

Борис Васильев

**СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ
И
СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ**

Оглавление

Часть 1. Предисловие: о вреде теоретической физики	5
Глава 1. Можно ли теорию считать вредной?	7
1. Экспериментаторы и теоретики	8
2. О специфике работы экспериментаторов и теоретиков	10
3. Главный постулат естественных наук	12
4. Характерные свойства псевдо-теорий XX века	15
Часть 2. Развитие наук о физических сверх-явлениях	19
Глава 2. Введение	21
1. Сверхпроводимость и общество	25
2. Открытие сверхпроводимости	31
Глава 3. Основные вехи в исследовании сверхпроводимости	35
1. Теория Ф. и Х. Лондонов	36
2. Теория Гинзбурга-Ландау	43
3. Экспериментальные данные, важные для построения теории сверхпроводимости	47
4. БКШ	58
5. Новая эра - ВТСП	65
Глава 4. О сверхтекучести	71
Часть 3. Сверхпроводимость и нулевые колебания	79
Глава 5. Конденсат упорядоченных нулевых колебаний электронного газа	81
1. Механизм сверх-явлений	81
2. Конденсат упорядоченных нулевых колебаний электронного газа	89
3. Спаривание электронов	90
4. Образование конденсата нулевых колебаний	93
Глава 6. Критические параметры конденсата нулевых колебаний сверхпроводимости.	101
1. Критическая температура сверхпроводников I рода	101
2. Критические параметры сверхпроводников I рода	103

3. Нулевые колебания и критическое магнитное поле	109
4. Плотность сверхпроводящих носителей	111
5. Скорость звука в конденсате нулевых колебаний.	116
6. Отношение Δ_0/kT_c	118
Глава 7. Другие сверхпроводники	119
1. Оценка свойств сверхпроводников II рода	119
2. Сплавы и высокотемпературные сверхпроводники	123
Глава 8. Скорректированная оценка лондоновской глубины проникновения	127
1. Магнитная энергия движущегося электрона	127
2. Магнитная энергия и лондоновская глубина	129
Глава 9. Три слова экспериментаторам	133
1. Почему создание комнатных сверхпроводников вряд ли возможно?	133
2. О магнитном спаривании электронов	136
3. О влиянии изотопного замещения на конденсат нулевых колебаний	138
Часть 4. Сверхтекучесть как следствие упорядочения нулевых колебаний	143
Глава 10. Нулевые колебания атомов He и сверхтекучесть	145
Глава 11. Дисперсионный эффект во взаимодействии атомов гелия, находящихся в основном состоянии.	147
Глава 12. Оценка основных характеристических параметров нулевых колебаний атомов в сверхтекучем гелии-4.	151
1. Основные параметры	151
2. Скорость нулевых колебаний атомов	153
3. Плотность жидкого гелия	154
4. Диэлектрическая проницаемость жидкого гелия	154
5. Температура λ -перехода.	155
6. Температура кипения жидкого гелия.	156
7. Скорость первого звука в жидком гелии	156
Глава 13. Оценка свойств He-3	159
Часть 5. Выводы	163
1. Сверх-явления	164
2. Еще о псевдо-теориях	167
Литература	169

Часть 1

Предисловие: о вреде теоретической физики

Можно ли теорию считать вредной?

Нельзя думать, что фундаментальные научные знания могут быть вредными.

Основная часть работ физиков-теоретиков адекватно отражает физическую реальность и формирует основу наших знаний о природе. Однако в XX веке появилось несколько физических теорий, которые не подтверждаются данными экспериментов. При этом впечатление от их правдоподобности, которая замаскирована весьма сложным математическим аппаратом, настолько велико, что некоторым из них даже присуждались Нобелевские премии. Однако сути дела это не меняет - ряд теорий, созданных в XX веке и считающихся общепринятыми, не подтверждаются опытом и потому должны быть признаны лженаучными и вредными.

Двадцатый век закончился. Он с каждым годом удаляется от нас все дальше и дальше. Уже можно подвести его научные итоги. Прошедший век принес замечательные научные открытия в области физики.

В начале XX века зародилась и потом бурно развивалась ядерная физика. Она явилась, видимо,

самым большим его открытием, радикально изменившим весь материальный и моральный облик мировой цивилизации.

В начале XX века зародилось радио, постепенно приведшее к телевидению, а потом радиотехника породила компьютеры. Их появление можно сравнить разве что с революцией, произошедшей, когда люди освоили огонь. Возникла наука о квантах, приведшая к появлению квантовых приборов, среди которых блистают лазеры. Можно долго перечислять отрасли физического знания, которые дал нам XX век.

1. Экспериментаторы и теоретики

Важным моментом стало то, что двадцатый век привел к разделению ученых-физиков на экспериментаторов и теоретиков. Это был естественный процесс, вызванный усложнением научных приборов и математических методов построения теоретических моделей.

Потребности в использовании вакуума, низких температур, радио-электронных усилителей и других тонких методик в экспериментальных установках привело к тому, что экспериментаторами могли стать люди, умеющие ясно мыслить и способные что-то делать своими руками.

Наоборот, люди более склонные к работе с математическим аппаратом, могли надеяться на успех в построении теоретических моделей. Это

привело к формированию двух каст или даже двух пород людей, индивиды из которых только в очень редких случаях могли успешно работать и на экспериментальной, и на теоретической "кухне" .

Самым ярким таким ученым был Энрико Ферми, которого и в экспериментальном, и в теоретическом сообществах считали своим. Он внёс огромный вклад в развитие квантовой и статистической механики, ядерной физики, физики элементарных частиц и в то же время создал первый в мире ядерный реактор, открывший путь к использованию атомной энергии.

Однако чаще и экспериментаторы, и теоретики весьма ревниво относились к друг другу.

Существует много легенд о том, какими неумеками являются теоретики. Так, про нобелевского лауреата - теоретика В.Паули сложили легенду, согласно которой существовал даже некий "эффект Паули" , который разрушал экспериментальные установки лишь при его приближении.

Один из наиболее ярких случаев проявления этого эффекта, согласно легенде, произошел в лаборатории Дж.Франка в Гёттингене, где весьма сложный экспериментальный прибор для изучения атомных явлений по совершенно необъяснимой причине вышел из строя. Франк написал о случившемся Паули в Цюрих. В ответ

пришло письмо с датской маркой, в котором Паули писал, что он ездил проводить Нильса Бора, и во время загадочного происшествия в лаборатории Франка поезд, в котором ехал Паули, как раз совершал остановку в Гёттингене.

В то же время, конечно, теоретики стали задавать тон в физике, потому что именно они претендовали на понимание ее целиком и на собственной возможности объяснить все ее частные случаи.

Выдающимся советским теоретиком первой половины XX века был Я.И.Френкель.

Он написал много очень хороших книг по различным направлениям физики. Про него даже ходил анекдот, что он может объяснить все. Якобы однажды его изловил в коридоре некий экспериментатор и показал полученную на опыте кривую. Подумав минуту, Яков Ильич дал объяснение хода этой кривой. Однако выяснилось, что кривая случайно была перевернута вверх ногами. После водворения ее на место, немного поразмыслив, Яков Ильич смог объяснить и эту зависимость.

2. О специфике работы экспериментаторов и теоретиков

Особенности подхода теоретиков и экспериментаторов к своей работе хорошо видны по

результатам их исследований.

Эти результаты для наглядности мы систематизируем в таблице (1.1).

С экспериментальными исследованиями все просто. В экспериментах измеряются различные параметры образцов или свойства физических процессов. Если такие измерения не дополняются теоретическим описанием тех механизмов, которые обуславливают полученные результаты, такое исследование можно считать чисто экспериментальным, поместив в клеточку 1 в таблице.

Если экспериментальное исследование дополняется описанием того теоретического механизма, который объясняет полученные экспериментальные данные, то это просто хорошее физическое исследование. Поместим такие работы в клеточку 2.

Возможна другая ситуация, когда теоретическое исследование физического эффекта или объекта доводится до "числа", которое сравнивается с данными измерений. Это по сути исследование того же сорта, что и исследования 2. Однако, так как здесь делается упор на теорию физического явления, выделим этим исследованиям отдельную клеточку 3.

В результате такой классификации в оставшуюся клеточку 4 попадают теоретические исследования, которые не подтверждены экспериментально или те, которые не доведены до численного результата, который может быть проверен на опыте.

Как ни удивительно, таких теоретических построений довольно много. Например, рассмотрение супер-явлений - сверхпроводимости и сверхтекучести ([2]- [4]) - изобилуют формулами, описывающими обобщенные характеристики и свойства, но их описание не доводится до конкретного "числа", которое известно из измерений характерных свойств отдельных сверхпроводников или гелия.

Несмотря на очевидную умозрительность таких теорий, некоторые из них получили полное признание в физическом сообществе.

Естественно возникает вопрос о том, насколько вреден теоретический подход, использованный для описания таких явлений, поскольку он нарушает главный постулат естественных наук.

3. Главный постулат естественных наук

Главный постулат естественных наук был сформулирован более 400 лет назад Уильямом Гилбертом (1544-1603).

Можно думать, что эта идея, как говорится, витала в воздухе среди образованных людей того

1. экспериментальное исследование	2. эксперимент+теоретическое объяснение его результатов=физика
3. теоретический механизм+ +подтверждающие его данные измерений = = физика	4. теоретическое исследование, пока не подтвержденное данными экспериментов

ТАБЛИЦА 1.1. Систематика физических исследований

времени. Но нашел свою формулировку, дошедшую до нас, этот постулат благодаря У. Гилберту [1].

Он формулируется просто:

"Все теоретические построения, претендующие быть научными, должны проверяться экспериментально" .

До этого времени ложным представлениям не приходилось бояться экспериментальной проверки. В то время мир мысли был несравненно утонченнее обыденного и грубого материального мира, и точное совпадение философской теории с прямым опытом почти роняло ее достоинство в глазах посвященных. Расхождение между догилбертовской теорией и наблюдениями никого не смущало.

В ходу бывали совершенно фантастические, с нашей точки зрения, суждения. Так, У.Гилберт пишет о том, что он экспериментально опроверг популярное суждение о том, что силу магнита можно увеличить, натерев его чесноком.

Более того, одним из популярных, обсуждавшихся на религиозно-философских диспутах, был количественный вопрос о том, сколько ангелов сможет разместиться на острие иглы.

Живший немного позже У.Гилберта Галилео Галилей (1564-1642) развил этот принцип, сформулировав три этапа проверки теоретических положений:

(1) постулировать свободное от логических противоречий предположение о природе явления;

(2) на основе этого постулата, используя стандартные методы математики, вывести законы явления;

(3) посредством опыта убедиться, следует ли природа на самом деле этим законам и подтверждается ли таким образом основная гипотеза.

Применение этого метода дает возможность отбросить неверные теории, если, конечно, они сформулированы так, что есть что сопоставлять с опытом.

4. Характерные свойства псевдо-теорий XX века

В XX веке возникло несколько теорий, которые не удовлетворяют главному постулату науки.

Многие из них просто не доведены до того, чтобы их результаты можно было бы сравнить с данными измерений исследуемых объектов. Поэтому невозможно судить их научной значимости.

При этом псевдо-теории всегда используют сложный математический аппарат, который как бы заменяет им необходимые экспериментальные подтверждения. Упрощенно цепочку рассуждений, которая формируется, например, у студента при его знакомстве с такой теорией имеет видимо такую последовательность:

- теория, созданная автором, очень сложна;
- это означает, что автор очень умен и много знает;
- такой умный и хорошо подготовленный теоретик не может ошибаться;
- значит его теория верна.

Все звенья этой цепочки рассуждений могут быть правильными. Кроме последнего. Теория верна только в том случае, если она подтверждается данными экспериментов.

Существенно, что псевдо-теория не допускает упрощения модели и приближенного, но простого изложения физики явления. Правильный подход к объяснению исследуемого объекта может быть математически непростым, если он претендует на точную оценку свойств объекта. При этом тот же подход должен допускать упрощение для получения оценки по порядку величины.

Другой особенностью псевдо-теорий является используемая ими подмена экспериментальных доказательств. Все исследуемые объекты физических теорий имеют определенные индивидуальные свойства, которые можно назвать первостепенными. Для физики звезд это индивидуальные для каждой звезды радиусы, температуры, массы. Для сверхпроводников - это индивидуальные для каждого из них критические температуры и магнитные поля, для сверхтекучего гелия - температура перехода и плотность атомов вблизи нее.

Квази-теории не способны предсказать индивидуальные свойства исследуемых объектов. Они подменяют изучение физических механизмов формирования этих первостепенных параметров описанием общих характеристик физики явления и некоторых его общих свойств. Так,

например, объяснение конкретных первостепенных свойств сверхпроводников теория сверхпроводимости XX века подменяет предсказанием наблюдающейся температурной зависимости критического поля или энергетической щели, характерных для этого явления. В результате создается впечатление согласия теории с экспериментом, хотя подобные общие характеристики явления обычно можно назвать термодинамическими.

Рассмотрим некоторые конкретные псевдо-теории, созданные теоретической физикой в XX веке.

Сверхпроводимость и сверхтекучесть Эти два сверх-явления были открыты в начале 20 века и долгое время оставались самыми таинственными в физике конденсированных сред. Рассмотрению этих явлений и развитию их теории посвящены следующие разделы этой книги.

Часть 2

Развитие наук о физических сверх-явлениях

Глава 2

Введение

Сверхтекучесть и сверхпроводимость, которую можно рассматривать как сверхтекучесть электронного газа, являются родственными явлениями.

Основную особенность этих явлений можно представить себе, если предположить, что в сверхпроводнике, также как в сверхтекучем гелии, образуется особый конденсат, частицы которого связаны между собой энергией притяжения. Это взаимное притяжение не позволяет отдельным частицам рассеиваться на дефектах и стенках, если энергия этого рассеяния меньше, чем энергия притяжения. В результате отсутствия рассеяния конденсат приобретает способность перемещаться без трения.

Сверхпроводимость была открыта более ста лет назад, а сверхтекучесть примерно на тридцать лет позже. Однако несмотря на большое внимание ученых к изучению этих явлений, они в теоретическом плане долгое время представлялись самыми таинственными в физике конденсированного состояния. И эта таинственность привлекала лучшие умы прошлого века к их изучению.

Таинственность явления сверхпроводимости начала рассеиваться в середине прошлого века после того, как было изучено явление квантования магнитного потока в сверхпроводящих цилиндрах. Это явление было предсказано братьями Лондонами еще накануне войны, но измерения были проведены лишь спустя почти пару десятилетий. Из этих измерений стало ясно, что ответственными за сверхпроводимость являются пары электронов, формирующие бозоны с нулевым суммарным спином и импульсом.

Примерно в это же время было замечено, что замена одного изотопа сверхпроводящего элемента на другой приводит к изменению критической температуры сверхпроводников - так называемый изотоп-эффект. Этот эффект был интерпретирован как однозначное указание на определяющую роль фононов в формировании сверхпроводящего состояния. Фононный механизм лег в основу теории Бардина-Шриффера-Купера (БКШ), которая получила всеобщее признание и фактически до сих пор служит единственной общепринятой теорией сверхпроводимости.

Однако при этом как бы разорвалась гипотетическая связь между сверхпроводимостью и сверхтекучестью - в жидком гелии нет фононов,

объединяющих атомы.

Более чем пятидесятилетнее развитие БКШ показало, что эта теория успешно описывает общие закономерности явления, но ее нельзя назвать теорией сверхпроводников. Она объясняет такие закономерности как возникновение энергетической щели, специфику температурной зависимости теплоемкости, квантование потока и др., но не может предсказать главные параметры отдельных сверхпроводников - их критическую температуру и критическое магнитное поле. Точнее, формула для критической температуры сверхпроводников в БКШ приобретает вид экспоненты, в показателе которой стоят множители, не поддающиеся точному измерению, и потому эта формула не представляет практического интереса.

Нечто похожее произошло и с теорией сверхтекучести. Вскоре после ее открытия Л.Д.Ландау в своих первых работах показал, что это явление нужно рассматривать как следствие образования конденсата, состоящего из макроскопического числа атомов, находящихся в едином квантовом состоянии. и подчиняющегося квантовым законам. Это позволило описать основные характерные черты этого явления -

температурную зависимость плотности сверхтекучей фазы, скорость звука и т.д. - но при этом не был дан ответ на вопрос о том, какой физический механизм приводит к объединению атомов в сверхтекучий конденсат и какова критическая температура этого конденсата, т.е. почему для гелия-4 отношение температуры перехода в сверхтекучее состояние к температуре кипения почти точно равно $1/2$ (для гелия-3 оно примерно в тысячу раз меньше).

В целом описания явлений сверхпроводимости и сверхтекучести к началу XXI века оставляли чувство некой неудовлетворенности, в первую очередь тем, что не допускали общего механизма возникновения.

Цель написания данной книги состоит в том, чтобы восполнить этот пробел и предложить ясный физический механизм, объясняющий эти явления.

1. Сверхпроводимость и общество

Сверхпроводимость - красивейшее и уникальное явление природы - была открыта в начале 20 века. Ее уникальность происходит из того, что сверхпроводимость - это результат действия квантовых законов, управляющих макроскопическим ансамблем частиц как единым целым. Она привлекает своей необычностью и красотой, которая понятна не только кругу ученых-профессионалов и людей, интересующихся физикой, но и всему образованному сообществу.

Необыкновенный общественный интерес к этой проблеме проявился в реакции научного сообщества на сообщение об открытии высокотемпературной сверхпроводимости в 1986 году. Толпы ученых людей собирались послушать новости из лабораторий. На моей памяти не было другой научной проблемы, которая вызывала бы такой интерес у узких специалистов и широкой околонаучной публики.

Этот интерес отразился и в общественном признании, одним из признаков которого является присуждение Нобелевских премий. Пожалуй, нет другой области физической науки, за исследования в которой было бы присуждено столько Нобелевских премий. Вот их хронология:

Хейке Камерлинг-Оннес был удостоен Нобелевской премии по физике в 1913 году «за исследования свойств вещества при низких температурах, которые привели к получению жидкого гелия» (т.е. за открытие сверхпроводимости).

Лев Давидович Ландау был удостоен Нобелевской премии по физике в 1962 году «за пионерские теории конденсированной материи, в особенности жидкого гелия» (т.е. за объяснение явления сверхтекучести).

Джон Бардин, Леон Н. Купер, Дж. Роберт Шриффер разделили в 1972 году Нобелевскую премию по физике «за создание теории сверхпроводимости, обычно называемой БКШ теорией».

Брайан Д. Джозефсон был удостоен Нобелевской премии по физике в 1973 году «за теоретические предсказания свойств сверхпроводящего тока, проходящего через туннельный барьер, в частности явлений, общеизвестных ныне под названием эффектов Джозефсона»

Петр Леонидович Капица был удостоен Нобелевской премии по физике в 1978 году «за фундаментальные изобретения и открытия в области физики низких температур» (т.е. за открытие сверхтекучести).

Георг Беднорц и Алекс Мюллер получили Нобелевскую премию по физике в 1987 году «за

важный прорыв в открытии сверхпроводимости в керамических материалах».

Алексей Алексеевич Абрикосов, Виталий Лазаревич Гинзбург и Энтони Легетт получили Нобелевскую премию по физике за 2003 году «за пионерский вклад в теорию сверхпроводников и сверхтекучих жидкостей».

Однако конечно всеобщее внимание к сверхпроводимости вызвано не ее уникальной научной привлекательностью, а теми надеждами на огромный технический прогресс, который был бы возможен, если бы удалось создать технологические условия для ее широкого применения в практической деятельности человеческого общества.

Может показаться, что фундаментальная сверхпроводимость не слишком нужна - самые важные открытия в сверхпроводимости уже вроде бы сделаны, хотя и более или менее случайным образом. Один из крупнейших советских физиков академик И.К.Кикоин, внесший весомый вклад в исследования сверхпроводимости еще на раннем их этапе¹, имея в виду сверхпроводимость, говорил, что многие великие

¹Кикоин в начале 30-х первым изучил гиромагнитный эффект в сверхпроводнике, определив присущий сверхпроводящим носителям гиромагнитный фактор.

научные открытия делаются методом Колумба, когда, образно говоря, открывается "Америка" исследователем, направлявшимся в "Индию". Подобным путем к своему открытию шел и Камерлинг-Оннес, и позже ряд других исследователей сверхпроводимости.

Наше сегодняшнее понимание говорит о том, что сверхпроводимость - это особенная физическая дисциплина. В других разделах физики есть малые и даже очень малые значения, но нигде нет величин, обращающихся в нуль. Там какому-то свойству может быть приписано нулевое значение в смысле полного отсутствия его у объекта рассмотрения. Например, можно говорить о нулевой массе нейтрино, нулевом электрическом заряде нейтрона и т.п., но в этих терминах заложен другой смысл. А в сверхпроводниках электросопротивление точно нуль? Чтобы проверить это, Х. Камерлинг-Оннес заморозил в сверхпроводящем цилиндре циркулирующий ток. Если сопротивление все-таки есть, то со временем этот ток и создаваемое им магнитное поле должны уменьшиться. Почти сто лет назад Камерлинг-Оннес даже возил этот цилиндр с замороженным током из Лейдена на аэроплане на конференцию по сверхпроводимости в Лондон, чтобы продемонстрировать чудесное явление незатухающего тока. Никакого уменьшения поля обнаружено не было. Сейчас понятно, что

сопротивление должно быть точно равно нулю. Это следует из того, что протекание тока по сверхпроводнику - это квантовый эффект. Поведение электронов в сверхпроводнике регулируется теми же законами, что и в атоме, и циркулирующий по сверхпроводнику замкнутый ток в этом смысле аналогичен движению электронов на атомных орбитах.

