

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	7
Список используемых в книге обозначений	10
Введение	11

Часть I. Поляризационный анализ

Глава 1. Общие сведения о поляризации света	15
1.1. Развитие представлений о поляризации света	15
1.2. Поперечные электромагнитные волны	23
1.3. Полностью поляризованное излучение в изотропной среде	27
1.4. Состояние поляризации частично поляризованного излучения	37
Глава 2. Способы описания состояния поляризации	45
2.1. Базовая система обозначения состояния поляризации	45
2.2. Вектор Джонса	48
2.3. Поляризационная переменная.	53
2.4. Сфера Пуанкаре	55
2.5. Вектор Стокса	58
2.6. Матрица когерентности	65
2.7. Описание состояния поляризации света в квантовой механике	70
Глава 3. Суперпозиция пучков с различными состояниями поляризации	73
3.1. Введение	73
3.2. Общий метод решения аддитивной задачи	73
3.3. Упрощенный метод определения состояния поляризации при суперпозиции двух пучков	78
3.4. Примеры решения аддитивных задач.	79
3.5. Обратная аддитивная задача	86
3.6. Суперпозиция излучений с близкими по значению частотами	88
Глава 4. Преобразование состояния поляризации излучения в анизотропном оптическом тракте	93
4.1. Постановка и классификация трансформативных поляризационных задач	93

4.2. Метод Джонса	95
4.3. Модификация метода Джонса для расчета преобразования частично поляризованного света	99
4.4. Расчет параметров частично поляризованного излучения в анизотропном тракте с деполяризующими элементами (аппарат векторов Стокса–матриц Мюллера)	102
4.5. Поляризационные элементы	107
4.6. Решение трансформативной задачи для частично поляризованного излучения с помощью матрицы когерентности	113
Глава 5. Примеры расчета поляризационных характеристик	115
5.1. Расчет характеристик полностью поляризованного света.	115
5.2. Расчет параметров частично поляризованного излучения в оптическом тракте без деполяризатора	127
5.3. Расчет параметров частично поляризованного света в оптическом тракте с деполяризатором	136
 Часть II. Поляризационно-оптические приборы и устройства	
Глава 6. Поляризационные явления в природе	142
6.1. Поляризация света при отражении и преломлении на границе раздела двух диэлектриков	142
6.2. Изменение состояния поляризации света при полном внутреннем отражении	148
6.3. Поляризационные характеристики металлической поверхности . . .	150
6.4. Поляризационные характеристики кристаллов	153
6.5. Фотоупругость	162
6.6. Вращение плоскости поляризации.	165
6.7. Поляризация света при рассеянии.	168
Глава 7. Поляризаторы	170
7.1. Общая характеристика поляризаторов	170
7.2. Дихроичные поляризаторы	173
7.3. Поляризаторы, основанные на отражении–преломлении света	175
7.4. Поляризационные призмы	179
Глава 8. Фазовые пластинки	186
8.1. Поляризационные свойства фазовых пластинок.	186
8.2. Практическая реализация кристаллических фазовых пластинок. . .	194
8.3. Фазовые пластинки, основанные на эффекте ПВО.	197
8.4. Фазовые пластинки, основанные на эффекте Поккельса	201

Глава 9. Оптические вращатели	206
9.1. Оптические вращатели, созданные комбинацией фазовых пластинок	206
9.2. Естественные оптические вращатели.	209
9.3. Фарадеевские оптические вращатели.	210
Глава 10. Отражатели	215
10.1. Матрица Джонса отражателя	215
10.2. Поляризационные свойства металлического зеркала.	217
10.3. Интерференционные зеркала	218
10.4. Призмённые отражатели	223
10.5. Угловые отражатели	227
Глава 11. Поляризационные устройства	233
11.1. Компенсаторы	233
11.2. Стопа Столетова	237
11.3. Поляризационный фильтр Лию	240
11.4. Деполяризаторы.	246
11.5. Поляризационные устройства на основе жидких кристаллов	247
Глава 12. Поляризационные характеристики оптических резонаторов	256
12.1. Сущность собственной поляризационной задачи	256
12.2. Метод Джонса для анализа оптического резонатора	257
12.3. Примеры поляризационного анализа планарных резонаторов	262
12.4. Особенности анализа поляризационных характеристик непланарных резонаторов	272
12.5. Возмущение собственных состояний поляризации	281
12.6. Расчет поляризационных характеристик резонатора с деполяризатором.	287
Глава 13. Диагностика и формирование состояния поляризации света	295
13.1. Основные поляризационные приборы, задачи и методы поляризационных измерений	295
13.2. Диагностика состояния поляризации излучения с помощью поляризатора.	297
13.3. Диагностика состояния поляризации с помощью поляризатора и компенсатора	300
13.4. Исследование кристаллов с помощью поляризационного микроскопа	304
13.5. Измерения наведенной анизотропии с помощью поляриметра	310
13.6. Эллипсометры	315
13.7. Формирование состояния поляризации излучения	321

Часть III. Поляризационно-неоднородное излучение

Глава 14. Поляризационно-неоднородное поле. Методы описания и расчета	324
14.1. Введение	324
14.2. Описание поляризационно-неоднородного электромагнитного поля с помощью матрицы когерентности	327
14.3. Поляризационная структура поляризационно-неоднородных пучков	336
14.4. Поляризационная структура мод Эрмита–Гаусса	339
14.5. Поляризационно-неоднородные элементы	345
14.6. Методы расчета характеристик поляризационно-неоднородных пучков	348
14.7. Расчет характеристик оптического резонатора с поляризационной неоднородностью	355
Глава 15. Поляризационные aberrации	361
15.1. Виды поляризационных aberrаций	361
15.2. Поляризационные aberrации лазерного излучения.	366
15.3. Поляризационные aberrации на оптической поверхности	369
15.4. Поляризационные aberrации линзы	372
15.5. Поляризационные aberrации оптических устройств и систем	382
15.6. Поляризационные aberrации плоскопараллельной пластины	388
15.7. Компенсация поляризационных aberrаций в оптических системах	395
Глава 16. Примеры применения поляризационно-неоднородных устройств	399
16.1. Поляризационная структура излучения, отраженного от уголкового отражателя с различным покрытием граней	399
16.2. Пространственная поляризационная модуляция.	407
16.3. Пучки с поляризационной структурой, изменяющейся в продольном направлении	410
16.4. Дифракционные поляризационно-оптические элементы.	414
Приложение А. Краткие сведения из теории случайных функций . .	422
Приложение Б. Взаимосвязь различных способов обозначения состояния поляризации	427
Приложение В.	431
Список литературы	434

ПРЕДИСЛОВИЕ

В данном учебном пособии излагаются основы *поляризационной оптики*, которая представляет собой как совокупность методов расчета, преобразования и измерения поляризационных характеристик электромагнитного излучения оптического диапазона (поляризационный анализ), так и описание соответствующих поляризационных устройств и приборов.

Поляризация — общее свойство волн, векторные характеристики которых имеют составляющую, ортогональную направлению распространения волны. В этом случае ориентация вектора и изменение ориентации за период колебаний определяют *состояние поляризации* излучения. Для оптического излучения состояние поляризации является одной из основных характеристик, наряду с частотой (длиной волны), распределениями амплитуды и фазы.

Частично или полностью поляризованное излучение широко используется в современной технической и экспериментальной оптике. *Поляризационно-оптические методы* исследования разных объектов отличаются высокой эффективностью. Часто именно анализ изменения состояния поляризации в отраженном или прошедшем излучении позволяет получить важную информацию об исследуемом объекте. Так обстоит дело в эллипсометрии (исследовании характеристик поверхности материалов), поляриметрии (исследовании механических напряжений в прозрачных деталях или моделях, а также оптического вращения плоскости поляризации в растворах), оптической локации, лазерной дальнометрии, интерферометрии, оптической анемометрии (измерении скорости потоков газа или жидкости).

Оптические тракты, используемые для передачи излучения, в той или иной степени, обладают *анизотропией*, что приводит к зависимости характеристик пропускания от состояния поляризации излучения. Нередко анизотропия тракта изменяется в процессе эксплуатации. Особое место занимают объекты, анизотропия которых не однородна относительно поперечного сечения падающего излучения.

В настоящее время существует много приборов и оптических устройств различного назначения, сам принцип действия которых основан на использовании поляризационных свойств света. Таковы разного рода оптические ослабители, модуляторы, дефлекторы, оптические вентили, компенсаторы, жидkokристаллические индикаторы и другие устройства. Анализ работы и проектирование опtotехнических

устройств и систем, предназначенных для работы с поляризованными пучками, естественно требуют учета их специфики.

Поляризационные характеристики излучения играют важную роль в лазерной технике. Сам принцип работы лазера как генератора вынужденного излучения, обладающего особыми свойствами, приводит к высокой степени поляризации. В связи с этим приобретает большое значение амплитудная и фазовая анизотропия всех оптических элементов лазерной системы. Не менее важным является и рациональное формирование анизотропии резонатора с целью минимизации потерь, обеспечения оптимальных форм поляризации, межмодового частотного интервала, устойчивости к малым ошибкам изготовления и эксплуатации.

С учетом сказанного понятно, что детальная эрудиция в области существующих поляризационных устройств, а также умение проводить поляризационный анализ таких устройств и систем — неотъемлемые элементы знаний современного профессионала-оптика.

Изучению анизотропии оптических устройств поляризации электромагнитного излучения посвящена обширная литература, которую условно можно разделить на несколько частей. Одну группу составляют общие курсы по физике, например [1–4, 9, 15, 17] или лазерной физике [8, 10, 14, 19], где поляризации света отводится только глава или раздел, причем рассматриваются лишь общие вопросы и совершенно отсутствуют современные инженерные методы поляризационного анализа реальных оптических устройств. Сюда же можно отнести и одни из первых книг по поляризации света [23, 26].

Вторая группа — это книги, посвященные эллипсометрии, поляриметрии, поляризационной модуляции и другим областям поляризационной оптики, и в силу их достаточно узкой специализации, не дающие общего представления о поляризационных задачах, например [6, 25, 32, 35, 38, 70, 140, 157, 159, 160, 203].

Третью группу представляют многочисленные научные статьи и монографии, которые посвящены хотя и важным, но частным вопросам, имеют различный научный уровень и не обладают необходимой для учебной литературы методичностью и полнотой изложения.

Среди обширного списка литературы, посвященной поляризационным характеристикам электромагнитного излучения, следует особо выделить недавно опубликованный фундаментальный труд, посвященный поляризации радиоволн [20]. В поляризационном анализе радиоволн и оптического излучения, наряду с общими подходами, имеются и существенные различия. Это, прежде всего, касается реализации конкретных поляризационных устройств и поляризационно-оптических приборов. Специфической для поляризационной оптики является задача определения собственных состояний поляризации оптических резонаторов.

В данном учебном пособии последовательно излагаются основные разделы поляризационной оптики, при этом рассмотрены такие актуальные вопросы, как суперпозиция пучков света с произвольным состоянием поляризации и расчет параметров поляризационно-неоднородных волн. Особое внимание уделено поляризационному анализу лазерных систем.

Учебное пособие ориентировано на студентов оптических специальностей: «Оптическая и квантовая электроника», «Оптические приборы и системы», «Оптико-электронные приборы и системы», «Светотехника» и других. Книга содержит ряд оригинальных методов и результатов и может быть также полезна в повседневной инженерной практике, связанной с разработкой и эксплуатацией оптических установок различного назначения.

По сравнению с предыдущим, первым изданием книги, авторы, кроме исправления опечаток, внесли ряд существенных изменений и дополнений. Книга разделена на три части. Увеличилось число глав за счет освещения важных по нашему мнению разделов: описанию поляризационных явлений в природе (гл. 6) и поляризационных характеристик отражателей, в том числе уголковых отражателей (гл. 10). Это позволило уменьшить число приложений. Также существенно дополнены гл. 3, посвященная суперпозиции пучков с различными состояниями поляризации, гл. 11 (поляризационные устройства) и гл. 13 (диагностика поляризационных параметров излучения). Значительно переработаны главы, в которых рассматриваются поляризационно-неоднородные волны.

В основу книги легли материалы курсов, которые авторы в течение ряда лет читают в МЭИ на кафедре физики им. В. Л. Фабриканта, светлой памяти которого авторы и посвящают свой труд.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В КНИГЕ ОБОЗНАЧЕНИЙ

Векторные величины — прямой полужирный латинский шрифт; матрицы — прямой светлый латинский шрифт; углы, фаза — прямой греческий шрифт

A_x , A_y — амплитуды ортогональных декартовых компонент вектора **E**

B — вектор магнитной индукции

D — вектор электрической индукции; вектор Джонса

E — вектор напряженности электрического поля

H — вектор напряженности магнитного поля

I — общая интенсивность излучения

I_p — интенсивность поляризованной части излучения

J — матрица когерентности

k — волновое число

Λ — собственное значение матрицы Джонса

M — матрица Мюллера

N — волновая нормаль

P — степень поляризации

R — амплитудный коэффициент отражения

S — вектор Пойнтинга; вектор Стокса

T — матрица Джонса

T — амплитудный коэффициент пропускания оптического элемента

w — поперечный радиус пучка

Γ — поляризационная переменная

γ — степень когерентности двух излучений

δ , ϕ — разность сдвигов фаз ортогональных компонент излучения

ϵ — диэлектрическая проницаемость среды

θ_i — угол падения на границу раздела двух сред

θ_t — угол преломления

λ — длина волны излучения

μ_{xy} — степень когерентности ортогональных декартовых компонент вектора **E**

ν — частота излучения

Π — коэффициент анаморфизма; коэффициент деполяризации

ρ — кривизна волновой поверхности

τ — энергетический коэффициент пропускания

Φ — разность фаз ортогональных декартовых компонент вектора **E**

χ — угол эллиптичности поляризационного эллипса

ψ — азимут поляризационного эллипса

ω — круговая частота

Светлой памяти В. А. Фабриканта,
большого ученого и прекрасного человека

ВВЕДЕНИЕ

Поляризация — физическая характеристика волн, описывающая их поперечную *анизотропию*, т. е. нарушение симметрии, неэквивалентность различных направлений в плоскости, перпендикулярной волновому вектору. Это означает, что колебания в одних направлениях отличаются от колебаний в других, например, по интенсивности. В этом смысле *неполяризованная волна* не обладает анизотропией, т. е. все колебания в поперечной плоскости являются эквивалентными, не различимыми. *Состояние поляризации* описывает пространственно-временное поведение векторных характеристик волны.

Понятие поляризации поясним на примере поперечной волны. *Поперечная волна* характеризуется векторными величинами, которые, изменяясь во времени и пространстве, располагаются в плоскости, ортогональной направлению распространения волны, т. е. отсутствуют продольные колебания. К поперечным волнам, как известно, относятся: плоская электромагнитная волна, колебания струны, волны на поверхности жидкости и т. п.

Рассмотрим поперечную волну, бегущую вдоль шнура, закрепленного одним концом на стене W (см. рис. В.1). Эта волна в каждый момент времени и в каждой точке шнура характеризуется определенным смещением от положения равновесия (линия AB), которое задается радиусом вектором, фиксирующим каждую точку шнура относительно линии AB . Радиус вектор в каждой точке шнура располагается в плоскости, ортогональной направлению распространения волны (например, в плоскости Q). Таким образом, такая волна является поперечной.

В рассмотренном примере проекция радиуса-вектора на плоскость Q представляет собой вертикальную линию, т. е. ориентация данной проекции — детерминирована и постоянна, что соответствует так называемой *линейной поляризации*.

Распространяющиеся в пространстве электромагнитные волны, в том числе оптическое излучение (свет), определяются четырьмя векторными величинами: напряженностью электрического поля $\mathbf{E}$, электрической индукцией (электрическим смещением) $\mathbf{D}$, напряженностью магнитного поля $\mathbf{H}$ и магнитной индукцией $\mathbf{B}$. В случае так называемых *естественных* источников электромагнитного излучения (солнце, огонь, лампы накаливания) пространственно-временные изменения данных векторов, как правило, носят случайный, непредсказуемый характер.

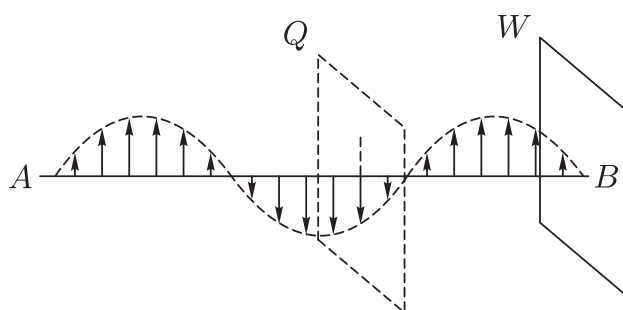


Рис. В.1. Линейно поляризованная волна, бегущая вдоль шнура, закрепленного на стене W

Неполяризованный (*естественный*) свет представляет собой совокупность волн со всеми возможными ориентациями вектора $\mathbf{E}_i$, эти ориентации статистически симметричны относительно направления распространения. Любая ориентация $\mathbf{E}_i$ равновероятна (см. рис. В.2), а модуль каждого из векторов $\mathbf{E}_i$ соответствует усредненному значению амплитуд излучения множества элементарных независимых излучателей (атомов, молекул) с данной ориентацией колебаний за время много большее периода колебаний. Для естественного света модули всех векторов $\mathbf{E}_i$ равны, а соответствующие волны некогерентны (суперпозиция любой пары волн с векторами $\mathbf{E}_i$ и $\mathbf{E}_j$ не дает интерференционной картины). Сумма проекций векторов $\mathbf{E}_i$ на поперечные оси X и Y , очевидно, дает две ортогональные некогерентные компоненты E_x и E_y , которые в естественном свете равны. Такое излучение называется *неполяризованным*. Наличие разницы величин или какая-либо корреляция (когерентность) E_x и E_y означает *частичную поляризацию* света.

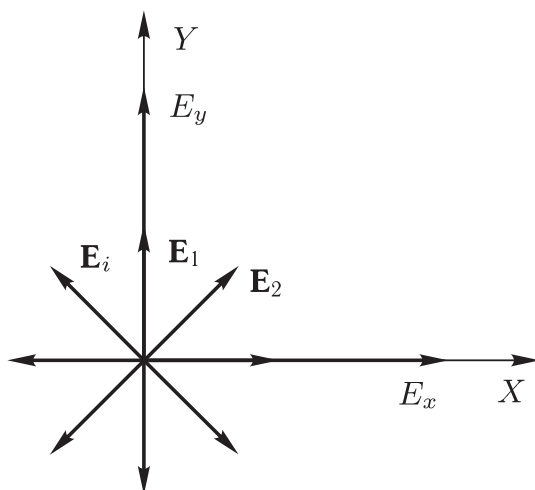


Рис. В.2. Графическое представление естественного света: $\mathbf{E}_i$ — усредненное значение амплитуды волн с определенной ориентацией колебаний. Компоненты E_x и E_y равны и некогерентны независимо от выбора координатного базиса XY

Если пространственные эволюции векторных характеристик во времени оказываются закономерными, предсказуемыми, то такое излучение называется *полностью поляризованным*. Излучение может представлять собой смесь указанных компонент, в этом случае оно называется *частично поляризованным*.

Доля полностью поляризованной компоненты излучения и закон, по которому изменяется во времени положение векторных характеристик поляризованной компоненты, определяют *состояние поляризации*. За период колебаний конец вектора $\mathbf{E}$ полностью поляризованного оптического излучения в поперечной плоскости Q , перпендикулярной направлению распространения волны в данной точке, описывает замкнутую кривую.

Для определения состояния поляризации света используем понятие *годографа* вектора.

Годограф — геометрическое место точек, которое описывает конец вектора $\mathbf{E}(t)$ при изменении скаляра t (времени), когда начало вектора помещено в фиксированную точку пространства.

При распространении полностью поляризованного излучения в изотропной среде годограф вектора $\mathbf{E}$ в координатной плоскости XOY однозначно характеризует состояние поляризации.

Оказывается, как будет показано в первой главе, данная фигура в общем случае имеет вид эллипса, а в частных случаях вырождается в круг или прямую линию. В зависимости от вида данной фигуры (линия, круг или эллипс), различают *линейную*, *круговую* и *эллиптическую* поляризацию (рис. В.3).

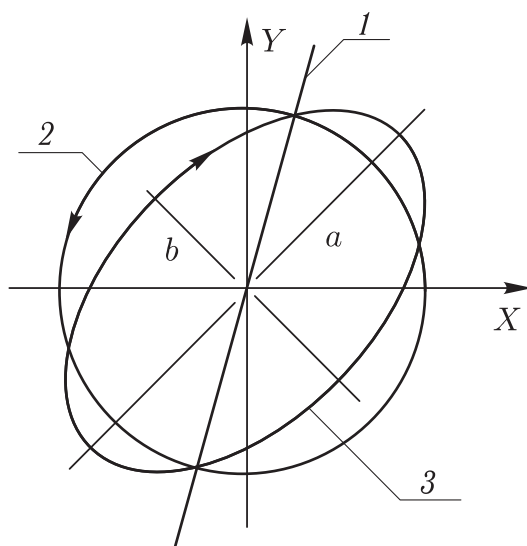


Рис. В.3. Графическое представление поляризованного света: 1 — линейная поляризация, 2 — круговая поляризация, 3 — эллиптическая поляризация

Внутренняя структура частично поляризованного света многообразна. Как правило, такой свет представляет собой смесь естественной

компоненты и линейно поляризованной. Однако возможны и более сложные случаи, некоторые из них рассмотрены в последующих главах, в частности, в п. 3.5.

Понятие «состояние поляризации», в общем случае, относится к данной точке волнового фронта, это состояние может изменяться в поперечном сечении пучка света. Такие поляризационно-неоднородные волны рассматриваются в части 3 книги. В остальных главах предполагается, что состояние поляризации сохраняется в поперечном сечении волны (вдоль поверхности волнового фронта). Это позволяет проводить независимый расчет поляризационных и волновых характеристик излучения. В ряде случаев в поляризационных расчетах используют понятие светового луча, как нормали к волновой поверхности, и приписывают каждому лучу определенное состояние поляризации.

Отметим также, что в учебной литературе термин «поляризация света» применяется также, когда говорят о *процессе* преобразования неполяризованной волны в поляризованную, например, при отражении от зеркала.

Любые оптические устройства, которые могут изменять состояние поляризации излучения, в книге называются *анизотропными элементами*. Примерами реализации таких элементов на практике служат кристаллы, брюстеровские пластины, ячейки Фарадея. Одни анизотропные элементы в оптических системах выполняют функциональную роль, формируя требуемое состояние поляризации или минимизируя потери излучения, а другие, наведенные в результате ошибок изготовления или внешних воздействий, наоборот, искажают номинальное состояние поляризации, увеличивают потери, сдвигают частоту лазерного излучения и т. д.

Корректное определение поляризационных характеристик излучения, проходящего совокупность произвольных анизотропных элементов, представляет одну из основных задач поляризационного анализа — *трансформативную*. Для оптических резонаторов, которые являются одними из основных элементов любого лазера, необходимо решать так называемую *собственную задачу* — определение поляризационных характеристик того лазерного излучения, которое формирует анизотропный резонатор. Значительный интерес для практики представляет *аддитивная задача* — расчет состояния поляризации излучения, образуемого многими волнами с произвольным состоянием поляризации.

В учебном пособии поляризационные задачи, методы расчета поляризационных характеристик, поляризационные элементы и устройства рассматриваются применительно к электромагнитным волнам оптического диапазона — оптическому излучению (свету). Название книги «Поляризационная оптика» отражает данную направленность излагаемого материала.

Часть I

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

Глава 1

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА

1.1. Развитие представлений о поляризации света

Свет — это электромагнитные волны определенного диапазона частот, которые воспринимаются человеческим глазом. Как уже указывалось во введении, поляризация — одно из основных свойств электромагнитных волн.

Человечество относительно поздно (лишь в XVII в.) столкнулось с проявлением поляризационных свойств света. Это связано с двумя обстоятельствами. Во-первых, естественные источники света (солнце, луна, огонь, светящиеся организмы), а также искусственные источники света, с которыми вплоть до последнего времени связана история цивилизации (костер, факел, свеча, лампа накаливания) излучают неполяризованный свет. Для получения частично поляризованного света нужны особые условия (например, отражение от стеклянной поверхности, рассеяние и т. д.) или специальные приспособления. Во-вторых, человеческий глаз, в отличие от глаза некоторых птиц и насекомых, непосредственно не воспринимает информацию о состоянии поляризации света. Чрезвычайно слабое восприятие поляризации за счет малой анизотропии глазных сред (фигура Хайдингера) развито у небольшого числа людей и требует особой тренированности. Поэтому естественно, что исследование поляризационных явлений запоздало по сравнению с другими разделами оптики.

Традиция обычно связывает открытие поляризации света с именем французского физика Этьена Луи Малю (1808). Однако еще в XVII в. датский физик и математик Эразм Бартолин обнаружил явление, косвенно связанное с поляризацией света. В книге под названием «Опыты с кристаллами известкового исландского шпата, которые обнаруживают удивительное и странное преломление» (1669) он описал двойное лучепреломление в кристаллах исландского шпата. Бартолин заметил,

что, попадая на поверхность кристалла и преломляясь, луч раздваивается. Он нашел также, что в кристалле существует одно направление (*оптическая ось*), следуя вдоль которого луч света не раздваивается. Открытие Бартолина положило начало кристаллооптике.

Поляризация световых волн как физический фактор была, по-видимому, впервые открыта в 1678 г. голландским физиком Христианом Гюйгенсом также при изучении оптических свойств исландского шпата. Гюйгенс обнаружил возможность выделения или подавления каждого из двух образующихся пучков с помощью второго кристалла исландского шпата. Гюйгенс установил некоторые закономерности двойного лучепреломления и открыл этот эффект в кристаллах кварца. Для направления в кристалле, вдоль которого луч естественного света не раздваивается, он ввел понятие *оптическая ось* кристалла. Даже если падающий луч света нормален к грани кристалла, он разделяется на два луча, причем один из них, в случае *одноосного* кристалла, является продолжением падающего, а второй — отклоняется. Луч, который претерпевает отклонение, получил название *необыкновенного*, а луч, распространяющийся в направлении падающего, — *обыкновенного*. Скорости распространения лучей в кристалле и показатели преломления различны. В случае *двухосного* кристалла направления обоих преломленных лучей не совпадают с падающим. Интенсивности обоих лучей на выходе из кристалла могут как совпадать, так и сильно различаться (турмалин), а плоскости колебаний вектора **E** — ортогональны. Гюйгенс попытался эмпирически объяснить явление двулучепреломления с помощью введенных им оптических индикатрис, но полностью понять сущность открытых им эффектов он не смог.

Разделение естественного света на две компоненты, которые обладают разными свойствами, наблюдалось в конце XVIII и в самом начале XIX веков рядом естествоиспытателей. Так Рошон (1783) и Волластон (1800) использовали бинарные оптические устройства (призмы), склеенные из двух по разному ориентированных кусков исландского шпата, в которых пространственное разделение компонент естественного света происходит за счет различия показателя преломления для этих компонент. Призмы Рошона и Волластона стали по существу первыми поляризаторами, которые используются и в современной аппаратуре. В отношении англичанина Уильяма Волластона следует добавить, что он открыл явление *дихроизма* (зависимость пропускания от состояния поляризации) при прохождении излучения через одноосные кристаллы.

Только в 1808 г., спустя более века после Гюйгенса, Этьен-Луи Малю, наблюдая сквозь кристалл исландского шпата блик солнечного света, отраженный под большим углом от окна Люксембургского дворца в Париже, заметил, что при повороте кристалла вокруг луча яркость получающихся при этом изображений периодически изменяется. Именно Малю мы обязаны использованием термина *поляризация*,

который происходит от греческого слова *полюс*. Будучи последовательным сторонником корпускулярной концепции света, Малию полагал, что световые частицы имеют оси и полюсы и при поляризации света происходит выстраивание световых корпускул.

Устройства, которые служат для получения линейно поляризованного света, называются *поляризаторами*. Поляризатор (рис. 1.1) характеризуется осью *пропускания* $O_1-O'_1$, которая может изменять свою ориентацию в плоскости, перпендикулярной лучевой скорости (плоскость XOY на рис. 1.1).

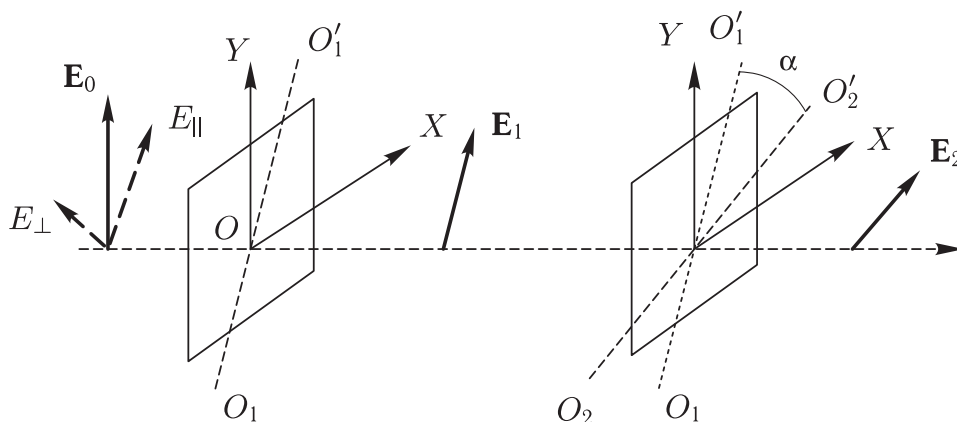


Рис. 1.1. Прохождение света через два развернутых поляризатора

Плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ прошедшего света определяется этой ориентацией и ей соответствует *линия* в плоскости XOY , совпадающая с осью пропускания поляризатора. Такое излучение называется *линейно поляризованным*.

Компонента $E_{\perp}$, перпендикулярная оси пропускания, поглощается, а компонента $E_{\parallel}$, параллельная оси пропускания поляризатора, проходит, при этом вектор $\mathbf{E}_1$ на выходе из поляризатора оказывается развернутым. Если на пути линейно поляризованного света после первого поляризатора поставить второй (в этом случае он называется *анализатор*) с осью пропускания $O_2-O'_2$, то интенсивность света, прошедшего анализатор, зависит от угла α в плоскости XOY между осями поляризаторов. Данная идеальная зависимость носит название *закона Малию*:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha, \quad (1.1)$$

где I_0 — интенсивность линейно поляризованного света после первого поляризатора, I — интенсивность света, прошедшего через два поляризатора, α — угол между осями пропускания поляризаторов. Здесь под интенсивностью понимается энергетическая характеристика излучения, распространяющегося в заданном направлении, пропорциональная квадрату амплитуды колебаний.

Таким образом, в случае идеальных скрещенных поляризаторов происходит полное затухание света. Естественный свет, прошедший поляризатор, ослабляется в два раза и при вращении поляризатора не происходит изменений в интенсивности прошедшего света. Это объясняется тем, что поляризатор поглощает одну из ортогональных некогерентных компонент вектора **E**, на которые раскладываются все возможные ориентации вектора **E** в естественном свете.

После Малю первая треть XIX в. ознаменовалась целым рядом блестящих экспериментальных исследований, существенно продвинувших представления о поляризации света. Доменик Франсуа Араго — французский ученый и политический деятель, в 1811 г. (независимо от Ж. Био и Д. Брюстера) открыл хроматическую поляризацию света при преломлении и отражении. В 1817 г. английский физик Томас Юнг — ярый сторонник волновой концепции света — детально аргументировал гипотезу о поперечности световых колебаний, объяснив опыты Араго, в которых было установлено, что лучи, поляризованные во взаимно перпендикулярных плоскостях, никогда не интерферируют.

Французский физик Жан Батист Био в 1811 г. изучал поляризацию при преломлении и отражении от диэлектрика (независимо от Э. Малю). Био исследовал поляризационные свойства многих веществ: он открыл явление дихроизма в одноосных кристаллах, много работал с наиболее распространенным в то время представителем этого класса кристаллов — естественным турмалином. Интересно, что искусственный кристалл такого типа — герапатит, способный поляризовать свет, был синтезирован лишь в 1852 г. английским врачом Уильямом Герапатом. В 1815 г. Био открыл круговую форму поляризации (независимо от Д. Араго и Д. Брюстера). Он обнаружил *оптическую активность* ряда жидкостей, установив, что некоторые растворы могут вращать плоскость поляризации, причем существуют как право- так и левовращающие вещества (1815). Найденная им простая закономерность вращения плоскости поляризации света названа его именем (закон Био): для данной длины волны угол поворота плоскости поляризации пропорционален толщине оптически активного вещества d :

$$\theta = \alpha d, \quad (1.2)$$

где α — коэффициент вращения на единицу длины.

Исследования вращения плоскости поляризации света в кристаллах и органических веществах положили начало сахарометрии (1836). Соотечественник и партнер Био по ряду работ Феликс Савар изобрел фазовую пластинку из кварца, используемую для изучения поляризованного света (пластинка Савара), и осуществил первый *полярископ* (прибор для измерения состояния поляризации света).

Шотландский ученый Дэвид Брюстер исследовал поляризацию света и установил в 1815 г. связь между показателем преломления

диэлектрика и углом падения света, при котором отраженный от поверхности диэлектрика свет полностью поляризован (закон *Брюстера*). Он же исследовал двойное лучепреломление в средах с искусственной анизотропией, обусловленной механическими напряжениями (*фотоупругость*), круговую поляризацию (1815) и открыл существование двухосных кристаллов. Его земляк Уильям Николь изобрел в 1828 г. первый призматический поляризатор (призма Николя), а позже осуществил комбинацию двух таких призм (поляризатор — анализатор) в одном приборе. Слово «*николь*» стало нарицательным, обозначая любой поляризатор. Ирландский ученый Хэмфри Ллойд наблюдал явление конической рефракции в кристаллах (1832), которое незадолго перед этим в 1828 г. предсказал его соотечественник математик и физик Уильям Гамильтон.

Огюст Френель, которого именно Э. Малю привлек к оптическим исследованиям, внес существенный вклад в теорию поляризации света. Он занимался исследованием интерференции поляризованных пучков. В 1819 г. Френель (независимо от Т. Юнга) пришел к идее поперечности световых волн, а затем в 1821 г. экспериментально доказал этот научный факт. В 1821 г. он открыл эллиптическую и круговую формы поляризации света. На базе волновых представлений он объяснил ранее обнаруженные другими исследователями явления: хроматическую поляризацию, вращение плоскости поляризации, двойное лучепреломление. В 1822 г. он изобрел оригинальное призмное устройство, позволяющее преобразовывать линейную поляризацию в круговую (*ромб Френеля*). Это была первая фазовая пластинка $\lambda/4$, в которой использовались фазовые соотношения при полном внутреннем отражении. Уникальность этого устройства иллюстрирует то обстоятельство, что лишь спустя 130 лет было создано второе подобное устройство (Ф. Муни, 1952 г.). В 1823 г. Френель установил законы отражения и преломления света для разных поляризаций при наклонном падении на плоскую неподвижную поверхность раздела двух диэлектрических сред (формулы Френеля), что позволило создать поляризаторы на этой основе.

При прохождении света через границу раздела двух прозрачных диэлектриков с различными показателями преломления происходит изменение состояния поляризации света, в частности естественный свет становится частично поляризованным. Представим вектор **E** падающего света в виде двух компонент: E_p , параллельной плоскости падения света, и E_s , перпендикулярной плоскости падения (плоскость падения образуется волновым вектором и нормалью к границе раздела диэлектриков). В случае падающего естественного света данные компоненты равны по амплитуде и некогерентны. В отраженном и преломленном свете также присутствуют компоненты E_p и E_s , однако их величина оказывается различной. Формулы, связывающие компоненты

падающей, отраженной и преломленной волн впервые получил Френель, и они носят его имя. Формулы Френеля позволяют определить степень поляризации P для отраженного и преломленного света.

Согласно определению, *степенью поляризации* называется отношение интенсивности полностью поляризованной части излучения к общей интенсивности.

Из формул Френеля следует, что в случае падения света на границу раздела двух диэлектриков, характеризующихся относительным показателем преломления n , существует угол падения $\theta_i = \arctg n$, при котором компонента E_p отраженного света обращается в нуль. Этот угол называется углом Брюстера. Отраженный свет оказывается линейно поляризованным, а степень поляризации равна единице.

В 1845 г. Майкл Фарадей обнаружил явление вращения плоскости поляризации света в магнитном поле (*эффект Фарадея*). Впоследствии детальное изучение этого эффекта предпринял французский физик М. Верде. Если линейно поляризованный свет проходит сквозь прозрачное тело (стекло, жидкость, газ), то под действием продольного магнитного поля внутри тела плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ поворачивается на малый угол

$$\varphi = V l H, \quad (1.3)$$

где H — напряженность магнитного поля, l — длина пути света в среде, V — величина, зависящая от свойств среды — постоянная Верде.

Много занимался исследованием двойного лучепреломления французский физик и астроном Жак Бабинэ. С его именем связано создание в 1849 г. устройства, выравнивающего фазы ортогональных компонент световой волны и, стало быть, трансформирующего произвольную поляризацию в линейную (компенсатор Бабинэ). Незадолго до него подобное устройство предложил А. Солейль (1845).

В 1844 г. В. Хайдинггер обнаружил, что поляризация света в отдельных случаях может быть зафиксирована непосредственно невооруженным глазом. Он нашел, что если наблюдатель некоторое время пристально смотрит на экран, равномерно освещенный горизонтально поляризованным белым светом, а затем переводит взгляд на другой экран, также равномерно освещенный вертикально поляризованным светом, то он видит слабо выраженную бледно-желтую фигуру на голубоватом фоне. Последующие исследования показали, что аналогичные фигуры наблюдаются и при смене других ортогональных поляризаций. Появление фигуры Хайдинггера, вероятно, обусловлено линейным дихроизмом пигмента в желтом пятне сетчатки и двулучепреломлением в глазных средах.

Во второй половине XIX в. происходит резкий прорыв в развитии поляризационного анализа. Понятие поляризации, будучи ранее скорее качественной характеристикой поперечных волн, находит свои четкие

количественные критерии. Началу этого прорыва положил английский физик и математик Джордж Стокс, который ввел основы адекватного математического описания состояния поляризации света (1852). Он показал, что любое состояние поляризации представимо (взаимно и однозначно) четырьмя вещественными параметрами, которые можно измерить экспериментально (параметры Стокса). Использование параметров Стокса позволяет решать аддитивные поляризационные задачи. Преобразование состояния поляризации требует дополнительной информации о поляризационном устройстве, преобразующем свет. Попытка Солейля дополнить метод Стокса применением 16-ти эмпирических констант для описания анизотропных устройств не прижилась: методу Стокса пришлось ждать около столетия для своего завершения.

Иной метод описания состояния поляризации предложил французский математик и физик Анри Пуанкаре в книге «Математическая теория света» (1892). Он обратился к наглядному стереометрическому образу — сфере (сфера *Пуанкаре*), каждая точка которой взаимно однозначно соответствует определенному состоянию поляризации. Преобразования состояния поляризации в методе Пуанкаре отображаются поворотами сферы.

Кардинальный вклад в развитие поляризационного анализа связан с именем великого шотландского ученого Джеймса Клерка Максвелла, создавшего теорию электромагнитного поля в виде полной системы уравнений (1860–1865). Понятие поляризации в теории Максвелла приобретает известную завершенность с введением четырех векторных величин, характеризующих электромагнитное поле. Многие необъяснимые поляризационные эффекты получили естественную интерпретацию. Это относится к явлениям двойного лучепреломления и конической рефракции в анизотропных оптических средах, где векторы напряженности и индукции электрического поля не коллинеарны. Максвеллу принадлежит также значительный вклад в теорию фотоупругости (1853), наряду с Францем Эрнстом Нейманом (1841).

Выдающиеся теоретические исследования в это время были дополнены новыми экспериментальными открытиями. В 1875 г. шотландский физик Джон Керр обнаружил двойное лучепреломление в изотропном веществе, помещенном в электрическое поле (эффект Керра), что объяснил возникновением оптической анизотропии жидких диэлектриков под влиянием электрического поля. Эффект Керра получил широкое практическое применение, в частности как оптический затвор (ячейка Керра). В 1876 г. им же был обнаружен *магнитооптический* эффект Керра, связанный с изменением состояния поляризации света при его отражении от намагниченной поверхности. Другой поляризационный эффект, широко используемый в настоящее время для широкополосной модуляции излучения, связан с именем Ф. Поккельса. Немецкий физик Фридрих Поккельс в 1894 г. открыл линейный электрооптический

эффект в кристаллах (возникновение двулучепреломления в кристаллах, помещенных в электрическое поле — эффект Поккельса).

XIX в. завершился экспериментальными исследованиями поляризации электромагнитных волн в радио- и СВЧ диапазонах. В 1888 г. немецкий физик Генрих Рудольф Герц, экспериментируя с электромагнитными волнами, наблюдал, в частности, их поляризацию. Наш соотечественник Петр Николаевич Лебедев в 1895 г. впервые создал комплекс устройств для генерирования и приема миллиметровых электромагнитных волн и наблюдал их поляризацию. Следует отметить, что в дальнейшем теоретические исследования поляризации электромагнитных волн в радиодиапазоне и особенно их статистическое представление существенно продвинули понимание физической природы поляризации света.

XX в. был ознаменован бурным развитием технических приложений поляризованного света и различного рода поляризационных устройств. Детальному изучению подверглись жидкие кристаллы, открытые в конце XIX в. австрийским ученым Фридрихом Рейнитцером. В настоящее время жидкие кристаллы входят в состав удобных и хорошо управляемых поляризаторов, которые нашли широкое применение на практике, особенно в области отображения буквенно-цифровой и графической информации. В 1933 г. молодой французский астроном Бернар Лио изобрел поляризационный узкополосный фильтр. Фильтр *Лио* представляет собой многослойную структуру, в которой между согласованными поляризаторами располагаются фазовые пластинки. Начиная с 1828 г. Эдвин Лэнд начал разрабатывать серию микрокристаллических, а затем и молекулярных, технически удобных пленочных поляризаторов на основе ориентированных вытянутых монокристаллов или полимерных молекул. Ахроматическая пленочная фазовая пластинка изобретена С. Вестом в 1948 г.

В середине XX в. произошел решающий прогресс в развитии различных методов поляризационного анализа. Все началось с работ американского физика Роберта Джонса, который в 1941–1947 годах предложил характеризовать полностью поляризованное излучение двумерным вектором, компоненты которого суть комплексные амплитуды ортогональных составляющих электрической напряженности (вектором Джонса). Для описания анизотропной среды Р. Джонс предложил комплексную матрицу 2×2 (матрица Джонса). Метод Джонса позволяет решать аддитивные и трансформативные поляризационные задачи, но только для полностью поляризованного излучения. В 1948 г. соотечественник Р. Джонса Ганс Мюллер придумал по существу эмпирическое дополнение к методу Стокса, которое пригодно для решения трансформативной задачи произвольно поляризованного излучения. Он предложил характеризовать анизотропную среду вещественной матрицей 4×4 (матрица Мюллера). Если параметры Стокса исходного излучения

представить в виде вектора, то матрица Мюллера преобразует этот вектор так, что дает параметры Стокса для прошедшего излучения.

Наконец, в 50-е годы ирландец Эрик О'Нейл предложил наиболее теоретически последовательный формализм описания состояния поляризации и анализа его преобразований анизотропными элементами. Метод О'Нейла использует статистический подход и понятие корреляции случайных функций для ортогональных компонент вектора электрической напряженности. Формально это выражается в введении матрицы *когерентности* и алгоритма ее преобразования.

Новый импульс в развитии поляризационной оптики произошел в 60-х годах XX в. с изобретением лазеров — источников монохроматического, поляризованного излучения. Необходимость совершенствования поляризационных характеристик лазеров и лазерных систем потребовали всестороннего исследования анизотропии оптических элементов оптического резонатора. Возник принципиально новый класс поляризационных задач — так называемых *собственных*, решение которых позволяет найти состояние поляризации волны, воспроизводящейся после циклического обхода резонатора. Новые задачи теории и практики привлекли к себе внимание целой плеяды замечательных ученых и исследователей всего мира. Большое внимание актуальным проблемам лазерной техники уделялось в России.

Главный итог XX в.: устройства, основанные на поляризационных эффектах, перестали быть достоянием экспериментальных лабораторий, были внедрены в повседневную инженерную практику, позволили решить множество интересных прикладных задач. В первую очередь необходимо упомянуть такие устройства как: поляризационные интерферометры, светофильтры, электрооптические модуляторы и затворы, жидкокристаллические индикаторы. Для лазерной техники поляризационный анализ является неотъемлемой частью проектирования резонаторов и передающих оптических систем. Поэтому можно говорить о рождении новой области науки — *поляризационной оптики*.

1.2. Поперечные электромагнитные волны

Оптическое излучение (инфракрасное, ультрафиолетовое излучение и свет) — это электромагнитные волны в частотном диапазоне от $3 \cdot 10^2$ ГГц до $3 \cdot 10^8$ ГГц (в вакууме этот диапазон соответствует интервалу длин волн от 1 нм до 1 мм). Лишь незначительная часть этого диапазона от $3,85 \cdot 10^5$ до $7,89 \cdot 10^5$ ГГц (380–780 нм) воспринимается нормальным человеческим глазом как *свет*.

Электромагнитная волна, согласно теории Максвелла, представляет собой распространяющуюся в пространстве совокупность взаимосвязанных электрического и магнитных полей, которые периодически

изменяются в пространстве и времени. Электромагнитная волна характеризуется четырьмя векторными характеристиками, которые приведены ниже в табл. 1.1. Здесь и далее в книге используется система единиц СИ.

Таблица 1.1

Векторные характеристики электромагнитной волны

Характеристика	Обозначения	Единица измерения
Напряженность электрического поля	E	В/м
Электрическая индукция	D	Кл/м ²
Напряженность магнитного поля	H	А/м
Магнитная индукция	B	Тл

Уравнение электромагнитной волны следует из уравнений Максвелла и двух материальных уравнений, которые в случае оптической среды (диэлектрик без свободных электрических зарядов и макроточек) имеют вид

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, & \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, & \operatorname{div} \mathbf{D} &= 0, \\ \mathbf{B} &= \mu\mu_0 \mathbf{H}, & \mathbf{D} &= \varepsilon\varepsilon_0 \mathbf{E}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

В уравнениях (1.4) фигурируют фундаментальные физические константы: электрическая $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м и магнитная $\mu_0 = 12,56 \times 10^{-7}$ Гн/м постоянные, а также безразмерные характеристики среды: диэлектрическая проницаемость ε и магнитная проницаемость μ . В оптических средах $\mu = 1$, а величина ε связана с показателем преломления среды n : $\varepsilon = n^2$.

Если оптическая среда — однородный, стационарный и изотропный диэлектрик, то ε и μ — постоянные скалярные величины, не зависящие ни от координат, ни от времени. В этом случае из (1.4) следует, что векторы **E** и **H** удовлетворяют волновым уравнениям

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} &= 0, \\ \nabla^2 \mathbf{H} - \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} &= 0, \end{aligned} \quad (1.5)$$

где ∇^2 — оператор Лапласа.

Фазовая скорость u электромагнитной волны равна

$$u = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu\varepsilon_0\mu_0}}. \quad (1.6)$$

Важными характеристиками излучения являются положение и форма поверхности равной фазы (волновой поверхности) и направление распространения энергии. Для определения положения участка волновой поверхности в данной точке пространства используется единичный вектор *волновой нормали*

$$\mathbf{N} = \frac{\mathbf{D} \times \mathbf{H}}{|\mathbf{D} \times \mathbf{H}|},$$

а также волновой вектор $\mathbf{k}$:

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{u} \mathbf{N}. \quad (1.7)$$

Здесь ω — круговая частота, а u — скорость распространения участка волнового фронта в направлении волновой нормали в данной среде (волновая скорость). Плотность и направление потока энергии волны в данной точке пространства определяется вектором Пойнтинга $\mathbf{S}$:

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}. \quad (1.8)$$

Единичный лучевой вектор $\mathbf{R}$ показывает направление потока энергии:

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{S}}{|\mathbf{S}|}. \quad (1.9)$$

В качестве энергетической характеристики излучения в данной книге используется понятие *интенсивность* I , которую мы определяем следующим образом:

$$I = \langle EE^* \rangle = \langle A_x^2 \rangle + \langle A_y^2 \rangle, \quad (1.10)$$

где $\langle A_x \rangle$, $\langle A_y \rangle$ — амплитуды проекций вектора $\mathbf{E}$ на ортогональные оси X и Y , усредненные за период времени, который много больше периода колебаний; знак «*» означает комплексное сопряжение.

Эта величина, размерность которой здесь $\text{В}^2/\text{м}^2$, удобна для поляризационных расчетов и пропорциональна любой энергетической характеристике излучения. Так, например, поверхностная плотность мощности W ($\text{Вт}/\text{м}^2$) плоской волны может быть выражена через величину I :

$$W = \langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{2} |\mathbf{E}| |\mathbf{H}| = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu \mu_0}} I = 1,327 \cdot 10^{-3} n I, \quad (1.11)$$

где n — показатель преломления среды.

В изотропной среде волновая нормаль $\mathbf{N}$ и лучевой вектор $\mathbf{R}$ совпадают, но в общем случае они могут не совпадать, образуя некоторый угол δ . Возможное взаимное расположение векторных характеристик электромагнитной волны, распространяющейся в произвольной оптической среде, показано на рис. 1.2.

Из электродинамики Максвелла следует, что векторы $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ и $\mathbf{R}$ образуют ортогональную тройку векторов в каждой точке пространства,

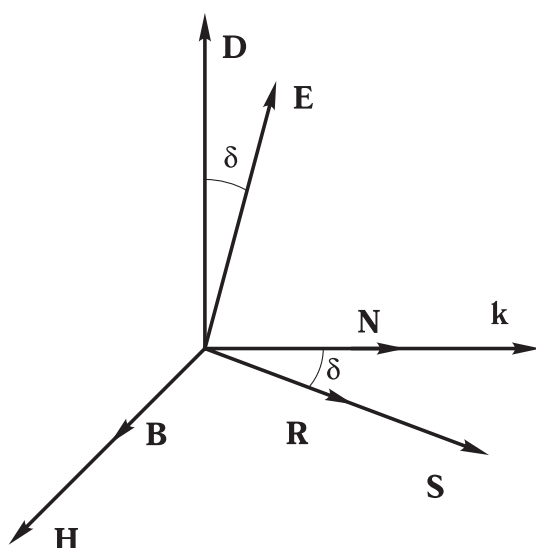


Рис. 1.2. Взаимное расположение векторных характеристик электромагнитной волны: $\mathbf{D}$ — электрическая индукция, $\mathbf{E}$ — напряженность электрического поля, $\mathbf{B}$ — магнитная индукция, $\mathbf{H}$ — напряженность магнитного поля, $\mathbf{N}$ — волновая нормаль, $\mathbf{k}$ — волновой вектор, $\mathbf{S}$ — вектор Пойнтинга, $\mathbf{R}$ — лучевой вектор

где существует электромагнитная волна. То же относится к векторам $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{N}$. Волны такого типа, в которых направление колебаний векторной характеристики перпендикулярно направлению распространения, называются *поперечными* (например, волны на поверхности воды). Однако, колебания частиц воды происходят только в вертикальном направлении, а в электромагнитной волне положение векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ в плоскости, ортогональной лучевому вектору, может оказаться различным.

Понятие поляризации электромагнитных волн связано с соответствующими векторными характеристиками ($\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$). Поскольку их ориентация в пространстве, в общем случае, является случайной функцией времени, то статистические свойства этой функции определяют *состояние поляризации* излучения.

Если в данной точке пространства ориентация векторов электромагнитной волны описывается детерминированной, периодической функцией времени, причем ее период совпадает с периодом электромагнитных колебаний, то излучение называется полностью поляризованным. В частном случае, ориентация векторов вообще не зависит от времени, тогда излучение, как уже указывалось выше, является *линейно* поляризованным.

Излучение *естественных* источников света, как правило, таково, что любые ориентации векторных характеристик равновероятны. Такое излучение называется неполяризованным (*естественным*). Поляризованное излучение можно получить из естественного с помощью

различных поляризационных устройств. В общем случае излучение можно представить суперпозицией полностью поляризованной и неполяризованной частей излучения с различной интенсивностью. Задать состояние поляризации излучения — это значит указать долю поляризованной части излучения и все параметры, однозначно определяющие зависимость от времени векторных характеристик в поляризованной части излучения.

1.3. Полностью поляризованное излучение в изотропной среде

Большую роль в формировании поляризации излучения играют оптические среды. В *изотропных* средах диэлектрическая проницаемость ϵ не зависит от состояния поляризации излучения и является скалярной функцией координат точки пространства. В этом случае векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$, $\mathbf{H}$ и $\mathbf{B}$ попарно коллинеарные, а между собой пары ортогональны:

$$\mathbf{E} \parallel \mathbf{D}; \quad \mathbf{H} \parallel \mathbf{B}; \quad \mathbf{E}, \mathbf{D} \perp \mathbf{H}, \mathbf{B}. \quad (1.12)$$

Следовательно, в изотропной среде лучевой вектор и вектор волновой нормали совпадают: $\mathbf{R} = \mathbf{N}$.

Состояние поляризации наиболее просто определяется для плоской электромагнитной волны, которая распространяется в изотропной среде. В этом случае, как отмечалось выше, векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$, также как векторы $\mathbf{H}$ и $\mathbf{B}$, попарно оказываются коллинеарными в любой момент времени. Взаимное расположение векторных характеристик излучения в изотропной среде представлено на рис. 1.3.

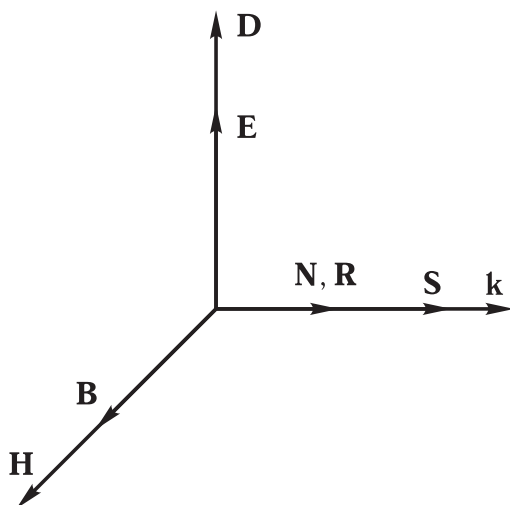


Рис. 1.3. Взаимное расположение векторных характеристик излучения в изотропной среде

Уравнения Максвелла и материальные уравнения (1.3) связывают также и модули векторных характеристик. Поэтому, если излучение распространяется в изотропной среде, при определении его состояния поляризации достаточно ограничиться одним вектором. Обычно для описания состояния поляризации выбирают вектор $\mathbf{E}$, так как именно электрическая компонента электромагнитного поля доминирует в большинстве явлений взаимодействия оптического излучения с веществом.

Итак, для описания состояния поляризации плоской электромагнитной волны в изотропной среде рассмотрим пространственно-временное поведение вектора напряженности $\mathbf{E}$.

Введем правую декартову систему координат XYZ (рис. 1.4), которой будем пользоваться в дальнейшем, следующим образом: ось Z совместим с направлением распространения плоской волны (вектором волновой нормали и лучевым вектором), а оси X и Y расположим в перпендикулярной плоскости, совпадающей с волновым фронтом.

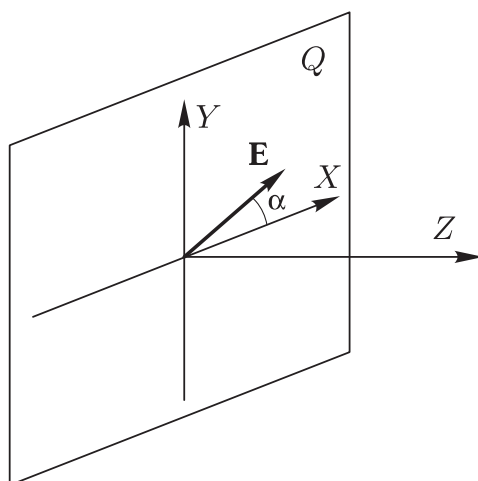


Рис. 1.4. Декартов поляризационный базис

Полная поляризация света предполагает *полную* детерминированность в ориентации вектора $\mathbf{E}$ в каждой точке пространства, где существует электромагнитная волна. Это не означает, что ориентация вектора фиксирована, напротив, это может быть периодическая функция времени. Однако не любая детерминированная функция времени $\mathbf{E}(t)$ соответствует понятию полной поляризации света. Период данной функции должен *совпадать* с периодом электромагнитных колебаний $T = 2\pi/\omega$.

Рассмотрим подробно полностью поляризованное монохроматическое излучение. Обозначим амплитуды ортогональных компонент полностью поляризованного излучения: A_{xp} и A_{yp} . Выражение для плоской, монохроматической, полностью поляризованной волны, удовлетворяю-

щей (1.3), в системе координат XYZ имеет вид

$$\begin{aligned} E_x(z, t) &= A_{xp} \cos(\omega t - kz), \\ E_y(z, t) &= A_{yp} \cos(\omega t - kz + \Phi), \end{aligned} \quad (1.13)$$

где ω — круговая частота, $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны, Φ — разность начальных фаз ортогональных компонент.

В данном случае ортогональные компоненты вектора $\mathbf{E}$ в декартовом базисе плоскости Q ($z = \text{const}$) полностью коррелированы и могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned} E_x(t) &= A_{xp} \cos(\omega t), \\ E_y(t) &= A_{yp} \cos(\omega t + \Phi). \end{aligned} \quad (1.14)$$

Система (1.14) не содержит случайных функций, поэтому пространственно-временное поведение вектора $\mathbf{E}$ полностью детерминировано. Исследуем его.

Из (1.14) следует, что изменение положения вектора $\mathbf{E}$ в общем случае имеет периодический характер. За период световых колебаний в плоскости, перпендикулярной волновой нормали $\mathbf{N}$ (плоскость Q на рис. 1.4), конец вектора опишет замкнутую кривую (годограф). Для нахождения уравнения этой кривой необходимо из (1.14) исключить время t . Из второго уравнения системы, раскрыв косинус суммы двух углов, найдем

$$\frac{E_y}{A_{yp}} - \cos \omega t \cos \Phi = -\sin \omega t \sin \Phi. \quad (1.15)$$

Возводя обе части уравнения (1.15) в квадрат и подставляя значения $\cos \omega t$ и $\sin^2 \omega t$ из первого уравнения системы (1.14), получаем

$$\left(\frac{E_y}{A_{yp}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_y}{A_{yp}}\right)\left(\frac{E_x}{A_{xp}}\right)\cos \Phi + \left(\frac{E_x}{A_{xp}}\right)^2 \cos^2 \Phi = \sin^2 \Phi - \left(\frac{E_x}{A_{xp}}\right)^2 \sin^2 \Phi. \quad (1.16)$$

Приводя подобные члены и умножая на $(A_{xp}A_{yp})^2$, нетрудно привести это уравнение к виду

$$A_{yp}^2 E_x^2 - 2A_{xp}A_{yp} E_x E_y \cos \Phi + A_{xp}^2 E_y^2 = A_{xp}^2 A_{yp}^2 \sin^2 \Phi. \quad (1.17)$$

Таким образом, мы видим, что компоненты вектора $\mathbf{E}$ (E_x и E_y) связаны уравнением второй степени. Но замкнутая кривая второго порядка это *эллипс*. Следовательно, конец вектора $\mathbf{E}$ описывает в плоскости Q эллипс ($ABCD$ на рис. 1.5), который называется *поляризационным эллипсом* (или эллипсом поляризации).

Для определения параметров поляризационного эллипса сравним полученное соотношение (1.17) с уравнением центрального эллипса.

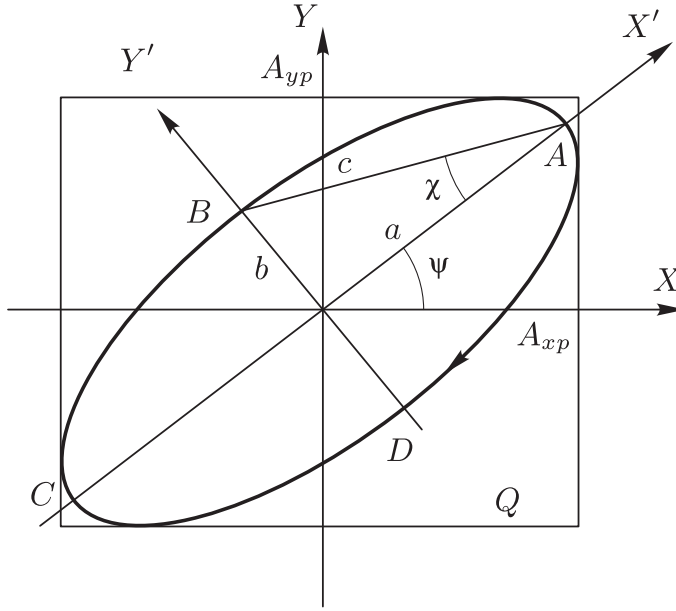


Рис. 1.5. Поляризационный эллипс: X, Y — произвольный декартов базис; X', Y' — собственный координатный базис; A_{xp} — амплитуда x -компоненты; A_{yp} — амплитуда y -компоненты; a — большая полуось эллипса; b — малая полуось поляризационного эллипса; ψ — азимут поляризации; χ — угол эллиптичности

Как известно, уравнение эллипса в собственных осях (оси X', Y' на рис. 1.5) может быть представлено в виде

$$\left(\frac{x'}{a}\right)^2 + \left(\frac{y'}{b}\right)^2 = 1, \quad (1.18)$$

где a и b — полуоси эллипса. Поворот осей на угол ψ соответствует переходу к системе координат XOY на рис. 1.5, причем

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \psi + y \sin \psi, \\ y' &= -x \sin \psi + y \cos \psi. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Таким образом, уравнение центрального эллипса, большая ось которого составляет угол ψ с осью абсцисс, имеет вид

$$\begin{aligned} (a^2 \sin^2 \psi + b^2 \cos^2 \psi)x^2 - 2 \sin \psi \cos \psi (a^2 - b^2)xy + \\ + (a^2 \cos^2 \psi + b^2 \sin^2 \psi)y^2 = a^2 b^2. \end{aligned} \quad (1.20)$$

Сопоставив уравнения (1.20) и (1.17), получим выражения для полуосей поляризационного эллипса:

$$a, b = \sqrt{\frac{2A_{xp}^2 A_{yp}^2 \sin^2 \Phi}{A_{xp}^2 + A_{yp}^2 \mp \sqrt{(A_{xp}^2 + A_{yp}^2)^2 - (2A_{xp} A_{yp} \sin \Phi)^2}}}. \quad (1.21)$$

Здесь знак « $-$ » относится к большой полуоси a .

Габариты поляризационного эллипса определяются энергетикой излучения. Из (1.21) и рис. 1.5 следует, что квадрат хорды поляризационного эллипса $c = AB$ численно равен интенсивности полностью поляризованной части излучения I_p

$$c^2 = a^2 + b^2 = A_{xp}^2 + A_{yp}^2 = I_p. \quad (1.22)$$

Соотношение и положение осей поляризационного эллипса принято характеризовать двумя *эллипсометрическими* параметрами, которые играют важную роль в поляризационном анализе. Обычно указывают угол между большой полуосью эллипса и положительным направлением оси абсцисс — ψ , а также угол между хордой AB и большой полуосью эллипса χ (см. рис. 1.5). Первый параметр ψ называется *азимутом* поляризации, а второй χ — *углом эллиптичности*. Азимут поляризационного эллипса принимает значения в интервале

$$-90^\circ \leq \psi \leq 90^\circ. \quad (1.23)$$

Движение конца вектора $\mathbf{E}$ может происходить в противоположных направлениях. Если наблюдать излучение навстречу его распространению, то за положительное (*правое*) направление вращения вектора $\mathbf{E}$ принимается вращение *по* часовой стрелке ($\chi > 0$). Отрицательным (*левым*) считается вращение *против* часовой стрелки ($\chi < 0$).

Альтернативную информацию о направлении вращения вектора $\mathbf{E}$ в плоскости Q принято обозначать знаком угла эллиптичности. Таким образом, диапазон возможных значений угла эллиптичности таков:

$$-45^\circ \leq \chi \leq 45^\circ. \quad (1.24)$$

Значение угла эллиптичности $\chi = 0$ соответствует линейной поляризации, а значения $\chi = \pi/4$ и $\chi = -\pi/4$ — правой и левой круговой поляризации.

Различают три вида состояния поляризации (закона перемещения конца вектора $\mathbf{E}$) для полностью поляризованного света: *линейная*, *круговая* и *эллиптическая* поляризация света (см. рис. В.3).

Если ориентация вектора $\mathbf{E}$ постоянна, или, другими словами, колебания вектора $\mathbf{E}$ волны происходят в одной меридиональной плоскости, проходящей через ось Z , то годограф вектора $\mathbf{E}$ в плоскости XOY — прямая линия. Разность фаз Φ при этом равна нулю. Такое состояние поляризации называется *линейным*.

Если вектор $\mathbf{E}$ в каждой точке оси Z располагается так, что огибающая всех векторов образует винтовую линию, проекция которой на плоскость XOY (годограф) — окружность (рис. 1.6), то такое состояние поляризации называется *круговым* (циркулярным): правым или левым.

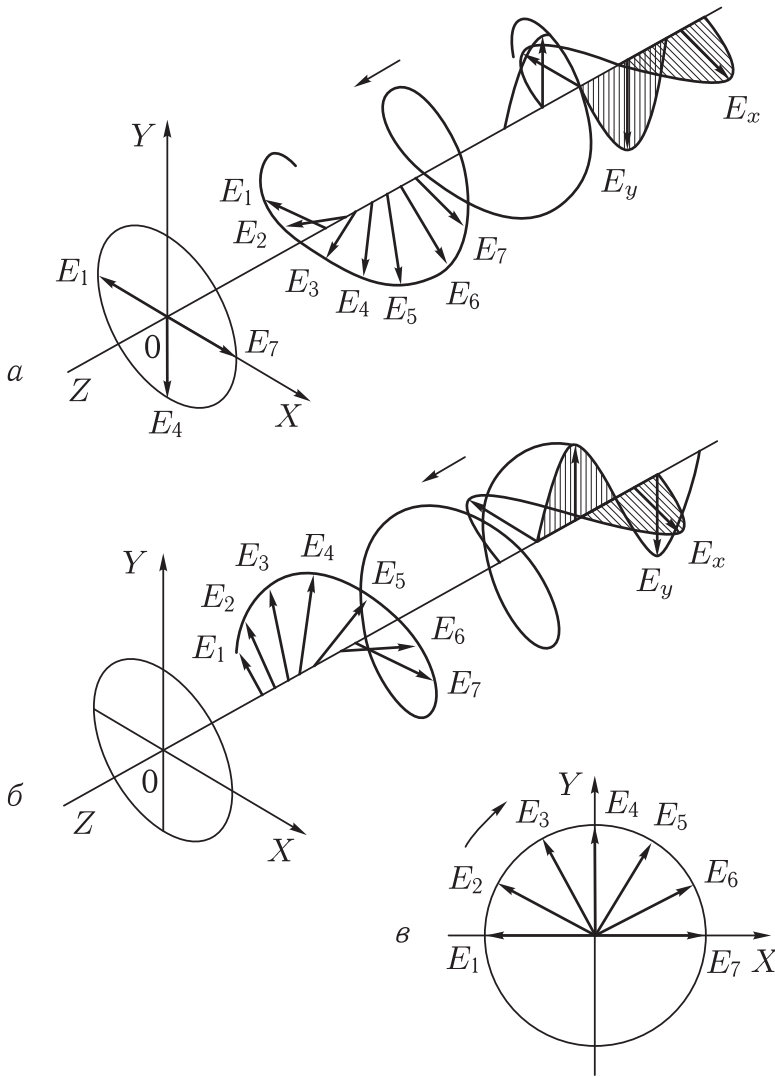


Рис. 1.6. Свет с круговым состоянием поляризации: X , Y — поперечные координатные оси; Z — продольная ось (направление распространения волны); a — волна с левой круговой поляризацией; b — волна с правой круговой поляризацией; $в$ — годограф волны b (вид навстречу распространения). Вся винтовая линия как единое целое переносится вдоль оси Z с фазовой скоростью u . Векторы $\mathbf{E}_i$, образующие винтовую линию, пересекают плоскость XOY в последовательности: $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \dots, \mathbf{E}_6, \mathbf{E}_7$

Волна с круговой поляризацией может быть представлена суперпозицией двух когерентных волн с ортогональными линейными состояниями поляризации равной амплитуды и сдвинутых по фазе на $\Phi = \pi/2$.

Волне с правым (левым) круговым состоянием поляризации соответствует огибающая, которая имеет форму правого (левого) винта относительно направления распространения (оси Z), при этом вся огибающая винтовая линия как единое целое, не вращаясь, переносится вдоль оси Z с фазовой скоростью волны u . Векторы, которые образуют эту линию, пересекают плоскость XOY в последовательности: $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \dots, \mathbf{E}_7$ и т. д. (см. рис. 1.6). Правой круговой поляризации

соответствует поворот вектора $\mathbf{E}$ на плоскости XOY по часовой стрелке, если смотреть навстречу оси Z , а левой круговой поляризации — поворот против часовой стрелки. Правое направление вращения вектора $\mathbf{E}$ в плоскости Q соответствует движению *правой* винтовой линии (см. рис. 1.6).

В терминологии, касающейся того, какая из компонент вектора $\mathbf{E}$ опережает другую, существует некоторая путаница. В случае *правой* круговой поляризации вертикальная компонента E_y *отстает* по фазе от компоненты E_x , в том смысле, что состояния, совпадающие по фазе, у компоненты E_y происходят *позже*, чем у E_x , т. е. при больших значениях координаты z . Таким образом, в случае правой круговой поляризации волновой фронт компоненты E_y «выдвинут» вперед относительно компоненты E_x , и обычно говорят, что компонента E_y «опережает» компоненту E_x . В случае же *левой* круговой поляризации наоборот компонента E_y *опережает* по фазе E_x , соответственно вперед выдвинута E_x , и принято считать, что E_x «опережает» компоненту E_y .

Вернемся к рассмотрению уравнений (1.20) и (1.17). Сравнивая разность коэффициентов при $(E_x)^2$, $(E_y)^2$ в (1.17) с разностью коэффициентов при x^2 , y^2 в (1.20), а также коэффициенты при $E_x E_y$ в (1.17) и при xy в (1.20) находим

$$\begin{aligned}(a^2 - b^2) \cos 2\psi &= A_{xp}^2 - A_{yp}^2, \\ (a^2 - b^2) \sin 2\psi &= 2A_{xp}A_{yp} \cos \Phi.\end{aligned}\tag{1.25}$$

Отсюда получим стандартное выражение для азимута поляризации:

$$\psi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{2A_{xp}A_{yp} \cos \Phi}{A_{xp}^2 - A_{yp}^2} \right).\tag{1.26}$$

Из рис. 1.5 следуют соотношения:

$$\begin{aligned}\sin \chi &= \frac{b}{c}, \quad \cos \chi = \frac{a}{c}, \\ \sin 2\chi &= \frac{2ab}{c^2}.\end{aligned}\tag{1.27}$$

Подставив в них значения параметров a , b и c из (1.21) и (1.22), получим обычно используемое выражение для угла эллиптичности:

$$\chi = \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{2A_{xp}A_{yp} \sin \Phi}{A_{xp}^2 + A_{yp}^2} \right).\tag{1.28}$$

Следовательно, амплитуды A_{xp} , A_{yp} и разность фаз Φ ортогональных компонент волны однозначно определяют интенсивность I_p

и эллипсометрические параметры ψ , χ поляризованной части излучения, что задается соотношениями (1.22), (1.26) и (1.28). Приведем и обратные соотношения:

$$\begin{aligned} A_{xp} &= \sqrt{\frac{1}{2} I_p (1 + \cos 2\psi \cos 2\chi)}, & A_{yp} &= \sqrt{\frac{1}{2} I_p (1 - \cos 2\psi \cos 2\chi)}, \\ \sin \Phi &= \frac{\sin 2\chi}{\sqrt{1 - \cos^2 2\psi \cos^2 2\chi}}, & \cos \Phi &= \frac{\sin 2\psi \cos 2\chi}{\sqrt{1 - \cos^2 2\psi \cos^2 2\chi}}. \end{aligned} \quad (1.29)$$

В табл. 1.2 приведена эволюция поляризационного эллипса в зависимости от разности фаз декартовых компонент вектора **E**.

Итак, мы определили поляризационный эллипс, т. е. кривую, по которой перемещается конец вектора **E**. Обратимся теперь к скорости его перемещения. Для этого положим азимут поляризационного эллипса равным нулю. Такое кажущееся упрощение задачи не ограничит общности выводов о скорости, так как оно равносильно просто переходу к другой системе координат $X'OY'$ на рис. 1.5. Из (1.29) следует, что в этом случае амплитуды и разность фаз ортогональных декартовых компонент волны таковы:

$$A_{xp} = \sqrt{I_p} \cos \chi, \quad A_{yp} = \sqrt{I_p} \sin \chi, \quad \Phi = \frac{\pi}{2}. \quad (1.30)$$

В качестве уравнений движения вектора **E_p** можно использовать соотношения (1.14), которые в данном случае будут иметь вид

$$\begin{aligned} E_{xp}(t) &= \sqrt{I_p} \cos \chi \cos \omega t, \\ E_{yp}(t) &= \sqrt{I_p} \sin \chi \sin \omega t. \end{aligned} \quad (1.31)$$

Модуль вектора **E_p** и скорость его изменения в течение периода описываются соотношениями

$$\begin{aligned} E_p(t) &= \sqrt{E_{xp}^2(t) + E_{yp}^2(t)} = \sqrt{\frac{1}{2} I_p (1 + \cos 2\chi \cos 2\omega t)}. \\ \frac{\partial E_p}{\partial t}(t) &= -\frac{\omega \sqrt{I_p} \cos 2\chi \sin 2\omega t}{\sqrt{2(1 + \cos 2\chi \cos 2\omega t)}}. \end{aligned} \quad (1.32)$$

Угловая координата α вектора **E_p** и угловая скорость его вращения Ω задаются формулами

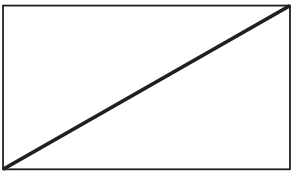
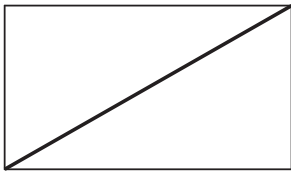
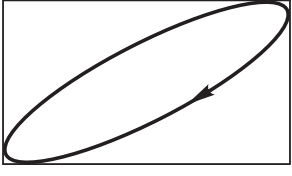
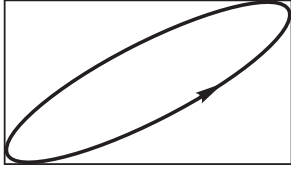
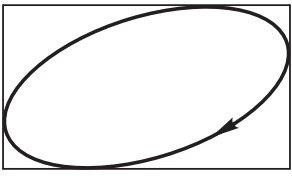
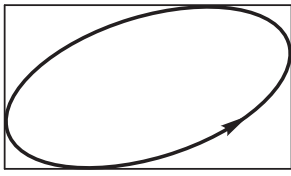
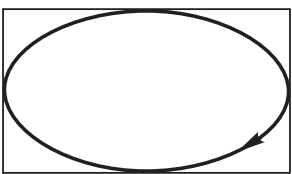
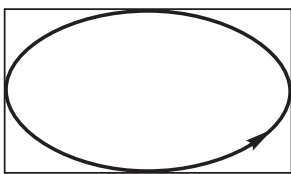
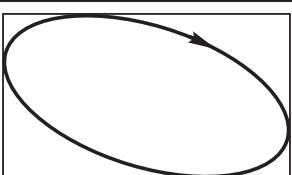
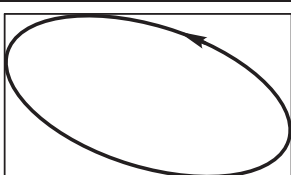
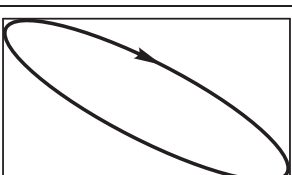
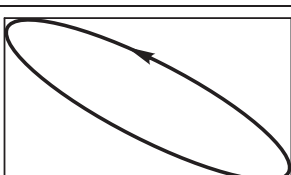
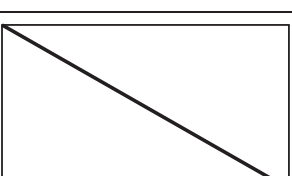
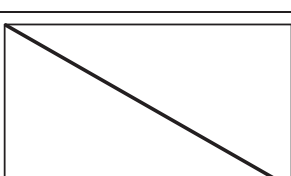
$$\begin{aligned} \alpha(t) &= \arctg \left[\frac{E_{yp}(t)}{E_{xp}(t)} \right] = \arctg (\tg \chi \tg \omega t), \\ \Omega(t) &= \frac{\partial \alpha}{\partial t}(t) = \frac{\omega \sin 2\chi}{1 + \cos 2\chi \cos 2\omega t}. \end{aligned} \quad (1.33)$$

Для линейного состояния поляризации ($\chi = 0$)

$$E_p(t) = \sqrt{I_p} \cos \omega t, \quad \alpha(t) = \text{const}, \quad \Omega(t) = 0. \quad (1.34)$$

Таблица 1.2

Эволюция поляризационного эллипса

$\Phi = 0$		$\Phi = 360^\circ$	
$\Phi = 30^\circ$		$\Phi = 330^\circ$	
$\Phi = 60^\circ$		$\Phi = 300^\circ$	
$\Phi = 90^\circ$		$\Phi = 270^\circ$	
$\Phi = 120^\circ$		$\Phi = 240^\circ$	
$\Phi = 160^\circ$		$\Phi = 210^\circ$	
$\Phi = 180^\circ$		$\Phi = 180^\circ$	

Для кругового состояния поляризации ($\chi = 45^\circ$):

$$E_p(t) = \sqrt{\frac{1}{2}} I_p = \text{const}, \quad \frac{\partial E_p}{\partial t}(t) = 0, \quad (1.35)$$

$$\alpha(t) = \omega t, \quad \Omega(t) = \omega = \text{const}.$$

В общем случае и модуль вектора $\mathbf{E}_p$ и угловая скорость его вращения изменяются в течение периода световых колебаний. При этом

любопытно, что движение конца вектора $\mathbf{E}_p$ по эллиптической орбите, так же как и движение планет, подчиняется закону постоянства *секториальной скорости*. Секториальная скорость при вращении вектора $\mathbf{E}_p$ не зависит от времени:

$$V_s = \frac{1}{2} \Omega(t) E^2(t) = \frac{1}{4} \omega I \sin 2\chi. \quad (1.36)$$

Таким образом, в данном разделе мы показали, что в общем случае состояние поляризации полностью поляризованного излучения является эллиптическим.

Эллиптически поляризованный свет включает как частные случаи линейную и круговую поляризации. Вместе с тем, саму эллиптическую поляризацию можно рассматривать как когерентную суперпозицию ортогональных линейных состояний поляризации с различной амплитудой и разностью фаз. В ряде задач эллиптическую поляризацию удобно рассматривать как когерентную суперпозицию линейной и круговой поляризаций с различными интенсивностями. Вообще таких представлений бесконечное множество (этот вопрос подробно разобран в гл. 3). На практике это означает, что в результате интерференции двух когерентных волн с определенными состояниями поляризации можно получить свет с новым состоянием поляризации, как это было доказано в опытах Френеля [4, 9].

Важно подчеркнуть, что и линейная, и круговая поляризации в равной степени суть базовые, простейшие состояния поляризации, которые соответствуют природным явлениям и объектам. Так эффекты, связанные с прохождением света через границу двух сред, предполагают разложение волны на линейно поляризованные ортогональные компоненты. В то же время процессы при наличии естественной или наведенной оптической активности требуют представления волны по правому и левому кругу.

Линейно поляризованный свет можно разложить на сумму двух круговых поляризаций с противоположным направлением вращения вектора $\mathbf{E}$ (правой и левой) и определенной разностью фаз, а свет с круговой поляризацией описывается суперпозицией двух ортогональных линейных поляризаций, которые имеют сдвиг фаз, равный $\pi/2$.

Существует бесконечное множество различных форм поляризации, отличающихся друг от друга значениями эллипсометрических параметров. Среди этого множества выделяют пары ортогональных поляризаций. Два состояния поляризации называются *ортогональными*, если в отношении поляризационных эллипсов выполняются следующие условия:

- соотношения осей одинаковы;
- соответствующие оси перпендикулярны;
- направления вращения вектора $\mathbf{E}$ противоположны;
- интенсивности I равны.

Таким образом, аналитическим условием ортогональности двух поляризаций 1 и 2 являются соотношения:

$$\begin{aligned}\psi_1 - \psi_2 &= \pm 90^\circ, & \chi_1 + \chi_2 &= 0, \\ I_1 &= I_2.\end{aligned}\tag{1.37}$$

Ортогональными, например, являются две такие линейные поляризации, плоскости ориентации вектора **Е** которых ортогональны. Другим простым примером ортогональных поляризаций можно назвать две круговые поляризации с противоположным направлением вращения вектора **Е**. Как будет видно из последующего, выделение ортогональных поляризаций обусловлено вескими физическими соображениями. В частности, волны с ортогональными состояниями поляризации при суперпозиции не образуют интерференционной картины.

1.4. Состояние поляризации частично поляризованного излучения

В данном разделе основное понятие поляризационного анализа — состояние поляризации излучения, детально обсуждается на базе статистической оптики. Несколько способов описания состояния поляризации частично поляризованного света, принятых в современной литературе, вводятся ниже в гл. 2.

Рассмотрим свойства пространственно-временной ориентации векторных величин электромагнитного поля, распространяющегося в однородном и изотропном пространстве. Как отмечалось ранее, в изотропной среде состояние поляризации оптического излучения может быть полностью определено заданием величины и положения вектора **Е**. Следует отметить, что строго монохроматическое излучение (1.13) всегда полностью поляризовано, т.е. конец вектора **Е** в каждой точке пространства движется периодически, описывая, в общем случае, эллипс. В то же время немонохроматическое излучение может быть полностью поляризованным. Связь этих фундаментальных понятий будет обсуждаться ниже.

В общем случае понятие «состояние поляризации» относится к отдельной точке электромагнитной волны. Воспользуемся координатным базисом (рис. 1.4), ось *Z* которого совмещена с направлением лучевого вектора **Р**. В изотропной среде вектор волновой нормали **Н** и лучевой вектор **Р** совпадают, а векторы электромагнитного поля располагаются в плоскости *Q*, ортогональной оси *Z* (рис. 1.4). При решении поляризационных задач наиболее распространен декартов базис с поперечными осями *X* и *Y*. Возможность использования иного базиса обсуждается во второй главе. Для плоской монохроматической волны состояние поляризации одинаково для всех точек плоскости *Q*.

В отношении электромагнитной волны, рассматриваемой в данной главе, сделаем еще одно важное допущение. Состояние поляризации волн связано с их монохроматичностью. При количественном анализе частичной поляризации будем полагать волну *квазимонохроматической* (ширина спектральной линии $\Delta\omega$ много меньше средней круговой частоты ω).

Свет в направлении Z формируется совокупностью элементарных излучателей (атомов, молекул), которые в общем случае не связаны между собой и испускают свет очень короткое время (порядка $10^{-10} - 10^{-8}$ секунды). За это время атом излучает так называемый цуг волн, который хотя и составляет свыше миллиона колебаний электромагнитного поля, но имеет конечную длину. Каждое новое высвечивание атома происходит с новой начальной фазой. Таким образом, излучение характеризуется центральной частотой ω , шириной спектра $\Delta\omega \ll \omega$ и средним временем жизни $\tau_c = 2\pi/\Delta\omega$. Такой спектр эквивалентен спектру синусоидальной волны с несущей частотой ω и модулированными амплитудой и фазой, причем $A_{x,y}(t)$ и $\Phi_{x,y}(t)$ — медленно меняющиеся функции времени t по сравнению с функцией $\cos \omega t$. Тогда декартовы компоненты плоской квазимонохроматической волны в любом поперечном сечении Q (рис. 1.4) можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} E_x &= A_x(t) \cos [\omega t + \Phi_x(t)], \\ E_y &= A_y(t) \cos [\omega t + \Phi_y(t)]. \end{aligned} \quad (1.38)$$

Здесь $A_{x,y}$, $\Phi_{x,y}$ — амплитуды и фазы декартовых компонент вектора **E**. Рациональным выбором начала отсчета времени t уравнения (1.38) приводятся к виду

$$\begin{aligned} E_x &= A_x(t) \cos (\omega t), \\ E_y &= A_y(t) \cos [\omega t + \Phi(t)], \end{aligned} \quad (1.39)$$

где $\Phi(t) = \Phi_y(t) - \Phi_x(t)$ — разность фаз ортогональных компонент волны.

Особенностью амплитудных случайных функций $A_{x,y}(t)$ является то, что в реальных стационарных ситуациях среднее квадратичное отклонение амплитуды значительно меньше ее математического ожидания. Поэтому случайная временная зависимость амплитуды ведет лишь к весьма малой неопределенности мгновенного положения конца вектора **E** в плоскости Q , и ее влиянием на состояние поляризации излучения можно пренебречь. Это обстоятельство позволяет не рассматривать далее случайные функции $A_{x,y}(t)$ и в рамках поляризационного анализа понимать под амплитудами ортогональных компонент вектора **E** математические ожидания этих функций — $M[A_{x,y}(t)]$, которые для эргодических стационарных случайных процессов совпадают со средними по времени $\langle A_{x,y}(t) \rangle$ (знак усреднения далее опускаем).

Отдельные понятия теории случайных функций (см. например, [5]), которые используются в дальнейшем, вынесены в приложение А.

Фазы каждой из компонент волны $\Phi_{x,y}(t)$ и их разность $\Phi(t)$ также являются случайными функциями времени. В отличие от амплитудных, фазовые случайные функции существенно влияют на положение вектора $\mathbf{E}$ в поперечной плоскости Q . Происходит это потому, что среднее квадратичное отклонение этих функций может быть соизмеримым и даже превышать их математическое ожидание.

Микроструктура излучения, представляемая в виде хаотической последовательности волновых цугов конечной длительности, соответствует следующей модели зависимости фазы от времени. Разность фаз Φ сохраняется в течение некоторого временного интервала τ , а затем скачком изменяется на величину, соизмеримую или превышающую исходное значение фазы. Величина τ , вообще говоря, случайна и в дальнейшем мы пользуемся математическим ожиданием этой величины τ_c , которое называется *временем когерентности*. Величина τ_c связана с длиной волнового цуга l через скорость распространения волны c в данной среде: $l = c\tau_c$. На рис. 1.7 показана возможная модельная гистограмма временной зависимости $\Phi(t)$.

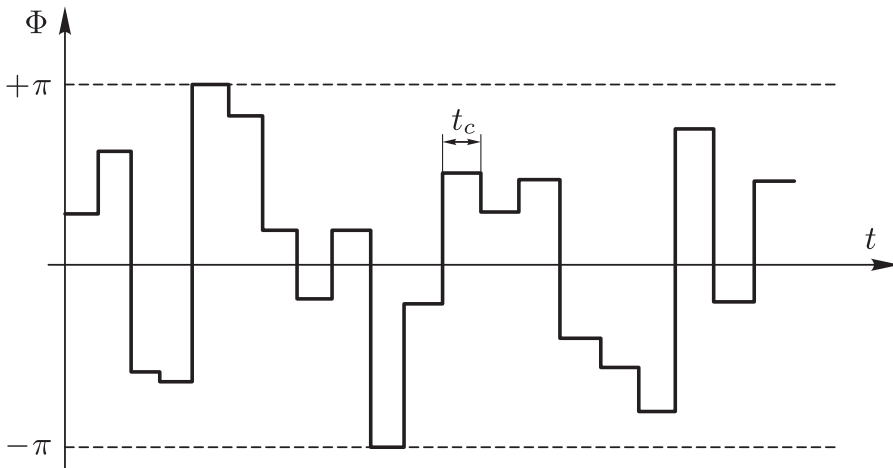


Рис. 1.7. Модельная гистограмма временной зависимости разности фаз

Вообще при анализе процессов распространения и приема квазимонохроматических волн фундаментальными являются три характерных временных интервала: период световых колебаний $T = 2\pi/\omega$; время когерентности, т. е. средний интервал, в течение которого сохраняется разность фаз $\tau_c = 2\pi/\Delta\omega$; временной интервал τ_i , в течение которого устанавливается отклик приемника излучения, т. е. время, характеризующее инерционность приемника.

Возможные значения этих величин для оптического диапазона таковы: $T = 10^{-15}$ с, $\tau_c = 10^{-10}$ с, $\tau_i = 10^{-8}$ с. Для естественных источников излучения обычно справедливо следующее соотношение указанных

временных интервалов:

$$T \ll \tau_c \ll \tau_i. \quad (1.40)$$

Следует подчеркнуть, что понятия поляризованного или неполяризованного излучения связаны с временем измерения (временем осреднения случайных функций). Так за время измерения $t \gg \tau_c$ амплитуды компонент неполяризованного излучения оказываются равными, а разность фаз — случайная функция времени с равномерной плотностью вероятности. Если же время измерения меньше времени когерентности τ_c , то излучение в общем случае является частично поляризованным. Тем не менее, в поляризационном анализе принято полагать время измерения много большим, чем время когерентности.

Характеристики частично поляризованного излучения существенно зависят от согласованности или, как принято говорить, от *корреляции* случайных функций $E_x(t)$ и $E_y(t)$ или $\Phi_x(t)$ и $\Phi_y(t)$ (см. приложение А).

В оптике вместо понятия корреляции случайных функций $E_x(t)$ и $E_y(t)$ принято пользоваться понятием *когерентности*. Когерентность (согласованность) двух световых волн — это фундаментальное понятие оптики, наглядно проявляющееся при их интерференции. Так результат сложения двух квазимонохроматических волн $\mathbf{E}_1$ и $\mathbf{E}_2$, обладающих одинаковой поляризацией (или неполяризованных вовсе), определяется соотношением

$$|E|^2 = |E_1|^2 + |E_2|^2 + 2|E_1||E_2|\operatorname{Re}(\gamma_{12}), \quad (1.41)$$

где γ_{12} — комплексная степень когерентности, количественно характеризующая согласованность исходных волн. Ситуация, когда интерферируют волны с различной поляризацией, подробно анализируется в гл. 3.

Состояние поляризации одной векторной волны $\mathbf{E}$ зависит от согласованности ее скалярных ортогональных компонент (E_x , E_y). Соответствующая характеристика называется *комплексной степенью когерентности* μ_{xy} ортогональных компонент $\mathbf{E}$ и в случае квазимонохроматической волны равна

$$\mu_{xy} = \frac{\langle E_x^* E_y \rangle}{\sqrt{\langle E_x E_x^* \rangle \langle E_y E_y^* \rangle}}. \quad (1.42)$$

Здесь $\langle \cdot \rangle$ означает усреднение во временном интервале, соизмеримом с параметром инерционности τ_i приемника излучения.

На практике чаще используется модуль величины μ_{xy} , называемый просто *степенью когерентности*. Эта величина связана со случайной функцией $\Phi(t)$ следующим образом:

$$|\mu_{xy}|^2 = \langle \cos \Phi(t) \rangle^2 + \langle \sin \Phi(t) \rangle^2. \quad (1.43)$$

Здесь учтено, что $A_x \approx \langle A_x \rangle$ и $A_y \approx \langle A_y \rangle$.

Степень когерентности принимает значения от нуля до единицы. Если случайные функции $\Phi_x(t)$ и $\Phi_y(t)$ полностью коррелированы, т.е. их разность Φ не зависит от времени и может характеризоваться нулевой дисперсией, имеем $|\mu_{xy}| = 1$. Если между фазами $\Phi_x(t)$ и $\Phi_y(t)$ существует стохастическая (вероятностная) связь, а случайная функция $\Phi(t)$ характеризуется конечными значениями математического ожидания и дисперсии, то $0 < |\mu_{xy}| < 1$. Если же функции $\Phi_x(t)$ и $\Phi_y(t)$ не коррелированы, и случайная функция $\Phi(t)$ не имеет математического ожидания, в том смысле, что равновероятны любые ее значения $0 < \Phi(t) < 2\pi$, степень когерентности $|\mu_{xy}|$ обращается в нуль.

Самостоятельный интерес представляет случай, когда $\Phi(t)$ — детерминированная функция, зависящая от времени. Такая ситуация реализуется в лазерных оптических системах (лазерных анемометрах, лазерных гироскопах) при интерференции двух эллиптически поляризованных волн с малой разностью частот $\Delta\omega \ll \omega$. В (1.39) это эквивалентно зависимости разности фаз от времени: $\Phi(t) = \Delta\omega t$. За период усреднения, который много меньше $2\pi/\Delta\omega$, результирующая волна может считаться полностью поляризованной. С течением времени эллипс поляризации изменяет свое положение в пространстве, поэтому при достаточно большом времени наблюдения волна оказывается частично поляризованной. Такие волны более подробно рассмотрены в гл. 3.

Состояние поляризации волны определяется не только величиной μ_{xy} , но и соотношением амплитуд ортогональных компонент вектора $\mathbf{E}$. Вообще, частично поляризованное излучение возникает при выполнении хотя бы одного из двух условий:

$$A_x \neq A_y, \quad |\mu_{xy}| \neq 0. \quad (1.44)$$

В общем случае частично поляризованное излучение может рассматриваться как суперпозиция полностью поляризованной и неполяризованной частей. Как поляризованная (индекс p), так и неполяризованная (индекс n) части излучения характеризуются своим амплитудами декартовых компонент (A_{xp} , A_{yp} и $A_{xn} = A_{yn}$) и своими интенсивностями (I_p и I_n). При этом очевидно, что

$$\begin{aligned} A_{x,y} &= \sqrt{A_{x,yp}^2 + A_n^2}, \\ I &= I_p + I_n. \end{aligned} \quad (1.45)$$

Нетрудно также получить следующие полезные для поляризационного анализа соотношения:

$$\begin{aligned} A_{xp}^2 - A_{yp}^2 &= A_x^2 - A_y^2, \\ A_{xp}A_{yp} &= |\mu_{xy}| A_x A_y. \end{aligned} \quad (1.46)$$

Степенью поляризации излучения P называется отношение интенсивности поляризованной части излучения I_p к суммарной интенсивности I :

$$P = \frac{I_p}{I}. \quad (1.47)$$

В общем случае эта характеристика относится к данной точке волнового фронта. Величина P зависит от соотношения амплитуд (A_y/A_x) и степени когерентности $|\mu_{xy}|$ ортогональных компонент волны:

$$P = \sqrt{1 - \left(\frac{2A_x A_y}{A_x^2 + A_y^2} \right)^2 (1 - |\mu_{xy}|^2)}. \quad (1.48)$$

На рис. 1.8 представлена зависимость степени поляризации P излучения от степени когерентности декартовых компонент $|\mu_{xy}|$ и соотношения амплитуд A_y/A_x .

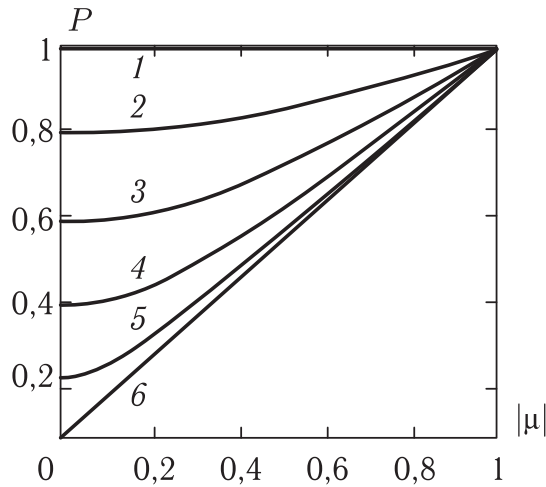


Рис. 1.8. Зависимость степени поляризации излучения от степени когерентности декартовых компонент вектора $\mathbf{E}$ при различном соотношении их амплитуд: 1 — $A_y/A_x = 0$; 2 — $A_y/A_x = 0,2$; 3 — $A_y/A_x = 0,4$; 4 — $A_y/A_x = 0,6$; 5 — $A_y/A_x = 0,8$; 6 — $A_y/A_x = 1$

В отличие от степени поляризации P , степень когерентности $|\mu_{xy}|$ зависит от выбора координатного базиса. Всегда существует пара взаимно ортогональных направлений, для которых интенсивности соответствующих ортогональных компонент равны. Для этой пары направлений: $|\mu_{xy}| = P$ (кривая 6 на рис. 1.8). Во всех остальных случаях степень поляризации больше, чем степень когерентности.

Рассмотрим характерные частные случаи.

1. Процесс излучения совершенно изотропен. Модельно это можно представить как излучение хаотически ориентированных независимых диполей. Так как все ориентации диполей равновероятны, амплитуды ортогональных компонент для любого направления излучения равны, $A_x = A_y$. Так как диполи независимы, то ортогональные компоненты

излучения некогерентны ($|\mu_{xy}| = 0$), их фазы некоррелированы, и все значения разности фаз $\Phi(t)$ равновероятны. Детерминированная закономерность в положении вектора **E** отсутствует. Такое излучение называется полностью неполяризованным, при этом $P = 0$, $A_{xp} = A_{yp} = 0$, $A_{xn} = A_{yn} = (I/2)^{1/2}$.

В неполяризованной части излучения постоянство разности фаз ортогональных компонент **E_p** сохраняется в течение короткого временного интервала τ_c , значительно меньшего постоянной времени любого реального фотоприемника τ_i . Гипотетический идеальный безынерционный ($\tau_i = 0$) анализатор состояния поляризации, воспринимая неполяризованное излучение, фиксировал бы хаотически сменяющиеся друг друга произвольные эллипсы, но с примерно постоянной хордой AB на рис. 1.5 (интенсивностью).

2. В излучении отсутствует одна из ортогональных компонент (например, $A_y = 0$). Практически этого можно добиться с помощью различных оптических устройств (поляризаторов), которые пропускают только одну из компонент вектора **E**. В этом случае, очевидно, понятие корреляции теряет смысл. Положение вектора **E** полностью детерминировано: оно естественно определяется присутствующей компонентой. Если рассматривается разложение вектора **E** волны на ортогональные декартовы компоненты, то излучение оказывается поляризованным линейно. Можно использовать разложение **E** на ортогональные круговые или эллиптические поляризации, тогда отсутствие одной из компонент соответствует круговой или эллиптической поляризации излучения. Здесь $P = 1$, $A_{xp} = \sqrt{I}$, $A_{yp} = A_{xn} = A_{yn} = 0$.

3. Амплитуды компонент равны ($A_x = A_y$). В этом случае степень поляризации и степень когерентности численно совпадают

$$P = |\mu_{xy}|, \quad (1.49)$$

$$A_{xp} = A_{yp} = \sqrt{|\mu_{xy}|} A_x = \sqrt{|\mu_{xy}|} A_y.$$

4. Компоненты полностью некоррелированы ($|\mu_{xy}| = 0$), но их амплитуды не равны ($A_x \neq A_y$). Такая ситуация возникает, в частности, при отражении и преломлении неполяризованного света на границе раздела двух оптических сред. В этом случае $A_{xp} = A_{yp} = 0$, а степень поляризации определяется соотношением интенсивностей компонент:

$$P = \left| \frac{I_x - I_y}{I_x + I_y} \right|. \quad (1.50)$$

5. Ортогональные компоненты излучения полностью когерентны, и случайные функции $\Phi_x(t)$ и $\Phi_y(t)$ коррелированы. Практически этого добиваются так: сначала выделяют с помощью поляризатора одну компоненту, а затем ее разделяют на две ортогональные подкомпоненты, в каждой из которой меняется фаза. Тогда разность фаз

$\Phi(t)$ оказывается постоянной величиной, и в (1.36) остаются только детерминированные функции. Такое излучение полностью поляризовано, а форма поляризации задается фигурой годографа вектора $\mathbf{E}$ на плоскости Q (рис. 1.5) — эллипсом поляризации. Заметим, что для практической реализации данного опыта следует учитывать зависимость фазосдвигающего устройства от частоты.

Как уже указывалось, немонохроматический свет может быть частично или полностью поляризованным, поскольку состояние поляризации характеризуется не только когерентностью ортогональных компонент, но и соотношением их амплитуд. Чтобы определить степень поляризации излучения, компоненты которого квазимонохроматичны, необходимо, зная частотные интервалы, рассчитать степень их взаимной когерентности, а затем воспользоваться соотношением (1.48). Данная проблема освещается в следующих главах. Однако определение общей взаимосвязи монохроматичности и когерентности ортогональных компонент $\mathbf{E}$ излучения выходит за рамки данной книги. Применительно к радиоволнам эта взаимосвязь подробно изучается в работе [20].

Контрольные вопросы к главе 1

1. Какие волны являются поперечными?
2. Что представляет собой неполяризованное излучение?
3. Чем отличается линейная поляризация от эллиптической?
4. Что такое степень поляризации излучения?
5. Какая существует связь между степенью когерентности ортогональных компонент излучения и степенью поляризации излучения?

Глава 2

СПОСОБЫ ОПИСАНИЯ СОСТОЯНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ

2.1. Базовая система обозначения состояния поляризации

В поляризационном анализе понятие *состояние поляризации* формализовано, т. е. введена система параметров, полностью и однозначно определяющих величину и пространственно-временные эволюции векторных характеристик излучения (для изотропной среды — вектора **Е**). В настоящее время используется несколько способов описания состояния поляризации.

Из результатов гл. 1 следует, что указав следующие параметры:

- амплитуду A_x x -й компоненты волны,
- амплитуду A_y y -й компоненты волны,
- математическое ожидание разности фаз ортогональных компонент волны Φ ,

- степень когерентности ортогональных компонент $|\mu_{xy}|$, мы можем полностью и однозначно характеризовать состояние поляризации света.

Отметим, что форма и ориентация поляризационного эллипса определяется всего двумя параметрами, например, A_x/A_y , Φ . При изменении интенсивности излучения изменяется только величина эллипса, т. е. интенсивность не влияет на состояние поляризации. Вместе с тем, в поляризационном анализе для описания излучения принято использовать четыре независимых параметра, например, A_x , A_y , Φ , $|\mu_{xy}|$. Данная избыточная информация является в некоторых случаях необходимой, например, при решении аддитивной поляризационной задачи, т. е. при определении результата интерференции пучков с различными состояниями поляризации. В этом случае требуется знать соотношение интенсивностей интерферирующих пучков света.

Систему величин: A_x , A_y , Φ , $|\mu_{xy}|$ мы будем называть *естественным способом* (естественной системой) задания состояния поляризации. Однако естественный способ определения состояния поляризации не слишком нагляден.

Из предыдущей главы следует, что зная эллипсометрические параметры: азимут поляризационного эллипса ψ и угол эллиптичности χ ,

можно полностью и однозначно описать состояние поляризации полностью поляризованного излучения. Но для характеристики частично поляризованного излучения указанных параметров недостаточно. Необходима информация о *степени когерентности* $|\mu_{xy}|$ ортогональных компонент излучения. Вместе с тем, по одной величине $|\mu_{xy}|$ нельзя однозначно судить о том, *насколько* поляризовано излучение. Степень когерентности зависит от выбора координатного базиса XOY . Только значение $|\mu_{xy}| = 1$ свидетельствует о полной поляризации света. В остальных случаях ($0 < |\mu_{xy}| < 1$) необходимо учитывать соотношение амплитуд ортогональных компонент.

Поэтому на практике используется другой параметр — степень поляризации излучения P (1.47), который инвариантен к выбору координатного базиса XOY и, согласно (1.48), учитывает соотношение амплитуд компонент вектора $\mathbf{E}$. Вместе с параметрами I , ψ , χ величина P полностью и однозначно определяет состояние поляризации произвольного излучения. Интенсивность поляризованной части излучения при этом равна

$$I_p = \frac{I}{P}. \quad (2.1)$$

Таким образом, можно построить корректную систему обозначения состояния поляризации произвольного излучения, определив следующие параметры:

- полная интенсивность излучения I ,
- степень поляризации излучения P ,
- азимут поляризации ψ ,
- угол эллиптичности χ .

Эта система обозначения состояния поляризации удобна и наиболее широко используется на практике, поэтому мы будем называть ее *базовой*, а другие системы сопоставлять именно с ней.

Рассмотрим связь между базовой (I , P , ψ , χ) и естественной (A_x , A_y , Φ , $|\mu_{xy}|$) системами обозначения состояния поляризации. Если излучение полностью поляризовано ($P = 1$), то переход из естественной системы в базовую и обратно осуществляется на основе формул (1.27)–(1.29). Если же свет неполяризован ($P = 0$), то эллипсометрические параметры не определены, а связь интенсивности с амплитудами ортогональных компонент очевидна:

$$I = 2A_x^2 = 2A_y^2, \quad A_x = A_y = \sqrt{\frac{1}{2}} I. \quad (2.2)$$

В общем случае переводные соотношения усложняются. Учтем, что произвольное излучение может быть представлено как некогерентная суперпозиция поляризованной и неполяризованной его частей. Тогда связь амплитуды A всего излучения и его поляризованной части A_p

имеет вид

$$\begin{aligned} A_x &= \sqrt{A_{xp}^2 + \frac{1}{2} I (1 - P)}, \\ A_y &= \sqrt{A_{yp}^2 + \frac{1}{2} I (1 - P)}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Итак, пусть заданы параметры естественной системы обозначения поляризации: A_x , A_y , Φ , $|\mu_{xy}|$. Тогда параметры базовой системы I , P , ψ , χ вычисляются так:

$$\begin{aligned} I &= A_x^2 + A_y^2, \quad P = \sqrt{1 - \left(\frac{2A_x A_y}{A_x^2 + A_y^2} \right)^2 (1 - |\mu_{xy}|^2)}, \\ \psi &= \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left[\frac{2|\mu_{xy}| A_x A_y \cos \Phi}{(A_x^2 - A_y^2)} \right], \\ \chi &= \frac{1}{2} \arcsin \left[\frac{2|\mu_{xy}| A_x A_y \sin \Phi}{\sqrt{(A_x^2 - A_y^2)^2 + (2|\mu_{xy}| A_x A_y)^2}} \right]. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Здесь под величиной Φ понимается *математическое ожидание* случайной функции $\Phi(t)$, которая при полной поляризации становится постоянной величиной. При $|\mu_{xy}| = 1$ формулы (2.4), естественно, дают $P = 1$ (полностью поляризованное излучение) и с учетом того, что $A_{xp} = A_x$, $A_{yp} = A_y$ сводятся к (1.26), (1.28). Если $A_x = A_y$, а $|\mu_{xy}| \neq 1$, то

$$P = |\mu_{xy}|, \quad \psi = \frac{\pi}{4}, \quad \chi = \frac{\Phi}{2}. \quad (2.5)$$

Поскольку именно параметры базовой системы I , P , ψ , χ обычно определяются экспериментально, то большой интерес представляют обратные соотношения:

$$\begin{aligned} |\mu_{xy}| &= P \sqrt{\frac{1 - (\cos 2\psi \cos 2\chi)^2}{1 - P^2 (\cos 2\psi \cos 2\chi)^2}}, \\ A_x &= \sqrt{\frac{1}{2} I (1 + P \cos 2\psi \cos 2\chi)}, \quad A_y = \sqrt{\frac{1}{2} I (1 - P \cos 2\psi \cos 2\chi)}, \\ \sin \Phi &= \frac{\sin 2\chi}{\sqrt{1 - (\cos 2\psi \cos 2\chi)^2}}, \quad \cos \Phi = \frac{\sin 2\psi \cos 2\chi}{\sqrt{1 - (\cos 2\psi \cos 2\chi)^2}}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

В дальнейшем мы рассмотрим и другие способы определения состояния поляризации, которые широко используются на практике. Каждый раз мы будем сопоставлять их с базовым методом (I, P, ψ, χ) . Таким

образом можно переводить одну систему обозначений в другую. В приложении Б дана связь всех используемых в поляризационном анализе способов определения состояния поляризации.

2.2. Вектор Джонса

Ранее были рассмотрены две системы обозначения состояния поляризации: *естественная* (A_x , A_y , Φ , $|\mu_{xy}|$) и *базовая* (I , P , ψ , χ). Каждая из этих систем обладает своими достоинствами и недостатками. Так описание состояния поляризации с использованием эллипсометрических параметров достаточно наглядно и тесно связано с техникой поляризационных измерений, но неудобно для проведения различного рода поляризационных расчетов. Существуют и другие способы задания поляризационной информации, к изучению которых мы и приступаем.

Для анализа и расчета состояний поляризации полностью поляризованных световых пучков наибольшее распространение получил метод Джонса, разработанный американским физиком Р. Джонсом. Полный вектор Джонса (иногда его называют вектором Максвелла) представляет собой столбец комплексных амплитуд (фазоров) двух ортогональных компонент волны (с индексами 1 и 2). Обычно используется декартова система координат XOY плоскости Q (рис. 1.4):

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} A_x \exp(j\Phi_x) \\ A_y \exp(j\Phi_y) \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

Поскольку в данном разделе речь идет исключительно о полностью поляризованном излучении, то нижний индекс p в обозначениях опускаем.

Вектор Джонса — комплексный вектор в абстрактном математическом пространстве. Нетрудно также заметить, что вектор Джонса содержит избыточную информацию (четыре вещественных параметра). Ведь для описания полностью поляризованного излучения достаточно указать три вещественных параметра (например, интенсивность I_p , азимут ψ , угол эллиптичности χ). Поэтому, в то время как вектор вида (2.7) однозначно определяет состояние поляризации света и интенсивность, обратная связь не однозначна. Умножение или деление вектора на комплексное унимодулярное число (сдвиг фазы) не изменяет состояние поляризации и интенсивность. Если модуль множителя не равен единице, то теряется информация об интенсивности излучения, но сохраняется — об эллипсометрических параметрах.

Умножив декартов вектор Джонса вида (2.7) на унимодулярный множитель $\exp(-j\Phi_x)$, получим вектор вида

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \exp(j\Phi) \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

где $\Phi = \Phi_y - \Phi_x$. В дальнейшем используется именно эта форма записи вектора Джонса. Легко видеть, что вектор вида (2.8) содержит те же параметры, что и введенная ранее *естественная система* обозначения состояния поляризации. Таким образом, вектор Джонса является рациональной организацией естественной системы обозначений для полностью поляризованного света. *Нормированный* вектор Джонса получается из (2.8), если принять, что интенсивность света равна единице, т. е. $A_x^2 + A_y^2 = 1$.

Соотношения, связывающие компоненты вектора Джонса и параметры базовой системы обозначений I , ψ , χ содержатся в приложении Б.

Ортогональным поляризациям соответствуют ортогональные векторы Джонса, для которых выполняется условие

$$\mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{D}_2^* = \mathbf{D}_1^* \cdot \mathbf{D}_2 = 0. \quad (2.9)$$

Здесь используется *скалярное произведение* векторов. Запишем (2.9) в явном виде:

$$\begin{pmatrix} D_{x1} \\ D_{y1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_{2x}^* \\ D_{2y}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{x2} \\ D_{y2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_{1x}^* \\ D_{1y}^* \end{pmatrix} = 0,$$

или

$$D_{x1}D_{x2}^* + D_{y1}D_{y2}^* = D_{x2}D_{x1}^* + D_{y2}D_{y1}^* = 0. \quad (2.10)$$

Из (2.10) следует полезное соотношение для компонент ортогональных векторов Джонса:

$$|D_{y1}|^2 |D_{y2}|^2 = |D_{x1}|^2 |D_{x2}|^2.$$

Если какая-либо поляризация задана вектором $\mathbf{D}_1$ вида (2.8), то ортогональной поляризации соответствует вектор

$$\mathbf{D}_2 = \begin{pmatrix} -A_y \\ A_x \exp(j\Phi) \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

Запишем декартовы векторы Джонса вида (2.8) для нескольких характерных состояний поляризации, при этом будем ориентироваться на физический смысл и формулы из приложения Б. Рассмотрим линейную поляризацию с *горизонтальным* расположением вектора $\mathbf{E}$ в плоскости Q (рис. 1.5). Ясно, что для такой поляризации y -компонента равна нулю, а амплитуда x -компоненты равна $\sqrt{I}$ ($\psi = 0$, $\chi = 0$). Таким образом

$$\mathbf{D}_1 = \sqrt{I} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Для линейной поляризации с *вертикальной* ориентацией вектора $\mathbf{E}$ в плоскости Q ($\psi = \pi/2$, $\chi = 0$) имеем

$$\mathbf{D}_2 = \sqrt{I} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Векторы $\mathbf{D}_1$ и $\mathbf{D}_2$, естественно, являются ортогональными и удовлетворяют условиям (2.9)–(2.11).

Для линейно поляризованного света ($\chi = 0$) с произвольной ориентацией вектора $\mathbf{E}(\psi)$ находим

$$\mathbf{D}_3 = \sqrt{I} \begin{pmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Заметим, что векторы Джонса для линейных состояний поляризации вещественны.

Теперь обратимся к круговым состояниям поляризации:

$$\mathbf{D}_4 = \sqrt{\frac{I}{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm j \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

где альтернативность знака соответствует правой и левой ортогональным круговым поляризациям.

Для произвольного *эллиптического* состояния поляризации (ψ, χ) декартов вектор Джонса может быть представлен в виде

$$\mathbf{D}_5 = \sqrt{I} \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \chi - j \sin \psi \sin \chi \\ \sin \psi \cos \chi + j \cos \psi \sin \chi \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

В некоторых задачах удобно использовать не декартов, а *эллиптический* базис. Построение вектора Джонса в эллиптическом базисе основывается на том, что любой вектор Джонса может быть представлен суперпозицией двух произвольных векторов Джонса $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$, которым соответствуют эллиптические состояния поляризации:

$$\mathbf{D} = D_{1e} \mathbf{e}_1 + D_{2e} \mathbf{e}_2. \quad (2.15)$$

Базисные эллиптические векторы $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$ в общем случае не ортогональны и имеют в декартовом (линейном) базисе следующий вид:

$$\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} D_{x1} \\ D_{y1} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} D_{x2} \\ D_{y2} \end{pmatrix}.$$

Вектор Джонса в эллиптическом базисе с учетом (2.15) записывается следующим образом:

$$\mathbf{D}_e = \begin{pmatrix} D_{1e} \\ D_{2e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \exp(j\Phi_1) \\ A_2 \exp(j\Phi_2) \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

где A_1 , A_2 и Φ_1 , Φ_2 — амплитуды и фазы ортогональных компонент волны в эллиптическом базисе.

Декартов (линейный) базис является частным случаем эллиптического базиса, ортами которого являются ортогональные линейные поляризации.

Переход от одного базиса к другому производится умножением исходного вектора $\mathbf{D}$ на матричный оператор $\mathbf{Q}$ (матрицы в данной книге обозначаются прямым светлым шрифтом):

$$\mathbf{D}' = \mathbf{Q}\mathbf{D}, \quad (2.17)$$

Обратный переход к исходному базису (от $\mathbf{D}'$ к $\mathbf{D}$) осуществляется путем умножения на обратную матрицу $\mathbf{Q}^{-1}$:

$$\mathbf{D} = \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{D}'. \quad (2.18)$$

Переход от *эллиптического* базиса (e) к *линейному* (d) описывается матрицей $\mathbf{Q}_{e \rightarrow d}$,

$$\mathbf{Q}_{e \rightarrow d} = \begin{pmatrix} D_{x1} & D_{x2} \\ D_{y1} & D_{y2} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

и обратно — матрицей $\mathbf{Q}_{d \rightarrow e} = (\mathbf{Q}_{e \rightarrow d})^{-1}$:

$$\mathbf{Q}_{d \rightarrow e} = \frac{1}{(D_{x1}D_{y2} - D_{y1}D_{x2})} \begin{pmatrix} D_{y2} & -D_{x2} \\ -D_{y1} & D_{x1} \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

Проверим (2.20), действуя оператором $\mathbf{Q}_{d \rightarrow e}$ на вектор Джонса, записанный в декартовом базисе:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(D_{x1}D_{y2} - D_{y1}D_{x2})} \begin{pmatrix} D_{y2} & -D_{x2} \\ -D_{y1} & D_{x1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_{x1} \\ D_{y1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ \frac{1}{(D_{x1}D_{y2} - D_{y1}D_{x2})} \begin{pmatrix} D_{y2} & -D_{x2} \\ -D_{y1} & D_{x1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_{x2} \\ D_{y2} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Вообще вектор Джонса для любого эллиптического состояния поляризации, записанный в *собственном* эллиптическом базисе с помощью соответствующей матрицы (2.20), имеет вид (2.21).

Преобразуем выражения (2.19) и (2.20) для практически важного случая *ортогонального* поляризационного базиса с учетом (2.10):

$$\mathbf{Q}_{e \rightarrow d} = \begin{pmatrix} \frac{D_{x1}^*}{I_1} & \frac{D_{y1}^*}{I_1} \\ \frac{D_{x2}^*}{I_2} & \frac{D_{y2}^*}{I_2} \end{pmatrix}, \quad (2.22)$$

где $I_1 = |D_{x1}|^2 + |D_{y1}|^2$, $I_2 = |D_{x2}|^2 + |D_{y2}|^2$, и для нормированных векторов $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$ $I_1 = I_2 = 1$.

Применим полученные выражения для *кругового* базиса, в котором волна представляется как суперпозиция двух ортогональных циркулярно поляризованных компонент. Базисные круговые нормированные векторы имеют вид

$$\mathbf{c}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix}, \quad (2.23)$$

или

$$\mathbf{c}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} j \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.24)$$

Вектор Джонса в круговом базисе имеет вид

$$\mathbf{D}_c = \begin{pmatrix} A_r \exp(j\Phi_r) \\ A_l \exp(j\Phi_l) \end{pmatrix}, \quad (2.25)$$

где $A_{r,l}$ — амплитуда, $\Phi_{r,l}$ — фаза право- и левоциркулярно поляризованных компонент.

Переход от *линейного* базиса (d) к *круговому* (c) согласно (2.23), (2.24) осуществляется с помощью матрицы

$$\mathbf{Q}_{d \rightarrow c} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -j \\ -j & 1 \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

и обратно от *кругового* базиса к *линейному*:

$$\mathbf{Q}_{c \rightarrow d} = (\mathbf{Q}_{d \rightarrow c})^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.27)$$

Векторы Джонса циркулярных поляризаций в круговом базисе приобретают вид

$$\mathbf{D}_r = \sqrt{I} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D}_l = \sqrt{I} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.28)$$

Другим примером может служить преобразование произвольного линейного базиса в *эллиптический*, главные оси которого совпадают с ортами исходного базиса:

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \cos \chi & -j \sin \chi \\ -j \sin \chi & \cos \chi \end{pmatrix}. \quad (2.29)$$

На практике все же чаще применяются декартовы векторы Джонса, поэтому в дальнейшем мы используем декартов базис без дополнительных оговорок, имея в виду, что переход к иному базису и обратно очевиден.

2.3. Поляризационная переменная

В ряде поляризационных расчетов абсолютная интенсивность излучения оказывается несущественной. К таким относятся расчеты относительных энергетических потерь и преобразований состояний поляризации излучения в анизотропных оптических трактах. К этому же типу относятся расчеты собственных состояний поляризации, поляризационных потерь и частотных сдвигов в оптических резонаторах. В этих случаях нет надобности применять полные векторы Джонса. Достаточно использовать нормированные векторы, которые получаются из полных, если положить $I_p = 1$.

Основной характеристикой для описания состояния поляризации полностью поляризованного света в такого рода анализе, где не важна абсолютная интенсивность, может служить так называемая *поляризационная переменная* Γ . Поляризационная переменная — это комплексное число, представляющее собой отношение компонент вектора Джонса:

$$\Gamma = \frac{E_y}{E_x} = \frac{D_y}{D_x} = \frac{A_y}{A_x} \exp(j\Phi). \quad (2.30)$$

Способы вычисления поляризационной переменной представлены в приложении Б. Полезными являются также формулы

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg} \psi + j \operatorname{tg} \chi}{1 - j \operatorname{tg} \psi \operatorname{tg} \chi}, \quad (2.31)$$

$$\operatorname{Re} \Gamma = \frac{\sin 2\psi \cos 2\chi}{1 + \cos 2\psi \cos 2\chi}, \quad \operatorname{Im} \Gamma = \frac{\sin 2\chi}{1 + \cos 2\psi \cos 2\chi}.$$

Обратные соотношения имеют такой вид:

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{2 \operatorname{Re} \Gamma}{1 - |\Gamma|^2}, \quad \sin 2\chi = \frac{2 \operatorname{Im} \Gamma}{1 + |\Gamma|^2}. \quad (2.32)$$

Для *ортогональных* состояний поляризации справедливо соотношение

$$\Gamma_1 \Gamma_2^* = \Gamma_2 \Gamma_1^* = -1. \quad (2.33)$$

Зная поляризационную переменную, можно записать *нормированный* вектор Джонса в виде, не содержащем информацию об абсолютной интенсивности,

$$\mathbf{D} = \sqrt{\frac{1}{1 + |\Gamma|^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \Gamma \end{pmatrix}. \quad (2.34)$$

Этот вид вектора Джонса удобен для расчета поляризационных характеристик оптических резонаторов (гл. 12). Добавив информацию об интенсивности I_p , можно записать и полный вектор Джонса:

$$\mathbf{D} = \sqrt{\frac{I_p}{1 + |\Gamma|^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \Gamma \end{pmatrix}. \quad (2.35)$$

Наглядный графический образ *плоскости поляризационной переменной* Γ (рис. 2.1) может оказаться удобным при поляризационном анализе оптических устройств. Каждой точке Γ -плоскости взаимно и однозначно соответствует определенная совокупность эллипсометрических параметров (форма и тип поляризационного эллипса). На плоскости задана система декартовых координат: $x = \text{Re } \Gamma$, $y = \text{Im } \Gamma$ с началом координат в точке, соответствующей $\Gamma = 0$.

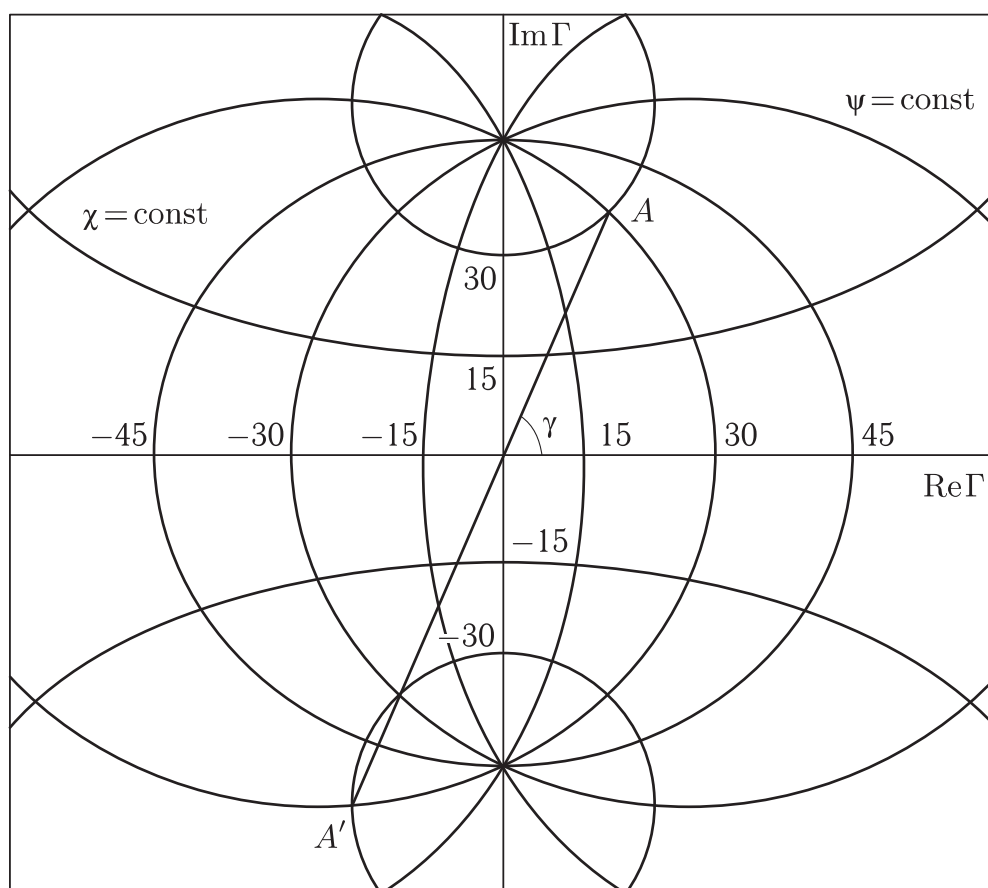


Рис. 2.1. Плоскость поляризационной переменной

Из определения поляризационной переменной Γ следует, что любая окружность с центром в начале координат ($x = 0$, $y = 0$) и с радиусом $|\Gamma|$ является геометрическим местом равных отношений амплитуд ортогональных компонент $A_y/A_x = |\Gamma|$, а прямая, проходящая через начало координат под углом γ к оси абсцисс, соответствует постоянной разности фаз ортогональных компонент $\Phi = \gamma$. Эти окружности и прямые не показаны на рис. 2.1, чтобы не усложнять его.

Кривые равной эллиптичности и кривые равного азимута образуют на Γ -плоскости два ортогональных семейства окружностей. Уравнение окружностей равной эллиптичности ($\chi = \text{const}$) таково:

$$x^2 + y^2 - \frac{2y}{\sin 2\chi} + 1 = 0. \quad (2.36)$$

Центр такой окружности лежит на оси Y в точке $y = \operatorname{cosec} 2\chi$. Сама окружность пересекает ось Y в точках $y = \operatorname{tg} \chi$ и $y = \operatorname{ctg} \chi$, а ось X не пересекает вовсе. Линейной поляризации ($\chi = 0$), как уже отмечалось, соответствует ось X . Правая и левая круговые поляризации ($\chi = \pi/4$, $\chi = -\pi/4$) отображаются точками оси ординат $y = \pm 1$. Правое вращение ($\chi > 0$) отображается полуплоскостью $y > 0$, а левое ($\chi < 0$) — полуплоскостью $y < 0$.

Для окружности равного азимута ($\psi = \operatorname{const}$) справедливо уравнение

$$x^2 + y^2 + 2x \operatorname{ctg} 2\psi - 1 = 0. \quad (2.37)$$

Центр такой окружности лежит на оси X в точке $x = -\operatorname{ctg} 2\psi$, $y = 0$. Окружность пересекает ось X в точках $x = \operatorname{tg} \psi$ и $x = -\operatorname{ctg} \psi$. Все окружности равного азимута пересекают ось Y в одних и тех же точках $y = 1$ и $y = -1$, соответствующих круговым поляризациям. При прохождении этих точек происходит поворот осей на $\pi/2$.

Если правая полуокружность ($x > 0$) соответствует положительному азимуту ψ , то левая часть этой же окружности ($x < 0$) соответствует отрицательному азимуту $\psi - 90^\circ$. Состояния поляризации, для которых $\psi = 0$, отображаются вертикалью $x = 0$ (ось Y); а состояния поляризации с $\psi = \pi/4$ отображаются окружностью единичного радиуса. Ортогональные поляризации (A и A') соответствуют точкам, лежащим на одной окружности равного азимута на концах хорды, проходящей через начало координат.

2.4. Сфера Пуанкаре

Наглядным геометрическим образом для всевозможных состояний поляризации полностью поляризованного света является *сфера Пуанкаре*, предложенная в 1892 г. Анри Пуанкаре. Представим сферу, каждая точка которой, по аналогии с глобусом, определяется координатами: долготой α и широтой β (рис. 2.2).

Пусть каждой точке сферы соответствует состояние поляризации света одинаковой интенсивности, которое задается эллипсометрическими параметрами ψ , χ . Долгота и широта произвольной точки связаны с азимутом и углом эллиптичности простыми соотношениями:

$$\alpha = 2\psi, \quad \beta = 2\chi. \quad (2.38)$$

Нетрудно видеть, что все множество состояний поляризации совпадает с множеством точек поверхности сферы. Линейные поляризации ($\chi = 0$) располагаются по экватору сферы $OMSN$ ($\beta = 0$, рис. 2.2). Одна из точек экватора O на пересечении с нулевым меридианом $ORSL$ ($\alpha = 0$) соответствует линейной поляризации с горизонтальной ориентацией вектора $\mathbf{E}$ ($\psi = 0$). Диаметрально противоположная точка сферы S ($\alpha = 180^\circ$) отображает линейную поляризацию с вертикальной

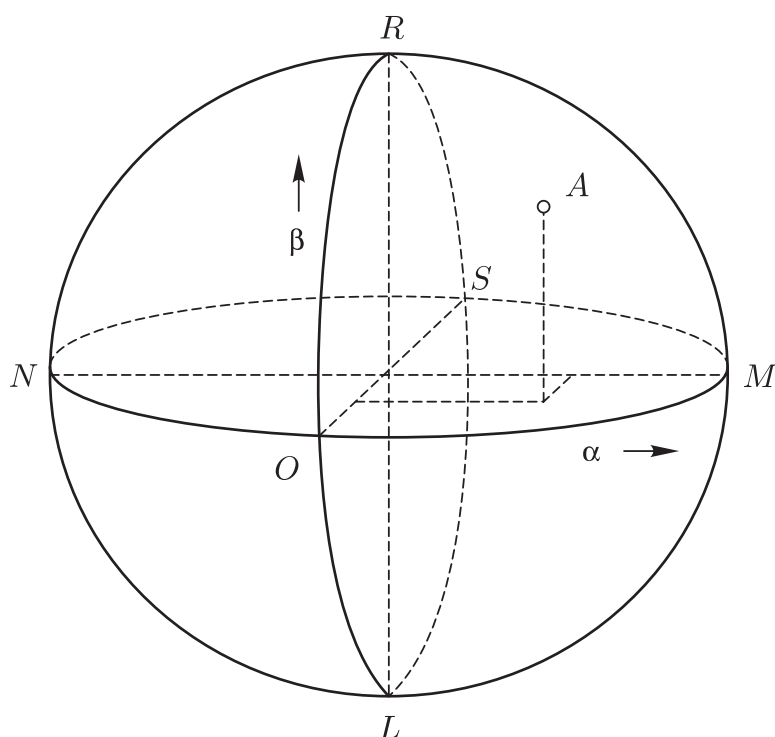


Рис. 2.2. Сфера Пуанкаре: O — точка сферы Пуанкаре, соответствующая линейной поляризации с азимутом $\psi = 0$; M — точка сферы Пуанкаре, соответствующая линейной поляризации с азимутом $\psi = \pi/4$; R — точка сферы Пуанкаре, соответствующая правой круговой поляризации

ориентацией вектора $\mathbf{E}$ ($\psi = 90^\circ$). Линейные поляризации с азимутом $|\psi| = 45^\circ$ отображаются экваториальными точками M и N с долготой $\alpha = \pm 90^\circ$. Нулевой меридиан $ORSL$ заполнен состояниями поляризации с нулевым азимутом. Полюса сферы Пуанкаре (точки R и L) соответствуют круговым поляризациям ($\chi = \pm 45^\circ$).

Ортогональные состояния поляризации отображаются точками, диаметрально противоположными на сфере. Поэтому собственным ортогональным поляризациям анизотропного элемента соответствует «собственный» диаметр сферы Пуанкаре.

Для *линейных* собственных поляризаций он лежит в экваториальной плоскости, но вообще может занимать любое положение. Для *круговых* собственных поляризаций такой диаметр вертикален и соединяет полюса.

При прохождении излучения через анизотропный элемент состояние поляризации изменяется, что описывается перемещением точки на сфере. Эти перемещения происходят по законам, знание которых позволяет качественно представить характер поляризационных преобразований прежде (а иногда вместо) строгого расчета. На рис. 2.3 показаны типичные перемещения рабочей точки на сфере Пуанкаре ($A-A'$).

Проще всего представить траекторию движения точки, соответствующую действию вращателя. *Вращатель* изменяет только азимут

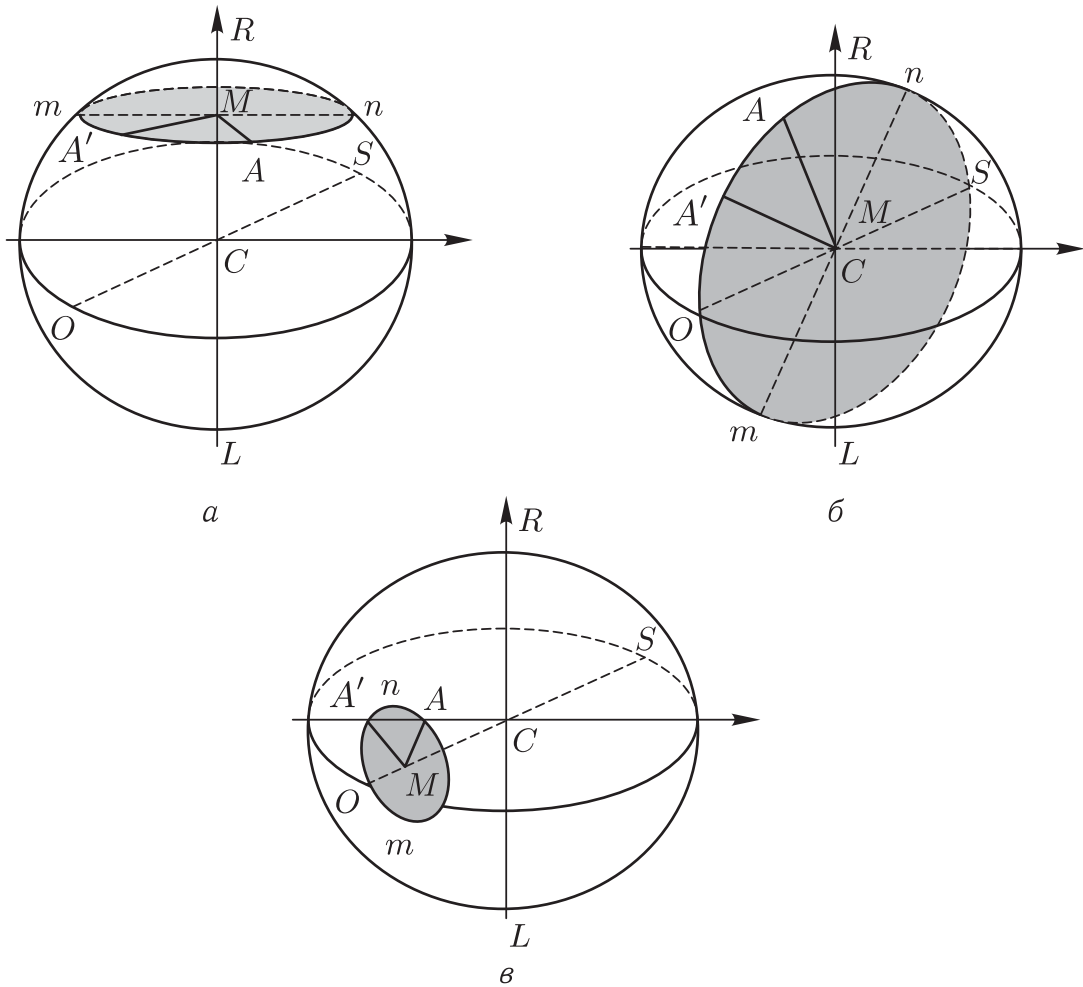


Рис. 2.3. Эволюция точки на сфере Пуанкаре: а — вращатель; б — поляризатор; в — фазовая пластинка

состояния поляризации на угол α и, следовательно, перемещает рабочую точку A по параллели сферы Пуанкаре $AA'mn$ на центральный угол $\angle AMA' = 2\alpha$ (рис. 2.3 а).

Поляризатор смещает рабочую точку A в положение A' . Смещение происходит по дуге большого круга (локсодрома) $AA'OmSn$, который проходит через исходную точку A и имеет в качестве диаметра — «собственный» диаметр (на рис. 2.3 б — OS). Перемещение происходит в сторону ближайшей точки, соответствующей собственной поляризации с большим коэффициентом пропускания (точка O). Если координировать исходную и конечную точку центральными углами $\angle ACO = \varphi$ и $\angle A'CO = \varphi'$, то закон перемещения рабочей точки таков: $T_1 \operatorname{tg}(\varphi'/2) = T_2 \operatorname{tg}(\varphi/2)$.

Линейная фазовая пластинка (рис. 2.3 в) смещает рабочую точку A в положение A' по дуге малого круга $AnA'm$ на угол $\angle AO'A' = \delta$, соответствующий разности фазовых набегов. Малый круг образован сечением сферы плоскостью, проходящей через исходную точку A перпендикулярно «собственному» диаметру (на рис. 2.3 в — OS).

Сфера Пуанкаре (рис. 2.2) связана с плоскостью поляризационной переменной (рис. 2.1) стереометрической проекцией, показанной на рис. 2.4.

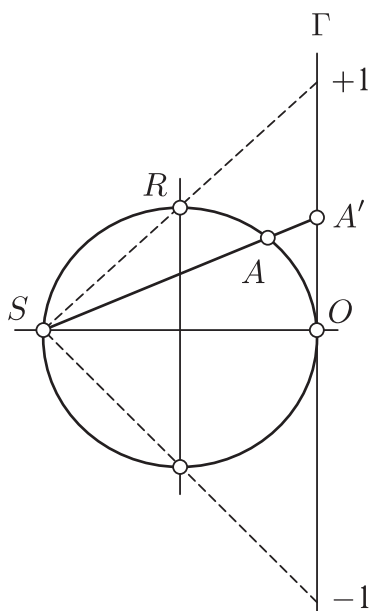


Рис. 2.4. Связь сферы Пуанкаре с плоскостью поляризационной переменной

Расположим Γ -плоскость так, чтобы она касалась своим началом координат сферы Пуанкаре в точке O ее экватора с координатами $\alpha = \beta = 0$, соответствующей линейной горизонтальной поляризации. Проводя луч из центра проекции (точки S сферы), соответствующей линейной вертикальной поляризации, через произвольную точку сферы A (произвольная поляризация) и продолжив его до пересечения с касательной Γ -плоскостью, найдем точку A' , которая будет представлять на Γ -плоскости ту же поляризацию, что и точка A на сфере Пуанкаре. Для согласования масштабов сфера Пуанкаре должна иметь единичный диаметр.

2.5. Вектор Стокса

Общим недостатком рассмотренных выше способов описания состояния поляризации, основанных на использовании вектора Джонса и поляризационной переменной, является то, что они игнорируют *неполяризованную* часть излучения. Это недопустимо при анализе характеристик поляризационно-оптических приборов, таких как эллипсометр, в системах передачи информации и т. д. Поэтому обратимся к методам поляризационного анализа, позволяющим учесть неполяризованную часть излучения.

Одним из таких способов описания состояния поляризации является система параметров Стокса (вектор *Стокса*), предложенный английским физиком и математиком Дж. Стоксом еще в 1852 г., и до сих

пор (особенно с учетом изобретения в 1940-х годах матриц *Мюллера*) играющий важную роль в поляризационном анализе.

Стокс ввел четыре вещественных параметра: S_0 , S_1 , S_2 , S_3 , которые также записывают в виде четырехмерного вектора. Параметры Стокса однозначно определяют состояние поляризации. Они имеют размерность интенсивности и находят наглядную экспериментальную интерпретацию.

Представим, что имеется шесть идеальных поляризационных устройств, каждое из которых пропускает одну какую-либо поляризационную компоненту (состояние поляризации) и полностью задерживает ортогональную компоненту. Наши устройства таковы, что выделяют:

- 1) линейную горизонтальную компоненту $\psi = 0$, $\chi = 0$;
- 2) линейную вертикальную компоненту $\psi = \pi/2$, $\chi = 0$;
- 3) линейную компоненту с азимутом $\psi = \pi/4$, $\chi = 0$;
- 4) линейную компоненту с азимутом $\psi = -\pi/4$, $\chi = 0$;
- 5) правоциркулярную компоненту $\chi = \pi/4$;
- 6) левоциркулярную компоненту $\chi = -\pi/4$.

С первого по четвертое устройство могут быть осуществлены с помощью идеального линейного поляризатора, а пятое и шестое — с помощью комбинации четвертьволновой фазовой пластинки и линейного поляризатора (см. гл. 7, 8).

Проведем мысленно несколько измерений интенсивности исследуемого пучка. Нулевое измерение проведем без каких-либо поляризаторов. Полученная при этом полная интенсивность пучка I и есть *первый* параметр Стокса S_0 . При дальнейших измерениях будем располагать перед фотоприемником одно из наших идеальных поляризационных устройств и таким образом получим ряд значений интенсивности I_i (индекс $i = 1-6$ в соответствии с использованной выше нумерацией поляризационных устройств). Зафиксируем разности измеренных значений интенсивности: разность $I_1 - I_2$ образует *второй* параметр Стокса S_1 ; разность $I_3 - I_4$ образует *третий* параметр Стокса S_2 ; разность $I_5 - I_6$ — *четвертый* параметр S_3 .

Учитывая, что измерения в каждой сопряженной паре по существу дополнены, т. е. $I_1 + I_2 = I_3 + I_4 = I_5 + I_6 = I$, можно в идеале ограничиться тремя поляризационными устройствами: 1, 3, 5 и четырьмя измерениями интенсивностей: I , I_1 , I_3 , I_5 . Таким образом, в результате измерений определяются четыре параметра Стокса:

$$\begin{aligned}
 S_0 &= I, \\
 S_1 &= I_1 - I_2 = 2I_1 - I, \\
 S_2 &= I_3 - I_4 = 2I_3 - I, \\
 S_3 &= I_5 - I_6 = 2I_5 - I.
 \end{aligned}
 \tag{2.39}$$

Для того, чтобы получить связь параметров Стокса S_0, S_1, S_2, S_3 с характеристиками базовой и естественной систем описания состояния поляризации представим компоненты квазимонохроматической волны в комплексной форме:

$$\begin{aligned} E_x &= A_x(t) \exp(j\omega t) \exp[j\Phi_x(t)], \\ E_y &= A_y(t) \exp(j\omega t) \exp[j\Phi_y(t)]. \end{aligned} \quad (2.40)$$

В отношении $A_x(t)$, $A_y(t)$ и $\Phi_x(t)$, $\Phi_y(t)$ сохраним наши условия: $A_x(t)$, $A_y(t)$ равны своим математическим ожиданиям, а $\Phi_x(t)$, $\Phi_y(t)$ сохраняют постоянство в пределах времени когерентности. Свяжем эти величины с измеренными значениями интенсивности I_1 – I_6 и параметрами Стокса. Прежде всего запишем очевидные соотношения для параметров Стокса S_0, S_1 :

$$\begin{aligned} S_0 &= I = \langle A_x^2(t) \rangle + \langle A_y^2(t) \rangle, \\ S_1 &= I_1 - I_2 = \langle A_x^2(t) \rangle - \langle A_y^2(t) \rangle. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Параметр S_0 равен интенсивности излучения и, следовательно, всегда положителен. Из (2.41) также следует, что знак параметра S_1 может быть как положительным, так и отрицательным, в зависимости от соотношения интенсивностей горизонтальной и вертикальной компонент вектора **E**.

Третий параметр Стокса S_2 связан с измерениями интенсивности излучения с линейной поляризацией, азимут которой составляет $\pm\pi/4$ с осями координат. Поэтому запишем компоненты вектора напряженности в системе координат, развернутой относительно системы координат XYZ на угол $\pi/4$:

$$\begin{aligned} E_{x+\pi/4} &= \frac{\sqrt{2}}{2} (E_x + E_y), \\ E_{y+\pi/4} &= \frac{\sqrt{2}}{2} (E_x - E_y). \end{aligned} \quad (2.42)$$

Тогда

$$\begin{aligned} S_2 &= I_3 - I_4 = \langle |E_{x+\pi/4}|^2 \rangle - \langle |E_{y+\pi/4}|^2 \rangle = \\ &= \left\langle \frac{1}{2} (E_x + E_y) (E_x + E_y)^* \right\rangle - \left\langle \frac{1}{2} (E_x - E_y) (E_x - E_y)^* \right\rangle = \\ &= 2 \langle \text{Re}(E_x^* E_y) \rangle = 2 \langle A_x(t) A_y(t) \cos[\Phi_y(t) - \Phi_x(t)] \rangle. \end{aligned} \quad (2.43)$$

Используя (2.27), перейдем теперь в круговой базис:

$$\begin{pmatrix} E_r \\ E_l \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -j \\ -j & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} E_x - jE_y \\ E_y - jE_x \end{pmatrix}. \quad (2.44)$$

Последний параметр Стокса S_3 равен разности интенсивностей компонент квазимонохроматического излучения с правой и левой состояниями поляризации:

$$\begin{aligned} S_3 &= I_5 - I_6 = \frac{1}{2} \langle (E_x - jE_y)(E_x - jE_y)^* \rangle - \\ &- \frac{1}{2} \langle (E_y - jE_x)(E_y - jE_x)^* \rangle = \frac{1}{2} [\langle E_x E_x^* \rangle + \langle E_y E_y^* \rangle - \langle jE_y E_x^* \rangle + \\ &+ \langle jE_x E_y^* \rangle - \langle E_y E_y^* \rangle - \langle E_x E_x^* \rangle + \langle jE_x E_y^* \rangle - \langle jE_y E_x^* \rangle] = \\ &= \langle jE_x E_y^* \rangle - \langle jE_y E_x^* \rangle = 2 \langle A_x(t) A_y(t) \sin [\Phi_y(t) - \Phi_x(t)] \rangle. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Параметр Стокса S_3 характеризует преобладание в излучении компонент с правой или левой круговой поляризацией: если правая круговая поляризация обладает большей интенсивностью, то данный параметр больше нуля, и наоборот, если преобладает левая круговая поляризация, то параметр S_3 отрицателен. Заметим также, что параметры Стокса S_1 , S_2 , S_3 изменяются в диапазоне от $-I$ до $+I$.

