационного рассеяния света используется для количественного спектрального анализа сложных органических соединений и их смесей.

§ 77.2. Люминесценция

1. В гл. 67 мы рассматривали тепловое излучение, которое существует у нагретых тел. Кроме теплового излучения, наблюдается еще один вид излучения, избыточного над тепловым, — так называемая *люминесценция* (от латинского *luminis* — свет). В зависимости от того, какая причина вызывает люминесценцию, различаются: катодолюминесценция, электролюминесценция, фотолюминесценция, хемилюминесценция и другие ее виды. При катодолюминесценции свечение вызывается бомбардировкой вещества электронами или другими заряженными частицами. Электролюминесценция вызывается пропусканием через вещество электрического тока или действием электрического поля. Источником фотолюминесценции является облучение вещества видимым светом, рентгеновским или гамма-излучением. Некоторые химические реакции в веществе сопровождаются хемилюминесценцией.

2. Причиной всех люминесцентных явлений является перевод частиц люминесцирующего вещества в возбужденное состояние. Этот перевод осуществляется за счет энергии, доставляемой источником, вызывающим появление люминесценции. Центрами люминесценции в твердых телах являются атомы, ионы или группы ионов, находящиеся вблизи дефекта кристаллической решетки. Правильность структуры решетки может быть нарушена либо внедрением активатора — атома постороннего вещества, либо образованием вакансии. Переход возбужденного центра люминесценции в нормальное или менее возбужденное состояние сопровождается испусканием света. Это и есть люминесцентное свечение вещества.

В зависимости от того, как долго центры люминесценции находятся в возбужденном состоянии, люминесцентное свечение будет иметь различную длительность.

3. Обычно в возбужденном состоянии частицы вещества находятся $\tau \approx 10^{-8}$ с (см. § 72.8). Такая длительность возбужденного состояния характерна для люминесценции, называемой *флуоресценцией* (от латинского *fluor* — течение). Для нее характерно время высвечивания центров люминесценции порядка 10^{-8} – 10^{-9} с. Флуоресценция наблюдается при облучении светом некоторых жидкостей и газов. Например, керосин под действием дневного света дает слабое голубоватое фотолюминесцентное свечение. Растворы многих красителей под действием ультрафиолетового

света, создаваемого ртутной лампой, начинают светиться видимым светом.

Иногда возбужденное состояние центров люминесценции сохраняется долго: от 10^{-4} с до нескольких минут. Соответственно увеличивается и длительность люминесценции. Люминесцентное свечение, которое сохраняется длительное время после прекращения действия возбудителя свечения, называется *фосфоресценцией* (от греческого phos — свет и phoros — несущий). Фосфоресценция наблюдается у некоторых твердых тел, например, у кристаллического порошка сернистого цинка. Если покрыть таким порошком поверхность картона, получится фосфоресцирующий экран, сохраняющий люминесцентное свечение в течение нескольких минут после того, как прекратит свое действие источник, вызвавший люминесценцию.

Следует указать, что деление явления люминесценции на флуоресценцию и фосфоресценцию является в известной мере условным. Провести точную границу времен длительности обоих видов люминесценции невозможно.

4. Фотолюминесценция, как правило, возбуждается ультрафиолетовым излучением или близкими к нему участками спектров электромагнитных волн. Дж. Стокс экспериментально установил, что *вещество испускает, как правило, свет, имеющий большую длину волны, чем свет, который вызывает явление фотолюминесценции* (правило Стокса). В квантовой оптике правило Стокса получает простое объяснение на основе закона сохранения энергии. В самом деле, если на вещество падает свет частоты ν , то его фотоны несут энергию $h\nu$. Происходит поглощение фотона с энергией $h\nu$ и появление нового фотона люминесцентного излучения с меньшей энергией $h\nu_{\text{люм}}$. Разность энергий фотонов расходуется на различные неоптические процессы. Если $\nu_{\text{люм}}$ есть частота собственного люминесцентного излучения самого вещества, то по закону сохранения энергии

$$h\nu = h\nu_{\text{люм}} + \Delta\mathcal{E}, \quad \text{или} \quad \nu = \nu_{\text{люм}} + \frac{\Delta\mathcal{E}}{h}, \quad (77.5)$$

где $\Delta\mathcal{E}$ — часть энергии фотона, израсходованная на неоптические процессы. Как правило, $\Delta\mathcal{E} > 0$ и $\nu > \nu_{\text{люм}}$, т. е. $\lambda_{\text{люм}} > \lambda$. Это и есть правило Стокса.

Иногда правило Стокса нарушается и свет люминесценции имеет меньшую длину волны, чем длина волны возбуждающего излучения (антистоксово свечение). Это происходит в том случае, когда энергия теплового движения частиц вещества переходит

в форму излучения. Тогда к энергии фотона возбуждающего света $h\nu$ добавляется некоторая энергия $\Delta\mathcal{E}_1$ за счет внутренней энергии вещества, и фотон люминесцентного свечения будет иметь большую энергию: $h\nu_{\text{люм}} = h\nu + \Delta\mathcal{E}_1$, тогда $\lambda_{\text{люм}} < \lambda$. Здесь также происходит исчезновение фотона возбуждающего света с энергией $h\nu$ и рождение фотона люминесцентного свечения с большей энергией $h\nu_{\text{люм}}$.

5. Для практических применений явления люминесценции большое значение имеет оценка той доли энергии возбуждающего света, которая переходит в собственное свечение вещества. Этот вопрос изучался С. И. Вавиловым. Отношение энергии, которая испускается при фотолюминесценции, к поглощаемой энергии возбуждающего света называется *энергетическим выходом фотолюминесценции*. Как доказал С. И. Вавилов, энергетический выход фотолюминесценции D зависит от длины волны λ возбуждающего света (рис. 77.1).

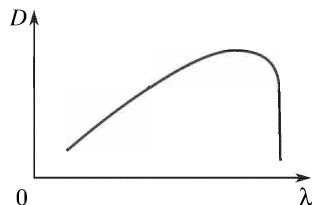


Рис. 77.1

Закон Вавилова можно объяснить, если ввести представление о *квантовом выходе фотолюминесценции*. Так называется отношение числа фотонов люминесцентного света к числу фотонов возбуждающего света, которое соответствует определенному заданному запасу энергии источника. Когда возрастает длина волны света, вызвавшего фотолюминесценцию, т. е. уменьшается его частота, то возрастает число фотонов, соответствующее данному запасу энергии источника фотолюминесценции. Но каждый фотон может привести к появлению кванта с энергией $h\nu_{\text{люм}}$. Поэтому энергетический выход люминесценции возрастает с увеличением длины волны. При некоторой длине волны происходит резкий спад энергетического выхода фотолюминесценции. Оно объясняется тем, что при такой длине волны кванты с энергией $h\nu$ уже не могут возбудить центров люминесценции.

6. Люминесцентное свечение лежит в основе качественного и количественного *люминесцентного анализа* состава люминесцирующего вещества. По интенсивности спектральных линий люминесценции с большой чувствительностью определяются ничтожные примеси, порядка 10^{-11} г в 1 г исследуемого вещества. Люминесцентный анализ широко применяется в различных отраслях промышленности, в медицине, биологии и т. п.

7. На явлении люминесценции основано создание люминесцентных *источников света*. Обычные лампы накаливания имеют малую светоотдачу, 12–20 лм/Вт; лишь несколько процентов расходуемой энергии приходится на излучение света в видимой области спектра. Люминесцентные источники света являются очень экономичными, не требуют нагревания и дают свет в узкой спектральной области. Например, в натриевых лампах пары натрия светятся под влиянием электрического разряда (см. § 48.6). Они дают светоотдачу порядка 60 лм/Вт и светятся желтым светом, близким к желтой линии натрия $\lambda \approx 598$ нм. Это соответствует максимуму чувствительности глаза.

Большое применение имеют различные по устройству *ртутные лампы*. Свет, близкий по составу к дневному, дают ртутные лампы низкого давления в форме трубок с внутренней поверхностью, покрытой люминесцирующими веществами — люминофорами. Ртутные пары в таких лампах испускают ультрафиолетовое излучение, которое поглощается люминофорами. Люминесцентное свечение люминофоров по спектральному составу близко к дневному свету. Лампы *дневного света* широко применяются для освещения улиц, в промышленности и в быту.

§ 77.3. Отрицательное поглощение света

1. В середине пятидесятих годов началось бурное развитие квантовой электроники. В 1954 г. в СССР появились работы Н. Г. Басова и А. М. Прохорова, в которых был описан квантовый генератор ультракоротких радиоволн в сантиметровом диапазоне, называемый *мазером*. Термин «мазер» (maser) составлен из первых букв слов одного из вариантов английского названия этого устройства: microwave amplification by stimulated emission of radiation — усиление микроволн с помощью стимулированного излучения. Генераторы и усилители света в видимой и ближней инфракрасной областях, появившиеся в 1960 г., называются *оптическими квантовыми генераторами* (ОКГ). Иначе эти устройства называют *генераторами когерентного света* (ГКС). В настоящее время их сокращенно называют *лазерами* от слов: light amplification by stimulated emission of radiation.

Оба типа устройств работают на основе эффекта вынужденного (индуцированного, стимулированного) излучения, о котором уже говорилось в § 72.9. Там указывалось, что этот эффект является результатом взаимодействия электромагнитной волны

с атомами вещества, через которое проходит волна. Так как поведение атомов описывается квантовыми законами, в названиях обоих устройств имеется слово «квантовый»: квантовый генератор, квантовый усилитель.

2. В §72.9 рассмотрено индуцированное (стимулированное) излучение и выяснено, что оно может приводить к отрицательному поглощению света. Так как данные явления лежат в основе ОКГ, вернемся к этим вопросам и рассмотрим их несколько более подробно.

Активной (усиливающей) называется такая среда, в которой интенсивность проходящего светового луча возрастает. Возможность существования такой среды вытекает из явления вынужденного излучения, рассмотренного Эйнштейном. Для дальнейшего необходимо более подробно остановиться на свойствах вынужденного излучения.

Эйнштейн показал, что вынужденное излучение должно быть по своим характеристикам совершенно *тождественно* с тем излучением, которое, проходя через вещество, вызывает появление индуцированного излучения. Новый фотон, появившийся в результате того, что атом (или молекула) вещества переходит из высшего в низшее энергетическое состояние под действием света, имеет ту же энергию и летит строго в том же направлении, что и фотон, стимулировавший его появление.

На волновом языке эффект вынужденного излучения сводится к увеличению амплитуды проходящей волны без изменения ее частоты, направления распространения, фазы и поляризации. Другими словами, *вынужденное излучение строго когерентно с вынуждающим излучением*.

3. Индуцированное излучение усиливает свет, проходящий через среду. Однако следует иметь в виду, что кроме индуцированного излучения происходит процесс поглощения света. В результате поглощения фотона атомом, находящимся на энергетическом уровне $\mathcal{E}_1$, фотон исчезнет и атом перейдет на энергетический уровень $\mathcal{E}_2$ (рис. 77.2а). Этот процесс уменьшает мощность света, проходящего через среду. Таким образом, происходят два конкурирующих друг с другом процесса. В результате актов вынужденного излучения фотон с энергией $h\nu$ переводит атом с уровня $\mathcal{E}_2$ на уровень $\mathcal{E}_1$ и вместо одного фотона дальше летят два фотона (рис. 77.2б). Акты же поглощения уменьшают число фотонов, проходящих сквозь среду. Действие усиливающей среды определяется тем, какой из двух процессов преобладает. Если преобладают акты поглощения фотонов, то среда будет не

усиливающей, а ослабляющей свет, который через нее проходит. Если главную роль играют акты вынужденного излучения, то среда будет усиливать свет.

4. Поглощение света в веществе подчиняется закону Бугера (см. § 55.4):

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (77.6)$$

где α — положительный коэффициент поглощения, x — толщина поглощающего слоя, I_0 — интенсивность света, входящего в среду, I — интенсивность света, прошедшего слой толщиной x . В. А. Фабрикантом впервые были рассмотрены особенности среды с отрицательным поглощением света (см. § 72.9). Им было показано, что для такой среды закон (77.6) имеет такой же вид, но коэффициент поглощения является *отрицательной* величиной, что соответствует не ослаблению, а усилению света по мере прохождения его в веществе. Этим объясняется то, что подобную среду иногда называют средой с отрицательным показателем поглощения. Формула (77.6) при $\alpha < 0$ указывает на крутое возрастание интенсивности света с увеличением толщины

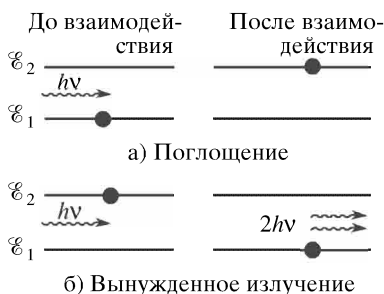


Рис. 77.2

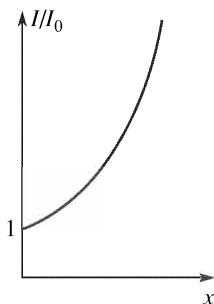


Рис. 77.3

слоя усиливающей среды (рис. 77.3). Это означает, что в такой среде происходит лавинообразное нарастание числа фотонов за счет преобладания актов вынужденного излучения. Два фотона, образовавшиеся в одном акте индуцированного излучения (рис. 77.2 б), при встрече с двумя атомами, находящимися на возбужденном уровне, переведут их вниз, и после этого будут лететь уже четыре одинаковых фотона, и т. д. (рис. 77.4). С волновой точки зрения амплитуда электромагнитной волны и ее квадрат, пропорциональный интенсивности света, будут нарастать за счет энергии, получаемой от возбужденных атомов.

5. Оценим коэффициент поглощения α некоторой среды, не предполагая специально, что она является усиливающей. Коэффициент поглощения α в условиях, когда спонтанное излучение несущественно, должен определяться двумя противоположными процессами — поглощением и индуцированным излучением.

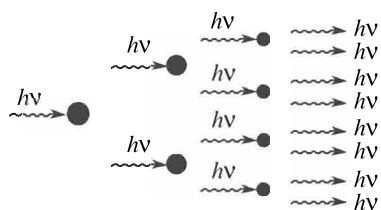


Рис. 77.4

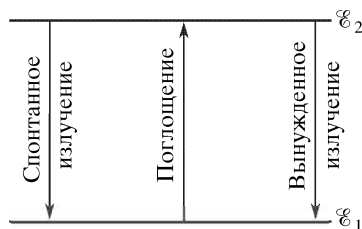


Рис. 77.5

Рассмотрим два энергетических уровня 1 и 2 атомов (или молекул) среды, между которыми, согласно Эйнштейну, возможны три типа оптических процессов: спонтанное излучение, поглощение и вынужденное (стимулированное) излучение (рис. 77.5). Предположим для простоты, что процессами спонтанного излучения, при которых возбужденные атомы самопроизвольно переходят в нормальное состояние, можно пренебречь. Ниже мы выясним, при каких условиях это возможно. Число актов поглощения фотонов пропорционально числу атомов N_1 в единице объема, находящихся на нижнем энергетическом уровне ε_1 . Число актов индуцированного излучения пропорционально концентрации атомов N_2 на верхнем энергетическом уровне ε_2 (см. § 72.9, п. 4). Коэффициент пропорциональности в обоих случаях, как это строго доказывается, один и тот же. Коэффициент поглощения α в формуле (77.6) пропорционален разности между числом актов поглощения и вынужденного излучения:

$$\alpha = k(N_1 - N_2), \quad (77.7)$$

где $k > 0$ — коэффициент пропорциональности.

§ 77.4. Оптические квантовые генераторы

1. Обычно в состоянии термодинамического равновесия системы число атомов N_2 на возбужденном уровне 2 меньше числа атомов N_1 на более низком уровне 1 , т. е. $N_2/N_1 < 1$. Поэтому в состоянии равновесия $\alpha > 0$. Это значит, что число актов

обычного (положительного) поглощения превышает число переходов, сопровождающихся отрицательным поглощением, т. е. индуцированным излучением. Однако из (77.7) следует, что могут существовать такие среды, в которых коэффициент поглощения α будет *отрицательным* ($\alpha < 0$). Для получения среды с отрицательным поглощением необходимо создать *неравновесное* состояние системы, при котором число атомов N_2 на возбужденном уровне было бы больше, чем число атомов N_1 в нормальном состоянии, т. е. $N_2/N_1 > 1$. Такие состояния принято называть *инверсными (обращенными) состояниями*. Слово «инверсия» означает переворачивание (от латинского *inversio*). Смысл термина состоит в том, что в таком неравновесном состоянии имеется «обращенное» распределение атомов по энергетическим состояниям: на верхнем уровне концентрация атомов больше, чем на нижнем.

2. Процесс перевода среды в инверсное состояние называется *накачкой* усиливающей среды. Наиболее естественной представляется оптическая накачка среды, при которой атомы переводятся с нижнего уровня 1 на верхний возбужденный уровень 2 облучением светом такой частоты ν , что $h\nu = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1$. Если усиливающая среда является газообразной, то перевод атомов на верхний энергетический уровень возможен при неупругих столкновениях атомов с электронами в газовом разряде (электрическая накачка). Однако такие методы перевода атомов с нижнего уровня на верхний не приводят к инверсной заселенности атомов по уровням. За счет спонтанного излучения атомов, находящихся на возбужденных уровнях весьма малое время (см. § 72.8), а также за счет столкновений атомов с электронами, при которых возбужденные атомы отдают электронам свою энергию и переходят на нижние уровни, заселенность атомами верхних уровней будет меньше, чем нижних. Этот общий результат показывает, что использование двух уровней 1 и 2 не эффективно для получения инверсной заселенности.

Существо метода, предложенного В. А. Фабрикантом (см. § 72.9), состояло в том, чтобы с помощью специальных молекулярных примесей избирательно разрушить некоторые нижние энергетические уровни и таким образом осуществить более высокую заселенность атомами верхних энергетических уровней по сравнению с нижними. В мазере, созданном Н. Г. Басовым и А. М. Прохоровым и, независимо от них, Ч. Таунсом, молекулы, находящиеся на нижнем энергетическом уровне, удалялись с помощью специального неоднородного электрического поля. Дру-

гим методом получения инверсной заселенности является применение вспомогательного излучения, которое создает избыточную, по сравнению с равновесной, концентрацию атомов (или других частиц) на верхних энергетических уровнях.

3. Практическое осуществление инверсной заселенности уровней в оптических квантовых генераторах производится по трехуровневой схеме, предложенной Н. Г. Басовым и А. М. Прохоровым в 1955 г.

Один из первых генераторов когерентного света, работающих по схеме трех уровней с твердым телом в качестве активной, усиливающей среды, был создан Т. Мейманом в 1960 г. Усиливающей средой являлся кристалл рубина, представляющий собой по химическому составу окись алюминия (Al_2O_3) с примесью окиси хрома (Cr_2O_3) в количестве от 0,03 % до 0,05 %. При этом в кристаллической решетке окиси алюминия определенная часть атомов Al заменена ионами Cr^{3+} . Активным веществом, в котором осуществляются вынужденные переходы, являются в рубине ионы хрома (Cr^{3+}). Энергетическая схема уровней Cr^{3+} (рис. 77.6) содержит ближайшие к основному уровню C две широкие энергетические полосы A и двойной уровень B , переходы с которого на основной уровень C соответствуют длинам волн красного света 692,7 и 694,3 нм. Существенно наличие трех уровней A , B и C .

При интенсивном облучении рубина зеленым светом мощной импульсной лампы, наполненной неоном и криптоном (лампы накачки), происходит переход ионов хрома на уровни широкой полосы A , откуда наиболее вероятным является безызлучательный переход ионов на двойной уровень B с передачей избытка энергии кристаллической решетке рубина. Таким образом можно создать условия, при которых населенность ионами двойного уровня B будет превышать населенность основного уровня C . Следовательно, уровни B и C будут заселены инверсно. Это позволяет получить оптический генератор на линиях 692,7 и 694,3 нм. Возникновению инверсии уровней B и C способствует малая вероятность спонтанных переходов ионов хрома с уровня B на уровень C .

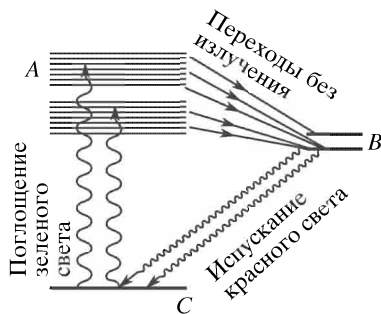


Рис. 77.6

В одном из газовых оптических квантовых генераторов усиливающей средой служит плазма высокочастотного газового разряда, полученная в смеси гелия с неоном. За счет соударений с электронами атомы гелия переходят в возбужденное состояние ε_3 .

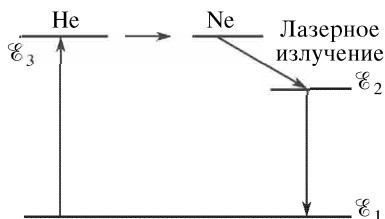


Рис. 77.7

При столкновениях возбужденных атомов гелия с атомами неона последние также возбуждаются и переходят на один из верхних уровней неона, близко расположенных к соответствующему уровню гелия. Переход атомов неона с этого уровня на один из нижних уровней ε_2 сопровождается излучением. На рис. 77.7

изображена упрощенная трехуровневая энергетическая диаграмма такого лазера.

Лавинообразное нарастание интенсивности света в усиливающей, активной среде означает, что такая среда действует как усилитель электромагнитных волн. Принцип подобного усиления был сформулирован в 1951 г. В. А. Фабрикантом, М. М. Вудынским и Ф. А. Бутаевой.

4. Эффект усиления света, основанный на индуцированных переходах, можно увеличить путем многократного прохождения усиливаемого света через один и тот же слой «усиливающей» среды. Например, это может быть достигнуто путем помещения слоя среды с отрицательным поглощением (кювета с газом или

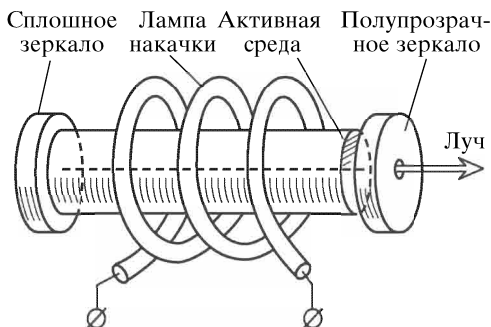


Рис. 77.8

кристалл) между двумя достаточно плоскими зеркалами, установленными параллельно друг другу. Чаще зеркала делаются вогнутыми. Принципиальная схема ОКГ изображена на рис. 77.8.

Любой фотон, возникший в активной среде за счет спонтанного испускания возбужденных накачкой атомов среды, является «затравкой» процесса генерации света.

Рассмотрим фотон, который движется параллельно оси кюветы или кристалла. Он рождает лавину фотонов, летящих в том же направлении (рис. 77.9а). Часть этой лавины пройдет через полупрозрачное зеркало 3 наружу, а часть отразится и будет нарастать в активной среде 1 (рис. 77.9б). Когда лавина фотонов

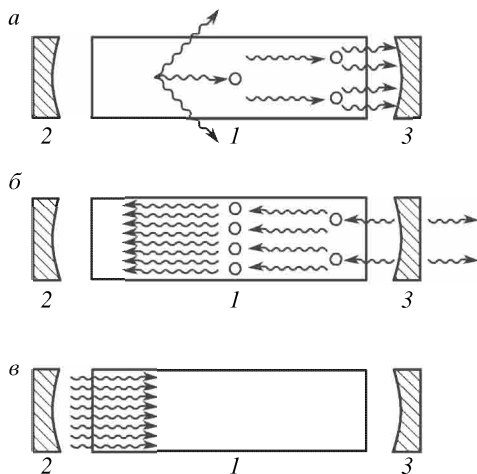


Рис. 77.9

дойдет до сплошного зеркала 2, она частично поглотится, но после отражения от зеркала 2 усиленный поток фотонов вновь будет двигаться так же, как и первоначальный, «затравочный» фотон (рис. 77.9в). Таким образом, с помощью зеркал в ОКГ реализуется положительная обратная связь, необходимая во всяком генераторе для того, чтобы был обеспечен режим генерации (см. § 52.1). Поток фотонов, многократно усиленный и вышедший из генератора сквозь полупрозрачное зеркало, создает строго направленный пучок света огромной яркости.

5. Для того чтобы в ОКГ нарастала лавина фотонов (самовозбуждение генератора), необходимо, чтобы усиление, которое создается на пути фотонов между двумя последовательными отражениями от зеркала 2, по крайней мере компенсировало потери фотонов при отражении от зеркал. Количественной мерой усиления света в ОКГ на пути L фотонов может быть выбрана величина

на, равная $K = I/I_0 = e^{\beta L}$ ¹⁾. Здесь L — длина активной среды между зеркалами. Между двумя отражениями фотоны проходят путь $2L$, поэтому усиление определяется величиной $e^{2\beta L}$. Для того чтобы учесть потери фотонов в зеркалах, обозначим через r_2 и r_3 коэффициенты отражения света от зеркал 2 и 3 (рис. 77.9). Общие потери фотонов, отражающихся последовательно от обоих зеркал, пропорциональны произведению $r_2 r_3$. С учетом потерь в зеркалах усиление ОКГ можно записать в более общем виде

$$K' = \frac{I}{I_0} = r_2 r_3 e^{2\beta L}. \quad (77.8)$$

Из формулы (77.8) можно найти условие, при котором потери в зеркалах компенсируются усилением среды и поэтому $I = I_0$, т. е. $K' = 1$:

$$r_2 r_3 e^{2\beta L} = 1. \quad (77.9)$$

Логарифмируя условие (77.9), получаем величину коэффициента отрицательного поглощения β в лазере:

$$\beta = -\frac{1}{2L} \ln(r_2 r_3). \quad (77.10)$$

Формула (77.10) используется для определения минимальной (пороговой) мощности накачки, которая необходима для усиления света в генераторе. Очевидно, что если увеличить мощность накачки так, чтобы процессы генерации света превышали потери в зеркалах, то в ОКГ будет нарастать лавина фотонов и яркость пучка, вышедшего из генератора, будет увеличиваться. Однако в ОКГ невозможно беспредельное возрастание усиления света. По мере роста усиления возрастает спонтанное излучение атомов, находящихся на верхних «рабочих энергетических уровнях» генератора. Это приводит к уменьшению инверсии в заселении верхних энергетических уровней и уменьшению числа индуцированных переходов — усиление уменьшается, и замедляется нарастание лавины фотонов. Описанное явление называется *насыщением* в оптическом квантовом генераторе.

6. До сих пор при анализе условий усиления света в ОКГ мы не учитывали, что индуцированное излучение в генераторе является когерентным первоначальному, «затравочному» излучению. Волновые свойства света приводят к некоторым дополнительным условиям, при которых осуществляется режим генерации. На волновом языке процесс усиления света в ОКГ означает

¹⁾ В формуле (77.6) положено $\beta = -\alpha$.

непрерывное и значительное возрастание амплитуды световой волны. Но для этого необходимо, чтобы волна, возвратившаяся в некоторую точку активной среды после отражения от зеркал, имела бы в этой точке фазу, совпадающую с фазой первичной волны при любом числе отражений от зеркал. Это накладывает определенное условие на зависимость между длиной волны λ и длиной L активной среды. Длина пути, который проходит волна между двумя отражениями, должна составлять целое число длин волн:

$$2L = n\lambda, \quad \text{или} \quad L = n \frac{\lambda}{2}, \quad \text{где } n = 1, 2, \dots \quad (77.11)$$

Тогда при сложении амплитуд первичной и всех вторичных волн будет резко возрастать амплитуда результирующей волны. Если выполнено условие (77.11), то волны, которые при каждом отражении выходят из генератора через зеркало 3 (рис. 77.9), когерентны между собой. Разность фаз двух последовательно вышедших волн составляет $\Delta\varphi = 2\pi(2L/\lambda)$ и определяется разностью оптического хода $2L$ (§ 57.5). Пучки, которые вырываются из ОКГ, являются результатом интерференции многих когерентных волн, имеющих разность фаз, кратную 2π . Это обеспечивает наибольшую результирующую амплитуду и наибольшую интенсивность света, полученного в лазере. Как известно (см. § 57.6, 61.7), при интерференции многих когерентных волн интерференционные максимумы интенсивности получаются очень узкими, резкими. Если условие (77.11) будет нарушено, то волны перестанут быть когерентными и их интерференция окажется невозможной.

7. Уравнение (77.11) является фазовым условием, выполнение которого так же необходимо для процесса генерации света в ОКГ, как и выполнение условия компенсации потерь (77.9). Из уравнения (77.11) следует, что если рассматривать пространство между двумя зеркалами в ОКГ как некоторый зеркальный резонатор, то на длине L резонатора должно укладываться некоторое целое число n стоячих полуволн (см. § 57.2). Таким образом, уравнение (77.11) есть одновременно условие резонанса между электромагнитной волной и зеркальным резонатором.

Из уравнения (77.11) можно найти частоты, которые генерируются в ОКГ. Используя связь частоты с длиной волны $\lambda = c/\nu$ и подставив в (77.11), получим

$$\nu_n = \frac{nc}{2L}. \quad (77.12)$$

Каждому значению n соответствует определенная частота ν_n . Кроме того, частоты, генерируемые в ОКГ, должны одновременно удовлетворять боровскому правилу частот (см. § 71.4), которое связывает частоту с разностью энергетических уровней атомов активной среды генератора. Необходимость одновременного выполнения уравнения (77.12) и условия частот Бора на первый взгляд очень усложняет практическое создание ОКГ. В самом деле, это предъявляет очень высокие требования к точности, с которой должно быть задано расстояние L , чтобы сохранялась когерентность интерферирующих волн. Однако в действительности ситуация оказывается не такой безнадежной. Выручает то, что правило частот Бора выполняется с точностью до конечной ширины энергетических уровней атома (см. § 72.8), а также то, что существует ряд причин уширения спектральных линий, в первую очередь за счет эффекта Доплера.

8. Мы не можем входить в детальное обсуждение вопроса о ширине спектральных линий, излучаемых в ОКГ. Можно показать, что спектр, излучаемый ОКГ, состоит из ряда очень узких линий, частоты которых, как это видно из (77.12), отстоят друг от друга на $\Delta\nu = c/2L$. Для газового лазера при $L = 10^2$ см $\Delta\nu$ составляет 150 МГц. Замечательно, что ширина спектральных линий для газового ОКГ значительно меньше, чем естественная ширина спектральной линии, связанная с конечным временем жизни атомов в возбужденном состоянии (см. § 72.8).

Создание лазеров позволило значительно продвинуться вперед в решении задачи о получении строго монохроматического света. Высокая степень монохроматичности света, получаемого в лазерах, означает, что имеется значительно бóльшая, чем обычно в оптике (на несколько порядков), длительность непрерывного цуга волн, испускаемых ОКГ. Следовательно, пространственная протяженность, длина непрерывного цуга волн, испускаемого лазером, также значительно превосходит длину цуга в обычной оптике. Последнее обстоятельство снимает то ограничение, которое накладывается обычно в оптике на проведение опытов по интерференции, — требование малой разности оптического хода лучей. С пучком света от лазера можно производить опыты по интерференции при громадных разностях хода, порядка десятков метров и более.

9. Одной из замечательных особенностей лучей, получаемых в ОКГ, является их острая направленность, малое расхождение пучка лучей по углам. Это связано с механизмом процессов индуцированного излучения, лежащих в основе действия лазеров.

Дело в том, что «затравочный» фотон, необходимый для генерации света в лазере, должен лететь параллельно оси резонатора. Фотон, летящий «вбок», под углом к оси резонатора, создаст лавину фотонов, которая после небольшого числа отражений выйдет из активной среды и не будет участвовать в процессе усиления (см. рис. 77.9а). В генерации и усилении света участвуют только фотоны, летящие параллельно оси резонатора. Поэтому луч, вышедший из генератора, имеет острую направленность. Однако волновые свойства света не позволяют получить угол расхождения лучей, равный нулю. Явление дифракции света (см. § 62.1) определяет нижний угловой предел $\theta_{\min}$ для расхождения лучей ОКГ. Угол расхождения лучей не может быть меньше угла дифракции на круглом экране, имеющем диаметр D :

$$\theta_{\min} \geq \frac{\lambda}{D}, \quad (77.13)$$

где D — диаметр зеркала в оптическом квантовом генераторе. $\theta_{\min}$ имеет порядок величины 10^{-5} – 10^{-6} радиана. В газовых лазерах угловое расхождение лучей достигает такой величины.

10. В силу высокой когерентности и острой направленности пучков света от ОКГ они с большой эффективностью могут использоваться для связи, локации, получения очень высоких температур в малых объемах и т. д. При ширине полосы излучения в 0,1 нм на длине волны в 1 мкм теоретически можно осуществить передачу 10 000 радиопрограмм. С помощью современных ОКГ можно осуществить связь на громадных расстояниях — астрономического порядка. Излучением ОКГ можно пробивать мельчайшие отверстия в самых твердых веществах, например в алмазе, осуществлять сварку микродеталей. Лучи лазеров нашли применение в хирургии при лечении отслоивания сетчатки глаза. Луч лазера как бы «приваривает» отслоившуюся сетчатку к тканям глазного дна.

Характеристики современных ОКГ пока еще далеки от принципиально возможных. Например, в принципе возможно получение световых пучков такой мощности, которой будут соответствовать световые давления порядка 10^2 ГПа. Все это создает необозримые перспективы для применения квантовых усилителей и генераторов когерентного света.

11. Развитием квантовой электроники явилось создание полупроводниковых лазеров. В отличие от лазеров других типов, в полупроводниковом лазере используются излучательные квантовые переходы между разрешенными энергетическими зонами,

а не дискретными энергетическими уровнями. Излучающими частицами в полупроводниковом лазере являются носители заряда — электроны проводимости и дырки, которые могут инжектироваться, диффундировать и дрейфовать в активной зоне.

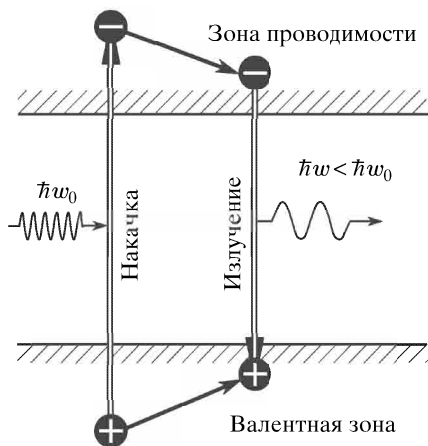


Рис. 77.10

Важнейшим способом накачки является инжекция через p - n -переход, позволяющая осуществить прямое преобразование электрической энергии в когерентное излучение. На рис. 77.10 показано, как электрон в результате накачки перебрасывается из валентной зоны в зону проводимости и становится источником когерентного излучения.

Оптическое усиление в полупроводниковых лазерах возникает под действием

интенсивной накачки при выполнении условий инверсии населенности уровней вблизи дна в зоне проводимости и потолка в валентной зоне. При этом вероятность заполнения электронами верхних рабочих уровней в разрешенной зоне (зоне проводимости) больше, чем нижних уровней валентной зоны. В этом случае вынужденные излучательные переходы преобладают над поглощательными переходами. Разнообразие полупроводниковых материалов позволяет с помощью полупроводниковых лазеров перекрыть широкий спектральный диапазон.

Часть IX

ОСНОВЫ ФИЗИКИ ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Глава 78

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА И СТРОЕНИЕ АТОМНЫХ ЯДЕР

§ 78.1. Заряд и масса атомных ядер

1. В § 71.1 были рассмотрены эксперименты, которые привели к обоснованию ядерной модели атома. В последних главах этой книги мы остановимся на изучении атомного ядра и познакомимся с некоторыми вопросами физики элементарных частиц.

Важнейшими характеристиками ядра являются его заряд Z и масса M . Заряд ядра определяется количеством положительных элементарных зарядов, сосредоточенных в ядре. Носителем положительного элементарного заряда $e = 1,6021 \cdot 10^{-19}$ Кл в ядре является протон. Атом в целом нейтрален, и заряд ядра определяет одновременно число электронов в атоме. Распределение электронов в атоме по энергетическим оболочкам и подоболочкам существенно зависит от их общего числа в атоме (см. § 73.2). Поэтому заряд ядра в значительной мере определяет распределение электронов по их состояниям в атоме и положение элемента в периодической системе Менделеева. Химические элементы различаются зарядами ядер их атомов (*атомными номерами*).

2. Масса атомного ядра практически совпадает с массой всего атома, ввиду того что масса электронов в атоме мала. Напомним, что масса электрона равна $1/1836$ от массы протона. Массы атомов принято измерять в *атомных единицах массы* (обозначается: а.е.м.). За атомную единицу массы принята $1/12$ массы атома углерода $^{12}_6\text{C}$ (о принятой здесь символике см. в п. 3):

$$1 \text{ а.е.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

В ядерной физике часто приходится измерять массы ядер и атомов с большой точностью. В этих случаях используется точное значение атомной единицы массы:

$$1 \text{ а.е.м.} = (1,6605655 \pm 0,0000086) \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

При измерениях масс атомов (см. § 41.8) были обнаружены *изотопы* — разновидности атомов данного химического элемента, обладающие одинаковым зарядом, но различающиеся массой. Измерения масс изотопов показывают, что они всегда выражаются в а.е.м. числами, близкими к целым. Атомные массы изотопов называются *изотопными массами*.

Для каждого химического элемента существует в большинстве случаев постоянное процентное содержание различных изотопов. Каждый химический элемент имеет определенную атомную массу, представляющую собой среднее значение масс всех его изотопов. Этим объясняется то, что относительные атомные массы элементов в ряде случаев заметно отклоняются от целых чисел. Так, атомная масса бора 10,82, неона 20,183, магния 24,32, хлора 35,457, железа 56,85, кобальта 58,71, никеля тоже 58,71, меди 63,54, цинка 65,38, германия 70,60, криптона 83,80 и т. д. Открытие изотопов показало, что химически чистый элемент представляет собой смесь своих изотопов, отличающихся друг от друга атомными массами. Возникла мысль о том, что ядро построено из частиц, атомные массы которых близки к единице. Поскольку этому условию хорошо удовлетворяет ядро атома водорода — протон (его атомная масса равна, с точностью до третьего знака, 1,007 а.е.м., и, кроме того, его заряд положителен), напрашивается вывод, что в состав атомных ядер непременно входят протоны.

3. Целое число, ближайшее к атомной массе, выраженной в а.е.м., называется *массовым числом* и обозначается буквой A . В настоящее время принято обозначать различные изотопы химических элементов следующим образом: ${}_Z^AX$, где X — символ химического элемента в таблице Менделеева, соответствующего данному заряду Z ядра.

4. Ядра, которые при одинаковой массе обладают различными зарядами, называются *изобарами*. Изобары большей частью встречаются среди тяжелых ядер, причем парами и триадами. Примерами устойчивых изобарных пар являются ${}_{16}^{36}\text{S}$ и ${}_{18}^{36}\text{Ar}$, ${}_{44}^{104}\text{Ru}$ и ${}_{46}^{104}\text{Pd}$. Пример изобарной триады: ${}_{40}^{96}\text{Zr}$, ${}_{42}^{96}\text{Mo}$ и ${}_{44}^{96}\text{Ru}$.

§ 78.2. Спин и магнитный момент ядра

1. В § 72.6 мы видели, что спин электрона приводит к тонкой структуре спектральных линий. Для атомов с одним валентным электроном взаимная ориентация орбитального и спинового моментов электрона приводит к *раздвоению* всех энергетических уровней (кроме *s*-уровня) и, соответственно, к раздвоению спектральных линий. Увеличение разрешающей способности спектральных приборов дало возможность тщательнее исследовать структуру раздвоенных линий. В 1928 г. А. Н. Теренин и Л. Н. Добрецов обнаружили, что каждая из двух *D*-линий натрия в свою очередь является двойной — состоит из двух близко расположенных линий. Линия D_2 ($\lambda = 589,0$ нм) расщеплена на $0,0021$ нм, а линия D_1 ($\lambda = 589,6$ нм) — на $0,0023$ нм. Это расщепление называется *сверхтонкой структурой* спектральных линий. Паули предположил, что сверхтонкая структура объясняется наличием *спина у ядра атома*. Момент импульса, называемый обычно *спином ядра*, является, наряду с зарядом и массой, важнейшей характеристикой ядра.

В состав ядра входят протоны и нейтроны, каждый из которых обладает спином $\hbar/2$. Спин ядра равен векторной сумме спинов составляющих его частиц. Спин ядра, состоящего из четного числа частиц, является целым числом (в единицах $\hbar$) или нулем. Спин же ядра, состоящего из нечетного числа частиц, является полуцелым (в единицах $\hbar$). Если спин ядра в единицах $\hbar$

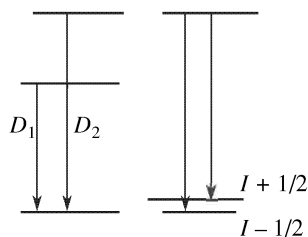


Рис. 78.1

равен I , то полный спин атома с одним валентным электроном может быть равен либо $I + 1/2$, либо $I - 1/2$, ибо спин электрона в единицах $\hbar$ равен $1/2$ ¹⁾. Оптический переход электрона в атоме натрия с верхнего уровня на нижний уровень, раздвоенный вследствие учета спина ядра, приводит к *сверхтонкой структуре линии* D_2 . На рис. 78.1 слева показано расщепление спектральных линий, а справа изображена схема возникновения сверхтонкой структуры линии D_2 . По наблюдаемому на опыте соотношению интенсивностей линий сверхтонкой структуры можно определить спин I ядра. Например, для атома натрия он оказался равным $3/2 \hbar$.

¹⁾ Спины остальных электронов атома, попарно складываясь, дают нуль.

Как известно из § 42.10, спин электрона был измерен в опытах Штерна и Герлаха. Спин протона был определен на основании наблюдения интенсивностей вращательных спектров молекулы H_2 . В гл. 74 рассмотрено возникновение вращательных спектров молекулы. Соотношение интенсивностей во вращательных спектрах водорода показало, что ядро водорода ${}^1_1\text{H}$ имеет полуцелый спин. Из измерения отношения интенсивностей линий вращательных спектров было найдено, что спин ядра водорода ${}^1_1\text{H}$, т. е. спин протона, равен $\hbar/2$.

Определение спина нейтрона основано на измерении спина дейтрона ${}^2_1\text{D}$ — ядра тяжелого водорода. Спин дейтрона в основном состоянии оказался равным $\hbar$. Поскольку спин протона равен $\hbar/2$, то спин нейтрона может быть равен либо $\hbar/2$, либо $(3/2)\hbar$. Последнее предположение привело к несоответствию теоретически рассчитанных и экспериментально наблюдаемых результатов рассеяния нейтронов на протонах и было отброшено. Таким образом, спин нейтрона равен $\hbar/2$.

2. Атомные ядра, помимо спина, обладают *магнитными моментами*. Следовательно, магнитными моментами обладают все части атома (ядро и электроны).