Теперь о сверхпроводимости мы знаем главное - это квантовое явление в макроскопическом проявлении, и кажется, что основным тормозом на пути ее применения на практике стоят не теоретические задачи ее углубленного изучения, а чисто технологические проблемы: работы с жидким гелием так и остаются слишком трудоемкими и дорогостоящими, а технологии сверхпроводников азотного уровня до сих пор не освоены.

И все-таки главная проблема до сих пор состоит в понимании физики сверхпроводимости. Конечно, справедливы слова Р.Кирхгофа о том, что нет ничего практичнее хорошей теории. Поэтому, несмотря на очевидную и исключительную важность вопросов, связанных с прикладными свойствами и технологическими проблемами сверхпроводников, ниже они рассматриваться не будут.

Самой важной задачей теории фундаментальной сверхпроводимости является понимание того, за счет каких физических механизмов образуется сверхпроводящее состояние, нахождение зависимостей основных параметров сверхпроводников от других физических свойств и преодоление того, что пока теория сверхпроводимости не смогла сделать - объяснить почему тот или иной сверхпроводник имеет наблюдаемые критическую температуру и критическое поле.

Именно это и определило подход к написанию данной книги.

В ее первой части обращено внимание на те шаги, которые делались, чтобы понять суть явлений сверхпроводимости и сверхтекучести и на те трудности с которыми наука столкнулась на этом пути.

Во второй части рассмотрен подход к объяснению сверх-явлений как результату упорядочения нулевых колебаний и получены теоретические предсказания для критических параметров, согласующиеся с данными измерений.

2. Открытие сверхпроводимости

*"И люди так же точно всё потом
в теориях поставили вверх дном...
Все это было тайной для людей
и стало им открыто лишь поздней."*

Гёте, «Фауст»

Перевод Н.Холодковского

В конце ноября 1911 года в печать поступила статья, написанная Хейке Камерлинг-Оннесом [16], руководителем первой в мире лаборатории для исследования физики низких температур, созданной им в Лейденском университете. В этой статье описано замечательное явление - полное исчезновение электрического сопротивления ртути, названное Х.Камерлинг-Оннесом сверхпроводимостью.

Х.Камерлинг-Оннес закономерно шел к своему открытию, хотя, как кажется, и произошло оно именно в это время более или менее случайно. Он был первым ученым XX века новой формации, поставившим индустрию на службу физике. Его исследовательская лаборатория базировалась на настоящем заводе холода, собранном из разработанных им рефрижераторов.



Рис. 2.1. Хейке Камерлинг Оннес

Этот промышленный подход дал ему на долгие годы (15 лет!) преимущества полной мировой "монополии" работы с низкими температурами. Главное, он получил возможность проводить твердотельные исследования вплоть до температур жидкого гелия, который кипит при атмосферном давлении при 4.18 К. Он первым получил его жидким в 1908 г. и начал с его помощью планомерные исследования электрического сопротивления металлов. Тогда из более ранних экспериментов было известно, что с понижением температуры электрическое сопротивление металлов уменьшается. Причем остаточное сопротивление их оказывалось тем меньше,

чем чище металл. Поэтому возникла идея измерить эту зависимость у чистой платины и золота, но очистить их в достаточной мере в то время было невозможно и тут проявилась случайность. Ртуть была единственным металлом в те годы, который допускал очень высокую степень очистки путем многократной перегонки. Другая случайность в том, что сверхпроводящий переход в ртути происходит при 4.15К, чуть-чуть ниже температуры кипения гелия, но это чуть-чуть создало вполне достаточные условия для открытия сверхпроводимости уже в первом эксперименте, проведенном учеником Камерлинг-Оннеса - Гиллом Холстом. Эти измерения показали, что электрическое сопротивление у ртути сначала монотонно уменьшается, а вблизи 4К пропадает полностью. Падает до нуля! (По крайней мере до 10^{-24} Ом·см. Для сравнения, у меди при этой температуре сопротивление порядка 10^{-9} Ом·см). Следует заметить, что в своих измерениях Х.Камерлинг-Оннес использовал откачку паров гелия, а с помощью откачки можно значительно понизить температуру гелия, достигнув температуры около 1К. Благодаря откачке вскоре Х.Камерлинг-Оннесом и его сотрудниками была открыта сверхпроводимость в олове, а потом и в других металлах, причем необязательно очень чистых. Степень чистоты мало влияет

на сверхпроводящий переход. Их открытием было также существование влияния на сверхпроводники магнитного поля. Они определили, таким образом, существование двух главных критериев сверхпроводников - критическую температуру и критическое магнитное поле.²

В наше время начатые Х.Камерлинг-Оннесом исследования по физике низких температур развиваются во многих лабораториях мира. Но и спустя 100 лет стиль работы, созданный Х.Камерлинг-Оннесом в Лейденской криогенной лаборатории, даже на много повидавших на своем веку специалистов производит очень сильное впечатление и по продуманности своей научной политики, и по мощности технической оснащенности.

²Замечательное описание событий, связанных с открытием сверхпроводимости, дает в своих воспоминаниях лауреат Нобелевской премии В.Л.Гинзбург. Он обратил внимание на особенный этический аспект, связанный с этим открытием. Гинзбург пишет [17]: "Сверхпроводящий скачок и вообще сверхпроводимость в явном виде впервые наблюдал проводивший измерения сопротивления ртути Г.Холст (Gilles Holst). Это был квалифицированный физик (в дальнейшем первый директор исследовательских лабораторий фирмы Филипс и профессор Лейденского университета). Однако его имя в соответствующей публикации Камерлинг-Оннеса даже не упоминается. Как указано в [18], сам Холст, по-видимому, не считал такое отношение Камерлинг-Оннеса несправедливым и необычным. Мне ситуация не ясна, для нашего времени она совершенно необычна; возможно, 90 лет назад нравы в научном сообществе были совсем иными."

Действительно, великое открытие, но "o tempora, o academica mores!"

Глава 3

Основные вехи в исследовании сверхпроводимости

Первые 22 года после открытия сверхпроводимости ее исследованиями занималась только Лейденская лаборатория Х.Камерлинг-Оннеса. Но к 30 годам прошлого века ожижители гелия стали появляться и в других местах, и к исследованиям сверхпроводимости стали подключаться другие лаборатории. Значительной вехой на этом пути стало открытие абсолютного диамагнетизма сверхпроводников в 1933 г. До этого времени сверхпроводники рассматривались как идеальные проводники. Эффект, открытый Мейснером и Оксенфельдом [19], состоял в том, что при охлаждение сверхпроводника ниже критической температуры в постоянном и не очень сильном магнитном поле происходит его выталкивание из объема сверхпроводника. Поле выталкивается незатухающими токами, которые текут по его поверхности.¹

¹Интересно, что Камерлинг-Оннес искал этот эффект и проводил подобный эксперимент почти на двадцать лет раньше. Но тогда из-за вынужденной экономии жидкого гелия, который ожижался с очень большими трудностями, он использовал в своих измерениях полый тонкостенный свинцовый шар. В таком шаре магнитное поле легко "замораживается" и эффект Мейснера маскируется.



Рис. 3.1. Братья Хайнц и Фриц Лондоны

1. Теория Ф. и Х.Лондонов

Большой вклад в развитие науки о сверхпроводниках внесли братья Фриц и Хайнц Лондоны, предложившие ее первую феноменологическую теорию. Они ввели представление о том, что энергетическая щель определяет сверхпроводящие свойства металлов, постулировали макроскопическую когерентность сверхпроводящего состояния для однородных сверхпроводников, предсказали квантование магнитного потока, ввели понятие глубины проникновения поля в сверхпроводник и вывели для нее уравнение.

Следует отметить, что идея и методика получения сверхнизких температур методом растворения He-3 в He-4 принадлежит также Хайнцу Лондону.

До открытия явления абсолютного диамагнетизма сверхпроводников, они рассматривались как абсолютные проводники или просто металлы с нулевым сопротивлением. На первый взгляд разницы особенной нет: если мы идеальный проводник внесем в магнитное поле, то на его поверхности индуцируется ток, который вытолкнет это поле, т.е. проявится диамагнетизм. Но если сначала намагнитить образец, поместив его в поле, и только затем охлаждать, то никакого диамагнетизма проявиться не должно. Опыт Мейсснера и Оксенфельда показал, что результат не зависит от истории. Внутри сверхпроводника всегда равно нулю и сопротивление

$$(1) \quad \rho = 0,$$

и магнитная индукция:

$$(2) \quad B = 0.$$

Фактически теория Лондонов [20] представляет собой попытку наложения этих условий на уравнения Максвелла. Представим кратко вывод уравнений Лондонов примерно так, как это

обычно делается в первых главах большинства курсов сверхпроводимости, например [21],[22].

В соответствии с законом Ньютона свободные электроны приобретут ускорение

$$(3) \quad \mathbf{a} = \frac{e\mathbf{E}}{m_e},$$

если на них подействовать электрическим полем с напряженностью $\mathbf{E}$.

Направленное движение электронов создаст в проводнике ток с плотностью:

$$(4) \quad \mathbf{j} = en_s\mathbf{v},$$

здесь n_s - плотность "сверхпроводящего" электронного газа,

$\mathbf{v}$ - скорость его направленного движения.

Продифференцировав это уравнение по времени и подставив (3), Лондоны получили:

$$(5) \quad \frac{d}{dt}\mathbf{j} = en_s\mathbf{a} = \frac{n_se^2}{m_e}\mathbf{E}.$$

Это уравнение, называемое первым уравнением Лондонов, показывает, что приложение к сверхпроводнику электрического напряжения вызывает изменение электрического тока. В отличие от нормальных проводников, для протекания стационарных токов в сверхпроводнике прикладывать напряжение не нужно.

Применение операции rot к обеим частям этого равенства, использование закона электромагнитной индукции Фарадея $rot \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{d\mathbf{B}}{dt}$ приводит к соотношению между плотностью тока и магнитным полем

$$(6) \quad \frac{d}{dt} \left(rot \mathbf{j} + \frac{n_s e^2}{m_e c} \mathbf{B} \right) = 0.$$

Это соотношение совместно с уравнением Максвелла

$$(7) \quad rot \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}$$

определяет магнитные поля и плотности тока, которые могут существовать в идеальном проводнике.

Для учета эффекта Мейснера-Оксенфельда Лондоны выбрали из полного набора статических решений уравнения (6) решение:

$$(8) \quad rot \mathbf{j} + \frac{n_s e^2}{m_e c} \mathbf{B} = 0.$$

Оно носит название второго уравнения Лондонов. Смысл замены уравнения (6) более жестким уравнением Лондонов заключается в том, что из их уравнения непосредственно следует существование эффекта Мейснера. Действительно, из уравнений (7) и (8) получаем

$$(9) \quad \nabla^2 \mathbf{B} = \frac{4\pi n_s e^2}{m_e c^2} \mathbf{B}$$

сверх- проводник	$\lambda_L, 10^{-6} \text{см}$ измерено [23]	n_s по формуле (11)	n_e измерено	n_s/n_e
Tl	9.2	$3.3 \cdot 10^{21}$	$1.05 \cdot 10^{23}$	0.03
In	6.4	$6.9 \cdot 10^{21}$	$1.2 \cdot 10^{23}$	0.06
Sn	5.1	$1.1 \cdot 10^{22}$	$1.4 \cdot 10^{23}$	0.07
Hg	4.2	$1.6 \cdot 10^{22}$	$8.5 \cdot 10^{22}$	0.18
Pb	3.9	$1.9 \cdot 10^{22}$	$1.3 \cdot 10^{23}$	0.14

ТАБЛИЦА 3.1. Лондоновская глубина и плотность носителей

$$(10) \quad \nabla^2 \mathbf{j} = \frac{4\pi n_s e^2}{m_e c^2} \mathbf{j}.$$

Согласно этим уравнениям токи и магнитные поля в сверхпроводниках могут существовать только в приповерхностном слое толщиной

$$(11) \quad \lambda_L = \sqrt{\frac{m_e c^2}{4\pi e^2 n_s}},$$

которая называется лондоновской глубиной проникновения.

Лондоновская глубина проникновения - одна из измеримых характеристик сверхпроводников, и для многих из них она составляет несколько сотен Ангстрем [23]. В таблице (3.1) измеренное значение λ_L приведено во втором столбце.

Однако плотность сверхпроводящих носителей n_s (см. средний столбец Таб.(3.1)), рассчитанная в соответствии с формулой (11) с использованием этих экспериментальных данных, получается завышенной на несколько порядков.

Действительно, в сверхпроводящий конденсат может выпасть лишь малая доля электронов проводимости из тонкой полоски энергетического спектра вблизи $\mathcal{E}_F$. Расчет их плотности в зависимости от величины щели приводит к равенству (90). Поэтому можно ожидать, что концентрация сверхпроводящих носителей среди всех свободных электронов металла должна быть на уровне $\frac{n_s}{n_e} \simeq 10^{-5}$ (см. (87)). В то время как эта концентрация, получающаяся в результате расчета по формуле (11) на несколько порядка превышает эту величину (см. последний столбец таблицы).

Причина такого расхождения, по-видимому, в применении неэквивалентного преобразования, использованного при выводе лондоновской глубины. На первом этапе в равенстве (3) речь идет о прямолинейном ускорении под действием постоянного электрического поля. Рассматриваемый исходным уравнением (3) ток не имеет циркуляции, и поэтому применение на втором этапе операции rot в уравнении (6) к этому случаю не корректно. Оно ведет не к уравнению (8):

$$(12) \quad \frac{\text{rot } \mathbf{j}}{\frac{n_s e^2}{m_e c} \mathbf{B}} = -1,$$

а к паре равенств:

$$(13) \quad \begin{aligned} \text{rot } \mathbf{j} &= 0 \\ \frac{n_s e^2}{m_e c} \mathbf{B} &= 0 \end{aligned}$$

и неопределенности

$$(14) \quad \frac{rot \mathbf{j}}{\frac{n_s e^2}{m_e c} \mathbf{B}} = \frac{0}{0}.$$

Корректировка соотношения лондоновской глубины с плотностью сверхпроводящих носителей будет дана в разделе (8).

2. Теория Гинзбурга-Ландау

Феноменологическая теория сверхпроводимости Лондонов не учитывает квантовые эффекты. Теория [24], предложенная В.Л.Гинзбургом и Л.Д.Ландау в начале 50-х годов прошлого века, использует для описания сверхпроводников математический аппарат квантовой механики. Но тем не менее она является феноменологической, т.к. не занимается исследованием вопроса о природе возникновения сверхпроводимости, хотя качественно и количественно описывает многие стороны характерных для нее эффектов.

В квантовой механике для описания движения частиц используется волновая функция $\Psi(r, t)$, характеризующая положение частицы в пространстве и времени. В ГЛ-теории подобная функция вводится для описания всего ансамбля сверхпроводящих частиц и носит название параметра порядка, а ее квадрат определяет концентрацию сверхпроводящих частиц.

В своей основе ГЛ-теория использует аппарат, разработанный Ландау для описания переходов порядок-беспорядок (переходы второго рода по классификации Ландау). Согласно Ландау, переход системы в более упорядоченное должен сопровождаться уменьшением свободной энергии на величину:

$$(15) \quad \Delta W = -a \cdot n_s + \frac{b}{2} n_s^2.$$

Здесь a и b - параметры модели. Воспользовавшись принципом минимума свободной энергии системы, находящейся в устойчивом состоянии, можно найти соотношение между этими параметрами:

$$(16) \quad \frac{d(\Delta W)}{dn_s} = -a + b \cdot n_s = 0.$$

Откуда

$$(17) \quad b = \frac{a}{n_s}$$

и величина выигрыша энергии при переходе в упорядоченное состояние:

$$(18) \quad \Delta W = -\frac{a}{2}n_s.$$

Обратный переход из сверхпроводящего состояния в нормальное произойдет в магнитном поле с критической напряженностью H_c . При этом потребуется создать плотность магнитной энергии $\frac{H_c^2}{8\pi}$. В соответствии с этим получается равенство:

$$(19) \quad \frac{H_c^2}{8\pi} = \frac{a}{2}n_s.$$

Для того чтобы выразить параметр ГЛ-теории a через физические характеристики образца, величину плотности "сверхпроводящих" носителей обычно берут из уравнения Лондонов (11).²

²Следует отметить, что в связи с тем, что уравнение Лондонов некорректно определяет соотношение глубины проникновения с плотностью носителей, для нахождения a следует пользоваться уточненным равенством (116)

Важным шагом в ГЛ-теории является переход от концентрации "сверхпроводящих" носителей n_s к параметру порядка Ψ

$$(20) \quad |\Psi(x)|^2 = n_s,$$

при котором (в одномерном случае) стандартное уравнение Шредингера приобретает вид:

$$(21) \quad -\frac{\hbar}{2m} [\nabla \Psi(x)]^2 - a\Psi^2(x) + \frac{b}{2}\Psi^4(x) = \mathcal{E}.$$

Снова воспользовавшись условием минимума энергии

$$(22) \quad \frac{d\mathcal{E}}{d\Psi} = 0$$

после несложных преобразований получается уравнение, которому удовлетворяет параметр порядка равновесной системы:

$$(23) \quad a\Psi + b\Psi|\Psi|^2 + \frac{1}{4m_e} \left(i\hbar\nabla + \frac{2e}{c}\mathbf{A} \right)^2 \Psi = 0.$$

Это уравнение носит название первого уравнения Гинзбурга-Ландау. Оно нелинейно. И хотя аналитического решения у него не существует, при использовании разложений входящих в него параметров, удается с его помощью найти решения для многих задач, связанных с изменяющимся параметром порядка - с физикой тонких сверхпроводящих пленок, границами раздела сверхпроводник-металл, явлениям вблизи к критической температуре и т.д.

Вариация уравнения Шредингера (21) по вектор-потенциалу $\mathbf{A}$ дает второе уравнение ГЛ-теории:

$$(24) \quad \mathbf{j}_s = \frac{i\hbar e}{2m_e} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) - \frac{2e^2}{m_e c} |\Psi|^2 \mathbf{A},$$

определяющее плотность сверхпроводящего тока. Это уравнение позволяет получить ясную картину важного эффекта сверхпроводимости - квантования магнитного потока.

3. Экспериментальные данные, важные для построения теории сверхпроводимости

3.1. Особенности фазового перехода.

Фазовые переходы могут происходить со скачком первых производных термодинамического потенциала и со скачком вторых производных при непрерывном изменении первых. По терминологии Л.Д.Ландау это фазовые переходы 1-го и 2-го родов. К фазовым переходам 1-го рода относятся явления с перестройкой кристаллической структуры вещества, переходы типа порядок-беспорядок относятся к переходам второго рода.

Измерения показывают, что при сверхпроводящем переходе отсутствуют изменения структуры, выделения скрытой теплоты и тому подобные явления, которые характерны для переходов первого рода. Наоборот, теплоемкость в точке этого перехода терпит разрыв (см.ниже). Все это однозначно указывает на то, что сверхпроводящий переход сопровождается изменением порядка. Полное отсутствие изменений в структуре кристаллической решетки, доказанное рентгеновскими измерениями, говорит о том, что этот переход есть установление порядка в системе электронов.

3.2. Энергетическая щель и теплоемкость сверхпроводника.

3.2.1. *Энергетическая щель в сверхпроводниках.* Наряду с рентгеновскими исследованиями, которые не обнаруживают изменения структуры в точке сверхпроводящего перехода, никаких изменений не видно тут и в оптическом диапазоне. "На глаз" здесь ничего не происходит. Однако, отражение радиоволн претерпевает заметное изменение в этом переходе. Детальные измерения показали, что существует резкая граница в диапазоне волн $1 \cdot 10^{11} \div 5 \cdot 10^{11}$ Герц, разная для различных сверхпроводников, ниже которой изменения в отражении радиоволн есть, а выше ее - нет. Это явление прямо указывает на существование пороговой энергии, которая необходима для перевода сверхпроводящего носителя в нормальное состояние, т.е. между этими двумя состояниями существует энергетическая щель.

3.2.2. *Теплоемкость сверхпроводника.* Законы термодинамики позволяют получить представление о существе явления из общих рассуждений. Покажем, что простое применение термодинамических соотношений позволяет сделать вывод о том, что переход нормальный металл - сверхпроводник является переходом второго рода, т.е. он обусловлен упорядочением электронной системы.

Перевести сверхпроводник в нормальное состояние можно с помощью критического магнитного поля H_c . Такой переход означает, что разницу между свободной энергией массивного образца (единичного объема) в нормальном и в сверхпроводящем состоянии дополняет плотность энергии критического магнитного поля:

$$(25) \quad F_n - F_s = \frac{H_c^2}{8\pi}.$$

Свободная энергия, по определению, есть разница внутренней энергии U и тепловой энергии TS (S - энтропия состояния):

$$(26) \quad F = U - TS.$$

Поэтому приращение свободной энергии есть

$$(27) \quad \delta F = \delta U - T\delta S - S\delta T.$$

Согласно первому закону термодинамики в термодинамическом процессе приращение плотности тепловой энергии δQ есть сумма работы совершенной образцом над внешними телами δR и приращения его внутренней энергии δU :

$$(28) \quad \delta Q = \delta R + \delta F$$

Так как при обратимом процессе приращение тепловой энергии $\delta Q = T\delta S$, то

$$(29) \quad \delta F = -\delta R - S\delta T$$

и таким образом энтропия

$$(30) \quad S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_R .$$

В соответствии с этим разность энтропий нормального и сверхпроводящего состояний (25) может быть записана в виде:

$$(31) \quad S_s - S_n = \frac{H_c}{4\pi} \left(\frac{\partial H_c}{\partial T} \right)_R .$$

Так как при любой температуре критическое поле уменьшается с ее ростом:

$$(32) \quad \left(\frac{\partial H_c}{\partial T} \right) < 0,$$

то из равенства (31) следует, что сверхпроводящее состояние является более упорядоченным - его энтропия меньше. Кроме того, так как при $T = 0$ производная от критического поля тоже равна нулю, то в этой точке энтропии нормального и сверхпроводящего состояний равны и какие-либо скачкообразные изменения первых производных термодинамического потенциала должны отсутствовать, т.е. это переход типа порядок-беспорядок.