Используя полученные результаты, выведем формулы, связывающие параметры Стокса с характеристиками *естественной* системы описания состояния поляризации. Полагая в (2.41), (2.43) и (2.45)

$$\begin{aligned} \langle A_x^2(t) \rangle &= A_x^2, & \langle A_y^2(t) \rangle &= A_y^2, \\ \langle \cos [\Phi_y(t) - \Phi_x(t)] \rangle &= \operatorname{Re} \mu_{xy}, & \langle \sin [\Phi_y(t) - \Phi_x(t)] \rangle &= \operatorname{Im} \mu_{xy}, \end{aligned}$$

получаем

$$\begin{aligned} S_0 &= A_x^2 + A_y^2, & S_1 &= A_x^2 - A_y^2, \\ S_2 &= 2A_x A_y \operatorname{Re} \mu_{xy}, & S_3 &= 2A_x A_y \operatorname{Im} \mu_{xy}. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Для проведения поляризационных расчетов параметры Стокса записывают в виде вещественного четырехмерного вектора, который называется *вектором Стокса*:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}. \quad (2.47)$$

Результирующее состояние поляризации некогерентной суперпозиции ряда световых пучков описывается суммарным вектором

$$\mathbf{S} = \sum_{i=1}^n \mathbf{S}_i. \quad (2.48)$$

Поскольку в неполяризованном свете не преобладает ни один из видов поляризации, то, очевидно, что все параметры Стокса, кроме первого S_0 , равны нулю (неполяризованное излучение интенсивностью I даст одинаковые результаты измерений со всеми поляризаторами). Следовательно, соответствующий вектор Стокса будет таким:

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.49)$$

Заметим, что, если параметр S_0 всегда задает общую интенсивность, то интенсивность *поляризованной* части излучения определяется величиной

$$I_p = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}. \quad (2.50)$$

В некоторых приложениях вводится так называемый *вектор поляризации* $\mathbf{P}$, три компоненты которого связаны с параметрами Стокса следующим образом:

$$P_1 = \frac{S_1}{S_0}, \quad P_2 = \frac{S_2}{S_0}, \quad P_3 = \frac{S_3}{S_0}. \quad (2.51)$$

Легко видеть, что для полностью поляризованного света модуль этого вектора $|\mathbf{P}| = I_p/I$ равен единице, для частично поляризованного света — меньше единицы, а для неполяризованного равен нулю.

Разложение состояния поляризации излучения на полностью поляризованную и неполяризованную части в рамках формализма Стокса весьма наглядно. Если задан вектор Стокса (2.47) излучения и требуется найти векторы, представляющие полностью поляризованную $\mathbf{S}_p$ и неполяризованную $\mathbf{S}_n$ части, то из (2.48)–(2.50) следует, что

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_p + \mathbf{S}_n, \quad \mathbf{S}_p = \begin{pmatrix} \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}_n = \begin{pmatrix} S_0 - \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.52)$$

Зафиксируем связь параметров Стокса S_0, S_1, S_2, S_3 с характеристиками *базовой* системы описания состояния поляризации (полная интенсивность I , степень поляризации P , азимут ψ , эллиптичность χ). Из (2.41), (2.43), (2.45) и (2.46) с учетом (2.4), (2.50) получим

$$I = S_0, \quad P = \frac{1}{S_0} \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2},$$

$$\psi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{S_2}{S_1} = \operatorname{arctg} \frac{S_2}{S_1 + \sqrt{S_0^2 - S_3^2}},$$

$$\chi = \frac{1}{2} \arcsin \frac{S_3}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}},$$

или

$$S_0 = I,$$

$$S_1 = IP \cos 2\psi \cos 2\chi = IP \frac{1 - |\Gamma|^2}{1 + |\Gamma|^2},$$

$$S_2 = IP \sin 2\psi \cos 2\chi = IP 2 \operatorname{Re} \frac{\Gamma}{1 + |\Gamma|^2}, \quad (2.53)$$

$$S_3 = IP \sin 2\chi = IP 2 \operatorname{Im} \frac{\Gamma}{1 + |\Gamma|^2},$$

где Γ — поляризационная переменная поляризованной части излучения.

В случае полностью поляризованного света, компоненты вектора Стокса выражаются через компоненты вектора Джонса:

$$S_0 = I = |D_x|^2 + |D_y|^2, \quad S_1 = |D_x|^2 - |D_y|^2, \quad (2.54)$$

$$S_2 = 2 \operatorname{Re} (D_x^* D_y), \quad S_3 = 2 \operatorname{Im} (D_x^* D_y).$$

Связь параметров Стокса с различными системами обозначения состояний поляризации приводится в приложении Б.

В качестве примера запишем векторы Стокса для некоторых характерных случаев частично поляризованного света, руководствуясь физическим смыслом параметров Стокса. Если преимущественное состояние поляризации — *линейное* ($\chi = 0$), то соответствующий вектор Стокса имеет вид

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} I \\ IP \cos 2\psi \\ IP \sin 2\psi \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.55)$$

Преимущественным *круговым* поляризациям ($\chi = \pi/4$, $\chi = -\pi/4$) соответствуют векторы

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \\ \pm IP \end{pmatrix}. \quad (2.56)$$

Параметры Стокса полностью поляризованного излучения можно связать со сферой Пуанкаре. Для этого сферу (рис. 2.2) с радиусом, равным интенсивности поляризованной части излучения, концентрично

совместим с декартовым базисом (S_1, S_2, S_3) так, чтобы координатные оси проходили через такие точки сферы: ось S_1 — через точку экватора O , соответствующую линейной горизонтальной поляризации, ось S_2 — через точку экватора M , соответствующую линейной поляризации с азимутом $\psi = \pi/4$, а ось S_3 — через полюс R , соответствующий правоциркулярной поляризации. Тогда легко убедиться, что параметры Стокса окажутся декартовыми координатами рассматриваемой точки на сфере. Частично поляризованное излучение можно характеризовать точкой на сфере радиуса PI . Тогда начало координат ($P = 0$) представляет неполяризованное излучение.

Получим условие ортогональности частично поляризованных излучений в рамках формализма Стокса. Пусть два некогерентных между собой излучения характеризуются разными интенсивностями (I_1, I_2) и степенями поляризации (P_1, P_2) . Если они ортогональны, то для соответствующих векторов $\mathbf{S}_1$ и $\mathbf{S}_2$ должно выполняться очевидное соотношение

$$\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 = \begin{pmatrix} I_1 + I_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.57)$$

Из него и вытекает условие *ортогональности* состояний поляризации для двух частично поляризованных излучений:

$$\psi_1 - \psi_2 = \pm \frac{\pi}{2}, \quad \chi_1 + \chi_2 = 0, \quad (2.58)$$

$$I_1 P_1 = I_2 P_2 = I_{p1} = I_{p2},$$

т. е. эллипсы поляризации, относящиеся к полностью поляризованным частям двух излучений, должны быть ортогональны, а их размеры (интенсивности) равны. Если заданы параметры Стокса (S_0, S_1, S_2, S_3) для одного из ортогонально поляризованных излучений, то для другого эти параметры (S'_0, S'_1, S'_2, S'_3) вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} S'_0 &= \frac{I_2}{I_1} S_0, & S'_1 &= -S_1, \\ S'_2 &= -S_2, & S'_3 &= -S_3. \end{aligned} \quad (2.59)$$

Таким образом, ортогонально поляризованные пучки света имеют параметры Стокса, различающиеся знаком второго, третьего и четвертого параметров.

В заключении следует отметить так называемый «принцип оптической эквивалентности», сформулированный Стоксом, согласно которому световые лучи, имеющие одинаковые векторы Стокса, являются неразличимыми по интенсивности, степени поляризации и форме поляризационного эллипса.

2.6. Матрица когерентности

Поскольку состояние поляризации определяется степенью корреляции ортогональных компонент вектора $\mathbf{E}$ волны, то наиболее последовательным с позиций статистической оптики способом его описания является так называемая матрица *когерентности*. Этот способ получает все большее распространение в последнее время в поляризационном анализе. Матрица когерентности, по существу, является корреляционной матрицей ортогональных компонент вектора $\mathbf{E}$, а для описания состояния поляризации введена Э. О'Нейлом в начале 1960-х годов.

Если $E_i(t)$ и $E_k(t)$ — ортогональные компоненты рассматриваемой волны, то матрица вида

$$J_{ik} = \begin{pmatrix} \langle E_i E_i^* \rangle & \langle E_i E_k^* \rangle \\ \langle E_k E_i^* \rangle & \langle E_k E_k^* \rangle \end{pmatrix} \quad (2.60)$$

называется матрицей *когерентности*. Знак $\langle \rangle$ означает усреднение по времени за временной интервал, много больший, чем время когерентности τ_c . Диагональные элементы матрицы когерентности — интенсивности ортогональных компонент $E_i(t)$ и $E_k(t)$ для используемого поляризационного базиса (декартового, кругового или эллиптического). Недиagonalные элементы — комплексно сопряженные корреляционные моменты этих компонент для того же базиса.

Запишем матрицу когерентности (2.60) в явном виде. С этой целью представим компоненты *квазимонохроматической* волны в комплексной форме:

$$\begin{aligned} E_i &= A_i(t) \exp(j\omega t) \exp[j\Phi_i(t)], \\ E_k &= A_k(t) \exp(j\omega t) \exp[j\Phi_k(t)]. \end{aligned} \quad (2.61)$$

В отношении $A_i(t)$, $A_k(t)$ и $\Phi_i(t)$, $\Phi_k(t)$ сохраним наши условия: $A_i(t)$, $A_k(t)$ равны своим математическим ожиданиям, а $\Phi_i(t)$, $\Phi_k(t)$ сохраняют постоянство в пределах времени когерентности.

Каждая компонента волны состоит из полностью поляризованной E_p и неполяризованной E_n частей. Неполяризованная часть — случайная функция времени, многократно на интервале усреднения принимающая с равной вероятностью как положительные, так и отрицательные значения. Усреднение произведения такой функции на любую другую, некогерентную с ней, дает нуль.

Рассмотрим вначале диагональные элементы матрицы когерентности:

$$\begin{aligned} \langle E_i E_i^* \rangle &= \langle (E_{ip} + E_{in}) (E_{ip}^* + E_{in}^*) \rangle = \\ &= \langle E_{ip} E_{ip}^* \rangle + \langle E_{in} E_{ip}^* \rangle + \langle E_{ip} E_{in}^* \rangle + \langle E_{in} E_{in}^* \rangle. \end{aligned} \quad (2.62)$$

При усреднении второе и третье слагаемые в (2.62) пропадают и получаем

$$\langle E_i E_i^* \rangle = \langle E_{ip} E_{ip}^* \rangle + \langle E_{in} E_{in}^* \rangle = A_{ip}^2 + A_{in}^2 = A_i^2. \quad (2.63)$$

Теперь обратимся к недиагональным элементам матрицы (2.60):

$$\begin{aligned} \langle E_i E_k^* \rangle &= \langle (E_{ip} + E_{in}) (E_{kp}^* + E_{kn}^*) \rangle = \\ &= \langle E_{ip} E_{kp}^* \rangle + \langle E_{in} E_{kp}^* \rangle + \langle E_{ip} E_{kn}^* \rangle + \langle E_{in} E_{kn}^* \rangle. \end{aligned} \quad (2.64)$$

При усреднении по времени в (2.64) все члены, кроме первого, пропадают:

$$\langle E_i E_k^* \rangle = \langle E_{ip} E_{kp}^* \rangle = A_{ip} A_{kp} \exp(-j\Phi_{ik}). \quad (2.65)$$

Здесь A_{ip} , A_{kp} — амплитуды ортогональных компонент полностью поляризованной части волны, Φ_{ik} — их разность фаз, которая совпадает с математическим ожиданием случайной функции $\Phi_{ik}(t)$. Таким образом, матрица когерентности квазимонохроматической волны имеет вид

$$\begin{aligned} J_{ik} &= \begin{pmatrix} I_i & \mu_{ik}^* \sqrt{I_i I_k} \\ \mu_{ik} \sqrt{I_i I_k} & I_k \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} A_i^2 & A_{ip} A_{kp} \exp(-j\Phi_{ik}) \\ A_{ip} A_{kp} \exp(j\Phi_{ik}) & A_k^2 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.66)$$

где A_i , A_k — полные амплитуды ортогональных компонент волны; I_i , I_k — интенсивности этих компонент, μ_{ik} — комплексная степень когерентности.

В качестве поляризационного базиса (i, k) обычно используется либо декартов (x, y) , либо круговой (r, l) . Декартовы и круговые матрицы когерентности связаны унитарными матрицами Q (2.27):

$$\begin{aligned} J_{rl} &= Q J_{xy} Q^{-1}, \\ J_{xy} &= Q^{-1} J_{rl} Q. \end{aligned} \quad (2.67)$$

Математический аппарат матриц когерентности широко используется в поляризационном анализе. Он детально проработан аналитически, имеет в основе четкий физический образ — матрицу корреляционных моментов ортогональных компонент волны. Для решения аддитивных задач аппараты матриц когерентности и векторов Стокса, пожалуй, равноценны. Большее удобство матриц когерентности проявляется при расчете преобразования частично поляризованного излучения в оптическом тракте, где отсутствует деполяризация излучения. В этом случае аппарат матриц когерентности использует комплексные матрицы Джонса размером 2×2 , а метод векторов Стокса требует применения

специальных вещественных матриц — так называемых матриц Мюллера, которые имеют размер 4×4 (гл. 4).

Любое состояние поляризации взаимно и однозначно соответствует определенной матрице когерентности. Два излучения с одинаковыми матрицами когерентности эквивалентны в том смысле, что в поляризационных экспериментах получается одинаковый результат. Однако это справедливо только для квазимонохроматических волн.

Вид декартовой матрицы когерентности сводится к естественной или базовой системе обозначений с помощью соотношений (2.6)–(2.10). Приведем без промежуточных выкладок выражение, связывающее элементы матрицы когерентности с параметрами базовой системы обозначений:

$$\begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} \\ J_{yx} & J_{yy} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 + P \cos 2\psi \cos 2\chi & P(\sin 2\psi \cos 2\chi - j \sin 2\chi) \\ P(\sin 2\psi \cos 2\chi + j \sin 2\chi) & 1 - P \cos 2\psi \cos 2\chi \end{pmatrix}. \quad (2.68)$$

Обратные формулы приведены в приложении Б.

При переходе к другой системе координат (повороту декартового базиса) матрица когерентности изменяется, однако приводимые ниже параметры инвариантны к такому преобразованию:

$$\begin{aligned} \text{Sp } J &= I, \quad \det J = \frac{1}{4} I^2 (1 - P^2), \\ \text{Im}(J_{xy}) &= -\text{Im}(J_{yx}) = -\sin 2\chi. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Заметим, что детерминант матрицы когерентности для полностью поляризованного света равен нулю.

Метод описания состояния поляризации с использованием матриц когерентности на практике конкурирует с методом параметров Стокса. Поэтому имеет смысл привести их связь, которую удобно выражать, используя так называемые *матрицы Паули*.

Матрицы Паули — это набор из трех эрмитовых 2×2 матриц, составляющих базис в пространстве всех эрмитовых 2×2 матриц с нулевым следом. Эти матрицы были предложены швейцарским физиком Вольфгангом Паули для описания спина электрона в квантовой механике:

$$m_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad m_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad m_3 = \begin{pmatrix} 0 & -j \\ j & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.70)$$

Часто также добавляют единичную матрицу

$$m_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.71)$$

Матрицы Паули вместе с единичной матрицей образуют базис в пространстве всех эрмитовых 2×2 матриц (а не только с нулевым следом).

С помощью полного набора матриц Паули, включая (2.71), можно записать линейную связь между матрицей когерентности и параметрами Стокса:

$$\begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} \\ J_{yx} & J_{yy} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} (m_0 S_0 + m_1 S_1 + m_2 S_2 + m_3 S_3) = \\ = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} S_0 + S_1 & S_2 - jS_3 \\ S_2 + jS_3 & S_0 - S_1 \end{pmatrix}. \quad (2.72)$$

Обратные соотношения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} S_0 &= J_{xx} + J_{yy}, & S_1 &= J_{xx} - J_{yy}, \\ S_2 &= 2 \operatorname{Re} J_{xy}, & S_3 &= -2 \operatorname{Im} J_{xy}. \end{aligned} \quad (2.73)$$

Связь матрицы когерентности с другими системами обозначений состояния поляризации приведена в приложении Б.

Экспериментальное определение элементов матрицы когерентности можно проводить на базе тех же опытов, которые использовались в п. 2.5 для определения параметров Стокса. В упомянутых опытах проводились измерения интенсивности излучения с различными поляризаторами, устанавливаемыми перед фотоприемником. Ориентируясь на соотношения (2.39), легко связать значения интенсивностей (I , I_1 – I_6) в опытах Стокса с элементами матрицы когерентности:

$$\begin{aligned} J_{xx} &= I_1, & J_{yy} &= I_2 = I - I_1, \\ \operatorname{Re} J_{xy} &= \operatorname{Re} J_{yx} = \frac{1}{2} (I_3 - I_4) = I_3 - \frac{1}{2} I, \\ \operatorname{Im} J_{xy} &= -\operatorname{Im} J_{yx} = \frac{1}{2} (I_6 - I_5) = \frac{1}{2} I - I_5. \end{aligned} \quad (2.74)$$

Рассмотрим матрицы когерентности некоторых типичных состояний поляризации при общей интенсивности I . При этом будем руководствоваться соотношениями (2.68) и физическим смыслом матрицы когерентности, в соответствии с которым диагональные элементы матрицы представляют собой интенсивности координатных компонент, а недиагональные — корреляционные моменты компонент. Такой подход поможет уяснить суть дела.

Начнем с матрицы, характеризующей *неполяризованное* излучение ($P = 0$), для которой в соответствие с (2.68) имеем следующую декартову матрицу:

$$J_{xy} = \frac{I}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.75)$$

Такой вид матрицы не противоречит физическому смыслу, так как неполяризованному излучению соответствует модель совокупности равномерно расположенных несвязанных излучателей. Матрица когерентности в круговом базисе для неполяризованного излучения должна иметь такой же вид. Действительно, используя унитарные матрицы Q из (2.27), получим

$$\begin{aligned} J_{rl} = Q J_{xy} Q^{-1} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -j \\ -j & 1 \end{pmatrix} \frac{I}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \frac{I}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = J_{xy}. \end{aligned} \quad (2.76)$$

Обратимся к полностью поляризованному излучению ($P = 1$). Когда излучение поляризовано линейно и горизонтально ($\psi = 0$, $\chi = 0$), его интенсивность сосредоточена в компоненте E_x . Из (2.68) получим

$$J_{xy} = I \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.77)$$

Если же состояние поляризации излучения — вертикальное линейное ($\psi = 90^\circ$, $\chi = 0$), то вся интенсивность определяется компонентой E_y . В этом случае из (2.68) получим

$$J_{xy} = I \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.78)$$

Линейная поляризация с азимутом $\pi/4$ имеет равные по интенсивности и полностью коррелированные декартовы компоненты. Полагая $\psi = \pi/4$, $\chi = 0$, из (2.68) находим

$$J_{xy} = \frac{I}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.79)$$

Аналогично для линейной поляризации с азимутом $\psi = -\pi/4$ имеем

$$J_{xy} = \frac{I}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.80)$$

Круговые поляризации также содержат равные декартовы компоненты, но сдвинутые друг относительно друга по фазе на $\pi/2$. Полагая в (2.60) $\chi = \pm\pi/4$, находим

$$J_{xy} = \frac{I}{2} \begin{pmatrix} 1 & \mp j \\ \pm j & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.81)$$

Если перейти к *круговому* координатному базису, то интенсивность определена одной координатной компонентой. Например, для правой круговой поляризации с помощью (2.67) находим

$$J_{rl} = Q J_{xy} Q^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -j \\ -j & 1 \end{pmatrix} \frac{I}{2} \begin{pmatrix} 1 & -j \\ j & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{pmatrix} = I \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.82)$$

В данной главе рассмотрены основные способы описания состояния поляризации частично поляризованного излучения. Однако теория и практика поляризационного анализа, естественно, не стоит на месте. Существует ряд оригинальных предложений по использованию различных поляризационных базисов, которые оказываются удобными при решении той или иной задачи. В частности, следует упомянуть метод использования гиперболических функций при описании и расчете состояний поляризации, разработанный белорусскими авторами (см. [140]). Подробное изложение этих методов выходит за рамки данной книги.

2.7. Описание состояния поляризации света в квантовой механике

Состояния квантомеханической системы с максимальной информацией называются *чистыми* состояниями. Это означает, что существует набор экспериментов с данной системой, результаты которых могут быть предсказаны с полной определенностью. Всякое состояние можно представить линейной комбинацией базисных состояний.

Состояние фотона с определенным импульсом и состоянием поляризации есть *чистое* состояние, которое описывается волновой функцией и соответствует полному квантомеханическому описанию фотона. Состояния, не являющиеся чистыми, называют *смешанными* состояниями. Смешанное состояние невозможно описать с помощью одного вектора состояния. Если компоненты смеси приготовлены независимо, то между ними не существует определенного значения сдвига фазы, т.е. они некогерентны. Пучок полностью поляризованного монохроматического света состоит из одинаковых фотонов, которые находятся в одинаковом *чистом* состоянии и имеют одинаковую волновую

функцию. Это справедливо для всех типов поляризации света. Применяемые волновые функции различны для каждого типа поляризации.

Состояние поляризации фотона описывается системой с двумя состояниями. Произвольное состояние поляризации $\mathbf{e}$ фотона можно представить в виде совокупности ортогональных состояний поляризации $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$ — ортов поляризационного базиса:

$$\mathbf{e} = a\mathbf{e}_1 + b\mathbf{e}_2, \quad (2.83)$$

где квадраты модулей коэффициентов a и b — вероятности существования фотона с состоянием поляризации $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$ соответственно. Возможность фотону иметь два различных состояния поляризации означает, что каждое собственное значение импульса *двукратно* вырождено. Поляризация фотона представляется как система с двумя состояниями 1 и 2.

Частично поляризованный свет соответствует смешанному состоянию. Смешанные состояния фотона необходимо описывать уже не волновой функцией, а *поляризационной матрицей плотности*:

$$\mathbf{c} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \frac{S_1}{S_0} & \frac{S_2 - jS_3}{S_0} \\ \frac{S_2 + jS_3}{S_0} & 1 - \frac{S_1}{S_0} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + P_1 & P_2 - jP_3 \\ P_2 + jP_3 & 1 - P_1 \end{pmatrix}, \quad (2.84)$$

где P_1, P_2, P_3 — компоненты введенного ранее вектора поляризации.

Матрица плотности имеет различный вид в разных представлениях, при этом шпур (след) матрицы всегда равен единице. Матрица плотности аддитивна для некогерентных пучков.

Если известна поляризационная матрица плотности, то можно рассчитать *вероятность* любого определенного состояния поляризации фотона. Параметры Стокса связывают классическое и квантомеханическое описание состояния поляризации света. Так *вероятность* того, что фотон имеет линейную поляризацию вдоль осей X или Y равна соответственно $(1 + S_1/S_0)/2$ и $(1 - S_1/S_0)/2$. Вероятность линейной поляризации фотона в направлениях, составляющих угол $\pm 45^\circ$ с координатными осями, равна $(1 \pm S_2/S_0)/2$. Наконец, вероятность правой или левой круговой поляризации определяется соотношением $(1 \pm S_3/S_0)/2$. Таким образом, S_3/S_0 — среднее значение спиральности фотона.

Неполяризованный фотон описывается матрицей плотности с равными диагональными элементами:

$$\mathbf{c} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.85)$$

Это означает, что фотон с равной вероятностью находится в обоих базисных состояниях поляризации. С точки зрения классического

поляризационного анализа представляется удивительным, что всего один фотон может быть полностью неполяризованным, при этом его импульс (длина волны) определен. Если, в соответствии с идеей Малу, интерпретировать фотон как световую корпускулу с определенно ориентированными полюсами, то в неполяризованном фотоне такие полюсы должны отсутствовать.

В квантовой электродинамике понятие спина фотона связывают с его состоянием поляризации. Масса фотона равна нулю, поэтому к нему неприменимо обычное определение спина как полного углового момента частицы в состоянии покоя. Фотону приписывается спин, равный единице, в соответствии с тем фактом, что его волновая функция представляет собой вектор. Компоненту спина в направлении распространения называют *спиральностью*. Фотон со спиральностью ± 1 имеет левую или правую круговую поляризацию соответственно. Состояние фотона с определенным импульсом соответствует одному из таких двукратно вырожденных состояний.

В квантовом поляризационном анализе, так же как и в классическом, ни один из типов поляризации (линейный, круговой, эллиптический) не является преимущественным. Вместе с тем, оперируя понятием спина фотона, удобнее в качестве базисных состояний фотона использовать правую и левую круговую поляризацию.

Кроме фотона, состояние поляризации присуще и другим частицам, у которых спин не равен нулю, например, электронам или нейтрино, при этом нейтрино всегда полностью поляризованы.

Более подробно с вопросами описания состояния поляризации в квантовой оптике можно ознакомиться в ряде литературных источников, например, в работе [33].

Контрольные вопросы к главе 2

1. Что представляет собой вектор Джонса и возможно ли с его помощью описать частично поляризованное излучение?
2. Что такое поляризационная переменная и содержит ли она информацию об интенсивности излучения?
3. Как определить степень поляризации, если известны параметры Стокса?
4. Каков статистический смысл параметров Стокса?
5. Как параметры Стокса связаны со сферой Пуанкаре?
6. Для чего используется матрица когерентности?
7. Можно ли с помощью матрицы когерентности определить степень когерентности ортогональных компонент?

Глава 3

СУПЕРПОЗИЦИЯ ПУЧКОВ С РАЗЛИЧНЫМИ СОСТОЯНИЯМИ ПОЛЯРИЗАЦИИ

3.1. Введение

Сложение излучений с различными состояниями поляризации составляет суть *аддитивной* поляризационной задачи (от латинского «*additio*» — прибавляю). *Прямая* аддитивная задача заключается в определении состояния поляризации суперпозиции ряда излучений, для каждого из которых состояние поляризации задано. Такая задача чрезвычайно актуальна в оптической измерительной технике. Она возникает, например, при анализе оптического гетеродинирования. Задача существенна также в тех случаях, когда надо учесть многократные отражения с изменением поляризационных характеристик при каждом отражении. Наконец, прямая аддитивная поляризационная задача имеет кардинальное значение для оценки параметров интерференционных приборов с поляризационным разделением каналов.

Аддитивная задача тривиальна для некогерентной суперпозиции излучений. В этом случае, как известно, для произвольных складываемых поляризаций она решается либо с помощью суммирования векторов Стокса, либо с помощью суммирования матриц когерентности:

$$\mathbf{s}_{\Sigma} = \sum_i \mathbf{s}_i, \quad J_{\Sigma} = \sum_i J_i. \quad (3.1)$$

Однако задача существенно усложняется при произвольной взаимной когерентности суммируемых излучений.

Обратная аддитивная задача обычно отвечает на вопрос: в каких энергетических и фазовых соотношениях надо взять слагаемые частично поляризованные излучения, чтобы получить излучение с заданным состоянием поляризации. Как и большинство обратных задач, она неоднозначна.

3.2. Общий метод решения аддитивной задачи

Состояние поляризации каждого из суммируемых излучений, также как и результирующего излучения, можно описывать любым из указанных в гл. 2 способов. Связь между различными способами описания

определена в приложении Б. Для решения аддитивной задачи удобно задавать амплитуды A_{ix}^p , A_{iy}^p и разность фаз Φ_i декартовых компонент вектора **Е** поляризованной части каждого излучения i , что равносильно заданию соответствующих векторов Джонса (2.10). Кроме того, необходимо знать амплитуды A_{ix}^n и A_{iy}^n неполяризованной части каждого излучения (здесь и далее индекс i пробегает значения от 1 до N),

$$A_{ix}^n = A_{iy}^n = \sqrt{\frac{1}{2}(1 - P_i)I_i}. \quad (3.2)$$

Состояния поляризации суммируемых излучений обычно задаются в базовой системе обозначений: интенсивность I_i , степень поляризации P_i , азимут ψ_i и угол эллиптичности χ_i . Эти величины связаны с упомянутыми исходными параметрами задачи известными соотношениями (гл. 2).

Для решения аддитивной задачи в общем виде наиболее удобен аппарат матриц когерентности. В основе используемого ниже метода лежит вычисление результирующей декартовой матрицы когерентности (п. 2.6). В этой главе мы рассмотрим общее решение задачи, но из методических соображений начнем наше рассмотрение с простейшего случая, когда вычисляется суперпозиция только двух излучений (индексы i, k).

При определении результата суперпозиции излучений существенна корреляция фазовых характеристик, которую можно задать с помощью *комплексной* степени когерентности:

$$\gamma_{ik} = |\gamma_{ik}| \exp(j\delta_{ik}), \quad (3.3)$$

где $|\gamma_{ik}|$ степень когерентности рассматриваемых излучений, а δ_{ik} — разность фаз x -компонент поляризованных частей излучений.

Отметим, что в данном случае речь идет о когерентности двух различных квазимонохроматических волн с произвольным состоянием поляризации, в то время как во второй главе использовалась величина μ_{xy} — комплексная степень когерентности ортогональных компонент одной волны.

Для записи матрицы когерентности суммарного излучения следует учесть, что декартовы компоненты вектора **Е** каждого i -го излучения состоят из поляризованной (E_{ixp} и E_{iyp}) и неполяризованной E_{in} частей. При этом величина E_{in} — случайная функция времени, которая многократно на интервале усреднения с равной вероятностью принимает положительные и отрицательные значения, так что при усреднении произведения этой функции на любую другую, не связанную с ней, последнее становится равным нулю. Вообще при усреднении произведений, входящих в матрицу когерентности, имеют место следующие

соотношения:

$$\begin{aligned}
 \langle E_{in} E_{kxp}^* \rangle &= \langle E_{in} E_{kyp}^* \rangle \equiv 0, \\
 \langle E_{in} E_{kn}^* \rangle &= |\gamma_{ik}| \exp(j\delta_{ik}) A_{in} A_{nk}, \\
 \langle E_{ixp} E_{kxp}^* \rangle &= |\gamma_{ik}| \exp(j\delta_{ik}) A_{ixp} A_{kxp}, \\
 \langle E_{iyp} E_{kyp}^* \rangle &= |\gamma_{ik}| \exp[j(\delta_{ik} + \Phi_i - \Phi_k)] A_{iyp} A_{kyp}, \\
 \langle E_{ixp} E_{kyp}^* \rangle &= |\gamma_{ik}| \exp[j(\delta_{ik} - \Phi_k)] A_{ixp} A_{kyp}.
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

С учетом указанных соотношений легко найти элементы матрицы когерентности результирующего излучения:

$$\begin{aligned}
 J_{xx} &= \langle E_x E_x^* \rangle = \\
 &= \langle (E_{1xp} + E_{1n} + E_{2xp} + E_{2n}) \rangle \langle (E_{1xp}^* + E_{1n}^* + E_{2xp}^* + E_{2n}^*) \rangle = \\
 &= A_{1x}^2 + 2|\gamma_{12}| (A_{1xp} A_{2xp} + A_{1n} A_{2n}) \cos \delta_{21} + A_{2x}^2, \\
 J_{yy} &= \langle E_y E_y^* \rangle = \\
 &= \langle (E_{1yp} + E_{1n} + E_{2yp} + E_{2n}) \rangle \langle (E_{1yp}^* + E_{1n}^* + E_{2yp}^* + E_{2n}^*) \rangle = \\
 &= A_{1y}^2 + 2|\gamma_{12}| [A_{1yp} A_{2yp} \cos(\delta_{12} + \Phi_2 - \Phi_1) + A_{1n} A_{2n} \cos \delta_{21}] + A_{2y}^2, \\
 J_{xy} &= J_{yx}^* = \langle E_x E_y^* \rangle = \\
 &= \langle (E_{1xp} + E_{1n} + E_{2xp} + E_{2n}) \rangle \langle (E_{1yp}^* + E_{1n}^* + E_{2yp}^* + E_{2n}^*) \rangle = \\
 &= A_{1xp} A_{1yp} e^{-j\Phi_1} + |\gamma_{12}| A_{1xp} A_{2xp} e^{-j(\delta_{21} + \Phi_2)} + |\gamma_{12}| A_{1yp} A_{2xp} e^{j(\delta_{21} - \Phi_1)} + \\
 &\quad + A_{2xp} A_{2yp} e^{-j\Phi_2}.
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

В конце анализа можно перейти к базовой системе обозначений состояния поляризации суммарного излучения с помощью соотношений из п. 2.6 (см. также приложение Б).

Обобщим теперь полученные для двух пучков результаты на случай произвольного числа пучков. Начальная и конечная стадии анализа остаются прежними. Преобразование заданных поляризационных параметров каждого пучка $(I_i, P_i, \psi_i, \chi_i)$ в амплитудно-фазовые $(A_{ixp}, A_{iyp}, \Phi_i)$ и обратный переход от результирующей матрицы когерентности J к базисным поляризационным параметрам $(I_i, P_i, \psi_i, \chi_i)$ осуществляется по формулам гл. 2 (приложение Б). Изменяется центральная часть анализа, а именно, аппарат вычисления результирующей матрицы когерентности.

Вместо одного комплексного числа — комплексной степени когерентности (3.3) для системы из N световых пучков вводится внешняя

нормированная матрица когерентности — так называемая матрица *взаимодействия* Γ . Это квадратная матрица $N \times N$ имеет вид (3.5), где каждый элемент γ_{ik} — комплексная степень взаимной когерентности i -го и k -го излучений. Нетрудно видеть, что эта матрица эрмитова, так как $\gamma_{ik} = \gamma_{ki}^*$ и $\gamma_{ii} = \gamma_{kk} = 1$:

$$\Gamma_{ik} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1i} & \dots & \gamma_{1N} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2i} & \dots & \gamma_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \gamma_{k1} & \gamma_{k2} & \dots & \gamma_{ki} & \dots & \gamma_{kN} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \gamma_{N1} & \gamma_{N2} & \dots & \gamma_{Ni} & \dots & \gamma_{NN} \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

Кроме того, для компактности вычислений удобно ввести ниже следующие квадратные матрицы $N \times N$:

$$\begin{aligned} I_{xp} &= \begin{pmatrix} A_{1x}A_{1xp} & A_{1xp}A_{2xp} & \dots & A_{1xp}A_{Nxp} \\ A_{2xp}A_{1xp} & A_{2xp}A_{2xp} & \dots & A_{2xp}A_{Nxp} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{Nxp}A_{1xp} & A_{Nxp}A_{2xp} & \dots & A_{Nxp}A_{Nxp} \end{pmatrix}, \\ I_{yp} &= \begin{pmatrix} A_{1yp}A_{1yp} & A_{1yp}A_{2yp}e^{j(\Phi_1-\Phi_2)} & \dots & A_{1yp}A_{Nyp} \times \\ & & & \times e^{j(\Phi_1-\Phi_N)} \\ A_{2yp}A_{1yp} \times & A_{2yp}A_{2yp} & \dots & A_{2yp}A_{Nyp} \times \\ \times e^{j(\Phi_2-\Phi_1)} & & & \times e^{j(\Phi_2-\Phi_N)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{Nyp}A_{1yp} \times & A_{Nyp}A_{2yp} \times & \dots & A_{Nyp}A_{Nyp} \\ \times e^{j(\Phi_N-\Phi_1)} & \times e^{j(\Phi_N-\Phi_2)} & & \end{pmatrix}, \\ I_{xy}^p &= \begin{pmatrix} A_{1xp}A_{1yp}e^{-j\Phi_1} & A_{1xp}A_{2yp}e^{-j\Phi_2} & \dots & A_{1xp}A_{Nyp}e^{-j\Phi_N} \\ A_{2xp}A_{1yp}e^{-j\Phi_1} & A_{2xp}A_{2yp}e^{-j\Phi_2} & \dots & A_{2xp}A_{Nyp}e^{-j\Phi_N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{Nxp}A_{1yp}e^{-j\Phi_1} & A_{Nxp}A_{2yp}e^{-j\Phi_2} & \dots & A_{Nxp}A_{Nyp}e^{-j\Phi_N} \end{pmatrix}, \\ I_n &= \begin{pmatrix} A_{1n}A_{1n} & A_{1n}A_{2n} & \dots & A_{1n}A_{Nn} \\ A_{2n}A_{1n} & A_{2n}A_{2n} & \dots & A_{2n}A_{Nn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{Nn}A_{1n} & A_{Nn}A_{2n} & \dots & A_{Nn}A_{Nn} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Тогда, как легко убедиться, элементы результирующей матрицы когерентности определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} J_{xx} &= \text{Sp} [\Gamma_{ik} (I_{xp} + I_n)], & J_{xy} &= \text{Sp} (\Gamma_{ik} I_{xyp}), \\ J_{yx} &= J_{xy}^*, & J_{yy} &= \text{Sp} [\Gamma_{ik} (I_{yp} + I_n)]. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Таков универсальный алгоритм решения аддитивной поляризационной задачи в самом общем случае, когда произвольны: число суммируемых излучений, интенсивность, степень поляризации и эллипсометрические параметры каждого излучения, взаимная когерентность и разность фаз разных пар излучений.

В частных случаях возможны более или менее существенные упрощения общего алгоритма, которые целесообразно рассмотреть. Так нетрудно видеть, что для некогерентной суперпозиции произвольного числа излучений матрица взаимодействия Γ_{ik} становится единичной, каждое излучение удобно характеризовать частной матрицей когерентности J_i и рассмотренный общий метод дает для результирующей матрицы J_Σ тривиальное соотношение (3.1).

При когерентной суперпозиции световых пучков матрица взаимодействия оказывается образованной унимодулярными элементами; она имеет вид

$$\Gamma_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & \exp(j\delta_{12}) & \dots & \exp(j\delta_{1i}) & \dots & \exp(j\delta_{1N}) \\ \exp(j\delta_{21}) & 1 & \dots & \exp(j\delta_{2i}) & \dots & \exp(j\delta_{2N}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \exp(j\delta_{k1}) & \exp(j\delta_{k2}) & \dots & \exp(j\delta_{ki}) & \dots & \exp(j\delta_{kN}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \exp(j\delta_{N1}) & \exp(j\delta_{N2}) & \dots & \exp(j\delta_{Ni}) & \dots & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

В этом случае целесообразно, минуя промежуточные выкладки, сразу вычислять элементы результирующей матрицы когерентности. С учетом эрмитовости матрицы взаимодействия можно найти:

$$\begin{aligned} J_{xx} &= \sum_{i=1}^N [(A_{ixp})^2 + (A_{in})^2] + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{k=i+1}^N (A_{ixp} A_{kxp} + A_{in} A_{kn}) \cos(\delta_{ik}), \\ J_{yy} &= \sum_{i=1}^N [(A_{iyp})^2 + (A_{in})^2] + \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{k=i+1}^N [A_{iyp} A_{kyp} \cos(\delta_{ik} - \Phi_i + \Phi_k) + A_{in} A_{kn} \cos(\delta_{ik})], \\ J_{xy} &= J_{yx}^* = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N A_{ixp} A_{kyp} \exp[-j(\delta_{ik} + \Phi_k)]. \end{aligned} \quad (3.10)$$

3.3. Упрощенный метод определения состояния поляризации при суперпозиции двух пучков

Если рассматривается суперпозиция лишь *двух* световых пучков, то возможно использовать альтернативную методику анализа с применением аппаратов векторов Джонса и Стокса.

Пусть каждое из суммируемых излучений характеризуется интенсивностью I_i , степенью поляризации P_i , азимутом ψ_i и углом эллиптичности χ_i ($i = 1, 2$). Суперпозиция излучений зависит от комплексной степени взаимной когерентности $|\gamma| \exp(j\delta)$.

Для применения описываемой методики следует разделить каждое из суммируемых излучений на *три* канала: когерентный поляризованный (*a*), когерентный неполяризованный (*b*), некогерентный (*c*) и воспользоваться соотношениями, приведенными в гл. 2.

Интенсивность излучений в канале *a* равна

$$I_{ia} = |\gamma| P_i I_i. \quad (3.11)$$

Для каждого излучения в этом канале можно записать векторы Джонса $\mathbf{D}_{1a}$ и $\mathbf{D}_{2a}$ и определить суммарный вектор Джонса с учетом разности их фаз δ :

$$\mathbf{D}_a = \mathbf{D}_{1a} + \mathbf{D}_{2a} \exp(j\delta) = \begin{pmatrix} D_{ax} \\ D_{ay} \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

В заключение расчета суммарный вектор Джонса $\mathbf{D}_a$ этого канала следует перевести в вектор Стокса $\mathbf{S}_a$:

$$\mathbf{S}_a = \begin{pmatrix} |D_{ax}|^2 + |D_{ay}|^2 \\ |D_{ax}|^2 - |D_{ay}|^2 \\ 2 \operatorname{Re}(D_{ax}^* D_{ay}) \\ 2 \operatorname{Im}(D_{ax}^* D_{ay}) \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

В канале *b* интенсивность рассматриваемых излучений

$$I_{ib} = |\gamma| (1 - P_i) I_i. \quad (3.14)$$

Суммарная интенсивность в этом канале определится как

$$I_b = I_{1b} + I_{2b} + 2\sqrt{I_{1ab}I_{2b}} \cos \delta. \quad (3.15)$$

Далее необходимо записать соответствующий вектор Стокса $\mathbf{S}_b$. Поскольку это излучение неполяризовано, вектор Стокса для него содержит лишь одну компоненту:

$$\mathbf{S}_b = \begin{pmatrix} I_b \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

В канале c интенсивность каждого из суммируемых излучений равна

$$I_{ic} = (1 - |\gamma|)I_i. \quad (3.17)$$

Для каждого излучения можно записать векторы Стокса и, так как излучения в этом канале некогерентны, просуммировать их:

$$\mathbf{S}_c = \mathbf{S}_{1c} + \mathbf{S}_{2c}. \quad (3.18)$$

В заключение следует просуммировать векторы Стокса для всех трех каналов:

$$\mathbf{S}_\Sigma = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3 \quad (3.19)$$

и проанализировать суммарный вектор Стокса известными методами (гл. 2).

3.4. Примеры решения аддитивных задач

Для иллюстрации описанных выше методик решения аддитивных поляризационных задач рассмотрим несколько простых примеров.

Пример 1. Найти состояние поляризации суперпозиции двух полностью поляризованных волн с линейными ортогональными состояниями поляризации, интенсивности которых I_1 , I_2 , степень когерентности $|\gamma|$, разность фаз δ произвольны.

Для решения этой задачи следует выбрать поперечные координатные оси X и Y , совпадающими с плоскостями колебаний векторов $\mathbf{E}$ исходных излучений. Амплитудно-фазовые характеристики этих излучений удобно представить в виде таблицы:

Параметр	Излучение 1	Излучение 2
A_{xp}	$\sqrt{I_1}$	0
A_{yp}	0	$\sqrt{I_2}$
Φ	0	0
A_n	0	0

Матрица взаимодействия (3.6) для двух рассматриваемых излучений имеет вид

$$\Gamma_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & |\gamma|e^{j\delta} \\ |\gamma|e^{-j\delta} & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.20)$$

Запишем вспомогательные матрицы (3.7):

$$I_{xp} = \begin{pmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad I_{yp} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_2 \end{pmatrix}, \quad (3.21)$$

$$I_{xyp} = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{I_1 I_2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad I_n = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Вычислим вспомогательные матрицы, определяющие элементы результирующей матрицы когерентности (3.8):

$$\begin{aligned} \Gamma_{12} I_{xp} &= \begin{pmatrix} I_1 & 0 \\ I_1 |\gamma| \exp(-j\delta) & 0 \end{pmatrix}, \quad \Gamma_{12} I_{yp} = \begin{pmatrix} 0 & I_2 |\gamma| \exp(j\delta) \\ 0 & I_2 \end{pmatrix}, \\ \Gamma_{12} I_{xyp} &= \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{I_1 I_2} \\ 0 & \sqrt{I_1 I_2} |\gamma| \exp(-j\delta) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Результирующая матрица когерентности в соответствии с (3.8) имеет вид

$$J = \begin{pmatrix} I_1 & \sqrt{I_1 I_2} |\gamma| \exp(-j\delta) \\ \sqrt{I_1 I_2} |\gamma| \exp(j\delta) & I_2 \end{pmatrix}. \quad (3.23)$$

Заключительная часть анализа сводится к определению базовых поляризационных параметров суммарного излучения. Для этого вычислим инварианты результирующей матрицы когерентности:

$$\text{Sp } J = I_1 + I_2, \quad \det J = I_1 I_2 (1 - |\gamma|^2). \quad (3.24)$$

Полная интенсивность:

$$I = \text{Sp } J = I_1 + I_2. \quad (3.25)$$

Отметим, что в данном случае, как известно, полная интенсивность не зависит от разности фаз δ .

Интенсивность поляризованной части излучения

$$I_p = \sqrt{(\text{Sp } J)^2 - 4 \det J} = \sqrt{(I_1 + I_2)^2 - 4 I_1 I_2 (1 - |\gamma|^2)}. \quad (3.26)$$

Степень поляризации

$$P = \sqrt{1 - 4 \frac{\det J}{\text{Sp}^2 J}} = \sqrt{1 - 4 I_1 I_2 \frac{1 - |\gamma|^2}{(I_1 + I_2)^2}}. \quad (3.27)$$

Азимут поляризации

$$\text{tg } 2\psi = \frac{2 \text{Re } J_{xy}}{J_{xx} - J_{yy}} = \frac{2 \sqrt{I_1 I_2} |\gamma| \cos \delta}{I_1 - I_2}. \quad (3.28)$$

Угол эллиптичности

$$\sin 2\chi = \frac{-2 \text{Im } J_{xy}}{\sqrt{\text{Sp}^2 J - 4 \det J}} = \frac{2 \sqrt{I_1 I_2} |\gamma| \sin \delta}{\sqrt{(I_1 + I_2)^2 - 4 I_1 I_2 (1 - |\gamma|^2)}}. \quad (3.29)$$

Теперь рассмотрим указанную суперпозицию световых пучков (пример 1) альтернативным упрощенным методом. Обратимся к каналу a ; векторы Джонса каждого из излучений

$$\mathbf{D}_{1a} = \begin{pmatrix} \sqrt{|\gamma| I_1} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D}_{2a} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{|\gamma| I_2} \end{pmatrix}.$$

Вектор Джонса суперпозиции обоих излучений оказывается таким:

$$\mathbf{D}_a = \mathbf{D}_{1a} + \mathbf{D}_{2a} \exp(j\delta) = \begin{pmatrix} D_{ax} \\ D_{ay} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{|\gamma| I_1} \\ \sqrt{|\gamma| I_2} \exp(j\delta) \end{pmatrix}.$$

При этом вектор Стокса в канале a определяется выражением

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} |D_{ax}|^2 + |D_{ay}|^2 \\ |D_{ax}|^2 - |D_{ay}|^2 \\ 2 \operatorname{Re}(D_{ax} D_{ay}) \\ 2 \operatorname{Im}(D_{ax} D_{ay}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |\gamma| (I_1 + I_2) \\ |\gamma| (I_1 - I_2) \\ 2 |\gamma| \sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \\ 2 |\gamma| \sqrt{I_1 I_2} \sin \delta \end{pmatrix}$$

В рассматриваемом случае канал b оказывается «пустым», поскольку степени поляризации обоих излучений равны единице.

Теперь обратимся к векторам Стокса в канале c :

$$\mathbf{S}_{1c} = \begin{pmatrix} I_{1c} \\ I_{1c} \cos 2\psi_1 \cos 2\chi_1 \\ I_{1c} \sin 2\psi_1 \cos 2\chi_1 \\ I_{1c} \sin 2\chi_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1 - |\gamma|) I_1 \\ (1 - |\gamma|) I_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}_{2c} = \begin{pmatrix} (1 - |\gamma|) I_2 \\ -(1 - |\gamma|) I_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Отсюда находим суммарный вектор Стокса в канале c ,

$$\mathbf{S}_c = \begin{pmatrix} (1 - |\gamma|)(I_1 + I_2) \\ (1 - |\gamma|)(I_1 - I_2) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Суммарный вектор Стокса в обоих каналах a и c равен

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} I_1 + I_2 \\ I_1 - I_2 \\ 2 |\gamma| \sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \\ 2 |\gamma| \sqrt{I_1 I_2} \sin \delta \end{pmatrix}.$$

Таким образом в соответствии с данным алгоритмом получаем параметры суммарного излучения, которые совпадают с (3.26)–(3.29).

Пример 2. Найти состояние поляризации суперпозиции двух неполяризованных излучений интенсивностью I_1 и I_2 при степени их взаимной когерентности γ и разности фаз δ .

Это тривиальная интерференционная задача.

В данном случае ориентация поперечных декартовых координатных осей несущественна. Составим таблицу исходных данных:

Параметр	Излучение 1	Излучение 2
A_{xp}	0	0
A_{yp}	0	0
Φ	—	—
A_n	$\sqrt{I_1/2}$	$\sqrt{I_2/2}$

Матрица взаимодействия здесь такая же, как и в предыдущем примере:

$$\Gamma_{12} = \begin{pmatrix} 1 & |\gamma| \exp(j\delta) \\ |\gamma| \exp(-j\delta) & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.30)$$

Вспомогательные матрицы:

$$\begin{aligned} I_{xp} = I_{yp} = I_{xy} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ I_n &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2} I_1 & \frac{1}{2} \sqrt{I_1 I_2} \\ \frac{1}{2} \sqrt{I_1 I_2} & \frac{1}{2} I_2 \end{pmatrix}, \\ \Gamma_{ik} I_{xp} = \Gamma_{ik} I_{yp} = \Gamma_{ik} I_{xyp} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\Gamma_{ik} I_n = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} I_1 + \sqrt{I_1 I_2} |\gamma| \exp(j\delta) & \sqrt{I_1 I_2} |\gamma| \exp(j\delta) \\ I_1 |\gamma| \exp(-j\delta) + \sqrt{I_1 I_2} & \sqrt{I_1 I_2} |\gamma| \exp(-j\delta) + I_2 \end{pmatrix}.$$

Результирующая матрица когерентности:

$$J = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} I_1 + I_2 + 2 |\gamma| \sqrt{I_1 I_2} \cos \delta & 0 \\ 0 & I_1 + I_2 + 2 |\gamma| \sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \end{pmatrix}. \quad (3.32)$$

Необходимые для анализа инварианты:

$$\begin{aligned} \text{Sp } J &= I_1 + I_2 + 2 |\gamma| \sqrt{I_1 I_2} \cos \delta, \\ \det J &= \frac{1}{4} (I_1 + I_2 + 2 |\gamma| \sqrt{I_1 I_2} \cos \delta)^2. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Таким образом, полная интенсивность суммарного излучения $I = \text{Sp } J$ здесь, как известно, зависит от разности фаз, а поляризованной части нет, поскольку

$$\begin{aligned} I &= \text{Sp } J = I_1 + I_2 + 2 |\gamma| \sqrt{I_1 I_2} \cos \delta, \\ I_p &= \sqrt{(\text{Sp } J)^2 - 4 \det J} = 0. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Пример 3. Рассмотрим суперпозицию трех излучений, два из которых (1 и 2) полностью поляризованы, а третье (3) неполяризовано; причем излучение 1 поляризовано линейно, а излучение 2 поляризовано по правому кругу.

Обозначим интенсивности: линейно поляризованного излучения I_1 , циклически поляризованного излучения (круговой поляризации) I_2 , а неполяризованного излучения I_3 . Степень когерентности поляризованных излучений $|\gamma|$ разность фаз x -компонент δ будем полагать произвольными. Неполяризованное излучение некогерентно. Такая схема реализуется, например, в поляризационных интерферометрах с паразитной засветкой.

Удобно выбрать координатный базис задачи так, чтобы одна из поперечных осей (например, ось X) совпала с ориентацией вектора $\mathbf{E}$ линейно поляризованного излучения. Тогда таблица исходных амплитудно-фазовых характеристик будет такой:

Параметр	Излучение 1	Излучение 2	Излучение 3
A_{xp}	$\sqrt{I_1}$	$\sqrt{I_2/2}$	0
A_{yp}	0	$\sqrt{I_2/2}$	0
Φ	0	$\pi/2$	–
A_n	0	0	$\sqrt{I_3/2}$

Матрица взаимодействия размера 3×3 здесь такова:

$$\Gamma_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & |\gamma| \exp(j\delta) & 0 \\ |\gamma| \exp(-j\delta) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.35)$$

Запишем вспомогательные матрицы (3.7):

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{xp} &= \begin{pmatrix} I_1 & \sqrt{\frac{1}{2} I_1 I_2} & 0 \\ \sqrt{\frac{1}{2} I_1 I_2} & \frac{1}{2} I_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \mathbf{I}_{yp} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} I_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{I}_{xyp} &= \begin{pmatrix} 0 & -j\sqrt{\frac{1}{2} I_1 I_2} & 0 \\ 0 & -j\frac{1}{2} I_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \mathbf{I}_n &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} I_3 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

В соответствии с (3.8) элементы результирующей матрицы когерентности таковы:

$$\begin{aligned} J_{xx} &= I_1 + \frac{1}{2} (I_2 + I_3) + \sqrt{2I_1 I_2} |\gamma| \cos \delta, \\ J_{yy} &= \frac{1}{2} (I_2 + I_3), \\ J_{xy} &= -\sqrt{\frac{1}{2} I_1 I_2} |\gamma| \sin \delta - j \left(\sqrt{\frac{1}{2} I_1 I_2} |\gamma| \cos \delta + \frac{1}{2} I_2 \right), \\ J_{yx} &= -\sqrt{\frac{1}{2} I_1 I_2} |\gamma| \sin \delta + j \left(\sqrt{\frac{1}{2} I_1 I_2} |\gamma| \cos \delta + \frac{1}{2} I_2 \right). \end{aligned} \quad (3.37)$$

Обратимся теперь к анализу состояния поляризации рассматриваемой суперпозиции излучений. Для этого выпишем инварианты матрицы когерентности:

$$\begin{aligned} \text{Sp } J &= I_1 + I_2 + I_3 + |\gamma| \sqrt{2I_1 I_2} \cos \delta, \\ \det J &= \frac{1}{2} I_1 I_2 (1 - |\gamma|^2) + \frac{1}{2} I_3 \left(I_1 + I_2 + \frac{1}{2} I_3 + |\gamma| \sqrt{2I_1 I_2} \cos \delta \right). \end{aligned} \quad (3.38)$$

Полная интенсивность:

$$I = \text{Sp } J = I_1 + I_2 + I_3 + |\gamma| \sqrt{2I_1 I_2} \cos \delta. \quad (3.39)$$

Зависимость $I(\delta)$ определяет возникающую в этом случае интерференционную картину. Оценим *видность* этой картины:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{|\gamma| \sqrt{2I_1 I_2}}{I_1 + I_2 + I_3}. \quad (3.40)$$

Нетрудно видеть, что максимальная видность реализуется при определенном соотношении интенсивностей интерферирующих поляризованных излучений, а именно при $I_2/I_1 = 1 + I_3/I_1$. Тогда

$$V_{\max} = \frac{|\gamma|}{\sqrt{2(1 + I_3/I_1)}}. \quad (3.41)$$

Если $I_3 = 0$, то наибольшая видность $V = \sqrt{2} |\gamma| / 2$ реализуется при равенстве интенсивностей поляризованных излучений.

Записанная выше матрица когерентности позволяет определить и другие параметры состояния поляризации суммарного излучения. Приведем их в приближении $I_3 = 0$. Интенсивность поляризованной части суммарного излучения

$$I_p = \sqrt{\left(I_1 + I_2 + |\gamma| \sqrt{2I_1 I_2} \cos \delta \right)^2 - 2 \left(1 - |\gamma|^2 \right) I_1 I_2}. \quad (3.42)$$

Заметим, что в общем случае степень поляризации суммарного излучения сложно зависит от соотношения компонент (I_1/I_2), их взаимной когерентности γ и разности фаз δ . Однако при полной когерентности интерферирующих компонент ($|\gamma| = 1$) $I_p = I$, т. е. имеет место полная поляризация суммарного излучения.

Эллипсометрические параметры поляризованной части суммарного излучения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\psi &= \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{-\sqrt{2I_1 I_2} |\gamma| \sin \delta}{I_1 + \sqrt{2I_1 I_2} |\gamma| \cos \delta} \right), \\ \chi &= \frac{1}{2} \arcsin \left[I_p^{-1} \left(\sqrt{2I_1 I_2} |\gamma| \cos \delta + I_2 \right) \right].\end{aligned}\quad (3.43)$$

Пример 4. Рассмотрим когерентную суперпозицию равных по интенсивности I пучков с ортогональными круговыми состояниями поляризации, сдвинутых по фазе на δ .

Воспользуемся общей методикой решения аддитивной задачи, выбрав декартов базис так, чтобы ось X располагалась горизонтально, а ось Y — вертикально. Амплитудно-фазовые характеристики суммируемых излучений представим в виде таблицы:

Параметр	Излучение 1	Излучение 2
A_{xp}	$\sqrt{I/2}$	$\sqrt{I/2}$
A_{yp}	$\sqrt{I/2}$	$\sqrt{I/2}$
Φ	$\pi/2$	$-\pi/2$
A_n	0	0

Матрица взаимодействия (3.6) в данном случае определяется выражением

$$\Gamma_{12} = \begin{pmatrix} 1 & \exp(j\delta) \\ \exp(-j\delta) & 1 \end{pmatrix}.$$

Запишем вспомогательные матрицы:

$$\begin{aligned}I_{xp} &= \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad I_{yp} = \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 & e^{j\pi} \\ e^{-j\pi} & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \\ I_{xyp} &= \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} e^{-j\pi/2} & e^{j\pi/2} \\ e^{-j\pi/2} & e^{j\pi/2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} I j \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad I_n = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.\end{aligned}\quad (3.44)$$

Вычислим вспомогательные матрицы, определяющие элементы результирующей матрицы когерентности (3.8):

$$\begin{aligned}\Gamma_{12} I_{xp} &= \begin{pmatrix} 1 & e^{j\delta} \\ e^{-j\delta} & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 + e^{j\delta} & 1 + e^{j\delta} \\ 1 + e^{-j\delta} & 1 + e^{-j\delta} \end{pmatrix}, \\ \Gamma_{12} I_{yp} &= \begin{pmatrix} 1 & e^{j\delta} \\ e^{-j\delta} & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 - e^{j\delta} & -1 + e^{j\delta} \\ -1 + e^{-j\delta} & 1 - e^{-j\delta} \end{pmatrix}, \\ \Gamma_{12} I_{xyp} &= \begin{pmatrix} 1 & e^{j\delta} \\ e^{-j\delta} & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{2} I j \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} I j \begin{pmatrix} -1 - e^{j\delta} & 1 + e^{j\delta} \\ -1 - e^{-j\delta} & 1 + e^{-j\delta} \end{pmatrix},\end{aligned}\quad (3.45)$$

причем

$$\begin{aligned}\text{Sp}(\Gamma_{12} I_{xp}) &= I(1 + \cos \delta), & \text{Sp}(\Gamma_{12} I_{yp}) &= I(1 - \cos \delta), \\ \text{Sp}(\Gamma_{12} I_{xyp}) &= I \sin \delta.\end{aligned}$$

Таким образом, матрица когерентности в соответствии с (3.8) имеет вид

$$J = I \begin{pmatrix} 1 + \cos \delta & \sin \delta \\ \sin \delta & 1 - \cos \delta \end{pmatrix}.$$

Поскольку детерминант полученной матрицы равен нулю, то результирующее излучение является полностью поляризованным: $P = 1$. Интенсивность $I_\Sigma = \text{Sp} J = 2I$, угол эллиптичности равен нулю, а азимут определяется разностью фаз излучений с ортогональными круговыми поляризациями:

$$\psi = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{2 \text{Re} J_{yx}}{J_{xx} - J_{yy}} \right) = \frac{1}{2} \delta.$$

3.5. Обратная аддитивная задача

Рассмотрим обратную аддитивную задачу, заключающуюся в определении требуемого энергетического соотношения линейной и круговой поляризации для получения заданной эллиптичности суммарного излучения. Решим поставленную задачу для двух экстремальных случаев: полной когерентности ($|\gamma| = 1$) и полной некогерентности ($|\gamma| = 0$) суммируемых излучений.

При такой постановке задачи удобно ввести иные исходные параметры, а именно: суммарную интенсивность обоих излучений $I_\Sigma I_1 + I_2$ и энергетическую *долю* циклически поляризованной компоненты $\beta = I_2/I_\Sigma$; доля линейно поляризованного излучения, естественно, будет равна $1 - \beta$.

Используем результаты предыдущего примера 3 в приближении $I_3 = 0$, положив $I_1 = (1 - \beta)I_\Sigma$, $I_2 = \beta I_\Sigma$. Приняв $|\gamma| = 1$, легко найти параметры состояния поляризации суммарного излучения для *когерентного* смешения линейной и круговой поляризаций:

$$\begin{aligned}I &= I_p = I_\Sigma \left(1 + \sqrt{2\beta(1-\beta)} \cos \delta \right), \\ \psi &= \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{\sqrt{2\beta(1-\beta)} \sin \delta}{(1-\beta) + \sqrt{2\beta(1-\beta)} \cos \delta} \right), \\ \chi &= \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{\beta + \sqrt{2\beta(1-\beta)} \cos \delta}{1 + \sqrt{2\beta(1-\beta)} \cos \delta} \right).\end{aligned}\tag{3.46}$$

На рис. 3.1 показаны зависимости угла эллиптичности суммарного излучения χ от доли циклически поляризованной компоненты β при ее когерентном смешении с линейно поляризованным излучением для трех значений разности фаз ($\delta = 0$, $\delta = \pi/4$, $\delta = \pi/2$).

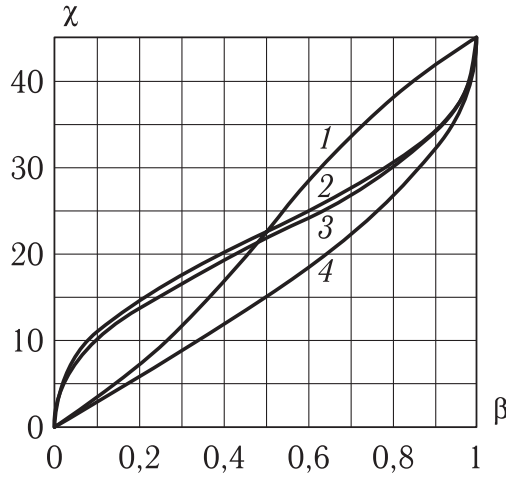


Рис. 3.1. Зависимость угла эллиптичности χ (град) суммарного излучения от доли циклически поляризованной компоненты β : 1 — некогерентное смешение ($|\gamma| = 0$); 2 — когерентное смешение ($|\gamma| = 1, \delta = 0$); 3 — когерентное смешение ($|\gamma| = 1, \delta = \pi/4$); 4 — когерентное смешение ($|\gamma| = 1, \delta = \pi/2$)

Решая последнее выражение относительно β , можно найти искомую долю циклически поляризованной компоненты:

$$\beta = \frac{1}{A} \left(B - \sqrt{B^2 - AC} \right), \quad (3.47)$$

где

$$A = 1 + 2 \cos 2\delta (1 - \sin 2\chi)^2, \quad B = \sin 2\chi + \cos^2 \delta (1 - \sin 2\chi)^2, \\ C = \sin^2 2\chi.$$

Теперь рассмотрим *некогерентную* суперпозицию излучений с линейной и круговой поляризациями, взятых в энергетических пропорциях соответственно $1 - \beta$ и β . Используя результаты решения предыдущей задачи и полагая $|\gamma| = 0$, можно получить следующие параметры состояния поляризации суммарного излучения:

$$I = I_\Sigma, \quad I_p = I_\Sigma \sqrt{1 - 2\beta + 2\beta^2}, \\ \psi \equiv 0, \quad \chi = \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{\beta}{\sqrt{1 - 2\beta + 2\beta^2}} \right). \quad (3.48)$$

На рис. 3.1 приведена также зависимость угла эллиптичности χ суммарного излучения от доли циклически поляризованной компоненты β (круговой поляризации) при ее некогерентном смешении с линейно поляризованным излучением.

Решая последнее выражение относительно β , можно найти искомую долю излучения с циклической поляризацией:

$$\beta = \frac{\sin 2\chi}{\sin 2\chi + \cos 2\chi}. \quad (3.49)$$

3.6. Суперпозиция излучений с близкими по значению частотами

В ряде оптических приборов информацию об измеряемой величине получают в процессе анализа бегущей интерференционной картины, которая возникает при сложении двух волн с близкими по значениями частотами ω_1 и: $\Delta\omega/\omega \ll 1$, где $\Delta\omega = |\omega_1 - \omega_2|$, например, в лазерных гироскопах и в лазерных анемометрах. В общем случае состояние поляризации излучений является эллиптическим.

Поскольку разность фаз между волнами непрерывно изменяется, то очевидно, что поляризационный эллипс результирующего поля также изменяется с течением времени. При достаточно большом времени наблюдения такое поле является частично поляризованным, а в случае равенства амплитуд интерферирующих волн — полностью неполяризованным. Напротив, за период времени $\tau \ll 2\pi/\Delta\omega$ излучение может считаться полностью поляризованной. Например, при $\Delta\omega = 10$ кГц это время составляет порядка 1 мкс.

Рассмотрим несколько простых примеров интерференции волн с близкими по значению частотами. Подобный анализ позволяет глубже понять природу и внутреннюю структуру частично поляризованного излучения.

Пусть волны имеют линейную ортогональную поляризацию с амплитудами A_x и A_y . Разность фаз между волнами определяется соотношением $\Phi = \Delta\omega t$ и изменяется с периодом $T = 2\pi/\Delta\omega$. В результате, поляризационный эллипс дважды за период вырождается в прямую линию (см. табл. 1.2), а максимальное значение угла эллиптичности составляет

$$\chi_{\max} = \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{2A_x A_y}{A_x^2 + A_y^2} \right). \quad (3.50)$$

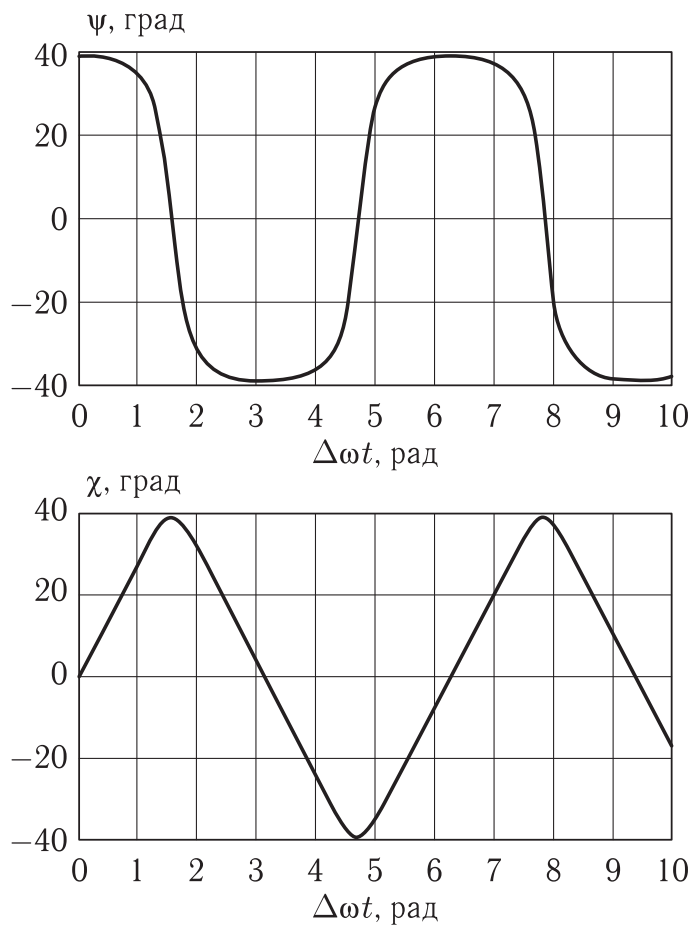
Зависимости $\psi(\omega t)$ и $\chi(\omega t)$ показаны на рис. 3.2 при $A_x/A_y = \sqrt{2/3}$.

Степень когерентности между волнами,

$$|\mu_{xy}|^2 = \langle \cos \Phi(t) \rangle^2 + \langle \sin \Phi(t) \rangle^2, \quad (3.51)$$

зависит от времени усреднения. Найдем эту зависимость, интегрируя тригонометрические функции за период времени τ :

$$\begin{aligned} \langle \cos \Phi(t) \rangle &= \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \cos \Phi(t) dt = \frac{-\sin(\Delta\omega \tau)}{\Delta\omega \tau}, \\ \langle \sin \Phi(t) \rangle &= \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \sin \Phi(t) dt = \frac{\cos(\Delta\omega \tau) - 1}{\Delta\omega \tau}. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Рис. 3.2. Зависимость эллипсометрических параметров от $\Delta\omega t$

Откуда получаем

$$|\mu_{xy}| = \frac{\sin(\Delta\omega\tau/2)}{\Delta\omega\tau/2}. \quad (3.53)$$

График соответствующей функции представлен на рис. 3.3 при $A_x/A_y = \sqrt{2/3}$. Видно, что при малом времени усреднения τ степень когерентности близка к единице. Напротив, при $\tau > 100T$ эта величина практически равна нулю.

Степень поляризации находится по формуле

$$P = \sqrt{1 - \left(\frac{2A_x A_y}{A_x^2 + A_y^2} \right)^2 (1 - |\mu_{xy}|)^2} \quad (3.54)$$

и показана на рис. 3.4. При большом времени усреднения эта величина обращается в нуль только при равенстве амплитуд интерферирующих волн.

Интересно, что степень поляризации асимптотически приближается к значению 0,2 при данном соотношении амплитуд интерферирующих волн, оставаясь всегда больше этого значения.

Рассмотрим эллипсометрические параметры поля в другом примере суперпозиции излучений с разными частотами. Пусть состояние

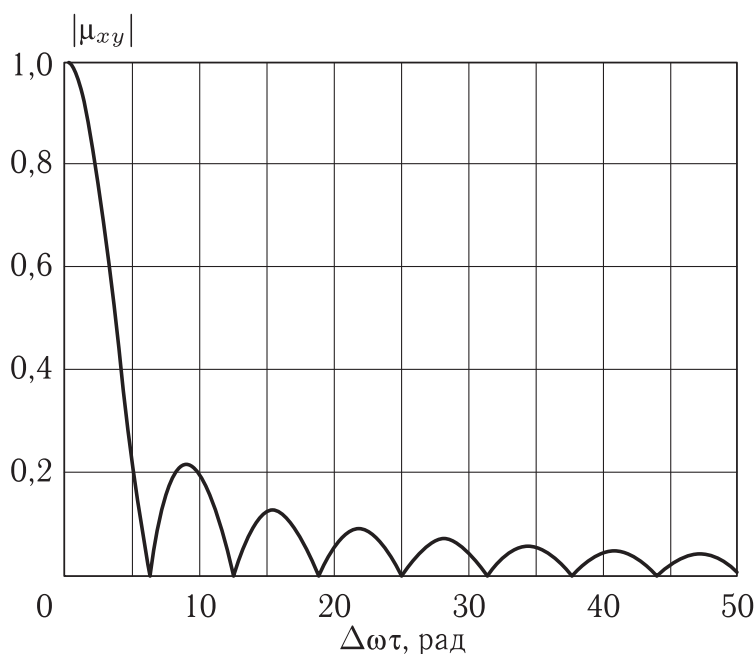
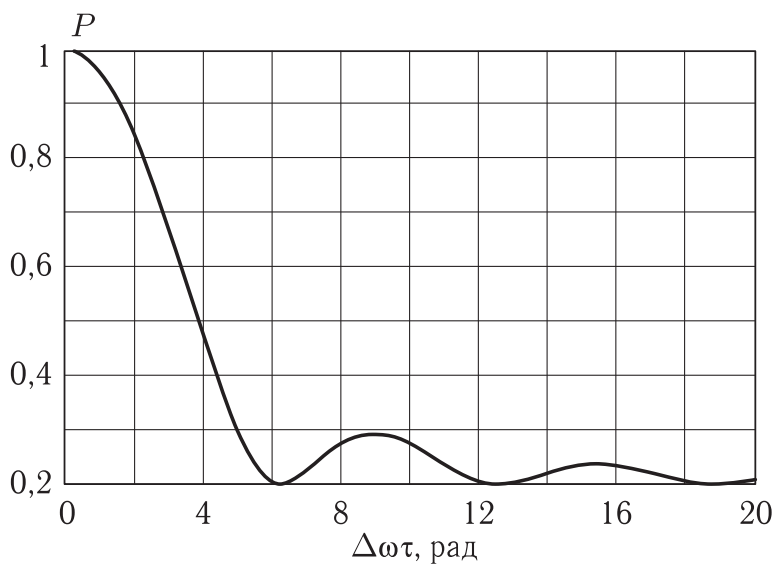
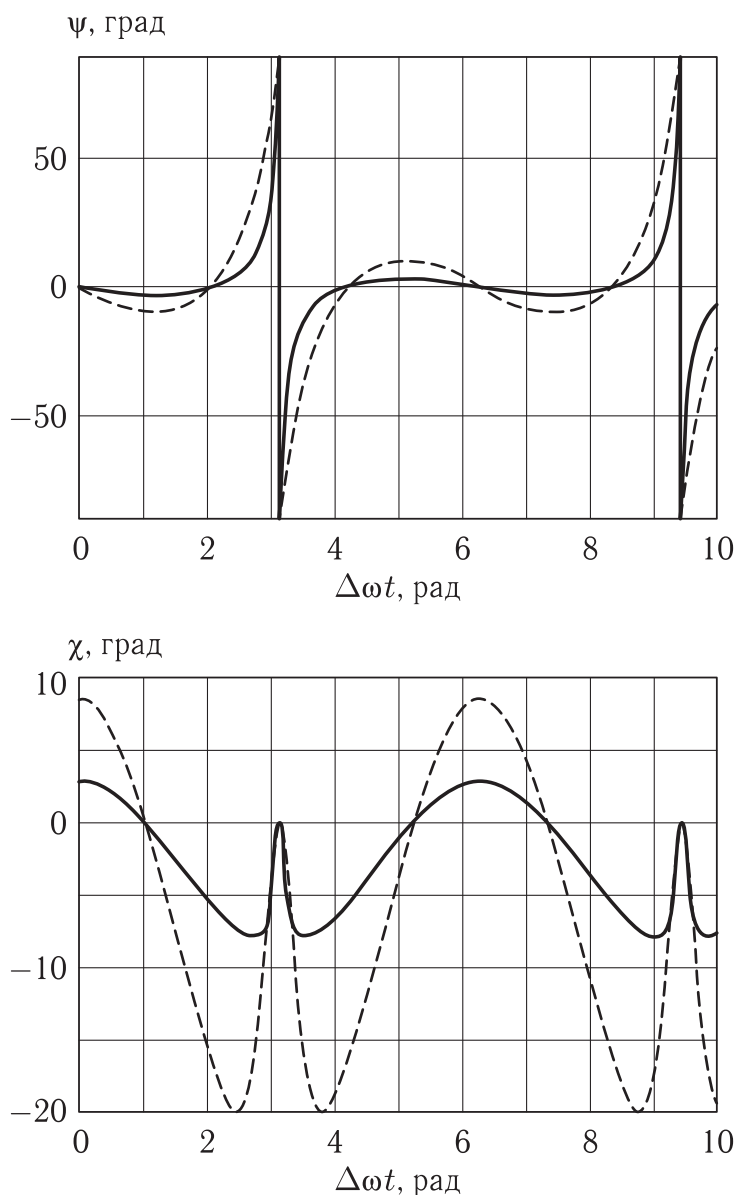


Рис. 3.3. Зависимость степени когерентности от времени усреднения

Рис. 3.4. Зависимость степени поляризации от времени усреднения при $A_x/A_y = \sqrt{2/3}$

поляризации одной волны горизонтальное линейное, а в другой — помимо линейной горизонтальной составляющей присутствует малая по интенсивности ортогональная составляющая со сдвигом фазы на $\pi/2$. Другими словами, вторая волна эллиптически поляризована, при этом ее азимут, также как и у первой, равен нулю.

Зависимость эллипсометрических параметров от времени показана на рис. 3.5 для различных значений угла эллиптичности второй волны. Сплошная линия на рис. 3.5 соответствует значению угла эллиптичности $\chi \approx 6^\circ$ и пунктирная линия соответствует $\chi \approx 17^\circ$. Большую часть

Рис. 3.5. Зависимость эллипсометрических параметров от $\Delta\omega t$

периода азимут результирующего поля равен нулю и только вблизи значения $\Delta\omega t = \pi$ происходит резкий скачок азимута до 90° .

Видность интерференционной картины уменьшается с увеличением угла эллиптичности второй волны.

Контрольные вопросы к главе 3

1. Как получить результирующее состояние поляризации для совокупности некогерентных пучков света?
2. Какое состояние поляризации будет при суперпозиции двух ортогональных компонент, интенсивность которых не одинакова, а степень когерентности равна нулю?

3. Что получается при сложении двух круговых поляризаций с противоположным вращением вектора $\mathbf{E}$ и равной интенсивностью?

4. Как представить эллиптически поляризованное излучение в виде совокупности линейно поляризованного и циклически поляризованного излучений?

Задачи для самостоятельного решения

1. Найти состояние поляризации когерентной суперпозиции двух пучков, разность фаз которых равна нулю. Состояние поляризации каждого пучка задано векторами Стокса: $S_{a0} = 1$, $S_{a1} = 0$, $S_{a2} = 0$, $S_{a3} = 1$ и $S_{b0} = 1$, $S_{b1} = 0$, $S_{b2} = 0$, $S_{b3} = -1$. Результирующее состояние поляризации выразить вектором Стокса.

2. Найти состояние поляризации некогерентной суперпозиции двух пучков. Состояние поляризации каждого пучка задано в базовой системе координат: $I_1 = 1$, $P_1 = 0,5$, $\psi_1 = 0$, $\chi = 45^\circ$ и $I_2 = 1$, $P_1 = 0,5$, $\psi_1 = 0$, $\chi = -45^\circ$. Состояние поляризации суперпозиции пучков выразить в базовой системе координат.

3. Найти состояние поляризации когерентной суперпозиции двух пучков, разность фаз которых равна нулю. Состояние поляризации каждого пучка задано матрицей когерентности со следующими элементами: $J_{1xx} = 0,5$, $J_{1xy} = 0,5j$, $J_{1yy} = 0,5$ и $J_{2xx} = 0,5$, $J_{2xy} = -0,5j$, $J_{2yy} = 0,5$. Результирующее состояние поляризации выразить матрицей когерентности.

4. Найти состояние поляризации некогерентной суперпозиции двух пучков. Состояние поляризации каждого пучка задано матрицей когерентности со следующими элементами: $J_{1xx} = 0,5$, $J_{1xy} = 0$, $J_{1yy} = 0,5$ и $J_{2xx} = 0,5$, $J_{2xy} = 0,5$, $J_{2yy} = 0,5$. Результирующее состояние поляризации выразить в базовой системе координат.

Глава 4

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СОСТОЯНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В АНИЗОТРОПНОМ ОПТИЧЕСКОМ ТРАКТЕ

4.1. Постановка и классификация трансформативных поляризационных задач

В предыдущих главах мы рассмотрели способы описания различных состояний поляризации и решение так называемых аддитивных поляризационных задач. Однако, этим поляризационный анализ оптических устройств далеко не исчерпывается. Основу анализа составляют так называемые «трансформативные» поляризационные задачи. *Трансформативная поляризационная задача* — это задача о преобразовании состояния поляризации последовательностью анизотропных оптических элементов. Упомянутую последовательность мы в дальнейшем называем *оптическим трактом*, хотя она может содержать всего лишь один или несколько элементов. Название задачи происходит от латинского «transformatio» — изменяю.

Прохождение излучения через анизотропные оптические элементы связано, в общем случае, с изменением состояния поляризации. Расчет этих изменений составляет существо трансформативных поляризационных задач. В таких задачах фигурируют три объекта: исходное и преобразованное излучения, а также расположенный между ними оптический тракт.

Для решения трансформативных задач необходимо формализовать все три объекта задачи. Формализации исходного и преобразованного излучения посвящена гл. 2 данной книги. При описании состояния поляризации наиболее распространены следующие способы (наборы параметров):

- амплитуды координатных компонент излучения A_x , A_y , степень их взаимной когерентности $|\mu_{xy}|$ и разность фаз Φ между ортогональными компонентами полностью поляризованной части излучения (*естественный способ*);

- общая интенсивность I , степень поляризации P , азимут ψ и угол эллиптичности χ поляризованной части излучения (*базовый способ*);

- общая интенсивность I и вектор Джонса $\mathbf{D}(D_x, D_y)$ поляризованной части излучения;

- общая интенсивность I , степень поляризации P и поляризационная переменная Γ поляризованной части излучения;
- параметры (вектор) Стокса $\mathbf{S}$;
- матрица когерентности J .

Сравнительный обзор этих способов описания состояния поляризации содержится в приложении Б.

Анизотропный оптический тракт определяют следующие характеристики:

- собственные состояния поляризации тракта, заданные одним из указанных выше способов;
- матрица Джонса T ;
- матрица Мюллера M .

Определению и анализу этих способов посвящена данная глава книги.

Среди различных трансформативных задач различают так называемые *проходные* (прямую и обратную) и *собственные* (прямую и обратную) задачи. Решение прямых задач всегда существует и единственно. Обратные же задачи, как правило, неоднозначны и для своего решения требуют дополнительных условий (например, условие минимума потерь). В *прямой проходной задаче* известны: состояние поляризации исходного излучения и параметры оптического тракта, а требуется найти состояние поляризации преобразованного излучения. Такая задача наиболее распространена, она естественно возникает при анализе работы анизотропных оптических устройств. В *обратной проходной задаче* задаются состояния поляризации исходного и преобразованного излучений, а требуется найти параметры оптического тракта. Такая задача характерна для синтеза оптических каналов.

Собственные задачи связаны с понятием *собственных состояний поляризации* оптического тракта. Изотропный тракт не изменяет состояния поляризации проходящего излучения. Анизотропный тракт, вообще говоря, преобразует состояние поляризации. Однако существуют состояния поляризации, которые при прохождении оптического тракта *воспроизводятся* с точностью до изменения интенсивности и фазы на выходе. При этом сохраняются эллипсометрические параметры ψ , χ и поляризационные переменные Γ . Такие состояния поляризации, а также их характеристики называются *собственными* для данного тракта.

Векторы Джонса собственной поляризации на обоих концах анизотропного тракта совпадают с точностью до комплексного множителя Λ , который соответствует коэффициенту пропускания рассматриваемого тракта для комплексной амплитуды поля ($|\Lambda|^2$ — энергетический коэффициент пропускания, $\arg(\Lambda)$ — фазовый набег). Величину Λ называют *собственным числом* или *собственным значением* данного оптического тракта. Обычно каждый тракт для фиксированного

направления распространения света имеет *два* собственных состояния поляризации и, стало быть, определяется четверкой комплексных чисел, например: $\Lambda_1, \Lambda_2, \Gamma_1, \Gamma_2$. Оптическое устройство обладает *невыврожденной анизотропией*, если его собственные числа не равны; причем неравенство модулей характеризует амплитудную анизотропию, а неравенство аргументов — фазовую.

Прямая собственная задача заключается в нахождении собственных состояний поляризации для рассматриваемого оптического тракта. Эта задача возникает при согласовании внешнего излучения с оптическим трактом, она характерна также для расчета собственных волн оптических резонаторов лазерных систем. В *обратной* собственной задаче задается определенное состояние поляризации и подыскивается оптическая структура, для которой заданное состояние поляризации является собственным. Такая задача решается при конструировании (синтезе) оптического резонатора (всего или отдельных его узлов). Собственным задачам посвящена гл. 12 данной книги.

4.2. Метод Джонса

При решении задач, когда исходное излучение полностью поляризовано, и рассматриваемый анизотропный оптический тракт не содержит деполаризующих оптических элементов, наибольшее распространение получил расчетный формализм, который называют методом векторов и матриц Джонса или проще — *методом Джонса*.

Пусть исходное излучение характеризуется известным вектором Джонса $\mathbf{D}$. Целью решения прямой трансформативной задачи является нахождение другого вектора $\mathbf{D}'$, который описывает излучение, преобразованное оптическим трактом. В рамках сделанных ранее допущений преобразование вектора Джонса $\mathbf{D} \rightarrow \mathbf{D}'$ произвольным линейным оптическим устройством оказывается также линейным:

$$\begin{aligned} D'_x &= t_{11}D_x + t_{12}D_y, \\ D'_y &= t_{21}D_x + t_{22}D_y. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Комплексные коэффициенты преобразования в (4.1) t_{ik} образуют комплексную матрицу T размером 2×2 :

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix}, \quad (4.2)$$

так что преобразование (4.1) можно записать в виде матричного соотношения:

$$\mathbf{D}' = T\mathbf{D}. \quad (4.3)$$

Матрицу T называют матрицей (оператором) Джонса по имени автора этого расчетного метода. Она характеризует оптический тракт

и не зависит от состояния поляризации проходящего излучения. Матрица Джонса определяется характером анизотропии оптического устройства. Кроме того, вид матрицы Джонса зависит от выбора координатного базиса задачи; однако след (шпур) Sp и детерминант $\det$ матрицы инвариантны к выбору базиса, они определяются *собственными значениями* оптического устройства:

$$\text{Sp } T = \Lambda_1 + \Lambda_2, \quad \det T = \Lambda_1 \Lambda_2. \quad (4.4)$$

Таким образом, для того чтобы решить прямую трансформативную задачу, необходимо на вектор Джонса, описывающий исходное излучение, подействовать (умножить слева) оператором Джонса, характеризующим рассматриваемый оптический элемент; полученный результирующий вектор Джонса описывает излучение на выходе. Такой метод анализа называют методом Джонса, а формулу (4.3) — его основным соотношением. Метод применяется, как правило, для анализа преобразования полностью поляризованного излучения и игнорирует деполаризующие факторы. Некоторые исключения содержатся в следующем разделе.

Преобразование поляризации рядом последовательно расположенных оптических устройств описывается результирующей матрицей, которая вычисляется как произведение соответствующих частных матриц, причем порядок перемножения обратен порядку прохождения излучением системы оптических элементов. Это следует из выражения (4.3). Так, если излучение последовательно проходит элементы $1, 2, \dots, N-1, N$, матрицы которых суть $T_1, T_2, \dots, T_{N-1}, T_N$, то суммарный оператор Джонса T определяется произведением

$$T = \prod_{i=1}^{i=N} T_i. \quad (4.5)$$

Как отмечалось выше, любой анизотропный оптический элемент, любой анизотропный оптический тракт характеризуется своей матрицей Джонса $T[t_{11}, t_{12}, t_{21}, t_{22}]$. В то же время оптический элемент или тракт можно задать двумя собственными состояниями поляризации при неравных собственных числах Λ_1, Λ_2 (исключение составляет *изотропный* оптический тракт, который в общем случае может быть образован анизотропными элементами, ему соответствует пара собственных состояний поляризации с равными собственными числами).

Собственные состояния поляризации принято описывать векторами Джонса $\mathbf{D}_1[D_{1x}, D_{1y}]$, $\mathbf{D}_2[D_{2x}, D_{2y}]$ или поляризационными переменными $\Gamma_1 = D_{1y}/D_{1x}$, $\Gamma_2 = D_{2y}/D_{2x}$. Посмотрим, как связаны собственные состояния поляризации тракта с соответствующей матрицей Джонса. *Собственный* вектор $\mathbf{D}$ преобразуется матрицей Джонса T сам в себя

с точностью до комплексного множителя. Поэтому для таких векторов справедливо матричное уравнение:

$$\mathbf{T} \mathbf{D} = \Lambda \mathbf{D}. \quad (4.6)$$

Это уравнение имеет нетривиальные решения только при условии

$$\det (\Lambda \mathbf{I} - \mathbf{T}) = 0, \quad (4.7)$$

где $\mathbf{I}$ — единичная матрица. Выражение (4.7) называется *характеристическим* уравнением матрицы $\mathbf{T}$; его решение определяет собственные значения:

$$\Lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\text{Sp } \mathbf{T} \pm \sqrt{\text{Sp}^2 \mathbf{T} - 4 \det \mathbf{T}} \right). \quad (4.8)$$

Собственный вектор может быть определен из уравнения (4.6) только с точностью до комплексного множителя, поэтому необходима дополнительная информация о его интенсивности.

Представим собственный вектор, соответствующий единичной интенсивности, в виде

$$\mathbf{D}_i = \frac{1}{\sqrt{1 + |\Gamma_i|^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \Gamma_i \end{pmatrix}, \quad (4.9)$$

где Γ_i — поляризационная переменная собственного состояния поляризации ($i = 1, 2$). Подставив (4.9) в (4.6), получим уравнение для поляризационной переменной Γ :

$$t_{12}\Gamma^2 + (t_{11} - t_{22})\Gamma - t_{21} = 0. \quad (4.10)$$

Это уравнение дает два значения Γ :

$$\Gamma_{1,2} = \frac{1}{2t_{12}} \left[(t_{22} - t_{11}) \pm \sqrt{\text{Sp}^2 \mathbf{T} - 4 \det \mathbf{T}} \right]. \quad (4.11)$$

На практике удобно пользоваться соотношениями

$$\Gamma_{1,2} = \frac{\Lambda_{1,2} - t_{11}}{t_{12}} = \frac{t_{21}}{\Lambda_{1,2} - t_{22}}. \quad (4.12)$$

Если одно из выражений (4.12) дает неопределенность вида $0/0$, то надо воспользоваться другим.

Обратная задача — выражение матрицы Джонса через собственные векторы и собственные значения также однозначна. Пусть для анизотропного элемента (тракта) заданы собственные векторы $\mathbf{D}_1$, $\mathbf{D}_2$ и собственные числа Λ_1 , Λ_2 . Матрица Джонса для этого элемента (тракта) записывается так:

$$\mathbf{T} = \frac{1}{d} \begin{pmatrix} \Lambda_1 D_{1x} D_{2y} - \Lambda_2 D_{1y} D_{2x} & (\Lambda_2 - \Lambda_1) D_{1x} D_{2x} \\ (\Lambda_1 - \Lambda_2) D_{1y} D_{2y} & \Lambda_2 D_{1x} D_{2y} - \Lambda_1 D_{1y} D_{2x} \end{pmatrix}, \quad (4.13)$$

где $d = D_{1x}D_{2y} - D_{1y}D_{2x} \neq 0$, так как собственные векторы $\mathbf{D}_1$ и $\mathbf{D}_2$ линейно независимы. Наличие в выражении (4.13) множителя $1/d$ позволяет пользоваться произвольной нормировкой при введении собственных векторов. Если собственные поляризации заданы своими поляризационными переменными, то, разделив (4.13) на $D_{1x}D_{2x}$, получим матрицу Джонса вида

$$T = \frac{1}{\Gamma_2 - \Gamma_1} \begin{pmatrix} \Lambda_1\Gamma_2 - \Lambda_2\Gamma_1 & \Lambda_2 - \Lambda_1 \\ (\Lambda_1 - \Lambda_2)\Gamma_1\Gamma_2 & \Lambda_2\Gamma_2 - \Lambda_1\Gamma_1 \end{pmatrix}. \quad (4.14)$$

На практике наибольшую роль играют такие оптические устройства, собственные состояния поляризации которых *ортогональны* (рис. 4.1).

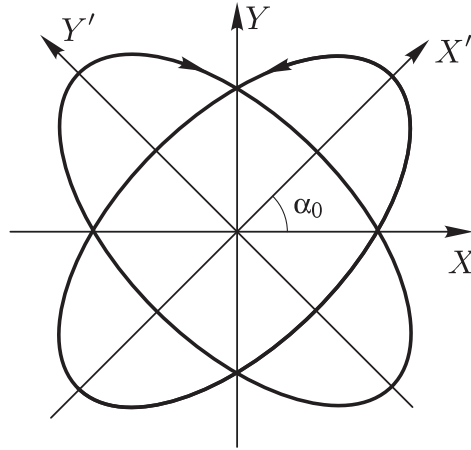


Рис. 4.1. Ортогональные собственные поляризации

Эти устройства описываются так называемыми *нормальными* матрицами. Для нормальных матриц выполняется соотношение

$$T T^* = T^* T. \quad (4.15)$$

Здесь верхний индекс «*» обозначает эрмитово сопряжение (эрмитово сопряженная матрица получается из данной совместным применением операций транспонирования и комплексного сопряжения).

Если собственные состояния поляризации ортогональны, то выполняется соотношение: $\Gamma_1\Gamma_2^* = \Gamma_2\Gamma_1^* = -1$. В этом случае достаточно задать одну переменную, например Γ_1 . Помножив числитель и знаменатель выражения (4.14) на $-\Gamma_1^*$, получим матрицу вида

$$T = \frac{1}{1 + |\Gamma_1|^2} \begin{pmatrix} \Lambda_1 + \Lambda_2 |\Gamma_1|^2 & (\Lambda_1 - \Lambda_2) \Gamma_1^* \\ (\Lambda_1 - \Lambda_2) \Gamma_1 & \Lambda_2 + \Lambda_1 |\Gamma_1|^2 \end{pmatrix}. \quad (4.16)$$

Если собственные поляризации представляют собой ортогональные эллипсы с углом эллиптичности $\pm\chi$, оси которых совмещены с коорди-

натными осями, то матрица Джонса имеет вид

$$T = \begin{pmatrix} \Lambda_1 \cos^2 \chi + \Lambda_2 \sin^2 \chi & -j(\Lambda_1 - \Lambda_2) \sin \chi \cos \chi \\ j(\Lambda_1 - \Lambda_2) \sin \chi \cos \chi & \Lambda_2 \cos^2 \chi + \Lambda_1 \sin^2 \chi \end{pmatrix}. \quad (4.17)$$

В простейшем случае, когда собственные поляризации — ортогональные *линейные*, причем плоскости колебаний ортогональных векторов **E** совпадают с координатными осями, матрица Джонса диагональна:

$$T = \begin{pmatrix} \Lambda_1 & 0 \\ 0 & \Lambda_2 \end{pmatrix}. \quad (4.18)$$

4.3. Модификация метода Джонса для расчета преобразования частично поляризованного света

Метод Джонса, изложенный ранее, обычно используется для анализа поляризационных характеристик полностью поляризованного излучения, прошедшего через оптический тракт, который не содержит деполаризующих элементов. В такой ситуации излучение на протяжении всего оптического тракта и на его выходе остается полностью поляризованным. Однако на практике возможен иной, более общий случай, когда оптический тракт не содержит деполаризующих элементов, но исходное излучение поляризовано лишь *частично* или вовсе не поляризовано.

Анализ таких систем также возможно проводить с использованием формализма Джонса. Предлагаемый метод целесообразно использовать, если собственные состояния поляризации тракта — *ортогональные*. Далее рассматривается именно такой случай.

Состояние поляризации исходного излучения и анизотропия оптического тракта могут быть заданы различными способами (приложение Б). Пусть излучение на входе рассматриваемого оптического тракта задано следующими параметрами: интенсивностью I и вектором Джонса полностью поляризованной компоненты излучения (D_x, D_y) . Степень поляризации исходного излучения находится из соотношения

$$P = \frac{|D_x|^2 + |D_y|^2}{I}. \quad (4.19)$$

Пусть также анизотропия оптического тракта характеризуется собственными поляризационными переменными Γ_1, Γ_2 , причем $\Gamma_1^* \Gamma_2 = -1$, и собственными значениями Λ_1, Λ_2 , что позволяет записать матрицу Джонса (4.16). Не теряя общности рассуждения, положим $|\Lambda_1| > |\Lambda_2|$. Тогда более *добротным* (с меньшими потерями) будет собственное состояние поляризации, обозначаемое индексом 1.

Сначала рассмотрим полностью поляризованную компоненту исходного излучения, интенсивность которой $I_p = IP = |D_x|^2 + |D_y|^2$. Используя метод Джонса (см. п. 4.2) и (4.16), находим элементы вектора Джонса этой компоненты на выходе из анизотропного оптического тракта:

$$\begin{aligned} D'_x &= \frac{1}{1 + |\Gamma_1|^2} \left[(\Lambda_1 + \Lambda_2 |\Gamma_1|^2) D_x + (\Lambda_1 - \Lambda_2) \Gamma_1^* D_y \right], \\ D'_y &= \frac{1}{1 + |\Gamma_1|^2} \left[(\Lambda_1 - \Lambda_2) \Gamma_1 D_x + (\Lambda_2 + \Lambda_1 |\Gamma_1|^2) D_y \right]. \end{aligned} \quad (4.20)$$

И так как впоследствии нас будет интересовать некогерентная суперпозиция различных компонент излучения, запишем соответствующий вектор Стокса, воспользовавшись (2.54):

$$\mathbf{s}'_A = \begin{pmatrix} |D'_x|^2 + |D'_y|^2 \\ |D'_x|^2 - |D'_y|^2 \\ 2 \operatorname{Re} (D'^*_x D'_y) \\ 2 \operatorname{Im} (D'^*_x D'_y) \end{pmatrix}. \quad (4.21)$$

Обратимся теперь к неполяризованной компоненте исходного излучения, интенсивность которой $I_n = I(1 - P) = 1 - |D_x|^2 - |D_y|^2$. Эту компоненту можно представить в виде некогерентной суперпозиции двух равных по интенсивности ортогонально поляризованных подкомпонент, каждая из которых совпадает (в этом суть предлагаемого метода анализа) с одной из собственных поляризаций рассматриваемого оптического тракта.

На выходе тракта эти состояния поляризации сохраняются (ведь они собственные). Однако их интенсивности, определяемые модулями соответствующих собственных значений, могут оказаться разными. Интенсивность каждой подкомпоненты (индекс $i = 1, 2$) задается выражением

$$I_i = \frac{1}{2} |\Lambda_i|^2 I_n. \quad (4.22)$$

Если $|\Lambda_1| > |\Lambda_2|$ то на выходе тракта появится преимущественная поляризация, совпадающая с более добротной собственной поляризацией тракта Γ_1 . Интенсивность ее равна

$$I'_{1B} = \frac{1}{2} (|\Lambda_1|^2 - |\Lambda_2|^2) I_n. \quad (4.23)$$

Вектор Стокса этой поляризованной компоненты на выходе, полученной из неполяризованного излучения на входе, может быть с ис-

пользованием (2.54), записан следующим образом:

$$\mathbf{S}'_B = \frac{I_n (|\Lambda_1|^2 - |\Lambda_2|^2)}{2(1 + |\Gamma_1|^2)} \begin{pmatrix} 1 + |\Gamma_1|^2 \\ 1 - |\Gamma_1|^2 \\ 2 \operatorname{Re} \Gamma_1 \\ 2 \operatorname{Im} \Gamma_1 \end{pmatrix}. \quad (4.24)$$

Часть изначально неполяризованной компоненты так и останется неполяризованной на выходе тракта. Интенсивность этой части излучения, оставшегося неполяризованным на выходе, будет, очевидно, определена соотношением

$$I'_C = |\Lambda_2|^2 I_n, \quad (4.25)$$

а соответствующий вектор Стокса

$$\mathbf{S}'_C = I_n |\Lambda_2|^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.26)$$

Таким образом, на выходе оптического тракта возникает некогерентная суперпозиция трех типов излучения:

- поляризованное излучение, полученное из поляризованного же (A);
- поляризованное излучение, полученное из неполяризованного (B);
- неполяризованное излучение, полученное из неполяризованного (C).

Для анализа состояния поляризации на выходе тракта остается только некогерентно сложить эти три части излучения. Такое сложение удобно провести, например, просуммировав соответствующие векторы Стокса. Приведем выражения для компонент суммарного вектора Стокса:

$$\begin{aligned} S'_0 &= |D'_x|^2 + |D'_y|^2 + \frac{1}{2}(|\Lambda_1|^2 + |\Lambda_2|^2)I_n, \\ S'_1 &= |D'_x|^2 - |D'_y|^2 + \frac{1}{2}(|\Lambda_1|^2 - |\Lambda_2|^2)I_n \frac{1 - |\Gamma_1|^2}{1 + |\Gamma_1|^2}, \\ S'_2 &= 2 \operatorname{Re} (D'^*_x D'_y) + (|\Lambda_1|^2 - |\Lambda_2|^2)I_n \frac{\operatorname{Re} \Gamma_1}{1 + |\Gamma_1|^2}, \\ S'_3 &= 2 \operatorname{Im} (D'^*_x D'_y) + (|\Lambda_1|^2 - |\Lambda_2|^2)I_n \frac{\operatorname{Im} \Gamma_1}{1 + |\Gamma_1|^2}. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Зная параметры Стокса, можно на базе материала п. 2.7 и приложения Б определить параметры состояния поляризации выходного излучения I' , P' , ψ' , χ' .

Частным, но широко распространенным случаем является анизотропный тракт с ортогональными линейными собственными состояниями поляризации. Совместив (без потери общности анализа) координатную ось X с более добротной собственной линейной поляризацией, получим для такого случая $\Gamma_1 = 0$. Вместо (4.20) получаем $D'_x = \Lambda_1 D_x$, $D'_y = \Lambda_2 D_y$. И (4.27) приводится к более простому виду:

$$\begin{aligned} S'_0 &= \frac{1}{2} I_n (|\Lambda_1|^2 + |\Lambda_2|^2) + |\Lambda_1 D_x|^2 + |\Lambda_2 D_y|^2, \\ S'_1 &= \frac{1}{2} I_n (|\Lambda_1|^2 - |\Lambda_2|^2) + |\Lambda_1 D_x|^2 - |\Lambda_2 D_y|^2, \\ S'_2 &= 2 \operatorname{Re} [(\Lambda_1 D_x)^* (\Lambda_2 D_y)], \\ S'_3 &= 2 \operatorname{Im} [(\Lambda_1 D_x)^* (\Lambda_2 D_y)]. \end{aligned} \quad (4.28)$$

В гл. 5 приведены примеры, иллюстрирующие расчет преобразования частично поляризованного излучения с помощью данного метода.

4.4. Расчет параметров частично поляризованного излучения в анизотропном тракте с деполяризующими элементами (аппарат векторов Стокса–матриц Мюллера)

До сих пор при решении трансформативных задач мы не учитывали устройства, которые деполяризуют прошедшее излучение. В то же время этот эффект проявляется практически в любом оптическом тракте. Основным источником деполяризации излучения служит рассеяние света на границах и в толще оптических сред. В этом случае или снижается степень когерентности между светом, рассеянным от различных участков среды, или происходит дробление света на компоненты с различными состояниями поляризации, что при сложении опять-таки приводит к снижению степени поляризации.

Другим источником случайной деполяризации является флуктуация анизотропных свойств оптического тракта, например за счет малых колебаний температуры, величины магнитного или электрического поля, механических колебаний и т. д. В результате действия этих факторов, даже если исходное излучение было полностью поляризовано, оно становится частично поляризованным, а степень поляризации изменяется вдоль оптического тракта.

В то же время необходимо заметить, что в ряде случаев излучение специально деполяризуют. Некоторые способы функциональной деполяризации кратко рассмотрены в гл. 13.

Основным методом поляризационного анализа оптических трактов, содержащих деполяризующие элементы и канализирующих частично поляризованное излучение, является формализм векторов Стокса (п. 2.7).

Пусть на входе оптического тракта излучение описывается одним вектором Стокса $\mathbf{S}[S_0, S_1, S_2, S_3]$, а на выходе тракта — другим вектором $\mathbf{S}'[S'_0, S'_1, S'_2, S'_3]$. Следовательно, рассматриваемый оптический тракт осуществляет преобразование: $\mathbf{S} \rightarrow \mathbf{S}'$. В рамках принятых ранее допущений это преобразование линейно, а именно

$$\begin{aligned} S'_0 &= m_{11}S_0 + m_{12}S_1 + m_{13}S_2 + m_{14}S_3, \\ S'_1 &= m_{21}S_0 + m_{22}S_1 + m_{23}S_2 + m_{24}S_3, \\ S'_2 &= m_{31}S_0 + m_{32}S_1 + m_{33}S_2 + m_{34}S_3, \\ S'_3 &= m_{41}S_0 + m_{42}S_1 + m_{43}S_2 + m_{44}S_3. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Коэффициенты этого линейного преобразования (m_{ik}) вещественны. Они образуют вещественную матрицу $\mathbf{M}$ размером 4×4 :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{pmatrix}. \quad (4.30)$$

Преобразование (4.29) можно записать в компактной векторно-матричной форме:

$$\mathbf{S}' = \mathbf{M}\mathbf{S}. \quad (4.31)$$

Таким образом, введенная матрица (4.30) играет роль оператора, преобразующего один вектор Стокса в другой. Если излучение последовательно проходит ряд оптических элементов, матрицы которых $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \dots, \mathbf{M}_{N-1}, \mathbf{M}_N$, то суммарная матрица определится, так же как и в случае формализма Джонса, произведением

$$\mathbf{M} = \prod_{i=N}^{i=1} \mathbf{M}_i. \quad (4.32)$$

Матрицы $\mathbf{M}$ называются *матрицами Мюллера* по имени американского оптика Г. Мюллера, который ввел эти матрицы в практику поляризационного анализа в 1940-х годах. Они легли в основу расчетного аппарата векторов Стокса — матриц Мюллера. Любопытно, что вторая часть аппарата (матрица) предложена почти на сто лет позднее первой (вектор), что объясняется возникшими требованиями поляризационного расчета оптических систем с деполяризацией.

Сравнивая методы Джонса и Стокса–Мюллера, следует отметить, что метод Джонса удобен для анализа полностью поляризованного

света, когда важны фазовые соотношения. По сравнению с матрицами Джонса матрицы Мюллера имеют больший размер и физически менее наглядны, однако эти недостатки не столь существенны при использовании современной вычислительной техники. Кроме того, матрицы Мюллера могут содержать информацию о деполаризующих свойствах оптических устройств и, в отличие от матриц Джонса, принципиально *вещественны*. Эти факторы предопределили широкое распространение метода Стокса–Мюллера в последние годы.

Рассматриваемый метод решения прямой трансформативной задачи сводится, по существу, к использованию соотношения (4.31), при этом необходимо знание матрицы Мюллера исследуемого оптического тракта.

Для решения трансформативной задачи методом Стокса–Мюллера надо располагать матрицей Мюллера M , соответствующей рассматриваемому оптическому устройству или оптическому тракту. Здесь излагаются различные способы определения матриц Мюллера.

Первый способ — экспериментальный. Он состоит в выявлении того, как рассматриваемое оптическое устройство преобразует какие-либо четыре пробных излучения, различающиеся своими состояниями поляризации. Пусть четыре пробных излучения A , B , C и D заданы своими векторами Стокса: $\mathbf{S}_A$, $\mathbf{S}_B$, $\mathbf{S}_C$ и $\mathbf{S}_D$, а рассматриваемое оптическое устройство преобразует эти излучения в другие, задаваемые векторами: $\mathbf{S}'_A$, $\mathbf{S}'_B$, $\mathbf{S}'_C$ и $\mathbf{S}'_D$. Каждое преобразование отображается системой из четырех линейных уравнений (4.29). Четырежды повторенная структура (4.29) для всех пробных излучений составит линейную систему из 16-ти независимых уравнений с 16-ю же неизвестными m_{ik} , решив которую можно найти все 16 элементов искомой матрицы Мюллера.

В качестве пробных излучений можно использовать следующие:

- A — неполяризованное излучение интенсивностью I_A ;
- B — полностью линейно горизонтально поляризованное излучение интенсивностью I_B ;
- C — полностью линейно поляризованное излучение с азимутом $\theta = \pi/4$ интенсивностью I_C ;
- D — полностью поляризованное излучение с правой круговой поляризацией интенсивностью I_D .

Этим излучениям соответствуют векторы Стокса:

$$\mathbf{S}_A = \begin{pmatrix} I_A \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}_B = \begin{pmatrix} I_B \\ I_B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}_C = \begin{pmatrix} I_C \\ 0 \\ I_C \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}_D = \begin{pmatrix} I_D \\ 0 \\ 0 \\ I_D \end{pmatrix}. \quad (4.33)$$

При прохождении пробных излучений через рассматриваемое оптическое устройство формируются состояния поляризации с векторами Стокса:

$$\mathbf{s}'_A = \begin{pmatrix} S'_{OA} \\ S'_{1A} \\ S'_{2A} \\ S'_{3A} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{s}'_B = \begin{pmatrix} S'_{OB} \\ S'_{1B} \\ S'_{2B} \\ S'_{3B} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{s}'_C = \begin{pmatrix} S'_{OC} \\ S'_{1C} \\ S'_{2C} \\ S'_{3C} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{s}'_D = \begin{pmatrix} S'_{OD} \\ S'_{1D} \\ S'_{2D} \\ S'_{3D} \end{pmatrix}. \quad (4.34)$$

Решение указанной выше системы уравнений в этом случае дает:

$$\begin{aligned} m_{11} &= \frac{S'_{OA}}{I_A}, & m_{12} &= \frac{S'_{OB}}{I_B} - \frac{S'_{OA}}{I_A}, \\ m_{21} &= \frac{S'_{1A}}{I_A}, & m_{22} &= \frac{S'_{1B}}{I_B} - \frac{S'_{1A}}{I_A}, \\ m_{31} &= \frac{S'_{2A}}{I_A}, & m_{32} &= \frac{S'_{2B}}{I_B} - \frac{S'_{2A}}{I_A}, \\ m_{41} &= \frac{S'_{3A}}{I_A}, & m_{42} &= \frac{S'_{3B}}{I_B} - \frac{S'_{3A}}{I_A}, \\ m_{13} &= \frac{S'_{OC}}{I_C} - \frac{S'_{OA}}{I_A}, & m_{14} &= \frac{S'_{OD}}{I_D} - \frac{S'_{OA}}{I_A}, \\ m_{23} &= \frac{S'_{1C}}{I_C} - \frac{S'_{1A}}{I_A}, & m_{24} &= \frac{S'_{1D}}{I_D} - \frac{S'_{1A}}{I_A}, \\ m_{33} &= \frac{S'_{2C}}{I_C} - \frac{S'_{2A}}{I_A}, & m_{34} &= \frac{S'_{2D}}{I_D} - \frac{S'_{2A}}{I_A}, \\ m_{43} &= \frac{S'_{3C}}{I_C} - \frac{S'_{3A}}{I_A}, & m_{44} &= \frac{S'_{3D}}{I_D} - \frac{S'_{3A}}{I_A}. \end{aligned} \quad (4.35)$$

В качестве примера запишем матрицу Мюллера для *идеального деполяризатора*, который при любом падающем излучении только уменьшает интенсивность в τ раз и степень поляризации в $1 - \Pi$ раз. Тогда

$$\begin{aligned} \mathbf{s}'_A &= \begin{pmatrix} \tau I_A \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, & \mathbf{s}'_B &= \begin{pmatrix} \tau I_B \\ \tau(1 - \Pi) I_B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{s}'_C &= \begin{pmatrix} \tau I_C \\ 0 \\ \tau(1 - \Pi) I_C \\ 0 \end{pmatrix}, & \mathbf{s}'_D &= \begin{pmatrix} \tau I_D \\ 0 \\ 0 \\ \tau(1 - \Pi) I_D \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4.36)$$

где τ — коэффициент пропускания ($0 \leq \tau \leq 1$), Π — коэффициент деполяризации ($0 \leq \Pi \leq 1$). Значит, соответствующая матрица Мюллера должна быть такой:

$$M_D(\tau, \Pi) = \begin{pmatrix} \tau & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tau(1 - \Pi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau(1 - \Pi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tau(1 - \Pi) \end{pmatrix}. \quad (4.37)$$

Теперь обратимся к другому способу формирования матриц Мюллера, который годится для оптических анизотропных устройств, не содержащих деполяризующих элементов. В этом случае устройство можно характеризовать матрицей Джонса. Поскольку алгоритм формирования матриц Джонса был подробно рассмотрен в п. 4.2, целесообразно матрицу Мюллера синтезировать из соответствующей матрицы Джонса. Пусть рассматриваемому оптическому устройству соответствует матрица Джонса вида

$$T = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}. \quad (4.38)$$

Матрица Мюллера размером 4×4 может быть представлена в виде блочной матрицы

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}, \quad (4.39)$$

где четыре подматрицы M_{ik} размером 2×2 задаются соотношениями

$$\begin{aligned} M_{11} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} |A|^2 + |B|^2 + |C|^2 + |D|^2 & |A|^2 + |C|^2 - |B|^2 - |D|^2 \\ |A|^2 + |B|^2 - |C|^2 - |D|^2 & |A|^2 - |B|^2 - |C|^2 + |D|^2 \end{pmatrix}, \\ M_{12} &= \begin{pmatrix} \operatorname{Re} A^* B + \operatorname{Re} D^* C & -\operatorname{Im} A^* B + \operatorname{Im} D^* C \\ \operatorname{Re} A^* B - \operatorname{Re} D^* C & -\operatorname{Im} A^* B - \operatorname{Im} D^* C \end{pmatrix}, \\ M_{21} &= \begin{pmatrix} \operatorname{Re} A^* C + \operatorname{Re} D^* B & \operatorname{Re} A^* C - \operatorname{Re} D^* B \\ \operatorname{Im} A^* C - \operatorname{Im} D^* B & \operatorname{Im} A^* C + \operatorname{Im} D^* B \end{pmatrix}, \\ M_{22} &= \begin{pmatrix} \operatorname{Re} A^* D + \operatorname{Re} B^* C & -\operatorname{Im} A^* D + \operatorname{Im} B^* C \\ \operatorname{Im} A^* D + \operatorname{Im} B^* C & \operatorname{Re} A^* D - \operatorname{Re} B^* C \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Рассмотрим частные случаи, которые позволяют оперировать более простыми подматрицами, чем (4.40). Представим, что все элементы

исходной матрицы Джонса вещественны. Тогда соответствующая матрица Мюллера типа (4.39) будет составлена из следующих подматриц:

$$\begin{aligned}
 M_{11} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (A^2 + B^2) + (C^2 + D^2) & (A^2 + C^2) - (B^2 + D^2) \\ (A^2 + B^2) - (C^2 + D^2) & (A^2 + D^2) - (C^2 + B^2) \end{pmatrix}, \\
 M_{12} &= \begin{pmatrix} AB + DC & 0 \\ AB - DC & 0 \end{pmatrix}, \\
 M_{21} &= \begin{pmatrix} AC + BD & AC - BD \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 M_{22} &= \begin{pmatrix} AD + BC & 0 \\ 0 & AD - BC \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

Другим частным, но часто встречающимся случаем, является диагональный вид исходной матрицы Джонса ($B = C = 0$). В этом случае составляющие блоки матрицы Мюллера (4.39) будут иметь вид

$$\begin{aligned}
 M_{11} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} |A|^2 + |D|^2 & |A|^2 - |D|^2 \\ |A|^2 - |D|^2 & |A|^2 + |D|^2 \end{pmatrix}, \\
 M_{12} &= M_{21} = 0, \\
 M_{22} &= \begin{pmatrix} \operatorname{Re} A^* D & -\operatorname{Im} A^* D \\ \operatorname{Im} A^* D & \operatorname{Re} A^* D \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{4.42}$$

4.5. Поляризационные элементы

Рассмотрим матрицы Джонса и матрицы Мюллера простейших поляризационных (анизотропных) элементов, изменяющих состояние поляризации проходящего через них излучения. Простейшие анизотропные устройства принято классифицировать, взяв за основу два признака:

- вид собственных состояний поляризаций (линейные, круговые, эллиптические);
- характер анизотропии (амплитудный, фазовый).

Формирование матриц Джонса основных поляризационных элементов начнем с матрицы так называемого *вращателя*, осуществляющего только изменение азимута поляризационного эллипса без поляризационных потерь и изменения эллиптичности. Такой матрицей, поворачивающей оси поляризационного эллипса на положительный угол α

(против часовой стрелки, если смотреть навстречу лучу) является матрица вида

$$T_R(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}. \quad (4.43)$$

Действительно, рассмотрим эллиптически поляризованную волну с произвольной интенсивностью I и углом эллиптичности χ , при этом азимут без потери общности рассуждений можно принять нулевым. Вектор Джонса для этого состояния поляризации

$$\mathbf{D} = \sqrt{I} \begin{pmatrix} \cos \chi \\ j \sin \chi \end{pmatrix}. \quad (4.44)$$

Поддействовав на него оператором (4.43), получим вектор Джонса излучения, прошедшего вращатель,

$$\mathbf{D}' = \sqrt{I} \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \chi - j \sin \alpha \sin \chi \\ \sin \alpha \cos \chi + j \cos \alpha \sin \chi \end{pmatrix}. \quad (4.45)$$

Проанализировав этот вектор, можно увидеть, что интенсивность излучения осталась прежней $I' = I$. Поляризационная переменная преобразованного излучения будет такой:

$$\Gamma' = \frac{\sin \alpha \cos \chi + j \cos \alpha \sin \chi}{\cos \alpha \cos \chi - j \sin \alpha \sin \chi} = \frac{\operatorname{tg} \alpha + j \operatorname{tg} \chi}{1 - j \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \chi}, \quad (4.46)$$

что соответствует эллиптической поляризации с той же эллиптичностью $\chi' = \chi$, но с азимутом, равным не нулю, а $\alpha' = \alpha$. Таким образом действие приведенного оператора (4.43) свелось лишь к повороту осей поляризационного эллипса на угол α против часовой стрелки (рис. 4.2 а).

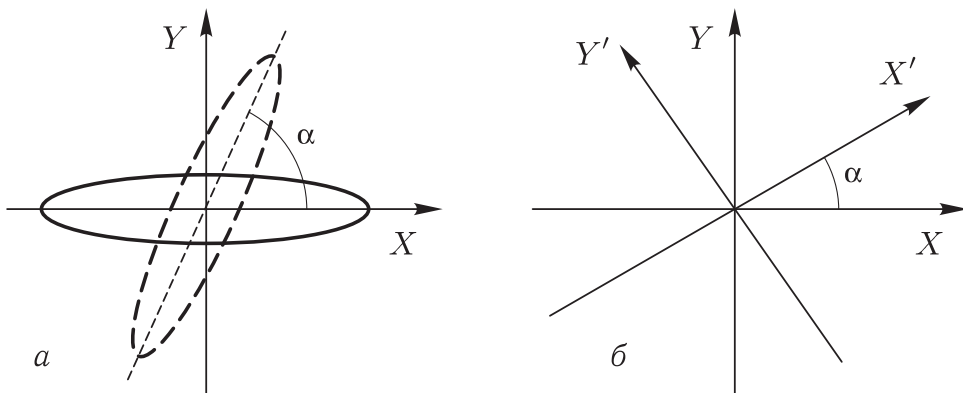


Рис. 4.2. Поляризационный вращатель: а — действие вращателя на поляризационный эллипс; б — переход в систему координат $X'Y'Z'$, которая является собственной для линейного амплитудного элемента

Согласно принятой терминологии вращатель является *круговым* (циркулярным) *фазовым* элементом, поскольку собственными состояниями матрицы Джонса (4.43) являются круговые поляризации, и вращатель создает фазовый набег между ними. Вопрос о практической реализации данного поляризационного элемента будет рассмотрен в гл. 9.

Матрица Мюллера идеального вращателя, осуществляющего поворот осей поляризационного эллипса на угол α против часовой стрелки, имеет вид

$$M_R(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\alpha & -\sin 2\alpha & 0 \\ 0 & \sin 2\alpha & \cos 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.47)$$

Линейными называются такие анизотропные элементы, собственные поляризации которых линейные. Собственные волны при прохождении данного анизотропного элемента могут различаться потерями и набегам фаз. В первом случае реализуется амплитудная анизотропия, и элемент называют линейным амплитудным, во втором — фазовая анизотропия, и элемент — линейный фазовый.

Поляризаторами (частичными поляризаторами, линейными амплитудными элементами) называются оптические устройства, которые для двух собственных (обычно ортогональных) состояний поляризации обладают существенно *различными* коэффициентами пропускания (или отражения). Без потери общности рассмотрения будем далее считать, что индексом 1 обозначен наибольший (амплитудный T_1 и энергетический τ_1), а индексом 2 — наименьший (T_2 , τ_2) главные коэффициенты пропускания. Поляризаторы и примеры их практической реализации рассмотрены в гл. 7.

Для линейных анизотропных устройств (амплитудных и фазовых) вид матрицы зависит от ориентации поперечных координатных осей и не зависит от направления распространения излучения. Простейший диагональный вид матрицы Джонса соответствует такому выбору поперечных координатных осей, когда они совпадают с собственными осями линейного анизотропного оптического элемента. Такой координатный базис, как уже говорилось, называется *собственным*. Если собственные линейные поляризации ортогональны (это выполняется в большинстве случаев), то собственный базис — декартов.

Матрица Джонса линейного амплитудного анизотропного элемента (поляризатора) в собственном базисе записывается следующим образом:

$$T_P(0) = \begin{pmatrix} T_1 & 0 \\ 0 & T_2 \end{pmatrix}. \quad (4.48)$$

Здесь T_1 — амплитудный коэффициент пропускания при ориентации вектора $\mathbf{E}$ вдоль «прозрачной» оси, а T_2 — то же для «непрозрачной» оси, при этом потери компоненты E_x меньше, чем потери E_y : $T_1 > T_2$.

Используя выражения (4.38), можно найти соответствующую матрицу Мюллера:

$$M_P(T_1, T_2) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} T_1^2 + T_2^2 & T_1^2 - T_2^2 & 0 & 0 \\ T_1^2 - T_2^2 & T_1^2 + T_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2T_1T_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2T_1T_2 \end{pmatrix}. \quad (4.49)$$

Получим матрицы Джонса и Мюллера линейного амплитудного элемента, если его собственные оси повернуты на положительный угол α *против* часовой стрелки относительно координатных осей (смотрим как обычно навстречу лучу). Для этого необходимо воспользоваться оператором поворота $R(\alpha)$, который выражает компоненты вектора Джонса в новой системе координат, оси которой повернуты на положительный угол α относительно координатных осей. Легко убедиться, что оператор поворота связан с оператором вращателя (4.43) следующим соотношением:

$$R(\alpha) = T_R(-\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}. \quad (4.50)$$

Тогда матрица Джонса элемента, оси которого развернуты на угол α , вычисляется следующим образом:

$$T(\alpha) = R(-\alpha) T(0) R(\alpha). \quad (4.51)$$

Выражение (4.51) можно интерпретировать следующим образом: вектор Джонса падающего света переводится с помощью (4.50) в собственную систему координат поляризатора $X'Y'Z'$, умножается на диагональную матрицу поляризатора (4.45), а затем обратным поворотом возвращается в исходную систему координат XYZ (рис. 4.2 б).

Используя (4.51), получаем матрицы Джонса и Мюллера линейных поляризаторов, прозрачная ось которых составляет угол α с осью X координатного базиса (для компактности в нижеприводимых соотношениях используются обозначения: $S_1 = \sin \alpha$, $C_1 = \cos \alpha$, $S_2 = \sin 2\alpha$, $C_2 = \cos 2\alpha$):

$$T(T_1, T_2, \alpha) = \begin{pmatrix} T_1 C_1^2 + T_2 S_1^2 & (T_1 - T_2) S_1 C_1 \\ (T_1 - T_2) S_1 C_1 & T_1 S_1^2 + T_2 C_1^2 \end{pmatrix},$$

$M(\tau_1, \tau_2, \alpha) =$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (\tau_1 + \tau_2) & (\tau_1 - \tau_2) C_2 & (\tau_1 - \tau_2) S_2 & 0 \\ (\tau_1 - \tau_2) C_2 & (\tau_1 + \tau_2) C_2^2 + 2\sqrt{\tau_1 \tau_2} S_2^2 & (\sqrt{\tau_1} - \sqrt{\tau_2})^2 S_2 C_2 & 0 \\ (\tau_1 - \tau_2) S_2 & (\sqrt{\tau_1} - \sqrt{\tau_2})^2 S_2 C_2 & (\tau_1 + \tau_2) S_2^2 + 2\sqrt{\tau_1 \tau_2} C_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{\tau_1 \tau_2} \end{pmatrix}. \quad (4.52)$$

Линейная фазовая пластинка — это оптическое устройство, которое обеспечивает разный набег фазы для двух волн с линейными, ортогональными состояниями поляризации, ориентация которых определяется собственными осями пластинки: *быстрой* и *медленной*. Соответствующие компоненты вектора **Е** называются также *быстрой* и *медленной*. Скорость распространения *быстрой* компоненты внутри пластинки больше, чем у *медленной* компоненты.

Действие фазовой пластинки можно понимать так. На входе в пластинку волна разлагается на две собственных компоненты, каждая из которых проходит разный оптический путь Δ_1 и Δ_2 и набирает разный фазовый набег $\phi_1 = 2\pi\Delta_1/\lambda$ и $\phi_2 = 2\pi\Delta_2/\lambda$, а затем на выходе компоненты вновь складываются с дополнительно набранной разностью фаз $\delta = \phi_1 - \phi_2$. Линейные фазовые пластинки и примеры их практической реализации рассмотрены в гл. 7.

Матрицы Джонса T_{ph} и Мюллера M_{ph} фазовой пластинки записываются в следующем виде:

$$T_{ph}(\delta, 0) = \begin{pmatrix} \exp\left(j\frac{\delta}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-j\frac{\delta}{2}\right) \end{pmatrix}, \quad (4.53)$$

$$M_{ph}(\delta, 0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix}.$$

Как следует из сравнения (4.18) и (4.53) модуль собственных значений линейной фазовой пластинки равен единице, а это значит, что потери излучения с любой поляризацией должны отсутствовать.

Кроме линейных фазовых пластинок, в оплотехнике широко используются *циркулярные фазовые* пластинки. Циркулярная фазовая пластинка — это оптическое устройство, которое для ортогональных циркулярных собственных поляризаций обеспечивает разный фазовый набег. Используя (4.41), построим матрицу Джонса и матрицу

Мюллера для циркулярной фазовой пластинки. Полагая, что $\Gamma_1 = j$, $\Lambda_1 = \exp(j\delta/2)$, $\Lambda_2 = \exp(-j\delta/2)$, находим матрицы Джонса и Мюллера:

$$T_{ph}(\delta) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\delta}{2} & \sin \frac{\delta}{2} \\ -\sin \frac{\delta}{2} & \cos \frac{\delta}{2} \end{pmatrix}, \quad (4.54)$$

$$M_{ph}(\delta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ 0 & -\sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.55)$$

Циркулярные фазовые пластинки и примеры их практической реализации рассмотрены в части 2 книги.

Наконец, запишем матрицу Джонса и Мюллера *циркулярного амплитудного* элемента, собственные поляризации которого круговые, а собственные значения — вещественные ($\Lambda_1 = T_1$, $\Lambda_2 = T_2$):

$$T_{cp} = \begin{pmatrix} T_1 + T_2 & j(T_2 - T_1) \\ j(T_1 - T_2) & T_1 + T_2 \end{pmatrix},$$

$$M_{ch} = 2 \begin{pmatrix} T_1^2 + T_2^2 & 0 & 0 & T_1^2 - T_2^2 \\ 0 & 2T_1T_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2T_1T_2 & 0 \\ T_1^2 - T_2^2 & 0 & 0 & T_1^2 + T_2^2 \end{pmatrix}. \quad (4.56)$$

Проблема синтеза сложной анизотропной оптической системы путем комбинации элементарных устройств, рассмотренных выше, может решаться с помощью теорем *оптической эквивалентности*, которые впервые сформулировал Р. Джонс [23, 32].

Теорема 1. Для света данной длины волны произвольный набор линейных фазовых пластинок и вращателей эквивалентен оптической системе, содержащей один вращатель и развернутую линейную фазовую пластинку.

Теорема 2. Для света данной длины волны произвольный набор частичных поляризаторов (линейных амплитудных элементов) и вращателей эквивалентен оптической системе, содержащей один вращатель и один развернутый частичный поляризатор.

Теорема 3. Для света данной длины волны произвольная оптическая система, не содержащая магнитооптических устройств (фарадеевских вращателей), эквивалентна набору из четырех элементов: двух линейных фазовых пластинок, частичного поляризатора, расположенного между ними, и оптического вращателя.

Способы практической реализации основных поляризационных элементов, рассмотренных в данном разделе описаны в главах 7 (поляризаторы), 8 (фазовые пластинки) и 9 (вращатели).

4.6. Решение трансформативной задачи для частично поляризованного излучения с помощью матрицы когерентности

Если исходное излучение *частично* поляризовано, то для анализа трансформации состояния поляризации, кроме способа, описанного в предыдущем разделе, в общем случае необходимо использовать аппарат матриц когерентности (п. 2.8), которая содержит информацию о степени поляризации излучения. Пусть состояние поляризации излучения на входе некоторого оптического тракта задана, например, в базовой системе обозначений (I, P, ψ, χ) . С помощью материалов п. 2.8 всегда можно записать соответствующую матрицу когерентности.

При прохождении излучения через анизотропный оптический тракт его состояние поляризации преобразуется, изменяется и матрица когерентности J . Изменение матрицы когерентности задается соотношением

$$J' = T J T^+. \quad (4.57)$$

Здесь J и J' — матрицы когерентности, характеризующие излучение соответственно на входе и на выходе оптического тракта; T — матрица Джонса, характеризующая оптический тракт; T^+ — эрмитово сопряженная матрица. Определив, в соответствии с (4.57), матрицу когерентности J' на выходе тракта, можно перейти к параметрам поляризации выходного излучения (I', P', ψ', χ') с помощью формул из приложения Б.

Примеры расчетов частично поляризованного излучения с использованием матрицы когерентности приведены в гл. 5.

В заключении, рассмотрим преобразование матрицы когерентности линейной фазовой пластинкой, оси которой согласованы с координатными осями поляризационного базиса. Используя (4.53) и (4.57), получим

$$\begin{aligned} J' &= \\ &= \begin{pmatrix} \exp\left(j \frac{\delta}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-j \frac{\delta}{2}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} \\ J_{yx} & J_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp\left(-j \frac{\delta}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(j \frac{\delta}{2}\right) \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} \exp(j\delta) \\ J_{yx} \exp(-j\delta) & J_{yy} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.58)$$

Из анализа данного выражения следует, что интенсивность и степень поляризации прошедшего излучения не изменились.

Контрольные вопросы к главе 4

1. В чем заключается принципиальное отличие между матрицей Джонса, матрицей Мюллера и матрицей когерентности?
2. Можно ли применять метод Джонса к расчету частично поляризованного света?
3. Можно ли применять метод Стокса–Мюллера к расчету полностью поляризованного излучения?
4. Чем отличаются элементы с линейной и круговой анизотропией?
5. Что такое собственное состояние поляризации анизотропного элемента?

Глава 5

ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

В этой главе рассматриваются несколько несложных примеров решения прямых поляризационных *трансформативных* задач. Цель этого рассмотрения — проиллюстрировать практические особенности применения методов поляризационного анализа, изложенных ранее в гл. 4. В каждом примере заданы: исходное состояние поляризации и анизотропия оптического тракта; требуется определить состояние поляризации на выходе из него. Для сравнения будем решать каждый пример различными методами.

При решении такого рода задач целесообразно (и мы будем это делать) совмещать декартовы координаты с собственными осями анизотропного тракта (ось X совмещается с «прозрачной» или «быстрой» осью, а ось Y — с «непрозрачной» или «медленной» осью). В нижеследующих примерах используются различные способы задания состояний поляризации исходного излучения анизотропии оптического тракта. Состояние поляризации выходного излучения всегда определяются в базовой системе (общая интенсивность — I' , степень поляризации — P' , азимут — ψ' и угол эллиптичности χ' поляризованной части излучения). Переход от одной системы задания состояния поляризации к другой возможен с помощью материалов гл. 2 или приложения Б. Подобранные примеры имеют важное прикладное значение и позволяют выявить характерные свойства преобразования состояний поляризации элементарными анизотропными устройствами.

5.1. Расчет характеристик полностью поляризованного света

В этом разделе используются три метода расчета:

1) «классический» метод Джонса, когда исходное излучение задается вектором Джонса, а оптический тракт характеризуется матрицей Джонса (4.2);

2) метод, когда исходное излучение задается матрицей когерентности, а оптический тракт характеризуется матрицей Джонса;

3) Метод Стокса–Мюллера, когда исходное излучение задается вектором Стокса, а оптический тракт характеризуется матрицей Мюллера (4.30).

Пример 1. Полностью линейно поляризованное излучение (интенсивность I) проходит через линейный амплитудный анизотропный тракт (неидеальный или «частичный» поляризатор). Собственные энергетические коэффициенты пропускания тракта τ_1 и τ_2 , причем $\tau_1 > \tau_2$. Плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ падающего излучения составляет с прозрачной осью тракта угол α (рис. 5.1). Найти состояние поляризации на выходе тракта.

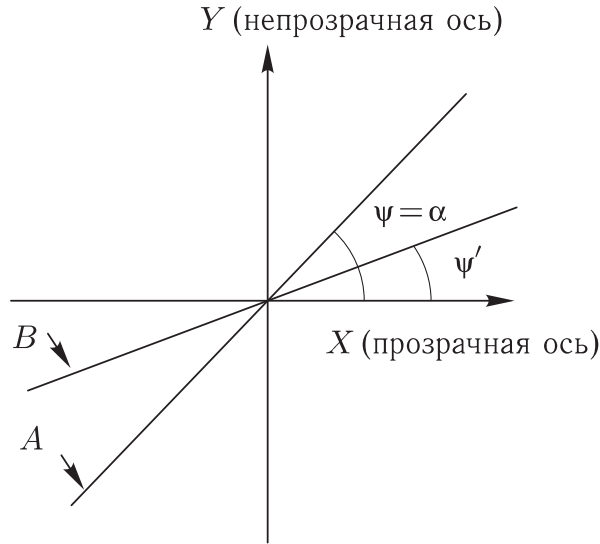


Рис. 5.1. К примеру 1: A — плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ до прохождения тракта; B — то же после прохождения тракта

Запишем матрицу Джонса T и матрицу Мюллера M рассматриваемого тракта, полагая, что $T_1 = \sqrt{\tau_1}$, $T_2 = \sqrt{\tau_2}$:

$$T = \begin{pmatrix} \sqrt{\tau_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\tau_2} \end{pmatrix},$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\tau_1 + \tau_2) & \frac{1}{2}(\tau_1 - \tau_2) & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}(\tau_1 - \tau_2) & \frac{1}{2}(\tau_1 + \tau_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\tau_1 \tau_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{\tau_1 \tau_2} \end{pmatrix}. \quad (5.1)$$

Вектор Джонса $\mathbf{D}$, вектор Стокса $\mathbf{S}$ и матрица когерентности J для исходного излучения имеют вид

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S} = I \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \\ 0 \end{pmatrix}, \quad J = \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 + \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & 1 + \cos 2\alpha \end{pmatrix}. \quad (5.2)$$

Вначале решим этот пример «классическим» методом Джонса. Используя основное уравнение метода (4.3), найдем вектор Джонса для выходящего излучения:

$$\mathbf{D}' = \mathbf{T} \mathbf{D} = \begin{pmatrix} \sqrt{\tau_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\tau_2} \end{pmatrix} \sqrt{I} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} = \sqrt{I} \begin{pmatrix} \sqrt{\tau_1} \cos \alpha \\ \sqrt{\tau_2} \sin \alpha \end{pmatrix}. \quad (5.3)$$

В заключительной стадии решения следует провести анализ состояния поляризации излучения, прошедшего рассматриваемый оптический тракт. Понятно, что излучение остается полностью поляризованным, так как тракт не содержит деполяризующих элементов. Интенсивность преобразованного излучения такова:

$$I'(\alpha) = |D'_x|^2 + |D'_y|^2 = I(\tau_1 \cos^2 \alpha + \tau_2 \sin^2 \alpha). \quad (5.4)$$

Из (5.4) видно, что *истинный* коэффициент пропускания тракта, равный отношению интенсивностей прошедшего и падающего света, зависит от угла α :

$$\tau(\alpha) = \frac{I'}{I} = \tau_1 \cos^2 \alpha + \tau_2 \sin^2 \alpha. \quad (5.5)$$

Экстремальные значения коэффициента пропускания тракта соответствуют углам $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi/2$: $\tau(0) = \tau_1$, $\tau(\pi/2) = \tau_2$. В частном случае, когда $\tau_1 = 1$ и $\tau_2 = 0$ (идеальный поляризатор) имеет место соотношение

$$I' = I \cos^2 \alpha. \quad (5.6)$$

Это соотношение, называемое законом *Малю*, легко находится с помощью простых геометрических построений и может рассматриваться как частный случай общей теории поляризационного анализа. Вместе с тем исторически оно явилось первым количественным предложением в поляризационной оптике (1808 г.) и послужило экспериментальным доказательством поперечности световых колебаний.

Для определения эллипсометрических параметров выходного излучения всегда целесообразно вычислить поляризационную переменную,

$$\Gamma' = \frac{D'_y}{D'_x} = \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}} \operatorname{tg} \alpha. \quad (5.7)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \chi' &= \frac{1}{2} \arcsin \left[\frac{2 \operatorname{Im}(\Gamma')}{1 + |\Gamma'|^2} \right] = 0, \\ \psi' &= \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left[\frac{2 \operatorname{Re}(\Gamma')}{1 - |\Gamma'|^2} \right] = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left[\frac{2\sqrt{\tau_1 \tau_2} \operatorname{tg} \alpha}{\tau_1 - \tau_2 \operatorname{tg}^2 \alpha} \right] \end{aligned} \quad (5.8)$$

Последнее соотношение удобнее представить в виде

$$\psi' = \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}} \operatorname{tg} \alpha \right). \quad (5.9)$$

Вообще, если поляризационная переменная вещественна, то $\chi' = 0$ и $\psi' = \arctg \Gamma'$. В данном случае излучение на выходе тракта остается линейно поляризованным, но его азимут уменьшается ($\psi' < \alpha$), так как $\tau_1 > \tau_2$. Действие поляризатора таково, что плоскость колебаний как бы «притягивается» к прозрачной оси тракта (рис. 5.1).

Решим этот же пример, характеризуя исходное излучение соответствующей матрицей когерентности. Используя основное уравнение метода (4.57), найдем матрицу когерентности преобразованного излучения:

$$\begin{aligned} J' = T J T^+ &= \begin{pmatrix} \sqrt{\tau_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\tau_2} \end{pmatrix} \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 + \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & 1 + \cos 2\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{\tau_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\tau_2} \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} \tau_1(1 + \cos 2\alpha) & \sqrt{\tau_1 \tau_2} \sin 2\alpha \\ \sqrt{\tau_1 \tau_2} \sin 2\alpha & \tau_2(1 + \cos 2\alpha) \end{pmatrix}, \quad (5.10) \end{aligned}$$

где T^+ — эрмитово сопряженная матрица. Остается в соответствии с результатами п. 2.6 записать интенсивность, азимут и угол эллиптичности состояния поляризации преобразованного излучения:

$$\begin{aligned} I' = \text{Sp } J &= \frac{1}{2} I [(\tau_1 + \tau_2) + (\tau_1 - \tau_2) \cos 2\alpha] = I(\tau_1 \cos^2 \alpha + \tau_2 \sin^2 \alpha); \\ \sin 2\chi' &= \frac{2 \text{Im}(J'_{yx})}{J'_{xx} + J'_{yy}} = 0, \\ \text{tg } 2\psi' &= \frac{2 \text{Re}(J'_{yx})}{J'_{xx} - J'_{yy}} = \frac{2\sqrt{\tau_1 \tau_2} \text{tg } \alpha}{\tau_1 - \tau_2 \text{tg}^2 \alpha}. \end{aligned} \quad (5.11)$$

Видно, что результаты вычислений этим методом совпадают с результатами вычислений методом Джонса. Наконец, используем для решения метод Стокса–Мюллера. Умножив матрицу Мюллера на вектор Стокса исходного излучения, получим:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}' = M \mathbf{S} &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\tau_1 + \tau_2) & \frac{1}{2}(\tau_1 - \tau_2) & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}(\tau_1 - \tau_2) & \frac{1}{2}(\tau_1 + \tau_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\tau_1 \tau_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{\tau_1 \tau_2} \end{pmatrix} I \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \\ 0 \end{pmatrix} = \\ &= I \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\tau_1 + \tau_2) + \frac{1}{2}(\tau_1 - \tau_2) \cos 2\alpha \\ \frac{1}{2}(\tau_1 - \tau_2) + \frac{1}{2}(\tau_1 + \tau_2) \cos 2\alpha \\ \sqrt{\tau_1 \tau_2} \sin 2\alpha \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (5.12) \end{aligned}$$

Остается, в соответствии с результатами п. 2.5, записать интенсивность, азимут и угол эллиптичности преобразованного излучения:

$$I' = S'_0 = \frac{1}{2} I [(\tau_1 + \tau_2) + (\tau_1 - \tau_2) \cos 2\alpha] = I(\tau_1 \cos^2 \alpha + \tau_2 \sin^2 \alpha);$$

$$\sin 2\chi' = \frac{S'_3}{\sqrt{(S'_1)^2 + (S'_2)^2 + (S'_3)^2}} = 0,$$

$$\operatorname{tg} 2\psi' = \frac{S'_2}{S'_1} = \frac{2\sqrt{\tau_1\tau_2} \operatorname{tg} \alpha}{\tau_1 - \tau_2 \operatorname{tg}^2 \alpha}.$$
(5.13)

Видно, что результаты вычислений этим методом также совпадают с результатами вычислений двумя предыдущими методами.

Пример 2. Линейно поляризованное излучение (интенсивность I) проходит через линейный фазовый анизотропный тракт (линейную фазовую пластинку). Разность фазовых набегов ортогональных собственных поляризаций тракта составляет угол δ . Плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ образует с *быстрой* осью тракта угол α (рис. 5.2). Найти состояние поляризации на выходе тракта.

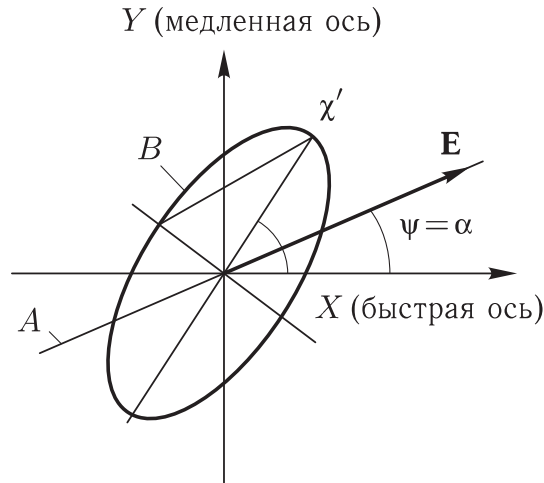


Рис. 5.2. К примеру 2: A — плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ до прохождения тракта; B — поляризационный эллипс после прохождения тракта

Запишем матрицу Джонса и матрицу Мюллера для рассматриваемого тракта:

$$T = \begin{pmatrix} \exp\left(\frac{j\delta}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & 0 & \sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix}. \quad (5.14)$$

Исходное излучение здесь то же, что в примере 1. Поэтому характеризуем его векторами Джонса и Стокса, а также матрицей ко-

герентности, которые заданы (5.2). Для решения вначале применим метод Джонса. Используя основное уравнение метода (4.3), найдем вектор Джонса выходящего излучения:

$$\mathbf{D}' = \begin{pmatrix} e^{j\delta/2} & 0 \\ 0 & e^{-j\delta/2} \end{pmatrix} \sqrt{I} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} = \sqrt{I} \begin{pmatrix} e^{j\delta/2} \cos \alpha \\ e^{-j\delta/2} \sin \alpha \end{pmatrix}. \quad (5.15)$$

В заключительной части решения проанализируем состояние поляризации излучения на выходе из рассматриваемого оптического тракта. Излучение остается полностью поляризованным, так как тракт не содержит деполяризующих элементов. Интенсивность излучения и *истинный* коэффициент пропускания тракта определяются соотношениями

$$I'(\alpha) = I(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = I, \quad \tau_{\text{ист}} = 1. \quad (5.16)$$

Таким образом, отличительной особенностью рассматриваемого тракта в идеале является отсутствие потерь. Вообще, как уже говорилось, на идеальных фазовых элементах дополнительные энергетические потери отсутствуют. Однако, если их поместить в тракт, который содержит линейные амплитудные элементы, то общие потери излучения могут возрасти.

Для нахождения эллипсометрических параметров выходного излучения целесообразно вначале вычислить поляризационную переменную:

$$\Gamma = (\cos \delta - j \sin \delta) \operatorname{tg} \alpha. \quad (5.17)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2\psi' &= \frac{2 \cos \delta \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha \cos \delta, \\ \sin 2\chi' &= \frac{-2 \sin \delta \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = -\sin 2\alpha \sin \delta. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Таким образом, преобразованное излучение в общем случае окажется эллиптически поляризованным. Зависимость азимута ψ' и угла эллиптичности χ' излучения на выходе тракта от величин α и δ приведена на рис. 5.3.

В практически важном случае оптическая толщина фазовой пластинки такова, что $\delta = \pi/2$ (*четвертьволновая* фазовая пластинка). Если плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ исходного излучения составляет угол 45° с быстрой осью фазовой пластинки (осью X), то выходное излучение окажется поляризованным по левому кругу ($\chi' = -\pi/4$).

При вдвое большей толщине разность фаз δ удовлетворяет условию $\delta = \pi$ (*полуволновая* фазовая пластинка), и выходное излучение окажется поляризованным линейно, но в ортогональной плоскости ($\psi' = -45^\circ$), другими словами, плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ повернется на угол 90° .