Ядерные частицы имеют собственные магнитные моменты, которыми определяется магнитный момент ядра. По аналогии с магнетомом Бора (см. § 42.2), для измерения магнитных моментов ядер вводится так называемый *ядерный магнетон*:

$$\mu_{\text{я}} = \frac{e\hbar}{2m_{\text{p}}}. \quad (78.1)$$

Выражение для ядерного магнетона аналогично выражению для магнетона Бора, но масса электрона m_e заменена массой протона. Величина ядерного магнетона в $m_{\text{p}}/m_e \approx 1836$ раз меньше магнетона Бора:

$$\mu_{\text{я}} = (5,050824 \pm 0,000020) \cdot 10^{-27} \text{ Дж/Тл}.$$

Между спином I ядра, измеренным в единицах $\hbar$, и магнитным моментом $p_{\text{тя}}$, измеренным в ядерных магнетонах, существует соотношение, аналогичное формуле для электронных моментов (72.14'):

$$p_{\text{тя}} = g_{\text{я}} I, \quad (78.2)$$

где $g_{\text{я}}$ — *ядерное гиромагнитное отношение*.

3. Опыты, изложение которых выходит за рамки этой книги, показали, что нейтрон имеет *отрицательный* магнитный момент, равный $-(1,91314 \pm 0,00005)\mu_{\text{я}}$.

Магнитный момент протона впервые был измерен методом отклонения молекулярного пучка в неоднородном магнитном поле. В принципе этот опыт не отличается от опыта Штерна и Герлаха (см. § 42.10). Опыты производились с водородом. При этом необходимо было компенсировать магнитный момент электрона, превосходящий почти в 2000 раз величину ядерного магнетона $\mu_{\text{я}}$. Точные измерения привели к весьма неожиданному результату для магнитного момента протона. Он оказался равным $(2,7928456 \pm 0,0000011)\mu_{\text{я}}$ вместо того, чтобы быть равным одному ядерному магнетону. Положительный знак магнитного момента протона означает, что направления магнитного момента протона и его спина совпадают. С классической точки зрения это означает, что магнитный момент протона как бы связан с вращением положительного заряда. Для нейтрона направления его спина и магнитного момента *противоположны*. Аномальное значение магнитного момента протона и знак магнитного момента нейтрона связаны со сложной структурой этих частиц.

§ 78.3. Состав ядра

1. После создания ядерной модели вопрос о составе атомного ядра являлся одним из основных в ядерной физике. Ответ на него физика ядра могла давать по мере накопления сведений о различных свойствах ядер, в особенности сведений о заряде, массе и спине ядра. Заряд ядра определяется суммарным зарядом находящихся в нем положительных зарядов. Поскольку элементарным положительным зарядом обладают протоны, то нахождение в ядре протонов с самого начала развития ядерной физики не вызывало сомнений (см. § 78.1). Кроме того, обнаружили два существенных факта:

а. Массы изотопов всех атомов (кроме обычного водорода), выраженные в единицах массы, равных массе протона, превышают численно заряды их ядер, выраженные в элементарных зарядах. По мере увеличения Z это различие возрастает. Для элементов, расположенных в средней части периодической системы Менделеева, изотопные массы (в а.е.м.) примерно в два раза превышают значения зарядов ядер. Для тяжелых ядер это соотношение становится еще большим. Из этого следует, что протоны не могут быть единственными частицами, составляющими ядро.

б. Массы ядер изотопов всех химических элементов указывали на две возможности: либо в ядре находятся частицы примерно одинаковых масс, либо в составе ядра имеются различные по

массе частицы и масса одних из них весьма мала по сравнению с массой других; тогда масса легких частиц не вносит сколько-нибудь заметного вклада в изотопную массу.

2. Последняя возможность представлялась особенно заманчивой, ибо позволяла создать протонно-электронную модель ядра.

Явление естественной β -радиоактивности, казалось бы, свидетельствовало о том, что в состав ядер входят электроны, поскольку они испускаются при β -распаде. Протонно-электронная модель, кроме явления β -радиоактивности, объясняла и близость атомных масс изотопов к целым числам. Согласно этой модели масса ядра равна практически массе протонов, входящих в него, поскольку масса электрона примерно в 2000 раз меньше массы протона. Число электронов в ядре должно быть таково, чтобы суммарный заряд положительно заряженных протонов и отрицательно заряженных электронов давал действительный положительный заряд ядра.

Несмотря на ее простоту и естественность, протонно-электронная модель по мере развития ядерной физики была оставлена: она оказалась в противоречии с важнейшими свойствами атомных ядер.

3. Если бы в состав атомных ядер входили электроны, то магнитные моменты ядер имели бы величины порядка электронного магнетона Бора (см. § 42.2). Как мы видели в § 78.2, магнитные моменты ядер по порядку величины сравнимы с ядерным магнетонам, который примерно в 2000 раз меньше электронного.

Против протонно-электронной модели ядра свидетельствовали также данные о спинах ядер. Например, ядро бериллия ${}^9_4\text{Be}$, согласно этой модели, должно состоять из девяти протонов и пяти электронов, чтобы суммарный заряд был равен четырем элементарным положительным зарядам. Протоны и электроны имеют полуцелый спин, равный $\hbar/2$. Суммарный спин ядра, состоящего из 14 частиц (9 протонов и 5 электронов), должен быть целым. В действительности же спин ядра ${}^9_4\text{Be}$ полуцелый и равен $(3/2)\hbar$. Подобных примеров можно привести много.

Наконец, протонно-электронная модель ядра несовместима с соотношением неопределенностей Гайзенберга. Если электрон входит в состав ядра, то неопределенность Δx его координаты имеет порядок линейного размера ядра, т.е. 10^{-14} – 10^{-16} м. Возьмем наибольшую неопределенность: $\Delta x = 10^{-14}$ м. Из соотношения неопределенности Гайзенберга найдем неопределенность импульса электрона: $\Delta p \approx \hbar/\Delta x \approx 10^{-33}/10^{-14} = 10^{-19}$ кг · м/с. Величина импульса p связана с его неопреде-

ленностью Δp : $p \approx \Delta p$ (см. § 16.7). Зная импульс электрона, можно найти его энергию. Поскольку в нашем случае $p > m_e c = 10^{-30} \text{ кг} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$, следует использовать релятивистское соотношение между энергией и импульсом (см. § 16.3): $\mathcal{E}^2 = c^2 p^2 + m_e^2 c^4$. Получим

$$\mathcal{E} = c\sqrt{p^2 + m_e^2 c^2} \approx 2 \cdot 10^8 \text{ эВ} = 200 \text{ МэВ}.$$

Такая большая величина энергии противоречит экспериментальным данным об удельной энергии связи ядерных частиц, которая составляет 7–8 МэВ (см. § 78.4). Энергия в 200 МэВ во много раз превышает энергию электронов, испускаемых при радиоактивном β -распаде. Если же считать, что электроны в ядре имеют энергию, соответствующую энергии выбрасываемых β -частиц (обычно порядка нескольких МэВ), то для размеров области, где электроны должны быть локализованы, т. е. для размеров ядра, из соотношения неопределенностей получаются несоразмерно большие оценки, противоречащие опытным данным.

4. Выход из затруднения был найден, когда Дж. Чадвик, сотрудник Резерфорда, в 1932 г. открыл новую элементарную частицу — *нейтрон*. Анализируя траектории частиц, возникающих при некоторых ядерных реакциях, и применяя к реакциям законы сохранения импульса и энергии, Чадвик нашел траектории, принадлежащие новой частице; ее масса почти равна массе протона, чуть превышая ее, электрический заряд ее равен нулю (см. § 80.1).

Новая частица была названа нейтроном, и вскоре после ее открытия, в 1934 г., Д. Д. Иваненко высказал гипотезу о том, что *атомные ядра состоят только из протонов и нейтронов*. Эта же гипотеза была высказана Гайзенбергом.

5. Эти взгляды очень быстро получили всеобщее признание и явились основой для создания современной теории атомного ядра. Согласно современным представлениям, массовое число A ядра — это общее число частиц — протонов и нейтронов, находящихся в ядре. Заряд ядра Z определяет число протонов в ядре, а следовательно, разность $A - Z = N$ дает число нейтронов, содержащихся в ядре данного изотопа.

Если проследить за распределением числа протонов Z и нейтронов $A - Z$ в ядрах различных элементов периодической системы, то можно заметить, что для ядер элементов вплоть до середины менделеевской системы число нейтронов, входящих в ядро, примерно равно числу протонов, так что $(A - Z)/Z \approx 1$. По мере утяжеления ядер, с ростом массового числа, количество

нейтронов возрастает сравнительно с числом протонов в ядре. В конце периодической системы отношение $(A - Z)/Z \approx 1,6$.

В ядерной физике принимается, что протон и нейтрон — два так называемых *зарядовых состояния* одной частицы, которая называется ядерной частицей — *нуклоном* (от латинского *nucleus* — ядро). Протон является протонным состоянием нуклона с зарядом $+e$, нейтрон — его нейтронным состоянием с нулевым электрическим зарядом. По современным данным, массы протона и нейтрона равны соответственно:

$$m_p = 1,007276470 \pm 0,000000011 \text{ а.е.м.} = \\ = (1836,15152 \pm 0,00070)m_e,$$

$$m_n = 1,008665012 \pm 0,000000037 \text{ а.е.м.} = \\ = (1838,6826 \pm 0,0008)m_e.$$

Массовые числа протона и нейтрона одинаковы и равны единице.

Нуклоны в ядрах находятся в состояниях, существенно отличающихся от их свободных состояний. Это связано с тем, что во всех ядрах, кроме ядра обычного водорода, имеются по крайней мере два нуклона, между которыми осуществляется особое *ядерное взаимодействие*.

6. Протонно-нейтронная модель ядра согласуется с данными об изотопных массах ядер и дает разумные значения для магнитных моментов ядер. В самом деле, магнитные моменты протона и нейтрона по порядку величины сравнимы с ядерным магнетонам (см. § 78.2). Поэтому ядра, построенные из нуклонов, должны иметь магнитные моменты такого же порядка величины. Опыты подтверждают это.

Применение соотношения неопределенностей к тяжелым (сравнительно с электронами) протонам и нейтронам дает вполне разумные оценки для возможных значений энергии этих частиц в ядре. Эти оценки согласуются со значениями энергий, приходящихся на одну частицу в ядре (см. § 78.4).

Была разрешена и трудность со спинами ядер, возникшая в протонно-электронной модели. Если ядро содержит четное число нуклонов (четное массовое число A), то его спин будет целым (в единицах $\hbar$). При нечетном числе нуклонов в ядре (нечетном A) спин ядра будет полуцелым (в единицах $\hbar$).

§ 78.4. Энергия связи ядра. Дефект массы

1. Ядра, содержащие положительно заряженные протоны и нейтроны, лишенные заряда, представляют собой *устойчивые* образования, хотя между протонами существует кулоновское отталкивание. Устойчивость атомных ядер означает, что между нуклонами в ядрах существуют силы притяжения. Для их изучения, казалось бы, необходимо точно знать, как они зависят от расстояния между нуклонами. Изучение связи между нуклонами может быть проведено в известных пределах энергетическими методами, без привлечения сведений о характере и свойствах ядерных сил.

О прочности того или иного образования судят по тому, насколько легко или трудно разрушить его: чем труднее его разрушить, тем оно прочнее. Но разрушить ядро — это значит разорвать связи между его нуклонами, или, иными словами, совершить работу против сил связи между ними. Такой подход, основанный на законе сохранения энергии, позволяет сделать ряд важных выводов о специфике тех связей, которые удерживают нуклоны в ядре друг возле друга.

Введем понятие энергии связи отдельного нуклона в ядре. *Удельной энергией связи нуклона* в ядре называется физическая величина, равная той работе, которую нужно совершить для удаления данного нуклона из ядра, без того чтобы нуклон приобрел кинетическую энергию. Полная *энергия связи ядра* определяется величиной той работы, которую нужно совершить для расщепления ядра на составляющие его нуклоны. Из закона сохранения энергии следует, что при образовании ядра из составляющих его нуклонов должна выделяться та же энергия, которую необходимо затратить при расщеплении ядра на составляющие его частицы.

2. Оценим энергию связи атомных ядер. Измерения масс ядер показывают, что *масса ядра меньше, чем сумма масс составляющих его нуклонов*. Дело обстоит таким образом, как будто при образовании ядра из нуклонов, при «упаковке» нуклонов, происходит «усушка», уменьшение их массы, потеря некоторой ее части.

Специальная теория относительности объясняет это явление. Оно рассмотрено в § 20.1. Уменьшение суммарной массы покоя нуклонов при образовании из них ядра можно объяснить выделением энергии связи при образовании ядра. В § 20.5 обсуждался вопрос об изменении внутренней энергии тела при ядерных процессах. Теперь мы вновь и подробнее обсудим этот вопрос.

Энергия покоя тела $\mathcal{E}_0$ связана с массой m тела следующим образом:

$$\mathcal{E}_0 = mc^2,$$

где c — скорость света в вакууме. Если обозначить через $\Delta\mathcal{E}_{\text{св}}$ величину энергии, выделяющейся при образовании ядра, то соответствующая ей масса

$$\Delta m = \frac{\Delta\mathcal{E}_{\text{св}}}{c^2} \quad (78.3)$$

характеризует уменьшение суммарной массы при образовании ядра из составных частиц. Если ядро массой M образовано из Z протонов массой m_p и из $A - Z$ нейтронов массой m_n , то величина Δm равна

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - M. \quad (78.3')$$

Величина Δm может служить мерой энергии связи, ее часто называют *дефектом массы*. В самом деле, из (78.3) и (78.3') следует, что

$$\Delta\mathcal{E}_{\text{св}} = \Delta mc^2 = [Zm_p + (A - Z)m_n - M]c^2. \quad (78.4)$$

3. В ядерной физике для вычисления энергий применяется атомная единица энергии (а.е.э.), соответствующая одной атомной единице массы:

$$1 \text{ а.е.э.} = c^2 \cdot 1 \text{ а.е.м.} = 931,5016 \pm 0,0026 \text{ МэВ.}$$

Таким образом, чтобы вычислить энергию связи ядра в мегаэлектронвольтах, нужно воспользоваться формулой

$$\Delta\mathcal{E}_{\text{св}} = [Zm_p + (A - Z)m_n - M] \cdot 931,5, \quad (78.5)$$

где массы частиц в ядре и масса ядра выражены в атомных единицах массы.

Энергия связи в ядрах весьма велика. Она составляет в среднем 8 МэВ на один нуклон в ядре.

4. Энергия связи может быть выражена через массы нейтральных атомов, что удобнее, ибо в таблицах обычно приводят именно эти массы. Формула (78.5) примет вид

$$\Delta\mathcal{E}_{\text{св}} = [Zm_H + (a - Z)m_n - M_{\text{атом}}] \cdot 931,5. \quad (78.6)$$

Это вытекает из того, что массы электронов, входящих в состав нейтральных атомов, фигурируют в первом слагаемом и вычитаемом, тем самым они не влияют на величину энергии связи.

5. Опыты и теоретические расчеты показывают, что энергия связи $\Delta\mathcal{E}_{\text{св}}$ ядра зависит главным образом от общего числа частиц

в ядре и в меньшей степени от соотношения в ядре числа протонов и нейтронов. Эти выводы соответствуют экспериментальным данным, показывающим, что в первом приближении энергия связи линейно возрастает с увеличением массового числа. Физически это означает, что каждый нуклон, введенный в ядро, приводит к выделению из ядра приблизительно одинакового количества энергии. Удельная энергия связи выражается формулой

$$\Delta \varepsilon_{\text{св}} = \frac{\Delta \mathcal{E}_{\text{св}}}{A}. \quad (78.7)$$

На рис. 78.2 приведена кривая зависимости удельной энергии связи от массового числа A . Кривая указывает на различие величины $\Delta \varepsilon_{\text{св}}$ у разных ядер, т. е. на разную прочность связей нуклонов в ядрах в зависимости от массового числа. Наиболее прочно связаны нуклоны в ядрах средней части периодической системы, приблизительно при $28 < A < 138$, т. е. от ${}^{28}_{14}\text{Si}$ до ${}^{138}_{56}\text{Ba}$. В этих ядрах удельная энергия связи близка к 8,7 МэВ. По мере дальнейшего увеличения числа нуклонов в ядре удельная энергия связи убывает. Для ядер, расположенных в конце периодической системы (например, для урана), $\Delta \varepsilon_{\text{св}}$ приблизительно составляет 7,6 МэВ.

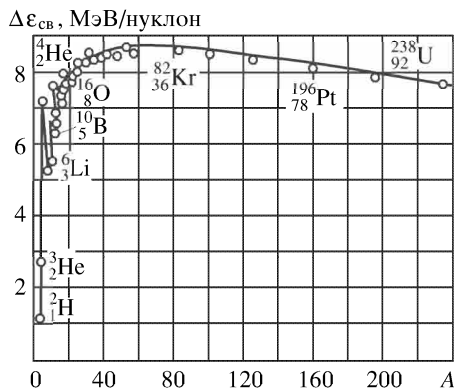


Рис. 78.2

В области небольших массовых чисел удельная энергия связи обнаруживает характерные максимумы и минимумы. Минимумы для энергии связи на один нуклон наблюдаются в этой области у ядер с нечетными количествами протонов и нейтронов — ${}^6_3\text{Li}$, ${}^{10}_5\text{B}$ и ${}^{14}_7\text{N}$. Максимумы удельной энергии связи соответствуют ядрам с четными числами протонов и нейтронов — ${}^4_2\text{He}$, ${}^{12}_6\text{C}$, ${}^{16}_8\text{O}$.

Такой ход кривой удельной энергии связи дает ключ к пониманию механизма выделения ядерной энергии. Из него, в частности, можно понять, почему существуют только два различных метода выделения ядерной энергии — деление тяжелых ядер и синтез легких ядер из еще более легких. Из общих соображений ясно, что энергия будет выделяться при таких ядерных реакциях, при которых удельная энергия связи продуктов реакции будет превышать удельную энергию связи исходных ядер. Это общее условие может быть выполнено двумя способами: или делением ядер тяжелых элементов на элементы, лежащие в середине таблицы Менделеева, или синтезом легких ядер, лежащих в начале таблицы, из еще более легких. Подробнее эти вопросы будут рассмотрены в гл. 80.

§ 78.5. Ядерные силы

1. Силы притяжения, действующие между нуклонами в ядре, называются *ядерными*. Из самых общих соображений можно получить некоторые сведения об этих силах. Устойчивость ядер, выделение энергии при образовании ядра из нуклонов свидетельствуют о том, что ядерные силы вплоть до некоторого расстояния между нуклонами являются силами *притяжения*. Ядерное притяжение гораздо сильнее электростатического отталкивания протонов и обуславливает большую энергию связи ядра и его устойчивость.

Ядерные силы не могут иметь электрического происхождения. Действительно, в этом случае невозможно представить себе устойчивое ядро, состоящее из протона и нейтрона. Между тем такое ядро существует у тяжелого водорода — дейтерия ${}^2_1\text{D}$. Это ядро — дейтрон (или дейтерон) — устойчивая система с энергией связи около 2,2 МэВ.

Далее, легко убедиться путем простой подстановки массы протона и его электрического заряда в закон Кулона и закон всемирного тяготения, что гравитационное притяжение протонов в 10^{36} раз меньше их электростатического отталкивания. Поэтому гравитационные силы в ядрах не играют практически никакой роли, несмотря на малые расстояния между нуклонами в ядре.

Остается оценить еще магнитное взаимодействие протонов, движущихся в ядре. В § 40.3 было показано, что магнитное взаимодействие движущихся электрических зарядов меньше их электростатического взаимодействия в $(v/c)^2$ раз, где v — скорость каждого заряда относительно выбранной системы отсчета, c —

скорость света в вакууме. Для протонов $v < c$, и их магнитное взаимодействие меньше электростатического. Однако, кроме такого магнитного взаимодействия протонов, у всех нуклонов, как протонов, так и нейтронов, имеется взаимодействие собственных магнитных моментов (см. § 78.2). Расчеты показали, что энергия такого взаимодействия протона и нейтрона составляет около 10^5 эВ, что гораздо меньше энергии связи в дейтроне.

Таким образом, ядерные силы являются особыми силами, по природе своей отличными от всех известных до них сил.

2. Ядро занимает некоторый конечный объем в пространстве (см. § 78.6), и нуклоны в нем располагаются на некоторых конечных расстояниях друг от друга. Это значит, что, начиная с некоторого расстояния между нуклонами, сила притяжения между ними заменяется силой отталкивания. В ядерной физике вводится особая единица длины *ферми* (*фемтометр*): $1 \text{ Ф} (1 \text{ ферми}) = 10^{-15} \text{ м} = 10^{-13} \text{ см}$, подобно тому как в атомной физике расстояния принято измерять в единицах первого боровского радиуса в атоме водорода (см. § 71.5).

В результате экспериментов и основанных на них расчетов получен ряд важных сведений о ядерных силах.

3. Ядерные силы — силы *короткодействующие*. При расстоянии между нуклонами всего в $2,2 \cdot 10^{-15} \text{ м} = 2,2 \text{ Ф}$ ядерные силы уже пренебрежимо малы. Длину $2,2 \text{ Ф}$ принято называть *радиусом действия ядерных сил*.

4. Ядерные силы являются *зарядово независимыми*: ядерное взаимодействие двух нуклонов совершенно не зависит от того, обладают или нет электрическим зарядом оба нуклона или один из них. Ядерные силы взаимодействия нейтрона с нейтроном такие же, как и нейтрона с протоном и протона с протоном при одинаковых условиях. В смысле ядерного взаимодействия протон и нейтрон являются одинаковыми частицами. Вывод о зарядовой независимости ядерных сил был сделан на основании тщательного изучения рассеяния протонов на дейтронах и рассеяния нейтронов на протонах.

Мы не можем входить в обсуждение этого вопроса. Однако отметим, что при изучении рассеяния нейтронов на протонах был решен весьма важный вопрос о спине нейтрона (см. § 78.2).

В зарядовой независимости ядерных сил можно убедиться, проанализировав разницу в энергии связи двух простейших, так называемых *зеркальных ядер*. Ядро B называется зеркальным по отношению к ядру A , если число протонов в B равно числу нейтронов в A , а число нейтронов в B равно числу протонов

в А. Другими словами, для получения зеркального ядра нужно протоны заменить нейтронами, а нейтроны — протонами.

Рассмотрим простейшие зеркальные ядра: ядро «сверхтяжелого» изотопа водорода — трития ${}^3_1\text{H}$ (или ${}^3_1\text{T}$) и ядро легкого изотопа гелия ${}^3_2\text{He}$. Первое содержит один протон и два нейтрона, а второе — два протона и один нейтрон. Энергии связи этих ядер равны соответственно 8,49 и 7,72 МэВ. В обоих ядрах по три нуклона, но связаны они в тритии сильнее, чем в гелии. Если признать зарядовую независимость ядерных сил, то разницу в энергиях связи, равную 0,77 МэВ, следует отнести за счет силы кулоновского отталкивания двух протонов в гелии, поскольку в тритии имеется только один протон. Взаимное отталкивание протонов, очевидно, уменьшает энергию их связи, а значит, и всего ядра гелия. Если принять, что 0,77 МэВ — это потенциальная энергия кулоновского отталкивания протонов U , то по формуле электростатики $U = q_1 q_2 / (4\pi \epsilon_0 r) = e^2 / (4\pi \epsilon_0 r)$ можно найти расстояние между протонами, при котором их кулоновская энергия равна данному значению. Оно получается равным 1,9 Ф, т. е. того же порядка, что и «радиус действия» ядерных сил.

5. Ядерные силы *не являются центральными силами*. Они зависят не только от расстояния между частицами, как это имеет место в случае кулоновской и гравитационной сил. Ядерные силы зависят, кроме расстояния между нуклонами, еще и от ориентации их спинов — параллельны они или антипараллельны. Это отчетливо вытекает из опытов по рассеянию нейтронов молекулами пара- и ортоводорода. Эти два вида молекул водорода отличаются тем, что в молекуле параводорода спины протонов антипараллельны, в молекуле же ортоводорода — параллельны. Очевидно, что если бы взаимодействие нуклонов не зависело от ориентации спинов рассеивающих и рассеиваемых нуклонов, то рассеяние нейтронов на орто- и параводороде происходило бы одинаково. Однако опыты показали, что рассеяние нейтронов на параводороде и рассеяние на ортоводороде резко отличаются. Это свидетельствует о зависимости ядерных сил от ориентации спинов.

6. Для ядерных сил характерно *насыщение*, подобное насыщению сил химической связи валентных электронов атомов в молекуле. Насыщение проявляется в том, что нуклон взаимодействует не со всеми остальными нуклонами ядра, а лишь с некоторыми ближайшими соседями, причем не со всеми, даже если они и находятся в радиусе действия ядерных сил. Насыщение ядерных сил вытекает из характера зависимости энергии связи ядер от массового числа А. Если бы насыщения не было и каждый из

A нуклонов взаимодействовал бы со всеми остальными ($A - 1$) нуклонами, то энергия связи ядра была бы пропорциональна числу всех пар нуклонов в ядре, т. е. числу сочетаний из A частиц по две. В алгебре доказывается, что это число равно $A(A - 1)/2$, следовательно, энергия связи ядра должна была бы зависеть от A как $(A^2 - A)/2$, т. е. как квадратичная функция от A . Однако, как показывают данные об энергиях связи и дефектах масс в ядрах, зависимость энергии связи от массового числа A является почти линейной. Следовательно, ядерные силы обладают свойством насыщения.

Подобно тому как насыщение сил химической, валентной связи приводит к образованию устойчивых групп атомов — молекул, так и насыщение ядерных сил обуславливает чрезвычайно высокую устойчивость определенных групп нуклонов.

Практически полное насыщение ядерных сил достигается у α -частицы, представляющей собой устойчивое образование из двух протонов и двух нейтронов. Насыщенность ядерных сил может быть увязана с короткодействующим характером этих сил, если предположить, что за пределами радиуса действия ядерных сил притяжения между нуклонами действуют силы отталкивания, препятствующие тому, чтобы в область действия сил притяжения попало слишком много нуклонов.

7. Короткодействие ядерных сил удалось объяснить на основе предположения об *обменном характере* этих сил. Идея о том, что взаимодействие между двумя частицами может осуществляться благодаря обмену третьей частицей, была впервые высказана в 1934 г. И. Е. Таммом и Д. Д. Иваненко.

В современной теории физических полей, в квантовой теории поля, доказывается, что поле квантуется подобно тому, как квантуются важнейшие характеристики микрочастиц, например их энергии. Обменное взаимодействие возникает в результате того, что взаимодействующие частицы как бы обмениваются квантами соответствующего поля. Так, электромагнитное взаимодействие трактуется как обмен квантами электромагнитного поля — фотонами, которые рассмотрены в гл. 68, тяготение — как обмен квантами гравитационного поля — гравитонами.

Гравитоны пока что не обнаружены, однако в настоящее время усиленно ведутся работы в этом направлении. Основная трудность экспериментального обнаружения гравитонов состоит в малой интенсивности гравитационных волн, испускаемых их возможными источниками.

В полевой картине взаимодействия нужно считать, что взаимодействие ядерных частиц — нуклонов — также осуществляется через посредство особого *ядерного поля*, путем обмена квантами этого поля. Сравнительно долго выяснялось, что представляют собой кванты ядерного поля. Вначале считали, что ими должны быть электроны. Об этом, казалось бы, свидетельствовало испускание электронов при β -распаде. Хотя электронов в ядрах нет (см. § 78.4), они, однако, могут возникать при некоторых процессах, происходящих внутри ядер, и могут быть, как полагали, передатчиками взаимодействий между нуклонами. И. Е. Тамм теоретически доказал, что электроны не могут быть квантами ядерного поля. Это противоречило бы опытным фактам — малому радиусу действия ядерных сил и большой энергии связи ядер.

Кванты ядерного поля были обоснованы теоретически в 1935 г. Х. Юкавой. Ими оказались частицы с массой примерно в 200 раз большей, чем у электрона. Такие частицы называются *мезонами*, так как их масса является промежуточной между массами электрона и нуклона (от греческого *mesos* — средний, промежуточный). Мезоны Юкавы вскоре были обнаружены и экспериментально, они стали называться π -мезонами или пионами, поскольку были обнаружены и мезоны с другой массой.

Понять идею Юкавы, а также грубо оценить массу этого мезона можно на основе следующих рассуждений.

Взаимодействие двух нуклонов можно наглядно представить себе следующим образом. Около одного нуклона возникает (рождается) мезон, который движется к другому нуклону и поглощается им. Время Δt распространения мезона от одного нуклона до другого представляет собой время их взаимодействия. В течение этого промежутка времени энергии взаимодействующих нуклонов изменяются: энергия нуклона, отдающего мезон, уменьшается, энергия нуклона, принимающего мезон, увеличивается. Можно сказать, что в течение промежутка времени Δt существует неопределенность в энергии каждого из взаимодействующих нуклонов — невозможно точно сказать, когда мезон покинул один нуклон и когда его принял другой нуклон. Согласно соотношению неопределенностей Гайзенберга (см. § 70.2) неопределенность энергии $\Delta \mathcal{E}$ связана со временем ее существования соотношением $\Delta \mathcal{E} \cdot \Delta t \approx \hbar$. Поскольку неопределенность энергии связана с потерей или приобретением мезона, она не может быть меньше энергии мезона. Положим для простоты, что $\Delta \mathcal{E}$ равна энергии покоя мезона:

$$\Delta \mathcal{E} = \mathcal{E}_0 = m_\pi c^2,$$

где m_π — масса π -мезона. Следовательно,

$$\Delta t \approx \frac{\hbar}{\Delta \mathcal{E}} \approx \frac{\hbar}{m_\pi c^2}.$$

Будем считать, что мезоны в ядре являются релятивистскими частицами, т. е. движутся со скоростями v , близкими к скорости света в вакууме c . Пусть для простоты $v = c$. Поскольку с помощью мезона осуществляется взаимодействие нуклонов, расстояние R_π , которое пройдет мезон, равно радиусу действия ядерных сил; положим его равным $R_\pi = 1,5 \text{ Ф}$. Следовательно,

$$R_\pi = v \Delta t = c \Delta t \approx \frac{c \hbar}{m_\pi c^2} = \frac{\hbar}{m_\pi c}, \quad (78.8)$$

откуда

$$m_\pi = \frac{\hbar}{R_\pi c}. \quad (78.9)$$

Из этого соотношения, подставив в него числовые данные, можем вычислить массу мезона Юкавы m_π . Получим, что $m_\pi \approx 250 m_e$, где m_e — масса электрона. Согласно же современным данным, масса пиона равна 264 или 273 электронным массам, в зависимости от типа пиона, от того, электрически нейтрален он или заряжен (см. 81.5).

Грубые расчеты, как видим, дали вполне удовлетворительный результат. Соотношение (78.8) определяет радиус действия сил, передача которых осуществляется посредством частиц с определенной массой покоя. Из формулы (78.8) видно, что этот радиус равен комптоновской длине волны частицы с соответствующей массой (см. § 68.6).

Соотношение (78.8) при заданной массе π -мезона определяет радиус действия ядерных сил. Это же соотношение можно истолковать следующим образом. За время $\Delta t = \hbar / m_\pi c^2 \approx 10^{-23} \text{ с}$ непрерывно испускаются и поглощаются π -мезоны, которые выступают здесь как способ описания взаимодействия нуклонов с помощью мезонного поля. Эти π -мезоны называются виртуальными. Если нуклону сообщается дополнительная энергия при соударении с другими нуклонами, то вместо виртуального π -мезона нуклон испускает реальный π -мезон (пион).

Если в качестве квантов поля рассмотреть фотоны, то, поскольку для них масса равна нулю, получим, что $R_\gamma = \infty$. Это значит, что радиус действия электромагнитных сил бесконечно велик: фотоны, осуществляя взаимодействие, могут проходить сколь угодно большие расстояния. Это соответствует тому известному положению, что электромагнитные силы (электрические

и магнитные) медленно уменьшаются при увеличении расстояния между взаимодействующими зарядами или токами, обращаясь в нуль в бесконечности.

§ 78.6. Размеры ядер

1. Ранее, в связи с опытами Резерфорда по рассеянию α -частиц ядрами, был указан метод оценки размеров ядер. Полученные этим методом размеры ядер зависят не только от свойств самого ядра, но и от энергии бомбардирующей его α -частицы. Определенный таким методом размер ядра обусловлен кулоновскими силами, имеющими гораздо больший радиус действия, чем специфические ядерные силы.

2. Под собственным *линейным размером ядра* нужно понимать его размер, обусловленный ядерными силами взаимодействия его нуклонов. При определении размеров ядра нужно учесть, что ядро является системой частиц, подчиняющихся квантовой механике и, следовательно, соотношению неопределенностей Гейзенберга. Вследствие этого размеры области, в которой находятся ядерные частицы, могут быть заданы лишь с точностью, допускаемой этим соотношением. Другими словами, границы области, называемой размерами ядра, по необходимости «размыты». Это в полной мере относится также и к оценке области пространства, занимаемой электронами в атоме, т.е. к определению размеров атома в целом.

3. Экспериментально размер ядра можно определить, изучая рассеяние на ядрах электрически нейтральных частиц, обладающих достаточно большой энергией, а также электронов сверхвысоких энергий. Эксперименты по рассеянию нейтронов на ядрах показали, что радиус ядра увеличивается с ростом массового числа по закону

$$R = R_0 \sqrt[3]{A}, \quad \text{где } R_0 \approx (1,4 - 1,5) \text{ Ф.} \quad (78.10)$$

Формула (78.10) может быть истолкована следующим образом. Ядро — совокупность частиц примерно одинаковых размеров, находящихся на одинаковых расстояниях друг от друга, так что на одну частицу приходится одинаковый «эффективный» объем. Тогда объем ядра будет пропорционален числу нуклонов в нем, что и выражает формула (78.10). В самом деле, если R — радиус ядра, а R_0 — «радиус» одного нуклона, то имеем равенство $(4/3)\pi R^3 = (4/3)\pi R_0^3 A$, откуда следует формула (78.10).

Наиболее тяжелые ядра, например ядро урана, имеют «поперечные» сечения около $3 \cdot 10^{-28} \text{ м}^2$, а их радиусы приближаются по порядку величины к 10^{-14} м .

4. Пользуясь формулой (78.10), можно подсчитать среднюю плотность ρ ядерного вещества. Предполагая, что ядро имеет форму сферы с радиусом R , имеем

$$\rho = \frac{M_{\text{я}}}{(4/3) \pi R^3}. \quad (78.11)$$

Здесь $M_{\text{я}}$ — масса ядра. Если принять массу ядра $M_{\text{я}} = m_{\text{n}} A$, где m_{n} — масса нейтрона, то

$$\rho = \frac{1,675 \cdot 10^{-27}}{(4/3) \pi (1,5 \cdot 10^{-15})^3} \text{ кг/м}^3 \approx 1,3 \cdot 10^{17} \text{ кг/м}^3.$$

Отметим, что плотность ядерного вещества не зависит от числа A нуклонов в ядре. Результат показывает, что плотность ядерного вещества колоссальна — она не идет ни в какое сравнение с плотностями обычных веществ, состоящих из атомов химических элементов и их соединений.

§ 78.7. Капельная модель ядра

1. В настоящее время еще нет полных сведений о ядерных силах. Это делает невозможным создание исчерпывающей теории атомного ядра. Поэтому в физике ядра широко применяются различные модели ядра, которые позволяют описать и рассчитать различные величины, характеризующие свойства ядер и происходящие в них процессы. Различные модели подобны фотографиям одной и той же картины с разных позиций. Каждая из них дает представление лишь о некоторых свойствах атомных ядер.

Мы рассмотрим только простейшую модель ядра — капельную. Данный выбор обусловлен тем, что эта модель сравнительно проста. Кроме того, она позволяет количественно описать не только некоторые свойства ядер, но и процесс их деления. Это имеет большое значение для знакомства с физическими основами ядерной энергетики.

2. Исторически первая капельная модель была предложена в 1936 г. Я. И. Френкелем и развита Бором и Вайцзеккером. Эта модель использует внешнюю аналогию между атомным ядром и заряженной каплей жидкости. Так, подобно короткодействующим ядерным силам, силы взаимодействия молекул жидкости

имеют малый радиус действия. Ядерные силы, как и силы, действующие между молекулами жидкости, обладают свойствами насыщения. Далее, для капли жидкости характерна постоянная плотность ее вещества (при заданных внешних условиях — температуре и давлении), не зависящая от числа частиц, входящих в каплю. Как известно, ядро имеет приблизительно постоянную удельную энергию связи и постоянную плотность, не зависящую от числа нуклонов в ядре. Наконец, аналогия между ядром и жидкой каплей проявляется в том, что в обоих случаях наблюдается определенная подвижность составляющих каплю молекул и входящих в ядро нуклонов.

Нужно, однако, еще раз подчеркнуть, что ядро-каплю нужно считать *заряженной* и подчиняющейся законам квантовой механики. Этим ядро существенно отличается от капли жидкости.

При разработке капельной модели ядра существенное значение имело постепенное возрастание в периодической системе с ростом Z и A отношения $(A - Z)/Z$ от единицы до 1,6 к концу системы. Наибольшая устойчивость наблюдается у таких ядер, которые характеризуются одинаковой «концентрацией» нейтронов и протонов. Возрастание с увеличением A отношения $(A - Z)/Z$ означает рост концентрации нейтронов в «ядерной жидкости». За счет увеличения кулоновской энергии отталкивания протонов, возрастающей пропорционально Z^2 , убывает концентрация протонов и соответственно растет концентрация нейтронов в ядре-капле.

3. До сих пор мы не вводили никакого критерия в определение устойчивости атомного ядра. Назовем устойчивыми (стабильными) такие атомные ядра, состав которых не изменяется с течением времени.

Капельная модель ядра позволяет установить соотношения между зарядом ядра Z и его массовым числом A , при которых ядра оказываются наиболее устойчивыми. Расчет, который мы опускаем, приводит к формуле

$$Z_{\text{уст}} = \frac{A}{2 + 0,015 A^{2/3}}. \quad (78.12)$$

В качестве $Z_{\text{уст}}$ нужно брать целое значение, ближайшее к тому, которое получается по формуле (78.12). Эта формула хорошо согласуется с опытными данными. Из нее, в частности, следует, что для не слишком тяжелых ядер $Z_{\text{уст}} \approx A/2$, т. е. число протонов в ядре равно числу нейтронов.

Глава 79

ЕСТЕСТВЕННАЯ РАДИОАКТИВНОСТЬ

§ 79.1. Общие сведения о радиоактивных излучениях

1. *Естественной радиоактивностью* называют самопроизвольное превращение одних атомных ядер в другие. Оно сопровождается испусканием определенных частиц (α -, β -частицы, антинейтрино, нейтрино) и электромагнитного излучения (γ -излучение). Естественная радиоактивность наблюдается, как правило, у тяжелых ядер, располагающихся в конце периодической системы Менделеева, за свинцом. Однако имеются и легкие естественно-радиоактивные ядра: изотопа калия $^{40}_{19}\text{K}$, изотопа углерода $^{14}_6\text{C}$, рубидия $^{87}_{37}\text{Rb}$ и др.

Явление это было открыто в 1896 г. Анри Беккерелем. Он занимался изучением вопроса о том, не сопровождается ли флуоресценция любой природы испусканием рентгеновского излучения. Беккерель производил опыты с солями урана, некоторые из них обладают свойством флуоресцировать и действуют на фотопластинку. Беккерель обнаружил, что соединения урана, в течение нескольких лет находившиеся в полной темноте, продолжают действовать на фотопластинку, причем наиболее сильное действие оказывает металлический уран. Из этого он заключил, что уран испускает особое излучение.

Исследования показали, что эти излучения проникают сквозь тонкие металлические экраны и ионизуют газ, через который проходят. Замечательной особенностью обнаруженного излучения оказалась его *самопроизвольность* и постоянство, полная независимость от изменения внешних условий: освещения, давления и температуры.

Пьер и Мария Кюри обнаружили, что урановая смоляная руда обладает способностью давать излучение, в четыре раза превосходящее по интенсивности излучение урана. Это дало основание искать источник излучения более мощный, чем уран. В 1898 г. Пьер и Мария Кюри открыли два новых радиоактивных элемента: полоний ($^{210}_{84}\text{Po}$) и радий ($^{226}_{88}\text{Ra}$). Вещества, испускающие новые излучения, были названы *радиоактивными*, а новое свойство вещества, связанное с наличием особых излучений, — *радиоактивностью*.

2. Вскоре после открытия полония и радия была установлена неоднородность излучения, которое они испускают. Оказалось, что излучение состоит из трех видов: α - и β -частиц и γ -излучения. Анализ состава излучения был произведен по отклонению радиоактивных излучений в магнитном поле. На рис. 79.1 изображена схема разделения α -, β -частиц и γ -излучения в магнитном поле, направленном перпендикулярно к плоскости рисунка сверху вниз; 1 — толстостенный сосуд из свинца, 2 — радиоактивный элемент Ra. Характер отклонения

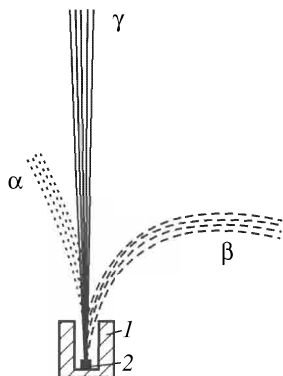


Рис. 79.1

частиц в магнитном поле показывает, что α -частицы несут положительный заряд, β -частицы — отрицательный, а γ -излучение не заряжено.

Дальнейшие исследования показали, что α -частицы представляют собой поток ядер гелия. Для выяснения их природы Резерфорд поставил следующий опыт. Стеклоанная ампула с радиоактивным газом радоном ($^{222}_{86}\text{Rn}$) помещалась в стеклянный сосуд, в котором создавался высокий вакуум. Альфа-частицы, испускаемые радоном, поглощались стенками сосуда и при этом превращались в атомы гелия, присоединяя к себе по два электрона каждая. Образовавшиеся атомы гелия выделялись из стенок сосуда при их нагревании.

Анализ спектра газа в сосуде показал, что он действительно совпадает со спектром излучения гелия. Тем самым подтвердилось, что α -частицы, испускаемые радоном, превращались в гелий. Изучение отклонения α -частиц в магнитном и электрическом полях позволило измерить удельный заряд q/m_α (m_α — масса α -частицы) и подтвердило правильность представлений о ее природе. Заряд α -частицы равен $2e$, а масса совпадает с массой ядра изотопа гелия ^4_2He .

3. Бета-частицы являются потоком быстро летящих электронов. Энергия β -частиц достигает 10 МэВ. Их скорость приближается к скорости света в вакууме. Измерения удельного заряда q/m_β , где m_β — масса частицы, подтвердили выводы о природе β -частиц.

4. Гамма-излучение представляет собой жесткое электромагнитное излучение, обладающее наибольшей из всех радиоактивных излучений проникающей способностью. Гамма-излучение

вызывает относительно слабую ионизацию вещества, через которое оно проходит. Электромагнитная природа γ -излучения и его свойства были изучены теми же методами, которые применялись при изучении природы и свойств рентгеновского излучения (см. § 62.5).

Основные сведения о свойствах γ -излучения были получены при изучении поглощения и рассеяния его в веществе. Гамма-излучение имеет большие частоты, чем рентгеновское излучение. Квантовые свойства γ -излучения проявляются еще в большей степени, чем у рентгеновского излучения.

5. Опытами было установлено, что все радиоактивные излучения обладают химическими действиями, вызывают почернение фотопластинок. Радиоактивные излучения вызывают ионизацию газов, а иногда и конденсированных тел, сквозь которые они проходят, возбуждают флуоресцентное свечение ряда твердых тел и жидкостей. Эти свойства лежат в основе экспериментальных методов обнаружения и исследования свойств ионизирующих излучений (см. § 79.8).