Поскольку теплоемкость по определению $C = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)$, то разность удельных теплоемкостей

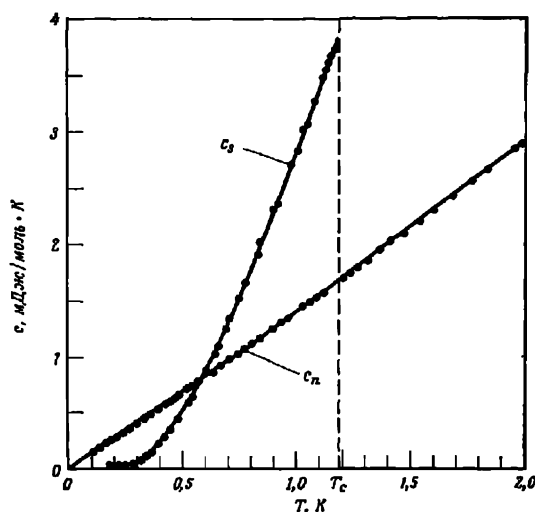


Рис. 3.2. Низкотемпературная теплоемкость нормального и сверхпроводящего алюминия [25].

сверхпроводящего и нормального состояний:

$$(33) \quad C_s - C_n = \frac{T}{4\pi} \left[\left(\frac{\partial H_c}{\partial T} \right)^2 + H_c \frac{\partial^2 H_c}{\partial T^2} \right].$$

Так как в критической точке $H_c = 0$, то из (33) прямо следует формула Рутгерса, определяющая величину скачка теплоемкости в точке перехода:

$$(34) \quad C_s - C_n = \frac{T}{4\pi} \left(\frac{\partial H_c}{\partial T} \right)_{T_c}^2.$$

Теория теплоемкости сверхпроводников хорошо подтверждается экспериментально. Для примера на рис.(3.2) показана зависимость низкотемпературной теплоемкости алюминия в сверхпроводящем и нормальном состояниях. Теплоемкость нормального алюминия при этой температуре определяется только электронами и в соответствии с теорией Зоммерфельда линейна по температуре. Теплоемкость сверхпроводника при низкой температуре экспоненциально зависит от нее, что говорит о существовании двухуровневой системы в энергетическом распределении сверхпроводящих частиц. Данные измерений скачка теплоемкости при T_c хорошо описывается равенством Рутгерса (34).

3.3. Квантование магнитного потока в сверхпроводниках. Утверждение о том, что магнитный поток должен квантоваться в полых сверхпроводящих цилиндрах, первым высказал Ф.Лондон. Однако главный интерес в этой проблеме состоит не в самом явлении квантования, а в детали - какова должна быть величина кванта потока. Ф.Лондон при вычислении величины кванта магнитного потока еще не учитывал эффекта спаривания сверхпроводящих носителей и поэтому предсказал для него в два раза большую величину.

Запишем параметр порядка в виде:

$$(35) \quad \Psi(r) = \sqrt{n_s} e^{i\theta(r)}.$$

где n_s - плотность сверхпроводящих носителей, θ - фаза параметра порядка.

Учитывая, что в отсутствие магнитного поля плотность потока частиц описывается уравнением:

$$(36) \quad n_s \mathbf{v} = \frac{i\hbar}{2m_e} (\Psi \nabla \Psi^* - \Psi^* \nabla \Psi).$$

с использованием (35), получим $\hbar \nabla \theta = 2m_e \mathbf{v}_s$ и преобразуем уравнение Гинзбурга-Ландау (24) к виду:

$$(37) \quad \hbar \nabla \theta = 2m_e \mathbf{v}_s + \frac{2e}{c} \mathbf{A}.$$

Если рассматривать замораживание магнитного потока в толстом сверхпроводящем кольце со стенкой, толщина которой много больше лондоновской глубины проникновения λ_L , то в глубине тела кольца плотность тока $\mathbf{j}$ равна нулю. Это значит, что уравнение (37) сведется к равенству:

$$(38) \quad \hbar \nabla \theta = \frac{2e}{c} \mathbf{A}.$$

Если от величин входящих в это равенство взять интегралы по контуру, проходящему в глубине

кольца, нигде не подходя близко к поверхности:

$$(39) \quad \hbar \oint \nabla \theta ds = \frac{2e}{c} \oint \mathbf{A} ds,$$

то получится

$$(40) \quad \oint \nabla \theta ds = \frac{2e}{\hbar c} \Phi,$$

так как по определению магнитного потока через любую петлю

$$(41) \quad \Phi = \oint \mathbf{A} ds.$$

Контурный интеграл $\oint \nabla \theta ds$ должен быть кратен 2π , чтобы обеспечить однозначность параметра порядка при обходе по контуру. Таким образом магнитный поток, захваченный сверхпроводящим кольцом должен быть кратен кванту магнитного потока:

$$(42) \quad \Phi_0 = \frac{2\pi \hbar c}{2e},$$

что точно подтверждается соответствующими измерениями.

Это очень важный результат для понимания физики сверхпроводимости.

Таким образом, теоретические предсказания, подтверждающиеся измерениями, говорят, что сверхпроводимость осуществляется благодаря тому, что ее носители имеют заряд $2e$, т.е. представляют собой два спаренных электрона.

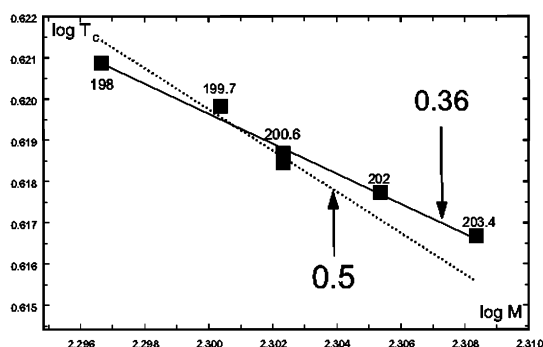


Рис. 3.3. Изотопический эффект в ртути [35], [36].
Сплошная линия проведена методом наименьших квадратов. В соответствии с электрон-фононным механизмом коэффициент α должен быть равен $1/2$ (пунктирная линия). Как это видно из рисунка, этот коэффициент для ртути близок к $1/3$.

Следует отметить, что спаривание электронов является необходимым условием существования сверхпроводимости, однако явление спаривания электронов экспериментально обнаружено и при нормальном состоянии электронного газа металла. Так величина кванта (42) характеризует периодичность влияния магнитного поля на электронный газ Mg и Al в нормальном состоянии, т.е. при температурах значительно более высоких, чем критические [42],[43].

3.4. Изотопический эффект. По-видимому самую важную роль, и при том

отрицательную, в развитии науки о сверхпроводимости сыграло открытие в 1950 году изотопического эффекта. Отрицательную роль, конечно сыграло не открытие этого эффекта, а его неверная трактовка. Первоначально было экспериментально обнаружено, что критические температуры образцов из различных изотопов ртути имеют различные критические температуры. Позже подобный эффект был обнаружен и в ряде других сверхпроводников.

Экспериментально было установлено, что критическая температура сверхпроводников зависит от массы изотопа M_i , из которого они состоят:

$$(43) \quad T_c \sim \frac{1}{M_i^\alpha},$$

При этом было установлено, что для сверхпроводников I рода - Zn, Sn, In, Hg, Pb - величину изотоп-эффекта можно описать равенством (43) при константе $\alpha = \frac{1}{2}$.

Этот эффект навел исследователей на мысль, что само явление сверхпроводимости связано с колебаниями ионов в решетке, т.к. подобную (43) зависимость максимальной энергии от массы имеют распространяющиеся в решетке фононы.

В дальнейшем эта простая картина нарушилась - был измерен изотопический эффект для

других металлов, для которых он имел другую величину, а в некоторых вообще отсутствовал. Такому различию изотопического эффекта в разных сверхпроводниках не удается объяснить единым фононным механизмом.

Следует отметить, что и в трактовке изотоп-эффекта в "простых" металлах существовало, по-видимому, некое стремление выдать результаты измерений под эффект влияния фононов, при котором $\alpha = 1/2$. Так анализ экспериментальных данных [35], [36] (см.рис.(3.3)) говорит о том, что для ртути реально этот параметр ближе к $1/3$.



Рис. 3.4. Джон Бардин - дважды лауреат Нобелевской премии. В 1956 он получил премию за изобретение транзистора и в 1972 вместе с Л.Купером и Дж.Шриффером - за теорию БКШ.

4. БКШ

Мне бы хотелось где-нибудь здесь поместить фотографию Джона Бардина, беседующего со мной. Какая была бы иллюстрация преемственности поколений в науке о сверхпроводимости! Самое замечательное, что такая фотография должна существовать. В конце 80-х я был на конференции по сверхпроводимости в Стенфордском университете. Встречался с Бардиным, который тоже приехал на конференцию, и немного с ним говорил. Я видел, что один американский физик нас фотографировал. Я был с этим физиком знаком, потому что он раньше приезжал в мою лабораторию в Дубну знакомиться с работами по ВТСП-сквидам. Наша лаборатория тогда приобрела мировую известность, потому что нам первым удалось преодолеть естественный барьер, к которому стремились все подобные лаборатории, - с помощью ВТСП-сквида была измерена магнитная кардиограмма человека[31]. Но теперь, через двадцать с лишним лет, не могу вспомнить ни как этого американского ученого звали, ни даже откуда он. Правда есть фотографии, сделанные во время его дубненского визита. Так что еще есть

надежда через американских знакомых его разыскать, а вместе с ним может быть и фотографию Д.Бардина, беседующего со мной.

Первая попытка обнаружить изотопический эффект в свинце была предпринята в Лейдене еще в начале 20-х годов, но тогда в виду малости эффекта он обнаружен не был. Зарегистрирован он был в 1950 г. исследователями двух различных лабораторий, и создалось впечатление, что поскольку критические параметры сверхпроводника зависят от массы ионов, то это должно служить прямым указанием на то, что ответственность за возникновение сверхпроводимости должны нести фононы. В этом же году Г.Фрелих впервые указал на то, что при низких температурах взаимодействие с фононами может привести к возникновению сил притяжения между электронами несмотря на кулоновское отталкивание, а еще через несколько лет Л.Купер описал конкретный механизм, при котором сколь угодно слабое притяжение между электронами с фермиевской энергией должно приводить к возникновению их связанного состояния. На этой основе в 1956 году Бардиным, Купером и Шриффером была построена микроскопическая теория, опирающаяся на электрон-фононное взаимодействие как причину возникновения сил притяжения между электронами.

Считается, что теория БКШ [13] получила следующие основные результаты:

1. Благодаря электрон-фононному взаимодействию, обуславливающему притяжение между электронами, возникает энергетическая щель, которая отделяет основное состояние электронной системы от возбужденных. Наличие этой щели объясняет поведение теплоемкости сверхпроводников, оптические опыты и т.д.

2. Глубина проникновения (как и длина когерентности) появляются как естественные следствия основного состояния теории БКШ. Уравнения Лондонов и диамагнетизм Мейснера получаются естественным путем.

3. Критерий существования сверхпроводимости и конечной температуры перехода включает в себя плотность электронных состояний на уровне Ферми $\mathcal{D}(\mathcal{E}_F)$ и потенциал электрон-решеточного взаимодействия U , который может быть оценен из электрического сопротивления. Для случая $U\mathcal{D}(\mathcal{E}_F) \ll 1$ теория БКШ выражает критическую температуру сверхпроводника через его температуру Дебая Θ_D :

$$(44) \quad T_c = 1.14 \cdot \Theta_D \cdot \exp \left[-\frac{1}{U\mathcal{D}(\mathcal{E}_F)} \right].$$

4. Участие решетки в электрон-электронном объединении обуславливает влияние изотопного замещения на критическую температуру сверхпроводника. При этом в связи с тем, что от массы изотопов зависит дебаевская температура

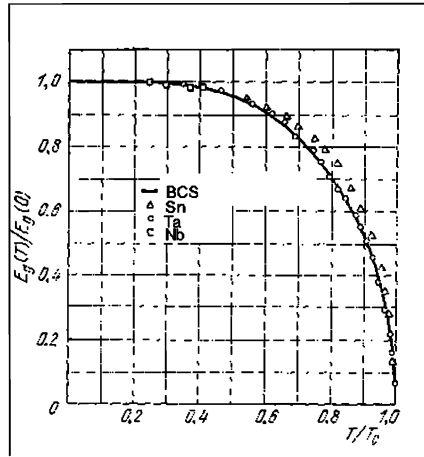


Рис. 3.5. Температурная зависимость величины щели в энергетическом спектре сверхпроводников, рассчитанная по уравнению (45).

$\theta_D \propto M^{-1/2}$, то равенство (44) правильно описывает эту зависимость для целого ряда сверхпроводников.

5. Температурную зависимость величины энергетической щели Δ сверхпроводника теория БКШ описывает в неявном виде интегралом по спектру фононов от 0 до энергии Дебая:

$$(45) \quad 1 = \frac{UD(\mathcal{E}_F)}{2} \int_0^{\hbar\omega_D} d\xi \frac{th\sqrt{\xi^2 + \Delta^2}/2kT}{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2}}.$$

Результат вычисления этой зависимости хорошо согласуется с данными измерений (Рис.(3.5)).

6. Теория БКШ согласуется с данными измерений величины кванта магнитного потока, т.к. ее основное состояние составлено из пар одно-электронных состояний.

Однако не все так хорошо с этой теорией.

Во-первых, она не дает главного - пользуясь ей нельзя аргументированно получить информацию о том, каковы должны быть критические параметры того или иного конкретного сверхпроводника. Поэтому она не может помочь в поисках стратегических путей развития сверхпроводников и тактике их исследования. Формула (44) содержит два трудно оцениваемых параметра - величину электрон-фононного взаимодействия и плотность электронных уровней вблизи уровня Ферми и потому не может служить для этой цели, а способна дать только качественную оценку.

Кроме того, многие результаты БКШ-теории могут быть получены с помощью других, более простых, но вполне корректных методов.

К объединению электронов в пары приводит не только электрон-фононный механизм. Любое притяжение между электронами может привести к их спариванию. Для существования сверхпроводимости нужно с помощью энергии связи объединить в единый ансамбль пары электронов, располагающиеся на расстояниях порядка сотни межатомных. В теории БКШ нет никаких сил притяжения между парами и, тем более, между столь удаленными парами.

Квантование потока хорошо описывается в рамках теории Гинзбурга-Ландау (см. раздел (3.3)), если параметром порядка описывать плотность спаренных электронов.

С помощью двухуровневой системы с соответствующими параметрами нетрудно описать температурную зависимость теплоемкости сверхпроводников.

Поэтому успехом теории БКШ можно было бы считать вычисление температурной зависимости энергетической щели сверхпроводников (45). Однако эту зависимость проще и удобнее описывать как явление, сопровождающее переход порядок-беспорядок в двухуровневой системе конденсата нулевых колебаний. При этом подходе, который рассмотрен ниже в разделе (2), температурная зависимость щели получает такую же трактовку как и другие явления этого же класса - λ -переход в жидком гелии, изменение спонтанной намагниченности ферромагнетиков и т.п.

Поэтому, как и раньше, в 50-е годы прошлого века решающим оказывается существование изотопического эффекта. Однако, к настоящему времени накопились экспериментальные факты о том, что замещение изотопов приводит к изменению параметров кристаллической решетки металлов за счет влияния массы изотопа на нулевые колебания ионов [52]. Поэтому замещение изотопа в решетке металла должно приводить к изменению его энергии Ферми и влиять на все

его электронные свойства. В связи с этим изменение критической температуры сверхпроводника при замене изотопа может быть прямым следствием изменения его энергии Ферми. Без какой-либо роли фононов.

Вторая часть книги будет посвящена рассмотрению роли упорядочения нулевых колебаний электронов в механизме образования сверхпроводящего состояния.

5. Новая эра - ВТСП

За столетие последовавшее после открытия сверхпроводимости она была обнаружена у 40 чистых металлов. Оказалось, что среди них самая низкая критическая температура у магния - около 0.001К, а самая высокая у технеция - 11.3К.

Также свойством сверхпроводимости при низких температурах обладает несколько сотен соединений и сплавов. Среди них самая высокая критическая температура у интерметаллического соединения Nb_3Ge - 23.2К. Для получения сверхпроводящего состояния во всех этих соединениях необходимо использовать дорогостоящую технологию жидкого гелия.³ Теоретически кажется, что в некоторых случаях можно было бы использовать жидкий водород. Но это только теоретически - водород очень взрывоопасен.

Много десятилетий ученые лелеяли мечту создать сверхпроводник, сохраняющий свои свойства при температуре выше температуры кипения жидкого азота. Жидкий азот дешев, доступен, безопасен при соблюдении определенной

³Для сравнения можно сказать, что литр жидкого гелия стоит примерно как бутылка хорошего коньяку. А теплота испарения его так мала, что для его хранения нужны дорогостоящие криостаты, да и из них он все равно довольно быстро испаряется.



Рис. 3.6. Карл Алекс Мюллер - родоначальник ВТСП.

культуры работы с ним (во всяком случае совершенно не взрывоопасен). Создание такого сверхпроводника сулило революционный прорыв во многих областях техники.

В 1986 году такие материалы были найдены. Сначала швейцарские исследователи Г.Беднорц и А.Мюллер обнаружили сверхпроводимость в медь-лантановой керамике, температура сверхпроводящего перехода была "лишь" на уровне 40К, но стало ясно, что это новый класс сверхпроводников (они названы высокотемпературными сверхпроводниками или ВТСП), и в их исследование включилось очень большое число лабораторий всего мира. Уже через год была обнаружена сверхпроводимость в керамике $Y - Ba - Cu - O$, температура перехода в которой выше 90К. Поскольку жидкий азот кипит при 78К, азотный рубеж был преодолен. В дальнейшем были обнаружены ртутные керамики с

температурами переходов порядка 140K. Появлялись сообщения об открытиях сверхпроводников с переходом в диапазоне комнатной температуры, но в дальнейшем эти данные не подтвердились.

сверхпроводник	T_c, K	H_c, Oe
<i>Hg</i>	4.15	41
<i>Pb</i>	7.2	80
<i>Nb</i>	9.25	206
<i>NbTi</i>	9.5-10.5	120.000
<i>Nb₃Sn</i>	18.1-18.5	220.000
<i>Nb₃Al</i>	18.9	300.000
<i>Nb₃Ge</i>	23.2	370.000
<i>MgB₂</i>	40	150.000
<i>YBa₂Cu₃O₇</i>	92.4	600.000
<i>Bi₂Sr₂Ca₂Cu₃O₁₀</i>	111	5.000.000
<i>HgBa₂Ca₂Cu₃O₈</i>	133	>10.000.000

ТАБЛИЦА 3.2. Критические параметры сверхпроводников

Историю повышения критической температуры сверхпроводника интересно проследить по графику (3.7). Из этого графика видно, что если бы создание новых сверхпроводников шло тем же темпом, что и до открытия ВТСП, то азотный уровень был бы преодолен лет через 150. Но наука развивается по своим законам, и открытие ВТСП позволило резко поднять критическую температуру.

Однако к революционному прорыву в технике и промышленности создание ВТСП не привело. Керамики оказались слишком нетехнологичны для создания тонких сверхпроводящих проводов, а без них применение ВТСП-сверхпроводников вынужденно ограничилось

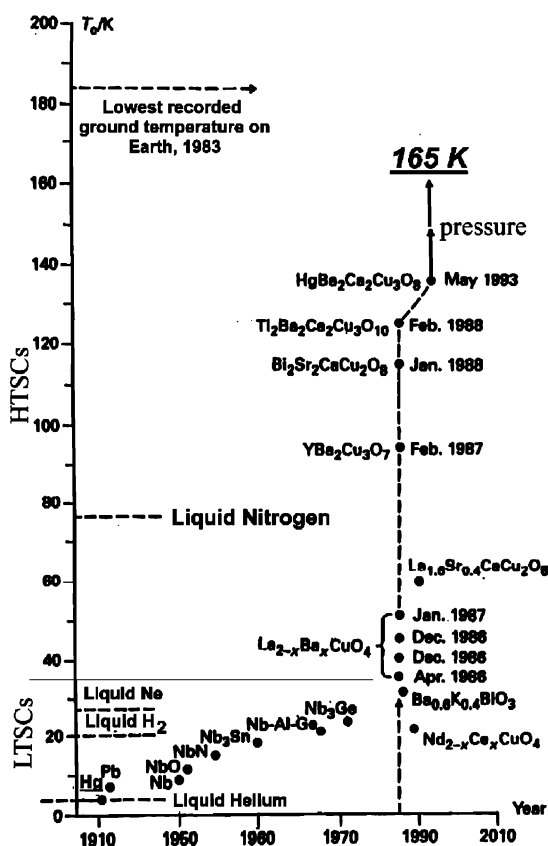


Рис. 3.7. История повышения критической температуры сверхпроводников. Горизонтальные линии показывают температуры кипения криогенных жидкостей (при нормальном давлении).

приборной слаботочной техникой, где к большим прорывам это тоже не привело (см. например [31]).

После создания ВТСП новых принципиальных

открытий такого масштаба сделано не было. Возможно причиной этого стало то, что теория сверхпроводимости БКШ, принятая большинством исследователей на сегодняшний день, не может предсказать параметры сверхпроводников аргіогі и не служит опорой в стратегии и тактике их исследования и разработки.

О сверхтекучести

Первые исследования свойств гелия-II начались в Лейденской лаборатории еще в 1911 году, в том же году когда была открыта сверхпроводимость. Несколько позже была открыта особенность в теплоемкости, названная λ -переходом. Однако до сверхтекучести жидкого гелия еще было далеко. Она была открыта П.Л.Капицей в 1938 году.