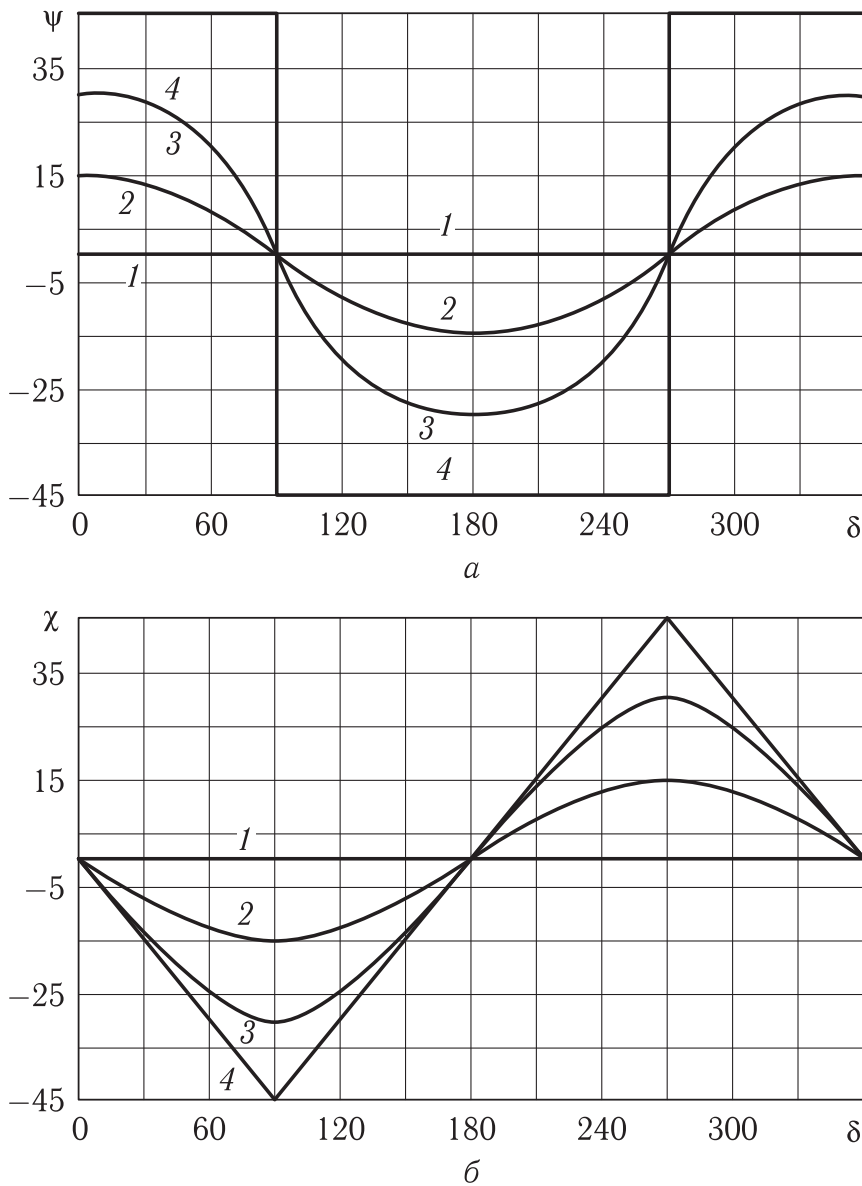


Рис. 5.3. Азимут (а) и угол эллиптичности (б) состояния поляризации на выходе из фазовой пластинки (к примеру 2): 1 — $\alpha = 0^\circ$; 2 — $\alpha = 15^\circ$; 3 — $\alpha = 30^\circ$; 4 — $\alpha = 45^\circ$

Решим этот же пример, характеризуя излучение матрицей когерентности. Используя основное уравнение метода (4.57), найдем матрицу когерентности преобразованного излучения:

$$\begin{aligned}
 J' = T J T^+ &= \begin{pmatrix} \exp\left(\frac{j\delta}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) \end{pmatrix} \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 + \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & 1 + \cos 2\alpha \end{pmatrix} \times \\
 &\times \begin{pmatrix} \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(\frac{j\delta}{2}\right) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 + \cos 2\alpha & e^{j\delta/2} \sin 2\alpha \\ e^{-j\delta/2} \sin 2\alpha & 1 + \cos 2\alpha \end{pmatrix}. \quad (5.19)
 \end{aligned}$$

Остается в соответствии с результатами п. 2.6 записать интенсивность, азимут и угол эллиптичности преобразованного излучения:

$$\begin{aligned}
 I' &= \text{Sp } J' = I, \\
 \sin 2\chi' &= \frac{2 \text{Im}(J'_{yx})}{J'_{xx} + J'_{yy}} = -\sin 2\alpha \sin \delta, \\
 \text{tg } 2\psi' &= \frac{2 \text{Re}(J'_{yx})}{J'_{xx} - J'_{yy}} = \text{tg } 2\alpha \cos \delta.
 \end{aligned} \tag{5.20}$$

Видно, что результаты вычислений этим методом совпадают с результатом вычислений по методу Джонса.

Наконец, используем для решения метод Стокса–Мюллера. Умножив матрицу Мюллера на вектор Стокса исходного излучения, получим

$$\mathbf{S}' = \mathbf{M} \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix} I \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \\ 0 \end{pmatrix} = I \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \cos \delta \\ -\sin 2\alpha \sin \delta \end{pmatrix}. \tag{5.21}$$

Запишем интенсивность, азимут и эллиптичность состояния поляризации преобразованного излучения:

$$\begin{aligned}
 I' &= S'_0 = I, \\
 \sin 2\chi' &= \frac{S'_3}{\sqrt{(S'_1)^2 + (S'_2)^2 + (S'_3)^2}} = -\sin 2\alpha \sin \delta, \\
 \text{tg } 2\psi' &= \frac{S'_2}{S'_1} = \text{tg } 2\alpha \cos \delta.
 \end{aligned} \tag{5.22}$$

Таким образом, результаты вычислений этим методом также совпадают с результатами вычислений двумя предыдущими методами.

Пример 3. Полностью поляризованное излучение с правой круговой поляризацией (интенсивность I) проходит через линейный амплитудный анизотропный тракт (поляризатор). Собственные амплитудные коэффициенты пропускания тракта T_1 , T_2 , причем $T_1 > T_2$. Найти состояние поляризации и потери излучения на выходе тракта.

Здесь оптический тракт такой же, как в примере 1, поэтому для его описания сохраним матрицы Джонса и Мюллера, заданные соотношениями (5.1). Исходное излучение другое. Запишем для него вектор

Джонса, вектор Стокса и матрицу когерентности:

$$\mathbf{D} = \sqrt{\frac{1}{2}I} \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S} = I \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J} = \frac{1}{2}I \begin{pmatrix} 1 & -j \\ j & 1 \end{pmatrix}. \quad (5.23)$$

Вектор Джонса для исходного излучения в данном случае не зависит от выбора ориентации поперечных декартовых координат.

Используя основное уравнение метода Джонса (4.3), легко найти вектор Джонса для излучения на выходе из оптического тракта:

$$\mathbf{D}' = \begin{pmatrix} T_1 & 0 \\ 0 & T_2 \end{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}I} \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{1}{2}I} \begin{pmatrix} T_1 \\ jT_2 \end{pmatrix}. \quad (5.24)$$

Определим интенсивность на выходе тракта I' и истинный коэффициент пропускания тракта $\tau_{\text{ист}}$ для рассматриваемого излучения:

$$I' = \frac{1}{2}I(T_1^2 + T_2^2), \quad \tau_{\text{ист}} = \frac{I'}{I} = \frac{1}{2}(T_1^2 + T_2^2). \quad (5.25)$$

Для нахождения эллипсометрических параметров выходного излучения вычисляем поляризационную переменную,

$$\Gamma' = \frac{D'_y}{D'_x} = j \frac{T_2}{T_1}. \quad (5.26)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \psi' &= \frac{1}{2} \arctg \left[\frac{2 \operatorname{Re}(\Gamma')}{1 - |\Gamma'|^2} \right] = 0, \\ \chi' &= \frac{1}{2} \arcsin \left[\frac{2 \operatorname{Im}(\Gamma')}{1 + |\Gamma'|^2} \right] = \frac{2T_1T_2}{T_1^2 + T_2^2}. \end{aligned} \quad (5.27)$$

Вместо последнего соотношения удобно воспользоваться эквивалентным,

$$\chi' = \arctg \left(\frac{T_2}{T_1} \right). \quad (5.28)$$

Вообще, следует иметь в виду, что если поляризационная переменная чисто мнимая величина, то $\psi' = 0$, $\chi' = \arctg |\Gamma'|$. В данном случае результирующее состояние поляризации является эллиптическим, причем большая ось эллипса совпадает с осью пропускания (прозрачной осью) тракта. Потери не зависят от ориентации поляризатора.

Пример 4. Полностью поляризованное излучение с правой круговой поляризацией (интенсивность I) проходит через линейный фазовый анизотропный тракт (линейная фазовая пластинка). Разность фазовых набегов собственных поляризаций составляет величину δ . Найти состояние поляризации на выходе тракта.

Здесь исходное излучение такое же, что и в примере 3, поэтому для его векторов Джонса и Стокса, а также для матрицы когерентности используем соотношения (5.23). Оптический тракт соответствует примеру 2, что дает возможность для его матриц Джонса и Мюллера использовать формулы (5.14).

Обратимся к методу Джонса. Используя основное уравнение (4.3), легко найти вектор Джонса для выходного излучения:

$$\mathbf{D}' = \begin{pmatrix} e^{j\delta/2} & 0 \\ 0 & e^{-j\delta/2} \end{pmatrix} \sqrt{\frac{I}{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{I}{2}} \begin{pmatrix} e^{j\delta/2} \\ je^{-j\delta/2} \end{pmatrix}. \quad (5.29)$$

Интенсивность преобразованного излучения сохраняется:

$$I' = |D'_x|^2 + |D'_y|^2 = I. \quad (5.30)$$

Для нахождения эллипсометрических параметров выходного излучения вычислим поляризационную переменную,

$$\Gamma' = j(\cos \delta - j \sin \delta) = \sin \delta + j \cos \delta = \exp \left[j \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) \right]. \quad (5.31)$$

Тогда

$$\psi' = \frac{\pi}{4}, \quad \sin 2\chi' = \cos \delta. \quad (5.32)$$

В практически важном случае *четвертьволновой* фазовой пластинки ($\delta = \pi/2$) выходное излучение оказывается линейно поляризованным в плоскости, составляющей угол 45° с *быстрой* осью фазовой пластинки (осью X). Данный угол следует отсчитывать *против* часовой стрелки относительно направления навстречу лучу, если исходная круговая поляризация — *правая* (поступательное движение *правого* винта), и *по* часовой стрелке — если исходная круговая поляризация *левая*.

Решим этот же пример, характеризуя излучение соответствующей матрицей когерентности. Для излучения с правой круговой поляризацией матрица когерентности имеет вид (5.23). Используя основное уравнение метода (4.57), найдем матрицу когерентности преобразованного излучения:

$$\begin{aligned} J' = \mathbf{T} \mathbf{J} \mathbf{T}^+ &= \begin{pmatrix} \exp\left(\frac{j\delta}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) \end{pmatrix} \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 & -j \\ j & 1 \end{pmatrix} \times \\ &\times \begin{pmatrix} \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(\frac{j\delta}{2}\right) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 & -j \exp\left(\frac{j\delta}{2}\right) \\ j \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5.33)$$

В соответствии с материалами п. 2.6 запишем интенсивность, азимут и угол эллиптичности преобразованного излучения:

$$\begin{aligned} I' &= \text{Sp } \hat{J}' = I, \\ \sin 2\chi' &= \frac{2 \text{Im } J'_{yx}}{J'_{xx} + J'_{yy}} = \cos \delta, \\ \text{tg } 2\psi' &= \frac{2 \text{Re } J'_{yx}}{J'_{xx} - J'_{yy}} = \infty, \quad \psi' = \frac{\pi}{4}. \end{aligned} \quad (5.34)$$

Видно, что результаты вычислений этим методом совпадают с результатом вычислений по методу Джонса.

Наконец, используем для решения метод Стокса–Мюллера. Умножив матрицу Мюллера на вектор Стокса исходного излучения, получим

$$\mathbf{S}' = \mathbf{M} \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix} I \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = I \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \sin \delta \\ \cos \delta \end{pmatrix}. \quad (5.35)$$

Находим интенсивность, азимут и эллиптичность состояния поляризации преобразованного излучения:

$$\begin{aligned} I' &= S'_0 = I, \\ \sin 2\chi' &= \frac{S'_3}{\sqrt{(S'_1)^2 + (S'_2)^2 + (S'_3)^2}} = \cos \delta, \\ \text{tg } 2\psi' &= \frac{S'_2}{S'_1} = \infty. \end{aligned} \quad (5.36)$$

Результаты вычислений этим методом также совпадают с результатами вычислений двумя предыдущими методами.

Пример 5. Эллиптически поляризованное излучение (интенсивность I , угол эллиптичности χ и угол азимута ψ) проходит через четвертьволновую фазовую пластинку. Определить состояние поляризации излучения на выходе.

Совместим поперечные оси декартовой системы координат с собственными осями фазовой пластинки (ось X совместим с быстрой осью пластинки). Тогда матрицу Джонса T и матрицу Мюллера M можно представить в виде

$$T = \begin{pmatrix} j & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5.37)$$

Для компактности промежуточных выражений используем обозначения:

$$a = \cos 2\psi \cos 2\chi, \quad b = \sin 2\psi \cos 2\chi, \quad c = \sin 2\chi, \quad (5.38)$$

при этом $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.

Запишем вектор Джонса $\mathbf{D}$, вектор Стокса $\mathbf{S}$ и матрицу когерентности J исходного эллиптически поляризованного излучения:

$$\mathbf{D} = \left[\frac{I}{2(1+a)} \right]^{1/2} \begin{pmatrix} 1+a \\ b+jc \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S} = I \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ b \\ c \end{pmatrix}, \quad J = \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1+a & b-jc \\ b+jc & 1-a \end{pmatrix}. \quad (5.39)$$

Находим вектор Джонса преобразованного излучения,

$$\mathbf{D}' = \begin{pmatrix} j & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \left[\frac{I}{2(1+a)} \right]^{1/2} \begin{pmatrix} 1+a \\ b+jc \end{pmatrix} = \left[\frac{I}{2(1+a)} \right]^{1/2} \begin{pmatrix} j(1+a) \\ b+jc \end{pmatrix}. \quad (5.40)$$

Интенсивность излучения на выходе из тракта не изменяется, т.е. фазовая пластинка сама по себе не вносит дополнительных потерь:

$$I' = |D'_x|^2 + |D'_y|^2 = \frac{I}{2(1+a)} [(1+a)^2 + b^2 + c^2] = I. \quad (5.41)$$

Для вычисления эллипсометрических параметров ψ', χ' преобразованного излучения вначале целесообразно вычислить поляризационную переменную,

$$\begin{aligned} \Gamma' &= \frac{D'_y}{D'_x} = \frac{b+jc}{j(1+a)} = \frac{c-jb}{1+a}, \quad |\Gamma'|^2 = \frac{c^2+b^2}{(1+a)^2} = \frac{1-a}{1+a}, \\ \operatorname{tg} 2\psi' &= \frac{2 \operatorname{Re} \Gamma'}{1 - |\Gamma'|^2} = \frac{c}{a} = \frac{\operatorname{tg} 2\chi}{\cos 2\psi}, \\ \sin 2\chi' &= \frac{2 \operatorname{Im} \Gamma'}{1 + |\Gamma'|^2} = -b = -\sin 2\psi \cos 2\chi. \end{aligned} \quad (5.42)$$

Решим этот же пример, характеризуя излучение соответствующей матрицей когерентности. Используя основное уравнение метода (4.57), найдем матрицу когерентности преобразованного излучения:

$$\begin{aligned} J' &= \mathbf{T} J \mathbf{T}^+ = \begin{pmatrix} j & 0 \\ 0 & j \end{pmatrix} \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1+a & c+jb \\ c-jb & 1-a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j & 0 \\ 0 & j \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1+a & b-jc \\ b+jc & 1-a \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5.43)$$

$$\begin{aligned}
I' &= \text{Sp } J' = I, \\
\sin 2\chi' &= \frac{2 \text{Im}(J'_{yx})}{J'_{xx} + J'_{yy}} = -b = -\sin 2\psi \cos 2\chi, \\
\text{tg } 2\psi' &= \frac{2 \text{Re}(J'_{yx})}{J'_{xx} - J'_{yy}} = \frac{c}{a} = \frac{\text{tg } 2\chi}{\cos 2\psi}.
\end{aligned} \tag{5.44}$$

Наконец, используем для решения метод Стокса–Мюллера. Умножив матрицу Мюллера на вектор Стокса исходного излучения, получим

$$\begin{aligned}
\mathbf{S}' &= \mathbf{M} \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} I \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ b \\ c \end{pmatrix} = I \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ c \\ -b \end{pmatrix}, \\
I' &= S'_0 = I, \\
\sin 2\chi' &= \frac{S'_3}{\sqrt{(S'_1)^2 + (S'_2)^2 + (S'_3)^2}} = -b = -\sin 2\psi \cos 2\chi, \\
\text{tg } 2\psi' &= \frac{S'_2}{S'_1} = \frac{c}{a} = \frac{\text{tg } 2\chi}{\cos 2\psi}.
\end{aligned} \tag{5.45}$$

Здесь как и в предыдущих примерах результаты всех трех методов совпадают.

Результаты данного примера имеют важное прикладное значение. Из (5.42), (5.44) и (5.45) следует, что если *быстрая* ось четвертьволновой пластинки $\lambda/4$ *совпадает* с большой полуосью эллипса поляризации ($\psi = 0$), то состояние поляризации на выходе становится *линейным*. Плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ при этом составляет угол χ с *быстрой* осью пластинки.

Отсюда следует важное правило для измерения эллипсометрических параметров излучения: *вращая четвертьволновую пластинку вокруг оптической оси, необходимо совместить ее оси с полуосями поляризационного эллипса падающего излучения*. Разместив за пластинкой линейный поляризатор и вращая его, можно затем добиться полного гашения света. Таким образом, ориентация фазовой пластинки и поляризатора позволяет определить эллипсометрические параметры падающего излучения (см. гл. 13).

5.2. Расчет параметров частично поляризованного излучения в оптическом тракте без деполяризатора

В этом разделе рассматриваются такие трансформативные задачи, в которых исходное излучение *частично* поляризовано. Под деполяризатором здесь понимается специальное устройство, предназначенное

для уменьшения степени поляризации излучения. Некоторые типы деполаризаторов указаны в следующем разделе.

Для решения поставленной задачи используются следующие методы расчета:

1. «Модифицированный» метод Джонса (п. 4.3), когда исходное излучение задается следующими параметрами: интенсивностью I , степенью поляризации P и нормированным вектором Джонса $\mathbf{d}$ поляризованной части исходного излучения, интенсивность которой равна единице ($|d_x|^2 + |d_y|^2 = 1$). Как уже отмечалось, при решении трансформативных задач удобно совмещать поперечные координатные оси (X и Y) с собственными осями тракта. Тогда линейный оптический тракт характеризуется величинами: $\Lambda_1 = \sqrt{\tau_1}$, $\Lambda_2 = \sqrt{\tau_2}$, $\Gamma_1 = 0$, и вместо (4.27) получим следующие выражения для параметров Стокса излучения на выходе из тракта:

$$\begin{aligned} S'_0 &= IP \left(|\Lambda_1 d_x|^2 + |\Lambda_2 d_y|^2 \right) + \frac{1}{2} I(1 - P) \left(|\Lambda_1|^2 + |\Lambda_2|^2 \right), \\ S'_1 &= IP \left(|\Lambda_1 d_x|^2 - |\Lambda_2 d_y|^2 \right) + \frac{1}{2} I(1 - P) \left(|\Lambda_1|^2 - |\Lambda_2|^2 \right), \\ S'_2 &= 2IP \operatorname{Re} \left[(\Lambda_1 d_x)^* (\Lambda_2 d_y) \right], \quad S'_3 = 2IP \operatorname{Im} \left[(\Lambda_1 d_x)^* (\Lambda_2 d_y) \right]. \end{aligned} \quad (5.46)$$

2. Метод расчета с использованием матрицы когерентности.

3. Метод Стокса–Мюллера.

Пример 6. Частично линейно поляризованное излучение (интенсивность I , степень поляризации P) проходит линейный амплитудный анизотропный тракт (частичный поляризатор) с экстремальными энергетическими коэффициентами пропускания τ_1 и τ_2 , причем $\tau_1 > \tau_2$. Плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ полностью поляризованной части излучения составляет с прозрачной поперечной осью тракта угол α , что соответствует рис. 5.1. Найти состояние поляризации излучения на выходе тракта.

Вначале решим данную задачу с помощью модифицированного метода Джонса, изложенного в п. 4.3. В данном примере $\Lambda_1 = \sqrt{\tau_1}$, $\Lambda_2 = \sqrt{\tau_2}$, $d_x = \cos \alpha$, $d_y = \sin \alpha$. Поэтому на основании (5.46)

$$\begin{aligned} S'_0 &= IP (\tau_1 \cos^2 \alpha + \tau_2 \sin^2 \alpha) + \frac{1}{2} I(1 - P) (\tau_1 + \tau_2) = \\ &= \frac{1}{2} I [(\tau_1 + \tau_2) + (\tau_1 - \tau_2) P \cos 2\alpha], \\ S'_1 &= IP (\tau_1 \cos^2 \alpha - \tau_2 \sin^2 \alpha) + \frac{1}{2} I(1 - P) (\tau_1 - \tau_2) = \\ &= \frac{1}{2} I [(\tau_1 - \tau_2) + (\tau_1 - \tau_2) P \cos 2\alpha], \\ S'_2 &= IP \tau_1 \tau_2 \sin 2\alpha, \quad S'_3 = 0. \end{aligned} \quad (5.47)$$

Используя известную из приложения Б связь параметров Стокса с базовыми характеристиками поляризации, найдем для излучения на выходе тракта следующие характеристики:

— интенсивность

$$I' = S'_0 = \frac{1}{2} I (\tau_1 + \tau_2) (1 + Q_1 P \cos 2\alpha); \quad (5.48)$$

— степень поляризации

$$P' = \frac{\sqrt{(S'_1)^2 + (S'_2)^2 + (S'_3)^2}}{S'_0} = \frac{\sqrt{(Q_1 + P \cos 2\alpha)^2 + P^2 \sin^2 2\alpha}}{1 + Q_1 P \cos 2\alpha}, \quad (5.49)$$

где для описания линейного амплитудного тракта введены обозначения

$$Q_1 = \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}, \quad Q_2 = \frac{2\sqrt{\tau_1 \tau_2}}{\tau_1 + \tau_2}; \quad (5.50)$$

— азимут поляризованной части

$$\psi' = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{S'_2}{S'_1} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{P Q_2 \sin 2\alpha}{Q_1 + P \cos 2\alpha} \right); \quad (5.51)$$

— угол эллиптичности поляризованной части

$$\chi' = \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{S'_3}{\sqrt{(S'_1)^2 + (S'_2)^2 + (S'_3)^2}} \right) = 0. \quad (5.52)$$

Теперь решим данную задачу, описывая исходное излучение матрицей когерентности, а оптический тракт — матрицей Джонса. Матрица когерентности имеет вид

$$J = \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 + P \cos 2\alpha & P \sin 2\alpha \\ P \sin 2\alpha & 1 + P \cos 2\alpha \end{pmatrix}. \quad (5.53)$$

Оптический тракт здесь такой же, как и в примере 1, и задается матрицей Джонса (5.1). Используя основное уравнение (4.57), находим матрицу когерентности выходящего излучения:

$$\begin{aligned} J' &= T J T^+ = \\ &= \begin{pmatrix} \sqrt{\tau_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\tau_2} \end{pmatrix} \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 + P \cos 2\alpha & P \sin 2\alpha \\ P \sin 2\alpha & 1 + P \cos 2\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{\tau_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\tau_2} \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} \tau_1(1 + P \cos 2\alpha) & \sqrt{\tau_1 \tau_2} P \sin 2\alpha \\ \sqrt{\tau_1 \tau_2} P \sin 2\alpha & \tau_2(1 + P \cos 2\alpha) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (5.54)$$

Нетрудно показать, что полученная матрица когерентности преобразованного излучения соответствует тому же состоянию поляризации,

которое описывается выражениями (5.48)–(5.52). Имеем

$$\begin{aligned}
 I' &= \text{Sp } J' = \frac{1}{2} I (\tau_1 + \tau_2) (1 + Q_1 P \cos 2\alpha), \\
 P' &= \frac{\sqrt{\text{Sp}^2 J' - 4 \det J'}}{\text{Sp } J'} = \frac{\sqrt{(Q_1 + P \cos 2\alpha)^2 + P^2 \sin^2 2\alpha}}{1 + Q_1 P \cos 2\alpha}, \\
 \psi' &= \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{2 \text{Re } J'_{xy}}{J'_{xx} - J'_{yy}} \right) = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{P Q_2 \sin 2\alpha}{Q_1 + P \cos 2\alpha} \right), \\
 \chi' &= \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{2 \text{Im } J'_{xy}}{\sqrt{\text{Sp}^2 J' - 4 \det J'}} \right) = 0.
 \end{aligned} \tag{5.55}$$

Обратимся к методу Стокса–Мюллера. Вектор Стокса для частично линейно поляризованного излучения будет таким:

$$\mathbf{S} = I \begin{pmatrix} 1 \\ P \cos 2\alpha \\ P \sin 2\alpha \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{5.56}$$

Что касается матрицы Мюллера $\mathbf{M}$, то она в данном случае задается выражением (5.1). Умножим матрицу Мюллера на вектор Стокса $\mathbf{S}$ исходного излучения с учетом (5.50) находим вектор Стокса $\mathbf{S}'$ преобразованного излучения:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{S}' = \mathbf{M} \mathbf{S} &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2} (\tau_1 + \tau_2) & \frac{1}{2} (\tau_1 - \tau_2) & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} (\tau_1 - \tau_2) & \frac{1}{2} (\tau_1 + \tau_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\tau_1 \tau_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{\tau_1 \tau_2} \end{pmatrix} I \begin{pmatrix} 1 \\ P \cos 2\alpha \\ P \sin 2\alpha \\ 0 \end{pmatrix} = \\
 &= I \frac{1}{2} (\tau_1 + \tau_2) \begin{pmatrix} 1 + Q_1 P \cos 2\alpha \\ Q_1 + P \cos 2\alpha \\ Q_2 P \sin 2\alpha \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{5.57}
 \end{aligned}$$

Видно, что компоненты результирующего вектор Стокса совпадают с параметрами Стокса (5.47), полученными ранее с помощью модифицированного метода Джонса.

Следует отметить, что при $P = 1$ полученные результаты совпадают с решением примера 1. Если на линейно-амплитудный оптический тракт падает неполяризованное излучение ($P = 0$), то из (5.48)–(5.52) находим

$$I' = \frac{1}{2} I (\tau_1 + \tau_2), \quad P' = Q_1 = \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}, \quad \psi' = 0, \quad \chi' = 0. \tag{5.58}$$

Интересно также, что при прохождении амплитудно-анизотропного элемента (частичного поляризатора) степень поляризации прошедшего излучения может *уменьшаться*, если ось наименьшего пропускания тракта совпадает с плоскостью колебаний линейно поляризованной части исходного излучения (в данном примере это соответствует $\alpha = \pi/2$). Тогда действие такого тракта может свестись к уменьшению доли поляризованной части, т. е. к уменьшению степени поляризации. Например, при $\alpha = \pi/2$, $P = 0,8$, $\tau_1 = 0,9$, $\tau_2 = 0,1$ излучение на выходе тракта окажется *неполяризованным* ($P' = 0$). Вообще полная деполяризация возможна при $\alpha = \pi/2$, если показатель качества частичного поляризатора $Q_1 \equiv Q$ численно равен степени поляризации исходного излучения.

Пример 7. Частично линейно поляризованное излучение (интенсивность I , степень поляризации P) проходит линейно-фазовый анизотропный тракт (линейную фазовую пластинку) с разностью фазовых набегов собственных поляризаций δ . Быстрая ось пластинки совпадает с осью X . Плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ полностью поляризованной части излучения составляет с быстрой поперечной осью тракта угол α . Найти состояние поляризации излучения на выходе тракта.

Обратимся к модифицированному методу Джонса для расчета частично поляризованного излучения (п. 4.3). Поляризованная часть исходного излучения (как и в примере 6) соответствует нормированному вектору Джонса с интенсивностью, равной единице, и с компонентами $d_x = \cos \alpha$, $d_y = \sin \alpha$. Оптический тракт характеризуется собственными значениями: $\Lambda_1 = \exp(j\delta/2)$, $\Lambda_2 = \exp(-j\delta/2)$. Используя основные соотношения метода в виде (5.46), получим параметры Стокса для излучения на выходе из тракта:

$$\begin{aligned} S'_0 &= I = 1, & S'_1 &= IP \cos 2\alpha, \\ S'_2 &= IP \sin 2\alpha \cos \delta, & S'_3 &= -IP \sin 2\alpha \sin \delta. \end{aligned} \quad (5.59)$$

Используя известную из приложения Б связь параметров Стокса с базовыми характеристиками поляризации I , P , ψ , χ найдем для излучения на выходе тракта

- интенсивность $I' = I$,
- степень поляризации $P' = P$,
- азимут поляризованной части

$$\psi' = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} (\operatorname{tg} 2\alpha \cos \delta), \quad (5.60)$$

- угол эллиптичности поляризованной части

$$\chi' = -\frac{1}{2} \arcsin (\sin 2\alpha \sin \delta).$$

Обратим внимание, что идеальная фазовая пластинка не изменяет ни общей интенсивности, ни степени поляризации проходящего излучения. При $P = 1$ результаты совпадают с теми, что получены при решении примера 2. Для четвертьволновой фазовой пластинки ($\delta = \pi/2$) азимут прошедшего излучения равен нулю, а угол эллиптичности равен углу α , взятому с обратным знаком. При $\alpha = \pi/4$ поляризованная часть прошедшего излучения становится левой круговой.

Теперь используем метод расчета, в котором исходное излучение описывается матрицей когерентности, а оптический тракт — матрицей Джонса. Поскольку в данном примере исходное излучение такое же, как в примере 6, для матрицы когерентности справедливо выражение (5.53). Оптический тракт в данном примере совпадает с оптическим трактом из примера 2, поэтому матрица Джонса имеет вид (5.14). Применяя основное уравнение метода (4.57), получим матрицу когерентности, описывающую состояние поляризации излучения на выходе из оптического тракта,

$$J' = \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 + P \cos 2\alpha & P \sin 2\alpha \exp\left(\frac{j\delta}{2}\right) \\ P \sin 2\alpha \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) & 1 + P \cos 2\alpha \end{pmatrix}. \quad (5.61)$$

Используя соотношения из приложения Б, нетрудно показать, что полученная матрица когерентности соответствует тем же параметрам состояния поляризации, что определяются (5.60).

Вектор Стокса прошедшего излучения находится путем умножения вектор Стокса исходного излучения (5.56) на матрицу Мюллера (5.14):

$$\mathbf{S}' = \mathbf{M} \mathbf{S} = I \begin{pmatrix} 1 \\ P \cos 2\alpha \\ P \sin 2\alpha \cos \delta \\ -P \sin 2\alpha \sin \delta \end{pmatrix}. \quad (5.62)$$

Полученный вектор совпадает с параметрами Стокса, вычисленными модернизированным методом Джонса

Пример 8. Частично циклически поляризованное излучение (интенсивность I , степень поляризации P) проходит через линейно амплитудный анизотропный тракт (частичный поляризатор) с экстремальными энергетическими коэффициентами пропускания τ_1 и τ_2 , причем $\tau_1 > \tau_2$. Найти состояние поляризации излучения на выходе тракта.

Совместим, как и в примере 6, координатную ось X с прозрачной, а ось Y с непрозрачной осями тракта. Как и в предыдущих примерах, вначале решаем задачу модифицированным методом Джонса. Поляризованная часть исходного излучения на этот раз описывается нормированным вектором Джонса с компонентами: $d_x = 1/\sqrt{2}$, $d_y = j/\sqrt{2}$, а оптический тракт (как и в пример 6) характеризуется собственными

числами: $\Lambda_1 = \sqrt{\tau_1}$, $\Lambda_2 = \sqrt{\tau_2}$. Подставив эти параметры в (5.46), получим параметры Стокса для излучения на выходе из рассматриваемого оптического тракта:

$$\begin{aligned} S_0 &= \frac{1}{2} I (\tau_1 + \tau_2), & S_1 &= \frac{1}{2} I (\tau_1 - \tau_2), \\ S_2 &= 0, & S_3 &= IP\sqrt{\tau_1\tau_2}. \end{aligned} \quad (5.63)$$

Используя связь параметров Стокса с базовыми характеристиками поляризации, найдем для излучения на выходе тракта:

— интенсивность

$$I' = S'_0 = \frac{1}{2} I (\tau_1 + \tau_2), \quad (5.64)$$

— степень поляризации

$$P' = \frac{\sqrt{(S'_1)^2 + (S'_2)^2 + (S'_3)^2}}{S'_0} = \sqrt{Q_1^2 + P^2 Q_2^2}, \quad (5.65)$$

— азимут поляризованной части

$$\psi' = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{S'_2}{S'_1} \right) = 0, \quad (5.66)$$

— угол эллиптичности поляризованной части

$$\begin{aligned} \chi' &= \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{S'_3}{\sqrt{(S'_1)^2 + (S'_2)^2 + (S'_3)^2}} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \arcsin \left\{ \left[\frac{1}{4P^2} \left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1} \right)^2 + 1 \right]^{-1/2} \right\}. \end{aligned} \quad (5.67)$$

Здесь, как и в примере 6, использованы обозначения

$$Q_1 = \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}, \quad Q_2 = \frac{2\sqrt{\tau_1\tau_2}}{\tau_1 + \tau_2}. \quad (5.68)$$

Теперь решим задачу с помощью матрицы когерентности, которая для исходного излучения записывается в следующем виде:

$$J = \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 & -jP \\ jP & 1 \end{pmatrix}. \quad (5.69)$$

Оптический тракт в данном примере тот же, что и в примере 1, поэтому для матрицы Джонса можно использовать (5.1). Тогда матрица

когерентности для излучения на выходе из тракта преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned} J' = T J T^+ &= \begin{pmatrix} \sqrt{\tau_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\tau_2} \end{pmatrix} \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 & -jP \\ jP & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{\tau_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\tau_2} \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} \tau_1 & -jP\tau_1\tau_2 \\ jP\tau_1\tau_2 & \tau_2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5.70)$$

С помощью таблицы из приложения Б можно показать, что полученная матрица когерентности соответствует тем же поляризационным параметрам, что содержатся в (5.64)–(5.67).

Вектор Стокса для исходного частично поляризованного излучения, полностью поляризованная часть которого имеет правую круговую поляризацию, имеет вид

$$\mathbf{S} = I \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ P \end{pmatrix}. \quad (5.71)$$

Матрица Мюллера M в данном случае задается выражением (5.1). Умножив матрицу Мюллера на вектор Стокса $\mathbf{S}$ исходного излучения, находим вектор Стокса $\mathbf{S}'$ преобразованного излучения:

$$\mathbf{S}' = M \mathbf{S} = I \begin{pmatrix} \tau_1 + \tau_2 \\ \tau_1 - \tau_2 \\ 0 \\ 2P\sqrt{\tau_1\tau_2} \end{pmatrix} = I(\tau_1 + \tau_2) \begin{pmatrix} 1 \\ Q_1 \\ 0 \\ PQ_2 \end{pmatrix}. \quad (5.72)$$

Полученный вектор Стокса совпадает с параметрами Стокса, вычисленными модифицированным методом Джонса (5.63).

Пример 9. Частично циклически поляризованное излучение (интенсивность I , степень поляризации P) проходит через линейно-фазовый анизотропный тракт (фазовую пластинку) с разностью фазовых набегов собственных волн δ . Найти состояние поляризации излучения на выходе тракта.

Поляризованная часть излучения (как и в примере 8) соответствует нормированному вектору Джонса с компонентами: $d_x = 1/\sqrt{2}$, $d_y = j/\sqrt{2}$, а оптический тракт (как и в примере 7) характеризуется собственными числами: $\Lambda_1 = \exp(j\delta/2)$, $\Lambda_2 = \exp(-j\delta/2)$. Используя основные соотношения метода в виде (8.49), получим параметры Стокса для излучения на выходе из тракта:

$$S'_0 = I = 1, \quad S'_1 = 0, \quad S'_2 = IP \sin \delta, \quad S'_3 = IP \cos \delta. \quad (5.73)$$

Учитывая связь параметров Стокса с базовыми характеристиками поляризации I , P , ψ , χ (приложение Б) найдем для излучения на выходе тракта:

- интенсивность $I' = I$,
- степень поляризации $P' = P$,
- азимут поляризованной части

$$\psi' = \pm \frac{\pi}{4}, \quad \delta \neq 0, \pi, \quad (5.74)$$

- угол эллиптичности поляризованной части

$$\chi' = -\frac{1}{2} \arcsin (\cos \delta).$$

Теперь решим задачу с помощью метода, в котором исходное излучение описывается матрицей когерентности, а оптический тракт — матрицей Джонса. Как и в предыдущем примере, имеем

$$J = \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 & -jP \\ jP & 1 \end{pmatrix}. \quad (5.75)$$

Оптический тракт в данном примере тот же, что и в примере 2, поэтому для матрицы Джонса можно использовать (5.14):

$$\begin{aligned} J' = T J T^+ &= \begin{pmatrix} \exp\left(\frac{j\delta}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) \end{pmatrix} \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 & -jP \\ jP & 1 \end{pmatrix} \times \\ &\times \begin{pmatrix} \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(\frac{j\delta}{2}\right) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 & -jP \exp\left(\frac{j\delta}{2}\right) \\ jP \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5.76)$$

Полученная матрица когерентности соответствует состоянию поляризации, которое описывается соотношениями (5.74):

$$\begin{aligned} I' = \text{Sp } J' &= I, \quad P' = \frac{\sqrt{\text{Sp}^2 J' - 4 \det J'}}{\text{Sp } J'} = P, \\ \psi' &= \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{2 \text{Re } (J'_{xy})}{J'_{xx} - J'_{yy}} \right) = \pm \frac{\pi}{4}, \\ \chi' &= \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{2 \text{Im } J'_{xy}}{\sqrt{\text{Sp}^2 J' - 4 \det J'}} \right) = \frac{1}{2} \arcsin (\cos \delta). \end{aligned} \quad (5.77)$$

Обратимся к методу Стокса–Мюллера. Вектор Стокса для исходного частично циклически поляризованного излучения определяется выражением (5.71), а матрица Мюллера — (5.14). Умножив матрицу

Мюллера на вектор Стокса исходного излучения, получим вектор Стокса для излучения на выходе из тракта:

$$\mathbf{S}' = \mathbf{M}\mathbf{S} = I \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ P \sin \delta \\ P \cos \delta \end{pmatrix}. \quad (5.78)$$

Параметры полученного вектора совпадают с параметрами Стокса из (5.76), которые вычислены модифицированным методом Джонса.

5.3. Расчет параметров частично поляризованного света в оптическом тракте с деполяризатором

Как уже указывалось в гл. 4, любой оптический тракт содержит участки, которые деполяризуют свет. Причина паразитной деполяризации состоит в рассеянии света на границе и в толще оптических сред, а также в случайных флуктуациях анизотропных свойств оптического тракта (см. также п. 5.4). Поэтому реальная степень поляризации на выходе оптического тракта может оказаться меньше, чем это предопределяет метод Джонса.

Однако в ряде оптических приборов частичная поляризация естественного излучения оказывается нежелательной, поскольку, например, приводит к искажению освещенности по полю изображения. Поэтому целесообразно специально полностью деполяризовать излучение, чтобы не определять или учитывать его поляризационные свойства. Для этого специально применяют устройства, которые деполяризуют излучение (гл. 11). Идеальный функциональный деполяризатор должен, сохраняя интенсивность прошедшего излучения, уменьшить его степень поляризации до нуля.

Для анализа оптического тракта с неидеальным деполяризатором или участка с малыми деполяризующими свойствами можно воспользоваться элементарной моделью *деполяризатора*, в которой интенсивность и степень поляризации на выходе деполяризатора пропорциональны исходным величинам, а азимут и эллиптичность поляризованной части излучения не изменяются:

$$I' = \tau I, \quad P' = (1 - \Pi)P, \quad \psi' = \psi, \quad \chi' = \chi. \quad (5.79)$$

Здесь τ — коэффициент пропускания деполяризатора ($0 < \tau < 1$), Π — коэффициент деполяризации ($0 < \Pi < 1$).

При решении трансформативных задач с учетом деполяризаторов возможны два подхода. Первый — это использование стандартного формализма Стокса — Мюллера, в котором все элементы описываются матрицами Мюллера, включая деполяризатор, а частично поляризован-

ное излучение описывается вектором Стокса. Во втором оригинальном методе следует выявить все источники деполяризации и привязать их к определенным сечениям оптического тракта. Тогда весь тракт можно подразделить на участки, не содержащие деполяризующих элементов (рис. 5.4).

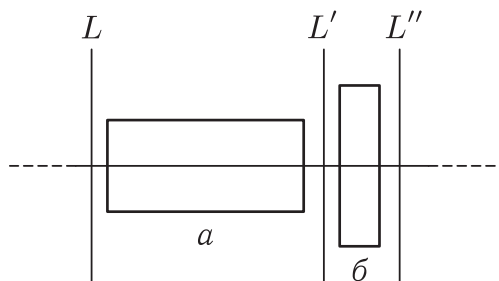


Рис. 5.4. Оптическая система с деполяризующим элементом; a — анизотропный элемент без деполяризации; b — деполяризующий элемент

Рассмотрим цикл расчета, относящийся к одному звену тракта, состоящему из анизотропного участка a и деполяризующего элемента b . Пусть в сечении L заданы характеристики излучения: I , P , ψ , χ . Используя методику, изложенную в предыдущих разделах, можно найти характеристики излучения в сечении L' : I' , P' , ψ' , χ' .

Для учета эффекта деполяризации и перехода в сечение L'' надо знать математическую модель деполяризатора, т. е. зависимость между параметрами излучения до и после деполяризующего элемента. Любой линейный деполяризатор можно характеризовать теоретической или эмпирической зависимостью $P''(I', P', \psi', \chi')$, где естественно $P'' < P'$. Зная также общий коэффициент пропускания деполяризатора τ , можно определить параметры излучения в сечении L'' .

Вычислив параметры излучения в сечении L'' , необходимо перейти к следующему циклу расчета, для которого найденные параметры являются исходными. Далее расчет повторяется до прохождения всего рассматриваемого оптического тракта. В этом поэтапном расчете суть данного метода.

Пример 10. Проиллюстрируем оба метода следующим примером. Пусть изначально неполяризованное излучение (интенсивность I , степень поляризации P) проходит (как в примере 6) через линейный амплитудно-анизотропный оптический тракт (поляризатор). Известны главные собственные коэффициенты пропускания тракта: $\tau_1 > \tau_2$. В середине тракта располагается деполяризующий элемент с коэффициентом пропускания, равным единице, и коэффициентом деполяризации Π . Условия задачи соответствуют рис. 5.5. Между двумя половинами анизотропного тракта a и b располагается деполяризатор b . Требуется найти и проанализировать состояние поляризации на выходе из тракта.

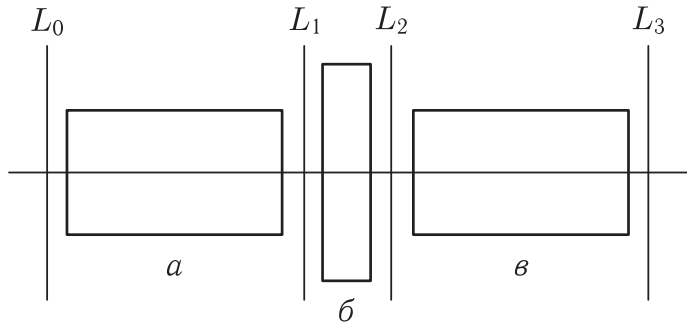


Рис. 5.5. К примеру расчета: $a, в$ — анизотропные элементы без деполяризации; $б$ — деполяризующий элемент

Вначале решим задачу с использованием матрицы когерентности. Совместив поперечную координатную ось X с прозрачной, а ось Y с непрозрачной осями тракта, получим для каждой половины тракта матрицу Джонса:

$$T = \begin{pmatrix} \sqrt{\tau_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\tau_2} \end{pmatrix}. \quad (5.80)$$

Неполяризованное излучение на входе тракта (сечение L_0) характеризуется матрицей когерентности

$$J_0 = \frac{I_0}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5.81)$$

Используя основное уравнение метода (4.57), вычислим матрицу когерентности для сечения L_1 перед деполяризатором,

$$J_1 = T_a J_0 T_a^+ = \frac{I_0}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{\tau_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\tau_2} \end{pmatrix}. \quad (5.82)$$

Диагональный вид матрицы когерентности J означает, что эллипсометрические параметры равны нулю: $\psi_1 = 0$, $\chi_1 = 0$. Такой матрице соответствует общая интенсивность I_1 , интенсивность поляризованной части излучения I_p и степень поляризации P :

$$I_1 = \text{Sp } J_1 = \frac{1}{2} I_0 (T_1 + T_2), \quad I_{1p} = \frac{1}{2} I_0 (T_1 - T_2), \quad (5.83)$$

$$P_1 = \sqrt{1 - \frac{4 \det J_1}{\text{Sp}^2 J_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2},$$

где $T_1 = \sqrt{\tau_1}$, $T_2 = \sqrt{\tau_2}$.

В сечении L_2 после деполяризатора имеем

$$I_2 = \frac{I_0}{2} (T_1 + T_2), \quad I_{2p} = \frac{I_0}{2} (1 - \Pi) (T_1 - T_2), \quad (5.84)$$

$$P_2 = (1 - \Pi) \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2}, \quad \psi_2 = 0, \quad \chi_2 = 0.$$

Запишем матрицу когерентности для этого сечения:

$$J_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} I_2 + I_{2p} & 0 \\ 0 & I_2 - I_{2p} \end{pmatrix} = \frac{I_0}{2} \begin{pmatrix} T_1 - \frac{\Pi(T_1 - T_2)}{2} & 0 \\ 0 & T_1 + \frac{\Pi(T_1 - T_2)}{2} \end{pmatrix}. \quad (5.85)$$

Далее с помощью (4.57) определим матрицу когерентности в сечении L_3 на выходе из оптического тракта:

$$J_3 = T_b J_0 T_b^+ = \frac{I_0}{2} \begin{pmatrix} T_1 \left[T_1 - \frac{\Pi(T_1 - T_2)}{2} \right] & 0 \\ 0 & T_2 \left[T_1 + \frac{\Pi(T_1 - T_2)}{2} \right] \end{pmatrix}. \quad (5.86)$$

Используя результаты п. 2.6, представим характеристики излучения на выходе оптического тракта в сечении L_3 :

— общая интенсивность излучения

$$I_3 = \text{Sp } J_3 = \frac{I_0}{2} \left[T_1^2 + T_2^2 - \frac{1}{2} \Pi (T_1 - T_2)^2 \right], \quad (5.87)$$

— степень поляризации

$$P_3 = \sqrt{1 - \frac{4 \det J_3}{\text{Sp}^2 J_3}} = \frac{(2 - \Pi) (T_1^2 - T_2^2)}{(2 - \Pi) (T_1^2 + T_2^2) + 2\Pi T_1 T_2}. \quad (5.88)$$

Диагональный вид матрицы когерентности J_3 и здесь соответствует нулевым значениям эллипсометрических параметров: $\psi_3 = 0$, $\chi_3 = 0$.

Теперь для решения задачи обратимся к формализму Стокса–Мюллера. Вектор исходного неполяризованного излучения очевиден:

$$\mathbf{s} = I \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (5.89)$$

Матрица Мюллера всего тракта легко получается перемножением частных матриц элементов оптического тракта. Заметим, что, поскольку среди параметров Стокса отличен от нуля только первый, в матрице Мюллера представляет интерес только первый столбец:

$$M_0 = M_c M_b M_a = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} T_1^2 + T_2^2 - \frac{1}{2} \Pi (T_1 - T_2)^2 & \dots & \dots & \dots \\ \left(1 - \frac{1}{2} \Pi\right) (T_1 - T_2) & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}. \quad (5.90)$$

Перемножив результирующую матрицу Мюллера на вектор Стокса исходного излучения, сразу получим вектор Стокса для излучения на выходе рассматриваемого тракта:

$$\mathbf{S}_3 = \mathbf{M}_0 \mathbf{S}_0 = \begin{pmatrix} T_1^2 + T_2^2 - \frac{1}{2} \Pi (T_1 - T_2)^2 \\ \left(1 - \frac{1}{2} \Pi\right) (T_1 - T_2) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (5.91)$$

Вектору Стокса (5.91) соответствуют те же параметры излучения на выходе оптического тракта (сечение L_3), что были рассчитаны выше другим методом. Из полученных результатов следует, что наличие деполаризатора в оптическом тракте приводит к уменьшению степени поляризации на выходе из тракта и к снижению коэффициента пропускания, даже если сам деполаризатор идеален (без потерь).

Задачи для самостоятельного решения

1. Найдите состояние поляризации *когерентной* суперпозиции двух пучков, разность фаз которых равна нулю. Состояние поляризации каждого пучка задано векторами Стокса: $S_{a0} = 1$, $S_{a1} = 0,5$, $S_{a3} = 0$, $S_{b0} = 1$, $S_{b1} = 0$, $S_{b2} = -0,5$, $S_{b3} = 0$. Результирующее состояние поляризации выразить вектором Стокса.

2. Найдите состояние поляризации *некогерентной* суперпозиции двух пучков. Состояние поляризации каждого пучка задано в базовой системе координат: $I_1 = 1$, $P_1 = 0,5$, $\psi_1 = 45^\circ$, $\chi_1 = 0$ и $I_2 = 1$, $P_2 = 0,5$, $\psi_2 = -45^\circ$, $\chi_2 = 0$. Результирующее состояние поляризации выразить в базовой системе координат.

3. Найдите состояние поляризации *когерентной* суперпозиции двух пучков, разность фаз которых равна нулю. Состояние поляризации каждого пучка задано матрицей когерентности со следующими параметрами: $J_{1xx} = 0,5$, $J_{1xy} = 0,25$, $J_{1yy} = 0,5$ и $J_{2xx} = 0,5$, $J_{2xy} = -0,25$, $J_{2yy} = 0,5$. Результирующее состояние поляризации выразить матрицей когерентности.

4. Найдите состояние поляризации *некогерентной* суперпозиции двух пучков. Состояние поляризации каждого пучка задано матрицей когерентности: $J_{1xx} = 0,5$, $J_{1xy} = 0,25$, $J_{1yy} = 0,5$ и $J_{2xx} = 0,5$, $J_{2xy} = -0,25$, $J_{2yy} = 0,5$. Результирующее состояние поляризации выразить в базовой системе координат.

5. Частично поляризованное излучение, заданное своей интенсивностью $I = 1$, степенью поляризации $P = 1/2$ и поляризационной переменной поляризованной части излучения $\Gamma = 1$, проходит через оптический тракт с амплитудной линейной анизотропией (неидеаль-

ный поляризатор). Собственные оси анизотропного тракта согласованы с осями декартового базиса (прозрачная ось — с осью X). Экстремальные коэффициенты пропускания: $\tau_x = 0,8$, $\tau_y = 0,2$. Определите вектор Стокса для излучения на выходе тракта.

6. Частично поляризованное излучение, заданное своей матрицей когерентности ($J_{xx} = J_{yy} = 1/2$, $J_{xy} = J_{yx} = 1/4$) проходит через оптический тракт с амплитудной линейной анизотропией (неидеальный поляризатор). Собственные оси анизотропного тракта согласованы с осями декартового базиса (прозрачная ось — с осью X). Экстремальные коэффициенты пропускания: $\tau_x = 0,8$, $\tau_y = 0,2$. Определите матрицу когерентности для излучения на выходе тракта.

7. Частично поляризованное излучение, заданное своей интенсивностью $I = 1$, степенью поляризации $P = 1/2$ и поляризационной переменной поляризованной части излучения $\Gamma = 1$, проходит через оптический тракт с линейной фазовой анизотропией (фазовая пластинка). Собственные оси пластинки согласованы с осями декартового базиса (быстрая ось — с осью X). Разность фазовых набегов для ортогональных собственных линейных поляризаций равна $\delta = \pi/2$. Определите вектор Стокса для излучения на выходе тракта.

8. Частично поляризованное излучение, заданное своей матрицей когерентности ($J_{xx} = J_{yy} = 1/2$, $J_{xy} = J_{yx} = 1/4$), проходит через оптический тракт с линейной фазовой анизотропией (фазовая пластинка). Собственные оси пластинки согласованы с осями декартового базиса (быстрая ось — с осью X). Разность фазовых набегов для ортогональных собственных линейных поляризаций равна $\delta = \pi/2$. Определите матрицу когерентности для излучения на выходе тракта.

9. Неполаризованное излучение с интенсивностью $I_1 = 2$ проходит поляризатор с главными коэффициентами пропускания $\tau_x = 0,9$, $\tau_y = 0,1$. После поляризатора излучение смешивается с другим излучением, параметры которого таковы: $I_2 = 1$, $P = 0,2$, $\psi_2 = 0$, $\chi = \pi/4$. Определите базовые параметры состояния поляризации для суперпозиции указанных излучений при их когерентном, сфазированном ($\delta = 0$) смешивании и некогерентном смешивании.

Часть II

ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ И УСТРОЙСТВА

Глава 6

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПРИРОДЕ

6.1. Поляризация света при отражении и преломлении на границе раздела двух диэлектриков

В данной главе кратко излагаются основные физические процессы и явления, где состояние поляризации света играет ключевую роль.

Рассмотрим изменение состояния поляризации света на границе раздела двух прозрачных диэлектрических сред (рис. 6.1). При паде-

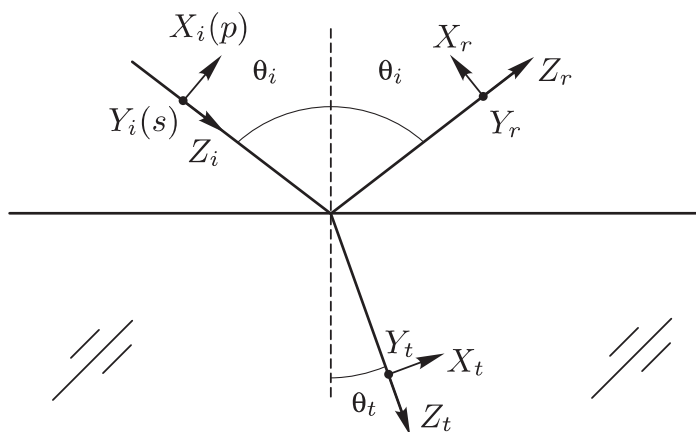


Рис. 6.1. Ход луча при преломлении на границе двух диэлектриков. Угол падения равен углу отражения

нии света из среды 1 на границу раздела часть света отражается, а часть проходит в среду 2. В случае наклонного падения направление потока энергии в среде 2 не совпадает с направлением падающего излучения: луч света преломляется. Введем следующие характеристики

обеих сред и границы раздела: n_1 и n_2 — абсолютные показатели преломления сред 1 и 2; θ_i — угол падения; θ_t — угол преломления; $n = n_2/n_1 = \sin \theta_i / \sin \theta_t$ — относительный показатель преломления, $\Pi = \cos \theta_t / \cos \theta_i$ — так называемый коэффициент *анаморфизма*.

Состояние поляризации падающего, отраженного и прошедшего излучения будем определять в декартовых базисах, ориентация осей которых привязана к *плоскости падения* (плоскости, образованной нормалью к границе раздела и падающим лучом — плоскость рис. 6.1).

Компонентам вектора **E** волны, параллельным плоскости падения, т. е. совпадающими с осями X_i, X_r, X_t , принято присваивать индекс « p », а компонентам вектора **E**, перпендикулярным плоскости падения (оси Y_i, Y_r, Y_t), — индекс « s ». В общем случае компоненты падающего света частично когерентны, а в естественном свете компоненты равны и полностью некогерентны. Ортогональные p -компонента и s -компонента вектора **E** падающего излучения при наклонном падении имеют экстремально различные коэффициенты отражения и пропускания. Комплексные амплитуды падающего E^i , отраженного E^r и преломленного E^t света связывают известные *формулы Френеля* [1, 3, 4, 9]:

$$\begin{aligned} E_p^r &= \frac{\operatorname{tg}(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{tg}(\theta_i + \theta_t)} E_p^i = \frac{n - \Pi}{n + \Pi} E_p^i = R_p E_p^i, \\ E_s^r &= -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} E_s^i = \frac{1 - n\Pi}{1 + n\Pi} E_s^i = R_s E_s^i, \\ E_p^t &= \frac{2 \sin \theta_i \cos \theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)} E_p^i = \frac{2}{n + \Pi} E_p^i = T_p E_p^i, \\ E_s^t &= \frac{2 \sin \theta_i \cos \theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t)} E_s^i = \frac{2}{1 + n\Pi} E_s^i = T_s E_s^i. \end{aligned} \quad (6.1)$$

Здесь введены следующие обозначения: $R_{p,s}$ — амплитудный коэффициент отражения для ортогональных компонент, $T_{p,s}$ — амплитудный коэффициент пропускания.

Состояние поляризации отраженного и прошедшего излучения определяется состоянием поляризации падающего излучения и отношением амплитудных коэффициентов пропускания и отражения:

$$\begin{aligned} T &= \frac{T_s}{T_p} = \cos(\theta_i - \theta_t), \\ R &= \frac{R_s}{R_p} = \frac{\cos(\theta_i - \theta_t)}{\cos(\theta_i + \theta_t)}. \end{aligned} \quad (6.2)$$

Как следует из (6.2) сдвиг фаз между s -компонентой и p -компонентой составляет 0 или 180° в зависимости от угла падения, при этом следует учитывать ориентацию осей координатных базисов.

Интенсивность отраженного излучения определяется *энергетическими* коэффициентами отражения ρ_p, ρ_s :

$$\begin{aligned}\rho_p &= \left[\frac{\operatorname{tg}(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{tg}(\theta_i + \theta_t)} \right]^2 = \left[\frac{n - \Pi}{n + \Pi} \right]^2, \\ \rho_s &= \left[\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \right]^2 = \left[\frac{1 - n\Pi}{1 + n\Pi} \right]^2.\end{aligned}\quad (6.3)$$

При переходе пучка света из одной среды в другую изменяется распределение плотности потока энергии относительно оптической оси. Следует учитывать также зависимость плотности потока энергии от оптической плотности среды (показателя преломления). Поэтому коэффициенты пропускания плоской границы раздела определяются следующим образом:

$$\tau_p = \frac{4n\Pi}{(n + \Pi)^2}, \quad \tau_s = \frac{4n\Pi}{(1 + n\Pi)^2}. \quad (6.4)$$

Выражением закона сохранения являются соотношения, связывающие энергетические коэффициенты отражения $\rho_{p,s}$ и пропускания $\tau_{p,s}$:

$$\tau_p + \rho_p = 1, \quad \tau_s + \rho_s = 1. \quad (6.5)$$

Заметим, что отношение коэффициентов пропускания не зависит от сечения преломленного пучка и рассчитывается по формуле

$$t = \frac{\tau_s}{\tau_p} = \left(\frac{n\Pi + 1}{n + \Pi} \right)^2 = \cos^2(\theta_i - \theta_t). \quad (6.6)$$

Рассмотрим вначале случай, когда излучение переходит из *менее* плотной в *более* плотную среду, например, из воздуха в стекло ($\theta_i \geq \theta_t$, $n > 1$, $\Pi \geq 1$).

На рис. 6.2 представлены зависимости энергетических коэффициентов отражения от угла падения света на границу раздела двух диэлектриков.

Существенно, что при определенном угле, $\theta_{iB} = \operatorname{arctg} n$ ($\theta_t = 90^\circ - \theta_i$, $\Pi = n$), называемом *углом Брюстера*, p -компонента отраженного излучения равна нулю.

Амплитудный коэффициент отражения всегда больше для s -компоненты, вектор **Е** которой ориентирован перпендикулярно плоскости падения. Это значит, что если в падающем излучении вектор **Е** колеблется в плоскости, составляющей угол ψ_i с плоскостью падения (линейная поляризация с азимутом ψ_i), то в отраженном излучении этот угол увеличивается и составляет величину ψ_r ,

$$\psi_r = \operatorname{arctg} \left[\frac{\cos(\theta_i - \theta_t)}{\cos(\theta_i + \theta_t)} \operatorname{tg} \psi_i \right] = \operatorname{arctg} \left[\frac{(n\Pi - 1)(n + \Pi)}{(n\Pi + 1)(n - \Pi)} \operatorname{tg} \psi_i \right]. \quad (6.7)$$

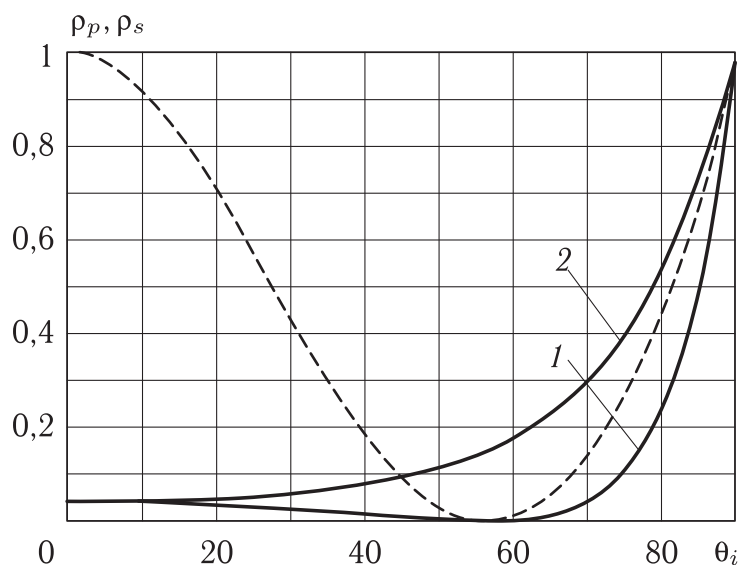


Рис. 6.2. Зависимости энергетических коэффициентов отражения ρ_p (1) и ρ_s (2) и их отношения ρ_p/ρ_s (пунктирная линия) от угла падения света θ_i на границу раздела двух диэлектриков. Показатель преломления $n = 1,5$

На рис. 6.3 показана ориентация вектора $\mathbf{E}$ в падающем и отраженном излучении.

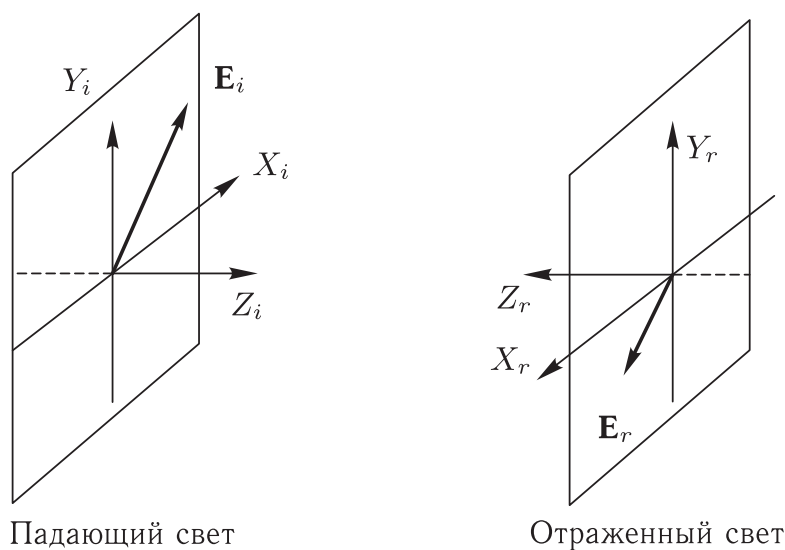


Рис. 6.3. Отражение света от диэлектрика (стеклянной пластинки). Угол падения меньше угла Брюстера. Ось Z_i совпадает с направлением падающего луча, а ось Z_r — отраженного луча

Если угол падения меньше угла Брюстера: $\theta_i < \arctg n$, то p -компонента не изменяет знак (зато ось X разворачивается), а s -компонента изменяет знак (ось Y не разворачивается). В результате, вектор $\mathbf{E}$ осуществляет поворот почти на 180° относительно наблюдателя, который смотрит на зеркало навстречу отраженному лучу. При нормальном падении ($\theta_i = 0^\circ$) происходит зеркальный поворот вектора $\mathbf{E}$, т.е.

фаза отраженного вектора изменяется на 180° , что называют «потерей полуволны».

При углах падения, больших, чем угол Брюстера, ситуация изменяется (рис. 6.4). Как следует из анализа (6.1), в этом случае изменяют знак обе компоненты вектора $\mathbf{E}$ в выбранной системе координат.

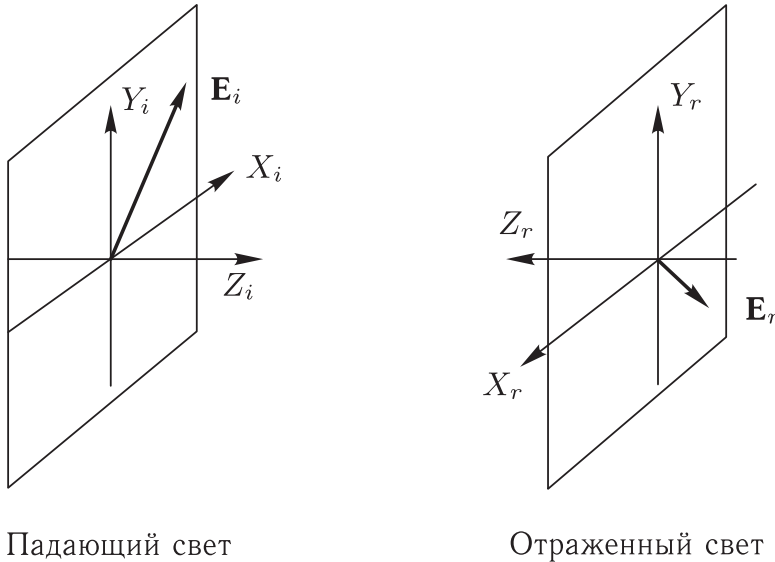


Рис. 6.4. Отражение света от диэлектрика. Угол падения больше угла Брюстера

Если падающее излучение *неполяризовано* (p -компонента и s -компонента равны и некогерентны), то отраженное излучение за счет неравенства коэффициентов отражения будет частично поляризовано: преимущественные колебания вектора $\mathbf{E}$ будут происходить в направлении, перпендикулярном плоскости падения. Степень поляризации отраженного излучения определяется соотношением

$$P = \frac{\cos^2(\theta_i - \theta_t) - \cos^2(\theta_i + \theta_t)}{\cos^2(\theta_i - \theta_t) + \cos^2(\theta_i + \theta_t)} = \frac{2n\Pi(n^2 - 1)(\Pi^2 - 1)}{(n^2 + \Pi^2)(n^2\Pi^2 + 1) - 4n^2\Pi^2}. \quad (6.8)$$

Теперь обратимся к преломленному свету, т.е. к излучению, которое прошло в более плотную среду. Из формул Френеля следует, что для преломленного света амплитудный коэффициент пропускания границы раздела двух диэлектриков всегда больше для p -компоненты, вектор $\mathbf{E}$ которой ориентирован в плоскости падения. Это означает, что если падающее излучение линейно поляризовано с азимутом ψ_i относительно плоскости падения, то в прошедшем излучении этот угол уменьшается (вектор $\mathbf{E}$ как бы прижимается к плоскости падения), а именно:

$$\psi_t = \arctg [\cos(\theta_i - \theta_t) \tg \psi_i] = \arctg \left(\frac{n + \Pi}{n\Pi + 1} \tg \psi_i \right). \quad (6.9)$$

Если же падающее излучение *неполяризовано* (p -компонента и s -компонента равны и некогерентны), то *преломленный* свет будет частично поляризован. В этом случае преимущественная ориентация вектора **E** соответствует плоскости падения, а степень поляризации внутри среды 2 определяется соотношением

$$P_t = \frac{1 - \cos^2(\theta_i - \theta_t)}{1 + \cos^2(\theta_i - \theta_t)} = \frac{(n^2 - 1)(\Pi^2 - 1)}{(n\Pi + 1)^2 + (n + \Pi)^2}. \quad (6.10)$$

В случае падения света под углом Брюстера выражения (6.9), (6.10) приводятся к виду

$$\psi_t = \arctg(\sin 2\theta_i \operatorname{tg} \psi_i) = \arctg\left(\frac{n + \Pi}{n\Pi + 1} \operatorname{tg} \psi_i\right), \quad (6.11)$$

$$P_t = \frac{(n^2 - 1)^2}{(n^2 + 1)^2 + 4n^2}. \quad (6.12)$$

Рассмотрим теперь преобразование состояния поляризации, когда свет падает на границу раздела со стороны более плотной среды (рис. 6.5). Такая ситуация возникает, например, на выходе света из

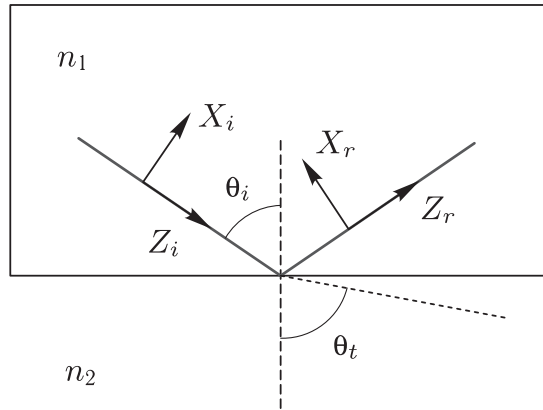


Рис. 6.5. Внутреннее отражение

стеклянных призм. Это так называемое внутреннее отражение, которое при определенном условии становится *полным*, т. е. отсутствует преломленный луч.

Из формул Френеля (6.1) можно легко получить зависимости энергетических коэффициентов отражения от угла падения (рис. 6.6). Угол Брюстера в этом случае является дополнительным по отношению к углу Брюстера для света, падающего из менее плотной среды: $\theta'_{iB} = \operatorname{arccotg} n$. Для $n = 1,5$ имеем $\theta_{iB} = 56,3^\circ$, а $\theta'_{iB} = 33,7^\circ$.

Рассмотрим нормальное падение света с круговым состоянием поляризации на границу раздела двух сред. Если свет идет из менее плотной среды в более плотную, то направление вращения вектора **E** после отражения изменяется на противоположное. Например, свет

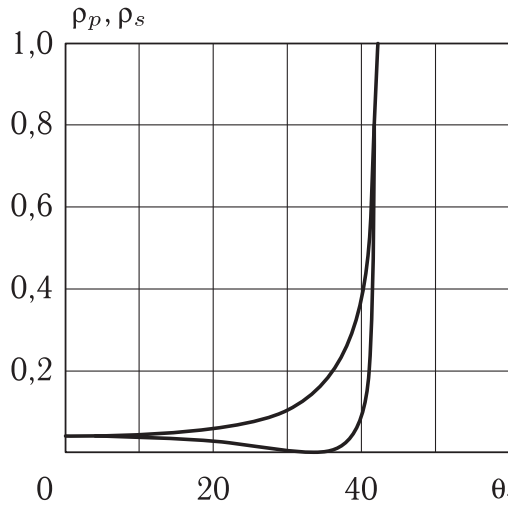


Рис. 6.6. Зависимости энергетических коэффициентов отражения от угла падения света на внутреннюю грань призмы

с правой круговой поляризацией превращается в свет с левой круговой поляризацией.

Если же вторая среда менее плотная, чем первая, то направление вращения в отраженном свете сохраняется.

6.2. Изменение состояния поляризации света при полном внутреннем отражении

Эффект *полного внутреннего отражения* (ПВО) возникает, когда свет падает на границу раздела двух сред из *более* оптически плотной среды ($\theta_t > \theta_i$, $n_1/n_2 > 1$, $\Pi < 1$, рис. 6.5). Существует *критический* угол падения $\theta_i^* = \arcsin(n_2/n_1)$, при котором свет уже не проникает в менее плотную среду и полностью отражается. Условие ПВО выполняется в следующем диапазоне углов падения:

$$\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) < \theta_i < \frac{\pi}{2}. \quad (6.13)$$

В случае полного внутреннего отражения света коэффициенты отражения в формулах Френеля (6.1) становятся *комплексными*, при этом их абсолютное значение равно единице (преломленный свет отсутствует), и между p -компонентой и s -компонентой возникает разность фаз $\delta(\theta_i)$. Выведем аналитическое выражение для этой функции $\delta(\theta_i)$ в зоне ПВО. Из закона преломления имеем:

$$\begin{aligned} \sin \theta_t &= \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i, \\ \cos \theta_t &= \sqrt{1 - \left(\sin \theta_i \frac{n_1}{n_2}\right)^2} = \pm j \sqrt{\left(\sin \theta_i \frac{n_1}{n_2}\right)^2 - 1}. \end{aligned} \quad (6.14)$$

Поскольку $\sin \theta_i > n_2/n_1$, угол преломления θ_t в зоне ПВО оказывается мнимой величиной, причем знак в (6.11) выбирается из физических соображений. В нашем случае это знак минус [9].

Воспользуемся формулами Френеля (6.1) и запишем отношение амплитудных коэффициентов отражения $R = E^r/E^i$ для зоны ПВО, учитывая (6.13),

$$\begin{aligned} \frac{R_p}{R_s} &= -\frac{\cos(\theta_i + \theta_t)}{\cos(\theta_i - \theta_t)} = \frac{\sin^2 \theta_i + j \cos \theta_i \sqrt{\sin^2 \theta_i - (n_2/n_1)^2}}{\sin^2 \theta_i - j \cos \theta_i \sqrt{\sin^2 \theta_i - (n_2/n_1)^2}} = \\ &= \frac{R \exp(j\delta_0)}{R \exp(-j\delta_0)} = \exp(j2\delta_0). \end{aligned} \quad (6.15)$$

Аргумент такого отношения дает разность фазовых скачков при полном внутреннем отражении p - и s -компонент:

$$\begin{aligned} \delta = \delta_p - \delta_s &= \arg(R_p) - \arg(R_s) = 2\delta_0 = \\ &= 2 \arctg \left(\frac{\cos \theta_i \sqrt{\sin^2 \theta_i - (n_2/n_1)^2}}{\sin^2 \theta_i} \right). \end{aligned} \quad (6.16)$$

Общий вид зависимости $\delta(\theta_i)$ представлен на рис. 6.7.

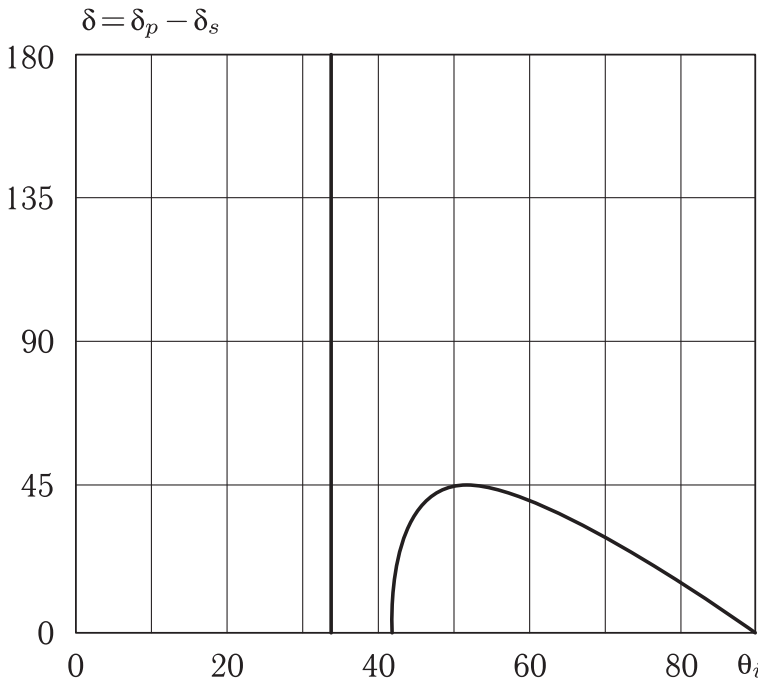


Рис. 6.7. Зависимость разности фазовых скачков $\delta = \delta_p - \delta_s$ от угла падения при отражении от более плотной среды

Если плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ в падающем свете составляет с осью X_i угол $0 < \psi_i < 90^\circ$ (см. рис. 6.5), то отраженный свет окажется эллиптически поляризован с *левым* вращением вектора $\mathbf{E}$ ($\chi < 0$).

При полном внутреннем отражении *естественного* (неполяризованного) света степень поляризации остается равной нулю, т.е. не возникает поляризованная компонента. Состояние поляризации поляризованной части излучения изменяется за счет возникающей разности фаз ортогональных компонент.

Если падающий свет линейно поляризован так, что плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ составляет угол ψ_i с плоскостью падения, то отраженное излучение становится эллиптически поляризованным, при этом азимут поляризационного эллипса будет равен

$$\psi_r = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} (\cos \delta \operatorname{tg} 2\psi_i), \quad (6.17)$$

а угол эллиптичности

$$\chi_r = \frac{1}{2} \arcsin (\sin \delta \sin 2\psi_i). \quad (6.18)$$

Пример изменения состояния поляризации при полном внутреннем отражении показан на рис. 6.8.

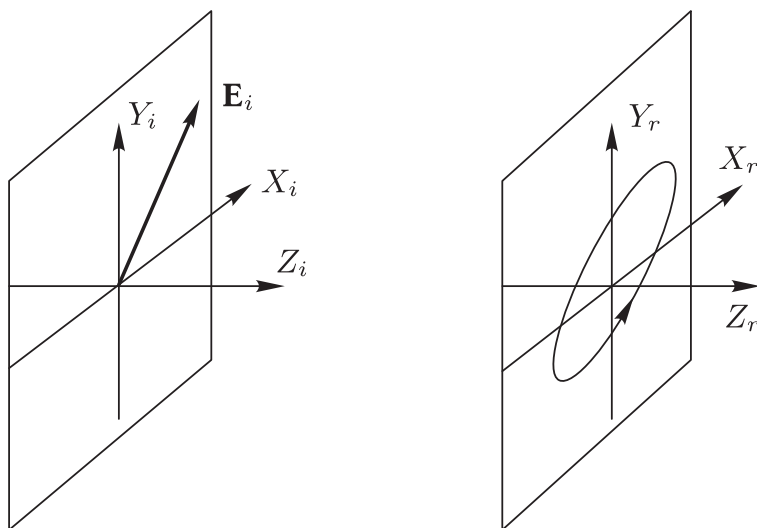


Рис. 6.8. Изменение состояния поляризации света при ПВО при полном внутреннем отражении. Ориентация координатных осей соответствует рис. 5.5

6.3. Поляризационные характеристики металлической поверхности

Металлические среды характеризуются комплексным показателем преломления $n = n' + jn''$ (табл. 6.1) [3, 4, 9, 70]. Свет практически не проникает внутрь металла, поэтому металлические поверхности отличаются высокими отражательными свойствами. Это подтвержда-

ется данными табл. 6.1, где приводится энергетический коэффициент отражения ρ при нормальном падении света.

Таблица 6.1

Оптические параметры металлических поверхностей

Материал	$n' = \operatorname{Re} n$	$n'' = \operatorname{Im} n$	ρ
Алюминий	1,44	5,53	0,83
Медь	0,62	2,57	0,73
Серебро	0,20	3,44	0,94
Золото	0,47	2,83	0,82

Подстановка комплексного показателя преломления в формулы Френеля (6.1) позволяет рассчитать параметры отраженного света. Металлические зеркала обладают как амплитудной, так и фазовой анизотропией. Амплитудная анизотропия, т. е. различие в коэффициентах отражения для p -компоненты и s -компоненты вектора $\mathbf{E}$, приводит к частичной поляризации падающего естественного света. Однако, эта анизотропия мала. Более существенной для практики является фазовая анизотропия — разница в сдвигах фаз ортогональных компонент $\delta = \delta_s - \delta_p$. После отражения от металлической поверхности линейно поляризованный свет, азимут которого отличен от 0 или 90°, становится эллиптическим. Это как раз обусловлено сдвигом фазы между p -компонентой и s -компонентой вектора $\mathbf{E}$.

Зависимости энергетических коэффициентов отражения ортогональных компонент и сдвига фаз между ними для двух металлов (алюминия и серебра) показаны на рис. 6.9.

Угол падения, при котором сдвиг фазы между компонентами равен 90°, называется *главным*.

Рис. 6.10 иллюстрирует изменение состояния поляризации света при отражении от металла.

Измерения состояния поляризации используются на практике для определения констант металла [60, 62, 70]. Обозначив, как это принято,

$$\operatorname{tg} \psi_0 = \frac{|R_s|}{|R_p|}, \quad (6.19)$$

получим известные соотношения для вещественной n' и мнимой n'' частей комплексного показателя преломления:

$$\begin{aligned} n' &\approx -\frac{\sin \theta_i \operatorname{tg} \theta_i \cos 2\psi_0}{1 + \sin 2\psi_0 \cos \delta}, \\ n'' &\approx n' \operatorname{tg} 2\psi_0 \sin \delta. \end{aligned} \quad (6.20)$$

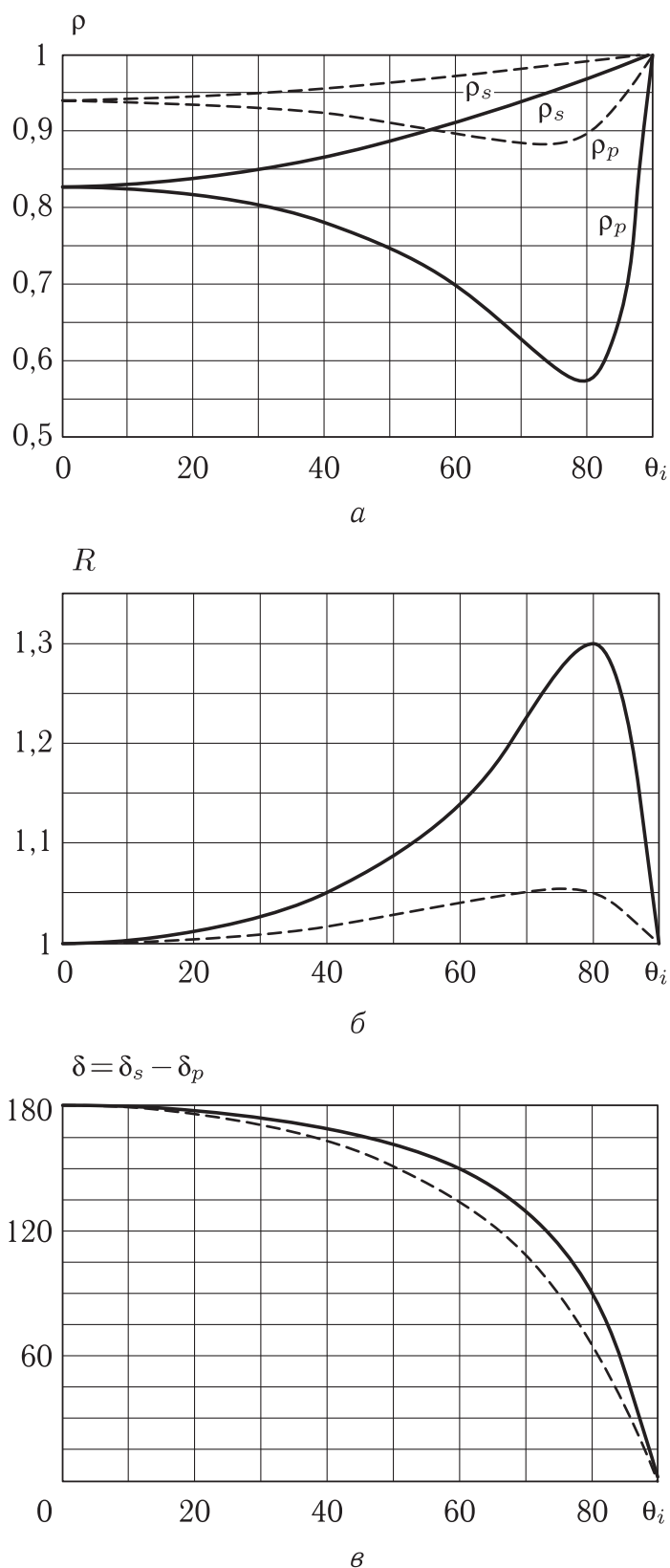


Рис. 6.9. Зависимости энергетических коэффициентов отражения ортогональных компонент (а), отношения амплитудных коэффициентов (б) и сдвига фаз (в) от угла падения. Сплошной линией обозначены кривые для алюминия и пунктирной линией — для серебра

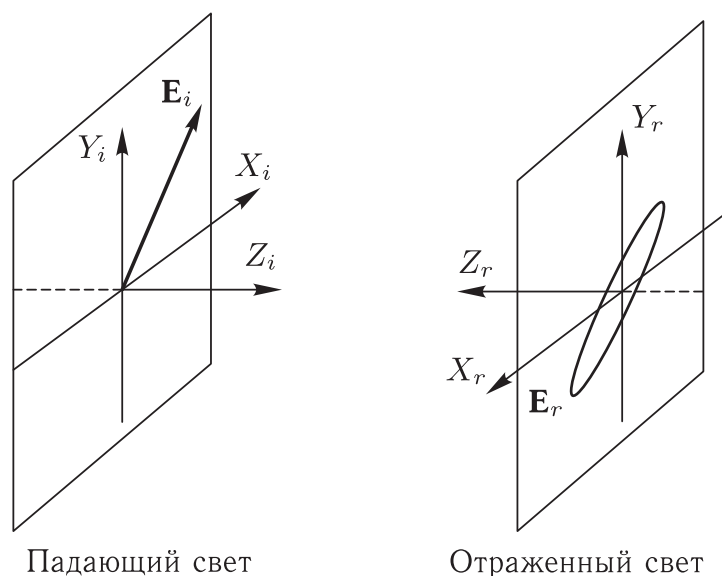


Рис. 6.10. Отражение света от металлической поверхности. Угол падения меньше *главного* угла. Ось Z_i совпадает с направлением падающего луча, а ось Z_r — отраженного луча

6.4. Поляризационные характеристики кристаллов

Оптическая среда называется *анизотропной*, если ее характеристики зависят от направления светового луча. Это относится, в частности, к скорости распространения волны в анизотропной среде. Для поляризационного анализа принципиальным является тот факт, что оптические свойства анизотропной среды зависят от состояния поляризации проходящего излучения.

Анизотропия среды может быть обусловлена как анизотропией молекул, так и характером их взаимного расположения. В природе существуют среды, например, одноосные и двухосные кристаллы, обладающие значительной анизотропией. В то же время кристаллы каменной соли, представляющие собой кубическую решетку, являются оптически изотропными. Некоторые аморфные оптические среды (стекло, плавленый кварц), изначально изотропные, становятся анизотропными под воздействием механических напряжений (*фотоупругость*), электрических и магнитных полей.

Явления, сопровождающие распространение света в анизотропных средах, сложны и, на первый взгляд, кажутся парадоксальными. Отметим два свойства анизотропных сред, которые наиболее ярко демонстрируют особенности распространения света в этих средах. Э. Бартолин наблюдал в 1669 г. раздвоение луча, преломленного в одноосном кристалле исландского шпата (*двулучепреломление*), причем один из преломленных лучей распространялся обычно, а другой — как бы с нарушением закона преломления (впоследствии эти лучи были названы *обыкновенным* и *необыкновенным*). Х. Ллойд экспериментально

открыл в 1832 г. в двухосном кристалле араголита явление так называемой *конической рефракции*, ранее предсказанное У. Гамильтоном [3, 4, 9].

Указанные явления поражали, не находя объяснения с позиций тогдашней науки. Они даже провоцировали предположения о нарушении закона преломления в анизотропных средах, который качественно был известен с античных времен, а количественно открыт В. Снеллем в 1620 г. и Р. Декартом (1637 г.). Х. Гюйгенс в конце XVII в. качественно объяснил явление двулучепреломления, используя придуманный им искусственный прием оптических индикатрис. Детально занимались этим вопросом французы в начале XIX в. (Э. Малю, Ж. Био, Ф. Савар, Д. Араго, О. Френель). В настоящее время корректное объяснение указанных и многих других явлений проистекает из теории Дж. К. Максвелла (1865 г.).

Свойства анизотропной среды существенно зависят от направления распространения и состояния поляризации проходящего излучения. При распространении световых волн в анизотропных средах уравнения Максвелла (1.5) сохраняются. Остается и первое из материальных уравнений (1.6), которое показывает, что векторы **В** и **Н** коллинеарны (лежат на параллельных прямых). Взаимная ориентация векторов **Е** и **Д** зависит от степени анизотропии такой среды. Используя координатные проекции векторов E_x, E_y, E_z и D_x, D_y, D_z , можно записать:

$$\begin{aligned} D_x &= \epsilon_0(\epsilon_{xx}E_x + \epsilon_{xy}E_y + \epsilon_{xz}E_z), \\ D_y &= \epsilon_0(\epsilon_{yx}E_x + \epsilon_{yy}E_y + \epsilon_{yz}E_z), \\ D_z &= \epsilon_0(\epsilon_{zx}E_x + \epsilon_{zy}E_y + \epsilon_{zz}E_z). \end{aligned} \quad (6.21)$$

Из рассмотрения уравнений (6.21) видно, что в общем случае при различных коэффициентах ϵ_k соотношение между координатными компонентами **Д** может быть иным, чем между компонентами **Е**. Следовательно, эти векторы в анизотропной среде, вообще говоря, не коллинеарны. Вектор волновой нормали $\mathbf{N} = [\mathbf{BD}]/BD$ не коллинеарен вектору Пойнтинга и соответствующему лучевому вектору $\mathbf{R} = [\mathbf{EH}]/EH$. Другими словами, в общем случае анизотропной среды волновая нормаль не совпадает с направлением распространения энергии. Указанное обстоятельство — очень важная, характерная особенность распространения излучения в анизотропной среде.

Для адекватного описания состояния поляризации оптического излучения в анизотропной среде нельзя ограничиться одним вектором **Е**. Необходимо использовать два вектора (обычно используются векторы **Е** и **Д**). В анизотропной среде вектор волновой нормали и лучевой вектор могут не совпадать.

Можно сохранить векторную форму записи в материальном уравнении, связывающим **Е** и **Д**, но тогда величину ϵ в этом уравнении следует

понимать как *тензор* $\hat{\epsilon}$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \hat{\epsilon} \mathbf{E}, \quad (6.22)$$

где $\hat{\epsilon}$ — тензор диэлектрической проницаемости (далее ТДП):

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix}. \quad (6.23)$$

Из закона сохранения энергии следует симметрия ТДП, т.е. $\epsilon_{ik} = \epsilon_{ki}$ [3], и таким образом, он содержит не девять, а шесть независимых переменных.

В различных системах координат компоненты диэлектрического тензора имеют разные значения. При повороте координатного базиса на угол ϕ вокруг какой-нибудь из осей вычисление нового ТДП осуществляется с помощью операторов поворота

$$\hat{\epsilon}_\phi = R(-\phi) \epsilon_0 R(\phi), \quad (6.24)$$

которые имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} R_x(\phi_x) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_x & -\sin \phi_x \\ 0 & \sin \phi_x & \cos \phi_x \end{pmatrix}, & R_y(\phi_y) &= \begin{pmatrix} \cos \phi_y & 0 & -\sin \phi_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi_y & 0 & \cos \phi_y \end{pmatrix}, \\ R_z(\phi_z) &= \begin{pmatrix} \cos \phi_z & -\sin \phi_z & 0 \\ \sin \phi_z & \cos \phi_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (6.25)$$

где ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z — углы поворота вокруг соответствующих индексу координатных осей.

Анизотропия среды выражается в том, что ее показатель преломления в рассматриваемой точке зависит от ориентации векторов $\mathbf{D}$ или $\mathbf{E}$.

Введем понятие *оптической индикатрисы* анизотропной среды. Оптическая индикатриса или «эллипсоид волновых нормалей» (см. [3]) — это стереометрический образ, помогающий пониманию явлений, которые сопровождают распространение излучение в анизотропной среде. Поместим начало координат в произвольной точке среды. Через эту точку излучение может распространяться в любых направлениях, следовательно, в этой точке определены вектор волновой нормали $\mathbf{N}$ и лучевой вектор $\mathbf{R}$, а также соответственно ортогональные им векторы $\mathbf{D}$ и $\mathbf{E}$.

Вдоль любого направления $\mathbf{D}$ отложим отрезок, пропорциональный соответствующему значению показателя преломления $n = \sqrt{\epsilon}$. Мы получим некоторую замкнутую поверхность (тело). В общем случае это произвольно расположенный центральный эллипсоид с тремя осями

разных размеров: n_1 , n_2 , n_3 . Это — так называемые, *главные* показатели преломления анизотропной среды. Оси эллипсоида называют главными или собственными осями анизотропной среды.

Можно так выбрать координатные оси, чтобы они совпали с главными осями среды. Для этого надо с помощью соотношений (6.24) и (6.25) повернуть произвольный базис последовательно вокруг осей X , Y и Z на следующие углы:

$$\begin{aligned}\phi_x &= \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{2\epsilon_{yz}}{\epsilon_{yy} - \epsilon_{zz}} \right), & \phi_y &= \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{2\epsilon_{xz}}{\epsilon_{xx} - \epsilon_{zz}} \right), \\ \phi_z &= \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{2\epsilon_{xy}}{\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy}} \right).\end{aligned}\quad (6.26)$$

После указанного преобразования координатного базиса оптическая индикатриса приобретает вид, показанный на рис. 6.11, а ТДП становится диагональным:

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix}. \quad (6.27)$$

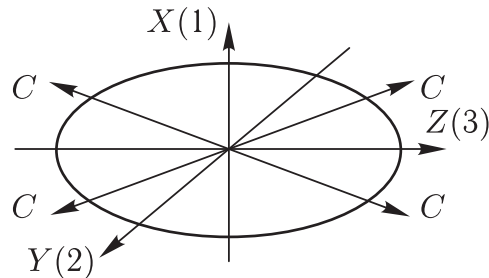


Рис. 6.11. Оптическая индикатриса с согласованными осями

Поэтому поворот, определяемый соотношениями (6.26) называют диагонализующим. После такого поворота оси индикатрисы совпадают с координатными осями (ось 1 с осью X , ось 2 с осью Y , ось 3 с осью Z). При этом уравнение индикатрисы приобретает каноническую форму,

$$\frac{x^2}{n_1^2} + \frac{y^2}{n_2^2} + \frac{z^2}{n_3^2} = 1. \quad (6.28)$$

В анизотропной среде выделяют некоторые направления, называемые *оптическими осями*. Оптические оси — это такие направления в анизотропной среде (C на рис. 6.11), поворот вокруг которых не изменяет оптических свойств среды для любой ориентации вектора D . Сечения оптической индикатрисы, ортогональные оптическим осям, — окружности.

В общем случае таких направлений *два*, при этом анизотропная среда характеризуется ТДП вида (6.23) с не равными главными диэлектрическими проницаемостями $\epsilon_1 \neq \epsilon_2 \neq \epsilon_3$ (главными показателя-

ми преломления $n_1 \neq n_2 \neq n_3$). Оптическая индикатриса (рис. 6.11) представляет собой эллипсоид с различными осями. Здесь и далее без потери общности будем полагать ось Z эллипсоида наибольшей, а ось X наименьшей ($n_1 < n_2 < n_3$). Среда имеет две оптические оси, которые располагаются в плоскости XZ , содержащей наибольшую и наименьшую оси. Оси располагаются симметрично относительно оси Z и образуют угол 2γ .

Определить угол γ , зная ТДП, нетрудно. Рассмотрим сечение оптической индикатрисы XOY на рис. 6.12. Это эллипс с полуосями n_1

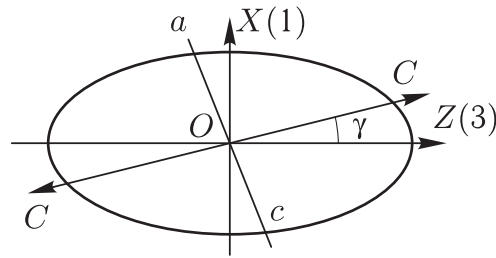


Рис. 6.12. Сечение XOZ оптической индикатрисы

и n_2 . Ось эллипсоида, ориентированная по координатной оси $X(n_1)$, по определению меньше оси, ориентированной по $Y(n_2)$. Поворачивая это сечение вокруг оси Y , можно уравнивать оси сечения и превратить его в круг (сечение «ас» на рис. 6.12). Таких сечений будет два. Нормали к этим круговым сечениям и являются оптическими осями среды. Угол поворота γ на рис. 6.12 зависит от разности $\epsilon_2 - \epsilon_1$ (n_2 и n_1) или $\epsilon_2 - \epsilon_3$ (n_2 и n_3).

Для нахождения этого угла надо совместно рассмотреть уравнение сечения XOZ индикатрисы и условие круглого сечения, ортогонального оптической оси C :

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{n_1^2} + \frac{z^2}{n_3^2} &= 1, \\ x^2 + z^2 &= n_2^2. \end{aligned} \quad (6.29)$$

Решая систему (6.29), получаем для координат точек «а» и «с»:

$$x^2 = \frac{n_1^2 (n_3^2 - n_2^2)}{n_3^2 - n_1^2}, \quad z^2 = \frac{n_3^2 (n_2^2 - n_1^2)}{n_3^2 - n_1^2}. \quad (6.30)$$

Отсюда легко получить

$$\operatorname{tg} \gamma = \sqrt{\frac{z^2}{x^2}} = \frac{n_3}{n_1} \sqrt{\frac{n_2^2 - n_1^2}{n_3^2 - n_2^2}}. \quad (6.31)$$

В изотропной среде возможно распространение волн в любом направлении с произвольной совпадающей ориентацией векторов $\mathbf{D}$ и $\mathbf{E}$. В общем случае анизотропной среды для произвольного направления

волновой нормали можно указать только два возможных направления вектора $\mathbf{D}$ ($\mathbf{D}'$, $\mathbf{D}''$), соответствующие двум возможным волнам, которые распространяются в данном направлении с разными скоростями; при этом ориентации векторов $\mathbf{D}$ и $\mathbf{E}$ в каждой волне могут не совпадать.

Обе возможные ориентации $\mathbf{D}$ можно определить, воспользовавшись оптической индикатрисой (рис. 6.13).

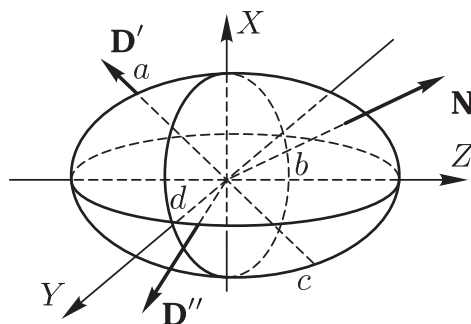


Рис. 6.13. Возможные ориентации вектора $\mathbf{D}$ в анизотропной среде

Через начало координат проведем плоскость, перпендикулярную волновой нормали $\mathbf{N}$. Сечение индикатрисы такой плоскостью представляет собой эллипс ($abcd$ на рис. 6.13), направление осей которого и определяет ортогональную ориентацию векторов $\mathbf{D}'$ и $\mathbf{D}''$ обеих распространяющихся волн, а длины полуосей пропорциональны показателям преломления соответствующих волн. Заметим, что векторы $\mathbf{D}'$, $\mathbf{D}''$, $\mathbf{N}$ образуют ортогональную тройку векторов.

Для каждой из двух возможных волн существуют ортогональные тройки векторов $\mathbf{D}'\mathbf{N}\mathbf{E}'$ и $\mathbf{D}''\mathbf{N}\mathbf{E}''$. Что касается векторов $\mathbf{E}'$ и $\mathbf{E}''$, то они лежат в плоскостях $\mathbf{D}'\mathbf{N}$ и $\mathbf{D}''\mathbf{N}$. При этом в общем случае в каждой волне векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$ неколлинеарны и, следовательно, лучевой вектор $\mathbf{R}$ не совпадает с волновой нормалью $\mathbf{N}$.

Выше описан наиболее общий случай анизотропной среды. Такая анизотропная среда называется *двухосной*. Примерами двухосной среды являются кристаллы триклинной, моноклинной или ромбической структуры или аморфная среда, подвергающаяся трехмерной нагрузке.

Если оптическая среда изотропна, то все значащие элементы ТДП вида (6.23) равны и, следовательно, ТДП вырождается в скаляр ϵ . Оптическая индикатриса представляет собой сферу радиусом $n = \sqrt{\epsilon}$. Таковы изотропные материалы без нагрузки или кристаллы с кубической симметрией.

Наиболее простым и в то же время технически важным частным случаем оказывается распространение света в *одноосных* средах, ибо для построения различных оптических устройств используются в настоящее время исключительно одноосные кристаллы. В частном случае анизотропная среда характеризуется ТДП вида (6.27), но $\epsilon_1 = \epsilon_2 \neq \epsilon_3$

($n_1 = n_2 \neq n_3$) или $\epsilon_1 \neq \epsilon_2 = \epsilon_3$ ($n_1 \neq n_2 = n_3$). При этом оптическая индикатриса представляет собой эллипсоид вращения, две оси которого (X и Y или Z и Y) равны. Обе оптические оси совпадают ($\gamma = 0$ или $\gamma = \pi/2$) и располагаются вдоль большей или меньшей оси индикатрисы (X или Z). Такая анизотропная среда называется *одноосной*. Примерами одноосной среды являются кристаллы тригональной, тетрагональной или гексагональной системы или аморфная среда, подвергающаяся одномерной нагрузке.

Без потери общности будем считать: $\epsilon_1 = \epsilon_2 \neq \epsilon_3$ ($n_1 = n_2$). Среда характеризуется двумя главными значениями показателя преломления: *обыкновенным* (индекс «о» от французского ordinaire) и *необыкновенным* (индекс «е» от французского enordinaire) $n_o = \sqrt{\epsilon_1} = \sqrt{\epsilon_2}$, $n_e = \sqrt{\epsilon_3}$, а также так называемой *силой двулучепреломления* $J = n_e - n_o$; причем соотношение между n_o и n_e может быть любым. В зависимости от знака величины J различают *положительные* ($n_e \geq n_o$) и *отрицательные* ($n_e \leq n_o$) кристаллы.

В одноосных оптических средах ($n_1 = n_2$) угол между оптическими осями в соответствии с (6.31) исчезает. Значит, такая среда имеет одну оптическую ось C , ориентированную по оси Z . ТДП *одноосного* кристалла в согласованном базисе имеет вид

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} n_o^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_e^2 \end{pmatrix}. \quad (6.32)$$

Для одноосной среды особое значение приобретает сечение, содержащее волновую нормаль $\mathbf{N}$ и оптическую ось C , которое называют *главным сечением* (главной плоскостью). Соответствующее сечение оптической индикатрисы (плоскость рисунка) показано на рис. 6.14.

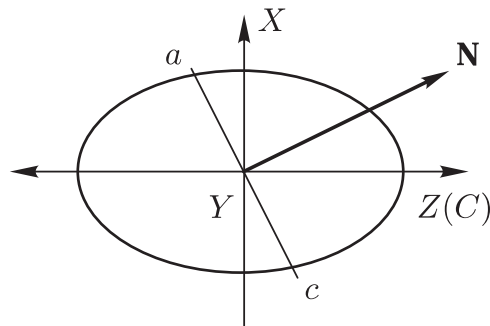


Рис. 6.14. Главное сечение оптической индикатрисы

При любой ориентации волновой нормали $\mathbf{N}$ (пусть она составляет с оптической осью угол α) сечение индикатрисы, ортогональное $\mathbf{N}$ (ac на рис. 6.14), представляет собой эллипс. Одна ось этого эллипса,

ориентированная по оси Y , ортогональна главному сечению, а другая располагается в главном сечении.

Следовательно, в такой среде распространяются две волны. Одна волна (отмечаемая индексом s) содержит только компоненту вектора $\mathbf{D}$, ортогональную главному сечению (D_y). В другой волне (отмечаемой индексом p) вектор $\mathbf{D}$ располагается в главном сечении и содержит компоненты D_x и D_z . Рассмотрим обе волны, для чего перепишем соотношения (6.21) с учетом вида ТДП (6.32):

$$D_x = \epsilon_0 n_o^2 E_x, D_y = \epsilon_0 n_o^2 E_y, D_z = \epsilon_0 n_e^2 E_z. \quad (6.33)$$

Для s -волны $D_x = D_z = 0$. В этом случае

$$E_x = E_z = 0, \quad E_y = \frac{D_y}{\epsilon_0 n_o^2}. \quad (6.34)$$

Мы видим, что в s -волне вектор $\mathbf{E}$ содержит только ту же компоненту (Y), что и вектор $\mathbf{D}$, следовательно, эти векторы коллинеарны, так же как и векторы $\mathbf{N}$ и $\mathbf{R}$. Соответствующая ось эллиптического сечения индикатрисы, ортогонального волновой нормали, не зависит от положения волновой нормали $\mathbf{N}$ и имеет постоянную длину $n_2 = n_o$. Таким образом, для s -волны одноосевая среда ничем не отличается от изотропной. Поэтому такая волна, также как и соответствующий показатель преломления, называется *обыкновенной* (далее индекс o).

Распространение p -волны подчиняется более сложным законам. Векторы $\mathbf{D}$ и $\mathbf{E}$ содержат по две компоненты D_x, D_z и E_x, E_z , причем $D_x = D \cos \alpha$, $D_z = -D \sin \alpha$. Используя соотношения (6.33), получаем:

$$E_x = \frac{D \cos \alpha}{\epsilon_0 n_o^2}, \quad E_z = -\frac{D \sin \alpha}{\epsilon_0 n_e^2}. \quad (6.35)$$

Здесь и далее α — угол между оптической осью и волновой нормалью.

Как известно, угол δ между двумя векторами $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$, заданными проекциями E_x, E_z и D_x, D_z (рис. 6.14), определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{E_x D_z - E_z D_x}{E_x D_x + E_z D_z}. \quad (6.36)$$

Подставляя (6.35) в (6.36), находим

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{n_o^2 - n_e^2}{n_o^2 \operatorname{tg} \alpha + n_e^2 \operatorname{ctg} \alpha}. \quad (6.37)$$

Стало быть, векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$ так же, как и векторы $\mathbf{R}$ и $\mathbf{N}$, в p -волне не коллинеарны. При заданных главных показателях преломления (n_o, n_e) угол δ между векторами $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$, так же как и между векторами $\mathbf{R}$ и $\mathbf{N}$, в p -волне зависит от соотношения обыкновенного и необыкновенного показателей преломления (n_o/n_e) и угла между волновой нормалью и оптической осью. При $\alpha = 0$ угол δ между векторами $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$ равен нулю: $\delta = 0$; с увеличением α угол δ возрастает,

достигает максимума и затем падает; при $\alpha = \pi/2$ угол $\delta = 0$. Для максимального значения δ_m нетрудно найти

$$\operatorname{tg} \alpha_m = \frac{n_e}{n_o}, \quad \operatorname{tg} \delta_m = \frac{n_e^2 - n_o^2}{2n_o n_e}. \quad (6.38)$$

Определим показатель преломления n_p для p -волны. Для этого рассмотрим главное сечение оптической индикатрисы (рис. 6.15).

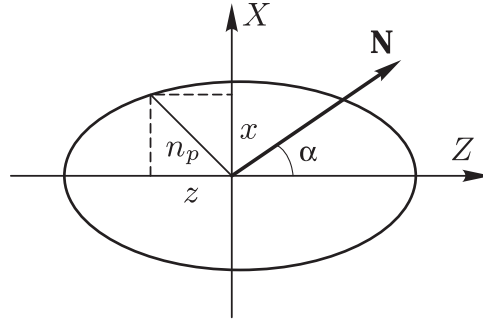


Рис. 6.15. Определение показателя преломления для p -волны

Подставим в уравнение сечения $(x/n_o)^2 + (z/n_e)^2 = 1$ оптической индикатрисы проекции отрезка, соответствующего n_p , на координатные оси, $x = n_p \cos \alpha$, $z = n_p \sin \alpha$, и сразу получим

$$n_p = \frac{1}{\sqrt{(\cos \alpha/n_o)^2 + (\sin \alpha/n_e)^2}}. \quad (6.39)$$

Таким образом, видно что распространение p -волны обладает значительными особенностями. Во-первых, показатель преломления и фазовая скорость зависят от направления распространения. Во-вторых, векторы **D** и **E** не коллинеарны, а угол между ними также зависит от направления распространения. Поэтому такая волна называется *необыкновенной* (индекс «е»), а величина n_p — показателем преломления необыкновенной волны.

Кроме эллипсоида волновых нормалей, в кристаллооптике рассматривается так называемый *лучевой эллипсоид* или эллипсоид Френеля. В системе координат, оси которой согласованы с главными осями, эллипсоид записывается следующим образом:

$$n_1^2 x^2 + n_2^2 y^2 + n_3^2 z^2 = 1. \quad (6.40)$$

Выберем направление луча **s** в данной точке анизотропного тела, в которой определен лучевой эллипсоид. Центральное сечение эллипсоида, перпендикулярное направлению **s**, представляет собой эллипс. Направления главных осей данного эллипса дают допустимые (собственные) направления колебания вектора **E** двух волн с выбранным направлением лучевого вектора **s**, а длины полуосей равны лучевым скоростям этих волн, отнесенных к скорости света в вакууме. Если **s**

совпадает с оптической осью в данной точке одноосного кристалла, то эллипс центрального сечения лучевого эллипсоида вырождается в круг. Это означает, что свойства кристалла не для данного направления не зависят от ориентации вектора $\mathbf{E}$ или $\mathbf{D}$. Для эллипсоида с тремя разными по величине главными осями существует два таких круговых сечения и две оптических оси.

В случае положительного одноосного кристалла, например, кварца, ($n_1 = n_2 = n_o > n_3 = n_e$), эллипсоид волновых нормалей имеет вытянутую форму относительно оптической оси, а лучевой эллипсоид — сплюснутую. В случае отрицательного одноосного кристалла, например, исландского шпата ($n_1 = n_2 = n_o < n_3 = n_e$), наоборот, эллипсоид волновых нормалей имеет сплюснутую форму относительно оптической оси, а лучевой эллипсоид — вытянутую.

6.5. Фотоупругость

Прозрачное твердое тело, которое подверглось действию внешней механической нагрузки, становится анизотропным. Данное явление называется *фотоупругостью* (пьезооптическим эффектом) [56] и открыто известным шотландским оптиком Дэвидом Брюстером (D. Brewster) в 1816 г. В общем случае среда приобретает свойства двухосного кристалла.

Пусть излучение распространяется через стеклянный блок горизонтально (по оси Z), а усилие приложено вертикально (по оси X) так, что создается *напряжение* σ (Па) (рис. 6.16).

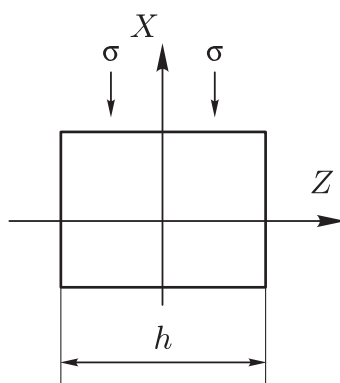


Рис. 6.16. Одностороннее сжатие

При одностороннем сжатии или растяжении стеклянного блока он приобретает свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого совпадает с направлением сжатия или растяжения. *Сила двулучепреломления* J пропорциональна напряжению

$$J = (n_x - n_y) = K\sigma. \quad (6.41)$$

Между компонентами излучения возникает оптическая разность хода

$$\Delta = Jh = K\sigma h. \quad (6.42)$$

В приведенных выражениях K — характеристика материала, так называемый, коэффициент фотоупругости (коэффициент Брюстера). Его значение приводится в справочниках и имеет порядок $3 \cdot 10^{-5}$ нм/(Па · см).

Рассмотрим многостороннее сжатие или растяжение. Для этого выделим элементарный кубик, стороны которого ориентированы перпендикулярно координатным осям (рис. 6.17). Напряженное состояние точки тела определяется симметричным тензором *напряжений* $\hat{\Sigma}$:

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix}, \quad (6.43)$$

где σ — нормальные напряжения, τ — касательные напряжения (см. рис. 6.17).

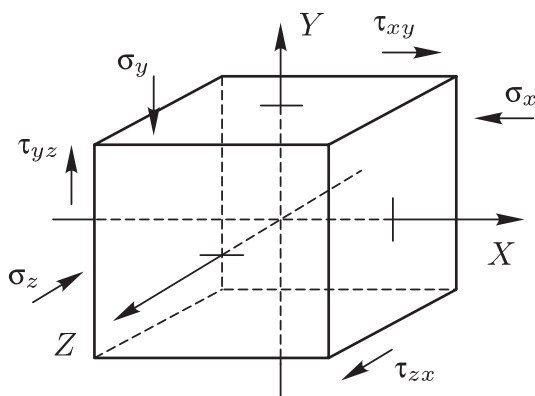


Рис. 6.17. К определению тензора механических напряжений

Заметим, что напряжения при растяжении считаются положительными, а при сжатии — отрицательными. Тензору $\hat{\Sigma}$ в каждой точке тела можно поставить в соответствие эллипсоид с тремя главными осями. Если координатные оси совместить с главными осями, то тензор становится диагональным, при этом его элементами являются *главные* напряжения $\sigma_{1,2,3}$.

Напряжения на площадках, нормальных к главным осям эллипсоида, соответствуют чистому сжатию или растяжению в направлении главных осей. Тензор напряжений и его эллипсоид изменяются от точки к точке, поэтому для описания всего напряженного состояния тела необходимо задать шесть независимых компонент тензора как функцию координат, которые в совокупности образуют *тензорное поле*.

Теория фотоупругости Максвелла связывает главные значения тензора диэлектрической проницаемости $\epsilon_{1,2,3}$ с главными напряжениями

$\sigma_{1,2,3}$ в точке тела и исходным значением диэлектрической проницаемости ε :

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \varepsilon + C_1\sigma_1 + C_2(\sigma_2 + \sigma_3), \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon + C_1\sigma_2 + C_2(\sigma_3 + \sigma_1), \\ \varepsilon_3 &= \varepsilon + C_1\sigma_3 + C_2(\sigma_1 + \sigma_2),\end{aligned}\tag{6.44}$$

где C_1, C_2 — оптические постоянные. Важный вывод теории Максвелла состоит в том, что направления главных диэлектрических проницаемостей и главных напряжений совпадают, если в отсутствии напряжений тело было изотропным.

В поляризационно-оптических измерениях важную роль играют, так называемые, *квазиглавные* напряжения. Пусть направление просвечивания призмы совпадает с осью Z . Оказывается, существуют только две взаимно перпендикулярные *квазиглавные* площадки, параллельные оси Z , на которых отсутствуют касательные напряжения τ_{xy} . Применительно к эллипсоиду напряжений это означает, что сечение эллипсоида, перпендикулярное оси наблюдения Z , представляет эллипс с двумя квазиглавными осями. Анализ прохождения света через напряженный объект показывает, что оптические эффекты зависят не от всех компонент тензора напряжений, а лишь от квазиглавных напряжений для направления просвечивания и соответствующих им значений диэлектрических проницаемостей.

Пусть образец просвечивается по оси Z световым пучком, содержащим компоненты E_x и E_y . Оптическая разность хода этих компонент составляет

$$\Delta = (n_x - n_y) h = (\sqrt{\varepsilon_x} - \sqrt{\varepsilon_y}) h.\tag{6.45}$$

Учитывая приближенные соотношения

$$\begin{aligned}\sqrt{\varepsilon_x} &\approx \sqrt{\varepsilon} + \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon}} (C_1\sigma_x + C_2\sigma_y + C_2\sigma_z), \\ \sqrt{\varepsilon_y} &\approx \sqrt{\varepsilon} + \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon}} (C_1\sigma_y + C_2\sigma_x + C_2\sigma_z),\end{aligned}\tag{6.46}$$

получаем

$$\Delta = \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon}} (C_1 - C_2) (\sigma_x - \sigma_y) h = K (\sigma_x - \sigma_y) h,\tag{6.47}$$

где $K = (C_1 - C_2)/(2n_0)$ и есть упомянутый выше коэффициент *фотоупругости*, приводимый в справочниках.

В заключении отметим, что поляризационные свойства малого напряженного элемента сводятся к развернутой линейной фазовой пластинке с параметрами $\delta = 2\pi\Delta/\lambda$ и α , где α — угол между вектором $\mathbf{E}$ и одним из квазиглавных напряжений. Различные элементы напряженного тела имеют в общем случае различные значения этих параметров, поэтому прохождение света через такое тело определяется

совокупным воздействием всех «пластинок» на пути луча. Поляризационные свойства напряженного тела для произвольного направления, согласно теоремам оптической эквивалентности (гл. 4), эквивалентны одной развернутой фазовой пластинке и одному вращателю.

6.6. Вращение плоскости поляризации

В природе существует два вида явлений, связанных с вращением плоскости колебаний вектора **E** при распространении в среде. Это *магнитооптический эффект* (эффект Фарадея) и так называемая *оптическая активность* веществ, обусловленная спиральностью молекул.

Плоскость колебаний вектора **E** линейно поляризованного излучения поворачивается в среде, помещенной в продольное магнитное поле. Впервые это экспериментально наблюдал Фарадей, доказав тем самым связь между световыми и электромагнитными явлениями. В середине XIX в. М. Верде (Verdet) обнаружил, что угол вращения плоскости поляризации φ пропорционален напряженности H или индукции B магнитного поля и геометрической длине пути в магнитном поле l . Формула Верде имеет вид

$$\varphi = V H l, \quad (6.48)$$

где V — постоянная Верде.

Для различных оптических сред была также обнаружена прямая связь постоянной Верде с *дисперсией* (обратная зависимость от числа Аббе v)

$$V = \frac{1}{v - 14},$$

где

$$v = \frac{n_e - 1}{n_{F'} - n_{C'}}. \quad (6.49)$$

Опорные длины волн: $\lambda_e = 546,07$ нм (ртуть, зеленый цвет), $\lambda_{F'} = 480$ нм (кадмий, синий цвет), $\lambda_{C'} = 643,8$ нм (кадмий, красный цвет).

В табл. 6.2 материалы расположены по степени возрастания числа Аббе (убывания дисперсии). Напряженность магнитного поля задается в системе СИ с размерностью А/м.

Таблица 6.2

Параметры различных марок оптического стекла

Тип стекла	ТФ1	БК10	БК8	К8	ЛК5	ЛК6	КВ	ЛК1
Число Аббе	33,9	56,0	62,8	64,0	65,6	66,8	67,8	68,9
Постоянная Верде (угл. мин/А)	0,056	0,025	0,021	0,020	0,019	0,019	0,019	0,018

Как известно, на оси длинного соленоида напряженность магнитного поля: $H = nI$, где n — число витков на единицу длины. При $n = 1000 \text{ м}^{-1}$, $I = 1 \text{ А}$, $H = 1000 \text{ А/м}$, и в кварце длиной 10 см получаем $\varphi = 19'$.

Физическая природа магнитного вращения плоскости поляризации была выяснена после открытия явления (эффекта) *Зеемана*. Эффект Зеемана возникает при наложении сильного магнитного поля на среду, которая излучает свет. Если спектральная характеристика в отсутствие поля имела линейную поляризацию, то при наблюдении вдоль поля (продольный эффект) вместо нее возникает уже две линии, имеющих правую и левую круговую поляризации. Величина смещения частот пропорциональна напряженности магнитного поля. Линия с уменьшенной частотой имеет левую круговую поляризацию, а линия с увеличенной — правую.

Эффект Фарадея (вращение плоскости поляризации в магнитооптической среде) связан с *обратным эффектом Зеемана*. Данный эффект наблюдается при наложении магнитного поля на вещество, поглощающее свет на определенных частотах, которые соответствуют спектральным линиям излучения этого вещества. При включении магнитного поля вид спектра поглощения изменяется: одна линия заменяется двумя линиями, при этом коэффициент поглощения зависит от поляризации падающего света.

Допустим для простоты, что в отсутствие магнитного поля оптическая среда имеет только одну собственную резонансную линию ω . Дисперсионная зависимость показателя преломления $n(\omega)$ вдали от резонанса ($\omega \gg \omega_0$) имеет вид возрастающей кривой и может описываться, например, формулой *Зельмейера*:

$$n^2 \approx 1 + \frac{Ne^2}{2m\epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (6.50)$$

где N — число атомов вещества в единице объема, e и m — заряд и масса электрона, ϵ_0 — электрическая постоянная.

При наложении магнитного поля собственная линия расщепляется. Появляются две компоненты: $\omega_1 = \omega_0 + \Omega$, $\omega_2 = \omega_0 - \Omega$, где $\Omega = B/2m$ — ларморовская частота (частота прецессии электрона в магнитном поле). Эти компоненты соответствуют собственным ортогональным циклическим поляризациям. Когда направления излучения и магнитного поля совпадают, большей собственной частоте ω_1 соответствует вращение по, а меньшей ω_2 — против часовой стрелки, если смотреть в направлении магнитного поля. Соответственно, сдвигаются и дисперсионные кривые (см. рис. 6.18).

Данной частоте ($\omega^* < \omega_0$) соответствуют уже разные показатели преломления $n_{\text{п}}$ и $n_{\text{л}}$ для волн с правой и левой круговой поляризацией и, следовательно, разные скорости распространения таких волн.

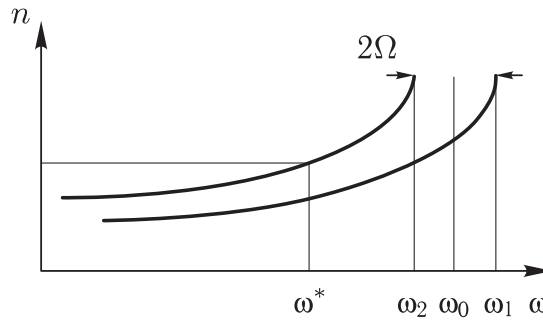


Рис. 6.18. Дисперсионные кривые в магнитном поле

Разность фазовых задержек при прохождении расстояния d в магнитооптической среде, обусловленная этим фактом, равна $\delta = \delta_{\text{п}} - \delta_{\text{л}} = 2\pi(n_{\text{п}} - n_{\text{л}})d/\lambda$.

Рассмотрим прохождение линейно поляризованного света через материал (фарадеевский или оптический вращатель), который создает различную фазовую задержку для правой $\delta_{\text{п}}$ и левой $\delta_{\text{л}}$ круговой поляризации. Представим линейно поляризованный свет совокупностью циклически поляризованных волн с различным направлением вращения вектора $\mathbf{E}$. В методе Джонса данное представление выглядит следующим образом:

$$2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix}. \quad (6.51)$$

На выходе из вращателя суперпозиция этих компонент с учетом разности фаз $\delta = \delta_{\text{п}} - \delta_{\text{л}}$ между ними образует линейно поляризованный свет, плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ которого повернута на угол $\delta/2$:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix} \exp(-j\delta_{\text{п}}) + \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix} \exp(-j\delta_{\text{л}}) = 2 \exp\left(-j \frac{\delta_{\text{п}} + \delta_{\text{л}}}{2}\right) \begin{pmatrix} \cos(\delta/2) \\ \sin(\delta/2) \end{pmatrix}. \quad (6.52)$$

Кратко остановимся на природе *оптической активности* веществ. Различие в показателях преломления для света с правой и левой круговой поляризацией характерно для некоторых кристаллов и растворов сложных веществ, молекулы которых не обладают линейной симметрией. Заметим, что эта разность показателей преломления очень мала: $\Delta n = 10^{-6} - 10^{-10}$.

В органических веществах асимметричность определяется структурой молекулы, имеющей форму пирамиды, в вершине которой находится атом углерода. Со стороны атома углерода три связанных с ним атома различных химических элементов могут располагаться как по часовой стрелке, так и против часовой стрелки. Такие зеркальные

(дисимметричные) изомеры имеют, как правило, одинаковые химические свойства, одинаковую плотность и т. д., но вращают плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ в разных направлениях. Изотропные растворы, в которых присутствуют в равной доле два вида молекул, называются *рацематами*. Интересно, что важнейшие биологические вещества присутствуют в живых организмах только в виде одной из дисимметричных форм, которая вращает плоскость поляризации в левую сторону.

Кристаллы, построенные из дисимметричных молекул, также обладают оптической активностью. Так существует две разновидности кварца: левовращающий и правовращающий.

Для растворов Био (1831 г.) экспериментально установил, что угол поворота θ плоскости колебаний вектора $\mathbf{E}$ определяется концентрацией c активного вещества в растворе и толщиной d слоя раствора:

$$\theta = \alpha dc, \quad (6.53)$$

где коэффициент пропорциональности α называется постоянной вращения и зависит от длины волны падающего света. Направление вращения зависит от природы активного вещества. Существует также слабая зависимость от температуры и агрегатного состояния вещества.

Направление вращения происходит в обратную сторону при изменении направления распространения света. Поэтому если луч света пересекает оптически активное вещество, затем отражается от зеркала и вторично проходит через то же вещество, то ориентация плоскости поляризации восстанавливается.

6.7. Поляризация света при рассеянии

Пусть рассеивающая среда состоит из малых изотропных (релеевских) частиц (размер частицы много меньше длины волны падающего света). В этом случае каждая частица может быть уподоблена элементарному излучателю, который, как известно, создает излучение с максимальной интенсивностью в направлении, перпендикулярном оси колебаний, а в направлении, совпадающем с осью колебаний — не излучает вовсе.

Если естественный свет падает на такую среду в направлении Z (рис. 6.19), то при наблюдении рассеянного света в перпендикулярном направлении X обнаружится вертикальная линейная поляризация, так как компонента E_x — продольная для данного направления и не может вдоль него распространяться. В направлении Y будет также наблюдаться линейно поляризованный свет с плоскостью колебаний — XOY .

Если на среду падает линейно поляризованный свет с вертикальной плоскостью колебаний (компонента E_y), то в направлении X по-прежнему рассеивается свет с вертикальной линейной поляризацией, а в направлении Y — рассеянного света нет.

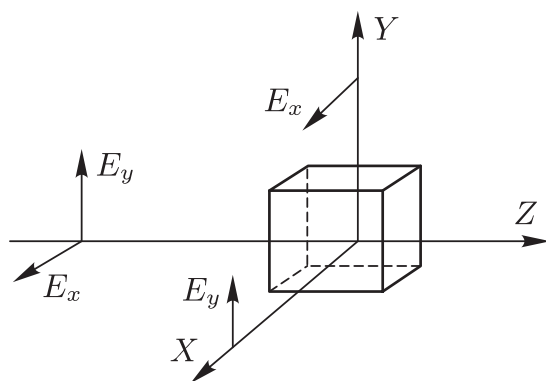


Рис. 6.19. Поляризация света при рассеянии

Поляризация рассеянного света в природе оказывается неполной из-за оптической анизотропии рассеивающих частиц.

Тот факт, что в излучении от ясного дневного неба присутствует определенное количество линейно поляризованного света, был известен издавна. Некоторые физики в девятнадцатом веке изучали этот феномен и определили положение нескольких нейтральных точек, где рассеянный свет полностью неполяризован. Эти точки на небосклоне названы именами их первооткрывателей: наиболее легко обнаруживаемой является точка *Араго*, которая находится примерно на 20° выше точки небосклона, противоположной положению Солнца, и поэтому видимой только при низких высотах Солнца. Точки *Бабиня* и *Брюстера* наблюдать сложнее, поскольку они расположены около 15° от Солнца, где излучение очень сильное.

Интенсивность линейно поляризованной части излучения неба не постоянна для различных точек небосклона и существенно зависит от положения Солнца и турбулентности атмосферы. Наибольшая степень поляризации наблюдается под углом 90° от положения Солнца и может достигать значения 0,9 при благоприятных условиях, т.е. в сухом воздухе без облаков и дыма. Как правило, чем насыщеннее голубой цвет неба, тем больше степень поляризации.

Контрольные вопросы к главе 6

1. Какие физические явления сопровождаются изменением состояния поляризации света?
2. Что такое оптическая активность вещества?
3. Как определяется ориентация главной плоскости в одноосном кристалле?
4. Какими свойствами обладает направление в кристалле, определяемое оптической осью?
5. В чем состоит явление фотоупругости?
6. При каких условиях возникает двулучепреломление?

Глава 7

ПОЛЯРИЗАТОРЫ

7.1. Общая характеристика поляризаторов

Одними из основных элементов любого оптического тракта являются поляризаторы. В наиболее общем понятии *поляризаторами* называются оптические устройства, которые увеличивают степень поляризации света. В идеале поляризатор преобразует проходящий через него естественный свет в полностью поляризованный. Для двух определенных состояний поляризации света поляризатор обеспечивает существенно *различные* коэффициенты пропускания (или отражения), при этом поляризатор сам эти состояния поляризации не искажает. Данные состояния поляризации называются *собственными* для рассматриваемого поляризатора, и могут быть линейными, круговыми и эллиптическими.

Практическая реализация поляризаторов в основном базируется на трех физических явлениях:

- 1) амплитудная анизотропия пропускания в материале (дихроизм);
- 2) амплитудная анизотропия отражения от границы двух диэлектриков;
- 3) двулучепреломление в одноосных кристаллах.

Пусть коэффициенты пропускания для собственных поляризаций поляризатора будут T_1 и T_2 (амплитудные) и $\tau_1 = T_1^2$ и $\tau_2 = T_2^2$ (энергетические). Для поляризаторов это действительные числа в интервале от нуля до единицы. Заметим, что в общем случае, например, для одной оптической поверхности, приведенные соотношения для амплитудных и энергетических коэффициентов не выполняются.

Без потери общности рассмотрения будем далее считать, что индексом 1 обозначен больший, а индексом 2 — меньший коэффициенты пропускания. Их называют наибольшим (T_1 , τ_1) и наименьшим (T_2 , τ_2) *главными* коэффициентами пропускания.

Поляризаторы различаются видом собственных состояний поляризации и соотношением главных коэффициентов пропускания. Наиболее распространены *линейные* поляризаторы, т. е. такие, собственные поляризации которых ортогональные линейные. Воздействие такого поляризатора на состояние поляризации произвольного луча света опре-

деляется положением двух собственных осей, которые можно условно назвать: прозрачной (U) и непрозрачной (V). *Идеальный* линейный поляризатор преобразует естественный свет в линейно поляризованный.

Если в падающем луче вектор $\mathbf{E}$ ориентирован по прозрачной оси, то коэффициент пропускания равен наибольшему главному (T_1, τ_1). Если же вектор $\mathbf{E}$ ориентирован вдоль непрозрачной оси, то коэффициент пропускания равен наименьшему главному (T_2, τ_2).

Рассмотрим характерные параметры линейных поляризаторов, упоминаемые в литературе:

- T_1, T_2 — наибольший и наименьший амплитудные главные коэффициенты пропускания;
- $\tau_1 = T_1^2, \tau_2 = T_2^2$ — наибольший и наименьший энергетические главные коэффициенты пропускания;
- $\tau = 0,5(\tau_1 + \tau_2)$ полный коэффициент пропускания (вообще говоря, отличается от истинного пропускания, равного отношению интенсивностей прошедшего и падающего света);
- $Q = (\tau_1 - \tau_2)/(\tau_1 + \tau_2)$ показатель качества поляризатора, который может принимать любое вещественное положительное значение от нуля до единицы, причем при $Q = 0$ поляризатор изотропен (т.е. не является поляризатором), поляризаторы с $Q = 1$ ($\tau_2 = 0$) называют *абсолютными*; $\tau_1 = \tau(1 + Q), \tau_2 = \tau(1 - Q)$;
- $t = \tau_2/\tau_1$ — отношение главных коэффициентов пропускания;
- D_1, D_2 ($D_i = -\lg \tau_i$) — главные оптические плотности;
- $d = D_2/D_1$ — дихроичное отношение;
- $\theta = \tau_2/(\tau_1 + \tau_2)$ — поляризационный дефект.

Например, при $\tau_1 = 0,9, \tau_2 = 0,1$ имеем: $Q = 0,8; t = 0,111; D_1 = 0,04576; D_2 = 1; d = 25,85; \tau = 0,5; \theta = 0,1$. *Идеальный* поляризатор характеризуется следующими параметрами: $T_1 = 1, T_2 = 0, \tau_1 = 1, \tau_2 = 0, \tau = 0,5, Q = 1, t = 0, D_1 = 0, D_2 = \infty, \theta = 0$.

В гл. 4 приводились матрицы Джонса и Мюллера линейных амплитудных элементов (поляризаторов) для случая, когда собственные оси совпадают с осями декартовой системы координат (4.48), (4.49) и когда прозрачная ось составляет угол α с осью X (4.52). Для характеристики реального поляризатора обычно используют не амплитудные, а энергетические коэффициенты пропускания, полное пропускание τ и качество поляризатора Q . В этом случае матрицы Джонса и Мюллера в собственном базисе имеют вид:

$$T_P = \begin{pmatrix} \sqrt{\tau_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\tau_2} \end{pmatrix}. \quad (7.1)$$

$$M_P(\tau, Q, 0) = \tau \begin{pmatrix} 1 & Q & 0 & 0 \\ Q & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{1-Q^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{1-Q^2} \end{pmatrix}. \quad (7.2)$$

Матрицы Джонса и Мюллера для линейных поляризаторов, прозрачная ось которых составляет угол α с осью X координатного базиса, имеют следующий вид:

$$T_P(\tau_1, \tau_2, \alpha) = \begin{pmatrix} \sqrt{\tau_1} \cos^2 \alpha + \sqrt{\tau_2} \sin^2 \alpha & (\sqrt{\tau_1} - \sqrt{\tau_2}) \sin \alpha \cos \alpha \\ (\sqrt{\tau_1} - \sqrt{\tau_2}) \sin \alpha \cos \alpha & \sqrt{\tau_2} \cos^2 \alpha + \sqrt{\tau_1} \sin^2 \alpha \end{pmatrix}, \quad (7.3)$$

$$M(\tau, Q, \alpha) = \tau \begin{pmatrix} 1 & QC & QS & 0 \\ QC & C^2 + RS^2 & (1-R)SC & 0 \\ QS & (1-R)SC & S^2 + RC^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R \end{pmatrix}. \quad (7.4)$$

Здесь для компактности используются обозначения: $S = \sin 2\alpha$, $C = \cos 2\alpha$, $R = (1 - Q^2)^{1/2}$.

Рассмотрим, как действует линейный поляризатор на произвольно поляризованное излучение (I, P, ψ, χ) . Для этого без потери общности совместим координату X декартового базиса с прозрачной собственной осью поляризатора и используем матрицу Мюллера (7.2). Получим следующий вектор Стокса преобразованного излучения:

$$\mathbf{S}'(I, P, \psi, \chi, \tau, Q) = M(\tau, Q) \mathbf{S}(I, P, \psi, \chi) = \tau I \begin{pmatrix} 1 + QP \cos 2\psi \cos 2\chi \\ Q + P \cos 2\psi \cos 2\phi \\ RP \sin 2\psi \cos 2\chi \\ RP \sin 2\chi \end{pmatrix}. \quad (7.5)$$

Выражение (7.5) позволяет вычислить поляризационные параметры прошедшего света. В частности, видно что коэффициент пропускания τ' для произвольно поляризованного излучения зависит от его характеристик (P, ψ, χ) :

$$\tau' = \frac{I'}{I} = \tau (1 + QP \cos 2\psi \cos 2\chi). \quad (7.6)$$

Истинное пропускание τ' отличается от *полного* τ . Для их совпадения достаточно выполнить одно из трех условий: $P = 0$ (исходное излучение неполяризовано), $\psi = \pi/4$ (плоскость поляризации исходного излучения составляет с прозрачной осью поляризатора угол 45°), $\chi = \pi/4$ (исходное излучение полностью поляризовано циклически).

Рассмотрим частные случаи. Если исходное излучение неполяризовано, то можно воспользоваться выражением (7.5), положив в нем $P = 0$:

$$\tau' = \frac{1}{2} (\tau_1 + \tau_2), \quad P' = \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} = Q, \quad \psi' = 0, \quad \chi' = 0. \quad (7.7)$$

Данный результат иллюстрирует физический смысл понятия показателя качества поляризатора как степени поляризации преобразованного излучения, в случае если исходное излучение — неполяризовано.

Для анализа преобразования полностью поляризованного света удобнее воспользоваться матрицей Джонса (7.1). Если исходное излучение полностью поляризовано линейно с азимутом ψ ($P = 1$, $\chi = 0$), то

$$\mathbf{D}'(\tau_1, \tau_2, \psi) = \begin{pmatrix} \sqrt{\tau_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\tau_2} \end{pmatrix} \sqrt{I} \begin{pmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \end{pmatrix} = \sqrt{I} \begin{pmatrix} \sqrt{\tau_1} \cos \psi \\ \sqrt{\tau_2} \sin \psi \end{pmatrix}. \quad (7.8)$$

Этот вектор Джонса соответствует следующим параметрам преобразованного излучения:

$$\begin{aligned} \tau' &= \tau_1 \cos^2 \psi + \tau_2 \sin^2 \psi, & P' &= 1, \\ \psi' &= \arctg(\sqrt{\tau_2} \operatorname{tg} \psi / \sqrt{\tau_1}), & \chi' &= 0. \end{aligned} \quad (7.9)$$

После прохождения поляризатора излучение остается полностью линейно поляризованным, но его азимут уменьшается (плоскость поляризации как бы *притягивается* к прозрачной оси).

Если исходное излучение полностью циклически поляризовано ($P = 1$, $\chi = \pm\pi/4$, альтернативный знак соответствует правой и левой циклическим поляризациям), то:

$$\mathbf{D}'(\tau_1, \tau_2) = \begin{pmatrix} \sqrt{\tau_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\tau_2} \end{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}I} \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{1}{2}I} \begin{pmatrix} \sqrt{\tau_1} \\ \pm j \sqrt{\tau_2} \end{pmatrix}. \quad (7.10)$$

Этот вектор Джонса соответствует следующим параметрам преобразованного излучения:

$$\tau' = \tau, \quad P' = 1, \quad \chi' = \pm \arctg\left(\frac{T_2}{T_1}\right). \quad (7.11)$$

Свет оказывается эллиптически поляризованным с нулевым азимутом.

7.2. Дихроичные поляризаторы

Наиболее просты по своему устройству так называемые *дихроичные* поляризаторы. Под термином *дихроизм* здесь понимается зависимость коэффициента пропускания материала от состояния поляризации проходящего излучения. В любой точке материала можно выполнить следующее построение: по различным направлениям отложить отрезки, пропорциональные величине коэффициента пропускания для света, поляризованного так, что вектор $\mathbf{E}$ ориентирован в данном направлении. Соединяя концы отложенных отрезков, получаем замкнутую поверхность, которая называется *индикатриса пропускания* (рис. 7.1).

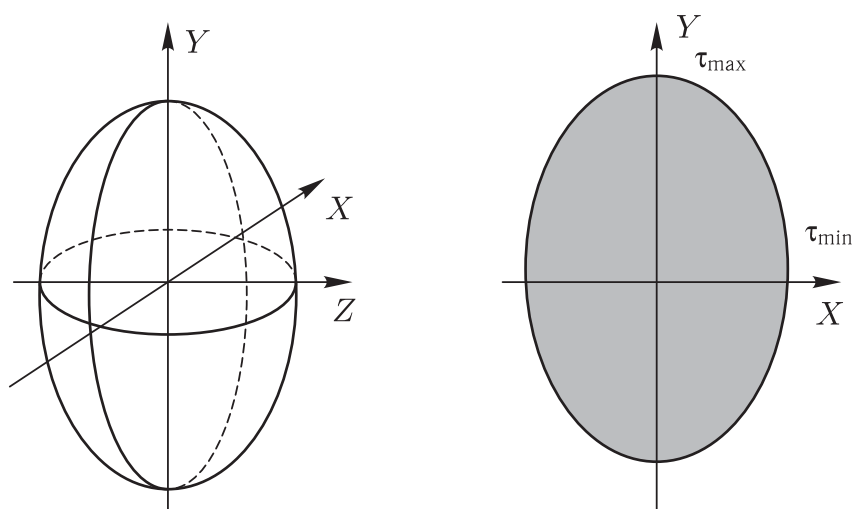


Рис. 7.1. Индикатриса пропускания и ее рабочее сечение

Для изотропных сред индикатриса представляет собой сферу. В более общем случае — это эллипсоид. Такие материалы могут использоваться в качестве поляризатора. Зафиксируем сечение индикатрисы с максимальной вариацией коэффициента пропускания (на рис. 7.1 это сечение XY) и выберем перпендикулярное направлению распространения излучения Z . В этом случае поперечная ориентация вектора $\mathbf{E}$, для которой коэффициент пропускания максимален (Y), соответствует *прозрачной* оси, а ортогональная ориентация, для которой коэффициент пропускания минимален (X), соответствует *непрозрачной* оси поляризатора.

Термин «дихроический» в применении к поляризаторам, строго говоря, имеет скорее исторический смысл. Первоначально с конца XVIII в. понятие «дихроизм» применялось к трем явлениям: двухполосность пропускания светофильтра, изменение цвета раствора при варьировании концентрации, различие цвета интерференционной структуры при наблюдении в отраженном и прошедшем свете. Применение термина «дихроический» к анизотропно поглощающим телам восходит к началу XIX столетия, когда этот термин было предложено применять для обозначения свойств анизотропных кристаллов изменять цвет прошедшего излучения.

Исторически первым реализованным поляризатором рассматриваемого типа был монокристалл *турмалина*, исследованный Ж. Б. Био в 1815 г. Однако в прикладном плане монокристалл турмалина мало интересен, так как для него характерны малая рабочая апертура, малое дихроичное отношение, узкий спектр пропускаемого излучения. Впоследствии были найдены природные и синтезированы другие монокристаллы, обладающие дихроизмом, но все они по тем или иным причинам оказались малопригодными для практического применения.

В настоящее время в технике используются *пленочные* дихроичные поляризаторы, анизотропным телом в которых является тонкая пленка. Такие поляризаторы обладают хорошими поляризационными характеристиками и могут быть выполнены больших размеров. Создание таких поляризаторов связано с именем Эдвина Ленда. Сначала (1920 г.) была создана поликристаллическая пленка (пленочный поляризатор *J*-типа). Такая пленка представляет собой совокупность иглообразных ориентированных кристаллов. Ориентировка кристаллов производится механическим растяжением в нагретом состоянии. Затем (1938 г.) была создана молекулярная пленка (пленочный поляризатор *H*-типа). Она состоит из ориентированных вытянутых молекул аморфного вещества (поливиниловый спирт с примесью йода). Ориентировка молекул и здесь производится механическим растяжением в нагретом состоянии. Ось ориентированных молекул и кристаллов соответствует непрозрачной оси поляризатора. Диапазон параметров пленочных поляризаторов таков:

$$\begin{aligned} 0,1 \leq \tau_1 \leq 0,9; \quad 10^{-6} \leq \tau_2 \leq 10^{-2}; \\ 0,05 \leq \tau \leq 0,45; \quad 0,9 \leq Q \leq 1. \end{aligned} \quad (7.12)$$

7.3. Поляризаторы, основанные на отражении–преломлении света

Рассмотрим поляризаторы, основанные на изменении состояния поляризации света на границе раздела двух прозрачных диэлектрических сред.

На основе формул Френеля (6.1) можно записать матрицы Джонса *T* и Мюллера *M* для процесса отражения света от границы раздела двух диэлектриков, при этом ориентация осей координатных базисов соответствует показанным на рис. 6.1:

$$\begin{aligned} T &= \begin{pmatrix} \sqrt{\rho_p} & 0 \\ 0 & \sqrt{\rho_s} \end{pmatrix}, \\ M &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\rho_p + \rho_s) & \frac{1}{2}(\rho_p - \rho_s) & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}(\rho_p - \rho_s) & \frac{1}{2}(\rho_p + \rho_s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\rho_p \rho_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{\rho_p \rho_s} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (7.13)$$

Здесь коэффициенты ρ_p , ρ_s задаются формулами (6.3).

Одним из поляризаторов, использующих поляризационные эффекты на границе раздела двух сред, является *зеркальный* поляризатор (рис. 7.2).

В данной оптической схеме угол падения света на диэлектрическую (стеклянную) пластину равен углу *Брюстера* $\theta_{iB} = \arctg n$. Это приводит к тому, что одна из компонент падающего света, вектор **E** которой лежит в плоскости падения (*p*-компонента), не отражается ($R_p = 0$). Таким образом, если падающий свет не поляризован, то отраженный свет уже полностью линейно поляризован, при этом плоскость колебаний вектора **E** перпендикулярна плоскости падения.

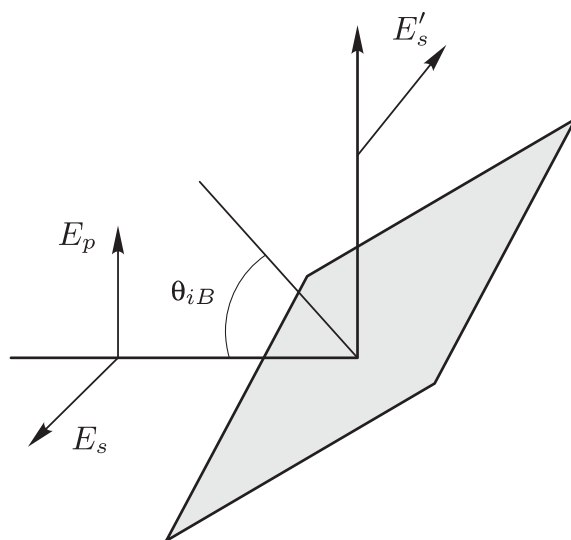


Рис. 7.2. Зеркальный поляризатор. В отраженном свете отсутствует компонента E_p

Данный поляризатор можно легко изготовить, однако в отраженном свете степень поляризации равна единице только на оси пучка, поскольку на практике падающая волна не является плоской, и закон Брюстера выполняется только для одной точки на поверхности пластины. Таким образом, отраженное излучение оказывается поляризационно-неоднородным (см. часть 3).

Теперь обратимся к преломленному свету, т. е. излучению, которое прошло в более плотную среду. Из формул Френеля следует, что для преломленного света амплитудный коэффициент пропускания границы раздела двух диэлектриков всегда больше для *p*-компоненты, вектор **E** которой ориентирован в плоскости падения.

Матрицы Джонса и Мюллера для процесса преломления света запишем для систем координат, принятых на рис. 6.1:

$$T = \sqrt{\tau_p} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{\tau_s}{\tau_p}} \end{pmatrix} = \sqrt{\tau_p} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_i - \theta_t) \end{pmatrix}, \quad (7.14)$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\tau_p + \tau_s) & \frac{1}{2}(\tau_p - \tau_s) & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}(\tau_p - \tau_s) & \frac{1}{2}(\tau_p + \tau_s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\tau_p \tau_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{\tau_p \tau_s} \end{pmatrix}. \quad (7.15)$$

В ряде поляризационных устройств используются плоскопараллельные пластинки, оптическая плотность которых отличается от оптической плотности окружающей среды. Схема прохождения лучом такой пластины дана на рис. 7.3.