§ 79.2. Правила смещения при радиоактивных превращениях

1. Опыты Резерфорда, посвященные выяснению природы излучения α -частиц, показали, что убыль радиоактивного радона с течением времени происходит по закону e^{-bt} , где b — некоторая постоянная величина. Оказалось, что постоянная величина b , характеризующая протекание радиоактивного процесса во времени, совершенно не зависит от внешних условий, а также от концентрации радиоактивных атомов. Оказалось, что распад радия в солях RaCl_2 и RaBr_2 зависит лишь от количества атомов радия в этих соединениях, т.е. скорость процесса не зависит от того, распадается ли вещество в виде химически чистого элемента или соединения. Все эти факты привели к выводу, что *радиоактивные превращения есть свойство атомных ядер*, которые могут самопроизвольно подвергаться таким превращениям.

2. Превращения ядер, сопровождающиеся испусканием α - и β -частиц, называются соответственно α - и β -распадом. Термина « γ -распад» не существует. Распадающееся ядро называется *материнским*, а ядро продукта распада — *дочерним*. Анализируя результаты радиоактивных распадов, ученые опытным путем открыли *правила смещения* при радиоактивных распадах:

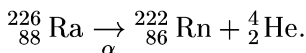
при α -распаде: ${}_Z^A X \xrightarrow{\alpha} {}_{Z-2}^{A-4} Y + {}_2^4 \text{He};$

при β -распаде: ${}_Z^A X \xrightarrow{\beta^-} {}_{Z+1}^A Y + {}_{-1}^0 e.$

Здесь X — химический символ материнского ядра, Y — дочернего, ${}_2^4 \text{He}$ — ядро изотопа гелия, ${}_{-1}^0 e$ — обозначение электрона: его заряд равен -1 (в единицах элементарного заряда e), а массовое число равно нулю, поскольку масса электрона в 1836 раз меньше, чем протона.

Правила смещения являются следствиями двух законов сохранения, выполняющихся при радиоактивных распадах, — сохранения электрического заряда и массового числа: сумма зарядов (а также массовых чисел) продуктов распада равна заряду (массовому числу) исходного ядра.

Распад радия с выделением радона и α -частицы иллюстрирует эти правила:



Альфа-распад уменьшает массовое число на 4, а зарядовое число — на 2, т. е. перемещает элемент на две клетки влево в системе Менделеева. Бета-распад не изменяет массового числа, а зарядовое число увеличивает на 1, т. е. перемещает элемент на одну клетку вправо в системе Менделеева.

3. Получившееся в результате радиоактивного распада дочернее ядро, как правило, само является радиоактивным. Его дочернее ядро, уже «внучатое» по отношению к исходному, также может быть радиоактивным, и т. д. Так возникает цепочка радиоактивных превращений, и ядра, связанные этой цепочкой, образуют *радиоактивный ряд*, или *радиоактивное семейство*. Члены радиоактивных рядов являются радиоактивными изотопами элементов, стоящих в соответствующих клетках периодической системы.

Естественно-радиоактивные ядра образуют три *радиоактивных семейства*, называемых по родоначальнику семейства: семейство урана (${}_{92}^{238} \text{U}$), семейство тория (${}_{90}^{232} \text{Th}$) и семейство актиния (${}_{89}^{235} \text{Ac}$). Существует, кроме того, еще одно радиоактивное семейство, полученное искусственным путем и начинающееся от трансуранового элемента нептуния (${}_{93}^{237} \text{N}$). Переход от одного члена каждого из естественно-радиоактивных семейств к другому осуществляется цепочкой α - и β -распадов и заканчивается на устойчивых ядрах изотопов свинца. Семейство тория заканчивается на ядре ${}_{82}^{208} \text{Pb}$, семейство урана — на ${}_{82}^{206} \text{Pb}$, семейство

актиния — на ${}^{207}_{82}\text{Pb}$. Семейство нептуния заканчивается на ядре висмута ${}^{209}_{83}\text{Bi}$.

Не зная детально, какой именно член данного ряда претерпевает α - или β -распад, можно с полной определенностью сказать, сколько α - и β -распадов должно произойти, чтобы данное исходное ядро превратилось в заданное конечное ядро. Найдем для примера, сколько α - и β -распадов испытает ядро урана, чтобы превратиться в ядро свинца: ${}^{238}_{92}\text{U} \rightarrow \dots \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb}$.

Число α -распадов n_α найдем сразу, разделив разность массовых чисел начального и конечного ядра на 4, поскольку массовое число изменяется только при α -распаде, причем при одном распаде уменьшается на 4. Для нашего примера $n_\alpha = (A_1 - A_2)/4 = 8$.

Для нахождения числа β -распадов n_β обратимся к изменению зарядового числа. Оно уменьшилось на $92 - 82 = 10$ единиц. Однако нужно учесть, что при α -распаде зарядовое число уменьшается на 2, а при β -распаде увеличивается на 1. Таким путем получим уравнение для нахождения числа β -распадов: $Z_1 - Z_2 = 2n_\alpha - n_\beta$; $2n_\alpha - n_\beta = 10$. Учтя найденное значение n_α , получим $n_\beta = 6$. Таким образом, получается, что при превращении в свинец ядро урана испытывает восемь α -распадов и шесть β -распадов.

§ 79.3. Основной закон радиоактивного распада

1. Радиоактивные распады с течением времени уменьшают число нераспавшихся материнских ядер. Найдем, по какому закону происходит убыль числа распадающихся ядер. Пусть в начальный момент времени $t = 0$ имеется N_0 ядер радиоактивного элемента X. Выясним, какое число ядер этого элемента останется нераспавшимся к произвольному моменту времени t . Ввиду самопроизвольности процесса распада естественно предположить, что за больший промежуток времени распадается и большее число ядер. Кроме того, за данный промежуток времени, например в течение минуты, распадается тем большее число ядер, чем больше их имеется в наличии. Оба эти предположения лежат в основе получения закона радиоактивных превращений. Если обозначить число нераспавшихся ядер в момент времени t через N , а число нераспавшихся ядер в момент $t + dt$ через $N - dN$, то изменение числа нераспавшихся ядер, т. е. число распавшихся

ядер, будет пропорционально и N , и dt , т. е.

$$dN \sim N dt, \text{ или } dN = -\lambda N dt, \quad (79.1)$$

где положительный коэффициент пропорциональности λ называется *постоянной распада* или радиоактивной постоянной для данного вида ядер. Знак минус в правой части (79.1) означает, что dN должно быть отрицательным — происходит распад ядер, уменьшение числа нераспавшихся ядер. Их конечное число меньше начального. Из соотношения (79.1) следует, что постоянная распада представляет собой относительную убыль числа ядер, подвергающихся распаду, за единицу времени:

$$\lambda = -\frac{dN/N}{dt}. \quad (79.2)$$

Иными словами, постоянная распада характеризует долю ядер, распадающихся за единицу времени, т. е. определяет *скорость* радиоактивного распада. Лямбда не зависит от внешних условий, определяется лишь внутренними свойствами ядра и имеет размерность $[\lambda] = T^{-1}$.

2. С помощью соотношения (79.1) можно решить задачу, которая сформулирована в п. 1: найти закон протекания во времени процесса радиоактивного распада. Аналогично тому, как мы делали в § 72.8, разделим переменные в выражении (79.1) и проинтегрируем полученное уравнение:

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt.$$

После интегрирования получим $\ln(N/N_0) = -\lambda t$, или окончательно:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (79.3)$$

Здесь N_0 — первоначальное число радиоактивных ядер, которое существовало в момент, принятый за начало отсчета времени, т. е. при $t = 0$, N — число радиоактивных ядер в момент времени t .

На рис. 79.2 изображена зависимость $\ln(N/N_0)$ от времени t . Она позволяет определить постоянную распада λ по наклону прямой. Можно показать, что $\operatorname{tg} \alpha = \lambda K$ (где K — масштаб).

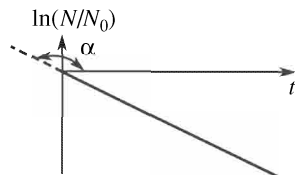


Рис. 79.2

3. Для оценки устойчивости радиоактивных ядер относительно распада, для суждения о скорости распада на практике чаще используется не постоянная радиоактивного распада λ , а величина *периода полураспада* $T_{1/2}$. Так называется *время, за которое распадается половина первоначального количества ядер*, или время, по прошествии которого остается нераспавшейся половина первоначального числа ядер: $t = T_{1/2}$, если $N(T_{1/2}) = N_0/2$. Из этого определения на основе закона распада (79.3) получаем соотношение между $T_{1/2}$ и λ : $N_0/2 = N_0 \exp(-\lambda T_{1/2})$, откуда, сокращая на N_0 и логарифмируя, получим

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}, \quad \text{или} \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,693} T_{1/2} = 1,44 T_{1/2}. \quad (79.4)$$

Периоды полураспада различных естественно-радиоактивных элементов колеблются в очень широких пределах. Период полураспада урана составляет 4,5 миллиарда лет, радия 1590 лет, протактиния 32 000 лет, радона 3,825 суток, а радия-С (один из изотопов полония) $1,5 \cdot 10^{-4}$ с. У некоторых искусственно получаемых радиоактивных элементов период полураспада составляет миллионные и стомиллионные доли секунды.

4. Постоянство периода полураспада $T_{1/2}$ (или λ) для данного радиоактивного элемента означает, что эти величины являются характеристиками громадных совокупностей атомных ядер. Радиоактивный распад является статистическим процессом.

В связи с понятием о периоде полураспада иногда возникает неверное представление о том, что если период полураспада равен $T_{1/2}$, то период полного распада равен якобы $2T_{1/2}$. Это, конечно, не так. Если через время $T_{1/2}$ остается половина первоначального количества ядер ($N_0/2$), то через время $2T_{1/2}$ останется половина от половины N_0 , т. е. $1/4$ начального количества, через $3T_{1/2}$ — половина от $N_0/4$, т. е. $N_0/8$, и т. д.

§ 79.4. Активность и ее измерение

1. Естественно, возникает вопрос: как измерить очень большой или очень маленький период полураспада? Непосредственное использование закона распада (79.3) для этого непригодно. На помощь приходит то, что продукты радиоактивного распада тоже, как правило, радиоактивны. Поэтому количество дочерних ядер, вообще говоря, изменяется с течением времени. Однако может наступить так называемое *подвижное равновесие* между

ростом числа дочерних ядер (вследствие распада материнских) и уменьшением их числа вследствие распада.

В условиях равновесия число родившихся в единицу времени дочерних ядер равно, с одной стороны, числу распавшихся дочерних же ядер, с другой стороны, числу распавшихся материнских ядер. Следовательно, при подвижном равновесии числа распадов в единицу времени материнских и дочерних ядер одинаковы: $-dN_m/dt = -dN_d/dt$. Но, согласно (79.1),

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N, \quad (79.5)$$

следовательно, при равновесии справедливо следующее соотношение:

$$\lambda_m N_m = \lambda_d N_d, \quad \text{т. е.} \quad \frac{N_m}{N_d} = \frac{\lambda_d}{\lambda_m} = \frac{T_m}{T_d}. \quad (79.6)$$

При равновесии числа материнских и дочерних ядер пропорциональны их периодам полураспада. Этим соотношением пользуются в тех случаях, когда период полураспада одного сорта ядер или слишком мал, или слишком велик, так что воспользоваться законом распада (79.3) практически невозможно.

2. По определению, число распадов в единицу времени $A = -dN/dt$ называется *активностью* данного радиоактивного препарата. На основании (79.5) имеем, что *активность препарата равна произведению постоянной распада на число нераспавшихся ядер, содержащихся в этом препарате*: $A = \lambda N$.

Вследствие непрерывного уменьшения числа нераспавшихся ядер активность остающегося препарата непрерывно уменьшается. Это уменьшение несущественно, если период полураспада велик, как у урана или радия, но с ним приходится считаться, если период полураспада составляет несколько лет или тем более дней. Например, в случае известных радоновых ванн их активность уменьшается вдвое меньше чем через двое суток, так как период полураспада радона равен 3,825 суток. Такой радиоактивный препарат приходится часто обновлять.

3. Единицей активности в СИ служит секунда в минус первой степени (с^{-1}). Это — активность радиоактивного препарата, в котором происходит один распад в одну секунду. Эта единица называется *беккерель* (Бк).

Внесистемной единицей активности служит *кюри* (Ки), названная так в честь супругов Пьера и Марии Кюри. Кюри — это активность 1 г радия, т. е. число распадов, которое происходит в 1 с в 1 г радия. Подсчитаем это число.

Для этого выразим в секундах период полураспада радия $T_{1/2} = 1590$ лет и найдем постоянную распада λ . Далее, нужно знать, сколько ядер содержится в 1 г радия, т. е. число атомов радия в 1 г. Оно равно постоянной Авогадро N_A , деленной на массу киломоля M :

$$N = \frac{N_A}{M} = \frac{6,023 \cdot 10^{26} \text{ кмоль}^{-1}}{226 \text{ кг/кмоль}} = 2,67 \cdot 10^{24} \text{ кг}^{-1} = 2,67 \cdot 10^{21} \text{ г}^{-1}.$$

После этого сразу найдем активность 1 г радия:

$$A = \lambda N = \frac{0,693}{T_{1/2}} N = \frac{0,693}{1590 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} \cdot 2,67 \cdot 10^{21} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}.$$

Как видим, в 1 г радия каждую секунду распадается 37 миллиардов ядер.

В настоящее время принято следующее определение: кюри — это активность такого радиоактивного препарата, в котором каждую секунду происходит $3,7 \cdot 10^{10}$ распадов.

Кюри — очень крупная единица, потому что и радий сам по себе — очень активный элемент, и масса в 1 г — довольно большая величина для реальных препаратов. Поэтому практически применяют меньшие единицы активности. Используются дольные единицы от кюри:

$$1 \text{ мКи} = 10^{-3} \text{ Ки}; \quad 1 \text{ мкКи} = 10^{-6} \text{ Ки}.$$

Кроме того, применяется единица *резерфорд* (Рд) — активность препарата, в котором в секунду происходит 10^6 актов распада: $1 \text{ Рд} = 10^6 \text{ Бк}$. Очевидно, что $1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^4 \text{ Рд}$.

§ 79.5. Как пользоваться законом радиоактивного распада

1. Формулы (79.1)–(79.5) позволяют решать многие задачи изучения радиоактивности. Например, по формуле (79.1) можно вычислить, сколько ядер (или какая масса) данного радиоактивного элемента распадается или останется нераспавшимися за тот или иной промежуток времени. Однако следует иметь в виду, что по формуле (79.1) можно находить число распавшихся ядер только в том случае, если этот промежуток во много раз меньше периода полураспада, $\Delta t \ll T_{1/2}$. В противном случае можно получить нелепый опыт: число распавшихся ядер окажется больше, чем их начальное количество. Поясним это примером. Пользуясь (79.1) и (79.5), можно найти, что за конечный малый промежуток времени Δt распадается следующая доля начального количества ядер:

$$\left| \frac{\Delta N}{N} \right| = \lambda \cdot \Delta t = 0,693 \frac{\Delta t}{T_{1/2}}.$$

Отсюда видно, что при $\Delta t/T_{1/2} > 1/0,693 = 1,44$, т.е. при $\Delta t > 1,44T_{1/2}$, имеем $\Delta N/N > 1$, т.е. число распавшихся ядер превышает число первоначально имевшихся! Для ядер с небольшим периодом полураспада этого можно и не заметить. Например, с первого взгляда кажется естественным решать с помощью (79.1) следующую задачу: найти, какая доля радона распадается за 6 суток. Однако при таком решении получится, что $\Delta N/N > 1$, т.е. $\Delta N > N$.

2. Подобные задачи строго решаются при помощи закона распада (79.3). Сначала находится, сколько останется нераспавшихся ядер $N(t)$ к моменту времени t . Число же распавшихся ядер за промежуток времени от $t = 0$ до t , очевидно, равно $N_0 - N(t)$. Этот путь решения безошибочный, хотя он требует более громоздких вычислений. Найдем, при каком условии можно пользоваться формулой (79.1) вместо (79.3) и последующего вычитания. Подставим в (79.1) связь λ с $T_{1/2}$ по формуле (79.4):

$$\lambda N(t)\Delta t = -0,693 N(t) \frac{\Delta t}{T_{1/2}}.$$

Из найденного соотношения видно, что результат расчета по формуле (79.1) будет тем точнее, чем меньше величина $\Delta t/T_{1/2}$, т.е. чем сильнее неравенство $\Delta t \ll T_{1/2}$.

§ 79.6. Статистический характер явления радиоактивного распада

1. Закон радиоактивного распада (79.3) является следствием предположения о том, что распад происходит самопроизвольно. Основные предположения, принятые при выводе формулы (79.1), не позволяют сделать заключения о том, *какое именно ядро* претерпевает распад за данный промежуток времени dt . Дело в том, что все ядра атомов данного химического элемента *неразличимы*. Речь может идти лишь о числе ядер, которые претерпевают распад в данном интервале времени от t до $t + dt$. Такое представление о радиоактивном распаде означает, что речь идет о статистическом процессе, т.е. распад данного ядра является случайным событием, имеющим ту или иную вероятность.

Введем понятие о *вероятности распада* одного ядра в единицу времени. Если за время dt из наличного числа N распалось dN ядер, то относительная убыль $-dN/N$ числа ядер, происходящая за единицу времени, т.е. величина $-(dN/N) dt$ представляет собой вероятность распада одного ядра.

2. Такое определение вероятности в точности совпадает со смыслом постоянной распада λ (см. (79.2)). Таким образом, по-

стоянная распада по определению есть вероятность распада одного ядра за единицу времени.

Предположим, далее, что эта величина не зависит от времени. Физически это означает, что для радиоактивного распада одного ядра несущественно, сколько времени «прожило» данное ядро, и что λ является константой, характеризующей все ядра данного сорта. Можно показать, что такое определение постоянной распада приводит к закону радиоактивного распада (79.3), который является, таким образом, *статистическим законом*.

§ 79.7. Использование явления радиоактивности для измерения времени в геологии и археологии

1. Убыль числа радиоактивных ядер по закону (79.3) может служить средством измерения времени, протекшего с того момента, когда количество радиоактивных ядер было равно N_0 , до некоторого момента времени, когда их количество стало равным N . Другими словами, явление радиоактивности может выполнять роль часов. Промежуток времени между моментами, когда число радиоактивных ядер было N_0 и стало N , равен согласно (79.3) и (79.4)

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{N_0}{N} = 1,44 T_{1/2} \ln \frac{N_0}{N}. \quad (79.7)$$

В качестве N обычно берется количество нераспавшихся ядер в настоящее время, так что формула (79.7) определяет возраст данной совокупности радиоактивных ядер. Практически для различных целей нужны часы с различным «ходом». Для определения возраста минералов, содержащихся в земной коре, следует брать «геологические часы», идущие достаточно медленно, т. е. нужно использовать процессы радиоактивного распада с периодом полураспада того же порядка, что и геологические эпохи, — сотни миллионов и миллиарды лет. Этому условию удовлетворяют периоды полураспада изотопов урана — урана-238 и урана-235. Смесь их составляет, в основном, природный уран. Периоды полураспада их равны соответственно 4,5 млрд и 900 млн лет.

В настоящее время химически чистый природный уран содержит 99,28% $^{238}_{92}\text{U}$, 0,714% $^{235}_{92}\text{U}$ и 0,006% $^{234}_{92}\text{U}$, являющегося продуктом распада $^{238}_{92}\text{U}$. Ввиду ничтожности содержания урана-234 им можно пренебречь. Оба изотопа урана $^{238}_{92}\text{U}$ и $^{235}_{92}\text{U}$ являются родоначальниками независимых радиоактивных семейств и в конце концов превращаются в изотопы свинца (см. § 79.2).

Ядра свинца представляют собой в конечном итоге распавшиеся ядра урана. По соотношению количеств свинца и урана в природном уране можно рассчитать промежуток времени, в течение которого накопилось данное количество свинца вследствие распада урана.

2. В археологии явление радиоактивности помогает определять возраст предметов, найденных при раскопках. Однако «урановые часы» для этого непригодны по двум причинам. Во-первых, предметы, являвшиеся продуктом деятельности человека, не содержат уран, а во-вторых, «урановые часы» идут слишком медленно для человеческой истории. Здесь время обычно измеряется столетиями или тысячелетиями, и поэтому в качестве часов может служить радиоактивный распад с периодом полураспада порядка нескольких столетий или тысячелетий. Сама природа создала необходимые для этого «часы».

3. Частицы, входящие в состав так называемых первичных космических лучей, обладая колоссальной энергией, при взаимодействии с ядрами элементов, входящих в состав земной атмосферы, разбивают атмосферные ядра на всевозможные «осколки» (см. § 81.2). Эти осколки обладают тоже большой энергией и составляют вторичные космические лучи. В результате взаимодействия космических лучей с ядрами атмосферного азота последние превращаются в ядра углерода с массовым числом 14, а не 12, как у обычного углерода. Изотоп углерода $^{14}_6\text{C}$ радиоактивен, причем его период полураспада равен примерно 5570 годам, что вполне устраивает археологов.

Более того, постоянство интенсивности первичного космического излучения обуславливает постоянное количество радиоактивного углерода в атмосфере. Из радиоактивного углерода образуется радиоактивный углекислый газ, который усваивается растениями совершенно так же, как и обычный CO_2 . Вместе с растительной пищей радиоактивный углерод попадает в организм животных и, будучи усвоенным, входит в состав их тканей и органов.

В живом растении или животном процентное содержание радиоактивного углерода по сравнению с обычным остается постоянным во времени, так как потери углерода восполняются питанием. Но если организм погибает, то питание прекращается, и восполнения углерода больше не происходит. С момента гибели организма начинают идти радиоактивные часы: содержание радиоактивного углерода в организме или изделии из органических материалов начинает убывать в соответствии с законом радиоак-

тивного распада (79.3). Таким образом можно определить время, протекшее с момента гибели организма, или время жизни предмета, сделанного из органического материала.

4. С помощью счетчика радиоактивных излучений (см. § 79.8) (изотоп $^{14}_6\text{C}$ β -радиоактивен) было найдено, что радиоактивный углерод, содержащийся в 1 г живой или недавно полученной клетчатки (например, только что спиленного дерева), в среднем излучает 17,5 частиц в минуту. Это означает, что активность данного радиоактивного изотопа составляет 17,5 распадов в минуту. Переведем период $T_{1/2} = 5570$ лет в минуты и найдем, какое число ядер $^{14}_6\text{C}$ обладает такой активностью:

$$N = \frac{1}{\lambda} \frac{dN}{dt} = 1,44 T_{1/2} \frac{dN}{dt} = 1,44 \cdot 5570 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 17,5 \approx 7,5 \cdot 10^{10}.$$

Таким образом, на 1 г углерода, содержащегося в свежей клетчатке, приходится 75 млрд ядер радиоактивного углерода. Количество их убывает вследствие радиоактивного распада. Если их убыль не восполняется (организм погиб), то количество радиоактивных ядер будет убывать со временем по закону (79.3). Активность остающегося радиоактивного углерода будет непрерывно уменьшаться. Если сравнить активность в момент времени t с активностью в момент $t = 0$, когда дерево только что погибло, то можно будет определить промежуток времени между этими двумя активностями. В самом деле, согласно определению активности (79.5), можно написать следующие соотношения, относящиеся к моментам $t = 0$ и к настоящему моменту t :

$$A_0 = \left| \left(\frac{dN}{dt} \right)_0 \right| = \lambda N_0, \quad A_t = \left| \left(\frac{dN}{dt} \right)_t \right| = \lambda N(t).$$

Но по закону распада $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$. Разделив почленно первое равенство на второе, получим $A_0/A_t = e^{\lambda t}$, откуда определим искомое время t :

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{A_0}{A_t} = 1,44 T_{1/2} \ln \frac{A_0}{A_t}.$$

5. Если эту методику применить к деревянным изделиям, которые находят при археологических раскопках, то, строго говоря, таким путем можно узнать, когда погибло или было срублено дерево из которого было сделано данное изделие. Тем самым будет определен и возраст найденного изделия.

Рассмотрим пример. Пусть в найденном деревянном изделии на 1 г углерода клетчатки приходится 350 импульсов, зарегистрированных счетчиком в течение 40 мин, т.е. активность равна $350/40 = 8,75$ распадов в минуту. По найденной формуле сразу определим возраст этого изделия:

$$t = 1,44 T_{1/2} \ln \frac{17,5}{8,75} = \frac{1}{\ln 2} T_{1/2} \ln 2 = t_{1/2} = 5570 \text{ лет.}$$

Таким путем уточнен возраст многих изделий, найденных при раскопках.

§ 79.8. Экспериментальные методы изучения радиоактивных излучений и частиц

1. Для изучения различных свойств радиоактивных излучений (α - и β -частиц, γ -квантов), а также для исследования частиц в современной ядерной физике применяются различные методы, в основе которых лежат ионизирующее и фотохимическое действия излучаемых частиц. Некоторые из них мы рассмотрим.

Крукс обнаружил, что при попадании α -частиц на флуоресцирующие вещества они вызывают слабые световые вспышки — так называемые сцинтилляции. Было установлено, что каждая попавшая на такое вещество α -частица вызывает одну световую вспышку, и это может быть использовано для счета α -частиц. Однако непосредственный подсчет глазом числа вспышек труден и утомителен. В конце сороковых годов были построены *сцинтилляционные счетчики* частиц. Такой счетчик состоит из флуоресцирующего вещества, в котором частицы, обладающие достаточно большой энергией, вызывают сцинтилляционные вспышки. Каждая вспышка действует на фотокатод электронного умножителя и выбивает из него электроны. Последние, проходя n каскадов умножителя, дают на выходе импульс тока, который затем подается на вход усилителя и приводит в действие электро-механический счетчик импульсов. На осциллографе можно получить регистрирующую кривую, показывающую интенсивность отдельных импульсов. Эта интенсивность пропорциональна энергии отдельной сосчитанной частицы. Таким образом определяют не только число частиц, но и распределение их по энергиям.

На рис. 79.3 изображена схема сцинтилляционного счетчика. Для того чтобы большая часть света, возникшего в результате вспышки, доходила до фотокатода, между веществом и фото-электронным умножителем устанавливается светопровод — ци-

линдрический стержень из органического стекла люцита, внутри которого свет проходит, испытывая непрерывно полное внутреннее отражение, практически без потерь.

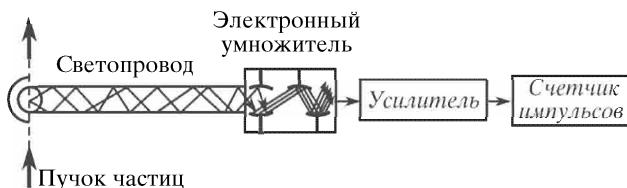


Рис. 79.3

2. Излучение Вавилова–Черенкова применяется для счета частиц и γ -квантов (в последнем случае — по вторичным электронам, создаваемым γ -квантами).

Счетчики Черенкова применяются для счета частиц, движущихся в веществе со скоростью, превышающей фазовую скорость света в данной среде. В этом случае при движении каждой заряженной частицы возникает излучение Вавилова–Черенкова (см. § 59.7). Фиксируя это

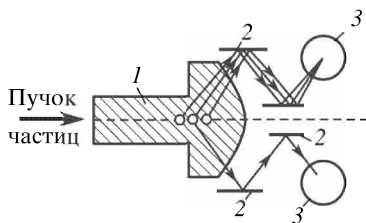


Рис. 79.4

излучение, можно сосчитать пролетающие частицы. Схема счетчика Черенкова представлена на рис. 79.4. Заряженные частицы проникают вдоль оси в блок из люцита с показателем преломления $n = 1,5$. Под характерным для эффекта Черенкова углом $\left(\cos \theta = \frac{1}{(v/c)n} \right)$ возникает излучение, которое фокусируется сферической поверхностью люцитового корпуса 1 и отражается системой зеркал 2 на фотокатоды 3 двух умножителей, помещенных вне траектории движущихся частиц. Из-за специфических условий возникновения излучения Вавилова–Черенкова такими счетчиками могут быть сосчитаны (при $n = 1,5$) электроны с энергией выше 0,18 МэВ, протоны с энергией, превышающей 320 МэВ, и γ -кванты, создающие вторичные электроны достаточно высоких энергий.

Поскольку счетчик Черенкова регистрирует направление излучения, он позволяет определить направление движения частицы, вызывающей излучение. Наблюдение излучения Вавилова–Черенкова под различными углами позволяет идентифицировать частицы по их скоростям и энергиям. Счетчики Черенкова

в настоящее время устанавливаются на искусственных спутниках Земли и космических кораблях для исследования космического излучения. Они сыграли большую роль в открытии двух элементарных частиц — антипротона и антинейтрона.

3. На ионизирующем действии частиц, обладающих достаточно большой энергией, основано устройство ионизационных камер, служащих для наблюдения и регистрации частиц (см. § 48.2). Если энергия частиц, проходящих через газ, превышает энергию ионизации молекул газа, то такие частицы способны создавать первичные или вторичные ионы обоих знаков. Первичные ионы непосредственно создаются α - и β -частицами, вторичные — рентгеновским или γ -излучением. В последнем случае вначале под действием излучений возникают вторичные электроны (фотоионизация), а уже они вызывают затем ионизацию молекул или атомов газа. Регистрация нейтронов основана на изучении процессов их взаимодействия с ядрами.

Число пар ионов, образующихся в газе в единицу времени, служит мерой интенсивности потока частиц или квантов, вызвавших ионизацию. Число пар ионов может быть измерено, если образующиеся ионы направить электрическим полем к электродам и измерить при этом ток. При определенных условиях ионизационный ток пропорционален числу пар ионов, возникших в 1 с. Другими словами, он пропорционален интенсивности потока частиц, вызвавших ионизацию. Такая пропорциональность наблюдается лишь в режиме тока насыщения (см. § 48.2), когда все ионы достигают электродов, а не исчезают вследствие рекомбинации или диффузии к стенкам. Устройства, работающие на этом

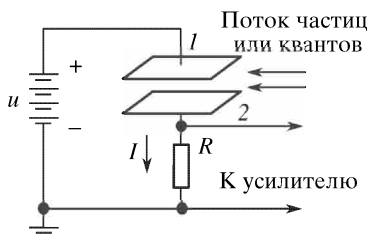


Рис. 79.5

принципе в режиме тока насыщения, называются *ионизационными камерами*. Принципиальная схема ионизационной камеры изображена на рис. 79.5. В зависимости от формы электродов 1 и 2 различают плоские, цилиндрические и сферические камеры. К электроду 1 подается напряжение U и порядка нескольких

сот вольт. Электрод 2, называемый *внутренним* или *собирающим*, присоединяется к усилителю. Ионизационный ток измеряется по падению напряжения на высокоомном сопротивлении R усилителя.

4. Устройства, работающие в режиме газового усиления, называются *счетчиками* (см. § 48.4). Наибольшее значение для счетчиков имеет область газового разряда, называемая областью *равных импульсов* или *областью Гейгера* (по имени Х. Гейгера, который в 1928 г. вместе с В. Мюллером впервые использовал эту область газового разряда для подсчета электронов). Область Гейгера характеризуется сильным разрядом, вызванным столкновениями, большой ролью ультрафиолетового свечения разряда, которое выбивает фотоэлектроны из молекул и атомов газа, а также из стенок разрядной трубки. В области Гейгера ионизационный ток не зависит от числа первичных ионов, образованных каждой ионизирующей частицей, первоначально попавшей в счетчик. Устройство счетчика Гейгера–Мюллера рассмотрено в § 48.4.

5. В настоящее время широко применяются *полупроводниковые счетчики*. Детектор данного типа — это полупроводниковый диод, на который подано запирающее напряжение, благодаря чему в области p – n -перехода образуется слой, обедненный свободными носителями заряда (см. § 45.4). Ионизирующая частица, пронизывая этот слой, создает множество электронно-дырочных пар, что приводит к возникновению импульса тока, регистрируемого соответствующей аппаратурой.

На создание в кремнии электронно-дырочной пары необходима энергия 3,5 эВ. Поэтому, если частица, затормаживаясь, останавливается в области p – n -перехода, то по высоте импульса тока легко определяется энергия частицы.

6. Большую роль для исследования элементарных частиц сыграла *камера Вильсона*, разработанная Вильсоном в 1911–1912 гг. Принцип работы и устройство камеры Вильсона рассмотрены в § 36.9. Камеру Вильсона обычно помещают в сильное однородное магнитное поле. Заряженные частицы испытывают в таком поле действие силы Лоренца, и их траектории искривляются (см. § 41.2). По радиусу кривизны траектории и по известной скорости частицы может быть определен ее удельный заряд. Наоборот, при известном значении удельного заряда по величине радиуса кривизны определяют скорость и энергию частицы.

7. След пролетающей ионизирующей частицы можно также сделать видимым в перегретой жидкости (см. § 36.10), закипающей при резком уменьшении ее давления. Центрами интенсивного парообразования, приводящего к появлению цепочки пузырьков пара, являются ионы, образующиеся вдоль траектории заряженной частицы. Этот принцип осуществлен в *пузырьковой камере*, предложенной в 1952 г. Д. Глезером. В качестве рабочих жидкостей

(наполнителей) в ней применяют жидкий водород, пропан C_3H_8 и другие легко кипящие жидкости (главным образом фреоны). Преимуществом пузырьковой камеры перед камерой Вильсона является значительно бóльшая (примерно в 10^3 раз) плотность вещества наполнителя. Это позволяет применять ее для регистрации частиц очень больших энергий, которые тормозятся в пузырьковой камере на отрезках в тысячи раз меньших, чем в камере Вильсона. Если в камере Вильсона можно сфотографировать лишь малый участок траектории очень быстрой частицы, то зафиксированный в пузырьковой камере след частицы соответствует в тысячи раз большему отрезку траектории в камере Вильсона.

8. Последним из экспериментальных методов, на котором мы остановимся, является метод *толстослойных*, или *ядерных*, *фотоэмульсий*, разработанный Л. В. Мысовским и А. П. Ждановым. Он основан на использовании почернения фотографического слоя под действием проходящих через фотоэмульсию быстрых заряженных частиц. Ядерные эмульсии применяются в виде слоев толщиной от 0,5 до 1 мм. Это позволяет исследовать траектории частиц высоких энергий. Например, частица с энергией порядка 10 МэВ образует след длиной порядка 0,1 мм и не выходит из слоя.

Для изучения следов частиц, обладающих очень высокой энергией и дающих длинные следы, большое число пластинок складывается в стопу. Тогда последовательные участки траектории частицы можно изучать по почернению эмульсии в пластинках стопы, следующих друг за другом.

Существенным преимуществом метода фотоэмульсий, помимо простоты применения, является то, что он дает *неисчезающий след* частицы, который затем может быть тщательно изучен. Это привело к широкому применению метода ядерных фотоэмульсий при изучении свойств новых элементарных частиц и исследовании космического пространства (путем установки пластинок с ядерными фотоэмульсиями на спутниках, ракетах и космических кораблях). Этим же методом с добавлением к эмульсии соединений бора или лития могут быть изучены следы нейтронов, которые в результате реакций с ядрами бора и лития создают α -частицы, вызывающие почернение в слое ядерной эмульсии. По следам α -частиц делают выводы о скоростях и энергиях нейтронов, вызвавших появление α -частиц.

§ 79.9. Понятие о теории радиоактивного α -распада

1. Для понимания механизма α -распада важную роль сыграли опыты Резерфорда по рассеянию α -частиц на ядрах урана. Было найдено, что α -частицы, обладающие энергией 8,8 МэВ, отталкиваются от ядра по закону Кулона на любых расстояниях от ядра, вплоть до 30 ферми. Значит, высота кулоновского потенциального барьера ядра урана не ниже 8,8 МэВ. С другой стороны, α -частицы, испускаемые самим ядром урана, имеют энергию лишь 4 МэВ, т.е. значительно меньшую высоты потенциального барьера. Отсюда следует, что вылет α -частицы из ядра при его α -распаде представляет собой эффект прохождения частицы сквозь потенциальный барьер — *туннельный эффект* (см. § 70.6). Это основное представление позволило объяснить ряд экспериментальных фактов, касающихся α -распада. К ним относится, прежде всего, опытный закон Гейгера–Нэттола: чем больше постоянная радиоактивного распада λ , тем больше длина пробега испускаемых α -частиц. Количественно этот закон выражается следующей формулой:

$$\ln \lambda = A + B \ln R, \quad (79.8)$$

где R — длина пробега α -частицы в воздухе при 0°C , A и B — эмпирические коэффициенты, одинаковые для членов одного радиоактивного семейства.

2. Теория α -распада должна была объяснить, почему элементы, стоящие рядом в таблице Менделеева, испускают α -частицы, энергии которых мало отличаются друг от друга, но при этом периоды полураспада их оказываются сильно различающимися. Например, для радиоактивных изотопов полония ${}^{218}_{84}\text{Po}$ и ${}^{214}_{84}\text{Po}$ начальные скорости вылетающих α -частиц равны соответственно $1,68 \cdot 10^7$ м/с и $1,92 \cdot 10^7$ м/с, т.е. очень близки, тогда как их периоды полураспада — 3,05 мин и 10^{-6} с — различаются очень сильно.

Квантовую теорию α -распада разработали в 1928 г. Г. А. Гамов и независимо от него Р. Гёрни и Э. Кондон.

3. Согласно квантовой механике (см. § 70.6), как бы ни был высок потенциальный барьер, имеется отличная от нуля вероятность того, что частица с энергией, меньшей высоты барьера, проникнет сквозь него. Применительно к α -распаду это означает, что из радиоактивного ядра могут вылетать α -частицы энергии которых меньше высоты

барьера и составляют единицы МэВ. Для количественного рассмотрения туннельного эффекта необходимо знать форму потенциального барьера, т. е. зависимость потенциальной энергии α -частицы от ее расстояния до центра ядра. На рис. 79.6 представлен примерный вид этой зависимости. Наружная стенка барьера, обусловленная кулоновским отталкиванием α -частицы от ядра, представляет собой гиперболу. Форма внутренней стенки потенциальной ямы определяется зависимостью

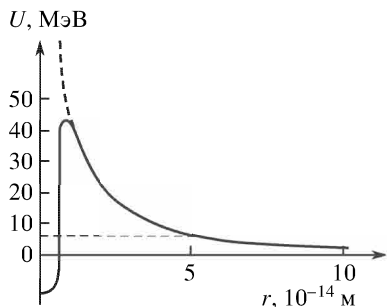


Рис. 79.6

ядерных сил от расстояния. Поскольку ядерные силы являются сильно короткодействующими по сравнению с кулоновской силой, внутренняя стенка потенциального барьера гораздо круче внешней. На рис. 79.6 она представлена просто вертикальной прямой.

Как уже говорилось в § 70.6, прозрачность барьера сильно зависит от его формы. Однако для барьера даже сравнительно простой формы, представленной на рис. 79.6, математическое решение задачи об

α -распаде довольно громоздко. Поэтому для выяснения сути дела рассмотрим предельно простой потенциальный барьер с прямоугольными вертикальными стенками (см. рис. 70.5). Прозрачность такого барьера вычисляется по формуле (70.30):

$$D \approx \exp \left(- \frac{2L}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})} \right). \quad (79.9)$$

В п. 3 § 70.6 объяснены обозначения, примененные в этой формуле.

С прозрачностью барьера легко связать постоянную распада λ . Альфа-частица, находящаяся в потенциальной яме, подлетая к барьеру, может отразиться от барьера и остаться в ядре, но может и «просочиться» сквозь барьер, выйти из ядра. Прозрачность барьера представляет собой вероятность вылета α -частицы из ядра при одном «ударе» ее о барьер. Постоянная же распада ядра λ равна, по определению, вероятности распада ядра в единицу времени (см. § 79.3). Следовательно, для нахождения λ нужно умножить прозрачность барьера D на число n ударов α -частицы о стенку барьера:

$$\lambda \approx Dn. \quad (79.10)$$

Величина n обратна времени τ , в течение которого α -частица пролетает от одной стенки барьера до другой, т. е. расстояние L , равное «диаметру» ядра: $L = 2r_0$, если r_0 — радиус ядра. Обозначив через v скорость α -частицы, получим, что $\tau = 2r_0/v$; следовательно,

$$n = \frac{1}{\tau} = \frac{v}{2r_0} = \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{2mr_0^2}}. \quad (79.11)$$

Здесь скорость α -частицы u мы выразили через ее энергию $\mathcal{E}$ согласно нерелятивистской формуле $\mathcal{E} = mv^2/2$, чтобы не усложнять расчетов. Подставив (79.11) и (79.9) в (79.10), получим окончательно:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{2mr_0^2}} \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})} \cdot 2r_0\right). \quad (79.12)$$

4. Формула (79.12) выражает зависимость постоянной распада от энергии выбрасываемых частиц. Она должна содержать в себе закон Гейгера–Нэттола. Прологарифмируем (79.12) и получим

$$\ln \lambda = \ln \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{2mr_0^2}} - \frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})} \cdot 2r_0. \quad (79.13)$$

Первый член остается практически постоянным в пределах каждого радиоактивного семейства. Поэтому (79.13) можно записать в виде, соответствующем закону Гейгера–Нэттола:

$$\ln \lambda = A + Bf(\mathcal{E}). \quad (79.8')$$

Второй член (79.8') не является логарифмической функцией длины пробега, как в законе Гейгера–Нэттола (79.8), но это несоответствие можно объяснить. С одной стороны, эмпирический закон Гейгера–Нэттола не является абсолютно точным. С другой стороны, изложенная теория тоже является весьма приближенной, так что полного согласия между теорией и экспериментом ожидать не приходится. Качественное же согласие имеется: согласно (79.12) или (79.13), чем больше энергия вылетающих α -частиц, а следовательно, и длина их пробега, тем больше постоянная распада. Это можно представить себе так: чем больше энергия α -частиц в радиоактивном ядре, тем труднее ядру удержать α -частицу, тем больше вероятность α -распада ядра.

5. Формула (79.12) объясняет, почему при небольшой разнице в скоростях вылетающих α -частиц периоды полураспада испускающих их ядер могут отличаться очень сильно. Причина этого в том, что энергия α -частиц $\mathcal{E}$ стоит в показателе степени формулы (79.9), а показательная функция очень чувствительна к изменению показателя степени. Это и приводит к тому, что при небольшом различии в энергиях $\mathcal{E}$ получается огромная разница в постоянных распада или в периодах полураспада.

Более точная теория α -распада, учитывающая форму потенциального барьера, приведенную на рис. 79.6, позволила получить громоздкую формулу, связывающую постоянную распада с энергией α -частицы с порядковым номером элемента в периодической системе. Эта формула согласуется с опытными данными и является теоретическим уточнением опытного закона Гейгера–Нэттола.

6. Опыты показали, что каждый радиоактивный элемент испускает *группы моноэнергетических α -частиц*, т. е. несколько групп α -частиц,

причем в пределах каждой группы энергии α -частиц почти постоянны. Можно поэтому сказать, что энергетический спектр испускаемых при распаде α -частиц является *линейчатым*. Здесь полезно провести аналогию между электронной оболочкой атома и его ядром. Подобно тому как линейчатый спектр фотонов, испускаемых атомом, является следствием дискретности, квантования энергии атома, так и линейчатый спектр энергий α -частиц, испускаемых ядрами данного элемента, свидетельствует о квантовании энергии атомного ядра: *энергия атомного ядра может иметь только дискретный ряд значений*.