Многие события, связанные с этим открытием, ставшим важной вехой мировой науки,



Рис. 4.1. Петр Леонидович Капица

задуманный им эксперимент по измерению гиромагнитного эффекта в сверхпроводниках. Петр Леонидович был в курсе этого. Он даже дал шарик из сверхчистого свинца для этого эксперимента, привезя его из Мондовской лаборатории в Кембридже, которой он руководил в то время. Он регулярно приезжал в Советский Союз повидаться с матерью и отдохнуть, для чего летом обычно ехал на своей собственной машине с семьей в Крым. Полная фантастика для Советской России того времени! По пути он посещал физические лаборатории Москвы и Ленинграда (теперь опять С.Петербурга), читал лекции, беседовал с людьми, знакомился с тем, что кто делает.

Вот во время такого визита в 1933 году Кикоину удалось рассказать Капице о результатах своих измерений. Тому это очень понравилось и он пригласил И.К. работать в Кембридж. Договорились, что за год все формальности с приглашением из Англии будут выполнены и после следующего летнего отпуска они в Кембридж едут вместе. Но не получилось. Летом 34 года Капица действительно приехал в Россию, но когда он захотел выехать обратно в Англию, то ему в выездной визе было отказано. Никакие усилия не помогали, все было решено на самом верху.

Тестем Капицы был академик А.Н.Крылов,

знаменитый кораблестроитель. И вот А.Н.Крылов вместе со своим другом академиком И.П.Павловым (Нобелевским лауреатом по физиологии еще дореволюционного времени) идут на прием к Сталину. Сталин их принимает и спрашивает:

-В чем проблема?

-Да, вот Капицу не выпускают.

-Да, не выпускают. Потому что русский соловей должен петь в России!

Павлов (физиолог): Дык, соловей-то в клетке не поет!

- Ничего. У нас запоеет!

Так страшно злой (не то слово) Капица оказался на короткое время заместителем директора ленинградского Физтеха, которым руководил А.Ф.Иоффе.

Молодые доктора этого института - Кикоин, Курчатов, Алиханов, Арцимович - идут к зам.директора. Кто на поклон, а кто знакомиться. Алиханов в дверях спрашивает у выходящего из кабинета Арцимовича:

-Ну, как он? Зверь или человек?

-Да, так. Кентавр!

Судя по всему, это прозвище к Капице прочно приклеилось.

Ученые старшего поколения так его называли даже десятилетия спустя.

Сталин, безусловно, был преступником. В редкой семье в огромной стране его стараниями не был кто-нибудь совершенно безвинно расстрелян или посажен в тюрьму. Но в истории со сверхтекучестью он сыграл роль, которую можно считать положительной.

В России у Капицы все сложилось.

Если иметь в виду сверхтекучесть.

Уже через пару лет Л.Д.Ландау смог дать этому явлению теоретическое объяснение.¹ Именно это открытие позволило взглянуть на гелий-II как на среду, где законы квантовой физики работают в макроскопическом масштабе.

Это явление родственно сверхпроводимости - сверхпроводимость можно рассматривать как сверхтекучесть электронной жидкости. В результате этого родства между явлениями существует много общего, ведь оба явления в макроскопических проявлениях описываются одними и теми же квантовыми законами. Эта общность, существующая в самой природе явлений, как следствие, проявляется и в наборе подобных физических явлений - одинаковых следствий квантовых законов, и в их физическом описании. Например, даже такое тонкое квантовое явление сверхпроводников, как туннельный

¹Перед этим Капице с помощью весьма рискованных усилий удалось вытащить Ландау из сталинской тюрьмы живым.

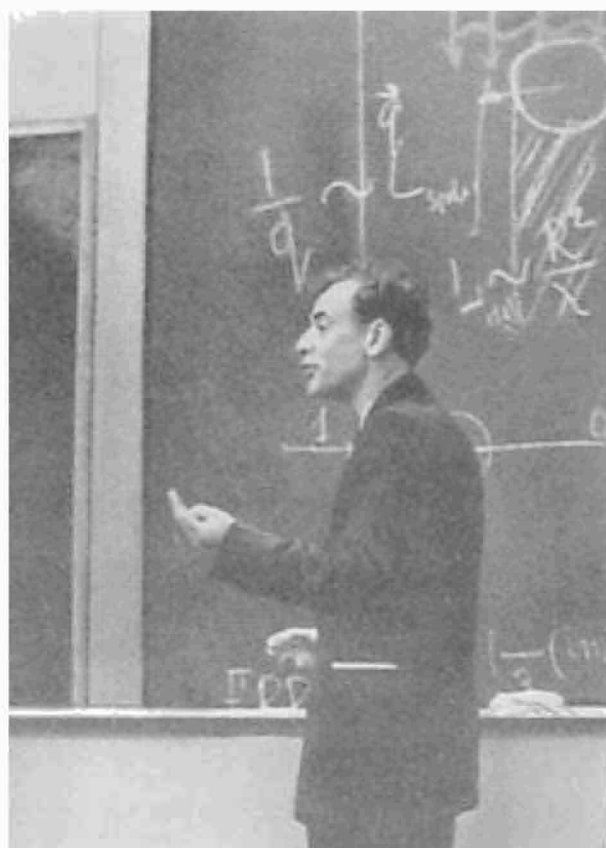


Рис. 4.3. Лев Давидович Ландау

эффект Джозефсона, обнаруживает себя и в случае сверхтекучести.

Однако есть и различия.

При нулевой температуре в сверхпроводниках сверхтекучую компоненту электронной жидкости образует только малое число от всех электронов проводимости. Концентрация этой компоненты представляет собой величину порядка $\frac{kT_c}{\varepsilon_F} \approx 10^{-5}$, в то время как в жидком гелии при $T = 0$ вся жидкость становится сверхтекучей,

т.е. концентрация сверхтекучей компоненты равна 1.

Существенно также то, что для взаимодействия с окружением у электронов есть электрический заряд и магнитный момент, в то время как для понимания образования сверхтекучего конденсата в гелии, на первый взгляд, не за что "зацепиться" - атомы гелия электрически нейтральны, не имеют спина и магнитного момента, а универсальная электрическая поляризуемость через взаимодействие Ван-дер-Ваальса в гелии "работает" при образовании жидкой фазы из паров.

При изучении свойств гелия-II рассмотрены, кажется, все основные аспекты характеризующие сверхтекучесть. Рассчитаны плотность сверхтекучей компоненты и ее зависимость от температуры, критические скорости сверхтекучей среды и звук в ней, поведение сверхтекучей жидкости вблизи твердой стенки и вблизи критической температуры и т.д. Этим вопросам, как и некоторым другим, посвящено значительное количество оригинальных работ и качественных обзоров [27]-[30]. Переписывать их содержание здесь нет никакой необходимости.

Однако остается непонятным за счет какого электромагнитного механизма в гелии-4 переход в сверхтекучее состояние происходит при температуре порядка одного Кельвина, а в гелии-3 при

температуре примерно в тысячу раз меньшей. А то, что в конечном итоге это должен быть электромагнитный механизм очевидно из масштаба энергии, при которой он происходит.

Часть 3

Сверхпроводимость и нулевые колебания

Вместо эпиграфа

Некая притча гласит, что в одном из южно-российских городков в былые времена население примерно пополам делилось на прихожан христианской церкви и иудейской синагоги. Христианский священник был уже сильно умудрен жизненным опытом, а раввин еще вполне молод и энергичен. И вот однажды раввин пришел к попу за советом.

- Коллега, - обратился он - у меня пропал велосипед. Я чувствую, что его спер кто-то из своих, но определить кто не могу. Посоветуй, как поступить.

- Да, для такого случая я знаю один научный метод. Действуй так. Собери всех своих в синагоге и прочитай им "Заповеди Моисеевы". Когда прочтешь "Не укради" , подними голову и внимательно посмотри прямо в глаза слушателей. Кто отведет глаза, тот и виновен.

Несколько дней спустя раввин снова появляется уже с бутылкой пейзаховки и на велосипеде. Поп просит его рассказать подробно и тот говорит, что на практике теория сработала и велосипед удалось найти. А дело было так:

- Собрал. Начал проповедывать. Дошел до заповеди "Не прелюбодействуй". Тут-то и вспомнил, где забыл велосипед!

Верно - хорошая теория обязательно должна быть практичной!

Конденсат упорядоченных нулевых колебаний электронного газа

1. Механизм сверх-явлений

Более ста лет уже прошло после обнаружения сверхпроводимости, и история сверхтекучести также насчитывает несколько десятилетий, но до сих пор нет полной ясности с пониманием их физики.

Первые почти 50 лет после открытия сверхпроводимости это явление вообще представлялось необъяснимым.

Так, в своей монографии по физике металлов Г.Бете и А.Зоммерфельд писали [33]: "Насколько велики успехи теории при объяснении нормальных явлений проводимости, настолько же мало удалось до настоящего времени сделать в отношении решения задачи о сверхпроводимости."

А.Вильсон в известной монографии пишет еще более категорично [34]: "Несмотря на все достижения теории металлов за последние годы, явление сверхпроводимости остается таким же загадочным, как и раньше, и по-прежнему

оставляет безуспешными все попытки его объяснения".

В.Л.Гинзбург в 40-е годы прошлого столетия "начал заниматься изучением сверхпроводимости потому, что это явление представлялось самым таинственным в физике конденсированного состояния вещества" (из Нобелевского доклада В.Л.Гинзбурга).

Первый большой шаг в понимании явления сверхпроводимости был сделан братьями Фрицем и Хайнцем Лондонами еще перед войной. Ими было предсказано явление квантования магнитного потока в сверхпроводниках. После того, как уже после войны была измерена величина кванта магнитного потока, стало очевидно, что носителями сверхпроводимости являются пары электронов, связанные между собой неким взаимодействием.

Стало понятно, что для возникновения сверхпроводящего состояния сверхпроводящие носители должны притягиваться друг к другу так, чтобы образовался единый ансамбль частиц, которые не могут рассеиваться на дефектах решетки (и фононах), теряя при этом энергию порциями меньшими, чем энергия их взаимного притяжения.

Примерно в это же время в середине прошлого века был открыт изотоп-эффект в сверхпроводниках [35], [36], т.е. зависимость

критической температуры сверхпроводников от массы изотопов, их составляющих.¹ Вскоре после открытия изотоп-эффекта Л.Купер предложил фононный механизм спаривания электронов, на основе которого Дж.Бардиным, Л.Купером и Дж.Шриффером была построена микроскопическая теория сверхпроводимости - теория БКШ, приобретшая всеобщее признание.² Эта теория смогла объяснить многие общие эффекты сверхпроводимости - образование энергетической щели в сверхпроводниках, температурные зависимости этой щели и теплоемкости сверхпроводников, квантование потока. Однако она не смогла стать теорией сверхпроводников, т.к. столкнулась с непреодолимыми трудностями в, по-видимому, самом главном - в предсказании критических параметров конкретных сверхпроводников. Вообще говоря, формула, описывающая критическую температуру сверхпроводника, была получена, но она определяла критическую температуру экспонентой, в показатель которой входили такие параметры металла, которые не поддаются точному измерению. Потому ценности такое

¹На несколько десятилетий ранее в Лейдене предпринимались попытки обнаружить этот эффект, но тогда экспериментаторам не хватило чувствительности.

²Подобное рассмотрение сверхпроводимости было несколько раньше проведено Н.Н.Боголюбовым, так что, по-видимому, более справедливо эту теорию называть теорией Боголюбова-БКШ.

описание сверхпроводников не имело.

К тому же такое объяснение механизма сверхпроводимости разрывало ее гипотетическую связь с родственным явлением - со сверхтекучестью - в жидком гелии нет фононов, объединяющих атомы в единый ансамбль, и подобный механизм не может привести к сверхтекучему состоянию.

Более поздние исследования изотопических замещений показали, что нулевые колебания ионов в решетках металлов ангармоничны. Как следствие этого, изотопическое замещение влияет на межатомные расстояния в решетке, и тем самым, прямо на энергию Ферми металла [52]. Поэтому существовавшее в середине прошлого века предположение о том, что электрон-фононное взаимодействие является единственным возможным механизмом сверхпроводимости, оказалось неверным. Прямое воздействие изотопного замещения на энергию Ферми позволяет рассматривать сверхпроводимость без фононного механизма.

Кроме того, при ближайшем рассмотрении оказывается, что БКШ описывает механизм образования электронных пар, но в ней нет механизма объединения пар в единый сверхпроводящий ансамбль. А именно образование единого

ансамбля частиц является необходимым условием существования сверхпроводимости. Спонтанно такое объединение произойти не может хотя бы потому, что пары не тождественны. Их различают друг от друга некоррелированные нулевые колебания.

Представляется, что объединение электронов в пары может происходить за счет магнитного взаимодействия электронных дипольных моментов (см. ниже). Но вообще говоря, конкретизация механизма, отвечающего за спаривание электронов - фононный или нефононный - не представляет первостепенного значения. Необходимо только, чтобы такой механизм работал во всем интервале температуры, где существует сверхпроводимость. Работа механизма спаривания электронов и превращения их в бозонные пары - необходимое, но не достаточное условие для существования сверхпроводящего состояния.

Физической причиной существования сверхпроводимости является наличие энергии связи между бозонными парами, которая не позволяет отдельным частицам сверхпроводящего ансамбля рассеиваться на дефектах, теряя малые порции энергии. Без притяжения между парами процесс объединения электронов в пары не приводит к образованию сверхпроводящего конденсата.

Рассматривая механизм, объединяющей пары электронов в единый ансамбль, важно понимать то, что в этот ансамбль объединяется весьма малое количество электронов. Из измерений лондоновской глубины проникновения следует (см. главу (8)), что в ансамбль сверхпроводящих носителей объединяется примерно 10^{-5} часть от полного числа коллективизированных электронов. Таким образом, притяжение возникает между парами, разнесенными на почти сто междуузельных расстояний. При этом другие электроны, разделяющие соседние "сверхпроводящие" пары, сил притяжения не испытывают и не мешают им испытывать тем парам, которые объединяются в сверхпроводящий ансамбль.

Ниже будет показано, что таким механизмом объединения сверхпроводящих носителей является процесс упорядочения их нулевых колебаний.

Электронная пара как всякий квантовый объект подвержена нулевым колебаниям. При нулевых осцилляциях электронной пары относительно близко расположенного иона возникает электрическое поле, характерное для осциллирующего дипольного момента.

Силы притяжения между парами отсутствуют, пока их нулевые колебания неупорядочены.

В системе упорядоченно осциллирующих дипольных моментов может возникнуть притяжение. Так, притяжение и объединение в ансамбль возникает, когда противофазно колеблющиеся пары располагаются на расстояниях, равных половине длины волны создаваемого их колебаниями электромагнитного поля.

В результате упорядочения нулевых колебаний электронных пар, при котором между ними возникают силы притяжения, достигается понижение энергии ансамбля и образование конденсата частиц на уровне с минимальной энергией.

Этот подход оказывается плодотворным - рассматривая сверх-явления как следствия упорядочения нулевых колебаний, удастся построить теоретические механизмы, дающие возможность получить оценки для критических параметров рассматриваемых систем, удовлетворительно согласующиеся с данными измерений.

Так, оказывается, что критическая температура сверхпроводников (I рода) должна быть равна примерно 10^{-6} от температуры Ферми сверхпроводящего металла, что вполне согласуется с данными измерений.

В то же время оказывается, что разрушение сверхпроводимости магнитным полем происходит тогда, когда это поле разрушает когерентность нулевых колебаний электронных пар, что тоже хорошо согласуется с данными измерений.

Это обстоятельство позволяет предсказать основные свойства сверхпроводников, исходя из вычислений свойств конденсата упорядоченных нулевых колебаний. То совпадение, которое обнаруживается между характерными чертами такого конденсата и наблюдаемыми свойствами сверхпроводников, служит доказательством того, что явление сверхпроводимости действительно есть следствие упорядочения нулевых колебаний электронного газа.

В жидком гелии при возникновении сверхтекучести работает такой же механизм. Задача о взаимодействии нулевых колебаний электронных оболочек нейтральных атомов, находящихся в s -состоянии, была рассмотрена Ф.Лондоном еще перед войной. Им было показано, что именно это взаимодействие ответственно за сжижение гелия. Более внимательный анализ процесса упорядочения нулевых колебаний атомов гелия показывает, что сначала при температуре около 4К происходит упорядочение определенной моды нулевых колебаний. В результате между атомами возникают силы притяжения. Так как силы отталкивания в газе бозонов отсутствуют, то это приводит к его ожижению. Полное

упорядочение нулевых колебаний оболочек атомов гелия-4 и дополнительная энергия их взаимного притяжения, которые необходимы для создания единого квантового ансамбля, возникают при вдвое меньшей температуре, т.е. примерно при 2К, что согласуется с температурой перехода его в сверхтекучее состояние. В гелии-3 для образования сверхтекучего квантового ансамбля необходимо дополнительно, кроме нулевых колебаний, упорядочить магнитные моменты ядер, для чего необходимо понизить температуру ниже 0.001К, что также согласуется с опытом.

Таким образом, удастся показать, что в основе двух родственных явлений, как сверхпроводимости, так и сверхтекучести, лежит единый физический механизм - упорядочение нулевых колебаний.

Первоначально роль упорядочения нулевых колебаний в образовании сверхпроводящего состояния была рассмотрена в статьях [37] - [39].

2. Конденсат упорядоченных нулевых колебаний электронного газа

Следует отметить, что возможную связь сверхпроводимости и нулевых колебаний (атомов в решетке металла) предполагал еще Дж.Бардин [41].

Особая роль нулевых колебаний связана с тем, что при низких температурах в металлах кроме этих колебаний вымерзают все остальные виды движений.

Образование сверхпроводящего конденсата за счет взаимодействия нулевых колебаний в газе электронов проводимости имеет ту особенность, что требует работы двух механизмов: сначала электроны должны объединиться в бозонные пары и затем должно произойти упорядочение их нулевых колебаний (см. рис.(5.1)).

3. Спаривание электронов

Энергетически выгодное спаривание электронов в электронном газе должно произойти при температуре выше критической.

Механизмом для такого спаривания электронов может служить их магнитное диполь-дипольное взаимодействие.

Для того, чтобы это взаимодействие при температуре порядка 10К могло упорядочить спины в синглетном состоянии, расстояние между частицами в этой паре должно быть достаточно малым:

$$(46) \quad r < (\mu_B^2/kT_c)^{1/3} \simeq a_B,$$

здесь $a_B = \frac{\hbar^2}{m_e e^2}$ - радиус Бора, μ_B - магнетон Бора.

Т.е. два коллективизированных электрона должны быть локализованы в объеме одного ионного узла. Это согласуется с тем фактом, что сверхпроводимость реализуется только в металлах с двумя коллективизированными электронами на атом, и не наблюдается в одновалентных щелочных и благородных металлах.

Нетрудно сообразить, что наличие магнитного момента у ионного узла, в окрестности которого локализованы объединяющиеся электроны, должно своим магнитным полем мешать этому объединению. Это подтверждается экспериментальным фактом: сильные магнетики не бывают сверхпроводниками и добавление, например, железа в сверхпроводящий сплав всегда ведет к понижению его критической температуры.

С другой стороны, такое магнитное спаривание не должно разрушаться при критической температуре. Энергия взаимодействия двух электронов, при их локализации вблизи одного узла решетки, может быть много большей. Это подтверждается измерениями квантования магнитного потока, которые не обнаруживают никаких изменений периода квантования при переходе сверхпроводника через критическую температуру [42], [43].

Эти эксперименты можно рассматривать как доказательство того, что существование механизма спаривания электронов является необходимым, но недостаточным условием для существования сверхпроводимости.

Предложенный выше механизм диполь-дипольного спаривания электронов в теоретическом плане можно рассматривать лишь как схему, нуждающуюся в более детальном рассмотрении и дальнейшей доработке.

Теперь нет смысла уделять особое внимание этому вопросу, поскольку природа механизма, вызывающего спаривание электронов, представляется несущественной. Важно, чтобы в интересующем нас температурном диапазоне (а также в некоторой области температур выше T_c) существовал любой механизм, превращающий электронный газ в ансамбль заряженных бозонов со спином равным нулю.

Пока температура недостаточно низка, нулевые колебания электронных пар остаются неупорядоченными. При достижении T_c взаимодействие между их нулевыми колебаниями должно вызвать упорядочение этих колебаний, и сверхпроводящее состояние явится его следствием.

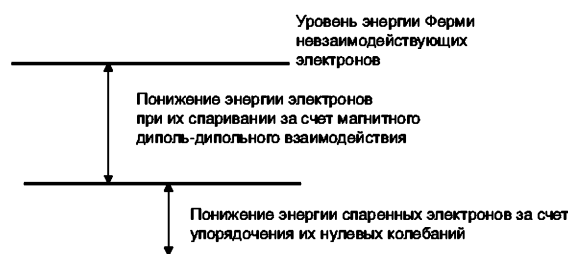


Рис. 5.1. Схематическое изображение уровней энергии коллективизированных электронов в сверхпроводящем металле

4. Образование конденсата нулевых колебаний

4.1. Взаимодействие нулевых колебаний. Основная причина образования сверхпроводящего состояния - возникновение энергии притяжения между сверхпроводящими частицами. Эта энергия притяжения, объединяющая частицы в единый ансамбль, возникает за счет электромагнитного взаимодействия упорядоченных нулевых колебаний спаренных электронов. При этом упорядочиваются амплитуды, частоты и фазы этих колебаний.

Происхождение этого притяжения можно объяснить следующим образом.