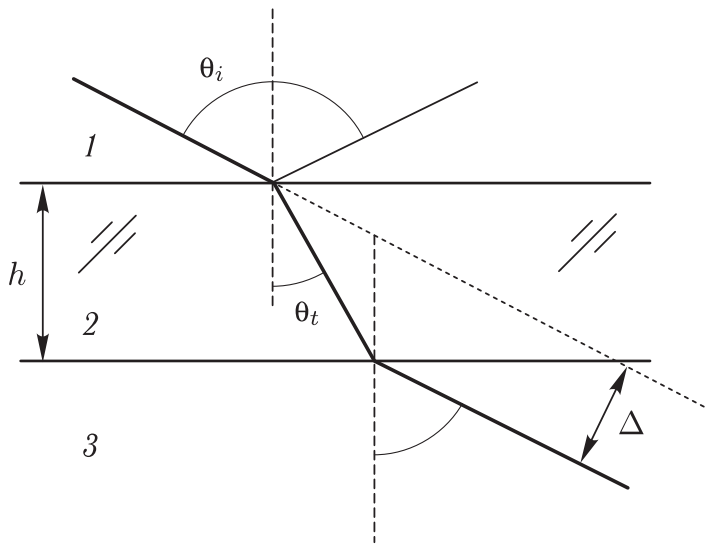


Рис. 7.3. Плоскопараллельная пластина: Δ — смещение луча после прохождения пластины

Используя формулы Френеля (6.1) и применяя их последовательно к входной и выходной граням пластины, находим амплитудные коэффициенты пропускания для плоскопараллельной пластинки:

$$T_p = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t) \cos^2(\theta_i - \theta_t)} = \frac{4n\Pi}{(n + \Pi)^2}, \quad (7.16)$$

$$T_s = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = \frac{4n\Pi}{(n\Pi + 1)^2},$$

где $n = n_2/n_1 = n_2/n_3$ — относительный показатель преломления материала пластины, $\Pi = \cos \theta_t / \cos \theta_i$ — коэффициент анаморфизма.

Энергетические коэффициенты пропускания пластины в данном случае находятся просто, так как среды 1 и 3 одинаковы:

$$\tau_p = T_p^2, \quad \tau_s = T_s^2. \quad (7.17)$$

Видно, что при нормальном падении ($\theta_i = \theta_t = 0$, $\Pi = 1$) пластина *изотропна*:

$$\tau_p = \tau_s = \left[\frac{4n}{(n+1)^2} \right]^2. \quad (7.18)$$

При $n = 1,5$, что соответствует показателю преломления стекла (крон), пропускание пластинки равно 92 %. Отраженные 8 % энергии — это так называемые френелевские потери света на стекле. Если свет проходит через восемь таких пластинок, то теряется половина энергии падающего света.

При любых углах падения, кроме равного нулю, пропускание p -компоненты всегда превышает пропускание s -компоненты. Таким образом, пластина представляет собой так называемый частичный поляризатор, собственные оси которого ориентированы параллельно (более прозрачная) и перпендикулярно (менее прозрачная) плоскости падения. С увеличением угла падения *показатель качества* такого поляризатора монотонно растет, достигая при скользющем падении величины

$$Q = \frac{\tau_p - \tau_s}{\tau_p + \tau_s} = \frac{n^4 - 1}{n^4 + 1}. \quad (7.19)$$

Если угол падения света на пластину равен углу Брюстера ($\theta_{iB} = \arctg n$), то пропускание p -компоненты в идеале полное, поэтому такое расположение в основном и используется на практике (для повышения показателя качества такого поляризатора возможно небольшое увеличение угла падения). Энергетические коэффициенты пропускания при брюстеровском падении излучения на пластину (в этом случае принято такую пластину называть «брюстеровской пластинкой») таковы:

$$\tau_p = 1, \quad \tau_s = (\sin 2\theta_{iB})^4 = \left(\frac{2n}{n^2 + 1} \right)^4. \quad (7.20)$$

Матрицу Мюллера брюстеровской пластинки можно записать в следующем виде:

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} [1 + (\sin 2\theta_{iB})^4] & \frac{1}{2} [1 - (\sin 2\theta_{iB})^4] & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} [1 - (\sin 2\theta_{iB})^4] & \frac{1}{2} [1 + (\sin 2\theta_{iB})^4] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\sin 2\theta_{iB})^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\sin 2\theta_{iB})^2 \end{pmatrix}. \quad (7.21)$$

Если падающее излучение имеет линейную поляризацию с азимутом ψ_i , то после прохождения пластины угол между плоскостью

колебаний вектора **E** и плоскостью падения уменьшается:

$$\psi_t = \arctg [(\sin 2\theta_i)^2 \operatorname{tg} \psi_i] = \arctg \left[\left(\frac{2n}{n^2 + 1} \right)^2 \operatorname{tg} \psi_i \right]. \quad (7.22)$$

Если падающее излучение неполяризованное, то прошедшее излучение оказывается частично поляризованным, при этом степень поляризации, численно равная качеству поляризатора, определяется соотношением:

$$P = Q = \frac{\tau_p - \tau_s}{\tau_p + \tau_s} = \frac{(n^2 + 1)^4 - (2n)^4}{(n^2 + 1)^4 + (2n)^4}. \quad (7.23)$$

7.4. Поляризационные призмы

Среди различных оптических устройств, поляризующих проходящее излучение, видное место занимают, так называемые, поляризационные призмы. Популярность призмённых поляризаторов в оплотехнике связана с тем, что такие поляризаторы являются в принципе абсолютными ($Q = 1$).

Поляризационная призма — это оптический элемент, имеющий стереометрическую форму призмы с основанием в форме параллелограмма. Каждая призма состоит из двух (редко трех) трехгранных призм, выполненных из *одноосного* анизотропного кристалла с одинаковой или различной ориентацией оптических осей. В качестве одноосных кристаллов наиболее часто используются: исландский шпат (CaCO_3), нитрат натрия (NaNO_3) или кварц (SiO_2). Ниже приведены показатели преломления указанных материалов для $\lambda_D = 0,5893$ мкм:

Материал	n_o	n_e
Исландский шпат	1,659	1,486
Нитрат натрия	1,585	1,337
Кварц	1,544	1,553

Составные части поляризационной призмы склеиваются между собой прозрачными изотропными материалами или разделяются воздушной прослойкой. Для склейки применяются *канадский бальзам* ($n_D = 1,550$), льняное масло ($n_D = 1,490$), глицерин ($n_D = 1,474$) и другие материалы. Возможно соединение составных частей с помощью *оптического контакта*.

В настоящее время известно более дюжины различных разновидностей таких призм. Они различаются формой и способом сочленения составляющих ее частей, ориентацией оптической оси. Каждая призма носит название по имени ее создателя. Все призмы подразделяются на

два класса по числу линейно поляризованных лучей, выходящих из призмы: *однолучевые* и *двулучевые*.

Рассмотрим прохождение неполяризованного излучения через анизотропные призмы. Исходное излучение можно представить как некогерентную суперпозицию ортогонально линейно поляризованных компонент (обыкновенная и необыкновенная волны). Эти компоненты пространственно разделяются за счет различия в условиях преломления на грани сочленения. Затем либо оба луча выводятся пространственно разделенными (двулучевые призмы), либо выводится только один луч, а второй поглощается или отводится в сторону и не используется (однолучевые призмы).

В однолучевых призмах оптическая ось во всех частях ориентирована одинаково. Разделение компонент происходит за счет разности в условиях полного отражения на грани сочленения составных частей призмы. Обычно призму принято характеризовать *профильным* сечением, которое ортогонально плоскости сочленения составных частей и содержит рабочий (проходящий) луч. На рис. 7.4 представлено типовое профильное сечение однолучевой поляризационной призмы.

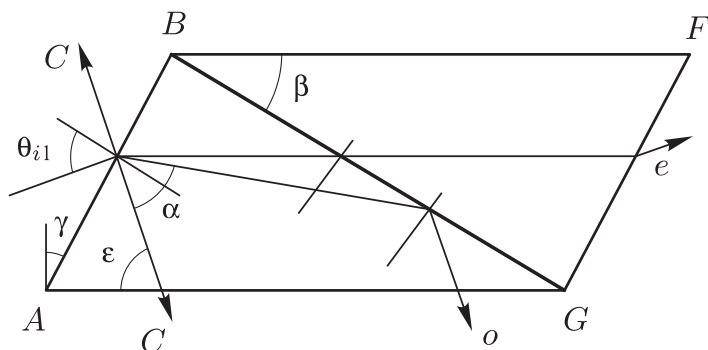


Рис. 7.4. Типовое профильное сечение однолучевой призмы

Среди однолучевых призм различают два подкласса: призмы типа *Николя* и призмы типа *Глана*. В призмах типа *Николя* оптическая ось составляет с волновой нормалью проходящего луча некоторый угол $0 < \alpha < \pi/2$, и поэтому в таких призмах волновая нормаль проходящего луча не совпадает с вектором Пойнтинга (см. п. 6.4). В призмах типа *Глана* оптическая ось ортогональна волновой нормали проходящего луча, и поэтому в таких призмах волновая нормаль проходящего луча совпадает с вектором Пойнтинга.

Первая поляризационная призма была изобретена в 1828 г. шотландским оптиком У. Николем (1768–1851 годы). Ее сокращенно называют *ником*. Это же название часто применяют для обозначения других поляризационных призм и вообще любых абсолютных поляризаторов. Рис. 7.4 иллюстрирует, в частности, вид профильного сечения призмы *Николя* (оно совпадает с главным сечением материала призмы).

Плоскость склейки BG составляет с длинной боковой гранью BF угол $\beta = 22^\circ$. Лицевая грань наклонена к вертикали под углом $\gamma = \beta = 22^\circ$, так что угол ABG оказывается прямым. Двойная стрелка C , наклоненная под углом $\varepsilon = 64^\circ$ к ребру AG , указывает ориентацию оптической оси. Такое же обозначение применяется в дальнейшем и для других призм.

Неполяризованный луч света, падая на лицевую грань AB (угол падения $\theta_{i1} = 34,6^\circ$), разделяется внутри кристалла на обыкновенный o и необыкновенный e . Показатель преломления канадского бальзама имеет промежуточное значение между обыкновенным и необыкновенным показателями преломления исландского шпата. Углы в призме *Николя* рассчитаны так, чтобы необыкновенный луч прошел слой *канадского бальзама*, а обыкновенный претерпел на нем полное внутреннее отражение и вышел через боковую грань AG . В результате, свет, вышедший из призмы, окажется линейно поляризованным.

В пучке лучей, падающих на входную грань призмы *Николя*, обычно встречаются лучи разных направлений. Если луч падает на плоскость разреза слишком наклонно, то претерпит полное отражение не только обыкновенный луч, но и необыкновенный. Призма станет непрозрачной. Если же наклон недостаточен, то через призму пройдет и обыкновенный луч. Призма будет выполнять роль поляризатора, если через призму может пройти один только необыкновенный луч. Это произойдет, когда углы падения на входную грань лежат в определенных пределах.

Разность углов наклона между крайними лучами падающего пучка, удовлетворяющих этому условию, определяют *апертуру полной поляризации* призмы. Для призмы *Николя* она составляет $27,6^\circ$, а отношение длины призмы к ее ширине — 3,28.

Профильные сечения других однолучевых призм типа *Николя* показаны на рис. 7.5.

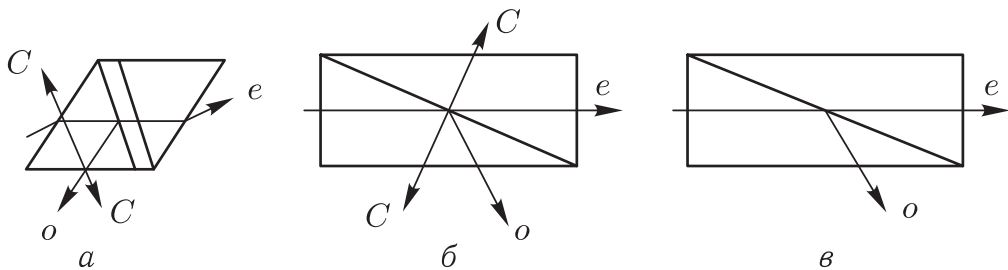


Рис. 7.5. Однолучевые призмы типа *Николя*: *а* — призма *Фуко*; *б* — призма *Гартнака–Празмовского*; *в* — призма *Франка–Риттера*

В призме *Фуко* (рис. 7.5 *а*), устроенной как и *николь*, канадский бальзам заменен тонким слоем воздуха. Благодаря этому она может применяться для ультрафиолетовой области спектра, тогда как приз-

ма *Николя* непригодна для этой цели, поскольку канадский бальзам поглощает ультрафиолетовый свет. От *николя* призма *Фуко* отличается незначительным изменением конструктивных углов ($\beta = 25^\circ$, $\varepsilon = 59^\circ$). Показатель преломления воздушной прослойки меньше как обыкновенного, так и необыкновенного показателей преломления, а не равен промежуточному значению между ними, как это было в случае канадского бальзама. Поэтому полное отражение от плоскости разреза в призме *Фуко* реализуется при меньших углах падения θ_{i1} , сама призма (при данном поперечном сечении) гораздо короче и, следовательно, дешевле *николя*. Зато апертура полной поляризации ее составляет всего 9° , а френелевские потери при прохождении света значительно выше. Последние обстоятельства характерны и для других призм с воздушным промежутком.

Призмы *Николя* и *Фуко* имеют наклонную лицевую грань (AB на рис. 7.5). Это вызывает параллельное боковое смещение падающего луча при вращении призмы вокруг ее оси. От этого недостатка свободны призмы, имеющие форму прямоугольного параллелепипеда, которые рассматриваются далее. В призме *Гартнака–Празмовского* (рис. 7.5 б) оптическая ось перпендикулярна плоскости склейки ($\beta = 13,9^\circ$; $\varepsilon = 103,9^\circ$), а в призме *Франка–Риттера* она составляет угол 45° с профильной плоскостью и на рисунке не показана.

Профильные сечения однолучевых призм типа *Глана* приведены на рис. 7.6.

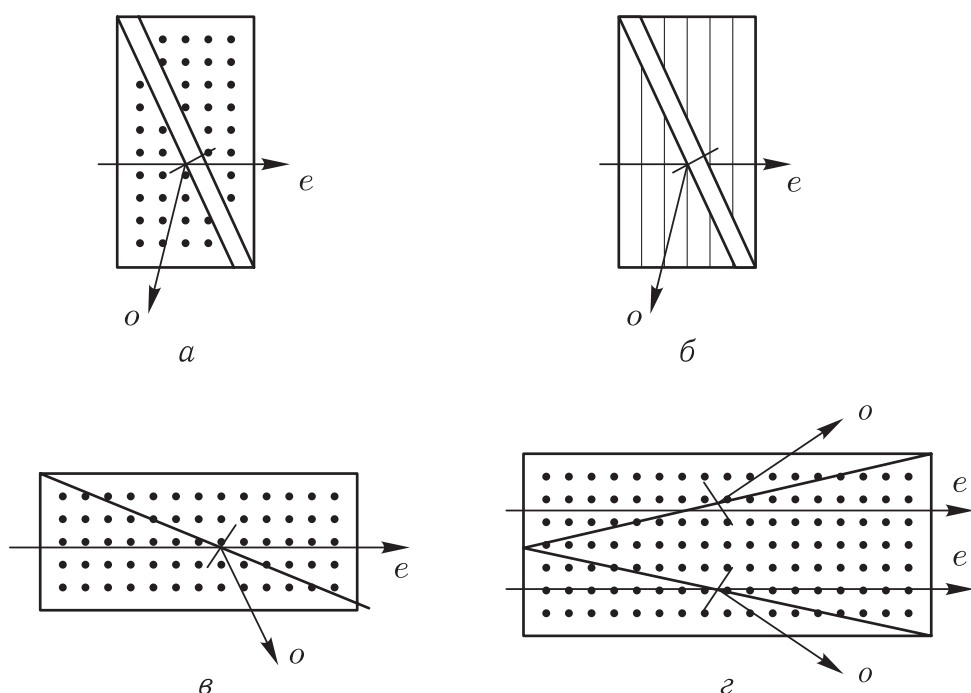


Рис. 7.6. Однолучевые призмы типа Глана: *а* — призма Глана–Фуко; *б* — призма Арчарда–Тейлора; *в* — призма Глана–Томпсона; *г* — призма Аренса

В призме *Глана–Фуко* (рис. 7.6 а) оптическая ось ортогональна плоскости рисунка, что обозначено точками. Такое же обозначение применяется и для других призм. В призме *Арчарда–Тейлора* (рис. 7.6 б) оптическая ось располагается в профильной плоскости, что приводит к снижению френелевских потерь на гранях воздушного промежутка. Это происходит потому, что в призме *Глана–Фуко* проходящая волна (e) при преломлении на гранях является s -компонентой, а в призме *Арчарда–Тейлора* — p -компонентой. В призме *Глана–Томпсона* (рис. 7.6 в) за счет склейки увеличена апертура полной поляризации. Призма *Аренса* (рис. 7.6 г) предназначена для широких световых пучков и по существу представляет собой комбинацию из двух призм *Глана–Томпсона*.

Параметры наиболее распространенных однолучевых призм приведены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Параметры однолучевых поляризационных призм

Вид призмы	Апертурный угол полной поляризации	Угол плоскости разреза с боковой гранью	Отношение длины к ширине
Николь	27°	22°	3,28
Фуко	9°	50°	1,53
Гартнак–Празмовский	42°	14°	4,04
Франк–Риттер	19°	17°	3,17
Глан–Фуко	8°	50°	0,83
Арчард–Тейлор	8°	50°	0,83
Глан–Томпсон	27°	13°	4,15
Аренс	35°	12°	2,32

Двулучевые поляризационные призмы также состоят из двух компонент, которые соединяются с помощью склейки или оптического контакта (рис. 7.7). Однако в отличие от однолучевых призм ориентация оптической оси в обеих частях призм различна. На рис. 7.7 ориентация оптической оси в профильной плоскости обозначена двойной стрелкой, а направление оси, ортогональное профильной плоскости, указано точкой. Пространственное разделение лучей происходит в плоскости сочленения за счет различия в условиях преломления обыкновенного и необыкновенного лучей.

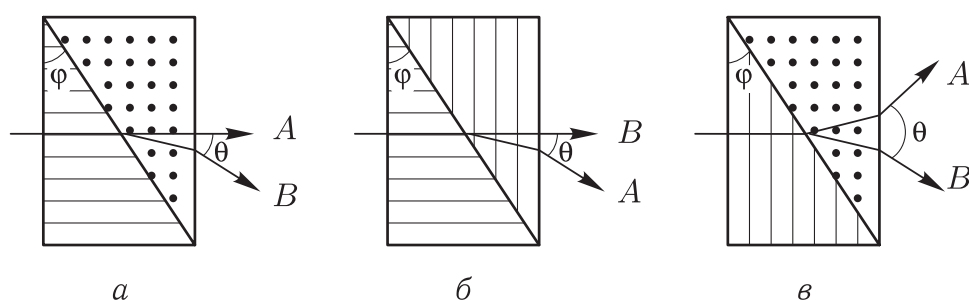


Рис. 7.7. Двулучевые призмы: *а* — призма Рошона; *б* — призма Сенармона; *в* — призма Волластона

Представим исходный неполяризованный луч как некогерентную суперпозицию двух ортогонально линейно поляризованных лучей. В одном из них вектор **Е** расположен в профильной плоскости (*A*), в другом вектор **Е** ортогонален этой плоскости (*B*).

В призме *Рошона* (рис. 7.7 *а*) в левой ее части оба луча распространяются вдоль оптической оси с одинаковой скоростью, соответствующей обыкновенному показателю преломления. В правой части призмы *главное сечение* располагается перпендикулярно плоскости рисунка. Следовательно, луч *A* будет обыкновенным, а луч *B* — необыкновенным. Для луча *A* показатель преломления обеих частей призмы одинаков (и равен n_o), и поэтому он распространяется и выходит из призмы, не меняя исходного направления. Для луча *B* показатель преломления правой части меньше ($n_e < n_o$), поэтому этот луч будет отклоняться к основанию призмы. Угловое разведение лучей на выходе призмы описывается соотношением

$$\theta_{AB} = \arcsin \left\{ n_e \sin \left[\arcsin \left(\frac{n_o}{n_e} \sin \varphi \right) - \varphi \right] \right\}, \quad (7.24)$$

где φ — угол наклона плоскости разреза к вертикали.

В призме *Сенармона* (рис. 7.7 *б*) *главное сечение* правой части совпадает с плоскостью рисунка. Поэтому луч *B* не меняет своего направления, а луч *A* отклоняется к основанию призмы. Угловое разведение лучей будет тем же, что и в призме Рошона.

Призма *Волластона* (рис. 7.7 *в*) обеспечивает значительно большее угловое разведение ортогонально поляризованных лучей. *Главное сечение* кристалла в левой части призмы совпадает с плоскостью рисунка, в правой части — ортогонально плоскости рисунка. Поэтому луч *A* в левой части призмы является необыкновенным, а в правой — обыкновенным; луч *B*, напротив, в левой части призмы является обыкновенным, а в правой части — необыкновенным. При преломлении на грани разреза оба луча отклоняются от первоначального направления: луч *A* отклоняется от основания призмы, а луч *B* — к основанию призмы.

Угловое разведение лучей на выходе призмы равно

$$\theta_{AB} = \arcsin \left\{ n_e \sin \left[\arcsin \left(\frac{n_o}{n_e} \sin \varphi \right) - \varphi \right] \right\} + \\ + \arcsin \left\{ n_o \sin \left[\varphi - \arcsin \left(\frac{n_e}{n_o} \sin \varphi \right) \right] \right\}. \quad (7.25)$$

В заключении отметим, что созданы и другие типы поляризаторов, в частности, так называемый поляризационный фильтр Лио (гл. 11). В качестве поляризаторов могут служить и дифракционные поляризационно-оптические элементы (см. часть 3).

Контрольные вопросы к главе 7

1. Зачем применяется поляризатор? Какие параметры его характеризуют?
2. В чем особенность дихроичных поляризаторов?
3. Чем отличаются призмы Николя, Рошона, Волластона?
4. Каковы достоинства и недостатки призмённых поляризаторов по сравнению с дихроичными?

Глава 8

ФАЗОВЫЕ ПЛАСТИНКИ

8.1. Поляризационные свойства фазовых пластинок

Фазовая пластинка — это оптическое устройство, которое обеспечивает разный набег фазы для двух определенных (собственных) состояний поляризации проходящего света, которые обычно ортогональны друг другу. Напомним, что если излучение обладает собственным состоянием поляризации для анизотропного устройства, то при его прохождении состояние поляризации излучения сохраняется.

Действие фазовой пластинки можно представить так. На входе в пластинку волна разлагается на две собственных компоненты, каждая из которых проходит разный оптический путь Δ_1 и Δ_2 и набирает разный фазовый набег $\delta_1 = 2\pi\Delta_1/\lambda$ и $\delta_2 = 2\pi\Delta_2/\lambda$, а затем на выходе компоненты вновь складываются с разностью фаз $\delta = \delta_1 - \delta_2$.

Наименование фазовой пластинки определяется видом собственных поляризаций и оптической разностью хода, которая обычно выражается в долях номинальной длины волны:

$$m = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\lambda} - M,$$

где M — целое положительное число, выбираемое так, чтобы число m оказалось меньше единицы, т. е. целая часть величины $(\Delta_1 - \Delta_2)/\lambda$.

В общем случае собственные состояния поляризации пластинки — ортогональные эллипсы, и соответствующие пластинки называются *эллиптическими*. Наиболее распространены *линейные* (собственные поляризации — ортогональные линейные) и *циркулярные* (собственные поляризации — ортогональные круговые).

Линейная фазовая пластинка — оптическое устройство, которое обеспечивает разный фазовый набег для собственных *линейных* ортогональных состояний поляризации. В качестве фазовой пластинки обычно используется одноосный кристалл (слюда, кварц), оптическая ось которого лежит в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны.

При описании линейных фазовых пластинок используется понятие *быстрой* и *медленной* осей. Это ортогональные направления пластинки, которые совпадают с ориентацией собственных линейных состояний поляризации. Показатели преломления материала пластинки для этих осей различны: $n_б$ для *быстрой* оси и $n_м$ — для *медленной*, причем $n_б < n_м$.

Компонента излучения, у которой плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}_б$ совпадает с быстрой осью линейной фазовой пластинки, распространяется внутри пластинки с *большой* скоростью, чем волна с ортогональной ориентацией вектора $\mathbf{E}_м$ вдоль *медленной* оси и называются соответственно *быстрой* и *медленной* компонентами: $u_м = c/n_м < u_б = c/n_б$. Длина волны λ обеих компонент внутри пластинки уменьшается по сравнению со своим значением в вакууме λ_0 : $\lambda = \lambda_0/n$, при этом длина волны *быстрой* компоненты оказывается больше, чем *медленной*: $\lambda_м < \lambda_б < \lambda_0$.

Оптический путь *быстрой* компоненты $\Delta_б = n_б d/\lambda_0$ меньше, чем оптический путь *медленной* компоненты $\Delta_м = n_м d/\lambda_0$, где d — толщина пластинки. Соответственно сдвиг фазы *быстрой* компоненты по абсолютной величине меньше, чем у *медленной*: $2\pi n_м/\lambda_0 > 2\pi n_б/\lambda_0$.

Поставим в соответствие каждой из компонент излучения свою «синусоиду», которые синфазны на входе в пластинку. Внутри пластинки обе «синусоиды» сжимаются, причем «синусоида» медленной компоненты «сжимается» больше по отношению к своему началу. Другими словами, *медленная* компонента как бы «застревает» внутри пластины по сравнению с *быстрой*, а быстрая компонента, наоборот, «выдвигается» вперед относительно медленной (см. рис. 8.1). Поэтому принято считать, что после пластинки *быстрая* компонента опережает *медленную*. Вместе с тем, колебания *медленной* компоненты $\mathbf{E}_м$ опережают по фазе *быструю* компоненту $\mathbf{E}_б$, синусоида $\mathbf{E}_м$ сильнее смещена к началу оси Z .

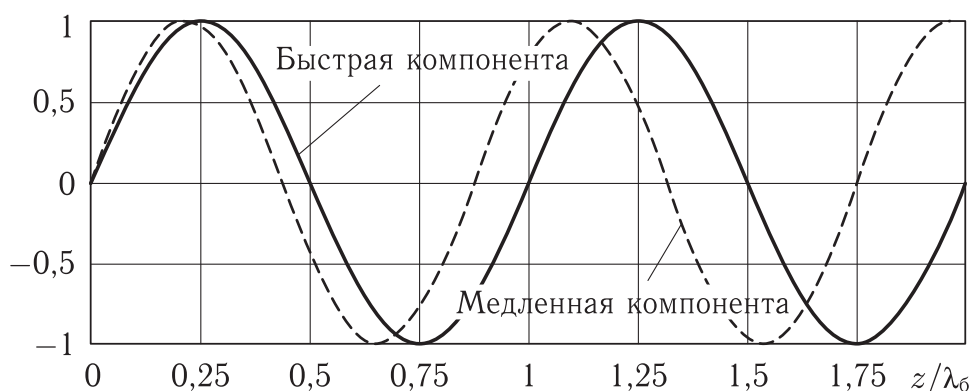


Рис. 8.1. Иллюстрация задержки фазы *быстрой* и *медленной* компонент в фазовой пластинке: задержка фазы больше у медленной компоненты на $\pi/2$, что эквивалентно разности хода $\lambda/4$

Для анализа изменения состояния поляризации излучения, прошедшего фазовую пластинку, запишем матрицы Джонса D_{ph} и Мюллера M_{ph} фазовой пластинки, используя (4.16). Преобразуем комплексные амплитуды компонент на выходе из пластинки толщиной d , при этом начало оси z совместим с входной гранью пластинки. Имеем в момент времени $t_0 = d/u_0$, когда *быстрая* компонента выйдет из пластинки,

$$\begin{aligned} E_0 &= E_0 \exp \left[j \left(\omega t_0 - \frac{2\pi n_0}{\lambda_0} d \right) \right] = \\ &= E_0 \exp(j\omega t_0) \exp \left(-j \frac{2\pi n_c d}{\lambda_0} \right) \exp \left(j \frac{2\pi \Delta n d}{\lambda_0 2} \right), \end{aligned} \quad (8.1)$$

$$\begin{aligned} E_M &= E_0 \exp \left[j \left(\omega t_0 - \frac{2\pi n_M}{\lambda_0} d \right) \right] = \\ &= E_0 \exp(j\omega t_0) \exp \left(-j \frac{2\pi n_c d}{\lambda_0} \right) \exp \left(-j \frac{2\pi \Delta n d}{\lambda_0 2} \right), \end{aligned}$$

где $n_c = (n_M + n_0)/2$, $\Delta n = n_M - n_0$.

Если *быстрая* ось пластинки совмещена с координатной осью X , то, опуская общий сомножитель в (8.1) и обозначая $\delta = 2\pi \Delta n d / \lambda_0$, получим следующее выражение для матрицы Джонса и Мюллера:

$$T_{ph}(\delta, 0) = \begin{pmatrix} \exp\left(\frac{j\delta}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) \end{pmatrix}, \quad (8.2)$$

$$M_{ph}(\delta, 0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix}. \quad (8.3)$$

Как следует из сравнения (4.18) и (8.2) модуль собственных значений линейной фазовой пластинки равен единице, а это значит, что потери излучения с любой поляризацией должны отсутствовать. На практике наиболее часто используются фазовые пластинки, у которых $\delta = 90^\circ$. Такие пластинки называются *четвертьволновыми* или пластинками $\lambda/4$.

В более общем случае, когда *быстрая* ось пластинки составляет угол α с координатной осью X , матрицы, естественно, усложняются:

$$T_{ph}(\delta, \alpha) = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) + j \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos 2\alpha & j \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin 2\alpha \\ j \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin 2\alpha & \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) - j \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos 2\alpha \end{pmatrix},$$

$$M_{\text{ph}}(\delta, \alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos 4\alpha & \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin 4\alpha & \sin \delta \sin 2\alpha \\ 0 & \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin 4\alpha & \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos 4\alpha & \sin \delta \cos 2\alpha \\ 0 & \sin \delta \sin 2\alpha & -\sin \delta \cos 2\alpha & \cos \delta \end{pmatrix}. \quad (8.4)$$

Рассмотрим, как влияет идеальная линейная фазовая пластинка на типовые состояния поляризации. Если исходное излучение не поляризовано, то, используя матрицу Мюллера (8.3), имеем

$$\mathbf{S}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (8.5)$$

Видно, что идеальная фазовая пластинка не изменяет неполяризованную компоненту излучения: ее интенсивность остается постоянной вне зависимости от фазовой толщины δ пластинки.

Для анализа влияния пластинки на *линейно* поляризованное излучение с азимутом ψ удобно использовать матрицу Джонса (8.2):

$$\mathbf{D}' = \begin{pmatrix} \exp\left(\frac{j\delta}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) \end{pmatrix} \sqrt{I} \begin{pmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \end{pmatrix} = \sqrt{I} \begin{pmatrix} \cos \psi \exp\left(+\frac{j\delta}{2}\right) \\ \sin \psi \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) \end{pmatrix}. \quad (8.6)$$

Отсюда находим интенсивность и поляризационную переменную преобразованного излучения:

$$I' = |D'_x|^2 + |D'_y|^2 = I, \quad \Gamma' = \operatorname{tg} \psi (\cos \delta - j \sin \delta). \quad (8.7)$$

Следует отметить, что и в этом случае интенсивность излучения остается постоянной вне зависимости от фазовой толщины δ пластинки. Что касается эллипсометрических параметров преобразованного излучения, то для них из (8.7) легко найти

$$\operatorname{tg} 2\psi' = \frac{2 \operatorname{Re}(\Gamma')}{1 - |\Gamma'|^2} = \frac{2 \operatorname{tg} \psi}{1 - \operatorname{tg}^2 \psi} \cos \delta = \operatorname{tg} 2\psi \cos \delta, \quad (8.8)$$

$$\sin 2\chi' = \frac{2 \operatorname{Im}(\Gamma')}{1 + |\Gamma'|^2} = -\frac{2 \operatorname{tg} \psi}{1 + \operatorname{tg}^2 \psi} \sin \delta = -\sin 2\psi \sin \delta. \quad (8.9)$$

Характерные зависимости $\psi'(\delta)$ и $\chi'(\delta)$ для различных ψ в интервале изменения δ от 0 до 2π представлены на рис. 8.2.

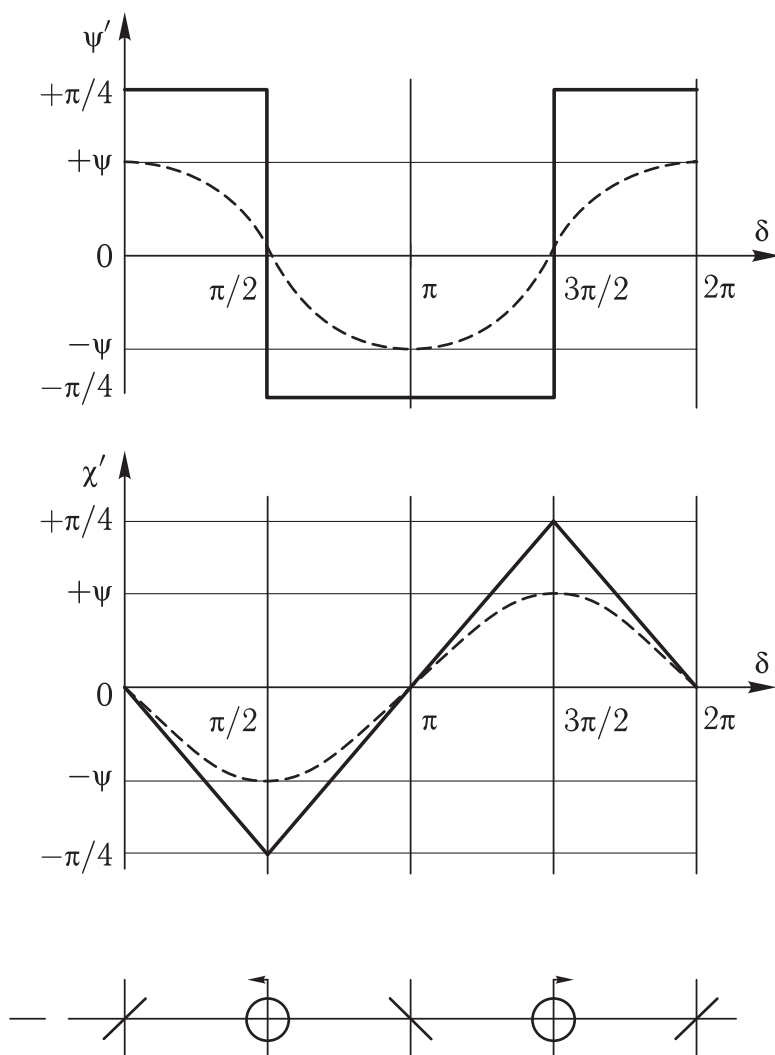


Рис. 8.2. Преобразование линейной поляризации при прохождении через линейную фазовую пластинку фазовой толщиной δ

Зависимость $\psi'(\delta)$ подобна функции $\cos \delta$ (пунктирная линия на графике для ψ' ; величина $\psi'(\delta)$ варьируется в интервале от $+\psi$ ($\delta = 0$ и $\delta = 2\pi$) до $-\psi$ ($\delta = \pi$). Зависимость $\chi'(\delta)$ подобна функции $-\sin \delta$ (пунктирная линия на графике для χ'); величина $\chi'(\delta)$ варьируется в интервале от $+\psi$ ($\delta = 3\pi/2$) до $-\psi$ ($\delta = \pi/2$). Сплошные линии на рис. 8.2 соответствуют $\psi = \pi/4$.

Практически важны случаи: азимут $\psi = \pi/4$, сдвиг фаз $\delta = \pi/2$ (четвертьволновая пластинка) и $\delta = \pi$ (полуволновая пластинка). В первом случае линейная поляризация преобразуется в круговую, при этом вращение вектора $\mathbf{E}$ после пластинки происходит от *быстрой* оси к *медленной*. Во втором — происходит разворот плоскости поляризации на угол π .

Для анализа влияния пластинки на циклически поляризованное излучение можно также использовать матрицу Джонса (8.2):

$$\mathbf{D}' = \begin{pmatrix} \exp\left(\frac{j\delta}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) \end{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}} I \begin{pmatrix} 1 \\ \pm j \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{1}{2}} I \begin{pmatrix} \exp\left(+\frac{j\delta}{2}\right) \\ \pm j \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) \end{pmatrix}. \quad (8.10)$$

Определим, например, интенсивность и поляризационную переменную преобразованного излучения:

$$I' = |D'_x|^2 + |D'_y|^2 = I, \quad (8.11)$$

$$\Gamma' = \pm j \exp(-j\delta) = \pm (\sin \delta + j \cos \delta).$$

И в этом случае интенсивность излучения остается постоянной, вне зависимости от фазовой толщины δ пластинки. Для эллипсометрических параметров преобразованного излучения находим: $\operatorname{tg} 2\psi' = \pm \infty$, $\sin 2\chi' = \pm \cos \delta$.

На графиках рис. 8.3 представлены зависимости $\psi'(\delta)$ и $\chi'(\delta)$ для *правой* круговой поляризации в интервале изменения δ от 0 до 2π . Величина $\psi'(\delta)$ принимает значения $+\pi/4$ или $-\pi/4$. Величина $\chi'(\delta)$ варьируется в интервале от $+\pi/4$ при $\delta = 0, 2\pi$ до $-\pi/4$ при $\delta = \pi$. В особом случае $\delta = \pi/2$ круговая поляризация преобразуется в линейную ($\psi' = +\pi/4$), а при $\delta = \pi$ происходит изменение направления вращения вектора $\mathbf{E}$ (смена знака χ').

Кроме линейных фазовых пластинок, в поляризационной оптике широко используются *циркулярные* фазовые пластинки. Циркулярная фазовая пластинка — это оптическое устройство, которое для ортогональных циркулярных собственных поляризаций обеспечивает разный фазовый набег.

Используя (4.17), можно построить матрицу Джонса и матрицу Мюллера для циркулярной фазовой пластинки. Полагая, что правая круговая поляризация — *быстрая*, а левая — *медленная*, имеем: $\Gamma_1 = j$, $\Lambda_1 = \exp(j\delta/2)$, $\Lambda_2 = \exp(-j\delta/2)$. В этом случае легко получить

$$\mathbf{T}_{\text{ph}}(\delta) = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) & \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \\ -\sin\left(\frac{\delta}{2}\right) & \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \end{pmatrix} \quad (8.12)$$

и

$$\mathbf{M}_{\text{ph}}(\delta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ 0 & -\sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (8.13)$$

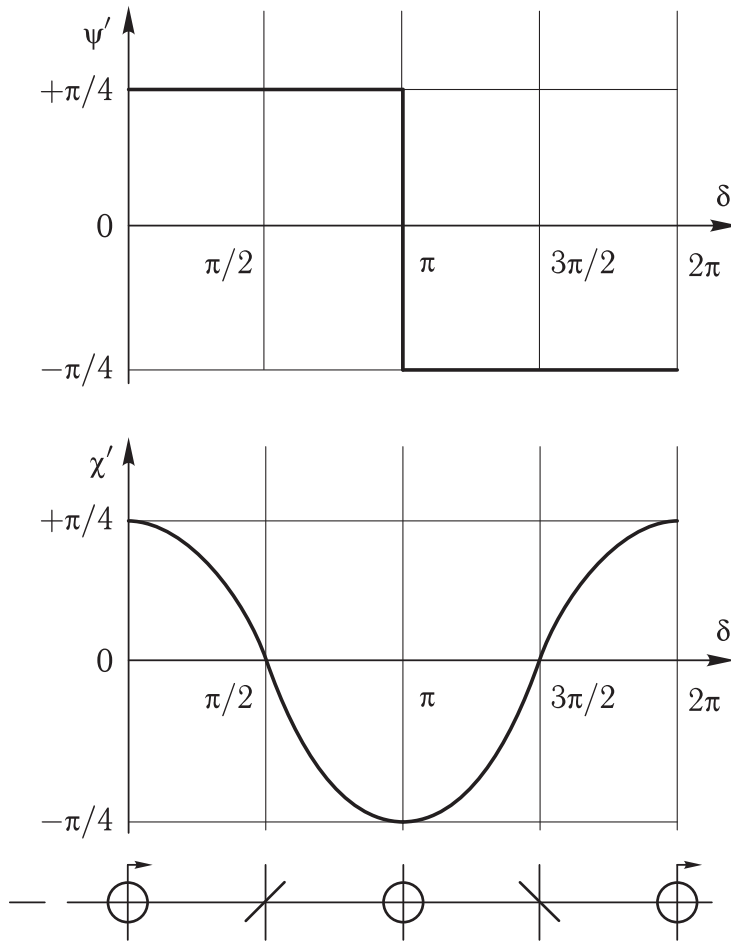


Рис. 8.3. Преобразование круговой поляризации при прохождении через линейную фазовую пластинку фазовой толщиной δ

Если *быстрой* является левая круговая поляризация, а *медленной* — правая, то в выражениях (8.12) и (8.13) следует поменять знак δ . Нетрудно заметить, что вид матриц (8.12) и (8.13) не зависит от ориентации декартового координатного базиса. Это естественно, так как собственные поляризации рассматриваемой пластинки — круговые.

Рассмотрим, как влияет идеальная циркулярная фазовая пластинка на типовые состояния поляризации. Если исходное излучение — неполяризованное, то, используя (8.13), находим

$$\mathbf{s}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ 0 & -\sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (8.14)$$

Как и следовало ожидать, идеальная циркулярная фазовая пластинка не изменяет неполяризованную компоненту излучения: ее интенсив-

ность остается постоянной вне зависимости от фазовой толщины δ пластинки.

Для анализа влияния такой пластинки на произвольное полностью поляризованное излучение проще использовать матрицу (8.12) и выбрать (без потери общности анализа) такой декартов базис, чтобы ось X совпадала с большей осью поляризационного эллипса ($\psi = 0$). Тогда имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) & \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \\ -\sin\left(\frac{\delta}{2}\right) & \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \end{pmatrix} \sqrt{I} \begin{pmatrix} \cos\chi \\ j \sin\chi \end{pmatrix} = \\ &= \sqrt{I} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos\chi + j \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin\chi \\ -\sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos\chi + j \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin\chi \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (8.15)$$

Видно, что полученный вектор Джонса (8.15) соответствует состоянию поляризации с исходной интенсивностью I . Поляризационная переменная преобразованного состояния поляризации равна

$$\Gamma = \frac{-\sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos\chi + j \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin\chi}{\cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos\chi + j \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin\chi} = \frac{-\operatorname{tg}\left(\frac{\delta}{2}\right) + j \operatorname{tg}\chi}{1 + j \operatorname{tg}\left(\frac{\delta}{2}\right) \operatorname{tg}\chi}. \quad (8.16)$$

Эта поляризационная переменная описывает излучение с той же эллиптичностью ($\chi' = \chi$), но с другим азимутом ($\psi' = -\delta/2$).

Таким образом, приведенные матрицы (8.15) и (8.16) соответствуют *оптическому вращателю*, который поворачивает поляризационный эллипс на угол $\phi = -\delta/2$ (угол ϕ отсчитывается против часовой стрелки, если смотреть навстречу лучу света). Следовательно, и действие циркулярной фазовой пластинки эквивалентно действию оптического вращателя.

Наиболее общим вариантом фазовой пластинки является *эллиптическая* фазовая пластинка, обеспечивающая разный фазовый набег для двух ортогональных эллиптических поляризаций. Полагая, что *быстрой* оказывается поляризация с параметрами $\psi_1 = 0$, $\chi_1 = \chi$, с помощью выражения (4.17) можно получить

$$\mathbf{T}_{\text{ph}}(\delta, \chi) = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) + j \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos 2\chi & \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin 2\chi \\ -\sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin 2\chi & \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) - j \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos 2\chi \end{pmatrix} \quad (8.17)$$

и сконструировать соответствующую матрицу Мюллера:

$$M(\delta, \chi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)\cos 4\chi & \sin \delta \sin 2\chi & \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)\sin 4\chi \\ 0 & -\sin \delta \sin 2\chi & \cos \delta & \sin \delta \cos 2\chi \\ 0 & \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)\sin 4\chi & -\sin \delta \cos 2\chi & \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)\cos 4\chi \end{pmatrix}. \quad (8.18)$$

Для создания фазовых пластинок а поляризационной оптике используются три явления:

- двулучепреломление;
- полное внутреннее отражение (ПВО);
- эффект Погкельса.

Большое значение для практики имеет эффект наведенной анизотропии, вследствие механических напряжений в оптических деталях (см. гл. 6).

8.2. Практическая реализация кристаллических фазовых пластинок

Обычно фазовые пластинки изготавливаются из кристаллических материалов или полимерных пленок (см. гл. 6). Пластишка или пленка вырезается так, что ее рабочие грани параллельны оптической оси (рис. 8.4).

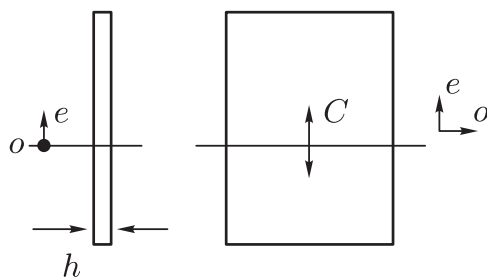


Рис. 8.4. Линейная фазовая пластишка; C — направление оптической оси

Таким образом, ортогональным компонентам излучения o и e соответствуют разные показатели преломления n_o и n_e . Пройдя такую пластишку или пленку, компоненты вектора $\mathbf{E}$ излучения приобретают разный фазовый набег. Разность фазовых набегов (фазовая толщина пластишки δ) зависит от разности показателей преломления

($J = n_e - n_o$) и геометрической толщины h пластинки или пленки: $\delta = 2\pi Jh/\lambda_0$.

Для создания дополнительной разности фаз $\delta = 2\pi m$ необходима пластинка толщиной

$$h = \frac{1}{|J|} (m + M) \lambda_0, \quad (8.19)$$

где $M = 0, 1, 2, \dots$. Обычно приводят расчеты для $\lambda_D = 589,3$ нм, $m = 1/4$, $M = 0$:

$$h \approx \frac{150}{|J| 10^3}, \quad (8.20)$$

где h измеряется в мкм.

Приводимая таблица содержит показатель двулучепреломления (разность показателей преломления: $J = n_e - n_o$) и соответствующую толщину четвертьволновых фазовых пластинок для некоторых материалов (табл. 8.1).

Таблица 8.1

Параметры анизотропных кристаллов

Материал	J	h , мкм
Исландский шпат	-0,172	0,87
Слюда	0,004	37,5
Кварц	0,009	17
Полимерные пленки	0,007	21

Линейные фазовые пластинки высокого качества изготавливают из кварца с рабочими гранями, параллельными оптической оси. *Показатель двулучепреломления* кварца составляет 0,009, и четвертьволновая пластинка должна иметь толщину около 17 мкм. Такой фазовый элемент можно сделать, посадив пластинку из кристаллического кварца на оптический контакт со стеклом и сошлифовав ее до нужной толщины. Фазовую пластинку с разностью хода менее длины волны можно изготовить из двух пластин более толстых, чем это следует из соотношения (8.20). Для этого нужно две пластинки из двулучепреломляющего материала, вырезанные в соответствии с условиями создания линейных пластинок, сложить так, чтобы быстрая ось одной пластинки совпала с медленной осью второй. В этом случае двулучепреломление пластин работает на вычитание и результирующая разность фаз, даваемая обеими пластинами, зависит от *разности* толщин пластин:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} J (h_1 - h_2). \quad (8.21)$$

В такой комбинации для кварцевой четвертьволновой пластинки требуется, чтобы не ее толщина, а разность толщин $h_1 - h_2$ составляла 17 мкм, что нетрудно осуществить.

Используя анизотропию органических полимеров с преимущественной ориентацией молекул, изготавливают фазовые пластинки из пленок поливинилового спирта, растянутых при нагревании. Обычно $J < 0,01$, и четвертьволновая пластинка имеет толщину порядка 20 мкм.

Стандартные фазовые пластинки дают разный сдвиг фаз для разных длин волн и поэтому непригодны для работы с излучением широкого спектрального диапазона. В таких случаях необходимы *ахроматические* фазовые пластинки. Для этого используют систему из двух пластинок с различной дисперсионной зависимостью $J(\lambda)$, например, из кварца и исландского шпата. Собственные оси пластинок располагают перекрестно. Для реализации ахроматизма требуется, чтобы сдвиг фаз на двух длинах волн (например, $\lambda_F = 0,4861$ мкм и $\lambda_C = 0,6563$ мкм) был одинаков, т. е.

$$\frac{1}{\lambda_F} (J_{1F}h_1 - J_{2F}h_2) = \frac{1}{\lambda_C} (J_{1C}h_1 - J_{2C}h_2) = m, \quad (8.22)$$

где индексы 1 и 2 относятся к пластинкам из материалов с отличающейся дисперсией двулучепреломления; m — коэффициент, определяющий нужный сдвиг фаз и равный 0,25 для четвертьволновой и 0,5 для полуволновой пластинок. Из (7.22) следуют формулы для расчета толщины пластинок:

$$h_1 = m \frac{\lambda_F J_{2C} - \lambda_C J_{2F}}{J_{1F}J_{2C} - J_{2F}J_{1C}}, \quad h_2 = m \frac{\lambda_F J_{1C} - \lambda_C J_{1F}}{J_{1F}J_{2C} - J_{2F}J_{1C}}.$$

Расчет для кварца (индекс 1) и исландского шпата (индекс 2) дает для четвертьволновой пластинки следующие значения: $h_1 = 460,2$ мкм и $h_2 = 23,5$ мкм. Пластины довольно тонкие, и если кварцевую пластинку еще можно изготовить, посадив кварц на оптический контакт со стеклом, то пластинку из шпата целесообразно сделать из двух кусков, сложенных на вычитание. Изготовленная в соответствии с изложенной методикой система из кварцевой и двух шпатовых пластин имеет в спектральном интервале между $\lambda_F = 0,4861$ мкм и $\lambda_C = 0,6563$ мкм отклонение от заданного сдвига фаз не более 2 %.

Для реализации эллиптической фазовой пластинки могут использоваться те же двулучепреломляющие образцы (рис. 8.5), что и для линейной пластинки. Кристаллическая пластинка, вырезанная так, что ее грани параллельны оптической оси, является *линейной* фазовой пластинкой. Если пластинку вырезать перпендикулярно оптической оси, то она является *циркулярной*, а пластинка, вырезанная наклонно к оптической оси, будет *эллиптической* (рис. 7.5). Угол эллиптичности собственной поляризации фазовой пластинки определяется соотношением $\chi = \pi/4 - \alpha/2$, где α — угол между осью пучка и оптической

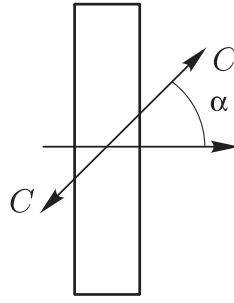


Рис. 8.5. Способ вырезания кристаллической пластинки для получения линейных, циркулярных и эллиптических пластинок

осью материала фазовой пластинки. Например, при $\chi = 0$ (линейная фазовая пластинка) угол α должен составлять $\pi/2$, т. е. располагаться перпендикулярно лучу.

8.3. Фазовые пластинки, основанные на эффекте ПВО

Рассмотрим метод создания линейной фазовой пластинки с использованием эффекта *полного внутреннего отражения* (ПВО).

В гл. 6 было показано, что при ПВО между ортогональными компонентами возникает разность фаз, определяемая выражением

$$\delta = \delta_p - \delta_s = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{\cos \theta_i \sqrt{\sin^2 \theta_i - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}}{\sin^2 \theta_i} \right).$$

где θ_i — угол падения, n_1 — показатель преломления более плотной среды, а n_2 — показатель преломления внешней, менее плотной среды.

Таким образом, преобразование состояния поляризации света при ПВО эквивалентно действию линейной фазовой пластинки, *быстрая* ось которой располагается в плоскости падения. Если азимут линейно поляризованной волны составляет угол в интервале от 0 до 90 градусов в правой системе координат, то после отражения состояние поляризации становится эллиптическим, с *левым* вращением вектора **Е**.

Общий вид зависимости $\delta(\theta_i)$ в области ПВО представлен на рис. 8.6.

При определенном угле падения θ_{im} , который определяется величиной относительного показателя преломления $n = n_2/n_1 < 1$, наблюдается *максимальная* разность фаз δ_m . Имеем

$$\theta_{im} = \arcsin \left(\frac{\sqrt{2} n_1 n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}} \right) = \arcsin \left(\frac{\sqrt{2} n}{\sqrt{1 + n^2}} \right),$$

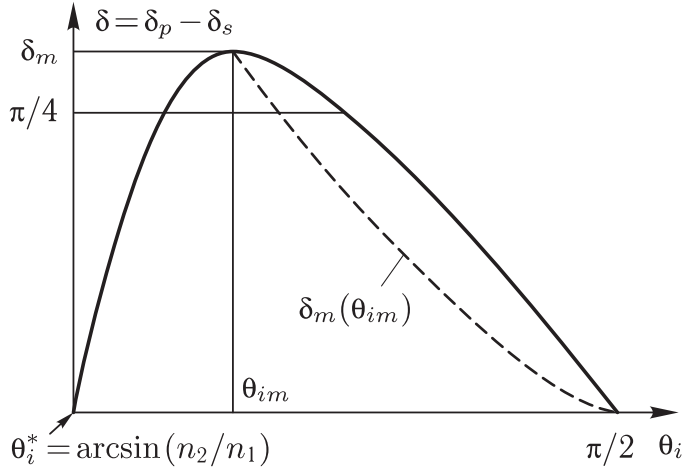


Рис. 8.6. Зависимость разности фаз внутри области ПВО от угла падения на границу раздела двух сред

$$\begin{aligned} \delta_m(\theta_{im}) &= 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{\cos^2 \theta_{im}}{\sin \theta_{im} \sqrt{1 + \cos^2 \theta_{im}}} \right) = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1 n_2} \right) = \\ &= 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{1 - n^2}{2n} \right). \end{aligned}$$

На рис. 8.6 пунктиром нанесена зависимость этой максимальной разности фаз $\delta_m(\theta_{im})$.

Определим показатель преломления более плотной среды n_1 , необходимый для возникновения *заданной* фазовой анизотропии при ПВО,

$$n_1 = \operatorname{tg} \frac{\delta}{2} + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\delta}{2}}.$$

Здесь $n_2 = 1$, что с хорошей точностью выполняется, если вторая среда — воздух. Видно, что для достижения $\delta_m = \pi/2$ необходимо иметь оптический материал с показателем преломления, бóльшим 2,414, что затруднительно выполнить в оптическом диапазоне, а для получения $\delta_m = \pi/4$ достаточно иметь оптический материал с показателем преломления, бóльшим 1,5. Это соответствует показателю преломления стекла марки К8.

На практике часто необходимо подобрать такой угол падения θ_i , который обеспечивал бы требуемую разность фаз δ при заданном показателе преломления n_1 более плотной среды:

$$\theta_i(\delta) = \arcsin \sqrt{\frac{(n_1^2 + 1) \pm \sqrt{(n_1^2 + 1)^2 - 4n_1^2 \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\delta}{2}\right)}}{2n_1^2 \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\delta}{2}\right)}}, \quad n_2 = 1. \quad (8.23)$$

Из (8.23) следует, что существует две зависимости для данных n_1 и δ . Целесообразнее выбирать знак плюс, поскольку при этом случайная ошибка в угле падения θ_i приводит к меньшему значению ошибки в требуемой разности фаз δ .

В общем случае изменение состояния поляризации света после ПВО определяется с помощью матриц Джонса и Мюллера. Запишем эти матрицы, используя ту же декартову систему координат, что и ранее: ось X располагается в плоскости падения, а ось Y — перпендикулярно этой плоскости, при этом ось Z совпадает с направлением луча. Система координат при отражении остается правой. Тогда

$$T = \begin{pmatrix} \exp\left(+\frac{\delta}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-\frac{\delta}{2}\right) \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix}. \quad (8.24)$$

Сдвиг фазы ортогональных компонент в случае ПВО эквивалентен линейной фазовой пластинке, у которой *быстрая* ось ориентирована вдоль оси X .

На принципе использования ПВО построен ряд интересных оптических устройств, эквивалентных линейной фазовой пластинке. Простейшее устройство такого типа представлено на рис. 8.7. Подбирая

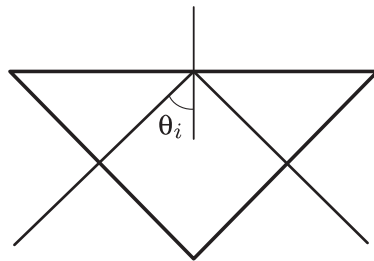


Рис. 8.7. Простейшая призмная фазовая пластинка ПВО

угол падения θ_i , больший критического угла $\theta_i^* = \arcsin(n_2/n_1)$, при котором возникает ПВО, можно создать линейную фазовую пластинку с требуемой разностью фаз δ .

В 1822 г. О. Френель предложил оптическое устройство, которое по своему действию на поляризованное излучение эквивалентно четвертьволновой линейной фазовой пластинке. Это так называемый *ромб Френеля* (рис. 8.8).

Преобразуемое излучение падает на лицевую грань A , отражается от граней B и C и выходит через грань D . Конструкция призмы такова, что углы падения на гранях B и C соответствуют ПВО с набегом фазы $\delta = \pi/4$. Эти углы определяются из (8.23).

Если исходное излучение поляризовано линейно, то ромб устанавливается так, чтобы плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ составляла угол

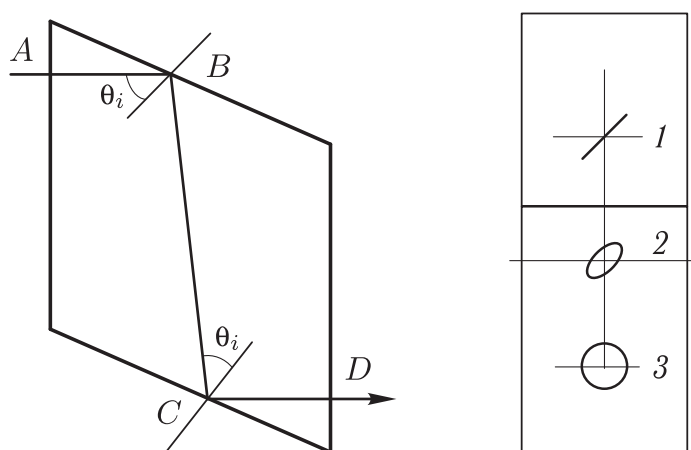


Рис. 8.8. Ромб Френеля

$\pi/4$ с плоскостью падения. Тогда s - и p -компоненты имеют равные амплитуды, и после первого отражения от грани B состояние поляризации приобретает следующие параметры: $\psi = \pi/4$, $\chi = -\pi/8$ (эллипс 2 на рис. 8.8).

При падении на грань C компоненты $\mathbf{E}_s$ и $\mathbf{E}_p$ не меняют своей ориентации, поэтому после второго отражения разность фаз достигает величины $\delta = \pi/2$, излучение становится поляризованным по *левому* кругу ($\chi = -\pi/4$) и выводится через грань D (круг 3 на рис. 8.8). Если же исходное излучение поляризовано по правому кругу, то выходное излучение становится поляризованным линейно.

На основе ромба Френеля можно построить механическое устройство, поворачивающее плоскость поляризации оптического излучения — так называемый *оптический шарнир*. В 1952 г. Ф. Муни предложил другой вариант призмной четвертьволновой фазовой пластинки, так называемый, *ромб Муни* (рис. 8.9).

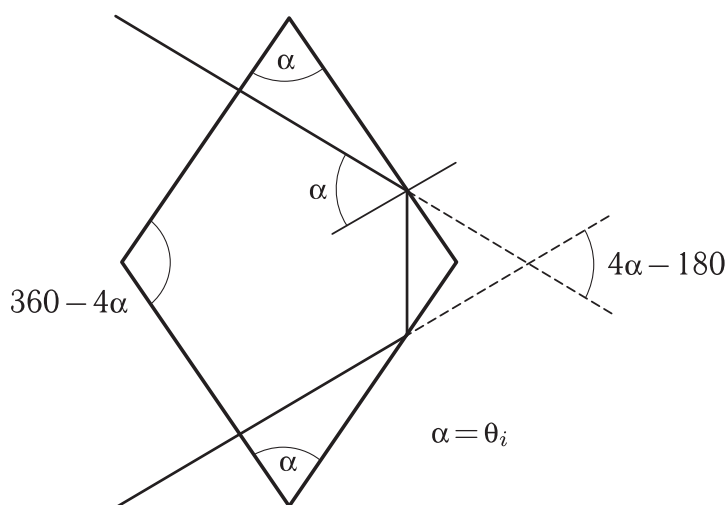


Рис. 8.9. Ромб Муни

8.4. Фазовые пластинки, основанные на эффекте Поккельса

Одним из эффективных способов создания управляемой линейной фазовой анизотропии является эффект *Поккельса* (линейный электрооптический эффект). Данный эффект заключается в возникновении двулучепреломления, а точнее — в деформации оптической индикатрисы при наложении внешнего электрического поля. и технически освоен в видимой и инфракрасной областях спектра.

Современное объяснение явления основано на понятии *оптической индикатрисы*, как некой специальной поверхности (см. гл. 6). Для изотропной среды это сфера. В общем случае это произвольный эллипсоид. В согласованном координатном базисе (оси координат совпадают с осями эллипсоида) уравнение оптической индикатрисы имеет вид

$$a_{10}x^2 + a_{20}y^2 + a_{30}z^2 = 1, \quad (8.25)$$

где $a_{10} = 1/n_x^2$, $a_{20} = 1/n_y^2$, $a_{30} = 1/n_z^2$. В одноосных кристаллах (оптическая ось совпадает с координатной осью Z) $n_x = n_y = n_o$, $n_z = n_e$, где n_o и n_e «обыкновенный» и «необыкновенный» показатели преломления.

При наложении электрического поля оптическая индикатриса деформируется, при этом ее уравнение в общем случае имеет вид

$$a_1x^2 + a_2y^2 + a_3z^2 + 2a_4yz + 2a_5zx + 2a_6xy = 1. \quad (8.26)$$

Это произвольный центрированный эллипсоид, причем $a_k = a_{k0} + \Delta_k$. Изменение коэффициентов по сравнению с (8.25) задается величинами

$$\Delta_k = a_k - a_{k0} = r_{k1}E_x + r_{k2}E_y + r_{k3}E_z. \quad (8.27)$$

Здесь $a_{40} = a_{50} = a_{60} = 0$. Электрооптические коэффициенты r_{ki} обычно задаются в размерности см/В и образуют *электрооптический* тензор, причем индекс $k = 1-6$, а индекс $i = 1-3$. Восемнадцать элементов тензора r_{ki} определяются симметрией кристалла.

В настоящее время в технике используются два кристаллических материала: дигидрофосфат калия (KDP — KH_2PO_4) и дигидрофосфат аммония (ADP — $(\text{NH}_4)\text{H}_2\text{PO}_4$). Это одноосные кристаллы: $a_{10} = a_{20} = n_o^{-2}$, $a_{30} = n_e^{-2}$. Из 18-ти элементов тензора не равны нулю лишь три: $r_{41} = r_{52}$ и r_{63} . Для $\lambda = 547$ нм они сведены в таблицу.

Материал	n_o	$r_{41} = r_{52}$ (см/В)	r_{63} (см/В)
KDP	1,52	$8,8 \cdot 10^{-10}$	$10,5 \cdot 10^{-10}$
ADP	1,56	$24,5 \cdot 10^{-10}$	$8,5 \cdot 10^{-10}$

Таким образом, при наложении поля оптическая индикатриса деформируется:

$$\frac{1}{n_o^2} (x^2 + y^2) + \frac{1}{n_e^2} z^2 + 2r_{41} E_x yz + 2r_{52} E_y zx + 2r_{63} E_z xy = 1. \quad (8.28)$$

Уравнение (8.28) можно упростить рациональным выбором координатного базиса. Внешнее поле всегда прикладывается вдоль оптической оси кристалла. Совместим ось Z с указанным направлением. Тогда $E_x = E_y = 0$ и уравнение индикатрисы (8.28) упростится:

$$\frac{x^2 + y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} + 2r_{63} E_z xy = 1. \quad (8.29)$$

В технике используются два варианта эффекта Поккельса: *продольный*, когда излучение распространяется вдоль оптической оси и ориентации электрического поля, и *поперечный*, когда излучение распространяется поперек оптической оси и ориентации электрического поля.

Рассмотрим *продольный* эффект (рис. 8.10). Здесь свет распространяется и внешнее поле приложено вдоль оптической оси Z . Для

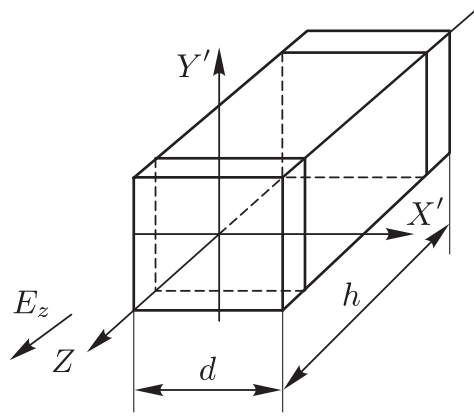


Рис. 8.10. Взаимное расположение оптической оси, внешнего поля E_z и направления распространения света Z при продольном эффекте

анализа эффекта надо рассматривать сечение индикатрисы, перпендикулярное направлению распространения излучения. Подставив в (8.29) $z = 0$, получим уравнение сечения индикатрисы, перпендикулярное направлению распространения излучения,

$$\frac{x^2 + y^2}{n_o^2} + 2r_{63} E_z xy = 1. \quad (8.30)$$

Без электрического поля ($E_z = 0$) это окружность радиусом n_o . Стало быть, излучение распространяется, как в изотропной среде — фазовой анизотропии в этом случае нет! При наложении поля урав-

нение (8.30) дает центрированный эллипс (рис. 8.11), оси которого составляют 45° с координатными осями X и Y , а полуоси равны

$$a' = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n_o^2} + r_{63}E_z}}, \quad b' = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n_o^2} - r_{63}E_z}}. \quad (8.31)$$

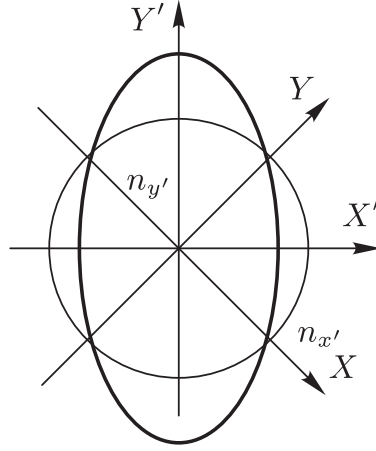


Рис. 8.11. Деформация сечения оптической индикатрисы при наложении внешнего электрического поля (продольный эффект)

Перейдя к новым осям $X'Y'$, развернутым относительно прежних осей на угол 45° , т. е. подставив в (8.30)

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}}(x' - y'), \quad y = \frac{1}{\sqrt{2}}(x' + y'), \quad (8.32)$$

получаем каноническое уравнение эллипса:

$$\left(\frac{1}{n_o^2} + r_{63}E_z\right)x'^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} - r_{63}E_z\right)y'^2 = 1. \quad (8.33)$$

Таким образом, для линейно поляризованных вдоль осей X' и Y' компонент вектора $\mathbf{E}$ проходящего излучения показатели преломления оказываются различными:

$$n'_x = \frac{n_o}{\sqrt{1 + n_o^2 r_{63}E_z}}, \quad n'_y = \frac{n_o}{\sqrt{1 - n_o^2 r_{63}E_z}}. \quad (8.34)$$

Учитывая, что в подкоренном выражении второе слагаемое много меньше единицы, можно считать, что

$$n'_x = n_o \left(1 - \frac{1}{2} n_o^2 r_{63}E_z\right), \quad n'_y = n_o \left(1 + \frac{1}{2} n_o^2 r_{63}E_z\right). \quad (8.35)$$

Кристалл оказывается подобным линейной фазовой пластинке с собственными осями X' и Y' , которая создает для собственных поляризаций дополнительную разность фаз δ :

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} n_o^3 r_{63} E_z h = \frac{2\pi}{\lambda} n_o^3 r_{63} U, \quad (8.36)$$

где U — прикладываемое к кристаллу напряжение.

Нелинейный кристалл принято характеризовать значением напряжения, при котором разность хода для собственных поляризаций изменяется на $\lambda/2$, а разность фаз на $\delta = \pi$. Это так называемое *полуволновое* напряжение $U_{1/2}$. Из (8.36) следует, что

$$U_{\lambda/2} = \frac{\lambda}{2n_o^3 r_{63}}. \quad (8.37)$$

Для ADP полуволновое напряжение составляет 8,5 кВ, а для KDP — 7,5 кВ (эти данные приведены для $\lambda = 547$ м).

Рассмотрим теперь *поперечный* эффект. В этом случае внешнее поле прикладывается по-прежнему вдоль оптической оси кристалла Z , но излучение распространяется поперек оптической оси, вдоль одной из поперечных наведенных осей (рис. 8.12).

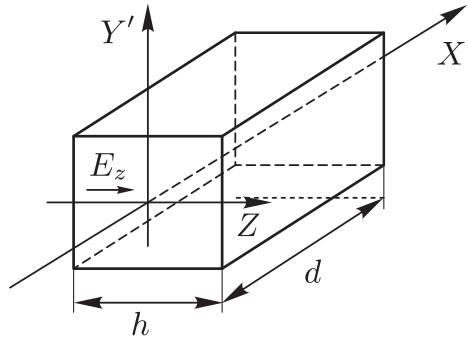


Рис. 8.12. Взаимное расположение оптической оси Z и напряженности внешнего поля E_z при поперечном эффекте. Свет распространяется вдоль оси X'

Подставив в (8.29) соотношения (8.32), перейдем к координатному базису $X'Y'Z$, совпадающему с собственными осями кристалла:

$$(n_o^{-2} + r_{63}E_z) x'^2 + (n_o^{-2} - r_{63}E_z) y'^2 + n_e^{-2}z^2 = 1. \quad (8.38)$$

Положив $x' = 0$, получим сечение индикатрисы, ортогональное направлению распространения света:

$$(n_o^{-2} - r_{63}E_z) y'^2 + n_e^{-2}z^2 = 1. \quad (8.39)$$

Это каноническое уравнение эллипса с полуосями

$$n'_y = n_o \left(1 - n_o^2 r_{63} E_z\right)^{-1/2} \approx n_o \left(1 + \frac{1}{2} n_o^2 r_{63} E_z\right), \quad (8.40)$$

$$n_z = n_e.$$

Деформацию сечения оптической индикатрисы при наложении внешнего поля иллюстрирует рис. 8.13.

Без поля показатель преломления для y' -компоненты излучения равен n_o , а для z -компоненты — n_e . При наложении поля показатель преломления для y' -компоненты возрастает, а для z остается постоянным.

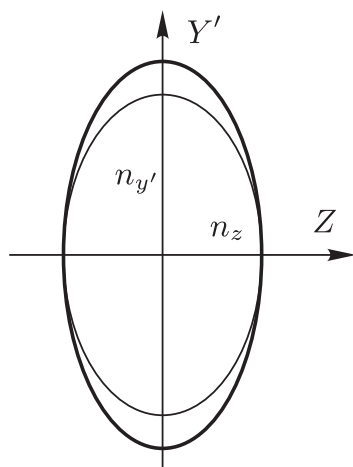


Рис. 8.13. Деформация сечения оптической индикатрисы при наложении внешнего электрического поля (поперечный эффект)

При прохождении излучения вдоль оси X' между y' - и z -компонентами возникает дополнительная разность фаз δ :

$$\delta = \delta'_y - \delta_z = \frac{2\pi d}{\lambda} \left[n_o - n_e + \frac{1}{2} n_o^3 r_{63} E_z \right]. \quad (8.41)$$

Контрольные вопросы к главе 8

1. Что такое *быстрая* и *медленная* ось линейной фазовой пластинки?
2. Как с помощью линейной фазовой пластинки циклически поляризованное излучение преобразовать в линейно поляризованное?
3. Что представляет собой эллиптическая фазовая пластинка?
4. Какое предназначение ромба Френеля?
5. В чем суть эффекта Поккельса? Чем отличаются продольный и поперечный эффекты Поккельса?

Глава 9

ОПТИЧЕСКИЕ ВРАЩАТЕЛИ

9.1. Оптические вращатели, созданные комбинацией фазовых пластинок

Оптический вращатель (ОВ) — это оптическое устройство, которое преобразует состояние поляризации так, что оси поляризационного эллипса поворачиваются (изменяется только азимут исходного излучения, а эллиптичность, интенсивность и степень поляризации сохраняются). ОВ характеризуется углом поворота поляризационного эллипса φ , который отсчитывается против часовой стрелки, если смотреть навстречу лучу.

Все используемые в поляризационной оптике оптические вращатели можно подразделить на три группы. В одной группе вращение поляризационного эллипса происходит за счет внутренних свойств используемого материала, через который пропускается излучение, без каких-либо внешних воздействий. Такие оптические вращатели объединены названием *естественные* вращатели (ЕОВ). В другой группе эффект вращения плоскости поляризации достигается за счет наложения внешнего продольного постоянного магнитного поля на среду, через которую пропускается излучение (эффект Фарадея). Такие оптические вращатели имеют название *фарадеевские* вращатели (ФОВ). Наконец, в третьей группе оптический вращатель реализуется путем комбинации линейных фазовых пластинок. С последнего случая мы и начнем наше рассмотрение.

Выше нами было установлено, что свойствами ОВ обладают циркулярные фазовые пластинки. Поэтому мы можем записать матрицы Джонса и Мюллера для оптического вращателя, используя (8.12) и (8.13) и заменяя $\delta/2$ на φ :

$$T_R(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}, \quad M_R(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\varphi & -\sin 2\varphi & 0 \\ 0 & \sin 2\varphi & \cos 2\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (9.1)$$

Изменение азимута линейно поляризованного света может быть реализовано с помощью двух линейных фазовых пластинок. Проанализируем возможные варианты. Для этого, умножив (8.2) на $\exp(-j\delta/2)$, запишем матрицы Джонса для пластинок $\lambda/4$ и $\lambda/2$, быстрая ось которых совпадает с декартовой осью X :

$$T_{\lambda/4}(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -j \end{pmatrix}, \quad T_{\lambda/2}(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (9.2)$$

Если быстрая ось пластинок составляет с декартовой осью X произвольный угол α , то соответствующие матрицы из (9.2) преобразуются к виду

$$T_{\lambda/4}(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha - j \sin^2 \alpha & (1+j) \sin \alpha \cos \alpha \\ (1+j) \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha - j \cos^2 \alpha \end{pmatrix}, \quad (9.3)$$

$$T_{\lambda/2}(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & -\cos 2\alpha \end{pmatrix}. \quad (9.4)$$

Классический пример формирования оптического вращателя из линейных фазовых пластинок — это так называемый *оптический шарнир*. Он составлен из двух пластинок $\lambda/4$, быстрые оси которых развернуты друг относительно друга на угол α . Пусть быстрая ось первой пластинки совпадает с координатной осью X , а быстрая ось второй пластинки составляет с ней угол α . Тогда матрица Джонса совокупности пластинок будет иметь вид

$$T = \begin{pmatrix} c^2 - js^2 & (1+j)sc \\ (1+j)sc & s^2 - jc^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c^2 - js^2 & (1-j)sc \\ (1+j)sc & -(c^2 + js^2) \end{pmatrix}, \quad (9.5)$$

где используются обозначения $c = \cos \alpha$ и $s = \sin \alpha$.

Если исходное излучение линейно поляризовано с азимутом $\psi = \pi/4$, то после второй фазовой пластинки излучение будет характеризоваться вектором Джонса:

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} c^2 - js^2 & (1-j)sc \\ (1+j)sc & -(c^2 + js^2) \end{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}} I \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{1}{2}} I (c - js) \begin{pmatrix} s + c \\ s - c \end{pmatrix}. \quad (9.6)$$

Нетрудно видеть, что полученный вектор Джонса соответствует интенсивности $I' = I$ и поляризационной переменной

$$\Gamma = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}.$$

Это линейно поляризованный свет с азимутом $\psi' = \alpha - \pi/4$. Следовательно, рассмотренная система поворачивает плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ на угол $\Delta\psi = \psi' - \psi = \alpha - \pi/2$.

Проанализируем действие *пластинки* $\lambda/2$ на линейно поляризованное излучение. Пусть *быстрая* ось пластинки совпадает с координатной осью X , а азимут исходного излучения ψ . Тогда для преобразованного излучения имеем

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \sqrt{I} \begin{pmatrix} \cos \psi \\ -\sin \psi \end{pmatrix} = \sqrt{I} \begin{pmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \end{pmatrix}, \quad (9.7)$$

что соответствует линейной поляризации с азимутом $\psi' = \psi$. Таким образом, полуволновая пластинка, *быстрая* ось которой составляет угол ψ с плоскостью колебаний вектора $\mathbf{E}$, поворачивает эту плоскость на угол $\phi = 2\psi$. Однако все рассмотренные выше устройства являются идеальными вращателями только для линейных поляризаций.

Рассмотрим теперь совокупность двух полуволновых фазовых пластинок, развернутых друг относительно друга на угол α . Пусть *быстрая* ось первой пластинки имеет азимут α_1 , *быстрая* ось второй пластинки — азимут $\alpha_2 = \alpha_1 + \alpha$. Тогда матрица Джонса такой системы будет иметь вид

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_2 & \sin \alpha_2 \\ \sin \alpha_2 & -\cos \alpha_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 \\ \sin \alpha_1 & -\cos \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 2\alpha & -\sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{pmatrix}. \quad (9.8)$$

Эта матрица соответствует матрице оптического вращателя. Стало быть, система из двух линейных полуволновых фазовых пластинок, развернутых между собой на угол α , в поляризационном отношении эквивалентна вращателю на угол 2α (рис. 9.1).

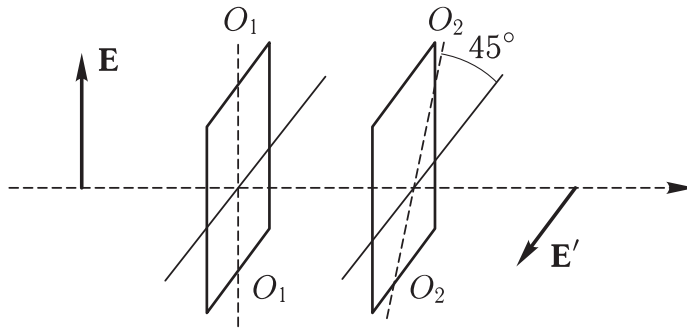


Рис. 9.1. Оптический вращатель на угол 90° , образованный из двух пластинок $\lambda/2$, *быстрые* оси которых развернуты на угол 45°

Следует отметить, что оптический вращатель, составленный из двух полуволновых фазовых пластин, будет идеальным лишь для одной определенной длины волны λ_0 . Для других длин волн пластины уже не будут полуволновыми, так как разность собственных фазовых набегов является функцией длины волны:

$$\delta(\lambda) = 180^\circ \frac{\lambda_0}{\lambda}. \quad (9.9)$$

Так, например, если вращатель рассчитан на длину волны $\lambda_0 = \lambda_e = 546,1$ нм, то для границ видимого спектра получим

$$\delta(400) = 245,7^\circ \quad \delta(800) = 122,9^\circ.$$

Такой оптический вращатель не может быть идеальным для всего видимого интервала спектра. Для длин волн, не равных $\lambda_0 = \lambda_e = 546,1$ нм, поворот оптическим вращателем плоскости колебаний вектора **Е** может отличаться от заданного; при этом появляется эллиптичность (*хроматизм* вращателя).

Исправление указанных дефектов (так называемая *ахроматизация* оптического вращателя) частично достигается путем небольшой коррекции азимутов быстрых осей пластин.

9.2. Естественные оптические вращатели

Как показано выше, в качестве ЕОВ могут использоваться циклические фазовые пластинки. Например, пластинки, вырезанные из одноосных анизотропных материалов (кристаллов) перпендикулярно оптической оси.

Циклическая фазовая анизотропия (различие в показателях преломления для света с правой и левой круговой поляризацией) и, следовательно, свойство поворачивать плоскость колебаний вектора **Е** проходящего излучения характерна для некоторых кристаллов и растворов сложных веществ, молекулы которых не обладают линейной симметрией (так называемая оптическая активность, см. гл. 5). Угол поворота плоскости колебаний вектора **Е** определяется концентрацией активного вещества в растворе, а направление вращения зависит от природы активного вещества.

Рассмотрим прохождение линейно поляризованного света через материал, который обладает оптической активностью, т. е. создает различную фазовую задержку для правой δ_p и левой δ_l круговой поляризации. Представим линейно поляризованный свет совокупностью двух циклически поляризованных волн с различным направлением вращения вектора **Е**. Оптически активная среда (естественный вращатель) приводит к различным сдвигам фаз компонент излучения с ортогональными круговыми поляризациями. На выходе из вращателя суперпозиция этих компонент с учетом разности фаз $\delta = \delta_p - \delta_l$ между ними образует линейно поляризованный свет, плоскость колебаний вектора **Е** которого повернута на угол $\delta/2$. Матрица Джонса естественного вращателя имеет вид

$$T = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix},$$

где $\varphi = \delta/2$.

Если показатель преломления вещества больше для *правой* круговой поляризации, и соответственно, ее скорость меньше, чем у *левой* круговой поляризации, то $\delta > 0$. В этом случае вращение вектора **E** на выходе из оптически активного материала происходит *против* часовой стрелки, если смотреть, как обычно, навстречу лучу. Такое вращение, согласно принятой терминологии, называется *левым*, а вещество — *левовращающим*.

Если напротив, показатель преломления больше для *левой* круговой поляризации, то *быстрой* является *правая* круговая поляризация и вращение происходит *по* часовой стрелке. Такое вращение называется *правым*. Все оптически активные вещества, например, кварц, существует в природе в двух видах — с правым и левым вращением, причем численные значения вращательной способности для данных модификаций равны между собой и отличаются только знаком.

Измерение угла вращения позволяет определить различие между показателями преломления круговых поляризаций, которое составляет 10^{-6} – 10^{-10} .

Классическим примером ЕОВ является раствор сахара. Угол поворота плоскости колебаний вектора **E** позволяет измерить процентное содержание сахара в растворе. Вообще, определение химического состава материала по вращению плоскости поляризации проходящего излучения называется *сахарометрией*.

Для естественных оптических вращателей характерна независимость направления вращения от направления прохождения света через вращатель. Другими словами, если вращение происходит по правому винту относительно вектора скорости, то при обратном ходе сохраняется вращение по правому винту. Заметим, что для стороннего наблюдателя вращение происходит в разные стороны! Это означает, что если свет пропустить в прямом и обратном направлении через ЕОВ, то плоскость поляризации займет исходное положение.

Таблица 9.1. иллюстрирует особенности прохождения волн с круговой поляризацией через оптически активное вещество. В табл. 9.1 буквы П и Л соответствуют правой и левой круговым состояниям поляризации света для своего направления распространения; u_P , u_L — скорости распространения света в среде. Поворот плоскости колебаний вектора **E** происходит в плоскости YOX , при этом знак вращения определяется при наблюдении навстречу лучу света.

9.3. Фарадеевские оптические вращатели

Принцип работы *фарадеевских вращателей* базируется на эффекте Фарадея: при распространении излучения в среде, которая помещена в продольное магнитное поле, скорости право- и левоциркулярно поляризованных волн различны (см. гл. 6). Таким образом, оказываются

Таблица 9.1

Естественные оптические вращатели

Правовращающее оптически активное вещество (ЕОВ); $n_{\text{п}} < n_{\text{л}}, u_{\text{п}} > u_{\text{л}}, \varphi < 0$; при наблюдении навстречу лучу		
Левовращающее оптически активное вещество (ЕОВ); $n_{\text{п}} > n_{\text{л}}, u_{\text{п}} < u_{\text{л}}, \varphi > 0$		

различными их фазовые задержки, т. е. среда, помещенная в магнитное поле, приобретает свойства *циркулярной фазовой* пластинки. А такая пластинка, как мы видели, эквивалентна оптическому вращателю. В частности, плоскость колебаний вектора **E** линейно поляризованного излучения поворачивается в среде, помещенной в продольное магнитное поле.

Уточним направление вращения плоскости колебаний вектора **E** после прохождения магнитооптического участка. Направление вращения в данном случае определяется относительно вектора магнитного поля. Считается, что вращение *правое* (положительное), если происходит по часовой стрелке при наблюдении в направлении магнитного поля, т. е. от конца в начало вектора **H**. Если представить себе соленоид, который создает магнитное поле, то *правое* вращение соответствует направлению движения тока по виткам соленоида. Заметим, что большинство сред обеспечивают именно правое вращение.

Итак, если при прохождении естественного вращателя относительно *стороннего наблюдателя* вращение вектора **E** происходит в разные

стороны для встречных волн (см. табл. 9.1), то при прохождении магнитооптического участка, вращение для *стороннего наблюдателя* не зависит от направления света. Показатель преломления зависит только от направления вращения вектора относительно вектора **H**.

Если свет многократно проходит магнитооптический участок, отражаясь от идеального зеркала, поворот плоскости поляризации увеличивается. Данные результаты иллюстрирует табл. 9.2. Здесь, как и в табл. 9.1, буквы П и Л соответствуют правой и левой круговым состояниям поляризации света для своего направления распространения. Поворот плоскости колебаний вектора **E** происходит в плоскости *YOX*, при этом знак вращения определяется при наблюдении навстречу лучу света.

Таблица 9.2

Фарадеевский вращатель

Направление распространения света совпадает с вектором H		
$n_{\text{п}} > n_{\text{л}}, u_{\text{п}} < u_{\text{л}},$ правое вращение	Вид навстречу лучу 	Матрица Джонса $\begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix},$ $\varphi > 0$
Направление распространения света противоположно вектору H		
$n_{\text{п}} < n_{\text{л}}, u_{\text{п}} > u_{\text{л}},$ левое вращение	Вид навстречу лучу 	Матрица Джонса $\begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix},$ $\varphi < 0$

Для поляризационной оптики кольцевых лазеров большое значение имеет вопрос о трансформации матрицы Джонса анизотропного элемента при изменении направления обхода волной резонатора. Обозначим волны с различным направлением прохода вращателя индексами (+) и (−). Пусть система координат для встречных волн остается правой. Это означает, что изменяется направление продольной оси *Z*

и поперечной оси X . Тогда с учетом полученных результатов матрицы Джонса *естественного* вращателя для прямой (+) и обратной (–) волн имеют одинаковый вид:

$$T^{(+)} = T^{(-)} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}.$$

Это *левое* вращение согласно принятой для ЕОВ терминологии.

Матрица Джонса *фарадеевского* вращателя в выбранной системе координат не совпадает для встречных волн:

$$T^{(+)} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}, \quad T^{(-)} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}.$$

Магнитное поле (фарадеевский вращатель) оказывает большое влияние на работу лазерных гироскопов, в основе которых лежит кольцевой лазер (см. гл. 12). Фарадеевский вращатель является единственным известным в настоящее время поляризационным элементом, который приводит к *невзаимности* (несовпадению потерь и частот) встречных волн, обладающих эллиптической поляризацией, независимо от их интенсивности. Фарадеевский вращатель может использоваться как фазовый *невзаимный* элемент, который создает различный фазовый набег для волн, распространяющихся во встречных направлениях.

Рассмотрим так называемую *ячейку Фарадея*, использование которой в кольцевых лазерах впервые было предложено проф. В. П. Васильевым (рис. 9.2). Ячейка Фарадея состоит из собственно вращателя 3 (магнитоактивной оптической среды, на которую наложено продольное магнитное поле) и двух четвертьволновых пластинок (1 и 2), азимуты *быстрых* осей (U_1, U_2) которых развернуты на 90° .

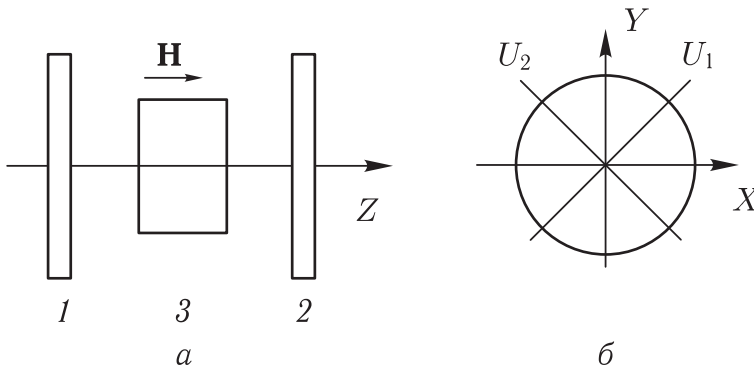


Рис. 9.2. Ячейка Фарадея: *а* — структура ячейки Фарадея; *б* — ориентация быстрых осей и состояние поляризации проходящего излучения при наблюдении навстречу оси Z

Пусть, например, горизонтально линейно поляризованная монохроматическая волна распространяется слева направо (вдоль оси Z) так, что плоскость поляризации составляет угол 45° с *быстрой* осью U_1

первой пластинки. Тогда после прохождения пластинки 1 излучение окажется поляризованным по правому кругу. Пройдя вращатель в направлении, совпадающим с направлением вектора $\mathbf{H}$ магнитного поля, волна приобретает набег фазы $\varphi_1 = 2\pi n_1 L/\lambda$ и затем, пройдя пластинку 2 , снова становится горизонтально линейно поляризованной.

Встречная горизонтально линейно поляризованная монохроматическая волна распространяется справа налево (навстречу оси Z). После прохождения пластинки 2 излучение окажется поляризованным также по правому кругу, но относительно *своего направления* распространения. Относительно вектора $\mathbf{H}$ векторы $\mathbf{E}$ встречных волн вращаются в разные стороны и, следовательно, получают разный сдвиг фазы!

Магнитоактивную среду (вращатель) встречная волна проходит в направлении против вектора $\mathbf{H}$ магнитного поля и приобретает сдвиг фаз $\varphi_2 = 2\pi n_2 L/\lambda$. Пройдя пластинку 1 , эта встречная волна снова становится горизонтально линейно поляризованной. Таким образом, за пределами ячейки обе волны сохраняют свое состояние поляризации, но получают сдвиг фаз, вследствие эффекта Фарадея: $n_1 \neq n_2$.

Контрольные вопросы к главе 9

1. Изменяет ли поляризационный вращатель эллиптичность прошедшего излучения?
2. Как действует вращатель на свет с круговой поляризацией?
3. Как с помощью двух фазовых пластинок получить поляризационный оптический вращатель?
4. Что такое фарадеевский вращатель?
5. Чем отличается понятие «правое вращение» для естественного и фарадеевского вращателя?
6. В чем принцип работы ячейки Фарадея?

Глава 10

ОТРАЖАТЕЛИ

10.1. Матрица Джонса отражателя

Одним из основных элементов практически любой оптической системы являются *отражатели* — устройства для отражения оптического излучения. Отражатели используются для изменения направления распространения излучения (поворотные зеркала), для формирования его характеристик (уменьшения расходимости) в передающей системе телескопов, для приема оптического излучения в приемных системах телескопов. Наконец, отражатели являются неотъемлемой частью оптических резонаторов, необходимых для создания эффекта положительной обратной связи в лазерах.

Можно выделить три типа отражателей — это зеркала с металлическим отражающим покрытием (резонаторы мощных лазеров и телескопы), интерференционные зеркала (резонаторы лазеров с малым усилением, поворотные оптические системы) и призмённые отражатели, основанные на эффекте полного внутреннего отражения (оборачивающие оптические системы, некоторые виды кольцевых лазеров). Как следует из материалов шестой главы, все эти отражатели обладают анизотропией, т. е. изменяют в общем случае состояние поляризации падающего излучения. Это может приводить к ряду нежелательных эффектов: к дополнительным потерям, возникновению эллиптичности излучения и, вследствие этого к существенному ухудшению эксплуатационных и точностных характеристик оптических приборов, например, лазерных гироскопов [102, 126, 143, 145]. В зрительных оптических системах паразитная поляризация излучения приводит к изменению освещенности поля изображения и тем самым к его искажению.

В ряде случаев анизотропные свойства отражателей выполняют важную функциональную роль, в частности, формируют поляризационные характеристики оптической системы или резонатора и задают требуемый тип состояния поляризации излучения.

Матрица Джонса отражателя в *собственной* системе координат, согласованной с плоскостью падения, имеет диагональный вид:

$$T = \begin{pmatrix} R_p & 0 \\ 0 & R_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |R_p| \exp(j\phi_p) & 0 \\ 0 & |R_s| \exp(j\phi_s) \end{pmatrix}, \quad (10.1)$$

где $|R_p|$, $|R_s|$ — амплитудные коэффициенты отражения p - и s -компонент вектора $\mathbf{E}$, с которыми связаны оси X и Y соответственно; ϕ_p , ϕ_s — сдвиги фаз этих компонент.

Поскольку при расчете собственного состояния поляризации абсолютная фаза не играет роли, матрицу (9.1) записывают в одном из следующих видов:

$$T = |R_s| \exp(j\phi_s) \begin{pmatrix} R_{ps} \exp(j\phi) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = |R_p| \exp(j\phi_p) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & R_{sp} \exp(-j\phi) \end{pmatrix},$$

или, опуская общий комплексный множитель, не влияющий на состояния поляризации,

$$T = \begin{pmatrix} -R_{ps} \exp(j\gamma) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -R_{sp} \exp(-j\gamma) \end{pmatrix}. \quad (10.2)$$

Здесь $R_{ps} = |R_p| / |R_s|$, $R_{sp} = R_{ps}^{-1} = |R_s| / |R_p|$, $\phi = \phi_p - \phi_s$, $\gamma = \phi \pm \pi$.

Коэффициент *амплитудной анизотропии* R_{sp} или R_{ps} выбирается в зависимости от типа отражателя так, чтобы его величина не превышала 1, при этом индекс опускают. Параметр *фазовой анизотропии* γ целесообразно использовать, когда разность фаз ϕ примерно равна π — в случае интерференционных или металлических зеркал. Тогда γ принадлежит интервалу $\pm\pi/2$.

Если в оптической системе применяются отражатели одного типа, то вид его матрицы не принципиален и влияет только на удобство расчета. Гораздо сложнее проводить поляризационный анализ оптической системы с отражателями различного вида, например, уголковых отражателей с комбинированным покрытием граней (см. гл. 16).

Если амплитудные коэффициенты отражения равны единице, а разность сдвигов фаз — 180° , то матрица Джонса отражателя, который в этом случае называют «идеальным», имеет вид

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (10.3)$$

Заметим, что система координат для отраженного луча остается правой; наиболее точно (10.3) соответствует интерференционным зеркалам и металлическим серебряным зеркалам при нормальном падении.

Поляризационные свойства призмных отражателей существенно сложнее и определяются в общем случае несколькими отражающими и преломляющими гранями, при этом плоскости падения на эти грани

могут не совпадать (угловые отражатели). Поэтому по отношению к ним (10.1) описывает только одну из нескольких оптических граней.

Довольно часто кривизна поверхности зеркала не совпадает с волновой поверхностью падающего света. Тогда элементы матрицы Джонса, описывающей преобразование поляризационных параметров света на таком зеркале, зависят от координат и приводят к поляризационным аберрациям (гл. 15).

При поляризационном анализе сложных поляризационно-оптических систем может возникнуть ситуация, когда плоскость падения на отражатель не совпадает с координатным базисом. В гл. 4 рассматривались поляризационные элементы с линейной амплитудной или фазовой анизотропией, собственные оси которых составляют угол α по отношению к оси X координатного базиса (см. выражение (4.51)). В случае *развернутого* отражателя запись результирующей матрицы Джонса имеет определенную специфику, поскольку следует учесть, что оси координатного базиса поворачиваются после отражения:

$$\begin{aligned} T &= \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_p & 0 \\ 0 & R_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} (\cos \alpha)^2 R_p - (\sin \alpha)^2 R_s & \cos \alpha \sin \alpha (R_p + R_s) \\ -\cos \alpha \sin \alpha (R_p + R_s) & (\cos \alpha)^2 R_s - (\sin \alpha)^2 R_p \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (10.4)$$

В частности, подстановка $R_p = 1$ и $R_s = -1$ в (10.4) приводит к (10.3), независимо от угла α .

10.2. Поляризационные свойства металлического зеркала

Как следует из материалов гл. 6, отражение света от зеркала с металлическим покрытием характеризуется амплитудно-фазовой анизотропией, которая зависит от вида покрытия. Специфика анизотропных свойств таких зеркал определяется тем, что в отличие от диэлектриков, показатель преломления металлов — комплексная величина.

Фазовая анизотропия изменяется от 0 до 180° , в зависимости от угла падения θ_i . Амплитудная анизотропия равна нулю, если свет падает по нормали. Отношение амплитудных коэффициентов отражения $|R_s|/|R_p|$ достигает максимума (1,05 для серебра) вблизи так называемого *главного угла падения*, при котором сдвиг фазы между ортогональными компонентами равен 90° . Этот угол составляет обычно около 75° .

В результате, свет, отраженный от металла, оказывается в общем случае эллиптически поляризованным, за исключением нормального

падения на плоское металлическое зеркало плоской волны. Если кривизна волновой поверхности и зеркала не совпадают, то возникают поляризационные аберрации (см. гл. 15).

Таким образом, матрица Джонса металлического зеркала в согласованном базисе с плоскостью падения имеет вид

$$T(\theta_i) = \begin{pmatrix} |R_p(\theta_i)| \exp[j\phi_p(\theta_i)] & 0 \\ 0 & |R_s(\theta_i)| \exp[j\phi_s(\theta_i)] \end{pmatrix}, \quad (10.5)$$

где все величины являются функциями угла падения и должны рассчитываться по известному значению показателя преломления или находиться экспериментально. Для серебряного зеркала при угле падения 45° вместо (10.5) получаем

$$T(\theta_i) = \begin{pmatrix} 0,958 \exp(j 0,792) & 0 \\ 0 & 0,979 \exp(-j 2,75) \end{pmatrix}.$$

10.3. Интерференционные зеркала

Интерференционное зеркало предназначено для работы с монохроматическим излучением определенной длины волны при определенном угле падения. Оно представляет собой совокупность чередующихся более и менее оптически плотных тонких диэлектрических слоев, наносимых на подложку из стекла или кварца. Каждый i -й слой характеризуется своей диэлектрической проницаемостью ϵ_i и показателем преломления n_i . Показатель преломления более плотного слоя больше, а менее плотного — меньше показателя преломления подложки. Слои располагаются парами: более плотный слой — менее плотный слой. Оптическая толщина каждого слоя имеет порядок $\lambda/4$.

Луч падает из внешней среды под углом θ_0 . Частично отражаясь от первой грани луч далее пронизывает все слои вплоть до подложки. На каждую границу раздела из слоя i луч падает под углом θ_i , определяемым законом преломления:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 = n_i \sin \theta_i = n_0 \sin \theta_0.$$

Откуда получаем

$$\cos \theta_i = \sqrt{1 - \frac{n_0^2 \sin^2 \theta_0}{n_i^2}}. \quad (10.6)$$

Структуру и последовательность расположения слоев принято фиксировать некоторой «формулой». Обозначим слой с высоким показателем преломления буквой «В», а слой с низким показателем преломления буквой «Н», Подложку зеркала обозначим буквой «П». Тогда структуру зеркала, содержащего N пар слоев, если первый слой оптически более плотный, можно обозначить так: $(ВН)^N П$. Всего можно

представить четыре схемы: схема 1 — $(\text{ВН})^N \text{П}$, схема 2 — $(\text{НВ})^N \text{П}$, схема 3 — $(\text{ВН})^N \text{ВП}$ и схема 4 — $(\text{НВ})^N \text{НП}$.

На каждой границе раздела происходит частичное отражение. Для увеличения суммарного отражения оптическая толщина каждого слоя должна обеспечить сфазированность волн, последовательно отраженных от соседних границ.

Пусть n_i и n_0 — показатели преломления данного слоя и внешней среды; λ_0 — рабочая длина волны излучения; θ_0 — угол падения на лицевой слой зеркала. Введем для каждого слоя так называемый *обобщенный показатель преломления* p_i , который для ТЕ-волны (s -поляризации) имеет вид

$$p_{is} = n_i \cos \theta_i. \quad (10.7)$$

Для ТМ-волны (p -поляризация) имеем

$$p_{ip} = \frac{\cos \theta_i}{n_i}. \quad (10.8)$$

Каждый слой правильно построенного интерференционного зеркала в идеале должен быть *четвертьволновым* для s -поляризации в том смысле, что $h_i p_{is} = \lambda_0/4$. Тогда формула для толщины слоя приобретает вид

$$h_i = \frac{\lambda_0}{4p_{is}}. \quad (10.9)$$

Обобщенный показатель преломления p_{is} при угле падения $\theta_0 = 0$ равен показателю преломления *данного* слоя, а при $\theta_0 > 0$ имеем $p_{is} < n_i$. Например, для структуры зеркала с $n_0 = 1$, $n_1 = 2,3$, $n_2 = 1,35$, $n_3 = 1,52$ и $\theta_0 = 45^\circ$ обобщенные показатели преломления составят $p_{1s} = 2,19$, $p_{2s} = 1,15$, $p_{3s} = 1,35$.

Оптические свойства зеркала характеризуются комплексными коэффициентами отражения $R_{s,p} = |R_{s,p}| \exp(j\phi_{s,p})$, которые *различны* для волн ТЕ и ТМ. Анизотропия зеркала описывается коэффициентом $R = R_p/R_s$.

Расчет характеристик интерференционного зеркала можно проводить на базе теории многослойных структур, изложенной в книгах [3, 60]. В рамках этой теории каждый i -й слой многослойной структуры характеризуется своей толщиной h_i , показателем преломления n_i и углом луча с нормалью к границам слоя θ_i и описывается так называемой *характеристической матрицей*:

$$M_i = \begin{pmatrix} \cos \Phi_i & -\frac{j}{p_i} \sin \Phi_i \\ -jp_i \sin \Phi_i & \cos \Phi_i \end{pmatrix}. \quad (10.10)$$

Здесь Φ_i — фазовая толщина слоя:

$$\Phi_i = \frac{2\pi}{\lambda} n_i h_i \cos \theta_i. \quad (10.11)$$

Для ТЕ- и ТМ-волн эти матрицы *различны*, поскольку не совпадают обобщенные показатели преломления: $p_{is} \neq p_{ip}$. Если слои, образующие зеркало, являются четвертьволновыми, то

$$\Phi_i = \frac{\pi}{2} \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \Lambda, \quad (10.12)$$

где $\Lambda = \lambda_0/\lambda$ — удобная безразмерная переменная.

Алгоритм расчета коэффициента отражения в общем случае может быть таким. Вычисляется полная матрица зеркала путем перемножения характеристических матриц всех слоев для каждой волны (ТЕ и ТМ). Для четного числа слоев имеем

$$\mathbf{M} = [\mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2]^N, \quad (10.13)$$

а для нечетного, например,

$$\mathbf{M} = [\mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2]^N \mathbf{M}_1. \quad (10.14)$$

Далее вычисление коэффициента отражения зеркала базируется на обработке приведенной матрицы (10.13) или (10.14). Пусть полная матрица зеркала для каждой из компонент имеет вид

$$\mathbf{M}_{s,p} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}. \quad (10.15)$$

Здесь элементы матриц различаются для ортогональных компонент вектора $\mathbf{E}$, вследствие того, что $p_{is} \neq p_{ip}$.

Комплексные коэффициенты отражения обеих компонент задаются соотношением

$$R_{s,p} = \frac{(m_{11} + m_{12}p_3)p_0 - (m_{21} + m_{22}p_3)}{(m_{11} + m_{12}p_3)p_0 + (m_{21} + m_{22}p_3)}. \quad (10.16)$$

Модули коэффициентов R_s и R_p определяют изменение амплитуды волн, а аргументы — изменение фаз. Обычно используют энергетические коэффициенты отражения $\rho_s = |R_s|^2$, $\rho_p = |R_p|^2$, причем очевидно, что $\rho_s > \rho_p$.

Параметром, характеризующим амплитудную анизотропию, может также служить *амплитудный* коэффициент анизотропии зеркала:

$$t = 1 - |R_p| / |R_s| \approx t_p - t_s \approx (\tau_p - \tau_s)/2, \quad (10.17)$$

где $t_p = 1 - |R_p|$, $t_s = 1 - |R_s|$ и $\tau_p = 1 - \rho_p$, $\tau_s = 1 - \rho_s$ — коэффициенты пропускания для компонент. Определим также коэффициент *относительного пропускания* зеркала: $\tau = \tau_p - \tau_s$. Амплитудная анизотропия зеркала уменьшается с увеличением числа слоев.

Кроме амплитудной анизотропии, зеркала обладают *фазовой анизотропией* $\phi = \phi_p - \phi_s$, которая играет важную роль при формировании поляризационных характеристик оптического тракта. При идеальном исполнении зеркала амплитудная анизотропия мала, а фазовая анизотропия равна $\phi = \pi$ (это иногда является нежелательным). Дополни-

тельная фазовая анизотропия возникает при различных погрешностях изготовления зеркала, например, при изменении толщины слоя, или может создаваться специально.

На рис. 10.1 представлена характерная зависимость $\rho(\Lambda)$ для зеркала с нечетным числом интерференционных слоев (схема В(НВ)^NП)

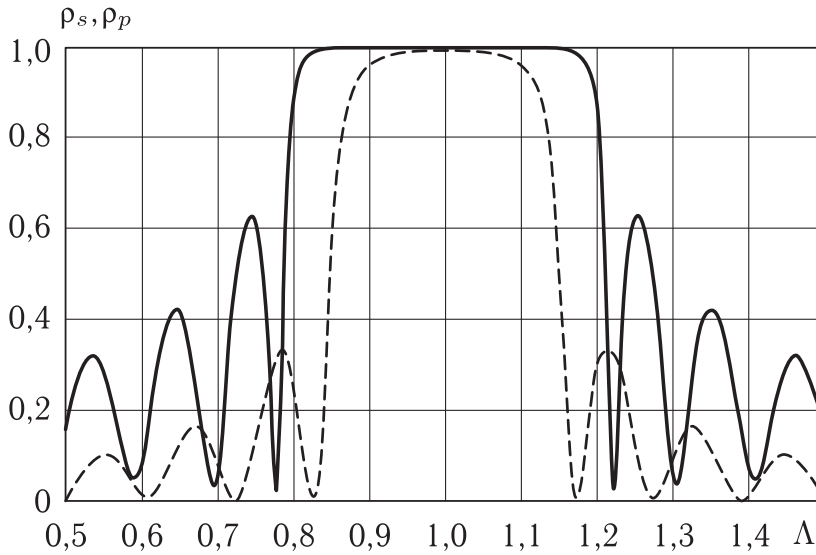


Рис. 10.1. Зависимость коэффициента отражения ρ_s , ρ_p интерференционного зеркала от безразмерного параметра $\Lambda = \lambda_0/\lambda$ для зеркала с нечетным числом слоев $2N + 1 = 15$: сплошная — ρ_s ; пунктир — ρ_p

при угле падения излучения $\theta_0 = \pi/4$ и $n_0 = 1$, $n_1 = 2,2$, $n_2 = 1,35$, $n_3 = 1,46$, $N = 7$. Коэффициент отражения принимает значение, близкое к единице, вблизи значения $\Lambda = 1$ ($\lambda = \lambda_0$). Видно, что зеркала обладают анизотропией, т. е. коэффициент отражения зависит от состояния поляризации падающего света и не совпадает для p -компоненты и s -компоненты вектора $\mathbf{E}$.

Отклонение Λ от 1, т. е. длины волны λ от номинального значения λ_0 , приводит к увеличению относительного пропускания зеркала (рис. 10.2) и к амплитудной анизотропии зеркала. При изменении толщины слоя амплитудная анизотропия также возрастает.

Кроме амплитудной анизотропии, зеркала могут обладать *фазовой анизотропией*, $\phi = \phi_p - \phi_s$, что играет важную роль при формировании поляризационных характеристик оптического тракта. Если при идеальном исполнении зеркала малая амплитудная анизотропия всегда существует, то фазовая анизотропия отсутствует (это иногда является нежелательным). Фазовая анизотропия возникает при различных погрешностях изготовления зеркала (изменение толщины слоя или длины волны) или может создаваться специально. Рисунок 10.3 иллюстрирует зависимость коэффициента фазовой анизотропии $\gamma = \pi - |\phi|$ от Λ при

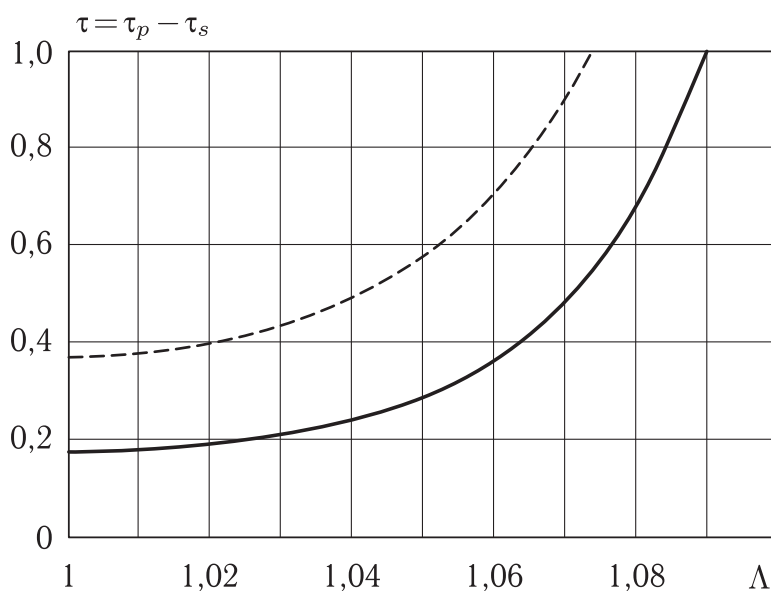


Рис. 10.2. Зависимость относительного коэффициента пропускания (%) зеркала от Λ : сплошная — $N = 9$; пунктир — $N = 8$

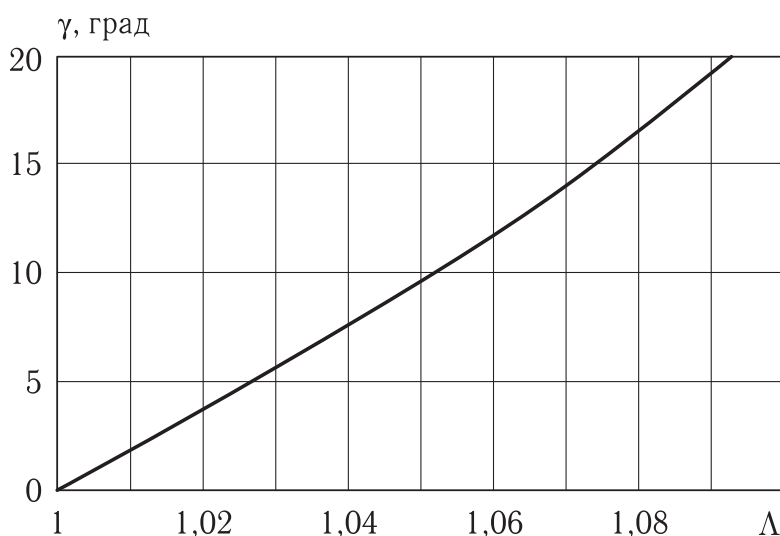


Рис. 10.3. Зависимость коэффициента фазовой анизотропии зеркала от относительного изменения длины волны падающего излучения

$N = 8$. Изменение λ на 5 % приводит к фазовой анизотропии примерно 10° .

Фазовая анизотропия также существенно зависит от изменения толщины слоя (рис. 10.4). Изменение толщины слоя с высоким показателем преломления на 5 % приводит к фазовой анизотропии примерно 5° . Заметим, что функции, представленные на рис. 10.4 и 10.5 практически не зависят от числа пар слоев N .

Анизотропия зеркала зависит также от угла падения света. Если этот угол отличается от *номинального*, то фазовая анизотропия возрастает (рис. 10.5, где номинальное значение угла падения $\theta_{i0} = 45^\circ$).

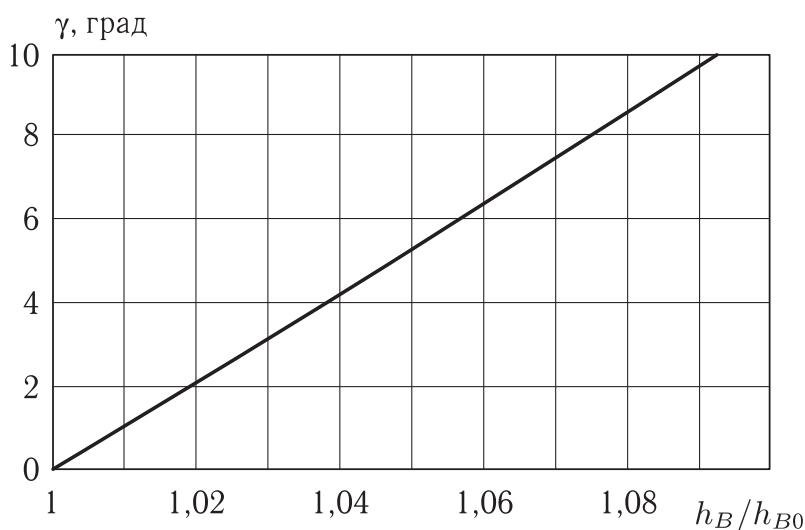


Рис. 10.4. Зависимость коэффициента фазовой анизотропии зеркала от относительного изменения толщины слоя с высоким показателем преломления

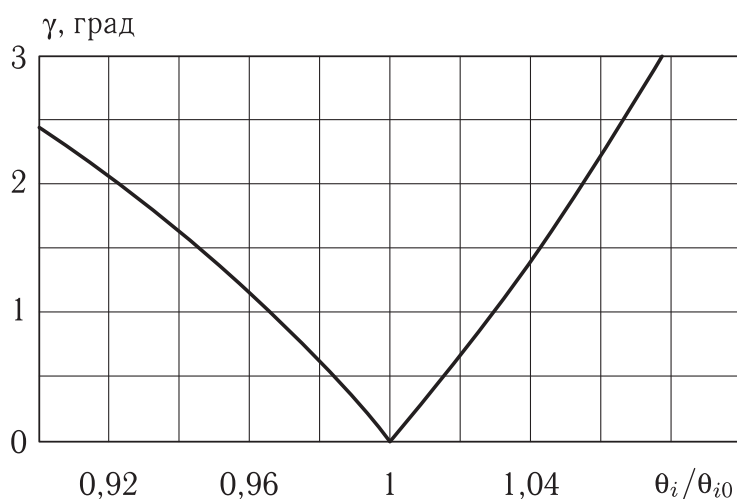


Рис. 10.5. Зависимость коэффициента фазовой анизотропии зеркала от относительного изменения угла падения при $N = 8$

Анизотропия интерференционных зеркал имеет существенное значение для формирования собственных состояний поляризации в лазерах с малым усилением, где обычно используются эти зеркала (см. гл. 12).

10.4. Призменные отражатели

Принцип работы призмных отражателей основан на явлении полного внутреннего отражения (гл. 6). Все призмные отражатели можно разделить на две группы по их предназначению. Первая группа — это отражатели для поворота светового луча на определенный угол, который указывается в обозначении призмы. Вторая группа — это отражатели оптических резонаторов.

Если отражатели используются для поворота светового пучка в оптических системах, то, как правило, входная и выходная грани располагаются перпендикулярно оптической оси. Призмные отражатели первого типа обычно являются недисперсионными, т.е. белый свет после их прохождения не раскладывается в спектр.

На рис. 10.6 показана призма АР-90 — одна из наиболее часто употребляемых призм на практике для поворота луча на угол 90° . Если френелевские потери (около 4 % на одну оптическую поверхность) существенны, то для квазимонохроматического света применяется просветляющее покрытие.

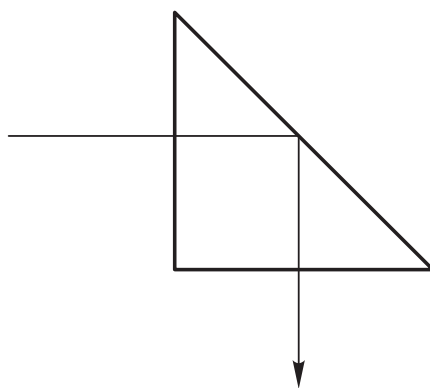


Рис. 10.6. Призма АР-90

Матрица Джонса такого отражателя аналогична матрице линейной фазовой пластинки:

$$T = \begin{pmatrix} \exp(j\delta_p) & 0 \\ 0 & \exp(j\delta_s) \end{pmatrix}, \quad (10.18)$$

где сдвиг фазы $\delta_p - \delta_s$ находится в диапазоне от 20° до 50° .

Таким образом, при полном внутреннем отражении на грани призмы АР-90 возникает сдвиг фаз между ортогональными компонентами. Однако для неполяризованного света этот сдвиг фазы не является существенным, а для монохроматических пучков стараются, для уменьшения искажения состояния поляризации, чтобы плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ совпадала с плоскостью падения или была ей ортогональна (при этом малые отклонения плоскости колебаний, конечно, приводят к малой эллиптичности излучения). Особую роль среди призмных отражателей первого типа играют так называемые уголкивые отражатели, рассмотрение которых, в виду их важности, проводится в следующем параграфе.

Принципиально иное построение используется для призмных отражателей второго типа, которые предназначены для оптических резонаторов. Достоинством призмных отражателей являются малые потери при ПВО (менее 0,01 %) и сверхмалое рассеяние, что в ряде

случае играет важную роль (см. [145]). Для уменьшения общих потерь в призмённом отражателе входные и выходные грани призмы должны располагаться под углом Брюстера к оптической оси. Существует два типа таких призмённых отражателей — недисперсионные (рис. 10.7) и дисперсионные (рис. 10.8).

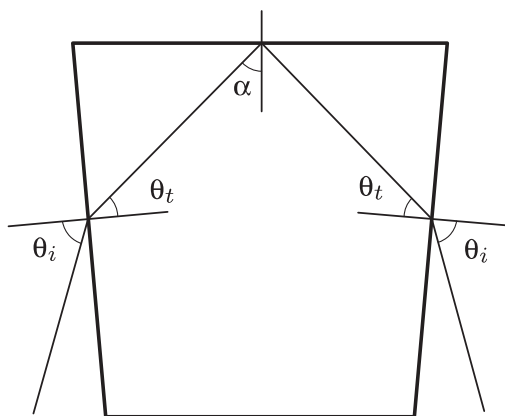


Рис. 10.7. Недисперсионная призма ПВО. Входная и выходная грани расположены под углом Брюстера к световому лучу

Проведем расчет геометрикооптических параметров призмы ПВО, предназначенной для кольцевого лазера (рис. 10.8). Сформулируем основные требования к призме:

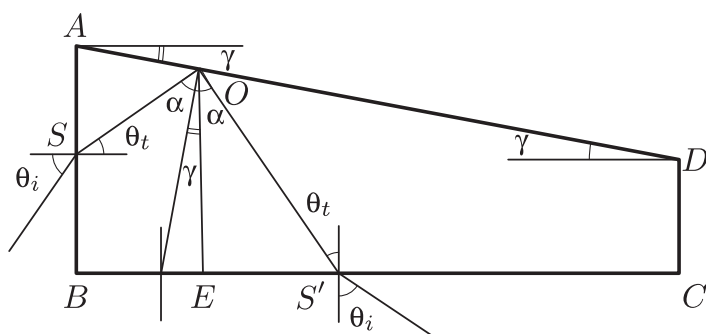


Рис. 10.8. Дисперсионная призма ПВО — отражатель, используемый в кольцевых лазерах

— материал — плавленый кварц (КВ), прозрачный для излучения видимого диапазона, показатель преломления $n = 1,45703$ (относительно воздуха для $\lambda = 0,6328$ мкм);

— входящий и выходящий осевые лучи направлены под углом 90° по отношению друг к другу и под углом Брюстера к преломляющим граням призмы (в кольцевом лазере в этом случае используются четыре отражателя);

— условие ПВО на отражающей грани призмы выполняется для излучения гелий-неонового лазера с длиной волны $0,6328$ мкм;

— призма — массивное тело, т. е. соотношение между ее размерами таково, чтобы препятствовать изгибам под действием атмосферного давления (это связано с тем, что призма может закрывать «активный» канал, где давление смеси He–Ne поддерживается около 2 Торр).

Расчет проводится следующим образом: исходя из известного n , находим угол Брюстера: $\theta_i = \arctg n \approx 55,5^\circ$ — угол падения луча на преломляющую грань AB . Угол преломления: $\theta_t = 90^\circ - \theta_i \approx 34,5^\circ$. Если угол B прямой, а это целесообразно из технологических соображений, то, как следует из $BSOS'$ на рис. 10.8, удвоенный угол падения α на отражающую грань AD также равен 90° . Тогда из $BSOE$ получим: $\gamma = \alpha - \theta_t \approx 10,5^\circ$, где γ — дополнительный угол к углу A при вершине призмы.

Анизотропию призмы ПВО (рис. 10.8) определяют две преломляющие грани, расположенные под углом Брюстера к осевому лучу, и одна отражающая грань. Отношение амплитудных коэффициентов пропускания для ортогональных поляризаций равно $T = T_s/T_p \approx 0,9331$, а разность фаз при отражении на ПВО: $\delta = \delta_s - \delta_p \approx -27^\circ$.

Таким образом, матрица Джонса данного призмного отражателя в согласованном координатном базисе имеет вид

$$T = \begin{pmatrix} T_p \exp(j\delta_p) & 0 \\ 0 & T_s \exp(j\delta_s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & T \exp(j\delta) \end{pmatrix} T_p \exp(j\delta_p). \quad (10.19)$$

Источником искажения анизотропии призмы ПВО являются механические напряжения, которые возникают вследствие двух основных причин. Во-первых, призмы закрывают вакуумные каналы и тем самым подвергаются атмосферному давлению, во-вторых, их часто припаивают или приклеивают к посадочной плоскости, в результате чего призмы оказываются в состоянии поперечного изгиба. Вследствие фотоупругости (гл. 6), каждая частица призмы приобретает свойства двухосного кристалла.

На рис. 10.9 показаны две проекции призмы. С учетом малой разности фаз, возникающей между ортогональными компонентами векто-

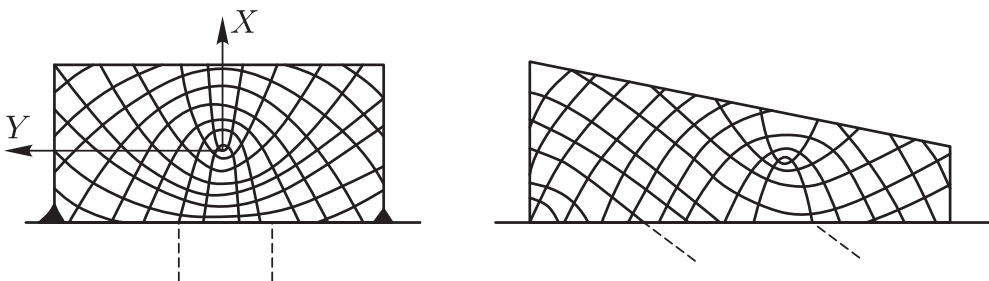


Рис. 10.9. Ориентация осей линейной фазовой анизотропии в призме ПВО, обусловленное механическими напряжениями

ра **E** ($\delta \ll 1$), каждому направлению луча соответствует определенная ориентация осей θ наведенной линейной фазовой анизотропии. Интегральная матрица, описывающая совокупность линейных фазовых пластинок на пути луча вдоль оси Z , в простейшем случае цилиндрического изгиба призмы, имеет следующие матричные элементы:

$$\begin{aligned} t_{11} &= \left(1 - \frac{1}{2} a^2 y^2\right) \exp(jbx), \\ t_{12} &= t_{21} = jay, \\ t_{22} &= \left(1 - \frac{1}{2} a^2 y^2\right) \exp(-jbx), \end{aligned} \quad (10.20)$$

где $ay \ll 1$, $bx \ll 1$, например, $a = 5 \cdot 10^{-3}$ рад/мм, $b = 10^{-2}$ рад/мм. Параметры a и b зависят от величины нагрузки, условий закрепления призмы и т. д. и могут измеряться на поляриметре.

Произведение матриц (10.19) и (10.20) описывает пространственную анизотропию призмы ПВО, которая подвергается механическому воздействию. Излучение, проходящее такую призму, становится неоднородно-поляризованным [311]. Если лазерный пучок распространяется точно по центру напряжений, то угол эллиптичности, равный нулю в центре пучка, линейно возрастает к его периферии, достигая нескольких градусов [143].

10.5. Угловые отражатели

Угловые отражатели (УО) широко используются в различных областях технической оптики. Основным свойством является параллельность падающего и отраженного лучей *независимо* от угла падения на УО. Простейший угловой отражатель (призма-крыша) показан на рис. 10.10.

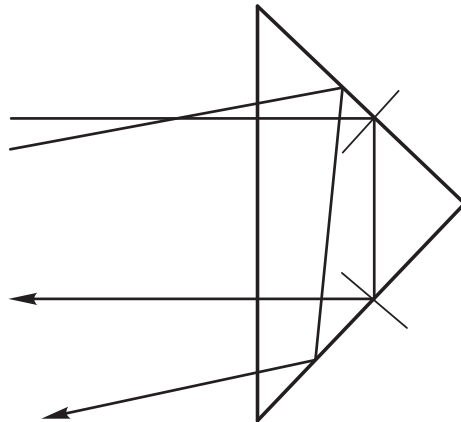


Рис. 10.10. Угловой отражатель призма-крыша

Для всех лучей в меридиональной плоскости рисунка выполняется основное свойство УО. Данный УО — недисперсионный. Лучи, падающие на УО под одним углом, имеют одинаковую длину оптического пути внутри УО.

Для того, чтобы любой луч в пространстве отражался в первоначальном направлении, необходимо построить УО из трех двугранных углов. Такой УО представляет собой куб, срезанный по диагонали, как показано на рис. 10.11.

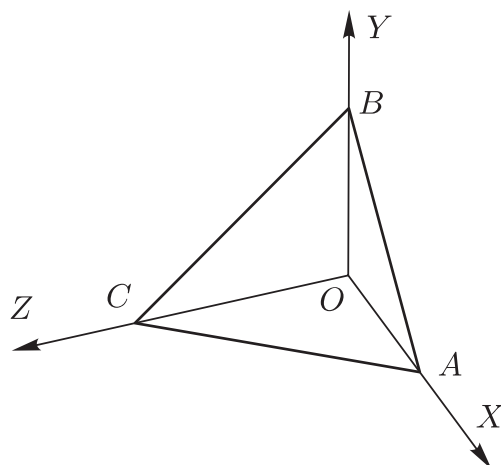


Рис. 10.11. Угловой отражатель

Падающий луч света может попасть на одну из трех граней УО. Сопоставим лучу вектор $\mathbf{S}(s_x, s_y, s_z)$. После отражения от каждой грани определенная координата вектора изменяет свой знак на противоположный. Пусть луч вначале приходит на грань COA , т.е. плоскость $Y = 0$, тогда изменяет свой знак y -компонента s_y . Затем луч попадает на одну из боковых граней, например, BOA ($Z = 0$) и изменяет знак другая компонента s_z . После отражения от последней грани BOC ($X = 0$) меняет знак s_x . Таким образом, после выхода луча из УО все компоненты вектора поменяли свои знаки на противоположные, а это значит, что вектор развернулся в обратную сторону.

Угол падения луча на каждую грань составляет более 45° , т.е. очевидно, что выполняется условие ПВО. Однако, в ряде случаев на грани напыляют металл, например, алюминий. Поэтому такой УО, строго говоря, не является призмным отражателем по нашему определению.

Исследуем поляризационные характеристики УО. Если УО используется для белого света как в *катафотах*, то поляризационные характеристики не имеют значения. Однако для лазерного излучения именно поляризационные характеристики, как это будет следовать из дальнейшего анализа, играют ключевую роль в формировании диаграммы направленности и поляризационной структуры отраженного света.

Рассмотрим поляризационные свойства УО в наиболее простом случае (но вместе с тем и часто реализуемом на практике), когда луч падает на УО перпендикулярно входной грани ABC .

Сложность расчета поляризационных характеристик УО определяется тем, что луч на своем пути претерпевает три отражения, каждое из которых характеризуется линейной фазовой анизотропией, и, что самое главное, плоскости падения луча на эти грани не совпадают. Это значит, что между отражениями необходимо учитывать поляризационные вращатели и определять их знак. Подобная ситуация встречается в так называемых непланарных резонаторах, которые рассматриваются в гл. 12.

Для нашей модели УО легко вычислить, что угол падения на каждую грань равен $\arctg \sqrt{2} \approx 54,7^\circ$, а угол между плоскостями падения на грани, называемый углом *кручения*, равен $\pm 60^\circ$. Кроме того, следует учитывать углы кручения β_1 и β_2 между координатной осью поляризационного базиса и как первой, так и последней плоскостями падения.

Для описания УО необходимо рассматривать шесть секторов входной грани, которые пронумерованы, как показано на рис. 10.12.

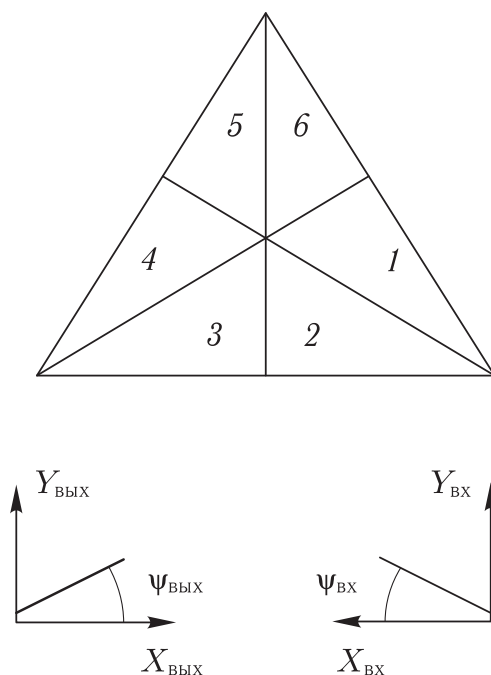


Рис. 10.12. Обозначения шести секторов, различающихся ходом луча в угловом отражателе и состоянием поляризации луча на выходе из призмы

Свяжем с лучом систему координат — поляризационный базис, в котором будем определять состояние поляризации излучения в произвольной точке внутри УО. Условимся отсчитывать угол кручения от оси X к плоскости падения. Поскольку луч может пройти путь внутри

УО шестью разными способами, поляризационные свойства УО описывают шесть матриц Джонса для различных комбинаций хода луча.

На рис. 10.12 указана ориентация осей координат входного и выходного лучей. Направление оси z изменяется на противоположное для входа и выхода луча из УО. В выбранной системе координат сдвиг фаз между ортогональными компонентами вектора $\mathbf{E}$ при ПВО на границе кварц–вакуум равен $\delta = \delta_s - \delta_p \approx -42^\circ$. Таким образом, для лучей, *выходящих* из секторов 1–6, имеем шесть различных матриц Джонса, общий вид которых определяется выражением

$$T = \begin{pmatrix} \cos \beta_2 & \sin \beta_2 \\ -\sin \beta_2 & \cos \beta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{j\delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{j\delta} \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{j\delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \beta_1 & \sin \beta_1 \\ -\sin \beta_1 & \cos \beta_1 \end{pmatrix}. \quad (10.21)$$

Последовательность углов кручений для шести возможных комбинаций граней на пути луча указана в табл. 10.1.

Таблица 10.1

Последовательность углов кручений для уголкового отражателя

	β_1 , град	α_1 , град	α_2 , град	β_2 , град
1 → 2 → 3 → 4	−30	60	−60	30
4 → 2 → 3 → 1	30	−60	60	−30
2 → 1 → 6 → 5	90	−60	60	30
5 → 1 → 6 → 2	30	60	−60	90
3 → 4 → 5 → 6	−90	60	−60	−30
6 → 4 → 5 → 3	−30	−60	60	−90

По отношению к ортогональным компонентам $E_x^{\text{вых}}$ и $E_y^{\text{вых}}$ отраженного излучения УО эквивалентен двум дифракционным поляризационно-оптическим элементам с радиальной симметрией (см. гл. 16). Каждый сектор характеризуется своими коэффициентами пропускания для ортогональных компонент, которые приведены на рис. 10.13.

На рис. 10.14. показаны поляризационные эллипсы в пределах каждого сектора на выходе из УО при различном состоянии поляризации падающего света. Важно отметить, что данное состояние поляризации сохраняется только в так называемой ближней зоне УО. На достаточно большом расстоянии от УО, когда на апертуре УО укладывается менее одной зоны Френеля, наблюдается дифракция Фраунгофера, картина которой существенно зависит от типа УО, различающихся покрытием граней, и от состояния поляризации падающего света (см. гл. 16).

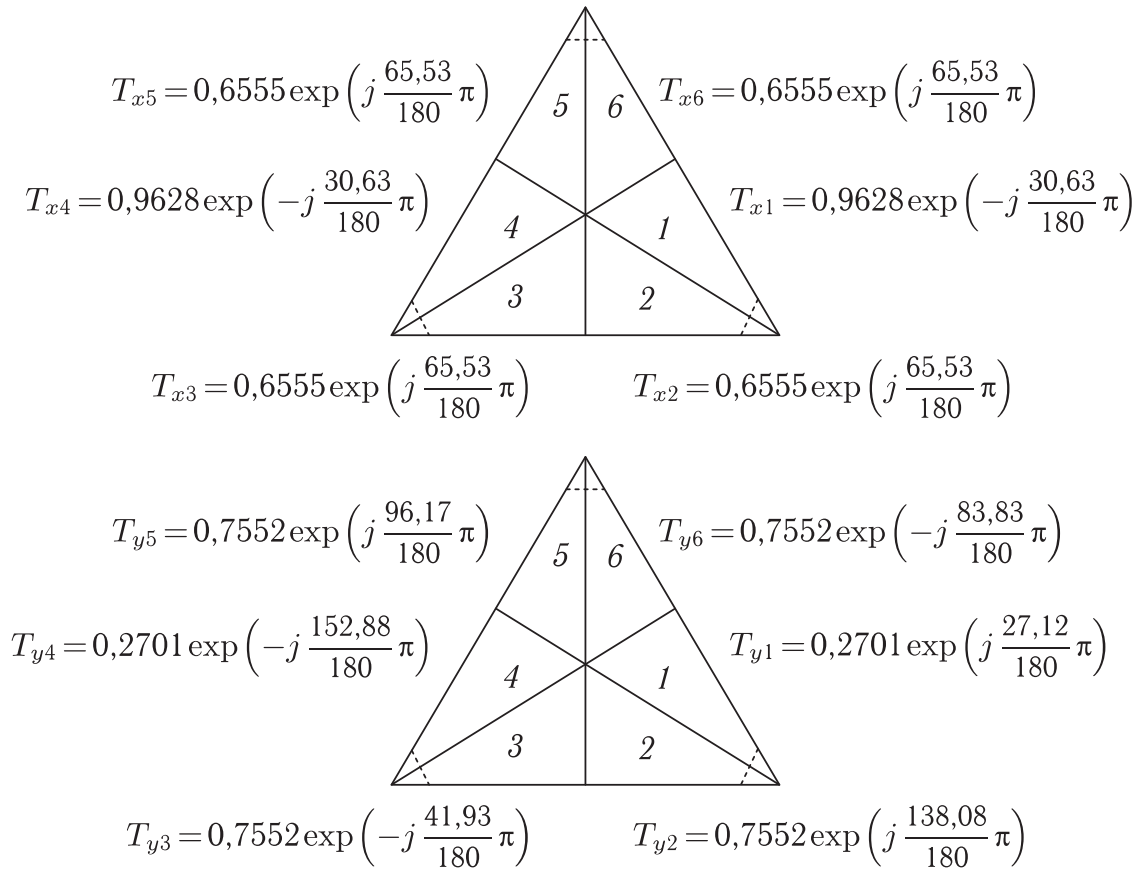


Рис. 10.13. Амплитудно-фазовые коэффициенты пропускания секторов УО для ортогональных компонент вектора $\mathbf{E}$ при падении на УО света с горизонтальной ориентацией $\mathbf{E}$

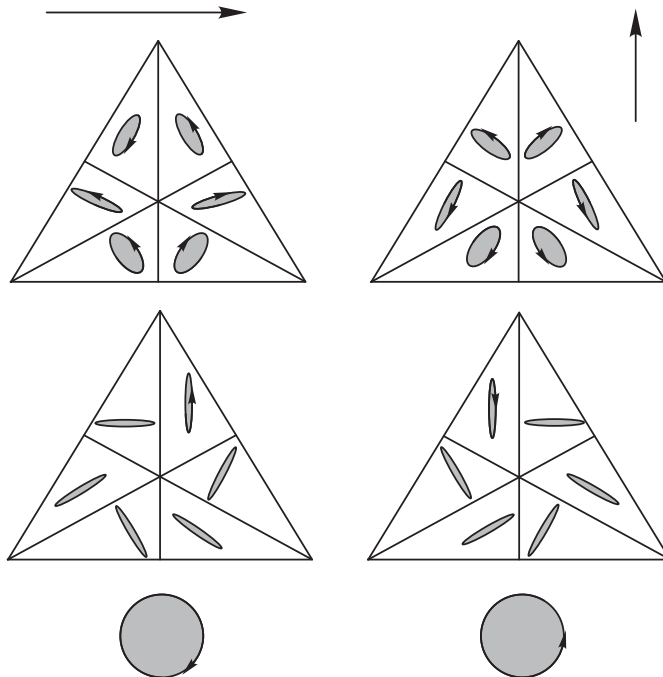


Рис. 10.14. Поляризационная структура отраженного света от УО, в зависимости от состояния поляризации падающего света

Контрольные вопросы к главе 10

1. От каких параметров зависит анизотропия интерференционного зеркала?
2. Какая совокупность поляризационных элементов описывает уголкового отражатель?
3. Возможно ли с помощью металлического зеркала преобразовать линейную поляризацию в круговую?
4. Какие отражатели обладают амплитудной анизотропией?

Глава 11

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ УСТРОЙСТВА

11.1. Компенсаторы

Компенсаторами называют оптические устройства, которые управляют разностью фаз базисных ортогональных компонент вектора **Е** поляризованной части излучения и тем самым изменяют состояние поляризации. Специфической функцией компенсатора является выравнивание фаз компонент, что превращает произвольное состояние поляризации в линейное.

Компенсаторы бывают двух типов: клиновые (например, Бабинэ–Солейля) и азимутальные (Сенармона). В первых компенсация разности фаз достигается за счет перемещения клиньев при неизменном азимуте путем изменения разности фаз между ортогональными компонентами вектора **Е**; во вторых — путем изменения азимута компенсатора.

Поясним проблематику на простейшем примере. Рассмотрим полностью поляризованное излучение с произвольными эллипсометрическими параметрами. Совместим оси поляризационного эллипса с координатными осями (рис. 11.1). Это можно сделать без ущерба для общности дальнейшего анализа подходящим выбором координатного базиса.

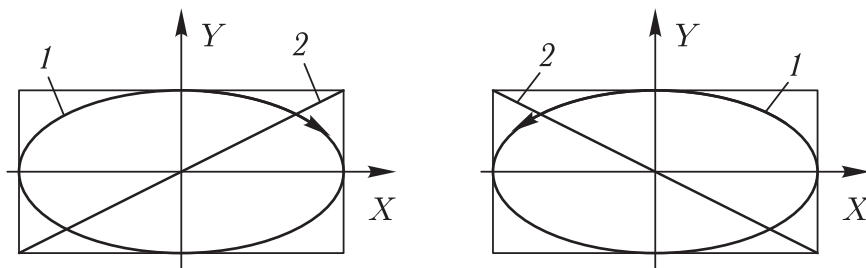


Рис. 11.1. Поляризационный эллипс до (1) и после (2) прохождения светом четвертьволновой пластинки ($\lambda/4$) при различном направлении вращения вектора **Е**

Такой эллипс характеризуется нулевым азимутом ($\psi = 0$) произвольным углом эллиптичности χ . Эллипсу соответствуют разные амплитуды координатных компонент вектора **Е**: $A_x = \cos \chi$, $A_y = \sin \chi$.

Разность фаз Φ ортогональных компонент определяется следующим образом:

$$\Phi = \arcsin \left(\frac{\sin 2\chi}{\sqrt{1 - \cos^2 2\psi \cos^2 2\chi}} \right) = \arccos \left(\frac{\sin 2\psi \cos 2\chi}{\sqrt{1 - \cos^2 2\psi \cos^2 2\chi}} \right). \quad (11.1)$$

При нулевом азимуте $\Phi = \pi/2$.

Теперь представим, что такое излучение проходит фазовую пластинку. Если *быстрая* ось пластинки совмещена с осью X (т. е. с большой осью поляризационного эллипса), то фазовая пластинка добавит в фазу x -компоненты $\pi/2$, и разность фаз исчезнет. Состояние поляризации со сфазированными компонентами — линейное. Азимут линейной поляризации, прошедшей фазовую пластинку, определится соотношением амплитуд, которые фазовая пластинка не изменит: $\psi' = \arctg(A_y/A_x) = \chi$.

Этот же результат может быть получен в рамках аппарата Джонса. Без потери общности анализа рассмотрим излучение, поляризованная часть которого характеризуется эллипсом с нулевым азимутом (рис. 11.1). Вектор Джонса для излучения, интенсивность которого I , а угол эллиптичности χ , имеем вид

$$\mathbf{D}(I, \chi) = \sqrt{I} \begin{pmatrix} \cos \chi \\ j \sin \chi \end{pmatrix}.$$

Представляя матрицу Джонса четвертьволновой пластинки в собственном базисе,

$$T_{\text{ph}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -j \end{pmatrix},$$

получаем

$$\mathbf{D}'(I, P, \chi) = T_{\text{ph}} \mathbf{D}(I, \chi) = \sqrt{I} \begin{pmatrix} \cos \chi \\ \sin \chi \end{pmatrix}. \quad (11.2)$$

Данный вектор Джонса соответствует линейно поляризованному свету с азимутом $\psi = \chi$, что и позволяет определить угол эллиптичности исходного излучения. Получение линейно поляризованного света из произвольного эллиптически поляризованного позволяет использовать компенсаторы в системе диагностики состояния поляризации (гл. 13)

Органичным недостатком четвертьволновой фазовой пластинки как компенсатора является невозможность перестройки на другую длину волны. *Бабине* (J. Vabinet, 1849 г.) предложил компенсатор для работы на разных длинах волн оптического излучения. Компенсатор представляет собой совокупность двух призм клиновидной формы из одноосного анизотропного материала. Оптические оси в призмах C ортогональны оси светового пучка и друг другу (рис. 11.2).

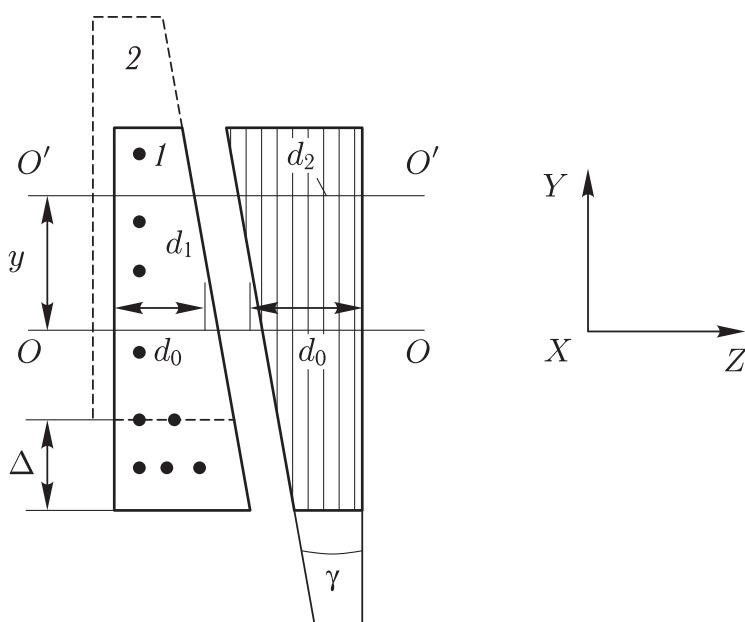


Рис. 11.2. Компенсатор Бабинe

Угол клина γ очень мал (на рис. 11.2 он сильно преувеличен). Левая призма с помощью микрометрического винта может delicatно перемещаться вверх и вниз. Например, из положения 1 в положение 2 (на рис. 11.2 показано пунктиром).

Введем декартову систему координат XYZ так, как показано на рисунке. Ось Z совмещена с центральной линией OO' , которая, пересекая обе призмы, оставляет внутри них равные отрезки длиной d_0 . Ось Y ортогональна оси Z и располагается в плоскости рисунка, а ось X ортогональна плоскости рисунка.

Пусть узкий пучок проходит обе призмы на высоте y (линия $O'O'$). При этом отрезки, которые ось пучка составляет внутри каждой призмы d_1 и d_2 .

Нетрудно видеть, что

$$d_1 = d_0 + \gamma(\Delta - y), \quad d_2 = d_0 + y\gamma, \quad (11.3)$$

где γ — малый угол при вершине клина в радианах; y — координата оси пучка; Δ — малое смещение левой призмы, осуществляемое микрометрическим винтом.

Излучение, распространяющееся по линии $O'O'$, содержит две компоненты: E_x и E_y . При прохождении левой призмы компонента E_x является *необыкновенной* волной, а компонента E_y — *обыкновенной* волной. При прохождении же правой призмы компонента E_x является *обыкновенной* волной, а компонента E_y — *необыкновенной* волной. Таким образом, при прохождении всего компенсатора между компонентами E_x и E_y создается дополнительная разность фаз:

$$\delta_{xy} = \phi_x - \phi_y = k(n_e d_1 + n_o d_2 - n_o d_1 - n_e d_2) = kJ(d_1 - d_2),$$

где $k = 2\pi/\lambda$, $J = n_e - n_o$. Или, используя (11.3), получаем

$$\delta_{xy} = kJ\gamma(\Delta - 2y). \quad (11.4)$$

Таким образом, варьируя величину смещения левой призмы относительно правой, можно *подстраивать* длину волны λ , для которой создается нужная дополнительная разность фазовых набегов δ_{xy} .

Важно подчеркнуть, что компенсатор Бабиня применяется только для анализа полностью поляризованного света.

Недостатком компенсатора Бабиня является неоднородность дополнительной разности фаз по сечению пучка (зависимость δ_{xy} от y). Указанный дефект устраняется в компенсаторе Солейля (Н. Soleyl 1845), схема которого показана на рис. 11.3.