§ 79.10. Гамма-излучение

1. Опытами установлено, что γ -излучение ядер не является, как правило, самостоятельным видом радиоактивности. Гамма-излучение сопровождает процессы α - и β -радиоактивных распадов. Рассмотрим, как ядро испускает γ -излучение.

Пусть материнское ядро, испустив α -частицу, превращается в дочернее ядро. Последнее, как правило, находится в возбужденном состоянии. Переходя в нормальное или в менее возбужденное состояние, дочернее ядро испускает γ -квант, подобно тому как атом, переходя из возбужденного состояния в нормальное, испускает фотон оптического или рентгеновского излучения. Механизм испускания γ -излучения ядром такой же, как и механизм излучения фотонов атомом. Однако очень важное различие заключается в следующем: энергии γ -квантов оказываются гораздо большими, чем энергии оптических фотонов. Это связано с гораздо большими разностями в энергетических уровнях ядра по сравнению с разностью уровней электронных оболочек атома. Электронные энергетические уровни в атоме раздвинуты на энергии порядка электронвольта. Измерения энергии γ -квантов показали, что энергии ядерных уровней раздвинуты примерно на 0,1 МэВ.

Эти оценки для энергии электронных и нуклонных переходов легко получить, если воспользоваться формулой $\Delta\mathcal{E} = \hbar^2/(2ma^2)$ (см. (16.24)) и считать, что электрон и нуклон «заперты», соответственно, в области атома ($a \approx 10^{-10}$ м) и ядра ($a \approx 10^{-14}$ м)

$$\Delta\mathcal{E}_{\text{эл}} \approx \frac{10^{-68}}{2 \cdot 10^{-30} \cdot 10^{-20} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 3 \text{ эВ},$$

$$\Delta\mathcal{E}_{\text{я}} \approx \frac{10^{-68}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27} \cdot 10^{-28} \cdot 1,6 \cdot 10^{-13}} \approx 0,2 \text{ МэВ}.$$

Таким образом, γ -излучение является весьма коротковолновым электромагнитным излучением с длиной волны, не превышающей 10^{-11} м, т. е. 0,01 нм.

2. *Гамма-излучение, сопровождающее α -распад материнского ядра, испускается дочерним ядром.*

Для доказательства этого вывода рассмотрим α -распад радия, вследствие которого он превращается в радон. Если ядро радия испустит α -частицу с максимальной энергией, то дочернее ядро будет обладать минимальной энергией, т. е. будет находиться в нормальном состоянии. Наоборот, если ядро радия испустит α -частицу с меньшей энергией, то дочернее ядро будет обладать не наименьшей энергией и будет, следовательно, находиться в возбужденном состоянии. Разность энергий между возбужденным и нормальным состояниями дочернего ядра должна равняться энергии излученного γ -кванта. Экспериментальные данные полностью подтверждают эти рассуждения.

3. Изучение энергетического спектра α -частиц и измерение энергий γ -квантов позволяет сделать вывод: подобно энергетическому спектру α -частиц, *спектр γ -излучения является линейчатым*. Изучение энергетических спектров α -частиц и γ -излучения является важным методом исследования энергетических уровней атомных ядер.

4. Большая энергия γ -квантов объясняет высокую проникающую способность γ -излучения. Она превышает способность рентгеновского излучения проходить сквозь вещество без заметного ослабления.

На большой проникающей способности γ -излучения основана *гамма-дефектоскопия* — метод обнаружения дефектов в изделиях путем просвечивания их γ -излучениями, широко применяемый в промышленности и строительстве (металлургия, судостроение и т. д.). Различные местные повреждения в сварных швах, металлических отливках и других объектах обнаруживаются по различной интенсивности γ -излучения, прошедшего сквозь исследуемые тела. В зависимости от состава, толщины, плотности и других свойств просвечиваемого изделия будет изменяться интенсивность γ -излучения, достигшего приемника, поставленного за объектом. Таким методом определяют местоположение, размеры и форму дефектов (трещины, раковины, непроваренные швы и т. п.).

5. Коротковолновое излучение — гамма и рентгеновское — поглощается в определенной мере и оказывает воздействие на вещества, в которых происходит поглощение. Воздействие γ -

излучения, а также других видов ионизирующих излучений на вещество определяется так называемой *дозой излучения* D .

Дозой излучения называется отношение энергии излучения к массе облучаемого вещества. Единицей дозы излучения является *джоуль на килограмм* (Дж/кг) — доза излучения, при которой массе облученного вещества в 1 кг передается энергия ионизирующего излучения 1 Дж. Эта единица называется *грей* (Гр).

Внесистемной единицей дозы служит *рад* (рад): $1 \text{ рад} = 10^{-2} \text{ Гр}$.

Мощность дозы излучения N — это доза, отнесенная к единице времени:

$$N = \frac{D}{t}.$$

Единицей мощности дозы служит *ватт на килограмм* (Вт/кг) или *грей в секунду* (Гр/с).

6. *Экспозиционная доза излучения* D_x представляет собой энергетическую характеристику излучения, оцениваемую по эффекту ионизации сухого атмосферного воздуха. Единицей измерения служит *кулон на килограмм* (Кл/кг) — это экспозиционная доза фотонного, рентгеновского или γ -излучения, при которой сумма электрических зарядов ионов одного знака, созданных электронами, освободившимися в облученном воздухе массой 1 кг при полном использовании ионизирующей способности, равна 1 Кл.

Внесистемной единицей экспозиционной дозы служит *рентген* (Р): $1 \text{ Р} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг}$. Рентген соответствует экспозиционной дозе, при которой в 1 см^3 сухого воздуха при нормальном атмосферном давлении возникает суммарный заряд ионов одного знака, равный одной абсолютной электростатической единице заряда ($3,33 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$).

Мощность экспозиционной дозы $N_x = D_x/t$ измеряется в *амперах на килограмм* (А/кг) — это мощность экспозиционной дозы фотонного излучения, при котором за время 1 с экспозиционная доза возрастает на 1 Кл/кг.

Внесистемные единицы мощности экспозиционной дозы: $1 \text{ Р/с} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ А/кг}$; $1 \text{ Р/мин} = 4,30 \cdot 10^{-6} \text{ А/кг}$; $1 \text{ Р/ч} = 7,17 \cdot 10^{-8} \text{ А/кг}$.

§ 79.11. Эффект Мёссбауэра

1. Когда мы говорим, что спектр излучения атома и спектр γ -излучения являются линейчатыми, т. е. состоят из отдельных монохроматических линий, то следует иметь в виду, что строго

монохроматического излучения не бывает. Причина этого заключается в конечности времени пребывания атома или ядра в возбужденном состоянии. Только в основном состоянии, в котором энергия минимальна, атом или ядро могут находиться как угодно долго. Все возбужденные состояния ядра имеют энергии, определенные лишь с точностью до величины $\Delta\mathcal{E}$, вытекающей из соотношения неопределенностей (см. § 70.2):

$$\Delta\mathcal{E} \approx \frac{\hbar}{\Delta t}, \quad (79.14)$$

где Δt — время жизни ядра в возбужденном состоянии. Лишь для основного состояния стабильного ядра $\Delta t = \infty$ и $\Delta\mathcal{E} = 0$. Чем меньше величина Δt , тем большей становится неопределенность $\Delta\mathcal{E}$ величины энергии возбужденного состояния.

Неопределенность в энергии возбужденного состояния обуславливает и неопределенность в частотах γ -квантов, испускаемых возбужденным ядром при его распаде, т. е. немонахроматичность γ -излучения ядер. Оценим ее.

2. Рассмотрим в качестве примера ядро иридия $^{191}_{77}\text{Ir}$. Оно имеет возбужденное состояние с энергией $\mathcal{E} = 129$ кэВ. Неопределенность энергии этого уровня равна $\Delta\mathcal{E} \approx \hbar/\Delta t$, где Δt — время жизни ядра в возбужденном состоянии. Как его оценить? Для оценочных расчетов просто примем, что Δt равно периоду полураспада ядра. Для рассматриваемого изотопа иридия это время $\Delta t = T_{1/2} = 10^{-10}$ с. Тогда, на основании (79.14), неопределенность в энергии возбужденного уровня 129 кэВ составит $5 \cdot 10^{-6}$ эВ. Эта величина называется *естественной шириной Γ энергетического уровня $\mathcal{E}$* , а величина $\Delta\nu = \Gamma/\hbar \approx 1/\Delta t$ называется *естественной шириной спектральной линии γ -излучения частоты $\nu = \mathcal{E}/h$* (ср. § 72.8). В данном случае относительная ширина уровня (спектральной линии) равна $\Gamma/\mathcal{E} = 4 \cdot 10^{-11}$. Отношение $\Gamma/\mathcal{E}$ характеризует степень немонахроматичности γ -излучения.

3. Очень важной задачей ядерной физики являлось отыскание способов измерения весьма малых изменений энергии, сравнимых с естественной шириной уровня Γ . Это давало бы возможность измерять энергию уровней в ядрах с весьма большой относительной точностью $\Gamma/\mathcal{E}$.

Методом измерения малых изменений энергии — на величину, сравнимую с шириной уровня Γ , является изучение *резонансного поглощения γ -излучения ядрами*. Если ядро поглощает γ -излучение с частотой ν , то это значит, что разность энергий

его возбужденного и нормального энергетических уровней равна $\Delta\mathcal{E} = h\nu$. Возможен процесс, который называется резонансным поглощением: ядро может поглощать γ -излучение только таких частот, которые оно само способно испускать. Вспомним (см. § 71.4), что аналогичное явление происходит в области оптических частот: атом поглощает свет только таких частот, которые он сам испускает.

Однако до 1958 г. применение этого метода затруднялось тем обстоятельством, что энергия излучаемых или поглощаемых γ -квантов не совпадала с энергией перехода ядра между двумя уровнями. Это обусловлено отдачей ядра при испускании и поглощении им γ -кванта. При переходе ядра из возбужденного состояния с энергией $\mathcal{E}$ в основное состояние освобождающаяся энергия уносится не только в виде γ -кванта, но и частично передается ядру вследствие отдачи. Излучающее ядро получает импульс, равный по величине импульсу излученного фотона, но направленный в противоположную сторону. Оценим энергию $\mathcal{E}_я$ отдачи ядра:

$$\mathcal{E}_я = \frac{p_я^2}{2m_я} = \frac{p_\gamma^2}{2m_я} = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 \frac{1}{2m_я} = \frac{(h\nu)^2}{2m_яc^2} = \frac{\mathcal{E}^2}{2m_яc^2}. \quad (79.15)$$

В этой формуле $p_я$ — импульс, приобретаемый ядром при отдаче и численно равный импульсу фотона $p_\gamma = h\nu/c$ (см. § 68.5); $m_я$ — масса ядра. Подставив числовые данные, найдем, что $\mathcal{E}_я \approx 0,05$ эВ. Это намного превышает естественную ширину уровня. Таким образом, отдача ядра при излучении понизит энергию γ -кванта на величину $\mathcal{E}_я$, а его частоту — на $\Delta\nu = \mathcal{E}_я/h$. Итак, $h\nu_{изл} = \mathcal{E} - \mathcal{E}_я$.

Аналогичным образом, чтобы ядро с энергией возбуждения $\mathcal{E}$ могло поглотить фотон, энергия фотона должна быть больше $\mathcal{E}$ на энергию отдачи поглощающего ядра. Энергии поглощаемого фотона должно хватить не только для возбуждения ядра, но и для обеспечения самого ядра энергией $\mathcal{E}_я$ при отдаче: $h\nu_{полг} = \mathcal{E} + \mathcal{E}_я$ (рис. 79.7).

В итоге получается, что частоты γ -фотонов, которые ядро может излучать и поглощать, не равны друг другу, а сдвинуты на величину $2\Delta\nu = 2\mathcal{E}_я/h$. Поглощение γ -излучения отнюдь не носит резонансного характера. Это сильно снижает достоинства всего метода; зарегистрировав факт поглощения γ -излучения определенной частоты, нельзя без дополнительного анализа сделать однозначного вывода об энергетических уровнях ядра.

4. В 1958 г. Мёссбауэр разработал метод, позволивший практически обратить в нуль энергию отдачи ядра и создать условия для резонансного поглощения γ -излучения ядрами. Явление отсутствия отдачи ядер при испускании ими γ -излучения получило название *эффекта Мёссбауэра*. Идею Мёссбауэра можно понять из формулы (79.15): энергия отдачи ядра будет тем меньше, чем больше его масса. Но увеличить массу ядра невозможно. Мёссбауэр создал такие условия, при которых энергию отдачи ядра, излучающего γ -квант, воспринимает не одно данное ядро,

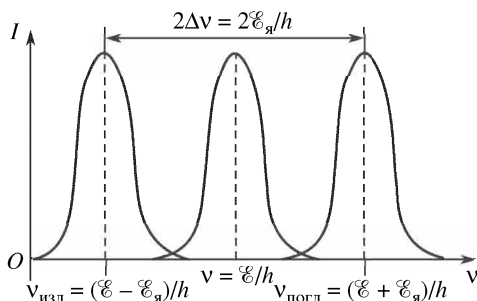


Рис. 79.7

а большая их совокупность, прочно связанная в единое целое. Это будет выполнено, если излучающие ядра будут не свободными, а связанными и будут находиться в кристалле. Поскольку масса всего кристалла во много раз больше массы одного ядра, то соответственно уменьшается и потеря энергии на отдачу. Энергию отдачи при этом с большой точностью можно считать равной нулю, и поглощение γ -излучения оказывается резонансным. Линии испускания и поглощения γ -излучения имеют ширину порядка естественной, и оказывается возможным точно измерять малые разности энергий или частот, имеющие порядок естественной ширины уровня или спектральной линии. Так, например, измерения для γ -перехода в ядрах ^{57}Fe с энергией перехода $\mathcal{E} = 14,4 \text{ кэВ}$ позволили определить изменение энергии с точностью до величины $\Gamma/\mathcal{E}$, равной $3 \cdot 10^{-13}$, а для γ -перехода в ^{87}Zn с энергией перехода $\mathcal{E} = 93 \text{ кэВ}$ величина $\Gamma/\mathcal{E}$ оказалась равной $5 \cdot 10^{-16}$.

5. Возможность измерять очень малые изменения энергии и высокая точность этих измерений позволили с успехом применять эффект Мёссбауэра для наблюдения очень тонких и важных эффектов в современной физике. Так, в 1960 г. этим методом в лабораторных условиях было измерено смещение частоты

спектральных линий в гравитационном поле (так называемое «красное смещение»). В § 24.6, где шла речь о теории тяготения Эйнштейна, мы уже познакомились с этим явлением. Там была получена формула (24.10) для оценки относительного изменения частоты при прохождении фотоном гравитационной разности потенциалов $\Delta\varphi$:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{\Delta\varphi}{c^2}.$$

Это соотношение проявляется следующим образом. Пусть на Земле зарегистрирована какая-нибудь частота излучения Солнца. Потенциал поля тяготения Солнца на поверхности Земли больше, чем на поверхности Солнца ($\Delta\varphi > 0$), и, согласно (24.10), $\Delta\nu/\nu$ будет отрицательным. Следовательно, все спектральные частоты Солнца и звезд, регистрируемые на Земле, оказываются уменьшенными, сдвинутыми к красному концу спектра. Поэтому этот эффект называется *гравитационным красным смещением*. Для излучения Солнца гравитационное красное смещение составляет

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{\Delta\varphi}{c^2} \approx 10^{-6}.$$

Чтобы оценить, много это или мало, перейдем от частоты к длине волны. Как показано в § 61.4, относительное изменение длины волны равно относительному изменению частоты, $\Delta\nu/\nu = -\Delta\lambda/\lambda$. Знак минус отражает увеличение λ при уменьшении частоты. Для средней длины волны солнечного спектра $\lambda = 500$ нм, и ее гравитационное «покраснение» составит $\Delta\lambda = 10^{-6}\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ нм, т. е. скажется на четвертой цифре после запятой. Если на Солнце данная спектральная линия имеет длину волны 500 нм, то на Земле эта же линия будет иметь длину волны 500,0005 нм. Даже для современной оптической спектроскопии этот эффект является довольно тонким, хотя гравитационное поле тяготения Солнца является очень сильным по сравнению с полем тяготения Земли.

6. Эффект Мёссбауэра позволил измерить гравитационное красное смещение при прохождении фотоном в слабом поле тяготения Земли малых расстояний. Идея опыта проста. Если γ -квант частоты ν направить с пола лаборатории вверх, то на потолке лаборатории его частота, вследствие гравитационного красного смещения, будет меньше, чем на полу. Если удастся точно измерить сдвиг частоты, то, сравнив его с теоретическим, можно про-

верить предсказание общей теории относительности о красном смещении. Оценим, каким требованиям должна удовлетворять аппаратура для осуществления этого опыта. При подъеме по вертикали в поле тяготения Земли на высоту 10 м гравитационное красное смещение будет равно

$$\left| \frac{\Delta\nu}{\nu} \right| = \frac{\Delta\varphi}{c^2} = \frac{g\Delta h}{c^2} \approx \frac{10 \cdot 10}{10 \cdot 10^{16}} = 10^{-15}.$$

Этот сдвиг частоты будет зарегистрирован, если осуществить резонансное поглощение γ -квантов так, чтобы относительная ширина линии поглощения была меньше этого значения $\Delta\nu/\nu$. Нужно, чтобы при интенсивном резонансном поглощении полностью отсутствовало поглощение γ -квантов, частота которых отличается от резонансной на величину, равную $\Delta\nu = 10^{-15}\nu$. Другими словами, нужно иметь источники и приемники γ -излучения, относительная ширина линий которых была бы меньше или равна весьма малой величине 10^{-15} .

Эффект Мёссбауэра позволил решить эту задачу. Брались два одинаковых кристаллических источника γ -излучения, расположенные на расстоянии 20 м один выше другого. Если приемник находился на одной высоте с источником γ -квантов, то имело место резонансное поглощение. Когда же приемник поднимался на высоту 20 м, поглощение прекращалось, так как частота фотона, падающего на ядро, оказывалась меньшей вследствие гравитационного красного смещения. Чтобы восстановить поглощение, пришлось воспользоваться эффектом Доплера (см. § 59.8). При сближении приемника с источником частота, воспринимаемая приемником, увеличивается. При определенной скорости сближения доплеровское увеличение частоты скомпенсирует гравитационное уменьшение ее, и резонансное поглощение восстановится. Расчеты показали, что необходимую скорость сближения легко осуществить. Такой опыт был впервые осуществлен в 1960 г. и явился очень точным подтверждением в земных условиях одного из предсказаний общей теории относительности.

Эффект Мёссбауэра в настоящее время широко применяется в так называемой ядерной спектроскопии для точных исследований энергетических уровней атомных ядер и для изучения многих тонких эффектов в современной физике твердых тел, в их обсуждение мы входить не можем.

§ 79.12. Понятие о закономерностях β -распада

1. На первый взгляд протонно-нейтронное строение ядра исключает возможность вылета из ядра электронов, ибо их в ядре нет. Поэтому теоретическое истолкование β_- -радиоактивных превращений ядер явилось трудной задачей ядерной физики. Сам термин «распад» здесь должен употребляться в условном смысле. Знак минус в обозначении β_- для процесса естественной β -радиоактивности связан с тем, что возможен еще процесс β_+ искусственной β -радиоактивности (см. § 80.2).

Бета-активность ядра является следствием взаимного превращения протонов и нейтронов, входящих в состав ядра. Испускание β -частиц аналогично испусканию фотона атомом. Подобно тому как в возбужденном атоме нет «готовых» фотонов, они возникают лишь в процессе перехода атома из одного состояния в другое, так и в ядре не содержится ни электронов, ни позитронов. Они рождаются в процессе перехода данного нуклона из одного квантового состояния в другое, например из нейтронного в протонное с испусканием электрона. Это одно из обоснований современного представления о протонах и нейтронах как о различных квантовых состояниях одних и тех же частиц — нуклонов (см. § 78.3).

2. Серьезная трудность в понимании механизма β -распада возникла при исследовании энергий электронов, испускаемых β -радиоактивными источниками. Испускание β -частиц есть результат перехода ядра из одного дискретного энергетического состояния в другое. Атомные ядра имеют квантованные энергетические уровни. Об этом свидетельствуют дискретные энергии α -частиц и γ -излучения. Казалось бы, что и спектр энергий β -частиц должен быть тоже дискретным, т. е. должен представлять собой

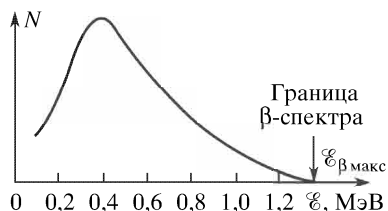


Рис. 79.8

набор определенных возможных значений энергий электронов. Ничего подобного, однако, в действительности не оказывалось. *Энергетические спектры электронов при β -распаде всегда сплошные.*

На рис. 79.8 приведен энергетический спектр электронов, испускаемых естественно-радиоактивным калием $^{40}_{19}\text{Ка}$. По оси абсцисс отложена энергия β -частиц, по оси ординат — число β -частиц, имеющих данную

энергию. Из кривой видно, что энергетический спектр β -электронов является сплошным. Одинаковые ядра испускают электроны со всевозможными энергиями — от нуля до некоторой *верхней границы*. Наличие верхней границы очень существенно. График стремится к нулю не асимптотически, а резко пересекает ось абсцисс при предельных значениях энергии $\mathcal{E}_{\beta \text{ макс}}$. Верхняя граница является характеристикой источника β -частиц. Для данного источника невозможны энергии электронов, превышающие $\mathcal{E}_{\beta \text{ макс}}$.

Исследование максимальных энергий β -частиц различных источников показало, что во всех случаях *максимальная энергия β -частиц равна разности энергетических уровней ядер, испускающих β -частицы*.

Это лишь усугубило трудность объяснения непрерывного спектра энергий электронов при β -распаде. В самом деле, из изложенного в предыдущих параграфах вытекает, что атомные ядра могут находиться лишь в определенных энергетических состояниях. В таком случае, почему же β -активные ядра, которые до и после β -распада имеют вполне определенные энергии, могут выбрасывать электроны со всевозможными энергиями? Можно подумать, что все электроны вылетают из ядра с одинаковыми энергиями, равными разности энергетических уровней ядра, но до выхода из радиоактивного образца частично и поразному теряют энергию, сталкиваясь с атомами образца. Если это предположение верно, то β -активный препарат должен сам себя разогревать. Однако самые тщательные калориметрические измерения не обнаружили ожидаемого разогрева. Энергия куда-то бесследно исчезала. Над физикой нависла угроза допущения о нарушении закона сохранения энергии.

Некоторые физики, и среди них Бор, пытались даже обосновать теоретически возможность нарушения закона сохранения энергии в отдельных элементарных процессах, происходящих в микромире, в том числе и во внутриядерных явлениях. Согласно этим идеям Бора, справедливость закона сохранения энергии должна проявляться в микромире лишь статистически, т. е. для большого числа элементарных процессов. Однако все достижения квантовой теории в области атомной и ядерной физики не противоречили ни одному закону сохранения. В частности, для элементарных процессов закон сохранения энергии подтверждался всякий раз с поразительной точностью. В те напряженные для физики годы становления квантовой механики и ядерной физики ситуация с теорией β -распада оказалась достаточно трудной.

3. Трудность с энергией β -частиц усугублялась еще трудностью со спином ядра. Как мы видели (см. § 78.2), характер спина ядра — целочисленный он или половинный (в единицах $\hbar$) — определяется массовым числом ядра. У ядер с четным массовым числом спин целочисленный, с нечетным — половинный. При β -распаде массовое число не изменяется. С другой стороны, опыт говорит о том, что при β -распаде и характер спина не изменяется. Спин дочернего ядра остается целочисленным при распаде ядра с целым спином и половинным при половинном спине материнского ядра. Но испускаемый ядром электрон также обладает половинным спином. Следовательно, при β -распаде должен меняться характер спина ядра. При целочисленном спине материнского ядра спин дочернего должен стать полуцелым, и наоборот. Ничего подобного, как показали измерения спинов β -радиоактивных ядер и другие данные, не происходит.

4. Обе серьезные трудности в объяснении β -распада преодолел в 1931 г. В. Паули. Он предположил, что при каждом акте β -распада ядро испускает не одну, а две частицы. Кроме электрона испускается еще одна частица, электрически нейтральная, с ничтожно малой массой и со спином, равным $\hbar/2$, как и у электрона.

На основе этой гипотезы Ферми разработал основы современной теории β -распада. По его предложению введенную Паули новую частицу стали называть *нейтрино*, что означает «маленький нейтрон». Нейтрино принято теперь обозначать символом ${}^0_0\nu_e$. Согласно современным данным, частицей, испускаемой при электронном β -распаде, является не электронное нейтрино ${}^0_0\nu_e$, а так называемое электронное *антинейтрино*, обозначаемое ${}^0_0\bar{\nu}_e$ и обладающее, как и электронное нейтрино, спином $\hbar/2$, нулевым зарядом, нулевой массой и магнитным моментом, не превышающим 10^{-9} магнетона Бора (см. § 42.2).

Гипотеза нейтрино сразу разрешила все трудности теории β -распада. Недостающую энергию, разность между максимальной энергией электронов $\mathcal{E}_{\beta \text{ макс}}$ и фактической, уносят электронные антинейтрино. Полная энергия, теряемая ядром при испускании электрона, действительно равна $\mathcal{E}_{\beta \text{ макс}}$ — верхней границе β -спектра. Но она может различными способами распределяться между электроном и антинейтрино в соответствии с кривой на рис. 79.8. В частности, нулевое значение энергии электрона означает, что вся энергия β -распада уносится антинейтрино. В граничной точке кривой на рис. 79.8, где энергия электрона равна $\mathcal{E}_{\beta \text{ макс}}$, вся энергия распада уносится электроном, а энергия антинейтрино равна нулю. Во всех промежуточных точках кривой

энергия распада распределяется между электроном и антинейтрино таким образом, что сумма энергий этих частиц все время равна $\mathcal{E}_{\beta \text{ макс}}$. Наличие у этих частиц спина, равного $\hbar/2$, разрешало и затруднение со спином ядра. Поскольку вместе с электроном уносится и антинейтрино, обладающее, как и электрон, спином $\hbar/2$, суммарный спин обеих частиц при взаимно противоположной ориентации их спинов может быть равен нулю.

5. Для подтверждения гипотезы о нейтрино (и антинейтрино) необходимо было доказать на опыте существование такой частицы. Здесь возникли большие трудности. Электрическая нейтральность и ничтожная масса приводят к весьма слабому взаимодействию нейтрино с веществом. Например, ионизирующая способность нейтрино так мала, что один акт ионизации воздуха нейтрино приходится на 500 км пути. Колоссальная проникающая способность нейтрино позволила создать так называемую нейтринную астрономию. Толща земного шара для нейтрино не помеха, как и толща самого Солнца. Поэтому в астрофизике с помощью нейтрино, испущенных ядрами, находящимися во внутренних областях Солнца, получают информацию о пока малодоступной для исследования области Солнца.

Огромная проникающая способность нейтрино затрудняет удержание этих частиц в приборах. Для опытного обнаружения антинейтрино был использован закон сохранения импульса (как видим, этот закон широко используется в современной физике). Идея одного из опытов состояла в следующем. Если бы ядро при β -распаде испускало только один электрон, то оно испытывало бы отдачу в направлении, прямо противоположном вылету электрона, причем его импульс был бы численно равен импульсу электрона. Если же ядро кроме электрона испускает еще и антинейтрино, то по закону сохранения импульса векторная сумма трех импульсов — электрона, антинейтрино и ядра отдачи — должна оставаться равной нулю, как и до распада (рис. 79.9).

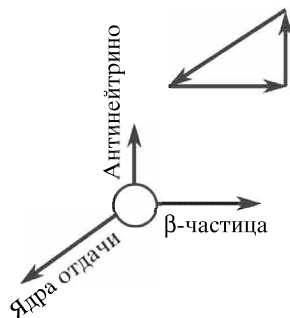
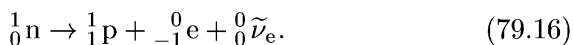


Рис. 79.9

Ядро до распада считаем неподвижным. Если антинейтрино действительно испускаются, то отдача ядра будет происходить не в направлении прямой, по которой летит электрон, т. е. не строго противоположно электрону. Опыты полностью подтвердили это.

6. Для решения вопроса о возникновении электронов при β -распаде следует еще раз напомнить, что при этом распаде, согласно правилу смещения, число нуклонов в ядре не изменяется и заряд ядра увеличивается на единицу. Единственной возможностью одновременного осуществления этих условий является *превращение в ядре нейтрона ${}_0^1\text{n}$ в протон ${}_1^1\text{p}$ с одновременным образованием электрона ${}_{-1}^0\text{e}$ и вылетом антинейтрино ${}_0^0\bar{\nu}_e$*



При этом превращении выполняются закон сохранения электрического заряда и, как видно из идеи рассмотренных выше опытов, законы сохранения импульса и спина. Сохраняется также баланс массовых чисел. Остается выяснить энергетическую возможность такого превращения. Оно должно сопровождаться выделением энергии, необходимой для образования электрона и антинейтрино при самопроизвольном протекании процесса естественной β -радиоактивности. Масса нейтрона больше суммы масс протона и электрона, т.е. массы атома водорода, на $0,840 \cdot 10^{-3}$ а.е.м. Этой массе Δm по закону Эйнштейна соответствует энергия $\Delta \mathcal{E} = \Delta m \cdot c^2 = 782$ кэВ. Эта энергия, следовательно, может распределяться между вылетающими электроном и антинейтрино. Таким образом, реакция (79.16) энергетически возможна.

7. Изложенные соображения наводят на мысль о том, что реакция (79.16) может идти не только в ядре, где нейтроны связаны, но и *со свободными нейтронами*. Действительно, в 1959 г. эта реакция была обнаружена на свободных нейтронах. На опыте было показано, что *свободный нейтрон представляет собой β -радиоактивную частицу*. Было найдено, что период полураспада свободных нейтронов равен $8,98 \cdot 10^2$ с. Электроны, испускаемые свободными нейтронами, оказались имеющими непрерывный энергетический спектр типа представленного на рис. 79.8, причем максимальная энергия электронов составила 782 кэВ, в соответствии с приведенным выше расчетом.

Период полураспада β -радиоактивных ядер отличается от периода полураспада свободных нейтронов. Причина этого состоит в том, что нейтроны, связанные в ядре, находятся в иных состояниях, чем свободные нейтроны. Это, конечно, относится также и к протонам. Протоны в ядрах могут переходить в нейтронные состояния. В этом, как мы увидим, состоит процесс β_+ -радиоактивности некоторых искусственно-радиоактивных ядер.

Глава 80

ИСКУССТВЕННЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ АТОМНЫХ ЯДЕР

§ 80.1. Превращение азота в кислород. Открытие нейтрона

1. Изучение естественной радиоактивности сыграло большую роль в исследовании строения и свойств атомных ядер. Возникла возможность зондировать ядра с помощью α -частиц, обладающих достаточно большими энергиями и способных проникнуть внутрь ядра.

Так начали изучать *ядерные реакции* — искусственные превращения атомных ядер, вызванные их взаимодействием с частицами или друг с другом.

Первая ядерная реакция была осуществлена в 1919 г. Эрнестом Резерфордом с помощью α -частиц, испускаемых полонием $^{214}_{84}\text{Po}$ и имеющих энергию около 7,5 МэВ. Схема опыта изображена на рис. 80.1. В камере K , которая наполнялась раз-

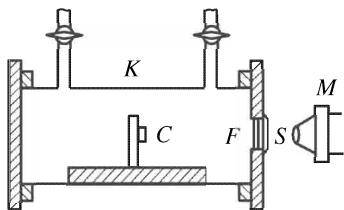


Рис. 80.1

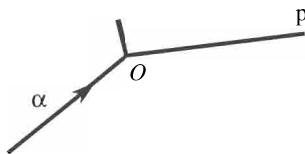


Рис. 80.2

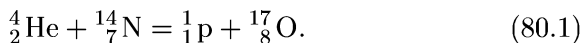
личными газами, помещался радиоактивный полониевый источник C . Сцинтилляции, вызванные попаданием каких-либо частиц на экран S , наблюдались в микроскоп M . При тех давлениях газов, которые создавались в камере, α -частицы имели такие длины пробегов, что алюминиевая фольга F , поставленная перед экраном S , полностью поглощала все α -частицы, испущенные полонием.

Таким образом, в микроскопе не должны были наблюдаться сцинтилляции, вызванные α -частицами. Опыт же показал, что при наполнении камеры азотом сцинтилляции наблюдались. При

заполнении камеры другими газами, например кислородом или углекислым газом, сцинтилляций не было.

2. Детальное изучение этого явления с помощью автоматизированной камеры Вильсона позволило получать стереоскопические снимки треков частиц и измерять пробеги пролетающих частиц. Фотографии следов показали, что изредка след α -частицы заканчивался вилкой, изображенной на рис. 80.2. В точке O исчезает след частицы, поглощенной ядром азота, и вместо него образуются два следа: короткий жирный след ядра кислорода $^{17}_8\text{O}$, испытавшего отдачу, и длинный тонкий след, явно не принадлежащий α -частице. Исследование частиц, дающих длинный тонкий след, с помощью магнитного поля позволило найти их удельный заряд q/m . Он оказался таким же, как и для ядра водорода — протона.

Это навело Резерфорда на следующую интерпретацию результатов опыта. В точке O происходит столкновение α -частицы с ядром азота, и в результате образуются две заряженные частицы, одной из которых является протон. Определить характер второй частицы можно, если принять, что в данном процессе выполняются законы сохранения массового числа и электрического заряда, как и при естественном радиоактивном распаде. Это дает для второй частицы массовое число, равное $4 + 14 - 1 = 17$, а заряд ядра $2 + 7 - 1 = 8$. Следовательно, второй частицей является ядро изотопа кислорода $^{17}_8\text{O}$ и ядерная реакция должна иметь вид

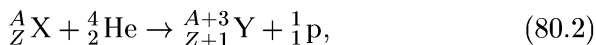


Такая схема реакции была подтверждена и другим путем — применением законов сохранения энергии и импульса к продуктам реакции. В результате было найдено, что отношение масс образовавшихся частиц равно $17 : 1$, что соответствует ядерной реакции по уравнению (80.1).

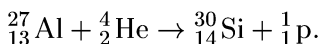
Для того чтобы реакция (80.1) произошла, необходимо «прямое попадание» α -частицы в ядро. Это происходит чрезвычайно редко, потому что атомное ядро имеет весьма малые размеры (см. § 78.6), и концентрация ядер-мишеней в газообразном азоте тоже мала. Поэтому фотографии вилок наблюдались очень редко. Ядерная реакция (80.1) явилась первым искусственным превращением одного химического элемента в другой.

3. После осуществления первой искусственной ядерной реакции были предприняты обширные исследования превращений ядер атомов бора, алюминия, фтора, калия и других элементов

под действием α -частиц. В общем виде все эти реакции можно записать следующим образом:



где ${}_Z^AX$ — исходное ядро, облучаемое α -частицей, ${}_{Z+1}^{A+3}Y$ — ядро, получившееся в результате реакции. Примером ядерной реакции может служить реакция превращения ядра алюминия ${}_{13}^{27}\text{Al}$ в ядро кремния ${}_{14}^{30}\text{Si}$:



В этой реакции были обнаружены протоны с длиной пробега около 0,9 м. Такой большой пробег протонов объясняется тем, что в этой реакции выделяется энергия, равная 2,26 МэВ.

4. Ядерные реакции под действием α -частиц привели к открытию нейтронов, которые входят в состав атомных ядер. В 1930 г. при облучении ядра бериллия ${}_4^9\text{Be}$ α -частицами было обнаружено возникновение весьма сильно проникающего излучения. Предположили, что ядро бериллия, захватив α -частицу, превращается в возбужденное ядро изотопа углерода ${}_{6}^{13}\text{C}$, переход которого в нормальное состояние сопровождается испусканием жестких γ -квантов. Оценки энергии предполагаемых γ -квантов по их поглощению привели к выводу, что γ -квант должен иметь энергию, близкую к 7 МэВ.

В 1931 г. Ирен Кюри и Фредерик Жолио обнаружили, что «бериллиевое излучение», проходя через водородосодержащие соединения, например парафин, интенсивно выбивает протоны, обладающие длиной пробега до 26 см. Для получения протонов с такими пробегами γ -кванты должны были бы иметь энергию не 7 МэВ, а 55 МэВ. Дальнейшие исследования показали, что излучение, которому вначале приписывали электромагнитный характер, вызывает появление ядер отдачи в таких газах, как азот, аргон и даже сравнительно тяжелый криптон. Причем при наблюдаемых в аргоне пробегах ядер отдачи γ -кванты должны были бы иметь энергию почти на порядок величины большую, чем та, которую фактически имели частицы проникающего излучения, возникшего в бериллии.

Выход из этого затруднения был указан в 1932 г. Дж. Чадвиком. Он доказал, что наблюдаемые в различных газах пробеги и скорости ядер отдачи могут возникнуть при соударении этих ядер не с γ -квантами, а с частицами, масса которых близка к массе протона. Эти частицы и были названы *нейтронами* (${}_0^1\text{n}$).

В самом деле, нейтрон с массой m_n и скоростями v_0 и v_1 до и после упругого центрального соударения с неподвижным ядром, имеющим массу M , при соударении сообщит этому ядру скорость v , которая находится из законов сохранения импульса и энергии:

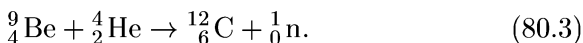
$$v = \frac{2m_n}{m_n + M} v_0.$$

Для случаев прохождения нейтронов через азот ($M = 14$) и водород ($M = 1$) отношение скоростей ядер отдачи равно

$$\frac{v_N}{v_H} = \frac{m_n + 1}{m_n + 14}.$$

Из экспериментальных данных о скоростях ядер отдачи отношение v_N/v_H оказалось равным приблизительно 0,13. Это дает для m_n значение, близкое к единице. Отсутствие у нейтрона электрического заряда объясняет большую проникающую способность нейтронов. Не испытывая кулоновского взаимодействия с электронами и ядрами атомов, нейтроны взаимодействуют с ядрами благодаря ядерным силам и наличию магнитного момента у ядер и нейтрона. Это взаимодействие и приводит к появлению ядер отдачи, наблюдаемых экспериментально.

Таким образом, ядерная реакция, в которой впервые были получены нейтроны, имеет следующий вид:



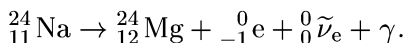
В дальнейшем нейтроны сыграли выдающуюся роль в качестве частиц, вызывающих ядерные реакции.

§ 80.2. Явление искусственной радиоактивности

1. Как указывалось в § 78.7, устойчивое ядро характеризуется определенными числами протонов и нейтронов: на основе капельной модели ядра получена формула (78.15), определяющая число протонов в устойчивом ядре, а следовательно, и число нейтронов в нем. Если искусственно, путем облучения ядра какими-нибудь частицами, нарушить равновесие между протонами и нейтронами в нем, то ядро окажется *искусственно-радиоактивным*. Если в легком ядре окажется избыточный нейтрон, то в нем произойдет превращение нейтрона в протон по формуле (79.18), сопровождающееся выделением электрона.

2. Легкие ядра, в которых искусственно создано избыточное число нейтронов по сравнению с протонами, т.е. такие ядра, где нарушено условие их стабильности (см. (78.15)), являются,

как правило, β -радиоактивными. Типичным примером является превращение стабильного изотопа натрия $^{23}_{11}\text{Na}$ под действием нейтронов в радиоактивный изотоп $^{24}_{11}\text{Na}$. Этот изотоп является β -радиоактивным и превращается в стабильный изотоп магния $^{24}_{12}\text{Mg}$, причем процесс сопровождается выбросом электрона, электронного антинейтрино $^0_0\bar{\nu}_e$ (§ 79.12) и γ -кванта:

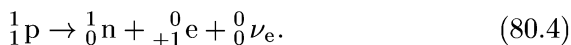


Радиоактивный изотоп углерода $^{14}_6\text{C}$, возникший из стабильного ядра азота $^{14}_7\text{N}$ под действием нейтронов (с выделением протонов), распадаясь, вновь превращается в устойчивый изотоп азота:



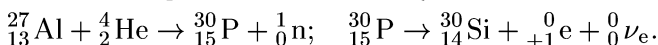
Радиоактивный изотоп кобальта $^{60}_{27}\text{Co}$, испуская электроны, превращается в стабильный изотоп никеля $^{60}_{28}\text{Ni}$.

3. Условие (78.12) устойчивости ядер может быть нарушено также путем введения в ядро избыточных протонов. Это приведет к возрастанию энергии ядра по сравнению с ее минимальным значением, соответствующим условию (78.12), и к появлению у ядра радиоактивных свойств. Такие ядра могут претерпевать радиоактивный распад, соответствующий превращению избыточного протона в нейтрон по схеме

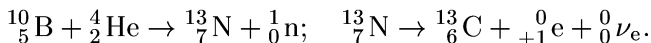


Возникающая при этом частица $^0_{+1}e$ с положительным единичным зарядом имеет массу, равную массе электрона, и спин $\hbar/2$; она называется *позитроном*. Реакция сопровождается выбрасыванием электронного нейтрино $^0_0\nu_e$ — незаряженной частицы с массой, равной нулю, что вытекает из тех же соображений, которые были изложены в § 79.12 при обсуждении β -распада.

4. Явление искусственной радиоактивности было открыто в 1934 г. Ирен и Фредериком Жолио-Кюри. Облучая ядра алюминия, бора и других легких элементов α -частицами и исследуя продукты реакции с помощью камеры Вильсона, помещенной в магнитном поле, они обнаружили испускание позитронов. Причем испускание позитронов *не прекращалось* с окончанием облучения α -частицами, а продолжалось и после этого, убывая со временем по экспоненциальному закону $N = N_0 e^{-\lambda t}$, характерному для радиоактивного распада. Реакции, приводящие к искусственной радиоактивности, происходили по следующей схеме:



Изотоп фосфора $^{30}_{15}\text{P}$ (радиофосфор) β_+ -радиоактивен: период полураспада $T_{1/2} = 2,5$ мин. Аналогично образуется радиоазот:



Период полураспада радиоактивного азота равен 14 минутам.

При позитронной β_+ -радиоактивности вместе с позитроном излучается электронное нейтрино.

Правильность написанных реакций подтвердил химический анализ. Явление искусственной радиоактивности «метит» атомы радиоактивных изотопов. Вылет β -частиц может быть зарегистрирован тем или иным счетчиком (см. § 79.8). Удобные для исследовательских целей периоды полураспада обусловили широкое применение метода «меченых» атомов в науке и технике.

§ 80.3. Возникновение и уничтожение электронно-позитронных пар

1. В 1932 г., за два года до открытия супругами Жолио-Кюри искусственной радиоактивности, Андерсон обнаружил позитроны среди частиц, входящих в состав космических излучений. Вскоре выяснилось, что позитроны возникают в процессе *образования пар*. Так называется процесс *превращения γ -кванта большой энергии в пару частиц — электрон и позитрон*. Этот процесс, происходящий по схеме $\gamma \rightarrow ^0_{-1}\text{e} + ^0_{+1}\text{e}$, вызывается

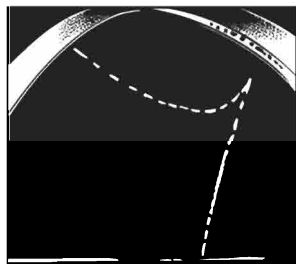


Рис. 80.3

столкновением γ -кванта с какой-либо заряженной частицей, например атомным ядром, в поле которого и образуется электронно-позитронная пара.