Пусть два (двухзарядных) иона А и В расположены на оси z на расстоянии L друг от друга. В окрестности каждого из них спаренные коллективизированные электроны создают облака с

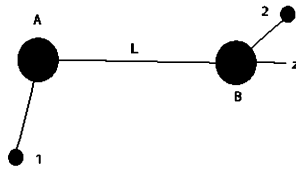


Рис. 5.2. Два иона, располагающиеся на расстоянии L , и центры электронных облаков коллективизированных электронов.

центрами в точках 1 и 2 (Рис.5.2). Обозначим r_1 радиус-вектор центра первого электронного облака относительно иона A и r_2 радиус-вектор второго относительно иона B.

Воспользовавшись приближением Борна-Оппенгеймера, медленно осциллирующие ионы будем считать неподвижными; температуру положим достаточно низкой ($T \rightarrow 0$), так чтобы для электронов можно было рассматривать только нулевые колебания.

В этом случае гамильтониан системы можем записать в виде:

$$\begin{aligned}
 H &= H_0 + H' \\
 (47) \quad H_0 &= -\frac{\hbar^2}{4m_e} (\nabla_1^2 + \nabla_2^2) - \frac{4e^2}{r_1} - \frac{4e^2}{r_2} \\
 H' &= \frac{4e^2}{L} + \frac{4e^2}{r_{12}} - \frac{4e^2}{r_{1B}} - \frac{4e^2}{r_{2A}}
 \end{aligned}$$

Собственная функция невозмущенного гамильтониана описывает два иона, окруженных электронными облаками, но не взаимодействующих друг с другом. В связи с тем, что расстояние

между ионами L велико по сравнению с размером их электронных облаков, член H' , характеризующий взаимодействие можно рассматривать как возмущение.

Интересуясь только главным членом в энергии взаимодействия при больших L , разложим H' в ряд по степеням $1/L$ и ограничимся первыми членами:

$$(48) \quad H' = \frac{4e^2}{L} \left\{ 1 + \left[1 + \frac{2(z_2 - z_1)}{L} + \frac{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}{L^2} \right]^{-1/2} - \left(1 - \frac{2z_1}{L} + \frac{r_1^2}{L^2} \right)^{-1/2} - \left(1 + \frac{2z_2}{L} + \frac{r_2^2}{L^2} \right)^{-1/2} \right\}.$$

Комбинируя слагаемые в этом выражении, получаем:

$$(49) \quad H' \approx \frac{4e^2}{L^3} (x_1 x_2 + y_1 y_2 - 2z_1 z_2).$$

Это выражение описывает взаимодействие двух диполей d_1 и d_2 , образованных неподвижными ионами и электронными облаками с соответствующей мгновенной конфигурацией.

Выделим те значения смещений электронов, при которых в системе возникает притяжение.

Будем полагать, что нулевые колебания дипольных моментов, образованных ионами с их

электронными облаками, происходят с частотой Ω_0 и каждый дипольный момент может быть разложен на три ортогональных проекции $d_x = ex$, $d_y = ey$ и $d_z = ez$. При этом колебания второго облака сдвинуты по фазе относительно колебаний первого на φ_x , φ_y и φ_z .

Из уравнения (49) следует, что взаимодействие z-компонент нулевых колебаний будет энергетически выгодным при синфазном колебании облаков, когда $\varphi_z = 2\pi$.

Так как взаимодействие колеблющихся электрических диполей происходит за счет порождаемого ими осциллирующего электрического поля, сдвиг на 2π означает, что притягивающиеся z-компонентами диполи должны отстоять по оси z друг от друга на расстояние L_z равное длине волны Λ_0 :

$$(50) \quad L_z = \Lambda_0 = \frac{c}{2\pi\Omega_0}.$$

Как следует из равенства (49), понижение энергии диполей при взаимодействии компонент, ориентированных по осям x и y, возникнет, если эти колебания будут противофазны, т.е. если диполи разнесены по этим осям на расстояние равное половине длины волны:

$$(51) \quad L_{x,y} = \frac{\Lambda_0}{2} = \frac{c}{4\pi\Omega_0}.$$

В этом случае имеем

$$(52) \quad H' = -4e^2 \left(\frac{x_1 x_2}{L_x^3} + \frac{y_1 y_2}{L_y^3} + 2 \frac{z_1 z_2}{L_z^3} \right).$$

Предполагая, что электронные облака совершают изотропные колебания с амплитудой a_0 по каждой оси

$$(53) \quad x_1 = x_2 = y_1 = y_2 = z_1 = z_2 = a_0$$

получаем

$$(54) \quad H' = 576\pi^3 \frac{e^2}{c^3} \Omega_0^3 a_0^2.$$

4.2. Амплитуда нулевых колебаний. В электронном газе с плотностью n_e , электрон, имеющий энергию $\mathcal{E}_F$, можно рассматривать размещающимся внутри ячейки с линейным размером λ_F .³

$$(55) \quad \lambda_F^3 = \frac{1}{n_e},$$

³Конечно, электроны являются квантовыми частицами и нельзя слишком буквально понимать размещение коллективизированного электрона внутри определенной ячейки металла. Из-за действия кулоновских сил со стороны ионов, коллективизированные электроны имеют большую вероятность находиться возле ионов, экранируя их поля, но при этом они как бы размазаны по металлу. Неверно думать, что некий конкретный электрон фиксирован внутри ячейки возле конкретного иона. Но размазанность электронов не играет принципиального значения для нашего дальнейшего рассмотрения, так как в среднем возле данного узла решетки в двухвалентном металле в каждый момент времени находятся два электрона, которые можно рассматривать усреднено расположенными внутри рассматриваемой ячейки.

соответствующей его де-бройлевской длине волны:

$$(56) \quad \lambda_F = \frac{2\pi\hbar}{p_F}.$$

С учетом (56) энергию Ферми электронного газа можно записать в виде

$$(57) \quad \mathcal{E}_F = \frac{p_F^2}{2m_e} = 2\pi^2 \frac{e^2 a_B}{\lambda_F^2}.$$

Свободный электрон, совершающий нулевые колебания внутри ячейки с линейным размером λ_F , взаимодействует с ионом. Если считать положительный фон ионов равномерно размазанным по этой ячейке, то внутри нее электрон будет обладать потенциальной энергией:

$$(58) \quad \mathcal{E}_p \simeq -\frac{e^2}{\lambda_F}.$$

При этом поскольку нулевые колебания электронной пары по определению квантованы, то их частота и амплитуда связаны соотношением:

$$(59) \quad 2m_e a_0^2 \Omega_0 \simeq \hbar.$$

Поэтому кинетическую энергию электронной пары, совершающей нулевые колебания в ограниченной области пространства, можно представить в виде:

$$(60) \quad \mathcal{E}_k \simeq \frac{\hbar^2}{2m_e a_0^2}.$$

В соответствии с теоремой вириала [46], кулоновская частица, совершающая финитное движение должна иметь потенциальную энергию $\mathcal{E}_p$, связанную с кинетической $\mathcal{E}_k$, простым соотношением $|\mathcal{E}_p| = 2\mathcal{E}_k$.

В связи с этим получаем, что амплитуда нулевых колебаний электрона в ячейке с учетом использованных допущений равна:

$$(61) \quad a_0 \simeq \sqrt{2\lambda_F a_B}.$$

Отсюда энергия взаимодействия диполей, которая объединяет частицы в упорядоченном конденсате нулевых колебаний электронного газа,

$$(62) \quad \Delta_0 \equiv H' = 18\pi^3 \alpha^3 \frac{e^2 a_B}{\lambda_F^2},$$

здесь $\alpha = \frac{1}{137}$ - постоянная тонкой структуры.

Сравнивая энергию связи с энергией Ферми (57), получаем

$$(63) \quad \frac{\Delta_0}{\mathcal{E}_F} = 9\pi\alpha^3 \simeq 1.1 \cdot 10^{-5}.$$

Предполагая, что критическая температура, ниже которой возможно существование такого конденсата, примерно равна

$$(64) \quad T_c \simeq \frac{1}{2} \frac{\Delta_0}{k}$$

(коэффициент примерно равный $1/2$ соответствует экспериментальным данным, рассмотренным ниже в разделе (6)), получаем:

$$(65) \quad T_c \simeq 5.5 \cdot 10^{-6} T_F.$$

Данные измерений отношения $\frac{T_c}{T_F}$ для сверхпроводников I рода приведены в Табл.(6.1).

Графически отношения $\frac{T_c}{T_F}$ для сверхпроводников I рода показаны рис.6.1.

Критические параметры конденсата нулевых колебаний сверхпроводимость.

1. Критическая температура сверхпроводников I рода

Для того, чтобы сравнить критическую температуру конденсата нулевых колебаний с измеряемыми значениями критических температур сверхпроводников, оценим энергии Ферми сверхпроводников. Для этого воспользуемся экспериментальными значениями постоянной Зоммерфельда, которая выражается через энергию Ферми [45]:

$$(66) \quad \gamma = \frac{\pi^2 k^2 n_e}{4\mathcal{E}_F} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\pi}{3}\right)^{2/3} \left(\frac{k}{\hbar}\right)^2 m_e n_e^{1/3}$$

Так что исходя из равенств (57) и (66), получаем:

$$(67) \quad \mathcal{E}_F(\gamma) = \frac{p_F^2(\gamma)}{2m_e} \simeq \left(\frac{12}{k^2}\right)^2 \left(\frac{\hbar^2}{2m_e}\right)^3 \gamma^2.$$

Проведенные вычисления позволяют напрямую связать критическую температуру сверхпроводника с экспериментально измеримым твердотельным параметром - его электронной теплоемкостью.

сверхпроводник	T_c, K	T_F, K Eq(67)	$\frac{T_c}{T_F}$
Cd	0.51	$1.81 \cdot 10^5$	$2.86 \cdot 10^{-6}$
Zn	0.85	$3.30 \cdot 10^5$	$2.58 \cdot 10^{-6}$
Ga	1.09	$1.65 \cdot 10^5$	$6.65 \cdot 10^{-6}$
Tl	2.39	$4.67 \cdot 10^5$	$5.09 \cdot 10^{-6}$
In	3.41	$7.22 \cdot 10^5$	$4.72 \cdot 10^{-6}$
Sn	3.72	$7.33 \cdot 10^5$	$5.08 \cdot 10^{-6}$
Hg	4.15	$1.05 \cdot 10^6$	$3.96 \cdot 10^{-6}$
Pb	7.19	$1.85 \cdot 10^6$	$3.90 \cdot 10^{-6}$

ТАБЛИЦА 6.1. Отношение T_c/T_F

Учитывая (65), имеем:

$$(68) \quad \Delta_0 \simeq \Theta \gamma^2,$$

здесь константа

$$(69) \quad \Theta \simeq 31 \frac{\pi^2}{k} \left[\frac{\alpha \hbar^2}{k m_e} \right]^3 \simeq 6.65 \cdot 10^{-22} \frac{K^4 cm^6}{erg}.$$

Сравнение результатов вычисленной параметров сверхпроводников I рода с данными измерений ([22],[32]) приведено в Табл.(6.1),(6.2) и на Рис.(6.1),(7.1).

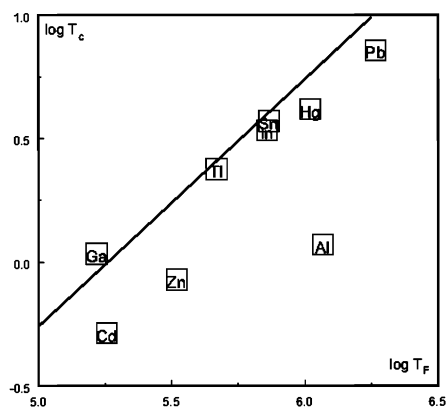


Рис. 6.1. Сравнение критической температуры T_c сверхпроводников I рода с их температурой Ферми T_F . Прямая линия соответствует равенству (65), которое как видно определяет для сверхпроводников I рода верхнюю границу их критической температуры.

superconductors	$T_c(\text{measur}), K$	$\gamma, \frac{erg}{cm^3 K^2}$	$T_c(\text{calc}), K$ Eq.(68)	$\frac{T_c(\text{calc})}{T_c(\text{meas})}$
Cd	0.517	532	0.77	1.49
Zn	0.85	718	1.41	1.65
Ga	1.09	508	0.70	0.65
Tl	2.39	855	1.99	0.84
In	3.41	1062	3.08	0.90
Sn	3.72	1070	3.12	0.84
Hg	4.15	1280	4.48	1.07
Pb	7.19	1699	7.88	1.09

ТАБЛИЦА 6.2. Сравнение вычисленной критической температуры с данными измерений

2. Критические параметры сверхпроводников I рода

Явление конденсации нулевых колебаний в электронном газе имеет характерные черты.

Разрушить конденсат нулевых колебаний электронного газа можно разными путями.

Во-первых его можно испарить с помощью нагрева. При этом испарение конденсата должно обладать свойствами перехода порядок-беспорядок.

Во-вторых, из-за того, что колеблющиеся электроны несут электрический заряд, конденсат может быть разрушен приложением достаточно сильного магнитного поля.

Поэтому между критической температурой и критическим магнитным полем конденсата должна существовать взаимосвязь.

Она должна проявить себя во взаимосвязи критической температуры и критического поля сверхпроводников, если сверхпроводимость возникает за счет упорядочения нулевых колебаний.

Пусть при данной температуре ($T < T_c$) система колебательных уровней электронного газа состоит из двух уровней - основного, характеризующегося противофазным колебанием электронных пар, находящихся на расстоянии Λ_0 ,

и возбужденного, характеризующегося синфазным колебанием соседних пар. Пусть на основном уровне находится N_0 частиц, а в на возбужденном - N_1 . Синфазно колеблющиеся электронные пары на могут образовать конденсат. Конденсат могут образовать только частицы, составляющие разность заселенностей уровней $N_0 - N_1$. В безразмерном виде эта разность имеет смысл параметра порядка:

$$(70) \quad \Psi = \frac{N_0}{N_0 + N_1} - \frac{N_1}{N_0 + N_1}.$$

В теории сверхпроводимости, по определению, параметр порядка соответствует величине энергетической щели

$$(71) \quad \Psi = \Delta_T / \Delta_0.$$

Ведя отсчет энергии от уровня ε_0 , получаем

$$(72) \quad \frac{\Delta_T}{\Delta_0} = \frac{N_0 - N_1}{N_0 + N_1} \simeq \frac{e^{2\Delta_T/kT} - 1}{e^{2\Delta_T/kT} + 1} = th(2\Delta_T/kT).$$

или переходя к безразмерным переменным $\delta \equiv \frac{\Delta_T}{\Delta_0}$, $t \equiv \frac{kT}{kT_c}$ и $\beta \equiv \frac{2\Delta_0}{kT_c}$ имеем

$$(73) \quad \delta = \frac{e^{\beta\delta/t} - 1}{e^{\beta\delta/t} + 1} = th(\beta\delta/t).$$

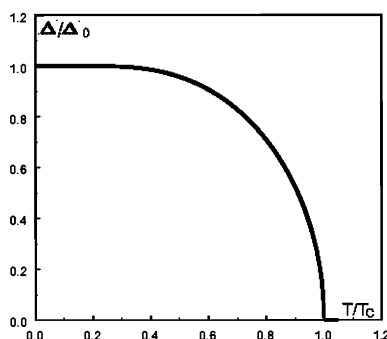


Рис. 6.2. Температурная зависимость величины щели в энергетическом спектре нулевых колебаний, рассчитанная по уравнению (73).

Это уравнение описывает зависимость величины энергетической щели в спектре нулевых колебаний от температуры. Оно по форме совпадает с уравнениями, описывающими другие физические явления, которые также характеризуются существованием температурных зависимостей параметров порядка [44],[45]. Например, таких как концентрация сверхтекучей компоненты в жидком гелии или спонтанная намагниченность ферромагнетиков. Это уравнение является общим для всех фазовых переходов порядок-беспорядок (переходы II рода по классификации Ландау).

Решение этого уравнения, полученное методом итерации, показано на рис (6.2).

Это решение весьма точно совпадает с решением соответствующего интегрального уравнения БКШ, построенного на учете фононного спектра (см. рис(3.5)), и вполне удовлетворительно согласуется данными измерений.

Численно интегрируя полученную зависимость величины щели по температуре, получаем усредненную величину щели:

$$(74) \quad \langle \Delta \rangle = \Delta_0 \int_0^1 \delta dt = 0.852 \Delta_0 .$$

Чтобы перевести конденсат нулевых колебаний в нормальное состояние нужно перевести в возбужденное состояние половину его частиц (согласно (72) при этом условии щель схлопнется). Для этого с учетом (74) конденсату в единице объема нужно сообщить энергию:

$$(75) \quad \mathcal{E}_T \simeq \frac{1}{2} n_0 \langle \Delta_0 \rangle \simeq \frac{0.85}{2} \left(\frac{m_e}{2\pi^2 \alpha \hbar^2} \right)^{3/2} \Delta_0^{5/2} ,$$

С другой стороны, получить нормальное состояние можно, приложив магнитное поле с плотностью энергии:

$$(76) \quad \mathcal{E}_H = \frac{H_c^2}{8\pi} .$$

Приравняв эти две энергии (отнесенные к единице объема)

$$(77) \quad \frac{1}{2} n_0 \langle \Delta_0 \rangle = \frac{H_c^2}{8\pi} ,$$

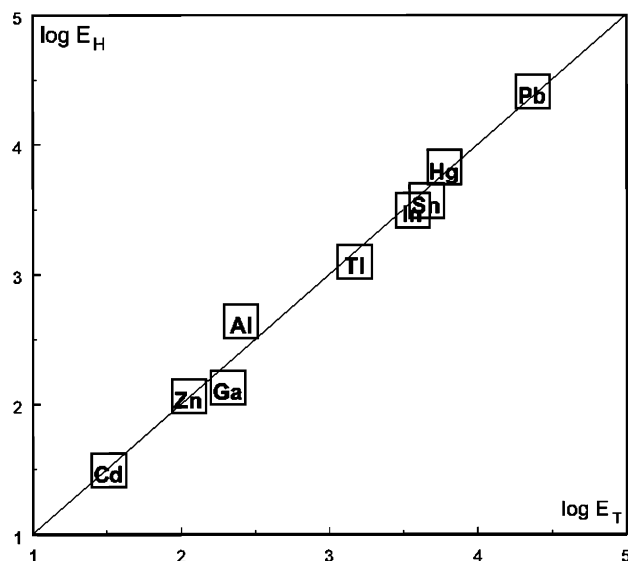


Рис. 6.3. Сравнение плотности критической энергии $\mathcal{E}_T$ (75) с плотностью магнитной энергией $\mathcal{E}_H$ (76) для сверхпроводников I рода.

получаем условие, связывающее критическую температуру с критическим полем конденсата нулевых колебаний заряженных бозонов. Сравнение плотностей критических энергий $\mathcal{E}_T$ и $\mathcal{E}_H$ для сверхпроводников I рода показаны на рис. (6.3).

Как видно из этого рисунка согласие между критическими энергиями $\mathcal{E}_T$ и $\mathcal{E}_H$, вычисленными по (75) и (76) и данными, полученными

для сверхпроводников I рода экспериментально [22],[32] можно считать вполне удовлетворительным. Для сверхпроводников II рода такое сравнение дает результат отличающийся в несколько раз. Причины для этого будут рассмотрены ниже. Однако вносить уточнения в этот расчет, по-видимому, не имеет смысла. Цель проведения этих вычислений состояла в том, чтобы показать, что описание конденсации нулевых колебаний электронных пар вполне согласуется с имеющимися экспериментальными данными для сверхпроводников. И в простом случае сверхпроводников I рода эту цель можно считать вполне достигнутой.

3. Нулевые колебания и критическое магнитное поле

Прямое влияние магнитного поля критической величины на магнитный момент электрона слишком слабо чтобы нарушить диполь-дипольное взаимодействие двух спаренных электронов:

$$(78) \quad \mu_B H_c \ll kT_c.$$

Для того чтобы магнитным полем разрушить сверхпроводимость, достаточно уничтожить упорядоченность нулевых колебаний электронов. Для этого достаточно воздействия не очень сильного магнитного поля.

- сверхпроводников II рода, пустыми треугольниками - сверхпроводников I рода. По оси ординат - логарифм произведения величины вычисленного осциллирующего момента электрона на значение критического магнитного поля. По оси абсцисс - измеренное значение величины щели.

Используя равенства (77), (75) и (61), величину щели можно представить произведением осциллирующего дипольного момента и критического магнитного поля:

$$(79) \quad \Delta_0 \simeq \frac{1}{2} e a_0 H_c.$$

Свойства нулевых колебаний электронов не должны зависеть от особенностей механизма объединения и существования электронных пар. Поэтому следует ожидать, что это равенство должно быть справедливым как для сверхпроводников I рода, так и для сверхпроводников II рода (с учетом того, что в случае сверхпроводников II рода в это равенство должно входить H_{c1} - первое критическое поле).

О том, как выполняется это условие, можно судить из рис.(6.4).

4. Плотность сверхпроводящих носителей

Рассмотрим процесс нагрева электронного газа в металле. При нагреве металла электроны, занимавшие уровни вблизи уровня Ферми, переходят на более высокие. В результате уровни, ближайšie к уровню Ферми, из которых при низкой температуре формировались бозоны, становятся вакантными. Температура T_c , при которой электроны с уровнями из полосы энергий от $\mathcal{E}_F - \Delta$ до $\mathcal{E}_F$ перебрасываются на более высокие (и щель схлопывается), является критической. При этой температуре сверхпроводимость разрушается полностью.

Всего на этих уровнях находится N_Δ частиц:

$$(80) \quad N_\Delta = 2 \int_{\mathcal{E}_F - \Delta}^{\mathcal{E}_F} F(\mathcal{E}) D(\mathcal{E}) d\mathcal{E}.$$

Здесь $F(\mathcal{E}) = \frac{1}{e^{\frac{\mathcal{E}-\mu}{kT}} + 1}$ - функция Ферми-Дирака, $D(\mathcal{E})$ - число состояний на единичный энергетический интервал, двойка перед интегралом возникает из-за того, что на каждом уровне находится по два электрона.