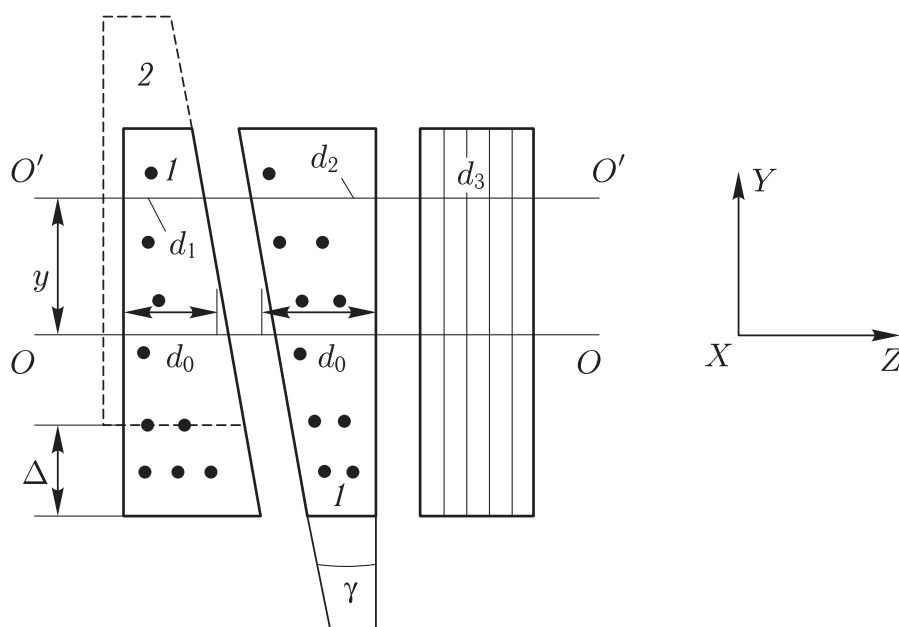


Рис. 11.3. Компенсатор Солейля

Компенсатор Солейля представляет собой совокупность трех призм, две из которых имеют клиновидную форму (1 и 2), а третья 3 представляет собой параллелепипед. Призмы выполнены из одноосного анизотропного материала. Оптические оси в призмах 1 и 2 ортогональны оси светового пучка и параллельны друг другу (на рис. 11.3 они перпендикулярны плоскости рисунка). Оптическая ось призмы 3 ортогональна оси светового пучка и оптической оси в призмах 1 и 2 (на рис. 11.3 она располагается в плоскости рисунка). Угол клина γ призм 1 и 2 очень мал. Левая призма 1 с помощью микрометрического винта может плавно перемещаться вверх и вниз.

Как и при описании компенсатора Бабиня, введем декартову систему координат XYZ , как показано на рис. 11.3. Ось Z совмещена с центральной линией OO' , которая, пересекая призмы 1 и 2, оставляет внутри них равные отрезки длиной d_0 . Ось Y ортогональна оси Z

и располагается в плоскости рисунка, а ось X ортогональна плоскости рисунка.

Пусть узкий пучок проходит обе призмы на высоте y (линия $O'O'$); при этом отрезки, которые ось пучка оставляет внутри каждой призмы d_1 , d_2 и d_3 . Нетрудно видеть, что

$$d_1 = d_0 + \gamma(\Delta - y), \quad d_2 = d_0 + \gamma y,$$

где γ — малый угол при вершине клина, выраженный в радианах; y — координата оси пучка, а Δ — малое смещение левой призмы, осуществляемое микрометрическим винтом. Излучение, распространяющееся по линии $O'O'$, содержит две компоненты: E_x и E_y . При прохождении призм 1 и 2 компонента E_x является необыкновенной волной, а компонента E_y — обыкновенной волной. При прохождении же призмы 3 компонента E_x является обыкновенной волной, а компонента E_y — необыкновенной волной. Таким образом, при прохождении всего компенсатора между компонентами E_x и E_y создается дополнительная разность фаз,

$$\begin{aligned} \delta_{xy} = \phi_x - \phi_y &= k [n_e (d_1 + d_2) + n_o d_3 - n_o (d_1 + d_2) - n_e d_3] = \\ &= kJ (d_1 + d_2 - d_3), \end{aligned} \quad (11.5)$$

или, используя (11.5), получаем

$$\delta_{xy} = kJ (2d_0 - d_3 + \gamma\Delta). \quad (11.6)$$

Мы видим, что в данном случае, в отличие от компенсатора Бабинне, дополнительная разность фаз не зависит от поперечной координаты y . С помощью подвижки Δ можно подстраивать длину волны, для которой создается нужная дополнительная разность фазовых набегов δ_{xy} . Переход с одной длины волны λ_1 на другую λ_2 соответствует, как следует из (11.6), подвижке призмы 1:

$$\Delta_2 - \Delta_1 = \frac{\delta_{xy} (\lambda_2 - \lambda_1)}{2\pi\gamma J}. \quad (11.7)$$

11.2. Стопа Столетова

Одним из распространенных поляризационных устройств является так называемая *оптическая стопа* (стопа Столетова). Стопа представляет собой набор диэлектрических плоскопараллельных пластин, расположенных так, что нормали к рабочим плоскостям составляют с осью проходящего светового пучка приблизительно угол Брюстера. Рабочие грани пластины тщательно обработаны. При увеличении числа границ раздела *показатель качества* Q такого частичного поляризатора увеличивается. В оптической стопе используется m пластин (рис. 11.4).

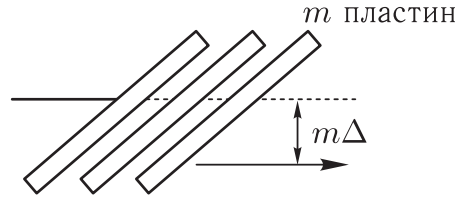


Рис. 11.4. Оптическая стопа

При их брюстеровском расположении:

$$Q(m) = \frac{\tau_p^m - \tau_s^m}{\tau_p^m + \tau_s^m} = \frac{(n^2 + 1)^{4m} - (2n)^{4m}}{(n^2 + 1)^{4m} + (2n)^{4m}}, \quad (11.8)$$

где τ_p , τ_s определяются из (8.20).

Из (11.8) следует, что *показатель качества* Q идеальной стопы быстро возрастает с увеличением числа пластин m . Зависимость $Q(m)$ можно аппроксимировать формулой

$$Q(m) \approx 1 - \exp[-a(n)m], \quad (11.9)$$

где

$$a(n) = \ln \left\{ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{n^2 + 1}{2n} \right)^4 + 1 \right] \right\}.$$

На практике показатель качества отражательного поляризатора оказывается меньшим из-за рассеяния, многократных отражений s -компоненты и частичного поглощения p -компоненты. Эти дефекты ухудшают поляризационные свойства оптической стопы с увеличением числа пластин в стопе. Реальная зависимость показателя качества поляризатора от числа пластин аппроксимируется эмпирической формулой

$$Q'(m, n) = Q(m, n) \exp(-\sigma m), \quad (11.10)$$

где $Q(m, n)$ — теоретическая зависимость (11.8), m — число пластин, а σ — эмпирический параметр, имеющий смысл *показателя дефектности* стопы. Этот параметр определяется экспериментально путем сравнения реального показателя качества стопы $Q'(m, n)$ с теоретической величиной $Q(m, n)$, а именно

$$\sigma = \frac{1}{m} \ln \left(\frac{Q}{Q'} \right). \quad (11.11)$$

На практике эта величина имеет значение в интервале $0,01 < \sigma < 0,1$.

Зависимости показателя качества стопы, определяемые формулами (11.8), (11.9) и (11.11) при $n = 1,52$ показаны на рис. 11.5. Зная величину σ , можно указать *оптимальное* число пластин m_{opt} в стопе, обеспечивающее максимально возможный показатель качества поляризатора. Для определения m_{opt} можно воспользоваться полуэмпирической зависимостью

$$m_{\text{opt}}(n, \sigma) = \frac{1}{a(n)} \ln \left(\frac{a(n)}{\sigma} + 1 \right), \quad (11.12)$$

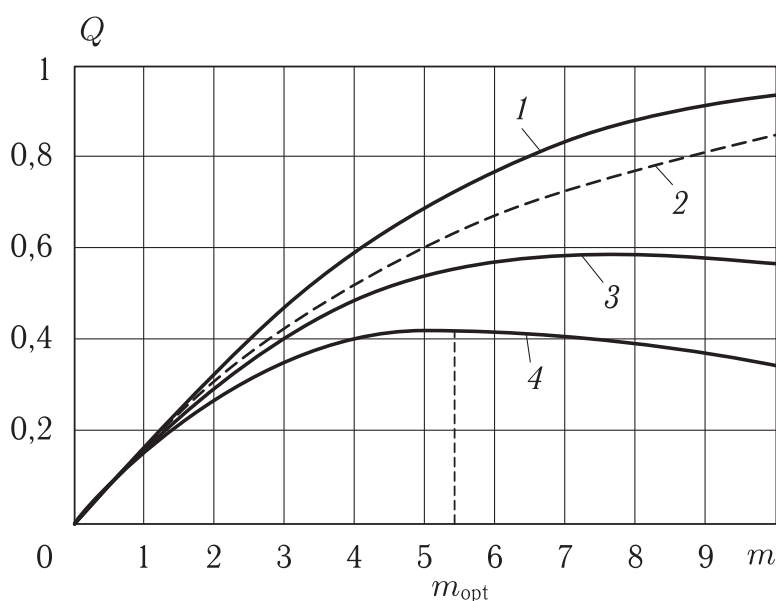


Рис. 11.5. Зависимости показателя качества оптической стопы от числа пластин: 1 — Q идеальной стопы, вычисленный по (11.8); 2 (пунктир) — Q идеальной стопы, вычисленный по приближенной формуле (11.9); 3, 4 — Q реальной стопы при $\sigma = 0,1$ и $\sigma = 0,05$, соответственно; $n = 1,52$

где $a(n)$ задается формулой (11.9), а σ вычисляется из эксперимента по (11.11).

Как следует из рис. 7.3, при прохождении светового луча через плоскопараллельную пластину он смещается параллельно себе на некоторое расстояние Δ :

$$\Delta = \frac{(n^2 - 1)h}{n\sqrt{n^2 + 1}}, \quad (11.13)$$

где h — толщина пластины. В стопе, состоящей из m пластин, смещение луча составляет $m\Delta$. При толщине пластин 2–4 мм для стопы, состоящей из пяти–семи пластин, поперечное смещение достигает 10 мм, что может оказаться неудобным. Для компенсации указанного эффекта используют стопы со «встречным» наклоном пластин (рис. 11.6).

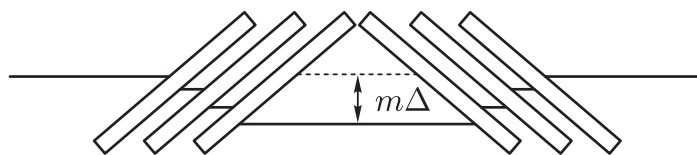


Рис. 11.6. Оптическая стопа со встречным наклоном пластин

Приведенные выше соотношения позволяют анализировать показатель качества оптической стопы. Поляризационные характеристики значительно улучшаются при оптимизации конструктивных параметров реальной стопы (снижение σ). Приведем некоторые данные для $n = 1,52$. Так при $\sigma = 0,1$ оптимальное число пластин, как видно из

рис. 11.5, равно 5–6, что соответствует Q всего 0,4, а при $\sigma = 0,01$ имеем $m_{\text{opt}} = 16$ и $Q = 0,8$. В то же время очевидно, что достижение высоких поляризационных параметров наталкивается в оптических стопах на серьезные конструктивные и технологические трудности. И это обстоятельство ограничивает возможности использования оптической стопы как поляризатора, поскольку известные дихроичные поляризаторы обеспечивают значительное лучший показатель качества Q .

Более интересными для практики являются свойства стопы как *частичного* поляризатора. Например, стопа может выполнять функцию *деполяризатора*, если с ее помощью выравнять интенсивности некогерентных ортогональных компонент. Другое применение — это контролируемое изменение азимута линейно поляризованного излучения. Действительно, малый азимут, недоступный для измерения, может быть увеличен, если большую компоненту излучения уменьшить в известное число раз.

11.3. Поляризационный фильтр Лио

В 1933 г. молодой французский астроном Бернар Лио (B. Liot) в процессе исследования солнечного спектра изобрел узкополосный поляризационный светофильтр, в последствии названный *поляризационным фильтром Лио*.

Фильтр Лио представляет собой многослойную оптическую структуру, в которой между согласованными поляризаторами ($P_0, P_1, P_2, \dots, P_N$) располагаются линейные фазовые пластинки ($\Phi P_1, \Phi P_2, \dots, \Phi P_N$). Оси пропускания поляризаторов совпадают, а оси фазовых пластинок ориентированы под углом $\pi/4$ к осям поляризаторов. Оптическая разность хода Δ_n между собственными линейными поляризациями нарастает от пластинки к пластинке, оставаясь кратной выделяемой спектральной линии λ_0 . Схема такого устройства (а) и ориентация собственных осей поляризаторов и фазовых пластинок (б) представлены на рис. 11.7. В дальнейшем мы совмещаем прозрачные оси всех поляризаторов с координатной осью X , а непрозрачные — с осью Y . Быстрая ξ и медленная η оси всех фазовых пластинок развернуты на угол $\pi/4$ относительно базисной пары осей.

Качественно работу фильтра Лио можно пояснить так. На вход каждого цикла (звена) схемы рис. 11.7 попадает линейно поляризованное излучение. Для выделяемой длины волны λ_0 фазовая пластинка не изменяет состояния поляризации, так как разность фазовых набегов собственных компонент при прохождении пластинки кратна 2π . Для других же длин волн разность фазовых набегов собственных компонент при прохождении пластинки, вообще говоря, не будет кратна 2π , и состояние поляризации изменится. Оно может стать эллиптическим

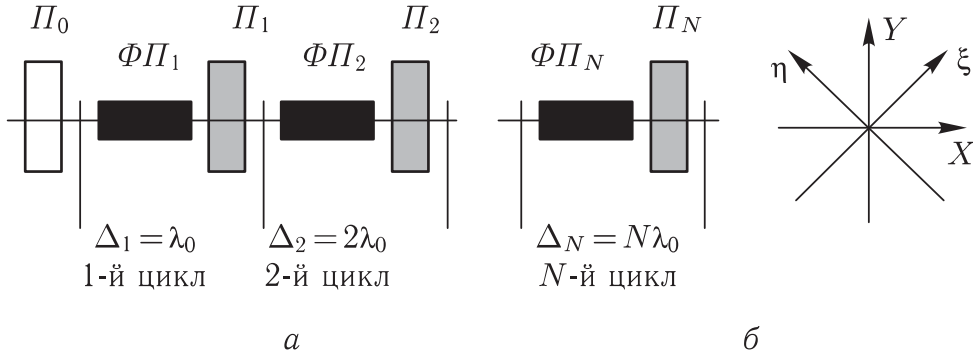


Рис. 11.7. Поляризационный фильтр Лию

или круговым и будет частично «зарезаться» последующими поляризаторами. Для некоторых длин волн разность фазовых набегов собственных компонент при прохождении пластинки составляет нечетное число π , при этом плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ поворачивается на 90° . Такое излучение полностью поглощается поляризаторами. Таким образом, пропускание фильтра существенно зависит от длины волны падающего излучения.

Для первичного анализа работы фильтра Лию выберем метод Джонса и будем полагать все элементы схемы идеальными (рис. 11.7). Пусть исходное излучение неполяризовано. Тогда после входного поляризатора Π_0 излучение окажется линейно поляризованным (вектор $\mathbf{E}$ ориентирован по оси X), при этом интенсивность уменьшится в два раза.

Рассмотрим один произвольный (n -й) цикл схемы фильтра. Цикл состоит из фазовой пластинки $n\lambda_0$ и поляризатора. Фазовая толщина пластинки $\delta = 2\pi n(\lambda_0/\lambda)$, а ее оси составляют угол $\pi/4$ с координатными осями. Матрица Джонса такой пластинки

$$T_{\text{ph}}(\delta_m) = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\delta_m}{2}\right) & j \sin\left(\frac{\delta_m}{2}\right) \\ j \sin\left(\frac{\delta_m}{2}\right) & \cos\left(\frac{\delta_m}{2}\right) \end{pmatrix}. \quad (11.14)$$

Составим матрицу Джонса для произвольного n -го цикла схемы фильтра:

$$T(\delta_m) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\delta_m}{2}\right) & j \sin\left(\frac{\delta_m}{2}\right) \\ j \sin\left(\frac{\delta_m}{2}\right) & \cos\left(\frac{\delta_m}{2}\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\delta_m}{2}\right) & j \sin\left(\frac{\delta_m}{2}\right) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (11.15)$$

Заметим, что на выходе каждого цикла (в том числе и предыдущего $n - 1$ -го цикла) располагается идеальный поляризатор; поэтому излучение с интенсивностью I_n на входе рассматриваемого n -го цикла

линейно горизонтально поляризовано и характеризуется вектором вида

$$\mathbf{D}_n = \sqrt{I_n} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (11.16)$$

Используя матрицу (11.14), можно получить вектор Джонса для излучения на выходе рассматриваемого цикла:

$$\mathbf{D}'_n = T_n \mathbf{D}_n = \sqrt{I_n} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\delta_n}{2}\right) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (11.17)$$

Интенсивность на выходе цикла $I'_n = I_n \cos^2(\delta_n/2)$. Таким образом, коэффициент пропускания одного n -го цикла схемы фильтра $\cos^2(\delta_n/2)$. Коэффициент пропускания совокупности N циклов (от 1-го до N -го) равен

$$\tau_N = \frac{1}{2} \cos^2\left(\frac{\delta_1}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\delta_2}{2}\right) \dots \cos^2\left(\frac{\delta_N}{2}\right) = \frac{1}{2} \prod_{n=1}^N \cos^2\left(\frac{n\pi\lambda_0}{\lambda}\right). \quad (11.18)$$

При анализе спектральных приборов принято рассматривать зависимость его характеристик от так называемого *относительного волнового числа* $\Lambda = \lambda_0/\lambda$. В данном случае имеем

$$\tau_N = \frac{1}{2} \prod_{n=1}^N \cos^2(n\pi\Lambda). \quad (11.19)$$

Рассмотрим формирование спектральной характеристики фильтра Лео $\tau_N(\Lambda)$. Для этого зафиксируем частные зависимости $\tau_n(\Lambda)$ для первых циклов схемы фильтра (n — номер цикла):

$$\tau_1 = \cos^2(\pi\Lambda), \quad \tau_2 = \cos^2(2\pi\Lambda). \quad (11.20)$$

Эти зависимости приведены на рис. 11.8. Они представляют собой гармонические функции с периодом $1/n$. Максимумы этих функций ($\tau_n = 1$) приходятся на $\Lambda = k/n$, а минимумы ($\tau_n = 0$) — на $\Lambda = (k + 0,5)/n$, где $k = 0, 1, 2, \dots$. На том же рис. 11.7 представлен суммарный коэффициент пропускания двух циклов от относительного волнового числа Λ . Далее нас будут интересовать окрестности точки $\Lambda = 1$, соответствующей выделяемой длине волны λ_0 .

Обобщая указанную зависимость на произвольное число циклов, можно сделать следующие выводы. *Область дисперсии* фильтра, т. е. рабочий спектральный интервал, в котором основная характеристика (в данном случае коэффициент пропускания фильтра) прибора не повторяется более двух раз, составляет

$$\frac{1}{2} \leq \Lambda \leq \frac{3}{2}, \quad 2\lambda_0 \geq \lambda \geq \frac{2}{3}\lambda_0. \quad (11.21)$$

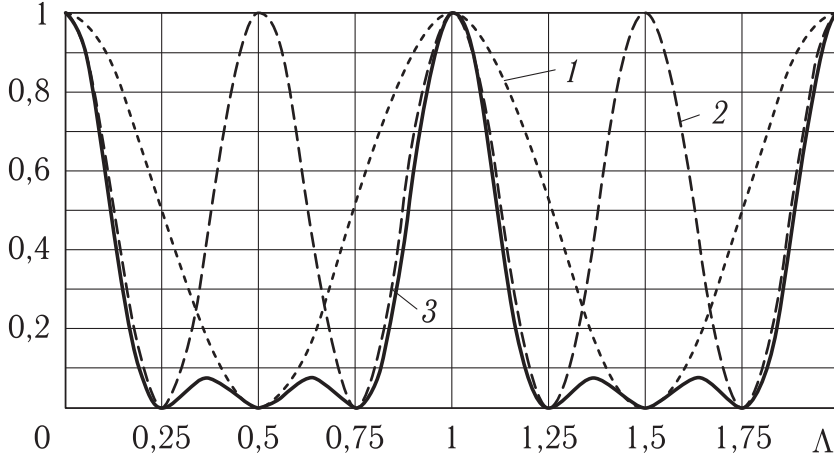


Рис. 11.8. Кривые, описывающие процесс формирования спектральной характеристики фильтра Лию: 1 — $\tau_1(\Lambda)$; 2 — $\tau_2(\Lambda)$; 3 — $\tau_1(\Lambda)\tau_2(\Lambda)$

В области дисперсии (11.20) наблюдается один главный максимум при $\Lambda = 1$ ($\lambda = \lambda_0$), $2N$ нулевых минимумов, $2(N-1)$ побочных максимумов. Первый и второй минимумы наблюдаются при

$$\begin{aligned} \Lambda_1^{\min} &= 1 \pm \frac{1}{2N}, & \Lambda_2^{\min} &= 1 \pm \frac{1}{2(N-1)}, \\ \lambda_1^{\min} &= \frac{2N\lambda_0}{2N \pm 1}, & \lambda_2^{\min} &= \frac{2(N-1)\lambda_0}{2(N-1) \pm 1}. \end{aligned} \quad (11.22)$$

Ширина спектральной линии пропускания фильтра (т.е. расстояние между первыми минимумами)

$$\delta\Lambda = \frac{1}{N}, \quad \delta\lambda = \frac{4N\lambda_0}{4N^2 - 1}. \quad (11.23)$$

С увеличением числа звеньев полоса пропускания фильтра Лию существенно сужается. Это обстоятельство иллюстрирует рис. 11.9, где представлены спектральные зависимости $\tau_N(\Lambda)$ пределах области дисперсии для двух, трех и четырехзвенных фильтров Лию ($N = 2, 3, 4$).

В соответствии с критерием Рэлея, разрешающая способность фильтра задается соотношением

$$R = \frac{\lambda_0}{\delta\lambda} = \frac{4N^2 - 1}{4N}. \quad (11.24)$$

Наличие побочных максимумов с позиций практики, естественно, является дефектом спектрального прибора. Первый побочный максимум наблюдается приблизительно при

$$\begin{aligned} \Lambda_1^{\max} &\approx \frac{1}{2} (\Lambda_1^{\min} + \Lambda_2^{\min}) = 1 \pm \frac{2N-1}{4N(N-1)}, \\ \lambda_1^{\max} &\approx \frac{4N(N-1)\lambda_0}{4N(N-1) \pm (2N-1)}. \end{aligned} \quad (11.25)$$

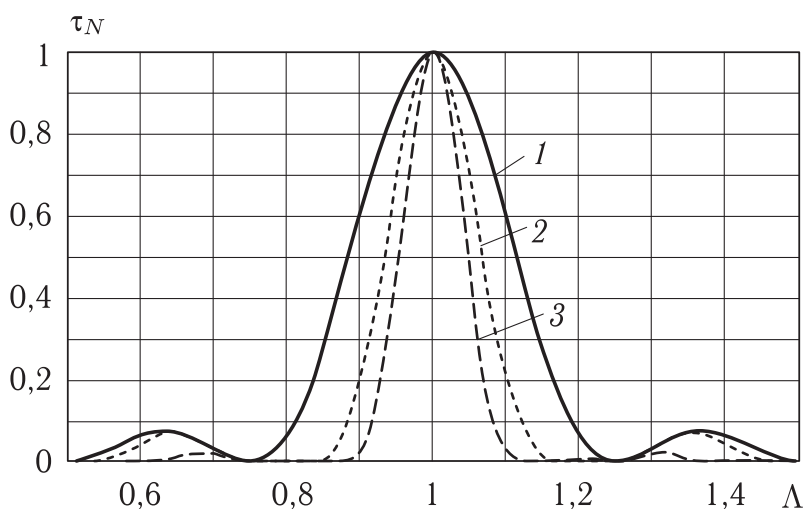


Рис. 11.9. Сужение спектральной характеристики $\tau_N(\Lambda)$ фильтра Лию при увеличении числа звеньев в схеме фильтра: 1 — два звена; 2 — три звена; 3 — четыре звена

Заметим, что для определения величин коэффициентов пропускания удобно пользоваться окрестностями точки $\Lambda = 0$, так как ход функции там повторяет ход функции в окрестности точки $\Lambda = 1$. Учитывая сказанное, можно определить относительное значение первого побочного максимума:

$$\tau_1^{\max} = \prod_{n=1}^N \cos^2 \left[\frac{n\pi(2N-1)}{4N(N-1)} \right]. \quad (11.26)$$

Для идеального фильтра, состоящего только из двух циклов, эта величина составляет 7,32 %, но она быстро падает с возрастанием числа циклов (табл. 11.1).

Таблица 11.1

Относительное пропускание фильтра Лию для первого максимума

Число циклов в фильтре	Относительная величина 1-го побочного максимума, %
2	7,32
3	0,62
4	0,08
5	0,01

При рассмотрении работы *реальных* фильтров Лию с учетом неидеальности поляризатора и ошибок ориентации линейной поляризации падающего света не так просто получить аналитическую спектральную зависимость $\tau_N(\Lambda)$. Если в схеме фильтра отсутствуют деполаризующие факторы, то можно использовать методику Джонса. Последовательность анализа может быть такой. Сначала фиксирует-

ся вектор Джонса, соответствующий излучению после прохождения «стартового» поляризатора Π_0 ; он, вообще говоря, может отличаться от выражения (11.15). Пусть, например, используется реальный поляризатор, характеризуемый стандартными параметрами: общим коэффициентом пропускания τ *качеством* Q или главными коэффициентами пропускания $\tau_{\max} = \tau(1 + Q)$ и $\tau_{\min} = \tau(1 - Q)$. Тогда после прохождения «стартового» поляризатора Π_0 излучение характеризуется вектором Джонса,

$$\mathbf{D}_0 = \sqrt{\frac{1}{2}} I \begin{pmatrix} \sqrt{\tau_{\max}} \\ \sqrt{\tau_{\min}} \end{pmatrix}. \quad (11.27)$$

Затем составляются матрицы Джонса для каждого звена T_n с учетом дефектов поляризатора и фазовой пластинки, входящих в это звено. Излучение, прошедшее N циклов фильтра, характеризуется вектором

$$\mathbf{D}_N = \left(\prod_{n=1}^N T_n \right) \mathbf{D}_0, \quad (11.28)$$

а коэффициент пропускания реального фильтра, составленного из N звеньев, определится соотношением

$$\tau_N = I^{-1} \left(|D_{Nx}|^2 + |D_{Ny}|^2 \right). \quad (11.29)$$

При наличии в схеме фильтра деполяризующих факторов необходимо использовать методику Стокса–Мюллера.

Элементы, выполненные или установленные с ошибками в фильтре Лию, естественно, ухудшают его спектральную характеристику. Для примера на рис. 11.10 показаны функции $\tau_N(\Lambda)$ двухзвенного фильтра

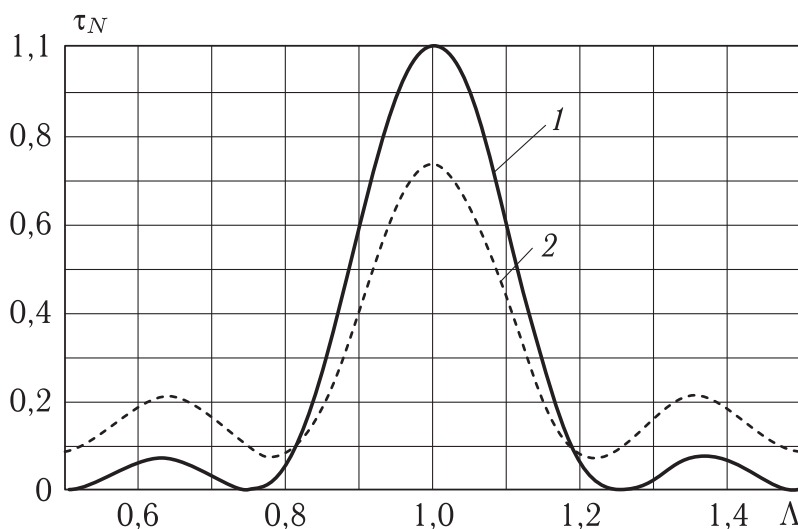


Рис. 11.10. Сравнение спектральных характеристик $\tau_N(\Lambda)$ фильтра Лию: 1 — фильтр с идеальными поляризаторами ($\tau = 0,5$; $Q = 1$); 2 — фильтр с реальными поляризаторами ($\tau = 0,5$; $Q = 0,8$)

Лео; сравниваются спектральные характеристики фильтра, в котором использованы идеальные поляризаторы ($\tau = 0,5$; $Q = 1$) и фильтра, в котором использованы реальные поляризаторы ($\tau = 0,5$; $Q = 0,8$).

Спектральная характеристика идеального фильтра содержит ряд кардинальных точек: главный максимум, первый минимум, второй минимум, первый побочный максимум. Ниже приведены значения в кардинальных точках спектральной зависимости для идеального фильтра и для фильтра, у которого поляризаторы характеризуются параметрами: $\tau = 0,5$, $Q = 0,8$ (табл. 11.2).

Таблица 11.2

Пропускание фильтра Лео в зависимости от относительного волнового числа

$$\Lambda = \lambda_0/\lambda$$

Особая точка	Идеальный фильтр: $\tau = 0,5$, $Q = 1$	Реальный фильтр: $\tau = 0,5$, $Q = 0,8$
Главный максимум	1	0,73
Первый минимум	0	0,09
Второй минимум	0	0,09
Первый побочный максимум	0,07	0,20

Видно, что дефекты составляющих фильтр оптических элементов существенно отрицательно влияют на спектральную характеристику. В этом, видимо, состоит основной недостаток фильтра Лео.

11.4. Деполяризаторы

Во введении было дано определение неполяризованного света как совокупность волн со всеми возможными ориентациями вектора **Е**, которая статистически симметрична относительно направления распространения. В некоторых оптических приборах или технологических установках требуется, чтобы свет был полностью неполяризован. Так частичная поляризация естественного излучения в призмных оптических системах оказывается нежелательной, поскольку приводит к искажению освещенности по полю изображения. Состояние поляризации может быть неизвестным или изменять свои параметры в оптическом приборе. Поэтому в ряде случаев целесообразно специально полностью деполяризовать излучение, чтобы не измерять или учитывать его поляризационные свойства. Для этого специально применяют устройства, которые деполяризуют излучение, называемые *деполяризаторами*. Идеальный деполяризатор должен, сохраняя интенсивность прошедшего излучения, уменьшить его степень поляризации до нуля.

Процессы деполяризации излучения и его идентификации, диагностики тесно связаны. Важную роль при этом играют параметры измерительного прибора, такие как инерционность и зависимость от длины волны света.

Свет, прошедший через деполяризатор, не должен проявлять зависимости интенсивности от положения линейного, циркулярного или эллиптического поляризатора, расположенного вслед за деполяризатором.

Существует несколько способов функциональной деполяризации излучения. Так деполяризатор Лио [19] предназначен для работы с *белым* светом и основан на том, что волны с различной длиной волны приобретают различное состояние поляризации. При суммировании таких волн излучение в целом оказывается неполяризованным. Конкретная реализации данного деполяризатора состоит из двух кварцевых пластин, рабочие плоскости которых параллельны оптической оси кристалла, а толщины находятся в соотношении 2 : 1, при этом угол между оптическими осями пластин составляет 45° .

Другой способ деполяризации состоит в пространственном разложении различных форм поляризации по сечению пучка. Такое поляризационно-неоднородное излучение при интегрировании поляризационных свойств излучения по сечению может восприниматься анализатором как неполяризованное. Так в компенсаторе Бабине (см. п. 11.1), если на ширине пучка укладывается целое число расстояний, на которых изменение фаз равно 360° , все формы состояний поляризации равномерно присутствуют в пучке.

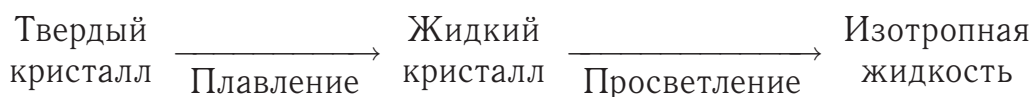
Деполяризация света возможна также путем непрерывного, периодического и многократного изменения состояния поляризации за время регистрации. Одним из практических способов реализации данного устройства является вращающийся поляризатор. Применяется также электрооптический модулятор с изменяющимися во времени анизотропными свойствами.

11.5. Поляризационные устройства на основе жидких кристаллов

Введение. Жидкие кристаллы (ЖК) — это сложные органические соединения (молекулы вытянутой продолговатой формы), находящиеся в жидкой фазе, характеризующиеся определенным порядком, *ориентацией* осей молекул. Положение центров молекул произвольно хаотическое, а оси выстроены. Как следствие этого проявляется анизотропия механических, электрических, магнитных и оптических свойств. Указанная анизотропия проявляется в определенном интервале температур выше температуры плавления кристалла как *мезофаза* между твердым кристаллом и изотропной (обычной) жидкостью. Интересно, что в ЖК присутствует эффект Керра, а эффекта Поккельса нет.

В конце XIX в. австриец Фридрих Рейнитцер обнаружил, что синтезированное им жидкое вещество (холестерилбензоат) проявляет анизотропные свойства, присущие твердым кристаллам. В 1888 г. он послал синтезированное вещество своему другу немецкому физiku Отто Леману. Последний исследовал оптические свойства вещества и назвал его *жидким кристаллом*. В начале XX в. немецкий ученый Форлендер нашел другие аналогичные соединения. Молекулы таких веществ должны иметь вытянутую продолговатую форму. Позднее Фридель ввел термин для жидких кристаллов «мезофаза» или «мезоморфная фаза» от греческого слова «мезос» — промежуточный. Это промежуточное состояние вещества, характеризующееся как текучестью, так и дальним порядком. ЖК занимают промежуточное положение между кристаллами и жидкостями по своим физическим свойствам.

Термотропные жидкие кристаллы, которые рассматриваются ниже, образуются в результате нагревания твердого вещества и существуют в определенном интервале температур и давлений:



Классификация. Различают три группы ЖК, названия которых носят случайный эмпирический характер по виду картинки в поле зрения микроскопа.

1. *Нематики* (НЖК) ($\nu\eta\mu\alpha$ — нить). В этих кристаллах отсутствуют дальний порядок в расположении молекул и слоистая структура, характерная для смектиков; молекулы, вращаясь, двигаются в направлении своей оси; обладают свойствами оптически одноосных кристаллов.

2. *Холестерики* (ХЖК) — соединения (эфиры) холестерина. Это нематические ЖК, но их длинные оси повернуты друг относительно друга так, что образуют спирали, чувствительные к изменению температуры. Ярко окрашены и изменяют окраску в зависимости от температуры. Сильно отражают свет в видимой области спектра.

3. *Смектики* (СЖК) ($\sigma\mu\eta\mu\alpha$). Эти одноосные жидкие кристаллы имеют слоистую структуру, причем слои могут перемещаться друг относительно друга; вязкость выше, чем у нематиков.

Рассмотрим более подробно два вида ЖК — нематики и холестерики, а также их применения в качестве поляризационных устройств.

Нематики (НЖК). Нематики характеризуются свободой перемещения центров тяжести молекул и строгой ориентацией их осей. Преимущественное направление осей молекул определяется так называемым директором $\mathbf{L}$ (см. рис. 11.11).

При описании свойств НЖК используются следующие величины: θ — азимут оси молекулы (случайная величина), $f(\theta)$ — плотность

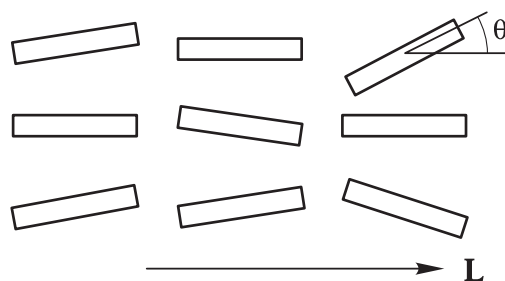


Рис. 11.11. Расположение молекул НЖК

вероятности величины θ (доля общего числа молекул, имеющих азимут от θ до $\theta + d\theta$), а также средняя величина азимута

$$\langle \theta \rangle = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \theta^2 f(\theta) d\theta,$$

дисперсия

$$D = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \theta^2 f(\theta) d\theta,$$

и мера порядка

$$S = 1 - \frac{12D}{\pi^2}.$$

Полный порядок (кристаллическая жидкость) соответствует значению $D = 0$, $S = 1$. Полный беспорядок (изотропная жидкость): $D = \pi^2/12$, $S = 0$. Нематик эквивалентен одноосному кристаллу, оптическая ось которого совпадает с направлением директора $\mathbf{L}$ НЖК.

Пример нематика — это метоксибензилиден-бутиланилин (МББА), структура молекулы которого показана на рис. 11.12.

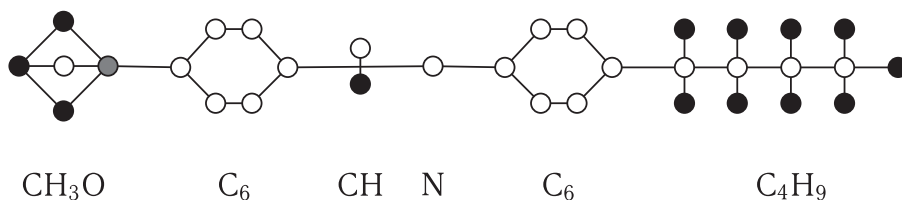
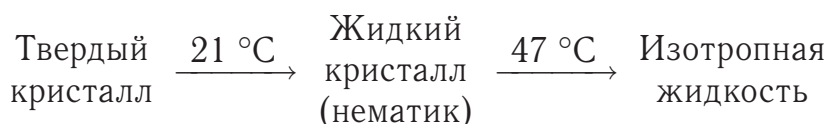
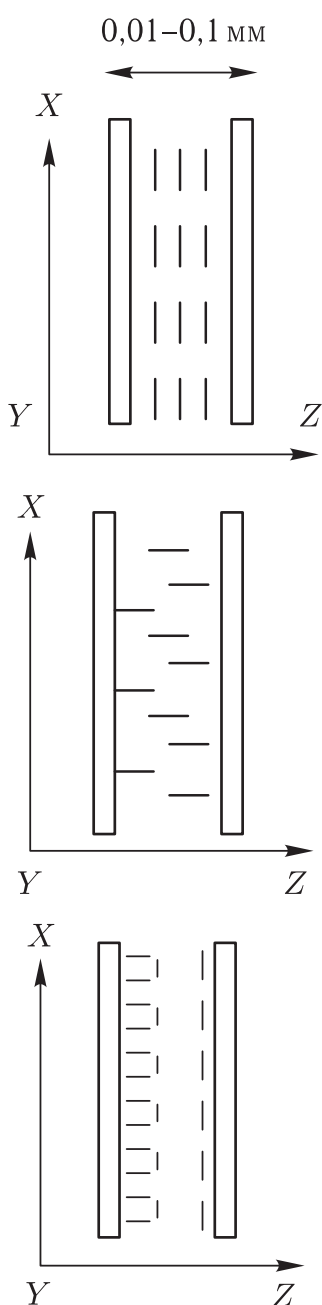


Рис. 11.12. Молекула нематика

Переход данного вида нематика от одного состояния к другому иллюстрирует следующая схема:



Характерные структуры. На практике используются три характерные структуры НЖК, которые располагают между обкладками плоского конденсатора (см рис. 11.13).



1. *Планарная* (planus — плоский). Директор параллелен плоскости пластин и направлен по оси X . НЖК работает как линейный поляризатор (а) или как линейная фазовая пластинка (b):

$$T_a = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$T_b = \begin{pmatrix} \exp\left(+\frac{j\delta}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-\frac{j\delta}{2}\right) \end{pmatrix}.$$

2. *Гомеотропная* (homioios — подобный, tropos — свойство). Директор перпендикулярен плоскости пластин. НЖК работает как изотропная среда.

3. *Твист-структура* (twist — кручение). Директор, оставаясь параллельным плоскости пластин, поворачивается от ориентации по оси X у левой пластины к ориентации по оси Y у правой пластины. НЖК работает как оптический вращатель на 90° :

$$T = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ +1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Рис. 11.13. Характерные структуры нематика

Практическое использование НЖК основано на двух явлениях: *эффекте Фредерикса* и динамическом рассеянии. Эффект Фредерикса заключается в том, что при воздействии внешнего электрического поля на конденсатор, внутри которого имеется НЖК, директор НЖК (оптическая ось) ориентируется так, чтобы обеспечить *максимальную* емкость НЖК-конденсатора.

Если приложить к планарной структуре НЖК постоянное или низкочастотное электрическое поле выше некоторого порога, то возникает электрогидродинамическая неустойчивость и связанное с ней резкое возрастание оптического рассеяния. Это явление получило название: *динамическое рассеяние*. Переменное воздействие закручивает молекулы, и в среде возникают кавитационные микровихри, которые рассеивают свет.

Эффект Фредерикса и динамическое рассеяние в НЖК используются для отображения буквенно-цифровой информации, причем устройство, работающее на базе эффекта Фредерикса, обеспечивает большую четкость (контраст), но меньший угол наблюдения (не более 50°). Конструкция представляет собой плоский конденсатор. Полупрозрачные электроды выполняются из окиси олова (SnO), при этом один электрод (задний) сплошной, а другой (лицевой) состоит из секций. Различные комбинации секций образуют разные цифры или буквы.

Конструкция всего устройства представлена на рис. 11.14. Внешний свет падает на ЖК (3) справа. Он последовательно проходит линейный

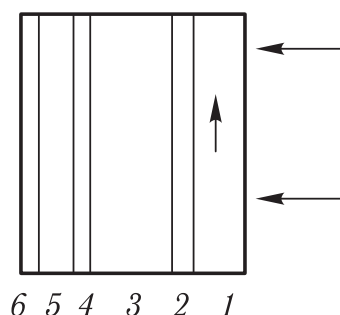


Рис. 11.14. Схема устройства для отображения буквенно-цифровой информации с помощью эффекта Фредерикса: 1 — линейный поляризатор с пропусканием вертикальной компоненты вектора $\mathbf{E}$; 2 — секционированный электрод; 3 — ЖК твист-структура; 4 — сплошной электрод; 5 — линейный поляризатор с пропусканием горизонтальной компоненты вектора $\mathbf{E}$; 6 — зеркало

поляризатор (1), который пропускает вертикальную компоненту вектора $\mathbf{E}$, полупрозрачный секционированный электрод (2), ЖК твист-структуру (3), сплошной полупрозрачный электрод (4), линейный поляризатор (5), скрещенный с (1), отражается от зеркала (6) и выходит обратно направо.

Схема управления подает напряжение на нужные секции секционированного электрода (2). Если напряжения на электроде нет, то свет поляризуется поляризатором (1); пройдя твист-структуру плоскость поляризации повернется на $\pi/2$, излучение свободно пройдет поляризатор (5), отразится от зеркала (6) и свободно выйдет направо к наблюдателю. Наблюдаемое поле будет светлым. Если напряжение подано на определенные секции электрода (2), то за этими секциями структура ЖК окажется гомеотропной, поворота плоскости поляризации света

в слое (3) не произойдет. Соответствующие секции электрода (2) будут темными.

Характеристики устройств на базе твист-эффекта для отображения буквенно-цифровой информации: диапазон температур от -10 до $+60$ °С; пороговое напряжение 1–1,5 В при 50 Гц; рабочее напряжение 3–15 В; потребление мощности 1–5 мкВт/см²; время включения 10–150 мс; время выключения 150–300 мс; угол наблюдения 20–50°; ресурс 50–100 тыс. ч (1 год = 8760 ч).

Иначе работает устройство для отображения буквенной информации на динамическом рассеянии. Используется гомеотропная структура. При подаче напряжения выше порогового под соответствующими секторами секционированного электрода возникает мощное динамическое рассеяние падающего справа света. Без напряжения свет не проходит через скрещенные поляризаторы. При подаче напряжения вместо гомеотропной возникает твист-структура.

Холестерики (ХЖК) (эфиры холестерина). Холестерические ЖК образованы оптически активными асимметричными молекулами. Направление длинных осей молекул в каждом последующем слое составляет некоторый угол с направлением осей молекул предыдущего слоя, при этом образуется спираль, шаг которой зависит от природы молекул и от внешних воздействий. Шагу спирали соответствует поворот директора на 360° , хотя период изменения оптических свойств холестерика равен половине шага, вследствие неполярности молекул и неполярности директора. Пример холестерика: *холестерил эрукат* — сложная объемная молекула.

Холестерик — это «закрученный» нематик. Шаг спирали порядка длины волны. По своим оптическим свойствам холестерик подобен *вращателю* на угол

$$\varphi = \frac{2\pi d}{p_0},$$

где d — толщина слоя холестерика, а p_0 — шаг спирали порядка длины волны, зависящий от внешней температуры. В качестве периода оптических свойств выступает величина $p_0/2$.

ЖК преобразователи излучения. ЖК-преобразователи излучения служат для визуализации невидимых инфракрасного или ультрафиолетового излучений. В конструкции конденсатора (см. рис. 11.15) ЖК-слой (6) и фотопроводник (5) располагаются последовательно. К устройству приложено напряжение через прозрачные электроды (2). Напряжение выше порогового, но, вследствие высокого темнового сопротивления слоя фотопроводника (5), на ЖК-слое (6) оно оказывается ниже порога. Свет считывающего пучка не проникает к зеркалу (3).

Засветка фотопроводника (5) ИК или УФ-излучением снижает сопротивление в месте падения этого излучения. Напряжение на фотопроводнике (5) снижается, а на ЖК (6) повышается и превышает порог

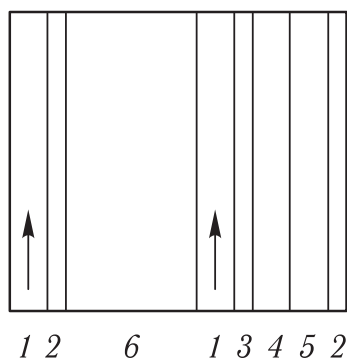


Рис. 11.15. Схема расположения слоев в ЖК преобразователе: 1 — линейный поляризатор с пропусканием вертикальной компоненты вектора $\mathbf{E}$; 2 — прозрачный электрод; 3 — диэлектрическое зеркало; 4 — светопоглощающий слой; 5 — фотопроводник; 6 — ЖК твист-структура

эффекта. Структура ЖК становится гомеотропной, свет считывающего пучка проникает к зеркалу (3) и отражается от него.

ЖК-мониторы. Одно из важных свойств жидких кристаллов состоит в том, что молекулы изменяют свою ориентацию в пространстве в зависимости от прикладываемого напряжения.

Молекулы ЖК представляют собой диполи и поэтому поворачиваются так, чтобы диполь располагался вдоль вектора напряженности внешнего электрического поля. В основе функционирования любого ЖК-монитора — принцип изменения прозрачности каждого отдельного элемента экрана при подаче напряжения на него.

Экран ЖК-монитора представляет собой сложную многослойную конструкцию. Существует несколько вариантов этих конструкций. В настоящее время основными технологиями являются TN + Film, IPS и MVA.

Рассмотрим принцип работы ЖК-мониторов на примере технологии TN + Film. В данном случае используется скрученный жидкий кристалл (нематик — отсюда и название «twisted nematic») и два скрещенных поляризатора.

Слой жидкого кристалла (нематика) заключен между тонкими панелями из стекла, на которых располагаются электроды. На панелях имеются бороздки, которые сообщают кристаллам определенную ориентацию. Бороздки панелей перпендикулярны друг другу. Вследствие этого молекулы нематика закручиваются, и в целом ЖК-слой приобретает свойство оптического вращателя на угол 90° . По бокам этого слоя располагаются пленочные поляризаторы, оси пропускания которых перпендикулярны друг другу. Далее следует панель транзисторов и плоская лампа. Транзисторы производятся из прозрачного материала (поликристаллического кремния), соответствующий слой или пленка называется «Thin film transistor» (TFT).

Свет от лампы поляризуется первым поляризатором, затем плоскость колебаний вектора **E** поворачивается на 90° в ЖК-слое и свободно выходит через второй развернутый поляризатор — экран светится. Заметим, что расходящийся поток полностью не перекрывается скрещенными поляризаторами, и за счет этого снижается контрастность изображения.

ЖК-панель в поперечном направлении представляет собой массив малых площадок, так называемых *пикселей*. Каждый пиксель формируется из трех участков: красного, зеленого и синего. Каждому цветовому *субпикселю* соответствует оптическая ячейка, которая управляется отдельным транзистором, выдающим заданное напряжение на электроды.

При подаче напряжения к электродам ЖК-ячейки спиральная структура нематика разрушается, и ЖК-ячейка поворачивает плоскость поляризации на все меньший угол, вплоть до нулевого, при котором выходной поляризатор перестает пропускать свет. В этом случае данная точка (пиксель) экрана становится черной.

Различные цвета получаются в результате изменения соотношения электрического заряда на субпикселях. Так, например, если подать напряжение только на синий и зеленый субпиксели, а на красный не подавать, то возникнет красная точка на экране. Таким образом, комбинируя основные цвета для каждого пикселя экрана, можно воспроизвести любой цвет. У дисплея, имеющего разрешение 1280×1024 , имеется 3840×1024 транзистора. Размер пикселя менее 0,3 мм. Электронное устройство ЖК-монитора преобразует аналоговый сигнал видеокарты компьютера в цифровой с тем, чтобы представить распределение яркости совокупностью значений для каждого пикселя и сообщить эти значения на управляющие транзисторы. К сожалению, в процессе дискретизации неизбежно теряется часть информации, и число различных градаций цвета уменьшается.

Пленка (film) в названии технологии означает дополнительный наружный оптический слой, который увеличивает угол обзора монитора. Важной характеристикой ЖК-мониторов является также время реакции пикселей, т. е. время, за которое происходит переориентация молекул ЖК. Эта величина может составлять менее 25 мс. Недостатки данной технологии весьма существенны. Так если тонкопленочный транзистор, управляющий пикселем, выйдет из строя, то на экране появляется постоянно светящаяся точка. Черный цвет экрана, который возникает при подаче максимального напряжения на все электроды, также оказывается с серым оттенком. Это объясняется тем, что строгой ориентации молекул ЖК получить не удастся, и часть света все-таки проходит. Существует проблема с ограниченным углом обзора, обусловленная преломлением света в жидких кристаллах.

В более современных технологиях IPS и MVA при отсутствии напряжения цвет пикселя черный, а при подаче напряжения пиксель изменяет цвет. В этом случае «битый» пиксель становится уже не белым, как в технологии TN + Film, а черным. Это, безусловно, более удобно для потребителя.

ЖК-мониторы имеют ряд преимуществ по сравнению с электронно-лучевыми трубками. Кроме очевидного уменьшения габаритов, не возникает проблем со сведением лучей, поскольку в ЖК-мониторах каждый пиксель включается отдельно. Другим преимуществом является отсутствие мерцания, связанное с движением электронного пучка в ЭЛТ-мониторах.

Глава 12

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОПТИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ

12.1. Сущность собственной поляризационной задачи

Среди всевозможных поляризационных задач особое место занимают *собственные* поляризационные задачи. Сущность собственной задачи заключается в том, что для данного известного оптического устройства (тракта или резонатора) следует найти такие состояния поляризации излучения, которые при однократном прохождении этого устройства сохраняют степень поляризации излучения и эллипсометрические параметры. Сохраняются также соотношение амплитуд, степень взаимной когерентности и разность фаз ортогональных компонент поляризованной части излучения. Изменяются лишь интенсивности и кратно 2π общая фазовая характеристика. Такие состояния поляризации называются *собственными*.

Вместо абсолютных значений интенсивности в собственных задачах определяются *собственные числа* (значения), т. е. комплексные амплитудные коэффициенты пропускания анизотропной части рассматриваемого оптического устройства для собственных состояний поляризации. Таким образом, собственные числа определяют потери и фазовые набег, сопровождающие прохождение излучения через анизотропную часть оптического устройства, которое транслирует поляризационный эллипс без искажения.

Произвольное оптическое устройство, обладающее невырожденной анизотропией, в общем случае характеризуется *четырьмя* собственными состояниями поляризации — по два для каждого из встречных направлений распространения излучения. Для поляризационно-взаимных устройств встречные направления характеризуются одинаковыми, а для поляризационно-невзаимных — различными собственными состояниями поляризации и собственными числами.

Общий метод решения *собственной* задачи (вне зависимости от используемого формализма) заключается в следующем. Выбрав расчетное сечение и направление обхода устройства, рассматривается полный цикл распространения излучения и преобразования состояния поляри-

зации. Каждый анизотропный элемент на пути обхода характеризуется своим матричным оператором Джонса или Мюллера. Приравнивая амплитуды, разность фаз и степень взаимной когерентности ортогональных компонент излучения до и после циклического обхода, можно составить систему уравнений, из которых и находятся поляризационные параметры собственных волн.

В дальнейшем мы обсуждаем решение собственной задачи применительно к оптическим резонаторам, для которых она имеет особое значение, так как определяет состояние поляризации добротновозбуждаемого типа колебаний. Однако ясно, что собственная задача для резонатора и оптического тракта сопряжены и легко переходят одна в другую. Полный циклический обход резонатора соответствует одностороннему проходу оптического тракта.

12.2. Метод Джонса для анализа оптического резонатора

В настоящее время для анализа поляризационных характеристик оптических резонаторов наиболее распространено приближение, при котором не учитываются деполяризующие факторы, и излучение считается полностью поляризованным на всем протяжении резонатора. Волновой фронт излучения полагают плоским, игнорируя при этом связь пространственных и поляризационных характеристик (см. ч. 3). Анализ собственных задач в указанном приближении возможен с использованием метода векторов и матриц Джонса, изложенного в п. 4.2. Каждый анизотропный оптический элемент описывается соответствующей матрицей Джонса.

В рассматриваемом приближении встречающиеся при обходе резонатора анизотропные элементы подразделяются на *линейные* и *круговые*. Линейные элементы (поляризаторы и фазовые пластинки) характеризуются наличием двух, как правило ортогональных осей (прозрачной и непрозрачной для поляризаторов, быстрой и медленной для фазовых пластинок). Существенной особенностью операторов Джонса и Мюллера для линейных элементов является их зависимость от азимута собственных осей. Этот азимут, естественно, определяется выбранной ориентацией поперечных осей. При рассмотрении обратной волны азимут меняет знак. Круговые элементы (полярные и неполярные вращатели) характеризуются операторами, которые не зависят от ориентации поперечных координатных осей, но их знак может изменяться в зависимости от направления волны. Формирование типовых частных операторов Джонса подробно рассмотрено в предыдущих главах.

Специфическим элементом оптического резонатора является зеркало. В конкретных конструкциях используются различные типы *отражателей* (см. гл. 10). Совместим поперечные координатные оси X и Y соответственно с p - и s -компонентами излучения, т. е. расположим ось X в плоскости падения. Тогда оператор Джонса произвольного отражателя будет иметь следующий вид (см. (10.1)):

$$T_m = \begin{pmatrix} R_p & 0 \\ 0 & -R_s \exp(j\gamma) \end{pmatrix}. \quad (12.1)$$

Здесь R_p , R_s — амплитудные коэффициенты отражения; поскольку в случае интерференционных и металлических зеркал сдвиг фаз $\phi = \phi_s - \phi_p$ ортогональных компонент вектора $\mathbf{E}$ близок к 180° , то удобно ввести дополнительный угол $\gamma = \pm 180 - \phi$.

Выбрав расчетное сечение внутри резонатора и направление обхода оптической схемы резонатора, вычисляют полный *циклический* оператор Джонса как произведение частных операторов:

$$T_0 = \prod_{i=1}^{i=N} T_i. \quad (12.2)$$

В качестве координатного базиса задачи удобно взять правую декартову систему координат XYZ , ось Z которой на каждом участке резонатора или оптического тракта совмещена с его осью и направлена по направлению обхода. Что касается поперечных осей X и Y , то здесь возможны два варианта.

Во-первых, можно выбрать произвольную, но *постоянную* ориентацию поперечных осей и перед перемножением привести все линейные операторы к выбранному базису с помощью стандартного преобразования (4.51).

Во-вторых, можно не фиксировать постоянную ориентацию поперечных осей, а при подходе к каждому последующему линейному элементу *поворачивать* координатный базис вокруг продольной оси Z , согласуя его с собственными осями элемента. Пусть собственная (*прозрачная* или *быстрая*) ось произвольного i -го линейного анизотропного элемента составляет угол α_i с первоначально выбранной осью X . Тогда при подходе к первому элементу надо повернуть базис на угол α_i .

При переходе от $(i-1)$ -го к i -му элементу следует повернуть базис с помощью соответствующего оператора поворота (4.43) на угол $\alpha = \alpha_i - \alpha_{i-1}$. В конце обхода надо повернуть базис обратно на угол азимута собственной оси последнего элемента α_n . Таким образом, полный оператор вычисляется как произведение операторов:

$$T_0 = R(-\alpha_n) T_n R(\alpha_n - \alpha_{n-1}) \dots R(\alpha_{i+1} - \alpha_i) T_i R(\alpha_i - \alpha_{i-1}) \dots \\ \dots R(\alpha_2 - \alpha_1) T_1 R(\alpha_1). \quad (12.3)$$

Здесь R — оператор поворота (4.43), а T — оператор линейных анизотропных элементов. Операторы круговых элементов помещаются в это произведение без какой-либо коррекции.

При рассмотрении обратного прохода волны в резонаторе нужно иметь в виду, что оператор развернутого линейного анизотропного элемента меняет знак азимута собственных осей. Оператор, описывающий действие неполярного циклического элемента (естественный вращатель), в системе координат, которая изменяет направление продольной оси Z для обратной волны, *одинаков* для встречных волн. Оператор одного и того же *полярного* циклического элемента (фарадеевский вращатель) *изменяет* знак угла поворота в зависимости от направления распространения волны (координатные оси встречной волны развернулись относительно направления магнитного поля).

Циклический оператор T_0 определяет собственные состояния поляризации в расчетном сечении и характеристики собственных волн в резонаторе. Амплитудные коэффициенты пропускания и фазовые набегі собственных волн при прохождении через резонатор характеризуются парой собственных чисел (значений) $\Lambda_{1,2}$, а собственные состояния поляризации — поляризационными переменными $\Gamma_{1,2}$. Методика вычисления указанных параметров уже упоминалась в гл. 4. Приведем здесь рекомендуемый рациональный порядок поляризационного анализа резонатора, который не содержит деполяризационных элементов.

1. Исходя из постановки задачи и удобства, выбирают расчетное сечение в резонаторе и направление обхода.

2. Представляют полную циклическую последовательность анизотропных элементов резонатора.

3. Записывают частные матричные операторы Джонса.

4. Вычисляют полный оператор Джонса (12.3).

5. Находят собственные значения циклического оператора с помощью (4.8).

6. Определяют энергетические коэффициенты пропускания оптической схемы резонатора $\tau_{1,2}$, энергетические *потери* $A_{1,2}$ и *относительный* частотный сдвиг (частотный разнос) собственных волн $\delta\nu$:

$$\begin{aligned}\tau_{1,2} &= |\Lambda_{1,2}|^2, \quad A_{1,2} = 1 - |\Lambda_{1,2}|^2, \\ \delta\nu &= \frac{1}{2\pi} (\arg \Lambda_1 - \arg \Lambda_2).\end{aligned}\tag{12.4}$$

Под *относительным* частотным сдвигом здесь понимается отношение абсолютного частотного сдвига к межмодовому частотному расстоянию c/L , где c — средняя фазовая скорость распространения света в резонаторе, а L — периметр полного обхода резонатора (для кольцевых резонаторов эта величина совпадает с периметром осевого контура).

7. Анализируя собственные значения, устанавливают, какие волны реально возбуждаются в резонаторе.

8. Для реально существующих собственных волн вычисляют поляризационные переменные с помощью альтернативных соотношений (4.12).

9. Определяют вектор Джонса для расчетного сечения. В случае необходимости осуществляют переход к другим сечениям резонатора. С этой целью можно либо повторить всю процедуру расчета для нового расчетного сечения, либо определить преобразование собственной поляризации, подействовав на ранее найденный вектор Джонса оператором, который учитывает промежуточные анизотропные элементы резонатора.

10. Вычисляют эллипсометрические параметры для нужных сечений резонатора по формулам (2.32). Полезно иметь в виду, что для малых значений модуля поляризационной переменной ($|\Gamma| \ll 1$) справедливы приближенные соотношения

$$\psi_i \approx \operatorname{Re} \Gamma_i, \quad \chi_i \approx \operatorname{Im} \Gamma_i. \quad (12.5)$$

Следует особо отметить, что описанный анализ учитывает только анизотропные элементы резонатора, и поэтому величины Λ_i определяют отнюдь не полные потери и фазовые набег, а лишь те, которые связаны с анизотропией резонатора. Полный коэффициент пропускания определяется произведением $\tau_i \tau_0$, где τ_0 — коэффициент пропускания изотропной части рассматриваемого резонатора. На практике часто интересуются относительными характеристиками собственных поляризаций. В этом плане величина $|\Lambda_1/\Lambda_2|^2$ определяет отношение коэффициентов пропускания, а величина $\arg(\Lambda_1/\Lambda_2)$ — разность фазовых набегов собственных поляризаций.

Полный оператор *изотропного* резонатора инвариантен к повороту поперечных координатных осей и при любом базисе имеет вид диагональной матрицы с равными диагональными элементами:

$$T_0 = \Lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (12.6)$$

Такой резонатор неустойчив к поляризационным возмущениям, ибо любая малая неконтролируемая анизотропия будет формировать случайные собственные поляризации, что повлечет непредсказуемость и неустойчивость характеристик резонатора.

Сложная схема оптического тракта или резонатора может состоять из повторяющихся m раз *подпериодов*. В этом случае достаточно рассмотреть один такой подпериод и получить для него собственные поляризационные переменные Γ_i и собственные числа λ_i . Собственные состояния поляризации одного подпериода, определяемые Γ_i , являются

собственными и для всего оптического устройства. Что касается потерь и относительного частотного разноса собственных поляризаций, то для них легко получить следующие соотношения:

$$A_i = 1 - |\lambda_i|^{2m}, \quad (12.7)$$

$$\delta\nu = \frac{m}{2\pi} [\arg(\lambda_2) - (\arg \lambda_1)]. \quad (12.8)$$

Если след (шпур) матрицы подпериода равен нулю,

$$\text{Sp } T_0 = 0, \quad (12.9)$$

то при четном m рассматриваемое оптическое устройство оказывается *изотропным*, т.е. любое состояние поляризации является собственным.

Анализ поляризационных свойств резонатора основан на рассмотрении полного оператора Джонса T_0 . Знание общих свойств полного оператора позволяет выбрать рациональный координатный базис и расчетное сечение в резонаторе, что может существенно упростить поляризационный анализ.

Представим произвольный полный оператор Джонса в виде

$$T_0 = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix}, \quad (12.10)$$

где $t_{11}, t_{12}, t_{21}, t_{22}$ — комплексные числа, которые, вообще говоря, зависят от выбора координатного базиса и расчетного сечения резонатора. Однако следует иметь в виду, что собственные значения Λ_i полного оператора Джонса не могут зависеть от выбора базиса и расчетного сечения. Поэтому некоторые характеристики оператора, а именно его след $\text{Sp } T_0$ и детерминант $\det T_0$ оказываются инвариантами. Инвариантен и дискриминант Δ уравнения

$$\Lambda^2 - \Lambda \text{Sp } T_0 + \det T_0 = 0, \quad (12.11)$$

определяющего собственные числа (значения). Таким образом, можно указать следующие *инварианты* полного оператора Джонса:

$$\begin{aligned} \text{Sp } T_0 &= t_{11} + t_{22} = \Lambda_1 + \Lambda_2, \\ \det T_0 &= t_{11}t_{22} - t_{12}t_{21} = \Lambda_1\Lambda_2, \\ \Delta &= (t_{11} - t_{22})^2 + 4t_{12}t_{21} = (\Lambda_1 - \Lambda_2)^2. \end{aligned} \quad (12.12)$$

Заметим также, что для вычисления величины $\det T_0$ достаточно перемножить собственные числа всех частных операторов Джонса

анизотропных оптических элементов, входящих в состав оптического резонатора или тракта:

$$\det T_0 = \prod_{i=1}^{i=N} \Lambda_{1i} \Lambda_{2i}. \quad (12.13)$$

Из (12.13) следует, что перестановка анизотропных элементов в оптическом устройстве не изменяет величины $\det T_0$.

12.3. Примеры поляризационного анализа планарных резонаторов

В этом разделе мы рассмотрим примеры использования метода Джонса для анализа поляризационных свойств так называемых *планарных* резонаторов, у которых осевой контур (луч, самосопрягающийся при циклическом прохождении всех оптических элементов резонатора) располагается в одной плоскости.

В качестве первого примера рассмотрим простейший двухзеркальный резонатор стоячей волны, в полости которого располагаются два одинаковых частичных поляризатора (рис. 12.1 а).

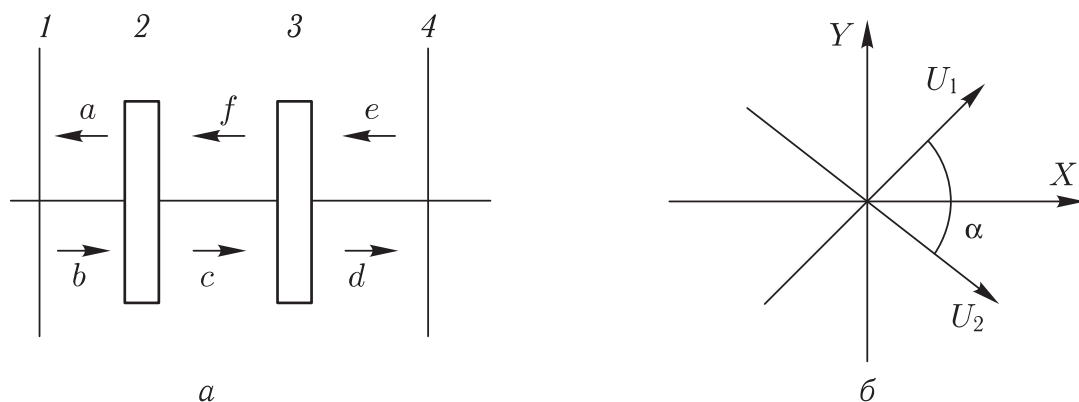


Рис. 12.1. К примеру 1: 1 — выходное зеркало; 2, 3 — брестеровские частичные поляризаторы, оси которых развернуты друг относительно друга на угол α ; 4 — глухое зеркало

Такой резонатор реализуется, например, в газовых лазерах с брестеровскими окнами, предназначение которых состоит в герметизации трубки с активной газовой средой. Название этих окон связано с тем, что они располагаются под углом Брюстера к оптической оси с целью минимизации потерь для одной из собственных поляризаций. В этом случае коэффициенты пропускания ортогональных поляризационных компонент вектора $\mathbf{E}$ различны. Для p -компоненты, ориентированной в плоскости падения, коэффициент пропускания максимален, и в иде-

альном случае $T_p = 1$. Для s -компоненты коэффициент пропускания минимален и, как следует из формул Френеля (6.1), равен

$$T_s = \frac{4n^2}{(n^2 + 1)^2}, \quad (12.14)$$

где n — показатель преломления материала брюстеровских окон.

Таким образом, брюстеровские окна по своему действию на излучение являются частичными поляризаторами. Мы будем рассматривать случай, когда собственные оси брюстеровских поляризаторов по какой-либо причине, например, вследствие ошибки сборки резонатора, развернуты друг относительно друга на малый угол α ($\alpha \ll \pi/2$). Схема резонатора, координатный базис задачи и расположение прозрачных осей U брюстеровских поляризаторов показаны на рис. 12.1 *а, б*. Пусть левое зеркало 1 на рис. 12.1 *а* будет выходным, а правое 4 — глухим.

Из прикладных соображений проведем анализ для двух расчетных сечений. Во-первых, интересно знать состояние поляризации в выводимом лазерном пучке. Положим, что выходное зеркало не изменяет состояние поляризации пропускаемого излучения. В этом случае необходимо выбрать расчетное сечение непосредственно перед выходным зеркалом (точка a) и обходить оптическую схему резонатора по маршруту: $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow a$. Во-вторых, представляет также интерес состояние поляризации в центре резонатора. Для его расчета следует выбрать расчетное сечение в центре резонатора (точка f) и обходить резонатор по маршруту: $f \rightarrow a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f$.

При полном обходе резонатора (рис. 12.1 *а*) нужно учесть следующие анизотропные элементы: частичный брюстеровский поляризатор с собственными осями, развернутыми относительно координатного базиса на угол $\pm\alpha/2$, и концевые зеркала резонатора. Матрица Джонса частичного поляризатора $T'_B(\pm\alpha)$ может быть определена следующим образом:

$$\begin{aligned} T_B(\pm\alpha) &= \\ &= \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) & \mp \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ \pm \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) & \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & T_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) & \pm \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ \mp \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) & \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (1 + T_s) + (1 - T_s) \cos \alpha & \pm (1 - T_s) \sin \alpha \\ \pm (1 - T_s) \sin \alpha & (1 + T_s) - (1 - T_s) \cos \alpha \end{pmatrix}. \quad (12.15) \end{aligned}$$

Представим этот оператор в виде

$$T_B = \begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2} [1 + T_s + (1 - T_s) \cos \alpha], \\ b &= \pm \frac{1}{2} (1 - T_s) \sin \alpha, \\ d &= \frac{1}{2} [1 + T_s - (1 - T_s) \cos \alpha]. \end{aligned} \quad (12.16)$$

Матрица Джонса концевое зеркала T_M , которое мы полагаем идеальным, имеет вид

$$T_M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (12.17)$$

Проведем анализ поляризационных характеристик в расчетном сечении a . В этом случае полный оператор Джонса имеет вид

$$T_B(+\alpha) T_B(-\alpha) T_M T_B(+\alpha) T_B(-\alpha) T_M = (T_0)^2, \quad (12.18)$$

где

$$T_0 = T_B(+\alpha) T_B(-\alpha) T_M.$$

Отметим, что здесь имеет место поляризационная кратность резонатора ($m = 2$). Представим оператор Джонса подпериода резонатора в виде

$$T_0 = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix}, \quad (12.19)$$

где

$$\begin{aligned} t_{11} &= a^2 - b^2 = \frac{1}{4} [(1 + T_s)^2 + 2(1 - T_s^2) \cos \alpha + (1 - T_s)^2 \cos 2\alpha], \\ t_{12} &= t_{21} = b(a - d) = \frac{1}{4} (1 - T_s)^2 \sin 2\alpha, \\ t_{22} &= b^2 - d^2 = \frac{1}{4} [-(1 + T_s)^2 + 2(1 - T_s^2) \cos \alpha - (1 - T_s)^2 \cos 2\alpha]. \end{aligned} \quad (12.20)$$

Получим инварианты полного оператора:

$$\begin{aligned} \text{Sp } T_0 &= t_{11} + t_{22} = (1 - T_s^2) \cos \alpha, \\ \det T_0 &= t_{11}t_{22} - t_{12}t_{21} = -T_s^2, \\ \Delta &= (1 - T_s^2)^2 \cos^2 \alpha + 4T_s^2. \end{aligned} \quad (12.21)$$

Так как все элементы оператора вещественны, $\Delta > 0$, $t_{12} = t_{21}$, резонатор характеризуется чисто амплитудной анизотропией, а собственные поляризации линейны. Собственные значения оператора T_0 таковы:

$$\Lambda_{1,2}(\alpha) = \frac{1}{2} [(1 - T_s^2) \cos \alpha \pm \sqrt{\Delta(\alpha)}]. \quad (12.22)$$

Зависимость потерь $A_i = 1 - |\Lambda_i|^4$ от угла рассогласования α приведена на рис. 12.2. При $\alpha = 0$ имеем $A_1 = 0$ и $A_2 = 1 - T_s^8$. При малых

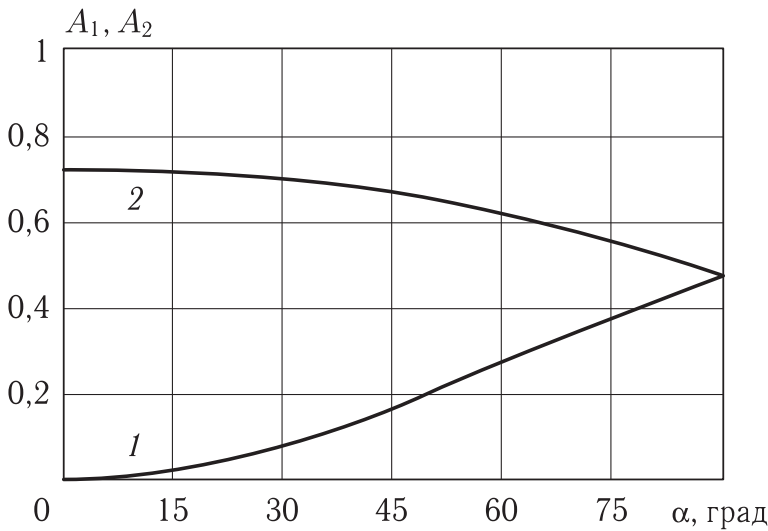


Рис. 12.2. Зависимость потерь поляризационных мод резонатора от угла рассогласования α

углах α собственные волны характеризуются существенно разными потерями, но с возрастанием α потери сближаются. При $\alpha = \pi/2$ след циклического оператора T_0 равен нулю, что согласно (12.12) свидетельствует об *изотропности* резонатора. В этом случае энергетические потери для любой поляризации составляют: $A_1 = A_2 = (1 - T_s^4)$.

Из прикладных соображений нас интересуют малые углы рассогласования, поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать только более *добротную* поляризационную моду (индекс 1). Название более добротная мода означает, что мода характеризуется большей *добротностью* и соответственно *меньшими* потерями. При малых α разложение зависимости $A_1(\alpha)$ по параметру α дает

$$A_1 \approx 2 \left(\frac{1 - T_s^2}{1 + T_s^2} \right) \alpha^2. \quad (12.23)$$

Для $\alpha < 10^\circ$ соотношение (12.23) обеспечивает точность не хуже 0,8 %.

Если допустимая величина потерь $A_{\text{доп}}$ задана, то формула (12.23) позволяет вычислить допустимую величину угла рассогласования:

$$\alpha_{\text{доп}} = \sqrt{\frac{A_{\text{доп}} (1 + T_s^2)}{2 (1 - T_s^2)}}. \quad (12.24)$$

Обратимся теперь к азимуту ψ_1 более добротной моды в избранном расчетном сечении:

$$\psi_1 = \arctg \Gamma_1 = \arctg \left(\frac{2\sqrt{\Delta} - (1 + T_s)^2 - (1 - T_s)^2 \cos 2\alpha}{(1 - T_s)^2 \sin 2\alpha} \right). \quad (12.25)$$

Зависимость $\psi_1(\alpha)$ для расчетного сечения a представлена на рис. 12.3.

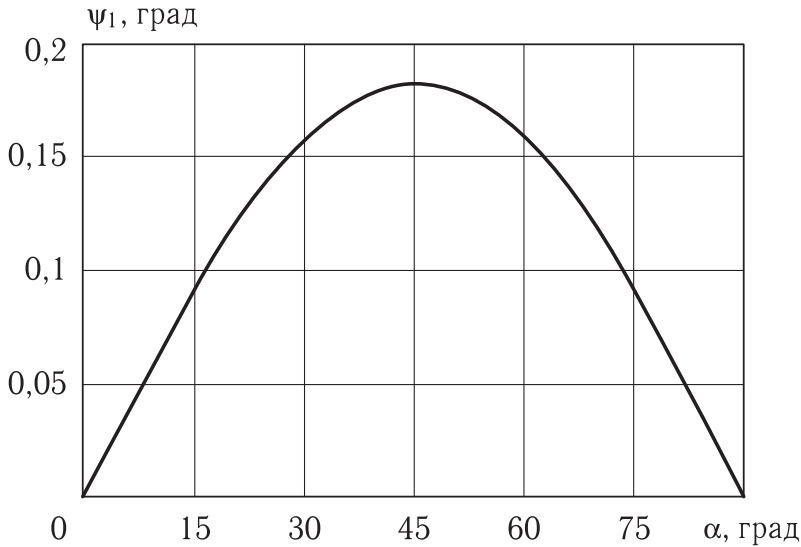


Рис. 12.3. Зависимость азимута ψ_1 добротной поляризации от угла рассогласования брестеровских пластин α в сечении a

Для малых углов рассогласования α из (12.25) находим

$$\psi_1 \approx \frac{(1 + T_s)^2}{1 + T_s^2} \frac{\alpha}{2}. \quad (12.26)$$

Для $\alpha < 10^\circ$ соотношение (12.26) обеспечивает точность не хуже 2 %.

Перейдем к другому расчетному сечению f . В этом случае полный оператор Джонса определен произведением

$$T_B(-\alpha) T_M T_B(+\alpha) T_B(-\alpha) T_M T_B(+\alpha) = (T_0)^2, \quad (12.27)$$

где

$$T_0 = T_B(-\alpha) T_M T_B(+\alpha).$$

Здесь также имеет место поляризационная кратность резонатора $m = 2$. Поляризационные характеристики резонатора определяются оператором T_0 . Энергетические характеристики резонатора мы здесь вычислять не будем, поскольку они не зависят от расчетного сечения и уже известны. Представим оператор T_0 в виде

$$T_0 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} [(1 + T_s^2) + (1 - T_s^2) \cos \alpha] & \frac{1}{2} (1 - T_s^2) \sin \alpha \\ -\frac{1}{2} (1 - T_s^2) \sin \alpha & \frac{1}{2} [-(1 + T_s^2) + (1 - T_s^2) \cos \alpha] \end{pmatrix}. \quad (12.28)$$

Собственные состояния поляризации — линейные и оказываются ортогональными только при $\alpha = 0$. Вообще же угол между векторами $\mathbf{E}$

собственных состояний поляризации составляет

$$\Delta\psi(\alpha) = \operatorname{arctg} \left[\frac{\sqrt{\Delta(\alpha)}}{(1 - T_s^2) \sin \alpha} \right]. \quad (12.29)$$

С ростом α этот угол монотонно уменьшается и для $\alpha = \pi/2$ достигает

$$\Delta\psi(\pi/2) = \operatorname{arctg} \left(\frac{2T_s}{1 - T_s^2} \right). \quad (12.30)$$

Азимут вектора **E** собственной волны с меньшими потерями (более добротной поляризационной моды) в рассматриваемом расчетном сечении f определится соотношением

$$\psi_1 = \operatorname{arctg} \left[\frac{\sqrt{\Delta} - (1 + T_s^2)}{(1 - T_s^2) \sin \alpha} \right]. \quad (12.31)$$

Зависимость $\psi_1(\alpha)$ в сечении f представлена на рис. 12.4.

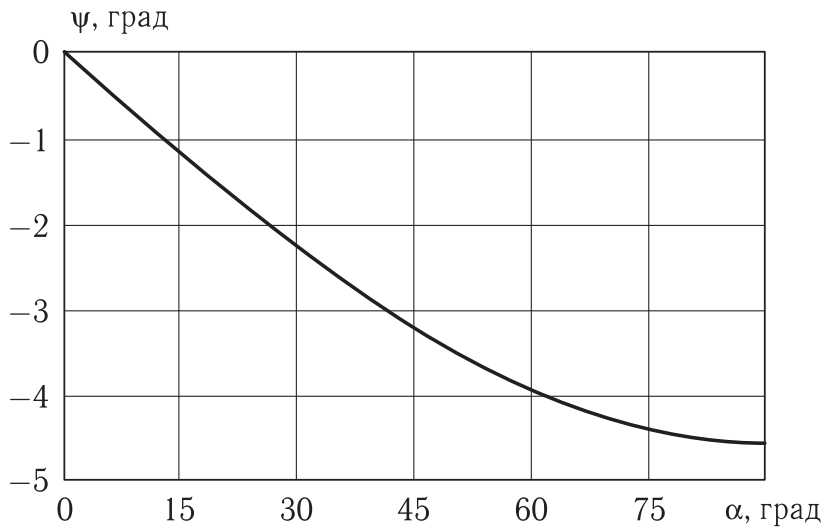


Рис. 12.4. Зависимость азимута ψ добротной поляризации от угла рассогласования α брьюстеровских пластин в сечении f

Для малых α из (12.31) можно найти

$$\psi_1 = - \left(\frac{1 - T_s^2}{1 + T_s^2} \right) \frac{\alpha}{2}. \quad (12.32)$$

При $\alpha < 10^\circ$ соотношение (12.32) обеспечивает точность не хуже 0,5 %.

В качестве *второго* примера рассмотрим резонатор, содержащий две согласованные брьюстеровские пластины, между которыми располагается фарадеевский вращатель (рис. 12.5).

Такая схема реализуется в газоразрядных ионных лазерах, если на активную среду наложено продольное магнитное поле. В этом случае среда играет роль фарадеевского вращателя. Пусть ϕ — угол поворота плоскости колебаний вектора **E** вращателем, а T_s — амплитудный

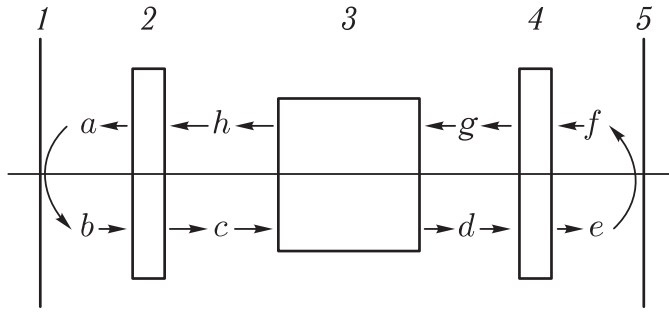


Рис. 12.5. К примеру 2: 1 — выходное зеркало; 2, 4 — согласованные брестеровские пластины; 3 — фарадеевский вращатель; 5 — глухое зеркало

коэффициент пропускания брестеровской пластины для s -компоненты (12.14). Заметим, что угол φ связан с величиной напряженности магнитного поля H , постоянной Верде V и длиной d активной среды: $\varphi = V H d$ и зависит от коэффициента усиления.

Координатный базис XYZ для данной задачи расположим так, чтобы поперечная ось X совпала с направлением прозрачных осей обеих брестеровских пластин. Выберем расчетное сечение перед выходным зеркалом (a) и будем обходить резонатор по маршруту $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow h \rightarrow a$ (см. рис. 12.5). Полный оператор Джонса имеет вид ($\cos \varphi = c$, $\sin \varphi = s$)

$$\begin{aligned}
 T_0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & T_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & -s \\ s & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & T_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \times \\
 &\quad \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & T_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & s \\ -s & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & T_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} \cos^2 \varphi - T_s^2 \sin^2 \varphi & -T_s(1 + T_s^2) \cos \varphi \sin \varphi \\ T_s(1 + T_s^2) \cos \varphi \sin \varphi & T_s^2(T_s^2 \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) \end{pmatrix} \quad (12.33)
 \end{aligned}$$

с инвариантами:

$$\begin{aligned}
 \text{Sp } T_0 &= (1 + T_s^4) \cos^2 \varphi - 2T_s^2 \sin^2 \varphi, \\
 \det T_0 &= T_s^4, \quad (12.34)
 \end{aligned}$$

$$\Delta = (1 + T_s^2) \cos^2 \varphi [(1 - T_s^2) \cos^2 \varphi - 4T_s^2 \sin^2 \varphi].$$

Поляризационные характеристики зависят от величины амплитудного коэффициента пропускания брестеровской пластиной s -компоненты излучения T_s , а также от напряженности H продольного магнитного поля, которая связана с величиной угла поворота φ плоскости вектора $\mathbf{E}$ в активной среде.

Собственные состояния поляризации рассматриваемого резонатора обладают одинаковой эллиптичностью, и азимуты симметричны отно-

сительно оси, располагающейся под углом 45° к собственным осям брюстеровских пластин. Проследим, как изменяются эти характеристики при вариации угла φ . Полный цикл изменения реализуется при прохождении углом φ диапазона от 0 до 180° . При отсутствии магнитного поля ($\varphi = 0$) собственные состояния поляризации излучения — линейные и ортогональные (p - и s -компоненты вектора $\mathbf{E}$),

$$\psi_1 = 0^\circ, \quad \psi_2 = 90^\circ. \quad (12.35)$$

Более добротной оказывается, естественно, p -компонента (индекс 1), менее добротной — s -компонента (индекс 2). Поляризационные потери таковы:

$$A_p = 0, \quad A_s = 1 - T_s^8. \quad (12.36)$$

При наложении магнитного поля и возрастании параметра φ собственные поляризации, оставаясь линейными, разворачиваются навстречу друг другу. Зависимости $\psi_1(\varphi)$ и $\psi_2(\varphi)$ показаны на рис. 12.6. Потери более добротной поляризации возрастают, а менее добротной уменьшаются.

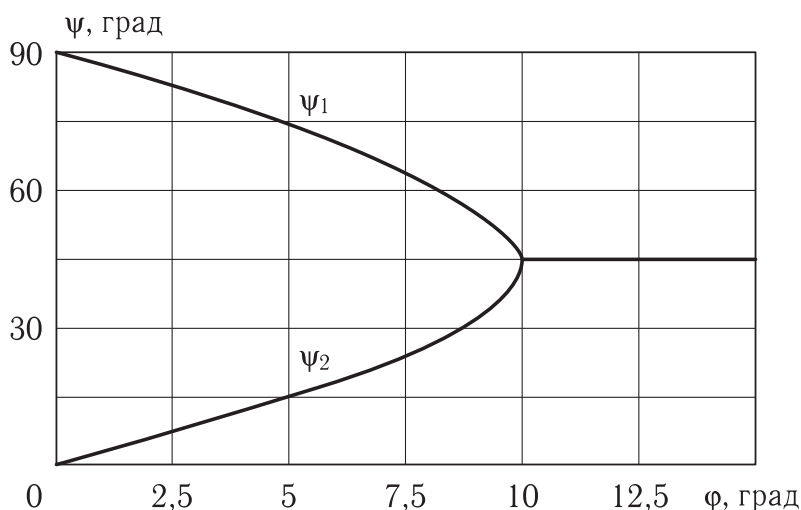


Рис. 12.6. Зависимость азимута собственных поляризаций от φ

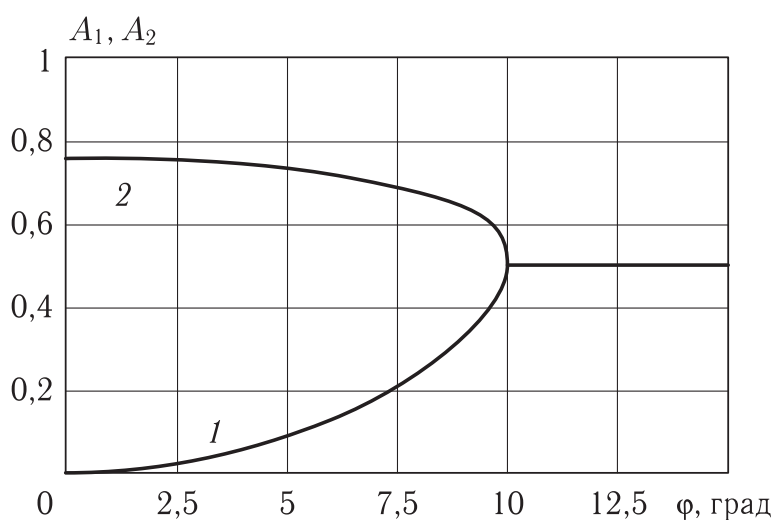
Зависимости $A_1(\varphi)$ и $A_2(\varphi)$ приведены на рис. 12.7.

Когда параметр φ достигает некоторой критической величины φ^* наступает полное *вырождение* собственных поляризаций: их плоскости колебаний и потери совпадают. В этом режиме

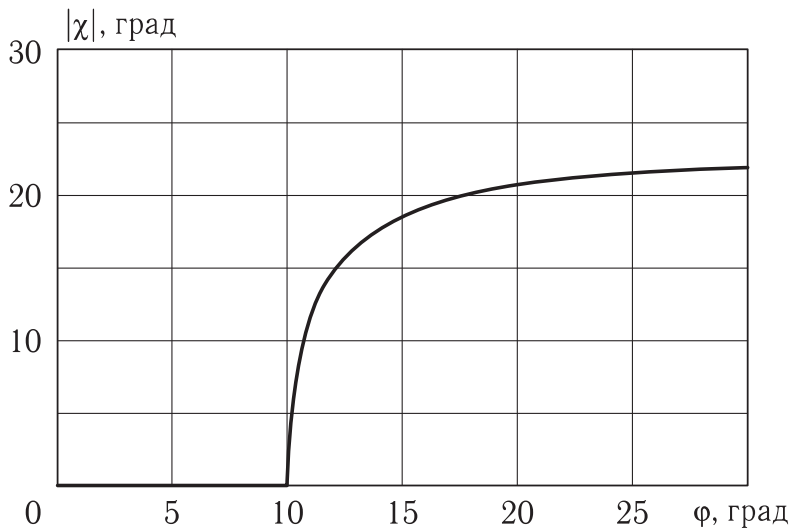
$$\psi_1 = \psi_2 = 45^\circ, \quad A_1 = A_2 = 1 - T_s^4. \quad (12.37)$$

Для величины φ^* нетрудно найти

$$\varphi^* = \pm \arcsin \left(\frac{1 - T_s^2}{1 + T_s^2} \right). \quad (12.38)$$

Рис. 12.7. Зависимость потерь от угла φ

При дальнейшем возрастании продольного магнитного поля азимут и потери собственных поляризаций сохраняются, но начинает возрастать модуль угла эллиптичности. Зависимость угла эллиптичности от параметра φ приведена на рис. 12.8. Графики на рис. 12.6–12.8 соответствуют следующим параметрам: $n = 1,53$, $\varphi^* = 10^\circ$.

Рис. 12.8. Зависимость угла эллиптичности $|\chi|$ от φ

В реальных приборах параметр φ мал ($\varphi \ll \varphi^*$). В этом случае вышеприведенные соотношения можно упростить, заменив их разложением по параметру φ с сохранением членов не выше второго порядка. Полный оператор Джонса получим в виде

$$T_0 = \begin{pmatrix} 1 - (1 + T_s^2) \varphi^2 & -T_s (1 + T_s^2) \varphi \\ T_s (1 + T_s^2) \varphi & T_s^2 [T_s^2 - (1 + T_s^2) \varphi^2] \end{pmatrix}. \quad (12.39)$$

Отсюда нетрудно получить приближенные аналитические выражения для потерь и азимута более добротной поляризации (индекс 1):

$$A_1 \approx 2 \left(\frac{1 - T^2}{1 + T^2} \right) \varphi^2, \quad \psi_1 \approx \left(\frac{T}{1 - T^2} \right) \varphi. \quad (12.40)$$

При $\varphi < 1^\circ$ формула для A_1 обеспечивает точность не хуже 3 %, а формула для ψ_1 не хуже 5 %.

В заключение рассмотрим поляризационные характеристики резонатора *бегущей волны*, образованного четырьмя отражателями, которые располагаются по углам плоского квадратного осевого контура (рис. 12.9). Поперечные координатные оси в этой задаче удобно вы-

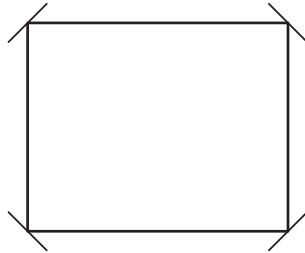


Рис. 12.9. Кольцевой резонатор

брать так, чтобы ось X лежала в плоскости осевого контура, а ось Y была направлена перпендикулярно этой плоскости.

Оператор Джонса для произвольного отражателя в согласованном базисе можно записать в виде T_m (12.1). В любом расчетном сечении полный оператор Джонса одинаков, что свидетельствует о постоянстве собственных поляризаций по всему осевому контуру резонатора:

$$T_0 = T_m^4. \quad (12.41)$$

Нетрудно заметить, что рассматриваемый резонатор обладает поляризационной кратностью: $m = 4$.

При использовании идеальной модели отражателя ($R_p = R_s = 1$, $\gamma = 0$) данный резонатор оказывается *изотропным* (любое состояние поляризации является собственным). Заметим, что на практике такой резонатор создать невозможно из-за неизбежной, пусть и малой амплитудно-фазовой анизотропии отражателей и рассогласования их собственных осей. Собственные состояния поляризации лазера могут также определяться анизотропией активной среды с учетом влияния магнитного поля. Реальные отражатели ($R_p \neq R_s < 1$, $\gamma \neq 0$) делают резонатор анизотропным. В данном случае собственными поляризациями оказываются линейные ортогональные с $\psi_1 = 0$ и $\psi_1 = 90^\circ$ (p - и s -компоненты). Потери поляризационных мод за полный обход резонатора составляют $A_1 = 1 - R_p^8$, $A_2 = 1 - R_s^8$, а частотный сдвиг поляризационных мод $\Delta\nu = 2\gamma c/\pi$. Данная схема кольцевого резонатора является наиболее употребительной на практике.

12.4. Особенности анализа поляризационных характеристик непланарных резонаторов

В лазерной технике часто встречаются так называемые *непланарные* резонаторы. Непланарным называют такой резонатор, осевой контур которого не принадлежит одной плоскости. Непланарный резонатор образован, естественно, более чем тремя *вершинами* осевого контура (вершина осевого контура — это точка, где осевой луч изменяет направление). Разница между вершинами и зеркалами существенна. Так, двузеркальный резонатор с окнами Брюстера, закрывающими активную среду, может быть непланарным вследствие разворота (пирамидальности) оптических поверхностей окошек.

В ряде случаев непланарную деформацию осевого контура резонатора предпринимают специально для достижения выгодной конструктивной компоновки прибора или для формирования круговых собственных поляризаций [104, 113, 146]. Но обычно малая непланарность возникает в результате ошибок реализации резонатора, т. е. ошибок изготовления и сборки оптических элементов, и различных внешних воздействий.

В непланарных резонаторах плоскости *падения–отражения* осевого луча на соседних вершинах осевого контура не совпадают. Состояние поляризации волн определяется во вращающейся системе координат $\xi_i \eta_i \zeta_i$, ось ξ_i которой лежит в плоскости падения i -й оптической поверхности. При переходе в следующее плечо резонатора ось η_i поворачивается на *угол кручения* α_i вокруг продольной оси. Для встречной волны направление оси ζ_i меняется на противоположное, при этом система координат остается правой.

Определим угол кручения α_i между плоскостями падения–отражения на $(i - 1)$ -й вершине и на i -й вершине. С этой целью рассмотрим участок осевого контура резонатора (рис. 12.10), содержащий четыре последовательно расположенных вершины: $K(i - 2)$, $L(i - 1)$, $M(i)$, $N(i + 1)$. Зафиксируем две плоскости: KLM и LMN с отрезком LM . Двугранный угол, образованный указанными плоскостями и будет искомым углом кручения координатного базиса.

Уравнение первой плоскости, которая содержит точки $K(i - 2)$, $L(i - 1)$, $M(i)$

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0. \quad (12.42)$$

Уравнение второй плоскости, которая содержит точки $L(i - 1)$, $M(i)$, $N(i + 1)$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0. \quad (12.43)$$

Коэффициенты обоих уравнений связаны с координатами вершин осевого контура в едином декартовом базисе и могут быть вычислены,

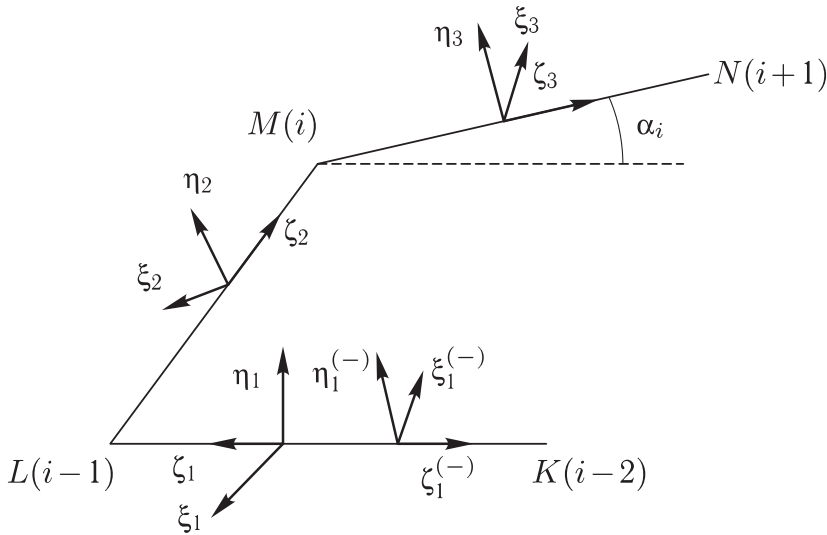


Рис. 12.10. К определению угла кручения координатного базиса в непланарном резонаторе

как известно, следующим образом:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \begin{vmatrix} y_L - y_K & z_L - z_K \\ y_M - y_K & z_M - z_K \end{vmatrix}, & A_2 &= \begin{vmatrix} y_M - y_L & z_M - z_L \\ y_N - y_L & z_N - z_L \end{vmatrix}, \\
 B_1 &= - \begin{vmatrix} x_L - x_K & z_L - z_K \\ x_M - x_K & z_M - z_K \end{vmatrix}, & B_2 &= - \begin{vmatrix} x_M - x_L & z_M - z_L \\ x_N - x_L & z_N - z_L \end{vmatrix}, \\
 C_1 &= \begin{vmatrix} x_L - x_K & y_L - y_K \\ x_M - x_K & y_M - y_K \end{vmatrix}, & C_2 &= \begin{vmatrix} x_M - x_L & y_M - y_L \\ x_N - x_L & y_N - y_L \end{vmatrix}.
 \end{aligned} \quad (12.44)$$

Двугранный угол между рассматриваемыми плоскостями задается соотношением

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{[(A_1 B_2 - B_1 A_2)^2 + (A_1 C_2 - C_1 A_2)^2 + (B_1 C_2 - C_1 B_2)^2]^{1/2}}{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}. \quad (12.45)$$

Методика поляризационного анализа непланарных резонаторов состоит в следующем:

- определяют характер непланарности;
- рассчитывают координаты вершин непланарного осевого контура. В случае малой непланарности, обусловленной ошибками реализации резонатора, это удобно сделать с помощью метода *осевого контура* (см. [10]);
- определяют углы вращения между плоскостями падения осевого луча на каждую вершину осевого контура (здесь особенно важно не ошибиться в знаке каждого угла);
- составляют циклический оператор Джонса с учетом вращателей, описывающих разворот последовательных плоскостей падения,

и матриц амплитудно-фазовой анизотропии, характеризующих каждую вершину и плечо осевого контура;

— решают собственную задачу.

Интересно отметить, что алгебраическая сумма всех углов кручений в непланарных резонаторах в общем случае не равна нулю.

Для иллюстрации методики поляризационного анализа непланарного резонатора рассмотрим два простых примера. В качестве первого примера возьмем четырехзеркальный резонатор стоячей волны (линейный резонатор), осевой контур которого изображен на рис. 12.11. Резонаторы такого типа, но с большим числом зеркал, используются в технологических лазерах.

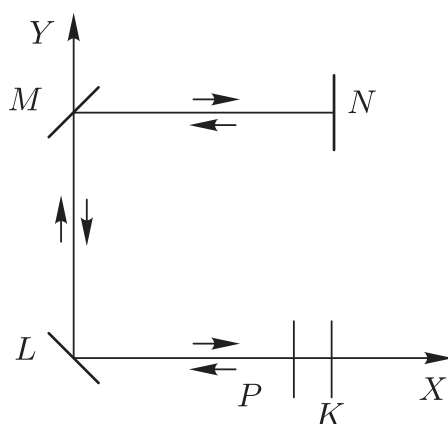


Рис. 12.11. Пример линейного непланарного резонатора

Пусть все плечи резонатора имеют одинаковую длину a . Начало декартовой системы координат XYZ совместим с точкой L , а координатную плоскость XY расположим так, чтобы в нее попали точки K , L и M . Точка же N выведена из плоскости XY на расстояние $z_N = \Delta$, так что плечо MN резонатора образует с плоскостью XY некоторый угол $\alpha = \arcsin(\Delta/a)$, который служит мерой непланарности рассматриваемого резонатора.

Выберем расчетное сечение P вблизи зеркала K и станем обходить резонатор по направлению, указанному на рис. 12.11 стрелкой: $PKPLMNMLP$. При прямом проходе резонатора перед зеркалом M надо развернуть координатный базис вокруг оси Z на угол α . На обратном проходе такой поворот надо произвести перед зеркалом L .

Концевые зеркала K и N будем полагать идеально изотропными, а поворотные зеркала L и M — анизотропными (см. (12.1)). При $R_p = R_s = 1$ и $\gamma = 0$ реализуется модель идеального зеркала (наш декартов базис связан с лучом и после отражения остается правым). Для интерференционных зеркал выполняются соотношения $R_p < R_s \approx 1$, $\gamma \approx 0$. Если в качестве отражателей используются призмы полного внутреннего отражения, то величины R_p и R_s не одинаковы за счет

наклонных брюстеровских концевых граней, а сдвиг фаз γ существенно отличается от нуля.

Чтобы вычислить полный оператор Джонса непланарного резонатора, нам необходимо ввести три частных оператора: оператор вращателя T_R (для компактности записи здесь и далее обозначим $s = \sin \alpha$ и $c = \cos \alpha$), оператор концевого зеркала T_K , оператор поворотного зеркала T_m :

$$T_R(\alpha) = \begin{pmatrix} c & s \\ -s & c \end{pmatrix}, \quad T_K = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (12.46)$$

$$T_m = \begin{pmatrix} R_p & 0 \\ 0 & -R_s e^{j\gamma} \end{pmatrix}.$$

Полный оператор Джонса T_0 вычисляется как произведение,

$$T_0 = T_m T_R T_m T_K T_m T_R T_m T_K. \quad (12.47)$$

Нетрудно заметить, что рассматриваемый резонатор обладает поляризационной кратностью при $m = 2$. Поэтому для поляризационного анализа резонатора достаточно использовать оператор полупериода

$$T'_0 = T_m T_R T_m T_K = \begin{pmatrix} R_p^2 c & R_p R_s s e^{j\gamma} \\ R_p R_s s e^{j\gamma} & -R_s^2 c e^{j2\gamma} \end{pmatrix} \quad (12.48)$$

с инвариантами

$$\text{Sp } T'_0 = (R_p^2 - R_s^2 e^{j2\gamma}) c, \quad \det T'_0 = -R_p^2 R_s^2 e^{j2\gamma}, \quad (12.49)$$

$$\Delta = (R_p^2 + R_s^2 e^{j\gamma})^2 - (R_p^2 - R_s^2 e^{j\gamma})^2 s^2.$$

Приведенные соотношения (12.49) позволяют рассчитать собственные числа и собственные поляризационные переменные:

$$\Lambda_{1,2} = \frac{1}{4} [(R_p^2 - R_s^2 e^{j2\gamma}) c \pm \sqrt{\Delta}]^2, \quad (12.50)$$

$$\Gamma_{1,2} = \frac{1}{2R_p R_s s e^{j\gamma}} [- (R_p^2 + R_s^2 e^{j2\gamma}) c \pm \sqrt{\Delta}].$$

что в свою очередь дает возможность анализировать поляризационные характеристики резонатора.

Рассмотрим характерные частные случаи. Если все зеркала идеальны ($R_p = R_s = 1$ и $\gamma = 0$), то оператор Джонса для полупериода подчиняется соотношению (12.7). Поэтому резонатор оказывается *изотропным*. В этом гипотетическом случае потери отсутствуют ($A_p = A_s = 0$), а сдвиг частот равен межмодовому частотному промежутку ($\Delta\nu/\nu = 1$).

В планарном резонаторе ($\alpha = 0$) с интерференционными или металлическими зеркалами, собственные поляризации оказываются

линейными ортогональными (p - и s -компоненты с азимутами: $\psi_1 = 0$, $\psi_2 = \pi/2$). Поляризационные потери составляют: $A_1 = 1 - R_p^8$, $A_2 = 1 - R_s^8$, а относительный частотный сдвиг: $\delta\nu = 1 + 2\gamma/\pi$. Более добротной оказывается s -волна (индекс 2). С ростом непланарности резонатора значения азимутов собственных поляризационных мод уменьшаются (азимут моды с индексом 1 становится отрицательным), при этом их разность $\pi/2$ сохраняется. Равные углы эллиптичности вначале возрастают, достигая максимума при $\alpha = \pi/4$, а затем уменьшаются.

На рис. 12.12 приведены характерные зависимости потерь собственных поляризационных мод от параметра непланарности α (расчет про-

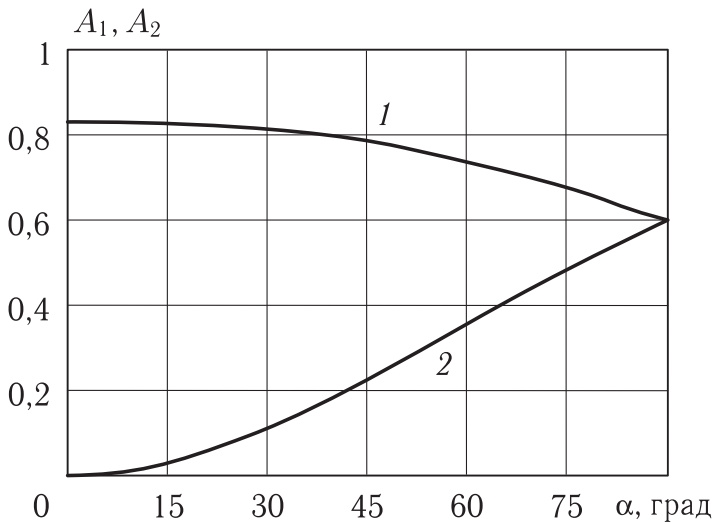


Рис. 12.12. Зависимость потерь $A_{1,2}$ поляризационных мод от параметра непланарности резонатора α

веден для значений $R_p = 0,8$, $R_s = 1$ и $\gamma = 1^\circ$). Потери более добротной моды с индексом 2 возрастают, а менее добротной моды с индексом 1 уменьшаются. При $\alpha = \pi/2$ резонатор становится *изотропным*, а потери равными

$$A_1 = A_2 = 1 - R_p^4 R_s^4. \quad (12.51)$$

В качестве *второго* примера рассмотрим четырехзеркальный резонатор *бегущей волны* с деформированным квадратным осевым контуром $KLMN$ (рис. 12.13). Плечи резонатора имеют одинаковую длину a .

Начало декартовой системы координат XYZ совместим с точкой L , ось X — со стороной LK , а ось Y со стороной LM . Координатную плоскость XY расположим так, чтобы в нее попали точки K , L и M .

Деформация исходного осевого контура $KLMN$ заключается в изломе квадрата по диагонали $МОК$ так, что точка N выводится из плоскости на расстояние $z_N = \Delta$ ($LO = ON = a\sqrt{2}/2$). Угол излома диагонали LON равен $\beta = \arcsin(\sqrt{2}\Delta/a)$.

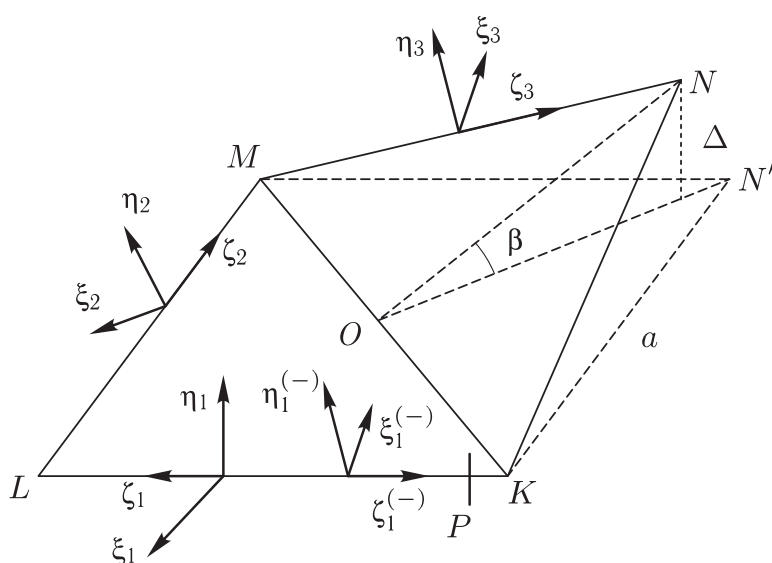


Рис. 12.13. Непланный квадрантный резонатор

Выберем расчетное сечение P вблизи зеркала K и станем обходить резонатор по часовой стрелке $PLMNKP$. При обходе резонатора перед каждым зеркалом поворачиваем координатный базис $\xi_i \eta_i \zeta_i$ вокруг осевого луча на некоторый угол кручения $\pm\alpha$. Это означает, что в каждом плече резонатора находится неполярный (естественный) вращатель с параметром $\pm\alpha$. Для встречной волны ориентация осей координатного базиса отличается, как показано на рис. 12.13, где знак « $-$ » означает, что данный базис относится к волне, обходящей резонатор против часовой стрелки.

Для определения углов кручения $\pm\alpha$ составим таблицу координат вершин осевого контура (табл. 12.1).

Таблица 12.1

Координаты вершин осевого контура

Вершина	X	Y	Z
L	0	0	0
M	0	a	0
N	$\frac{1}{2} a(1 + \cos \beta)$	$\frac{1}{2} a(1 + \cos \beta)$	$\frac{1}{\sqrt{2}} a \sin \beta$
K	a	0	0

Используя данные табл. 12.1, согласно (12.45), получим

$$|\alpha| = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{2} \sin \beta}{1 + \cos \beta} \right) = \arccos \left[\frac{1}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 (\beta/2)}} \right], \quad (12.52)$$

где β — угол излома диагонали LON осевого контура $KLMN$. Если угол β мал, то угол кручения приближенно равен $\alpha \approx \pm\sqrt{2}\beta/2$.

Зеркала резонатора будем считать одинаковыми и в общем случае анизотропными, тогда состояние поляризации излучения изменяется после отражения от каждого зеркала. Полный оператор Джонса вычисляется как произведение операторов поворота (вращателей) и операторов отражателей (12.1):

$$T_0 = T(\alpha) T_m T(-\alpha) T_m T(\alpha) T_m T(-\alpha) T_m = (T'_0)^2.$$

Данный резонатор обладает поляризационной кратностью при $m = 2$. Поэтому в поляризационном анализе достаточно использовать оператор полупериода

$$\begin{aligned} T'_0 &= T(\alpha) T_m T(-\alpha) T_m = \\ &= \begin{pmatrix} c^2 R_p^2 - s^2 R_p R_s e^{j\gamma} & sc(R_s^2 e^{j2\gamma} + R_p R_s e^{j\gamma}) \\ -sc(R_p^2 + R_p R_s e^{j\gamma}) & (c^2 R_s^2 e^{j\gamma} - s^2 R_p R_s) e^{j\gamma} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (12.53)$$

Приведенное соотношение (12.53) позволяет анализировать поляризационные характеристики резонатора по рассмотренному ранее алгоритму.

При использовании *идеальной* модели зеркал ($R_p = R_s = 1$, $\gamma = 0$) матрица половины периода будет иметь вид

$$T'_0(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ -\sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{pmatrix} \quad (12.54)$$

с инвариантами

$$\text{Sp } T'_0(\alpha) = 2 \cos 2\alpha, \quad \det T'_0(\alpha) = 1. \quad (12.55)$$

Собственные числа и собственные поляризационные переменные в этом случае составляют

$$\Lambda_{1,2} = \pm \exp(j2\alpha), \quad \Gamma_{1,2} = \pm j. \quad (12.56)$$

Нетрудно видеть, что при любом конечном α собственные состояния поляризации — ортогональные круговые и амплитудно вырожденные. Поляризационные потери отсутствуют. Относительный частотный сдвиг равен

$$\delta\nu = \frac{4\alpha}{\pi}. \quad (12.57)$$

Если необходимо максимально частотно разнести собственные поляризации ($\delta\nu = \pi/2$), например, для уменьшения взаимодействия между ими, то следует выбрать угол непланарности $\alpha = \pi/8$ (такая модель кольцевого резонатора реализуется в некоторых типах лазерных гироскопов). Описанная ситуация характерна только для резонаторов

с идеальными зеркалами. Учет реальных параметров зеркал существенно изменяет картину.

Рассмотрим резонатор, образованный четырьмя интерференционными зеркалами. При отсутствии непланарности ($\alpha = 0$) собственные поляризации — ортогональные линейные (p - и s -компоненты), причем в данном случае более добротной (с меньшими потерями) оказывается s -мода, вектор $\mathbf{E}$ которой перпендикулярен плоскости падения на зеркала планарного резонатора.

Вследствие непланарной деформации осевого контура состояние поляризации излучения становится эллиптическим. Угол эллиптичности равен по модулю во всех плечах резонатора и изменяет знак после отражения от каждого зеркала.

С возрастанием непланарности резонатора потери и частоты собственных волн (однонаправленных) сближаются по квадратичному закону, при этом потери более добротной моды увеличиваются, а менее добротной уменьшаются. Состояния поляризации остаются ортогональными, но оси поляризационных эллипсов поворачиваются по часовой стрелке, а модули угла эллиптичности возрастают.

Для кольцевых резонаторов большое значение имеет соотношение частот, потерь и состояний поляризаций *встречных* добротных мод. Анализ показывает, что в непланарном кольцевом резонаторе частоты встречных волн в отсутствии магнитного поля совпадают, а состояния поляризации в общем случае различны. Во всех плечах резонатора направление вращения вектора $\mathbf{E}$ встречных волн — *противоположное* (это означает, что в своих координатных базисах с противоположным направлением продольной оси встречные волны характеризуются углами эллиптичности одного знака). Если на активную среду такого кольцевого лазера наложить магнитное поле, то возникает невзаимный сдвиг частот встречных волн, пропорциональный углу эллиптичности.

При малой амплитудно-фазовой анизотропии зеркал может возникнуть поляризационная неустойчивость резонатора к деформации осевого контура. Существует комбинация параметров зеркала, при которой чувствительность поляризационных характеристик оказывается максимальной:

$$\gamma_0 = t, \quad (12.58)$$

где $t = 1 - R_p/R_s \approx t_p - t_s \approx (\tau_p - \tau_s)/2$ — параметр относительной амплитудной анизотропии; $t_p = 1 - R_p$, $t_s = 1 - R_s$; $\tau_p = 1 - \rho_p$, $\tau_s = 1 - \rho_s$ — энергетические коэффициенты пропускания (см. гл. 10). Значений параметров амплитудно-фазовой анизотропии зеркал, удовлетворяющих (12.58), следует избегать. При этом дополнительные потери $A_{\max} \approx 8\alpha^2/\gamma_0$ и угол эллиптичности $\chi_{\max} \approx \alpha/2\gamma_0$ достигают максимальных значений.

На рис. 12.14 показаны зависимости угла эллиптичности от угла кручения α при различном соотношении параметров амплитудно-фазовой анизотропии зеркал t, γ . Рисунок 12.15 иллюстрирует влияние фазовой анизотропии зеркал на чувствительность к малой непланарности (угол кручения равен всего $\alpha = 5 \cdot 10^{-4}$).

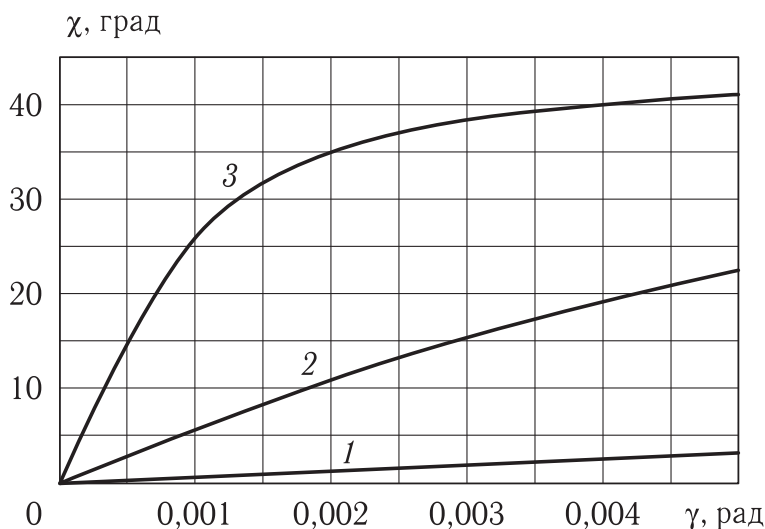


Рис. 12.14. Зависимость угла эллиптичности от угла кручения при различной фазовой анизотропии (1 — $\gamma = 0,001$; 2 — $\gamma = 0,01$; 3 — $\gamma = 0,05$ рад) и одинаковом параметре относительной амплитудной анизотропии ($t = 0,001$)

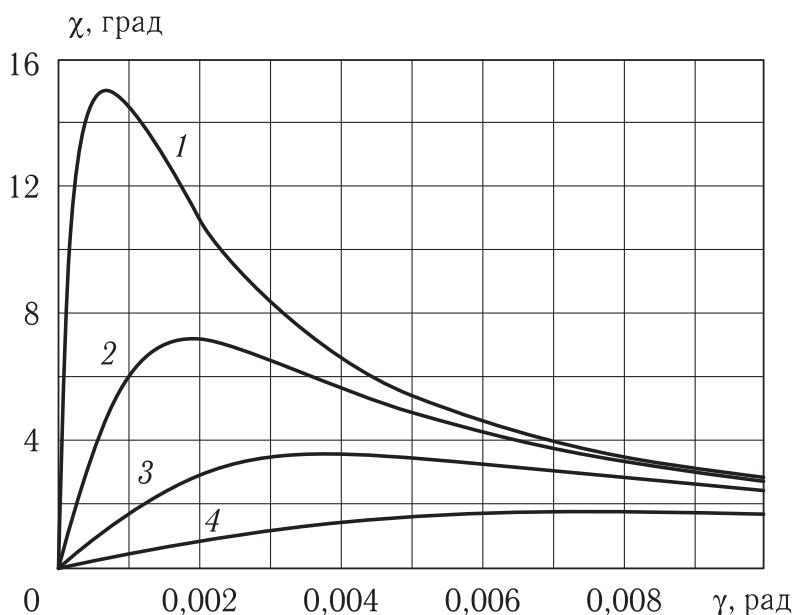


Рис. 12.15. Зависимость угла эллиптичности от γ при угле кручения, равном $\alpha = 5 \cdot 10^{-4}$, и различном параметре относительной амплитудной анизотропии: 1 — $t = 0,001$; 2 — $t = 0,002$; 3 — $t = 0,004$; 4 — $t = 0,008$

Сдвиг частот встречных волн в магнитном поле имеет схожую зависимость от γ . Из анализа рис. 12.14, 12.15 следует, что для умень-

шения угла эллиптичности, сдвига частот в магнитном поле и дополнительных поляризационных потерь необходимо *увеличивать* фазовую анизотропию зеркал, например, $3^\circ < \gamma < 7^\circ$, сохраняя малое значение коэффициента амплитудной анизотропии. Для интерференционных зеркал амплитудная и фазовая анизотропия взаимосвязаны и зависят от малого изменения толщины слоев интерференционного зеркала (см. гл. 10). В кольцевом резонаторе три зеркала делают глухими, т. е. полностью отражающими, а одно «полупрозрачным» с определенным коэффициентом пропускания, поэтому целесообразно «нагружать» функциональной анизотропией именно это зеркало.

В целом, можно констатировать, что для повышения устойчивости кольцевого резонатора к непланарной деформации необходимо рассчитывать *оптимальную* анизотропию интерференционных зеркал [150].

12.5. Возмущение собственных состояний поляризации

На практике часто требуется найти небольшие изменения номинальных поляризационных характеристик оптического резонатора при воздействии на него различного рода *возмущений*. Упомянутые возмущения связаны с погрешностями реализации резонатора: ошибками изготовления и сборки оптических элементов, которые приводят к изменению его планарности, с наличием остаточной анизотропии оптических материалов или наведенной анизотропии за счет внешних факторов (магнитное поле, механические напряжения, колебания температуры и т. д.). Поляризационный анализ оптических приборов связан с оценкой влияния именно этих малых возмущений на эллипсометрические параметры, потери и частоту собственных волн, а также на невзаимность (различие характеристик) встречных волн в кольцевых лазерах.

В этом случае собственная поляризационная задача может быть сформулирована следующим образом. Имеется номинальная (идеальная) оптическая схема анизотропного устройства с известными собственными значениями и состояниями поляризации. Нарушение такой идеальной схемы из-за малых ошибок в ее реализации вызывает изменение анизотропии устройства и, как следствие, поляризационных характеристик. Если учитываемых возмущений идеальной модели резонатора несколько, то аналитический расчет по описанному выше методу Джонса усложняется, а окончательные формулы делаются громоздкими. В то же время указанные факторы могут существенно повлиять на работу рассматриваемого оптического устройства. В этом случае для поляризационного анализа целесообразно использовать *метод поляризационных возмущений* [28, 34, 43].

Метод возмущений сводится к приближенному определению собственных векторов и чисел полного оператора в виде, вообще говоря, многомерного разложения по степеням малых параметров возмущений δ_i , причем в нулевом приближении собственные векторы и числа совпадают с решениями для невозмущенного оператора. Почти всегда достаточно ограничиться поправкой *первого* порядка для собственных векторов и поправками первого и *второго* порядка для собственных чисел.

Обычно метод возмущения применяют к матричному оператору Джонса, который является *нормальным*, т. е. для него выполняется соотношение (4.15). Нормальный оператор имеет полную ортонормированную систему собственных векторов. Если оператор Джонса резонатора или поляризационного устройства не является нормальным, необходимо соответствующим образом изменить поляризационный базис в данном расчетном сечении, чтобы привести оператор к нормальному виду. Метод поляризационных возмущений можно применять и тогда, когда невозмущенный резонатор изотропен. Это очень существенно, так как позволяет решать такие задачи, где малая анизотропия (или конкуренция различных типов анизотропии) определяет поляризационные характеристики резонатора [150].

Итак, пусть некоторому расчетному сечению анизотропного резонатора в произвольном базисе соответствует полный оператор, зависящий от n -мерного набора параметров возмущений δ_i (индекс параметра пробегает значения от 1 до N):

$$T(\delta_i) = \begin{pmatrix} t_{11}(\delta_i) & t_{12}(\delta_i) \\ t_{21}(\delta_i) & t_{22}(\delta_i) \end{pmatrix}. \quad (12.59)$$

Если идеальная оптическая структура претерпевает возмущения, то в соответствии с идеологией метода возмущений в приложении к поляризационному анализу, запишем полный оператор в виде многомерного разложения по малым параметрам возмущений. Здесь и далее мы ограничиваемся *вторым* порядком разложения:

$$T = T^{(0)} + \sum_{i=1}^N T_i^{(1)} \delta_i + \sum_{i=1}^N T_i^{(2)} \delta_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N T_{i,j}^{(2)} \delta_i \delta_j, \quad (12.60)$$

где δ_i — малый параметр i -го возмущения, N — число возмущений. В этом выражении используются следующие матрицы:

— полный оператор Джонса невозмущенного резонатора

$$T^{(0)} = T(0); \quad (12.61)$$

— матрицы i -го возмущения n -го порядка ($n = 1, 2$)

$$\mathbf{T}_i^{(n)} = \frac{1}{n!} \begin{pmatrix} t_{11i}^{(n)} & t_{12i}^{(n)} \\ t_{21i}^{(n)} & t_{22i}^{(n)} \end{pmatrix}, \quad (12.62)$$

где

$$\begin{aligned} t_{11i}^{(n)} &= \frac{\partial^n t_{11}(0)}{\partial \delta_i^n}, & t_{12i}^{(n)} &= \frac{\partial^n t_{12}(0)}{\partial \delta_i^n}, \\ t_{21i}^{(n)} &= \frac{\partial^n t_{21}(0)}{\partial \delta_i^n}, & t_{22i}^{(n)} &= \frac{\partial^n t_{22}(0)}{\partial \delta_i^n}, \end{aligned}$$

— перекрестные матрицы i -го и j -го возмущений

$$\mathbf{T}_{ij}^{(2)} = \begin{pmatrix} t_{11ij}^{(2)} & t_{12ij}^{(2)} \\ t_{21ij}^{(2)} & t_{22ij}^{(2)} \end{pmatrix}, \quad (12.63)$$

где

$$\begin{aligned} t_{11ij}^{(2)} &= \frac{\partial^2 t_{11}(0,0)}{\partial \delta_i \partial \delta_j}, & t_{12ij}^{(2)} &= \frac{\partial^2 t_{12}(0,0)}{\partial \delta_i \partial \delta_j}, \\ t_{21ij}^{(2)} &= \frac{\partial^2 t_{21}(0,0)}{\partial \delta_i \partial \delta_j}, & t_{22ij}^{(2)} &= \frac{\partial^2 t_{22}(0,0)}{\partial \delta_i \partial \delta_j}. \end{aligned} \quad (12.64)$$

Все матрицы возмущений вычисляются при *нулевых* значениях параметров возмущений ($\delta_i = 0$).

Учитывая специфику описываемого метода, вычисление полного оператора (12.63) проводят следующим образом:

— операторы каждого анизотропного элемента записывают приближенно с точностью до второго порядка параметров возмущений включительно;

— при перемножении частных операторов удерживают члены, содержащие параметры возмущений не выше второго порядка.

В рамках метода поляризационных возмущений собственные векторы и собственные числа выражаются в форме многомерного разложения по степеням параметров возмущений:

$$\mathbf{D}_k = \mathbf{D}_k^{(0)} + \sum_{i=1}^N \mathbf{D}_{ik}^{(1)} \delta_i, \quad (12.65)$$

$$\Lambda_k = \Lambda_k^{(0)} + \sum_{i=1}^N \Lambda_{ki}^{(1)} \delta_i + \sum_{i=1}^N \Lambda_{ki}^{(2)} \delta_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N \Lambda_{kij}^{(2)} \delta_i \delta_j. \quad (12.66)$$

В приведенных выражениях векторы $\mathbf{D}_k^{(0)}$ и скаляры $\Lambda_k^{(0)}$ известны из решения невозмущенной задачи. Искомыми величинами являются векторы $\mathbf{D}_{ik}^{(1)}$ и скаляры $\Lambda_{ik}^{(1)}$, $\Lambda_{ik}^{(2)}$, $\Lambda_{kij}^{(2)}$, где индекс моды k принимает значения $k = 1, 2$, а индекс возмущения i пробегает значения от 1 до N .

Подставив выражения (12.65) и (12.66) в основное уравнение метода Джонса и учитывая свойства нормальных матриц, можно получить соотношения для искомых величин:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{D}_{1i}^{(1)} &= \frac{(\mathbf{T}_i^{(1)} \mathbf{D}_1^{(0)}) \mathbf{D}_2^{(0)*}}{\Lambda_1^{(0)} - \Lambda_2^{(0)}} \mathbf{D}_2^{(0)}, & \mathbf{D}_{2i}^{(1)} &= \frac{(\mathbf{T}_i^{(1)} \mathbf{D}_2^{(0)}) \mathbf{D}_1^{(0)*}}{\Lambda_2^{(0)} - \Lambda_1^{(0)}} \mathbf{D}_1^{(0)}, \\
 \Lambda_{1i}^{(1)} &= (\mathbf{T}_i^{(1)} \mathbf{D}_1^{(0)}) \mathbf{D}_1^{(0)*}, & \Lambda_{2i}^{(1)} &= (\mathbf{T}_i^{(1)} \mathbf{D}_2^{(0)}) \mathbf{D}_2^{(0)*}, \\
 \Lambda_{1i}^{(2)} &= \left[(\mathbf{T}_i^{(2)} \mathbf{D}_1^{(0)}) + (\mathbf{T}_i^{(1)} \mathbf{D}_{1i}^{(1)}) \right] \mathbf{D}_1^{(0)*}, \\
 \Lambda_{2i}^{(2)} &= \left[(\mathbf{T}_i^{(2)} \mathbf{D}_2^{(0)}) + (\mathbf{T}_i^{(1)} \mathbf{D}_{2i}^{(1)}) \right] \mathbf{D}_2^{(0)*}, \\
 \Lambda_{1ij}^{(2)} &= \left[(\mathbf{T}_i^{(1)} \mathbf{D}_{1j}^{(1)}) + (\mathbf{T}_j^{(1)} \mathbf{D}_{1i}^{(1)}) + (\mathbf{T}_{ij}^{(2)} \mathbf{D}_1^{(0)}) \right] \mathbf{D}_1^{(0)*}, \\
 \Lambda_{2ij}^{(2)} &= \left[(\mathbf{T}_i^{(1)} \mathbf{D}_{2j}^{(1)}) + (\mathbf{T}_j^{(1)} \mathbf{D}_{2i}^{(1)}) + (\mathbf{T}_{ij}^{(2)} \mathbf{D}_2^{(0)}) \right] \mathbf{D}_2^{(0)*}.
 \end{aligned} \tag{12.67}$$

Здесь используется скалярное произведение векторов, i и j — номера возмущений, 1 и 2 — индексы поляризационных мод.

Заметим, что искажение собственных состояний поляризации из (12.67) обратно пропорционально модулю разности собственных чисел невозмущенного оператора Джонса,

$$Q = \Lambda_1^{(0)} - \Lambda_2^{(0)}. \tag{12.68}$$

Поэтому величину $|Q|$ можно назвать *поляризационной прочностью* резонатора и пользоваться ею как мерой устойчивости анизотропного резонатора к поляризационным возмущениям.

На практике особенно распространены резонаторы, идеальная модель которых соответствует собственным ортогональным линейным невырожденным поляризациям. Таковы, например, планарные резонаторы с внутренними брестеровскими оптическими поверхностями, планарные резонаторы бегущей волны, а также резонаторы, использующие в своей схеме согласованные оптические элементы полного внутреннего отражения (ПВО). Детализируем метод возмущений для этого класса резонаторов.

При рассмотрении резонаторов, идеальная модель которых соответствует собственным *линейным* ортогональным невырожденным поляризациям, естественно выбрать правый декартов базис следующим образом: ось Z совмещена с направлением распространения, а поперечные оси X и Y — с плоскостями собственных поляризаций идеальной модели, причем ось X соответствует ориентации вектора $\mathbf{E}$ более

добротной моды с индексом 1,

$$\mathbf{D}_1^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D}_2^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (12.69)$$

Подставив (12.69) в соотношения (12.67), можно найти искомые величины более добротной моды с индексом 1:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{1i}^{(1)} &= \frac{t_{21i}^{(1)}}{Q} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D}_{2i}^{(1)} = -\frac{t_{12i}^{(1)}}{Q} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ \Lambda_{1i}^{(1)} &= t_{11i}^{(1)}, \quad \Lambda_{2i}^{(1)} = t_{22i}^{(1)}, \\ \Lambda_{1i}^{(2)} &= \frac{1}{2} t_{22i}^{(2)} + \frac{1}{Q} \left(t_{12i}^{(1)} t_{21i}^{(1)} \right), \\ \Lambda_{2i}^{(2)} &= \frac{1}{2} t_{22i}^{(2)} - \frac{1}{Q} \left(t_{12i}^{(1)} t_{21i}^{(1)} \right), \\ \Lambda_{1ij}^{(2)} &= t_{11ij}^{(2)} + \frac{1}{Q} \left(t_{12i}^{(1)} t_{21j}^{(1)} + t_{12j}^{(1)} t_{21i}^{(1)} \right), \\ \Lambda_{2ij}^{(2)} &= t_{22ij}^{(2)} - \frac{1}{Q} \left(t_{12i}^{(1)} t_{21j}^{(1)} + t_{12j}^{(1)} t_{21i}^{(1)} \right). \end{aligned} \quad (12.70)$$

Здесь и ниже Q — поляризационная прочность резонатора.

В заключение запишем выражения, определяющие изменения азимута и угла эллиптичности более добротной моды с индексом 1 возмущенного резонатора:

$$\begin{aligned} \Delta\psi_1 &= \operatorname{Re} \left(Q^{-1} \sum_{i=1}^N t_{21i}^{(1)} \delta_i \right), \\ \chi_1 &= \operatorname{Im} \left(Q^{-1} \sum_{i=1}^N t_{21i}^{(1)} \delta_i \right). \end{aligned} \quad (12.71)$$

В качестве простого примера применения метода возмущений для поляризационного анализа используем уже рассмотренный в п. 12.4 пример четырехзеркального резонатора бегущей волны с деформированным квадратным осевым контуром (рис. 12.13). Пусть идеальной модели соответствует плоский (планарный) осевой контур резонатора. Определим азимут и угол эллиптичности более добротной s -моды при наличии возмущения в виде малой непланарности резонатора (здесь вместо индексов 1, 2 используются индексы p , s). Тогда в задаче будет фигурировать лишь один параметр возмущения — параметр непланарности α (угол поворота плоскости падения при переходе к последующему отражателю). В соответствии с соотношениями метода

возмущений (12.70)–(12.71) найдем приближенные значения дополнительных поляризационных потерь A_s и поляризационной переменной $\Gamma_s = E_x/E_y$:

$$A_s \approx 4 \operatorname{Re} \left(\frac{1+R}{1-R} \right) \alpha^2 = \frac{4(1-R_{ps}^2)\alpha^2}{1-2R_{ps} \cos \gamma + R_{ps}^2}, \quad (12.72)$$

$$\Gamma_s \approx \pm \frac{\alpha}{1-R} = \pm \frac{1-R_{ps} \exp(j\gamma)}{1-2R_{ps} \cos \gamma + R_{ps}^2} \alpha$$

где $R = R_p \exp(-j\gamma)/R_s = R_{ps} \exp(-j\gamma)$; $t = 1 - R_{ps}$. Откуда находим

$$\chi \approx \pm \frac{R_{ps} \sin \gamma}{1-2R_{ps} \cos \gamma + R_{ps}^2} \alpha, \quad (12.73)$$

$$\Delta \psi \approx \pm \frac{1-R_{ps} \cos \gamma}{1-2R_{ps} \cos \gamma + R_{ps}^2} \alpha.$$

На рис. 12.16. показаны зависимости дополнительных поляризационных потерь, обусловленных непланарностью, от малого угла кручения α .

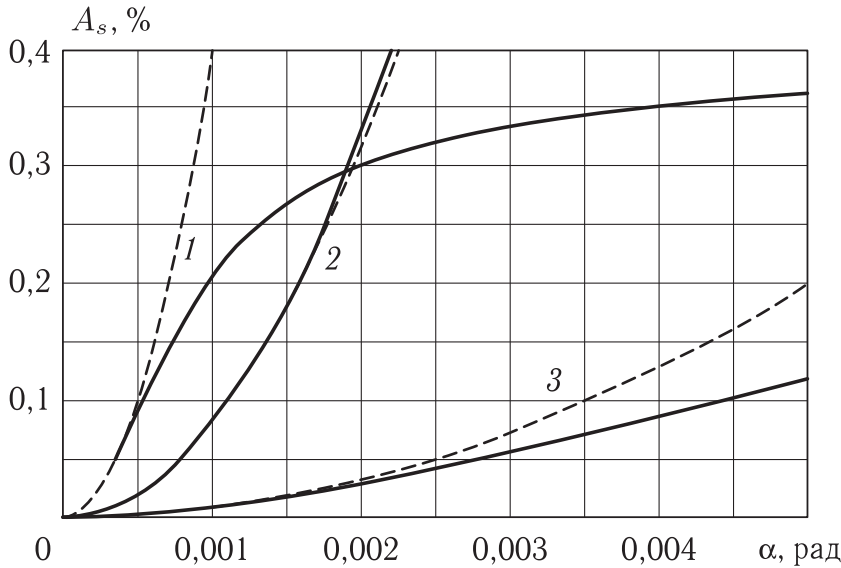


Рис. 12.16. Зависимости поляризационных потерь A_s от угла кручения α при различной амплитудно-фазовой анизотропии зеркал (сплошная линия — точный расчет, пунктирная линия — расчет по методу возмущений): 1 — $t = 0,001$, $\gamma = 0,001$; 2 — $t = 0,01$, $\gamma = 0,001$; 3 — $t = 0,001$, $\gamma = 0,01$

Чем больше амплитудно-фазовая анизотропия зеркала, тем точнее результат получается с помощью метода возмущений. Интересно, что дополнительные поляризационные потери уменьшаются не только с увеличением фазовой анизотропии зеркал γ , но и амплитудной t .

Целесообразность использования *метода возмущений* проявляется при аналитическом расчете поляризационных характеристик, когда па-

раметров возмущений становится достаточно много. Так в кольцевом резонаторе, образованном четырьмя призмами полного внутреннего отражения, двенадцать вершин осевого контура (четыре — на отражении и восемь — на преломлении). Поляризационный анализ с использованием метода возмущений в этом случае существенно упрощается. Можно рекомендовать следующую методику поляризационного анализа для кольцевых непланарных резонаторов:

- задать вид деформации осевого контура, приводящий к его непланарности;

- найти координаты y_i разъюстированного (*возмущенного*) осевого контура резонатора, например, методом осевого контура [10];

- рассчитать малые углы кручения на каждой вершине осевого контура (особое внимание следует уделить определению знака угла кручения);

- определить эллипсометрические параметры встречных собственных волн методом возмущения первого порядка, при этом каждый угол кручения рассматривается как независимый параметр возмущения;

- найти поляризационные потери на каждой преломляющей поверхности оптических элементов, используя значение поляризационной переменной Γ_i излучения перед этой поверхностью и соответствующие коэффициенты пропускания T_p , T_s :

$$A_i = \left(1 - \frac{T_s^2}{T_p^2}\right) |\Gamma_i|^2; \quad (12.74)$$

- найти частотный сдвиг встречных волн в магнитном поле по формуле

$$\Delta\nu = 2(\chi^{(+)} + \chi^{(-)})VlH, \quad (12.75)$$

где $\chi^{(+)}$ и $\chi^{(-)}$ — малые углы эллиптичности (рад) прямой и обратной волн в собственных координатных базисах, l — длина магнитооптического участка резонатора, V — постоянная Верде этого участка, H — напряженность магнитного поля;

- если рассматривается совокупность непланарных деформаций, то необходимо алгебраически сложить эллипсометрические параметры в каждом сечении, а затем для этих результирующих параметров рассчитывать потери и сдвиг частот.

12.6. Расчет поляризационных характеристик резонатора с деполяризатором

Любые оптические тракты, в том числе оптические резонаторы, всегда содержат элементы, деполяризующие оптическое излучение, т. е. снижающие степень его поляризации. Практически, процесс деполяризации может проходить либо благодаря случайным флуктуациям

параметров анизотропных элементов, либо при возникновении некогерентной, неполяризованной компоненты излучения за счет многократного рассеяния. Поэтому среди деполаризаторов можно выделить два основных типа.

Первый — это анизотропные элементы оптического тракта, параметры которых φ_i имеют случайную компоненту $\varphi_{\xi i}$, т. е. изменяются около среднего значения φ_{0i} случайным образом ($i = 1, 2, \dots, N$). Эти флуктуации обычно обусловлены внешними условиями (температурой, электрическим или магнитным полем, током в цепи и т. д.). В одних поляризационных устройствах величина φ_{0i} функционально задана, в других — равняется нулю, и тогда флуктуации характеризуют наведенную анизотропию. Статистические распределения случайных параметров анизотропии φ_i , как правило, нормальные, т. е. для их описания достаточно математического ожидания $\langle \varphi_i \rangle = \varphi_{0i}$ и дисперсии σ_{φ}^2 .

Важно подчеркнуть, что время когерентности τ этих нормальных случайных процессов (время, за которое параметр анизотропии в среднем можно считать постоянным) на несколько порядков больше периода колебаний электромагнитного поля, а длина когерентности соответственно больше длины резонатора. Это означает, что за время усреднения, много меньшее τ , волна полностью поляризована. Вместе с тем, поляризационный эллипс медленно (относительно величины $1/v$) поворачивается и изменяет эллиптичность. Поэтому его «фотография» на инерционном анализаторе получается размытой. Степень этой «размытости» принято описывать неполяризованной, некогерентной компонентой в излучении.

Второй тип деполаризатора определяет рассеяние лазерного излучения на различных фрагментах оптического тракта, например, на краях диафрагм и призм, в активной среде жидкостных, твердотельных или полупроводниковых лазеров. Такая деполаризация сопровождается многократными отражениями рассеянных волн на оптических элементах резонатора, например, внутри каналов, что создает общий рассеянный фон излучения. Фаза таких волн полностью некоррелирована с фазой основной волны, а состояния поляризации каждого возникшего волнового цуга различны. В результате рассеянное поле полностью неполяризовано, однако малая доля его может участвовать в формировании собственного частично поляризованного излучения лазера.

Для расчета поляризационных характеристик с учетом эффекта деполаризации необходимо задать математическую модель деполаризатора, которая различна для описанных выше двух случаев.

Пусть исходный невозмущенный оптический резонатор обладает линейной амплитудно-фазовой анизотропией, и собственные состояния поляризации — ортогональные линейные. Ограничимся рассмотрением только одной поляризационной моды, которая характеризуется меньшими (в идеале, нулевыми) поляризационными потерями. Если совме-

стить ее вектор $\mathbf{E}$ с осью X , то соответствующая циклическая матрица Джонса для произвольного сечения резонатора может быть записана следующим образом:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & R \exp(j\gamma) \end{pmatrix}, \quad (12.76)$$

где амплитудная R и фазовая γ анизотропия резонатора определяется видом и числом отражателей.

Пусть в результате действия внешних случайных факторов в резонаторе возникает малый анизотропный элемент, параметр возмущения ϕ которого равен сумме постоянной ϕ_0 и флуктуирующей ϕ_ξ компонент, причем ϕ_ξ характеризуется нормальным распределением с нулевым математическим ожиданием: $\langle \phi_\xi \rangle = 0$, и дисперсией $\sigma_\phi^2 = \langle \phi_\xi^2 \rangle$. В соответствии с методом возмущений, поляризационные характеристики представим в виде разложений в ряд по параметру возмущения ϕ . Учитывая, что исходные значения поляризационной переменной Γ и собственного значения Λ рассматриваемой более добротной моды равны 0 и 1 соответственно (горизонтальная линейная поляризация с нулевыми потерями), для средних значений этих величин в возмущенном резонаторе получим

$$\begin{aligned} \langle \Gamma \rangle &= \Gamma^{(1)} \phi_0, \\ \langle \Lambda \rangle &= 1 + \Lambda^{(1)} \phi_0 + \Lambda^{(2)} (\phi_0^2 + \sigma_\phi^2). \end{aligned} \quad (12.77)$$

Здесь использовано соотношение $\langle \phi^2 \rangle = \langle \phi_0^2 + 2\phi_0\phi_\xi + \phi_\xi^2 \rangle = \phi_0^2 + \sigma_\phi^2$, а $\Gamma^{(1)}$, $\Lambda^{(1)}$, $\Lambda^{(2)}$ — параметры, которые зависят от анизотропии невозмущенного резонатора и рассчитываются методом поляризационных возмущений. Из (12.77) следует, что полностью поляризованная компонента излучения определяется постоянной составляющей параметра возмущения, а потери A и сдвиг частоты $\Delta\nu$ зависят также от дисперсии случайной составляющей параметра возмущения — σ_ϕ^2 . Если $\Lambda^{(1)} = 0$, то для кольцевого резонатора имеем:

$$\begin{aligned} \langle A \rangle &= 2 \operatorname{Re} \Lambda^{(2)} (\phi_0^2 + \sigma_\phi^2), \\ \langle \Delta\nu \rangle &= \frac{-c}{2\pi L} \operatorname{Im} \Lambda^{(2)} (\phi_0^2 + \sigma_\phi^2), \end{aligned} \quad (12.78)$$

где L — периметр резонатора. Степень поляризации P , также как и поляризационная переменная, удовлетворяет условию самосогласованности и в расчетном сечении определяется коэффициентом $|\Gamma^{(1)}|$ и дисперсией σ_ϕ^2 :

$$P = 1 - |\Gamma^{(1)}|^2 \sigma_\phi^2. \quad (12.79)$$

Проиллюстрируем вышеприведенные выражения на конкретном примере кольцевого резонатора, поляризационные характеристики которого

определяются матрицей Джонса (12.76). В качестве деполяризатора, нарушающего идеальную модель резонатора, рассмотрим малый вращатель с нулевым математическим ожиданием: $\varphi_0 = 0$. Тогда поляризационные потери и сдвиг частоты, в соответствии с (12.78), равны, при $\Lambda^{(1)} = 0$,

$$\begin{aligned} A &= \frac{1 - R^2}{1 - 2R \cos \gamma + R^2} \sigma_\varphi^2, \\ \Delta\nu &= \frac{R \sin \gamma}{1 - 2R \cos \gamma + R^2} \sigma_\varphi^2. \end{aligned} \quad (12.80)$$

Для встречных волн этот сдвиг частоты, обусловленный деполяризатором, будет одинаков только в отсутствии магнитного поля.

Степень поляризации в сечении резонатора после вращателя равна

$$P = 1 - \frac{R^2}{1 - 2R \cos \gamma + R^2} \sigma_\varphi^2. \quad (12.81)$$

Рассмотрим влияние деполяризатора *второго типа* на поляризационные характеристики оптического резонатора. Математическая модель деполяризатора в этом случае может быть описана соответствующей матрицей Мюллера, а для самих расчетов наиболее удобен метод Стокса–Мюллера. Данный метод применяется к полному периоду оптической схемы резонатора, которая в общем случае состоит из анизотропных участков, перемежающихся деполяризаторами. Каждый элемент резонатора описывается матрицей Мюллера. После выбора расчетного сечения совершается полный обход оптической схемы резонатора, что позволяет связать векторы Стокса в расчетном сечении до и после обхода. Так как в рамках собственной задачи не определяется интенсивность излучения, то целесообразно использовать *нормированный* вектор Стокса:

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} 1 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix},$$

где $s_i = S_i/S_0$ — безразмерные параметры нормированного вектора Стокса.

Учтем, что по смыслу собственной задачи начальный и конечный векторы Стокса в расчетном сечении отличаются лишь множителем — энергетическим коэффициентом пропускания периода резонатора τ . Составим систему из четырех уравнений, которая и определит компоненты вектора Стокса s_i в расчетном сечении, а также параметр τ . Зная эти компоненты, можно найти потери $A = 1 - \tau$, степень поляризации P ,

азимут ψ и угол эллиптичности χ поляризованной части излучения:

$$P = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2},$$

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{s_2}{s_1}, \quad \chi = \arcsin \frac{s_3}{\sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}}. \quad (12.82)$$

В ряде случаев достаточно использовать простую модель деполяризатора, которая задает лишь снижение степени поляризации в $(1 - \Pi)$ раз, не изменяя эллипсометрических параметров. Такой модели соответствует матрица Мюллера

$$M_d = \tau_D \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \Pi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \Pi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \Pi \end{pmatrix}, \quad (12.83)$$

где коэффициент τ_D учитывает потери рассеянного излучения, Π — коэффициент деполяризации.