Возникновение пары экспериментально может быть обнаружено, например, в камере Вильсона, находящейся в магнитном поле. Под влиянием силы Лоренца, действующей на движущийся заряд в магнитном поле, происходит отклонение заряда.

Электрон и позитрон, имеющие противоположные по знаку заряды, отклоняются в противоположные стороны. На рис. 80.3 приведена фотография пары, образовавшейся в газе, наполняющей камеру Вильсона, под действием жестких γ -квантов.

2. Образование пары «электрон + позитрон» должно происходить в соответствии с законами сохранения энергии и импульса. Из закона сохранения энергии следует, что для создания

пары γ -квант должен иметь энергию не меньшую, чем $2mc^2$, т. е. $h\nu \geq 2mc^2 = 1,022 \text{ МэВ}$, где $mc^2 = 0,511 \text{ МэВ}$ есть энергия покоя каждой из образовавшихся частиц. Закон сохранения импульса накладывает дополнительные ограничения на процесс образования пары. Дело в том, что при образовании из фотона двух частиц с массой $m \neq 0$ суммарный импульс обеих частиц меньше, чем импульс фотона $h\nu/c$ ¹⁾. Поэтому в системе «фотон–электронно-позитронная пара» закон сохранения импульса оказывается нарушенным.

Это означает, что для образования пары нужно участие еще одной, третьей частицы, принимающей на себя часть импульса фотона. Такой частицей обычно является атомное ядро, но может служить и один из электронов электронной оболочки атома вещества, в котором происходит торможение жестких γ -квантов. В этом последнем случае электрон отдачи получает импульс, который может быть обнаружен по следу этого электрона в камере Вильсона. Импульс ядра отдачи при образовании пары также может быть зарегистрирован экспериментально.

Возникновение пары частиц (электрона и позитрона), обладающих каждая спином, равным $\hbar/2$, из γ -кванта требует, помимо выполнения законов сохранения энергии и импульса, чтобы фотон обладал целым спином (в единицах $\hbar$), равным 0 или 1. Ряд веских соображений, в обсуждение которых мы не входим, привел к выводу, что фотон не может быть бесспиновой частицей и что, следовательно, спин фотона равен $\hbar$.

3. Кроме процесса возникновения электронно-позитронной пары, возможен обратный процесс *соединения* этих частиц, при котором пара *уничтожается* и возникают в подавляющем большинстве случаев два γ -кванта. Этот процесс может быть описан следующим образом:



Появление при таком процессе двух γ -квантов вытекает из закона сохранения импульса. В самом деле, если до воссоединения частиц ${}^0_{-1}e$ и ${}^0_{+1}e$ суммарный импульс обеих частиц в системе координат, связанной с центром масс системы «электрон–позитрон», был равен нулю, то для сохранения импульса неизменным после уничтожения пары должны образоваться два γ -кванта, импульсы которых направлены в противоположные

¹⁾ Предлагаем читателю доказать это.

стороны. Каждый из γ -квантов уносит энергию, равную $h\nu = mc^2 \geq 0,511$ МэВ.

Прямым экспериментальным доказательством существования эффекта уничтожения пары являются опыты Л. А. Арцимовича, А. И. Алиханова и А. И. Алиханьяна. Они воспользовались тем, что в свободном состоянии позитрон может существовать весьма недолго. Проходя через вещество, он воссоединяется с одним из электронов атома вещества, и при этом возникают два γ -кванта. В описываемых опытах источник позитронов помещался внутри свинцовой оболочки, которая располагалась между двумя счетчиками. Толщина оболочки выбиралась такой, чтобы все позитроны внутри нее соединялись с электронами, а образовавшиеся γ -кванты проходили наружу и фиксировались счетчиками. Опыты показали, что в каждом акте воссоединения позитрона с электроном возникали два γ -кванта, летящих в противоположные стороны. Измерения интенсивности γ -квантов позволили измерить энергию $h\nu$, оказавшуюся близкой к 0,5 МэВ.

4. Явления возникновения и уничтожения электронно-позитронной пары представляют интерес как пример взаимосвязи различных форм материи. Мы встречаемся здесь с превращением материи в форме вещества в материю в форме электромагнитного поля и с обратным превращением. Разумеется, при этих превращениях выполняются все законы сохранения. Так, энергия γ -кванта, из которого образуется пара, оказывается в точности равной энергии образовавшихся частиц. Выполняются также законы сохранения импульса и момента импульса (спина). Поэтому не может быть речи ни о каком «уничтожении» или «рождении» массы в этих процессах. Именно поэтому следует избегать термина «аннигиляция» («превращение в ничто») пары. Этот термин иногда встречается в литературе при описании процесса превращения пары в γ -кванты.

§ 80.4. Составное ядро. Общая характеристика ядерных реакций

1. В любых ядерных реакциях, за исключением спонтанного деления ядер (см. § 80.8), атомные ядра сталкиваются с частицами (нейтронами, α -частицами, протонами) или между собой. Однако эти столкновения отличаются от соударений тел и частиц, которые изучаются в классической механике (см. § 17.1), а также от соударений частиц с электронной оболочкой атомов и молекул. В неядерных столкновениях рассматривается передача импульса

и энергии от налетающей частицы какой-либо *одной* частице мишени, с которой происходит столкновение. Например, при возбуждении или ионизации атома соударением его с ионом происходит передача энергии от иона к какому-либо электрону атома. В результате этот электрон либо переводится в возбужденное энергетическое состояние, либо, в случае ионизации, удаляется из атома.

2. В ядерных столкновениях мы встречаемся с принципиально иной ситуацией. Ядро представляет собой плотное образование, и, когда в него попадает налетающая частица, она не взаимодействует с каким-либо одним нуклоном. Проникая в ядро, частица «застревает» в нем, причем энергия частицы передается *не одной, а многим нуклонам*. Захват ядром попавшей в него частицы приводит к образованию промежуточного, так называемого *составного ядра*. В этом состоит первый этап ядерной реакции.

3. Н. Бор, Л. Д. Ландау и Я. И. Френкель, развившие теорию составного ядра, показали, что энергия, которую приносит с собой частица, за весьма малое время *равномерно* распределяется между всеми частицами составного ядра. Согласно теории составного ядра, оно, как и любое возбужденное тяжелое ядро (с большим массовым числом), может рассматриваться как статистическая система частиц, совершающих неупорядоченные движения, подобные движению частиц в капле жидкости. По своим свойствам составное ядро должно быть аналогично *капле жидкости* (см. § 78.7), поскольку быстрое перераспределение энергии между частицами в ядре возможно лишь при частых столкновениях частиц, что характерно для перераспределения энергии между частицами жидкости. Если составному ядру с массовым числом A сообщена энергия $\mathcal{E}$, то средней энергии возбуждения на одну частицу $\mathcal{E}/A$ должна соответствовать некоторая «ядерная температура» T , определяемая из условия

$$\frac{\mathcal{E}}{A} = \frac{3}{2} kT,$$

где k — постоянная Больцмана (см. § 26.9). Мерой «ядерной температуры» является средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну частицу составного ядра. Например, при $A = 100$ и $\mathcal{E} = 10$ МэВ «ядерная температура» оказывается по порядку величины равной 10^9 К. Огромное значение T показывает условность этого понятия.

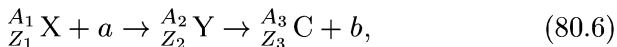
4. Статистическое рассмотрение составного ядра-капли оказалось очень плодотворным для описания общих закономерностей

стей протекания ядерных реакций, в частности для понимания второго этапа ядерной реакции — вылета из составного ядра тех или иных частиц. В результате случайных отклонений от равномерного распределения энергии возбуждения между частицами составного ядра, на одной из них может сконцентрироваться энергия, достаточная для вылета этой частицы из ядра. Этот процесс можно рассматривать как «испарение» частицы из составного ядра-капли.

Между первым этапом ядерной реакции и вылетом из составного ядра тех или иных частиц, как правило, проходит время, много большее так называемого *ядерного времени*. За ядерное время принимается время, необходимое для того, чтобы частица с энергией порядка 1 МэВ и скоростью 10^7 – 10^8 м/с прошла расстояние, по порядку величины равное диаметру ядра 10^{-15} м, т. е. время, равное

$$\tau_{\text{я}} = \frac{10^{-15} \text{ м}}{10^7 \text{ м/с}} = 10^{-22} \text{ с.}$$

Время 10^{-22} – 10^{-23} с характеризует передачу самых сильных — ядерных — взаимодействий. Время жизни составного ядра достигает $(10^6$ – $10^7) \cdot \tau_{\text{я}}$. Это означает, что превращения составного ядра — второй этап ядерной реакции — происходят, как правило, *независимо* от захвата падающей частицы ядром-мишенью, т. е. от первого этапа реакции. Оба этапа ядерной реакции могут быть изображены следующей схемой:



где ${}_{Z_1}^{A_1}X$ — исходное ядро-мишень, a — налетающая частица, ${}_{Z_2}^{A_2}Y$ — составное ядро, ${}_{Z_3}^{A_3}C$ — ядро, являющееся продуктом ядерной реакции, b — частица, вылетевшая из ядра в результате реакции.

В том случае, если испущенная ядром частица тождественна с падающей, формула (80.6) описывает рассеяние частицы (неупругое или упругое, в зависимости от того, одинаковы или нет энергии частицы $a = b$ до и после рассеяния). Если же частица b не тождественна a , то происходит *ядерная реакция* в прямом смысле слова.

5. Ядерные реакции могут быть классифицированы по различным признакам: по энергиям вызывающих их частиц, по роду участвующих в них частиц, по характеру происходящих ядерных превращений. Различают ядерные реакции при малых, средних

и высоких энергиях. Реакции при малых энергиях (порядка электронвольта) происходят в основном с участием нейтронов. Реакции при средних энергиях (до нескольких мегаэлектронвольт) вызываются, кроме того, заряженными частицами (протонами, α -частицами) и γ -квантами. Реакции при высоких энергиях (сотни и тысячи мегаэлектронвольт) приводят к рождению отсутствующих в свободном состоянии элементарных частиц и имеют большое значение для изучения свойств и структуры элементарных частиц (см. гл. 81).

6. По роду участвующих в ядерных реакциях частиц различают реакции под действием нейтронов, реакции под действием заряженных частиц (кроме перечисленных выше, ими могут быть дейтроны и многозарядные ионы тяжелых химических элементов). Источниками заряженных частиц, помимо естественно-радиоактивных элементов, являются ускорители (см. § 41.4, 41.6).

Для краткого обозначения ядерной реакции принята следующая символика: (a, b) , где a — символическое обозначение частицы, вызывающей реакцию, b — обозначение частицы, возникшей в результате реакции. Например, реакции (α, p) и (α, n) происходят под действием α -частиц и приводят к вылету из ядра, соответственно, протонов и нейтронов.

§ 80.5. Понятие о взаимодействии нейтронов с веществом

1. Проходя через вещество, нейтроны практически не взаимодействуют с электронными оболочками атомов и молекул, поскольку нейтроны не обладают электрическим зарядом. Взаимодействие нейтронов происходит лишь с ядрами, чем и объясняется большая (по сравнению с заряженными частицами) проникающая способность нейтронов. Характер взаимодействия нейтронов с ядрами различен для случаев быстрых и медленных частиц. Нейтроны называются *быстрыми*, если их скорость v так велика, что соответствующая ей длина дебройлевской волны $\lambda = \hbar/mv$ намного меньше, чем радиус R ядра, т. е. $\hbar/mv \ll R$, или $v \gg \hbar/mR$. Энергии быстрых нейтронов заключены в пределах от 0,1 до 50 МэВ. Если $\lambda \geq R$, т. е. $v \leq \hbar/mR$, то нейтроны называются *медленными*. Их энергии не превышают 100 кэВ.

2. В случае быстрых нейтронов можно считать, что ядро представляет для нейтрона некоторую мишень, с которой он соударяется. Площадь мишени считается равной геометрическо-

му сечению ядра, т. е. площади сечения сферического ядра по большому кругу.

Для медленных нейтронов с энергиями до $0,5 \text{ эВ}$ (их называют еще *тепловыми* нейтронами) «эффективное поперечное сечение» их взаимодействия с ядрами оказывается в 10^2 – 10^3 раз большим геометрического сечения ядра. Здесь уместно привести следующую оптическую аналогию. Если линейные размеры рассеивающего свет центра значительно превышают длину световой волны λ , то рассеяние света происходит по законам геометрической оптики. Это соответствует случаю быстрых нейтронов. Рассеяние света на объектах с линейными размерами $d \approx \lambda$ происходит по законам волновой оптики, это соответствует случаю медленных нейтронов.

3. Опыты показали, что в результате взаимодействия нейтронов с ядрами может происходить либо рассеяние нейтронов на ядрах, либо захват нейтронов ядрами. В веществах, которые называются *замедлителями*, взаимодействие нейтронов с ядрами сводится преимущественно к рассеянию, и процессы захвата нейтронов существенной роли не играют.

В качестве замедлителей нейтронов применяют графит, тяжелую воду (D_2O , HDO) и соединения бериллия. Проходя через такие вещества, быстрые нейтроны испытывают рассеяние на ядрах и замедляются до тех пор, пока их энергия $\mathcal{E}$ не станет равной энергии теплового движения атомов вещества-замедлителя, т. е. $\mathcal{E} \approx kT$, где T — термодинамическая температура. Энергия этих тепловых нейтронов переходит в основном в энергию отдачи ядер. При комнатной температуре энергия тепловых нейтронов равна $0,025 \text{ эВ}$. Дальнейшие столкновения тепловых нейтронов с ядрами вещества-замедлителя не могут привести к уменьшению энергии нейтронов, так как наступает тепловое равновесие между нейтронами и окружающей средой: нейтроны с одинаковой вероятностью могут приобрести и потерять энергию порядка kT . Дальнейшие столкновения тепловых нейтронов с ядрами могут привести лишь к диффузии нейтронов в веществе без потери ими энергии, до тех пор пока нейтрон не выйдет за пределы замедлителя.

4. В 1934 г. Э. Ферми, исследуя явление искусственной радиоактивности, заметил, что вещества, приобретающие искусственную радиоактивность при действии нейтронов на их ядра, обнаруживают значительно большую активность, если нейтроны предварительно пропустить через замедлитель — водородосодержащее вещество типа парафина. Оказалось, что в некоторых слу-

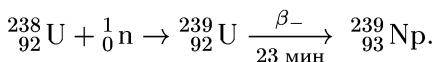
чаях медленные нейтроны испытывают, проходя через вещество, не только рассеяние, но и *захват*.

Захват нейтронов приводит к искусственной радиоактивности ядер вещества. Опыты показали, что при определенных энергиях медленных нейтронов их захват ядрами происходит наиболее интенсивно. Это явление, называемое *резонансным поглощением нейтронов*, происходит при совпадении энергии нейтрона с разностью энергетических уровней составного ядра.

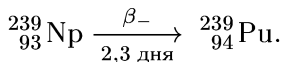
§ 80.6. Трансурановые элементы

1. Ядерные реакции урана с нейтронами сыграли особую роль в ядерной физике. Благодаря этим реакциям было обнаружено деление ядер, о котором пойдет речь в следующем параграфе, а также была обнаружена возможность создания химических элементов, атомы которых имеют заряд ядра, превышающий 92. Такие химические элементы называются *трансурановыми*. Мы остановимся кратко на получении некоторых из них.

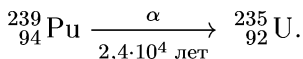
Резонансный захват медленных нейтронов наиболее распространенным изотопом урана $^{238}_{92}\text{U}$ приводит к образованию радиоактивного изотопа $^{239}_{92}\text{U}$, который, испытывая β_- -радиоактивное превращение с периодом полураспада 23 мин, превращается в изотоп трансуранового элемента нептуния $^{239}_{93}\text{Np}$:



2. В свою очередь ядро изотопа нептуния $^{239}_{93}\text{Np}$, являясь β_- — радиоактивным с периодом полураспада 2,3 дня, превращается в плутоний $^{239}_{94}\text{Pu}$:

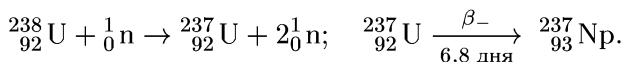


Плутоний $^{239}_{94}\text{Pu}$ — важнейший трансурановый элемент. Благодаря эффективному делению под действием тепловых нейтронов (см. § 80.7) он играет выдающуюся роль в получении ядерной энергии. Плутоний $^{239}_{94}\text{Pu}$ является α -радиоактивным с весьма большим периодом полураспада (24000 лет). Он превращается в устойчивый изотоп урана $^{235}_{92}\text{U}$:



3. Ядерная реакция типа $(n, 2n)$ превращает изотоп урана $^{238}_{92}\text{U}$ в искусственно-радиоактивный изотоп $^{237}_{92}\text{U}$, который, бу-

лучи β_- — активным, превращается в изотоп нептуния ${}^{237}_{93}\text{Np}$, являющийся α -радиоактивным с огромным периодом полураспада $2,2 \cdot 10^6$ лет:



Изотоп нептуния ${}^{237}_{93}\text{Np}$ дает начало одному из радиоактивных семейств ядерных превращений (см. § 79.2).

Помимо трансурановых элементов, рассмотренных выше, существуют и другие, получаемые бомбардировкой устойчивых изотопов тяжелых элементов ${}^{238}_{92}\text{U}$ и ${}^{239}_{94}\text{Pu}$ пучками ускоренных ядер неона (см. § 80.8).

§ 80.7. Деление ядер

1. Среди ядерных превращений особое место занимает деление тяжелых ядер на осколки приблизительно равной массы, имеющее огромное значение в современной науке и технике. В 1934 г. Ферми, изучая искусственную радиоактивность, обнаружил, что уран, облученный нейтронами, дает радиоактивные продукты, обладающие несколькими периодами полураспада. Вначале было предположено, что происходит образование трансурановых элементов: ядро урана, захватившее нейтрон, образует более тяжелый его изотоп, который в свою очередь, будучи β_- -радиоактивным, превращается в химический элемент с $Z = 93$. В свою очередь ядро атома этого элемента с помощью β_- -распада превращается в ядро атома элемента с $Z = 94$. Именно так впервые возникло предположение о существовании трансурановых (заурановых) химических элементов, рассмотренных в предыдущем параграфе.

Для проверки этого предположения в период 1936–1938 гг. были предприняты энергичные исследования ядерных реакций, происходящих при облучении урана нейтронами различных энергий. К удивлению ученых, исследование химических свойств продуктов этих реакций показало, что они напоминают свойства элементов, расположенных в средней части периодической системы. Так, в 1938 г. Ган и Штрассман весьма точным радиохимическим анализом доказали, что облучение урана нейтронами приводит к появлению химического элемента из середины периодической таблицы — бария ${}^{56}_{56}\text{Ba}$, являющегося химическим аналогом радия ${}^{88}_{88}\text{Ra}$. Аналогичный результат был ими получен при облучении нейтронами изотопа тория ${}^{232}_{90}\text{Th}$.

2. Эти удивительные результаты были впервые объяснены О. Фришем и Л. Мейтнер, которые предположили, что тяжелые ядра являются *неустойчивыми*. Возбужденное при захвате нейтрона тяжелое ядро (например, урана) может разделиться на две приблизительно равные части, называемые *осколками деления*. При этом нуклоны исходного составного ядра должны распределиться между осколками деления с выполнением законов сохранения зарядов и массовых чисел:

$$Z_U = Z_1 + Z_2; \quad A_U + 1 \approx A_U = A_1 + A_2,$$

где индексы 1 и 2 относятся к осколкам деления, Z_U и A_U — заряд и массовое число исходного ядра урана. Эксперимент подтвердил это предположение: среди продуктов облучения урана нейтронами были обнаружены, помимо бария, радиоактивные изотопы стронция ^{38}Sr и иттрия ^{39}Y , а кроме того, радиоактивный изотоп химически инертного газа (криптона или ксенона).

3. Простые соображения показывают, что *деление ядра урана на два осколка должно сопровождаться выделением огромной энергии*. В самом деле, из § 78.4 известно, что удельная энергия связи, т.е. энергия связи на один нуклон, в ядрах атомов элементов, расположенных в средней части периодической системы, составляет примерно 8,7 МэВ, в то время как для тяжелых ядер она равна 7,6 МэВ. Этот факт приобретает теперь первостепенное значение: при делении неустойчивого, «рыхлого» ядра урана на два устойчивых, «упакованных» осколка должна освободиться энергия, равная 1,1 МэВ на один нуклон. Всего для ядра урана $^{238}_{92}\text{U}$, содержащего 238 нуклонов, должна выделяться энергия порядка 200 МэВ. При делении ядер, содержащихся в 1 г урана $^{235}_{92}\text{U}$, выделится энергия $8 \cdot 10^{10}$ Дж, или 22 МВт·ч.

4. Основная часть энергии $\mathcal{E}$ деления должна выделяться в форме кинетической энергии осколков деления. Действительно, если акт деления произошел и осколки находятся друг от друга на расстоянии r , при котором ядерные силы притяжения уже не действуют, то проявляется электростатическая кулоновская энергия отталкивания заряженных ядер — осколков деления. Потенциальная энергия взаимодействия зарядов Z_1e и Z_2e равна

$$U = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Расстояние r между осколками в момент завершения деления, очевидно, будет $r = R_1 + R_2$, где R_1 и R_2 — радиусы ядер оскол-

ков деления, которые можно вычислить по формуле (см. § 78.6).

$$R = 1,4 \cdot 10^{-15} \cdot A^{1/3}.$$

Считая, что $Z_1 = Z_2 = 92/2 = 46$, $R_1 = R_2$ и $A_1 = A_2 = 238/2 = 119$, получим по формуле для U значение, близкое к 200 МэВ. Очевидно, что потенциальная энергия U отталкивания ядер-осколков должна перейти в их кинетическую энергию и осколки деления должны разлетаться с большими скоростями. Опыты подтвердили эти соображения и оценки.

5. Оказалось, что деление урана происходит при облучении его как быстрыми, так и медленными нейтронами, причем действие последних более эффективно. Масс-спектрометрические измерения позволили установить, что тепловые нейтроны производят деление ядер изотопа ${}^{235}_{92}\text{U}$, а энергия активации, т. е. минимальная энергия, необходимая для осуществления реакции деления ядра изотопа ${}^{238}_{92}\text{U}$, а также ядер изотопов тория и протактиния, существующих в природе, составляет приблизительно 1 МэВ.

Наличие осколков деления ядер урана было зафиксировано в камере Вильсона, в которую вводилась окись урана, нанесенная на тонкую пленку. Стереоскопические фотографии ясно обнаружили следы тяжелых осколков, разлетающихся при делении в противоположных направлениях. Этот же результат был получен с помощью метода толстослойных фотоэмульсий (см. т. 1, рис. 15.1).

6. Осколки, которые образуются при делении тяжелых ядер, должны быть β -радиоактивны и могут испускать нейтроны. Этот вывод непосредственно вытекает из рассмотрения состава исходного тяжелого ядра и ядер — осколков деления. В ядрах атомов химических элементов, расположенных в середине менделеевской таблицы, число нейтронов N примерно равно числу протонов, так что $N/Z \approx 1$. Для тяжелых ядер, перегруженных нейтронами, отношение N/Z возрастает до 1,6. Из этого факта следуют два вывода. Во-первых, осколки деления в момент своего образования должны обладать избытком нейтронов над протонами и при этом должна наблюдаться β -радиоактивность. Большая перегруженность ядер-осколков нейтронами должна привести к тому, что продукты β -распада ядер-осколков также будут β -радиоактивны. Во-вторых, очень существенно, что часть избыточных нейтронов, представляющих собой разность между числом нейтронов в исходном ядре и их числом в ядрах-осколках,

будет испускаться осколками деления в виде так называемых *нейтронов деления*.

Число нейтронов, образовавшихся в актах деления, может быть несколько различным. Поэтому вводится понятие о *среднем числе $\bar{\nu}$ возникших нейтронов*, приходящемся на один акт деления. Так, для ядер плутония $^{239}_{94}\text{Pu}$ и урана $^{235}_{92}\text{U}$, которые делятся под действием тепловых нейтронов, число $\bar{\nu}$ равно соответственно 3,0 и 2,5. Таким образом, процесс деления ядер сопровождается *размножением нейтронов*.

7. Теория деления тяжелых ядер была разработана в 1939 г. Я. И. Френкелем, а также Н. Бором и Дж. Уиллером на основе капельной модели ядра (см. § 78.8) и гипотезы о неустойчивости тяжелых ядер. Из капельной модели ядра следовала формула для энергии связи ядра-капли. Наиболее интересны для рассмотрения деления капли две величины этой формулы: поверхностная энергия ядра-капли и энергия электростатического отталкивания протонов. Деление ядра-капли при сохранении объема приводит к увеличению суммарной поверхности и поверхностной энергии $\mathcal{E}$ капль — осколков деления. Баланс одной только поверхностной энергии приводит к энергетической нецелесообразности процесса деления — энергетически выгодно, наоборот, слияние мелких капль с уменьшением свободной поверхности. Электростатическая энергия $\mathcal{E}'$ отталкивания протонов при делении убывает. Общий энергетический баланс деления определяется знаком $\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E} - \mathcal{E}'$. При $\Delta\mathcal{E} > 0$ энергия будет выделяться, при $\Delta\mathcal{E} < 0$ она поглощается. Все зависит от соотношения между поверхностной энергией, которая должна затрачиваться при разделении капли, и электростатической энергией, которая выделяется при делении.

Существуют некоторые критические параметры Z и A , при которых процесс деления происходит без изменения энергии ядра-капли ($\Delta\mathcal{E} = 0$) или является энергетически выгодным ($\Delta\mathcal{E} > 0$). Условие деления $\Delta\mathcal{E} \geq 0$ приводит с помощью полуэмпирической формулы для энергии ядра-капли к неравенству:

$$\frac{Z^2}{A} > 17, \quad (80.7)$$

которое должно выполняться при делении.

Величина Z^2/A называется параметром деления. Неравенство (80.7) выполняется для всех ядер, начиная с серебра $^{108}_{47}\text{Ag}$, для которого параметр деления $Z^2/A \approx 20$. Чем больше параметр деления, тем легче должно делиться ядро.

§ 80.8. Энергия активации деления. Спонтанное деление ядер

1. Результат предыдущего параграфа как будто говорит о том, что все ядра атомов химических элементов второй половины периодической системы (при $Z \geq 47$) должны быть неустойчивы по отношению к процессу деления. Опыт же показывает, что подавляющее большинство изотопов с массовыми числами A , большими 108, являются устойчивыми, за исключением наиболее тяжелых, которые могут претерпевать так называемое самопроизвольное (спонтанное) деление, о котором речь пойдет дальше. Это кажущееся противоречие объясняется тем, что выполнения условия $\Delta\mathcal{E} \geq 0$ еще недостаточно для того, чтобы реакция деления произошла. Для осуществления реакции необходима затрата некоторого минимального количества энергии, называемого *энергией активации деления ядра* (или *порогом деления*) $\mathcal{E}_d$. Ядро-капля будет наиболее устойчиво в том случае, если сумма поверхностной и электростатической энергий сферического ядра-капли будет наименьшей. Пусть при этом ядро имеет радиус R . Отклонение от сферической формы ядра приведет к увеличению его поверхности и к соответствующему возрастанию поверхностной энергии. Одновременно с этим будет происходить уменьшение электростатической энергии, ибо при сферической форме ядра протоны максимально сближены друг с другом и энергия их отталкивания будет наибольшей.

2. При малых деформациях ядра-капли условие его устойчивости будет нарушено. Однако даже для малой деформации ядра необходимо затратить определенную энергию. Вначале, при нулевой деформации, ядро находится в устойчивом состоянии. При малых деформациях ядро — заряженная капля — приходит в колебания: попеременно то вытягивается, то сжимается. Когда деформация ядра достигнет некоторого критического значения, колебания ядра-капли приведут к его делению. Последовательные стадии деления ядерной капли изображены на рис. 80.4. Промежуточные состояния связаны с образованием и удлинением «перетяжки» в капле (рис. 80.4в). Если энергия возбуждения ядра окажется меньшей, чем энергия активации, то деформация возбужденного ядра-капли не дойдет до критической, ядро не разделится и вернется в основное состояние, испустив γ -квант.

3. Френкель, а также Бор и Уиллер теоретически рассмотрели задачу о связи энергии активации деления ядра с параметром

деления Z^2/A . Оказалось, что при определенном, так называемом *критическом* значении параметра $(Z^2/A)_{\text{кр}}$ ядро становится неустойчивым и самопроизвольно делится и что

$$\left(\frac{Z^2}{A}\right)_{\text{кр}} \approx 49. \quad (80.7')$$

При $Z^2/A < (Z^2/A)_{\text{кр}}$ требуется затрата энергии активации $\mathcal{E}_\text{д}$, чтобы была достигнута критическая деформация ядра-капли, приводящая к делению. Для тяжелых ядер $\mathcal{E}_\text{д}$ составляет 5–7 МэВ, т. е. имеет тот же порядок величины, что и энергия связи нейтрона в тяжелом ядре, или, что то же самое, энергия связи, приходящаяся на один нуклон.

При $Z^2/A > (Z^2/A)_{\text{кр}}$ невозможно существование ядра. Деление такого сверхтяжелого ядра должно происходить самопроизвольно за время, сравнимое с ядерным временем 10^{-22} с. Условие (80.7) ограничивает возможности устойчивого существования сверхтяжелых ядер. Наиболее тяжелыми являются трансурановые ядра, получаемые искусственным путем. Они имеют наибольшие значения параметра деления. Если для изотопа урана ${}^{238}_{92}\text{U}$ параметр деления равен 35,6, то для америция ${}^{242}_{95}\text{Am}$ он составляет 37,3.

В 1964 г. в Лаборатории ядерных реакций Объединенного института ядерных исследований в Дубне под руководством Г. Н. Флерова получен изотоп курчатовия — нового трансуранового элемента с $Z = 104$ и массовым числом 260. Для получения этого элемента изотоп плутония ${}^{242}_{94}\text{Pu}$ облучался ядрами неона ${}^{22}_{10}\text{Ne}$. После захвата ядра неона образовывалось составное

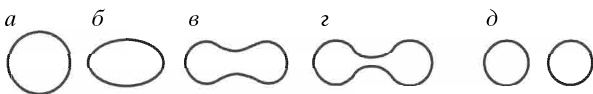
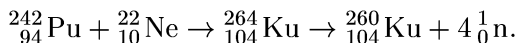


Рис. 80.4

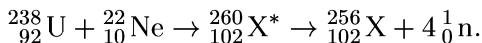
ядро ${}^{264}_{104}\text{Ku}$, и в одном случае на 10 миллиардов составных ядер после испускания четырех нейтронов — ядро элемента ${}^{260}_{104}\text{Ku}$:



Остальные ядра претерпевали процессы деления. В самых мощных пучках ускоренных ядер неона одно ядро курчатовия рождается за несколько часов.

В Дубне реакцией слияния ядер урана с ядрами неона были получены первые атомы элемента с зарядом ядра $Z = 102$.

Реакция проходила с образованием возбужденного составного ядра ${}_{102}^{260}\text{X}^*$ с последующим вылетом из него четырех нейтронов:



На 100 миллионов составных ядер рождается только одно ядро изотопа ${}_{102}^{256}\text{X}$. В остальных случаях составные ядра делятся на ядра-осколки и нейтроны. В реакциях слияния впервые были получены изотопы заурановых элементов кюрия ${}_{96}\text{Cm}$, берклия ${}_{97}\text{Bk}$, калифорния ${}_{98}\text{Cf}$, менделевия ${}_{101}\text{Md}$, курчатовия ${}_{104}\text{Ku}$, а также изотопы элементов с зарядами ядер 102, 103 и 105. В настоящее время периодическая система Менделеева «продвинулась» до элемента $Z = 107$.

4. При значениях $Z^2/A < (Z^2/A)_{\text{кр}}$ возможно самопроизвольное деление ядер, происходящее аналогично α -распаду (см. § 79.9), т. е. путем туннельного эффекта. В 1939–1940 гг. Г. Н. Флеров и К. А. Петржак впервые наблюдали самопроизвольное деление урана ${}_{92}^{238}\text{U}$. С помощью весьма чувствительной методики они обнаружили в ионизационной камере импульсы, создаваемые осколками деления урана, не подвергнутого действию нейтронов, вызывающих деление. Период полураспада спонтанного деления составляет, по оценкам Флерова и Петржака, 10^{16} – 10^{17} лет. Напомним, что для естественной α -радиоактивности урана ${}_{92}^{238}\text{U}$ период полураспада составляет 10^9 лет, т. е. на семь порядков меньше.

5. На опыте обнаружена существенная разница в делении ядер двух изотопов урана: ${}_{92}^{238}\text{U}$ и ${}_{92}^{235}\text{U}$. Как уже отмечалось в § 80.7, ядра урана ${}_{92}^{238}\text{U}$ делятся под действием нейтронов с кинетической энергией не менее 1 МэВ, в то время как ядра урана ${}_{92}^{235}\text{U}$ делятся при захвате самых медленных, тепловых нейтронов. Объяснение этих различий заключается в следующем. Составное ядро ${}_{92}^{239}\text{U}$, возникшее при захвате нейтрона ядром ${}_{92}^{238}\text{U}$, имеет параметр деления Z^2/A , равный 35, 46, и энергию активации деления $\mathcal{E}_\text{д} = 7,0$ МэВ. Энергия связи нейтрона, захваченного ядром ${}_{92}^{238}\text{U}$, составляет около 6 МэВ. Таким образом, деление ядер ${}_{92}^{238}\text{U}$ может быть вызвано нейтронами с кинетической энергией не менее 1 МэВ. Для составного ядра ${}_{92}^{236}\text{U}$, получившегося при захвате нейтрона ядром ${}_{92}^{235}\text{U}$, параметр деления и энергия активации деления равны соответственно 35, 9 и 6, 6 МэВ. Эти значения указывают, что условия для деления ядер ${}_{92}^{235}\text{U}$ под действием нейтронов более благоприятны, чем для ядер ${}_{92}^{238}\text{U}$. Кроме того,

энергия возбуждения, сообщаемая ядру $^{235}_{92}\text{U}$ при захвате нейтрона, составляет около 6,8 МэВ.

Тепловые нейтроны вызывают деления ядер изотопа урана $^{233}_{92}\text{U}$ и трансуранового элемента плутония $^{239}_{94}\text{Pu}$.

§ 80.9. Цепная реакция деления

1. Для практического применения деления тяжелых ядер важнейшее значение имеет выделение большой энергии при каждом акте деления и появление при этом нескольких (двух, трех) нейтронов. Если каждый из этих нейтронов, взаимодействуя с соседними ядрами делящегося вещества, в свою очередь вызывает в них реакцию деления, то происходит *лавинобразное* нарастание числа актов деления. Такая реакция деления называется *цепной*. Свое название эта реакция получила по аналогии с цепными химическими реакциями, т. е. реакциями, продукты которых могут вновь вступать в соединения с исходными веществами.

В 1939 г. Я. Б. Зельдович и Ю. Б. Харитон впервые указали на возможность существования цепной ядерной реакции деления. Каждый из нейтронов, образовавшихся при одном акте деления, если он будет захвачен ядром, вызовет появление новых нейтронов деления, в свою очередь способных вызвать реакции деления, и т. д.

2. Рассмотрим несколько подробнее возможность осуществления цепной реакции. Предположение о том, что каждый из нейтронов захватывается соседними ядрами, в действительности не реализуется. Часть вторичных нейтронов попадает в ядра атомов тех веществ, которые непременно присутствуют в той области, где реализуется цепная реакция, но не являются делящимися, — замедлители нейтронов, теплоносители, уносящие тепло из зоны реакции, и др. Часть нейтронов может просто выйти за пределы *активной зоны* — того пространства, где происходит цепная реакция.

Очевидно, что непременным условием возникновения цепной реакции является наличие размножающихся нейтронов. Введем понятие о коэффициенте k размножения нейтронов. *Коэффициентом размножения нейтронов* называют отношение числа нейтронов, возникших в некотором звене реакции, к числу таких нейтронов в предшествующем ему звене. Необходимым условием для развития цепной реакции является требование $k \geq 1$. Величина k определяется, во-первых, значением среднего числа нейтронов, возникших при одном акте деления (см. § 80.7), во-вторых,

вероятностями различных процессов взаимодействия нейтронов с ядрами делящегося вещества и примесей в нем, а также размерами системы.

Роль последнего фактора существенна потому, что с уменьшением размеров активной зоны увеличивается доля нейтронов, выходящих за ее пределы, и уменьшается возможность дальнейшего развития цепной реакции. Потери нейтронов пропорциональны площади поверхности, а генерация нейтронов пропорциональна массе и, следовательно, объему делящегося вещества. Например, для делящегося вещества, имеющего сферическую форму (объем $V \sim R^3$, поверхность $S \sim R^2$, $S/V \sim 1/R$), с уменьшением R , т. е. с уменьшением объема и массы делящегося вещества, будет расти доля потерь нейтронов, вылетающих из активной зоны. Минимальные размеры активной зоны, при которых возможно осуществление цепной реакции, называются *критическими размерами*.

Минимальная масса делящихся веществ, находящихся в системе критических размеров, называется *критической массой*.

Для уменьшения потерь нейтронов и уменьшения критических параметров делящегося вещества его окружают *отражателем* — слоем неделящегося вещества, обладающего малым эффективным поперечным сечением для захвата нейтронов и большим сечением их рассеяния. Отражатель возвращает в активную зону большую часть вылетевших из нее нейтронов. В качестве отражателей используются те же вещества, которые применяются для замедления нейтронов (см. § 80.5), — тяжелая вода (D_2O и HDO), графит, соединения бериллия.

3. Одной из наиболее важных характеристик цепной реакции является скорость ее развития, зависящая, помимо коэффициента k размножения нейтронов, от среднего времени τ между двумя последовательными актами деления. Очевидно, что τ определяет среднее время жизни одного «поколения» нейтронов, т. е. среднее время от момента деления до захвата нейтрона ядром атома делящегося вещества. Точнее, время τ складывается из времени деления ядра, времени запаздывания вылета нейтрона из ядра относительно момента деления и времени, прошедшего до следующего захвата.

4. В случае развивающейся цепной реакции для резкого уменьшения времени τ , т. е. для получения весьма быстрой цепной реакции взрывного типа, необходимо осуществить процесс размножения на быстрых нейтронах; для получения управляемой цепной реакции необходимо увеличивать время τ , т. е. нужно

стремиться к тому, чтобы время запаздывания вылета нейтронов относительно момента деления и время перемещения нейтронов до следующего захвата по возможности были большими. Первое зависит от механизма возникновения вторичных нейтронов и меньше поддается воздействию, второе — от взаимодействия вылетевших из ядра нейтронов с окружающими ядрами, т. е. от замедления нейтронов, их движения в веществе и, наконец, от их захвата. Управление цепной реакцией сводится, в основном, к воздействию на эти процессы.

§ 80.10. Ядерные реакторы

1. Управляемые цепные реакции осуществляются в *ядерных реакторах* или *атомных котлах*.

В качестве сырьевых и делящихся веществ в реакторах используются ${}_{92}^{235}\text{U}$, ${}_{94}^{239}\text{Pu}$, ${}_{92}^{238}\text{U}$, а также ${}_{90}^{232}\text{Th}$. В естественной смеси изотопов урана изотопа ${}_{92}^{238}\text{U}$ содержится в 140 раз больше, чем изотопа ${}_{92}^{235}\text{U}$. Для понимания процессов, которые могут происходить в реакторе с природной смесью изотопов, необходимо учитывать различия в условиях, при которых происходит деление ядер обоих изотопов урана. Исследование энергетического спектра нейтронов, испускаемых при делении, показывает, что их энергии составляют в основном около 0,7 МэВ. Эти нейтроны способны вызывать деление лишь ядер ${}_{92}^{235}\text{U}$. Те немногие нейтроны, энергия которых превышает энергию активации деления ядра ${}_{92}^{238}\text{U}$, с большой вероятностью претерпевают неупругое рассеяние, и их энергия оказывается, как правило, ниже порога деления ядра ${}_{92}^{238}\text{U}$. В результате ряда столкновений с ядрами урана нейтроны теряют энергию *малыми* порциями, замедляются и испытывают захват ядрами ${}_{92}^{238}\text{U}$ или поглощаются ядрами ${}_{92}^{235}\text{U}$. Поглощение нейтронов ядрами ${}_{92}^{235}\text{U}$ способствует развитию цепной реакции, поглощение же их ядрами ${}_{92}^{238}\text{U}$ выводит нейтроны из цепной реакции и ведет к обрыву цепной реакции. Расчеты показывают, что в *естественной смеси* изотопов урана вероятность обрыва цепной реакции *превышает* вероятность развития реакции и цепная реакция деления *не может развиваться* ни на быстрых, ни на медленных нейтронах.

2. В *ядерных реакторах на медленных нейтронах* условием, обеспечивающим развитие цепной реакции, является применение замедлителя для уменьшения захвата нейтронов ядрами ${}_{92}^{238}\text{U}$. При каждом столкновении с ядрами замедлителя нейтрон теряет энергию *большими* порциями, и это благоприятствует «проскакиванию» энергии нейтрона через ту область энергий, при которых происходит захват нейтрона ядрами ${}_{92}^{238}\text{U}$. В качестве замедлителей применяют углерод (в виде графита), дейтерий (в виде тяжелой воды D_2O и HDO), бериллий и окись бериллия, ядра которых меньше других ядер захватывают тепловые нейтроны.

3. Различаются два типа реакторов на медленных нейтронах — *гомогенные* и *гетерогенные*. В гомогенных реакторах делящееся вещество равномерно распределяется по объему замедлителя (например, растворяется в воде). В гетерогенных реакторах уран расположен отдельными блоками по объему замедлителя — тяжелой воды или графита. В гомогенных реакторах нейтроны в ходе замедления все время находятся поблизости от ядер атомов урана, распределенных по всему объему. Это приводит к большей вероятности поглощения нейтронов ядрами урана, а не замедлителя, но это же снижает вероятность избежать захвата нейтронов ядрами $^{238}_{92}\text{U}$. В гетерогенных реакторах, наоборот, сравнительно мала вероятность поглощения тепловых нейтронов ядрами урана, но зато повышается вероятность избежать захвата ядрами $^{238}_{92}\text{U}$, ибо значительную часть времени замедляемые нейтроны с энергиями, «опасными» для захвата, проводят за пределами блоков делящегося урана. Работе реактора способствует также снижение утечки нейтронов, достигаемое за счет увеличения критических размеров и применения отражателей нейтронов (рис. 80.5).