Чтобы вычислить плотность состояний $D(\mathcal{E})$, нужно найти разность энергий системы при $T = 0$ и конечной температуре:

$$(81) \quad \Delta\mathcal{E} = \int_0^\infty F(\mathcal{E}) \mathcal{E} D(\mathcal{E}) d\mathcal{E} - \int_0^{\mathcal{E}_F} \mathcal{E} D(\mathcal{E}) d\mathcal{E}.$$

Для вычисления плотности электронных уровней учтем, что на каждом из них может находиться по два электрона. Поэтому из выражения для энергии Ферми (57) получаем

$$(82) \quad D(E_F) = \frac{1}{2} \cdot \frac{dn_e}{d\mathcal{E}_F} = \frac{3n_e}{4\mathcal{E}_F} = \frac{3\gamma}{2k^2\pi^2},$$

здесь γ - постоянная Зоммерфельда (66).¹

Используя аналогичные рассуждения можно вычислить число электронов, которые заселяют уровни в интервале от $\mathcal{E}_F - \Delta$ до $\mathcal{E}_F$. Для единицы объема вещества равенство (80) может быть переписано в виде:

$$(83) \quad n_\Delta = 2kT \cdot D(\mathcal{E}_F) \int_{-\frac{\Delta_0}{kT_c}}^0 \frac{dx}{(e^x + 1)}.$$

Учитывая, что согласно (98), $\frac{\Delta_0}{kT_c} = 1.86$, в результате интегрирования получаем

$$(84) \quad \int_{-\frac{\Delta_0}{kT_c}}^0 \frac{dx}{(e^x + 1)} = [x - \ln(e^x + 1)]_{-1.86}^0 \simeq 1.22.$$

¹Следует отметить, что в связи с учетом того, что на каждом уровне может находиться два электрона, выражение для константы Зоммерфельда (66) содержит дополнительный коэффициент 1/2 по сравнению с обычно приводимым в литературе. [45]

Таким образом, плотность электронов, забрасываемых теплом выше уровня Ферми при нагреве металла до температуры $T = T_c$ равна

$$(85) \quad n_e(T_c) \simeq 2.44 \left(\frac{3\gamma}{k^2\pi^2} \right) kT_c.$$

Здесь постоянная Зоммерфельда γ отнесена к единице объема металла.

Из равенства (51) следует, что

$$(86) \quad L_0 \simeq \frac{\lambda_F}{\pi\alpha}$$

и отношение плотности частиц конденсата к плотности ферми-газа, из которого он образуется:

$$(87) \quad \frac{n_0}{n_e} = \frac{\lambda_F^3}{L_0^3} \simeq (\pi\alpha)^3 \simeq 10^{-5}.$$

Используя эти равенства, можно найти линейный размер области локализации пары:

$$(88) \quad L_0 = \frac{\Lambda_0}{2} \simeq \frac{1}{\pi\alpha(n_e)^{1/3}}.$$

или с учетом (61) получаем соотношение между плотностью частиц в конденсате и величиной щели:

$$(89) \quad \Delta_0 \simeq 2\pi^2\alpha \frac{\hbar^2}{m_e} n_0^{2/3}$$

и

$$(90) \quad n_0 = \frac{1}{L_0^3} = \left(\frac{m_e}{2\pi^2\alpha\hbar^2} \Delta_0 \right)^{3/2}.$$

Следует отметить, что полученные соотношения для конденсата нулевых колебаний бозе-частиц отличаются от соответствующих выражений для конденсата частиц, подчиняющихся статистике Бозе-Эйнштейна, которые приводятся во многих учебниках (см. например [44]). Различаются они коэффициентом α в правой части равенства (89).

Выраженные через константу Зоммерфельда значения де-бройлевской длины волны фермиевского электрона:

$$(91) \quad \lambda_F = \frac{2\pi\hbar}{p_F(\gamma)} \simeq \frac{\pi}{3} \cdot \frac{k^2 m_e}{\hbar^2 \gamma}$$

приведены в Таблице 6.3.

Для сравнения в этой таблице приведены значения де-бройлевской волны сверхпроводящей пары и отношение плотности сверхпроводящих носителей к плотности фермионов. Из этой таблицы видно, что отношение этих плотностей действительно по порядку величины близко к 10^{-5} в полном соответствии с полученным ранее равенством (87).

Исходя из проделанных вычислений, интересно сравнить плотность сверхпроводящих носителей n_0 при $T = 0$, описываемую равенством (90) с плотностью нормальных носителей

сверхпроводник	λ_F, cm Eq(91)	L_0, cm Eq(51)	$\frac{n_0}{n_e} = \left(\frac{\lambda_F}{\Lambda_0}\right)^3$
Cd	$3.1 \cdot 10^{-8}$	$1.18 \cdot 10^{-6}$	$1.8 \cdot 10^{-5}$
Zn	$2.3 \cdot 10^{-8}$	$0.92 \cdot 10^{-6}$	$1.5 \cdot 10^{-5}$
Ga	$3.2 \cdot 10^{-8}$	$0.81 \cdot 10^{-6}$	$6.3 \cdot 10^{-5}$
Tl	$1.9 \cdot 10^{-8}$	$0.55 \cdot 10^{-6}$	$4.3 \cdot 10^{-5}$
In	$1.5 \cdot 10^{-8}$	$0.46 \cdot 10^{-6}$	$3.8 \cdot 10^{-5}$
Sn	$1.5 \cdot 10^{-8}$	$0.44 \cdot 10^{-6}$	$4.3 \cdot 10^{-5}$
Hg	$1.3 \cdot 10^{-8}$	$0.42 \cdot 10^{-6}$	$2.9 \cdot 10^{-5}$
Pb	$1.0 \cdot 10^{-8}$	$0.32 \cdot 10^{-6}$	$2.9 \cdot 10^{-5}$

ТАБЛИЦА 6.3. Концентрация сверхпроводящих носителей

$n_e(T_c)$, испаренных на уровни выше $\mathcal{E}_F$ при температуре $T = T_c$, описываемой равенством(85). Это сравнение приведено в таблице 6.4 и на рис.6.5. (Необходимые данные для сверхпроводников взяты из таблиц [22],[32]).

Из полученных данных видно, что при нагреве условие разрушения сверхпроводимости для большинства сверхпроводников I рода действительно можно записать в виде равенства:

$$(92) \quad n_e(T_c) = 2n_0$$

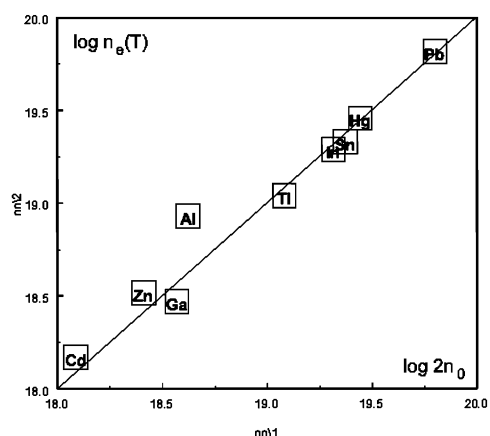


Рис. 6.5. Сравнение числа сверхпроводящих носителей при $T = 0$ с числом термически активированных электронов при $T = T_c$.

сверхпроводник	n_0	$n_e(T_c)$	$2n_0/n_e(T_c)$
Cd	$6.11 \cdot 10^{17}$	$1.48 \cdot 10^{18}$	0.83
Zn	$1.29 \cdot 10^{18}$	$3.28 \cdot 10^{18}$	0.78
Ga	$1.85 \cdot 10^{18}$	$2.96 \cdot 10^{18}$	1.25
Al	$2.09 \cdot 10^{18}$	$8.53 \cdot 10^{18}$	0.49
Tl	$6.03 \cdot 10^{18}$	$1.09 \cdot 10^{19}$	1.10
In	$1.03 \cdot 10^{19}$	$1.94 \cdot 10^{19}$	1.06
Sn	$1.18 \cdot 10^{19}$	$2.14 \cdot 10^{19}$	1.10
Hg	$1.39 \cdot 10^{19}$	$2.86 \cdot 10^{19}$	0.97
Pb	$3.17 \cdot 10^{19}$	$6.58 \cdot 10^{19}$	0.96

ТАБЛИЦА 6.4. Сравнение плотности носителей

5. Скорость звука в конденсате нулевых колебаний.

Длина волны нулевых колебаний Λ_0 , по порядку величины равная 10^{-6} см, в данной модели является некоторой аналогией пиппардовской длины когерентности в БКШ. Согласно [22] длина

когерентности $\xi = \frac{\hbar v_F}{4\Delta_0}$, и отношение этих длин с учетом (65) есть просто константа:

$$(93) \quad \frac{\Lambda_0}{\xi} \approx 10^{-3}.$$

Силы притяжения, возникающие между диполями, расположенными на расстоянии $\frac{\Lambda_0}{2}$ друг от друга и колеблющимися в противофазе, приводят к возникновению давления в системе:

$$(94) \quad P \simeq \frac{d\Delta_0}{dV} \simeq \frac{d_\Omega^2}{L_0^6}.$$

В связи с этим в образовавшемся конденсате звук должен распространяться со скоростью:

$$(95) \quad c_S \simeq \sqrt{\frac{1}{2m_e} \frac{dP}{dn_0}}.$$

Проведя соответствующие подстановки, скорость звука в конденсате можно выразить через скорость Ферми электронного газа:

$$(96) \quad c_S \simeq \sqrt{2\pi^2\alpha^3} v_F \simeq 10^{-2} v_F.$$

При этом кинетическая энергия частиц конденсата, движущихся со скоростью c_S :

$$(97) \quad 2m_e c_S^2 \simeq \Delta_0.$$

Поэтому разрушения конденсата когерентных колебаний можно добиться, либо нагрев его до критической температуры и сообщив единице

сверхпроводник	T_c, K	Δ_0, mev	$\frac{\Delta_0}{kT_c}$
Cd	0.51	0.072	1.64
Zn	0.85	0.13	1.77
Ga	1.09	0.169	1.80
Tl	2.39	0.369	1.79
In	3.41	0.541	1.84
Sn	3.72	0.593	1.85
Hg	4.15	0.824	2.29
Pb	7.19	1.38	2.22

ТАБЛИЦА 6.5. Отношение Δ_0/kT_c

его объема энергию $\mathcal{E} \approx n_0 \Delta_0$, либо возбудив ток его частиц со скоростью, превышающей c_S .

6. Отношение Δ_0/kT_c

Исходя из соотношения (92) с учетом равенств (68), (85) и (90) получаем

$$(98) \quad \frac{\Delta_0}{kT_c} \simeq 1.86.$$

Полученную оценку отношения Δ_0/kT_c можно считать удовлетворительно согласующейся с данными измерений, которые для сверхпроводников I рода приведены в Табл.(12.1) [32].²

²Заметим, что в БКШ соотношение $\frac{\Delta_0}{kT_c} \simeq 1.76$.

Другие сверхпроводники

1. Оценка свойств сверхпроводников II рода

Несколько сложнее обстоит дело со сверхпроводниками II рода. Вычисления постоянной Зоммерфельда по формуле для свободного электронного газа дают значения примерно на порядок меньшие наблюдаемых для большинства этих металлов. Особенность этих металлов связана со спецификой строения их ионов - это переходные металлы, имеющие незаполненную внутреннюю d-оболочку (см. табл.7.1). Можно полагать, что увеличение электронной теплоемкости этих металлов должно быть связано с характерным взаимодействием коллективизированных электронов с электронами незаполненной d-оболочки.

Так как теплоемкость ионной решетки металлов при рассматриваемых низких температурах пренебрежимо мала, термически активной является электронная подсистема.

superconductors	electron shells
<i>Ti</i>	$3d^2 4s^2$
<i>V</i>	$3d^3 4s^2$
<i>Zr</i>	$4d^2 5s^2$
<i>Nb</i>	$4d^3 5s^2$
<i>Mo</i>	$4d^4 5s^2$
<i>Tc</i>	$4d^5 5s^2$
<i>Ru</i>	$4d^6 5s^2$
<i>La</i>	$5d^1 6s^2$
<i>Hf</i>	$5d^2 6s^2$
<i>Ta</i>	$5d^3 6s^2$
<i>W</i>	$5d^4 6s^2$
<i>Re</i>	$5d^5 6s^2$
<i>Os</i>	$5d^6 6s^2$
<i>Ir</i>	$5d^7 6s^2$

ТАБЛИЦА 7.1. Внешние электронные оболочки переходных металлов

При $T = 0$ сверхпроводящие носители заселяют уровень $\mathcal{E}_F - \Delta_0$. При разрушении сверхпроводимости за счет нагрева каждый из носителей приобретает энергию порядка Δ_0 , которая идет на увеличение его кинетической энергии, т.е. на увеличение тепловых колебаний, амплитудное значение скорости которых v_t . Эта энергия:

$$(99) \quad \mathcal{E}_k = \frac{mv_t^2}{2} \simeq \Delta_0.$$

В переходных металлах на увеличение кинетической энергии электронного газа расходуется только часть энергии, переданной металлу. Другую часть энергии составит магнитное взаимодействие нагретых электронов.

При контакте с электроном d-оболочки электрон с тепловой скоростью v_t создаст на нем магнитное поле по порядку величины равное:

$$(100) \quad H \simeq \frac{e v_t}{r_c^2 c}.$$

Магнитный момент d-электрона примерно равен магнетону Бора $\mu_B = \frac{e r_c}{2}$, $r_c = \frac{\hbar}{m_e c}$ - комптоновский радиус электрона. Поэтому энергия магнитного взаимодействия электрона проводимости с d-электроном окажется примерно равной:

$$(101) \quad \mathcal{E}_\mu \simeq \frac{e^2 v_t}{2 r_c c}.$$

Эта энергия не связана с процессом разрушения сверхпроводимости.

В то время как в металлах с заполненными d-оболочками (сверхпроводниках I рода) вся энергия нагрева идет на повышение кинетической энергии электронов проводимости, в переходных металлах на это расходуется только небольшая ее часть:

$$(102) \quad \frac{\mathcal{E}_k}{\mathcal{E}_\mu + \mathcal{E}_k} \simeq \frac{m v_t}{h} a_B \simeq \frac{a_B}{\Lambda_0}.$$

Поэтому, в то время как в сверхпроводниках I рода зависимость величины щели от теплоемкости определяется соотношением (68), в сверхпроводниках II рода при определении величины щели необходимо принимать во внимание соотношение (102). В результате такого учета получим оценку:

$$(103) \quad \Delta_0 \simeq \Theta \gamma^2 \left(\frac{\mathcal{E}_k}{\mathcal{E}_\mu + \mathcal{E}_k} \right) \simeq \Theta \gamma^2 \left(\frac{a_B}{\Lambda_0} \right) \frac{1}{2},$$

здесь $1/2$ - подгоночный множитель.

Сравнение результатов этих вычислений с данными измерений (рис.(7.1)) показывает, что для большинства сверхпроводников II рода полученную оценку можно считать вполне удовлетворительной.¹

¹Из всех измеренных до настоящего времени сверхпроводников самую низкую критическую температуру, которая по порядку величины равна 1мК, имеет Mg. Атомы магния в металлическом состоянии отдают в электронный газ по два электрона. Это подтверждается тем, что спаривание этих электронов, проявляющееся в измеряемой величине кванта потока [43], наблюдается вплоть до температуры порядка 1К. Казалось бы в результате электронной оболочкой ионного остова в решетке металлического магния должна быть оболочка Ne. Поэтому критическую температуру магния логично рассчитывать по формуле для сверхпроводников I рода. Но реально оказывается, что для того, чтобы получить значение T_c , удовлетворительно согласующееся с измеренной величиной, критическую температуру магния следует вычислять по формуле (103), которая применима к описанию металлов с незаполненной внутренней оболочкой. Это говорит о том, что ионный остов металлического магния видимо не так прост, как полностью заполненная оболочка Ne.

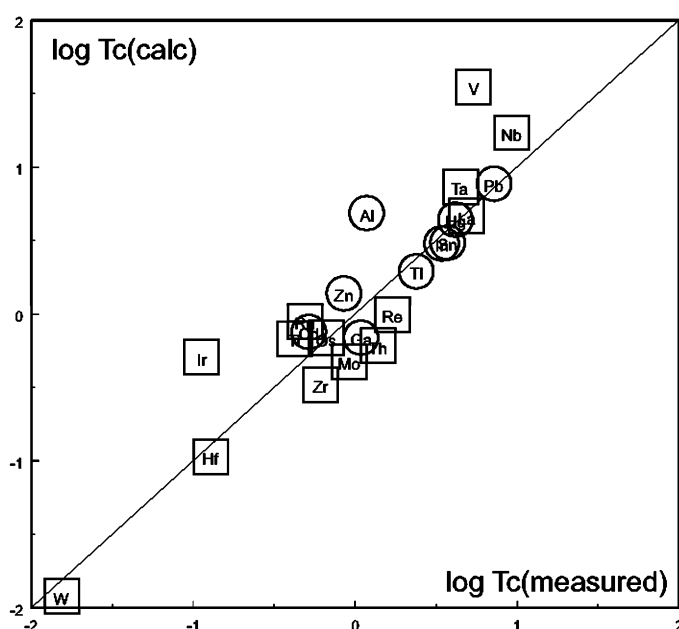


Рис. 7.1. Сравнение вычисленных значений критических температур сверхпроводников с данными измерений. Кружочками показаны значения параметров для сверхпроводников I рода, квадратиками - для сверхпроводников II рода. По оси абсцисс - измеренное значение критической температуры сверхпроводников, по оси ординат - вычисленная критическая температура. Вычисления критической температуры для сверхпроводников I рода проводились по формуле (68), оценка для сверхпроводников II рода - в соответствии с равенством (103).

2. Сплавы и высокотемпературные сверхпроводники

Для понимания механизма высокотемпературной сверхпроводимости важно установить являются ли ВТСП-соединения сверхпроводниками I или II рода, или это особый класс сверхпроводников.

Для решения этого вопроса можно воспользоваться установленной связью критических параметров с электронной теплоемкостью и тем обстоятельством, что теплоемкости сверхпроводников I и II родов значительно отличаются. В сверхпроводниках I рода энергия нагрева идет на увеличение кинетической энергии электронного газа, а в сверхпроводниках II рода дополнительно еще и на поляризацию неспаренных электронов d-оболочки.

На пути проведения соответствующих расчетов есть определенная трудность - достоверно неизвестна плотность электронного газа в ВТСП. Однако то обстоятельство, что плотности атомов в металлических кристаллах различаются не слишком сильно, для разграничения сверхпроводников I и II родов можно воспользоваться равенством (68). Для сверхпроводников I рода это позволяет получить вполне удовлетворительную оценку критической температуры (как это было сделано выше (рис.(7.1))). Для сверхпроводников II рода такая оценка даст завышенное значение в силу того, что их теплоемкость содержит дополнительную добавку, связанную с поляризацией d-электронов.

Действительно, такой анализ, результаты которого показаны на рис.(7.2), позволяет разделить все сверхпроводники на две группы как это

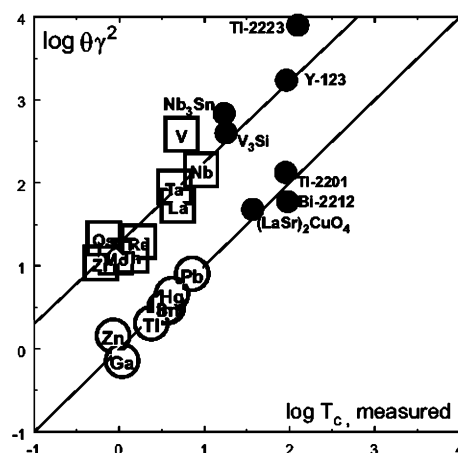


Рис. 7.2. Сравнение вычисленного значения параметра $\Theta\gamma^2$ сверхпроводников с данными измерений критической температуры. По оси абсцисс - измеренное значение критической температуры сверхпроводников, по оси ординат - логарифм параметра $\Theta\gamma^2$.

видно из рисунка (7.2), где представлена зависимость рассчитанных по формуле (68) значений параметра $\Theta\gamma^2$ от измеренной критической температуры сверхпроводников.

Сплавы Nb_3Sn и V_3Si можно считать сверхпроводниками II рода по определению. Поэтому то, что они располагаются в соответствующей области над Nb, представляется вполне нормальным. Некоторое превышение вычисленного значения критической температуры над экспериментально измеренным для керамики $Ta_2Ba_2Ca_2Cu_3O_{10}$ можно списать на то, что в измеренную величину теплоемкости, возможно, вносят электроны других проводящих, но несверхпроводящих элементов (слоев) керамики. Не является новым и то, что эта керамика,

также как и керамика $YBa_2Cu_3O_7$, относится к сверхпроводникам II рода. Однако керамики $(LaSr)_2CuO_4$, $Bi-2212$ и $Tl-2201$, согласно этому рисунку, следует считать сверхпроводниками I рода, что является несколько неожиданным.

Глава 8

Скорректированная оценка лондоновской глубины проникновения

1. Магнитная энергия движущегося электрона

"Энергия не создается и не уничтожается,
а лишь переходит из одной формулы
в другую в равных количествах."

*Г.И.Копылов "Евгений Строммыкин",
САМ-издат, примерно 1949 г*

Чтобы избежать некорректности при вычислении лондоновской глубины проникновения, можно провести рассмотрение баланса магнитной энергии в сверхпроводнике в магнитном поле. Эта магнитная энергия составляется из энергии проникающего в сверхпроводник внешнего поля и магнитной энергии движущихся электронов. Используя формулы [47], оценим отношение магнитной и кинетической энергий, которыми обладает электрон с зарядом e , массой m_e и движущийся прямолинейно со малой скоростью $v \ll c$.