Анализ собственной поляризационной задачи при использовании указанной простой модели деполяризатора сводится к решению векторно-матричного уравнения:

$$\tau \begin{pmatrix} 1 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = M_0 \begin{pmatrix} 1 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix}. \quad (12.84)$$

Поскольку используемая здесь модель деполяризатора не влияет на эллипсометрические параметры излучения, целесообразно для определения азимута ψ и угла эллиптичности χ использовать приближение, не учитывающее наличие деполяризаторов. Введем вспомогательные обозначения:

$$M_i = m_{i2} \cos 2\psi \cos 2\chi + m_{i3} \sin 2\psi \cos 2\chi + m_{i4} \sin 2\chi, \quad (12.85)$$

где m_{ik} — матричные элементы матрицы Мюллера M_0 . Тогда из основного векторно-матричного уравнения (12.84) нетрудно получить систему простых уравнений:

$$(m_{11} + M_1 P) P = \sqrt{(m_{21} + M_2 P)^2 + (m_{31} + M_3 P)^2 + (m_{41} + M_4 P)^2},$$

$$m_{11} + M_1 P = \tau. \quad (12.86)$$

Из системы (12.86) при известных M_0 , ψ , χ легко найти искомые величины P и τ .

Для иллюстрации изложенного метода рассмотрим простейший пример. Пусть в четырехзеркальном резонаторе бегущей волны (рис. 12.17) располагаются неидеальный поляризатор Π с ортогональ-

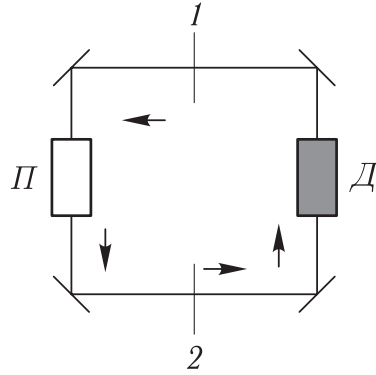


Рис. 12.17. К примеру расчета кольцевого резонатора с деполяризатором

ными собственными осями и деполяризатор $\mathcal{D}$. Пусть более прозрачная ось поляризатора располагается в плоскости осевого контура рассматриваемого резонатора (координатная ось X). Направление обхода резонатора указано на рис. 12.17 стрелками.

Поляризатор будем характеризовать главными коэффициентами пропускания $\tau_{\max}$ и $\tau_{\min}$ или общим коэффициентом пропускания τ_0 и показателем качества Q . Тогда матрица Мюллера частичного поляризатора примет вид

$$M_p = \tau_0 \begin{pmatrix} 1 & Q & 0 & 0 \\ Q & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{1-Q^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{1-Q^2} \end{pmatrix}. \quad (12.87)$$

Деполяризатор опишем с помощью простейшей модели с коэффициентом деполяризации Π , что соответствует матрице (12.83). Рассмотрим два характерных расчетных сечения (1 и 2 на рис. 12.17). Для сечения 1 (после деполяризатора) получим следующую циклическую матрицу:

$$\begin{aligned} M_0 &= M_d M_p = \\ &= \tau_D \tau_0 \begin{pmatrix} 1 & Q & 0 & 0 \\ Q(1-\Pi) & (1-\Pi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{1-Q^2}(1-\Pi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{1-Q^2}(1-\Pi) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (12.88)$$

С учетом (12.88) система (12.86) преобразуется в следующую:

$$\begin{cases} (1 - \Pi)(Q + P) = (1 + QP)\tau P, \\ \tau_D \tau_0 (1 \pm QP) = \tau. \end{cases} \quad (12.89)$$

Это дает для степени поляризации в сечении 1

$$P(1) = \frac{1}{2Q} \left[-\Pi + \sqrt{\Pi^2 + 4Q^2(1 - \Pi)} \right]. \quad (12.90)$$

При выборе альтернативного знака в (12.90) учитывалось, что при $\Pi = 0$ волна полностью поляризована, $P = 1$, а при $\Pi = 1$ степень поляризации равна нулю. При малых Π , что всегда реализуется в оптических резонаторах, выражение (12.90) упрощается,

$$P \approx 1 - \frac{\Pi}{1 - T^2},$$

где $T^2 = \tau_{\min}/\tau_{\max}$ — относительный коэффициент пропускания по осям поляризатора.

Коэффициенты пропускания $\tau_{1,2}$, естественно, различны для двух собственных волн:

$$\tau_{1,2} = \tau_D \tau_0 \left\{ 1 \pm \frac{1}{2} \left[-\Pi + \sqrt{\Pi^2 + 4Q^2(1 - \Pi)} \right] \right\}. \quad (12.91)$$

При отсутствии деполяризации решения (12.91) сводятся к $\tau_1 = \tau_{\max}$ для более добротной моды и к $\tau_2 = \tau_{\min}$ для менее добротной моды. Аналогично проводится расчет для сечения 2 (после частичного поляризатора). Степень поляризации в этом сечении

$$P(2) = \frac{1}{2Q(1 - \Pi)} \left[-\Pi + \sqrt{\Pi^2 + 4Q^2(1 - \Pi)} \right]. \quad (12.92)$$

При малом Π получим

$$P(2) \approx 1 - \frac{\Pi T^2}{1 - T^2}.$$

Проведенный анализ оптических резонаторов с деполяризаторами различных типов позволяет сделать следующие выводы:

- собственные волны резонатора с деполяризатором являются частично поляризованными;
- деполяризатор приводит к дополнительным поляризационным потерям, и в определенных случаях к сдвигу частот;
- степень поляризации P , наряду с эллипсометрическими параметрами (ψ , χ), характеризует собственную волну в каждом сечении резонатора;
- степень поляризации, в общем случае, различна для встречных волн кольцевого резонатора.

Контрольные вопросы к главе 12

1. В чем отличие *собственной* задачи от трансформативной?
2. Какой вид матрицы Джонса соответствует собственным круговым поляризациям?
3. При каком условии малая *непланарность* резонатора приводит к возникновению эллиптичности *собственных* волн?
4. Какие характеристики излучения в оптическом резонаторе можно определить с помощью *собственных значений* циклического оператора Джонса?
5. Возможно ли при решении собственной задачи методом Джонса определить интенсивность излучения в оптическом резонаторе?

Глава 13

ДИАГНОСТИКА И ФОРМИРОВАНИЕ СОСТОЯНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА

13.1. Основные поляризационные приборы, задачи и методы поляризационных измерений

Диагностика состояния поляризации излучения и формирование требуемого состояния поляризации являются основными задачами в прикладной поляризационной оптике. По сути это взаимообратные задачи. Под диагностикой состояния поляризации здесь понимается экспериментальное определение всех поляризационных параметров излучения. Например, это могут быть: общая интенсивность I , степень поляризации P , азимут ψ и угол эллиптичности χ или параметры Стокса. Формулы перехода к другим поляризационным характеристикам излучения приведены в гл. 2 и в компактном виде — в таблице приложения Б. Важно отметить, что в общем случае состояние поляризации изменяется в пространстве, в частности вдоль волнового фронта излучения. Поэтому экспериментально обычно измеряют некоторое среднее значение поляризационных параметров для всего пучка света.

Поляризационные параметры являются важной характеристикой, как самого излучения, так и оптического тракта, по которому прошло данное излучение. Поляризованный свет служит инструментом исследования различных свойств таких объектов, как растворы органических веществ, прозрачные модели конструкций, диэлектрические пленки и т. д. В этом случае свет с эталонным, известным состоянием поляризации направляется на объект исследования и по изменению его поляризационных параметров определяются характеристики объекта. Кроме того, диагностика состояния поляризации может входить в комплекс исследований источника излучения.

Для проведения подобных измерений существует особый класс оптических приборов — поляризационные приборы, которые служат для обнаружения, анализа, получения и преобразования поляризованного излучения.

Принципиальными элементами любого поляризационного прибора являются:

- устройство для формирования требуемого состояния поляризации излучения (в простейшем случае, это поляризатор);
- устройство для анализа состояния поляризации излучения, преобразованного объектом исследования.

Для диагностики (анализа) состояния поляризации применяются поляризатор (в этом случае его иногда называют анализатором) и компенсатор (устройство для превращения эллиптической поляризации в линейную).

Общая схема поляризационно-оптического прибора заключается в следующем. Пучок с заданным состоянием поляризации проходит через исследуемую оптическую систему и изменяет свои свойства. Измерение конечного состояния поляризации при достаточном числе исходных состояний позволяет записать матрицу Мюллера или Джонса оптической системы и определить ее физические характеристики (например, комплексный показатель преломления, ориентацию оптических осей и т. д.).

Таким образом, главное различие между поляризационными приборами состоит лишь в объектах исследования. К основным поляризационным приборам можно отнести поляриметры, эллипсометры и поляризационные микроскопы.

Эллипсометр — поляризационный прибор для измерения оптических параметров границы раздела двух сред, поверхности какого-либо вещества или характеристик тонкой пленки. *Поляриметр* — это прибор для измерения угла вращения плоскости поляризации в веществах, обладающих оптической активностью, а также прибор для измерения *наведенной анизотропии* прозрачного материала (стекло, пластмасса), наведенной благодаря механическим напряжениям. *Поляризационный микроскоп* — прибор для исследования микроструктуры анизотропных кристаллических сред. Обычно используется *визуальный* метод измерения, однако возможен и *фотоэлектрический* способ регистрации.

В последнее время большое значение для диагностики состояния поляризации приобретают так называемые *Стокс-поляриметры* — приборы, которые измеряют непосредственно параметры Стокса оптической системы. Данные приборы, как правило, предполагают несколько *каналов регистрации*, что позволяет одновременно измерять все четыре параметра Стокса и затем рассчитать любые поляризационные параметры излучения.

В лабораторных исследованиях иногда используют упрощенные схемы для измерения поляризационных характеристик излучения, например, всего один вращающийся поляризатор.

В данной главе не ставится задача рассмотреть все типы поляризационных приборов. Основное внимание уделяется поляризацион-

ным элементам, из которых состоит любой поляризационный прибор, и принципам диагностики и формирования излучения с произвольным состоянием поляризации.

13.2. Диагностика состояния поляризации излучения с помощью поляризатора

Простейшим способом диагностики состояния поляризации света является использование вращающегося поляризатора. Данный способ, как будет показано ниже, не позволяет однозначно судить о состоянии поляризации. Однако, если свет полностью поляризован, то с помощью вращающегося поляризатора достаточно просто измерить азимут поляризационного эллипса и угол эллиптичности *без учета знака*.

Зададим систему координат, от оси X которой будем отсчитывать азимут поляризационного эллипса ψ и угол α , фиксирующий ось пропускания поляризатора. Пусть падающий свет характеризуется интенсивностью I , азимутом ψ и углом эллиптичности χ (рис. 13.1 *а*).

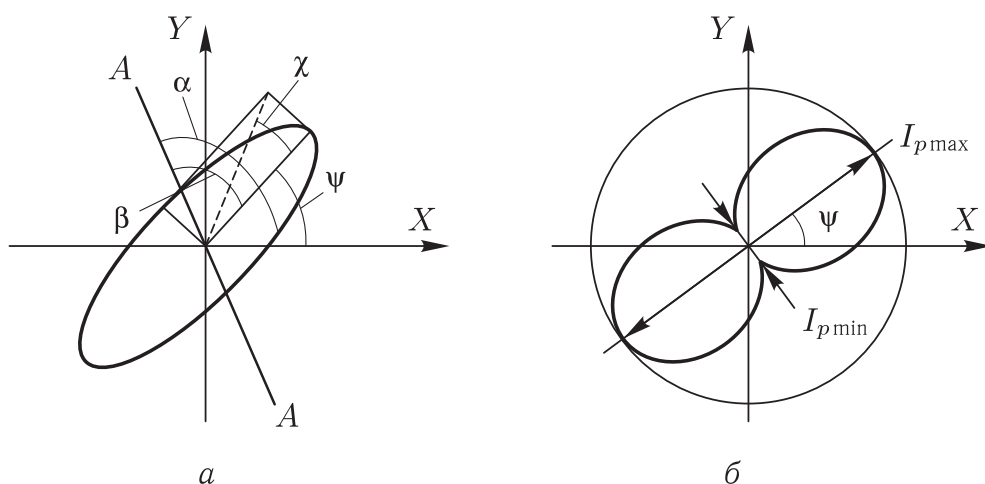


Рис. 13.1. Поляризационная индикатриса: *а* — поляризационный эллипс; A–A — ось пропускания поляризатора; *б* — поляризационная индикатриса

Исследуем зависимость интенсивности света, прошедшего идеальный поляризатор, от угла α . Используем при этом угол β между осью пропускания поляризатора и большой осью поляризационного эллипса. Между углами α и β существует очевидная связь: $\alpha = \beta + \psi$, так что при $\beta = 0$ ось пропускания поляризатора совпадает с осью эллипса.

Поляризационный эллипс можно представить в виде двух ортогональных колебаний со сдвигом фазы на 90° , которые происходят вдоль большой a и малой осей b эллипса. Амплитуды этих колебаний a, b связаны с углом эллиптичности, $\operatorname{tg} \chi = \pm b/a$. Интенсивность прошедшего света определяется интерференцией *проекций* этих колебаний на ось

пропускания и равна

$$I_p(\beta) = a^2 \cos^2 \beta + b^2 \sin^2 \beta = \frac{a^2 + b^2}{2} \left(1 + \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \cos 2\beta \right) = \frac{I}{2} (1 + \cos 2\chi \cos 2\beta), \quad (13.1)$$

где $I = a^2 + b^2$ — интенсивность падающего света.

Зависимость $I_p(\beta)$ называется *поляризационной индикатрисой* и имеет вид, показанный на рис. 13.1 б. Максимальное значение интенсивности прошедшего света наблюдается при совпадении оси пропускания поляризатора с большой осью поляризационного эллипса ($\beta = 0$, $\alpha = \psi$), а минимальное — при ортогональной ориентации ($\beta = 90^\circ$, $\alpha = \psi + 90^\circ$):

$$I_{p \max} = \frac{1}{2} I(1 + \cos 2\chi), \quad I_{p \min} = \frac{1}{2} I(1 - \cos 2\chi). \quad (13.2)$$

Отношение этих величин определяет угол эллиптичности

$$\operatorname{tg} \chi = \sqrt{\frac{I_{p \min}}{I_{p \max}}}. \quad (13.3)$$

Заметим, что если падающее излучение линейно поляризованное, то $I_{p \min} = 0$, и узкая часть (талиа) поляризационной индикатрисы сжимается в точку.

Таким образом, методика измерения эллипсометрических параметров с помощью вращающегося поляризатора состоит из:

- 1) определения угла, при котором значение интенсивности максимально. Этот угол равен азимуту поляризационного эллипса;
- 2) определения максимальной и минимальной интенсивности прошедшего света. Корень из отношения этих величин равен модулю тангенса угла эллиптичности.

Данная методика проста, но не позволяет отличать эллиптически поляризованный свет от частично поляризованного. В частности, невозможно отличить свет с круговой поляризацией от неполяризованного света.

Рассмотрим теперь диагностику *частично* поляризованного света с помощью *неидеального* поляризатора. Используем аппарат Стокса–Мюллера и координатный базис, в котором ось X совпадает с большей осью поляризационного эллипса поляризованной части исходного излучения. Тогда вектор Стокса для исходного состояния поляризации представляется следующим образом:

$$\mathbf{S}(I, P, \chi) = \begin{pmatrix} I \\ IP \cos 2\chi \\ 0 \\ IP \sin 2\chi \end{pmatrix}. \quad (13.4)$$

Запишем матрицу Мюллера для неидеального (частичного) поляризатора с общим коэффициентом пропускания τ , показателем качества Q и азимутом прозрачной оси α (для компактности записи использованы обозначения $R = \sqrt{1 - Q^2}$, $s = \sin 2\alpha$, $c = \cos 2\alpha$):

$$M_p(\tau, Q, \alpha) = \tau \begin{pmatrix} 1 & Qc & Qs & 0 \\ Qc & c^2 + Rs^2 & (1 - R)sc & 0 \\ Qs & (1 - R)sc & s^2 + Rc^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R \end{pmatrix}. \quad (13.5)$$

Помножив матрицу (13.5) на вектор (13.4) и зафиксировав первый параметр Стокса, получим интенсивность света за поляризатором:

$$I'(\alpha) = \tau I (1 + QP \cos 2\alpha \cos 2\chi). \quad (13.6)$$

Максимальное значение интенсивности $I_{\max}$ соответствует совпадению прозрачной оси поляризатора с большой осью поляризационного эллипса, $\alpha = 0$. Минимальное значение интенсивности $I_{\min}$ наблюдается, когда прозрачная ось поляризатора перпендикулярна большой оси поляризационного эллипса, $\alpha = \pi/2$. Находим коэффициент

$$g = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = QP \cos 2\chi. \quad (13.7)$$

Полная диагностика состояния поляризации заключается в определении всех его параметров — интенсивности I , степени поляризации P , азимута ψ и угла эллиптичности χ . Из (13.7) следует, что с помощью вращающегося поляризатора невозможно полностью диагностировать состояние поляризации частично поляризованного света. Так круговая поляризация неотличима от полностью неполяризованного излучения (в обоих случаях $\chi = 0$), а для полностью поляризованного излучения ($P = 1$) идеальный поляризатор ($Q = 1$) позволяет определить лишь абсолютное значение угла эллиптичности. В случае частично линейно поляризованного излучения (ортогональные компоненты полностью некогерентны, но не равны по амплитуде, $\chi = 0$), показатель качества поляризатора, не равный 1, приводит к ошибке измерения степени поляризации. Ситуацию удастся исправить с использованием *компенсатора* (см. п. 13.2).

В заключение рассмотрим вопрос об измерении параметров поляризатора. С этой целью в пучок неполяризованного излучения помещаются два идентичных поляризатора с главными коэффициентами пропускания τ_1 и τ_2 . Вращая один поляризатор относительно другого вокруг оси пучка, добиваются максимума интенсивности прошедшего излучения. Этому соответствует коллинеарное расположение собственных осей обоих поляризаторов.

Матрица Мюллера в этом случае имеет вид

$$M_0 = [M(\tau_1, \tau_2, \beta = 0)]^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (\tau_1^2 + \tau_2^2) & (\tau_1^2 - \tau_2^2) & 0 & 0 \\ (\tau_1^2 - \tau_2^2) & (\tau_1^2 + \tau_2^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\tau_1\tau_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\tau_1\tau_2 \end{pmatrix}. \quad (13.8)$$

Коэффициент пропускания поляризатора равен элементу этой матрицы m_{11} ,

$$\tau_0 = \frac{1}{2} (\tau_1^2 + \tau_2^2). \quad (13.9)$$

Затем один из поляризаторов поворачивают вокруг оси пучка на $\pi/2$, положение поляризаторов при этом оказывается встречным, а матрица Мюллера системы приобретает следующий вид:

$$M_{\pi/2} = M(\tau_1, \tau_2, \beta = \pi/2) M(\tau_1, \tau_2, \beta = 0) = \tau_1\tau_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (13.10)$$

Таким образом при встречном расположении поляризаторов система оказывается изотропной, а ее коэффициент пропускания

$$\tau_{\pi/2} = \tau_1\tau_2. \quad (13.11)$$

Решая совместно (13.9) и (13.11), находят

$$\tau_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{\tau_0 + \tau_{\pi/2}} \pm \sqrt{\tau_0 - \tau_{\pi/2}}) \quad (13.12)$$

и, соответственно,

$$\tau = \sqrt{\frac{1}{2} (\tau_0 + \tau_{\pi/2})}, \quad Q = \sqrt{\frac{\tau_0 - \tau_{\pi/2}}{\tau_0 + \tau_{\pi/2}}}. \quad (13.13)$$

13.3. Диагностика состояния поляризации с помощью поляризатора и компенсатора

Все используемые схемы поляризационных измерений подразделяются на две группы: *нулевые схемы* и схемы с измерением интенсивности. Нулевыми называются схемы, в которых азимуты поляризационных элементов измеряются в тот момент, когда регистрируемая величина проходит через нуль (практически — через минимум). Такой величиной обычно служит интенсивность излучения, которая проходит через всю систему и достигает фотоприемник. Неотъемлемой частью нулевых схем является *компенсатор* (см. п. 11.1)

Рассмотрим методику диагностики *частично* поляризованного света с помощью поляризатора и компенсатора Сенармона (фазовой пластинки $\lambda/4$), который широко используется в *эллипсометрии* и *поляриметрии*.

Запишем матрицу Мюллера для четвертьволновой фазовой пластинки, азимут быстрой оси которой β , причем для компактности используем обозначения $s = \sin 2\beta$, $c = \cos 2\beta$,

$$M_{ph}(\pi/2, \beta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c^2 & sc & -s \\ 0 & sc & s^2 & c \\ 0 & s & -c & 0 \end{pmatrix}. \quad (13.14)$$

Пусть ось X координатного базиса совпадает с большой осью поляризационного эллипса поляризованной части исходного излучения, так что соответствующий вектор Стокса имеет вид (13.4). Умножив матрицу (13.14) на вектор (13.4), получим вектор Стокса для излучения, прошедшего пластинку,

$$\mathbf{S}'(I, P, \chi, \beta) = I \begin{pmatrix} 1 \\ P (\cos 2\chi \cos^2 2\beta - \sin 2\chi \sin 2\beta) \\ P (\cos 2\chi \sin 2\beta \cos 2\beta + \sin 2\chi \cos 2\beta) \\ P \cos 2\chi \sin 2\beta \end{pmatrix}. \quad (13.15)$$

Нетрудно видеть, что при $\beta = 0$ вектор Стокса из (13.15) приводится к виду

$$\mathbf{S}'(I, P, \chi, 0) = I \begin{pmatrix} 1 \\ P \cos 2\chi \\ P \sin 2\chi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (13.16)$$

который соответствует излучению с линейно поляризованной частью, азимут которой численно равен эллиптичности исходного излучения.

Для диагностики состояния поляризации *частично* поляризованного света возможны и применяются разные конкретные методы. Рассмотрим два из них.

Итак, представим, что имеются поляризатор с известными характеристиками (τ, Q) и четвертьволновая фазовая пластинка. Положение прозрачной оси поляризатора и *быстрой* оси пластинки можно фиксировать с помощью лимба. Пусть излучение проходит вначале фазовую пластинку, а затем поляризатор. Вектор Стокса падающего излучения имеет вид (13.4), при этом параметры вектора необходимо определить в результате рассматриваемого метода.

Перемножив матрицы (13.5) и (13.14), получим матрицу Мюллера для совокупности *поляризатора* (τ, Q, α) и *четвертьволновой* линейной фазовой пластинки (азимут быстрой оси β):

$$M = \tau \begin{pmatrix} 1 & Q \cos 2\beta \times & Q \sin 2\beta \times & Q \sin 2(\alpha - \beta) \\ & \times \cos 2(\alpha - \beta) & \times \cos 2(\alpha - \beta) & \\ Q \cos 2\alpha & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ Q \sin 2\alpha & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ 0 & \sqrt{1 - Q^2} \sin 2\beta & -\sqrt{1 - Q^2} \cos 2\beta & 0 \end{pmatrix}, \quad (13.17)$$

где

$$\begin{aligned} m_{22} &= \cos 2\beta \left\{ \cos 2\alpha [\cos (2\alpha - 2\beta)] + \sqrt{1 - Q^2} \sin 2\alpha [\sin (2\alpha - 2\beta)] \right\}, \\ m_{23} &= \sin 2\beta \left\{ \cos 2\alpha [\cos (2\alpha - 2\beta)] + \sqrt{1 - Q^2} \sin 2\alpha [\sin (2\alpha - 2\beta)] \right\}, \\ m_{24} &= \cos 2\alpha [\sin (2\alpha - 2\beta)] - \sqrt{1 - Q^2} \sin 2\alpha [\cos (2\alpha - 2\beta)], \\ m_{32} &= \cos 2\beta \left\{ \sin 2\alpha [\cos (2\alpha - 2\beta)] - \sqrt{1 - Q^2} \cos 2\alpha [\sin (2\alpha - 2\beta)] \right\}, \\ m_{33} &= \sin 2\beta \left\{ \sin 2\alpha [\cos (2\alpha - 2\beta)] - \sqrt{1 - Q^2} \cos 2\alpha [\sin (2\alpha - 2\beta)] \right\}, \\ m_{34} &= \sin 2\alpha [\sin (2\alpha - 2\beta)] + \sqrt{1 - Q^2} \cos 2\alpha [\cos (2\alpha - 2\beta)]. \end{aligned} \quad (13.18)$$

С учетом вектора (13.4) получим выражение для интенсивности излучения, прошедшего систему из произвольно ориентированных поляризатора и четвертьволновой фазовой пластинки,

$$I''(\tau, Q, \alpha, \beta) = \tau I \left\{ 1 + QP [\cos (2\alpha - 2\beta) \cos 2\beta \cos 2\chi + \sin (2\alpha - 2\beta) \sin 2\chi] \right\}. \quad (13.19)$$

Эту функцию возьмем за основу последующего анализа. Измеряя интенсивность в процессе вращения компенсатора и поляризатора, можно определить все поляризационные параметры. Рассмотрим первый способ.

Совмещают прозрачную ось поляризатора с *быстрой* осью пластинки в одну систему ($\alpha = \beta$). Поворачивая эту систему поляризатор–компенсатор вокруг оси пучка, наблюдают интенсивность прошедшего излучения. Зависимость $I''(\alpha)$ в этом случае, как следует из (13.19), задается соотношением

$$I''(\tau, Q, \alpha) = \tau I (1 + QP \cos 2\alpha \cos 2\chi). \quad (13.20)$$

Вращая систему поляризатор–компенсатор, фиксируют сначала положение, при котором наблюдается минимум интенсивности, и величина

ну этого минимума $I_{1\min}$, а затем и положение, при котором наблюдается максимум интенсивности, и величину этого максимума $I_{1\max}$

$$I''_{1\min, \max} = \tau I (1 \mp QP \cos 2\chi). \quad (13.21)$$

В положении максимума совмещенные прозрачная и быстрая оси системы совпадают с большой осью поляризационного эллипса ($\alpha = \beta = 0$). В положении минимума оси системы совпадают с малой осью поляризационного эллипса. Таким образом азимут ψ диагностируемого состояния поляризации оказывается определенным.

Легко также убедиться, что сумма зафиксированных экстремальных интенсивностей определяет интенсивность исходного излучения I :

$$I = \frac{I''_{\max} + I''_{\min}}{2\tau}. \quad (13.22)$$

В каждом эксперименте рассчитывается коэффициент g (13.7):

$$g = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = QP \cos 2\chi. \quad (13.23)$$

В данном случае

$$g_1 = QP \cos 2\chi. \quad (13.24)$$

В положении максимума ($\alpha = \beta = 0$), как уже говорилось, состояние поляризации сразу за фазовой пластинкой оказывается *линейным* с азимутом $\psi' = \chi$. В этом положении система поляризатор–компенсатор рассоединяется. Компенсатор фиксируют в положении $\beta = 0$, а поляризатор поворачивают, вновь наблюдая экстремальные значения интенсивности $I'''(\alpha)$. Зависимость $I'''(\alpha)$ в этом случае легко получить из (13.19):

$$I'''(\tau, Q, \alpha) = \tau I [1 + QP \cos (2\alpha - 2\chi)]. \quad (13.25)$$

Максимум зависимости $I'''(\alpha)$ соответствует совпадению прозрачной оси поляризатора с большой осью поляризационного эллипса ($\alpha_{\max} = \chi$), что определяет угол эллиптичности исходного излучения. Коэффициент g в данном случае равен

$$g_2 = \frac{I'''_{\max} - I'''_{\min}}{I'''_{\max} + I'''_{\min}} = QP. \quad (13.26)$$

Из (13.24), (13.25) находят *степень поляризации* и *угол эллиптичности*:

$$P = \frac{g_2}{Q}, \quad 2\chi = \arccos \left(\frac{g_1}{g_2} \right). \quad (13.27)$$

Таким образом, комбинация вращающегося поляризатора и компенсатора позволяет полностью диагностировать состояние поляризации исходного излучения.

Другой способ определения поляризационных параметров частично поляризованного излучения состоит в следующем. На пути диагностируемого излучения устанавливают четвертьволновую пластинку и поляризатор. Измеряют интенсивность излучения, прошедшего через эту систему. Зависимость интенсивности от азимута поляризатора α и компенсатора β соответствует формуле (13.19). Далее производят следующие манипуляции. Вначале независимо вращают поляризатор до получения максимума интенсивности. Это случается когда

$$\alpha_{\max} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} 2\chi}{\cos 2\beta} \right) + \beta, \quad (13.28)$$

где угол β известен. Затем поляризатор фиксируют, а компенсатор вращают вокруг оси пучка, при этом интенсивность изменяется по закону

$$I''(\beta) = \tau I (1 + PQ \sqrt{1 - \cos^2 2\chi \cos^2 2\beta}). \quad (13.29)$$

Компенсатор вращают до получения «вторичного» максимума интенсивности прошедшего излучения. В этом положении *быстрая* ось компенсатора совпадает с большой осью поляризационного эллипса (в нашем случае $\beta = 0$), что позволяет определить азимут исходного излучения. Затем положение компенсатора фиксируют и вновь вращают поляризатор до достижения «третичного» максимума интенсивности. Значение данного максимума $I''_{\max}$ записывается. В этом положении азимут прозрачной оси поляризатора численно равен углу эллиптичности диагностируемого состояния поляризации. Затем поляризатор поворачивают на 90° и фиксируют минимум интенсивности $I''_{\min}$. Знание величин $I''_{\max}$ и $I''_{\min}$ позволяет рассчитать полную интенсивность и степень поляризации исследуемого излучения:

$$I = \frac{1}{2\tau} (I''_{\max} + I''_{\min}), \quad g = \frac{I''_{\max} - I''_{\min}}{I''_{\max} + I''_{\min}}, \quad P = \frac{g}{Q}, \quad (13.30)$$

где Q — показатель качества поляризатора, которое известно. Таким образом, все поляризационные характеристики исследуемого излучения оказываются определенными.

13.4. Исследование кристаллов с помощью поляризационного микроскопа

Поляризационный микроскоп (ПМ) — это поляризационно-оптический прибор, предназначенный для поляризационных исследования микроструктуры различных веществ, в основном кристаллов (см. гл. 6). По своему устройству этот прибор представляет собой микроскоп, снабженный рядом специальных приспособлений, в том числе поляризатором и анализатором.

С помощью ПМ определяют ряд специфических характеристик кристаллов: *осность*, угол между оптическими осями, оптический знак, угол погасания, знак удлинения и т. д., которые позволяют классифицировать кристаллы.

Прежде чем рассмотреть основные элементы поляризационного микроскопа, обратимся к *упрощенной* схеме работы обычного микроскопа. На рис. 13.2 показан ход лучей для оптической схемы, состо-

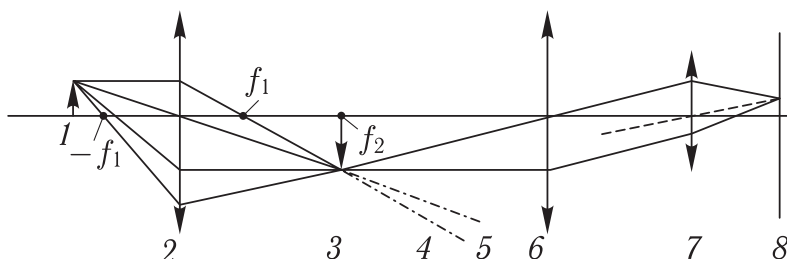


Рис. 13.2. Упрощенная оптическая схема микроскопа

ящей всего из двух тонких линз: объектива 2 и окуляра 6. В оптическую схему включена также модель человеческого глаза: линзы 7 (хрусталика) и экрана 8 (сетчатки), где происходит формирование окончательного изображения микрообъекта.

Все лучи, выходящие из какой-либо точки предмета 1, при условии отсутствия аберраций, собираются в точке промежуточного действительного изображения 3. Если вторая линза располагается так, что ее передняя фокальная плоскость совпадает с положением промежуточного изображения, то каждая точка этого изображения 3 является источником параллельных лучей после окуляра. Угол, который составляет этот пучок с оптической осью, определяется положением точки изображения относительно оптической оси (см. рис. 13.2). Параллельные пучки от всех точек промежуточного изображения 3 собираются в соответствующих точках экрана (сетчатки), если расстояние между линзой 7 (хрусталиком) и экраном (сетчаткой) равно фокусному расстоянию линзы. В этом случае глаз аккомодирован на бесконечность. В формировании изображений участвуют все лучи, кроме тех, что задерживаются диафрагмами, например, апертурами объектива и окуляра.

Оптическая схема любого микроскопа состоит из двух основных систем: осветительной и наблюдательной. Осветительная система включает осветитель 1 и конденсор 4. В поляризационном микроскопе (например, *Полам Л-213*) в наблюдательной системе присутствует ряд дополнительных элементов (рис. 13.3).

Наблюдательная система поляризационного микроскопа состоит из сменных объективов 6, тубусных линз 7 и 10, системы Бертрана 9 и тринокулярной насадки 11. В общем случае при наблюдении иссле-

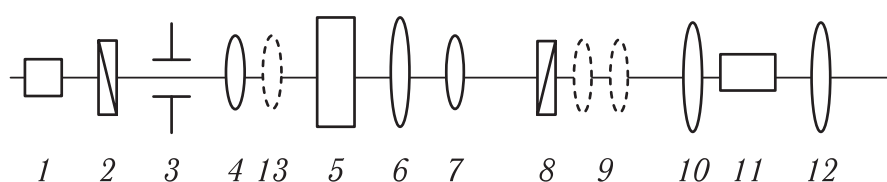


Рис. 13.3. Структурная схема поляризационного микроскопа

дуемого объекта лучи света от осветителя 1, пройдя поляризатор 2, апертурную диафрагму 3, поступают в конденсор 4, который формирует падающий на объект 5 пучок параллельных (ортоскопический метод) или сходящихся (коноскопический метод) поляризованных лучей. Пройдя через объект 5, лучи попадают в объектив 6, который создает изображение объекта в плоскости, совпадающей с передней фокальной плоскостью тубусной отрицательной линзы 7, проецирующей его в бесконечность. Далее лучи, пройдя через анализатор 8, с помощью положительной тубусной линзы, призменного блока 11 собираются в передней фокальной плоскости окуляра 12, где создают действительное обратное увеличенное изображение объекта. Далее это изображение наблюдается глазом через окуляр.

При наблюдении *коноскопических* фигур в параллельный ход лучей между тубусными линзами 7 и 10 включается двухлинзовая система Бертрана, которая совместно с системой тубусных линз создает изображение коноскопической фигуры в фокальной плоскости окуляра. Линза Бертрана при помощи рукоятки может перемещаться по высоте и таким образом фокусироваться на выходной зрачок объектива.

Анализатор, как и линза Бертрана, размещен в промежуточном тубусе, в параллельном ходе лучей. Анализатор может поворачиваться на 180° , а угол поворота отсчитывается с точностью до $6'$. Предусмотрена возможность для введения различных компенсаторов. Общее требование, предъявляемое ко всем оптическим элементам поляризационного микроскопа — это их изотропность. Поэтому, в частности, требуется бережное закрепление линз в оправу, чтобы избежать наведенной анизотропии вследствие напряжений в оптическом стекле.

Видимое увеличение поляризационного микроскопа

$$\Gamma^* = \beta_{об}\beta_{ок}\beta_{тл}, \quad (13.31)$$

где $\beta_{об}$, $\beta_{ок}$, $\beta_{тл}$ — увеличение объектива, окуляра и системы тубусных линз, соответственно. Максимальное видимое увеличение ПМ обычно не превышает $700\text{--}800\times$, например, $\beta_{об} = 40\times$, $\beta_{ок} = 10\times$, $\beta_{тл} = 1,2\times$.

Основными характеристиками оптической схемы ПМ являются *рабочее расстояние* (расстояние от объектива до поверхности покровного стекла нормальной толщины), *коноскопический угол* α (угол при вершине конуса лучей, которые, находясь на осевой точке предмета,

могут пройти через апертуру объектива), *числовая апертура*

$$A = n \sin \left(\frac{\alpha}{2} \right),$$

где n — показатель преломления среды между объективом и объектом. Чем больше числовая апертура, тем ярче изображение и выше разрешающая сила объектива, но и меньше глубина резкости.

Существует два метода наблюдения кристаллов с помощью ПМ: ортоскопический метод и коноскопический метод.

Ортоскопический метод соответствует обычному применению микроскопов. Апертурная диафрагма формирует точечный светящийся объект в фокальной плоскости конденсора, что обеспечивает параллельность лучей, падающих на кристалл. Интерференционная картина локализована в плоскости препарата. Каждой его точке соответствует точка действительного изображения, которое располагается позади задней фокальной плоскости объектива. Это изображение наблюдается с помощью окуляра (см. рис. 13.4).

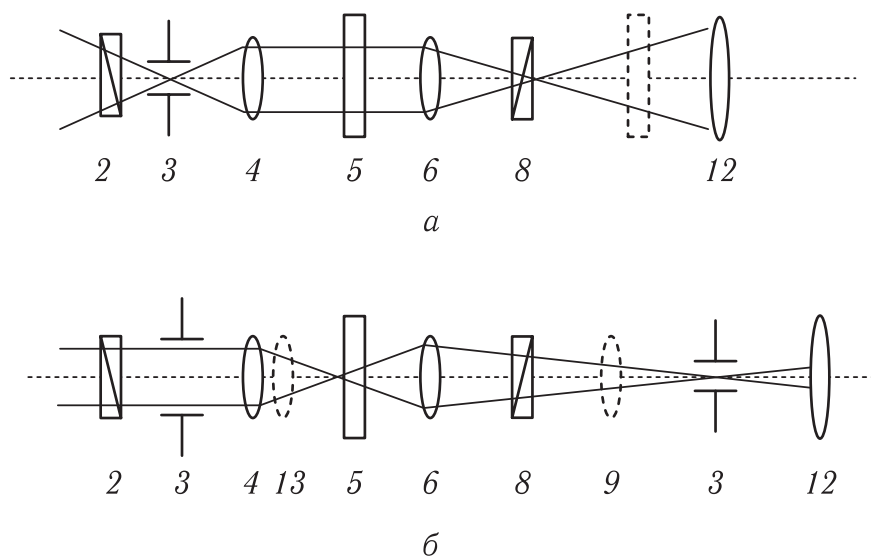


Рис. 13.4. Ход лучей при ортоскопическом методе (а) и коноскопическом методе (б)

В *коноскопическом* методе кристаллы исследуются в сходящемся поляризованном свете. С этой целью апертурную диафрагму открывают и вводят дополнительный конденсор — короткофокусную линзу Ла-зо 13 (см. рис. 13.3, 13.4). Числовая апертура линзы Ла-зо составляет около 0,9. Следует также использовать высокоапертурные объективы, например с $60\times$ кратным увеличением. Интерференция поляризованных лучей локализована в бесконечности, и *коноскопическая* интерференционная фигура формируется в задней фокальной плоскости объектива. При ортоскопической установке микроскопа невозможно увидеть

эту фигуру. Для этого нужно вынуть окуляр и смотреть в тубус микроскопа. В увеличенном виде данная фигура наблюдается при помощи линзы Бертрана.

Эта линза располагается позади анализатора и при ортоскопическом методе выдвигается из тубуса. Для наблюдения коноскопической фигуры в увеличенном виде нужно, не вынимая окуляр, вдвинуть линзу Бертрана. В этом случае окуляр с линзой Бертрана образует лупу с малым увеличением, сфокусированную на заднюю фокальную плоскость объектива и дающий обратное увеличенное изображение коноскопической фигуры. Возможен вариант наблюдения Лазо, при котором вынимается и линза Бертрана, и окуляр.

Коноскопический метод по ряду параметров оказывается более предпочтительным, чем ортоскопический, и применяется для определения ориентации оптической оси кристалла, угла между оптическими осями, оптического знака кристалла и т. д. В одноосных кристаллах, в зависимости от расположения оптической оси относительно столика микроскопа (перпендикулярно, параллельно или косо) наблюдаются характерные коноскопические фигуры. В случае двухосных кристаллов фигуры имеют более сложный вид [65].

Рассмотрим кратко применение данных методов для исследования кристаллов, в частности для определения *силы двулучепреломления* и расположения осей *оптической индикатрисы* относительно кристаллографических направлений (см. гл. 6). Напомним, что каждый радиус-вектор оптической индикатрисы своей величиной выражает показатель преломления кристалла для волны, колебания вектора **D** которой совершаются в направлении этого радиуса.

В общем случае двухосных кристаллов оптическая индикатриса это эллипсоид с тремя неравными главными осями (n_g — наибольшая ось, n_m — средняя по величине и n_p — меньшая). *Главной силой двулучепреломления*

$$J = n_g - n_p \quad (13.32)$$

называется разность между наибольшим и наименьшим показателями преломления кристаллов данного вещества. Эта величина является важной характеристикой при определении минералов в петрографических шлифах.

Сила двулучепреломления связана простой зависимостью с разностью хода Δ , приобретаемой монохроматической компонентой света в кристалле толщиной d :

$$J = \frac{\Delta}{d}. \quad (13.33)$$

В разных сечениях кристалла сила двулучепреломления J не одинакова и всегда меньше *главной*. В случае *одноосных* кристаллов главные показатели преломления наблюдаются в разрезе, параллельном оптической оси с показателем преломления n_g (положительные

кристаллы) или n_p (отрицательные кристаллы). В *двухосных* кристаллах такой разрез перпендикулярен оси с показателем преломления n_m . Соответствующие сечения характеризуются наиболее яркой интерференционной окраской при наблюдении в микроскоп. Тонкие пластинки кристаллов, вырезанные так, чтобы оси оптической индикатрисы с максимальным и минимальным показателем преломления оказались в плоскости пластинки, являются, согласно используемой нами терминологии, *эллиптическими* фазовыми пластинками.

Для наблюдения интерференции применяют ортоскопический метод. Пластинки кристаллов помещают между поляризаторами, при этом возможны две схемы работы: оси пропускания ортогональны (поляризаторы скрещены) и оси пропускания параллельны.

Пусть на пластинку, расположенную между скрещенными поляризаторами, падает белый свет, длины волн которого находятся в диапазоне 380–780 нм. В общем случае для некоторых спектральных компонент белого света возникающая разность хода равна четному, а для других — нечетному числу полуволн. Поэтому одни цвета в скрещенных поляризаторах гасятся, а другие, наоборот, усиливаются. В результате отношение интенсивностей различных цветов иное, чем в белом свете, и пластинка будет казаться окрашенной. Каждый сложный цвет на выходе из системы представляет смесь в различных пропорциях всех цветов, кроме тех, которые гасятся при данной разности хода. Важно отметить, что при анализе цветовой картины следует учитывать зависимость чувствительности глаза к волнам с разной λ . Так зеленый цвет одинаковой интенсивности с синим цветом будет казаться человеческому глазу значительно более ярким.

Рассмотрим наблюдаемые цвета при постепенном увеличении *силы двулучепреломления* $J = n_g - n_p$ и, соответственно, $\Delta = (n_g - n_p)d$. В случае изотропного кристалла $\Delta = 0$ поле зрения после скрещенных поляризаторов является темным. При $\Delta < 100$ нм ни один из цветов не может быть полностью погашен, и кристаллическая пластинка будет казаться серой. При $\Delta = 100$ –150 нм в сером цвете появляется синеватый оттенок, поскольку эта разность хода приближается к $\lambda/2$ для фиолетового цвета. При $\Delta = 200$ –250 нм наилучшие условия для пропускания оказываются для синего цвета, но также проходят зеленые и желтые компоненты, которые лучше воспринимаются глазом, и в результате цвет кристалла становится белым. При $\Delta = 300$ нм максимально пропускается желтая компонента, и окраска кристалла становится желтого цвета. При $\Delta = 550$ нм зеленая компонента полностью поглощается, фиолетовая проходит полностью, а красная — частично. Но вследствие селективности глаза поле зрения оказывается красного цвета с фиолетовым оттенком.

Подобный анализ можно провести и для других значений Δ . Получаем цветовой ряд в зависимости от Δ (нм): сине-фиолетовый (570),

индиговый (585), синий (625), зеленовато-синий (705), синевато-зеленый (760), зеленый (795), желтовато-зеленый (830), зеленовато-желтый (870), желтый (925), оранжевый (935), красно-оранжевый (990), красный (1025), карминовый (1040), красно-фиолетовый (1105) и т. д. Далее цвета повторяются, поэтому шкалу интерференционных оттенков разбивают на *порядки*, граница которых проводится по фиолетовому цвету.

Если оси пропускания поляризаторов *параллельны*, то компоненты белого света, для которых $\Delta = k\lambda$, имеют наибольшее пропускание, а компоненты с $\Delta = k\lambda + \lambda/2$ гасятся. Поэтому для каждого значения Δ окраски кристалла при скрещенных и параллельных осях пропускания поляризаторов являются *дополнительными* по отношению друг к другу. Если пластинка неровная, то наблюдаются различные цвета.

Обычно используют схему со скрещенными поляризаторами. Схема с соосными поляризаторами удобна при малой силе двулучепреломления.

Определение силы двулучепреломления J производится с помощью компенсаторов, например, *Бабин* (см. гл. 11). Простейший способ состоит в применении кварцевого клина, который позволяет установить *порядок* наблюдаемого цвета.

13.5. Измерения наведенной анизотропии с помощью поляриметра

Рассмотрим схемы простейших *поляриметров*, используемых для исследования напряженных оптических деталей. Вследствие фотоупругости в таких деталях возникает наведенная анизотропия, параметры которой связаны с величиной и ориентацией напряжений (см. гл. 6).

Принципиальная схема *линейного* поляриметра, который состоит из двух скрещенных поляризаторов Π_1 и Π_2 , показана на рис. 13.5а.

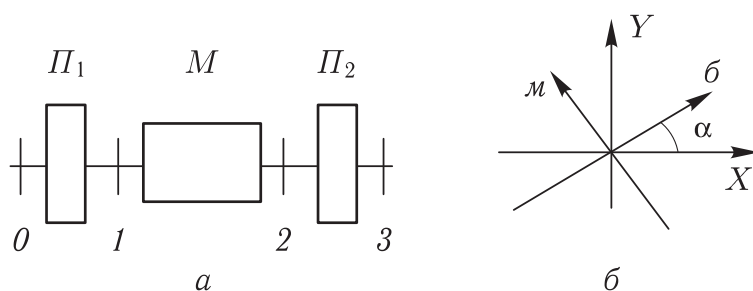


Рис. 13.5. Линейный поляриметр: а — принципиальная схема; б — положение осей линейной фазовой пластинки

Между поляризаторами помещается модель M исследуемой детали, выполненная из оптически прозрачного материала, например, из стекла. При механической нагрузке модели ее материал становится анизо-

тропным. Поляриметр предназначен для работы с квазимонохроматическим светом, поэтому на входе располагается спектральный фильтр, который выделяет из падающего света узкую спектральную компоненту (на рис. 13.5а он не показан).

Совместим координатную ось X с *прозрачной* осью первого и *непрозрачной* осью второго поляризатора. Тогда координатная ось Y будет совмещена с непрозрачной осью первого и прозрачной осью второго поляризатора. Пусть исходное излучение (сечение 0 на рис. 13.5а) неполяризовано, его интенсивность I_0 . Будем для простоты анализа полагать поляризаторы идеальными. Тогда за первым поляризатором (сечение 1) излучение окажется линейно поляризованным (компонента E_x), чему соответствует вектор Джонса

$$\mathbf{D}_1 = \sqrt{\frac{1}{2}} I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (13.34)$$

Введем матрицу Джонса для исследуемой модели в общем виде:

$$\mathbf{T}_M = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix}. \quad (13.35)$$

Каждый элемент модели в зависимости от характера и величины нагрузки представим эквивалентной линейной фазовой пластинкой с определенным сдвигом фаз δ и ориентацией квазиглавных осей (см. гл. 6). Положение осей показано на рис. 13.5б. Пусть *быстрая* ось b эквивалентной фазовой пластинки составляет угол α с осью X , а *медленная* ось m — тот же угол с осью Y . В этом случае выражение (13.35) можно конкретизировать:

$$\begin{aligned} t_{11} &= \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) + j \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos(2\alpha), \\ t_{12} &= t_{21} = j \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin(2\alpha), \\ t_{22} &= \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) - j \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos(2\alpha). \end{aligned} \quad (13.36)$$

Умножив матрицу (13.35) на вектор (13.34), получим вектор, определяющий излучение после прохождения исследуемой модели (сечение 2),

$$\mathbf{D}_2 = \sqrt{\frac{1}{2}} I_0 \begin{pmatrix} t_{11} \\ t_{21} \end{pmatrix}. \quad (13.37)$$

И наконец, для выходного сечения 3 получаем

$$\mathbf{D}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D}_2 = \sqrt{\frac{1}{2}} I_0 \begin{pmatrix} 0 \\ t_{21} \end{pmatrix}. \quad (13.38)$$

С учетом (13.36) найдем интенсивность на выходе прибора:

$$I_3 = \frac{1}{2} I_0 \sin^2 \left(\frac{\delta}{2} \right) \sin^2 2\alpha. \quad (13.39)$$

В отсутствии напряжений ($\delta = 0$) поле зрения поляриметра будет *темным*. При наличии напряжений, как показывает соотношение (13.39), будет наблюдаться двойная система темных полос. В тех точках поля зрения, где направление главных осей напряжений совпадает с положением осей поляризаторов ($\alpha = 0$ или $\alpha = \pi/2$) интенсивность равна нулю. Эти темные линии называются *изоклинами* (линии равного наклона).

Изоклина — геометрическое место точек, в которых ориентация главных осей совпадает с осями поляризаторов. Для определения этой ориентации в данной точке оба поляризатора совместно с сохранением ортогональности осей поворачиваются. В тот момент, когда изоклина пройдет через заданную точку (затемнение), фиксируется значение угла поворота.

В тех точках поля зрения, где фазовая толщина модели кратна 2π ($\delta = 2\pi t$) также наблюдаются темные полосы. Производится постепенная нагрузка модели, при этом подсчитывают число затемнений m в данной точке поля (кроме начального). Искомая разность напряжений может быть оценена с помощью соотношения

$$\sigma_x - \sigma_y = \frac{m\lambda}{Kh}, \quad (13.40)$$

которое известно как *закон Вертгейма*. Здесь K ($\text{м}^2/\text{Н}$) — коэффициент фотоупругости.

Наличие двойной системы темных полос затрудняет наблюдения. К тому же часто требуется знать только модуль величины напряжений без направления. В этих случаях удобнее пользоваться так называемым *круговым поляриметром* [35, 159], в котором используется круговая поляризация, вследствие чего он не чувствителен к ориентации напряжений.

Процесс постепенной нагрузки прозрачной модели также не всегда удобен. Точность измерения описанной методики, как следует из закона Вертгейма (13.40), задается величиной $\lambda/(Kh)$. Поэтому измерение малых напряжений производится иначе.

Схема поляриметра для измерения *малых* напряжений показана на рис. 13.6 а; расположение осей анизотропных элементов поляриметра поясняет рис. 13.6 б. Исходное неполяризованное излучение проходит через поляризатор P_1 , прозрачная ось которого совмещена с координатной осью X , и через нагруженную модель M . Быстрая ось модели (X' на рис. 13.6 б) расположена произвольно (угол α на рис. 13.6 б). Далее излучение проходит через фазовую пластинку $\lambda/4$ (ФП) (компенсатор Сенармона), быстрая ось которой ориентирована по оси X .

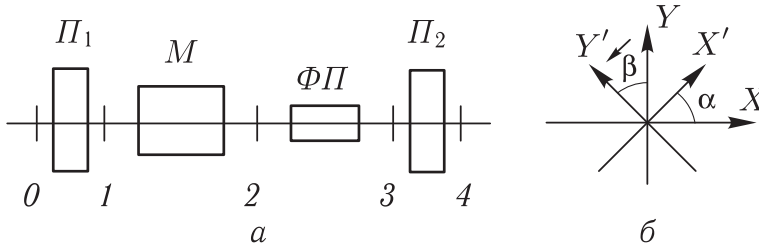


Рис. 13.6. Поляриметр для исследования малых напряжений: *а* — структурная схема; *б* — положение осей

На выходе схемы располагается второй поляризатор P_2 . Первоначально его прозрачная ось совпадает с координатной осью Y (скрещенное положение), но в процессе измерения этот поляризатор поворачивается на угол β в положение Y' . Указанный поворот является *рабочим*.

Излучение в сечении 1 характеризуется вектором Джонса,

$$\mathbf{D}_1 = \sqrt{\frac{1}{2} \tau I_0} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (13.41)$$

Матрицу изучаемой модели с учетом $\delta \ll 1$ вместо (13.36) представим в следующем виде:

$$\begin{aligned} t_{11} &\approx 1 + \frac{j\delta}{2} \cos 2\alpha, \\ t_{12} = t_{21} &\approx \frac{j\delta}{2} \sin 2\alpha, \\ t_{22} &\approx 1 - \frac{j\delta}{2} \cos 2\alpha. \end{aligned} \quad (13.42)$$

Тогда в сечении 2 вектор Джонса

$$\mathbf{D}_2 = T_M \mathbf{D}_1 = \sqrt{\frac{1}{2} \tau I_0} \begin{pmatrix} t_{11} \\ t_{21} \end{pmatrix}. \quad (13.43)$$

Как следует из анализа (13.43), излучение после напряженной модели является эллиптически поляризованным, причем угол эллиптичности мал и определяется выражением

$$\chi \approx \frac{1}{2} \delta \sin 2\alpha, \quad (13.44)$$

при этом азимут поляризационного эллипса является величиной второго порядка малости.

Матрицу согласованной четвертьволновой пластинки $\Phi\Pi$ можно представить в виде

$$T_{ph}(\pi/2, 0) = \begin{pmatrix} e^{+j\pi/4} & 0 \\ 0 & e^{-j\pi/4} \end{pmatrix} = e^{-j\pi/4} \begin{pmatrix} e^{j\pi/2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = e^{-j\pi/4} \begin{pmatrix} j & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (13.45)$$

Тогда для сечения 3 получим

$$\mathbf{D}_3 = T_{ph}(\pi/2, 0) \mathbf{D}_2 = \sqrt{\frac{1}{2} \tau I_0} \begin{pmatrix} jt_{11} \\ t_{21} \end{pmatrix}. \quad (13.46)$$

Данный вектор Джонса описывает линейно поляризованное излучение, азимут которого $\psi \approx \delta/2 \sin 2\alpha$, а угол эллиптичности теперь — величина второго порядка малости.

Далее нам понадобится матрица поляризатора, прозрачная ось которого составляет угол β с осью Y :

$$\begin{aligned} T_P(\beta) &= \begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} = \\ &= \sqrt{\tau} \begin{pmatrix} \sin^2 \beta & -\sin \beta \cos \beta \\ -\sin \beta \cos \beta & \cos^2 \beta \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (13.47)$$

После прохождения такого поляризатора излучение будет описываться вектором Джонса

$$\mathbf{D}_4 = T_P(\tau, \beta) \mathbf{D}_3 = \tau \sqrt{\frac{1}{2} I_0} (jt_{11} \sin \beta - t_{21} \cos \beta) \begin{pmatrix} \sin \beta \\ -\cos \beta \end{pmatrix}. \quad (13.48)$$

Таким образом на выходе прибора состояние поляризации — линейное с азимутом $\psi = \beta - \pi/2$, соответствующим положению прозрачной оси поляризатора P_2 . Интенсивность в выходном сечении 4 определится как

$$I = \frac{1}{2} \tau^2 I_0 F(\delta, \alpha, \beta), \quad (13.49)$$

где

$$\begin{aligned} F(\delta, \alpha, \beta) &= |jt_{11} \sin \beta - t_{21} \cos \beta|^2 = \\ &= \left| j \left(1 + \frac{j\delta}{2} \cos 2\alpha \right) \sin \beta - \frac{j\delta}{2} \sin 2\alpha \cos \beta \right|^2. \end{aligned} \quad (13.50)$$

Функцию $F(\delta, \alpha, \beta)$, определяющую интенсивность излучения на выходе прибора, с учетом малости δ , можно представить в виде

$$F(\delta, \alpha, \beta) \approx \sin \beta (\sin \beta - \delta \sin 2\alpha \cos \beta) \approx \frac{1}{2} [1 - \cos 2\beta - \delta \sin 2\alpha \sin 2\beta], \quad (13.51)$$

Зависимость $F(\beta)$ имеет периодический характер с периодом π . Рабочий участок этой зависимости, в связи с малостью величины δ , располагается вблизи $\beta = 0$ и обращается в нуль при малом угле β_0 ,

$$\beta_0 \approx \delta \sin 2\alpha. \quad (13.52)$$

В начале измерений поляризатор Π_2 расположен так, что его прозрачная ось ориентирована по оси Y , а непрозрачная — по оси X (скрещенное положение $\beta = 0$). При этом в отсутствии напряжений в модели ($\delta = 0$) интенсивность на всем поле зрения нулевая. При появлении напряжений в модели интенсивность в исследуемой точке поля зрения растет. Однако вращением Π_2 на угол β_0 (13.52) можно добиться полного затемнения данной рассматриваемой точки поля зрения. Зафиксировав этот угол, поворачивают модель на $\pi/4$ и снова фиксируют угол β'_0 , при котором темная полоса надвигается на исследуемую точку поля зрения. При повороте модели функция $F(\beta)$ изменяется, а именно в выражении (13.51) следует поменять $\sin 2\alpha$ на $\cos 2\alpha$. Стало быть, затемнение происходит при

$$\beta'_0 = \delta \sin \left[2 \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) \right] = \delta \cos 2\alpha. \quad (13.53)$$

Из этих двух измерений (13.52) и (13.53) находят величину δ и направление α напряжений в данной точке согласно следующим формулам:

$$\delta = \sqrt{(\beta_0)^2 + (\beta'_0)^2}, \quad \sigma_x - \sigma_y = \frac{\lambda \delta}{2\pi K h}, \quad (13.54)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{\beta_0}{\beta'_0} \right).$$

13.6. Эллипсометры

Эллипсометр — это поляризационно-оптический прибор, который позволяет исследовать оптические свойства различных материалов, тонких пленок и нанопокровов путем измерения *поляризационного эллипса* отраженного излучения. Существует две схемы эллипсометрических установок, обозначаемых *PCSA* и *PSCA*. В схеме *PCSA* (рис. 13.7) коллимированный пучок квазимонохроматического света от

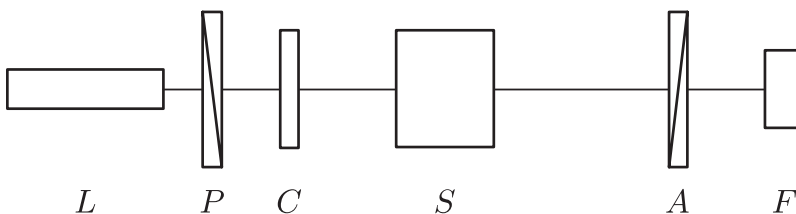


Рис. 13.7. Схема *PCSA* эллипсометра

излучателя L проходит через поляризующую часть прибора (так называемое *плечо поляризатора*), которое состоит из линейного поляризатора P и компенсатора C . Эти элементы задают исходное состояние поляризации.

Трансформированное состояние поляризации, прошедшее исследуемую оптическую систему S , попадает в *плечо анализатора*, состоящее

в данном случае из линейного поляризатора (анализатора) A . За ним располагается фотоприемник F .

Ориентации поляризатора, компенсатора и анализатора в плоскости, перпендикулярной оси пучка, определяются азимутальными углами, причем для поляризатора и анализатора это ориентация осей пропускания, а для компенсатора — *быстрой* оси. Все углы, как обычно, отсчитываются против часовой стрелки, если смотреть навстречу лучу.

В схеме эллипсометра $PCSA$ компенсатор перемещен из поляризующей части в анализирующую часть.

Нулевые методы эллипсометрии основаны на определении такого набора азимутальных углов, при котором интенсивность излучения, падающего на фотоприемник в идеале равна нулю.

В схеме $PSCA$ свет, падающий на исследуемую оптическую систему, эллиптически поляризован и путем подбора азимутов поляризатора и компенсатора после системы становится линейно поляризованным с азимутом, который измеряется при гашении света анализатором.

В схеме $PCSA$ свет, падающий на исследуемую оптическую систему, линейно поляризован, а после нее становится эллиптически поляризованным. Компенсатор устраняет (компенсирует) эту эллиптичность, а получившийся линейно поляризованный свет гасится анализатором.

Запишем *основное уравнение* эллипсометрии, которое связывает отношение коэффициентов отражения $|R_p| \exp(j\phi_p)$ и $|R_s| \exp(j\phi_s)$ для ортогональных компонент вектора $\mathbf{E}$ с измеряемыми параметрами ψ и Δ . Имеем

$$\frac{|R_p|}{|R_s|} \exp[j(\phi_p - \phi_s)] = \operatorname{tg} \psi \exp(j\Delta). \quad (13.55)$$

Углы ψ и Δ называются эллипсометрическими (поляризационными) углами и определяются по азимутальным углам при гашении света (соответствующие методы подробно описаны в [32, 35, 158, 168, 173]). Конкретный вид (13.55) получается, если в него подставить формулы, связывающие оптические характеристики системы с отношением коэффициентов отражения. Например, для однородного изотропного слоя (рис. 13.8) получаем так называемое точное уравнение Друде

$$\frac{|R_{12p}| + |R_{23p}| \exp(-2j\delta)}{1 + |R_{12p}| |R_{23p}| \exp(-2j\delta)} \cdot \frac{1 + |R_{12s}| |R_{23s}| \exp(-2j\delta)}{|R_{12s}| + |R_{23s}| \exp(-2j\delta)} = \operatorname{tg} \psi \exp(j\Delta). \quad (13.56)$$

Здесь $|R_{12p,s}|$, $|R_{23p,s}|$ — амплитудные коэффициенты отражения на границах раздела 1–2 и 2–3 соответственно для ортогональных p - и s -компонент, а набег фазы определяется выражением

$$\delta = \frac{2\pi d}{\lambda} \left(\frac{n_2}{\cos \theta_2} - n_1 \operatorname{tg} \theta_2 \sin \theta_1 \right) = \frac{2\pi d}{\lambda} n_2 \cos \theta_2, \quad (13.57)$$

где учитывается закон преломления света: $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$.

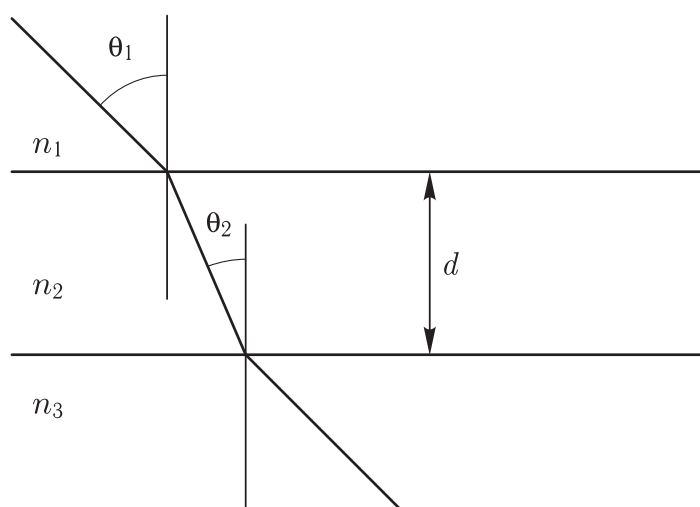


Рис. 13.8. Однородный изотропный слой

При исследовании отражающих оптических систем необходимо решить следующие задачи:

- 1) расчет эллипсометрических углов ψ и Δ на основе выбранной модели отражающей системы;
- 2) экспериментальное определение углов ψ и Δ ;
- 3) сравнение вычисленных эллипсометрических углов ψ и Δ с экспериментальными значениями этих углов;
- 4) уточнение модели оптической системы;
- 5) контроль над параметрами оптической системы, исследование изменений этих параметров под влиянием внешних воздействий.

Методика решения (13.58) подробно излагается в известных монографиях по эллипсометрии [35, 158, 168, 173]. Там же содержится анализ различных схем эллипсометров и учет погрешностей используемых поляризационных устройств.

Кратко рассмотрим некоторые типы эллипсометров, в которых в качестве источника излучения используются лазеры. Одной из первых таких моделей являлся эллипсометр ЛЭФ-М. В конструкции данного прибора впервые был применен механизм, обеспечивающий синхронный поворот плеч поляризатора и анализатора с постоянным отсчетом угла падения света на образец. Средняя ошибка измерений эллипсометрических углов ψ и Δ составляла около 1 угл. мин. В эллипсометре ЛЭФ-2 в оптическую схему прибора были введены дополнительные элементы (микрообъектив, зеркальная диафрагма и экран), что позволило производить локальные измерения на участках поверхности 10×10 мкм. Для работы в инфракрасной области спектра был создан универсальный эллипсометр ЛЭФ-3, в котором с помощью дополнительных элементов можно использовать различные типы лазеров, излучающих в различных областях спектра.

Лазерный фотоэлектрический эллипсометр ЛЭФ-3М-1 построен по схеме *PCSA*, рабочая длина волны $\lambda = 0,6328$ мкм, что соответствует применяемому гелий-неоновому лазеру в качестве источника излучения. В приборе измеряются изменения состояния поляризации света, обусловленные взаимодействием с исследуемым образцом. Поляризатором и анализатором служат призмы Глана из исландского шпата, а компенсатором — четвертьволновая пластинка из кристаллического кварца. Отсчет азимутальных углов производится визуально. Структурная схема эллипсометра показана на рис. 13.9. Эллипсометр состоит

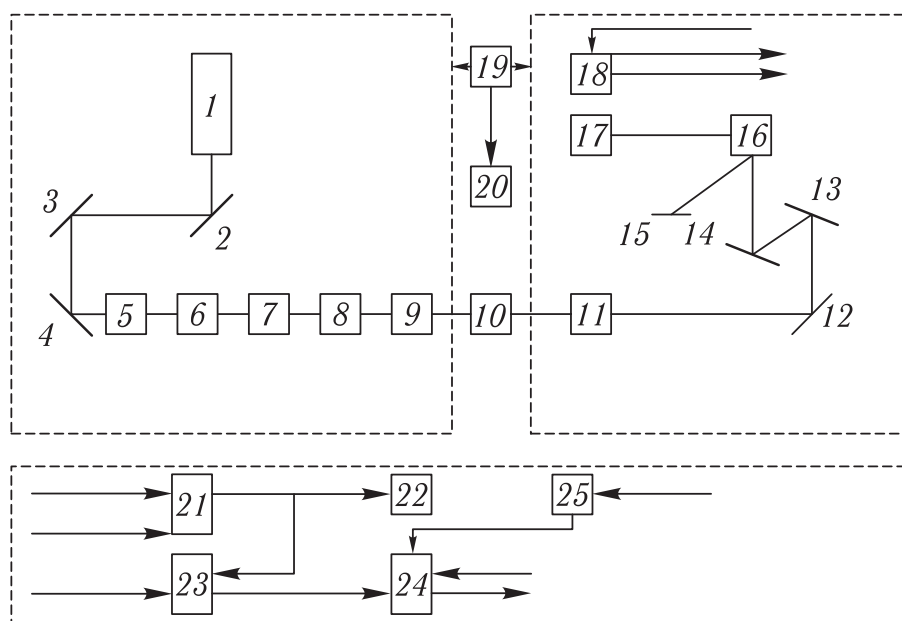


Рис. 13.9. Структурная схема эллипсометра ЛЭФ-3М-1

из следующих функционально связанных блоков: плеча поляризатора, плеча анализатора, электронного блока обработки сигнала.

Плечо поляризатора состоит из источника излучения 1 (гелий-неоновый лазер ЛГН-207Б), поворотных зеркал 2–4, механического модулятора света 5, двух пластинок $\lambda/4$ — 6, 7, поляризатора 8 и компенсатора 9.

Первая четвертьволновая пластинка 6 устраняет малую эллиптичность светового пучка, которая обусловлена как излучением лазера, так и отражениями от поворотных зеркал 2–4. Вторая пластинка 7 установлена с азимутом 45° с тем, чтобы пучок приобрел круговую поляризацию. Тем самым обеспечивается постоянство интенсивности пучка при поворотах поляризатора.

Поляризатор 8 формирует линейную поляризацию пучка с азимутальными углами P от 0 до 180° . Компенсатор в общем случае превращает линейную поляризацию падающего пучка в эллиптическую.

Световой пучок из лазера, пройдя плечо поляризатора, падает на исследуемый образец, расположенный на поверхности столика 10, и затем поступает в плечо анализатора.

Плечо анализатора состоит из анализатора 11, поворотных зеркал 12–14, зеркальной диафрагмы 16, затвора 17 и фотоприемного устройства 18 (ФЭУ-84–3). Пучок света проходит через переключатель, который направляет его либо на экран 15, либо на фотоприемник 18.

Устройство поворота плеч поляризатора и анализатора 19 позволяет изменять угол падения на образец в пределах от 45° до 90° . С помощью отсчетного устройства 20 определяется угол падения светового пучка на образец.

Фотоприемник 18 служит для преобразования модулированного светового потока на выходе оптической системы в электрический сигнал. Так как минимальная интенсивность светового потока при гашении мала, то для выделения такого сигнала на фоне шумов фотоприемника применяется модуляция светового потока, что создает переменную составляющую в выходном напряжении фотоприемника, которая совпадает по фазе с опорным напряжением. Опорное напряжение вырабатывается датчиком опорного напряжения, установленном в узле модулятора. Синфазность выходного сигнала с опорным напряжением является отличительным признаком полезного сигнала, по которому он выделяется из шумов и помех с помощью синхронного детектирования в электронном блоке обработки сигнала.

В состав электронного блока обработки сигнала входит синхронный детектор 21, регулятор 23, источник питания 25, стабилизатор высоковольтного преобразователя 24 и нуль-индикатор 22. Электронный блок обработки предназначен для автоматической регулировки усиления фотосигнала и синхронного детектирования сигнала, а также для питания модулятора, фотоприемника и ламп подсвета шкал отсчетного устройства. Источник питания преобразует переменное напряжение электросети в ряд переменных и постоянных напряжений, используемых для питания электронных схем внутри блока.

При отражении света от поверхности образца состояние поляризации изменяется. Если поляризатор установлен в положение, соответствующее минимальной интенсивности света, то отраженный пучок света также имеет линейную поляризацию. Азимут A этой поляризации определяет угловое положение анализатора 11.

Нулевой оптический метод предусматривает достижение минимальной интенсивности пучка на выходе анализатора путем поочередных поворотов поляризатора и анализатора. Угловое положение (азимут) C компенсатора фиксируется таким образом, чтобы его быстрая ось находилась под углом $\pm 45^\circ$ к плоскости падения светового пучка на образец. В каждом фиксированном рабочем положении компенсатора

имеется две независимые комбинации азимутов поляризатора и анализатора, в которых может быть достигнута минимальная интенсивность сигнала. В общем, для четырех положений компенсатора таких комбинаций 16. Из них независимы четыре, что обуславливает четыре так называемые *измерительные зоны*. Номер измерительной зоны определяется азимутами компенсатора C и анализатора A .

Для определения номеров измерительных зон, к которым относятся получаемые результаты измерений, необходимо выполнить анализ этих результатов с помощью рис. 13.10.

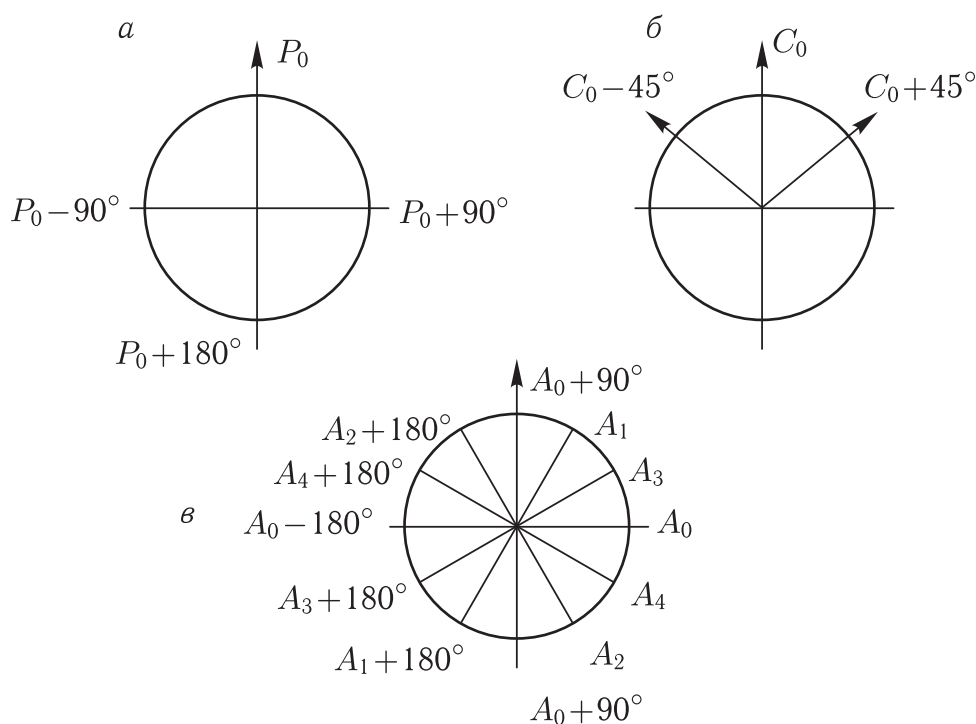


Рис. 13.10. Схематическое изображение лимбов: a — поляризатора; b — компенсатора; $в$ — анализатора

На рисунке представлены изображения лимба поляризатора a , компенсатора b и анализатора $в$, и обозначены значения исходных азимутов (юстировочных параметров) P_0 , C_0 , A_0 . Положительное направление вращения лимбов выбирается по часовой стрелке. Так положению $C = C_0 + 45^\circ$ соответствует поворот *быстрой* оси компенсатора по часовой стрелке на $+45^\circ$, а положению $C = C_0 - 45^\circ$ — поворот против часовой стрелки на -45° .

Если компенсатор установлен в положении $C = C_0 + 45^\circ$, то при значениях азимута анализатора A , соответствующих первой и четвертой четверти изображения лимба, измерение относится к *первой* зоне. При значениях A из второй и четвертой четверти изображения лимба, измерение относится ко *второй* зоне.

Если компенсатор установлен в положении $C = C_0 - 45^\circ$, то при значениях азимута A , соответствующих первой и четвертой четверти изображения лимба, измерение относится к *третьей* зоне. При значениях A из второй и четвертой четверти изображения лимба, измерение относится к *четвертой* зоне.

В соответствии с номером измерительной зоны для расчета поляризационных углов ψ и Δ рассчитываются параметры

$$\gamma_p^{(i)} = P_i - P_0, \quad \psi_A^{(i)} = |A_i - (A_0 + 90^\circ)|, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad (13.58)$$

и применяется одна из следующих формул:

— в первой зоне

$$\psi_1 = \psi_A^{(1)}, \quad \Delta_1 = -2\gamma_p^{(1)} - \frac{\pi}{2} + 2\pi; \quad (13.59)$$

— во второй зоне

$$\psi_2 = \psi_A^{(2)}, \quad \Delta_2 = -2\gamma_p^{(2)} + \frac{\pi}{2} + 2\pi; \quad (13.60)$$

— в третьей зоне

$$\psi_3 = \psi_A^{(3)}, \quad \Delta_3 = 2\gamma_p^{(3)} + \frac{\pi}{2} + 2\pi; \quad (13.61)$$

— в четвертой зоне

$$\psi_4 = \psi_A^{(4)}, \quad \Delta_4 = 2\gamma_p^{(2)} - \frac{\pi}{2} + 2\pi. \quad (13.62)$$

Юстировочные параметры P_0 , C_0 , A_0 определяются при запуске прибора в эксплуатацию, т. е. считаются известными.

13.7. Формирование состояния поляризации излучения

Пусть требуется получить полностью поляризованное излучение с эллипсометрическими параметрами ψ (азимут) и χ (угол эллиптичности).

Решение данной задачи не является однозначным. Существует бесконечное множество путей ее решения. Поэтому необходимо ввести разумные ограничения, например, минимальное число поляризационных устройств или минимум поляризационных потерь при достижении требуемого состояния поляризации. Покажем, как получить произвольный поляризационный эллипс для *монохроматического* излучения с помощью всего двух поляризационных устройств — идеального поляризатора и линейной фазовой пластинки $\lambda/4$, создающей соответствующую разность хода между ортогональными поляризациями.

Методика формирования поляризационного эллипса такова.

1. Располагаем ось пропускания поляризатора под углом $\alpha = \psi + \chi$ (рис. 3.11) На выходе из поляризатора, независимо от состояния

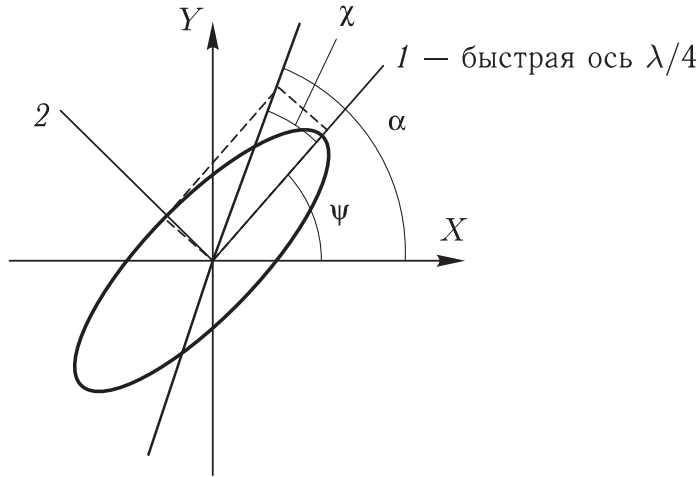


Рис. 13.11. Формирование поляризационного эллипса: при ориентации 1 (*быстрой* оси пластинки $\lambda/4$) получаем свет с требуемым азимутом ψ и углом эллиптичности $\chi < 0$ (левое вращение); при ориентации 2 (*быстрой* оси пластинки $\lambda/4$) получаем свет с требуемым азимутом ψ и углом эллиптичности $\chi > 0$ (правое вращение)

поляризации исходного излучения, получаем линейно поляризованный свет, который характеризуется вектором Джонса

$$\mathbf{D}_1 = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}. \quad (13.63)$$

2. Располагаем *быструю* ось пластинки $\lambda/4$ так, чтобы она составляла угол ψ с координатной осью X . Вектор Джонса на выходе из пластинки имеет вид

$$\mathbf{D}_2 = \begin{pmatrix} 1 + j \cos 2\psi & j \sin 2\psi \\ j \sin 2\psi & 1 - j \cos 2\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos (\psi + \chi) \\ \sin (\psi + \chi) \end{pmatrix}. \quad (13.64)$$

После тригонометрических преобразований получаем выражение для поляризационной переменной Γ_2 ,

$$\Gamma_2 = \frac{-j \operatorname{tg} \chi + \operatorname{tg} \psi}{1 + \operatorname{tg} \chi \operatorname{tg} \psi}. \quad (13.65)$$

Данная поляризационная переменная описывает поляризационный эллипс с азимутом ψ и углом эллиптичности $\chi < 0$, т.е. вращение вектора $\mathbf{E}$ происходит против часовой стрелки. Для получения света с положительным значением угла эллиптичности необходимо повернуть *быструю* ось пластинки $\lambda/4$ на 90° .

Для исходного неполяризованного *белого* света ситуация оказывается намного сложнее. Следует учитывать принципиальную разницу между линейными амплитудными элементами (поляризаторами) и ли-

нейными фазовыми элементами (фазовыми пластинками). Поляризаторы позволяют получить из неполяризованного света с *произвольным* спектральным составом свет *линейно* поляризованный.

Практическая реализация аналогичного преобразования неполяризованного белого света в круговую поляризацию с помощью фазовых пластинок невозможна. Параметры, как призмённых, так и кристаллических фазовых пластинок существенно зависят от длины волны падающего света. Поэтому для их эффективного применения следует преобразовать белый свет в монохроматический (на практике квазимонохроматический) с помощью спектрального фильтра.

Контрольные вопросы к главе 13

1. Какие параметры полностью поляризованного света можно измерить с помощью вращающегося поляризатора?
2. Как измерить состояние поляризации с помощью поляризатора и четвертьволновой пластинки? Всегда ли можно использовать данный метод?
3. Каким способом можно из линейно поляризованного света получить свет с правой круговой поляризацией?
4. Как из света с левой круговой поляризацией с помощью линейной фазовой пластинки получить свет с линейной поляризацией?

Часть III

ПОЛЯРИЗАЦИОННО-НЕОДНОРОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Глава 14

ПОЛЯРИЗАЦИОННО-НЕОДНОРОДНОЕ ПОЛЕ. МЕТОДЫ ОПИСАНИЯ И РАСЧЕТА

14.1. Введение

В классическом поляризационном анализе, который излагался в предыдущих главах книги, поляризационные задачи решались применительно к *плоским волнам* или *лучам*. Состояние поляризации плоской волны одинаково для всех точек в поперечном сечении и задается в единой декартовой системе координат. Состояние поляризации каждого из лучей, образующих световой пучок, определяется в собственном базисе. При распространении в однородном изотропном пространстве и плоская волна, и световой пучок сохраняют состояние поляризации.

При анализе работы или проектировании оптических приборов квантовой электроники расчет поляризационных характеристик обычно проводится путем замены реального лазерного пучка плоской волной, при этом игнорируется распределение состояния поляризации в поперечном сечении пучка, а также взаимосвязь поляризационных и волновых характеристик излучения. Вследствие такого приближения расчет упрощается, однако происходит потеря существенной информации о параметрах как излучения, так и лазерного прибора в целом. Так, например, пропадает зависимость положения перетяжки лазерного излучения от параметров поляризационной неоднородности, регулярного изменения эллипсометрических параметров вдоль оси резонатора и т. д.

В настоящее время развитие поляризационной оптики достигло уровня, при котором известный постулат о постоянстве поляризации в поперечном сечении пучка оказался недостаточным для анализа и расчета характеристик излучения. Это излучение, как показывают многочисленные экспериментальные и теоретические исследования,

например [302–346], является в той или иной степени поляризационно-неоднородным.

Данная глава посвящена обобщению результатов и методов поляризационного анализа на случай *поляризационно-неоднородного излучения*, состояние поляризации которого, определенное в едином координатном базисе, непрерывно изменяется как в поперечном, так и в продольном направлении.

Электромагнитные волны, состояние поляризации которых, заданное в едином поляризационном базисе, неизменно во всех точках пространства, будем называть *поляризационно-однородными*. Принципиальным является *существование* такого единого базиса, например, это может быть декартова, сферическая или цилиндрическая система координат. Указанным типам симметрии пространства соответствуют плоские, сферические и цилиндрические поляризационно-однородные волны.

Отличительные признаки таких волн — стабильность состояния поляризации, одинаковая форма волновой поверхности для компонент вектора **E**, совпадение поверхности равных амплитуд и фаз. Распространение поляризационно-однородных волн в однородном изотропном пространстве может быть описано с помощью скалярного волнового уравнения в соответствующем координатном базисе.

Основное внимание в данной главе уделяется поляризационно-неоднородным пучкам (ПНП). Особенность ПНП состоит в том, что каждая компонента вектора **E** удовлетворяет параболическому волновому уравнению, а интенсивность продольной компоненты много меньше суммарной интенсивности поперечных компонент.

Приведем основные признаки ПНП.

1. Состояние поляризации (угол эллиптичности χ , азимут ψ или степень поляризации P) непрерывно изменяется в пространстве (как в поперечном, так и в продольном направлении), включая однородную изотропную среду.

2. В произвольном едином координатном базисе компоненты вектора **E** имеют различные амплитудно-фазовые распределения в пространстве (данные компоненты могут быть частично когерентными). Поверхности равных амплитуд и фаз ортогональных компонент, а также нормали к соответствующим волновым поверхностям не совпадают.

3. Изменение поляризационной структуры излучения при прохождении оптических элементов системы (поляризатора, брюстеровской пластинки, линзы и т. д.) зависит от амплитудно-фазовых характеристик падающего излучения, например, от кривизны волнового фронта.

Свойства поляризационно-неоднородных и поляризационно-однородных волн существенно различаются. Для описания пространственных поляризационных характеристик следует вводить дополнительные величины, в том числе новое понятие — *поляризационную структуру*

поля, которая определяет закономерность изменения состояния поляризации в пространстве.

Причиной возникновения пространственного изменения состояния поляризации служат так называемые *поляризационно-неоднородные элементы* оптического тракта, поляризационные свойства которых изменяются в поперечном сечении. Оптическое устройство, которое по-разному преобразует амплитудно-фазовые характеристики ортогональных компонент вектора **Е**, изменяет поляризационную структуру поляризационно-неоднородного излучения.

Поляризационная неоднородность оптических элементов, как правило, достаточно мала. Малые искажения поляризационной структуры представляют собой *поляризационные аберрации*. Поляризационные аберрации определяют точность измерения в различных поляризационных оптических приборах: поляризационных микроскопах, эллипсометрах и поляриметрах; неоднородная поляризация естественного света приводит к искажению изображения в призмных оптических системах; изменяется кривизна волновой поверхности компонент вектора **Е** и размер пятна в фокусе; вследствие поляризационных аберраций лазерного излучения смещается положение перетяжек, собственное состояние поляризации непрерывно изменяется как в поперечном, так и в продольном направлении. Кроме искажения состояния поляризации (в основном на периферии пучка), поляризационная неоднородность приводит к дополнительным поляризационным потерям, а в кольцевых лазерах — к невзаимности встречных волн [103, 104, 107, 130, 143, 334].

Поляризационная неоднородность излучения играет в поляризационной оптике не только негативную, но и позитивную роль. Появились прикладные задачи, которые можно решить только с помощью поляризационно-неоднородного излучения. Так поляризационная структура в системах связи увеличивает информационную емкость и помехоустойчивость сигнала, при исследовании биологических объектов позволяет получить дополнительные сведения об объекте, повышает эффективность взаимодействия излучения с веществом [323–325, 332].

Впервые поляризационные эффекты, связанные с кривизной волновой поверхности светового пучка, наблюдались в опытах Френеля и Араго при интерференции сходящихся пучков в кристаллических пластинках [1–4, 9, 26, 166]. И в настоящее время подобная *коноскопическая* поляризационная схема реализуется в поляризационных микроскопах [58, 65, 82].

Основное число исследований излучения со сложной пространственной поляризационной структурой и ее влияния на параметры оптических приборов приходится на последнюю четверть XX в. Большинство работ в этом направлении приведены в библиографическом списке, и их можно разделить на две группы. В первой [302, 304,

305, 317, 322, 344] авторы исследуют лазерное излучение и решают собственную задачу. В качестве метода расчета используется разложение на моды Эрмита–Гаусса или решение интегральных уравнений в векторной форме.

Во второй, более многочисленной [306–310, 312, 319–321, 335 и т.д.], авторы исследуют поляризационные aberrации оптических систем (сам термин «поляризационные aberrации», по-видимому, впервые использован в [319]) *лучевым методом*. В данном методе излучение рассматривается как совокупность лучей с различными состояниями поляризации, при этом необходимо проследить эволюцию состояния поляризации каждого луча.

В части III рассматривается широкий круг вопросов, касающихся описания и расчета характеристик *поляризационно-неоднородного оптического излучения*. Данная теория в настоящее время находится в стадии развития, поэтому ее отдельные положения могут в дальнейшем уточняться.

14.2. Описание поляризационно-неоднородного электромагнитного поля с помощью матрицы когерентности

Универсальный способ описания поляризационно-неоднородного электромагнитного поля — *матрица когерентности третьего порядка*, элементы которой являются функциями координат [3, 17].

Рассмотрим напряженность электромагнитного поля, являющуюся результатом сложения векторов напряженности всех волн, проходящих через данную точку пространства. Ограничимся случаем квазимонохроматического излучения. Тогда состояние поляризации электромагнитного поля в декартовой системе координат определяет матрица когерентности третьего порядка:

$$J = \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_x & \mu_{xy}\sqrt{I_x I_y} & \mu_{xz}\sqrt{I_x I_z} \\ \mu_{yx}\sqrt{I_x I_y} & I_y & \mu_{yz}\sqrt{I_y I_z} \\ \mu_{zx}\sqrt{I_x I_z} & \mu_{yz}\sqrt{I_y I_z} & I_z \end{pmatrix}. \quad (14.1)$$

Здесь $I = \langle EE^* \rangle$ — квадрат модуля проекции вектора напряженности поля на каждую ось системы координат в данной точке пространства, усредненный за время, много большее времени когерентности; $\mu = |\mu| \exp(j\gamma)$ — комплексная степень когерентности между каждой парой ортогональных компонент вектора **Е**. Матрица (14.1) является эрмитовой. Если элементы матрицы умножить на электрическую постоянную ϵ_0 , то они будут иметь размерность плотности энергии электрического поля.

Детерминант матрицы (14.1)

$$\det J = I_x I_y I_z (1 + 2 |\mu_{xy}| |\mu_{yz}| |\mu_{zx}| - |\mu_{xy}|^2 - |\mu_{yz}|^2 - |\mu_{zx}|^2). \quad (14.2)$$

Заметим, что если компоненты вектора $\mathbf{E}$ когерентны (все $|\mu| = 1$), т. е. поле полностью поляризовано, то $\det J = 0$.

Рассмотрим преобразование матрицы (14.1) при *повороте* исходной системы координат. Новую декартову систему координат обозначим $\xi\eta\zeta$. Установим ограничение на расположение осей этой системы координат (рис. 14.1). Ось ζ , используемая вместо оси Z , будет занимать

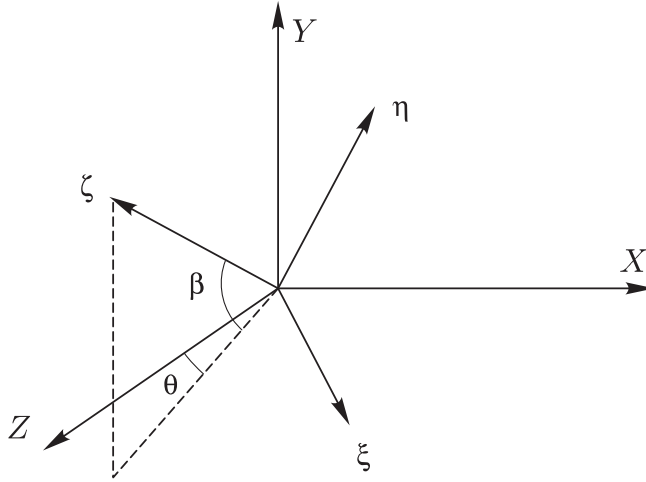


Рис. 14.1. Система координат для определения состояния поляризации электромагнитного поля

всевозможные положения, которые будем фиксировать углами $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ с осями исходной системы координат; ось ξ параллельна плоскости XOZ ; ось η лежит в плоскости, образованной осями Y и ζ . Введем дополнительную сферическую систему координат, где угол β (широта) отсчитывается от плоскости XOZ , а угол θ (долгота) — от оси Z (см. рис. 14.1).

Связь между углами $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ и углами θ, β имеет вид

$$\begin{aligned} \cos \alpha_x &= \sin \theta \cos \beta, & \cos \alpha_y &= \sin \beta, \\ \cos \alpha_z &= \cos \theta \cos \beta. \end{aligned} \quad (14.3)$$

Связь между компонентами вектора $\mathbf{E}$ в новой и старой системе координат выражается матрицей

$$\begin{pmatrix} E_\xi \\ E_\eta \\ E_\zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \cos \beta & -\cos \theta \sin \beta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin \beta & \cos \theta \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}. \quad (14.4)$$

Элементы новой матрицы когерентности выражаются через элементы (14.1) с учетом (14.4) следующим образом:

$$\begin{aligned}
 J_{\xi\xi} &= \cos^2 \theta J_{xx} + \cos^2 \beta J_{zz} - \cos \theta \sin \theta (J_{xz} + J_{zx}), \\
 J_{\eta\eta} &= \sin^2 \beta \sin^2 \theta J_{xx} + \cos^2 \beta J_{yy} + \sin^2 \beta \cos^2 \theta J_{zz} - \\
 &\quad - \cos \beta \sin \beta \sin \theta (J_{xy} + J_{yx}) + \sin^2 \beta \cos \theta \sin \theta (J_{xz} + J_{zx}) - \\
 &\quad - \sin \beta \cos \beta \cos \theta (J_{yz} + J_{zy}), \\
 J_{\zeta\zeta} &= \cos^2 \beta \sin^2 \theta J_{xx} + \sin^2 \beta J_{yy} + \cos^2 \theta \cos^2 \beta J_{zz} + \\
 &\quad + \cos \beta \sin \beta \sin \theta (J_{xy} + J_{yx}) + \cos^2 \beta \sin \theta \cos \theta (J_{xz} + J_{zx}) + \\
 &\quad + \sin \beta \cos \beta \cos \theta (J_{yz} + J_{zy}), \\
 J_{\xi\eta} &= -\cos \theta \sin \theta \sin \beta J_{xx} + \cos \theta \sin \theta \sin \beta J_{zz} + \\
 &\quad + \sin \beta (\sin^2 \theta J_{zx} - \cos^2 \theta J_{xz}) + \cos \theta \cos \beta J_{xy} - \sin \theta \cos \beta J_{zy}, \\
 J_{\eta\zeta} &= -\sin^2 \theta \sin \beta \cos \beta J_{xx} - \cos^2 \theta \sin \beta \cos \beta J_{zz} + \cos^2 \beta \sin \theta J_{yy} - \\
 &\quad - \sin \beta \cos \beta \sin \theta \cos \theta (J_{zx} + J_{xz}) + \sin \theta (-\sin^2 \beta J_{xy} + \cos^2 \beta J_{yx}) - \\
 &\quad - \sin \theta \sin^2 \beta J_{zy}, \\
 J_{\xi\zeta} &= \cos \theta \sin \theta \cos \beta J_{xx} - \cos \theta \sin \theta \cos \beta J_{zz} + \\
 &\quad + \cos \beta (-\sin^2 \theta J_{zx} + \cos^2 \theta J_{xz}) + \cos \theta \sin \beta J_{xy} - \sin \theta \sin \beta J_{zy}.
 \end{aligned} \tag{14.5}$$

В общем случае частично поляризованное поле может быть представлено в виде некогерентной совокупности полностью поляризованного поля и полностью неполяризованного, что выражается в представлении матрицы (14.1) в виде суммы двух матриц:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_n + \mathbf{J}_p = \begin{pmatrix} I_n & 0 & 0 \\ 0 & I_n & 0 \\ 0 & 0 & I_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} J_{xx} - I_n & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} - I_n & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} - I_n \end{pmatrix}. \tag{14.6}$$

Здесь детерминант второй матрицы $\mathbf{J}_p$, которая описывает полностью поляризованную часть поля, равен нулю.

Неизвестная величина I_n является собственным значением матрицы $\mathbf{J}$ и находится из решения уравнения

$$\begin{vmatrix} J_{xx} - I_n & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} - I_n & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} - I_n \end{vmatrix} = 0. \tag{14.7}$$

В общем случае существует три корня данного уравнения, но из физических соображений нам подходит только тот, при котором диагональные элементы матрицы J_p оказываются больше нуля.

Пространственно неполяризованным электромагнитным полем в данной точке будем называть поле, у которого все три ортогональные компоненты равны и полностью некогерентны. Матрица когерентности в этом случае является диагональной, причем все элементы равны между собой:

$$J_n = \begin{pmatrix} J & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 \\ 0 & 0 & J \end{pmatrix}. \quad (14.8)$$

Рассеяние такого поля на малой рэлеевской частице будет изотропно.

Степенью пространственной деполяризации D_s будем называть отношение плотности энергии пространственно неполяризованной части поля к полной плотности энергии поля:

$$D_s = \frac{W_n}{W} = \frac{3I_n}{I_x + I_y + I_z}, \quad (14.9)$$

где I_n — интенсивность неполяризованной части поля.

Отметим важные случаи *отсутствия* пространственной деполяризации ($\det J = 0$):

1) одна из трех ортогональных компонент равна нулю,

$$J = \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} & 0 \\ J_{yx} & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

2) две из трех компонент полностью когерентны (соответствующий *минор* равен нулю), при этом третья компонента может быть полностью некогерентна с ними, например,

$$J = \begin{pmatrix} E_{px}^2 & E_{px}E_{py} \exp(j\gamma_{yx}) & 0 \\ E_{px}E_{py} \exp(-j\gamma_{yx}) & E_{py}^2 & 0 \\ 0 & 0 & E_z^2 \end{pmatrix}. \quad (14.10)$$

Рассмотрим полностью поляризованное электромагнитное поле, компоненты которого полностью когерентны друг с другом ($\det J_p = 0$):

$$J_p = \begin{pmatrix} E_{px}^2 & E_{px}E_{py} \exp(j\gamma_{xy}) & E_{px}E_{pz} \exp(j\gamma_{xz}) \\ E_{px}E_{py} \exp(-j\gamma_{xy}) & E_{py}^2 & E_{pz}E_{py} \exp(j\gamma_{yz}) \\ E_{px}E_{pz} \exp(-j\gamma_{xz}) & E_{py}E_{pz} \exp(-j\gamma_{yz}) & E_{pz}^2 \end{pmatrix}, \quad (14.11)$$

Здесь

$$E_x = E_{px} \exp(j\gamma_x), \quad E_y = E_{py} \exp(j\gamma_y), \quad E_z = E_{pz} \exp(j\gamma_z),$$

$\gamma_{yx} = \gamma_y - \gamma_x$, $\gamma_{xz} = \gamma_x - \gamma_z$, $\gamma_{yz} = \gamma_y - \gamma_z$ — разности фаз между соответствующими компонентами вектора напряженности.

В этом случае годограф вектора **E** представляет собой эллипс, определенным образом ориентированный в пространстве. Для расчета его параметров используем преобразование системы координат с тем, чтобы в новой системе координат $\xi\eta\zeta$ компонента E_ζ обращалась в нуль. Особое положение системы координат соответствует расположению поляризационного эллипса в плоскости $\xi O \eta$. Значения углов θ_n, β_n , которые определяют данную ориентацию системы координат, находятся из комплексного уравнения $E_\zeta = 0$ или, согласно (14.4),

$$\sin \theta_n \cos \beta_n E_x + \sin \beta_n E_y + \cos \theta_n \cos \beta_n E_z = 0. \quad (14.12)$$

При решении уравнения (14.12) могут возникнуть две ситуации. Если между компонентами отсутствует сдвиг фазы, то их векторная сумма задает *одну* единственную ориентацию результирующего вектора **E**, и существует множество пар значений углов θ_n, β_n , удовлетворяющих (14.12). Однозначное положение системы координат определятся при *наличии сдвига фаз*, когда годограф вектора **E** представляет собой *эллипс*. Тогда вместо комплексного уравнения (14.12) получаем два вещественных, решения которых дают θ_n, β_n ,

$$\operatorname{tg} \theta_n = \frac{E_{pz} \sin \gamma_{zy}}{E_{px} \sin \gamma_{yx}} = \frac{\operatorname{Im} J_{zy}}{\operatorname{Im} J_{yx}}, \quad (14.13)$$

$$\operatorname{ctg} \beta_n = \pm \frac{\sqrt{E_{pz}^2 E_{py}^2 \sin^2 \gamma_{zy} + E_{px}^2 E_{py}^2 \sin^2 \gamma_{yx}}}{E_{pz} E_{px} \sin \gamma_{xz}} = \frac{\sqrt{(\operatorname{Im} J_{zy})^2 + (\operatorname{Im} J_{yx})^2}}{\operatorname{Im} J_{zx}},$$

или

$$\cos \alpha_x = \frac{\operatorname{Im} J_{yz}}{A}, \quad \cos \alpha_y = \frac{\operatorname{Im} J_{zx}}{A}, \quad \cos \alpha_z = \frac{\operatorname{Im} J_{xy}}{A},$$

где используются следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} J_{yx} &= E_{px} E_{py} \sin \gamma_{yx}, & \operatorname{Im} J_{zx} &= E_{px} E_{pz} \sin \gamma_{zx}, \\ \operatorname{Im} J_{zy} &= E_{py} E_{pz} \sin \gamma_{zy} \end{aligned}$$

и

$$A = \sqrt{(\operatorname{Im} J_{xy})^2 + (\operatorname{Im} J_{yz})^2 + (\operatorname{Im} J_{zx})^2}.$$

Итак, полученные значения углов θ_n, β_n определяют ориентацию *нормали* к результирующему поляризационному эллипсу, образованному тремя *полностью* когерентными компонентами вектора **E** в произвольной точке пространства.

Применим уравнения (14.13) для нескольких простых случаев. Пусть одна из компонент вектора **E** отсутствует, например, $E_z = 0$.

Тогда $\theta_n = 0$ и $\beta_n = 0$. Это означает, что нормаль к поляризационному эллипсу направлена вдоль оси Z . Если $E_x = 0$, то $\theta_n = 90^\circ$, $\beta_n = 0$.

В базисе $\xi\eta\zeta$, в котором отсутствует компонента E_ζ (ось ζ совпадает с нормалью к поляризационному эллипсу) матрицу когерентности полностью поляризованного электромагнитного поля (14.11) можно привести к виду

$$J_0 = \begin{pmatrix} J_{\xi\xi} & J_{\xi\eta} & 0 \\ J_{\eta\xi} & J_{\eta\eta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (14.14)$$

где элементы $J_{\xi\xi}$, $J_{\xi\eta}$, $J_{\eta\xi}$, $J_{\eta\eta}$ находятся из (14.5) с учетом (14.13). В общем случае данные выражения громоздки.

Обратный переход от базиса $\xi\eta\zeta$, в котором отсутствует компонента E_ζ , к базису XYZ , осуществляется следующим образом:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \beta \sin \theta \\ 0 & \cos \beta \\ -\sin \theta & -\sin \beta \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_\xi \\ E_\eta \end{pmatrix}.$$

Связь поляризационных переменных в обоих базисах имеет вид

$$\begin{aligned} \Gamma_{xy} = \frac{E_x}{E_y} &= -\operatorname{tg} \beta \sin \theta + \frac{\cos \theta}{\cos \beta} \Gamma_{\xi\eta}, \\ \Gamma_{\xi\eta} = \frac{E_\xi}{E_\eta} &= \operatorname{tg} \theta \sin \beta + \frac{\cos \beta}{\cos \theta} \Gamma_{xy}, \\ \Gamma_{zy} = \frac{E_z}{E_y} &= -\frac{\sin \theta}{\cos \beta} \Gamma_{\xi\eta} - \operatorname{tg} \beta \cos \theta = -\operatorname{tg} \theta - \Gamma_{yx} \frac{\operatorname{tg} \beta}{\cos \theta}. \end{aligned} \quad (14.15)$$

Для описания состояния поляризации полностью поляризованного электромагнитного поля в данной точке пространства в общем случае можно предложить следующее:

1) матрица когерентности (14.1);

2) полный вектор Джонса поля в декартовой системе координат (иногда его называют вектором Максвелла),

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} E_x \exp(j\gamma_x) \\ E_y \exp(j\gamma_y) \\ E_z \exp(j\gamma_z) \end{pmatrix}, \quad (14.16)$$

и соответственно две поляризационные переменные $\Gamma_{yx} = E_y/E_x$, $\Gamma_{zx} = E_z/E_x$. Поляризационная переменная для третьей плоскости $Y_i Z_i$ выражаются через две другие: $\Gamma_{zy} = \Gamma_{zx}/\Gamma_{yx}$;

3) вектор Джонса в локальном декартовом базисе $\xi\eta\zeta$, который ориентирован так, что отсутствует компонента напряженности поля E_ζ ,

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} E_\xi \\ E_\eta \end{pmatrix}, \quad (14.17)$$

и одна поляризационную переменную $\Gamma_{\xi\eta}$;

4) эллипсометрические параметры ψ и χ , а также интенсивность I в локальном базисе $\xi\eta\zeta$;

5) поляризационные векторы $\mathbf{C}$ и $\mathbf{S}$, которые сдвинуты по фазе на $\pi/2$ и совпадают в каждой точке пространства с *большой* и *малой* осями поляризационного эллипса в базисе $\xi\eta$:

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \cos \psi_\xi \mathbf{i} + \sin \psi_\xi \mathbf{j}, \\ \mathbf{S} &= \operatorname{tg} \chi (-\sin \psi_\xi \mathbf{i} + \cos \psi_\xi \mathbf{j}), \end{aligned} \quad (14.18)$$

где $\mathbf{i}$ — единичный орт оси ξ , $\mathbf{j}$ — оси η , ψ_ξ — угол между большой осью эллипса и осью ξ (азимут).

Введем в практику поляризационного анализа электромагнитного поля дополнительные характеристики, описывающие состояние поляризации электромагнитного поля. Пусть, как и прежде, в произвольной точке поля известны три частично когерентных компоненты вектора напряженности $\mathbf{E}$, которые образуют матрицу когерентности (14.1). Выберем произвольное направление ζ в пространстве (радиус-вектор), определим его углами θ , β (β — широта, θ — долгота, см. рис. 14.1). Запишем результат интерференции всех трех компонент вектора $\mathbf{E}$ для выбранного направления в пространстве — интенсивность $I_\zeta(\theta, \beta)$, т. е. усредненное значение квадрата проекции напряженности поля на данное направление:

$$\begin{aligned} I_\zeta(\theta, \beta) &= I_x \cos^2 \beta \sin^2 \theta + I_y \sin^2 \beta + I_z \cos^2 \beta \cos^2 \theta + \\ &+ 2 |\mu_{yx}| \sqrt{I_x I_y} \cos \gamma_{yx} \cos \beta \sin \theta \sin \beta + \\ &+ |\mu_{zy}| \sqrt{I_y I_z} \cos \gamma_{zy} \sin \beta \cos \beta \cos \theta + \\ &+ 2 |\mu_{xz}| \sqrt{I_z I_x} \cos \gamma_{xz} \cos^2 \beta \sin \theta \cos \theta. \end{aligned} \quad (14.19)$$

Функция $I_\zeta(\theta, \beta)$ в сферической системе координат определит пространственную фигуру — *полярису*.

Во многих практических задачах (мониторинг окружающей среды, исследования турбулентных потоков жидкости) требуется определять параметры поля, рассеянного малыми рэлеевскими частицами. Эти

ляет собой шар для полностью неполяризованного электромагнитного поля.

Рассмотрим несколько примеров расчета индикатрис и степени пространственной деполяризации.

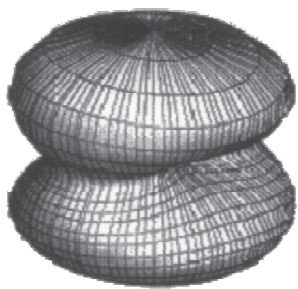
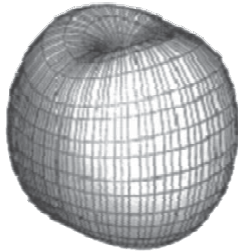
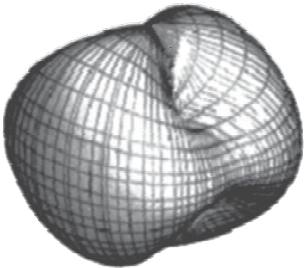
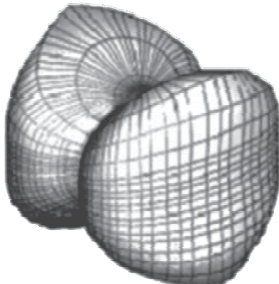
Пусть компоненты поля некогерентны и неодинаковы по интенсивности: $I_x = 4$, $I_y = 10$, $I_z = 1$, $\mu_{xy} = \mu_{yz} = \mu_{zx} = 0$. Матрица когерентности имеет диагональный вид и может быть представлена в виде некогерентной суперпозиции полностью поляризованного и неполяризованного полей:

$$J = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Поляриса и индикатрисы излучения, степени поляризации и деполяризации показаны в табл. 14.1.

Таблица 14.1

Характеристики поляризации-неоднородного поля

Поляриса 	Индикатриса излучения 
Индикатриса степени поляризации 	Индикатриса степени деполяризации 

Минимум рассеянного излучения наблюдается вдоль максимальной интенсивности I_y . Существуют направления индикатрисы степени поляризации, для которых некогерентные компоненты наблюдаются равными по величине, и $P = 0$.

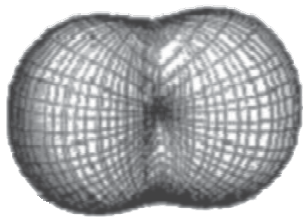
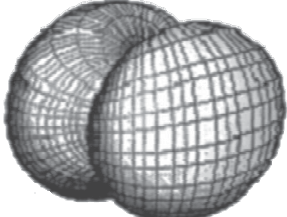
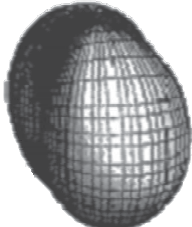
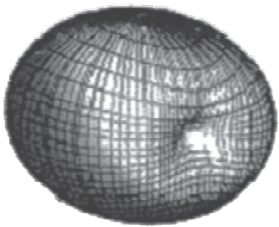
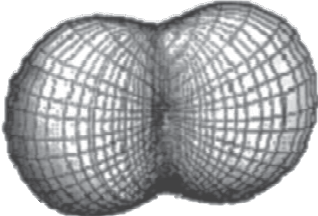
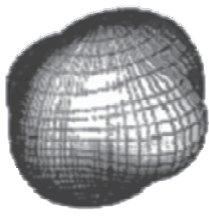
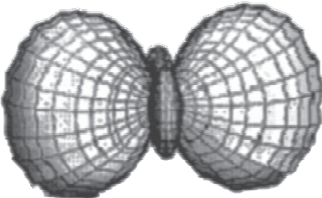
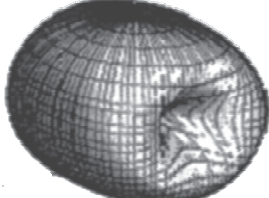
Степень пространственной деполяризации равна

$$D_s = \frac{3I_x}{I_x + I_y + I_z} = \frac{3}{1 + 10 + 4} = 0,2.$$

В табл. 14.2 показаны индикатрисы для двух случаев, когда пространственная деполяризация отсутствует: $\det J = 0$.

Таблица 14.2

Характеристики поляризационно-неоднородного поля при отсутствии пространственной деполяризации

Соотношение интенсивностей, степени когерентности и сдвига фаз компонент поля	$I_x = I_y = I_z = 1,$ $\mu_{xy} = \mu_{yz} = \mu_{zx} = 1,$ $\gamma_{xy} = \frac{\pi}{2}, \gamma_{yz} = -\frac{\pi}{2},$ $\gamma_{zx} = 0$	$I_x = I_y = 1, I_z = 4,$ $\mu_{xz} = \mu_{yz} = 0, \mu_{xy} = 1,$ $\gamma_{xy} = \frac{\pi}{2}$
Поляриса		
Индикатриса излучения		
Индикатриса степени поляризации		
Деполяриса		

**14.3. Поляризационная структура
поляризационно-неоднородных пучков**

Практически важным случаем поляризационно-неоднородного электромагнитного поля являются *поляризационно-неоднородные пучки* (ПНП). Компоненты вектора напряженности запишем в декартовом

базисе ($k = 2\pi/\lambda$):

$$\begin{aligned} E_x &= A_x(x, y, z, t) \exp[j\Phi_x(t)] \exp[j(\omega t - kz)], \\ E_y &= A_y(x, y, z, t) \exp[j\Phi_y(t)] \exp[j(\omega t - kz)], \\ E_z &= A_z(x, y, z, t) \exp[j\Phi_z(t)] \exp[j(\omega t - kz)]. \end{aligned} \quad (14.23)$$

Сделаем несколько важных замечаний относительно выражения (14.23).

Во-первых, отметим, что ПНП может иметь данный вид не только в декартовом базисе, но и в сферическом или цилиндрическом базисе. Во-вторых, изменения комплексной амплитуды вдоль оси пучка предполагаются значительно меньшими, чем поперек пучка. В-третьих, как следует из (14.23), комплексные амплитуды в общем случае зависят от времени. Эта зависимость может быть детерминированной или случайной, но существенно более медленной, чем изменения поля за период колебаний. Таким образом, излучение, описываемое (14.23), является квазимонохроматическим, а каждая из компонент поля удовлетворяет параболическому уравнению [3, 16, 17, 19].

Поляризационно-однородная плоская волна получается из (14.23), если компонента E_z равна нулю и отсутствует зависимость комплексных амплитуд от поперечных координат x, y и времени t .

Если продольная компонента E_z находится в фазе с поперечными компонентами, то в рассматриваемой точке пространства волновой вектор составляет с продольной осью Z некоторый угол. Ограничимся пучками, для которых данный угол мал, так что $A_z \ll A_x, A_y$.

Продольные компоненты электрического E_z и магнитного поля H_z определяются из приближенных выражений с учетом $\operatorname{div} \mathbf{E} = 0$ и (14.23) [19, 339]:

$$\begin{aligned} E_z &\approx -\frac{j}{k} \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \right), \\ H_z &\approx \frac{j}{\mu_0 2\pi v} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right), \end{aligned} \quad (14.24)$$

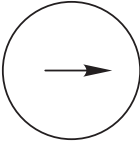
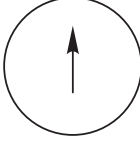
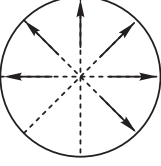
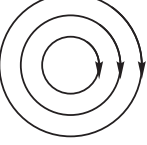
где v — частота оптического излучения.

Из анализа (14.24) можно получить взаимосвязь поперечных компонент электромагнитной волны с продольной компонентой при различном состоянии поляризации. Несколько характерных примеров представлены в табл. 14.3.

Введем понятие *поляризационной структуры* излучения, как определенного закона изменения состояния поляризации в пространстве. В общем случае необходимо определять азимут поляризационного эллипса относительно двух осей координат. Однако для ПНП вида (14.23) удобно рассматривать проекции поляризационных эллипсов на плоскость, перпендикулярную направлению распространения

Таблица 14.3

Взаимосвязь поперечных и продольных компонент векторов **Е** и **Н**

Вид состояния поляризации	Поперечные компоненты вектора Е	Распределение интенсивности	
		Продольные компоненты вектора Е	Продольные компоненты вектора Н
Линейная горизонтальная поляризация			
Линейная вертикальная поляризация			
Радиальная поляризация			отсутствует
Азимутальная поляризация		отсутствует	

пучка, т. е. от пространственной поляризационной структуры перейти к планарной. В этом случае поляризационная структура описывается зависимостью эллипсометрических параметров и степени когерентности от поперечных координат. Это существенно повышает наглядность расчетов.

Остановимся на вопросе, который имеет принципиальное значение для поляризационно-волнового анализа. Планарные поляризационные структуры ПНП *совпадают*, если в каждой точке поперечной плоскости совпадают значения эллипсометрических параметров пучка, т. е. $\Gamma(x, y)$, а также степень поляризации.

Планарные поляризационные структуры поляризационно-неоднородных пучков *подобны*, если для каждой пары точек в поперечной плоскости пучков можно подобрать такое число c , что $\Gamma_1(x, y) = \Gamma_2(cx, cy)$. Данное число является *коэффициентом подобия* или *масштабом* данной поляризационной структуры. Можно рекомендовать следующий способ анализа подобия поляризационных структур. Возьмем на плоскости квадрат произвольного размера a и определим поляризационные переменные в каждой вершине квадрата. Найдем точки с соответственными значениями поляризационной переменной на

плоскости другого пучка и построим соответствующую фигуру. Если данная фигура окажется квадратом, то поляризационные структуры пучков подобны, а отношение сторон квадратов определит коэффициент подобия.

Рассмотрим волну со сферическим волновым фронтом, у которой вектор $\mathbf{E}$ ориентирован вдоль меридианов: $E_\xi = 0$, $E_\eta \neq 0$ (см. рис. 14.1). Планарная поляризационная структуры такой волны определяется с учетом (14.15):

$$\begin{aligned}\Gamma_{xy} &= -\operatorname{tg} \beta \sin \theta = -\frac{xy}{x^2 + z^2}, \\ \Gamma_{zy} &= -\operatorname{tg} \beta \cos \theta = -\frac{zy}{x^2 + z^2}.\end{aligned}\quad (14.25)$$

Здесь продольная ось Z отсчитывается от центра сферической волновой поверхности. Планарная поляризационная структура в поперечной плоскости XY показана на рис. 14.2 *а*.

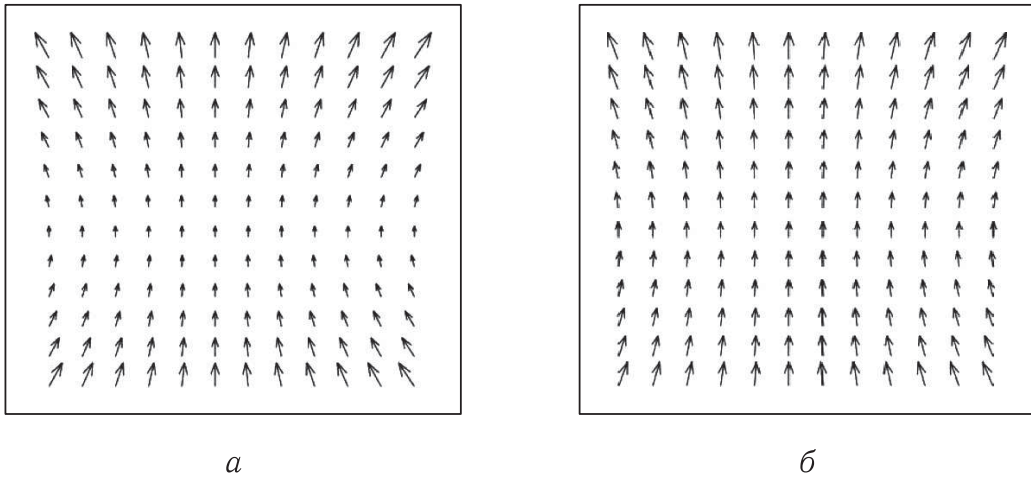


Рис. 14.2. Планарная поляризационная структура сферической волны на разном расстоянии от источника

При удалении волны от источника поляризационная структура на одинаковой по размеру площадке изменяется, поскольку уменьшается кривизна волнового фронта (см. рис. 14.2 *б*).

14.4. Поляризационная структура мод Эрмита–Гаусса

Рассмотрим поляризационную структуру мод Эрмита–Гаусса. Запишем выражение для любой из поперечных компонент E_x или E_y моды Эрмита–Гаусса с индексами m , n ($m = 0, 1 \dots, M$, $n = 0, 1 \dots, N$):

$$E_{mn} = E_0 \left(\frac{w_{0x}}{w_x(z)} \right)^{1/2} \left(\frac{w_{0y}}{w_y(z)} \right)^{1/2} G_{mn}(z) \exp[j\phi(z)] \exp(-jkz). \quad (14.26)$$

Здесь

$$\begin{aligned}\phi(z) &= \left[\left(m + \frac{1}{2} \right) v_{0x} + \left(n + \frac{1}{2} \right) v_{0y} \right] z, \\ G_{mn} &= g_{mn} H_m \left(\sqrt{2} \frac{x}{w_x} \right) H_n \left(\sqrt{2} \frac{y}{w_y} \right) \exp \left[-\frac{jk}{2} (Q_x x^2 + Q_y y^2) \right].\end{aligned}\quad (14.27)$$

где H_m , H_n — полиномы Эрмита; w_0 — радиус пучка (расстояние от оси пучка, на котором интенсивность уменьшается в e^2 раз) в *перетяжке* (сечение гауссова пучка, где данный радиус минимален); $w_x(0) = w_{0x}$, $w_y(0) = w_{0y}$; $Q_x = \rho_x - jxv_x$, $Q_y = \rho_y - jyv_y$; $v = 2/kw^2$ — параметр гауссова распределения, имеющий такую же размерность, что и кривизна ρ ; $k = 2\pi/\lambda$; z отсчитывается от перетяжки. Параметры ρ , v зависят от z : $\rho = v_0^2 z / [1 + (v_0 z)^2]$, $v = v_0 / [1 + (v_0 z)^2]$, где v_0 — значение в перетяжке, откуда получаем $\rho/v = v_0 z$. Выражение (14.26) описывает астигматичный, эллиптический по форме пучок. Для кругового по форме пучка параметры Q_x и Q_y совпадают.

Коэффициенты $G_{mn} = (2^{m+n} n! m! w_x w_y \pi / 2)^{-1/2}$ находятся из условия нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G_{mn} G_{mn}^* dx dy = 1.$$

Состояние поляризации гауссова пучка в поперечном сечении сохраняется при распространении в однородном изотропном пространстве. Вместе с тем моды Эрмита–Гаусса являются поляризационно-неоднородными пучками. Это обусловлено наличием у них продольной компоненты E_z , изменяющейся как в поперечном, так и продольном направлении.

Согласно (14.24), вклад в продольную компоненту поля от моды с индексом mn определяется выражением

$$\begin{aligned}E_{zmn} &\approx \\ &\approx \frac{\sqrt{2} j \lambda}{2\pi w} \left[E_{0x} \left(m G_{m-1,n} - \frac{1}{2} G_{m+1,n} \right) + E_{0y} \left(n G_{m,n-1} - \frac{1}{2} G_{m,n+1} \right) \right] \times \\ &\quad \times \exp(j\phi_{mn}),\end{aligned}\quad (14.28)$$

где ϕ_{mn} — фаза моды, E_{0x} , E_{0y} — амплитуды поперечных компонент вектора $\mathbf{E}$.

Продольная компонента E_z основной моды (гауссова пучка) в *перетяжке* сдвинута по фазе относительно поперечных компонент на $\pi/2$:

$$E_z \approx -\frac{j2}{kw_0^2} (xE_{x0} + yE_{y0}) \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2} \right). \quad (14.29)$$

Продольная компонента поля равна нулю только на оси пучка, но настолько мала, что ей обычно пренебрегают при расчете поляриза-

ционных характеристик. Однако в ряде случаев продольную компоненту следует учитывать, например эта компонента играет важную роль в формировании пространственной поляризационной структуры излучения в фокальной области линзы (см. п. 15.4) [339, 346].

В перетяжке гауссова пучка величина E_z достигает своего максимума, например, при $x = \sqrt{2} w_0/2$, $y = 0$, а в дальней зоне ($2z/kw_0^2 \gg 1$) продольная компонента находится в фазе с поперечными компонентами поля. В меридиональных плоскостях XOZ и YOZ эллипсометрические параметры гауссова пучка изменяются как в поперечном, так и в продольном направлении. Нормаль к поляризационному эллипсу не совпадает с осью пучка.

Как следует из (14.26), (14.27), продольная компонента E_z для мод Эрмита–Гаусса четного порядка описывается совокупностью мод с нечетным порядком и наоборот. Интересно, что для *радиально-поляризованных* (РП) пучков [323, 332, 343] продольная компонента электрического поля не равна нулю на оси пучка.

Условия, при которых гауссовы пучки можно считать поляризационно-однородными волнами ($|E_z|/|E_{x,y}| \ll 1$), имеют вид

$$w_0 \gg \lambda, \quad \frac{r}{w(z)} \ll \frac{\pi}{\lambda} w_0. \quad (14.30)$$

Условия (14.30), как правило, выполняются в параксиальной области пространства. Например, пусть $\lambda = 0,6328$ мкм, $w_0 = 0,1$ мм, тогда при $y = 5w(z)$ имеем $|E_z|/|E_{x,y}| \approx r\lambda/\pi w_0 w(z) = 0,001$.

Совокупность мод Эрмита–Гаусса в общем случае образует поляризационно-неоднородный пучок. В табл. 14.4 показаны некоторые виды поляризационных структур, получаемых при интерференции поперечных мод Эрмита–Гаусса. В таблице приняты следующие обозначения для полиномов Эрмита:

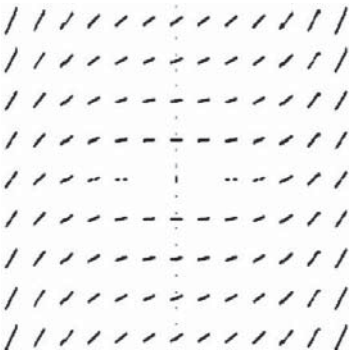
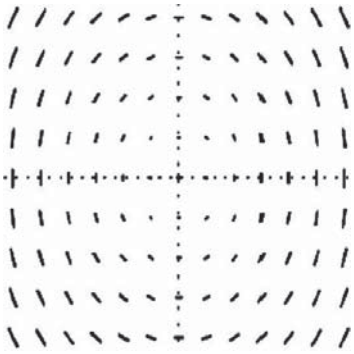
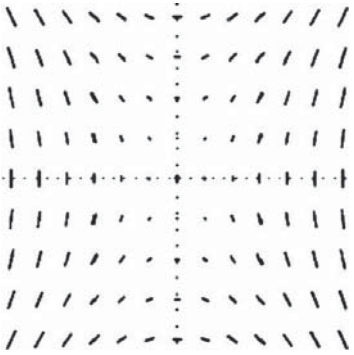
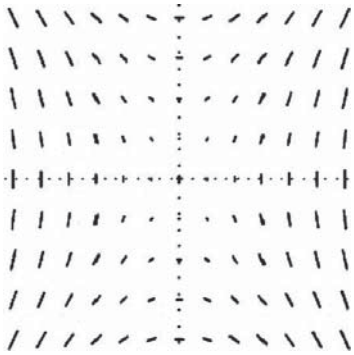
$$H_{10} = 2 \left(\sqrt{2} \frac{x}{w_x} \right), \quad H_{01} = 2 \left(\sqrt{2} \frac{y}{w_y} \right), \quad H_{20} = 8 \frac{x^2}{w_x^2} - 2, \\ H_{02} = 8 \frac{y^2}{w_y^2} - 2, \quad H_{11} = 8 \frac{xy}{w_x w_y},$$

Как известно, при распространении мод Эрмита–Гаусса между ними возникает разность фаз, которая пропорциональна разности порядков. Вследствие этого поляризационная структура, образованная модами различного порядка, разрушается при распространении такой волны в однородном изотропном пространстве.

Любая комбинация поперечных мод Эрмита–Гаусса *одного порядка* образует устойчивую поляризационную структуру, которая при этом может быть достаточно сложной. Поэтому в поперечном сечении (без учета продольной компоненты) такие волны являются поляризационно-однородными.

Таблица 14.4

Поляризационные структуры лазерного излучения

$A_{00} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + A_{20} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} H_{20} + A_{02} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} H_{02},$ $\Gamma_{yx} = a(x^2 + y^2)$	$- \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} H_{10} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} H_{01},$ $\Gamma_{yx} = -x/y$
	
$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} H_{10} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} H_{01}, \Gamma_{yx} = x/y$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + A_{11} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} H_{11}, \Gamma_{yx} = axy$
	

Примечание: A_{00} , A_{20} , A_{02} , A_{11} , a — произвольные коэффициенты.

Рассмотрим так называемые осесимметрично-поляризованные пучки. Поляризационная структура этих пучков не изменяется при повороте относительно оси: состояние поляризации сохраняется вдоль поперечного радиуса r и не зависит от азимутального угла ϕ .

Базовыми ортогональными поляризационными структурами являются *радиальная* — вектор $\mathbf{E}$ ориентирован вдоль радиуса (РП-пучок) и *азимутальная* — вектор $\mathbf{E}$ направлен в каждой точке по касательной к концентрическим окружностям (АП-пучок). Данные пучки образуются векторной суперпозицией ортогонально-поляризованных мод Эрмита–Гаусса с индексами 10 и 01 или модами Лагерра–Гаусса с индексом 01 (рис. 14.3). На оси пучка интенсивность равна нулю. Максимальное значение интенсивности обоих пучков достигается при $r = w/\sqrt{2}$, где w — поперечный радиус пучка. Результирующая мода имеет специальное обозначение: TEM_{01}^* .

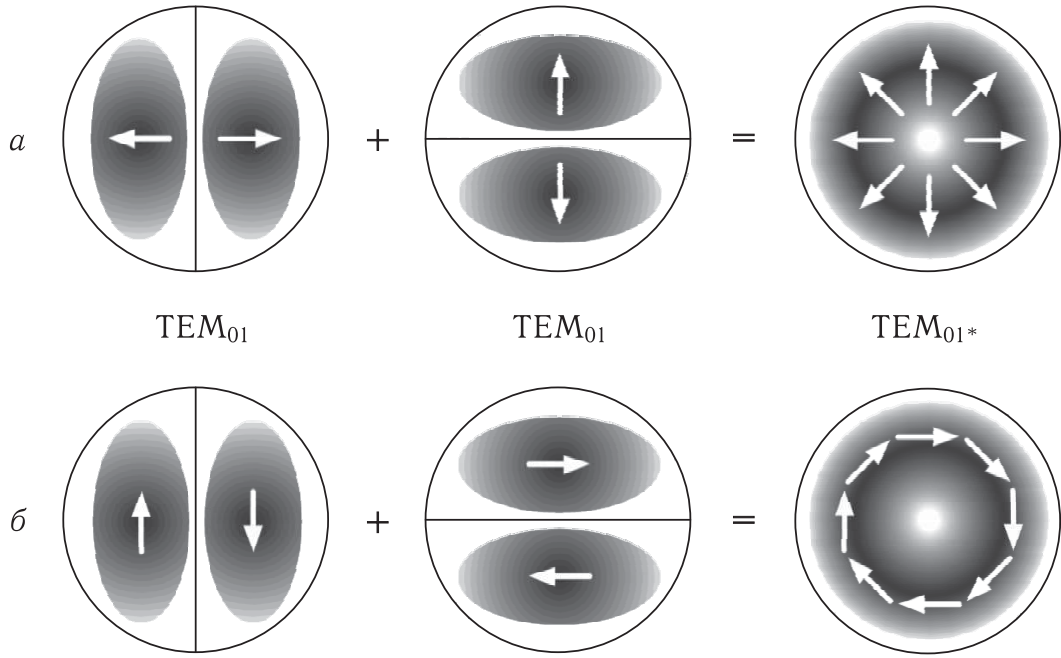


Рис. 14.3. Образование РП-пучка (а) и АП-пучка (б)

В декартовой системе координат вектор Джонса в точке с координатами x , y для радиально-поляризованного пучка (РП-пучка) имеет следующий вид

$$\mathbf{D}_r = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (14.31)$$

и для азимутально-поляризованного пучка (АП-пучка)

$$\mathbf{D}_a = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}. \quad (14.32)$$

Матрицы Джонса, по отношению к которым векторы (14.31), (14.32) являются собственными, в декартовой системе координат имеют вид

$$\begin{aligned} T_r &= \frac{1}{r^2} \begin{pmatrix} x^2 & xy \\ xy & y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2 \varphi & \sin \varphi \cos \varphi \\ \sin \varphi \cos \varphi & \sin^2 \varphi \end{pmatrix}, \\ T_a &= \frac{1}{r^2} \begin{pmatrix} y^2 & -xy \\ -xy & x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin^2 \varphi & -\sin \varphi \cos \varphi \\ -\sin \varphi \cos \varphi & \cos^2 \varphi \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (14.33)$$

В собственном *радиальном* поляризационном базисе векторы (14.31) и (14.32) приобретают вид

$$\mathbf{D}_{rA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D}_{aA} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Переход к данному базису осуществляется матрицей

$$T_A = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}. \quad (14.34)$$

Как было показано в работе [332], линейный амплитудно-фазовый элемент (частичный поляризатор, фазовая пластинка) разрушает аксиальную структуру пучка, поскольку приводит к неравенству интенсивностей мод Эрмита–Гаусса, образующих такой пучок. В то же время любой вращатель (фарадеевский, естественный или комбинация полуволновых пластинок) приводит к различным аксиальным поляризационным структурам, отличающимся соотношением интенсивностей РП-пучка и АП-пучка: $I_a/I_r = \operatorname{tg}^2 \alpha$, где α — параметр вращателя (величина, на которую поворачивается плоскость поляризации). На рис. 14.4 показана поляризационная структура пучка при $\alpha = \pi/4$.

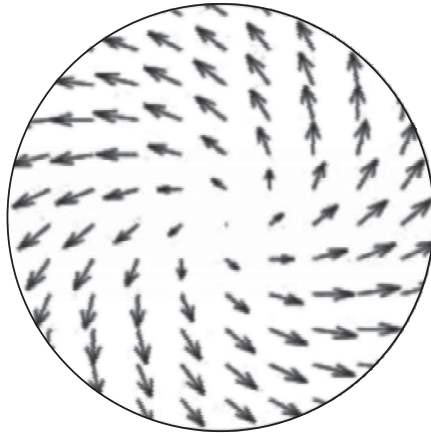


Рис. 14.4. Поляризационная структура пучка с аксиальной симметрией: комбинация РП-пучка и АП-пучка ($\alpha = \pi/4$)

В этом случае поляризационный азимут ψ равен α в радиальном поляризационном базисе. Некогерентная смесь РП и АП-пучков дает неполяризованное излучение в цилиндрическом базисе.

Радиальный частичный поляризатор сохраняет аксиальную поляризационную структуру пучка, но приводит к тому, что азимут в радиальном поляризационном базисе изменяется, $\operatorname{tg} \psi'_A = T(r) \operatorname{tg} \psi$, где $T(r)$ — отношение амплитудного пропускания радиальной и азимутальной компонент вектора $\mathbf{E}$. Если исходный азимут равен нулю (РП-пучок) или $\pi/2$ (АП-пучок), то изменения азимута не происходит, но потери этих пучков оказываются различными.

Формирование излучения с аксиальной поляризационной структурой возможно как резонаторными [323, 325, 340, 344], так и внerezонаторными [331] способами.

Используя приближенную формулу (14.24), находим продольную компоненту электрического поля радиально-поляризованного пучка,

$$E_z(x, y, z) \approx E_0 \frac{2j\sqrt{2}\lambda}{\pi w(z)} \left(1 - \frac{r^2}{w(z)^2}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{w(z)^2}\right). \quad (14.35)$$

На оси пучка в перетяжке продольная компонента напряженности электрического поля имеет максимальное значение. Продольная компонента напряженности магнитного поля равна нулю. Напротив, для азимутально-поляризованного пучка продольная компонента напряженности электрического поля равна нулю, а продольная компонента напряженности магнитного поля на оси пучка максимальна.

Отношение максимальных значений интенсивности продольной I_{zm} и поперечной I_m компонент,

$$\frac{I_{zm}}{I_m} \approx \frac{2e\lambda^2}{\pi^2 w^2}, \quad (14.36)$$

достигает максимума в перетяжке и может быть больше единицы, если радиус пучка меньше длины волны, $w < \lambda$.

Радиально поляризованные пучки имеют большое значение для практики, в частности, они обладают преимуществом при обработке поверхности в технологических лазерных системах и допускают меньший размер пятна при их фокусировке [324].

14.5. Поляризационно-неоднородные элементы

Причиной возникновения поляризационно-неоднородного излучения в оптических системах служат *поляризационно-неоднородные элементы* (ПНЭ), которые искажают поляризационную структуру излучения, т. е. по-разному изменяют состояния поляризации лучей, образующих пучок света. Как уже указывалось выше, поляризационные и амплитудно-фазовые характеристики поляризационно-неоднородного излучения взаимосвязаны. Изменение одной из них влечет изменение другой. Так например, при изменении поляризационной структуры нарушается гомоцентричность пучка.

Параметры ПНЭ по отношению к *определенному* типу волн изменяются в пространстве. Основные причины этого заключаются в следующем:

- изменяются анизотропные свойства в поперечном сечении (такими ПНЭ являются, например, напряженные призмы или магнитооптическая среда, на которую действует неоднородное магнитное поле);

- изменяется угол между волновой нормалью в сечении пучка и нормалью к поверхности ПНЭ — угол падения, при этом, как правило, изменяется в пространстве и ориентация плоскости падения (границы раздела между средами, как изотропными, так и анизотропными с произвольной кривизной).

Для каждого ПНЭ существует *собственная* поляризационная структура излучения, которая не искажается на выходе из ПНЭ. Например, плоскопараллельная пластинка не вызывает пространственных искажений состояния поляризации плоской волны, а по отношению к волне со сферической волновой поверхностью является

ПНЭ. Таким образом, понятие ПНЭ, в общем случае относится только к определенному типу волн.

Рассмотрим вопрос об аналитической записи преобразования компонент вектора **Е** на выходе ПНЭ в виде матрицы. Для поляризационно-однородных волн направление волновых нормалей (лучей) в каждой точке пространства подчиняется определенной закономерности. Это позволяет записать матрицу Джонса для всей совокупности лучей, образующих волну в соответствующем поляризационном базисе. В случае поляризационно-неоднородных волн ситуация изменяется. Состояние поляризации одного луча, прошедшего ПНЭ, можно рассчитать с помощью определенной матрицы Джонса. Для другого луча матрица Джонса будет иной.

Наиболее просто записать матрицу Джонса для *плоской* волны. В этом случае обобщенная матрица Джонса ПНЭ, анизотропные свойства которого зависят от поперечных координат x, y , выглядит следующим образом:

$$T(x, y) = \begin{pmatrix} a_0 + a_{1x}x + a_{1y}y + a_{2x}x^2 + a_{2y}y^2 + a_{2xy}xy + \dots & b_0 + b_{1x}x + \dots \\ c_0 + c_{1x}x + \dots & d_0 + d_{1x}x + \dots \end{pmatrix}, \quad (14.37)$$

где $a_0, a_{1x}, a_{1y}, a_{2x}, \dots, b_0, b_{1x}, b_{1y}, b_{2x}, \dots, c_0, c_{1x}, c_{1y}, c_{2x}, \dots, d_0, d_{1x}, d_{1y}, d_{2x}, \dots$ — комплексные коэффициенты разложения элементов матрицы Джонса в ряд Тейлора, которые находятся экспериментально или аналитически. Для многих практически важных ПНЭ ряды Тейлора в (14.37) являются убывающими, что существенно упрощает поляризационный анализ.

Следует учитывать, что после ПНЭ волновая поверхность пучка в общем случае перестает быть плоской и возникает продольная компонента вектора **Е**. В дальнейшем, будем рассматривать пучки, у которых продольная компонента много меньше поперечных, и можно использовать приближенное выражение (14.24). В этом случае матрица Джонса записывается для поперечных компонент пучка.

По аналогии с известными видами поляризационных устройств, выделим следующие типы ПНЭ:

- 1) амплитудно-фазовые элементы, у которых пропускание или набег фазы являются функциями поперечных координат;
- 2) амплитудно-фазовые элементы, ориентация собственных ортогональных осей которых изменяется в поперечном сечении;
- 3) вращатели, параметры которых являются функциями поперечных координат;
- 4) деполяризаторы, параметры которых являются функциями поперечных координат.

Рассмотрим некоторые частные случаи (14.37). Неоднородный частичный поляризатор (первый тип ПНЭ): для него

$$T = \begin{pmatrix} a_0 & 0 \\ 0 & d_0 - d_{2x}x^2 \end{pmatrix}. \quad (14.38)$$

Частичный поляризатор: если ось пропускания зависит от координаты x (второй тип ПНЭ):

$$T = \begin{pmatrix} a_0 + a_{1x}x & b_{1x}x \\ b_{1x}x & d_0 - d_{1x}x \end{pmatrix}. \quad (14.39)$$

Радиальный поляризатор относится ко второму типу ПНЭ в *радиальном* поляризационном базисе. В каждой точке поперечного сечения одна ось направлена по радиус-вектору, а вторая — перпендикулярно, так, чтобы система координат была *правой*. Оси пропускания радиального поляризатора направлены вдоль поперечного радиуса r . В азимутальном направлении, т.е. при ориентации вектора $\mathbf{E}$ по касательным к концентрическим окружностям, пропускание равно нулю. Пропускание в поперечном направлении растет от нуля в центре по квадратичному закону. Матрица Джонса в радиальном и декартовом базисе имеет вид

$$T_r = a_0 r^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad T_d = a_0 \begin{pmatrix} x^2 & xy \\ xy & y^2 \end{pmatrix}. \quad (14.40)$$

В ряде случаев ПНЭ можно характеризовать всего одним или двумя малыми коэффициентами поляризационной неоднородности, которые обозначим a и b . Матрица Джонса частичного радиального поляризатора в радиальном T_r и декартовом T_d базисе имеет вид

$$T_r = T_0 \begin{pmatrix} 1 + ar^2 & 0 \\ 0 & 1 - ar^2 \end{pmatrix}, \quad (14.41)$$

$$T_d = T_0 \begin{pmatrix} 1 + a(x^2 - y^2) & 2axy \\ 2axy & 1 - a(x^2 - y^2) \end{pmatrix},$$

где коэффициент T_0 характеризует изотропное пропускание на оси поляризатора, а коэффициент a — переменное пропускание вдоль поперечного радиуса r .

Радиальный вращатель первого и второго порядка (третий тип):

$$T = \begin{pmatrix} \cos(ar) & \sin(ar) \\ -\sin(ar) & \cos(ar) \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} \cos(ar^2) & \sin(ar^2) \\ -\sin(ar^2) & \cos(ar^2) \end{pmatrix}. \quad (14.42)$$

Деполяризация присутствует во всех оптических системах из-за рассеяния и флуктуаций параметров анизотропии оптических элементов (например, активного элемента твердотельного лазера). Запишем матрицу Мюллера для поляризационно-неоднородного *деполяризатора*,

у которого деполаризующие свойства возрастают от центра к периферии:

$$M_d = \tau \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \Pi_d(r) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \Pi_d(r) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \Pi_d(r) \end{pmatrix}. \quad (14.43)$$

Здесь τ — коэффициент изотропного пропускания; $\Pi_d(r) = ar^2$ — коэффициент деполаризации, зависящий от поперечного радиуса r ($\Pi_d(r) \ll 1$); a — коэффициент поляризационной неоднородности.

Оптические поверхности, радиус кривизны которых не совпадает с радиусом кривизны волнового фронта падающей волны, представляют собой ПНЭ. В этом случае, во-первых, плоскость падения ориентируется по-разному относительно вектора **Е** для различных точек волнового фронта, а во-вторых, амплитудные коэффициенты пропускания являются функциями поперечных координат вследствие вариации угла падения. Примеры таких поверхностей рассматриваются в гл. 15, посвященной поляризационным аберрациям.

Подчеркнем еще раз: для всех приведенных выше матриц действие ПНЭ не сводится только к изменению состояния поляризации излучения. Изменяется также кривизна волновой поверхности или на самом ПНЭ, или на расстоянии от него, вследствие дифракции. Поэтому простая подстановка матриц Джонса, зависящих от поперечных координат, в матричные уравнения метода Джонса позволяет рассчитать состояние поляризации только отдельного луча, но не дает представления о поляризационной структуре излучения и ее искажениях, а также не позволяет рассчитать потери и сдвиги частот излучения в оптических резонаторах.

14.6. Методы расчета характеристик поляризационно-неоднородных пучков

Расчет векторных характеристик поляризационно-неоднородного излучения в многокомпонентных оптических системах представляет собой достаточно трудную не только аналитическую, но и численную задачу. Универсальный прием, облегчающий решение этой задачи, состоит в том, чтобы представить излучение в виде совокупности лучей или некоторых элементарных, базовых волн. Изменение параметров данных лучей или волн в оптическом тракте рассчитать существенно проще, чем всего исходного излучения.

Рассмотрим два приближенных метода, которые взаимно дополняют друг друга при расчете параметров поляризационно-неоднородного излучения. Это так называемый *лучевой метод* и *метод поляризационно-волновых матриц*.

Суть лучевого метода, который использовался многими авторами для решения частных поляризационных задач [306–310, 312, 319–321, 335 и т. д.], состоит в следующем: излучение представляется в виде совокупности независимых лучей с различным состоянием поляризации. Проследив траекторию каждого луча в оптическом тракте, можно в *выходном зрачке* оптической системы получить результирующее распределение поляризации по поперечному сечению. Область применимости лучевого метода — геометрическая оптика, когда допустимо пренебречь дифракцией излучения.

Метод поляризационно-волновых матриц [322, 341] предлагает рассматривать ПНП как совокупность элементарных поляризационно-однородных или квазиполяризационно-однородных волн, которые имеют различную поляризацию, амплитуду и фазу, и в общем случае частично когерентны. В качестве таковых для поляризационно-неоднородных пучков света удобно использовать моды Эрмита–Гаусса. Данный метод применим к широкому классу задач, связанных с расчетом поляризационной структуры пучков света в оптических системах, включая оптические резонаторы, для которых выполняется условие: $D/f < 1$, где D — поперечный размер оптического элемента, а f — фокусное расстояние. Специфическая область применимости данного метода — это расчет поляризационной структуры лазерного излучения в оптических резонаторах.

Поляризационно-неоднородный пучок при отсутствии деполяризации представляется совокупностью *когерентных* мод Эрмита–Гаусса, обладающих различным состоянием поляризации, амплитудой и фазой. Параметры гауссова распределения ρ_x, ρ_y (кривизна) и w_x, w_y (поперечный радиус — расстояние до оси, при котором *амплитуда* уменьшается в « e » раз) принимаются одинаковыми для всех мод (индексы x, y обозначают принадлежность к меридиональным плоскостям XOZ и YOZ соответственно).

Если число мод ограничено, то выбор $\rho_{x,y}, w_{x,y}$ должен быть *оптимальным*. Параметр w_x , определяющий распределение амплитуды вдоль оси X , следует выбирать с учетом максимального порядка мод N и поперечного размера пучка или входного зрачка a_x , при этом следует учитывать соотношение для координаты $x = w_{xN}$, при которой последний пик интенсивности моды порядка N уменьшается в e^2 раз. Имеем

$$w_x \approx \frac{a_x}{\sqrt{N + 1/2}}. \quad (14.44)$$

Аналогично определяется параметр w_y для оси Y . Если $w_{xN} < a_x$ и $w_{yN} < a_y$, то диафрагма не оказывает влияния на пучок.

На параметры всех мод накладывается условие

$$w_0 > \lambda, \quad (14.45)$$

где λ — длина волны. Условие (14.45) фактически означает, что нормали к волновой поверхности мод на границе ближней зоны составляют с оптической осью углы $\theta \leq \arctg(w_0/\lambda\pi)$, не превышающие 12° . С учетом (14.45) максимально возможный порядок мод лимитируется условием $N_{\max} < (a/\lambda)^2$, при этом $N_{\min} > 6$.

Отметим важное свойство представления ПНП в виде суперпозиции мод Эрмита–Гаусса: для мод выполняется условие параксиальности (14.45), а в совокупности моды образуют пучок, выходящий за рамки параксиальной области.