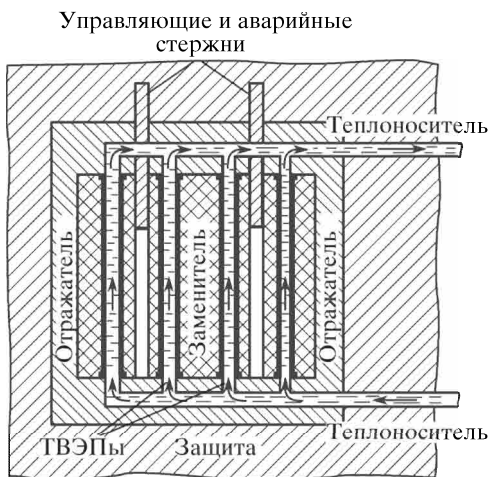


Рис. 80.5

4. Быстрое развитие цепной реакции сопровождается выделением большого количества энергии, что может вызвать излишний перегрев реактора. При достижении реактором требуемой мощности необходимо режим развивающейся реакции свести к критическому режиму со значением $k = 1$ и затем поддерживать этот режим. Для уменьшения коэффициента размножения нейтронов в активную зону реактора вводятся стержни из материалов, сильно поглощающих тепловые нейтроны, например из бора или кадмия. Такие *управляющие стержни* уменьшают значение k и предотвращают нарастание скорости цепной реакции, поддерживая ее в стационарном режиме.

5. Деление ядер урана, осуществляемое в реакторах, сопровождается образованием большого числа различных радиоактивных осколков. Расчеты показывают, что на 22 000 кВт·ч энергии образуется примерно 1 г осколков. При этом испускается β -излучение и γ -излучение. Кроме того, реакторы, работающие с замедлителями, испускают мощные потоки тепловых нейтронов, которые используют для получения различных искусственно-радиоактивных изотопов. Эти изотопы применяют для исследований в различных областях народного хозяйства.

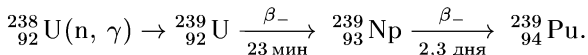
Нейтронные потоки и γ -излучение, возникающие в ядерных реакторах, имеют большую интенсивность, обладают высокой проникающей способностью и губительно действуют на организм человека. Поэтому для защиты персонала, обслуживающего ядерные реакторы, применяют специальные меры. Одна из наиболее эффективных мер — автоматизация процессов управления реактором.

6. Примером гетерогенного ядерного реактора на медленных нейтронах является реактор первой в мире атомной электростанции, введенной в эксплуатацию в г. Обнинске 27 июня 1954 г. Полезная мощность реактора составляет 5 МВт. Замедлителем нейтронов служит графит. Активная зона реактора представляет собой графитовый цилиндр диаметром 1,5 м и высотой 1,7 м, окруженный графитовым отражателем. В активной зоне расположены 128 вертикальных рабочих каналов для помещения в них делящегося вещества — природной смеси урана, обогащенной изотопом $^{235}_{92}\text{U}$. Рабочие каналы выполнены в форме стальных трубок, на которые надеты втулки из уранового сплава. Это — так называемые *тепловыделяющие элементы* (ТВЭЛы). Внутри трубок протекает вода для охлаждения урана. В активной зоне расположены также 22 канала для управляющих стержней из карбида бора, сильно поглощающего тепловые нейтроны. С помощью управляющих стержней мощность реактора поддерживается на необходимом заданном уровне. Вода, охлаждающая реактор, становится радиоактивной. Нагретая вода поступает в парогенератор и там передает тепло воде, циркулирующей во втором замкнутом контуре, в котором образуется пар с давлением 12,5 атм и температурой 260 °С, подводимый затем к турбине. Управление узлами атомной электростанции автоматизировано и производится на расстоянии.

7. Первая атомная электростанция (АЭС) явилась прототипом для Белоярской атомной электростанции им. И. В. Курчатова. Первый блок этой станции мощностью 100 МВт введен в эксплуатацию в 1964 г. Использование сверхкритических параметров пара (давление 250 атм, температура 535–565 °С) позволило повысить коэффициент полезного действия этой станции.

Урановые реакторы на тепловых нейтронах могут решить задачу энергоснабжения в ограниченном масштабе, который определяется количеством урана $^{235}_{92}\text{U}$. При использовании всего природного запаса $^{235}_{92}\text{U}$ можно получить энергию, приблизительно эквивалентную запасам обычного топлива на Земле.

8. Для увеличения ядерных энергетических ресурсов используются процессы, происходящие при захвате нейтронов ядрами $^{238}_{92}\text{U}$ и тория $^{232}_{90}\text{Th}$. Они приводят к появлению эффективноделящихся плутония $^{239}_{94}\text{Pu}$ и изотопа урана $^{233}_{92}\text{U}$. Схема получения плутония рассмотрена в § 80.6:



Захват нейтронов ядрами $^{238}_{92}\text{U}$ сопровождается созданием ядерного горючего, которое может быть химическим путем отделено от $^{238}_{92}\text{U}$. Этот процесс называется *воспроизводством ядерного горючего*. При делении одного ядра $^{235}_{92}\text{U}$ образуется в среднем 2,5 нейтрона, из которых лишь один необходим для поддержания цепной реакции. Остальные 1,5 нейтрона могут быть захвачены ядрами $^{238}_{92}\text{U}$, и из них могут быть образованы 1,5 ядра $^{239}_{94}\text{Pu}$. В специальных *бридерных (воспроизводящих) реакторах* коэффициент воспроизводства ядерного горючего превышает единицу. В урановых реакторах, работающих на медленных нейтронах, этого осуществить нельзя. Действительно, в таком реакторе деление происходит в 84,5 случаях из 100 поглощений тепловых нейтронов ядрами $^{235}_{92}\text{U}$. Теоретически возможный максимальный коэффициент воспроизводства ядерного горючего составит $2,5 \cdot 0,845 - 1 = 1,11$ вместо 1,5. В результате поглощения нейтронов замедлителем и их вылета за пределы реактора он еще уменьшится. В реакторах с замедлителем коэффициент воспроизводства ядерного горючего, как правило, меньше единицы. Например, в реакторе первой АЭС он составляет всего 0,32.

Бридерные реакторы работают на быстрых нейтронах. Активной зоной является сплав урана, обогащенного изотопом $^{235}_{92}\text{U}$, с тяжелым металлом (висмут, свинец), мало поглощающим нейтроны. В бридерных реакторах отсутствует замедлитель. Управление таким реактором производится перемещением отражателя или изменением массы делящегося вещества.

9. Последовательная линия на мирное использование внутриядерной энергии нашла свое отражение в достигнутом в 1964 г. соглашении между СССР и США о направлении большого количества расщепляющихся материалов для использования в мирных целях, в том числе для *опреснения морской воды*. Расчеты показывают, что реактор на быстрых нейтронах мощностью 2,2 ГВт может обеспечить работу электростанции мощностью 0,5 ГВт и дистилляционной опреснительной установки производительностью 180 тыс. м³ пресной воды в сутки при стоимости воды 2–3 копейки за 1 м³. При достижении реакторами мощности 10–20 ГВт стоимость опресненной воды настолько снизится, что можно будет ставить вопрос о применении ее для орошения засушливых земель.

Одновременно с решением проблемы большой ядерной энергетики и увеличением мощности реакторов в России успешно решаются проблемы малой ядерной энергетики. Уменьшение размеров реакторов

крайне важно для использования ядерного горючего в двигателях, где лимитирован вес горючего. Такие двигатели устанавливаются на подводных лодках и ледоколах дальнего плавания.

10. Исключительно важной является проблема обеспечения безопасности ядерной энергетики. После аварий на некоторых АЭС, в частности на Три-Майл-Айленд (США) и особенно на Чернобыльской АЭС эта проблема стала особенно острой.

Авария в Чернобыле 26 апреля 1986 г. привела не только к гибели людей, но и к радиоактивному загрязнению обширных территорий Украины, Белоруссии, России. С наиболее загрязненных территорий, опасных для жизни, пришлось эвакуировать сотни тысяч жителей. На других, менее загрязненных участках, люди подвергаются повышенным дозам облучения. Последствия этой катастрофы будут сказываться в течение десятков, даже сотен лет, так как некоторые радионуклиды (например, стронций, плутоний и др.) имеют большие периоды полураспада.

И все же без ядерной энергетики человечеству, по-видимому, не обойтись. Источники органического топлива могут иссякнуть в течение нескольких столетий. Гидроэнергетика, ветроэнергетика и использование энергии солнечного излучения также не в состоянии обеспечить человечество необходимой энергией. Кроме того, тепловые электростанции далеко не безвредны с экологической точки зрения: они загрязняют атмосферу углекислым газом, окислами азота и тяжелых металлов, золой и т. п. Поэтому в настоящее время проводятся интенсивные исследования с целью повышения безопасности действующих реакторов, усиления средств автоматической защиты от ошибочных действий обслуживающего персонала. Наряду с этим появилась идея создания реакторов с внутренне присущей им безопасностью, например, использование в качестве теплоносителей жидких солей свинца или висмута. Однако реально такие реакторы не могут быть созданы в ближайшее время.

§ 80.11. Атомная бомба

1. Особым реактором на быстрых нейтронах, в котором осуществляется быстрая неуправляемая цепная реакция взрывного типа, является *атомная бомба*. Ядерным взрывчатым веществом в ней служат чистые делящиеся вещества ^{235}U , ^{239}Pu и ^{233}U . В период до взрыва развитию цепной реакции препятствует вылет нейтронов за пределы делящегося вещества. Быстрая цепная реакция взрывного типа оказывается возможной при определенных критических параметрах (размере и массе) устройства. Отсутствие замедлителя приводит к значительному снижению критических размеров системы. Для делящихся материалов, используемые в ядерном оружии США, критическая масса имеет следующие экспериментальные значения (табл. 80.1).

Критическая масса занимает объем шара радиусом 9–6 см. Некоторое уменьшение критической массы взрывчатого вещества бомбы мо-

жет быть достигнуто за счет помещения заряда в оболочку из металлов, имеющих большую плотность и мало поглощающих нейтроны.

Таблица 80.1

Изотоп	Степень обогащения, %	Плотность, 10^4 кг/м^3	Критическая масса, кг
$^{233}_{92}\text{U}$	100	1,845	16,1
$^{235}_{92}\text{U}$	94	1,875	52,0
$^{239}_{94}\text{Pu}$	92	1,56	17,0
добавка гелия 3,4 %			

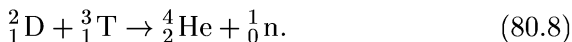
2. Для осуществления взрывной реакции необходимо, чтобы взрывчатое вещество находилось вначале в состоянии, при котором невозможно быстрое развитие цепной реакции. Перевод вещества бомбы в такие условия, при которых может произойти неуправляемая цепная реакция, должен производиться максимально быстро. Для этой цели вначале ядерный заряд бомбы делится, например, на две части, каждая из которых находится еще в условиях, когда реакция невозможна. В момент осуществления взрыва одна из половин заряда выстреливается в другую, и при их соединении почти мгновенно происходит взрывная цепная реакция.

3. Взрывная реакция приводит к выделению колоссальной энергии. Температура, развивающаяся при этом, достигает 10^7 градусов. Разрушительная сила бомбы, сброшенной на Хиросиму, была эквивалентна взрыву 20 000 т тринитротолуола. В поздних образцах атомного оружия разрушительная сила доведена до эквивалента в сотни тысяч тонн и более. Если к этому добавить, что при атомном взрыве возникает огромное количество радиоактивных осколков деления, в том числе и весьма долгоживущих, то станет очевидным, что ядерный взрыв представляет собой ужасную катастрофу. Тем большее значение приобретает борьба за запрещение использования ядерного оружия.

§ 80.12. Термоядерные реакции

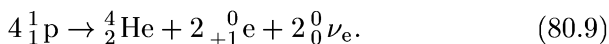
1. Кроме реакции деления тяжелых ядер, существует еще один путь выделения ядерной энергии — синтез ядер гелия из ядер изотопов водорода. Водород имеет три изотопа: легкий водород, или протий, с относительной атомной массой 1,008, тяжелый водород, или дейтерий, с атомной массой 2,015 и сверхтяжелый водород, или тритий, с атомной массой 3,017. Ядра этих изотопов называются соответственно протон, дейтрон (или дейтерон) и тритон и обозначаются: ^1_1H или ^1_1p , ^2_1H или ^2_1D , ^3_1H или ^3_1T . Удельная энергия связи ядра гелия (см. § 78.4) значительно превышает удельную энергию связи ядер изотопов водорода. Поэто-

му при синтезе ядер гелия из водородных ядер будет выделяться энергия. Весьма эффективной в отношении выделения энергии является следующая реакция:



Оказывается, что при этой реакции выделяется энергия, равная 17,6 МэВ.

2. Выделение энергии на один нуклон в реакции синтеза в несколько раз больше, чем при делении тяжелых ядер. Так, при делении ядер урана, как уже говорилось, выделяется энергия около 200 МэВ, что составляет на один нуклон $200/238 \approx 0,85$ МэВ. В реакции же (80.8) на один нуклон выделяется $17,6/5 \approx 3,5$ МэВ, т. е. в четыре раза больше. Еще бо́льшая энергия выделяется при синтезе ядра гелия из четырех протонов:



В этой реакции выделяется энергия, равная 26,8 МэВ, т. е. выделение энергии на одну частицу составляет $26,8/4 = 6,7$ МэВ.

3. Для осуществления реакции синтеза, для слияния легких ядер, нужно преодолеть потенциальный барьер, обусловленный кулоновским отталкиванием одноименно заряженных ядер. Оценим качественно высоту этого барьера.

Для слияния ядер дейтронов их нужно сблизить вплотную, т. е. на расстояние между центрами, равное удвоенному радиусу ядра водорода, $r \approx 10^{-15}$ м. Для этого нужно совершить работу, равную электростатической потенциальной энергии ядер, находящихся на этом расстоянии друг от друга: $U = e^2/(4\pi\epsilon_0 r)$. Подставив числа, найдем, что высота потенциального барьера составляет примерно 0,1 МэВ. Ядра дейтрона смогут преодолеть этот барьер, если при столкновении они будут обладать соответствующей кинетической энергией. Средняя кинетическая энергия теплового движения дейтронов $(3/2) kT$ равна 0,1 МэВ и достаточна для преодоления потенциального барьера при $T = 2 \cdot 10^9$ К, т. е. при температуре порядка миллиардов градусов. Это значительно больше температуры внутренних областей Солнца, которая оценивается примерно в 10^7 К.

Из приведенных данных видно, что реакции синтеза ядер требуют нагрева до очень высоких температур. Поэтому эти реакции называются *термоядерными*.

4. Однако термоядерные реакции синтеза могут происходить и при температурах меньших, чем 10^9 К. Дело в том, что скорости ядер распределены по закону Максвелла, и поэтому при

температуре, меньшей 10^9 К, например при $T \approx 10^7$ К, имеется некоторая доля ядер, энергия которых превышает высоту потенциального барьера и которые, следовательно, могут начать реакцию синтеза.

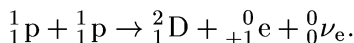
Частицы, находящиеся в «хвосте» максвелловского распределения при $T \approx 10^7$ К, имеют энергии порядка десятков килоэлектрон-вольт, что еще, однако, значительно ниже кулоновского барьера. В ядерных реакциях заряженных частиц при обычных температурах вероятность туннельного проникновения сквозь кулоновский барьер при столкновении ядер невелика. Однако она очень быстро увеличивается с ростом энергии сталкивающихся частиц. Например, для двух ядер дейтерия эта вероятность при средней энергии частиц $1,7$ кэВ (соответствующей температуре $2 \cdot 10^7$ К) превышает в 10^{47} раз вероятность туннельного слияния двух ядер дейтерия, обладающих средней энергией 17 эВ ($T = 2 \cdot 10^5$ К). Температура 10^7 К оказывается достаточной для того, чтобы начала протекать термоядерная реакция за счет туннельного слияния ядер, находящихся в «хвосте» максвелловского распределения. Кроме того, благоприятную роль для протекания термоядерных реакций играет то обстоятельство, что с повышением температуры интенсивнее происходят столкновения ядер, находящихся на «хвосте» максвелловского распределения, что способствует проникновению ядер друг в друга сквозь кулоновский потенциальный барьер.

5. Температура порядка 10^7 К характерна для центральной части Солнца. С другой стороны, спектральный анализ излучения Солнца позволяет установить, что в составе Солнца, как и в составе многих других звезд, имеется значительная часть водорода (около 80 %) и гелия (до 20 %). Углерод, азот и кислород составляют не более 1 % массы звезд. Впрочем, если учесть, что масса Солнца колоссальна ($1,99 \cdot 10^{30}$ кг), то на Солнце имеется достаточное количество этих газов. Сопоставление всех этих данных с условиями протекания термоядерных реакций привело к выводу, что *термоядерные реакции должны происходить на Солнце и звездах* и являться источником энергии, компенсирующим их излучение. Ежесекундно Солнце излучает энергию $3,8 \times 10^{26}$ Дж, что соответствует уменьшению его массы на $4,3$ млн тонн. Полезно отметить, что *удельное* выделение энергии Солнца, т. е. выделение, приходящееся на единицу массы в одну секунду, оказывается при этом весьма малым, всего $1,9 \cdot 10^{-4}$ Вт/кг. Оно

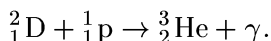
составляет лишь 1 % от удельного выделения энергии в живом организме в процессе обмена веществ.

Малое удельное выделение Солнцем энергии за 1 с объясняет, почему мощность излучения энергии нашим светилом практически не изменилась за несколько миллиардов лет существования Солнечной системы.

6. В 1938 г. было высказано предположение о возможном протекании термоядерных реакций на Солнце в форме так называемого *протонно-протонного цикла*. В одном из вариантов протонно-протонного цикла происходят, как считают, следующие реакции. Цикл начинается с соединения двух протонов с образованием дейтрона и испусканием позитрона и электронного нейтрино:

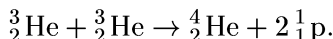


Далее дейтрон реагирует с протоном, образуя ядро легкого изотопа гелия ${}_2^3\text{He}$, а избыток энергии выделяется в виде γ -излучения:



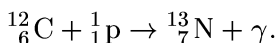
Заметим, что позитрон, образовавшийся на первом этапе цикла, соединяясь с электроном плазмы, также дает γ -излучение.

С 1951 г. считают, что наиболее вероятным продолжением цикла является соединение ядер гелия ${}_2^3\text{He}$ с образованием ядра ${}_2^4\text{He}$ (α -частицы) и двух протонов:

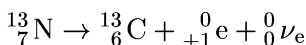


Результатом цикла является синтез водородных ядер в ядро гелия, сопровождающийся выделением энергии.

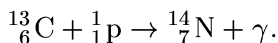
7. В 1939 г. Г. Бете рассмотрел цикл термоядерных реакций, называемый *углеродно-азотным циклом* или *циклом Бете*. В этом цикле соединение ядер водорода в ядро гелия облегчается при помощи ядер углерода ${}_{+6}^{12}\text{C}$, играющих роль катализаторов термоядерной реакции. Началом цикла является проникновение быстрого протона в ядро углерода ${}_{+6}^{12}\text{C}$ с образованием ядра неустойчивого радиоактивного изотопа азота ${}_{+7}^{13}\text{N}$ и с излучением γ -кванта:



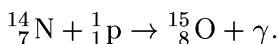
С периодом полураспада 14 мин в ядре ${}_{+7}^{13}\text{N}$ происходит превращение (80.4): ${}_{+7}^{13}\text{N} \rightarrow {}_0^1\text{n} + {}_{+1}^0\text{e} + {}_0^0\nu_{\text{e}}$, и образуется ядро изотопа углерода ${}_{+6}^{13}\text{C}$:



Приблизительно через каждые 2,7 млн лет ядро $^{13}_6\text{C}$, захватив протон, образует ядро устойчивого изотопа азота $^{14}_7\text{N}$:



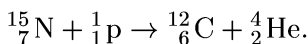
Спустя в среднем 32 млн лет ядро $^{14}_7\text{N}$ захватывает протон и превращается в ядро кислорода $^{15}_8\text{O}$:



Неустойчивое ядро $^{15}_8\text{O}$ с периодом полураспада 3 мин испускает позитрон и нейтрино и превращается в ядро $^{15}_7\text{N}$:



Завершается цикл реакцией поглощения ядром $^{15}_7\text{N}$ протона и распадом его на ядро углерода $^{12}_6\text{C}$ и α -частицу, происходящим приблизительно через 100 тысяч лет:



Новый цикл начинается вновь с поглощения углеродом $^{12}_6\text{C}$ протона, происходящего в среднем через 13 млн лет. Отдельные реакции цикла отделены временами, которые с точки зрения земных масштабов времени являются непомерно большими. Однако нужно учесть, что этот цикл является *замкнутым и непрерывно происходящим*. Поэтому различные реакции цикла происходят на Солнце одновременно, начавшись в разные моменты времени.

Результатом *одного* цикла является превращение четырех протонов в ядро гелия с появлением двух позитронов и γ -излучения, к которому следует добавить излучение, возникающее при слиянии позитронов с электронами плазмы. Количество энергии, выделяющейся на одно ядро гелия, составляет 26,8 МэВ. В пересчете на один моль гелия это составляет 700 МВт·ч энергии. Этого количества энергии достаточно для компенсации энергии, излучаемой Солнцем. Хотя термоядерные реакции на Солнце и приводят к уменьшению на нем водорода, расчеты показывают, что количества водорода, имеющегося на Солнце, хватит для поддержания термоядерных реакций и излучения Солнца на миллиарды лет.

8. Из предыдущего ясно, какое большое значение имеет осуществление в земных условиях термоядерных реакций для получения энергии. Достаточно сказать, что при использовании дейтерия, содержащегося в одном литре обычной воды, в реакции

термоядерного синтеза выделится столько же энергии, сколько выделится при сгорании около 350 л бензина.

Впервые условия, близкие к тем, какие реализуются в недрах Солнца, были осуществлены в СССР, а несколько позднее в США, в *водородной бомбе*, где происходит самоподдерживающаяся термоядерная реакция взрывного характера. Взрывчатым веществом, в котором происходила термоядерная реакция, являлась смесь дейтерия ${}^2_1\text{D}$ и трития ${}^3_1\text{H}$. Необходимая для протекания реакции высокая температура была получена за счет взрыва «обычной» атомной бомбы.

9. Теоретически основой для получения искусственных *управляемых* термоядерных реакций являются реакции, происходящие в дейтериевой высокотемпературной плазме. Задача заключается, однако, не только в создании условий, необходимых для интенсивного выделения энергии в термоядерных процессах, но, главным образом, в поддержании этих условий. Для осуществления *самоподдерживающейся* термоядерной реакции нужно, чтобы скорость выделения энергии в системе, где происходит реакция, была не меньше, чем скорость отвода энергии от системы.

Расчеты показывают, что для обеспечения самоподдерживающейся управляемой термоядерной реакции необходимо довести температуру дейтериевой плазмы до нескольких сотен миллионов градусов. При температурах порядка 10^8 К термоядерные реакции обладают заметной интенсивностью и сопровождаются выделением большой энергии. Так, при температуре порядка 10^8 К мощность, выделяемая в единице объема плазмы при соединении дейтериевых ядер, составляет примерно 3 кВт/м^3 , в то время как при температуре $\sim 10^6$ К она равна всего лишь 10^{-17} Вт/м^3 .

Основной причиной потерь энергии высокотемпературной плазмой является ее *огромная теплопроводность*, быстро растущая (пропорционально $T^{5/2}$) при рассматриваемых высоких температурах. Отвод энергии из плазмы может происходить благодаря диффузии горячих частиц из области, где происходит реакция, на стенки аппарата, в котором находится плазма. Если плазму не теплоизолировать от контакта с любыми окружающими веществами, то ее нельзя нагреть даже до нескольких сот тысяч градусов, так как вся энергия выделяющаяся в результате реакций синтеза, будет уходить на стенки. Иными словами, необходимо удерживать плазму в заданном объеме, не допуская ее расширения.

§ 80.13. Сжатие и удержание плазмы

1. Одна из важнейших задач, которую можно решить с помощью плазмы, — это осуществление управляемого термоядерного синтеза. Термоядерные реакции могут начаться при температурах, не меньших ста миллионов градусов. Ясно, что возникающую при этом высокотемпературную плазму нельзя удержать ни в каком сосуде. Плазма либо прожжет стенку, либо отдаст ей энергию и охладится. Удержание плазмы возможно лишь с помощью магнитного поля. В самом деле, если магнитное давление $p_m = B^2/2\mu_0$ окажется больше давления газа $p = nkT$, то магнитное поле удержит плазму. Условие удержания:

$$B^2/2\mu_0 \geq nkT. \quad (80.10)$$

Концентрация частиц в термоядерной плазме $n \approx 10^{22} \text{ м}^{-3}$. Отсюда для индукции удерживающего магнитного поля получим

$$B \geq \sqrt{2\mu_0 nkT} \approx \sqrt{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^{22} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 10^8} \approx 6 \text{ Тл}.$$

Сжимающее магнитное поле можно получить либо за счет внутренних токов в самой плазме, либо за счет внешнего магнитного поля, возникающего при протекании тока в проводах.

2. Идею эффективной магнитной термоизоляции плазмы применительно к проблеме управляемого термоядерного синтеза выдвинули в СССР в 1950 г. И. Е. Тамм и А. Д. Сахаров, а в 1951 г. в США Л. Спитцер.

Если пропустить через плазму в форме столба вдоль его оси сильный электрический ток, то магнитное поле этого тока, которое имеет форму, обычную для прямолинейного проводника, создает электродинамические силы, которые будут стремиться сжать плазменный столб. Таким образом столб плазмы окажется оторванным от стенок и стянутым в *плазменный шнур*. Очевидно, что сжатие плазмы может происходить до тех пор, пока давление, вызванное электродинамическими силами, не уравновесится газокINETическим давлением частиц самой плазмы. На рис. 80.6 шнур 2 изолирован от стенок 1 магнитным полем H . Электрический ток I , пропущенный через газ, выполняет несколько функций: а) в начальной стадии создает плазму благодаря интенсивной ионизации; б) стягивает плазму в шнур; в) за счет выделения джоулева тепла и сжатия нагревает плазму до высокой температуры.

В первоначальных опытах, проводившихся в СССР Л. А. Арцимовичем и его сотрудниками, в дейтерии, находящемся под

давлением в 1–10 Па, с помощью батареи конденсаторов большой емкости создавался мощный импульсный разряд. Максимальная сила тока в момент разрядного импульса достигала 10^5 – 10^6 А при длительности нарастания тока от нуля до максимума 5–10 мкс. Возникшая плазма сначала быстро стягивалась в шнур к оси разрядной трубки. В конце сжатия температура шнура достигала 10^6 К и даже нескольких миллионов градусов.

3. Однако удержать плазменный шнур в таком состоянии не удастся: происходят быстрые радиальные его колебания — он то расширяется, то снова сжимается. Вследствие *нестабильности, неустойчивости* плазмы в плазменном шнуре возникают деформации, которые изменяют геометрическую форму шнура. Результатом этого является нарушение термоизоляции, интенсивное взаимодействие плазмы со стенками, приводящее к загрязнению дейтерия веществом стенок и к быстрому охлаждению плазмы.

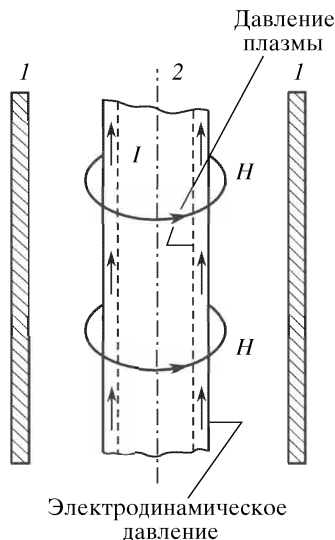


Рис. 80.6

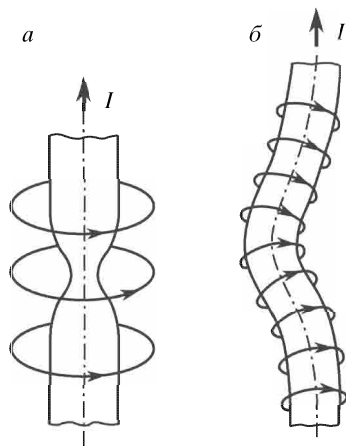


Рис. 80.7

Все это происходит за время в несколько микросекунд, сравнимое со временем разрядного импульса. К моменту, когда достигнут максимум тока, температура плазмы уже снижается по сравнению с той, которая у нее была в момент окончания первого сжатия в шнур.

На рис. 80.7 представлены две простейшие деформации плазменного шнура — его местное сужение и изгиб. Для осуществления управляемых термоядерных реакций необходимо выяснить условия, при которых высокотемпературная плазма, помещенная в магнитном

поле надлежащей конфигурации, может сохранять *устойчивость*. Решение этого вопроса, наряду с поисками путей повыше-

ния температуры плазмы до необходимой для самоподдерживающейся реакции синтеза, является главным направлением, в котором развиваются исследования по управляемым термоядерным реакциям.

Проблема устойчивости плазмы потребовала прежде всего тщательного изучения деформаций, которые могут возникнуть в плазменном шнуре. Не вдаваясь в детали, укажем, что в случае деформации, изображенной на рис. 80.7а, в области сужения (перетяжки) плазмы возрастает напряженность магнитного поля, а вместе с ней возрастают и электродинамические силы, стягивающие шнур в этой области. Между тем давление самой плазмы во всех ее сечениях одинаково, и плазма может свободно перетекать вдоль столба. Следовательно, в месте сужения возросшее электродинамическое давление не будет уравниваться давлением плазмы, и сужение будет продолжаться вплоть до разрыва шнура в области первоначального сужения. Аналогично можно показать, что возникшая в плазменном шнуре деформация изгиба будет развиваться и приведет к дальнейшему изгибанию шнура (рис. 80.7б).

В настоящее время детально изучены возможные виды неустойчивости плазмы. Для стабилизации плазмы применяются различные варианты использования дополнительных внешних магнитных полей, не связанных с током, проходящим через плазму.

4. На рис. 80.8 изображена установка для сжатия плазменного шнура быстро нарастающим магнитным полем. Это явление называется *тэта-пинч*. Газ, находящийся в кварцевой трубке 1, ионизируется с помощью вспомогательного высокочастотного генератора 2 путем создания в газе тлеющего разряда. После возникновения плазмы в трубке разрядное устройство 3 вызывает искру в разрядном промежутке 4, вследствие чего виток 5 подключается к конденсаторной батарее 6. При разряде конденсаторов через виток протекают огромные токи, порядка миллиона ампер. Вследствие этого внутри витка создается практически однородное магнитное поле, силовые линии которого направлены вдоль трубки (продольное поле). Индукцию этого поля можно оценить с помощью выражения $B \approx \mu_0 i / 2a$, которое получается из (40.21) при условии, что $r_0 = a$ — радиусу витка. Полагая $a \approx 0,1$ м, $i \approx 10^6$ А, получим $B \approx 4\pi \cdot 10^6 / (2 \cdot 10^7 \cdot 0,1) \approx 6$ Тл.

Быстро нарастающее магнитное поле сжимает плазму в очень узкий шнур. Процесс сжатия плазмы идет настолько быстро,

что возникающая при этом ударная волна разогревает плазму до температуры свыше 10 млн градусов.

Одним из недостатков тэта-пинча является утечка плазмы в торцы трубки. Борьбаться с утечкой плазмы в торцы можно

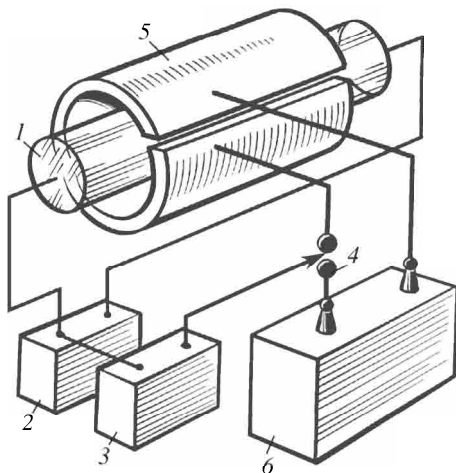


Рис. 80.8

с помощью *магнитных пробок*. Так называются созданные на концах трубки участки с повышенной индукцией магнитного поля — иными словами, с большой концентрацией силовых линий. Ионы и электроны, из которых состоит плазма, движутся в магнитном поле по винтовым линиям (см. § 41.7), навивающимся на силовые линии. Вблизи магнитной пробки скорость продольного движения уменьшается, скорость вращения нарастает, и ион, отразившись от магнитной пробки, возвращается опять в центральную часть камеры. Магнитные пробки используются в советской установке «Огра» — одной из крупнейших в мире установок данного типа.

5. Борьбаться с утечкой плазмы можно также, изготовив трубку в виде замкнутого кольца — *тороида*, у которого нет торцов. Однако здесь есть свой недостаток — плазма отжимается собственным магнитным полем к внешней стенке трубы. Тем не менее в настоящее время полагают, что именно в тороидальных установках удастся в ближайшее время получить высокотемпературную плазму, в которой можно будет реализовать управляемую термоядерную реакцию.

Наиболее удачной оказалась установка «Токамак», разработанная впервые в нашей стране. Это слово составлено из первых

словов названий основных элементов установки: ток, камера, магнитные катушки.

6. Как видно из схемы установки, показанной на рис. 80.9, токамак является по существу трансформатором с первичной

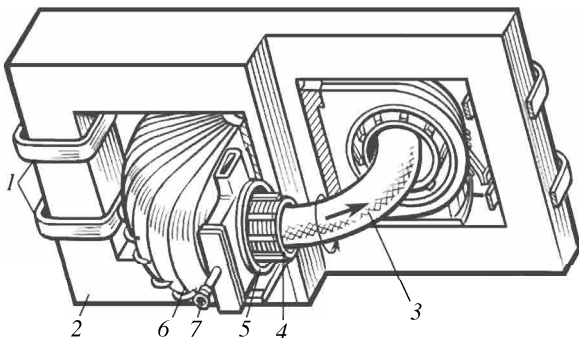


Рис. 80.9

обмоткой 1 и сердечником 2, набранным из стальных листов. Вторичная обмотка — это виток плазмы 3, находящейся в камере 4 в виде тора из тонкой нержавеющей стали, покрытого кожухом 5 из толстой меди; обе эти оболочки электрически изолированы друг от друга, и в зазоре между ними с помощью насосов поддерживается вакуум.

Импульсы тока в первичной обмотке индуцируют внутри тора вихревое электрическое поле с напряженностью, достаточной для ударной ионизации разреженного газа внутри камеры. Возникающий при этом ток порядка 10^6 А своим магнитным полем удерживает плазму, не давая ей соприкоснуться со стенками тора. Существенную роль в удержании плазмы играет также магнитное поле токов Фуко, индуцируемых плазмой в кожухе 5.

Для стабилизации плазмы и подавления возникающих в ней неустойчивостей используется дополнительное продольное магнитное поле, создаваемое катушками 6, намотанными на тор. Наблюдение за плазмой осуществляется через смотровой патрубок 7.

Другим типом тороидальных установок являются *стеллараторы*. Их конструкция мало отличается от токамака. Основное различие заключается в том, что плазма удерживается не собственным магнитным полем, а внешним магнитным полем, создаваемым винтовой обмоткой, намотанной на кожух.

7. Основными показателями плазмы, характеризующими возможность возникновения в ней термоядерных реакций, явля-

ются температура плазмы T , концентрация атомов n и время удержания τ . Точнее, важны не отдельные значения последних двух параметров, а их произведение: так называемый *параметр удержания* $n\tau$.

Так, самоподдерживающаяся реакция в плазме дейтерий–третий возникает при $n\tau > 3 \cdot 10^{20}$ с/м³ и температуре $T > 10^8$ К; в чистом дейтерии — при $n\tau > 10^{22}$ с/м³ и $T > 5 \cdot 10^8$ К (критерий Лоусона).

Такие параметры пока еще не получены, хотя в последние годы к ним удалось вплотную приблизиться. Есть все основания ожидать, что в ближайшее время удастся получить плазму с нужными параметрами и тем самым реализовать управляемую термоядерную реакцию.

Глава 81

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

§ 81.1. Два подхода к структуре элементарных частиц

1. *Элементарными* называются такие частицы, которые на современном уровне развития физики нельзя считать соединением других, более «простых» частиц, существующих в свободном состоянии. Элементарная частица при взаимодействии с другими частицами или полями должна вести себя как единое целое.

В современной физике микромира рассматривается проблема природы, свойств и взаимных превращений частиц. Структура элементарных частиц в современной физике рассматривается с двух точек зрения. Иногда можно считать эти частицы *бесструктурными* материальными точками, обладающими массой. Например, если нас интересует электрическое поле, созданное электроном вдали от него, то можно не учитывать структуру самого электрона. Представление о точечной элементарной частице находится в согласии с теорией относительности.

2. Если элементарная частица имеет конечные размеры, является протяженной, то она, будучи единым целым, не должна деформироваться, так как деформация по смыслу этого понятия связана с возможностью независимых движений отдельных частей целого. Но в применении к элементарной частице это означает, что внешнее воздействие на нее должно было бы *мгновенно*

передаваться от одних ее частей к другим. Это противоречит основному положению теории относительности об отсутствии в природе скоростей передачи взаимодействий, больших скорости света в вакууме. Таким образом, с точки зрения теории относительности элементарная частица должна быть точечной.

Однако представление о точечной, непротяженной частице приводит к явно неудовлетворительному выводу о том, что вещество, которое занимает определенный объем, состоит из непротяженных частиц! Наличие же некоторой *протяженности* частицы в пространстве неизбежно предполагает и существование у нее определенной *структуры*.

3. Из электродинамики известно, что неподвижная заряженная частица с зарядом e создает электростатическое поле с потенциалом φ , равным $e/(4\pi\epsilon_0 r)$, где r — расстояние от частицы. Для бесструктурной, точечной частицы это означает, что созданное ею поле в точке ее нахождения (при $r \rightarrow 0$) обладает бесконечным потенциалом, а следовательно, и бесконечной потенциальной энергией U . Но тогда и масса поля, созданного частицей, по формуле $m = U/c^2$ тоже будет бесконечной. Так в физику бесструктурных частиц вошли «бесконечности». Развитие всей квантовой механики в ее применении к элементарным частицам представляло собой непрерывное создание различных методов устранения «бесконечностей», введения определенной структуры элементарных частиц, которая не противоречила бы теории относительности.

4. Для выяснения структуры частиц микромира необходимо иметь дело с частицами весьма больших энергий. Легко показать, что с увеличением энергии сталкивающихся частиц можно получить информацию о явлениях, происходящих на все более малых расстояниях между частицами. В самом деле, предположим, что требуется выяснить, что происходит при соударении двух элементарных частиц на весьма малом расстоянии δ между этими частицами. Если координата частицы определена с точностью до δ , то неопределенность в ее импульсе будет $\Delta p \geq \hbar/\delta$, и, следовательно, неопределенность в энергии частицы будет не меньше, чем $\Delta \mathcal{E} = \hbar c/\delta$ (см. (16.25)). Чем меньше изучаемые расстояния δ , связанные со структурой элементарных частиц, тем больше должна быть энергия $\mathcal{E}$ частиц, ибо она не может быть меньше $\Delta \mathcal{E}$ (см. § 16.7). Поэтому современную физику элементарных частиц называют также *физикой высоких энергий*.

5. Как всякая бурно развивающаяся область знаний, учение об элементарных частицах не находится пока еще в таком завер-

шенном состоянии, которое допускало бы его систематическое изложение, в особенности в рамках более или менее элементарного курса. Поэтому в этой завершающей главе книги мы ограничимся кратким изложением основных экспериментальных данных и в меньшей степени будем касаться их последовательного теоретического истолкования.

§ 81.2. Основные характеристики элементарных частиц

1. Элементарные частицы относятся к микромиру — области пространства, простирающейся от расстояний 10^{-10} м в глубь атома. В микромире различаются несколько уровней, для которых характерны свои расстояния L и свои энергии $\mathcal{E}$. На первом — атомно-молекулярном уровне, для которого характерны расстояния $L \sim 10^{-10}$ – 10^{-8} м и энергии $\mathcal{E} \sim 1$ – 10 эВ, изучаются свойства атомов, молекул, их взаимодействия и поведение в различных условиях. На втором — ядерном уровне — изучаются атомные ядра. Для них характерны расстояния и энергии порядков $L \sim 10^{-15}$ – 10^{-14} м и $\mathcal{E} \sim 10^6$ – 10^8 эВ. На третьем — субъядерном уровне — находятся частицы, которые не являются атомами, молекулами или ядрами (кроме ядра атома водорода — протона).

В настоящее время максимальные энергии, достигнутые в лабораториях, порядка 500 ГэВ, и им соответствуют минимальные расстояния порядка 10^{-19} м. Эти значения соответствуют условиям, необходимым для изучения *элементарных частиц*, которые, хотя и необязательно являются бесструктурными, но на данном уровне развития физики высоких энергий не считаются состоящими из более мелких частиц.

2. Физика высоких энергий изучает свойства элементарных частиц, число которых в настоящее время (вместе с античастицами) близко к 400. У всех частиц, за небольшим исключением, существуют *античастицы*, подробно рассматриваемые в § 81.8. Ясно, что при таком их количестве необходимы систематизация и классификация элементарных частиц.

При изучении свойств элементарных частиц вводится в рассмотрение целый ряд физических величин, важнейшие из которых: масса, среднее время жизни, электрический заряд и спин.

Масса частицы m по уравнению Эйнштейна (16.1) $\mathcal{E} = \Gamma mc^2$ измеряется в энергетических единицах (эВ, МэВ или ГэВ). Значения масс существующих элементарных частиц изменяются в широких пределах: от нуля (фотон) до 90 ГэВ (промежуточные бо-

зоны). По сравнению с этим электрон и позитрон, массы которых равны 0,511 МэВ, — очень легкие частицы. Раньше за единицу массы принималась масса электрона. Так как в энергетических единицах масса электрона равна 0,511 МэВ, то для того, чтобы узнать, скольким электронным массам равна масса данной частицы, нужно ее массу в мегаэлектронвольтах (МэВ) умножить на два.

Первоначальная систематика элементарных частиц основывалась на значениях их масс. Так возникли термины: лептоны (легкие), мезоны (средние), барионы (массивные, тяжелые) и гипероны («гипер» по-гречески означает «над», «сверх»). В настоящее время эти термины сохранились, но потеряли свой прежний смысл. Например, тау-лептон вдвое массивнее протона, являющегося барионом.

Среднее время жизни частицы τ , т. е. средний промежуток времени от ее зарождения до распада, изменяется в чрезвычайно широких пределах и является мерой стабильности частицы. Среднее время жизни определяется как время, в течение которого первоначальное число частиц убывает в e раз (e — основание натуральных логарифмов).

Существуют абсолютно стабильные частицы, для которых $\tau = \infty$. Вместе с тем есть частицы, для которых τ составляет 10^{-20} с. Абсолютно стабильными являются фотон, нейтрино, электрон, протон и их античастицы.

Электрический заряд q измеряется в единицах элементарного заряда, равного модулю заряда электрона. Для всех частиц, которые могут существовать в *свободном состоянии*, электрический заряд q может иметь только целочисленные значения, обычно 0 или $\pm e$. Для некоторых резонансов (о которых речь впереди) заряд принимает значение $q = \pm 2e$. О том, с какой колоссальной точностью реализуются значения электрических зарядов частиц, свидетельствуют последние измерения электрического заряда нейтрона. По абсолютному значению он меньше, чем $10^{-21} e$ (!).

Спин J — собственный момент импульса (момент количества движения) частицы измеряется в единицах $\hbar$. Спин может принимать значения $n\hbar/2$, где n — целое число (включая нуль). Для имеющихся в настоящее время частиц спин находится в интервале от нуля, например, для пионов (см. § 81.5) до $6\hbar$ для мезонного резонанса, обнаруженного на Серпуховском ускорителе в 1983 г.