Плотность импульса электромагнитного поля выражается равенством:

$$(104) \quad \mathbf{g} = \frac{1}{4\pi c} [\mathbf{E} \mathbf{H}]$$

Учитывая, что движущийся со скоростью $\mathbf{v}$ заряд создает магнитное поле

$$(105) \quad \mathbf{H} = \frac{1}{c}[\mathbf{E}\mathbf{v}],$$

для плотности импульса поля (при $v \ll c$) получаем

$$(106) \quad \mathbf{g} = \frac{1}{4\pi c^2}[\mathbf{E}[\mathbf{v}\mathbf{E}]] = \frac{1}{4\pi c^2}(\mathbf{v}E^2 - \mathbf{E}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}))$$

В результате импульс электромагнитного поля движущегося электрона

$$(107) \quad \mathbf{G} = \int_V \mathbf{g} dV = \frac{1}{4\pi c^2} \left(\mathbf{v} \int_V E^2 dV - \int_V \mathbf{E} E v \cos\vartheta dV \right).$$

Здесь интегралы берутся по всему пространству, занятому полем частицы, а ϑ угол между направлением скорости частицы и радиуса-вектора точки наблюдения. При вычислении последнего интеграла в условиях осевой симметрии относительно $\mathbf{v}$ вклады от составляющих вектора $\mathbf{E}$, перпендикулярных скорости, взаимно компенсируются для всех пар элементов пространства, расположенных диаметрально противоположно на магнитной силовой линии. Поэтому в уравнении (107) вместо вектора $\mathbf{E}$ можно взять его составляющую, коллинеарную $\mathbf{v}$ и равную

$$(108) \quad \frac{E \cos\vartheta \cdot \mathbf{v}}{v}.$$

С учетом этого, переходя к сферическим координатам и выполнив интегрирование по углам, получим

$$(109) \quad \mathbf{G} = \frac{\mathbf{v}}{4\pi c^2} \int_r^\infty E^2 \cdot 4\pi r^2 dr.$$

Ограничивая интегрирование поля комптоновским радиусом электрона $r_C = \frac{\hbar}{m_e c}$, ¹ то при $v \ll c$ получаем:

$$(110) \quad \mathbf{G} = \frac{\mathbf{v}}{4\pi c^2} \int_{r_C}^\infty E^2 \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{\mathbf{v}}{c^2} \frac{e^2}{r_C}.$$

При этом электромагнитная энергия движущегося (медленно) электрона получается равной:

$$(111) \quad \mathcal{E} = \frac{vG}{2} = \frac{v^2}{c^2} \frac{e^2}{2r_C} = \alpha \frac{m_e v^2}{2}.$$

2. Магнитная энергия и лондоновская глубина

Энергия внешнего магнитного поля в объеме dv :

$$(112) \quad \mathcal{E} = \frac{H^2}{8\pi} dv.$$

При плотности сверхпроводящих носителей n_s , в соответствии с (111) их магнитная энергия в

¹Такие эффекты как рождение пар заставляют считать радиус "квантового электрона" примерно равным комптоновскому радиусу [48].

единице объема:

$$(113) \quad \mathcal{E}_H \simeq \alpha n_s \frac{m_2 v^2}{2} = \alpha \frac{m_e j_s^2}{2 n_s e}.$$

Здесь $j_s = 2en_s v_s$ - плотность тока сверхпроводящих носителей.

С учетом уравнения Максвелла

$$(114) \quad \mathbf{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_s$$

магнитная энергия движущихся носителей приводится к виду

$$(115) \quad \mathcal{E}_H \simeq \frac{\tilde{\Lambda}^2}{8\pi} (\mathbf{rot} \mathbf{H})^2,$$

где введено обозначение

$$(116) \quad \tilde{\Lambda} = \sqrt{\alpha \frac{m_e c^2}{4\pi n_s e^2}} = \sqrt{\alpha} \Lambda_L.$$

В этом случае часть свободной энергии сверхпроводника, связанная с приложением магнитного поля

$$(117) \quad \mathcal{F}_H = \frac{1}{8\pi} \int_V \left(H^2 + \tilde{\Lambda}^2 (\mathbf{rot} \mathbf{H})^2 \right) dv.$$

Минимизируя свободную энергию, после несложных преобразований получаем

$$(118) \quad \mathbf{H} + \tilde{\Lambda}^2 \mathbf{rot} \mathbf{rot} \mathbf{H} = 0,$$

и таким образом $\tilde{\Lambda}$ есть глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник.

superconductors	$\lambda_L, 10^{-6}\text{cm}$ measured [23]	$\tilde{\Lambda}, 10^{-6}\text{cm}$ calculated Eq.(116)	$\tilde{\Lambda}/\lambda_L$
Tl	9.2	11.0	1.2
In	6.4	8.4	1.3
Sn	5.1	7.9	1.5
Hg	4.2	7.2	1.7
Pb	3.9	4.8	1.2

ТАБЛИЦА 8.1. Уточненные значения лондоновской глубины

С учетом (90) из (116) получаем оценку для значений лондоновской глубины проникновения (см. таблицу (8.1)). Согласие полученных значений с данными измерений можно считать вполне удовлетворительным.

Глава 9

Три слова экспериментаторам

История мидян темна и непонятна.
Ученые делят ее, тем не менее,
на три периода:
первый, о котором ровно ничего неизвестно.
Второй, который последовал за первым.
И наконец, третий период, о котором
известно столько же, сколько и о первых двух.

*"Всемирная история" А.Аверченко
в трактовке Я.Б.Зельдовича.*

1. Почему создание комнатных сверхпроводников вряд ли возможно?

Понимание механизмов возникновения сверхпроводящего состояния должно открыть путь к решению более технологичной задачи, составившей, тем не менее, мечту последнего столетия - создать достаточно удобный для изготовления (в смысле ковкий) сверхпроводник с высокой критической температурой.

Чтобы двигаться к этой цели, во-первых, важно понять механизм ограничения сверхпроводящих свойств. Если по сверхпроводнику течет ток с большой плотностью, то предельный импульс, которым могут обладать сверхпроводящие носители, определяется размером ячеек, в которых

они локализованы:

$$(119) \quad p_c = \frac{2\pi\hbar}{\Lambda_0}.$$

Поэтому с учетом равенства (97), получаем что критическая скорость сверхпроводящих носителей есть скорость звука в конденсате:

$$(120) \quad v_c = c_S$$

и примерно в сто раз меньше скорости Ферми.

Скорость звука в решетке металла v_s , в соответствии с соотношением Бома-Ставера [49], имеет примерно ту же величину:

$$(121) \quad v_s \simeq \frac{kT_D}{E_F} v_F \simeq 10^{-2} v_F.$$

Можно рассматривать разрушение сверхпроводимости как следствие того, что сверхпроводящие носители, двигавшиеся без трения при скоростях меньших скорости звука, после преодоления звукового барьера приобретают механизм трения. Поэтому можно думать, что если скорость звука в решетке металла будет меньше c_S , то она создаст ограничение на предельный ток в сверхпроводнике.

Если это так, то для получения сверхпроводников с высокими критическими параметрами следует синтезировать соединения не только с высокой энергией Ферми электронного газа, но и с большой скоростью звука в решетке. Это согласуется с тем, что ВТСП-керамики, имеющие

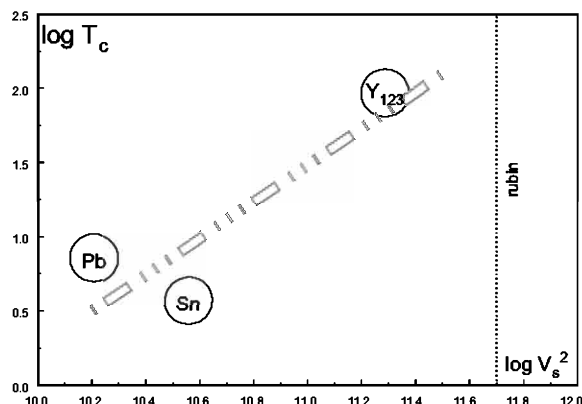


Рис. 9.1. Схематическое изображение зависимости критической температуры от скорости звука в сверхпроводнике. По оси ординат отложен логарифм критической температуры сверхпроводников. На оси абсцисс отложен логарифм квадрата скорости звука (для Sn и Pb - поперечная скорость звука, т.к. она меньше. Для иттриевой керамики использовалось значение скорости звука в пленке [50]). Пунктиром показано значение поперечной скорости звука в сапфире, как некая оценка предельного ее значения. Из рисунка видно, что такая оценка ведет к ограничению на критическую температуру в районе 0°C - штрихпунктирная линия.

более высокие модули упругости по сравнению с металлами и сплавами, обладают более высокими критическими параметрами.

На рис.(9.1) иллюстрируется такая зависимость критической температуры от квадрата скорости звука. Из этого рисунка, который из-за недостатка нужных экспериментальных данных можно рассматривать лишь как грубую оценку,

видно, что для получения керамики с критической температурой близкой к комнатной, ее модуль упругости должен быть близок к модулю упругости сапфира, что представляется весьма трудно достижимым.

Кроме того такая керамика будет лишена другого важного качества - технологичности. Ведь для получения проволоки нужен пластичный сверхпроводник. Проблему мог бы решить материал, обладающий приемлемой критической температурой (выше азотной), и испытывающий фазовое превращение при более высокой температуре термообработки. Вблизи фазовых переходов упругие константы обычно невелики, поэтому при температуре вблизи перехода из такого сверхпроводника можно было бы попытаться сделать тонкую проволоку и произвести ее намотку.

2. О магнитном спаривании электронов

Рассмотренный механизм образования сверхпроводящего состояния позволяет получить оценки критических параметров сверхпроводников, в большинстве случаев удовлетворительно согласующиеся с данными измерений. Для некоторых сверхпроводников это согласие лучше, а для таких как Ir, Al, V (см. рис. (7.1)) целесообразно провести дополнительные теоретические

и экспериментальные исследования для выяснения причин, вызывающих отклонения.

Значительный интерес представляет прояснение вопроса о магнитном механизме спаривания электронов. Как было обнаружено ранее в цилиндрах, изготовленных из некоторых сверхпроводящих металлов (Al[42] и Mg[43]), выше T_c наблюдается квантование магнитного потока точно с тем же периодом, что и ниже T_c . Авторы этих работ объясняли это действием специального эффекта. Представляется более естественным, что такой период квантования получается в результате того, что спаривание электронов за счет магнитного диполь-дипольного взаимодействия продолжает существовать при температурах много выше T_c , несмотря на исчезновение сверхпроводящих свойств. При этой температуре разрушается когерентность нулевых колебаний, а вместе с ней и сверхпроводимость.

Спаривания за счет диполь-дипольного взаимодействия не должно быть в одновалентных металлах. В них электроны проводимости локализуются на узлах решетки на слишком больших расстояниях друг от друга.

Поэтому представляется интересным сравнить период квантования в двух случаях. В тонком цилиндре изготовленном из сверхпроводника, например из Mg, выше T_c период квантования равен $\frac{2\pi\hbar c}{2e}$. В таком же цилиндре из благородного металла, например из золота, период квантования должен быть в два раза больше.

3. О влиянии изотопного замещения на конденсат нулевых колебаний

Кроме того хотелось бы привлечь внимание экспериментаторов к изотопическому эффекту в сверхпроводниках, послужившему отправным моментом для построения теории БКШ. В 50-е годы было экспериментально установлено, что существует зависимость критической температуры сверхпроводников от массы изотопа. Казалось бы, поскольку эффект зависит от массы ионов, то это можно считать прямым указанием на то, что в его основе лежит колебательный (фононный) процесс.

В ряде сверхпроводников I рода - Zn, Sn, In, Hg, Pb - изотоп-эффект можно описать соотношением:

$$(122) \quad \sqrt{M_i} T_c = const,$$

M_i - масса изотопа, T_c - критическая температура. В других сверхпроводниках он или описывается другой зависимостью, или вообще отсутствует.

Однако в последние десятилетия эффекты, связанные с замещением изотопов в решетках металлов, были изучены детально. Оказалось, что во многих металлах нулевые колебания ионов в решетке ангармоничны. Поэтому изотопическое замещение влияет непосредственно на параметры решетки, и в силу электронейтральности металла, на плотность электронного газа в металле, на его энергию Ферми и другие электронные свойства.

Прямых измерений влияния изотопного замещения на параметры решеток сверхпроводящих металлов не проводилось. Результаты измерений, проведенных на *Ge*, *Si*, алмазе и легких металлах, например *Li* [51], [52] (исследователи предпочитают кристаллы, где изотоп-эффекты велики и легче проводить соответствующие измерения), показывают, что полученная зависимость силовых постоянных от массы изотопа удовлетворительно согласуется с равенством (122). Такая же зависимость силовых констант от массы изотопа обнаружена и в олове [53]. К сожалению, прямых экспериментов по изучению влияния изотопного замещения на электронные свойства, такие как электронная теплоемкость и энергия Ферми, интересующих нас металлов до сих пор проведено не было.

Рассмотрим подробнее, чего следует ожидать при таких измерениях. Удобным сверхпроводником для этого является ртуть, у нее много изотопов и изотоп-эффект тщательно измерен еще в 50-х годах прошлого века.

Уже тогда было обнаружено, что изотопический эффект только в нескольких сверхпроводниках описывается равенством (122). В других он имеет другую величины, и поэтому его в общем виде можно описать, введя параметр α :

$$(123) \quad M_i^\alpha T_c = Const.$$

Учитывая (63), можем записать

$$(124) \quad T_c \sim \mathcal{E}_F \sim n_e^{2/3}.$$

Параметр l , характеризующий ионную решетку, при изотопном замещении приобретает приращение Δl :

$$(125) \quad \frac{\Delta l}{l} = -\frac{\alpha}{2} \cdot \frac{\Delta M_i}{M_i},$$

здесь M_i и ΔM_i - масса изотопа и ее приращение при изотопном замещении.

Принято считать, что для ртути в соответствии с условиями, следующими из фононного механизма, параметр $\alpha \approx \frac{1}{2}$.

Однако анализ экспериментальных данных [35], [36] (см.рис.(3.3)) говорит о том, что реально этот параметр ближе к $1/3$. В соответствии

с этим для ртути следует ожидать соотношения параметров:

$$(126) \quad \frac{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)}{\left(\frac{\Delta M_i}{M_i}\right)} \approx -\frac{1}{6}.$$

Таким образом, ожидаемое изменение параметров решетки получается не слишком малым и, по-видимому, может быть замечено с помощью стандартной измерительной техники.

Часть 4

Сверхтекучесть как следствие упорядочения нулевых колебаний

Нулевые колебания атомов He и сверхтекучесть

Основные черты явления сверхтекучести в жидком гелии стали понятны уже несколько десятилетий назад [26]. Л.Д.Ландау увидел в сверхтекучести квантовый эффект в макроскопическом проявлении, что создало основу для понимания характерных черт этого явления и дальнейшего прогресса в его изучении [27],[30].

Современная теория сверхтекучести дает объяснение общим характеристикам этого явления: энергетическому спектру возбуждений, термодинамике сверхтекучего гелия, его теплоемкости и т.д.

Однако представляется важным, чтобы теория смогла объяснить количественно те характерные параметры, которые наблюдаются у данной среды [55]. В первую очередь теория должна объяснить за счет какого механизма и почему переход в сверхтекучее состояние в гелии-4 происходит около 2К, т.е. при температуре почти точно в два раза меньшей температуры кипения гелия:

$$(127) \quad \frac{T_{boiling}}{T_\lambda} = \frac{4.215K}{2.172K} \approx 1.94.$$

При этом для гелия-3, ядра которого обладают магнитными моментами, отношение температуры перехода в сверхтекучее состояние к температуре кипения на несколько порядков меньше.

Особенность гелия-4 в том, что он не имеет ни суммарного заряда, ни дипольных моментов. Тем не менее за фазовые превращения в его конденсированном состоянии должен быть ответственен некий электромагнитный механизм (как и за подобные явления с тем же масштабом изменения энергии в других конденсированных веществах).

В 30-х годах прошлого века Ф.Лондон показал [54], что между атомами, находящимися в основном состоянии, существует взаимодействие типа сил Ван-дер-Ваальса, имеющее квантовую природу. Атомы в основном состоянии (при $T=0$) совершают нулевые колебания. Ф.Лондон рассматривал колеблющиеся атомы как трехмерные осциллирующие диполи, связанные между собой электромагнитным взаимодействием и назвал это взаимодействие атомов, находящихся в основном состоянии, дисперсионным.

**Дисперсионный эффект во взаимодействии
атомов гелия, находящихся в основном
состоянии.**

Следуя Ф.Лондону [54], рассмотрим два сферически симметричных атома без отличных от нуля усредненных дипольных моментов, каждый с поляризуемостью a . Пусть в некоторый момент времени заряды этих атомов флуктуационно смещены из положений равновесия на расстояния:

$$r_1 = (x_1, y_1, z_1)$$

$$r_2 = (x_2, y_2, z_2)$$

Если атомы расположены вдоль оси Z на расстоянии L друг от друга, их потенциальную энергию можем записать в виде [54]:

$$(128) \quad \mathcal{H} = \underbrace{\frac{e^2 r_1^2}{2a} + \frac{e^2 r_2^2}{2a}}_{\text{elastic dipoles energy}} + \underbrace{\frac{e^2}{L^3}(x_1 x_2 + y_1 y_2 - 2z_1 z_2)}_{\text{elastic dipoles interaction}}.$$

Диагонализируем гамильтониан через нормальные координаты симметричных и антисимметричных смещений:

$$r_s \equiv \begin{cases} x_s = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_1 + x_2) \\ y_s = \frac{1}{\sqrt{2}}(y_1 + y_2) \\ z_s = \frac{1}{\sqrt{2}}(z_1 + z_2) \end{cases}$$

и

$$r_a \equiv \begin{cases} x_a = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_1 - x_2) \\ y_a = \frac{1}{\sqrt{2}}(y_1 - y_2) \\ z_a = \frac{1}{\sqrt{2}}(z_1 - z_2) \end{cases}$$

Откуда получаем

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(x_s + x_a) \\ y_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(y_s + y_a) \\ z_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(z_s + z_a) \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(x_s - x_a) \\ y_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(y_s - y_a) \\ z_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(z_s - z_a) \end{aligned}$$

В результате замены переменных получим:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= \frac{e^2}{2a}(r_s^2 + r_a^2) + \frac{e^2}{2L^3}(x_s^2 + y_s^2 - 2z_s^2 - x_a^2 - y_a^2 + 2z_a^2) = \\ &= \frac{e^2}{2a} \left[\left(1 + \frac{a}{L^3}\right) (x_s^2 + y_s^2) + \left(1 - \frac{a}{L^3}\right) (x_a^2 + y_a^2) + \right. \\ (129) \quad &\quad \left. + \left(1 - 2\frac{a}{L^3}\right) z_s^2 + \left(1 + 2\frac{a}{L^3}\right) z_a^2 \right]. \end{aligned}$$

Таким образом частоты этих осцилляторов зависят от их взаимной ориентации и определяются уравнениями:

$$(130) \quad \Omega_{0x}^s = \Omega_{0y}^s = \Omega_0 \sqrt{1 \pm \frac{a}{L^3}} \approx \\ \approx \Omega_0 \left(1 \pm \frac{a}{L^3} - \frac{a^2}{8L^6} \pm \dots \right)$$

и

$$(131) \quad \Omega_{0z}^s = \Omega_0 \sqrt{1 \mp \frac{2a}{L^3}} \approx \\ \approx \Omega_0 \left(1 \mp \frac{a}{L^3} - \frac{a^2}{2L^6} \mp \dots \right),$$

здесь

$$(132) \quad \Omega_0 = \frac{2\pi e}{\sqrt{ma}}$$

- собственная частота колебаний электронной оболочки атома (при $L \rightarrow \infty$).

Энергия нулевых колебаний равна

$$(133) \quad \mathcal{E} = \frac{1}{2} \hbar (\Omega_0^s + \Omega_0^a).$$

Нетрудно видеть, что взаимодействие нейтральных атомов не содержит членов, пропорциональных $\frac{1}{L^3}$ и характерных для взаимодействия нулевых колебаний в электронном газе (52), которые ответственны за возникновение сверхпроводимости. Во взаимодействии нейтральных

атомов себя проявляют члены, пропорциональные $\frac{1}{L^6}$.

При этом важно, что энергии взаимодействия различных компонент нулевых осцилляций различаются между собой. Так взаимодействие нулевых колебаний, ориентированных вдоль направления, соединяющего атомы, приводит к их притяжению с энергией:

$$(134) \quad \mathcal{E}_z = -\frac{1}{2}\hbar\Omega_0\frac{a^2}{L^6},$$

в то время как суммарная энергия притяжения осцилляций в перпендикулярных направлениях x и y в два раза меньше:

$$(135) \quad \mathcal{E}_{x+y} = -\frac{1}{4}\hbar\Omega_0\frac{a^2}{L^6}$$

(знаком минус здесь учтено то, что при таком расположении энергетически выгодна встречная направленность взаимодействующих диполей).

Оценка основных характеристических параметров нулевых колебаний атомов в сверхтекучем гелии-4.

1. Основные параметры

В газе нейтральных бозонов отсутствует отталкивание между частицами. Поэтому ниже температуры

$$(136) \quad T_{boil} = \frac{2}{3k} \mathcal{E}_z$$

из-за возникшего притяжения между атомами, должно произойти схлопывание ансамбля и образование жидкости.

При вдвое более низкой температуре

$$(137) \quad T_\lambda = \frac{2}{3k} \mathcal{E}_{x+y}$$

все нулевые колебания упорядочиваются, за счет чего появляется дополнительное притяжение и образование единого квантового ансамбля.