В случае полностью поляризованного ПНП, ортогональные компоненты комплексной амплитуды запишем в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \mathbf{D}_{00}G_{00} + \dots + \mathbf{D}_{M0}G_{M0} + \mathbf{D}_{01}G_{01} + \dots + \mathbf{D}_{M1}G_{M1} + \dots \\ \dots + \mathbf{D}_{MN}G_{MN}, \quad (14.46)$$

где G_{mn} определяются из (14.27).

Состояние поляризации каждой моды задается вектором Джонса

$$\mathbf{D}_{mn} = U_{mn} \begin{pmatrix} 1 \\ \Gamma_{mn} \end{pmatrix}, \quad (14.47)$$

где $U_{mn}(z)$ — амплитудно-фазовый коэффициент и $\Gamma_{mn}(z)$ — поляризационная переменная для каждой моды;

При известной зависимости компонент ПНП от поперечных координат $E_x(x, y)$ и $E_y(x, y)$ данные коэффициенты вычисляются следующим образом:

$$U_{mn} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_x(x, y) G_{mn} dx dy, \quad \Gamma_{mn} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_y(x, y) G_{mn} dx dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_x(x, y) G_{mn} dx dy}. \quad (14.48)$$

Поляризационная структура поляризационно-неоднородного пучка характеризуется *матрицей поляризационной структуры*

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{00} & \mathbf{D}_{01} & \dots & \mathbf{D}_{0N} \\ \mathbf{D}_{10} & \mathbf{D}_{11} & \dots & \mathbf{D}_{1N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{D}_{M0} & \mathbf{D}_{M1} & \dots & \mathbf{D}_{MN} \end{pmatrix} = (\mathbf{V}_0 \quad \mathbf{V}_1 \quad \dots \quad \mathbf{V}_N). \quad (14.49)$$

Матрица (14.49) полностью описывает поляризационно-неоднородное излучение, и целью расчета является определение параметров U_{mn} и Γ_{mn} для всех мод в каждом сечении оптического тракта.

Векторы-столбцы из (14.49) образуют *поляризационно-волновой вектор* (здесь он записан в транспонированном виде)

$$\mathbf{V} = (\mathbf{V}_0 \quad \mathbf{V}_1 \quad \dots \quad \mathbf{V}_N)^{-1}, \quad (14.50)$$

где

$$\mathbf{V}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{00} \\ \mathbf{D}_{10} \\ \dots \\ \mathbf{D}_{M0} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{V}_1 = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{01} \\ \mathbf{D}_{11} \\ \dots \\ \mathbf{D}_{M1} \end{pmatrix}, \quad \dots, \quad \mathbf{V}_N = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{0N} \\ \mathbf{D}_{1N} \\ \dots \\ \mathbf{D}_{MN} \end{pmatrix}. \quad (14.51)$$

Здесь компонентами векторов $\mathbf{V}_0, \mathbf{V}_1, \dots, \mathbf{V}_N$ являются векторы $\mathbf{D}_{mn}$ (14.47). Чем больше максимальный порядок мод K ($K = M + N$), тем большую точность может обеспечить метод. Общее число мод $J = (M + 1)(N + 1)$.

Любой оптический элемент, который изменяет поляризационно-волновой вектор $\mathbf{V}$, описывается блочной *поляризационно-волновой матрицей* $\mathbf{C}$ размером $N \times N$, которая преобразует вектор (14.50), и также имеет трехуровневую структуру:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_{00} & C_{10} & \dots & C_{N0} \\ C_{01} & C_{11} & \dots & C_{N1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{0N} & C_{1N} & \dots & C_{NN} \end{pmatrix}, \quad (14.52)$$

где

$$C_{00} = \begin{pmatrix} C_{00}^{00} & C_{10}^{00} & \dots & C_{M0}^{00} \\ C_{00}^{10} & C_{10}^{10} & \dots & C_{M0}^{10} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{00}^{M0} & C_{10}^{M0} & \dots & C_{M0}^{M0} \end{pmatrix}, \dots, C_{nk} = \begin{pmatrix} C_{0n}^{0k} & C_{1n}^{0k} & \dots & C_{Mn}^{0k} \\ C_{0n}^{1k} & C_{1n}^{1k} & \dots & C_{Mn}^{1k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{0n}^{Mk} & C_{1n}^{Mk} & \dots & C_{Mn}^{Mk} \end{pmatrix}. \quad (14.53)$$

Здесь матрица C_{nk} размером $M \times M$ определяет влияние вектора $\mathbf{V}_n$ на вектор $\mathbf{V}_k$, а каждая матрица C_{mn}^{ik} — вклад моды с индексом mn на входе в ПНЭ в комплексную амплитуду моды с индексом ik на выходе:

$$C_{mn}^{ik} = \begin{pmatrix} A_{mn}^{ik} & B_{mn}^{ik} \\ C_{mn}^{ik} & D_{mn}^{ik} \end{pmatrix}. \quad (14.54)$$

Поляризационно-волновые матрицы изотропных *оптических промежуточных* между ПНЭ являются диагональными, причем каждый блочный элемент представляет собой произведение единичной матрицы на коэффициент $\exp\{j\phi_{mn}\}$, учитывающий сдвиг фазы каждой из поперечных мод. При отсутствии астигматизма имеем

$$\phi_{mn} = (m + n + 1) \arctg \left[\frac{vz}{1 + \rho z} \right], \quad (14.55)$$

где $\nu = 2/kw^2$, ρ — параметры моды в начале оптического промежутка, а z — его длина. Если излучение представляет собой совокупность мод одного порядка, имеющих одинаковые сдвиги фаз (например, радиально-поляризованный пучок), то поляризационная структура сохраняется в изотропном пространстве. Матрицы (14.53), описывающие действия диафрагм, не являются диагональными, но матрицы (14.54) — диагональные.

Поляризационно-однородные устройства в данном поляризационном базисе описываются диагональными поляризационно-волновыми матрицами, элементы которых — матрицы Джонса.

В общем случае, с учетом деполяризации, поляризационная структура светового пучка характеризуется матрицей

$$S = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{00} & \mathbf{S}_{01} & \dots & \mathbf{S}_{0N} \\ \mathbf{S}_{10} & \mathbf{S}_{11} & \dots & \mathbf{S}_{1N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{S}_{M0} & \mathbf{S}_{M1} & \dots & \mathbf{S}_{MN} \end{pmatrix}, \quad (14.56)$$

и матрицей взаимодействия Γ (см. гл. 3):

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \gamma_{00}^{00} & \dots & \gamma_{00}^{N0} & \dots & \gamma_{00}^{Nn} & \dots & \gamma_{00}^{NN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{N0}^{00} & \dots & \gamma_{N0}^{N0} & \dots & \gamma_{N0}^{Nn} & \dots & \gamma_{N0}^{NN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{Nn}^{00} & \dots & \gamma_{Nn}^{N0} & \dots & \gamma_{Nn}^{Nn} & \dots & \gamma_{Nn}^{NN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{NN}^{00} & \dots & \gamma_{NN}^{N0} & \dots & \gamma_{NN}^{Nn} & \dots & \gamma_{NN}^{NN} \end{pmatrix}. \quad (14.57)$$

Здесь $\mathbf{S}_{mn}$ — вектор Стокса моды с индексом mn ; γ_{mn}^{Nn} — комплексная степень когерентности каждой пары мод, например, с индексами mn и Nn , и принято, что $M = N$. Матрица (14.57) является эрмитовой, ее диагональные элементы тождественно равны единице.

Если бы моды, которые образуют поляризационно-неоднородное излучение, были некогерентны между собой, то для определения результирующего состояния поляризации достаточно было бы вычислить сумму векторов Стокса (матрица (14.57) была бы единичной). В общем случае необходимо учитывать интерференцию мод и выполнять расчет с учетом матрицы (14.57).

В различных сечениях оптического тракта матрица взаимодействия Γ неодинакова, поскольку изменяется сдвиг фаз между модами различного порядка. Если поляризационно-неоднородное излучение проходит оптический промежуток, то матрица взаимодействия преоб-

разуется следующим образом:

$$\Gamma' = C_G \Gamma C_G^*. \quad (14.58)$$

Здесь «*» — знак комплексного сопряжения, и C_G учитывает сдвиг фаз ϕ_{mn} каждой из мод на оптическом промежутке:

$$C_G = \begin{pmatrix} \exp(j\phi_{00}) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \exp(j\phi_{NN}) \end{pmatrix}. \quad (14.59)$$

Интенсивность продольной компоненты электрического поля I_z определяется интерференцией двух составляющих с учетом их степени когерентности:

$$E_{zx} \approx -\frac{j}{k} \frac{\partial E_x}{\partial x}, \quad E_{zy} \approx -\frac{j}{k} \frac{\partial E_y}{\partial y},$$

где $k = 2\pi/\lambda$.

Решение *трансформативной задачи* для поляризационно-неоднородных пучков означает определение пространственной структуры излучения на выходе из оптического элемента и может проводиться в три этапа.

На *первом* этапе оптический тракт разбивается на участки между поляризационно-неоднородными элементами (ПНЭ). В каждый участок входит поляризационно-неоднородный элемент и оптический промежуток. Выбирается число мод, суперпозиция которых описывает поляризационно-неоднородный пучок. Поскольку число мод ограничено, то выбор r_i, w_i в начале каждого участка должен быть *оптимальным*. Параметры w_{xi}, w_{yi} , определяющие распределение амплитуды вдоль оси X и оси Y , находятся с учетом максимального порядка мод M и радиуса диафрагмы a согласно (14.44). Кривизна волновой поверхности r_i мод выбирается с учетом оптической силы предыдущего участка. При расчете поляризационных aberrаций целесообразно задавать r_i исходя из кривизны волновой поверхности пучка без учета поляризационной неоднородности. В оптическом резонаторе это r_i собственной волны.

На *втором* этапе составляются поляризационно-волновые матрицы S_i всех оптических элементов, включая оптические промежутки, и поляризационно-волновой вектор $\mathbf{V}$ падающего пучка, определяющий поляризационную структуру излучения на входе в оптическую систему. Этот этап самый важный, поскольку предполагает описание поляризационно-волновых свойств какого-либо оптического элемента. Ниже приводятся примеры такого расчета.

На *третьем* этапе все матрицы перемножаются, и находится результирующая матрица S . Основное соотношение метода связывает вектор $\mathbf{V}'$ на выходе из оптической системы с вектором $\mathbf{V}$ на входе,

$$\mathbf{V}' = S\mathbf{V}. \quad (14.60)$$

Для расчета результирующей поляризационной структуры излучения с пространственной *деполяризацией* целесообразно использовать следующую методику:

- собрать все взаимно когерентные моды в группы, которые некогерентны между собой, и сложить все векторы Джонса для мод данной группы;
- вектор Джонса каждой группы путем стандартного преобразования трансформировать в вектор Стокса;
- сложить векторы Стокса всех групп.

Некоторые особенности трансформативной задачи для поляризационно-неоднородного излучения иллюстрирует табл. 14.5.

Таблица 14.5

Влияние различных оптических элементов на состояние поляризации компонент поляризационно-неоднородного излучения

Элементы оптической системы	Группа, состоящая из полностью поляризованных, когерентных мод	Группа, состоящая из когерентных между собой, неполяризованных (случайно поляризованных) мод
Линейные фазовые пластинки, вращатели	Состояние поляризации каждой моды преобразуется независимо	Не изменяют состояние поляризации
Поляризаторы, параметры которых не зависят от поперечных координат		Из каждой моды образуются поляризованные составляющие — новые группы
Оптические промежутки	Возникает разность фаз между когерентными модами различного порядка	
Элементы с неоднородной по сечению поляризацией (линзы, брестеровские пластинки)	Возникают новые когерентные моды различного порядка	Образуются новые группы, состоящие из полностью поляризованных мод
Элементы с однородной по сечению деполяризацией ($P_d \neq f(x, y)$)	Из каждой моды образуются неполяризованные составляющие — новые группы	Не влияют
Элементы с неоднородной по сечению деполяризацией ($P_d \neq f(x, y)$)	Образуются новые группы, состоящие из набора неполяризованных когерентных мод различного порядка	Не влияют

14.7. Расчет характеристик оптического резонатора с поляризационной неоднородностью

Рассмотрим пример решения собственной задачи, т. е. определения поляризационной структуры излучения в оптическом резонаторе с поляризационной неоднородностью.

Учет влияния поляризационно-неоднородных элементов имеет особое значение для кольцевых резонаторов, образованных призмами полного внутреннего отражения (ПВО) [143, 145]. В идеале осевой контур такого резонатора является плоским, а амплитудно-фазовая анизотропия является линейной и определяется брюстеровскими гранями призм и сдвигом фаз при ПВО. Собственные встречные волны имеют линейные поляризации, при этом меньшими потерями обладает p -компонента вектора $\mathbf{E}$.

Основные причины искажения поляризационной структуры — это погрешности изготовления и юстировки резонатора, приводящие к неплоской деформации осевого контура, и наведенная линейная фазовая анизотропия (двулучепреломление) в материале отражателей (призм или зеркал).

Механические напряжения в призмах возникают из-за того, что призмы закрывают вакуумные каналы моноблока и под действием атмосферного давления оказываются в состоянии поперечного изгиба. С учетом фотоупругости поляризационные свойства призмы описываются совокупностью линейных фазовых пластинок, оси которых постепенно разворачиваются при смещении от центра симметрии к периферии призмы вдоль оси y (см. п. 10.4). Коэффициент поляризационной неоднородности a , зависящий от условий опирания края призмы, качества шва и нагрузки, определяется экспериментально. В качестве примера возьмем $a = 5 \cdot 10^{-3}$ рад/мм.

Эксперименты показывают, что эллиптичность на оси пучка, прошедшего напряженную призму, возникает, если плоскость, образованная осевым лучом в призме, не совпадает с центром симметрии напряжений. Данное смещение связано или с неточной юстировкой резонатора, или с нарушением симметрии напряжений из-за дефектов паяного шва вокруг призмы. Если осевой луч проходит точно в плоскости симметрии напряжений, где касательные напряжения равны нулю ($y_0 = 0$), угол эллиптичности на периферии пучка ($y = w_y \approx 0,35$ мм), достигает $6'$, при этом на противоположном крае пучка угол эллиптичности имеет такую же величину, но с обратным знаком. Поэтому для практики важен ответ на следующий вопрос: какое влияние данная поляризационная неоднородность оказывает на невзаимность встречных волн?

Решение собственной задачи по методу поляризационно-волновых матриц проводится в следующей последовательности.

1. Рассчитывается параметры основной моды оптической системы без учета поляризационной неоднородности.

2. Записывается поляризационно-волновой вектор $\mathbf{V}$, компонентами которого являются векторы Джонса мод Эрмита–Гаусса. Интенсивность паразитных мод убывает с ростом порядка. Поэтому, ограничиваясь вторым порядком, вместо (14.52) получим (транспонированный вид использован для экономии места)

$$\mathbf{V} = (\mathbf{D}_{00}, \mathbf{D}_{10}, \mathbf{D}_{01}, \mathbf{D}_{20}, \mathbf{D}_{02}, \mathbf{D}_{11})^{-1}.$$

В излучении оптического резонатора без поляризационной неоднородности отлична от нуля только одна компонента — вектор Джонса базовой моды Эрмита–Гаусса.

3. Составляется блочная поляризационно-волновая матрица каждого поляризационно-неоднородного элемента (ПНЭ) с учетом известных волновых параметров излучения, найденных ранее. С этой целью для ПНЭ записывается матрица Джонса, элементы которой являются функциями поперечных координат. Поляризационно-волновая матрица описывает взаимодействие между модами, образующими поляризационно-неоднородный лазерный пучок.

4. Записывается блочная матрица изотропных оптических промежутков между ПНЭ.

Данная матрица является диагональной, причем каждый блочный элемент представляет собой произведение единичной матрицы на коэффициент $\exp(j\phi_{mn})$, который в частном случае оптической системы без астигматизма имеет вид

$$\phi_{mn} = (m + n + 1) \arctg \left(\frac{vz}{1 + \rho z} \right).$$

Здесь $v = 2/(kw^2)$, ρ — параметры моды в начале оптического промежутка, а z — его длина. Данная матрица описывает межмодовую дисперсию.

В общем случае лазерная система может содержать также поляризационные устройства, которые для данной системы можно считать поляризационно-однородными. Такие устройства описываются диагональной поляризационно-волновой матрицей, элементы которой — матрицы Джонса.

Применим данную методику для анализа невзаимности встречных волн призмменного резонатора с *упрощенной* оптической схемой (рис. 14.5).

Пусть четыре отражателя обладают амплитудно-фазовой анизотропией призм ПВО — $T \approx 0,8707 \exp(j0,15\pi)$; фокусное расстояние отражающей поверхности в сагиттальной плоскости YOZ : $f_y = 2100$ мм;

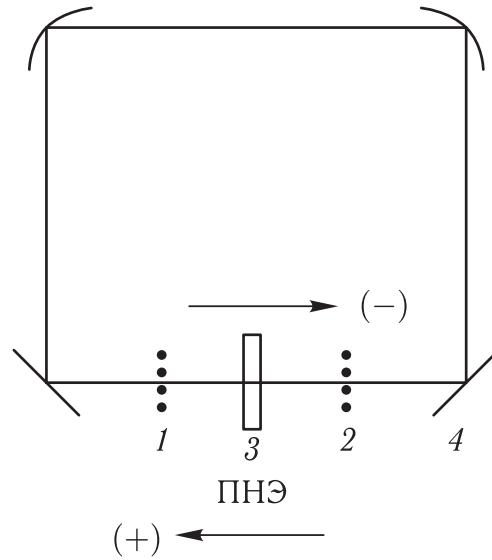


Рис. 14.5. Кольцевой резонатор с поляризационно-неоднородным элементом (ПНЭ): 1 — сечение резонатора после ПНЭ по ходу прямой волны (+); 2 — сечение после ПНЭ по ходу обратной волны (-); 3 — поляризационно-неоднородный элемент (ПНЭ); 4 — отражатель с амплитудно-фазовым коэффициентом пропускания T

плечо резонатора имеет длину $l = 110$ мм, а поляризационно-неоднородный элемент располагается посередине плеча резонатора (в перетяжке, рис. 14.5).

Элементы матрицы Джонса ПНЭ зависят от координаты. Формальное включение данной матрицы в уравнение (4.6) приводит к зависимости собственных значений, т. е. потерь и сдвига частот, от координат. Поэтому характеристики собственных волн резонатора с поляризационной неоднородностью следует находить из решения уравнения для поляризационно-волновых матриц. При этом определяется поправка к собственным значениям невозмущенного резонатора, поправка к поляризационной переменной на оси пучка и распределение эллипсометрических параметров волны, как в поперечном, так и в продольном направлении резонатора:

$$\Lambda \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{00} \\ \mathbf{D}_{01} \\ \mathbf{D}_{02} \end{pmatrix} = C_d \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I \exp(j\phi_{0y}) & 0 \\ 0 & 0 & I \exp(j2\phi_{0y}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{00}^{00} & C_{01}^{00} & 0 \\ C_{00}^{01} & I & 0 \\ C_{00}^{02} & C_{01}^{02} & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{00} \\ \mathbf{D}_{01} \\ \mathbf{D}_{02} \end{pmatrix}, \quad (14.61)$$

где

$$C_{00}^{00} = \begin{pmatrix} A_{00} & 0 \\ 0 & D_{00} \end{pmatrix}, \quad C_{01}^{00} = C_{00}^{01} = C_{01}^{02} = \begin{pmatrix} 0 & B_{01} \\ C_{01} & 0 \end{pmatrix},$$

$$C_{00}^{02} = \begin{pmatrix} A_{02} & 0 \\ 0 & D_{02} \end{pmatrix}$$

и

$$A_{02} = D_{02} = -\frac{a^2 w_{0y}^2}{16}, \quad B_{01} = C_{01} = \frac{jaw_{0y}}{2\sqrt{2}},$$

$$A_{00} = D_{00} = 1 + 2A_{02},$$

w_{0y} — радиус пучка в сечении перед ПНЭ (в перетяжке) для сагиттальной плоскости YOZ ($w_{0y} \approx 0,35$ мм); ϕ_{0y} — набег фазы моды $ТЕМ_{00}$ по отношению к моде $ТЕМ_{01}$ при циклическом обходе резонатора, который определяется шпуром циклической лучевой матрицы M_{ly} для сагиттального сечения:

$$\phi_{0y} = \arccos\left(\frac{A_y + D_y}{2}\right),$$

где A_y, D_y — диагональные элементы M_{ly} , и в нашем случае $\phi_{0y} \approx 140^\circ$.

Решение (14.61) позволяет определить поляризационную переменную для прямой волны, которая обходит резонатор по часовой стрелке, $\Gamma_1^{(+)} = jay/[1 - T^4 \exp(j\phi_{0y})]$. Таким образом, из-за ПНЭ в резонаторе возникает ортогональная s -компонента вектора **Е**, которая имеет пространственное распределение моды $ТЕМ_{01}$. Пучок вытягивается вдоль оси Y . Кроме того, в излучении присутствует мода $ТЕМ_{02}$, которая имеет p -поляризацию, как и основная мода, однако влиянием ее на состояние поляризации можно пренебречь.

Вследствие набег фаз между модами $ТЕМ_{00}$ и $ТЕМ_{01}$, образующими ПНП, оптический промежуток эквивалентен линейной фазовой анизотропии, распределенной в продольном направлении. Если отсчитывать расстояние z от перетяжки, где находится ПНЭ, то

$$\Gamma^{(+)} = jay \frac{\exp[j\phi_y(z)]}{1 - T^4 \exp(j\phi_{0y})},$$

где $\phi_y(z) = \arctg(\lambda z/\pi w_{0y}^2)$. Следовательно, эллиптичность и азимут непрерывно изменяются не только в поперечном, но и в *продольном* направлении.

На каждом отражателе $\Gamma^{(+)}(z)$ умножается на параметр амплитудно-фазовой анизотропии T , и в результате в сечении 2 (перед ПНЭ по ходу прямой волны) получаем

$$\Gamma_2^{(+)} = B_{01} T^4 \frac{\exp(j\phi_{0y}(z))}{1 - T^4 \exp(j\phi_{0y})}.$$

Для обратной волны (см. рис. 14.5) картина распределения состояния поляризации по резонатору получается симметричной относительно ПНЭ: $\Gamma_1^{(-)} = -\Gamma_2^{(+)}$ и $\Gamma_2^{(-)} = -\Gamma_1^{(+)}$.

Проведенный анализ показывает, что в отличие от обычной поляризационной невзаимности встречных волн [128, 130, 139 и т.д.],

поляризационная неоднородность приводит к тому, что разность интенсивностей встречных волн зависит от поперечных координат:

$$I^{(+)} - I^{(-)} = K a^2 y^2 \exp\left(-2 \frac{x^2}{w_x^2}\right) \exp\left(-2 \frac{y^2}{w_y^2}\right); \quad (14.62)$$

здесь коэффициент K зависит от амплитудно-фазовой анизотропии отражателей, кривизны отражающих поверхностей и оптической длины резонатора.

Поправки к собственному значению оператора Джонса, обусловленные поляризационной неоднородностью, одинаковы для встречных волн. Это означает, что отсутствует невзаимный сдвиг частот в резонаторе без активной среды. Потери пропорциональны квадрату произведения параметра анизотропии a на размер пучка w_y .

Сдвиг частот $\Delta\nu$ в призмном резонаторе, который помещен в магнитное поле H , зависит от геометрии осевого контура, параметра возмущения и от ориентации вектора магнитного поля. Индикатриса $\Delta\nu(\mathbf{H})$ в случае *однородного* магнитного поля лежит в плоскости резонатора и имеет вид восьмерки, т.е. существует направление нулевой чувствительности. Важная особенность совместного действия анизотропных призм состоит в том, что результирующий сдвиг частот зависит от распределения напряжений в призмах и может обнуляться для определенного направления $\mathbf{H}$.

Если нет искажений линейной поляризации на оси пучка (поляризационная переменная Γ_0 равна нулю), то невзаимность частот и потерь встречных волн в магнитном поле также отсутствует. Таким образом, условием взаимности встречных волн является симметрия поляризационной неоднородности относительно меридионального и сагиттального сечений гауссовых пучков в кольцевом резонаторе.

При наличии *асимметрии* поляризационной неоднородности сдвиг частот $\Delta\nu_n$ и потери собственных волн призмного резонатора, помещенного в магнитное поле H , пропорциональны произведению $B_{02}\Gamma_0 V H d$, где d — длина оптического пути во всех призмах, V — постоянная Верде, $B_{02} = a^2 w_y^2 \approx 10^{-7}$. В этом случае поляризационная неоднородность без учета активной среды дает малую добавку к уже имеющейся невзаимности встречных волн, поэтому ею можно пренебречь при вычислении $\Delta\nu_0/H$ в призмном резонаторе.

Следует отметить, что для случая частотного вырождения поперечных мод ($\phi = 0$) используемый метод неприменим (поправки резко возрастают), и требуется дополнительное исследование.

Таким образом, анализ невзаимности встречных волн в призмном резонаторе позволяет сделать следующие выводы.

1. Оптические элементы призмного резонатора формируют поляризационно-неоднородные волны со значительным перепадом значений угла эллиптичности (от $-6'$ до $+6'$) в поперечном сечении.

2. Сдвиг частот встречных волн в магнитном поле, обусловленный поляризационной неоднородностью *отсутствует*. При искажении анизотропии резонатора, например, из-за натяжений, вклад в магнитную чувствительность из-за поляризационной неоднородности пренебрежимо мал.

3. Поперечные радиусы (размеры) пучка, положение их перетяжек, а также кривизна волнового фронта встречных волн в резонаторе, обусловленные поляризационной неоднородностью, не совпадают; при наличии активной среды это может привести к нелинейной невязимости встречных волн.

Тот факт, что состояние поляризации собственных волн внутри резонатора изменяется не только скачком на поляризационных элементах, а также непрерывно в продольном направлении между ними, впервые показано в работах [317, 322].

Контрольные вопросы к главе 14

1. При каких условиях отсутствует пространственная деполяризация электромагнитного поля?

2. Что такое степень пространственной деполяризации?

3. Почему нельзя подставлять матрицу Джонса, элементы которой зависят от координат, в матричное уравнение для расчета собственных состояний поляризации оптического резонатора?

4. На какие базовые волны разбивается поляризационно-неоднородный пучок в методе поляризационно-волновых матриц?

5. Какое преобразование описывает поляризационно-волновая матрица?

6. Как выбираются параметры мод Эрмита–Гаусса, образующих поляризационно-неоднородный пучок?

7. Как изменяется продольная компонента гауссова пучка? В каком сечении пучка она максимальна, и на каком расстоянии от оси пучка?

8. Почему состояние поляризации света изменяется вдоль оси резонатора?

9. Как поляризационная неоднородность в кольцевом оптическом резонаторе приводит к невязимому смещению перетяжек встречных волн?

10. Почему состояние поляризации волн в резонаторе с поляризационной неоднородностью зависит от радиуса кривизны зеркал и расстояния между ними?

Глава 15

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ АБЕРРАЦИИ

15.1. Виды поляризационных aberrаций

Оптические системы с малой поляризационной неоднородностью имеют наибольшее значение для практики. *Поляризационные aberrации* (ПА) — это малые отклонения поляризационно-волновой структуры излучения от заданной идеальной структуры на выходе из оптического элемента. По сути дела это векторные aberrации, которые совпадают с известными волновыми aberrациями, когда отсутствуют искажения амплитуды и степени когерентности, а изменения фазы (искривления волновой поверхности) для всех компонент вектора **Е** одинаковы.

Относительно данного определения сделаем несколько важных комментариев. *Во-первых*, предполагается, что задана *идеальная поляризационно-волновая структура* прошедшей волны. В ряде случаев целесообразно в качестве идеальной выбирать поляризационную структуру поляризационно-однородной волны, у которой в соответствующем поляризационном базисе отсутствует продольная компонента.

Во-вторых, если изменения компонент вектора **Е** постоянны для всех точек поперечного сечения волны, то речь идет об искажении состояния поляризации всей волны, а не о поляризационных aberrациях, и отсутствует взаимосвязь поляризационных и волновых параметров. Напротив, поляризационные aberrации — это отклонение амплитудно-фазовых характеристик компонент вектора **Е** от своих номинальных значений, которые зависят от пространственных координат.

В-третьих, в общем случае в произвольной точке пространства волновые векторы ортогональных компонент вектора **Е** не совпадают, и в декартовой системе координат отличны от нуля все три компоненты вектора **Е**.

Термин «поляризационные aberrации» относится не только к искажению поляризационной структуры излучения при прохождении оптической поверхности, но и поляризационных элементов, таких как поляризаторы или линейно-фазовые пластинки.

В настоящее время не существует единой классификации поляризационных аберраций. Определим *семь* типов ПА следующим образом.

Амплитудные ПА — различное пропускание компонент напряженности электрического поля в зависимости от поперечных координат оптических элементов; одной из причин амплитудных ПА является несовпадение кривизны оптической поверхности с кривизной волновой поверхности падающей волны (линзы, брюстеровские пластинки — см. [10]).

Фазовые ПА — различные сдвиги фаз компонент поля, зависящие от поперечных координат (неоднородное двулучепреломление); волновые аберрации света, если они различны для компонент вектора **E**, относятся к *фазовым* поляризационным аберрациям.

Вращательные ПА — это пространственное изменение азимута, которое может быть обусловлено неоднородным естественным или магнитным вращением (неоднородное магнитное поле, неоднородная концентрация сахара).

ПА *кривизны волновой поверхности* — это искажение поляризационной структуры, обусловленное изменением кривизны волновой поверхности (сферическое зеркало, линза).

Дифракционные ПА — нарушение поляризационной структуры вследствие дифракции при ограничении размеров пучка; проявляется в том, что амплитудное распределение компонент **E** по-разному изменяется при распространении волны и для него наблюдаются различные дифракционные картины.

Астигматические ПА — нарушение поляризационной структуры, вследствие различной кривизны волновых поверхностей компонент вектора **E**; проявляется в том, что компоненты по-разному преобразуются при распространении пучка в изотропном пространстве.

Деполаризационные ПА обусловлены пространственным изменением степени поляризации.

Количественная мера поляризационных аберраций дает величину отклонения поляризационно-волновой структуры излучения от идеальной.

Излучение в оптическом тракте, обладающем поляризационными аберрациями, можно представить как векторную суперпозицию электромагнитного поля с заданной номинальной поляризационной структурой и малого по интенсивности *абerrационного*, паразитного поля, которое характеризует искажение поляризационной структуры.

В общем случае абerrационное поле описывается матрицей когерентности третьего порядка

$$J_a = \begin{pmatrix} \Delta J_{\xi\xi} & \Delta J_{\xi\eta} & \Delta J_{\xi\zeta} \\ \Delta J_{\eta\xi} & \Delta J_{\eta\eta} & \Delta J_{\eta\zeta} \\ \Delta J_{\zeta\xi} & \Delta J_{\zeta\eta} & \Delta J_{\zeta\zeta} \end{pmatrix}, \quad (15.1)$$

диагональные элементы которой суть малые по величине интенсивности проекций *абберационного* поля на координатные оси.

Если отсутствует случайная составляющая абберационного поля, то для его описания достаточно использовать *вектор поляризационных aberrаций*

$$\mathbf{D}_a = \begin{pmatrix} \Delta E_\xi \\ \Delta E_\eta \\ \Delta E_\zeta \end{pmatrix}, \quad (15.2)$$

который связан с вектором $\mathbf{D}'$ (см. (14.16)) поляризационно-неоднородного поля в каждой точке пространства соотношением

$$\mathbf{D}' = \mathbf{D}_0 + \mathbf{D}_a, \quad (15.3)$$

где $\mathbf{D}_0$ — вектор электромагнитного поля в отсутствии поляризационных aberrаций.

В случае квазиплоских поляризационно-неоднородных пучков можно пренебречь продольной составляющей ΔE_ζ абберационного поля, и ограничиться вектором

$$\mathbf{D}_a = \begin{pmatrix} \Delta E_\xi \\ \Delta E_\eta \end{pmatrix}. \quad (15.4)$$

Для этого частного случая определение поляризационной структуры абберационного поля не составляет особой трудности. Пространственные искажения поляризационной переменной, угла эллиптичности χ и азимута ψ можно описать векторными функциями: $\text{grad } \Delta \Gamma_{\xi\eta}$, $\text{grad } \Delta \chi$ и $\text{grad } \Delta \psi$.

В качестве универсальных характеристик поляризационных aberrаций удобно использовать энергетический *коэффициент поляризационных aberrаций* A и *степень поляризационных aberrаций* P_a . В данной точке пространства A равен отношению интенсивности ортогональной компоненты абберационного поля I_a^{ort} к интенсивности номинального поля I_0 , а P_a равен отношению I_a^{ort} к полной интенсивности:

$$A = \frac{I_a^{\text{ort}}}{I_0}, \quad (15.5)$$

$$P_a = \frac{I_a^{\text{ort}}}{I_a^{\text{ort}} + I_0} = \frac{A}{1 + A}.$$

Коэффициенты A и P_a не зависят от выбора поляризационного базиса.

Наряду с A , можно использовать амплитудный коэффициент поляризационных aberrаций a , который равен отношению комплексных амплитуд соответствующих компонент, так что $A = |a|^2$. Распределение в пространстве A , P_a , а также a определяет вид поляризационных aberrаций.

Если отсутствует случайная составляющая поля, то в произвольной точке вектор Джонса искаженной поляризационной структуры может быть представлен следующим образом:

$$\mathbf{D}' = U' \begin{pmatrix} 1 \\ \Gamma' \end{pmatrix} = U_0 \begin{pmatrix} 1 \\ \Gamma_0 \end{pmatrix} + U_a \begin{pmatrix} 1 \\ \Gamma_a \end{pmatrix}, \quad (15.6)$$

где U_0, Γ_0 — параметры вектора Джонса номинальной поляризационной структуры; U_a, Γ_a — параметры вектора Джонса аберрационного поля.

Из (15.6) получаем формулу для расчета a :

$$a = \frac{\Delta\Gamma}{1 + \Gamma'\Gamma_0^*} = \frac{U_0 U_a}{I_0} (\Gamma_a - \Gamma_0) = \frac{U_a (\Gamma_a - \Gamma_0)}{U_0 \sqrt{1 + |\Gamma_0|^2}}, \quad (15.7)$$

где

$$\Delta\Gamma = \Gamma' - \Gamma_0 = U_a \frac{\Gamma_a - \Gamma_0}{U'}.$$

Подходящим выбором поляризационного базиса вектор Джонса *любого* состояния поляризации поляризационно-однородного излучения, можно привести к виду

$$\mathbf{D}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (15.8)$$

что соответствует ориентации вектора $\mathbf{E}$ вдоль оси ξ собственного базиса, и номинальная поляризационная структура имеет линейную поляризацию. В собственном эллиптическом базисе выражение (15.7) преобразуется к виду

$$U'_e \begin{pmatrix} 1 \\ \Gamma'_e \end{pmatrix} = \sqrt{I_0} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + U_{ae} \begin{pmatrix} 1 \\ \Gamma_{ae} \end{pmatrix},$$

где

$$U_{ae} = U_a \frac{1 + \Gamma_a \Gamma_0^*}{\sqrt{1 + \Gamma_0 \Gamma_0^*}}, \quad \Gamma_{ae} = \frac{\Gamma_a - \Gamma_0}{1 + \Gamma_a \Gamma_0^*}.$$

Отсюда

$$A = \frac{|U_{ae}|^2 |\Gamma_{ae}|^2}{I_0}. \quad (15.9)$$

Если $|I_a|^2 \ll |I_0|^2$, то

$$a \approx \Gamma'_e \approx \frac{\Delta\Gamma}{1 + |\Gamma_0|^2}.$$

Изменения эллипсометрических параметров в результате поляризационных аберраций в эллиптическом базисе оказываются малыми: азимут $\psi \approx \text{Re } a$ и угол эллиптичности $\chi \approx \text{Im } a$.

Отметим три *частных случая* искажения исходной поляризационной структуры (15.8) при отсутствии неоднородной фазовой анизотропии ($\chi = 0$):

1) паразитная ортогональная компонента E_η зависит от первой степени поперечных координат;

2) обе компоненты абберационного поля являются функциями первой степени поперечных координат (децентрировка оптической системы);

3) ортогональная компонента E_η зависит от второй степени поперечных координат.

Возникающие искажения поляризационной структуры излучения с горизонтальной линейной поляризацией и соответствующие поляризационные структуры паразитного излучения приведены в приложении В.

В методе поляризационно-волновых матриц исходная поляризационная структура излучения представляются набором так называемых *базовых мод*. Оптическое устройство, обладающее поляризационными aberrациями, приводит к возникновению *паразитных мод* малой интенсивности по сравнению с базовыми модами, к сдвигу фаз между базовыми модами и относительному изменению их амплитуд. При распространении этих мод в пространстве поляризационная структура изменяется.

Номинальное поле *базовых мод* Эрмита–Гаусса описывается матрицей S_0 (14.49), а абберационное поле — *матрицей* S_A . Таким образом, получаем выражение для суммарного поля:

$$S = S_0 + S_A. \quad (15.10)$$

Паразитные моды находятся из сравнения поляризационно-волновых векторов на входе и выходе из оптической системы.

В качестве дополнительной интегральной характеристики поляризационных aberrаций можно использовать *коэффициент поляризационной неоднородности*, равный отношению интенсивности паразитных мод на выходе из оптической системы к интенсивности базовых мод,

$$N = \left(\sum_{m,n} I_{\delta mn} \right) / \sum_{m,n} I_{0mn}, \quad (15.11)$$

где $I_{\delta mn}$ — интенсивность паразитной моды с индексами m, n (m, n в числителе одновременно не равны 0), I_{0mn} — интенсивность базовой моды. Данный коэффициент показывает, какую долю энергии излучения составляют «паразитные» моды, описывающие поляризационные aberrации лазерного излучения.

Особое значение для поляризационно-неоднородного излучения имеют поляризационные aberrации, связанные с различным сдвигом

фаз (различной фазовой скоростью) мод Эрмита–Гаусса, образующих это излучение. По приведенной выше классификации поляризационных аберраций это *дифракционные* ПА (совокупность мод описывает пучок, у которого компоненты вектора **Е** имеют различные амплитудные распределения в поперечной плоскости), или *астигматические* ПА (ортогональные компоненты имеют различное фазовое распределение).

При распространении ПНП в однородном *изотропном* пространстве возникает ряд интересных особенностей:

- поляризационная структура излучения в общем случае разрушается;
- состояние поляризации изменяется на оси пучка;
- амплитудно-фазовые распределения ортогональных компонент вектора **Е** по разному изменяются при распространении волны;
- изменение азимута в поперечном сечении приводит к возникновению эллиптичности и наоборот;
- минимальные поляризационные аберрации наблюдаются между *сопряженными точками* оптической системы [336].

15.2. Поляризационные аберрации лазерного излучения

Поляризационные аберрации лазерного излучения можно описать как локальными, так и общими, относящимися ко всему пучку, параметрами. В каждой точке пространства локальные изменения фазы $\Delta\phi$, амплитуды ΔE компонент вектора **Е**, а также угла эллиптичности $\Delta\chi$ и азимута $\Delta\psi$ приводят к некоторым усредненным изменениям эффективного размера пучка, радиуса кривизны волнового фронта и состояния поляризации.

Аберрации угла эллиптичности и азимута можно описать отношением максимального изменения данной величины на расстоянии w от оси пучка, где интенсивность поляризационно-неоднородного излучения падает в e^2 раз: $\Delta\chi_{\max}/w$, $\Delta\psi_{\max}/w$.

Помимо изменения эллипсометрических параметров излучения в поперечном сечении, поляризационные аберрации приводят к тому, что характеристики ортогональных компонент вектора **Е** (кривизна волнового фронта и поперечные размеры пучков, положение их *перетяжек* [8, 10], смещение максимумов интенсивности в поперечном сечении) становятся различными. Применительно к основной моде устойчивого резонатора параметры поляризационных аберраций для каждой компоненты вектора **Е** связаны с малыми вариациями параметров гауссова распределения Δv , $\Delta\rho$ в меридиональных плоскостях

$X_i Z_i$ и $Y_i Z_i$ следующим образом:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta E}{|E|} &= \frac{1}{2} \Delta v_x k x^2 + \frac{1}{2} \Delta v_y k y^2, \\ \Delta \phi &= \frac{1}{2} \Delta \rho_x k x^2 + \frac{1}{2} \Delta \rho_y k y^2.\end{aligned}\quad (15.12)$$

Здесь w_x, w_y — поперечные радиусы гауссова пучка для плоскостей $X_i Z_i$ и $Y_i Z_i$, $v_{x,y} = 2/(k w_{x,y}^2)$, $k = 2\pi/\lambda$.

Общие потери излучения находятся путем расчета суммарной энергии мод Эрмита–Гаусса до и после оптического элемента, при этом потери базовой моды могут быть больше, так как энергия из нее уходит к «паразитным» модам,

$$\text{Потери} = 1 - \frac{\text{суммарная энергия всех мод на выходе}}{\text{суммарная энергия всех мод на входе}}. \quad (15.13)$$

Потери базовых мод высшего порядка могут быть как больше, так и меньше потерь мод низшего порядка, например, при прохождении линзы с бесконечно большой апертурой максимальными потерями обладает основная мода.

Лазерное излучение с *пространственной деполяризацией* можно представить набором как когерентных, так и некогерентных мод Эрмита–Гаусса с различным состоянием поляризации, амплитудой и фазой.

Рассмотрим элемент с пространственной деполяризацией, который располагается в перетяжке гауссова пучка. Соответствующая матрица Мюллера имеет вид

$$M_d = \tau \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \Pi(r) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \Pi(r) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \Pi(r) \end{pmatrix}, \quad (15.14)$$

где τ — коэффициент изотропного пропускания; $\Pi(r) = ar^2/w_0^2$ — коэффициент деполяризации, зависящий от поперечного радиуса r ; a — коэффициент поляризационной неоднородности ($a \ll 1$); w_0 — радиус лазерного пучка в перетяжке. Вектор Стокса исходного линейно поляризованного лазерного пучка,

$$\mathbf{s}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} I_0 \exp\left(-\frac{2r^2}{w_0^2}\right), \quad (15.15)$$

после элемента с пространственной деполяризацией преобразуется к следующему виду:

$$\mathbf{S}' = \tau \begin{pmatrix} 1 \\ 1 - \Pi_d \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} I(r) = \tau \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} I(r) \left(1 - a \frac{r^2}{w_0^2}\right) + \tau I(r) a \frac{r^2}{w_0^2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Здесь $I(r) = I_0 \exp(-2r^2/w_0^2)$, и излучение с пространственной деполяризацией представлено как некогерентная суперпозиция двух пучков. Первый — полностью поляризованный — запишем следующим образом:

$$\mathbf{S}_p = \tau \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} I(r) \left(1 - a \frac{r^2}{w_0^2}\right) \approx I_p(r) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (15.16)$$

где $I_p(r) = \tau I_0 \exp(-2r^2/w_p^2)$, а радиус пучка (пятна генерации) w_p уменьшился за счет перехода части излучения в пространственно-неполяризованное состояние, $w_p \approx w_0(1 - a/2)$. Неполаризованная часть прошедшего излучения описывается совокупностью трех когерентных между собой мод Эрмита–Гаусса TEM_{00} , TEM_{20} , TEM_{02} с радиусом пучка w_0 .

Степень деполяризации прошедшего излучения определяется отношением интенсивности непляризованной части излучения к интенсивности всего излучения:

$$D(r) = 1 - P(r) \approx a \frac{r^2}{w_0^2}, \quad (15.17)$$

и возрастает к периферии пучка; $P(r)$ — степень поляризации.

На расстоянии z от перетяжки, где располагается деполяризатор, обе части излучения имеют также различный радиус пучка, при этом степень деполяризации зависит не только от поперечной координаты r , но и от продольной z :

$$D(r, z) \approx a \frac{r^2}{w^2(z)},$$

где $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (v_0 z)^2}$, $v_0 = \lambda/(\pi w_0^2)$.

Таким образом, в оптической системе с элементами, поляризационные или деполяризационные параметры которых зависят от поперечных координат, лазерное излучение может быть описано совокупностью мод Эрмита–Гаусса с различной поляризацией, амплитудой и степенью взаимной когерентности.

Можно сделать несколько замечаний относительно поляризационно-неоднородного лазерного излучения:

- поляризационная пространственная структура лазерного излучения не сохраняется при распространении даже в однородном изотропном пространстве, что объясняется сдвигом фаз между модами различного порядка, образующими данное излучение;

- степень поляризации связана с волновыми параметрами (радиусом кривизны волнового фронта и поперечным радиусом пучка) и, также как эллипсометрические параметры, непрерывно изменяется не только в поперечном, но и в продольном направлениях;

- перетяжки ортогональных компонент и размер пятна не совпадают, что приводит к увеличению общего поперечного размера пучка в перетяжке;

- искажение эллипсометрических параметров зависит от того, в каком сечении пучка образуется поляризационная структура: наименьшие aberrации наблюдаются при формировании поляризационной структуры (ПС) в дальней зоне, $z \gg \pi w_0^2/\lambda$, а максимальные поляризационные aberrации — при формировании ПС в ближней зоне, $z \leq \pi w_0^2/\lambda$.

15.3. Поляризационные aberrации на оптической поверхности

Рассмотрим поляризационные aberrации пучка света на оптической поверхности. Пучок предполагают симметричным, так что можно ввести понятие *осевого луча*. Для фиксации точки пространства и определения компонент вектора **E** необходимо использовать несколько систем координат.

Декартову систему координат $X_i Y_i Z_i$ свяжем с осевым лучом падающего излучения (i — индекс падающего излучения): ось Z_i направлена вдоль осевого луча, ось X_i лежит в меридиональной плоскости, совпадающей с плоскостью падения осевого луча на оптическую поверхность, ось Y_i перпендикулярна этой плоскости. Аналогично задается система координат $X_t Y_t Z_t$ для прошедшего излучения (t — индекс прошедшего излучения). Вспомогательная система координат $X_0 Y_0 Z_0$ в точке пересечения осевого луча с оптической поверхностью определяется так, как показано на рис. 15.1, причем ось Z_0 направлена по направлению внутренней нормали **N** к оптической поверхности.

Положение точки O_i волновой поверхности фиксируется углами β_i и ϑ_i , причем угол β_i — угол между волновой нормалью в точке O_i и ее проекцией на плоскость $X_i Z_i$, а ϑ_i — угол между проекцией волновой нормали и осью Z_i (см. рис. 15.1).

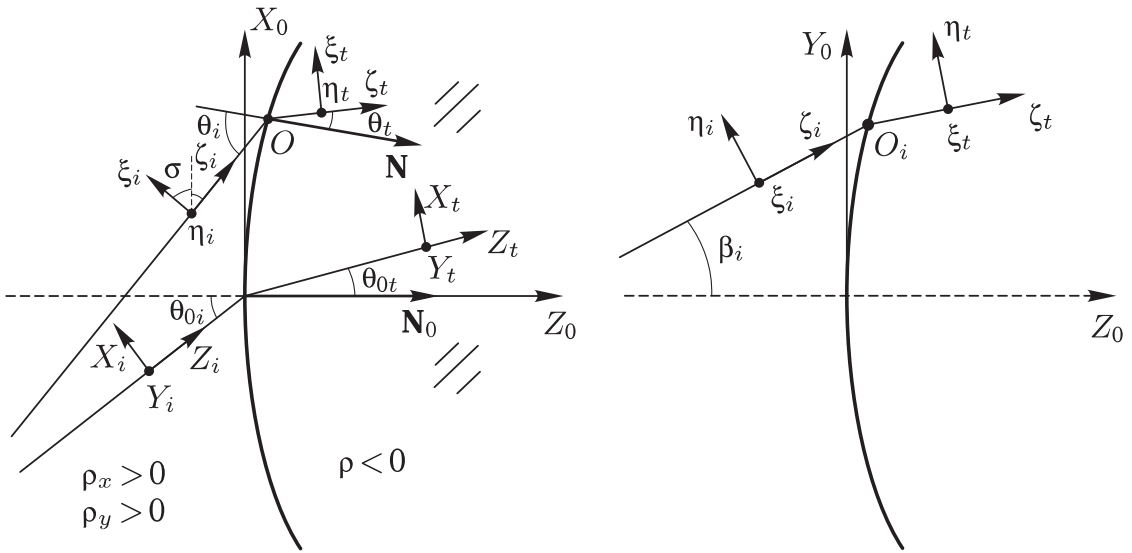


Рис. 15.1. Поляризационные аберрации оптической поверхности: ρ_x , ρ_y — кривизна волновой поверхности в меридиональных плоскостях X_iY_i и Y_iZ_i , соответственно; ρ — кривизна оптической поверхности

Введем локальную систему координат $\xi_i\eta_i\zeta_i$ в каждой точке волновой поверхности падающего излучения следующим образом: ось ζ_i совпадает с вектором волновой нормали; оси ξ_i и η_i лежат в касательной плоскости к волновой поверхности в данной точке, ось ξ_i параллельна плоскости X_iZ_i , а плоскость $\zeta_iO_i\eta_i$ перпендикулярна плоскости X_iZ_i . Аналогично задается система координат $\xi_t\eta_t\zeta_t$ для прошедшего излучения.

Зададим угол θ_0 между осевым лучом падающего пучка и нормалью $\mathbf{N}$ в точке падения осевого луча на поверхность, а также угол σ_i между проекцией оси ζ_i на плоскость X_iZ_i и осью Z_0 , который связан соотношением $\sigma_i = \theta_0 + \vartheta_i$ с углами θ_0 и ϑ_i .

Правило знаков зададим следующим образом: углы ϑ_i , β_i и σ_i , θ_0 отсчитывают от осей Z_i и Z_0 соответственно против часовой стрелки. Радиусы кривизны волновой или оптической поверхности считаются положительными, если центр кривизны находится слева от вершины, т. е. в стороне, противоположной направлению распространения волны.

В системе координат $X_0Y_0Z_0$ векторы ζ_i и $\mathbf{N}$ определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \zeta_i &(\cos \beta_i \sin \sigma_i, \sin \beta_i, \cos \beta_i \cos \sigma_i), \\ \mathbf{N} &(-x_0\rho, -y_0\rho, -\sqrt{1 - r^2\rho^2}), \end{aligned}$$

где $r^2 = x_0^2 + y_0^2$. В качестве поляризационных базисов используем системы координат (см. рис. 15.1): $X_iY_iZ_i$ и $\xi_i\eta_i\zeta_i$ — для падающего излучения, $X_tY_tZ_t$ и $\xi_t\eta_t\zeta_t$ — для прошедшего излучения.

При определении матрицы Джонса оптической поверхности ключевыми понятиями являются:

— угол падения θ_i , который образован нормалью $\mathbf{N}$ к оптической поверхности в точке (x_0, y_0, z_0) и *обратным* направлением волновой нормали, т. е. вектором $\boldsymbol{\zeta}_i$;

— плоскость падения, которая образуется векторами $\mathbf{N}$ и $\boldsymbol{\zeta}_i$;

— угол α_i между осью $\boldsymbol{\xi}_i(\cos \sigma_i, 0, -\sin \sigma_i)$ и плоскостью падения, который отсчитывается от оси $\boldsymbol{\xi}_i$ против часовой стрелки, если смотреть навстречу оси $\boldsymbol{\zeta}_i$. Этот угол позволяет соотнести вектор $\mathbf{E}$ падающего излучения, заданный своими проекциями на оси $\boldsymbol{\xi}_i$ и $\boldsymbol{\eta}_i$, с плоскостью падения и разложить его на перпендикулярную E_{si} и параллельную E_{pi} компоненты;

— угол α_t между осью $\boldsymbol{\xi}_t(\cos \sigma_t, 0, -\sin \sigma_t)$ и плоскостью падения, который отсчитывается от оси $\boldsymbol{\xi}_t$ против часовой стрелки, если смотреть навстречу оси $\boldsymbol{\zeta}_t$. Этот угол позволяет соотнести вектор $\mathbf{E}$ прошедшего излучения, заданный своими проекциями на оси $\boldsymbol{\xi}_t$ и $\boldsymbol{\eta}_t$, с плоскостью падения и разложить его на перпендикулярную E_{st} и параллельную E_{pt} компоненты;

— угол кручения α плоскости падения, равный разности $\alpha_i - \alpha_t$.

Каждая точка оптической поверхности характеризуется развернутым частичным поляризатором и малым вращателем α , отражающим изменение кривизны волновой поверхности. Соответствующая матрица Джонса имеет вид

$$T = \sqrt{n\Pi} \begin{pmatrix} \cos \alpha_t & \sin \alpha_t \\ -\sin \alpha_t & \cos \alpha_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_p & 0 \\ 0 & T_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha_i & \sin \alpha_i \\ -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{pmatrix}, \quad (15.18)$$

где $T_p(\theta_i)$ и $T_s(\theta_i)$ — амплитудные коэффициенты пропускания для данной точки поверхности; n — относительный показатель преломления; $\Pi(x, y, z)$ — коэффициент анаморфизма, равный $\cos \theta_t / \cos \theta_i$, который описывает изменение направления вектора Пойнтинга вдоль оптической поверхности, θ_i и θ_t — углы падения и преломления.

В системе координат $X_0 Y_0 Z_0$, связанной с вершиной оптической поверхности, угол падения θ_i определяется произведением компонент векторов $\mathbf{N}$ и $\boldsymbol{\zeta}_i$:

$$\cos \theta_i = \cos \beta_i \sin \sigma_i(x_0 \rho) + \sin \beta_i(y_0 \rho) + \sqrt{1 - r^2 \rho^2} \cos \beta_i \cos \sigma_i, \quad (15.19)$$

где ρ — кривизна оптической поверхности.

Как правило, интерес представляют три частных случая, при которых выражения для θ_i , а также α_i упрощаются. Это большие углы падения осевого луча θ_0 (наклонное падение лазерного пучка на оптическую грань призмы), малые углы падения (линза с децентрировкой) и нормальное падение $\theta_0 = 0$ (линза).

В первом случае при малых β и ϑ ($\Delta\theta \ll \operatorname{tg} \theta_0$) находим

$$\Delta\theta = \theta_i - \theta_0 \approx x_0 (\rho_x \cos \theta_0 - \rho) + y_0^2 \frac{\operatorname{ctg} \theta_0}{2} \left(\rho_y^2 + \rho^2 - \frac{2\rho_y \rho}{\cos \theta_0} \right),$$

$$\alpha_i \approx \operatorname{ctg} \theta_0 \left(\rho_y - \frac{\rho}{\cos \theta_0} \right) y_0.$$

Если угол θ_0 равен нулю, что соответствует нормальному падению на оптическую поверхность, имеем

$$\Delta\theta = \theta_i = \sqrt{(\rho_x - \rho)^2 x_0^2 + (\rho_y - \rho)^2 y_0^2},$$

$$\alpha_i = \operatorname{arctg} \left(\frac{y_0}{x_0} \right).$$

Заметим, что в данном случае удобнее переходить в радиальный поляризационный базис.

Пусть в системе координат $X_i Y_i Z_i$ заданы компоненты E_{xi} , E_{yi} и E_{zi} в каждой точке пространства. Последовательность расчета в общем случае такова.

1. Определяем направление волновой нормали падающего излучения в каждой точке оптической поверхности и, соответственно, ориентацию поляризационного базиса $\xi_i \eta_i \zeta_i$, а также угол вращения α_i и угол падения θ_i . Аналогичные расчеты проводим для прошедшего излучения.

2. Находим компоненты $E_{\xi i}$ и $E_{\eta i}$.

3. Умножая на матрицу Джонса, находим компоненты $E_{\xi t}$ и $E_{\eta t}$ излучения, прошедшего оптическую поверхность, в системе координат $\xi_t \eta_t \zeta_t$.

4. В соответствии с (14.15), определяем все три компоненты E_{xt} , E_{yt} и E_{zt} прошедшего излучения. Связь между поправками к поляризационным переменным, обусловленными поляризационными аберрациями, имеет вид

$$\Delta\Gamma_{xy} = \Delta\Gamma_{\xi\eta} \frac{\cos \vartheta}{\cos \beta}.$$

Таким образом, при прохождении пучка через оптическую поверхность наблюдаются амплитудные поляризационные аберрации и ПА кривизны волновой поверхности. На расстоянии от поверхности возникают дифракционные ПА и астигматические ПА.

15.4. Поляризационные аберрации линзы

Для света, распространяющегося вдоль оптической оси, одиночная тонкая линза представляет собой совокупность частичных поляризаторов, отношение пропускания по осям которых непрерывно увеличивается от центра к периферии, а ось с большим пропусканием ориентирована вдоль поперечного радиуса линзы r . Плоскость падения луча располагаются вдоль этого радиуса (рис. 15.2).

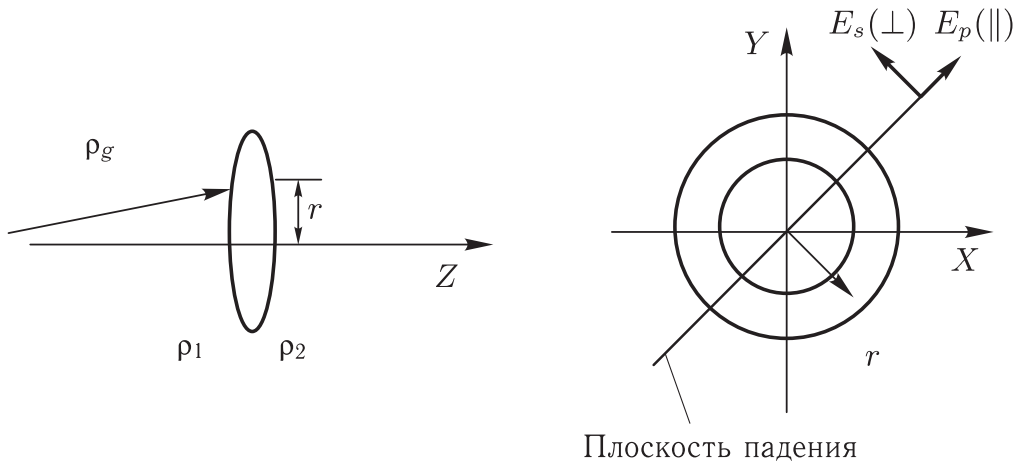


Рис. 15.2. Тонкая линза: ρ_g — кривизна волнового фронта падающего излучения; ρ_1, ρ_2 — кривизна оптических поверхностей линзы

Вектор $\mathbf{E}$ падающего на линзу луча разложим на компоненты $E_p(\parallel)$ и $E_s(\perp)$ относительно плоскости падения луча на линзу, согласно рис. 15.2. После прохождения линзы соотношение между этими компонентами изменится в пользу E_p за счет большего пропускания. Изменение состояния поляризации луча после прохождения тонкой линзы определяется из выражения

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \Gamma' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \Gamma \end{pmatrix}, \quad (15.20)$$

где $\Gamma = E_s/E_p$ — поляризационная переменная, описывающая состояние поляризации луча в базисе p, s ; $T = \cos(\theta_{i1} - \theta_{t1}) \cos(\theta_{i2} - \theta_{t2})$; θ_{i1}, θ_{t1} — углы падения и преломления луча на первую поверхность линзы, а θ_{i2}, θ_{t2} — углы падения и преломления луча на вторую поверхность линзы.

Пропускание радиальной компоненты поля вначале возрастает от центра линзы к периферии, а затем резко уменьшается при углах падения близких к 90° . Пропускание компоненты E_x падающего излучения возрастает вдоль оси X и уменьшается вдоль оси Y , при этом разворот плоскости падения приведет к возникновению компоненты E_y .

Различное пропускание по радиальному и азимутальному направлениям приводит к амплитудным поляризационным aberrациям, и с этой точки зрения линза эквивалентна *радиальному поляризатору*. Пусть ψ_i — угол между большой полуосью эллипса поляризации и плоскостью падения падающего луча (азимут поляризации). Аналогично определим азимут прошедшего луча ψ_t . Поляризационные aberrации линзы приводят к разности $\Delta\psi = \psi_t - \psi_i$, которая весьма мала при $t = 1 - T \ll 1$ и достигает максимума, когда плоскость колебаний составляет угол 45° с плоскостью падения, т. е. $\psi_i = 45^\circ$.

Относительные поляризационные потери луча находятся при $t \ll 1$ из приближенного выражения

$$A \approx \frac{2t |\Gamma|^2}{1 + |\Gamma|^2}. \quad (15.21)$$

Максимальные потери $A = 2t$ возникают при $|\Gamma| \rightarrow \infty$ ($E_p = 0$).

Получим выражение для поляризационно-волновой матрицы тонкой линзы. Для этого необходимо записать матрицу, которая описывает преобразование компонент вектора $\mathbf{E}$ моды Эрмита–Гаусса с радиусом кривизны ρ_g на входе в линзу. В радиальном базисе p, s данная матрица имеет вид

$$T = \sqrt{\Pi_1 \Pi_2} \begin{pmatrix} T_{p1} T_{p2} & 0 \\ 0 & T_{s1} T_{s2} \end{pmatrix}, \quad (15.22)$$

где $\Pi_1 = \cos \theta_{t1} / \cos \theta_{i1}$, $\Pi_2 = \cos \theta_{t2} / \cos \theta_{i2}$ — коэффициенты анаморфизма для входной (первой) и выходной (второй) оптической поверхности линзы; θ_{i1} , θ_{t1} — углы падения и преломления для точки входной поверхности, задаваемой поперечным радиусом r (аналогично определяются углы θ_{i2} , θ_{t2} для выходной поверхности). Коэффициенты Π_1 , Π_2 являются функциями r , ρ_g , кривизны ρ_1 входной и кривизны ρ_2 выходной поверхностей линзы.

Амплитудные коэффициенты пропускания находятся из формул Френеля (6.1):

$$\begin{aligned} T_{p1} &= \frac{2}{n + \Pi_1}, & T_{p2} &= \frac{2}{n^{-1} + \Pi_2}, \\ T_{s1} &= \frac{2}{1 + n\Pi_1}, & T_{s2} &= \frac{2}{1 + n^{-1}\Pi_2}. \end{aligned} \quad (15.23)$$

где n — показатель преломления материала линзы.

Если ограничиться вторым порядком малых величин $r\rho_1$, $r\rho_2$ и $r\rho_g$, то в радиальном базисе вместо точного выражения (15.22) можно получить приближенное:

$$T \approx T_0^2 \begin{pmatrix} 1 + ar^2 & 0 \\ 0 & 1 - ar^2 \end{pmatrix}. \quad (15.24)$$

Здесь

$$T_0^2 = \frac{4n}{(1+n)^2}, \quad a = \frac{(n-1)^2}{4n^2} \left\{ (\rho_1 - \rho_g)^2 + [n(\rho_2 - \rho_1) + (\rho_1 - \rho_g)]^2 \right\},$$

а коэффициент T_0 описывает так называемые френелевские потери на оси линзы; $ar^2 \ll 1$.

В (15.24) принято следующее *правило знаков*: кривизна волновой и оптической поверхности считается положительной, если выпуклость поверхности обращена в сторону распространения волны (центр кривизны находится в области, откуда исходит волна). При $\rho_1 = \rho_2 = 0$

(15.24) соответствует тонкой плоскопараллельной пластинке, расположенной перпендикулярно осевому лучу.

Матрица (15.24) тонкой линзы в поляризационном базисе XU с учетом $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$ преобразуется к виду

$$\begin{aligned} T &= T_0^2 \begin{pmatrix} 1 + a(x^2 - y^2) & 2axy \\ 2axy & 1 - a(x^2 - y^2) \end{pmatrix} = \\ &= T_0^2 \begin{pmatrix} 1 + ar^2 \cos 2\varphi & ar^2 \sin 2\varphi \\ ar^2 \sin 2\varphi & 1 - ar^2 \cos 2\varphi \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (15.25)$$

Поляризационно-волновая матрица (ПВМ) тонкой линзы формируется из (15.25):

$$\begin{aligned} C_n &= \begin{pmatrix} C_{00} & 0 & 0 & 0 \\ C_{20} & I & 0 & 0 \\ C_{02} & 0 & I & 0 \\ C_{11} & 0 & 0 & I \end{pmatrix}, \\ C_{00} &= \begin{pmatrix} A_{00} & 0 \\ 0 & D_{00} \end{pmatrix}, \quad C_{20} = \begin{pmatrix} A_{20} & 0 \\ 0 & D_{20} \end{pmatrix}, \\ C_{02} &= \begin{pmatrix} A_{02} & 0 \\ 0 & D_{02} \end{pmatrix}, \quad C_{11} = \begin{pmatrix} 0 & B_{11} \\ C_{11} & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (15.26)$$

где

$$\begin{aligned} A_{00} &= 1 + 2A_{20} + 2A_{02}, \quad A_{20} = -A_{02} = -D_{20} = D_{02} = aw^2/8, \\ B_{11} &= C_{11} = aw^2/4, \end{aligned}$$

I — единичная матрица, а w — поперечный радиус гауссова пучка перед тонкой линзой. ПВМ (15.26) осуществляет преобразование поляризационно-волнового вектора $\mathbf{S} = (\mathbf{D}_{00}, \mathbf{D}_{20}, \mathbf{D}_{02}, \mathbf{D}_{11})^{-1}$ падающего излучения (для компактности этот вектор записан в транспонированном виде).

Пусть на линзу падает гауссов пучок (основная мода) с горизонтальной линейной поляризацией ($\Gamma_{yx} = 0$). Заданы параметры пучка ρ_g и w в сечении перед линзой и кривизна оптических поверхностей линзы $\rho_2 = -\rho_1 = \rho$. В прошедшем излучении наблюдается три паразитных моды: TEM_{20} , TEM_{02} , обладающие той же горизонтальной поляризацией, и ортогонально поляризованная мода TEM_{11} . Мода TEM_{11} обуславливает пространственную поляризационную структуру, показанную на рис. 15.3.

Состояние поляризации в поперечном сечении пучка непосредственно за линзой остается линейным, но азимут ψ уже не равен нулю, кроме плоскостей XZ и YZ : $\psi = 2axy$.

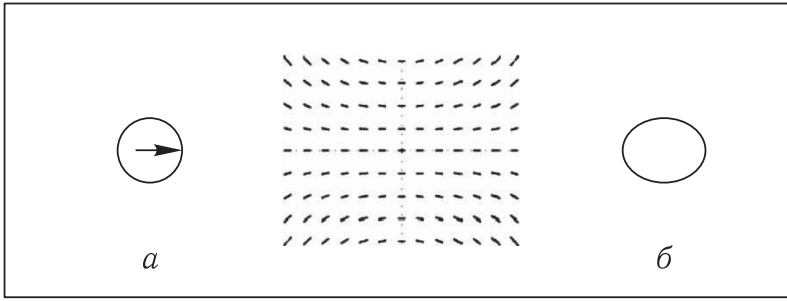


Рис. 15.3. Форма и поляризационная структура лазерного пучка на входе (а) и на выходе (б) из системы

Возникновение двух мод второго порядка TEM_{20} , TEM_{02} приводит к характерному *удлинению формы* лазерного пучка в направлении плоскости колебаний $\mathbf{E}$, т.е. компонента E_x прошедшего света становится эллиптическим по форме гауссовым пучком, который вытягивается в направлении основной поляризации — вдоль оси X , $v'_{y,x} = v \pm 2a/k$. Это связано с общим увеличением пропускания излучения, вектор $\mathbf{E}$ которого лежит в плоскости падения XZ .

Для тонкой линзы фазовая аберрация прошедшего излучения отсутствует, а относительная амплитудная аберрация возрастает от центра к периферии,

$$\frac{\delta E_p}{|E_p|} = a_2(x^2 - y^2). \quad (15.27)$$

Радиально-поляризованный пучок (РП-пучок) и азимутально-поляризованный пучок (АП-пучок) проходят линзу без искажений состояния поляризации. Если на линзу падает TEM_{10} , то на выходе имеем паразитные моды TEM_{01} , TEM_{12} , TEM_{21} , TEM_{30} . Линза с децентрировкой характеризуется уже другим набором паразитных мод.

Потери α_{mn} поперечных мод (m, n — индексы мод) на линзе (без учета ее апертуры) *уменьшаются* с ростом порядка, поскольку при наклонном падении волны на оптическую поверхность потери меньше, и моды с более широким амплитудным распределением получают преимущество:

$$\begin{aligned} \alpha_{00} &= 1 - T_0^2, & \alpha_{01} &= 1 - T_0^2(1 + aw^2), \\ \alpha_{02} &= 1 - T_0^2(1 + 2aw^2). \end{aligned} \quad (15.28)$$

Поляризационные потери РП-пучка на линзе меньше, чем потери основной гауссовой моды (гауссова пучка), и меньше потерь АП-пучка.

Определим поляризационную структуру излучения в фокальной плоскости тонкой плосковыпуклой линзы, поперечный размер которой ограничен диафрагмой: $r \leq a$. Выберем следующие значения: показатель преломления $n = 2$, фокусное расстояние $f = 6$ мм, $a = 3$ мм (рис. 15.4). Используем полярную систему координат: r, φ , причем $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$. Пусть на линзу падает плоская линейно поля-

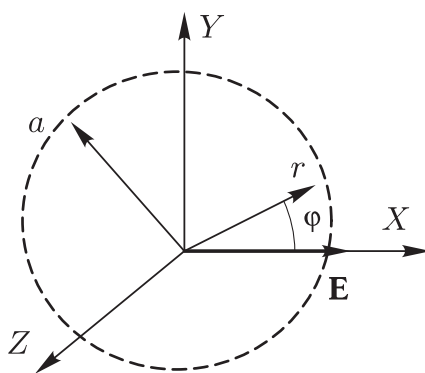


Рис. 15.4. Системы координат, связанные с линзой

ризованная волна, причем вектор $\mathbf{E}$ расположен в плоскости XOZ , $E_y = 0$.

В данном случае оптический тракт состоит из одного ПНЭ (линза) и оптического промежутка длиной $z \approx f$, при этом отсутствует астигматизм падающего пучка: $w_x = w_y$.

Излучение после линзы становится поляризационно-неоднородным. Компоненту E_x поля, прошедшего линзу, представим в виде 36 мод Эрмита–Гаусса с четными индексами (моды с нечетными индексами пропадают вследствие радиальной симметрии). При $M = N = 12$ имеем $w_x = w_y \approx a/3,3 \approx 0,9$ мм. Поляризационно-волновая матрица линзы имеет размер 6×6 и находится по методике, изложенной в п. 14.6. Поскольку все моды имеют одинаковую кривизну волновой поверхности, то матрица (15.22) для них одинакова. Моды, образующие поляризационно-неоднородный пучок, с суммой индексов, отличающихся на 2, в фокальной плоскости линзы складываются в противофазе. Результат численных расчетов приведен на рис. 15.5–15.7.

Поляризационные амплитудные aberrации приводят к тому, что на выходе из линзы интенсивность $I_x(r, 0)$ возрастает вдоль оси X больше, чем $I_x(r, \pi/2)$ вдоль оси Y . В результате, распределение интенсивности в фокальной плоскости линзы также оказывается различным: полуширина зависимости $I_x(r, 0)/I_x(0)$ (кривая 1 на рис. 15.5) меньше полуширины $I_x(r, \pi/2)/I_x(0)$ (кривая 2). Кривая 3 соответствует дифракции плоской волны без учета поляризационных aberrаций $I_0(r) = J_1(kar/f)$, где J_1 — функция Бесселя первого рода.

Распределение интенсивности продольной компоненты поля в фокальной плоскости линзы показано на рис. 15.6 в виде $I_z(r)/I_x(0)$. Отношение энергии продольной компоненты к энергии поперечной x -компоненты увеличивается с ростом a/f . На рис. 15.7 показано распределение $I_y(r, \phi)/I_x(0)$.

Таким образом, пучок становится астигматичным, *размер пучка в фокусе зависит от состояния поляризации падающего излучения*. Существуют два фактора, искажающих распределение общей

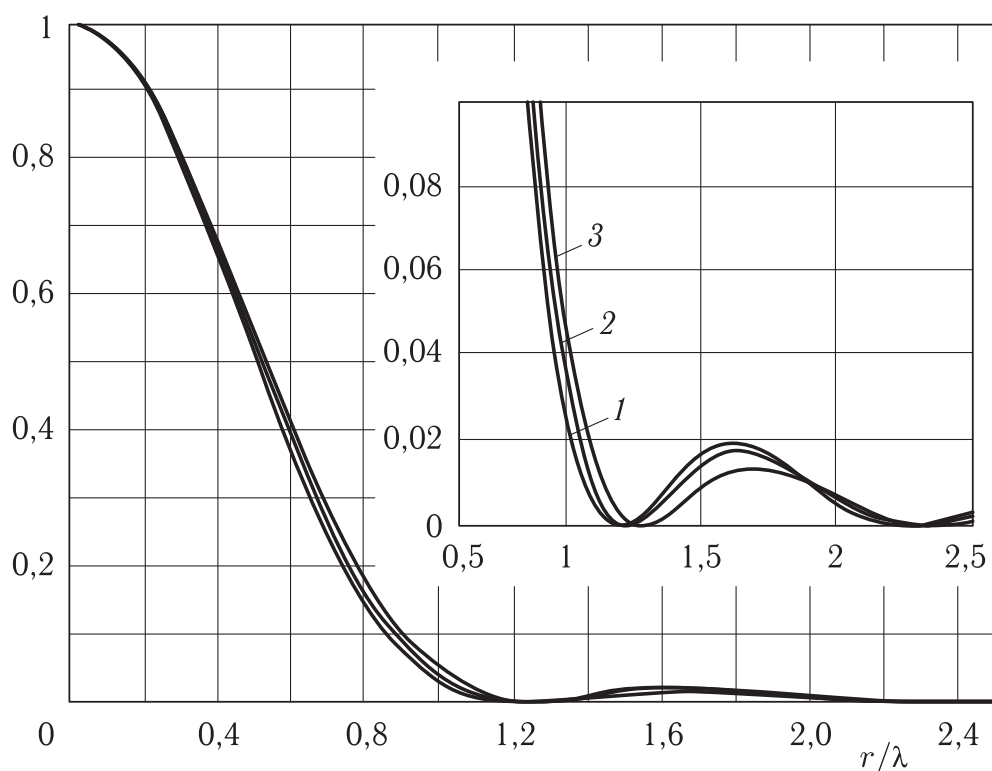


Рис. 15.5. Распределение интенсивности в фокальной плоскости линзы, обладающей поляризационными aberrациями, при двух различных значениях угла $\varphi = 0$, $\varphi = \pi/2$ и эталонное распределение интенсивности при дифракции на круглом отверстии: 1 — $I_x(r, 0)/I_x(0)$; 2 — $I_x(r, \pi/2)/I_x(0)$; 3 — $I_0(r) = J_1(kar/f)$

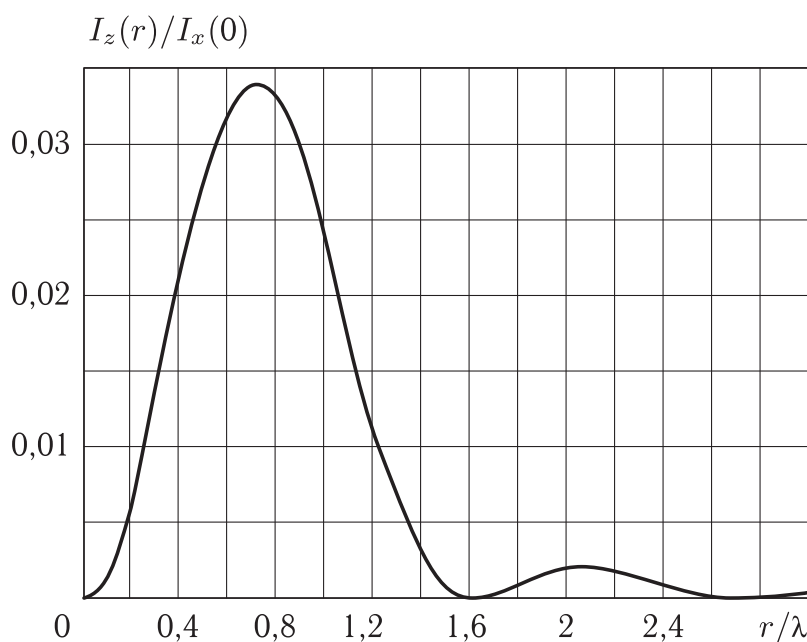


Рис. 15.6. Зависимость относительной интенсивности продольной компоненты $I_z(r)/I_x(0)$ от относительного расстояния до оптической оси

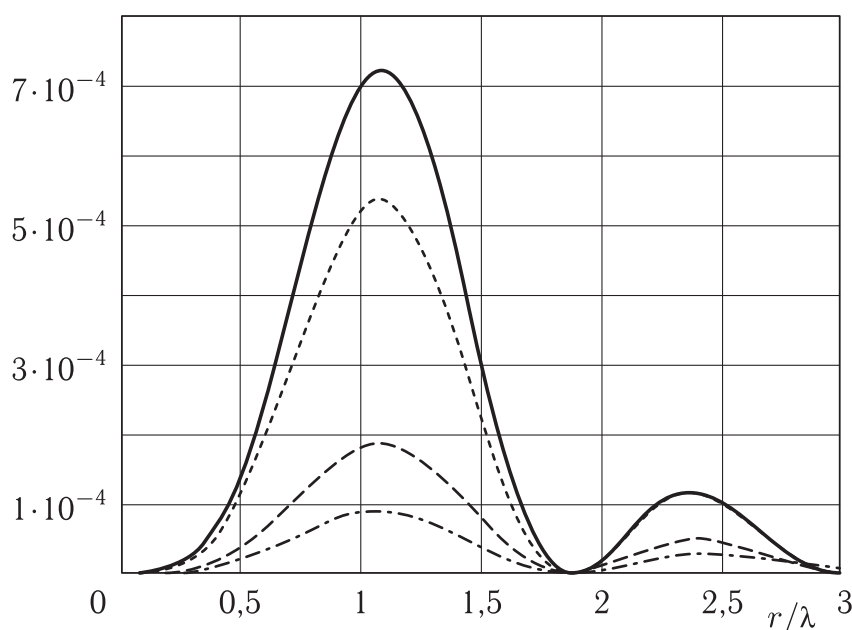


Рис. 15.7. Зависимость $I_y(r, \varphi)/I_x(0)$ от относительного расстояния до оптической оси: сплошная линия — $\varphi = \pi/4$; точки — $\varphi = \pi/6$; штрихи — $\varphi = 0,417\pi$; штрих-пунктир — $\varphi = \pi/18$

интенсивности в фокусе: уширение за счет вытянутой формы пятна продольной компоненты относительно вектора **Е** и сужение, вследствие амплитудных поляризационных aberrаций.

В фокальной плоскости азимут вектора **Е** зависит от поперечных координат, а при удалении от фокуса возникает эллиптичность. Интересно, что в случае прямоугольной диафрагмы, когда вектор **Е** падающего излучения не параллелен ни одной из сторон диафрагмы, азимут излучения изменяется даже на оптической оси ($r = 0$), несмотря на то, что в этом случае коэффициенты пропускания для обеих компонент поля совпадают.

Итак, нами рассмотрены поляризационные aberrации линейно поляризованной волны в фокальной области линзы. Поляризационная структура в этом случае определяется несколькими видами ПА: амплитудными ПА (различное пропускание компонент), вращательными ПА (разворот плоскости падения) и дифракционными ПА (различная дифракционная картина, вследствие различных амплитудных распределений компонент после линзы).

Рассмотрим теперь поляризационную структуру поля, которая формируется в фокальной области линзы при падении *неполяризованной* плоской волны. Пусть это будет тонкая плосковыпуклая линза, поперечный размер которой ограничен диафрагмой (рис. 15.8): $r \leq a$, при этом выберем следующие значения параметров оптической системы: показатель преломления $n = 1,6$, фокусное расстояние $f = 10$ мм, $a = 3$ мм.

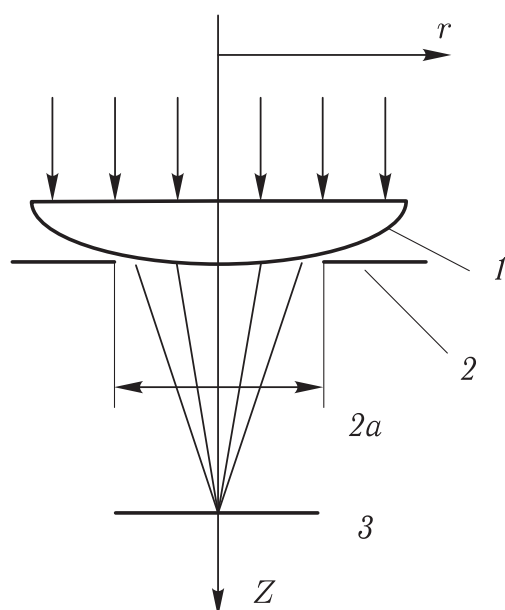


Рис. 15.8. К определению поляризационной структуры поля при падении на линзу неполяризованной волны: 1 — плосковыпуклая линза; 2 — диафрагма; 3 — фокальная плоскость линзы, вблизи которой наблюдается дифракционная картина

Вектор $\mathbf{E}$ разложим на радиальную компоненту E_r , направленную вдоль радиуса r , и ортогональную ей, азимутальную компоненту E_a , направленную по касательной к концентрической окружности. В падающей неполяризованной волне в каждой точке поля эти компоненты равны по интенсивности и некогерентны. После прохождения линзы свет становится частично поляризованным, поскольку пропускание компоненты E_r возрастает от центра линзы к периферии вдоль r , а компоненты E_a уменьшаются.

После прохождения линзы излучение может быть описано суперпозицией полностью поляризованной волны с нулевой интенсивностью в центре (радиально-поляризованный пучок) и неполяризованной волны. Каждую из ортогональных компонент вектора $\mathbf{E}$ в плоскости за линзой представим в виде когерентной совокупности мод Эрмита–Гаусса. Для неполяризованной волны эти компоненты равны по интенсивности и некогерентны. Если максимальный порядок мод равен $N = 12$, то $w_x = w_y \approx a/\sqrt{N + 1/2} \approx 0,85$ мм.

В фокальной плоскости линзы векторы $\mathbf{E}$ мод с суммой индексов, отличающихся на 2, складываются в противофазе. Во всех остальных точках пространства необходимо учитывать сдвиг между модами различного порядка, зависящий от расстояния до линзы. Индексы мод, интенсивность которых отлична от нуля, для неполяризованной и полностью поляризованной частей излучения не совпадают. Каждая мода по отдельности полностью поляризована, при этом матрица вза-

модель (14.57) не является диагональной, ее элементы равны нулю или единице.

Результаты расчета представлены на рис. 15.9, 15.10, причем интенсивность компонент нормируется по максимальному значению интенсивности неполяризованной части излучения $I_n(0)$ в фокусе линзы $z = f$.

В определенных точках фокальной области излучение становится полностью или частично поляризованным, поскольку дифракционные минимумы поляризованной и неполяризованной частей излучения не совпадают как в поперечном r (см. рис. 15.9), так и продольном на-

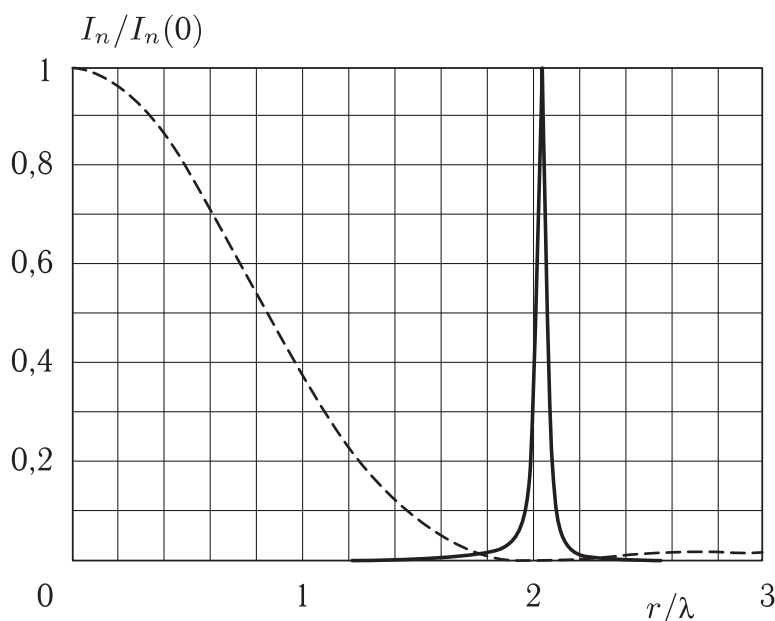


Рис. 15.9. Зависимость относительной интенсивности $I_n/I_n(0)$ неполяризованной части излучения (штриховая линия) и степени поляризации P (сплошная линия) от расстояния до оптической оси в фокальной плоскости линзы

правлении z (см. рис. 15.10). Эти точки образуют поверхность вокруг фокуса линзы.

Продольная компонента неполяризованной части излучения определяется совокупностью мод нечетного порядка. Ее интенсивность I_{nz} имеет схожее распределение с интенсивностью I_p поляризованной части излучения в фокальной плоскости линзы (рис. 15.11).

Проведенные исследования показывают, что в фокальной области линзы с учетом амплитудных поляризационных aberrаций поле является существенно поляризационно-неоднородным, при этом степень поляризации изменяется в пространстве, достигая единицы. Это обусловлено тем, что дифракционные минимумы поляризованной и неполяризованной частей излучения не совпадают.

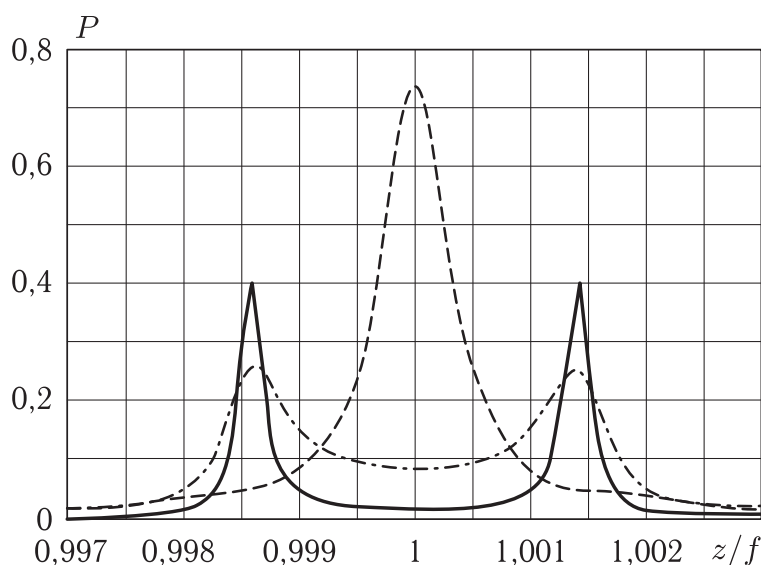


Рис. 15.10. Зависимость степени поляризации излучения от относительного расстояния до фокуса линзы при различном расстоянии до оптической оси: $r = 0,5\lambda$ — сплошная линия; $r = \lambda$ — штрихпунктирная линия; $r = 1,7\lambda$ — пунктирная линия

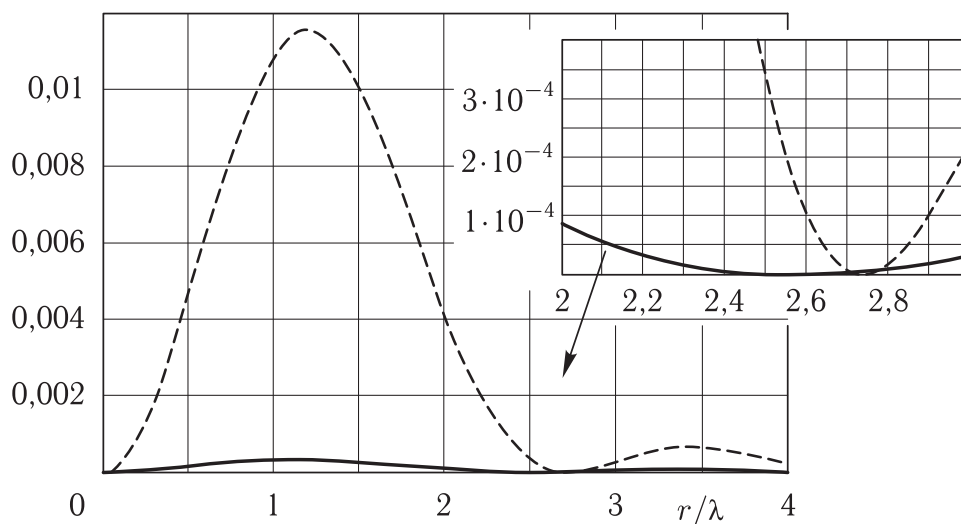


Рис. 15.11. Зависимость относительной интенсивности продольной компоненты неполяризованной части излучения $I_{nz}/I_n(0)$ (штрихпунктирная линия) и относительной интенсивности поляризованной части излучения $I_p/I_n(0)$ (сплошная линия) от расстояния до оптической оси в фокальной плоскости линзы

15.5. Поляризационные aberrации оптических устройств и систем

Рассмотрим поляризационные aberrации (ПА) некоторых оптических устройств и систем.

1. Плоский поляризатор. По отношению к волне со сферическим волновым фронтом поляризатор является поляризационно-неоднород-

ным элементом. Так, часть сферической полностью неполяризованной волны проходит через два скрещенных плоских идеальных поляризатора. Темная область, где пропускание отсутствует или очень мало, имеет форму так называемого «мальтийского креста», в частности, в центре (на оси двух поляризаторов) интенсивность равна нулю. Чем больше кривизна волнового фронта падающей волны, тем больше светлая область, которая располагается по диагоналям креста.

2. Идеальное зеркало. Поляризационная структура волны, отраженной от зеркала, в общем случае искажается, поскольку изменяется кривизна волнового фронта. Поясним этот факт на следующем простом примере. Точечный источник неполяризованного излучения находится в фокусе вогнутого идеального зеркала, анизотропия которого отсутствует. В параксиальной области отраженная волна является плоской. Пусть между источником и зеркалом расположен идеальный поляризатор. Поляризационная структура отраженной плоской волны становится поляризационно-неоднородной. Наибольшие искажения наблюдаются в плоскостях, развернутых на 45° относительно плоскости пропускания поляризатора:

$$\Delta\psi_{\max} \approx \Gamma_{\xi\eta} = \frac{xy}{2f^2} = \frac{r^2}{R^2}. \quad (15.29)$$

Вид поляризационной структуры зависит от того, вогнутое или выпуклое зеркало используется в системе (рис. 15.12).

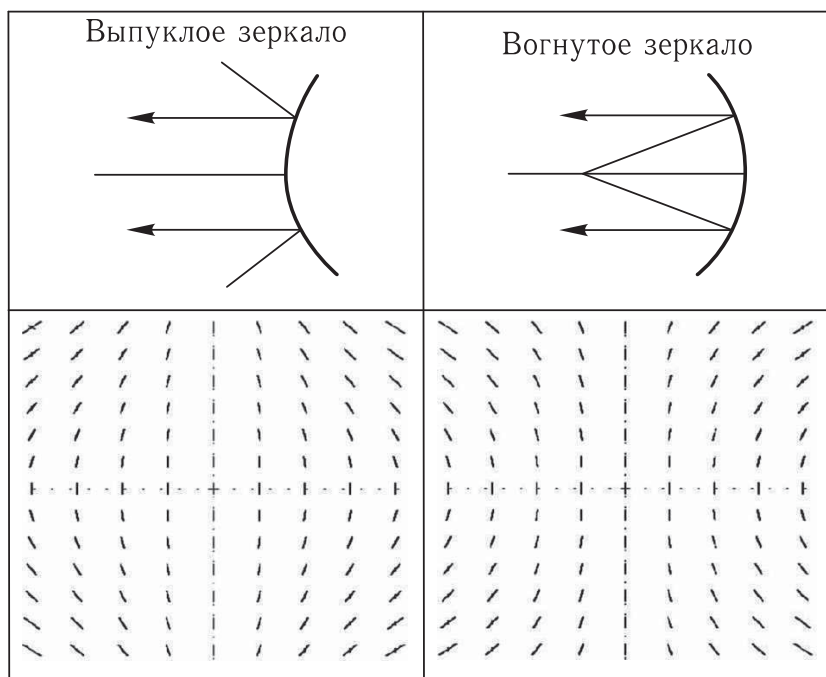


Рис. 15.12. Поляризационная структура излучения, отраженного от зеркала

Искажения поляризационной структуры отраженного излучения в данном случае не связаны с какой-либо анизотропией оптического

элемента, а определяются исключительно нарушением поляризационной пространственной симметрии.

3. Поляризационные aberrации центрированной линзовой системы. В центрированной линзовой системе луч распространяется в одной плоскости, которая является плоскостью падения для всех оптических поверхностей. Поэтому координатные базисы для определения компонент вектора $\mathbf{E}$ целесообразно связывать с этой плоскостью.

Для оценки максимальных ПА линзовой системы можно ограничиться расчетом искажения состояния поляризации одного луча, азимут ψ которого составляет 45° с плоскостью падения — именно в этом случае ПА максимальны.

Следует подчеркнуть, что расчет ПА отдельных лучей не позволяет определить искажение поляризационной структуры всего пучка, если кривизна волновой поверхности на входе и выходе из оптической системы не совпадают. Для этого необходимо сравнивать планарные поляризационные структуры (см. п. 14.3).

В качестве примера рассмотрим искажение поляризационной структуры излучения в параксиальной области *телескопической системы*, образованной двумя тонкими плосковыпуклыми линзами с радиусами кривизны R_1 и R_2 (рис. 15.13). Волновой фронт на входе и выходе

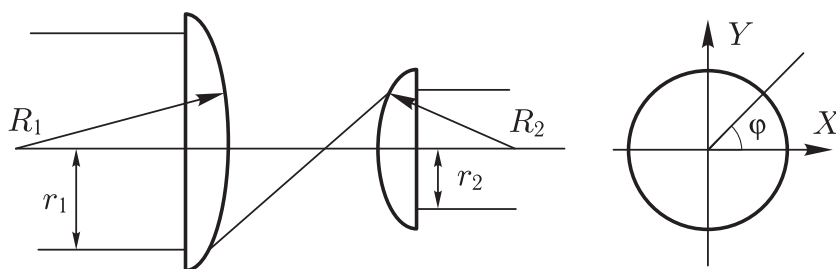


Рис. 15.13. Телескопическая система

из оптической системы полагается плоским, а состояние поляризации падающего луча — линейным вдоль горизонтальной оси X ($\Gamma = 0$).

Рассмотрим луч, который распространяется в меридиональной плоскости, составляющей угол φ с координатной плоскостью XOZ . Общее изменение состояния поляризации луча на выходе из оптической системы определяется выражением

$$\Gamma' = \operatorname{tg} \psi = \frac{\sin 2\varphi(1 - T)}{\cos^2 \varphi + T \sin^2 \varphi}, \quad (15.30)$$

где $T = \cos(\theta_i - \theta_t)$; θ_i — угол падения луча на сферическую поверхность первой линзы, причем $\theta_i = \arcsin(r_1/R_1)$; r_1 — расстояние от оптической оси до места пересечения луча с оптической поверхностью первой линзы; θ_t — угол преломления. В данном случае для обеих линз выполняется соотношение $r_1/R_1 = r_2/R_2$, и угол падения на сферическую поверхность второй линзы равен углу преломления θ_t .

Максимальное изменение азимута ψ наблюдается для плоскости, составляющий угол $\varphi = 45^\circ$ с плоскостью XOZ : $x = y$ (рис. 15.14).

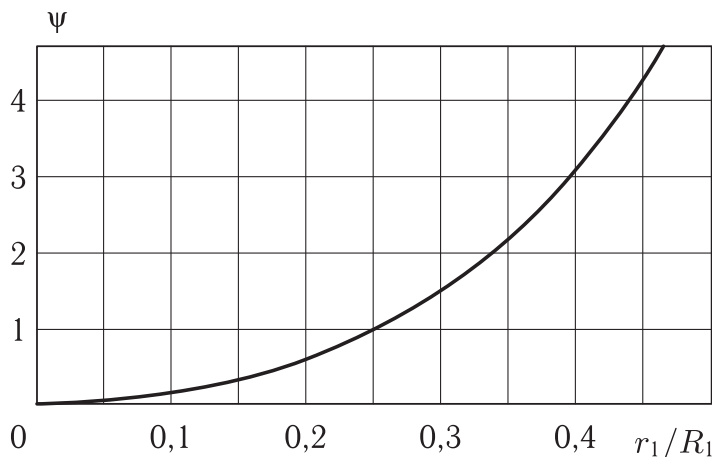


Рис. 15.14. Искажения азимута $\psi_{\max}$ при $x = y$ (максимум), $n = 1,5$

Анализ полученных результатов показывает, что для оптических систем с $r_1/R_1 < 0,25$ допустимо пренебрегать влиянием волновых aberrаций на состояние поляризации прошедшего излучения.

Рассмотрим поляризационные aberrации лазерного пучка (основная мода TEM_{00}), вектор **Е** которого ориентирован в горизонтальной плоскости XOZ , при прохождении той же оптической системы (рис. 15.13).

Лазерное излучение на выходе из оптической системы представляет набор из четырех мод. Помимо моды TEM_{00} с меньшей интенсивностью, чем исходная мода, возникают паразитные моды: TEM_{20} , TEM_{02} , обладающие той же горизонтальной поляризацией, и ортогонально поляризованная мода TEM_{11} , которая формирует пространственную поляризационную структуру излучения, подобную той, что показана на рис. 15.3.

На расстоянии от системы излучение становится эллиптически поляризованным, поскольку ортогонально поляризованная мода TEM_{11} имеет меньшую фазовую скорость, чем основная TEM_{00} и между ними возникает сдвиг фазы, зависящий от расстояния до оптической системы. Данный сдвиг может достигать 180° . В общем случае наличие паразитных мод приводит как к увеличению расходимости лазерного излучения, так и к увеличению размера и искажению формы лазерного пучка в фокусе оптической системы.

4. Цилиндрическая линза. Определим распределение интенсивности и состояния поляризации излучения в фокальной плоскости тонкой плосковыпуклой цилиндрической линзы (рис. 15.8). Пусть на линзу (показатель преломления $n = 2$, $f = 10$ мм) падает плоская линейно поляризованная волна, причем вектор **Е** составляет угол 45° с плоскостью XOZ ($E_x = E_y$, азимут $\psi = 45^\circ$). Угол падения света на выходную цилиндрическую поверхность линзы зависит от координаты x , поэтому

коэффициенты пропускания ортогональных компонент вектора **Е** также зависят от координаты x .

Влияние диафрагмы на модовый состав излучения учтем с помощью прямоугольной кусочно-непрерывной функции. В плоскости XOY за линзой амплитуду поля представим в виде десяти мод Эрмита–Гаусса с четными индексами. Параметр w_x выберем в зависимости от отношения ширины диафрагмы D к максимальному порядку мод. Если $M = K = 18$, то $w_x \approx D/9$. Пусть $D = 9$ мм, $w_x = 1$ мм.

С учетом поляризационных aberrаций распределение интенсивностей ортогональных компонент в фокальной плоскости линзы оказывается различным и уже не соответствует дифракции Фраунгофера на щели. Центральную полосу с каждой стороны окружают по две тонкие полосы с ортогональными состояниями поляризациями, $E_x = 0, E_y \neq 0$ и $E_x \neq 0, E_y = 0$.

Распределение интенсивности продольной компоненты поля в фокальной плоскости цилиндрической линзы показано на рис. 15.15 в ви-

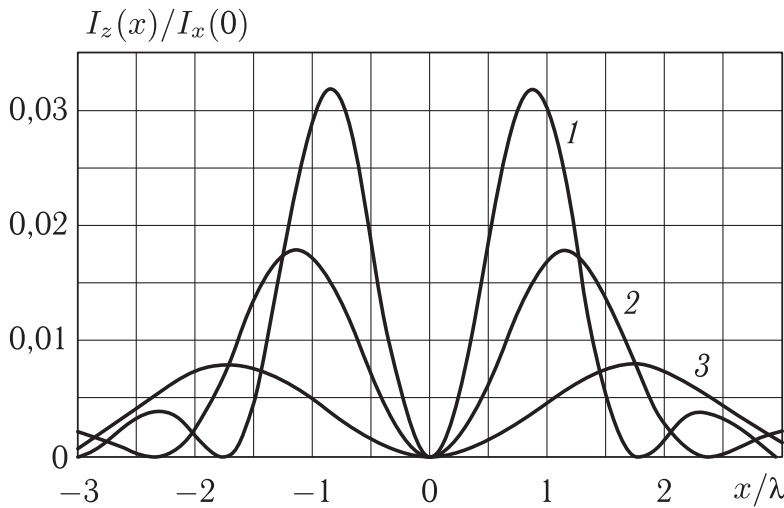


Рис. 15.15. Распределение интенсивности продольной компоненты в фокальной плоскости линзы $I_z(x)/I_x(0)$: 1 — $D/f = 0,8$; 2 — $D/f = 0,6$; 3 — $D/f = 0,4$

де $I_z(x)/I_x(0)$ при различных значениях D/f . Максимумы $I_z(x)$, а также отношение энергии продольной компоненты W_z к энергии W_x поперечной x -компоненты увеличивается с ростом D/f . Отношение энергии продольной компоненты радиально-поляризованного пучка к энергии поперечной компоненты пропорционально $(w/f)^2$ и может превышать единицу [331].

Размер пучка в фокусе любой линзы зависит от состояния поляризации падающего излучения. Существуют два фактора, искажающие форму пучка относительно вектора **Е** падающего излучения: уширение за счет вытянутой формы пятна продольной компоненты и сужение за счет амплитудных поляризационных aberrаций.

Излучение после линзы становится поляризационно-неоднородным, в частности, возникает малая эллиптичность. В фокальной плоскости линзы угол эллиптичности равен нулю, но азимут зависит от поперечной координаты x . Даже на оптической оси ($x = 0$), где коэффициенты пропускания для обеих компонент поля совпадают, азимут отличается от 45° на $1,23^\circ$. Степень поляризационных aberrаций P_a на границе центральной полосы равна единице. В плоскости YOZ и XOZ излучение является эллиптически поляризованным, поскольку продольная компонента поля сдвинута по фазе на $\pi/2$ относительно поперечной.

Таким образом, вследствие амплитудных поляризационных aberrаций линзы, пучок расширяется вдоль вектора $\mathbf{E}$ падающего излучения непосредственно за линзой и, напротив, сужается в фокальной плоскости линзы.

5. Диафрагма с переменным размером D . Рассмотрим дифракционные ПА поляризационно-неоднородного излучения. Пусть поляризационная структура формируется двумя ортогонально поляризованными модами Эрмита–Гаусса в плоскости их перетяжек:

$$E_x = E_{0x} \exp\left(-\frac{x^2}{w_0^2}\right), \quad E_y = E_{0y} \frac{x}{w_0} \exp\left(-\frac{x^2}{w_0^2}\right),$$

причем $E_{0y} = 0,2\sqrt{2} E_{0x}$. В исходном сечении азимут ψ почти линейно зависит от поперечной координаты x . Пусть данное сечение располагается на расстоянии 1000 мм от цилиндрической линзы ($f = 100$ мм), поляризационные aberrации которой учитывать не будем.

Метод поляризационно-волновых матриц позволяет определить поляризационную структуру пучка на любом расстоянии от линзы, которая в данном случае не сохраняется. Вследствие разной фазовой скорости мод Эрмита–Гаусса нулевого и первого порядка, возникает пространственное распределение эллиптичности. В сопряженной плоскости разность фаз между модами равна нулю, и эллиптичность пропадает. Однако распределение азимута $\psi(x)$ уже не соответствует исходному.

Диафрагма в большей степени уничтожает моды высшего порядка, в частности, моду первого порядка по сравнению с основной модой. Поэтому азимут на периферии пучка уменьшается (доминирует основная мода с горизонтальной поляризацией) тем больше, чем уже диафрагма (рис. 15.16). Соответственно, коэффициент поляризационных aberrаций возрастает. Диафрагма является фильтром мод высокого порядка. Вместе с тем, диафрагма изменяет состояние поляризации и плоской волны, если возникающая при этом продольная компонента приводит к асимметрии поля.

Таким образом, диафрагмы являются поляризационно-неоднородными элементами, т.е. в общем случае искажают поляризационную структуру излучения, действуя как фильтр мод высокого порядка.

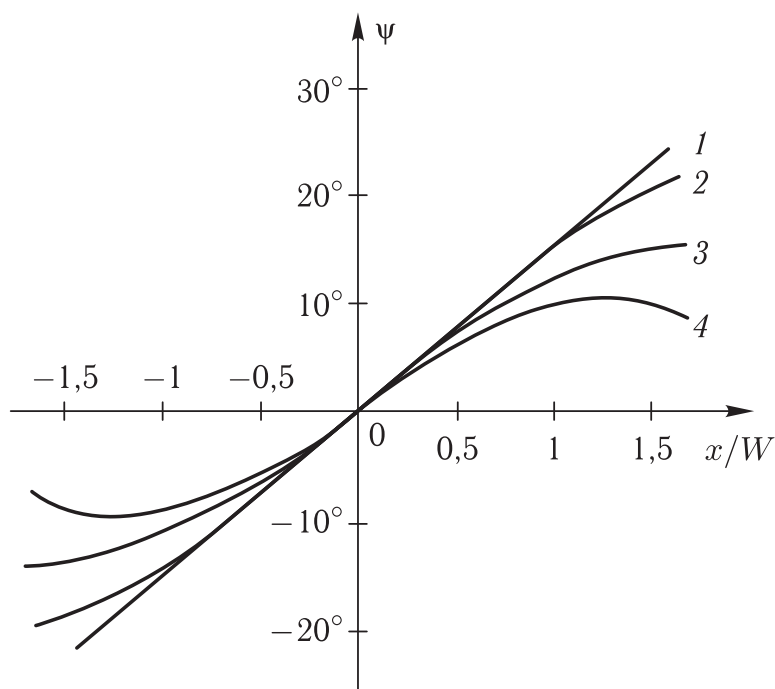


Рис. 15.16. Влияние размеров диафрагмы на распределение азимута в поперечном сечении: 1 — $w/D = 0,1$; 2 — $w/D = 0,66$; 3 — $w/D = 1$; 4 — $w/D = 2$

15.6. Поляризационные aberrации плоскопараллельной пластины

Рассмотрим поляризационно-неоднородные свойства плоскопараллельной пластины, грани которой расположены под углом Брюстера к оптической оси. Это один из важных и часто встречающихся оптических элементов лазерных систем. *Брюстеровские* пластины, например, применяются для герметизации активной среды лазеров. Призмы полного внутреннего отражения в лазерных системах также имеют брюстеровские грани (см. гл. 10). Причина заключается в том, что при этом в идеале отсутствуют поляризационные потери для света, вектор **Е** которого колеблется в плоскости падения.

При прохождении света через брюстеровские грани призм всегда возникает отраженный свет: так называемые *брюстеровские* лучи. Если состояние поляризации падающего света линейное и согласовано с плоскостью падения, появление отраженного света обусловлено как *переходным слоем показателя преломления* (пленками Друде), так и сферичностью волновой поверхности. В произвольной точке пластинки плоскость падения оказывается развернутой, и не выполняется закон Брюстера. Чем больше волновой фронт отличается от плоского, тем больше интенсивность отраженного пучка. Это известный факт в области лазерной техники.

Состояние поляризации этих пучков свидетельствует, что они являются поляризационно-неоднородными волнами. На рис. 15.17 показана

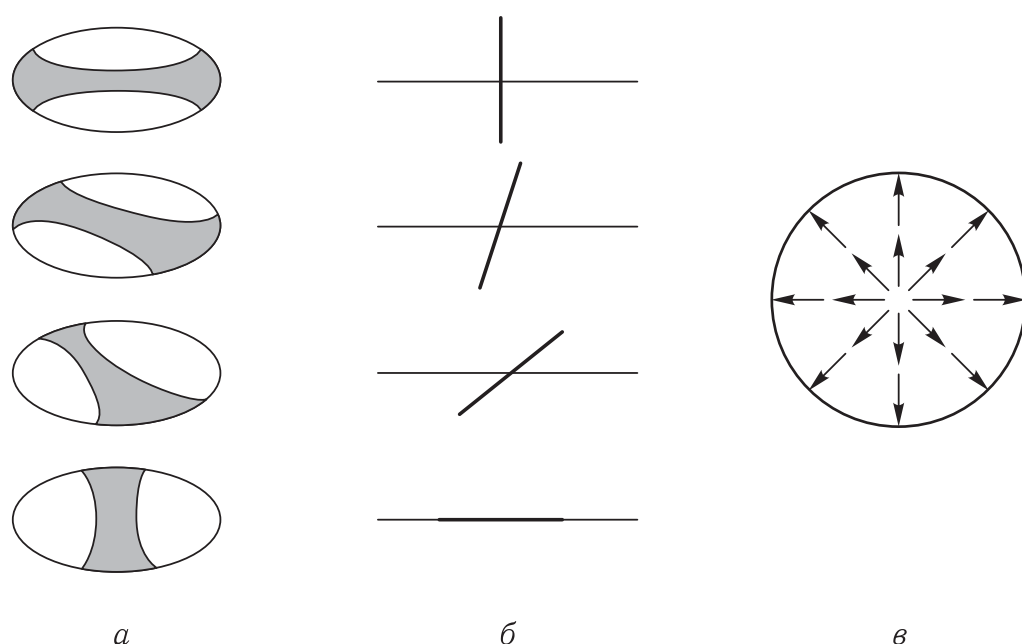


Рис. 15.17. Распределение интенсивности внутри пятна отраженного пучка (а) при различных ориентациях поляризатора (б); поляризационная структура пучка (в)

ны распределения интенсивности, наблюдаемые на экране при пропускании пучков через поляризатор. Ось пропускания поляризатора изображена прямой линией справа от соответствующей картины. Видно, что при горизонтальной ориентации по центру пучка проходит вертикальная темная полоса, что свидетельствует о выполнении закона Брюстера для области вблизи осевого луча. При повороте поляризатора темная полоса также вращается по часовой или против часовой стрелки. При вертикальной ориентации оси пропускания поляризатора темная полоска становится горизонтальной. Анализ показывает, что такое поведение полоски можно объяснить пространственной поляризационной структурой пучка, которая показана на рис. 15.17. Легко заметить, что это есть РП-пучок, о котором говорилось выше. Таким образом, отражение пучка от брюстеровской грани является еще одним способом получения таких пучков, кроме резонаторного и вне резонаторного.

Получим выражение для матрицы, описывающей пространственное изменение состояния поляризации при прохождении света через тонкую брюстеровскую пластинку. Пренебрежем изменением волновых параметров излучения внутри пластинки. Зададим систему координат, связанную с осевым лучом, угол падения которого равен углу Брюстера, $\theta_{0i} = \arctg n$, где n — показатель преломления материала брюстеровской пластинки. Пусть ось Z направлена вдоль осевого луча, ось X лежит в плоскости падения, а ось Y перпендикулярна плоскости падения (рис. 15.18).

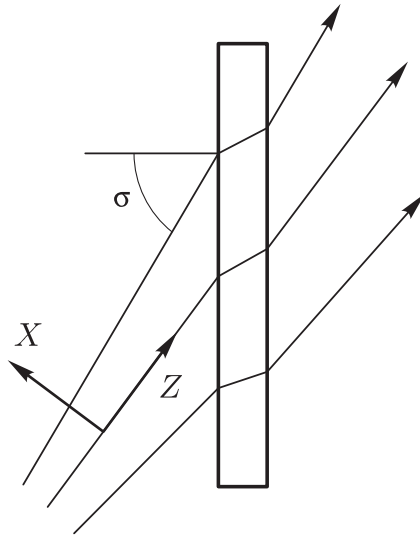


Рис. 15.18. Брюстеровская пластинка

Рассмотрим преобразование гауссова пучка при прохождении брестеровской пластинки с учетом кривизны волнового фронта пучка в меридиональных плоскостях ρ_x , ρ_y . Пусть известны компоненты вектора $\mathbf{E}$ в декартовой системе координат $X_i Y_i Z_i$, связанной с осевым лучом. Расчет для луча проводится по методике, описанной в п. 15.3.

Первый этап расчета состоит в определении компонент вектора $\mathbf{E}$ в локальном базисе $\xi\eta\zeta$, в котором $E_\zeta = 0$. Имеем, согласно (14.4),

$$E_\xi = \frac{E_x}{\cos \theta} + E_y \operatorname{tg} \theta \operatorname{tg} \beta, \quad E_\eta = \frac{E_y}{\cos \beta}. \quad (15.31)$$

Далее необходимо определить p -компоненту и s -компоненту, которые связаны с плоскостью падения. Переход от E_x , E_y к E_p и E_s осуществляется с помощью угла кручения α между осью ξ_i и плоскостью падения. Затем компоненты E_p и E_s умножаем на амплитудные коэффициенты пропускания T_{pB} , T_{sB} пластинки с учетом ее входной и выходной граней. Следующий этап — возвращение в исходную систему координат, которая в данном случае совпадает для входного и выходного осевых лучей.

При аналитических расчетах коэффициенты T_{pB} , T_{sB} удобно представлять в виде рядов Тейлора по малой величине $\Delta\theta = \theta_i - \theta_{0i}$ — изменению угла падения θ_i в данной точке по сравнению с углом падения θ_{0i} осевого луча. В табл. 15.1 приведены производные энергетических коэффициентов пропускания J_p и J_s , а также величин $\tilde{T}_p = \sqrt{J_p} = \sqrt{\Pi n} T_p$ и $\tilde{T}_s = \sqrt{J_s} = \sqrt{\Pi n} T_s$ для одной грани пластинки при угле Брюстера $\theta_{0i} = \operatorname{arctg} n$. Заметим, что для пластинки $T_{pB} = T_{p1} T_{p2} = \tilde{T}_{p1} \tilde{T}_{p2}$, и аналогичное соотношение справедливо для s -компоненты. Для осевого луча $T_{pB} = 1$ и $T_{sB} = 4n^2/(1+n^2)^2$.

Угол падения луча в произвольную точку на пластинке зависит от координат этой точки. Однако выражение (15.19) упрощается, поскольку

Таблица 15.1

Производные энергетических коэффициентов пропускания для брюстеровской пластины

	$n > 1$	$n < 1$
J_{p0}	1	1
J'_p	0	0
J''_p	$-\frac{(n^4 - 1)^2}{2n^2}$	$-\frac{(n^4 - 1)^2}{2n^2}$
J_{s0}	$\frac{4n^2}{(1 + n^2)^2}$	$\frac{4n^2}{(1 + n^2)^2}$
J'_s	$-\frac{4(n^2 - 1)^2}{n(n^2 + 1)^2}$	$-\frac{4n(n^2 - 1)^2}{(n^2 + 1)^2}$
J''_s	$-\frac{4(n^2 - 1)^2(5n^2 + 1)}{n^4(n^2 + 1)^2}$	$-\frac{4n^2(n^2 - 1)^2(5 + n^2)}{(n^2 + 1)^2}$
$\tilde{T}_{p0}$	1	1
$\tilde{T}'_p$	0	0
$\tilde{T}''_p$	$-\frac{(n^4 - 1)^2}{4n^6}$	$-\frac{(n^4 - 1)^2}{4n^2}$
$\tilde{T}_{s0}$	$\frac{2n}{1 + n^2}$	$\frac{2n}{1 + n^2}$
$\tilde{T}'_s$	$-\frac{(n^2 - 1)^2}{n^2(n^2 + 1)}$	$-\frac{(n^2 - 1)^2}{(n^2 + 1)}$
$\tilde{T}''_s$	$-\frac{(n^2 - 1)^2(n^4 + 8n^2 + 3)}{2n^5(n^2 + 1)}$	$-\frac{(n^2 - 1)^2(3n^4 + 8n^2 + 1)}{2n(n^2 + 1)}$

ку кривизна оптической поверхности равна нулю. Получаем

$$\cos \theta_i = \cos \beta \cos \sigma. \quad (15.32)$$

Для определения угла кручения α между осью ξ локального базиса и плоскостью падения запишем уравнение этой плоскости:

$$\sin \beta x_0 - \cos \beta \sin \sigma y_0 + D = 0,$$

где D — коэффициент, зависящий от координат точки.

Зная координаты единичного вектора, направленного вдоль оси ξ , $(\cos \sigma, 0, -\sin \sigma)$, получим

$$\sin \alpha = \frac{\sin \beta \cos \sigma}{\sqrt{\sin^2 \beta + \cos^2 \beta \sin^2 \sigma}}. \quad (15.33)$$

Учитывая, что углы β и θ , которые определяют направление волновой нормали, малы и $\beta \approx \rho_y y$, можно получить приближенное выражение

$$\alpha \approx \rho_y y \operatorname{ctg} \theta_0 = \rho_y \frac{y}{n},$$

где учтено, что при угле Брюстера $\operatorname{ctg} \theta_0 = n^{-1}$.

Элементы матрицы Джонса *тонкой брьюстеровской пластинки* зависят от поперечных координат точки в системе координат $X_i Y_i Z_i$, связанной с осевым лучом и кривизны волновой поверхности лазерного излучения ρ_x , ρ_y в меридиональных плоскостях $X_i Z_i$ и $Y_i Z_i$, соответственно,

$$\begin{aligned} T_b &= \begin{pmatrix} c^2 T_{pB} + s^2 T_{sB} & cs(T_{pB} - T_{sB}) \\ cs(T_{pB} - T_{sB}) & c^2 T_{sB} + s^2 T_{pB} \end{pmatrix} \approx \\ &\approx \begin{pmatrix} 1 - a_{2x} x_i^2 - a_{2y} y_i^2 & b_{1y} y_i \\ b_{1y} y_i & T - d_{1x} x_i \end{pmatrix}, \quad (15.34) \end{aligned}$$

индекс i показывает, что система координат относится к волне, падающей на пластинку. Здесь используется обозначение $c = \cos \alpha$, $s = \sin \alpha$,

$$\begin{aligned} a_{2x} &= \frac{(n^4 - 1)^2}{8n^6} \rho_x^2, \quad a_{2y} = \frac{(n^2 - 1)^2}{n^2(n^2 + 1)^2} \rho_y^2, \\ b_{1y} &= \frac{(n^2 - 1)^2}{n(n^2 + 1)^2} \rho_y, \end{aligned} \quad (15.35)$$

$$T = \frac{4n^2}{(n^2 + 1)^2}, \quad d_{1x} = \frac{2(n^2 - 1)^2}{n^2(n^2 + 1)} \rho_x.$$

Проведем расчет поляризационной структуры излучения на выходе из брьюстеровской пластинки методом поляризационно-волновых матриц, используя разложение элементов матрицы (15.34) в ряды Тейлора. Запишем матрицы, составляющие блочную поляризационно-волновую матрицу, учитывая, что падающее излучение является основной модой (гауссовым пучком):

$$\begin{aligned} C_{00}^{00} &= \begin{pmatrix} A_{00} & 0 \\ 0 & D_{00} \end{pmatrix}, \quad C_{00}^{10} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & D_{10} \end{pmatrix}, \quad C_{00}^{01} = \begin{pmatrix} 0 & B_{01} \\ C_{01} & 0 \end{pmatrix}, \\ C_{00}^{20} &= \begin{pmatrix} A_{20} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C_{00}^{02} = \begin{pmatrix} A_{02} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (15.36)$$

Здесь

$$\begin{aligned} A_{00} &= 1 + 2A_{20} + 2A_{02}, \quad D_{00} = T, \\ A_{20} &= -\frac{a_{2x} w_x^2}{8}, \quad A_{02} = -\frac{a_{2y} w_y^2}{8}, \\ B_{01} &= \frac{b_{1y} w_y}{2\sqrt{2}}, \quad C_{01} = \frac{b_{1y} w_y}{2\sqrt{2}}, \quad D_{10} = \frac{d_{1x} w_x}{2\sqrt{2}}, \end{aligned}$$

а w_x, w_y — размеры пучка в меридиональных плоскостях XOZ и YOZ соответственно.

Определим состояние поляризации в каждой точке волновой поверхности прошедшего излучения, поляризационные потери и параметры поляризационных aberrаций. Ограничимся рассмотрением случая, когда состояние поляризации падающего лазерного пучка линейное и согласовано с плоскостью падения осевого луча на пластинку: $E_x \neq 0, E_y = 0$ (p -компонента). Это соответствует номинальному положению брюстеровской пластинки.

В прошедшем излучении уже содержится ряд когерентных поперечных мод с ортогональными состояниями поляризациями, из них наибольшей интенсивностью обладают следующие моды:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{00} &= A_{00} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, & \mathbf{D}_{01} &= C_{01} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{D}_{20} &= A_{20} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, & \mathbf{D}_{02} &= A_{02} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (15.37)$$

Поперечные моды второго порядка поляризованы также, как и падающая на пластинку основная мода. Возникновение этих мод эквивалентно уменьшению размера пучка на выходе из пластинки. Изменение параметра v_p ($v = 2/kw^2$) гауссова распределения p -компоненты пучка, прошедшего пластинку, можно описать приближенными выражениями

$$\Delta v_{xp} = 2 \frac{a_{2x}}{k}, \quad \Delta v_{yp} = 2 \frac{a_{2y}}{k}. \quad (15.38)$$

Здесь коэффициенты a_{2x}, a_{2y} берутся из (15.35), $k = 2\pi/\lambda$, а индексы показывают, что p -компонента излучения рассчитывается в двух меридиональных плоскостях. Данные изменения размера пучка в сечении после пластинки транспортируются в любое другое сечение на расстоянии z от пластинки согласно приближенным формулам:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \rho(z)}{v(z)} &= \sin [2\phi(z)] \frac{\Delta v}{v}, \\ \frac{\Delta v(z)}{v(z)} &= \cos [2\phi(z)] \frac{\Delta v}{v}, \end{aligned} \quad (15.39)$$

где

$$2\phi(z) = -2 \operatorname{arctg} \left(\frac{vz}{1 + z\rho} \right)$$

— дополнительный набег фазы моды второго порядка по сравнению с основной модой при их распространении вдоль оси z ; ρ, v — параметры пучка на выходе из пластинки.

Мода первого порядка имеет ортогональную s -поляризацию. Это означает, что если посмотреть навстречу лазерному пучку через поляризатор, ориентированный осью наибольшего пропускания вдоль

оси Y , то будет наблюдаться два вертикальных светлых пятнышка. Состояние поляризации на выходе из пластинки остается линейным, однако, азимут уже не равен нулю,

$$\psi \approx \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \right)^2 \frac{\rho_y y}{n}. \quad (15.40)$$

Картина распределения состояния поляризации в поперечном сечении пучка на выходе из брюстеровской пластинки показана на рис. 15.19.

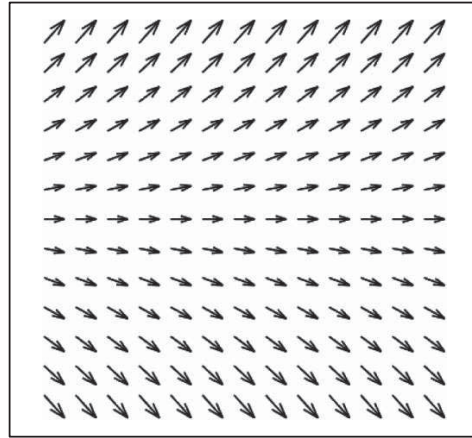


Рис. 15.19. Поляризационная структура пучка, прошедшего брюстеровскую пластинку

Интересно, что знак азимута зависит от знака кривизны волнового фронта падающего излучения. Поскольку в прошедшем излучении присутствуют моды высшего порядка, то на расстоянии от пластинки возникает эллиптическая поляризация за счет сдвига фаз между модами. Распределение эллиптичности в поперечном сечении пучка имеет зеркальную симметрию относительно оси Y , т.е. каждому поляризационному эллипсу с правым вращением вектора $\mathbf{E}$ соответствует такой же эллипс с левым вращением.

Приближенное выражение для потерь гауссова пучка на брюстеровской пластинке, которые обусловлены сферичностью волновой поверхности, имеет вид

$$A \approx \frac{(n^4 - 1)^2}{8n^6} \rho_x^2 w_x^2 + \frac{(n^2 - 1)^2 (n^4 + 6n^2 + 1)}{4n^2 (n^2 + 1)^4} \rho_y^2 w_y^2. \quad (15.41)$$

Здесь w_x , w_y — радиусы лазерного пучка в плоскостях XOZ и YOZ .

Если перетяжка падающего линейно поляризованного пучка совпадает с гранью пластинки, то потери пренебрежимо малы. Чем больше кривизна и размер пучка, тем потери оказываются больше. На рис. 15.20 приведены поляризационные потери линейно поляризованного пучка на брюстеровской пластине, в зависимости от произве-

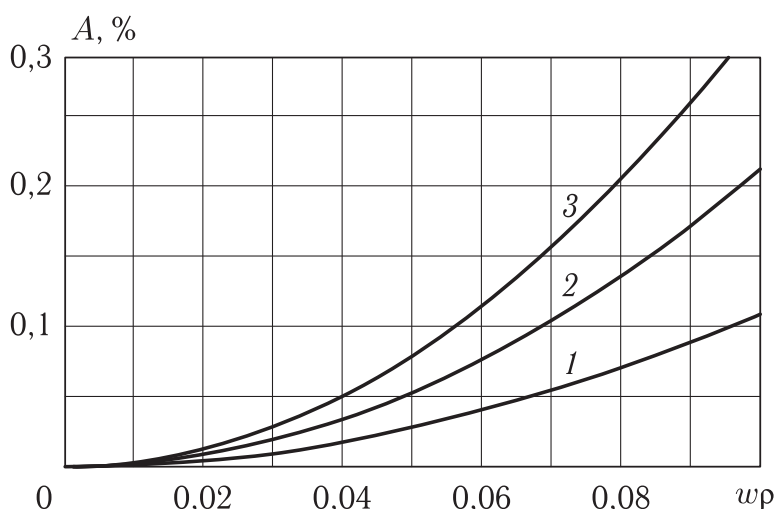


Рис. 15.20. Потери излучения со сферическим волновым фронтом на брестерской пластине: ρ — кривизна волнового фронта; w — радиус пучка; 1 — $n = 1,3$; 2 — $n = 1,5$; 3 — $n = 1,7$

дения кривизны волновой поверхности на размер пучка $\rho_y w_y = \rho_x w_x$ для различных значений показателя преломления n .

На выходе из пластинки энергия основной моды уменьшается как за счет отраженного излучения, так и возникновения мод более высокого порядка. Если падающее излучение описывается модами первого и второго порядка, то их потери на брестерской пластине больше, чем потери основной моды, в три и в пять раз, соответственно.

Действие пластинки на неполяризованное излучение приводит к частичной пространственной поляризации. Степень поляризации

$$P = Q \approx \frac{1 - T^2}{1 + T^2} \left(1 + \frac{4d_{1x}T}{1 - T^4} \right), \quad (15.42)$$

где Q — показатель качества поляризатора, и учитывается только первый порядок поправок (см. 15.34). Как следует из (15.42), степень поляризации зависит от поперечных координат. Распределение степени поляризации не сохраняется при распространении излучения в пространстве.

15.7. Компенсация поляризационных аберраций в оптических системах

Способы борьбы с поляризационными аберрациями оптических систем, как обычно, могут быть пассивными и активными, при этом оба подхода к решению проблемы весьма эффективны.

Рассмотрим один из способов уменьшения амплитудных поляризационных аберраций тонкой линзы. Анализ показывает, что существует оптимальная форма линзы для определенной кривизны волнового

фронта падающей волны, при которой поляризационные аберрации минимальны. Данный факт иллюстрирует рис. 15.21, где a — параметр поляризационной неоднородности линзы, ρ_g — кривизна волновой поверхности падающего излучения, f — фокусное расстояние линзы, $n = 1,5$ — показатель преломления (см. (15.24))

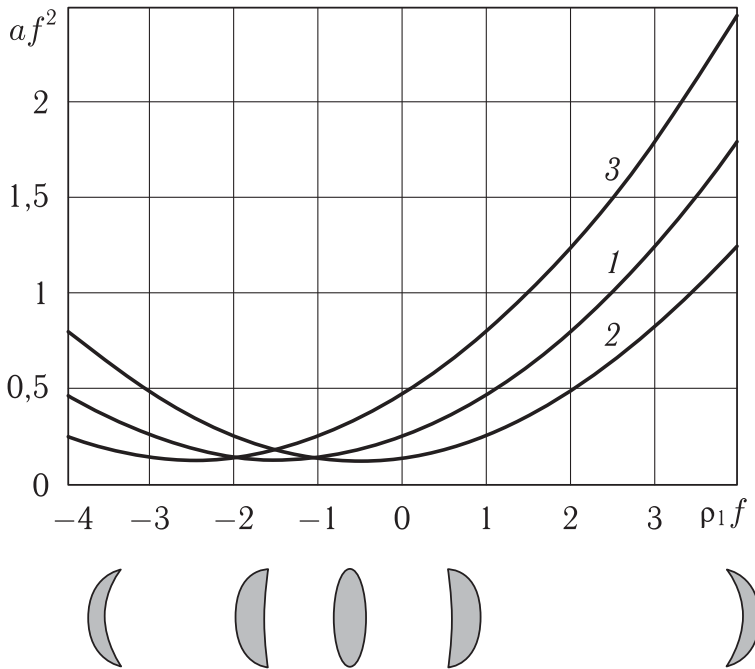


Рис. 15.21. Зависимость поляризационных аберраций линзы от ее формы: 1 — $\rho_g f = 0$; 2 — $\rho_g f = 1$; 3 — $\rho_g f = -1$

Параметр $\rho_1 f$ характеризует *форму линзы*. Для *двояковыпуклой* линзы $\rho_1 f \approx -1$. В этом случае $\rho_1 = -\rho_2 < 0$ (в соответствии с принятым правилом знаков), и *оптическая сила* тонкой линзы равна $f^{-1} = -2(n - 1)\rho_1$. *Плосковыпуклая* линза с входной плоской гранью ($\rho_1 = 0$) отображается абсциссой, равной нулю, а с выходной плоской гранью ($\rho_2 = 0$) — абсциссой, равной $(n - 1)^{-1} \approx -2$.

В зависимости от кривизны волновой поверхности падающего пучка, оптимальными являются линзы с различным параметром формы. Так для *плоской* волны ($\rho_g f = 0$) минимальные поляризационные аберрации наблюдаются для линзы с параметром $\rho_1 f \approx -1.5$. Для *расходящейся* сферической волны ($\rho_g f = 1$) оптимальная форма линзы — *мениск* ($\rho_1 f \approx -0.25$). Для *сходящейся* сферической волны ($\rho_g f = -1$) оптимальная форма линзы также *мениск* ($\rho_1 f \approx -2.25$), но уже *обращенный* выпуклой стороной к источнику излучения.

Рассмотрим компенсацию влияния ПНЭ на поляризационную структуру проходящего излучения с помощью специальных устройств, вводимых в оптический тракт. Обобщенная матрица оптического

элемента с малой поляризационной неоднородностью имеет вид

$$T = \begin{pmatrix} 1-a & b \\ c & 1-d \end{pmatrix} T_0, \quad (15.43)$$

где a, b, c, d — коэффициенты, характеризующие поляризационную неоднородность, причем $a, b, c, d \ll 1$.

Если бы удалось создать ПНЭ, поляризационно-волновые свойства которого описывались *обратной* матрицей по отношению к (15.43),

$$T^{-1} \approx \begin{pmatrix} 1+a & -b \\ -c & 1+d \end{pmatrix} T_0^{-1}, \quad (15.44)$$

то при последовательном расположении оба элемента компенсировали бы друг друга с точностью до величин второго порядка малости, и соответствующая часть оптического тракта стала изотропной. Например, для линзы такая обратная матрица, исходя из (15.43) с учетом (14.25), имела бы вид

$$T = T_0^{-2} \begin{pmatrix} 1 - a(x^2 - y^2) & -2axy \\ -2axy & 1 + a(x^2 - y^2) \end{pmatrix}. \quad (15.45)$$

На практике создать такое устройство сложно. Однако представляется возможным создать компенсатор поляризационных аберраций на базе самого ПНЭ, который требуется скомпенсировать [113]. Для этого, правда, придется смириться с некоторыми погрешностями, например, изотропными потерями. Рассмотрим устройство, образованное из ПНЭ и двух вращателей на угол $\pm 90^\circ$ для частного случая $b = c$,

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1-a & b \\ b & 1-d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-d & -b \\ -b & 1-a \end{pmatrix}. \quad (15.46)$$

В качестве таких вращателей могут использоваться две полуволновые пластинки, развернутые на угол 45° :

$$T_{90^\circ} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (15.47)$$

Совместное действие такого компенсатора и ПНЭ дает

$$TT^{-1} = T_0^2 \begin{pmatrix} 1-a & b \\ b & 1-d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1-d & -b \\ -b & 1-a \end{pmatrix} = T_0^2 (1-a)(1-d) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (15.48)$$

Как следует из (15.48), данное устройство обладает потерями, однако не искажает исходную поляризацию излучения. Необходимое условие $b = c$, как видно из сравнения (15.48) с (15.25), выполняется для линзы.

Контрольные вопросы к главе 15

1. Что такое поляризационные аберрации? На какие виды их можно подразделить?
2. Как зависит форма фокального пятна от состояния поляризации падающего излучения?
3. Почему в фокальной области линзы возникает поляризованный свет при падении на линзу полностью неполяризованного света?
4. Как поляризационные аберрации света зависят от расстояния до оптического элемента?
5. Почему поляризационные аберрации зависят от кривизны волновой поверхности падающего света?
6. Каким образом диафрагма искажает поляризационную структуру светового пучка?
7. При каких условиях в фокальной области интенсивность продольной компоненты поля превышает интенсивность поперечных компонент?
8. Какую специфику имеет фокусировка радиально-поляризованных пучков света?
9. Как компенсировать поляризационные аберрации?
10. Какова поляризационная структура пучков, отраженных от брестерских граней призм?

ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИОННО-НЕОДНОРОДНЫХ УСТРОЙСТВ

16.1. Поляризационная структура излучения, отраженного от уголковых отражателей с различным покрытием граней

Уголковый отражатель (УО) является *дифракционным поляризационно-оптическим элементом*, который в общем случае формирует поляризационно-неоднородный пучок, состояние поляризации которого изменяется как в поперечном, так и продольном направлении. Распределение интенсивности излучения в дальней зоне УО (вид диаграммы направленности) существенно зависит от сдвига фаз компонент вектора **E** при отражении от граней УО, который определяется видом покрытия граней (п. 10.5). Значение этого вопроса для практики определяется тем, что уголковые отражатели с различным покрытием граней широко используются в навигационных системах.

Ретрорефлекторные системы на базе уголковых отражателей (УО) устанавливаются на геодезических и навигационных спутниках для отражения луча лазерного дальномера. Если грани УО выполняются с металлическим покрытием из алюминия или серебра и все двугранные углы при этом не имеют отклонений от 90° , то распределение интенсивности отраженного света в дальней зоне представляет собой дифракционную картину Эйри с угловой шириной центрального максимума между первыми нулями $2\gamma \approx 2,44\lambda/D$, где D — диаметр апертуры УО. Величина D обычно составляет 2,5–4 см, что соответствует $\gamma = 4,4$ – $2,75$ угл. с при длине волны $\lambda = 0,532$ мкм (типичное значение для современной лазерной дальнометрии).

Специфика применения УО в системах спутниковой дальнометрии заключается в том, что отраженный лазерный луч отклоняется от направления на передатчик вследствие так называемого явления *скоростной абберации*, причем величина угла отклонения составляет $2u/c$, где u — тангенциальная составляющая скорости движения спутника, а c — скорость света. Это отклонение зависит от высоты орбиты спутника и может достигать при небольших высотах примерно 10 угловых секунд, что означает смещение центра светового

пятна на поверхности Земли на десятки-сотни метров от передатчика. Следовательно, для работы дальномерной системы необходимо, чтобы энергия отраженного лазерного пучка распределялась по достаточно большой площади и была сосредоточена не на оптической оси, а на его периферии. Было показано [348], что проблема оптимального распределения энергии решается с помощью выбора материала и конфигурации покрытия граней УО.

Рассмотрим уголкового отражатели трех типов: **A** (без покрытия граней), **B** (на все три отражающие грани нанесена тонкая пленка из металла — алюминия или серебра), **C** (только одна грань металлизирована).

Излучение, отраженное от УО, опишем совокупностью мод Эрмита–Гаусса, что позволяет рассчитать пространственную поляризационную структуру пучка на любом расстоянии от УО с учетом дифракции для произвольных покрытий граней УО и состояния поляризации падающего света.

Расчет методом ПВМ проводится в два этапа. На первом этапе методом Джонса вычисляются комплексные амплитуды ортогональных компонент вектора **E** отраженного пучка в ближней зоне УО (см. п. 10.5).

Второй этап расчета характеристик УО с учетом дифракции может быть проведен с помощью метода поляризационно-волновых матриц. В этом случае поляризационно-неоднородное излучение, отраженное от УО, представляется совокупностью когерентных мод Эрмита–Гаусса с различной амплитудой, фазой и состоянием поляризации.

Преобразование плоской волны на дифракционном поляризационно-оптическом элементе описывается следующим образом. Каждая мода характеризуется вектором Джонса

$$\mathbf{D}_{mn} = \begin{pmatrix} C_{mnx} \\ C_{mny} \end{pmatrix}, \quad (16.1)$$

где m, n — индексы мод.

Поскольку по результатам расчета известны коэффициенты пропускания для каждой компоненты вектора **E** в полярной системе координат (r, φ) , это $T_x(r, \varphi)$ и $T_y(r, \varphi)$, то коэффициенты для каждой моды находятся из соотношений

$$C_{mnx} = g_{mn}^{-1} \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} T_x(r, \varphi) H_m \left(\sqrt{2} \frac{x(r, \varphi)}{w} \right) H_n \left(\sqrt{2} \frac{y(r, \varphi)}{w} \right) \times \\ \times \exp \left(-\frac{r^2}{2w^2} \right) r dr d\varphi,$$

$$C_{mny} = g_{mn}^{-1} \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} T_y(r, \varphi) H_m \left(\sqrt{2} \frac{x(r, \varphi)}{w} \right) H_n \left(\sqrt{2} \frac{y(r, \varphi)}{w} \right) \times \\ \times \exp \left(-\frac{r^2}{2w^2} \right) r dr d\varphi. \quad (16.2)$$

Здесь H_m , H_n — полиномы Эрмита, $g_{mn} = 2^{m+n} n! m! w^2 \pi / 2$. Аналогично рассчитываются коэффициенты для другой ортогональной компоненты E_y . Комплексные коэффициенты (16.2) непрерывно убывают с ростом порядка мод и равны нулю для определенных групп поперечных индексов.

Параметр w , определяющий распределение амплитуды вдоль поперечного радиуса r , следует выбирать с учетом максимального порядка мод M и радиуса диафрагмы $a = D/2$: $w \approx a / \sqrt{M + 1/2}$, например, $M = 12$, $w \approx a/3,5$. Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными показывает, что выбранный порядок мод является достаточным.

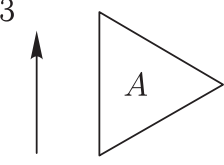
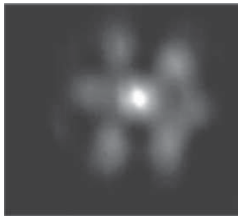
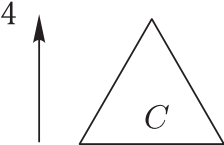
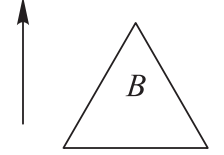
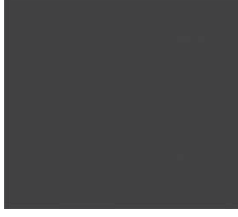
Пространственная поляризационная структура излучения, отраженного от УО, непрерывно изменяется по мере распространения лазерного пучка, вследствие дифракции. С точки зрения используемого метода расчета это означает, что между модами возникает сдвиг фазы, и соответственно изменяется результат их когерентного сложения.

Рассмотрим случай линейной поляризации падающего излучения. В дальней зоне (в фокальной плоскости коллиматора или на земной поверхности) наблюдаются картины распределения интенсивности в виде семи пятен, возникновение которых обусловлено дополнительными сдвигами фаз компонентов вектора $\mathbf{E}$ при полном внутреннем отражении от неметаллизированных граней (табл. 16.1).

Шесть пятен расположены вокруг центрального пятна на угловом расстоянии от центра, которое, как показывают расчеты и эксперименты, примерно равно $1,4\gamma_m$, где $\gamma_m = \lambda/D$. Следует отметить, что УО, которые использовались в эксперименте, не являются «нулевыми», т.е. существует ошибка в изготовления угла между гранями призмы в пределах 1 угловой секунды.

Состояние поляризации в каждом из семи пятен непрерывно изменяется. Однако существует преимущественная ориентация вектора $\mathbf{E}$. Это следует как из расчета, так и из сравнения дифракционных картин при различных положениях поляризатора (см. табл. 16.1). Центральное пятно всегда имеет состояние поляризации, совпадающее с исходным состоянием поляризации падающего пучка. Состояние поляризации света внутри боковых лепестков диаграммы направленности (в пределах периферийных пятен) является эллиптическим (рис. 16.1).

Таблица 16.1
Поляризационно-дифракционная структура света, отраженного от УО в дальней зоне

Расположение УО и вид состояния поляризации падающего света	Без поляризатора 1	Вертикальный поляризатор 2	Горизонтальный поляризатор 3
3 			
4 			
 Положение УО является произвольным			

Из анализа табл. 16.1 и рис. 16.1 следует, что пятна расположены не симметрично относительно центра, но на одинаковом угловом расстоянии от него. Максимумы интенсивности ортогональных компонент расположены на *разном* угловом расстоянии от центра, как это видно из данных табл. 16.1 при использовании поляризатора (столбцы 2, 3). При вращении УО дифракционная картина поворачивается. В двух основных положениях УО, когда вектор **Е** параллелен или перпендикулярен одной из граней, три более близко расположенных пятна всегда ориентируются напротив этой грани, у противоположной вершины УО (см. рис. 16.1).

Периферийные пятна, расположенные вертикально на рис. 16.1, с азимутами $\varphi = \pm 90^\circ$, имеют преимущественное линейное состояние поляризации, совпадающее с центральным пятном и состоянием поляризации падающего света. Интенсивность в центре этих пятен меньше в три раза, чем I_0 . Другие четыре пятна имеют преимущественно ортогональное состояние поляризации, а их интенсивность $\approx 0,45I_0$.

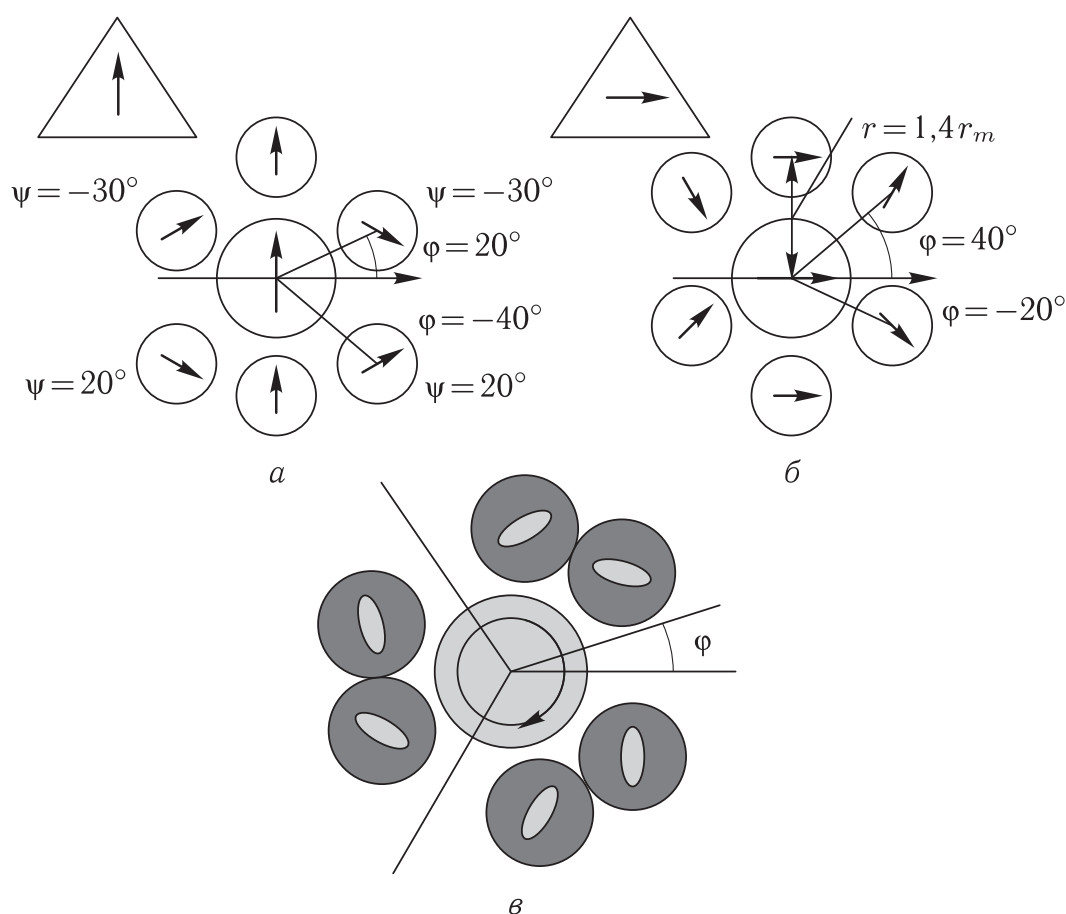


Рис. 16.1. Расчетная поляризационно-дифракционная картина распределения интенсивности в дальней зоне УО при падении на него света линейной поляризацией (а, б) для двух ориентаций вектора $\mathbf{E}$ относительно УО и с круговым состоянием поляризации (в); φ — азимут

Отметим, что имеется ряд пятен малой интенсивности (около 0,05 % от I_0), расположенных на угловом расстоянии от центра $\approx 2,4\gamma_m$. Азимут φ этих пятен не совпадает с азимутом основных пятен. При вращении УО относительно вектора $\mathbf{E}$ падающего света периферийные пятна смещаются. При повороте УО на 60° картина пятен переворачивается.