§ 81.3. Краткие сведения о космическом излучении

1. *Космическим излучением* называются попадающие на землю из космического пространства потоки атомных ядер и некоторых элементарных частиц. За пределами земной атмосферы в *первичное космическое излучение* входят атомные ядра с различными массовыми числами и энергиями на одну частицу, заключенными в интервале $10^9 \text{ эВ} \leq \mathcal{E} \leq 10^{20} \text{ эВ}$. Первичное космическое излучение с энергией, меньшей 10^{13} эВ на частицу, на 90 % состоит из протонов и, примерно, на 9 % из ядер гелия. Оставшийся 1 % приходится на ядра более тяжелых элементов. Отдельные частицы в первичном космическом излучении обладают огромной энергией порядка $10^{19} - 10^{21} \text{ эВ}$.

2. Помимо первичного космического излучения существует еще *вторичное космическое излучение*, в составе которого различают *мягкую* и *жесткую* компоненты. Мягкая компонента, состоящая в основном из электронов, позитронов и мюонов, сильно поглощается свинцом, жесткая — обладает большой проникающей способностью. В жесткую компоненту входят массивные быстрые заряженные частицы, теряющие энергию, в основном, лишь на ионизацию атомов, встречающихся на их пути. Частицы первичного космического излучения свою огромную энергию расходуют, главным образом, при неупругих столкновениях с ядрами атомов азота и кислорода в верхних слоях атмосферы.

3. Изучение космического излучения сыграло большую роль в ядерной физике и физике элементарных частиц. Именно при их исследовании были открыты также элементарные частицы, как позитрон, мюоны, пионы и К-мезоны, Λ-гиперон.

Космическое излучение еще долго сохранит свое значение в качестве уникального источника частиц со сверхвысокими энергиями. В самом деле, максимальная энергия частиц, разогнанных в современных ускорителях, равна 500 ГэВ, в то время как в космическом излучении встречаются частицы с энергиями $10^{10} - 10^{11} \text{ ГэВ}$ (хотя их число весьма мало). Изучение соударений таких частиц с массивными ядрами, например, свинца и аналогичных элементов позволит получить весьма ценную информацию о явлениях в мире элементарных частиц.

§ 81.4. Лептоны

1. Открытие электронов (см. § 37.10), позитронов (см. § 41.3) и нейтрино (см. § 79.12) и изучение их свойств явилось основой

для того, чтобы объединить их в один класс элементарных частиц — *лептонов* (от греч. leptós — тонкий, легкий).

Вначале полагали, что основным отличием лептонов от других элементарных частиц является их малая масса. Однако затем были обнаружены и более массивные лептоны.

В 1937 г. Андерсон и Неддермейер, изучая поглощение космического излучения в свинцовых фильтрах по методу камеры Вильсона, помещенной в магнитное поле, обнаружили новые частицы. Они получили трек заряженной частицы и по характеру искривления трека в магнитном поле установили положительный знак частицы. По производимому ею ионизационному действию и потерям энергии была оценена масса частицы. Она составила приблизительно $200m_e$ (m_e — масса электрона). Впоследствии были обнаружены отрицательные частицы с такой же массой. В дальнейшем для отличия этих частиц от других частиц с массой, промежуточной между массами электрона и протона, частицы с массой около $200m_e$ были названы *мюонами*.

2. Изучение изменения интенсивности жесткой компоненты космических лучей от высоты показало, что на уровне моря интенсивность мюонов заметно меньше, чем на высокой горе. Причиной убыли интенсивности мюонов за время пролета ими расстояния H , равного высоте горы, является *самопроизвольный распад мюона* на другие частицы. Оценим время этого распада. Время пролета t можно определить следующим образом: $t = H/v \approx H/c$. При этом предполагается, что мюоны движутся со скоростью, близкой к скорости света в вакууме. Далее воспользуемся формулой (79.3) для радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (81.1)$$

По известным из измерений числам мюонов на горе (N_0) и на уровне моря (N) можно определить постоянную распада λ , а по ней и среднее время жизни мюона τ_μ — время, в течение которого первоначальное число мюонов убывает в e раз, т. е. $N = N_0/e$. Из формулы (81.1) имеем

$$N_0/e = N_0 \exp(-\lambda\tau_\mu),$$

откуда $\tau_\mu = 1/\lambda$, или

$$N = N_0 \exp(-t/\tau_\mu). \quad (81.2)$$

Из формулы (81.2) легко получить после логарифмирования

$$\tau_\mu = \frac{t}{\ln(N_0/N)}. \quad (81.2')$$

Оценки τ_μ по формуле (81.2) привели к значению $\tau_\mu \approx 10^{-5}$ с. Более точные опыты по определению τ_μ , проведенные по методу поглощения жесткой компоненты космических лучей в свинцовых фильтрах с использованием весьма точных методов регистрации мюонов привели к значению $\tau_\mu = 2,2 \cdot 10^{-6}$ с.

3. Мюоны могут испытывать распад по схемам:

$$\mu^+ \rightarrow {}^0_{+1}e + {}^0_0\nu_e + {}^0_0\tilde{\nu}_\mu, \quad \mu^- \rightarrow {}^0_{-1}e + {}^0_0\tilde{\nu}_e + {}^0_0\nu_\mu, \quad (81.3)$$

где ${}^0_0\nu_e$ и ${}^0_0\nu_\mu$ — электронное и мюонное нейтрино (и соответственно антинейтрино). В настоящее время установлено, что нейтрино ${}^0_0\nu_e$ и антинейтрино ${}^0_0\tilde{\nu}_e$, испускаемые вместе с электронами, отличаются от нейтрино ${}^0_0\nu_\mu$ и антинейтрино ${}^0_0\tilde{\nu}_\mu$, испускаемых вместе с мюонами. Поэтому теперь принято различать электронное и мюонное нейтрино (и антинейтрино).

Электроны ${}^0_{-1}e$ и позитроны ${}^0_{+1}e$ от распада мюонов были отчетливо обнаружены по методу чувствительных ядерных фотоэмульсий. Энергия электрона (или позитрона), возникшего в реакциях (81.3), не превышает 50 МэВ и гораздо меньше энергий мюонов. Поэтому электрон (позитрон) не может быть единственной частицей при распаде мюона. Анализ процесса распада по законам сохранения привел к схемам (81.3). Из этих схем следует, что спин мюонов, как и электрона, должен быть равен $\hbar/2$, ибо спин нейтрино и антинейтрино равен $\pm\hbar/2$ каждый и эти спины взаимно компенсируются (при отсутствии строго выделенных ориентаций каждого из спинов).

4. Исследования показали, что мюоны весьма слабо взаимодействуют с ядрами атомов, они являются *ядерно-неактивными* частицами. В частности, это было обнаружено при изучении поглощения мюонов ядрами атомов свинца. Выяснилось, что взаимодействие мюонов с ядрами свинца характеризуется временем 10^{-8} с, которое в 10^{14} раз больше ядерного времени (10^{-22} с), характеризующего внутриядерные взаимодействия нуклонов (см. § 80.4). Отсюда следовало, что мюоны взаимодействуют с ядрами в 10^{14} раз слабее, чем это необходимо для обеспечения короткодействующего характера ядерных сил. Этот результат позволил сделать важный вывод о том, что мюоны не могут быть квантами ядерного поля, обеспечивающими обменное взаимодействие нуклонов в ядре (см. § 78.5).

Слабое взаимодействие мюонов с ядрами аналогично столь же слабому взаимодействию с ядрами электронов и позитронов,

а также нейтрино и антинейтрино. По этому признаку все указанные частицы в настоящее время объединяются в особый класс элементарных частиц, называемых *лептонами*. В современной физике слабое взаимодействие считается особым типом взаимодействия.

5. Для того чтобы отличить элементарные частицы, входящие в группу лептонов, им приписывается характеристика, называемая *лептонным зарядом* L . Считается, что все лептоны (электроны, отрицательные мюоны имеют лептонный заряд, равный $+1$, все антилептоны (позитроны, положительные мюоны и антинейтрино) — лептонный заряд, равный -1 , а все остальные частицы не имеют лептонного заряда. Процессы, происходящие с участием лептонов, характеризуются относительно медленным их протеканием и происходят так, что суммарная величина лептонного заряда сохраняется неизменной (закон сохранения лептонного заряда).

Из ядерной неактивности мюонов следует, что они не могут быть теми частицами в первичном космическом излучении, которые взаимодействуют с ядрами атомов атмосферных газов. К 1946 г. в физике космического излучения было накоплено достаточно данных о том, что в составе первичного космического излучения должны существовать *ядерно-активные* частицы, сильно взаимодействующие с ядрами и имеющие массы, промежуточные между массами мюона и протона.

6. В 1975 г. был обнаружен новый лептон τ^- , который был назван τ -лептоном (или таоном). Существование этой частицы было надежно подтверждено в 1978 г., когда удалось набрать статистику рождения десятков тысяч пар $\tau^- - \tau^+$. Параллельно было обнаружено и специфическое нейтрино ν_τ , отличное от электронного и мюонного.

Тау-лептон — массивная частица, масса ее равна 1784 МэВ, что почти вдвое больше массы протона. Масса тау-нейтрино, по видимому, не превосходит 164 МэВ. Спин этих частиц полуцелый, как и спин других лептонов. Электрический заряд тау-лептона равен заряду электрона, тау-нейтрино не имеет электрического заряда.

Вследствие своей большой массы тау-лептон неустойчив; его время жизни $3,5 \cdot 10^{-13}$ с. Тау-нейтрино, возможно, стабильно.

Существуют разные способы распада тау-лептона. Некоторые наиболее вероятные распады, обнаруженные в эксперименте:

$$\tau^- \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e + \nu_\tau, \quad \tau^- \rightarrow \mu^- + \tilde{\nu}_\mu + \nu_\tau, \quad \tau^- \rightarrow \pi^- + \nu_\tau;$$

$$\tau^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \tilde{\nu}_\tau, \quad \tau^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu + \tilde{\nu}_\tau, \quad \tau^+ \rightarrow \pi^+ + \tilde{\nu}_\tau.$$

В табл. 81.1 приведены важнейшие свойства лептонов. В ней содержатся три лептонных дублета (частицы и соответствующие нейтрино). Античастицы, имеющие противоположные частицам электрические заряды, в таблицу не включены. В табл. 81.1 указаны три различных лептонных заряда: электронный лептонный заряд L_e , мюонный лептонный заряд L_μ и таонный лептонный заряд L_τ . Естественно, что у антилептонов эти заряды соответственно равны -1 . Предлагаем читателю показать, что во всех распадах лептонов, рассмотренных в данном параграфе, сохраняется не только суммарный лептонный заряд $L = L_e + L_\mu + L_\tau$, но и каждый из лептонных зарядов в отдельности.

Таблица 81.1

Семейство лептонов	Частицы	Лептонный заряд			Спин, $\hbar$	Масса, МэВ	Среднее время жизни, с
		L_e	L_μ	L_τ			
Электронный дублет	${}^0_{-1}e$	+1	0	0	1/2	0, 511	∞
	${}^0_0\nu_e$	+1	0	0	1/2	$< 46 \cdot 10^{-6}$	∞
Мюонный дублет	μ^-	0	+1	0	1/2	105, 66	$2, 2 \cdot 10^{-6}$
	${}^0_0\nu_\mu$	0	+1	0	1/2	0, 25	$\infty (?)$
Таонный дублет	τ^-	0	0	+1	1/2	1784	$3, 5 \cdot 10^{-13}$
	${}^0_0\nu_\tau$	0	0	+1	1/2	< 70	?

§ 81.5. Мезоны

1. В 1947 г. С. Пауэлл и его сотрудники обнаружили в ядерных фотоэмульсиях частицы более тяжелые, чем мюоны, с массой, близкой к $300m_e$. На рис. 81.1 изображена схема процесса, обнаруженного в фотоэмульсии. В точке A частица с массой $\approx 300m_e$ остановилась и возникла частица с массой $\approx 200m_e$, движущая до точки B , где она также остановилась. Частица с треком AB оказалась мюоном с соответствующим ему распадом в точке B . Первичная частица, распад которой привел в точке A к рождению мюона, была названа *пионом*. На рис. 81.2 схематично изображена последовательность $(\pi-\mu-e)$ -распада.

Из анализа длин пробегов были найдены энергии обеих частиц, а из законов сохранения энергии и импульса установлено,

что вместе с положительным пионом должна рождаться еще одна частица, которая уносит значительно большую энергию, чем мюон. Масса ее, как это следовало из законов сохранения, должна быть значительно меньше масс мюона и электрона. Отсутствие

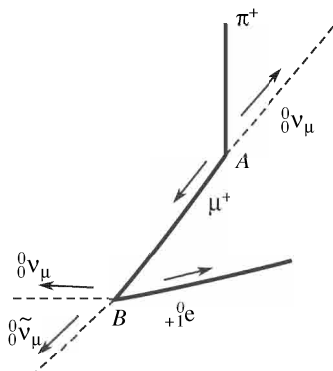


Рис. 81.1

электронно-позитронных пар в фотоэмульсии на пути второй частицы, родившейся вместе с мюоном, исключало возможность того, что это был γ -фотон. Исследования показали, что при распаде π^+ -мезона, кроме положительного мюона, рождается мюонное нейтрино — $\bar{\nu}_\mu$, согласно реакции

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \bar{\nu}_\mu. \quad (81.4)$$

2. Изучение взаимодействия пионов с легкими ядрами показало, что может происходить захват пиона ядром.

Такой захват приводит к расщеплению ядер, которое обнаруживается в виде звезды в ядерной фотоэмульсии. На рис. 81.3 показана точка A, в которой произошло образование звезды. Анализ следов в ядерных фотоэмульсиях, проведенный на основе законов сохранения энергии и импульса и учитывающий энергию связи и кинетическую энергию всех частиц, показал, что энергия покоя пиона близка к 140 МэВ, что соответствует массе примерно $270m_e$.

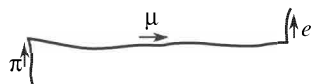


Рис. 81.2

3. Изучение ядерных превращений типа звезды, вызываемых пионами, показало, что, кроме *положительных пионов* (π^+), существуют *отрицательные пионы* (π^-), которые легче поглощаются ядрами атомов. Это нетрудно понять. Положительный пион должен иметь значительно большую кинетическую энергию, чем отрицательный пион, чтобы преодолеть кулоновское отталкивание положительного ядра, проникнуть в него и вызвать ядерное превращение типа звезды. Чаще положительные пионы распадаются вблизи ядра по уравнению (81.4). В космическом излучении пионы образуются в результате разрушения ядер атомов атмосферных газов быстрыми космическими частицами (протонами, α -частицами). Наряду с тяжелыми частицами при разрушении ядер образуются и пионы.

4. Вскоре после обнаружения пионов в космическом излучении они были получены искусственно в лаборатории. Для возникновения пионов нужны весьма быстрые заряженные частицы, которые должны взаимодействовать с ядрами атомов мишени, где должны быть получены пионы. Например, энергия протонов должна быть порядка 300 МэВ.

Схема получения пионов изображена на рис. 81.4. При бомбардировке мишени A из бериллия или углерода быстрыми протонами ${}^1_1p$ (а также α -частицами) возникали пионы, вылетающие из мишени под произвольными углами. Магнитное поле ускорителя закручивало пионы по круговым траекториям с радиусами, определяемыми их скоростями. Пионы, вылетающие из мишени вперед, разделялись: отрицательные пионы выводились из камеры ускорителя, а положительные отклонялись внутрь камеры. Для пионов, вылетающих из мишени назад, картина отклонений будет обратная. На рис. 81.4 это не показано.

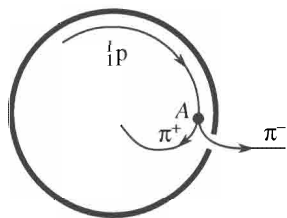


Рис. 81.4

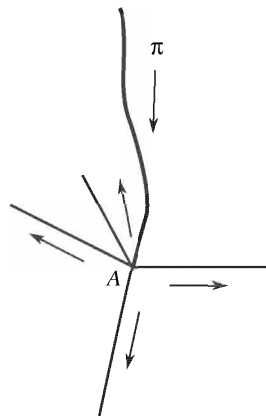


Рис. 81.3

Пионы, выведенные из камеры, исследовались по их энергиям, импульсам и массам методами отклонения в электрических и магнитных полях. Изучение пионных пучков позволило установить время τ жизни пионов. Измерения с помощью сцинтилляционных счетчиков фиксируют промежуток времени между моментом зарождения пиона и моментом его распада на мюон и ней-

трино (или антинейтрино).

Оказалось, что время жизни *одинаково* для положительных (π^+) и отрицательных (π^-) пионов и на два порядка меньше, чем у мюонов. Это согласуется с тем, что в космическом излучении у поверхности Земли число пионов много меньше числа мюонов. Отрицательный пион распадается по схеме, аналогичной (81.4):



где μ^- — отрицательный мюон, а ${}^0_0\tilde{\nu}_\mu$ — мюонное антинейтрино.

Опыты с искусственными пионами позволили найти точное значение массы пионов.

5. Опыты показали, что, кроме заряженных пионов ($\pi^\pm$ -мезонов), существуют нейтральные пионы (π^0 -мезоны). Они обладают весьма малым временем жизни и распадаются на два γ -фотона:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma. \quad (81.6)$$

Оценка времени жизни нейтрального пиона основана на анализе последующего образования γ -квантами электронно-позитронных пар

$$\begin{aligned} \pi^0 &\rightarrow \gamma \rightarrow {}^0_+e + {}^0_-e, \\ &\rightarrow \gamma \rightarrow {}^0_+e + {}^0_-e. \end{aligned} \quad (81.7)$$

Так как ни π^0 -мезон, ни γ -квант не оставляет следов в ядерных эмульсиях, время жизни π^0 -мезона определяется измерением расстояний l в фотоэмульсии от точки O , где образуется нейтральный пион в результате действия быстрых заряженных частиц на ядра, до ближайшей точки A , где рождается пара ${}^0_+e - {}^0_-e$ (рис. 81.5). Такой анализ позволил установить, что время жизни этого пиона составляет около $5 \cdot 10^{-15}$ с. Более точные измерения привели к следующему значению:

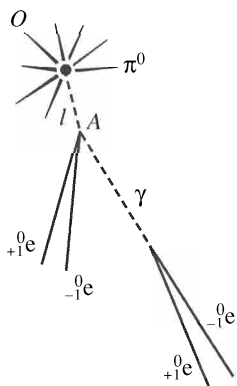
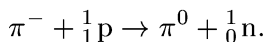


Рис. 81.5

$$\tau_{\pi^0} = 0,80 \cdot 10^{-16} \text{ с.}$$

Приведенные цифры показывают, что при изучении элементарных частиц в современной ядерной физике их характеристики измеряются с большой точностью.

6. Для измерения массы нейтрального пиона и других нейтральных частиц нельзя воспользоваться, как для заряженных частиц, изучением траектории частицы в магнитном поле. В этих случаях пользуются законами сохранения энергии и импульса, а также реакциями взаимодействия данной частицы с другими частицами. Например, при взаимодействии отрицательного пиона с протоном происходит превращение отрицательного пиона в нейтральный пион, а протона — в нейтрон:



Нейтральный пион распадается на два фотона:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma.$$

Массы и энергии протона, нейтрона и отрицательного пиона в этих превращениях известны, а энергии γ -квантов могут быть измерены. Кроме того, должны быть использованы данные об импульсах частиц в указанных превращениях. Тогда можно определить массу нейтрального пиона.

Спин нейтрального пиона может быть определен из реакции его распада (81.6). Из этой реакции следует, что его спин не равен единице. В противном случае нейтральный пион не мог бы распадаться на два фотона, каждый из которых имеет спин, равный $\hbar$. В настоящее время установлено, что спин π^0 -мезона равен нулю. Это соответствует тому, что в реакции (81.6) спины каждого из фотонов как бы компенсируют друг друга. Спины заряженных пионов также оказались равными нулю, как это следует из целого ряда данных.

7. В 1949 г. были обнаружены частицы с массами, близкими к $1000 m_e$. Они называются *каонами* или К-мезонами. Выяснилось, что эти частицы вызывают в ядерных фотоэмульсиях ядерные превращения типа звезд. Вторичными частицами этих превращений являются пионы и мюоны, а также электроны и позитроны. Существуют заряженные каоны — положительные (K^+), и отрицательные (K^-), а также нейтральные каоны (K^0) и антикаон-каоны ($\bar{K}^0$) (вопрос об античастицах подробнее рассмотрен дальше, в § 81.8). В дальнейшем выяснилось, что существует два типа нейтральных каонов: K_S^0 и K_L^0 , которые имеют различные времена жизни (см. табл. 81.3).

Детальное изучение распадов методом ядерных фотоэмульсий показало, что все каоны относятся по массам, зарядам и спинам к разновидностям близких друг к другу частиц. Каоны, как и пионы, не имеют спина — спин всех каонов равен нулю.

8. Все сведения о разновидностях каонов получены при изучении их распадов, а также механизмов их рождения. Рассмотрим в качестве примера распады положительного (K^+)-каона. Чаще всего положительный каон распадается на положительный мюон и мюонное нейтрино ${}^0_0\nu_\mu$.

$$K_{\mu 2}^+ \rightarrow \mu^+ + {}^0_0\nu_\mu.$$

Индексами внизу у K^+ -каона обозначены частицы, появившиеся в результате распада, и общее число частиц при распаде. В дальнейшем это сделано и в других реакциях распадов.

Достаточно часто происходит распад на два пиона:

$$K_{\pi 2}^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0.$$

Помимо указанных, наблюдаются еще четыре вида распадов положительного каона:

$$\begin{aligned} K_{\pi 3}^+ &\rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^+, & K_{\pi 3}^+ &\rightarrow \pi^+ + \pi^0 + \pi^0, \\ K_{\mu 3}^+ &\rightarrow \mu^+ + \pi^0 + {}^0_0\nu_{\mu}, & K_{e 3}^+ &\rightarrow {}^0_{+1}e + \pi^0 + {}^0_0\nu_e. \end{aligned}$$

Такого типа распады наблюдались как в космическом излучении, так и в случае искусственных положительных каонов, полученных в ускорителях.

§ 81.6. Барионы

1. Большой класс элементарных частиц образуют *барионы*, включающие в себя известные нам *нуклоны* — протон и нейтрон, а также большую группу частиц с очень большими массами, так называемые *гипероны*.

Значительные массы этих частиц (по сравнению с массами лептонов и мезонов) и явились причиной их названий: от греч. *baros* — тяжесть и *hyper* — сверх, т. е. массивные и сверхмассивные частицы (см. табл. 81.3).

2. В ядерных фотоэмульсиях обнаружена большая группа частиц, называемых *гиперонами*. Это частицы с массами большими, чем массы нуклонов. Все гипероны имеют спины, равные $\hbar/2$. Исключение составляет Ω^- -гиперон, у которого спин равен $3/2 \hbar$.

Для всех элементарных частиц может быть введено понятие *барионного заряда*. Если определить, что для барионов этот заряд равен единице, для антибарионов — минус единице, а для частиц, не принадлежащих к классу барионов, равен нулю, то можно сформулировать *закон сохранения барионного заряда: при всех ядерных превращениях в изолированной системе барионный заряд сохраняется неизменным*.

Закон сохранения барионного заряда, как и закон сохранения электрического заряда, справедлив как при сильных взаимодействиях, так и при электромагнитных взаимодействиях. Если, например, до превращения имелся один барион — нейтрон с барионным зарядом, равным единице, то после превращения

должен существовать один барион — нейтрон, протон или один из гиперонов, для которых барионный заряд тоже равен единице.

3. Гипероны весьма неустойчивы и имеют время жизни, изменяющееся в интервале от 10^{-11} до 10^{-10} с.

Изучение свойств гиперонов в пузырьковых камерах, помещенных в магнитное поле, позволило установить наличие как нейтральных, так и заряженных положительных и отрицательных гиперонов.

На рис. 81.6 приведена в качестве примера схема распада ламбда-нуль-гиперона (Λ^0), заканчивающаяся распадом в форме звезды π^- -мезона, который образовался из Λ^0 -гиперона:

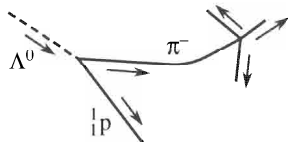
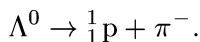


Рис. 81.6

Изучение следов частиц, изображенных на рис. 81.6, позволило определить энергии протона $\frac{1}{2}p$ и π^- -мезона и определить по балансу энергии при распаде массу Λ^0 -гиперона. Весьма точное определение в камерах момента рождения Λ^0 -гиперона и момента его распада позволило измерить время жизни этой частицы.

4. При изучении каонов и гиперонов выяснилось, что свойства их необычны и отличаются от свойств других частиц. Поэтому каоны и гипероны называются *странными частицами*.

Рождение странных частиц несомненно вызывается сильным взаимодействием, т. е. время рождения этих частиц соответствует времени сильных взаимодействий (10^{-23} – 10^{-22} с). Вместе с тем, распадаясь на *ядерно-активные* пионы по схемам, приведенным выше, т. е. на частицы, характеризующие сильные взаимодействия, каоны имеют значительно большие времена жизни (10^{-10} – 10^{-8} с), наблюдаемые для ядерно-пассивных мюонов, т. е. для слабого взаимодействия. Далее, было установлено, что каоны и гипероны всегда рождаются парами и не в любых комбинациях.

Наконец, обнаружилось существенное отличие в условиях образования и реакциях взаимодействия каонов с другими частицами. Например, при энергиях в несколько ГэВ число возникающих K^+ -мезонов в 10^2 раз превышает число образующихся K^- -мезонов; K^+ -мезон возникает в паре как с K^- -мезоном, так и с гиперонами, а K^- -мезон возникает в паре *только* с K^+ -мезоном.

§ 81.7. Роль электромагнитного взаимодействия в ядерной физике

1. Различие в массах заряженных ($\pi^\pm$) и нейтрального (π^0) пионов, так же как и различие в массах двух состояний нуклона в ядре — протонного и нейтронного, рассматривается в ядерной физике в связи с представлением о *зарядовой независимости ядерных сил* и вытекающими отсюда следствиями. Как уже указывалось, ядерные силы, действующие между нуклонами, не зависят от того, имеет ли ядерная частица электрический заряд. Различие между протоном и нейтроном в отношении заряда проявляется лишь в электромагнитных, а не ядерных взаимодействиях частиц. Требование зарядовой независимости ядерных сил приводит к определенным ограничениям взаимодействия пионов с нуклонами. Короткодействующий характер ядерных сил можно объяснить «обменом» нуклонов пионами.

2. Как показали расчеты, для зарядовой независимости ядерных сил необходимо, чтобы взаимодействие нуклонов с заряженными пионами было одинаковым независимо от знака заряда пиона. Если бы в ядре отсутствовали электромагнитные взаимодействия и единственным взаимодействием было *π -мезонное, ядерное взаимодействие*, то зарядовая независимость ядерных сил привела бы к одинаковым значениям масс нуклонов (протона и нейтрона) и одинаковым значениям масс всех пионов. Различие в массах нуклонов и пионов возникает за счет наличия, помимо ядерного, еще электромагнитного взаимодействия, обусловленного зарядом частиц. Энергии взаимодействующих заряженных частиц отличны от энергий нейтральных частиц. Вследствие этого и массы заряженных и нейтральных частиц оказываются различными. Подобно тому как учет влияния спина на энергию электронов в атоме приводит к расщеплению энергетических уровней электронов (см. § 72.6), учет добавок электромагнитного взаимодействия к ядерному приводит к тому, что двойное состояние нуклона (протонно-нейтронное) расщепляется на два различных по массам состояния — массы частиц $\frac{1}{0}\text{p}$ и $\frac{1}{1}\text{p}$ оказываются различными. Вследствие тех же причин вместо одной массы пионов возникают две близкие массы — у заряженных пионов и у нейтрального пиона.

На рис. 81.7 условно изображены значения масс без учета электромагнитного взаимодействия (*а*) и с учетом электромагнитного взаимодействия (*б*).

3. Зарядовая независимость ядерных сил и наличие дополнительных электромагнитных взаимодействий частиц в ядре приводят к тому, что массы нейтральных и заряженных частиц отличаются. Это отличие имеет электромагнитное происхождение. Масса частицы как бы складывается из основной части, имеющей ядерное происхождение, и некоторой дополнительной массы, имеющей электромагнитную природу. Считается, что эта добавочная масса может быть как положительной, т.е. связанной с увеличением энергии, так и отрицательной, если энергия уменьшается в результате электромагнитного взаимодействия. Например, в нуклоне, где масса m_n на $2,53m_e$ больше, чем масса протона, электромагнитная добавка отрицательна. У пионов, где масса нейтрального π^0 -пиона на $8,98m_e$ меньше массы $\pi^\pm$ -пионов, электромагнитная добавка к массе положительна. Электромагнитная добавка к массам у заряженных пионов принимается одинаковой, и эти пионы имеют одинаковую массу.

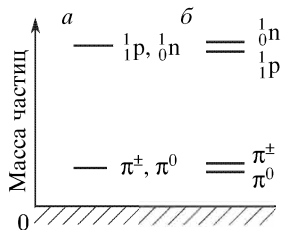


Рис. 81.7

4. Зарядовая независимость ядерных сил и те следствия, к которым она приводит, являются характерным признаком так называемых *сильных взаимодействий*. Примером таких взаимодействий, помимо ядерных сил между нуклонами, служат процессы образования частиц в ядерных взаимодействиях при высоких энергиях. Все процессы, в которых проявляются сильные взаимодействия, протекают весьма быстро во времени. Характерным временем для сильных взаимодействий является ядерное время, приблизительно равное 10^{-22} с.

5. Кроме сильных взаимодействий, существуют еще *электромагнитные* и *слабые взаимодействия*. О слабых взаимодействиях мы уже говорили, рассматривая взаимодействие мюонов с ядрами. Слабыми являются также взаимодействия, приводящие к процессам $\beta_\pm$ -распадов ядер. Электромагнитные взаимодействия обусловлены наличием у элементарных частиц электрических зарядов. Этими взаимодействиями объясняется кулоновское отталкивание протонов в ядрах, а также процессы рождения и уничтожения электронно-позитронных пар. Для электромагнитных и слабых взаимодействий между частицами не существует зарядовой независимости — силы взаимодействий этих типов *зависят* от наличия у частиц электрического заряда.

§ 81.8. Античастицы

1. В современной физике элементарных частиц обнаружено, что, за небольшим исключением, каждой элементарной частице соответствует античастица.

В настоящее время известно всего несколько частиц, у которых отсутствуют античастицы, или, точнее, известны несколько частиц и античастиц, которые *тождественны* друг с другом: фотон, π^0 -мезон, η^0 -мезон, а также нейтральные каоны. Такие частицы называются *абсолютно* или *истинно нейтральными*. Понятие абсолютной нейтральности не следует смешивать с электрической нейтральностью частицы, ибо у нейтральной частицы может быть античастица. Отсутствия электрического заряда еще недостаточно для абсолютной нейтральности частицы.

В качестве примеров частиц и античастиц укажем на электрон и позитрон, мюоны μ^+ и μ^- , пионы π^+ и π^- , электронное и мюонное нейтрино ${}^0_0\nu_e$, ${}^0_0\nu_\mu$ и антинейтрино ${}^0_0\bar{\nu}_e$, ${}^0_0\bar{\nu}_\mu$, каоны K^+ и K^- .

Массы, спины и времена жизни у частиц и античастиц одинаковы. Значения электрических, а также барионных зарядов частиц и античастиц численно равны, но противоположны по знаку. Знаками отличаются также у частиц и античастиц их магнитные моменты. Наличие электрического заряда не является непременным условием существования пары частица — античастица.

2. Впервые представление об античастице возникло в 1927–1928 гг., когда Дирак на основе квантовой механики показал, что электрон должен иметь спин и что для свободного электрона имеются две области значений полной энергии $\mathcal{E}$: одна от $m_e c^2$ до $+\infty$, другая от $-m_e c^2$ до $-\infty$, где m_e — масса электрона. Отрицательные значения полной энергии свободного электрона означали возможность существования *отрицательной* массы, что представляло серьезные трудности. Например, электрон в состояниях с отрицательной массой должен был, испытывая действие внешней силы, приобретать ускорение, направленное *противоположно* действующей силе. Попытки считать, что действие внешней силы, нарушающей свободное движение, может означать нарушение выводов из теории Дирака, оказались несостоятельными. Дело в том, что наличие отрицательной энергии вытекает из теории относительности. Согласно теории относительности, между энергией $\mathcal{E}$, импульсом p и массой m_e электрона

имеется связь (см. § 16.3):

$$\mathcal{E}^2 = p^2 c^2 + m_e^2 c^4,$$

откуда при $p = 0$ имеем, что $\mathcal{E} = \pm m_e c^2$. На рис. 81.8 изображены две области дозволённых значений энергии, разделённые интервалом $2m_e c^2$. В этом интервале нет дозволённых для электрона уровней энергии. Как показал Дирак, в квантовой механике вероятность перехода из состояния с положительной энергией в область состояний с отрицательной полной энергией *отлична от нуля*. В классической физике наличие отрицательных энергий не принималось во внимание: поскольку переход от положительных энергий (точка А на рис. 81.8) в область отрицательных энергий (точка В) требует «скачка» величиной $2m_e c^2$, такой переход считался невозможным. Для того чтобы понять интерпретацию, которую Дирак дал полученному им результату, заметим, что для электрона ($-e$) с отрицательной массой ($-m_e$) удельный заряд $(-e)/(-m_e)$ равен удельному заряду положительного электрона ($+e$) с положительной массой:

$$\frac{-e}{-m_e} = \frac{+e}{+m_e}.$$

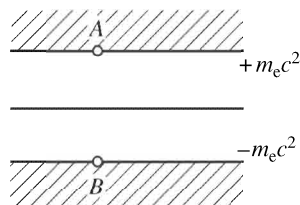


Рис. 81.8

3. Дирак высказал гипотезу о том, что область отрицательных энергий на рис. 81.8 содержит квантованные уровни отрицательной энергии. Все эти уровни *заполнены* электронами, которые размещаются на этих уровнях в соответствии с принципом Паули. Электроны на отрицательных уровнях создают некоторый фон, который себя не обнаруживает, если все уровни полностью заняты. Электроны на отрицательных уровнях не могут проявить никакого действия. Уровни энергии, расположенные в области положительных энергий (выше точки А на рис. 81.8), лишь частично заполнены электронами. Если электрон, находящийся на уровне с отрицательной энергией, получит энергию $\mathcal{E} \geq 2m_e c^2$, то он перейдет в область положительных энергий, где проявит себя как «обычный» электрон. На освободившемся месте в фоне отрицательных энергий появится при этом «дырка», проявляющая себя как *положительный электрон*, т. е. *позитрон*.

Гипотеза Дирака была подтверждена экспериментально в 1932 г., когда позитрон обнаружили в космических лучах.

Рассмотренный Дираком процесс есть не что иное, как процесс образования электронно-позитронной пары. В схеме Дирака процесс уничтожения электронно-позитронной пары означает переход электрона с уровня положительной энергии на вакантное «пустое» место в фоне отрицательных энергий, сопровождающийся переходом энергии сливающихся частиц в энергию электромагнитного поля (рождение двух γ -фотонов).

4. Открытие пары частица–античастица (электрон–позитрон) указало на *симметрию* элементарных частиц в отношении знака их зарядов, получившую название *принципа зарядового сопряжения*. Согласно этому принципу *заряженные элементарные частицы существуют парами*. У каждой заряженной частицы должна быть античастица с противоположным по знаку электрическим зарядом. Поэтому у протона должна существовать античастица — *антипротон* ${}_{-1}^1\tilde{p}$.

Впоследствии принцип зарядового сопряжения был распространен не только на заряды, но и на такие характеристики элементарных частиц, как лептонный и барионный заряды и др. Особенно важным было обобщение принципа зарядового сопряжения на нейтральные частицы: нейтрон и нейтрино. Согласно этому обобщению следовало ожидать, что должны существовать *антинейтрон* ${}^1_0\tilde{n}$ и *электронное* ${}^0_0\tilde{\nu}_e$, *мюонное* ${}^0_0\tilde{\nu}_\mu$ и *таонное* ${}^0_0\tilde{\nu}_\tau$ антинейтрино.

5. При соединении частицы с античастицей происходит выделение энергии, не меньшей удвоенной энергии покоя каждой из них. Зарождение пары частица–античастица требует затраты энергии, *превышающей* удвоенную энергию покоя пары. Это связано с необходимостью сообщить рождающейся паре некоторый импульс и кинетическую энергию.

Расчеты показывают, что наименьшая энергия, необходимая для рождения пары протон–антипротон, составляет в системе координат, где один нуклон покоится, $6m_p c^2$ (m_p — масса протона), или 5,6 ГэВ. Однако за счет ряда эффектов при практическом осуществлении получения пары ${}^1_1p - {}^1_{-1}\tilde{p}$ (внутренние движения нуклонов в ядрах мишени и др.) наименьшая энергия для рождения этой пары снижается до 4,3 ГэВ.

6. Особенностью античастиц является их способность к быстрому воссоединению со своими частицами — позитронов с электронами, антипротонов с протонами, антинейтронов с нейтронами. Это связано с тем, что вещество, из которого построена окружающая нас природа, состоит из частиц — электронов, про-

тонов и нейтронов. Античастицы — позитроны, антипротоны, антинейтроны, — встречаясь в веществе со своими имеющимися в избытке «партнерами по паре», воссоединяются с ними и перестают существовать, вызывая по законам сохранения рождение новых частиц и полей.

Легко представить себе, что в так называемом «антивеществе» «антиатомы» содержали бы в своих ядрах антипротоны и антинейтроны, а на периферии «антиатомов» находились бы позитроны. Электроны, протоны и нейтроны в «антивеществе» испытывали бы столь же быстрое воссоединение при встрече с позитронами, антипротонами и антинейтронами. Таким образом, стабильность «привычных» частиц и нестабильность их античастиц условна: в вакууме античастицы — позитроны, антипротоны и антинейтроны — столь же стабильны, как и их частицы — электроны, протоны и нейтроны.

7. Пятидесятые годы нашего столетия ознаменовались обнаружением на опыте тяжелых античастиц.

Антипротон ${}_{-1}^1\tilde{p}$ был обнаружен экспериментально в конце 1955 г. О. Чемберленом, Э. Сегрэ, К. Вигандом и Т. Испилантисом при бомбардировке медной мишени

протонами, ускоренными в камере бэватрона — ускорителя протонов (г. Беркли, США) — до энергии порядка 6 ГэВ. Схема опыта изображена на рис. 81.9. Пучок ускоренных протонов бомбардировал медную мишень T . Возникшие при этом отрицательные частицы отклонялись магнитным полем бэватрона и пропускались через дополнительное магнитное поле двух магнитных линз M_1 , пропускающих частицы с определенным импульсом, равным 1,19 ГэВ/с. Вместе с предполагаемыми антипротонами ${}_{-1}^1\tilde{p}$ при этом через магнитное поле проходили π^- -мезоны. Например, при энергии протонов 6,2 ГэВ на один антипротон приходится 62 000 пионов.

Основная трудность эксперимента по идентификации антипротонов состояла в отделении их от пионов и измерении их масс. Массы частиц определялись по результатам измерений их

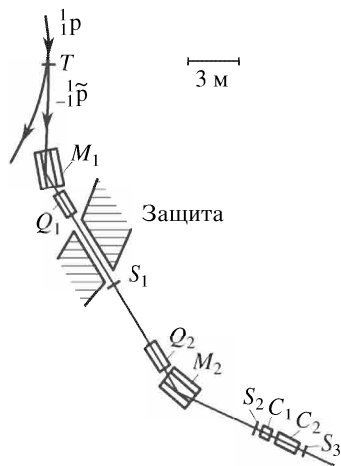


Рис. 81.9

импульсов (методом отклонения в магнитных полях) и скоростей. Последние измерялись двумя независимыми способами: по времени пролета и с помощью счетчиков Черенкова. Пучок отрицательных частиц проходил через фокусирующее магнитное поле Q_1 и попадал в сцинтилляционный счетчик S_1 . Затем, пройдя последовательно через магнитную линзу Q_2 , отклоняющее магнитное поле M_2 , второй сцинтилляционный счетчик S_2 и счетчики Черенкова C_1 и C_2 , частицы регистрировались сцинтилляционным счетчиком S_3 . Черенковский счетчик C_1 пропускал частицы, для которых $v/c > 0,79$. Черенковский счетчик C_2 отфильтровывал π^- -мезоны. Он пропускал лишь частицы, для которых v/c заключено в пределах $0,75 < v/c < 0,78$. Этому условию удовлетворяли антипротоны ${}_{-1}^1\tilde{p}$, для которых при импульсе $1,19 \text{ ГэВ/с}$ отношение $v/c = 0,78$; для пионов при том же импульсе $v/c = 0,99$. Кроме того, измерялось время t пролета частиц между счетчиками S_1 и S_2 , оказавшееся равным соответственно $5,1 \cdot 10^{-8} \text{ с}$ для ${}_{-1}^1\tilde{p}$ и $4 \cdot 10^{-8} \text{ с}$ для пионов.

Надежность методики обнаружения антипротонов и тождественность масс антипротона и протона проверялись следующим остроумным способом. Если изменить направления всех магнитных полей на противоположные и направить в установку протоны с импульсом $1,19 \text{ ГэВ/с}$, то срабатывание всех счетчиков должно происходить точно так же, как и при прохождении через установку антипротонов. Опыты подтвердили это, и таким образом существование антипротона было доказано совершенно однозначно.

Измерение магнитного момента антипротона подтвердило, что эта частица имеет знак заряда, противоположный протону. Магнитный момент в первых, недостаточно точных, опытах оказался равным $-1,8 \mu_y$ и меньшим теоретически ожидаемого значения $-2,79 \mu_y$.

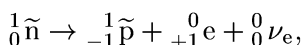
8. В 1956 г. в опытах Б. Корка, Г. Ламбертсона, О. Пиччони и В. Вензеля был экспериментально обнаружен *антинейтрон* ${}_{-1}^0\tilde{n}$. Для получения этой частицы использовалась реакция перезарядки антипротонов ${}_{-1}^1\tilde{p}$, происходящая при превращении антипротона и протона в антинейтрон и нейтрон:

$${}_{-1}^1\tilde{p} + {}_1^1p \rightarrow {}_{-1}^0\tilde{n} + {}_0^1n. \quad (81.8)$$

Факт образования антинейтрона обнаруживался по воссоединению его с нейтроном. При этом должна выделяться энергия $\mathcal{E} = 2m_n c^2 = 1900 \text{ МэВ}$, где m_n — масса нейтрона (и антинейтрона). Эта энергия идет в основном на образование π^- - и $K^\pm$ -мезонов

в соотношении приблизительно 95 % к 5 %. Наблюдение звезд в фотоэмульсиях при воссоединении нейтрона и антинейтрона показало, что при этом образуются в среднем три заряженных пиона, каждый из которых уносит энергию примерно 250 МэВ. Кроме заряженных, возникают еще нейтральные пионы и каоны, на которые приходится остальная энергия воссоединения.