Ограничением плотности образующегося бозонного конденсата служат нулевые колебания атомов. При своем образовании конденсат может сжиматься до тех пор, пока расстояния между атомами не станут примерно равными амплитуде их нулевых колебаний.

Исходя из этого, можно вычислить основные свойства ансамбля атомов с упорядоченными нулевыми колебаниями и сравнить их с данными измерений свойств сверхтекучего гелия.

Будем полагать, что радиус атомов равен боровскому радиусу a_B , как это следует из квантово-механических расчетов атома гелия. Поэтому величину энергии электронов на оболочке атома можно считать равной:

$$(138) \quad \hbar\Omega_0 = \frac{4e^2}{a_B}.$$

В связи с тем, что поляризуемость атома примерно равна его объему [56]

$$(139) \quad A \simeq a_B^3$$

потенциальную энергию дисперсионного взаимодействия (135), вызывающую упорядочение нулевых колебаний в ансамбле атомов, можем представить равенством:

$$(140) \quad \mathcal{E}_{x+y} = -\frac{e^2}{a_B} a_B^6 n^2.$$

Здесь плотность атомов

$$(141) \quad n = \frac{1}{L^3}$$

2. Скорость нулевых колебаний атомов

Естественно предполагать, что квантованные нулевые колебания атомов гармоничны и для них характерно равенство кинетической и потенциальной энергии:

$$(142) \quad \frac{M_4 \widehat{v}_0^2}{2} - \frac{e^2}{a_B} a_B^6 n^2 = 0,$$

здесь M_4 - масса атома гелия, $\widehat{v}_0$ - средняя скорость атомов при гармонических колебаниях.

Отсюда после несложных преобразований получаем:

$$(143) \quad \widehat{v}_0 = c\alpha^3 \left\{ \frac{n}{n_0} \right\},$$

где введено обозначение

$$(144) \quad n_0 = \frac{\alpha^2}{a_B^3} \sqrt{\frac{M_4}{2m_e}}.$$

При равенстве единице выражения в фигурной скобке:

$$(145) \quad \frac{n}{n_0} = 1$$

имеем

$$(146) \quad \widehat{v}_0 = c\alpha^3 \cong 116.5 \text{ m/s}.$$

3. Плотность жидкого гелия

Условие (145) можно рассматривать как определение плотности атомов гелия в сверхтекучем состоянии:

(147)

$$n = n_0 = \frac{\alpha^2}{a_B^3} \sqrt{\frac{M_4}{2m_e}} \cong 2.172 \cdot 10^{22} \text{ atom/cm}^3.$$

Согласно этому определению плотность жидкого гелия-4 получается равной

$$(148) \quad \gamma_4 = nM_4 \cong 0.144 \text{ g/cm}^3.$$

что хорошо согласуется с измеренной плотностью жидкого гелия равной 0.145 g/cm^3 при $T \simeq T_\lambda$.

Аналогичные вычисления для жидкого He-3 дают плотность равную 0.094 g/cm^3 , что можно считать согласующимся с имеющимися данными о его плотности равной 0.082 g/cm^3 вблизи температуры кипения.

4. Диэлектрическая проницаемость жидкого гелия

Для оценки диэлектрической проницаемости гелия можно воспользоваться уравнением Клаузиуса-Моссотти [56]:

$$(149) \quad \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{4\pi}{3} nA.$$

Здесь A - поляризуемость.

Откуда, принимая во внимание (139), получаем

$$(150) \quad \varepsilon \approx 1.040,$$

что несколько отличается от величины диэлектрической проницаемости жидкого гелия, измеренной вблизи λ -точки [58]:

$$(151) \quad \varepsilon \approx 1.057.$$

5. Температура λ -перехода.

При температуре λ -перехода сверхтекучесть разрушается, потому что энергия теплового движения сравнивается с энергией ван-дер-ваальсовой связи атомов в сверхтекучем конденсате:

$$(152) \quad \frac{3}{2}kT_\lambda - \frac{e^2}{a_B}a_B^6n^2 = 0.$$

Отсюда с учетом (147)

$$(153) \quad T_\lambda = \frac{1}{3k} \frac{M_4 \alpha^4 e^2}{m_e a_B}$$

или после соответствующих подстановок:

$$(154) \quad T_\lambda = \frac{1}{3} \frac{M_4 c^2 \alpha^6}{k} = 2.177K,$$

что очень хорошо согласуется с измеренным значением $T_\lambda = 2.172K$.

6. Температура кипения жидкого гелия.

Сравнивая равенства (134)-(135), имеем

$$(155) \quad T_{boil} = 2T_{\lambda} = 4.35K$$

Это служит основой для предположения о том, что ожижение гелия происходит за счет сил притяжения между атомами, упорядочившими компоненты своих колебаний, ориентированные вдоль направлений, их соединяющих.

7. Скорость первого звука в жидком гелии

Из теории гармонического осциллятора известно, что амплитудное (максимальное) значение скорости такого осциллятора в два раза больше его средней скорости. В связи с этим, предполагая, что скорость первого звука c_{s1} ограничивается этой максимальной скоростью осциллятора, получаем

$$(156) \quad c_{s1} = 2\hat{v}_0 \simeq 233 \text{ m/s},$$

что вполне согласуется с измеренным значением скорости первого звука в гелии, которая при $T \rightarrow 0$ имеет максимальную величину 238.3 m/s и понижается с ростом температуры до примерно 220 m/s при $T = T_{\lambda}$.

параметр	определяющая формула	вычисленное значение	измеренное значение
средняя скорость нулевых колебаний атома гелия	$\hat{v}_0 = c\alpha^3$	116.5 m/s	
Плотность атомов жидкого гелия	$n = \sqrt{\frac{M_4}{2m_e}} \frac{\alpha^2}{a_B^3}$	$2.172 \cdot 10^{22}$ atom/cm ³	
Плотность жидкого гелия-4 g/l	$\gamma = M_4 n$	144.3	145 _{T≈T_λ}
Диэлектрическая проницаемость жидкого гелия-4	$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2} = \frac{4\pi}{3} \alpha^2 \sqrt{\frac{M_4}{2m_e}}$	1.040	1.048 _{T≈4.2} 1.057 _{T≈T_λ}
Температура λ-перехода, К	$T_\lambda \simeq \frac{M_4 c^2 \alpha^6}{3}$	2.177	2.172
Температура кипения гелия-4, К	$T_{boil} \simeq 2T_\lambda$	4.35	4.21
скорость первого звука в жидком гелии, m/s	$c_{s1} = 2\hat{v}_0$	233	238.3 _{T→0}

ТАБЛИЦА 12.1. Сравнение вычисленных значений параметров жидкого гелия-4 с данными измерений

Полученные в этом разделе оценки для наглядности сведены в Таб.(12.1).

Данные измерений в этой таблице в основном цитируются по [57] и [58].

Оценка свойств He-3

Проведя аналогичные вычисления для гелия-3, сведем их в таблице (13.1).

параметр	определяющая формула	вычисленное значение	измеренное значение
средняя скорость нулевых колебаний атома гелия	$\widehat{v}_0 = c\alpha^3$	116.5 m/s	
Плотность атомов жидкого гелия	$n_3 = \sqrt{\frac{M_3}{2m_e}} \frac{\alpha^2}{a_B^3}$	$1.88 \cdot 10^{22}$ <i>atom/cm³</i>	
Плотность жидкого гелия-3, g/l	$\gamma = M_3 n_3$	93.7	82.3
Диэлектрическая проницаемость жидкого гелия-3	$\frac{\epsilon-1}{\epsilon+2} = \frac{4\pi}{3} \alpha^2 \sqrt{\frac{M_3}{2m_e}}$	1.035	
Температура кипения гелия-3, К	$T_{boil} \simeq \frac{4}{3} \frac{\mathcal{E}_{x+y}}{k}$	3.27	3.19
скорость звука в жидком гелии-3	$c_s = 2\widehat{v}_0$	233 m/s	

ТАБЛИЦА 13.1. Сравнение вычисленных значений параметров жидкого гелия-3 с данными измерений

Что касается перехода He-3 в сверхтекучее состояние, то здесь имеется коренное отличие от He-4, состоящее в том, что, кроме упорядочения нулевых колебаний, электромагнитное взаимодействие должно в этом случае упорядочить магнитные моменты ядер He-3. Оценим температуру, при которой произойдет такое упорядочение.

В связи с тем, что все характерные размеры в данной задаче - амплитуда нулевых колебаний, размер атома, расстояние между атомами в жидком гелии - по порядку величины равны радиусу Бора a_B , можно оценить порядок величины осциллирующего магнитного поля, которое колеблющаяся электронная оболочка создаст на "своем" ядре :

$$(157) \quad H_{\Omega} \approx \frac{e}{a_B^2} \frac{a_B \Omega_0}{c} \approx \frac{\mu_B}{A_3}$$

здесь $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$ - магнетон Бора, A_3 - поляризуемость атома гелия-3.

При этом упорядочение в системе магнитных моментов ядер He-3, величина которых примерно равна ядерному магнетону Бора $\mu_{n_B} = \frac{e\hbar}{2m_p c}$, должно наступить ниже критической температуры

$$(158) \quad T_c \approx \frac{\mu_{n_B} H_{\Omega}}{k} \approx 10^{-3} K.$$

То, что ядерные моменты могут быть упорядочены параллельно или антипараллельно друг другу согласуется с наличием соответствующих фаз сверхтекучего гелия-3.

Таким образом, рассмотрение явления сверхтекучести как следствия упорядочения нулевых колебаний атомов приводит к оценкам температуры λ -переходов и других параметров жидкого гелия, удовлетворительно согласующимся с результатами измерений.

Часть 5

Выводы

1. Сверх-явления

До настоящего времени было общепринято думать, что наличие изотопического эффекта в сверхпроводниках оставляет только один путь для объяснения явления сверхпроводимости - тот, который базируется на фононном механизме.

Однако более чем пятидесятилетнее развитие теории, базирующейся на фононном механизме, не привело к успеху - объяснить почему конкретный сверхпроводник имеет определенную критическую температуру (и критическое магнитное поле) так и не удалось.

Эта проблема еще более усугубилась с открытием высокотемпературных сверхпроводников. Как можно двигаться вперед в их изучении, если непонятен механизм, определяющий критическую температуру в элементарных сверхпроводниках?

В последние десятилетия экспериментаторы показали, что изотопное замещение в металлах ведет к изменению параметров их кристаллической решетки и тем самым влияет на энергию Ферми металла. Поскольку изотопное замещение прямо влияет на электронную систему, то в основе сверхпроводимости может лежать нефононный механизм.

Предложенная вашему вниманию теория сверхпроводимости предполагает, что специфика механизма объединения электронов в пары не имеет принципиального значения. Важно, чтобы такой механизм был работоспособным во всем рассматриваемом диапазоне температур. Природа механизма не играет роли потому, что объединение электронов в пары является необходимым, но недостаточным условием образования сверхпроводящего конденсата, поскольку после объединения электронов в бозонные пары, они не становятся тождественными частицами, способными образовать сверхпроводящий конденсат. Если температура недостаточно низка, электронные пары совершают некоррелированные нулевые колебания. Только после упорядочения нулевых колебаний электронных пар, которое происходит за счет их электромагнитного взаимодействия, может быть достигнуто понижение энергии системы и должно произойти образование конденсата на уровне с минимальной энергией.

Такой подход дает возможность рассматривать конденсацию нулевых колебаний в системе коллективизированных электронов как причину возникновения сверхпроводимости как I, так и II рода. При этом плотность сверхпроводящих

носителей и критическая температура сверхпроводника определяются энергией Ферми металла, а величина критического магнитного поля сверхпроводника задается механизмом разрушения когерентности нулевых колебаний.

Таким образом, исходя из рассмотрения конденсации нулевых колебаний, удастся построить теорию сверхпроводимости, характерной особенностью которой является возможность получить оценки для критических параметров элементарных сверхпроводников, удовлетворительно согласующиеся с данными измерений.

Рассмотренный подход позволил найти объяснение механизму возникновения сверхтекучести в жидком гелии. Энергию взаимодействия нулевых колебаний электронных оболочек атомов в S-состоянии можно рассматривать как проявление действия так называемых дисперсионных сил Ван-дер-Ваальса. Таким путем удастся получить совпадающие с измерениями количественные оценки критических температурных точек как ожижения гелия, так и его перехода в сверхтекучее состояние.

Представляется важным то, что в результате оказывается, что в основе двух родственных явлений, как сверхпроводимости, так и сверхтекучести, лежит единый физический механизм - упорядочение нулевых колебаний.

2. Еще о псевдо-теориях

Если вернуться к вопросу о том, почему в XX веке появилось и сейчас продолжает существовать много псевдо-теорий, нарушающих главный принцип естественных наук Гилберта-Галилея, то виноваты в этом, по-видимому в частности, редакции научных физических журналов. Естественно, что большинство рецензентов в этих журналах являются теоретиками. Однако многие из них выработали свой критерий правильности той или иной работы. Они уверовали в собственные теории и не допускают к публикации статей, которые выходят за рамки этих теорий, даже если очевидно, что рассматриваемые в этих работах модели согласуются с данными измерений. По-видимому, редакциям этих журналов нужно отмечать специфический характер теоретических построений, нарушающих принцип Гилберта-Галилея. Вероятно, имеет смысл в специальных журналах открыть рубрики, имеющие название типа "Гипотетические исследования, которые на данной стадии пока еще не удовлетворяют главному принципу науки" , и публиковать на страницах этих рубрик результаты исследований, которые по нашей систематике размещаются в клеточке 4 Таблицы (1.1). В этом случае читателям и Нобелевскому комитету будет легче выработать осторожное отношение к этим теориям.

Литература

- [1] Гильберт У.: О магните, магнитных телах и большом магните — Земле. М., (1956).
- [2] Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.: Статистическая физика (Теория конденсированного состояний), М, Нака,(1978).
- [3] Халатников М.И.: Теория сверхтекучести, М, Наука (1971).
- [4] Кресин В.З.: Сверхпроводимость и сверхтекучесть, М, Наука (1978).
- [5] Carroll B.W., Ostlie D.A.: An Introduction to Modern Astrophysics, Reading, (1996)
- [6] Padmanabhan T.: Theoretical Astrophysics, vols. 1 - 3, Cambridge, (2000 - 2002).
- [7] Vasiliev B.V.:
Physics of Stars and Measurement Data Part I Universal Journal of Physics and Application, 2(5), pp.257-262,(2014)

Physics of Stars and Measurement Data Part II
Universal Journal of Physics and Application, 2(6), pp.284-301,(2014)

Physics of Stars and Measurement Data Part III
Universal Journal of Physics and Application, 2(7), pp.328-343,(2014)
- [8] Solar Physics, **175/2**,
(<http://sohowww.nascom.nasa.gov/gallery/Helioseismology>)
- [9] Яновский Б.М.: Земной магнетизм, Л. Изд. ЛГУ, (1978).
- [10] Sirag S.-P.: *Nature*, **275**, 535, (1979)
- [11] Blackett P.M.S.: *Nature*, **159**, 658, (1947)
- [12] Vasiliev B.V.: *Il Nuovo Cimento B*, v.114B, N3. pp.291-300, (1999)
- [13] Bardeen J, Cooper LN, Schrieffer JR : *Phys.Rev.*v108,1175 (1957)
- [14] B.V.Vasiliev: The New Thermo-magnetic Effect in Metals, *Universal Journal of Physics and Application* 2(4): 221-225, (2014)
- [15] B.V.Vasiliev : About Nature of Nuclear Forces, *Journal of Modern Physics*, (2015)
- [16] Onnes H.K. : *Comm.Phys.Lab.,Univ.Leiden*, N119, 120,122 (1911)
- [17] Гинзбург В.Л. : *УФН* **170**,N6, 619-630 (2000)
- [18] de Nobel, J *Phys.Today* **49**, (9) 40 (1996)
- [19] W.Meissner, R.Ochsenfeld, *Naturwiss.*, **21**, 787 (1933)
- [20] H.London, F.London: *Proc.Roy. Soc.*, **A149**, 71 (1935)
Physica, **2**, 341 (1935)
- [21] de Gennes P.G. : *Superconductivity of metals and alloys*, New York, 787 (1966)
- [22] Ketterson J.B. and Song S.N.: *Superconductivity*, Cambridge (1999)
- [23] Линтон Э. *Сверхпроводимость*, М.: Мир, (1971)
- [24] Гинзбург В.Л., Ландау Л.Д.: *ЖЭТФ*, **20**, 1064 (1950)

- [25] Phillips N.E.: Phys.Rev.B, **114**, 676 (1959).
- [26] Ландау Л.Д. : ЖЭТФ, **11**, 592 (1941)
- [27] Халатников И.М. : Введение в теорию сверхтекучести, Москва: Наука, (1965)
- [28] Фейнман Р., Статистическая механика, М., (1978)
- [29] Минеев В.П.: УФН, **139**, с.303, (1983)
- [30] Воловик Г.Е.: УФН, **143**, с.143, (1984)
- [31] Likhachev A.G., Polushkin V.N., Uchaikin, Vasiliev B.V.:
Magnetocardiometer based on a single-hole high-Tc SQUID,
Supercond. Sci. Technol. **3**, 148–151, (1990)
- [32] Pool Ch.P.Jr : Handbook of Superconductivity, Academic Press, (2000)
- [33] Бете Г., Зоммерфельд А. : Электронная теория металлов М.-Л.:ГТТЛ (1938).
- [34] Вильсон А. : Квантовая теория металлов,М.-Л.:ОГИЗ, (1941).
- [35] Maxwell E. : Phys.Rev.,**78**,p 477(1950).
- [36] Serin et al : Phys.Rev.B,**78**,p 813(1950).
- [37] Vasiliev B.V. : Physica C, **471**,277-284 (2011)
- [38] Vasiliev B.V. : Physica C, **483**,233-246 (2012)
- [39] Vasiliev B.V. : "Superconductivity, Superfluidity and Zero-Point Oscillations" in "Recent Advances in Superconductivity Research pp.249-280, Nova Publisher, NY(2013)
- [40] Б. Васильев : Сверхпроводимость и сверхтекучесть М.: "Простобук 157стр, (2013)
B.V.Vasiliev: Superconductivity as a Consequence of Ordering of Zero-point Oscillations in Electron Gas
Universal Journal of Physics and Application **2**(1): 22-35, (2014)
- [41] Bardeen J.: Phys.Rev.,**79**,p. 167-168(1950).
- [42] Шабло А.А. и др.: Письма ЖЭТФ, т.19, вып.7,с.457-461 (1974)
- [43] Шарвин Д.Ю. и Шарвин Ю.В.: Письма ЖЭТФ, т.34, вып.5,с.285-288 (1981)
- [44] Ландау Л.Д. и Лифшиц Е.М.: Статистическая физика, т.V, Наука, Москва (1976)
- [45] Киттель Ч. : Введение в физику твердого тела, Москва: Наука, (1978)
- [46] Vasiliev B.V. and Luboshits V.L.: *Physics-Uspekhi*, **37**, 345, (1994)
- [47] Беккер Р. : Теория электричества, т.2 Электронная теория, гл.А, §8, Москва-Ленинград, ОНТИ, (1941)
- [48] Мессиа А.: Квантовая механика, том 2, стр. 490, Москва: Наука, (1979)
- [49] Ашкрофт Н. Мермин Н.: Физика твердого тела, том 2., Мир, (1979)
- [50] Головашкин А.И. : Препринт ФИАН, 10, Москва, 2005.
- [51] Коган В.С.: УФН **78** 579 (1962)
- [52] Инюшкин А.В.: Глава 12 в книге "Изотопы" под ред.В.Ю.Баранова, Физматлит, 2005.
- [53] Wang D.T. et al : Phys.Rev.B,**56**,N 20,p. 13167(1997).
- [54] Лондон Ф.: УФН, **17**, с.421, (1937)
- [55] B.V.Vasiliev: Superfluidity as a Consequence of Ordering of of Zero-point Oscillations
Universal Journal of Physics and Application **2**(3): 165-170, (2014)
- [56] Fröhlich H. : Theory of dielectrics, Oxford, 1957.

- [57] Кикоин И.К и др: Таблицы физических величин, Москва, Атомиздат (1978)
- [58] Russel j.Donnely and Carlo F.Barenghy: The Observed Properties of Liquid Helium, Journal of Physical and Chemical Data, **6**, N1, pp.51-104, (1977)

Борис Васильевич Васильев

<http://bv-vasiliev.narod.ru/>

Из Who is Who in the World

Б.В.Васильев родился в 1937 году в г. Екатеринбурге.

Б.В. окончил Физ.-тех. факультет Уральского политехнического института и аспирантуру ИАЭ им.Курчатова.

Научную работу на протяжении 35 лет вел в г.Дубне, где прошел путь от инженера-исследователя до директора научно-исследовательского института.

Доктор физ.-мат. наук (1984).

Основные научные интересы - физика конденсированного состояния, сверхпроводимость и сверхтекучесть, астрофизика.

Автор более 100 научных работ, опубликованных в российских и зарубежных журналах, среди которых статьи в УФН, ЖЭТФ, Природе и др., и монографии.

Основные достижения:

- Теория сверхпроводимости и сверхтекучести как следствий упорядочения нулевых колебаний.

- Теория горячих звезд, построенная с учетом гравитационно-индуцированной электрической поляризации внутризвездной плазмы.

- Открытие и исследование термо-магнитного эффекта в металлах.

- Теория вч-сквидов.

- Экспериментальное определение верхней границы существования электрического дипольного момента электрона, нарушающего СР- и Т-инвариантность (результат измерений вошел в справочник по свойствам элементарных частиц).

Сверхпроводимость и сверхтекучесть

(с) Б.В.Васильев, 2013