Максимальная интенсивность I_0 в центре дифракционной картины, как следует из расчета по методу поляризационно-волновых матриц, определяется приближенным выражением

$$I_0 \approx \frac{0,72P}{\pi(\gamma_m z)^2}, \quad (16.3)$$

где P — суммарный поток энергии отраженного пучка у земной поверхности; z — расстояние до спутника. Переходя к силе излучения J_0 на оси диаграммы направленности ($r = 0$), получим

$$J_0 \approx 0,23P \left(\frac{D}{\lambda} \right)^2.$$

Расчет показывает, что суммарный поток энергии в центральной зоне и кольцах с дискретным значением радиуса ($\gamma_m z, 2\gamma_m z, 3\gamma_m z, \dots$) находится в следующем процентном отношении от общего потока энергии P излучения на земной поверхности: 31,9 %, 45,4 %, 10,4 %, 5,4 %, 3,6 %, 1,6 %. Распределение энергии по кольцевым зонам для разных типов УО показано в табл. 16.2.

Таблица 16.2

Распределение энергии отраженного излучения по кольцевым зонам для угловых отражателей (УО) различного вида

	УО без покрытия граней (A)	УО с металлизированными гранями (B)	УО с одной металлизированной гранью (C)
(0–1) $\gamma_m = \lambda/D$	31,9 %	85,5 %	58,6 %
(1–2) γ_m	45,4	8,3	29,7
(2–3) γ_m	10,4	3	4,3
(3–4) γ_m	5,4	1,6	4
(4–5) γ_m	3,6	0,97	1,1
(5–6) γ_m	1,6	0,66	1,3

При падении на УО излучения с круговой поляризацией пятна расположены симметрично на угловом расстоянии от центра $\approx 1,4\gamma_m$ (рис. 16.1). В центральном пятне состояние поляризации является круговым, а в периферийных пятнах — эллиптическим (в центре угол эллиптичности $\chi \approx 20^\circ$) с противоположным направлением вращения вектора $\mathbf{E}$.

Одной из основных характеристик отражательных свойств угловых отражателей является так называемая *эквивалентная поверхность рассеяния* (ЭПР) — величина, широко используемая в радио- и оптической локации [348]. ЭПР может быть рассчитана по формуле

$$\sigma(r, \varphi) = 4\pi \frac{I(r, \varphi)}{I_a} z^2, \quad (16.4)$$

где I_a — интенсивность излучения на апертуре УО, $I(r, \varphi)$ — интенсивность излучения на поверхности Земли в точке с координатами r (радиус дифракционной картины) и φ (азимут дифракционной картины). Для УО эта величина очень большая и измеряется в млн м^2 , поскольку отраженная энергия сконцентрирована в пределах нескольких угловых секунд.

Важно отметить, что ЭПР в данном случае зависит от положения точки наблюдения с координатами r и φ . На рис. 16.2 приведена расчетная зависимость ЭПР $\sigma(r, \varphi)$ вдоль окружности с радиусом $1,4\gamma_m z$

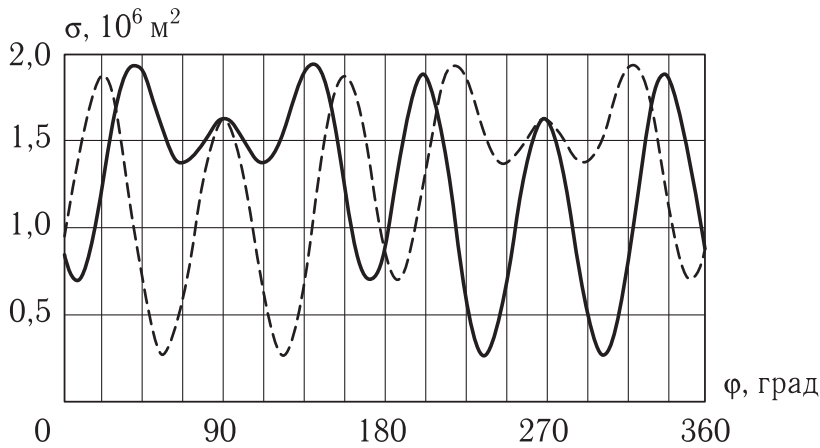


Рис. 16.2. Эквивалентная поверхность рассеяния σ вдоль окружности с радиусом $1,4\gamma_m z$; одна из граней УО параллельна вектору $\mathbf{E}$ (сплошная линия) и грань УО перпендикулярна вектору $\mathbf{E}$ (пунктирная линия); φ — азимут

для двух положений УО типа А: параллельно и перпендикулярно вектору $\mathbf{E}$.

В дальней зоне пространственные структуры излучения, отраженного от УО с покрытием и без покрытия, существенно отличаются. На рис. 16.3 показано распределение ЭПР вдоль поперечного ради-

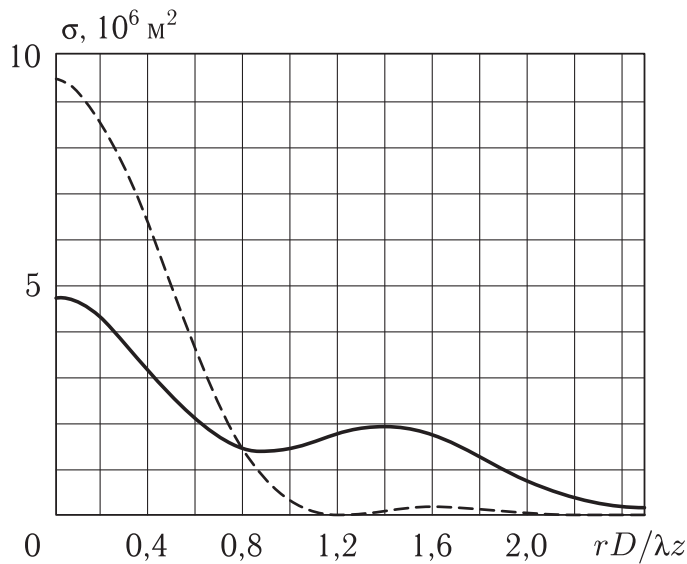


Рис. 16.3. Эквивалентная поверхность рассеяния σ в зависимости от относительного расстояния $rD/\lambda z = \gamma/\gamma_m$ до оси диаграммы направленности для двух типов УО: с алюминиевым покрытием граней (B, пунктир) и без покрытия (A, сплошная линия)

уса при $\varphi = 140^\circ$ для УО без покрытия (тип А, сплошная линия) и УО с алюминиевым покрытием (тип В, пунктирная линия), при этом учитывались потери на отражение. По оси абсцисс отложена величина $rD/\lambda z = \gamma/\gamma_m$, где $\gamma = r/z$ — угол дифракции (угловой размер дифракционной картины).

Таким образом, благодаря перераспределению энергии от центра к периферии, УО с неметаллизированными гранями (тип А) формируют более благоприятное распределение интенсивности в дальней зоне для спутников ГЛОНАСС.

Особый интерес представляют уголковые отражатели с *комбинированным* покрытием граней, поскольку позволяют, за счет различного вида покрытия, формировать *оптимальную* диаграмму направленности для определенной задачи. В случае УО (тип С), у которого *одна* грань имеет металлическое напыление, а две других не имеют напыления, распределение интенсивности в дальней зоне представляет последовательность трех пятен. Пятна расположены вдоль линии, которая параллельна грани УО с напылением.

Центральное пятно УО (тип С) имеет меньшую интенсивность, чем периферийные пятна (примерно 80 %), при этом состояние поляризации света повторяет состояние поляризации падающего излучения. Состояние поляризации двух периферийных пятен является ортогональным падающему свету. Угловое расстояние от центра этих пятен до центра картины составляет около 4 угл. с, однако максимум суммарной интенсивности смещен ближе к центру, как следует из табл. 16.2 и рис. 16.4.

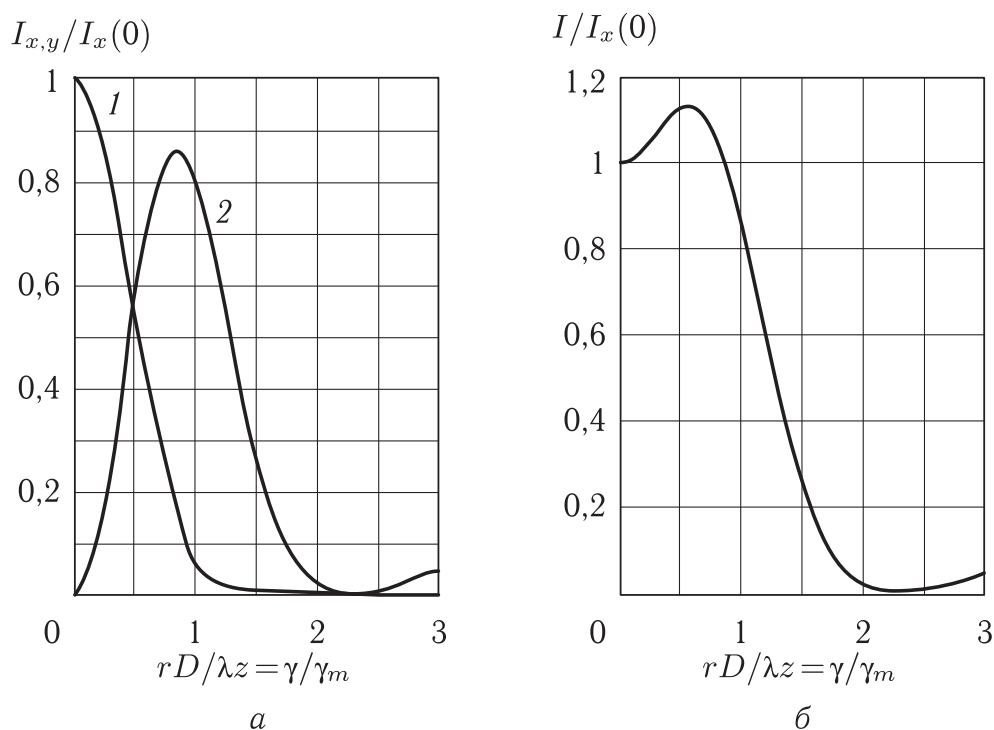


Рис. 16.4. Уголковый отражатель с одной металлизированной гранью (тип С): а — распределение относительной интенсивности ортогональных компонент вектора **Е**; 1 — компонента, совпадающая с ориентацией вектора **Е** исходного излучения (I_x); 2 — ортогональная компонента (I_y); б — распределение относительной интенсивности суммы ортогональных компонент вектора **Е**:

$$I = I_x + I_y$$

16.2. Пространственная поляризационная модуляция

Пространственная поляризационная структура излучения открывает новые интересные возможности для систем связи, в которых используется поляризационная модуляция [160]. Модуляция поляризационной структуры может повысить информационную емкость сообщения и представляет интерес как средство борьбы с аддитивными и мультипликативными помехами.

Рассмотрим три варианта оптической лазерной системы с пространственной поляризационной модуляцией (ППМ). Первый — гауссов пучок с однородной поляризацией проходит через поляризационно-неоднородное устройство, параметры которого изменяются во времени пропорционально передаваемому сообщению. Второй — пучок с пространственной структурой, например, РП-пучок, проходит через поляризационно-однородный элемент, параметр которого изменяется во времени. И наконец, третий — и пучок, и устройство обладают пространственной поляризационной структурой. Ограничимся случаем пространственной модуляции азимута.

В качестве первого примера рассмотрим следующую схему: гауссов пучок с горизонтальной линейной поляризацией проходит через устройство, которое представляет собой поляризационно-неоднородный вращатель:

$$T_{\varphi} = \begin{pmatrix} \cos \left[\frac{S(t)x}{w} \right] & \sin \left[\frac{S(t)x}{w} \right] \\ -\sin \left[\frac{S(t)x}{w} \right] & \cos \left[\frac{S(t)x}{w} \right] \end{pmatrix}, \quad (16.5)$$

где w — радиус пучка. На выходе $\Gamma(x, t) = -\operatorname{tg} [S(t)x/w]$. Несколько поляризационных структур для различных $S(t)$ показаны на рис. 16.5.

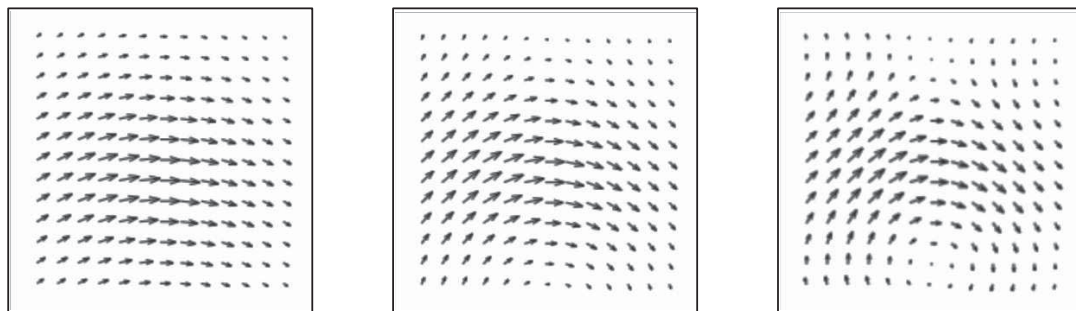


Рис. 16.5. Модуляция поляризационной структуры. Пример 1

Глубина модуляции азимута изменяется в направлении оси X . Одновременные измерения в нескольких точках поперечного сечения позволяют вычислить некоторые типы поляризационных помех. Например, измерение азимута на оси симметрии пучка позволяют определить параметры паразитного вращателя.

Рассмотрим *второй* пример ППМ: радиально-поляризованный пучок проходит вращатель, параметр которого $\varphi(t)$ в отличие от (16.5) не зависит от координат. Поляризационные структуры для нескольких моментов времени показаны на рис. 16.6. На выходе из устройства

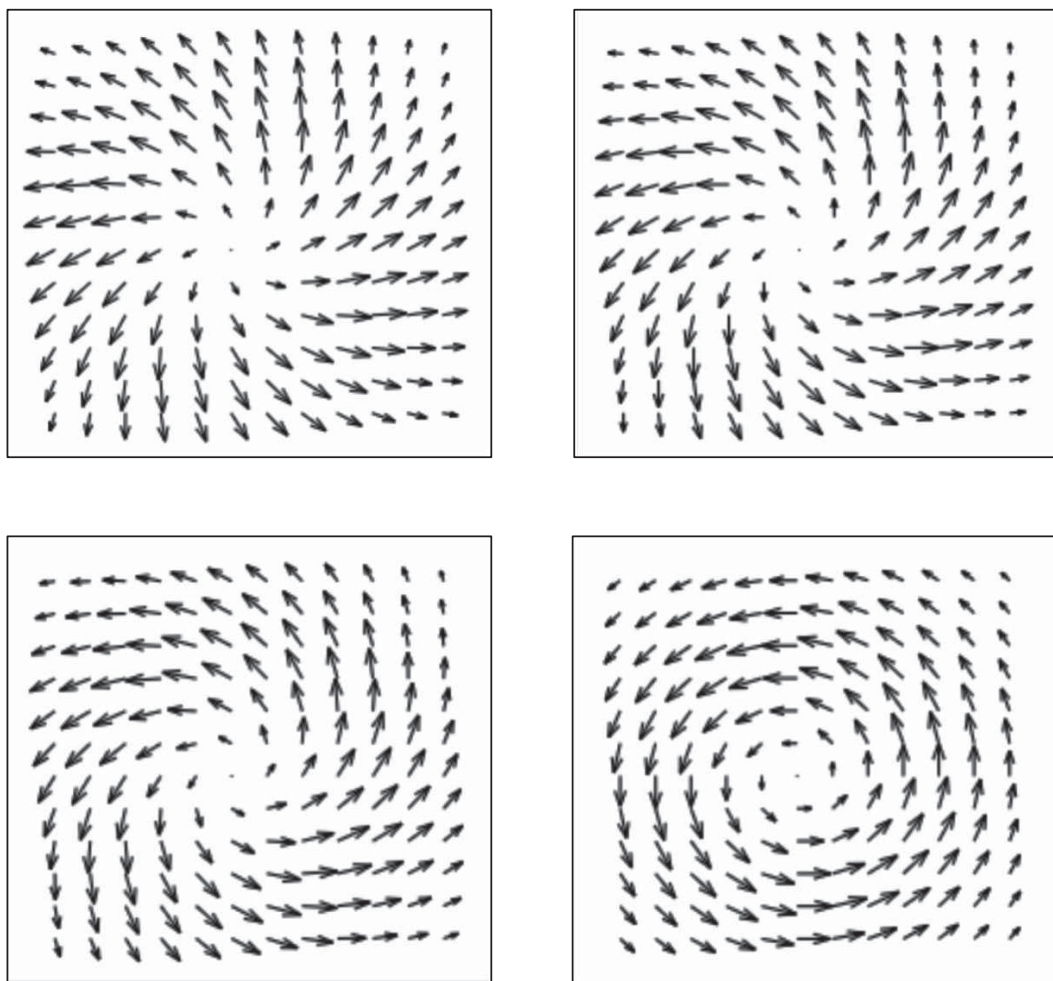


Рис. 16.6. Модуляция ПС. Пример 2

излучение представляет собой смесь РП-пучка и АП-пучка, при этом вектор Джонса имеет вид

$$\begin{pmatrix} \cos [\varphi(t)] x - \sin [\varphi(t)] y \\ \cos [\varphi(t)] y + \sin [\varphi(t)] x \end{pmatrix} \frac{1}{r} = \frac{\cos [\varphi(t)]}{r} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \frac{\sin [\varphi(t)]}{r} \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix}. \quad (16.6)$$

В данном случае также легко определить аддитивную помеху, поскольку на оси исходного ППМ-пучка интенсивность равна нулю. Кроме того, удастся избавиться от мультипликативной помехи, представляющей линейный амплитудно-фазовый элемент, матрица Джонса которого

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & T(t) \end{pmatrix}. \quad (16.7)$$

Если провести измерения азимута для оси $x = 0$,

$$\Gamma_{xy}(0, y, t) = \frac{\varphi(t)}{T(t)},$$

и для оси $y = 0$,

$$\Gamma_{yx}(x, 0, t) = \varphi(t)T(t),$$

то

$$\varphi(t) = \sqrt{\Gamma_{xy}(0, y, t)\Gamma_{yx}(x, 0, t)}.$$

Пусть исходное излучение представляет собой РП-пучок. Амплитудный поляризационно-неоднородный элемент, параметры которого изменяются во времени, описывается следующей матрицей Джонса:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & S(t)xy \\ S(t)xy & 1 \end{pmatrix}, \quad (16.8)$$

причем $S(t)xy \ll 1$. Тогда в отсутствии помех излучение представляет собой комбинацию четырех мод с нечетными индексами: 10, 01, 21, 12, и вектор Джонса имеет вид

$$\mathbf{D}(x, y, t) = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + S(t) \frac{xy}{r} \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}. \quad (16.9)$$

Поляризационная структура излучения для произвольных значений сигнала $S(t)$ показана на рис. 16.7.

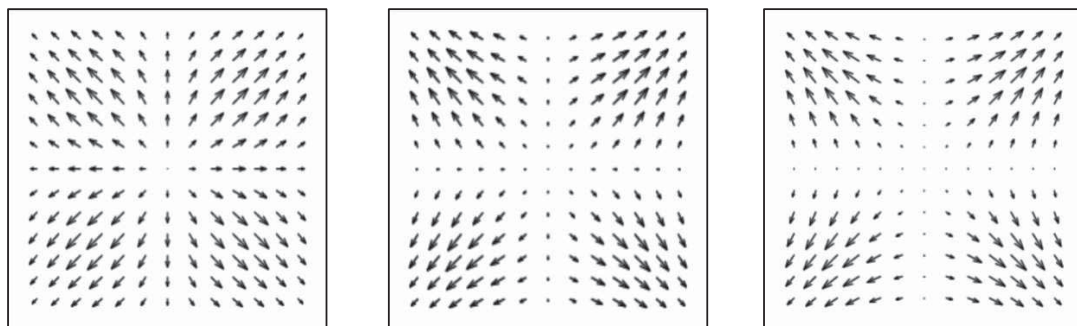


Рис. 16.7. Модуляция ПС. Пример 3

Из анализа полученной поляризационной структуры следует, что состояние поляризации вдоль осей X , Y — ортогональное линейное, не зависит от величины сигнала $S(t)$ и образует своего рода визирный крест. В центре картины интенсивность равна нулю. По диагоналям $x = \pm y$ состояние поляризации — линейное с азимутом $\psi = \pm 45^\circ$ и модулируется по амплитуде сигналом, при этом модуляция азимута отсутствует. Во всех остальных точках имеет место, как амплитудная, так и поляризационная модуляция.

Достоинством данной схемы является возможность точного вычисления параметров поляризационной помехи на пути ППМ-пучка.

Действительно, пусть матрица Джонса поляризационной помехи имеет следующий вид:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}, \quad (16.10)$$

без учета изотропных потерь. Измерим состояние поляризации пучка при $y = 0$, где поляризационная переменная на входе равна $\Gamma_1 = 0$,

$$\begin{pmatrix} D_{1x} \\ D_{1y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ m_{21} \end{pmatrix}. \quad (16.11)$$

Откуда на выходе получаем

$$\Gamma'_1 = \frac{D_{1y}}{D_{1x}} = m_{21}.$$

Аналогично при $x = 0$ ($\Gamma_2^{-1} = 0$):

$$\Gamma_2'^{-1} = \frac{m_{12}}{m_{22}}$$

и при $x = y$ ($\Gamma_3 = 1$)

$$\Gamma'_3 = \frac{m_{21} + m_{22}}{1 + m_{12}}.$$

По измеренным значениям поляризационной переменной находим элементы матрицы Джонса поляризационной помехи:

$$m_{21} = \Gamma'_1, \quad m_{22} = \frac{\Gamma'_3 - \Gamma'_1}{1 - \Gamma'_3 \Gamma_2'^{-1}}, \quad m_{12} = m_{22} \Gamma_2'^{-1}. \quad (16.12)$$

Тогда измеренное значение поляризационной переменной Γ' в какой-либо точке поперечного сечения связано с истинным значением Γ ,

$$\Gamma = \frac{(\Gamma' - \Gamma'_1)(1 - \Gamma'_3 \Gamma_2'^{-1})}{(\Gamma'_3 - \Gamma'_1)(1 - \Gamma' \Gamma_2'^{-1})}. \quad (16.13)$$

Таким образом, пространственная поляризационная модуляция может представлять интерес для практики, благодаря таким достоинствам, как повышенная информативность и помехоустойчивость.

16.3. Пучки с поляризационной структурой, изменяющейся в продольном направлении

Рассмотрим одно из интересных свойств пучков со сложной поляризационной структурой. В таких пучках, наряду с изменением состояния поляризации в поперечном сечении, поляризационная структура изменяется и в продольном направлении. Это объясняется сдвигом фаз между модами разного порядка, образующими поляризационно-неоднородный пучок. Оптическая система, например собирающая линза, может восстановить поляризационную структуру в сопряженной плоскости, где сдвиг фазы между модами равен нулю, но остаются малые искажения — поляризационные аберрации.

Данный эффект обычно рассматривается как негативный, поскольку не позволяет в общем случае передать поляризационную структуру по оптическому тракту без существенных искажений. Однако эту особенность поляризационно-неоднородных волн можно использовать для создания пучков с *регулярным*, периодическим изменением состояния поляризации в однородном изотропном пространстве. Такие пучки могут играть важную роль в интерферометрии, в системах записи информации и т. д.

Описание световых пучков с периодическими свойствами содержится в книге [18], но при этом не учитываются поляризационные характеристики. Для периодического изменения состояния поляризации необходимо, чтобы ортогональные компоненты имели различное амплитудно-фазовое распределение в пространстве. Очевидно, что состояние поляризации также может периодически изменяться вдоль оптической оси, если ортогональные компоненты пучка описываются модами различного порядка с определенным состоянием поляризации.

Рассмотрим пучок, ортогональные компоненты которого образованы совокупностью мод Лагерра–Гаусса нулевого и четвертого порядка, при этом каждая мода в отдельности имеет *круговую* поляризацию противоположного знака:

$$\begin{aligned} E_x(r, z) &= E_0 \left[1 + L_4^0 \left(\frac{2r^2}{w_0^2} \right) \right] \exp \left(-\frac{r^2}{w_0^2} \right), \\ E_y(r, z) &= jE_0 \left[1 - L_4^0 \left(\frac{2r^2}{w_0^2} \right) \right] \exp \left(-\frac{r^2}{w_0^2} \right), \end{aligned} \quad (16.14)$$

где w_0 — поперечный радиус пучка в перетяжке, L_4^0 — полином Лагерра четвертого порядка [8].

При суперпозиции двух волн, состояние поляризации которых является круговым с противоположным направлением вращения вектора **E**, результирующая волна имеет линейную поляризацию, азимут которой зависит от сдвига фаз между волнами. Если этот сдвиг фаз равен φ , линейная поляризация повернута на угол $\varphi/2$.

Пучок, который описывается выражением (16.14), имеет сложную поляризационную структуру. Состояние поляризации на оси такого пучка является линейным, азимут во всех точках поперечного сечения одинаков и равен нулю. Угол эллиптичности растет от центра пучка к периферии и достигает 45° на расстоянии $r \approx 0,4w_0$, где интенсивность уменьшается по сравнению со значением на оси примерно в 2,5 раза (рис. 16.8).

Данный пучок интересен тем, что при удалении от перетяжки нарастает сдвиг фаз между модами различного порядка:

$$\varphi(z) = 8 \operatorname{arctg}(zv_0), \quad (16.15)$$

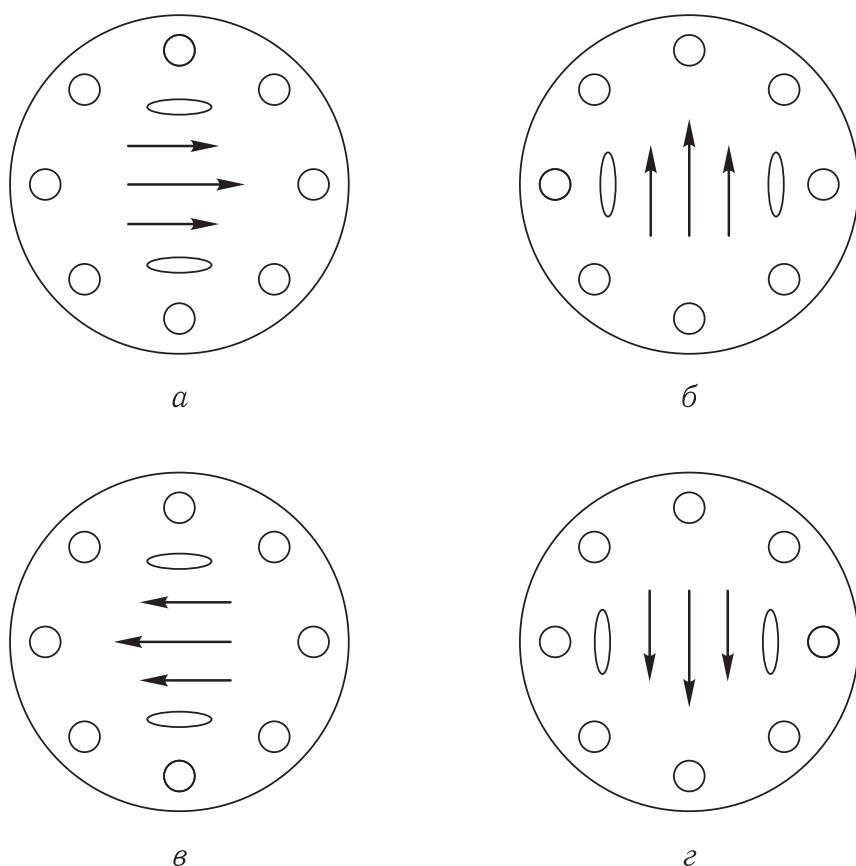


Рис. 16.8. Поляризационная структура излучения на различном расстоянии от исходного сечения: *а* — $z = 0$ мм; *б* — $z = 207,1$ мм; *в* — $z = 500$ мм; *г* — $z = 1207$ мм

где $k = 2\pi/\lambda$, $\nu_0 = 2/(kw_0^2)$. Соответственно, возникает сдвиг фазы между волнами с круговой поляризацией разного знака, образующими поляризационно-неоднородный пучок.

Пусть $w_0 = 0,315$ мм и $\nu_0 = 1/500$. При $z \approx 100$ мм сдвиг фазы равен $\phi = \pi/2$. При $z = 207,1$ мм сдвиг фазы уже равен π , а азимут — $\pi/2$. На границе ближней зоны ($z = 1/\nu_0 = kw_0^2/2 = 500$ мм) сдвиг фазы достигает 2π , и вектор $\mathbf{E}$ на оси пучка поворачивается на угол π . При $z = 1207$ мм азимут равен $3\pi/2$. На бесконечно большом расстоянии от перетяжки сдвиг фазы ϕ стремится к 4π , а азимут — к 2π , т.е. вектор $\mathbf{E}$ возвращается в исходную плоскость. В дальней зоне набег фазы происходит более медленно.

Таким образом, плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ вращается при распространении светового пучка. Определенному расстоянию от перетяжки соответствует заданная ориентация плоскости. В общем случае азимут может периодически возвращаться к исходному значению, однако длина поляризационного периода увеличивается.

Интересный вид периодического преобразования поляризационной структуры может быть реализован с помощью пучков с радиальной поляризацией (РП-пучков). Запишем компоненты вектора $\mathbf{E}$ в следую-

щем виде:

$$\begin{aligned} E_x &= E_0 \xi \left[(\cos \varphi - j \sin \varphi) + u L_2^1(\xi) (\cos \varphi + j \sin \varphi) \right] \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right), \\ E_y &= E_0 \xi \left[(\cos \varphi + j \sin \varphi) + u L_2^1(\xi) (\cos \varphi - j \sin \varphi) \right] \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right). \end{aligned} \quad (16.16)$$

Здесь используется цилиндрическая система координат z, r, φ и обобщенные полиномы Лагерра от аргумента $\xi = \sqrt{2} r/w(z)$; коэффициент u позволяет уравнивать интенсивности мод различного порядка (в данном случае $u = 0,6$).

Выражение (16.16) описывает волну, которая образована комбинацией РП-пучка с круговым состоянием поляризации (TEM_{01*}) и моды Лагерра–Гаусса (TEM_{21}) также с круговым состоянием поляризации, но с противоположным направлением вращения вектора $\mathbf{E}$. В перетяжке разность фаз между модами равна нулю, и в центральной области пучка наблюдается *радиальная* поляризационная структура (рис. 16.9).

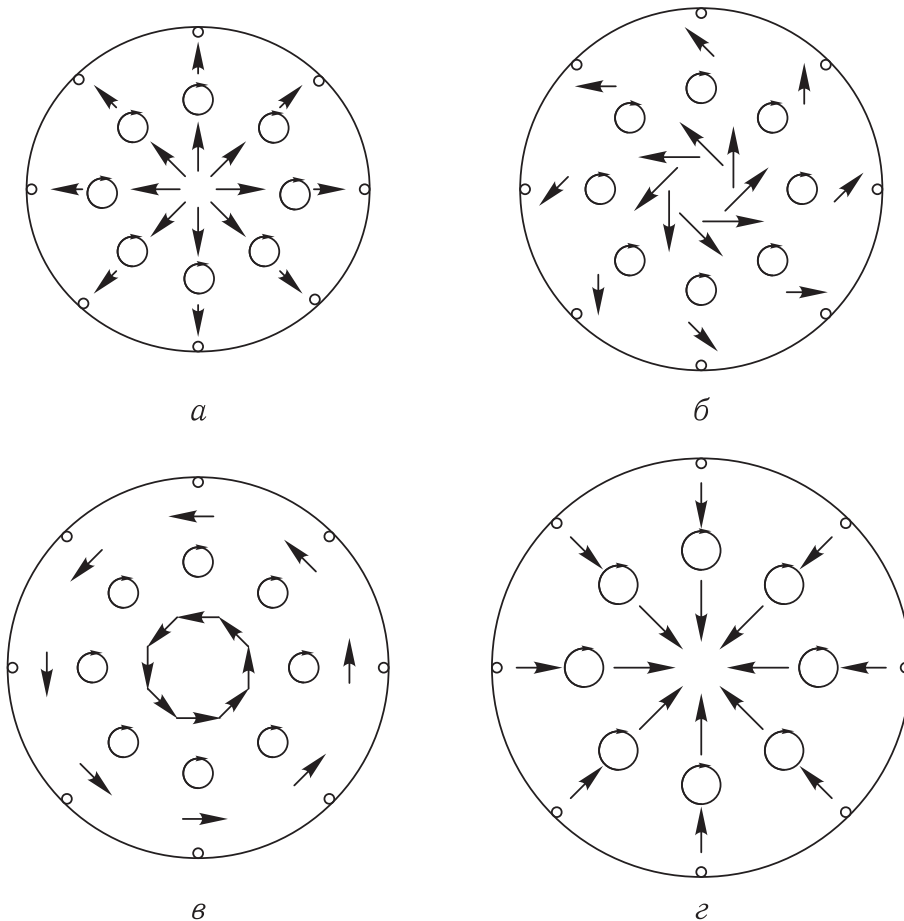


Рис. 16.9. Поляризационная структура осесимметричного пучка на различных расстояниях от перетяжки: $a - z = 0$; $б - z = 100$ мм; $в - z = 207,1$ мм; $г - z = 500$ мм

Как и в предыдущем случае, при распространении пучка в изотропном пространстве происходит изменение его поляризационной структуры за счет возникновения сдвига фаз между модами различного порядка. Известному расстоянию от перетяжки соответствует определенное распределение эллипсометрических параметров. Если $w_0 = 0,315$ мм, то при $z = 207,1$ мм сдвиг фазы равен π , азимут изменяется на угол $\pi/2$, и поляризационная структура в центральной области соответствует уже *азимутально*-поляризованному пучку. На бесконечно большом расстоянии от перетяжки наблюдается радиальная поляризационная структура, подобная исходной.

Выбирая порядок мод, можно получить различные значения пространственного поляризационного периода. Например, комбинация мод восьмого и нулевого порядка позволяет получить двойной поворот поляризационной структуры. Если моды имеют не круговое, а линейное состояние поляризации, то периодически в продольном направлении изменяется не азимут, а угол эллиптичности. В этом случае угол эллиптичности одинаков для всех точек в поперечной плоскости, а азимут плавно изменяется от центра пучка к периферии.

16.4. Дифракционные поляризационно-оптические элементы

Основным устройством дифракционной (компьютерной) оптики является *дифракционный оптический элемент* (ДОЭ) [18]. Базовые ДОЭ — это дифракционные решетки и зонные пластинки (двумерные радиально-симметричные решетки). Простейшими ДОЭ, которые были созданы в XIX веке, являются амплитудная одномерная дифракционная решетка и амплитудная зонная пластинка. Одномерная дифракционная решетка — это спектральный прибор, предназначенный для разложения света в спектр и измерения длины волны отдельных компонент. Амплитудная зонная пластинка эквивалентна линзе с несколькими фокусами и представляет собой совокупность темных и светлых колец переменной толщины, радиус которых r определяется формулой $r = \sqrt{m\lambda f}$, где m — целое число, λ — длина волны падающего монохроматического света, f — фокусное расстояние.

В настоящее время на базе сложных зонных пластинок созданы различные *фокусаторы*, которые позволяют, например, получать в фокальной плоскости распределение интенсивности света в виде отрезка или кольца. Фазовый ДОЭ — это оптическая фазовая пластинка с дифракционным микрорельефом, отображающим *фазовую* функцию, которая описывает зависимость от пространственных координат создаваемого набег фазы.

При использовании в ДОЭ анизотропных материалов фазовые функции для ортогональных компонент электромагнитного поля могут различаться, и, соответственно, не совпадают их дифракционные картины. Такие устройства будем называть *дифракционными поляризационно-оптическими элементами* (ДПОЭ). В общем случае ДПОЭ — это поляризационно-неоднородный элемент (см. п. 14.5), который формирует пространственную поляризационную структуру излучения, благодаря дифракции на анизотропных, амплитудно-фазовых неоднородностях или участках.

ДПОЭ могут иметь линейную, радиальную или пространственную структуру. Поляризационные голограммы [155, 303] являются разновидностью пространственного ДПОЭ. В некоторых ДПОЭ волновой фронт падающей волны разделяется на участки с различными поляризационными свойствами. Так *уголковый отражатель* (п. 16.1), очевидно, служит примером радиального ДПОЭ, каждый из шести секторов которого описывается развернутой линейной фазовой пластинкой и вращателем (см. теоремы оптической эквивалентности Джонса, гл. 4). Каждый сектор характеризуется различным пропусканием и сдвигом фазы для ортогональных линейных поляризаций. Ограничение размеров образовавшихся шести когерентных пучков приводит к дифракции. При распространении пучков их поля интерферируют, и возникает сложная поляризационная структура; состояние поляризации света изменяется как в поперечном, так и в продольном направлении.

Для классификации ДПОЭ учтем разделение всех анизотропных элементов на четыре вида, которое использовалось ранее (см. п. 4.5). Это *линейные* амплитудные и фазовые элементы (частичные поляризаторы и линейные фазовые пластинки) и *круговые* амплитудные и фазовые элементы (элементы с круговым дихроизмом и вращатели). В названии этих поляризационных элементов содержится информация об ортогональных состояниях поляризации (линейных или круговых), для которых создается экстремально различное пропускание или сдвиг фаз. Рассмотрим некоторые виды ДПОЭ.

Дифракционные линейно-фазовые анизотропные решетки.

Пусть фазовые функции ортогональных линейных компонент вектора $\mathbf{E}$ различны и выражаются следующими зависимостями от поперечной координаты x :

$$\begin{aligned}\tau_x &= \exp \left[j \frac{m_x}{2} \sin (2\pi f_x x) \right] \operatorname{rect} \left(\frac{x}{w_x} \right) \operatorname{rect} \left(\frac{y}{w_y} \right), \\ \tau_y &= \exp \left[j \frac{m_y}{2} \sin (2\pi f_y x) \right] \operatorname{rect} \left(\frac{x}{w_x} \right) \operatorname{rect} \left(\frac{y}{w_y} \right).\end{aligned}\tag{16.17}$$

Здесь m_x, m_y — глубина фазовой модуляции (разность между максимальным и минимальным фазовым сдвигом) компонент E_x и E_y

соответственно, которая в общем случае не совпадает для ортогональных компонент; f_x, f_y — величины, обратные периоду анизотропной решетки; функции $\text{rect}(x/w_x)$ и $\text{rect}(y/w_y)$ свидетельствуют о том, что ДПОЭ — прямоугольник со сторонами w_x и w_y .

Проведем краткий анализ для двух частных случаев. Если периоды решетки для ортогональных компонент совпадают, $f_x = f_y = f$, а различны глубины модуляции m_x и m_y , причем $m_y = m_x - 1$, то коэффициент относительного пропускания равен

$$\tau = \frac{\tau_y}{\tau_x} = \exp \left[-j \frac{1}{2} \sin(2\pi f x) \right]. \quad (16.18)$$

Если на такой ДПОЭ падает плоская линейно поляризованная волна с азимутом $\psi = 45^\circ$, то на выходе волна становится поляризационно-неоднородной, $\Gamma = \tau$. Азимут сохраняется, а угол эллиптичности, как следует из $\sin 2\chi = \text{Im } \tau = \sin [\sin(2\pi f x)/2]$, изменяется от нуля при $x = 0, 1/(2f), 1/f, \dots$ до максимума при $x = 1/(4f), 3/(4f), \dots$. Поскольку период решетки для ортогональных компонент одинаков, положение максимумов совпадает. Однако, интенсивность компонент в максимумах будет разная. Известно, что если $m/2$ является корнем функции Бесселя J_0 , то максимум нулевого порядка для этой компоненты пропадает. Тогда в нулевом максимуме превалирует одна компонента ($\psi_0 = 0^\circ$), а в первом и втором максимуме — другая ($\psi_2 \approx 90^\circ$). Угол эллиптичности света в дальней зоне равен нулю. Таким образом, с помощью ДПОЭ такого вида возможно выделение определенного состояния поляризации света.

В другом частном случае положим $m_y = m_x = m$, а $f_x \neq f_y$. Как следует из (16.17), коэффициент относительного пропускания теперь равен

$$\begin{aligned} \tau &= \exp \left\{ j \frac{m}{2} [\sin(2\pi f_y x) - \sin(2\pi f_x x)] \right\} = \\ &= \exp \{ j m \cos [\pi x (f_y + f_x)] \sin [\pi x (f_y - f_x)] \}. \end{aligned} \quad (16.19)$$

Например, если $f_y = 2f_x$, то $\Gamma = \tau = \exp \{ j m \cos [\pi x 3f] \sin [\pi x f] \}$.

Если на ДПОЭ падает линейно поляризованное излучение с азимутом $\psi = 45^\circ$, то на выходе волна оказывается поляризационно-неоднородной, при этом угол эллиптичности изменяется вдоль поперечной оси X . Рассмотрим поляризационную структуру излучения в дальней зоне. Угол эллиптичности равен нулю. Интенсивность ортогонально линейных компонент вектора $\mathbf{E}$ в центральном максимуме почти одинакова, следовательно, азимут плоскости колебаний: $\psi = 45^\circ$ и повторяет азимут падающей волны. Положение максимумов *первого* порядка не совпадает. В области между нулями интенсивности ортогональных компонент азимут изменяется от нуля до 90° . Для неполяризованного света данный ДПОЭ может выполнять функцию поляризатора.

Вращатели с модулированным углом поворота линейной поляризации. Заметим, что для ортогональных *круговых* поляризаций данный ДПОЭ эквивалентен предыдущему. Следовательно, его можно назвать *дифракционная циркулярно-фазовая анизотропная решетка*. Для анализа состояния поляризации света в дифракционной картине можно представить исходную линейную поляризацию как совокупность двух ортогональных круговых подходящим выбором сдвига фаз между компонентами.

Запишем функции пропускания в следующем виде:

$$\begin{aligned} \tau_x &= m_x \sin(2\pi f_x x) \operatorname{rect}\left(\frac{x}{w_x}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{y}{w_y}\right), \\ \tau_y &= m_y \sin(2\pi f_y x) \operatorname{rect}\left(\frac{x}{w_x}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{y}{w_y}\right). \end{aligned} \quad (16.20)$$

Пусть на ДПОЭ падет линейно поляризованное излучение с азимутом $\psi = 45^\circ$. Энергия ортогональных линейно поляризованных компонент сосредоточены в максимумах первого порядка, но положение их не совпадает. При $m_x = m_y$ интенсивность компонент вектора **E** в максимумах почти одинакова. В области максимумов угол эллиптичности плавно изменяется. В местах равенства интенсивностей (в центре области и на ее краях, где суммарная интенсивность очень мала) наблюдается круговая поляризация, причем направления вращения вектора **E** противоположны.

Таким образом, данный ДПОЭ может быть использован для формирования и пространственного разделения круговых поляризаций.

В ряде случаев фазовые функции ортогональных компонент ДПОЭ являются кусочно-непрерывными. Каждый участок ДПОЭ отличается поляризационными свойствами (различным матрицам Джонса соответствуют различные собственные состояния поляризации, например, ортогональные эллиптические). Пусть a — размер такого участка (неоднородности), а z — расстояние от транспаранта (ДПОЭ) до плоскости, где наблюдается дифракционная картина. Если на транспарант падает плоская волна, то при $z > 4a^2/\lambda$ выполняются условия дифракции Фраунгофера.

Разновидностью ДПОЭ являются также радиальные структуры, для которых остается в силе проведенный выше анализ. При изменении параметров радиального ДПОЭ (амплитудно-фазовые характеристики ортогональных поляризаций) возникают различные распределения интенсивности в дальней зоне, где происходит интерференция света, выходящего из секторов.

С помощью радиальных ДПОЭ могут быть получены поляризационные структуры с различными видами поляризационной симметрии. В частности, интерес представляют поляризационные структуры, для

которых выполняется два базовых условия:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} E_x r dr d\varphi = 0, \quad \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} E_y r dr d\varphi = 0 \quad (16.21)$$

и

$$I_x = I_y$$

для произвольно ориентированного декартова базиса, где E_x , E_y — проекции вектора $\mathbf{E}$ в произвольной точке поперечного сечения, r — радиус, φ — азимут в поперечном сечении пучка ($x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$).

Рассмотрим некоторые виды пучков с симметричной поляризационной структурой, которые могут быть получены при прохождении плоской волны через радиальный ДПОЭ, ограниченный круглой диафрагмой. Разделим данную окружность в поперечном сечении пучка на одинаковые секторы, число секторов $N = 3, 4, 5, 6$ и т. д. Пусть в ближней зоне линейное состояние поляризации изменяется от сектора к сектору, причем соответствующая плоскость колебаний вектора $\mathbf{E}$ поворачивается на одинаковый угол $\alpha = \pm 360/N$ или $\alpha = \pm 720/N$. Очевидно, что при полном обороте азимут ψ возвращается к исходному значению. Если плоскость колебаний ориентирована во всех секторах вдоль поперечного радиуса, мы получаем осесимметричную структуру типа РП-пучка. Такие ДПОЭ могут быть созданы, например, с помощью комбинации линейных фазовых пластинок для падающего света с фиксированным состоянием поляризации. Угловой отражатель с определенным покрытием отражающих граней также создает подобную поляризационную структуру из шести секторов.

В дальней зоне, т. е. при распространении пучка на достаточно большое расстояние, где выполняются условия дифракции Фраунгофера, поляризационная структура изменяется. Соответствующие преобразования иллюстрируют данные табл. 16.3.

Как уже указывалось в п. 16.1, в дальней зоне углового отражателя (УО) желательно создать дифракционную картину в виде кольца требуемого радиуса. Такую дифракционную картину обеспечивают УО со специальным покрытием граней, например, УО с металлизированными отражающими гранями, на входную *преломляющую* поверхность которого нанесена радиальная диэлектрическая пленка толщиной $h = (n - 1)\lambda/4$, где n — показатель преломления пленки. Если площади центральной и периферийных зон совпадают, то свет, прошедший эти зоны, оказывается на выходе из УО равным по интенсивности, но в противофазе. На бесконечно большом расстоянии от УО интерференция приводит к гашению света в центральной области, образуется яркое кольцо, окруженное слабыми кольцами большего диаметра.

Таблица 16.3

Поляризационные структуры пучков с поляризационной симметрией в ближней и дальней зоне

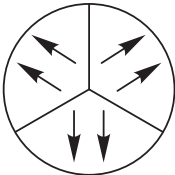
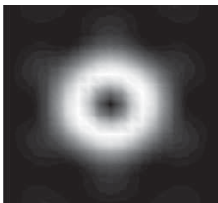
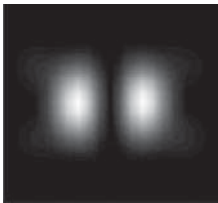
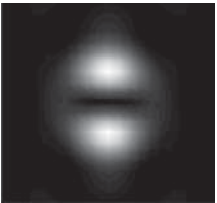
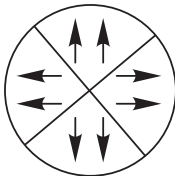
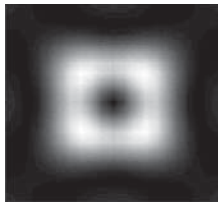
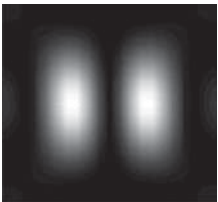
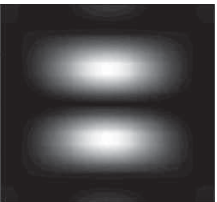
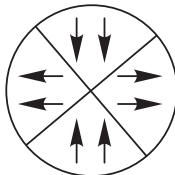
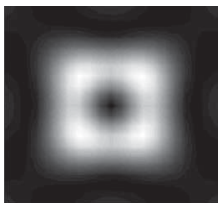
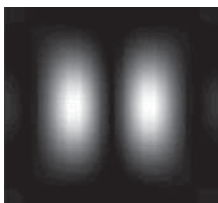
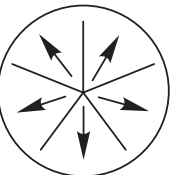
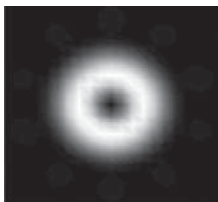
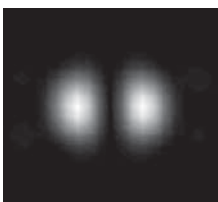
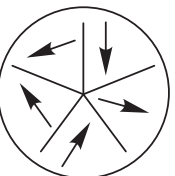
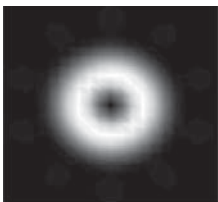
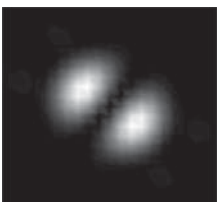
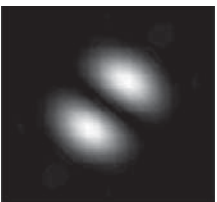
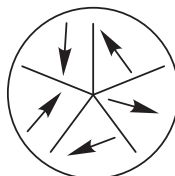
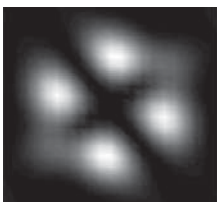
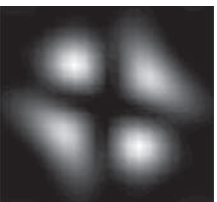
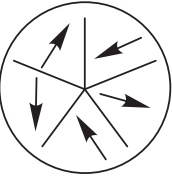
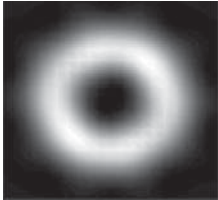
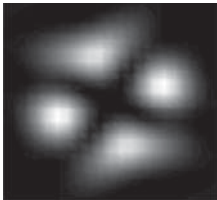
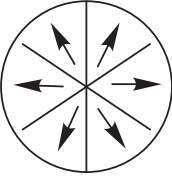
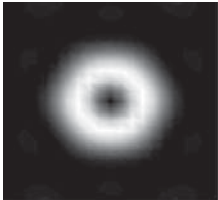
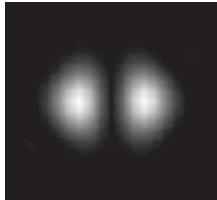
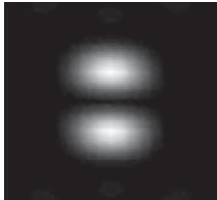
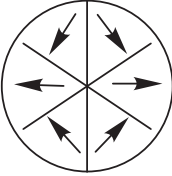
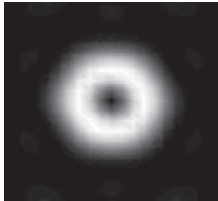
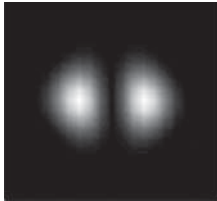
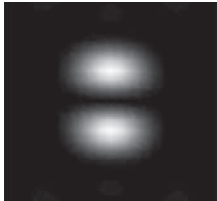
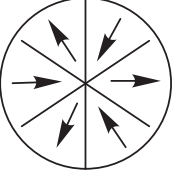
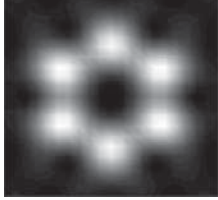
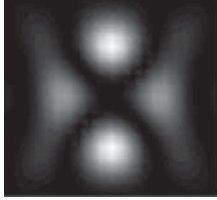
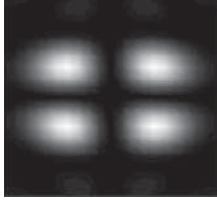
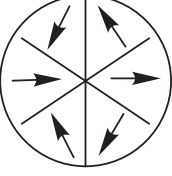
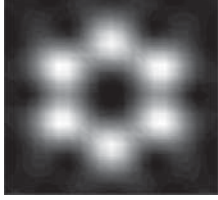
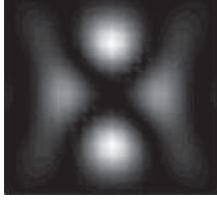
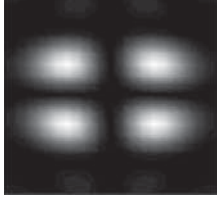
Поляризационная структура в ближней зоне	Дифракционная картина в дальней зоне	Дифракционная картина после горизонтального поляризатора	Дифракционная картина после вертикального поляризатора
			
			
			
+72 			
-72 			
+144 			

Таблица 16.3 (окончание)

Поляризационная структура в ближней зоне	Дифракционная картина в дальней зоне	Дифракционная картина после горизонтального поляризатора	Дифракционная картина после вертикального поляризатора
-144 			
+60 			
-60 			
-120 			
+120 			

Другой способ получения дифракционной картины в виде кольца состоит в нанесении на *отражающие* грани УО нескольких диэлектрических слоев определенной толщины, чтобы получить нулевой сдвиг фаз между ортогональными компонентами. В этом случае возникает шесть ярких периферийных пятен, а центральное пятно отсутствует (см. две последних строки табл. 16.3).

Исследование и разработка новых ДПОЭ — одно из основных направлений развития поляризационной оптики.

Контрольные вопросы к главе 16

1. От каких параметров углового отражателя зависит поляризационная структура света в дальней зоне?
2. Можно ли управлять распределением интенсивности света в дальней зоне углового отражателя?
3. В чем достоинства пространственной поляризационной модуляции света?
4. Каким образом достигается изменение состояния поляризации на оси светового пучка при его распространении в однородной изотропной среде?
5. Чем отличается ДПОЭ от ДОЭ?

Приложение А

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ

ИЗ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ФУНКЦИЙ

Случайной функцией времени (*случайным процессом*) называется функция $X(t)$, значение которой в любой момент времени является случайной величиной. Эта случайная величина называется сечением случайной функции. Случайная функция может рассматриваться не только как семейство случайных величин, зависящих от времени, но и как совокупность (множество, ансамбль) функций, каждая из которых представляет собой одну из возможных реализаций $X(t)$.

Случайные процессы характеризуются детерминированными функциями: функцией распределения $F(x, t)$, математическим ожиданием $M[X(t)]$, дисперсией $D[X(t)]$, корреляционной функцией $K_x(t_1, t_2)$ и т. д.

Функция распределения вероятностей $F(x, t_1)$ определяет вероятность того, что в фиксированный момент времени t_1 любое значение случайной функции $X(t_1)$ меньше определенного значения (уровня) x , которое можно варьировать, и задается соотношением

$$F(x, t_1) = P[X(t_1) < x]. \quad (\text{A.1})$$

В каждый момент времени реализация случайной функции в интервале от x до $x + \Delta x$ характеризуется определенной вероятностью $\Delta F(x, t)$. Эта вероятность тем меньше, чем меньше интервал Δx , и стремится к пределу при $\Delta x \rightarrow 0$, который называется *плотностью вероятности*,

$$f(x, t_1) = \frac{\partial F(x, t_1)}{\partial x}. \quad (\text{A.2})$$

Функция распределения $F(x, t)$ и плотность вероятности $f(x, t)$ обладают рядом свойств, в частности

$$0 \leq F(x, t_1) \leq 1, \\ \int_{-\infty}^x f(x, t) dx = F(x, t), \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x, t) dx = 1. \quad (\text{A.3})$$

Двумерная функция распределения (функция совместного распределения вероятности двух величин) характеризует в случае одного процесса — вероятность того, что значения случайной функции, опи-

сывающей процесс, в различные моменты t_1 и t_2 будут соответственно меньше величин (уровней) x_1 и x_2 :

$$F_2(x_1, x_2, t_1, t_2) = P[X(t_1) < x_1; X(t_2) < x_2]. \quad (\text{A.4})$$

В случае двух процессов имеем

$$F_2(x, y, t_1, t_2) = P[X(t_1) < x; Y(t_2) < y]. \quad (\text{A.5})$$

Математическим ожиданием случайного процесса $X(t)$ называется функция $m_x(t)$, значения которой при каждом t равно математическому ожиданию соответствующего сечения случайной функции:

$$m_x(t) = M[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)f(x, t) dt. \quad (\text{A.6})$$

Математическое ожидание $m_x(t)$ представляет собой некоторую среднюю функцию, около которой группируются и относительно которой колеблются все возможные реализации $X(t)$.

Дисперсией случайной функции $X(t)$ называется функция $D_x(t)$, значение которой при каждом t равно дисперсии соответствующего сечения, т. е. дисперсии $D[X(t)]$ при данном t . Она является центральной моментной функцией второго порядка и равна

$$D_x(t) \equiv D[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} [x - m_x(t)]^2 f(x, t) dx. \quad (\text{A.7})$$

Дисперсия $D_x(t)$ характеризует разброс (рассеяние) возможных реализаций случайной функции относительно среднего значения.

Корреляционной функцией $K_x(t_1, t_2)$ (*автокорреляционной функцией*) называется функция двух аргументов t_1 и t_2 , которая равна математическому ожиданию произведений центрированных значений случайной функции для этих двух аргументов. Это означает, что $K_x(t_1, t_2)$ при каждой паре значений t_1, t_2 равна корреляционному моменту соответствующих сечений случайной функции. $K_x(t_1, t_2)$ является двумерной центральной моментной функцией второго порядка и ее можно выразить через двумерную плотность распределения вероятностей:

$$K_x(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [X(t_1) - m_x(t_1)][X(t_2) - m_x(t_2)] \times \\ \times \frac{\partial^2 F_2(x_1, x_2; t_1, t_2)}{\partial x_1 \partial x_2} dx_1 dx_2.$$

Корреляционная функция $K_x(t_1, t_2)$ при равных значениях аргумента $t_1 = t_2$ совпадает с дисперсией случайного процесса:

$$K_x(t, t) = D_x(t). \quad (\text{A.8})$$

Если значения случайной функции являются комплексными при вещественных аргументах t , выражение для корреляционной функции записывается следующим образом:

$$K_x(t_1, t_2) = M \{ [X^*(t_1) - m(t_1)] [X(t_2) - m(t_2)] \}, \quad (\text{A.9})$$

где звездочкой отмечена комплексно-сопряженная величина.

Абсолютное значение $K_x(t_1, t_2)$ меньше или равно среднему геометрическому двух дисперсий, вычисленных при тех же аргументах, поэтому вместо корреляционной функции удобно использовать нормированную корреляционную функцию (коэффициент *корреляции*)

$$r_x(t_1, t_2) = \frac{K_x(t_1, t_2)}{\sqrt{K_x(t_1, t_1) K_x(t_2, t_2)}}. \quad (\text{A.10})$$

В зависимости от того, к чему приведет сдвиг начала отсчета вероятностных характеристик во времени, случайные процессы делятся на стационарные и нестационарные. Если одномерные и двумерные функции распределения случайного процесса инвариантны по отношению к сдвигу времени, то процесс называется *стационарным* в широком смысле. Для стационарных (в широком смысле) процессов математическое ожидание и дисперсия, а также плотность вероятности не зависят от времени, а корреляционная функция зависит не от места выбора t_1 и t_2 , а лишь от промежутка между ними $\tau = t_1 - t_2$:

$$K_x(t_1, t_2) \equiv K_x(\tau). \quad (\text{A.11})$$

В общем случае для определения характеристик случайной функции необходимо иметь несколько реализаций этой функции. Отличительная особенность *эргодического* процесса заключается в том, что его вероятностные характеристики могут быть получены в результате операции усреднения по времени одной реализации достаточно большой длительности. Для эргодического, стационарного процесса вероятностные характеристики определяются следующим образом:

$$m_x = \langle x(t) \rangle, \quad D_x = \langle x^2(t) \rangle - m_x^2, \\ K_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [x(t) - m_x] [x(t + \tau) - m_x] dt = \langle X^0(t) X^0(t + \tau) \rangle, \quad (\text{A.12})$$

где временное усреднение $\langle x(t) \rangle$ находится из формулы

$$\langle x(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt. \quad (\text{A.13})$$

Коэффициент *автокорреляции* r_x для такого процесса имеет вид

$$r_x(\tau) = \frac{K_x(\tau)}{K_x(0)}. \quad (\text{A.14})$$

Во многих задачах необходимо знать совместные статистические свойства двух или более процессов одновременно. Два случайных процесса совместно эргодичны, если усреднение по множеству пар реализаций этих процессов дает такой же результат, что и усреднение по времени, произведенное над одной единственной парой реализаций. В случае совместно эргодических и стационарно связанных процессов $X(t)$ и $Y(t)$ *взаимная корреляционная* функция зависит лишь от промежутка времени τ :

$$K_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^0(t) y^0(t + \tau) dt. \quad (\text{A.15})$$

Смешанная начальная моментная функция второго порядка $\Gamma_{xy}(\tau)$ определяется формулой

$$\Gamma_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) y(t + \tau) dt = \langle x(t) y(t + \tau) \rangle, \quad (\text{A.16})$$

а коэффициент корреляции стационарного процесса

$$r_{xy}(\tau) = \frac{K_{xy}(\tau)}{\sqrt{K_x(0)K_y(0)}} = \frac{K_{xy}(\tau)}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (\text{A.17})$$

где σ_x и σ_y — средние квадратичные отклонения.

В книге рассматриваются только стационарные эргодические случайные функции (процессы).

В теории случайных процессов большое значение имеет *интервал корреляции* τ_k , который определяется соотношением

$$\tau_k = \frac{1}{\sigma_x^2} \int_0^\infty |K_x(\tau)| d\tau. \quad (\text{A.18})$$

В теории случайных процессов выделяют случайную функцию, последовательные значения которой статистически независимы от предыдущих значений, как бы ни были малы разделяющие их промежутки времени. Такой процесс определяется одномерной плотностью распределения вероятностей. *Квазидетерминированные* случайные процессы

отличаются тем, что их реализации описываются функциями времени определенного вида, содержащие один или несколько случайных параметров, не зависящих от времени.

Особенностью случайных процессов в оптике является то, что вектор напряженности электрического поля $\mathbf{E}$ представляется в комплексном виде. Вместо взаимной корреляционной функции используется понятие взаимной когерентности световых колебаний в точках P_1 и P_2 , причем колебания в точке P_2 рассматриваются в момент времени, запаздывающий на величину τ по сравнению с моментом времени колебаний в точке P_1 :

$$\Gamma_{12}(P_1, P_2, \tau) = \langle E_1(t) E_2(t + \tau) \rangle. \quad (\text{A.19})$$

При $\tau = 0$ функция взаимной когерентности характеризует *пространственную* когерентность между полем в точке P_1 и комплексно-сопряженным полем в точке P_2 . При $P_1 = P_2$ функция Γ_{11} характеризует *временную* когерентность (автокогерентность) поля в какой-либо точке пространства:

$$\Gamma_{11}(\tau) = \langle E_1(t) E_1^*(t + \tau) \rangle. \quad (\text{A.20})$$

При $\tau = 0$ это соотношение сводится к выражению для обычной интенсивности:

$$\Gamma_{11}(0) = I_1, \quad \Gamma_{22}(0) = I_2. \quad (\text{A.21})$$

Общий закон интерференции для стационарных оптических полей записывается в виде

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + 2\sqrt{I_1(P)I_2(P)} \operatorname{Re} [\gamma_{12}(\tau)], \quad (\text{A.22})$$

где γ_{12} — *комплексная степень когерентности* и по определению равна

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)\Gamma_{22}(0)}} = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{I_1 I_2}}. \quad (\text{A.23})$$

В данном случае $\tau = \Delta/c$, причем Δ — оптическая разность хода волн в точке пространства, где наблюдается интерференция.

Для поляризационного анализа важна именно временная когерентность двух ортогональных компонент вектора $\mathbf{E}$, причем с учетом малости времени запаздывания τ полагаем

$$\mu_{xy} = \gamma_{12}(0) = \frac{\langle E_x E_y^* \rangle}{|E_x| |E_y|}. \quad (\text{A.24})$$

Комплексная степень когерентности μ_{xy} играет важную роль в описании частично поляризованного света.

Приложение Б

ВЗАИМОСВЯЗЬ РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБОВ ОБОЗНАЧЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ

В главе 2 приводятся различные способы обозначения состояний поляризации, применяемые в настоящее время. Данное приложение содержит сводную таблицу, которая дает возможность вычислить поляризационные характеристики излучения при различных способах задания состояний поляризации. Эта же таблица позволяет переводить одну систему обозначений в другую.

В таблицу включены следующие способы обозначений.

1. *Естественный метод*, когда заданы
 - амплитуды декартовых компонент A_x , A_y ,
 - степень взаимной когерентности декартовых компонент $|\mu_{xy}|$,
 - разность фаз декартовых компонент поляризованной части излучения Φ .
2. *Базовый метод*, когда заданы
 - общая интенсивность излучения I ,
 - степень поляризации излучения P ,
 - азимут поляризованной части излучения ψ ,
 - угол эллиптичности поляризованной части излучения χ .
3. *Вектор Джонса*, когда заданы
 - компоненты вектора Джонса поляризованной части излучения D_x , D_y ,
 - общая интенсивность излучения I .
4. *Поляризационная переменная*, когда заданы
 - поляризационная переменная для поляризованной части излучения Γ ,
 - общая интенсивность излучения I ,
 - степень поляризации излучения P .
5. *Параметры Стокса*: S_0 , S_1 , S_2 , S_3 .
6. *Матрица когерентности*: J_{xx} , J_{xy} , J_{yx} , J_{yy} .

В табл. Б.1 рассматриваются следующие характеристики состояния поляризации:

- 1) общая интенсивность излучения I ,
- 2) интенсивность поляризованной части излучения I_p ,
- 3) степень поляризации P ,

Таблица Б.1

Система обозначений	Естественная	Базовая	Вектор Джонса и общая интенсивность
Характеристика	$A_x, A_y, \mu_{xy} , \Phi$	I, P, ψ, χ	D_x, D_y, I
1) I	$I = A_x^2 + A_y^2$	I	I
2) I_p	$I_p = \sqrt{4K_{xy}^2 + I_{xy}^2}$	PI	$I_p = D_x ^2 + D_y ^2$
3) P	I_p/I	P	I_p/I
4) A_x, A_y	A_x, A_y	$\sqrt{I(1 \pm Pc)}/2$	$\sqrt{(I \pm I_{xy})}/2$
5) $ \mu_{xy} $	$ \mu_{xy} $	$P\sqrt{(1 - c^2)/(1 - P^2c^2)}$	$2 D_x D_y /\sqrt{I^2 - I_{xy}^2}$
6) A_{xp}, A_{yp}	$\sqrt{(I_p \pm I_{xy})}/2$	$\sqrt{IP(1 \pm c)}/2$	$ D_{x,y} $
7) Φ_{xy}	Φ_{xy}	$\arcsin(s/\sqrt{1 - c^2}) = \arccos(b/\sqrt{1 - c^2})$	$\arg D_y - \arg D_x$
8) ψ	$\frac{1}{2} \arctg\left(\frac{2 \operatorname{Re} K_{xy}}{I_{xy}}\right)$	ψ	$\frac{1}{2} \arctg\left(\frac{2 \operatorname{Re}(D_x^* D_y)}{ D_x ^2 - D_y ^2}\right)$
9) χ	$\frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{2 \operatorname{Im} K_{xy}}{I_p}\right)$	χ	$\frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{2 \operatorname{Im}(D_x^* D_y)}{ D_x ^2 + D_y ^2}\right)$
10) D	$\begin{pmatrix} A_{px} \\ A_{py} e^{j\Phi} \end{pmatrix}$	$\sqrt{\frac{IP}{2(1+c)}} \begin{pmatrix} 1+c \\ b+js \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \end{pmatrix}$
11) Γ	$2K_{xy}/A_{px}^2$	$(b+js)/(1+c)$	D_y/D_x
12) S_0, S_2, S_1, S_3	$I, 2 \operatorname{Re} K_{xy}, I_{xy}, 2 \operatorname{Im} K_{xy}$	I, IPb, IPC, Ps	$I, \frac{2 \operatorname{Re} D_x D_y^*}{2 \operatorname{Im} D_x D_y^*} I_{xy},$
13) J	$\begin{pmatrix} A_x^2 & K_{xy}^* \\ K_{xy}^* & A_y^2 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1+Pc & P(b-js) \\ P(b+js) & 1-Pc \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}(I+I_{xy}) & \frac{D_x D_y^*}{2} \\ D_x^* D_y & \frac{1}{2}(I-I_{xy}) \end{pmatrix}$

Таблица Б.1 (окончание)

Система обозначений	Поляризационная переменная	Параметры Стокса	Матрица когерентности
Характеристика	I, P, Γ	S_0, S_1, S_2, S_3	$J_{xx}, J_{xy}, J_{yx}, J_{yy}$
1) I	I	$I = S_0$	$I = J_{xx} + J_{yy}$
2) I_p	$I_p = PI$	$I_p = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}$	$I_p = \sqrt{4 J_{xy} ^2 + I_{xy}^2}$
3) P	P	I_p/S_0	I_p/I
4) A_x, A_y	$\sqrt{I(1 \pm PG)}/2$	$\sqrt{(S_0 \pm S_1)}/2$	$\sqrt{J_{xx}} \sqrt{J_{yy}}$
5) $ \mu_{xy} $	$P\sqrt{(1 - G^2)/(1 - G^2P^2)}$	$\sqrt{(S_2^2 + S_3^2)/(S_0^2 - S_1^2)}$	$ J_{xy} /\sqrt{J_{xx}J_{yy}}$
6) A_{xp}, A_{yp}	$\sqrt{IP(1 \pm G)}/2$	$\sqrt{(I_p \pm S_1)}/2$	$\sqrt{(I_p \pm I_{xy})}/2$
7) Φ_{xy}	$\arg \Gamma$	$\arcsin\left(\frac{S_3}{\sqrt{S_2^2 + S_3^2}}\right) = \arccos\left(\frac{S_2}{\sqrt{S_2^2 + S_3^2}}\right)$	$-\arg J_{xy} = \arg J_{yx}$
8) ψ	$\frac{1}{2} \arctg\left(\frac{2\operatorname{Re}\Gamma}{G_1}\right)$	$\frac{1}{2} \arctg\left(\frac{S_2}{S_1}\right)$	$\frac{1}{2} \arctg\left(\frac{2\operatorname{Re} J_{yx}}{I_{xy}}\right)$
9) χ	$\frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{2\operatorname{Im}\Gamma}{G_2}\right)$	$\frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{S_3}{I_p}\right)$	$\frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{2\operatorname{Im} J_{yx}}{I_p}\right)$
10) D	$\sqrt{\frac{IP}{G_2}} \left(\frac{1}{\Gamma}\right)$	$[2(I_p + S_1)]^{-1/2} \left(\frac{I_p + S_1}{S_2 + jS_3}\right)$	$[2(I_p + I_{xy})]^{-1/2} \left(\frac{I_p + I_{xy}}{2J_{yx}}\right)$
11) Γ	Γ	$(S_2 + jS_3)/(I_p + S_1)$	$2J_{yx}/(I_p + I_{xy})$
12) S_0, S_2, S_1, S_3	$I, 2IP\operatorname{Re}\Gamma/G_2, IPG, 2IP\operatorname{Im}\Gamma/G_2$	S_0, S_2, S_1, S_3	$J_{xx} + J_{yy}, 2\operatorname{Re} J_{yx}, J_{xx} - J_{yy}, 2\operatorname{Im} J_{yx}$
13) J	$\frac{1}{2} I \begin{pmatrix} 1 + PG & 2P\Gamma^*G_2^{-1} \\ 2P\Gamma G_2^{-1} & 1 - PG \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} S_0 + S_1 & S_2 - jS_3 \\ S_2 + jS_3 & S_0 - S_1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} \\ J_{yx} & J_{yy} \end{pmatrix}$

- 4) общие амплитуды декартовых компонент излучения A_x, A_y ,
- 5) степень когерентности декартовых компонент $|\mu_{xy}|$,
- 6) амплитуды компонент поляризованной части излучения A_{px}, A_{py} ,
- 7) разность фаз компонент поляризованной части Φ ,
- 8) азимут поляризационного эллипса ψ ,
- 8) угол эллиптичности поляризационного эллипса χ ,
- 9) декартов вектор Джонса поляризованной части $\mathbf{D} (D_x, D_y)$;
- 10) поляризационная переменная поляризованной части Γ ,
- 11) параметры Стокса S_0, S_1, S_2, S_3 ,
- 12) матрица когерентности $J_{xx}, J_{xy}, J_{yx}, J_{yy}$.

Для компактности приводимых в таблице формул используются некоторые вспомогательные величины. Одни из них носят формальный характер:

$$b = \sin 2\psi \cos 2\chi, \quad c = \cos 2\psi \cos 2\chi, \quad s = \sin 2\chi,$$

$$G_1 = 1 - |\Gamma|^2, \quad G_2 = 1 + |\Gamma|^2, \quad G = G_1/G_2.$$

Другие обозначения имеют определенный физический смысл. К последним относятся разность интенсивностей ортогональных компонент,

$$I_{xy} = A_x^2 - A_y^2 = IPC = |D_x|^2 - |D_y|^2 = IPG = S_1 = J_{xx} - J_{yy},$$

и корреляционный момент (функция взаимной когерентности) ортогональных компонент:

$$\begin{aligned} K_{xy} = \mu_{xy} A_x A_y &= \frac{1}{2} IP (b + js) = D_x^* D_y = \frac{1}{2} IP (1 + G) \Gamma = \\ &= \frac{1}{2} (S_2 + jS_3) = J_{xy}. \end{aligned}$$

Кроме того, в последующих строках таблицы могут использоваться величины, определенные в предыдущих строках.

Приложение В

Таблица В.1
Искажение поляризационной структуры линейно поляризованного пучка,
вследствие различных поляризационных аберраций

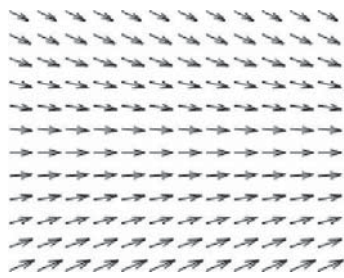
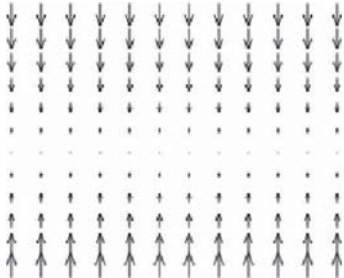
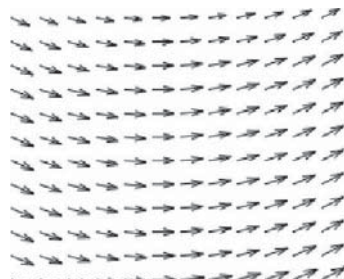
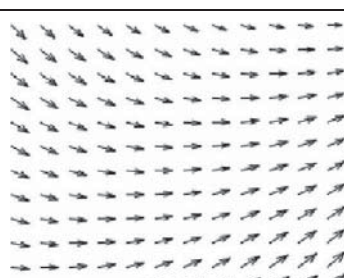
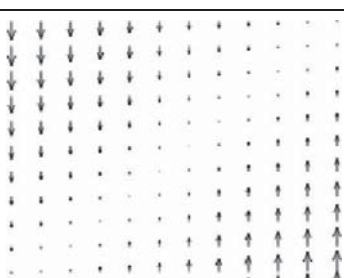
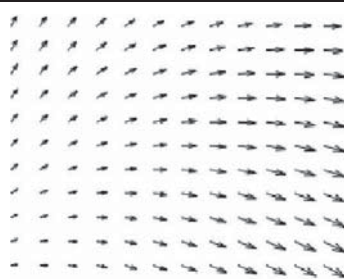
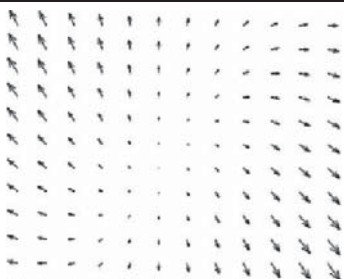
Поляризационная структура искаженного пучка	Поляризационная структура паразитного поля	Поляризационная переменная
		$\Gamma = -ay$
		$\Gamma = -ax$
		$\Gamma = -ax + ay$
		$\Gamma = \frac{-ax + ay}{1 + bx}$

Таблица В.1 (продолжение)

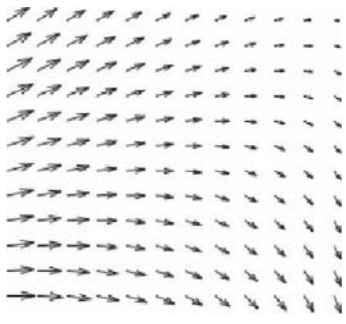
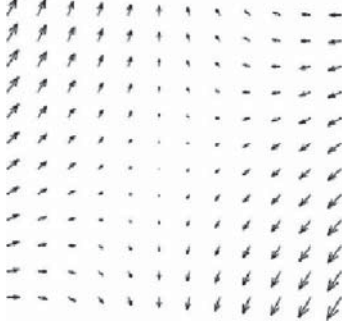
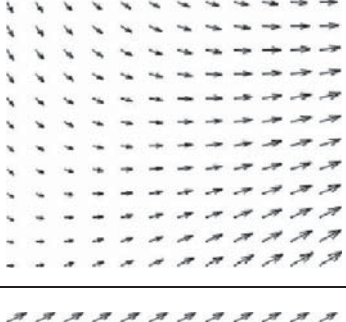
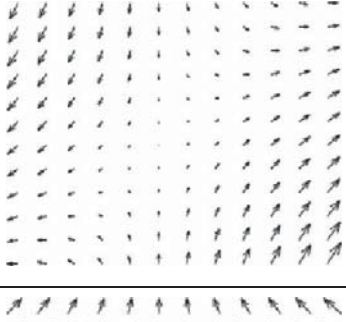
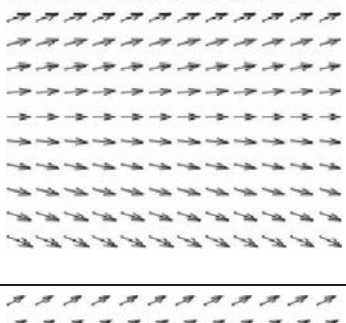
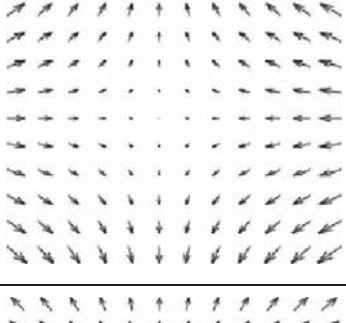
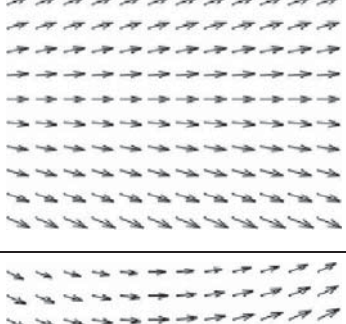
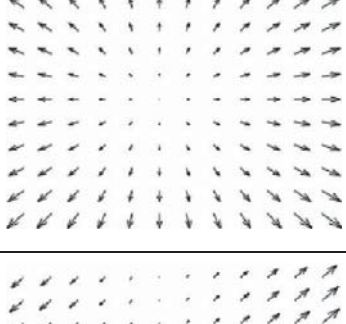
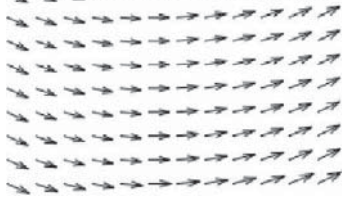
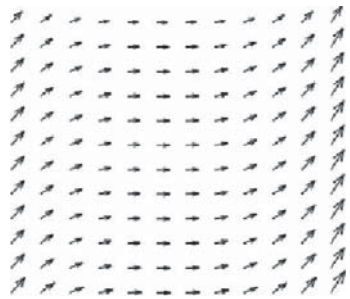
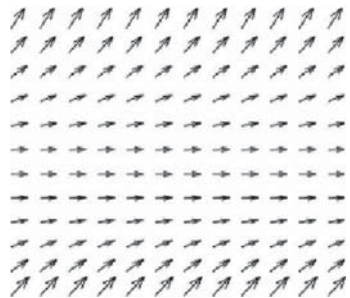
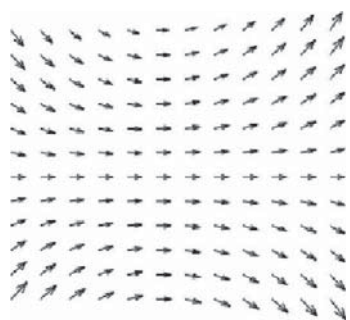
Поляризационная структура искаженного пучка	Поляризационная структура паразитного поля	Поляризационная переменная
		$\Gamma = \frac{-ax + ay}{1 - bx}$
		$\Gamma = \frac{ax - ay}{1 + bx}$
		$\Gamma = \frac{ay}{1 - bx}$
		$\Gamma = \frac{ay}{1 + bx}$
		$\Gamma = \frac{ax}{1 + bx}$

Таблица В.1 (окончание)

Поляризационная структура искаженного пучка	Поляризационная структура паразитного поля	Поляризационная переменная
		$\Gamma = ax^2$
		$\Gamma = ay^2$
		$\Gamma = axy$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Поляризация света и радиоволн в учебниках и монографиях

1. *Поль Р.* Оптика и атомная физика / Под ред. Н. А. Толстого. — М.: Наука, 1966. — 552 с.
2. *О'Нейл Э.* Введение в статистическую оптику. — М.: Мир, 1966. — 254 с.
3. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. — М.: Наука, 1973. — 720 с.
4. *Ландсберг Г. С.* Оптика. 5-е изд. — М.: Наука, 1976. — 928 с.
5. *Гончаренко А. М.* Гауссовы пучки света. — Минск: Наука и техника, 1977. — 142 с.
6. *Джерард А., Берч Дж. М.* Введение в матричную оптику. — М.: Мир, 1978. — 341 с.
7. *Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И.* Введение в статистическую радиофизику. Часть 2. Случайные поля. — М.: Наука, 1978. — 464 с.
8. *Ананьев Ю. А.* Оптические резонаторы и проблема расходимости лазерного излучения. — М.: Наука, 1979. — 328 с.
9. *Сивухин Д. В.* Общий курс физики. Оптика. — М.: Наука, 1980. — 752 с.
10. *Ищенко Е. Ф.* Открытые оптические резонаторы. — М.: Сов. радио. 1980. — 206 с.
11. *Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С.* Введение в статистическую радиофизику и оптику. — М.: Наука, 1981. — 640 с.
12. *Бельский А. М., Корнейчик Т. М., Хапалюк А. П.* Пространственная структура лазерного излучения. — Минск: Белорус. ун-т, 1982. — 198 с.
13. *Апресян Л. А., Кравцов Ю. А.* Теория переноса излучения: статистические и волновые эффекты. — М.: Наука, 1983. — 216 с.
14. *Климков Ю. М.* Прикладная лазерная оптика. — М.: Машиностроение, 1985. — 128 с.
15. *Ахманов С. А., Никитин С. Ю.* Физическая оптика. — М.: МГУ, 1998. — 656 с.
16. *Солимено С., Крозиньяни Б. Ди Порто П.* Дифракция и волноводное распространение оптического излучения. — М.: Мир, 1989. — 664 с.
17. *Мандель Л., Вольф Э.* Оптическая когерентность и квантовая оптика. — М.: Физматлит, 2000. — 896 с.
18. *Методы компьютерной оптики* / Под. ред. В. А. Сойфера. — М.: Физматлит, 2003. — 688 с.
19. *Быков В. П., Силичев О. О.* Лазерные резонаторы. — М.: Физматлит, 2004. — 320 с.

20. Козлов А. И., Логвин А. И., Сарычев В. А. Поляризация радиоволн. Т. 1: Поляризационная структура радиолокационных сигналов. — М.: Радиотехника, 2005. — 704 с.
21. Дмитриев А. Л. Оптические системы передачи информации (учебное пособие). — СПб.: СПбГУИТМО, 2007. — 96 с.

Поляризационный анализ в классической и квантовой оптике

22. Розенберг Г. В. Вектор-параметр Стокса. Матричные методы учета поляризации излучения в приближении лучевой оптики // УФН. 1955. Т. 56, № 1. С. 77–110.
23. Шерклифф У. Поляризованный свет. — М.: Мир, 1965. — 264 с.
24. Stokes G. G. On the composition and resolution of stream of light from different sources // In: Mathematical and Physical Papers. — N. Y.: Johnson Reprint, 1966. V. 3. P. 232–258.
25. Поздняк С. И., Мелетицкий В. А. Введение в статистическую теорию поляризации радиоволн. — М.: Сов. радио, 1967. — 480 с.
26. Жевандров Н. Д. Поляризация света. — М.: Наука, 1968.
27. Whitney C. Pauli-algebraic operators in polarization optics // J. Opt. Soc. Amer. 1971. V. 61. P. 1207–1213.
28. Кожевников Н. М. Применение метода возмущений к поляризационному анализу анизотропных резонаторов // ЖТФ. 1973. Т. 43, № 4. С. 878–881.
29. Тронько В. Д., Головач Г. П. Матрицы Мюллера системы идентичных плоскопараллельных слоев // Опт. и спектроск. 1974. Т. 37, № 2. С. 303–308.
30. Тронько В. Д., Павлов С. А. Магнитооптические среды, обладающие линейным и круговым дихроизмом. Матрицы Джонса // Кристаллография. 1975. Т. 20, № 3. С. 477–484.
31. Семененко А. И., Миронов С. Ф. Матричный метод в оптике анизотропных слоистых сред // Опт. и спектр. 1976. Т. 41, № 3. С. 456–462.
32. Аззам Р., Башара Н. Эллипсометрия и поляризованный свет. — М.: Мир, 1981. — 584 с.
33. Блум К. Теория матрицы плотности и ее приложения. М: Мир, 1983. — 248 с.
34. Ищенко Е. Ф., Соколов А. Л. Возмущение линейных собственных состояний поляризации // Опт. и спектроск. 1984. Т. 57, № 3. С. 400–403.
35. Снопко В. Н. Поляризационные характеристики оптического излучения и методы их измерения. — Минск: Наука и техника. 1992. — 336 с.
36. Карасев В. П., Масалов А. В. Состояния неполяризованного света в квантовой оптике // Опт. и спектроск. 1993. Т. 74, № 5. С. 928–936.
37. Anderson D. G., Barakat R. Necessary and sufficient conditions for a Muller matrix to be derivable from a Jones matrix // J. Opt. Soc. Amer. 1994. V. 11, № 8. P. 2305–2316.
38. Chipman R. A. Polarimetry // Handbook of Optics. — Washington, D. C.: Optical Society of America, 1995.
39. Pezzanitti J. L., Chipman R. A. Muller matrix imaging polarimetry // Opt. Eng. 1995. V. 34, № 6. P. 1558–1568.

40. Ламекин П. И. Необходимые и достаточные условия недеполяризуемости оптических систем // *Опт. и спектроск.* 1996. Т. 81, № 1. С. 2330–2333.
41. Ищенко Е. Ф. Аддитивная поляризационная задача в оптических измерительных системах // *Измерит. техн.* 1997. № 2. С. 10–13.
42. Nee S. F., Chan Yoo, Cole T., Burge D. Characterization for imperfect polarizers under imperfect conditions // *Appl. Opt.* 1998. V. 37, № 1. P. 54–64.
43. Ищенко Е. Ф., Соколов А. Л. Поляризационный анализ. М.: Знак, 1998. — 208 с.
44. Ищенко Е. Ф., Соколов А. Л. Учет деполяризации при решении собственных поляризационных задач // *Опт. и спектроск.* 2000. Т. 89, № 1. С. 141–144.
45. Бушев П. А., Карасев В. П., Масалов А. В., Путилин А. А. Бифотонное излучение со скрытой поляризацией и его поляризационная томография // *Опт. и спектроск.* 2001. Т. 91, № 4. С. 558–564.
46. Karassiov V. P., Masalov A. V. Quasi-classical images of polarization states of quantum light // *Laser Physics.* 2002. V. 12, № 6. P. 948–955.
47. Карасев В. П., Масалов А. В. Метод поляризационной томографии излучения в квантовой оптике // *ЖЭТФ.* 2004. Т. 126, № 1. С. 63–74.
48. Karassiov V. P. Polarization states of light and their quantum tomography // *Jornal of Russian laser research.* 2005. V. 26, № 6. P. 484–513.
49. Карасев В. П. Концепция Р-квасизпина в поляризационной оптике // *Письма в ЖЭТФ.* 2006. Т. 84, № 12. С. 759–763.
50. Savenkov S. N., Marienko V. V., Oberemok E. A., Sydoruk O. I. Generalized matrix equivalence theorem for polarization theory // *Phys. Rev. E* 74, 056607, 2006.
51. Savenkov S. N., Sydoruk O. I., Muttiah R. S. Eigenanalysis of dichroic, birefringent and degenerate polarization elements: a Jones-calculus study // *Appl. Opt.* 2007. V. 46. P. 6700–6709.
52. Карасев В. П. Поляризация света в классической и квантовой оптике: концепции и применения // *Опт. и спектроск.* 2007. Т. 103, № 1. С. 143–150.
53. Пермяков В. А., Корюкин А. Н. О прямом пространственно-временном описании плоских электромагнитных волн произвольной поляризации // *Вестник МЭИ.* 2008. № 2. С. 68–73.
54. Соколов А. Л. Матричный метод расчета поляризационных aberrаций // *Оптический журнал.* 2008. Т. 75, № 2. С. 16–22.
55. Длугунович В. А., Курочкин Ю. А. Векторная параметризация преобразований группы Лоренца и полярное разложение матриц Мюллера // *Опт. и спектроск.* 2009. Т. 107, № 2. С. 312–317.

**Поляризационные явления в оптике, поляризационные свойства
оптических сред и устройств**

56. Фрохт М. М. Фотоупругость. — М.: Гостехиздат, 1948. — 590 с.
57. Чандрасекар С. Перенос лучистой энергии. — М.: Иностранная литература, 1953. — 431 с.
58. Inoue S., Hide W. L. Studies on depolarization of light at microscope lens surfaces. II: The simultaneous realization of high resolution and high sensi-

- tivity with the polarization microscope // J. Biophys. Biochem. Cyto. 1957. V. 3. P. 831–838.
59. *Kubota H., Inoue S.* Diffraction images in polarizing microscopes // J. Opt. Soc. Amer. 1959. V. 49. P. 191–198.
60. *Розенберг Г.В.* Оптика тонкослойных покрытий. — М.: Физматгиз, 1958. — 570 с.
61. *Федоров Ф.И.* Оптика анизотропных сред. — Минск: АН БССР, 1958.
62. *Соколов А.В.* Оптические свойства металлов. — М.: Физматгиз, 1961.
63. *Федоров Ф.И., Константинова А.Ф.* Прохождение света через пластинки из одноосных оптически активных кристаллов. I. Общее решение // Опт. и спектроск. 1962. Т. 12, № 3. С. 407–411.
64. *Бокуть Б.В., Федоров Ф.И.* Отражение и преломление света оптически активными кристаллами // Опт. и спектроск. 1963. Т. 15, № 6. С. 797–802.
65. *Татарский В.Б.* Кристаллооптика и иммерсионный метод исследования минералов. — М.: Недра. 1965. — 306 с.
66. Поляризационные свойства многослойных диэлектрических лазерных зеркал / Б.В. Рыбаков, С.С. Скулаченко, Р.Ф. Чумичев, И.И. Юдин // Опт. и спектроск. 1968. Т. 25, № 4. С. 572–574.
67. *Eckhard H.* Simple model of corner reflector phenomena // Appl. Opt. 1971. V. 10, № 7. P. 1559–1566.
68. *Тронько В.Д.* Прохождение светового потока через среду, обладающую линейным и квадратичным магнитооптическими эффектами // Опт. и спектроск. 1979. Т. 29, № 5. С. 354–359.
69. *Басс Ф.Г., Фукс И.М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. — М.: Наука, 1972.
70. *Кизель В.А.* Отражение света. — М.: Наука, 1973. — 252 с.
71. *Бельский А.М., Хапалюк А.П.* Преломление лазерного излучения на границе раздела изотропных диэлектриков // Опт. и спектроск. 1975. Т. 38, № 1. С. 154–158.
72. *Ринкевичюс Б.С., Соколов А.Л.* Интерференция рассеянных на частице двух волн // Опт. и спектроск. 1980. Т. 49, вып. 2. С. 347–353.
73. *Кортаев В.В., Панков Э.Д.* Поляризационные свойства уголковых отражателей // Опт.-мех. пром. 1981. № 1. С. 9–12.
74. *Гулин А.В., Ищенко Е.Ф.* Свойства менисковой диафрагмы // Труды МЭИ. Физическая оптика и светотехника / МЭИ. 1981. Вып. 519. С. 35–37.
75. *Гуделев В.Г., Ясинский В.М.* О влиянии температуры на фазовую анизотропию диэлектрических лазерных зеркал // Опт. и спектр. 1981. Т. 51, № 4. С. 724–725.
76. *Денисюк Г.В., Корнеев В.И.* Формирование мелкоструктурного изображения уголковыми отражателями, работающими на основе явления полного внутреннего отражения // Опт.-мех. пром. 1982. № 9. С. 1–3.
77. *Железняков В.В., Кочаровский В.В.* Кочаровский Вл. В. Линейное взаимодействие электромагнитных волн в неоднородных слабоизотропных средах // УФН. 1983. Т. 141, вып. 2. С. 257–310.

78. Невдах В. В., Лешенюк Н. С., Орлов Л. Н. Экспериментальное исследование поляризационных свойств отражательных дифракционных решеток для CO_2 лазеров // Ж. прикл. спектроск. 1983. Т. 39, № 5. С. 430–435.
79. Ламекин П. И. Собственные состояния поляризации уголковых отражателей // Опт.-мех. пром. 1987. № 11. С. 14–17.
80. Кожевников Н. М. Деполяризация излучения в анизотропных одномодовых волоконных световодах // Опт. и спектроск. 1988. Т. 64, № 3. С. 666–670.
81. Клышко Д. Н. Геометрическая фаза Берри в колебательных процессах // УФН. 1993. Т. 163, № 11. С. 1–18.
82. Wilson T., Yuskatis R. On the extinction coefficient in confocal polarization microscopy // J. Microscopy. 1995. V. 179, № 3. P. 238–240.
83. Михеев Г. М., Идиатулин В. С. Анизотропия поглощения мощного лазерного излучения в металлах // Квант. электрон. 1997. Т. 24, № 11. С. 1007–1011.
84. Волоховский В. В., Чиркин А. С. Формирование поляризационно-сжатого света в пространственно-периодической нелинейно-оптической среде с диссипацией // Квант. электрон. 1998. Т. 25, № 11. С. 1049–1052.
85. Шварцбург А. Б. Поляризационные эффекты при отражении ультракоротких видеоимпульсов от полупроводников и металлов // Квант. электрон. 1999. Т. 26, № 3. С. 193–203.
86. Геликонов В. М., Геликонов Г. В., Иванов В. В., Новиков М. А. Фарадеевский компенсатор взаимной оптической анизотропии на основе поляризационного кольцевого интерферометра // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25, № 10. С. 57–63.
87. Гисмятов И. Ф., Семенцов Д. И. Магнитооптические эффекты при отражении света от ферродиеlectrica с произвольной ориентацией намагниченности // Опт. и спектроск. 2002. Т. 92, № 4. С. 643–647.
88. Wilkie A., Tobler R. F., Ulbricht C. An analytical model for skylight polarization // Eurographics Symposium on Rendering. 2004.
89. Кизеветтер Д. В., Малюгин В. И. Спектрально-поляризационные характеристики несовершенных одномодовых волоконных световодов // Опт. и спектроск. 2004. Т. 97, № 5. С. 876–879.
90. Рябко М. В., Никитин С. А., Чаморский Ю. К. Моделирование свойств однополяризационных микроструктурных оптических волноводов // Радиотехника и электроника. 2006. Т. 52, № 10. С. 1–7.
91. Андреев А. А., Платонов К. Ю., Рожанский И. В. Нелинейное взаимодействие циркулярно-поляризованной электромагнитной волны с плотной лазерной плазмой // Опт. и спектроск. 2008. Т. 104, № 6. С. 992–1000.
92. Малыкин Г. Б., Малыкин Э. Г., Позднякова В. И. Математическое моделирование случайной связи поляризационных мод в одномодовых волноводных световодах // Опт. и спектроск. 2008. Т. 104, № 3. С. 474–485.
93. Раутиан С. Г. Волновые отступления от закона Рytova вращения эллипса поляризации // Опт. и спектроск. 2008. Т. 105, № 1. С. 95–102.

94. Балакий В. И., Манцевич С. Н. Влияние поляризации света на характеристики коллинеарной акустооптической дифракции // Опт. и спектроск. 2008. Т. 106, № 3. С. 499–504.
95. Кузьмин В. Л., Меглинский И. В. Обратное рассеяние света с линейной и круговой поляризацией в слоисто-неоднородных средах // Опт. и спектроск. 2009. Т. 106, № 99. 2. С. 294–305.
96. Садовников М. А., Соколов А. Л. Пространственная поляризационная структура излучения, формируемая угловыми отражателями с нематаллизированными гранями // Опт. и спектроск. 2009. Т. 107, № 2. С. 213–218.
97. Баган В. А., Давыдов Б. Л., Самарцев П. Э. Исследование пространственного деполяризатора Корню из оптически активных кристаллов кварца и парателлурита // Квант. электрон. 2009. Т. 39, № 1. С. 73–78.
98. Белоненко М. Б. Поляризация предельно коротких импульсов в полупроводниковой сверхрешетке в присутствии магнитного поля // Опт. и спектроск. 2009. Т. 107, № 4. С. 642–647.

Поляризационные характеристики лазеров

99. Lang H. de. Eigenstates of polarization of lasers // Philips Res. Rep. 1964. V. 19, № 5. P. 429–440.
100. Когельник Х. Коэффициенты связи и коэффициенты преобразования волн в оптических системах // В кн.: Квазиоптика / Пер. с англ. под ред. В. В. Шевченко. — М.: Мир, 1966. С. 210–225.
101. Kogelnik H., Li T. Laser beams and resonators // Appl. Opt. 1966. V. 5, № 10. P. 1550–1567.
102. Иванов Э. И., Чайка М. П. Анизотропный элемент в резонаторе // Физика газовых лазеров. — Л.: ЛГУ, 1969. С. 20–32.
103. Рубанов В. С. Расчет поляризационных характеристик квантовых генераторов // Ж. прикл. спектроск. 1969. Т. 10, № 5. С. 725–731.
104. Поляризационные характеристики излучения кольцевого ОКГ с циркулярно анизотропным резонатором / Б. В. Рыбаков, С. С. Скулаченко, А. М. Хромых, И. И. Юдин // Опт. и спектроск. 1969. Т. 27, № 1. С. 113–118.
105. Васильев В. П., Рубанов В. С. Анализ возможностей разделения поляризаций встречных волн в кольцевом квантовом генераторе // Ж. прикл. спектроск. 1969. Т. 10, № 6. С. 920–923.
106. Рубанов В. С. Расчет поляризационных характеристик квантовых генераторов // Журнал прикл. спектроскопии. 1969. Т. 10, № 5. С. 725–731.
107. Привалов В. Е., Фридрихов С. А. Кольцевой газовый лазер // УФН. 1969. Т. 97, № 3. С. 377–402.
108. Фрадкин Э. Е., Хаятин Л. М. К теории газового лазера в магнитном поле // ЖЭТФ. 1970. Т. 59, № 5. С. 1634–1644.
109. Молчанов В. Я., Скроцкий Г. В. Матричный метод вычисления собственных состояний поляризации анизотропных оптических резонаторов // Квант. электрон / Под ред. Н. Г. Басова. 1971. № 4. С. 3–26.

110. Кружалов С. В. ОКГ бегущей волны с использованием эффекта Фарадея в активной среде // ЖТФ. 1971. Т. 41, № 12. С. 2621–2622.
111. Yoshino T. Effect of active medium on the polarization states of modes in anisotropic resonator // Opt. commun. 1971. V. 3, № 4. P. 155–157.
112. Кружалов С. В., Кожевников Н. М. Анализ поляризационных свойств излучения ОКГ бегущей волны // ЖТФ. 1972. Т. 42, № 7. С. 1452–1458.
113. Веткин В. А., Хромых А. М. Конкуренция продольных мод в кольцевом лазере с анизотропным резонатором // Квант. электрон. 1972. Т. 3, № 9. С. 59–68.
114. Орлов Л. Н., Рубанов В. С. Газовый лазер с внешними зеркалами, генерирующий неполяризованное излучение // Журн. прикл. спектр. 1972. Т. 16, № 4. С. 744–745.
115. Орлов А. И., Орлов Л. Н., Рубанов В. С. генерация в кольцевом лазере встречных волн, поляризованных в разных плоскостях // Опт. и спектр. 1972. Т. 33, № 4. С. 729–732.
116. Чекалинская Ю. И., Леднева Г. П. Частотно-поляризационные характеристики трехзеркального резонатора с анизотропными элементами // Ж. прикл. спектроскоп. 1973. Т. 17, вып. 2. С. 219–226.
117. Зборовский В. А., Фрадкин Э. Е. Нелинейное взаимодействие встречных волн с различными поляризациями в кольцевом лазере // ЖЭТФ. 1974. Т. 66, № 6. С. 1219–1228.
118. Винокуров Г. Н., Мак А. А., Митькин В. М. Генерация тангенциально-поляризованных мод высшего порядка в оптическом диапазоне // Квант. электрон. 1974. № 8. С. 1890–1895.
119. Мазанько И. П. Влияние малых возмущений на поляризацию излучения одномодового лазера с однородной линией рабочего перехода // Опт. и спектр. 1974. Т. 36, № 3. С. 552–556.
120. Губин М. А., Козин Г. И., Проценко Е. Д. Поле в резонаторе с двумя фазовыми пластинками, близкими к четвертьволновым // Опт. и спектр. 1974. Т. 36, № 3. С. 567–571.
121. Панкратова Т. Ф. Собственные частоты и поляризации объемного резонатора // Опт. и спектр. 1974. Т. 36, № 5. С. 969–975.
122. Ищенко Е. Ф., Курятов В. Н., Юкаров О. С. Сравнительные поляризационные характеристики возмущенных кольцевых резонаторов // Труды МЭИ / Московский энергетический институт. 1975. Вып. 282. С. 90–95.
123. О компенсации наведенного двулучепреломления в лазерных системах пассивными анизотропными элементами // В. Г. Евдокимова, А. А. Мак, Л. Н. Сомс, А. И. Шафаростов // Квант. электрон. 1975. Т. 2, № 9. С. 1915–1922.
124. Сардыко В. И. Исследование трехзеркального кольцевого ОКГ с амплитудной анизотропией и ячейкой Фарадея // Квант. электрон. 1976. Т. 3, № 3. С. 517–529.
125. Ищенко Е. Ф., Курятов В. Н., Юкаров О. С. Чувствительность кольцевого резонатора к магнитному полю // Труды МЭИ / Московский энергетический институт. 1976. Вып. 281. С. 324–326.

126. Савельев И. И., Хромых А. М. Продольные моды объемного кольцевого резонатора // Квант. электрон. 1976. Т. 3, № 7. С. 1517–1526.
127. Смирнов В. С., Тумайкин А. М. Поляризационные явления в газовом лазере с анизотропным резонатором // Опт. и спектроск. 1976. Т. 40, № 6. С. 1030–1035.
128. Андронова И. А., Куватова Е. А. Влияние продольного магнитного поля на невязимные эффекты в кольцевом лазере // Квант. электрон. 1977. Т. 4, № 6. С. 1227–1236.
129. Ладыгин М. В., Мазанько И. П. Естественные флуктуации поляризации излучения гелий-неонового лазера со слабо изотропным резонатором // Квант. электрон. 1977. Т. 4, № 3. С. 575–581.
130. Фрадкин Э. И., Тиунов Е. А. Разность частот генерации эллиптически поляризованных встречных волн кольцевого лазера в магнитном поле // Опт. и спектроск. 1978. Т. 44, № 3. С. 557–560.
131. Андронова И. А., Куватова Е. А., Мамаев Ю. А. Нелинейные невязимные эффекты в кольцевом лазере, помещенном в продольное магнитное поле // Квант. электрон. 1979. Т. 6, № 3. С. 1681–1689.
132. Dente G. C. Polarization effects in resonators // Appl. Opt. 1979. V. 18, № 17. P. 2911–2912.
133. Снопко В. Н., Царюк О. В. Влияние анизотропии внутрирезонаторной пластины на поляризацию CO_2 -лазера // Квант. электрон. 1980. Т. 7, № 5. С. 1095–1098.
134. Пространственные и поляризационные характеристики излучения непрерывного лазера на гранате с неодимом с неплоским кольцевым резонатором / Ю. Д. Голяев, К. Н. Евтюхов, Л. Н. Капцов, С. П. Смышляев // Квант. электрон. 1981. Т. 8, № 11. С. 2321–2329.
135. Демьянцева С. Д., Табарин В. А. Управление поляризацией излучения лазера с анизотропным резонатором // Ж. прикл. спектроск. 1981. Т. 34, № 6. С. 370–374.
136. Исянова Е. Д., Левит А. Л., Овчинников В. М. Кольцевой резонатор бегущей волны с неплоским осевым контуром // Ж. прикл. спектроск. 1982. Т. 36, № 3. С. 402–407.
137. Ильющенко Н. В., Свирина Л. П., Севериков В. Н. Поляризационные характеристики излучения кольцевого лазера с анизотропным резонатором // Опт. и спектр. 1983. Т. 54, № 5. С. 874–876.
138. Жаворонкова Т. В., Хромых А. М. Влияние произвольно ориентированного поля на работу кольцевого лазера в режиме двух ортогонально поляризованных мод // Электронная техника. Серия 11. Лазерная техника и оптоэлектроника. 1986. Вып. 3. С. 40–46.
139. Ищенко Е. Ф., Курятов В. Н., Соколов А. Л. Резонатор бегущей волны с малой непланарностью // Электронная техника. Сер. 11. Лазерная техника и оптоэлектроника. 1986. № 38. С. 78–84.
140. Войтович А. П., Севериков В. Н. Лазеры с анизотропными резонаторами. — Минск: Наука и техника. 1988. — 272 с.
141. Гончуков С. А., Усов А. П. Поляризационная анизотропия дифракционных потерь в лазерном резонаторе // Квант. электрон. 1989. Т. 16, № 1. С. 126–127.

142. Ясинский В. М. Особенности четырехволновых режимов работы одноизотопного кольцевого He–Ne лазера с линейной и циркулярной поляризацией волн // Квант. электрон. 1996. Т. 23, № 12. С. 1086–1090.
143. Соколов А. Л. Анализ поляризационно-пространственных характеристик кольцевого резонатора, образованного призмами ПВО // Опт. и спектроск. 1999. Т. 86, № 1. С. 133–138.
144. Сергеев С. В., Козлов И. Н. Статистика поляризационных состояний квазиизотропного лазера на красителе // Квант. электрон. 1999. Т. 29, № 2. С. 111–113.
145. Курятов В. Н., Соколов А. Л. Поляризационные потери в кольцевом призмменном резонаторе // Квант. электрон. 2000. Т. 30, № 2. С. 125–127.
146. Азарова В. В., Голяев Ю. Д., Дмитриев В. Г. Кольцевые газовые лазеры с магнитооптическим управлением в лазерной гироскопии // Квант. электрон. 2000. Т. 30, № 2. С. 96–101.
147. Воронин В. Г., Ся Я. В., Наний О. Е., Хлыстов В. И. Механизм самопроизвольного переключения поляризации в иттербиевом волоконном лазере // Квант. электрон. 2007. Т. 37, № 4. С. 339–342.
148. Свирина Л. П. Фазовая неустойчивость в четырехчастотном кольцевом газовом лазере с анизотропным резонатором // Квант. электрон. 2008. Т. 38, № 1. С. 1–15.
149. Алешин Д. А., Кравцов Н. В., Ларионцев Е. Г., Чекина С. Н. Векторная модель кольцевого твердотельного лазера, учитывающая пространственную неоднородность накачки и поляризации излучения // Квант. электрон. 2008. Т. 38, № 11. С. 1016–1020.
150. Вольпян О. Д., Курятов В. Н., Соколов А. Л. Расчет оптимальной поляризационной анизотропии интерференционных зеркал резонатора кольцевого лазера // Квант. электрон. 2009. Т. 39, № 10. С. 959–961.
151. Свирина Л. П. Фазовая неустойчивость в одномодовом твердотельном лазере с анизотропным резонатором // Опт. и спектроск. 2009. Т. 107, № 2. С. 207–212.

Применения поляризованного света, поляризационные измерения и поляризационно-оптические приборы

152. Войтович А. П., Кацев И. Л. Об измерении коэффициентов пропускания высокоотражающих зеркал // Ж. прикл. спектроск. 1966. Т. 4, № 6. С. 563–564.
153. Мельников А. В. Измерение коэффициентов отражения зеркал для газовых ОКГ // Ж. прикл. спектроск. 1967. Т. 6, № 6. С. 821–823.
154. Эллипсометрия поглощающих пленок / К. К. Свитащев, А. И. Семененко, Л. В. Семененко, В. К. Соколов // Опт. и спектр. 1972. Т. 32, № 6. С. 1204–1269.
155. Какичашвили Ш. Д. О поляризационной записи голограмм // Опт. и спектроск. 1972. Т. 33, № 2. С. 324–327.
156. О точности и чувствительности метода эллипсометрии / К. К. Свитащев, А. И. Семененко, Л. В. Семененко, В. К. Соколов, Е. С. Филатова. I. Точность метода // Опт. и спектр. 1972. Т. 33, № 4. С. 742–747. II. Чувствительность метода // Опт. и спектр. 1977. Т. 42, № 6. С. 1142–1147.

157. Александров А. Я., Ахметзянов М. Х. Поляризационно-оптические методы механики деформируемого тела. — М.: Наука, 1973. — 620 с.
158. Галактионова Н. М., Мак А. А., Орлов О. А., Хюппенен А. П. О возможности создания сверхчувствительного лазерного измерителя искусственной анизотропии и фарадеевского вращения плоскости поляризации // Письма в ЖТФ. 1973. Т. 18, № 8. С. 507–510.
159. Горшков М. М. Эллипсометрия. — М.: Сов. радио. 1974. — 200 с.
160. Гусев К. Г., Филатов А. Д., Сополев А. П. Поляризационная модуляция. — М.: Радио. 1974. — 288 с.
161. Hуге Р. С., Дилл Ф. Н. A rotating-compensator Fourier ellipsometer // Opt. commun. 1975. V. 14, № 4. P. 431–437.
162. К вопросу определения оптических постоянных материалов методом эллипсометрии в далекой ИК-области спектра / А. С. Мардезов, К. К. Свитащев, А. И. Семененко, Л. В. Семененко, В. К. Соколов // Микроэлектроника. 1977. Т. 6, № 5. С. 427–436.
163. Berry H. G., Gabrielse G., Livingston A. E. Measurement of the Stokes parameters of light // Appl. Opt. 1977. V. 16, № 12. P. 3200–3205.
164. Семененко А. И., Миронов Ф. С. Об учете сходимости светового пучка в методе эллипсометрии. Письма в ЖТФ. 1977. Т. 3, № 24. С. 1306–1312.
165. Уткин Г. И. Автоматический эллипсометр с линейной двухкоординатной разверткой // ПТЭ. 1977. № 1. С. 213–215.
166. Жевандров Н. Д. Применение поляризованного света. — М.: Наука, 1978. — 176 с.
167. Семененко А. И. К теории измерительных зон эллипсометра // Опт. и спектр. 1978. Т. 45, № 1. С. 83–85.
168. Ржанов А. В., Свитащев К. К., Семененко А. И., Семененко Л. В., Соколов В. К. Основы эллипсометрии. 1979. — Новосибирск: Наука. — 422 с.
169. Войтович А. П., Калинов В. С., Метельский В. М. Фазово-поляризационный метод определения потерь лазерного резонатора в режиме генерации // Опт. и спектр. 1980. Т. 48, № 1. С. 104–107.
170. Войтович А. П. Фазово-поляризационная лазерная спектроскопия // Журн. прикл. спектр. 1982. Т. 37, № 6. С. 996–1010.
171. Запасский В. С. Методы высокочувствительных поляризационных измерений // Ж. прикл. спектроск. 1982. Т. 37, вып. 2. С. 181–196.
172. Войтович А. П., Сардыко В. И. Лазерные внутрирезонаторные методы измерения естественной оптической активности // Опт. и спектр. 1982. Т. 53, № 6. С. 1079–1085.
173. Александров М. Л., Асиновский Л. М., Мельцин А. Л., Толоконников В. А. методы и аппаратура полной эллипсометрии // Ж. прикл. спектроск. 1986. Т. 44, № 6. С. 887–908.
174. Грудинин А. Б., Денков Г. Л., Неуструев В. Б. Спектрально-поляризационный метод измерения двулучепреломления и поляризационной дисперсии в одномодовых световодах с большим двулучепреломлением // Квант. электрон. 1986. Т. 13, № 11. С. 2310–2314.

175. *Lites B. W.* Rotating waveplates as polarization modulators for Stokes polarimetry of the sun: evaluation of seeing-induced crosstalk errors // *Appl. Optics*. 1987. V. 26, № 18. P. 3838–3845.
176. *Карасик А. Я., Козлов В. А., Мерцалов С. А., Полухин А. Т.* Эффективность усреднения поляризационных шумов в одномодовом световоде при использовании поляризационной модуляции // *Опт. и спектр.* 1988. Т. 65, № 6. С. 1331–1334.
177. *Geninger Ch.* Reflective device for polarization rotation // *Appl. Opt.* 1988. V. 27, № 4. P. 774–776.
178. *Марьенко В. В., Молебная Т. В.* Оптимизация Стокс-поляриметров, основанных на измерении четырех интенсивностей // *Опт.мех. пром.* 1990. № 7. С. 68–71.
179. *Ambirajan A., Look D.* Optimum angles for a Muller matrix polarimeter // *Opt. Eng.* 1995. V. 34, № 6. P. 1651–1655.
180. *Алексеев Э. И., Базаров Е. Н.* Интерферометры белого света с деполяризацией излучения // *Письма в ЖТФ.* 1997. Т. 23, № 14. С. 56–60.
181. *Троицкий Ю. В., Трошин Б. И.* Дифракционный поляризатор света // *Квант. электрон.* 1998. Т. 25, № 10. С. 927–930.
182. *Длугунович В. А., Снопко В. Н., Царюк О. В.* Лазерный гониофотометрический стокс-поляриметр // *Ж. прикл. спектроск.* 1999. Т. 66, № 6. С. 869–874.
183. *Длугунович В. А., Круплевич Е. А., Снопко В. Н.* Минимизация погрешности измерений параметров Стокса при варьировании углов установки фазовой пластинки // *Оптический журнал.* 2000. Т. 67, № 9. С. 23–27.
184. *Длугунович В. А., Снопко В. Н.* Случайная погрешность определения элементов матрицы рассеяния света при разных формах поляризации зондирующего излучения // *Ж. прикл. спектроск.* 2000. Т. 67, № 4. С. 520–523.
185. *Длугунович В. А., Снопко В. Н., Царюк О. В.* Анализ метода определения поляризационных характеристик стокс-поляриметром с вращающейся фазовой пластинкой // *Оптический журнал.* 2001. Т. 68, № 4. С. 37–42.
186. *Толмачев В. А.* Определение толщины толстых прозрачных пленок с помощью метода многоугловой эллипсометрии // *Оптический журнал.* 2002. Т. 69, № 1. С. 73–76.
187. *Dlugunovich V. A., Nasennik L. N., Snopko V. N., Tsaruk A. V.* Nephelometer for determining Mueller matrix of the optical properties of object // *Proc. SPIE*. 2003. V. 5064. P. 132–137.
188. *Длугунович В. А., Насенник Л. Н., Снопко В. Н., Царюк О. В.* Лазерный гониофотометрический мюллер-поляриметр // *Измерит. техн.* 2003. № 12. С. 18–21.
189. *Оберемок Е. А., Савенков С. Н.* Восстановление полной матрицы Мюллера произвольного объекта в методе трех зондирующих поляризаций // *Ж. прикл. спектроск.* 2004. Т. 71, № 1. С. 115–118.
190. *Котов О. И., Лиокумович Л. Б., Марков С. И.* Модуляция разности фаз поляризационных мод в одномодовых волоконных световодах // *ЖТФ.* 2004. Т. 74, № 1. С. 72–76.

191. *Иванов Ю. С., Синявский И. И.* Диспергирующая система спектрополяриметра низкого разрешения // *Оптический журнал.* 2005. Т. 72, № 7. С. 48–51.
192. *Tishko T. V., Titar V. P., Tishko D. N.* Holographic methods of three-dimensional visualization of microscopic phase objects // *J. Opt. Tech.* 2005. V. 72, № 2. P. 203–209.
193. *Меркулов В. С.* К обобщенной эллипсометрии анизотропных сред // *Опт. и спектроск.* 2007. Т. 103, № 4. С. 646–648.
194. *Каретников А. А., Каретников Н. А., Ковшик А. П., Рюмцев Е. И.* Поляриметрический метод определения угла наклона оптической оси на границе жидкокристаллического слоя // *Опт. и спектроск.* 2007. Т. 103, № 4. С. 663–667.
195. *Тарасашвили В. И., Пурцеладзе А. Л.* О поляризационно-голографическом обращении фронта восстановленной волны // *Опт. и спектроск.* 2007. Т. 103, № 6. С. 1046–1049.
196. *Швец В. А., Спесивцев Е. В., Рыхлицкий С. В.* Измерение нормированной матрицы Джонса анизотропного образца методом статистической эллипсометрии // *Опт. и спектроск.* 2008. Т. 105, № 4. С. 689–695.
197. *Миловский Н. Д., Геликонов В. М., Малыкин Г. Б.* Определение параметров вращательной и трансляционной диффузии резонансной среды методом нелинейной поляризационной спектроскопии // *Опт. и спектроск.* 2009. Т. 106, № 4. С. 658–669.
198. *Атучин В. В., Хасанов Т. Х.* Высокоточный бесконтактный метод определения химического состава ниобата лития по величине двулучепреломления // *Опт. и спектроск.* 2009. Т. 107, № 2. С. 225–230.
199. *Азарова В. В., Соловьева Н. М., Фокин В. В.* Об эллипсометрии прецизионных оптических поверхностей и зеркальных покрытий // *Опт. и спектроск.* 2009. Т. 107, № 2. С. 196–200.

**Поляризационные характеристики рассеивающих сред,
поляризационный мониторинг атмосферы**

200. *Соболев В. В.* Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет. — М.: ГИТТЛ, 1956. — 391 с.
201. *Шифрин К. С.* Рассеяние света в мутной среде. — М.–Л.: ГИТТЛ, 1951. — 288 с.
202. *Тимофеева В. А.* К изучению поляризационных характеристик светового поля в мутных средах // *ДАН СССР.* 1961. Т. 140, № 2. С. 361–363.
203. *Ван де Хюлст Г.* Рассеяние света малыми частицами. — М.: Иностранная литература, 1961. — 536 с.
204. *Twomey S., Jacobowitz H., Howll H. B.* Matrix method for multiple-scattering problems // *J. Atmosph. Sci.* 1966. V. 23. P. 289–296.
205. *Иванов В. В.* Перенос излучения и спектры небесных тел. — М.: Наука, 1969. — 472 с.
206. *Дейрменджан Д.* Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. — М.: Мир, 1971. — 165 с.

207. *Plass G. N., Kattawar G. W.* Radiance and Polarization of the Earth's Atmosphere with Haze and Clouds // *J. Atmosph. Sci.* 1971. V. 28. P. 1187–1198.
208. *Малкевич М. С.* Оптические исследования атмосферы со спутников. — М.: Наука, 1973. — 303 с.
209. *Plass G. N., Kattawar G. W., Catchings F. E.* Matrix Operator Theory of Radiative Transfer. 1: Rayleigh Scattering // *Appl. Opt.* 1973. V. 12. P. 314–329.
210. *Pal S. R., Carswell A. I.* Polarization properties of lidar backscattering from clouds // *Appl. Opt.* 1973. V. 12. P. 1530–1535.
211. *Sassen K.* Depolarization of laser light backscattered by artificial clouds // *J. Appl. Meteorol.* 1973. V. 13. P. 923–933.
212. *Afanas'ev V. P., Veklenko B. A.* Point source of polarized resonance radiation in an unbounded medium // *Soviet Physics Journal.* 1974. V. 17, № 4. P. 478–482.
213. *Domke H.* The expansion of scattering matrices for an isotropic medium in generalized spherical functions // *Astrophys. Space Sci.* 1974. V. 29. P. 379–386.
214. *Shaw G. E.* Sky Brightness and Polarization during the 1973 African Eclipse // *Appl. Opt.* 1975. V. 14, № 2. P. 388–394.
215. *Afanas'ev V. P.* Coherence relaxation in diffusion of polarized resonance emission in an infinite medium with magnetic field // *Soviet Physics Journal.* 1976. V. 19, № 5. P. 664–665.
216. *Кауль Б. В., Самохвалов И. В.* Уравнение лазерной локации атмосферы в приближении двухратного рассеяния с учетом поляризационных эффектов // *Изв. вузов. Физика.* 1976. № 1. С. 80–85.
217. *Afanas'ev V. P.* Effect of multiple reemission on the shape of the magnetic-depolarization contour — I. Derivation of equations for the reflection and transmission functions. Reciprocity principles // *Soviet Physics Journal.* 1976. V. 19, № 12. P. 1546–1550.
218. *Afanas'ev V. P.* Effect of multiple reemission on the shape of the magnetic-depolarization contour — II // *Soviet Physics Journal.* 1976. V. 19, № 12. P. 1551–1555.
219. *Platt C. M. R.* Lidar observations of a mixed-phase altostratus cloud // *J. Appl. Meteorol.* 1977. V. 16. P. 339–345.
220. *Зуев В. Е., Кабанов М. В.* Перенос оптических сигналов в земной атмосфере (в условиях помех) М.: Сов. радио, 1977. — 368 с.
221. *Мак-Картни Э.* Оптика атмосферы. Рассеяние света молекулярными частицами. — М.: Мир, 1979. — 421 с.
222. *Зега Э. П., Чайковская Л. И.* Разложение элементов матрицы рассеяния морской воды по обобщенным сферическим функциям // *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана.* 1981. Т. 17, № 6. С. 604–613.
223. *Орлов В. М., Самохвалов И. В., Креков Г. М. и др.* Сигналы и помехи в лазерной локации. — М.: Радио и связь, 1985. — 264 с.
224. *Борен К., Хафмен Д.* Поглощение и рассеяние света малыми частицами. — М.: Мир, 1986. — 664 с.

225. Nakajima T., Tanaka M. Matrix formulations for the transfer of solar radiation in a plane-parallel scattering atmosphere // JQSRT. 1986. V. 35, № 1. P. 13–21.
226. De Haan J. F., Bosma P. B., Hovenier J. W. The adding method for multiple scattering calculations of polarized light // Astron. & Astrophys. 1987. V. 183. P. 371–391.
227. Зуев В. Е., Кабанов М. В. Оптика атмосферного аэрозоля / Современные проблемы атмосферной оптики. Под. ред. В. Е. Зуева. В 9 т. Т. 4. — Л.: Гидрометеиздат, 1987. — 254 с.
228. Минин И. Н. Теория переноса излучения в атмосферах планет. — М.: Наука, 1988. — 264 с.
229. Stamnes K., Tsay S.-C., Wiscombe W., Jayaweera K. Numerically stable algorithm for discrete-ordinate-method radiative transfer in multiple scattering and emitting layered media // Appl. Opt. 1988. V. 27, № 12. P. 2502–2509.
230. Устинов Е. А. Метод сферических гармоник: приложение к расчету поляризованного излучения в вертикально неоднородной планетной атмосфере. Математический аппарат // Космические исследования. 1988. Т. 26, № 4. С. 550–562.
231. Van der Mee C. V. M., Hovenier J. W. Expansion coefficients in polarized light transfer // Astron. & Astrophys. 1990. V. 228. P. 559–568.
232. Астахов И. Е., Будаков В. П., Лисицин Д. В., Селиванов В. А. Решение векторного уравнения переноса в малоугловой модификации метода сферических гармоник // Оптика атмосферы и океана. 1994. Т. 7, № 6. С. 753–761.
233. Jin Z., Stamnes K. Radiative transfer in nonuniformly refracting layered media: atmosphere-ocean system // Appl. Opt. 1994. V. 33, № 3. P. 431–442.
234. Macke A., Mishchenko M. I. Applicability of regular particle shapes in light scattering calculations for atmospheric ice particles // Appl. Opt. 1996. V. 35, № 21. P. 4291–4296.
235. Zege E. P., Chaikovskaya L. I. New approach to the polarized radiative transfer problem // JQSRT. 1996. V. 55, № 1. P. 19–31.
236. Hovenier J. W., Lumme K., Mishchenko M. I., Voshchinnikov N. V., Mackowski D. W., Rahola J. Computations of scattering matrices of four types of non-spherical particles using diverse methods // JQSRT. 1996. V. 55, № 6. P. 695–705.
237. Будаков В. П., Лисицин Д. В., Селиванов В. А., Церетели Г. Г. Расчет поляризационных характеристик излучения, отраженного плоским слоем мутной среды // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 9, № 5. С. 584–591.
238. Stam D. M., De Haan J. F., Hovenier J. W., Stamnes P. A fast method for simulating observations of polarized light emerging from the atmosphere applied to the oxygen-A band // JQSRT. 2000. V. 64. P. 131–149.
239. Siewert C. E. A discrete-ordinates solution for radiative transfer models that include polarization effects // JQSRT. 2000. V. 64. P. 227–254.
240. Biele J., Beyerle G., Baumgarten G. Polarization lidar: Corrections of instrumental effects // Optics Express. 2000. V. 7, № 12. P. 427–435.

241. *Kawata Y., Izumiya T., Yamazaki A.* The estimation of aerosol optical parameters from ADEOS / POLDER data // *Appl. Math. Comp.* 2000. № 116. P. 197–215.
242. *Schulz F.M., Stamnes K.* Angular distribution of the Stokes vector in a plane-parallel, vertically inhomogeneous medium in the vector discrete ordinate radiative transfer (VDISORT) model // *JQSRT.* 2000. V. 65. P. 609–620.
243. *Barman S.K.* The solution of the radiative transfer equation for polarized light by the Chandrasekhar's discrete ordinate method // *JQSRT.* 2000. V. 66. P. 509–517.
244. *Ramella-Roman J. C., Prahl S. A., Jacques S. L.* Three Monte Carlo programs of polarized light transport into scattering media: part I // *Optics Express.* 2001. V. 13, № 12. P. 4420–4438.
245. *Bueno J. M.* Indices of linear polarization for an optical system // *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* 2001. № 3. P. 470–476.
246. *Tynes H. H., Kattawar G. W., Zege E. P., Katsev I. L., Prikhach A. S., Chaikovskaya L. I.* Monte Carlo and multicomponent approximation methods for vector radiative transfer by use of effective Mueller matrix calculations // *Appl. Opt.* 2001. V. 40, № 3. P. 400–412.
247. *Chami M., Santer R., Dilligeard E.* Radiative transfer model for the computation of radiance and polarization in an ocean-atmosphere system: polarization properties of suspended matter for remote sensing // *Appl. Opt.* 2001. V. 40, № 15. 2398–2416.
248. *Elghazaly A.* Radiation transfer in semi-infinite polarized medium // *JQSRT.* 2001. V. 70. P. 47–53.
249. *Liou K. N., Takano Y.* Interpretation of cirrus cloud polarization measurements from radiative transfer theory // *Geoph. Res. Lett.* 2002. V. 29, № 9. P. 27–1–27–4.
250. *Kokhanovsky A. A.* Reflection and Polarization of Light by Semi-Infinite Turbid Media: Simple Approximations // *Journal of Colloid and Interface Science.* 2002. V. 251. P. 429–433.
251. *Viik T., McCormick N. J.* Approximate polarization calculations with scalar radiative transfer theory // *JQSRT.* 2002. V. 74. P. 369–375.
252. *Козинцев В. И., Орлов В. М., Белов М. Л. и др.* Оптико-электронные системы экологического мониторинга природной среды. — М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. — 528 с.
253. *Vaillon R.* Derivation of an equivalent Mueller matrix associated to an absorbing, emitting and multiply scattering plane medium // *JQSRT.* 2002. V. 73. P. 147–157.
254. *Wong B. T.* Depolarization of radiation by non-absorbing foams // *JQSRT.* 2002. V. 73. P. 273–284.
255. *Hasekamp O. P., Landgraf J.* A linearized vector radiative transfer model for atmospheric trace gas retrieval // *JQSRT.* 2002. V. 75. P. 221–238.
256. *Будак В. П., Векленко Б. Б.* Поляризация светового поля точечного мононаправленного источника света в мутной среде с анизотропным рассеянием // *Оптика атмосферы и океана.* 2002. Т. 15, № 10. С. 873–877.

257. *Mueller D. W., Crosbie A. L.* Three-dimensional vector radiative transfer in a semi-infinite, Rayleigh scattering medium exposed to a polarized laser beam: spatially varying reflection matrix // *JQSRT*. 2002. V. 75. P. 423–453.
258. *Viik T., McCormick N. J.* Numerical test of an inverse polarized radiative transfer algorithm // *JQSRT*. 2003. V. 78. P. 235–241.
259. *Degheidy A. R., El-Wakil S. A., Sallah M.* Polarized radiation transfer in a semi-infinite random medium // *JQSRT*. 2003. V. 76. P. 345–358.
260. *Hough J. H., Aitken D. K.* Polarimetry in the infrared: what can be learned? // *JQSRT*. 2003. V. 79–80. P. 733–740.
261. *Hu Yong-X., Yang P., Lin B., Gibson G., Hostetler C.* Discriminating between spherical and non-spherical scatterers with lidar using circular polarization: a theoretical study // *JQSRT*. 2003. V. 79–80. P. 757–764.
262. *Тимофеев Ю. М., Васильев А. В.* Теоретические основы атмосферной оптики. — СПб.: Наука, 2003. — 474 с.
263. *Videen G.* Polarization opposition effect and second-order ray-tracing: cloud of dipoles // *JQSRT*. 2003. V. 79–80. P. 1103–1109.
264. *Hadamcika E., Levasseur-Regourd A. C.* Imaging polarimetry of cometary dust: different comets and phase angles // *JQSRT*. 2003. V. 79–80. P. 661–678.
265. *Gjerstad K. I., Stamnes J. J., Hamre B., Lotsberg J. K., Yan B., Stamnes K.* Monte Carlo and discrete-ordinate simulations of irradiances in the coupled atmosphere–ocean system // *Appl. Opt.* 2003. V. 42, № 15. P. 2609–2622.
266. *Shkuratov Yu., Ovcharenko A., Zubko E., Volten H., Muñoz O., Videen G.* The negative polarization of light scattered from particulate surfaces and of independently scattering particles // *JQSRT*. 2004. V. 88. P. 267–284.
267. *Kokhanovsky A., Weichert R.* Determination of the droplet effective size and optical depth of cloudy media from polarimetric measurements: theory // *JQSRT*. 2004. V. 88. P. 267–284.
268. *Min Q., Duan M.* A successive order of scattering model for solving vector radiative transfer in the atmosphere // *JQSRT*. 2004. V. 87. P. 243–259.
269. *Ugolnikov O. S., Postilyakov O. V., Maslov I. A.* Effects of multiple scattering and atmospheric aerosol on the polarization of the twilight sky // *JQSRT*. 2004. V. 88. P. 233–241.
270. *Ya-Qiu J., Liang Z.* Iterative inversion from the multi-order Mueller matrix solution of vector radiative transfer equation for a layer of random spheroids, // *JQSRT*. 2004. V. 83. P. 303–311.
271. *Shulman L. M.* Analysis of polarimetric data by solving the inverse scattering problem // *JQSRT*. 2004. V. 88. P. 243–256.
272. *Hovenier J. W., van der Mee C., Domke H.* Transfer of polarized light in planetary atmospheres. Basic Concepts and practical Methods. — Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004. — 258 p.
273. *Fernandez J. E., Molinari V. G., Bastiano M., Scot V.* Diffusion of photons with arbitrary state of polarization: the Monte Carlo code MCSHAPE // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B*. 2004. V. 213. P. 105–107.

274. *Vaillon R., Wong B. T., Mengüç M. P.* Polarized radiative transfer in a particle-laden semi-transparent medium via a vector Monte Carlo method // JQSRT. 2004. V. 84. P. 383–394.
275. *Shestopalov D.* Approximation formula for polarization of the light scattered by particulate surfaces: an application to asteroids // JQSRT. 2004. V. 88. P. 351–356.
276. *Будак В. П., Козельский А. В., Савицкий Е. Н.* Улучшение сходимости метода сферических гармоник при сильно анизотропном рассеянии // Оптика атмосферы и океана. 2004. Т. 17, № 1. С. 36–41.
277. *Угольников О. С., Маслов И. А.* Широкоугольная поляриметрия ночного неба. Измерения свечения атмосферы и зодиакального света // Космические исследования. 2005. Т. 43, № 1. С. 19–26.
278. *Battaglia A., Mantovani S.* Forward Monte Carlo computations of fully polarized microwave radiation in non-isotropic media // JQSRT. 2005. V. 95. P. 285–308.
279. *Mueller D. W. (Jr), Crosbie A. L.* Three-dimensional radiative transfer in an isotropically scattering, plane-parallel medium: generalized X- and Y-functions // JQSRT. 2005. V. 92. P. 457–477.
280. *Козинцев В. И., Белов М. Л., Орлов В. М. и др.* Основы импульсной лазерной локации. — М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006. — 512 с.
281. *Videen G., Wetmore A., Petre M., Shkuratov Yu.* Analytic description of enhanced backscattering and negative polarization from a cloud of dipoles // JQSRT. 2006. V. 100. P. 406–414.
282. *Mishchenko M. I., Travis L. D., Lacis A. A.* Multiple Scattering of Light by Particles. — N. Y.: Cambridge University Press, 2006. — 478 p.
283. *Box M. A., Qin Y.* Extended discrete-ordinate method considering full polarization state // JQSRT. 2006. V. 97. Iss.2. P. 252–266.
284. *Rozanov V. V., Kokhanovsky A. A.* The solution of the vector radiative transfer equation using the discrete ordinates technique: Selected applications // Atmospheric Research. 2006. V. 79. P. 241–265.
285. *Spurr R. J. D.* VLIDORT: A linearized pseudo-spherical vector discrete ordinate radiative transfer code for forward model and retrieval studies in multilayer multiple scattering media // JQSRT. 2006. V. 102. P. 316–342.
286. *Simcha M. R., Segattob C. F., Vilhena M. T.* An analytical solution for the SN radiative transfer equation with polarization in a slab by the LTSN method // JQSRT. 2006. V. 97. P. 424–435.
287. *Van Diedenhoven B., Hasekamp O. P., Landgraf J.* Efficient vector radiative transfer calculations in vertically inhomogeneous cloudy atmospheres // Appl. Opt. 2006. V. 45, № 23. P. 5993–6006.
288. *Gorodnichev E. E., Kuzovlev A. I., Rogozkin D. B.* Depolarization of multiply scattered light in transmission through a turbid medium with large particles // Opt. Commun. 2006. V. 260. P. 30–45.
289. *Иванов Ю. С., Синявский И. И., Сосонкин М. Г.* Астроспектрополяриметры для слабых объектов // Оптический журнал. 2006. Т. 73, № 12. С. 63–67.

290. *Natraja V., Spurr R. J. D.* A fast linearized pseudo-spherical two orders of scattering model to account for polarization in vertically inhomogeneous scattering-absorbing media // *JQSRT*. 2007. V. 107. P. 263–293.
291. *Lenoble J., Herman M., Deuze J. L., Lafrance B., Santer R., Tanré D.* A successive order of scattering code for solving the vector equation of transfer in the earth's atmosphere with aerosols // *JQSRT*. 2007. V. 107. P. 479–507.
292. *Городничев Е. Е., Кузовлев А. И., Rogozkin Д. Б.* Многократное рассеяние поляризованного света в среде с крупными неоднородностями // *ЖЭТФ*. 2007. Т. 131. С. 357–380.
293. *Козлов А. И., Логвин А. И., Сарычев В. А.* Поляризация радиоволн. Кн. 2. Радиолокационная поляриметрия. 2007. — М.: Радиотехника. — 640 с.
294. *Городничев Е. Е., Кузовлев А. И., Rogozkin Д. Б.* Когерентное обратное рассеяние поляризованного света от среды с крупными неоднородностями // *ЖЭТФ*. 2008. Т. 133. С. 839–852.
295. *Budak V. P., Korkin S. V.* The aerosol influence upon the polarization state of the atmosphere solar radiation // *IJRS*. 2008. V. 29. Iss.9. P. 2469–2506.
296. *Budak V. P., Korkin S. V.* The spatial polarization distribution over the dome of the sky for abnormal irradiance of the atmosphere // *JQSRT*. 2008. V. 109. P. 1347–1362.
297. *Будак В. П., Коркин С. В.* Моделирование пространственного распределения степени поляризации рассеянного атмосферой излучения на основании полного аналитического решения векторного уравнения переноса // *Оптика атмосферы и океана*. 2008. Т. 21, № 1. С. 35–41.
298. *Budak V. P., Korkin S. V.* On the solution of vectorial radiative transfer equation in arbitrary three-dimensional turbid medium with anisotropic scattering // *JQSRT*. 2008. V. 109. P. 220–234.
299. *Budak V. P., Korkin S. V.* The spatial polarization distribution over the dome of the sky for abnormal irradiance of the atmosphere // *JQSRT*. 2008. № 109. P. 1347–1362.
300. *Неводовский Л. В., Мороженко А. В., Гераимчук М. Д.* Изучение характеристик аэрозоля стратосферы Земли методом ультрафиолетовой поляриметрии // *Опт. и спектроск.* 2009. Т. 107, № 2. С. 231–235.
301. *Иванов А. П.* Поляризация света и ее использование в различных задачах оптики рассеивающих сред // *Опт. и спектроск.* 2009. Т. 107, № 2. С. 183–195.

**Поляризационная структура излучения, пучки со сложной
поляризационной структурой и их применения, поляризационные
абберации**

302. *Витрищак И. Б., Сомс С. Н., Тарасов А. А.* О собственных поляризациях резонатора с термически деформированным активным элементом // *ЖТФ*. 1974. Т. 44, № 5. С. 1055–1062.
303. *Какичавили Ш. Д.* Метод фазовой поляризационной записи голограмм // *Квант. электрон.* 1974. Т. 1, № 6. С. 1435–1441.
304. *Петрунькин В. Ю., Кожевников Н. М.* Матричный метод расчета сферических резонаторов с неоднородной по сечению поляризационной анизотропией // *Труды ЛПИ: Квант. электрон.* 1979. № 366. С. 12–15.

305. Леднева Г. П., Чекалинская Ю. И. Расчет собственных типов колебаний кольцевого резонатора с изменяющейся в поперечном сечении анизотропией // Ж. прикл. спектроск. 1980. Т. 33, № 3. С. 430–433.
306. Максимова Н. Ф. Влияние кривизны преломляющей поверхности на поляризационные параметры излучения // Изв. вузов СССР. Приборостроение. 1982. № 6. С. 78–82.
307. Ламекин П. И., Предко К. Г. Изменение поляризационной структуры лазерного излучения линзовыми системами // Квант. электрон. 1982. Т. 9, № 11. С. 2030–2033.
308. Максимова Н. Ф. Изменение состояния поляризации расходящегося пучка света в отражательной призме // Опт.-мех. пром. 1983. № 3. С. 47–49.
309. Ламекин П. И., Предко К. Г. Изменение поляризационной структуры осевых пучков поляризованного света линзовыми системами // Опт. и спектроск. 1986. Т. 60, № 1. С. 137–141.
310. Ламекин П. И., Предко К. Г. Некоторые особенности работы зеркально-линзовых систем в условиях квазимонохроматического освещения // Опт. и спектроск. 1987. Т. 62, № 4. С. 914–919.
311. Лившиц А. А., Соколов А. Л. Изменение эллиптичности света при прохождении напряженной призмы переменной толщины // Сб. научн. трудов. № 164 / МЭИ. 1988. С. 92–97.
312. Chipman R. A. Polarization analysis of optical systems // Optical engineering. 1989. V. 28, № 2. P. 90–98.
313. Romea R. D., Kimura W. D. Modeling of inverse laser acceleration with axicon laser-beam focusing // Phys. Rev. D. 1990. V. 42, № 5. P. 1807–1819.
314. McGuire J. P., Chipman R. A. Diffraction image formation in optical systems with polarization. I: Formulation and example // J. Opt. Soc. Amer. 1990. V. 7, № 9. P. 1614–1626.
315. McGuire J. P., Chipman R. A. Analysis of spatial pseudopolarizers in imaging systems // Optical engineering. 1990. V. 29, № 12. P. 1478–1484.
316. McGuire J. P., Chipman R. A. Diffraction image formation in optical systems with polarization. II: Amplitude response matrices for rotationally symmetric systems // J. Opt. Soc. Amer. 1991. V. 8, № 9. P. 833–840.
317. Соколов А. Л. Метод поляризационно-лучевых матриц // Лазерная техника и оптоэлектроника. 1993. № 3–4. С. 98–105.
318. McClain S. C., Hillman L. W., Chipman R. A. Polarization in anisotropic optically active media. I. Algorithms // J. Opt. Soc. Amer. 1993. A 10. P. 2383–2393.
319. McGuire J. P., Chipman R. A. Polarization aberrations // Appl. Opt. 1994. V. 33, № 22. P. 5080–5100.
320. Chipman R. A. Mechanics of polarization ray tracing // Optical engineering. 1995. V. 34, № 6. P. 1636–1645.
321. Ламекин П. И. Преобразование степени поляризации излучения оптическими системами // Оптический журнал. 1997. Т. 64, № 6. С. 50–55.
322. Соколов А. Л. Метод расчета собственных волн резонатора с поляризационно-неоднородными элементами // Опт. и спектроск. 1997. Т. 83, № 6. С. 1005–1012.

323. *Низьев В. Г., Нестеров А. В., Соколов А. Л.* Лазерное излучение с осесимметричным состоянием поляризации // Вестник МЭИ. 1999. № 2. С. 76–79.
324. *Niziev V. G., Nesterov A. V.* Influence of beam polarization on laser cutting efficiency // J. Phys. D: Appl. Phys. 1999. V. 32. P. 1455–1461.
325. *Nesterov A. V., Niziev V. G., Jakunin V. P.* Generation of high power radially polarized beam // J. Phys. D: Appl. Phys. 1999. V. 32. P. 2871–2875.
326. *Froehly L., Verrier I., Brun G.* Imaging with polarized light: the Vectorial modulation transfer function of a polarizing plate // Opt. Commun. 1999. № 167. P. 27–36.
327. *Froehly L., Verrier I., Brun G.* Vectorial diffraction patterns and limits of Brewster ellipsometry // Opt. Commun. 1999. № 171. P. 195–204.
328. *Соколов А. Л.* Поляризационные aberrации лазерного излучения // Опт. и спектроск. 2000. Т. 89, № 3. С. 518–518.
329. *Nesterov A. V., Niziev V. G.* Laser beams with axially symmetric polarization // J. Phys. D: Appl. Phys. 2000. V. 33. P. 1817–1822.
330. *Sokolov A. L.* Theory of polarization-non-uniform laser radiation // Laser for measurements and information transfer. Proceedings of SPIE. 2000. V. 4316. — P. 112–120.
331. *Quabis S., Dorn R., Eberler M., Glouckl O., Leuchs G.* The focus of light-theoretical calculation and experimental tomographic reconstruction // Appl. Phys. 2001. B. 72. P. 109–113.
332. *Нестеров А. В., Низьев В. Г., Соколов А. Л.* Трансформативная задача для излучения с радиальной поляризацией // Опт. и спектроск. 2001. Т. 90, № 6. С. 1018–1022.
333. *Соколов А. Л.* Поляризация сферических волн // Опт. и спектроск. 2002. Т. 92, № 6. С. 1000–1006.
334. *Курятов В. Н., Соколов А. Л.* Поляризационная неоднородность кольцевого резонатора и невзаимность встречных волн // Квант. электрон. 2002. Т. 32, № 4. С. 324–328.
335. *Shribak M., Inoue S., Oldenbourg R.* Polarization aberrations caused by differential transmission and phase shift in high-numerical-aperture lenses: theory, measurement and rectification // Opt. Engineering. 2002. V. 41, № 5. P. 943–954.
336. *Соколов А. Л.* Трансформация поляризационной структуры лазерного излучения в оптических системах // Опт. и спектроск. 2003. Т. 95, № 5. С. 869–873.
337. *Dorn R., Quabis S., Leuchs G.* Sharper focus for a radially polarized light beam // Physical review letters. 2003. V. 91, № 23. P. 233901-1–233901-4.
338. *Ищенко Е. Ф., Соколов А. Л.* Лазерное излучение с пространственной деполяризацией // Квант. электрон. 2004. Т. 34, № 1. С. 91–94.
339. *Соколов А. Л.* Поляризационные aberrации излучения в фокусе линзы // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31, № 17. С. 77–82.
340. *Bisson J. F., Li J., Ueda K., Senatsky Y.* Radially polarized ring and arc beams of a neodymium laser with an intra-cavity axicon // OSA. 2007. V. 14, № 8. 3304–3311.

341. Соколов А. Л. Расчет поляризационных aberrаций методом поляризационно-волновых матриц // *Опт. и спектроск.* 2007. Т. 103, № 4. С. 657–662.
342. Соколов А. Л. Лазерные пучки с периодическими поляризационными свойствами // *Опт. и спектроск.* 2008. Т. 104, № 1. С. 138–139.
343. Соколов А. Л., Зозуля Д. С. Лазерные пучки с аксиальной поляризационной структурой // *Вестник МЭИ.* 2008. Т. 3. С. 104–108.
344. Низьев В. Г., Якунин В. П., Туркин Н. Г. Генерация поляризационно-неоднородных мод в мощном CO_2 -лазере // *Квант. электрон.* 2009. Т. 39, № 6. С. 505–514.
345. Макаров В. А., Пережогин И. А. Неоднородность поперечного распределения интенсивности и поляризации света при генерации суммарной частоты от поверхности изотропной гиротропной среды в геометрии нормального падения // *Квант. электрон.* 2009. Т. 39, № 7. С. 627–633.
346. Соколов А. Л. Пространственная структура излучения в фокальной области линзы // *Опт. и спектроск.* 2009. Т. 107, № 2. С. 219–224.
347. Соколов А. Л., Васильев В. П., Садовников М. А., Шаргородский В. Д. Патент на полезную модель № 84141. Угловой отражатель. 27.01.2009.
348. Садовников М. А., Соколов А. Л., Шаргородский В. Д. Анализ эквивалентной поверхности рассеяния угловых отражателей с различным покрытием граней // *Успехи современной радиоэлектроники.* 2009. № 8. С. 55–62.