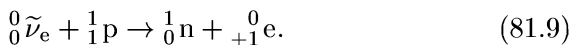
Подобно свободному нейтрону, свободный антинейтрон испытывает радиоактивный распад с периодом полураспада $(898 \pm \pm 16)$ с. Реакция распада антинейтрона имеет вид



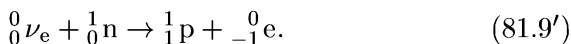
где ${}^0_0\nu_e$ — электронное нейтрино.

9. Огромный интерес и большие трудности представляло прямое экспериментальное доказательство наличия нейтрино, а также решение вопроса о том, представляют ли нейтрино (${}^0_0\nu_e$) и антинейтрино (${}^0_0\bar{\nu}_e$) тождественные или различные частицы, т. е. не является ли нейтрино абсолютно нейтральной частицей.

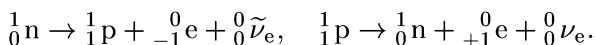
В связи с развитием физики и техники ядерных реакторов возникли возможности для обнаружения антинейтрино. Осколки деления тяжелых ядер, как известно, имеют избыток нейтронов и претерпевают радиоактивный β_- -распад, при котором испускаются электронные антинейтрино ${}^0_0\bar{\nu}_e$. С помощью достаточно мощных потоков антинейтрино были поставлены опыты по изучению взаимодействия антинейтрино ${}^0_0\bar{\nu}_e$ с протонами ${}^1_1p$. Идея опытов заключалась в обнаружении реакции захвата электронного антинейтрино ${}^0_0\bar{\nu}_e$ протоном ${}^1_1p$. Реакция происходит следующим образом:



Аналогичная реакция для захвата электронного нейтрино ${}^0_0\nu_e$ нейтроном ${}^1_0n$ происходит так:



Можно показать, что процессы указанного типа допустимы, если превращения нейтрона в протон и протона в нейтрон происходят по схемам



10. Опыт по обнаружению антинейтрино, вызывающего превращение протона в нейтрон и позитрон по уравнению (81.9), был поставлен в 1953–1954 гг. на пучках антинейтрино от реактора

Ф. Рейнесом и К. Коуэном. Мишенью и детектором процессов служила камера объемом около 1 м^3 , наполненная сцинтиллирующей жидкостью, имеющей в своем составе водород и кадмий. Большое число фотоумножителей фиксировало реакцию, происходящую по уравнению (81.9). Образовавшиеся при реакции позитроны, встречаясь с электронами атомов жидкости, соединялись с ними и образовывали каждый по два γ -кванта, появление которых фиксировалось вспышкой в сцинтиллирующей жидкости. Возникшие нейтроны замедлялись водородом и захватывались кадмием (радиационный захват). Каскад γ -квантов, возникавший при радиационном захвате, давал вторую вспышку. Наблюдения этих вспышек позволили надежно установить протекание реакции (81.9) и подтвердили существование электронного антинейтрино.

В 1956 г. были поставлены надежные по результатам опыты, которые позволили установить, что нейтрино взаимодействует с веществами иначе, чем антинейтрино, и что поэтому их нужно считать двумя отличными друг от друга частицами. Реакции (81.9) и (81.9') были однозначно установлены и подтвердили различие частиц ${}^0_0\nu_e$ и ${}^0_0\bar{\nu}_e$. Нейтрино отличается от антинейтрино лептонным зарядом, а также другими характеристиками, в обсуждение которых мы не можем входить.

11. Вопрос о различии между электронными и мюонными нейтрино и антинейтрино возник при изучении распада заряженных $\pi^\pm$ -мезонов по уравнениям (81.4) и (81.5). Оказалось, что если отделить образующиеся нейтрино и антинейтрино и затем осуществить реакции захвата этих частиц, например нейтрино нейтронами, то реакция (81.9') *не осуществляется*, а вместо нее захват происходит по уравнению

$${}^0_0\nu_\mu + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^1_1\text{p} + \mu^-, \quad (81.9'')$$

свидетельствующему о различии частиц ${}^0_0\nu_e$ и ${}^0_0\nu_\mu$.

В заключение укажем, что античастицы были обнаружены и среди гиперонов. Антигипероны подчиняются общим требованиям для всех античастиц.

Для образования пары гиперон–антигиперон требуется значительно большая энергия, чем для создания пар нуклонов. Например, наиболее легкий из антигиперонов антилямбда-нуль-гиперон ($\bar{\Lambda}^0$) может быть создан при энергиях на 1–1,5 ГэВ больших, чем те энергии, при которых возникают антинуклоны. Это связано с относительно большой массой гиперонов.

12. В последние годы обнаружено большое количество новых частиц, которые были названы *резонансными частицами*, *резонансами* или *резононами*. Так теперь называют весьма короткоживущие образования (со временем жизни порядка 10^{-22} с).

Основанием для того, чтобы считать резонансы частицами, является то, что в ряде случаев при своем образовании, а также и при распаде они ведут себя как одна частица с определенными характеристиками: спином, электрическим и барионным зарядами и другими характеристиками, которых мы не рассматривали. Резонансы имеют также определенные импульсы и энергии.

Термин *резонанс* в применении к частицам возник еще в пятидесятых годах, когда при исследовании рассеяния на протонах пионов с энергией около 200 МэВ было обнаружено резкое увеличение рассеяния, названное резонансом. Резонансные состояния, аналогичные пионно-протонному резонансу, оказались имеющими свойства частиц, и название укрепилось: обнаружилось что у каждой из тяжелых сильно взаимодействующих частиц существуют присущие ей резонансы, отличающиеся большей массой. Обнаружено также существование и мезонных резонансов.

Число открытых частиц и резонансов в настоящее время уже настолько велико, что в физике элементарных частиц были приняты серьезные и успешные попытки их классификации.

§ 81.9. Фундаментальные взаимодействия и взаимопревращения частиц

1. Выше мы уже говорили о взаимодействиях в ядерной физике и касались вопроса о взаимных превращениях частиц. В этом параграфе подведем итоги.

В настоящее время различают четыре типа *фундаментальных взаимодействий* частиц: сильное, электромагнитное, слабое и гравитационное.

Сильное взаимодействие свойственно массивным частицам — адронам (мезонам и барионам). Наиболее известным его проявлением являются ядерные силы, обеспечивающие существование и устойчивость атомных ядер.

В *электромагнитном взаимодействии* участвуют только фотоны и электрически заряженные частицы. Участие фотонов в электромагнитном взаимодействии обосновывается в квантовой электродинамике. Там показано, что фотон можно рассматривать как элементарное возбуждение электромагнитного поля. Электрически заряженные частицы непрерывно обмениваются

такими возбуждениями — излучают и поглощают фотоны. Это утверждение требует разъяснений. Ведь нам известно, например, что неподвижный электрон не излучает фотонов. Квантовая электродинамика рассматривает этот вопрос значительно глубже. Пусть электрон находится в области с линейными размерами $\Delta r \leq \lambda_k$, где $\lambda_k = \hbar/m_e c$ — комптоновская длина волны электрона (см. § 68.6). Тогда его импульс, согласно формуле (70.4), будет иметь неопределенность $\Delta p \sim \hbar/\Delta r \geq \hbar/\lambda_e = \hbar/(\hbar/m_e c) = m_e c$. При этом станет неопределенным и значение энергии. Можно показать, что $\Delta E \geq m_e c^2$. Не вступая в противоречие с законом сохранения энергии, такой электрон может испустить фотон с энергией $\varepsilon_\gamma \sim \Delta E \geq m_e c^2$, поглощаемый другой заряженной частицей, находящейся в электромагнитном взаимодействии с электроном. Такие фотоны, которыми обмениваются взаимодействующие заряженные частицы, называются *виртуальными* (от лат. *virtualis* — возможный; такой, который может или должен проявиться).

Электромагнитное взаимодействие проявляется в кулоновских силах, удерживающих электроны в атоме вблизи ядра и обеспечивающих, тем самым, существование атомов. Объяснение подавляющего большинства макроскопических свойств тел основывается на электромагнитном взаимодействии. Многие микроскопические явления, например, превращение электронно-позитронной пары в два фотона, вызываются электромагнитным взаимодействием.

Слабое взаимодействие характерно для всех частиц, кроме фотона. Им объясняется β -распад нейтрона, а также некоторых атомных ядер.

Гравитационное взаимодействие присуще всем телам во Вселенной. Оно проявляется в силах всемирного тяготения, которым обеспечивается существование звезд, планетарных систем. Гравитационное взаимодействие является наиболее слабым из всех типов взаимодействий и при обычных энергиях не играет никакой роли в мире элементарных частиц. Только при громадных энергиях, порядка 10^{22} МэВ, которые соответствуют сверхмалым расстояниям, порядка 10^{-35} м, гравитация будет существенна.

2. Общим для всех фундаментальных взаимодействий является их обменный характер. В последние десятилетия установлено сходство механизмов всех фундаментальных взаимодействий. Элементарными актами в них являются процессы испускания и поглощения данной частицей некоторой другой частицы, называемой *переносчиком взаимодействия*. Для электромагнитных

взаимодействий такими переносчиками являются фотоны. Гравитационные взаимодействия, как считают, переносятся гипотетическими гравитонами. Из-за предельной слабости этих взаимодействий гравитоны экспериментально не обнаружены. Пока не обнаружены также гравитационные волны.

Слабое взаимодействие переносится тремя *промежуточными бозонами* W^+ , W^- и Z^0 . Все они обладают очень большими массами (см. табл. 81.3). Два из них W^+ и W^- имеют противоположные электрические заряды, а третий — электрически нейтрален.

Сильное взаимодействие переносится глюонами (от англ. glue — клей) — частицами, запертыми внутри адронов и не существующими в свободном состоянии. Наглядного объяснения «запретности» глюона дать невозможно, а теоретическое толкование далеко выходит за рамки возможностей нашей книги.

3. Каждое явление в микромире, вызванное тем или иным фундаментальным взаимодействием, можно представить состоящим из отдельных элементарных этапов, которые определяют механизм этого взаимодействия.

Помимо механизма протекания, любое из фундаментальных взаимодействий характеризуется временем протекания, интенсивностью и радиусом действий, т. е. тем расстоянием, на котором

Таблица 81.2

Взаимодействие	Механизм	Интенсивность	Радиус действия, м	Время протекания, с
Сильное	Обмен глюонами	~ 1	10^{-15}	10^{-23} 10^{-22}
Электромагнитное	Обмен фотонами	$1/137$	∞	10^{-20} 10^{-18}
Слабое	Обмен промежуточными бозонами	10^{-10}	10^{-18}	10^{-10} 10^{-8}
Гравитационное	Обмен гравитонами	10^{-37}	∞	?

проявляется данное взаимодействие. В табл. 81.2 приведены важнейшие свойства фундаментальных взаимодействий.

Интенсивность всех взаимодействий сравнивается с интенсивностью электромагнитного взаимодействия, которая характеризуется безразмерным параметром $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) = 1/137$; он называется постоянной тонкой структуры (см. § 71.5). При таком подходе к интенсивностям взаимодействий они являются

относительными. Из табл. 81.2 видно, что слабое взаимодействие, интенсивность которого на 10 порядков меньше интенсивности сильного, оправдывает свое название. Гравитационное взаимодействие, обладающее предельно малой интенсивностью, играет важную роль в окружающем нас мире лишь потому, что массы тел в макром мире и астрономических объектов в особенности, несоизмеримо велики по сравнению с массами элементарных частиц.

4. Гравитационные и электромагнитные силы относятся к силам дальнего действия. Они убывают с увеличением расстояния медленно, по степенному закону $1/r^2$. Поэтому их радиус действия считается равным бесконечности. Сильное взаимодействие проявляется на весьма малых расстояниях порядка 10^{-15} м. Слабое взаимодействие является еще более короткодействующим.

5. Взаимодействия между частицами объясняются огромным множеством самых разнообразных процессов и взаимопревращений в мире частиц. Они делятся на три большие группы: упругое рассеяние, неупругие процессы и распады.

При упругом рассеянии частицы не претерпевают никаких превращений. Изменяются лишь состояния их движений. Примером упругого рассеяния является рассеяние α -частиц атомными ядрами в опытах Резерфорда и его сотрудников, эффект Комптона и т. п.

6. При изучении упругого рассеяния быстрых электронов с энергией до $2,2 \cdot 10^4$ МэВ на нуклонах был определен размер нуклонов $R = 8,0 \cdot 10^{-16}$ м = 0,8 Ф и выявлена их внутренняя структура. Так, выяснилось, что распределение электрического заряда внутри протона неравномерно. Его плотность максимальна в центре протона и спадает к его периферии по экспоненциальному закону.

В неупругих процессах (реакциях) происходит столкновение двух частиц, сопровождающееся их превращением в частицы другого сорта. Примером может служить уже упоминавшееся ранее превращение электронно-позитронной пары в два (или три) фотона.

Частицы, которые рождаются в процессах неупругого рассеяния, являются, за редкими исключениями, нестабильными, претерпевают распады и живут после рождения весьма малые промежутки времени, превращаясь в другие частицы. Наиболее устойчивой из нестабильных частиц является нейтрон, у которого среднее время жизни $\tau = 898 \pm 16$ с.

7. Одним из основных свойств элементарных частиц является их *взаимопревращаемость*. Важно отметить, что образующиеся в процессе неупругого рассеяния частицы не входят в состав исходных частиц, а рождаются в процессах их соударений или распадов. Так, в состав нейтрона не входят протон, электрон и нейтрино, которые рождаются в процессе его распада (см. § 79.12).

Заметим попутно, что фотон также не входит в состав атома, а рождается в процессе перехода электрона в атоме с одного энергетического уровня на другой. Точно так же γ -кванты не входят в состав радиоактивных ядер.

8. В заключение укажем, что до недавнего времени считалось, что все фундаментальные взаимодействия существуют отдельно друг от друга. В начале 70-х было установлено, что электромагнитное и слабое взаимодействия являются проявлениями единого взаимодействия, называемого *электрослабым*. Очень серьезные успехи достигнуты на пути великого объединения трех взаимодействий: электромагнитного, слабого и сильного. Все схемы этого объединения предсказывают весьма слабую нестабильность протона. Среднее время жизни протона $\tau_p = 10^{31 \pm 1}$ лет. Обнаружение распадов протона, которые ищут экспериментаторы во многих странах мира, послужило бы веским аргументом в пользу великого объединения.

§ 81.10. Понятие о классификации элементарных частиц

1. До сих пор мы рассматривали различные типы элементарных частиц и их свойств. Теперь остановимся на общей классификации элементарных частиц и систематизируем все данные, приведенные ранее.

Классификация элементарных частиц в настоящее время проводится по ряду признаков, которые разбивают все частицы на группы, отличающиеся друг от друга основными свойствами.

Особый класс составляют переносчики взаимодействий: фотоны, гравитоны, промежуточные бозоны и глюоны.

2. Отдельный класс образуют *лептоны* — частицы, не участвующие в сильном взаимодействии. В этот класс входят шесть частиц, образующих три семейства: электронное, мюонное и таонное. В каждом семействе есть заряженная частица ${}_{-1}^0e$, μ^- и τ^{-1} и соответствующее ей нейтрино ν_e , ν_μ и ν_τ . Кроме этих частиц,

имеются соответствующие им античастицы, которые также являются лептонами. Спин всех лептонов равен $\hbar/2$. Среднее время жизни равно $2,2 \cdot 10^{-6}$ с, таона — $5 \cdot 10^{-13}$ с. Остальные лептоны стабильны и среднее время жизни у них равно бесконечности.

3. Самый многочисленный класс частиц составляют *адроны* — частицы, которые участвуют в сильном взаимодействии. Среди них различаются частицы со средним временем жизни $\tau \gg \gg 10^{-13} - 10^{-10}$ с и резонансы, у которых τ по порядку величины совпадают с характерным временем сильного взаимодействия: $\tau \sim 10^{-23}$ с. Резонансы распадаются за счет сильного взаимодействия, другие частицы — за счет электромагнитного и слабого взаимодействий.

Адроны с целыми (или нулевыми) спинами (в единицах $\hbar$) называются *мезонами*, с полуцелыми спинами — *барионами*. Каждая из этих групп содержит обычные, странные и другие частицы. Кроме того, эти группы разбиваются на небольшие семейства, члены которых близки по массе, но различаются значениями электрического заряда. В одном семействе частицы идентичны по отношению к сильному взаимодействию. Например, в семействе нуклона, состоящем из двух частиц — протона (p) и нейтрона (n) — масса нейтрона на 0,1 % превышает массу протона. Ядерные силы, являющиеся проявлением сильного взаимодействия, обладают свойством зарядовой независимости: они одинаковы в системах протон–протон, нейтрон–нейтрон и протон–нейтрон.

У каждой частицы имеется своя античастица, иногда совпадающая с частицей по всем свойствам, кроме заряда.

4. В табл. 81.3 приведены данные о свойствах большинства стабильных частиц. За исключением пионов π^+ и π^- — свойства античастиц в табл. 81.3 не указаны. Их массы, средние времена жизни и спины такие же, как и у частиц, а заряды имеют противоположные знаки.

Нейтральные каоны участвуют в слабом взаимодействии в двух разновидностях — в виде короткоживущего каона K_S^0 и долгоживущего каона K_L^0 (см. табл. 81.3).

5. Долгое время в физике высоких энергий считалось, что наименьшими частицами, составными элементами вещества являются дискретные, бесструктурные частицы, названные «элементарными». Теперь выяснилось, что у многих из таких частиц имеется внутренняя структура. Термин «элементарная частица» сохранился и сейчас употребляется для обозначения

Таблица 81.3

Группа частиц	Название частицы	Символ	Спин, $\hbar$	Масса, МэВ	Среднее время жизни, с
Переносчики взаимодействий	Фотон	γ	1	0	∞
	Гравитон	G	2	0	∞
	Промежуточные бозоны	$W^{\pm}$	1	≈ 80000	$\sim 10^{-25}$
		Z^0	1	≈ 90000	$\sim 10^{-25}$
Лептоны	Электронный дублет	e^-	1/2	0,511	∞
		ν_e	1/2	$46 \cdot 10^{-6}$	∞
	Мюонный дублет	μ^-	1/2	105,66	$2,2 \cdot 10^{-6}$
		ν_μ	1/2	0,25	∞
	Таонный дублет	τ^-	1/2	1784	$3 \cdot 10^{-13}$
		ν_τ	1/2	< 70	?
Адроны	Пионы	$\pi^{\pm}$	0	139,57	$2,6 \cdot 10^{-8}$
		π^0	0	134,96	$0,8 \cdot 10^{-16}$
	Эта-мезон	η_0	0	548,8	$0,7 \cdot 10^{-18}$
	Странные Каоны	K^+ K^0	0 0	493,67 497,7	$1,24 \cdot 10^{-8}$ K_s^0 : $0,89 \cdot 10^{-10}$ K_L^0 : $5,18 \cdot 10^{-8}$

Таблица 81.3 (окончание)

Группа частиц		Название частицы	Символ	Спин, $\hbar$	Масса, МэВ	Среднее время жизни, с
Адроны	Мезоны	Очарованные	D^+	0	1869	$9 \cdot 10^{-13}$
			D^0	0	1865	$4 \cdot 10^{-13}$
		F-мезон	F^+	0	2021	$2 \cdot 10^{-13}$
		Обычные	p	$1/2$	938, 28	10^{32} лет
			n	$1/2$	939, 57	898 ± 16
	Барионы	Лямбда-гиперон	Λ^0	$1/2$	1115, 6	$2, 63 \cdot 10^{-10}$
		Сигма-гиперон	Σ^+	$1/2$	1189, 4	$0, 80 \cdot 10^{-10}$
			Σ^0	$1/2$	1192, 5	$5 \cdot 10^{-20}$
			Σ^-	$1/2$	1197, 3	$1, 48 \cdot 10^{-10}$
		Кси-гипероны	Ξ^0	$1/2$	1315	$2, 9 \cdot 10^{-10}$
			Ξ^-	$1/2$	1321, 3	$1, 64 \cdot 10^{-10}$
		Омега-гиперон	Ω^-	$3/2$	1672, 5	$0, 8 \cdot 10^{-10}$
	Очарованные	Лямбда-це-гиперон	Λ_C^+	$1/2$	2282	$2 \cdot 10^{-13}$

большой группы субъядерных частиц. В свое время такая же ситуация была с термином «атом».

6. Существование истинно элементарных частиц является важнейшей проблемой в физике, еще далеко не решенной. Может оказаться, что сами слова «состоят из . . . » на какой-то стадии изучения строения вещества потеряют смысл. Сейчас считается, что истинно элементарные частицы, называемые также «фундаментальными частицами», существуют.

Истинно элементарными частицами считаются лептоны. Их всего 6 (и столько же антилептонов). Они или абсолютно стабильны, или живет долго (по ядерным масштабам времени). Лептоны ведут себя как точечные объекты. Например, электрон не обнаруживает размеров, а тем более внутренней структуры, даже при сверхвысоких энергиях порядка 40 ГэВ, вплоть до расстояний $R \approx 2 \cdot 10^{-18}$ м. Это обнаружено в опытах со встречными электронно-позитронными пучками (см. § 41.7 т. 1).

7. Согласно современным воззрениям адроны — составные частицы. Адронов очень много — несколько сотен. Большинство из них является резонансами, т. е. крайне нестабильны. У адронов обнаружена внутренняя структура. Опыты по упругому рассеянию электронов на нуклонах показали, что радиусы протона и нейтрона равны примерно $0,8 \cdot 10^{-15}$ м и что электрический заряд в протоне распределен плавно, спадая от центра к периферии по экспоненциальному закону. Кроме того, опыты по неупругому рассеянию электронов высоких энергий на нуклонах выявили зернистую («партонную») структуру протона и нейтрона.

Считается, что все адроны состоят из *кварков*, истинно элементарных частиц, обладающих дробными электрическими зарядами, равными $2e/3$ и $-e/3$ (e — модуль заряда электрона). Всего имеется шесть кварков: «обычные» u и d , «странный» s , «очарованный» c , «красивый» b и «верхний» t . Кроме того, кваркам приписывается дополнительная характеристика — «цвет». Имеются также антикварки с зарядами, равными $-2e/3$ и $e/3$, обладающие «антицветами». Один кварк и один антикварк образуют *мезон*, три кварка — *барион*, три антикварка — *антибарион*. Для построения «обычных» адронов достаточно двух сортов кварков (и антикварков). В состав «странных» частиц входит третий тип кварков — странный кварк, обладающий особой характеристикой — странностью $s = -1$. Четвертый тип кварков необходим для построения «очарованных» мезонов, а также барионов. У него есть особое квантовое число — очарование $c = 1$.

Введение понятия «цвет» понадобилось по следующим соображениям. Некоторые барионы, например, Ω -гиперон, состоят из трех одинаковых кварков (см. табл. 81.5), что противоречит принципу Паули — три одинаковые частицы с полуцелым спином не могут находиться в одном состоянии (см. § 73.1). Наличие кварков с тремя разными «цветами» приводит к тому, что запрет принципа Паули снимается. При этом кварки комбинируются так, что сумма «цветов» оказывается равной нулю, и все адроны являются «бесцветными».

8. Теория кваркового строения адронов получила завершенность после того, как было введено 6 разных сортов кварков и антикварков, совпадающее с общим числом лептонов. В табл. 81.4 приведены характеристики кварков и антикварков. В табл. 81.5 — кварковый состав некоторых мезонов и барионов.

Таблица 81.4

	Кварки		Антикварки	
	u	d	$\bar{u}$	$\bar{d}$
	c	s	$\bar{c}$	$\bar{s}$
	t	b	$\bar{t}$	$\bar{b}$
Спин, $\hbar$	1/2	1/2	1/2	1/2
Электрический заряд, e	2/3	-1/3	-2/3	1/3
Барионный заряд	1/3	1/3	-1/3	-1/3

Все попытки экспериментально обнаружить кварки в свободном состоянии оказались безуспешными. Сейчас общепринятой является точка зрения, согласно которой кварки не могут находиться в свободном состоянии. Они заключены внутри адронов и не могут их покинуть, вылетев наружу.

9. Третьим классом (наряду с лептонами и кварками) истинно элементарных частиц являются *переносчики взаимодействий* (см. табл. 81.3), о которых уже частично говорилось выше.

Электромагнитное взаимодействие осуществляется за счет обмена заряженных частиц виртуальными фотонами. В этом взаимодействии участвуют лептоны и кварки (а, следовательно, и адроны). Слабое взаимодействие свойственно и лептонам, и кваркам, но не фотону. Оно переносится тремя промежуточными бозонами W^+ , W^- , Z^0 . Сильное взаимодействие переносится *глюонами* разных сортов. Ими обмениваются кварки, но не лептоны. Поэтому в сильном взаимодействии участвуют только адроны. Как уже указывалось выше, глюоны, как и кварки, не

Таблица 81.5

Мезоны				Барионы					
частица	состав	частица	состав	частица	состав	частица	состав		
π^+	$\tilde{u}d$	K^0	$\bar{d}s$	p	uud	Σ^+	uus	Ξ^0	uss
π^-	$\tilde{u}d$	$\bar{K}^0$	$\tilde{d}s$	$\bar{p}$	$\tilde{u}u\bar{d}$	Σ^+	$\tilde{u}us$	Ξ^0	$\tilde{u}ss$
π^0	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\tilde{u}u - d\bar{d})$	D^+	$\tilde{d}c$	n	udd	Σ^0	$\{ud\}s$	Ξ^-	dss
η^0	$\frac{1}{\sqrt{6}}(\tilde{u}u + d\bar{d} - 2s\bar{s})$	D^-	$\bar{d}c$	$\bar{n}$	$\tilde{u}d\bar{d}$	$\tilde{\Sigma}^0$	$\{\tilde{u}d\}\bar{s}$	Ξ^+	$\tilde{d}ss$
K^+	$\tilde{u}s$	D^0	$\tilde{u}c$	Λ^0	$[ud]s$	Σ^-	dds	Ω^-	sss
K^-	$\tilde{u}s$	$\bar{D}^0$	$\tilde{u}c$	$\tilde{\Lambda}^0$	$[\tilde{u}d]\bar{s}$	$\tilde{\Sigma}^-$	$\tilde{d}ds$	Ω^+	$\tilde{sss}$
		F^+	$\bar{c}s$					Λ_c^+	uds
		F^-	$\bar{c}s$					Λ_c^-	$\tilde{u}d\bar{c}$

могут существовать в свободном состоянии — они «заперты» внутри адронов.

Вначале кварковая гипотеза рассматривалась только как удобный способ классификации адронов. Однако эксперименты, проведенные на гигантских современных ускорителях в 70–80-х годах, показали, что кварковая модель позволяет наиболее простым и естественным способом описать динамику рассеяния, рождения и аннигиляции частиц при высоких энергиях. На основе этой теории удалось предсказать существование ряда адронов и рассчитать их свойства, что затем подтвердилось в эксперименте. Кварковая теория стала сейчас общепринятой.

Предметный указатель

- Аберрация 188
— астигматизма 189
— дисторсии 189
— сферическая 188
— хроматическая 188
Абсолютно нейтральные частицы 524
— черное тело 216
Автоионизация 292
Автоколебания 35
— , самовозбуждение 38
Автоколебательная система 34
Аккомодация 197
Активная зона 489
Активность препарата 442
Альфа-частицы 293, 436, 453
Амплитуда скорости 10
— смещения 9
— ЭДС 48
Анализатор 163
Анастигмат 189
Антинейтрино 526
— мезонное 526
— электронное 466, 526
Антинейтрон 526
Антипротон 526
Античастица 524
Атомная единица массы 415
Атомный номер 415
Атомы-акцепторы 395
Атомы-доноры 394
- Барион 520
Бета-распад 464
Бета-частицы 436
Биения 18
Биноккулярное зрение 197
Бэватрон 527
- Векторная диаграмма 16
Взаимодействие сильное 523
— слабое 523
- Взаимодействие спин-орбитальное 322
— электромагнитное 523
— ядерное 422
Вибратор Герца 108
Водородоподобные системы 303
Волна 58
— амплитуды 157
— де Бройля 252, 260
— звуковая 60
— , интенсивность 61
— линейно-поляризованная 161
— плоская 59
— — синусоидальная 102
— — —, уравнение 65
— поперечная 59
— продольная 59
— , средняя плотность энергии 61
— стоячая 74
— — , пучность 74
— — , узел 74
— — , уравнение 74
— сферическая 59
— — , уравнение 67
— упругая 58
— электромагнитная 58
Волновая зона 106
— поверхность 59
— функция 269
Волновое число 65, 300
Волновой вектор 233
Вращение плоскости поляризации 169
Вырождение фотонного газа 366
— электронного газа 366
- Гамма-дефектоскопия 457
Гамма-излучение 456
— , спектр 457
Гармоника 20
Генератор ламповый 37

- Генератор переменного тока 48
Гиперзвук 89
Гиперон 520
Гиромагнитное отношение орбитальное 317
— — спиновое 320
— — ядерное 418
Глаз 195
— , минимальный угол зрения 199
— , острота зрения 200
— , разрешающая способность 199
— , спектральная чувствительность 192
— , цветовое зрение 197
Голограмма 210
— акустическая 214
— цветная 212
Граница сплошного спектра 340
- Движение свободной частицы 277
— частицы в потенциальной яме 279
Двойное лучепреломление 164
Действующее значение напряжения 51
— — тока 51
Деление ядер 482
— — спонтанное 486
Демодуляция 118
Детектор 118
Дефект массы 424
Децибел 90
Диапроекция 208
Диафрагма 173
Динамик 91
Дисперсионная кривая 154
Дисперсия 151
— аномальная 155
— нормальная 155
— , электронная теория 152
Дифракционная решетка 135
— — , разрешающая способность 138
Дифракционная решетка, угловая ширина главного максимума 137
Дифракция 84
— в трехмерной решетке 140
— на прямоугольной щели 85
— рентгеновского излучения 139
— света на одном отверстии 135
Дихроизм 168
Длина волны 65
— связи 348
Добротность 24
Доза излучения 458
— — экспозиционная 458
Дублетные энергетические уровни 323
«Дырки» 396
- Естественная ширина спектральной линии 328
— — — γ -излучения 459
— — энергетического уровня 328
- Закон Бугёра 404, 62, 155
— Бунзена–Роско 231
— Гейгера–Нэттола 453
— дисперсии 153
— затухания плоских волн 63
— Киргофа 217
— Ламберта 195
— Малюса 164
— Мозли 343
— Ома для цепи переменного тока 54
— освещенности 194
— отражения волн 71, 86
— преломления волн 71, 86
— — света 147
— радиоактивного распада 439, 445
— Рэлея для рассеяния света 146
— смещения Вина 219
— Стефана–Больцмана 218

- Замедлители нейтронов 480
Заряд барионный 520
— лептонный 514
Захват нейтронов 481
Звук музыкальный 89
— слышимый 89
Зеркало сферическое 190
Зона валентная 391
— запрещенная 389
— проводимости 391
Зонная теория 385
— — диэлектриков 391
— — металлов 391
- Избирательность** 43
Излучение Вавилова–Черенкова 110
— вынужденное 329
— диполя 107
— колеблющегося заряда 107
— космическое 511
— синхротронное 108
— спонтанное 325
Измерение 276
— гравитационного красного смещения 462
— скорости света 158–161
Изобразы 416
Изображение предмета действительное 187
— — мнимое 187
Изотопные массы 416
Изотопы 416
Иммерсионная жидкость 207
Инверсные состояния 406
Интерференционная картина 78
Интерференция 78
— от двух источников 78
— — нескольких источников 81
— света 127
Интерферометр Майкельсона 132
Инфразвук 89
Ион 349
Ионный проектор 267
- Камера Вильсона** 451
— ионизационная 450
— пузырьковая 451
Каоны (K -мезоны) 519
Катодолюминесценция 399
Квант энергии 220
Квантование момента импульса 315
— энергии электрона 313, 360
Квантовое число 281
— — главное 305
— — магнитное 318
— — — спиновое 320
— — орбитальное 315
— — спиновое 319
Когерентность 128, 211
Колебания вынужденные 39
— гармонические 10
— модулированные 19
— , начальная фаза 10
— негармонические 15, 20
— свободные 22
— , фаза 10
Колебательный контур 28
Кольца Ньютона 127
Коэффициент мощности 55
— отражения 72, 149
— — частицы от барьера 290
— поглощения 155, 404
— — отрицательного 410
— прозрачности 72, 149
— — потенциального барьера 289, 454
— размножения нейтронов 489
— трансформации 56
— упаковки 423
Криотрон 380
Критерий применимости геометрической оптики 174
— Рэлея 139
Критическая масса 490
Критические размеры 490
Кюри 442
- Лазер** 402
Лампа дневного света 402

- Лептон 512
Линза 181
— ахроматическая 189
— вогнутая 184
— выпуклая 184
— , главная оптическая ось 181
— , — плоскость 184
— , главный фокус 183
— магнитная 264
— , оптическая сила 183
— , побочная оптическая ось 186
— , построение изображения 185
— , фокусное расстояние 183
— , центр 185
— электростатическая 264
Луна 200
Луч 59
— необыкновенный 165
— обыкновенный 165
Лучеиспускательная способность 216
Люминесцентный анализ 401
Люминесценция 399
- Магнетон Бора 319
Магнитный момент нейтрона 418
— — протона 419
Мазер 402
Массовое число 416
Маятник математический 25
— пружинный 22
— физический 26
— , приведенная длина 27
Мезоны 515
Метод Дебая—Шерера 142
— качающегося кристалла 143
— Лауэ 140
— толстослойных эмульсий 452
«Меченые» атомы 474
Микроскоп 201
Микрофон 94
Модель ядра капельная 433
— — протонно-нейтронная 422
- Модель ядра протонно-электронная 420
Молекулы ионные 349
— ковалентные 350
Монохроматичность 125
Мощность переменного тока 54
Мутная среда 145
Мюоны (μ -мезоны) 512
- Накачка усиливающей среды 406
Напряженность критическая 378
Насыщение в лазере 410
— ядерных сил 428
Нейтрино 466
— электронное 466
Нейтрон 421
— свободный 468
— тепловой 480
Нейтронография 259
Нуклон 422
- Обертон 89
Обменное взаимодействие 352
Обменный характер ядерных сил 429
Обратная связь 35
Оптика лучевая 173
— нелинейная 73
Оптическая активность 170
— — в живой природе 171
Опыт Вавилова—Черенкова 110
— Девиссона и Джермера 252
— Лебедева 104
— Майкельсона 133
— по дифракции нейтронов 257
— Резерфорда 294
— Столетова 224
— Франка и Герца 309
— Штерна 260
— Юнга 127, 130
Освещенность 194
Осциллограмма 13
Осциллограф 13
Осциллятор гармонический 10

- Осциллятор гармонический в квантовой механике 284
- Пара электрон-позитрон, рождение 474
— — — , уничтожение 475
- Параметр деления 485
— — — , критическое значение 487
- Переходы электронов внутризонные 390
— — — междузонные 390
- Период 11
— полураспада 441
- Периодическая система элементов Менделеева 334
- Пионы (π -мезоны) 515
- Плоскость главная кристалла 165
— колебаний 161
— поляризации 161
- Поверхность Ферми 363
- Поглощательная способность 216
- Поглощение резонансное γ -излучения 459
— — нейтронов 481
— света отрицательное 329, 404
- Позитрон 473, 525
- Показатель преломления 130, 147
— — абсолютный 147
— — относительный 175
- Поле ядерное 430
- Полное внутреннее отражение 176
- Полупроводники 393
— n -типа 394
— p -типа 396
- Поляризатор 168
- Поляроид 168
- Порог осязания 90
— слышимости 90
- Порядковый номер элемента 335
- Постоянная Планка 220
— радиоактивного распада 440
- Постоянная Ридберга 300, 307
— Стефана 218
— тонкой структуры 309
— экранирования 344
- Постулаты Бора 303
— — — , квантовомеханический смысл 323
- Потенциальная энергия взаимодействия атомов 347
- Потенциальный барьер 279, 289
— ящик(яма) 279
- Правило квантования орбит 304
— смещения при радиоактивных превращениях 437
— Стокса 400
— частот 303
- Преобразователи магнито-стрикционные 92
— ультразвуковые 92
— электрострикционные 92
- Призма 178
- Принцип Гюйгенса–Френеля 84
— зарядового сопряжения 526
— Паули 331, 361
— соответствия 283
— суперпозиции волн 73
- Проводимость дырочная примесная (p -типа) 396
— электронная примесная (n -типа) 395
- Прозрачность вещества 62
- Пространственное квантование 317
- Пространство импульсов 362
— — — , элементарная ячейка 363
- Пучок параксиальный 183
— световой 173
— электронный 264
- Рад 458
- Радиоактивность естественная 435
— искусственная 472
- Радиоактивный распад 437
— — — , вероятность 444

- Радиоактивный ряд (семейство) 438
Радиопередатчик 114
Разложение (ряд) Фурье 21
— спектральное 21
Размножение нейтронов 485
Разность хода 80
Разрешающая способность оптического прибора 205
— — решетки 138
Рассеяние света комбинационное 396
— — молекулярное 145
— — на оптических неоднородностях среды 145
Расстояние наилучшего зрения 199
Расцепление энергетических уровней 385
Реактор ядерный 491
Резерфорд 443
Резонанс 41
— , установление колебаний 44
Резонансная кривая 41
— — , полуширина 43
Резонансы 531
Рентген 458
Рентгеновское излучение 339
— — белое 340
— — характеристическое 341
Рефлектор 203
Рефрактор 203
Ротор 47
- Сверхпроводимость 376
Свет видимый 120
— естественный 162
— поляризованный 161
Светимость 194
Световое давление 103, 234
Световой вектор 122
— луч 173
— поток 192
Светопровод 177, 448
Светофильтр 156
Связь ионная 349
- Связь ковалентная 350
Серия Бальмера 300
— Брэкета 300
— Лаймана 301
— Пашена 300
— Пфунда 301
— Хэмфри 301
Сила вынуждающая синусоидальная 39
— квазиупругая 10
— света 193
Силы ядерные 426
— — , зарядовая независимость 522
— — , насыщение 428
— — , радиус действия 427
Скорость групповая 157, 262
— фазовая 156, 262
Слой половинного поглощения 63
Смещение 9
Соотношение Вульфа–Брэгга 143, 259
— неопределенностей Гейзенберга 272
— — для координаты и волнового числа 124
— — частоты и времени 46
— — энергии и времени 274
Соппротивление активное 50
— акустическое 61
— емкостное 52
— индуктивное 52
— полное цепи переменного тока 54
Состояние атома возбужденное 305
— — невозбужденное 305
Соударения электронов неупругие 309
— — упругие 309
Спектр излучения лазера 411
— линейчатый 209
— молекулы колебательно-вращательный 355
— — электронно-колебательный 356

- Спектр молекулы электронный 356
— молекулярный (полосатый) 353
— — поглощения 355
— несинусоидального колебания 21
— сплошной 210
Спектральной линии сверхтонкая структура 417
— — тонкое расщепление 322
— — ширина 125
Спектрограф 209
Спектроскоп 209
Спин нейтрона 418
— протона 418
— электрона 319
Спутники красные 396
— фиолетовые 396
Статор 47
Странные частицы 521
Счетчик Гейгера–Мюллера 451
— сцинтилляционный 448
— Черенкова 449
- Телевидение 116
Телескоп 202
Тембр 89
Температура вырождения 365
— критическая перехода 376
Теория α -распада 453
— β -распада 464
— сверхпроводимости термодинамическая 378
Тепловое излучение 215
Теплоемкость вырожденного электронного газа 371
Термоядерная реакция 497
— — управляемая 501
Ток переменный 48
— — , мощность 54
Тон основной 89
— простой 89
Трансурановые элементы 481
Трансформатор 55
- Угол апертурный 206
— вращения плоскости поляризации 170
— зрения 199
— конвергенции 198
— предельный 176
— телесный 192
Ультразвук 89
Уравнение плоской волны 65
— сферической волны 67
— Шредингера 270
— Эйнштейна для внешнего фотоэффекта 228
Уровень интенсивности 90
— Ферми для электронов в металле 361, 370
Уровни донорные 394
— прилипания (акцепторные) 395
— энергетические примесные 394
— энергии 281
Усилитель ламповый 116
Условие Вульфа–Брэгга 143
— неразрывности 70
— оптической однородности кристалла 145
— устойчивости ядер 434
Ухо 95
- Фазовое условие 411
Ферми 427
Флуоресценция 399
Формула Бальмера–Ридберга 300
— де Бройля 252
— Планка 220
— тонкой линзы 183
— Эйнштейна для фотоэффекта 228
Фосфоресценция 400
Фотоаппарат 207
Фотолюминесценция 399
Фотон 227
— , импульс 233
Фототок 225

- Фотохимические реакции 231
— — , красная граница 231
Фотохимическое соотношение
Эйнштейна 232
Фотоэлектроны 225
Фотоэффект внешний 224
— , красная граница 226, 229
- Хемилюминесценция 399
Химические связи 346
- Цепная реакция деления 489
Цепь переменного тока 49
Цикл протонно-протонный 499
— углеродно-азотный 499
Цуг 121
— , время испускания 211
— , длина 211
- Частицы ядерно-активные 514
— ядерно-неактивные 513
Частота 11
— биений 18
— круговая 11
— собственная 76
Частотомер язычковый 42
Часы 36
- Шкала электромагнитных
волн 120
Шум 89
- Электролюминесценция 399
Электрон светящийся 108
Электронное сродство 349
Электронный микроскоп 267
Электронография 256
Электропроводность металлов,
квантовая теория 373
— — , недостатки классической
теории 357
— полупроводников 393
Элементарные частицы 507
Энергетическая зона 386
— — запрещенная 389
Энергетическая зона разрешен-
ная 386
Энергетический спектр β -
частиц 464
Энергия активации 231
— — деления ядер 486
— диссоциации молекулы 348
— связи нуклонов, удельная
423, 425
— — электрона в атоме 305
— — ядра 423
— Ферми 363
Эффект бинауральный 96
— Доплера в акустике 67
— — для электромагнитных
волн 111
— — поперечный 112
— Комптона 235
— магнитострикционный 92
— Мейснера 378
— Мёссбауэра 461
— туннельный 289, 453
— электрострикционный 93
Эшелон Майкельсона 180
- Ядерная модель атома 294
— температура 477
Ядерное время 478
— горячее 494
Ядерные реакции 469, 478
Ядерный магнетон 418
— реактор 491
— — бридерный 494
— — гетерогенный 492
— — гомогенный 492
Ядра зеркальные 427
Ядро 294
— дочернее 437
— , заряд 415
— , линейный размер 432
— , магнитный момент 418
— , масса 415
— материнское 437
— , состав 419
— составное 477
— , спин 417
Яркость 195

Учебное издание

ЯВОРСКИЙ Борис Михайлович
ПИНСКИЙ Аркадий Аронович

ОСНОВЫ ФИЗИКИ

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА. ФИЗИКА ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Редактор *Д.А. Миртова*
Оригинал-макет: *А.Л. Жигарев*

ЛР № 071930 от 06.07.99. Подписано в печать 27.01.03. Формат 60×90/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 0. Уч.-изд. л. 33,4.
Тираж 5000 экз. Заказ №

Издательская фирма «Физико-математическая литература»
МАИК «Наука/Интерпериодика»
117997 Москва, Профсоюзная, 90
E-mail: fizmat@maik.ru

Отпечатано с готовых диапозитивов
в ФГУП «Ивановская областная типография».
153008, г. Иваново, ул. Типографская, 6.
E-mail: 091-018adminet.ivanovo.ru

ISBN 5-9221-0383-0



9 785922 103831